



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

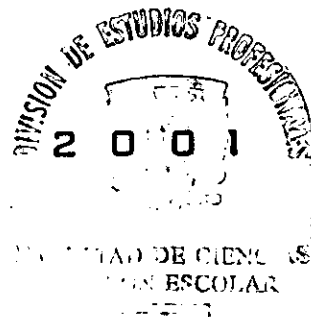
FACULTAD DE CIENCIAS

LEY DE DISPERSION DE UN AEROGEL QUE
SERA USADO COMO RADIADOR CHERENKOV
EN EL DETECTOR DE RAYOS COSMICOS AMS

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
F I S I C O
P R E S E N T A:

MIGUEL FRANCISCO VILLORO VALDES

DIRECTOR DE TESIS: DR. ARTURO MENCHACA ROCHA



299461



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



M. EN C. ELENA DE OTEYZA DE OTEYZA
 Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
 Facultad de Ciencias
 Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito: "Ley de dispersión de un aerogel que será usado como radiador Cherenkov en el detector de rayos cósmicos AMS"

realizado por MIGUEL FRANCISCO VILLORO VALDES

con número de cuenta 9455682-5 , quién cubrió los créditos de la carrera de FISICA

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
 Propietario

DR. ARTURO MENCHACA ROCHA

Propietario

DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA

Propietario

DR. NEIL CHARLES BRUCE DAVIDSON

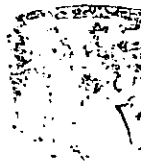
Suplente

DR. JOSE FRANCISCO VALDES GALICIA

Suplente

DR. ERNESTO BELMONT MORENO

Consejo Departamental de FISICA



DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE

Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento al Dr. Arturo Menchaca Rocha por todas las facilidades que tan generosamente me dio durante la elaboración de esta tesis y por su confianza. Sus originales ideas fueron esenciales para esta tesis, la cual simplemente no hubiera podido existir sin el Dr. Menchaca Rocha. Trabajar bajo su dirección ha sido no sólo una experiencia estimulante y enriquecedora desde el punto de vista académico, sino también un placer desde el punto de vista personal.

Doy otro fuerte agradecimiento al Dr. Alejandro Ruelas Mayorga, no sólo por sus valiosos comentarios y sugerencias en relación a esta tesis, sino también por su generosidad y amistad.

Agradezco a los Doctores Neil Bruce Davidson, Ernesto Belmont Moreno y José Francisco Valdés Galicia el haber aceptado amablemente ser mis sinodales. Sus atinadas observaciones y correcciones mejoraron substancialmente esta tesis.

Mi gratitud también va dirigida a las siguientes personas que de alguna u otra manera hicieron posible mi trabajo de tesis: al Dr. José Manuel Hernández, jefe del laboratorio de propiedades ópticas del Instituto de Física de la UNAM; al Dr. Enrique Camarillo quien, al igual que el Dr. Hernández, prestó su valiosa ayuda durante el trabajo experimental; a Mario Rangel, por su apoyo técnico y por fabricar varias piezas de instrumentación indispensables para el arreglo experimental; a mis compañeros Juan Carlos Plascencia y Roberto Núñez, con quienes tuve el gusto de colaborar en la toma de casi todas las mediciones en que se basa esta tesis.

Quiero manifestar mi reconocimiento a todos los profesores de la Facultad de Ciencias de la UNAM que contribuyeron a mi formación profesional y que compartieron conmigo su tiempo y sus conocimientos. Sin ellos esta tesis no hubiera sido posible.

Agradezco el apoyo económico parcial de los proyectos CONACYT-33318E y DGAPA-UNAM-IN101599.

Finalmente, doy las gracias a mi familia y a todas aquellas personas que directa o indirectamente contribuyeron a que esta tesis se hiciera realidad.

a la memoria de mi abuela Renée

Índice

Agradecimientos	iii
Lista de abreviaturas	vii
Introducción	ix
1 El experimento AMS	1
1.1 Los rayos cósmicos	2
1.2 Antimateria primordial	8
1.3 Materia oscura	12
1.4 Tiempo de confinamiento	18
1.5 Cómo detectar rayos cósmicos con el AMS	21
2 El RICH del AMS	27
2.1 Midiendo la velocidad con el RICH	27
2.2 Incertidumbres	33
2.3 El aerogel de sílice	37
3 Fundamentos ópticos y electromagnéticos	43
3.1 Modelo de dispersión	43
3.2 El efecto Cherenkov	51
3.3 Dispersión de Rayleigh-Debye	57
3.4 Efectos de la dispersión en la medición de la velocidad	66
4 Arreglo experimental	73
4.1 El método del ángulo mínimo	73
4.2 Nuevo método para medir el índice de refracción	75
4.3 Instrumentación	80
4.4 Procedimiento y errores experimentales	84
5 Análisis de datos y resultados	91
5.1 Medidas de dispersión	91
5.1.1 $\lambda = 266.2 \text{ nm}$	91
5.1.2 $\lambda = 354.9 \text{ nm}$	97
5.1.3 $\lambda = 476.5 \text{ nm}$	100
5.1.4 $\lambda = 514.5 \text{ nm}$	104
5.1.5 Medidas suplementarias	108

5.2	Medidas y ajustes de absorbancia	120
5.3	Ajustes de Sellmeier y de Lorentz-Lorenz	124
5.4	Error en la velocidad por dispersión cromática	128
6	Conclusiones y comentarios finales	139
A	Geometría del cono de Cherenkov	143
B	Programa	145
	Bibliografía	149

Lista de abreviaturas

I. SIGLAS

- ACC** *Anti-Coincidence Counter*
Contador de Anticoincidencia (Contador Veto)
- ADC** *Analogic to Digital Converter*
Convertidor de Analógico a Digital
- AMS** *Alpha Magnetic Spectrometer*
Espectrómetro Magnético Alfa
- C** Conjugación de carga (simetría)
- COBE** *Cosmic Background Explorer*
Explorador de la radiación cósmica de fondo (satélite)
- CP** Conjugación de carga y Paridad (simetría)
- Ecal** *Electromagnetic Calorimeter*
Calorímetro Electromagnético
- GUT** *Grand Unified Theory*
Teoría de Gran Unificación
- HERA-B** *Hadron-Electron Ring Accelerator-Bottom*
Acelerador Anular de Hadrones y Electrones-Bottom (experimento)
- ISS** *International Space Station*
Estación Espacial Internacional
- LSP** *Lightest Supersymmetric Particle*
Partícula supersimétrica más ligera
- MCA** *Multi-Channel Analyser*
Analizador Multicanal
- MIT** *Massachusetts Institute of Technology*
Instituto de Tecnología de Massachusetts
- NASA** *National Aeronautics and Space Administration*
Agencia Nacional para la Aeronáutica y el Espacio
- RICH** *Ring Imaging Cherenkov Counter*
Contador de Imágenes Anulares de Cherenkov
- SRD** *Synchrotron Radiation Detector*
Detector de Radiación Sincrotrónica

ToF *Time of Flight*

Tiempo de Vuelo

TRD *Transition Radiation Detector*

Detector de Radiación de Transición

YAG *Yttrium Aluminium Garnet*

Itrio Aluminio Granate

2. UNIDADES

eV electrón voltio $\approx 1.6 \times 10^{-19}$ Joules

MeV, GeV, TeV 10^6 , 10^9 y 10^{12} electrón voltios, respectivamente

pc parsec ≈ 3.26 años luz $\approx 3.1 \times 10^{13}$ km

Mpc 10^6 pc

uma unidad de masa atómica $\approx 1.66 \times 10^{-27}$ kg (aproximadamente la masa de un nucleón)

Introducción

Entre las nuevas oportunidades de investigación que ofrecerá la Estación Espacial Internacional ISS (actualmente en construcción), se cuenta la de observar rayos cósmicos directamente desde el espacio con equipo muy sofisticado y por períodos de larga duración. El experimento denominado AMS aprovechará esta oportunidad, instalando sobre la ISS un detector que observará rayos cósmicos procedentes del espacio durante tres años (de 2003 a 2006) y con un grado de precisión nunca antes visto. Las siglas AMS provienen del inglés "Alpha Magnetic Spectrometer", refiriéndose al espectrómetro magnético que constituirá la parte principal del detector.¹ La enorme estadística de rayos cósmicos que se espera para este detector, confiere al experimento AMS un potencial de descubrimiento excepcional. El objetivo científico principal es la búsqueda de antimateria primordial entre los rayos cósmicos, lo cual ayudará a verificar la validez o invalidez de ciertos modelos cosmológicos y de física de altas energías. Además, este experimento permitirá avanzar en el estudio de algunos de los problemas centrales de la astrofísica contemporánea, tales como la naturaleza de la materia oscura y la manera como se propagan los rayos cósmicos en la Galaxia, entre otros.

El detector AMS necesitará determinar con la mayor precisión posible tanto la naturaleza como la energía de cada rayo cósmico que detecte, para lo cual se emplearán varias componentes (subdetectores) especializadas en medir distintas magnitudes físicas, tales como carga, momento, velocidad, etc. Optimizar el diseño de cada componente del AMS y explotar al máximo su potencial representan retos científicos y tecnológicos de primer orden. Para hacer frente a estos retos se ha formado una colaboración internacional encabezada por Samuel Ting (MIT) y compuesta por varios centenares de físicos provenientes principalmente de los Estados Unidos, de la Comunidad Europea y de China, aunque también minoritariamente de otros países, entre los cuales se encuentra México. El grupo mexicano dentro de la colaboración AMS está compuesto por miembros del Instituto de Física de la UNAM.

Una de las componentes del AMS que actualmente estudia el grupo mexicano es el RICH. Este subdetector tiene el objetivo de medir la velocidad de los rayos cósmicos mediante la detección de la luz que se emite cuando éstos pasan por un material, llamado radiador. Existe un común acuerdo en la colaboración AMS de que el mejor candidato a ser usado como radiador es un aerogel de sílice, material coloidal compuesto por SiO_2 y aire. Además del RICH, el AMS contará con otros subdetectores que proporcionarán medidas adicionales de velocidad. Sin embargo, para el buen desempeño del AMS es indispensable que el RICH mida la velocidad con el mínimo error posible.

¹En general, los significados de las siglas no se darán en el texto. Para conocer los significados—tanto en inglés como en español—de las siglas empleadas en esta tesis, se recomienda consultar la lista de abreviaturas de la página vii.

El presente trabajo se originó a partir de investigaciones llevadas a cabo dentro del grupo mexicano, con el fin de caracterizar ópticamente el aerogel de sílice y de evaluar su funcionalidad como radiador en el RICH. Muy especialmente, se ha determinado experimentalmente la ley de dispersión del aerogel de sílice, ya que ésta es la propiedad óptica de mayor impacto sobre la resolución en la velocidad. Con base en la teoría electromagnética y en combinación con mediciones de absorbancia, se ha hecho una evaluación del error en la velocidad debido a la ley de dispersión del aerogel. De esta manera se ha podido determinar si el aerogel de sílice satisface los requerimientos necesarios para que el RICH mida la velocidad con el alto grado de precisión que se espera. Anteriormente, no se había medido la ley de dispersión de un aerogel; medirla por primera vez representó un reto interesante, ya que para alcanzar la precisión deseada fue necesario desarrollar una nueva técnica experimental para medir el índice de refracción. Esta técnica experimental, así como la ley de dispersión obtenida y su impacto sobre el desempeño del RICH han sido tema de dos publicaciones [Me01, Vi01] y también forman parte importante del contenido de este trabajo.

El primer capítulo de esta tesis presenta el experimento AMS en el contexto del programa de investigación que se propone. Se empieza por hacer una breve introducción a algunos aspectos de los rayos cósmicos necesarios para situar al AMS en un contexto adecuado y entender el resto del capítulo. Posteriormente, se exponen los tres problemas científicos más importantes a los que el experimento AMS tratará de dar una respuesta: la antimateria primordial, la materia oscura supersimétrica y el tiempo de confinamiento de los rayos cósmicos, en ese orden. Se mencionan las posibles implicaciones de cada problema en el campo de la astrofísica, de la cosmología, o de la física de altas energías. El capítulo termina con una descripción sucinta de la manera como las distintas componentes del AMS contribuirán a la detección de rayos cósmicos.

En el capítulo 2 se presentan los principios físicos elementales en que se basa el funcionamiento de todo RICH, con especial atención al RICH del AMS, del cual se hace una breve descripción. Posteriormente, se enumeran las fuentes de error más importantes que contribuyen a la incertidumbre en la velocidad medida por el RICH, destacando el error por dispersión cromática y la necesidad de minimizarlo. También se estudian brevemente algunos aspectos de la composición y de la estructura interna de los aerogeles que más adelante ayudarán a lograr una mejor comprensión de algunos resultados.

En el capítulo 3 se introducen los elementos de óptica y de teoría electromagnética necesarios para entender a un nivel más fundamental tanto las mediciones como los análisis de datos que se realizaron. Se empieza por derivar de primeros principios los modelos de dispersión empleados, tanto de Sellmeier como de Lorentz-Lorenz. Luego se explica el efecto Cherenkov para sentar en fundamentos sólidos las descripciones cualitativas del capítulo 2. Se hace especial énfasis en una versión del efecto Cherenkov que incluye absorción. Después sigue una presentación de la teoría de dispersión de Rayleigh-Debye, indispensable para entender las mediciones de absorbancia que se realizaron y su relación con la estructura interna del aerogel. Finalmente, se combinan todos los resultados del capítulo para derivar funciones que permitan calcular la incertidumbre en la velocidad por dispersión cromática para partículas arbitrarias, a partir de los datos de dispersión y de absorbancia.

El capítulo 4 empieza por explicar el método del ángulo mínimo en el que está inspirado el método experimental que se empleó y que se describe en seguida. Se mencionan

las ventajas del nuevo método para medir con gran exactitud el índice de refracción. Luego se describe el equipo de laboratorio y la instrumentación que se empleó en realizar las medidas tanto de dispersión como de absorbancia. El capítulo continúa con una descripción detallada del procedimiento experimental que se siguió para obtener las medidas de dispersión y finaliza con un estudio de los errores experimentales asociados al procedimiento y a la instrumentación.

El capítulo 5 presenta un análisis de los datos obtenidos y una discusión sobre los resultados. Cada longitud de onda en que se midió es tratada y analizada por separado. A las mediciones del índice de refracción se le ajustan curvas de dispersión de Sellmeier y de Lorentz-Lorenz. También se analizan los datos de absorbancia en el marco de la teoría de Rayleigh-Debye. Utilizando las fórmulas derivadas en el capítulo 3, se calcula el error en la velocidad debido a la dispersión cromática para varias partículas que se espera detectar con el AMS.

Las conclusiones de esta tesis se resumen en el capítulo 6, donde se hace una evaluación crítica de los logros y de las fallas que se dieron a lo largo del trabajo, y que influyen en el camino a seguir de otras investigaciones. También se mencionan los efectos positivos y negativos de los resultados para el desempeño del AMS con un RICH basado en un radiador de aerogel de sílice.

Al final de este trabajo se presentan dos apéndices que describen aspectos geométricos relevantes y un código FORTRAN que se desarrolló para el análisis de los datos, así como la bibliografía global de la tesis.

Capítulo 1

El experimento AMS

El Espectrómetro Magnético Alfa (AMS) es un detector de rayos cósmicos que será puesto en órbita alrededor de la Tierra, en la Estación Espacial Internacional, como se muestra en la figura 1.1. El lanzamiento de este detector, a bordo del Transbordador Espacial de la NASA, está previsto para el año 2003. El objetivo principal del AMS es la búsqueda de antimateria primordial. También son objetivos importantes el estudio de la materia oscura y de la propagación de los rayos cósmicos en la Galaxia, entre otros fenómenos astrofísicos. La enorme cantidad de datos que acumulará este detector durante los tres años que permanecerá en órbita, hacen del AMS un experimento sin precedentes en el campo de la física de rayos cósmicos. Estos últimos serán el tema de la primera sección de este capítulo.

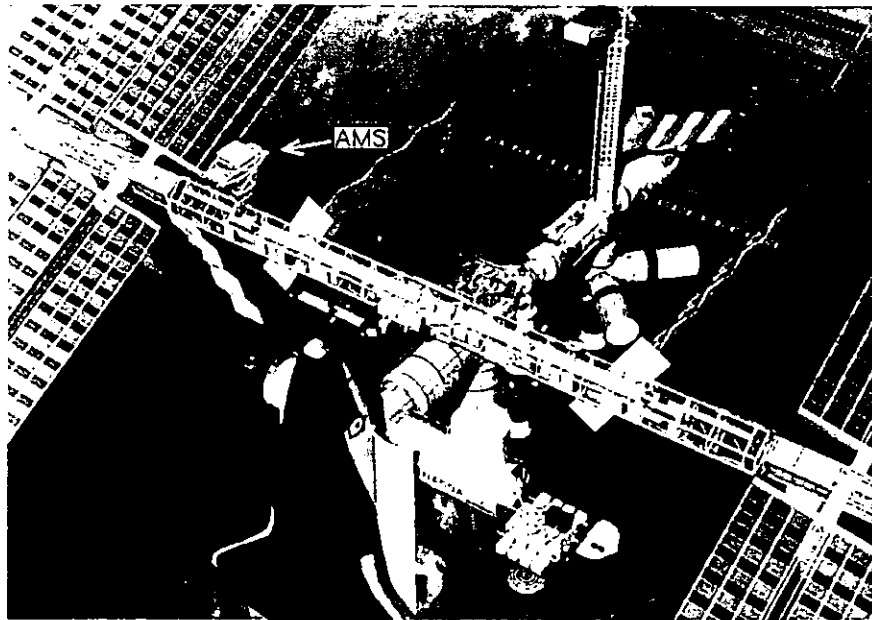


Figura 1.1: Dibujo de la Estación Espacial Internacional en órbita alrededor de la Tierra. Unido a la estación, se encuentra el Transbordador Espacial de la NASA que transportará al detector AMS, para que sea instalado en la ubicación que se señala en la figura [Pag01].

1.1 Los rayos cósmicos

Los rayos cósmicos son partículas cargadas provenientes del espacio exterior que constantemente bombardean al planeta Tierra. Fue Charles Augustin Coulomb quien, a fines del siglo XVIII, se percató por vez primera de que una esfera cargada suspendida de un hilo de seda pierde gradualmente su carga, de una manera inexplicable en aquella época. El físico francés se limitó a conjeturar que la carga se escapa a través del aire y no a través de la seda, dada la nula conductividad de este material [Wi76]. Desde principios del siglo XX se sabe que la hipótesis de Coulomb no estaba lejos de la verdad, pues lo que sucede en realidad es que la esfera se descarga debido a la presencia de iones positivos y negativos en todo lugar de la atmósfera terrestre. Estos iones son producidos al colisionar partículas cargadas energéticas de origen cósmico, contra moléculas neutras de la atmósfera, creando moléculas positivamente ionizadas, así como electrones libres que pronto se asocian a otras moléculas para formar iones negativos. La esfera cargada atrae a los iones de signo opuesto al suyo y los absorbe de forma continua, hasta que su carga queda neutralizada. Después de que el origen extraterrestre de esta radiación ionizante fuera confirmado por Viktor Hess en 1912 [Se85], se decidió bautizarla con el nombre de *rayos cósmicos*.

En la primera mitad del siglo XX se realizaron experimentos a bordo de globos aerostáticos para estudiar tanto la intensidad como la naturaleza de la radiación cósmica a distintas altitudes sobre el nivel del mar. Usando contadores Geiger, se observó que la cantidad de ionización producida por la radiación aumenta con la altitud, hasta alcanzar un máximo alrededor de los 25 km sobre el nivel del mar, y que posteriormente decrece hasta estabilizarse en un valor constante a partir de aproximadamente 60 km de altitud. Asimismo, se observó que la radiación cósmica está compuesta por protones, núcleos de helio, electrones y algunos núcleos atómicos más pesados que el helio, así como por partículas nuevas para aquella época, tales como el muón y el pión. Un grupo de investigadores, entre los que destaca Pierre Auger [Wi76], se percataron de que a menudo sucedía que varios contadores Geiger emitían una señal simultáneamente, a pesar de estar colocados de tal manera que era imposible que una sola partícula moviéndose en línea recta pudiera pasar por todos ellos. Se llegó a la conclusión de que se trataba de muchas partículas cuyo origen común en las altas capas de la atmósfera terrestre explicaba su detección simultánea.

Poco a poco se fue estableciendo el modelo actual de los rayos cósmicos, según el cual éstos se dividen en primarios y secundarios. Los rayos cósmicos primarios son aquéllos que provienen directamente del espacio extraterrestre y que, al penetrar la atmósfera, interactúan tanto con los electrones como con los núcleos de las moléculas que la componen. La interacción con los electrones es meramente electromagnética y es la responsable de la ionización de que se habló anteriormente. En cada colisión, la partícula pierde alrededor de 30 eV de energía y los cálculos que se han hecho muestran que un protón que atravesase verticalmente la totalidad de la atmósfera terrestre, perderá alrededor de 2 GeV de energía por ionizar el aire de esta forma. La interacción con los núcleos, en cambio, puede ser tanto electromagnética (dispersión de Rutherford) como nuclear. Las interacciones nucleares suelen ser inelásticas, convirtiéndose una buena parte (a veces más del 50%) de la energía cinética del rayo cósmico incidente en nuevas partículas, que por lo general son piones, los cuales decaen en rayos gama, muones y neutrinos del muón. Los muones, con una vida media de $2 \mu\text{s}$, a su vez decaen en

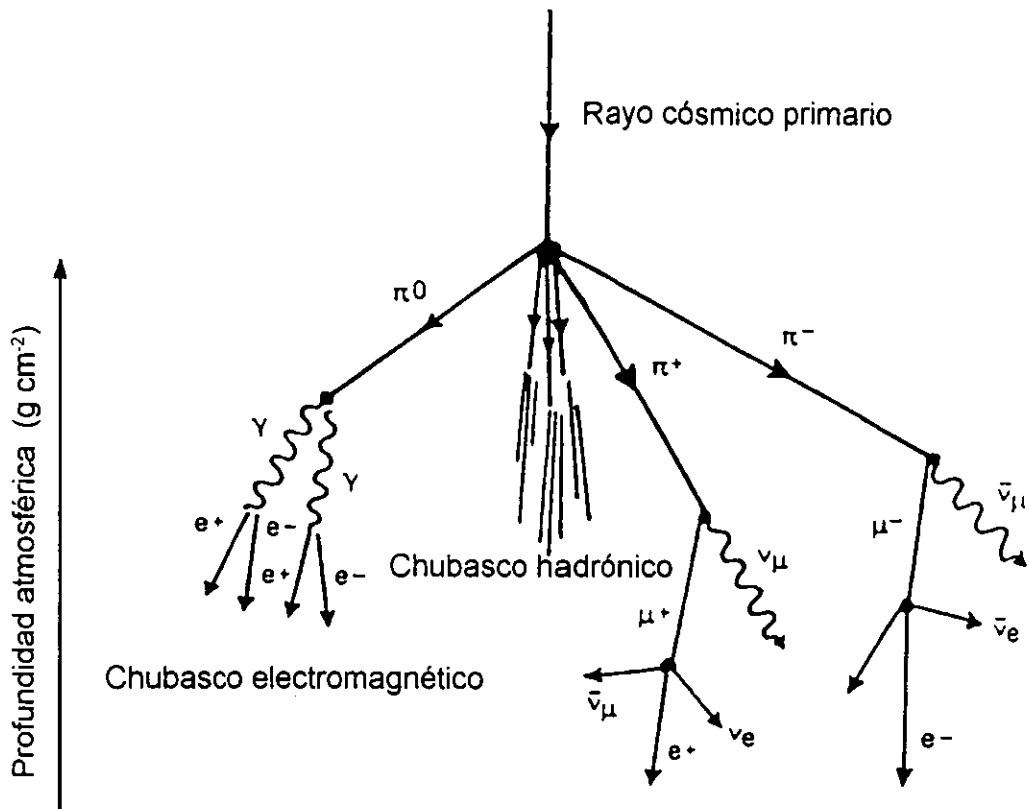


Figura 1.2: Representación esquemática de un chubasco de rayos cósmicos. Tomada de la referencia [Kla97].

electrones y neutrinos del electrón. Todas las partículas producidas de esta forma son los rayos cósmicos secundarios; cuando éstos proceden en último término de un único rayo cósmico primario, se dice que forman un chubasco, el cual se puede representar esquemáticamente como en la figura 1.2. La huella de un chubasco es la detección simultánea de varios rayos cósmicos secundarios en un área determinada.

Los rayos cósmicos primarios, al originarse en el espacio exterior, constituyen una fuente de información de primera importancia para la comprensión de una gran cantidad de procesos astrofísicos.¹ En primer lugar, es importante conocer tanto su composición como su espectro de energía. Actualmente se sabe que aproximadamente el 98% de los rayos cósmicos está constituido por núcleos atómicos, mientras que el 2% restante son electrones y positrones. Hay aproximadamente 10 veces más electrones que positrones [Cos80]. El 92% de los núcleos presentes en los rayos cósmicos son protones (i.e. núcleos de hidrógeno) y el 6% son núcleos de helio; el 2% restante comprende núcleos más pesados que el helio, desde el litio hasta el uranio. El caso de la pequeña componente de antiprotones será tratado más adelante.

En la figura 1.3 se muestran las abundancias relativas de los núcleos presentes en los rayos cósmicos, desde el helio hasta el níquel. La abundancia del hidrógeno es tan grande que se saldría de la figura, mientras que los núcleos con $Z > 28$ son menos

¹ A partir de este punto, por simplicidad, cuando se use la expresión "rayos cósmicos" sin más, se estará refiriendo únicamente a los rayos cósmicos primarios.

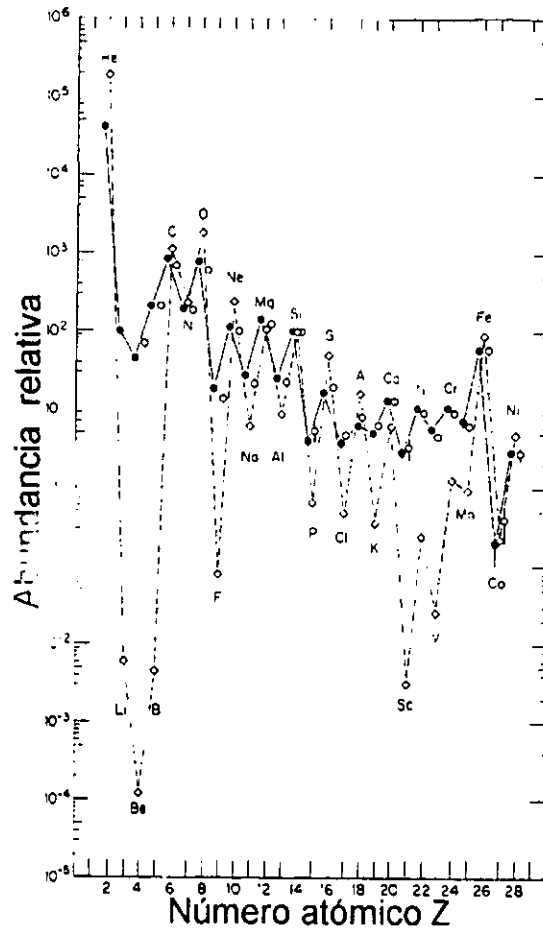


Figura 1.3: Abundancias relativas de los elementos en los rayos cósmicos y en el sistema solar (normalizadas con Si = 100), desde el helio hasta el níquel. Los círculos rellenos y en blanco indican energías de 70-280 MeV y de 1-2 GeV respectivamente; los diamantes (unidos por una línea cortada) corresponden a las abundancias en el sistema solar [Ma92].

abundantes que el níquel ($Z = 28$). Esta figura muestra que, en general, las abundancias de los rayos cósmicos son muy parecidas a las abundancias en el sistema solar, lo cual hace suponer que los rayos cósmicos tienen un origen parecido al de las estrellas. Sin embargo, hay una excepción muy importante: los elementos ligeros litio, berilio y boro son varios órdenes de magnitud más abundantes en los rayos cósmicos que en el sistema solar o que en las estrellas. Esos elementos se producen cuando rayos cósmicos más pesados (sobre todo carbono, nitrógeno y oxígeno) colisionan con protones del medio interestelar y se fragmentan [Ab94]. Una consecuencia importante de este fenómeno se estudiará en la sección 1.4. La sobreabundancia en los rayos cósmicos de elementos entre el calcio y el hierro con respecto a las abundancias solares, también se debe a la fragmentación de núcleos más pesados durante su viaje hasta la Tierra.

Por otra parte, es notable que el espectro de energía por unidad de masa (i.e. flujo de partículas como función de la energía/nucleón) tiene un aspecto muy similar para todos los núcleos atómicos presentes en los rayos cósmicos (ver los ejemplos de la figura

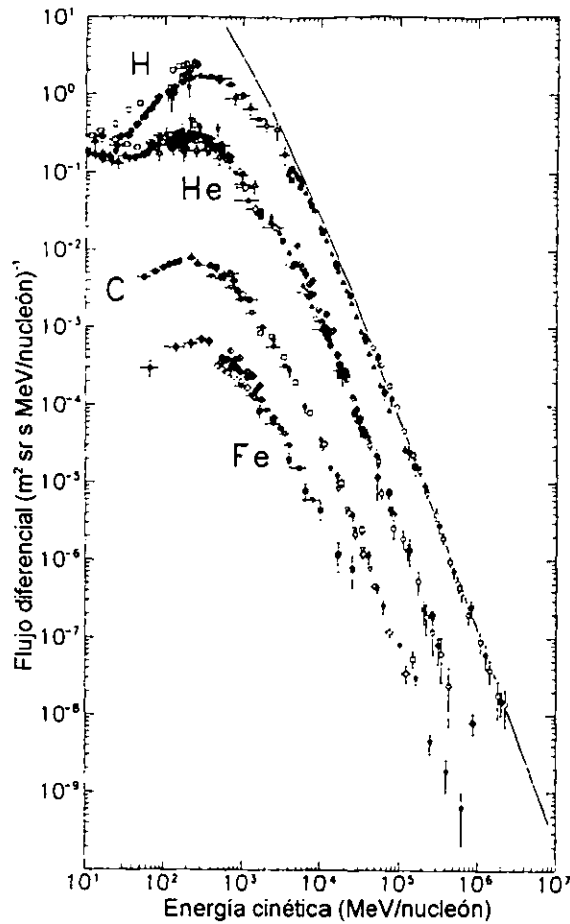


Figura 1.4: Espectros de energía por nucleón para núcleos de hidrógeno, helio, carbono y hierro. La curva continua es el espectro que tendrían los protones en ausencia del campo magnético de la Tierra y de la modulación solar [Ma92].

1.4), lo cual podría indicar que el proceso de aceleración al que están sometidos en el medio interestelar es independiente de la carga. En la figura 1.4 se muestran los espectros para los núcleos más abundantes (protones y núcleos de helio) y para otros dos núcleos (carbono y hierro). Los espectros decrecen muy rápidamente con la energía, siguiendo una ley de potencia de la forma $E^{-\gamma}$, en donde $\gamma \approx 2.6$. Para energías muy superiores a las que se muestran en la figura ($E > 10^{13}$ eV/nucleón) no se han medido los espectros de cada núcleo por separado sino únicamente el espectro de todos los núcleos juntos, ya que los rayos cósmicos de altas energías sólo se han detectado en forma de chubascos de partículas secundarias. A una energía de $\sim 10^{15}$ eV se da un cambio abrupto en la pendiente del espectro que se conoce como la “rodilla”, pues el espectro se vuelve aún más inclinado, siguiendo la misma ley de potencia, pero con un exponente $\gamma \approx 3.1$. Este comportamiento se extiende hasta energías de $\sim 10^{19}$ eV, región en la que la forma del espectro se hace gradualmente más plana.

Los mecanismos de producción de los rayos cósmicos representan un punto del mayor interés, en el que sería de gran ayuda poder identificar las fuentes de rayos cósmicos

con objetos astronómicos. Desgraciadamente, el campo magnético galáctico desvía tan fuertemente a los rayos cósmicos durante su viaje, que los que llegan a la Tierra se encuentran distribuidos de manera isotrópica, y sólo los que tienen una energía superior a los 10^{18} eV (una minúscula fracción del total), llegan con una dirección parecida a su dirección original [Cos80]. Se sabe que estos rayos cósmicos muy energéticos son de origen extragaláctico, pues sus puntos de proveniencia no parecen estar correlacionados con ninguna dirección preferencial de la Galaxia. Se piensa que la producción de rayos cósmicos con energías de entre 10^{15} y 10^{18} eV podría estar relacionada con ciertos fenómenos astrofísicos, tales como los chorros expulsados por los núcleos activos de galaxias, o los choques entre galaxias. Sin embargo, hasta la fecha no se conoce ningún proceso astrofísico claramente capaz de acelerar partículas a energías superiores a los 10^{18} eV, por lo que el origen de los rayos cósmicos más energéticos sigue estando en las fronteras de la investigación.

En lo que respecta al grueso de los rayos cósmicos (con $E \lesssim 10^{15}$ eV), se cree que son mayoritariamente de origen galáctico y parece haber un consenso de que las explosiones de supernova juegan un papel de primera importancia en su producción. Este escenario se ve fortalecido por un gran número de observaciones: en primer lugar, según las teorías de evolución estelar actuales, las abundancias de la figura 1.3 sugieren que la materia que compone a los rayos cósmicos, al igual que la materia del sistema solar, fue creada en el interior de estrellas que posteriormente explotaron como supernovas para enriquecer el medio interestelar. En segundo lugar, la cantidad total de energía liberada por todas las supernovas de la Galaxia (~ 30 supernovas al año) asciende a $\sim 10^{42}$ erg s^{-1} , lo cual es un orden de magnitud superior a la energía requerida en los rayos cósmicos. Además, los modelos que describen las capas de material eyectado por las supernovas no sólo son capaces de explicar aceleraciones a energías hasta de $\sim 10^{15}$ eV, sino que, combinados con los modelos de propagación estándar, también predicen el exponente $\gamma \sim 2.6$ que se observa para el espectro de energía de la figura 1.4 [Ma92]. Lo que aún no queda claro es la importancia relativa que tienen los distintos fenómenos asociados a las supernovas en la producción y aceleración de rayos cósmicos. Entre estos fenómenos se cuentan la explosión misma, las ondas de choque en los remanentes de supernova y la magnetósfera del pulsar que queda después de la explosión. Pero a pesar de toda la evidencia a favor de las supernovas, no se puede excluir que otros fenómenos (novas, estrellas binarias, objetos de rayos X, etc.) también contribuyan a la producción de rayos cósmicos, aunque con una importancia secundaria [Ber90].

Nótese que los espectros de la figura 1.4 alcanzan un máximo entre 100 MeV/nucleón y 1 GeV/nucleón aproximadamente. La forma de los espectros para $E \lesssim 10$ GeV no está determinada únicamente por los espectros interestelares de rayos cósmicos (que en el caso del hidrógeno seguirían la curva continua), sino que tiene su origen en dos fenómenos locales, que deben ser tomados en cuenta por todo detector de rayos cósmicos: uno es a nivel del sistema solar y el otro es a nivel terrestre. El primero es la modulación solar debida al ciclo de 11 años durante los cuales la intensidad de la actividad solar varía gradualmente y pasa por un mínimo y un máximo hasta regresar a su nivel original. Este ciclo de actividad tiene repercusiones en la Tierra a través del viento solar, compuesto básicamente de protones, electrones y núcleos de helio. Estas partículas transportan consigo el campo magnético solar, cuyas irregularidades dispersan y detienen a los rayos cósmicos más o menos energéticos, dependiendo de su intensidad. Este fenómeno tiene efectos medibles hasta energías de $\sim 10^{12}$ eV.

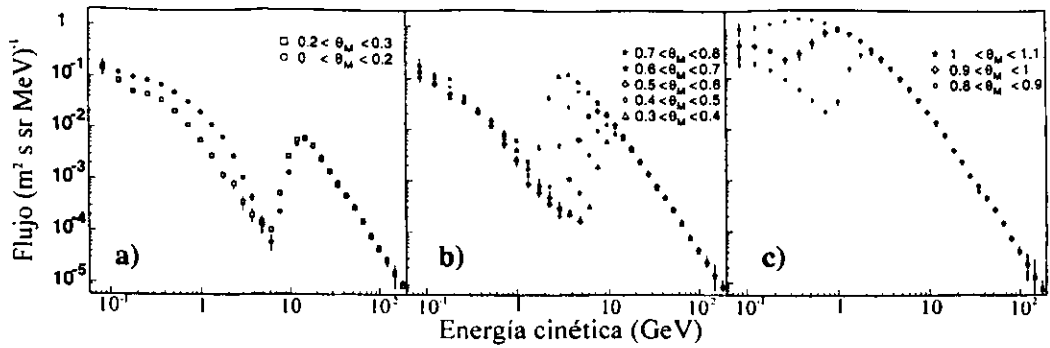


Figura 1.5: Flujo de protones en el espacio como función de la energía cinética para varias latitudes geomagnéticas θ_M : a) para $0 < \theta_M < 0.3$, b) para $0.3 < \theta_M < 0.8$, c) para $0.8 < \theta_M < 1.1$. Los datos fueron obtenidos por la colaboración AMS [Alc00], con un detector a bordo del Transbordador Espacial de la NASA en órbita alrededor de la Tierra.

El segundo efecto que deforma los espectros de los rayos cósmicos es la dispersión que éstos sufren al pasar por el campo magnético aproximadamente dipolar de la Tierra. Para cada latitud geomagnética θ_M hay una energía de corte diferente. Por debajo de la energía de corte los rayos cósmicos son muy desviados, por lo que el flujo disminuye dramáticamente (es la región en que el espectro de los protones se desvía de la curva en la figura 1.4). En la figura 1.5 se muestran los espectros medidos recientemente [Alc00] a distintas latitudes geomagnéticas, desde $\theta_M = 0$, hasta $\theta_M = 1.1$. Se puede apreciar que para latitudes cercanas al ecuador las mediciones de los espectros sólo son confiables para energías $E \sim 10$ GeV o mayores. Conforme aumenta θ_M disminuye la energía de corte, pudiéndose medir rayos cósmicos a energías cada vez menores. La órbita de la Estación Espacial Internacional tendrá una inclinación de 51° con respecto al ecuador terrestre, lo cual corresponde aproximadamente a 0.9 radianes. Aunque los polos magnéticos terrestres no coinciden con los polos geográficos, sí se encuentran lo suficientemente cercanos para poder considerar que las latitudes geomagnéticas de interés para el AMS serán aquéllas que cumplan con la relación $\theta_M \lesssim 0.9$. En la figura 1.5 se aprecia que para $\theta_M < 0.9$, el corte geomagnético impide observar a energías inferiores a ~ 2 GeV. Como para todas las demás latitudes geomagnéticas la energía de corte es aún mayor, las energías relevantes para el AMS serán todas superiores a ~ 2 GeV.

Casi todos los rayos cósmicos que se detectan en la superficie terrestre son secundarios, mientras que los pocos rayos cósmicos primarios² que se detectan han perdido una parte considerable de su energía, como ya se mencionó. Si bien es cierto que el estudio de los chubascos proporciona información valiosa acerca de la radiación cósmica que los causó (sobre todo, la energía de los rayos cósmicos altamente energéticos), resulta que para conocer con precisión la naturaleza de los rayos cósmicos primarios es indispensable detectarlos directamente. Para tal efecto es necesario colocar detectores a altitudes elevadas, donde los rayos cósmicos primarios aún no hayan interactuado de manera apreciable con la atmósfera terrestre. Hasta ahora se han llevado a cabo

²La proporción de rayos cósmicos primarios que logran atravesar la atmósfera para llegar hasta la superficie terrestre es de aproximadamente 10^{-4} .

múltiples experimentos a bordo de globos aerostáticos y de satélites a altitudes cada vez mayores, con el objetivo de detectar una cantidad cada vez mayor de rayos cósmicos primarios. Las altitudes óptimas de medición están por encima de los 60 km sobre el nivel del mar, pues el hecho de que la ionización a partir de esa altitud sea constante, es signo de la ausencia de una formación apreciable de chubascos. La Estación Espacial Internacional estará en órbita con una altitud superior a los 300 km sobre el nivel del mar [Alp97], por lo que se encontrará en una situación ideal para detectar rayos cósmicos primarios; es por eso que ha sido escogida para albergar al AMS. Gracias a su larga duración, este experimento tomará una cantidad suficiente de datos para refinar la forma de las figuras 1.3 y 1.4 con un grado de precisión nunca antes visto. No se puede subestimar la relevancia que tienen esas observaciones para la comprensión de los procesos astrofísicos responsables de la producción y propagación de los rayos cósmicos. Pero además, el AMS proporcionará información valiosa para el estudio de algunos de los problemas más fundamentales acerca de la constitución y del origen del universo, como se verá a continuación.

1.2 Antimateria primordial

La historia de la antimateria empieza a fines de los años 20, cuando P.A.M. Dirac descubrió la ecuación de onda relativista que lleva su nombre [Dir28]. Esta ecuación, al estar basada en la fórmula relativista $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, admite soluciones tanto positivas como negativas para la energía E . Al aplicar la ecuación de Dirac al electrón, pronto se reconoció que las soluciones con E negativa implican la existencia de una partícula idéntica a él (misma masa, mismo espín, etc.), con una carga de la misma magnitud pero de signo opuesto. Esta partícula no es otra que el antielectrón o positrón, descubierto en 1932 por Carl Anderson, cuando analizaba las trayectorias dejadas por rayos cósmicos en una cámara de niebla [An33]. La ecuación de Dirac no se limita a predecir el antielectrón, sino que exige que para cada partícula exista una antipartícula correspondiente (aunque a veces una partícula puede ser su propia antipartícula, como es el caso del fotón). Cualquier materia formada de antipartículas recibe el nombre genérico de antimateria. Desde el descubrimiento del positrón, con la aparición de aceleradores de partículas cada vez más potentes, la lista de antipartículas descubiertas no ha cesado de incrementarse: antiprotones (descubiertos en 1955) [Ch55], antineutrones (en 1956), antimesones y antibariones de todo tipo, etc. Desde hace varias décadas, la existencia de antimateria es una característica esencial del modelo estándar de las partículas elementales.

A partir del descubrimiento de la antimateria, diversos investigadores se han planteado una pregunta que surge de manera natural: ¿el universo está constituido exclusivamente por materia, o podría contener cantidades apreciables de antimateria? La pregunta se refiere exclusivamente a aquella antimateria que habría existido desde épocas muy tempranas del universo y que suele llamarse antimateria primordial, para distinguirla de la antimateria creada regularmente a partir de colisiones de rayos cósmicos con el medio interestelar o con la atmósfera. Sobre todo, uno quisiera saber si existen regiones macroscópicas donde predomina la antimateria en vez de la materia.

En el planeta Tierra sólo se ha observado antimateria en forma directa en los rayos cósmicos secundarios y cotidianamente en los aceleradores de partículas, pero nunca se

han encontrado antipartículas de origen primordial. Un método básico indirecto para observar antimateria consiste en detectar la radiación gama que se produce cuando una partícula se aniquila con su respectiva antipartícula. Esta radiación posee una energía muy bien definida para cada tipo de aniquilación. Por ejemplo, la aniquilación de un protón con un antiprotón da origen a piones, los cuales a su vez decaen en rayos gama con una energía igual a su energía en reposo (masa). Una abundancia especial de fotones producidos en aniquilaciones, puede ser una huella inconfundible de la presencia de antimateria.

El simple hecho de que no se observen rayos gama característicos que provengan del planeta Tierra, hace suponer que la Tierra está constituida exclusivamente de materia. Tampoco se observa que el viento solar contenga antimateria, pues las antipartículas que éste contuviera se aniquilarían con sus respectivas partículas tan pronto como penetraran en la atmósfera terrestre y se observaría la radiación gama correspondiente. Este argumento se puede ampliar al resto del sistema solar: nunca se han observado aniquilaciones de materia con antimateria ni en la Luna, ni en ninguno de los ocho planetas que han sido explorados con sondas. Sólo se observa una tenue radiación gama que correspondería a la aniquilación de protones con antiprotones proveniente del centro de la Galaxia, lo cual demuestra que ahí se encuentran cantidades apreciables (aunque pequeñas) de antimateria. Sin embargo, se conocen varios procesos astrofísicos que van desde colisiones entre partículas a grandes energías hasta la evaporación de agujeros negros microscópicos, que pueden generar las pequeñas cantidades de antimateria observadas en la Galaxia, sin necesidad de suponer que se trate de antimateria primordial [For88]. Las búsquedas de antimateria primordial que se han hecho observando la radiación gama procedente de otras galaxias han sido igualmente infructuosas, llegando a la conclusión de que no existen grandes cantidades de antimateria primordial en una región de 20 Mpc alrededor de la Galaxia [Spi99]. Nada impide que la región carente de antimateria primordial sea aún mayor, abarcando incluso la totalidad del universo observable.

Desde que el satélite COBE midió con precisión la radiación de fondo en 1989, aportando evidencia abrumadora a favor de la teoría de la Gran Explosión, el tema de la antimateria primordial ha cobrado especial interés. La importancia de la antimateria primordial radica en que el modelo estándar de la Gran Explosión exige que, en sus inicios, el universo haya contenido igual cantidad de antimateria que de materia. En particular, durante las primeras fracciones de segundo del universo, tuvo que haber habido igual cantidad de bariones que de antibariones. A este estado inicial del universo se le conoce como estado de simetría bariónica y se le puede definir como un estado en que el número bariónico³ total del universo es cero ($B = 0$). Este estado simétrico está en desacuerdo con la observación de que no hay antimateria primordial en la región del universo en que se encuentra la Tierra. ¿Cómo resolver esta aparente contradicción? Existen dos soluciones posibles, dependiendo de si se suponen teorías en que el universo actualmente es bariónicamente simétrico o asimétrico, respectivamente.

La teoría con universo asimétrico supone que en el universo no existe antimateria primordial, y que por lo tanto, tuvo que existir algún proceso físico de rompimiento de

³El número bariónico B de un sistema se define como el número total de bariones menos el número total de antibariones del sistema. Los bariones son partículas constituidas por tres quarks, tales como protones, neutrones y otros bariones más pesados. Por lo tanto, por la definición del número bariónico, a los quarks y a los antiquarks se les asigna $B = 1/3$ y $B = -1/3$, respectivamente.

simetría bariónica, que explique el estado actual de asimetría. Este proceso, llamado bariogénesis, haría una distinción entre materia y antimateria, favoreciendo la creación de la primera sobre la segunda. De esta forma se crearía un exceso en una fracción del orden de 10^{-9} de bariones sobre antibariones. En un tiempo temprano del universo ($t \approx 10^{-6}$ s) se habrían aniquilado todos los antibariones con bariones, y sólo sobreviviría ese pequeño exceso de materia, estableciendo la relación de materia bariónica sobre radiación que se observa actualmente ($n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$) [Kol93]. Las cuatro condiciones que son requisito para la bariogénesis fueron dadas por Sakharov [Sakh67] y se presentan a continuación:

1. Violación de la conservación del número bariónico B .
2. Violación de la simetría C .⁴
3. Situación de desequilibrio termodinámico.
4. Violación de la simetría CP .⁵

Las condiciones 1 y 2 son evidentes, pues se quiere pasar de un universo con $B = 0$ a uno con $B > 0$, y se quiere que haya leyes que distingan entre materia y antimateria. Mientras que la violación de las simetrías C y CP está firmemente establecida como una característica esencial de la fuerza nuclear débil, la violación del número bariónico nunca ha sido observada. Las teorías de gran unificación (GUT's), que intentan unificar a la fuerza electrodébil con la fuerza nuclear fuerte, admiten la violación del número bariónico, pues predicen el decaimiento del protón. Por lo tanto, las GUT's son buenos candidatos para explicar la bariogénesis. Según estas teorías, existió igual cantidad de materia que de antimateria hasta un tiempo $t \sim 10^{-36}$ s después de la Gran Explosión, en que el universo se enfrió lo suficiente para que se rompiera la simetría de las GUT's y las fuerzas electrodébil y fuerte siguieran caminos separados. Durante la era de las GUT's ($t \lesssim 10^{-36}$ s), habrían existido bosones X y \bar{X} (los mismos responsables del decaimiento del protón) que habrían decaído en quarks y antiquarks. A pesar de que los bosones X y \bar{X} decaían continuamente en quarks y antiquarks, la cantidad de esos bosones era constante, pues eran creados a la misma velocidad a la que decaían. Los bosones X y \bar{X} violaban muy levemente el número bariónico, decayendo un poco más en quarks que en antiquarks. Sin embargo, debido al equilibrio termodinámico, cualquier exceso de quarks era exactamente compensado por una mayor producción de antiquarks, por lo que seguía existiendo igual cantidad de materia que de antimateria.

Esta situación de equilibrio terminó con el fin de la simetría de las GUT's, pues a partir de ese momento el universo era demasiado frío para crear bosones X y \bar{X} que remplazaran a los que decaían. Fue así como se cumplió la condición de desequilibrio termodinámico (condición 3), necesaria para mantener densidades desiguales de partículas que interactúan entre sí. Los bosones que quedaron después del rompimiento de simetría de las GUT's pronto decayeron, dejando en su lugar un gran número de quarks y de antiquarks, aproximadamente $10^9 + 1$ quarks por cada 10^9 quarks [Gu97].

⁴El operador C tiene por efecto cambiar a las partículas por sus respectivas antipartículas, o viceversa. La simetría C exige que las interacciones no cambien bajo la aplicación del operador C .

⁵Se puede decir que el operador P cambia a una partícula por su imagen reflejada en un espejo. La simetría CP exige que las interacciones sean invariantes bajo la aplicación simultánea de los operadores C y P .

Cuando la edad del universo era $t \sim 10^{-6}$ s, se aniquilaron todos los antiquarks con quarks, dejando fotones como producto de las aniquilaciones. Pero debido al pequeño exceso de quarks, por cada 10^9 fotones creados en las aniquilaciones sobrevivió un quark que no se pudo aniquilar. Los quarks sobrevivientes pronto se combinaron en grupos de tres para formar a los protones y neutrones que constituyen la materia bariónica del universo. De esta manera, el decaimiento de los bosones X y \bar{X} con violación del número bariónico explicaría la ausencia de antimateria primordial en el universo observable, así como la razón $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$, en donde n_B y n_γ representan las densidades de bariones y de fotones en el universo, respectivamente. El decaimiento del protón se debería a los mismos bosones X que causaron la bariogénesis. Como hasta ahora nunca se ha observado el decaimiento de un protón, la ausencia de antimateria en el universo constituye una de las evidencias observacionales más convincentes a favor de las GUT's.

En cuanto a la violación de la simetría CP (condición 4), ésta se ha observado en el decaimiento de los mesones K a bajas energías. Sin embargo, se cree que la violación CP podría ser muy diferente en regímenes de energía mayores. Si bien es cierto que experimentos tales como Babar en Stanford y HERA-B en Hamburgo, aportarán nuevos resultados sobre la violación CP, las energías en las que operan están todavía varios órdenes de magnitud por debajo de las energías a las que habría ocurrido la bariogénesis. Por lo tanto, el estudio de la antimateria en el universo sigue siendo la única herramienta que se tiene para avanzar en el conocimiento de la violación CP a muy altas energías.

Pero también es posible que el universo nunca haya dejado de ser globalmente simétrico desde sus orígenes. Esta situación implicaría que en algún momento de la historia del universo tuvo lugar un proceso de separación entre materia y antimateria, creándose regiones con asimetría bariónica local, de dimensiones mayores a los 20 Mpc, para ser compatibles con los datos observacionales. El Grupo Local de galaxias estaría ubicado en una región formada de materia (con $B > 0$), pero también existirían regiones distantes en donde predominaría la antimateria (con $B < 0$). Dado que la materia y la antimateria obedecen a las mismas leyes físicas, en las regiones de antimateria probablemente se formarían antiestrellas y antigalaxias.

El AMS contribuirá significativamente a esclarecer cuál de las dos soluciones es la correcta. La detección de un núcleo de antihelio sería prueba irrefutable de que existen regiones de antimateria primordial en el universo, ya que la probabilidad de que se formen núcleos de antihelio por el encuentro simultáneo de cuatro antinucleones en un universo dominado por materia es prácticamente nula [Col99]. En la figura 1.6 se muestra cómo el espectro de la razón antihelio/helio predicho teóricamente para un universo simétrico se encuentra por debajo de los límites experimentales actuales. También se puede ver que la resolución de 10^{-9} esperada para el AMS será suficiente para discriminar entre los modelos de universo simétrico o asimétrico. Además, un único anticarbono demostraría la existencia de antiestrellas. En la figura 1.6 se puede ver que el experimento AMS mejorará el límite superior de la razón anticarbono/carbono en varios órdenes de magnitud, hasta 10^{-8} . Si el AMS llegara a observar antimateria, se daría una revolución en la concepción que se tiene acerca del universo y sería necesario investigar más a fondo los mecanismos que hubieran podido dar lugar a la separación entre materia y antimateria. En cambio, si el AMS no logra detectar ningún antinúcleo más pesado que un antiprotón, se verían reforzadas las teorías de bariogénesis que conducen a un universo asimétrico.

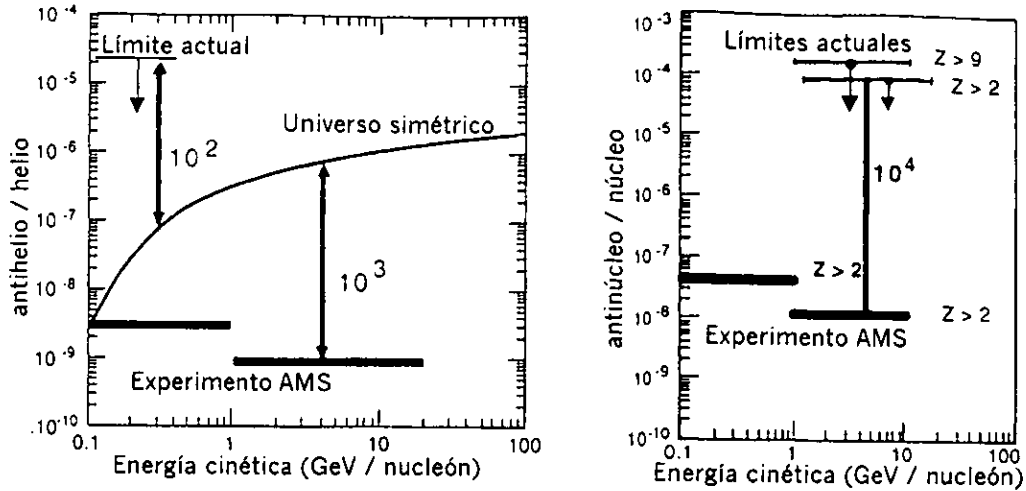


Figura 1.6: Sensibilidad del AMS para detectar antihelio ($Z = 2$) y antinúcleos con $Z > 2$ (Z es el número atómico del núcleo). Los límites experimentales que se muestran ya están obsoletos; las mediciones más recientes [Alc99] los sitúan un orden de magnitud más abajo. Sin embargo, en la figura se aprecia claramente que incluso el nuevo límite para la razón antihelio/helio se encuentra por encima de la curva predicha teóricamente para un universo simétrico [Ah82, Ti97].

1.3 Materia oscura

Observaciones astronómicas han revelado que las galaxias se encuentran agrupadas en cúmulos de distintos tamaños (pueden comprender desde ~ 10 hasta ~ 1000 galaxias, aproximadamente). Los cúmulos de galaxias no son sistemas estáticos, sino que cada galaxia posee un movimiento propio con respecto a los demás miembros del cúmulo al que pertenece. Desde los trabajos pioneros de Fritz Zwicky en la década de los años 30, varios astrónomos han medido las velocidades propias de los miembros de diversos cúmulos de galaxias, así como la cantidad total de materia visible—es decir, de materia que emite o refleja radiación electromagnética detectable—, en cada cúmulo. Se ha podido constatar que la materia visible está muy lejos de ser suficiente para mantener la cohesión gravitacional entre las galaxias de un mismo cúmulo. En forma cuantitativa, se observa que la materia luminosa M cumple con la relación

$$M \ll \frac{RV^2}{G},$$

en donde G es la constante de la gravitación universal y RV^2/G es la cantidad de materia que, por el teorema del virial, se esperaría encontrar para un sistema (cúmulo) en equilibrio, de dimensión característica R , en donde los cuerpos componentes (galaxias) poseen una velocidad propia característica V . Si la materia que se observa constituyera la totalidad de la materia de los cúmulos, entonces ya haría mucho tiempo que los cúmulos se hubieran disociado, a causa de las altas velocidades propias de las galaxias. Todo parece indicar que existe una materia invisible—la materia oscura—, que interactúa gravitacionalmente con la materia visible para mantenerla en equilibrio dinámico. En los casos más extremos, se ha calculado que cerca de un 99% de la materia de los

cúmulos debe ser oscura para poder explicar las observaciones [Ru96].

El mismo fenómeno ocurre al estudiar la velocidad de rotación de las galaxias individuales. Debido al efecto Doppler, la línea de 21 cm del hidrógeno neutro se ve desplazada de su ubicación original en el espectro, dependiendo de la velocidad radial del gas con respecto al observador. Este fenómeno proporciona un método excelente para medir las velocidades de rotación del hidrógeno a distintas distancias del centro de una galaxia espiral. Como se puede constatar de los ejemplos que se presentan en la figura 1.7, una vez más se encuentra que la materia visible no es suficiente para explicar las velocidades de rotación observadas; es necesario suponer la presencia de grandes cantidades de materia oscura en los halos galácticos. Se estima que una galaxia espiral típica está constituida en un 90% por materia oscura [Ha98]. Desde hace más de medio siglo, la materia oscura no ha dejado de ser uno de los problemas centrales que aquejan a la astrofísica contemporánea.

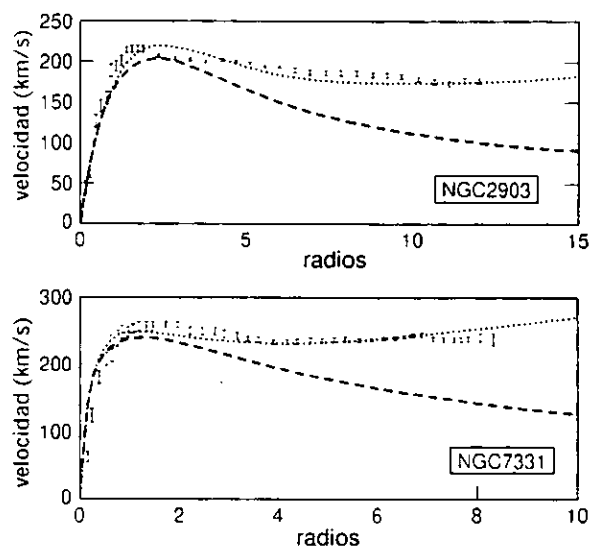


Figura 1.7: Curvas de rotación de las galaxias espirales NGC2903 y NGC7331. Las unidades en la abscisa son múltiplos del radio del disco visible ópticamente de cada galaxia. Los datos y las líneas punteadas se refieren a observaciones de la velocidad de rotación del hidrógeno en la banda de 21 cm, mientras que la línea a rayas es la curva de rotación decreciente que se observaría si toda la materia de estas galaxias fuera su materia luminosa [Ha98].

La cosmología también proporciona argumentos sólidos a favor de la existencia de grandes cantidades de materia oscura. La evolución global del universo está determinada de manera crucial por la densidad crítica $\rho_c \approx 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ (el valor exacto puede variar considerablemente, dependiendo del valor que se tome para la constante de Hubble [Ha98]). Si la densidad del universo ρ es menor que ρ_c , entonces el universo no posee la suficiente materia para frenar su propia expansión, por lo que se seguirá expandiendo indefinidamente. Si esto sucede, se dice que el universo es abierto. En cambio, si $\rho > \rho_c$, el universo produce una fuerza gravitacional lo suficientemente grande para frenar su expansión y convertirla en una contracción. En este caso, se dice que el universo es cerrado. Por último, un universo con $\rho = \rho_c$ (llamado universo plano), se

seguirá expandiendo indefinidamente, pero para tiempos muy grandes se aproximará asintóticamente a una expansión máxima. Introduciendo el parámetro de densidad

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c},$$

se puede decir que el universo será cerrado, plano o abierto, dependiendo de si $\Omega < 1$, $\Omega = 1$ u $\Omega > 1$, respectivamente. Tomando en cuenta tanto la materia visible como la materia oscura que se deduce de los argumentos dinámicos presentados al principio de esta sección, se tiene que $\Omega \approx 0.2$ [Ru96].

Sin embargo, las teorías cosmológicas actuales suelen darle preferencia a un universo plano (con $\Omega = 1$). Esto se debe en gran medida al éxito que ha tenido el modelo inflacionario en dar una explicación satisfactoria a varias observaciones, entre las cuales se destacan la isotropía de la radiación de fondo, así como su espectro de fluctuaciones, tal y como fue medido por el satélite COBE [Gu97]. Pero además de explicar estas observaciones, el modelo inflacionario también ofrece un marco teórico coherente que conduce de manera natural a un universo plano. Según el modelo inflacionario, en épocas muy tempranas después de la Gran Explosión (cuando la edad del universo era $t \sim 10^{-36}$ s), el universo pasó por una época de presión negativa, que duró $\sim 10^{-35}$ s, y durante la cual el universo sufrió una aceleración exponencial que aumentó su tamaño en un factor de 10^{30} o más [Gu97]. Al mismo tiempo que el universo se expandía exponencialmente, el valor de Ω se iba acercando dramáticamente a la unidad, independientemente de su valor inicial.⁶ Este modelo es el único en poder explicar la isotropía de la radiación de fondo, por lo que su predicción de que $\Omega = 1$, debe ser tomada en serio. Por otra parte, existen medidas recientes de las fluctuaciones de la radiación de fondo que, analizadas cuidadosamente con los modelos teóricos existentes, implican un valor para Ω de 1.0 ± 0.2 [Th00]. Futuras observaciones, con los satélites Map y Planck, afinarán este resultado.

La densidad total del universo se puede expresar como la suma de tres contribuciones:

$$\Omega = \Omega_\gamma + \Omega_B + \Omega_{NB},$$

donde Ω_γ representa la contribución debida a la radiación, la cual es despreciable comparada con las demás ($\Omega_\gamma \sim 10^{-4}$) [Ha98]. Una contribución más importante es Ω_B : la densidad de materia bariónica. Alrededor del 10% de este término se debe a la materia luminosa (estrellas, nebulosas, etc.). Se cree que otra parte de Ω_B se debe a materia formada por bariones que no emite radiación en el visible, como las enanas café, que son “estrellas” con una masa demasiado pequeña para encender reacciones termonucleares en su interior (Júpiter es un ejemplo). El resto de Ω_B representa a los plasmas intergalácticos a altas temperaturas, los cuales no emiten en el visible pero constituyen cerca del 12% de la materia total de los cúmulos de galaxias [Th00].

⁶Esta afirmación debe ser entendida en sentido literal: realmente no importa si $\Omega = 10^{20}$ u $\Omega = 10^{-20}$ al mero principio del universo; de cualquier forma la inflación se encarga de “afinar” el parámetro Ω a un valor indistinguible de 1. De esta forma, el modelo inflacionario tiene el atractivo adicional de obviar la situación embarazosa de tener que introducir a Ω como una condición inicial más del universo, que sin ninguna razón aparente conduce al universo actual en donde se sabe que Ω es muy cercano a la unidad.

De acuerdo con la teoría de la Gran Explosión, los núcleos atómicos más ligeros presentes en el universo (^2H (deuterio), ^3He , ^4He y ^7Li), fueron creados por un proceso llamado nucleosíntesis primordial, durante el intervalo de tiempo que va de $t \sim 1$ s a $t \sim 15$ min. Las abundancias relativas de estos núcleos ligeros dependen muy sensiblemente de la densidad de materia bariónica del universo. Se sabe que ningún proceso astrofísico que haya tenido lugar después de la nucleosíntesis primordial puede haber alterado sensiblemente las abundancias relativas de los núcleos ligeros y, muy en especial, del deuterio. Por lo tanto, una manera confiable de conocer el valor de Ω_B consiste en estudiar la abundancia relativa de este isótopo del hidrógeno en el universo actual. Gracias a las últimas mediciones de la abundancia cósmica de deuterio, realizadas con el telescopio Keck en Hawaii, ahora se sabe que $\Omega_B = 0.04 \pm 0.002$ [Th00]. Esto significa que, si se supone que Ω es la unidad—una suposición por demás justificada, como ya se explicó—, entonces cerca del 96% de la materia del universo no sólo es oscura, sino que, además, es de una naturaleza muy diferente de la materia como se la encuentra comúnmente (i.e. materia en forma de protones, neutrones y electrones).

¿De qué está hecha la materia oscura no bariónica? Las especulaciones acerca de esta pregunta son un punto de encuentro entre la cosmología y la física de altas energías, ya que esta última, con base en argumentos teóricos, propone varias partículas más o menos hipotéticas que en principio podrían constituir cantidades importantes de materia oscura. Además, no se descarta la posibilidad de que agujeros negros de distintos tamaños o, incluso, la energía del vacío, también contribuyan al término Ω_{NB} .

Como el universo está dominado gravitacionalmente por la materia oscura no bariónica, las características que ésta posea determinarán de manera crucial la formación y la evolución de las estructuras a grandes escalas (galaxias y cúmulos de galaxias) que se observan en el universo. De esta manera, las observaciones astronómicas son capaces de restringir la lista de candidatos que los físicos de altas energías proponen para que sean considerados como materia oscura. La propiedad de la materia oscura más significativa desde un punto de vista astrofísico es su temperatura: la materia oscura puede ser caliente o fría, dependiendo de si se movía a velocidades relativistas o no, en la época en que se formaron las galaxias. En la actualidad, la comunidad astronómica suele darle preferencia a los modelos con materia oscura fría, pues las predicciones que hacen estos modelos son más consistentes con las observaciones, que las predicciones que se derivan de los modelos con materia oscura caliente.

La preferencia por la materia oscura fría hace altamente improbable que los neutrinos con masa (y cualquier otra forma de materia oscura caliente) constituyan el grueso del término Ω_{NB} , y es preciso considerar partículas exóticas que puedan comportarse como materia oscura fría, entre las cuales se cuentan las partículas supersimétricas de las que se hablará más adelante. Hasta ahora, los experimentos realizados en laboratorios para buscar partículas exóticas no han dado evidencia alguna de su existencia, por lo que éstas no dejan de ser partículas meramente hipotéticas, postuladas por distintas teorías de altas energías. Pero también es posible tratar de detectar directa o indirectamente las partículas exóticas a partir de observaciones en el espacio. Uno de los objetivos del AMS será el de buscar evidencias indirectas sobre la existencia de partículas supersimétricas que eventualmente podrían constituir una parte importante de la materia oscura del halo de la Galaxia.

La supersimetría es un modelo teórico que trata de extender el modelo estándar de las partículas elementales y que fue propuesto por vez primera en la década de

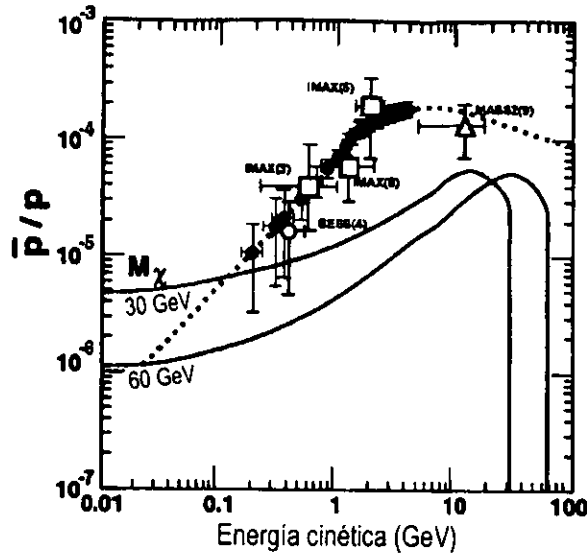


Figura 1.8: Espectro de energía para antiprotones, expresado como la razón \bar{p}/p . Las curvas continuas son las contribuciones calculadas teóricamente, debidas a la aniquilación de neutralinos que pueblan el halo galáctico, con masas de 30 GeV y de 60 GeV. También se presentan los resultados experimentales— obtenidos con varios detectores que han volado a bordo de globos aerostáticos. La curva punteada es el flujo de antiprotones “de fondo”, i.e. antiprotones que no son el producto de la aniquilación de partículas supersimétricas [Oh99, Ju94].

los años 70. De acuerdo con la teoría supersimétrica, a cada partícula elemental con espín semientero (fermión) le corresponde una partícula con espín entero (bosón) que es su compañero supersimétrico. Análogamente, a cada partícula elemental que es un bosón le corresponde un fermión que es su compañero supersimétrico. Ningún par de partículas que se hayan observado hasta ahora forman una pareja supersimétrica, sino que los compañeros supersimétricos de las partículas del modelo estándar, de existir, son tan masivos que no han sido detectados hasta ahora. Se piensa que todas las partículas supersimétricas son inestables, decayendo en otras partículas supersimétricas. Pero hay una excepción: la partícula supersimétrica más ligera LSP, al ser el estado supersimétrico de mínima energía, no puede decaer en otros estados supersimétricos. Si la supersimetría es una teoría correcta, entonces es muy probable que los halos galácticos estén poblados por LSP's. Hay varias partículas candidatas para ser la LSP, de las cuales la más favorecida por los teóricos es la partícula llamada neutralino, un estado cuántico que es una combinación lineal de los compañeros supersimétricos del fotón, del bosón Z^0 y del bosón de Higgs [Ju94].

Si el halo galáctico está poblado por neutralinos $\tilde{\chi}$, entonces, con una cierta probabilidad ocurrirá que dos de ellos se encuentren y se aniquilen mutuamente, produciendo un par de gluones, según la reacción $\tilde{\chi}\tilde{\chi} \rightarrow gg$. Los gluones dan origen a dos chorros de partículas que incluyen piones, kaones, (anti)protones, (anti)neutrones y (anti)electrones [Ah00]. Los espectros de energía de los antiprotones y de los anti-electrones producidos de esta manera, pueden calcularse teóricamente y resulta que dependen fuertemente de la masa de los neutralinos que participan en la aniquilación.

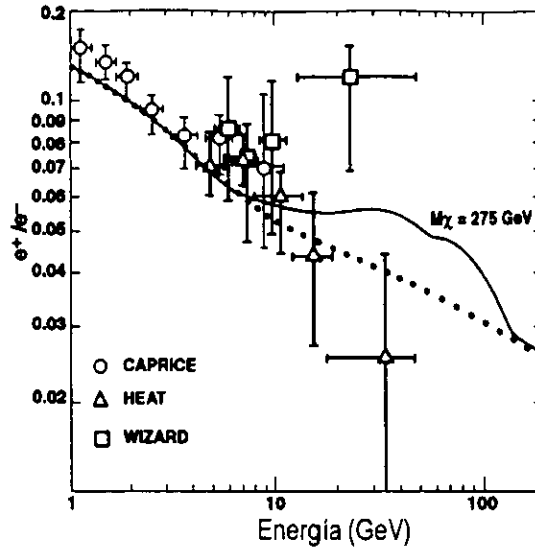


Figura 1.9: Espectro de positrones, expresado como la razón e^+/e^- en función de la energía. Se presentan los datos experimentales obtenidos por varios detectores (círculos, triángulos y cuadrados) a bordo de globos aerostáticos. La línea punteada sería observada por el AMS en el caso clásico (sin materia supersimétrica), mientras que la curva continua fue calculada teóricamente suponiendo la presencia en el halo galáctico de neutralinos con una masa de 275 GeV [Die95].

En las figuras 1.8 y 1.9 se muestran varios espectros de energía de antiprotones y de antielectrones, respectivamente. Se incluyen las curvas calculadas teóricamente para la aniquilación de neutralinos con masas de 30, 60 y 275 GeV, así como los datos observacionales que se tienen hasta ahora y los espectros calculados para el caso en que no haya neutralinos. El AMS, al medir los espectros de antiprotones y de antielectrones con una precisión nunca antes vista, estará en la capacidad de detectar las señales dejadas por la aniquilación de neutralinos. En caso de que el AMS mida espectros consistentes con la existencia de neutralinos, se podrá tener una estimación de su masa. En el caso contrario, los modelos supersimétricos actuales tendrán que ser modificados, o se tendrán que considerar más seriamente otros candidatos a constituir la materia oscura no bariónica.

Por último, cabe señalar que de encontrarse signos inequívocos de la existencia de neutralinos, no sólo se avanzaría enormemente en el conocimiento que se tiene acerca de la materia oscura que domina la evolución del universo, sino que además, se tendría evidencia positiva de que la supersimetría es un requisito indispensable para cualquier teoría que pretenda describir el universo real al nivel más fundamental. En particular, la teoría de supercuerdas, que intenta describir en un único modelo consistente todas las fuerzas de la naturaleza, recibiría un fuerte impulso, ya que la supersimetría es una de las características esenciales de esa teoría.

1.4 Tiempo de confinamiento

El espacio interestelar en la Galaxia está permeado por un campo magnético muy tenue. A pesar de su debilidad, el campo magnético de la Galaxia juega un papel central en la propagación de los rayos cósmicos, ya que a escalas de distancia suficientemente grandes es capaz de tener un efecto muy notorio en la trayectoria de una partícula cargada, incluso moviéndose a velocidades relativistas. Esa es la razón de la isotropía de los rayos cósmicos que se detectan en la Tierra, salvo los de energía extremadamente alta, que no son afectados notablemente por el campo magnético galáctico. La inmensa mayoría de los rayos cósmicos, en cambio, es obligada a seguir trayectorias curvas con un radio inferior al tamaño de la Galaxia, por lo que difícilmente puede escapar de la misma. Además, las líneas del campo magnético se encuentran concentradas en el disco de la Galaxia. Esto se debe a que los iones y electrones del gas térmico interestelar tienden a seguir las líneas del campo, moviéndose en espirales alrededor de ellas, por lo que el gas térmico y el campo magnético se encuentran estrechamente unidos. Cuando el gas térmico es obligado a mantenerse en el disco por fuerzas gravitacionales, el campo magnético hace lo mismo. Algunos astrónomos creen que este proceso de confinamiento del campo magnético puede explicar la distribución de complejos H_2 y H_1 en el disco de la Galaxia⁷ [Sh82]. Las líneas del campo magnético así confinadas, obligan a los rayos cósmicos a permanecer también confinados, como se muestra esquemáticamente en la figura 1.10.

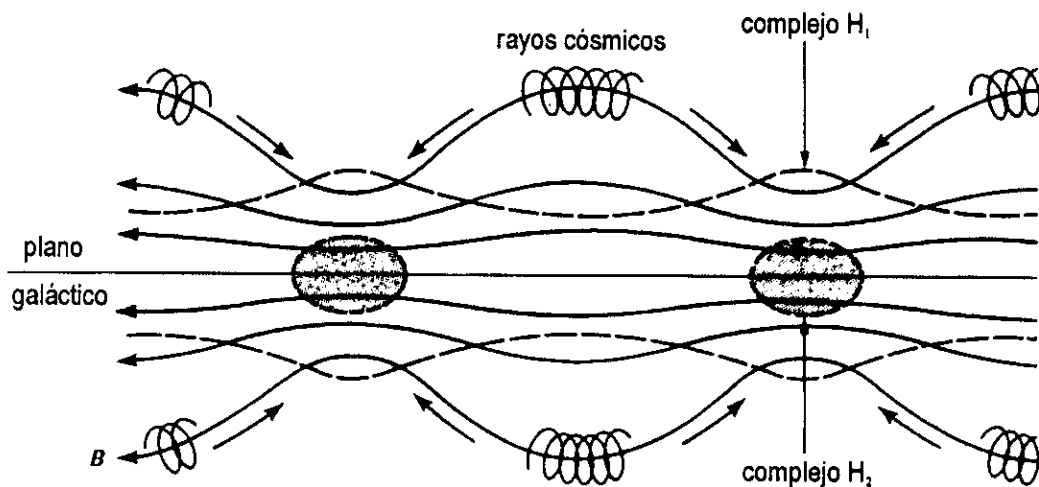


Figura 1.10: Mecanismo de confinamiento de los rayos cósmicos por las líneas del campo magnético galáctico [Sh82].

Pero los rayos cósmicos no pueden permanecer confinados indefinidamente. De ser así, la densidad promedio de rayos cósmicos en la Galaxia debería de aumentar sin límite, ya que las fuentes galácticas de rayos cósmicos proveen constantemente de nuevos rayos al medio interestelar. Pero los análisis que se han hecho del contenido de isótopos radioactivos causados por rayos cósmicos en meteoritos muy antiguos, implican que la intensidad de los rayos cósmicos ha sido aproximadamente constante en los últimos 10^9

⁷ Los complejos H_2 y H_1 son conjuntos o conglomerados de varias regiones H_2 (hidrógeno molecular) y H_1 (hidrógeno atómico), respectivamente

años, lo cual sólo es posible si se da un equilibrio entre la producción y la pérdida de rayos cósmicos en la Galaxia. Las pérdidas hacia fuera de la Galaxia deben deberse principalmente a la difusión de los rayos hacia zonas de menor concentración, pero el mecanismo todavía no está muy entendido. El modelo más sencillo que describe la propagación de los rayos cósmicos y su confinamiento en la Galaxia es el de la caja goteante (“leaky-box model”, en inglés). Este modelo sustituye los términos de difusión en las ecuaciones de propagación por un término análogo al de un decaimiento exponencial, que representa las pérdidas hacia el espacio intergaláctico. Haciendo una gran cantidad de simplificaciones, se pueden escribir las ecuaciones de propagación en su forma más sencilla [Ber90]:

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + \frac{N_i}{T} + \bar{n}v\sigma_i N_i + \frac{N_i}{\tau_i} = Q_i + \sum_{j>i} \bar{n}v\sigma_{ij} N_j \quad (1.1)$$

en donde N_i es la densidad promedio de los rayos cósmicos de una especie nuclear particular i ; t es el tiempo; \bar{n} es el número promedio de átomos por unidad de volumen en las regiones recorridas por los rayos cósmicos confinados; v es la velocidad de los rayos cósmicos; τ_i es la vida media de la especie nuclear en cuestión ($\tau = \infty$ para isótopos estables); Q_i es la razón de producción de la especie i por las fuentes de la Galaxia, excepto por la desintegración de núcleos más pesados en colisiones con el medio interestelar; σ_i es la sección eficaz de dispersión inelástica (la probabilidad de que se pierdan miembros de la especie i al transformarse en otros núcleos mediante colisiones); σ_{ij} es la sección eficaz de producción de núcleos de tipo i por radioactividad o por fragmentación de otros núcleos más pesados (por eso sólo se suma para $j > i$). Finalmente, T es el tiempo de confinamiento, equivalente a una “vida media” de los rayos cósmicos en la Galaxia, antes de abandonarla. Del lado izquierdo de la ecuación (1.1) se encuentran los términos que causan pérdidas en N_i , mientras que los términos del lado derecho se deben a las fuentes de rayos cósmicos de la especie i . Debido al estado de equilibrio que ya se mencionó, comúnmente se hace $(\partial N_i / \partial t) = 0$, por lo que las pérdidas de rayos cósmicos son exactamente compensadas por la producción en las fuentes.

Conocer el tiempo T es crucial para desentrañar los detalles del mecanismo de propagación de los rayos cósmicos en la Galaxia. También es muy importante para mejorar la comprensión que se tiene acerca del campo magnético galáctico. A continuación se describirá brevemente el método que se emplea para encontrar el tiempo de confinamiento y la manera como el AMS contribuirá a esta tarea. Un parámetro que se utiliza comúnmente es la cantidad promedio de materia atravesada por los rayos cósmicos λ , medida en g cm^{-2} , cumpliéndose la relación

$$\lambda = \bar{n}Tvm_A, \quad (1.2)$$

en donde m_A es la masa promedio de los átomos que forman el medio interestelar (básicamente la del átomo de hidrógeno).

Aunque aquí no se hace el desarrollo,⁸ se puede demostrar a partir de la ecuación (1.1) que λ es una función de la abundancia de la especie estable i , relativa a las abundancias de los núcleos que la producen de manera secundaria, por colisiones con el

⁸Para un desarrollo completo, véase la referencia [Ber90].

medio interestelar con secciones eficaces σ_{ji} , siempre y cuando no haya otros mecanismos de producción de la especie i (i.e. $Q_i = 0$). Este resultado es intuitivamente correcto si se piensa que mientras mayor sea la cantidad de materia atravesada, habrá más colisiones y, por lo tanto, una mayor cantidad de núcleos secundarios. Como se indicó anteriormente, y como se aprecia en la figura 1.3, prácticamente la totalidad de los núcleos de litio, boro y berilio presentes en los rayos cósmicos tienen el origen secundario deseado, por lo que suelen ser utilizados para medir λ . Observaciones recientes de la razón $(\text{LiBeB}/\text{CNO}) = 25\%$, implican que $\lambda = 8 - 10 \text{ g cm}^{-2}$ [Ah00]. Pero λ no proporciona toda la información que se desearía, pues no se conoce \bar{n} (la velocidad v no es un problema, pues es realista suponer $v = c$, la velocidad de la luz en el vacío). Conocer \bar{n} no sólo permitiría encontrar T a través de la ecuación (1.2), sino que también daría información valiosa acerca de las trayectorias seguidas por los rayos cósmicos, ya que \bar{n} puede tener casi cualquier valor entre la densidad del halo $\sim 0.01 \text{ uma cm}^{-3}$ y la densidad del disco $\sim 1 \text{ uma cm}^{-3}$, dependiendo de la proporción de tiempo que pase fuera y dentro del disco de la Galaxia.

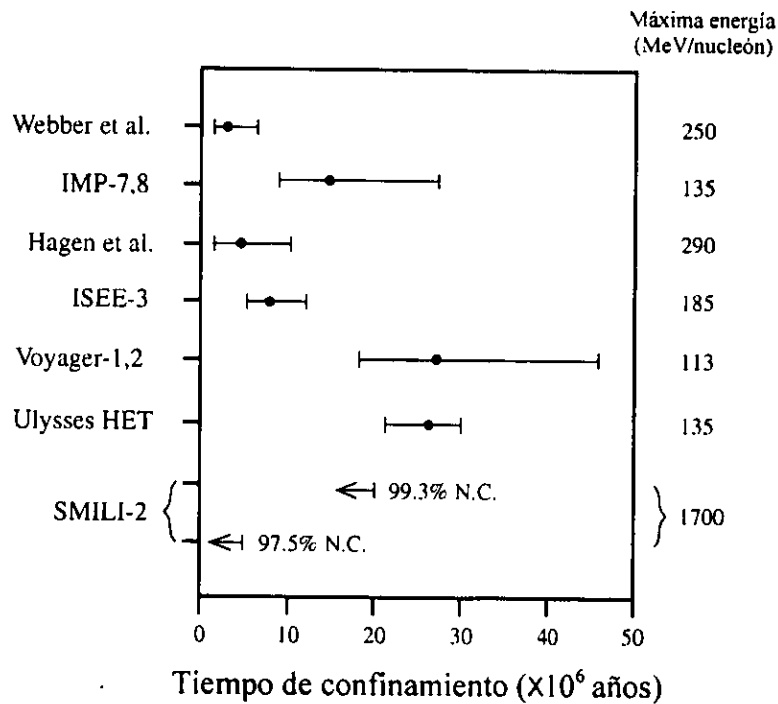


Figura 1.11: Comparación entre los resultados de varios experimentos para el tiempo de confinamiento de los rayos cósmicos. Los resultados más recientes (SMILI-2) se muestran como cotas superiores con niveles de confianza de 99.3% y 97.5%, correspondientes a densidades de materia interestelar de 0.24 uma cm^{-3} y 1.0 uma cm^{-3} , respectivamente. Debido a que los parámetros de propagación fueron diferentes para la interpretación de los distintos experimentos, se recomienda tener precaución al comparar los tiempos que se muestran en esta figura [Ah00].

El conocimiento de \bar{n} se obtiene de las abundancias de los núcleos radioactivos secundarios. Tienen que ser núcleos cuya vida media sea del mismo orden de magnitud

que el tiempo de confinamiento; si es mucho menor, no queda ninguna traza detectable del radioisótopo; si es mucho mayor, será difícil de distinguir el radioisótopo de un isótopo estable. El radioisótopo que mejor cumple con estas características es el ^{10}Be , con una vida media $\tau = 2.2 \times 10^6$ años. Aplicando la ecuación (1.1) a la densidad de rayos cósmicos de ^{10}Be , y combinándola con la ecuación (1.2), se obtiene

$$\left(\frac{1}{\lambda} + \sigma_{10\text{Be}} + \frac{1}{\bar{n}v\tau_{10\text{Be}}} \right) N_{10\text{Be}} = \sum_{A>10} \sigma_{10,A} N_A, \quad (1.3)$$

en donde se ha hecho la suposición de equilibrio, común en el modelo de la caja goteante, de que $(\partial N_{10\text{Be}}/\partial t) = 0$. Conociendo las densidades N_A de las especies que producen el ^{10}Be (básicamente isótopos de CNO), las secciones eficaces $\sigma_{10,A}$ y $\sigma_{10\text{Be}}$ (se miden en el laboratorio), y la cantidad de materia atravesada λ , con una medición de $N_{10\text{Be}}$ se puede determinar la densidad promedio \bar{n} de la ecuación (1.3) y también el tiempo de confinamiento T a partir de la ecuación (1.2).

Otra manera de obtener T a partir de la ecuación (1.3) consiste en considerar la densidad $N_{10\text{Be}}^*$ que habría si el ^{10}Be fuera un isótopo estable, la cual se obtiene sustituyendo $\tau_{10\text{Be}} = \infty$ en la ecuación (1.3). La densidad así obtenida se combina con la densidad de la ecuación (1.3) para obtener la razón $N_{10\text{Be}}^*/N_{10\text{Be}}$, que depende de \bar{n} . El lado derecho de la ecuación (1.3) se cancela en el proceso. Ahora bien, la razón $N_{10\text{Be}}^*/N_{9\text{Be}}$ ya se conoce, puesto que sólo depende de las secciones eficaces que producen ambos isótopos y no del tiempo. En otras palabras, es la proporción con la que constantemente se producen esos dos isótopos del berilio en el medio interestelar. La razón $N_{10\text{Be}}/N_{9\text{Be}}$ se obtiene combinando las dos razones anteriores ($(N_{10\text{Be}}/N_{9\text{Be}}) = (N_{10\text{Be}}^*/N_{9\text{Be}})/(N_{10\text{Be}}^*/N_{10\text{Be}})$), por lo que depende directamente de \bar{n} . En conclusión, una medición de $N_{10\text{Be}}/N_{9\text{Be}}$ (escrita como $^{10}\text{Be}/^9\text{Be}$) conduce a una determinación de la densidad \bar{n} y del tiempo de confinamiento, a partir de la ecuación (1.2). En la figura 1.11 se muestran las mediciones del tiempo de confinamiento de varios experimentos llevados a cabo durante las últimas tres décadas. Es notoria la gran incertidumbre que se tiene, aunque hay que tomar en cuenta que la gran disparidad de los datos de la figura se debe en parte a que las mediciones de las secciones eficaces utilizadas en la ecuación (1.3) han ido mejorando con el tiempo. El AMS, gracias a la excelente estadística de tres años de datos, proporcionará una medición de $^{10}\text{Be}/^9\text{Be}$ mucho más precisa que todas las que se hayan realizado hasta ahora, avanzando considerablemente en el conocimiento del tiempo de confinamiento y de la densidad media recorrida por los rayos cósmicos.

1.5 Cómo detectar rayos cósmicos con el AMS

En la figura 1.12 se muestra un diagrama esquemático del AMS, tal y como está concebido para ser instalado en la Estación Espacial Internacional. La parte sensible del detector mide aproximadamente 1.0 m de cada lado y el peso total del detector es de unas 2 toneladas. Las partículas provenientes del espacio atraviesan en primer lugar el SRD y recorren el detector de arriba a abajo, atravesando en último lugar el calorímetro (Ecal).

Cualquier partícula detectable por el AMS—desde antinúcleos hasta isótopos de berilio o de cualquier otro elemento—está inequívocamente determinada por dos mag-

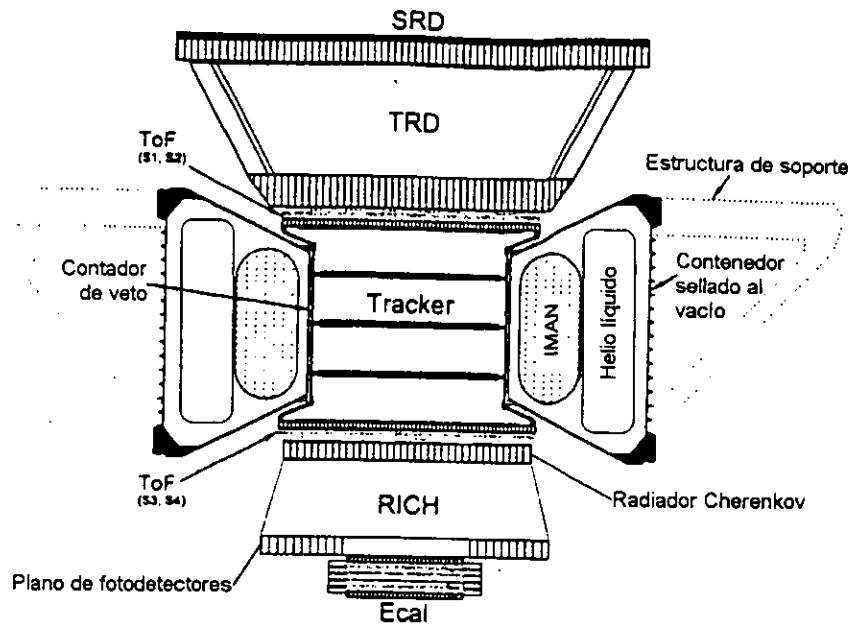


Figura 1.12: Vista esquemática del AMS [Becker1].

nitudes: su masa M y su carga Z (tanto su magnitud como su signo). Además, para obtener espectros como los que se mencionaron en la sección sobre materia oscura, es necesario medir la energía E . Así pues, el AMS es capaz de identificar todas las partículas que detecte y de alcanzar todos sus objetivos físicos, midiendo únicamente tres cantidades independientes: la masa, la carga y la energía. Otra propiedad de los rayos cósmicos detectable con el AMS es la dirección de la que provienen. La breve descripción del AMS que se hace a continuación explica de qué manera participan los distintos subdetectores que lo componen, en la obtención de M , Z y E para cada rayo cósmico que se detecte. Se verá que en la mayoría de los casos, las cantidades M y E no se medirán directamente, sino que se obtendrán a partir de magnitudes físicas más fundamentales que son las que realmente se medirán. Entre estas últimas destaca la velocidad β , por lo que será de suma importancia contar con medidas precisas de esta magnitud.

El SRD tiene como objetivo principal estudiar los espectros de electrones y positrones para energías del orden de varios TeV, ya que actualmente se desconocen los espectros para energías mayores a 1 TeV. El principio de la medición consiste en detectar la partícula en coincidencia con la radiación sincrotrónica que ha emitido por acelerarse en el campo magnético terrestre. La cantidad total de energía detectada en forma de fotones proporciona una medida de la energía de la partícula, con una resolución de $\sim 20\%$ [Th00]. Los núcleos, al ser mucho más pesados que los electrones, empiezan a emitir cantidades detectables de radiación sincrotrónica a partir de energías del orden de $\sim 10^{15}$ eV, por lo que el SRD podrá medir directamente la energía de los rayos cósmicos en la región de la “rodilla”, la cual hasta ahora sólo ha sido estudiada a partir de chubascos de rayos cósmicos secundarios en la superficie terrestre. Debido a que en la región con $E < 10^{15}$ eV, el SRD únicamente detecta a los (anti)electrones y no

a los (anti)núcleos, la señal de este subdetector permitirá distinguir entre electrones y antinúcleos. Esta función del SRD es muy importante, ya que los electrones son el principal fondo de partículas negativas que es necesario separar de los antinúcleos.

Entre el SRD y el primer plano de centelladores del ToF estará ubicado el TRD, el cual intentará detectar la pequeña cantidad de radiación electromagnética emitida por una partícula relativista al atravesar la interfase entre dos medios. Se puede pensar que el origen de la radiación de transición es la aceleración aparente de la partícula debida al cambio en el índice de refracción. La radiación de transición es coherente y está concentrada en un ángulo $1/\gamma$ con respecto a la dirección de la partícula (γ es el factor de Lorentz); además, el número de fotones producidos es proporcional a γ , por lo que este método permitirá discriminar entre partículas con el mismo momento pero diferente velocidad. En particular, se podrá distinguir entre protones y positrones y entre antiprotones y electrones en un rango de energía que va de ~ 0.3 GeV a $\sim 10^3$ GeV. A causa de la baja probabilidad de que se emita un fotón de transición ($\sim 1/137$) [Ro94], muchas interfases juntas son necesarias para que se emita una señal detectable. El TRD se compondrá de 20 capas de medio radiador, alternadas con capas de detección de fotones (detectores por ionización de gas). Los medios radiadores son a su vez una sobreposición de múltiples capas delgadas de material plástico separadas por vacío, para lograr un número suficiente de interfases.

Un conjunto de cuatro centelladores plásticos conforma el sistema ToF o de tiempo de vuelo. Una partícula cargada excita las moléculas del plástico del centellador. Al desexcitarse las moléculas emiten una señal luminosa que es detectada por fotomultiplicadores situados en un extremo del centellador. El objetivo del ToF consiste en medir el tiempo t que tardan los rayos cósmicos en viajar de los centelladores S_1 y S_2 a los centelladores S_3 y S_4 , para obtener una medida de la velocidad $v = d/t$, donde d es la distancia (~ 1 m) entre ambos pares de centelladores. El sentido (de arriba hacia abajo o viceversa) en que viaja la partícula está determinado por el orden en que ambos grupos de centelladores la detectan. La partícula que pase únicamente por un grupo de centelladores y no por ambos se descarta debido a que no pasa por un número suficiente de subdetectores para que pueda constituir un evento útil. Además, el sistema de tiempo de vuelo proporcionará cuatro medidas independientes de la carga Z , ya que la señal de los centelladores, o bien es proporcional a Z^2 (para velocidades $\beta \approx 1$), o bien—en combinación con alguna medida de β o E —, determina un punto sobre una función de deposición de energía dE/dx . Como las funciones dE/dx correspondientes a cada Z ya se conocen, relacionar a la partícula con una función dada equivale a conocer su carga.

El objetivo del tracker es medir el momento de los rayos cósmicos. El AMS recibe su nombre de este subdetector, ya que el tracker funciona como un espectrómetro magnético, reconstruyendo las trayectorias de las partículas desviadas en un campo magnético poderoso (~ 1 Tesla) generado por imanes superconductores enfriados a la temperatura del helio líquido. En el campo magnético \mathbf{B} , una partícula de carga Z y velocidad \mathbf{v} sufre una fuerza centrípeta

$$\mathbf{F} = Z \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \quad (1.4)$$

que la obliga a moverse en un círculo alrededor de las líneas del campo magnético. Por equilibrio dinámico, la magnitud de la fuerza (1.4) debe cumplir con

$$Z\beta B = \frac{\gamma M v^2}{r}, \quad (1.5)$$

en donde γ es el factor de Lorentz, $\beta = v/c$, M es la masa de la partícula y r es el radio de curvatura de su trayectoria. En términos del momento $P = \gamma M v$, el lado derecho de la ecuación (1.5) se puede describir como

$$\frac{\gamma M v^2}{r} = \frac{Pv}{r}. \quad (1.6)$$

Ahora se define la rigidez \mathcal{R} como

$$\mathcal{R} = \frac{Pc}{Z}. \quad (1.7)$$

Sustituyendo la ecuación (1.7) en la ecuación (1.6), se tiene que

$$\gamma M v^2 = RZ\beta. \quad (1.8)$$

Despejando la masa de la ecuación (1.8) se obtiene la siguiente expresión:

$$M = \frac{\mathcal{R}Z}{c^2} \sqrt{\beta^{-2} - 1}. \quad (1.9)$$

La importancia de la ecuación (1.9) radica en que se puede obtener la masa de la partícula con tan sólo medir Z , β y \mathcal{R} . Mientras que Z y β son cantidades medidas por otros subdetectores del AMS, el tracker es la única componente capaz de medir \mathcal{R} , de la manera que se explicará a continuación. Dicho sea de paso, por la ecuación (1.7), una medición de la rigidez equivale a una medición del momento P , por lo que se suele decir que la función del tracker es medir el momento.

Combinando las ecuaciones (1.8) y (1.5) se ve que la rigidez no es otra cosa que el producto Br . El campo magnético es un parámetro que se conoce, así que para obtener la rigidez basta con extraer el radio r de la trayectoria reconstruida por el tracker. Para reconstruir la trayectoria el tracker utilizará ocho planos de detectores de silicio, que son arreglos bidimensionales de diodos n - p dispuestos en el sentido horizontal de la figura 1.12 y capaces de ubicar a una partícula con una resolución de 10 micras y de 30 micras en el plano de curvatura y en el plano perpendicular, respectivamente [Alp97]. De esta manera se obtienen ocho puntos independientes a los que se les puede ajustar una curva de la que se obtiene r y, por lo tanto, la rigidez \mathcal{R} . La dirección de proveniencia del rayo cósmico se obtiene extrapolando la trayectoria reconstruida por el tracker. Además, el tracker proporciona el signo de Z , ya que éste determina el sentido de curvatura, como se puede verificar de la ecuación (1.4).

La medición del radio de curvatura sólo es confiable cuando la partícula ha pasado por todos los planos del tracker, proporcionando ocho puntos para reconstruir la trayectoria. Es por eso que se ha decidido descartar a las partículas que sólo pasan por siete planos o menos. Para lograr lo anterior se instalará un sistema ACC, también llamado contador de veto, compuesto por un conjunto de varios centelladores plásticos que rodean al tracker. La disposición de estos centelladores alrededor del tracker garantiza que cualquier partícula que detecten será una partícula que no pasa por todos los planos del tracker y que, por lo tanto, debe ser descartada.

Según la ecuación (1.9), la rigidez medida por el tracker, combinada con la carga y la velocidad, proporciona la masa. Ya se mencionó que los centelladores del ToF proporcionarán cuatro medidas independientes de Z . Además, los planos de detección del tracker proporcionarán medidas suplementarias de la carga, ya que ésta depende de la deposición de energía dE/dx , medida por los detectores de silicio. La velocidad, por su parte, será medida por el sistema ToF y por el TRD (ya que éste mide γ), así que en principio estos componentes son suficientes para obtener la masa a partir de la ecuación (1.9). Sin embargo, se ha decidido obtener una medición adicional de la velocidad mediante un RICH que se encontrará abajo del segundo plano de centelladores del ToF. Algunos aspectos del RICH serán objeto de estudio de este trabajo, por lo que se le dedica un capítulo separado. Como se verá más adelante, además de medir con precisión la velocidad, el RICH también puede proporcionar una medida adicional de la carga Z para partículas muy energéticas.

Abajo del RICH se encontrará un calorímetro que tendrá la función de medir la energía E de las partículas. Se trata de una sobreposición de múltiples fibras centelladoras alternadas con capas de plomo. Las fibras están provistas de fotomultiplicadores en sus extremos que detectan los fotones emitidos durante el paso de la partícula. Al viajar por el calorímetro, las partículas interactúan con los núcleos de plomo, creando nuevas partículas, que a su vez producen otras partículas y así sucesivamente hasta formar una cascada de partículas análoga a un chubasco de rayos cósmicos secundarios en la atmósfera terrestre (sólo que en dimensiones mucho más pequeñas, desde luego). Por ejemplo, un positrón puede ser frenado por un núcleo, emitiendo un fotón de bremsstrahlung por el proceso $e^+ + N \rightarrow e^+ + N + \gamma$. El fotón a su vez produce pares por su interacción con otro núcleo: $\gamma + N \rightarrow e^+ + e^- + N$ [Ro94]. Mediante estos procesos se crea una cascada electromagnética, cuya energía es “muestreada” por las fibras inmersas en la matriz de plomo. A las medidas de energía se les puede ajustar una curva que permite reconstituir la energía total de la partícula hasta 1 TeV. La resolución en energía será de $\sim 2\%$ a 30 GeV [Th00].

En conclusión, el AMS será un detector capaz de medir toda la información relevante de los rayos cósmicos con un alto grado de redundancia y para un amplio rango de valores. Las tres cantidades que se mencionaron al principio de esta sección serán medidas de muchas maneras independientes: Z con el ToF, tracker y RICH; M con el tracker, combinado con las medidas de Z y las de velocidad proporcionadas independientemente por el ToF, el TRD y el RICH; E con el calorímetro y el SRD. Además, la energía se puede obtener a partir de cualquier medida de M y de β , a través de la relación $E = \gamma M c^2$. La redundancia es una propiedad muy deseable en un detector por varias razones: si llegara a fallar algún sistema, otros pueden tomar su lugar; disponer de varias medidas consistentes de las mismas cantidades refuerza enormemente la confianza que se tiene tanto en los resultados físicos que se deriven de ellas, como en el funcionamiento correcto del detector; finalmente, cada forma de medir una misma cantidad es especialmente apropiada para un tipo particular de partícula o para un rango de valores en especial. El sistema consistente que representa el conjunto de todas las medidas tomadas por el AMS, le confiere a este experimento su enorme potencial para avanzar en la comprensión de los problemas físicos presentados a lo largo de este capítulo.

Capítulo 2

El RICH del AMS

2.1 Midiendo la velocidad con el RICH

La velocidad de la luz c_n en un medio transparente cuyo índice de refracción es $n (> 1)$, está dada por $c_n = c/n$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío.¹ El hecho de que $n > 1$, implica que $c_n < c$. Por lo tanto, es posible que una partícula “relativista” (es decir, que se mueve a una velocidad v cercana a c), al cruzar el medio, lo haga de tal forma que $c_n < v < c$, sin que esto viole el postulado de la relatividad especial $v < c$. Cuando se trata de una partícula cargada, en estas circunstancias se produce un efecto denominado Cherenkov en honor al físico soviético que lo descubrió en 1934. Este efecto consiste en la emisión de radiación electromagnética (llamada radiación Cherenkov) por la partícula, a lo largo de su trayectoria a través del material (que recibe el nombre de radiador Cherenkov). La radiación Cherenkov forma un cono luminoso, cuyo eje de simetría es la trayectoria de la partícula, y cuyo ángulo de apertura está dado por la relación

$$\cos \theta_C = \frac{1}{n\beta}, \quad (2.1)$$

en donde $\beta = v/c$. También es importante notar que la radiación Cherenkov se emite en un continuo de longitudes de onda, desde el ultravioleta hasta el infrarrojo.

Analizando el problema según el modelo de ondas de Huygens, es posible explicar cualitativamente el efecto Cherenkov.² Una partícula cargada emite constantemente ondas esféricas que se propagan a la velocidad de la luz c/n . En la figura 2.1 se muestran dos casos en los que la partícula se mueve a través del medio con una velocidad constante v . Para cada caso se muestran las ondas de Huygens de la partícula emitidas en tres puntos sobre su trayectoria. En el caso (a), la partícula se mueve a una velocidad menor que la de la luz en el medio (i.e. $v < c/n$), y las ondas simplemente se comprimen en la dirección en la que se mueve la partícula, pero nunca forman un frente de onda común, por lo que no dan origen a ninguna radiación. En este caso la ecuación (2.1) no tiene sentido, pues $1/n\beta > 1$ y no existe ningún valor de θ_C que la satisfaga. En el caso (b), la partícula se mueve más rápido que las ondas que ella misma emite (i.e. $v > c/n$). Por consiguiente, las ondas se refuerzan unas a otras, formando un frente de onda común

¹Ver la sección 3.1 para una explicación de este fenómeno.

²En la sección 3.2 se da una explicación más detallada y cuantitativa del efecto Cherenkov, partiendo de principios electromagnéticos.

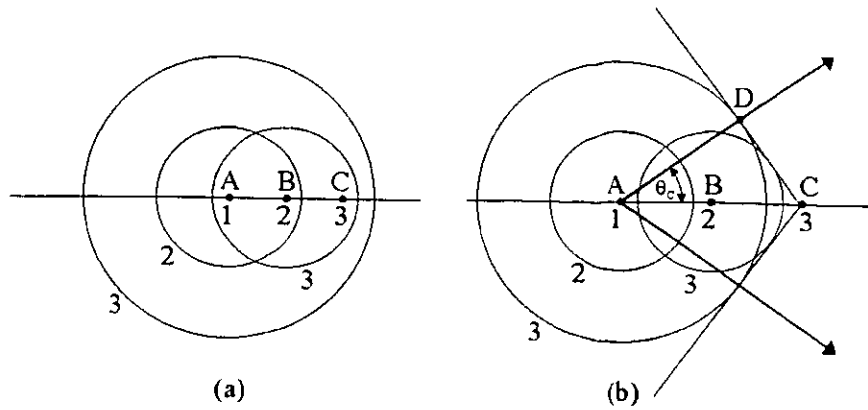


Figura 2.1: Explicación del efecto Cherenkov por el método de ondas de Huygens.

que es detectado como radiación electromagnética. De la figura 2.1b se desprende la relación (2.1), la cual sí es satisfecha por valores reales de θ_C . De lo anterior se sigue que, para que una partícula cargada emita radiación Cherenkov, su velocidad deberá cumplir con la condición

$$\frac{1}{n} < \beta \leq 1, \quad (2.2)$$

o bien,

$$\beta_u < \beta \leq 1,$$

en donde

$$\beta_u = 1/n \quad (2.3)$$

es la velocidad umbral a partir de la cual la partícula empieza a emitir.

En la figura 2.2 se ve cómo el ángulo θ_C crece conforme aumenta la velocidad de la partícula, partiendo de 0 cuando $\beta = \beta_u$, y acercándose a su máximo

$$\theta_{C,max} = \cos^{-1}(1/n), \quad (2.4)$$

cuando $\beta \rightarrow 1$. El efecto Cherenkov es el equivalente electromagnético de la onda de choque acústica responsable del sonido estruendoso (“bum”) que deja tras de sí un avión supersónico; o del efecto por el que un barco deja una estela en su camino, cada vez que se mueve a una velocidad mayor a la de las ondas en el agua. En ambos casos se forman conos denominados de Mach, en honor al físico que los estudió por primera vez. Un cono de radiación de Cherenkov es un ejemplo más de un cono de Mach.

A la sección cónica que se observa con un plano de detectores interpuesto en un cono de radiación Cherenkov, se le llama una imagen anular, o simplemente un anillo de Cherenkov. Por geometría relativamente sencilla [Th00], es posible deducir el ángulo θ_C de un cono de Cherenkov a partir de tres piezas de información: 1) la dirección que lleva la partícula cuando atraviesa el radiador, 2) la posición del punto de emisión de la radiación, 3) la posición de un fotón sobre una imagen anular del cono de Cherenkov de la partícula. Un RICH tiene el objetivo de recolectar los fotones de

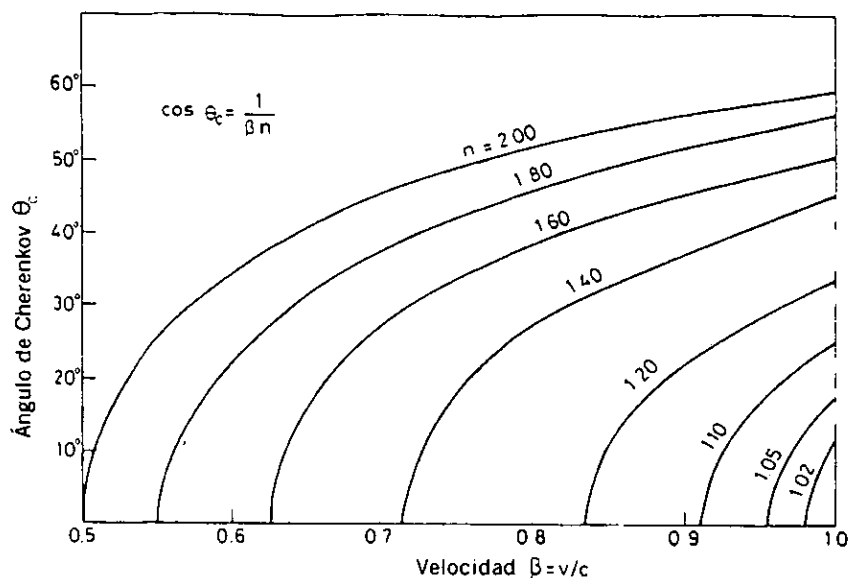


Figura 2.2: Ángulo de Cherenkov como función de la velocidad, para distintos índices de refracción [Klei92].

la radiación Cherenkov emitida por las partículas en un radiador, con el fin de reconstruir sus imágenes anulares—de ahí que sea llamado Detector de Imágenes Anulares de Cherenkov. En un RICH convencional, cada imagen anular suele estar compuesta por sólo unos cuantos fotones (de 1 a ~ 200). Combinando las imágenes anulares con información adicional proporcionada por otros detectores, se mide el ángulo θ_C con que fue emitido cada fotón. Conociendo el índice de refracción del radiador Cherenkov, mediante la ecuación (2.1), el valor medido de θ_C de cada fotón se traduce en una medición de la velocidad de la partícula que lo emitió.

Además de medir la velocidad, un RICH también puede ser usado para medir la carga de una partícula, ya que el número total de fotones emitidos es proporcional al cuadrado de la carga.³ Este modo de utilizar el RICH puede ser muy útil para distinguir entre diferentes núcleos que no hayan podido ser identificados con certeza por otros métodos. Pero como el número de fotones emitidos también depende de β , el RICH sólo podrá medir la carga de partículas lo suficientemente energéticas (con $\beta \approx 1$) para que el número de fotones sólo dependa apreciablemente de Z .

En la figura 2.3 se muestran en forma esquemática las tres partes básicas del RICH del AMS, el cual posee simetría aproximadamente cilíndrica; la figura representa un corte longitudinal a lo largo del eje de simetría. Las tres partes que componen al RICH son el radiador Cherenkov (un aerogel, como se verá más adelante), un espacio vacío y un plano de fotomultiplicadores. En la figura 2.4 se puede ver otra representación del RICH, pero en tres dimensiones. La parte que primero atravesará la partícula cargada es un aerogel, con índice de refracción n , un grosor $d \approx 1$ cm para todo el plano y un radio de aproximadamente 60 cm. Se ha optado por un radiador sólido, pues los radiadores gaseosos, si bien son muy recurridos en los RICH's terrestres, son muy poco prácticos para un detector espacial [Col99]. La partícula cargada, a lo largo de su paso

³Nuevamente se remite al lector a la sección 2.2 para una explicación teórica de este fenómeno.

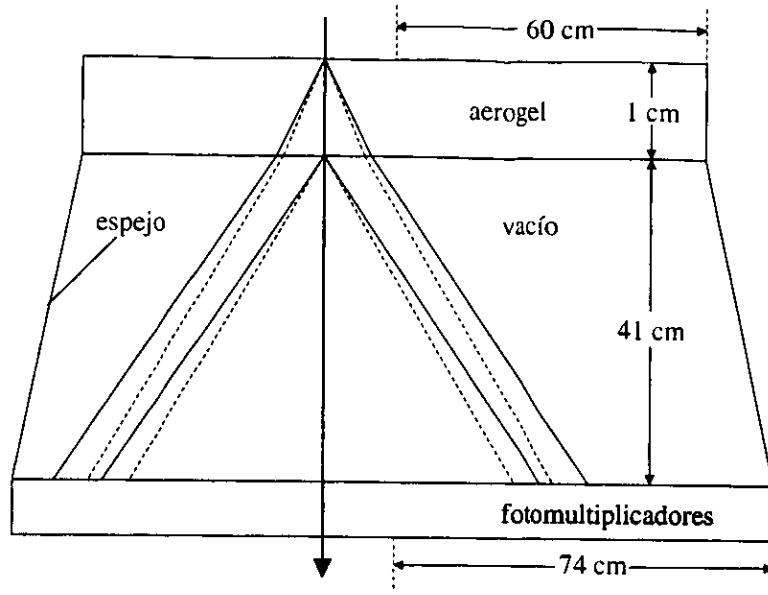


Figura 2.3: Representación esquemática del RICH del AMS. Una partícula, cuya trayectoria se indica con una flecha, incide perpendicularmente y emite radiación Cherenkov en el aerogel, con un ángulo θ_C . Se muestran dos posibles ángulos θ_C : la radiación emitida con el ángulo menor corresponde a las líneas punteadas, mientras que la radiación emitida con el ángulo mayor está representada por líneas continuas. Se aprecia la refracción que sufre la radiación Cherenkov al pasar del aerogel al vacío.

por el radiador, emitirá un cono de radiación Cherenkov que se propagará libremente por la segunda parte del RICH, un espacio prácticamente vacío (con $n = 1$), de unos 41 cm de grosor. El espacio debe de ser vacío para evitar al máximo las pérdidas de radiación por absorción.

En la figura 2.3 se muestra un ejemplo de una partícula que incide perpendicularmente al radiador y que emite un cono de radiación Cherenkov con un ángulo θ_C . Pero en general, es claro que las partículas podrán incidir con distintos ángulos τ sobre el radiador, como es el caso de la partículas de las figuras 2.4 y 2.6. Las partículas que incidan de manera no perpendicular sobre el aerogel podrán dar lugar a conos de Cherenkov con las inclinaciones más diversas. Por consiguiente, se ha decidido instalar un espejo con simetría de revolución, en forma de tambor, que rodee al espacio vacío. El propósito del espejo es reflejar a los fotones más inclinados, evitando que se desperdicie su información. En la figura 2.6 se muestra el caso de un fotón que es reflejado por el espejo en el punto R.

Finalmente, los fotones que atraviesen el espacio vacío alcanzarán la tercera parte del RICH: un plano de detección compuesto por una red bidimensional de aproximadamente 1200 fotomultiplicadores, capaces de detectar fotones individuales. La red de fotomultiplicadores tendrá un radio de ~ 74 cm y estará provista de un hueco cuadrado en el centro de aproximadamente 65 cm de lado, que corresponde a la entrada del calorímetro (ver figura 1.12). El hueco se puede apreciar en la figura 2.4; los

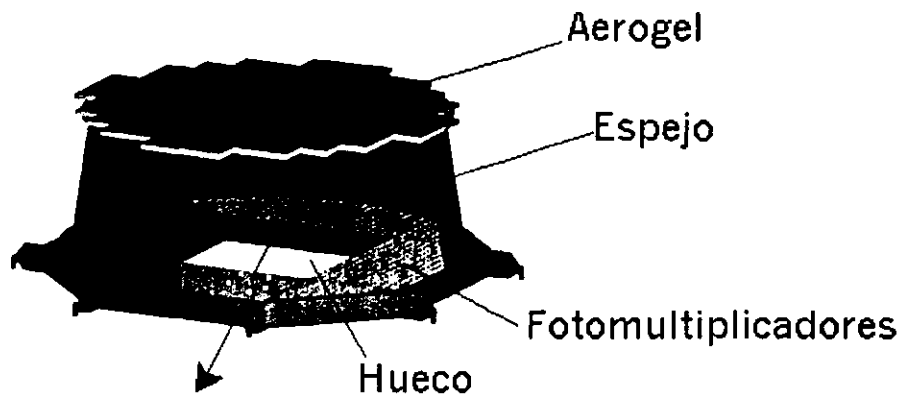


Figura 2.4: Modelo tridimensional del RICH del AMS [Becker2]. Se muestra la trayectoria de una partícula que incide de manera inclinada sobre el aerogel, emitiendo por el efecto Cherenkov los fotones que se representan por puntos blancos sobre la superficie de fotomultiplicadores.

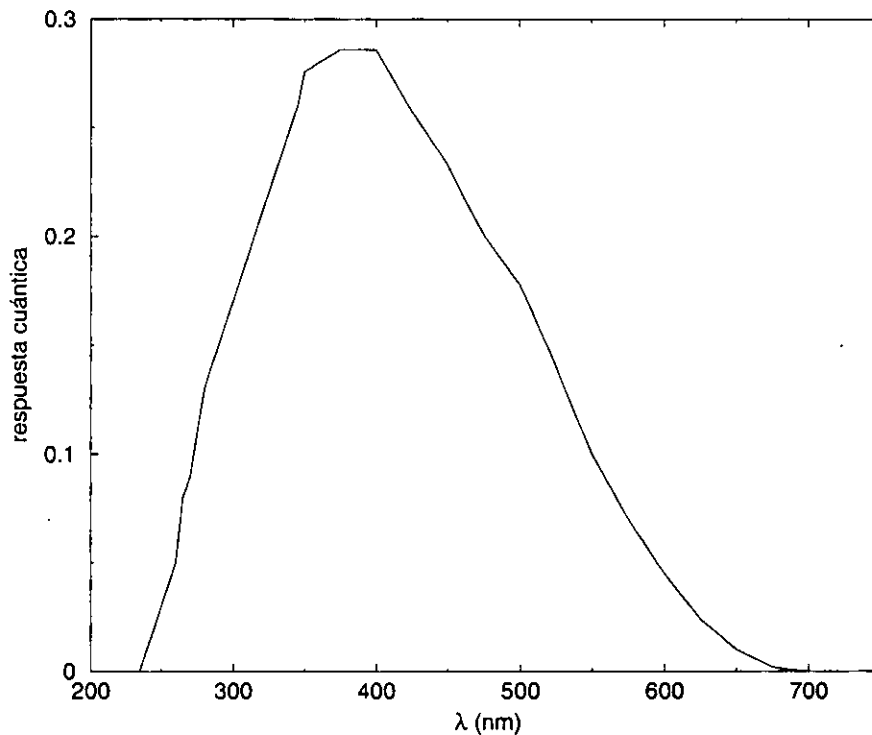


Figura 2.5: Respuesta cuántica de los fotomultiplicadores que se utilizarán en el RICH del AMS. La curva no es suave debido a que la respuesta cuántica sólo fue medida para un conjunto discreto de longitudes de onda.

fotones que por ahí pasen no serán detectados. Una característica muy importante de los fotomultiplicadores es que no son igualmente sensibles para todas las longitudes de onda. La proporción de fotones detectados por un fotomultiplicador como función de la longitud de onda, se llama respuesta cuántica y se escribe como $\epsilon_q(\lambda)$. En la figura 2.5 se muestra gráficamente la respuesta cuántica de los fotomultiplicadores marca Hamamatsu que se utilizarán en el RICH del AMS.

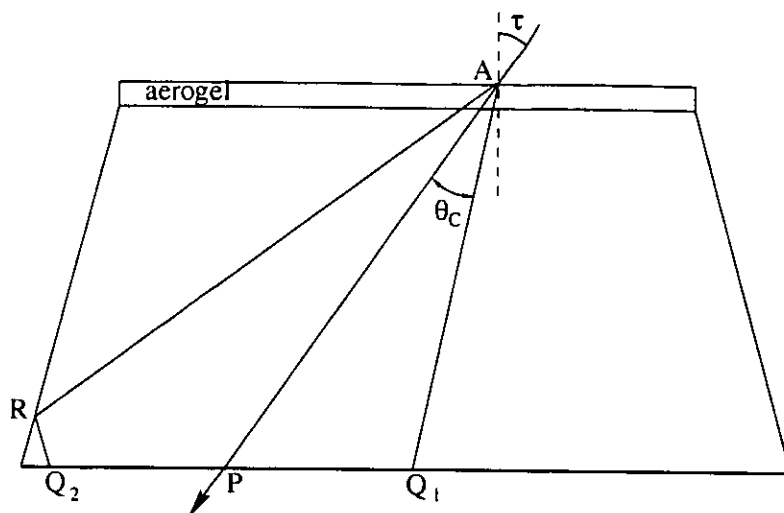


Figura 2.6: Diagrama de una partícula cargada que incide de manera inclinada sobre un radiador de aerogel en el RICH. El ángulo de incidencia es τ . La partícula emite en el punto A dos fotones de Cherenkov que serán detectados en los puntos Q_1 y Q_2 . A diferencia de la figura 2.3, en este diagrama se ha despreciado la refracción de la luz al pasar del aerogel al vacío.

La figura 2.6 muestra el caso más general de una partícula que incide con un ángulo $\tau \neq 0$ y emite dos fotones con el ángulo de Cherenkov θ_C en el punto A del radiador. Los fotones se propagan por el espacio vacío e inciden en los puntos Q_1 y Q_2 del plano de detección. El AMS recabará la información necesaria para medir el ángulo θ_C de cada fotón detectado de la siguiente manera: la dirección que lleva la partícula cargada durante su paso por el radiador (la dirección AP de la figura) será una extrapolación de la trayectoria que se observe en el tracker, el cual precede inmediatamente al RICH, como se observa en la figura 1.12. Usando la misma extrapolación se obtendrán las dos coordenadas del punto de emisión A sobre el plano del radiador del RICH. La tercera coordenada del punto A se conoce con un error semejante al grosor del radiador (≈ 1 cm), ya que es imposible saber exactamente en qué punto de la trayectoria de la partícula a través del radiador fue emitido el fotón (en la figura 2.6 se supuso que el fotón era emitido al entrar la partícula en el aerogel, lo cual no es cierto en general). Finalmente, el plano de detección proporcionará las tres coordenadas del fotón (puntos Q_1 o Q_2). Combinando toda la información anterior, se obtendrá el valor de θ_C . Por ejemplo, para el caso sencillo de una partícula cargada que incide en forma perpendicular (ver figura 2.3), el ángulo θ_C estará dado simplemente por

$$\theta_C = \arctan\left(\frac{\ell}{41.5}\right)$$

en donde ℓ es la distancia en centímetros del punto en el que se detectó el fotón al punto de intersección de la trayectoria de la partícula con el plano de detección. Asimismo, se ha tomado un valor de (41.5 ± 0.5) cm para el grosor del espacio vacío, debido a que el radiador tiene un grosor de 1 cm. Para partículas que inciden de manera inclinada, como es el caso de la figura 2.6, las fórmulas para obtener θ_C son considerablemente más complicadas—sobre todo si el fotón fue reflejado en el espejo, como el fotón Q_2 de la figura 2.6—, pero el principio es el mismo, y la obtención de θ_C no deja de ser un problema puramente geométrico, una vez que se conocen la trayectoria AP y la posición A de la partícula en el punto de emisión, así como la posición Q_1 (o Q_2) del fotón. Ya se mencionó que una de las coordenadas del punto A no se conoce con exactitud. Ahora es importante hacer notar que toda la información anterior tiene asociada una incertidumbre que se reflejará en el valor de θ_C y, por lo tanto, en el valor de β obtenido, como se verá a continuación.

2.2 Incertidumbres

Puesto que la función del RICH es medir la velocidad, su desempeño global estará caracterizado por el error relativo—también llamado incertidumbre relativa o resolución—en la velocidad. Esta cantidad se escribe como $\delta\beta/\beta$, y generalmente se expresa como un porcentaje. Pero la importancia principal del RICH se deriva de su papel en la determinación de la masa, según la ecuación (1.9). Naturalmente, una pobre resolución en la velocidad repercutirá negativamente en la resolución en la masa y, por lo tanto, en la sensibilidad del AMS para separar isótopos diferentes. De la diferencial de la ecuación (1.9), se deriva la siguiente expresión para la resolución en la masa [Bu00]:

$$\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 = \left(\frac{\delta P}{P}\right)^2 + \left(\gamma^2 \frac{\delta\beta}{\beta}\right)^2. \quad (2.5)$$

Es muy notorio el hecho de que el segundo término del lado derecho de la ecuación (2.5) crece como el cuadrado del factor de Lorentz γ . Esto significa que para energías suficientemente grandes ($\gtrsim 10$ GeV/nucleón), la resolución en la velocidad cobra una enorme importancia y podría reducir considerablemente la capacidad del AMS para medir la masa. Por eso es de suma importancia mantener el error en la velocidad tan pequeño como sea posible, de manera que el límite superior de momento para la separación de isótopos sea lo más alto posible.

Una idea del valor máximo aceptable para $\delta\beta/\beta$ se puede obtener de la resolución en el momento, que es el otro término que contribuye a la incertidumbre en la masa según la ecuación (2.5). El diseño actual del tracker implica una incertidumbre $(\delta P/P) \sim 1\%$ en el intervalo de energías de 1 GeV a 10 GeV aproximadamente, siendo mayor para energías fuera de ese intervalo [Th00]. Si $\delta\beta/\beta$ fuera comparable a $\delta P/P$, el rendimiento del AMS ya sería insatisfactorio para energías de ~ 10 GeV, pues para un núcleo con 10 GeV (i.e. con $\gamma \approx 10$), la incertidumbre en la velocidad dominaría a la resolución del tracker en un factor de ~ 10 . Por lo tanto, es necesario que $\delta\beta/\beta$ sea bastante menor que un 1%. Un error en la velocidad de $\sim 0.1\%$ suele considerarse como aceptable pues, de esta manera, la contribución a la incertidumbre en la masa debida al error en la velocidad según la ecuación (2.5), es despreciable para $E \sim 1$ GeV y sólo empieza a ser comparable a la contribución debida al error en el momento a partir de $E \sim 10$ GeV,

o más. Por otro lado, una resolución de 0.1% en β parece estar cercana a los límites impuestos por la tecnología actual. Como se verá más adelante, este trabajo contribuye a la búsqueda de un radiador Cherenkov cuya contribución a $\delta\beta/\beta$ de ninguna manera exceda el límite de 0.1%.

Ahora se encontrará una expresión para $\delta\beta/\beta$ para un fotón detectado en el RICH. Se parte de la relación de Cherenkov

$$\beta = \frac{1}{n \cos \theta_C}. \quad (2.6)$$

Tomando la diferencial de la ecuación (2.6), y dividiendo entre β de ambos lados, se obtiene

$$\frac{d\beta}{\beta} = \frac{dn}{n} + \tan \theta_C d\theta_C. \quad (2.7)$$

El error relativo en la velocidad se obtiene a partir de la ecuación (2.7) usando la fórmula usual para la suma de errores:

$$\left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)^2 = \left(\frac{\delta n}{n}\right)^2 + (\tan \theta_C \delta\theta_C)^2. \quad (2.8)$$

El segundo término del lado derecho de la ecuación (2.8) se debe a la incertidumbre en la medición de θ_C y puede expresarse como la suma de las contribuciones debidas a las distintas fuentes de error para el ángulo θ_C :

$$(\tan \theta_C \delta\theta_C)^2 = \sum_{i=1}^M \left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_i^2, \quad (2.9)$$

en donde las $(\delta\beta/\beta)_i$ son las contribuciones correspondientes a cada una de las M fuentes de error. Combinando las ecuaciones (2.9) y (2.8), se obtiene la expresión deseada para la resolución en la velocidad:

$$\frac{\delta\beta}{\beta} = \sqrt{\left(\frac{\delta n}{n}\right)^2 + \sum_{i=1}^M \left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_i^2}, \quad (2.10)$$

o sea que $\delta\beta/\beta$ es la suma geométrica de dos términos:

1) La incertidumbre debida al índice de refracción:

$$\left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_n = \frac{\delta n}{n}. \quad (2.11)$$

2) El efecto de todas las fuentes de error asociadas a la medición del ángulo θ_C :

$$\left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_{\theta_C} = \sqrt{\sum_{i=1}^M \left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_i^2}. \quad (2.12)$$

Se recuerda que el análisis que se hizo es para un solo fotón, sin hacer el explícito el efecto de detectar N fotones, con $N > 1$. En general, si se detectan N fotones, el valor de la velocidad es el promedio de los N valores de β medidos, mientras que, por estadística, el error (2.10) disminuye conforme N aumenta. Cada uno de los errores

(2.11) y (2.12) se puede escribir como la suma geométrica de un error estadístico y de un error sistemático. El aumento en la estadística hará que, como es usual, las incertidumbres estadísticas disminuyan por un factor $(1/\sqrt{N})$ [Yps94, G199, Asch00]. Los errores sistemáticos, en cambio, no se ven afectados por el número de fotones. En vista de lo anterior, el error $(\delta\beta/\beta)_n$ está dado por

$$\left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_n^2 = \left(\frac{\delta n}{n}\right)^2 = \frac{1}{N} \left(\frac{\delta n}{n}\right)_e^2 + \left(\frac{\delta n}{n}\right)_s^2, \quad (2.13)$$

en donde $(\delta n/n)_e$ y $(\delta n/n)_s$ son los errores en n estadístico y sistemático, respectivamente. Por otra parte, la incertidumbre (2.12) se puede reescribir como

$$\left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_{\theta_C}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{M_e} \left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_i^2 + \sum_{i=1}^{M_s} \left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_i^2, \quad (2.14)$$

suponiendo que existen M_e fuentes de error estadísticas y M_s fuentes de error sistemáticas en la medición del ángulo θ_C , de tal manera que $M = M_e + M_s$. Sumando geoméricamente las incertidumbres (2.13) y (2.14) se obtiene el error total en la velocidad:

$$\frac{\delta\beta}{\beta} = \sqrt{\frac{1}{N} \left(\frac{\delta n}{n}\right)_e^2 + \left(\frac{\delta n}{n}\right)_s^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{M_e} \left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_i^2 + \sum_{i=1}^{M_s} \left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_i^2}. \quad (2.15)$$

Ahora se considerarán brevemente las fuentes de error que contribuyen a la ecuación (2.14), pero sin especificar si se trata de fuentes de error sistemáticas o estadísticas. Los tres principales términos $(\delta\beta/\beta)_i$ que hay que tomar en cuenta son los siguientes:

- Error debido al grosor del radiador (ya se mencionó)
- Error debido a la pixelización del plano de detección
- Incertidumbre en la trayectoria reconstruida por el tracker

Se estima [Fi99] que, para el diseño actual del RICH, el error asociado al hecho de que el radiador tenga un grosor de 1 cm, es del orden de 0.1%. Por otra parte, el error debido a la pixelización del plano de detección se debe a que los fotomultiplicadores tienen un área finita, por lo que la resolución con la que se conocen las coordenadas del fotón detectado también es finita. Para disminuir esta fuente de error, se tiene planeado utilizar fotomultiplicadores marca Hamamatsu de alta resolución. Cada fotomultiplicador tendrá una forma cuadrada de unos 3 cm de lado, y estará dividido en 16 pixeles que podrán detectar fotones de forma independiente. Cada pixel será capaz de detectar fotones en un área de $0.75 \times 0.75 \text{ cm}^2$. Estudios detallados [Th00] muestran que para un plano de detección con estas características, el error $(\delta\beta/\beta)_{\text{pixeles}}$ debido a la pixelización también será del orden de 0.1%. Finalmente, el error debido a la incertidumbre en la reconstrucción de la trayectoria de la partícula no ha sido calculado con precisión todavía, pero se espera que sea pequeño en comparación con los dos errores anteriores, dada la gran precisión que tendrá el tracker.

El cálculo detallado de los términos $(\delta\beta/\beta)_i$ debidos a la incertidumbre en la medición del ángulo θ_C , por indispensable que sea para evaluar la funcionalidad del

AMS, es el tema de otros estudios. Este trabajo se limita a estimar el término $(\delta\beta/\beta)_n$ a partir de mediciones realizadas en el laboratorio para un material que probablemente será usado como radiador del RICH. El criterio para saber si un material es adecuado como radiador o no, es que el término $(\delta\beta/\beta)_n$ para ese material sea menor o igual que los demás términos $(\delta\beta/\beta)_i$. Por esta razón y por los argumentos expuestos en relación a la medición de la masa, se quiere que $(\delta n/n) \lesssim 0.1\%$

A primera vista parece muy fácil obtener el término $\delta n/n$ para un material dado: se mide el índice de refracción n en un laboratorio y se calcula la incertidumbre de la medición dn , para obtener el cociente dn/n . Ése sería el caso para un material con una n constante para todas las longitudes de onda. Pero la realidad es mucho más complicada, pues resulta que todos los materiales que se conocen presentan un fenómeno conocido como dispersión cromática: su índice de refracción varía con la longitud de onda de la luz. Recordando que la radiación Cherenkov se emite en todo un continuo de longitudes de onda, resulta que para calcular el error $\delta n/n$ es indispensable tomar en cuenta la dispersión cromática de un material dado. Además, hay otros fenómenos físicos implicados en la manera como el índice de refracción afecta la resolución de la velocidad; todos ellos contribuirán al término $\delta n/n$. Por ejemplo, en todo radiador Cherenkov existen diversos procesos absortivos—incluidos bajo el concepto común de *absorbancia*—, tales como absorción de fotones y dispersión. Como estos procesos dependen de la longitud de onda, su impacto en la cantidad de fotones que se detecten, será diferente para a cada longitud de onda y, por lo tanto, para cada índice de refracción. Por consiguiente, conocer las propiedades absortivas de un radiador Cherenkov es un requisito indispensable para estimar el error dn/n . Estas ideas serán precisadas en el siguiente capítulo, en donde también se estudiarán otros factores implicados en la evaluación de dn/n .

En la figura 2.7 se muestran gráficamente los índices de refracción para distintos materiales, tales como cuarzo, óxido de silicio y los fluoruros de calcio, litio, magnesio y sodio, como función de la longitud de onda. En estas gráficas, la región de interés corresponderá naturalmente a la ventana del espectro en que los fotomultiplicadores son más sensibles a la radiación. En la figura 2.5 se puede ver que la ventana en cuestión va de los 300 nm a los 600 nm, aproximadamente. Es interesante observar que, en la región de interés, los índices de refracción de la figura 2.7 tienden a ser más estables cuanto más pequeños son.

Para ilustrar este hecho, se compararán de manera semicuantitativa las curvas correspondientes a los materiales con el mayor y el menor índice de refracción: cuarzo y fluoruro de sodio, respectivamente. De la figura 2.7 se puede ver que el índice de refracción del cuarzo va de 1.58 en 300 nm a 1.54 en 600 nm, lo cual corresponde a una variación $\Delta n \approx 0.04$. Tomando a 1.56 como un valor típico de n (el promedio de los valores extremos), se tiene que para el cuarzo, $(\Delta n/n) \approx 0.026 = 2.6\%$. Procediendo de la misma manera en el caso del fluoruro de sodio, se tiene que para este material, $(\Delta n/n) \approx 0.011 = 1.1\%$, menos de la mitad que para el cuarzo. Por lo general, para materiales con índices de refracción aún menores, la variación correspondiente será todavía menor. Parece ser, entonces, que los materiales con índices de refracción menores son más deseables en lo que se refiere a su pequeña dispersión cromática.

Por otra parte, es importante recordar que, por la ecuación (2.3), cuanto menor es el índice de refracción, mayor es la velocidad umbral β_u . Por consiguiente, si se quiere medir en un rango amplio de velocidades, es preferible contar con una n grande. La

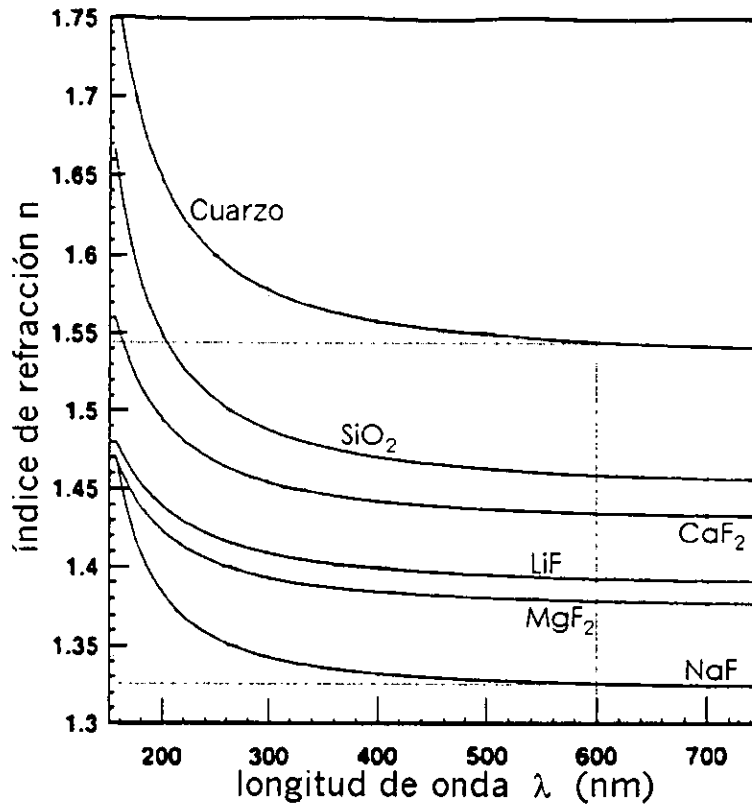


Figura 2.7: Dependencia del índice de refracción con la longitud de onda para varios materiales. Los datos están tomados de la referencia [Th00].

elección de un radiador siempre es el resultado de un compromiso entre la necesidad de medir un intervalo de velocidades grande y la necesidad de tener una alta resolución. Para una aplicación determinada, se escogerá un material con alto o bajo índice de refracción, dependiendo de si se le da prioridad a la primera o la segunda de estas necesidades, respectivamente.

En el caso del RICH del AMS, se quiere medir rayos cósmicos muy energéticos (i.e. muy rápidos). Por consiguiente, será preferible contar con un radiador con un índice de refracción pequeño, renunciando a medir velocidades bajas, pero minimizando, en cambio, el error en la velocidad por dispersión cromática. Los mejores candidatos para el radiador del RICH estarán entre aquellos materiales que tengan los índices de refracción más pequeños, de preferencia muy cercanos a 1. En la actualidad, el material sólido que mejor cumple con este requerimiento es el aerogel de sílice.

2.3 El aerogel de sílice

Los aerogel de sílice, como su nombre lo indica, son materiales compuestos por sílice (SiO_2) y por aire en distintas proporciones. Se trata de sistemas coloidales de dos fases: sólida y gaseosa. Estos materiales poseen una propiedad sorprendente que en este trabajo es de gran interés: a pesar de ser sólidos, los aerogel de sílice pueden

llegar a tener densidades hasta 300 veces inferiores a las del agua [Koc98]. Esto se debe a que la mayor parte—a veces, más de un 99%—de su volumen, está ocupado por aire, el cual se encuentra distribuido a través de una red de poros de distintos tamaños, interconectados unos con otros. Por su parte, la sílice de los aerogeles forma una fina estructura sólida, constituida por partículas de SiO_2 adheridas unas a otras. A pesar de ocupar sólo una pequeña fracción del volumen total de un aerogel, la estructura de sílice es responsable de que el aerogel sea un material sólido, aunque muy frágil y quebradizo. Ambas fases que componen a un aerogel son esencialmente conexas, es decir que prácticamente no existen poros de aire totalmente rodeados por sílice, ni partículas sueltas de SiO_2 .

Si bien es cierto que la naturaleza coloidal de un aerogel da origen a grandes inhomogeneidades a escalas microscópicas, la distribución uniforme a grandes escalas de ambas fases permite que en la mayoría de los casos los aerogeles de sílice puedan ser tratados como materiales macroscópicamente homogéneos. En particular, a los aerogeles de sílice se les puede asignar magnitudes tales como índice de refracción y densidad, que estarán en función de las magnitudes correspondientes a cada una de las fases que componen el aerogel. Para la densidad, lógicamente se tiene que

$$\rho = \Phi \rho_s + (1 - \Phi) \rho_a \quad (2.16)$$

en donde $0 < \Phi < 1$ es la fracción de volumen ocupada por la sílice, mientras que ρ_s y ρ_a son las densidades de la sílice y del aire respectivamente. En el próximo capítulo se presentará una fórmula equivalente que relaciona los índices de refracción del aerogel y de sus componentes. Por ahora, baste con mencionar la siguiente relación lineal empírica entre el índice de refracción y la densidad de un aerogel:

$$n = 1 + C \rho, \quad (2.17)$$

en donde C es una constante que oscila entre 0.21, 0.28, dependiendo del proceso de manufactura [Ca74, Po86, Wa94, Yama]. La ecuación (2.17) pone de manifiesto cómo la baja densidad de los aerogeles hace de estos materiales buenos candidatos para ser usados como radiadores Cherenkov de bajo índice de refracción.

La historia de los aerogeles empezó en 1931, cuando S.S. Kistler [Fri86] tuvo la idea de remover la fase líquida de un gel (coloide compuesto por un sólido disperso en un líquido). Experimentos anteriores lo habían convencido de que la estructura sólida de un gel—una vez formado—es independiente del fluido que lo permea, y que el fluido bien podría ser un gas en lugar de un líquido. Sus primeros intentos de fabricar un aerogel fueron infructuosos, pues sus geles invariablemente se colapsaban durante el proceso de secado a temperatura y presión atmosféricas. Kistler no tardó en indentificar el colapso de los geles con el efecto de las fuerzas de capilaridad asociadas a la tensión superficial de las interfases que se formaban cuando el fluido pasaba del estado líquido al gaseoso. Para evitar las fuerzas capilares, Kistler sometió al gel a un proceso de secado en condiciones supercríticas, es decir, con una temperatura y una presión superiores a la temperatura y presión críticas del fluido que permea al gel. Bajo estas condiciones, no existe una distinción clara entre los estados líquido y gaseoso, y es posible llevar al fluido de un estado al otro sin que jamás se formen interfases, ni fuerzas de tensión superficial.



Figura 2.8: Modelo de un aerogel a escalas nanométricas [Po86].

Hoy en día, para producir un aerogel se parte de un alcogel de sílice, que a su vez es el resultado de la policondensación de moléculas de sílice disueltas en un alcohol líquido. Las moléculas se aglutinan poco a poco y se polimerizan para formar partículas de sílice, las cuales se adhieren unas a otras para formar estructuras parecidas a la que se muestra en la figura 2.8, cuyo tamaño es del orden de nanómetros [Po86]. Estas estructuras a su vez se unen entre sí para formar estructuras aún más grandes, y así sucesivamente. El resultado final del proceso de policondensación es un alcogel con una estructura sólida semejante a una red tridimensional, o a una esponja muy porosa, con una geometría que se puede modelar como un fractal [Emm95], pues contiene patrones estructurales similares a distintas escalas. El siguiente paso en la producción del aerogel consiste en someter al alcogel a un proceso de secado supercrítico, con el fin de sustituir el alcohol por aire, modificando mínimamente la estructura sólida de sílice y reduciendo drásticamente la densidad del material.

Una buena manera de estudiar la estructura a pequeñas escalas de un aerogel, consiste en realizar experimentos de dispersión, en los que se hace pasar un haz de rayos X, de luz ultravioleta o de luz visible con distintas longitudes de onda a través de una muestra de aerogel, y luego se observa la cantidad de luz dispersada a distintos ángulos θ con respecto a la dirección original del haz. La función de dispersión $f_{\lambda}(\theta)$

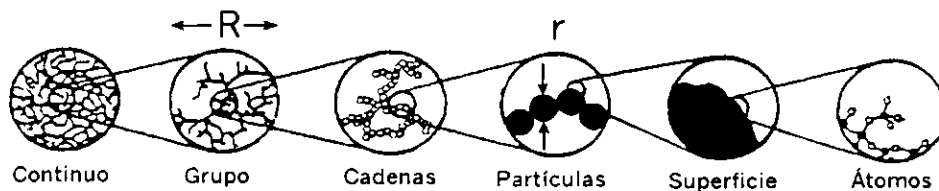


Figura 2.9: Estructuras a distintas escalas de un aerogel de sílice típico [Emm92].

indica la intensidad de la luz dispersada a un ángulo de dispersión θ , para una longitud de onda λ . Las funciones de dispersión obtenidas en forma experimental para varias longitudes de onda, pueden analizarse utilizando teorías de dispersión similares a la teoría de Rayleigh-Debye que se presentará en la sección 3.3, para deducir el tamaño y la forma de las estructuras responsables de la dispersión. De esta manera se ha llegado a inferir el modelo microscópico de un aerogel que se muestra en la figura 2.9. Se trata de una serie de estructuras de sílice a muy diversas escalas, desde el nivel atómico hasta el nivel del “continuo”, pasando en orden creciente por partículas de sílice (incluyendo su superficie), cadenas de partículas y grupos de cadenas (todas estas estructuras se señalan en la figura 2.9). El continuo es la escala a partir de la cual el aerogel puede ser considerado como un material homogéneo. Entre los dos niveles extremos existen dos escalas, representadas por las distancias R y r , que se destacan en la figura. Estas escalas han demostrado tener una especial relevancia en los experimentos de dispersión. La más pequeña de ellas es el tamaño típico r de las partículas de sílice de que se habló anteriormente. La otra escala importante es R , el tamaño típico de un grupo (*cluster* en inglés) compuesto por varias cadenas de la red de sílice. Varios experimentos [Beck95, Te86, Sche98] han demostrado que en un aerogel típico, r y R suelen ser del orden de nanómetros y de micras, respectivamente. El tamaño de estas escalas depende de las condiciones físicas (presión, temperatura) y químicas (pH, catalizadores) bajo las cuales se llevaron a cabo los procesos de policondensación y de secado supercrítico durante la fabricación de un aerogel dado.

El aerogel que es tema de estudio en esta tesis es llamado SP-25 y fue fabricado por la compañía Matsushita Electric Works Ltd., en Japón. En la figura 2.10 se muestra una imagen con una amplificación $250,000\times$ de una muestra de aerogel SP-25, tomada con un microscopio electrónico JEOL 100CX del Instituto de Física de la UNAM. De esta imagen se puede determinar que el tamaño promedio de las estructuras nanométricas (correspondientes a la escala r), es de unos (15 ± 5) nm [Me01]. Este tamaño es del mismo orden de magnitud que el reportado para otros aerogeles de sílice [Beck95, Te86, Sche98].

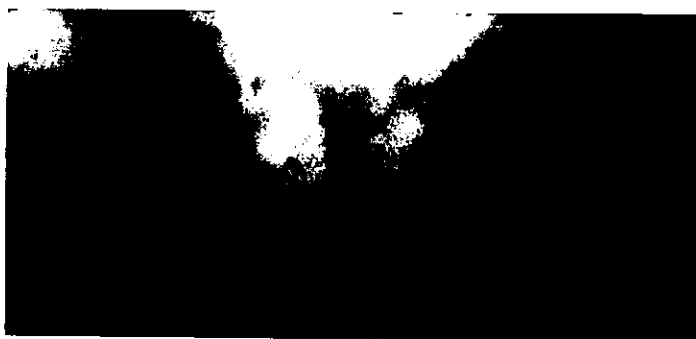


Figura 2.10: Imagen amplificada $250,000\times$ de una muestra de aerogel SP-25.

El aerogel SP-25 tiene una densidad medida por el fabricante de 0.09 g/cm³ [Hoja], es decir, aproximadamente 11 veces menor que la del agua. Por otro lado, según el fabricante [Yama], la constante C que aparece en la ecuación (2.17) es de 0.277, por lo que el valor nominal del índice de refracción, según la ecuación (2.17), es aproximadamente 1.025 (a esto se refiere la denominación SP-25). Este valor nominal sólo

es da una idea aproximada del promedio del índice de refracción en la región visible del espectro y no puede ser tomado muy en serio, ya que mediciones anteriores para otros aerogeles [Asch00, Gou99] han demostrado que en muchos casos los índices de refracción suelen variar hasta en un 20% del valor $(n - 1)$ nominal.

Por otra parte, no se encuentran referencias sobre mediciones del índice de refracción para un mismo aerogel a distintas longitudes de onda, y en particular para el SP-25. Es el propósito de este trabajo realizar medidas precisas de n y de la absorbancia como función de la longitud de onda. En base a las mediciones realizadas, y a la información que se proporcionará en el siguiente capítulo, será posible calcular el error $\delta n/n$ (estadístico y sistemático), así como el número de fotones detectados N , cantidades que determinan la incertidumbre en la velocidad $(\delta\beta/\beta)_n$ debida al índice de refracción, según la ecuación (2.13). De esta forma, el presente estudio contribuirá a evaluar el desempeño del aerogel SP-25 como radiador Cherenkov en el RICH del AMS. Los resultados obtenidos ya han sido aprobados para su publicación en una revista especializada [Vi01].

Capítulo 3

Fundamentos ópticos y electromagnéticos

3.1 Modelo de dispersión

Cuando una onda electromagnética actúa sobre un material, los electrones ligados a las moléculas del material sienten la fuerza ejercida por el campo electromagnético de la onda y se ven forzados a realizar oscilaciones alrededor de su posición de equilibrio. La aceleración de estas cargas produce nuevas ondas electromagnéticas, las cuales actuarán sobre otros electrones, que a su vez emitirán radiación, y así sucesivamente. Mediante este proceso, la onda electromagnética se propaga a través del material.¹ En esta sección se hará un tratamiento clásico de este fenómeno, considerando a las moléculas del material como pequeños dipolos eléctricos, capaces de absorber y de reemitir radiación electromagnética. Se verá que la velocidad de propagación de la onda y la forma en que ésta es absorbida dependen tanto de las propiedades del material, como de la longitud de onda de la radiación incidente. Es importante tener bien presente que el modelo que se expondrá a continuación es sólo una aproximación; para un modelo más exacto es necesario un tratamiento cuántico que va más allá de los objetivos de este trabajo.²

Considérese a un electrón ligado a una molécula, con un vector de posición \mathbf{x} y cuya posición de equilibrio está en el origen. El modelo que se utilizará para este sistema es el de un oscilador armónico, pues consiste en suponer que—al igual que en el caso de un resorte—, la fuerza que une el electrón a la molécula es proporcional a su desplazamiento con respecto a su posición de equilibrio³. Esta fuerza será escrita como $-m\omega_0^2\mathbf{x}$, donde m es la masa del electrón y ω_0 es una constante que, como se verá más adelante, es la frecuencia propia de oscilación del electrón ligado a la molécula. Un tratamiento más preciso del problema también incluye una fuerza disipativa que se opone al movimiento, representada por $-m\gamma\dot{\mathbf{x}}$, donde $\gamma > 0$ es una constante llamada coeficiente de disipación. Nótese que tanto ω_0 como γ , son constantes que dependen de la manera particular en que el electrón está ligado a la molécula. Con estas dos fuerzas,

¹En un conductor hay otros fenómenos que también contribuyen a la propagación de la onda, pero este trabajo se restringe al caso de un dieléctrico.

²Para un tratamiento cuántico del problema, véase el libro de Ditchburn [Ditch76], cap.19.

³Para exponer el modelo de dispersión de esta sección, se ha utilizado material de varios libros de óptica, principalmente los libros de Feynman [Fey64a, Fey64b], Fowles [Fow75], Hecht [He90] y Morgan [Mo53].

la ecuación de movimiento del electrón es la de un oscilador armónico amortiguado:

$$m(\ddot{\mathbf{x}} + \gamma\dot{\mathbf{x}} + \omega_0^2\mathbf{x}) = 0,$$

cuyas soluciones son de la forma

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 e^{-\gamma t/2} e^{\frac{1}{2}\sqrt{\gamma^2 - 4\omega_0^2}t}. \quad (3.1)$$

Si $\gamma \ll \omega_0$, el segundo exponente es imaginario y la solución representa un movimiento oscilatorio, donde γ juega el papel de una constante de amortiguamiento. Si ahora se supone que una onda electromagnética cuyo campo eléctrico oscila conforme a $\mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$, actúa sobre el electrón, la ecuación de movimiento será

$$\ddot{\mathbf{x}} + \gamma\dot{\mathbf{x}} + \omega_0^2\mathbf{x} = \frac{q_e}{m}\mathbf{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (3.2)$$

donde q_e y m son la carga y la masa del electrón, respectivamente. La solución de la ecuación (3.2) es la suma de la solución a la ecuación homogénea (3.1) más una solución particular. Debido al amortiguamiento exponencial de la ecuación (3.1), el comportamiento de la solución a la ecuación (3.2) para tiempos suficientemente largos, está dado exclusivamente por la solución particular. Es fácil verificar por sustitución directa que

$$\mathbf{x} = \frac{q_e}{m} \frac{\mathbf{E}_0 e^{i\omega t}}{(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (3.3)$$

es la solución particular deseada. La cantidad ω_0 juega el papel de una frecuencia de resonancia, pues es la frecuencia correspondiente al modo natural de oscilación del electrón en la molécula.

Recordando que el momento dipolar eléctrico de la molécula está definido por $\mathbf{p} = q_e \mathbf{x}$, de la ecuación (3.3) se tiene que

$$\mathbf{p} = \frac{q_e^2}{m} \frac{\mathbf{E}_0 e^{i\omega t}}{(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}.$$

Así pues, el efecto de la onda es polarizar a la molécula, convirtiéndola en un dipolo eléctrico oscilante. En general, en un dieléctrico no todos los electrones estarán ligados a sus moléculas de la misma manera. Aunque todos los electrones tienen una ecuación de movimiento de la forma (3.2), sus frecuencias naturales de oscilación y sus constantes de amortiguamiento pueden ser diferentes para los distintos electrones. Supóngase que en un dieléctrico existen M tipos diferentes de electrones, cada uno con su frecuencia natural de oscilación ω_{0j} y su constante de amortiguamiento γ_j . Cada tipo de electrón dará lugar a un momento dipolar diferente

$$\mathbf{p}_j = \frac{q_e^2}{m} \frac{\mathbf{E}_0 e^{i\omega t}}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j\omega)}. \quad (3.4)$$

donde $1 \leq j \leq M$. Para estudiar el efecto que tienen los momentos dipolares \mathbf{p}_j en el comportamiento del dieléctrico, resulta conveniente introducir la polarización eléctrica \mathbf{P} , definida por

$$\mathbf{P} = \sum_{j=1}^M N f_j \mathbf{p}_j. \quad (3.5)$$

donde N es el número de electrones por unidad de volumen y cada f_j representa la fracción de electrones con el momento dipolar \mathbf{p}_j . Se puede entender a la polarización como la densidad de momento dipolar eléctrico total en el dieléctrico. Combinando las ecuaciones (3.4) y (3.5), se obtiene

$$\mathbf{P} = \frac{Nq_e^2}{m} \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \sum_{j=1}^M \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j\omega},$$

que también se puede escribir como

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 N \mathbf{E}_0 \alpha(\omega),$$

en donde

$$\alpha(\omega) = \frac{q_e^2}{\epsilon_0 m} \sum_{j=1}^M \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j\omega} \quad (3.6)$$

es la polarizabilidad del dieléctrico.

Hasta ahora se ha supuesto que los electrones únicamente perciben el campo electromagnético de la onda. Esto no es exacto, pues los electrones también se ven afectados por los demás momentos dipolares en su vecindad, los cuales tendrán por efecto reforzar el campo electromagnético local de cada electrón en una cantidad $\mathbf{P}/3\epsilon_0$ [Fey64b]. Tomando esto en consideración, es preciso sumarle la cantidad $\mathbf{P}/3\epsilon_0$ al campo \mathbf{E}_0 de la ecuación (3.2) y repetir todo el desarrollo anterior para obtener la polarización

$$\mathbf{P} = \frac{3N\alpha}{3 - N\alpha} \epsilon_0 \mathbf{E}_0. \quad (3.7)$$

Para saber cómo se propaga la luz a través del material, se consideran las ecuaciones de Maxwell [Fow75] para un dieléctrico con polarización \mathbf{P} :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla \cdot \mathbf{P} \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0} + \mathbf{E} \right) \quad (3.11)$$

Tomando el rotacional de la ecuación (3.10) y la derivada con respecto del tiempo de la ecuación (3.11) se puede eliminar el campo \mathbf{B} para obtener:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0} + \mathbf{E} \right). \quad (3.12)$$

Ahora se utiliza la identidad vectorial

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

en la ecuación (3.12), para obtener

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \quad (3.13)$$

Sustituyendo la ecuación (3.8) en la ecuación (3.13), se obtiene

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{P}) + \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (3.14)$$

La ecuación (3.14) es una ecuación de onda inhomogénea, con términos que dependen de la polarización. Se buscarán soluciones de esta ecuación para el caso de una onda electromagnética plana que incide sobre un dieléctrico homogéneo e isotrópico. La onda se propaga en dirección del eje z y su campo eléctrico, siempre perpendicular a la dirección de propagación, tendrá una única componente E_x , que puede ser descrita por

$$E_x = E_0 e^{i(kz - \omega t)}, \quad (3.15)$$

donde k es el número de onda.

De la ecuación (3.7) se deduce que, en este caso, la polarización, al igual que el campo eléctrico, sólo tiene una componente en la dirección de x , dada por

$$P_x = \frac{3N\alpha}{3 - N\alpha} \epsilon_0 E_0 \quad (3.16)$$

Como P_x no depende de x , entonces $\nabla \cdot \mathbf{P} = 0$ y la ecuación (3.14) para el caso de interés se reduce a

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P_x}{\partial t^2}. \quad (3.17)$$

Efectuando las derivadas parciales de la ecuación (3.17) se tiene que

$$-k^2 E_x + \frac{\omega^2}{c^2} E_x = -\frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} P_x. \quad (3.18)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.16) y (3.15) en la ecuación (3.18), eliminando los campos eléctricos y despejando k , se encuentra que

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 + \frac{3N\alpha}{3 - N\alpha} \right). \quad (3.19)$$

Alternativamente, se puede verificar fácilmente que una onda $E_x = E_0 e^{i(kz - \omega t)}$, en donde k está dada por la ecuación (3.19), es solución de la ecuación (3.18).

El número de onda k es complejo, pues se sabe que, de la definición (3.6), α es complejo. Ahora se introduce el índice de refracción complejo n , definido por

$$n = n_R + in_I = \frac{c}{\omega} k. \quad (3.20)$$

Combinando las ecuaciones (3.20) y (3.19) se obtiene la siguiente expresión para n :

$$n^2 - 1 = \frac{3N\alpha}{3 - N\alpha},$$

que es más conveniente describir como

$$3\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = N\alpha. \quad (3.21)$$

La ecuación (3.21) es conocida indistintamente como la ecuación de Lorentz-Lorenz o de Clausius-Mosotti [Fey64b]. La dependencia del índice de refracción con la frecuencia recibe el nombre de *ley de dispersión* del material. La ecuación (3.21) es pues un ejemplo de ley de dispersión. Una complicación que no ha sido tomada en cuenta en esta descripción es el hecho de que, en un sólido, las moléculas que lo componen están tan cercanas unas a otras, que las interacciones entre ellas son considerables, por lo que los modos de oscilación internos de los electrones se modifican. Las frecuencias naturales de oscilación ω_{0j} y los coeficientes de atenuación γ_j podrán ser bastante diferentes de las cantidades respectivas de las moléculas libres. Una descripción más completa requeriría de un conocimiento detallado de la forma como interactúan las moléculas en el material [Ditch76]. Sin embargo, dicha descripción aumentaría enormemente el nivel de complicación de la ley de dispersión, por lo que es preferible contar con expresiones manejables, siempre y cuando se esté consciente de que sólo son buenas aproximaciones a la realidad.

Escribiendo explícitamente las partes real e imaginaria del índice de refracción en la ecuación de Lorentz-Lorenz, se tiene que

$$3\frac{(n_R + in_I)^2 - 1}{(n_R + in_I)^2 + 2} = 3\frac{(n_R^2 - 1)(n_R^2 + 2) + 4n_R^2n_I^2 - 6n_Rn_Ii}{(n_R^2 + 2)^2 + 4n_R^2n_I^2} = N\alpha. \quad (3.22)$$

Generalmente $n_I \ll n_R$, por lo que se desprecian los términos en n_I^2 en la ecuación (3.22). Luego se sustituye la definición de α (3.6) en (3.22) para obtener

$$3\frac{(n_R^2 - 1)(n_R^2 + 2) - 6n_Rn_Ii}{(n_R^2 + 2)^2} = \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m} \sum_{j=1}^M \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j\omega} \quad (3.23)$$

Igualando las partes reales e imaginarias de ambos lados de la ecuación (3.23), se obtiene:

$$3\frac{n_R^2 - 1}{n_R^2 + 2} = \frac{Nq_e^2}{m\epsilon_0} \sum_{j=1}^M \frac{f_j(\omega_{0j}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2\omega^2}, \quad (3.24)$$

$$18\frac{n_Rn_I}{(n_R^2 + 2)^2} = \frac{Nq_e^2}{m\epsilon_0} \sum_{j=1}^M \frac{\gamma_j\omega}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2\omega^2}. \quad (3.25)$$

Suponiendo que $n_R \approx 1$, se pueden hacer la aproximación $n_R^2 + 2 = 3$ en la ecuación (3.24), así como las aproximaciones $n_R^2 + 2 = 3$ y $n_R = 1$ en la ecuación (3.25) para obtener:

$$n_R^2 - 1 = \frac{Nq_e^2}{m\epsilon_0} \sum_{j=1}^M \frac{f_j(\omega_{0j}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2\omega^2}, \quad (3.26)$$

$$n_I = \frac{Nq_e^2}{2m\epsilon_0} \sum_{j=1}^M \frac{\gamma_j \omega}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2 \omega^2}. \quad (3.27)$$

Si además se hacen las substitutiones $\omega = 2\pi c/\lambda$ y $\omega_{0j} = 2\pi c/\lambda_{0j}$ en las ecuaciones (3.26) y (3.27), se obtienen expresiones para las partes real e imaginaria del índice de refracción como función de la longitud de onda:

$$n_R^2 = 1 + \sum_{j=1}^M \frac{A_j(\lambda^2 - \lambda_{0j}^2)\lambda_{0j}^2\lambda^2}{4\pi^2(\lambda^2 - \lambda_{0j}^2)^2 + \gamma_j^2\lambda^2\lambda_{0j}^4}, \quad (3.28)$$

$$n_I = \frac{1}{2n_R} \sum_{j=1}^M \frac{A_j\gamma_j\lambda_{0j}^4\lambda^3}{8\pi^3(\lambda^2 - \lambda_{0j}^2)^2 + 2\pi\gamma_j^2\lambda_{0j}^4\lambda^2}, \quad (3.29)$$

en donde las A_j están definidas por

$$A_j = \frac{Nq_e^2 f_j}{m\epsilon_0}. \quad (3.30)$$

El índice de refracción permite escribir la ecuación (3.15) como

$$E_x = E_0 e^{i\omega(\frac{n}{c}z - t)}. \quad (3.31)$$

Escribiendo a n como en la ecuación (3.20) y separando la parte real de la parte imaginaria del exponente, se tiene que

$$E_x = E_0 e^{i\frac{\omega}{c}(n_R z - ct)} e^{-\frac{\omega}{c}n_I z}. \quad (3.32)$$

El término $e^{i\frac{\omega}{c}(n_R z - ct)}$ representa una onda que viaja con velocidad c/n_R . Como por lo general $n_R > 1$, el índice de refracción real tiene por efecto hacer que la velocidad de la onda en el medio sea menor que en el vacío. Así pues, una de las consecuencias de la ley de dispersión es que cada longitud de onda viaje a una velocidad diferente y por lo tanto se refracte de manera distinta [Fey64b], lo cual explica la descomposición de la luz blanca en sus colores componentes por un prisma, así como la formación de los arcoiris por pequeñas gotas de lluvia suspendidas en la atmósfera terrestre. Por otro lado, la amplitud de la onda es $E_0 e^{-\frac{\omega}{c}n_I z}$. De la ecuación (3.29) se puede apreciar que $n_I \geq 0$, por lo que la parte imaginaria del índice de refracción representa una atenuación de la onda debido a las pérdidas de energía en los osciladores moleculares, energía que se disipa en forma de calor. La intensidad de la onda es proporcional al cuadrado de su amplitud:

$$I \propto e^{-2\frac{\omega}{c}n_I z}, \quad (3.33)$$

lo cual también se puede escribir como

$$I = I_0 e^{-\alpha z}, \quad (3.34)$$

en donde I_0 es la constante de proporcionalidad, que no es otra cosa que la intensidad original de la onda (i.e. para $z = 0$) y α es el *coeficiente de absorción*, definido por

$$\alpha = \frac{2\omega n_I}{c} = \frac{4\pi n_I}{\lambda}. \quad (3.35)$$

Si en las ecuaciones (3.28) y (3.29), las constantes γ_j son pequeñas al punto de ser despreciables, entonces la ecuación (3.29) se anula (no hay absorción), y el índice de refracción, en una buena aproximación, es real y está dado por

$$n^2 = 1 + \sum_{j=1}^M \frac{a_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_{0j}^2}, \quad (3.36)$$

donde $a_j = A_j \lambda_{0j}^2$.

La ecuación (3.36) es conocida como la ecuación de Sellmeier [He90] y puede ser utilizada como la ley de dispersión de un dieléctrico, siempre y cuando se cumpla que su índice de refracción sea razonablemente cercano a la unidad (e.g. dentro de un $\sim 10\%$) y que la absorción sea despreciable.

En cambio, si la absorción es pequeña pero no despreciable, se pueden ignorar los términos γ_j^2 en la ecuación (3.29), pero no así los términos en γ_j . Aunque la ecuación de Sellmeier sigue siendo válida para la parte real en esta aproximación, la parte imaginaria ya no es nula y se puede expresar como

$$n_I = \sum_{j=1}^M \frac{b_j \lambda^3}{(\lambda^2 - \lambda_{0j}^2)^2}, \quad (3.37)$$

en donde el índice de refracción real n_R ha sido absorbido por las constantes b_j , pues se supone que el cambio en n_R es mínimo comparado con los cambios en λ^3 . La ecuación (3.37) podría ser llamada "ecuación de Sellmeier para la parte imaginaria". Si se hace la suposición adicional de que el índice de refracción imaginario está dominado por un solo término en el que $\lambda_0 \ll \lambda$, de la ecuación (3.37) se tiene que $n_I \propto \lambda^{-1}$, lo cual, debido a la relación (3.35), implica que el coeficiente de absorción obedezca la relación

$$\alpha \approx \frac{B_\alpha}{\lambda^2}, \quad (3.38)$$

con B_α una constante. Este comportamiento para la absorción de un aerogel ha sido observado por un grupo de investigadores [Sah96], aunque ellos se refirieron a la ecuación (3.38) como una relación "empírica".

En este trabajo es de especial relevancia la ley de dispersión para una mezcla de varios materiales. Esto se debe a que el material de interés es un sistema coloidal compuesto por dos fases con índices de refracción diferentes. En el marco de la teoría de Lorentz-Lorenz, es fácil convencerse de que, según la ecuación (3.21), el índice de refracción de una mezcla de dos materiales estará dado por

$$3 \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = N_1 \alpha_1 + N_2 \alpha_2 \quad (3.39)$$

en donde los materiales tienen N_1 y N_2 moléculas por unidad de volumen, respectivamente, con sus polarizabilidades respectivas α_1 y α_2 . Es claro que a escalas microscópicas las inhomogeneidades del material harán que la ecuación (3.39) no sea estrictamente válida, pero su validez será mayor cuanto más homogéneamente distribuidas estén las dos fases del material coloidal (i.e. a escalas macroscópicas).

Para el caso concreto de un aerogel de sílice, N_1 es el número de moléculas de sílice por unidad de volumen. Estas moléculas estarán concentradas en la estructura sólida fractal del aerogel, la cual tiene la misma densidad que la sílice pura fundida [Wa94]. Por lo tanto debe obedecerse la relación

$$N_1 = \Phi N_s, \quad (3.40)$$

en donde Φ es la fracción total de volumen ocupado por la sílice en el aerogel y N_s es el número de moléculas por unidad de volumen en una pieza típica de sílice pura fundida. En forma análoga, se tiene que, para el aire

$$N_2 = (1 - \Phi)N_a. \quad (3.41)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.40) y (3.41) en la ecuación (3.39) y haciendo uso de la relación de Lorentz-Lorenz (3.21) para ambas fases del aerogel, se tiene que

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \Phi \frac{n_s^2 - 1}{n_s^2 + 2} + (1 - \Phi) \frac{n_a^2 - 1}{n_a^2 + 2} \quad (3.42)$$

en donde n_s y n_a son los índices de refracción de la sílice y del aire, respectivamente. De la ecuación (2.16) para las densidades de las fases del aerogel, se tiene que

$$\Phi = \frac{\rho - \rho_a}{\rho_s - \rho}, \quad (3.43)$$

en donde ρ es la densidad global del aerogel. Mediante la ecuación (3.43) se puede expresar la ecuación (3.42) como función de las densidades:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \left(\frac{\rho - \rho_a}{\rho_s - \rho} \right) \frac{n_s^2 - 1}{n_s^2 + 2} + \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s - \rho_a} \right) \frac{n_a^2 - 1}{n_a^2 + 2}. \quad (3.44)$$

Uno de los objetivos de este trabajo es verificar la validez de las ecuaciones (3.42) y (3.44) para los aerogeles de sílice. Estas ecuaciones funcionan como leyes de escala, es decir, como leyes de dispersión que están totalmente determinadas por un solo parámetro, ya sea Φ o ρ . La utilidad de la ecuación (3.42) consiste en que proporciona la ley de dispersión de cualquier aerogel de sílice con tan sólo encontrar el parámetro Φ , lo cual implica medir el índice de refracción para una única longitud de onda. Esto es debido, naturalmente, a que las leyes de dispersión de la sílice fundida y del aire que aparecen en la ecuación (3.42), ya se conocen con un alto grado de precisión. Por esta razón la confirmación experimental de la ecuación (3.42) permitiría simplificar grandemente el trabajo de laboratorio necesario para obtener la ley de dispersión de un aerogel. Una simplificación aún mayor sería posible en caso de que se confirmara experimentalmente la ley de escala (3.44), pues en ese caso no sería necesario medir el índice de refracción en ningún punto en absoluto, siendo suficiente substituir la densidad ρ del aerogel junto con las densidades ρ_a y ρ_s (que ya se conocen) en la ecuación (3.44), para obtener la ley de dispersión del aerogel. Es debido a las grandes ventajas que ofrecen las leyes de escala (3.42) y (3.44), que resulta de gran importancia contar con un experimento que las confirme. experimento que será descrito en el siguiente capítulo.

Para finalizar esta sección, vale la pena mencionar que la relación lineal "empírica" (2.17) entre n y ρ se puede derivar de la ecuación (3.44). Despreciando ρ_a , tomando

$n_a = 1$ y suponiendo que $n^2 - 1$ es tan pequeño que se puede aproximar por $2(n - 1)$, la ecuación (3.44) se convierte en

$$n - 1 \approx \frac{3 \rho (n_s^2 - 1)}{2 \rho_s (n_s^2 + 2)} = C \rho.$$

3.2 El efecto Cherenkov

Es importante notar que para medios con $n_R > 1$, es consistente con la teoría especial de la relatividad que una partícula cargada se mueva a través del medio con una velocidad $v > c/n_R$. Como se mencionó en el capítulo anterior, cuando esto sucede, la partícula cargada emite radiación Cherenkov, llamada así en honor al físico del mismo nombre que la observó por vez primera. Hasta ahora, a este fenómeno sólo se le ha dado una descripción cualitativa, basada en el modelo de ondas de Huygens, pero a continuación se le dará una explicación teórica más profunda, basada en la teoría electromagnética, con el fin de llegar a resultados de importancia fundamental para este trabajo.

Puesto que la radiación Cherenkov representa una pérdida de energía para una partícula cargada, para poder explicarla será necesario partir de la ley universal de la conservación de la energía. En un sistema delimitado por una superficie cerrada A y compuesto por un conjunto de partículas que interactúan de manera puramente electromagnética, la energía total \mathcal{E} es la suma de la energía asociada al campo electromagnético \mathcal{E}_{campo} y la energía cinética de las partículas \mathcal{E}_k . La ley de la conservación de la energía exige que el flujo de energía a través de la superficie A sea igual al cambio en la energía total del sistema, lo cual se expresa en el teorema de Poynting:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathcal{E}_k + \mathcal{E}_{campo}) = - \oint_A \boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{S} dA, \quad (3.45)$$

en donde

$$\mathcal{E}_{campo} = \frac{1}{8\pi} \int_V (\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) d^3x, \quad (3.46)$$

y \mathbf{S} es el vector de Poynting, que es la densidad de flujo de energía por unidad de área A y que está definido por

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}). \quad (3.47)$$

En la ecuación (3.45), $\boldsymbol{\eta}$ es un vector unitario, normal a la superficie S , por lo que la integral representa el flujo neto de energía hacia afuera del sistema. El signo negativo indica que cuando la integral es positiva, hay un flujo neto de energía que *sale* del sistema, por lo que se *pierde* energía, mientras que cuando la integral es negativa, el flujo neto es hacia el interior del sistema, el cual gana energía en consecuencia.

Ahora se aplicará el teorema de Poynting al caso de una partícula de carga Ze , que se mueve con velocidad constante $v = \beta c$, describiendo una trayectoria recta e infinita a través de un dieléctrico sin propiedades magnéticas (i.e. su permeabilidad magnética μ es la unidad), uniforme, isotrópico y con índice de refracción n , que se denotará por $n(\omega)$, para recordar que depende de la frecuencia. Como superficie A , se toma un cilindro de radio ρ y de altura infinita alrededor de la trayectoria de la partícula, que se mueve a lo largo del eje x . De las ecuaciones (3.45) y (3.47), se sigue que, para

evaluar el flujo de energía a través de la superficie cilíndrica, es necesario determinar los valores del campo electromagnético a una distancia ρ de la trayectoria de la partícula, lo cual se logra resolviendo las ecuaciones de Maxwell para el problema en cuestión. De esta manera⁴ se encuentra que el campo eléctrico puede ser descrito por tan sólo dos componentes—lo cual era de esperarse, dada la simetría cilíndrica del problema—, una paralela y una perpendicular a la trayectoria de la partícula, representadas por E_1 y E_2 , respectivamente, y dadas por

$$E_1(\omega) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{iZ_e \omega}{v^2} \left[\frac{1}{n^2(\omega)} - \beta^2 \right] K_0(\ell \rho), \quad (3.48)$$

$$E_2(\omega) = \frac{Zq_e}{v} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\ell}{n^2(\omega)} K_1(\ell \rho), \quad (3.49)$$

en donde ℓ está definida por

$$\ell^2 = \frac{\omega^2}{v^2} [1 - \beta^2 n^2(\omega)], \quad (3.50)$$

mientras que K_0 y K_1 son funciones modificadas de Bessel.⁵

Asimismo, el campo magnético tiene una única componente distinta de cero, denotada por B_3 , perpendicular en todo punto a ambas componentes del campo eléctrico y dada por

$$B_3(\omega) = n^2(\omega) \beta E_2(\omega). \quad (3.51)$$

Como E_1 , E_2 y B_3 son las únicas componentes del campo electromagnético distintas de cero, según la ecuación (3.47), la componente del vector de Poynting perpendicular a la superficie del cilindro es simplemente $(c/4\pi) B_3 E_1$, por lo que el flujo de energía a través del cilindro de radio ρ , dado por la ecuación (3.45), es

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dt} \right)_\rho = -\frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 2\pi \rho B_3 E_1 dx. \quad (3.52)$$

Como el cilindro es infinito, entonces la integral sobre toda la longitud del cilindro a un tiempo dado es igual a la integral en un punto del cilindro sobre todo el tiempo. Utilizando la relación $dx = v dt$, se tiene que

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dx} \right)_\rho = -\frac{c\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} B_3 E_1 dt. \quad (3.53)$$

La ecuación (3.53) expresa la cantidad de energía perdida por la partícula por unidad de distancia recorrida a lo largo de su trayectoria dentro del material. Mediante una transformada de Fourier, la integral (3.53) se puede convertir en una integral de frecuencias:

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dx} \right)_\rho = -c\rho \Re \int_0^\infty B_3^*(\omega) E_1(\omega) d\omega, \quad (3.54)$$

⁴Véase el libro de Jackson [Ja75], capítulo 13, para una explicación detallada de cómo resolver las ecuaciones de Maxwell del problema.

⁵Véase el Arfken [Ar85], capítulo 11 para una definición completa de las funciones modificadas de Bessel.

en donde el símbolo \Re indica que se toma únicamente la parte real de la integral. Sustituyendo los campos (3.48) y (3.51) en la ecuación (3.54), se tiene que

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dx}\right)_\rho = \frac{2(Zq_e)^2}{\pi v^2} \Re \int_0^\infty i\omega \ell^* \rho K_1(\ell^* \rho) K_0(\ell \rho) \left(\frac{1}{n^2(\omega)} - \beta^2\right) d\omega. \quad (3.55)$$

Para radios muy grandes, tales que $|\ell\rho| \gg 1$, las funciones de Bessel modificadas pueden ser aproximadas [Ar85] por sus formas asintóticas

$$K_\nu(x) \sim \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} \left[1 + O\left(\frac{1}{x}\right)\right]. \quad (3.56)$$

Entonces la ecuación (3.55) se convierte en

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dx}\right)_\rho = \frac{Z^2 q_e^2}{c^2} \Re \int_0^\infty (-i)\omega \sqrt{\frac{\ell^*}{\ell}} \left[1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\omega)}\right] e^{-(\ell+\ell^*)\rho} d\omega, \quad (3.57)$$

Otra forma de obtener las ecuaciones (3.55) y (3.57) consiste en calcular la pérdida de energía de la partícula cargada, debido a las colisiones que tiene con otras partículas en el material que se encuentran fuera del cilindro.⁶ En otras palabras, la energía que fluye a través de la superficie cilíndrica, es energía que luego estará disponible para ser transferida a otras partículas fuera del cilindro. Como generalmente ℓ tiene una parte real considerable, el factor exponencial de la integral (3.57) tiene por efecto disminuir muy rápidamente la energía transferida a partículas lejanas a la trayectoria: casi toda la energía que pierde la partícula es depositada muy cerca de la trayectoria. Sin embargo, nótese que esto no es verdad si ℓ es un número imaginario puro, en cuyo caso la exponencial es la unidad, y la ecuación (3.57) ya no depende de ρ : una parte de la energía se escapa al infinito en forma de radiación. De la definición (3.50), se sabe que ℓ sólo puede ser puramente imaginaria si se cumple que $n(\omega)$ es un número real, y que, además, $\beta^2 n^2 > 1$. En ese caso, $\sqrt{\ell^*/\ell} = i$, y de la ecuación (3.57) se obtiene la siguiente expresión para la energía radiada:

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dx}\right)_{\text{radiada}} = \frac{Z^2 q_e^2}{c^2} \int_{\beta n > 1} \omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\omega)}\right) d\omega. \quad (3.58)$$

La ecuación (3.58) es la que comúnmente se aplica a los radiadores Cherenkov cuyo índice de refracción imaginario se puede despreciar.⁷ Sin embargo, para algunas aplicaciones, la ecuación (3.58) puede resultar insuficiente. A continuación se encontrará una ecuación para la pérdida de energía de la partícula, que sea válida para radiadores con absorción pequeña, pero no despreciable. La ecuación deseada será de primer orden en n_I , despreciándose términos de orden superior.

En primer lugar, se reescribe la ecuación (3.50):

$$\ell^2 = \frac{\omega^2}{v^2} [1 - \beta^2 (n_R^2 + 2in_R n_I)]. \quad (3.59)$$

⁶Fermi derivó esta expresión de la manera como se explica en el capítulo 13 del libro de Jackson [Ja75].

⁷El desarrollo del efecto Cherenkov que se ha realizado hasta este punto está basado en la exposición que se halla en el capítulo 13 del libro de Jackson [Ja75] para radiadores sin absorción. El desarrollo que sigue es original; su objetivo es extender la teoría del efecto Cherenkov a radiadores con absorción.

Para el caso en que $\beta n_R > 1$, ℓ^2 se puede escribir en forma exponencial de la siguiente manera:

$$\ell^2 = \frac{\omega^2}{v^2} (\beta^2 n_R^2 - 1) \exp \left[i \arctan \left(\frac{-2\beta^2 n_R n_I}{1 - \beta^2 n_R^2} \right) \right]. \quad (3.60)$$

Obsérvese que tanto el numerador como el denominador del argumento de la arcotangente de la ecuación (3.60) son negativos, por lo que ℓ^2 cae en el tercer cuadrante del plano complejo. Obviamente, otra representación de ℓ^2 es:

$$\ell^2 = -\frac{\omega^2}{v^2} (\beta^2 n_R^2 - 1) \exp \left[i \arctan \left(\frac{2\beta^2 n_R n_I}{\beta^2 n_R^2 - 1} \right) \right], \quad (3.61)$$

en donde se han realizado las operaciones inversas de multiplicar por -1 y girar la fase un ángulo π al mismo tiempo. Tomando la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación (3.61) y usando una aproximación de primer orden para la arcotangente, se tiene que:

$$\ell = -i \frac{\omega}{v} \sqrt{\beta^2 n_R^2 - 1} \exp i \left(\frac{\beta^2 n_R n_I}{\beta^2 n_R^2 - 1} \right). \quad (3.62)$$

Aproximando la exponencial a primer orden en la ecuación (3.62), se encuentra la siguiente expresión para la parte real de ℓ :

$$\ell_R = \frac{\omega}{v} \frac{\beta^2 n_R n_I}{\sqrt{\beta^2 n_R^2 - 1}}. \quad (3.63)$$

De la ecuación (3.63) se sabe que el exponente de la ecuación (3.57),

$$-(\ell + \ell^*)\rho = -2\ell_R\rho = -\frac{2\omega}{v} \frac{\beta^2 n_R n_I \rho}{\sqrt{\beta^2 n_R^2 - 1}}, \quad (3.64)$$

cumple con el requisito de ser negativo. Nótese que se hizo lo correcto al tomar la raíz negativa en la ecuación (3.62), pues, de lo contrario, el exponente (3.64) sería positivo y la integral (3.57) divergiría, lo cual no es físicamente aceptable.

En forma análoga a como se encontró ℓ_R para $\beta n_R > 1$, se encuentra que para $\beta n_R < 1$,

$$\ell_R = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2 n_R^2}. \quad (3.65)$$

y el exponente de la ecuación (3.57), en este caso, es

$$-2\ell_R\rho = -2\frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2 n_R^2} \rho. \quad (3.66)$$

Ambos exponentes (3.64) y (3.66) son negativos, por lo que en ambos casos, la exponencial de la ecuación (3.57) es un factor que atenúa la cantidad de energía que llega a una distancia ρ de la trayectoria. Sin embargo, existe una diferencia muy notable entre los exponentes (3.64) y (3.66). El exponente (3.61) es proporcional al índice de refracción imaginario, al igual que el coeficiente de absorción (3.35), lo cual sugiere que la energía perdida para frecuencias tales que $\beta n_R > 1$, es energía radiante que es parcialmente absorbida. En cambio, el exponente (3.66) no depende de n_I y, por

consecuente, la energía perdida por la partícula para frecuencias tales que $\beta n_R < 1$, de ninguna manera puede ser radiación; sólo puede ser energía que se deposita en forma de colisiones con partículas fuera del cilindro de radio ρ . De esta manera se sabe que la integración sobre frecuencias tales que $\beta n_R < 1$ no contribuye a la radiación Cherenkov, y en lo sucesivo sólo se tomará en cuenta la integral (3.57) para el caso en que $\beta n_R > 1$.

Es fácil verificar que $(\ell^*/\ell)^{1/2} = e^{-i\theta}$, donde θ es la fase de ℓ . En la ecuación (3.62), el factor $-i$ es equivalente a sumar un término $-i\pi/2$ a la fase de ℓ . Por lo tanto, a primer orden se tiene que

$$\sqrt{\frac{\ell^*}{\ell}} = \exp i \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\beta^2 n_R n_I}{\beta^2 n_R^2 - 1} \right) = i \left(1 - i \frac{\beta^2 n_R n_I}{\beta^2 n_R^2 - 1} \right). \quad (3.67)$$

Insertando la expresión (3.67) en la ecuación (3.57), desarrollando el factor $(1 - (1/\beta^2 n^2))$ a primer orden en n_I , y tomando la parte real, se obtiene la siguiente expresión para la energía radiada:

$$\left(\frac{d\mathcal{E}}{dx} \right)_{radiada} = \frac{Z^2 q_e^2}{c^2} \int_{\beta n_R > 1} \omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_R^2(\omega)} \right) e^{-2\ell_R \rho} d\omega. \quad (3.68)$$

La ecuación (3.68) es la que se quería encontrar para materiales con absorción pequeña pero no despreciable. Resulta ser la misma que la ecuación (3.58), sólo que la ecuación (3.68) incluye un factor exponencial debido a la absorción del material y toma en cuenta ambas partes del índice de refracción complejo. Nótese que si $n_I = 0$ (i.e. no hay absorción), entonces se recupera la ecuación (3.58), como era de esperarse.

La dirección de propagación de la radiación es la misma que la dirección del vector de Poynting (3.47), o sea que está dada por

$$\mathbf{E} \times \mathbf{B} = \eta_1 E_2 B_3 - \eta_2 E_1 B_3, \quad (3.69)$$

en donde η_1 y η_2 son dos vectores unitarios, el primero paralelo, y el segundo perpendicular a la trayectoria de la partícula cargada. Por lo tanto, el ángulo que la radiación forma con la trayectoria de la partícula está dado por

$$\tan \theta = -\frac{E_1}{E_2}. \quad (3.70)$$

Para radios ρ suficientemente grandes, se pueden substituir las formas asintóticas de las funciones de Bessel (3.56) en los campos (3.48) y (3.49) para obtener

$$E_1 = i \frac{Z q_e \omega}{c^2} \left[1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\omega)} \right] \frac{e^{-\ell \rho}}{\sqrt{\ell \rho}}, \quad (3.71)$$

$$E_2 = \frac{Z q_e}{v n^2(\omega)} \sqrt{\frac{\ell}{\rho}} e^{-\ell \rho}. \quad (3.72)$$

Substituyendo los campos (3.71) y (3.72) en la ecuación (3.70) y simplificando, se obtiene a primer orden en n_I ,

$$\tan \theta = \sqrt{\beta^2 n_R^2 - 1} + \frac{\beta^2 n_R n_I}{\sqrt{\beta^2 n_R^2 - 1}} i,$$

lo cual implica que

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta n_R} - \frac{n_I}{\beta n_R^2} i. \quad (3.73)$$

El lado derecho de la ecuación (3.73) indica que el ángulo θ es complejo, con una pequeña parte imaginaria, por lo que se puede escribir como $\theta = \theta_C + i\epsilon$. Sólo la parte real θ_C es de interés. Utilizando la identidad

$$\cos(\theta_C + i\epsilon) = \cos \theta_C \cosh \epsilon - i \sin \theta_C \sinh \epsilon,$$

se obtienen las siguientes dos ecuaciones:

$$\cos \theta_C \cosh \epsilon = \frac{1}{\beta n_R}, \quad (3.74)$$

$$\sin \theta_C \sinh \epsilon = \frac{n_I}{\beta n_R^2}. \quad (3.75)$$

Convirtiendo las funciones del lado izquierdo de la ecuación (3.75) a cosenos y cosenos hiperbólicos, eliminando $\cosh \epsilon$ mediante la ecuación (3.74), y resolviendo la ecuación resultante para $\cos \theta_C$, se obtiene, a primer orden en n_I ,

$$\cos \theta_C = \frac{1}{\beta n_R}. \quad (3.76)$$

La ecuación (3.76) es análoga a la que se presentó en el capítulo anterior como la ecuación fundamental de un RICH, por lo que es natural indentificar a la energía radiada (3.68) con la radiación Cherenkov y al ángulo θ_C con el ángulo de Cherenkov. La ecuación (3.76) afirma que el ángulo θ_C sólo depende de la parte real del índice de refracción, ya sea que se trate de un material sin absorción, o con absorción pequeña pero no despreciable. Además, dada la simetría cilíndrica del problema, la radiación Cherenkov es emitida con el mismo ángulo θ_C en cualquier dirección alrededor de la trayectoria de la partícula, formando un característico cono de Cherenkov.

Teniendo este resultado, es posible darle una interpretación física al factor exponencial de la ecuación (3.68). La distancia d que atraviesa la radiación desde que es emitida hasta llegar al cilindro de radio ρ es $\rho / \sin \theta_C$, o bien, según la ecuación (3.76),

$$d = \frac{\beta n_R \rho}{\sqrt{\beta^2 n_R^2 - 1}}. \quad (3.77)$$

A lo largo de la distancia d , parte de la radiación es absorbida por el material, y de acuerdo con la ecuación (3.33), su intensidad se ve reducida a una fracción

$$\exp \left[-2 \frac{\omega}{c} \frac{\beta n_R n_I \rho}{\sqrt{\beta^2 n_R^2 - 1}} \right] \quad (3.78)$$

de su intensidad original.

Es importante notar que, dado que $\beta = v/c$, el exponente del factor (3.78) es idéntico al exponente (3.64), lo cual indica que el factor exponencial de atenuación de la ecuación (3.68) no representa otra cosa que el efecto de la radiación absorbida por el

material, desde que es emitida hasta que llega al borde del cilindro. Por consiguiente, se puede concluir que también se hubiera podido llegar a la ecuación (3.68), tomando una ecuación análoga a la ecuación (3.58) (con n_R en lugar de n) como ecuación para la energía radiada, y luego añadiéndole el factor exponencial (3.78) debido a la absorción del material. En lo sucesivo se estará justificado en expresar el factor exponencial que aparece en la ecuación (3.68), de la forma $e^{-\alpha d(x)}$, en donde α es el coeficiente de absorción (3.35), y $d(x)$ es la distancia que recorre la radiación a través del material, como función de la posición en la que fue emitida. Así pues, la forma que tenga la función $d(x)$ dependerá de la geometría particular del problema que se estudie.

En ocasiones es preferible contar con una expresión para la energía radiada por unidad de distancia recorrida por la partícula dx y por intervalo de longitud de onda $d\lambda$, para lo cual se hace la sustitución $\omega = 2\pi c/\lambda$ en el integrando de la ecuación (3.68), y se obtiene

$$\frac{d^2 \mathcal{E}}{dx d\lambda} = 4\pi^2 Z^2 q_e^2 \frac{1}{\lambda^3} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_R^2(\lambda)} \right) e^{-\alpha d(x)} \quad (3.79)$$

en donde se ha incluido el factor exponencial debido a la absorción. En la ecuación (3.79) y en lo sucesivo \mathcal{E} representará únicamente la energía radiada y, considerando los límites de la integral (3.68), se entenderá que sólo contribuirán a esta cantidad aquellas longitudes de onda para las cuales se cumpla que $\beta n_R > 1$, i.e. para las cuales la ecuación (3.79) sea positiva. Utilizando la relación $\mathcal{E} = hc/\lambda$ para la energía de un fotón, en donde h es la constante de Plack, se puede reescribir la ecuación (3.79) en términos del número de fotones emitidos N_e ,

$$\frac{d^2 N_e}{d\lambda dx} = 2\pi Z^2 \alpha_f \frac{1}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_R^2(\lambda)} \right) e^{-\alpha d(x)} \quad (3.80)$$

en donde $\alpha_f = 2\pi q_e^2/hc \approx 1/137$ es la constante de estructura fina.

3.3 Dispersión de Rayleigh-Debye

Como se ha dicho en secciones anteriores, el aerogel de sílice no es un material homogéneo a pequeñas escalas. A consecuencia a su naturaleza coloidal y de su estructura altamente porosa, este material presenta inhomogeneidades en su densidad que dan origen a fluctuaciones microscópicas en su índice de refracción. Dada la geometría aproximadamente fractal de la fase sólida de los aerogeles (ver figura 2.9), las inhomogeneidades se presentarán a distintas escalas, siendo las más importantes las que en la sección 2.3 se representaron por r y R .

Cuando una onda electromagnética se propaga a través de un material inhomogéneo, las fluctuaciones de densidad del material actúan como partículas de distintas formas y tamaños que reemiten la luz que incide sobre ellas. El modelo de propagación de la luz a través del material se verá considerablemente complicado por el hecho de que las partículas, dependiendo de su forma y de su tamaño, reemiten la luz no sólo en la dirección del haz incidente, sino en todas las direcciones del espacio. La magnitud del campo eléctrico en cada punto del espacio será la suma de las contribuciones al campo eléctrico en ese punto, debidas a todas las partículas reemisoras.

El efecto de este fenómeno depende sustancialmente de la manera como las partículas estén distribuidas a través del material. Si su distribución es simétrica e isotrópica, se puede demostrar [Ja75] que la luz no se desvía de su trayectoria original, pues en cada punto del espacio, la suma de las contribuciones al campo electromagnético debidas a todas las partículas emisoras se anula (hay interferencia destructiva), y sólo sobrevive la componente en la dirección original del haz. Este es el caso de un cristal perfecto, en el cual las partículas reemisoras son moléculas distribuidas en un arreglo simétrico, lo cual explica el alto grado de transparencia que caracteriza a algunos cristales puros.

En cambio, si las partículas están distribuidas de manera aleatoria e irregular a través del material (como es el caso de los aerogeles), el campo electromagnético en un punto dado es la superposición incoherente de las contribuciones individuales, de modo tal que sí sobreviven las componentes en direcciones distintas a la del haz (los términos de interferencia son despreciables). Por consiguiente, una parte de la energía del haz es desviada de su dirección original o, en otras palabras, hay fotones que se dispersan a distintos ángulos con respecto a su trayectoria original. El fenómeno de dispersión de luz⁸ es responsable de que los materiales no cristalinos (entre ellos, los aerogeles) tiendan a ser opacos y a deformar las imágenes de los objetos que se observan a través de ellos.

La intensidad de luz dispersada como función del ángulo de dispersión depende de la forma y del tamaño de los núcleos dispersores, así como de la longitud de la onda dispersada. Hay dos casos que se pueden destacar: si las partículas dispersoras tienen un tamaño típico a mucho menor que la longitud de onda λ , se obtiene el límite de dispersión de Rayleigh, en el cual la cantidad de luz dispersada es proporcional a λ^{-4} . En el caso en que $a \sim \lambda$, la dependencia de la energía dispersada con λ es mucho más compleja y puede ser aproximada por la teoría de dispersión de Mie [Bo83]. Sin embargo, en ambos casos la dispersión puede ser descrita correctamente por la teoría de dispersión de Rayleigh-Debye⁹, la cual es una extensión de la teoría de Rayleigh para longitudes de onda arbitrarias y tiene la ventaja de ser mucho más sencilla que la teoría de Mie.

La teoría de Rayleigh-Debye para medios mixtos es especialmente adecuada para describir a los aerogeles de sílice, pues considera materiales inhomogéneos de dos fases cuyo índice de refracción fluctúa alrededor de un valor promedio [Ke69]. A continuación se dará una formulación de la teoría de Rayleigh-Debye en términos de la constante dieléctrica ϵ , la cual es equivalente a una formulación en términos del índice de refracción,¹⁰ dada la relación $n = \sqrt{\epsilon}$. De esta manera, se puede expresar la constante dieléctrica real de un aerogel en un punto A como

$$\epsilon = \bar{\epsilon} + \eta_A,$$

⁸No hay que confundir esta dispersión con la ley de dispersión de que se habló en la sección 3.1. La primera es el fenómeno por el cual una partícula dispersora rerradía la luz que recibe en todas las direcciones de la esfera (y, por lo tanto, también sería apropiado llamarla "difusión" o "esparcimiento"), mientras que la segunda es la dependencia del índice de refracción con la longitud de onda. La ley de dispersión se llama así porque es debido a ella que un prisma "dispersa" la luz blanca en sus colores componentes, lo cual no tiene nada que ver con la dispersión que es el tema de esta sección. En lengua inglesa sí se hace apropiadamente la distinción entre *dispersion law* y *scattering*.

⁹También llamada dispersión de Rayleigh-Gans por algunos autores.

¹⁰Se trabaja bajo la suposición de que el material no tiene propiedades magnéticas y que, por lo tanto, su permeabilidad magnética es $\mu = 1$.

en donde $\bar{\epsilon}$ es la constante dieléctrica promedio del aerogel y η_A es la fluctuación de la constante dieléctrica en el punto A. Dados dos puntos A y B en el aerogel separados por una distancia s , sus fluctuaciones respectivas η_A y η_B no podrán tomar valores totalmente aleatorios, sino que estarán relacionados entre sí, dependiendo de la distancia s y del tamaño físico de las fluctuaciones de densidad del aerogel. Por ejemplo, si s es una distancia muy pequeña, menor que el tamaño típico a de las estructuras dispersoras, es muy probable que si se escoge un punto A al azar, su fluctuación η_A no sea muy diferente de la fluctuación η_B de un punto cualquiera B situado a una distancia s de A. En cambio, si $s \gg a$, entonces dados dos puntos A y B, sus fluctuaciones correspondientes no tendrán ninguna relación entre sí y podrán tomar valores arbitrariamente diferentes dentro del rango de fluctuaciones del aerogel.

Si $\overline{\eta^2}$ es la fluctuación cuadrática promedio de un aerogel, la dependencia de las fluctuaciones entre dos puntos A y B se expresa a través de la función de correlación, definida por

$$\gamma(s) = \frac{\overline{\eta_A \eta_B}(s)}{\overline{\eta^2}},$$

en donde $\overline{\eta_A \eta_B}(s)$ es el promedio de los productos $\eta_A \eta_B$ de todos los pares de puntos (A,B) separados por una distancia s . Es evidente que, por definición, $\overline{\eta_A \eta_B}(0) = \overline{\eta^2}$, por lo que se debe cumplir que $\gamma(0) = 1$. Por otro lado, también debe ser cierto que $\overline{\eta_A \eta_B}(s) \rightarrow 0$, cuando $s \rightarrow \infty$, reflejando el hecho de que se pierde la correlación entre los puntos A y B a distancias suficientemente grandes. Además, mientras mayor sea la distancia entre dos puntos en relación con el tamaño típico a de las inhomogeneidades, menor será su correlación. Por lo tanto, $\gamma(s)$ es una función monótona decreciente, con una derivada que es más negativa cuanto menor sea el tamaño a . La función más sencilla que cumple con todos los requisitos anteriores es una exponencial decreciente

$$\gamma(s) = e^{-s/a}, \quad (3.81)$$

en donde a es una constante que se puede tomar como la escala de distancia asociada a las fluctuaciones de densidad.

Según la teoría de Rayleigh-Debye [Ke69], la intensidad de luz dispersada un ángulo θ por un elemento de volumen dV iluminado por un haz de intensidad I , está dada por

$$dI = \frac{\pi^2 \overline{\eta^2}}{2\lambda^4 r^2} (1 + \cos^2 \theta) w I dV, \quad (3.82)$$

en donde r es la distancia del elemento de volumen dV al punto de observación, mientras que w es el volumen de correlación calculado de acuerdo con

$$w = \int_0^\infty 4\pi s^2 \gamma(s) \frac{\sin(qs)}{qs} ds, \quad (3.83)$$

en donde q es la transferencia de momento

$$q = \frac{4\pi}{\lambda} \sin(\theta/2), \quad (3.84)$$

y $\gamma(s)$ es la función de correlación. Integrando la ecuación (3.82) sobre una esfera de radio r se obtiene la cantidad total de energía radiada por el elemento de volumen dV

$$dE = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi dI r^2 \sin \theta d\theta d\phi,$$

$$dE = \frac{\pi^3 \overline{\eta^2}}{\lambda^4} I dV \int_0^\pi (1 + \cos^2 \theta) w \sin \theta d\theta. \quad (3.85)$$

Por conservación de la energía, si A es el área irradiada por el haz e I_f es la intensidad del haz después de haber atravesado el elemento de volumen $dV = Adx$, debe cumplirse que

$$IA = I_f A + dE = I_f A + \frac{\pi^3 \overline{\eta^2}}{\lambda^4} I A dx \int_0^\pi (1 + \cos^2 \theta) w \sin \theta d\theta. \quad (3.86)$$

Cancelando a A de ambos lados de la ecuación (3.86) y notando que $I_f - I$ es el cambio en la intensidad dI debido a la distancia atravesada dx , se puede escribir

$$dI = -\alpha_s I dx, \quad (3.87)$$

en donde se ha introducido el *coeficiente de atenuación*

$$\alpha_s = \frac{\pi^3 \overline{\eta^2}}{\lambda^4} \int_0^\pi (1 + \cos^2 \theta) w \sin(\theta) d\theta. \quad (3.88)$$

Integrando la ecuación (3.87) sobre una distancia d , se obtiene

$$I = I_0 e^{-\alpha_s d}, \quad (3.89)$$

donde I_0 es la intensidad para $x = 0$.

Es fácil verificar que α_s siempre es un número positivo, por lo que la dispersión de Rayleigh-Debye es equivalente a una absorción que, al igual que la absorción real (debida al índice de refracción imaginario), atenúa la intensidad de la radiación en forma exponencial, como función de la distancia recorrida d .

Combinando los efectos de la absorción real y de la atenuación debida a la dispersión de Rayleigh-Debye, de las ecuaciones (3.89) y (3.34) se obtiene que la intensidad de la radiación que atraviesa una distancia d se ve disminuida de la forma

$$I = I_0 e^{-\alpha d} e^{-\alpha_s d} = I_0 e^{-\alpha_t d}, \quad (3.90)$$

en donde

$$\alpha_t = \alpha + \alpha_s \quad (3.91)$$

es el *coeficiente de extinción total* [Mo53], que representa los efectos combinados de la absorción y de la atenuación por dispersión de Rayleigh-Debye.

Es importante recalcar que la ecuación (3.90) determina la extinción sólo en la dirección original del haz. Dependiendo de la forma exacta de $\alpha_s(\theta)$, más o menos fotones podrán ser dispersados a ángulos tan pequeños, que en la práctica serán indistinguibles de los fotones no dispersados. Por consiguiente, hay que tener cuidado de que el α_s que se incluya en la ecuación (3.91), sólo refleje la dispersión de fotones a ángulos suficientemente grandes. Se dirá más sobre este tema en lo que queda de la sección. Por lo pronto, siempre procediendo con la debida cautela, se puede utilizar α_t en lugar de

α en todas las ecuaciones donde aparezca la absorción, para dar a entender que se está tomando en cuenta la dispersión de Rayleigh-Debye.

La forma concreta que tenga el coeficiente α_s dependerá de la función de correlación $\gamma(s)$ que se aplique, la cual a su vez contiene información acerca de la estructura interna (microscópica) del material. La teoría de la Rayleigh-Debye es pues un poderoso instrumento que permite relacionar una distribución de fluctuaciones de densidad dada, con un espectro de dispersión, a través de la ecuación (3.82), y con un coeficiente de atenuación α_s , a través de la ecuación (3.88).

Ahora se le asignará una función de correlación al aerogel. Si se utiliza la función más sencilla posible (3.81), se tiene el volumen de correlación

$$w = \int_0^{\infty} 4\pi s^2 e^{-s/a} \frac{\sin(qs)}{qs} ds. \quad (3.92)$$

Realizando la integral (3.92), se obtiene [Wa92]:

$$w = \frac{8\pi a^3}{(1 + a^2 q^2)^2},$$

que, usando la definición (3.84), se puede escribir como

$$w = \frac{8\pi a^3}{(1 + 16\pi^2(a/\lambda)^2 \sin^2(\theta/2))^2}. \quad (3.93)$$

Sustituyendo la expresión (3.93) en la ecuación (3.82) y multiplicando por el factor de integración en coordenadas esféricas $r^2 \sin \theta$, se obtiene la siguiente expresión para la intensidad dispersada por el material como función de a , λ y θ :

$$\frac{dI}{d\theta} = K a^3 \frac{(1 + \cos^2 \theta) \sin \theta}{\lambda^4 (1 + 16\pi^2(a/\lambda)^2 \sin^2(\theta/2))^2}, \quad (3.94)$$

en donde K es una constante que depende del material. La forma del espectro de dispersión (3.94) está determinada por un único parámetro: (a/λ) . En la figura (3.1) se muestran cuatro gráficas, correspondientes a $a/\lambda = 0.01, 0.1, 1.0$ y 10 , respectivamente. Es interesante notar que la curva de dispersión presenta un pico a ángulos cada vez menores, conforme aumenta la razón (a/λ) .

Los casos más extremos de la figura (3.1) son de especial interés para este trabajo. El caso con $(a/\lambda) \approx 0.01$ corresponde a la dispersión de Rayleigh propiamente dicha, que ocurre cada vez que las partículas dispersoras son mucho más pequeñas que la longitud de la onda dispersada, como es el caso de las fluctuaciones de densidad en el interior de un aerogel a escalas nanométricas. Debido a que $a \ll \lambda$, se puede despreciar el término en $\sin^2(\theta/2)$ que aparece en el denominador de la ecuación (3.94). De ahí que la dispersión de Rayleigh sea simétrica alrededor de 90° y que sea proporcional a λ^{-4} . Incidentalmente, se aprecia que el volumen de correlación (3.93) en esta aproximación es constante y está dado por

$$w = 8\pi a^3. \quad (3.95)$$

La dependencia en λ^{-4} , que favorece a las longitudes de onda cortas, es la responsable de que los aerogeles tengan un color azulado en direcciones perpendiculares a la

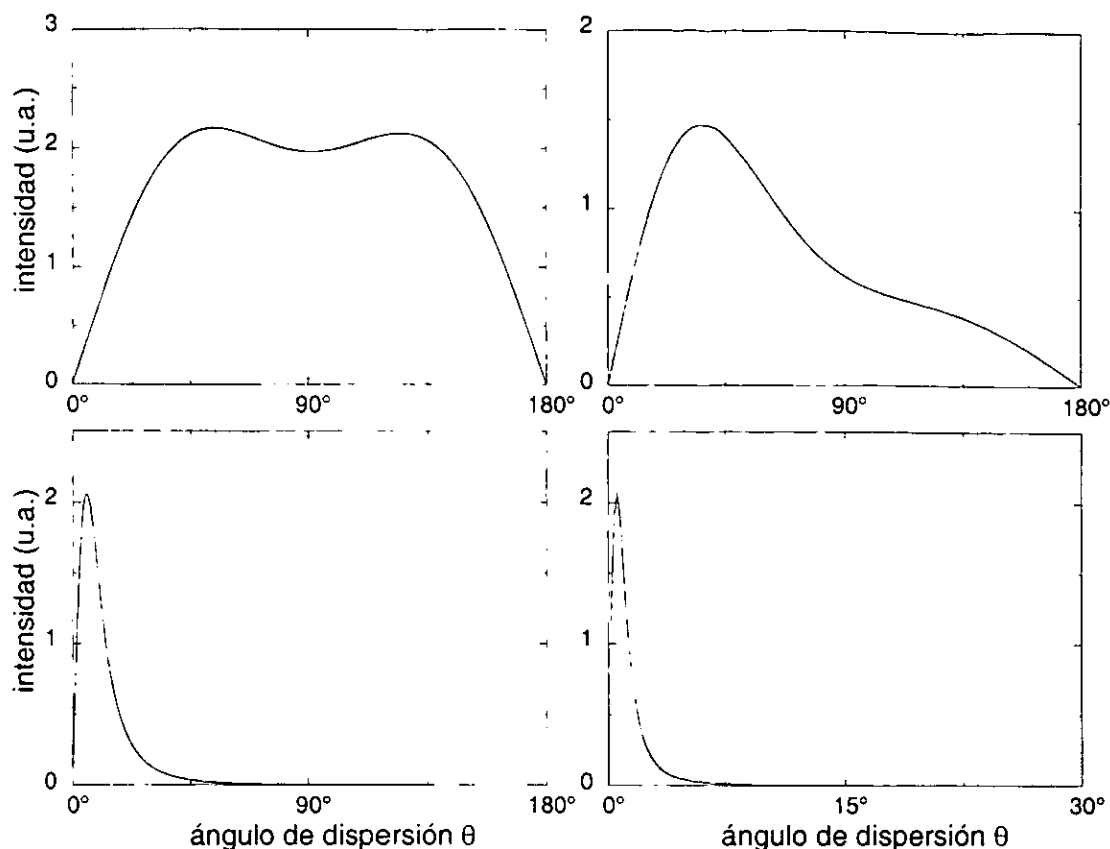


Figura 3.1: Intensidad de la luz dispersada como función del ángulo de dispersión para cuatro valores de (a/λ) : 0.01 (arriba a la izquierda), 0.1 (arriba a la derecha), 1.0 (abajo a la izquierda) y 10 (abajo a la derecha). Nótese que para esta última gráfica la abscisa sólo va de 0° a 30° .

luz que los ilumina.¹¹ Por el mismo fenómeno, la luz blanca que se observa a través de un aerogel tiende a adoptar un tono amarillento. En el caso de un radiador Cherenkov, como la dispersión de Rayleigh es a grandes ángulos, se puede considerar a la luz así dispersada, como luz que efectivamente ha sido absorbida, ya que se trata de fotones que se salen por completo de su trayectoria original, y que no contribuyen a la medición del ángulo de Cherenkov. Por lo tanto, cuando se describe el paso de la radiación a través de un radiador Cherenkov, la dispersión de Rayleigh siempre contribuye a la extinción total, de acuerdo con la ecuación (3.91).

El segundo caso a destacar corresponde a la dispersión debida a fluctuaciones de densidad mayores que la longitud de onda (régimen de dispersión de Mie). Como se puede ver en la figura (3.1), cuando $(a/\lambda) \approx 10$, toda la luz que se dispersa, lo hace a ángulos muy pequeños, alcanzando su máximo en un ángulo cercano a 1° . Por eso, a este tipo de dispersión se le puede llamar *dispersión a ángulos delanteros* ("forward scattering" en inglés). Este tipo de dispersión hace que los objetos observados a través de un aerogel se vean ligeramente deformados [Beck95]. Estudios recientes [DeLe01, E. 1995] muestran que, en el caso de un aerogel de sílice, este tipo de dispersión es

¹¹ Como lo demostró Lord Rayleigh en 1871, el cielo es de color azul por la misma razón.

a ángulos tan pequeños que, cuando el aerogel se usa como radiador Cherenkov, los fotones así dispersados nunca dejan de pertenecer al grupo de fotones que contribuyen a la medición del ángulo de Cherenkov θ_C y, por consiguiente, deben ser tomados en cuenta junto con los demás fotones detectados. Por eso, a diferencia de la dispersión de Rayleigh, la dispersión a ángulos delanteros no contribuye al coeficiente de extinción α_t y sólo influye como una fuente de error. En efecto, la dispersión a ángulos delanteros produce una incertidumbre adicional en la determinación de θ_C , la cual se traduce en un nuevo término $(\delta\beta/\beta)_{FS}$ que deberá ser incluido en la ecuación (2.9). La determinación de este término será el tema de otras investigaciones.

La dispersión a ángulos delanteros presenta otras dos características que hay que señalar: en primer lugar, en la ecuación (3.94), cuando $(a/\lambda) \gg 1$, se puede despreciar el término 1 que aparece en el denominador; los factores λ se cancelan, por lo que este tipo de dispersión es independiente de la longitud de onda. La otra característica importante atañe específicamente a los aerogel de sílice. Experimentos cuidadosos [Wa92] han mostrado que las inhomogeneidades responsables de la dispersión a ángulos delanteros, se encuentran localizadas exclusivamente en las superficies de los aerogel. Entre las causas que contribuyen a este tipo de dispersión, se cuentan irregularidades en la superficie originados por el proceso de fabricación, pequeñas rayaduras y partículas de polvo adheridas a las superficies del aerogel [Hu98a]. Debido a la diferente ubicación de los centros dispersores para la dispersión a ángulos delanteros y para la dispersión de Rayleigh, es común referirse a la primera como dispersión de superficie y a la segunda como dispersión de bulto (a falta de un nombre mejor).

Como la dispersión a ángulos delanteros sólo ocurre cuando la luz atraviesa la superficie de un aerogel, la cantidad de luz atenuada por este proceso no depende de la distancia recorrida por el haz, sino que sólo depende del número de superficies atravesadas. A decir verdad, es más correcto decir que la luz sí sigue una ley de atenuación exponencial con la distancia, pero sólo lo hace a lo largo de una distancia mucho menor que el tamaño típico de una pieza de aerogel, una distancia que es, naturalmente, igual al grosor de la capa superficial en la que se ubican las inhomogeneidades mayores a la longitud de onda. Para todo fin práctico, la capa en cuestión es tan delgada, que se puede considerar que la intensidad de la luz que atraviesa una superficie de aerogel, se ve disminuida por un factor $F < 1$, independiente tanto de la longitud de onda, como de la distancia recorrida en el aerogel. Es por eso que en trabajos recientes [Hu98b, Ek99, Re99, Asch00, Paj98] se ha optado por representar la intensidad que sobrevive a la dispersión total en un aerogel de sílice, por la llamada fórmula de Hunt:

$$I = I_0 F \exp[-B d/\lambda^4], \quad (3.96)$$

en donde los parámetros de Hunt F y B representan la dispersión de superficie y la dispersión de bulto, respectivamente, mientras que d es la distancia recorrida por la luz, e I_0 es la intensidad del haz incidente. El factor que multiplica a I_0 en la ecuación (3.96) es conocido como la transmitancia T_d debida a la dispersión. Es conveniente expresar a T_d como el producto de las transmitancias T_{FS} y T_B debidas a la dispersión de superficie y de bulto, respectivamente. Si además se quiere tomar en cuenta los efectos de la absorción, habrá que multiplicar la ecuación (3.96) por el factor $e^{-\alpha d}$, que es la transmitancia T_A debida a la absorción (α es el coeficiente de absorción definido

en la ecuación (3.35)). La transmitancia total T será el producto de las transmitancias debidas a ambos fenómenos. De esta manera se adapta la fórmula (3.96), para obtener

$$I = I_0 T = I_0 T_{FS} T_B T_A, \quad (3.97)$$

con

$$T_{FS} = F.$$

$$T_B = \exp[-B d/\lambda^4] \quad (3.98)$$

y

$$T_A = e^{-\alpha d}. \quad (3.99)$$

Por lo general, en lugar de medir directamente la transmitancia, se suele medir la absorbancia A , definida por

$$A = \log \frac{I_0}{I}. \quad (3.100)$$

Combinando las ecuaciones (3.97) y (3.100), se obtiene la relación

$$A = -\log T = -(\log T_{FS} + \log T_B + \log T_A),$$

o bien,

$$A = f + \left(\frac{B}{\lambda^4} + \alpha \right) d, \quad (3.101)$$

en donde f es la constante $-\log F$.

Naturalmente, la ecuación (3.97) no es otra cosa que la ecuación de la extinción total (3.90), para el caso especial de una pieza de aerogel de sílice. Al comparar ambas ecuaciones, se observa que

$$e^{-\alpha_s d} = T_{FS} T_B = F T_B, \quad (3.102)$$

por lo que el coeficiente de atenuación α_s en realidad es la suma de dos coeficientes

$$\alpha_s = \alpha_{sFS} + \alpha_{sB}, \quad (3.103)$$

los cuales determinan la dispersión de superficie y de bulto, respectivamente. De esta forma, se puede expresar a F como

$$F = \exp[-\alpha_{sFS} g] \quad (3.104)$$

en donde g es el grosor de la capa superficial del aerogel responsable de la dispersión a ángulos delanteros y α_{sFS} es constante, reflejando el hecho de que se trata de dispersión por fluctuaciones de tamaño a , tales que $(a/\lambda) > 1$. Como $g \ll d$, g es igual para

cualquier fotón, haciendo que F sea constante.¹² Por otra parte, de las ecuaciones (3.102) y (3.103) se deduce que

$$T_B = \exp[-\alpha_{s_B} d]. \quad (3.105)$$

Combinando la ecuación (3.105) con la ecuación (3.98) se encuentra que

$$B = \alpha_{s_B} \lambda^4, \quad (3.106)$$

en donde α_{s_B} es el coeficiente de atenuación calculado conforme a la ecuación (3.88), para un volumen de correlación w que describa las fluctuaciones de densidad a escalas mucho menores que la longitud de la onda dispersada. Una posibilidad es utilizar el volumen (3.95), basado en una ley de correlación exponencial. Pero esa no es la única posibilidad; se puede pensar en funciones de correlación que den una descripción más realista de la nanoestructura del aerogel.

Ninguno de los autores citados en este trabajo ha propuesto una función de correlación distinta de una exponencial: parece haber un consenso en que ésta es la función más adecuada para un aerogel. Sin embargo, al observar la figura (2.10), así como otras microfotografías semejantes publicadas en la literatura [Ri98, Schu86, Ca74, Te86], se tiene la impresión de que la densidad de las estructuras de sílice bien podría seguir una ley gaussiana, en vez de una ley exponencial. Esta última decae demasiado bruscamente, mientras que el decaimiento más suave a pequeñas distancias de una gaussiana parece ser más acorde con la nanoestructura observada. Además, las fluctuaciones de densidad tienen una distribución aleatoria y los procesos aleatorios suelen estar mejor descritos por funciones gaussianas. Con esta motivación, aquí se propone una nueva función de correlación:

$$\gamma(s) = e^{-(s/a)^2}, \quad (3.107)$$

en donde la desviación estándar a se identifica con el tamaño típico de las fluctuaciones nanométricas. Al sustituir la función (3.107) en la integral (3.83), se aprecia que sólo contribuyen a la integral las distancias s del mismo orden de magnitud que a . Por consiguiente, tomando en cuenta la definición (3.84), se puede hacer la aproximación $(\sin qs)/qs \approx 1$. De esta manera, el volumen de correlación es independiente de θ , por lo que la fórmula de dispersión (3.82) será simétrica en θ y seguirá una ley de Rayleigh, tal y como se espera. En esta aproximación, la integral (3.83) se reduce a

$$w = \int_0^\infty 4\pi s^2 e^{-(s/a)^2} ds. \quad (3.108)$$

Para realizar la integral (3.108), es conveniente introducir la función $\Gamma(z)$:

$$\Gamma(z) = 2 \int_0^\infty e^{-t^2} t^{2z-1} dt. \quad (3.109)$$

Aquí será de utilidad la integral

¹²Estrictamente hablando, en la ecuación (3.104) habría que escribir $g/\cos\theta$ en lugar de g , para tomar en cuenta el efecto que el ángulo de incidencia θ tiene sobre la distancia recorrida por la luz en la capa superficial. Sin embargo, éste es un efecto muy pequeño e irrelevante para este trabajo pues, como se mencionará en el capítulo 4, todas las medidas de absorbancia realizadas fueron a un ángulo fijo $\theta = 0^\circ$.

$$\Gamma(3/2) = 2 \int_0^{\infty} t^2 e^{-t^2} dt. \quad (3.110)$$

Ahora, basta con percatarse de que el volumen (3.108) se puede expresar en términos de $\Gamma(3/2)$ de la siguiente manera:

$$w = 2\pi a^3 \Gamma(3/2), \quad (3.111)$$

en donde se ha hecho la sustitución $t = (s/a)$, en la ecuación (3.110). Recordando que [Ar85]

$$\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z),$$

y observando que, por la definición (3.109), $\Gamma(1/2)$ no es más que la integral de una gaussiana, y que, por lo tanto, es igual a $\sqrt{\pi}$, se tiene que

$$\Gamma(3/2) = \frac{1}{2}\Gamma(1/2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}. \quad (3.112)$$

Sustituyendo la ecuación (3.112) en la ecuación (3.111), se obtiene el siguiente volumen de correlación:

$$w = \pi^{3/2} a^3. \quad (3.113)$$

Para una misma a , el volumen (3.113) es notablemente menor que el volumen (3.95) correspondiente a una ley exponencial. Eso era esperable, dado que una gaussiana, aún más que una exponencial, favorece a las distancias pequeñas en relación a las grandes. Sólo la comparación con los datos experimentales permitirá saber cuál de las dos funciones de correlación es más apropiada para un aerogel de sílice.

3.4 Efectos de la dispersión en la medición de la velocidad

En el capítulo anterior se puso de relieve la importancia de que la incertidumbre en el índice de refracción de un radiador Cherenkov sea lo más pequeña posible en la región del espectro que se observa con la matriz de fotomultiplicadores. La contribución al error en la velocidad debida al índice de refracción está dada por la ecuación (2.13). La ley de dispersión hace que las distintas longitudes de onda en que se detecta radiación Cherenkov correspondan a distintos índices de refracción. Normalmente [Yps94, DeLe01], la n que aparece en la ecuación (2.13) es \bar{n} , el índice de refracción promedio. Por otra parte, la incertidumbre δn del error estadístico $(\delta n/n)_e$, es la desviación cuadrática promedio, escrita como σ_n . Con esto, se puede reescribir la ecuación (2.13) como

$$\left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_n = \sqrt{\frac{1}{N} \left(\frac{\sigma_n}{\bar{n}}\right)^2 + \left(\frac{\delta n}{\bar{n}}\right)_s^2}. \quad (3.114)$$

en donde el primer término del lado derecho es la parte estadística del error $(\delta\beta/\beta)_n$, que se escribirá como

$$\left(\frac{\delta n}{\bar{n}}\right)_s = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\sigma_n}{\bar{n}}. \quad (3.115)$$

Mientras más varíe el índice de refracción n con respecto al promedio \bar{n} a causa de la ley de dispersión, mayor será el valor de σ_n y, por lo tanto, del término (3.115), siendo nulo en el caso de un material con una ley de dispersión constante $n(\lambda) = \bar{n}$. Todo el efecto que la ley de dispersión tiene en la medición de la velocidad, está contenido en el término (3.115), por lo que recibe el nombre de error por dispersión cromática [Bu00, Yps94]. Pero además del término (3.115), también es necesario evaluar el error sistemático $(\delta n/n)_s$ para obtener el error total $(\delta\beta/\beta)_n$ según la ecuación (3.114). Como se verá más adelante, el término $(\delta n/n)_s$ está relacionado con la incertidumbre con que se conoce la ley de dispersión del material.

A continuación se explicará la manera de obtener las cantidades \bar{n} y σ_n para una ley de dispersión y un espectro de absorbancia dados, con el fin de obtener el error (3.115). Será necesario contar con el espectro de fotones detectados por los fotomultiplicadores, por intervalo de longitud de onda $d\lambda$. Este espectro se obtiene de la distribución de fotones emitidos por intervalo $d\lambda$ (ecuación (3.80)), multiplicándola por todos aquellos factores que disminuyen la cantidad de fotones detectados, a saber: la dispersión de Rayleigh, la reflexión interna dentro del aerogel y, finalmente, la eficiencia cuántica de los fotomultiplicadores ϵ_q [Fer86] de la que ya se habló en el capítulo anterior. Las pérdidas de fotones por absorción ya están contempladas en la ecuación (3.80), pues la exponencial que ahí aparece no es otra cosa que el factor de transmitancia T_A , según la ecuación (3.99). De los dos tipos de dispersión, Rayleigh y Mie, únicamente se toma en cuenta el primero, por las razones expuestas en la sección anterior. Por lo tanto, de los tres factores de transmitancia de la ecuación (3.97), sólo hay que multiplicar el espectro de fotones explícitamente por el factor T_B , debido a la dispersión de Rayleigh. De todas estas consideraciones se tiene que el espectro de fotones detectados por los fotomultiplicadores está dado por

$$\frac{d^2 N_d}{d\lambda dx} = \frac{d^2 N_e}{d\lambda dx} T_R T_B \epsilon_q, \quad (3.116)$$

en donde $dN_e/d\lambda$ es el espectro de fotones emitidos (3.80) y T_R es la fracción de fotones no reflejados internamente por el aerogel (la transmitancia de reflexión), que se calculará más adelante. También es útil recordar que, de la ecuación (3.116), se obtiene el siguiente espectro de fotones detectados por intervalo de índice de refracción:

$$\frac{d^2 N_d}{dn dx} = \frac{dN_e}{d\lambda dx} T_R T_B \epsilon_q \frac{d\lambda}{dn}, \quad (3.117)$$

en donde la derivada $d\lambda/dn$ se obtiene de la ley de dispersión.

Una de las cantidades necesarias para conocer la forma exacta de los espectros (3.116) y (3.117) es la distancia $d(x)$ recorrida por un fotón emitido en el punto x , ya que esta distancia aparece en las definiciones de T_B y de T_A (ecuaciones (3.98) y (3.99), respectivamente). De la figura 3.2, por trigonometría elemental se sabe que si la partícula incide en forma normal a la superficie del aerogel, se tiene que

$$d(x) = \frac{t - x}{\cos \theta_C}, \quad (3.118)$$

en donde t es el espesor total del aerogel, θ_C es el ángulo de Cherenkov, y x es la distancia sobre un eje perpendicular al aerogel, con $x = 0$ en el punto en que la partícula entra al aerogel, y $x = t$ en el punto en el que sale. El fotón puede ser emitido, con la

misma probabilidad, a lo largo de cualquier directriz del cono de radiación Cherenkov, y recorre la misma distancia (3.118), independientemente de la parte del cono por la que viaje (hay simetría cilíndrica).

Para el caso en que la partícula forma un ángulo de incidencia τ mayor que cero con la normal a la superficie del aerogel, la situación se torna más complicada, ya que la distancia $d(x)$ será diferente para las distintas partes del cono. Este caso se ilustra en la figura 3.3, en donde se aprecia que la distancia x recorrida por la partícula va desde 0 hasta $t/\cos\tau$. Encontrar $d(x)$ como función de la directriz del cilindro por la que viaja la radiación, es un problema puramente geométrico que se resuelve en el apéndice A. Aquí basta con enunciar el resultado:

$$d(x, \phi, \tau, \lambda) = \frac{(t - x \cos \tau)}{\cos \theta_C \cos \tau - \sin \theta_C \sin \tau \sin \phi}, \quad (3.119)$$

en donde ϕ es el ángulo azimutal que parametriza al cono de Cherenkov, tomando valores en el intervalo $[0, 2\pi)$. En la ecuación (A.6) se hace explícito que la distancia d no sólo depende de x , ϕ y τ , sino también de n (por la fórmula de Cherenkov) o, alternativamente, de λ (a través de la ley de dispersión). Como era de esperarse, en el caso especial $\tau = 0^\circ$, la ecuación (A.6) se reduce a la ecuación (3.118). A partir de ahora se considerará al ángulo τ como un parámetro más que caracteriza a una partícula dada (al igual que β o que Z).

En lo que respecta a la reflexión interna, ésta hace que se pierdan algunos fotones al ser reflejados en la interfase entre el aerogel y el vacío, quedándose "atrapados" dentro del material. La cantidad que determina la proporción de fotones que no se reflejan es un número que varía de 0 a 1, llamado transmitancia de reflexión T_R . En consecuencia, para tomar en cuenta el efecto de reflexión interna, se debe multiplicar el espectro de fotones emitidos por la cantidad T_R para un haz de luz que pasa de un medio denso con índice de refracción real n_R , al vacío. Según las ecuaciones de Fresnel [He90], en este caso, T_R está dado por:

$$T_R = \left(\frac{\cos \theta_i}{n_R \cos \theta_i} \right) \left[\frac{2n_R \cos \theta_i}{n_R \cos \theta_i + \cos \theta_i} \right]^2 \quad (3.120)$$

en donde θ_i es el ángulo interno de incidencia de la luz que se deduce en el apéndice A, y que está dado por

$$\theta_i = \arccos(\cos \theta_C \cos \tau - \sin \theta_C \sin \tau \sin \phi), \quad (3.121)$$

mientras que θ_t es el ángulo que el haz transmitido al vacío forma con la normal a la superficie. Por la ley de Snell, se sabe que ambos ángulos están relacionados por

$$\cos \theta_t = \cos \left(\arcsin \frac{\sin \theta_i}{n_R} \right) = \cos \left(\arcsin \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \theta_i}}{n_R} \right). \quad (3.122)$$

Combinando la expresión para θ_i (3.121) con las ecuaciones (3.122) y (3.120), se obtiene una expresión para la transmitancia que se representa por $T_R(\tau, \phi, \lambda)$.

Ahora ya se conocen todas las cantidades que aparecen en la ecuación (3.116), y el espectro de fotones detectados por unidad de longitud de onda se puede escribir como

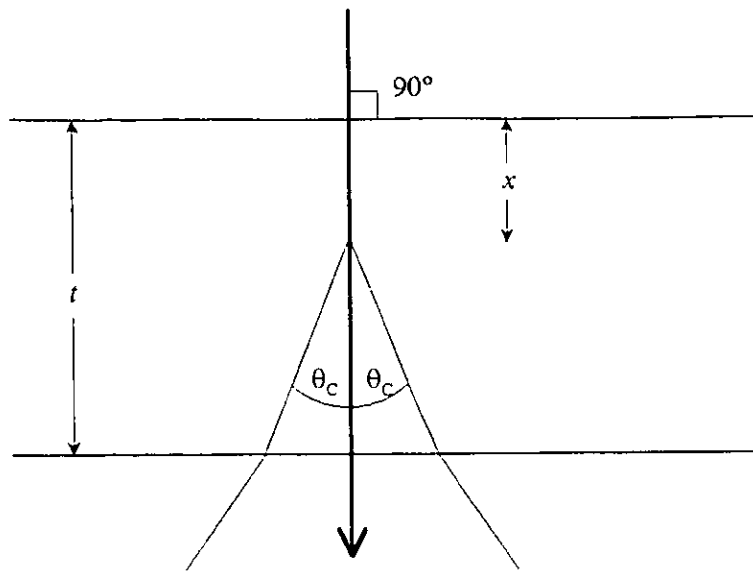


Figura 3.2: Partícula cargada que atraviesa el aerogel en forma perpendicular y emite radiación Cherenkov en el punto x .

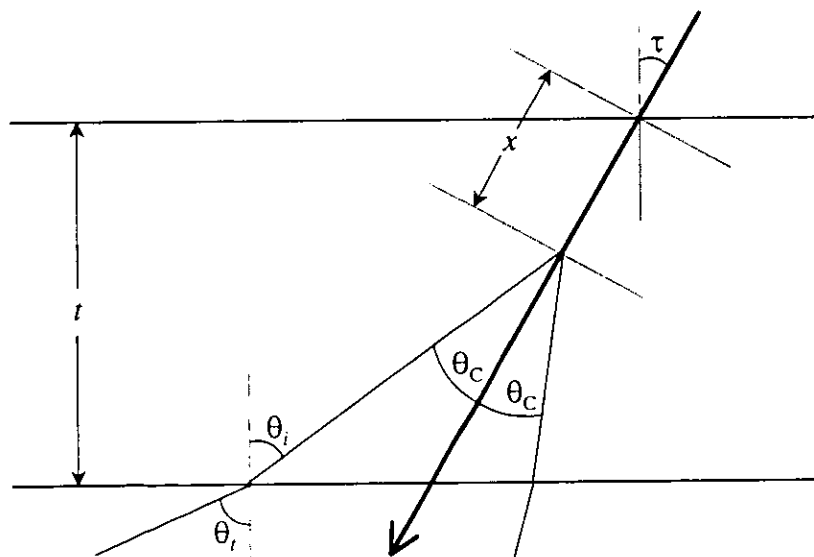


Figura 3.3: Partícula que atraviesa el aerogel con un ángulo de incidencia $\tau > 0$

$$\left(\frac{d^2 N_d}{d\lambda dx}\right)_\tau = Z^2 \alpha_f \frac{1}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_R^2(\lambda)}\right) \epsilon_q(\lambda) T_R(\tau, \lambda, \phi) T_A T_B d\phi. \quad (3.123)$$

en donde el factor $T_A T_B$ está dado por

$$T_A T_B(\tau, t, x, \lambda, \phi) = \exp \left[- \left(\alpha(\lambda) + \frac{B}{\lambda^4} \right) (t - x \cos \tau) \delta(\tau, \lambda, \phi) \right], \quad (3.124)$$

haciendo uso de la abreviación

$$\delta(\tau, \lambda, \phi) = \frac{1}{\cos \theta_C \cos \tau - \sin \theta_C \sin \tau \sin \phi}.$$

En la ecuación (3.123), se ha multiplicado por un factor de normalización $1/2\pi$, debido a la nueva variable de integración ϕ . Integrando la ecuación (3.123) sobre la distancia x de 0 a $t/\cos \tau$, se tiene que

$$\left(\frac{d^2 N_d}{d\lambda d\phi}\right)_\tau = Z^2 \alpha_f \frac{1}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n_R^2}\right) \epsilon_q T_R \frac{1 - \exp \left[- \left(\alpha + \frac{B}{\lambda^4} \right) t \delta \right]}{\left(\alpha + \frac{B}{\lambda^4} \right) \delta \cos \tau}. \quad (3.125)$$

El número total de fotones detectados como función del ángulo de incidencia τ , está dado por la integral

$$N_d(\tau) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left(\frac{d^2 N_d}{d\lambda d\phi}\right)_\tau d\phi d\lambda. \quad (3.126)$$

El índice de refracción promedio como función de τ es el promedio pesado por la distribución (3.125):

$$\bar{n}(\tau) = \frac{1}{N_d(\tau)} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left(\frac{d^2 N_d}{d\lambda d\phi}\right)_\tau n(\lambda) d\phi d\lambda, \quad (3.127)$$

con desviación estándar

$$\sigma_n(\tau) = \sqrt{\frac{1}{N_d(\tau)} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left(\frac{d^2 N_d}{d\lambda d\phi}\right)_\tau [n(\lambda) - \bar{n}(\tau)]^2 d\phi d\lambda}. \quad (3.128)$$

El objetivo más importante de este trabajo consiste en obtener las funciones $N_d(\tau)$, $\bar{n}(\tau)$ y $\sigma_n(\tau)$ para varias partículas que se esperan observar con el AMS. Para obtener las funciones deseadas se tendrán que realizar las integrales (3.126), (3.127) y (3.128) en forma numérica. Sustituyendo $\bar{n}(\tau)$ y $\sigma_n(\tau)$ en la ecuación (3.115), se podrá obtener el error por dispersión cromática.

Por otra parte, el error sistemático $(\delta n/n)_s$ tiene dos orígenes. En primer lugar, cualquier ley de dispersión $n(\lambda)$ no se conoce con precisión infinita, sino que proviene de medidas del índice de refracción que tienen asociadas incertidumbres que se propagan a toda la ley de dispersión. Este error asociado a la incertidumbre en la ley de dispersión se escribirá como $(\delta n/n)_i$ y se estimará evaluando la función (3.127) para un gran

conjunto de leyes de dispersión $n(\lambda)$ posibles, de una manera que es preferible describir más en detalle en el capítulo de resultados. La segunda fuente de error sistemático $(\delta n/n)_s$, se debe a la dependencia en β que tiene la función (3.127) a través de la ecuación (3.125). Como β es la cantidad que se quiere medir, esta dependencia incrementa el error $(\delta n/n)_s$ en una cantidad $(\delta n/n)_\beta$ que se calculará en el capítulo de resultados. Tomando en cuenta ambas fuentes de error sistemático, se puede expresar a éste como

$$(\delta n/n)_s^2 = (\delta n/n)_i^2 + (\delta n/n)_\beta^2. \quad (3.129)$$

Recordando que la n en los denominadores de los términos de error siempre es \bar{n} y sustituyendo la ecuación (3.129) en la ecuación (3.114) se tiene que

$$\left(\frac{\delta \beta}{\beta}\right)_n = \sqrt{\frac{1}{N} \left(\frac{\sigma_n}{\bar{n}}\right)^2 + \left(\frac{\delta n}{\bar{n}}\right)_i^2 + \left(\frac{\delta n}{\bar{n}}\right)_\beta^2}. \quad (3.130)$$

La evaluación del error (3.130) como función de τ , se hará para varias partículas de interés (con distintas cargas Z) y para distintos números de fotones detectados N . Pero antes que nada, habrá que contar con los datos experimentales necesarios para estimar tanto la constante B , como las funciones $n(\lambda)$ y $\alpha(\lambda)$ que figuran en la ecuación (3.125) y en las demás ecuaciones a partir de las cuales se calculan las cantidades que aparecen en el error (3.130). En los siguientes dos capítulos, se describen los procedimientos—tanto experimentales como de análisis— que se emplearon para la obtención de la ley de dispersión $n(\lambda)$, del coeficiente de absorción $\alpha(\lambda)$, y del parámetro de dispersión de Rayleigh B del aerogel.

Capítulo 4

Arreglo experimental

4.1 El método del ángulo mínimo

El método del ángulo mínimo es la manera tradicional de medir el índice de refracción real de una muestra de material sólido con forma poligonal, por lo que se aplica a la muestra cuadrada de aerogel de que se disponía. Considérese una mesa rotatoria horizontal en forma de disco, con un eje de rotación perpendicular que pasa por su centro C (ver figura 4.1). Un láser horizontal pasa en forma rasante sobre la superficie de la mesa y se encuentra alineado con el punto C. Se coloca una pantalla P de manera perpendicular a la dirección del haz. Se marca cuidadosamente el punto A de la pantalla, sobre el que incide el láser. Posteriormente, se coloca sobre la mesa rotatoria una muestra del material cuyo índice de refracción se desea medir, como se enseña en la figura 4.1, de tal manera que el centro de la mesa quede cubierto por la muestra, en la proximidad de una de sus esquinas, con ángulo interno α . Al pasar a través del material, el láser se refracta dos veces para incidir sobre la pantalla P en el punto B. El efecto combinado de ambas refracciones es desviar al haz de su trayectoria original, forzándolo a formar un ángulo δ con respecto al haz no refractado. Si se gira la muestra, variará el ángulo δ , el cual está dado por la relación

$$\delta = \arctan \frac{d}{L}, \quad (4.1)$$

en donde d es la distancia entre los puntos A y B, mientras que L es la distancia que separa al punto C de la pantalla. Como se verá más abajo, existe un valor mínimo de δ , escrito como δ_m . Se puede demostrar [He90] que el índice de refracción está dado por

$$n = \frac{\sin [(\delta_m + \alpha)/2]}{\sin \alpha/2}. \quad (4.2)$$

En el caso de una muestra cuadrada ($\alpha = 90^\circ$), la ecuación (4.2) se simplifica:

$$n = \sin(\delta/2) + \cos(\delta/2). \quad (4.3)$$

Girando lentamente la mesa rotatoria, el punto B se va moviendo sobre la pantalla. Cuando se considera que la separación entre los puntos A y B ha llegado a su mínimo, se mide la distancia mínima d_m , de la que se obtiene δ_m mediante la fórmula

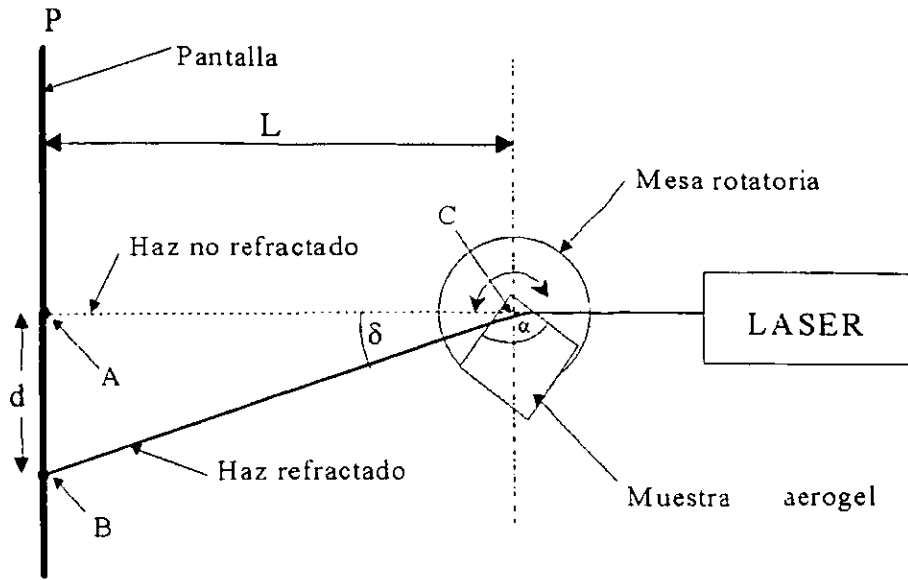


Figura 4.1: Dispositivo experimental para medir el índice de refracción por el método del ángulo mínimo.

$$\delta_m = \arctan \frac{d_m}{L}. \quad (4.4)$$

Finalmente, el índice de refracción n se obtiene a partir de la ecuación (4.2). La gran ventaja de este método es que sólo hay que rotar la muestra lentamente hasta encontrar la desviación mínima, sin que sea necesario medir el ángulo de rotación de la mesa. Tampoco es importante que la muestra esté colocada con precisión, ni que tenga una orientación especial sobre la mesa rotatoria. Además, sólo es necesario medir un único ángulo (δ_m), para cada medición de n . Por todas las razones anteriores, se trata de un método sencillo y rápido, que ha encontrado una amplia aceptación en la comunidad experimental. Este método ya ha sido aplicado en varias ocasiones para medir el índice de refracción de algunos aerogeles [Wa94, DeLe01, Gou99].

Sin embargo, el método del ángulo mínimo trae consigo una gran desventaja: por lo general no es fácil medir δ_m con un alto grado de precisión. El ángulo δ suele variar muy lentamente, por lo que el ojo humano no es capaz de distinguir el momento exacto en que alcanza su mínimo. Una manera de superar esta dificultad consiste en tratar de preservar en forma gráfica el recorrido del haz a través de la pantalla, siguiéndolo con una pluma sobre un papel adherido a la pantalla o, mejor aún, dejando que el haz revele una película fotográfica para después identificar el extremo de la línea revelada que esté más cercano al punto A. Otra manera de mejorar la estimación de δ_m consiste en emplear un telescopio para seguir la trayectoria del punto B sobre la pantalla, cuando éste se acerca lentamente al punto A. La posición del telescopio se deja fija en el momento en que el punto B se detiene y empieza a retroceder para alejarse de A. Desgraciadamente, todos estos métodos están sujetos a error debido a la subjetividad humana, además de que la precisión con que se mide la distancia d se ve fuertemente limitada por el grosor del láser. Para tener una idea de cómo el grosor

del haz afecta la medición de n , se sustituye la ecuación (4.4) en la ecuación (4.3), y se obtiene la diferencial de n

$$dn = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \left(\frac{d}{L}\right)^2} \left[\frac{L \delta d - d \delta L}{L^2} \right] (\cos(\delta/2) - \sin(\delta/2)),$$

a partir de la cual se estima el error δn de la manera usual:

$$\delta n = \frac{1}{2} \frac{1}{L^2 + d^2} \sqrt{(L \delta d)^2 + (d \delta L)^2} [\cos(\delta/2) - \sin(\delta/2)], \quad (4.5)$$

en donde δd es la suma geométrica de tres cantidades: la mínima escala $(\delta d)_{instr.}$ del instrumento con que se mide la distancia d , así como los grosores σ_A y σ_B del haz en los puntos A y B, respectivamente. Simbólicamente,

$$(\delta d)^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + (\delta d)_{instr.}^2. \quad (4.6)$$

El problema es que los láseres de que se dispone hoy en día, suelen tener grosores σ_A y σ_B relativamente grandes, que se reflejan en unas incertidumbres δd y δn considerables. Además, hay que tomar en cuenta que la δn de la ecuaciones (4.6) y (4.5), sólo es el error mínimo, pues no incluye la incertidumbre debida a la dificultad de ubicar δ_m , incertidumbre que, por lo demás, es muy difícil de cuantificar. En otras palabras, lo correcto es sumarle un término desconocido $(\delta d)_{ang. min.}^2$ al lado derecho de la ecuación (4.6), que represente el error inevitable en la ubicación del ángulo mínimo. Otra desventaja de este método se debe a que está basado en un único punto experimental. Si bien esto lo hace más rápido y sencillo, sería preferible poder contar con varios puntos experimentales, que proporcionen más información sobre el índice de refracción y que, por lo tanto, lo restrinjan más. A causa de estas limitaciones, el método del ángulo mínimo resulta insuficiente cuando se requieren mediciones de alta precisión, por lo que en este trabajo se propone un método alternativo. Como se verá en la siguiente sección, el método propuesto permite realizar medidas mucho más confiables del índice de refracción, exigiendo sólo un poco más de tiempo y de cuidado por parte del experimentador.

4.2 Nuevo método para medir el índice de refracción

El nuevo método se basa en un arreglo experimental muy semejante al que se utiliza para encontrar el ángulo mínimo. Para explicar el método que aquí se propone, es necesario analizar detalladamente, en el marco de la óptica geométrica, el proceso mediante el cual el láser se desvía de su trayectoria original al pasar por la muestra de la figura 4.1. Supóngase que la muestra de aerogel es cuadrada (i.e. $\alpha = 90^\circ$); el láser incide sobre uno de sus lados, como se puede ver en la figura 4.2. El haz, al pasar de un medio poco denso (el aire) a un medio más denso, será refractado de acuerdo con la ley de Snell:

$$\frac{n_a}{n} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}, \quad (4.7)$$

en donde θ_2 es el ángulo que el haz refractado forma con la perpendicular a la interfase, mientras que n y n_a son los índices de refracción del aerogel y del aire, respectivamente.

La ley de dispersión del aire en condiciones estándar (temperatura de 0° C y presión de 1 atm) ha sido medida con alta precisión [Gr72] y se puede escribir como

$$(n_{a0} - 1)10^8 = 6,432.8 + \frac{2,949,810}{146 - \sigma^2} + \frac{25,540}{41 - \sigma^2}, \quad (4.8)$$

en donde $\sigma = (1/\lambda)$, con la longitud de onda λ expresada en micras. La ecuación (4.8) es equivalente a una ecuación de Sellmeier (3.36) en su aproximación para índices de refracción cercanos a la unidad. Para obtener el índice de refracción a temperaturas y presiones arbitrarias, se utiliza la fórmula

$$n_a - 1 = \frac{n_{a0} - 1}{1 + \alpha T} \frac{P}{760}, \quad (4.9)$$

en donde $\alpha = 0.00366$ es el coeficiente de expansión volumétrico del aire, n_{a0} se obtiene de la ecuación (4.8). T es la temperatura en °C ($\sim 20^\circ\text{C}$) y P es la presión del aire medida en milímetros de mercurio (~ 600 mmHg a la altura de la Ciudad de México). Las ecuaciones (4.8) y (4.9) se utilizan en todos los cálculos en este trabajo, en los que aparece el índice de refracción del aire.

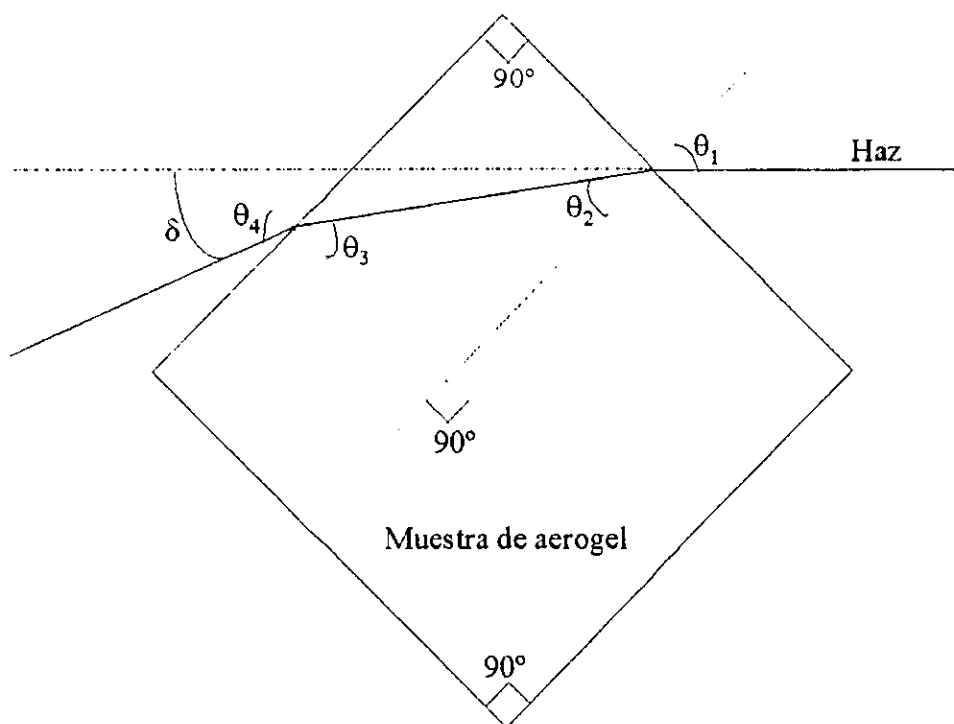


Figura 4.2: Geometría de un haz que se refracta en una muestra cuadrada del material.

Después de viajar una cierta distancia a través del material, el haz sufre una segunda refracción al pasar del aerogel al aire. En esta segunda refracción los ángulos de incidencia y de refracción son θ_3 y θ_4 , respectivamente, y satisfacen la relación

$$\frac{n}{n_a} = \frac{\sin \theta_4}{\sin \theta_3}. \quad (4.10)$$

Lo que interesa es encontrar una función que describa cómo el ángulo de dispersión δ depende del ángulo de incidencia θ_1 , dado un índice de refracción n . Para lograr esto, primero nótese en la figura 4.2 que, por geometría elemental,

$$\delta = \theta_1 - \theta_2 + \theta_4 - \theta_3. \quad (4.11)$$

Para obtener la función deseada, es necesario expresar los ángulos θ_2 , θ_3 y θ_4 en términos de θ_1 , para lo cual se recurre a la relación geométrica

$$\theta_2 + \theta_3 = \frac{\pi}{2}. \quad (4.12)$$

Las ecuaciones (4.7), (4.10) y (4.12) forman un sistema de tres ecuaciones con las tres incógnitas θ_2 , θ_3 y θ_4 . Resolviendo el sistema, sustituyendo los valores encontrados para esos ángulos en la ecuación (4.11) y simplificando, se obtiene la función que se estaba buscando:

$$\delta = \theta_1 - 90^\circ + \arcsin \left(\frac{n}{n_a} \cos \left(\arcsin \left(\frac{n_a}{n} \sin \theta_1 \right) \right) \right). \quad (4.13)$$

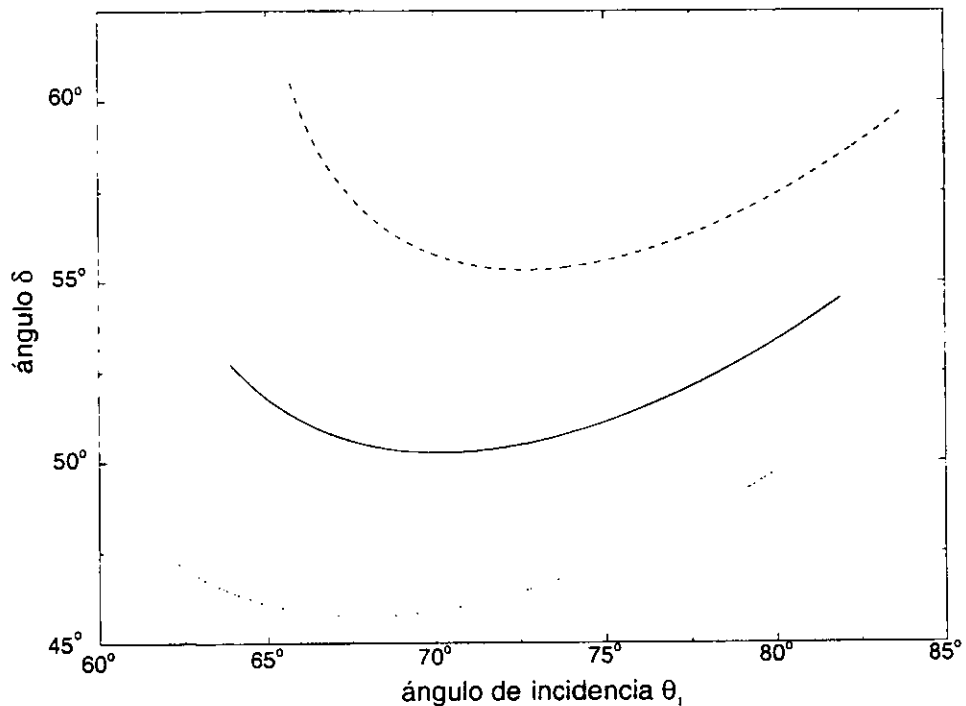


Figura 4.3: Ángulo de desviación δ como función del ángulo de incidencia θ_1 . La línea continua corresponde al agua ($n \approx 1.33$). Las curvas punteada y a guiones representan materiales hipotéticos con $n = 1.31$ y $n = 1.35$, respectivamente.

A manera de ejemplo, en la figura 4.3 se exhiben tres gráficas de la función (4.13), para muestras cuadradas de tres materiales diferentes: agua ($n \approx 1.33$) y dos materiales hipotéticos, uno con $n = 1.35$ y otro con $n = 1.31$. Es notorio lo sensibles que son las curvas al valor de n , pues las grandes diferencias que se observan entre dos curvas sucesivas, se deben a variaciones en $(n - 1)$ inferiores al 7%. Es característico de estas

curvas que cada una de ellas alcanza un valor mínimo que depende del material. A partir de la derivada de (4.13), es fácil demostrar que se satisface la ecuación (4.2), en la que se basa el método del ángulo mínimo. En la figura 4.3 también se puede apreciar que el mínimo de cada curva no está muy bien definido (i.e. la segunda derivada de la ecuación (4.13) es muy pequeña cerca del mínimo). Esta tendencia es más pronunciada mientras menor es el índice de refracción, por lo que el método del ángulo mínimo será especialmente inadecuado para materiales con índices de refracción muy pequeños, tales como los aerogeles.

Pero en vez de buscar el ángulo mínimo, también es posible tratar de reconstruir la curva correspondiente a cada valor de n . El método que se propone en esta tesis, consiste en medir los ángulos de dispersión δ para varios ángulos de incidencia θ_1 alrededor del ángulo mínimo. De esta forma se obtiene un conjunto de puntos experimentales que deben caer sobre alguna curva dada por la ecuación (4.13). El valor de n correspondiente a la curva que mejor se ajuste a los puntos experimentales, será el valor que se tomará como el índice de refracción del aerogel. De esta manera, cada medición de n es ará determinada ya no por uno, sino por varios puntos experimentales, lo cual tendrá el efecto de disminuir considerablemente la incertidumbre en n .

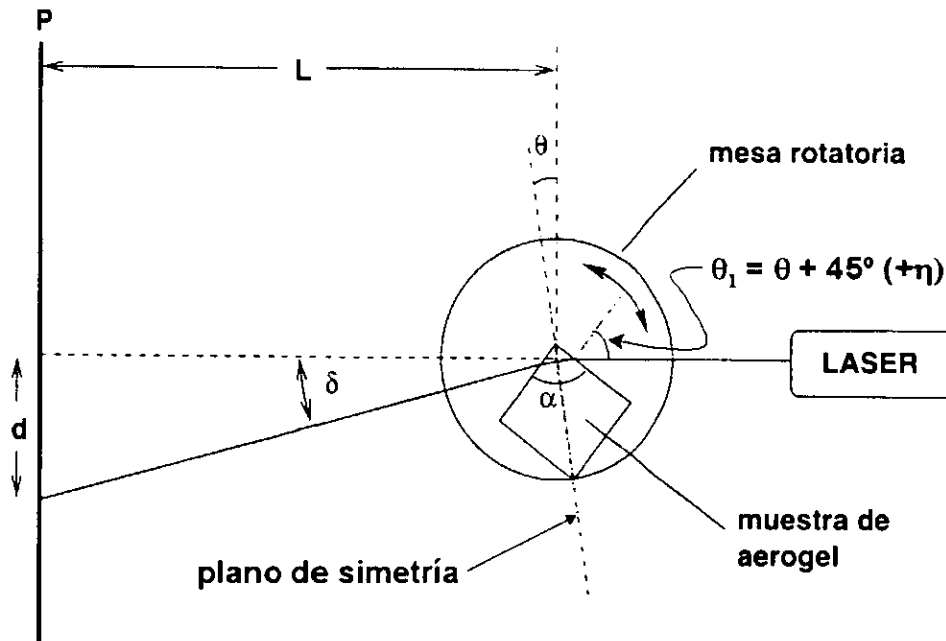


Figura 4.4: Esquema del arreglo experimental empleado para medir el índice de refracción.

El arreglo experimental empleado para medir δ para distintos ángulos de incidencia θ_1 , se muestra de forma esquemática en la figura 4.4. Las pequeñas diferencias entre este arreglo y el anterior (figura 4.1), se deben a la necesidad de medir el ángulo θ_1 . La muestra cuadrada de aerogel ahora debe ser colocada muy cuidadosamente sobre una mesa rotatoria, tomando en cuenta su orientación, ya que ésta es indispensable para conocer θ_1 . Se decidió hacer coincidir un diámetro de la mesa rotatoria con un plano de simetría de la muestra, que pasa por dos de sus esquinas. El ángulo θ de la figura 4.4,

es el ángulo que el plano de simetría forma con una línea perpendicular a la dirección original del láser. De la figura se ve inmediatamente que $\theta_1 = \theta + 45^\circ$, lo cual es cierto sólo en caso de que la muestra esté colocada exactamente como se explicó. Como, por más cuidado que se tenga, resulta inevitable un pequeño error en la orientación de la muestra, se ha decidido expresar al ángulo de incidencia como

$$\theta_1 = \theta + 45^\circ + \eta, \quad (4.14)$$

en donde η representa la pequeña diferencia entre el ángulo de incidencia verdadero que el haz forma cuando no hay rotación (con $\theta = 0^\circ$), y los 45 grados que tendría si la colocación fuera perfecta. Dado que es extremadamente difícil estimar el ángulo η , se ha decidido tratarlo como un parámetro más en el ajuste que se describe a continuación.

El criterio utilizado para determinar la curva que mejor se ajusta a los puntos experimentales es el de la ji cuadrada (χ^2) [Pr92]. Supongamos que se tiene un conjunto de N puntos experimentales que relacionan a una variable dependiente y con una variable independiente x : $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ y que, de acuerdo con un modelo teórico, a este conjunto de puntos se le quiere ajustar una función $f(x; p_1, p_2, \dots, p_P)$, determinada por P parámetros. Según el criterio de la χ^2 que se utiliza en este trabajo, el mejor ajuste es aquél que minimiza la cantidad:

$$\chi^2(p_1, p_2, \dots, p_P) = \frac{1}{N - P} \sum_i \frac{(y_i - f(x_i; p_1, p_2, \dots, p_P))^2}{\Delta y_i^2}, \quad (4.15)$$

en donde las Δy_i son los errores en las mediciones de la variable dependiente y , de tal manera que a los puntos experimentales con menos incertidumbre se les da más peso que a los que tienen más incertidumbre. De la ecuación (4.15), se ve claramente que χ^2 es menor mientras más cercanos estén los puntos experimentales de los puntos predichos por la curva, teniendo $\chi^2 = 0$ si los puntos caen exactamente sobre la curva. En el caso de interés, la variable dependiente es el ángulo de desviación δ , mientras que la variable independiente es el ángulo de rotación de la mesa θ . Hay dos parámetros de ajuste: n y η . Sustituyendo la ecuación (4.14) en la ecuación (4.13), se obtiene la función que se utilizó para realizar el ajuste:

$$\delta = \theta + \eta - 45^\circ + \arcsin \left(\frac{n}{n_a} \cos \left(\arcsin \left(\frac{n_a}{n} \sin(\theta + 45^\circ + \eta) \right) \right) \right). \quad (4.16)$$

Típicamente se midieron los ángulos δ correspondientes a ~ 6 ángulos de incidencia por cada longitud de onda. A cada conjunto de datos medidos se le ajustó una función de la forma (4.16) para obtener los valores de n y de η correspondientes a cada longitud de onda. Las incertidumbres en n y en η fueron proporcionadas por el mismo programa (Microcal Origin 6.0) con el que se realizaron los ajustes. En el manual del programa se explica el método estándar, basado en argumentos estadísticos, que se emplea para calcular las incertidumbres en los parámetros de ajuste. Las incertidumbres así obtenidas pueden interpretarse como variaciones estándar, o sea que si δn es la incertidumbre en n , entonces hay un 63% de probabilidad de que el valor de n caiga en el intervalo $n \pm \delta n$, un 95% de probabilidad de que caiga en el intervalo $n \pm 2\delta n$, etc. Como se puede ver en la ecuación (4.15), las incertidumbres en la variable dependiente (δ , en este caso) son importantes para realizar los ajustes de χ^2 . En la sección 4.4 se explicará cómo fueron obtenidas esas incertidumbres.

4.3 Instrumentación

El equipo utilizado para realizar las medidas de absorbancia es un espectrofotómetro marca Roy Elmer perteneciente al laboratorio de propiedades ópticas de materiales del Instituto de Física de la UNAM. El espectrofotómetro es capaz de medir la absorbancia en un intervalo de longitudes de onda que va de los 200 nm a los 900 nm, aunque las mediciones para las longitudes de onda cercanas a los extremos de ese intervalo no son muy confiables.

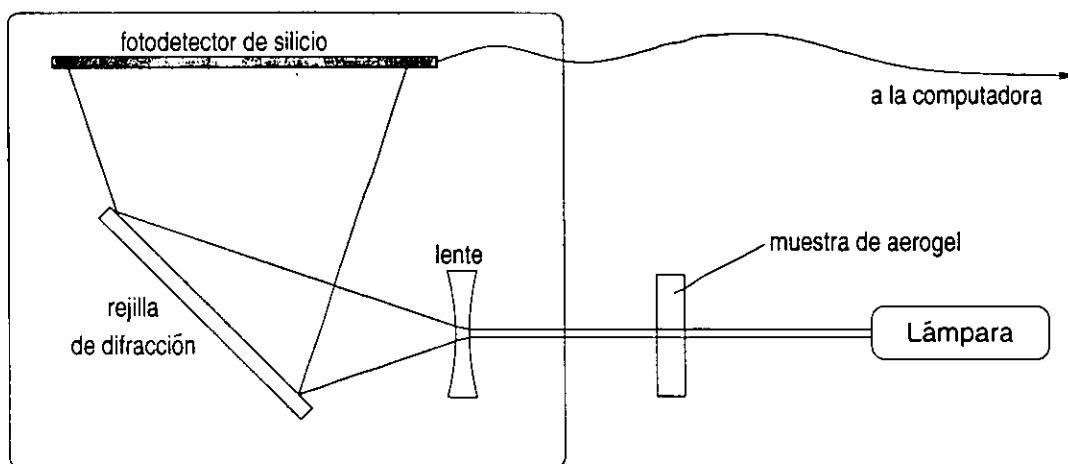


Figura 4.5: Representación esquemática del espectrofotómetro que se empleó para medir la absorbancia del aerogel.

En la figura 4.5 se muestran en forma esquemática las componentes principales del espectrofotómetro. Una lámpara emite un haz de luz blanca, compuesta de un continuo de longitudes de onda. La luz pasa a través de un recipiente que puede o no contener una muestra. Después de que la luz ha pasado por el recipiente, se hace diverger al haz con la ayuda de una lente cóncava, para luego descomponerlo en sus longitudes de onda componentes mediante una rejilla de difracción, como se muestra en la figura. Finalmente, una hilera de fotodiodos alineados mide el espectro de la luz (i.e. la intensidad como función de la longitud de onda) y lo transmite a una computadora. El funcionamiento del espectrofotómetro consiste en comparar los espectros obtenidos con y sin muestra. Primero se mide el espectro de referencia $I_0(\lambda)$ y luego el espectro con la muestra $I(\lambda)$. La computadora calcula la absorbancia conforme a la ecuación (3.100) y la despliega en una pantalla como función de la longitud de onda en el intervalo de 200 nm a 900 nm. La computadora también genera un archivo de texto con los datos de absorbancia. Pero la información relevante no es la absorbancia sino los coeficientes F , B y α que se pueden obtener de ella mediante la ecuación (3.101). Para obtener la distancia d que ahí aparece, se calcula el promedio de varias medidas del grosor de la muestra realizadas con un Vernier.

Dos láseres fueron utilizados para llevar a cabo las mediciones del índice de refracción. El primero de ellos es un láser de argón marca Spectra Physics, modelo 2020. Se trata de un láser de intensidad continua que se puede sintonizar en varias longitudes de onda, de las cuales se trabajó con las cinco más potentes, a saber, 476.5 nm, 488.0 nm, 496.5 nm, 501.7 nm, y 514.5 nm. Todas estas líneas están dadas con una precisión

de 0.1 nm [Spe90]. El segundo láser que se utilizó es un láser pulsado de Neodimio:YAG marca Spectra Physics, con una frecuencia fundamental de 9356 cm^{-1} , correspondiente a una longitud de onda de 1064.8 nm. Este láser emitía 10 pulsos por segundo, con una duración de ~ 10 ns por pulso. El láser de Neodimio:YAG también proporciona los primeros dos armónicos de su frecuencia fundamental, los cuales corresponden a longitudes de onda de 532.4 nm y de 354.9 nm, dadas con una precisión de 0.1 nm [Spe93]. En este trabajo sólo fueron utilizados los dos armónicos del láser de Neodimio:YAG; el de 354.9 nm se empleó en forma directa, mientras que el de 532.4 nm se hizo pasar por un cristal doblador de frecuencia de Bromato de Bario, para obtener una longitud de onda de 266.2 nm.

De las siete líneas con que se trabajó, las de 488.0 nm, 496.5 nm y 501.7 nm fueron utilizadas para probar y perfeccionar el método experimental a medida que se iba desarrollando. Posteriormente, una vez que se ganó suficiente experiencia con las primeras tres líneas, se procedió a medir el índice de refracción para las restantes cuatro longitudes de onda: $\lambda = 266.2 \text{ nm}$, 354.9 nm, 476.5 nm y 514.5 nm, cubriendo así una región del espectro electromagnético que va de los 266.2 nm a los 514.5 nm. Tomando en cuenta que, de acuerdo con la figura 2.7 y con la discusión de la sección 3.1, la ley de dispersión del aerogel no puede variar significativamente para grandes longitudes de onda ($\lambda \gtrsim 500 \text{ nm}$), el rango (266.2 nm - 514.5 nm) es suficiente para conocer el comportamiento del índice de refracción en la región de interés (i.e. la región de mayor sensibilidad de los fotomultiplicadores) que, como se puede ver en la figura 2.5, va de los 250 nm a los 650 nm aproximadamente.

Para realizar las mediciones del índice de refracción, el láser se hizo pasar por el aerogel, colocado sobre la mesa rotatoria circular, como lo muestra la fotografía en la figura 4.6. La mesa rotatoria y el resto del material que se puede ver en la fotografía, se encontraban firmemente atornillados a una mesa óptica rectangular, en el laboratorio de propiedades ópticas de materiales del Instituto de Física de la UNAM. La mesa rotatoria contaba con un tornillo micrométrico que permitía rotarla. Gracias a un transportador incluido en la mesa rotatoria, se determinó que un milímetro en el tornillo micrométrico equivalía a una rotación de 1.55° , por lo que los ángulos de rotación θ que se escogieron eran de preferencia múltiplos de ese ángulo.

Antes de colocar el aerogel sobre la mesa rotatoria, se utilizaron varios espejos para desviar al haz desde su fuente y forzarlo a seguir una trayectoria paralela al lado más largo de la mesa óptica, a una cierta altura sobre su superficie. Hubo que tener mucho cuidado de que el haz fuera perpendicular a la pantalla P, la cual no se puede ver en la fotografía, pero está representada en la figura 4.4. Para eso se colocó un espejo plano en la superficie de la pantalla y se movieron muy levemente los espejos que desviaban al haz, hasta que la reflexión en el espejo de la pantalla tuviera una dirección exactamente opuesta al haz original.

De suma importancia era ubicar la posición de rotación nula ($\theta = 0^\circ$), para lo cual se aprovechó una línea dibujada a lo largo de un radio de la mesa rotatoria. Por medio de un arreglo de tubos que aprovechaban la geometría de la mesa óptica, se logró orientar el radio dibujado sobre la mesa rotatoria en una dirección perpendicular a la dirección del haz y, por lo tanto, paralela a la pantalla P. La distancia marcada por el tornillo micrométrico en esa posición, fue tomada como la distancia correspondiente a $\theta = 0^\circ$. Para que esta posición de rotación nula correspondiera a un ángulo de incidencia $\theta_1 = 45^\circ$, se colocó la muestra cuadrada de aerogel de manera que el diámetro de la mesa

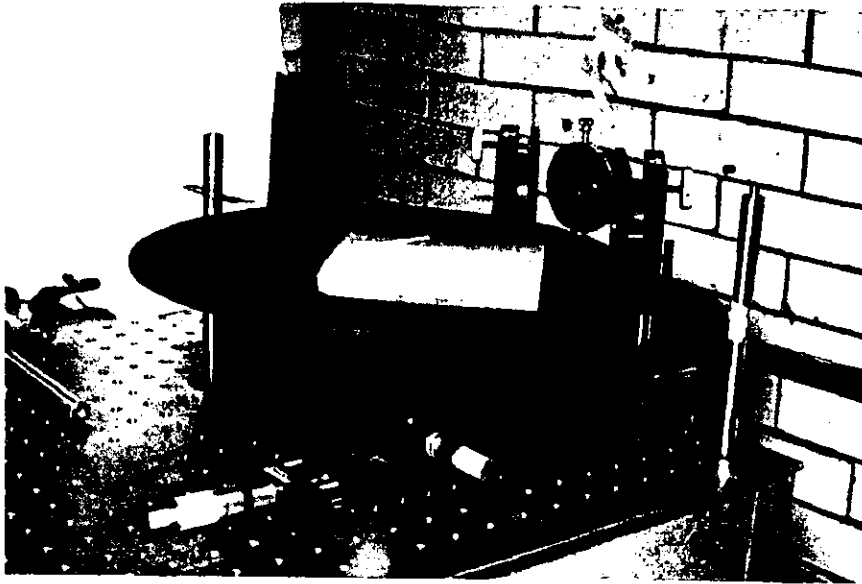


Figura 4.6: Fotografía de la muestra cuadrada de aerogel (de $\sim 11\text{cm}$ de lado) colocada sobre la mesa rotatoria para llevar a cabo las medidas de dispersión. La línea blanca (verde en la foto original) que se aprecia en la esquina más alejada de la muestra, indica la trayectoria del láser a través del aerogel. También se pueden ver los dos espejos y el colimador que se emplearon en el experimento, así como el dispositivo (detrás de la mesa rotatoria) que indicaba la posición $\theta = 0^\circ$. El tornillo micrométrico que se observa abajo y al centro de la fotografía, permitía posicionar la mesa rotatoria en la dirección perpendicular al láser, para que éste pasara por su centro. La mesa rotatoria oculta casi completamente los tornillos micrométricos que servían para rotarla y levantarla.

rotatoria coincidiera con un plano de simetría que pasaba por dos esquinas opuestas de la muestra, como se puede apreciar en la figura 4.4, en donde el plano de simetría en cuestión está indicado por una línea a rayas. Como se mencionó anteriormente, el término η en la ecuación (4.14) se debe al pequeño error inevitable al colocar la muestra de esta manera.

Gracias a otros dos tornillos micrométricos, la mesa rotatoria contaba con dos grados de libertad suplementarios: uno vertical (podía ser alzada y bajada) y otro horizontal (podía moverse en la dirección perpendicular al haz). El movimiento vertical permitía colocar la superficie de la mesa a una altura adecuada para que el aerogel coincidiera con el nivel al que se encontraba el haz. Este movimiento fue especialmente útil para minimizar las distorsiones del haz sufridas durante su paso por el aerogel, como se explicará al final de este capítulo. El movimiento horizontal, por su parte, permitía lograr que el haz pasara justo por encima del centro de la mesa rotatoria (sin aerogel, claro está).

El plano P era una placa de aluminio plana firmemente atornillada a la mesa óptica, orientada perpendicularmente al haz no desviado por el aerogel, como ya se explicó. Para medir la posición del haz sobre el plano, se decidió montar varias piezas de equipo sobre la placa de aluminio, de la manera como se muestra en la figura 4.7. Una barra horizontal de metal podía deslizarse a través de las piezas inmóviles B_1 y B_2 , cada

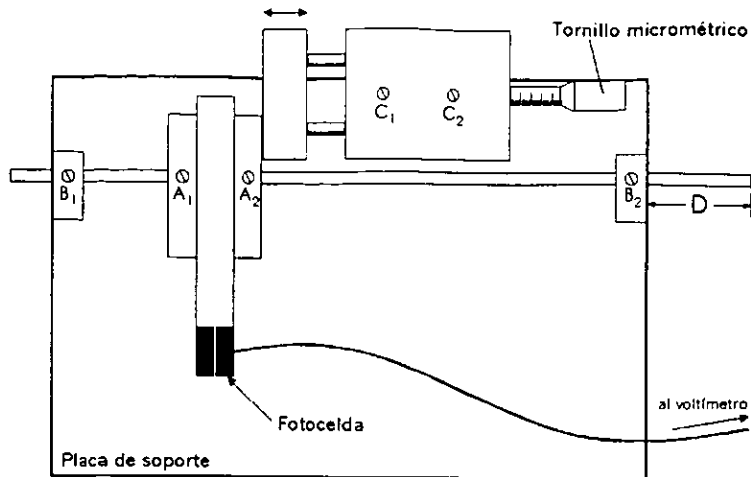


Figura 4.7: Equipo que se montó para medir la posición del haz sobre el plano P (ver explicación en el texto).

una de las cuales contaba con un tornillo que permitía fijar la posición de la barra. Otra pieza, provista de una lengüeta vertical, podía deslizarse a lo largo de la barra. Apretando los tornillos A_1 y A_2 se podía fijar la posición de la lengüeta sobre la barra. Un tornillo micrométrico, sujeto a la placa de soporte mediante los tornillos C_1 y C_2 , permitía empujar a la pieza con la lengüeta para moverla de manera controlada, con una precisión máxima de 0.01 mm. En el extremo inferior de la lengüeta había una fotocelda capaz de detectar la luz del láser. La fotocelda se encontraba a la misma altura que el láser y estaba parcialmente cubierta por una cinta adhesiva negra que sólo permitía el paso de la luz a través de una rendija de 0.1 mm de ancho. Colocando la rendija en el centro del haz sin refractar, con un metro se midió la distancia L que separa la rendija del centro de la mesa rotatoria (ver figura 4.4) y se encontró que $L = (2000 \pm 1)$ mm, en el caso del láser de argón, mientras que $L = (1561 \pm 1)$ mm, cuando se usó el láser de Neodimio:YAG. La fotocelda tenía la función de medir la intensidad de la luz que incidía sobre la rendija, para una posición escogida por el experimentador. La rendija podía ser colocada en la posición deseada, gracias a la libertad de movimiento horizontal de que gozaban la barra y la pieza con la lengüeta.

La señal de la fotocelda era un voltaje proporcional a la intensidad de la luz que incidía sobre la rendija. Cuando se usó el láser de argón ($\lambda = 476.5 \text{ nm} - 514.5 \text{ nm}$), un cable comunicaba la señal de la fotocelda a un voltímetro digital que medía en milivoltios con una resolución de $\pm 1 \text{ mV}$. Cuando se usó el láser de Neodimio:YAG ($\lambda = 266.2 \text{ nm}, 354.9 \text{ nm}$), el voltímetro no era capaz de medir la señal de la fotocelda debido a la corta duración que tenían los pulsos del láser. El equipo que se utilizó para medir la intensidad de los pulsos comprendía un amplificador, un ADC y un programa llamado MCA instalado en una computadora. El ADC es un dispositivo electrónico que transforma la altura de cada pulso en un número entero cuya calibración es arbitraria. Los números proporcionados por el ADC se clasifican por tamaños en pequeños intervalos denominados "canales". Cada vez que un pulso se transforma y se clasifica en un canal dado, se dice que se incrementa el canal en cuestión. Lo que al experimentador le interesa es conocer el número de cuentas que se acumulan en cada canal durante

un tiempo de integración determinado. Para lograr lo anterior, se puede utilizar un instrumento llamado “analizador multicanal”, el cual registra todas las cuentas correspondientes a cada canal durante el tiempo de integración. El programa MCA que se utilizó funciona como un emulador de un analizador multicanal, proporcionando una distribución del número de cuentas como función del canal, distribución que se puede desplegar en un monitor y analizar en base a principios estadísticos. Debido a que la señal proveniente de la fotocelda era muy débil, fue necesario amplificarla, para luego comunicarla al ADC que la transformaba a un intervalo dividido en 2048 canales. La señal era clasificada en un canal, dependiendo de su magnitud. La señal así transformada era leída por el programa MCA, el cual permitía visualizar el número de cuentas que se iban acumulando en cada canal durante el tiempo de integración escogido, en el cual la rendija se mantenía fija en la posición donde se quería medir la intensidad del haz. Se escogieron tiempos de integración de ~ 1 min, para lograr una buena estadística (recuérdese que el láser emitía 10 pulsos por segundo, por lo que un minuto corresponde a 600 cuentas). Las cuentas seguían una distribución aproximadamente gaussiana alrededor de un canal central que, al terminar el tiempo de integración, era encontrado por el mismo programa MCA y era considerado como la intensidad del haz. Debido a que la señal era amplificada y digitalizada en canales arbitrariamente calibrados, las intensidades del láser de Neodimio:YAG se reportan en unidades arbitrarias.

4.4 Procedimiento y errores experimentales

El propósito del arreglo experimental que se acaba de describir, era poder ubicar con precisión los picos de máxima intensidad del haz que incidía sobre la pantalla. Se sabe que los láseres suelen tener un perfil gaussiano. Por lo tanto, si y es la intensidad del haz y x es la distancia a lo largo de la pantalla (perpendicular al haz sin refractar), se esperaba que la curva de luz del haz (i.e. la función $y(x)$) fuera de la forma

$$y = y_0 + A e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)^2}, \quad (4.17)$$

en donde y_0 es la intensidad de fondo, que puede deberse tanto a la iluminación general del laboratorio como a una señal constante de fondo (ruido) que se origina en la fotocelda o en algún otro componente del equipo utilizado para medir la intensidad. La constante A es la altura que alcanza la gaussiana por encima de la intensidad de fondo y depende de la potencia que se escoja en el láser. El promedio x_0 es el centro de la gaussiana (el “pico” de la curva de luz), mientras que la desviación estándar σ se toma como una medida del grosor del haz.

En efecto, como se verá en el capítulo de resultados, ambos láseres resultaron tener perfiles gaussianos, con grosores del orden de ~ 1 mm. La forma gaussiana de las curvas de luz era casi perfecta para los haces no refractados por el aerogel, mientras que los haces refractados mostraban deformaciones más o menos grandes de su forma gaussiana original, probablemente a causa de un fenómeno que se explicará más adelante. De cualquier forma, se decidió utilizar el programa Origin para ajustar una gaussiana de la forma (4.17) a cada una de las curvas de luz que se midieron. En todos los ajustes se utilizó el criterio de la χ^2 . Las distancias x_0 obtenidas de esta manera, fueron consideradas consistentemente como los picos de máxima intensidad de las curvas de luz. La separación entre el pico correspondiente al haz refractado por el aerogel y el

pico correspondiente al haz no refractado es precisamente la distancia d de la figura 4.4. A continuación se describe el procedimiento experimental que se siguió para medir las distancias d correspondientes a varios ángulos de rotación θ , para una longitud de onda dada:

1. Se coloca la muestra de aerogel cuidadosamente sobre la mesa rotatoria, de la manera que ya se ha descrito. Se tiene especial cuidado de que la esquina por la que pasa el haz esté lo más cercana posible al centro de la mesa rotatoria, para lograr que el haz recorra una distancia mínima a través del aerogel. De esta manera se intenta reducir al máximo las pérdidas de luz por absorción y por dispersión de Rayleigh-Debye, así como minimizar la distorsión que sufre el perfil del haz durante su recorrido por el aerogel.
2. Se fija el tornillo micrométrico a la placa, mediante los tornillos C_1 y C_2 , en la posición que se muestra en la figura 4.7.
3. Se aflojan los tornillos B_1 y B_2 para permitir que la barra se deslice libremente.
4. Se mueve la barra hasta que su extremo derecho coincida con el borde derecho de la placa de soporte (i.e. hasta que $D = 0$, en la figura 4.7).
5. Se aprietan los tornillos B_1 y B_2 para fijar la posición de la barra.
6. Se aflojan los tornillos A_1 y A_2 .
7. Se elige un ángulo de rotación θ en la mesa rotatoria. El haz será desviado un ángulo δ determinado.
8. Se mueve el tornillo micrométrico una distancia considerable hacia la derecha, con el fin de permitir el libre movimiento de la pieza con la fotocelda.
9. Se desliza la pieza con la fotocelda a lo largo de la barra, hasta que la rendija se encuentre inmediatamente a la derecha del haz.
10. Se gira el tornillo micrométrico para que se desplace hacia la izquierda hasta que haga contacto con la pieza de la fotocelda.
11. Con la ayuda del tornillo micrométrico se empuja la pieza con la fotocelda hacia la izquierda, de manera que la rendija vaya barriendo el haz a intervalos de distancia regulares que, dependiendo de la precisión que se desee, pueden ir desde 0.01 mm hasta 0.5 mm. Conforme se hace avanzar la rendija hacia la izquierda, la distancia x medida por el tornillo micrométrico decrece. Para cada posición de la rendija se anota el voltaje medido con el voltímetro (o con la computadora), con el fin de obtener una tabla que relacione el voltaje medido V contra distancia x . Como el voltaje es proporcional a la intensidad de la luz incidente sobre la rendija, a partir de esa tabla se puede graficar una curva de luz, caracterizada por un pico de máxima intensidad, cuya posición x_0 se localiza ajustando una gaussiana a los datos.
12. Cuando se haya terminado de barrer el haz (ahora la rendija se encuentra a la izquierda del haz), hay dos opciones: Si se quiere barrer el haz para otro ángulo de incidencia, se regresa al paso 7. De lo contrario, se procede al siguiente paso.

13. Se escoge una posición especial de la pieza con la fotocelda, tal como el centro x_0 de una de las curvas de luz medidas, por ejemplo. Se anota la distancia en el tornillo micrométrico correspondiente a esa posición. A esta distancia se le llama ℓ .
14. Se aprietan los tornillos A_1 y A_2 para que la pieza con la fotocelda quede fija a la barra.
15. Se aflojan los tornillos B_1 y B_2 para permitir que la barra se deslice libremente.
16. Se retira la muestra de aerogel de la mesa rotatoria, para que el haz se propague libremente hasta la placa. Ahora el haz incide en un punto varios centímetros a la derecha de donde incidía cuando era desviado por el aerogel.
17. Se quita el tornillo micrométrico de la posición fija en la que se encontraba atornillado y se vuelve a fijar a la placa de soporte mediante los tornillos C_1 y C_2 , pero ahora del lado izquierdo de la pieza con la fotocelda, de tal manera que pueda empujar a la fotocelda hacia la derecha.
18. Se desliza la barra junto con la fotocelda a lo largo de la placa hacia la derecha, hasta que la rendija se encuentre inmediatamente a la izquierda del haz.
19. Se gira el tornillo micrométrico para que se desplace hacia la derecha hasta hacer contacto con la pieza de la fotocelda.
20. Con la ayuda del tornillo micrométrico se empuja la pieza con la fotocelda hacia la derecha (junto con la barra), de manera que la rendija vaya barriendo el haz a intervalos de distancia regulares que, dependiendo de la precisión que se desee, pueden ir desde 0.1 mm hasta 0.5 mm. Al igual que en el paso 11, se obtiene una tabla de datos y una curva de luz (votaje V contra distancia x), caracterizada por su pico. Ésta será la curva de luz del haz no refractado.
21. Cuando se haya terminado de barrer el haz, se coloca la rendija en el pico de la curva que se acaba de medir, ubicado con gran precisión gracias al tornillo micrométrico.
22. Se aprietan los tornillos B_1 y B_2
23. Se mide la distancia D con la ayuda de un Vernier.
24. Este es el fin del procedimiento. Si se quiere medir el índice de refracción para otra longitud de onda, es necesario repetir todo el procedimiento desde el paso 1.

El objetivo es extraer las ~ 6 distancias d a partir de los ~ 6 picos x_0 y de las distancias ℓ y D que se midieron durante el procedimiento anterior. Si se estudia cuidadosamente el procedimiento, guiándose por la geometría de las figuras 4.4 y 4.7, resulta evidente que para cada ángulo de rotación θ , la distancia $d(\theta)$ está dada por

$$d(\theta) = D + \ell - x_0(\theta),$$

que por comodidad a veces se expresará como

$$d(\theta) = D - x_0(\theta), \quad (4.18)$$

con

$$D = D + \ell. \quad (4.19)$$

La incertidumbre Δd asociada a d se deriva de los errores experimentales de D , ℓ y x_0 , según la fórmula

$$(\Delta d)^2 = (\Delta D)^2 + (\Delta \ell)^2 + (\Delta x_0)^2. \quad (4.20)$$

Existen dos factores implicados en el error asociado a la distancia D : por un lado está la mínima escala del Vernier con que se midió, que es igual a 0.05 mm; por otro lado, es preciso incluir la incertidumbre con que se conoce el centro de la gaussiana del haz no refractado, incertidumbre que es proporcionada directamente por el programa Origin y que se escribe como σ_{NR} . De esta manera se tiene que

$$(\Delta D)^2 = (0.05 \text{ mm})^2 + \sigma_{NR}^2.$$

El error en ℓ se debe únicamente a la mínima escala del tornillo micrométrico, por lo que $\Delta \ell = 0.005$ mm. Finalmente, el error en x_0 es la incertidumbre con que se conoce el centro de la gaussiana del haz refractado, proporcionada por el programa Origin y escrita como σ_R . Sustituyendo las incertidumbres de D , ℓ y x_0 en la ecuación (4.20) se obtiene

$$(\Delta d)^2 = (0.05 \text{ mm})^2 + (0.005 \text{ mm})^2 + \sigma_{NR}^2 + \sigma_R^2. \quad (4.21)$$

En una primera inspección de la ecuación (4.21) podría parecer que se han omitido indebidamente dos términos de 0.005 mm debidos a que los centros de ambas gaussianas (de los haces refractado y no refractado) se obtuvieron a partir de mediciones realizadas con el tornillo micrométrico, cuya mínima escala es 0.005 mm. Sin embargo, los ajustes de las gaussianas fueron realizados con un gran número de puntos experimentales (típicamente ~ 20 , o más), y es muy razonable suponer que hay un mismo número de errores en una dirección (positiva) que en la dirección opuesta (negativa), por lo que el promedio de todos los errores es prácticamente nulo. Como la determinación del centro de la gaussiana se basa en todos los puntos experimentales por igual, los efectos de los errores se cancelan unos a otros, de manera que el efecto neto de esos errores es insignificante.

Otra fuente de error aparente es el hecho de que la rendija tenía un grosor finito de 0.1 mm, por lo que en principio no se sabe exactamente en qué punto de la rendija se está midiendo. Esta fuente de error se desvanece si se toma en cuenta que ese grosor es insignificante comparado con la distancia sobre la que se extiende una curva de luz, distancia que, como se verá en el próximo capítulo, es del orden de varios milímetros. Por lo tanto, la curva de luz en el pequeño intervalo representado por la rendija, puede aproximarse por una línea recta. La intensidad medida es el promedio de las intensidades en toda la recta. Pero el promedio de la recta sobre toda la rendija no es otra cosa que la intensidad en el centro de la rendija. Así se demuestra que el ancho de la rendija no tiene ningún impacto apreciable sobre la incertidumbre Δd .

Una vez teniendo las distancias d , es necesario convertirlas a ángulos de dispersión δ , mediante la fórmula (4.1), para poder llevar a cabo el ajuste con la función (4.16). Pero según la ecuación (4.15), las incertidumbres $\Delta\delta$ son necesarias para el ajuste. Tomando la diferencial de la ecuación (4.1), se obtiene la incertidumbre en δ de la manera habitual:

$$\Delta\delta = \frac{1}{L^2 + d^2} \sqrt{L^2(\Delta d)^2 + d^2(\Delta L)^2}, \quad (4.22)$$

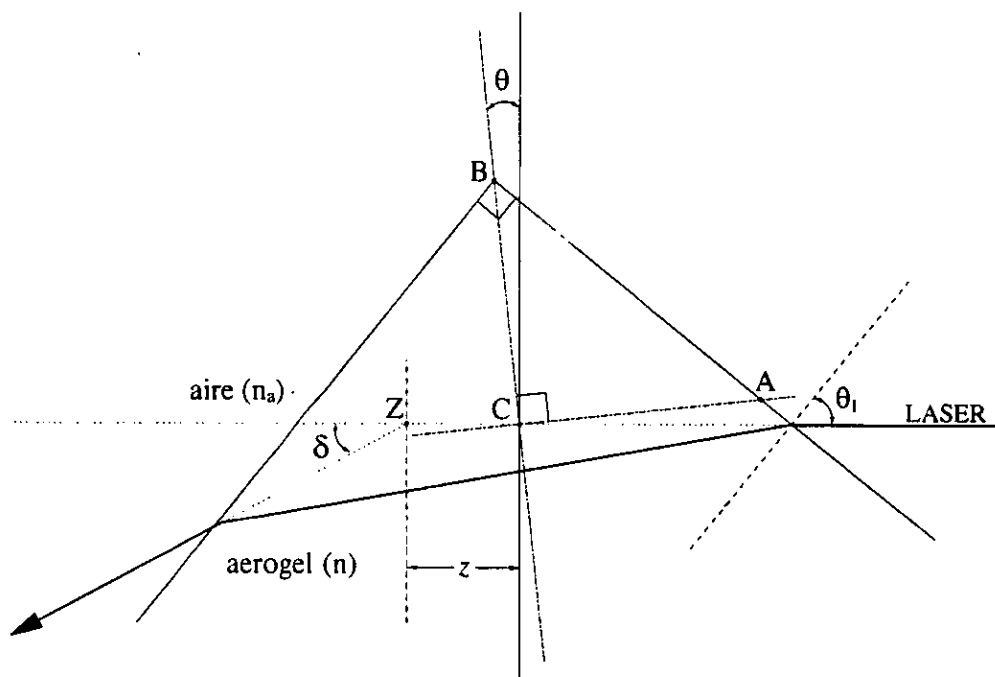


Figura 4.8: Este dibujo pone de manifiesto la distancia z que incrementa el error en la distancia L que separa a la pantalla P del centro de la mesa.

en donde Δd está dada por la ecuación (4.21). Superficialmente, parecería que ΔL es simplemente la mínima escala del instrumento con que se midió la distancia L . Sin embargo, en la figura 4.8 se observa que esta distancia está sujeta a una segunda fuente de error. El punto de intersección Z entre la proyección del haz doblemente refractado y la dirección original del haz, no siempre coincide con el centro C de la mesa rotatoria. La distancia entre ambos puntos se escribe como z , y puede tomar valores negativos, positivos o nulos, dependiendo del ángulo de rotación de la mesa o, equivalentemente, del ángulo de incidencia θ_1 . La distancia z también depende de los índices de refracción del aire y del aerogel, así como de la distancia \overline{CB} , la cual es igual a \overline{CA} , debido a que la muestra es cuadrada. Definiendo $a \equiv \overline{CB} = \overline{CA}$, con una regla se midió $a = (6 \pm 1)$ mm.

Por geometría elemental y usando la ley de Snell es posible obtener el valor de z como función de a, θ_1, n y n_a . Aquí no se muestra la deducción geométrica, pues resultaría muy tediosa, pero sí se presenta el resultado:

$$z = \frac{a(\tan \phi - 1)}{\sqrt{2} \cos \theta_1 \tan \phi} \tan \left[\pi - \theta_1 - \arcsin \left(\frac{n}{n_a} \sin(\pi - \theta_1 - \phi) \right) \right] (\bar{z} - 1), \quad (4.23)$$

en donde

$$\bar{z} = \frac{\tan(\pi/2 - \theta_1) + \sqrt{2} [\cos(\theta_1 - \pi/4) \tan(\pi/2 - \theta_1) - \sin(\theta_1 - \pi/4)] \tan \phi \cos \theta_1}{\tan \phi - \tan(\pi/2 - \theta_1)}$$

y

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \theta_1 + \arcsin \left(\frac{n_a}{n} \sin \theta_1 \right).$$

Como la distancia z depende del índice de refracción n , el cual sólo se conoce después de haber hecho el ajuste a los ángulos de dispersión $\delta(\theta)$, se decidió hacer dos ajustes consecutivos. En el primer ajuste se suponía que $\Delta L = 1$ mm en la ecuación (4.22), para obtener un valor preliminar de n , valor que se sustituía en la ecuación (4.23) para obtener el error adicional z , que se sumaba geoméricamente al error de 1 mm, para obtener el error definitivo ΔL . Este segundo valor de ΔL se sustituía en la ecuación (4.22) para obtener los valores definitivos de los errores $\Delta\delta$, los cuales eran utilizados para realizar un segundo y último ajuste a los ángulos $\delta(\theta)$ con la función (4.16). La cantidad $n \pm \delta n$ obtenida en este segundo ajuste era tomada como el índice de refracción definitivo. El hecho de que el valor del índice de refracción fuera el mismo para ambos ajustes era un signo de que se estaba actuando correctamente al detener este proceso recursivo en la segunda iteración.

Por último, es preciso destacar un fenómeno óptico que muy probablemente es responsable de que las curvas de luz se deformen de su perfil gaussiano original al pasar por el aerogel. A este fenómeno se le llamará difracción granular ("speckle", en inglés), y tiene como consecuencia que aparezcan varios picos secundarios en la curva de luz, lo cual dificulta el ajuste de una gaussiana a los datos experimentales. Esto último significa que los parámetros de ajuste de la gaussiana serán más inciertos; en particular, aumentará considerablemente el error en x_0 y, por lo tanto, en la distancia d y en el índice de refracción n .

Un láser no es un haz puntual, sino que tiene un grosor finito mucho mayor que su longitud de onda, típicamente del orden de milímetros. Por lo tanto, cuando un láser emerge de un material transparente, lo hace a través de un área finita A en la superficie del material. Cada punto del área A actúa como un emisor de ondas electromagnéticas y, si se coloca una pantalla a una distancia \mathcal{L} de la superficie del material, la amplitud del campo electromagnético en cada punto sobre la pantalla será la suma de las amplitudes contribuidas por todos los puntos del área A . Esta situación recuerda la de un haz que se propaga a través de una apertura en una pantalla, por lo que sería razonable suponer la presencia de fenómenos difractivos. En realidad, si la superficie del material es perfectamente lisa y homogénea, no ocurren tales fenómenos; pero si la superficie es rugosa e irregular, entonces sí se observa en la pantalla un patrón de difracción caracterizado por una estructura granular, con puntos luminosos ("granos") distribuidos aleatoriamente sobre un fondo más oscuro.

Desde el punto de vista de la óptica, los objetos con superficies rugosas e irregulares son conocidos como objetos difusos. Los aerogeles se cuentan entre este tipo de objetos, pues la luz que se refleja en ellos es siempre difusa y nunca brillante. Pequeñas protuberancias, impurezas, variaciones de densidad y defectos físicos en la superficie están entre las causas que producen tanto la reflexión difusa como la difracción granular.¹ En una superficie difusa iluminada por un láser, cada estructura irregular contribuye con una cierta amplitud al campo electromagnético en cada punto de una pantalla situada a una distancia \mathcal{L} de la superficie. Como las irregularidades están distribuidas en forma aleatoria, las amplitudes que se suman en cada punto estarán desfasadas entre sí también aleatoriamente, dando origen al patrón de difracción irregular que ya se describió. El patrón es visible gracias al largo tiempo de coherencia que caracteriza a los láseres [He90]. La diferencia de camino óptico entre dos ondas que llegan al mismo punto sobre la pantalla, emitidas por dos irregularidades diferentes, es mayor que la distancia de coherencia de una lámpara cualquiera (e.g. de mercurio), pero menor que la de un láser, lo cual explica que sólo con esta última fuente de luz se produzca un patrón estable. El patrón sólo cambia si se mueve el objeto con respecto del láser, pues se modifica la configuración de las irregularidades iluminadas. Pero lo que cambia es la distribución espacial de los granos, no así su diámetro típico, el cual está dado aproximadamente por la relación [Fra79]:

$$\epsilon \approx \frac{\mathcal{L}}{s} \lambda, \quad (4.24)$$

en donde s es el tamaño típico del área iluminada por el láser en la superficie del aerogel y λ es la longitud de onda. La ecuación (4.24) se aplica con mayor precisión al caso de un haz con perfil cuadrado o, equivalentemente, un haz que después de emerger de la superficie del objeto, es constreñido a pasar por una apertura circular mucho menor que su grosor. En ese caso se toma al radio de la apertura circular como s . En el caso de interés, en cambio, el perfil del láser es gaussiano, por lo que la ecuación (4.24) sólo será una aproximación. ¿Qué dimensión típica de un haz gaussiano se podría tomar como el equivalente del radio de un haz de perfil cuadrado? Aquí se propone tomar dos veces la desviación estándar, pues un círculo con ese radio y centro en la gaussiana incluye al 95% de la energía del haz, comparable al 100% de la energía cubierto por el círculo en el caso del haz de perfil cuadrado; pero hay otras alternativas igualmente válidas.

¹Es probable que muchas si no es que todas las irregularidades causantes de la difracción granular sean las mismas que las implicadas en la dispersión de Rayleigh-Debye a ángulos delanteros. El presente trabajo no intenta abordar esta pregunta.

Capítulo 5

Análisis de datos y resultados

5.1 Medidas de dispersión

En esta sección se analizarán los datos experimentales correspondientes a las cuatro longitudes de onda en que se midió ($\lambda = 266.2$ nm, 354.9 nm, 476.5 nm y 514.5 nm), con el fin de encontrar los cuatro índices de refracción que permitirán obtener una expresión para la ley de dispersión del aerogel. Posteriormente se presentarán los datos preliminares que se tomaron para otras tres longitudes de onda ($\lambda = 488.0$ nm, 496.5 nm y 501.7 nm) que sirvieron para afinar el método hasta su forma definitiva. Aunque los datos preliminares no son necesarios para encontrar la ley de dispersión del aerogel, se incluyen con el fin de extraer la mayor cantidad de información posible a partir de los datos obtenidos en el laboratorio.

5.1.1 $\lambda = 266.2$ nm

Para la longitud de onda de 266.2 nm, con el fin de encontrar el pico de máxima intensidad del haz no refractado, se barrió el haz con el fotodiodo, como ya se describió, obteniendo los datos que se muestran en la tabla 5.1 y que se grafican en la figura 5.1a. Como se explicó en el capítulo anterior, los datos para esta longitud de onda fueron capturados en una computadora con el programa MCA, por lo que las intensidades están expresadas en unidades arbitrarias (u.a.). Se procuró obtener puntos de un extremo al otro de la curva de luz, con pasos de 0.15 mm en el tornillo micrométrico (el cual cuenta con una resolución de ± 0.005 mm). En la figura 5.1a también se grafica la distribución gaussiana que mejor se ajusta a los datos y que los describe satisfactoriamente. Por eso se puede esperar que las distribuciones obtenidas para el haz dispersado a distintos ángulos también tengan una forma aproximadamente gaussiana.

Con el programa de ajuste de Origin 6.0, se encontró que la función gaussiana de la figura 5.1a está centrada en (10.056 ± 0.018) mm y que su ancho—definido como el doble de su desviación estándar—es (0.914 ± 0.049) mm. Estos dos parámetros, así como todos los parámetros encontrados para las demás gaussianas que se presentarán más adelante, se expresan con tres cifras decimales, dos menos que las que proporciona el programa de ajuste. Esto se debe a que la resolución del tornillo micrométrico era tan sólo de ± 0.005 mm, por lo que el error estadístico en la distancia para una curva basada en N puntos experimentales está dada aproximadamente por $0.005/\sqrt{N}$ mm. Por lo tanto, tomando en cuenta que para cada curva de luz se midieron entre 10 y

distancia (mm)	intensidad (u.a.)	distancia (mm)	intensidad (u.a.)
12.00	299	10.35	837
11.85	290	10.20	935
11.70	299	10.05	952
11.55	315	9.90	950
11.40	340	9.75	887
11.25	337	9.60	735
11.10	347	9.45	597
10.95	407	9.30	458
10.80	479	9.15	315
10.65	595	9.00	226
10.50	714	8.85	190

Tabla 5.1: Datos medidos para $\lambda = 266.2$ nm. Haz no refractado.

20 puntos aproximadamente, la incertidumbre correspondiente en los parámetros de las gaussianas oscilará entre 0.0011 y 0.0016, aproximadamente. Por eso se considera que de los parámetros proporcionados por el programa de ajuste, únicamente las tres primeras cifras decimales son significativas.

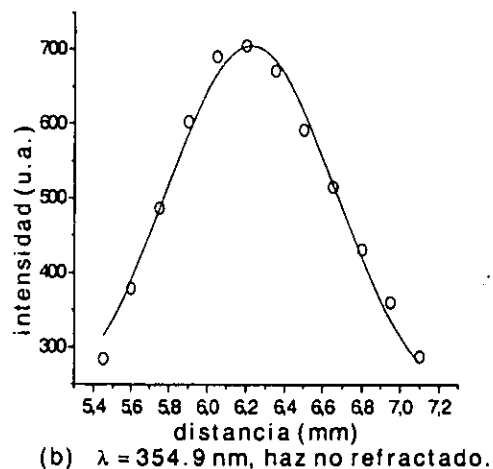
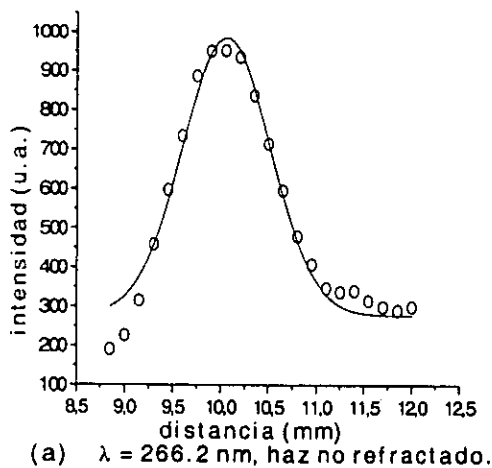


Figura 5.1: Curvas de luz experimentales (indicadas por círculos) y gaussianas ajustadas para $\lambda = 266.2$ nm y $\lambda = 354.9$ nm. Haz no refractado.

También se tomaron las medidas de intensidad necesarias para ubicar los picos de luz del haz refractado por el aerogel para seis distintos ángulos de incidencia. En la tabla 5.2 se muestran las intensidades de luz medidas al barrer con el fotodiodo el haz dispersado, cuando el ángulo de rotación de la mesa es de -6.2° .

La figura 5.2a exhibe gráficamente los datos de la tabla 5.2, así como la gaussiana que mejor se ajusta a los puntos experimentales. Como era de esperarse, en este caso, al igual que en el caso del haz no dispersado, la función gaussiana ajustada

distancia (mm)	intensidad (u.a.)	distancia (mm)	intensidad (u.a.)
7.80	290	6.90	434
7.65	297	6.75	368
7.50	319	6.60	302
7.35	368	6.45	265
7.20	421	6.30	259
7.05	457	6.15	263

Tabla 5.2: Datos medidos para $\lambda = 266.2$ nm, con $\theta = -6.2^\circ$

pasa claramente por los puntos. Habiendo mostrado las tablas 5.1 y 5.2 a manera de ejemplo, se considera superfluo mostrar las tablas correspondientes a los demás ángulos de incidencia. En lo que sigue, los datos experimentales de las curvas de luz sólo se mostrarán gráficamente, junto con las gaussianas que mejor los describen.

ángulo θ	centroide x_0 (mm)	error(x_0)	ancho w (mm)	error(w)
-6.2°	7.058	0.014	0.533	0.041
-3.1°	8.609	0.115	0.711	0.145
0.0°	9.223	0.025	0.947	0.107
3.1°	9.901	2.983	2.708	4.122
6.2°	7.410	0.978	4.105	32.191
9.3°	4.019	0.029	0.354	0.074

Tabla 5.3: Centroides y anchos de las gaussianas correspondientes a las curvas de luz para distintos ángulos θ , para $\lambda = 266.2$ nm

En el caso que ahora se estudia, las curvas de luz para los seis ángulos de incidencia, desde -6.2° hasta 9.3° , se muestran en la figura 5.2, junto con las gaussianas que mejor se ajustan a los datos experimentales. Los parámetros que caracterizan a las gaussianas se exhiben en la tabla 5.3 con tres cifras decimales, como ya se explicó. Estos parámetros son el centro y el ancho de cada gaussiana, con sus respectivas incertidumbres que fueron calculadas por el programa de ajuste. Algunas curvas de luz tienen una forma muy suave, con un solo pico bien definido, como es el caso de las figuras 5.2a y 5.2c, por ejemplo. Sin embargo, otras curvas muestran un comportamiento irregular y poco suave, con máximos secundarios (picos) que introducen una deformación en la distribución gaussiana esperada. La multiplicidad de picos observados probablemente se debe a la granularidad mencionada en el capítulo anterior. Como las irregularidades que causan este fenómeno están distribuidas aleatoriamente en la superficie del material, serán diferentes para cada ángulo de incidencia, pues la trayectoria que recorre la luz a través del material también es diferente para cada ángulo θ . Esto explica que las curvas de luz puedan ser tan diferentes para una misma longitud de onda pero distinto ángulo de incidencia. De la ecuación (4.24) se tiene que el tamaño esperado de los granos observados en la pantalla es

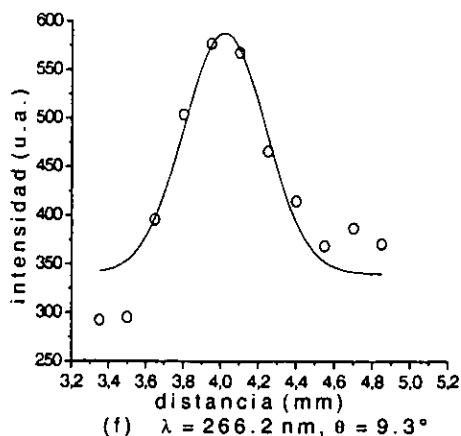
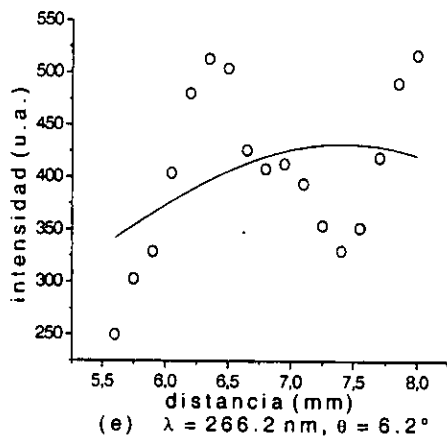
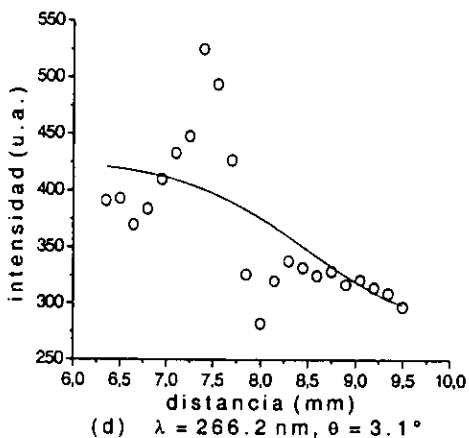
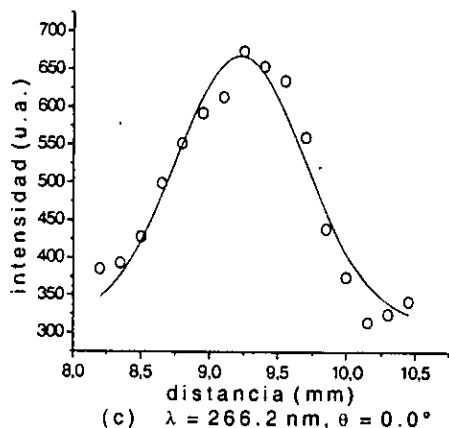
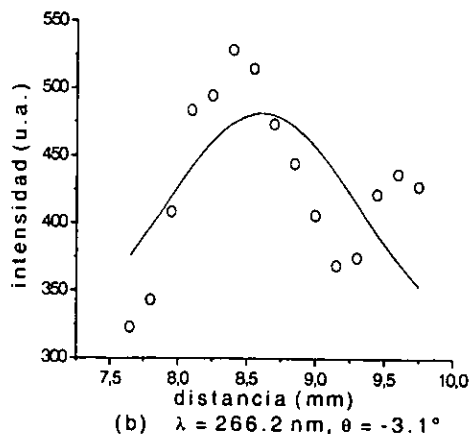
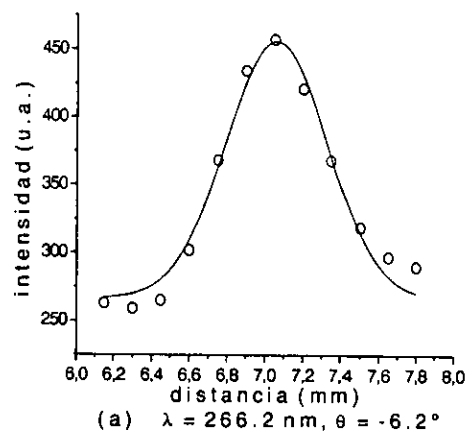


Figura 5.2: Curvas de luz experimentales (indicadas por círculos) y gaussianas ajustadas para el haz con $\lambda = 266.2 \text{ nm}$, refractado con seis diferentes ángulos de rotación θ .

$$\epsilon \approx \frac{\mathcal{L}}{s} \lambda = 0.456 \text{ mm}, \quad (5.1)$$

en donde se ha tomado $\mathcal{L} = L = (1561 \pm 1) \text{ mm}$, ya que, dada la naturaleza aproximada de la ecuación (5.1), la distancia recorrida por el haz del aerogel a la pantalla no se distingue de la distancia L recorrida por el haz no refractado. En la ecuación (5.1) para el grosor s del haz cuando emerge del aerogel, por el argumento expuesto en el capítulo anterior, sería adecuado tomar el doble de la desviación estándar del haz en el momento en que emerge de la superficie del aerogel. Como este grosor se desconoce, se ha hecho la aproximación $s = w$, el doble de la desviación estándar del haz no refractado, medida en la pantalla. Aunque los grosores del haz en el aerogel y en la pantalla no son idénticos, sí son suficientemente parecidos, dado el alto grado de colimación del láser. En realidad, debido a que el haz diverge levemente, se espera que el grosor del haz en la pantalla sea un poco mayor que en el aerogel, por lo que el tamaño de los granos debería de ser un poco mayor que ϵ en la ecuación (5.1). Eso es precisamente lo que se observa en las figuras 5.2(d-e), en donde el diámetro de los picos secundarios es del orden de $\sim 0.5\text{-}0.7 \text{ mm}$. Es necesario aclarar que los picos de un tamaño aún mayor que se observan en otras figuras (en las figuras 5.2(b-c), por ejemplo) no son granos propiamente dichos, sino la superposición de muchos granos que, tomados todos juntos, dan origen a un pico de mayores dimensiones. La forma irregular de estos picos revela su composición granular. Un ejemplo claro de este fenómeno se aprecia en la figura 5.2e, donde se puede ver que el pico de la izquierda en realidad está compuesto por dos estructuras más pequeñas sobrepuestas. Son estas estructuras las que deben identificarse con los granos a los que se refiere la distancia ϵ , la cual debe ser concebida como el tamaño típico de los picos más pequeños [Fra79].

Dos ángulos de incidencia merecen especial atención: $\theta = 3.1^\circ$ y $\theta = 6.2^\circ$, correspondientes a las gráficas 5.2(d-e), en las que se aprecia inmediatamente que los puntos difícilmente se acomodan a una gaussiana, lo cual seguramente se debe a un aumento dramático en la difracción granular para esos ángulos de incidencia. Desgraciadamente, a pesar de que se midió a lo largo de un intervalo grande de distancias, los datos experimentales no parecen describir una gaussiana en particular, sino que se distribuyen de manera más o menos errática. Este hecho se ve reflejado en el error considerable en los parámetros de la tabla 5.3, que el programa de ajuste les asignó a estas curvas. El error en el centroide para $\theta = 3.1^\circ$ es dos órdenes de magnitud mayor que para los ángulos con menor incertidumbre. Por la ecuación (4.15), eso significa que el peso que se otorgue en un ajuste al valor para $\theta = 3.1^\circ$ sea 10,000 veces menor que el correspondiente al valor para $\theta = 9.3^\circ$. La incertidumbre para el caso $\theta = 6.2^\circ$ es también tan grande que contará varios miles de veces menos que otros puntos. Por lo tanto, los puntos con $\theta = 3.1^\circ$ y $\theta = 6.2^\circ$ no fueron tomados en cuenta en el análisis.

Con el Vernier se midió una distancia $D = (103.95 \pm 0.05) \text{ mm}$ entre el centro del haz sin refractar y la posición $x = 0.0$ del haz refractado. Por lo tanto, en este caso $\ell = (0.000 \pm 0.005) \text{ mm}$, y de acuerdo con la ecuación (4.19) se obtiene $\mathcal{D} = (103.95 \pm 0.05) \text{ mm}$. Según la ecuación (4.18), para obtener las distancias d correspondientes a cada ángulo de incidencia, a \mathcal{D} se le restan las distancias de la primera columna de la tabla 5.3. Así se obtienen las distancias de la tabla 5.4, con sus respectivas incertidumbres, dadas por la ecuación (4.21). Asimismo, en la tabla 5.4 también se incluyen los ángulos $\delta = \arctan(d/L)$ correspondientes a cada distancia. Los errores

ángulo θ	distancia d (mm)	error (d)	ángulo δ	error (δ)
-6.2°	96.89	0.06	6.199×10^{-2}	0.005×10^{-2}
-3.1°	95.34	0.13	6.111×10^{-2}	0.006×10^{-2}
0.0°	94.73	0.06	6.060×10^{-2}	0.005×10^{-2}
9.3°	99.93	0.06	6.393×10^{-2}	0.006×10^{-2}

Tabla 5.4: Distancias y ángulos de dispersión para cuatro ángulos de incidencia, para $\lambda = 266.2$ nm. El error en los ángulos no está corregido para incluir toda la incertidumbre en L .

en δ están calculados a partir de las incertidumbres en d y en L , de acuerdo con la ecuación (4.22).

ángulo θ	error (L) (mm)
-6.2°	4.22
-3.1°	2.54
0.0°	0.91
9.3°	-4.08

Tabla 5.5: Errores adicionales en L según la ecuación (4.23).

Los valores de la primera, cuarta y quinta columnas de la tabla 5.4 fueron utilizados para ajustarles la función (4.16) con el programa Origin 6.0. Se encontró que los valores de n y η que minimizan χ^2 son 1.02984 y 1.795° , respectivamente. Sustituyendo $n = 1.02984$ en la ecuación (4.23), se obtienen las incertidumbres adicionales z para la distancia L , que se muestran en la tabla 5.5.

ángulo θ	ángulo δ	error (δ)
-6.2°	6.199×10^{-2}	0.016×10^{-2}
-3.1°	6.111×10^{-2}	0.009×10^{-2}
0.0°	6.060×10^{-2}	0.005×10^{-2}
9.3°	6.393×10^{-2}	0.013×10^{-2}

Tabla 5.6: Ángulos de dispersión para cuatro ángulos de incidencia, para $\lambda = 266.2$ nm. El error en los ángulos ya está corregido para incluir toda la incertidumbre en L .

Finalmente, incluyendo los errores de la tabla 5.5 en el error para L en la ecuación (4.22), se obtienen los valores definitivos del ángulo de dispersión con sus incertidumbres, que se muestran en la tabla 5.6. Ajustando la ecuación (4.16) ahora a los valores de la tabla 5.6 y minimizando χ^2 , se obtiene el siguiente valor para el índice de refracción:

$$n(266.2 \text{ nm}) = 1.02984 \pm 0.00002,$$

mientras que el valor de η obtenido es de $1.810^\circ \pm 0.064^\circ$.

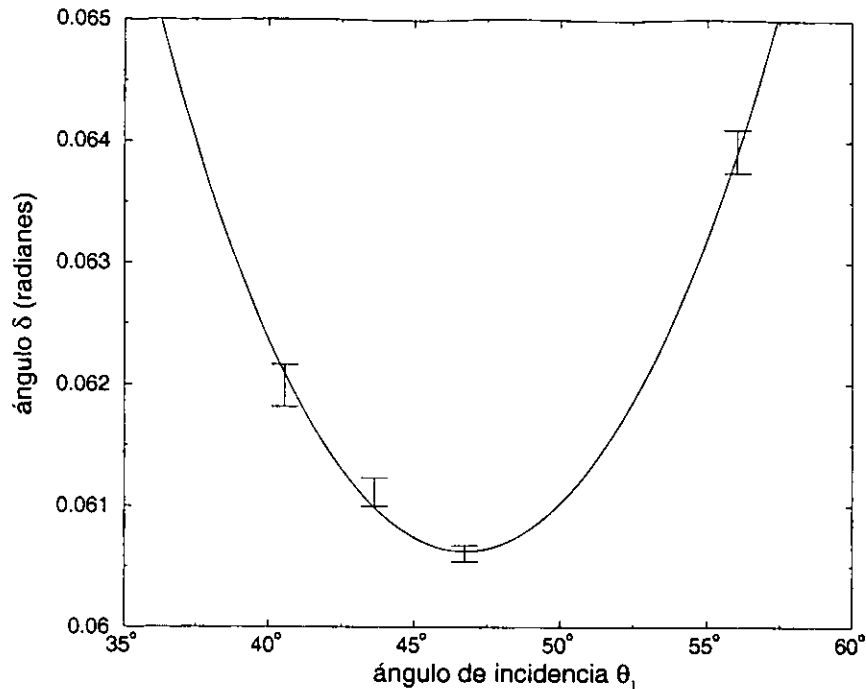


Figura 5.3: Curva que mejor se ajusta a los puntos experimentales provenientes de la tabla 5.6

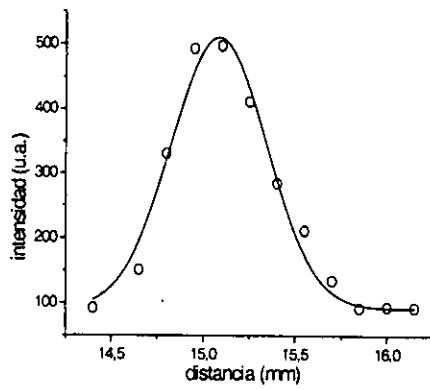
Cabe señalar que las correcciones z en la distancia L de la tabla 5.5 tuvieron un mínimo efecto en el ajuste, pues se obtuvo el mismo índice de refracción con las correcciones que sin ellas. En la figura 5.3 se grafican los puntos experimentales de la tabla 5.6 como función del ángulo de incidencia θ_1 , junto con la curva dada por la función (4.13), con $n = 1.02984$. El ángulo de incidencia θ_1 se obtiene de sustituir los valores de θ y η en la ecuación (4.14).

El mismo proceso que se llevó a cabo para la obtención del índice de refracción para $\lambda = 266.2$ nm, deberá de seguirse para las restantes tres longitudes de onda. Habiendo descrito en todo detalle la obtención de n para $\lambda = 266.2$ nm, ya no será necesario hacer lo mismo para las demás longitudes de onda. De ahora en adelante, sólo se mostrarán los resultados intermedios más importantes que conduzcan a la obtención del índice de refracción.

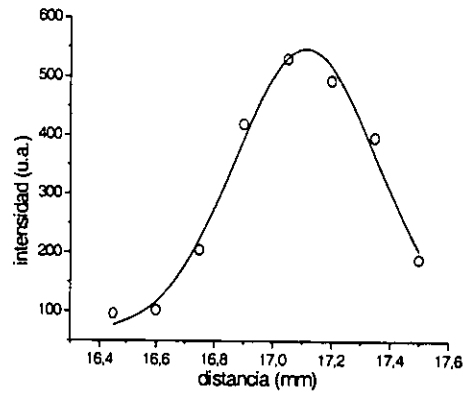
5.1.2 $\lambda = 354.9$ nm

La curva de luz correspondiente al haz de 354.9 nm sin refractar se muestra en la figura 5.1b, junto con la gaussiana que mejor se ajusta a los puntos experimentales. Se encontró que el centroide de la gaussiana es (6.224 ± 0.012) mm, mientras que su ancho es $w = (0.874 \pm 0.0816)$ mm. También se midieron las curvas de luz del haz refractado para seis diferentes ángulos de rotación θ que van desde -6.1° hasta 6.1° . En la figura 5.4 se muestran las curvas de luz medidas junto con las gaussianas ajustadas, cuyos centroides y anchos se muestran en la tabla 5.7.

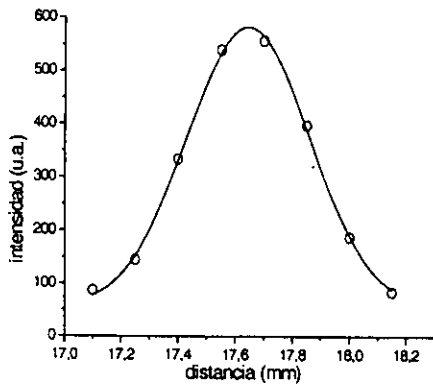
En la figura 5.4 se observa que los puntos experimentales están muy bien descritos por las gaussianas. Aparentemente, o bien el láser pasó fortuitamente por una región



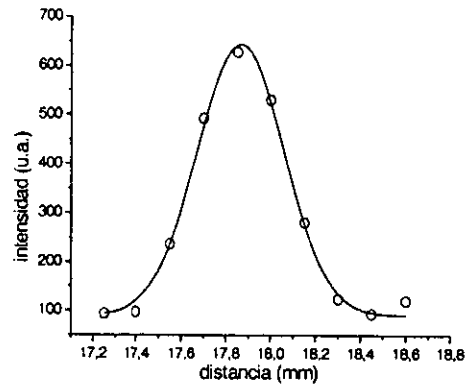
(a) $\lambda = 354.9 \text{ nm}$, $\theta = -6.2^\circ$



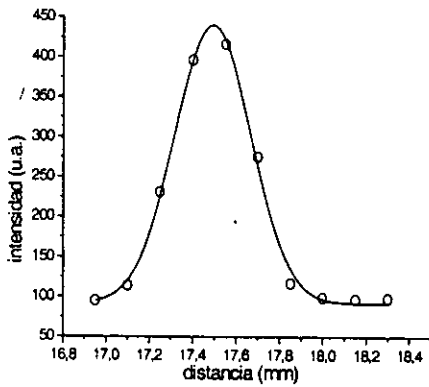
(b) $\lambda = 354.9 \text{ nm}$, $\theta = -3.1^\circ$



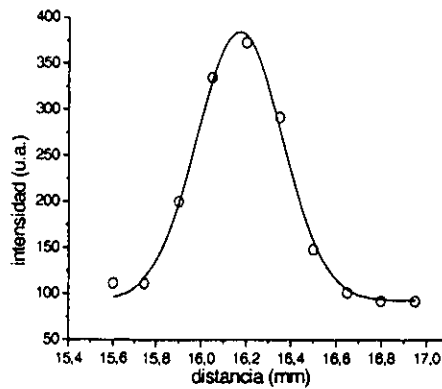
(c) $\lambda = 354.9 \text{ nm}$, $\theta = -1.55^\circ$



(d) $\lambda = 354.9 \text{ nm}$, $\theta = 0.0^\circ$



(e) $\lambda = 354.9 \text{ nm}$, $\theta = 3.1^\circ$



(f) $\lambda = 344.9 \text{ nm}$, $\theta = 6.2^\circ$

Figura 5.4: Curvas de luz experimentales (círculos) y gaussianas ajustadas para el haz con $\lambda = 354.9 \text{ nm}$, refractado con seis diferentes ángulos de rotación θ .

ángulo θ	centroide x_0 (mm)	error(x_0)	ancho w (mm)	error (w)
-6.2°	15.083	0.014	0.517	0.036
-3.1°	17.114	0.012	0.489	0.046
-1.55°	17.626	0.004	0.430	0.013
0.0°	17.864	0.006	0.387	0.016
3.1°	17.491	0.005	0.350	0.012
6.2°	16.171	0.006	0.379	0.016

Tabla 5.7: Centroides y anchos de las gaussianas correspondientes a las curvas de luz para distintos ángulos θ , para $\lambda = 354.9$ nm

de la superficie del aerogel muy lisa, con una ausencia notable de irregularidades, o bien sí hubo irregularidades en la superficie, pero éstas estaban distribuidas de tal forma que las ondas provenientes de ellas no produjeron un patrón de difracción apreciable en la pantalla. Sin importar la causa, el hecho es que la forma original del láser casi no se modificó. Esto se ve reflejado en los pequeños errores en los valores de la tabla 5.7. Por otra parte, es notorio que, en la mitad de los casos de la tabla 5.7, el grosor w del láser se vio disminuido a menos de la mitad de su grosor original. En esos casos parecería como si la luz fuera “enfocada” al pasar en forma transversal por el aerogel, por algún mecanismo que aquí se desconoce. Una posibilidad es que se trate de un patrón especial de difracción granular en el que la interferencia constructiva sólo se concentra en una pequeña región alrededor del centro del haz.

ángulo θ	distancia d (mm)	error (d)	ángulo δ	error (δ)
-6.2°	92.19	0.05	5.899×10^{-2}	0.017×10^{-2}
-3.1°	90.16	0.05	5.769×10^{-2}	0.010×10^{-2}
-1.55°	89.65	0.05	5.736×10^{-2}	0.008×10^{-2}
0.0°	89.41	0.05	5.722×10^{-2}	0.006×10^{-2}
3.1°	89.78	0.05	5.745×10^{-2}	0.006×10^{-2}
6.2°	91.11	0.05	5.830×10^{-2}	0.010×10^{-2}

Tabla 5.8: Distancias y ángulos de dispersión para seis ángulos de incidencia, para $\lambda = 354.9$ nm. El error en los ángulos ya está corregido para incluir toda la incertidumbre en L .

La distancia medida con el Vernier entre los centroides del haz sin refractar y del haz con $\theta = -1.55^\circ$, es $D = (89.65 \pm 0.05)$ mm. El centroide x_0 para $\theta = -1.55^\circ$ que se lee en la tabla 5.7, indica que, en este caso, $\ell = (17.623 \pm 0.006)$ mm. Por la ecuación (4.19) se obtiene la distancia $\mathcal{D} = (107.273 \pm 0.052)$ mm. Restando las distancias de la tabla 5.7 a la distancia \mathcal{D} , se obtienen las distancias y los ángulos de dispersión que se muestran en la tabla 5.8. El error en el ángulo δ ya incluye la corrección adicional z a la incertidumbre en la distancia L .

Haciendo el mismo ajuste que para el caso anterior, se encuentra que

$$n(354.9 \text{ nm}) = 1.02820 \pm 0.00001$$

y que $\eta = 1.02559^\circ \pm 0.06016^\circ$.

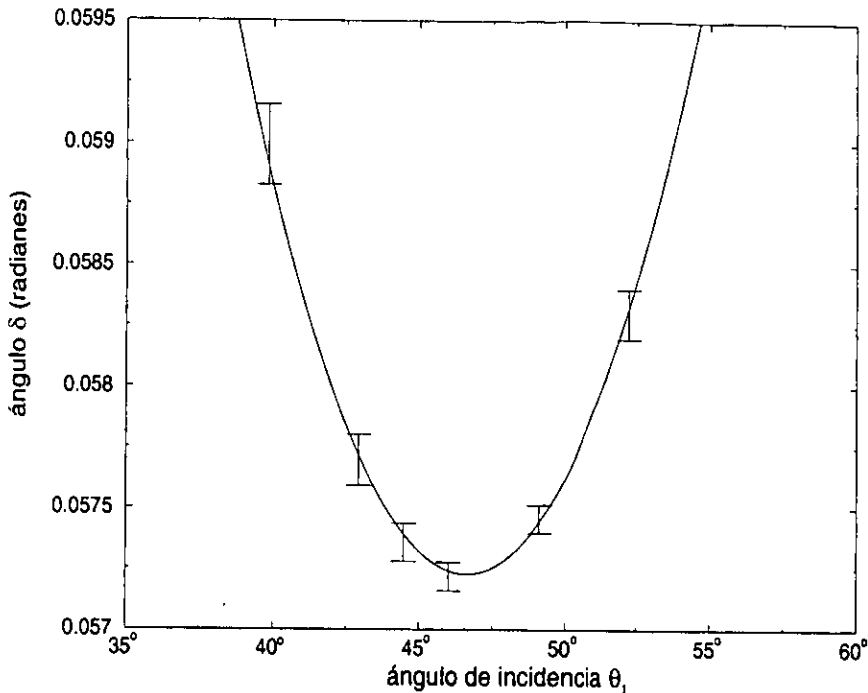


Figura 5.5: Curva que mejor se ajusta a los puntos experimentales provenientes de la tabla 5.8, para $\lambda = 354.9 \text{ nm}$.

Como era de esperarse, los excelentes ajustes de las gaussianas a los puntos experimentales hacen que la incertidumbre en el índice de refracción sea menor para este caso que para el anterior. Graficando los ángulos δ de la tabla 5.8, así como la curva que minimiza χ^2 , como función del ángulo de incidencia θ_1 , se obtiene la figura 5.5: Se recuerda que en este caso, igual que en el anterior, el ángulo de incidencia θ_1 se obtiene al sustituir los valores de θ y η en la ecuación (4.14).

5.1.3 $\lambda = 476.5 \text{ nm}$

Para el haz no dispersado que se muestra en la figura 5.6a, se encontró un centroide $x_0 = (6.835 \pm 0.022) \text{ mm}$ y un ancho $w = (2.240 \pm 0.078) \text{ mm}$. Como se dijo en la sección 4.3, la fuente de luz utilizada para los últimos dos longitudes de onda ($\lambda = 476.5 \text{ nm}$ y $\lambda = 514.5 \text{ nm}$), es un láser de argón, diferente del láser de Neodimio:YAG que se utilizó para los dos casos anteriores. Como el láser de argón proporciona un haz continuo (no pulsado), la señal de la fotocelda pudo ser medida con un voltímetro y, en consecuencia, las intensidades del haz se reportan en milivoltios, con una resolución de $\pm 1 \text{ mV}$. En la figura 5.6a se observa que este láser tiene un perfil que está muy bien descrito por una gaussiana. Por lo tanto, se puede esperar que las curvas de luz del láser dispersado también tengan una forma aproximadamente gaussiana. Comparando las figuras 5.6a y 5.1, se observa claramente que el láser de argón es notablemente más grueso que el

láser de Neodimio:YAG, lo cual se ve reflejado en el hecho de que el ancho w de este último es menos de la mitad del ancho del primero.

En las figuras 5.6 y 5.7 se muestran las curvas de luz para siete ángulos de rotación θ , que van desde -1.5° hasta 4.65° . Todas estas curvas presentan granularidad en mayor o menor grado. Por ejemplo, la curva de luz para $\theta = 1.55^\circ$ en la figura 5.7b se ajusta satisfactoriamente a una gaussiana, si bien existen desviaciones con respecto a la forma esperada, debido al fenómeno de difracción granular. Para estimar el tamaño típico de los granos, obsérvese la figura 5.7a, en la que el grosor de los picos secundarios es de ≈ 0.6 mm. Por otra parte, de la ecuación (4.24), se tiene que el tamaño típico esperado para los picos secundarios es

$$\epsilon \approx \frac{\mathcal{L}}{s} \lambda = 0.425 \text{ mm.} \quad (5.2)$$

en donde se ha utilizado $\mathcal{L} = L = (2000 \pm 1)$ mm y $s = w = (2.23957 \pm 0.07802)$ mm, el grosor del haz en la pantalla. En este caso, al igual que para el láser anterior, el tamaño medido de los granos concuerda satisfactoriamente con el tamaño predicho bajo el supuesto de que los picos secundarios se deben al fenómeno de difracción granular. Si bien es cierto que el tamaño medido es mayor que ϵ , se recuerda que eso es precisamente lo que se espera, ya que el grosor s que se tomó en la ecuación (5.2) es necesariamente mayor que el grosor del láser en el aerogel, debido a la divergencia del haz. Además, hay que entender a ϵ como un tamaño que no está exactamente definido, sino que sólo da una estimación de las dimensiones típicas (e.g. diámetro, desviación estándar) del grano, en el marco de una teoría que ya de por sí es una aproximación, como se mencionó en la sección 4.4. Por todo lo anterior, las observaciones son consistentes con la suposición de que las deformaciones que se observan en las curvas de luz de ambos láseres, se deben en forma predominante a la difracción granular que ocurre al pasar el haz por el aerogel.

Es importante hacer notar que la curva de luz correspondiente a $\theta = -1.55^\circ$ presenta problemas. Como se puede ver en la figura 5.6b, los puntos experimentales no muestran con claridad que la distribución empiece a descender desde su máximo, del lado izquierdo de la curva. Este hecho se ve reflejado en la gran incertidumbre para $\theta = -1.55^\circ$ en la tabla 5.9. El problema de la figura 5.6b es similar al de las figuras 5.2(d-e), correspondientes a $\lambda = 266.2$ nm, las cuales no fueron tomadas en cuenta. Por lo tanto, la curva de luz con $\theta = -1.55^\circ$ tampoco será tomado en cuenta en el análisis.

La distancia medida con el Vernier entre el pico del haz no dispersado y el centro de la gaussiana para $\theta = 0.87^\circ$ es $D = (111.80 \pm 0.05)$ mm, con lo cual se calibran las distancias de la manera ya descrita para cada ángulo de rotación θ que se tomó en cuenta, obteniendo los datos que se muestran en la tabla 5.10. Los ángulos de dispersión de esta tabla se obtuvieron de las distancias, de acuerdo con la relación $\delta = \arctan(d/L)$, en donde $L = (2000 \pm 1)$ mm es la distancia válida para esta longitud de onda y para la siguiente.

Minimizando χ^2 para ajustar la función $\delta(\theta)$ de la manera usual a los datos de la tabla 5.10, se obtienen los siguientes valores para los parámetros de ajuste:

$$n(476.5 \text{ nm}) = 1.02756 \pm 0.00002,$$

$$\eta = 0.015 \pm 0.003.$$

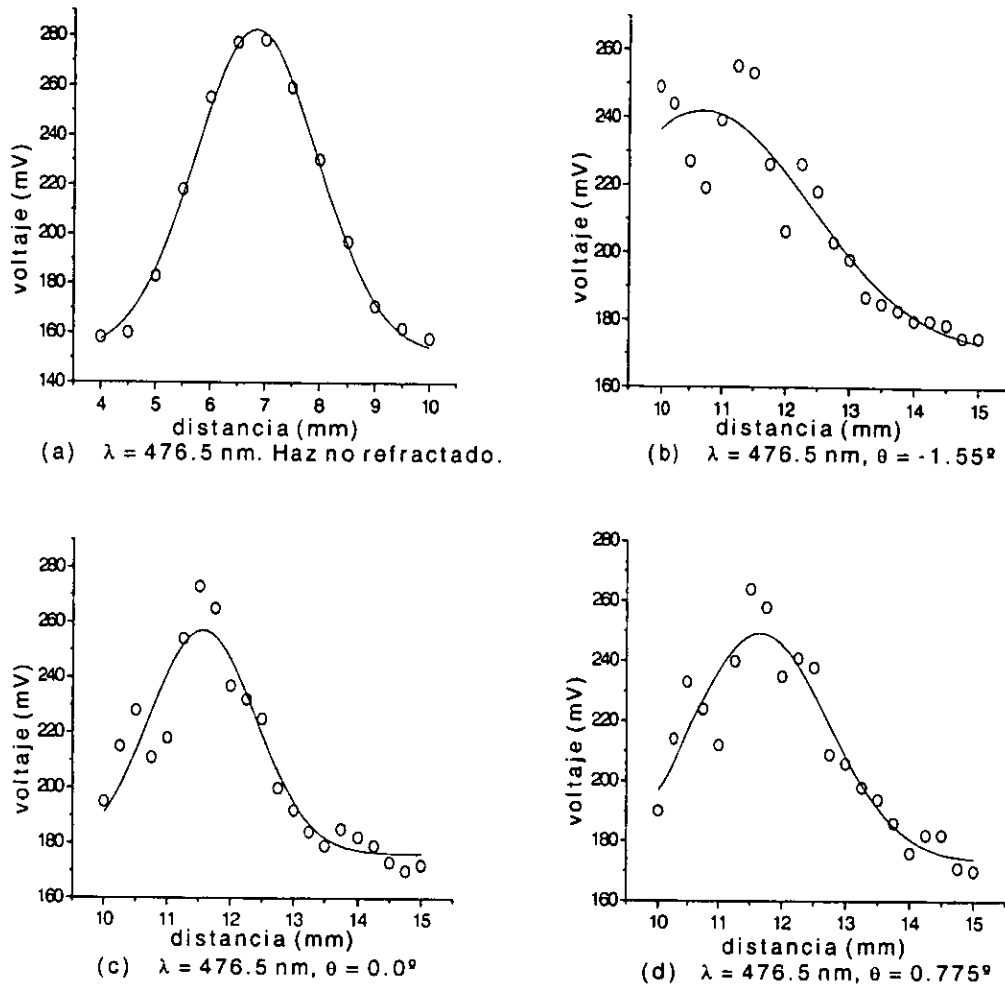


Figura 5.6: Cuatro curvas de luz experimentales (círculos) y gaussianas ajustadas para $\lambda = 476.5 \text{ nm}$. (a) Haz no refractado. (b-d) Haz refractado con tres distintos ángulos de rotación θ .

ángulo θ	centroide x_0 (mm)	error(x_0)	ancho w (mm)	error(w)
-1.55°	10.689	0.325	3.388	0.900
0.0°	11.553	0.065	1.690	0.178
0.775°	11.652	0.078	2.162	0.260
0.87°	11.771	0.044	1.104	0.575
1.55°	11.632	0.091	2.712	0.401
3.1°	11.101	0.116	2.770	0.378
4.65°	10.640	0.093	2.070	0.212

Tabla 5.9: Centroides y anchos de las gaussianas correspondientes a las curvas de luz para distintos ángulos θ , para $\lambda = 476.5 \text{ nm}$

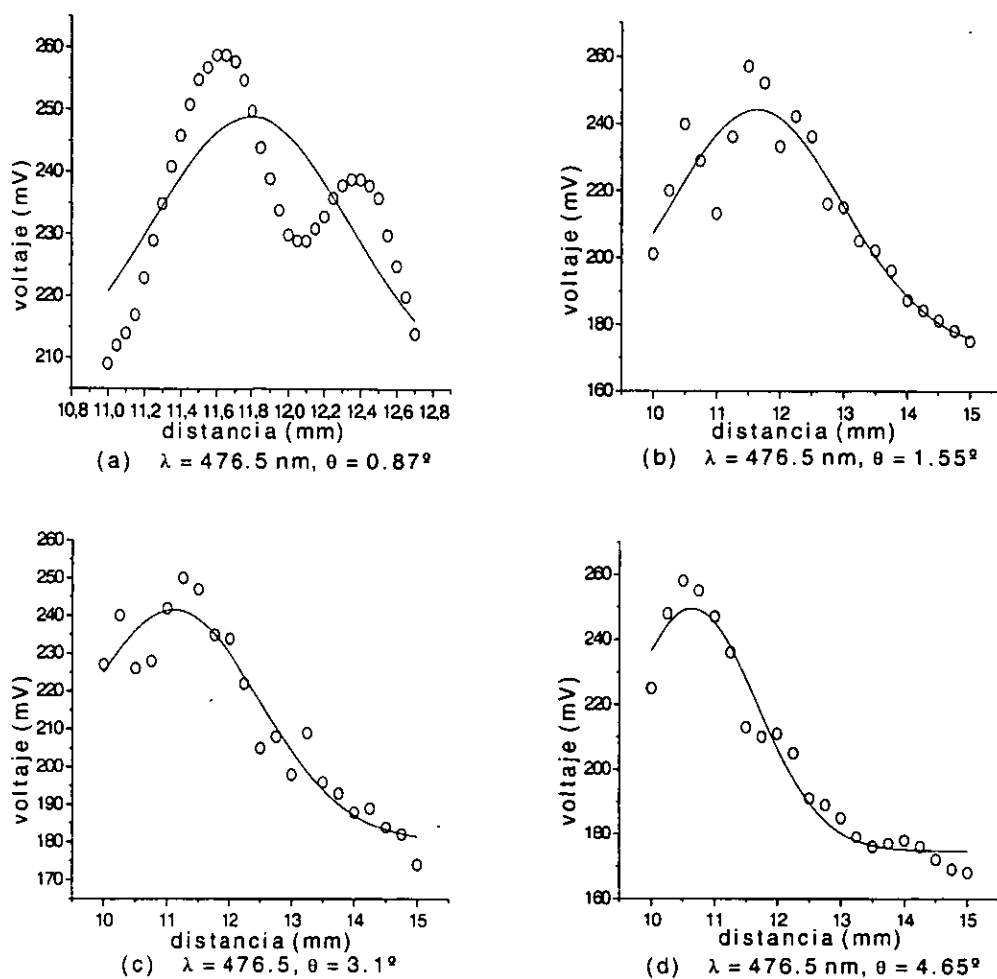


Figura 5.7: Curvas de luz experimentales (indicadas por círculos) y gaussianas ajustadas para $\lambda = 476.5 \text{ nm}$. Haz refractado con cuatro distintos ángulos de rotación θ .

ángulo θ	distancia d (mm)	error (d)	ángulo δ	error (δ)
0.0°	112.02	0.09	5.595×10^{-2}	0.006×10^{-2}
0.775°	111.92	0.10	5.590×10^{-2}	0.006×10^{-2}
0.87°	111.80	0.07	5.585×10^{-2}	0.005×10^{-2}
1.55°	111.94	0.11	5.591×10^{-2}	0.006×10^{-2}
3.1°	112.47	0.13	5.618×10^{-2}	0.008×10^{-2}
4.65°	112.93	0.11	5.640×10^{-2}	0.008×10^{-2}

Tabla 5.10: Distancias y ángulos de dispersión para varios ángulos de incidencia, con $\lambda = 476.5 \text{ nm}$. El error en los ángulos ya está corregido para incluir toda la incertidumbre en L .

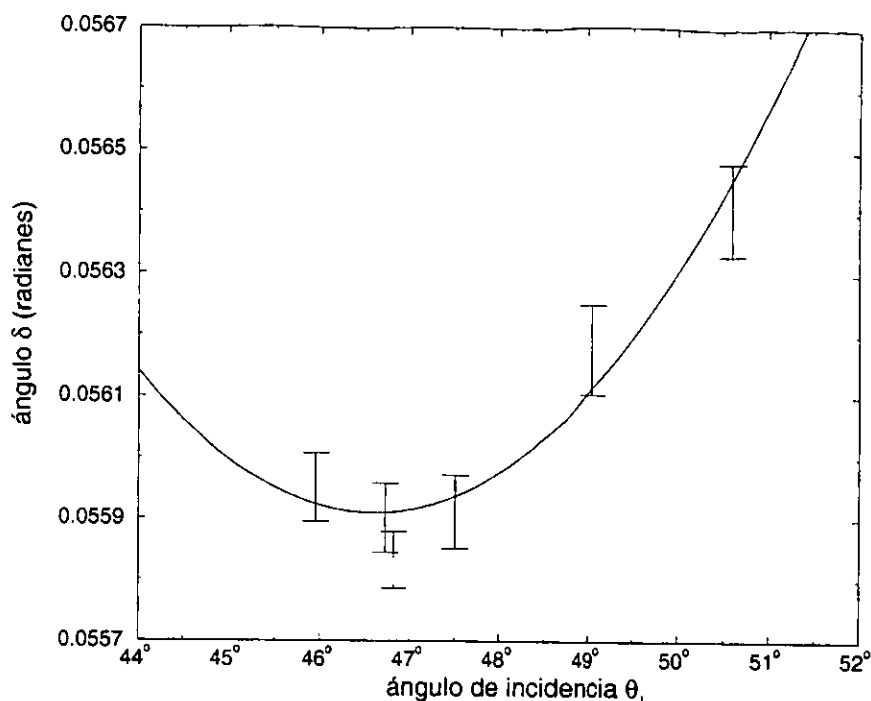


Figura 5.8: Curva que mejor se ajusta a los puntos experimentales provenientes de la tabla 5.10

En la figura 5.8 se muestra cómo la curva ajustada pasa de manera satisfactoria por los puntos de la tabla 5.10.

5.1.4 $\lambda = 514.5 \text{ nm}$

La gaussiana que mejor se ajusta a la curva de luz del haz no refractado (figura 5.10d) tiene un centroide $x_0 = (4.447 \pm 0.019) \text{ mm}$ y un ancho $w = (2.795 \pm 0.104) \text{ mm}$. Para este haz, se midieron las curvas de luz para nueve ángulos de rotación θ , que se muestran en las figuras 5.9 y 5.10. Los valores de los centroides y de los anchos de las gaussianas ajustadas a las curvas de luz se muestran en la tabla 5.11.

La distancia D medida entre los centroides de la gaussiana del haz sin refractar y del haz con $\theta = 1.15^\circ$ es $D = (111.45 \pm 0.05) \text{ mm}$. Calibrando las distancias de la manera habitual, se obtienen los datos de la tabla 5.12. Realizando un ajuste de la función $\delta(\theta)$ a los nueve puntos, se obtienen los siguientes parámetros:

$$n = 1.02746 \pm 0.00002,$$

$$\eta = 0.0056 \pm 0.0033.$$

En la figura 5.11 se muestran los nueve puntos experimentales junto con la curva de dispersión ajustada. Se puede ver que el acuerdo es satisfactorio entre los datos experimentales y el ajuste.

Para resumir los resultados de esta sección, en la tabla 5.20 se muestran los cuatro índices de refracción medidos con sus incertidumbres y sus longitudes de onda respectivas.

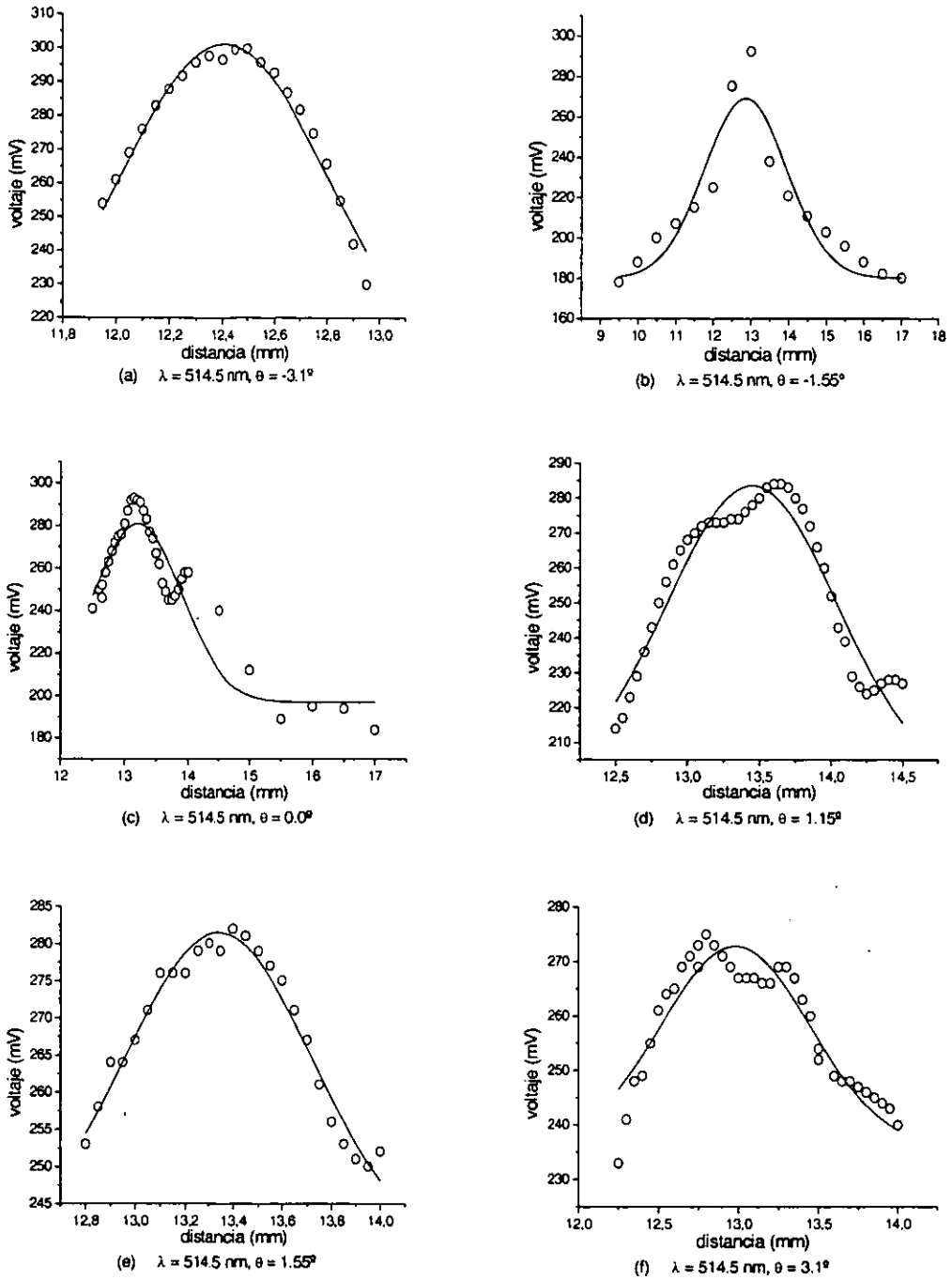


Figura 5.9: Curvas de luz experimentales (indicadas por círculos) y gaussianas ajustadas para el haz de longitud de onda $\lambda = 514.5 \text{ nm}$, refractado con seis diferentes ángulos de rotación θ .

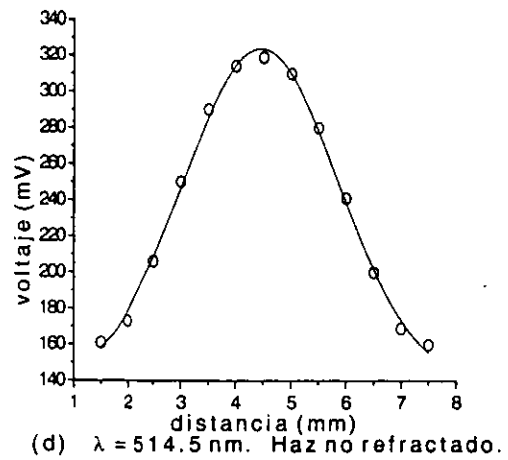
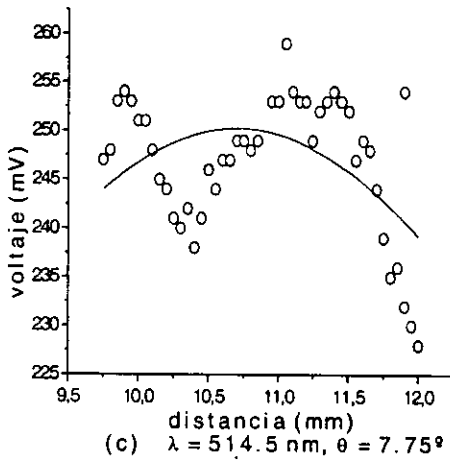
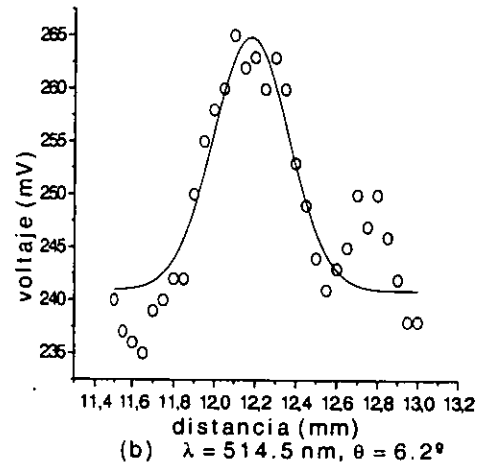
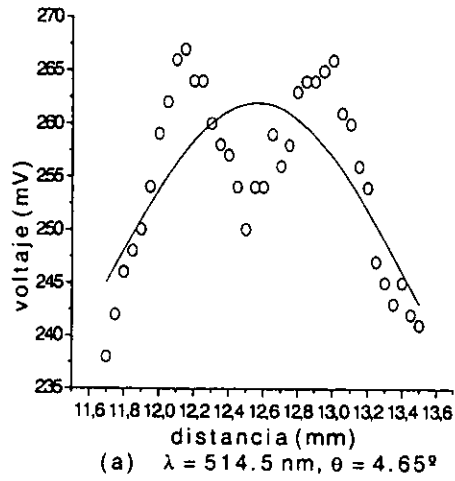


Figura 5.10: Cuatro curvas de luz experimentales (círculos) y gaussianas ajustadas para $\lambda = 514.5 \text{ nm}$. (a-c) Haz refractado con tres diferentes ángulos de rotación θ . (d) Haz no refractado.

ángulo θ	centroide x_0 (mm)	error(x_0)	ancho w (mm)	error (w)
-3.1°	12.409	0.007	0.797	0.150
-1.55°	12.853	0.079	1.486	0.183
0.0°	13.207	0.036	1.386	0.133
1.15°	13.473	0.015	1.181	0.157
1.55°	13.338	0.008	0.760	0.088
3.1°	12.981	0.020	0.933	0.126
4.65°	12.565	0.043	1.729	1.963
6.2°	12.180	0.017	0.372	0.043
7.75°	10.704	0.128	4.044	22.744

Tabla 5.11: Centroides y anchos de las gaussianas correspondientes a las curvas de luz para distintos ángulos θ , para $\lambda = 514.5$ nm

ángulo θ	distancia d (mm)	error (d)	ángulo δ	error (δ)
-3.1°	112.51	0.05	5.620×10^{-2}	0.008×10^{-2}
-1.55°	112.07	0.10	5.598×10^{-2}	0.007×10^{-2}
0.0°	111.72	0.06	5.580×10^{-2}	0.005×10^{-2}
1.15°	111.45	0.06	5.568×10^{-2}	0.004×10^{-2}
1.55°	111.58	0.05	5.573×10^{-2}	0.004×10^{-2}
3.1°	111.94	0.06	5.591×10^{-2}	0.005×10^{-2}
4.65°	112.36	0.07	5.612×10^{-2}	0.006×10^{-2}
6.2°	112.74	0.06	5.631×10^{-2}	0.008×10^{-2}
7.75°	114.22	0.14	5.705×10^{-2}	0.012×10^{-2}

Tabla 5.12: Distancias y ángulos de dispersión para varios ángulos de incidencia, para $\lambda = 514.5$ nm. El error en los ángulos ya está corregido para incluir toda la incertidumbre en L .

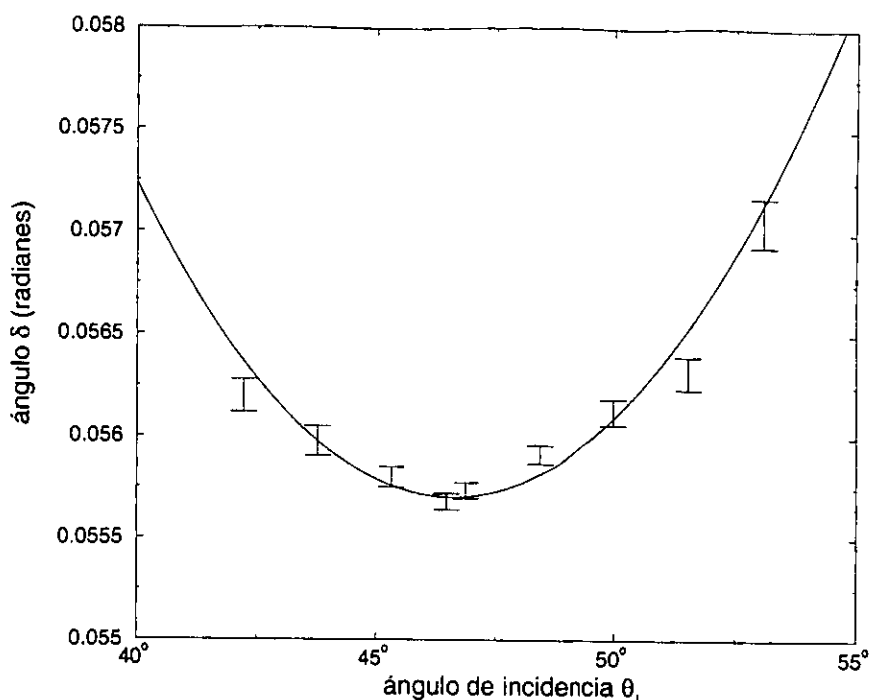


Figura 5.11: Curva que mejor se ajusta a los puntos experimentales provenientes de la tabla 5.12

λ (nm)	n	error (n)
266.2	1.02984	0.00002
354.9	1.02820	0.00001
476.5	1.02756	0.00002
514.5	1.02746	0.00002

Tabla 5.13: Cuatro medidas del índice de refracción con sus respectivas incertidumbres.

5.1.5 Medidas suplementarias

Antes de medir el índice de refracción para las cuatro longitudes de onda anteriores, se probó el método experimental con otras tres longitudes de onda proporcionadas por el láser de argón, a saber, $\lambda = 488.0$ nm, 496.5 nm y 501.7 nm. La experiencia ganada con estas tres longitudes de onda de prueba permitió encontrar la manera correcta de tomar mediciones, y fue la base para desarrollar el método hasta su forma definitiva que se describe en el capítulo 4. Las medidas preliminares no son necesarias para reconstruir la ley de dispersión del aerogel, ya que las cuatro longitudes de onda anteriores por sí solas cubren todo el intervalo de medición (266.2 nm–514.5 nm), y las tres longitudes de onda de prueba se encuentran entre otras dos ($\lambda = 476.5$ nm y $\lambda = 514.5$ nm) en que ya se conoce el índice de refracción. Sin embargo, las medidas preliminares representan una fuente de información adicional que no se ha querido ignorar. A continuación se propondrá una manera tentativa de extraer información que sea de algún interés, a partir de las medidas realizadas con las tres longitudes de onda de prueba.

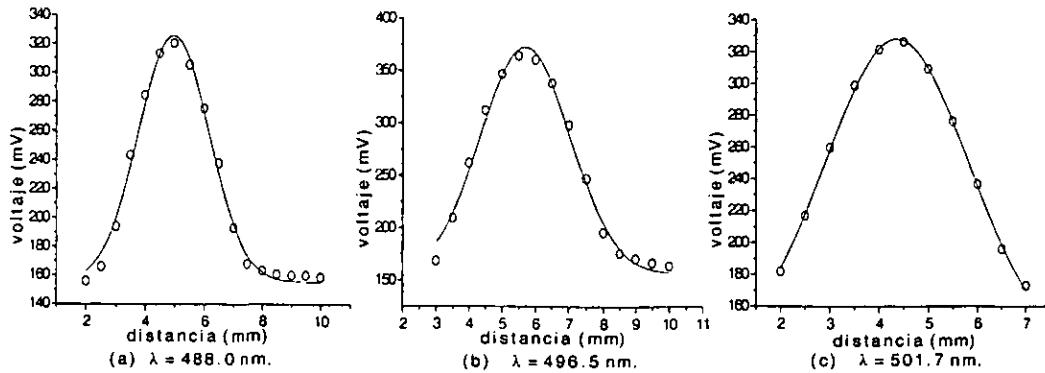


Figura 5.12: Curvas de luz experimentales (indicadas por círculos) y gaussianas ajustadas para las tres longitudes de onda de prueba: $\lambda = 488.0 \text{ nm}$, $\lambda = 496.5 \text{ nm}$ y $\lambda = 501.7 \text{ nm}$. Haz no refractado.

En la figura 5.12 se muestran las curvas de luz de los haces no refractados para las tres longitudes de onda de prueba. Se ve claramente cómo las gaussianas ajustadas describen muy bien a los datos en los tres casos. Antes de analizar los datos para los haces refractados, es importante señalar que, al medir con las tres longitudes de onda de prueba, no se tomó en cuenta una circunstancia que después demostró ser importante para que los ajustes sean confiables: es preferible hacer los ajustes sobre una muestra de puntos representativa de la totalidad de una curva de luz, y no sobre una región local de la distribución de luz. Esto es debido a que se espera que la distribución gaussiana describa el comportamiento global de los puntos, pero no necesariamente el comportamiento local. Si la muestra de puntos medidos no cubre una región lo suficientemente grande, se está en peligro de ajustar la gaussiana a un pico secundario que no sea representativo de la distribución global de la curva de luz. Eso es precisamente lo que ocurrió para las tres longitudes de onda de prueba. Cuando se pidió al programa que ajustara gaussianas a las curvas de luz de la manera usual, invariablemente las gaussianas calculadas describían estructuras que evidentemente eran locales, como se puede ver claramente en las tres gráficas que se presentan como ejemplos para las tres longitudes de onda, en la figura 5.13. La razón por la cual no se tomaron suficientes puntos para obtener un ajuste al comportamiento global, es que, en las primeras etapas del desarrollo del método, se pensó que sólo era necesario ubicar el pico de máxima intensidad de la curva de luz. Sólo después de haber medido las curvas de luz para las tres longitudes de onda de prueba, fue cuando resultó evidente que las medidas del índice de refracción más confiables se obtienen a partir de los centros de las gaussianas que describen la distribución global de los puntos, y no a partir de la ubicación de los picos de máxima intensidad.

Una vez identificado el problema al que se enfrenta el análisis de las curvas de luz para las tres líneas de prueba, conviene encontrar una manera de rescatar lo más que se pueda la información contenida en los puntos medidos para esas líneas. Aquí se propone utilizar el hecho de que la intensidad de fondo—debida a la iluminación del laboratorio y al ruido del equipo de detección—es la misma para los haces refractado y no refractado. En otras palabras, en los puntos extremos (de mínima intensidad) del haz

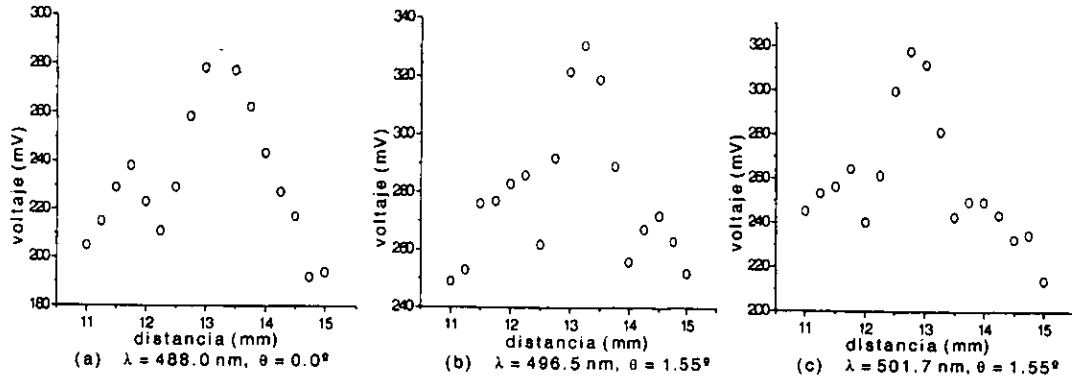


Figura 5.13: Ejemplos de tres curvas de luz experimentales (indicadas por círculos) refractadas con distintos ángulos de incidencia θ , para las tres longitudes de onda de prueba ($\lambda = 488.0 \text{ nm}$, $\lambda = 496.5 \text{ nm}$ y $\lambda = 501.7 \text{ nm}$). Las gaussianas (indicadas por líneas punteadas) fueron ajustadas con el parámetro y_0 variable (ver texto).

no refractado deberá de medirse la misma intensidad que en los puntos extremos de los haces refractados. Entonces, lo que se propone hacer es obligar a todas las gaussianas de una misma longitud de onda a que siempre tengan la misma intensidad de fondo, para lo cual se trata la base de la gaussiana (la constante y_0 en la ecuación (4.17)) como un parámetro fijo, que se obtiene del ajuste al haz no refractado y que se impone a los demás ajustes. De esta manera se obtienen gaussianas que necesariamente se basan en todos los puntos medidos y no nada más en los puntos de un pico secundario, por lo que son gaussianas que se aproximan más a la distribución global de los puntos. Sin embargo, hay que estar conscientes de que el ajuste con y_0 fijo que aquí se menciona, por más que sea una buena aproximación, nunca podrá sustituir completamente a una medición en la totalidad de la curva de luz, por lo que será inevitable que las medidas del índice de refracción para las líneas de prueba tengan asociada una incertidumbre relativamente alta. A continuación se expondrá un análisis de los datos para las tres líneas de prueba, basado en la manera de ajustar gaussianas que se acaba de explicar.

ángulo θ	centroide x_0 (mm)	error(x_0)	ancho w (mm)	error(w)
-1.55°	12.387	0.134	2.015	0.195
0.0°	12.918	0.150	2.192	0.295
0.27°	13.293	0.078	1.335	0.142
0.775°	13.065	0.165	2.285	0.339
1.55°	13.034	0.135	2.037	0.248
3.1°	12.778	0.133	1.944	0.226

Tabla 5.14: Centroides y anchos de las gaussianas correspondientes a las curvas de luz para distintos ángulos θ , con $\lambda = 496.5 \text{ nm}$. Los ajustes están hechos con y_0 constante (ver texto).

Para la longitud de onda $\lambda = 496.5 \text{ nm}$ (ver figura 5.12b) se encuentra que el

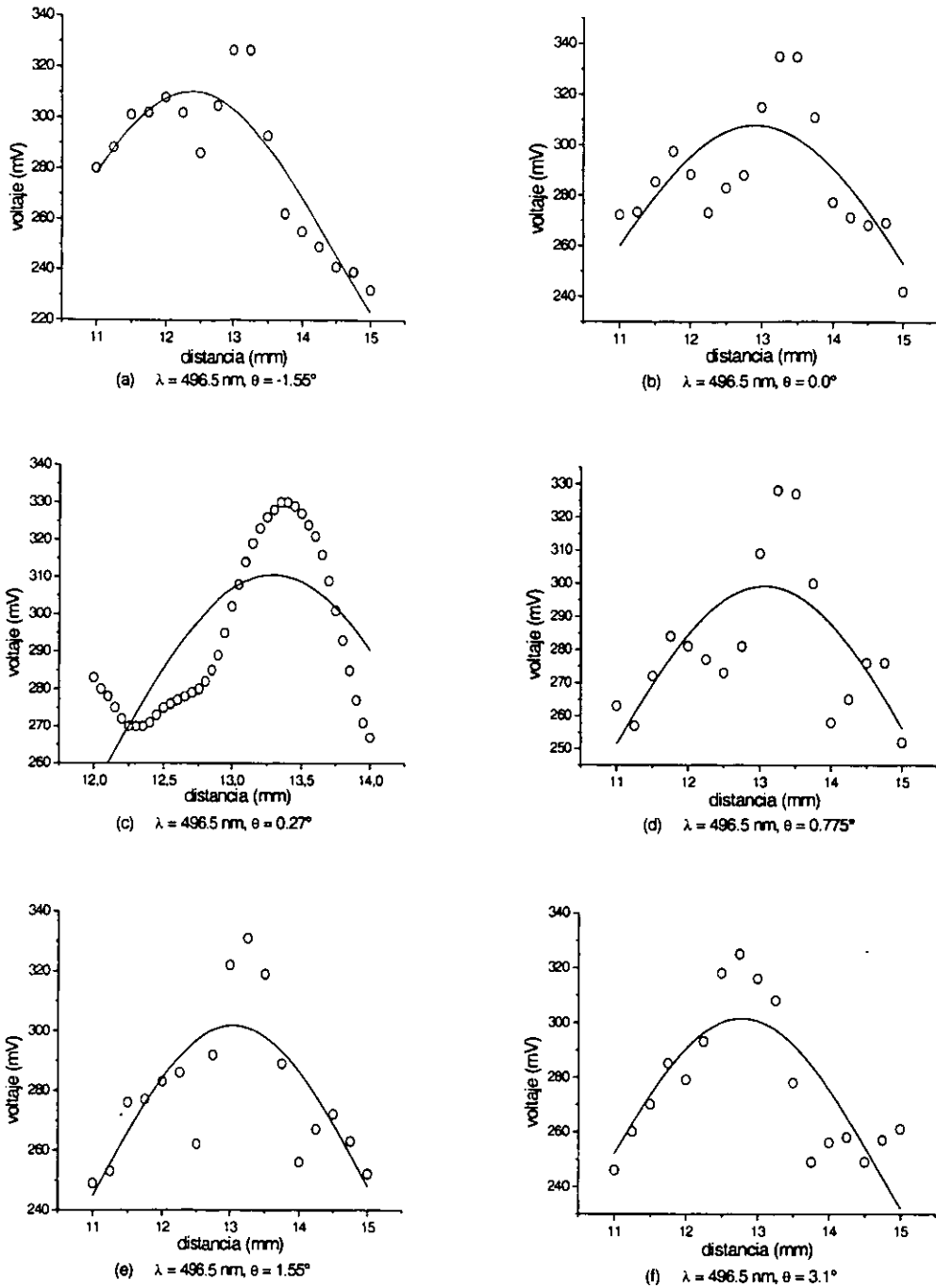


Figura 5.14: Curvas de luz experimentales (indicadas por círculos) y gaussianas ajustadas para el haz con $\lambda = 496.5 \text{ nm}$, refractado para seis diferentes ángulos de rotación θ . Los ajustes se han hecho con y_0 variable.

centroide y el ancho de su gaussiana están dados por $x_0 = (5.683 \pm 0.035)$ mm y $w = (2.673 \pm 0.114)$ mm, respectivamente. La base de la gaussiana que se obtuvo del haz no refractado y que se utilizó en todos los casos, fue $y_0 = 157$ mV. Las curvas de luz con $\lambda = 496.5$ nm, correspondientes a distintos ángulos de rotación, se muestran en la figura 5.14, junto con las gaussianas que mejor describen a los datos experimentales. Para tener una idea de cómo este nuevo procedimiento para ajustar gaussianas difiere del anterior, compárese las figuras 5.13b (con y_0 variable) y 5.14e (con $y_0 = 157$ mV). Es evidente que de las dos gaussianas, la de la figura 5.14e es más parecida a la gaussiana que se busca, mientras que la de la figura 5.13b se ajusta sólo a un pico local, producto de la difracción granular. Por lo tanto, la figura 5.14e es preferible a la figura 5.13b. Las gaussianas ajustadas con y_0 fijo a las demás curvas de luz de la figura 5.14, tampoco se ajustan a ningún pico local, como se esperaba. Los parámetros de ajuste de las gaussianas de la figura 5.14 se muestran en la tabla 5.14.

ángulo θ	distancia d (mm)	error (d)	ángulo δ	error (δ)
-1.55°	111.63	0.14	5.576×10^{-2}	0.009×10^{-2}
0.0°	111.10	0.16	5.549×10^{-2}	0.009×10^{-2}
0.775°	110.95	0.18	5.542×10^{-2}	0.009×10^{-2}
1.55°	110.98	0.15	5.544×10^{-2}	0.008×10^{-2}
3.1°	111.24	0.15	5.556×10^{-2}	0.008×10^{-2}

Tabla 5.15: Distancias y ángulos de dispersión para varios ángulos de incidencia, con $\lambda = 496.5$ nm. El error en los ángulos ya está corregido para incluir toda la incertidumbre en L .

En la tabla 5.15 se muestran las distancias y los ángulos de dispersión, debidamente calibrados, calculados a partir de los parámetros de la tabla 5.14. Los valores de n y η que minimizan χ^2 para la función $\delta(\theta)$ son los siguientes:

$$n(496.5 \text{ nm}) = 1.02733 \pm 0.00002,$$

$$\eta = 0.00388 \pm 0.0021.$$

Con el fin de obtener más información de los datos, también se ajustaron gaussianas a las curvas de luz con y_0 variable. Salvo por el ejemplo de la figura 5.13b, las gaussianas ajustadas y sus parámetros no se muestran. También se realizó un ajuste de la función $\delta(\theta)$ a partir de las gaussianas ajustadas con y_0 variable. Es informativo saber que, en ese caso, el índice de refracción obtenido fue

$$n = 1.02727 \pm 0.00002,$$

con lo cual se aprecia que el efecto de ajustar las gaussianas con y_0 constante, es el de aumentar el índice de refracción. Sin embargo, no parece que ninguno de los dos índices de refracción obtenidos puedan ser aceptados con la incertidumbre que se les asocia, ya que, como se puede ver en la figura 5.14, donde se grafican los puntos utilizados en ambos ajustes, ninguna curva pasa por las barras de error. En particular, para el punto con $\theta = -1.55^\circ$, el ángulo de dispersión es mucho mayor que el esperado para $n = 1.02727$, e incluso parece ser consistente con un valor mucho mayor, que podría

ser, por ejemplo, $n = 1.02743$ (la curva correspondiente también está graficada). El hecho de que haya más puntos consistentes con n pequeña que con n más grande, no demuestra necesariamente que el índice de refracción que se busca es más bien pequeño, ya que bien podría darse el caso de que todos los puntos consistentes con n pequeño estuvieran sistemáticamente sesgados hacia abajo por una misma cantidad, debido a la ausencia de un número suficiente de puntos en sus respectivas curvas de luz. Para tomar en cuenta este factor de incertidumbre, basándose en las curvas de la figura 5.15, se podría tomar tentativamente a $n = 1.02733 \pm 0.0001$ como un valor del índice de refracción más realista para esta longitud de onda.

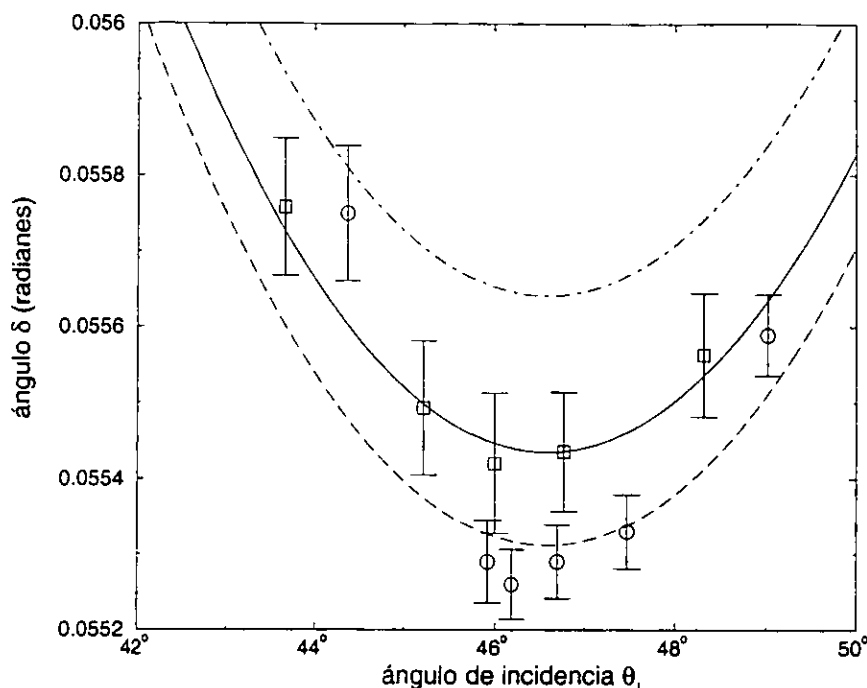


Figura 5.15: La curva continua (con $n=1.02733$) es la que mejor se ajusta a los puntos experimentales provenientes de la tabla 5.15, los cuales se representan con cuadrados. La curva a rayas (con $n=1.02727$) es la que mejor se ajusta a los puntos con círculos, que son los que se obtienen si los ajustes de las gaussianas se hacen con y_0 variable. La curva a rayas y puntos corresponde a $n=1.02743$.

En lo que respecta a la longitud de onda de 501.7 nm, los valores obtenidos para la gaussiana ajustada al haz no refractado (ver figura 5.12c) son los siguientes: $y_0 = 133$ mV, $x_0 = (4.363 \pm 0.010)$ mm y $w = (1.443 \pm 0.045)$ mm.

Las curvas de luz para varios ángulos θ se muestran en la figura 5.16. Para ver las diferencias entre los dos tipos de ajustes, se puede comparar la gaussiana de la figura 5.12c con la de la figura 5.16e, ajustadas a la curva de luz para $\theta = 1.55^\circ$, variando y_0 y dejando y_0 fijo, respectivamente. Nuevamente se puede observar una gran cantidad de difracción granular que deforma la distribución gaussiana original del haz. En la tabla 5.16 se exhiben los parámetros de las gaussianas que mejor se ajustan a los datos experimentales.

La distancia medida con el Vernier entre el centro del haz no dispersado y el pico del

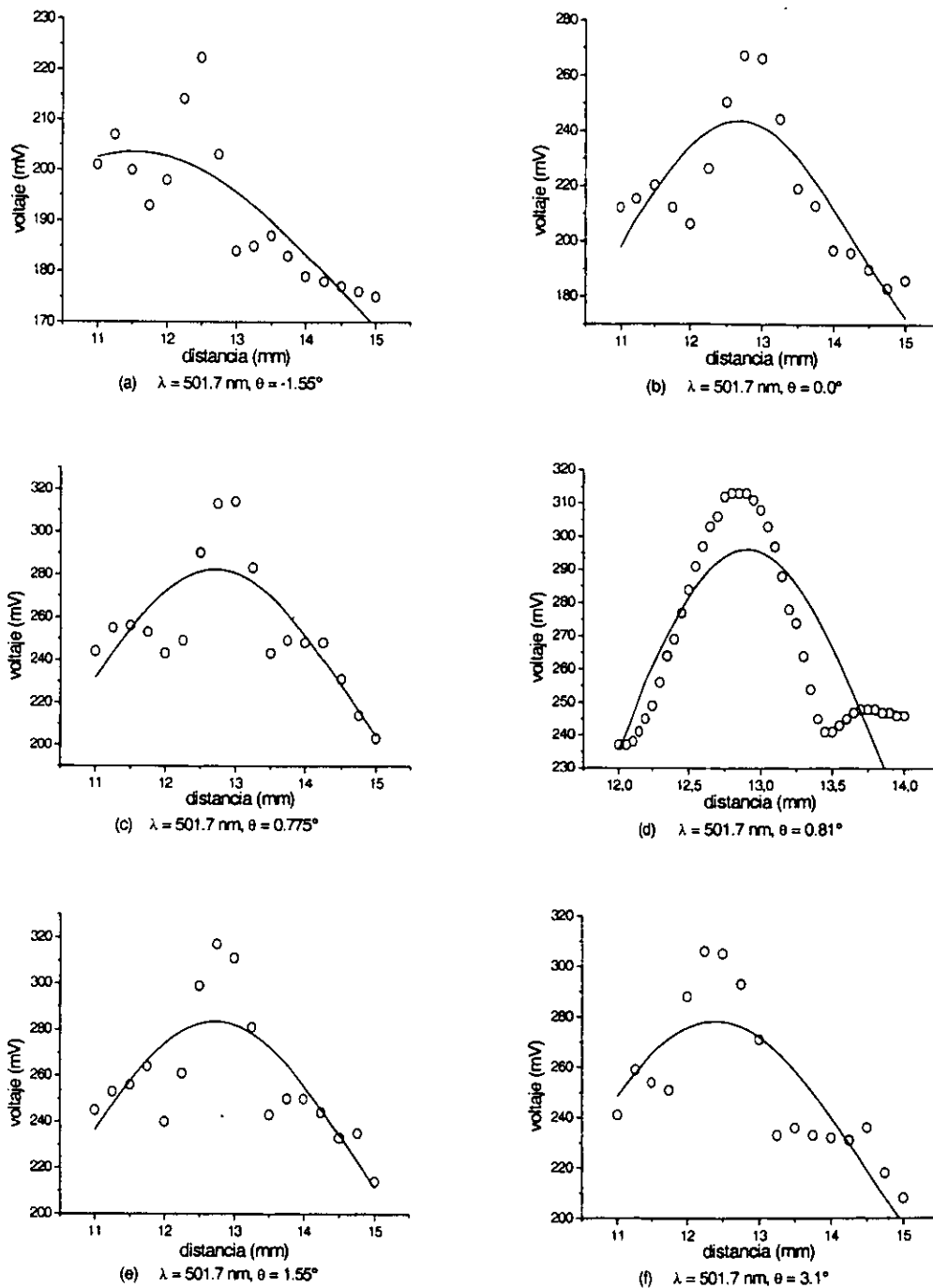


Figura 5.16: Curvas de luz experimentales (indicadas por círculos) y gaussianas ajustadas para el haz con $\lambda = 501.7 \text{ nm}$, refractado para seis diferentes ángulos de rotación θ . Los ajustes se han hecho tratando a y_0 como un parámetro fijo.

ángulo θ	centroide x_0 (mm)	error(x_0)	ancho w (mm)	error (w)
-1.55°	11.531	0.730	2.994	0.800
0.0°	12.675	0.124	1.622	0.177
0.775°	12.713	0.138	1.885	0.224
0.81°	12.906	0.032	0.941	0.056
1.55°	12.724	0.146	1.994	0.251
3.1°	12.390	0.194	2.057	0.288

Tabla 5.16: Centroides y anchos de las gaussianas correspondientes a las curvas de luz para distintos ángulos θ , con $\lambda = 501.7$ nm. Se mantuvo y_0 como un parámetro fijo.

haz con $\theta = 0.81^\circ$ es $D = (110.80 \pm 0.05)$ mm. Calibrando las distancias de la tabla 5.16 de la manera usual, se obtienen las distancias y los ángulos de dispersión que se muestran en la tabla 5.17.

ángulo θ	ángulo δ	error (δ)	distancia d (mm)	error (d)
-1.55°	5.599×10^{-2}	0.037×10^{-2}	112.09	0.73
0.0°	5.542×10^{-2}	0.008×10^{-2}	110.95	0.13
0.775°	5.540×10^{-2}	0.008×10^{-2}	110.91	0.15
1.55°	5.539×10^{-2}	0.008×10^{-2}	110.90	0.15
3.1°	5.556×10^{-2}	0.011×10^{-2}	111.23	0.20

Tabla 5.17: Distancias y ángulos de dispersión para varios ángulos de incidencia, con $\lambda = 501.7$ nm. El error en los ángulos ya está corregido para incluir toda la incertidumbre en L .

Minimizando la χ^2 de una curva de dispersión $\delta(\theta)$ que describa los puntos de la tabla 5.17, se obtienen los siguientes valores para los parámetros de ajuste:

$$n(501.7 \text{ nm}) = 1.02731 \pm 0.00002,$$

$$\eta = 0.0089 \pm 0.0059.$$

Nuevamente se hace la observación de que este valor para el índice de refracción es poco confiable, pues está basado en mediciones incompletas de las curvas de luz. Por otro lado, el índice de refracción obtenido a partir de las gaussianas con y_0 variable (que no se muestran), es $n = 1.02729 \pm 0.00002$, de donde se ve que, al igual que en el caso anterior, fijar y_0 tiene el efecto de aumentar el índice de refracción. En la figura 5.17 se muestran los datos utilizados en ambos ajustes junto con las curvas de dispersión ajustadas. Se observa algo parecido al caso anterior: no hay ninguna curva que pase por todas las barras de error, pues el primer punto se encuentra muy por encima de los demás. En este caso también podría ser que los puntos más bajos estuvieran sesgados sistemáticamente hacia abajo. Como se muestra en la figura 5.17, un índice de refracción de 1.02741 parece ser más consistente con el primer punto de ambos grupos de datos ajustados. Por lo tanto, se podría proponer a $n = 1.02731 \pm 0.00010$ como un valor más realista para índice de refracción.

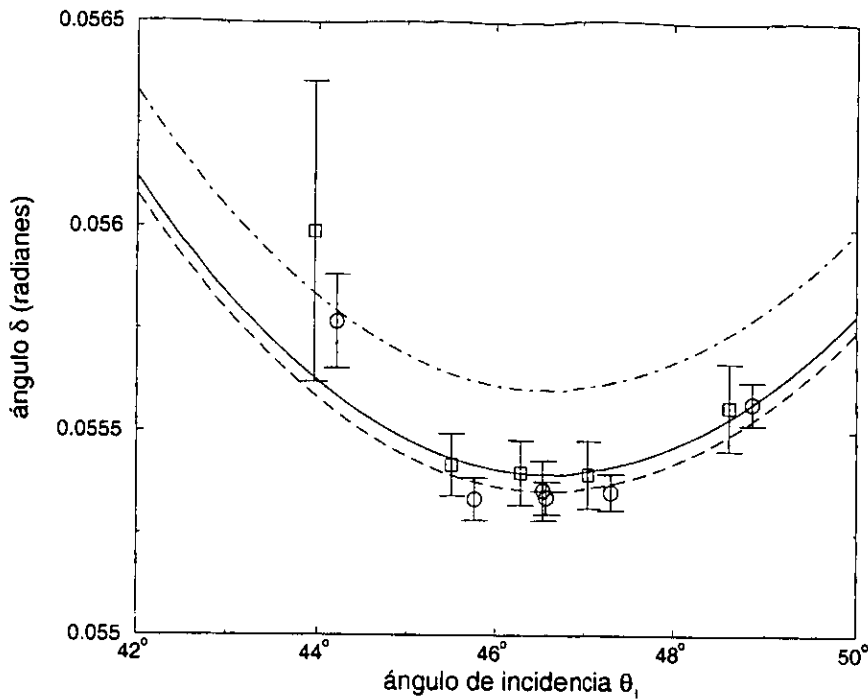


Figura 5.17: La curva continua (con $n=1.02731$) es la que mejor se ajusta a los puntos experimentales provenientes de la tabla 5.17, los cuales se representan con cuadrados. La curva a rayas (con $n=1.02729$) es la que mejor se ajusta a los puntos con círculos, que son los que se obtienen si los ajustes de las gaussianas se hacen con y_0 variable. La curva a rayas y puntos corresponde a $n=1.02741$.

Finalmente, para la longitud de onda de 488.0 nm, la gaussiana que mejor se ajusta a la curva de luz del haz no refractado (ver figura 5.12a), tiene un centroide $x_0 = (4.966 \pm 0.029)$ mm, un ancho $w = (1.193 \pm 0.039)$ mm y una altura $y_0 = (155 \pm 1)$ mV. En la tabla 5.18 se muestran los parámetros de las gaussianas que mejor se ajustan a las curvas de luz para varios ángulos θ de la figura 5.18. Al igual que para las dos longitudes de onda anteriores, los ajustes para estas curvas de luz se realizaron con y_0 constante pues, de lo contrario, el programa ajustaba las curvas a algún pico secundario que evidentemente no representaba la distribución global de los puntos. Para ilustrar este hecho se puede comparar las figuras 5.13a y 5.18b, cuyas curvas fueron ajustadas con y_0 variable y y_0 fijo, respectivamente.

La distancia medida con el Vernier entre el centro el haz no dispersado y el pico del haz con $\theta = 0.0^\circ$ es $D = (110.90 \pm 0.05)$ mm. Calibrando las distancias de la tabla 5.18 de la manera usual, se obtienen las distancias y los ángulos de dispersión que se muestran en la tabla 5.19. Minimizando χ^2 para ajustar una curva de dispersión $\delta(\theta)$ que describa los puntos de la tabla 5.17, se obtienen los siguientes valores para los parámetros de ajuste:

$$n = 1 \quad 26 \pm 0.00002,$$

$$\eta = 6 \quad 2 \pm 0.00213.$$

Por otra parte, realizando el mismo ajuste para un conjunto de puntos similares

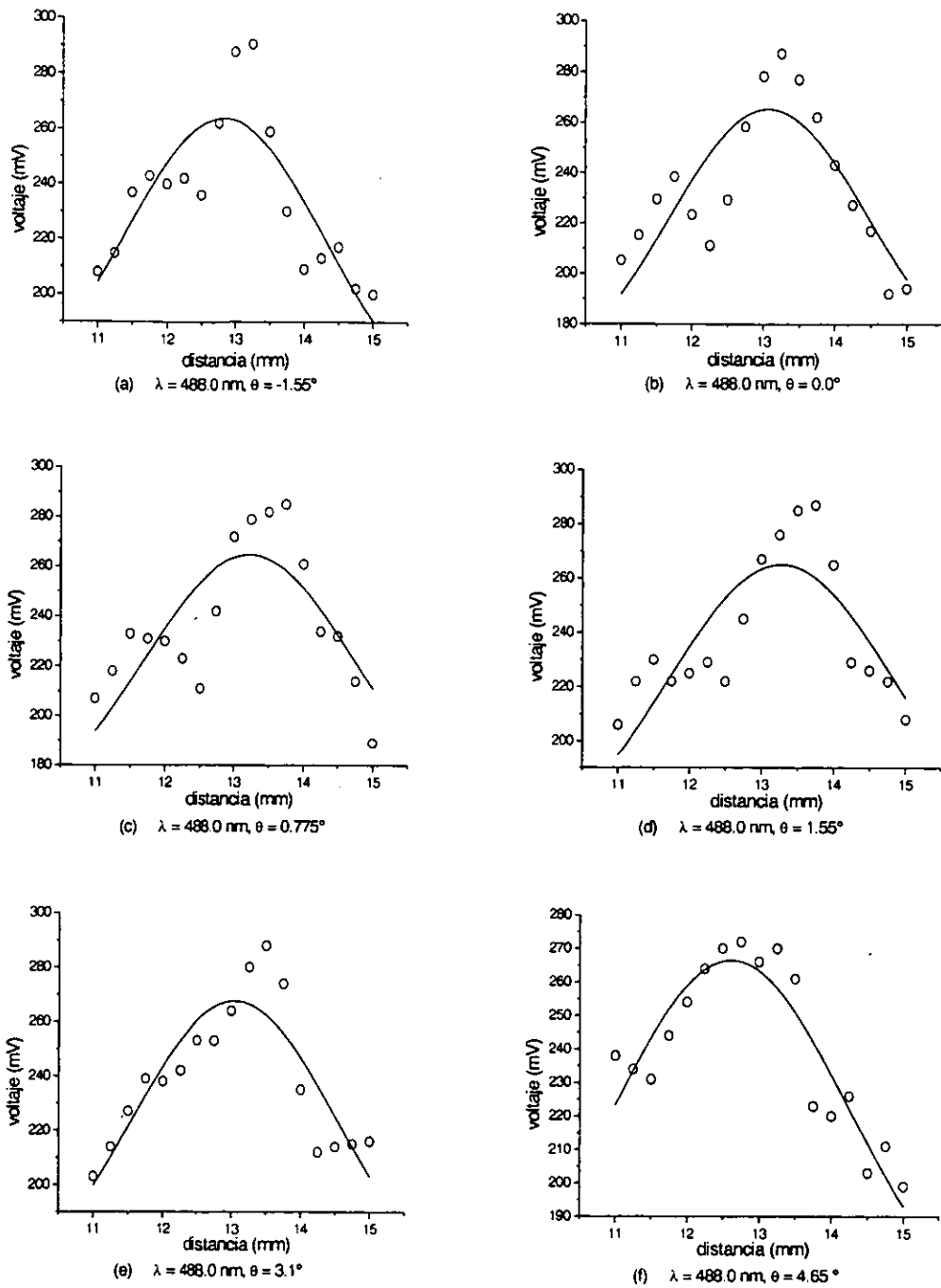


Figura 5.18: Curvas de luz experimentales (indicadas por círculos) y gaussianas ajustadas para el haz con $\lambda = 488.0 \text{ nm}$, refractado para seis diferentes ángulos de rotación θ . Los ajustes se han hecho con y_0 variable.

ángulo θ	centroide x_0 (mm)	error(x_0)	ancho w (mm)	error (w)
-1.55°	12.825	0.111	1.446	0.147
0.0°	13.076	0.114	1.394	0.147
0.775°	13.218	0.144	1.534	0.199
1.55°	13.272	0.131	1.584	0.184
3.1°	13.040	0.093	1.496	0.128
4.65°	12.610	0.084	1.623	0.117

Tabla 5.18: Centroides y anchos de las gaussianas correspondientes a las curvas de luz para distintos ángulos θ , para $\lambda = 488.0$ nm. Se mantuvo y_0 como un parámetro fijo.

a los de la tabla 5.19, pero obtenidos a partir de gaussianas que se ajustaron con y_0 variable (no se muestran), se obtiene que $n = 1.02723 \pm 0.00002$, confirmándose el hecho de que fijar el parámetro y_0 tiene como efecto aumentar ligeramente el índice de refracción.

ángulo θ	distancia d (mm)	error (d)	ángulo δ	error (δ)
-1.55°	111.18	0.12	5.553×10^{-2}	0.008×10^{-2}
0.0°	110.93	0.13	5.541×10^{-2}	0.007×10^{-2}
0.775°	110.78	0.16	5.533×10^{-2}	0.008×10^{-2}
1.55°	110.73	0.14	5.531×10^{-2}	0.008×10^{-2}
3.1°	110.96	0.11	5.542×10^{-2}	0.006×10^{-2}
4.65°	111.39	0.10	5.564×10^{-2}	0.007×10^{-2}

Tabla 5.19: Distancias y ángulos de dispersión para seis ángulos de incidencia, para $\lambda = 488.0$ nm. El error en los ángulos ya está corregido para incluir toda la incertidumbre en L .

En la figura 5.19 se muestran las curvas de dispersión $\delta(\theta)$ que mejor se ajustaron a los datos experimentales (con $n = 1.02726$ y $n = 1.02723$). En esta ocasión, a diferencia de los dos casos anteriores, ningún punto parece quedar fuera de las dos curvas. Sin embargo, no se puede confiar en el valor de n para esta longitud de onda, ya que fue obtenido de la misma manera que para las dos longitudes de onda anteriores y, para ser consistentes, esas dos mediciones y la presente deberían tener una incertidumbre parecida. Bien podría ser que la totalidad de los puntos estén sesgados, al igual que la mayoría de los puntos en los dos casos anteriores, pero que en esta ocasión no se haya medido ningún punto fuera de las curvas de la figura 5.19, como sí se hizo en los casos anteriores. Por lo tanto, para $\lambda = 488.0$ nm se propone a $n = 1.02726 \pm 0.00010$, como un valor posible del índice de refracción, con la misma incertidumbre que para las dos longitudes de onda anteriores.

Para concluir esta sección, en la tabla 5.20 se presentan las medidas del índice de refracción para las siete longitudes de onda con que se trabajó. Se recuerda que es necesario hacer una clara distinción entre las cuatro longitudes de onda que también aparecen en la tabla 5.13, y las tres longitudes de onda preliminares que se acaban de

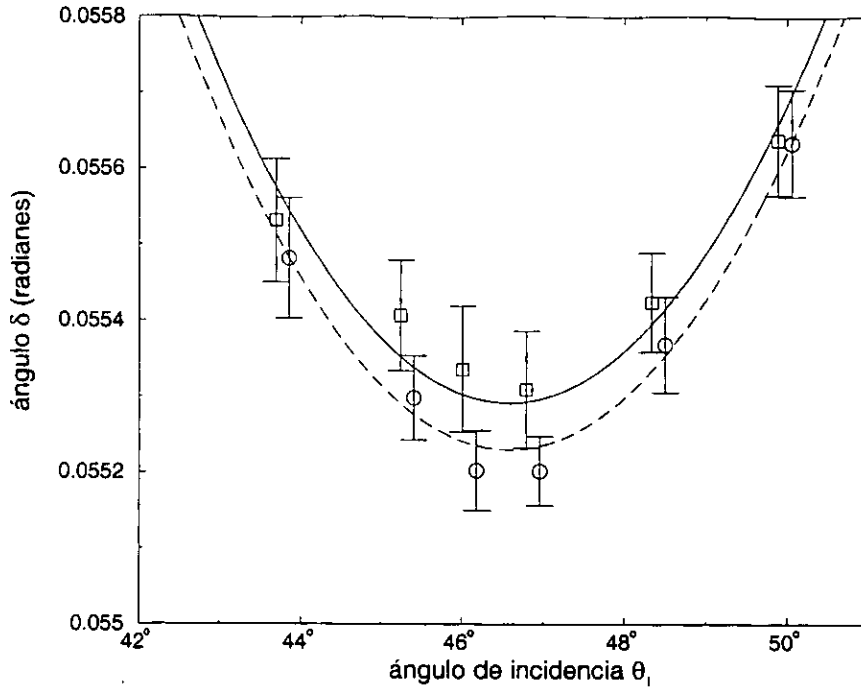


Figura 5.19: La curva continua es la que mejor se ajusta a los puntos experimentales provenientes de la tabla 5.19 y representados por cuadrados. La curva a rayas se ajusta a los datos representados por círculos, los cuales se obtuvieron al realizar los ajustes de las gaussianas con y_0 variable.

λ (nm)	n	error (n)
266.2	1.02984	0.00002
354.9	1.02820	0.00001
476.5	1.02756	0.00002
488.0	1.02726	0.00010
496.5	1.02733	0.00010
501.7	1.02731	0.00010
514.5	1.02746	0.00002

Tabla 5.20: Medidas del índice de refracción para siete longitudes de onda. Se incluyen las cuatro longitudes de onda de la tabla 5.13, así como las longitudes de onda preliminares con sus respectivas incertidumbres.

tratar. Los valores de estas últimas sólo son estimaciones tentativas que no poseen el mismo valor que las otras cuatro mediciones. Aun así, se ha decidido presentar la tabla 5.20 como un resumen conciso de la información relevante que se ha podido extraer del conjunto de todas las mediciones realizadas en el laboratorio.

5.2 Medidas y ajustes de absorbancia

En la figura 5.20 se muestra el espectro de absorbancia de una muestra de aerogel SP-25. Las mediciones se realizaron con el espectrofotómetro de la manera como se explica en la sección 4.3, en el intervalo de longitudes de onda de (200 - 900) nm. Sin embargo, como ya se mencionó anteriormente, las medidas cercanas a los extremos de ese intervalo no son muy confiables, por lo que el pico de absorbancia que se observa en $\lambda \approx 214$ nm no puede ser tomado en cuenta. Por otra parte, con un Vernier se realizaron ~ 40 medidas del grosor d de la muestra en la dirección en que el haz de luz la atravesó en el espectrofotómetro. El promedio y de todas las mediciones fue $d = (1.039 \pm 0.002)$ cm, en donde se ha tomado a la desviación estándar como la incertidumbre en d .

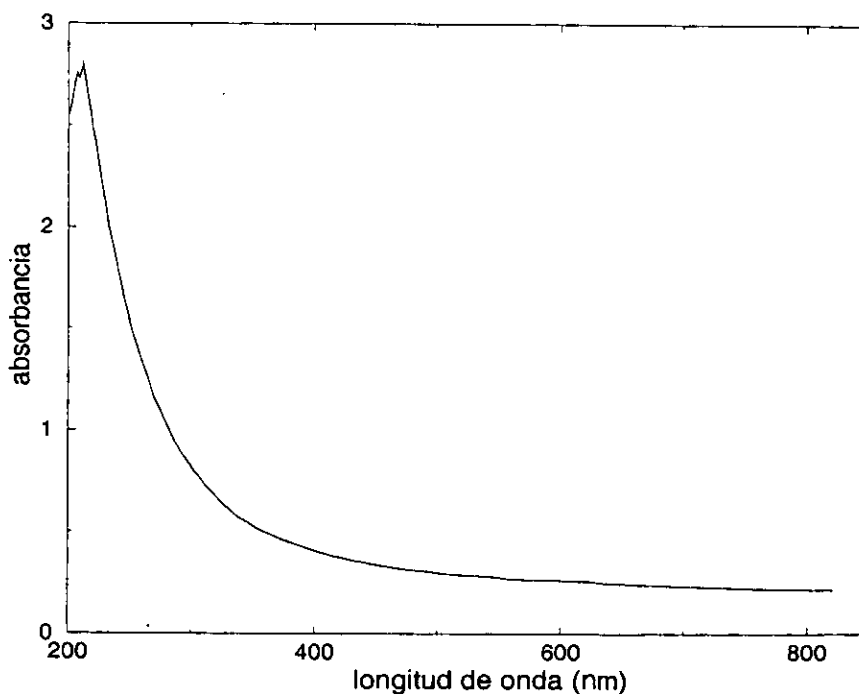


Figura 5.20: Espectro de absorbancia de la muestra de aerogel, medido con el espectrofotómetro.

Por la discusión del capítulo 3 se espera que la absorbancia medida se deba a tres fenómenos diferentes: dispersión a ángulos delanteros (debida a la superficie del aerogel), dispersión de Rayleigh (debida al bulto del aerogel), y absorción verdadera (debida a la parte imaginaria del índice de refracción). Como ya se explicó, estos tres fenómenos están representados respectivamente por las tres cantidades f , B y α que aparecen en la ecuación para la absorbancia (3.101). Por lo tanto, se espera que una

función de la forma (3.101) se pueda ajustar a los datos experimentales de la figura (5.20), en donde las cantidades f y B funcionan como parámetros de ajuste. Por otro lado, el coeficiente de absorción α es una función de λ que se puede aproximar según la ecuación (3.38), con una única constante C , que juega el papel de un tercer parámetro de ajuste. Sustituyendo la ecuación (3.38) en la ecuación (3.101) se obtiene la función que se utilizó para realizar el ajuste:

$$A(\lambda) = f + \frac{b}{\lambda^4} + \frac{c}{\lambda^2}, \quad (5.3)$$

en donde se introducen los parámetros $b = Bd$ y $c = Cd$ (se recuerda que d es el grosor de la muestra). En la ecuación (5.3) los tres parámetros de ajuste son f , b y c , debidos a los tres fenómenos de dispersión de superficie, dispersión de bulto y absorción verdadera, respectivamente. Dada la gran cantidad de puntos medidos por el espectrofotómetro, se decidió seleccionar un subconjunto limitado de (~ 70) puntos para hacer el ajuste. Los puntos del conjunto seleccionado son representados por cruces en la figura 5.21. Ningún punto con $\lambda \lesssim 215$ nm fue seleccionado, con el fin de evitar el pico del extremo izquierdo de la figura 5.20. La exclusión de estos puntos está justificada por dos razones: por un lado, la poca confiabilidad del aparato de medición en los extremos del rango de longitudes de onda; por otro lado, el hecho de que, como se puede verificar en la figura 2.5, los fotomultiplicadores del RICH del AMS no son sensibles a longitudes de onda menores que 240 nm, por lo que el comportamiento de la absorbancia en la región del espectro que se descarta es irrelevante.

Los parámetros de la ecuación (5.3) que mejor se ajustan a los datos seleccionados son los siguientes:

$$f = 0.1917 \pm 0.0040,$$

$$b = (5.326 \pm 0.019) \times 10^9 \text{ nm}^4$$

y

$$c = 0.$$

En la figura 5.21 se muestra la curva ajustada al conjunto de datos seleccionados. En realidad, los ajustes proporcionaron un valor de c muy cercano a cero negativo, que mejora el ajuste muy ligeramente con respecto a un ajuste con $c = 0$. Pero un valor de c negativo no es aceptable pues, de acuerdo con la ecuación (3.38), si c (y, por lo tanto, C) es negativo, entonces α también es negativo; pero α no puede ser negativo ya que, si lo fuera, por la ecuación (3.34) la luz se amplificaría al pasar por el aerogel en vez de atenuarse, lo cual contradice el principio de conservación de la energía. Por lo anterior, se considera que $c = \alpha = 0$, o sea que la absorción verdadera es despreciable en el intervalo del espectro en que se midió la absorbancia. Por la definición de b ($b = Bd$), se obtiene el valor de B para el aerogel, a partir del parámetro ajustado b y del grosor medido d . El resultado es:

$$B = (5.126 \pm 0.009) \times 10^9 \text{ nm}^4 \text{ cm}^{-1}.$$

Este valor de B y $\alpha = 0$ serán usados en la ecuación (3.125) para calcular el espectro de fotones detectados.

En la sección 3.3 se estudió la manera como la dispersión de Rayleigh-Debye está determinada por el tamaño medio de las inhomogeneidades del aerogel. Por lo tanto,

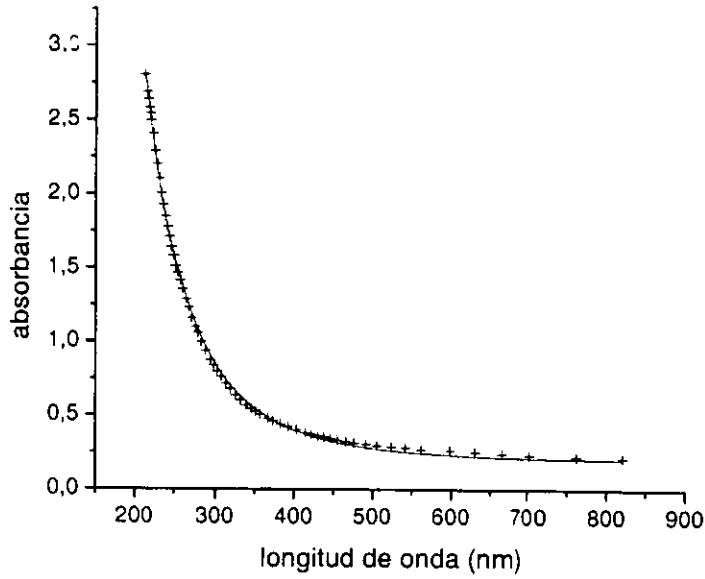


Figura 5.21: Curva de absorbanza ajustada a los puntos experimentales seleccionados (cruces).

tiene que haber una relación entre la constante B encontrada experimentalmente y el tamaño a de las inhomogeneidades, según la teoría de Rayleigh-Debye. Para encontrar esa relación, se sustituye la ecuación (3.106) en la ecuación (3.88) para obtener

$$B = \pi^3 \overline{\eta^2} \int_0^\pi (1 + \cos^2 \theta) w \sin(\theta) d\theta. \quad (5.4)$$

Como ya se explicó, en el régimen de dispersión de Rayleigh el volumen de correlación w es una constante, que estará dada por las ecuaciones (3.95) o (3.113), dependiendo de si se toma una función de correlación exponencial o gaussiana, respectivamente. Como w es constante, se puede efectuar la integral de la ecuación (5.4) para obtener:

$$B = \frac{8}{3} \pi^3 \overline{\eta^2} w \quad (5.5)$$

Si la función de correlación del aerogel es exponencial ($\gamma(s) = e^{-s/a}$), entonces se puede substituir la ecuación (3.95) en la ecuación (5.5) y obtener la siguiente expresión para el tamaño típico a :

$$a = \frac{(3B)^{1/3}}{4\pi^{4/3} \overline{\eta}^{2/3}}. \quad (5.6)$$

En cambio, si se supone una función de correlación gaussiana ($\gamma(s) = e^{-(s/a)^2}$), entonces el tamaño típico a se encuentra substituyendo la ecuación (3.113) en la ecuación (5.5) para obtener:

$$a = \frac{(3B)^{1/3}}{2\pi^{3/2}\overline{\eta}^{2/3}}. \quad (5.7)$$

Recordando que $\overline{\eta}^2$ es la desviación cuadrática promedio de la constante dieléctrica ϵ , se puede escribir [Emm95]:

$$\overline{\eta}^2 = \Phi(\epsilon_s - \epsilon)^2 + (1 - \Phi)(\epsilon - 1)^2, \quad (5.8)$$

en donde ϵ_s y ϵ son las constantes dieléctricas de la sílice y del aerogel, respectivamente, mientras que Φ es la proporción de sílice contenida en el aerogel y está dada por $\Phi \approx \rho/\rho_s$, la razón de las densidades del aerogel y del sílice. (Dado el carácter aproximado del modelo de Rayleigh-Debye, en las expresiones anteriores ha sido razonable despreciar la constante dieléctrica y la densidad del aire.) Por otro lado, se sabe [Emm95, Hoja] que $\rho = 0.09 \text{ g cm}^{-3}$ y $\rho_s = 2.19 \text{ g cm}^{-3}$, por lo que $\Phi = 0.0411$ (i.e. el aerogel está compuesto aproximadamente en un 4% por sílice y en un 96% por aire). En cuanto a los valores de ϵ y ϵ_s que deben usarse en la ecuación (5.8), se toman valores típicos de estas constantes dieléctricas en el intervalo en que se midió la absorbancia. Tomando $\epsilon = \epsilon(\lambda = 514.5 \text{ nm}) = n^2(\lambda = 514.5 \text{ nm})$, del valor medido en la sección anterior se tiene que $\epsilon = 1.05567$. Para la constante dieléctrica de la sílice, se utiliza el valor reportado en la referencia [Emm95], $\epsilon_s = 2.13$. Sustituyendo todos los valores que se acaban de mencionar en la ecuación (5.8), se obtiene que $\overline{\eta}^2 = 0.05041$. Sustituyendo a su vez este valor, junto con el valor encontrado de B , en la ecuación (5.6) se obtiene

$$a = 1.697 \text{ nm}.$$

Realizando las mismas sustituciones en la ecuación (5.7) se obtiene

$$a = 2.806 \text{ nm}.$$

El tamaño típico a en el primer caso es la constante de decaimiento exponencial de la función de correlación $\gamma(s)$, mientras que en el segundo caso corresponde a la variación estándar de la misma función, suponiendo que $\gamma(s)$ es una gaussiana. En ambos casos, dada la definición de función de correlación, parece apropiado identificar el radio (diámetro) de las inhomogeneidades con $2a$ ($4a$), aunque hay que estar conscientes de que ésta no es la única identificación posible, dado el carácter aproximado que tiene el tamaño típico a en la teoría de Rayleigh-Debye. Con la identificación $d_i = 4a$ para el diámetro de las partículas dispersoras, se tiene que $d_i \approx 6.8 \text{ nm}$ y $d_i \approx 11.2 \text{ nm}$, dependiendo de si se supone una función de correlación exponencial o gaussiana, respectivamente. El segundo valor de d_i concuerda mejor que el primero con el tamaño de las inhomogeneidades de $(15 \pm 5) \text{ nm}$ que se estimó con el microscopio electrónico (ver sección 2.3), lo cual confirma la conjetura que se hizo en la sección 3.3, de que una función de correlación gaussiana es más apropiada que una exponencial para describir la estructura interna del aerogel. En principio, sería posible refinar el acuerdo si se utilizara una función de correlación aún más realista que una gaussiana. De cualquier forma, gracias a los resultados obtenidos en la discusión anterior, se puede tener una gran confianza de que la dispersión de Rayleigh se debió al mismo tipo de inhomogeneidades que las observadas con el microscopio electrónico.

5.3 Ajustes de Sellmeier y de Lorentz-Lorenz

Como los ajustes de absorbancia hacen razonable suponer que la absorción verdadera es despreciable, para los ajustes de la ley de dispersión se podrá utilizar la fórmula aproximada de Sellmeier (3.36). Para saber cuántos polos serán necesarios en el ajuste, es útil referirse a la teoría de Lorentz-Lorenz que se presentó en la sección 3.1, según la cual la ley de dispersión de un material es una combinación de las leyes de dispersión de los materiales que lo componen. Cada ley de dispersión de los materiales componentes se puede describir por una ecuación de Sellmeier, con un cierto número de polos. Como se puede ver en la ecuación (3.42) para un material compuesto por dos materiales, las leyes de dispersión de los materiales se suman en una cierta proporción, dada por el parámetro Φ , para obtener la ley de dispersión del material compuesto. Por lo tanto, la fórmula de Sellmeier del material compuesto tendrá un polo si y sólo si alguna de las dos leyes de dispersión componentes tienen el mismo polo. El número de polos en una región del espectro será igual a la suma de los polos en la misma región, debidos a ambos materiales componentes.

En primer lugar, se estudiarán los polos de la ley de dispersión del aire. Según la referencia [Gr72], la fórmula (4.8) es suficiente para describir la ley de dispersión del aire con gran precisión hasta $\lambda = 2.06 \mu\text{m}$, muy por encima de las mediciones del índice de refracción que se realizaron con el aerogel. Por inspección se puede ver que la ley de dispersión del aire (4.8) tiene dos polos: uno en $\lambda = 146^{-1/2} \mu\text{m} = 82.76 \text{ nm}$ y otro en $\lambda = 41^{-1/2} \mu\text{m} = 156.17 \text{ nm}$. El primero de los picos se encuentra totalmente fuera del rango de mediciones y únicamente el segundo pico podría tener efectos importantes en el aerogel, por lo que se considera que el aire contribuye, cuando mucho, con un único pico a la ley de dispersión del aerogel.

En cuanto a la ley de dispersión de la sílice, se ha encontrado experimentalmente [Gr72] que está bien descrita por la siguiente fórmula de Sellmeier:

$$n^2 - 1 = \frac{0.6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0684043^2} + \frac{0.4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0.1162414^2} + \frac{0.8974794\lambda^2}{\lambda^2 - 9.896161^2}, \quad (5.9)$$

en donde λ está dada en μm . De los tres polos de la ecuación (5.9), el primero y el tercero, en 68.4 nm y 9896.2 nm, respectivamente, se encuentran muy alejados de la región del espectro en que se midió (266.2 nm - 514.5 nm). Sólo el pico en 116.2 nm influye considerablemente en el comportamiento del índice de refracción del aerogel en la región de interés.

Resumiendo lo anterior, no se espera que la fórmula de Sellmeier del aerogel tenga ningún polo ubicado dentro de la región del espectro en que se midió el índice de refracción ($266.2 \text{ nm} < \lambda < 514.5 \text{ nm}$). Para la región del espectro con longitudes de onda mayores ($\lambda > 514.5 \text{ nm}$), tampoco se espera que haya ningún polo que afecte de manera apreciable la ley de dispersión del aerogel. Finalmente, en la región ultravioleta en que no se midió ($\lambda < 266.2 \text{ nm}$) existen dos polos relativamente cercanos (en 116.2 nm y 156.2 nm) que afectarán considerablemente la ley de dispersión del aerogel, uno debido a la sílice y otro al aire. Sin embargo, sería algo fútil introducir dos polos en el ajuste a los datos de dispersión, pues todos puntos experimentales que se tienen se encuentran del mismo lado de los dos polos (a longitudes de onda mayores), por lo que ellos solos no constituyen información suficiente para encontrar ambos polos. Para ajustar una curva de Sellmeier con dos polos hubiera sido necesario medir el índice de

refracción entre ambos (en 130 nm, por ejemplo), lo cual no se hizo debido a que los polos se encuentran fuera de la región del espectro de interés. Por lo tanto, se decidió ajustar una función de Sellmeier con un único polo, esperando, como es razonable, que el polo caiga en el ultravioleta y describa los efectos combinados de todos los polos en esa región del espectro que influyen en la ley de dispersión para la región del espectro en que se midió. La fórmula de Sellmeier con un polo se escribe como

$$n^2 = 1 + \frac{a_0 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}. \quad (5.10)$$

En cuanto a las mediciones del índice de refracción que se tomarán en cuenta en el ajuste de la función 5.10, éstas pueden ser o bien las cuatro mediciones de la tabla 5.13, o bien los siete valores de la tabla 5.20, en los que se incluyen las tres longitudes de onda de prueba. En principio, las cuatro medidas de la tabla 5.13 son los únicos que deberían incluirse en el ajuste, pues son las únicas que se obtuvieron usando el método en su forma más adecuada. Sin embargo, hay dos razones por las cuales la inclusión de las otras tres longitudes de onda no puede afectar los ajustes de la ley de dispersión de una manera que comprometa los resultados que son el objetivo de este trabajo. En primer lugar, en la tabla 5.20 se puede ver que la incertidumbre de los tres puntos de prueba es al menos cinco veces mayor que la de los otros cuatro puntos, por lo que, según la ecuación 4.15, en el ajuste los tres puntos adicionales tendrán una importancia al menos 25 veces menor que la de los restantes cuatro puntos. En segundo lugar, como los tres puntos adicionales están todos ellos por debajo de los otros cuatro puntos (ver tabla 5.20), el pequeño efecto de los tres puntos adicionales será el de aumentar la dispersión cromática del aerogel y no de disminuirla. Por lo tanto, el error en la velocidad por dispersión cromática resultante de una ley de dispersión basada en siete puntos, podrá ser mayor pero no menor que el mismo error calculado a partir de una ley de dispersión basada en cuatro puntos. No hay nada que perder si se incluyen los siete puntos en el ajuste, ya que si el error por dispersión cromática obtenido de esa manera es satisfactorio para los fines que se le darán al aerogel, con mayor razón será satisfactorio el error que se obtendría si se tomaran únicamente los cuatro puntos de la tabla 5.13.

Minimizando χ^2 para ajustar la función (5.10) a los datos de la tabla 5.20, se obtuvieron los siguientes valores para los parámetros de ajuste:

$$a_0 = 0.05385 \pm 0.00018,$$

$$\lambda_0 = (87.51 \pm 2.05) \text{ nm}.$$

En la figura 5.22 se muestra la curva de Sellmeier ajustada, junto con los datos de la tabla 5.20 y la respuesta cuántica de los fotomultiplicadores. Se aprecia que la curva ajustada describe satisfactoriamente a los datos en toda la región de interés. En la figura 5.22 también se ve gráficamente que el efecto de los tres puntos de mayor incertidumbre es, como se acaba de mencionar, el de aumentar la dispersión cromática. Ahora se entiende lo importante que fue medir el punto con $\lambda = 266.2$ nm, pues es en el ultravioleta que la curva cambia más dramáticamente. Aunque la curva no pasa por todas las incertidumbres, hay que recordar que éstas sólo proporcionan información estadística: funcionan como desviaciones estándar, de manera que siempre hay un

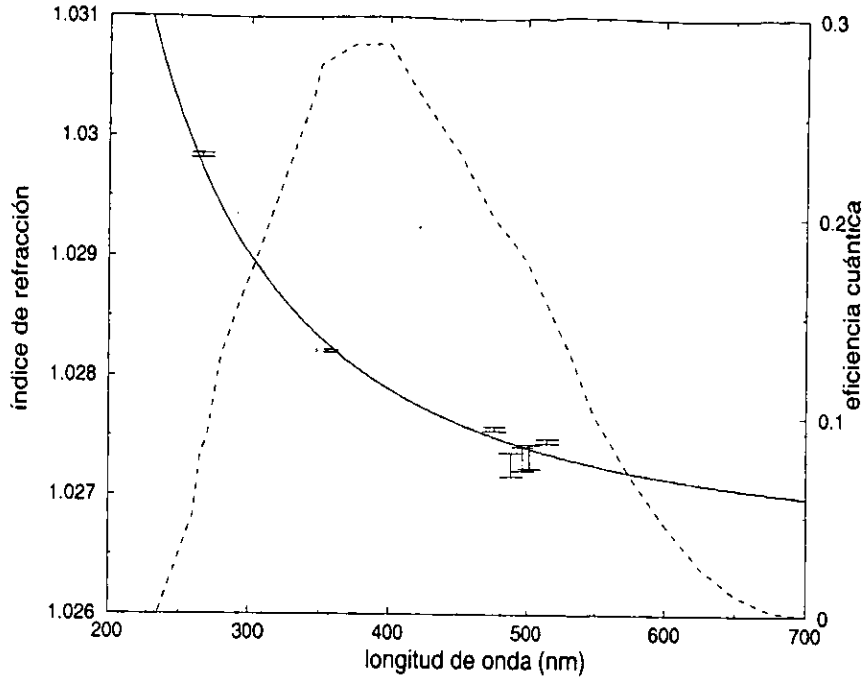


Figura 5.22: La curva continua es la función de Sellmeier ajustada a los datos de dispersión (tabla 5.20). La curva punteada es la respuesta cuántica de los fotomultiplicadores que serán usados en el RICH de AMS.

37% de probabilidad de que la curva pase por afuera de las barras de error. Además, la función de Sellmeier que se está usando es sólo una aproximación sencilla a un modelo de dispersión que ya de por sí es aproximado, pues trata a las fuerzas entre electrones como simples resortes, lo cual es obviamente una gran simplificación de la realidad (ver sección 3.1). Un modelo más exacto no sólo debería de considerar fuerzas más realistas entre electrones y núcleos, sino que también debería de incluir efectos cuánticos, que en este trabajo se han ignorado por completo. Tomando en cuenta lo anterior, resulta notable el acuerdo entre teoría y experimento que se aprecia en la figura 5.22. Sobre todo, como se verá a continuación, el acuerdo es más que suficiente para evaluar los efectos de la dispersión cromática en el desempeño del RICH del AMS.

Diferenciando la ecuación (5.10) con respecto a los parámetros de ajuste, se obtiene una expresión para el error en el índice de refracción como función de la longitud de onda:

$$(\delta n)^2(\lambda) = \frac{\lambda^4}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2} (\delta a_0)^2 + \frac{4a_0^2 \lambda_0^2 \lambda^4}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)^4} (\delta \lambda_0)^2, \quad (5.11)$$

en donde δa_0 y $\delta \lambda_0$ son las incertidumbres en los parámetros ajustados.

En la figura 5.23 se muestra toda la franja definida por $n \pm \delta n$ en donde es más probable que se encuentre el índice de refracción. Sólo se dice que es más probable y no que es seguro debido al carácter probabilístico de la incertidumbre δn . Cualquier cálculo en el que se incluya la función de Sellmeier ajustada, tendrá que tomar en cuenta la incertidumbre δn , que refleja el error con que se conocen los parámetros de

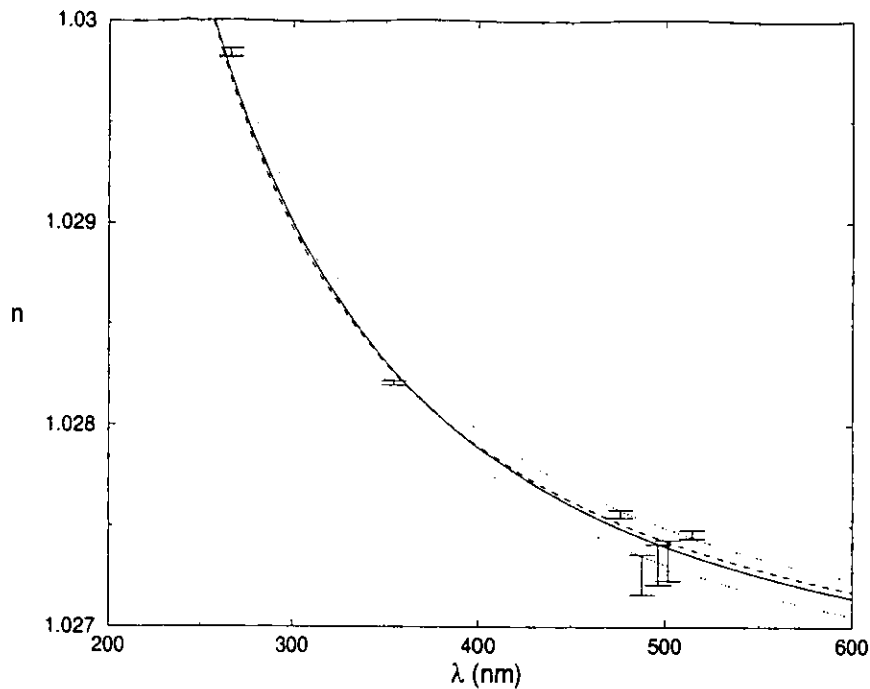


Figura 5.23: Las barras de error representan los índices de refracción experimentales. La curva continua es la función de Sellmeier que mejor se ajusta a los puntos experimentales. Las dos curvas punteadas están definidas por $n \pm \delta n$; delimitan la franja de incertidumbre en la que con mayor probabilidad se encuentra el índice de refracción en cada punto. La línea a rayas es el ajuste con un parámetro de Lorentz-Lorenz.

ajuste a_0 y λ_0 .

Además del ajuste de Sellmeier, también se realizó un ajuste con la ley de escala o de Lorentz-Lorenz (3.42). Las leyes de dispersión que se usaron para la sílice y el aire son las leyes (5.9) y (4.8), respectivamente. Como se muestra en la figura 5.23, la curva ajustada de Lorentz-Lorenz describe a los datos de manera satisfactoria y es muy parecida a la curva de Sellmeier. En principio, ambas curvas podrían ser usadas apropiadamente como la ley de dispersión del aerogel para cálculos sucesivos, aunque en la próxima sección se escogerá la curva de Sellmeier debido a que ya se dispone de una incertidumbre para esta curva. Cabe señalar que el valor que se obtuvo para el parámetro de ajuste Φ es 0.06527 ± 0.00007 . Sin embargo, sustituyendo los valores conocidos de las densidades del aerogel, del aire y de la sílice en la definición (3.43), se obtiene que $\Phi = 0.0422$, que es $\sim 35\%$ menor que el valor de Φ que se encontró en el ajuste. No se conoce la causa de esta discrepancia. Tal vez la sílice que se empleó en la producción del aerogel tenía una densidad menor que la densidad de 2.19 g cm^{-3} que se reporta en la literatura [Emm95]. O quizá la sílice sufrió algún cambio estructural semejante a un cambio de fase durante el proceso de secado supercrítico. De cualquier forma, con el ajuste que se hizo ha quedado demostrado que un ajuste de Lorentz-Lorenz proporciona una muy buena descripción de los datos, con un único parámetro de ajuste y por lo tanto, siendo suficiente un único punto experimental. Por otra parte, también se ha puesto en evidencia que es imposible basarse en la densidad de un aerogel

para obtener su ley de dispersión a partir de la ecuación (3.44), por lo que es necesario medir el índice de refracción en el laboratorio para por lo menos una longitud de onda.

5.4 Error en la velocidad por dispersión cromática

Sustituyendo los valores encontrados de B y α , así como la ley de dispersión de Sellmeier para el aerogel en la ecuación (3.125), se obtiene una función $dN_d/d\lambda d\phi$ que proporciona el número de fotones detectados por los fotomultiplicadores del RICH por intervalo de longitud de onda $d\lambda$ y de ángulo azimutal $d\phi$. Además, la función $dN_d/d\lambda d\phi$ depende de tres parámetros: el grosor del aerogel t , la velocidad de la partícula incidente β y el ángulo de incidencia τ . Tomando $t = 1$ cm, $\tau = 0^\circ$, e integrando numéricamente sobre la variable ϕ , se obtienen las cuatro curvas que se muestran en la figura 5.24 y que corresponden a las cuatro velocidades $\beta = 1.00$, $\beta = 0.99$, $\beta = 0.98$ y $\beta = 0.975$. Se aprecia que la mayoría de los fotones detectados pertenecen al ultravioleta, con una longitud de onda entre 300 y 400 nm. El grosor $t = 1$ cm permanecerá fijo, ya que es el mismo que el de las piezas de aerogel que se piensan instalar en el RICH del AMS.

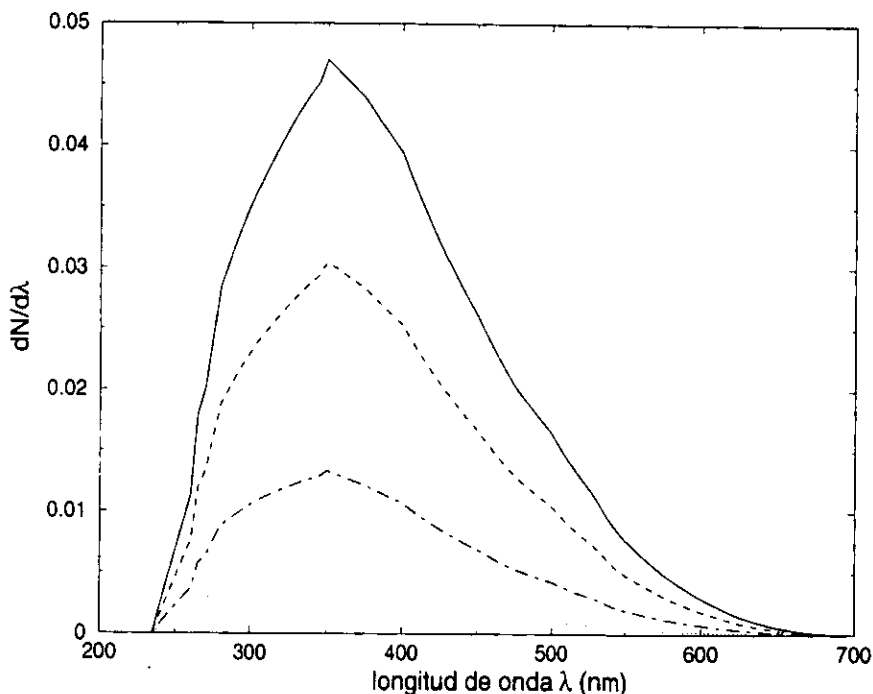


Figura 5.24: Número de fotones detectados por los fotomultiplicadores por intervalo de longitud de onda $d\lambda$. La curva continua corresponde a una partícula con velocidad $\beta = 1.00$. Las curvas a rayas, a rayas y puntos, y punteada corresponden a partículas con velocidades $\beta = 0.99$, $\beta = 0.98$ y $\beta = 0.975$, respectivamente.

A partir de las curvas de la figura 5.24 se pueden obtener las de la figura 5.25, por la simple relación

$$\frac{dN_d}{dn} = \frac{dN_d d\lambda}{d\lambda dn}$$

En la figura 5.25 se ilustra claramente el origen del error en la velocidad debido a la dispersión cromática: para una velocidad dada se detectan varios fotones correspondientes a distintos índices de refracción. Por lo tanto, los fotones están asociados a ángulos de Cherenkov diferentes y a velocidades diferentes. Como se explico en la sección 3.4, lo que suele hacerse es tomar el promedio \bar{n} de la distribución dN_d/dn como el índice de refracción y la desviación estándar σ_n como el error. De la figura 5.25 se aprecia que el promedio del índice de refracción estará cercano a 1.028, pero podrá depender tanto de la velocidad β como del ángulo de incidencia τ .

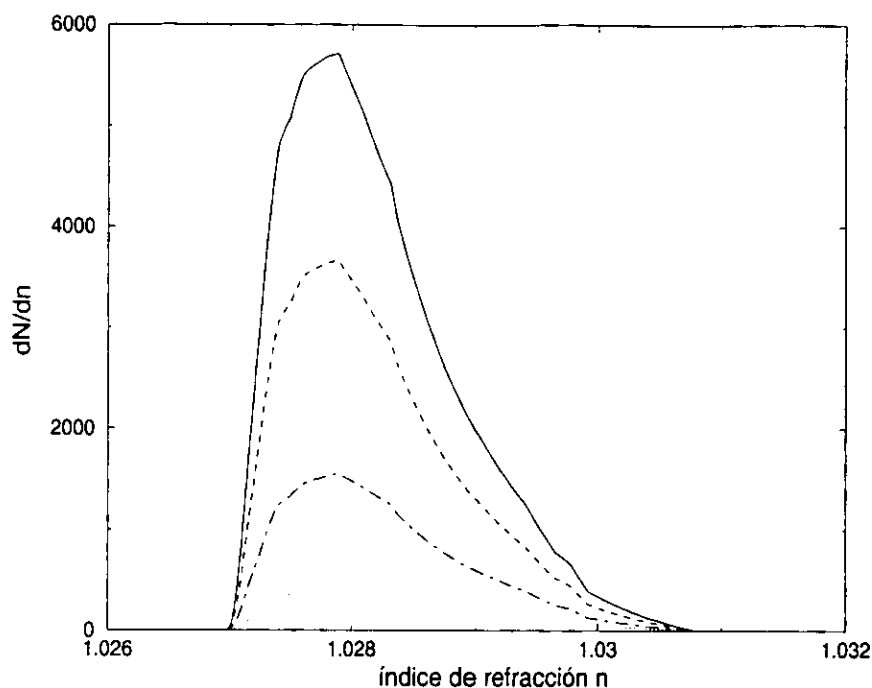


Figura 5.25: Número de fotones detectados por los fotomultiplicadores por intervalo de índice de refracción dn . La curva continua corresponde a una partícula con velocidad $\beta = 1.00$. Las curvas a rayas, a rayas y puntos, y punteada corresponden a partículas con velocidades $\beta = 0.99$, $\beta = 0.98$ y $\beta = 0.975$, respectivamente.

No sólo el promedio \bar{n} , sino también σ_n y el número de fotones detectados N_d dependen de β y τ . Las funciones $\bar{n}(\tau)$, $\sigma_n(\tau)$ y $N_d(\tau)$ están dadas por las ecuaciones (3.127), (3.128) y (3.126), respectivamente, y se grafican en la figura 5.26 para seis velocidades β diferentes, que van desde 0.975 hasta 1.000. Se observa que \bar{n} empieza cercano a 1.02818 para $\beta = 1.000$ y $\tau = 0^\circ$, pero luego aumenta hasta cerca de 1.02835 para $\beta = 0.975$. La dependencia de \bar{n} con el ángulo de incidencia es muy débil comparada con la dependencia con β . Por otra parte, σ_n también aumenta al disminuir la velocidad, empezando en 0.00072 para $\beta = 1.000$ y $\tau = 0^\circ$ y llegando hasta un poco más de 0.00076 para $\beta = 0.975$. En este caso, la dependencia en τ tampoco es importante. Sólo para el número de fotones detectados $N_d(\tau)$ la dependencia en τ es notoria, detectándose más fotones mientras mayor es el ángulo de incidencia. Además, el número de fotones también aumenta con la velocidad, como era de esperarse de las figuras 5.24 y 5.25. Finalmente, en la figura 5.26 también se incluye el error en la veloci-

dad debido a la dispersión cromática, calculado mediante la ecuación (3.115) a partir de las funciones $\bar{n}(\tau)$, $\sigma_n(\tau)$ y $N_d(\tau)$. Se puede ver claramente cómo $(\delta n/n)_\sigma$ decrece con la velocidad, ya que es proporcional a $1/\sqrt{N_d}$ y N_d crece con la velocidad. El valor de $(\delta n/n)_\sigma$ se encuentra entre ~ 0.0002 (0.02%) y ~ 0.0008 (0.08%), y en cualquier caso siempre es menor que el 0.1%.

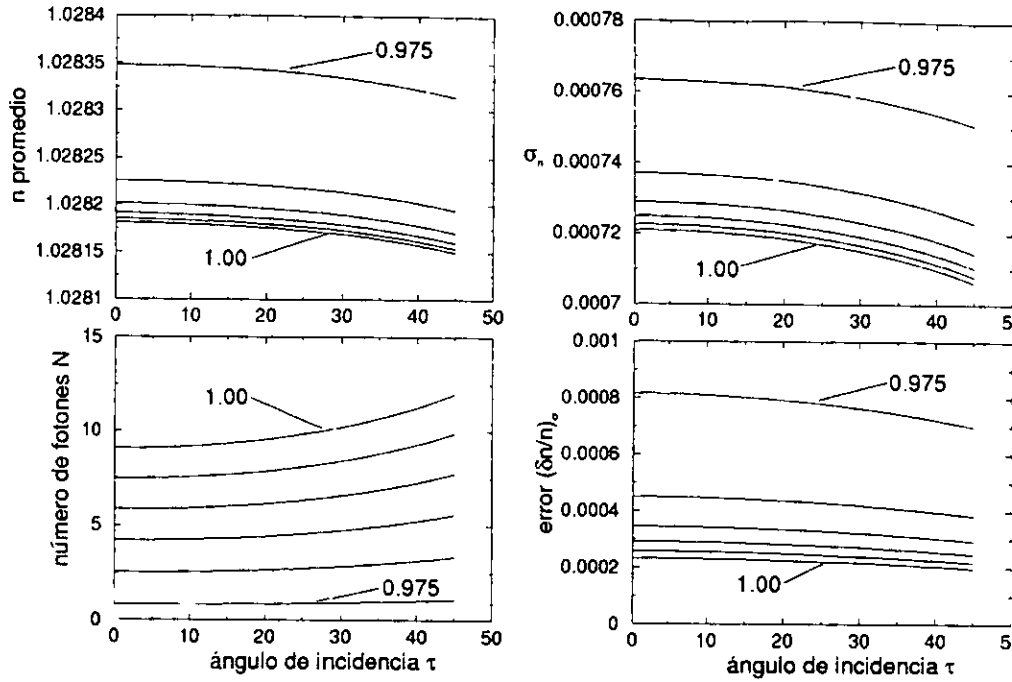


Figura 5.26: Arriba a la izquierda: Funciones $\bar{n}(\tau)$. Arriba a la derecha: Funciones $\sigma_n(\tau)$. Abajo a la izquierda: Funciones $N(\tau)$. Abajo a la derecha: Funciones $(\delta n/n)_\sigma(\tau)$. Cada grupo de funciones comprende seis velocidades: $\beta = 0.975, 0.980, 0.985, 0.990, 0.995$ y 1.000 . La mayor y la menor de estas velocidades se señalan en cada caso.

Con esto se ha llegado a uno de los resultados más importantes de esta tesis, pues se encontraron las funciones $\bar{n}(\tau)$, $\sigma_n(\tau)$ y $N(\tau)$ que se buscaban, y a partir de esas funciones se obtuvo el rango posible de valores del error debido a la dispersión cromática. Por el momento, los resultados son muy positivos, pues se encontró que el error así encontrado nunca excede del 0.1%, que es lo que se busca para el radiador Cherenkov del RICH del AMS, por los argumentos que se presentaron en el capítulo 2. Sin embargo, lo que se ha encontrado es tan sólo el término estadístico (3.115), y todavía no se han considerado otros efectos que influyen en el error en el índice de refracción y que se verán reflejados en los últimos dos términos que contribuyen al error $(\delta\beta/\beta)$ según la ecuación (3.130).

En primer lugar, se recuerda que la ley de Sellmeier que se ajustó a los datos de dispersión no se conoce con toda exactitud, sino que tiene asociado un error (5.11) que en último término procede de las incertidumbres en los parámetros de ajuste a_0 y λ_0 y que no ha sido tomado en cuenta hasta ahora. A este error se le llamará error intrínseco $(\delta n)_i$. En segundo lugar, las funciones $\bar{n}(\tau)$ en la figura 5.26 crecen considerablemente conforme β disminuye. Este comportamiento implica una nueva

fuente de incertidumbre en n , ya que depende de β , que es precisamente la magnitud que se pretende medir. Esta incertidumbre se escribirá como $(\delta n)_\beta$. Inmediatamente surge la pregunta de ¿hasta qué valor puede crecer \bar{n} ? Es posible que la incertidumbre asociada a la dependencia en β sea dominante para velocidades suficientemente bajas. En tercer lugar, hasta ahora se ha supuesto que la matriz de fotomultiplicadores del RICH siempre detecta todos los fotones que en principio son detectables. Sin embargo, como se vio en la sección 2.1, el RICH tiene un agujero muy grande en el centro que le impide detectar todos los fotones y, además, si dos fotones llegaran a caer sobre una misma unidad de detección, se observarían como un único fotón. En realidad, los fotones N_d no son sino el máximo número de fotones detectables, por lo que los errores de la figura 5.26 son demasiado optimistas. De ahora en adelante se hará una distinción entre el número de fotones detectables N_d y el número de fotones detectados N . Naturalmente, siempre se observa que $N \leq N_d$. Por lo anterior, para evaluar el funcionamiento del RICH sería mucho más instructivo contar con una función de errores que dependiera del número de fotones detectados N , y no de la velocidad (que, además, es precisamente lo que se quiere medir). Finalmente, merece la pena estudiar el efecto que la carga Z podría tener sobre el error en el índice de refracción. A partir de ahora se tomarán en cuenta todos los efectos anteriores.

Para calcular el error intrínseco $(\delta n/n)_i$; se decidió calcular \bar{n} usando la ecuación (3.127) para un conjunto de aproximadamente 140 curvas de Sellmeier, variando los valores de a_0 y de λ_0 a intervalos regulares dentro de sus respectivas barras de error (i.e. $a_0 - \delta a_0 < a_0 < a_0 + \delta a_0$ y $\lambda_0 - \delta \lambda_0 < \lambda_0 < \lambda_0 + \delta \lambda_0$). De esta manera se obtuvo una distribución de ~ 140 valores de \bar{n} , la mitad de cuyo ancho se tomó como $(\delta n/n)_i$. Este proceso se repitió para varias velocidades β , desde 0.972 hasta 1.000, a intervalos de 0.001. Para llevar a cabo todos los cálculos anteriores fue necesario escribir un programa que se muestra en el apéndice B. El resultado fue la curva que se observa arriba a la derecha en la figura 5.27.

Por otra parte, las variaciones estándar de esa misma figura se obtuvieron con la ecuación (3.128), pero ahora se tomó en cuenta la variación en σ_n debida a las incertidumbres en a_0 y λ_0 . Se utilizó el mismo programa que para obtener $(\delta n/n)_i$, calculando la σ_n de ~ 140 curvas de Sellmeier, con el fin de obtener una distribución de ~ 140 valores de σ_n para cada velocidad. En cada caso, se tomó el máximo valor de σ_n y se graficó en la figura 5.27. El programa del apéndice B también proporcionó los índices de refracción promedio \bar{n} y las cantidades de fotones detectables N_d que se grafican en la parte inferior de la figura 5.27. Es muy notorio el hecho de que \bar{n} aumenta enormemente para velocidades muy bajas, continuando el comportamiento que ya se había notado en la figura 5.26.

Las curvas de la figura 5.27 no son del todo satisfactorias, pues están en función de β , que es la cantidad que se quiere medir. Para evitar este hecho embarazoso, sería conveniente expresar las cantidades $(\delta n)_i$, σ_n y \bar{n} , en función de un número que se mida independientemente de la velocidad. Ese número es la cantidad de fotones detectados N . Como lo único que se sabe es que $N \leq N_d$, las funciones que se buscan no se obtienen por un simple cambio de variables $\beta \rightarrow N_d$. Trabajando bajo la suposición de que $Z = 1$, cuando se detecta un fotón, en principio no se sabe si el fotón fue emitido por la partícula con la β correspondiente a un fotón de la figura 5.27 (caso en que $N = N_d$) o si en realidad se detectó un solo fotón pero había más fotones detectables que no fueron detectados (caso en que $N < N_d$). En este último caso, la velocidad β fue

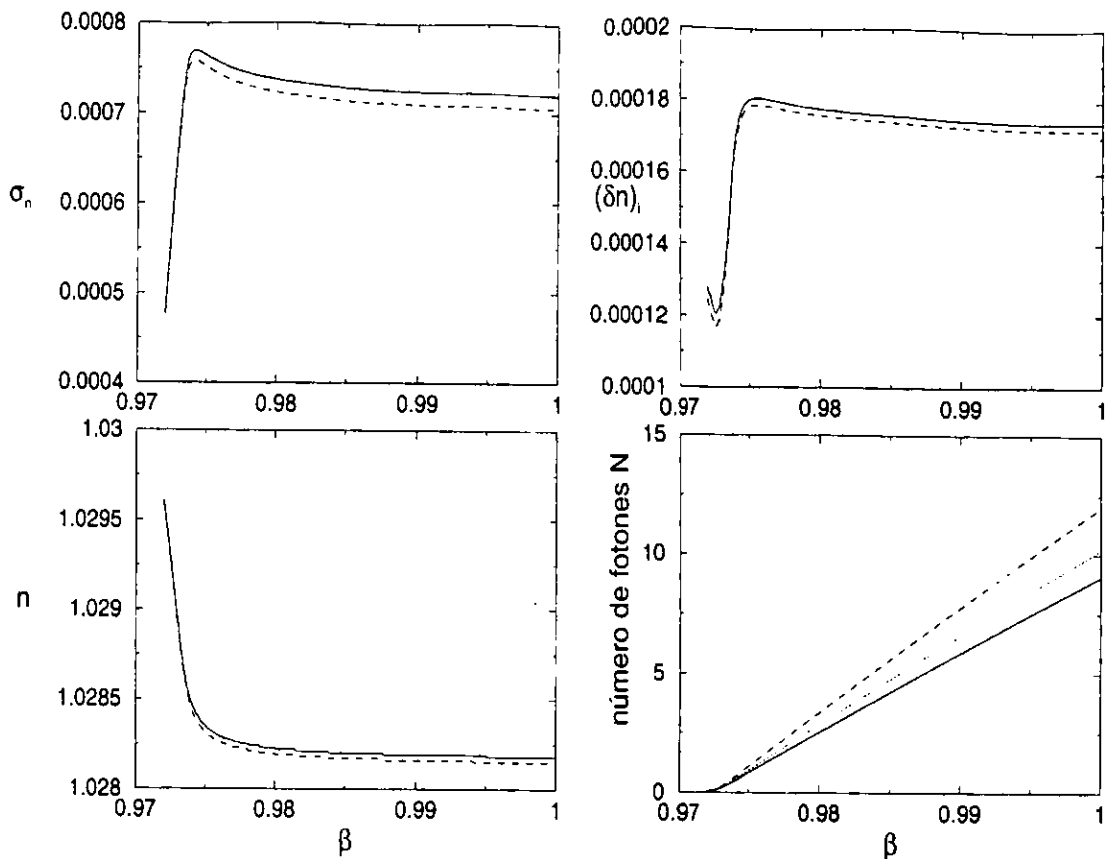


Figura 5.27: Arriba a la izquierda: máxima desviación estándar del índice de refracción. Arriba a la derecha: Error intrínseco en el índice de refracción. Abajo a la izquierda: Índice de refracción promedio. Abajo a la derecha: Número de fotones N_d detectables para una partícula con $Z = 1$. Todas las cantidades están graficadas como función de la velocidad β . Las líneas continuas y a rayas se refieren a ángulos de incidencia $\tau = 0^\circ$ y $\tau = 45^\circ$, respectivamente. La línea punteada en la gráfica de abajo a la derecha corresponde a $\tau = 30^\circ$.

mayor que la velocidad correspondiente a un fotón; qué tanto mayor, no se sabe, puesto que β es lo que se quiere medir. En efecto, cuando se detectan N fotones, lo único que se sabe es que $N_d \geq N$ y que, por lo tanto, β es igual o mayor que la β correspondiente a N fotones. En otras palabras, la información que proporciona N no es una β , sino una β mínima β_{min} . Por consiguiente, para encontrar los errores $(\delta n)_i$ y σ_n en función de N , lo correcto será asignarle a una N dada el máximo del error en el intervalo $\beta_{min} < \beta < 1$, en donde β_{min} está definida suponiendo que $N = N_d$ en la gráfica inferior derecha en la figura 5.27. De esta manera se obtienen las gráficas superiores de la figura 5.28. En cuanto al valor de \bar{n} para una N dada, se toma el promedio entre $\bar{n}(\beta_{min})$ y $\bar{n}(\beta = 1)$; es la función $\bar{n}(N)$ que se grafica en la parte inferior derecha de la figura 5.28. Ahora se puede obtener el error $(\delta n)_\beta$ de una manera sencilla: es la diferencia entre el promedio $\bar{n}(N)$ de que se habló y $\bar{n}(\beta_{min})$. La incertidumbre $(\delta n)_\beta$ se grafica abajo a la izquierda, en la figura 5.28.

Pero la figura 5.28 proporciona más información de la necesaria para el caso de una

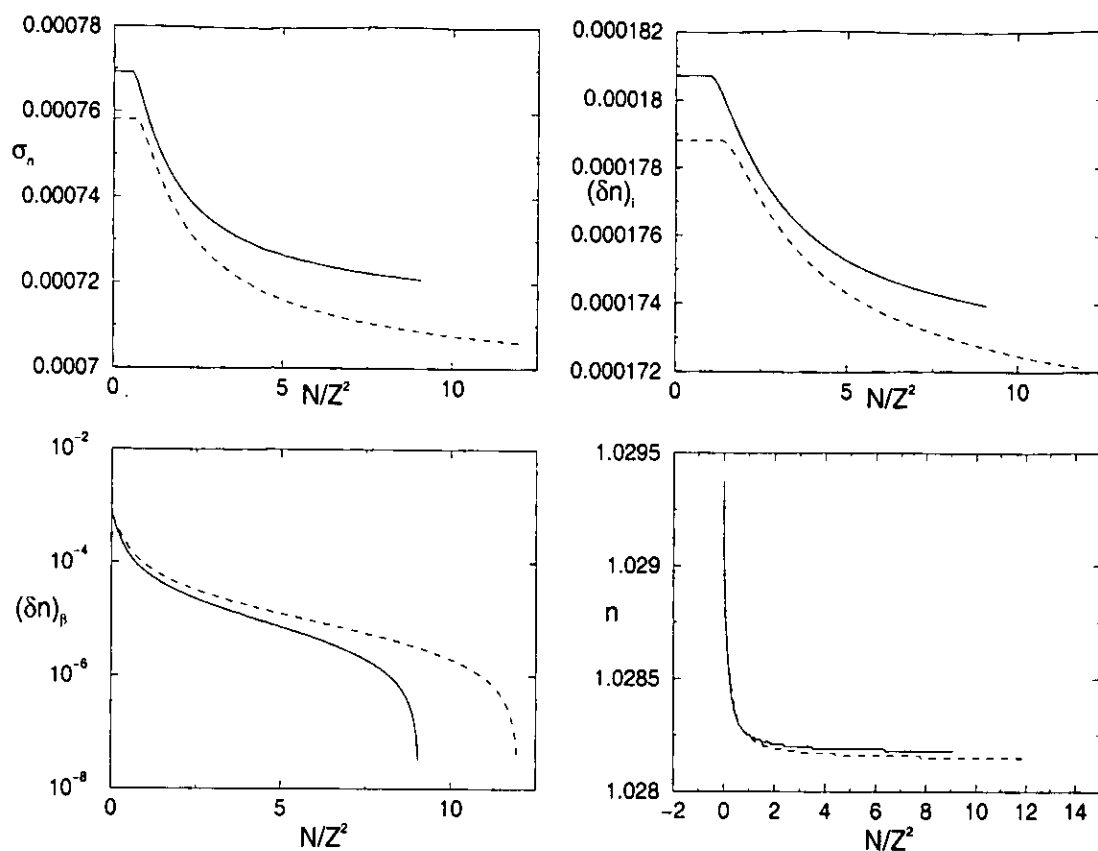


Figura 5.28: Variación estándar σ_n , errores $(\delta n)_i$ y $(\delta n)_\beta$ e índice de refracción promedio \bar{n} como función del número de fotones detectados N dividido entre Z^2 (ver texto). Las curvas continuas y a rayas se refieren a ángulos de incidencia $\tau = 0^\circ$ y $\tau = 45^\circ$, respectivamente.

partícula con $Z = 1$. Puesto que sólo se detectan números enteros de fotones, no tiene sentido hablar de, por ejemplo, $0 < N < 1$, y hay partes de las curvas de la figura 5.28 que están prohibidas. En particular, el aumento dramático en \bar{n} que se muestra abajo a la derecha se puede ignorar por completo, ya que todo él está situado en la región con $N < 1$. Sin embargo, esta impresión sólo es debida al hecho de que se está suponiendo que $Z = 1$. Como el número de fotones aumenta como Z^2 , para partículas con Z mayor que 1 se detectarán muchos más fotones, sin que por ello cambien las formas de las curvas de la figura 5.28 (todas ellas están basadas en la distribución (3.125) en la que Z sólo aparece como un factor constante). La cantidad Z^2 funciona entonces como un simple factor de escala por el que hay que multiplicar los números de las abscisas en la figura 5.28 para obtener el número de fotones detectados para una partícula con carga Z . Este hecho se indica escribiendo la variable independiente como N/Z^2 , recordando que cada Z define una escala diferente en las abscisas. De esta manera se constata que las regiones que no eran accesibles a partículas con $Z = 1$, sí lo son para partículas con $Z > 1$. Por ejemplo, para un núcleo de berilio ($Z = 4$) se detectan uno o más fotones a partir del punto $N/Z^2 = 1/16$, siendo accesibles todas las gráficas en la región $N/Z^2 \geq 1/16$. En particular para un núcleo de berilio no se puede

ignorar el aumento dramático en \bar{n} para N/Z^2 cercano a 0, que sí se podía ignorar en el caso de una partícula con $Z = 1$. Mientras mayor sea la carga Z de un núcleo, la figura 5.28 será relevante a partir de un valor de N/Z^2 más cercano a 0, de hecho, a partir de $1/Z^2$.

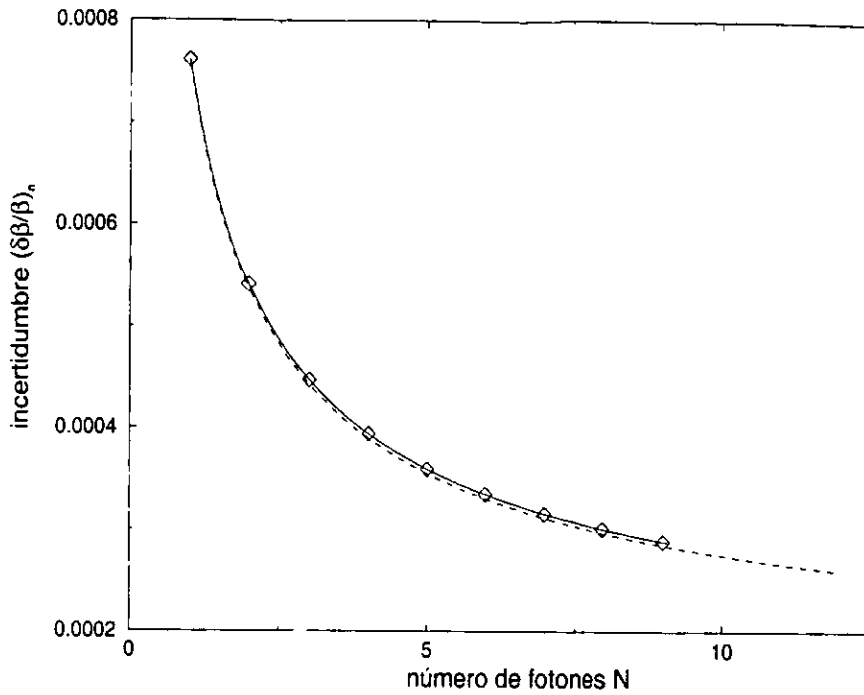


Figura 5.29: Contribución a la incertidumbre en la velocidad debida al índice de refracción, como función del número de fotones detectados, para una partícula con $Z = 1$. Las curvas continua y a rayas se refieren a ángulos de incidencia $\tau = 0^\circ$ y $\tau = 45^\circ$, respectivamente.

El objetivo es ahora obtener curvas para el error en la velocidad debido al índice de refracción $(\delta\beta/\beta)_n$ como función de N para un núcleo arbitrario de carga Z , a partir de la información de la figura 5.28. De los tres errores que contribuyen a $\delta n/n$, sólo σ_n es estadístico, por lo que es el único que deberá dividirse entre \sqrt{N} , lo cual concuerda con la ecuación (3.130) para el error $\delta\beta/\beta$. De esta manera se obtiene:

$$\left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)_n^2 = \left(\frac{\delta n}{n}\right)^2 = \frac{(\delta n)_i^2}{n^2} + \frac{(\delta n)_\beta^2}{n^2} + \frac{\sigma_n^2}{n^2 Z^2 N_{Z=1}}, \quad (5.12)$$

en donde, para poner de manifiesto la dependencia en Z , se ha escrito el número de fotones detectados N como $Z^2 N_{Z=1}$, siendo $N_{Z=1} = N/Z^2$, la abscisa de la figura 5.28. La ecuación (5.12) no es otra que la ecuación (3.130), pero escrita en función de cantidades que ahora ya se sabe calcular y que se conocen independientemente de β . Aplicando la ecuación (5.12) al caso $Z = 1$, se obtiene la figura 5.29, en donde se han indicado con diamantes los puntos correspondientes a números enteros N , que son los únicos posibles de observar. Se encuentra que la incertidumbre siempre es menor que 0.1%, como se esperaba. Los efectos del ángulo de incidencia τ son despreciables.

También se aplicó la ecuación (5.12) a los núcleos de helio ($Z = 2$), berilio ($Z = 4$),

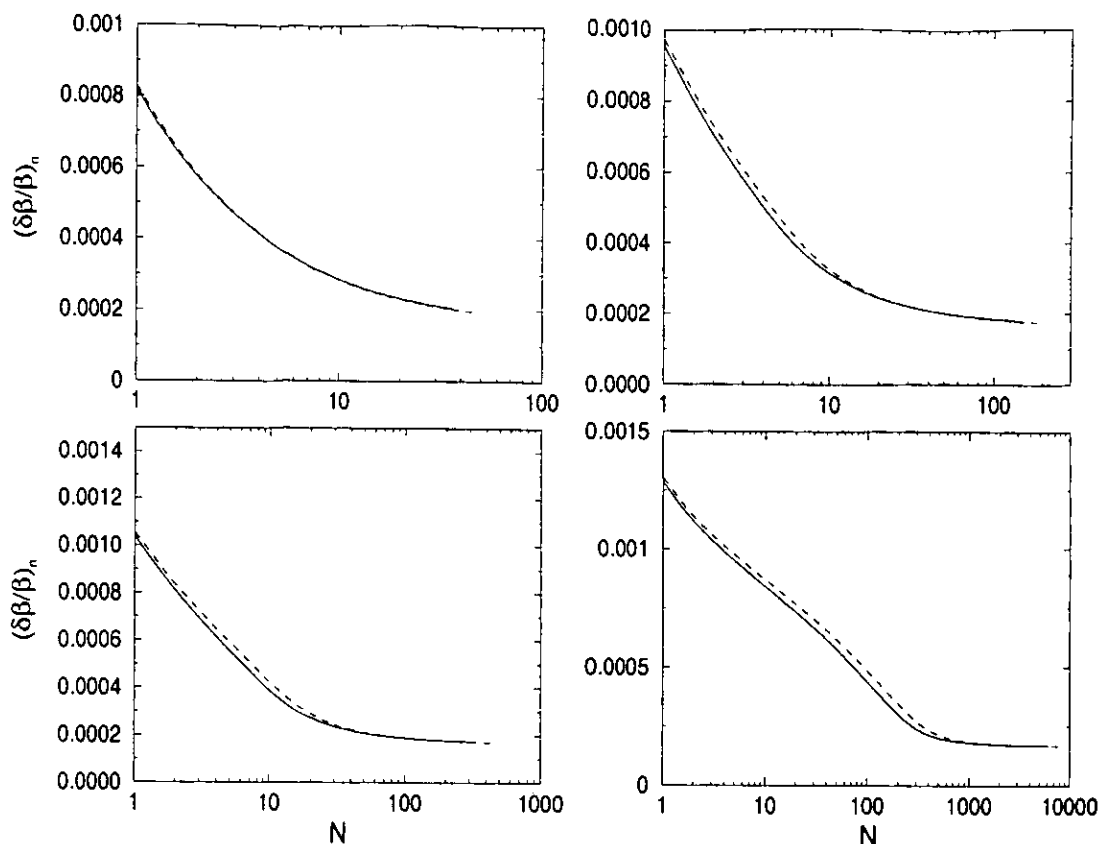


Figura 5.30: Contribución a la incertidumbre en la velocidad debida al índice de refracción, como función del número de fotones detectados, para varias partículas con $Z = 2$ (arriba a la izquierda), $Z = 4$ (arriba a la derecha), $Z = 6$ (abajo a la izquierda) y $Z = 26$ (abajo a la derecha). Las curvas continuas y a rayas se refieren a ángulos de incidencia $\tau = 0^\circ$ y $\tau = 45^\circ$, respectivamente.

carbono ($Z = 6$) y hierro ($Z = 26$), obteniendo las gráficas de la figura 5.30. Para el helio y el berilio, el error $(\delta\beta/\beta)_n$ nunca excede el límite de 0.1%. El límite sólo se excede cuando se detecta un único núcleo de carbono o menos de cinco núcleos de hierro. En general, mientras mayor sea Z , mayor será el error para un número reducido de núcleos, debido a que se accede a menores valores de N/Z^2 y, por lo tanto, a mayores errores $(\delta n)_\beta$, como se aprecia en la figura 5.28. En las gráficas para el carbono y el hierro de la figura 5.30 se ve muy claramente cómo los errores para regiones diferentes del rango de N están dominados por las distintas contribuciones a δn : para N pequeñas la contribución dominante es $(\delta n)_\beta$; para N intermedias predomina la desviación estándar σ_n ; para N suficientemente grandes, la única contribución apreciable es el error intrínseco $(\delta n)_i$, que es el mínimo error posible. Considerando la baja probabilidad de que se detecten pocos fotones en el caso de núcleos con Z grandes (decenas o cientos de fotones serán lo normal), se puede considerar que los resultados de la figura 5.30 satisfacen ampliamente el criterio de un bajo error $(\delta\beta/\beta)_n$, necesario para que un material sea considerado apropiado para ser usado como radiador Cherenkov en el RICH del AMS.

Una manera adicional como el índice de refracción influye en la medición de la

velocidad es a través de la ley de Snell. Cuando la luz de Cherenkov cruza la interfase entre el aerogel y el vacío se refracta de acuerdo con

$$\theta = \arcsin(n \sin \theta_i), \quad (5.13)$$

en donde θ es el ángulo de refracción y θ_i es el ángulo (interno) de incidencia, dado por la ecuación (3.121). Derivando la ecuación (5.13) con respecto a n , se tiene que

$$(\delta\theta)_{Snell} = \frac{\sin \theta_i}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_i}} \delta n. \quad (5.14)$$

De la ecuación (2.9) se observa que la contribución a la resolución de la velocidad debida a la ley de Snell es

$$\left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right) = \tan \theta (\delta\theta)_{Snell}, \quad (5.15)$$

en donde $(\delta\theta)_{Snell}$ está dado por la ecuación (5.14).

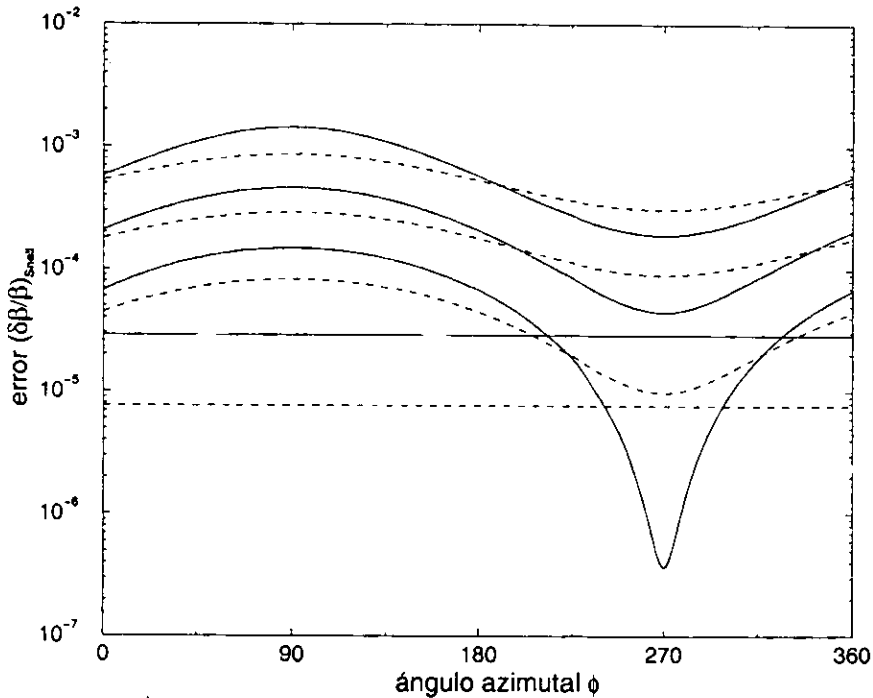


Figura 5.31: Curvas que representan el error en la velocidad debido a la ley de Snell según las ecuaciones (5.15) y (5.14). Las líneas continuas y a rayas corresponden a partículas con $\beta = 1$ y $\beta = 0.98$, respectivamente. Las líneas horizontales se deben a partículas con ángulo de incidencia $\tau = 0^\circ$. Las demás líneas corresponden a partículas con $\tau = 15^\circ, 30^\circ$ y 45° , en ese orden de abajo hacia arriba.

En la figura 5.31 se muestra el valor del error (5.15) como función del ángulo azimutal ϕ para partículas con $\beta = 0.98$ y $\beta = 1.00$, y para cuatro ángulos de incidencia $\tau = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ y 45° . El error es siempre pequeño comparado con 10^{-3} , salvo en un intervalo de ángulos alrededor de $\phi = 90^\circ$ para la partícula más rápida con $\tau = 45^\circ$. Sin embargo, incluso en ese caso extremo, lo más probable es que el error sea menor

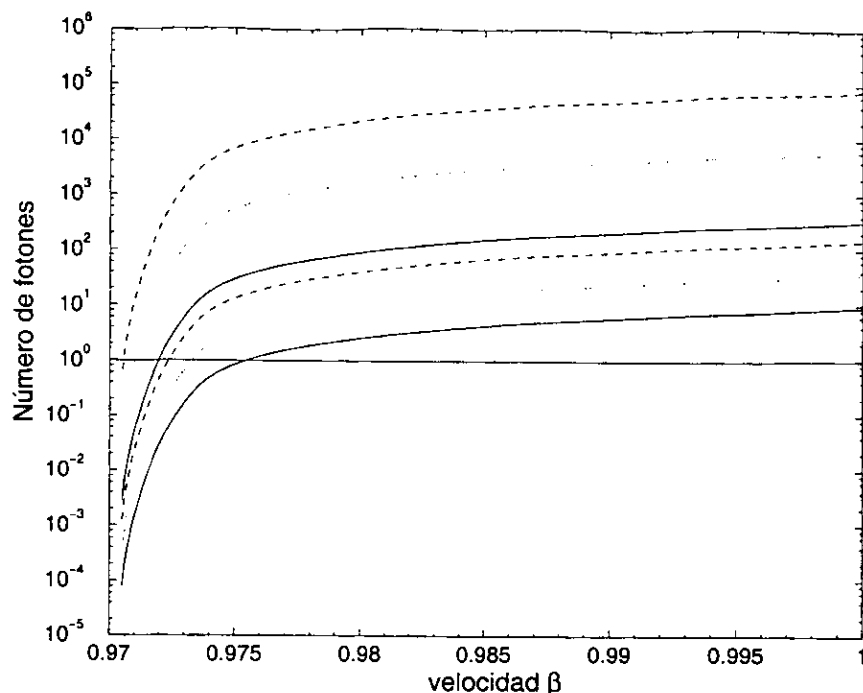


Figura 5.32: Número de fotones detectables como función de β para varios núcleos. De abajo hacia arriba se muestran las curvas correspondientes a $Z = 1, 2, 4, 6, 26$ y 92 . La línea horizontal indica el umbral a partir del cuál a un núcleo se le puede detectar un fotón de Cherenkov.

debido a que una buena parte de δn se debe a σ , la cual disminuye con el número de fotones como $1/\sqrt{N}$ y, como se puede ver en la figura 5.26, cuando β es grande se emiten muchos fotones. Además, el promedio de cada curva es más representativo del error y siempre está decididamente por debajo del 0.1%. Por eso se puede decir que el error debido a la ley de Snell no tiene ningún efecto apreciable en la resolución de la velocidad.

Ahora es importante mencionar un fenómeno relacionado con el factor de escala Z^2 . Para un núcleo de carga Z , se define la velocidad umbral β_1 como la velocidad mínima necesaria que el núcleo debe tener para que se pueda detectar al menos un fotón de Cherenkov emitido por el núcleo durante su paso por el RICH. Un núcleo con $\beta < \beta_1$ pasará desapercibido por el RICH. Si $Z = 1$, entonces la velocidad umbral será la velocidad correspondiente a $N_d = 1$, en la figura 5.27 (lo cual es equivalente a $N/Z^2 = 1$ en la figura 5.28). Debido al factor de escala Z^2 , para un núcleo con $Z > 1$, la velocidad umbral será aquella para la que $N_d = 1/Z^2$, por lo que β_1 será menor a la anterior, como se puede ver fácilmente en la figura 5.27. En general, mientras mayor es Z , menor es β_1 . En la figura 5.32 se muestra el número de fotones detectables N_d como función de la velocidad β para varios núcleos, desde un protón hasta el uranio. La velocidad umbral está dada por la intersección de la recta horizontal con cada una de las curvas.

De la figura 5.32 se aprecia que $\beta_1 \approx 0.975$ para un protón (o un electrón), lo cual implica un factor de Lorentz umbral $\gamma_1 \approx 4.5$. La energía cinética umbral está dada

por

$$E_1 = (\gamma_1 - 1) m c^2, \quad (5.16)$$

en donde m es la masa de la partícula. De la referencia [Gr72] se sabe que $m c^2 \approx 0.94$ GeV para un nucleón. Con este valor y el valor de γ_1 que se obtuvo, de la ecuación (5.16) se tiene que $E_1 \approx 3.28$ GeV para un protón, mientras que $E_1 \approx 1.8$ MeV para un electrón. Sustituyendo $\beta_1 = 0.973$ en la ecuación (5.16), se obtiene una energía umbral de $E_1 \approx 3.12$ GeV/nucleón para un núcleo de helio. Finalmente, sustituyendo $\beta_1 \approx 0.971$ en la ecuación (5.16), se obtiene una energía umbral de $E_1 \approx 2.98$ GeV/nucleón para un núcleo de hierro.

Por último, se estimará brevemente la cota superior en energía impuesta por el error $(\delta\beta/\beta)_n$, el cual hace que las velocidades β suficientemente cercanas a 1 ya no se puedan medir por ser indistinguibles de la unidad. En las figuras 5.29 y 5.30 se observa que el error varía mucho con la carga Z y con el número de fotones detectados N . No se tratarán los distintos casos por separado, sino que sólo se dará una idea aproximada de la región del espectro en la que el error $(\delta\beta/\beta)_n$ empieza a imponer una limitación en el rango de energías en que se puede medir. Basándose en las figuras 5.29 y 5.30 se puede tomar como un error $(\delta\beta/\beta)_n$ típico a 0.04 %, aunque desde luego puede ser considerablemente mayor o menor. Un error de 0.04 % implica que no se pueden medir velocidades superiores a $\beta = 0.9996$, lo cual equivale a $\gamma = 35.36$. Sustituyendo este valor en la ecuación (5.16), se obtiene una cota superior en la energía de 32.3 GeV/nucleón.

Capítulo 6

Conclusiones y comentarios finales

En el primer capítulo de esta tesis se presentaron los objetivos científicos del experimento AMS y se explicó cómo la medición de la velocidad de los rayos cósmicos contribuye de manera crucial a alcanzar dichos objetivos. En el segundo capítulo se puso de relieve la necesidad de que el RICH del AMS cuente con un radiador Cherenkov cuya contribución al error en la medición de la velocidad no sea superior al 0.1%. Los cálculos del capítulo 5, basados en la teoría del capítulo 3 y en los datos del experimento descrito en el capítulo 4, mostraron que la contribución al error en la velocidad asociada a un radiador de aerogel SP-25 es muy baja, en la mayoría de los casos muy inferior al 0.1% recomendado para el RICH del AMS. Por lo tanto, se puede concluir que el aerogel de sílice SP-25 es un muy buen candidato para ser usado como radiador Cherenkov en el AMS. La aprobación que han recibido este resultado y el método experimental del capítulo 4 para ser publicados en una revista especializada [Vi01], es indicativa del valor que tiene el trabajo realizado en relación a esta tesis.

La gran ventaja del aerogel que se estudió radica en la notable estabilidad de su ley de dispersión en el intervalo de longitudes de onda en que se piensa medir la radiación Cherenkov. Gracias a este error tan bajo, el RICH basado en un radiador de aerogel SP-25 podrá aportar información valiosa para alcanzar los objetivos científicos del AMS; en particular, hará posible una gran resolución en la medición de la masa, indispensable para discriminar entre isótopos de un mismo elemento, como se vio en la sección 2.2. Esta característica hace del aerogel SP-25 un material especialmente adecuado para medir con gran precisión la razón $^{10}\text{Be}/^9\text{Be}$, a energías muy superiores a las que se ha medido hasta ahora, contribuyendo de manera importante a la medición del tiempo de confinamiento de los rayos cósmicos en la Galaxia, como se explicó en la sección 1.4.

Es importante recordar que el bajo índice de refracción, tan necesario para mantener el error por dispersión cromática en un nivel bajo, al mismo tiempo implica energías umbral relativamente altas, que en la sección 5.4 se calcularon en ~ 3 GeV/nucleón. Esta limitación del aerogel no representa un gran inconveniente para el RICH, ya que, según lo expuesto en la sección 1.1, debido al campo magnético de la Tierra, el AMS sólo podrá medir los espectros de rayos cósmicos cuya energía supere a una energía de corte que depende de la latitud geomagnética. Como se vio anteriormente, la energía de corte oscilará entre ~ 2 GeV/nucleón (cerca de los polos) y ~ 10 GeV/nucleón (cerca

del ecuador), por lo que la energía umbral de ~ 3 GeV/nucleón sólo será relevante cuando la Estación Espacial Internacional recorra las partes de su órbita más cercanas a los polos (con una latitud de $\sim 50^\circ$ norte o sur). Pero incluso a esas grandes latitudes es improbable que la alta energía umbral del aerogel SP-25 limite significativamente el funcionamiento del RICH, ya que el flujo de rayos cósmicos que se espera para energías de 2 a 3 GeV/nucleón es lo suficientemente grande para saturar al AMS, por lo que los espectros de partículas a muy bajas energías no podrán ser medidos, independientemente del radiador que se use en el RICH. De todos modos, para los rayos cósmicos que se lleguen a detectar con energías menores a los 3 GeV sería conveniente contar con una medición alternativa de la velocidad, que podría ser proporcionada por el sistema tiempo de vuelo o el TRD. Otra opción, que ya ha sido propuesta [Th00], es la de combinar el aerogel con algún otro tipo de radiador, con un índice de refracción mayor, para poder medir a energías más bajas. Para $E \leq 3$ GeV/nucleón, sólo emitiría radiación Cherenkov el otro radiador, mientras que para $E > 3$ GeV/nucleón se emitirían dos anillos de Cherenkov simultáneos, pero sólo el del aerogel tendría una alta resolución.

Una característica importante que se dedujo en la sección 5.4 es la energía máxima, a partir de la cual la incertidumbre en la velocidad debida al índice de refracción del aerogel ya no permite que se mida la velocidad. Como ya se explicó, esa energía máxima se encuentra alrededor de los ~ 30 GeV/nucleón, resultado que, combinado con la energía umbral que se estimó, implica un intervalo aproximado de (3 – 30 GeV/nucleón) en que el RICH puede medir la velocidad. Aunque el límite superior de ese intervalo también dependerá de las incertidumbres en la velocidad debidas a otros factores (incertidumbres que aún no se conocen con certeza), en base a la información obtenida en esta tesis se puede concluir que el RICH basado en un radiador de aerogel SP-25 difícilmente podrá medir la velocidad de partículas cuya energía exceda ~ 30 GeV/nucleón. A partir de esa región del espectro, la velocidad deberá ser medida con otra componente del AMS (con el TRD, por ejemplo) y el RICH, en vez de medir β , servirá para medir la carga Z , ya que velocidad de los rayos cósmicos suficientemente energéticos será indistinguible de 1, lo cual hará que los fotones detectados por el RICH sigan siempre la distribución con $\beta = 1$ y que, por lo tanto, el número de fotones detectado dependa únicamente de Z . Con todo, la energía máxima de ~ 30 GeV es muy superior a la energía máxima correspondiente a radiadores con errores por dispersión cromática mayores. Por eso, el aerogel SP-25 será capaz de ayudar a medir la composición de los rayos cósmicos con una precisión nunca antes vista en el rango de energías cubierto por el RICH.

Otra conclusión importante es que el método experimental que se describe en el capítulo 4 es muy adecuado para medir el índice de refracción de una muestra de material sólido de forma poligonal, con gran precisión. Gracias a las medidas de prueba de la sección 5.1, fue posible darse cuenta del gran potencial que encierra el nuevo método para realizar medidas excepcionalmente precisas cuando es aplicado correctamente. Básicamente, la falla en las medidas de prueba consistió en que las curvas de luz sólo se midieron en puntos en la vecindad de un pico y no en un intervalo lo suficientemente grande para conocer el comportamiento global del perfil del haz. Con la experiencia ganada se ha aprendido que lo realmente importante es conocer la distribución global de los puntos y no la ubicación del pico de mayor intensidad. Incluso si, por alguna razón, el SP-25 no fuera seleccionado para el AMS, el trabajo de laboratorio realizado para esta tesis habrá servido para afinar el método y sentar las bases para la futura investigación de otros aerogeles. De hecho, el método expuesto en este trabajo, después

de haber sido utilizado para el aerogel SP-25, en una forma un poco modificada ha sido empleado exitosamente en el Instituto de Física de la UNAM para medir de manera sistemática los índices de refracción de una gran cantidad de aerogeles que, al igual que el SP-25, son candidatos para ser usados como radiadores Cherenkov en el RICH del AMS.

Otro logro de esta tesis consistió en verificar que la ley de escala de Lorentz-Lorenz puede ser empleada satisfactoriamente para describir la ley de dispersión de un aerogel. La ley de Lorentz-Lorenz proporciona el comportamiento del índice de refracción en toda la región de interés del espectro, con tan sólo realizar una única medición del índice de refracción para una longitud de onda dentro de la región en cuestión. Gracias a la ley de Lorentz-Lorenz, en el futuro ya no será necesario llevar a cabo todas las mediciones del índice de refracción que se presentaron en este trabajo, puesto que un sólo punto bien medido será suficiente. Los beneficios de la ley de Lorentz-Lorenz ya se manifestaron durante las mediciones realizadas con varios aerogeles en el Instituto de Física de la UNAM, pues simplificaron y aceleraron mucho el trabajo de laboratorio. Al mismo tiempo, también se reconoció una limitación importante de la ley de Lorentz-Lorenz: no se puede obtener la ley de dispersión de un aerogel con tan sólo conocer su densidad; una medición experimental del índice de refracción es necesaria.

En conclusión, en este trabajo se ha presentado en detalle un método experimental novedoso para medir el índice de refracción de un material con un alto grado de precisión. El método fue aplicado con éxito a una muestra de aerogel de sílice para varias longitudes de onda. Gracias a los datos medidos en el laboratorio y a los modelos teóricos de dispersión que se emplearon, se ha podido establecer que el aerogel es apropiado para proporcionar una medición útil de la velocidad de los rayos cósmicos que detecte el AMS, funcionando como un radiador Cherenkov en el RICH de ese experimento. De esta manera, el aerogel de sílice que se estudió podrá contribuir a avanzar en el conocimiento de algunos problemas que son objetivos científicos del AMS, tales como los tiempos de confinamiento de los rayos cósmicos en la Galaxia, la antimateria primordial y la materia oscura del universo.

Apéndice A

Geometría del cono de Cherenkov

Considérese la figura A.1, en la que se representa un cono de Cherenkov cuyo vértice está en el origen de un sistema de coordenadas (ξ, ψ, ζ) . La partícula cargada viaja a lo largo del eje ζ en la dirección en que crece ζ ("hacia arriba", en la figura), emitiendo en el origen el cono de radiación de Cherenkov con ángulo θ_C y altura z . Se puede representar al cono como un haz de vectores con coordenadas

$$\mathbf{v} = z(\tan \theta_C \cos \phi, \tan \theta_C \sin \phi, 1), \quad (\text{A.1})$$

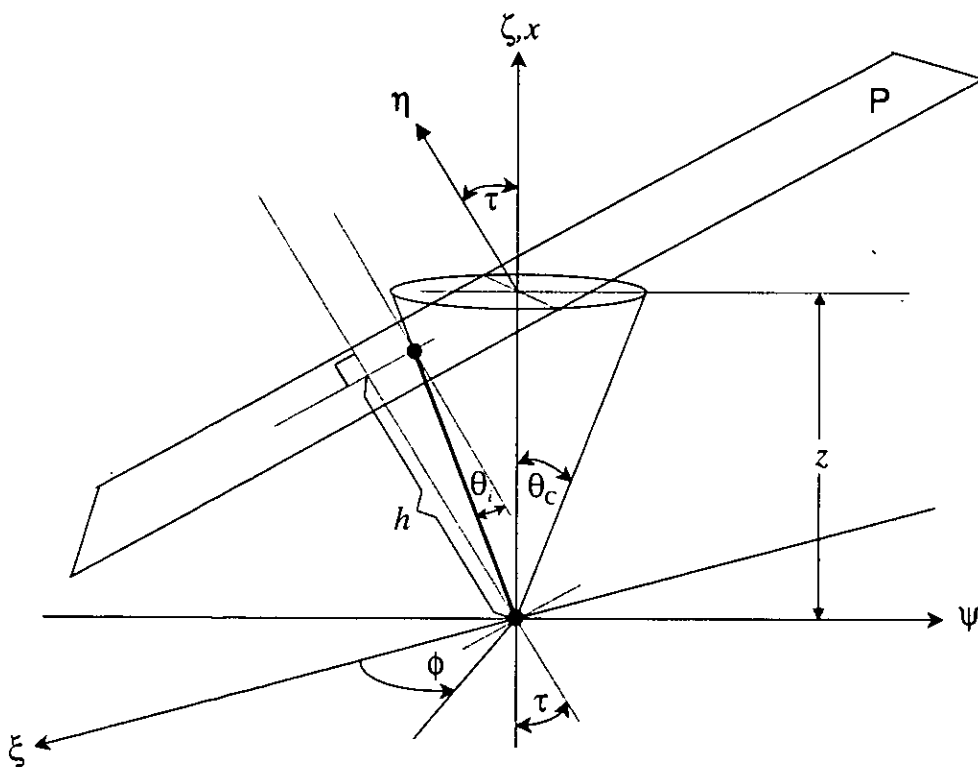


Figura A.1: Cono de Cherenkov (ver explicación en el texto)

donde ϕ es un ángulo azimutal que parametriza al cono y que, por lo tanto, toma valores en el intervalo $[0, 2\pi)$. Por convención, $\phi = 0$ en la dirección del eje ξ positivo y crece en la dirección del eje ψ positivo (crece según la regla de la mano derecha). El origen, por ser el punto de emisión de la radiación, se encuentra en el interior del aerogel. Si la partícula incidiera perpendicularmente al aerogel, entonces la altura z del cono sería igual a la distancia $t - x$, que separa a la partícula de la cara de salida del aerogel de espesor t , en el momento en que se emite la radiación. En ese caso, el círculo descrito por los vectores (A.1) estaría contenido en la superficie de salida del aerogel (i.e. sería la intersección entre el cono y la superficie).

Ahora supóngase que la partícula incidió sobre el aerogel con un ángulo de incidencia $\tau \neq 0$, que es el caso que se muestra en la figura A.1. Este caso es equivalente a que el plano que antes pasaba por el círculo (A.1), se incline por el mismo ángulo τ . Entonces la superficie del aerogel por la que sale la radiación se puede representar por el plano P , con ecuación

$$\zeta = z + \psi \tan \tau, \quad (\text{A.2})$$

y con vector normal

$$\boldsymbol{\eta} = (0, -\sin \tau, \cos \tau). \quad (\text{A.3})$$

En este caso, la intersección del cono con el plano será una sección cónica diferente de un círculo, generalmente una elipse (la cual no está dibujada en la figura A.1). En la parametrización (A.2) se ha orientado el sistema de coordenadas (ξ, ψ, ζ) de tal manera que el eje ψ coincida con el eje mayor de la elipse. De esta manera, la distancia recorrida por la luz será máxima cuando $\phi = 90^\circ$, y mínima cuando $\phi = 270^\circ$. Ahora, la distancia z ya no es igual a $t - x$, sino que se observa la relación $t - x = z \cos \tau$. La radiación que viaje a lo largo de un vector \mathbf{v} intersectará al plano P en algún punto, formando un ángulo interno de incidencia θ_i , dado por

$$\theta_i = \arccos \left(\frac{\boldsymbol{\eta} \cdot \mathbf{v}}{|\boldsymbol{\eta}| |\mathbf{v}|} \right). \quad (\text{A.4})$$

Sustituyendo a (A.3) y (A.1) en (A.4) y simplificando, se obtiene

$$\theta_i = \arccos (\cos \theta_C \cos \tau - \sin \theta_C \sin \tau \sin \phi). \quad (\text{A.5})$$

Finalmente, de la figura 3.3 se aprecia que la distancia deseada es

$$d(x, t, \phi, \tau, \lambda) = \frac{t - x}{\cos \theta_i} = \frac{t - x}{\cos \theta_C \cos \tau - \sin \theta_C \sin \tau \sin \phi}. \quad (\text{A.6})$$

Apéndice B

Programa

```
program errorbeta

  double precision farray(101),farray2(101)
  double precision sigmaene,lam,finr,fnprommax
  double precision
  fnprom, eneprom, sumene2, frayleigh, fpi, betamin, sumene, fnprommin
  double precision
  finr, falf, fcos, fsin, fint, fnsigmax, energ, ftra, ftrans1, sigmaenetot1
  double precision
  fphi, fdif, fdelta, fabs, fotones, sigmafnprom, sigmaenetot, beta, fang, fact
  double precision
  ferror, ferror1, fnpromdif1, fnpromdif2, ftran, ftrans2

  real lam0, lam0min, a0, a0min, gros, zeta

  betamin=0.9705
  zeta=1.
  gros=1.
  a0min=0.05364
  lam0min = 85.11
  frayleigh=512.69
  fpi=3.1415926

  open(unit=1, file='eneprom2.dat')
  open(unit=3, file='sigmatot2.dat')
  open(unit=4, file='errorbeta12.dat')
  open(unit=5, file='errorbeta2.dat')
  open(unit=6, file='fotones2.dat')
  open(unit=13, file='signprom2.dat')
  open(unit=14, file='sigmax2.dat')
  open(unit=15, file='sigmatot12.dat')

  do nn=1, 101
    farray(nn)=0.
    farray2(nn)=0.
  enddo
```

```

do nbeta=0,14
  beta = betamin+0.0001*float(nbeta)
  do ntau=0,15
    fang=3.*float(ntau)*fpi/180.
    lam0=lam0min
    fnprommin=2.
    fnprommax=0.
    fnsigmamax=0.
    do kl=0,10
      lam0 = lam0 + 0.4
      a0 = a0min
      do m=0,12
        a0 = a0 + 0.00003
        fint=0.
        sumene=0.
        sumene2=0.
        open(unit=2,file='hama_boro.dat')
        do i=1,101
          read(2,*)lam,resp
          finr=sqrt(1+(a0*(lam**2))/(lam**2-lam0**2))
          falf=frayleigh/(lam**4)
          fcos=(1./(finr*beta))
          if (fcos.gt.(1.0)) then
            go to 100
          endif
          fsin=sqrt(1.-(fcos**2))
          energ=0.
          do j=0,99
            fphi=2.*fpi*0.01*float(j)
            fdif=(fcos*cos(fang))-(fsin*sin(fang)*sin(fphi))
            fdelta=1./fdif
            fabs=(1.-exp(-falf*fdelta*gros*1000000.))/(falf*
fdelta*cos(fang))
            ftra=cos(asin((sqrt(1-(fdif**2)))/finr))
            ftrans1=ftra/(finr*fdif)
            ftrans2=2*finr*fdif/(finr*ftra+fdif)
            ftran=ftrans1*(ftrans2**2)
            fact=(1./(lam**2))*(fsin**2)
            energ=energ+(zeta**2)*(1./137.)*fact*ftran*fabs*
resp*2.*fpi*0.01
          enddo
          fint=fint+energ*5.
          sumene=sumene+finr*energ*5.
          farray(i)=finr
          farray2(i)=energ
100        enddo
        eneprom=sumene/fint

```

```

if (eneprom.gt.fnprommax) then
  fnprommax=eneprom
endif
if (eneprom.lt.fnprommin) then
  fnprommin=eneprom
endif
do k=1,101
  finr=farray(k)
  if (k.eq.0) then
    energ=0.
  else
    energ=farray2(k)
  endif
  sumene2=sumene2+((finr-eneprom)**2)*energ*5.
enddo
sigmaene=sqrt(sumene2/fint)
if (sigmaene.gt.fnsigmamax) then
  fnsigmamax=sigmaene
endif
if ((lam0.gt.(87.50)).and.(lam0.lt.(87.52)).and.(a0.gt.
(0.053845)).and.(a0.lt.(0.053855))) then
  fnprom = eneprom
  fotones = fint
endif
write(21,*)nbeta,ntau,lam0,a0,eneprom,fotones
close(unit=2)
enddo
enddo
fnpromdif1=fnprommax-fnprom
fnpromdif2=fnprom-fnprommin
if (fnpromdif1.ge.fnpromdif2) then
  sigmafnprom = fnpromdif1
else
  sigmafnprom = fnpromdif2
endif
sigmaenetot1=sqrt(fnsigmamax**2+sigmafnprom**2)
sigmaenetot=sqrt(((fnsigmamax**2)/fotones)+sigmafnprom**2)
ferror1=100.*(sigmaenetot1/fnprom)
ferror=100.*(sigmaenetot/fnprom)
write(1,*)3*ntau,fnprom
write(3,*)3*ntau,sigmaenetot
write(15,*)3*ntau,sigmaenetot1
write(4,*)3*ntau,ferror1
write(5,*)3*ntau,ferror
write(6,*)3*ntau,fotones
write(13,*)3*ntau,sigmafnprom
write(14,*)3*ntau,fnsigmamax

```

Bibliografía

- [Ab94] Abell, G.O., Wolff, S.C. y Morrison, D., *Realm of the Universe*, 5th edition (Fort Worth: Saunders College Publishing, 1994).
- [Ah82] Ahlen, S.P., Price, P.B., Salamon, M.H. y Tarlé, G., "Can we detect anti-matter from other galaxies?", *Astrophysical Journal* **260** (1982) 20–32.
- [Ah00] Ahlen, S.P. et al., "Measurement of the isotopic composition of cosmic-ray helium, lithium, beryllium and boron up to 1700 MeV/amu", *Astrophysical Journal* **534** (2000) 757–769.
- [Alc99] Alcaraz, J. et al., "Search for antihelium in cosmic rays", *Physics Letters B* **461** (1999) 387–396.
- [Alc00] Alcaraz J. et al., "Protons in near earth orbit", *Physics Letters B* **472** (2000) 215–226.
- [Alp97] Alpat, B., "AMS (Alpha Magnetic Spectrometer) Experiment for Antimatter, Dark Matter Search on International Space Station", *Nuclear Physics B (Proc. Suppl.)* **54B** (1997) 335–343.
- [An33] Anderson, C.D., "The Positive Electron", *Phys. Rev.* **43** (1933) 491–494.
- [Ar85] Arfken, G., *Mathematical Methods for Physicists*, 3rd edition (Nueva York: Addison-Wesley, 1985).
- [Asch00] Aschenauer, E. et al., "Optical characterization of $n = 1.03$ silica aerogel used as radiator in the RICH in HERMES", *Nucl. Inst. and Meth. A* **440** (2000) 338.
- [Beck95] Beck, A. et al., "Radiation transport and image transmission through aerogels", *Journal of Non-Crystalline Solids* **186** (1995) 232–237.
- [Becker1] Becker, Robert, en http://ams.cern.ch/AMS/ams_homepage.html
- [Becker2] Becker, Robert, en <http://rbecker.home.cern.ch/rbecker/rc.html>
- [Ber90] Berezinskii, V.S., Bulanov, S.V., Dogiel, V.A., Ginzburg, V.L. y Ptuskin, V.S., *Astrophysics of Cosmic Rays* (Amsterdam: North-Holland, 1990).
- [Bo83] Bohren, C.G. y Huffman, D.R., *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (Nueva York: John Wiley & Sons, 1983).

- [Bu00] Buénerd, M. y Ren, Z., “Simulation study of a proximity focusing Cherenkov counter for the AMS experiment”, *Nucl. Inst. and Meth. A* **454** (2000) 476–496.
- [Ca74] Cantin, M. et al., “Silica aerogels used as Cherenkov radiators”, *Nucl. Inst. and Meth.* **118** (1974) 177–182.
- [Ch55] Chamberlain O., Segrè, E., Wiegand, C. e Ypsilantis, T., “Observation of Antiprotons”, *Phys. Rev.* **100** (1955) 947–950.
- [Col99] Colaboración del AMS, *AMS: a Cosmic-ray Experiment* (CERN, Ginebra, 1999).
- [Cos80] “Cosmic Rays” en *Encyclopaedia Britannica*, 15th edition, Macropaedia, Vol. 5 (Chicago: The University of Chicago Press, 1980).
- [DeLe01] De Leo, R. et al., “Chromatic aberration and forward scattering of light in silica aerogel”, *Nucl. Inst. and Meth. A* **457** (2001) 52–63.
- [Die95] Diehl, E., Kane, G.L., Kolda, C. y Wells, J.D., “Theory, phenomenology and prospects for detection of supersymmetric dark matter”, *Physical Review D* **52** (1995) 4223–4239.
- [Dir28] Dirac, P.A.M., “The Quantum Theory of the Electron”, *Proc. R. Soc. London A* **117** (1928) 610–624.
- [Ditch76] Ditchburn, R.W., *Light*, 3rd edition (Londres: Academic Press, 1976).
- [Ek99] Ekelöf, Tord, “Optics and Radiators for RICH”, *Nucl. Inst. and Meth. A* **433** (1999) 372–384.
- [Emm92] Emmerling, A. y Fricke, J., “Small angle scattering and the structure of aerogels”, *Journal of Non-Crystalline Solids* **145** (1992) 113–120.
- [Emm95] Emmerling, A. et al., “Relationship between optical transparency and nano-structural features of silica aerogels”, *Journal of Non-Crystalline Solids* **185** (1995) 240–248.
- [Fer86] Fernow, Richard, *Introduction to Experimental Particle Physics* (Cambridge: Cambridge University Press, 1986), cap. 8.
- [Fey64a] Feynman, R. P., Leighton, R. B. y Sands, M. L., *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. I. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1964), cap. 32.
- [Fey64b] Feynman, R. P., Leighton, R. B. y Sands, M. L., *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. II. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1964), caps. 10 y 32.
- [Fi99] Fisher, Peter, “Effect of chromatic dispersion in aerogel on velocity resolution of AMS RICH”, reporte (European Organization for Nuclear Research, Ginebra, 1999).
- [For88] Forward, Robert L. y Davis, Joel, *Mirror Matter* (Nueva York: John Wiley & Sons, 1988).

- [Fow75] Fowles, Grant R., *Introduction to Modern Optics*, 2nd edition (Nueva York: Holt, Rinehart and Winston, 1975).
- [Fra79] Françon, M., *Laser Speckle and Applications in Optics* (Londres: Academic Press, 1979).
- [Fri86] Fricke, J. (ed.), "Aerogels—a fascinating class of high-performance porous solids", *Aerogels, Springer Proc. in Physics* **6** (Berlín: Springer Verlag, 1986).
- [Gl99] Glässel, P., "The limits of the ring image Cherenkov technique", *Nucl. Inst. and Meth. A* **433** (1999) 17–23.
- [Gol79] Golden, R.L. et al., "Evidence for the existence of cosmic-ray antiprotons", *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 1196–1199.
- [Gou99] Gougas, A. K., Ilie, D., Ilie, S. y Pojidaev, V., "Behaviour of hydrophobic aerogel used as a Cherenkov medium", *Nucl. Inst. and Meth. A* **421** (1999) 249–255.
- [Gr72] Gray, Dwight E., *American Institute of Physics Handbook* (Nueva York: McGraw-Hill, 1972).
- [Gu97] Guth, Alan, *The Inflationary Universe* (Reading, Massachusetts: Perseus Books, 1997).
- [Ha98] Harwit, Martin, *Astrophysical Concepts*, 3rd edition (Nueva York: Springer-Verlag, 1998).
- [He90] Hecht, E. y Zajac, A., *Optics*, 2nd edition (Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1990).
- [Hoja] Hoja de información sobre el aerogel SP-25, proporcionada junto con el producto por la compañía Matsushita Electric Works, Ltd., Osaka, Japón.
- [Hu98a] Hunt, Arlon J., "Light scattering for aerogel characterization", *Journal of Non-Crystalline Solids* **225** (1998) 303–306.
- [Hu98b] Hunt, Arlon J., y Ayers, Michael R., "Light scattering studies of UV-catalyzed gel and aerogel structure", *Journal of Non-Crystalline Solids* **225** (1998) 325–329.
- [Ja75] Jackson, J.D., *Classical Electrodynamics*, 2nd edition (Nueva York: John Wiley & Sons, 1975), caps. 9 y 13.
- [Ju94] Jungman, Gerard y Kamionkowski, Marc, "Cosmic-ray antiprotons from neutralino annihilation into gluons", *Physical Review D* **49** (1994) 2316–2321.
- [Ke69] Kerker, M., *The Scattering of Light* (New York: Academic Press, 1969).
- [Kla97] Klapdor-Kleingrothaus, H. V. y Zuber, K., *Teilchenastrophysik* (Stuttgart: B. G. Teubner, 1997).

- [Klei92] Kleinknecht, K., *Detektoren für Teilchenstrahlung* (Stuttgart: B. G. Teubner, 1992).
- [Koc98] Kocon, L., Despetis, F. y Phalippou, J., “Ultralow density silica aerogels by alcohol supercritical drying”, *Journal of Non-Crystalline Solids* **225** (1998) 96–100.
- [Kol93] Kolb, E. W. y Turner, M.S., *The Early Universe* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1993).
- [Ma92] Maran, P. (ed.), *The Astronomy and Astrophysics Encyclopedia* (Nueva York: van Nostrand Reinhold, 1992).
- [Me01] Menchaca-Rocha, A. et al., “Mexican Participation in the AMS Project”, *Observing Ultra-High Energy Cosmic Rays from Space and Earth, AIP Conference Proceedings* **566** (American Institute of Physics, 2001).
- [Mo53] Morgan, J., *Introduction to Geometrical and Physical Optics* (Nueva York: McGraw-Hill, 1953).
- [Oh99] Ohlsson-Malek, Fairouz, *Recherche du Plasma de Quarks et de Gluons au SPS et de l'Antimatière Cosmique dans l'Espace*, habilitation à diriger des recherches (Université Joseph Fourier-Grenoble I, 1999).
- [Pag01] Página de la Red: http://ams.cern.ch/AMS/ams01_homepage.html
- [Paj98] Pajonk, G.M., “Transparent silica aerogels”, *Journal of Non-Crystalline Solids* **225** (1998) 307–314.
- [Po86] Poelz, G., “Aerogel in High Energy Physics”, en Fricke, J. (ed.), *Aerogels, Springer Proc. in Physics* **6** (Berlín: Springer Verlag, 1986).
- [Pr92] Press, William H., Teukolsky, Saul A., Vetterling, William T. y Flannery, Brian P., *Numerical Recipes in FORTRAN*, 2nd edition (Cambridge: Cambridge University Press, 1992), cap. 14.
- [Re99] Ren, Z. et al., “A ring imaging Cherenkov detector for the AMS experiment: simulation and prototype”, *Nucl. Inst. and Meth. A* **433** (1999) 172–177.
- [Ri98] Rigacci, A., “Structural investigation in monolithic silica aerogels and thermal properties”, *Journal of Non-Crystalline Solids* **225** (1998) 260–265.
- [Ro94] Rohlf, James William, *Modern Physics from α to Z^0* (Nueva York: John Wiley & Sons, 1994).
- [Ru96] Rubin, Vera, *Bright Galaxies, Dark Matters* (Nueva York: Springer-Verlag, 1996).
- [Sah96] Sahu, S.K. et al. “Measurement of radiation damage on a silica aerogel Cherenkov radiator”, *Nucl. Inst. and Meth. A* **382** (1996) 441–446.
- [Sakh67] Sakharov, A., *JETP Letters* **5** (1967) 24.

- [Sche98] Scherer, George W., "Adsorption in aerogel networks", *Journal of Non-Crystalline Solids* **225** (1998) 192-199.
- [Schu86] Schuck, G., y Dietrich, W., "Pore size distribution of silica systems", en Fricke, J. (ed.), *Aerogels, Springer Proc. in Physics* **6** (Berlín: Springer-Verlag, 1986).
- [Se85] Secido, Y. y Elliot, H. (eds.), *Early History of Cosmic Ray Studies* (Dordrecht: D. Reidel, 1985).
- [Sh82] Shu, Frank H., *The Physical Universe: An Introduction to Astronomy* (Sausalito, California: University Science Books, 1982).
- [Spe90] *Spectra Physics Model 2020/2025 Ion Laser. Instruction Manual* (Spectra Physics, Darmstadt, 1990).
- [Spe93] *Spectra Physics Pulsed Nd:YAG Laser, User's Manual* (Spectra Physics, Darmstadt, 1993).
- [Spi99] Spillantini, P., "Antimatter in Space", *Nuclear Physics B (Proc. Suppl.)* **70** (1999) 545-551.
- [Ta97] Taylor, John R., *An Introduction to Error Analysis*, 2nd edition (University Science Books, 1997).
- [Te86] Tewari, P.H., Hunt, A.J., Lieber, J.G. y Lofftus, K., "Microstructural Properties of Transparent Silica Aerogels", en Fricke, J. (ed.), *Aerogels, Springer Proc. in Physics* **6** (Berlín: Springer-Verlag, 1986).
- [Th00] Thuillier, Thomas, *Un imageur d'anneaux Tcherenkov pour l'expérience AMS: simulation, prototype et perspectives physiques*, tesis de doctorado (Université Joseph Fourier, Grenoble, 2000).
- [Ti97] Ting, Samuel C.C., "Experimental results and future opportunities in particle physics", *Physics Reports* **279** (1997) 203-250.
- [Vi01] Villoro, M. et al., "Measurement of the Dispersion Law of SP-25 Silica Aerogel", *Nucl. Inst. and Meth. A*, en prensa (2001).
- [Wa92] Wang, P. et al., "Optical investigations of silica aerogels", *J. Non-Cryst. Solids* **145** (1992) 141-145.
- [Wa94] Wang, P., Beck, A., Körner, W., Scheller, H., y Fricke, J., "Density and refractive index of silica aerogels after low- and high-temperature supercritical drying and thermal treatment", *J. of Phys. D: Applied Physics* **27** (1994) 414-418.
- [Wi76] Wilson, J.G., *Cosmic Rays* (Nueva York: Springer-Verlag, 1976).
- [Yama] Yamamoto, M. (Responsable de la producción de aerogeles en la Matsushita Electric Works, Ltd.), comunicación privada.
- [Yps94] Ypsilantis, T. y Seguinot J., "Theory of ring imaging Cherenkov counters", *Nucl. Inst. and Meth. A* **343** (1994) 30-51.