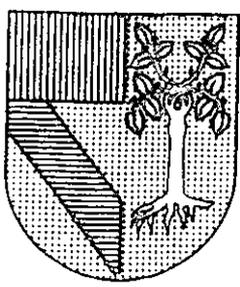


308917



# UNIVERSIDAD PANAMERICANA

17

ESCUELA DE INGENIERIA

CON ESTUDIOS INCORPORADOS A LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ANALISIS Y VALUACION DE OPCIONES FINANCIERAS:  
UNA APLICACION PRACTICA COMO ESTRATEGIA PARA  
EL MANEJO DE RIESGOS DE LA EMPRESA EN EL  
MERCADO MEXICANO DE DERIVADOS.

T	E	S	I	S
QUE	PARA	OBTENER	EL	TITULO DE
INGENIERO		MECANICO		ELECTRICISTA
AREA:		INGENIERIA		INDUSTRIAL
P	R	E	S	E
			N	T
				A
CARLOS		SALAZAR		ZEPEDA

DIR: ING. RODOLFO J. BRAVO DE LA PARRA

MEXICO, D. F.

296311

2001



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**A MI MADRE POR SU INMENSO AMOR,  
CARIÑO Y MOTIVACION, QUE  
ME HAN PERMITIDO CAMINAR POR  
CADA ETAPA DE MI VIDA.**

# INDICE

INTRODUCCION .....	1
<b>CAPITULO 1: DERIVADOS FINANCIEROS.</b>	
1.1 Mercados de Derivados .....	4
1.2 Concepto de Instrumentos Derivados.....	8
<b>CAPITULO 2: ASPECTOS FUNDAMENTALES.</b>	
2.1 Definiciones Básicas.....	11
2.1.1 Futuros.....	11
2.1.2 Opciones.....	14
2.1.3 Warrants.....	19
2.2 Mercados Over the Counter.....	20
2.3 Opciones de compra o CALL.....	22
2.3.1 Diagrama de pago de un CALL.....	25
2.4 Opciones de venta o PUT.....	30
2.4.1 Diagrama de pago de un PUT.....	34
2.5 Venta de opciones.....	39
2.5.1 Diagrama de un CALL corto.....	39
2.5.2 Diagrama de pago de un PUT corto.....	43
2.6 Estrategias con opciones.....	47

2.6.1	Estrategia: CALL SPREAD .....	48
2.6.2	Estrategia: LONG STRADDLE .....	51
2.6.3	Estrategia: LONG STRANGLE.....	54
2.6.4	Estrategia: CALL RATIO SPREAD. ....	58
2.7	Puntos de equilibrio.....	62
2.8	Opciones sintéticas.....	69
2.9	Relación entre los precios de un CALL y un PUT.....	72

### **CAPITULO 3: VALUACION DE OPCIONES.**

3.1	Introducción.....	80
3.1.1	Una aproximación sencilla. ....	87
3.2	Distribuciones de probabilidad.....	92
3.2.1	Distribución binomial. ....	92
3.2.2	Proceso binomial aplicado a los precios de una acción.....	97
3.3	Modelo de valuación.....	99
3.3.1	Introducción.....	99
3.3.2	Valuación de opciones basada en proceso binomial.....	101
3.3.3	Valor esperado de una acción .....	111
3.3.4	Valuación con riesgo neutral.....	112
3.3.5	Valuación de opción con proceso binomial de dos periodos.....	114
3.3.6	Proceso binomial Multi-periodos.....	118
3.4	Medidas de riesgo.....	132
3.4.1	Delta.....	132
3.4.2	Gamma .....	139

### **CAPITULO 4: CASO PRACTICO.**

4.1	Cobertura dinámica.....	142
4.1.1	Cobertura original.....	150
4.1.2	Ajustes por cobertura .....	151

4.1.3	Costos de Acarreo.....	153
4.1.4	Costos por variación en cuenta de margen.....	153
4.2	Volatilidad.....	156
4.2.1	Volatilidad y distribución normal.....	158
4.2.2	Aplicación práctica.....	165
4.2.3	Características de la volatilidad.....	171
4.2.4	Estimaciones de volatilidad.....	173

<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>177</b>
--------------------------	------------

<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>180</b>
--------------------------	------------

## **INTRODUCCION**

En 1998, el sistema financiero mexicano vio la apertura de su Bolsa de Derivados conocida con el nombre de MexDer (Mercado Mexicano de Derivados). Desde su apertura se han negociado contratos de futuros sobre el índice de la Bolsa Mexicana de Valores y sobre algunas acciones de alta bursatilidad. Para mediados del año 2002 se planea el inicio de operaciones con contratos de opciones sobre el mismo índice, sobre una gama más amplia de acciones mexicanas, así como tasas de interés y tipo de cambio.

Algunas formas de opciones no estandarizadas conocidas como Warrants, ya se utilizan entre inversionistas privados en el mercado mexicano con un volumen mínimo, sin embargo, al igual que los mercados extranjeros de opciones, en particular el de Estados Unidos con base en la ciudad de Chicago, las opciones y el MexDer se ha enfrentado a varios problemas desde su inicio, que van desde aspectos regulatorios hasta de liquidez, pero tal vez ninguno es tan importante como la falta de cultura financiera de los inversionistas que lleva al desconocimiento de estos instrumentos y de las formas en que pueden ser utilizados para reducir los riesgos financieros inherente a cualquier inversión o deuda dentro de las empresas.

Hasta el día de hoy, esta falta de preparación y de cultura financiera ha impedido que el MexDer tenga un volumen de operación importante en los contratos de futuros, y de seguir así el inicio de cotizaciones con opciones se

enfrentará a problemas mayores ya que se trata de instrumentos mucho más complejos.

En México la mayoría de las empresas pequeñas o medianas difícilmente se plantean la posibilidad de cubrir los riesgos por movimientos en las tasas de interés de sus préstamos o de devaluación sobre sus exportaciones o importaciones a otros países, y mucho menos los inversionistas en Bolsa se plantean la necesidad de cubrir los riesgos que presentan sus portafolios. Es por ello que al existir movimientos bruscos, no esperados, en las variables económicas del país, la mayoría de las empresas de este tipo caen en problemas financieros que, en el mejor de los casos, les impiden seguir creciendo por un período de tiempo considerable, como lo han demostrado las experiencias pasadas.

Y es que, a pesar de que los participantes en el mercado se enfrentan a necesidades de cobertura de riesgos en sus portafolios de inversión o en las tesorerías de sus empresas, muchas veces prefieren no involucrarse con estos instrumentos, por tratarse de instrumentos nuevos en nuestro sistema financiero, por falta de preparación que imposibilita entender cómo son valuados y por no contar con literatura escrita en nuestro idioma adecuada a las condiciones de nuestro mercado, lo cual produce que no se destine parte del capital a la inversión en productos derivados y por lo tanto a asumir riesgos innecesarios.

Tenemos como **problema**, la falta de literatura escrita en nuestro idioma y adecuada a las características particulares del mercado mexicano, que detalle la forma de valuación y operación de estos instrumentos.

El trabajo se basa en la **hipótesis** de que el número de participantes en el Mercado Mexicano de Derivados se incrementará de manera significativa, sólo si se logra vencer la falta de cultura financiera sobre instrumentos derivados y hacer más clara la forma en que estos instrumentos contribuyen a la administración de los riesgos dentro de las empresas mexicanas, así como promover que la dirección de las empresas en la actualidad asuman un papel activo en la gestión del riesgo.

Al hablar de derivados financieros, es imposible dejar de lado los aspectos matemáticos que se requieren al tratar con este tema, desde el punto de vista de la ingeniería financiera. Por lo tanto, el presente trabajo pretende contribuir a la **solución** de los problemas anteriormente mencionados, presentando no sólo los aspectos fundamentales del funcionamiento de estos instrumentos en el entorno mexicano, sino más importante aún, introducirse de una manera lógica e intuitiva a la metodología de valuación teórica de los mismos, que sin dejar de lado el rigor matemático se constituya como una lectura de gran utilidad para la comprensión de las opciones, su valuación, su forma de comportamiento, las variables que las afectan, las estrategias posibles y la forma de utilizarlas para minimizar los riesgos financieros. Algunos puntos se desarrollan partiendo de una base intuitiva que, por sí misma, constituye una forma nueva de acercarse a estos instrumentos y hasta llegar a fórmulas exactas de valuación.

## **CAPITULO 1**

### **DERIVADOS FINANCIEROS.**

#### **1.1 MERCADO DE DERIVADOS.**

En un Mercado Financiero, algunas formas de inversión son ampliamente reconocidas y entendidas por la mayoría de las personas debido a que son aceptadas en forma general y se tiene un sentido de legitimación acerca de ellas. El mercado accionario mexicano como alternativa de inversión, por ejemplo, es conocido por un número considerable de personas tanto nacionales como extranjeras y sus aspectos fundamentales pueden ser fácilmente entendidos por la mayoría, al grado que algunos riesgos reales son ignorados o subestimados bajo algunas circunstancias. En el mercado accionario mexicano, la mayoría de las personas conocen perfectamente las reglas de operación, así como muchos de los factores que afectan la variación de los precios de las acciones en prácticamente todo momento, tal grado que lleva a algunos a pensar que es una forma de inversión con riesgos limitados, al menos bajo condiciones normales. Sin embargo, es

precisamente cuando las condiciones dejan de ser "normales" cuando los riesgos reales de toda inversión aparecen, siendo en ocasiones devastadores para las personas que poseen esa inversión.

En el Mercado Financiero Mexicano mucha gente se ha acostumbrado a manejar sin mucha dificultad los instrumentos que se intercambian en él y a comprender las operaciones que en éste se realizan, debido a que su complejidad no es mayor a la compra y venta de cualquier otro objeto. Una vez que se ha hecho una transacción el resto de ellas es muy semejante.

En tiempos recientes han comenzado a surgir en nuestro sistema financiero nuevos instrumentos financieros cuyo grado de complejidad es mucho mayor y que en muchas ocasiones son más atractivos que las formas de inversión tradicionales. Este tipo de instrumentos proporcionan no sólo la posibilidad de incrementar la potencial utilidad de una inversión, sino que otorgan la protección necesaria para conservar el valor de éstas ante movimientos adversos en los precios o condiciones económicas desfavorables. Por esta razón el número de personas interesadas en realizar operaciones con este tipo de instrumentos es cada día mayor.

Con este nuevo grupo de instrumentos financieros, las finanzas han dejado de ser cuestión de cálculos relativamente sencillos para convertirse en base de lo que con razón se llama **Ingeniería financiera** de alto nivel. Sin embargo, debido a la complejidad y las nuevas formas de operación que estos nuevos instrumentos requieren, así como a la complejidad matemática que presentan, el llegar a entender cómo funcionan requiere de más conocimientos y de dedicar mucho más tiempo a su estudio.

El entendimiento de la forma de operación y funcionamiento facilita que los nuevos inversionistas ingresen a un tipo determinado de mercado, siendo así que el mercado accionario - a través de la posesión directa de acciones representativas de empresas o de fondos comunes - sea la forma más común de inversión. A diferencia, una forma de inversión que no es bien conocida crea problemas para

que los nuevos inversionistas ingresen en ella y por tanto que la consideren como demasiado riesgosa y poco atractiva.

En este contexto, el **Mercado de Derivados** se caracteriza por ser poco entendido por la mayoría de las personas y en ocasiones confundido como un mercado que puede llevar consigo demasiados riesgos, cuando en realidad sirve para disminuir esos riesgos sobre cualquier tipo de inversión. Dentro de la amplia gama de instrumentos que se cotizan en un mercado de derivados, nuestro trabajo se centrará en aquellos conocidos como opciones y como futuros.

Para algunas personas la palabra **opciones**, es equivalente a complejidad y/o riesgo y creen que esta alternativa es aplicable únicamente a aquellos inversionistas especuladores que desean obtener grandes rendimientos en el corto plazo. Aunque esto no es necesariamente cierto las opciones pueden ser ampliamente especulativas o muy conservadoras, dependiendo de las estrategias empleadas en cada inversión en particular.

El manejo de opciones así como su estudio científico tienen ambos una amplia historia ya que desde principios de 1970 experimentaron grandes cambios en los mercados de Estados Unidos.

Aun y cuando se conoce que se ha negociado con opciones durante mucho tiempo, éstas habían sido hasta hace pocos años instrumentos financieros oscuros y de poca importancia. Los mercados de opciones en sus orígenes eran fragmentados e independientes y las transacciones con dichos instrumentos eran costosas y difíciles de llevarse a cabo. Dicha situación cambió en 1973 con la creación de la Chicago Board Options Exchange (C.B.O.E.) que fue la primera institución registrada para la negociación con títulos opcionales o conocidos simplemente como OPCIONES. Las operaciones con estos instrumentos en aquellos años tuvieron un comienzo modesto con la operación exclusivamente de un tipo de opciones (Títulos de compra o mejor conocidos como CALLS), basadas en acciones de dieciséis empresas sobresalientes de entonces; sin embargo, este tipo de instrumentos tuvo un éxito sorprendente entre los inversionistas y por ello se derivaron

muchas innovaciones en su forma de operación. Para 1975 y 1976 tres instituciones creadas exclusivamente para la negociación con acciones de empresas comenzaron también el intercambio de este tipo de instrumentos, y al igual que en la bolsa de Chicago, únicamente se realizaban operaciones con opciones de compra; dichas instituciones fueron la American Stock Exchange (AMEX), la Philadelphia Stock Exchange (PHLX) y la Pacific Stock Exchange (PSE).

Para 1977 se incluyó en todos los Centros Bursátiles la posibilidad de negociar con opciones de venta, o mejor conocidos como PUTS. Durante los primeros diez años posteriores al establecimiento de las primeras instituciones para el intercambio de opciones, el volumen de negociación de estos instrumentos basados en acciones comunes creció a tal nivel que en muchas ocasiones sobrepasó en términos equivalentes el volumen operado en la bolsa de acciones más grande de los Estados Unidos, la New York Stock Exchange (NYSE), y el número de empresas sobre cuyas acciones se crearon títulos opcionales ascendió de dieciséis hasta cuatrocientas empresas. Para principios de 1980 en el mercado de opciones ya se contaba con títulos basados en otros instrumentos financieros diferentes al de acciones comunes de empresas, como las opciones de índices representativos del valor de una determinada Bolsa, opciones sobre divisas extranjeras y opciones sobre BONOS de la tesorería de los Estados Unidos, entre otros. En nuestros días las opciones representan una herramienta muy importante para los inversionistas ya que son instrumentos de inversión muy flexibles y de bajo costo que permiten alcanzar los objetivos que éstos se plantean en cuanto a cobertura de otro tipo de inversiones o incremento de rendimientos.

El estudio de las opciones tiene una gran historia que data de principios del siglo XIX y algunos de esos estudios dieron grandes contribuciones al estudio de los procesos estocásticos. Sin embargo, una teoría satisfactoria sobre la valuación de dichos instrumento no fue desarrollada sino hasta los años 1970 y desde entonces la teoría sobre valuación de opciones ha sido refinada y expandida en muchos otros aspectos y ha probado ser extremadamente útil. Ciertamente sus implicaciones se han expandido más allá de la pura negociación e intercambio de opciones. En

forma general un contrato de opciones puede ser entendido como cualquier título o valor cuyo rendimiento está contractualmente relacionado a los rendimientos que pueda obtener otro valor en forma singular o un grupo de valores.

## 1.2 CONCEPTO DE INSTRUMENTOS DERIVADOS.

Un instrumento derivado es aquel cuyo valor depende del valor de otro instrumento, conocido como *instrumento o bien subyacente*. Dicho instrumento otorga al poseedor ciertos derechos que dependen, a su vez, del movimiento en el valor del bien del cual se deriva. Por lo tanto el valor del instrumento derivado existe por su dependencia del valor o precio del bien subyacente. Los instrumentos derivados dan a su vez nombre al lugar donde éstos son negociados e intercambiados por las partes interesadas; dichos lugares son conocidos como **Mercado de Derivados** .

Si la relación entre el instrumento derivado y el bien subyacente fuera perfecta y por tiempo indefinido, entonces no existiría diferencia entre los dos; serían lo mismo. A manera de ejemplo, si pudiéramos comprar un instrumento derivado que se comportara de la misma manera que la acción de una empresa, es decir, que tuviera los mismos movimientos en precios, los mismo pagos de dividendos y no tuviera una fecha de vencimiento determinada, entonces la acción y el instrumento derivado serían exactamente lo mismo y por lo tanto deberían tener un precio exactamente igual, excepto tal vez por los derechos a voz y voto pertenecientes únicamente a la acción. Si este instrumento derivado existiera y los compráramos estaríamos simulando la compra de la acción de la empresa sin realmente tenerla.

Por su puesto todos los instrumentos derivados tienen un plazo de vencimiento anterior al del bien subyacente (el cual pudiera no tener fecha de vencimiento explícita), siendo ésta una de las diferencias que los distinguen de los bienes de los

cuales toman su valor. Por lo anterior vemos que el plazo del instrumento derivado es un factor importante en su análisis.

La experiencia más conocida que el mercado de valores mexicano ha tenido con instrumentos derivados son las coberturas cambiarias de corto plazo. En este caso se trata de un instrumento derivado porque su valor depende del tipo de cambio que exista en un momento determinado; es decir, del valor del peso en relación con el dólar. Sin embargo, la experiencia mexicana no se limita a las coberturas, debido a que los instrumentos derivados no siempre se encuentran en forma pura en la economía sino que algunos pueden estar contenidos dentro de otros instrumentos financieros, tales como instrumentos de renta fija y de renta variable. Por ejemplo, una compañía que se especializa en la producción de harina de maíz, puede emitir a manera de financiamiento un instrumento en el cual se obliga ante sus adquirentes a pagar una tasa de interés fija del 8% en dólares, pagadera semestralmente y además especificar dentro del mismo instrumento un pago adicional si el precio de su producto, en este caso la harina de maíz, es superior a un precio determinado previamente. En este caso la característica adicional de pago es un instrumento derivado ya que éste dependerá del precio de la harina de maíz en el mercado. Los petrobonos, por ejemplo, eran instrumentos de renta fija denominados en dólares que contenían un derivado que dependía del precio del petróleo. Cuando el precio del petróleo subía por arriba de un precio de garantía, el poseedor del petrobono recibía, por poseer el derivado, una cantidad adicional de dinero.

El segundo instrumento derivado que se incorporó a la economía mexicana fueron los WARRANTS; llevan algunos operando en el mercado bursátil y también son instrumentos derivados porque su valor depende del valor que tenga la acción de una empresa sobre la cual están referenciados. El warrant, da al inversionista el derecho de comprar o vender un número determinado de acciones (del tipo y de la empresa sobre la cual se emiten), a un precio determinado y en cualquier momento dentro de un período previamente establecido; su única diferencia con las

opciones es que éstos son hechos a la medida de un cliente en particular, sin restricción de tamaño, monto o tipo de acción y normalmente son emitidos por instituciones financieras para empresas.

Como mencionábamos anteriormente, las opciones representan ya en los mercados internacionales una de las herramientas más importantes de inversión y cobertura tanto para empresas, bancos, casas de bolsa e inversionistas individuales; siendo los objetivos más importantes al manejar opciones, dependiendo de cada tipo de estrategia, los siguientes:

**a) COBERTURA.**

Las opciones se usan como COBERTURAS ante las fuertes fluctuaciones que pudieran tener otros instrumentos como: obligaciones, tasa de interés en préstamos, acciones, paridades de monedas y commodities ( bienes de producción ).

**b) AUMENTO EN RENDIMIENTO.**

Las opciones se usan para proporcionar rendimientos cuando el valor del activo relacionado permanece constante o decrece.

**c) RENDIMIENTO ESPECULATIVO.**

Las opciones se utilizan para aumentar las tácticas tradicionales de corretaje y especulación dentro de un mercado de valores.

## **CAPITULO 2**

### **ASPECTOS FUNDAMENTALES**

#### **2.1 DEFINICIONES BASICAS.**

##### **2.1.1 FUTUROS.**

Un contrato de futuros es un acuerdo de comprar o vender un activo en un cierto tiempo en el futuro y a un cierto precio preestablecido.

Los contratos de futuros tienen una larga historia y fueron desarrollados originalmente para satisfacer las necesidades de granjeros y comerciantes. Consideremos, por ejemplo, la situación en la que se encuentra un granjero en el mes de abril de cualquier año, quien espera realizar una cosecha de su semilla (maíz) en el mes de junio. La intención del granjero es vender su cosecha a un precio justo que cubra los costos en los que incurre y genere utilidades para su familia. Sin embargo, él no podrá saber el precio al cual podrá vender su cosecha sino hasta el mes de junio. Si

la temporada de cultivo es buena, habrá abundancia de maíz, por lo que el precio al cual podrá vender su cosecha será probablemente bajo. Por otro lado, si no hay abundancia, muy probablemente podrá obtener un buen precio por su cosecha, particularmente si el granjero no tiene urgencia por venderla. Es claro que el granjero y su familia están expuestos a un gran riesgo, marcado por la variación en precio que puede presentar el precio del maíz.

Consideremos por otro lado a un comerciante que requiere de maíz para su negocio. De la misma manera que el granjero, él también está expuesto a las variaciones en el precio del maíz. Si la temporada fue buena podrá conseguir precios favorables para poder cubrir sus requerimientos de maíz; de lo contrario, probablemente los precios serán muy altos.

Por lo anterior hace sentido que el granjero y el comerciante se puedan reunir en el mes de abril o en cualquier mes anterior a la fecha de cultivo, para acordar anticipadamente un precio por la cosecha del granjero. A lo anterior se le llama negociar un contrato a futuro o de futuros sobre maíz para el mes de junio. Este tipo de contratos representan un forma de cubrir el riesgo al cual se enfrentan las dos partes, derivado del posible movimiento en el precio del maíz.

Las dos principales bolsas en el mundo, donde se negocian este tipo de contratos son el "Chicago Board of Trade" (CBOT) y la "Chicago Mercantile Exchange" (CME). Estas bolsas fueron originalmente constituidas como una forma de reunir a granjeros y comerciantes y facilitar el intercambio de bienes; posteriormente se introdujeron los contratos de futuros y después estos contratos fueron estandarizados, esto es, se acordó entre las partes a las cuales les interesaba negociar con ellos que las características de los bienes intercambiados, así como las fechas de intercambio y los posibles precios, tuvieran ciertas características predefinidas.

En la actualidad existen contratos de futuros sobre una gran variedad de bienes, dentro de los cuales se incluyen: maíz, trigo, soya, plata, bonos de la tesorería, índices de las principales Bolsas de Valores a nivel mundial y futuros sobre divisas, entre otros.

Como hemos visto, uno de los usos principales de los contratos a futuro es la cobertura de riesgos, sin embargo, este tipo de instrumentos también puede ser utilizado por especuladores y por personas que realizan operaciones de arbitraje. A los especuladores les interesa tomar posiciones en el mercado como una apuesta sobre los movimientos en el precio del futuro.

Consideremos, como ejemplo de un especulador, a una persona que en febrero piensa que el precio de la libra esterlina subirá respecto del dólar en los próximos dos meses, por lo que piensa hacer uso de ese pronóstico y generar alguna utilidad invirtiendo en 250,000 libras. Esta persona puede optar por comprar las 250,000 libras esterlinas en el mercado y esperar a poder venderlas más tarde por un diferencial de precio que le genere utilidades. Otra posibilidad es comprar o tomar una posición larga en un contrato de futuros. El tamaño del contrato de futuros es de 62,500 libras; es decir, la cantidad de libras que se está dispuesto a comprar o vender por cada contrato que se negocia tiene como mínimo 62,500 libras, por lo que el especulador tendrá que comprar 4 contratos para cubrir el monto total que requiere. La diferencia entre las dos alternativas es que en la primera, la compra de las libras esterlinas, se requiere de una inversión inicial, mientras que en la compra del contrato a futuro la transacción se realiza en la fecha del vencimiento del contrato y por lo tanto no requiere esa primera inversión. Se dice que el mercado de futuros permite al especulador obtener apalancamiento, es decir, que con una mínima inversión se puede tomar una gran inversión especulativa.

Otro ejemplo de especulador es la persona que se dedica a realizar operaciones de arbitraje, estas personas compran y venden contratos de futuros de una Bolsa de Valores a otra cuando encuentran alguna diferencia entre precios de contratos iguales.

Finalmente cabe resaltar que, la pérdida o utilidad que resulta de la compra o venta de un contrato de futuros depende únicamente de las variaciones que pueda tener el precio del bien a negociar al final del período de vigencia del futuro.

## 2.1.2 OPCIONES.

Las opciones al igual que los futuros son instrumentos derivados. Lo anterior quiere decir que sus valores dependen de los valores de otras variables más básicas. Por ejemplo, cuando invertimos en las acciones de una empresa, sabemos que cada una representa una parte proporcional del capital social de la misma y que tendrá algún valor mientras la empresa exista, genere utilidades como institución y decrete dividendos a los accionistas, sin embargo, cuando invertimos en opciones estamos adquiriendo un instrumento cuyo valor no existe por sí mismo, sino que vale algo en la medida en que las acciones de la empresa o cualquiera que sea el bien al cual haga referencia tenga un mayor o menor valor.

Los bienes más comunes sobre los cuales se negocian las opciones pueden ser, por ejemplo, la acción de una empresa, el valor del índice de la Bolsa de Valores, algún instrumento de la tesorería de la nación, algún contrato a futuro o prácticamente cualquier bien financiero o bien que tenga algún valor.

Existen básicamente dos tipos de opciones: las opciones de compra u opciones "CALL" y las opciones de venta u opciones "PUT".

### **Definición de opción:**

Una opción es un contrato que toma su valor de otro bien y que otorga al comprador el derecho de comprar ese bien (un CALL) o el derecho de venderlo (un PUT) a un precio determinado y dentro de un periodo de tiempo especificado con anterioridad. El precio al cual se puede comprar o vender el bien así como otras especificaciones son descritas en el contrato.

Las opciones son fundamentalmente diferentes a los contratos a futuro. Una opción da al poseedor el derecho de hacer algo, mas no la obligación de hacerlo; mientras que en los contratos a futuro se adquiere una obligación de comprar o vender el bien de referencia si el contrato se lleva a vencimiento. En las opciones el poseedor no tiene que ejercer su derecho si no le conviene. Opciones y futuros se diferencian

también en cuanto al flujo requerido para iniciar una operación con cada instrumento. Mientras que para los futuros se requiere de flujo de efectivo únicamente al vencimiento del contrato<sup>1</sup>, las opciones requieren de un pago inicial para iniciar la operación.

Es necesario resaltar que el poseedor de una opción adquiere derechos y en ningún momento obligaciones. Si el poseedor de la opción no hace válido el derecho que otorga el instrumento previo a la fecha de vencimiento, tanto la opción como la oportunidad de ejercer su derecho dejan de existir. Ejercer una opción quiere decir, querer hacer válido el derecho de comprar o vender el bien del cual toma valor, al precio pactado con anterioridad.

Por otro lado, el vendedor está obligado a cumplir con los requerimientos de la opción si ésta es ejercida por el comprador. En el caso de opciones sobre acciones de una empresa, el vendedor de una opción CALL ha vendido el derecho de comprar esa acción a un cierto precio durante un plazo de vigencia, por lo que está obligado a venderla al poseedor si la opción es ejercida. En el caso de una opción PUT, el vendedor ha vendido el derecho de vender la acción, por lo que está obligado a comprarla si la opción es ejercida.

Las características que definen a un contrato de opciones, tanto de compra (CALL) como de venta (PUT) son las siguientes:

#### **i. Tamaño del contrato.**

La cantidad de unidades del bien de referencia que con el derecho que otorga la opción, pueden ser compradas con una opción CALL o vendidas con una opción PUT.

#### **ii. Activo de referencia o bien subyacente.**

Especificación de todas las características del bien sobre el cual se emiten las opciones y de cuyo valor dependerá el valor mismo de las opciones que los tomen como referencia.

---

<sup>1</sup> Salvo por los márgenes de mantenimiento requeridos por cada Bolsa, los cuales pueden variar y convertirse en una aportación real en los casos en los que el instrumento genere pérdidas. Esta mecánica no se expone en este trabajo.

### **iii. Precio de ejercicio o "strike price".**

El precio predeterminado al cual el poseedor de una opción CALL puede comprar una unidad del bien de referencia, y el poseedor de un PUT puede venderla cuando se ejerce la opción. Este precio no puede ser modificado por ninguna circunstancia una vez iniciada la vigencia de la opción.

Cuando una opción es ejercida el poseedor paga (o recibe) el precio de ejercicio especificado en la opción por cada unidad del bien de referencia, a cambio de recibir (o entregar) la cantidad del bien de referencia que se mencione en el contrato.

### **iv. Prima o premio.**

El precio que el comprador de una opción CALL o PUT paga por recibir el derecho de comprar o vender el bien de referencia al precio de ejercicio. Este es el mismo precio que el vendedor recibe.

### **v. Fecha de vencimiento.**

La fecha futura predeterminada en la cual la opción dejará de existir. Esta fecha es el último día en que una opción puede ser negociada o bien ejercida. El valor de la opción en esa fecha dependerá del precio de mercado del bien de referencia, comparado con el precio de ejercicio.

### **vi. Condiciones de ejercicio.**

Existen dos tipos de condiciones para el ejercicio de una opción:

**AMERICANA:** Los derechos de una opción americana pueden ser ejercidos en cualquier día durante la vigencia del contrato. Cuando una opción americana se ejerce antes de la fecha de vencimiento, se dice que hay un ejercicio o vencimiento anticipado.

**EUROPEA:** Los derechos de una opción europea pueden ser ejercidos únicamente en el día de vencimiento de la opción.

Las opciones más comunes en los mercados internacionales son las tipo americano, sin embargo, las opciones europeas son más sencillas de analizar y algunas de las propiedades de las opciones americanas son generalmente deducidas a partir de las europeas.

Cabe señalar que el privilegio del ejercicio anticipado que otorgan las opciones americanas, es un privilegio que en algunas ocasiones tiene valor pero que nunca tiene costo. Como resultado de lo anterior, las opciones americanas en ocasiones tienen un valor superior al que presentan las opciones europeas.

Independientemente de las condiciones de ejercicio de una opción, existe otra clasificación referente a la forma en que la opción es liquidada cuando ésta se ejerce. Así tenemos los siguientes dos tipos de liquidaciones:

EN ESPECIE: cuando se ejerce una opción con liquidación en especie, existe entre el poseedor de la opción y el emisor de la misma, el intercambio físico de los acciones que se especifiquen como bien de referencia a cambio del precio de ejercicio.

EN DINERO: cuando una opción con liquidación en dinero es ejercida, no existe un intercambio físico del bien de referencia sino únicamente el intercambio de la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del bien de referencia en el mercado de valores. Esta diferencia, dadas las características de las opciones, únicamente puede ser cero o positiva, aunque es evidente que el poseedor de la opción ejercerá su derecho cuando la diferencia mencionada sea positiva, es decir, que la opción tenga valor de Paridad o Valor Intrínseco.

Las opciones estandarizadas tienen reglas y condiciones claramente definidas donde se especifican los precios de ejercicio, el tamaño de los contratos y las fechas de expiración. Por ejemplo, en los mercados de opciones de Estados Unidos los precios de ejercicio están definidos en intervalos de \$2.50 (para precios en las acciones de \$10 a \$25). Para precios entre \$25 y \$200 están generalmente fijos en intervalos de \$5, y para precios superiores, \$200 en intervalos de \$10. De igual forma, el tamaño de los contratos está denominado en cantidades de 100 acciones. Por ejemplo, una opción CALL de la empresa CSZ con vencimiento en septiembre y con

precio de ejercicio \$50 se está cotizando a \$3 pero como el tamaño del contrato es de 100 acciones su costo real es de \$300.

Cabe mencionar que si un inversionista adquiere un opción el día de hoy las únicas tres acciones que podrá realizar en cualquier día anterior a la fecha de vencimiento son las siguientes:

**a)** Vender la opción al precio correspondiente en el mercado a otro inversionista. Cuando esto sucede se dice que el comprador original de la opción cancela su posición en opciones. Al tomar esta decisión, el poseedor original de la opción puede estar obteniendo un rendimiento sobre la cantidad que pagó inicialmente por el instrumento o aceptando una pérdida en dicha inversión ya que el **precio** de las opciones en el mercado de valores es fijado además de por su **valor** teórico (calculado mediante fórmulas matemáticas), por la oferta y demanda que tenga cada uno de estos títulos. De hecho es poco frecuente que este tipo de títulos se negocien exactamente por su **valor** teórico; siempre hay alguien dispuesto a pagar un **precio** un poco mayor o un poco menor de este valor teórico, dependiendo de las expectativas que cada persona tenga de las condiciones futuras de los precios del valor de referencia y de todas aquellas condiciones que puedan afectarlo.

**b)** Ejercer la opción mediante el pago del precio de ejercicio al vendedor de la misma y recibir la cantidad de acciones pactada en el contrato, para el caso de una opción liquidable en especie o recibir la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio de mercado del bien de referencia, para el caso de una opción liquidable en dinero. Dicha decisión se tomará cuando el precio de mercado del bien subyacente favorezca la obtención de ganancias en base a las características de la opción que se está ejerciendo.

**c)** Mantener la posesión de la opción y no hacer ningún movimiento. Con esta decisión el inversionista espera la fecha de vencimiento con la posibilidad de obtener un rendimiento mayor a cualquiera de las otras dos alternativas. El precio

del valor de referencia en el tiempo que se deja transcurrir variará, cambiando consecuentemente el precio de la opción en el mercado.

### **2.1.3 WARRANTS.**

Para las opciones descritas anteriormente los vendedores y los compradores se reúnen en el piso de remates de una bolsa de valores autorizada para negociar estos contratos y conforme las transacciones se llevan a cabo, el número de contratos en circulación fluctúa. Un warrant es una opción que se crea de una manera distinta. Los warrants son emitidos por una compañía o por una institución financiera, y en algunos casos son posteriormente negociados en una bolsa de valores para instrumentos derivados. El número de contratos en circulación es determinado por la oferta pública inicial que haya llevado a cabo la institución emisora de los mismos y únicamente cambia cuando los warrants son ejercidos o llegan a la fecha de vencimiento. Los warrants son vendidos y comprados en prácticamente la misma manera en la que se negocian las acciones y no hay necesidad de que una institución independiente vigile el cumplimiento de las obligaciones que los vendedores adquieren cuando éstos son ejercidos. Cuando un warrant es ejercido, la obligación es satisfecha por el emisor directamente con el poseedor del contrato.

Los warrants tipo CALL son generalmente emitidos por compañías, tomando como bien de referencia sus mismas acciones. Por ejemplo; en una emisión de deuda, una compañía puede ofrecer a sus inversionistas un paquete que incluye un bono más un warrant CALL sobre sus acciones. Si los warrants son ejercidos, la compañía transfiere de su tesorería nuevas acciones a los poseedores del warrant a cambio de recibir el precio de ejercicio especificado en el contrato. Por no ser opciones listadas, el precio de ejercicio y la fecha de vencimiento no

necesariamente coinciden con los fijados para las opciones estandarizadas. Típicamente los warrants tienen plazos de vigencia mayores a los vencimientos para opciones estandarizadas.

También warrants tipo PUT y CALL son emitidos por las instituciones financieras para satisfacer la demanda de estos instrumentos en el mercado. Una vez que una institución financiera ha emitido un warrant, ésta tiene que tener mecanismos que le permitan cubrir el riesgo que adquiere.

## **2.2 MERCADOS OVER-THE-COUNTER.**

No todos los contratos de opciones son negociados dentro de bolsas de valores especialmente constituidas para ello. De hecho la mayoría de las opciones sobre tipos de cambio, tasas de interés y algunas otras son frecuentemente negociadas "over-the-counter" entre dos instituciones financieras o entre una institución financiera y alguna de sus clientes institucionales, y son siempre operaciones hechas a la medida de las necesidades de cada cliente, por lo que no requieren de cubrir los estándares de una Bolsa.

Por ejemplo, para una compañía que desea cubrir el riesgo de tipo de cambio que tiene dado su giro de negocio, el mercado "over-the-counter" tiene ventajas sobre el mercado estandarizado ya que el precio de ejercicio y la fecha de vencimiento de las opciones son diseñadas para satisfacer específicamente sus necesidades. La desventaja es que, usualmente, las primas de este tipo de instrumentos son mayores en comparación con los mercados estandarizados. Lo anterior es debido a que la compañía que emite la opción desea realizar una utilidad por la venta del instrumento, y por otro lado, requiere de una compensación debido a las dificultades que puede tener al cubrir los riesgos que adquiere. Sin embargo, la competencia entre las instituciones financieras por ofrecer este tipo de instrumentos provoca que las primas no lleguen a ser demasiado costosas.

Como mencionábamos anteriormente, se planea que para mediados de 2001, se introduzcan en el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer) la cotización de opciones listadas, además de los futuros que ya cotizan actualmente. Ambos instrumentos darán al inversionista mayor facilidad para crear estrategias de inversión que se adecuen mejor a sus condiciones y objetivos, sin necesidad de recurrir a sistemas financieros en el exterior del país.

Algunos warrants en México se pueden considerar como mercado "over-the-counter" ya que sus características son determinadas por las empresas y Casas de Bolsa interesadas en colocarlos para satisfacer las necesidades de algún cliente en particular. Sin embargo, algunos de ellos son colocados en bolsa para cumplir con los reglamentos y leyes al respecto.

Para objeto de este trabajo, los instrumentos derivados que nos interesan son las opciones y futuros, ambos basados exclusivamente sobre acciones comunes de empresas como bien de referencia. Las conclusiones a las cuales lleguemos en este trabajo serán aplicables también a los warrants.

En México los warrants son identificados de la siguiente manera:

ejemplo:

CMX110E EC003

En esta descripción las primeras tres letras corresponden al bien de referencia que toma el warrant; en este caso CMX corresponde a la acción de la empresa productora de cemento CEMEX. El primer número que aparece en la descripción corresponde al año de vencimiento (1 = 2001) y los siguiente dos números al mes de vencimiento (10=octubre). Para conocer exactamente el día de vencimiento tendríamos que recurrir al prospecto de colocación de la casa de bolsa o banco que los emitió. La primera letra después del mes de vencimiento especifica cómo se liquida el warrant, en caso de que se ejerza el derecho o se llegue a vencimiento; en este caso la letra "E" corresponde a liquidación en ESPECIE, es decir,

el poseedor paga el precio de ejercicio y recibe las acciones físicas de la empresa CEMEX por parte del emisor. También puede existir liquidación en DINERO que corresponde a la letra "D", en cuyo caso la opción únicamente pagará al poseedor del warrant la diferencia positiva entre el precio de ejercicio y el precio de la acción de CEMEX en el mercado accionario, al momento del ejercicio o del vencimiento. Este caso lo analizaremos más adelante. Los últimos tres números corresponden al número o folio que le corresponde al warrant que es emitido sobre el mismo bien de referencia, en este caso es el tercero sobre las acciones de CEMEX. Obviamente las otras dos emisiones pueden tener características diferentes entre sí.

## 2.3 OPCIONES DE COMPRA O CALL.

Supongamos que queremos invertir por primera vez en el mercado de opciones, y que tenemos la oportunidad de comprar una opción CALL tipo europea, con liquidación en especie referido a la acción de la empresa CSZ. Dicha opción nos da el derecho de comprar 100 acciones de la empresa a un precio de ejercicio de \$60 por acción hasta octubre del 2001. Toda esta descripción se puede resumir en la clave **CSZ110E EC001**. El precio de la opción es de \$5 por acción, por lo que la inversión inicial requerida es de \$500. Al momento de la compra sabemos también que el precio de la acción de la empresa CSZ en el mercado es de \$65.

Dado que la opción es europea, el inversionista sólo podrá ejercer su derecho en la fecha de vencimiento. Por lo anterior, la pérdida o utilidad que genere esta inversión dependerá únicamente del precio que en esa fecha tenga la acción de la empresa CSZ.

En la tabla 2.3.1 siguiente, se muestran las características del CALL a comprar:

**Tabla 2.3.1**

<b>Bien Subyacente:</b>	<b>Acciones de la empresa CSZ</b>
Tamaño del contrato:	100 acciones
Precio de ejercicio (X):	\$60
Fecha de Vencimiento:	Octubre del 2001
Prima:	\$5 (por acción)
Valor de mercado de la acción ( S ):	\$65
Clave de pizarra	CSZ110E EC001

A partir de la fecha de compra de la opción hasta la fecha de vencimiento, el precio de las acciones de la empresa CSZ puede tener variaciones. Debido a esto, al llegar la fecha de vencimiento el precio de CSZ puede ser menor, igual o mayor al precio de ejercicio de la opción. Analizaremos la pérdida o utilidad de esta inversión en cada una de las tres posibilidades:

Si el precio de CSZ en la fecha de vencimiento es menor al precio de ejercicio de \$60, el inversionista no ejercerá su derecho de compra ya que no tiene ningún sentido querer comprar una acción a \$60 cuando en el mercado se puede comprar por un precio inferior. En este caso nos conviene comprar las acciones en el mercado y no hacer uso del derecho que nos otorga la opción. Sin embargo, se pierde el total de la prima pagada y que representa la inversión inicial. Para cualquier precio inferior o igual al precio de ejercicio, el CALL no tiene ningún valor y por lo tanto, perdemos la misma cantidad. En este caso se dice que la opción vence FUERA DEL DINERO o "OUT OF THE MONEY".

Si en la fecha de vencimiento el precio de mercado de la acción de la empresa CSZ es mayor al precio de ejercicio, se dice que la opción termina EN EL DINERO o "IN THE MONEY" y posiblemente sea ejercida.

Supongamos que el precio de CSZ es de \$70. Por medio del ejercicio de la opción, el poseedor tiene el derecho de comprar 100 acciones a un precio de \$60 cada una.

Si estas acciones son vendidas inmediatamente en el mercado el inversionista genera una utilidad de \$10 por acción lo que es igual a \$1,000, ignorando los costos de transacción. Si consideramos el costo inicial de \$500, tenemos que la utilidad neta generada por el inversionista en esta operación, es de \$500. Recordemos que el vendedor de la opción tiene la **obligación** de vender las acciones que ampara el CALL, si la opción es liquidable en especie. Si esta opción fuera liquidable en dinero la utilidad para el inversionista seguiría siendo la misma pero recibiría la cantidad en efectivo a través de su Banco o Casa de Bolsa. La utilidad, en este caso, es la diferencia positiva entre el precio de mercado de la acción, menos el precio de ejercicio, multiplicado por el tamaño del contrato menos la inversión inicial. La posible utilidad para el inversionista con la compra de una opción CALL puede ser ilimitada, ya que el precio de la acción puede incrementarse indefinidamente. Cuando un CALL tiene una diferencia positiva entre el precio de la acción y el precio de ejercicio en la fecha de vencimiento, se dice que la opción termina DENTRO DEL DINERO o que la opción tiene PARIDAD al vencimiento.

La siguiente tabla muestra la pérdida o utilidad que reporta el CALL para distintos precios finales de mercado de la acción CSZ, en la fecha de vencimiento y se compara esta operación contra la compra directa de la acción de CSZ.

**Tabla 2.3.2**

	<b>Precios de Mercado</b>			
	<b>50</b>	<b>60</b>	<b>70</b>	<b>80</b>
Prima	-500	-500	-500	-500
Ejercer Opción	NO	NO	SI	SI
Compra de acciones en mercado	-5,000	-6,000	-7,000	-8,000
Pérdida/utilidad generada por el CALL	0	0	1,000	2,000
Total	-5,500	-6,500	-6,500	-6,500
Compra de acciones sin inversión en CALL	-5,000	-6,000	-7,000	-8,000
<b>Diferencial Obtenido</b>	<b>-500</b>	<b>-500</b>	<b>500</b>	<b>1,500</b>

Para cualquier precio de CSZ superior al precio de ejercicio, el CALL tiene un valor para el poseedor. A este valor se le denomina PARIDAD, también conocido como VALOR INTRÍNSECO, ya que deriva de las características propias del contrato y únicamente depende del precio de mercado de la acción.

En términos generales, podemos decir que la paridad o valor intrínseco de un CALL, en cualquier momento queda determinado por la siguiente función:

$$\text{PARIDAD} = \begin{cases} S - X & \text{SI} & S > X \\ 0 & \text{SI} & S < X \end{cases}$$

O de otra forma:

$$\text{PARIDAD} = \text{Max} [ S - X , 0 ]$$

Donde:

PARIDAD = Paridad o valor intrínseco de un CALL a vencimiento.

S = Precio de mercado de la acción AL VENCIMIENTO.

X = Precio de ejercicio de la opción.

### 2.3.1 DIAGRAMA DE PAGO DE UN CALL.

Para poder construir el diagrama del comportamiento de una opción CALL, tenemos que incluir en la función de paridad anterior, la inversión inicial. De esta manera la función queda de la siguiente manera:

$$P/U = \text{PARIDAD} - C$$

Donde:

C = Valor de la opción CALL.

P/U = Pérdida o utilidad generada por la opción.

Sustituyendo la función de paridad para un CALL en la función anterior,

Tenemos:

$$P / U = \begin{cases} S - X - C & \text{SI} & S > X \\ - C & \text{SI} & S < X \end{cases}$$

O de otra manera:

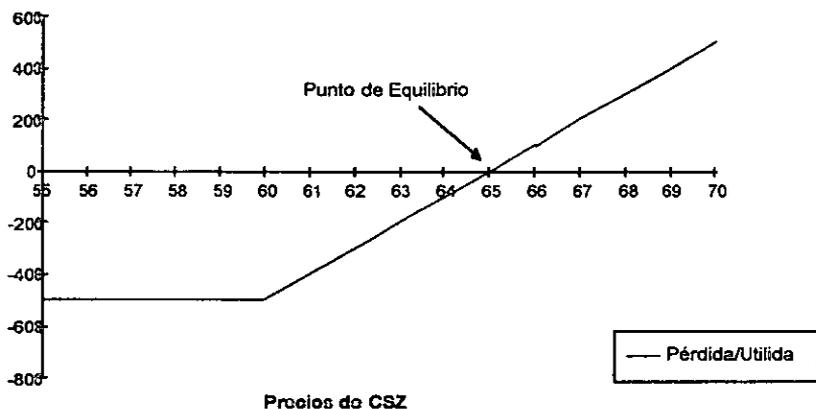
$$P / U = \text{Max} [ S - X , 0 ] - C$$

La siguiente tabla muestra la pérdida o utilidad obtenida para distintos precios finales de mercado de CSZ:

**Tabla 2.3.1.1 Valuación de un CALL a vencimiento.**

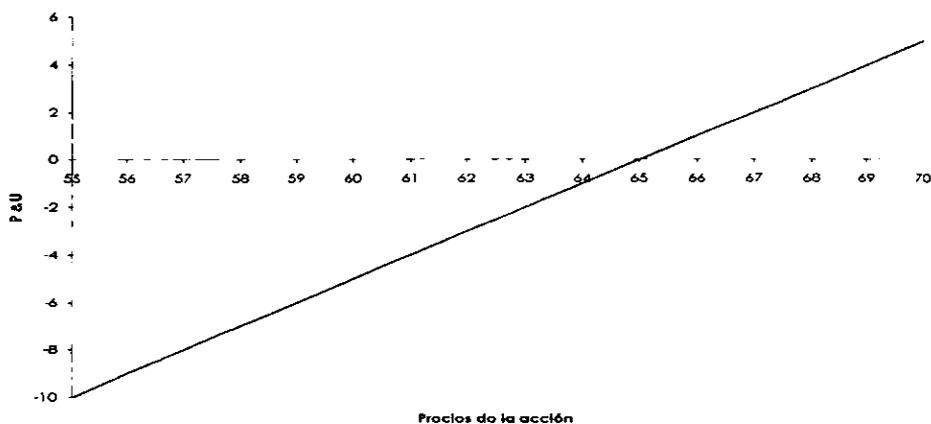
Precio de mercado de CSZ	Precio de ejercicio	PARIDAD	Prima	Pérdida/Utilidad
S	X	MAX [S-X]	- C	MAX [S-X, 0] - C
58	60	0	-5	-500
59	60	0	-5	-500
60	60	0	-5	-500
61	60	1	-5	-400
62	60	2	-5	-300
63	60	3	-5	-200
64	60	4	-5	-100
65	60	5	-5	0
66	60	6	-5	100
67	60	7	-5	200
68	60	8	-5	300
69	60	9	-5	400
70	60	10	-5	500

Ahora, si graficamos los resultados anteriores obtendremos la gráfica de comportamiento del CALL a vencimiento:



**Figura 2.3.1.1 Gráfica de un CALL a vencimiento.**

La siguiente gráfica muestra la pérdida/utilidad que se genera en la compra directa de las acciones de CSZ, suponiendo que las acciones fueran compradas a \$65.



**Figura 2.3.1.2 Flujo en la compra de una acción de CSZ.**

Como se puede observar, la gráfica es similar a la que se obtendría si compráramos las acciones de CSZ directamente. De hecho se obtienen los mismos rendimientos. La diferencia básicamente es que con la compra de la opción CALL, se asegura que la pérdida máxima, ante posibles movimientos adversos en los precios de CSZ, no será mayor al total de la prima pagada por la opción, mientras que con la compra directa de la acción, las posibles pérdidas son ilimitadas siempre y cuando la acción no llegue a tener un precio de cero.

Se puede decir que un CALL es un sustituto de compra de una acción o cualquier bien de referencia , más la compra de un seguro.

Los diagramas de flujo son de mucha utilidad para comprender más claramente el comportamiento de una opción. Estos diagramas también son importantes, como veremos más adelante, cuando se emplean estrategias en las que se combinan la compra y venta de varias opciones CALL y PUT como estrategias de cobertura o de inversión, buscando maximizar las posibilidades de ganancia y minimizar los riesgos de pérdida.

Hemos mencionado en líneas anteriores que cuando el precio de la acción se encuentra por arriba del precio de ejercicio de la opción genera utilidad; sin embargo, cuando se incluye el costo de la opción, el incremento en precio del subyacente sobre el precio de ejercicio debe ser mayor para poder generar utilidad ya que debe ser suficiente para cubrir ese costo. Lo anterior se puede observar en la gráfica del CALL a vencimiento, donde para precios de CSZ entre \$60 y \$65 la gráfica se encuentra aun por debajo del eje horizontal. Esto se debe a que la paridad que genera la opción para precios superiores a \$60, compensa parte de la prima pagada.

Al precio de CSZ donde el CALL tiene la suficiente paridad para compensar el total de la prima pagada se le conoce como PUNTO DE EQUILIBRIO o (Break even).

Para un CALL, el punto de equilibrio es igual al precio de ejercicio más la prima pagada por el instrumento. En el caso anterior, es igual a \$60 más \$5, lo que es igual a \$65.

En forma general tenemos que el punto de equilibrio es igual a:

$$PE = \text{PARIDAD} - C = 0$$

donde:

$$\text{PARIDAD} = S - X \quad [\text{Para } S > X]$$

Entonces:

$$PE = S - X - C = 0$$

Como buscamos un precio de mercado de equilibrio tenemos:

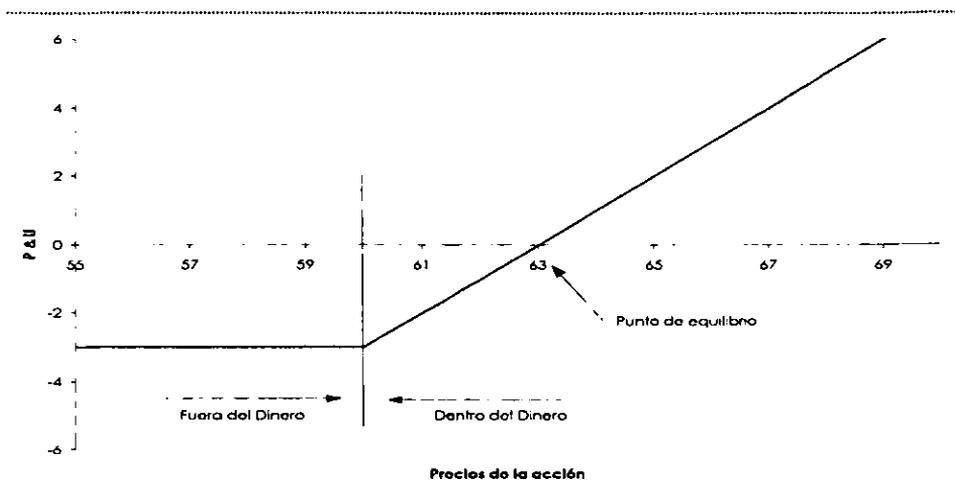
$$S_{\text{equilibrio}} - X - C = 0$$

Despejando  $S_{\text{equilibrio}}$  tenemos:

$$S_{\text{equilibrio}} = X + C$$

Hemos mencionado también que, dependiendo del precio de la acción de CSZ, un CALL puede ser catalogado como una opción fuera del dinero, como una opción en el dinero o como una opción dentro del dinero, dependiendo de si el precio  $S$  de CSZ es inferior, igual o superior al precio de ejercicio de la opción.

La gráfica 2.3.1.3 que se muestra a continuación detalla la gráfica de un CALL a vencimiento, así como los puntos en donde recibe los distintos nombres.



**Figura 2.3.1.3 Gráfica general de un CALL a vencimiento.**

La compra de un CALL es sin lugar a duda la estrategia con opciones más utilizada en la actualidad en los mercados desarrollados. Es una manera de poner en acción una opinión alcista en los precios del bien de referencia. Si el precio aumenta lo suficiente, el comprador de una opción CALL puede llegar a obtener rendimientos muchas veces superiores a la prima pagada por la opción. Sin embargo el inversionista en un CALL, debe estar consciente del riesgo potencial de perder el total de la inversión.

## 2.4 OPCIONES DE VENTA O PUT.

Mientras que el comprador de una opción CALL espera que el precio de la acción de referencia se incremente, el comprador de una opción PUT espera que el precio de la acción de referencia baje, dentro del período de vigencia de la

opción. Consideremos por ejemplo, a un inversionista que compra una opción PUT tipo europeo, con liquidación en especie referida a la acción de la empresa CSZ.

Esta opción nos da el derecho de vender 100 acciones de la empresa a un precio de ejercicio de \$20 por acción, hasta noviembre del 2001. La descripción en el mercado de opciones de este PUT es CSZ111E EC001. El precio de la opción es de \$3 por acción, por lo que la inversión inicial es de \$300. Al momento de la compra de la opción, el precio de CSZ en el mercado es de \$20.

Al igual que en el CALL, la opción es europea y por ello el inversionista sólo podrá ejercer su derecho en la fecha de vencimiento.

Las características de nuestro PUT son las siguientes:

**Tabla 2.4.1**

Bien Subyacente:	Acciones de la empresa CSZ.
Tamaño del contrato:	1 acción.
Strike Price (X):	\$20
Fecha de Vencimiento:	Noviembre de 2001.
Prima:	\$3 ( por acción )
Valor de mercado de la acción (PMK):	\$20
Clave de pizarra	CSZ111E EC001

Si el precio de la acción de CSZ en la fecha de vencimiento es mayor al precio de ejercicio de \$20, el inversionista no ejercerá su derecho de venta ya que no hace sentido querer vender una acción a \$20 cuando en el mercado se encuentran compradores a un precio mayor. En este caso el inversionista decidirá vender sus acciones en el mercado de valores y no hacer uso del derecho que otorga la opción. Sin embargo, al igual que todas las opciones que vencen fuera del dinero, el total de la prima se pierde. Para cualquier precio superior al precio de ejercicio, el PUT no tiene valor para el poseedor.

Por otro lado, si el precio de CSZ en la fecha de vencimiento es menor al precio de ejercicio, la opción es ejercida. En este caso el PUT otorga al poseedor el derecho de vender la acción de CSZ a un precio mayor que en el mercado.

Supongamos que el precio de la acción al vencimiento es de \$15. Por medio del ejercicio de la opción, el poseedor tiene el derecho de vender 100 acciones de CSZ a un precio de \$20 cada una. Si estas acciones son compradas inmediatamente en el mercado, el inversionista poseedor de la opción, obtiene una utilidad de  $\$20 - \$15 = \$5$ , lo que es igual a \$500 por las 100 acciones, ignorando los costos de transacción. Si consideramos el costo inicial por la compra de la opción PUT, tenemos que la utilidad neta generada por la compra de la opción es de  $\$500 - \$300 = \$200$ . Al momento del ejercicio, el vendedor de la opción tiene la obligación de comprar las acciones que ampara el PUT, si la opción es liquidable en especie. Si el PUT fuera liquidable en dinero, la utilidad para el inversionista seguiría siendo la misma pero sin intercambio de acciones.

La utilidad, en este caso, es la diferencia positiva entre el precio de ejercicio y el precio de mercado de la acción, multiplicado por el tamaño del contrato menos la inversión inicial. La posible utilidad para el poseedor de la opción PUT tiene como límite el mínimo precio que la acción de CSZ pueda tener en el mercado, el cual es cero. Por otro lado la máxima pérdida que puede generar esta opción es la prima pagada. Cuando el PUT tiene una diferencia positiva entre el precio de ejercicio y precio de mercado de la acción en la fecha de vencimiento, se dice que la opción vence DENTRO DEL DINERO o que la opción tiene PARIDAD a vencimiento.

La siguiente tabla muestra la pérdida o utilidad que reporta el PUT, para distintos precios finales de CSZ en la fecha de vencimiento:

Tabla 2.4.2

	Precios de Mercado			
	10	15	20	25
Prima	-3	-3	-3	-3
Ejercer Opción	SI	SI	NO	NO
\$ de compra de la acción en mercado	10	15	20	25
Ganancia en compra ejerciendo el PUT	10	5	0	0
Total	17	17	17	22
<b>Diferencial Obtenido</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>- 3</b>	<b>- 3</b>

Para cualquier precio de CSZ inferior al precio de ejercicio la opción tiene un valor para el poseedor. A este valor se le denomina PARIDAD o VALOR INTRINSECO. En términos generales podemos decir que la paridad o valor intrínseco de un PUT, en cualquier momento queda determinado por la siguiente función:

$$\text{PARIDAD} = \begin{cases} X - S & \text{SI} & S < X \\ 0 & \text{SI} & S > X \end{cases}$$

O de otra forma:

$$\text{PARIDAD} = \text{Max} [ X - S , 0 ]$$

Donde:

PARIDAD = Paridad o valor intrínseco de un PUT a vencimiento

S = Precio de mercado de la acción al vencimiento.

X = Precio de ejercicio de la opción.

## 2.4.1 DIAGRAMA DE PAGO DE UN PUT.

Para construir una gráfica que muestre el comportamiento de una opción PUT, tenemos que incluir en la función de paridad anterior la inversión inicial. De esta manera la función queda de la siguiente manera:

$$P/U = \text{PARIDAD} - P$$

Donde:

P = Valor de la opción PUT.

P/U = Pérdida o utilidad generada por la opción.

Sustituyendo la función de paridad para un PUT en la función anterior, tenemos:

$$P / U = \begin{cases} X - S - P & \text{SI} & S < X \\ - P & \text{SI} & S > X \end{cases}$$

La función anterior es la misma que la de paridad para un PUT pero incorpora la PRIMA pagada por la opción.

Escrito de otra manera tenemos que:

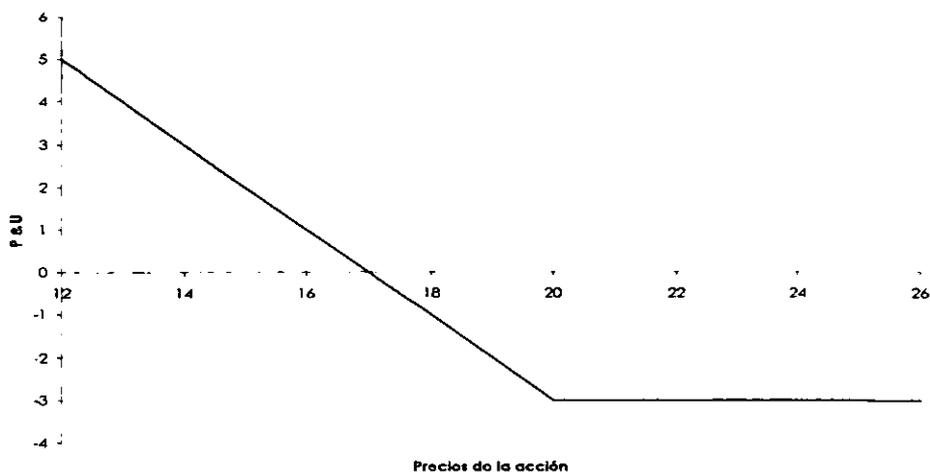
$$P / U = \text{Max} [ X - S, 0 ] - P$$

La tabla 2.4.1.1 que se muestra a continuación detalla la pérdida/utilidad obtenida para distintos precios de mercado de la acción de la empresa CSZ:

**Tabla 2.4.1.1 Valuación de un PUT a vencimiento.**

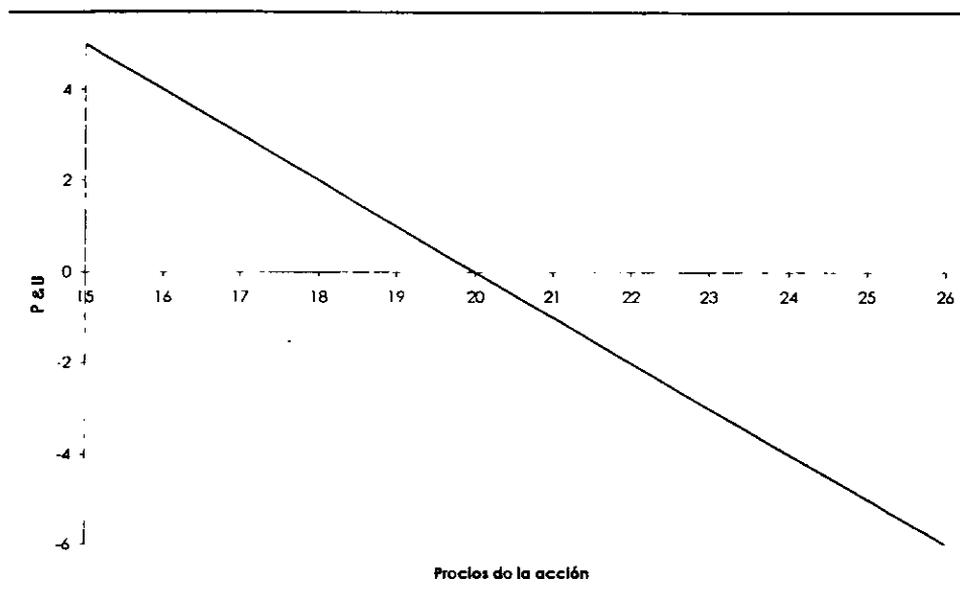
Precio de mercado de CSZ	Precio de ejercicio.	Valor intrínseco	Prima	Pérdida/Utilidad
S	X	$\text{MAX}[X-S,0]$	-P	$\text{MAX}[X-S,0] - P$
12	20	8	-3	5
13	20	7	-3	4
14	20	6	-3	3
15	20	5	-3	2
16	20	4	-3	1
17	20	3	-3	0
18	20	2	-3	-1
19	20	1	-3	-2
20	20	0	-3	-3
21	20	0	-3	-3
22	20	0	-3	-3

Si graficamos los resultados anteriores obtendremos la gráfica de comportamiento del PUT a vencimiento:



**Figura 2.4.1.1 Gráfica de un PUT a vencimiento.**

La siguiente gráfica muestra la pérdida o utilidad que se genera cuando se vende la acción en el mercado a un precio de \$20:



**Figura 2.4.1.2 Gráfica de la venta de una acción.**

Como podemos observar un PUT limita las pérdidas cuando el precio de mercado de las acciones de CSZ se encuentran al alza, mientras que para precios menores al precio de ejercicio reporta utilidad para el inversionista que posee la opción.

Se puede decir que una opción PUT es un sustituto de venta de la acción o cualquier bien de referencia, más la compra de un seguro.

El no poseer acciones en nuestro portafolio, no es un condicionante para comprar una opción de venta PUT. En caso de ejercer la opción cuando ésta es liquidable en especie, las acciones se pueden comprar el mismo día para entregarse o venderse el día de la liquidación; es decir, el día en que se realiza la transferencia de las acciones del vendedor al comprador.

De hecho en un Mercado de Valores, se puede realizar la venta de una acción sin poseerla en portafolio. A esta situación se le denomina una **venta en corto**.

Se puede vender algo que no se posee, por lo que es necesario que alguien nos lo preste. La idea de esta operación es especular sobre la dirección de los precios.

De igual forma que la opción CALL, un inversionista ejerce una opción PUT cuando tiene paridad o valor intrínseco lo suficientemente grande para recuperar la prima. Al precio de CSZ donde la opción PUT genera la suficiente paridad para compensar la prima pagada por la opción, se le llama PUNTO DE EQUILIBRIO.

Para un PUT, el punto de equilibrio es igual al precio de ejercicio menos la prima pagada por la opción. En el ejemplo anterior, es igual a  $\$20 - \$3 = \$17$ . Cuando CSZ tiene un precio de  $\$17$  la línea del PUT cruza el eje horizontal en la gráfica del PUT a vencimiento.

En forma general tenemos que el punto de equilibrio en un PUT es igual a:

$$PE = \text{PARIDAD} - P = 0$$

donde:

$$\text{PARIDAD} = X - S \quad [ \text{Para } S < X ]$$

Entonces:

$$PE = X - S - P = 0$$

Como buscamos un precio de mercado de equilibrio tenemos:

$$X - S_{\text{equilibrio}} - P = 0$$

Despejando  $S_{\text{equilibrio}}$  tenemos:

$$S_{\text{equilibrio}} = X - P$$

Para nuestro ejemplo el punto de equilibrio es igual a:

$$S_{\text{equilibrio}} = \$20 - \$3 = \$17$$

Como hemos visto anteriormente, una opción PUT puede terminar en el dinero o fuera del dinero dependiendo de si el precio de CSZ es inferior o superior al precio de ejercicio. Sin embargo la clasificación es siempre vigente durante la vida de la opción.

Supongamos que estamos a 90 días para el vencimiento de las opciones más cercano. En este punto un inversionista puede elegir entre comprar una opción PUT fuera del dinero o dentro del dinero, aun y cuando la opción tenga tiempo para su vencimiento. Existen diferencias entre comprar una opción fuera del dinero o dentro del dinero. Por ejemplo en el mercado de opciones en este momento, se puede comprar un PUT con precio de ejercicio de \$50 cuando la acción está en \$52 por una prima de \$1<sup>1</sup>/<sub>4</sub>, para este caso el punto de equilibrio se encuentra en  $\$50 - \$1\frac{1}{4} = \$48\frac{3}{4}$ . Si compramos el mismo PUT cuando la acción se encuentra en \$48, es decir, cuando la opción está en el dinero, la prima es de \$3, por lo que el punto de equilibrio es de \$47.

El precio de CSZ debe bajar desde \$52 hasta \$48<sup>3</sup>/<sub>4</sub>, es decir, \$3<sup>1</sup>/<sub>4</sub> en la opción que está fuera del dinero para lograr el punto de equilibrio, mientras que la opción dentro del dinero el precio de CSZ sólo debe bajar \$1 de \$48 a \$47 para lograrlo.

Supongamos que el precio de CSZ al vencimiento es de \$46; el inversionista que tomó una posición larga en opciones fuera del dinero, cuando el precio de CSZ era \$52, pagó por la opción \$1<sup>1</sup>/<sub>4</sub>, a vencimiento el PUT tiene un valor de paridad de  $\$50 - \$46 = \$4$ ; esto es, un rendimiento en la inversión de  $(4 - 1.25) / 1.25 * 100 = 220\%$ . Para el PUT dentro del dinero, la inversión inicial es de \$3, al final la opción tiene una paridad de \$4 por lo que el rendimiento sobre la inversión es de  $(4 - 3) / 3 * 100 = 33.33\%$ . Las opciones fuera del dinero pueden generar un mayor rendimiento, pero requieren de

un movimiento en los precios de CSZ más grande que las opciones dentro del dinero para generar utilidades.

Las opciones PUT se acercan más rápidamente a su valor de paridad que las opciones CALL. Esta es una afirmación que se demostrará posteriormente, sin embargo, constituye otra razón por la cual se emplean las opciones PUT como estrategia. Así, si el precio de CSZ es \$46, la prima de un PUT con precio de ejercicio de \$50 a 90 días de su vencimiento no será muy superior a su valor de paridad, de hecho en la realidad es de \$4<sup>1</sup>/<sub>4</sub>. Comprar el PUT es similar a haber vendido la acción en corto bajo estas condiciones, pero esta estrategia tiene la ventaja de que las acciones no necesitan ser pedidas en préstamo y, por otro lado, si la acción sube de precio el PUT nos protege con su característica de pérdidas limitadas. Sin embargo, uno de los mayores usos de las opciones PUT, es la protección de portafolios ante eventuales bajas en el mercado de valores.

## **2.5 VENTA DE OPCIONES.**

### **2.5.1 DIAGRAMA DE UN CALL CORTO.**

Hasta ahora hemos analizado el comportamiento de las opciones desde el punto de vista del inversionista que los adquiere, la pérdida o utilidad y las gráficas que se generan. Sin embargo, el comportamiento de estos instrumentos desde el punto de vista de las personas que los venden es exactamente el inverso, ya que los derechos que adquiere el comprador de la opción se convierten en una obligación para el vendedor.

Analizaremos esto volviendo al ejemplo del CALL de la sección anterior. De nuevo nuestro análisis será a vencimiento.

El CALL tenía las siguientes características:

**Tabla 2.5.1.1**

Bien Subyacente:	Acciones de la empresa CSZ
Tamaño del contrato:	100 acciones
Strike Price ( STKP ):	\$ 60
Fecha de Vencimiento:	Octubre del 2001.
Prima:	\$ 5 ( por acción )
Valor de mercado de la acción ( PMK ):	\$ 55
Clave de pizarra	CSZ110A EC001

i) Si en la fecha de vencimiento el precio de mercado de la acción de CSZ es inferior al precio de ejercicio de la opción, ésta no presenta ningún valor para el inversionista que la adquiere debido a que es más barato adquirir las 100 acciones en el mercado. En este momento el vendedor de la opción habrá ganado la prima cobrada por la venta del instrumento que finalmente no tuvo paridad. Es claro que el vendedor obtendrá la misma ganancia para cualquier precio menor al precio de ejercicio.

ii) Si el precio de mercado de las acciones de CSZ es mayor al precio de ejercicio, la opción tendrá para el poseedor una utilidad y ejercerá el derecho de compra sobre las 100 acciones de CSZ al precio de ejercicio que es menor al precio al cual las podría comprar en el mercado. En este caso el vendedor de la opción tiene la **obligación** de vender las 100 acciones al precio de ejercicio, por lo que habrá perdido el diferencial entre el precio de mercado y el precio de ejercicio; es decir, habrá vendido las 100 acciones de CSZ a un precio menor al que pudo haberlas vendido en el mercado accionario. De lo anterior se puede deducir que el

diagrama de pago para el vendedor de la opción, de quien se dice tiene una posición corta en opciones, será exactamente inverso al del poseedor de la opción.

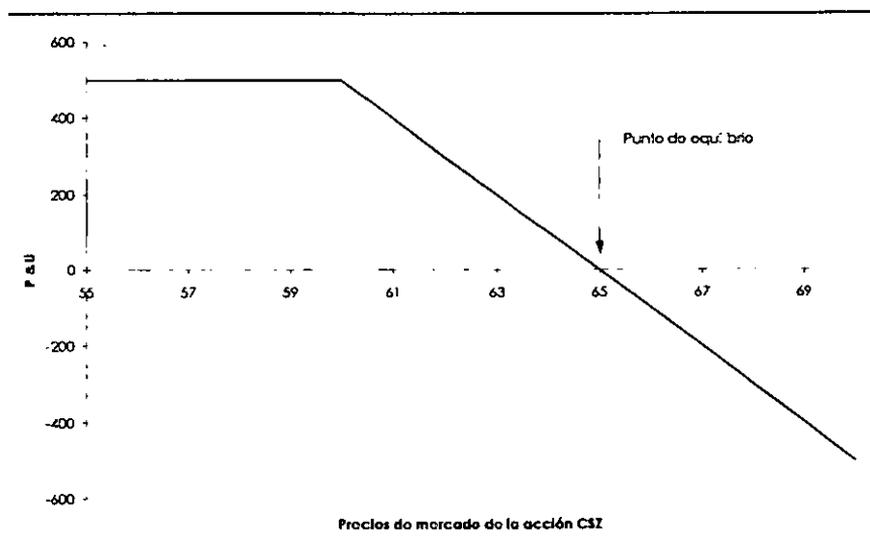
Si utilizamos la misma tabla empleada para calcular la pérdida/utilidad en el caso de la compra del CALL pero modificada para obtener los valores para el vendedor tenemos los siguientes resultados:

**Tabla 2.5.1.2 Valores de un CALL CORTO a vencimiento.**

Precio de mercado de CSZ	Strike Price	Paridad en contra	Prima cobrada	Pérdida/Utilidad
PMK	STKP	- MAX [ PMK - STKP ]		-MAX [ PMK - STKP , 0 ] + PRIMA
55	60	0	5	500
56	60	0	5	500
57	60	0	5	500
58	60	0	5	500
59	60	0	5	500
60	60	0	5	500
61	60	-1	5	400
62	60	-2	5	300
63	60	-3	5	200
64	60	-4	5	100
65	60	-5	5	0
66	60	-6	5	-100
67	60	-7	5	-200
68	60	-8	5	-300
69	60	-9	5	-400
70	60	-10	5	-500
71	60	-11	5	-600
72	60	-12	5	-700
73	60	-13	5	-800
74	60	-14	5	-900
75	60	-15	5	-1000

Cabe aclarar que el valor de paridad de una opción nunca es negativo, sin embargo, en la tabla anterior se emplea el signo ( - ) para especificar que ese valor de paridad lo pierde el emisor de la opción y por ello el encabezado de esta columna se cambió respecto de la tabla para la compra del CALL a " Paridad en contra ". Por otro lado la prima se considera con signo positivo ya que el vendedor de la opción la recibe del comprador.

Si graficamos los resultados obtenidos tendremos el diagrama de pago para una posición corta en un CALL la cual se muestra en la siguiente gráfica:



**Figura 2.5.1.1 Gráfica de la venta de un CALL a vencimiento.**

El punto de equilibrio sigue siendo igual a:

$$S_{\text{equilibrio}} = X + P$$

Como se puede observar el diagrama de una posición corta en CALL o comúnmente llamado CALL CORTO es exactamente contraria a la de un CALL LARGO.

Podemos observar también que el único beneficio que puede recibir el vendedor de la opción es la PRIMA recibida mientras que sus pérdidas en este caso no tienen límite ya que el precio de la acción de referencia no tiene límite de crecimiento.

## 2.5.2. DIAGRAMA DE PAGO DE UN PUT CORTO.

De igual manera podemos obtener la tabla de pérdida/utilidad así como el diagrama de pago para un PUT CORTO.

Si volvemos al ejemplo del PUT en la sección anterior, podemos calcular la pérdida/utilidad para el vendedor de la opción a distintos precio de mercado de la acción de CSZ. El PUT de nuestro ejemplo tenía las siguiente características:

**Tabla 2.5.2.1**

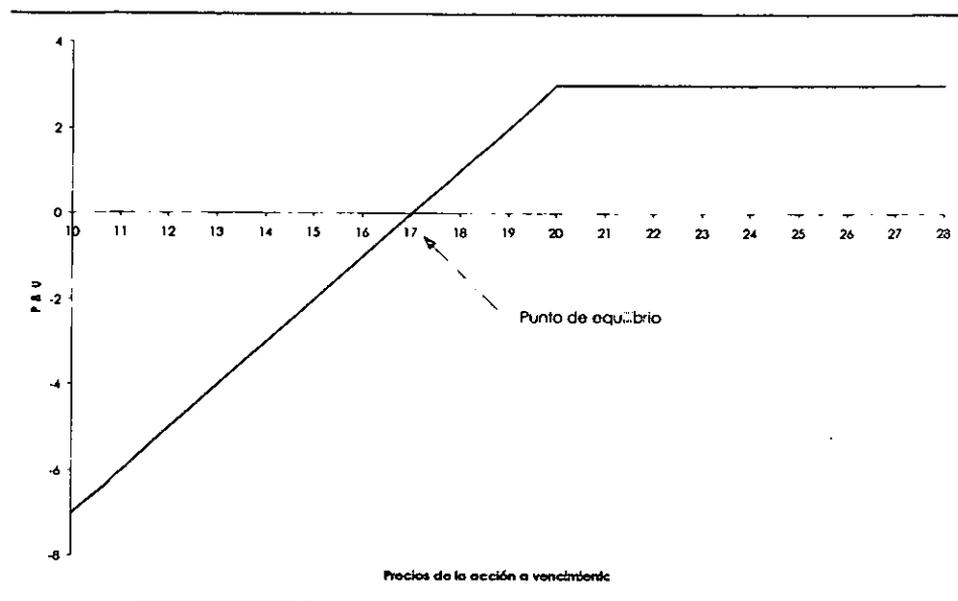
Bien Subyacente:	Acciones de la empresa CSZ.
Tamaño del contrato:	1 acción.
Strike Price (X):	\$ 20
Fecha de Vencimiento:	Noviembre del 2001.
Prima:	\$ 3 ( por acción )
Valor de mercado de la acción (PMK):	\$ 23
Clave de pizarra	CSZ111A EC001

Con los datos anteriores es posible generar la tabla 2.5.2.2 de pérdida/utilidad, que se muestra a continuación:

**Tabla 2.5.2.2 Valores de un PUT CORTO a vencimiento.**

Precio de mercado de CSZ	Strike Price	Valor Intrínseco en contra	Prima cobrada	Pérdida/Utilidad
PMK	STKP	$-\text{MAX}[\text{STPK}-\text{PMK}, 0]$		$-\text{MAX} [\text{STKP} - \text{PMK} , 0] +$ PRIMA
10	20	-10	3	-7
11	20	-9	3	-6
12	20	-8	3	-5
13	20	-7	3	-4
14	20	-6	3	-3
15	20	-5	3	-2
16	20	-4	3	-1
17	20	-3	3	0
18	20	-2	3	1
19	20	-1	3	2
20	20	0	3	3
21	20	0	3	3
22	20	0	3	3
23	20	0	3	3
24	20	0	3	3
25	20	0	3	3
26	20	0	3	3
27	20	0	3	3
28	20	0	3	3
29	20	0	3	3
30	20	0	3	3

De la misma manera el valor de paridad se escribe negativo para especificar la obligación del vendedor de pagar el beneficio que genera la opción al comprador. La prima es positiva ya que la recibe el vendedor del comprador. Si graficamos los resultados obtenidos tendremos el diagrama de pago para nuestra posición corta:



**Figura 2.5.2.1 Gráfica de la venta de un PUT a vencimiento.**

Podemos ver que el único beneficio que puede tener el vendedor del PUT es la PRIMA recibida por la opción mientras que las pérdidas pueden crecer tanto como el precio de la acción de referencia baje.

Las posiciones cortas en el mercado mexicano en su etapa actual únicamente se pueden presentar con los warrants y con los futuros listados en el MexDer. En sistemas financieros como el de Estados Unidos este tipo de posiciones es común para inversionistas particulares ya que se trata de mercados con opciones listadas en donde además existe un alto control del cumplimiento de las obligaciones que se derivan.

En resumen podemos mencionar las siguientes estrategias cuando se invierte en opciones:

- 1) Comprar CALLS.
- 2) Comprar PUTS.
- 3) Vender CALLS.
- 4) Vender PUTS.
- 5) Comprar Futuros.
- 6) Vender Futuros.

Mientras que en el mercado accionario se tienen las siguientes opciones:

- 5) Comprar acciones.
- 6) Vender acciones en corto.

Estas posibilidades de inversión son todas estrategias que forman parte del mercados de renta de variable.

Durante el desarrollo de este trabajo se podrá hablar también de otra posibilidad de inversión que es el Mercado de Dinero. De hecho uno de los elementos clave para la valuación de opciones son precisamente las tasa de interés vigentes para instrumento de renta fija como los CETES.

La interacción de los resultados de este trabajo, con programas diseñados para la simulación de inversiones en el mercado de dinero, puede ser un excelente complemento para comprender de una mejor manera el funcionamiento real de la inversión en la Bolsa de Valores, con todos los elementos como la cobertura de riesgos propios de estas inversiones.

## 2.6 ESTRATEGIAS CON OPCIONES.

Hemos visto cómo se comportan cada uno de los dos tipos de opciones cuando se invierte en ellas de manera independiente. Sin embargo, una de las mayores ventajas de estos instrumentos es su versatilidad y posibilidad de combinación entre sí para formar estrategias que se adaptan a las necesidades o situaciones de inversión a cada momento.

En la mayoría de las situaciones el entender cómo funcionan las opciones da al inversionista en un mercado, más herramientas de decisión sobre cuándo y dónde invertir, teniendo de esta manera, una clara ventaja para enfrentar las distintas condiciones y riesgos que involucra una inversión en un Mercado de Valores. Mediante el uso de opciones, un inversionista puede crear posiciones y estrategias que reflejan de manera precisa las expectativas que él tiene acerca del activo de referencia, así como controlar la exposición al riesgo en su inversión dándole un mayor control sobre sus activos financieros.

En ocasiones se piensa que las opciones son instrumentos exclusivamente especulativos, lo cual no es cierto. Una estrategia con opciones por sí sola no puede ser catalogada como especulativa ni como conservadora sino que es el momento y la manera en la que la estrategia es seleccionada y administrada lo que define su personalidad.

A continuación se muestran algunas estrategias que pueden ser desarrolladas combinando dos o más opciones en un mismo portafolio.

## 2.6.1 ESTRATEGIA: CALL SPREAD.

Un "SPREAD" es una estrategia que se forma cuando se invierte en dos o más opciones del mismo tipo, esto es, dos o más opciones CALL o dos o más opciones PUT.

El CALL SPREAD es una de las estrategias con opciones más utilizadas por los inversionistas de todo el mundo.

Esta estrategia puede ser creada comprando una opción CALL con un determinado precio de ejercicio y vendiendo otra opción CALL con un precio de ejercicio mayor. Ambas opciones sobre el mismo bien de referencia.

Supongamos que los precios de ejercicio y primas de las opciones que intervienen en esta estrategia, son las siguientes:

**Tabla 2.6.1.1**

	COMPRAR CALL A	VENDER CALL B
Precio de ejercicio:	\$ 20	\$ 25
Prima:	\$ 5	\$ 3

Si evaluamos cada opción en los distintos precios que el bien de referencia puede tener el día de vencimiento y sumamos los resultados tendremos el comportamiento final de la estrategia. A continuación se muestra la tabla de valores obtenidos de acuerdo a las funciones vistas en las secciones anteriores:

Tabla 2.6.1.2 Valores de un CALL SPREAD a vencimiento.

Valor final de la acción	Pérdida / utilidad	Pérdida / utilidad	Pérdida / utilidad
S	+ CALL A	- CALL B	=CALL SPREAD
16	-5	3	-2
17	-5	3	-2
18	-5	3	-2
19	-5	3	-2
20	-5	3	-2
21	-4	3	-1
22	-3	3	0
23	-2	3	1
24	-1	3	2
25	0	3	3
26	1	2	3
27	2	1	3
30	5	-2	3

Si graficamos los resultados tendremos el siguiente resultado:

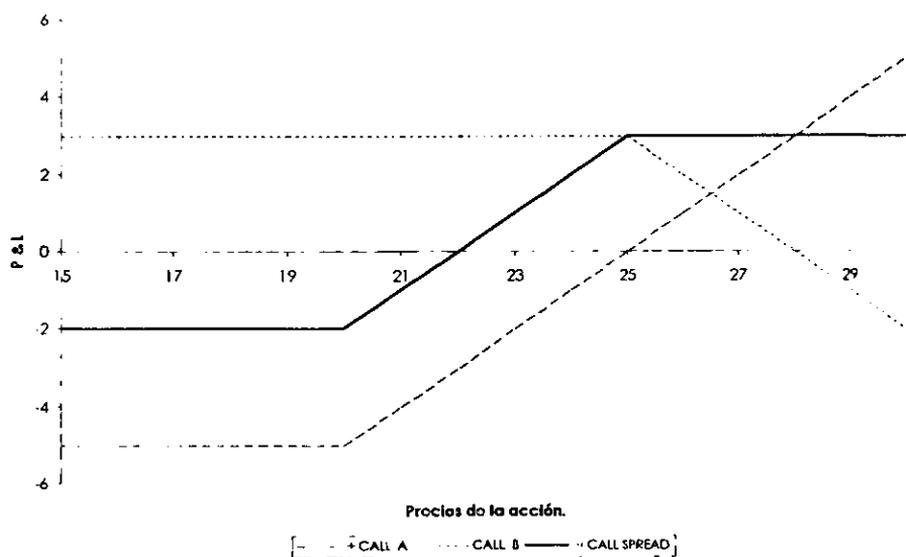


Figura 2.6.1.1 Gráfica de un CALL SPREAD a vencimiento.

Como vemos un CALL SPREAD se comporta de la misma manera que un CALL LARGO pero con un rendimiento limitado. La prima que se paga por la estrategia es menor a la prima pagada por la compra de un CALL únicamente, ya que se recibe dinero por la venta del CALL con precio de ejercicio mayor que a su vez marca el límite del rendimiento de la estrategia total ante alzas en el precio del subyacente. Es interesante comparar el rendimiento obtenido por una opción CALL en relación con un CALL SPREAD.

La siguiente tabla muestra los rendimientos porcentuales obtenidos para cada estrategia de acuerdo a la inversión inicial (Precio o Prima). El CALL que se compra es el mismo que se emplea para formar el CALL SPREAD. Es decir, el CALL con precio de ejercicio menor (CALL A).

**Tabla 2.6.1.3 Comparativo de rendimientos.**

PMK	RENDIMIENTO PORCENTUAL	
	+ CALL A	CALL SPREAD
15	-100%	-100%
16	-100%	-100%
17	-100%	-100%
18	-100%	-100%
19	-100%	-100%
20	-100%	-100%
21	-80%	-50%
22	-60%	0%
23	-40%	50%
24	-20%	100%
25	0%	150%
26	20%	150%
27	40%	150%
28	60%	150%
29	80%	150%
30	100%	150%

Como vemos el CALL SPREAD genera rendimientos mayores cuando el precio del subyacente se encuentra entre los dos precios de ejercicio, sin embargo, tiene un tope a la posibilidad de ganancias a partir del precio de ejercicio mayor. De esta manera, por ejemplo, el inversionista no tiene que esperar a que el precio de la acción llegue a \$ 25 para empezar a tener utilidad sino que basta con que el precio llegue a \$22. Si el precio de la acción llega a \$26 el CALL genera un rendimiento de 20% mientras que el CALL SPREAD de 150%. Si el precio llega a ser superior a \$30 entonces el CALL genera un mayor rendimiento, como se puede observar en la gráfica.

Una estrategia de CALL SPREAD puede ser utilizada por un inversionista que crea en la posibilidad de un alza en los precios del subyacente, pero cuya esperanza no sea muy grande respecto de dicha alza.

Con esta estrategia el inversionista está dispuesto a sacrificar la posibilidad de tener ganancias ilimitadas, a cambio de una disminución en el costo de la estrategia.

Existen además otras combinaciones con las que se pueden generar estrategias de SPREAD con opciones PUT. Estas estrategias pueden ser más sensibles a los cambios en el precio del subyacente en la medida en que los precios de ejercicio sean más cercanos.

## **2.6.2 ESTRATEGIA: LONG STRADDLE.**

Un LONG STRADDLE se forma cuando se compran simultáneamente un CALL y un PUT con el mismo precio de ejercicio y bien de referencia.

Supongamos que las características de las opciones son las siguientes:

Tabla 2.6.2.1

	COMPRAR CALL	COMPRAR UN PUT
Precio de ejercicio:	\$ 20	\$ 20
Prima o precio:	\$ 5	\$ 3

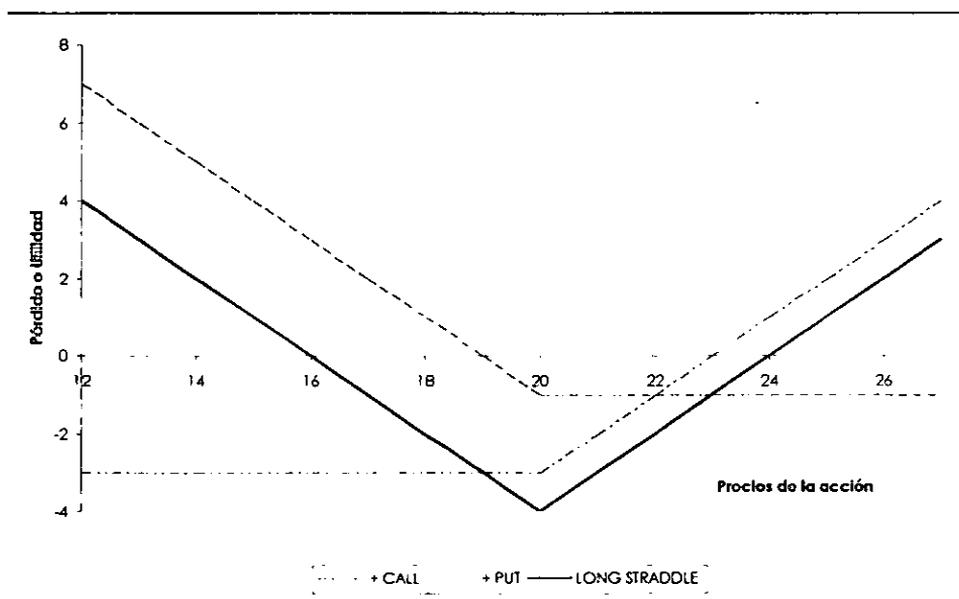
Calculando la pérdida o utilidad para cada opción y sumando los resultados obtenemos la siguiente tabla de valores:

Tabla 2.6.2.2 Valores a vencimiento de un LONG STRADDLE.

Precio final de la acción	Pérdida / utilidad + CALL	Pérdida / utilidad + PUT	Pérdida / utilidad =LONG STRADDLE
12	-3	7	4
13	-3	6	3
14	-3	5	2
15	-3	4	1
16	-3	3	0
17	-3	2	-1
18	-3	1	-2
19	-3	0	-3
20	-3	-1	-4
21	-2	-1	-3
22	-1	-1	-2
23	0	-1	-1
24	1	-1	0
25	2	-1	1
26	3	-1	2
27	4	-1	3

Esta estrategia se puede emplear cuando un inversionista prevé un movimiento fuerte en los precios del bien de referencia, pero sin tener seguridad sobre la dirección de dicho movimiento. Este tipo de situación puede ocurrir cuando se esperan los reportes de utilidades de las empresas o cuando se dan a conocer al público en general los resultados de estadísticas económicas gubernamentales (como los reportes de tasas de la Reserva Federal de los Estados Unidos).

Si graficamos los resultados tenemos el siguiente resultado:



**Figura 2.6.2.1 Gráfica a vencimiento de un LONG STRADDLE.**

Una estrategia que genera utilidades independientemente de la dirección en que se mueva el bien de referencia parece ser muy adecuada para cualquier tipo de situación o de mercado. Sin embargo, el riesgo de perder el monto total de la prima es muy alto si el precio no se mueve lo suficiente para alcanzar cualquiera de los puntos de equilibrio (aquellos precios del bien de referencia en donde la

estrategia no genera ni pérdida ni utilidad). Sabemos que el punto de equilibrio de un CALL es igual al precio de ejercicio más la prima, y de un PUT el precio de ejercicio menos la prima. Sin embargo para un STRADDLE los puntos de equilibrio son igual al precio de ejercicio más o menos la suma de las primas de las dos opciones. El día de vencimiento el precio del bien de referencia debe haberse movido lo suficiente para compensar la prima pagada.

La máxima pérdida en esta estrategia es la suma de las dos primas pagadas y únicamente sucede en un punto, mientras que la posibilidad de generar utilidad no tiene límite; siempre y cuando el precio de la acción no llegue a cero.

Finalmente cabe mencionar que esta estrategia es susceptible de ser vendida, es decir, se puede vender tanto el CALL como el PUT para construir la misma estrategia pero en sentido inverso. A la venta de un CALL y un PUT con el mismo precio de ejercicio se le llama SHORT STRADDLE.

### **2.6.3 ESTRATEGIA: LONG STRANGLE.**

Esta estrategia es muy similar al LONG STRADDLE. Al igual que en la estrategia anterior, el inversionista apuesta a que puede haber una gran movimiento en el precio del bien de referencia antes de la fecha de expiración, sin embargo, no tiene seguridad sobre si será un incremento o un decremento en el precio. Esta estrategia se forma con la compra de dos opciones, un CALL y un PUT con precios de ejercicio diferentes.

Para formar una STRANGLE, supongamos que tenemos las siguientes cuatro opciones y que el bien de referencia es la acción de la empresa CSZ con un precio actual de \$57 :

Tabla 2.6.3.1

CALL		PUT	
Precio de ejercicio	Prima	Precio de ejercicio	Prima
55	4 <sup>5</sup> / <sub>8</sub>	55	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>
60	2 <sup>1</sup> / <sub>8</sub>	60	3 <sup>7</sup> / <sub>8</sub>

A partir de estos datos se pueden crear dos STRANGLES. El primero consiste en la compra del 60 CALL y el 55 PUT, al cual se le puede llamar STRANGLE fuera del dinero, ya que las dos opciones que lo forman no tienen paridad a un precio de CSZ de \$57.

El segundo contiene la compra del \$55 CALL y la compra del \$60 PUT, al cual se le puede llamar el STRANGLE dentro del dinero, ya que las dos opciones tienen paridad.

La tabla 2.6.3.2 muestra los diferentes cálculos para cada una de las opciones CALL y opciones PUT que se emplean en este ejemplo, así como los valores de las estrategias, para cada precio final de la acción.

Las siguientes gráficas muestran la forma que toman los dos STRANGLES a vencimiento.

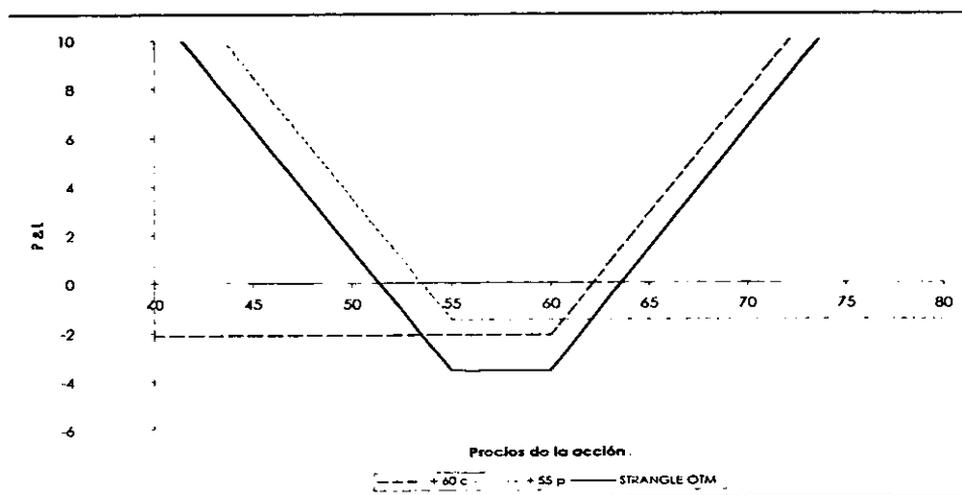
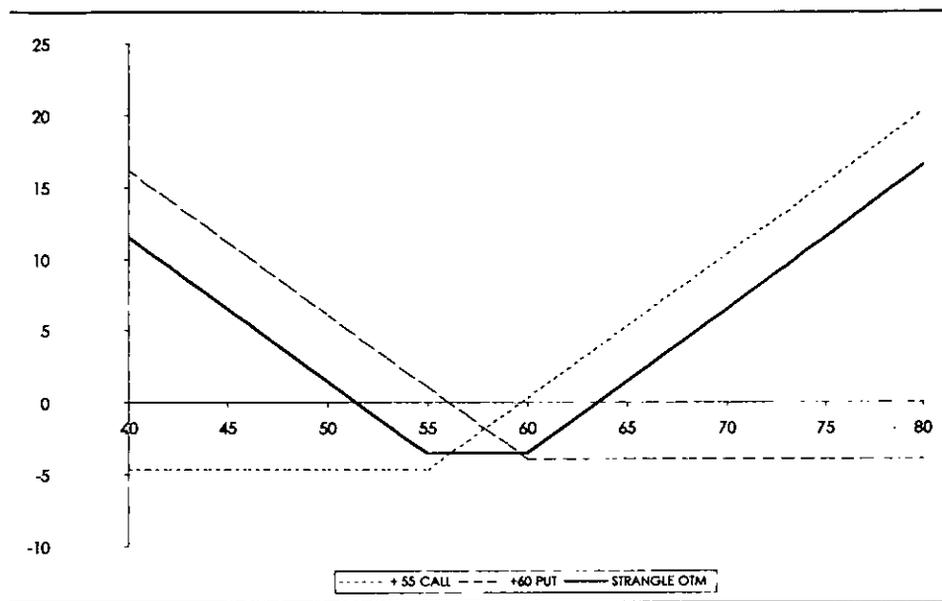


Figura 2.6.3.1 Gráfica de un STRANGLE OTM

Tabla 2.6.3.2 Cálculo de CALL SPREADS

Acción	+ 55 CALL	+ 60 CALL	+ 55 PUT	+60 PUT	STRANGLE OTM	STRANGLE ITM
40	-4 5/8	-2 1/8	13 1/2	16 1/8	11 1/2	11 3/8
41	-4 5/8	-2 1/8	12 1/2	15 1/8	10 1/2	10 3/8
42	-4 5/8	-2 1/8	11 1/2	14 1/8	9 1/2	9 3/8
43	-4 5/8	-2 1/8	10 1/2	13 1/8	8 1/2	8 3/8
44	-4 5/8	-2 1/8	9 1/2	12 1/8	7 1/2	7 3/8
45	-4 5/8	-2 1/8	8 1/2	11 1/8	6 1/2	6 3/8
46	-4 5/8	-2 1/8	7 1/2	10 1/8	5 1/2	5 3/8
47	-4 5/8	-2 1/8	6 1/2	9 1/8	4 1/2	4 3/8
48	-4 5/8	-2 1/8	5 1/2	8 1/8	3 1/2	3 3/8
49	-4 5/8	-2 1/8	4 1/2	7 1/8	2 1/2	2 3/8
50	-4 5/8	-2 1/8	3 1/2	6 1/8	1 1/2	1 3/8
51	-4 5/8	-2 1/8	2 1/2	5 1/8	1/2	3/8
52	-4 5/8	-2 1/8	1 1/2	4 1/8	-1/2	-5/8
53	-4 5/8	-2 1/8	1/2	3 1/8	-1 1/2	-1 5/8
54	-4 5/8	-2 1/8	-1/2	2 1/8	-2 1/2	-2 5/8
55	-4 5/8	-2 1/8	-1 1/2	1 1/8	-3 1/2	-3 5/8
56	-3 5/8	-2 1/8	-1 1/2	1/8	-3 1/2	-3 5/8
57	-2 5/8	-2 1/8	-1 1/2	-7/8	-3 1/2	-3 5/8
58	-1 5/8	-2 1/8	-1 1/2	-1 7/8	-3 1/2	-3 5/8
59	-5/8	-2 1/8	-1 1/2	-2 7/8	-3 1/2	-3 5/8
60	3/8	-2 1/8	-1 1/2	-3 7/8	-3 1/2	-3 5/8
61	1 3/8	-1 1/8	-1 1/2	-3 7/8	-2 1/2	-2 5/8
62	2 3/8	-1/8	-1 1/2	-3 7/8	-1 1/2	-1 5/8
63	3 3/8	7/8	-1 1/2	-3 7/8	-1/2	-5/8
64	4 3/8	1 7/8	-1 1/2	-3 7/8	1/2	3/8
65	5 3/8	2 7/8	-1 1/2	-3 7/8	1 1/2	1 3/8
66	6 3/8	3 7/8	-1 1/2	-3 7/8	2 1/2	2 3/8
67	7 3/8	4 7/8	-1 1/2	-3 7/8	3 1/2	3 3/8
68	8 3/8	5 7/8	-1 1/2	-3 7/8	4 1/2	4 3/8
69	9 3/8	6 7/8	-1 1/2	-3 7/8	5 1/2	5 3/8
70	10 3/8	7 7/8	-1 1/2	-3 7/8	6 1/2	6 3/8
71	11 3/8	8 7/8	-1 1/2	-3 7/8	7 1/2	7 3/8
72	12 3/8	9 7/8	-1 1/2	-3 7/8	8 1/2	8 3/8
73	13 3/8	10 7/8	-1 1/2	-3 7/8	9 1/2	9 3/8
74	14 3/8	11 7/8	-1 1/2	-3 7/8	10 1/2	10 3/8
75	15 3/8	12 7/8	-1 1/2	-3 7/8	11 1/2	11 3/8
76	16 3/8	13 7/8	-1 1/2	-3 7/8	12 1/2	12 3/8
77	17 3/8	14 7/8	-1 1/2	-3 7/8	13 1/2	13 3/8
78	18 3/8	15 7/8	-1 1/2	-3 7/8	14 1/2	14 3/8
79	19 3/8	16 7/8	-1 1/2	-3 7/8	15 1/2	15 3/8
80	20 3/8	17 7/8	-1 1/2	-3 7/8	16 1/2	16 3/8



**Figura 2.6.3.2 Gráfica de un STRANGLE ITM**

Para un STRANGLE, independientemente de cómo sea formado, la máxima pérdida ocurre cuando el precio de CSZ en la fecha de vencimiento se encuentra entre los dos precios de ejercicio. El STRANGLE tiene dos puntos de equilibrio; el primero es igual al precio de ejercicio del CALL más la suma de las primas pagadas, y el segundo es igual al precio de ejercicio del PUT menos la suma de las primas pagadas.

En nuestro ejemplo el STRANGLE fuera del dinero formado por el \$60 CALL y el \$55 PUT cuesta  $\$3\frac{5}{8}$ . En contraste el STRANGLE dentro del dinero formado por el \$55 CALL y el \$60 PUT, cuesta  $\$8\frac{1}{2}$ . Como podemos ver es una gran diferencia en costo y sin embargo, el comportamiento de la cartera es prácticamente el mismo. Los puntos de equilibrio para el STRANGLE fuera del dinero son:

Precio de ejercicio del CALL + Prima total =  $60 + 3 \frac{5}{8} = 63 \frac{5}{8}$

Precio de ejercicio del PUT - Prima total =  $55 - 3 \frac{5}{8} = 51 \frac{3}{8}$ .

Los puntos de equilibrio para el STRANGLE dentro del dinero son los siguientes:

Precio de ejercicio del CALL + Prima total =  $55 + 8 \frac{1}{2} = 63 \frac{1}{2}$

Precio de ejercicio del PUT - Prima total =  $60 - 8 \frac{1}{2} = 51 \frac{1}{2}$ .

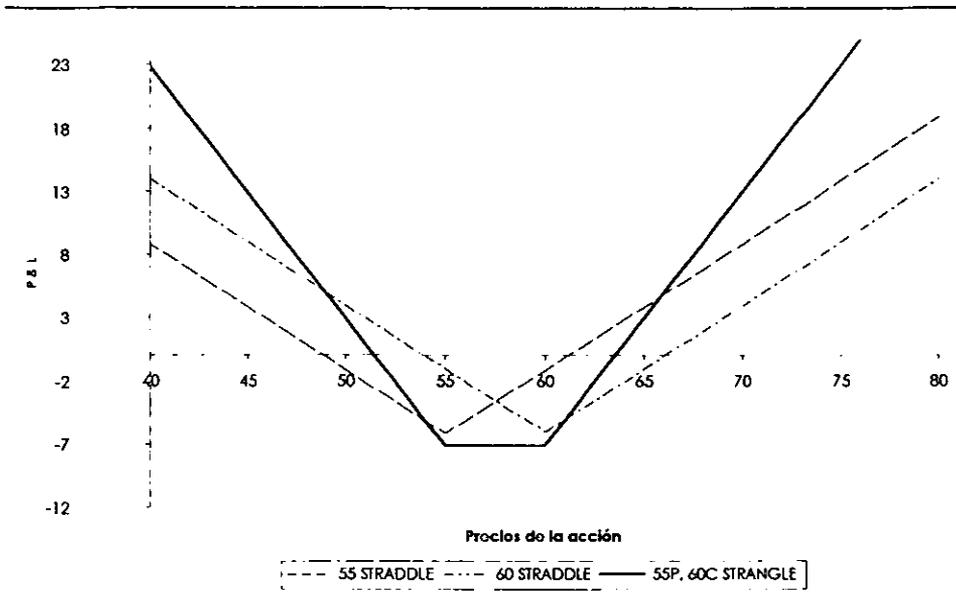
Por otro lado la máxima pérdida también es muy similar:

Para el STRANGLE fuera del dinero es =  $3 \frac{5}{8}$  y para el STRANGLE dentro del dinero es =  $3 \frac{1}{2}$ .

La razón por la cual el STRANGLE dentro del dinero tiene una máxima pérdida de  $3 \frac{1}{2}$ , aun y cuando éste cuesta  $8 \frac{1}{2}$  es que, entre los precios de ejercicio las dos opciones que lo componen tienen paridad, mientras que para el STRANGLE fuera del dinero esto no ocurre para precios de CSZ entre los precios de ejercicio, ninguna opción tiene paridad.

En ocasiones un STRANGLE cuesta menos que un STRADDLE, sin embargo no debemos considerar comprar el STRANGLE en favor del STRADDLE únicamente porque la inversión inicial es menor. Debemos recordar que el STRANGLE es vulnerable a una pérdida total de la prima dentro de un rango más amplio de precios finales de CSZ, mientras que el STRADDLE sufre su máxima pérdida, sólo cuando el precio final de CSZ es exactamente igual al precio de ejercicio.

La siguiente gráfica muestra una comparación entre un STRANGLE y los dos STRADDLES, que se pueden formar con el grupo de opciones utilizadas para formar la primera estrategia.



**Figura 2.6.3.3 STRANGLE formado por dos STRADDLES.**

Finalmente cabe mencionar que un STRANGLE también se puede formar vendiendo las opciones que lo forman a lo cual se llama un STRANGLE CORTO y su forma es exactamente inversa a las mostradas anteriormente.

#### **2.6.4 ESTRATEGIA: CALL RATIO SPREAD.**

Un CALL RATIO SPREAD es similar a un CALL SPREAD en donde se compra una opción CALL con un determinado precio de ejercicio y se venden dos o más opciones CALL con un precio de ejercicio mayor.

Para formar esta estrategia suponemos que se tienen las siguientes opciones disponibles y que se venden tres opciones CALL al precio de ejercicio mayor:

**Tabla 2.6.4.1**

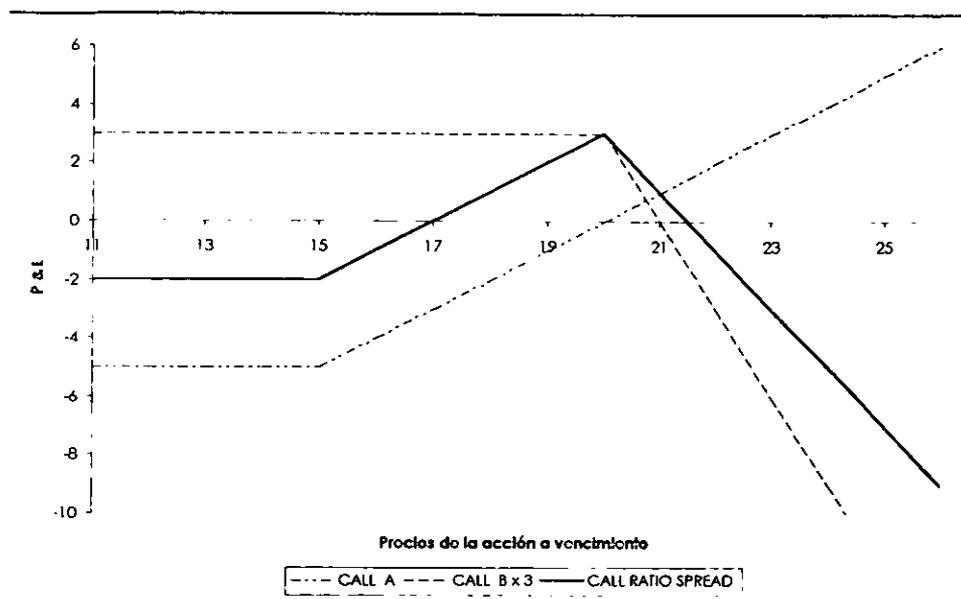
	COMPRAR CALL A	VENDER CALL B x (3)
Strike Price:	\$ 15	\$ 20
Prima:	\$ 5	\$ 1

Calculando los valores de pérdida / utilidad para cada instrumento tenemos la siguiente tabla:

**Tabla 2.6.4.2 Valores a vencimiento CALL RATIO SPREAD.**

PMK	Pérdida / utilidad + CALL A	Pérdida / utilidad - CALL B x (3)	Pérdida / utilidad CALL RATIO SPREAD
11	-5	3	-2
12	-5	3	-2
13	-5	3	-2
14	-5	3	-2
15	-5	3	-2
16	-4	3	-1
17	-3	3	0
18	-2	3	1
19	-1	3	2
20	0	3	3
21	1	0	1
22	2	-3	-1
23	3	-6	-3
24	4	-9	-5
25	5	-12	-7
26	6	-15	-9

Graficando los valores obtenidos tenemos el siguiente resultado:



**Figura 2.6.4.1 Gráfica a vencimiento de un CALL RATIO SPREAD.**

Esta estrategia es complicada y requiere de mucho análisis sobre el comportamiento de los precios de mercado.

La máxima pérdida en esta estrategia es igual a la prima total pagada cuando el precio de CSZ termina abajo del precio de ejercicio menor; sin embargo, para precios mayores al precio de ejercicio mayor las pérdidas pueden ser ilimitadas.

Esta estrategia tiene dos puntos de equilibrio; el primero es igual al precio de ejercicio menor más la prima total pagada, y el segundo depende de la cantidad de opciones CALL que se venden. En este caso el segundo punto de equilibrio es igual a la máxima utilidad más un medio de la misma utilidad, debido a que la pendiente de la gráfica después del precio de ejercicio es igual a menos dos (-2).

Existen muchas estrategias conocidas por las personas que se dedican al negocio con opciones, pero en la vida real las anteriormente mencionadas son las más empleadas para todo tipo de necesidades: cobertura, especulación, etc. Este tipo de estrategias son tan conocidas que incluso se les ha dado un nombre específico a cada una para distinguirlas. Sin embargo, lo importante a mencionar es: todas son formadas como combinación de las dos opciones base CALL y PUT.

Un inversionista no necesariamente tiene que limitarse a las estrategias conocidas, sino que puede construir la más adecuada a sus necesidades realizando combinaciones cuya gráfica de comportamiento a vencimiento puede ser muy sencilla o muy complicada, dependiendo de la cantidad de instrumentos que incorpore a su portafolio.

Una estrategia en particular será más o menos atractiva dependiendo de la prima que se deba pagar o que se reciba por ella. La prima total de una opción depende, como hemos visto, de los precios de las opciones individuales que la componen. Es por ello que para seleccionar una estrategia debemos realizar previamente una valuación de cada una de las opciones, y para ello requerimos de un modelo de valuación al cual pretendemos llegar durante este trabajo.

## **2.7 PUNTOS DE EQUILIBRIO.**

Las estrategias que se emplean en la realidad son cada día más complejas y debido a la posibilidad tan grande de combinaciones entre opciones que existe en un mercado estandarizado, es prácticamente imposible dar reglas específicas para calcular los puntos de equilibrio de cada estrategia. Es por ello que se hace necesaria una herramienta que pueda proporcionar información sobre el comportamiento de una estrategia, rápida y exactamente para la toma de

decisiones. De hecho ésta es una de las motivaciones que conducen a la realización de este trabajo.

A continuación se propone un método de conocer el comportamiento de una estrategia a vencimiento, independientemente del número de instrumentos utilizados para formarla. Este método se puede utilizar bajo ciertas condiciones, cuando no se tiene acceso a medios electrónicos o se requiere tomar decisiones de manera rápida en un mercado de opciones.

A este método le denominaremos análisis de puntos de equilibrio y permite conocer los valores que toma una estrategia en particular en los puntos de mayor importancia, que a la vez son útiles para conocer el comportamiento general de la estrategia a distintos precios de mercado del bien de referencia.

Supongamos que queremos conocer el comportamiento global de una estrategia que combina los siguientes instrumentos:

- 1 CSZ (acción)	@ $58\frac{5}{8}$	( Venta de una acción de CSZ ).
+ 4 CSZ Sep 65 CALL	@ $1\frac{1}{4}$	( Compramos 4 CALLS ).
- 1 CSZ Sep 55 CALL	@ 6	( Vendemos un CALL ).
+ 4 CSZ Sep 50 PUT	@ $\frac{1}{4}$	( Compramos 4 PUTS ).
- 1 CSZ Sep 55 PUT	@ 1	( Vendemos un PUT ).

Todas las opciones involucradas expiran en el próximo septiembre y tienen precios de ejercicio diferentes, primas distintas expresadas en múltiplos de  $\frac{1}{8}$ , y todas basadas en el mismo bien de referencia.

i) En primer término se calcula cuánto es lo que debemos pagar o cuánto recibimos por la compra y/o venta de las opciones que intervienen en la estrategia exclusivamente. De esta manera, multiplicamos la prima de cada opción por la

cantidad de éstas que se compra o se vende para finalmente sumar todos los resultados y obtener el valor que buscamos. Lo anterior tiene por finalidad conocer el monto total que por concepto de primas se paga o se recibe para evitar el cálculo independiente de la pérdida/utilidad en cada opción.

En nuestro ejemplo el monto total por prima es:

$$-4 ( 1.25 ) + 6 - 4 ( .25 ) + 1 = 1$$

Lo anterior significa que recibimos inicialmente \$1, producto de la compra y venta de las opciones. En general cuando este número es positivo se dice que se realiza la estrategia con un crédito y cuando es negativo se realiza la estrategia con un débito. Este dato agrupa las primas de todas las opciones involucradas, por lo que el análisis posterior se centra en el análisis de la pérdida o utilidad generada por cada opción por concepto de paridad que se obtiene en los puntos de inflexión de la gráfica global de la estrategia, es decir, en los precios de mercado del bien de referencia, que son igual al los precios de ejercicio de cada opción involucrada; así como de las pendientes que se generan antes y después de cada precio de ejercicio.

ii ) Los puntos en los que cambia la pendiente de nuestra gráfica o puntos de inflexión son como hemos dicho, los precios de ejercicio de cada opción. Existe una cierta probabilidad de que al vencimiento ( próximo septiembre ) el precio de mercado sea igual a cada precio de ejercicio. Si pensamos de esta manera para cada precio de ejercicio podemos calcular el valor que por concepto de paridad tiene cada opción y así calcular la pérdida/utilidad que reporta la estrategia en general, incluyendo al bien de referencia. Haciendo lo anterior tenemos los siguientes resultados:

Tabla 2.7.1 Valores en puntos de inflexión.

	STKP	50	55	65
<b>OPCION</b>				
+4 65 CALL		0	0	0
-1 55 CALL		0	0	-10
+4 50 PUT		0	0	0
-1 55 PUT		-5	0	0
-1 acción @ 58 <sup>5</sup> / <sub>8</sub>		8 <sup>5</sup> / <sub>8</sub>	3 <sup>5</sup> / <sub>8</sub>	-6 <sup>3</sup> / <sub>8</sub>
PRIMA TOTAL		1	1	1
<b>TOTAL</b>		<b>4<sup>5</sup>/<sub>8</sub></b>	<b>4<sup>5</sup>/<sub>8</sub></b>	<b>-15<sup>3</sup>/<sub>8</sub></b>

La tabla muestra la paridad obtenida en cada opción en los diferentes precios de ejercicio si a vencimiento el valor del bien de referencia es igual al precio de ejercicio de cada opción, así como la pérdida o utilidad total obtenida, incluyendo el crédito o débito obtenido por concepto de primas.

Ahora conocemos el valor que toma nuestra estrategia en los puntos más importantes.

iii ) Ya que conocemos el valor de todos los puntos en donde la gráfica general cambia de pendiente, necesitamos conocer precisamente la pendiente que toma la estrategia antes y después de cada uno, para poder unir los puntos obtenidos. Lo anterior nos permitirá graficar el resultado final.

En la tabla anterior podemos agregar una columna antes y después de cada precio de ejercicio donde escribiremos la pendiente de cada opción en ese punto, dependiendo exclusivamente de si tiene o no valor de paridad en ese momento y de si la opción se ha comprado o vendido. Haciendo lo anterior tenemos los siguientes resultados:

Tabla 2.7.2 Cálculo de pendientes.

OPCION	STKP	\$	50	\$	55	\$	65	\$
+ 4 65 CALL		0	0	0	0	0	0	4
- 1 55 CALL		0	0	0	0	-1	-10	-1
+ 4 50 PUT		-4	0	0	0	0	0	0
- 1 55 PUT		1	-5	1	0	0	0	0
- 1 acción @ 58 <sup>5</sup> / <sub>8</sub>		-1	8 <sup>5</sup> / <sub>8</sub>	-1	3 <sup>5</sup> / <sub>8</sub>	-1	-6 <sup>3</sup> / <sub>8</sub>	-1
PRIMA TOTAL			1		1		1	
<b>TOTAL</b>		<b>-4</b>	<b>4 <sup>5</sup>/<sub>8</sub></b>	<b>0</b>	<b>4 <sup>5</sup>/<sub>8</sub></b>	<b>-2</b>	<b>-15 <sup>3</sup>/<sub>8</sub></b>	<b>2</b>

Así por ejemplo, un CALL con strike 65 no tiene valor de paridad para ningún valor del bien de referencia anterior a 65, dado que un CALL es un derecho de compra y resulta más barato comprar el bien en el mercado, a cualquier precio menor al strike de 65; es decir, para cualquier valor abajo de 65 el CALL está fuera del dinero. Es por ello que la pendiente abajo de 65 es de 0:1. Para cualquier incremento de un punto en el precio del subyacente, el precio de la opción cambia en cero puntos. A la relación que describe el cambio en el valor de la opción a cambios en el valor del subyacente se le denomina DELTA. Abajo de 65 la gráfica de éste es una línea horizontal, mientras que después de 65 la gráfica es una recta con pendiente 1:1, ya que por cada punto que aumente el precio de la acción la paridad del CALL aumenta de igual manera un punto. Después de 65 el valor de pendiente en la tabla es igual a 4, ya que después de 65 la pendiente es 1:1, y se han comprado 4 opciones; de esta manera la pendiente es de 4:1, después de 65. De esta manera se forma el renglón de pendientes para las opciones CALL con strike 65.

Procediendo de la misma manera y siempre recordando las gráficas de paridad, se completa la tabla de pendientes para el resto de los instrumentos que conforman la estrategia. En la parte inferior de la tabla se muestra la pendiente total antes y

después de cada precio de ejercicio resultante de la suma de las pendientes de cada instrumento.

iii) Ahora podemos unir cada uno de los puntos obtenidos en el primer inciso con rectas que tendrán las pendientes calculadas en el segundo. La gráfica general para esta estrategia tiene entonces la siguiente forma en la fecha de vencimiento:

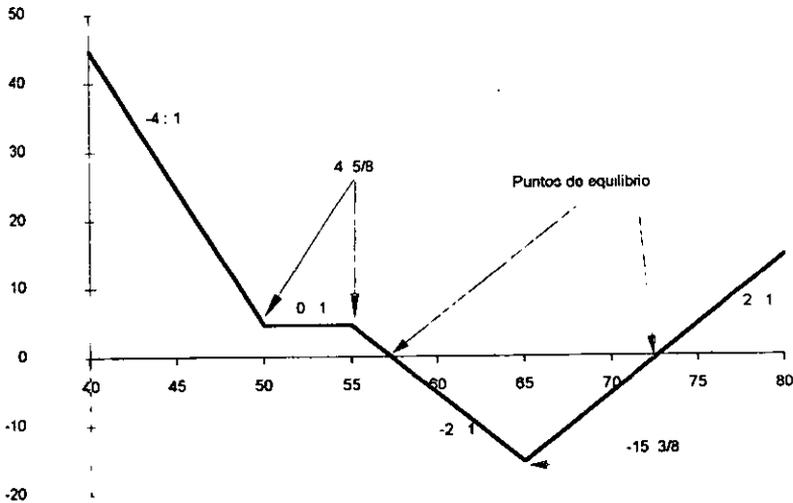


Figura 2.7.1

Aun y cuando los cálculos anteriores son de mucha utilidad, la idea fundamental de este procedimiento es calcular el (los) punto (s) de equilibrio; es decir, los valores de mercado del bien de referencia en los cuales la estrategia tiene una pérdida/utilidad de cero. Estos puntos se identifican de manera muy sencilla en la gráfica anterior donde la curva que forma la estrategia cruza el eje horizontal que representa los precios de mercado de la acción CSZ.

Observando la última tabla sabemos que esta estrategia tiene dos puntos de equilibrio. El primero en algún valor entre 55 y 65 ya que es entre estos puntos donde la P/U de la estrategia cambia de positiva a negativa, mientras que el segundo en algún lugar después de 65 ya que la P/U antes de éste punto es negativa y la pendiente después del mismo es positiva, de la cual se deduce que la gráfica de la estrategia tendrá que cruzar de nuevo el eje horizontal.

Para calcular el primer punto de equilibrio de una manera sencilla podemos utilizar los valores que toma la estrategia en cualquiera de los puntos conocidos más cercanos (55 ó 65), mismos que fueron calculados en el primer inciso de esta sección, así como la pendiente entre esos dos puntos. Supongamos que escogemos 55; el valor de la estrategia en ese punto es de  $4^5/8$  y la pendiente entre los puntos es de -2:1. Para encontrar el primer punto de equilibrio tenemos que dividir  $4^5/8 / 2 = 2^5/16$  y sumarlo al punto de referencia seleccionado  $55 + 2^5/16 = 57^5/16$ . De igual forma para calcular el segundo punto de equilibrio tenemos que:

$$15^3/8 / 2 = 7^{11}/16 + 65 = 72^{11}/16 .$$

Una manera de verificar que los puntos de equilibrio son correctos es calcular los valores que toman cada uno de los instrumentos que forman la estrategia en esos valores, sumar todos los resultados obtenidos, debiendo llegar a un total de 0 (cero).

Los cálculos anteriormente mencionados se realizan en la tabla 2.7.3 que se muestra a continuación:

Tabla 2.7.3

ANÁLISIS DE PUNTOS DE EQUILIBRIO		
	Puntos de Equilibrio	
	$57 \frac{5}{16}$	$72 \frac{11}{16}$
+ 4 65 CALL	0	$30 \frac{3}{4}$
- 1 55 CALL	$-2 \frac{5}{16}$	$-17 \frac{11}{16}$
+ 4 50 PUT	0	0
- 1 55 PUT	0	0
- 1 acción @ $58 \frac{5}{8}$	$1 \frac{5}{16}$	$-14 \frac{1}{16}$
PRIMA TOTAL	1	1
<b>TOTAL</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

Como anteriormente se hizo, se calcularon los valores de paridad para cada uno de los instrumentos en los puntos de equilibrio, sin considerar la prima en cada uno, sino como una prima global. La suma de estos resultados es cero, lo que significa que efectivamente la gráfica de la estrategia cruza el eje horizontal en esos puntos y por lo tanto son los puntos de equilibrio correctos.

## 2.8 OPCIONES SINTÉTICAS.

Hasta el momento hemos visto cómo funcionan de manera independiente los diferentes tipos de opciones CALL y PUT a vencimiento. Sin embargo es muy probable que las opciones sean utilizadas como un medio de protección ante movimientos contrarios en el precio del bien que se posee.

Supongamos que un inversionista compra en el mercado accionario acciones de la empresa CSZ porque espera que el precio de estas acciones suba en los próximos meses, y por otro lado, está consciente de los riesgos que el mercado de capitales involucra, por lo que para cubrir el riesgo de un posible movimiento en el precio, contrario al esperado, también compra una opción PUT (recordamos que cuando el precio de la acción baja, el valor de un PUT se incrementa, por lo que la pérdida generada disminuye). A esta estrategia se le denomina PUT de protección o ("Protective PUT").

Analizaremos de la misma manera expuesta en la sección anterior, cómo será la gráfica de pérdidas y ganancias de esta estrategia a vencimiento.

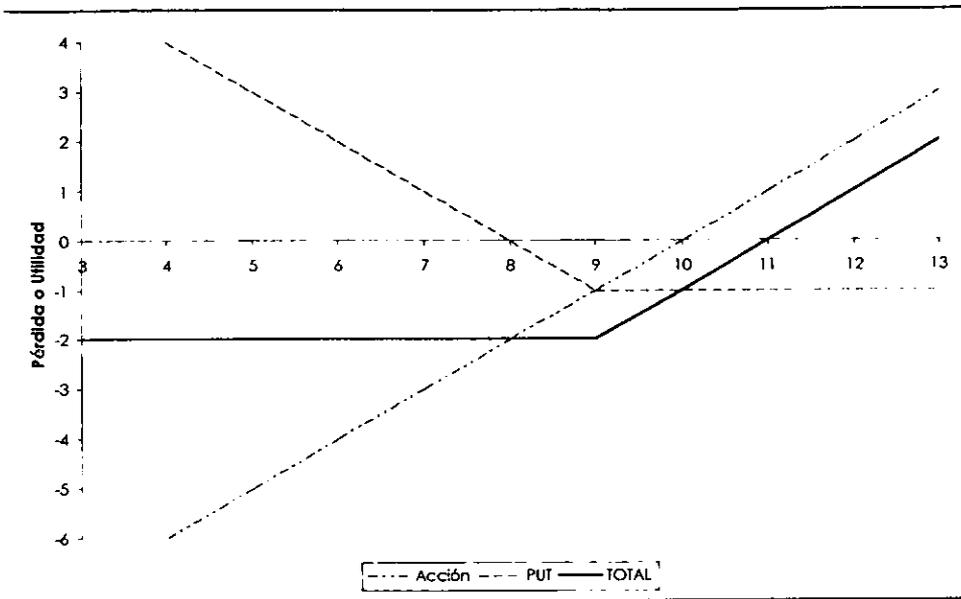
Sabemos que el precio de la acción en el mercado es de \$10, mientras que el PUT tiene un precio de \$1 y un precio de ejercicio de \$9, con vigencia de un año a partir de la fecha de compra.

Si procedemos de igual manera que en las estrategias vistas anteriormente, calculando el valor de cada instrumento y graficando el diagrama final tenemos lo siguiente:

**Tabla 2.8.1 Cálculo de un CALL sintético.**

PMK	Pérdida/utilidad Acción	Pérdida/utilidad PUT	Pérdida/utilidad TOTAL
3	-7	5	-2
4	-6	4	-2
5	-5	3	-2
6	-4	2	-2
7	-3	1	-2
8	-2	0	-2
9	-1	-1	-2
10	0	-1	-1
11	1	-1	0
12	2	-1	1
15	5	-1	4

Graficando:



**Figura 2.8.1 Gráfica de un CALL SINTETICO a vencimiento.**

Como podemos observar la combinación final de los dos instrumentos tiene un comportamiento idéntico al de un CALL LARGO, esto es totalmente lógico ya que el inversionista adquirió el PUT para cubrirse ante eventuales movimientos a la baja en el precio de la acción, y eso es efectivamente lo que está sucediendo. La estrategia asegura que la pérdida máxima será de \$2, sin importar si la acción baja por más allá de los \$9, y por otro lado deja abiertas las posibilidades de ganancia si los precios se mueven hacia arriba como él lo estaba esperando. El portafolio del inversionista se comporta como un CALL con prima de \$2, la cual es la suma de la prima pagada por el PUT más la pérdida virtual obtenida por la acción cuando el precio de mercado es igual al precio de ejercicio del PUT; el precio de ejercicio del CALL sigue siendo el mismo.

Dicho de otra forma, el portafolio del inversionista es equivalente al CALL, con el mismo precio de ejercicio del PUT empleado en la estrategia, es decir, se ha

simulado la compra de un CALL. Se dice que el inversionista ha creado con su portafolio un **CALL SINTETICO**.

Derivado de esta estrategia podemos concluir que existe una estrecha relación entre un CALL y un PUT, no sólo en cuanto a su comportamiento, sino también, en cuanto a su valor o precio. Desarrollaremos cómo es esta relación más adelante. Entonces un CALL SINTETICO se forma de la siguiente manera:

$$\text{CALL SIN} = \text{PUT} + \text{ACCION}$$

Las opciones sintéticas son muy importantes en el estudio de las opciones y desempeñan también, un papel muy importante en la negociación diaria en los mercados internacionales de opciones.

## 2.9 RELACION ENTRE LOS PRECIOS DE UN CALL Y UN PUT.

Es importante señalar que en un mercado estandarizado siempre podremos encontrar opciones CALL y PUT sobre un mismo precio de ejercicio. Esto es importante ya que el CALL que se forma sintéticamente en la estrategia anterior debe existir en realidad como un instrumento independiente en el mercado, de la misma manera que existe el PUT que el inversionista ha seleccionado para cubrir su portafolio.

De hecho el inversionista pudo haber optado por vender sus acciones no teniendo que comprar el PUT y sencillamente comprar el CALL de precio de ejercicio \$9. El CALL real y el SINTETICO, como hemos visto, tienen exactamente el mismo comportamiento.

Si lo anterior es cierto entonces el precio del CALL real en el mercado debe ser igual a \$2, como lo podemos ver en el diagrama del comportamiento del CALL

sintético. Si esto sucede en el mercado, se dice que los precios de las opciones están en línea.

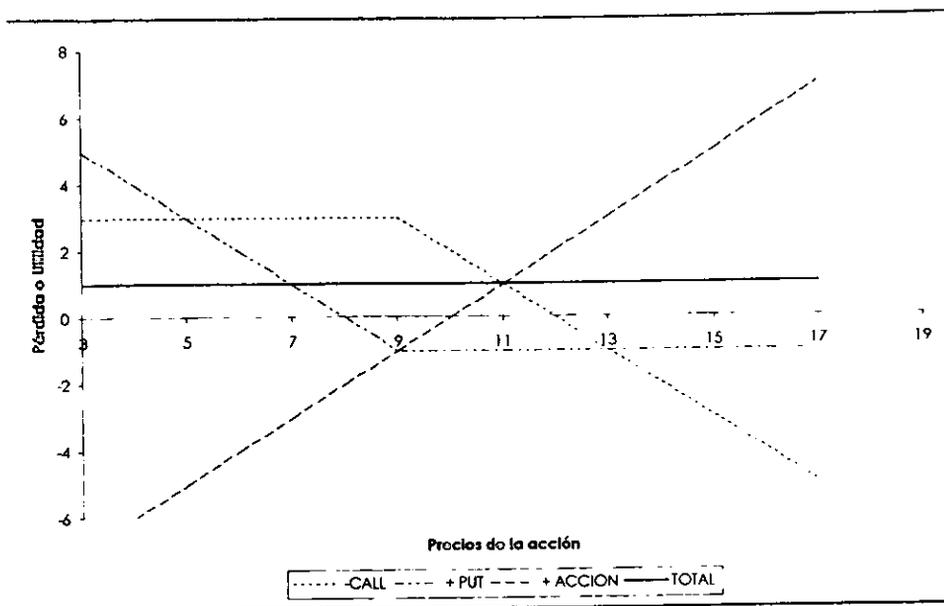
Sin embargo, puede llegar a suceder que en el mercado el CALL se cotice a un precio distinto de \$2. Analizaremos, por ejemplo, lo que pasa si el CALL tiene un precio de \$3 en el mercado.

Si el inversionista puede formar sintéticamente un CALL idéntico y pagar por él solo \$2, entonces por qué no vender en el mercado el CALL real y formarlo sintéticamente para cubrir su corto, esperando tener una utilidad de \$1 al final; vender lo que está "caro" y comprar lo que está "barato", a esto se le denomina una oportunidad de arbitraje. Es evidente que el portafolio no quedará sin posición, sino que en realidad se le agrega un instrumento más con la compra del CALL; sin embargo, por la equivalencia entre CALL y PUT se simula que se vende el CALL sintético que está en la cartera, para finalmente quedar con nada. Uno es sintético y otro es real pero se comportan de la misma manera.

Si es posible realizar esta operación, el diagrama de pago a vencimiento se verá como la figura 2.9.1, y los cálculos se muestran a continuación:

**Tabla 2.9.1**

S	-CALL	+ PUT	+ ACCION	TOTAL
3	3	5	-7	1
4	3	4	-6	1
5	3	3	-5	1
6	3	2	-4	1
7	3	1	-3	1
8	3	0	-2	1
9	3	-1	-1	1
10	2	-1	0	1
11	1	-1	1	1
12	0	-1	2	1
13	-1	-1	3	1
14	-2	-1	4	1
15	-3	-1	5	1
16	-4	-1	6	1
17	-5	-1	7	1



**Figura 2.9.1 ESTRATEGIA CONVERSION.**

Podemos apreciar que efectivamente se tiene al final una utilidad, marcada en la gráfica como "TOTAL", de \$1, independientemente de lo que pase con el precio de la acción de CSZ. Efectivamente esta estrategia genera dinero para el inversionista, sin que represente para él ningún riesgo. Ha aprovechado correctamente la oportunidad de arbitraje que se genera cuando los precios de las opciones CALL y PUT no se encuentran en línea o no respetan la relación que debe existir entre sus precios.

A la relación que existe entre los precios de un CALL y un PUT se le denomina Paridad PUT-CALL o ("PUT-CALL Parity"). Como hemos visto esta relación sostiene que se puede formar un CALL a partir de un PUT y una acción, escrito de otra forma:

$$C = P + S$$

Como ésta es una relación a vencimiento e involucra sólo flujos de efectivo, podemos considerarla como una ecuación simple. Así podemos despejar de ella por ejemplo, el PUT teniendo que:

$$P = C - S$$

Lo anterior quiere decir que un PUT se puede formar agregando el diagrama de pago de un CALL, menos el de una acción (el que se tiene si se vende la acción). Lo anterior sería un **PUT SINTETICO**. De igual forma podemos simular cualquier posición en opciones o incluso una posición larga o corta en acciones, sin realmente tenerla.

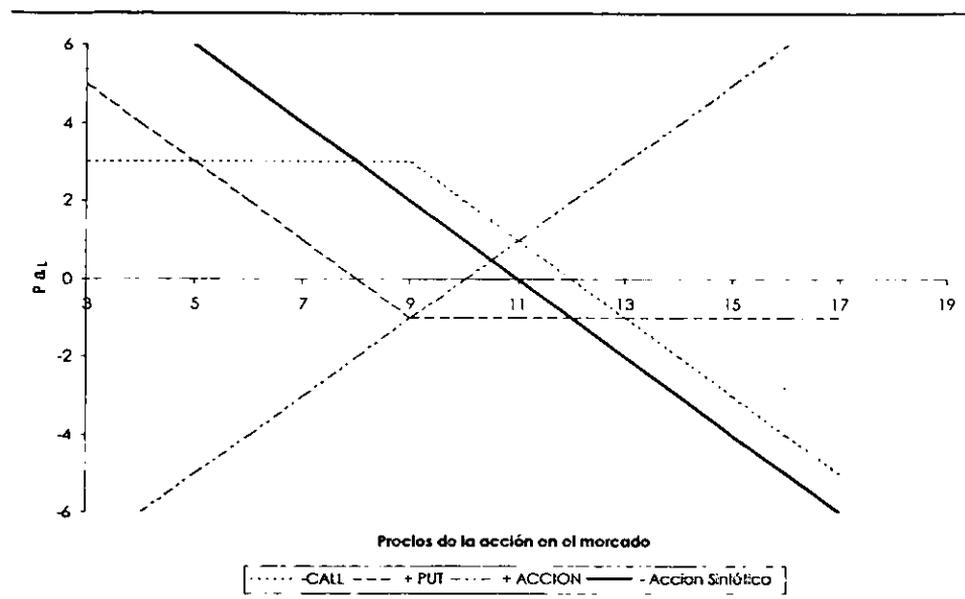
La venta de una acción sintéticamente es:

$$-S = P - C \quad \{ \text{Comprando un PUT y vendiendo un CALL} \}.$$

De hecho esta es otra manera de analizar la estrategia que construimos anteriormente, donde efectivamente se compra un PUT y vende un CALL, lo que genera, de acuerdo con la Paridad PUT-CALL, una acción sintética corta que se anula con la compra real de la acción en el mercado. A la compra de una acción real en el mercado y la venta del mismo flujo de efectivo pero sintéticamente, se le denomina **CONVERSION**; y a la forma contraria **REVERSAL**. Estas operaciones no deben generar ganancias cuando el precio de las opciones que las forman se encuentran en línea. Es decir:

$$\begin{array}{ll} C = P + S & \text{entonces es cierto que:} \\ P + S - C = 0 & \text{en la fecha de vencimiento.} \end{array}$$

Las gráficas de una **CONVERSION** y la oportunidad de formar un **REVERSAL**, cuando alguna de las opciones no está en línea, se muestran en las siguientes gráficas:



**Figura 2.9.2 Gráfica de la estrategia REVERSAL.**

Todas las gráficas anteriores son al día de vencimiento de las opciones. Sin embargo la Paridad PUT-CALL se debe mantener siempre durante la vigencia de las mismas.

Si queremos desarrollar la relación de paridad PUT-CALL para cualquier momento antes de la fecha de vencimiento, debemos tomar en cuenta no únicamente la fecha de vencimiento sino dos momentos en el tiempo: El flujo de efectivo inicial al momento de construir la estrategia, y el flujo de efectivo al final.

Por ejemplo en la estrategia anterior tenemos el siguiente flujo de efectivo:

Tabla 2.9.2

	En cartera	Flujo Inicial	Flujo Final	
			$S > X$	$S < X$
Compra de la ACCIÓN	+ S	- S	Sf	Sf
Compra del PUT	+ P	- P	0	$X - Sf$
Venta del CALL	- C	+ C	$-(Sf - X)$	0
<b>Flujo</b>	<b>P + S - C</b>	<b>C - P - S</b>	<b>+ X</b>	<b>+ X</b>

El flujo en la fecha de expiración es exactamente igual al precio de ejercicio  $X$ . Si el precio de la acción al final ( $Sf$ ) se encuentra en esa fecha por arriba del precio de ejercicio ( $X$ ), entonces el PUT no tiene valor, pero el CALL que se vende sí, por lo que el poseedor tiene el derecho a comprar las acciones por  $\$X$  que es menor a  $\$Sf$  y nosotros tenemos la obligación de venderlas, permitiéndonos recibir  $\$X$  al final. Si por el contrario el precio de la acción  $Sf$  es menor al precio de ejercicio  $X$ , entonces el PUT nos da el derecho de vender la acción por  $\$X$ , mientras que el CALL no tiene valor.

En realidad la acción se vende siempre al precio final en que se encuentre ese día, sin embargo la posición en opciones que se tiene, compensa las diferencias negativas y/o positivas respecto del precio de ejercicio.

Por otro lado el flujo al inicio de la estrategia es igual a:  $C - P - S$ .

Sabemos que para que no haya oportunidades de arbitraje, las sumas de los flujos al principio y al final deben ser iguales a cero. Sin embargo, como estamos hablando de flujos de efectivo que suceden en dos tiempos distintos, debemos descontar el flujo futuro a la tasa de interés vigente durante el plazo, o llevar al vencimiento el flujo de efectivo presente a la misma tasa de interés. Esto puede ser realizado empleando tasas de interés continuas o discretas.

Esto es:

$$C - P - S + X / (1 + r)^t = 0 \quad \text{ó} \quad C - P - S + Xe^{-rt} = 0$$

$$(C - P - S)(1 + r)^t + X = 0 \quad \text{ó} \quad (C - P - S)e^{rt} + X = 0$$

Normalmente las ecuaciones de paridad PUT-CALL se emplean con tasa de interés continuas.

Por sencillez utilizaremos la ecuación de paridad PUT-CALL:

$$C - P - S + Xe^{-rt} = 0$$

Esta ecuación define la relación entre los precios de una opción CALL y una opción PUT, en cualquier momento de la vida de ésta.

Si calculamos el valor del CALL con los datos del ejemplo del inversionista, y consideramos además que la tasa equivalente es del 5% anual y que las opciones son a un plazo de 4 meses, tenemos que:

$$P = \$1 \quad r = 5\% \quad \text{Exp} = 4 \text{ meses} \quad S = 10 \quad X = 9$$

$$C = 1 + 10 - 9 \cdot e^{-0.05 \cdot (120/360)} = \$2.1487$$

Si como lo mencionamos, el CALL en el mercado vale \$3, entonces se produce una utilidad inmediata de  $\$3 - \$2.1487 = 0.8512$ , al vender el CALL en el mercado y generarlo sintéticamente el día de hoy. A futuro esta utilidad será igual a :

$$0.8512 \cdot e^{0.05 \cdot (120/360)} = \$0.8655, \text{ debido a que tenemos la posibilidad de invertirla.}$$

Si analizamos los flujos como en la tabla desarrollada anteriormente, tenemos que:

Tabla 2.9.3

	En cartera	Flujo Inicial	Flujo Final	
			$S \geq X$	$S < X$
Compra de la ACCION	+ S	-10	12	12
Compra del PUT	+ P	-1	0	9 - 12
Venta del CALL	- C	3	-3	0
<b>Flujo</b>		<b>-8</b>	<b>9</b>	<b>9</b>

Se compra un PUT por \$1, se compra la acción por \$10 y se vende un CALL por \$3. Lo anterior genera un flujo negativo de -\$8, el cual tenemos que cubrir mediante un préstamo al 5% anual durante 4 meses; al final tenemos:

$8 \cdot e^{0.05 \cdot (120/360)} = 8.1345$ , mismos que tenemos que pagar, pero como recibimos \$9 equivalentes al precio de ejercicio, la utilidad neta es:

$9 - 8.1345 = \$0.8655$ , que es lo mismo que la utilidad generada al principio e invertida a lo largo del periodo.

WUOLAH.COM

## **CAPITULO 3**

### **VALUACION DE OPCIONES**

#### **3.1 INTRODUCCION.**

Hasta ahora hemos visto cuál es el comportamiento de los dos tipos de opciones CALL y PUT ante cambios en el valor del bien de referencia, así como algunas de las posibles combinaciones entre ellas. Todos los análisis realizados hasta ahora han sido hechos en la fecha de vencimiento de las opciones, y las primas que el inversionista paga o recibe por ellas han sido consideradas como un dato para poder realizar el análisis.

El objetivo de nuestro trabajo es desarrollar de manera lógica las herramientas que nos permitan analizar el comportamiento de estos instrumentos durante su vida, además de poder calcular su valor teórico, como una ayuda para tomar decisiones de compra o venta de opciones individuales o de estrategias compuestas.

El desarrollo del modelo de valuación se centra en el cálculo del valor teórico de una opción CALL; sin embargo los resultados obtenidos serán aplicables a las opciones PUT.

Como **valor teórico**, entendemos el precio que debe tener una opción derivado de la aplicación de un modelo de valuación que realiza ciertos cálculos con los datos que se ingresan a él. Estos datos son una medida de las variables que en la realidad afectan el valor de la opción.

Este valor teórico es el precio o prima que *idealmente* debe tener el instrumento, de manera que no exista ninguna posibilidad de arbitraje; es decir, que no incurramos en la posibilidad de tener pérdidas o ganancias instantáneas por la compra o venta de ese instrumento.

En la vida real el valor de una opción en el mercado o Bolsa de Valores donde cotice será además influenciado por las condiciones de oferta y demanda, y en general por el sentimiento de los inversionistas que participen en ese mercado. Así, mediante la comparación del valor teórico que obtengamos, con el valor de esa opción en el mercado, podremos tener una base de referencia que nos ayudará a evaluar si las condiciones de mercado son buenas para invertir, o por lo contrario, los precios que cotizan no son convenientes en ese momento, permitiendo de esa manera seleccionar la estrategia más conveniente.

De las estrategias analizadas en el capítulo anterior es claro que la dirección en la que se mueva el bien de referencia tiene un efecto muy importante en el comportamiento de una opción. De hecho, es ésta la variable fundamental que al fin de la vida del instrumento define si éste tiene valor o no. Así como la prima pagada por el instrumento define el punto de equilibrio entre pérdidas y ganancias.

Sin embargo, en muchas ocasiones los inversionistas que deciden iniciar una estrategia con opciones, basan sus decisiones únicamente en la probabilidad que ellos asignan a ese instrumento de poder moverse a mayores o menores precios, sin saber si lo que pagan por el instrumento es el valor correcto o no. Cuando una

persona piensa realizar operaciones con opciones debe tomar en cuenta otros factores que afectan el comportamiento de las mismas.

En cuanto a la dirección del movimiento del subyacente, un factor muy importante a considerar es la velocidad con la que el bien de referencia se moverá hacia el precio que el inversionista espera que alcance.

Supongamos por ejemplo que un inversionista espera que el precio de la acción SAZC se mueva de su precio actual de \$100, a un precio de \$120, en un periodo de no más de 5 meses. Supongamos también que una opción CALL con precio de ejercicio \$110, con vencimiento en 3 meses, se encuentra disponible en el mercado, a un precio de \$4. Si la acción SAZC ha alcanzado para la fecha de vencimiento de la opción el precio esperado de \$120, entonces la compra del CALL genera una utilidad de \$6 (Paridad - Prima =  $120 - 110 - 4 = 6$ ). Esta utilidad, sin embargo, no depende únicamente de que el precio de SAZC llegue a \$120. Pensemos por ejemplo que la acción alcanza ese precio al día siguiente de que la opción vence; finalmente el plazo de la opción es de 3 meses y el pronóstico es a 5 meses. En ese caso la opción no tendrá paridad y el inversionista habrá perdido el total de la prima pagada. En el caso anterior una mejor selección para el inversionista sería la compra de una opción con vencimiento a un plazo mayor, por ejemplo 6 meses en vez de 3 meses; de esta manera si sus predicciones respecto del precio de SAZC son correctas, estará seguro de que su opción tendrá un valor de por lo menos \$10, debido a la paridad ( precio del bien - precio de ejercicio ). Sin embargo, lo más probable es que el precio de una opción a 6 meses sea más alta que el de la opción a 3 meses. Supongamos que es de \$12 pesos, en este caso el inversionista aún tendría una pérdida equivalente a \$2 (  $[120 - 110] - 12 = -2$  ) aunque el precio de SAZC a vencimiento cumpliera con el pronóstico de \$120. Es claro que, aun y cuando nuestro pronóstico sobre el precio objetivo de una acción sea correcto, no implica que se tenga garantía de que el valor de la opción sea igual a la paridad entre el precio alcanzado y el precio de ejercicio. A este concepto se le conoce como velocidad o volatilidad.

De hecho, el concepto de velocidad es tan importante cuando se invierte en opciones que existen varias estrategias que dependen exclusivamente de ella y no de la dirección en la cual se muevan las acciones.

Idealmente nos gustaría poder expresar numéricamente cada uno de los factores que en la realidad afectan el precio de las opciones, ingresarlos a nuestro modelo de valuación y obtener un valor teórico que, comparado con el precio en el mercado, nos pueda ayudar a determinar si la estrategia con opciones se ajusta a nuestras necesidades de inversión o si la compra o venta de ella(s) puede ser una operación que genere utilidades posteriormente. Entonces, en la medida que realicemos un mejor análisis de las variables, que en realidad afectan el precio de las opciones, podremos obtener mejores resultados de nuestro modelo. Es de todos conocido que sin importar qué tan bien un modelo replique la realidad, si se ingresan datos incorrectos entonces obtendremos de él resultados incorrectos.

El valor teórico de una opción al cual pretendemos llegar, como el de cualquier instrumento financiero, y aun el de cualquier bien que pueda ser evaluado por un modelo, involucra muchos aspectos que deben ser considerados. El primer paso para llegar al valor teórico es el cálculo del valor esperado denotado por  $(E)$ . El valor esperado es uno de los conceptos más utilizados cuando se realizan inversiones financieras.

Como una aproximación al valor teórico de las opciones, trataremos de hacer una comparación con la forma en la cual un casino fija el precio de entrada a uno de sus juegos. Y es que dentro de la teoría de juegos el valor esperado es uno de los conceptos más utilizados.

Pensemos por ejemplo en el juego de ruleta. En este juego existen 38 ranuras numeradas desde el número 1 al 36, y dos ranuras adicionales con los números 0 y 00, de las cuales podemos elegir una. Si nuestro número resulta ganador recibimos un premio de \$36, mientras que si no resultamos ganadores perdemos la apuesta

inicial. La idea es llegar al valor justo que debe tener esta apuesta y posteriormente a su precio. Si pudiéramos realizar esta apuesta un número infinito de veces, esperaríamos recibir en promedio lo siguiente:

Cada una de las ranuras tiene la misma probabilidad de resultar ganadora, es decir  $1/38$ , pero sólo una nos puede generar una ganancia de \$36. Si queremos calcular el valor esperado tenemos que multiplicar el valor que se recibe por la probabilidad de recibirlo en cada uno de los posibles resultados. Así tenemos:

$$\sum_{R=1}^{37} \left[ \frac{1}{38} \cdot (\$0) \right] + \left[ \frac{1}{38} \cdot \$36 \right] \cdot \frac{\$36}{38} \approx \$0.9474 = \$0.95$$

Donde:

R= Ranuras no seleccionadas.

Es decir, en el largo plazo en promedio esperamos recibir aproximadamente \$0.95 pesos por cada vez que realizamos una apuesta en la ruleta. Este es el valor esperado y representa el precio justo que debiera costar la entrada a este juego, ya que dadas las leyes de probabilidad que lo describen, nadie puede esperar obtener una mayor ni menor cantidad de dinero en el largo plazo.

Obviamente el casino cobrará por entrar al juego; si pudiéramos comprar la entrada a este juego por menos de \$0.95, todas las veces que entráramos a él en el largo plazo, esperaríamos ser ganadores por un monto igual a la diferencia entre el valor esperado y el precio pagado por la apuesta. Si pagamos más de esa cantidad esperaríamos ser perdedores, y si pagamos exactamente \$0.95, esperaríamos estar en el punto de equilibrio. Es decir, podríamos obtener tantos premios que en promedio recuperarían la inversión realizada por la compra de todas las entradas al juego. Es importante resaltar que estos cálculos se darían en la realidad, únicamente si pudiéramos realizar un número infinito de apuestas con estas características; sin embargo, el concepto de valor esperado aplica aun y cuando únicamente se tuviera la posibilidad de jugar una vez. Si pagáramos menos de \$0.95 por un sólo

juego, las leyes de la probabilidad estarían a nuestro favor en ese juego en específico.

Por supuesto ningún casino aceptará tomar una apuesta de este tipo por \$0.95, ya que bajo estas condiciones no obtendría utilidad alguna. El precio por ésta apuesta tendrá que ser mayor; normalmente un casino cobra \$1.00. Los \$0.05 de diferencia entre el precio de la apuesta y el valor esperado representan la utilidad potencial para el negocio. En el largo plazo, por cada apuesta en la ruleta, el casino espera obtener una utilidad de \$0.05. A esta utilidad se le llama margen.

Dicho en otras palabras, el casino estaría vendiendo apuestas que tienen un valor de \$0.95, a un precio de \$1.00, lo cual le genera un margen de \$0.05.

Hablábamos anteriormente de que el valor teórico de una opción involucra muchos aspectos a considerar, adicionales al cálculo del valor esperado. Siguiendo con la analogía del casino podemos considerar algunos factores que pueden hacer variar el valor de la apuesta.

Podemos decir que en el juego de ruleta no transcurre tiempo entre que se realiza la apuesta y el conocimiento del resultado, ya que se realiza tan sólo unos minutos después. Sin embargo, cuando se invierte en opciones la prima se paga al inicio de la operación y el conocimiento del resultado es al vencimiento de ésta. El tiempo que existe entre uno y otro evento es variable, pero en inversiones financieras es un factor importante a considerar ya que involucra costos de oportunidad por cada día que transcurre, debido a los intereses que se podrían ganar si el monto de la prima hubiera estado en una cuenta de ahorros.

Para considerar el tiempo en nuestra analogía, supongamos que el casino decide cambiar un poco las reglas del juego. En esta ocasión cualquier persona puede comprar la apuesta por su valor esperado, y al igual que en la apuesta original, si la persona pierde, el casino ganará los \$0.95 inmediatamente; pero si la persona gana, el casino le enviará sus \$36 pesos de ganancia en dos meses. Lo que debemos calcular ahora es el valor de la apuesta en el cual el jugador y el casino se

encuentran en punto de equilibrio. Existen dos meses de diferencia entre que el jugador, en caso de ser ganador, paga la apuesta y recibe su ganancia, por lo que el jugador debe tomar en consideración los intereses que hubiera recibido si los \$0.95 pesos hubieran estado en una cuenta de ahorros durante ese tiempo. Si suponemos que la tasa de interés nominal (anual) es de 12%, entonces el jugador hubiera recibido al final de los dos meses, considerando interés compuesto:

$$\$0.95 \cdot \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^2 \approx \$0.9691 \approx \$0.97$$

El jugador tendría ahora aproximadamente \$0.97 centavos. Es decir, bajo estas condiciones el jugador estaría dejando de ganar 2¢ en su apuesta por concepto de intereses. A estos intereses no ganados se les conoce como costos de acarreo (costos de tener una deuda o posible inversión no realizada). Estos costos representan también el costo de oportunidad en la inversión. Por el otro lado el casino tendría la posición contraria, depositaría los \$0.95 pesos en una cuenta de ahorros al inicio de la apuesta y ganaría al final del plazo los mismos 2 centavos.

De esta manera el valor teórico de la apuesta debería ser \$0.93 pesos, que resultan de restar al valor esperado los costos de acarreo. Si el jugador paga \$0.93, entonces en el largo plazo espera estar en el punto de equilibrio donde ninguna de las dos partes espera tener utilidades.

Adicionalmente podría haber más aspectos a considerar aunque el valor esperado y los costos de acarreo son los más importantes. Podríamos pensar por ejemplo, en la posibilidad de que el casino enviara al jugador un bono adicional de \$0.01 durante el periodo de dos meses; entonces la valuación debería considerar estos ingresos y el valor teórico sería ahora de \$0.94 para poder estar en el punto de equilibrio. Un bono como este es equivalente al dividendo que recibe un inversionista que posee acciones de una empresa.

Intentamos comparar la valuación de opciones con la forma en que un casino calcula el valor de una apuesta porque se emplean las mismas leyes de

probabilidad, mismas que con algunas otras consideraciones nos permitirán desarrollar paso por paso el modelo de valuación. El concepto de valor teórico basado en probabilidad que anteriormente utilizamos en la analogía del casino es ampliamente utilizado en muchos negocios. La valuación de opciones puede ser comparada también con la forma en que una compañía de seguros determina la prima que cobrará por una póliza de seguro determinada. Las compañías de seguros mediante herramientas de estadística y probabilidad puede determinar bajo un nivel de confianza, la posibilidad de que tenga que responder ante un seguro en particular y mediante el empleo de un modelo de valuación estima lo que debe ser el valor teórico de la póliza. Posteriormente la póliza de seguro se ofrece a los consumidores por un precio mayor al valor teórico y la diferencia representa la ganancia potencial de la compañía aseguradora.

### 3.1.1 UNA APROXIMACION SENCILLA.

Ahora trataremos de aplicar los conceptos anteriores a las opciones sobre acciones.

Supongamos que el precio de una acción en el mercado de valores es actualmente de \$100 y que sabemos que en una fecha futura, a la cual llamaremos vencimiento, el precio de la acción puede moverse con la misma probabilidad a cualquiera de los cinco precios siguientes: \$80, \$90, \$100, \$110 o \$120. Tenemos entonces una distribución de probabilidad uniforme, de la siguiente manera:

**Tabla 3.1.1.1**

<i>Precio</i>	\$80	\$90	\$100	\$110	\$120
<i>Probabilidad</i>	20%	20%	20%	20%	20%

Cada uno de esos precios son comparables a las ranuras que podían resultar ganadoras en el juego de ruleta; sin embargo, aquí cada precio posible resulta en una utilidad o pérdida para el inversionista.

Si podemos comprar esa acción, la utilidad esperada en la fecha de vencimiento, al igual que con la analogía del casino, resulta de la multiplicación de la pérdida o utilidad que se genera ante cada posible precio, multiplicada por la probabilidad de que ocurra cada precio. Así por ejemplo, si al vencimiento la acción tiene un precio de \$80, entonces la acción habrá perdido \$20 y esto sucederá el 20% de las veces según la distribución. Si el precio es de \$90 la pérdida es de \$10 también el 20% de las veces. En el caso de que el precio al vencimiento sea de \$100 estaremos en el punto de equilibrio y así sucesivamente. La tabla 3.1.1.2 muestra los cinco posibles resultados:

**Tabla 3.1.1.2**

Precio	\$80	\$90	\$100	\$110	\$120
P / U	-\$20	-\$10	\$0	\$10	\$20

El valor esperado será entonces:

$$(-\$20) \cdot (20\%) + (-\$10) \cdot (20\%) + (\$0) \cdot (20\%) + (\$10) \cdot (20\%) + (\$20) \cdot (20\%) = 0$$

El valor esperado de la compra de esta acción es cero ya que todas las posibles ganancias son eliminadas por todas las posibles pérdidas. El mismo resultado se obtendría si la acción se hubiera vendido inicialmente. Si la distribución que describe el comportamiento de la acción fuera exactamente esa entonces, en el largo plazo, cualquier inversión en ella esperaría no tener ni pérdidas ni ganancias.

Supongamos ahora que compramos una opción CALL con un precio de ejercicio de \$100 y calculamos de la misma manera el valor esperado ante la distribución de precios y probabilidades de la tabla 3.1.1.1.

Como un CALL otorga el derecho y no la obligación de comprar un bien al precio de ejercicio, entonces si la acción termina en la fecha de vencimiento en cualquiera de los precios \$80, \$90 y \$100, la opción terminará sin valor intrínseco, o lo que es lo mismo con paridad cero. Si la acción termina en \$110 el CALL tendrá una paridad de \$10 y con una paridad de \$20 si la acción termina en \$120. La tabla siguiente muestra los valores que tendría el CALL ante las distintas posibilidades en el precio de la acción:

**Tabla 3.1.1.3**

Precio	\$80	\$90	\$100	\$110	\$120
Probabilidad	20%	20%	20%	20%	20%
Paridad	0	0	0	\$10	\$20

Entonces el valor esperado del CALL es el siguiente:

$$(\$0) \cdot (20\%) + (\$0) \cdot (20\%) + (\$0) \cdot (20\%) + (\$10) \cdot (20\%) + (\$20) \cdot (20\%) = 6.$$

Hasta ahora sólo hemos considerado una distribución de probabilidades uniforme. Una distribución más realista sería, por ejemplo, aquella que considera que los cambios grandes en los precios de las acciones son menos probables que los cambios pequeños. Si consideramos lo anterior en nuestra distribución de probabilidad de la tabla 3.1.1.1, dando mayor peso a los precios más cercanos a \$100 y menor a los más alejados, podríamos tener una distribución de precios como la siguiente:

**Tabla 3.1.1.4**

Precio	\$80	\$90	\$100	\$110	\$120
Probabilidad	10%	20%	40%	20%	10%
Paridad	0	0	0	\$10	\$20

De esta manera el valor esperado del CALL con precio de ejercicio \$100 será de:

$$(\$0) \cdot (10\%) + (\$0) \cdot (20\%) + (\$0) \cdot (40\%) + (\$10) \cdot (20\%) + (\$20) \cdot (10\%) = 4.$$

Como en la analogía del juego de ruleta ahora tenemos que considerar otros elementos que afectan el valor teórico de la opción. Si consideramos los datos de la tabla 3.1.1.4 y de la misma manera los costos de oportunidad con una tasa de interés de 12% nominal, los costos de acarreo serían de:

$$\$4 \cdot \left(\frac{0.12}{12}\right)^2 \approx \$0.0804$$

$\$0.0804 \approx 8\text{¢}$ . Por lo tanto el valor teórico de la opción sería en realidad de  $\$3.92$  ( $4 - 0.08$ ) pesos para estar en el punto de equilibrio a largo plazo. Los cálculos son idénticos a los realizados en el juego de ruleta.

Esta distribución al igual que las anteriores asumen que el valor esperado de la acción es igual a cero ya que son distribuciones simétricas.

Podemos pensar por otro lado que el valor esperado de una acción es diferente de cero o que los precios son tendientes a moverse más en un sentido que en otro. Una distribución que incorpora esto puede ser la siguiente:

**Tabla 3.1.1.5**

Precio	\$80	\$90	\$100	\$110	\$120
Probabilidad	10%	20%	30%	25%	15%
Paridad	0	0	0	\$10	\$20

Con esta distribución de probabilidades, el valor esperado de la acción es de :

$$(-\$20) \cdot (10\%) + (-\$10) \cdot (20\%) + (\$0) \cdot (30\%) + (\$10) \cdot (25\%) + (\$20) \cdot (15\%) = 1.50$$

Y el valor esperado de la opción es ahora de:

$$(\$0)*(10\%) + (\$0)*(20\%) + (\$0)*(30\%) + (\$10)*(25\%) + (\$20)*(15\%) = 5.50$$

En el ejemplo anterior el valor esperado de la acción es de \$1.50. Si no existieran otras consideraciones este precio significaría que se puede generar esa cantidad de dinero por el simple hecho de comprar la acción y mantenerla por un tiempo. Sin embargo, si compramos la acción hoy a un precio de \$100 y la mantenemos durante un tiempo incurrimos en costos de acarreo. Si los costos de acarreo son iguales al valor esperado entonces estaremos en el punto de equilibrio. Para que la compra de una acción genere utilidad, ésta se debe apreciar por un monto mayor a los costos de acarreo; si es igual a los costos de acarreo la operación se encuentra en el punto de equilibrio. Por lo tanto el valor esperado de una acción debe ser un número positivo.

Algunas acciones también pagan dividendos. Si el dividendo es decretado durante el período en que se posee la acción, éste afectará el valor esperado. Una persona que compra la acción debe pagar costos de acarreo y por otro lado recibe el monto del dividendo, si asumimos que cualquier inversión en una acción debe estar en el punto de equilibrio en el largo plazo, entonces el valor esperado debe ser idéntico a los costos de acarreo menos los dividendos.

Concluimos que para calcular el valor teórico de una opción, necesitamos determinar una serie de posibles precios futuros del subyacente y las probabilidades de llegar a cada uno, calcular el valor de la opción en cada uno de esos precios y multiplicarlos por la probabilidad asignada de que esa situación ocurra. Es entonces que conocer la posible distribución de probabilidad de los precios futuros de una acción se convierte en un elemento importante para el cálculo del valor teórico.

## 3.2 DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD.

### 3.2.1 DISTRIBUCION BINOMIAL.

Una de las distribuciones discretas de probabilidad más importantes en finanzas es la distribución binomial, la cual usaremos para desarrollar el proceso de valuación de opciones. Para formar una distribución binomial la variable aleatoria discreta debe satisfacer las siguientes condiciones:

- a) La variable aleatoria discreta únicamente puede tomar uno de dos posibles resultados en cada periodo binomial. Los dos posibles resultados generalmente se conocen como "éxito", si el resultado es favorable, o como "fracaso" si el resultado es desfavorable.
- b) La probabilidad de que suceda cada uno de los resultados permanece constante en cada periodo. A esta probabilidad se le designa con la letra,  $p$ .
- c) Cada periodo es idéntico.
- d) Cada periodo es independiente.

La variable aleatoria binomial  $X$ , es el número de éxitos registrados cuando un número  $n$ , de periodos independientes son calculados cada uno con probabilidad  $p$ . Podemos decir entonces que  $X$ , es una función de  $n$  y  $p$  y se representa como:

$$X = \text{binomial}(n, p)$$

#### Ecuación 3.1

Donde  $X$  puede tomar valores de  $0, 1, 2, \dots, n$ .

En caso de éxito, la variable aleatoria discreta puede incrementar su valor por un factor  $u$  ( $u > 1$ ) y en caso de fracaso puede reducirlo por un factor  $d$  ( $0 < d < 1$ ).

Si tomamos como referencia que el precio de una acción es igual a  $S_0$  en el tiempo  $T_0$ , tenemos que al final del primer periodo, en  $T_1$ , el precio de la acción puede llegar a un valor de  $S_0u$ , en caso de incrementar su valor lo cual consideraremos como un éxito o a un precio de  $S_0d$ , en caso de disminuirlo lo cual representa un fracaso con igual probabilidad. Al final del siguiente periodo en el tiempo  $T_2$ , si la acción incrementó su precio por el factor  $u$ , puede volver a incrementarlo por ese mismo factor para llegar a un precio de  $S_0u^2$  o puede reducirlo por un factor  $d$  para llegar a un precio de  $S_0ud$ . Por otro lado si la acción previamente redujo su valor a  $S_0d$ , ahora puede incrementarlo para llegar a un precio  $S_0du$  o volver a bajar para tener un precio final de  $S_0d^2$ . Debemos notar que  $S_0ud=S_0du$  por lo que al final del segundo periodo en el tiempo  $T_2$ , hay únicamente tres posibles precios:  $S_0u^2$ ,  $S_0ud=S_0du$  y  $S_0d^2$ .

Si designamos como  $j$  al número de éxitos o alzas que se requiere para llegar a cada uno de los distintos precios, tenemos que al precio  $S_0u^2$  se llega con dos alzas consecutivas  $j=2$ ; para llegar al precio  $S_0ud=S_0du$  se requieren de un éxito  $j=1$  y finalmente para llegar al precio  $S_0d^2$  se requiere de ningún éxito  $j=0$ .

El proceso descrito se muestra en la figura 3.2.1.1 a continuación:

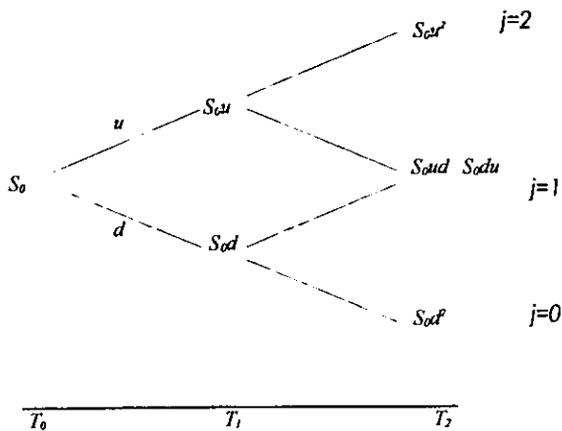


Figura 3.2.1.1

Tenemos entonces que en un proceso binomial con  $n$  periodos existen  $n+1$  resultados posibles al final de éste. A uno de los posibles resultados se llegará con  $n$  éxitos, al siguiente con  $n-1$  éxitos y finalmente al último resultado con 0 éxitos.

La distribución binomial nos da la probabilidad de que la variable aleatoria  $X$ , pueda llegar a cada uno de los posibles resultados que se obtienen en un proceso binomial. Por lo que la probabilidad de alcanzar cada resultado depende de:

- 1) La probabilidad de tener éxito,  $p$ .
- 2) El número total de formas distintas de lograr cada posible resultado.

Pensemos, por ejemplo, que la probabilidad de éxito es de 0.50 y consecuentemente la probabilidad de tener un fracaso ( $1-p$ ) es también de 0.50. Recordando que cada periodo es independiente y que la probabilidad de éxito permanece constante tenemos que la probabilidad de tener dos éxitos consecutivos  $P(S_0u^2)$ , está dada por la multiplicación de  $0.50 \cdot 0.50 = 0.25$

Por otro lado, la probabilidad de un éxito seguida de un fracaso es la misma que la probabilidad de un fracaso seguida por un éxito; por lo tanto, tenemos que existen dos formas distintas de lograr un resultado que incluya un solo éxito. Para cada uno de los caminos la probabilidad es de 0.25 y por lo tanto tienen conjuntamente una probabilidad de 0.50 ( $0.25+0.25$ ) de llegar al resultado  $S_0ud = S_0du$  que contiene  $j=1$  éxitos. Finalmente tenemos que la probabilidad de tener dos fracasos consecutivos (ningún éxito),  $P(S_0d^2)$ , está dada por la multiplicación de  $(1-p)^2 = 0.25$ .

Para calcular las probabilidades en situaciones más complejas donde se tienen más periodos o las probabilidades de éxito y de fracaso son distintas, necesitamos saber el número de resultados que tienen un número específico de éxitos. En nuestro ejemplo, necesitamos saber cuántos resultados son producto de dos éxitos, cuántos son resultado de un solo éxito y cuántos resultaron de ningún éxito. O si se prefiere,

necesitamos calcular cuántas formas distintas existen de llegar a cada resultado con un número determinado de éxitos.

Para lograr lo anterior utilizaremos la fórmula de combinatoria donde podemos calcular el número,  $j$ , de éxitos para un número dado,  $n$ , de periodos. Así tenemos:

$$C_j^n = \frac{n!}{j!(n-j)!}$$

### Ecuación 3.2

Donde:

$n$  = Número de periodos en el árbol binomial.

$j$  = Número de éxitos.

Si aplicamos la ecuación 3.2 para calcular el número de resultados que contienen un solo éxito en el proceso binomial de dos periodos de nuestro ejemplo tenemos:

$$C_1^2 = \frac{2!}{1!(2-1)!} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 2$$

Lo cual es correcto y se puede comprobar en la figura 3.2.1.1 donde los precios  $S_{0ud}$  y  $S_{0du}$  son alcanzados con un solo éxito en el camino. Se obtendrá como resultado 1 si se aplica la fórmula para 2 éxitos, así como también para ningún éxito.

Ahora que conocemos el número de posibles resultados que contienen  $j$  éxitos, necesitamos saber la probabilidad asociada a cada resultado con  $j$  éxitos. Sabemos que una distribución binomial con  $n$  periodos y  $j$  éxitos tendrá, consecuentemente,  $n-j$  fracasos. Es así que, para obtener la probabilidad asignada a cada posible resultado necesitamos multiplicar la probabilidad de éxito  $p$ , tantas veces como éxitos tenga cada resultado y multiplicar éste por la probabilidad de fracaso  $(1-p)$  por el número de fracasos que tenga ese mismo resultado.

Lo anterior se expresa en la siguiente ecuación:

$$p^j(1-p)^{n-j}$$

**Ecuación 3.3**

Multiplicando la ecuación 3.2 y 3.3 obtendremos la probabilidad asignada a cada posible resultado. De esta manera la ecuación final de probabilidad queda de la siguiente manera:

$$P(X = j) = \frac{n!}{j!(n-j)!} \cdot p^j(1-p)^{n-j}$$

**Ecuación 3.4**

Donde:

$P(X = j)$  = La probabilidad de que la variable aleatoria  $X$  tenga  $j$  éxitos.

$p$  = La probabilidad de éxito.

$1-p$  = La probabilidad de fracaso.

$n$  = El número de periodos.

$J$  = El número de éxitos.

Aplicando la ecuación 3.4 a nuestro ejemplo tenemos los siguientes resultados:

La probabilidad de llegar a un resultado que contenga dos alzas ( $S_0U^2$ ) es:

$$f(S_0U^2) = \frac{2!}{2!(2-2)!} \cdot 0.5^2(1-0.5)^{2-2} = 0.25$$

La probabilidad de llegar a un resultado con un solo éxito ( $S_0ud = S_0du$ ) es de :

$$f(S_0ud) = \frac{2!}{1!(2-1)!} \cdot 0.5^1 (1-0.5)^{2-1} = 0.50$$

Y para los precios a los que se llega sin movimientos al alza ( $S_0d^2$ ) tenemos:

$$f(S_0d^2) = \frac{2!}{0!(2-0)!} \cdot 0.5^0 (1-0.5)^{2-0} = 0.25$$

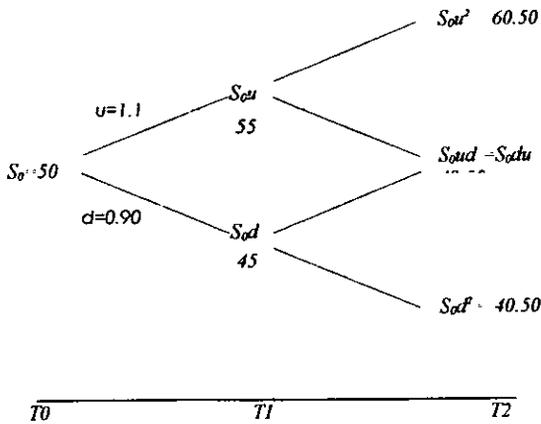
La suma de esas probabilidades es uno.

### 3.2.2 EL PROCESO BINOMIAL APLICADO A LOS PRECIOS DE UNA ACCION.

Ahora que conocemos las probabilidades asignadas a cada uno de los posibles resultados, necesitamos conocer cuáles son esos posibles resultados. Podemos utilizar este proceso para crear una distribución de posibles precios de una acción después de  $n$ , periodos.

Al igual que en el ejemplo anterior, asumimos que la probabilidad de alza  $p$ , es de 0.50 y consecuentemente la probabilidad de baja  $(1-p)$ , es de 0.50.

Para aplicar el proceso binomial al desarrollo de una distribución de precios seguiremos con nuestro ejemplo de dos periodos. Suponemos también que el posible incremento y la posible disminución en el precio de la acción en cada periodo es de 10%. Tenemos entonces que el factor  $u=1.10$  y que el factor  $d=0.90$ . Si el precio actual de la acción es de \$50 pesos, podemos construir el árbol binomial que se muestra en la figura 3.2.2.1:



**Figura 3.2.2.1**

Tenemos que al final del primero periodo  $T_1$ , el precio de la acción podrá ser \$55 o bien podrá haber bajado a \$45. Al final del segundo periodo tenemos que la acción puede tener un precio de  $S_{0u^2} = 60.50$ ,  $S_{0ud} = 49.50$  o un precio de  $S_{0d^2} = 40.50$ .

**Tabla 3.2.2.1**

Precio	40.50	49.50	60.50
Probabilidad	25%	50%	25%

Con estos datos podemos calcular de la misma manera que en los ejemplos al inicio del capítulo, el valor de cualquier opción CALL o PUT simplemente calculando su paridad y multiplicándola por la probabilidad asignada a cada precio.

En este ejemplo se ha utilizado un árbol binomial de dos periodos, sin embargo, la creación de una distribución más real utilizando esta técnica implica el desarrollo de árboles con un número considerablemente mayor de ramificaciones. En la medida que haya más periodos la valuación de cualquier opción será más exacta. Debemos hacer notar nuevamente que la valuación de las opciones en este nivel, atienden únicamente al cálculo de la paridad al final de la vida de las opciones, la

cual se obtiene comparando el valor final del bien subyacente (resultado de la simulación binomial) con el precio de ejercicio de la opción. Posteriormente, incorporaremos otros elementos que intervienen en el cálculo del valor teórico de una opción en cualquier momento de su vida.

El precio justo de una opción es considerablemente más difícil de calcular en un momento anterior al vencimiento y el problema radica en que en cada momento anterior a la fecha de expiración no se conoce cuál será el valor a vencimiento del bien subyacente.

### **3.3 MODELO DE VALUACION.**

#### **3.3.1 INTRODUCCION.**

Habiendo desarrollado la manera de proponer una distribución de precios y las probabilidades a cada uno de esos precios, podemos seguir con la valuación de opciones basada en el modelo binomial.

Los primeros trabajos en relación a la valuación de opciones son de los años 1900, iniciados con el trabajo del matemático francés Louis Bachelier. Algunos trabajos más recientes son los de Sprengle en el año 1964, Bones en 1964, Samuelson en 1967 y Chen en 1970. En los inicios de este mercado, el cálculo del valor teórico de una opción de compra o de venta requería de solucionar ecuaciones matemáticas muy complejas. Esto provocaba que cuando una persona finalmente llegaba a un valor teórico, después de un proceso lento y tedioso, encontraba que las oportunidades en el Mercado de Valores desaparecían más rápido de lo que los métodos de valuación podían identificarlas.

En 1973 Fischer Black y Myron Scholes introdujeron el primer modelo de valuación de opciones a la vez que la Bolsa de Derivados de la ciudad de Chicago (CBOE) abría sus puertas. Este modelo es conocido como el modelo Black-Scholes y ha probado desde su creación ser una herramienta ideal para las personas involucradas en la operación con opciones, debido a su aritmética relativamente simple y el requerimiento de pocos datos de entrada. Aun y cuando su aplicación era limitada a opciones de tipo Europeo exclusivamente y sobre acciones que no pagaban dividendos.

El trabajo de Black y Scholes fue extendido por Merton en el año de 1973 para considerar acciones con pago de dividendos; posteriormente por Black para considerar opciones europeas sobre futuros en 1975 y por Garman y Kolhagen en 1983 en opciones Europeas sobre moneda (tipos de cambio).

Una serie de artículos escritos por Roll en 1977, Geske en 1979 y Whaley en 1981 desarrollaron un modelo para valuar opciones sobre acciones que pagan dividendos. Barone-Adesi y Whaley, en 1987, desarrollaron un modelo para valuar opciones americanas sobre activos que pagan dividendos continuos, por ejemplo opciones sobre monedas, opciones sobre índices de Bolsas de Valores y opciones sobre futuros. Geske y Johnson desarrollaron un modelo para valuar PUTS Americanos en 1984.

Una aproximación alternativa para valuar opciones, empleando la teoría binomial, fue desarrollada por Rendleman y Barter en 1979, además de Cox y Rubinstein en 1979. Este último modelo mostró que el desarrollo de Black y Scholes era un caso llevado al límite del proceso binomial y que tenía la ventaja de ser aplicable a la valuación de opciones de tipo americano con relativa sencillez.

En México se empezarán a cotizar opciones de manera listada en el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer) para mediados del año 2001, con algunas diferencias comparadas con aquellas cotizadas en mercados extranjeros; y tal vez

uno de sus principales retos sea vencer la falta de cultura con respecto a este tipo de instrumentos que existe en la mayoría de los inversionistas en México, así como la falta de literatura y de personas especializadas en el tema.

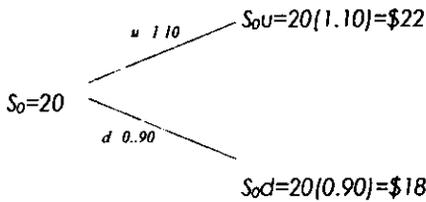
### 3.3.2 VALUACION DE OPCIONES BASADA EN EL PROCESO BINOMIAL.

La valuación de opciones utilizando el método binomial asume que se puede generar, a futuro, una distribución de precios del bien subyacente mediante este proceso; es decir, que se puede **modelar** el comportamiento de los precios como un proceso binomial. El modelo asume que el precio no podrá permanecer en el mismo nivel ya que si lo hiciera estaríamos en el caso de un proceso trinomial.

Así, teniendo la distribución de precios podemos calcular el valor futuro que la opción tendría para cada precio del subyacente, sumarlos y descontarlo para obtener un valor presente de la opción.

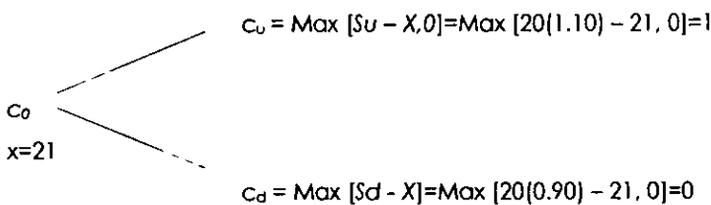
Supongamos por ejemplo, que poseemos una acción de la empresa SAZC, la cual tiene un precio actual en el mercado de  $S_0=20$  pesos y que sabemos que dentro de tres meses su precio puede subir o bajar en un 10% de su valor actual, lo cual haría que con seguridad al final de los tres meses se estuviera cotizando en la Bolsa Mexicana de Valores en un precio de \$22 pesos si su precio sube, o en un precio de \$18 pesos si su precio baja.

Supongamos también que nos interesa valorar una opción CALL de tipo europeo "out of the money" (OTM) con precio de ejercicio de \$21 pesos que tiene una fecha de vencimiento de exactamente tres meses. Con los datos anteriores y basándonos en los diagramas del proceso binomial anteriormente desarrollados, tenemos lo siguiente:



**Figura 3.3.2.1**

De la misma forma, la opción podrá tener uno de dos posibles valores al vencimiento. Si la acción termina con un precio de \$22 pesos al final de los tres meses, el CALL tendrá una paridad de \$1 peso. Por otro lado si la acción tiene un precio de \$18 pesos, el CALL tendrá una paridad de \$0 (cero) pesos. A los valores de la opción CALL cuando los precios de la acción suben o bajan les llamaremos  $c_u$  y  $c_d$  respectivamente. Lo anterior se muestra en la siguiente gráfica:



**Figura 3.3.2.2**

Para poder hacer una valuación de la opción, necesitamos asumir lo siguiente: En ningún momento debe haber oportunidades de arbitraje entre su valor teórico y los derechos de compra de acciones que otorga. Es decir, se requiere de construir un portafolio compuesto por la opción y la acción, de tal manera que no exista ninguna incertidumbre sobre el valor del portafolio al vencimiento de la opción, sin importar si la acción se mueve al alza o a la baja en ese periodo.

Un portafolio que tiene el mismo valor al inicio y al final de un determinado periodo, sin importar el movimiento de las variables que lo componen, se denomina portafolio libre de riesgo. En finanzas y debido a que el dinero cambia de valor con el tiempo, las inversiones libres de riesgo no pueden permanecer sin cambio y por lo tanto deben crecer a por lo menos una tasa de interés igual a la que lo hacen todas las inversiones que no poseen ningún riesgo. A esta tasa de interés también se le denomina tasa de interés libre de riesgo.

En México se considera como tasas de interés libres de riesgo, a aquellos rendimientos otorgados por los pagarés bancarios, a los Certificados de la Tesorería (CETES) y en general a todos aquellos papeles emitidos por el Gobierno Federal ya sea en tasa variable o fija.

Construiremos nuestro portafolio de tal manera que sea representativo de la composición promedio que en México tienen los inversionistas que invierten en la Bolsa Mexicana de Valores. Partimos, entonces, considerando que tenemos en la actualidad un portafolio compuesto por una variedad de acciones (posición que presentan la mayoría de los inversionistas, personas físicas e institucionales en México como: fondos de pensiones, posiciones propias de casas de Bolsa, Bancos, etc.).

La forma de convertir un portafolio actual en un portafolio libre de riesgo, se reduce a realizar las acciones necesarias para que el movimiento de las variable o elementos que forman ese portafolio, no afecten su valor con el paso del tiempo. La forma más directa de convertir un portafolio en libre de riesgo es deshacer el portafolio, venderlo, lo cual no tiene sentido para las instituciones financieras. Se requiere entonces que el portafolio mantenga su composición y que al mismo tiempo no sea afectado por el movimiento en precios de sus componentes para lo cual, se requeriría tener un portafolio exactamente igual pero con posiciones inversas que eliminara cualquier ganancia o pérdida generada. Partiendo de que nuestro portafolio tiene acciones actualmente (posiciones largas) una forma de

realizar lo anterior es construir un portafolio con posiciones cortas, vendiendo acciones sin poseerlas.

Las ventas en corto en México presentan algunas restricciones legales que las hacen poco útiles en nuestro país. Entre esas restricciones se encuentran:

- El no poderlas mezclar con posiciones largas en una misma cuenta.
- Se requiere dejar garantías o colaterales en cada operación de venta en corto.
- Requieren de renovación, normalmente cada 7 días.
- Únicamente las acciones autorizadas por la Comisión Nacional Bancaria y Valores son susceptibles de venta en corto.
- Requieren de un prestamista que tenga esas acciones y que desee prestarlas.
- Se paga por el préstamo una tasa variable que en ocasiones es muy superior a cualquier tasa de mercado debido a la oferta y demanda.

Otra forma es utilizar opciones. Si recordamos que una opción CALL larga nos da el derecho y no la obligación de comprar acciones y que una opción CALL corta nos da la obligación de vender la(s) acciones que tengan como subyacente, para convertir un portafolio que actualmente posee acciones en un portafolio libre de riesgo, podemos agregar a él la venta de opciones CALL.

Por simplicidad construimos nuestro portafolio de forma que tenga únicamente una acción y una  $H$  cantidad de opciones CALL cortas. A la medida  $H$  de opciones a vender se le llama, en el ámbito financiero, **coberlura**.

Tenemos, entonces, que el valor actual del portafolio es de:

$$S_0 - H C_0$$

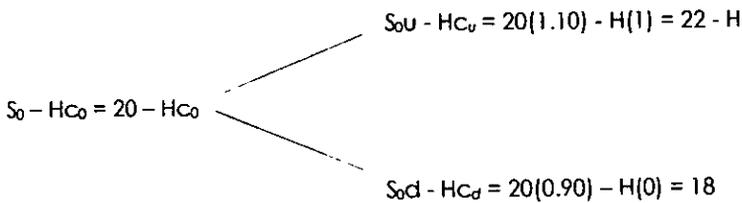
Que es igual a:

$$20 - Hc_0$$

Analizando el final del primer periodo del proceso binomial tenemos:

Si el precio de la acción sube de \$20 a \$22 pesos, la paridad del CALL será de \$1 multiplicado por el número  $H$  de opciones originalmente vendido, por lo que el valor del portafolio será de:  $S_{0u} - Hc_u$ .

Por otro lado si la acción baja de \$20 a \$18 pesos, el CALL tendrá una paridad de cero y el valor final del portafolio será de:  $S_{0d} - Hc_d$ . Lo anterior se muestra en la siguiente gráfica.



**Figura 3.3.2.3**

Para que el portafolio se encuentre libre de riesgo, su valor, al final del periodo binomial, debe ser el mismo independientemente de si el precio de la acción sube o baja en la Bolsa de Valores.

Así, por una unidad del bien subyacente  $S$  que se compre hoy, se tendrán que vender una cierta cantidad  $H$  de opciones CALL, de manera que se cumpla con la siguiente igualdad:

$$S_{0u} - Hc_u = S_{0d} - Hc_d$$

Despejando  $H$  tenemos lo siguiente:

$$S_0u - S_0d = Hc_u - Hc_d$$

$$H = \frac{S_0(u-d)}{(c_u - c_d)}$$

### Ecuación 3.5

Sustituyendo los valores correspondientes en la ecuación 3.5 tenemos:

$$H = \frac{20 \cdot (1.10 - 0.90)}{(1 - 0)} = \frac{4}{1} = 4$$

Por lo tanto para tener un portafolio libre de riesgo, se deben vender cuatro opciones CALL por cada acción que se decida incluir en el portafolio original.

De esta manera, el portafolio estará compuesto por:

Largo: Una acción de la empresa SAZC.

Corto: 4 opciones CALL.

Comprobando los resultados, si el precio de la acción al vencimiento sube a \$22 pesos el portafolio tendrá un valor de:

$$S_0u - Hc_u = 20(1.10) - 4(1) = 22 - 4 = 18$$

Y si el precio de la acción baja a \$18, el portafolio tendrá un valor de:

$$S_0d - Hc_d = 20(0.90) - 4(0) = 18$$

Vemos que sin importar el movimiento en el precio de la acción, el portafolio tendrá un valor de \$18 pesos al vencimiento de la opción. Debemos hacer notar nuevamente que el valor de \$18 pesos que alcanza nuestro portafolio es un valor futuro, es el valor que tendrá el portafolio dentro de tres meses, que es el plazo de vencimiento de la opción.

Por lo tanto para poder calcular el valor justo al cual deben ser vendidas las opciones CALL el día de hoy, debemos traer a valor presente a la tasa libre de riesgo el valor final del portafolio. Para poder manejar el valor del dinero en el tiempo y facilitar la posterior comparación entre distintas tasas de interés con plazos de composición distintos, se emplean las tasas continuas equivalentes a las tasas de mercado que se encuentren vigentes.

En nuestro caso asumimos que el periodo de tiempo que comprende el periodo binomial es de tres meses, por lo que necesitamos buscar en el mercado una tasa de interés discreta de tres meses que puede ser, por ejemplo, la de CETES a 91 días. Si consultamos con un Banco o Casa de Bolsa, podemos ver que hoy en día esa tasa se encuentra en un nivel de 12.749%.

El siguiente paso es convertir esa tasa a su equivalente tasa continua; es decir, la tasa a la cual debemos elevar el número  $e$  para que nos arroje un rendimiento de exactamente 12.749% en un año.

Dicha tasa es la siguiente:

$$\begin{aligned} e^{r_c} - 1 &= 0.12749 \\ r_c &= \ln(1.12749) \\ r_c &= 0.11999 \approx 12\% \end{aligned}$$

Esta es la tasa de interés libre de riesgo que compuesta continuamente, es equivalente a la tasa discreta de CETES de tres meses en el mercado. No requerimos hacer ningún tipo de consideración sobre la composición de la tasa debido a que la opción CALL y la tasa tienen

el mismo plazo de vigencia. Utilizando la tasa equivalente para traer a valor presente el valor final del portafolio tenemos:

$$(S_0u - Hc_u)e^{-r_c T n}$$

Donde:

T= Plazo de la opción con base: actual/365.

$r_c$ = Tasa de interés continua equivalente.

n = número de periodos.

Como es un portafolio libre de riesgo, el valor presente del portafolio debe ser igual al valor del portafolio hoy. Por lo tanto tenemos que:

$$S_0 - Hc_0 = (S_0u - Hc_u)e^{-r_c T n}$$

**Ecuación 3.6**

Despejando  $c_0$  de la ecuación 3.6 tenemos lo siguiente:

$$c_0 = -\frac{(S_0u - Hc_u)e^{-r_c T n} - S_0}{H}$$

**Ecuación 3.7**

Sustituyendo  $H$  por la ecuación 3.5 anterior y simplificando tenemos que:

$$c_0 = e^{-r_c T n} \left[ c_u \frac{(e^{r_c T n} - d)}{(u - d)} + c_d \frac{(u - e^{r_c T n})}{(u - d)} \right]$$

**Ecuación 3.8**

Podemos simplificar la ecuación 3.8 utilizando:

$$p = \frac{e^{rcTn} - d}{u - d}$$

**Ecuación 3.9**

Por lo que la ecuación 3.8 se convierte en:

$$c_0 = e^{-rcTn} [pc_u + (1 - p)c_d]$$

**Ecuación 3.10**

Las ecuaciones 9 y 10 nos permiten valorar una opción mediante el proceso binomial donde se tiene únicamente un período.

Sustituyendo los valores conocidos en la ecuación 3.10 tenemos que el valor de la opción CALL al inicio debe ser de:

$$p = \frac{e^{0.12(90/365)(1)} - 0.90}{1.10 - 0.90} = \frac{1.030031 - 0.90}{0.20}$$

$$p = 0.650155$$

$$c_0 = e^{-0.12(90/365)(1)} [0.650155 \cdot (1) + (1 - 0.650155) \cdot (0)]$$

$$c_0 = 0.6312$$

Lo anterior quiere decir que el precio justo al cual se deben vender las opciones CALL para cubrir el portafolio; es decir, para convertir el portafolio actual en un portafolio libre de riesgo, es de \$0.6312 pesos por cada CALL y por cada acción que incluya el portafolio. Bastará con multiplicar el número de acciones en posición por el precio del CALL para saber cuánto se debe gastar para cubrir el portafolio.

En México podemos encontrar cotizaciones de opciones, únicamente a través del mercado over the counter, directamente con Casas de Bolsa o Bancos nacionales y extranjeros. Se planea que para mediados del año 2002, el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer), empiece a incluir opciones dentro su gama de productos que en la actualidad se limita a futuros sobre el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores y sobre algunas acciones individuales. En los mercados desarrollados de otras partes del mundo podemos encontrar bolsas de opciones y futuros listados donde estos instrumentos se intercambian con grandes volúmenes de operación.

Independientemente de donde se coticen las opciones, si el CALL de nuestro ejemplo presentara un precio diferente a \$0.6312, se presentaría una oportunidad de arbitraje. Esto es, si el CALL tuviera un precio mayor en el mercado, construir el portafolio de nuestro ejemplo al inicio requeriría de una menor inversión inicial por lo que al crecer a un valor de \$18 pesos al vencimiento de la opción, estaría ganando implícitamente una tasa de interés mayor a la tasa libre de riesgo. Por lo tanto si las opciones presentan un precio mayor, lo más conveniente sería vender las opciones y construir el portafolio.

Si por otro lado, nos encontramos con que las opciones en el mercado presentan un precio inferior a \$0.6312, estaríamos en el caso en que construir el portafolio al inicio requeriría de una inversión mayor a la justa y por lo tanto al llegar a su valor final de \$18 pesos estaría creciendo a una tasa menor a la libre de riesgo. La sobrevaluación o subvaluación de opciones implica la existencia de oportunidades de arbitraje que normalmente son aprovechadas por los participantes en un mercado. Existen personas que se dedican exclusivamente a esta actividad y se denominan arbitrajistas. Las oportunidades de arbitraje son aprovechadas una y otra vez poniendo presión a los precios hasta que alcanzan su valor justo. El equilibrio en los precios lo fija el mercado con base en las leyes de oferta y demanda.

Trataremos de ilustrar lo anterior pensando que el precio de la opción de nuestro ejemplo en el mercado estuviera en \$1 peso. Si esta fuera la situación, un arbitrajista realizaría los siguientes movimientos:

- Vender cuatro opciones CALL a \$1 cada uno.
- Comprar una acción de la empresa SAZC.

Realizando estas operaciones, se tiene un valor inicial del portafolio de:

$$20 - (4 \cdot 1) = 16$$

Si las demás variables se mantienen estables, el portafolio garantiza que al final del periodo, tendrá un valor de \$18. Con estos flujos, se obtiene un rendimiento de :

$$\frac{18}{16} - 1 = 12.50\%$$

cuando la tasa de interés libre de riesgo tiene un nivel real en el mercado de 12%

La continua operación de los especuladores, provocaría que el precio de la acción subiera, al tratar de comprarla o que el precio de la opción bajara, al tratar de venderla con la intención de aprovechar la oportunidad de arbitraje.

### 3.3.3 VALOR ESPERADO DE UNA ACCION.

La fórmula de valuación de opciones representada en la ecuación 3.10 no involucra las probabilidades que tiene la acción de subir o de bajar. Utilizando esa fórmula, podemos obtener los mismos resultados para el precio de una opción cuando damos la probabilidad de 0.50 de registrar un alza, que cuando le damos la

probabilidad de 0.90. En realidad no importa qué probabilidad tenga cada posible movimiento, lo importante es saber en cada momento qué valor puede tomar la opción en caso de que un movimiento al alza o a la baja suceda, sin importar qué tan probable o no es cada movimiento. Para algunas personas lo anterior puede ser sorprendente, sobre todo cuando es natural asumir que cuando la probabilidad de un movimiento alcista en el precio de las acciones se incrementa, el valor de una opción CALL debiera incrementarse y el valor de una opción PUT debiera, por otro lado, disminuir. Lo anterior es particularmente atractivo para las personas que están acostumbradas a realizar inversiones en Bolsa y más aún para aquellas que acostumbran manejar métodos de análisis de Mercado por tendencias, como lo son: El análisis técnico, niveles de Fibonacci para tendencias, *Relative Strength Index Method*, etc. Sin embargo, este no es el caso para la valuación de opciones.

La razón fundamental es que con esta fórmula no estamos valuando las opciones en términos absolutos. Esto es, estamos calculando su valor en términos del precio que tiene a cada momento el precio de la acción subyacente; en nuestros ejemplos el precio de la acción SAZC, por lo que las probabilidades de futuros movimiento al alza o a la baja se encuentran, ya, incorporados en los diferentes precios de la acción. Por lo anterior, resulta que, no se requiere considerar esas probabilidades una vez más cuando se valúa una opción en términos del precios de la acción subyacente.

### **3.3.4 VALUACION CON RIESGO NEUTRAL.**

Aun y cuando no se requiere hacer ninguna consideración sobre las probabilidades de movimientos a la alza o a la baja en los precios de la acción subyacente para llegar a la ecuación 3.10, es natural interpretar la variable  $p$  de esta ecuación como la probabilidad de alza en el precio. Por lo anterior  $1-p$  es la probabilidad de un movimiento a la baja en su precio y la expresión:

$$\{pc_u + (1-p)c_d\}$$

es el flujo esperado de la opción. Con esta interpretación de  $p$ , la ecuación 3.10 indica que el valor teórico de la opción el día de hoy es igual a su valor esperado futuro, descontado a la tasa de interés libre de riesgo.

Si lo anterior es cierto, el valor esperado de la acción  $S_0$  en el tiempo  $T$  cuando la probabilidad de un movimiento al alza es de  $p$ , es el siguiente:

$$E(S_T) = pS_0u + (1-p)S_0d$$

$$E(S_T) = pS_0(u-d) + S_0d$$

Sustituyendo el valor de  $p$  de la ecuación 3.9, la ecuación anterior se reduce a:

$$E(S_T) = S_0e^{rT}$$

### Ecuación 3.11

Lo cual muestra que el precio de una acción crece, en promedio, a la tasa libre de riesgo. Fijar la probabilidad de un movimiento al alza igual a  $p$  es, por lo tanto, equivalente a asumir que el rendimiento de una acción es igual a la tasa libre de riesgo.

Si una persona invierte en una acción el día de hoy en el plazo  $T$  estará en el punto de equilibrio si el precio es igual al valor representado en la ecuación 3.11 y habrá registrado una pérdida si el precio se encuentra por debajo de ese valor. Es común encontrar en el Mercado de Valores de México a inversionistas que consideran que si después de un periodo el precio de la acción que compraron se encuentra al mismo precio, están en el punto de equilibrio, lo cual es falso.

### 3.3.5 VALUACION DE UNA OPCION CON UN PROCESO BINOMIAL DE DOS PERIODOS.

Podemos extender el análisis a un proceso binomial de dos periodos, previo a la generalización del proceso de valuación.

Utilizamos el caso anterior donde el precio actual de la acción es de \$20 pesos y el porcentaje de variación es de 10%.

Suponemos que cada periodo tiene una duración de tres meses y que la tasa de interés continua equivalente libre de riesgo es de 12% en cada periodo, como se calculó en la sección anterior. Queremos valorar una opción CALL con precio de ejercicio de \$21 pesos en el nodo inicial del proceso, lo cual se realiza aplicando los principios descritos en las secciones anteriores.

A continuación se muestra el proceso binomial de dos periodos aplicado a los precios de la acción.

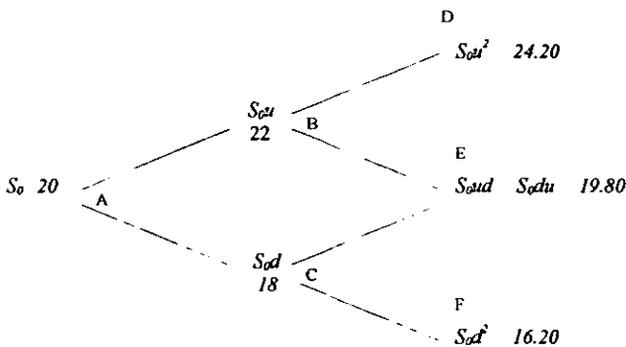
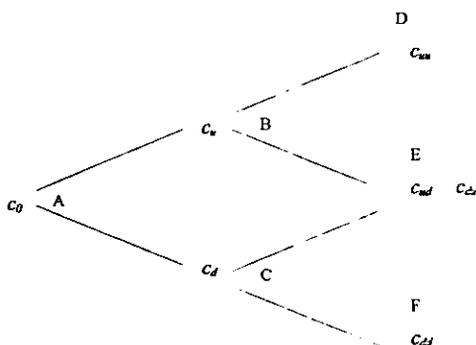


Figura 3.3.5.1

Para representar los valores de la opción en cada nodo se empleará una nomenclatura similar a la empleada para describir los precios de las acciones. En la figura 3.3.5.2 que se muestra a continuación se emplea la nomenclatura mencionada anteriormente:



**Figura 3.3.5.2**

Por ejemplo el valor de la opción en el nodo F es igual a  $c_{dd}$ , lo cual indica el valor del CALL para un precio de la acción que ha tenido dos bajas consecutivas.

Iniciamos la valuación calculando la paridad de la opción al final de los dos periodos, donde los posibles precios de la acción son: \$24.20 para el nodo D, \$19.80 para el e nodo E y \$16.20 para el nodo F. Para cada uno de estos precios la opción CALL tiene una paridad de:  $\text{Max}\{S_T - X, 0\}$

$$\text{En el nodo D: } \text{Max}\{24.20 - 21, 0\} = 3.20 = c_{ud}$$

$$\text{En el nodo E: } \text{Max}\{19.80 - 21, 0\} = 0.00 = c_{ud}$$

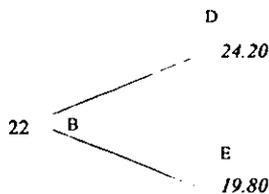
$$\text{En el nodo F: } \text{Max}\{16.20 - 21, 0\} = 0.00 = c_{dd}$$

En el nodo D la opción está en el dinero, mientras que en los nodos E y F está fuera del dinero.

A partir de estos datos podemos ver que el valor de la opción en el nodo C es 0 (cero), ya que el nodo C, se une con los nodos E y F donde el valor de la opción es también de 0 (cero).

En el nodo C:  $\$0.00 = c_d$

Para calcular el valor teórico de la opción en el nodo B, nos concentramos en la parte del árbol binomial que se muestra a continuación:



**Figura 3.3.5.3**

Utilizando la ecuación 3.9 y la ecuación 3.10 definidas en las secciones anteriores, podemos obtener el valor de la opción para el nodo B. Los resultados de las ecuaciones se muestran a continuación:

$$p = \frac{e^{r_c T_n} - d}{u - d} = \frac{e^{0.12(90/365)(1)} - 0.90}{1.10 - 0.90}$$

$$p = 0.650155$$

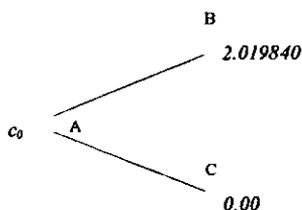
$$c_u = e^{-r_c T_n} [p c_u + (1 - p) c_d]$$

$$c_u = e^{-0.12(90/365)(1)} [0.65015(3.20) + (1 - 0.650155) \cdot 0]$$

$$c_u = 2.019840$$

Finalmente nos resta calcular el valor de la opción en el nodo inicial A; es decir, el valor de la opción  $c_0$ .

Sabiendo que el valor de la opción en el nodo B es  $c_u=2.019840$  y que el valor de la opción en el nodo C es de 0 (cero), aplicamos de nuevo las ecuaciones 9 y 10 para obtener los siguientes resultados:



**Figura 3.3.5.4**

$$p = \frac{e^{rc\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0.12(90/365)(1)} - 0.90}{1.10 - 0.90}$$

$$p = 0.650155$$

$$c_0 = e^{-rc\Delta t} [pc_u + (1-p)c_d]$$

$$c_0 = e^{-0.12(90/365)(1)} [0.650155 \cdot (2.019840) + (1 - 0.650155) \cdot 0]$$

$$c_0 = 1.274923$$

Este ejemplo fue construido de manera que los movimientos proporcionales  $u$  y  $d$  al alza y a la baja fueran los mismos en cada nodo y los espacios de tiempo entre cada periodo eran de igual distancia. Como resultado de lo anterior el valor de  $p$  calculado mediante la ecuación 3.9 es exactamente el mismo en cada periodo.

### 3.3.6 PROCESO BINOMIAL MULTI-PERIODOS.

La aproximación binomial, puede ser generalizada de manera que la vida de una opción puede ser dividida en cualquier cantidad de periodos. De hecho, mientras más dividido en intervalos de tiempo se encuentre el proceso binomial, más exacta será la valuación.

Independientemente del número de divisiones, el proceso para calcular el valor de la opción en cada nodo es el mismo, realizando los cálculos comenzando por el último periodo hacia cada nodo anterior y finalmente con el valor presente de la opción como se hizo anteriormente.

Hemos mencionado que las opciones no son valuadas en forma absoluta, sino relativas al valor que presentan las acciones subyacentes en cada momento y, que por lo tanto, las probabilidades de un movimiento al alza o de uno a la baja están incorporadas en el precio de la acción. Por lo anterior, no se requieren tomar en consideración una vez más.

Las variables  $u$  y  $d$  que se refieren a la potencial capacidad de movimiento de la acción en cada periodo, en otras palabras, a su volatilidad, deben ser determinadas a partir de información de mercado y ser ajustadas para considerar el número de periodos con el que se realizará la valuación.

En la siguiente descripción se utilizará la conclusión obtenida por Cox, Ross y Rubinstein en 1979, en la que prueban que la magnitud de los movimientos potenciales al alza y a la baja denotados por  $u$  y  $d$ , se relacionan con la volatilidad del bien subyacente de la siguiente forma:

$$u = e^{\sigma\sqrt{T}} \quad \text{y} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{T}}$$

**Ecuación 3.12**

Donde:

$T$  = La vida de la opción expresada en fracción de año.

$\sigma$  = La volatilidad de la acción subyacente.

La demostración de la ecuación 3.12 queda fuera del enfoque de este trabajo.

En la distribución de precios binomial representada en la figura 3.3.5.1, podemos ver que el precio al cual se llega después de realizar un movimiento al alza y después uno a la baja no coincide con el precio original de la acción en  $S_0$ . Para garantizar que lo anterior suceda, debemos ajustar los valores de  $u$  y  $d$  de manera que  $u=1/d$ . El resultado es un árbol que se recombina conocido por su nombre en inglés como lattice. Así, los valores de  $u$  y  $d$  son derivados de la variable volatilidad que se define como la desviación estándar del logaritmo natural de los rendimientos de la acción.

Con la idea de generalizar el proceso de valuación utilizando el método binomial, se presenta la valuación de una opción CALL at the money con cuatro periodos, con las siguientes características:

Plazo para vencimiento:	1 año
No. de periodos:	4
Tasa interés anual libre de riesgo:	10%
Volatilidad ( $\sigma$ ):	20%
Precio actual de la acción ( $S_0$ ):	\$35
Precio de ejercicio ( $X$ ):	\$35

Para iniciar la valuación, debemos considerar cuál es la tasa de interés que debemos emplear. Lo ideal sería emplear, como en el caso de la valuación de dos periodos, la tasa de interés discreta que corresponda exactamente a la duración de cada periodo y únicamente convertirla a la tasa continua equivalente. Sin

embargo, es común que en el mercado no encontremos la tasa de interés con el periodo idéntico al de una opción. Este es el caso que analizamos y en el cual consideramos una tasa de interés discreta anual de 10%.

Como nuestra evaluación contendrá 4 periodos, debemos encontrar la tasa de interés discreta compuesta equivalente; es decir, la tasa de interés compuesta que después de cuatro periodos nos arroje como resultado 10%.

Tenemos, entonces, la siguiente ecuación:

$$r_n = \left(1 + \frac{r_d}{m}\right)^{mn} - 1$$

Donde :

$n$  = No. de periodos en los cuales se aplica la tasa = 1

$m$  = No. de periodos = 4

$r_d$  = Tasa de interés discreta efectiva en cada periodo.

$r_n$  = Tasa de interés anual (nominal)

Despejando  $r_d$  tenemos lo siguiente:

$$r_d = m \cdot \left( \sqrt[m]{1 + r_n} - 1 \right)$$

$$r_d = m \cdot \left( \left(1 + r_n\right)^{\frac{1}{mn}} - 1 \right)$$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$r_d = 4 \cdot \left( \sqrt[4]{1 + 0.10} - 1 \right)$$

$$r_d = 0.096455 = 9.6455\%$$

Que es la tasa discreta equivalente a 10% nominal. Con una composición trimestral o 4 veces al año. Calculamos ahora la tasa continua equivalente a la anterior, por lo que tenemos que:

$$e^{r_c} = \left(1 + \frac{r_d}{m}\right)^{mn}$$

Despejando  $r_c$ :

$$r_c = mn \cdot \ln\left(1 + \frac{r_d}{m}\right)$$

Sustituyendo los valores:

$$r_c = 4(1) \cdot \ln\left(1 + \frac{0.096455}{4}\right)$$

$$r_c = 0.095310 = 9.5310\%$$

Por lo tanto la tasa continua equivalente a una tasa discreta de 10% que usaremos en cada periodo, en la valuación de la opción es 0.095310.

Con base en los datos anteriores y utilizando las ecuaciones 9 y 12 encontramos los siguientes valores:

$$u = e^{\sigma\sqrt{T}}$$

$$u = e^{0.20\sqrt{0.25}} = 1.105171$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{T}}$$

$$d = e^{-0.20\sqrt{0.25}} = 0.904837$$

$$p = \frac{e^{r_c T n} - d}{u - d} = \frac{e^{0.095310(0.25 \times 1)} - 0.904837}{1.105171 - 0.904837}$$

$$p = 0.595389$$

Para poder valorar la opción, ahora con un proceso binomial de cuatro periodos, necesitamos como en la valuación anterior, calcular los posibles precios finales de la acción para después calcular los valores de paridad al vencimiento de la opción. Los valores de la opción al final del tercer periodo, se calculan con base en los valores de paridad obtenidos y utilizando la ecuación 3.10. Posteriormente se calculan los valores potenciales de la opción al final del segundo periodo con base en los datos obtenidos al final del tercer periodo. Finalmente calculamos el valor actual del CALL con base en los datos del primer periodo.

La siguiente figura muestra los valores de la acción y la opción en cada nodo de este proceso:

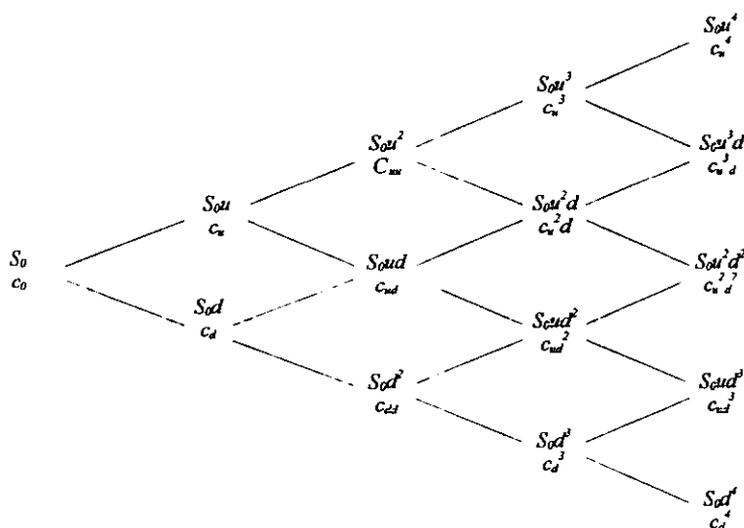


Figura 3.3.6.1

En primer término se calculan los cinco posibles precios que puede tener el precio de la acción al final del cuarto periodo. Cada uno de esos precios son:  $S_{0u^4}$ ,  $S_{0u^3d}$ ,  $S_{0u^2d^2}$ ,  $S_{0ud^3}$  y  $S_{0d^4}$ .

$$\begin{aligned}
S_0u^4 &= 35 (1.105171)^4 && =52.21 \\
S_0u^3d &= 35 (1.10517)^3(0.90484) && =42.75 \\
S_0u^2d^2 &= 35 (1.10517)^2(0.90484)^2 && =35.00 \\
S_0ud^3 &= 35 (1.10517)(0.90484)^3 && =28.66 \\
S_0d^4 &= 35 (0.90484)^4 && =23.46
\end{aligned}$$

Los valores de paridad de la opción CALL a vencimiento, están dados por la fórmula  $\text{Max}[S_0 - X, 0]$ :

$$\begin{aligned}
\text{Max}[S_0u^4 - X, 0] &= 52.21 - 35.00 = 17.21 \\
\text{Max}[S_0u^3d - X, 0] &= 42.75 - 35.00 = 7.75 \\
\text{Max}[S_0u^2d^2 - X, 0] &= 35.00 - 35.00 = 0.00 \\
\text{Max}[S_0ud^3 - X, 0] &= 28.66 - 35.00 = 0.00 \\
\text{Max}[S_0d^4 - X, 0] &= 23.46 - 35.00 = 0.00
\end{aligned}$$

### I. Primera Etapa:

Conociendo los posibles valores que puede tomar el CALL a vencimiento, el siguiente paso es calcular los valores que puede tener al final del período tres. Utilizando la ecuación 3.10, tenemos los siguientes precios para el CALL:

$$\begin{aligned}
c_{u^3} &= e^{-r_c T_n} [p c_{u^4} + (1-p)c_{u^3d}] = e^{-0.095310(0.25 \times 1)} [0.595389 \cdot 17.213864 + 0.404611 \cdot 7.749097] \\
c_{u^3} &= 13.069165
\end{aligned}$$

De la misma manera podemos calcular el valor del CALL en  $c_{u^2d}$ :

$$\begin{aligned}
c_{u^2d} &= e^{-r_c T_n} [p c_{u^3d} + (1-p)c_{u^2d^2}] = e^{-0.095310(0.25 \times 1)} [0.595389 \cdot 7.749097 + 0.404611 \cdot 0] \\
c_{u^2d} &= 4.505089
\end{aligned}$$

Los precios del CALL en los nodos restantes  $c_{ud^2}$  y  $c_{d^3}$  son iguales a cero, debido a que el valor de la opción al final del cuarto periodo en los nodos que siguen a los anteriormente mencionados son, también, igual a cero. Ver la figura 3.3.6.1.

Se muestra como ejemplo el cálculo de  $c_{uud^2}$ .

$$c_{uud^2} = e^{-r_c T} [p c_{u^2 d^2} + (1-p) c_{ud^3}] = e^{-0.095310(0.25)} [0.595389 \cdot 0 + 0.404611 \cdot 0]$$

$$c_{u^2 d^2} = 0.00$$

Por otro lado los precios de la acción son los siguientes:

$$S_{0u^2} = 35 ( 1.105171 )^2 = 47.75$$

$$S_{0ud} = 35 ( 1.105171 ) ( 0.904837 ) = 35.00$$

$$S_{0d^2} = 35 ( 0.904837 )^2 = 28.66$$

## II. Segunda Etapa:

Utilizando los valores calculados para los nodos  $c_{u^3}$ ,  $c_{u^2 d}$  y  $c_{ud^2}$ , se pueden calcular los valores de los nodos  $c_{u^2}$  y  $c_{ud}$ , el valor del nodo  $c_{d^2}$  es igual a cero porque los nodos siguientes a él son cero.

$$c_{u^2} = e^{-r_c T} [p c_{u^3} + (1-p) c_{u^2 d}] = e^{-0.095310(0.25 \times 1)} [0.595389 \cdot 13.099165 + 0.404611 \cdot 4.505089]$$

$$c_{u^2 d} = 9.40$$

$$c_{ud} = e^{-r_c T} [p c_{u^2 d} + (1-p) c_{ud^2}] = e^{-0.095310(0.25 \times 1)} [0.595389 \cdot 4.505089 + 0.404611 \cdot 0]$$

$$c_{u^2 d} = 2.62$$

$$c_{d^2} = 0.00$$

Los valores para la acción al final del periodo dos son los siguientes:

$$S_{0u^3} = 35 ( 1.105171 )^3 = 47.25$$

$$S_0u^2d = 35 ( 1.105171 )^2 ( 0.904837 ) = 38.68$$

$$S_0ud^2 = 35 ( 1.105171 ) ( 0.904837 )^2 = 31.67$$

$$S_0d^3 = 35 ( 0.904837 )^3 = 25.93$$

### III. Tercera Etapa:

Uso de los valores finales del segundo periodo para el calculo de los valores finales del primer periodo  $c_u$  y  $c_d$ .

$$c_u = e^{-r_c T_n} [p c_{u2} + (1-p)c_{ud}] = e^{-0.095310(0.25 \times 1)} [0.595389 \cdot 9.395347 + 0.404611 \cdot 2.619122]$$

$$c_u = 6.50$$

$$c_d = e^{-r_c T_n} [p c_{ud} + (1-p)c_d] = e^{-0.095310(0.25 \times 1)} [0.595389 \cdot 2.619122 + 0.404611 \cdot 0]$$

$$c_d = 1.52$$

Los posibles precios de la acción al final del primer periodo en cada nodo son los siguientes:

$$S_0u = 35 ( 1.105171 ) = 38.68$$

$$S_0d = 35 ( 0.904837 ) = 31.67$$

### IV. Cuarta Etapa:

Finalmente, utilizando los valores de la opción del nodo anterior, calculamos el valor que el día de hoy debe tener el CALL. Aplicando la misma ecuación tenemos:

$$c_0 = e^{-r_c T_n} [p c_u + (1-p)c_d] = e^{-0.095310(0.25 \times 1)} [0.595389 \cdot 6.496943 + 0.404611 \cdot 1.522678]$$

$$c_0 = 4.38$$

Este es finalmente el valor que debe tener la opción en el mercado de valores donde se cotice. En el caso particular de México, las opciones que tenemos se encuentran inscritas en la Bolsa Mexicana de Valores bajo el nombre de Warrants. Si esta opción estuviera inscrita en dicho mercado su precio no debiera ser muy

diferente a \$4.38 pesos por warrant. En caso de haber diferencias, éstas se deberían a la diferencia en tasas de interés que cada intermediario tiene al momento de hacer su valuación y sobre todo a la diferente apreciación del factor de volatilidad que se utiliza para su valuación.

El árbol que hemos desarrollado se muestra a continuación, con los precios de la acción y los valores de la opción en la parte inferior de cada nodo:

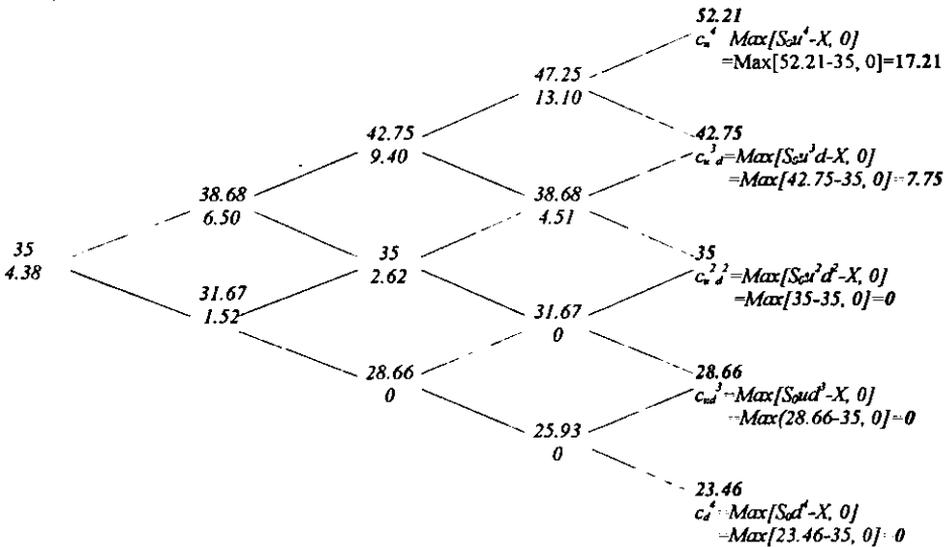


Figura 3.3.6.2

El procedimiento anteriormente mostrado requiere de una gran cantidad de cálculos, sobre todo si se considera que la valuación de una opción será más exacta en la medida que se incremente el número de periodos.

Al inicio de este capítulo mostramos que el valor esperado futuro de una acción, es la suma de varios valores futuros cada uno multiplicado por sus correspondientes probabilidades. De esta manera, podemos utilizar la ecuación 3.4 desarrollada al inicio, para asignar probabilidades de ocurrencia a los distintos precios que puede tener una acción siguiendo un proceso binomial, calcular el valor de la opción CALL

dados los posibles precios de la acción y sus probabilidades, tomando en cuenta el precio de ejercicio. La suma de estos valores representará el valor esperado de la opción a su vencimiento, por lo que para obtener el valor de la opción el día de hoy debemos descontarlo a la tasa libre de riesgo.

Recordando la ecuación 3.4:

$$P(X = j) = \frac{n!}{j!(n-j)!} \cdot p^j (1-p)^{n-j}$$

Donde  $n$  representaba el número de periodos y  $j$  el número de éxitos o alzas, podemos agregar a ésta un factor adicional que represente el valor de  $S_0$  en cada nodo dependiendo del número de alzas.

Por ejemplo para llegar a los  $n+1 = 5$  precios de la acción al final del cuarto periodo en nuestro ejemplo, debemos recordar que a cada uno de esos precios se llega con  $j$  éxitos que en nuestro caso lo representan los movimientos al alza de  $u$  y por consiguiente con  $n-j$  fracasos que representan los movimientos a la baja por el factor  $d$ . Para considerar el número de éxitos y el número de periodos en los posibles precios finales, debemos utilizar la siguiente ecuación:

$$S_0 u^j d^{n-j}$$

**Ecuación 3.13**

Esta ecuación nos dará los precios de la acción en cada uno de los nodos dependiendo del número de periodos y el número de éxitos. Comprobando los precios finales calculados en el ejemplo anterior con  $n=4$  y  $j=0, 1, 2, 3$  y  $4$  tenemos lo siguiente:

Con  $j=4$  éxitos tenemos  $u=4$  movimientos al alza consecutivos y  $n-j = 4-4 = 0$  movimientos a la baja.

Con  $j=3$  éxitos tenemos  $u=3$  movimientos al alza consecutivos y  $n-j = 4-3 = 1$  movimientos a la baja.

...

...

Con  $j=0$  éxitos tenemos  $u=0$  movimientos al alza consecutivos y  $n-j = 4-0 = 4$  movimientos a la baja.

$$S_0 u^j j^{n-j} = 35(1.105171)^4 (0.904837)^0 = 52.21$$

$$S_0 u^j j^{n-j} = 35(1.105171)^3 (0.904837)^1 = 42.75$$

$$S_0 u^j j^{n-j} = 35(1.105171)^2 (0.904837)^2 = 35.00$$

$$S_0 u^j j^{n-j} = 35(1.105171)^1 (0.904837)^3 = 28.66$$

$$S_0 u^j j^{n-j} = 35(1.105171)^0 (0.904837)^4 = 23.46$$

Como vemos, utilizando esta ecuación se pueden calcular todos los precios posibles de la acción al final de cualquier período.

Si escribimos el cálculo de paridad utilizando la ecuación 3.13 para una opción CALL y una opción PUT tenemos lo siguiente:

$$\text{Paridad(Call)} = \text{Max}[S_0 u^j d^{n-j} - X, 0]$$

$$\text{Paridad(Put)} = \text{Max}[X - S_0 u^j d^{n-j}, 0]$$

#### Ecuación 3.14

Multiplicando las ecuaciones 4 y 14, y realizando una suma de todos los posibles valores desde  $j=0, 1, 2, \dots, n$  éxitos, obtenemos el valor esperado de la opción al vencimiento de la misma. Esta ecuación es la siguiente:

$$c_0 = \sum_{j=0}^n \left( \frac{n!}{(n-j)! j!} p^j (1-p)^{n-j} \cdot \text{Max}[S_0 u^j d^{n-j} - X, 0] \right)$$

Para obtener el valor de la opción el día de hoy, bastará con descontar el valor obtenido anteriormente a la tasa libre de riesgo por el total de los periodos, en

esta ocasión es por el total y no únicamente por un periodo porque nuestra valuación considera sólo los precios al vencimiento traídos a valor presente por toda la vida de la opción. Las ecuaciones finales para el cálculo de los valores teóricos de una opción CALL y un PUT utilizando el proceso binomial se muestran a continuación:

Para calcular el valor teórico de un CALL tenemos:

$$c_0 = \sum_{j=0}^n \left( \frac{n!}{(n-j)!j!} p^j (1-p)^{n-j} \cdot \text{Max}[S_0 u^j d^{n-j} - X, 0] \right) \cdot e^{-rTn}$$

**Ecuación 3.15**

Y para calcular el valor teórico de un PUT tenemos:

$$p_0 = \sum_{j=0}^n \left( \frac{n!}{(n-j)!j!} p^j (1-p)^{n-j} \cdot \text{Max}[X - S_0 u^j d^{n-j}, 0] \right) \cdot e^{-rTn}$$

**Ecuación 3.16**

Hasta ahora este trabajo había sido desarrollado teniendo en mente la valuación de una opción CALL; sin embargo, la valuación de una opción PUT se realiza teniendo en mente exactamente las mismas condiciones, excepto por el cambio en la forma de calcular la paridad.

A continuación desarrollamos la ecuación 3.15 para calcular el valor teórico del CALL de nuestro ejemplo, para  $j=4,3,2,1$  y 0 éxitos. Como hemos mencionado anteriormente, el proceso lógico que sigue la ecuación es el siguiente:

- Calcular la probabilidad binomial de cada uno de los posibles resultados al vencimiento.
- Multiplicar la paridad de la opción, correspondiente a cada posible precio de la acción, por la correspondiente probabilidad.

- Descontar a valor presente el valor obtenido anteriormente.
- Sumar todos los resultados obtenidos para obtener el valor de la opción.

De esta manera tenemos los siguientes resultados:

Para el resultado después de u movimientos al alza consecutivos

$$\left( \frac{4!}{(4-4)!4!} 0.595389^4 (1-0.595389)^{4-4} \cdot \text{Max}[35(1.105171)^4 (0.904837)^{(4-4)} - 35, 0] \right) \cdot e^{-0.095310(0.25 \times 4)} = 1.97$$

El resultado después de 3 movimientos al alza y uno a la baja:

$$\left( \frac{4!}{(4-3)!3!} 0.595389^3 (1-0.595389)^{4-3} \cdot \text{Max}[35(1.105171)^3 (0.904837)^{(4-3)} - 35, 0] \right) \cdot e^{-0.095310(0.25 \times 4)} = 2.41$$

El resultado para dos movimientos al alza y dos a la baja:

$$\left( \frac{4!}{(4-2)!2!} 0.595389^2 (1-0.595389)^{4-2} \cdot \text{Max}[35(1.105171)^2 (0.904837)^{(4-2)} - 35, 0] \right) \cdot e^{-0.095310(0.25 \times 4)} = 0.00$$

El resultado para un movimiento al alza y tres a la baja:

$$\left( \frac{4!}{(4-1)!1!} 0.595389^1 (1-0.595389)^{4-1} \cdot \text{Max}[35(1.105171)^1 (0.904837)^{(4-1)} - 35, 0] \right) \cdot e^{-0.095310(0.25 \times 4)} = 0.00$$

Y finalmente el resultado para cuatro movimientos a la baja:

$$\left( \frac{4!}{(4-0)!0!} 0.595389^0 (1-0.595389)^{4-0} \cdot \text{Max}[35(1.105171)^0 (0.904837)^{(4-0)} - 35, 0] \right) \cdot e^{-0.095310(0.25 \times 4)} = 0.00$$

El valor del CALL es la suma de todos los resultados obtenidos anteriormente, que es igual a \$4.38, el cual coincide con el resultado obtenido mediante el cálculo de todos los nodos del árbol binomial.

Utilizando las ecuaciones 15 y 16 podemos calcular el valor de un CALL y de un PUT para distintos precios de la acción y con un plazo para vencimiento determinado. A diferencia de las gráficas al vencimiento que mostramos en el capítulo anterior, la gráfica de una opción antes de la fecha de su vencimiento tiende a ser mucho más suave. Lo anterior se muestra en las siguientes figuras:

Comportamiento de un call antes de su vencimiento.

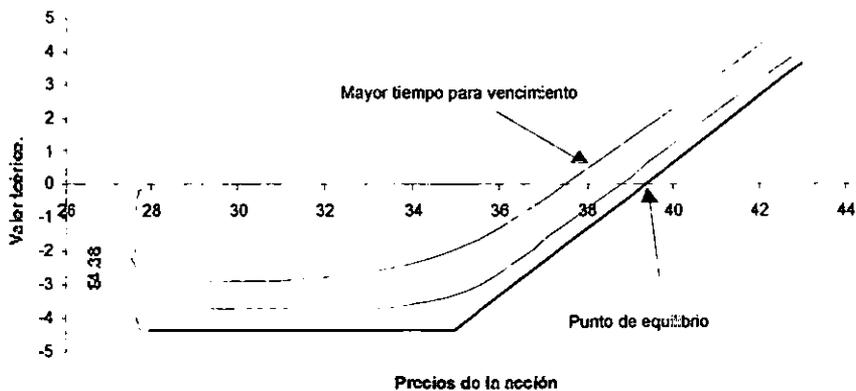


Figura 3.3.6.3

Para una opción PUT tenemos la siguiente gráfica:

Comportamiento de un PUT antes de su vencimiento.

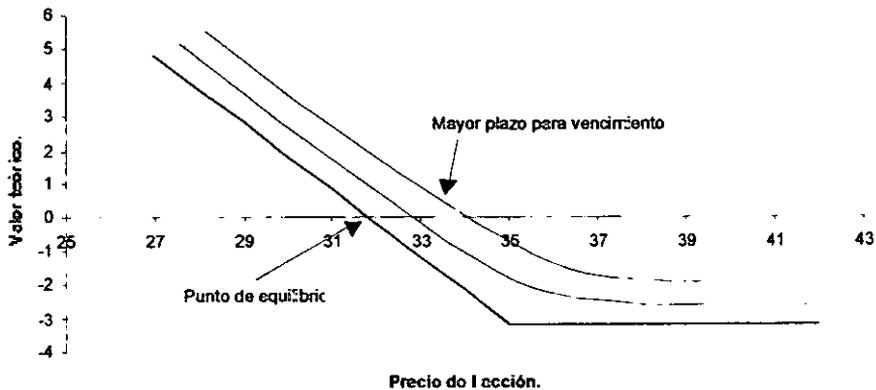


Figura 3.3.6.4

### 3.4 MEDIDAS DE RIESGO.

#### 3.4.1 DELTA.

Como se mostró anteriormente, cuando deseamos convertir un portafolio que contiene una o varias acciones, en un portafolio libre de riesgo, debemos calcular la cobertura adecuada que nos permita eliminar el efecto que produce el cambio en el precio del subyacente sobre el valor total del portafolio. Algunas personas utilizan también el término **Razón de cobertura**, para referirse a este cálculo.

En el ejemplo que mostramos se utilizó la ecuación 3.4 para calcular la cobertura adecuada que convertía el portafolio en libre de riesgo, dándonos como resultado  $H=4$ .

$$S_0u - S_0d = Hc_u - Hc_d$$

$$H = \frac{S_0(u - d)}{(c_u - c_d)}$$

Se requiere de vender 4 opciones CALL por cada acción que estuviera en el portafolio original; es decir, se tiene una relación de 4:1 opciones por cada acción. Expresando esta relación de otra manera se puede decir que cada opción CALL que se incluye en el portafolio cubre exactamente el 25% de cada acción.

Sin embargo, esta razón de cobertura no es siempre la misma, depende del precio de la acción al momento de iniciar el portafolio y por consiguiente de la paridad de la opción al final del periodo. Si el precio de la acción cambia, lo hará también la paridad de la opción y por tanto la razón de cobertura será diferente.

Si mantenemos los porcentajes de movimiento al alza y a la baja pero realizamos los cálculos con distintos precios iniciales de la acción obtenemos los siguientes resultados en un periodo:

Con  $S_0=21$



Figura 3.4.1.1

$$H = \frac{S_0(u-d)}{(c_u - c_d)} = \frac{21(1.10 - 0.90)}{(2.10 - 0)} = 2$$

Con  $S_0=22$



$$H = \frac{S_0(u-d)}{(c_u - c_d)} = \frac{22(1.10 - 0.90)}{(3.20 - 0)} = 1.375$$

Podemos apreciar que la cobertura requerida cambia dependiendo del precio de la acción; originalmente se tenía una relación de 4:1 (25% de cobertura por cada opción) con un precio  $S_0=20$ , una relación de 2:1 (50% de cobertura por cada opción) cuando el precio sube un peso a  $S_0=21$  y finalmente una relación de 1.375:1 (72.72% de cobertura del portafolio por cada opción) a un precio  $S_0=22$ . Este porcentaje de cobertura es particular de cada opción y se conoce comúnmente como **DELTA**.

La delta no es lineal y depende en cada momento del precio de la acción.

Cuando construimos nuestro portafolio pensamos en calcular la razón de cobertura en base a la posición que poseíamos en aquel momento y partiendo de ello calculamos después la delta. Sin embargo, cuando estamos involucrados en un mercado de opciones partimos de la delta como información para iniciar nuestras operaciones de cobertura. En los mercados estandarizados de opciones como el que se pretende establecer en la ciudad de México, la información de delta se encuentra disponible para cualquier persona en todo momento.

Podemos definir a la delta de una opción como:

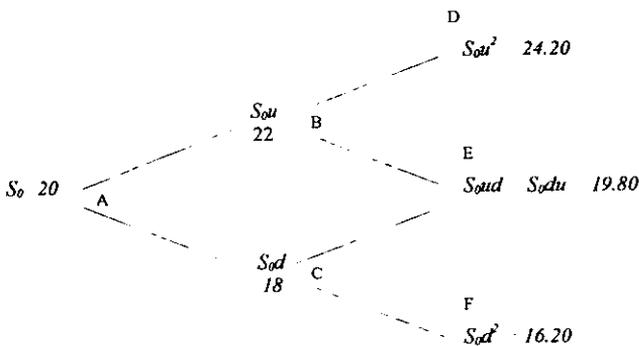
**La razón de cambio en el precio de la opción en relación con el cambio en el precio del subyacente.**

Podemos expresar la delta como:

$$\Delta = \frac{\Delta \text{Opción}}{\Delta \text{Acción}} = \frac{(c_u - c_d)}{S_0(u - d)}$$

**Ecuación 3.17**

Hemos mencionado que la delta de la opción depende del precio de la acción en cada momento. Cuando desarrollamos la ecuación para el cálculo de la razón de cobertura, lo hicimos pensando en un proceso binomial de un periodo y concluimos que la ecuación era aplicable en el caso de un proceso con múltiples periodos; sin embargo, como en cada periodo los precios de la acción y los de la opción cambian; también lo hacen la razón de cobertura y la delta necesarios para mantener el portafolio libre de riesgo. Como un ejemplo de lo anterior, mostramos nuevamente la figura 3.3.5.1 de este capítulo:



Utilizando la ecuación 3.17 podemos calcular la delta y la razón de cobertura para los nodos A, B y C.

Para el nodo A tenemos:

$$\Delta = \frac{(c_u - c_d)}{S_0(u - d)} = \frac{(2.019840 - 0)}{20(1.10 - 0.90)} = 0.50496$$

Lo cual quiere decir que necesitamos una relación de cobertura de prácticamente 2 opciones por cada acción.

Para el nodo B tenemos:

$$\Delta = \frac{(c_u - c_d)}{S_0(u - d)} = \frac{(3.20 - 0)}{22(1.10 - 0.90)} = 0.761904$$

O lo que es lo mismo, una razón de cobertura de 1.31 opciones por acción.

Y para el nodo C tenemos:

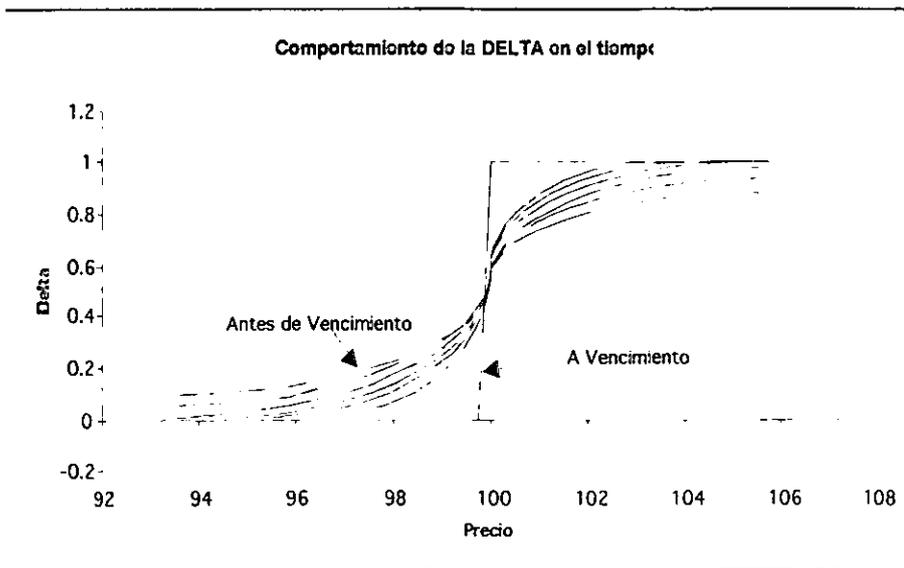
$$\Delta = \frac{(c_u - c_d)}{S_0(u - d)} = \frac{(0 - 0)}{18(1.10 - 0.90)} = 0$$

Los resultados anteriores muestran que, para que podamos mantener el portafolio libre de riesgo en cada momento, la cobertura debe ser ajustada a medida que el precio de la acción se mueva en el mercado de valores. Cada revisión de la cobertura será válida únicamente para el precio de la acción en ese momento. A lo anterior se le conoce como cobertura dinámica.

Si estamos cubriendo un portafolio con opciones, la cantidad necesaria deberá ser ajustada a la razón de cobertura en cada momento. Si estamos cubriendo opciones con un portafolio, la cantidad de acciones deberá ser ajustada en todo momento a la delta de la opción.

Podemos concluir, también, de los resultados anteriores que la delta cambia a medida que la opción se convierte de ser una opción out of the money en una opción in the money. Una opción out of the money cambia por un pequeño porcentaje del cambio que sufre la acción, lo cual podemos observar en el cálculo de la delta para el nodo C. Cuando el precio de la acción sube a \$20 y la opción se encuentra prácticamente at the money, la opción ha cambiado su delta y ahora se mueve en el 50% de cada punto que se mueva la acción. Finalmente cuando el precio de la acción ha subido a \$22, lo cual coloca a la opción in the money, la delta es ahora del 76.19% del movimiento de la acción.

La gráfica siguiente nos muestra el comportamiento de la delta para distintos precios de la acción. Podemos apreciar que los valores mínimo y máximo se encuentran entre 0 y 1; o lo que es lo mismo, si se prefiere, entre 0% y 100% del movimiento que registre la acción.



**Figura 3.4.1.2**

Si la delta de una opción es de 1 (100%), esto implica que su precio se moverá en la misma proporción que la acción. Es claro, entonces, que una acción larga tendrá siempre una delta de 100% ya que el incremento en utilidad, si su precio se mueve en un peso hacia arriba, será de exactamente un peso. Esto es, si compramos una acción a \$20 pesos y en el instante siguiente su precio se ha movido a \$21 pesos, la utilidad obtenida es de un peso, que corresponde al movimiento de su precio, e igualmente si su precio disminuye perderemos exactamente esa misma cantidad.

Sin embargo, las opciones PUT tienen delta negativa ya que estas opciones incrementan su valor en la medida que el precio del subyacente baja. Así la delta de una opción PUT se mueve entre los límites de  $-1$  y  $0$ . De la misma manera una posición que contenga una acción corta tendrá una delta de  $-1$  ya que si el precio de la acción baja, la posición registra un incremento en su valor. Esto es, si vendemos una acción a un precio de \$20 y en el instante siguiente el precio baja a \$19 pesos, nuestra posición registrará una utilidad de \$1 peso, que corresponde al decremento en el valor de la acción peso por peso.

Cambio en el valor delta en distintos precios del subyacente.

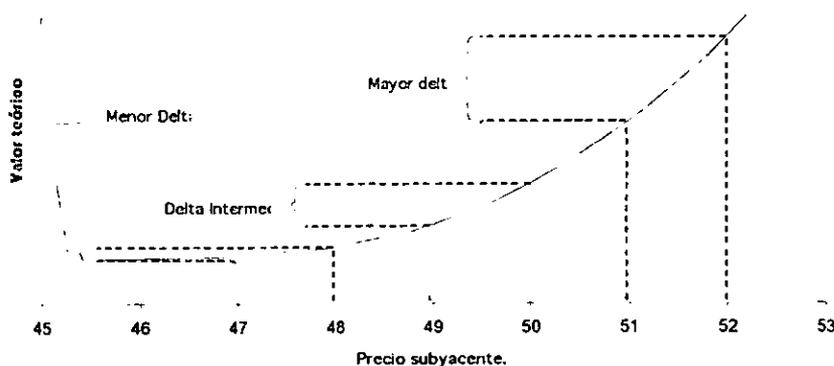


Figura 3.4.1.3

Durante el desarrollo del capítulo "Estrategias con opciones", analizamos el comportamiento del CALL y del PUT a vencimiento.

### 3.4.2 GAMMA.

Para las opciones out of the money la delta es muy cercana a cero, mientras que para las opciones in the money la delta es cercana a 100 (-100 para las opciones PUT). Podemos concluir lógicamente que a medida que los precios del subyacente cambian, la delta de la opción también debe cambiar.

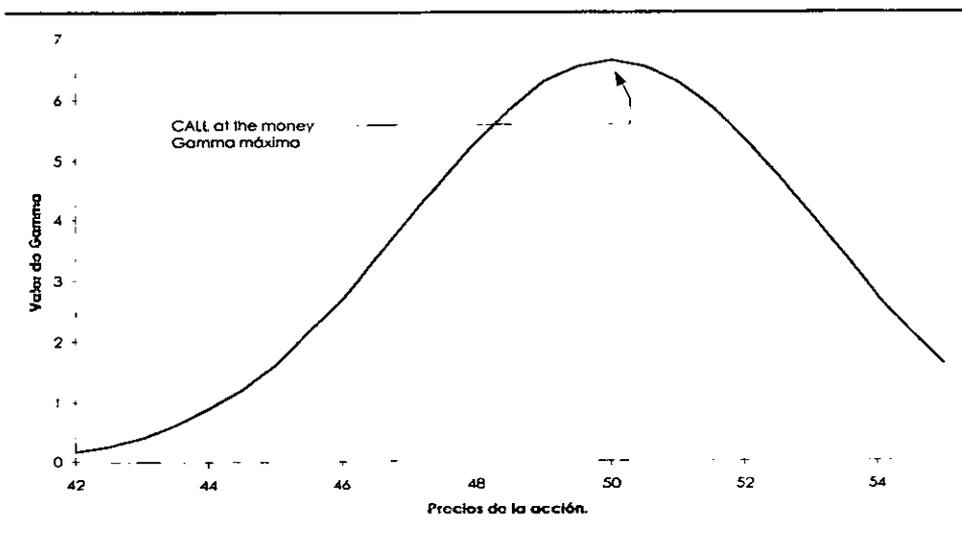
A la gamma ( $\Gamma$ ), se le conoce como la curvatura de la opción; es la tasa a la cual cambia la delta de una opción a medida que el precio del subyacente cambia. La gamma es usualmente expresada como las deltas ganadas o perdidas por cada cambio de un punto en precio de la acción. Si una opción tiene una gamma de 5<sup>1</sup>, por cada punto que se incremente el precio de la acción la delta de la opción cambiará en 5 puntos. Si la delta de la opción es de 25 y el precio de la acción se mueve de \$40 pesos a \$41 pesos, la nueva delta de la opción será de 30, y de igual forma cuando el precio se mueve hacia abajo. Para efectos prácticos la gamma de una opción CALL y la de una opción PUT son iguales. Por ejemplo, si un at the money CALL con una delta de 50 y un at the money PUT con delta de -50 tienen ambos una gamma de 5, cuando el precio del subyacente sube en un punto, la nueva delta del CALL es de 55, mientras que la nueva delta del PUT es de -45. Lo anterior corresponde con las gráficas de ambas opciones a vencimiento; si el precio del subyacente sube, el CALL tiende a estar in the money y por lo tanto a tener una delta cercana a 100, mientras que el PUT tiende a estar out of the money y por lo tanto a tener una delta de cero. La gamma es una medida de qué tan rápido cambia el precio de una opción y por lo tanto representa una buena medida del riesgo de una opción. Sin importar qué signo tenga la gamma, una gamma

---

<sup>1</sup> Cuando la delta es expresada en formato decimal (0 a 1.00), la gamma es expresada en el mismo formato.

pequeña representa un riesgo pequeño, mientras que una gamma grande representa un riesgo grande.

Conocer la medida de gamma puede ayudar a una persona a mantener una cobertura delta neutral. Supongamos que tenemos una posición delta de +500 antes de la apertura del Mercado de Valores. Si deseamos tener un portafolio delta neutral debemos vender las 500 deltas justo a la apertura del mercado. Pero supongamos que la gamma es de +100 y que se espera que el mercado inicie 2% arriba, debido a que algunos reportes de empresas se dieron a conocer el día anterior por la tarde. Si al inicio de operaciones el mercado registra un alza de 2% como se esperaba, la posición delta no seguirá siendo de +500 sino de +700 debido a que ganaremos +100 deltas por cada punto porcentual de alza en el subyacente, por lo que tendremos que vender 700 delta inmediatamente después de la apertura del mercado. En las Bolsas de Valores de todo el mundo, los operadores realizan este tipo de cálculos mentalmente todo el tiempo ya que conocen en todo momento su posición y los valores de delta y gamma de la misma.



**Figura 3.4.2.1** Gamma de un CALL ante diferentes precios de la acción

La gráfica anterior muestra algunos de los valores teóricos y cálculos de delta y gamma para una opción con precio de ejercicio de \$50 pesos. Como se observa, el valor máximo de gamma se encuentra cuando la opción es at the money; es decir, cuando el precio de ejercicio es igual al precio del subyacente. Este es el comportamiento normal de esta variable. La Gamma es una medida de riesgo ampliamente usada entre los profesionales y tiene prácticamente poca importancia para las demás personas debido a que no soportan posiciones grandes y frecuentemente cambiantes.

## CAPITULO 4

### CASO PRACTICO.

#### 4.1 COBERTURA DINAMICA.

Dejando un poco de lado el funcionamiento del modelo y sus detalles matemáticos, lo que realmente lo hace útil, es su desempeño al momento de realizar operaciones de compra y venta dentro del mercado de valores y de los mercados financieros de opciones.

Si tomamos como ciertas todas las suposiciones que hemos hecho durante el desarrollo del modelo, entonces, si encontráramos una diferencia en precio entre el valor teórico que arroja el modelo y el precio de una opción en el Mercado de Valores, deberíamos poder convertir esa diferencia en una utilidad para nosotros.

Como explicamos al inicio de este trabajo, el objetivo de contar con un modelo de valuación de opciones es poder tener una herramienta que nos permita, independientemente de la labor que desempeñemos en el mercado (administrador de fondo, arbitrajista, *Market Maker*, etc.), tener un valor justo de una opción como referencia para poder realizar operaciones que convengan a nuestros intereses dentro de un Mercado de Derivados.

En el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer) existirán múltiples vencimientos y series de precios de ejercicio, por lo que podemos seleccionar tanto si queremos una opción PUT o una opción CALL, así como una serie de precios de ejercicio. Dentro de la oferta de contratos en este mercado, existirán los contratos de futuro sobre índices, acciones y canastas de acciones.

Trataremos de desarrollar dos ejemplos de cobertura dinámica, uno utilizando exclusivamente opciones y contratos de futuro de este mercado, y posteriormente otro ejemplo combinando opciones con cobertura de acciones que incluyen otras características como dividendos.

Iniciamos desarrollando un ejemplo utilizando exclusivamente opciones que tienen como bien subyacente los futuros de las acciones de una empresa llamada SAZC.

Dado que el Mercado Mexicano de Derivados es una Bolsa de contratos listados, todas las características que requerimos para nuestra valuación se pueden obtener fácilmente ya que son datos que la misma Bolsa da a conocer al público inversionista. La volatilidad es el único elemento que falta para realizar la valuación exacta. Para efectos de este ejercicio y poder mostrar cómo es que una persona puede obtener utilidades mediante la compra o venta de opciones sobrevaluadas o subvaluadas respecto del valor teórico del modelo, asumimos que conocemos la volatilidad futura exacta de los futuros de la acción de SAZC. Dado que las opciones tienen como subyacente a los futuros y no a las acciones directamente, necesitamos conocer la volatilidad futura de los contratos de futuro y no de las acciones.

El desarrollo para el cálculo y estimación de volatilidad se muestra más adelante en este trabajo.

Imaginemos entonces que tenemos alguna manera de conocer el futuro y que podemos ver que la volatilidad futura de los contratos de futuro de SAZC durante las próximas 10 semanas es de 18.3%.

Las condiciones de mercado son las siguientes:

**Tabla 4.1.1**

Precio de la acción de SAZC:	101.35
Tasa de interés libre de riesgo:	8%
Tiempo para vencimiento:	10 semanas
Volatilidad:	18.3%

Ahora tenemos todos los datos requeridos para realizar una valuación teórica mediante el modelo binomial.

Si vemos en el mercado, podemos encontrar, por ejemplo, una opción CALL con vencimiento en junio y con un precio de ejercicio de 100, el cual es un precio muy cercano al precio actual de los futuros que es de \$101.35 y por lo tanto podemos decir que el CALL está prácticamente At the money y que por esta razón es posible pensar que es una opción altamente operada en el mercado.

Si alimentamos los datos anteriores en el modelo binomial podemos encontrar que el Junio 100 CALL tiene un precio teórico de \$3.88. Supongamos que nos encontramos con que en el mercado la oferta de venta de esta opción es por \$3.25. Como estamos suponiendo que conocemos la volatilidad futura exacta, entonces podemos decir que el precio de la opción en el mercado está subvaluado y por lo tanto representa una oportunidad de compra con la seguridad de que al vencimiento podremos obtener una utilidad segura que será igual a la diferencia entre el valor teórico y el valor de mercado de  $3.88 - 3.25 = 0.63$  pesos, sin riesgo alguno.

Como mencionamos anteriormente, para que un portafolio se convierta en libre de riesgo debemos establecer la cobertura adecuada. Así, para poder realizar la utilidad esperada de 0.63 pesos, lo que debemos hacer es comprar la opción y establecer la cobertura adecuada en ese momento. La cobertura adecuada será aquella que nos indique la delta teórica de la opción con las condiciones de mercado de ese momento.

Lo más común entre las personas que trabajan con opciones en las Bolsas de Valores es manejar la delta sin el punto decimal; así, la delta tendrá valores de 0 a 100 y la delta de una acción o un futuro siempre será de 100. Sin embargo, los cálculos necesarios para llevar la cobertura son realizados con la delta expresada en decimales con un rango de 0 a 1.

Siguiendo con el caso práctico, vemos que el modelo arroja una delta 57. Esto significa que por cada opción que compremos en el mercado, debemos vender el 57% de un futuro de la acción de SAZC para mantener una cobertura neutral. Debido a que la compra de fracciones de futuro en la Mercado Mexicano de Derivados no es permitida, intentamos comprar una cantidad de opciones que requiera una cobertura en enteros. Supongamos que podemos comprar 10,000 opciones subvaluadas en el mercado y por lo tanto la cobertura delta requiere de vender 570 futuros. Un factor muy importante cuando se negocia con contratos de futuros es el tamaño del contrato, que es la cantidad de acciones que ampara cada futuro y que el comprador se obliga a recibir y el vendedor a entregar al vencimiento. En el Mercado Mexicano de Derivados, el tamaño del contrato para futuros sobre acciones es de 10 acciones y por ello nuestra cobertura es de 570 contratos que aportan una posición delta de 5,700.

$$\text{Posición delta de futuros} = Q \times \Delta_{fut} \times N$$

Donde:

Q = Cantidad de futuros.

$\Delta_{fut}$  = Delta del futuro.

N = Tamaño del contrato.

En la tabla 4.1.2 que se muestra a continuación, aparece la composición del portafolio y la contribución de cada instrumento expresada en deltas, denominada **posición delta**:

Tabla 4.1.2

<i>Contrato</i>	<i>Delta Teórica</i>	<i>Posición Delta</i>
Comprar 10,000 Junio 100 CALLS.	57%	+5,700
Vender 570 futuros de SAZC.	100%	-5,700

Teniendo en mente que la compra de un futuro es representada por un signo positivo y la venta por un signo negativo, la posición delta de las opciones únicamente es  $10,000 \times 0.57 = +5,700$ ; mientras que la posición delta de los futuros es de:  $-570 \times 1 \times 10 = -5,700$ . El portafolio tendrá una posición delta igual a la suma de todos sus componentes. Sumando  $-570 + 570 = 0$  por lo que decimos que el portafolio es delta neutral.

Haber establecido una cobertura delta neutral desde el principio, no implica que podamos conservar la composición del portafolio hasta el vencimiento de las opciones y obtener entonces la utilidad de 0.63 pesos, monto por el cual estaban subvaluadas las opciones al inicio.

Aun y cuando la posición está cubierta nos enfrentamos al hecho de que el valor teórico, que utilizamos para tomar la decisión de compra de las opciones, está basado exclusivamente en probabilidades. Si recordamos la analogía con el juego de ruleta al principio de este capítulo, si un jugador pudiera comprar una apuesta en el juego por menos de su valor esperado, sólo podría ver su utilidad si pudiera comprar esa misma apuesta muchas, muchas veces; es decir, en el largo plazo. El hecho de poder hacerla una vez no garantiza la utilidad, aun y cuando la está comprando por debajo de su valor justo ya que sólo tiene un número de los 38 que hay en la ruleta, por lo que lo más probable es que pierda en una apuesta.

Lo mismo aplica a nuestro ejemplo, tenemos cierta ventaja porque hemos podido comprar una opción por debajo de su valor teórico, pero en el corto plazo

nuestra utilidad esperada podría fácilmente convertirse en una pérdida si no realizamos más operaciones como ésta.

Sabemos que en el largo plazo las leyes de probabilidad están a nuestro favor y que si podemos realizar más operaciones como ésta podremos estar seguros de realizar nuestra utilidad. Es más, entre más operaciones realicemos, aumentaremos la posibilidad de realizar una utilidad idéntica a la diferencia entre el valor del modelo y el de mercado. La forma de realizar más operaciones como ésta, no es comprar más opciones en el mercado y cubrirlas porque tal vez ya no tengamos la posibilidad de hacerlo, sino pensar en la cobertura inicial como el inicio de una serie continua de pequeñas operaciones. Es decir, podemos replicar la probabilidad de largo plazo revisando nuestra posición en espacios regulares de tiempo y haciendo ajustes apropiados en ella, de manera que cada nuevo intervalo represente una nueva operación con las mismas condiciones favorables para nosotros.

Supongamos que una semana después se ha dado a conocer el reporte de utilidades de la empresa SAZC, lo cual ha hecho que el precio de los futuros llegue a 102.26 pesos en el Mercado de Valores. En ese momento podemos alimentar de nuevo los datos al modelo binomial, únicamente considerando el nuevo precio del futuro y una semana menos en el tiempo para vencimiento.

Los datos quedarían de la siguiente forma:

**Tabla 4.1.3**

Precio del futuro de SAZC:	102.26
Tasa de interés libre de riesgo:	8%
Tiempo para vencimiento:	9 semanas
Volatilidad:	18.3%

Basado en esos datos el modelo binomial nos da una delta teórica de 62 para el Junio 100 CALL. Por lo tanto nuestro portafolio expresado en deltas se encuentra ahora como se muestra:

**Tabla 4.1.4**

<i>Contrato</i>	<i>Delta Teórica</i>	<i>Posición Delta</i>
Largo 10,000 Junio 100 CALLS	62%	+6,200
Corto 570 futuros de SAZC	100%	-5,700

Por lo que nuestra posición delta total es de +500 deltas largas y se dice que el portafolio se encuentra desbalanceado, en este caso, largo. Este momento representa el final de la primera operación con condiciones favorables y otra a punto de comenzar.

Cada vez que iniciamos una nueva operación requerimos de tener un portafolio delta neutral. En nuestro ejemplo será necesario reducir la posición en 500 deltas y para ello existen dos caminos.

- a) Vender una determinada cantidad de opciones, que multiplicada por la delta teórica arroje como resultado exactamente -500.
- b) Vender 50 contratos de futuro de la empresa SAZC en el mercado.

Lo más común en estos casos es vender las 50 futuros, por lo que nuestra posición delta después de la venta es:

**Tabla 4.1.5**

<i>Contrato</i>	<i>Delta Teórica</i>	<i>Posición Delta</i>
Largo 10,000 Junio 100 CALLS	62%	+6,200
Corto 620 futuros de SAZC	100%	-6,200

En este momento iniciamos una nueva operación y como en la anterior, ésta depende de la volatilidad de los futuros y no de la dirección del movimiento de su precio. Es decir, ajustamos nuestro portafolio porque el precio de los futuros se mueve, sin importar hacia qué dirección, nuestra labor será "simplemente" mantener el portafolio delta neutral en todo momento.

Los 500 futuros que acabamos de vender son ajustes a nuestra posición y no son hechos con la intención de agregar valor a la utilidad teórica, aunque puede resultar ese efecto.

Los pasos que hemos realizado hasta ahora, muestran cómo podemos utilizar el valor teórico del modelo de valuación en la vida real.

- a) Comprar ( vender ) opciones subvaluadas ( sobrevaluadas ).
- b) Establecer una cobertura delta neutral utilizando el bien subyacente.
- c) Ajustar la cobertura para permanecer delta neutral en intervalos regulares de tiempo.

Durante la vida de las opciones seguiremos realizando el procedimiento descrito, sin embargo, un punto importante lo marca el vencimiento de las opciones en la semana diez. En ese momento lo que debemos hacer dado que las opciones dejarán de existir independientemente de cuál sea su paridad, será cerrar cualquier posición abierta que tengamos en futuros. Debemos considerar lo siguiente:

- a) Dejar que las opciones out of the money lleguen a vencimiento.
- b) Vender cualquier opción que se encuentre in the money a paridad o equivalentemente ejercer la opción y realizar la operación correspondiente en la posición de futuros.
- c) Liquidar cualquier posición de futuros adicional.

Siguiendo este procedimiento con diferentes precios del futuro en cada semana tenemos los siguientes resultados:

Tabla 4.1.6

Semana	\$ Futuros SAZC	Delta Teórica	Posición Delta	Ajuste requerido	Ajuste total en futuros.	Posición total de futuros
0	101.35	57	0	0	0	-570
1	102.26	62	+500	Vender 50	-50	-620
2	99.07	46	-1,600	Comprar 160	+110	-460
3	100.39	53	+700	Vender 70	+40	-530
4	100.76	56	+300	Vender 30	+10	-560
5	103.59	74	+1,800	Vender 180	-170	-740
6	99.26	45	-2,900	Comprar 290	+120	-450
7	98.28	35	-1,000	Comprar 100	+220	-350
8	99.98	50	+1,500	Vender 150	+70	-500
9	103.78	93	+4,300	Vender 430	-360	-930
10	102.54	100	+5,700	Comprar 360		-570

Calculamos ahora los resultados al vencimiento para poder llegar a un resultado de pérdida o utilidad producido por la operación en su totalidad.

#### 4.1.1 COBERTURA ORIGINAL.

Como en la semana diez el precio de los futuros de SAZC llegaron a un precio de \$102.54 pesos; las opciones CALL terminaron in the money y por lo tanto podemos ejercerlas y vender los futuros 102.54 para obtener la paridad en efectivo de \$2.54 o podemos vender las opciones a su paridad en el mercado. Si decidimos vender las opciones, debemos hacerlo en el último día de operación que es definido por la Bolsa de Derivados. Cualquier método nos conduce a recibir la paridad de \$2.54. Como originalmente pagamos \$3.25 por cada opción que en ese momento estaba subvaluada y estamos recibiendo únicamente \$2.54 por cada una

de ellas, entonces las opciones nos dejan una pérdida de  $2.54 - 3.25 = -0.71$  pesos por cada una o  $-0.71 \times 10,000 = -7,100$  pesos.

Como parte de nuestra cobertura original también vendimos 570 futuros de SAZC a un precio de 101.35, que al llegar el vencimiento tenemos que comprar de regreso a un precio de \$102.54, por lo que también aportan una pérdida, en este caso de:  $(101.35 - 102.54) \times 570 \times 10 = -6,783$  pesos, que sumados a la pérdida por parte de las opciones nos da un total de:

Pérdida por cobertura inicial:  $-7,100 - 6,783 = -13,883$

El análisis de pérdida/utilidad únicamente de la cobertura inicial no parece ser muy exitoso. Esperábamos tener una utilidad al comprar las opciones subvaluadas y sin embargo tenemos una pérdida considerable.

Sin embargo, falta hacer el análisis de todas las operaciones de cobertura que se realizaron durante las diez semanas que estuvimos administrando la posición. Cabe mencionar que si no se hubieran realizado los ajustes a lo largo de la vida de las opciones para mantener un portafolio delta neutral, la pérdida que hemos calculado para la cobertura inicial sería correcta.

#### **4.1.2 AJUSTES POR COBERTURA.**

Durante la vida de las opciones se realizaron diferentes operaciones de compra y venta, necesarias para mantener la cobertura delta neutral del portafolio. Al final de la semana uno terminamos con una posición de +500 deltas largas, por los que tuvimos que vender 50 futuros a un precio de \$102.26 pesos. Al final de la semana dos terminamos con -1,600 deltas cortas, por lo que compramos 160 futuros a un precio de \$99.07 y así continuamos hasta el final en la semana diez. Al vencimiento como la delta de las opciones fue de 100, dado que las opciones

terminaron *in the money*, tuvimos que comprar 360 futuros adicionales al precio de liquidación de \$102.54 pesos. Debemos notar que cada vez que el precio de los futuros se incrementó, nuestra posición delta se volvió positiva, por lo que tuvimos que vender futuros; y cada vez que el precio de los futuros bajó se volvió negativa, por lo que tuvimos que comprar futuros. Debido a que nuestros ajustes dependen de la posición delta en cada semana, estamos obligados a realizar los ajustes correspondientes comprando futuros a un precio bajo y vendiéndolos a un precio alto.

**Tabla 4.1.2.1**

<i>Ajuste en futuros</i>	<i>Precio</i>	<i>Precio de liquidación</i>	<i>Variación</i>
-50	102.26	102.54	-140
160	99.07	102.54	5,552
-70	100.39	102.54	-1,505
-30	100.76	102.54	-534
-180	103.59	102.54	1,890
290	99.26	102.54	9,512
100	98.28	102.54	4,260
-150	99.98	102.54	-3,840
-430	103.78	102.54	5,332
<i>Total</i>			<i>20,527</i>

La tabla 4.1.2.1 muestra la pérdida o utilidad generada por cada una de las operaciones de ajuste que se realizan durante la vida de la opción. Comparando el precio al cual se llevan a cabo cada uno de esos ajustes con el precio de liquidación al vencimiento y multiplicándolo por el tamaño del contrato, nos da como resultado una ganancia de \$20,527 pesos.

Hasta el momento llevamos una utilidad de  $\$20,527 - \$13,883 = \$6,644$  pesos.

### 4.1.3 COSTOS DE ACARREO.

Originalmente comparamos CALLS y vendimos futuros. Mientras que los futuros no requieren de un pago inicial cuando se compran y por lo tanto no se recibe ningún flujo inicial cuando se venden, las acciones requieren del pago de la prima completamente al momento en que se compran. Como compramos 10,000 opciones a un precio de \$3.25 cada una, tuvimos que hacer un pago inicial de  $10,000 \times 3.25 = \$32,500$  pesos. Basándonos en el supuesto de tener una tasa de interés del 8%, el costo de acarreo de \$32,500 pesos durante 10 semanas es de:

$$\left( \left( 1 + \frac{0.08}{52} \right)^{10} - 1 \right) \cdot 32,500 = 503.48$$

Los cuales tenemos que considerar al momento de calcular el P&L proveniente de esta operación.

Con los costos de acarreo incluidos tenemos, hasta el momento una utilidad de  $\$20,527 - \$13,883 - 503.48 = \$6,140.52$  pesos.

### 4.1.4 COSTOS POR VARIACION EN CUENTA DE MARGEN.

Finalmente, debemos tomar en cuenta la variación que sufre la cuenta de margen, la cual es indispensable para mantener una posición de futuros cualquier Mercado de Derivados en el mundo. Con cada movimiento que sufre el precio del futuro de SAZC, a la cuenta de margen se le abona la ganancia en caso de que el movimiento sea favorable para el tipo de posición de la cuenta o se le carga si es un movimiento en contra. La cámara de compensación pagará los intereses

correspondientes a las cuentas que finalicen cada semana con un saldo positivo y le cobrará a las cuentas que finalicen con un saldo negativo ya que requieren de un crédito.

En México la Cámara de Compensación no otorga financiamiento a ninguna cuenta, es por ello que para poder realizar operaciones en el Mercado de Derivados, el cliente debe tener una línea de crédito con un banco, normalmente con aquel que realice las funciones socio liquidador. Todo socio operador deberá tener a sus respectivos clientes registrados con un socio liquidador para tal efecto. En nuestro ejemplo, inicialmente vendimos 570 futuros a un precio de 101.35, al final de la primera semana su precio había subido a 102.26, por lo que nuestra cuenta en la Cámara de Compensación registró un cargo de  $570 \times (101.35 - 102.26) \times 10 = \$5,187$  pesos; el financiamiento de esta deuda por nueve semanas tiene un costo de:

$$\left( \left( 1 + \frac{0.08}{52} \right)^9 - 1 \right) \cdot -5,187 = -72.26$$

Para mantener la cobertura neutral al final de la semana uno vendimos 50 contratos adicionales, por lo que terminamos con una posición de 620. Una semana después, al final de la semana dos, el precio de los futuros había bajado a \$99.07 por lo que comparado con el precio de liquidación anterior de 102.26, ahora la cuenta registró una utilidad de  $\$620 \times (102.26 - 99.07) \times 10 = \$19,778$  pesos y los intereses ganados por este dinero a lo largo de 8 semanas restantes para vencimiento es de:  $((1 + (0.08/52)^8) - 1) \times 19,778 = 244.73$  pesos.

Los cálculos para el resto de las semanas se muestran en la tabla 4.1.4.1:

Tabla 4.1.4.1

Semana	\$ Futuros SAZC	Ajuste requerido		Posición total de futuros	Ganancia o Pérdida en cuenta de Margen	Costo por variación en cuenta de margen
0	101.35	0		-570		
1	102.26	Vender	50	-620	5,187	-72.26
2	99.07	Comprar	160	-460	-19,778	244.74
3	100.39	Vender	70	-530	6,072	-65.69
4	100.76	Vender	30	-560	1,961	-18.17
5	103.59	Vender	180	-740	15,848	-122.28
6	99.26	Comprar	290	-450	-32,042	197.64
7	98.28	Comprar	100	-350	-4,410	20.39
8	99.98	Vender	150	-500	5,950	-18.32
9	103.78	Vender	430	-930	19,000	-29.23
10	102.54	Comprar	360	-570	-11,532	0.00
<i>Total</i>						\$136.79

Los costos por variación en cuenta de margen nos aportan una ganancia adicional de \$136.79 pesos, por lo que en total la operación nos aportó una utilidad de:

$$\$20,527 - \$13,883 - 503.48 + 136.79 = \$6,277.31 \text{ pesos.}$$

Si comparamos estos resultados con la utilidad teórica que habíamos calculado al inicio de la operación, debimos haber tenido una utilidad igual a la diferencia entre el valor de mercado y el valor teórico multiplicado por la cantidad de opciones compradas:

$$10,000 \times (3.88 - 3.25) = \$6,300 \text{ pesos}$$

Por lo que concluimos que el modelo teórico fue una buena base para realizar la operación, ya que la utilidad final real fue muy cercana a la utilidad teórica. De hecho, si hacemos ajustes a la posición más frecuentemente, llegaríamos al valor exacto de utilidad teórica.

Una conclusión más importante aun es que si los datos que se ingresan al modelo son correctos, la persona que se base en el precio teórico para realizar una operación real puede obtener en la práctica una utilidad o pérdida prácticamente igual a la que se deriva de la diferencia entre el precio teórico y el de mercado.

De todos los datos que ingresamos al modelo de valuación binomial, la volatilidad es el único que no es directamente observable. Hasta ahora hemos supuesto que tenemos alguna forma de saber el futuro y de esta manera utilizar el dato de volatilidad de 18.3%, el cual tomamos como la volatilidad real futura de los contratos de futuros de la empresa SAZC. Si los cálculos de volatilidad o cualquier otro dato que se ingresa al modelo no es correcto no se obtendría la utilidad teórica calculada al inicio de la operación.

## **4.2 VOLATILIDAD.**

Hemos dicho en el caso práctico anterior que todos los ajustes a la cobertura inicial, realizados durante la vida de las opciones, fueron hechos debido al movimiento en el precio de los futuros y en ningún momento se realizaron considerando la dirección de dicho movimiento. Dado que la utilidad que una persona que se involucra en el manejo de opciones espera obtener depende únicamente de las leyes de probabilidad, en ningún momento se pueden ni se deben tomar decisiones en base a pronósticos de la dirección en la cual creemos que se moverán los precios. Los ajustes en el caso práctico fueron realizados al final de cada semana, una vez que el precio de los futuros se habían movido y nunca se

compraron o vendieron más o menos futuros de los necesarios para mantener el portafolio delta neutral.

Es entonces al movimiento en los precios del bien subyacente a los que se le asigna el valor de *volatilidad*. De hecho, es la volatilidad el dato que juega el papel más importante en las situaciones de operación reales en las Bolsa de Valores y el que puede afectar de la manera más importante el comportamiento en el precio de una opción.

Matemáticamente, la volatilidad es una medida de la fluctuación de los precios de un bien subyacente, sin importar la dirección en que se muevan. De acuerdo con NATENBERG 1988, específicamente, la volatilidad es la desviación estándar anualizada de los cambios logarítmicos en el precio del bien subyacente, medidos en intervalos regulares de tiempo.

Intuitivamente la mayoría de las personas relacionan la volatilidad con el movimiento en los precios de las acciones, lo cual es correcto. Si durante el último año una acción ha tenido un precio máximo de \$120 pesos y un precio mínimo de \$80, podemos decir que esa acción es más volátil que otra acción que cotizó en un rango de \$95 a \$105 pesos en el mismo año. De la misma manera, en un periodo más corto podemos decir que una acción que tuvo un rango promedio de variación diario de \$5 pesos es más volátil que otra acción con un rango de \$2 pesos.

Si observamos los movimientos históricos de cualquier acción en la Bolsa de Valores de México, podemos observar que las acciones pasan por periodos de alta y baja volatilidad. La explicación a estos periodos son las diferentes condiciones económicas por las que pasa el país, que a su vez puede afectar en mayor o menor grado a un sector particular dentro de la economía; otra explicación tiene que ver específicamente con el comportamiento de una empresa en particular y otra más puede relacionarse con el estado psicológico de los inversionistas en un momento determinado. Sin embargo, sin importar cuál sea la causa de estas variaciones, todo inversionista o persona que se relaciona con opciones debe tener presente que las

condiciones de volatilidad pueden cambiar dramáticamente de un momento a otro.

Un principio importante a tener en cuenta, sobre todo en estos momentos en que el Mercado de Derivados en México está en sus etapas iniciales, es que sólo las opciones cuyos subyacentes tienen un mínimo de volatilidad son las que tienen éxito. Si el subyacente es poco volátil, las personas que acuden al mercado a cubrir sus riesgos no tendrán ningún incentivo para comprar opciones. Por otra parte, la especulación con opciones no tiene ningún sentido en un mercado de baja volatilidad. De hecho, dado que los operadores más profesionales especulan sobre la volatilidad futura, en muchas ocasiones se define al mercado de opciones como un mercado de volatilidad. En un mercado de opciones existen personas que compran volatilidad y otras personas que la venden.

Para que el modelo teórico de valuación pueda funcionar requerimos de un número específico de volatilidad y para ello necesitamos poder medir la "capacidad" de movilidad de una acción.

#### **4.2.1 VOLATILIDAD Y DISTRIBUCION NORMAL.**

Como una forma de llegar a un valor de volatilidad que podamos introducir al modelo de valuación, utilizaremos la analogía propuesta por NATENBERG, 1988, respecto de la forma en que se mueven los precios de una acción en el Mercado de Valores.

Supongamos que tenemos un tablero típico de *pinball*, como en la figura 4.2.1.1 que se muestra a continuación. Cada vez que una bola es lanzada desde el punto más alto del tablero ésta tiende a caer por efecto de la gravedad, pasando a través de una serie de obstáculos que se encuentran fijos en el tablero. Cuando

una bola encuentra cada obstáculo, existe un 50% de probabilidad que se mueva hacia la derecha y un 50% de probabilidad de que se mueva a la izquierda; una vez que cae al siguiente nivel sucede lo mismo hasta llegar a la parte final donde caerá en una de las secciones finales. El camino que la bola sigue en su recorrido hacia abajo se denomina movimiento aleatorio. Una vez que la bola entra al tablero no se puede hacer nada para alterar artificialmente su recorrido y tampoco podemos predecir qué camino tomará. Este camino es similar al que sigue el precio de una acción a lo largo de un proceso binomial.

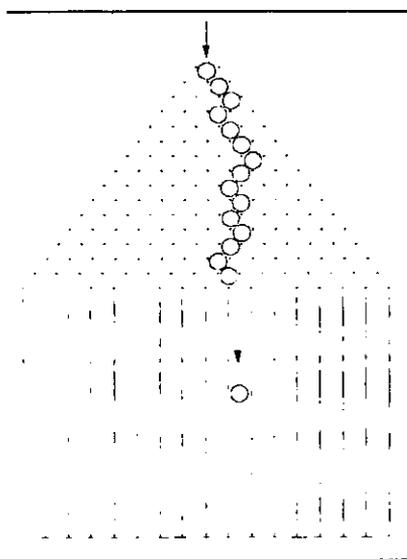


Figura 4.2.1.1

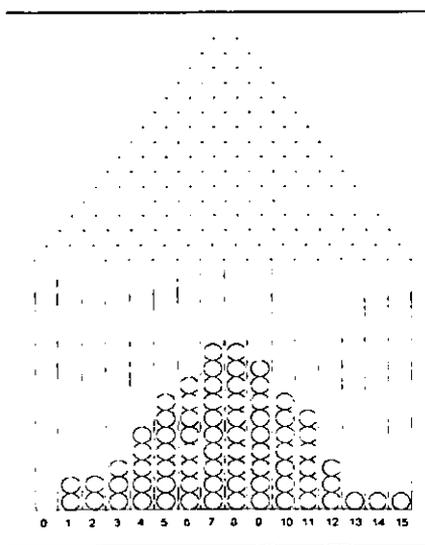


Figura 4.2.1.2

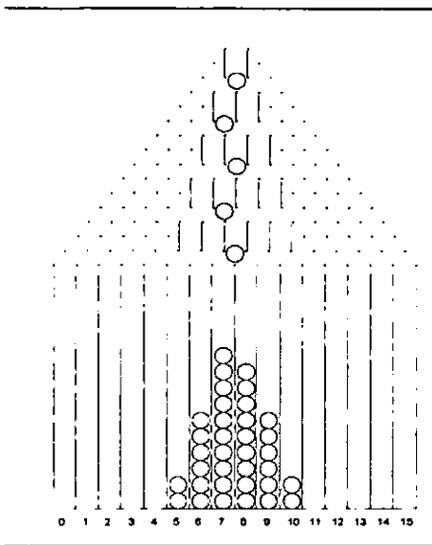


Figura 4.2.1.3

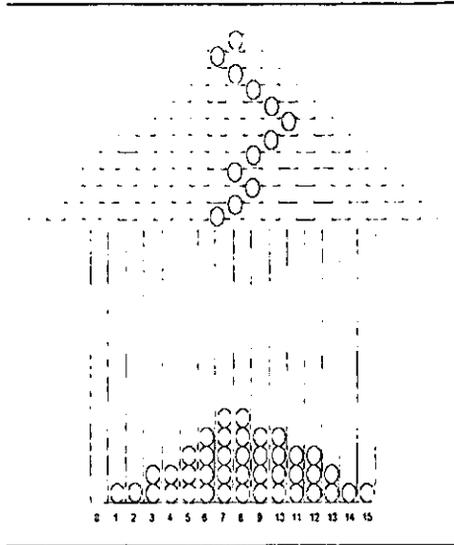


Figura 4.2.1.4

Cuando arrojamos suficientes bolas por el tablero la mayoría de las bolas tienden a caer cerca del centro del tablero, mientras que menos cantidad de bolas se encuentran distribuidas hacia las orillas. La distribución al final es muy similar a una curva normal o curva en forma de campana, como se muestra en la figura 4.2.1.2.

La distribución normal es ampliamente usada para describir los posibles resultados de eventos que son aleatorios. Supongamos ahora que cambiamos un poco la distribución del tablero, de manera que cada vez que la bola encuentra un obstáculo y cae hacia la derecha o hacia la izquierda, baje dos niveles en vez de uno. Una vez más si lanzamos más bolas en este tablero, terminaríamos con una gráfica similar a la mostrada en la figura 4.2.1.3. Dado que el movimiento hacia los lados está un poco restringido, la curva tenderá a tener un pico más alto y colas menos alejadas del centro de la distribución, pero a pesar de la modificación al tablero, la curva seguirá siendo semejante a una curva normal.

De manera similar ocurre si bloqueamos algunos de los espacios entre los obstáculos, para que cuando la bola encuentra uno de ellos tenga que moverse dos lugares a la derecha o a la izquierda para poder caer al siguiente nivel. Al contrario del ejemplo anterior, si arrojamos una cantidad grande de bolas, obtendremos una distribución similar a la curva normal, pero el pico será menor y las colas estarán más alejadas de su centro. Lo anterior se muestra en la figura 4.2.1.4

Podemos pensar que los movimientos hacia la derecha o a la izquierda son equivalentes a los movimientos hacia arriba y hacia abajo de un proceso binomial y que cada nivel en el tablero es equivalente a cada periodo.

Si pensamos por ejemplo, que cada día el precio del subyacente se puede mover hacia arriba o hacia abajo por \$1, la distribución de precios después de 15 días será similar a la mostrada en la figura 4.2.1.2. Si por el contrario, el precio del subyacente se puede mover en \$1 cada dos días, la distribución de precios será muy similar a la mostrada en la figura 4.2.1.3. Y si pensamos que el precio cada día se puede mover en \$2 pesos, la distribución después de 15 días será como la mostrada en la figura 4.2.1.4.

Con el precio de un subyacente cotizando actualmente en \$100 pesos, si quisiéramos valuar una opción CALL con precio de ejercicio 105 y 15 días para vencimiento, las gráficas anteriores podrían ser de mucha utilidad para entender cómo cambia el precio de la opción, con base en la volatilidad que presente el subyacente en ese momento. Si la distribución de volatilidad del subyacente es similar a la mostrada en la figura 4.2.1.3, entonces el subyacente tiene poca probabilidad de alcanzar el precio de ejercicio al vencimiento, dado que los precios se distribuirán de manera poco amplia. Si la distribución de volatilidad es similar a la mostrada en la figura 4.2.1.2, entonces existirá una probabilidad mayor de alcanzar el precio de ejercicio y por lo tanto el precio de la opción será mayor. Finalmente si usamos la distribución de volatilidad mostrada en la figura 4.2.1.4, tenemos que existe una gran probabilidad de que el subyacente llegue o esté por arriba del precio de ejercicio al vencimiento, lo cual hará que la opción termine in the money

y por lo tanto esta opción tendrá un precio mucho mayor que en los casos anteriores.

Suponiendo que el precio de un subyacente sigue un camino aleatorio las curvas mostradas en las figuras 4.2.1.2, 4.2.1.3 y 4.2.1.4, pueden representar posibles distribuciones de precios en escenarios de volatilidad moderada, baja volatilidad y alta volatilidad de un Mercado de Valores. Las primas de las opciones son bajas en escenarios de baja volatilidad y se incrementan en la medida que lo hace la volatilidad en el mercado del subyacente. Los distintos escenarios se muestran en la figura 4.2.1.5:

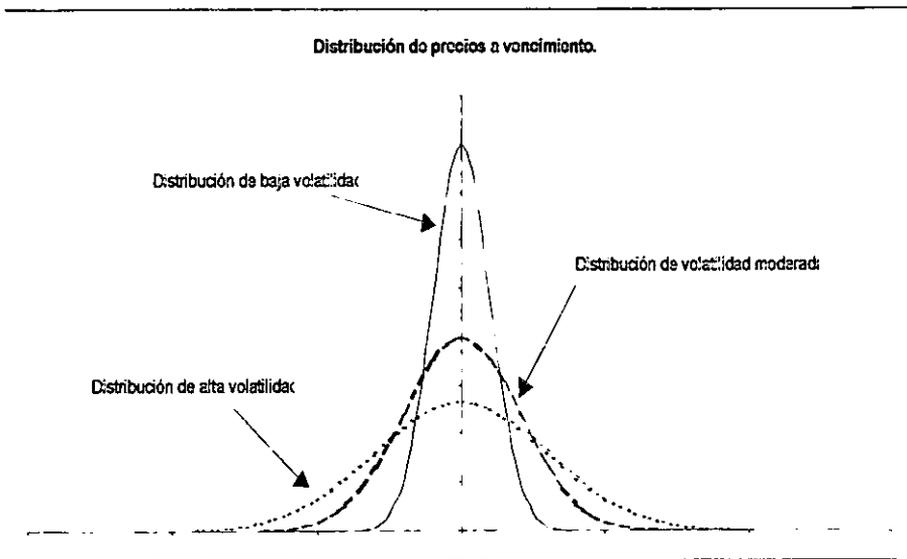


Figura 4.2.1.5

Aunque las distribuciones anteriormente mostradas son exactamente simétricas, los precios que realmente interesan son aquellos que hacen que la opción pueda terminar in the money al vencimiento, todos aquellos precios que al vencimiento hacen que la opción tenga una paridad de cero no son útiles dado que la pérdida potencial de una opción está limitada. No importa cuánto pueda

bajar el precio de la acción, el valor del CALL está limitado a cero. Es claro que no es así si lo que estuviéramos analizando fuera el subyacente ya que a éste sí le afecta la posibilidad de precios muy bajos; para el subyacente todos los precios posibles son importantes. En la figura 4.2.1.5 sólo nos interesan los precios que están a la derecha del precio de ejercicio; todos los otros precios dan como resultado cero.

Todo lo anterior conduce a una distinción muy importante entre valuar un subyacente y una opción. Si asumimos que los precios se distribuyen conforme a una curva de distribución normal, el valor de una acción depende de la localización del pico de la curva mientras que el valor de una opción depende de la velocidad con la que la curva se distribuye hacia los lados.

Una curva de distribución normal puede ser descrita completamente a partir de dos números, el promedio y su desviación estándar. Sabemos que gráficamente el promedio se encuentra en el centro de la distribución y que la desviación estándar es una medida de qué tan rápido una curva se dispersa hacia los lados. Lo que importa de estos datos cuando se negocia con opciones es saber interpretarlos en términos del posible movimientos en los precios.

Supongamos por ejemplo que el promedio y la desviación estándar de la curva mostrada en la figura 4.2.1.5, son 7.5 y 3 respectivamente

En una curva normal se conoce exactamente la probabilidad asociada con cualquier número específico de desviaciones estándar:

- ± 1 Desviación estándar agrupa aproximadamente el 68.3% (2/3) de todos los datos.
- ± 2 Desviación estándar agrupa aproximadamente el 95.4% (19/20) de todos los datos.
- ± 3 Desviación estándar agrupa aproximadamente el 99.7% (369/370) de todos los datos.

Los dos datos que describen la distribución de precios (promedio y desviación estándar) deben ser ingresados al modelo para realizar una valuación correcta. El

promedio se incorpora al modelo como el precio del subyacente al cual se encuentra cotizando el día de hoy. Un supuesto muy importante hecho durante el desarrollo del proceso binomial es que, en el largo plazo, una compra o venta del bien subyacente tiene que crecer a la tasa libre de riesgo para que se encuentre en su punto de equilibrio. Si el subyacente de la opción es un futuro y éste es comprado a un precio de \$100 manteniéndose en posición hasta el vencimiento de las opciones días después, el precio al cual se tienen que vender esos futuros para estar en el punto de equilibrio es de \$100 y esto se debe a que los futuros no tienen costos de acarreo. Como se ha mencionado, cuando se incorporan futuros a una posición de opciones, sólo es necesario mantener una cuenta de margen y por lo tanto el precio de equilibrio es el mismo precio de operación original. Cuando el subyacente de las opciones es una acción, el precio completo de ésta cuando se compra es pagado al inicio y por lo tanto el precio de equilibrio al cual se debe vender debe incorporar los costos de acarreo durante la vida de la opción. Así, si compramos una acción a \$100 pesos y la mantenemos durante tres meses a una tasa libre de riesgo de 8%, los costos de acarreo son de:  $\$100 \times 8\% \times 3/12 = \$2$  y por lo tanto el precio de equilibrio es de \$102 pesos y es este precio y no \$100 el que se ingresa al modelo de valuación. Si durante la vida de la opción el subyacente paga un dividendo de \$1, entonces el precio de equilibrio es de \$101 pesos. De hecho, esto ya está incluido en el proceso binomial de valuación ya que primero se calculan los precios a vencimiento (futuro) y hace este precio el centro de la curva de distribución.

La desviación estándar es incorporada al modelo en forma de volatilidad. Podemos definir la volatilidad de una opción como el cambio en el precio del subyacente igual a una desviación estándar al final de un periodo de un año. Por ejemplo, que los futuros de una acción están cotizando a un precio de \$100 y tienen una volatilidad de 20%; con la definición anterior, podemos esperar que dentro de un año estos futuros se encuentren cotizando en un rango de precios de entre 80 a 120 pesos ( $100 \pm 20\%$ ) aproximadamente el 68% de las veces, entre 60 y 140 ( $100 \pm (2 \times 20\%)$ ), aproximadamente el 95% de las veces y entre 40 y 160 pesos ( $100 \pm (3 \times 20\%)$ ), aproximadamente el 99.7% de las veces.

Si dentro de un año encontramos a los futuros cotizando a un precio de \$35 pesos, esto no quiere decir que la volatilidad teórica era incorrecta. Aunque encontrar un precio alejado de su promedio por más de tres desviaciones estándar es poco probable, no es imposible. Todo el proceso de valuación es teórico y la estimación de la volatilidad, como se expone en las próximas secciones, representa el lado subjetivo de la valuación de opciones.

#### 4.2.2 APLICACION PRACTICA.

Recordando que la definición específica de volatilidad es: La desviación estándar anualizada de los cambios logarítmicos en el precio del bien subyacente, medidos en intervalos regulares de tiempo y la aplicamos a los diferentes precios que durante las diez semanas tuvo el futuro de la acción SAZC de nuestro ejemplo de la sección anterior, tenemos los siguientes resultados:

Definimos el cambio logarítmico en el precio del subyacente; en nuestro caso el precio de liquidación del futuro de una semana a otra, como:

$$x_i = \ln\left(\frac{P_i}{P_{i-1}}\right)$$

Donde:

$P_i$  = El precio del subyacente al final del periodo  $i$ .

Ahora calculamos la desviación estándar de la serie de precios del futuro. La desviación estándar se define como:

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2\right)}$$

Donde:

$n$  = El número de periodos.

$x_i$  = El precio del subyacente en el periodo  $i$ .

$m$  = El promedio de los precios del subyacente.

Y el promedio:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Los cálculos se muestran en la tabla 4.2.2.1 a continuación

**Tabla 4.2.2.1**

Semana	Precio del futuro	$\ln(P_i/P_{i-1})$	Promedio	Desviación del promedio	Desviación cuadrada
0	101.35				
1	102.26	0.008939	0.001167	0.007771	0.000060
2	99.07	-0.031692	0.001167	-0.032859	0.001080
3	100.39	0.013236	0.001167	0.012069	0.000146
4	100.76	0.003679	0.001167	0.002512	0.000006
5	103.59	0.027699	0.001167	0.026532	0.000704
6	99.26	-0.042698	0.001167	-0.043865	0.001924
7	98.28	-0.009922	0.001167	-0.011089	0.000123
8	99.98	0.017150	0.001167	0.015982	0.000255
9	103.78	0.037303	0.001167	0.036136	0.001306
10	102.54	-0.012020	0.001167	-0.013188	0.000174
Total					0.005778

Aplicando la ecuación de desviación estándar tenemos:

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2\right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{10-1}(0.005778)\right)} = 0.025338$$

El cual es un dato de volatilidad semanal. Después calculamos la volatilidad anual multiplicando la desviación estándar por la raíz cuadrada del intervalo de tiempo entre los cambios de precios del futuro. Debido a que los cambios de precio en el ejemplo fueron de una semana a otra, el intervalo de tiempo es  $365 / 7 = 52.14$ . Así, la volatilidad anual es de:

$$0.025338 \cdot \sqrt{\frac{365}{7}} = 0.182969 \approx 18.30\%$$

La volatilidad se relaciona con el movimiento en el precio de la acción de la siguiente manera: El porcentaje de volatilidad para una acción representa el movimiento de una desviación estándar que la acción puede sufrir en su precio durante un periodo de un año. Por ejemplo, si el precio de una acción es de \$50 pesos actualmente y la volatilidad anuales de 10%, quiere decir que la variación en el precio de la acción de una desviación estándar es de \$5 (10% x \$50 ). Consecuentemente, es probable que en un año, en dos de tres casos, la acción se encuentre cotizando entre \$45 (\$50 - \$5 ) y \$55 (\$50 + \$5 ) pesos. De la misma manera, en 19 de 20 casos la acción podrá estar cotizando entre \$40 ( \$50 - 2x\$5 ) y \$60 (\$50 + 2x\$5 ) pesos. Y en 369 de 370 casos el precio cotizará entre \$35 y \$65.

Hemos dicho que lo ideal, cuando se lleva a cabo una cobertura dinámica, es realizar la cobertura lo más frecuentemente posible ya que eso hará que el resultado de utilidad al vencimiento de las opciones sea lo más parecido a la utilidad teórica pronosticada por el modelo. Si quisiéramos hacer una cobertura dinámica diaria debemos ajustar nuestros cálculos de volatilidad a datos diarios. Como los datos de precios de las acciones únicamente están disponibles para los

días laborales, debemos tomar en consideración que únicamente existen 252 días hábiles en un año y por lo tanto la volatilidad anual debe ser calculada como la desviación estándar diaria multiplicada por la raíz de 252 días. En cualquier caso debemos ajustar la volatilidad al intervalo de tiempo que tenga la muestra de precios sobre los cuales estamos calculando la volatilidad.

Un aspecto importante a considerar en el ejemplo de cobertura dinámica es que todos los cálculos se han hecho bajo el supuesto de tener alguna manera de conocer la volatilidad futura real de los precios de los contratos de futuro. La volatilidad de 18.3% fue, como hemos visto, calculada sobre los precios finales de cada una de las diez semanas durante las cuales mantuvimos la posición. La razón por la cual la utilidad teórica fue prácticamente igual a la utilidad real, fue porque los precios de los contratos de futuros tuvieron una volatilidad de 18.3% en la realidad, que fue exactamente el mismo dato que alimentamos al modelo de valuación al inicio de la operación. En otras palabras, dado que nuestra volatilidad teórica fue exactamente igual a la real, la utilidad fue igual a la esperada. Sin embargo, si estamos en la semana uno, no existe manera alguna de poder saber los precios de las siguientes nueve semanas. En la vida real, la volatilidad futura, indispensable para hacer una valuación correcta de las opciones, se tiene que estimar; a esa estimación se le denomina **volatilidad teórica**. En la medida que la volatilidad teórica se acerque a la volatilidad real, la utilidad estimada al inicio será más o menos cercana a la realidad. Si la volatilidad teórica difiere de la real en el periodo de vida de las opciones, la posición aportará una mayor o menor utilidad al vencimiento.

Supongamos, por ejemplo, que verificamos la volatilidad de los precios de los futuros al vencimiento de las opciones, durante las diez semanas y que obtenemos un dato de volatilidad mayor a la teórica. Una mayor volatilidad significa fluctuaciones más grandes en los precios, los cuales llevan a la necesidad de realizar ajustes más frecuentes y de mayor cantidad de contratos. En nuestro ejemplo

mayores ajustes significan necesariamente mayor utilidad al vencimiento. Las opciones deben incrementar su valor en la medida que la volatilidad aumente. Por el contrario, si la volatilidad real de los futuros es menor a 18.3%, tendríamos que realizar menos ajustes y de menor tamaño lo cual hubiera reducido la utilidad generada por ellos; si la volatilidad real hubiera sido considerablemente menor, es probable que las ganancias generadas por los ajustes no hubieran sido suficientes para eliminar las pérdidas generadas por los otros componentes, principalmente la cobertura inicial y probablemente la operación, que en un principio era buena, terminaría con pérdida. Dado que la utilidad puede cambiar de positiva a negativa dependiendo del nivel de volatilidad, existe entonces, una volatilidad que marca el punto de equilibrio en donde la utilidad real es igual a cero y que está implícito en el precio de la opción al momento de comprarla.

A esta volatilidad se le llama **volatilidad implícita** y es igual a la volatilidad que debemos introducir al modelo teórico de valuación para obtener un precio igual al precio de mercado. Recordando: cuando utilizamos la volatilidad de 18.3% el modelo de valuación nos da un precio de \$3.88 y en el mercado el precio es de \$3.25. La pregunta es: ¿qué volatilidad implícita hace que el modelo de valuación dé como resultado un precio de \$3.25, en lugar de \$3.88? Utilizando nuestro modelo de valuación, obtenemos como resultado que dicha volatilidad es de 14.6%. Si la volatilidad real de los contratos de futuros de la acción SAZC durante la vida de la opción fuera de 14.6%, las ganancias generadas por los ajustes y las pérdidas de los otros componentes, arrojarían como resultado cero, el punto de equilibrio. Arriba de ese nivel esperamos realizar por cobertura dinámica una utilidad; abajo esperamos tener una pérdida.

Debido a que necesitamos realizar ajustes a la cobertura para realizar la ganancia, para ser que toda operación de este tipo requiere ser mantenida en un portafolio hasta el vencimiento de las opciones. En la práctica, en ocasiones esto no es necesario. Supongamos, por ejemplo, que inmediatamente después de realizar la cobertura de las opciones, la volatilidad implícita de las opciones en el Mercado

de Derivados empieza a subir de 14.6% a 18.3%. La primera consecuencia de esto es que los precios de la opción subirían de \$3.25 (una volatilidad implícita de 14.6%) a \$3.88 (Vol. Implícita de 18.3%). En ese caso podríamos vender los CALLS para obtener una ganancia inmediata de \$0.63 pesos por cada uno de ellos, y por supuesto, tendríamos que recomprar los futuros de la cobertura inicial por el mismo precio al cual hubieran sido vendidos. El precio de los futuros no cambia porque la volatilidad implícita es una característica de las opciones y no del subyacente, por ello es que esperaríamos que el precio del futuro continuara siendo de 101.35. Si ésta fuera la situación, no existiría ninguna razón para mantener la posición durante diez semanas hasta el vencimiento de las opciones.

Los cambios tan fuertes en la volatilidad implícita de las opciones, como de 14.6% a 18.3%, son posibles aunque representan la excepción y no la regla. Los cambios ocurren gradualmente durante la vida de las opciones y son resultado de cambios graduales en la volatilidad real del subyacente. En la medida que la volatilidad del subyacente cambie, la demanda por las opciones se incrementa o disminuye y esta demanda se refleja en la correspondiente alza o baja de la volatilidad implícita. En una Bolsa de Derivados cuando los participantes creen que el precio del subyacente está fluctuando a una volatilidad mayor a 14.6%, esperaríamos observar que la volatilidad implícita de las opciones empezara a subir.

Cualquier operador de opciones espera que la volatilidad implícita se mueva hacia su volatilidad estimada, ya que no sólo le permite realizar la utilidad esperada sino que le permite deshacer la posición anticipadamente.

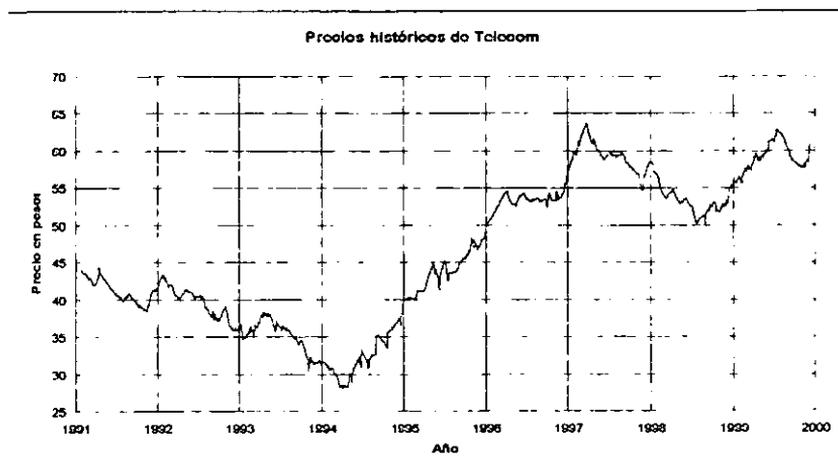
En ocasiones la volatilidad implícita puede ir en nuestra contra, pero aun así no ser un factor que nos haga cerrar la posición. Supongamos que después de realizar la cobertura de las opciones, la volatilidad implícita cae hasta 13.5% de un valor inicial de 14.6%; una vez más, el primer efecto es que los precios de las opciones bajarán de 3.25 a 3.06 (utilizando el modelo binomial), esto nos haría tener una pérdida en las opciones de  $10,000 \times -0.19 = \$-1,900$  pesos. Sin embargo, aun y cuando se registra una pérdida momentánea, si el estimado de volatilidad de 18.3% es correcto, las

opciones aún conservan un valor de \$3.88 para el vencimiento y por lo tanto la utilidad de 0.63 pesos será real. Aun y cuando algún movimiento en volatilidad implícita puede provocar pérdida temporal, en la vida real esto es algo lo que los operadores de opciones aprenden a manejar y a sobrellevar, de la misma manera en que un especulador está consciente de que difícilmente podrá comprar en el nivel más bajo de la tendencia del Mercado o vender en el nivel más alto. Si estamos en el negocio de Market Maker debemos tratar de iniciar posiciones cuando las condiciones son favorables, pero también debemos saber que estas condiciones de volatilidad favorables pueden llegar a ser aún más favorables y aprender a aceptar pérdida momentánea.

Con el análisis realizado anteriormente, podemos concluir que cualquier valuación teórica que se haga sobre una opción de cualquier tipo es, a fin de cuentas, una **valuación subjetiva** debido a que la selección de la volatilidad que se usará en la valuación es totalmente subjetiva. Después de todo, es la volatilidad futura del subyacente lo que determina el valor correcto de una opción el día de hoy y la volatilidad futura, nadie la puede conocer.

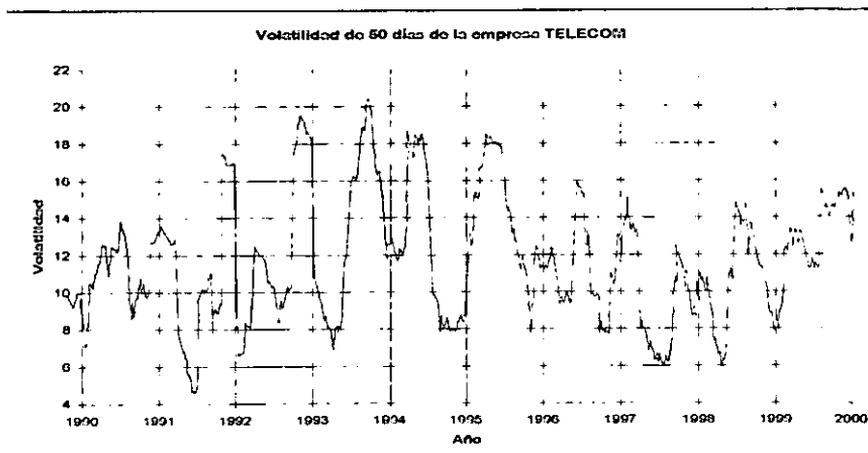
### **4.2.3 CARACTERÍSTICAS DE LA VOLATILIDAD.**

Para poder realizar un estimado de volatilidad utilizaremos la gráfica de precios, del año 1991 al 2000, de la acción de la empresa Telecom, listada en la Bolsa Mexicana de Valores y la gráfica de volatilidad de 50 días del mismo periodo. A diferencia de la gráfica de precio, que parece moverse libremente hacia cualquier dirección, en la gráfica de volatilidad parece haber un nivel de equilibrio al cual la volatilidad siempre regresa.



**Figura 4.2.3.1**

Por un periodo de aproximadamente 3 años, de 1994 a 1996, el precio de la acción de Telecom siguió una tendencia al alza pasando del precio mínimo de \$29 pesos hasta un precio máximo de \$64. Después de este periodo de alza, los precios fluctuaron pero nunca han regresado a los niveles mínimos alcanzados a principios de los años 90. Aun y cuando algunos factores económicos pueden hacer caer o subir los precios de las acciones dramáticamente, no existe ninguna razón por la cual pensar que deben hacerlo algún día.



**Figura 4.2.3.2**

Esta situación no ocurre con la volatilidad. La volatilidad calculada para un periodo de diez años, fluctuó de un mínimo de 5% a un máximo de 20% en ese periodo. De hecho no importa cuánto haya fluctuado, lo importante es observar que en algún punto siempre retoma prácticamente todo el movimiento anterior hacia arriba o hacia abajo. En la gráfica podemos marcar un nivel de volatilidad de equilibrio en el cual existan la misma cantidad de datos por arriba de ese punto que por abajo, (*volatilidad promedio*). En nuestro ejemplo ese punto de equilibrio parece ser aproximadamente 11% o 12%. La volatilidad puede subir de ese nivel o bajar, pero eventualmente regresará a esa área. A esta característica se le denomina en inglés *mean reversion*

#### 4.2.4 ESTIMACIONES DE VOLATILIDAD.

Para poder realizar un estimado de volatilidad lo primero que necesitamos son algunos datos históricos, como por ejemplo los siguientes:

En los últimos 30 días 24%

En los últimos 60 días 20%

En los últimos 120 días 18%

En los últimos 250 días 18%

Un estimado de volatilidad puede hacerse tomando la volatilidad promedio de los datos que tengamos. Con esta muestra tenemos que los resultados son:

$$( 24\% + 20\% + 18\% + 18\% ) / 4 = 20\%$$

Por medio de este método a cada dato de volatilidad se le otorga un peso idéntico. Otro método supone darle mayor peso a los datos de volatilidad más

recientes y menor peso a los más lejanos. Podemos dar por ejemplo dos veces el peso a los datos más cercanos como sigue:

$$(24\% \times 40\%) + (20\% \times 20\%) + (18\% \times 20\%) + (18\% \times 20\%) = 20.8\%$$

Dado el incremento en el peso a los datos más recientes, la volatilidad se incrementa ligeramente en este caso. Otra forma es dar mayor peso a los datos más recientes pero progresivamente disminuir el peso hacia los datos más alejados. Una forma de hacer esto es la siguiente:

$$(24\% \times 40\%) + (20\% \times 30\%) + (18\% \times 20\%) + (18\% \times 10\%) = 21.0\%$$

Sin embargo, esta disminución gradual en el peso de la volatilidad es útil cuando estamos interesados en la valuación de opciones de corto plazo. Para la valuación de opciones con plazos largos la característica de revertimiento en la volatilidad reduce la importancia de las fluctuaciones de corto plazo. De hecho, en largos periodos de tiempo, la estimación de volatilidad más adecuada es la volatilidad promedio del subyacente, por lo que el peso que se le da a cada dato depende en gran medida del tiempo que tenga la opción a valorar.

Otra característica de la volatilidad es que el revertimiento tiende a presentar correlación en serie. Es decir, la volatilidad sobre cualquier periodo dado tiende a depender o correlacionarse con la volatilidad del periodo anterior, asumiendo que los dos periodos cubren exactamente el mismo lapso de tiempo. Si la volatilidad de una acción en las últimas cuatro semanas es de 15%, la volatilidad sobre las siguientes cuatro semanas tenderá a estar más cerca de 15% que a alejarse de este valor. En este caso podemos aplicar la analogía de la temperatura; si la temperatura más alta ayer fue de 25° y tuviéramos que estimar la temperatura más alta para el día de hoy, una estimación de 27° sería más razonable que una temperatura de 35°. De esta manera cuando se realizan estimaciones de volatilidad, lo más conveniente es dar mayor peso a los datos de volatilidad más cercanos a la vida de las opciones en las cuales estamos interesados. Esto quiere decir que si estamos operando

opciones de largo plazo, los datos de volatilidad de más largo plazo deben tener el mayor peso. Si estamos operando opciones de corto plazo, entonces los datos de volatilidad de corto plazo deben tener el mayor peso.

Así, si estamos interesados en realizar una operación con una opción de seis meses, en nuestro ejemplo, el dato de volatilidad de 120 días debe tener el mayor peso y los demás un peso correspondientemente menor, por ejemplo:

$$( 24\% \times 15\% ) + ( 20\% \times 25\% ) + ( 18\% \times 35\% ) + ( 18\% \times 25\% ) = 19.4\%$$

Lo ideal es tener datos de volatilidad que cubran un periodo igual a la vida de la opción que se quiere valorar.

El método que hemos descrito es uno que muchos operadores profesionales de opciones usan cuando se estiman volatilidades. Algunos modelos teóricos matemáticamente complejos desarrollados para la estimación de volatilidad se denominan:

**ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)** y el modelo **GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)**, los cuales son sólo un intento de aplicar las características de revertimiento y correlación en serie a la estimación de volatilidad.

En nuestra explicación hemos utilizado los datos históricos de volatilidad para hacer una estimación; sin embargo, existen muchos otros factores que afectan la volatilidad futura del subyacente que las personas simplemente ignoran o no toman en cuenta. Algunas personas consideran que toda la información relacionada con la volatilidad futura se encuentra contenida en los precios de las opciones el día de hoy. Es por ello que muchas personas en las Bolsas de Derivados observan las volatilidades implícitas de las opciones para encontrar un consenso de volatilidad y hacer una estimación en base a ese consenso. Típicamente una persona con experiencia en la Bolsa de Derivados otorga un peso de entre 25% a 75% a la

volatilidad implícita cuando realiza una estimación. Si la persona se encuentra confiada en su estimación de volatilidad, entonces dará un peso de 25% a la volatilidad implícita observada; de lo contrario dará un peso de tanto como 75%. El nivel de confianza en su estimación depende en todos los casos de la experiencia de la persona.

Sin importar lo complicado o sencillo del método para estimar la volatilidad que emplee una persona en la Bolsa de Derivados, en muchas ocasiones esta estimación es incorrecta y en algunas veces en un alto grado. Dada esta dificultad, muchas personas prefieren hacer aproximaciones más generales y en vez de preguntarse cuál es la volatilidad futura, prefieren preguntarse cuál es la mejor estrategia dadas las condiciones actuales de volatilidad.

## CONCLUSIONES

Durante este trabajo se ha podido explicar y desarrollar paso a paso y de manera clara una metodología para la valuación de los instrumentos derivados conocidos como opciones, así como el análisis de las distintas variables que pueden afectar su precio y las estrategias más útiles empleadas para la cobertura de riesgos en los Mercados Financieros de hoy. Este es un logro importante, sobre todo en un momento en el que el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer), que empieza a desarrollarse en nuestro país, se encuentra a unos meses de iniciar la cotización de opciones, instrumentos que tienen, ya en la actualidad, una alta trascendencia para el buen desarrollo financiero de las empresas y de los mercados de Valores existentes.

Este trabajo presenta no sólo los aspectos fundamentales en el manejo de las opciones, sino también, algunos de los detalles más importantes que difícilmente se encuentran en la literatura especializada; que por ser escrita siempre con un enfoque académico, dejan de lado detalles de importancia en su manejo real, hecho posible debido a la experiencia adquirida con el manejo real de estos instrumentos.

El Mercado Mexicano de Derivados inició operaciones en el año de 1998 y desde su apertura se han negociado contratos de futuros sobre el índice de la Bolsa Mexicana de Valores y sobre algunas acciones de alta bursatilidad. Para mediados del año 2002 se planea el inicio de operaciones con contratos de opciones sobre el mismo índice y sobre una gama más amplia de acciones mexicanas, tasas de interés y monedas.

Al igual que los mercados extranjeros de opciones, en particular el de Estados Unidos, con base en la ciudad de Chicago, el MexDer se ha enfrentado a varios problemas en su inicio, que van desde aspectos regulatorios, hasta problemas de liquidez, pero tal vez ninguno es tan importante como la falta de cultura financiera de los inversionistas que, a pesar de enfrentarse a necesidades de cobertura de riesgos en sus portafolios de inversión o en las tesorerías de sus empresas, debido al manejo de distintas divisas, muchas veces prefieren no involucrarse con estos instrumentos por desconocimiento y falta de preparación; preparación que difiere de la tradicional sobre todo por la necesidad de entender algunos aspectos matemáticos propios de carreras como ingeniería.

Con este nuevo grupo de instrumentos, las finanzas han dejado de ser cuestión de cálculos relativamente sencillos para convertirse en base de lo que con razón se llama **Ingeniería financiera**. Sin embargo, debido a la complejidad y las nuevas formas de operación que estos nuevos instrumentos requieren, así como a la complejidad matemática que presentan, el llegar a entender cómo funcionan requiere no sólo de más conocimientos, sino de dedicar mucho más tiempo a su estudio.

Con los derivados ha aparecido la posibilidad de cubrir el riesgo por variaciones de mercado, y con ésta ha aparecido a su vez la obligación de hacerlo, obligación que como ha sucedido en otros países, puede convertirse en una obligación legal de hacerlo para las empresas. Esto implica que el personal debe estar lo bastante preparado como para saber identificar dónde están los riesgos, cómo medirlos y qué soluciones existen para manejarlos. Como mínimo se hace necesario, por lo tanto, que el personal del departamento de

finanzas conozca que existen las opciones y cómo utilizarlas (no es necesario que todos sepan valuarlas, ya que basta que unas cuantas personas preparadas distribuyan por la organización los modelos de valuación necesarios), y que la dirección asuma un papel activo en la gestión del riesgo. Sin olvidar a los inversionistas individuales, que tienen en las opciones instrumentos versátiles que les pueden permitir aumentar los rendimientos sobre sus inversiones, y que por su atractivo se convierten, también, en instrumentos que deben ser conocidos y manejados con relativa facilidad, por lo menos en sus aspectos básicos, y por todos aquellos que pretendan participar en los mercados financieros en el futuro.

Desde los primeros preparativos e inicio de algunas operaciones de derivados en nuestro país en el año 1998, muchas escuelas y universidades han incluido en sus programas, secciones especiales o incluso materias completas dedicadas al análisis de este tipo de instrumentos que en mercados desarrollados, como los de Estados Unidos y Europa, tienen un valor varias veces superior a la suma de todas las Bolsas de acciones. Brasil y Argentina poseen desde hace varios años Bolsas de Derivados que se han desarrollado con gran éxito ya que han demostrado su gran utilidad ofreciendo instrumentos que ayudan a la cobertura de riesgos, sobre todo en tiempos de recesión o devaluación. España es la nación europea que más recientemente ha abierto las puertas de una Bolsa de Derivados, el MEFF, que al igual que todas las demás ha tenido gran éxito.

México no tiene porqué ser la excepción cuando están dadas las condiciones para tener una de las Bolsas de Derivados más grandes de América Latina.

## BIBLIOGRAFIA

### **CHICAGO BOARD OF TRADE.**

Introduction to Hedging

Chicago, 1996.

### **COTLE, Charles M.**

Options: Perception & Deception

IRWIN, Professional Publishing

Chicago, Illinois, 1996.

### **COX, J and Rubinstein**

Option Pricing: A simplified Approach

Chicago, 1990.

### **DE CASTRO, Rodríguez J.**

Productos Financieros Derivados

LIMUSA, Bolsa Mexicana de Valores.

México, 1995.

### **DUBOFSKY, D.A.**

Options & Financial Futures: Valuation and Uses.

McGraw Hill

New York, 1992

**HULL, John C.**

Introduction to Futures and Options Markets

Prentice Hall, Second edition.

New York, 1995.

**HULL, John**

Options, Futures and other Derivatives.

Prentice Hall

Englewood Cliffs, New York, 1999.

**NATENBERG, Sheldon.**

Option Volatility & Pricing

IRWIN Professional Publishing.

Chicago , Illinois, 1994

**OPTIONS, Institute.**

Options Essential Concepts & Trading Strategies.

Business One IRWIN

Homewood, Illinois

**STULTZ, R. M**

Optimal Hedging Policies

Journal of Financial and Quantitative Analysis

New York, 1985

**SWISS BANK CORPORATION**

Options: The Fundamentals.

Basel, Switzerland, 1994

**SWISS BANK CORPORATION**

Two Week: Trading and Sales Course

Chicago Illinois, 1994

**SWISS BANK CORPORATION**

Basic Course Papers

Chicago Illinois, 1994

**THOMSETT, Michael C.**

Options

John Wiley & Sons, INC.

Second Edition.

New York, 1993.

**WATSHAM, Terry J.**

Quantitative Methods in Finance

Thomson Business Press.

Great Britain, 1998.

**WILMOT, P.**

The Mathematics of Financial Derivatives.

Cambridge University Press.

Cambridge, 1995.