

01174



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

---

EFFECTO DE LA PARTICIÓN DE TRAZADORES GASEOSOS EN  
LOS LÍQUIDOS DEL YACIMIENTO Y SU USO PARA  
DETERMINAR LA SATURACIÓN RESIDUAL DE ACEITE  
"IN-SITU"

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA PETROLERA**  
(OPCIÓN YACIMIENTOS)

PRESENTA:

297393

**LUIS RUBÉN/AMADO HIDALGO**

DIRECTOR DE TESIS:

**DR. JESÚS RIVERA RODRÍGUEZ**



MÉXICO, D.F.

SEPTIEMBRE DE 2001



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## *Dedicatorias:*

*A la memoria de mi Padre:*

*Amador Amado Amado*

*Su imagen y recuerdos me  
fortalecerán por siempre.*

*A mi Madre:*

*Irene Hidalgo Lizárraga*

*Por su cariño y ejemplo, que me  
han encausado a dar siempre el  
mejor esfuerzo.*

*A mis hermanos:*

*Julia Irene*

*Ignolia*

*José Amador*

*Jorge René*

*Con cariño*

*A mi esposa:*

*Soveida Tovar Tamayo*

*El amor que nos une y su  
comprensión, me alentaron en los  
momentos más difíciles a seguir  
adelante.*

*A mis hijos:*

*Luis Rubén*

*Mayra Jazmín*

*Por ser fuente de mi energía, y  
por todo lo que significan para  
mí.*

*A la memoria de mi Abuela:*

*Amalia Lizárraga de Caraveo*

*Por sus enseñanzas y gran  
apoyo que siempre me dio.*

## *AGRADECIMIENTOS*

Al *Dr. Jesús Rivera Rodríguez*, quién gracias a su invaluable ayuda y conocimientos, hicieron posible la realización de esta tesis.

A mis Sinodales: *Dr. Fernando Samaniego Verduzco*, *Dr. Daniel García Gavito*, y *M. en I. Alfredo León García*, por su revisión e importantes comentarios de este trabajo. En forma muy especial quiero agradecer al *Dr. Fernando Rodríguez de la Garza*, por sus valiosas sugerencias y recomendaciones para enriquecer este trabajo. Al *Dr. Rodolfo G. Camacho Velázquez*, por su apoyo y confianza para ingresar a la Sección de Ingeniería Petrolera de la D.E.P.F.I.

A una gran institución, tan importante y significativa para mí, el *Instituto Mexicano del Petróleo*, por haberme dado la oportunidad de complementar mi formación profesional. En forma particular, expreso mi agradecimiento al *Ing. Tomás Ramírez Maldonado*, por darme en todo momento el apoyo y facilidades para la realización de los estudios maestría y de esta tesis.

Finalmente, gracias a todos mis compañeros del Instituto Mexicano del Petróleo, por su colaboración y la buena voluntad que siempre me mostraron.

---

---

# ***CONTENIDO***

---

---

	<b>Pág.</b>
<b>RESUMEN</b> .....	i
<b>ABSTRACT</b> .....	ii
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	iii
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	v
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	vii
<b>CAPÍTULO 1.- REVISIÓN DE LA LITERATURA TÉCNICA</b> .....	1
1.1.-Trazadores .....	1
1.1.1.-Trazadores químicos .....	1
1.1.2.-Trazadores radiactivos .....	2
1.2.- Coeficiente de partición, $K$ .....	3
1.2.1.- Estimación del coeficiente de partición .....	3
1.2.2.- Medición del coeficiente de partición .....	6
1.3.- Mecanismos de flujo del trazador .....	8
1.4.- Modelos representativos que describen el flujo del trazador .....	14
1.4.1.- Modelo de difusión de Coats y Smith .....	14
1.4.2.- Modelo de dispersión de Satter y Cols .....	17
1.4.3.- Modelo de capacitancia de Coats y Smith .....	24
1.4.4.- Modelo de capacitancia de Brigham .....	27

---

---

1.5.- Cálculo directo $s_{or}$ , a partir de los perfiles de concentraciones de trazadores en el pozo productor .....	28
1.5.1.-Flujo de un trazador líquido en un medio poroso .....	28
1.5.2.- Flujo de un trazador gaseoso en un medio poroso .....	30
<b>CAPÍTULO 2.- DESARROLLO DE LOS MODELOS DE FLUJO .....</b>	<b>34</b>
2.1.- Medio poroso homogéneo .....	34
2.2.- Medio poroso heterogéneo .....	38
<b>CAPÍTULO 3.- VALIDACIÓN Y RESULTADOS .....</b>	<b>44</b>
3.1.- Modelos Matemáticos de flujo .....	44
3.2.- Ejemplos de cálculo de la saturación residual de aceite, $s_{or}$ .....	69
<b>CAPÍTULO 4.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>74</b>
<b>NOMENCLATURA .....</b>	<b>77</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>81</b>
<b>APÉNDICE "A"-DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DEL MODELO DE FLUJO DE UN TRAZADOR CON PARTICIÓN EN UN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO .....</b>	<b>87</b>
<b>APÉNDICE "B".-SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO PARA FLUJO DE UN TRAZADOR EN UN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO .....</b>	<b>91</b>
<b>APÉNDICE "C".-SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE FLUJO DE UN TRAZADOR CON PARTICIÓN EN UN MEDIO POROSO HETEROGÉNEO .....</b>	<b>96</b>
<b>APÉNDICE "D".-DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PARA LA OBTENCIÓN DE <math>s_{or}</math>, DIRECTAMENTE A PARTIR DE LOS PERFILES DE CONCENTRACIONES EN EL POZO PRODUCTOR .....</b>	<b>103</b>

---

## **RESUMEN**

En este trabajo se desarrollan dos modelos matemáticos que describen el comportamiento de flujo de trazadores radiactivos o químicos a través de medios porosos, considerando una geometría de flujo lineal. En el primero, similar al modelo estándar de dispersión con adsorción, se tiene un medio homogéneo, al cual se le incorporó el parámetro que corresponde al coeficiente de partición del trazador en el aceite del yacimiento. En el segundo modelo, partiendo del modelo de capacitancia de Coats y Smith [16], se han incorporado los parámetros correspondientes a la adsorción de trazador en la superficie de la roca y la partición del trazador en la fase aceite del yacimiento, tanto en la fracción de volumen de fluido móvil como en la fracción de volumen de fluido estancado. Para el caso de un trazador radiactivo, en ambos modelos se considera la pérdida de masa por decaimiento radiactivo.

Se efectuaron evaluaciones numéricas de las soluciones de los modelos propuestos, realizándose un programa que utiliza el paquete de cómputo *Mathematica*.<sup>®</sup> En los perfiles de concentraciones obtenidos para diversos trazadores, se consideraron diferentes valores de los parámetros involucrados en los modelos, tales como: la saturación residual de aceite, el coeficiente de adsorción, el coeficiente de partición y la fracción de fluido estancado y el coeficiente de transferencia de masa para el modelo de dispersión con capacitancia. Los resultados numéricos obtenidos fueron comparados y analizados, demostrando la validez de las soluciones encontradas.

Asimismo, se presenta el desarrollo de las ecuaciones y ejemplos representativos para el cálculo directo de la saturación residual de aceite promedio,  $S_{or}$ , de la parte del yacimiento entre los pozos inyector y productor en una prueba de trazado, a partir de los tiempos de tránsito del trazador fluyendo a través del medio poroso. En dichos ejemplos, se consideran datos reales que fueron tomados de estudios realizados por diversos investigadores, cuyos resultados se encuentran publicados en la literatura técnica [14], [27], [37].

---



## ABSTRACT

---

In this work, two mathematical models that describe the behavior of tracer flow through porous media are presented, considering a linear flow geometry. In the first one, which is similar to the standard dispersion model, a parameter has been incorporated that corresponds to the partition coefficient of the tracer into reservoir's oil. In the second one, based in the model of capacitance developed by Coats and Smith [16], in the same way, the corresponding parameter has been incorporated to the partition of the tracer. In this model it is assumed that the pore space contains two regions, one of mobile fluid where the diffusion phenomena, convection, adsorption and partition of the tracer are present, and another one of stagnant fluid where the diffusion, adsorption and partition phenomena are involved. Both solutions were obtained by using the Laplace transformation method, and the complex variable theory for the heterogeneous system, similar to the method employed by Coats and Smith [16].

Numerical evaluations were done using the software package *Mathematica*<sup>®</sup> for obtaining the profile of the concentration of tracers in homogeneous and heterogeneous media, with different values of the parameters involved, such as the residual oil saturation, partition coefficient, dispersion coefficient, adsorption constant and the volume of stagnant fluid, and transfer of mass in the dispersion model with capacitance. The numerical results are compared and demonstrate the validity of the solutions found.

Also, the equations and representative examples for the direct determination of residual oil saturation, applicable for interwell tracer test is presented, considering systems with two phases (oil-water) or with three phases (oil-water-gas). The foregoing is based on the phenomena known as chromatographic retardation of tracers with different partition coefficients. In the examples, real data taken from studies carried out by various researchers are considered, whose results are published in the literature [14], [27], [37].

---

## **LISTA DE FIGURAS**

---

	<b>Pág.</b>
Figura 1.1.- Retención de trazador en función del volumen poroso inyectado [21] .....	8
Figura 1.2.- Representación esquemática de los procesos de desplazamiento miscible e inmisible [35] .....	9
Figura 1.3.- Fenómeno de dispersión microscópica [32] .....	10
Figura 1.4.- Modelos idealizados que representan el volumen estancado [16] .....	24
Figura 1.5.- Representación esquemática de la distribución de moléculas de un trazador $i$ , en las fases agua y aceite en un volumen de control [19] .....	29
Figura 1.6.- Representación esquemática de la distribución de moléculas de un trazador $i$ , en las fases agua, aceite y gas en un volumen de control .....	31
Figura 3.1.- Efecto del coeficiente de partición, $K_i$ , con $S_{or} = 0.35$ y $f = 0.90$ .....	45
Figura 3.2.- Efecto del coeficiente de partición, $K_i$ , con $S_{or} = 0.45$ y $f = 0.90$ .....	47
Figura 3.3.- Efecto del coeficiente de partición, $K_i$ , con $S_{or} = 0.35$ y $f = 0.95$ .....	47
Figura 3.4.- Efecto del coeficiente de partición, $K_i$ , con $S_{or} = 0.45$ y $f = 0.95$ .....	48
Figura 3.5.- Comparación entre los modelos MDP y MDCP. Con $S_{or} = 0.35$ , y $f = 1$ .....	51

---

Figura 3.6.- Efecto de la fracción de fluido estancado.  
Modelo MDCP ..... 53

Figura 3.7.- Efecto de la constante de adsorción. Modelo MDA ..... 54

Figura 3.8.- Simulación de una prueba de desplazamiento en tubo delgado  
con los trazadores F12, F22 y F23 ..... 57

Figura 3.9.- Efecto de la razón de transferencia de masa.  
Inyección tipo "bache" ..... 60

---

# LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 3.1.-Valores de $C_D$ , para diferentes $K_i$ ; con $S_{or} = 0.35$ y $f = 0.90$ .....	45
Tabla 3.2.-Valores de $C_D$ , para diferentes $K_i$ ; con $S_{or} = 0.45$ y $f = 0.90$ .....	48
Tabla 3.3.-Valores de $C_D$ , para diferentes $K_i$ ; con $S_{or} = 0.35$ y $f = 0.95$ .....	49
Tabla 3.4.-Valores de $C_D$ , para diferentes $K_i$ ; con $S_{or} = 0.45$ y $f = 0.95$ .....	50
Tabla 3.5.-Valores de $C_D$ , a diferentes $K_i$ ; con $S_{or} = 0.35$ y $f = 1.0$ .....	52
Tabla 3.6.-Valores de $C_D$ , a diferentes fracciones de fluido móvil, $f$ .....	53
Tabla 3.7.-Valores de $C_D$ , a diferentes constantes de adsorción, $m$ .....	55
Tabla 3.8.- Parámetros utilizados en las evaluaciones numéricas realizadas .....	57
Tabla 3.9.- Valores de $C_D$ normalizada para los trazadores F12, F22 y F23 .....	58
Tabla 3.10.- Valores de $C_D$ normalizada, para diferentes valores de $k$ .	
Inyección tipo "bache" .....	61
Tabla 3.11.- Parámetros de cálculo y valores obtenidos de $S_{or}$ . Ejemplo 1 .....	70
Tabla 3.12.- Parámetros de cálculo y valores obtenidos de $S_{or}$ . Ejemplo 2 .....	71

Tabla 3.13.- Parámetros de cálculo y valores obtenidos de  $S_{or}$ . Ejemplo 3 ..... 73

# INTRODUCCIÓN

---

El objetivo principal durante la etapa de explotación de un yacimiento de aceite, desde un punto de vista técnico-económico, es obtener la recuperación óptima de los hidrocarburos contenidos en éste. En principio, la extracción de aceite es baja (5-35 %) y varía de acuerdo con las características del yacimiento; la recuperación promedio de hidrocarburos mediante producción primaria es de alrededor de 24% del petróleo originalmente presente en el yacimiento [22]. A fin de incrementar esta cantidad de petróleo, se recurre a los procesos de recuperación secundaria, los cuales consisten básicamente en la inyección inmiscible de fluidos para proveer de energía adicional al yacimiento, sirviendo esta energía para desplazar a los hidrocarburos.

Debido a que se tienen grandes limitaciones para incrementar la recuperación a través de las técnicas mencionadas, se han desarrollado nuevas tecnologías, a las que se ha denominado recuperación mejorada; que mediante su aplicación se logra disminuir la saturación de aceite remanente en el yacimiento al final de dichos procesos.

Así pues, en un proceso de recuperación mejorada, el éxito económico esperado del proyecto dependerá en gran parte del volumen del yacimiento que puede ser contactado y del volumen de aceite desplazado por el fluido de inyección en un tiempo dado. Por lo tanto, lo anterior también dependerá del volumen de aceite existente en el yacimiento ( $S_{or}$ ) antes de realizar un proyecto de recuperación mejorada.

Las pruebas con trazadores entre pozos son técnicas ampliamente utilizadas en estos procesos de recuperación mejorada, a fin de determinar las trayectorias de flujo de los fluidos de inyección, así como para detectar zonas de alta permeabilidad o canalizaciones que originen una distribución desproporcionada de los fluidos inyectados, lo cual se vea reflejado en una reducción en la eficiencia del proceso, pudiendo ser el peor de los casos, un fracaso total en el éxito del proyecto.

---

Para describir el comportamiento de flujo del trazador que exhibe una partición a través del medio poroso, se presentan dos modelos matemáticos y sus soluciones correspondientes, considerando una geometría de flujo lineal. En el primer modelo, el cual consiste básicamente en el modelo de dispersión para un medio homogéneo, donde además de mecanismos de transporte de masa como adsorción, convección, difusión y decaimiento radiactivo, se considera el efecto de partición del trazador en la fase aceite. En el segundo modelo, partiendo del modelo de capacitancia desarrollado originalmente por Coats y Smith [16], en el cual se considera que el espacio poroso está constituido por una fracción de fluido móvil y una fracción de fluido estancado, y que existe una transferencia de masa entre estas dos regiones solo por difusión; de igual forma, se ha incorporado el término correspondiente a la adsorción y partición del trazador, obteniéndose una solución analítica de tipo integral.

Todos los trazadores gaseosos, a diferencia de los trazadores líquidos, tienden a particionarse en los líquidos del yacimiento, presentando algunas limitaciones sobre su aplicación para determinar las trayectorias de flujo de los fluidos inyectados en la formación; sin embargo, este comportamiento no ideal puede ser aprovechado para la estimación de la saturación residual de aceite promedio en las trayectorias de flujo del fluido inyectado. Por lo que, además, en este trabajo se describe el desarrollo de las ecuaciones que permiten calcular la magnitud de la saturación residual de aceite,  $S_{or}$ , en la parte del yacimiento entre los pozos inyector y productor, a partir de los tiempos de tránsito de los trazadores en el pozo productor, en forma similar a la previamente establecida por Deans [19].

---

# ***CAPÍTULO I***

## ***REVISIÓN DE LA LITERATURA TÉCNICA***

---

### **1.1.- Tipos de Trazadores**

Una de las herramientas que permiten conocer algunos de los parámetros que influyen en el comportamiento de flujo de los fluidos en los yacimientos, es la técnica de trazado, la cual consiste básicamente en la inyección de una sustancia en el medio poroso que sea capaz de moverse con la misma velocidad del fluido de inyección y que pueda ser detectada fácilmente mediante métodos químicos analíticos o por conteo. Dichas sustancias son llamadas trazadores, los cuales pueden ser de origen químico o radiactivo.

#### **1.1.1 Trazadores químicos**

Los trazadores químicos han sido ampliamente utilizados para monitorear el movimiento de los fluidos en procesos de inyección. Los trazadores químicos utilizados pueden clasificarse como: tintas, iónicos y orgánicos. Tintas como la rodamina o tinta fluorescente, pueden ser detectadas en el rango de partes por billón, son muy susceptibles a la adsorción en la roca del yacimiento; los trazadores iónicos son los aniones de sales de sodio y amonio solubles en el agua, tales como yoduro de potasio, nitrato de sodio, algunos tipos de cloruros, entre otros reportados en la literatura; su rango de detección se encuentra en el de partes por millón, dependiendo de la salinidad del agua y sobre todo de la composición de la salmuera; como trazadores orgánicos se tienen los alcoholes como el etanol (EtOH), metanol (MeOH), isopropanol (IPA), butanol terciario (TBA), o solventes como el metil-cetona (MEK) [27].

Algunos trazadores químicos gaseosos como el sulfuro hexafluorídico ( $\text{SF}_6$ ), halohidrocarbonos, perfluorocarbonos y fluorocarbonos clorados o halocarbonos,

---



conocidos comúnmente como tipo freón [13], [37]; estos últimos, antes de que se tuviera conciencia de su adverso impacto ambiental, fueron ampliamente utilizados en proyectos como: monitoreo de la dispersión del aire, movimiento subterráneo del agua, así como en procesos de medición y pruebas de trazado entre pozos en operaciones de recuperación mejorada de hidrocarburos. Dichos trazadores presentan detectabilidad a muy bajas concentraciones (20 partes por trillón para el SF<sub>6</sub>) [13]. El uso del freón se vio restringido debido a que destruye la capa de ozono; sin embargo, en operaciones de recuperación mejorada, éste puede ser utilizado, ya que en este proceso, dicho gas no es liberado a la atmósfera.

### 1.1.2.- Trazadores radiactivos

Los trazadores radiactivos son compuestos químicos, que contienen isótopos radiactivos, que se desintegran a un estado estable y que emiten radiaciones beta o gama, dependiendo del isótopo. Uno de los radioisótopos más ampliamente utilizados es el tritio. La molécula de tritio puede ser incorporada dentro de una variedad de químicos para formar el agua tritiada, o en componentes hidrocarburos tales como: metano, etano, propano y en algunos casos butano para aplicaciones en proyectos de inyección de gas [37], en estos compuestos unos de los átomos estables de hidrógeno son substituidos con tritio. Algunos otros radioisótopos utilizados son: gases inertes, tales como <sup>41</sup>Ar, <sup>85</sup>Kr y <sup>127</sup>Xe; hidrocarburos etiquetados con <sup>14</sup>C, e hidrocarburos marcados con <sup>125</sup>I o <sup>131</sup>I [39]. Para aplicaciones de inyección de agua se incluyen alcoholes, cetonas y aldehidos etiquetados con <sup>14</sup>C. El estado actual de desarrollo de las técnicas de conteo para radioisótopos, emplean modernos instrumentos de detección, que permiten detectar cantidades tan pequeñas como una parte en 10<sup>13</sup> y hasta 10<sup>17</sup> partes.

Substancias tritiadas y en particular el agua tritiada, pueden ser detectadas en muy pequeñas concentraciones; el método más económico para su análisis es mediante conteo, utilizando un detector de centelleo, el cual tiene un límite de detección típico de 2 pCi/ ml de muestra, pudiendo ser mejorado mediante métodos de enriquecimiento de muestras

---

especializadas. Compuestos de isótopos radioactivos tales como:  $^{57}\text{Co}$ ,  $^{58}\text{Co}$  y  $^{60}\text{Co}$ , también son ampliamente utilizados en pruebas de trazado en operaciones de inyección de agua [27].

La principal desventaja de los trazadores radiactivos es lo concerniente a la seguridad, principalmente durante el proceso de inyección, ya que durante esta etapa se manejan concentraciones relativamente altas de trazador.

## 1.2.- Coeficiente de partición, $K_p, K_c$

Los trazadores gaseosos que son solubles en las fases agua o aceite presentes en el yacimiento, son llamados trazadores con partición. Estos trazadores, al estar fluyendo y repartirse en la fase oleosa del yacimiento, sufren un retardo en el tiempo de tránsito; esta distribución entre las fases se representa por medio del coeficiente de partición  $K_p$  (o  $K_c$ ).

Un trazador ideal debería permanecer en su fase inicial, o en su caso, de existir una eventual partición, ésta deberá ser insignificante. A diferencia de los trazadores en fase agua, los trazadores en fase gaseosa presentan mucho mayor grado de partición, ya que éstos se disolverán en mayor grado en la fase aceite o agua, por lo cual es importante conocer el grado de solubilidad de éstos a fin de realizar una mejor interpretación o predicción de las curvas de respuesta del trazador.

### 1.2.1.- Estimación del coeficiente de partición [20]

El coeficiente de partición  $K_p$  (o  $K_c$ ), es comúnmente definido en el ámbito del petróleo con base en una relación molar, Ec. (1.1), y en el área de la cromatografía, se expresa como una relación de concentraciones, Ec. (1.2). La conversión de una forma de expresión a otra es posible cuando se conoce la composición molar y la densidad de las dos fases.

---

$$K_{pi} = \frac{y_i}{x_i} \quad (1.1)$$

$$K_{ci} = \frac{C_{gi}}{C_{li}} \quad (1.2)$$

donde:

$K_p, K_c$ : Coeficiente de partición

$C$ : Concentración

$y$ : fracción molar en la fase vapor

$x$ : fracción molar en la fase líquida

subíndices:

$i$ : componente  $i$

$l$ : fase líquida

$g$ : fase gas

Los valores de  $K_p$  para diferentes gases del yacimiento pueden ser obtenidos a través de correlaciones disponibles en libros de texto como Amix y Cols. [2]. Esas correlaciones proporcionan el valor de  $K_p$  en función de la presión y temperatura, y se basan en el concepto de la presión de convergencia.

En simuladores composicionales de yacimientos, el coeficiente de partición es obtenido normalmente a partir de un  $K_p$  inicial, el cual es modificado por medio de cálculos flash. En un sistema gas-aceite el equilibrio se logra cuando la fugacidad de cada componente es igual en cada fase, pudiéndose obtener la fugacidad a partir de una ecuación de estado (EOS).

---

Otros autores han propuesto ecuaciones para estimar un valor de  $K_p$ ; Wilson [42], propuso la expresión dada por la ecuación (1.3), la cual, se basa sólo en las propiedades del componente mismo ( $T_r, P_r, w_i$ ) y no del sistema; Whitson [43], incorporó la presión de convergencia del sistema de fluidos, representado por la ecuación (2.4), resultando con ello, que puede realizarse una mejor predicción de los valores de  $K_p$  para altas presiones.

$$K_{pi} = \frac{\exp\left[5.3727(1 + w_i)\left(1 - \frac{1}{T_{ri}}\right)\right]}{P_{ri}} \quad (1.3)$$

$$K_{pi} = \left[\frac{P_{ci}}{P_{ri}}\right]^{(A-1)} \frac{\exp\left[5.3727A(1 + w_i)\left(1 - \frac{1}{T_{ri}}\right)\right]}{P_{ri}} \quad (1.4)$$

$$A = A(p) = 1 - \left[\frac{P - P_a}{P_k - P_a}\right]^{0.6} \quad (1.6)$$

donde:

$w$  : Factor acéntrico

$T_r$  : Temperatura reducida

$P_a$  : Presión absoluta

$P_k$  : Presión de convergencia

$P_c$  : Presión crítica

$P$  : Presión de interés

### 1.2.2.- Medición del coeficiente de partición

En un sistema en equilibrio, el coeficiente de partición puede obtenerse directamente midiendo la concentración del componente en cada una de las fases.

En un proceso de desplazamiento en una columna o a través de un núcleo, de acuerdo al método de la cromatografía de partición, se tiene que la fase estacionaria es el aceite residual que permanece fuertemente retenido en un medio poroso (columna cromatográfica); el fluido desplazante, que se considera como la fase móvil, que puede ser un líquido o un gas portador de los trazadores utilizados (solutos). Durante el proceso de desplazamiento a través del medio poroso, los trazadores serán repartidos entre la fase móvil y la fase estacionaria, quedando separados en bandas que se desplazan a velocidades características diferentes, según los coeficientes de partición entre las dos fases.

Por lo tanto, en una situación dinámica, el valor del coeficiente de partición  $K_c$ , puede calcularse midiendo el tiempo de retención del trazador utilizado y conociendo la saturación de la fase estacionaria. En un experimento con una columna dinámica, la cual contiene sólo dos fases, la fracción de tiempo,  $R_f$ , que el trazador permanece en la fase gaseosa puede ser expresada como el número de moléculas de trazador en la fase gaseosa en un bloque de referencia, dividido entre el número total de moléculas de trazadores presentes en el mismo bloque de referencia [20].

$$R_f = \frac{C_{gi}V_g}{C_{gi}V_g + C_{oi}V_o} \quad (1.7)$$

$$\frac{C_{gi}V_g}{C_{gi}V_g + C_{oi}V_o} = \frac{1}{1 + K_{ci} \left[ \frac{V_o}{V_g} \right]} \quad (1.8)$$

donde:

$C_g$  : Concentración del trazador en la fase gaseosa

$C_o$  : Concentración del trazador en la fase aceite

$V_r$  : Volumen de retención

$V_o$  : Volumen de aceite

$V_g$  : Volumen de gas

Subíndice

$i$  : Trazador  $i$

El trazador es producido cuando ha sido inyectado un volumen de retención,  $V_r$ . Dicho volumen multiplicado por la fracción de tiempo que el trazador permanece en el volumen de gas móvil es igual al volumen de gas en el sistema (se supone que el volumen de líquido es estacionario).

$$R_i = \frac{V_g}{V_{ri}} \quad (1.9)$$

combinando ecuaciones (1.7) y (1.8), se tiene que:

$$K_{ci} = \frac{(V_{ri} - V_m)}{V_s} \quad (1.10)$$

En la Figura 1.1, se ilustran algunos de los resultados experimentales publicados [21], en los que se utilizaron dos trazadores químicos gaseosos, el perfluorometil-ciclopentano (PMCP) y el perfluorometil-ciclohexano (PMCH), y dos trazadores radiactivos gaseosos, el metano tritiado y el etano etiquetado con  $^{14}\text{C}$ . De la gráfica se puede observar que el PMCH, es el trazador que mayormente es retenido.

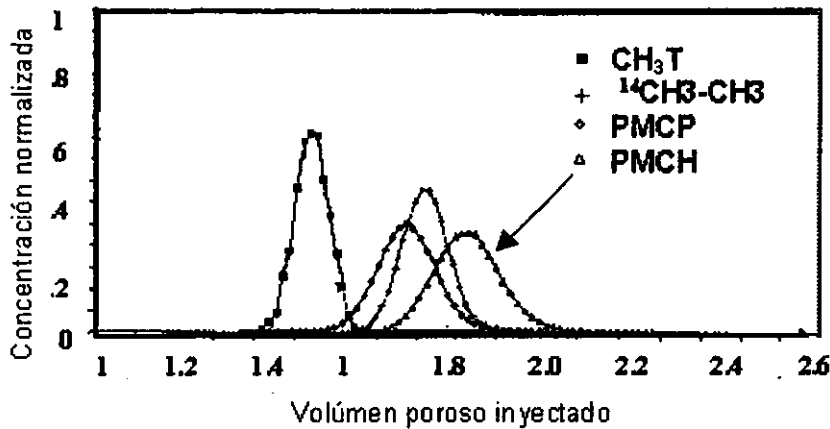


Figura 1.1.- Retención de trazador en función del volumen poroso inyectado [21].

### 1.3.- Mecanismos de flujo del trazador [32], [35]

El flujo de fluidos miscibles en medios porosos, es sustancialmente diferente que el flujo de fluidos inmiscibles. En fases inmiscibles los fluidos son separados macroscópicamente por una interfase bien definida, mientras que en fluidos miscibles se forma una zona de transición o mezclado entre los dos fluidos, como se muestra en la Figura 1.2. Así, a medida que un fluido desplaza a otro, la solución desplazante continuamente se mezcla con el fluido residente, de tal forma que al arribar a un punto dado del medio poroso, la solución desplazante es caracterizada por un cambio gradual en la concentración original. Este mezclado o "interdifusión" de los dos fluidos, debido a los fenómenos de difusión y convección se denomina dispersión.

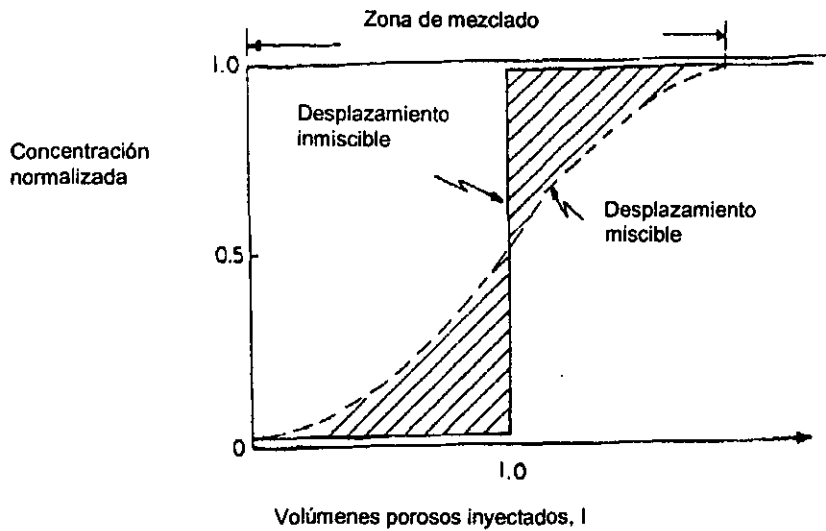


Figura 1.2.- Representación esquemática de los procesos de desplazamiento miscible e inmisible [35].

Como se muestra en la Figura 1.3, las líneas de corriente siguen un camino dictado por las tortuosidades a través del medio poroso, aunque, la dirección promedio de éstas, es la dirección del flujo principal. Dos factores que pueden causar que las partículas de fluido se transfieran de un canal a otro son: la difusión molecular y las turbulencias generadas por la velocidad del flujo; para números de Reynolds de magnitud muy baja, la difusión molecular es la causa predominante en el mezclado entre las líneas de corriente, donde la formación de turbulencias es despreciable.



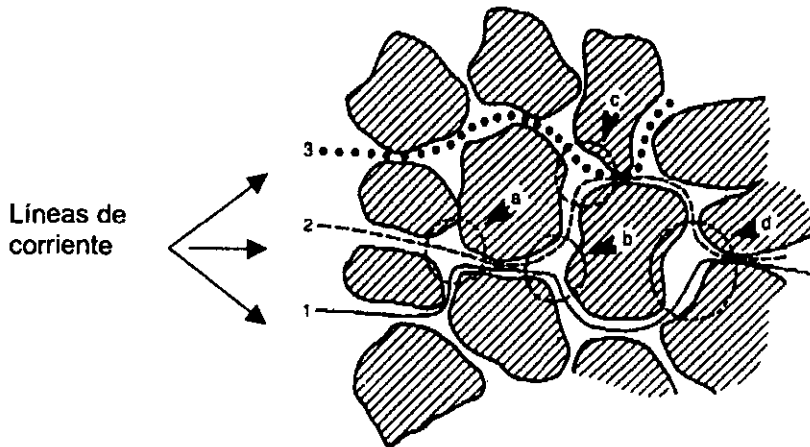


Figura 1.3- Fenómeno de dispersión microscópica [32].

EL fenómeno de difusión molecular resulta de un gradiente de concentración entre dos fluidos miscibles y es independiente de la velocidad de flujo. El mezclado causado por la difusión molecular es gobernado por la ley de difusión de Fick, la cual se representa por la siguiente ecuación:

$$\frac{dG}{dt} = -D_o A \frac{dC}{dx} \tag{1.11}$$

donde:

$G$  : Cantidad de masa que se difunde a través de un plano,  $\frac{g}{seg}$

$D_o$  : Coeficiente de difusión,  $\frac{cm^2}{seg}$

$A$  : Área de la sección transversal a través de la cual ocurre la difusión,  $cm^2$

$C$  : Concentración "in-situ",  $\frac{g}{cm^3}$

$x$  : Distancia,  $cm$ .

Cuando la difusión se lleva a cabo en un medio poroso, se requiere ajustar el coeficiente de difusión,  $D_o$ , a un coeficiente de difusión aparente,  $D$ , que considere la tortuosidad de los canales de flujo que siguen las moléculas difundidas. Lo anterior está relacionado con el factor de resistividad eléctrica del medio poroso, representado por la Ec. (1.12), la cual puede aplicarse tanto para rocas consolidadas como no consolidadas [32].

$$\frac{D}{D_o} = \frac{1}{F\phi} \quad (1.12)$$

donde:

$D$  : Coeficiente de difusión aparente,  $\frac{cm^2}{seg}$

$D_o$  : Coeficiente de difusión molecular,  $\frac{cm^2}{seg}$

$F$  : Factor de resistividad eléctrica de la formación, adimensional

$\phi$  : porosidad, fracción

La dispersión es el resultado del movimiento de partículas individuales de fluido entre las tortuosidades de los canales de flujo dentro del medio poroso. Se consideran dos tipos de dispersión en medios porosos: longitudinal y transversal.

La dispersión longitudinal ocurre en dirección del movimiento global de los fluidos; en su estudio se han utilizado diferentes modelos para representar los medios porosos. Datos

reportados en la literatura muestran que el coeficiente de dispersión longitudinal para arenas no consolidadas o empacamientos, puede determinarse mediante la ecuación [32].

$$\frac{E}{D_o} = 1.75 \frac{Ud_p}{D_o} \quad (1.13)$$

donde:

$E$  : Coeficiente de dispersión longitudinal convectivo,  $\frac{cm^2}{seg}$

$D_o$  : Coeficiente de difusión molecular,  $\frac{cm^2}{seg}$

$d_p$  : Diámetro de la partícula,  $cm$

$U$  : Velocidad intersticial,  $\frac{cm}{seg}$

En la región donde ambos procesos de difusión y dispersión son significativos, el coeficiente de dispersión total es la suma de los coeficientes de difusión y de dispersión. El coeficiente de dispersión longitudinal total en un empacamiento de arena no consolidada puede ser representado mediante la siguiente expresión [32]:

$$K_l = D + E \quad (1.14)$$

$$\frac{K_l}{D_o} = \frac{D}{D_o} + \frac{E}{D_o} \quad (1.15)$$

$$\frac{K_l}{D_o} = \frac{1}{F\phi} + 1.75 \frac{Ud_p}{D_o} \quad (1.16)$$

donde:

$K_l$  : Coeficiente de dispersión longitudinal efectivo,  $\frac{cm^2}{seg}$

La dispersión transversal ha sido descrita por varios investigadores como un mecanismo de "corriente dividida", entre las cuales se tiene transferencia de masa por difusión. En la Figura 1.3, se ilustra también la forma en que el fenómeno de dispersión transversal contribuye al mezclado de los fluidos.

El coeficiente de dispersión transversal puede determinarse graficando en papel aritmético probabilístico, el porcentaje de concentración contra la distancia al punto que corresponde a una concentración de 50 %; y los valores obtenidos en el gráfico, son substituidos en la siguiente ecuación [32]:

$$K_l = \frac{V}{L} \left( \frac{X_{90} - X_{10}}{3.625} \right)^2 \quad (1.17)$$

donde:

$X_{10}$  : Distancia medida a partir de la posición inicial en la interfase, en donde se tiene el 10 % de la concentración inicial.

$X_{90}$  : Distancia medida a partir de la posición inicial en la interfase, en donde se tiene el 90 % de la concentración inicial.

$L$  : Longitud del medio poroso

---

El coeficiente de dispersión transversal total es la suma del coeficiente de difusión y del coeficiente de dispersión transversal.

#### 1.4.- Modelos representativos que describen el flujo del trazador

La ecuación básica que describe el comportamiento de flujo de un trazador en un medio poroso lineal homogéneo, es la conocida ecuación de difusión con un término adicional correspondiente al transporte convectivo de masa, la cual se representa por la ecuación de dispersión, Ec. (1.18) [45]. Donde  $C$ , es la concentración de trazador,  $D$  es el coeficiente efectivo de dispersión y  $v$  es la velocidad intersticial.

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (1.18)$$

Existen diversas soluciones reportadas en la literatura para el modelo de dispersión, consistiendo básicamente de diferentes combinaciones de la función error, las cuales dependerán de las condiciones de frontera que sean aplicadas.

##### 1.4.1 Modelo de difusión de Coats y Smith [16].

El modelo de difusión de Coats y Smith, consiste básicamente del modelo estándar de dispersión, representado en la Ec. (1.18). En esta sección se presentan dos soluciones del modelo de difusión de Coats y Smith, considerando un medio semiinfinito, con las condiciones iniciales y de frontera representadas en cada caso:

---

CASO 1

$$C(x,0) = 0 \quad ; \quad x \geq 0 \quad (1.19)$$

$$C(0,t) = C_0 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (1.20)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} C(x,t) = 0 \quad ; \quad t > 0 \quad (1.21)$$

La solución a la ecuación de dispersión, Ec. (1.18), con las condiciones iniciales y de frontera dadas por las ecuaciones (1.19) a (1.21), en términos de las variables adimensionales definidas por Coats y Smith [16], es la siguiente:

$$\frac{C(y,I)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{\gamma}y - I}{2\sqrt{I}} \right) + e^{\gamma y} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{\gamma}y + I}{2\sqrt{I}} \right) \right] \quad (1.22)$$

donde:

$I$  : Volúmenes porosos de fluido inyectados,  $\frac{vI}{L}$

$\gamma$  : Grupo de dispersión,  $\frac{vL}{D}$ , adimensional

$y$  : Distancia adimensional,  $\frac{x}{L}$

$C_0$  : Concentración inicial inyectada de trazador,  $\frac{g}{cm^3}$

$C$  : Concentración de trazador,  $\frac{g}{cm^3}$

$v$ : Velocidad intersticial,  $\frac{cm}{seg}$

$L$ : Longitud del núcleo,  $cm$

$D$ : Coeficiente de dispersión,  $\frac{cm^2}{seg}$

En términos de variables reales, esta solución se expresa como:

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x-vt}{2\sqrt{4Dt}} \right) + e^{\frac{vx}{D}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x+vt}{2\sqrt{4Dt}} \right) \right] \quad (1.23)$$

## CASO 2

Considerando las condiciones iniciales y de frontera siguientes:

$$C(x,0) = 0 \quad ; \quad x \geq 0 \quad (1.24)$$

$$C(0,t) = C_0 + \frac{D}{v} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} \quad ; \quad t > 0 \quad (1.25)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} C(x,t) = 0 \quad ; \quad t > 0 \quad (1.26)$$

La solución al modelo representado por la Ec. (1.18), considerando las ecuaciones (1.24) a la (1.26) y expresado en términos de las variables adimensionales, es la siguiente:

$$\frac{C(y, I)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{Y} y - I}{2 \sqrt{I}} \right) - e^{\frac{y^2}{I}} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{Y} y + I}{2 \sqrt{I}} \right) \right] - \frac{Y}{2} (y + I) e^{\frac{y^2}{I}} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{Y} y + I}{2 \sqrt{I}} \right) + \sqrt{\frac{Y I}{\pi}} e^{-\frac{Y}{4I} (y + I)^2} \quad (1.27)$$

en términos de variables reales, esta solución es:

$$\frac{C(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x - vt}{2 \sqrt{Dt}} \right) - e^{\frac{vx}{D}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x + vt}{2 \sqrt{Dt}} \right) \right] - \frac{v}{2D} (x + vt) e^{\frac{vx}{D}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x + vt}{2 \sqrt{Dt}} \right) + \frac{vt}{\sqrt{\pi Dt}} e^{-\left( \frac{x - vt}{2 \sqrt{Dt}} \right)^2} \quad (1.28)$$

#### 1.4.2.- Modelo de dispersión de Satter y Cols. [36].

El modelo presentado por Satter y Cols., consiste en una extensión del modelo estándar de dispersión; que incluye los fenómenos de dispersión y adsorción. Para esta última, considera ambos modelos propuestos por Langmuir, adsorción instantánea y adsorción dependiente del tiempo.

La ecuación de transporte que caracteriza los fenómenos de dispersión, convección y adsorción, de la solución química fluyendo a través del medio poroso, obtenida con base en un balance de materia, es la siguiente:



$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{q}{A\phi} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} + \left( \frac{1-\phi}{\phi} \right) \rho_r \frac{\partial C_r}{\partial t} \quad (1.29)$$

donde el coeficiente de dispersión,  $D$ , es expresado como:

$$D = \alpha \left( \frac{q}{A\phi} \right) = \alpha u \quad (1.30)$$

donde:

$A$  : Área de la sección transversal al flujo,  $cm^2$

$C$  : Concentración en la fase agua,  $\frac{mg}{cm^3}$

$C_0$  : Concentración química de entrada en la fase agua,  $\frac{mg}{cm^3}$

$C_r$  : Adsorción química en la fase sólida,  $\frac{mg}{g}$

$D$  : Coeficiente de dispersión,  $\frac{cm^2}{hr}$

$q$  : Razón volumétrica de flujo,  $\frac{cm^3}{hr}$

$t$  : Tiempo,  $hr$

$u$  : Velocidad frontal,  $\frac{cm}{hr}$

$x$  : Distancia en coordenadas lineales,  $cm$

$\rho_r$  : Densidad de la roca,  $\frac{g}{cm^3}$

$\phi$  : Porosidad, fracción

$\alpha$  : Parámetro de dispersión, definido en la ecuación (1.30), *cm*

El modelo de Langmuir de adsorción química en la roca es descrito como:

$$\frac{\partial C_r}{\partial t} = K_{d1} \left( 1 - \frac{C_r}{C_r^*} \right) C - K_{d2} \left( \frac{C_r}{C_r^*} \right) \quad (1.31)$$

donde:

$C_r^*$  : Adsorción de equilibrio máxima en la fase sólida,  $\frac{mg}{g}$

$K_{d1}$  : Constante de adsorción,  $\frac{cm^3}{ghr}$

$K_{d2}$  : Constante de desorción,  $\frac{mg}{ghr}$

La solución de la ecuación (1.31) considerando una concentración,  $C$ , constante,  $C_r = 0$  a  $t = 0$ , está dada por:

$$C_r = \frac{K_{d1} C_r^* \left[ 1 - e^{-\frac{(CK_{d1} + K_{d2})t}{C_r^*}} \right] C}{CK_{d1} + K_{d2}} \quad (1.32)$$

cuando  $t \rightarrow \infty$ , la ecuación (1.31) se reduce al modelo de la isoterma de adsorción en equilibrio de Langmuir:

$$C_r = \frac{mC}{1+bC} \quad (1.33)$$

donde:

$$m = \left( \frac{K_{d1}}{K_{d2}} \right) C_r^* \quad (1.34)$$

y

$$b = \frac{K_{d1}}{K_{d2}} \quad (1.35)$$

Las concentraciones químicas en las fases agua y aceite, se calculan a partir de las ecuaciones (1.29) y (1.31), cuando se considera adsorción instantánea (en equilibrio), y las ecuaciones (1.29) y (1.33), cuando se tiene una razón de adsorción. Sin embargo, diferenciando la ecuación (1.33) con respecto a  $C$ , y combinando con la ecuación (1.29), se obtiene:

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{q}{A\phi} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} + \left( 1 + \frac{(1-\phi)\rho_r m}{\phi(1+bC)^2} \right) \frac{\partial C}{\partial t} \quad (1.36)$$

Para un sistema finito, las condiciones iniciales y de frontera, son:

$$\begin{aligned}
 C(x,0) &= 0, & 0 \leq x \leq L \\
 C_r(x,0) &= 0, & 0 \leq x \leq L \\
 \left( C - \alpha \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} &= 0, & 0 < t \leq t_1 \\
 \left( C - \alpha \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} &= 0, & t > t_1 \\
 \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=L} &= 0, & t > 0
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

donde se definen las variables adimensionales:

$$\begin{aligned}
 x_D &= \frac{\phi A x}{V_p} = \frac{x}{L} \\
 I &= \frac{qt}{V_p} \\
 C_D &= \frac{C}{C_0} \\
 C_{rD} &= \frac{C_r}{C_r^*}
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

Por lo tanto, en términos de estas variables adimensionales, las ecuaciones (1-29) y (1.31) se escriben como:

$$\frac{\alpha}{L} \frac{\partial^2 C_D}{\partial x_D^2} - \frac{\partial C_D}{\partial x_D} = \frac{\partial C_D}{\partial I} + \left( \frac{1-\phi}{\phi C_0} \right) \rho_r \frac{C_r^*}{\partial I} \frac{\partial C_{rD}}{\partial I} \tag{1.39}$$

$$\frac{\partial C_{rD}}{\partial I} = \left( \frac{C_0 K_{d1} V_p}{q C_r^*} \right) (1 - C_{rD}) C_D - \left( \frac{K_{d2}}{K_{d1} C_0} \right) \left( \frac{C_0 K_1 V_p}{q C_r^*} \right) C_{rD} \quad (1.40)$$

y de la ecuación (1.36), resulta:

$$\frac{\alpha}{L} \frac{\partial^2 C_D}{\partial x_D^2} - \frac{\partial C_D}{\partial x_D} = \left[ 1 + \left( \frac{1 - \phi}{\phi} \right) \rho_r \left( \frac{m}{(1 + b C_0 C_D)^2} \right) \right] \frac{\partial C_D}{\partial I} \quad (1.41)$$

Como podrá observarse de las ecuaciones (1.39) y (1.40), se tiene que el comportamiento del trazador en el medio poroso por efecto de la dispersión y de la razón de adsorción, es controlado por los siguientes cuatro grupos adimensionales:

Grupo de dispersión:

$$N_D = \frac{\alpha}{L} \quad (1.42)$$

Grupo de la capacidad de adsorción:

$$N_A = \rho_r \frac{(1 - \phi) C_r^*}{\phi C_0} \quad (1.43)$$

Grupo de la razón de flujo:

$$N_q = \frac{C_0 K_{d1} V_p}{q C_r^*} \quad (1.44)$$

Grupo de la razón cinética:

$$N_K = \frac{K_{d_2}}{K_{d_1} C_0} \quad (1.45)$$

Asimismo, de la ecuación (1.41), se observa que el comportamiento de flujo del trazador por efecto de dispersión y de adsorción en equilibrio, es controlada por el grupo de dispersión dado por la ecuación (1.42), y el grupo de la capacidad de adsorción dado por:

$$N_{Ac} = 1 + \left( \frac{1-\phi}{\phi} \right) \rho_r \left[ \frac{m}{(1+bC_0+C_D)^2} \right] \quad (1.46)$$

En ausencia de adsorción  $N_{Ac} = 1$ , además  $a = 0$  cuando  $C_r^* = 0$ . Considerando un caso especial del modelo de isoterma de adsorción en equilibrio de Langmuir, cuando la constante  $b = 0$ , se obtiene una relación lineal de adsorción, representada por:

$$C_r = mC \quad (1.47)$$

Por lo tanto, la solución analítica para el perfil de concentración, es la siguiente:

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left( \operatorname{erfc} \left( \frac{1 - \frac{I}{R}}{2 \sqrt{\frac{I\alpha}{RL}}} \right) \right) - \sqrt{\frac{I\alpha}{\pi RL}} \frac{\exp \left[ -\frac{RL}{4I\alpha} \left( 1 - \frac{I}{R} \right)^2 \right]}{1 + \frac{I}{R}} \left[ 1 - 6 \frac{\frac{I}{R}}{1 + \frac{I}{R}} - \frac{2 \left( \frac{I}{R} \right)^2}{\left( 1 + \frac{I}{R} \right)^2} \right] \quad (1.48)$$

donde:

$$R = 1 + \left( \frac{1-\phi}{\phi} \right) m \rho_r \quad (1.49)$$

**1.4.3.- Modelo de capacitancia de Coats y Smith [16]**

El modelo de capacitancia propuesto por Coats y Smith, supone la existencia de un volumen estancado en el medio poroso. Este modelo está representado por las siguientes ecuaciones:

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x_2^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = f \frac{\partial C}{\partial t} + (1-f) \frac{\partial C^*}{\partial t} \tag{1.50}$$

$$(1-f) \frac{\partial C^*}{\partial t} = A(C - C^*) \tag{1.51}$$

La ecuación (1.51), representa el proceso de transferencia de masa entre la fracción de volumen de fluido móvil  $f$ , y la fracción de volumen de fluido estancado  $(1-f)$ , donde el término  $A$ , corresponde al coeficiente de transferencia de masa. En la Figura 1.4, se representan esquemáticamente dos modelos idealizados, presentados por Coats y Smith [16], sobre el significado físico del parámetro de volumen de fluido estancado en el medio poroso.

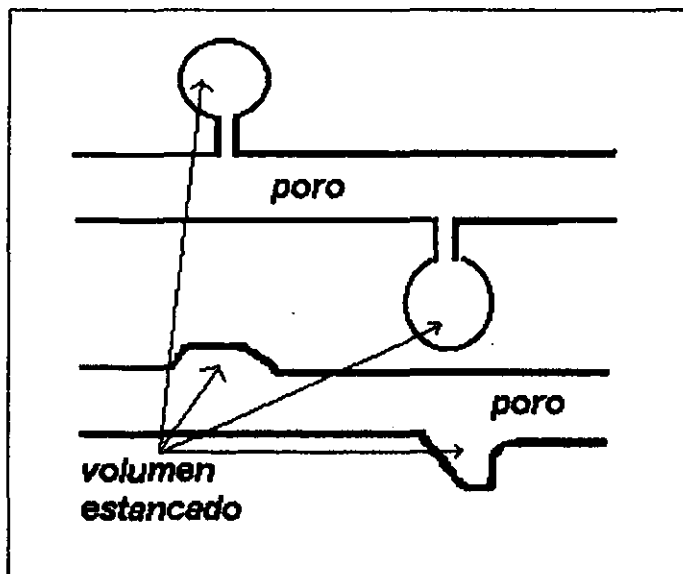


Figura 1.4.- Modelos idealizados que representan el volumen estancado [16].

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (1.50) y (1.51) con las siguientes condiciones iniciales y de frontera:

$$C(x,0) = 0 \quad ; \quad x \geq 0 \quad (1.52)$$

$$C(0,t) = C_0 + \frac{D}{v} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} \quad ; \quad t > 0 \quad (1.53)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} C(x,t) = 0 \quad ; \quad t > 0 \quad (1.54)$$

Aplicando el método de transformada de Laplace a las ecuaciones (1.50) y (1.51) y resolviendo las ecuaciones diferenciales en el espacio de Laplace, se obtiene:

$$\frac{\bar{C}(y,s)}{C_0} = 2 e^{\frac{\gamma y}{2} \left[ 1 - \sqrt{1 + \frac{4s}{\gamma} \left( 1 + \frac{a}{\left( s + \frac{af}{1-f} \right)} \right)} \right]} \frac{1}{s \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4s}{\gamma} \left( 1 + \frac{a}{\left( s + \frac{af}{1-f} \right)} \right)} \right]} \quad (1.55)$$

donde:

$$\frac{\bar{C}(y,s)}{C_0} = \int_0^{\infty} e^{-sj} C(y,J) dJ \quad (1.56)$$



es la transformada de Laplace de  $C(y, J)$ , cuya transformada inversa es la siguiente:

$$C(y, J) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_{\alpha - i\beta}^{\alpha + i\beta} e^{sJ} \bar{C}(y, s) ds \quad (1.57)$$

Donde  $s$  es la cantidad compleja,  $a + iZ$ . Para  $y=1$  y  $a=1$ , la ecuación resultante obtenida por Coats y Smith [16], que representa la solución para el perfil de concentración en el extremo productor ( $x=L$ ), es:

$$\frac{C(y, J)}{C_0} = \frac{2e^J}{\pi} \int_0^\infty e^{\frac{\gamma}{2} \left( 1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2} \right)} \frac{[a_1 \cos(ZJ - w) + a_2 \operatorname{sen}(ZJ - w)]}{a_1^2 + a_2^2} dZ \quad (1.58)$$

donde:

$$J = \frac{I}{f} \quad (1.59)$$

$$a = \frac{Kl}{v} \quad (1.60)$$

$$\gamma = \frac{vL}{D} \quad (1.61)$$

$$u = 1 + \frac{4}{\gamma} \left( 1 + \frac{ba + b(1 + Z^2)}{(1 + b)^2 + Z^2} \right) \quad (1.62)$$

$$v = \frac{4Z}{\gamma} \left( 1 + \frac{a\dot{b}}{(1 + b)^2 + Z^2} \right) \quad (1.63)$$

$$b = \frac{af}{(1 - f)} \quad (1.64)$$

$$\theta = \arctan \frac{v}{u} \quad (1.65)$$

$$\rho = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (1.66)$$

$$a_1 = 1 + \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2} - Z \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (1.67)$$

$$a_2 = \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + Z(1 + \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \quad (1.68)$$

$$w = \frac{v}{2} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (1.69)$$

#### 1.4.4.- Modelo de capacitancia de Brigham [9].

Experimentos realizados por Brigham demostraron que los perfiles de concentración calculados en el modelo de Coats y Smith [16], correspondían a una concentración "in-situ" en el extremo productor, y no a la concentración fluyente, por lo tanto, para utilizar los datos de concentración medidos en el efluente, es necesario expresar la solución a las ecuaciones (1.50) y (1.51) en términos de la concentración fluyente, la cual se representa como:

$$C' = \frac{q}{Av\phi} = C - \frac{D}{v} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (1.70)$$

donde:

$C$  : Concentración "in-situ", adimensional

$C'$  : Concentración fluyente, adimensional

$q$  : Razón de flujo del fluido desplazante,  $\frac{cm^3}{seg}$

$v$  : Velocidad intersticial,  $\frac{cm}{seg}$

$\phi$  : porosidad, fracción

La solución obtenida por Brigham, que representa el perfil de la concentración fluyente es la siguiente:

$$\frac{C'(y, J)}{C_0} = \frac{2e^J}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\gamma Y}{2} \left(1 - \frac{\gamma v}{4w}\right)} \frac{[a_3 \cos(ZJ - wY) + a_4 \operatorname{sen}(ZJ - wY)]}{u_2^2 + v_2^2} dZ \quad (1.71)$$

donde:

$$a_3 = \frac{a_1}{2} \left(1 + \frac{\gamma v}{4w}\right) + \frac{a_2 w}{\gamma} \quad (1.72)$$

$$a_4 = \frac{a_2}{2} \left(1 - \frac{\gamma v}{4w}\right) - \frac{a_1 w}{\gamma} \quad (1.73)$$

## 1.5.- Cálculo directo de $S_{or}$ , a partir de los perfiles de concentraciones de trazadores en el pozo productor.

### 1.5.1.- Flujo de un trazador líquido en un medio poroso [19].

Considerando una parte del medio poroso entre dos pozos, donde un trazador,  $i$ , se encuentra distribuido (en equilibrio) entre las fases aceite y agua, representado por,  $C_{io}$ , y  $C_{iw}$ , respectivamente, donde el agua y aceite de formación se encuentran fluyendo a una velocidad  $v_w$  y  $v_o$  respectivamente (véase Figura 1.5), entonces el trazador se distribuirá entre las fases líquidas de acuerdo con el coeficiente de partición,  $K_i$ , dado por [19]:

$$K_i = \frac{C_{io}}{C_{iw}} \tag{1.74}$$

La molécula de trazador se mueve con una velocidad característica, que depende de la fracción de tiempo que la molécula viaja en cada fase [19], conforme a:

$$\bar{v}_i = \bar{v}_w p_i + (1 - p_i) \bar{v}_o \tag{1.75}$$

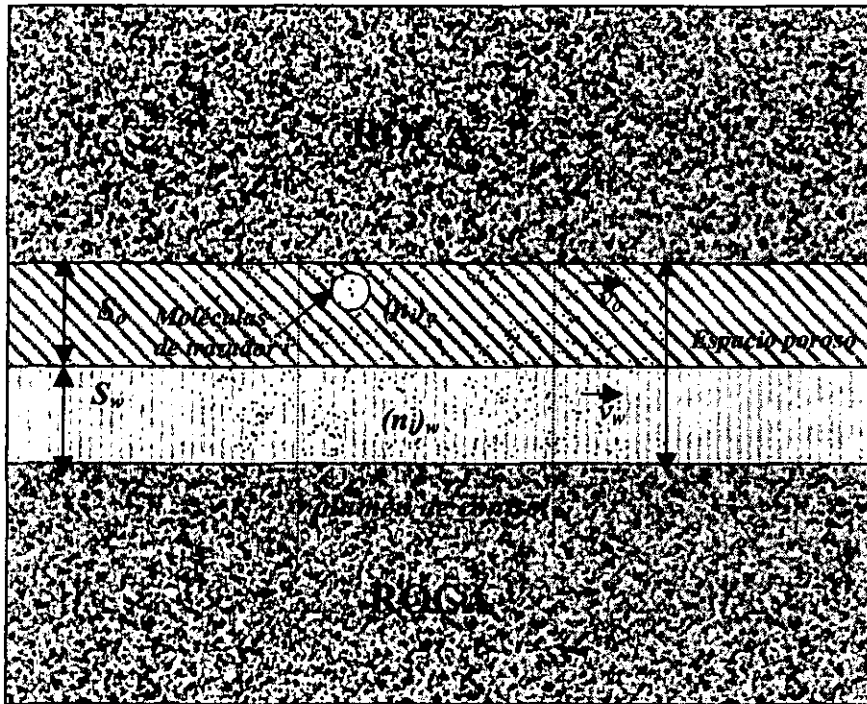


Figura 1.5.- Representación esquemática de la distribución de las moléculas de un trazador  $i$ , en las fases aceite y agua en un volumen de control [19].

Donde,  $p_i$  es la probabilidad de que una molécula del trazador  $i$  permanezca en la fase agua. Con  $S_w = 1 - S_o$ , se tiene que:

$$v_l = \frac{(1 - S_o)v_w + K_1 S_o v_o}{K_1 S_o + (1 - S_o)} \quad (1.76)$$

Si ahora se considera que el aceite es inmóvil,  $v_o = 0$  ;  $S_o = S_{or}$ , se obtiene de la ecuación (1.76) [19]:

$$v_l = \frac{(1 - S_{or})v_w}{K_1 S_{or} + (1 - S_{or})} \quad (1.77)$$

Considerando que el fluido de inyección contiene dos trazadores con coeficientes de partición  $K_1$  y  $K_2$ , y que los trazadores recorren una distancia "x" entre los pozos inyector y productor, y dado que,  $x = vt$ , al relacionar los tiempos  $t_1$  y  $t_2$  del intervalo recorrido por cada trazador, se obtiene [19]:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{K_1 S_{or} + (1 - S_{or})}{K_2 S_{or} + (1 - S_{or})} \quad (1.78)$$

de donde:

$$S_{or} = \frac{t_2 - t_1}{t_2(1 - K_1) - t_1(1 - K_2)} \quad (1.79)$$

### 1.5.2.- Flujo de un trazador gaseoso en un medio poroso.

Considerando ahora un sistema en el que un trazador gaseoso es inyectado, y que al igual que los líquidos del yacimiento, se encuentra fluyendo a través del medio poroso con velocidades  $v_g$  y  $v_l$ , respectivamente [45], el coeficiente de partición en las fases líquidas sería:

$$K_{ii} = \frac{C_{ii}}{C_{ig}} \tag{1.80}$$

donde:

$$K_{ii} = K_{io} + K_{iv} = \frac{C_{io}}{C_{ig}} + \frac{C_{iv}}{C_{ig}} \tag{1.81}$$

Si se considera que los coeficientes de distribución entre las fases líquida y gaseosa, son tales que se alcanza el equilibrio (véase Figura 1.6), la velocidad de una molécula de trazador  $i$  es:

$$v_i = v_g p_i + (1 - p_i) v_l \tag{1.82}$$

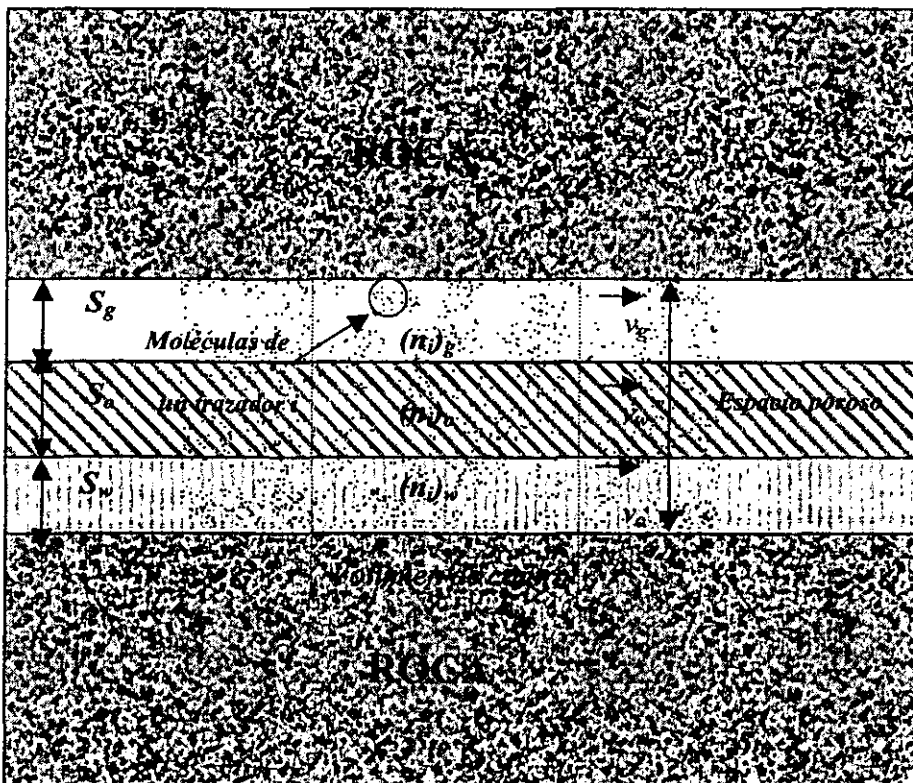


Figura 1.6.- Representación esquemática de la distribución de moléculas de un trazador  $i$ , en las fases aceite, agua y gas, en un volumen de control. (Modificada de la Ref. 19)

De igual forma que para el sistema agua-aceite, suponiendo que  $p_i$  es la probabilidad de que una molécula de trazador  $i$  permanezca en la fase gas, y como se tiene que para las fases líquidas:

$$K_{il} \frac{S_l}{S_g} = K_{iw} \frac{S_w}{S_g} + K_{io} \frac{S_o}{S_g} \tag{1.83}$$

resulta:

$$v_i = \frac{V_g + v_l \left( K_{iw} \frac{S_w}{S_g} + K_{io} \frac{S_o}{S_g} \right)}{1 + K_{iw} \frac{S_w}{S_g} + K_{io} \frac{S_o}{S_g}} \tag{1.84}$$

Considerando que la fase líquida se encuentra inmóvil, es decir, que las saturaciones tanto de agua como de aceite son las críticas,  $v_o = 0$ ,  $v_w = 0$ ;  $S_o = S_{or}$  y  $S_w = S_{wi}$ , entonces:

$$v_i = \frac{V_g S_g}{S_g + K_{iw} S_{wi} + K_{io} S_{or}} \tag{1.85}$$

Si se tienen dos trazadores con coeficientes de partición en las fases líquidas  $K_{1l}$  y  $K_{2l}$ , recorriendo una distancia  $x$ , entre los pozos inyector y productor a velocidades  $v_1$  y  $v_2$  respectivamente, y de  $x = vt$ , se tiene que los trazadores arribarán al pozo productor en los tiempos  $t_1$  y  $t_2$  respectivamente, entonces:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{K_{1w} S_{wi} + K_{1o} S_{or} + S_g}{K_{2w} S_{wi} + K_{2o} S_{or} + S_g} \tag{1.86}$$

Substituyendo,  $s_g = 1 - s_{or} - s_{wi}$ , desarrollando algebraicamente y despejando,  $s_{or}$ , se tiene:

$$s_{or} = \frac{t_2(1 + K_{1w}S_{wi} - S_{wi}) - t_1(1 + K_{2w}S_{wi} - S_{wi})}{t_1(K_{2o} - 1) - t_2(K_{1o} - 1)} \quad (1.87)$$

Suponiendo que sólo se tienen las fases aceite y agua, es decir,  $K_{1w} = K_{2w} = 1$ , siempre y cuando la concentración de agua de referencia sea la suma del agua inyectada más el agua congénita, por lo tanto la ecuación (1.87) se reduce a:

$$s_{or} = \frac{t_2 - t_1}{t_1(K_{2o} - 1) - t_2(K_{1o} - 1)} \quad (1.88)$$

Comparando la ecuación (1.88) con la ecuación (1.79), se observa que esta última, corresponde a un caso particular de la ecuación (1.87).

El desarrollo de las ecuaciones antes presentadas se encuentra detallado en el Apéndice D.



## CAPÍTULO 2

### DESARROLLO DE LOS MODELOS DE FLUJO

#### 2.1 Medio poroso homogéneo

El modelo matemático propuesto en este trabajo para describir el flujo del trazador en el medio poroso homogéneo, además de los fenómenos de transferencia de masa como: difusión, convección, adsorción de trazador en la superficie de la roca, y el decaimiento radiactivo, para el caso de un trazador radiactivo, se considera un parámetro adicional que involucra el efecto de la partición del trazador en el aceite del yacimiento. De acuerdo con lo anterior, efectuando un balance de materia sobre un volumen de control, se obtiene la ecuación diferencial que gobierna la variación de la concentración de trazador.

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} - \lambda C \left( 1 + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r m + K \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right) = \left( 1 + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r m + K \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right) \frac{\partial C}{\partial t} \quad (2.1)$$

donde:

$C$  : Concentración de trazador,  $\frac{gr}{cm^3}$

$\lambda$  : Constante de decaimiento radiactivo,  $\frac{1}{t}$

$D$  : Coeficiente de dispersión efectivo,  $\frac{cm^2}{seg}$

$\rho_r$  : Densidad de la roca,  $\frac{g}{cm^3}$

$\phi$  : Porosidad, fracción

$K$  : Coeficiente de partición, adimensional

$m$  : Constante de adsorción,  $\frac{cm^3}{g}$

$S_{or}$  : Saturación residual de aceite, fracción

$v$  : Velocidad intersticial,  $\frac{cm}{seg}$

Este modelo de dispersión con adsorción y partición (MDAP), se desarrolla basándose en las suposiciones siguientes:

- 1.- El medio poroso es homogéneo con sección transversal constante.
- 2.- El fluido y la roca son incompresibles.
- 3.- El fluido fluye bajo condiciones isotérmicas.
- 4.- La dispersión se presenta sólo en la dirección longitudinal.
- 5.- No existe reacción química del trazador inyectado con los fluidos y la roca del yacimiento.

Se supone que la adsorción del trazador en la roca ocurre en forma instantánea (alcanza condiciones de equilibrio), lo cual se puede representar por el modelo de la isoterma de adsorción de Langmuir [36], mediante la siguiente ecuación:

$$C_r = \frac{mC}{1 + bC} \quad (2.2)$$

Donde  $m$  y  $b$  son constantes relacionadas con el ritmo de adsorción y desorción del trazador en la roca. Sin embargo, para bajos niveles de concentración, lo cual normalmente ocurre en pruebas de trazado entre pozos, el modelo de Langmuir puede ser aproximado mediante una relación lineal como se muestra en la siguiente ecuación [36], [45]:

$$C_r = mC \quad (2.3)$$

Las condiciones iniciales y de frontera que se consideraron en este trabajo son las siguientes:

$$C(x,0) = 0 \quad ; \quad x \geq 0 \quad (2.4)$$

$$C(0,t) = C_o \quad ; \quad t > 0 \quad (2.5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} C(x,t) = 0 \quad ; \quad t > 0 \quad (2.6)$$

con las siguientes variables adimensionales:

$$x_D = \frac{x}{L}$$

$$t_D = I = \frac{vt}{L} = \frac{V_t}{V_p}$$

$$Pe = \frac{vL}{D}$$

La ecuación (2.1) expresada en función de las variables adimensionales es:

$$\frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 C}{\partial x_D^2} - \frac{\partial C}{\partial x_D} - \lambda CR = R \frac{\partial C}{\partial I} \quad (2.7)$$

con:

$$R = 1 + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r m + K \frac{S_{or}}{1-S_{or}}$$


---

donde:

$I$  : Volúmenes porosos inyectados,  $\frac{vL}{D}$ , adimensional

$Pe$  : Número de Peclet del medio poroso,  $\frac{vL}{D}$ , adimensional

$x_D$  : Distancia adimensional,  $\frac{x}{L}$

$C_0$  : Concentración inicial de trazador,  $\frac{M}{t}$

$C$  : Concentración de trazador,  $\frac{M}{t}$

$L$  : Longitud del medio poroso,  $L$ .

Empleando el método de la transformada de Laplace, con las condiciones iniciales y de frontera dadas por las ecuaciones (2.4) a (2.6), la solución obtenida a la ecuación (2.1) considerando un trazador químico ( $\lambda = 0$ ), es la siguiente:

$$\frac{C(x_D, I)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{Pe} x_D - I}{2\sqrt{\frac{I}{R}}} \right) + e^{x_D Pe} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{Pe} x_D + I}{2\sqrt{\frac{I}{R}}} \right) \right] \quad (2.8)$$

En términos de variables reales, se tiene:

$$\frac{C(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{\frac{tD}{R}}} - \sqrt{\frac{v^2 t}{4DR}} \right) + e^{\frac{vx}{2D}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{\frac{tD}{R}}} + \sqrt{\frac{v^2 t}{4DR}} \right) \right] \quad (2.9)$$

El desarrollo matemático efectuado para dar solución a la ecuación (2.1), se presenta en forma detallada en el Apéndice B.

La solución del modelo para cuando se tiene una inyección tipo "bache", de longitud,  $\Delta x$ , está dada por la siguiente expresión [45]:

$$C(x,t)_{bache} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (2.10)$$

y considerando que el segundo término de la ecuación (2.9), normalmente es pequeño comparado al primer término. Substituyendo ecuación. (2.9), en la ecuación. (2.10), desarrollando algebraicamente, se obtiene:

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{\Delta x}{R} \exp\left[-\frac{x - vt}{2Kt}\right] \quad (2.11)$$

## 2.2.- Medio poroso heterogéneo

El modelo que se propone para describir el flujo del trazador en un medio poroso heterogéneo, consiste básicamente en una extensión del modelo de capacitancia desarrollado por Coats y Smith [16]. Se considera que el volumen poroso está constituido por dos regiones: una región de fluido móvil, donde además de los fenómenos de difusión y convección se toma en cuenta el fenómeno de adsorción y la partición del trazador en el aceite del yacimiento; y la región de fluido estancado, donde la concentración de trazador es determinada por la transferencia de masa, adsorción y partición del trazador. Para el caso de un trazador radiactivo, en ambas regiones se considera el decaimiento radiactivo.

El modelo dispersión con capacitancia propuesto, será referido dependiendo de los procesos involucrados, por ejemplo, en su forma general, es decir, cuando se tiene adsorción y

---

partición lo denominaremos modelo de dispersión con capacitancia, adsorción y partición (MDCAP). Las ecuaciones resultantes que representan dicho modelo, son las siguientes:

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} - \lambda \left[ 1 + \frac{1-\phi}{\phi} m \rho_r + K \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right] = f \left[ 1 + \frac{1-\phi}{\phi} m \rho_r + K \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right] \frac{\partial C}{\partial t} + (1-f) \left[ \frac{\partial C^*}{\partial t} + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r \frac{\partial C_r^*}{\partial t} + \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \frac{\partial C_o^*}{\partial t} \right] \quad (2.12)$$

$$(1-f) \frac{\partial C^*}{\partial t} = k(C - C^*) - (1-f) \left[ \lambda \left( \frac{1-\phi}{\phi} m \rho_r + K \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right) - \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r \frac{\partial C_r}{\partial t} + \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \frac{\partial C^*}{\partial t} \right] \quad (2.13)$$

donde,  $C_r^*$ , es la adsorción sobre la superficie sólida en contacto con el volumen estancado,  $(1-f)$ , y  $C_o^*$  es la partición en aceite dentro del volumen estancado. Al igual que el modelo de Coats y Smith [16], se asume un mecanismo de transferencia de masa de primer orden.

donde:

- $K$  : Coeficiente de partición del trazador
- $f$  : Fracción del volumen total de fluido móvil
- $k$  : Coeficiente de transferencia de masa
- $C$  : Concentración de trazador en el fluido móvil
- $C^*$  : Concentración de trazador en el fluido estancado
- $S_{or}$  : Saturación residual de aceite, fracción
- $\lambda$  : Constante de decaimiento radiactivo

utilizando las variables adimensionales definidas en la sección anterior, y considerando las siguientes variables adimensionales:

$$J = \frac{I}{f} = \frac{t_D}{f}$$

$$St = \frac{kL}{v}$$

donde,  $St$ , es el número de Stanton del medio poroso, y representa la relación entre el ritmo de transferencia de masa dentro del volumen estancado y el ritmo por transporte convectivo de masa axial.

Por lo tanto, en términos de variables adimensionales el modelo matemático queda expresado como:

$$\frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 C}{\partial x_D^2} - \frac{\partial C}{\partial x_D} - \lambda R = fR \frac{\partial C}{\partial J} + R \left( \frac{1-f}{f} \right) \frac{\partial C^*}{\partial J} \quad (2.14)$$

$$R \left( \frac{1-f}{f} \right) \frac{\partial C^*}{\partial J} = St(C - C^*) - \lambda R \left( \frac{1-f}{f} \right) \quad (2.15)$$

donde:

$$R = \left( \frac{1-\phi}{\phi} \right) m \rho_r + \left( \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right) K \quad (2.16)$$

Resolviendo simultáneamente ecuaciones (2.14) y (2.15), y aplicando las condiciones iniciales y de frontera siguientes:

$$C(x,0) = 0 \quad ; \quad x \geq 0 \quad (2.17)$$

$$C(0,t) = C_0 + \frac{D}{v} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x=0} \quad t > 0 \quad (2.18)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} C(x,t) = 0 \quad ; \quad t > 0 \quad (2.19)$$

Empleando el método de transformada de Laplace a las ecuaciones (2.14) y (2.15), y resolviendo las ecuaciones diferenciales en el espacio de Laplace, se obtiene:

$$\frac{C(x_D,s)}{C_0} = 2 e^{-\frac{x_D Pe}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4sR}{Pe} \left( 1 + \frac{a}{\left( s + \frac{af}{R(1-f)} \right)} \right)} \right]} \quad (2.20)$$

donde:

$$\frac{C(x_D,s)}{C_0} = \int_0^{\infty} e^{-sj} C(x_D,J) dJ \quad (2.21)$$

es la transformada de Laplace de  $C(x_D,J)$ , cuya transformada inversa es la siguiente [16]:

$$C(x_D,J) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_{\alpha-i\beta}^{\alpha+i\beta} e^{sJ} \bar{C}(x_D,s) ds \quad (2.22)$$



Donde  $s$  es la cantidad compleja,  $a + iz$ . Con  $x_D=1$  y  $a=1$  [16], la ecuación resultante que representa la solución para el perfil de concentración en el extremo productor ( $x=L$ ), es:

$$\frac{C(x_D, J)}{C_o} = \frac{2e^{-J}}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\frac{Pe}{2} \left(1 - \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}\right)} \left[ \frac{u_2 \cos(ZJ - w) + v_2 \operatorname{sen}(ZJ - w)}{u_2^2 + v_2^2} \right] dZ \quad (2.23)$$

donde:

$$b = \frac{fSt}{R(1-f)} \quad (2.24)$$

$$u_1 = 1 + \frac{4R}{Pe} \left( 1 + \frac{St(1+b) + StZ^2}{(1+b)^2 + Z^2} \right) \quad (2.25)$$

$$v_1 = \frac{4ZR}{Pe} \left( 1 + \frac{Stb}{(1+b)^2 + Z^2} \right) \quad (2.26)$$

$$r = \sqrt{u_1^2 + v_1^2} \quad (2.27)$$

$$\theta = \arctan \frac{v_1}{u_1} \quad (2.28)$$

$$b = \frac{fSt}{R(1-f)} \quad (2.29)$$

$$u_2 = 1 + \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} - Z \sqrt{r} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (2.30)$$

$$v_2 = \sqrt{r} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + Z \left( 1 + \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.31)$$

$$r_2 = \sqrt{u_2^2 + v_2^2} \quad (2.32)$$

$$u_2 = 1 + \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} - Z\sqrt{r} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (2.33)$$

$$w = \frac{Pe}{2} \sqrt{r} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (2.34)$$

La solución detallada de este problema de valores en la frontera se presenta en el Apéndice C.

La solución del problema cuando se tiene la inyección de un bache de fluido conteniendo trazador de longitud infinitesimal,  $\Delta x$ , comparada a la distancia entre pozos, se tiene que la concentración es representada por la siguiente expresión [45]:

$$C_D(x_D, J)_{bache} = \frac{\partial C_D}{\partial J} \quad (2.35)$$

Substituyendo la ecuación (2.23) en la ecuación (2.35), y desarrollando algebraicamente, se obtiene:

$$(C_D)_{bache} = \frac{2\Delta x e^J}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\frac{Pe}{2} \left(1 - \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}\right)} \frac{[u_2(\cos(ZJ - w) - Z \operatorname{sen}(ZJ - w)) + v_2(Z \cos(ZJ - w) + \operatorname{sen}(ZJ - w))]}{u_2^2 + v_2^2} dZ \quad (2.36)$$

## CAPÍTULO 3

### VALIDACIÓN Y RESULTADOS

---

#### 3.1.- Modelos Matemáticos

Utilizando las soluciones obtenidas en este trabajo a los modelos propuestos, se efectuaron evaluaciones simulando el comportamiento de flujo de trazadores con diferentes coeficientes de partición,  $K_i$ , fluyendo a través de un medio poroso. Asimismo, se realizaron corridas en las que se emplearon diferentes valores de los parámetros involucrados en los modelos; se efectuó una comparación entre los modelos propuestos, para el caso donde el fluido estancado en el modelo de dispersión con capacitancia y partición, MDCP, es muy pequeño, es decir,  $f \approx 1$ , por lo que el sistema se comporta como un medio homogéneo, y entonces el modelo MDCP se reduce al modelo de dispersión con partición, MDP. Lo anterior demostró la validez de las soluciones encontradas para cada uno de los modelos.

Para evaluar numéricamente las soluciones analíticas obtenidas, tanto para inyección continua como para inyección tipo "bache", se realizó un programa que utiliza el paquete de computo *Mathematica*.<sup>®</sup>

De estudios realizados por Coats y Smith [16], con núcleos consolidados y no consolidados, se tomaron algunos valores de los parámetros adimensionales considerados en sus experimentos:  $Pe=370$  ( $\gamma=370$ ), y  $St=0.58$  ( $a=0.58$ ); realizándose con éstos, las evaluaciones correspondientes con los diferentes coeficientes de partición,  $K_i$  y considerando diferentes magnitudes de la saturación residual de aceite,  $S_{or}$  y de la fracción de fluido móvil.

En las figuras 3.1 y 3.2, se muestran los perfiles de concentraciones,  $C_D$ , obtenidos para un trazador  $i$ , a partir de las soluciones (inyección continua) de cada uno de los modelos,

---



0.5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.6	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.7	0.000198	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.8	0.034972	0.000838	0.000000	0.001161	0.000000	0.000000
0.9	0.328206	0.050216	0.002320	0.075537	0.002305	0.000020
1	0.662143	0.324694	0.064953	0.499961	0.081701	0.003896
1.1	0.800717	0.622997	0.319079	0.902941	0.462153	0.087036
1.2	0.872156	0.763835	0.586790	0.993550	0.862222	0.431089
1.3	0.917878	0.840377	0.727381	0.999830	0.985465	0.820359
1.4	0.947481	0.891680	0.807744	0.999998	0.999305	0.973041
1.5	0.966531	0.926795	0.863565	1.000000	0.999983	0.997953
1.6	0.978776	0.950724	0.903532	1.000000	1.000000	0.999914
1.7	0.986579	0.966952	0.932055	1.000000	1.000000	0.999990
1.8	0.991540	0.977910	0.952314	1.000000	1.000000	1.000000
1.9	0.994682	0.985279	0.966641	1.000000	1.000000	1.000000
2	0.998667	0.990218	0.976734	1.000000	1.000000	1.000000

En forma similar, se realizaron diversas corridas con diferentes valores de,  $S_{or}$ , y de,  $f$ , para el modelo MDCP. Los datos obtenidos para cada uno de los casos se encuentran en las Tablas 3.2, 3.3 y 3.4, y en las Figuras 3.3, 3.4 y 3.5, se muestran los gráficos correspondientes.

En estas figuras, se puede apreciar el efecto que produce la partición del trazador en el aceite del yacimiento, esto es, se observa que a mayor  $S_{or}$  se produce un defasamiento mayor entre los tiempos de tránsito del trazador  $i$  en el medio poroso, lo anterior es debido a que un volumen mayor de trazador se distribuye en una mayor cantidad de aceite presente en el medio poroso, además, se observa otra vez el efecto que tiene la fracción de volumen estancado en la respuesta al final de la curva, donde claramente se aprecia que a mayor volumen de fluido estancado se refleja un alargamiento en el "tiempo de respuesta".

Figura 3.2.- Efecto del coeficiente de partición  $K_i$ , con  $S_{or} = 0.45$  y  $f = 0.90$ .

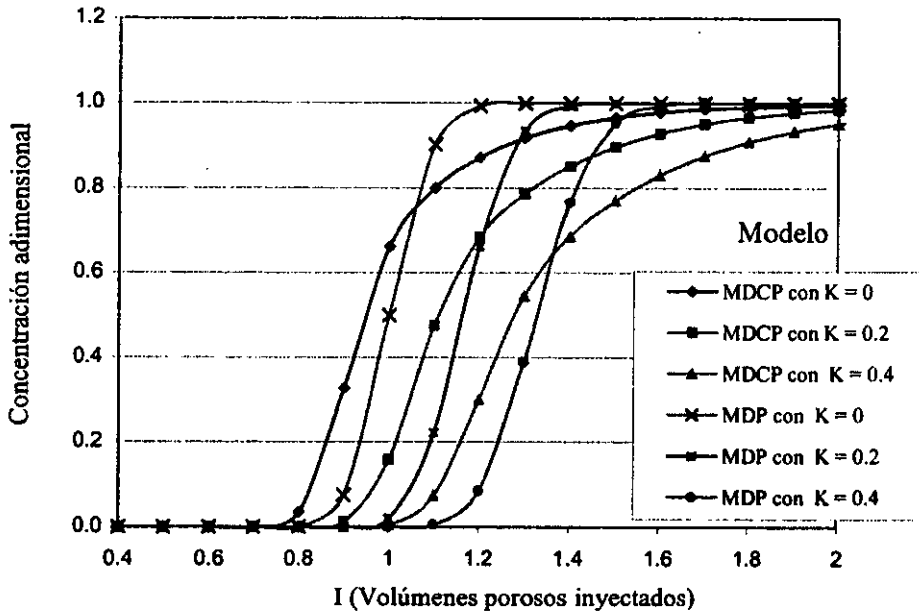
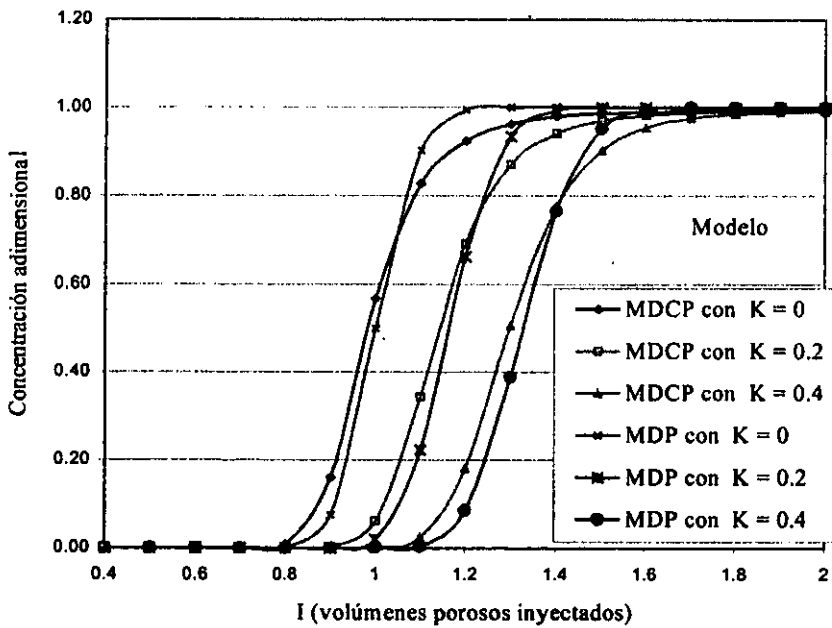
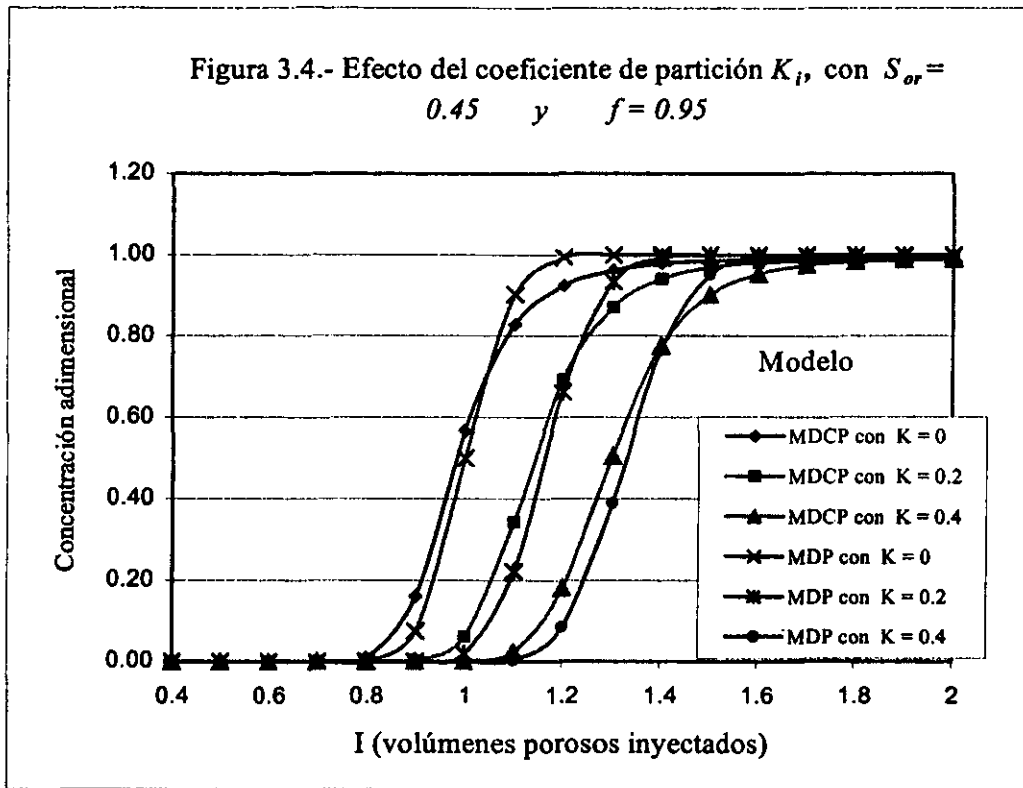


Figura 3.3.- Efecto del coeficiente de partición,  $K_i$ , con  $S_{or} = 0.35$  y  $f = 0.95$ .





**TABLA 3.2.- Valores de  $C_D$ , a diferentes  $K_i$ , con  $S_{or} = 0.45$  y  $f = 0.90$**

Volúmenes porosos inyectados	Modelo MDCP			Modelo MDP		
	$S_{or} = 0.45$ $f = 0.90$			$S_{or} = 0.35$ $f = 1.0$		
	$K_1 = 0$	$K_2 = 0.2$	$K_3 = 0.4$	$K_1 = 0$	$K_2 = 0.2$	$K_3 = 0.4$
I	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$
0.1	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
0.3	0.0008	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
0.4	0.0014	0.0005	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
0.5	0.0022	0.0011	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000
0.6	0.0031	0.0019	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000
0.7	0.0039	0.0027	0.0015	0.0000	0.0000	0.0000

0.8	0.0348	0.0033	0.0023	0.0010	0.0000	0.0000
0.9	0.3170	0.0144	0.0030	0.0750	0.0002	0.0000
1	0.6370	0.1678	0.0077	0.5000	0.0194	0.0004
1.1	0.7666	0.4984	0.0842	0.9030	0.2218	0.0052
1.2	0.8342	0.7091	0.3440	0.9940	0.6624	0.0848
1.3	0.8789	0.8027	0.6138	1.0000	0.9345	0.3886
1.4	0.9090	0.8581	0.7592	1.0000	0.9942	0.7662
1.5	0.9292	0.8950	0.8320	1.0000	0.9997	0.9523
1.6	0.9427	0.9198	0.8776	1.0000	1.0000	0.9946
1.7	0.9518	0.9364	0.9081	1.0000	1.0000	0.9996
1.8	0.9578	0.9475	0.9286	1.0000	1.0000	1.0000
1.9	0.9618	0.9550	0.9423	1.0000	1.0000	1.0000
2	0.9644	0.9599	0.9514	1.0000	1.0000	1.0000
2.1	0.9662	0.9632	0.9576	1.0000	1.0000	1.0000
2.2	0.9673	0.9654	0.9616	1.0000	1.0000	1.0000
2.3	0.9681	0.9668	0.9643	1.0000	1.0000	1.0000
2.4	0.9686	0.9678	0.9661	1.0000	1.0000	1.0000
2.5	0.9689	0.9684	0.9673	1.0000	1.0000	1.0000

Tabla 3.3.- Valores de  $C_D$ , a diferentes  $K_i$ , con  $S_{or} = 0.35$  y  $f = 0.95$ .

Volúmenes porosos inyectados	Modelo MDCP			Modelo MDP		
	$S_{or} = 0.35$		$f = 0.95$	$S_{or} = 0.35$		$f = 1.0$
	$K_1 = 0$	$K_2 = 0.2$	$K_3 = 0.4$	$K_1 = 0$	$K_2 = 0.2$	$K_3 = 0.4$
$I$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.6	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.7	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000



0.8	0.009	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000
0.9	0.161	0.014	0.002	0.075	0.000	0.000
1	0.567	0.155	0.020	0.500	0.082	0.000
1.1	0.828	0.549	0.182	0.903	0.462	0.087
1.2	0.924	0.813	0.533	0.994	0.861	0.431
1.3	0.963	0.918	0.798	1.000	0.985	0.820
1.4	0.980	0.960	0.912	1.000	0.999	0.973
1.5	0.987	0.978	0.958	1.000	1.000	0.998
1.6	0.990	0.986	0.977	1.000	1.000	1.000
1.7	0.991	0.989	0.986	1.000	1.000	1.000
1.8	0.992	0.990	0.989	1.000	1.000	1.000
1.9	0.992	0.991	0.991	1.000	1.000	1.000
2	0.992	0.992	0.991	1.000	1.000	1.000

Tabla 3.4.- Valores de  $C_D$ , a diferentes  $K_i$ , con  $S_{or} = 0.45$  y  $f = 0.95$ .

Volúmenes porosos inyectados	Modelo MDCP			Modelo MDP		
	$S_{or} = 0.45$		$f = 0.95$	$S_{or} = 0.45$		$f = 1.0$
	$K_1 = 0$	$K_2 = 0.2$	$K_3 = 0.4$	$K_1 = 0$	$K_2 = 0.2$	$K_3 = 0.4$
I	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.6	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.7	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.8	0.009	0.001	0.000	0.001	0.000	0.000
0.9	0.161	0.003	0.001	0.075	0.000	0.000
1	0.567	0.062	0.002	0.500	0.020	0.000
1.1	0.828	0.343	0.024	0.903	0.222	0.004
1.2	0.924	0.692	0.180	0.994	0.662	0.085
1.3	0.963	0.871	0.506	1.000	0.934	0.389
1.4	0.980	0.941	0.774	1.000	0.993	0.766

1.5	0.987	0.970	0.902	1.000	0.999	0.951
1.6	0.990	0.982	0.954	1.000	0.999	0.994
1.7	0.991	0.988	0.976	1.000	0.999	0.999
1.8	0.992	0.990	0.985	1.000	0.999	0.999
1.9	0.992	0.991	0.989	1.000	0.999	0.999
2	0.992	0.992	0.991	1.000	0.999	0.999

Con objeto de comparar las soluciones obtenidas para el modelo MDP Y MDCP, se realizaron simulaciones considerando para el modelo MDCP, que no existe volumen estancado, es decir,  $f \approx 1$ . En la Figura 3.5, se muestran las gráficas resultantes, así como en la y Tabla 3.5, se presentan los valores obtenidos.

Puede apreciarse, en la Figura 3.5, como los perfiles de concentraciones obtenidos para cada uno de los trazadores,  $i$ , coinciden en ambos modelos. Lo anterior demuestra la validez de las soluciones encontradas, ya que para el caso en que la fracción de volumen estancado, es muy pequeña ( $1 - f \approx 0$ ), el sistema se comporta como un medio homogéneo y por lo tanto el modelo MDCP se reduce al modelo MDP.

Figura 3.5.- Comparación entre los modelos MDP y MDCP. Con  $S_{or} = 0.35$  y  $f = 1$

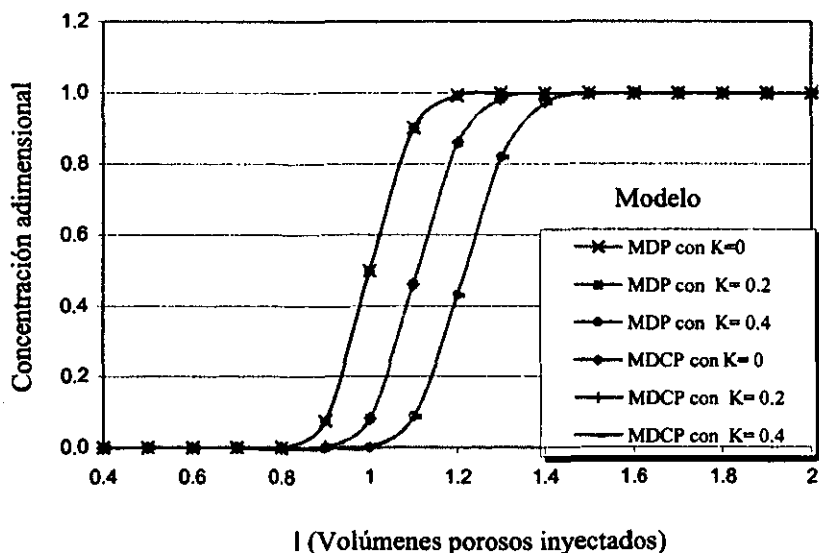
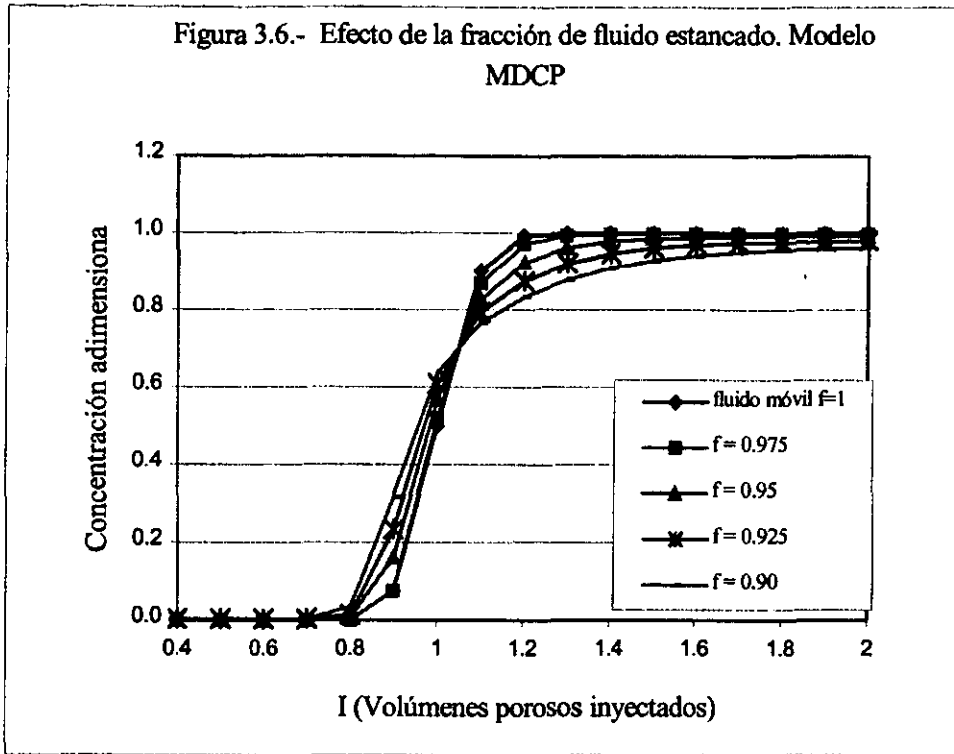


Tabla 3.5.- Valores de  $C_D$ , a diferentes  $K_f$ , con  $S_{or} = 0.35$  y  $f = 1$ 

Volúmenes porosos inyectados	Modelo MDCP			Modelo MDP		
	$S_{or} = 0.35$		$f = 1$	$S_{or} = 0.35$		$f = 1$
	$K_1 = 0$	$K_2 = 0.2$	$K_3 = 0.4$	$K_1 = 0$	$K_2 = 0.2$	$K_3 = 0.4$
	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.8	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000
0.9	0.076	0.002	0.000	0.075	0.000	0.000
1	0.500	0.082	0.004	0.500	0.082	0.000
1.1	0.903	0.462	0.087	0.903	0.462	0.087
1.2	0.994	0.862	0.431	0.994	0.861	0.431
1.3	1.000	0.985	0.820	1.000	0.985	0.820
1.4	1.000	0.999	0.973	1.000	0.999	0.973
1.5	1.000	0.999	0.998	1.000	1.000	0.998
1.6	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
1.7	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
1.8	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
1.9	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000



Asimismo, se realizaron corridas para evaluar en forma aislada, el efecto que produce la fracción de fluido estancado en el perfil de concentraciones de trazador. En la Figura 3.6, se muestra la familia de curvas obtenida y los datos correspondientes se presentan en la Tabla 3.6.

**Tabla 3.6.- Valores de  $C_D$ , a diferentes fracciones de fluido móvil,  $f$**

Volúmenes porosos inyectados	$f \approx 1$	$f = 0.975$	$f = 0.95$	$f = 0.925$	$f = 0.90$
I	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$
0.4	0.00000	0.0006	0.000	0.002	0.0014
0.5	0.00000	0.0000	0.000	0.003	0.0022
0.6	0.00000	0.0000	0.001	0.002	0.0031
0.7	0.00000	0.0000	0.002	0.003	0.0034
0.8	0.00116	0.0012	0.009	0.014	0.0348
0.9	0.07554	0.0755	0.161	0.234	0.3170
1	0.49996	0.5204	0.567	0.609	0.6370

1.1	0.90294	0.8696	0.828	0.795	0.7666
1.2	0.99355	0.9737	0.924	0.876	0.8342
1.3	0.99983	0.9937	0.963	0.921	0.8789
1.4	1.00000	0.9972	0.980	0.947	0.9090
1.5	1.00000	0.9978	0.987	0.962	0.9292
1.6	1.00000	0.9979	0.990	0.971	0.9427
1.7	1.00000	0.9979	0.991	0.976	0.9518
1.8	1.00000	0.9979	0.992	0.979	0.9578
1.9	1.00000	0.9979	0.992	0.980	0.9618
2	1.00000	0.9979	0.992	0.981	0.9644

También, se realizaron evaluaciones empleando el modelo de dispersión con adsorción (MDA), considerando diferentes valores de la constante de adsorción,  $m$ ; ya que, tal como se puede apreciar en la ecuación (3.12), éste parámetro, al igual que el coeficiente de partición también contribuye al retardo en la irrupción de trazador en el efluente productor. Las curvas resultantes de las simulaciones realizadas empleando MDA, se muestran en la Figura 3.7, así como también los valores obtenidos se indican en la Tabla 3.7.

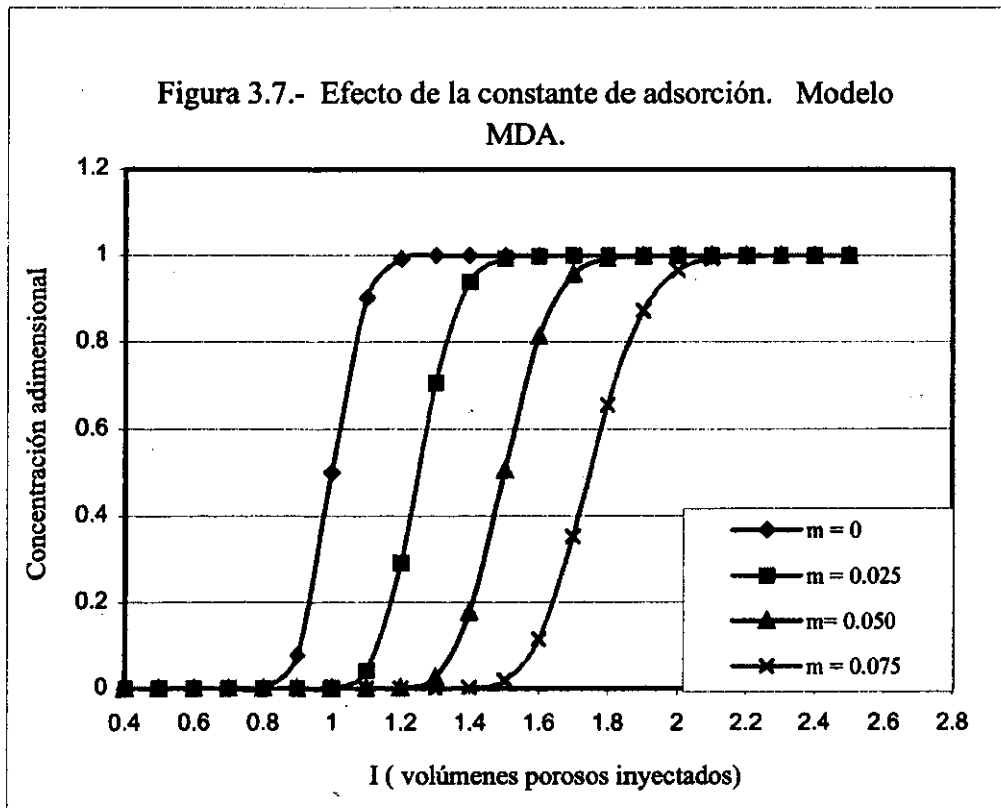
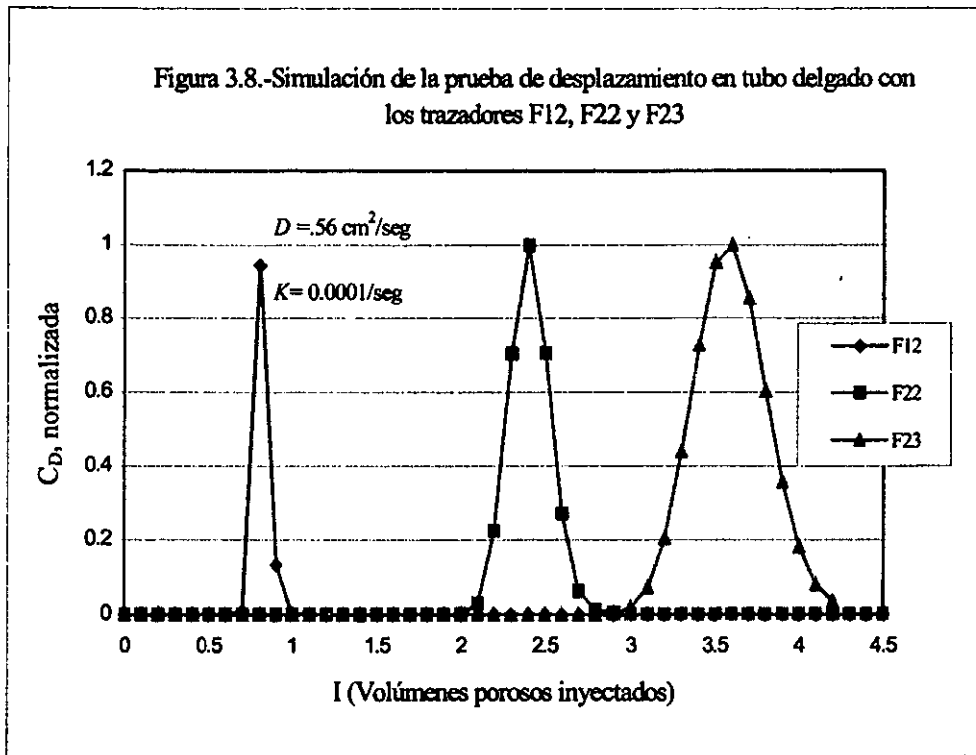


Tabla 3.7.- Valores de  $C_D$ , a diferentes constantes de adsorción  $m$ .

Volúmenes porosos inyectados	$m = 0$ $\text{cm}^3/\text{gr}$	$m = 0.025$ $\text{cm}^3/\text{gr}$	$m = 0.050$ $\text{cm}^3/\text{gr}$	$m = 0.075$ $\text{cm}^3/\text{gr}$
I	$C_D$	$C_D$	$C_D$	$C_D$
0	0	0	0	0
0.1	0	0	0	0
0.2	0	0	0	0
0.3	0	0	0	0
0.4	0	0	0	0
0.5	0	0	0	0
0.6	0	0	0	0
0.7	0.00000052	0	0	0
0.8	0.00116129	0	0	0
0.9	0.0755373	0	0	0
1	0.499961	0	0	0
1.1	0.902941	0.041461	0	0
1.2	0.99355	0.29189	0	0
1.3	0.99983	0.70614	0.02638	0
1.4	0.999998	0.93957	0.17719	0
1.5	1	0.99351	0.50542	0.01859
1.6	1	0.9994	0.81386	0.11450
1.7	1	0.800485	0.95697	0.55315
1.8	1	1	0.99348	0.65604
1.9	1	1	0.9991	0.87252
2	1	1	1	0.96697
2.1	1	1	1	0.99387
2.2	1	1	1	1
2.3	1	1	1	1
2.4	1	1	1	1
2.5	1	1	1	1

Cuando se tiene una inyección tipo "bache", que es lo más común en una prueba de trazado entre pozos, se realizaron corridas empleando las soluciones correspondientes para los modelos MDP y MDCP; manifestándose de igual forma, en ambos modelos, el efecto de retardo producido por la partición del trazador.

Asimismo, empleando la solución para inyección tipo "bache" correspondiente al modelo MDCP, se realizaron corridas utilizando datos reales de laboratorio, tomados de experimentos publicados en la literatura técnica [37]. Estos experimentos consistieron de pruebas de desplazamiento en tubo delgado "slimtube", uno de los objetivos de estas pruebas, consistió en demostrar la validez del método cromatográfico para su utilización en la determinación de la saturación residual de aceite, así como también para evaluar el comportamiento de algunos trazadores de tipo freón, como: F12 (difluoruro-dicloro-metano), F22 (difluoruro-cloro-metano) y F23 (trifluoruro-metano), los cuales habían sido seleccionados preliminarmente para su posterior aplicación en una prueba de trazado entre pozos [38]. En la Tabla 3.8, se indican algunos de los parámetros utilizados en las evaluaciones numéricas realizadas, los cuales fueron tomados de la referencia citada. El perfil de concentraciones obtenido para los trazadores F12, F22 y F23, se presentan en la Figura 3.8, en la cual se observan los tiempos de arribo de cada uno de los trazadores, donde claramente se identifica que el trazador con un valor menor del coeficiente de partición presenta una velocidad mayor en el medio poroso. En la Tabla 3.9, se muestran los valores de concentración adimensional normalizada obtenidos para cada uno de los trazadores, simulando una prueba en tubo delgado "Slimtube".



**Tabla 3.8.- Parámetros utilizados en las evaluaciones numéricas realizadas .**

Tamaño del bache	0.0286 volúmenes porosos
$f$ : Fracción de fluido móvil	0.7
$S_g$ : Saturación de gas	1
$L$ : Longitud del tubo delgado (cm)	1800
$q$ : Gasto de inyección	0.5 volúmenes porosos/hora
$S_{org}$ : Saturación residual de aceite	0.36
$k$ : Constante de transferencia de masa	a) 10
	b) 0.1
	c) 0.01
	d) 0.05
	e) 0.001
	f) 0.0005
	g) 0.0001



Tabla 3.9.- Valores de  $C_D$  normalizada, para los trazadores: F12, F22 y F23

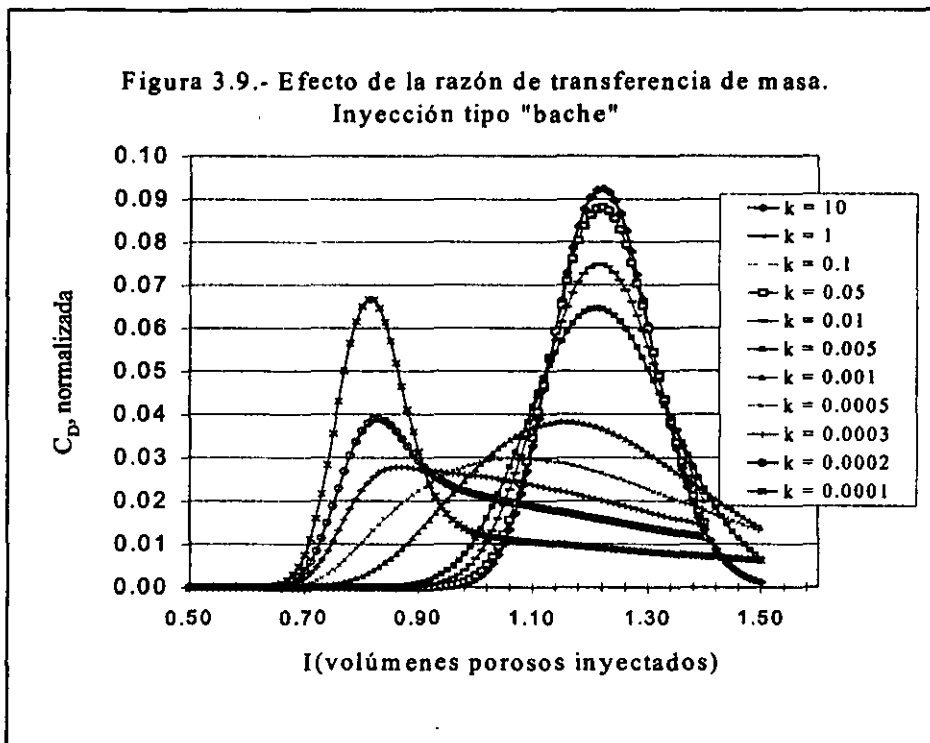
$K = 0.0001 \frac{l}{seg}$ ; $f = 0.7$ ; $D = 0.56 \frac{cm^2}{seg}$			
I	F12	F22	F23
0	0	0	0
0.1	0	0	0
0.2	0	0	0
0.3	0	0	0
0.4	0	0	0
0.5	0	0	0
0.6	0	0	0
0.7	0.01014	0	0
0.8	0.945051	0	0
0.9	0.134464	0	0
1	0.00189	0	0
1.1	0	0	0
1.2	0	0	0
1.3	0	0	0
1.4	0	0	0
1.5	0	0	0
1.6	0	0	0
1.7	0	0	0
1.8	0	0	0
1.9	0	0	0
2	0	0.001312	0
2.1	0	0.02895	0
2.2	0	0.2249	0
2.3	0	0.705155	0
2.4	0	0.9999	0
2.5	0	0.70657	0
2.6	0	0.27143	0
2.7	0	0.06327	0
2.8	0	0.01258	0

2.9	0	0.0053	0
3	0	0	0
3.1	0	0	0
3.2	0	0	0
3.3	0	0	0
3.4	0	0	0
3.5	0	0	0
3.6	0	0	0.00049
3.7	0	0	0.00368
3.8	0	0	0.01921
3.9	0	0	0.07283
4	0	0	0.20519
4.1	0	0	0.43919
4.2	0	0	0.72839
4.3	0	0	0.953015
4.4	0	0	1
4.5	0	0	0.854512
4.6	0	0	0.603464
4.7	0	0	0.357684
4.8	0	0	0.18145
4.9	0	0	0.08146
5	0	0	0.03486

En forma similar a las corridas realizadas por Tang [37], considerando diversos valores del coeficiente de transferencia de masa,  $k$ , se realizaron simulaciones (considerando el trazador F12) a fin de evaluar el efecto que produce este parámetro en el perfil de concentraciones. En la Figura 3.9, se presentan las curvas obtenidas y en la Tabla 3.8, los valores correspondientes.

En la Figura 3.9, se puede observar, que a altas razones de transferencia de masa, la distinción entre espacio poroso fluyente y estancado se desvanece cuando  $I=1.22$ ,

teniéndose una distribución gaussiana. Cuando el coeficiente de transferencia de masa,  $k$ , disminuye, el pico de concentración tiende a desplazarse hacia el valor de la fracción fluyente,  $f$ , observándose como va incrementándose la deformación en la parte final de la curva y retrasándose el decaimiento de la concentración debido al bajo coeficiente de transferencia de masa. Por lo que, a una razón de transferencia de masa extremadamente baja, el volumen estancado se vuelve inaccesible al trazador, y el perfil de trazador recupera la forma gaussiana, ocurriendo la concentración máxima cuando  $I = 0.81$ .







0.71	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.72	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.74	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.75	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.76	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.77	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.78	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.79	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.80	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.81	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.82	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.83	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.84	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.85	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000026	0.000174
0.86	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000044	0.000256
0.87	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000071	0.000371
0.88	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000112	0.000527
0.89	0.000000	0.000000	0.000000	0.000047	0.000174	0.000736
0.90	0.000000	0.000000	0.000016	0.000028	0.000265	0.001013
0.91	0.000017	0.000019	0.000030	0.000047	0.000396	0.001372
0.92	0.000033	0.000035	0.000054	0.000082	0.000580	0.001831
0.93	0.000060	0.000063	0.000094	0.000138	0.000835	0.002410
0.94	0.000107	0.000110	0.000160	0.000221	0.001181	0.003128
0.95	0.000184	0.000191	0.000266	0.000369	0.001643	0.004006
0.96	0.000308	0.000319	0.000429	0.000571	0.002247	0.005064
0.97	0.000502	0.000517	0.000676	0.000874	0.003023	0.006320
0.98	0.000796	0.000817	0.001039	0.001398	0.004006	0.007793
0.99	0.001230	0.001259	0.001559	0.001975	0.005226	0.009496
1.00	0.001854	0.001892	0.002287	0.002745	0.006718	0.011438
1.01	0.002726	0.002776	0.003279	0.003853	0.008512	0.013625
1.02	0.003915	0.003977	0.004601	0.005299	0.010633	0.016054
1.03	0.005494	0.005570	0.006320	0.007145	0.013101	0.018717
1.04	0.007541	0.007629	0.008504	0.009450	0.015927	0.021600
1.05	0.010127	0.010228	0.011215	0.012266	0.019111	0.024678
1.06	0.013317	0.013428	0.014503	0.015662	0.022639	0.027923
1.07	0.017157	0.017274	0.018402	0.019584	0.026487	0.031296
1.08	0.021668	0.021797	0.022920	0.024074	0.030614	0.034756
1.09	0.026842	0.026986	0.028036	0.029126	0.034966	0.038252
1.10	0.032629	0.032782	0.033697	0.034667	0.039476	0.041734
1.11	0.038945	0.039098	0.039812	0.040537	0.044064	0.045146

1.12	0.045660	0.045719	0.046258	0.046766	0.048644	0.048432
1.13	0.052613	0.052840	0.052879	0.053076	0.053122	0.051538
1.14	0.059608	0.059600	0.059496	0.059347	0.057400	0.054410
1.15	0.066431	0.066384	0.065913	0.065392	0.061384	0.056999
1.16	0.072857	0.072770	0.071927	0.071030	0.064983	0.059263
1.17	0.078665	0.078541	0.077341	0.076087	0.068114	0.061164
1.18	0.083654	0.083496	0.081976	0.080401	0.070707	0.062673
1.19	0.087648	0.087483	0.085678	0.083836	0.072705	0.063769
1.20	0.090514	0.090308	0.088329	0.086289	0.074068	0.064439
1.21	0.092164	0.091946	0.089852	0.087692	0.074773	0.064678
1.22	0.092560	0.092340	0.090215	0.088019	0.074815	0.064493
1.23	0.091719	0.091504	0.089432	0.087280	0.074206	0.063896
1.24	0.089703	0.089502	0.087557	0.085526	0.072974	0.062906
1.25	0.086616	0.086426	0.084685	0.082640	0.071164	0.061551
1.26	0.082597	0.082444	0.080938	0.079333	0.068831	0.059662
1.27	0.077811	0.077687	0.076462	0.075125	0.066040	0.057876
1.28	0.072436	0.072343	0.071417	0.070399	0.062864	0.055633
1.29	0.066652	0.066591	0.065968	0.065243	0.059379	0.053174
1.30	0.060637	0.060600	0.060276	0.059665	0.055662	0.050541
1.31	0.054557	0.054554	0.054492	0.054351	0.051790	0.047778
1.32	0.048557	0.048579	0.048754	0.048864	0.047836	0.044925
1.33	0.042761	0.042803	0.043179	0.043504	0.043869	0.042021
1.34	0.037269	0.037327	0.037863	0.038364	0.039948	0.039103
1.35	0.032155	0.032225	0.032879	0.033545	0.036126	0.036205
1.36	0.027469	0.027546	0.028280	0.029012	0.032449	0.033356
1.37	0.023240	0.023321	0.024099	0.024890	0.028953	0.030582
1.38	0.019476	0.019558	0.020349	0.021166	0.025664	0.027906
1.39	0.016172	0.016252	0.017019	0.017845	0.022604	0.025344
1.40	0.013306	0.013382	0.014127	0.014918	0.019783	0.022913
1.41	0.010852	0.010923	0.011619	0.012363	0.017206	0.020621
1.42	0.008774	0.008838	0.009476	0.010173	0.014875	0.018476
1.43	0.007033	0.007097	0.007754	0.008429	0.012782	0.016482
1.44	0.005591	0.005642	0.006151	0.006716	0.010919	0.014641
1.45	0.004409	0.004458	0.004896	0.005397	0.009274	0.012951
1.46	0.003449	0.003485	0.003868	0.004303	0.007832	0.011408
1.47	0.002677	0.002703	0.003032	0.003443	0.006577	0.010009
1.48	0.002062	0.002083	0.002359	0.002676	0.005493	0.008946
1.49	0.001576	0.001596	0.001823	0.002086	0.004563	0.007612
1.50	0.001196	0.001214	0.001398	0.001581	0.003770	0.006600



Tabla 3.10 Continuación

	K = 0.001	K = 0.0005	K = 0.0003	K = 0.0002	K = 0.0001
0.01	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.02	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.03	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.04	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.05	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.06	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.07	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.08	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.09	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.16	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.18	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.19	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.21	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.22	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.23	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.24	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.25	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.26	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.27	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.28	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.31	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.32	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.33	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000



0.34	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.35	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.36	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.37	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.38	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.39	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.40	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.41	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.42	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.43	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.44	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.45	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.46	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.47	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.48	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.49	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.50	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.51	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.52	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.53	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.54	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.55	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.56	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.57	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.58	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.59	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.60	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.61	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000019
0.62	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000048
0.63	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000111
0.64	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000241
0.65	0.000000	0.000000	0.000148	0.000000	0.000491
0.66	0.000000	0.000000	0.000282	0.000000	0.000945
0.67	0.000000	0.000000	0.000508	0.000000	0.001720
0.68	0.000000	0.000000	0.000871	0.000000	0.002963
0.69	0.000000	0.000000	0.001420	0.000000	0.004850
0.70	0.000000	0.000767	0.002207	0.003986	0.007557
0.71	0.000000	0.001155	0.003280	0.005912	0.011233
0.72	0.000000	0.001672	0.004670	0.008390	0.015960

0.73	0.000000	0.002331	0.006388	0.011418	0.021719
0.74	0.000000	0.003141	0.008411	0.014930	0.028360
0.75	0.000686	0.004098	0.010686	0.018798	0.035598
0.76	0.000939	0.005193	0.013128	0.022835	0.043026
0.77	0.001255	0.006405	0.015633	0.026816	0.050160
0.78	0.001641	0.007708	0.018087	0.030505	0.056496
0.79	0.002105	0.009074	0.020381	0.033689	0.061576
0.80	0.002652	0.010471	0.022422	0.036196	0.065051
0.81	0.003285	0.011873	0.024147	0.037924	0.066722
0.82	0.004008	0.013255	0.025522	0.038843	0.066559
0.83	0.004821	0.014600	0.026545	0.038994	0.064693
0.84	0.005723	0.015895	0.027241	0.038476	0.061389
0.85	0.006714	0.017131	0.027654	0.037426	0.056999
0.86	0.007788	0.018306	0.027841	0.036002	0.051912
0.87	0.008942	0.019417	0.027858	0.034356	0.046507
0.88	0.010168	0.020467	0.027760	0.032626	0.041119
0.89	0.011460	0.021455	0.027594	0.030922	0.036014
0.90	0.012809	0.022385	0.027394	0.029326	0.031375
0.91	0.014206	0.023257	0.027187	0.027883	0.027312
0.92	0.015641	0.024072	0.026988	0.026622	0.023865
0.93	0.017104	0.024832	0.026804	0.025543	0.021022
0.94	0.018585	0.025537	0.026636	0.024634	0.018734
0.95	0.020072	0.026187	0.026483	0.023877	0.016932
0.96	0.021554	0.026788	0.026341	0.023245	0.015536
0.97	0.023023	0.027323	0.026205	0.022716	0.014470
0.98	0.024466	0.027810	0.026070	0.022265	0.013662
0.99	0.025874	0.028243	0.025932	0.021874	0.013049
1.00	0.027238	0.028622	0.025787	0.021528	0.012581
1.01	0.028549	0.028950	0.025632	0.021209	0.012218
1.02	0.029799	0.029226	0.025467	0.020912	0.011929
1.03	0.030981	0.029451	0.025291	0.020630	0.011692
1.04	0.032087	0.029629	0.025101	0.020357	0.011490
1.05	0.033114	0.029758	0.024900	0.020089	0.011312
1.06	0.034055	0.029842	0.024686	0.019825	0.011150
1.07	0.034907	0.029882	0.024461	0.019563	0.010999
1.08	0.035666	0.029879	0.024224	0.019302	0.010854
1.09	0.036330	0.029836	0.023977	0.019042	0.010715
1.10	0.036899	0.029754	0.023720	0.018782	0.010579
1.11	0.037370	0.029635	0.023454	0.018523	0.010447
1.12	0.037745	0.029481	0.023179	0.018264	0.010316
1.13	0.038023	0.029293	0.022897	0.018005	0.010187

1.14	0.038207	0.029075	0.022608	0.017748	0.010060
1.15	0.038298	0.028826	0.022312	0.017491	0.009934
1.16	0.038299	0.028551	0.022011	0.017234	0.009810
1.17	0.038213	0.028249	0.021704	0.016979	0.009687
1.18	0.038042	0.027923	0.021393	0.016725	0.009565
1.19	0.037792	0.027575	0.021077	0.016471	0.009445
1.20	0.037466	0.027207	0.020759	0.016220	0.009326
1.21	0.037068	0.026820	0.020437	0.015968	0.009209
1.22	0.036603	0.026416	0.020113	0.015720	0.009093
1.23	0.036076	0.025996	0.019787	0.015473	0.008978
1.24	0.035491	0.025563	0.019459	0.015227	0.008865
1.25	0.034854	0.025117	0.019130	0.014983	0.008752
1.26	0.034169	0.024660	0.018800	0.014741	0.008641
1.27	0.033441	0.024193	0.018470	0.014501	0.008532
1.28	0.032675	0.023718	0.018140	0.014263	0.008423
1.29	0.031876	0.023237	0.017810	0.014027	0.008316
1.30	0.031048	0.022749	0.017481	0.013793	0.008210
1.31	0.030196	0.022257	0.017153	0.013561	0.008105
1.32	0.029324	0.021762	0.016826	0.013331	0.008001
1.33	0.028436	0.021264	0.016500	0.013103	0.007899
1.34	0.027537	0.020764	0.016176	0.012876	0.007798
1.35	0.026630	0.020265	0.015855	0.012656	0.007698
1.36	0.025718	0.019765	0.015535	0.012435	0.007599
1.37	0.024805	0.019267	0.015218	0.012217	0.007501
1.38	0.023894	0.018771	0.014904	0.012002	0.007404
1.39	0.022988	0.018278	0.014592	0.011789	0.007309
1.40	0.022089	0.017788	0.014283	0.011578	0.007214
1.41	0.021200	0.017302	0.013978	0.011370	0.007121
1.42	0.020323	0.016821	0.013668	0.011164	0.007287
1.43	0.019461	0.016345	0.013377	0.010961	0.006938
1.44	0.018614	0.015874	0.013082	0.010761	0.006847
1.45	0.017784	0.015410	0.012790	0.010563	0.006758
1.46	0.016974	0.014952	0.012502	0.010368	0.006671
1.47	0.016183	0.014502	0.012218	0.010175	0.006584
1.48	0.015414	0.014058	0.011938	0.009988	0.006498
1.49	0.014666	0.013621	0.011661	0.009797	0.006413
1.50	0.013941	0.013191	0.011389	0.009613	0.006329

### 3.2.- Ejemplos de cálculo de la saturación residual de aceite, $S_{or}$

En esta sección, mediante algunos ejemplos representativos, se describe la aplicación de las ecuaciones para la determinación directa de la saturación residual de aceite,  $S_{or}$ , a partir de los tiempos de tránsito de trazadores fluyendo en el medio poroso, las cuales fueron desarrolladas en el capítulo 2. En los tres ejemplos que se presentan, se utilizan valores reales de los parámetros involucrados en dichas ecuaciones, los cuales fueron tomados de experimentos y/o pruebas publicadas en la literatura técnica.

#### EJEMPLO 1:

##### PRUEBA DE TRAZADO ENTRE POZOS DETERMINACIÓN DE LA SATURACIÓN RESIDUAL DE ACEITE, $S_{orw}$ .

En este ejemplo, a partir de artículo publicado [27], correspondiente a algunas aplicaciones de pruebas de trazado entre pozos, se seleccionó parte de uno de los casos de las pruebas piloto reportadas, en el área de arenisca McCleskey. Se tomaron los datos de las mediciones de los tiempos de arribo efectuadas en los pozos productores, y se contó con los valores de los coeficientes de partición de cada uno de los trazadores empleados, como: isopropanol (IPA), butanol terciario (TBA), el metil-etil-cetona (MEK), etc.

En la Tabla 3.11, se indican los valores de los tiempos de irrupción de los trazadores en los pozos productores (3.40) y (3-37), dichos trazadores fueron inyectados en el pozo (60-3). Por lo tanto, substituyendo en la ecuación (1.87) los valores de los tiempos de tránsito y de los coeficientes de partición correspondientes a cada trazador, y considerando el TBA como trazador primario\* (de referencia), se calculó para cada caso,  $S_{orw}$ . En la misma Tabla 3.11, se presentan los valores  $S_{orw}$ , calculados.

**Tabla 3.11.- Parámetros de cálculo y valores obtenidos de,  $S_{or}$  . Ejemplo 1**

Trazador	Tiempo de irrupción $t_i$ (días)	Coefficiente de partición, $K_i$	Saturación residual de aceite, $S_{orw}$ calculada	
<b>Pozo productor 3-40</b>				
HTO	101	0	TBA*/HTO	0.44
IPA	108	0.04		
SCN	107	0	TBA*/SCN	0.33
TBA	117	0.20	TBA*/IPA	0.35
<b>Pozo productor 3-37</b>				
Trazador	Tiempo de irrupción $t_i$ (días)	Coefficiente de partición, $K_i$	Saturación residual de aceite, $S_{orw}$ calculada	
HTO	126	0	TBA*/HTO	0.42
IPA	137	0.04		
SCN	130	0	TBA*/SCN	0.39
TBA	147	0.20	TBA*/IPA	0.32

**EJEMPLO 2:****PRUEBAS DE DESPLAZAMIENTO EN TUBO DELGADO  
DETERMINACIÓN DE LA SATURACIÓN RESIDUAL DE ACEITE,  $S_{or}$ .**

Para este ejemplo se consideran los datos experimentales de laboratorio presentados en literatura publicada [14], en donde se reportan pruebas de desplazamiento realizadas en tubo delgado con empacamientos de arena Otawa. En estos experimentos se utilizaron

nuevos trazadores gaseosos, con el fin de evaluar su posible aplicación en pruebas de trazado entre pozos.

Los trazadores empleados fueron: perfluoro-metil-ciclohexano (PMCH), 1,2-perfluoruro-dimetil-ciclohexano (1,2-PDMCH), 1,3-perfluoruro-dimetil-ciclohexano (1,3-PDMCH), cis-perfluoruro-decalina (c-PFD), trans-perfluoro-decaline (t-PFD) y el perfluoruro-1-metil-decalina (PF1mD). En la Tabla 3.12, se indican los valores de los coeficientes de partición  $K$ , y de los tiempos de tránsito medidos para cada uno de los trazadores utilizados [14].

Por lo tanto, substituyendo estos valores en la ecuación (1.86), con  $S_{wi} = 0$ , se realizaron los cálculos considerando los trazadores PMCH y 1,3-PDMCH, como trazadores primarios<sup>(\*)</sup>. En la Tabla 3.12, se presentan los resultados obtenidos.

Trazador	Tiempo de tránsito, $t_t$ (horas)	Coeficiente de partición, $K$	$S_{or}$	
			PMCH*	PDMCH*
PMCH	11.70	1.04		0.22
1,3-PDMCH	12.30	1.28	0.22	
c-PFD	16.65	2.53	0.29	0.31
t-PFD	15.75	2.38	0.26	0.27
PF1md	17	2.58	0.30	0.32

## EJEMPLO 3:

## PRUEBAS DE DESPLAZAMIENTO EN TUBO DELGADO

DETERMINACIÓN DE LA SATURACIÓN RESIDUAL DE ACEITE,  $S_{org}$ 

De la misma forma que en el ejemplo anterior, para describir este ejemplo, se parte de los datos reales obtenidos de pruebas de desplazamiento con tubo delgado, obtenidos de literatura técnica publicada [37]. En este ejemplo, se tomaron dos de las pruebas realizadas, las cuales, se llevaron a cabo bajo las condiciones siguientes: la prueba 1, se realizó con una saturación de agua,  $S_{wi} = 0.065$ , una saturación de gas,  $S_g = 0.626$  y con una saturación residual de aceite,  $S_{org} = 0.309$ ; la prueba 2, se realizó bajo las siguientes condiciones:  $S_{wi} = 0.222$ ,  $S_g = 0.403$  y  $S_{org} = 0.365$ .

En la Tabla 3.13, se indican los valores de los coeficientes de partición,  $K_i$ , y de los tiempos de irrupción  $t_i$ , para cada uno de los trazadores, obtenidos de la referencia citada.

donde:

F12: Trazador difluoruro-dicloro-metano

F22: Trazador difluoruro-cloro-metano

F23: Trazador trifluoruro-metano

Substituyendo los valores de los coeficientes de partición,  $K_i$ , y los tiempos de irrupción,  $t_i$ , en la ecuación (1.86), y considerando que no se tiene partición de trazador en la fase agua, es decir,  $K_{iw} = 0$ , se efectuaron los cálculos correspondientes. Los resultados obtenidos para cada una de las pruebas se muestran en la Tabla 3.12; se puede apreciar que los valores de  $S_{org}$ , calculados, son bastante aproximados a los valores reales de  $S_{org}$ . Es importante mencionar que los cálculos fueron realizados considerando ambos trazadores,

F12 y F22, como trazadores de referencia, e indistintamente los resultados obtenidos fueron similares.

<b>Tabla 3.12.- Parámetros de cálculo y valores obtenidos de, <math>S_{or}</math>. Ejemplo 3</b>				
Trazador	Tiempo de irrupción $t_i$ (horas)	Coficiente de partición, $K_i$	Saturación residual de aceite, $S_{orw}$ , calculada	
<b>Prueba 1</b>				
F12	1.46	0.333	F12*/F22	0.308
F22	4.30	4.93		
F23	7.84	10.66	F12*/F23	0.308
			F22*/F23	0.307
<b>Prueba 2</b>				
Trazador	Tiempo de irrupción $t_i$ (horas)	Coficiente de partición, $K_i$	Saturación residual de aceite, $S_{orw}$ , calculada	
F12	1.04	0.32	F12*/F22	0.370
F22	3.08	3.11		
F23	4.12	4.53	F12*/F23	0.370
			F22*/F23	0.371



## CAPÍTULO 4

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

Con la solución a los modelos de dispersión con adsorción y partición (MDAP) y dispersión con capacitancia, adsorción y partición (MDCAP), desarrolladas en este trabajo para describir el comportamiento de flujo de trazadores fluyendo a través de medios porosos, se realizaron diversas simulaciones considerando los casos de inyección continua e inyección tipo "bache". Con base en el análisis de los resultados obtenidos se puede concluir lo siguiente:

- En los modelos de MDAP y MDCAP, se manifestó de igual forma el efecto de retardo, resultante de la distribución del trazador en el volumen de aceite del yacimiento ( $s_{or}$ ).
  - Los tiempos de irrupción del trazador  $t_i$ , tanto en los modelos MDAP como en el modelo MDCAP, varían dependiendo del coeficiente de partición, sin embargo, en el modelo MDCAP, el parámetro correspondiente a la constante de transferencia de masa entre las regiones de fluido móvil y de fluido estancado, también tienen influencia sobre los tiempos de irrupción del trazador.
  - Para un volumen de fluido móvil,  $f=1$ , las variaciones de concentración obtenidas de las soluciones en cada uno de los modelos propuestos coinciden, lo cual implica que la solución del modelo MDAP es un caso particular de la solución del modelo de MDCAP.
  - El fenómeno de adsorción de trazador en el medio poroso produce el mismo efecto de retardo que el producido por el proceso de partición. Por lo que, para cualquier prueba de trazado entre pozos, también es muy importante contar con datos de laboratorio que
-

proporcionen una medida del grado de adsorción del trazador en la roca del yacimiento y de esta forma permitan realizar predicciones o interpretaciones más precisas.

- Referente al cálculo de la saturación residual de aceite, ( $S_{or}$ ), a partir de pruebas de trazado entre pozo inyector y pozo productor. Se pudo demostrar que: el caso donde se tiene un trazador líquido (fases aceite y agua) representado por la ecuación (1.78), es un caso particular de cuando se tiene un trazador gaseoso (fases aceite, agua y gas), representado por la ecuación (1.86).
- De los ejemplos presentados para el cálculo de  $S_{or}$ , se hace evidente que la ecuación (1.86), desarrollada en el capítulo 1, se aplica en forma directa con bastante aproximación cuando son utilizados trazadores gaseosos; de igual forma que es aplicada la ecuación (1.79), previamente desarrollada por Deans [19], para trazadores líquidos.

Para obtener un valor de la  $S_{or}$ , lo más representativo posible, es recomendable además de contar con la mayor y mejor información de los fluidos y la roca del yacimiento, el tratar de obtener las mediciones de concentración y tiempo de tránsito con la mayor precisión.

Con base en lo anterior y considerando algunas de las ventajas que tienen los trazadores radiactivos sobre los trazadores químicos, como son los métodos y niveles de detección; para una prueba de trazado entre pozos utilizando trazadores radiactivos, como resultado de este trabajo se puede recomendar lo siguiente:

- 1.- Que sea instalado en el cabezal del pozo productor, un sistema de detección y monitoreo, donde sean registrados los valores de concentraciones (niveles de radiactividad) de los trazadores empleados y de los tiempos de arribo. Este sistema deberá contar con detectores de radiación como mínimo con un número de ventanas de discriminación o canales dependiendo de las emisiones radiactivas para cada uno de los trazadores utilizados en la prueba.

---

2.- En caso de existir pozos de observación podría ser conveniente introducir una sonda en forma "permanente" con las mismas características de detección del párrafo anterior, y enviar la información a la superficie.

Lo anteriormente expuesto es con el fin de evitar las muestras recolectadas, además permitirá contar con información en forma "continua", lo cual ayudará a analizar el comportamiento de las pruebas de trazado con mayor oportunidad y eficiencia.

3.- En el caso de que la prueba sea realizada con trazadores químicos, podría ser conveniente la utilización de un trazador radiactivo con un coeficiente de partición menor al de los trazadores químicos empleados (lo cual implicaría arribar primero al pozo productor); con el detector de radiación instalado en el pozo productor, el tiempo de la irrupción del trazador radiactivo sería utilizado como una señal que marcaría la pauta para la recolección de muestras. Lo anterior permitiría reducir el número de muestras recolectadas y el análisis de las mismas, con todas las ventajas que ello representa.

Se debe tener presente que para implementar un programa de mejoramiento y/o optimización, éste debe conducir a mejoras que puedan ser cuantificables. Por tal motivo es indispensable, antes de realizar cualquier inversión que contemple alguna recomendación aquí planteada, llevar a cabo un estudio técnico-económico para determinar la razón beneficio/costo, ya que dicho estudio no está considerado dentro de los alcances de este trabajo.

---

# NOMENCLATURA

$A$  : Área de la sección transversal al flujo,  $[L^2]$

$a$  : Constante adimensional, definida por Coats

$C$  : Concentración "in-situ",  $\left[\frac{M}{L^3}\right]$

$C$  : Concentración fluyente,  $\left[\frac{M}{L^3}\right]$

$C_o$  : Concentración de inyección,  $\left[\frac{M}{L^3}\right]$

$C^*$  : Concentración del fluido estancado,  $\left[\frac{M}{L^3}\right]$

$C_D$  : Concentración adimensional

$D$  : Coeficiente efectivo de dispersión,  $\left[\frac{L^2}{t}\right]$

$D_o$  : Coeficiente de difusión,  $\left[\frac{L^2}{t}\right]$

$erfc(\xi)$  : Función error complementaria,  $erfc(\xi) = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^\xi e^{-\xi^2} d\xi$

$f$  : Fracción del volumen total de fluido móvil, adimensional

$F$  : Factor de resistividad eléctrica de la formación, adimensional

$I$  : Volúmenes porosos inyectados, adimensional

$J$  : Flujo másico,  $\left[\frac{M}{t}\right]$

$J$  : Constante definida por Coats, adimensional

$K$  : Coeficiente de partición, adimensional

$k$  : Coeficiente de transferencia de masa,  $\left[\frac{1}{t}\right]$

$L$  : Operador de Laplace

$L^{-1}$  : Operador inverso de Laplace

$L$  : Longitud total del medio poroso,  $[L]$

$m$  : Constante de adsorción,  $\left[\frac{L^3}{M}\right]$

$N$  : Densidad de flujo molar,  $\left[\frac{M}{t}\right]$

$P_a$  : Presión absoluta,  $\left[\frac{M}{L^2}\right]$

$P_k$  : Presión de convergencia,  $\left[\frac{M}{L^2}\right]$

$p_i$  : Probabilidad de encontrar una molécula de trazador en la fase agua, fracción.

$Pe$  : Número de Peclet, del medio poroso, adimensional

$q$  : Gasto volumétrico,  $\left[\frac{L^3}{t}\right]$

$r$  : Constante definida en el apéndice C

$R$  : Factor de retardo, adimensional

$S_{orw}$  : Saturación residual de aceite (sistema agua-aceite)

$S_{org}$  : Saturación residual de aceite (sistema gas-aceite-agua)

$St$  : Número de Stanton, adimensional

$t$  : Tiempo,  $[t]$

$T$  : Temperatura,  $[T]$

$T_r$  : Temperatura reducida, adimensional

$v$  : Velocidad lineal aparente,  $\left[\frac{L}{t}\right]$

$V_M$  : Volumen molar de aceite,  $\left[\frac{L^3}{M}\right]$

$u$  : Velocidad intersticial,  $\left[\frac{L}{t}\right]$

$u_1$  : Constante definida en el apéndice C, adimensional

$u_2$  : Constante definida en el apéndice C, adimensional

$v_1$  : Constante definida en el apéndice C, adimensional

$v_2$  : Constante definida en el apéndice C, adimensional

$V_r$  : Volumen de retención del trazador,  $[L^3]$

$w$  : Constante definida en apéndice C, adimensional

$w$  : Factor acéntrico

$x$  : Coordenada en la dirección del flujo

$x$  : Distancia recorrida por el trazador,  $[L]$

$x_D$  : Distancia, adimensional.

$X_{10}$  : Distancia medida a partir de la posición inicial en la interfase, en donde se tiene el 10 % de la concentración inicial.

$X_{90}$  : Distancia medida a partir de la posición inicial en la interfase, en donde se tiene el 90 % de la concentración inicial.

$y$  : Coordenada perpendicular al flujo

$y$  : Distancia adimensional, definida por Coats

$\rho_r$  : Densidad de la roca,  $\left[ \frac{M}{L^3} \right]$

$\phi$  : Porosidad, adimensional

$\lambda$  : Constante de decaimiento radiactivo,  $\left[ \frac{1}{t} \right]$

$\gamma$  : Parámetro adimensional , definido por Coats

**Superíndices:**

ace: Aceite

mov: Fase en movimiento

ads: Adsorción

rad: Radiación

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

T : Total

c : Convección

d : Difusión

**Subíndices:**

*g* : Fase gaseosa

*i* : Componente *i*

*l* : Líquida

*o* : Inicial

*A* : Trazador *A*

---

---

## **REFERENCIAS**

---

- [1] Abbaszadeh, D. Maghsood y Brigham, W.E.: "Analysis of Well-to-Well Tracer Flow To Determine Reservoir Layering", *Journal Petroleum Technology* (Octubre, 1984). 1753-1762.
  - [2] Amyx, J.W., Bass, D. M. y Whiting, R.L.: *Petroleum Reservoir Engineering*, McGraw-Hill Book Company, (1960).
  - [3] Antonsen, B., Johansen, T. y Sagen J.: "The Use of Partitioning Tracers as a Tool for Determination of Breakthrough Times. A Theoretical Study". State R&D Programme for Improved Oil Recovery and Reservoir Technology, SPOR-SEMINAR-1990, Norway.
  - [4] Aronofsky, J.S. y Heller J.P.: "A Diffusion Model to Explain Mixing of Flowing Miscible Fluids in Porous Media", *Trans., A.I.M.E.*, (Sept.19, 1957), 210, 345-349
  - [5] Bjørnstad, K. Garder, I. Hundere y Michelsen O.B.: "Tracer Test in Oil Appraisal and Reservoir Evaluation: State of the Art". Institute for Energy Technology, Kjeller, Norway, (1990).
  - [6] Blackwell, R.J. "Laboratory Studies of Microscopic Dispersion Phenomena", *S.P.E.J.* (Marzo, 1962), 1-8; *Trans. AIME*, 225.
  - [7] Brigham, W.E., y Smith, D.H.: "Prediction of Tracer Behavior in Five-Spot Flow", *S.P.E.* 1130, presented at the SPE Conference on Production Research, (Mayo 3-4, 1965).
  - [8] Brigham, W.E. y Abbaszaded, M.: "Tracer Testing for Reservoir Description", *Journal of Petroleum Technology*, (Mayo, 1987), 520-527.
-



- [9] Brigham, W.E.: "Mixing Equations in Short Laboratory Cores", Soc. Pet. Eng. J. , (Febrero, 1974) 91-99; Trans., AIME, 257
- [10] Brigham, W.E., y Reed, P.W.: "Experiments on Mixing During Miscible Displacement in Porous Media", Soc. Pet. Eng. J. , (Marzo, 1961) 1-8; Trans., AIME, 222
- [11] Calhoun II, Tom G. y Tittle Robert M.: "Use of Radioactive Isotopes in Gas Injection". S.P.E. 2277, 43<sup>rd</sup> Ann. S.P.E. of AIME Fall Mtg., Houston, Texas, (Sept. 1968).
- [12] Carslaw, H.S. y Jaeger, J.C. Conduction of Heat in Solids, Carenden Press, Oxford, (1959).
- [13] Carr, L., Wong, F. Nagel, y R. McIntyre, F. " An Application of Chemical Tracers in Monitoring Injection in Vertical Hydrocarbon Miscible Floods" JCPT. Volume 36, No. 8 (Septiembre, 1997).
- [14] Chatzichristos, C., Dugstad Ø, Haugan A., Sagen, J. y Muller, J. "Aplicacion of Partitioning Tracers for Remaining Oil Saturation Estimation: An Experimental and Numerical Study". S.P.E. 59369. Tulsa, Oklahoma (Abril-2000).
- [15] Churchill, Ruel V.: Operational Mathematics, Mc.Graw-Hill, USA, (1958).
- [16] Coats, K.H. y Smith, B.D.: "Dead-End pore Volume and Dispersion in Porous Media", Soc. Pet. Eng. J. (Marzo, 1964) 73-84; Trans., AIME, 231
- [17] Deem, Richard L.: Adsorption and Flow of Multiple Tracers in Porous Media. A Thesis in Petroleum and Natural Gas Engineering. Department of Petroleum and Natural Gas Engineering of The Pennsylvania State University. (Diciembre, 1967).
-

- 
- [18] Deans, H.A.: "A Mathematical Model for Dispersion in the Direction of Flow in Porous Media", S.P.E.J. (Marzo, 1963), 49-52, Denver, Col.
- [19] Deans, H.A., Determination of Residual Oil Saturation, Capítulo VII. Interstate Oil Compact Commission, U.S.A., (Junio, 1978).
- [20] Dugstad, Ø., Bjørnstad, T. y Hundere I.: "Measurements and Application of Partition Coefficients of Compounds Suitable for Tracing Gas Injected Into Oil Reservoirs". *Revue de l'Institut Français Du Pétrole*. Vol. 47 No. 2 (Marzo-Abril, 1992).
- [21] Dugstad, Ø., Bjørnstad, T. y Hundere: "Measurements of Gas Tracer Retention Under Simulated Reservoir Conditions", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 10 (1993), Elsevier Science Publishers B. V, Amsterdam.
- [22] Geffen, Ted M. "Recovery More Oil from Known Fields" Eastern Regional Meeting of SPE of AIME, S.P.E. 4948, (Noviembre 14-15, 1974).
- [23] Harris, Daniel C. Análisis Químico Cuantitativo. Grupo Editorial Iberoamericano. México, (1992).
- [24] Kleven, R., Høvring, O., Opdal, S.T., Statoil. "Non-Radioactive Tracing of Injection Gas in Reservoirs" S.P.E. Calgary, Alberta, Canada (Abril-Mayo, 1996).
- [25] Klinkenberg, L.J. "Analogy Between Diffusion and Electrical Conductivity in Porous Rocks". *Bull. Geol. Soc. Amer.*, (1951), Vol. 62, 559-563
- [26] Knaepen, W.A.I., Tijssen R. y Van Den Bergen, E.A.: "Experimental Aspects of Partitioning Tracer Tests for Residual Oil Saturation Determination With FIA-Based Laboratory Equipment", S.P.E. 18387, presented at SPE Eur. Petrol. Conf. London, (Oct. 16-18, 1990).
-

- 
- [27] Lichtenberger, G.J. "Field Applications of Interwell Tracers for Reservoir Characterization of Enhanced Oil Recovery Pilot Areas", S.P.E. 21652, presented at the Production Operation Symposium, Oklahoma City, Oklahoma, (Abril 7-9, 1991).
- [28] Mannhardt Karim and Hisham A. Nasr-El-Din.: "A Review of One-Dimensional Convection-Dispersion Models and Their Applications to Miscible Displacement in Porous Media". Petroleum Recovery Institute, Calgary, Alberta, Canada, 18(3), 277-345, (1994).
- [29] Nguyen, T.V., y Stevens, C.E.: "The Use of Inert Radioactive Tracers for Steam Injection Profiling". S.P.E. 17419, presented at the SPE Calif. Regional Mtg., Long Beach, CA, (Marzo 23-25, 1988).
- [30] Numbere, D.T.: "A Model for Tracer flow in Heterogeneous Porous Media" S.P.E. 39705, Kuala, Lumpur, Malasia, (1998).
- [31] Ogata, A. y Banks, R.B.: "A Solution of Differential Equation of Longitudinal Dispersion in Porous Media", Fluid Movement in Earth Materials, Geological Survey Professional, paper 411-A, (1961).
- [32] Perkins, R.K. y Jhonson O.C.: "A Review of Diffusion and Dispersion in Porous Media", Soc. Pet. Eng. J. (Marzo-1963) 70-84; Trans., A.I.M.E., 228 (1963) Vol. 228, 70; SPE Dallas (1965) 8, 77-91.
- [33] Ramírez, S. Jetzabeth: Modelo para Predecir el Flujo de Trazadores en Yacimientos Geotérmicos Naturalmente Fracturados. Tesis de Maestría. D.E.P.F.I. - U.N.A.M., (Febrero, 1988).
- [34] Ramírez, S. Jetzabeth: Flujo de Trazadores en Yacimientos Naturalmente Fracturados. Tesis Doctoral, D.E.P.F.I. - U.N.A.M., (1992).
-

- [35] Sandrea, R., Nielsen, R.F. Dynamics of Petroleum Reservoirs Under Gas Injection. Gulf Publishing Company, Houston, Texas (1974).
- [36] Satter, A., Shum Y.M., Adams W.T, y Davis L.A.: "Chemical Transport in Porous Media With Dispersion and Rate-Controlled Adsorption" S.P.E.J. (Junio, 1980) 129-138.
- [37] Tang, J.S. Y Harker, B.C."Interwell Tracer Test to Determine Residual Oil Saturation in Gas-Saturated Reservoir Part I: Theory And Design"; CIM/SPE 90-130 presented at CIM Petrol. Soc./SPE Intl. Tech. Mtg., Calgary, Alberta, Canada, (Junio 10-13, 1990).
- [38] Tang, J.S. Y Harker, B.C."Interwell Tracer Test to Determine Residual Oil Saturation in Gas-Saturated Reservoir Part II: A Field Applications"; CIM/SPE 90-130 presented at CIM Petrol. Soc./SPE Intl. Tech. Mtg., Calgary, Alberta, Canada, (Junio 10-13, 1990).
- [39] Tang, J.S.: "Partitioning Tracers and In-Situ Fluid Saturation Measurements", S.P.E. 22344, Beijing, China, (Marzo, 1992).
- [40] Tinker, Gordon E.: "Gas Injection With Radioactive Tracer to Determine Reservoir Continuity East Coalinga Field, California." S.P.E. 4184, presented at the 43rd Ann. SPE of AIME Calif. Regional Mtg., ( 1972).
- [41] Welge, H.J.: "Super Sleuths Trace Flow of Injected Gas". The Oil & Gas Journal, (Agosto 29, 1955). 77-79
- [42] Wilson, G.M., "A Modified Redlich-Kwong Equation of State, Aplicattion to General Physical Data Calculation", Artículo Presentado en la 65<sup>th</sup> AIChE Meetingl Cleveland, (1969).

- [43] Whitson, C.H. y Torp, S.B., "Evaluating Constant Volume Depletion Data", S.P.E. 10067, San Antonio, (Octubre 5-7, 1981).
- [44] Wood, K.N., Tang, J.S. y Luckasavitch R.L.: "Interwell Residual Oil Saturation at Leduc Miscible Pilot", S.P.E. 20543, presented at 65<sup>th</sup> SPE Tech. Conf., New Orleans, LA, (Septiembre 23-26, 1990).
- [45] Zemel, B.: Tracers in The Oil Field, Elsevier Science, (1995).
-

## APÉNDICE "A"

### DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DEL MODELO DE FLUJO DE UN TRAZADOR CON PARTICIÓN EN UN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO.

#### A.1 Desarrollo de ecuaciones fundamentales de flujo (lineal).

Haciendo un balance de materia para un volumen elemental, a través del cual fluye un caudal molar  $N_A^T$  de un trazador  $A$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Velocidad neta de} \\ \text{entrada molar de tra-} \\ \text{zador A dentro del vo-} \\ \text{lumen de control.} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Velocidad de produc-} \\ \text{ción molar de trazador} \\ \text{A dentro del volumen} \\ \text{de control.} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Velocidad neta de acu-} \\ \text{mulación molar del} \\ \text{trazador A dentro del} \\ \text{volumen de control.} \end{array} \right\} \quad (\text{A.1})$$

Considerando la dirección del flujo del trazador en la dirección "x", y que no existe algún tipo de reacción química dentro del volumen de control, la ecuación (A.1), puede escribirse como:

$$\frac{\partial N_A^T}{\partial x} + \frac{\partial C_A^T}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.2})$$

De la 1<sup>ra</sup>. Ley de Fick, se tiene:

$$N_A^T = N_A^c + N_A^d \quad (\text{A-3})$$

$$N_A^c = vC_A \quad (\text{A-4})$$

$$N_A^d = -D\nabla.C_A \quad (\text{A-5})$$

donde:

$N_A^T$  : Densidad de flujo molar total

$N_A^c$  : Densidad de flujo molar por movimiento convectivo

$N_A^d$  : Densidad de flujo molar por difusión

Considerando que solo existe componente de la velocidad en la dirección  $x$ , se tiene que  $v_y = 0$ , y suponiendo que el gasto de inyección es constante,  $\frac{\partial v_x}{\partial t} = 0$ , y que no existe gradiente de concentración en la dirección  $y$ , se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial N_A^T}{\partial x} = v \frac{\partial C_A}{\partial x} - D \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} \quad (\text{A.6})$$

donde:

$C_A$  : Concentración de trazador  $A$

$D$  : Coeficiente de dispersión efectivo

$v$  : Velocidad intersticial

Para la velocidad de acumulación del trazador  $A$ , en el volumen de control, se tiene:

$$\frac{\partial C_A^T}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{A.7})$$

Como la concentración total por unidad de volumen,  $C_A^T$ , puede expresarse como:

$$C_A^T = C_A^{mov.} + C_A^{ads} + C_A^{rad} + C_A^{ace} \quad (\text{A.8})$$

donde:

$C_A^{mov.}$  : Concentración de trazador  $A$ , fluyente

- $C_A^{ads}$  : Concentración del trazador  $A$ , adsorbida en la superficie de la roca  
 $C_A^{rad}$  : Concentración del trazador  $A$ , perdida por decaimiento radiactivo  
 $C_A^{ace}$  : Concentración de trazador  $A$ , en la fase aceite

Donde se tiene que, para los procesos de:

La adsorción de trazador:

$$C_A^{ads} = \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r m C_A \quad (A.9)$$

$$C_r = m C_A \quad (A.10)$$

donde:

- $C_r$  : Concentración de trazador  $A$  en la superficie de la roca  
 $m$  : Constante de adsorción  
 $\rho_r$  : Densidad de la roca  
 $\phi$  : Porosidad

La partición del trazador en la fase aceite:

$$C_A^{ace} = \frac{K S_{or}}{1 - S_{or}} C_A \quad (A.11)$$

donde:

- $K$  : Coeficiente de partición



El decaimiento radiactivo:

$$\frac{\partial C_A^{rad}}{\partial t} = \lambda C_A \left( 1 + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_{r,m} + \frac{KS_{or}}{1-S_{or}} \right) \quad (A.12)$$

donde:

$\lambda$  : Constante de decaimiento radiactivo

Aplicando ecuaciones (A.9) a (A.12) en (A.8) y substituyendo en (A.2):

$$D \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} - V \frac{\partial C_A}{\partial x} - \lambda C_A \left( 1 + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_{r,m} + \frac{KS_{or}}{1-S_{or}} \right) = \left( 1 + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_{r,m} + \frac{KS_{or}}{1-S_{or}} \right) \frac{\partial C_A}{\partial t} \quad (A.13)$$

## APÉNDICE "B"

### B.1.- SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO PARA FLUJO DE TRAZADOR CON PARTICIÓN EN UN MEDIO POROSO HOMOGÉNEO.

De la ecuación (A.13), resultante del Apéndice anterior, y considerando que se tiene un trazador químico, es decir,  $\lambda = 0$ , se tiene:

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = R \frac{\partial C}{\partial t} \quad (\text{B.1})$$

donde:

$$R = \left( 1 + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r m + \frac{KS_{or}}{1-S_{or}} \right) \quad (\text{B.2})$$

aplicando transformada de Laplace en ecuación (B.1)

$$D \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - v \frac{d\bar{C}}{dx} - R\bar{C}s + RC(x,0) \quad (\text{B.3})$$

con la condición inicial en el espacio de Laplace,  $\bar{C}(x,0) = 0$

$$D \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - v \frac{d\bar{C}}{dx} - R\bar{C}s = 0 \quad (\text{B.4})$$

entonces, la solución general de la ecuación (B.4) es:

$$\bar{C}(x, s) = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x} \quad (\text{B.5})$$

donde las raíces  $m_1$  y  $m_2$  son:

$$m_1 = \frac{v}{2D} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4sDR}{v^2}} \right) \quad (\text{B.6})$$

$$m_2 = \frac{v}{2D} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{4sDR}{v^2}} \right) \quad (\text{B.7})$$

aplicando las condiciones de frontera en el espacio de Laplace:

$$\bar{C}(0, s) = \frac{C_0}{s} \quad (\text{B.8})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \bar{C}(x, s) = 0 \quad (\text{B.9})$$

se tiene:

$$\bar{C}(0, s) = C_1 + C_2 = \frac{C_0}{s} \quad (\text{B.10})$$

por lo tanto, para que se cumpla condición anterior, se tiene que:

$$C_1 = 0 \quad ; \quad C_2 = \frac{C_0}{s} \quad (\text{B.11})$$

substituyendo  $C_1$  y  $C_2$  en la ecuación (B.5), se tiene:

$$\bar{C}(x,s) = \frac{C_0}{s} e^{\frac{vx}{2D}} e^{-\left(\sqrt{1 + \frac{4sDR}{v^2}}\right)x} \quad (\text{B.12})$$

arreglando términos

$$\bar{C}(x,s) = C_0 e^{\frac{vx}{2D}} \frac{1}{s} e^{-x \left( \sqrt{\frac{v^2}{4D^2} + \frac{sR}{D}} \right)} \quad (\text{B.13})$$

y desarrollando [33], se tiene:

$$\bar{C}(x,s) = \frac{C_0}{R} e^{\frac{vx}{2D}} \left[ \frac{e^{-x \left( \sqrt{\frac{1}{D} \left( \frac{v^2}{4D^2} + \frac{sR}{D} \right)} \right)}}{\left( s + \frac{v^2}{4DR} \right) - \frac{v^2}{4DR}} \right] \quad (\text{B.14})$$

invirtiendo la ecuación (B.14)

$$C(x,t) = \frac{C_0}{R} e^{\frac{vx}{2D}} L^{-1} \left[ \frac{e^{-x \left( \sqrt{\frac{R}{D} \left( s + \frac{v^2}{4DR} \right)} \right)}}{\left( s + \frac{v^2}{4DR} \right) - \frac{v^2}{4DR}} \right] \quad (\text{B.15})$$

del apéndice V de la referencia [12], se tiene la siguiente fórmula:

$$L^{-1} \left( \frac{e^{-x\sqrt{\frac{s}{K}}}}{s-\alpha} \right) = \frac{1}{2} e^{\alpha t} \left[ e^{-x\sqrt{\frac{\alpha}{K}}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{Kt}} - \sqrt{\alpha t} \right) + e^{x\sqrt{\frac{\alpha}{K}}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{Kt}} + \sqrt{\alpha t} \right) \right] \quad (\text{B.16})$$

donde, para la ecuación (B.16), se tiene que:

$$\alpha = \frac{v^2}{4DR} \quad ; \quad K = \frac{D}{R}$$

y aplicando el teorema de traslación:

$$L^{-1} \{f(s - \alpha_1)\} = e^{\alpha_1 t}$$

siendo para este caso,

$$\alpha_1 = -\frac{v^2}{4DR}$$

substituyendo la ecuación (B.15) en (B.16)

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = e^{\frac{vx}{2D}} \left\{ e^{-\frac{v^2 t}{4DR}} e^{\frac{v^2 t}{4DR}} \left[ e^{\frac{vx}{2D}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{\frac{tD}{R}}} - \sqrt{\frac{v^2 t}{4DR}} \right) + e^{\frac{vx}{2D}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{\frac{tD}{R}}} + \sqrt{\frac{v^2 t}{4DR}} \right) \right] \right\} \quad (\text{B.17})$$

simplificando y acomodando términos:

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{\frac{tD}{R}}} - \sqrt{\frac{v^2 t}{4DR}} \right) + e^{\frac{vx}{2D}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{\frac{tD}{R}}} + \sqrt{\frac{v^2 t}{4DR}} \right) \right] \quad (\text{B.18})$$

substituyendo las variables adimensionales:

$$I = \frac{vt}{L} ; \quad x_D = \frac{x}{L} ; \quad Pe = \frac{vL}{D}$$

La ecuación resultante en términos de variables adimensionales es:

$$\frac{C(x_D, I)}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{Pe} x_D - I}{2 \sqrt{\frac{I}{R}}} \right) + e^{\gamma y} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{Pe} x_D + I}{2 \sqrt{\frac{I}{R}}} \right) \right] \quad (\text{B.19})$$

## APÉNDICE "C"

### C.1.- SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO PARA FLUJO DE TRAZADOR CON PARTICIÓN EN UN MEDIO POROSO HETERÓGENEO:

Partiendo de las ecuaciones (2.12) y (2.13) que representan el modelo de dispersión con capacitancia, adsorción y partición (MDCAP), en donde se consideran los fenómenos de adsorción y partición, tanto en la región de fluido móvil como en la región de fluido estancado, y suponiendo que se tiene un trazador químico ( $\lambda=0$ ), se tienen las siguientes expresiones:

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = f \left[ 1 + \left( \frac{1-\phi}{\phi} \right) m \rho_r + K \left( \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right) \right] \frac{\partial C}{\partial t} + (1-f) \left[ \frac{\partial C^*}{\partial t} + \left( \frac{1-\phi}{\phi} \right) \rho_r \frac{\partial C_r^*}{\partial t} + \left( \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right) \frac{\partial C_o^*}{\partial t} \right] \quad (C.1)$$

$$(1-f) \frac{\partial C^*}{\partial t} = k(C - C^*) - (1-f) \left[ \left( \frac{1-\phi}{\phi} \right) \rho_r \frac{\partial C_r^*}{\partial t} + \left( \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right) \frac{\partial C_o^*}{\partial t} \right] \quad (C.2)$$

donde, el factor de retardo,  $R$ , se representa como:

$$R = \left[ 1 + \left( \frac{1-\phi}{\phi} \right) m \rho_r + K \left( \frac{S_{or}}{1-S_{or}} \right) \right] \quad (C.3)$$

Las ecuaciones (C.1) y (C.2) en términos de las variables adimensionales previamente definidas en el capítulo 2, quedan expresadas de la siguiente forma:

$$\frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 C}{\partial x_D^2} - \frac{\partial C}{\partial x_D} = R \frac{\partial C}{\partial J} + \left( \frac{1-f}{f} \right) \frac{\partial C^*}{\partial J} \quad (C.4)$$

$$R \left( \frac{1-f}{f} \right) \frac{\partial C^*}{\partial J} = S_i (C - C^*) \quad (C.5)$$

aplicando transformada de Laplace en las ecuaciones (C.4) y (C.5), se obtiene:

$$\frac{1}{Pe} \frac{d^2 \bar{C}}{dx_D^2} - \frac{d\bar{C}}{dx_D} = R s \bar{C} - R s(0) + \frac{(1-f)}{f} s \bar{C}^* - \frac{(1-f)}{f} \bar{C}^*(0) \quad (C.6)$$

$$\frac{(1-f)}{f} s \bar{C}^* - \frac{(1-f)}{f} \bar{C}^*(0) = S_i \bar{C} - S_i \bar{C}^* \quad (C.7)$$

con las condiciones iniciales:

$$\begin{aligned} \bar{C}(x_D, 0) &= 0 \\ \bar{C}^*(x, 0) &= 0 \end{aligned} \quad (C.8)$$

en las ecuaciones (C.6) y (C.7) y resolviendo simultáneamente, se obtiene:

$$\frac{1}{Pe} \frac{d^2 \bar{C}}{dx_D^2} - \frac{d\bar{C}}{dx_D} = s R \bar{C} \left[ 1 + \frac{S_i}{s+b} \right] \quad (C.9)$$

donde:

$$b = \frac{S_i f}{R(1-f)} \quad (C.10)$$



Por lo que la solución general de la ecuación diferencial ordinaria es:

$$\bar{C}(x_D, s) = C_1 e^{m_1 x_D} + C_2 e^{m_2 x_D} \quad (\text{C.11})$$

donde las raíces  $m_1$  y  $m_2$  de la ecuación (C.11) son:

$$m_1 = \frac{Pe}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4sR}{Pe} \left( 1 + \frac{S_t}{s+b} \right)} \right] \quad (\text{C.12})$$

$$m_2 = \frac{Pe}{2} \left[ 1 - \sqrt{1 + \frac{4sR}{Pe} \left( 1 + \frac{S_t}{s+b} \right)} \right] \quad (\text{C.13})$$

las condiciones de frontera de las ecuaciones (2.18) y (2.19), en el espacio de Laplace, se tiene:

$$\bar{C} = \frac{C_o}{s} + \frac{1}{Pe} \frac{d\bar{C}}{dx_D} \quad (\text{C.14})$$

$$\lim_{x_D \rightarrow \infty} \bar{C}(x_D) = 0 \quad (\text{C.15})$$

aplicando condición (C.14) en ecuación (C.11), se tiene que  $C_1 = 0$ , por lo tanto:

$$\bar{C} = C_2 e^{m_2 x_D} \quad (\text{C.16})$$

aplicando la condición de frontera (C.15) en ecuación (C.16), se obtiene:

$$C_2 e^{m_2(0)} = \frac{C_0}{s} + \frac{1}{Pe} \frac{d}{dx_D} \left( C_2 e^{m_2(0)} \right) ;$$

$$C_2 = \frac{C_0}{s} + \frac{1}{Pe} C_2 m_2 ; \quad C_2 = \frac{Pe C_0}{s(Pe - m_2)} \quad (C.17)$$

Por lo tanto, substituyendo ecuación (C.17) en (C.18), se obtiene:

$$\frac{\bar{C}(x_D, s)}{C_0} = 2 e^{\frac{x_D Pe}{2} \left[ 1 - \sqrt{1 + \frac{4sR}{Pe} \left( 1 + \frac{S_i}{s + \frac{S_i f}{1-f}} \right)} \right]} \left[ 1 + \frac{4sR}{Pe} \left( 1 + \frac{S_i}{s + \frac{S_i f}{1-f}} \right) \right] \quad (C.19)$$

donde [16]:

$$\frac{\bar{C}(x_D, s)}{C_0} = \int_0^\infty e^{-sj} C(x_D, j) dj \quad (C.20)$$

es la transformada de Laplace de  $C(x_D, j)$ . Aplicando la teoría de variable compleja [15], se tiene que, la transformada inversa de  $\bar{C}(x_D, s)$  está dada por:

$$C(x_D, j) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_{\alpha-i\beta}^{\alpha+i\beta} e^{sj} \bar{C}(x_D, s) ds \quad (C.21)$$

donde  $s$  es la cantidad compleja  $\alpha + iZ$ .

Definiendo:

$$f_1(Z) = 1 + \frac{4sR}{Pe} \left( 1 + \frac{S_t}{s+b} \right)$$

y

$$f_2(Z) = s \left( 1 + \sqrt{f_1(Z)} \right)$$

haciendo,  $f_1(Z) = U + iV$ , con  $\alpha = 1$ , y desarrollando algebraicamente, se obtiene:

$$u_1 = 1 + \frac{4R}{Pe} \left( 1 + \frac{St(1+b) + StZ^2}{(1+b)^2 + Z^2} \right) \quad (C.22)$$

$$v_1 = \frac{4ZR}{Pe} \left( 1 + \frac{bSt}{(1+b)^2 + Z^2} \right) \quad (C.23)$$

donde :

$$r = \sqrt{u_1^2 + v_1^2} \quad (C.24)$$

$$\theta = \arctan \frac{v_1}{u_1} \quad (C.25)$$

como:  $\sqrt{f_1(Z)} = \sqrt{r} \left( \cos \frac{\theta}{2} + i \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right)$

se tiene:

$$u_2 = 1 + \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} - Z \sqrt{r} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (C.26)$$

$$v_2 = \sqrt{r} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + Z \left( 1 + \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (\text{C.27})$$

$$r_2 = \sqrt{u_2^2 + v_2^2} \quad (\text{C.28})$$

Por lo tanto substituyendo en la ecuación (C.19), se obtiene:

$$\frac{\bar{C}(x_D, s)}{C_0} = 2 \frac{e^{\frac{x_D Pe}{2} \left( 1 - \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} - i \sqrt{r} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right)}}{u_2^2 + v_2^2} \bar{f}_2(Z) \quad (\text{C.29})$$

y aplicando:

$$C(x_D, J) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_{\alpha - i\beta}^{\alpha + i\beta} e^{sJ} \bar{C}(x_D, s) ds \quad (\text{C.30})$$

en la ecuación (C.29), resulta:

$$C(x_D, J) = \frac{1}{2\pi i} i e^{\alpha J} \left[ \int_{-\beta}^0 e^{iyJ} f(\alpha + iy) dy + \int_0^{\beta} e^{iyJ} f(\alpha + iy) dy \right] \quad (\text{C.31})$$

y como:

$$\Re \left[ e^{iyJ} \bar{f}_2(Z) \right] = u_2(\alpha, Z) \cos ZJ + v_2(\alpha, Z) \operatorname{sen} ZJ \quad (\text{C.32})$$

de la ecuación (C.31) y (C.32), se tiene:

$$\Re \left[ e^{iyJ} e^{-\frac{Pe}{2} \sqrt{r} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}} \bar{f}_2(Z) \right] = u_2(\alpha, Z) \cos ZJ + v_2(\alpha, Z) \operatorname{sen} ZJ \quad (\text{C.33})$$

Por lo tanto, substituyendo se obtiene:

$$\frac{C(x_D, J)}{C_o} = \frac{2e^J}{\pi} \int_0^\infty e^{-\frac{Pe}{2} \left(1 - \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}\right)} \frac{[u_2 \cos(ZJ - w) + v_2 \text{sen}(ZJ - w)]}{u_2^2 + v_2^2} dZ \quad (\text{C.34})$$

donde :

$$w = \frac{Pe}{2} \sqrt{r} \text{sen} \frac{\theta}{2} \quad (\text{C.35})$$

## APÉNDICE "D"

### DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PARA LA OBTENCIÓN DE $S_{or}$ , DIRECTAMENTE A PARTIR DE LOS PERFILES DE CONCENTRACIONES EN EL POZO PRODUCTOR.

#### D.1.- FLUJO DE UN TRAZADOR LÍQUIDO EN UN MEDIO POROSO [19].

Considerando una parte del medio poroso entre dos pozos, donde un trazador  $i$ , se encuentra distribuido (en equilibrio) entre las fases aceite y agua, representado por  $C_{io}$ , y  $C_{iw}$ , respectivamente [19]; donde el agua y aceite de formación se encuentran fluyendo a una velocidad  $v_w$  y  $v_o$ , respectivamente (véase figura 1.5).

$$K_i = \frac{C_{io}}{C_{iw}} \quad (D.1)$$

La molécula de trazador se mueve con una velocidad característica, que depende de la fracción de tiempo que la molécula viaja en cada fase [19]:

$$v_i = v_w p_i + (1 - p_i) v_o \quad (D.2)$$

Donde,  $p_i$  es la probabilidad de que una molécula del trazador  $i$  permanezca en la fase agua. De acuerdo a lo anterior, estadísticamente el número de moléculas en cada una de las fases se relaciona a  $p_i$ , por [19]:

$$\frac{1 - p_i}{p_i} = \frac{n_{io}}{n_{iw}} \quad (D.3)$$

a su vez [19]:

$$\frac{n_{io}}{n_{iw}} = \frac{C_{io}S_o}{C_{iw}S_w} = K_i \frac{S_o}{S_w} \quad (D.4)$$

combinando ecuaciones (D.4), (D.3) y (D.2), con  $S_w = 1 - S_o$ , se obtiene:

$$v_i = \frac{(1 - S_o)v_w + K_i S_o v_o}{K_i S_o + (1 - S_o)} \quad (D.5)$$

Considerando que el aceite es inmóvil,  $v_o = 0$  ;  $S_o = S_{or}$ , se obtiene [19]:

$$v_i = \frac{(1 - S_{or})v_w}{K_i S_{or} + (1 - S_{or})} \quad (D.6)$$

Considerando que el fluido de inyección contiene dos trazadores con coeficientes de partición  $K_1$  y  $K_2$ , y que existe una distancia "x", entre los pozos inyector y productor, entonces [19]:

$$v_1 = \frac{(1 - S_{or})v_w}{K_1 S_{or} + (1 - S_{or})} \quad (D.7)$$

y

$$v_2 = \frac{(1 - S_{or})v_w}{K_2 S_{or} + (1 - S_{or})} \quad (D.8)$$

Por lo tanto, dado que  $x = vt$ , al relacionar los tiempos  $t_1$  y  $t_2$ , del intervalo recorrido por cada trazador, se obtiene [19]:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{K_1 S_{or} + (1 - S_{or})}{K_2 S_{or} + (1 - S_{or})} \quad (D.9)$$

$$S_{or} = \frac{t_2 - t_1}{t_1(K_2 - 1) - t_2(1 - K_2)} \quad (D.10)$$

## D.2.- FLUJO DE UN TRAZADOR GASEOSO EN UN MEDIO POROSO

Considerando un sistema en el que un trazador gaseoso es inyectado y que al igual que los líquidos del yacimiento se encuentra fluyendo a través del medio poroso a velocidades  $v_g$  y  $v_l$  respectivamente [45]:

$$K_{il} = \frac{C_{il}}{C_{ig}} \quad (D.11)$$

donde:

$$K_{il} = K_{io} + K_{iw} = \frac{C_{io}}{C_{ig}} + \frac{C_{iw}}{C_{ig}} \quad (D.12)$$

Considerando que dados los coeficientes de distribución entre las fases líquidas y gaseosa son tales que se alcanza el equilibrio (véase Figura 1.6), la velocidad de una molécula de trazador  $i$  es:

$$v_i = v_g p_i + (1 - p_i)v_l \quad (D.13)$$



De igual forma que para el sistema agua-aceite, suponiendo que  $p_i$  es la probabilidad de que una molécula de trazador  $i$  permanezca en la fase gas; se tiene que estadísticamente el número de moléculas en cada una de las fases líquida y gaseosa se relaciona a  $p_i$ , por:

$$\frac{1-p_i}{p_i} = \frac{n_{il}}{n_{ig}} \quad (D.14)$$

El número de moléculas en cada una de las fases está relacionado con la fracción de volumen de trazador en cada fase y con la concentración:

$$\frac{n_{il}}{n_{ig}} = \frac{C_{il}S_l}{C_{ig}S_g} = K_{il} \frac{S_l}{S_g} \quad (D.15)$$

donde:

$$K_{il} \frac{S_l}{S_g} = K_w \frac{S_w}{S_g} + K_o \frac{S_o}{S_g} \quad (D.16)$$

Combinando ecuaciones (D.16), (D.15) y (D.14), y substituyendo en la ecuación (D.13), resulta:

$$\bar{v}_i = \frac{V_g + \bar{v}_l \left( K_{iw} \frac{S_w}{S_g} + K_{io} \frac{S_o}{S_g} \right)}{1 + K_{iw} \frac{S_w}{S_g} + K_{io} \frac{S_o}{S_g}} \quad (D.17)$$

Considerando que la fase líquida se encuentra inmóvil, es decir, que las saturaciones tanto de agua como de aceite son las críticas,  $v_o = 0$ ,  $v_w = 0$ ;  $S_o = S_{or}$  y  $S_w = S_{wi}$ , entonces:

$$v_i = \frac{V_g S_g}{S_g + K_{1w} S_{wi} + K_{1o} S_{or}} \quad (D.18)$$

Si se tienen dos trazadores con coeficientes de partición en las fases líquidas  $K_{1l}$  y  $K_{2l}$  respectivamente, viajando entre los pozos productor e inyector, las velocidades para cada trazador son:

$$v_1 = \frac{V_g S_g}{K_{1w} S_{wi} + K_{1o} S_{or} + S_g} \quad (D.19)$$

$$v_2 = \frac{V_g S_g}{K_{2w} S_{wi} + K_{2o} S_{or} + S_g} \quad (D.20)$$

Considerando una distancia "x", entre los pozos productor e inyector, y de  $x = vt$  se tiene que los trazadores arribarán al pozo productor en los tiempos  $t_1$  y  $t_2$  respectivamente, entonces:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{K_{1w} S_{wi} + K_{1o} S_{or} + S_g}{K_{2w} S_{wi} + K_{2o} S_{or} + S_g} \quad (D.21)$$

Substituyendo  $S_g = 1 - S_{or} - S_{wi}$ , desarrollando algebraicamente y despejando  $S_{or}$ , se tiene:

$$S_{or} = \frac{t_2 (1 + K_{1w} S_{wi} - S_{wi}) - t_1 (1 + K_{2w} S_{wi} - S_{wi})}{t_1 (K_{2o} - 1) - t_2 (K_{1o} - 1)} \quad (D.22)$$

suponiendo que sólo se tienen las fases aceite y agua, es decir,  $K_{1w} = K_{2w} = 1$ , siempre y cuando la concentración de agua de referencia sea la suma del agua inyectada más el agua congénita, por lo tanto la ecuación (D.22) se reduce a:

$$S_{or} = \frac{t_2 - t_1}{t_1(K_{2o} - 1) - t_2(K_{1o} - 1)} \quad (D.23)$$

Comparando la ecuación (D.23) con la ecuación (D.10), se observa que la ecuación (D.10) corresponde a un caso particular de la ecuación (D.22).