#### UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

#### FACULTAD DE QUÍMICA

## DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y APLICACIÓN DE UN MODELO FÍSICO PARA SIMULAR EL FLUJO DE FLUÍDOS EN UNA OLLA AGITADA POR ARGÓN

TESIS

#### QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO QUÍMICO METALÚRGICO

PRESENTA

245707

Jaime Uziel González Hernández

MÉXICO, D.F.

200\$



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

#### Jurado asignado:

Presidente	Prof.	JOSE ANTONIO BARRERA GODINEZ
Vocal	Prof.	GERARDO ARAMBURO PEREZ
Secretario	Prof.	JOSE BERNARDO HERNANDEZ MORALES
1er Suplente	Prof.	SERGIO GARCIA GALAN
2º Suplente	Prof.	ALBERTO INGALLS CRUZ

Sitio donde se desarrolló el tema

Edificio "D", Facultad de Química, UNAM

Nombre completo y firma del asesor del tema

Dr. Bernardo Hernández Morales

Nombre completo y firma del supervisor técnico

M. en C. Alberto Ingalls Cruz

Nombre completo y firma del sustentante

Jaime Uziel González Hernández

Mis padres

Gmo. Glez. M., E. Hdez. T.

La familia

A mis compañeros:

J. Luis, Xiomara, Victorino, Jaziel, Ernesto, Victor, Miguel C., Juan José, Gerardo, Lupillo, Alfonso, Lourdes, Lola, Ruben A., ...

.

## Agradecimientos

Al Proyecto de Reforma de la Enseñanza Experimental de la Facultad de Química, UNAM, por el material facilitado para la construcción del equipo experimental y la beca que se me concedió.

A mi compañera Ofelia Barba Méndez por su cariño y apoyo para la realización de la experimentación.

A mi asesor el Dr. José Bernardo Hernández por el tiempo que me dedicó, los recursos que me facilitó y la acertada dirección de esta tesis.

Al Dr. J. Antonio Barrera G. y al M. en C. Alberto Ingalls por el apoyo brindado para realizar esta tesis.

La construcción del equipo se realizó en los Laboratorios Pesados de Metalurgia del Departamento de Ingeniería Metalúrgica, Edificio "D", Facultad de Química, contando con el apoyo del personal técnico del mismo, el cual se agradece. En especial, a los Sres. Gabriel Nieto Resendiz, Enrique Hinojosa, Fermín Ramos y Pedro Cabrera por la valiosa ayuda que me otorgaron.

Hago un agradecimiento especial al C.G.H. porque resguardó el equipo durante la suspensión de labores.

- El movimiento no se crea ni se destruye, sólo se transforma.

61100 en Ulan Ude--Los campus son reservaciónes y/o de ext., y los lab. de metalurgia son caballerizas bajo la bota de la camarilla en turno.

Desaparecidos. "x". No has m. Camarada...vestido de verde olivo... hasta la V. S....

# Contenido

1	Introducción	1	
2	Antecedentes		
	2.1 Inyección en procesos metalúrgicos	3	
	2.2 Mezclado	6	
	2.3 Trazadores	9	
	2.4 Problema de mezclado	11	
	2.5 Modelos físicos	13	
3	Objetivos	16	
4	Procedimiento experimental	17	
	4.1 Metodología	17	
	4.2 Descripción del modelo físico	18	
5	Resultados y análisis de resultados	23	
6	Conclusiones	38	

# Lista de Figuras

2.1	Inyección en procesos metalúrgicos: el proceso AOD (J. Szekely. "Fe-	
	nómenos de flujo de fluidos en procesamiento de metales". Cap. 8.	
	Ed. Limusa, México, 1988).	4
2.2	Representación esquemática de los fenómenos que ocurren durante el	
	proceso de inyección.(A. R. Parish y A. E. S. Pengell, "The future: is a	
	new technology emerging". Memorias de "Basic Oxygen Steelmaking,	
	a new technology emerges?", The Metals Society, 1979)	7
2.3	Ejemplo de la visualización del patrón de flujo utilizando hojuelas de	
	aluminio como trazador (Hsiao, ISIJ International, v. 35 (1995), no. $5$	
	pp 472-479)	9
2.4	Patrones de flujo predichos y visualizados para inyección por el fondo	
	en un modelo físico de una olla agitada por argón (Y. Pan, D. Guo, J.	
	Ma, W. Wang, F. Tang, and C. Li, ISIJ International, Vol. 34, (1994),	
	no. 10, p. 794).	12
4.1	Esquema del arreglo experimental.	21
4.2	Vista superior del tanque.	22

5.1	Tiempo de mezclado determinado con los criterios del 95% y 99% del	
	tiempo total.	24
5.2	Errores en la determinación del tiempo de mezclado.	25
5.3	Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones,	
	con una altura de baño de 10 cm, y un diámetro de boquilla de 1/16 in.	26
5.4	Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones,	
	con una altura de baño de 10 cm con una boquilla de 1/64 in. $\ .\ .$ .	27
5.5	Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones,	
	con una altura de baño de 20 cm y una boquilla de 1/16 in. $\ldots$ .	28
5.6	Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones,	
	con una altura del baño de 20 cm y un diámetro de boquilla de 1/64 in.	29
5.7	Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones,	
	con una altura de 35 cm y un diámetro de boquilla de 1/16 in	30
5.8	Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres, con una	
	altura del baño de 35 cm y diámetro de boquilla de 1/64 in. $\ldots$ .	30
5.9	Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 3 flujos	
	volumétricos, en una altura de baño de 10 cm y diámetro de boquilla	
	de 1/64 in	31
5.10	Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 4	
	flujos volumétricos, con una altura de baño de 10 cm y un diámetro de	
	boquilla de 1/16 in	31

.

iii

5.11	Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 4 flujos	
	volumétricos, con una altura de baño de 20 cm y diámetro de boquilla	
	de 1/16 in	32
5.12	Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 3 flujos	
	volumétricos, con una altura de 20 cm y diámetro de la boquilla de	
	1/64 in	32
5.13	Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 4 flujos	
	volumétricos, con una altura de baño de 35 cm y diámetro de la boquilla	
	de 1/16 in	33
ā "I	Tiong sele nezes con ano do qui e posición de la boquita para 3 flujos.	

.

.

5.18	Tiempo de mezclado en función de la altura del baño para 3 flujos	
	volumétricos, con la boquilla colocada a r/R=1/3 del centro y con el	
	diámetro de la boquilla de 1/16 in	35
5.19	Tiempo de mezcla como función de la altura de baño para 3 flujos	
	volumétricos, con la boquilla colocada a r/R = 2/3, con un diàmetro	
	de boquilla de 1/64 in.	36
5.20	Tiempo de mezcla en función de la altura de baño para 2 flujos vo-	
	lumétricos, con la boquilla colocada a r/R=2/3 del centro y con el	
	diámetro de boquilla de $1/16$ in	36
5.21	Logaritmo del tiempo de mezcla en función del logaritmo del flujo	
	volumétrico para distintas posiciones de la boquilla, en una altura de	
	baño de 35 cm y de diametro de boquilla de 1/64 in.	37

•

.

1

#### RESUMEN

Para este trabajo experimental se construyó un modelo físico para simular la inyección de gases en una olla agitada por argón. El modelo físico se utilizó para estimar el tiempo de mezclado mediante el cambio de pH observado al agregar un ácido fuerte como trazador. El volumen y la posición de adición del trazador se mantuvieron constantes para todos los experimentos.

Las variables estudiadas fueron el flujo volumétrico, la posición de la boquilla y la altura del baño. Se observó que es posible introducir errores en la determinación del tiempo de mezcla, si no se tiene cuidado en la selección del criterio para decidir cuando se ha alcanzado un grado suficiente de mezclado.

Se encontró que el tiempo de mezclado disminuye a medida que el flujo volumétrico aumenta, pero no se encontró una relacion clara entre el tiempo de mezclado y la posición de la boquilla en el fondo del recipiente.

## Capítulo 1

## Introducción

El uso de gases que son insuflados o inyectados a través de orificios de distintos tamaños en hornos para la producción de hierro y acero se remonta aproximadamente 3500 años atrás, con los hornos ideados por los hititas. Entre otros efectos, la inyección ayuda a la homogeinización de la temperatura, a aumentar el transporte de masa y a mejorar la limpieza del material fundido en reactores metalúrgicos. Todos estos efectos son resultado de la agitación generada por la inyección. Para cuantificar esta agitación del baño metálico, se han propuesto varios parámetros, entre los cuáles destaca el tiempo de mezclado.

Debido a las condiciones agresivas y a la opacidad de los metales y escorias fundidos, la medición del tiempo de mezcla, de la distribución de velocidades y de otras variables relevantes es difícil de realizar en sistemas reales, por lo que es común recurrir a modelos físicos de los reactores.

Los modelos físicos permiten estudiar fenómenos que ocurren en reactores industriales utilizando recipientes de mucho menor tamaño y bajo condiciones experimentales controladas. Es una de las herramientas del análisis de procesos metalúrgicos, que es la metodología que se aplica para optimizar dichos procesos. En este trabajo se construyó un modelo físico de una olla agitada por argón y se midió el tiempo de mezcla como función de variables importantes del sistema.

## Capítulo 2

## Antecedentes

### 2.1 Inyección en procesos metalúrgicos

Por inyección se entiende la introducción sumergida de fluidos, mezclas de fluidos o cuasifluidos en un líquido [1,2]. La tecnología de inyección se aplica ampliamente en las siguientes operaciones metalúrgicas: 1) fusión, 2) conversión, 3) refinación y 4) fundición. En las operaciones de fusión, la agitación por inyección tiene por objeto incrementar la rapidéz de fusión, concentrar los elementos de valor en una fase y separar escorias [2]. Ejemplos de estas operaciones son los procesos Sirosmelt, Isosmelt, Vanyukof, Noranda, el Teniente, Kls y Mitsubishi. Mediante la inyección también se logra el equilibrio térmico, hay un mejor control de la composición química y se disminuye el consumo de refractarios. En la conversión, se incrementa la rapidez de disolución y se mejora la homogeneización del fundido y su limpieza; ejemplos de procesos de conversión donde se utiliza inyección son LD1 y AOD [2]. Durante la refinación, se promueve una agitación intensiva, una alta transferencia de masa en

la interfase metal escoria y se crean nuevas interfases de reacción [2]. Las reacciónes localmente pueden proceder mas rápidamente que el equilibrio dinámico completo. Los fundentes finamente dispersos son inyectados para colectar inclusiones no metálicas [2]. Para fundición, también pueden agregarse fundentes para modificar las propiedades de punto de fusión, densidad, viscosidad, conductividad y tensión superficial de la escoria, para mejorar la fluidez o variar el rango de temperatura en estado líquido.



Figura 2.1: Inyección en procesos metalúrgicos: el proceso AOD (J. Szekely. "Fenómenos de flujo de fluidos en procesamiento de metales". Cap. 8. Ed. Limusa, México, 1988).

La necesidad de contar con aceros cada vez más limpios ha generado gran interés

en procesos de refinación secundaria y metalurgia de la olla. Debido a su bajo costo de capital, la refinación en la olla mediante agitación por inyección con gases ha ganado importancia. La práctica de inyección en la olla logra métodos más eficientes para la adición de la aleación, el control de la composición química final, el mejoramiento de la desoxidación, de la desulfuración y el control de la forma de inclusiones [3]. También hay una mejor homogeneización de la temperatura, evitándose la estratificación de la temperatura en la olla, para una mejor condición de vaciado o colada continua y mejoramiento de la homogeneización de composición debido a la eliminación de gases disueltos [4].

La desgasificación al vacío en conjunción con la metalurgia de olla, reduce el contenido de carbón y nitrógeno, con lo que se mejoran las propiedades finales del producto. Los tipos básicos de desgasificadores son: con recirculación y sin recirculación [2]. En los sistemas recirculantes, la agitación se logra con gases o por inducción. Por ejemplo, en el reactor RH-OB el oxígeno se inyecta a través de lanzas en la cámara de vacío para descarburizar u oxidar aluminio para calentar el acero [5]. Las unidades RH fueron usadas primeramente para remoción de hidrógeno, y adición de aleantes y flotación de inclusiones; ahora tambien incluyen descarburización, remoción de nitrógeno, desulfuración y calentamiento. Para la flotación de inclusiones se utilizan las unidades RH y RH-OB olla normal y CAS [5] agitado por argón con cubierta, en conjunción con RH inyección y RH-PB inyección de polvos.

La inyección de gases, mezclas de gases, polvos, mezclas gas líquido y líquidos involucra los siguientes fenómenos [5]: 1) transporte neumático, 2) mezclado, 3) transporte de masa y calor, 4) atrapamiento de material, 5) evaporación, 6) generación de fumarolas y 7) colección de polvos.

La inyección de gases se realiza por medio de lanzas [6], toberas [7] y/o tapones porosos [7]. Los tapones porosos se localizan en el fondo del reactor, mientras que las toberas se colocan comunmente en los lados. Por otro lado las lanzas se aplican por la parte superior del baño. Tambien se utilizan "snorkels" con boquillas incorporadas [6]. La parte interna del inyector puede ser convergente, lisa, divergente o convergentedivergente [8]; puede ser concéntrica a otro tubo inyector [9], en cuyo caso se rodea con otro material inyectado. La disposición puede ser de un solo inyector o de múltiples inyectores en el recipiente [10].

La efectividad de la inyección sumergida del gas se relaciona con el patrón de flujo de fluido, velocidad del fluído y propiedades de turbulencia, las que dependen del comportamiento de las burbujas, método de soplo, geometría del baño, propiedades físicas del líquido y rapidez de flujo [11].

### 2.2 Mezclado

El grado de mezclado es una medida de la efectividad de la inyección de gas. La intensidad del mezclado es usualmente representada por el tiempo de mezclado [12], que es el tiempo requerido para alcanzar un nivel arbitrario de aproximación al nivel deseado de homogéneidad en el baño, *i.e.*, 95%, por lo que representa un índice de eficiencia o bien un estado de agitación en las ollas. Debe notarse que el tiempo de mezclado local es distinto para cada posición y difiere del tiempo de mezclado global. Para las velocidades de inyección normalmente utilizadas bajo condiciones



Figura 2.2: Representación esquemática de los fenómenos que ocurren durante el proceso de inyección.(A. R. Parish y A. E. S. Pengell, "The future: is a new technology emerging". Memorias de "Basic Oxygen Steelmaking, a new technology emerges?", The Metals Society, 1979).

de inyección central por el fondo, la agitación se debe únicamente al ascenso de las burbujas [13]. El cambio de las condiciones de la superficie del líquido hace variar el tiempo de mezclado [14]; éste es diferente en superficic libre, con un "snorkel" sumergido o con un disco sobre la superficie.

Los tiempos de mezclado se han medido para unidades RH, fusión y ollas [6]. Sin embargo, las diferentes rapideces de flujo en burbujeo y velocidades del jet, el diferente comportamiento de dispersión de los trazadores, la localización de los instrumentos de medición y las diferentes configuraciones de inyección dificulta el hacer comparaciones. En términos generales el tiempo de mezclado más corto es el de tobera horizontal, seguido del obtenido con lanza y el más largo corresponde a inyección por el fondo [15].

La turbulencia en una olla fuertemente agitada por gas es altamente dependiente de la posición de la boquilla [16]. Además en el inyectado con particulas el tiempo de mezcla depende de las propiedades de las partículas, por ejemplo, en el CAS hay tres tipos de partícula, de diferentes densidades y diferente grado de dispersión, por lo que hay tres tipos de trayectoria y tiempos de mezclado correspondiente a partículas que se disuelven en la subsuperficie, a la mitad de la region libre de escoria y en el fondo de la olla [17].

El tiempo de mezclado se puede estimar a partir del modelo del tiempo de circulación [18]. El tiempo de circulación es el tiempo que tarda un paquete de fluido en volver al mismo lugar. El modelo del tiempo de circulación está basado en que el tiempo de circulación es proporcional al tiempo de mezclado. Otra forma de estimar el tiempo de mezclado es con el numero de circulación (igual al tiempo de circulación entre el tiempo de mezclado). El numero de circulación se ha aplicado a modelos de tanques en serie. El flujo recirculante y la difusión turbulenta del trazador (en el volumen enriquecido y en el intercambio de masa entre zona quieta y el volumen remanente de líquido en el tanque), son parámetros a ser considerados en esos modelos de tanques en serie o tiempo de recirculación.

Otros parámetros que puede utilizarse en la descripción del grado de mezclado son el tiempo de turbulencia, que es el tiempo que dura el torbellino más pequeño en la microescala de Kolmogorov, y el tiempo de los esfuerzos de Reynolds, que es el tiempo que tarda en pasar un remolino en un punto del fluido [19,21].

### 2.3 Trazadores

Para seguir la trayectoria del flujo se utilizan trazadores, que son partículas detectables que se adicionan para ser arrastradas con el fluido [22]. Para que los resultados sean representativos, el trazador debe tener una densidad cercana a la del fluido. Algunos trazadores empleados para modelos físicos de agua son: partículas de pliolita, soluciones de azul de metileno y hojuelas de aluminio. La trayectoria del trazador depende de la participación de las fuerzas viscosa, de inercia, viscosa turbulenta, la convección y la difusión turbulenta [11].



Figura 2.3: Ejemplo de la visualización del patrón de flujo utilizando hojuelas de aluminio como trazador (Hsiao, ISIJ International, v. 35(1995), no. 5 pp 472-479).

Cuando se utiliza un trazador en polvo, la variación de la cantidad de movimiento del trazador respecto del tiempo es función del arrastre, tensión superficial, fuerza boyante y presión hidrostática [23]. Un trazador acuoso (soluble en agua) se considera parte del mismo fluido, por lo que se evitan los efectos de las variables anteriores.

Otros trazadores no pueden visualizarse, por lo que su trayectoria se detecta por la concentración que alcanzan al dispersarse [24]. Un ejemplo de ésta técnica consiste en la aplicación de un ácido o una base fuertes como trazadores. El punto de medición se considera representativo de una concentración global expresada por el pH alcanzado en el agua. El tiempo de residencia del trazador de HCl es en este caso igual al tiempo de mezclado, y es mayor que el tiempo de disolución, prácticamente instantáneo por ser ambas fases acuosas completamente miscibles. Se supone que no hay mezclado del trazador en el tubo capilar que se utiliza para inyectar el trazador, y que la rapidéz de reacción en el electrodo del pH es instantánea.

También se han utilizado trazadores radioactivos, tales como: cobalto 60 (para acero líquido), bario 140 (para escoria y refractario), fósforo 32, azufre 35 y lantano 140 (para inclusiones) [25,26]. La desventaja es que afectan el ambiente.

También se ha reportado un método para estimar el tiempo de mezclado a partir de la medición directa de la composición del metal fundido a diferentes tiempos. Por ejemplo, se ha determinado el tiempo de mezclado comparando la concentración de aluminio en un desgasificador RH a varios tiempos después de la adición de una aleación de aluminio, con respecto al contenido de aluminio final.

Existen dos métodos para introducir un trazador: 1) en el método estacionario (step) el trazador es introducido constantemente a la alimentación y se determina el perfil de concentración a la salida; y 2) en el método dinámico (pulse) la inyección de trazador es en paquete o señal en un punto y la detección de la concentración, como una función de tiempo, se lleva a cabo en otro punto flujo abajo [27]. Para el método dinámico la forma en que el trazador se adiciona puede ser: pulso, etapa de cambio, rampa, parabólica, exponencial o sinusoidal. Con pulsos de función de Dirac a la entrada se obtiene la distribución característica de tiempos de residencia típicos de las fases gaseosa y líquida en tipos comunes de reactores gas-líquido. Algunas formas de caracterizar el mezclado consisten en comparar: 1) señal de entrada, señal de salida y la varianza para detección en un punto 2) señal de entrada, primera señal de salida del trazador y su varianza, segunda salida de señal del trazador y su varianza [27]

La visualización del flujo se vuelve confusa en flujo tridimensional [28]. Los remolinos se distorsionan pero los trazadores no están sujetos a este efecto, son rechazados de regiones de intensificación de remolinos a las de disminución, oscureciendo la visualización. Además el patrón de remolino de movimiento está cambiando en si mismo.

### 2.4 Problema de mezclado

Para determinar la distribución del trazador en el fluido como función del tiempo se requiere resolver la ecuación de conservación de masa para dos componentes el trazador mas fluido y el gas. Pero para resolverla se necesitan conocer las velocidades. Estas últimas pueden calcularse a partir de la solución de la ecuación de continuidad y de la ecuación de Navier-Stokes. Dado que el flujo es turbulento se requiere incorporar un modelo de turbulencia; el modelo de turbulencia más comúnmente utilizado es el modelo k- $\epsilon$ . En el modelo de dos ecuaciones, como el modelo k- $\epsilon$ , la viscosidad de remolino se deduce del análisis dimensional y es función de las dos energías (cinética y turbulenta) y una constante empírica; las dos propiedades esenciales son la escala de velocidades y las longitudes de los vórtices.

Como ejemplo, en la Figura 2.4 se muestran los resultados del cálculo del patrón de flujo en un modelo físico de agitación con argón, para el caso de inyección con una sola tobera localizada en el centro de la base del recipiente. También se muestra el patrón de flujo visualizado con un trazador, para las mismas condiciones de inyección.



Figura 2.4: Patrones de flujo predichos y visualizados para inyección por el fondo en un modelo fisico de una olla agitada por argón (Y. Pan, D. Guo, J. Ma, W. Wang, F. Tang, and C. Li, ISIJ International, Vol. 34, (1994), no. 10, p. 794).

A partir de mediciones experimentales se han podido derivar correlaciones del tiempo de mezclado como función rapidez de energía específica de entrada.

## 2.5 Modelos físicos

Un modelo físico es una representación del prototipo (fenómeno real a escala natural). Cuando no se dispone de una formulación matemática del fenómeno, la selección de parámetros es intuitiva. Cada punto de coordenadas en el prototipo tiene un punto homólogo en las coordenadas del modelo; igualmente en el tiempo hay instantes que son puntos homólogos. La razón de escala del parámetro del modelo entre escala del parámetro del prototipo es la escala de la variable y es una cantidad adimensional. Para que el modelo sea una buena representación del prototipo deben existir ciertas semejanzas entre ambos [29]. La semejanza geométrica consiste en que los ángulos, las longitudes, las superficies y el volumen esten a escala con respecto al prototipo. La semejanza cinemática debe de tener además las escalas de velocidad, de aceleración, de caudal, de tiempo y de longitud. La semejanza dinámica consiste, además de la anteriores, de las escalas de fuerza, de presiones y de masa. Cuando todas las escalas de variables son similares se logra la semejanza mecánica total.

Para procesos donde la dinámica de fluidos es importante, las variables independientes que se deben considerar son: longitud, área, volúmen, tiempo, aceleración, ángulo, velocidad angular, gasto, masa, fuerza, energía, caudal, densidad, peso específico, presión, esfuerzo de corte, viscosidad dinámica, viscosidad cinemática, tensión superficial, módulo de compresibilidad. Aplicando el teorema pi o el de matrices, o bien adimensionalizando las ecuaciones diferenciales, se obtienen grupos adimensionales para un proceso determinado. Para el caso de inyección de gases en ollas, el tiempo es función de

$$\tau = f(D, h, r, M, \sigma, g)$$

y los grupos adimensionales obtenidos son:

$$\frac{\tau^2 g}{D} = F\left(\frac{h}{D}, \frac{r}{D}, \frac{Q\mu}{D^2\sigma}\right)$$

donde  $\tau$  es tiempo, g es la aceleración debido a la gravedad, D es el diámetro del recipiente, h es la altura del nivel del líquido, R es el radio del recipiente, r es el radio de posición de boquilla, Q es el flujo de gas ,  $\mu$  es la viscosidad del líquido y  $\sigma$  es la tensión superficial del líquido.

Aplicando los criterios de similitud dinámica, térmica, cinética química y geométrica, junto con los datos experimentales obtenidos, es posible escalar los resultados al prototipo real. Las relaciones de similitud son:

$$\frac{\tau_m^2 g}{D_m} = \frac{\tau_P^2 g}{D_P}$$

$$\frac{Q_m \mu_m}{D_m^2 \sigma_m} = \frac{Q_p \mu_p}{D_p^2 \sigma_p}$$

$$\lambda = \frac{D_m}{D_p}$$

$$Q_m = \frac{\mu_p \sigma_m \lambda^2}{\mu_m \sigma_p} Q_p$$

donde los subíndices m y p representan al modelo y al prototipo, respectivamente. En modelos físicos, el patrón de flujo se visualiza reemplazando el fluído real con otro que sea transparente, menos corrosivo o más barato, que permita operar a menor temperatura. Algunas características de jets sumergidos que se pueden visualizar son: perfil del jet, fracción de gas en la pluma, varianza de la fracción de gas, lanza vertical sumergida.y la transición burbujeo-jet.

En el modelo físico es posible determinar la influencia de parámetros de operación sobre el tiempo de mezclado, presencia de volúmenes muertos, grado de estratificación de la temperatura e incluso coeficientes de transferencia de masa. Esta información es posteriormente escalada, utilizando los criterios de similitud, para ser aplicada en el prototipo.

Varios modelos físicos se han aplicado en investigaciones de transferencia de masa en procesos con inyección de gases.Por ejemplo, en la simulación del convertidor de cobre con inyección de gas horizontal, por sistemas solucion  $SO_2$ -peróxido [11]. En sistemas agitados con inyección de gas por el fondo, por sistemas  $CO_2$ -H<sub>2</sub>0 [11]. En la eficiencia de reacciones gas líquido con inyección de gas abajo, arriba o a los lados, por sistemas  $CO_2$ -NaOH en solución [11]. En la simulación de BOP, por sistemas aireagua/benceno.

# Capítulo 3

# Objetivos

Los objetivos del presente trabajo son:

• Diseñar y construir un modelo físico de un reactor con inyección por el fondo.

,

.

• Determinar el efecto de parámetros de operación sobre el tiempo de mezclado en el modelo físico.

## Capítulo 4

## **Procedimiento** experimental

#### 4.1 Metodología

La metodología aplicada en el proyecto consistió en 1) el diseño y construcción de un modelo físico; y 2) la medición del tiempo de mezclado monitoreando la respuesta de un trazador, inyectado como un pulso. El modelo físico para una olla de aceración se basó en el hecho de que la viscosidad cinemática del agua a temperatura ambiente es la misma que la del acero a 1600 °C, por lo que el agua puede utilizarse para modelar el comportamiento del acero líquido. El recipiente cilíndrico de acrílico transparente permite observar los flujos originados por la agitación con gas y la determinación de zonas estacionarias que en un caso dado sería necesario eliminar para optimizar el mezclado. Las dimensiones del recipiente no están a escala de alguna olla de aceración real por lo que no se verifican los datos obtenidos en el experimento con los datos que se tendrían en un proceso real del mismo volumen o escalado por medio de análisis dimensional a distintos tamaños. Las interface acrílico-agua y refractario-acero líquido tienen propiedades diferentes de mojado pero no influyen. Además, colindando con la superficie libre para ambos fluidos hay diferente capilaridad, ondulación de la superficie con un salpicado influido por la gravedad; ninguno de estos aspectos puede representarse en este modelo físico, pero son poco determinantes en el tiempo de mezclado. Para inyectar el gas se considera que los efectos de la absorción del gas en el líquido no afectan el tiempo de mezclado y que el jet es subsónico con el ángulo constante, característica de los flujos cortantes.

Para determinar el tiempo de mezclado se midió un tiempo de mezclado local que se supone se aproxima al global. El trazador (HCl) se inyectó como un pulso y se midió el pH en otra posición en el recipiente. Con experimentos anteriores se ha determinado que si el trazador se agrega cerca de la superficie y la respuesta se mide en una zona de baja circulación, entonces la medición local del tiempo de mezclado al 95% se interpreta como el tiempo de mezclado global cuando el 95% de liquido se ha mezclado. Las posiciones inyector-trazador pueden intercambiarse. Se seleccionó ácido clorhídrico como trazador, en lugar de ácido acético (ácido debil), por ser más fácil de detectar, fácil de neutralizar con sosa, con una toxicidad poco enmascarada, y no presenta disociación parcial que haga el rango de pH de medición mas estrecho.

### 4.2 Descripción del modelo físico

El modelo físico simula una olla agitada por gas inyectado por la base. El efecto de la rapidez de flujo de gas y del volumen de la cámara de gas sobre el diámetro de la burbuja en soluciones acuosas es afectado por el tamaño del orificio, el volúmen de

19

su boquilla y, cuando tiene presión constante, la densidad del gas de inyección. Esto influye por tanto en la formación de la pluma y, consecuentemente, en el tiempo de mezclado.

La variable de interés es el tiempo local de mezclado, el cual se obtuvo midiendo el pH. El arreglo experimental se muestra, esquemáticamente, en la Fig. 4.1. El inyector es un tubo capilar que inyecta ácido clorhídrico concentrado a velocidad constante en un intervalo de tiempo prefijado. El modelo se construyó con un recipiente de acrílico transparente de 36 cm de diámetro por 40 cm de altura que contiene agua (para simular el baño de metal fundido). El baño se agitó invectando aire a traves de una boquilla, con espreas intercambiables de orificios de 1/64 y 1/16 pulgada, localizada en el fondo. El aire se toma de la línea y se lleva hasta la boquilla, pasando por un filtro de aire, un rotámetro y una llave de paso. Se tienen tres posibles posiciones radiales para colocar la boquilla: r/R=0, r/R=1/3 y r/R=2/3, donde R representa el radio del recipiente. Para estabilizar el sistema se utiliza una válvula de purga. La presión del gas a la salida de la esprea no se mide, sino solo el flujo de gas, que se mantiene constante. Todas las uniones desmontables se sellan con cinta de teflón que evita fugas de aire, utilizándose también hilo grafitado con cera de pabilo para asegurar ésto. Para asegurar que el aire que entra al recipiente esté limpio, el rotámetro está conectado a un filtro para gasolina que se ocupa para el aire y de aquí una conexión por manguera a la línea de aire. Las zonas de la superficie donde emerge el gas con gotas suspendidas de solución son principalmente en la parte superior de la pluma y se pone una cubierta perforada para que gran parte de las gotas suspendidas sean condensadas.

Para ensamblar el sistema, se coloca el recipiente de acrílico sobre la mesa soporte y se instala el sistema de inyección. Esto consiste en la colocación de la boquilla en la posición elegida en un orificio hecho en el fondo del recipiente, unión de la boquilla al sistema de inyección del aire, puesta de la esprea respectiva en la boquilla. Los otros dos orificios se tapan con boquillas de espreas sin agujero. Se agrega agua al recipiente al nivel adecuado, se abre la válvula de paso de gas y se ajusta el flujo controlando con la perilla del rotámetro. De modo que se fijan en orden sucesivo: posición de la boquilla, diámetro del orificio de la esprea, con variación posterior de alturas del baño y del flujo de aire.

Visualizando el flujo con partículas de pliolita con boquillas de flujo en tres distintas posiciones se determina el plano de simetría que atraviesa el recipiente sin efectos de lente (refracción). En este plano se colocan, en lados opuestos, un electrodo sumergido de un pHmetro y un tubo capilar para inyectar el trazador. El pHmetro es calibrado y conectado a un registrador que grafica la variación del pH en el tiempo con el intervalo de tiempo igual a la distancia recorrida entre la velocidad del papel. La escala de medición del registrador es ajustada por soluciones amortiguadoras de pH = 4, pH = 9 y pH=7, correspondiendo este último al cero de la escala. El trazador es ácido clorhídrico concentrado industrial con volúmenes inyectados de aproximadamente 5 ml en cada vez. Los intervalos de variación que se grafican son de 2 < pH <10. La medición se inicia con pH alrededor de 9.5 Se utiliza sosa 11 M para obtener el pH de inicio asi como para neutralizar el agua utilizada. El ácido clorhídrico está contenido en un matraz con tapón con orificio para manguera de bomba peristáltica con el otro extremo unido a un capilar, y uno para otro capilar. La base, contenida en una bureta de 50 ml conectada a una manguera que pasa por una bomba peristáltica, se inyecta con 5 ml aproximados cada vez. En cada medición el pHmetro indica cuando el pH alcanza estabilidad y entonces se interrumpe la gráfica, retornando posteriormente el pH, para dar inicio a otra medición. En las gráficas, se determina el punto correspondiente a 0.95-0.99 del cambio de pH y se traza una vertical que indica, indirectamente, el tiempo de mezclado en la abscisa. El tiempo es igual a la distancia recorrida hasta el punto definido dividido entre la velocidad del papel.



Figura 4.1: Esquema del arreglo experimental.

Se realizó una serie de ensayos previos para establecer la escala más adecuada de pH, la rapidez de inyección óptima y la mejor velocidad de avance del papel en el registrador. Se verificó la reproducibilidad de las mediciones repitiendo un experimento tres veces y comparando los resultados. Tambien se estudió el efecto de considerar el 95 y el 99 % de la diferencia de potencial como criterio para determinar



Figura 4.2: Vista superior del tanque.

el tiempo de mezclado.

Para cada condición se hicieron tres corridas, se promedió el tiempo y se le sacó desviación estándar (s). Los tiempos muy dispares se descartaron y se repitio la corrida posteriormente. Para la obtención primaria de datos se tiene en cuenta que la graficadora con un punto de pH mayor de siete el voltaje se hace más negativo y pH menor de 7 se hace más positivo. Por lo anterior se consideraron solo diferencias de voltaje que es lo que indica la graficadora. Todos los experimentos se realizaron a presión atmosférica. Una menor presión atmosférica o el vacío se representa con un modelo físico con inyección de gas por arriba ajustada en oposición al que entra por el fondo; los tiempos de mezclado para ese caso son menores.

# Capítulo 5

## Resultados y análisis de resultados

En esta sección se presentarán resultados para: tres posiciones de boquilla en el fondo del recipiente, dos diámetros de orificio de boquilla, tres alturas de agua, y tres flujos distintos de aire. La combinación de estos niveles de variables dió como resultado 54 experimentos.

En la Fig. 5.1 se trazan líneas que marcan el 95 y el 99% del total de la altura de la curva de diferencia de potencial contra tiempo. Cuando se alcanza un potencial constante se considera que ese volumen del baño ya se homogeneizó completamente. En algunos casos la curva de potencial contra tiempo muestra picos o valles de inestabilidad de potencial. Estas variaciones instantáneas del potencial indican el paso de volúmenes muy pequeños de solución más concentrada que afectan el medidor en tiempos cortos, por lo que no se considera que caracterizan el bulk de la mezcla medida y por esto se descartan. La Fig. 5.2 muestra que escogiendo el criterio de 99% es posible obtener valores incorrectos del tiempo de mezclado. Por esta razón se decidió utilizar el criterio de 95 % para determinar el tiempo de mezclado en todas las corridas.



Figura 5.1: Tiempo de mezclado determinado con los criterios del 95% y 99% del tiempo total.

Con los tiempos de mezclado promediados y tratados estadísticamente se trazaron las curvas que se muestran y discuten más abajo, donde las variables son: diámetro de boquilla (D), flujo volumétrico (Q), altura del agua (H), radio de colocación de boquilla (r), radio del recipiente (R), y tiempo de mezclado (t). En todos los casos la variable dependiente es el tiempo de mezclado.

Las Figuras 5.3 (diámetro de boquilla = 1/16") y 5.4 (diámetro de boquilla = 1/64") muestran tiempos de mezclado como función del flujo volumétrico, para tres posiciones de la boquilla y una altura de baño de 10 cm. En las figuras se observa una tendencia de disminución del tiempo de mezclado con el aumento del flujo, para las tres posiciones de boquilla y para los dos diámetros de boquilla. Las figuras 5.5 y



Figura 5.2: Errores en la determinación del tiempo de mezclado.

5.6 (ambas para una altura de baño de 20 cm) y las figuras 5.7 y 5.8(ambas para una altura de baño de 35 cm), presentan tendencias similares para las otras dos alturas de baño estudiadas. El comportamiento observado se debe a que entre mayor sea el flujo volumétrico de aire existe mas agitación en el baño y, por lo tanto, disminuye el tiempo de mezclado.

En esas figuras se observa que el menor tiempo de mezclado se obtiene para la combinación de (H/D) = (10/36) con d= 1/64" y r/R = 0. Esto corresponde al menor volumen de baño que se manejó en los experimentos. Para el parámetro (H/D) = (10/36), el menor tiempo de mezclado para cualquier valor de flujo volumétrico se dá para la boquilla de d= 1/64" colocada en r/R = 0. Con el parámetro (H/D) = (20/36) el menor tiempo de mezclado para todos los valores de flujo volumétrico se dá para la boquilla de d= 1/16" con r/R = 2/3. Para el valor de (H/D) = (35/36)



Figura 5.3: Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones, con una altura de baño de 10 cm, y un diámetro de boquilla de 1/16 in.

el menor tiempo de mezclado se observó para r/R = 1/3 y d = 1/16", para flujos volumétricos bajos.

Las figuras 5.9 (diámetro de boquilla = 1/64") y 5.10 (diámetro de boquilla = 1/16") presentan la variación del tiempo de mezclado con la posición de boquilla para una altura de baño H = 10 cm. En ambas figuras se observa una tendencia donde el tiempo de mezclado aumenta a medida que el parámetro r/R aumenta, es decir, a medida que la posición de la boquilla está más alejada del centro. El mayor tiempo de mezclado se observó para la boquilla de 1/16" de diámetro, colocada a una posición r/R = 2/3. Las figuras 5.11 (diámetro de boquilla = 1/16") y 5.12 (diámetro de boquilla = 1/64") muestran que para una altura de baño H = 20 cm existe el mayor tiempo de mezclado y ocurre para la boquilla localizada en r/R = 1/3.



Figura 5.4: Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones, con una altura de baño de 10 cm con una boquilla de 1/64 in.

Por otra parte, en las figuras 5.13 (diámetro de boquilla = 1/16) y 5.14 (diámetro de boquilla = 1/64") se observa un mínimo en el tiempo de mezclado para la boquilla localizada en r/R = 1/3. En ambos casos, el máximo y el mínimo ocurrieron cuando se utilizó la boquilla de 1/64" de diámetro. Estos resultados muestran que el tiempo de mezclado es función tanto de la posición de la boquilla como de la altura del baño. Este comportamiento se debe a que los patrones de flujo cambian cuando se modifica la posición de la boquilla la altura del baño. Adicionalmente, debe recordarse que el electrodo de medición siempre está localizado cerca de la superficie del baño, por lo que su posición relativa cambia con respecto a la altura del baño cuando se modifica la altura del baño.

De los datos también se graficó el tiempo de mezclado para diferentes alturas del



Figura 5.5: Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones, con una altura de baño de 20 cm y una boquilla de 1/16 in.

baño. En estas gráficas 5.15 y 5.16 se observa un menor tiempo en la altura de 10 cm y un diámetro de boquilla de 1/16", en cada flujo. En general, el tiempo de mezclado aumenta con la altura. En las gráficas 5.17 y 5.18 se observa un tiempo menor en la altura de 35 cm y diámetro de boquilla de 1/16", y no hay tendencia al aumento del tiempo de mezclado con la altura. En las gráficas 5.19 y 5.20 se observa el tiempo menor para una altura de 20 cm y un diámetro de boquilla de 1/16", los tiempos en cada flujo no muestran tendencias de ser necesariamente menores en la menor altura o el menor volúmen del baño.

En baños de fusión, la gráfica log (tiempo de mezclado) vs log (flujo volumétrico) muestra lineas rectas que pueden correlacionarse con la energía introducida por el gas. La comparación se puede hacer en unidades de energía específica, (energía/ton



Figura 5.6: Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones, con una altura del baño de 20 cm y un diámetro de boquilla de 1/64 in.

mezcla). En la Fig. 5.21 se regrafican los datos de tiempo de mezclado (d = 1/64, H = 35 cm) para mostrar que este tipo de comportamiento que ocurre en reactores reales también se observó en el modelo físico. No se realizaron estimaciones de la energía introducida al baño.



Figura 5.7: Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres posiciones, con una altura de 35 cm y un diámetro de boquilla de 1/16 in.



Figura 5.8: Tiempo de mezcla en función del flujo volumétrico para tres, con una altura del baño de 35 cm y diámetro de boquilla de 1/64 in.



Figura 5.9: Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 3 flujos volumétricos, en una altura de baño de 10 cm y diámetro de boquilla de 1/64 in.



Figura 5.10: Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 4 flujos volumétricos, con una altura de baño de 10 cm y un diámetro de boquilla de 1/16 in.



Figura 5.11: Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 4 flujos volumétricos, con una altura de baño de 20 cm y diámetro de boquilla de 1/16 in.



Figura 5.12: Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 3 flujos volumétricos, con una altura de 20 cm y diámetro de la boquilla de 1/64 in.



Figura 5.13: Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 4 flujos volumétricos, con una altura de baño de 35 cm y diámetro de la boquilla de 1/16 in.



Figura 5.14: Tiempo de mezcla en función de la posición de la boquilla para 3 flujos volumétricos, con una altura de 35 cm y un diámetro de boquilla de 1/64 in.



Figura 5.15: Tiempo de mezclado en función de la altura del baño para 3 flujos volumétricos, con la boquilla colocada al centro y un diámetro de boquilla de 1/64 in.



Figura 5.16: Tiempo de mezcla en función de la altura del baño para 4 flujos volumétricos, con la boquilla colocada al centro y diámetro de la boquilla de 1/16 in.



Figura 5.17: Tiempo de mezcla en función de la altura del baño a 3 flujos volumétricos, con la boquilla colocada a r/R=1/3 del centro y un diámetro de la boquilla de 1/64 in.



Figura 5.18: Tiempo de mezclado en función de la altura del baño para 3 flujos volumétricos, con la boquilla colocada a r/R=1/3 del centro y con el diámetro de la boquilla de 1/16 in.



Figura 5.19: Tiempo de mezcla como función de la altura de baño para 3 flujos volumétricos, con la boquilla colocada a r/R = 2/3, con un diàmetro de boquilla de 1/64 in.



Figura 5.20: Tiempo de mezcla en función de la altura de baño para 2 flujos volumétricos, con la boquilla colocada a r/R=2/3 del centro y con el diámetro de boquilla de 1/16 in.



Figura 5.21: Logaritmo del tiempo de mezcla en función del logaritmo del flujo volumétrico para distintas posiciones de la boquilla, en una altura de baño de 35 cm y de diametro de boquilla de 1/64 in.

4

# Capítulo 6

## Conclusiones

Se construyó un modelo físico que simula la inyección de gases en sistemas metalúrgicos. Para este tipo de sistema, la técnica de estimación del tiempo de mezclado mediante el cambio de pH observado al agregar un ácido fuerte resultó ser adecuada. Se encontró que el tiempo de mezclado varía inversamente con el flujo volumétrico con las demas variables fijas, pero no se encontró una relacion clara entre el tiempo de mezclado y la posición de la boquilla en el fondo del recipiente. Con estos resultados del tiempo de mezclado del sistema aire-agua lo siguiente es aplicarlos por medio de los criterios de similitud al sistema metal líquido-gas de agitación. Esto es para usar el intervalo menor de tiempo en que se ponen en contacto reactantes en las diferentes fases liquida-gas y adición de sólidos.

Este modelo físico esta ahora listo para utilizarse en la enseñanza experimental, capacitación industrial o investigación, y por lo tanto se ha cumplido cabalmente con el objetivo establecido.

#### BIBLIOGRAFIA

1

 $\mathbf{2}$ T. Lehner, P.J. Koros y V. Ramachandran, Eds., Memorias de "Injection in process metallurgy", TMS, 1992. R.J. Fruehan, Ladle metallurgy principles and practices, ISS, AIME, 1985. 3 4 Y. Susuki y T. Kuwabara, "Secondary steelmaking in Japan", Memorias de "Secondary Steelmaking", The Metals Society, 1978. J. Szekely y C. Helle, Ladle Metallurgy, MRE, Springer Verlag, 1988.  $\mathbf{5}$ 6 R.J. Fruehan, Vacuum degassing of steel, ISS, 1990 7 J.K. Brimacombe, P.J. Mackey, G. J. W. Kori, C. Bieckert and M. G. Ranade, Eds., Memorias de "Savard/Lee International symposium on bath smelting". TMS, 1992. 8 S.C. Koria, "Thermodynamic considerations in designing gas injection lances submerged in melts", Ironmaking and Steelmaking, 1989, vol 16, no. 1, pp 21. J. Szekely, I. Samarsekera, L.B. Hales, H. Henein, N. Jarret and K. Rajamany 9 Editores., Memorias de "Matematical modelling of materials processing operations", AIME,1990. 10 R.I.L. Guthrie, Engineering in Process Metallurgy, 1976. P.J. Koros y G. R. St Pierre; Memorias de "Elliot Symposium on chemical 11 process metallurgy", ISSS, AIME 1991. D. Mazumdar S. Das y S. Bajpayee. "A comparative study of mixing phenomena 12 in gas stirred ladle systems". ISIJ International, vol. 37(1997), no.2, pag.194. K.-H. Tacke, H. -G. Schubert, D.-J. Weber, and Klaus Schwerdtfeger. "Charac-13 teristics of round vertical gas bubble jets". Metallurgical transactions B, vol 16B, june, 1985, pp. 263. Iguchi, Tsujino, Nakamura sano. "Effects of surface flow control on fluid flow 14 phenomena and mixing time in a bottom blown bath", Metallurgical transactions B, vol 330V, august 1999, pp. 631. Miao-Yong Zhu, Ikuo Sawada and Manabu Iguchi, "Physical characteristics of 15a horizontally injected gas jet and turbulent flow in metallurgical vessels". ISIJ International, vol.38(1998), no.5, p. 411-420. Jia-yun Zhang, Si-shen Du, and Shou-kun Wei, "Flow field in bath agitated by 16symmetrically placed impimping gas jet and submerged gas stream", Ironmaking and steelmaking, 1985, vol.12, no.6, p.249.

V.A. Kudrin, Metalurgia del acero, Ed. Mir, Cap 1, 1980.

ISTA TESIS NO SALE DE LA BIBLIOTECA

- 17 D. Mazumdar and R.I.L. Guthrie, "Hydrodynamics of CAS method of alloy additions", *Ironmaking and steelmaking*, 1985, vol.12, no.5, pp. 256.
- 18 Julian Szekely, Shigeo Asai, "The general mathematical statement of turbulent recirculatory flows". *Transaction ISIJ*, vol15(1975).
- 19 W.D. McComb, **The physics of fluid turbulence**, Oxford science Publications, 1994, cap 1,2.
- 20 I.M. Vinogradov, Mathematical Encyclopaedia(Soviet Encyclopaedia Publishing House), Kluwer academic publishing, 1988.
- 21 G.G. Krishna Murthy and S.P. Mehrotra, "Mixing in liquid baths by gas injection", *Ironmaking and steelmaking*, 1992, vol. 19, no. 5 pp. 377.
- 22 Jamal Choouk, Larachi, Dudukovic, "Noninvasive tomographic and velocimetric monitoring of multifase flows". *Industrial, Engineering Chemical Research,* American Chemical society, 1997, vol. 36, p. 4476,
- 23 D. Mazumdar y R. I.L. Guthrie. "The physical and mathematical modelling of gas stirred ladle systems". *ISIJ international*, vol. 35, (1995)no. 1, pag 1-20.
- 24 O. Levenspiel. Chemical reactor omnibook, OSU,1989.
- 25 A. T. Peters, Producción siderúrgica, edit. Limusa, 1987.
- J. Szekely. Fenómenos de flujo de fluidos en procesamiento de metales.
  Cap. 8. Ed. Limusa, México, 1988.
- 27 Kastanek, Szahradnik, Katochil, Cermak, Chemical reactors for gas liquid and solids systems, Ellis Horwood, 1993.
- 28 E. Infeld, E.R. Zelazny, A F. Galkowski, Memorias de "Nonlinear dynamics Chaotic and complex systems", Cambridge Univ. Press, 1997.
- 29 B. Fernàndez Larrañaga . Introducción a la mecànica de los fluidos, edit. Univ. Cat. de Chile,1992.