

01168  
10



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

*“Análisis de Sistemas de Distribución  
y Producción en Reversa”*

*Aplicaciones a la remanufactura de equipos en la  
industria petrolera en México.*

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA  
(INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES)**

**P R E S E N T A :**

**LUIS ENRIQUE HERRERA DEL CANTO**

DIRECTOR: M. en I. RUBÉN TÉLLEZ SÁNCHEZ

295643



CIUDAD UNIVERSITARIA,

JULIO 2001



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres,

el Señor Gabriel Herrera y  
la Señora Martha del Canto

por quienes todo soy,

y a quienes todo debo.

«...y como se riega el jardín?

Evitando la natural erosión de la pasión por la costumbre, mediante una aventura sin fin, en la que el amor, aunque ya logrado, no será nunca una conquista definitiva, sino siempre provisional, renovable por el esfuerzo y el mérito... »

a Ti, mi gran amiga, por tu amor,  
comprensión y compromiso,  
especialmente en los tiempos  
difíciles...



# ***Agradecimientos***

Este trabajo se ha formado gracias a la participación directa e indirecta de un número importante de personas. Mi más sincero agradecimiento a todos su apoyo y ayuda.

Particularmente deseo agradecer muy encarecidamente al MI. Rubén Téllez Sánchez, por sus enseñanzas, además de su cooperación y dedicación para la revisión de este documento.

Asimismo deseo agradecer al resto de los miembros de mi jurado, los doctores: Idalia Flores de la Mota, Jesús Acosta Flores, Sergio Fuentes Maya y Ricardo Aceves García, por su confianza, y valiosos comentarios que ayudaron a conformar el contenido, estructura y estilo de este documento.

No puedo olvidar tampoco al resto mis profesores de la división, quienes con su experiencia y conocimientos sembraron en mí el interés por la Investigación de Operaciones.

A la Dra. Jane Ammons, del Instituto Tecnológico de Georgia, quien aportó valiosos comentarios para el diseño del modelo.

Para poner en operación un modelo de Investigación de operaciones, se requiere información oportuna y confiable, gracias a todos mis amigos de *PEMEX Exploración y Producción* y de *Cooper Cameron Valves*, por brindarme todas las facilidades para obtener los datos necesarios para la conformación de los datos del caso de estudio.

Finalmente quiero expresar mi agradecimiento al personal administrativo de la división, a la Maestra Brisia Jon y al Ing. José Manuel Ortiz por todo el apoyo recibido.

# Contenido

---

**RESUMEN**   vii

**INTRODUCCIÓN**   viii

- 1. La Industria del Petróleo y del Reciclaje**   02
  - 1.1 Características principales de la industria petrolera en México   03
  - 1.2 Oportunidades de reciclaje de la infraestructura utilizada por PEMEX   05
  - 1.3 La industria del reciclaje   06
  - 1.4 La industria del reciclaje de equipo petrolero   08
  
- 2. Fundamentos del Diseño de un Sistema de Producción en Reversa**   11
  - 2.1 Características del sistema   12
  - 2.2 Estructura genérica   15
  - 2.3 Problemática para la modelación   15
  - 2.4 Estado del arte en el diseño de sistemas de distribución y producción en reversa   17
  - 2.5 Modelo matemático del sistema de distribución y producción en reversa   18
  - 2.6 Modelos de programación lineal entera   25
  - 2.7 Algoritmo de solución de un modelo de programación lineal entera mixta   28
  
- 3. Casos de estudio**   30
  - 3.1 Planteamiento del problema   31
  - 3.2 Formulación del problema – Opción 1   35.
  - 4.1 Formulación del problema – Opción 2   50.
  
- 4. Conclusiones y recomendaciones**   59
  
- Bibliografía**   63
  
- Anexos**   64

# Resumen

---

*La administración de la cadena de distribución y producción, también llamada cadena de valor, de una empresa pública o privada es una actividad cuyos resultados se reflejan irremediabilmente en su efectividad operativa y por consecuencia en su éxito económico.*

*Una característica que ha predominado en los modelos de optimización de la cadena de valor que se han desarrollado a lo largo del tiempo, es su estructura unidireccional, ya sea hacia adelante (manufactura tradicional), o bien hacia atrás (procesos de remanufactura y reciclaje).*

*En este documento se plantea el análisis y diseño de un sistema de distribución y producción en reversa, el cual se define como la combinación de los sistemas unidireccionales de manufactura (hacia adelante) y de desensamble y /o remanufactura (hacia atrás).*

*Como resultado de esta combinación, se crea una herramienta para el análisis y diseño de dichos sistemas, la cual tiene por finalidad apoyar el proceso de planeación de la infraestructura y logística de un problema de reciclaje.*

*Dada la estructura de este tipo de problemas, la herramienta de análisis desarrollada se plantea como un modelo de programación matemática lineal tipo entera-mixta y para ilustrar su uso se plantea el caso de estudio de la remanufactura de equipos utilizados en la industria petrolera en México.*

*La implementación de un sistema de distribución y producción en reversa, como una alternativa a un proceso de reciclaje, constituye una oportunidad para las empresas mexicanas de lograr una estrategia diferenciadora que les permita ubicarse competitivamente en el mercado global.*

# Introducción

---

## *La Interpretación Bidireccional de un Sistema de Distribución y Producción.*

El sistema de distribución y producción, también llamado cadena de valor de una empresa ha tenido tradicionalmente una estructura unidireccional, tanto en aquellas dedicadas estrictamente a la manufactura, en donde el sentido es hacia delante o de creación de valor, como en las que se dedican estrictamente a la remanufactura de equipos, donde el sentido de los procesos es hacia atrás o en reversa. En ambos casos, la toma de decisiones y diseño de procesos se realiza también únicamente en un sentido unidireccional, sin tomar en cuenta el contrario. ¿Qué beneficios se obtendrían de mezclar ambos procesos?

En este capítulo se plantea la estructura general de este trabajo que buscará dar una respuesta a esta pregunta, para ello se da inicio planteando los antecedentes mediante la definición del concepto de cadena de valor y su importancia dentro de la empresa (sección A). A continuación se hace mención de la problemática (sección B), de la que se genera la motivación y objetivo de este trabajo (secciones C y D). Posteriormente se establece la hipótesis, así como la estrategia y metodología que servirán de guía (secciones E y F). Finalmente se expone el contenido general de cada uno de los capítulos que integran este trabajo (sección G).





## A. Antecedentes.

---

### *¿Qué es una cadena de valor?*

Toda organización ya sea pública o privada que involucre en sus operaciones la manufactura de bienes o servicios posee un sistema de distribución y producción, también llamada cadena de valor.

La administración óptima de la cadena de valor ha sido desde hace mucho tiempo fuente de inspiración para la constante propuesta de modelos que se ajusten a una realidad siempre cambiante en lo tecnológico, en lo social y en lo cultural. Ejemplos de estos modelos son:

- MRP I y II
- JIT
- TOTAL QUALITY MANAGEMENT.
- KANBAN
- SIX SIGMA
- Entre otros.

### *Interpretación unidireccional de un sistema de distribución y producción.*

La interpretación tradicional de la cadena de distribución involucra movimiento de bienes, desde el acopio de la materia prima, suministro, producción hasta la distribución de los bienes terminados al cliente final. En este documento se le llamará a este sistema: *Sistema de distribución y producción unidireccional*, debido a que el análisis, diseño y operación del sistema contempla decisiones que consideran sólo el flujo unidireccional del proceso.

Asimismo se le llamará unidireccional al sistema de producción que contempla solo el flujo de actividades de remanufactura y que considera solo en ese sentido la toma de decisiones para el análisis y diseño del flujo de actividades.

## B. Problemática.

---

### *La necesidad de un enfoque diferente acerca de la cadena de valor.*

Desde que dio inicio la Revolución Industrial ha existido el deseo constante por lograr sistemas cada vez más eficientes. El hombre es insaciable y continuará desarrollando nuevos modelos y técnicas, ¿existe un límite a sus aspiraciones?

Es posible que no, el desarrollo constante de nuevos modelos e interpretaciones continuará. Sin embargo, ante esta situación es válido plantearse lo siguiente: *¿Cómo*



*proceder ante un estado de cosas amenazante?, "Hacer las cosas mejor que antes o bien, hacerlas de una manera diferente"*

### ***"Hacer las cosas mejor que antes"***

El continuar como lo indica la primer tendencia, es decir, simplemente mejorar lo anterior, nos puede llevar a un círculo vicioso, tal es el caso de los modelos de optimización de la cadena de valor, en casi todos ellos se puede percibir la misma estructura unidireccional en su modelación, eso no significa que les falte efectividad, al contrario, se aplican con éxito, sin embargo, llegará la obsolescencia y cada modelo se ve desplazado por otro "mejor".

Los retos del nuevo milenio, la globalización de la economía, la mayor participación de la sociedad, hacen que nuevos personajes participen en el proceso de producción de bienes de consumo. Conceptos como la ecología, la escasez de materia prima, la competitividad, vienen cobrando cada vez mayor relevancia para la industria planteando la necesidad de nuevos paradigmas en la secuencia de las actividades productivas.

Si se piensa en el caso particular de México, aquí se percibe con mayor urgencia la necesidad de plantear esquemas creativos que ayuden a la industria local enfrentar la cada vez más amenazante participación de los mercados externos.

### ***"Hacer las cosas de manera diferente".***

Casi todas estas aproximaciones para el análisis y diseño eficientes de sistemas de distribución y producción, han enfocado sus esfuerzos al estudio "hacia delante" del proceso productivo en un sentido unidireccional.

Sin embargo, en un contexto global en el que se consideren otros jugadores como la naturaleza, la sociedad, la escasez de recursos naturales, etc, el concepto tradicional de cadenas de suministro, distribución y producción, tendrá que evolucionar de la concepción unidireccional actual a uno en el que la red de operaciones considere la interacción de operaciones en el sentido "hacia delante" y "en reversa".

Así, el flujo unidireccional de materiales, operaciones, partes, productos, deberá de modificarse para dar cabida a las operaciones en reversa, al reuso, al reciclaje, a la disposición de bienes para su reutilización. Esta concepción además, cobra mayor importancia dado el crecimiento en la regulación ecológica, así como a la cada vez mayor escasez de recursos tanto económicos como naturales.



## C. Motivación.

---

Se requiere hacer las cosas de manera diferente, buscar nuevos caminos de acción, que permitan que la administración de la cadena de distribución y producción de nuestras empresas públicas y privadas se efectúe de manera innovadora y creativa, de manera que la efectividad operativa y el éxito económico tengan resultados positivos y que nuestra industria en general se fortalezca. **Como consecuencia de lo anterior, los esfuerzos de este documento se enfocarán a una interpretación innovadora de la cadena de valor que proporcione una fortaleza diferenciadora a las empresas mexicanas.**

Ya se había mencionado que el diseño de modelos de distribución y producción seguía la misma estructura unidireccional, por lo tanto se buscará en este documento formular una alternativa a dichos modelos combinando las interpretaciones unidireccionales en un modelo al que se denominara *Sistema de Distribución y Producción en Reversa* y que se define en la siguiente sección.

## D. Objetivo

---

**Desarrollar una herramienta de análisis para el diseño de un sistema de distribución y producción en reversa.**

En este documento se le llamara sistema de distribución y producción en reversa a aquel modelo diseñado como una red de decisiones resultado de la combinación de los procesos de manufactura hacia delante (sistema tradicional) y los de remanufactura (hacia atrás). En este modelo el flujo unidireccional de materiales-procesos-productos (hacia delante), deberá interactuar con la constante incorporación de los mismos elementos pero que fluyen en el sentido contrario a través de la red de actividades de remanufactura.

## E. Hipótesis.

---

1. La implementación de sistemas de distribución y producción en reversa proporcionarán a las empresas mexicanas una estrategia diferenciadora que les permita ubicarse competitivamente en el mercado global.
2. La combinación de los enfoques unidireccionales (tanto hacia delante como hacia atrás) permitirá la creación de una estructura que proporcione entre otros: mayores beneficios económicos, optimización del uso de los recursos, así como mejorar el cuidado de la naturaleza mediante la mejor utilización de los recursos que ya han sido extraídos de ella.



3. "Los problemas de distribución y producción en reversa poseen características que nos pueden permitir categorizarlos de manera que se pueden resolver mediante un mismo modelo de solución". Así pues, se presume que el modelo que se desarrollara será lo suficientemente genérico como para ser aplicado a una amplia gama de problemas.

## F. Metodología y estrategia.

---

Dadas las características estructurales del modelo de distribución y producción en reversa, este será planteado como un modelo de programación matemática lineal tipo entera-mixta.

Para ilustrar el uso de esta herramienta se planteará el caso de estudio de la remanufactura de equipos utilizados en la industria petrolera en México (válvulas de corte).

Los parámetros del modelo serán determinados con base a la información proporcionada por diversas autoridades de PEMEX Exploración y Producción, así como de datos y observaciones de campo.

La validación del modelo se efectuará tomando como referencia datos y estadísticas correspondientes al mercado de la remanufactura de válvulas y equipo petrolero en los Estados Unidos.

## G. Organización.

---

Esta obra ha sido organizada de la siguiente manera:

En la Introducción se aborda el tema a tratar, llevando al lector de un estado de cosas general hasta el planteamiento del problema a resolver (*objetivo*). Se mencionan las *hipótesis de trabajo* y se expone la *metodología* que se seguirá para su investigación.

Dado que el caso de estudio que se planteará para la utilización del modelo matemático está enmarcado en la industria petrolera, en el capítulo 1 se describe las características de esta industria, asimismo se revisan algunos aspectos de la industria del reciclaje. En este capítulo se ofrece un estudio de los avances logrados en la industria de la remanufactura de equipo petrolero en los Estados Unidos, el cual servirá como referencia para evaluar los beneficios potenciales de la utilización del modelo en México.

En el capítulo 2, se abordarán principalmente tres temas: (a) Las bases metodológicas para el análisis y diseño de un proceso como sistema de distribución y producción en reversa, (b) Modelos de programación entera, y finalmente (c) El planteamiento del sistema de distribución y producción en reversa como un modelo de programación



entera-mixta. Este planteamiento incluye un análisis de la naturaleza del sistema de distribución y producción en reversa, definiendo sus características, elementos, propiedades, relaciones, de manera que al relacionar todos estos elementos podemos expresar un modelo matemático. Además de lo anterior se incluye un análisis formal de las propiedades del modelo tomando como referencia la metodología propuesta por Ackoff.

En el capítulo 3 se plantea un estudio de caso para ejemplificar el uso de la herramienta de análisis desarrollada. El estudio de caso consiste en la remanufactura de equipos utilizados en la industria petrolera de México.

Finalmente, en el capítulo 4 se exponen las conclusiones y recomendaciones para el uso del modelo, así como las expectativas de implementar este tipo de tecnología en México.

El anexo No.1 incluye ejemplos numéricos de los algoritmos de solución de problemas de programación entera.

En el anexo No.2 se incluyeron los resultados arrojados por el software LINDO correspondientes a la solución de los problemas planteados en los estudios de caso.

# Modelo conceptual de un Sistema de Distribución y Producción en Reversa

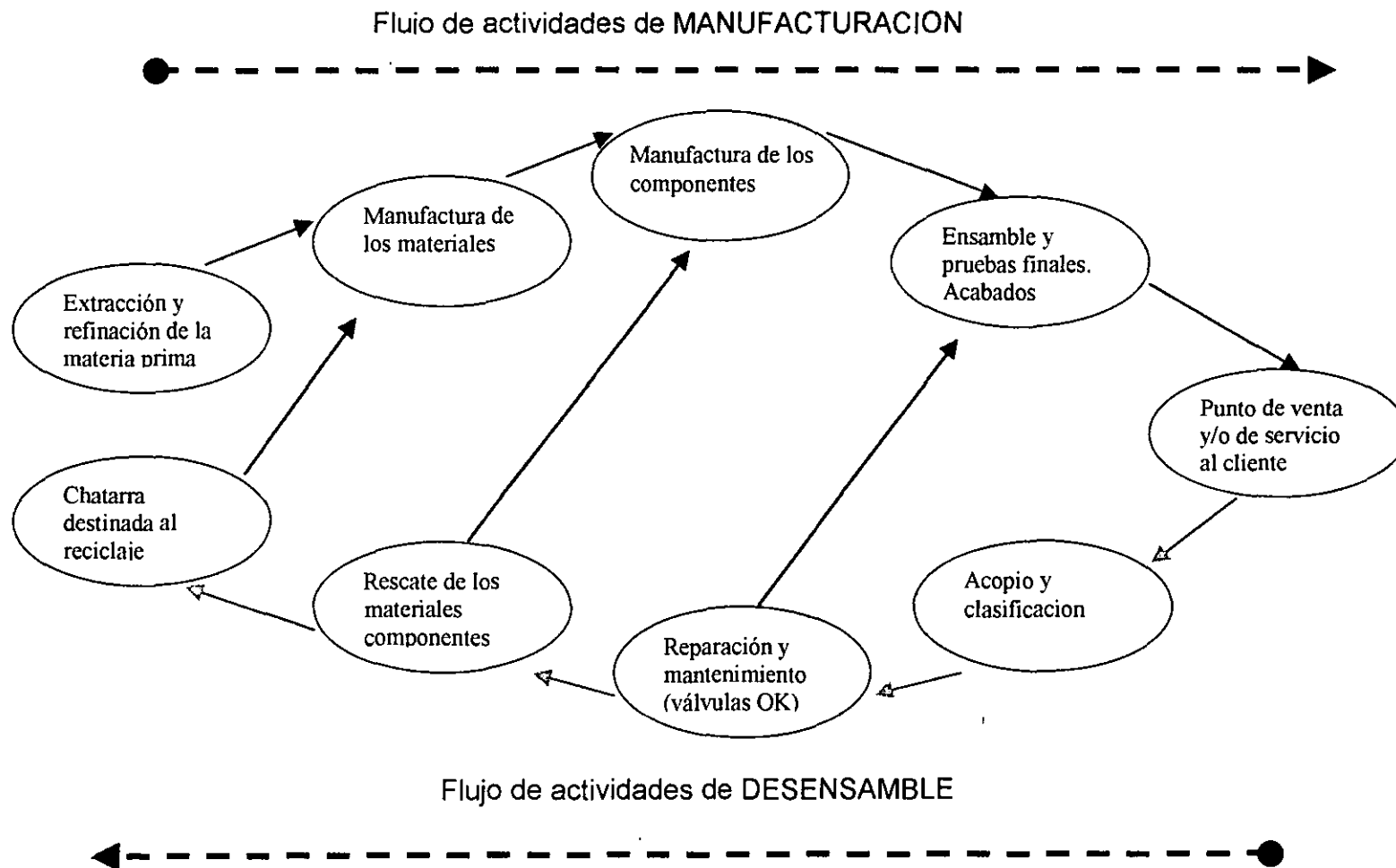


Figura No.1

# 1

---

## *La Industria del Petróleo y del Reciclaje en México.*

Como ya se mencionó en el capítulo anterior, el objetivo de este trabajo es la creación de una herramienta que permita el análisis y diseño de un sistema de distribución y producción en reversa, posteriormente esta herramienta se utilizará para el análisis de un caso de estudio, el cual consistirá en la remanufactura de equipos utilizados en la Industria Petrolera de México.

Como se discutirá en el capítulo 2, para la modelación de un sistema de distribución y producción en reversa es indispensable la identificación de las diferentes variables que definen la industria que enmarca a cada problema.

Por lo anterior, el presente capítulo tiene como finalidad establecer las referencias que permitan caracterizar las variables y parámetros que con que se modelará el caso de estudio en el capítulo 3.

Este capítulo está organizado de la siguiente manera: la sección 1.1, expone las características de la industria petrolera, sus inicios, estado actual y perspectivas de desarrollo, así como la nueva infraestructura. La sección 1.2 plantea las oportunidades de desarrollar tecnologías de reciclaje en la industria petrolera en



México, tomando como referencia el volumen de material desechado de que se dispone.

La sección 1.3, aborda de manera general las perspectivas de la industria del reciclaje en México. Finalmente en la sección 1.4, se ofrece un estudio de los avances logrados en la industria de la remanufactura de equipo petrolero en los Estados Unidos, el cual servirá como referencia para evaluar los beneficios potenciales de la utilización del modelo en México.

## **1.1 Características principales de la industria petrolera en México**

### **1.1.1 La consolidación de PEMEX como empresa.**

En los años cuarenta la industria petrolera inició el camino de su crecimiento al pasar de 51 millones de barriles producidos en 1940 a 86 millones en 1950 y la exportación en este último año sobrepasó los 12 millones de barriles. Este aumento productivo se debió a una labor intensa en la exploración, cuyo resultado más espectacular fue el descubrimiento -en 1952- de los primeros campos de la nueva Faja de Oro.

Se construyeron las refinerías de Poza Rica, de Salamanca, de Ciudad Madero, la nueva refinería de Minatitlán y se amplió la de Azcapotzalco. También, en 1951, empezó el funcionamiento de una planta petroquímica básica en Poza Rica, con lo cual se iniciaba la industria petroquímica en México. Entre 1964 y 1970, se impulsaron las actividades exploratorias y la perforación, descubriéndose el campo Reforma, en los límites de Chiapas y Tabasco, y el campo Arenque, en el Golfo de México y, en 1966, se creó el Instituto Mexicano del Petróleo.

En 1972, se detectó una nueva provincia productora de hidrocarburos en el Estado de Chiapas, mediante la perforación de los pozos Cactus I y Sitio Grande I, lo que constituyó el hallazgo de mayor importancia en esa época. La productividad de los pozos de la zona sureste conocida como el Mesozoico Chiapas-Tabasco hizo posible la reanudación de las exportaciones petroleras de México en 1974. Así, en 1976, las reservas de hidrocarburos ascendieron a siete mil millones de barriles, la producción a 469 millones de barriles anuales y las exportaciones de crudo a 34 millones y medio de barriles anuales.

En los años setenta, se da un impulso importante a la refinación, al entrar en operación la refinerías de "Miguel Hidalgo", en Tula, Hgo.; "Ing. Héctor Lara Sosa", en Cadereyta, N.L., así como la "Ing. Antonio Dovalí Jaime", en Salina Cruz, Oax.

A partir de 1976, se impulsó una mayor actividad en todas las áreas de la industria, ante la estrategia política del Presidente José López Portillo de dar un gran salto en





la producción petrolera y en las reservas de hidrocarburos, por lo que el petróleo se convirtió en la principal fuente de divisas del país, ya que llegó a representar el 75 por ciento de sus exportaciones. El aumento productivo de esta época estuvo ligado al descubrimiento de los campos de la Sonda de Campeche, considerada hasta la fecha como la provincia petrolera más importante del país y una de las más grandes del mundo.

### 1.1.2 Estado actual y perspectivas de desarrollo.

En la década de los ochenta, la estrategia de la industria petrolera nacional fue la de consolidar la planta productiva mediante el crecimiento, particularmente en el área industrial, con la ampliación de la capacidad productiva en refinación y petroquímica.

A partir de 1990, se inició un programa de inversiones financiado por el "Eximbank" y el "Overseas Economic Cooperation Fund" de Japón denominado "Paquete Ecológico", que comprendió la construcción de un total de 28 plantas de proceso en el sistema nacional de refinación, el cual fue terminado en 1997 y cuyos objetivos fueron mejorar la calidad de la gasolinas, reducir el contenido de azufre en el diesel y convertir combustóleo en combustibles automotrices, así como elevar las características de los residuales, a fin de cumplir con las normas ambientales adoptadas por el Gobierno de México.

En julio de 1992, el Congreso de la Unión aprobó la Ley Orgánica de Petróleos Mexicanos y sus Organismos Subsidiarios, iniciativa que envió el Ejecutivo Federal, mediante la cual se emprendió una reestructuración administrativa y organizativa bajo el concepto de líneas integradas de negocios que incorpora criterios de productividad, responsabilidad, autonomía de gestión, definiendo bajo un mando único actividades operativas y de apoyo. Por tanto, PEMEX descentralizó y desconcentró funciones y recursos para cumplir todas las actividades implícitas de la industria petrolera y sus áreas estratégicas.

Esta ley establece la creación de los siguientes organismos descentralizados subsidiarios de carácter técnico, industrial y comercial, cada uno de ellos con personalidad jurídica y patrimonio propios: PEMEX Exploración y Producción, PEMEX Refinación, PEMEX Gas y Petroquímica Básica y PEMEX Petroquímica, bajo la conducción central del Corporativo PEMEX.

A partir de esta reestructuración administrativa de PEMEX, se llevó a cabo una transformación profunda de la empresa para maximizar el valor económico de las operaciones y para planear y ejecutar proyectos de inversión con mayor solidez y rentabilidad. De esta manera, en los años 1995 y 1996 se fortalecieron los programas operativos de PEMEX para mantener la producción de hidrocarburos y aumentar la elaboración y distribución de productos petrolíferos de mayor calidad, principalmente gasolinas PEMEX Magna y PEMEX Premium, así como PEMEX Diesel a nivel nacional.



### 1.1.3 La nueva infraestructura.

El año de 1997 marcó el inicio de una nueva fase de expansión de la industria petrolera mexicana, mediante la ejecución de importantes megaproyectos de gran envergadura para incrementar los volúmenes de producción de crudo y gas y mejorar la calidad de los combustibles.

Por su importancia estratégica y económica, se iniciaron el "Proyecto Cantarell" para renovar, modernizar y ampliar la infraestructura de este complejo, con el fin de mantener la presión en este yacimiento, ubicado en la Sonda de Campeche, a través de la inyección de nitrógeno; el "Proyecto Cadereyta" orientado a la modernización y reconfiguración de la refinería "Ing. Héctor Lara Sosa", en el Estado de Nuevo León para construir 10 nuevas plantas de proceso y ampliar otras 10 existentes; y el "Proyecto Cuenca de Burgos" para aprovechar el enorme potencial gasífero de la región norte de Tamaulipas y obtener una producción adicional de gas natural de 450 mil a mil 500 millones de pies cúbicos por día en el año 2000.

## 1.2 Oportunidades de reciclaje de la infraestructura utilizada por PEMEX.

---

Como se ha mencionado, la modernización de la infraestructura existente, los Programas de construcción, así como los programas de mantenimiento forman parte del plan estratégico 2001-2010, en el que se proponen las estrategias operativas para maximizar el valor de las actividades operativas de PEMEX.

Y es precisamente en uno de estos puntos donde se enfocara el esfuerzo de este trabajo, PEMEX viene realizando desde el año 1997, inversiones millonarias enfocadas al incremento de la infraestructura, así como a la modernización de la existente para alcanzar sus metas de producción de hidrocarburos. Así tenemos el caso específico del proyecto Cantarell, en el que el monto anual de inversión con fines de modernización de equipo existente alcanza la cifra de 150 millones de dólares, de los cuales el 75% es para equipo que habrá de ser sustituido en sus instalaciones terrestres y costa fuera.

Forzosamente surgen varias interrogativas:

- ¿A donde van a dar esos 112.5 millones de dólares en valor del equipo que es retirado?
- ¿En que medida podría reutilizarse esa gran cantidad de toneladas de acero?
- ¿Que impacto positivo se tendría de utilizarse eficientemente todo ese material dispuesto, tanto económicos como ecológicos?

El valor de todo este material permanecerá latente mientras que no se desarrollen mecanismos de remanufactura – producción en reversa, lo suficientemente



eficientes, acompañados de una infraestructura capaz de reutilizar toda esa materia dispuesta. Sin embargo, surge aquí un dilema parecido a que fue primero si la gallina o el huevo: "la justificación de toda esta infraestructura mencionada deberá de surgir del potencial beneficio económico que surja de la utilización de los materiales producidos en reversa.

Lo anterior indica la necesidad que existe de estimular la creación y desarrollo de sistemas de distribución y producción en reversa, desarrollando medios para demostrar los beneficios económicos esperados. Así pues, el propósito de este trabajo es el de desarrollar un modelo que ayude a la toma de decisiones encaminada al diseño y operación efectivos de estos sistemas.

## **1.3 La industria del reciclaje.**

---

### **1.3.1 Generalidades.**

Reciclar es la actividad que consiste en la separación de materiales útiles del "desperdicio" para reintroducirlos al sistema de producción y así transformarlos en nuevos productos de utilidad para el ser humano.

Diversos factores motivan la necesidad de reciclar materiales, entre los más importantes están:

1. La escasez de recursos naturales. Esta situación que ha venido agravándose durante las últimas décadas, ha provocado diversas acciones con la finalidad de frenar su avance, el reciclaje ha sido una de ellas. En este caso se encuentran bienes como: el agua, el papel, etc.
2. Medidas preventivas de la contaminación. Existe una gran cantidad de bienes cuya manufactura ha seguido una serie muy compleja de procesos químicos, que los hace no biodegradables. Esta clase de bienes requieren ser reutilizados, dada la imposibilidad de reintegrarlos como desperdicio a la naturaleza. Algunos ejemplos de estos bienes son: los plásticos, PET, etc.
3. Economía de los materiales. Una tercer causa de emprender proyectos de reciclaje es la necesidad de abaratar el costo de los materiales e insumos necesarios para la fabricación de ciertos bienes. Y esto esta motivado por la necesidad de competir mas efectivamente en un mercado de consumo, ofreciendo misma calidad a un menor precio.

Uno de los factores que más influyen en la clasificación de bienes que intervienen en esta categoría es la complejidad en la manufactura del equipo en cuestión. Ejemplos:



- a. Bienes de consumo de corto plazo: reciclaje del papel, y cartón, las latas de refresco, el vidrio, el acero, el cobre, etc.
- b. Bienes de consumo de mediano plazo: Componentes de equipos y materiales de una complejidad media en su manufactura, así tenemos como ejemplos de estos: elementos de herramientas manuales, industria metalmecánica, etc.
- c. Bienes de consumo de largo plazo: Equipos altamente complejos en su manufactura y diseño. Ejemplos de estas industrias son: la automotriz, la computación y electrónica, la aeroespacial.

En resumen, los procesos de reciclaje pueden ser motivados por razones que van desde el cuidado a la naturaleza, hasta razones netamente económicas.

Ahora bien, ¿son estas necesidades exclusivas de un tipo de sociedad? Seguramente no, estas se presentan prácticamente en cualquier grupo social, y solo varían en magnitud, dependiendo de la cultura de consumo.

¿Que tipo de industria de reciclaje se debe esperar que exista en cada país? En última instancia, la respuesta a esta pregunta surge de los siguientes dos aspectos:

- a. El avance tecnológico de cada país. Este último concepto es sumamente importante ya que será a partir de la definición del nivel de avance tecnológico existente que se procederá a definir los objetivos alcanzables en cada proyecto de remanufactura y reciclaje.
- b. La cultura de reuso. En principio, cada sociedad debiera de ser una entidad conciente de sus recursos, sus necesidades, sus expectativas de desarrollo, a partir de este nivel de conciencia es que fija sus políticas de uso de los recursos, plantea estrategias y ejecuta programas encaminados a la consecución de sus planes.

### 1.3.2 Cultura de reciclaje en México.

Nuestro país, como una entidad con necesidades y vastos recursos, desarrolla proyectos de reciclaje principalmente en las siguientes áreas

#### 1. Bienes de consumo de corto plazo.

Reciclaje de la basura. En nuestro país, la basura recolectada esta compuesta principalmente de los siguientes elementos:

- a. 40% es orgánica, 15% papel y cartón, 8% vidrio, 5% plástico, 6% hierro, 5% aluminio, 4% materiales diversos, 4% trapos y ropa vieja, 3% pañales desechables y 6% de todo tipo de cosas.



El reciclaje de bienes de consumo de mediano y largo plazo está prácticamente ausente en nuestro país. Las principales causas son: una excesiva dependencia tecnológica del exterior, además de la carencia de una cultura de reuso de nuestros bienes, en ocasiones parecemos una absurda copia de los valores de "útese y tírese" típica de nuestros vecinos del norte.

## **1.4 La industria del reciclaje de equipo petrolero.**

---

En la sección anterior se definieron los diferentes niveles de productos reciclables, dependiendo de la complejidad de su manufactura. En esta sección se discutirá el estado actual en el reciclaje de los equipos utilizados en la industria petrolera.

### **1.4.1 Situación actual en México.**

Ya mencionamos que en México se desarrollan proyectos de reciclaje de bienes de consumo en el corto plazo, también se dijo que el desarrollo de proyectos de reciclaje en bienes de manufactura más compleja es escaso, ¿es este el caso de los bienes utilizados en la Industria Petrolera?

La industria petrolera en sí misma, es de alta complejidad en la tecnología utilizada en su infraestructura, y por supuesto en cada uno de los elementos que la componen. ¿Qué se hace en México en materia de reciclaje de este tipo de productos?, ¿Qué desarrollo hay en otros países del mundo?

Como se menciona en las primeras dos secciones de este capítulo, la industria petrolera en México ha venido creciendo en los últimos años. Esto ha traído consigo un crecimiento muy importante en la actividad. Grandes cantidades de equipo nuevo se han instalado tanto para incrementar la infraestructura actual, como para sustituir la que se haya retrasada tecnológicamente. De ahí que como se mencionó en la sección 1.2, las oportunidades de reciclaje sean vastas y prometedoras.

PEMEX, la empresa que controla la explotación y uso de los hidrocarburos, de manera monopólica, ha crecido a un ritmo acelerado, y netamente enfocado a la producción de hidrocarburos. No se va a discutir aquí esta política, pero si a mencionarla como una de las causas principales de que PEMEX carezca de una visión que le permita ver en el reciclaje una gran oportunidad de incrementar su utilidad operativa.

### **1.4.2 La remanufactura de equipo petrolero en los Estados Unidos.**

Para bien o para mal los Estados Unidos sirven como sistema de referencia de muchos y muy diversos temas. Su supremacía económica y tecnológica nos permite siempre acudir a ellos como un sistema de referencia obligado para casi cualquier aspecto.



Por lo anterior es que en este apartado nos habremos de referir a los avances de la industria de la remanufactura de equipo petrolero en los Estados Unidos. Este estudio servirá como referencia para evaluar los beneficios potenciales de la utilización del modelo en México

La industria del petróleo utiliza una amplísima y compleja gama de equipos, sin embargo aquí nos enfocaremos a aquellos utilizados en la transportación de hidrocarburos "*pipelines*", específicamente a uno de los mas utilizados y de mayor importancia estratégica: las válvulas.

En primer lugar es necesario aclarar que la industria petrolera en los Estados Unidos está organizada de manera diferente que en México, ya que no existe una sola empresa que monopolice la explotación y uso de los hidrocarburos. Este sistema de libre empresa permite el desarrollo de tecnología enfocada en la optimización de recursos. Por ello es que el mercado de bienes remanufacturados es altamente conocido.

Algunas de las principales empresas de remanufactura existentes, sus ganancias anualizadas por la implementación de tecnologías de remanufactura, así como servicios se mencionan a continuación:

#### *Liberty Valve Services, Inc.*

Beneficios anuales por la implementación de procesos de remanufactura en sus equipos : 12 millones de dólares <sup>1</sup>, en el año 2000.

Servicios de reparación y reconstrucción de válvulas:

- Desensamble
- Inspección
- Soldadura
- Modificación de materiales internos.
- Remaquinado.
- Tallado de esfera
- Reparación de golpes leves en el cuerpo.
- Cambio de asientos.
- Reensamble.
- Pruebas de presión y estanqueidad.

#### *MMC International Corporation*

Beneficios anuales por la implementación de procesos de remanufactura en sus equipos : 15 millones de dólares <sup>2</sup>, en el año 1999.

*Cooper Cameron Valves.*

---

<sup>1</sup> Fuente: "*Global equipment exchange*" & "*Oil & Gas Journal*". Publicaciones, 2000.

<sup>2</sup> Fuente: "*Global equipment exchange*" & "*Oil & Gas Journal*". Publicaciones, 1999.



Beneficios anuales por la implementación de procesos de remanufactura en sus equipos : 25 millones de dólares del año 1999 al 2000.<sup>3</sup>

Servicios de reparación y reconstrucción de válvulas:

*BDK Process Equipments Inc.*

Capacidad anual de remanufactura:

100,000 piezas de válvulas de diafragma y de mariposa

10,000 piezas de válvula de compuerta, globo y check

50,000 piezas de válvula tipo macho.

80,000 piezas de válvula de bola

*A & B Stainless Valve Inc.*

DuPont ahorro mas de \$3,000,000. usd como resultado de la remanufactura de componentes de válvulas.

En resumen, podemos apreciar los beneficios que resultan de la implementación de procesos de remanufactura de equipos en la industria del petróleo.

Queda entonces la pregunta: ¿Vale la pena intentar copiar este tipo de industria?, ¿Qué herramientas de evaluación de proyectos podemos utilizar? Este documento pretende dar respuesta a estas interrogantes.

---

<sup>3</sup> Fuente: Departamento de Aftermarket de Cooper Cameron Valves ».

# 2

---

## *Fundamentos del diseño de un Sistema de Distribución y Producción en Reversa. Modelos de Programación Entera.*

La finalidad de este capítulo es la modelación del sistema de distribución y producción en reversa. En primer lugar, en la sección 2.1, se describirán las características generales del sistema comenzando con su definición y propiedades. A continuación, en la sección 2.2, se expondrán una serie de cuestionamientos cuya respuesta conforma su estructura. En la sección 2.3 se exhiben los principales problemas y/o supuestos teóricos que deben sustentarse para la modelación del sistema. Posteriormente, en la sección 2.4 se describe el estado del arte en el diseño de este tipo de sistemas





Con estos elementos descritos, se está en posibilidad de formular un modelo del sistema. Como ya se mencionó en la introducción de este trabajo, la estrategia de solución que se utilizará para modelar matemáticamente el problema es considerándolo como un modelo de programación matemática entera-mixta, este planteamiento se expone en la sección 2.5.

Finalmente, en las secciones 2.6 y 2.7, se proporcionan la teoría ya existente para la solución de este tipo de problemas de programación. En la sección 2.6 se aborda el tema de la programación entera mencionando sus fundamentos de análisis y la complejidad computacional. En la sección 2.7 se describen los fundamentos teóricos de la programación lineal tipo entera-mixta, y describiendo el algoritmo de solución, ya que es este modelo el que se usará para representar al problema de distribución y producción en reversa.

## 2.1 Características de un sistema de un sistema de distribución y producción en reversa.

---

### 2.1.1 Definición.

Un sistema de distribución y distribución y producción en reversa es aquel modelo diseñado como una red de decisiones que involucra, tanto los procesos de manufactura hacia delante (sistema tradicional) como los de remanufactura (hacia atrás). En este modelo el flujo unidireccional de materiales-procesos-productos (hacia delante), deberá interactuar con la constante incorporación de los mismos elementos pero que fluyen en el sentido contrario a través de la red de actividades de remanufactura.

### 2.1.2 Características del modelo.

A continuación se enumeran las características mas importantes del modelo:

#### 1. Definición genérica.

La primer situación que se habrá de suponer para modelar el problema es la siguiente:

*“Los problemas de distribución y producción en reversa poseen características que nos pueden permitir categorizarlos de manera que se pueden resolver mediante un mismo modelo de solución”.* Así pues, se presume que el modelo que se desarrollara será lo suficientemente genérico como para ser aplicado a una amplia gama de problemas.

## 2. Definición de nodos.

Para poder modelar el problema será necesario definir, en primer lugar, su naturaleza en cuanto a la secuencia de nodos o procesos que involucra el sistema de distribución y producción en reversa, para ello obsérvese la figura 1.

De esta figura deseamos hacer notar en este momento los siguientes aspectos:

- a) La secuencia de actividades del arco superior constituye el ciclo de fabricación normal desde la materia prima hasta la creación del bien que habrá de ser dispuesto para su uso.
- b) El arco inferior constituye la secuencia de nodos que agrupan actividades de reuso, reparación, reciclaje de componentes, hasta llegar al reciclaje de la materia prima. Este arco inferior involucra una o ambas de las tareas genéricas de remanufactura o desensamble. Analicemos cada una de estas tareas genéricas.

**Desensamble:** Cubre las actividades de clasificación, desensamble (en varios niveles) y separación de materiales reutilizables hasta varios niveles de pureza.

**Remanufacturación:** Cubre las actividades de reempaque, reparación, reensamble y recomposición de materiales.

Otra característica interesante en el modelaje del problema consiste en el concepto de índice de reutilización.

## 3. Índice de reutilización.

En general para un producto dado, se tendrá un ciclo de uso que pasara por diferentes nodos del diagrama conceptual mostrado en la figura 1. Por ejemplo, las alfombras de una oficina tendrán un índice de reutilización muy pequeño, dada la dificultad de reubicar que existe (se cortan a la medida) y por la dificultad que entraña su retiro. Sin embargo, existen otros productos cuyo ciclo de reutilización es muy diferente, por ejemplo, los aparatos electrónicos, estos podrán pasar por una secuencia de nodos mas larga.

Continuando con el análisis de la características del modelo de logística o producción en reversa, podemos encontrar dos tipos de problemas de diseño de sistemas en reversa:

- a) La secuencia de tareas pueden efectuarse sin remover el bien del lugar donde se encuentra ubicado. En este caso la logística en reversa debe moverse al lugar donde se encuentra el equipo.



- b) El producto se retira del sitio donde desempeña sus funciones y el proceso de producción en reversa puede llevarse a cabo en uno o más sitios diferentes.

El modelo matemático de solución que se planteara en este trabajo buscara resolver este segundo tipo de problemas.

#### 4. Frecuencia con el que un bien habrá de ser retirado – Ciclo de uso / vida.

Dos factores definen esta variable:

- a) Tiempo de uso.
- b) Numero de elementos de ese bien que están en uso.

Nos interesa manejar el grado de incertidumbre de esta variable ya que esto nos redundara en la optimización de la infraestructura necesaria para el sistema de producción en reversa.

Es importante conocer además algunas situaciones que pueden afectar la variabilidad, por ejemplo, si la frecuencia con que se retira un producto es alta, puede deberse a cualquiera de las siguientes tres situaciones:

- que el tiempo de uso sea muy corto, o bien,
- existe un gran numero de equipos en uso, o bien
- ambas situaciones.

#### 5. Complejidad del producto y de su manufactura.

La complejidad de la manufactura de un producto y de sus materiales componentes impactara en los puntos 1 al 3 de los mencionados en la estructura genérica (ver sección 2.2, es decir,

- A. *Desarrollo de las rutas para productos y materiales.*
- B. *Ubicación geográfica de los sitios donde se desarrollan c/u de las etapas del PPR.*
- C. *Diseño del tamaño y numero de centros de acopio, de servicio y/o remanufactura.*

Si la complejidad de la manufactura es alto, entonces el valor del producto esta implícito en su forma y desearemos preservarla al máximo posible mediante el reuso, la reparación, el reciclado del subensamble y sus componentes. Si la complejidad es alta, pero los materiales componentes son altamente preciados,

entonces buscaremos una reutilización eficiente sin tomar en cuenta la conservación de los materiales.

Todas las consideraciones anteriores podrían hacer parecer los PPR's demasiado variables y divergentes entre si, sin embargo, al modelar la estructura de tareas de un PPR de manera genérica, podemos hacer que todos estos problemas puedan utilizar la misma forma del modelo y posteriormente detallar su estructura de PPR enunciando adecuadamente la función objetivo para cada caso particular.

## **2.2 Estructura genérica de un sistema de distribución y producción en reversa.**

---

La estructura genérica de los problemas de distribución y producción en reversa queda definida al responder óptimamente a los siguientes cuestionamientos:

- A. ¿Cuáles son las rutas optimas para el movimiento de productos y materiales una vez que entran en la red de actividades del sistema de producción en reversa?
- B. ¿Cuál es la ubicación geográfica de los sitios donde se desarrollan cada una de las etapas del proceso de producción en reversa?
- C. ¿Cuál debe ser el tamaño y numero de centros de acopio, de servicio y/o remanufactura?
- D. ¿Cómo definir la cantidad del material que habrá de ser trabajado para ser puesto en servicio nuevamente?
- E. Logística entre cada uno de los nodos del proceso de producción en reversa.

## **2.3 Problemas específicos para la formulación de un modelo de producción en reversa.**

---

### **2.3.1. Problemas relacionados con la infraestructura.**

- 1. Plan de expansión de las instalaciones a largo plazo.
- 2. Determinación de la manera en que habrán de repartirse las tareas dentro de las instalaciones.
- 3. Determinar el plan de desarrollo a Largo plazo del transporte entre los nodos.

4. Determinar los flujos de red para cada uno de los bienes que se mueven dentro de la red de actividades de producción / transporte para cada uno de los periodos de estudio.

Desde el punto de vista de la modelación matemática, cada problema será diferente, sin embargo, puede existir suficientes puntos comunes como para evitar el diseño de un modelo diferente para cada caso. Y no hay que olvidar que todas las variaciones de los problemas estarán regidas por el diseño del producto así como las características específicas de los procesos de desensamble y remanufactura.

Otras características de los problemas de distribución y producción en reversa que dificultan su modelación y sus procedimientos de solución son:

### **2.3.2 Múltiples dimensiones en la clasificación del flujo de bienes.**

Diferentes tipos de consumidor por variaciones en la composición del material del producto remanufacturado.

- Diferentes tipos de consumidor por variaciones en la fabricación del producto remanufacturado.
- Diferencias en la composición del material y su funcionalidad provocadas durante el proceso de desensamble.

### **2.3.3 Problemas de modelaje relacionados con la funcionalidad de los productos remanufacturados.**

¿En que momento del proceso de acopio de los productos a remanufacturar debería ocurrir la clasificación por tipo de material y/o de construcción?

- ¿En que etapas durante el acopio y clasificación de los productos deberían ocurrir ciertas etapas de la desensamble?
- ¿Que cantidades de cada producto final resultante de cada etapa de desensamble deberían destinarse a la siguiente etapa?

### **2.3.4 Problemas de modelaje relacionados con la escala de negocios de los productos remanufacturados.**

1. Física: la infraestructura debe de examinarse a niveles nacional, regional, y local. Los modelos a formular deben de proveer de consideraciones adicionales dependiendo del nivel.
2. Temporal: las aplicaciones deberán de considerar un rango desde decisiones de corto plazo (por ejemplo, que decisiones del flujo de productos deben de considerarse en un plazo máximo de 6 meses dado el nivel de infraestructura

actual) hasta las de largo plazo (por ejemplo, ¿qué tipo de infraestructura debería de considerarse en un horizonte de crecimiento de 20 años?)

## 2.4 Estado del arte en el diseño de sistemas de producción y cadenas de suministro en reversa (reciclaje).

---

- *¿Qué clase de investigación relacionada con el diseño de sistemas de producción en reversa se ha desarrollado?*
- *¿Qué corrientes de pensamiento existen y han existido?*
- *¿Hay uniformidad en las corrientes de pensamiento / ideología?*
- *¿En cuál de estas concepciones se encontrará la aportación de este trabajo?*

La diversidad de la investigación desarrollada puede resumirse en aquella que utiliza modelos cuantitativos para planear los procesos y movimientos "al revés", definiendo el proceso de producción en reversa como "una secuencia de pasos para convertir un bien usado y desechado por el consumidor en otro nuevamente utilizable". Para ello descomponen el problema en 3 aspectos:

- Planeación de la distribución – logística.
- Administración del inventario.
- Planeación de la producción.

Estas aproximaciones han demostrado ser eficientes en muchos casos, sin embargo en otros no tanto, principalmente cuando:

- Se necesita interrelacionar las diferentes etapas de los procesos "hacia delante" y "en reversa".
- Existe incertidumbre en la magnitud y calidad de los bienes remanufacturados.

Lo anterior nos conduce a pensar en las siguientes lagunas respecto a la investigación actual:

1. Pensar en la logística de los sistemas de producción en reversa sin tomar en consideración los procesos tecnológicos así como la demanda del producto final, nos llevara a modelos incompletos.

Ya que la caracterización de las funciones de cada uno de los nodos del sistema de producción en reversa (denominados genéricamente como - acopio y



clasificación, desmantelamiento y separación de materiales componentes, reciclaje de materia prima) dependerá en alto grado del costo y la disponibilidad de los procesos tecnológicos existentes, así como de los niveles de demanda del mercado hacia los productos remanufacturados.

2. La estructura de los sistemas de producción esta sujeta a un proceso evolutivo, es decir que potencialmente podría verse integrada con el sistema de producción "hacia delante", en la que ambos procesos "hacia delante" y "en reversa" interaccionen en la definición de los nodos de ambos procesos. Por ejemplo, piénsese en el caso de diseño de productos (este es un nodo del proceso "hacia delante", con base en el ciclo de vida – obviamente el ciclo de vida es una función que se define de extrayendo información del proceso en reversa.

La investigación actual en tecnología de reciclaje y recuperación de materia prima para materiales específicos como el aluminio, papel, plásticos, ha sido desarrollada por *Holmes* (1981), *Huttunen* (1996), *Pohlen* (1992) y *Bannes* (1996).

Otros autores como *Spengler* (1997), se han enfocado al estudio de la planeación de recursos producto del desperdicio en la industria del acero.

Para cada una de las anteriores categorías el nivel de procesamiento que debe de aplicarse para transformar los productos retirados (para su reutilización) en otros nuevamente utilizables, varia significativamente y consecuentemente, la estructura del modelo de estudio que estamos proponiendo deberá variar paralelamente.

## 2.5 Modelo matemático del Sistema de Distribución y Producción en Reversa.

---

En esta sección se enuncia la herramienta de análisis y diseño de sistemas de distribución y producción en reversa que nos ocupa en el presente trabajo. Para su formulación se ha considerado que el tipo de problemas a los que se enfoca se hayan ubicados dentro del marco de referencia que se describió en el capítulo 1 (la industria petrolera en México), las características de dicho marco han influido directamente en la definición de los parámetros.

Los apartados que se incluyen son los siguientes: en el 2.5.1 se establecen los objetivos, en el 2.5.2 se describen las características más importantes del modelo (Ackoff) y por ultimo en el apartado 2.5.3 se enuncia el modelo matemático.

### 2.5.1 Objetivos.

Los objetivos del presente modelo son los siguientes:

1. El modelo tomará en consideración los procesos tecnológicos así como la demanda del producto final.



2. El modelo considerará la naturaleza evolutiva de las relaciones entre los procesos "hacia delante" y "en reversa".
3. En términos cuantitativos, el modelo matemático que habrá de desarrollarse aquí buscará resolver el siguiente problema:

***"Determinar el número, tamaño, y ubicación de las instalaciones de acopio de material reutilizable, así como de las plantas en las que habrá de efectuarse el proceso de producción en reversa."***

4. El modelo matemático maximiza los beneficios totales del flujo económico de la red de actividades, el cual se define como el valor del material al final del proceso productivo menos los costos asociados a la remanufactura y la logística. Sujeto a las restricciones de conservación de flujo de actividades y a las capacidades de reuso y procesamiento de los centros de remanufactura. Las variables de decisión buscan ubicar cual es el centro de acopio o de proceso que se abre así como las subsecuentes actividades en el flujo de remanufactura.

### 2.5.2 Formulación y descripción del problema.

El presente modelo tiene por finalidad representar el problema general de análisis y diseño de un sistema de distribución y producción en reversa. El problema se haya enmarcado en la industria petrolera de México, específicamente se trata de investigar las opciones de reciclar los materiales componentes de los equipos que se sustituyen de su sitio de servicio, por ejemplo las válvulas se corte, (el caso de estudio para este equipo se trata en el capítulo 3).

1. Alternativas para solucionar el problema
  - a) Las opciones que se han manejado tradicionalmente consisten únicamente en disponer de dichos equipos como materia de desecho, sin embargo las autoridades de PEMEX se han cuestionado la posibilidad de obtener un valor de recuperación mayor al de chatarra, que es al que se vende actualmente.
  - b) El modelo buscará incorporar los equipos que se retiran a un sistema de distribución y producción en reversa, buscando optimizar los beneficios económicos. Para la formulación del problema se ha hecho una valoración de los procesos tecnológicos, así como de la demanda del producto final. Estas circunstancias se ven reflejadas en la determinación de los parámetros.
2. Definición de alternativas de solución.

Respecto a las alternativas de solución, estas pueden ser tantas como se desee, el modelo es lo suficientemente genérico como para evaluar distintas rutas de acción y en todas arrojar resultados comparables numéricamente. Para el caso de estudio que se revisa en el capítulo 3, se plantean 2 opciones de acuerdo a



las condiciones actuales del problema, ambas alternativas difieren en el estado actual de la infraestructura con que se cuenta.

a) Alternativa 1. Se está suponiendo un incremento en el nivel actual de la infraestructura.

b) Alternativa 2. Se evalúa el problema bajo las condiciones actuales.

### 3. Evaluación de soluciones.

Para la evaluación de las soluciones arrojadas se ha formulado una función objetivo que refleja de manera objetiva los parámetros de decisión. En esta función objetivo ya se han considerado diversos parámetros todos ellos traducidos en términos numéricos, por ejemplo los factores tecnológicos de recuperación (de acuerdo a las políticas de reuso de equipo de PEMEX).

### 4. Componentes no controlables.

a) la variabilidad en la demanda final,

b) El estado de los equipos que se sustituyen y que entran al sistema de producción en reversa.

c) En estos casos, el marco de variabilidad se haya regido por factores como las políticas de utilización óptima de los equipos, calidad en la fabricación original, esta variación pone en riesgo la confiabilidad de los resultados. Si la ponderación de materiales componentes recuperables ( $C_k$ ) de un equipo retirado no es la adecuada los resultados se pueden ver seriamente falseados.

### 5. Componentes controlables.

Los componentes del modelo que son controlables son los costos de operación del ciclo productivo y estos caen dentro de un marco regulado por la misma entidad PEMEX.

### 6. Objetivos.

a) Determinar el número, tamaño, y ubicación de las instalaciones de acopio de material reutilizable, así como de las plantas en las que habrá de efectuarse el proceso de producción en reversa.

b) Maximizar el valor de los beneficios obtenidos del sistema de producción en reversa (como resultado de la colocación en el ciclo "hacia delante" de los productos obtenidos del proceso "hacia atrás").



## 7. Identificación de la estructura del sistema.

Para la modelación se indica una diagrama de relaciones entre los nodos, véase caso de estudio capítulo 4. En el se reflejan las relaciones entre los participantes del problema.

## 8. Clasificación del modelo.

Dada la categorización que se esta haciendo de los parámetros del problema las diversas alternativas de solución arrojan un solo resultado, (así esta conformada la función objetivo), por tanto el modelo que se plantea es del tipo determinista. Ahora bien cada una de las soluciones que arroja el modelo, están categorizadas por la función objetivo que esta arrojando una sola medida de medición.

El modelo construido es del tipo simbólico y del grado de dificultad 3, ya que el sistema se ha construido con base en el análisis de una fuente de información disponible por la observación de datos realizada en un cierto periodo de tiempo.

## 9. Validación del modelo.

Para la validación del modelo y utilizaran valores y estudios paramétricos realizados en el mercado de remanufactura de equipos semejantes en los Estados Unidos.

Después de la validación de datos, se requiere corroborar las expresiones matemáticas que representan a los objetivos del grupo que toma las decisiones.

Por ultimo se requiere confirmar que las técnicas numéricas de solución están siendo aplicadas de manera y que los resultados se están interpretando correctamente.

### 2.5.3 Notación matemática del modelo.

#### Índices:

- $i$  para los puntos de acopio y colección.
- $j$  para los centros de procesamiento.
- $k$  cada una de las alternativas de reuso.

Parámetros:

- $p_{jk}$  ganancia lograda al vender una unidad del producto "k" desde el sitio de proceso "j".
- $f_j$  Costo fijo del sitio de acopio "i" estando abierto.
- $m_i$  Costo de procesamiento por unidad que fluye hacia el sitio de acopio "i".
- $t_{ij}$  Costo de transportación por unidad que fluye del sitio de acopio "i" al sitio de proceso "j".
- $e_i$  Capacidad máxima en el sitio de acopio "i".
- $l_{ij}$  Limite inferior de la variable  $X_{ij}$ .
- $u_{ij}$  limite superior de la variable  $X_{ij}$ .
- $c_k$  Porcentaje total del equipo que se reciclara en el producto "k".
- $f'_j$  Costo fijo del sitio de proceso "j" estando abierto.
- $m'_j$  Costo de procesamiento por unidad que fluye hacia el sitio de proceso "j".
- $t'_{jk}$  Costo de transportación por unidad que fluye del sitio de proceso "j" para reciclar producto "k".
- $e'_j$  Capacidad máxima en el sitio de proceso "j".
- $l'_{jk}$  Limite inferior de la variable  $X'_{jk}$ .
- $u'_{jk}$  Limite superior de la variable  $X'_{jk}$ .

Variables de decisión:

$X_{ij}$  Cantidad del equipo usado que sale del sitio de acopio "i" y se envía al sitio de proceso "j".

$X'_{jk}$  Cantidad del equipo usado que se procesa en el sitio de proceso "j" y del que se recicla el producto "k".

$y_i$  1, si el sitio de acopio "i" está abierto,  
0, si está cerrado.

$y'_j$  1, si el sitio de proceso "j" está abierto,  
0, si está cerrado.

Usando esta notación, el modelo de decisión para planear la infraestructura del problema de distribución y producción en reversa puede expresarse como sigue:

Función objetivo:

Maximizar la ganancia neta =

( Ganancias totales) menos  
Costos fijos de operación de cada sitio  
Costos de procesamiento  
Costos de transporte entre sitios )

Sujeto a :

La conservación de los flujos.  
(lo que entra equivale a lo sale de cada sitio)  
Los límites de capacidad de proceso de cada sitio y de reuso de cada producto.  
Requerimientos de distribución del producto final.  
Límites inferior y superior de cada variable.

*El modelo matemático maximiza los beneficios totales del flujo económico de la red de actividades, el cual se define como el valor del material al final del proceso productivo menos los costos asociados a la remanufactura y la logística. Sujeto a las restricciones de conservación de flujo de actividades y a las capacidades de reuso y procesamiento de los centros de remanufactura. Las variables de decisión buscan ubicar cual es el centro de*



acopio o de proceso que se abre así como las subsecuentes actividades en el flujo de remanufactura.

Expresado matemáticamente se tiene:

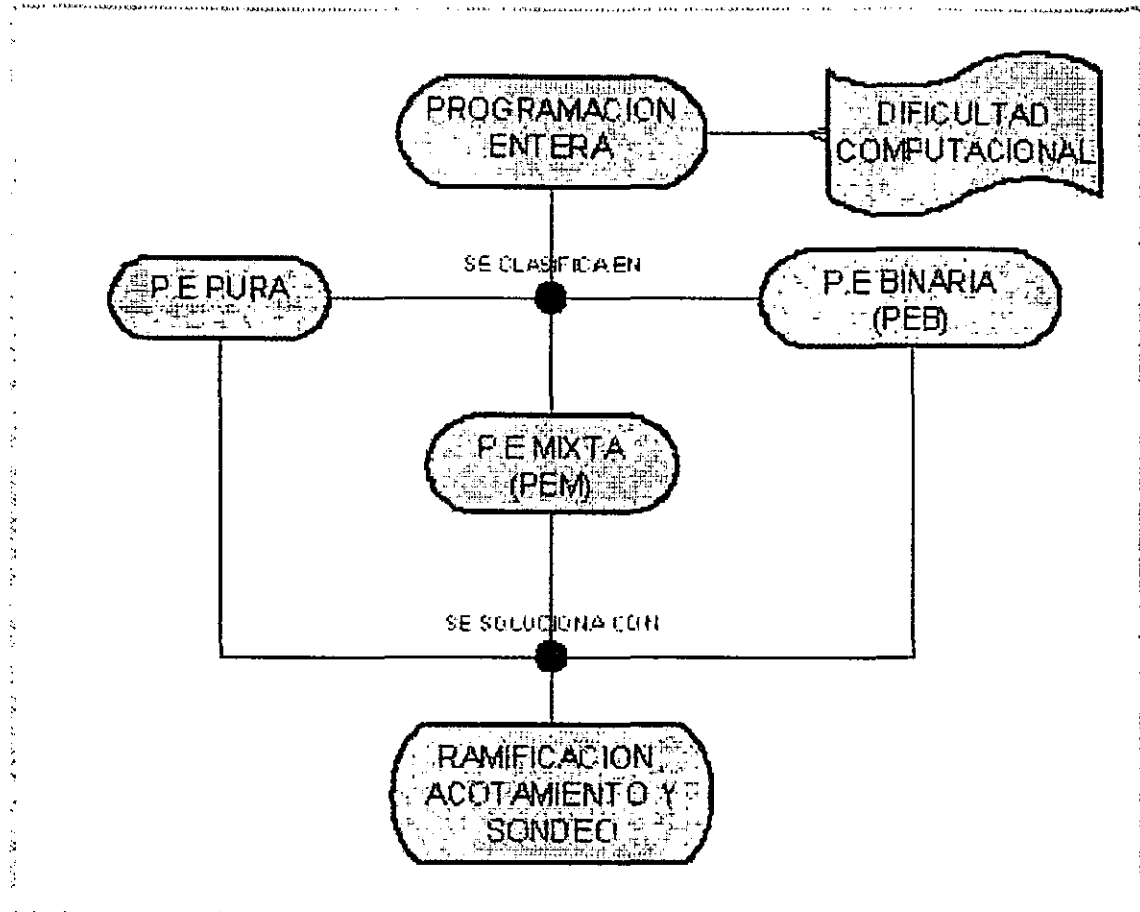
$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & \{ [ \sum_j \sum_k p_{jk} x'_{jk} ] \\ & - [ \sum_i f_i y_i - \sum_j f'_j y'_j ] \\ & - [ \sum_i m_i \sum_j x_{ij} - \sum_j m'_j \sum_i x_{ij} ] \\ & - [ \sum_i \sum_j t_{ij} x_{ij} - \sum_j \sum_k t'_{jk} x'_{jk} ] \} \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_i x_{ij} &= \sum_k x'_{jk} ], & \text{para toda } j \\ \sum_j x_{ij} &\leq e_i y_i, & \text{para toda } i \\ \sum_i x_{ij} &\leq e'_j y'_j, & \text{para toda } j \\ x'_{jk} &= c_k \sum_i x_{ij} & \text{para toda } j, k \\ l_{ij} &\leq x_{ij} \leq u_{ij} & \text{para toda } i, j \\ l'_{jk} &\leq x'_{jk} \leq u'_{jk} & \text{para toda } j, k \\ y_i &\in (0,1) & \text{para toda } i \\ y'_j &\in (0,1) & \text{para toda } j \end{aligned}$$

## 2.6 Programación lineal entera.

Mapa esquemático de los modelos de programación entera:



### 2.6.1 Complejidad computacional

Para empezar hablaremos de la dificultad computacional que implican los problemas de programación lineal entera (PE). Puede parecer que los problemas de PE son relativamente "fáciles de resolver". Después de todo, los problemas de *programación lineal* (PL) se pueden resolver de una manera bastante eficiente, y la única diferencia es que la programación entera tiene muchas menos soluciones que considerar. De hecho, los problemas de PE pura con una región factible acotada tienen sólo un número *finito* de soluciones factibles.

Por desgracia, existen dos falacias en este tipo de razonamiento. Una es que el tener un número finito de soluciones factibles aseguren que el problema se puede resolver. Los números finitos pueden ser astronómicamente grandes. Por ejemplo, considérese el caso de problemas sencillos de programación entera binaria. Si se tienen  $n$  variables, existen  $2^n$  soluciones que se deben tomar en cuenta. Entonces



cada vez que  $n$  se aumenta en 1, el número de soluciones se duplica. Este patrón se llama el crecimiento exponencial de la dificultad del problema. Con  $n = 10$ , se tienen más de 1000 soluciones ( $1024$ ); con  $n = 20$ , son más de 1.000.000, y así sucesivamente; por eso, aún las computadoras más eficientes son incapaces de realizar una numeración exhaustiva (que verifique la factibilidad de cada solución y, si es posible, que calcule el valor de la función objetivo) para problemas de Programación entera binaria (PEB) con unas cuantas docenas de variables, sin mencionar los problemas de PE general con el mismo número de variables enteras.

La segunda falacia es que al eliminar algunas soluciones factibles (las no enteras) de un problema de PL será más fácil resolverlo. Por el contrario, solo cuando todas estas soluciones factibles están ahí se puede garantizar que existe una solución factible en el vértice que es óptima para el problema completo. Esta garantía es la clave de la extraordinaria eficiencia del método simplex. Como resultado, en general es mucho más sencillo resolver los problemas de PL que los de PE.

Es lógico, entonces, que la mayor parte de los algoritmos exitosos de PE incorporen el método simplex lo más que puedan, y que relacionen partes del problema de PE bajo consideración con el problema correspondiente de programación lineal. Con frecuencia los programas de PE que surgen en la práctica tienen alguna estructura especial que se puede aprovechar para simplificarlos. A veces se puede resolver con éxito versiones muy grandes de estos problemas. Cada vez son más importantes los algoritmos especiales que están diseñados específicamente para explotar ciertos tipos de estructuras especiales en programación entera.

Entonces, los dos factores determinantes de la complejidad computacional de un programa de PE son:

- El número de variables enteras,  $y$
- Cualquier estructura especial en el problema.

Esta última situación es opuesta a la de programación lineal, en donde el número de restricciones es mucho más importante que el número de variables.

En programación entera, el número de restricciones tiene alguna importancia, pero es estrictamente secundario para los otros dos factores. De hecho existen casos en los que aumentar el número de restricciones disminuye el tiempo de cálculo ya que se reduce el número de soluciones factibles. En los problemas de programación entera es el número de variables enteras y no el número total de variables el que es importante, pues las variables continuas casi no tienen efecto sobre el esfuerzo computacional.



### 2.6.2 La programación entera.

Dentro del examen de muchas aplicaciones de programación lineal nos podemos dar cuenta que una de las grandes limitaciones que impiden el desarrollo de muchas más aplicaciones de programación lineal es la suposición de divisibilidad. Esta dice que las variables de decisión solo tienen un sentido real si su valor es entero. Por ejemplo, con frecuencia es necesario asignar personas, máquinas, objetos, animales o vehículos a las actividades en cantidades enteras. Si el hecho de exigir valores enteros es la única diferencia que tiene un problema con la formulación de programación lineal, entonces estamos hablando de un problema de programación entera (PE) (su nombre completo: programación lineal entera).

El modelo matemático para programación lineal entera es sencillamente el modelo de programación lineal con la restricción adicional de que las variables deben tener valores enteros (y la suposición de divisibilidad se cumple para el resto), el modelo se conoce como de *programación entera mixta (PEM)*. cuando se hace la distinción entre un problema con todas las variables enteras y el mixto, en el primer caso se llama de *programación entera pura*.

Se han desarrollado numerosas aplicaciones de programación entera que involucran una extensión directa de programación lineal en la que se debe eliminar la suposición de divisibilidad. Sin embargo, existe otra área de aplicación que puede ser mucho más importante, como el problema que incluye cierto número de "decisiones sí o no" interrelacionadas. En las decisiones de este tipo, las únicas dos elecciones posibles son *si* y *no*. Por ejemplo, ¿debe emprenderse un proyecto específico?, ¿debe hacerse una inversión fija específica?, ¿se debe localizar una instalación en un sitio en particular?.

Con solo dos posibilidades, este tipo de decisiones se puede representar mediante variables de decisión restringidas a solo dos valores, por ejemplo 0 y 1. Así, la  $j$ -ésima decisión *si* o *no* se puede representar por  $x_j$ , tal que

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{si la decisión } j \text{ es si} \\ 0, & \text{si la decisión } j \text{ es no} \end{cases}$$

Las variables de éste tipo se llaman **variables binarias** (o variables 0-1). De esta manera se pretende mostrar que los problemas de programación entera que contienen solo variables binarias son conocidos como de *programación entera binaria* (PEB) (o problemas 0 – 1 de programación entera).



## 2.7 Programación lineal entera mixta (PEM).

Como ya se ha mencionado, el sistema de distribución y producción cuyo estudio ocupa en este documento será modelado como un modelo de programación lineal entera mixta. En el siguiente capítulo se justificara esta estrategia. En esta sección solo se explicaran a detalle tanto los fundamentos teóricos de este tipo de programación como su algoritmo de solución.

### 2.7.1 Definición.

El problema general de programación entera mixta, PEM, es aquel en donde *algunas* variables están restringidas a valores enteros, y el resto son variables continuas comunes.

### 2.7.2 Algoritmo de solución.

*Paso inicial:*

Se establece  $Z^* = -\infty$ . Se aplica el paso de acotamiento, el paso de sondeo y la prueba de optimalidad que se describen después del problema completo. Si no queda sondeado, se clasifica este problema como el único subproblema restante para realizar la primera iteración completa.

Pasos para cada iteración:

#### 1. Ramificación:

Entre los subproblemas *restantes* (no sondeados), se selecciona el de *más reciente creación*. (Los empates se rompen con la cota más grande). Entre las *variables restringidas a enteros*, que tienen valores *no enteros* en la solución óptima de la soltura de PL del subproblema, se elige *la primera* en el orden natural, como la *variable de ramificación*. Sea  $x_l$ , esta variable y  $x_l^*$ , su valor en esta solución. Se ramifica desde el nodo del subproblema para crear dos nuevos subproblemas agregando las restricciones respectivas  $x_l \leq [x_l^*]$  y  $x_l \geq [x_l^*] + 1$ .

#### 2. Acotamiento.

Para cada subproblema se obtiene su cota aplicando el método simplex (o el método simplex dual si se reoptimiza) a su soltura de PL y utilizando el valor de  $Z$  para la solución óptima resultante.

### 3. Sondeo

Para cada nuevo subproblema se aplican las pruebas de sondeo que se dan enseguida y se descartan aquellos subproblemas que quedan sondeados por cualquiera de las pruebas.

*Prueba 1:* su cota  $\leq Z^*$ , donde  $Z^*$  es el valor de  $Z$  en la solución de *apoyo* actual.

*Prueba 2:* su soltura de PL no tiene soluciones factibles.

*Prueba 3:* la solución óptima para su soltura de PL tiene valores *enteros* para todas sus variables *restringidas a enteros*. (Si esta solución es mejor que la de apoyo, se convierte en la nueva solución de apoyo y se vuelve a aplicar la prueba 1 con la nueva  $Z^*$  a todos los subproblemas no sondeados.)

*Prueba de optimalidad:* el proceso se detiene cuando *no* hay subproblemas restantes; la solución que se tenga en ese momento es entonces la óptima. De otra manera, se realiza otra iteración.

Favor de referirse al anexo 01 para ejemplos numéricos de problemas de programación entera.

# 3

---

## *Casos de estudio.*

En este capítulo se hará uso de la herramienta de análisis propuesta en el capítulo anterior para efectuar el caso de estudio aplicado a uno de los equipos de mayor importancia estratégica en todas las instalaciones de PEMEX: *Las válvulas de corte.*

El capítulo está organizado de la siguiente manera, en la primer sección, se plantea el problema a resolver, para ello se realiza una evaluación de las condiciones generales para llegar después al diagnóstico de la problemática y al planteamiento del problema concreto. Se describen las alternativas y se selecciona una estrategia de solución. La siguiente sección, la 3.2, tiene por objetivo el planteamiento de la primer opción de solución del problema. Se parte de la formulación de la problemática concreta, de la definición de opciones, de la valorización de los parámetros, del planteamiento matemático hasta el análisis e interpretación de resultados.

La siguiente sección 3.3, analiza el planteamiento de la segunda opción.



## 3.1 Planteamiento del problema.

---

### 3.1.1 Antecedentes.

PEMEX, empresa que ejerce un control monopólico de los hidrocarburos en nuestro país, ha dado a conocer su plan estratégico para el periodo 2001-2010. Las dos principales estrategias que se proponen son:

- Mantener los programas de producción de crudo.
- Maximizar el valor de sus actividades operativas.

Las principales líneas de acción en los programas operativos se agrupan en 2 rubros:

- Realizar programas de construcción y mantenimiento enfocados a incrementar y modernizar la infraestructura.
- Efectuar un saneamiento en las operaciones con la finalidad de optimizar los recursos.

El nuevo director de PEMEX Exploración y Producción, quien trabajó durante muchos años en una empresa americana de fabricación de equipo petrolero, recibe de su jefe instrucciones precisas para hacer cumplir las estrategias. Como una primer tarea, el director de PEP revisa el reporte de inversiones que se ha desarrollado desde 1997. En dicho reporte se percata de la siguiente situación: desde el año de 1997, el monto anual de las inversiones destinadas a la modernización del equipo ha sido de 450 millones de dólares. Al director le surgen las siguientes interrogantes:

- ¿A dónde va a dar todo el equipo que ha sido retirado?
- ¿Cómo está compuesto todo ese equipo retirado?
- ¿En qué medida podría reutilizarse esa gran cantidad de toneladas de acero?
- ¿Qué impacto positivo se tendría de utilizarse eficientemente todo ese material dispuesto, tanto económicos como ecológicos?

Bajo esta perspectiva el equipo de análisis se dio a la tarea de formular un problema. Sin embargo, dado el tamaño del universo de equipos a revisar, se decidió analizar solo el caso de uno de los más importantes por su uso: *las válvulas de corte*.



### 3.1.2 Diagnóstico de la problemática.

- Una válvula de corte es un dispositivo que impide o permite el paso del fluido a través de una tubería. A diferencia de las válvulas de control, estas solo pueden permanecer en posición abierta o cerrada. Existen diversos tipos de válvulas de corte, siendo las más comunes: la de tipo esférico o bola y la de tipo compuerta.
- La vida útil de estos dispositivos, es de aproximadamente de 10 años, dependiendo del uso y mantenimiento proveídos.
- Los programas de mantenimiento y modernización a las instalaciones donde se instalan este tipo de activos se efectúan con una periodicidad anual y durante cada una de estas libranzas se retiran cientos de toneladas de equipo de muy diversas clases incluyendo a las válvulas, las cuales constituyen un equipo de valor altamente estratégico en cualquiera de estas instalaciones.
- Las inversiones anuales de PEMEX alcanzan los 120 millones de dólares para la adquisición de válvulas que sustituyen a las obsoletas, las cuales se retiran y se llevan directamente a los almacenes donde habrán de ser rematadas como chatarra.
- Una evaluación del equipo retirado el año anterior arrojó como resultados que más del 50% del material estaba en condiciones aceptables y con posibilidades de volver a usarse.
- Los centros de acopio actuales de PEMEX para este material se ubican en Terminal marítima en Dos Bocas, Tab., y Almacén general en Cd. del Carmen, Camp. En ambos almacenes desarrolla actividades de acopio y clasificación a un nivel superficial, no se cuenta con
- En dichos almacenes no se cuenta con un programa de rescate de equipos ni mucho menos de reparación y mantenimiento.

Los equipos retirados anualmente se comercializan como chatarra. Sin embargo se hizo la siguiente comparación, tomando como referencia datos de la industria de la remanufactura en los Estados Unidos:



Descripción:  
**Válvula de tipo bola**  
**24" clase ANSI 600#**



Valor de equipo nuevo [usd / kg]	Valor de equipo como chatarra	Valor de equipo reparado (según mercado en EUA *).
8.00	0.10	6.50

Los valores proporcionados están en dólares americanos por kilogramo.

Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

(\*) el valor de un equipo remanufacturado de estas características, en el mercado de los Estados Unidos, alcanza el precio mostrado. Esta situación genera inmediatas expectativas respecto del potencial de este mercado en México.

En el cuadro siguiente se observa algunos datos relacionados con el volumen de equipo retirado:

Año	Volumen de equipo retirado de instalaciones	% del equipo destinado como chatarra
1995	160	98
1996	300	95
1997	500	95
1998	750	90
1999	650	90
2000	700	90
2001	960	85
2002	1190	¿?
	5,210 Ton	

Unidades en toneladas

Fuente.

Volumenes estimados por el taller de almacenamiento y reparación de equipo en el Puerto Dos Bocas, PEMEX PEP. RMSO – Proyecto Cantarell.



### 3.1.3 Objetivo por resolver.

PEMEX se ha propuesto evaluar la posibilidad de implementar un proyecto de remanufactura y reciclaje de equipo. Tomando como referencia los resultados logrados en el mercado de la remanufactura de válvulas en los Estados Unidos, con la finalidad de remediar la cantidad tan enorme de desperdicio de equipos con potencial de ser reparados.

### 3.1.4 Alternativas de solución.

#### 1. No hacer nada.

Las opciones que se han manejado tradicionalmente consisten únicamente en disponer de dichos equipos como materia de desecho, sin embargo las autoridades de PEMEX se han cuestionado la posibilidad de obtener un valor de recuperación mayor al de chatarra, que es al que se vende actualmente.

#### 2. Evaluar la opción de reciclar el equipo.

Para la evaluación de los resultados de la modelación del problema como un sistema de distribución y producción en reversa se tomara como parámetro de comparación el valor de recuperación como chatarra.

### 3.1.5 Estrategias de solución.

Para resolver este problema se hará uso de la herramienta de análisis de sistemas de distribución y producción en reversa. El modelo buscara incorporar los equipos que se retiran a un sistema de distribución y producción en reversa, buscando optimizar los beneficios económicos.

Para la formulación del problema se ha hecho una valoración de los procesos tecnológicos, así como de la demanda del producto final. Estas circunstancias se ven reflejadas en la determinación de los parámetros.

Respecto a las alternativas de solución, estas pueden ser tantas como se desee, el modelo es lo suficientemente genérico como para evaluar distintas rutas de acción y en todas arrojar resultados comparables numéricamente. Para este estudio de caso se plantean 2 opciones

Opción 1. se analiza el problema suponiendo el incremento de la infraestructura.

Opción 2 el problema se evalúa sin un incremento en la infraestructura.



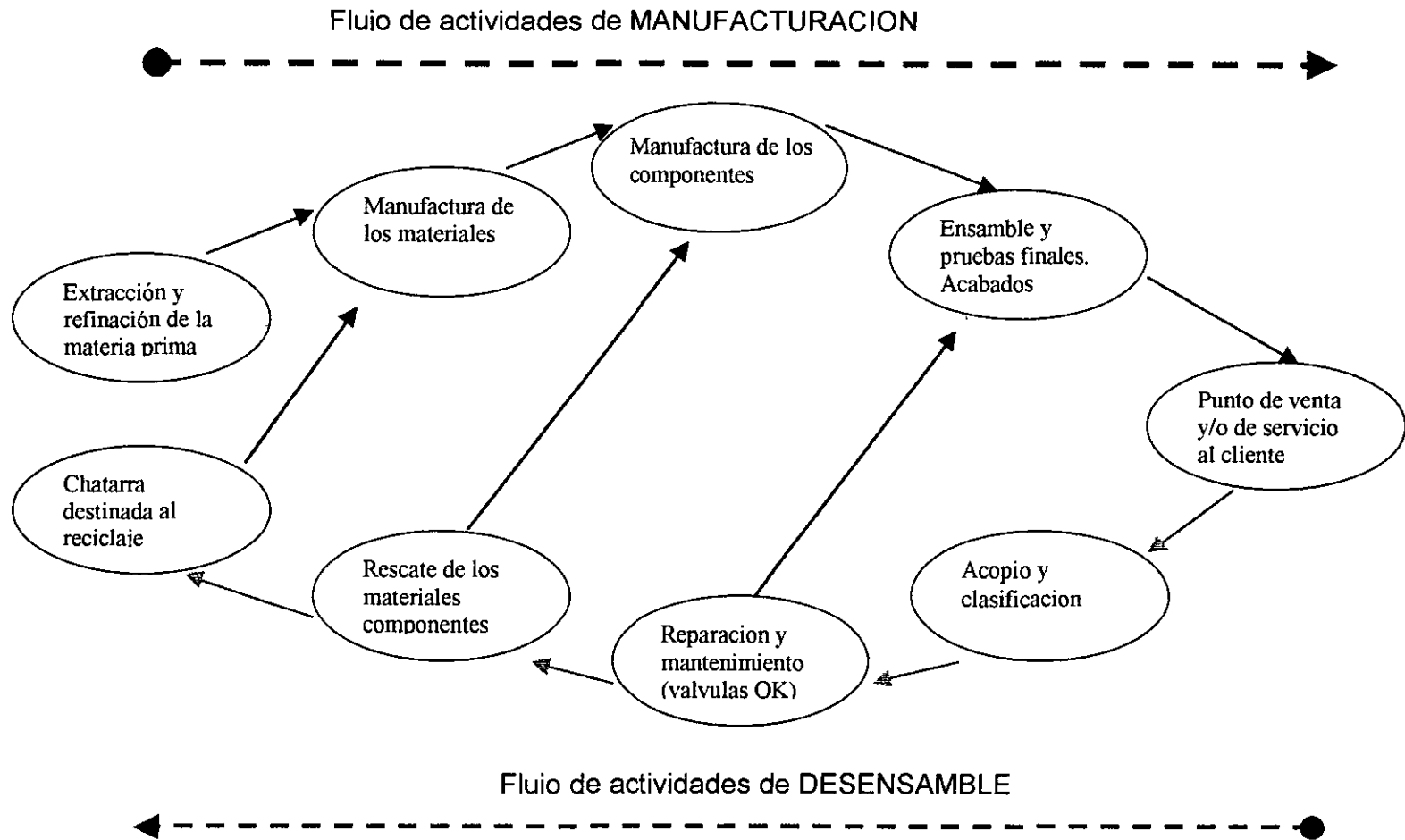
### 3.2 Formulación del problema – Opción 1.

---

Para la formulación de este problema se requiere definir un modelo que refleje la naturaleza del mismo, sus componentes y la interrelación entre ellos. En este caso el ciclo productivo de una válvula es la situación que se requiere modelar.

En la figura No.2 se observan las características propias del ciclo productivo de una válvula, así como los nodos principales del proceso de desensamble. Obsérvese las líneas en color azul que unen nodos del proceso de desensamble (arco inferior) con el proceso de manufacturación (arco superior).





**Figura No.2**



### 3.2.1 Consideraciones generales para la definición del modelo de producción en reversa para el problema de remanufactura de válvulas. Opción 01..

#### 1. Objetivo

Partiendo del modelo mostrado en la pagina anterior, el objetivo consiste en lograr la optimización de la logística en las líneas azules, es decir, se desea averiguar: "el numero, tamaño, y ubicación de las instalaciones de acopio de material reutilizable, así como de las plantas en las que habrá de efectuarse el proceso de producción en reversa, además, se busca también definir, el momento óptimo en que el producto en una secuencia de "desensamble" se reincorpore a la cadena de "manufacturación".

#### 2. Consideraciones Generales.

a) Para la modelación de este problema se utilizará la estructura del modelo propuesto en el capítulo anterior. Según la cual, nuestro problema de producción en reversa (remanufactura) requiere la consideración específica de los siguientes nodos:

- Centros de acopio,  $i$ ,  **$i = 1, 2, 3, 4$**
- Planta de proceso,  $j$   **$j = A, B, C, D$**
- Materiales,  $k$   **$k = a, b, c, d, e, f, g$**

b) En lo que respecta a los centros de acopio y remanufactura, se sabe que solo hay 2: Dos Bocas y Cd. del Carmen, se planteara el problema considerando la existencia de 2 centros mas: Coatzacoalcos y Poza Rica.

c) Los centros de proceso actuales realizan una reparación y remanufactura muy superficial y sin tomar en consideración una propuesta teórica de producción en reversa. Para este problema se considerara la existencia de 4 centros de proceso ubicados en la misma localidad del centro de acopio, desarrollando cada uno de ellos actividades y procesos diferentes dentro del ciclo de desensamble de una válvula

d) En el caso del grupo de materiales vale la pena aclarar que estos son los elementos en que se considera que se puede desglosar una válvula. El material g, lo constituye la válvula completa, es decir, en esta categoría se esta considerando aquellos productos que por su buen estado se pueden reutilizar completamente y solo requieren un servicio de mantenimiento estético (pintura exterior, acabados, pruebas, etc).



### 3.2.2 Definición de los nodos de interés.

Centros de acopio,  $i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$

Planta de proceso,  $j$   $j = A, B, C, D$

Materiales,  $k$   $k = a, b, c, d, e, f, g$

Estos tres grupos, se hallan desglosados por sus elementos tanto aquellos definidos actualmente (color naranja) como aquellos cuya existencia se esta proyectando (color verde).

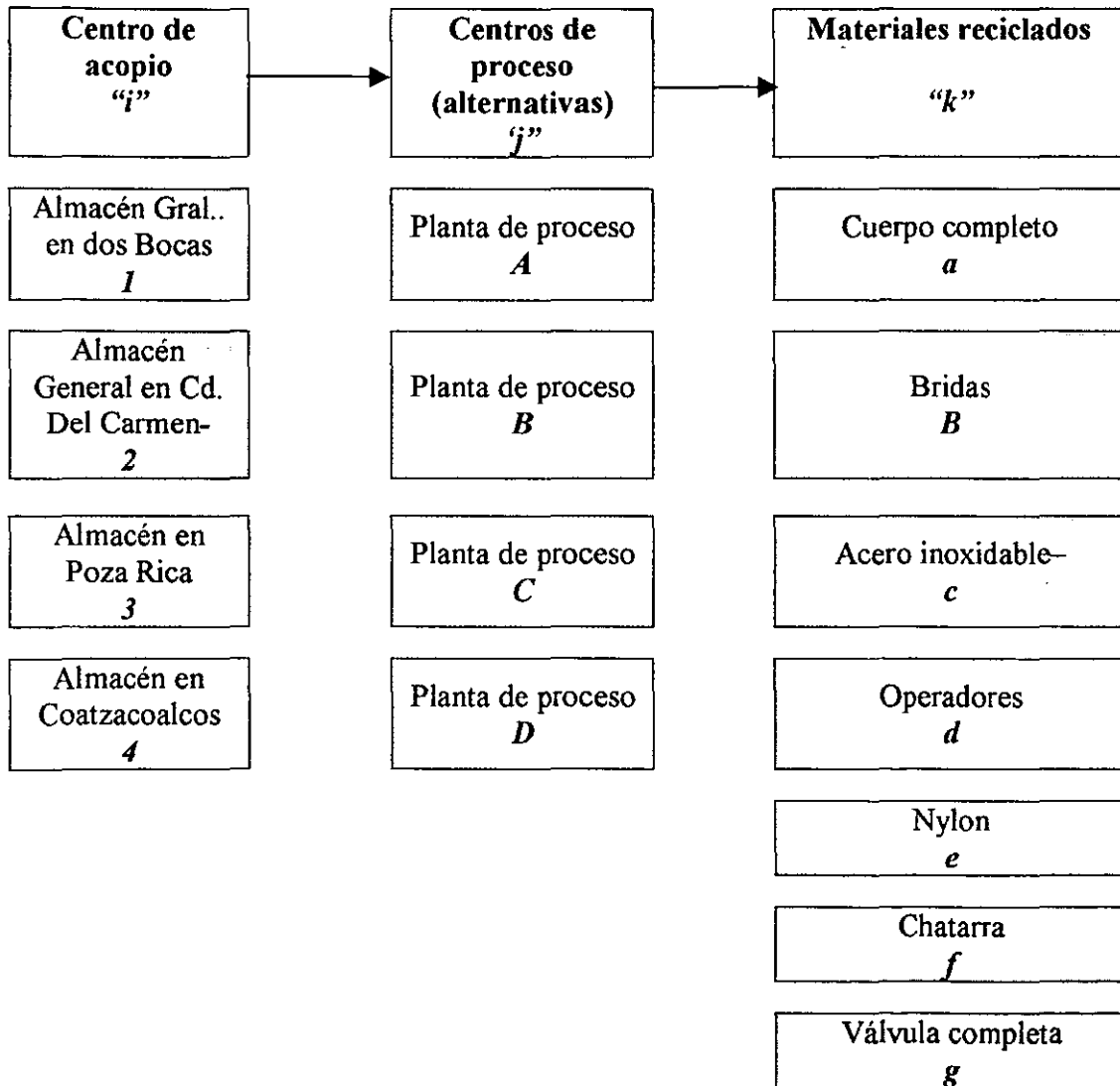


Figura 3 Elementos de los nodos de interés.



**3.2.3 Definición de los parámetros.**

$P_{jk}$  Ganancias logradas al vender una unidad del producto "k" desde el sitio de proceso "j".

Sitio de proceso, j	Línea de productos recuperados, k						
	a	b	c	d	e	f	g
A	500	700	800	1000	300	100	3500
B	500	800	850	800	250	100	3000
C	650	800	850	800	300	100	4000
D	650	800	850	800	300	100	4000

Costos en Cantarel monetarias.

Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.



$F_i, f_j$  Costos fijos, del sitio de acopio “i” y del sitio de proceso “j” estando abiertos.

Sitio de acopio, i	Costo fijo de operación
1	15,000
2	30,000
3	30,000
4	30,000

Costos en Cantarel monetarias. Corresponden a los costos en el periodo simple de Cantarel.  
 Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

Sitio de proceso, j	Costo fijo de operación
A	40,000
B	75,000
C	80,000
D	80,000

Costos en Cantarel monetarias. Corresponden a los costos en el periodo simple de Cantarel.  
 Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.



$M_i, m'_j$  Costos de procesamiento del sitio de acopio “i” y del sitio de proceso “j”, por cada unidad de producto que fluye.

Sitio de acopio, i	Costos de procesamiento por unidad de producto servido
1	65
2	65
3	65
4	65

Costos en Cantarel monetarias. Corresponden a los costos en el periodo simple de Cantarel.  
Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

Sitio de proceso, j	Costos de procesamiento por unidad de producto servido
A	200
B	350
C	400
D	400

Costos en Cantarel monetarias. Corresponden a los costos en el periodo simple de Cantarel.  
Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.



$T_{ij}$  Costos relacionados con la logística de mover una unidad de producto del sitio de acopio “i” al sitio de proceso “j”.

Sitio de proceso, j	Origen del sitio de acopio , i			
	1	2	3	4
A	60	90	120	100
B	90	80	130	110
C	120	130	60	70
D	100	110	70	60

Costos en Cantarel monetarias.

Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

$T'_{jk}$  Costos relacionados con la logística de mover una unidad de producto del sitio de proceso “j” para recuperar el producto “k”.

Sitio de proceso, j	Línea de productos recuperados, k						
	a	B	c	d	e	f	g
A	60	100	190	200	100	25	425
B	50	75	140	200	100	25	450
C	40	60	125	200	85	25	450
D	40	60	125	200	100	25	450

Costos en Cantarel monetarias.

Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.



$E_i, e'_j$  Capacidad máxima del sitio de acopio "i" y del sitio de proceso "j",  
(toneladas de producto).

Sitio de acopio, i	Capacidad máxima (Ton de producto)
1	750
2	1000
3	500
4	400

Cantidades en toneladas de producto. Corresponden a las capacidades en el periodo simple de Cantarell.

Fuente. Estimados de la Gerencia de Cantarell y Mantenimiento y apoyo operativo a instalaciones costa afuera Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

Sitio de proceso, j	Capacidad máxima (Ton de producto)
A	350
B	900
C	1500
D	1000

Cantidades en toneladas de producto. Corresponden a las capacidades en el periodo simple de Cantarell.

Fuente. Estimados de la Gerencia de Cantarell y Mantenimiento y apoyo operativo a instalaciones costa afuera Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.





$C_k$  Porcentaje total del equipo que se reciclara en el producto "K".

	Línea de productos recuperados, k						
	a	b	c	d	e	f	g
$C_k$	.13	.20	.05	.10	.02	.30	.20

Porcentajes de reuso del total de productos retirados en los diferentes productos a recuperar  
 Fuente. Estimados de la Gerencia de Cantarell y Mantenimiento y apoyo operativo a instalaciones costa afuera Ingeniería de Costos. Canta PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

### 3.2.4 Planteamiento del modelo matemático

Para el planteamiento matemático se utilizara el modelo definido en el capítulo 2 para problemas de distribución y producción en reversa.

Objetivo: Maximizar la ganancia neta =

( Ganancias totales) **menos**

{ Costos fijos de operación de cada sitio

Costos de procesamiento

Costos de transporte entre sitios }

Sujeto a :

La conservación de los flujos.

Los limites de capacidad de proceso de cada sitio

y de reuso de cada producto.

Requerimientos de distribución del producto final.



Expresado matemáticamente:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & \{ [ \sum_j \sum_k p_{jk} x'_{jk} ] \\ & - [ \sum_i f_i y_i - \sum_j f'_j y'_j ] \\ & - [ \sum_i \sum_j m_i x_{ij} - \sum_j \sum_i m'_j x_{ij} ] \\ & - [ \sum_i \sum_j t_{ij} x_{ij} - \sum_j \sum_k t'_{jk} x'_{jk} ] . \} \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_i x_{ij} &= \sum_k x'_{jk} ], & \text{para toda } j \\ \sum_j x_{ij} &\leq e_i y_i, & \text{para toda } i \\ \sum_i x_{ij} &\leq e'_j y'_j, & \text{para toda } j \\ x'_{jk} &= c_k \sum_i x_{ij} & \text{para toda } j, k \\ l_{ij} &\leq x_{ij} \leq u_{ij} & \text{para toda } i, j \\ l'_{jk} &\leq x'_{jk} \leq u'_{jk} & \text{para toda } j, k \\ y_i &\in (0,1) & \text{para toda } i \\ y'_j &\in (0,1) & \text{para toda } j \end{aligned}$$



### 3.2.5 Definición numérica del modelo.

#### TITLE. CASO 1

#### OPTIMIZACION DE UN PROBLEMA DE PRODUCCIÓN EN REVERSA

#### MAX

GANANCIAS LOGRADA AL VENDER EL PRODUCTO K DEL SITIO J

500XAa + 700XAb + 800XAc + 1000XAd + 300X Ae + 100X Af + 3500X Ag  
 +650XBa + 800XBb + 850XBc + 800XBd + 250X Be + 100X Bf + 3000X Bg  
 +650X Ca + 800X Cb + 850X Cc + 800X Cd + 300X Ce + 100X Cf + 4000X Cg  
 +650X Da + 800X Db + 850X Dc + 800X Dd + 300X De + 100X Df + 4000X Dg

COSTOS FIJOS DEL SITIO DE ACOPIO "i"

-15000Y1 - 30000Y2 - 30000Y3 - 30000Y4

COSTOS FIJOS DEL SITIO DE PROCESO "j"

-40000YA - 75000YB - 80000YC - 80000YD

COSTOS DE PROCESAMIENTO DEL SITIO DE ACOPIO "i"

-65X1A - 65X1B - 65X1C - 65X1D  
 -65X2A - 65X2B - 65X2C - 65X2D  
 -65X3A - 65X3B - 65X3C - 65X3D  
 -65X4A - 65X4B - 65X4C - 65X4D

COSTOS DE PROCESAMIENTO DEL SITIO DE PROCESO "j"

-200X1A-200X1B-200X1C-200X1D  
 -350X2A-350X2B-350X2C-350X2D  
 -400X3A-400X3B-400X3C-400X3D  
 -400X4A-400X4B-400X4C-400X4D

COSTOS DE LOGISTICA POR MOVER PRODUCTO DE "i" A "j"

-60X1A-90X1B-120X1C-100X1D  
 -90X2A-80X2B-130X2C-110X2D  
 -120X3A-130X3B-60X3C-70X3D  
 -100X4A-110X4B-70X4C-60X4D

COSTOS DE LOGISTICA POR MOVER PRODUCTO DE "j" PARA RECUPERAR EL PRODUCTO "K"

-60XAa - 100XAb - 190 XAc - 200XAd - 100X Ae - 25X Af - 425X Ag  
 -50XBa - 75XBb - 140 XBc - 200XBd - 100X Be - 25X Bf - 450X Bg  
 -40X Ca - 60X Cb - 125 XCc - 200X Cd - 85X Ce - 25X Cf - 450X Cg  
 -40X Da - 60X Db - 125 XDc - 200X Dd - 100X De - 25X Df - 450X Dg

#### Sujeto a:

X1A+X2A+X3A+X4A - XAa - XAb - XAc - XAd -X Ae - X Af - X Ag = 0  
 X1B+X2B+X3B+X4B - XB a - XB b - XB c - XB d -X B e - X B f - X B g = 0  
 X1C+X2C+X3C+X4C - XCa - XCb - XCc - XCd -X C e - X C f - X C g = 0  
 X1D+X2D+X3D+X4D - XDa - XDb - XDc - XDd -X D e - X D f - X D g = 0

X1A +X1B +X1C +X1D - 750Y1 <0  
 X2A +X2B +X2C +X2D - 1000Y2 <0



$$X3A + X3B + X3C + X3D - 500Y3 < 0$$

$$X4A + X4B + X4C + X4D - 400Y4 < 0$$

$$X1A + X2A + X3A + X4A - 350Y_A < 0$$

$$X1B + X2B + X3B + X4B - 900Y_B < 0$$

$$X1C + X2C + X3C + X4C - 1500Y_C < 0$$

$$X1D + X2D + X3D + X4D - 1000Y_D < 0$$

$$XAa - 0.13X1A - 0.13X2A - 0.13X3A - 0.13X4A < 0$$

$$XBa - 0.13X1B - 0.13X2B - 0.13X3B - 0.13X4B < 0$$

$$XCa - 0.13X1C - 0.13X2C - 0.13X3C - 0.13X4C < 0$$

$$XDa - 0.13X1D - 0.13X2D - 0.13X3D - 0.13X4D < 0$$

$$XAb - 0.20X1A - 0.20X2A - 0.20X3A - 0.20X4A < 0$$

$$XBb - 0.20X1B - 0.20X2B - 0.20X3B - 0.20X4B < 0$$

$$XCb - 0.20X1C - 0.20X2C - 0.20X3C - 0.20X4C < 0$$

$$XDb - 0.20X1D - 0.20X2D - 0.20X3D - 0.20X4D < 0$$

$$XAc - 0.05X1A - 0.05X2A - 0.05X3A - 0.05X4A < 0$$

$$XBc - 0.05X1B - 0.05X2B - 0.05X3B - 0.05X4B < 0$$

$$XCc - 0.05X1C - 0.05X2C - 0.05X3C - 0.05X4C < 0$$

$$XDc - 0.05X1D - 0.05X2D - 0.05X3D - 0.05X4D < 0$$

$$XAd - 0.10X1A - 0.10X2A - 0.10X3A - 0.10X4A < 0$$

$$XBd - 0.10X1B - 0.10X2B - 0.10X3B - 0.10X4B < 0$$

$$XCd - 0.10X1C - 0.10X2C - 0.10X3C - 0.10X4C < 0$$

$$XDd - 0.10X1D - 0.10X2D - 0.10X3D - 0.10X4D < 0$$

$$XAe - 0.02X1A - 0.02X2A - 0.02X3A - 0.02X4A < 0$$

$$XBe - 0.02X1B - 0.02X2B - 0.02X3B - 0.02X4B < 0$$

$$XCe - 0.02X1C - 0.02X2C - 0.02X3C - 0.02X4C < 0$$

$$XDe - 0.02X1D - 0.02X2D - 0.02X3D - 0.02X4D < 0$$

$$XAf - 0.30X1A - 0.30X2A - 0.30X3A - 0.30X4A < 0$$

$$XBf - 0.30X1B - 0.30X2B - 0.30X3B - 0.30X4B < 0$$

$$XCf - 0.30X1C - 0.30X2C - 0.30X3C - 0.30X4C < 0$$

$$XDf - 0.30X1D - 0.30X2D - 0.30X3D - 0.30X4D < 0$$

$$XAg - 0.20X1A - 0.20X2A - 0.20X3A - 0.20X4A < 0$$

$$XBg - 0.20X1B - 0.20X2B - 0.20X3B - 0.20X4B < 0$$

$$XCg - 0.20X1C - 0.20X2C - 0.20X3C - 0.20X4C < 0$$

$$XDg - 0.20X1D - 0.20X2D - 0.20X3D - 0.20X4D < 0$$

**END**

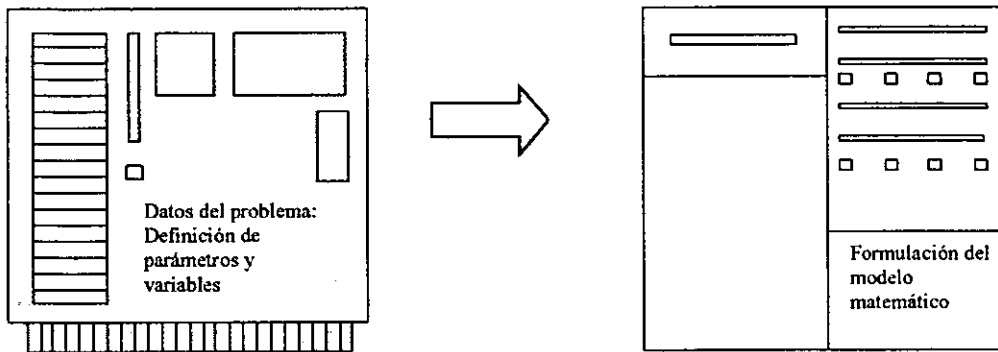
INT Y1  
 INT Y2  
 INT Y3  
 INT Y4  
 INT YA  
 INT YB  
 INT YC  
 INT YD



### 3.2.6 Resolución del modelo.

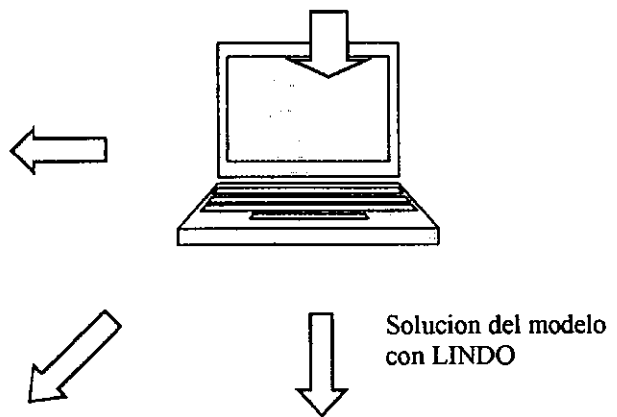
Este modelo posee una estructura del tipo de programación lineal y dada la naturaleza de las variables  $y_i$  y  $y_j$  de tipo entero binario, se utilizara el algoritmo de solución correspondientes a la programación entera-mixta, ya discutido en el capítulo 2.

En esta sección se utilizara el programa LINDO (Para mayores detalles de la salida del programa ver anexo 02)



$Y_i = 1$ , es decir todos los sitios de acopio estarán funcionando.  
 $Y_j = 1$ , excepto,  $Y_B$ ,

Resultados



$X_{ij}$	$i = 1,2,3,4$		$j = A,B,C,D$	
	A	B	C	D
1	150			600
2			600	400
3			500	
4			400	

$X_{jk}$	$j = A,B,C,D$				$k = a,b,c,d,e,f,g$			
	a	b	c	d	e	f	g	
A	19.5	30	7.5	15	3	45	30	
B								
C	195	300	75	150	30	450	300	
D	130	200	50	100	20	300	200	

Resultados



### 3.2.7 Interpretación de resultados.

Los resultados arrojados por el programa LINDO nos muestran los siguientes valores de la variables.

$Y_i = 1$ , es decir todos los sitios de acopio estarán funcionando.

$Y_j = 1$ , excepto,  $Y_B$ , lo que significa que el sitio de proceso B (ubicado en Cd. Del Carmen) no debe de continuar operando.

$X_{ij} =$

		A	B	C	D
	<b>Disp</b>	350	900	1500	1000
1	750	150			600
2	1000			600	400
3	500			500	
4	400			400	

Estos resultados nos permiten observar que los sitios de proceso A y B, están siendo subutilizadas, ya que de un total de 1,250 toneladas de capacidad, únicamente se utilizan 150 ton en la planta A.

$X_{jk} =$

	a	b	c	d	e	f	g	Total
	Placa para cuerpo	Bridas	Acero inoxidable	Operador	Nylon	Chatarra	Válvula completa	
<b>A</b>	19.5	30	7.5	15	3	45	30	150
<b>B</b>								0
<b>C</b>	195	300	75	150	30	450	300	1500
<b>D</b>	130	200	50	100	20	300	200	1000
<b>Total</b>	325	500	125	250	50	750	500	<b>2650</b>



En breves palabras, estamos reincorporando un total de 2,650 toneladas de materia prima a diferentes etapas del ciclo productivo de manufactura de válvulas. Dicho material originalmente estaría destinado a ser transformado en chatarra a un precio de mercado de 10 c de dólar por kilogramo.

La comparación entre ambas opciones en términos de ganancias es la siguiente:

	Ganancia
Opción	2,650 ton
Vendida como chatarra	\$265,000.00
Utilizando el proceso de producción en reversa	<b>\$1'203,705.00</b>

Es decir, que la utilización de un proceso de distribución y producción en reversa **incrementa en un 450%** el volumen de las ganancias.

### 3.3 Formulación del problema – Opción 2.

#### 3.3.1 Consideraciones generales para la definición del modelo de producción en reversa para el problema de remanufactura de válvulas. Opción 02.

##### 1. Objetivo

En esta segunda opción se plantea la siguiente problemática:

A PEMEX le interesa saber cuales podrían ser los resultados preliminares para el año 2002, en el que se espera que el peso total de válvulas a retirar ascienda a 1190 toneladas, además no desea abrir los dos nuevos sitios de acopio y proceso que se supusieron en la primer alternativa. Por lo que pretenden operar únicamente con los dos sitios actuales: Dos Bocas, Tab. Y Cd. del Carmen, Camp.

##### 2. Consideraciones generales.

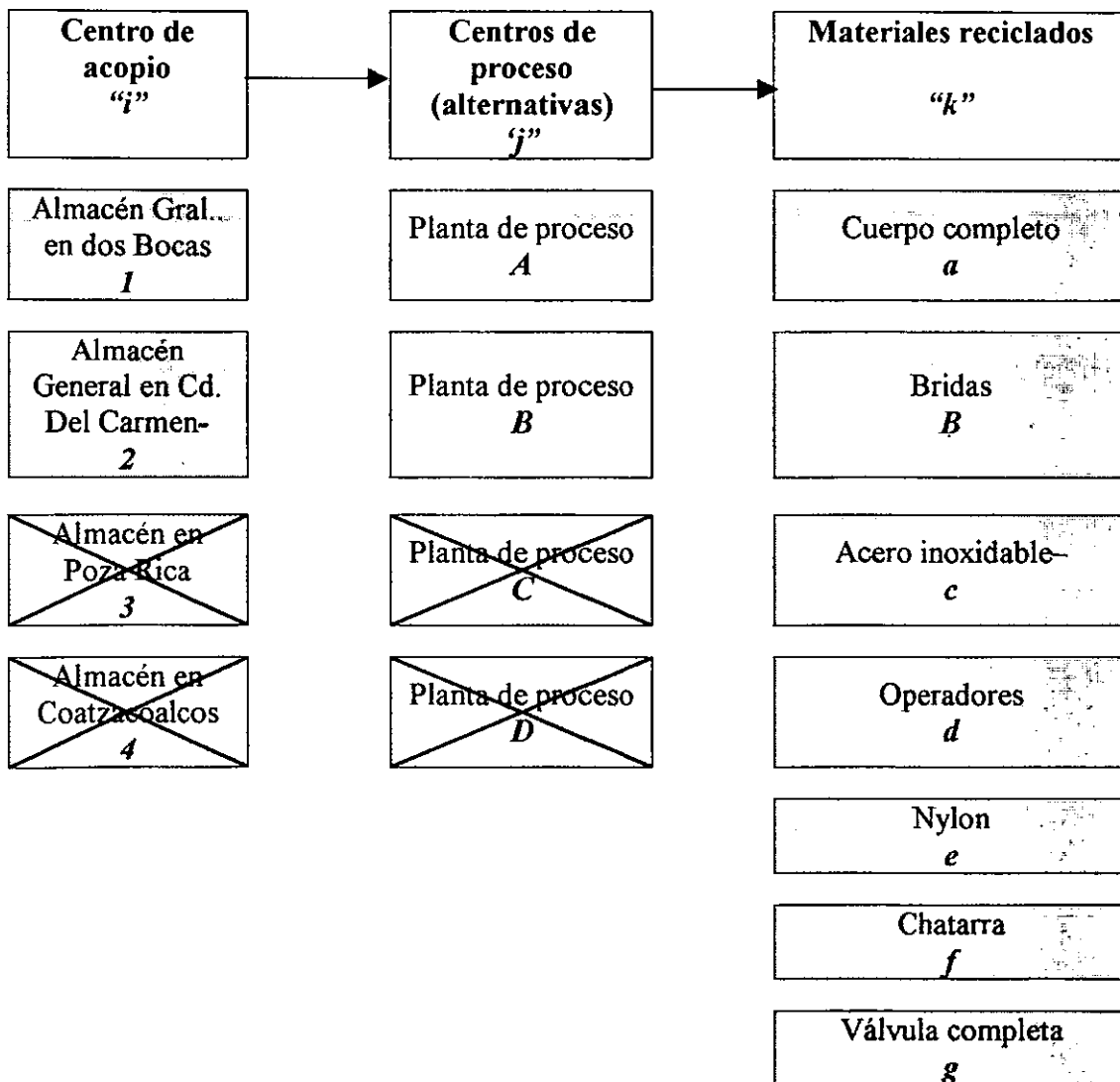
- a) Para la modelación de este problema se utilizará la misma estructura del modelo de distribución y producción en reversa.
- b) Con relación a la modelación de la opción 1, en ésta existirán algunas modificaciones que afectaran la definición de los parámetros, por ejemplo, en esta alternativa no se consideraran ampliaciones, es decir, solo se operara



con los dos sitios de sitios de acopio y de remanufactura: Dos Bocas y Cd. del Carmen.

**3.3.2 Definición de los nodos de interés.**

- Centros de acopio,  $i$ ,  $i, = 1, 2$
- Planta de proceso,  $j$   $j = A, B$
- Materiales,  $k$   $k = a, b, c, d, e, f, g$



**Figura 4 Elementos de los nodos de interés.**





### 3.3.3 Definición de los parámetros.

$p_{jk}$  Ganancias logradas al vender una unidad del producto "K" desde el sitio de proceso "j".

Sitio de proceso, j	Línea de productos recuperados, k						
	a	b	c	d	e	f	g
A	500	700	800	1000	300	100	3500
B	500	800	850	800	250	100	3000

Costos en unidades monetarias.

Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

$f_i, f'_j$  Costos fijos, del sitio de acopio "i" y del sitio de proceso "j" estando abiertos.

Sitio de acopio, i	Costo fijo de operación
1	15,000
2	30,000

Costos en unidades monetarias. Corresponden a los costos en el periodo simple de análisis.

Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

Sitio de proceso, j	Costo fijo de operación
A	40,000
B	75,000

Costos en unidades monetarias. Corresponden a los costos en el periodo simple de análisis.

Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.



$m_i, m'_j$  Costos de procesamiento del sitio de acopio “i” y del sitio de proceso “j”, por cada unidad de producto que fluye.

Sitio de acopio, i	Costos de procesamiento por unidad de producto servido
1	65
2	65

Costos en unidades monetarias. Corresponden a los costos en el periodo simple de análisis.  
Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

Sitio de proceso, j	Costos de procesamiento por unidad de producto servido
A	200
B	350

Costos en unidades monetarias. Corresponden a los costos en el periodo simple de análisis.  
Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

$t_{ij}$  Costos relacionados con la logística de mover una unidad de producto del sitio de acopio “i” al sitio de proceso “j”.

Sitio de proceso, j	Origen del sitio de acopio, i	
	1	2
A	60	90
B	90	80

Costos en unidades monetarias.  
Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.



$t'_{jk}$  Costos relacionados con la logística de mover una unidad de producto del sitio de proceso "j" para recuperar el producto "k".

Sitio de proceso, j	Línea de productos recuperados, k						
	a	B	c	d	e	f	g
A	60	100	190	200	100	25	425
B	50	75	140	200	100	25	450

Costos en unidades monetarias.

Fuente. Superintendencia de Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

$e_i, e'_j$  Capacidad máxima del sitio de acopio "i" y del sitio de proceso "j", (toneladas de producto).

Sitio de acopio, i	Capacidad máxima (Ton de producto)
1	750
2	1000

Sitio de proceso, j	Capacidad máxima (Ton de producto)
A	350
B	900

Cantidades en toneladas de producto. Corresponden a las capacidades en el periodo simple de análisis.

Fuente. Estimados de la Gerencia de Inspección y Mantenimiento y apoyo operativo a instalaciones costa afuera Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.



**C<sub>k</sub>** Porcentaje total del equipo que se reciclara en el producto "k".

	Línea de productos recuperados, k						
	a	b	c	d	e	f	g
<b>C<sub>k</sub></b>	.13	.20	.05	.10	.02	.30	.20

Porcentajes de reuso del total de productos retirados en los diferentes productos a recuperar  
 Fuente. Estimados de la Gerencia de Inspección y Mantenimiento y apoyo operativo a instalaciones costa afuera Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

El modelo matemático se planteara siguiendo la misma estructura del modelo para sistemas de producción en reversa, por lo tanto se omitirá en esta sección.

### 3.3.4 Definición numérica del modelo.

#### TITLE. CASO 2

#### OPTIMIZACION DE UN PROBLEMA DE PRODUCCIÓN EN REVERSA

#### MAX

GANANCIAS LOGRADA AL VENDER EL PRODUCTO K DEL SITIO J  
 $500XAa + 700XAb + 800XAc + 1000XAd + 300X Ae + 100X Af + 3500X Ag$   
 $+650X Ba + 800X Bb + 850X Bc + 800X Bd + 250X Be + 100X Bf + 3000X Bg$

¡COSTOS FIJOS DEL SITIO DE ACOPIO "i"  
 $-15000Y1 - 30000Y2$

¡COSTOS FIJOS DEL SITIO DE PROCESO "j"  
 $-40000YA - 75000YB$

¡COSTOS DE PROCESAMIENTO DEL SITIO DE ACOPIO "i"  
 $-65X1A - 65X1B$   
 $-65X2A - 65X2B$

¡COSTOS DE PROCESAMIENTO DEL SITIO DE PROCESO "j"  
 $-200X1A-200X1B$   
 $-350X2A-350X2B$

¡COSTOS DE LOGISTICA POR MOVER PRODUCTO DE "i" A "j"  
 $-60X1A-90X1B$   
 $-90X2A-80X2B$

¡COSTOS DE LOGISTICA POR MOVER PRODUCTO DE "j" PARA RECUPERAR EL PRODUCTO "K"  
 $-60X Aa - 100X Ab - 190 X Ac - 200X Ad - 100X Ae - 25X Af - 425X Ag$   
 $-50X Ba - 75X Bb - 140 X Bc - 200X Bd - 100X Be - 25X Bf - 450X Bg$



**Sujeto a:**

$$\begin{aligned} X1A+X2A - XAa - XAb - XAc - XAd -XAe - XAf - XAg &= 0 \\ X1B+X2B - XBa - XBb - XBc - Xbd -XBe - XBf - XBg &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X1A +X1B - 750Y1 &<0 \\ X2A +X2B - 1000Y2 &<0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X1A +X2A - 350YA &<0 \\ X1B +X2B - 900YB &<0 \end{aligned}$$

$$X1A +X2A +X1B +X2B = 1190$$

$$\begin{aligned} XAa - 0.13X1A - 0.13X2A &<0 \\ XBa - 0.13X1B - 0.13X2B &<0 \\ XAb - 0.20X1A - 0.20X2A &<0 \\ XBb - 0.20X1B - 0.20X2B &<0 \\ XAc - 0.05X1A - 0.05X2A &<0 \\ XBc - 0.05X1B - 0.05X2B &<0 \\ XAd - 0.10X1A - 0.10X2A &<0 \\ Xbd - 0.10X1B - 0.10X2B &<0 \\ XAe - 0.02X1A - 0.02X2A &<0 \\ XBe - 0.02X1B - 0.02X2B &<0 \\ XAf - 0.40X1A - 0.40X2A &<0 \\ XBf - 0.40X1B - 0.40X2B &<0 \\ XAg - 0.10X1A - 0.10X2A &<0 \\ XBg - 0.10X1B - 0.10X2B &<0 \end{aligned}$$

**END**

INT Y1  
INT Y2  
INT YA  
INT YB

### 3.3.5 Resolución del modelo.

Este modelo posee una estructura del tipo de programación lineal y dada la naturaleza de las variables  $y_i$  y  $y_j$  de tipo entero binario, se utilizará el algoritmo de solución correspondientes a la programación entera-mixta, ya discutido en el capítulo 2.

En esta sección se utilizara el programa LINDO (Para mayores detalles de la salida del programa ver anexo 02)



### 3.3.6 Interpretación de resultados.

Los resultados arrojados por el programa LINDO nos muestran los siguientes valores de la variables.

$Y_1, Y_2 = 1$ , es decir todos los dos sitios de ACOPIO estarán funcionando.

$Y_A, Y_B = 1$ , es decir todos los dos sitios de PROCESO estarán funcionando.

$X_{ij} =$

		A	B
	<b>Disp</b>	350	900
1	750	350	400
2	1000		440

Se requiere procesar 1,190 ton de material, el sitio de proceso A en dos bocas, trabajara a su máxima capacidad, mientras que el sitio de Cd. del Carmen, trabajara a un 93% de su capacidad.

$X_{jk} =$

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>	<b>g</b>	<b>Total</b>
	Placa para cuerpo	Bridas	Acero inoxidable	Operador	Nylon	Chatarra	Valvula completa	
<b>A</b>	45.5	70	17.5	35	7	140	35	350
<b>B</b>	109.2	168	42	84	16.8	336	84	840
<b>Total</b>	154.7	238	59.5	119	23.8	476	119	<b>1190</b>



La comparación entre ambas opciones en terminos de ganancias es la siguiente:

	Ganancia
Opcion	1,190 ton
Vendida como chatarra	\$119,000.00
Utilizando el proceso de produccion en reversa	<b>\$96,130.00</b>

Es decir, en este caso, la utilización de un proceso de distribución y producción en reversa **con la infraestructura actual, disminuye en un 20%** el nivel de las ganancias.

# 4

---

## Conclusiones y recomendaciones.

En el presente trabajo se planteo el estudio y modelaje de un sistema de distribución y producción en reversa, definiendo a éste como la combinación de los procesos de manufactura y de desensamble y / o remanufactura.

La hipótesis que motivo y dio pauta al desarrollo teórico de este trabajo consistió en la consideración que la implementación de sistemas de distribución y producción en reversa proporcionan a las empresas mexicanas una estrategia diferenciadora que les permite ubicarse competitivamente en el mercado global.

La base hipotética de este modelo considera que la combinación de los enfoques unidireccionales (tanto hacia delante como hacia atrás) permitirá la creación de una estructura que proporcione entre otros: mayores beneficios económicos, mejora sustancial en la optimización del uso de los recursos, así como una medida de ayuda para la protección al medio ambiente, ya que promueve la reutilización de los recursos que ya han sido extraídos.





Para la definición del modelo se partió de la consideración de que un sistema de distribución y producción en reversa posee características similares a las de un sistema de producción tradicional, por lo que la conformación del modelo partió del proceso para la recuperación de materiales a partir de aquellos que ya habían sido desechados, para posteriormente reincorporarlos al sistema de manufactura hacia delante.

Al analizar la estructura del modelo y los posibles valores de ciertas variables, se determinó que este poseía características que lo hacían muy semejante a aquellos problemas típicos de programación entera, por lo que se decidió darle un tratamiento como problema de programación matemática lineal tipo entera-mixta. La herramienta de análisis y diseño de sistemas de distribución y producción que se ha diseñado, consiste en el planteamiento de un problema de programación lineal tipo entera-mixta.

Al utilizar esta herramienta para el análisis y diseño de ciertos problemas integrados como problemas de distribución y producción en reversa, se obtienen resultados con una interpretación de beneficio económico, los cuales deben ser considerados como un elemento de apoyo para una efectiva toma de decisiones encaminada a una planeación óptima de la infraestructura del problema.

Para ejemplificar el uso de la herramienta de análisis de sistemas de distribución y producción en reversa se planteó un estudio de caso relacionado con la remanufactura de equipos utilizados en la industria petrolera.

Para poder definir los parámetros requeridos por el programa, se tomó como marco de referencia la situación de la industria petrolera en México. Brevemente se expuso el desarrollo de esta industria enfatizando en sus estrategias operativas, las cuales se enfocan a la modernización de la infraestructura requerida para lograr sus objetivos. A partir de ahí se definieron las necesidades que dan lugar al campo de aplicación de la herramienta de análisis que se ha desarrollado en este trabajo.

Específicamente se abordó el tema de la remanufactura de uno de los equipos más importantes utilizados por PEMEX: las válvulas.

Las válvulas son equipos con un ciclo de vida aproximada de diez años, y el monto de inversión anual realizado para su sustitución motivó suficientemente al autor para incorporar su caso como una aplicación del modelo desarrollado en el presente trabajo.

Para el caso de estudio se definieron dos opciones, la primera de ellas planteando el crecimiento de la infraestructura para enfrentar las necesidades a futuro. La segunda opción, considero nulo el crecimiento de la infraestructura y procedió al análisis únicamente con los elementos existentes.



Los resultados obtenidos de la primer opción mostraron un panorama alentador respecto a la implementación de un sistema de distribución y producción en reversa. Sin embargo, para la segunda opción, estos arrojaron una recomendación negativa.

Esta situación era predecible, simple y sencillamente porque con la infraestructura actual y con una escasa tecnología de reciclaje, los resultados no podrían arrojar beneficios. Y esto se comprueba con los resultados de la primer opción, en donde si se considero un crecimiento en la infraestructura así como en la tecnología a utilizar.

El panorama que se percibe respecto al desarrollo de este tipo de sistemas en México es vasto, no solo para PEMEX, sino para la industria de la manufactura de este tipo de bienes. Para PEMEX representa una oportunidad en los siguientes aspectos:

- a) La reutilización sabia de sus activos improductivos.
- b) El bloqueo del mercado negro, que tanto afecta la calidad de su infraestructura.
- c) Lo haría dueño de la línea de desarrollo de la tecnología, ya que PEMEX (y México, en general) es excesivamente dependiente de la tecnología extranjera.
- d) La planeación adecuada de sus programas de mantenimiento ya que la situación actual considera que el material reutilizable esta compuesto en la siguiente proporción:

	Línea de productos recuperados, k						
	A	b	c	d	e	f	g
	Placa para cuerpo	Bridas	Acero inoxidable <sup>e</sup>	Operador	Nylon	Chatarra	Válvula completa
<b>C<sub>k</sub></b>	.13	.20	.05	.10	.02	.30	<b>.20</b>

Porcentajes de reuso del total de productos retirados en los diferentes productos a recuperar  
 Fuente. Estimados de la Gerencia de Inspección y Mantenimiento y apoyo operativo a instalaciones costa afuera Ingeniería de Costos. PEMEX PEP. RMNE – Proyecto Cantarell.

Como puede apreciarse la proporción de válvulas completas que se pueden recuperar solo es del 20%, siendo lo deseable que este valor fuese el mayor ya que su valor de reventa representa las mayores ganancias para equipos reutilizables.



Para las empresas mexicanas y también las extranjeras con filiales mexicanas, cuya visión esta centrada únicamente en la manufactura de equipos nuevos, este panorama les ofrece una alternativa para desarrollar nuevas estrategias de competitividad, basadas en penetrar en nuevos mercados a mejores precios.

El siguiente paso consistirá en extender estos resultados para el modelaje de situaciones más complejas relacionadas con este mismo problema, antes de extender su uso a otros problemas de distribución y producción en reversa que involucren materiales con características semejantes al tratado en este trabajo.

# Bibliografía

---

1. Prawda, Juan. "Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones." Vol. I. Modelos determinísticos. Edit. LIMUSA México. 7ª. Reimpresión.
2. Salkin, H. "*Foundations of integer programming*". Edit. Wiley, New York 1989.
3. Hillier, Frederik S. Y Lieberman, Gerald J. "Introducción a la investigación de operaciones". Edit. Mc Graw Hill México. 6ª. Edición.
4. Flores de la Mota, Idalia. "Apuntes de Programación Entera". DEPMI, UNAM. México.
5. Fuentes Zenon, Arturo (1995). "El Enfoque de Sistemas en la Solución de Problemas. La elaboración del Modelo Conceptual". Cuadernos de Planeación y Sistemas No.4. DEPMI, UNAM. México.
6. Ackoff, Russell L. "Fundamentos de Investigación de Operaciones" Limusa, México 1975.
7. Schrage, Linus. "*Linear, integer and quadratic programming with LINDO*". The Scientific Press 1986, Third Edition.
8. Holmes, John R. "*Refuse recycling and recovery*", John Wiley & Sons, Inc. New York 1981.
9. Huttunen, Anne, "*The final solution for controlling the recovered paper flows*", *Proceedings of the first International Seminar on reuse*, S.D. Flapper and A.J. de Ron, Ed. European professors of industrial management, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands. 1996
10. Polen, T.L. and M. Farris II "*Reverse logistics in plastic recycling*", *International journal of physical distribution & logistics management*. 1992, 22/7.
11. Spengler, Th. "*Environmental integrated production and recycling management*", *European journal of operations research*, 1997, 97/2.

# Anexo 1

---

## Ejemplo 1. Programación entera pura.

Nota: Este ejemplo esta utilizando el algoritmo de solución denominado Ramificación y acotamiento.

Ramificación y acotamiento

$$\text{Maximizar } Z = 7 X_1 + 9 X_2$$

Sujeto a :

$$- X_1 + 3 X_2 \leq 6$$

$$7X_1 + X_2 \leq 35$$

Le damos valores a las variables puesto que la solución la vamos a dar gráficamente.

$X_1 = 0, X_2 = 2$  y  $X_2 = 0, X_1 = -6$  para la primera restricción.

$X_1 = 0, X_2 = 35$  y  $X_2 = 0, X_1 = 5$  para la segunda restricción.

Ya teniendo los puntos de cada restricción, utilizamos de nuevo las restricciones para hallar sus puntos de intersección, por medios algebraicos como igualación, reducción o eliminación:

Los resultados son:

$X_1 = 4.5$   $X_2 = 3.5$  siendo estos valores nuestras soluciones factibles.

Elegimos la mejor solución del conjunto de soluciones factibles

Ahora como un enfoque para ramificar especificamos un intervalo de valores



X1 = 4.5	
X2 = 3.5	
X1 ≤ 4	X1 ≥ 5

Podemos tomar cualquiera de estos valores pero primero optaremos por  $X1 \leq 4$  que sería una nueva restricción

Entonces nuestro subproblema quedaría:

$$\text{Maximizar } Z = 7 X1 + 9 X2$$

Sujeto a :

$$- X1 + 3X2 \leq 6$$

$$7X1 + X2 \leq 35$$

$$X1 \leq 4$$

hallamos sus puntos de intersección, por medios algebraicos como igualación, reducción o eliminación: Los resultados son :

$$X1 = 4,$$

$X2 = 3.33$  siendo estos valores nuestras nuevas soluciones factibles.

Volvemos a ramificar:

X1 = 4.5	
X2 = 3.5	
X1 ≤ 4	X1 ≥ 5
X1 = 4	
X2 = 3.33	
X2 ≤ 3	X2 ≥ 4



Acotaremos primero a  $X_2 \leq 3$  siendo nuestra nueva restricción:

Nuestro subproblema quedaría:

$$\text{Maximizar } Z = 7X_1 + 9 X_2$$

Sujeto a :

$$X_1 + 3X_2 \leq 6$$

$$7X_1 + X_2 \leq 35$$

$$X_1 \leq 4 \quad X_2 \leq 3$$

hallamos sus puntos de intersección y encontramos dos soluciones factibles:

$$X_1 = 4, X_2 = 3 \text{ y}$$

$$X_1 = 3, X_2 = 3$$

Como estamos maximizando reemplazamos estos valores en la función objetivo para optar por el mejor valor:

$$X_1 = 4 \quad X_2 = 3 \quad Z = 7(4) + 9(3) = 55$$

$$X_1 = 3 \quad X_2 = 3 \quad Z = 7(3) + 9(3) = 48$$

Obteniendo así una posible solución.

Utilizamos nuestro siguiente subproblema añadiéndole la restricción  $X_1 \geq 5$

$$\text{Maximizar } Z = 7 X_1 + 9 X_2$$

Sujeto a :

$$- X_1 + 3X_2 \leq 6$$

$$7X_1 + X_2 \leq 35$$

$$X_1 \geq 5,$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Al graficar nuevamente estas restricciones encontramos que el siguiente punto se halla dentro de la solución factible:

$$X_1 = 5$$



$$X_2 = 0$$

$$Z = 7(5) + 9(0) = 35$$

Siendo una posible solución

Acotaremos a  $X_2 \geq 4$  siendo nuestra ultima restricción:

El subproblema nos queda:

$$\text{Maximizar } Z = 7 X_1 + 9 X_2$$

Sujeto a :

$$- X_1 + 3X_2 \leq 6$$

$$7X_1 + X_2 \leq 35$$

$$X_1 \leq 4$$

$$X_2 \geq 4$$

Nuevamente al graficar estas restricciones, se observa que no hay un área en común y existen infinitas soluciones en este subproblema.

X1 = 4.5	
X2 = 3.5	
X1 ≤ 4	X1 ≥ 5
X1 = 4	
X2 = 3.33	
X2 ≤ 3	X2 ≥ 4
X1 = 4	No hay area comun
X2 = 3	





Resumen:

<u>X1</u>	<u>X2</u>	<u>Z</u>	<u>Solución</u>
4.5	3.5	63	Solución óptima no entera
4	3.3	58	Solución óptima no entera
5	0	35	Solución óptima entera
4	3	55	Solución óptima entera

### Ejemplo 2. Programación entera binaria.

$$\text{Maximizar } x_0 = 3x'_1 + 2x'_2 - 5x'_3 - 2x'_4 + 3x'_5$$

Sujeto a:

$$x'_1 + x'_2 + x'_3 + 2x'_4 + x'_5 \leq 4$$

$$7x'_1 + 3x'_3 - 4x'_4 + 3x'_5 \leq 8$$

$$11x'_1 - 6x'_2 + 3x'_4 - 3x'_5 \geq 3$$

$$x'_j = 0 \text{ o bien, } 1 \text{ para toda } j$$

Este problema se convertirá a la forma de minimización en donde todas las variables tengan coeficientes no negativos en la función objetivo, multiplicando  $x_0$  por  $-1$ .

Tenemos entonces,  $x'_1$ ,  $x'_2$  y  $x'_5$  con coeficientes negativos y  $x_3$  y  $x_4$  con coeficientes positivos. Por consiguiente, la sustitución

$$1 - x_{i,j} = 1, 2, 5$$

$$x'_j$$

$$x_{i,j} = 3, 4$$

convierte todos los coeficientes de la función objetivo a valores no negativos, como se desea. Después que la tercera restricción se cambia a ( $\leq$ ), el problema queda convenientemente en la forma siguiente ( $z$  es el valor objetivo del problema convertido).



$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	L.D
3	2	5	2	3	0	0	0	$z$
-1	-1	1	2	1	1	0	0	1
-7	0	3	4	-3	0	1	0	2
11	-6	0	-3	-3	0	0	1	-1

ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA

Ya que inicialmente todas las  $x_i = 0$ , los valores de las holguras son

$$(S_1^0, S_2^0, S_3^0) = (1, -2, -1)$$

[El índice (0) representa la iteración inicial.] El valor objetivo asociado es  $z^0 = 0$ .

Es evidente ahora que la solución inicial no es factible ya que  $S_2$  y  $S_3$  son negativas. Por consiguiente, al menos una variable  $x_i$  debe elevarse al nivel uno. Tal variable debe mover la solución más cerca de la factibilidad, y esto puede ser indicado por los valores de las holguras. Investigando las variables en el nivel cero, uno ve que todos los coeficientes de  $x_3$  en las restricciones correspondientes a las holguras negativas, son no negativos. Por consiguiente, si se eleva  $x_3$  al nivel uno, únicamente puede empeorar la infactibilidad. Esto significa que  $x_3$  debe permanecer en el nivel cero. Aunque cada una de  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_4$  no pueden individualmente traer la factibilidad, una combinación de ellas en el nivel uno puede llevar a los valores factibles de las holguras. Por consiguiente, estas variables no pueden excluirse (como en el caso de  $x_3$ ) en este punto. Por otra parte, si  $x_5$  se establece igual a uno, se logra una solución factible. En consecuencia, el procedimiento pide que se eleve  $x_5$  al nivel uno. Esto proporciona

$$(S_1^1, S_2^1, S_3^1) = [S_1^0 - (-1), S_2^0 - (-3), S_3^0 - (-3)] = (2, 1, 2)$$

con  $x_5 = 1$  y  $z^1 = 3$ . Puesto que ésta es una solución factible, se almacena como la mejor disponible a la fecha. Por consiguiente,  $Z = z^1 = 3$  es una cota superior para cualquier solución factible futura. En otras palabras, de aquí en adelante se estará técnicamente interesado en soluciones factibles con valores objetivos mejores (más pequeños) que  $Z$ .

En este punto es ilustrativo introducir el procedimiento anterior como un método de ramificar y acotar. El nodo inicial (0) que representa el problema donde todas las  $x_i$  son 0. Dos ramas emanan de este nodo, las cuales están asociadas a  $x_5 = 0$  y  $x_5 = 1$ . Eligiendo la rama  $x_5 = 1$ , se obtiene la solución factible en el nodo (1) con  $Z = 3$ .



Debido a que todos los coeficientes de la función objetivo son positivos y como el objetivo es minimizar  $z$ , cualquier rama que salga del nodo (1) no puede proporcionar un mejor valor de la función objetivo. En este caso la rama  $x_5 = 1$  está agotada. Ya que  $x_5 = 0$  es la única rama que resta en el árbol, debe considerarse su solución asociada (compare con el algoritmo de ramificar y acotar). Esto lleva al nodo (2), con su solución dada por

$$(S^2_1, S^2_2, S^2_3) = (1, -2, -1)$$

con  $z^2 = 0$  y todas las variables binarias iguales a cero.

Nos podemos preguntar sobre las diferencias entre las soluciones en los nodos (0) y (2). No existe diferencia en los valores de las variables y de la función objetivo. Pero si existe la diferencia importante que en el nodo (0) cualquiera de las variables  $x_1, x_2, x_3, x_4$  y  $x_5$  están libres para tener el valor cero o uno; mientras que en el nodo (2)  $x_5$  está fija en el nivel cero. Por consiguiente, al elegir la variable de ramificación en (2) únicamente pueden considerarse  $x_1, x_2, x_3$  o  $x_4$ .

La selección de una variable para elevarla a 1 en el nodo (2), sigue la misma lógica que se usó en el nodo (0). Sin embargo, ahora se tiene la información adicional de que ninguna variable libre debe suponer un valor de 1, si ello conduce a un valor objetivo mayor que o igual a  $Z$ . Así, elevando  $x_3$  al nivel uno no es promisorio porque esto empeora tanto la optimalidad (da  $z=5 > Z$ ) como la factibilidad.

(hace las olguras mas negativas). También puede descartar a  $x_1$  porque  $c_1 = 3$  no puede conducir a un mejor valor objetivo que  $Z$ . Debe entonces escogerse entre  $x_2$  y  $x_4$ . Ninguna de las variables puede por sí sola lograr la factibilidad. En este caso, se hace una selección con base en una medida empírica. Defina para cada variable libre  $x_j$

$$v_j = \min \{0, S_i - a_{ij}\}$$

esto realmente puede considerarse como una "medida" de infactibilidad total resultante de elevar la variable libre  $x_j$  al nivel 1. La variable de ramificación elegida es aquella con la  $v$  más pequeña. Ahora, para  $x_2$  y  $x_4$ ,

$$v_2 = 0 + (-2 - 0) + 0 = -2$$

$$v_4 = (1 - 2) + 0 + 0 = -1$$

Entonces,  $x_4$  se elige como la variable de ramificación, y  $x_4 = 1$  lleva al nodo (3), donde,

$$(S^3_1, S^3_2, S^3_3) = (1 - 2, -2 + 4, -1 + 3) = (-1, 2, 2)$$

con  $z^3 = 2$ .



El nodo (3) está definido ahora por  $x_5 = 0$  y  $x_4 = 1$  de tal manera que  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  son las únicas variables libres en (3). Ya que  $c_1 = 3$ ,  $c_2 = 2$  y  $c_3 = 5$ , elevando  $x_1$ ,  $x_2$  o  $x_3$  al nivel uno no se puede proporcionar un valor de la función objetivo mejor que  $Z$  ya que proporcionan  $z = 2 + 3$ ,  $2 + 2$ , y  $2 + 5$ . Por tanto, se excluyen  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ . Ya que todas las variables libres son no promisorias, ninguna ramificación adicional puede efectuarse desde el nodo (3), y en consecuencia, éste se halla agotado.

El único nodo restante es el (4). Ya que está definido por  $x_5 = 0$  y  $x_4 = 0$ ,

$$(S^4_1, S^4_2, S^4_3) = (1, -2, -1)$$

con  $z^4 = 0$ . De nuevo,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  son las variables libres. La variable  $x_3$  es no promisorio desde los puntos de vista tanto de optimalidad como de factibilidad. Las variables restantes  $x_1$  y  $x_2$  no pueden hacer factible la solución en (4). Por consiguiente, ninguna variable de ramificación existe en (4) y (4) está agotado. Ya que no existe ningún nodo sin agotar, la solución está dada por el nodo (1) con  $z = 3$  y  $x_5 = 1$  y todas las variables restantes iguales a cero. Esta solución puede ser trasladada en términos de las variables originales para proporcionar

$$x'_1 = x'_2 = 1, x'_3 = x'_4 = x'_5 = 0, \text{ con } x_0 = 5.$$

### Ejemplo 3. Programación entera mixta.

$$\text{Maximizar } Z = 4x_1 - 2x_2 + 7x_3 - x_4$$

sujeta a

$$x_1 + 5x_3 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \leq 1$$

$$6x_1 - 5x_2 \leq 0$$

$$-x_1 + 2x_3 - 2x_4 \leq 3$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{para } j = 1, 2, 3, 4.$$

$$x_j \text{ es entero} \quad \text{para } j = 1, 2, 3.$$

Nótese que el número de variables restringidas a enteros es  $j=3$ , de manera que  $x_4$ , es la única variable continua.

#### Solución.

Siguiendo el algoritmo descrito en el capítulo 2.



PASO INICIAL: después de establecer  $Z^* = -\infty$ , se forma la soltura PL de este problema *eliminando* el conjunto de restricciones  $x_j$  es entero para  $j = 1, 2, 3$ . Si se aplica el método simplex a esta soltura de PL, la solución óptima es

Soltura de PL de todo el problema:  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (5/4, 3/2, 7/4, 0)$  con  $Z = 14\frac{1}{4}$

Como tiene soluciones *factibles* y esta solución óptima tiene valores *no enteros* para sus variables restringidas a enteros, se sondea todo el problema y el algoritmo continúa con la primera iteración completa.

### Iteración 1:

En esta la solución óptima de la soltura PL *la primera* variable restringida a enteros que tiene un valor no entero es  $x_1 = 5/4$  entonces ésta se convierte en la variable de ramificación. Al ramificar desde el nodo de *todo* el problema (soluciones factibles de *todo*) con esta variable se crean los siguientes dos subproblemas:

#### *Subproblema 1:*

Problema original más la restricción adicional:

$$x_1 \leq 1.$$

#### *Subproblema 2:*

Problema original más la restricción adicional:

$$x_1 \geq 2.$$

De nuevo se elimina el conjunto de restricciones a valores y se resuelven las solturas de PL de estos dos subproblemas; los resultados son:

Soltura de PL del subproblema 1:  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 6/5, 9/5, 0)$  con  $Z = 14\frac{1}{5}$

Cota para el subproblema 1:  $Z \leq 14\frac{1}{5}$ .

Soltura de PL del subproblema 2: no tiene soluciones factibles.

Este resultado para el subproblema 2 significa que queda sondeado por la prueba 2. Igual que en el caso del problema completo, el subproblema 1 no pasa las pruebas de sondeo.

### Iteración 2.

Con sólo un subproblema restante que corresponde al nodo  $x_1 \leq 1$  en la figura. la siguiente ramificación se hace desde ahí. Al examinar la solución óptima de la soltura de PL que se da en seguida, se ve que este nodo revela que la *variable de*



ramificación es  $x_2$ , ya que  $x_2 = 6/5$  es la primera variable restringida a enteros que no tiene un valor entero. Al agregar una de las restricciones  $x_2 \leq 1$  o  $x_2 \geq 2$  se crean los dos nuevos subproblemas que siguen.

*Subproblema 3:* Problema original más las restricciones adicionales:

$$x_1 \leq 1 \qquad x_2 \leq 1$$

*Subproblema 4:* Problema original más las restricciones adicionales:

$$x_1 \leq 1 \qquad x_2 \geq 2$$

Al resolver sus solturas de PL se obtienen los siguientes resultados:

Soltura de PL del subproblema 3:  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (5/6, 1, 11/6, 0)$  con  $Z = 141/6$

Cota para el subproblema 3:  $Z \leq 141/6$

Soltura de PL del subproblema 4:  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (5/6, 2, 11/6, 0)$  con  $Z = 121/6$

Cota para el subproblema 4:  $Z \leq 121/6$

como ambas soluciones existen (soluciones factibles) y tienen valores no enteros para variables restringidas a enteros, ninguno de los subproblemas se sondea. (La prueba 1 no es operativa, puesto que todavía  $Z^* = -\infty$ , hasta que se encuentre la primera solución de apoyo.)

### Iteración 3.

De los dos subproblemas restantes (3 y 4) que se crearon al mismo tiempo, se selecciona el que tiene la cota más grande (subproblema 3, con  $141/6 > 121/6$  para la siguiente ramificación). Como  $x_1 = 5/6$  tiene un valor no entero en la solución óptima de la soltura PL de su subproblema,  $x_1$  se convierte en la variable de ramificación. (Observe que  $x_1$  es ahora una variable de ramificación *recurrente*, pues también se seleccionó en la iteración 1.) Esto conduce a los siguientes subproblemas:

*Subproblema 5:*

Problema original más las restricciones adicionales

$$x_1 \leq 1$$

$$x_1 \leq 1$$

$$x_1 \leq 0 \quad (\text{entonces } x_1 = 0).$$



### Subproblema 6:

Problema original más las restricciones adicionales:

$$x_1 \leq 1$$

$$x_1 \leq 1$$

$$x_1 \leq 1 \quad (\text{entonces } x_1 = 1).$$

Los resultados al resolver las solturas PL son los siguientes:

Soltura de PL del subproblema 5:  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 0, 2, 1/2)$  con  $Z = 131/2$

Cota para el subproblema 5:  $Z \leq 131/2$

Soltura de PL del subproblema 6: no tiene soluciones factibles.

El subproblema 6 se sondea de inmediato con la prueba 2. Sin embargo, observe que el subproblema 5 también se puede sondear. La prueba 3 pasa porque la solución óptima de esta soltura de PL tiene valores enteros ( $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 2$ ) para las tres variables restringidas a enteros. (No importa que  $x_4 = 1/2$  ya que  $x_4$  no está restringida a enteros.) Esta solución *factible* para el problema original se convierte en la primera solución de apoyo (incumbente):

Incumbente =  $(0, 0, 2, 1/2)$ . con  $Z^* = 131/2$

Con esta  $Z^*$  se vuelve a realizar la prueba de sondeo 1 al otro subproblema (subproblema 4) y pasa la prueba, ya que su cota de  $121/6 \leq Z^*$ .

Esta iteración tuvo éxito en sondear de las tres maneras posibles. Lo que es más, ya *no* hay subproblemas *restantes*, por lo tanto la solución incumbente actual es óptima.

**Solución óptima =  $(0, 0, 2, 1/2)$  con  $Z^* = 131/2$**

# Anexo 2

---

## DATOS DE SALIDA DEL PROGRAMA "LINDO" PARA EL CASO 01.

### SOLUCION.

#### OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1203705.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y1	1.000000	-438150.000000
Y2	1.000000	-414200.000000
Y3	1.000000	-202100.000000
Y4	1.000000	-151680.000000
YA	1.000000	40000.000000
YB	0.000000	75000.000000
YC	1.000000	-26725.015625
YD	1.000000	-10850.000000
XAA	19.500000	0.000000
XAB	30.000000	0.000000
XAC	7.500000	0.000000
XAD	15.000000	0.000000
XAE	3.000000	0.000000
XAF	45.000000	0.000000
XAG	30.000000	0.000000
XBA	0.000000	0.000000
XBB	0.000000	0.000000
XBC	0.000000	0.000000
XBD	0.000000	0.000000
XBE	0.000000	0.000000
XBF	0.000000	0.000000
XBG	0.000000	0.000000
XCA	195.000000	0.000000
XCB	300.000000	0.000000
XCC	75.000000	0.000000
XCD	150.000000	0.000000





XCE	30.000000	0.000000
XCF	450.000000	0.000000
XCG	300.000000	0.000000
XDA	130.000000	0.000000
XDB	200.000000	0.000000
XDC	50.000000	0.000000
XDD	100.000000	0.000000
XDE	20.000000	0.000000
XDF	300.000000	0.000000
XDG	200.000000	0.000000
X1A	150.000000	0.000000
X1B	0.000000	105.199989
X1C	0.000000	0.000000
X1D	600.000000	0.000000
X2A	0.000000	19.999989
X2B	0.000000	85.199989
X2C	600.000000	0.000000
X2D	400.000000	0.000000
X3A	0.000000	119.999977
X3B	0.000000	205.199982
X3C	500.000000	0.000000
X3D	0.000000	29.999977
X4A	0.000000	89.999977
X4B	0.000000	175.199982
X4C	400.000000	0.000000
X4D	0.000000	9.999977

NO. ITERATIONS= 148  
 BRANCHES= 4 DETERM.= 1.000E 0



**DATOS DE SALIDA DEL PROGRAMA "LINDO" PARA EL CASO 02.**

**SOLUCION.**

**OBJECTIVE FUNCTION VALUE**

**1) 96130.00**

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y1	1.000000	-90000.000000
Y2	1.000000	30000.000000
YA	1.000000	21555.000000
YB	1.000000	75000.000000
XAA	45.500000	0.000000
XAB	70.000000	0.000000
XAC	17.500000	0.000000
XAD	35.000000	0.000000
XAE	7.000000	0.000000
XAF	140.000000	0.000000
XAG	35.000000	0.000000
XBA	109.199997	0.000000
XBB	168.000000	0.000000
XBC	42.000000	0.000000
XBD	84.000000	0.000000
XBE	16.799999	0.000000
XBF	336.000000	0.000000
XBG	84.000000	0.000000
X1A	350.000000	0.000000
X1B	400.000000	0.000000
X2A	0.000000	39.999996
X2B	440.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 45

BRANCHES= 2 DETERM.= 1.000E 0