

12



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIFUSIÓN RECTIFICADA EN EL VOLCÁN POPOCATÉPETL  
DEBIDO AL SISMO DE  $M_w=7.0$  DEL 15 DE JUNIO DE 1999

Tesis que para obtener el grado de: Ingeniero Geofísico

Presenta:  
Nahum Pérez Campos

Asesor de Tesis:  
Dr. Carlos Valdés González

Ciudad Universitaria

Agosto 2001





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

A mis padres Nahúm y Yolanda por la vida que me dieron y por el gusto que por ella me inculcaron, su apoyo incondicional en cualquier momento y su amor. A mis hermanos, Xyoli y Quetzalcóatl , por su apoyo y enseñanzas de todo tipo que me han dejado, tanto de geofísica como de la vida misma. A mi abuelo Salvador que nunca deja de demostrarnos que la juventud se lleva en el corazón.

A Vicente, por su amistad incondicional, a Raúl y a Cesar por aguantarme durante la elaboración de la tesis y por sus consejos. A todos mis compañeros y amigos de geofísica porque siempre aprendí algo de cada uno de ellos. Principalmente Carmen, Iris, Humberto, Luis Fedenco, Aída, Rubí y Vanesa. A Olivia, por su hermosa amistad. A todos mis amigos de la Facultad, Edgar, Ferbus, Fernando Tejeda, Jairo, Kike, Alex, José Humberto, Homero, Alma, Gian, Víctor, Rafa, a Griselda y Roberto. A Marely M , por su apoyo, amistad y visión de la vida.

A Penélope, por acompañarme y apoyarme durante la carrera. A todos mis amigos y compañeros de SAFIR, a Luis, Yoatzin, Mumu, Paco, Sam, Miguel y todos los miembros de Sidereus Nunciu. A todos los que participaron con la SAGFI.

A Ing Carlos Castillo Tejero, por todo el apoyo que me brindó. A los drs. Carlos Valdés, Raúl Valenzuela, y Sergio Chávez, por su dedicación y enseñanzas.

A la UNAM y a México que tanto les debo. A la vida, por permitirme disfrutarla cada día más.

## AGRADECIMIENTOS

A mis padres Nahúm y Yolanda por la vida que me dieron y por el gusto que por ella me inculcaron, su apoyo incondicional en cualquier momento y su amor. A mis hermanos, Xyoli y Quetzalcóatl, por su apoyo y enseñanzas de todo tipo que me han dejado, tanto de geofísica como de la vida misma. A mi abuelo Salvador que nunca deja de demostrarnos que la juventud se lleva en el corazón.

A Vicente, por su amistad incondicional, a Raúl y a Cesar por aguantarme durante la elaboración de la tesis y por sus consejos. A todos mis compañeros y amigos de geofísica porque siempre aprendí algo de cada uno de ellos. Principalmente Carmen, Iris, Humberto, Luis Federico, Aída, Rubí y Vanesa. A Olivia, por su hermosa amistad. A todos mis amigos de la Facultad, Edgar, Ferbus, Fernando Tejeda, Jairo, Kike, Alex, José Humberto, Homero, Alma, Gian, Víctor, Rafa, a Griselda y Roberto. A Marely M., por su apoyo, amistad y visión de la vida.

A Penélope, por acompañarme y apoyarme durante la carrera. A todos mis amigos y compañeros de SAFIR, a Luis, Yoatzin, Mumu, Paco, Sam, Miguel y todos los miembros de Sidereus Nunciis. A todos los que participaron con la SAGFI.

Al ing. Carlos Castillo Tejero, por todo el apoyo que me brindó. A los drs. Carlos Valdés, Raúl Valenzuela, y Sergio Chávez, por su dedicación y enseñanzas.

A la UNAM y a México que tanto les debo. A la vida, por permitirme disfrutarla cada día más.

¿Acaso en verdad se vive en la tierra?

No para siempre en la tierra,

solamente un poco aquí.

Aunque sea jade, se rompe.

Aunque sea oro, se hiende.

y el plumaje de quetzal se quiebra.

No para siempre en la tierra,

solamente un poco aquí.

Neczahualcóyotl

# ÍNDICE

CAPÍTULO I. RESUMEN	1
CAPÍTULO II. INTRODUCCIÓN	4
CAPÍTULO III. EVENTOS VOLCANOTECTÓNICOS Y PARÁMETROS DE FUENTE	16
CAPÍTULO IV. DIFUSIÓN RECTIFICADA	45
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES	90
BIBLIOGRAFÍA	93
APÉNDICE	A1

## LISTA DE VARIABLES

- $N_s$  Número de sismos VT.  
 $\bar{q}$  Velocidad del líquido.  
 $\bar{q}_r$  Velocidad radial del líquido.  
 $a$  Constante característica de la combinación líquido-gas.  
 $c$  Concentración del gas disuelto en el líquido  
 $c_\infty$  Concentración de gas uniforme inicial y en el infinito.  
 $c_0$  Concentración en el estado de saturación.  
 $c_s$  Concentración del gas en la frontera de la burbuja.  
 $c_{sn}$  Valor de  $c_s$  para cada ciclo de la oscilación.  
 $D$  Coeficiente de difusión.  
 $G$  Módulo de corte de la roca que predomina en el sistema volcánico.  
 $h$  Coordenadas de posición Lagrangiana  
 $k$  Permeabilidad del sistema magmático.  
 $k_H$  Constante de Henry en la Ley de Henry (de concentración).  
 $L$  Longitud característica del cuerpo magmático.  
 $n$  Número de moles.  
 $N$  Número de burbujas en el sistema.  
 $P(t)$  Presión en cualquier tiempo  $t$ .  
 $P_0$  Presión hidrostática del líquido.  
 $p_c$  Presión del gas dentro de la burbuja.  
 $p_m$  Presión de equilibrio del gas dentro de una burbuja oscilante.  
 $r$  Distancia desde el centro de la burbuja.  
 $R(t)$  Radio de la burbuja en el tiempo  $t$   
 $R_0$  Radio de equilibrio, correspondiente a  $P_0$ .  
 $R_i$  Radio inicial de la burbuja, justo cuando comienza a oscilar el medio  
 $S$  Superficie de la burbuja  
 $t$  Tiempo de oscilación.  
 $T_b$  Periodo de una burbuja  
 $U$  Ecuación potencial de la concentración  
 $U_r$  Desplazamiento radial del medio cuando pasa la onda sísmica.  
 $V$  Volumen de una burbuja.  
 $v$  Volumen molar ( $V/n$ )  
 $V_M$  Volumen del magma  
 $V_s$  Volumen del sistema completo  
 $\gamma$  Factor de la función de probabilidad exponencial  
 $\alpha$  Compresibilidad isotérmica  
 $\delta$  Amplitud de la onda de deformación  
 $\epsilon$  Amplitud de presión relativa  
 $\phi$  Porosidad del magma  
 $\phi_i$  Porosidad de umbral  
 $\eta$  Viscosidad del magma

- $\rho_g$  Densidad del gas dentro de la burbuja.
- $\sigma_1$  Tensión superficial.
- $\tau$  Nueva variable de tiempo.
- $\tau_2$  Tiempo en que la burbuja duplica su tamaño.
- $\omega$  Frecuencia del campo oscilatorio.



## CAPÍTULO I. RESUMEN

Durante los días 16 y 17 de junio de 1999 se presentó un enjambre sísmico (35 eventos volcanotectónicos) en el volcán Popocatepetl, justo 23 horas después del sismo de Huajuapán de León – Tehuacán, de  $M_w = 7.0$ . En general, la actividad volcánica de ese día consistió en: un aumento considerable de la sismicidad, la mayoría de los sismos volcanotectónicos que se presentaron fueron de magnitud entre 2.5 y 3 y únicamente dos mayores a 3, se localizaron entre los 4 y 7 km de profundidad desde la cima. Hubo una pequeña exhalación con ligera emanación de ceniza con dirección del oeste. También los niveles de dióxido de azufre ( $SO_2$ ) aumentaron (CENAPRED, 1999) con respecto a los niveles del mes anterior.

Este trabajo pretende demostrar que el enjambre sísmico en el volcán fue inducido por el sismo regional

Durante el último periodo de actividad del volcán, en promedio se ha registrado un solo evento volcanotectónico (VT); en menor cantidad, se presentan dos eventos por día; y así, va disminuyendo el número de días en que se presenta una cantidad cada vez mayor de sismos VT. Sin embargo, para el día 16 de junio hay una ocurrencia de 35 sismos VT.

La probabilidad de que ocurran 30 o más sismos volcanotectónicos se calcula en  $\approx 1 \times 10^{-11}$ . Esto indica que el enjambre tuvo que ser provocado por algún factor externo. Se empleó la teoría de la *Difusión Rectificada* para demostrar que dicho

enjambre fue inducido por el sismo regional del 15 de junio de  $M_w = 7.0$  generado 23 horas antes.

Se analizaron estadísticamente algunos parámetros sísmicos como son la *frecuencia de esquina*, el *radio de ruptura*, *nivel plano de frecuencias bajas*, la *caída de esfuerzo estático* y el *momento*  $M_0$  de cada uno de los sismos VT del enjambre.

Cuando pasa una onda compresional a través de un sistema cerrado, éste puede aumentar su presión debido a que la onda puede bombear materiales volátiles dentro de una burbuja aumentando la presión. A este fenómeno se le llama ***difusión rectificada***. Para explicar este proceso se analiza una burbuja dentro del cuerpo magmático, la cual debe estar libre de partículas de polvo y sobresaturada de gases volátiles. Cuando una onda sísmica pasa por el cuerpo magmático, éste se comprime y la burbuja se expande disminuyendo la concentración de volátiles dentro de ésta, provocando la difusión de volátiles desde el magma hacia el interior de la burbuja. Al cambiar de fase la onda, el magma se expande; comprimiendo, así, a la burbuja y por consiguiente aumentando la concentración de volátiles en el interior y provocando una difusión hacia el exterior de la burbuja (*difusión ordinaria*).

Debido a las vibraciones, compiten la difusión rectificada y la ordinaria. Cuando la difusión supera un umbral que depende de la concentración de volátiles en el interior de la burbuja la difusión rectificada se vuelve mayor que la ordinaria.

aumentando la presión dentro de la burbuja y por lo tanto de todo el sistema magmático.

Si el volcán se encuentra a punto de hacer erupción, o en un estado en el que con un ligero cambio de presión dentro de éste pueda generarse una erupción, es posible que el proceso completo de la difusión rectificadora haya aumentado el estado de esfuerzos dentro del volcán al punto de provocar la exhalación de gases, vapor de agua y cenizas.

De lo anterior existe evidencia suficiente como para afirmar que este proceso es posible, y con el análisis de los datos de este caso, se comprueba que el sismo del 15 de junio de 1999 provocó i) un enjambre sísmico en el volcán Popocatepetl, y ii) un aumento notable en la actividad volcánica, como emanación de CO<sub>2</sub>, vapor de agua, cenizas, etc.

De haber sido más fuerte el sismo, no se hubiera producido una erupción de grandes magnitudes, pues el volcán no estaba en condiciones de que sucediera. El aumento de actividad sísmica y volcánica inducida por un sismo regional, únicamente funciona cuando el sismo VT o la erupción están a punto de suceder y el sismo regional sólo actúa como disparador.

## CAPÍTULO II. INTRODUCCIÓN

### Historia

México es un país con un gran número de volcanes, de los cuales 14 se encuentran activos (De La Cruz R., S et. al, 1995) Muchos de ellos se ubican a distancias muy cortas de centros de población muy importantes en cuanto a número de habitantes.

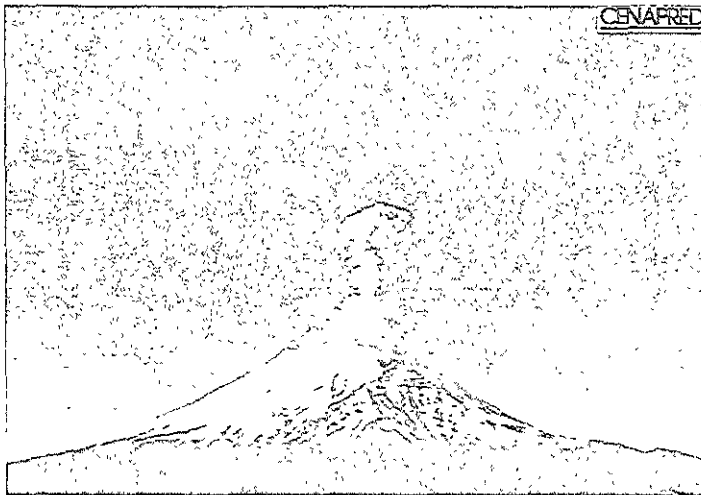


Figura 2.1. Fotografía del volcán Popocatépetl

El volcán Popocatépetl (Figura 2.1), con 5452 m de altitud es el segundo más alto de México después del Pico de Orizaba (Cintaltepétl), y se ubica entre los estados de Puebla, Morelos y el Estado de México (Figura 2.2) Este volcán es el más

importante en cuanto al peligro que representa, pues se localiza a menos de 50 km de las Ciudades de México y de Puebla, pudiendo afectar con su erupción a más de 20 millones de personas.

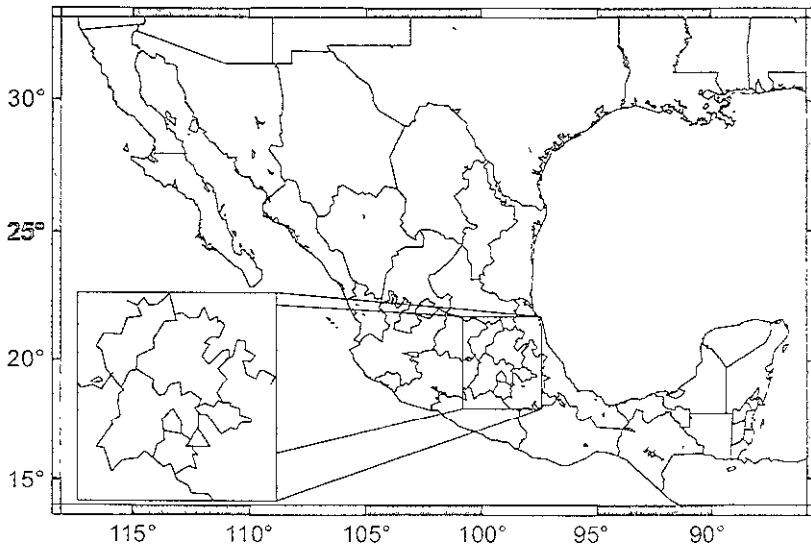


Figura 2.2. Localización del volcán Popocatépetl.

El Popocatépetl (del náhuatl, *Montaña que humea*) adquirió ese nombre desde la época de las poblaciones que habitaban los alrededores del lago de Texcoco, las cuales observaron que su actividad más importante era fumarólica.

El dato más antiguo que se tiene de la actividad del Popocatépetl (Figura 2.3) proviene desde 1354 (De La Cruz R., S. et al., 1995). En 1363 comienza nuevamente la actividad fumarólica (De La Cruz R., S. et al., 1995). Así, se presenta también actividad fumarólica en los años 1509, 1512 y 1519 (que quizás

era la misma actividad desde 1509), pero ésta no era continua, probablemente por la formación del domo que no permitía la salida de material. Esta actividad continuó en los años de 1530, 1539 y 1540. 1548, 1562 – 1571 (en los que se presentó una gran actividad tectónica y volcánica), 1592, 1642, 1663 – 1665, 1697, 1720, 1804, 1834, 1836, 1842, 1851, 1856, 1870, 1920 – 1921, 1925, y finalmente de 1994 a la fecha (De La Cruz R., S et. al, 1995)

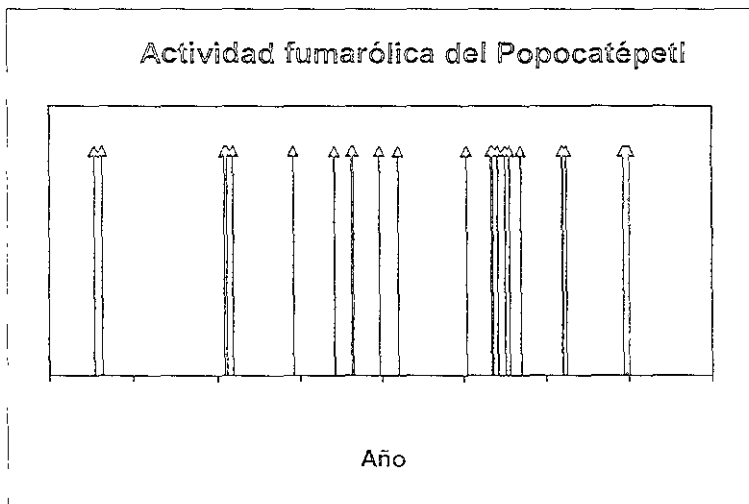


Figura 2.3 Historia de la actividad del volcán Popocatepetl. Las flechas indican las fechas en que el volcán ha tenido actividad fumarólica

La etapa de actividad más reciente del volcán comenzó el 21 de diciembre de 1994 con una serie de microsismos acompañados de emanación de gases y vapor de agua que se han presentado regularmente hasta la fecha (Figura 2.4) (De La Cruz R. S et al 1995)

En la Figura 2.4 se presenta la historia sísmica del volcán desde el 21 de diciembre de 1994 hasta el 26 de diciembre de 1999. Se incluyen únicamente sismos volcanotectónicos<sup>1</sup> (VT). En total se han presentado, hasta el 26 de diciembre de 1999, 930 sismos VT. Como se puede observar en dicha figura los días en que mayor actividad se registra, se han presentado 8 ó 9 eventos VT por día. Sin embargo, el día 16 de junio de 1999, justo un día después de que ocurriera el sismo regional de  $M_w = 7.0$  de Huajuapán de León – Tehuacán, se observa que hay un evento anómalo. Esta anomalía se considera como un enjambre sísmico que consistió de 30 sismos el 16 de junio y de cinco el día siguiente

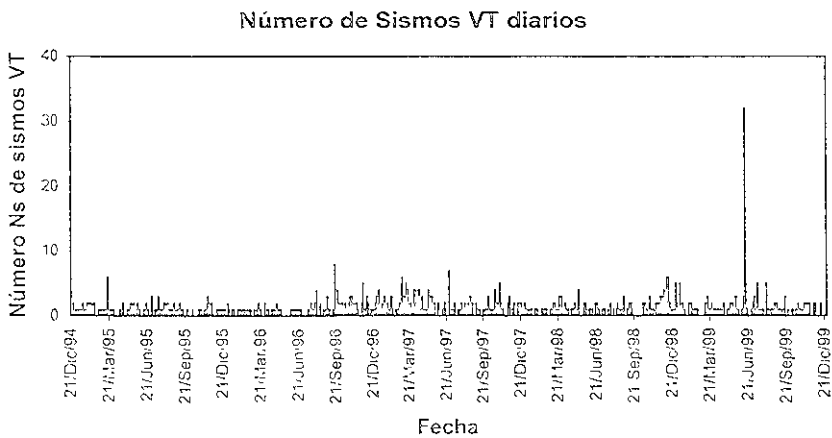


Figura 2.4. Eventos volcanotectónicos en el volcán Popocatepetl desde el 21 de diciembre de 1994

<sup>1</sup> Los sismos volcanotectónicos son los sismos que se pueden presentar en un volcán

En la Figura 2.5 se graficó el número de días en que se presentan  $N_s$  número de sismos VT. Esta gráfica muestra que en 424 días se ha presentado un sólo sismo VT; en 115 días se han presentado dos sismos VT; en 38 días, tres eventos, en 12 días cuatro sismos, en ocho días cinco, en tres días seis, y así sucesivamente. La gráfica nos indica que no se presentaron 10 o más sismos por día, sino hasta 32, que sólo se registra un evento de esta naturaleza. Es importante remarcar que éste sucede el 16 de junio de 1999.

Se ajustó una curva de frecuencia que coincidiera con estos datos. Si se hace que el área bajo esta curva sea igual a uno, dicha línea correspondería a la función de densidad de probabilidad (FDP) de que en un día se presenten  $N_s$  sismos VT. La función que mejor se ajustó a esta curva es

$$p(\lambda, \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^\lambda}{\lambda!}, \quad (2.1)$$

donde  $\mu$  es el promedio es constante e igual a 0.8. Esta curva corresponde a una FDP de Poisson y es la que mejor se ajusta al histograma del número de sismos por día. Este análisis muestra que la actividad sísmica del volcán presenta una distribución probabilística bien definida. La probabilidad que se presenten 30 sismos ó más en un día,  $P(\lambda \geq 30)$ , es

$$P(\lambda \geq 30) = \int_0^{\infty} p(\lambda, \mu) d\lambda, \quad (2.2)$$

cuyo resultado es prácticamente 0. Este resultado indica que este evento sísmico es anómalo pues, siguiendo con el comportamiento sísmico anterior, la probabilidad de que se presentara un evento con 35 sismos VT en un lapso de 13 hrs es nula.



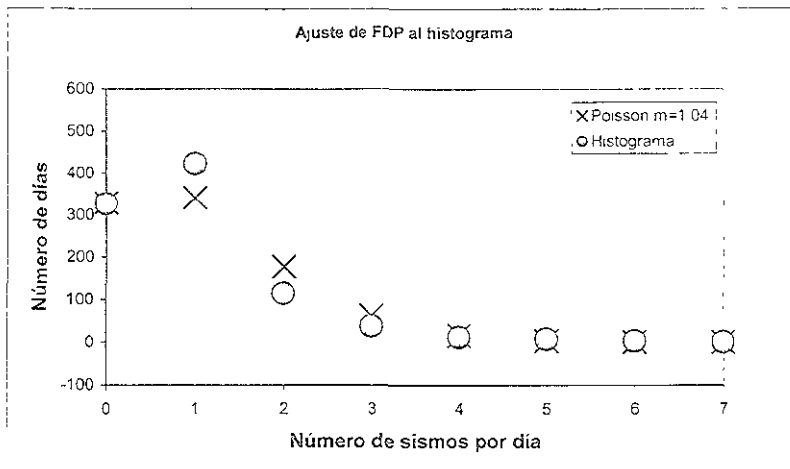


Figura 2.5. Histograma de número días en que se han presentado  $n$  sismos.

Aunque no se ajusta perfectamente a esta distribución de probabilidad, se puede observar que para los eventos mayores a cuatro sismos por día sí se ajusta perfectamente y lo que importa son los eventos mayores a 30 sismos por día.

Es importante recordar que ese mismo día, el 16 de junio de 1999, el volcán tuvo exhalación de gases y vapor de agua, también el nivel de  $SO_2$  aumentó con respecto al de los últimos 80 días (Figura 2.6); esto con el objetivo de demostrar que toda esta actividad está relacionada con el sismo de Tehuacán del día anterior

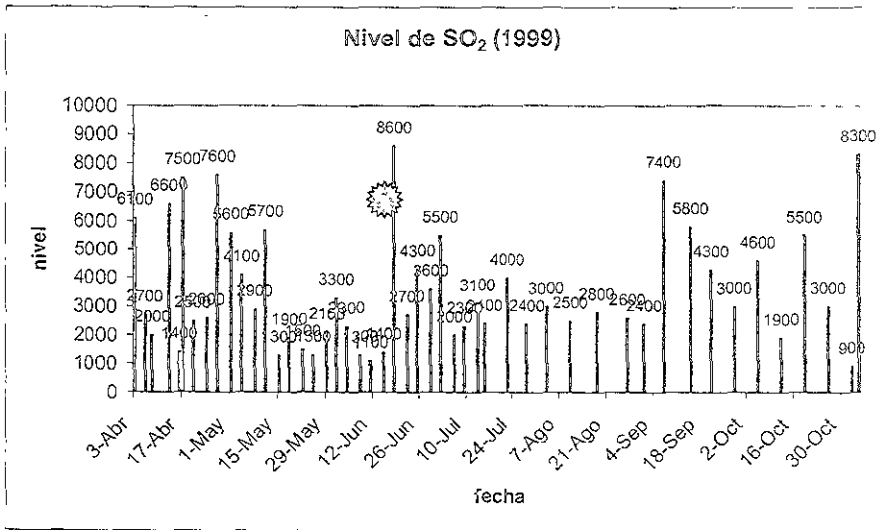


Figura 2.6. Nivel de SO<sub>2</sub> antes y después del sismo de Tehuacan.

## Sismicidad Inducida

La sismicidad inducida es un concepto relativamente nuevo que consiste, básicamente, en que uno o varios sismos son provocados por un cambio de esfuerzo en la zona de ruptura, y a su vez, dicho cambio de esfuerzo, en el caso específico de este trabajo, pudo haber sido generado por un sismo regional de gran magnitud (Hill, et al 1993).

Hill et al (1993) proponen dos mecanismos que inducen sismicidad remotamente. Uno en el que interviene el cambio de esfuerzo estático en la corteza debido a la ruptura a lo largo de la superficie de la falla, y el otro, en el que interviene el esfuerzo dinámico asociado con la propagación de las ondas sísmicas generadas por la ruptura abrupta de la falla. Ambos casos involucran desplazamientos en

fallas orientadas favorablemente inducidos por el incremento del campo de esfuerzos en el área, suficiente como para sobrepasar la fuerza de fricción o provocar una reducción suficiente de dicha fuerza

En principio, ya sea una onda S o una *Love* polarizadas en el plano de máximo esfuerzo, podrían inducir desplazamientos en fallas que se encuentren orientadas favorablemente y que estén muy próximas al umbral de fallamiento. Con otros sismos, como el de Landers, Ca , 1992, existe evidencia<sup>2</sup> de que la actividad sísmica inducida puede durar desde una hora hasta una semana. Se demostrará que la sismicidad en el volcán Popocatepetl (Figura 2.8), se incrementó considerablemente debido al sismo de Tehuacán, Pue. del día anterior al enjambre sísmico

Se han registrado y estudiado casos<sup>3</sup> en los que un sismo regional ha inducido sismicidad a distancias hasta de 1200 km. Por ejemplo, el terremoto de Landers, California, el 28 de junio de 1992 de  $M_w=7.3$ , disparó sustancialmente la sismicidad en los Estados Unidos de America en una región que abarcaba 1200 km de radio desde la falla original.

En la Figura 2.7 se puede observar que el número acumulado de sismos VT aumenta considerablemente un día después del sismo de Tehuacán, principalmente debido al enjambre sísmico del 16 de junio. Un fenómeno que se

<sup>2</sup> Hill et al. 1995.

<sup>3</sup> Idem

presenta con la sismicidad inducida es el aumento en el número de sismos posteriores en la zona de inducción.

En la Figura 2.8, un mes antes del sismo de Tehuacán, la pendiente de la Medida de la Amplitud Sísmica en Tiempo Real (RSAM<sup>4</sup>) es de 0.03084 cuentas/día, mientras que después del sismo regional la pendiente es de 0.03852 cuentas/día. Lo anterior se interpretado como un incremento en la sismicidad en el volcán después del 15 de junio de 1999, no sólo por el enjambre sísmico, sino porque la presión dentro del sistema volcánico aumentó generando mayor número de sismos a partir de esa fecha.

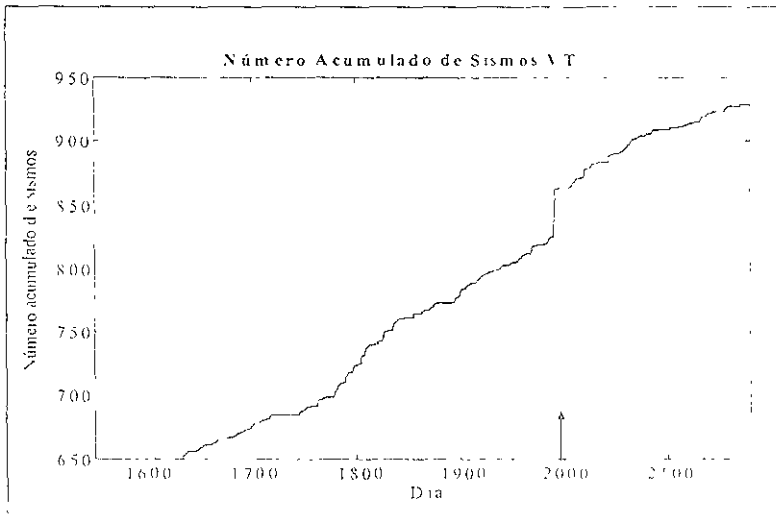


Figura 2.7. Número acumulado de sismos VT desde el 21 de diciembre de 1994. La gráfica únicamente muestra los últimos 500 días. La flecha indica el sismo regional, en el día 1991 (15 de junio de 1999).

<sup>4</sup> El RSAM provee el promedio consecutivo de la energía sísmica de 1 o 10 minutos de la amplitud sísmica absoluta o energía para cada estación sísmica (verdo E. E. y Verdo E. E. 1991).

Existe evidencia<sup>5</sup> de que varios volcanes han hecho erupción o reiniciado su actividad volcánica después de terremotos tectónicos de gran magnitud, mayores a  $M_S=8.0$ . En la Tabla 2.1 se listan los volcanes que han mostrado cierta relación entre algún sismo regional de magnitud  $M_S$  mayor a 8, el año en que hicieron erupción relacionada con un sismo regional, distancia epicentral del volcán, tiempo que tardó en hacer erupción a partir de que se presentó el sismo, índice de explosividad y la magnitud del sismo regional.

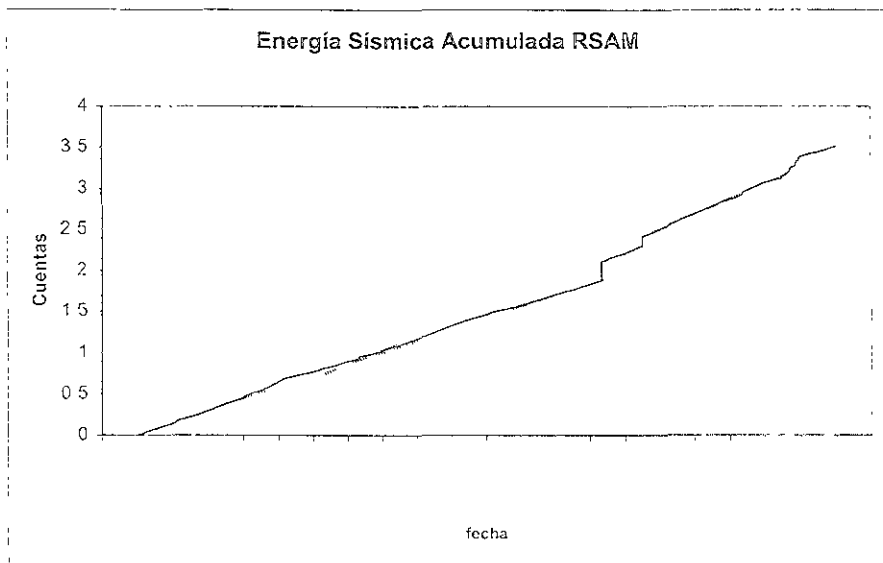


Figura 2.8. Energía sísmica acumulada antes y después del sismo de Tehuacan

<sup>5</sup> Brodsky, et al. 1998

Tabla 2.1. Eventos en los que se han registrado erupciones de volcanes justo después de terremotos tectónicos de gran magnitud. Las magnitudes de terremotos son  $M_S$ , excepto en algunos casos, cuando los terremotos ocurrieron antes de que se pudieran registrar con instrumentos, son estimados de las intensidades. Las distancias son del epicentro al volcán. El tiempo después es el tiempo transcurrido entre que ocurre el sismo e inicia la erupción. Brodsky et al (1998).

Volcán	Año	Distancia (km)	Tiempo Después (Días)	Índice de Explosividad Volcánica	Magnitud del Sismo Regional
Robinson Crusoe	1835	635	0	1	8.5
Minchinmavida	1835	664	0	2	8.5
Cerro Yanteles	1835	733	0	2	8.5
Peteroa	1835	283	?	2	8.5
Liamuiga	1843	116	0	?	8.2
Sin nombrar (15 97°N, 61 43° W)	1843	101	9	?	8.2
Llullaillaco	1877	510	?	2	8.5
Ambrym	1950	237	2	4	8.1
Grupo Karpinsky	1952	404	1	1	8.3
Caldera Tao-Rusy	1952	501	8	3	8.3
Puyahue	1960	226	2	3	9.5 $M_W$

## Planteamiento de la hipótesis

Para plantear la hipótesis de este trabajo es necesario tener en cuenta tres cosas.

(i) La probabilidad de que, aleatoriamente, haya ocurrido un enjambre con 35 sismos en menos de un día es prácticamente nula; por lo tanto, alguna fuente externa provocó dicho enjambre, (ii) El día anterior al enjambre sísmico ocurrió un terremoto de magnitud  $M_W \sim 7.0$  a una distancia de 150 km. (iii) Existen indicios de que la sismicidad y actividad volcánica puede ser inducida por un terremoto regional.

Dados los puntos anteriores, el tema central de este trabajo se enfoca en demostrar que el enjambre sísmico y el incremento de la actividad volcánica del

día 16 de junio de 1999 en el volcán Popocatépetl, fueron inducidos por el sismo regional de Huajuapán de León – Tehuacán de  $M_w=7.0$  del día anterior.

## **Objetivos y metodología**

Se analizaron estadísticamente algunos parámetros sísmicos como son la *frecuencia de esquina*, el *radio de ruptura*, *nivel plano de frecuencias bajas*, la *caída de esfuerzo estático* y el *momento*  $M_0$  de cada uno de los sismos VT del enjambre y se determinaron los patrones de ocurrencia de estos sismos. Se analizó la teoría de la difusión rectificada para agua y para magmas. Se analizaron los parámetros que proponen Brodsky et. al. (19998) para determinar si éstos habían sido la causa del disparo del enjambre sísmico y de la exhalación de gases.

## CAPÍTULO III. EVENTOS VULCANOTECTÓNICOS Y

### PARÁMETROS DE FUENTE

#### III.1 Eventos Vulcanotectónicos

##### *III.1.1 Definición*

Los sismos asociados a volcanes cuentan con características muy específicas, pues se generan en ambientes y por causas distintas, como gases que ascienden hacia el exterior del volcán, variaciones del flujo magmático, etc. Estos sismos se pueden clasificar de varias formas, pero no es fácil, pues existen algunos tipos de sismos que únicamente se presentan en un volcán o algunos cuantos

Los sismos que se estudian en este trabajo son los llamados sismos o terremotos vulcanotectónicos (VT) Éstos son terremotos originados por la ruptura de la roca del edificio volcánico y se puede modelar por medio de un doble par de fuerzas equivalente, dado que se producen por acumulación de esfuerzos y fractura del medio siguiendo el mismo mecanismo que un sismo tectónico. En los registros se pueden distinguir las fases P y S y tienen mayor contenido de altas frecuencias que los demás tipos de sismos de origen volcánico



### *III.1.2 Localización de los eventos*

#### **III.1.2.1 Red de monitoreo**

Desde algunos años antes de que el volcán Popocatepetl comenzara su actividad fumarólica en diciembre de 1994, algunos grupos de investigadores de varios institutos planteaban la necesidad de colocar instrumentos para su observación y estudio. Entre el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), el Instituto de Ingeniería y el de Geofísica de la UNAM y con la colaboración del United States Geological Survey (U.S.G.S.) se implementó un sistema de observación multidisciplinario con el fin de mantener vigilado al Popocatepetl tomando en cuenta todo tipo de actividad volcánica, ya sea sísmológica, geoquímica, geodésica, etc.

Una de las partes más importantes y, por lo tanto, a la que se le ha dedicado mayor tiempo en mantenimiento y observación, es la sísmica. Ésta consiste en una medición local o remota de la actividad microsísmica que permite localizar la fuente o hipocentro e inferir la estructura del interior del volcán, así como los cambios de su estructura.

Existe una gran variedad de sismógrafos que dependen de la tecnología empleada en su fabricación, medios de registro, y su respuesta de los sensores. Generalmente se utilizan sismómetros y geofonos de periodo corto verticales o en arreglos triaxiales, pero también otros con respuesta en frecuencia a señales de

6. Todas las estaciones de la red de monitoreo sísmológico del Popocatepetí son telemétricas, es decir, transmiten la información en forma de ondas de radio a una central donde se registra ésta en forma continua y referida a un mismo tiempo.

En el Apéndice se presentan las características y especificaciones de los instrumentos y equipos de registro y telemetría, así como los parámetros de operación de todas las estaciones de monitoreo del volcán. En la Figura 3.1 se ubican las estaciones sísmológicas, y las repetidoras.

### **III.1.2.2 Modelo Estratigráfico**

Las localizaciones de los eventos VT se obtuvieron mediante el uso del programa de localización HYPOCENTER. Este programa permite obtener la corrección por elevación tomando la estación más alta y empalmando las más bajas en la capa de velocidad de la estación más alta. HYPOCENTER usa el centrado y escalamiento para mejorar la matriz condicionante.

Este programa funciona con un modelo de una capa plana de velocidad constante. Usualmente, los volcanes están formados por capas cónicas alrededor del cráter, formadas por ceniza y lava intercaladamente, que se puede considerar como una capa homogénea de una sola velocidad, como es el caso del Popocatepetí. Estos estratos paralelos cónicamente permiten que los rayos sísmicos se propaguen casi perpendicularmente a ellos hasta llegar a los sismógrafos. El error de tiempo

de viaje introducido por haber considerado capas planas, es pequeño, por lo que no se considera en los datos.

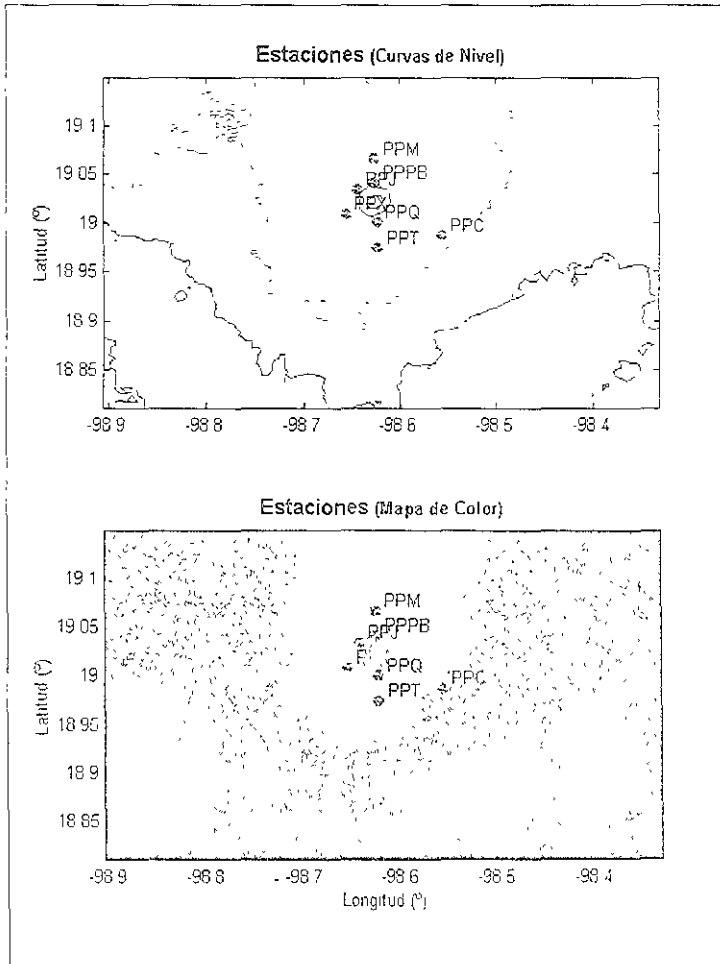


Figura 3.1. Esquema de la ubicación de la red de monitoreo sísmológico del volcán Popocatepetl. (Tabla 3.1)

El modelo de velocidad de la estructura del volcán se muestra en la Tabla 3.2. Este modelo consiste de una capa de baja velocidad que representa sedimentos volcánicos intercalados con flujos de ceniza compactados. Una segunda capa

representa rocas menos fracturadas. La tercera capa corresponde a la limolita que forma la capa basal debajo de la ciudad de México, y finalmente, la cuarta capa corresponde al basamento. Este modelo fue probado cambiando sistemáticamente la profundidad y el espesor de las capas y observando los errores en las localizaciones de los hipocentros y en el residual del tiempo de origen. Por ejemplo, si la segunda capa comenzara a 3.5 km en vez de 5.5 km, los hipocentros serían 0.5 km más someros que aquellos obtenidos mediante el uso del modelo final.

Tabla 3.2. Modelo de velocidades de las capas del Popocatépetl

Velocidad de ondas P km/s	Profundidad del borde superior km
3.5	0.0
4.5	5.5
5.0	6.0
6.0	12.0

Se usaron los tiempos de arribo de las ondas P y S registradas en la red sísmológica del Popocatépetl para determinar una velocidad de estructura mediante el uso de un algoritmo de inversión. El mejor modelo obtenido fue el propuesto inicialmente. Los tiempos de arribo de las ondas P y S se leyeron con una precisión de 0.02 y 0.05 segundos, respectivamente.

### III.1.2.3 Ocurrencia

El 16 de junio de 1999 a las 15:05 hs.<sup>1</sup> en el volcán Popocatépetl se presentó un enjambre sísmico que consistió de 35 sismos VT (Figura 3.2, Figura 3.3). Estos 35

sismos ocurrieron en un lapso de 16:33 hs , abarcando así, dos días, el 16 y 17 de junio. Los últimos 5 eventos son los que ocurrieron el 17 de junio<sup>2</sup>

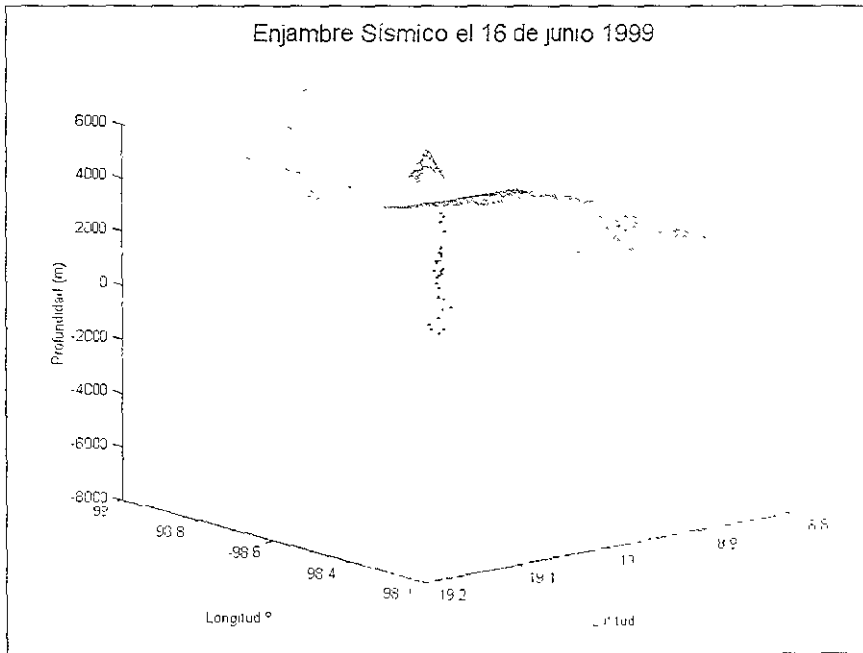


Figura 3.2. Esquema del volcán y la ubicación de los sismos VT del enjambre sísmico.

Los tiempos que se manejarán en esta sección del trabajo serán referidos al tiempo en que se generó el sismo regional de Huajuapán de León – Tehuacán del 15 de junio. Con base en este criterio, el primer sismo VT ocurrió a las 23:18 hs y el último a las 39:20 hs después del sismo regional.

<sup>2</sup> No se cuenta con los datos completos para todos los sismos que se registraron en estaciones por terremoto rápido así que solo se muestran los sismos que se registraron en las estaciones.

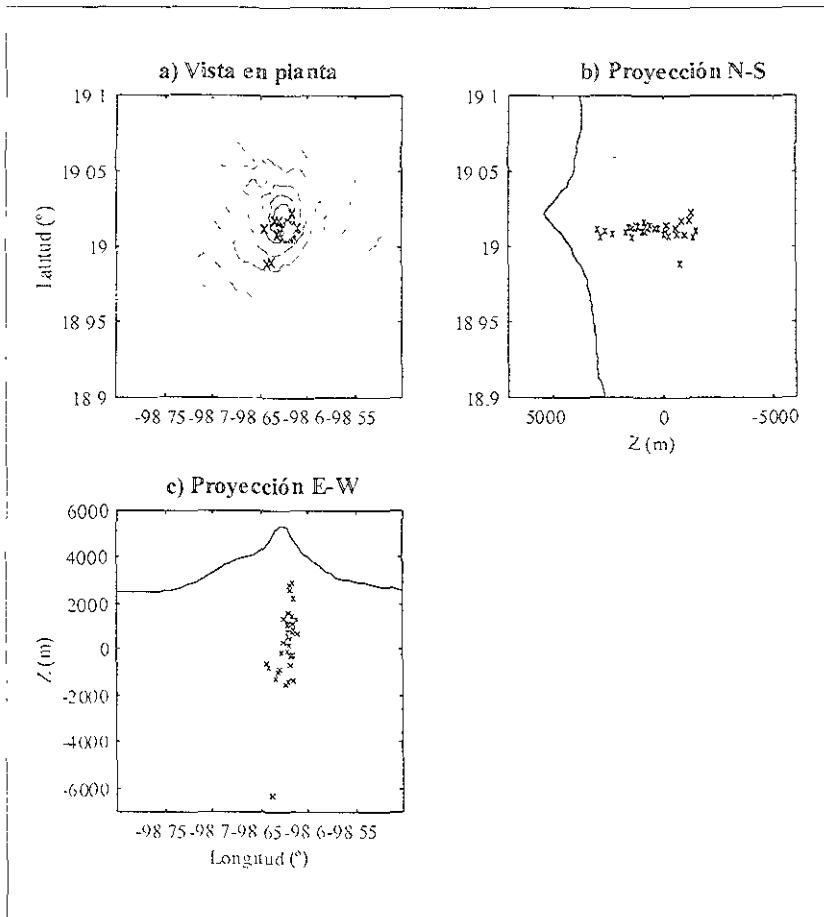


Figura 3.3. Localización de los sismos VT. a) Vista en planta; b) corte N-S, el Norte queda hacia arriba; c) Corte E-W, el Este queda hacia la derecha.

En la Tabla 3.3 se listan los tiempos en que ocurrieron los sismos VT, su localización y su magnitud. En la Figura 3.2 se muestra la ubicación de dichos sismos. La Figura 3.3a es la proyección en planta donde las equis ('x's) representan el epicentro de cada sismo VT, en la Figura 3.3b se grafica la máxima

altitud en la dirección N-S y, en la Figura 3.3c, la máxima altitud en la dirección E-W. En ambas figuras las x's representan los hipocentros de cada sismo VT

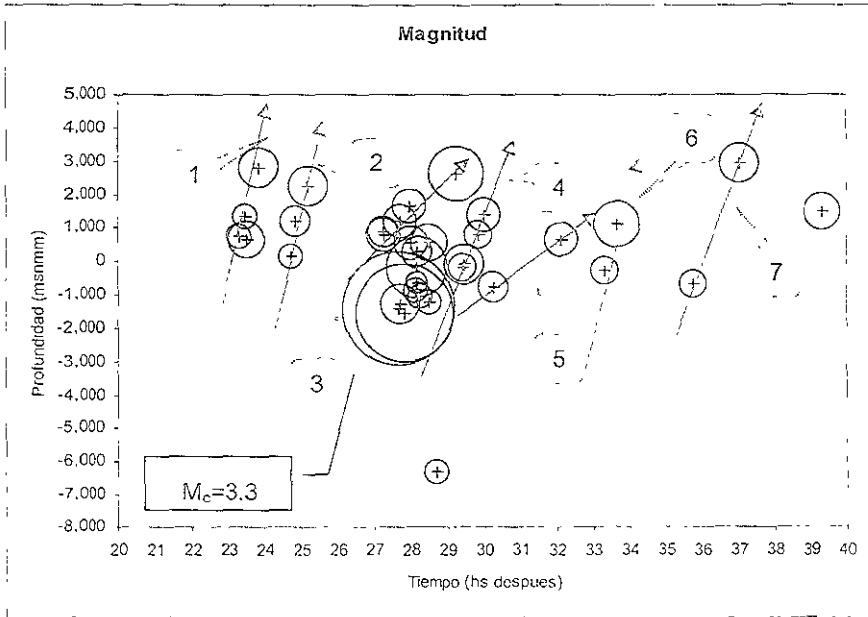


Figura 3.4. Profundidad y Magnitud de los sismos VT.

En la Figura 3.4 se grafica los 35 eventos con sus respectivas Magnitudes (representadas por el tamaño del círculo), tiempo de ocurrencia y profundidades. La cruz en el centro de cada sismo se localiza en la hora de ocurrencia del sismo y la profundidad del mismo .

El tiempo de ocurrencia está referido al tiempo en que se generó el sismo regional de Tehuacán, 15.47 hs del día anterior

Tabla 3.3 Lista de sismos volcanotectónicos del 16 y 17 de junio de 1999 en el Popocatépetl  
La profundidad está dada con respecto al nivel medio del mar.

Fecha=Hora	Tiempo	Latitud	Longitud	Profund. (m)	Magnitud $M_s$
16-6-99 15 05	23.300	19 013	98 610	740	1.9
16-6-99 15 15	23.467	19 006	98 625	1,360	1.8
16-6-99 15 17	23.500	19.012	98 619	650	2.2
16-6-99 15:36	23.817	19.006	98 618	2,800	2.3
16-6-99 16:30	24 717	19 012	98 619	170	1.9
16-6-99 16:36	24 817	19.012	98 615	1,200	2.0
16-6-99 16:57	25 167	19 008	98 614	2,250	2.3
16-6-99 19:01	27.233	19.010	98 614	880	2.0
16-6-99 19:02	27 250	19.010	98 617	780	2.1
16-6-99 19.26	27 650	19.006	98.621	-1,400	3.3
16-6-99 19 30	27 717	19 022	98 615	-1,290	2.3
16-6-99 19:30	27 717	19.014	98 619	1,190	2.1
16-6-99 19.38	27 850	19.010	98 623	-1,540	3.2
16-6-99 19.45	27 967	19 009	98 620	1,640	2.1
16-6-99 19:48	28 017	19 014	98 620	550	2.1
16-6-99 19.55	28 133	19 017	98 629	-880	1.8
16-6-99 19 56	28.150	19 012	98 644	-610	1.7
16-6-99 19:57	28 167	19 014	98 615	-180	2.7
16-6-99 19:58	28 183	19 012	98 625	300	2.0
16-6-99 20 01	28.233	19 008	98 631	-1,020	1.9
16-6-99 20.16	28 483	19 014	98 620	560	2.2
16-6-99 20 17	28 500	19 017	98 633	-1,230	1.9
16-6-99 20:29	28 700	18 990	98 637	-6,300	1.8
16-6-99 21 01	29 233	19 010	98 618	2,620	2.6
16-6-99 21 12	29 417	19 009	98 627	-170	1.9
16-6-99 21 14	29 450	19 008	98 621	-70	2.3
16-6-99 21 36	29 817	19 016	98 620	810	1.9
16-6-99 21 47	30 000	19.012	98 611	1,390	2.1
16-6-99 22 03	30 267	18 989	98 641	-770	2.0
16-6-99 23 55	32 133	19 012	98 618	640	2.1
17-6-99 1 08	33 350	19 007	98 617	-270	1.9
17-6-99 1 27	33 667	19 013	98 621	1,090	2.4
17-6-99 3 33	35 767	19 008	98 618	-660	2.0
17-6-99 4 50	37 050	19 011	98 616	2,960	2.3
17-6-99 7 07	39 333	19 012	98 616	1,490	2.2

En la Tabla 3.4 se listan los eventos a los cuales se les calcularon los parámetros espectrales antes mencionados.

De los sismogramas (Figura 3.5) se obtuvo su espectro de amplitudes (Figura 3.6) mediante la transformada de Fourier de una ventana de tiempo de aproximadamente 1.2 s puesto que se emplea el algoritmo de la FFT que



idealmente necesita un arreglo de  $2^n$  muestras. El espaciamento de muestreo  $\Delta t$  del sismograma es de 100 ms. En algunas ocasiones se usó la ventana de 2.4 s, pues la señal deseada no se ajustaba a la ventana de 1.2 s.

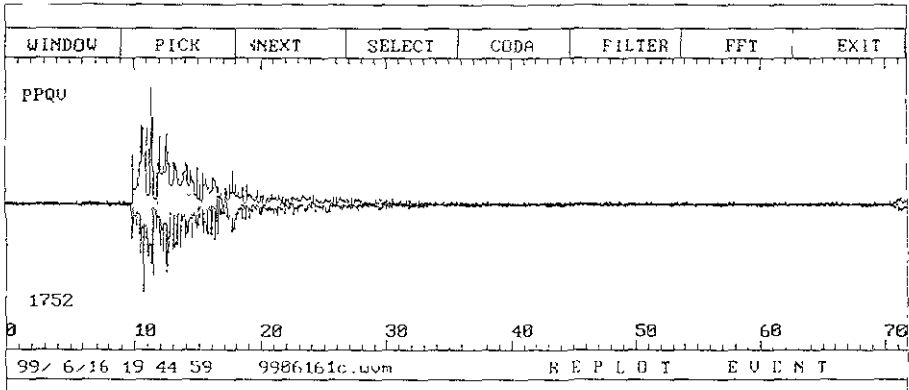


Figura 3.5 Sismograma de la estación de Los Cuervos Vertical (PPQV) para un sismo VT.

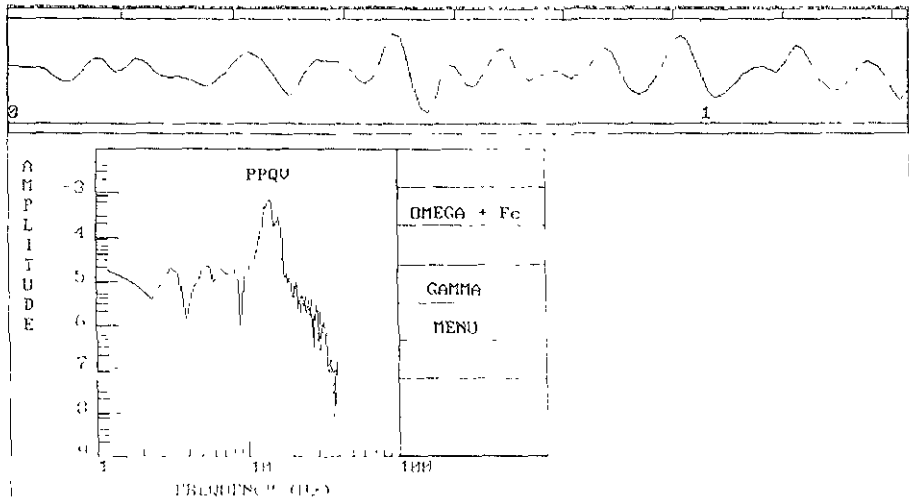


Figura 3.6 Espectro de amplitudes de la ventana de tiempo del sismograma correspondiente que contiene a la Onda S

La fase que interesaba analizar es la onda S, por lo que la ventana se iniciaba algunas décimas de segundo antes del comienzo de la onda S y terminaba algunas décimas después, dependiendo del comportamiento de la onda P, la S y el arribo de las ondas de superficie, ya que era importante que no se incluyeran, pues por su gran amplitud, afectarían considerablemente al espectro de amplitudes deseado.

Tabla 3.4. Lista de eventos que se les determinaron los parámetros espectrales.

No	Tiempo Después (ts)	Latitud (°)	Longitud (°)	Altitud (m)
1	23 30	19 013	98.610	740
2	23 47	19 006	98 625	1360
3	23 50	19 012	98 619	650
4	23.82	19.006	98 618	2800
5	24 72	19 012	98 619	170
6	24 82	19 012	98 615	1200
7	25 17	19 008	98 614	2250
8	27 23	19 010	98 614	880
9	27 25	19 010	98 617	780
10	27 65	19 006	98 621	-1400
11	27 72	19 022	98 615	-1290
12	27 72	19 014	98 619	1190
13	27 85	19 010	98 623	-1540
14	27 97	19 009	98 620	1640
15	28 02	19 014	98 620	550
16	28 13	19 017	98 629	-880
17	28 15	19 012	98 644	-610
18	28 17	19 014	98 615	-180
19	28 23	19 008	98 631	-1020
20	28 48	19 014	98 620	560
21	28 70	18 990	98 637	-6300
22	29 23	19 010	98 618	2620
23	30 00	19 012	98 611	1390

### III.2 Parámetros de Fuente

Se obtuvieron algunos parámetros espectrales para la mayoría de los sismos con el objetivo de caracterizar el enjambre sísmico teniendo los parámetros de fuente de cada uno de los sismos VI. Los parámetros que se obtuvieron fueron:

frecuencia de esquina ( $f_c$ ), radio de ruptura ( $r_0$ ), nivel plano de bajas frecuencias ( $\Omega_0$ ), momento sísmico ( $M_0$ ) y caída de esfuerzo estático ( $\sigma_s$ ).

A continuación se explica brevemente qué es cada uno de estos parámetros.

### III.2.1 Frecuencia de Esquina

Supongamos que una fuente finita genera pulsos de ondas P y S de forma rectangular de ancho  $\tau_0$ . Si el pulso de la onda tiene una amplitud  $A_0$  (Figura 3.7), su espectro de frecuencias (Figura 3.8) está dado por.

$$U(f) = \frac{A_0 \tau_0 \text{sen}(X)}{X} \quad (3.1)$$

donde:

$$X = \frac{2\pi f \tau_0}{2} \quad (3.2)$$

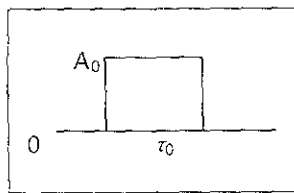


Figura 3.7. Pulso de una de amplitud  $A_0$  onda y espesor  $\tau_0$ .

Al graficar logarímicamente, para las bajas frecuencias hay una base horizontal; mientras que las altas frecuencias llevan una envolvente que sigue la función

$$\frac{1}{f \tau_0 / 2}$$

comportándose como  $f^{-1}$ . La frecuencia en que se cruzan las dos líneas,  $f^0$  y  $f^{-1}$ , se denomina frecuencia de esquina,  $f_c$ . Esta frecuencia varía inversamente al radio de ruptura de la falla,  $\tau_0$ .

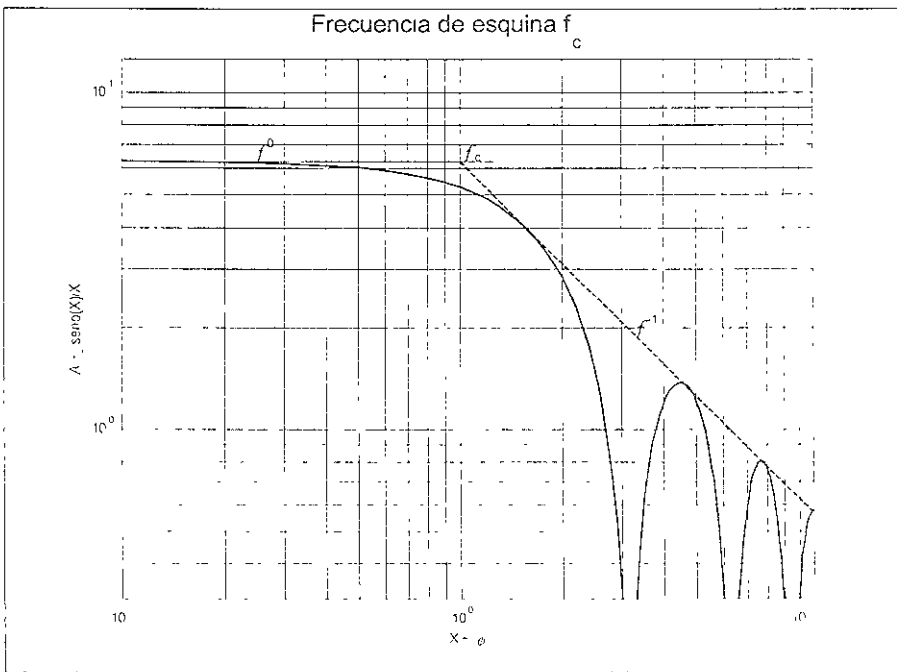


Figura 3.8 Frecuencia de esquina.

El espectro de amplitudes tiene un valor máximo de  $2\pi$ , y la frecuencia de esquina varía inversamente a  $\tau_0$ .

### III.2.2 Momento Sísmico

La forma tradicional de medir un sismo es por medio de su *magnitud*, que está basada en una escala logarítmica de la amplitud de una onda sísmica de una frecuencia específica corregida por distancia. Por lo tanto existen varios tipos de magnitudes ( $m_L$ ,  $m_b$ ,  $M_s$ , etc.) que se usan en condiciones distintas (Schoiz, 1990).

Otra forma de cuantificar un sismo es por medio del *momento sísmico* que se define como el producto del área de la superficie de la falla, la rigidez de la roca,  $\mu$ , y el desplazamiento promedio de la falla (Lay, 1995); además es la cantidad física que mejor se adapta para representar a la fuente a partir del sismograma, que se controla con parámetros estáticos y es único para cada evento.

El momento sísmico se define matemáticamente como

$$M_{0ij} = \mu (\Delta \bar{U}_{ij} n_j + \Delta U_{ij} n_j) A \quad (3.3)$$

donde  $\Delta U_{ij}$  es el vector de desplazamiento medio promediado sobre el área de ruptura  $A$ , con dirección  $n_j$ , y  $\mu$  es el módulo de corte (Scholz, 1990).

### III.2.3 Caída de Esfuerzo Estático

La caída de esfuerzo se define como la diferencia entre el estado de esfuerzo en un punto en la falla antes y después de la ruptura. Para un evento de fallamiento finito se define una caída de esfuerzo estática como la caída de esfuerzo integrada

sobre el área de falla, dividida por el área de falla. La caída de esfuerzo, definido por la ley de Hooke es:

$$\Delta\sigma = C\mu\left(\frac{D}{L}\right) \quad (3.4)$$

donde  $L$  es la dimensión de ruptura característica ( $L$  o  $\nu$ ) y  $C$  es una constante adimensional que depende de la geometría de la falla. La Tabla 3.5 muestra algunos cálculos para  $\Delta\sigma$  y su relación con el momento sísmico.

Tabla 3.5. Relaciones de la Caída del esfuerzo y el Momento para tres fallas diferentes. Lay, 1995.

	Circular (radio = $a$ )	Deslizamiento de rumbo	Deslizamiento de echado
$\Delta\sigma$	$\frac{7\pi}{16}\mu\left(\frac{D}{a}\right)$	$\frac{2}{\pi}\mu\left(\frac{D}{\nu}\right)$	$\frac{4(\lambda + \mu)}{\pi(\lambda + 2\mu)}\mu\left(\frac{D}{\nu}\right)$
$M_0$	$\frac{16}{7}\Delta\sigma a^3$	$\frac{\pi}{2}\Delta\sigma \nu^2 L$	$\frac{\pi(\lambda + 2\mu)}{4(\lambda + \mu)}\Delta\sigma \nu^2 L$

### III. 3 Análisis de los Sismos VT

#### III.3.2 Frecuencia de Esquina y Radio de Ruptura

Si se analizan para cada sismo, el radio de ruptura,  $\rho_0$ , y la frecuencia de esquina,  $f_c$ , se notará que son inversos, como lo indica la teoría, es decir, los sismos con frecuencia de esquina menor tienen un radio de ruptura mayor, y viceversa

La frecuencia de esquina, así como los demás parámetros de fuente, fue calculada para cada evento como un promedio con peso de todas las estaciones que registraron ese sismo. Para cada evento se analizaron todas las estaciones que contuvieron datos lo suficientemente buenos para analizarlos y su tanto

contenido de ruido. De estos sismogramas se obtuvieron las frecuencias de esquina y los niveles plano.

Así,  $f_c$  para cada evento queda como:

$$f_c = \langle f_c \rangle = 10^{\left( \frac{1}{NS} \sum_{i=1}^N \log(f_{c_i}) \right)} \quad (3.5)$$

donde  $NS$  es el número de estaciones que se utilizaron.

Tabla 3.6. Frecuencias de esquina ( $f_c$ ) y de los radios de ruptura ( $\rho_0$ ) de los sismos VT utilizados.

Tiempo Después	Latitud	Longitud	Profundidad (m)	$f_c$ (Hz)	$\rho_0$ (m)
23 30	19 0128	98 610	740	13 98191	49 11
23 47	19.0063	98 625	1360	14 07777	48 84
23 50	19 0120	98 619	650	14 19761	48.52
23 82	19 0060	98 618	2800	13 89881	49 49
24 72	19.0115	98.619	170	14.50728	47 36
24 82	19 0118	98 615	1200	14 56479	47 24
25 17	19 0082	98 614	2250	13 99377	49 11
27 23	19 0095	98 614	880	14 23449	48 35
27 25	19 0100	98 617	780	13 80231	49 82
27 65	19 0055	98.621	-1400	13 61334	50 44
27 72	19 0220	98 615	-1290	13 76303	49 89
27 72	19 0142	98 619	1190	14 12126	48 60
27 85	19 0100	98.623	-1540	13 80415	49 76
27 97	19 0093	98 620	1640	14 52797	47 32
28 02	19.0135	98 620	550	13 96378	49 20
28 13	19 0172	98.629	-880	14 32283	47 96
28 15	19 0120	98 644	-610	13 64251	50 32
28 17	19 0135	98 615	-180	14 31103	48 02
28 23	19 0078	98 631	-1020	14 45421	47 60
28 48	19 0135	98 620	560	14 09594	48 77
28 70	18.9902	98 637	-6300	14 96531	45 92
29 23	19 0102	98 618	2620	14 79276	46 49
30 00	19 0117	98 611	1390	14 66473	46 89

Así mismo, para  $\rho_0$ , se calculó cada  $f_i$  de cada estación  $i$ , usando la relación para una falla circular (Archuleta et al, 1982)

$$\rho_0 = \frac{2.34\beta}{2\pi f_c} \quad (3.6)$$

donde  $\beta$  es la velocidad de propagación de las ondas de corte y se utilizo 2.18 km/s constante para todos los eventos, pues la variación de la velocidad no era significativa, pues los resultados de los radios de ruptura variarían  $\pm 5$  m que es el 10%.. El radio de ruptura para cada sismo,  $\rho_0$  queda como

$$\rho_0 = \langle \rho_0 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \rho_i \quad (3.7)$$

En las

Figura 3.9 y Figura 3.10 se muestra el orden de ocurrencia y profundidad de los sismos con una cruz. El círculo que rodea a la cruz representa, en la

Figura 3.9, la frecuencia de esquina  $f_c$  para cada sismo VT, mientras que en la Figura 3.10, el círculo representa el radio de ruptura de la falla, que es inversamente proporcional a la  $f_c$ . Como se puede apreciar en los datos de la Tabla 3.6 y también en las

Figura 3.9 y Figura 3.10, las frecuencias de esquina son muy similares. lo que quiere decir que los radios de ruptura también son muy similares

En la primera etapa los eventos tienen un radio de ruptura pequeño y relativamente homogéneo, entre los 47.24 m y los 49.49 m y una frecuencia de esquina entre los 13.9 y los 14.56 Hz



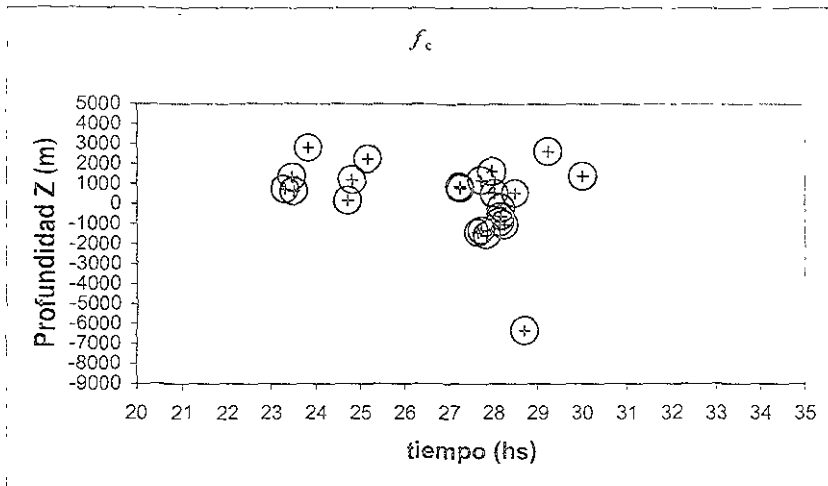


Figura 3.9. Frecuencia de esquina. El tamaño de los círculos representa la frecuencia de esquina.

A partir de las 27:23 horas, cuando comienza la segunda etapa, se generan más sismos, todos dentro de la misma gama de radios de ruptura y de frecuencias de esquina, pero con mayor representación dentro del rango de la etapa I, dado que es mayor el número de eventos

Esta segunda etapa consta de 16 sismos bien caracterizados y cuenta con radios de ruptura desde los 46.49 m hasta los 50.44 m, y frecuencias de esquina desde 13 613 Hz hasta 14.966 Hz. En general, los rangos de frecuencia de esquina se encuentran entre los 13 613 Hz y los 14 965 Hz. Los radios de ruptura también son muy homogéneos y van desde los 46.89 m y los 50 44 m

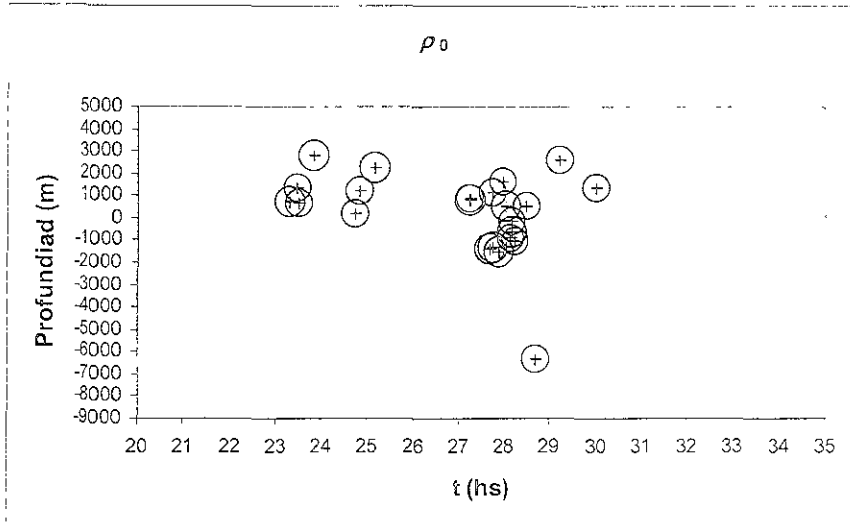


Figura 3.10. Radio de ruptura. El tamaño del círculo muestra las dimensiones de la falla producida por cada sismo VT.

### III.3.3 Nivel Plano de Frecuencias Bajas

Este nivel plano se obtuvo del espectro de amplitudes de los sismogramas. El cálculo del promedio del nivel plano ( $\Omega_0$ ) para cada sismo incluye las mediciones de cada estación disponible, y queda como

$$\Omega_0 = \langle \Omega_{i_0} \rangle = 10^{11} \frac{\sum_i \langle \Omega_i, R_i \rangle}{3000} \quad (3.8)$$

donde  $R_i$  es la distancia hipocentral entre el sismo y la  $i$ -ésima estación y  $\Omega_i$  es el nivel plano para la  $i$ -ésima estación. Como es un promedio con peso se divide entre 3000 km que es la distancia promedio entre los sismos y las estaciones.

Tabla 3.7. Datos del nivel plano de baja frecuencia para cada sismo.

Tiempo Después (hs)	Latitud (°)	Longitud (°)	Profundidad (m)	$\Omega_0$
23 300	19.0128	98 6100	740	8 98781E-05
23.467	19.0063	98 6245	1360	5 93522E-05
23.500	19 0120	98 6190	650	2 43938E-4
23 817	19 0060	98 6183	2800	1 21034E-05
24.717	19.0115	98 6193	170	1 04632E-4
24 817	19 0118	98.6148	1200	9 65646E-05
25 167	19 0082	98 6142	2250	8 52982E-05
27.233	19 0095	98 6142	880	8 17613E-05
27 250	19 0100	98 6165	780	2 23992E-5
27 650	19.0055	98 6208	-1400	3.66717E-4
27 717	19 0220	98 6152	-1290	1 40148E-4
27.717	19 0142	98 6193	1190	3 85086E-05
27 850	19.0100	98 6227	-1540	2 17488E-4
27 967	19 0093	98 6198	1640	6 14667E-05
28.017	19.0135	98 6195	550	1 91445E-4
28 133	19 0172	98 6287	-880	1 09071E-4
28 150	19 0120	98 6443	-610	1 43842E-4
28 167	19 0135	98 6152	-180	7 85788E-05
28 233	19 0078	98 6313	-1020	3 28931E-05
28 483	19 0135	98 6200	560	2 17541E-4
28 700	18 9902	98 6368	-6300	1 3224E-4
29 233	19 0102	98 6178	2620	1 09689E-05
30 000	19 0117	98 6108	1390	5 60344E-05

Los resultados del nivel plano de baja frecuencia se muestran en la Tabla 3.7 y la Figura 3.11 muestra gráficamente los valores de  $\Omega_0$  con respecto al tiempo y la profundidad.

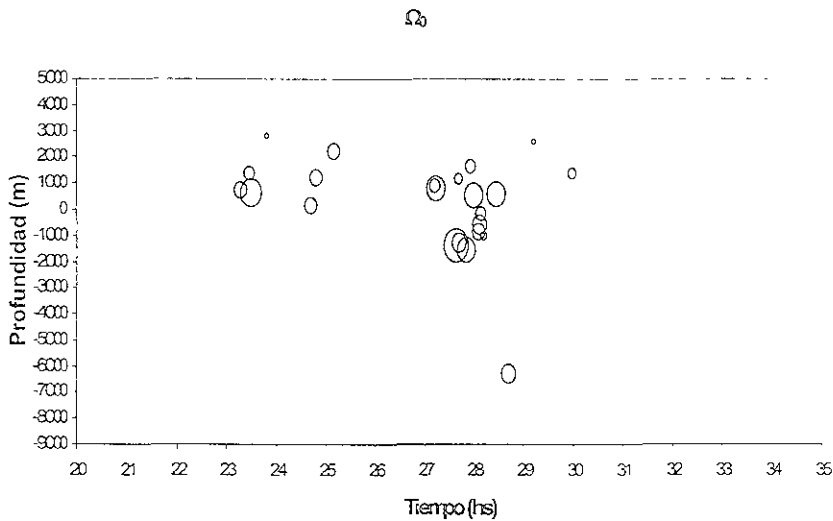


Figura 3.11. Nivel plano con respecto al tiempo y profundidad

### III.3.4 Momento Sísmico

Este parámetro es el más representativo de la cantidad de energía liberada por cada uno de los sismos VT. El momento sísmico de cada sismo que propone Archuleta (1982) para cada estación es:

$$M_0 = \frac{4\pi\rho\beta^3 R\Omega_0}{2R_{00}} \quad (3.9)$$

donde  $\rho$  es la densidad,  $R$  es la distancia hipocentral a la estación y  $R_{00}$  es el coeficiente del patrón de radiación de la onda S. Se utilizaron los siguientes valores

$$\rho = 2900 \text{ kg.m}^{-3}$$

$$\beta = 2.18 \text{ km/s}$$

$$R_{\theta\phi} = 0.6$$

El valor de  $R_{0\phi}$  se obtiene del patrón de radiación, que al no conocerse perfectamente, se obtuvo un promedio para todas las estaciones.

El promedio del valor del momento sísmico de todas las estaciones disponibles, para cada evento es:

$$M_0 = \langle M_0 \rangle = 10^{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log_{10} M_{0i}} \quad (3.10)$$

En la Tabla 3.8 se muestran los valores del momento sísmico para cada uno de los eventos del conjunto que se pudo caracterizar. Se puede apreciar que éstos llegan a variar más de un orden de magnitud, pues el menor es de  $4.28 \times 10^{13}$  ( $M_w=3.0$ ) y el mayor es de  $1.43 \times 10^{15}$  N·m ( $M_w=4.0$ )

En la Figura 3.12 los círculos representan el momento sísmico  $M_0$  respecto al tiempo y a la profundidad. Durante la primera etapa se presentan sismos con momento sísmico muy bajo, con excepción del tercer sismo que es bastante mayor. Los momentos sísmicos de los eventos de esta etapa varían desde los  $4.73 \times 10^{13}$  N·m (el 4o evento) hasta  $9.53 \times 10^{14}$  N·m (el 3er evento). Los valores del momento sísmico no varían tanto del promedio con excepción del menor y del mayor.

Tabla 3.8. Valores del Momento Sísmico de cada sismo VT.

Tiempo Después (hs)	Latitud (°)	Longitud (°)	Profundidad (m)	M <sub>0</sub> (N·m)
23 300	19.0128	98.6100	740	3 5108E+14
23 467	19 0063	98.6245	1360	2 3184E+14
23 500	19 0120	98.6190	650	9 52867E+14
23.817	19 0060	98.6183	2800	4 72782E+13
24 717	19 0115	98 6193	170	4 08712E+14
24 817	19.0118	98 6148	1200	3 77199E+14
25 167	19 0082	98 6142	2250	3 3319E+14
27 233	19.0095	98 6142	880	3 19374E+14
27 250	19.0100	98 6165	780	8 74952E+14
27 650	19.0055	98 6208	-1400	1 43246E+15
27 717	19.0220	98 6152	-1290	5 47442E+14
27 717	19 0142	98 6193	1190	1 50421E+14
27.850	19.0100	98 6227	-1540	8 49546E+14
27 967	19 0093	98 6198	1640	2 401E+14
28.017	19 0135	98 6195	550	7 4782E+14
28 133	19 0172	98 6287	-880	4 26052E+14
28 150	19 0120	98 6443	-610	5 61873E+14
28 167	19 0135	98 6152	-180	3 06943E+14
28 233	19 0078	98 6313	-1020	1 28486E+14
28 483	19 0135	98 6200	560	8 49754E+14
28 700	18 9902	98 6368	-6300	5 16552E+14
29 233	19 0102	98 6178	2620	4 28464E+13
30 000	19 0117	98 6108	1390	2 1888E+14

Posteriormente a esta etapa, sigue un periodo de calma de aproximadamente 2 hs en el que no aparece ningún sismo VT, después del cual viene la etapa II, que se caracteriza por ser más activa.

En esta etapa los momentos sísmicos son mayores. Se pueden agrupar en 2 conjuntos, los eventos débiles y los más fuertes. Los débiles son de alrededor de  $3$  y  $4 \times 10^{14}$  N m y los fuertes son de alrededor de  $8 \times 10^{14}$  y  $1.43 \times 10^{15}$  N m. El rango de esta etapa va de  $4.28 \times 10^{13}$  a  $1.43 \times 10^{15}$  N m.

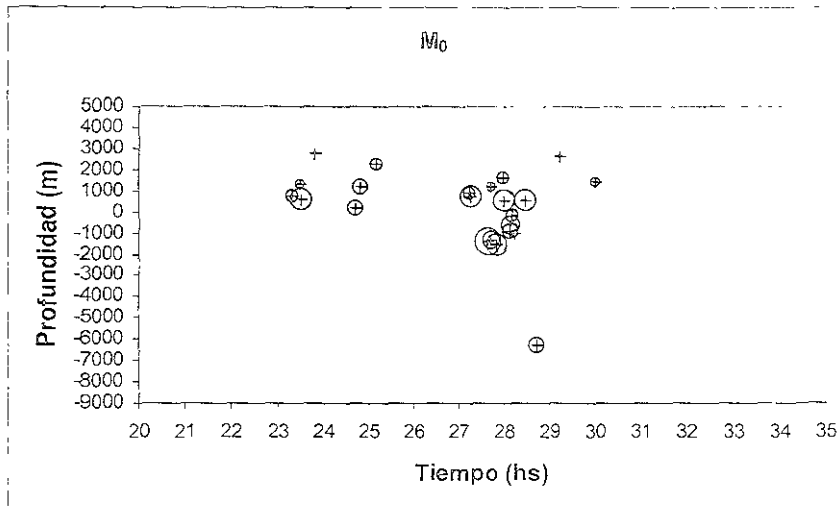


Figura 3.12. Momento de cada evento con respecto al tiempo y profundidad.

Durante las primeras horas se observa que se libera una cantidad considerable de energía en poco tiempo, correspondiente a la etapa I. Después de esta etapa, viene un lapso de calma, donde se acumula energía, y repentinamente, comienza la etapa II donde se libera una gran cantidad de energía sísmica. En un lapso de 2.5 horas se libera el 60 % de la energía sísmica total producida durante todo el enjambre. Esto se nota también observando la pendiente de la Figura 3.14, la cual aumenta rápidamente después de las 27.5 hs. lo que significa que se producen sismos constantemente, liberando así, la energía acumulada que se incrementa durante el sismo, y se demostrará que fue debido a la difusión rectificadora.

En la Figura 3.4 se aprecia que durante la primera etapa, los sismos que se presentan son de baja magnitud y se pueden apreciar cuatro patrones descendentes: el primero (1) es de 4.5 km/s y comienza a las 23.3 hs, el (2) es de

4.4 km/h, muy similar a la anterior y se refleja en la pendiente de la recta casi paralela, y comienza a las 24.72 hs, el (3) de 1.05 km/h, comienza a las 27.23 hs, el (4) es de 0.75 km/h y comienza a las 29.417 hs, el (5) es de 1 km/h y comienza a las 30.27 hs; el (6) es de 4 km/h y comienza a las 33.35 hs; y finalmente el (7) que es de 2.75 km/h y comienza a las 35.77 hs. Todas estas horas de inicio son con respecto al sismo regional. Se pueden agrupar en dos tipos de patrones ascendentes, rápidos (alrededor de 4 km/h) y lentos (alrededor de 1 km/h). Los patrones se identificaron con eventos que cada vez eran menos profundos y que seguían el mismo patrón de ascenso, en cuanto aparecía un evento más profundo, se interrumpía la secuencia de ascenso.

La figura 3.11 es una fotografía del sismograma del 16 de junio de 1999 correspondiente a la estación de Tlamacas N. No todos los eventos que aparecen a lo largo del día son sismos VT, sin embargo, se observa un periodo de calma antes de que comenzara la actividad más energética en la parte inferior de la fotografía. En esta fotografía se puede observar que la energía se acumula por 20 hs y finalmente aparecen los rompimientos.

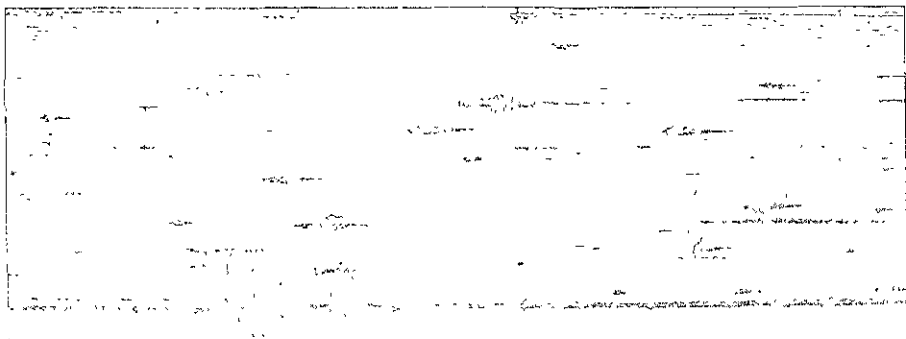




Figura 3.13. Sismograma de la estación Tlamacas N (16 de junio de 1999)

Después de dos horas, cesan los sismos VT durante un lapso de 2 hs en el que se acumulan esfuerzos en el volcán. Una vez que se ha acumulado suficiente esfuerzo en la estructura del volcán, comienza la etapa más activa, 22 sismos VT, de los cuales 5 fueron de los más grandes de todo el enjambre. En esta etapa también se observan dos patrones de aparición de los sismos en cuanto a profundidad y tiempo. El primero es de 0.9 km/s ascendente que comienza a las 27.23 hs; y el segundo con velocidad de 2 km/s que comienza a las 29.45 hs.

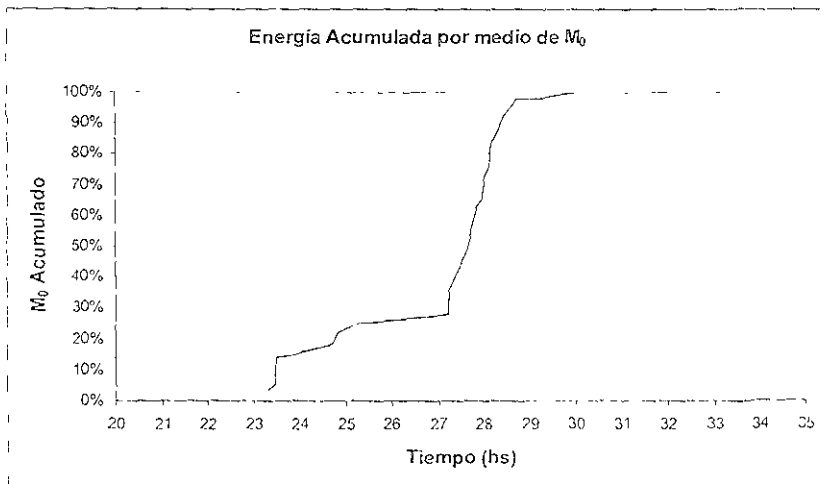


Figura 3.14. Energía liberada conforme al Momento Sísmico  $M_0$

### III.3.5 Caída de Esfuerzo Estático

Los datos de la caída de esfuerzo estático para cada evento ( $\Delta\sigma$ ) también fueron calculados como un promedio de todas las estaciones para dicho evento como

$$\Delta\sigma = \langle \Delta\sigma \rangle = \frac{7 \langle M_0 \rangle}{16 \langle \rho_0 \rangle^3} \quad (3.11)$$

Estos datos se incluyen en la Tabla 3.9. Los valores están dados en MPa.

En la Figura 3.15 se muestra la caída de esfuerzos estáticos para cada uno de los eventos mostrados en la Tabla 3.9. La mayoría de los sismos tiene una caída de esfuerzo muy cercana al promedio (259.55 MPa), únicamente algunos eventos se disparan hacia abajo. El menor es de 24.88 MPa (el 4o evento) y el mayor es de 711.99 MPa (el 10o )

Tabla 3.9. Datos de la caída de esfuerzos estáticos para cada evento VT que se pudo caracterizar completamente.

Tiempo Después	Latitud	Longitud	Profundidad (m)	$\Delta\sigma$ (MPa)
23 300	19 0128	98 6100	740	189.07
23 467	19 0063	98 6245	1360	126.95
23 500	19.0120	98 6190	650	532.08
23 817	19 0060	98 6183	2800	24.88
24 717	19 0115	98 6193	170	245.44
24 817	19 0118	98 6148	1200	228.27
25 167	19 0082	98 6142	2250	179.46
27 233	19 0095	98 6142	880	180.20
27 250	19 0100	98 6165	780	451.42
27 650	19 0055	98 6208	-1400	711.99
27 717	19 0220	98 6152	-1290	281.13
27 717	19 0142	98 6193	1190	33.61
27 850	19 0100	98 6227	-1540	429.69
27 967	19 0093	98 6193	1610	113.57
28 017	19 0135	98 6195	590	300.41
28 133	19 0172	98 6287	380	19.00
28 340	19 0120	98 6215	100	10.00

28 167	19 0135	98 6152	-180	176.76
28 233	19 0078	98 6313	-1020	76 00
28 483	19 0135	98 6200	560	467 33
28 700	18.9902	98 6368	-6300	340.32
29 233	19 0102	98 6178	2620	27 20
30 000	19 0117	98 6108	1390	135 38

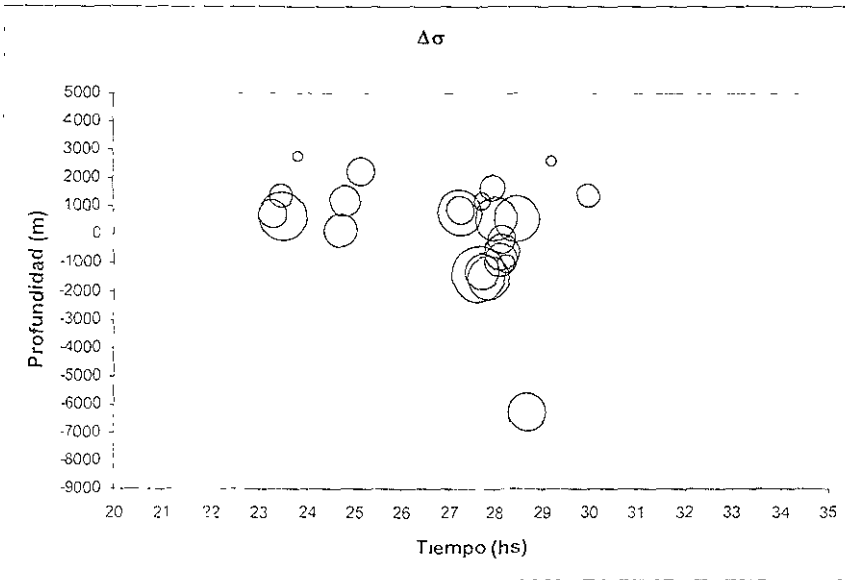


Figura 3.15 Caída de esfuerzos estáticos para cada sismo VT. El tamaño del círculo representa la magnitud de la caída de esfuerzo estático  $\sigma_s$ .

# CAPÍTULO IV. TEORÍA DE LA DIFUSIÓN RECTIFICADA

## IV.1 Introducción

Si se tiene una burbuja de gas en un líquido saturado con gas disuelto y ésta es sometida a un campo de presión oscilatorio; en cualquiera de los ciclos de oscilación existe un flujo neto de gas dentro de la burbuja

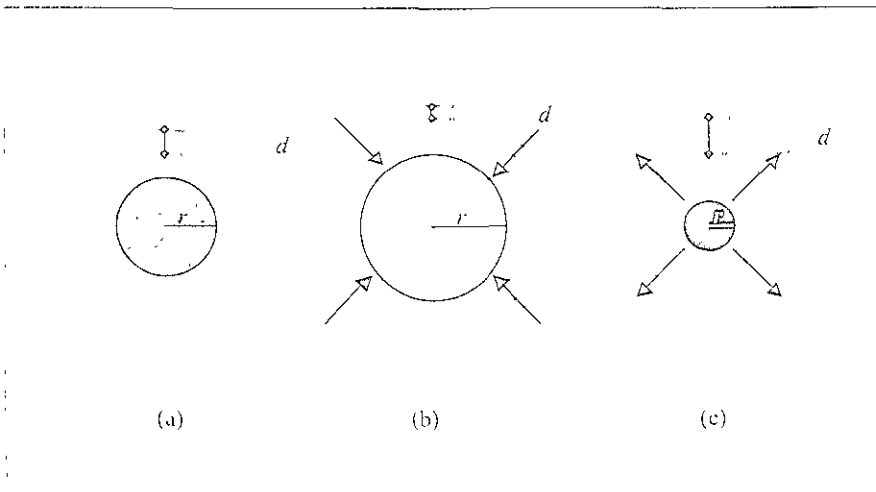


Figura 4.1 Efecto de caparazón, difusión rectificada. La intensidad del relleno de la burbuja representa la concentración de volátiles,  $r$  es el radio de la burbuja y  $d$  es la zona de influencia de la cual fluyen los volátiles hacia dentro de la burbuja, las flechas indican la dirección en que fluyen los volátiles.

El proceso se explica en la Figura 4.1. La burbuja originalmente se encuentra en equilibrio (Figura 4.1a). Cuando la burbuja se expande (Figura 4.1b), el gradiente de concentración se incrementa y la tasa de difusión de gas hacia la burbuja

también se incrementa y la zona de influencia alrededor de ésta se contrae. Cuando se contrae la burbuja (Figura 4.1c), la zona de influencia,  $d$ , se expande. A este proceso se le llama *efecto de caparazón*

El problema que plantean Eller y Flynn (1965) es un poco más específico, pues menciona que la burbuja tiene que estar inmersa en un líquido incompresible, en equilibrio estático en su centro, aislada, sin estar pegada a una pared o a una partícula de polvo.

Este proceso compite con el proceso de difusión estática (ordinaria) de gas fuera de la burbuja y puede contrarrestar el efecto de la difusión estática si la amplitud de la presión es mayor que un valor umbral de disparo.

El problema para una burbuja en un líquido en presencia de un campo acústico requeriría de una ecuación de movimiento, de difusión y de transferencia de calor en ambos, el líquido y la burbuja, con sus relaciones adecuadas de continuidad en la frontera de la burbuja. La solución se complica por el hecho de que estas ecuaciones deben ser resueltas conjuntamente; sin embargo, ésta se puede simplificar suponiendo a la temperatura constante en el tiempo y uniforme en el espacio.

Se simplifica despreciando las variaciones espaciales a lo largo de la burbuja y tratando a ésta como un sistema termodinámico uniforme.

El interior de la burbuja se describe por sus propiedades termodinámicas tales como presión, temperatura y concentración de gas, las cuales son constantes en el espacio pero no en el tiempo.

Lo que se obtiene mediante las ecuaciones es que el radio de la burbuja crece lentamente debido a la rectificación y se vuelve, espontánea, y asintóticamente proporcional a la raíz cuadrada del tiempo,  $t^{1/2}$ . Con base en este resultado se podría esperar que en un líquido saturado con gas disuelto, una burbuja en un campo de presión oscilatorio, pueda crecer indefinidamente. Este crecimiento indefinido no se presenta en la realidad; lo cual puede ser debido a la inestabilidad de la esfericidad de la burbuja oscilante

El problema se vuelve muy complicado cuando se hace el análisis cuantitativo del mismo. Primero, el análisis se complica por la dificultad de determinar el movimiento de la pared de la burbuja en términos de la presión. Segundo, aun cuando se determine el problema del movimiento de la pared de la burbuja, se tiene que resolver el problema de la difusión no-lineal. Hsieh y Plesset (1961) plantean el problema linealizado de la difusión

## IV.2 Problema Linealizado

La presión del gas dentro de la burbuja,  $P(t)$ , se toma como si fuera uniforme en todo el interior de la burbuja, quedando de la siguiente forma

$$P(t) = P_0 + \delta P \sin(\omega t) \quad (4.1)$$

donde  $\varepsilon$  es la amplitud de la presión relativa y se supone a  $\varepsilon \ll 1$  para que se pueda linealizar,  $\omega$  es la frecuencia de oscilación del campo de presión,  $P_0$  es la presión de estabilidad y  $t$  es el tiempo desde que comienza la oscilación. Se asume que el gas dentro de la burbuja tiene un comportamiento isotérmico durante la compresión (Hsie, D. y Plesset, S.. 1960) Por lo tanto

$$R(t) = R_0 (1 + \delta \text{sen}(\omega t)), \quad (4.2)$$

donde  $\delta$  es la amplitud de la onda de deformación y se define ()

$$\varepsilon = -3\delta,$$

$R(t)$  es el radio de la burbuja en el tiempo  $t$ , y  $R_0$  es el radio de equilibrio que corresponde a  $P_0$

La cantidad de gas que fluye hacia dentro de la burbuja en un lapso  $\Delta t$  es

$$\int_0^{\Delta t} dt \int_S D \nabla c \cdot dS, \quad (4.3)$$

Donde  $c$  es la concentración del gas disuelto en el líquido,  $D$  es el coeficiente de difusión, y la integral es sobre la superficie  $S$  de la pared de la burbuja. En este caso se puede simplificar por la simetría esférica que presenta este problema, simplificandose a

$$\int_0^{\Delta t} dt 4\pi R^2 \left( \frac{\partial c}{\partial r} \right)_{r=R} \quad (4.4)$$

La concentración  $c$  es una solución de la ecuación de difusión

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right) + \vec{q} \cdot \nabla c = D \nabla^2 c, \quad (4.5)$$

con una condición inicial y de frontera adecuadas. En la Ecuación 4.5  $\vec{q}$  es la velocidad del flujo del líquido. Para un campo de flujo irrotacional en el líquido, se tiene que

$$\vec{q} = \left(\frac{R^2 \dot{R}}{r^3}\right) \vec{e}_r, \quad (4.6)$$

donde  $\dot{R} \equiv \frac{dR}{dt}$ .

Las condiciones de frontera se determinan del siguiente modo

- La cantidad de gas disuelto en el líquido no cambia con el tiempo a grandes distancias de la burbuja, lo que es  $c \rightarrow c_\infty$ , constante, cuando  $r \rightarrow \infty$
- La concentración de gas disuelto en el líquido en la pared de la burbuja se determina de acuerdo con la ley de Henry que dice que la concentración del gas disuelto a temperatura constante es proporcional a la presión, por lo que

$$r = R,$$

$$c = aP(R), \quad (4.7)$$

donde  $a$  es una constante característica de la combinación líquido-gas



Puesto que  $c = c_\infty$  donde no hay excitación alguna en un estado de equilibrio, tenemos  $aP_0 = c_\infty$ ,

Las ecuaciones de las condiciones de frontera son:

$$c = c_\infty, \quad \text{cuando } r \rightarrow \infty$$

$$c = c_\infty (1 + \varepsilon \sin(\omega t)), \quad \text{cuando } r = R$$

La condición inicial está dada por:

$$c(r,t) = c_\infty, \quad \text{para } t \leq 0, \quad \text{y para toda } r.$$

Mientras el gas comienza a difundirse tanto hacia dentro como hacia fuera de la burbuja, la frontera de la burbuja y el líquido que rodea a ésta se moverán. Sin embargo, este movimiento será tan pequeño que puede ser despreciado omitiendo el término de convección térmica en la ecuación de difusión (Hsie, D. y Plesset, S , 1960) , la cual se escribe

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \nabla^2 c \quad (4.8)$$

Así, ya no depende más de la ecuación de movimiento, pudiendo resolverse independientemente

La concentración de gas en el líquido en la frontera de la burbuja,  $c_s$ , está dada por la Ley de Henry. Ésta establece que la concentración de gas disuelta en un líquido es directamente proporcional a la presión parcial del gas sobre la solución cuando

$$c_s = k_H^{-1} p_g, \quad (4.9)$$

donde  $k_H$  es la constante de Henry definida en términos de la concentración de gas y de la temperatura. Puesto que para una burbuja estática

$$p_g = P_0 + 2 \frac{\sigma_l}{R}, \quad (4.10)$$

donde  $P_0$  es la presión hidrostática en el líquido y  $\sigma_l$  es la tensión superficial; finalmente queda

$$c_s = k_H^{-1} \left( P_0 + 2 \frac{\sigma_l}{R} \right). \quad (4.11)$$

La  *saturación*  se define como la concentración de gas disuelto en un líquido en equilibrio con una presión parcial de gas dentro de una frontera plana. El término  $c_s$  no es en sí la saturación, pues la saturación es  $c_0 = k^{-1} P_0$ . Por lo tanto la concentración  $c_s$  se relaciona con la concentración de saturación,  $c_0$ , a través de la siguiente ecuación:

$$c_s = c_0 \left( 1 + 2 \frac{\sigma_l}{P_0 R} \right). \quad (4.12)$$

La concentración en la frontera de la burbuja,  $c_s$ , cambia lentamente con el tiempo mientras que la burbuja cambia lentamente su tamaño. Esta dependencia del tiempo se puede despreciar

El problema ahora se puede resolver por la tasa de cambio en el número,  $n$ , de moles de gas en la burbuja.

$$\frac{dn}{dt} = 4\pi R^2 D(c_s - c_\infty) \left[ \left( \frac{1}{R} \right) + (\pi D t)^{-\frac{1}{2}} \right]. \quad (4.13)$$

La unidad de la concentración es moles por unidad de volumen [ $L^{-3}$ ].

La burbuja se disolverá si  $c_\infty$  es menor que  $c_s$ , lo que es igual que si el líquido no estuviera supersaturado.

La masa de gas dentro de la burbuja es:

$$m = \frac{4}{3} \pi \rho_g R_0^3 \quad (4.14)$$

El promedio de la tasa de flujo de gas hacia dentro de una burbuja queda:

$$\frac{dm}{dt} = 24\pi D c_s R_0 \delta^2 \quad (4.15)$$

y puesto que

$$\delta = \frac{2\sigma}{3} = \frac{2}{3} \left[ (P_{0,13} - P_0) P_0 \right]^{-\frac{1}{3}} \left( \Delta P P_0 \right)$$

se puede describir como

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4}{3} \pi D c_s R_0 \left( \frac{\Delta P P_0}{P_0} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.16)$$

Así, cuando la razón  $\Delta P P_0$  es muy pequeña, el crecimiento de la burbuja por recaptación es dictado por este término.

que es el volumen multiplicado por la densidad promedio del gas,  $\rho_g$  (que se mantiene esencialmente sin variación durante el lento proceso de crecimiento de la burbuja), multiplicada por el radio de la burbuja. Por lo anterior queda que

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi\rho_g R_0^2 \left( \frac{dR_0}{dt} \right) \quad (4.17)$$

La tasa de incremento de masa en la burbuja debido a la rectificación es

$$\frac{dm}{dt} = \frac{8\pi}{3} Dc_\infty \varepsilon^2 R_0 \quad (4.18)$$

combinando las ecuaciones 4.17 y 4.18 obtenemos que

$$\frac{dR_0}{dt} = \frac{2}{3} \left( \frac{Dc_\infty \varepsilon^2}{\rho_g R_0} \right) \quad (4.19)$$

De ahí que

$$R_0^2 = R_i^2 + \frac{4}{3} \left( \frac{Dc_\infty \varepsilon^2}{\rho_g} \right) t$$

si se ajusta  $R_0 = R$  en  $t = 0$  ( $R_i$  es el radio inicial de la burbuja, antes de la oscilación), entonces queda

$$R_0^2 = \left( \frac{2}{3} \left( \frac{Dc_\infty \varepsilon^2}{\rho_g} \right) \right)^{1/2} t + R_i^2 \quad (4.20)$$

donde

$$t_0 = \left( \frac{3\rho_g}{Dc_\infty} \right) \left( \frac{R_1}{\varepsilon^2} \right)$$

Una medida de la tasa de crecimiento rectificado, (o por rectificación) es el tiempo  $\tau_2$  requerido para que una burbuja aumente su tamaño al doble. Este tiempo se puede obtener de la ecuación anterior quedando:

$$\tau_2 = \frac{9R_1^2 \rho_g}{4c_\infty D \varepsilon^2} \quad (4.21)$$

En la Tabla 4.1 se muestran algunos valores numéricos para el caso de burbujas de aire en agua a 20°C y a una presión de 1 atm.

Tabla 4.1. Tiempo requerido para que las burbujas de aire en el agua a 20°C, 1 atm. dupliquen su tamaño por rectificación de masa. (De Hsieh y Plesset, 1960)

Radio Inicial $R_1$ (cm)	Amplitud de Presión Relativa $\varepsilon = (P_{max} - P_0)/2$	Tiempo Duplicación $\tau_2$ (s)
$10^{-1}$	0.25	$1.1 \times 10^6$
$10^{-1}$	0.10	$6.7 \times 10^6$
$10^{-1}$	0.01	$6.7 \times 10^8$
$10^{-2}$	0.25	$1.1 \times 10^4$
$10^{-2}$	0.10	$6.7 \times 10^4$
$10^{-2}$	0.01	$6.7 \times 10^6$
$10^{-3}$	0.25	$1.1 \times 10^7$
$10^{-3}$	0.10	$6.7 \times 10^7$
$10^{-3}$	0.01	$6.7 \times 10^9$

Es importante resaltar que esta ecuación de difusión describe la difusión de gas en el líquido, y no en la burbuja. La concentración de gas en la burbuja se supone uniforme.

### IV.3 Problema No-Lineal de la Difusión Rectificada

Un modelado del problema dinámico es mucho más complejo que el del problema estático dado que ahora sí se debe considerar la ecuación de movimiento. La ecuación de difusión depende en gran medida de la ecuación de movimiento, y el término de convección ya no se podría despreciar por lo mismo. Sin embargo, estas ecuaciones se pueden separar momentáneamente, siempre y cuando las oscilaciones de la burbuja sean lo suficientemente rápidas como para que sólo una cantidad muy pequeña de gas se propague a través de la pared de la burbuja durante un solo ciclo

El movimiento de la burbuja debido al crecimiento o decaimiento gradual por difusión será demasiado lento comparado con el cambio de tamaño debido al campo oscilatorio. El efecto de la difusión en la ecuación de movimiento se puede despreciar y las soluciones de la ecuación de movimiento sin la difusión se puede usar como movimientos de la burbuja en la ecuación de difusión. De esta forma es como estas ecuaciones se pueden separar parcialmente y manejarse cada una por su lado

Este problema tiene dos dificultades que superar para resolver estas ecuaciones. i) La ecuación de movimiento no es lineal, y ii) en la ecuación de difusión, la condición de frontera en la pared de la burbuja debe ser aplicada a una frontera con movimiento

La solución a este problema elimina la no-linealidad de la ecuación de movimiento asumiendo que las oscilaciones sinusoidales de la burbuja eran lo suficientemente pequeñas como para ser despreciadas.

Para resolver el problema de la frontera con movimiento en la ecuación de difusión se asume que la pared de la burbuja se encuentra fija en el espacio, pero la concentración de gas en la burbuja y en el área que la rodea variarían como si la pared de la burbuja estuviera en movimiento.

Hsieh y Plesset (1961) obtuvieron una solución que incluye el efecto caparazón. Ellos también hicieron la misma suposición de las oscilaciones sinusoidales pequeñas. El problema de la frontera con movimiento lo resolvieron expandiendo la condición de frontera en una serie de Taylor alrededor de la posición de equilibrio de la frontera de la burbuja.

Eller y Flynn (1965) llegaron a una solución que no tiene las restricciones antes mencionadas; lo hicieron considerando los problemas de movimiento y de difusión como dos problemas por separado en vez de dos aspectos de un solo problema.

La Ecuación 4.5 de difusión se maneja de tal forma que la solución se pueda obtener para el flujo de gas dentro de la burbuja para cualquier solución general oscilatoria  $R(t)$ , de la ecuación de movimiento.

Eller y Flynn (1965) definen las variables  $h$  (coordenadas de posición Lagrangiana),  $\phi$  (potencial de la concentración), y  $\tau$  (nueva variable de tiempo) por las ecuaciones

$$h = \frac{1}{3} [r^3 - R^3(t)] \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial U}{\partial h} = c(h, t) - c_s, \quad (4.23)$$

$$\tau = \int_0^t R^3(t') dt' \quad (4.24)$$

Introducen estas ecuaciones en la Ecuación 4.5, la que queda

$$\left(1 + \frac{3h}{R^3}\right)^{\frac{4}{3}} \frac{\partial^2 U}{\partial h^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial U}{\partial \tau}, \quad (4.25)$$

con las condiciones de frontera

$$U(h, 0) = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\partial U}{\partial h} = 0$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial h} \right|_{h=0} = -c_s, -c_s,$$

La condición de frontera en  $r = R$ , o  $h = 0$ , hacen que  $c = c_s$ . Se hace la suposición que la Ley de Henry también es válida para el problema dinámico y que  $c_s$  es directamente proporcional a la presión de gas,  $p_g$ . Por lo tanto queda que  $c_s = k_H^{-1} p_g$ . La concentración en la saturación está dada por  $c_{01} = k_H^{-1} P_0$  y  $c_s = c_{01} p_g / P_0$ . También se supone que la difusión durante un ciclo oscilatorio de la burbuja es despreciable y que el gas en la burbuja se comporta como un gas perfecto. El



número  $n$  de moles de gas en la burbuja es aproximadamente constante durante una oscilación, y la ley de gases perfectos para un proceso isotérmico es  $p_g R^3 = p_n R_n^3$  donde el subíndice  $n$  indica los valores iniciales de equilibrio. Así

$$c_s = c_0 \frac{P_n}{P_0} \left( \frac{R_n}{R} \right)^3 = c_0 \left[ 1 + \frac{2\sigma_r}{R_n P_0} \right] \left( \frac{R_n}{R} \right)^3, \quad (4.26)$$

donde la última forma de la expresión sigue a partir de la relación de equilibrio

$$p_r = P_0 + \frac{2\sigma_r}{R_n}. \quad (4.27)$$

Por lo que se define

$$c_{s,n} = c_0 \left[ 1 + \frac{2\sigma_r}{R_n P_0} \right] \quad (4.28)$$

como el valor de  $c_s$  cuando  $R = R_n$ .

Por lo tanto, la tercer condición de frontera se puede describir como

$$\frac{\partial U^1}{\partial h} \Big|_{h=0} = c_{s,n} \left( \frac{R_n}{R} \right)^3 - c_s = -1 \quad (4.29)$$

La Ecuación 4.25 se puede expandir en la región  $3h/R^3 \ll 1$  para quedar

$$\left[ 1 + \left( \frac{h}{R^3} \right) + 2 \left( \frac{h}{R^3} \right)^2 \right] \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial h^2} + \frac{1}{R^3} \frac{\partial U}{\partial \tau} \right] \quad (4.30)$$

Se hace la suposición que la solución se puede encontrar mediante un método de aproximaciones recursivas. Formalmente  $U$  se representa por medio de series en la forma  $U=U_0+U_1+U_2+\dots$ , donde cada término incluye un factor  $h/R^3$  elevado a la  $n$ -ésima potencia. Las ecuaciones para las soluciones de cero, primer y segundo orden son

$$\frac{\partial^2 U_0}{\partial h^2} - \frac{1}{D} \frac{\partial U_0}{\partial \tau} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial h^2} - \frac{1}{D} \frac{\partial U_1}{\partial \tau} = -4 \frac{h}{R^3} \frac{\partial^2 U_0}{\partial h^2} \equiv -\frac{W}{D},$$

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial h^2} - \frac{1}{D} \frac{\partial U_2}{\partial \tau} = -4 \frac{h}{R^3} \frac{\partial^2 U_1}{\partial h^2} - 2 \left( \frac{h}{R^3} \right)^2 \frac{\partial^2 U_0}{\partial h^2}.$$

La cantidad de interés es el flujo de gas en la pared de la burbuja, que está dada por

$$\frac{dm}{dt} = -D \left. \frac{\partial c}{\partial r} \right|_{r=R} = -DR^2 \left. \frac{\partial^2 U}{\partial h^2} \right|_{h=0}. \quad (4.31)$$

Así, esta cantidad se integra sobre la superficie de la burbuja y da como resultado la tasa de cambio del número  $n$  de moles gas en la burbuja

$$\frac{dn}{dt} = 4\pi DR^2 \left. \frac{\partial^2 U}{\partial h^2} \right|_{h=0}. \quad (4.32)$$

De la definición de  $\tau$  y de la ecuación de difusión (Ecuación 4.25) se obtiene que

$$\frac{dn}{d\tau} = 4\pi \frac{\partial U'}{\partial \tau} \Big|_{n=0} \quad (4.33)$$

La integral con respecto a  $\tau$  da como resultado el cambio de  $n$ :

$$\Delta \equiv n - n_i = 4\pi U' \Big|_{i, h=0}. \quad (4.34)$$

### IV.3.1 Solución de Orden Cero

La ecuación de orden cero y las condiciones iniciales y de frontera apropiadas son

$$\frac{\partial^2 U}{\partial h^2} - \frac{1}{D} \frac{\partial U_0}{\partial \tau} = 0,$$

$$U_0(h, 0) = 0,$$

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\partial U_0}{\partial h} = 0,$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial h} \Big|_{h=0} = c_1 - c_2, \quad I(\tau)$$

La solución (Eller y Flynn, 1965) por transformada de Laplace es:

$$U_0 = \frac{1}{4(\pi D)} \int_0^1 r'^{-1} F(r - r') I(\tau) dr' \quad (4.35)$$

### IV.3.2 Solución de Primer Orden

El término de primer orden se determina con las siguientes ecuaciones y condiciones:

$$D \frac{\partial^2 U_1}{\partial h^2} - \frac{\partial U}{\partial h} = -\frac{4Dh}{R^2} \frac{\partial^2 U_0}{\partial h^2} = -W(h, \tau), \quad (4.36)$$

$$U_1(h, 0) = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow r} \frac{\partial U}{\partial h} = 0, \quad \left. \frac{\partial U_1}{\partial h} \right|_{h=0} = 0. \quad (4.37)$$

La condición de frontera  $\partial U_1 / \partial h|_{h=0} = 0$  viene del hecho de que la condición de frontera completa  $\partial U / \partial h|_{h=0} = (\partial / \partial h)(U_0 + U_1 + \dots)|_{h=0} = F'$  ya ha sido satisfecha por la condición del término de orden cero  $\partial U_0 / \partial h|_{h=0} = F'$

El término de primer orden está dado por

$$U_1 = \int_0^r \int_0^t W'(h', \tau') g(h, \tau, h', \tau') dh' d\tau' \quad (4.38)$$

donde  $g$  es una función de Green adecuada que está dada por

$$g(h, \tau, h', \tau') = 2[\pi D(\tau - \tau')]^{-1/2} \left[ e^{-\mu(\tau - \tau')} - e^{-\mu(\tau + \tau')} \right]$$

Finalmente Eller y Flynn (1965) llegan a la solución para la corrección de primer orden de  $\Delta$

$$\Delta_1 = 32D \int_0^{\tau} \frac{d\tau' (\tau - \tau')^{\frac{1}{2}}}{R^3(\tau')} \int_0^{\tau'} F(\tau'') \frac{d}{d\tau''} \left[ \frac{(\tau' - \tau'')^{\frac{3}{2}}}{\tau - \tau''} \right] d\tau'' \quad (4.39)$$

Aquí no tienen restricciones las funciones  $R$  ni  $F$  (definida en el Ecuación 4.35)

### IV.3.3 Límite de Frecuencias Altas

El cambio  $n - n_1$ ,  $\Delta$ , en el número de moles de gas en la burbuja como función de  $\tau$  se puede encontrar por aproximación sumando las soluciones de primer y segundo orden  $\Delta_0$  y  $\Delta_1$ . Esta forma de la solución contiene la suficiente información útil requerida, pues el cambio en  $n$  sólo interesa para lapsos grandes. Si se superponen estos pequeños cambios en el tiempo a gran escala, éstos se vuelven detalles que son pequeños en cualquier intervalo de tiempo. Los detalles finos son pequeños porque el proceso de difusión es muy lento y no responde a variaciones rápidas, por lo que en un solo periodo oscilatorio únicamente se verá el efecto muy pequeño de la difusión. Por esto es conveniente obtener una solución en la que se desprecien estas pequeñas variaciones y únicamente quede la solución de gran escala de tiempo.

Esta solución suavizada se llama aproximación de "alta" frecuencia. Eller y Flynn (1965) encontraron que ésta es válida si la frecuencia es lo suficientemente alta como para que el radio adimensional sea mucho menor a uno, es decir,

$$\left( \frac{D}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}} \ll R$$

Si por ejemplo:  $R_n$  es igual a  $10^{-3}$  cm y  $D$ , a  $10^{-5}$  cm<sup>2</sup>/s, entonces el radio es menor a  $10^{-2}$  si  $\omega$  es mayor que  $10^5$  rad/seg. Para esta burbuja, la frecuencia "alta" sería una frecuencia mayor a 20 kHz/seg,

Para obtener la forma asintótica de la solución se supone que  $R(t)$  es periódica con un "periodo de burbuja"  $T_b$ , que es una pequeña integral múltiple de periodo del campo oscilatorio aplicado.

Puesto que  $R$  es una función periódica de tiempo  $t$  con frecuencia angular fundamental  $\omega_b = 2\pi/T_b$ , también es una función periódica del tiempo transformado,  $\tau$ , con periodo  $\tau_0$ .

La frecuencia angular  $\nu = 2\pi/\tau_0$ , asociada con  $\tau$  difiere de  $\omega_b$ , por un factor del orden de  $R_n^4$ , por lo tanto  $\nu \approx \omega_b R_n^4$ . La función  $F(\tau)$  también es una función periódica de  $\tau$  con frecuencia angular  $\nu$ . Entonces  $F$  se puede representar por series de Fourier que consisten de un promedio de término  $F_0$  y varios términos oscilatorios de la forma  $F_n e^{i\nu\tau}$ .

$F_0$  está dada por

$$F_0 = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} f(\tau) d\tau \quad (4.40)$$

que es el promedio de  $f(\tau)$  sobre un periodo  $\tau_0$ , representa el valor de  $f$  para un periodo de una burbuja  $t = T_b$ . Cambiando la variable de integración queda

$$F_0 = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} R^2 F dt = \frac{R_a^2 T_b}{\tau_0} c_{sn} B \left( \frac{A}{B} - \frac{c_{\infty}}{c_{sn}} \right). \quad (4.41)$$

donde  $A$  y  $B$  son funciones definidas como

$$A = \frac{1}{T_b} \int_0^{\tau_0} \frac{R}{R_a} dt \quad (4.42)$$

$$B = \frac{1}{T_b} \int_0^{\tau_0} \left( \frac{R}{R_r} \right)^4 dt \quad (4.43)$$

Además,

$$\tau_0 = \int_0^{\tau_0} R^4 dt = R_r^4 T_b B,$$

de ahí que

$$F_0 = c_{sn} \left( \frac{A}{B} - \frac{c_{\infty}}{c_{sn}} \right) \quad (4.44)$$

El límite de "alta" frecuencia para la solución de orden cero  $\Delta_0$  se encuentra reemplazando a  $F(\tau)$  por su representación de Fourier. La contribución del término de promedio  $F_0$  es  $\delta(\pi t) \tau^{1/2} F_0$

Usando aproximaciones  $\tau \approx R_r^2 t B$ , la expresión se convierte a

$$\delta(\pi t) \tau^{1/2} R_r^2 B^{1/2} \left( \frac{1}{c_{sn}} \left( \frac{A}{B} - \frac{c_{\infty}}{c_{sn}} \right) \right) \quad (4.45)$$

La contribución de cada término oscilatorio tiene la forma

$$-4(D\pi)^{\frac{1}{2}} F_1 e^{-ik\tau} d\tau' \int_0^{\tau'} t'^{\frac{1}{2}} e^{ikv\tau'} d\tau'. \quad (4.46)$$

Para valores grandes de  $\tau$ , esta expresión es aproximadamente

$$-4F_1 \pi (1+i) \left( \frac{D}{2kv} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-k_1 v \tau}. \quad (4.47)$$

En un tiempo muy grande estos términos son oscilatorios y no tienen contribución acumulativa a  $\Delta_0$ . Su magnitud está dada por la razón adimensional

$$\frac{(D/\omega)^{\frac{1}{2}}}{R_n}$$

la cual se vuelve muy pequeña a frecuencias altas

Las altas frecuencias de la solución de primer orden  $\Delta_1$  se puede encontrar de manera similar. El término  $1/R^{\frac{1}{2}}$  también se representa por series de Fourier con el mismo contenido de frecuencias de las series de  $I$ .

El valor promedio de  $1/R^{\frac{1}{2}}$  es

$$\frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \frac{1}{R} d\tau = \frac{R_n}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \frac{R}{R_n} dt = \frac{1}{R_n^{\frac{1}{2}}} \frac{A}{B}. \quad (4.48)$$

La contribución a  $\Delta_1$  de  $I_0$  y del promedio de  $1/R^{\frac{1}{2}}$  es

$$\frac{\Delta_1(D)}{R} = \frac{1}{B} \int_0^{\tau_0} \left( I_0 + \frac{1}{R} \right) dt = \frac{1}{R} \frac{D}{B} \int_0^{\tau_0} dt + \frac{1}{B} \int_0^{\tau_0} \frac{1}{R} dt = \frac{1}{B} \left( \frac{D}{R} \tau_0 + \frac{1}{B} \right) \quad (4.49)$$



Todas las contribuciones a  $\Delta_1$  provenientes de términos oscilatorios se desvanecen en los límites de las altas frecuencias

En el límite de "altas" frecuencias, la cantidad de gas en la burbuja, de acuerdo a los términos de orden cero y uno está dada por

$$\Delta = n - n_0 = \left[ 8(\pi D t)^{\frac{1}{2}} R_n^2 B^{\frac{1}{2}} + 4\pi D t R_n A \right] c_{gr} \left( \frac{c_{\infty}}{c_{gr}} - \frac{A}{B} \right) \quad (4.50)$$

La derivada con respecto al tiempo de esta expresión da la tasa promedio de cambio de  $n$ , de acuerdo a las soluciones de orden cero y primer orden.

$$\frac{dn}{dt} = 4\pi r_0 D \left[ A + R_n \left( \frac{B}{\pi t D t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] c_{gr} \left( \frac{c_{\infty}}{c_{gr}} - \frac{A}{B} \right). \quad (4.51)$$

En el caso de la burbuja estática, para la cual  $R_n$  es igual a 1, los parámetros  $A$  y  $B$  son iguales a 1, lo que concuerda con la solución del problema estático, Ec. (4).

En el límite de "altas" frecuencias la solución al problema dinámico tiene la misma forma que la solución al problema estático, excepto por la introducción de los dos parámetros  $A$  y  $B$ . Estos parámetros son la medida de la salida del problema del caso estático. Toda la complejidad del problema dinámico se reduce a la determinación de ellos.

#### IV. 4 Difusión Rectificada en Sistemas Magmáticos

Para sistemas Magmáticos de alta temperatura y presión, la ecuación de Redlich-Kwong (MRK) de estado para material volátil es

$$P = \frac{R_G T}{v-b} - \frac{a}{(v^2 + bv) T^{1.5}} = \frac{RT}{\frac{V}{n} - b} - \frac{a}{\left[ \left( \frac{V}{n} \right)^2 + \frac{bV}{n} \right] T^{1.5}} \quad (4.52)$$

donde  $P$  es la presión.  $T$  es la temperatura,  $V$  es el volumen de la burbuja,  $n$  es el número de moles,  $R_G$  es la constante de gas ideal,  $v$  es el volumen molar ( $v=V/n$ ),  $a$  es una función empírica de temperatura, y  $b$  es una constante, también empírica.

Brodsky et al (1998) sacan la derivada de la ecuación anterior con respecto al tiempo y obtienen la expresión del cambio de presión en términos de  $\dot{P}$  y  $\dot{n}$ .

$$\dot{P} = \frac{n\dot{V} - n\dot{V}}{v^2} \left[ \frac{-R_G T}{(v-b)^2} + \frac{a(2v+b)}{(v^2 + bv)^2 T^{1.5}} \right] \quad (4.53)$$

Puesto que

$$\dot{n} = \frac{\dot{m}}{M_1} \quad (4.54)$$

donde  $M_1$  es el peso molecular de los volátiles y  $\dot{m}$  es la tasa de adición de masa debido a la difusión rectificada

Brodsky et al (1998) obtuvieron el flujo de masa debido a la difusión rectificada

$$m = 24\pi D c_s R_0 \delta^2, \quad (4.55)$$

donde  $D$  es la difusividad,  $c_s$  es la concentración de volátiles a presión del medio ambiente en el magma lejos de la burbuja,  $\delta$  es la amplitud de la onda de deformación, y  $R_0$  es el radio de la burbuja. En un sistema natural,  $\delta$  es la amplitud de las ondas sísmicas en el cuerpo magmático pues la mayor parte de la compresión de la solución magma-volátiles ocurre en las burbujas.

Para obtener la tasa de cambio del volumen de una burbuja sola  $\dot{V}$ , se debe tener en cuenta la conservación del volumen del sistema completo,  $\dot{V}_s$ ,

$$\dot{V}_s = \dot{V}_m + N\dot{V}, \quad (4.56)$$

donde  $V_m$  es el volumen del magma, y  $N$  es el número de burbujas en el sistema.  $\dot{V}_s$  no puede ser cero debido a los dos procesos diferentes: (i) fuga de fluido (magma y volátiles) fuera del sistema y (ii) deformación de las paredes de la cámara magmática.

La importancia del proceso de la fuga de fluido se puede calcular haciendo la suposición que el fluido se cuela fuera de la cámara siguiendo la Ley de Darcy de flujo a través de un medio poroso. La razón de tiempo que pasa desde la excitación del sismo dividido por un tiempo característico de colación provee una medida para la fuga de material. Este radio es

$$\frac{1}{l} \sqrt{\frac{k}{\mu}} t$$

donde  $k$  es la permeabilidad,  $\mu$ , es la viscosidad,  $L$  es la longitud característica del cuerpo magmático y  $t$  es el tiempo. Valores típicos de  $k$  son del orden de milidarcys ( $10^{-15} \text{ m}^2$ ) y  $L$  se supone que es mínimo 100 m. Si hay fuga de vapor, como su viscosidad es baja, no afectará a la presión, sino hasta después de 100 días. Durante un terremoto, la colación de material es despreciable y no es relevante para el balance de masa.

La deformación de las paredes se puede evaluar suponiendo que las paredes de la cámara están comprimidas elásticamente por el incremento de presión en el sistema. Por facilidad, Brodsky et al (1989) simplificó la geometría de la cámara a una esfera.

$$\frac{U_r}{L} = \frac{P}{4G} \quad (4.57)$$

$U_r$  es el desplazamiento radial,  $L$  es el radio de la cámara magmática, y  $G$  es el módulo de corte de la roca que predomina. Así, la contribución elástica al cambio en  $P$ , es

$$P_e = \frac{\pi d^3}{G} P \quad (4.58)$$

Cuando se incrementa la presión, el magma también se comprime elásticamente, y el cambio del volumen del magma es

$$V_m = \alpha V_m P, \quad (4.59)$$

donde  $\alpha$  es la compresibilidad isotérmica del magma

$$\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_r$$

Finalmente, combinando las ecuaciones 4.53, 4.56, 4.58 y 4.59

$$P \left( 1 - \frac{V_s \left[ \frac{1}{3} \frac{1}{\phi} - \alpha(1-\phi) \right]}{Nn} A \right) = \frac{-V\dot{n}}{n^2} A, \quad (4.60)$$

donde

$$A = \frac{-RT}{(v-b)^2} + \frac{a(2v+b)}{(v^2+bv)^2 T^{\frac{1}{2}}} \quad (4.61)$$

y la porosidad  $\phi$  se define como

$$\phi = \frac{NV}{V_s}, \quad (4.62)$$

donde  $N$  es el número de burbujas en el sistema,  $V$  es el volumen de gas en la zona de burbujas y  $V_s$  es el volumen del sistema completo

Si el término

$$\frac{V_s \left[ \frac{1}{3} \frac{1}{\phi} - \beta(1-\phi) \right]}{Nn} A \quad (4.63)$$

es mucho menor que 1, el cambio de volumen de las burbujas es despreciable

Este criterio se puede describir en términos de la porosidad  $\phi$

$$\phi \gg \phi_c = \frac{v_s \left( \frac{1}{3} - \beta \right)}{1 + \frac{1}{3}\beta}, \quad (4.64)$$

donde  $\phi_c$  es la porosidad de umbral. Esta ecuación explica por qué una sola burbuja no incrementa la presión en una cámara magmática. Si existen pocas burbujas, la compresibilidad del magma y de la roca que la rodea permite que las burbujas cambien de tamaño y el cambio en la presión es pequeño. Los valores de esta ecuación depende de la química de los volátiles y de la presión del ambiente.

Si se satisface el umbral de porosidad entonces

$$P = \frac{-n}{n} v \left[ \frac{-RT}{(v-b)^2} + \frac{a(2v+b)}{(v^2+bv)^2 T^2} \right] \quad (4.65)$$

Si supone que las variaciones después del estado inicial son pequeñas.  $v=v_0$  y

$n=n_0$ ,

donde  $n_0$  está dado por

$$n_0 = \frac{4\pi v_0^3 \rho}{3M} \quad (4.66)$$

y  $\rho$  es la densidad inicial de la burbuja, entonces se puede linealizar la Ecuación

4.65 quedando

$$P = \frac{18D\epsilon_0 \delta^3}{v_0^3 \rho} v_0 \left[ \frac{-RT}{(v_0-b)^2} + \frac{a(2v_0+b)}{(v_0^2+bv_0)^2 T^2} \right] \quad (4.67)$$

Esta  $P$  se puede calcular fácilmente de esta ecuación para cualquier condición de  $P, T$ . Si  $a$  y  $b$  fueran cero, entonces la ecuación de estado se reduciría a la Ley del gas ideal. La parte derecha de esta ecuación sería constante y entonces la presión

que se alcanza al final dependería linealmente de la duración del movimiento sísmico

Derivando la ecuación de estado de vapor,

$$PV_v = nRT, \quad (4.68)$$

con respecto al tiempo, obtenemos

$$\frac{P}{P_0} = -\frac{V_v}{V_{v0}} + \frac{n}{n_0}. \quad (4.69)$$

El cambio de volumen de la burbuja,  $V_v$ , se debe a la fuga de material hacia fuera de la zona presurizada. Suponiendo que las burbujas se encuentran uniformemente distribuidas en toda la región de burbujas, y así se puede tratar la fase triple (roca, líquido y vapor) como una región continua

Haciendo la suposición de que no se crean ni se destruyen burbujas durante el terremoto ( $\dot{n} = 0$ )

y sabiendo que

$$\frac{\dot{V}_v}{V_{v0}} = \frac{k}{R_0}$$

obtenemos que

$$\frac{P}{P_0} = 1 - \frac{k}{R_0} t, \quad (4.70)$$

donde  $V$  es el volumen de gas en la zona de burbujas, siendo igual a  $V = NV_b$ ,

La difusividad  $D$  y la concentración  $c_s$  se pueden estimar de valores experimentales como funciones de la presión y temperatura de cierta composición de volátiles en un magma. La presión final depende del cuadrado del radio de la burbuja,  $R_0$ , y de la amplitud de la onda de corte,  $\delta$ .

#### IV.4.1 Concentración de Volátiles

Hsieh y Plesset (1961) obtuvieron la ecuación del flujo de masa asumiendo que la solución de gas estaba saturada. Según Brodsky et al (1998), para las soluciones que están supersaturadas o subsaturadas, se debe superponer el flujo debido a la difusión ordinaria en el flujo de la difusión rectificada. Aunque Eller y Flynn (1965) propusieron un umbral, éste fue obtenido como función de la concentración. Brodsky et al (1998) obtuvieron el umbral de la presión igualando el flujo de masa debido a la difusión ordinaria al de la difusión rectificada, y es aproximadamente

$$4\pi D r_0 \left[ c_s - c_i \left( 1 + \frac{2\sigma_f}{R_0 P_0} \right) \right]. \quad (4.71)$$

Así, el flujo total de masa hacia dentro de la burbuja debido a la difusión rectificada y la ordinaria es

$$\dot{m} = 4\pi D R_0 \left[ c_s - c_i \left( 1 + \frac{2\sigma_f}{r_0 P_0} \right) \right] 2V_s D c_i R_0 \delta \quad (4.72)$$

Para que la presión aumente, esta cantidad tiene que ser positiva.



#### IV.4.1.1 Umbral para la Difusión Rectificada

La difusión rectificada compete con la difusión ordinaria de gas hacia fuera de la burbuja. La burbuja crecerá sólo si la amplitud de la presión excede el valor del umbral.

El umbral de la presión es la presión del campo oscilatorio en la cual el promedio de la difusión es cero. Para una concentración dada,  $c_0$ , de gas en la solución, la burbuja crecerá si la presión es mayor que su valor de umbral.

Eller y Flynn (1965) llegaron a la expresión del umbral que está dado por

$$\frac{c_w}{c_0} = \left[ 1 + \frac{2\sigma_f}{R_0 P_0} \right] \frac{A}{B}. \quad (4.73)$$

$A$  y  $B$  se determinan por soluciones de la ecuación de movimiento, y por lo tanto son dependientes del tamaño de la burbuja, de la frecuencia de la presión y de la amplitud de la presión del campo oscilatorio,  $P_0$ ,  $R_0$  y  $\omega$ . Eller (1969) afirma que también depende de la cantidad de gas en el líquido.

Brodsky et al (1998) llegan a la expresión del umbral como

$$\frac{c_w}{c_0} \sim \left( 1 + \frac{2\sigma_f}{R_0 P_0} \right) - 6\delta^2, \quad (4.74)$$

Puesto que las deformaciones dinámicas empleadas en estos problemas son muy pequeñas (del orden de  $10^{-3}$ ), el término  $6\delta^2$  se puede despreciar y el fluido debe estar supersaturado de volátiles. Como aumenta la presión, la solubilidad de los

volátiles también aumenta, que se traduce como que  $c_s$  crece en el tiempo como se muestra en la Figura 4.2

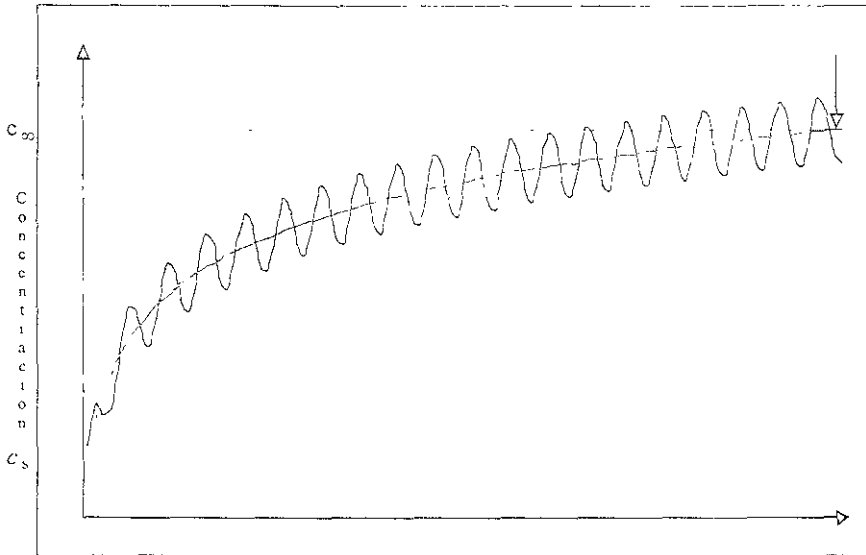


Figura 4.2. Esquema del cambio de la solubilidad con la presión. La curva sinusoidal representa la concentración en la pared de la burbuja. La línea horizontal representa la concentración  $c_\infty$  lejos de la burbuja y la curva que se acerca asintóticamente a la horizontal indica la concentración de saturación  $c_s$ , que se incrementa conforme se eleva la presión.

Por lo tanto, la razón  $c_s/c_\infty$  disminuye, y si su valor llega a caer por debajo del umbral de la ecuación anterior, el flujo por difusión ordinaria hacia el exterior de la burbuja sería mayor que el de la difusión rectificada hacia el interior, así, la presión deja de aumentar. En otras palabras, cuando la concentración de saturación  $c_s$  rebasa a la concentración del campo lejano  $c_\infty$  por  $\sim 6\delta^*$ , la solución se vuelve subsaturada y se detiene la difusión rectificada.

De acuerdo con Brodsky et al (1998) es posible suponer que para los sistemas magmáticos con CO<sub>2</sub> la concentración de volátiles  $c_s$  es linealmente proporcional a la presión  $P$ . La supersaturación inicial  $x$  se puede considerar como

$$c_{s0} = (1+x)c_s^0 \quad (4.75)$$

y como la concentración inicial,  $c_s^0$ , es proporcional a la presión inicial,  $P_0$ , y la concentración final,  $c_s$ , es proporcional a la presión final,  $\Delta P + P_0$ , el lado izquierdo de la ecuación del umbral se puede escribir como

$$\frac{c_{s0}}{c_s} = \frac{(1+x)P_0}{P_0 + \Delta P} \quad (4.76)$$

Por lo tanto el incremento máximo  $\Delta P$  en la presión es:

$$\Delta P < P_0 \left( -1 + \frac{1+x}{-6\delta^2 + \left(1 + \frac{2\sigma_L}{R_0 P_0}\right)} \right) \quad (4.77)$$

Si el sistema está supersaturado entonces se puede suponer que

$$1 \gg x \gg \frac{2\sigma_L}{R_0 P_0} - 6\delta^2, \quad (4.78)$$

entonces se podría describir como

$$\Delta P \approx \Delta P_1 \quad (4.79)$$

De acuerdo con Brodsky et al (1998) esta ecuación es apropiada para los sistemas magmáticos con CO<sub>2</sub>, sin embargo, la concentración  $c_s$  del agua en

magma a muy bajas presiones no es linealmente proporcional con la presión. Para este caso la concentración  $c_s$  es proporcional a  $P^{1/2}$

El máximo incremento en la presión para una supersaturación inicial dada es un poco mayor para el agua en el magma, y está limitado por

$$\Delta P < P_0 \left[ -1 + \left( \frac{1+x}{-6\delta^2 + \left(1 + \frac{2\sigma_1}{R_0\delta}\right)} \right)^2 \right] \quad (4.80)$$

Usando la misma aproximación que antes, se puede reescribir como

$$\Delta P < 2xP_0. \quad (4.81)$$

Como se puede observar, en ambos casos  $\Delta P$  está limitado por el nivel de supersaturación inicial

Cuando se presenta un sismo cuyas ondas atraviesan el sistema magmático, se presenta también un incremento en el flujo de masa sin compensar. Aun cuando el flujo de masa hacia dentro de las burbujas debido a la difusión rectificada sea muy pequeño en comparación con la difusión ordinaria, la excitación es tan rápida que no permite que haya una pérdida compensatoria de volátiles, por lo tanto, la presión se incrementa

En un cuerpo magmático heterogéneo con altos niveles de convección se presentan distintas fases. Puede haber regiones donde se lleve a cabo cristalización y otras que estén reabsorbiendo minerales. Como el supuesto es que el sistema se encuentre cerca de hacer ebullición, mientras más cerca está de

producirse la erupción, se presentan con más frecuencia las regiones de recristalización que posteriormente harán ebullición y por lo tanto también es más frecuente el crecimiento de las burbujas.

Durante las estadias previas a la erupción pueden existir algunas regiones del magma en las que recientemente hayan pasado a un estado de supersaturación y con burbujas presentes. Estas regiones son donde se puede producir la difusión rectificada. Este escenario es importante para entender la importancia de los requisitos para disparar una erupción por compresión dinámica. La difusión rectificada es un mecanismo de disparo. Es posible que el volcán haga erupción aun sin la presencia del sismo regional. Los sismos regionales simplemente aceleran el proceso. Tampoco es necesario que el cuerpo magmático esté completamente lleno de burbujas para que se lleve a cabo la difusión rectificada.

Mientras que una región cuente con las suficientes burbujas para sobrepasar el umbral de la porosidad, cuando se normaliza por el volumen total del cuerpo magmático, la difusión rectificada puede ser un mecanismo eficaz para elevar la presión de todo el sistema.

#### *IV.4.2 Implicaciones Físicas*

La tasa de incremento de presión es muy sensible al radio de la burbuja. En un sistema de burbujas múltiple, se puede calcular un radio efectivo para todo el sistema magmático. El total del cambio de volumen de todas las burbujas

presentes es igual al cambio de volumen de  $N$  burbujas de un radio efectivo  $R_{eff}$ ,

En términos del radio promedio  $\bar{R}$  y radio cúbico promedio  $\bar{R}^3$  el radio efectivo es

$$R_{eff} = \sqrt[3]{\frac{\bar{R}^3}{N}}. \quad (4.82)$$

El radio crítico que sugiere Brodsky et al (1998) es de  $10^{-6}$  m.

La tasa del incremento de la presión es muy sensible a la amplitud de la deformación dinámica,  $\delta$ , en la región de las burbujas. Las estimaciones convencionales de la compresión dinámica a partir de sismos regionales se llevan a cabo para la medición de las amplitudes de la roca,  $\delta_{in}$ , y por lo tanto no son para la compresión en el cuerpo magmático  $\delta$ . Si se calcula  $\delta$  a partir de  $\delta_{in}$ , inevitablemente conlleva mucha incertidumbre. Brodsky propone que bajo ciertas condiciones  $\delta \approx 10 \delta_{in}$ .

Para terremotos muy fuertes la amplitud de las ondas de alta frecuencia depende principalmente de la distancia (Brodsky, 1998), y no de la magnitud. Se emplea la siguiente relación para obtener las deformaciones en la zona de roca del volcán

$$\delta_r = \delta_M \left( \frac{r_M}{r} \right)^p, \quad (4.83)$$

donde  $\delta_r$  y  $\delta_M$  son las deformaciones máximas del sismo de interés y el de Michoacán de septiembre de 1985, respectivamente. El exponente  $p$  es un factor de escala que va de 0.13 a 0.8 que depende de la frecuencia (Houston y Kanamori 1990). La deformación dinámica  $\delta$  es igual a  $1.2 \times 10^{-4}$  es igual a 35 km.

Para terremotos de gran magnitud la duración de la excitación  $\Delta t$ , sirve como un escalamiento proporcional a la duración de la ruptura  $L/V$ , donde  $L$  es la longitud de la falla y  $V$  es la velocidad de ruptura. Usando la relación para escalamiento convencional de  $M_w$  a  $2 \log L$  (Brody 1998) se obtiene la duración del sismo en segundos

$$\Delta t = \frac{1}{2} \left( 10^{\frac{M_w - 9.5}{2}} \frac{1000}{2.9} \right), \quad (4.84)$$

donde se supone que la velocidad de ruptura es de  $2.9 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ .

## IV.5 Experimento

### IV.5.1 Caída de Esfuerzo Estático y Desplazamientos

Se empleó el programa DIS3D<sup>1</sup> para modelar los cambios en el estado de esfuerzo regional y de desplazamientos en las zonas del volcán y de la ciudad de Puebla. El DIS3D es un programa basado en sistema UNIX que sirve para modelar el cambio del estado de esfuerzos, desplazamiento y deformaciones producidos por un sismo de acuerdo a las características de la falla. Los parámetros que se introdujeron al programa se listan en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Parámetros de falla del sismo de Tehuacan (de Singh, et al. 1999).

Parámetro	Valor
Latitud	18 58°
Longitud	-97 05°
Profundidad	59.7 km
$M_0$	$3.4 \times 10^{26}$ dyn cm
Rumbo	310°
Echado	43°
Angulo de deslizamiento	-84°
Desplazamiento	1.3 m
Radio de Ruptura	77 km

En la Figura 4.3 se muestran los seis componentes principales del tensor de los cambios del esfuerzo regional, las coordenadas son  $x_1^0$  va en dirección Norte - Sur, y  $x_2^0$  va en dirección Este - Oeste; ambas están dadas en kilómetros. En la Figura 4.3a, se muestra  $\sigma_1$ , en la Figura 4.3b  $\sigma_{12}$ , en la Figura 4.3c  $\sigma_{13}$ , en la

<sup>1</sup> El programa DIS3D calcula el desplazamiento, deformaciones y esfuerzos debido al movimiento de un deslizamiento lateral y/o echado en un número cualquiera de planos de dislocación rectilíneos en un semiespacio elástico infinito. El semiespacio se actualiza como isotrópico homogéneo con un módulo de Poisson  $\nu$  y con un módulo de corte  $G$ . El DIS3D es un programa



Figura 4.3d  $\sigma_2$ , en la Figura 4.3e  $\sigma_{23}$  y en la Figura 4.3f  $\sigma_3$ . Se observa que sólo existe variación en  $\sigma_1$  y en  $\sigma_2$ . Las demás componentes del tensor son nulas. En la Figura 4.4 las coordenadas son las mismas que en la figura anterior pero en ésta se muestra la magnitud del desplazamiento modelado del terreno en sus tres componentes, en la Figura 4.4a se modela  $U_1$ , en la Figura 4.4b se presenta  $U_2$  y en la Figura 4.4c a  $U_3$ . El volcán se encuentra en la coordenada (0, 0), Puebla en la coordenada (45, 0) y el epicentro está localizado en (110, -91).

Los resultados de estas dos figuras muestran que la caída de esfuerzos y desplazamientos son muy bajos en la zona del volcán. Estos resultados muestran que en la ciudad de Puebla tampoco hubo grandes cambios en el esfuerzo ni los desplazamientos fueron considerables. Sin embargo, los daños registrados en Puebla son muchos, debidos principalmente a las aceleraciones producidas por el sismo, no por el cambio en el sistema de esfuerzos de la región

completamente tridimensional que calcula los cambios básicos en los puntos de observación espaciales y se resuelve  $\sigma_{ij}$  en la superficie  $z=0$  que puede ser  $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \Delta\sigma_{ij}$

### Diferencia en el esfuerzo estático después del sismo regional

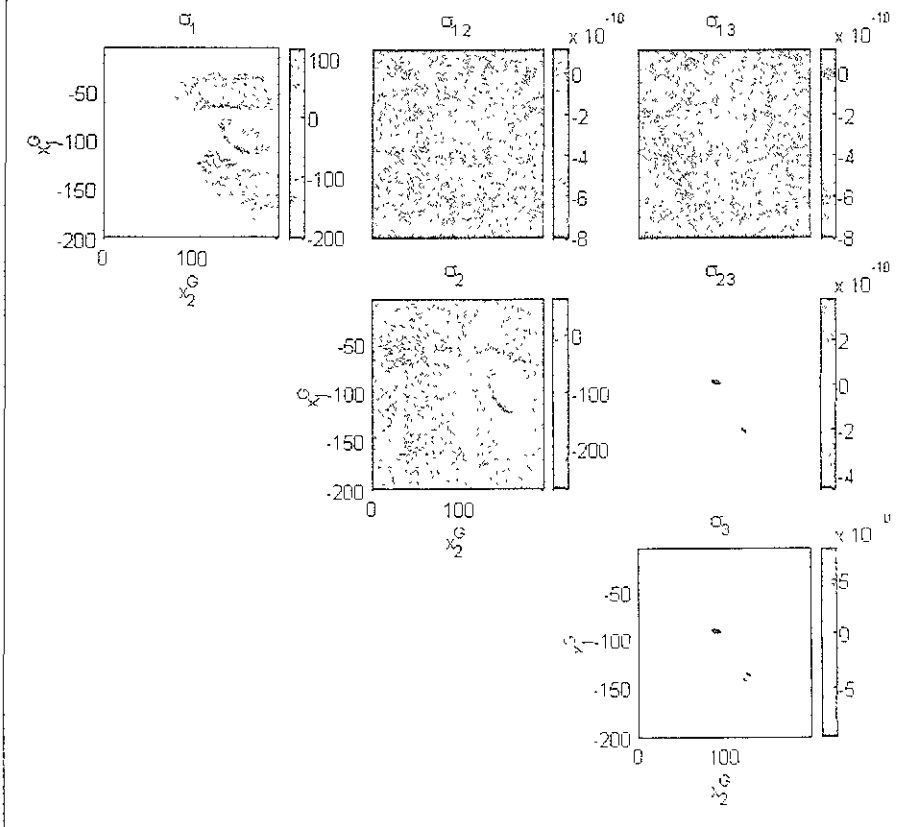


Figura 4.3. Esfuerzo estático en la zona del volcán Popocatepetl debido al sismo de Mw=7.0 del 15 de junio de 1999. El volcán se encuentra en el origen

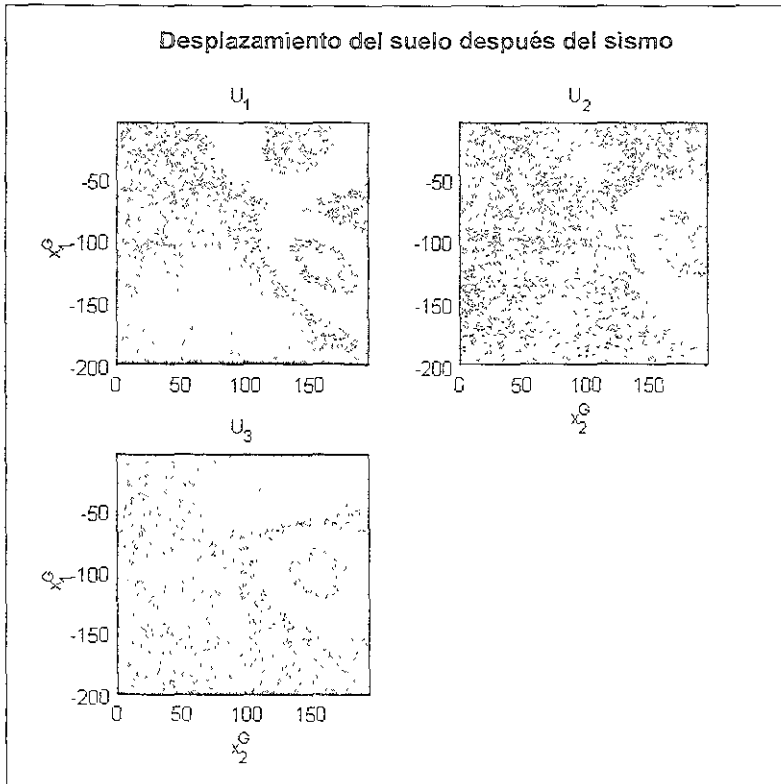


Figura 4.4 Desplazamientos del terreno después del sismo regional de Tehuacán

Estos resultados indican que el cambio de esfuerzos en la región no es un factor que haya podido influir para disparar el enjambre sísmico del 16 de junio, como ocurre en otros lugares. por ejemplo en el borde de la placa de Filipinas en que los sismos afectan al estado de esfuerzos de la región y éstos producen enjambres sísmicos en la zona (Kanamori, H 1971) Debido a que la caída de esfuerzo no es un factor que se pueda considerar como detonador del enjambre sísmico, fue necesario buscar otro

#### *IV.5.2 Aceleraciones*

Las aceleraciones que se registraron en Puebla fueron de hasta  $270 \text{ cm/s}^2$  (Singh et al, 1999). La distancia hipocentral a Puebla es de 139 km, mientras que para el volcán es de 147 km, es decir, solo 8 km de diferencia en la distancia radial. lo que significa que por distancia, no hay mucha atenuación entre la ciudad de Puebla y el volcán Popocatepetl. En cuanto a la diferencia angular entre Puebla y el volcán, es de  $12^\circ$ , por lo que, tomando en cuenta la distancia hipocentral, azimut y directividad del sismo regional, no hay gran variación en las componentes de las ondas sísmicas entre la ciudad de Puebla y el volcán. La aceleración máxima que se registró en el Popocatepetl fue de  $56 \text{ cm/s}^2$ , directamente leído del acelerograma de la estación de Tikamacas.

El sismo tiene una clara directividad al noroeste (Singh, et al., 1999) La ciudad de Puebla se localiza sobre una capa de roca de origen lacustre, lo que pudo haber influido para que las ondas sísmicas se amplificaran y produjeran las aceleraciones tan altas que se observaron. El fenómeno que se presentó en el volcán fue similar, pues las ondas sísmicas pasaron de medio rocoso y rígido (edificio volcánico) a uno semifluido y de menor densidad (cuerpo magmático, por lo que en el magma, las ondas sísmicas son un factor importante en el comportamiento del volcán durante las horas siguientes al sismo

El fenómeno que se encontró que podía satisfacer las condiciones y los procesos necesarios para detonar el enjambre sísmico fue la difusión rectificada, para lo

cual es necesario tomar en cuenta la distancia hipocentral y el espectro de frecuencias del sismo regional registrado en el volcán.

De las estaciones cercanas al volcán, únicamente la de Tlamacas registra los sismos en aceleración; todas las demás estaciones están ajustadas para medir microsismos producidos por el volcán. Por esta razón es que únicamente se pudo obtener el acelerograma de esa estación y de la estación PPM, y de ésta, sólo dos componentes, E-W y Z, pues en la componente N-S únicamente se obtuvo ruido

El acelerograma se convirtió a desplazamientos (Figura 4.5) con un programa en MATLAB, dividiendo el espectro de amplitudes por  $(-i2\pi)$  para convertir a velocidades y repitiendo el proceso para convertir a desplazamientos. De este sismograma y su representación en frecuencias se obtuvieron los datos necesarios para hacer los cálculos de las Ecuaciones 4.83 y 4.84 y que los resultados se comparen con los de ellos, los cuales afirman que son necesarios para que un sismo con ciertas características pueda provocar un cambio en la presión del magma y producir desde un enjambre sísmico (como el observado) hasta una erupción.

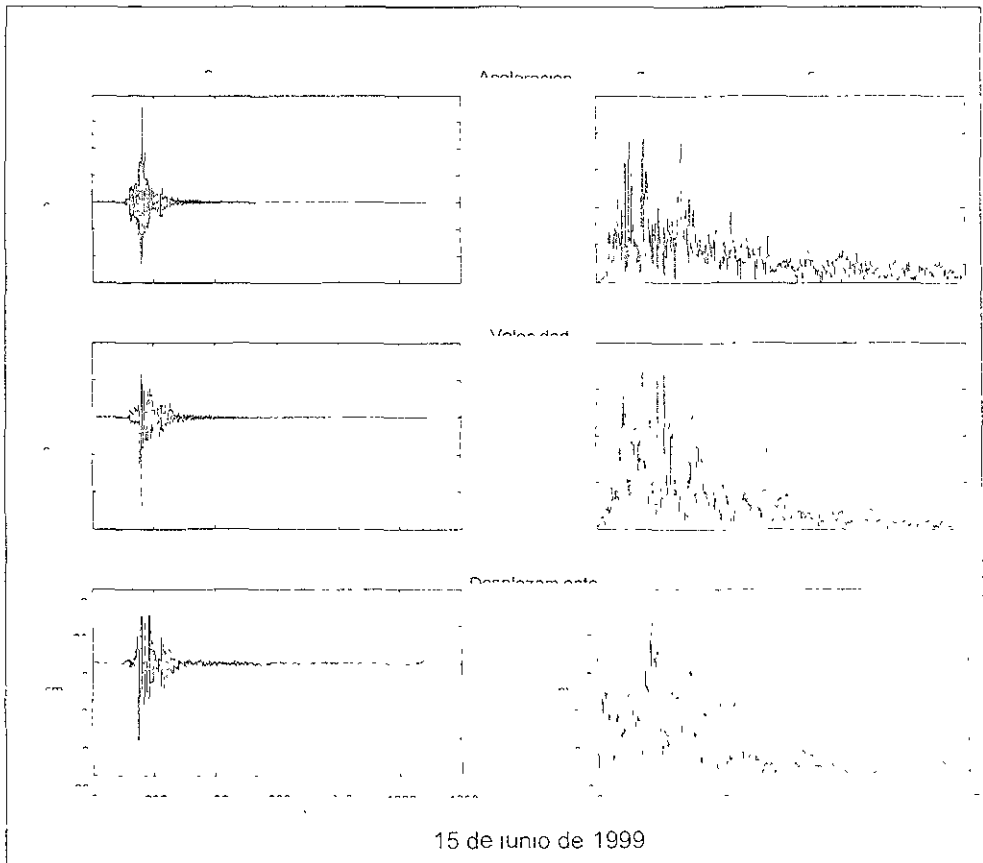


Figura 4.5. Aceleración, velocidad, desplazamiento y sus representaciones en frecuencias del sismo regional, estación de Tlamacas V

La amplitud máxima que se puede leer en el registro de desplazamiento fue de 5.2 cm en la dirección

El factor de corrección  $p$  se calculo en 0.61, la distancia hipocentral al volcan,  $r$ , es igual a 142 km, la distancia hipocentral del sismo de Michoacán para el escalamiento es de 35 km y la amplitud de la deformación  $\delta_{ij} = 1.81 \times 10^{-7}$

Estos datos se usaron en la Ecuación 4.83 para comparar con la  $\delta_{hr}$  que proponen Brodsky et al (1998). Ésta es de  $1.975 \times 10^{-5}$ . La  $\delta_{hr}$  que se obtuvo en este caso fue de  $\delta_{hr} = 1.99202 \times 10^{-5}$ , muy similar a la de Brodsky et al (1985). Lo que significa que la amplitud con la que llegan las ondas al volcán es muy similar a la de los casos en que la difusión rectificada ha funcionado como disparador de eventos volcánicos.

La duración  $\Delta t$  se determinó, de acuerdo a la Ecuación 4.84, en 9.69 s. Tremores que pueden inducir actividad volcánica, como erupciones y sismicidad, se han registrado de 3.5 días en adelante (Brodsky et al, 1998). Debido a que la deformación dinámica de los tremores es de 2 a 6 órdenes de magnitud menor que las de este sismo, es suficiente con que la duración  $\Delta t$  sea menor de 4 a 12 órdenes de magnitud, lo que si se cumple.

Tabla 4.3. Valores calculados para Disparo de Erupciones. Las deformaciones  $\delta_1$  y  $\delta_2$  son los límites superiores de la deformación fuera del cuerpo magmático.  $\Delta t$  es la duración del sismo en segundos. Brodsky et al, 1998.

Número	Volcán	$\delta_1 \times 10^3$	$\delta_2 \times 10^3$	$\Delta t$
1	Robinson Crusoe	1.2	0.42	55
2	Minchinmavida	1.2	0.41	55
3	Cerro Yanteles	1.2	0.37	55
4	Peteroa	1.7	0.80	55
5	Liamuiga	2.6	1.6	49
6	Sin nombrar (15.97°N, 61.43° W)	2.7	1.8	49
7	Llullailaco	1.3	0.50	55
8	Ambrym	1.9	0.92	35
9	Grupo Karpinsky	1.5	0.60	44
10	Caldera Tao-Rusy	1.4	0.5	44
11	Puyahc	1.9	0.96	173

Para el sismo de Oaxaca de  $M_w$  7.4 del 30 de septiembre de 1999, que se localizo a 250 km del volcán, los resultados fueron  $\delta_1 = 1.287 \times 10^{-3}$ ,  $\Delta t = 18366$ , que principalmente se relaciona con la magnitud del sismo (Brodsky et al 1998)

Aunque el  $\Delta t$  sí es válido para que se lleve a cabo la difusión rectificada en un sistema magmático como el del Popocatepetl, el factor de la frecuencia y la distancia, no son lo suficientemente cercanos al valor esperado para que se lleve a cabo la difusión rectificada. Por lo anterior, se concluye que el sismo de Oaxaca estuvo por debajo del límite de deformaciones requeridos para que se presentara la difusión rectificada en el volcán, por lo que no hubo el suficiente aumento de presión para producir otro enjambre sísmico.



## CONCLUSIONES

La probabilidad de que aleatoriamente ocurriera un evento con 35 sismos VT en menos de 24 horas es casi nula, puesto que el comportamiento sísmico del volcán sigue una función de probabilidad poissoniana; por lo que un evento externo tuvo que influir para producir el enjambre sísmico. El nivel de  $\text{SO}_2$  también muestra una correlación muy buena con el sismo regional, pues desde 80 días antes el promedio del nivel era muy bajo y las mediciones de dos días después muestran que éste aumentó de 1200 en promedio, hasta 8600 toneladas.

El incremento en el estado de esfuerzos en la zona del volcán no fue un factor que provocara el aumento de la presión dentro de éste capaz de producir el enjambre sísmico, por lo que fue otro factor el que provocó la actividad volcánica.

Las características de las ondas pudieron ser un factor determinante en la actividad volcánica posterior al sismo, puesto que las aceleraciones fueron demasiado grandes y el sismo presentó una directividad muy clara con rumbo hacia el volcán.

Los datos obtenidos mediante las ecuaciones propuestas por Brodsky, et al (1998) (Ecuación 4.83 y 4.84) indican que las ondas sísmicas en la región de acumulación magmática tuvieron la amplitud y la frecuencia necesarias para que se llevara a cabo la difusión rectificadora, lo que produjo un aumento en la presión del sistema magmático. A su vez, este aumento de presión produjo rupturas en la roca en zonas que estaban a punto de fracturarse (enjambre sísmico).

La difusión rectificada es un proceso que no ha sido estudiado completamente, sin embargo, representa una buena opción para explicar el cambio de presión del sistema volcánico y por lo tanto de la sismicidad inducida en el volcán y del aumento en la cantidad de  $\text{SO}_2$  emitida.

La sismicidad del volcán aumentó a partir del sismo de Tehuacán y se produjeron fallas en el edificio volcánico debilitando la estructura y abriendo conductos para que fluyera lentamente el magma.

Es posible especular que el magma emitido el 18 de diciembre de 2000 haya ascendido lentamente por los conductos creados por el enjambre sísmico del 16 de junio de 1999 dado que, es decir, tardó 1.5 años en ascender el magma. Si ahora ocurriera un sismo de igual magnitud podría provocar un ascenso del magma más rápido, porque el edificio volcánico ya se encuentra debilitado y el magma ya se encuentra más cerca de la superficie, prueba de ello es la actividad presentada en el mes de diciembre de 2000. El sismo que provocaría esta nueva actividad debería contar como mínimo con las características similares de contenido de frecuencia, de distancia y principalmente de directividad.

La magnitud del sismo fue de  $M_w=7.0$ . Los sismos reportados por Brodsky, et al (1998) son de magnitud mayores o iguales a  $M_w=8.0$ . Si el volcán se encuentra en una etapa cercana a la erupción y si se presenta un sismo con las mismas características de frecuencia y distancia, pero de magnitud superior a  $M_w=8$ , se tendría que estar muy alerta con el comportamiento del volcán, pues sería muy

probable que se produjera una erupción de magnitud mayor a las que se han observado, inducida por el sismo regional.

El sismo de Oaxaca del 30 de septiembre de 1999 no contó con las características necesarias para que se presentara difusión rectificada, dado que las deformaciones dentro del volcán producidas por este sismo estuvieron por debajo del límite inferior que se requiere para la difusión rectificada.

## BIBLIOGRAFÍA

- ARCHULETA, R. K., CRANSWICK, E. MUELLER, C. Y SPUDICH, P.. "Source Parameters of the 1980 Mammmoth Lakes, California Earthquake Sequence". *Journal of geophysical research*, Vol. 87, No. B6, pp 4595-4607. 1982.
- BRODSKY, E. E., STURTEVANT, B. Y KANAMORI, H. "Earthquakes, volcanoes, and rectified diffusion". *Journal of geophysical research*. Vol. 103, No. B10, pp. 23827-23838. 1998.
- BULLEN, K. E. y Bolt, B. A. "An introduction to Seismology" 4a. edición Cambridge University Press. Gran Bretaña, 1985. 499 pp.
- DE LA CRUZ R., S. et. al. "Historia de la actividad reciente del Popocatépetl (1354-1995). Volcán Popocatépetl. Estudios realizados durante la crisis de 1994-1995". CENAPRED. México, 1995 pp. 3-22.
- DENG, J. et al. "Stress loading from viscous flow in the lower crust and triggering of aftershocks following the 1994 Northridge, California, earthquake". *Geophysical Research Letters*, Vol. 26, No. 21, pp 3209-3212, 1999
- ELLER, A. I. "Growth of bubbles by rectified diffusion" *The journal of the acoustical society of America* Vol. 46, No 5 (parte 2) pp. 1246-1250 1969.
- ELLER, A. I. y FLYNN, H. "Rectified Difusión during Nonlinear Pulsations of Cavitation Bubbles" *The Journal of Acoustical Society of America* Vol 37, No 3 Marzo 1965. pp 493-503.
- Endo E. T. y Murray T. Real Time seismic amplitude measurement (RSAM): a volcano monitoring and prediction tool. *Bulletin of volcanology* 1991. Vol 53 pp 533-545
- ERICKSON, L. "User's manual for DIS3D, a 3D dislocation program with applications to faulting in the earth, Stanford Univ., M S Thesis, Stanford, California". 1986
- HILL, D. P., REASENBERG, P. A, MICHAEL, A., ARABAZ. ET AL, "Seismicity remotely triggered by the Magnitude 7.3 Landers, California, earthquake" *Science*, Vol. 260, pp 1617-1623, 1993
- HOUSTON H y KANAMORI, H "Comparison of strong-motion spectra with teleseismic spectra for the magnitude 8 subduction-zone earthquakes"

Bulletin of Seismological Society of America. Vol 80. No. 4, pp 913-934, 1990.

- HSIEH, D. Y y PLESSET , M. S. "Theory of rectified diffusion of mass into gas bubbles". The journal of the acoustical society of America. Vol. 33, No. 2. pp 206-216 1961.
- KANAMORI, H "Relation between tectonics stress, great earthquakes and earthquake swarms" Elsevier Publishing company. Holanda, pp. 1-12, 971
- LAY, T. Y WALLACE, T. C. "Modern Global Seismology". Academic Press. EUA. 1995, 512 pp
- Reporte de Monitoreo Volcánico. Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) México, 17 de junio de 1999.
- SCARPA, R. y TILLING, R. I. "Monitoring and Mitigation of volcano hazards". Springer. Germany, 1996, 841 pp
- SCHOLZ, C H "The mechanics of earthquakes and faulting" Cambridge University Press. EUA. 1990. 439 pp
- SINGH, S K , Ordaz, M., PACHECO, F. J , QUASS, R., ALCANTARA, L., ALCOCER, S., GUTIERREZ, C., MELI, R. Y OVANDO, E.. " A preliminary report on the Tehuacán México earthquake of june 15, 1999". Seismological re search letters Vol 70, No. 5 pp 489-504 1999
- STURTEVANT, B, KANAMORI, H. Y BRODSKY, E. E "Seismic triggerin by rectified diffusion in geothermal systems" Journal of geophysical research. Vol 101, No B11, pp 25269-25282, 1996
- YAMASHINA, K y NAKAMURA, K "Correlation between tectonic earthquakes and volcanic activity of Izu-Oshima volcano". Journal of Volcanology and Geothermal Research, Vol. 4, pp 233-250, 1978.

# Apéndice

NOMBRE DE LA ESTACIÓN	TLAMACAS	TLAMACAS	ALTZOMONI	COLIBRI
CLAVE	PPM	PPM2	IIA	PPC
LOCALIZACIÓN	Cerro Tlamacas microondas, ladera norte, Estado de Mexico	Cerro Tlamacas microondas, ladera norte, Estado de Mexico	Cerro Altzomoni microondas TC, ladera sur Iztaccinatl, Estado de Mexico	Costado sureste del volcán Barranca Xaltelulco Puebla
COORDENADAS GEOGRAFICAS	19 0663 ° N - 98 6278 ° W	19 0663 ° N - 98 6278 ° W	19 1204 ° N - 98 6535 ° W	18 9670 ° N - 95 5572 ° W
ALTITUD (MSNM)	3980 m	3980 m	4000 m	2650 m
TIPO	Analogica	Analogica	Analogica	Analogica
ESTADO DE OPERACIÓN ACTUAL	OK	OK	OK	OK
INSTITUTO RESPONSABLE	Instituto de Geofísica, UNAM	Instituto de Geofísica, Cenapred	Instituto de Ingeniería, UNAM	Cenapred - Instituto de Ingeniería, UNAM
GEOLOGIA LOCAL				
FECHA DE INSTALACIÓN	Septiembre 13, 1989	Diciembre 27, 1994	julio 1987	noviembre 22 1994
TIPO DE INSTALACIÓN	Base de concreto en caseta	Base de concreto en caseta	Base de concreto, enterrado	Base de concreto en caseta
TIPO Y MARCA DEL SENSOR	Sensor triaxial de periodo corto, Mark L-4, Mark Products	Sensor triaxial de periodo largo, Mark Products	Sensor vertical de periodo corto Mark L-4, Mark Products	Sensor vertical de periodo corto, Mark L-4, Mark Products
FRECUENCIA DEL SENSOR	1 Hz	5 seg	1 Hz	2 Hz
EQUIPO ACONDICIONADOR	SANEI	Digitizador SANEI, 12 bits, 100 mps	SISMEX	Sprengnether
GANANCIA	48 dB	Canal 1, norte Canal 2 este Canal 3 vertical	70000 veces	canal vertical 72 dB
FILTRADO			Filtro paso altas 0.5 Hz, paso bajas 10 Hz	Filtro paso bajas, 30 Hz en s t o
FRECUENCIA DE RECEPCIÓN EN CU	402.7 MHz	402.85 MHz	449.625 MHz	449.625 MHz
ORIENTACIÓN Y SUBPORTADORAS	Canal 1 norte 1560 Hz Canal 2: este 2040 Hz Canal 3 vertical 1080 Hz		canal 1 vertical 1700 Hz	c1 vertical 2720 Hz
TIPO DE TRANSMISIÓN	FM-FM analogica	Digital, 4800 bauds	FM - FM analogica	FM - FM analogica
EQUIPO DE TRANSMISIÓN	SANEI	SANEI	Monitron	Monitron
TIPO DE ANTENA	Yagi 6 elementos	Yagi 5 elementos	Yagi 6 elementos	Yagi 3 elementos
ACHO DE BANDA	5 KHz	8.5 KHz	5 KHz	5 KHz
POTENCIA DE TRANSMISIÓN	1 Watt	1 Watt	2 Watts	1 Watt

NOMBRE DE LA ESTACIÓN	BONSAI	CHIQUIXITLE	CHIQUIXITLE	TETEXCALOC
CLAVE	PPB	PPX	PIX	PPT
LOCALIZACIÓN	Costado este del volcán Camino San Baltazar a Xaltzinilla, Puebla	Costado suroeste del volcán, arenales, Estado de México	Costado suroeste del volcán, arenales, Estado de México	Ladera sur del volcán Puebla
COORDENADAS GEOGRÁFICAS	19 0498 ° N - 98 5600 ° W	19 0088 ° N - 98 6566 ° W	19 0088 ° N - 98 6566 ° W	18 9745 ° N - 98 6241 ° W
ALTITUD (MSNM)	3080 m	3980 m	3980 m	3300 m
TIPO	Analógica	Analógica	Analógica	Analógica
ESTADO DE OPERACIÓN ACTUAL	OK	OK (temporal)	OK	Prevista (1er semestre de 1995)
INSTITUTO RESPONSABLE	Cenapred	Cenapred - Instituto de Ingeniería, UNAM	Cenapred	Cenapred
GEOLOGÍA LOCAL				
FECHA DE INSTALACIÓN	enero 6, 1995	octubre 14, 1994	febrero 7, 1995	
TIPO DE INSTALACIÓN	Subterráneo, provisional	Provisional sobre roca	Subterráneo	
TIPO Y MARCA DEL SENSOR	Sensor vertical del periodo corto Mark L-4 Mark Products	Sensor vertical periodo corto Mark L-4, Mark Products	Inclinómetro biaxial, Applied Geomechanics Inclinómetro uniaxial, Lucar	
FRECUENCIA DEL SENSOR	1 Hz	2 Hz		
EQUIPO ACONDICIONADOR	USGS, CVO (alta y baja ganancia)	Sprengner	USGS, CVO	
GANANCIA	L=48 dB H=18 dB (atenuación)	66 dB	Sensibilidad: V=0.1 m rad rango 500 rad Sensibilidad: L=355 m rad rango 33°	
FILTRADO		Filtro paso bajas, 30 Hz, en sitio		
FRECUENCIA DE RECEPCIÓN EN CU	444 750 MHz	172 650 MHz	412 000 MHz	
ORIENTACIÓN Y SUBPORTADORAS	C1 vertical H = 3060 HZ C2 vertical L = 2040 HZ	C1 vertical 1020 Hz	H 45° radial al volcán L radial al volcán	
TIPO DE TRANSMISIÓN	FM - FM analógica	FM - FM analógica	Digital 300 bauds	
EQUIPO DE TRANSMISIÓN	Monitor	Monitor	Handy Talkie, Motorola	
TIPO DE ANTENA	Yagi 5 elementos	Yagi 3 elementos	Yagi 5 elementos	
ANCHO DE BANDA	5 kHz	5 kHz	10 kHz	
POENCIA DE TRANSMISIÓN	100 mWatt	1 Watt	4 Watt	



NOMBRE DE LA ESTACIÓN	LOMA DEL MUERTO	CAÑARIO	CAÑARIO	NEXPAYANTLA
CLAVE	PPL	PPP	PIP	PIN
LOCALIZACIÓN	Este de Ecatzingo, Estado de México	Refugio El Canario, ladera norte, Estado de México	Refugio El Canario, ladera norte, Estado de México	Loma al SW de Tlaxmacas Estado de México
COORDENADAS GEOGRÁFICAS	19 001 ° N - 98 715 ° W	19°02'28 4"N - 98°37'40 5"W	19°02'28 4"N - 98°37'40 5"W	19°03 09 5' N - 98°38 11 9' W
ALTITUD (MSNM)	2830 m	4170 m	4170 m	3846 m
TIPO	Digital 1 componente	Análogica		
ESTADO DF OPERACIÓN ACTUAL	OK	OK	OK	OK
INSTITUTO RESPONSABLE	Instituto de Geofísica, UNAM	Cenapred	Cenapred	Cenapred
GEOLOGÍA LOCAL				
FECHA DE INSTALACIÓN	octubre, 1994	enero 4, 1995	enero 5, 1995	enero 4, 1995
TIPO DE INSTALACIÓN	Caseta de mampostería	Subterráneo provisionalmente	Subterráneo	Subterráneo
TIPO Y MARCA DEL SENSOR	Sensor vertical de periodo corto, Mark L-4 Mark Products	Sensor vertical de periodo corto Mark L-4 Mark Products	Inclinómetro biaxial, Applied Geomechanics Inclinómetro uniaxial, Lucar	Inclinómetro biaxial, Applied Geomechanics Inclinómetro uniaxial, Lucar
FRECUENCIA DEL SENSOR	1 Hz	1 Hz		
EQUIPO ACONDICIONADOR	Estacion digital Geos, 40 mps	USGS, CVO (alta y baja ganancia)	USGS, CVO	USGS, CVO
GANANCIA	14 dB	L=48dB H=30dB (atenuación)	Sensibilidad 1mV=0 1µrad rango 500 µrad Sensibilidad 1mV=355 µrad, rango 30°	Sensibilidad 1mV=0 1µrad rango 500 µrad Sensibilidad 1mV=355 µrad rango 30°
FILTRADO	Filtro paso bajas, 10 Hz, en sitio			
FRECUENCIA DE RECEPCIÓN EN CU	444 650 MHz	444 500 MHz	412 000 MHz	412 000 MHz
ORIENTACIÓN Y SUBPORTADORAS		C1 vertical H=1700 Hz C2 vertical L=680 Hz	H 45° radial al volcán L radial al volcán	H 45° rad al al volcán L radial al volcán
TIPO DE TRANSMISIÓN	FSK Digital, 1200 bauds	FM - FM analógica	Digital, 300 bauds	Digital, 300 bauds
EQUIPO DE TRANSMISIÓN	Monitron	Monitron	Handy Talkie, Motorola	Handy Talkie, Motorola
TIPO DE ANTENA	Cornet Reflector	Yagi de 5 elementos	Yagi de 5 elementos	Yagi de 5 elementos
ACHO DE BANDA	5 kHz	5 kHz	10 kHz	10 kHz
POTENCIA DE TRANSMISIÓN	2 Watt	1 watt	4 watt	4 watt

NOMBRE DE LA ESTACIÓN	LOMO DEL NEGRO	TONANZINTLA	AYAQUEME	TECHOLOTEPEC	CALO
CLAVE	PPN	IIT	PPY	PPS	PRC
LOCALIZACIÓN	Costado oeste, cerro Yolōxochitl, Estado de México	INAOE, Tonanzintla, este del volcán, Puebla	Cerro Ayaqueme, Estado de México	SV7 de San Nicolas de los Ranchos, ladera noreste, Puebla	Cerro Calo, Cerro Calo al este del volcán, Puebla
COORDENADAS GEOGRAFICAS	19 0744° N - 98 6738° W	19.0210° N - 98 3080° W	19.1485° N - 98 9941° W	19 0030°N - 98 5000° W	18 9641°N - 98 3446° W
ALTITUD (MSNM)	3705 m	2205 m	2800 m	2700 m	2389 m
TIPO	Análogica	Análogica	Digital	Digital	Repetidora
ESTADO DE OPERACIÓN ACTUAL	Prevista (Ter. semestre de 1995)	OK	OK	OK	Prevista abril 1995
INSTITUTO RESPONSABLE	Cenapred	Instituto de Ingeniería, UNAM	Instituto de Geofísica, UNAM	Instituto de Geofísica, UNAM	Cenapred
GEOLOGÍA LOCAL					
FECHA DE INSTALACIÓN		1974	enero 1995	enero, 1995	
TIPO DE INSTALACIÓN	Caseta de mampostería	Base de concreto	Caseta de mampostería	Caseta de mampostería	Caseta de mampostería
TIPO Y MARCA DEL SENSOR		Sensor vertical de periodo corto Mark L-4 Mark Products	Sensor vertical de periodo corto Mark L-4 Mark Products	Sensor vertical de periodo corto Mark L-4 Mark Products	
FRECUENCIA DEL SENSOR		1 Hz	1 Hz	1 Hz	
EQUIPO ACONDICIONADOR		SISMEX	Estación digital Geos, 40 mps	Estación digital Geos, 40 mps	
GANANCIA		35000 veces	14 dB	14 dB	
FILTRADO		Filtro paso altas 0.5 Hz, paso bajas 10 Hz	Filtro paso bajas, 10 Hz, en sitio	Filtro pasobajas, 10 Hz, en sitio	
FRECUENCIA DE RECEPCIÓN EN CU		449.625 MHz	444 600 MHz	444 350 MHz	
ORIENTACIÓN Y SUBPORTADORAS		C1 vertical 450 Hz			
TIPO DE TRANSMISIÓN		FM - FM analógica	FSK Digital, 1200 bauds	FSK digital, 1200 bauds	
EQUIPO DE TRANSMISIÓN		Monitron	Monitron	Monitron	
TIPO DE ANTENA		Yagi de 5 elementos	Corner Reflector	Yagi 6 elementos	
ANCHO DE BANDA		5 kHz	5 kHz	5 kHz	
POTENCIA DE TRANSMISIÓN		2 watt	250 mWatt	250 m.watt	