

112

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA



MODELADO DE LA RESPUESTA SISMICA DE
PRESAS DE TIERRA Y ENROCAMIENTO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A
LEONARDO RAMIREZ GUZMAN

DIRECTOR DE TESIS: DR. FRANCISCO JOSE SANCHEZ SESMA

MEXICO, D.F.

2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
FING/DCTG/SEAC/UTIT/130/98

Señor
LEONARDO RAMIREZ GUZMÁN
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor ING. FRANCISCO JOSE SÁNCHEZ SESMA, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"MODELADO DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE PRESAS DE TIERRA Y ENROCAMIENTO"

- I. INTRODUCCIÓN
- II. ANTECEDENTES
- III. MARCO TEÓRICO
- IV. MODELADO
- V. APLICACIÓN
- CONCLUSIONES
- APÉNDICES
- REFERENCIAS

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria a 18 de mayo de 2001.
EL DIRECTOR

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO
GFB/GMP/mstg.

A Dios, creador de realidades e ideas.

A mi madre Marisa Guzmán Cedeño, que con fortaleza, paciencia y amor ha sido el pilar de mi vida.

A mi padre Juan Ramírez Ornelas, amigo y guía en todos mis proyectos.

A mi abuela Felicitas Cedeño González, por todo el cariño y la ternura que me ha regalado.

A mis hermanos David Ricardo y Evelyn, que me han brindado innumerables momentos de alegría.

A mis amigos Jorge Aguirre, Benjamín Arcos, Cristian Cambresy, Moisés Contreras, Hortencia Flores, Juan Carlos Montalvo, Javier Morales, Adriana Ochoa, Julio Cesar Osorio, Raúl Pastor y Gonzalo Zárate; por todas esas pláticas, juegos, emociones y algunas discusiones que he compartido con cada uno ellos.

Al hermano marista Alberto Orozco, por el gran impacto que tuvo en mi formación y persona.

Al Dr. Francisco J. Sánchez Sesma, por su confianza y permitirme desarrollar con toda libertad este trabajo.

Al Dr. Gustavo Ayala Millán, por su interés en mi desarrollo personal y profesional.

A la U.N.A.M. que me ha permitido ver la realidad de un México contradictorio.

Objetivo

Analizar el comportamiento de modelos elásticos lineales de presas de tierra y enrocamiento considerando los efectos de la interacción del agua ante un frente de ondas S con incidencia oblicua.

"...En aquel imperio, el Arte de la Cartografía logró tal Perfección que el Mapa de una sola Provincia ocupaba toda una Ciudad, y el Mapa del Imperio, toda una Provincia. Con el tiempo estos Mapas Desmesurados no satisficieron y los Colegios de Cartógrafos levantaron un Mapa del Imperio, que tenía el tamaño del Imperio y coincidía puntualmente con él. Menos Adictas al Estudio de la Cartografía, las Generaciones Sigüientes entendieron que este dilatado Mapa era Inútil y no sin Impiedad lo entregaron a las Inclemencias del Sol y de los Inviernos. En los Desiertos del Oeste perduran despedazadas Ruinas del Mapa, habitadas por Animales y por Mendigos; en todo el País no hay otra reliquia de las Disciplinas Geográficas."

H. Bustos Domec

Introducción

¿Habrán Borges y Bioy Casares pensado que fuera del contexto de su narración la ciencia y la técnica tienen procesos muy similares al que presenta una sociedad sedienta de conocer los detalles de su Imperio? Muy probablemente sí.

La ambición primera es generar leyes inmutables que nos permitan explicar el mundo, aunque por el momento no sepamos si requerimos una carta a escala natural. Influidos por el pragmatismo de mi formación ingenieril he decidido caminar en esa línea.

El presente trabajo pretende ser el punto de partida de esa ambición, aún cuando utiliza elementos teóricos clásicos y matemáticas básicas, de ninguna forma implican obsolescencia.

El estudio está estructurado de tal forma que se pueda tener un panorama global del análisis del comportamiento de presas de tierra y enrocamiento.

Así, en la primera sección se describen de forma general algunos de los avances y perspectivas que se tienen acerca del tema.

La sección segunda presenta un marco de referencia teórico para poder abordar el problema. En esta parte, buscando la mayor claridad posible, algunas de las formulaciones no se exhiben de la forma habitual.

Establecidos los elementos se presentan tres modelos matemáticos, el primero de ellos utilizando una formulación de Galerkin que pretende justificar el hecho de modelar presas bidimensionales como homogéneas, siempre y cuando no presenten variaciones de las propiedades de los materiales con la profundidad. El segundo modelo estudia las presiones hidrodinámicas en presas rígidas y se incluye para mostrar las facilidades que ofrece el método de elementos de frontera y corroborar algunas observaciones hechas en

la literatura. Se hace una propuesta de superposición de efectos para investigar de forma aproximada la influencia que tiene la forma del vaso en la respuesta.

Como parte final del trabajo se realiza un cálculo para la presa El Infiernillo, y se observa que el último de los modelos representa cualitativamente algunas características de la presa, pero evidencia algunas de las simplificaciones adoptadas.

Índice

Objetivo

Introducción

1.-Antecedentes

1.1.-Descripción General	1
1.2.-Efectos inducidos por la acción de sismos	2
1.3.-Análisis dinámico	3
1.4.-Parámetros que influyen en el comportamiento estructural	5

2.- Marco Teórico

2.1.-Propagación de ondas	10
2.2.-Método de elementos finitos aplicado a la ecuación de onda	12
2.3.-Método de elementos de frontera	14

3.-Modelos Matemáticos

3.1.-Presa vacía con cimentación rígida	21
3.2.-Presiones hidrodinámicas en presas rígidas	24
3.3.-Modelo propuesto para incluir efectos tridimensionales	28
3.4.-Influencia de la geometría del vaso. Primer modelo 2D	29
3.5.-Interacción suelo-embalse-presa. Segundo modelo 2D	40

4.-Aplicación

4.1.-La presa El Infiernillo	53
4.2.-Resultados numéricos y comparación con observaciones	54

5.-Conclusiones

	58
--	----

Apéndices

Referencias

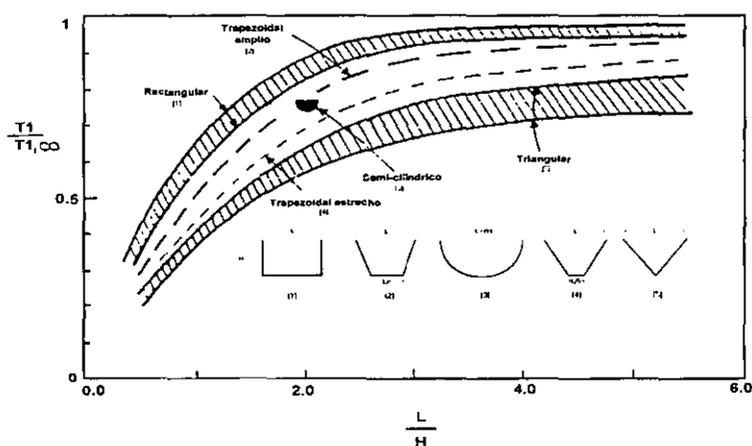
Sección 1.4 PARÁMETROS QUE INFLUYEN EN EL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

Los coeficientes de la serie son función exclusivamente de las coordenadas que describen un corte transversal y del tiempo, por lo que se resuelven tantos problemas bidimensionales como elementos de la expansión se consideren. En la formulación del problema con el MEF resulta que una parte de la matriz de rigidez corresponde al caso de deformación plana y la restante al efecto de las laderas, siendo esta última proporcional al cuadrado de j e inversamente proporcional a la longitud de la presa.

Abdel-Ghaffar y Koh (1982) desarrollaron un planteamiento semianalítico más riguroso para presas en cañones de forma cualquiera siempre y cuando tengan un plano de simetría. Este método se basa en el de Rayleigh-Ritz y utiliza las formas modales de la viga de cortante como funciones base. Se ha ampliado al caso no lineal.

En la Universidad de California en Berkeley se han realizado algunos estudios en que se utilizan elementos finitos (ver e.g. Mejía et al 1982 y Mejía y Seed 1983). En ellos se concluye que la presencia de fronteras triangulares rígidas produce un incremento de las frecuencias fundamentales y la aceleración y un decremento en las deformaciones por cortante.

Dakoulas y Gazetas (1986) presentaron una comparación (figura 1.4.4) de cómo se modifica el primer modo para diferentes configuraciones de cañón con base en un modelo de viga de cortante homogénea donde se normaliza con respecto al periodo calculado para un análisis de deformación plana. En este artículo se hace notar que la validez de considerar secciones planas en el análisis de presas localizadas en cañones estrechos depende de la excitación (la función de transferencia es un poco diferente) y en algunos casos podría resultar conservador, pues en casi todo el dominio las funciones de transferencia del análisis plano exceden al tridimensional. Además muestran que al introducir la base elástica el comportamiento tridimensional y bidimensional discrepan en menor medida.



Capítulo 1

ANTECEDENTES

Se presentan las características fundamentales de las presas de tierra y enrocamiento, así como los avances en los métodos de análisis dinámico de dichas estructuras.

1.1 DESCRIPCIÓN GENERAL

Las presas de tierra son de las obras más antiguas construidas por el hombre, se tiene conocimiento de que en épocas precristianas el pueblo chino tenía bordos de longitud considerable y que los hindúes llegaron a construir cortinas de hasta treinta metros de altura.

La ingeniería mexicana remonta su experiencia a épocas precolombinas, pero el auge de las presas en nuestro país se da como consecuencia de las políticas gubernamentales de los últimos setenta años, siendo la Comisión Nacional de Irrigación la encargada de satisfacer las necesidades de agua en los ejidos del México posrevolucionario.

Estas históricas estructuras tienen dos funciones principales: a) almacenar el agua para compensar fluctuaciones tanto del flujo en los ríos como de la demanda de agua o energía, y b) elevar el nivel del líquido para redistribuirlo o aumentar la carga.

La concepción estructural de la cortina depende en gran medida de la disponibilidad de materiales y sus propiedades mecánicas, así como de la topografía y las condiciones geológicas del lugar.

Atendiendo al tipo de material del que están construidas, las presas se clasifican en: a) presas de concreto o mampostería, b) de tierra y enrocamiento, c) de madera y d) mixtas.

Dado que el interés del presente trabajo está vinculado exclusivamente con el segundo tipo de cortinas, se da en la sección siguiente la descripción correspondiente, basada en los textos de Juárez y Rico (1996) y Marsal y Reséndiz (1983).

1.1.1 Tipos de presas de tierra y enrocamiento

Homogéneas. -Son las más antiguas y en general se prefieren para obras no muy grandes o en lugares donde el material económicamente disponible sea de un solo tipo, comúnmente se emplean finos impermeables o suelos gruesos con alto contenido de finos. Las cortinas de este tipo no son rigurosamente homogéneas, pues suelen tener filtros u otros elementos de materiales especiales.

Graduadas. -En esta clase de presas los materiales se distribuyen en forma gradual de los finos del corazón (ver figura 1.1.b) al enrocamiento. Las zonas características se identifican como:

- a) Impermeable.-está formada por finos arcillosos o suelos más gruesos con alto contenido de finos.
- b) Granular.-su objetivo es proporcionar estabilidad a la cortina y está formada por materiales granulares.

Capítulo 1 ANTECEDENTES

c) Transición.- zona de permeabilidad intermedia que sirve de filtro protector a la zona impermeable y ayuda a la estabilidad.

De enrocamiento.-Este tipo de presa está formado por una pantalla impermeable y por respaldos importantes de enrocamiento, boleos o materiales similares a ambos lados del corazón, que dan estabilidad y permiten la permanencia del mismo. Generalmente se incluyen filtros para proteger al corazón de su difusión entre el enrocamiento.

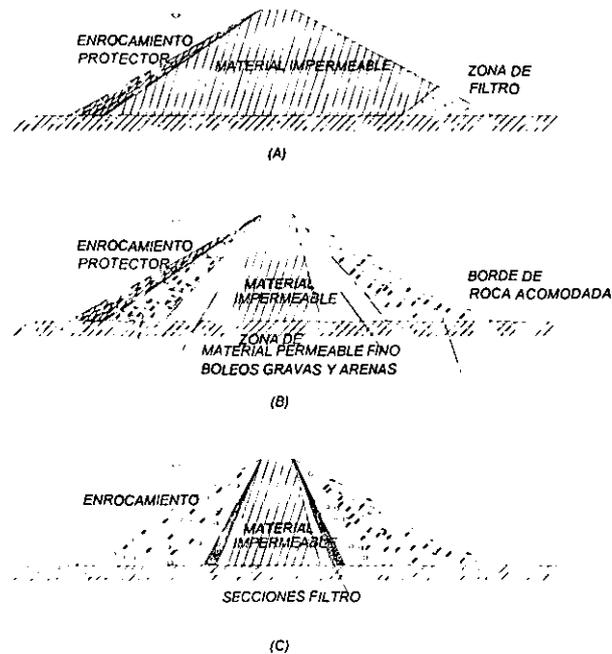


Figura 1.1 Tipos de presas de tierra y enrocamiento (tomada de Juárez y Rico, 1996)

1.2 EFECTOS INDUCIDOS POR LA ACCIÓN DE SISMOS

Las estadísticas revelan que la incidencia de falla en presas de tierra y enrocamiento atribuibles a sismo es baja (Ozkan, 1998). Sin embargo, la afectación, en caso de presentarse, resultaría muy importante, pues los daños causarían enormes pérdidas humanas y económicas.

Son varios los efectos perniciosos que producen los sismos. La experiencia indica que la estabilidad de taludes es uno de los más importantes mecanismos de falla, pero no es el único. Se deben considerar el agrietamiento transversal, tanto por asentamientos diferenciales como por otras causas; la pérdida de borde libre por densificación de la cimentación; la rotura de conductos enterrados; daños por desplazamientos en fallas geológicas y por derrumbes de ladera.

Sección 1.3 ANÁLISIS DINÁMICO

La mecánica de suelos y de rocas, así como los métodos numéricos y experimentales de análisis de esfuerzos han dado pasos significativos al tratar de explicar los efectos producidos por la excitación sísmica. Actualmente, la validación y calibración de los modelos es una labor que de cumplirse nos permitirá diseñar y construir estas estructuras con un riesgo y costo aceptables.

1.3 ANÁLISIS DINÁMICO

No hace mucho tiempo se consideraba que las presas se comportaban como cuerpos rígidos ante sollicitaciones dinámicas, suposición que se veía reflejada en los criterios de diseño. Las acciones debidas a sismo se tomaban en cuenta mediante un valor pico de aceleración que inducía fuerzas de inercia en una masa en falla potencial. La inestabilidad de taludes era la única causa de falla analizada y era probable si el factor de seguridad resultaba ser menor a la unidad (ver *e.g.* Juárez y Rico, 1996).

Actualmente, la hipótesis anterior casi se ha abandonado y las presas de tierra se estudian como cuerpos deformables considerando, en el mejor de los casos, las propiedades de los materiales, la geometría de la cortina y la boquilla, la interacción con el embalse y la naturaleza de la excitación.

Uno de los primeros intentos para describir el comportamiento de las presas se atribuye a Mononobe (1938), quien supuso que las deformaciones por cortante eran las más importantes en la respuesta, dando origen al modelo de viga de cortante. Esta aproximación es adecuada para predecir las frecuencias de los primeros modos de vibrar, y tras posteriores mejoras a la idea original, demostró ser eficaz para determinar las formas modales correctamente.

La imposibilidad actual de obtener soluciones analíticas para modelos realistas de presas ha llevado a los diseñadores e investigadores a la aplicación de métodos numéricos para obtener resultados aproximados de las idealizaciones propuestas.

Con la aparición del Método de los Elementos Finitos (MEF) los análisis fueron siendo más detallados, pues con esta técnica es posible introducir de forma sencilla zonas con diferentes materiales y modelar la interacción con el vaso y la cimentación (ver *e.g.* Chopra y Gupta, 1982).

Una herramienta que en la actualidad cobra importancia en el ámbito ingenieril es la aplicación de formulaciones con ecuaciones integrales, a cuya implementación numérica se le conoce como el Método de los Elementos de Frontera (MEFR). Las ventajas que ofrece este método para tratar los problemas de irradiación al infinito y la posibilidad de incluir heterogeneidades del MEF se han mezclado con éxito para elaborar códigos numéricos y procedimientos que permiten conocer con exactitud razonable el comportamiento de las presas (ver *e.g.* Tan y Chopra, 1995).

1.3.1 Desarrollos para fijar la seguridad sísmica

Durante las tres décadas pasadas mucha de la atención de los investigadores se centró en el desarrollo de procedimientos para establecer la inestabilidad y seguridad de las presas de

Capítulo 1 ANTECEDENTES

tierra, cuyas características esenciales presenta Ozkan (1998).

Dos tipos de metodologías, cuyo objetivo era eliminar algunas de las limitantes del método pseudoestático, fueron planteadas dependiendo del tipo de material que constituye la estructura:

a) Método de desplazamientos por deslizamiento (sliding displacement).- Newmark (1965) propuso los elementos básicos de este procedimiento que establece la estabilidad dinámica de presas en términos de deformaciones permanentes. El método se basa en el análisis de un bloque rígido deslizando en un plano. Supone que la falla del talud se inicia junto con los movimientos cuando las fuerzas de inercia que actúan en una masa potencial de falla durante un sismo exceden las fuerzas resistentes y los movimientos paran cuando las fuerzas de inercia se invierten. Esta técnica ha resultado útil cuando la resistencia de fluencia del suelo puede ser definida y no exhibe decremento atribuible al sismo. Dentro de los suelos que cumplen estos requisitos están las arcillas, arenas secas y arenas muy densas saturadas.

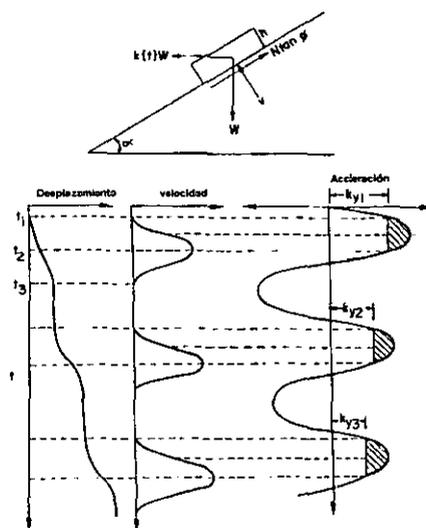


Figura 1.3.1 Integración de la aceleración efectiva de la historia de tiempo para determinar velocidades y desplazamientos (tomada de Ozkan, 1998)

b) Método de Seed para arenas poco o medianamente densas y saturadas.- El primer paso de este procedimiento es determinar las propiedades dinámicas del suelo y calcular los esfuerzos estáticos iniciales y los inducidos por la excitación. Posteriormente se sujetan muestras de suelo a los efectos combinados de los esfuerzos estáticos iniciales y los esfuerzos cíclicos inducidos para determinar la generación de presiones de poro, la reducción de resistencia y el desarrollo de deformaciones potenciales. Finalmente se hacen análisis de estabilidad y de forma semi-empírica se convierten las deformaciones potenciales en un conjunto de

Sección 1.4 PARÁMETROS QUE INFLUYEN EN EL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

deformaciones compatibles. Este método ha sido utilizado para explicar muchos casos de falla por licuación.

1.4 PARÁMETROS QUE INFLUYEN EN EL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

Plantear un modelo que reproduzca y considere todas las variables que intervienen en el comportamiento de una presa es una tarea muy difícil, pues habría que tomar en cuenta fenómenos de flujo, no linealidades del material, efectos tridimensionales, presiones generadas por la interacción con el agua, diversos tipos de excitaciones con incidencias variadas, heterogeneidades y tubificación, por mencionar algunos. La complejidad obliga a separarlos y a considerar aquéllos que sean más relevantes para estimar la respuesta dinámica. Aquí sólo se discuten algunos de ellos.

1.4.1 Inhomogeneidad atribuida al confinamiento

En pruebas de laboratorio se ha establecido que el módulo de cortante en presas de tierra se incrementa con la distancia a la corona y a las superficies inclinadas. Algunos procedimientos geofísicos han probado que es suficiente considerar un módulo cortante promedio conforme se incrementa la profundidad, hecho que se ha incluido en el modelo de viga de cortante obteniéndose resultados muy satisfactorios de la primera forma modal (Gazetas, 1987). En las figuras 1.4.1 y 1.4.2 se muestran datos experimentales de 12 presas para los cuales se identificó la primera forma modal.

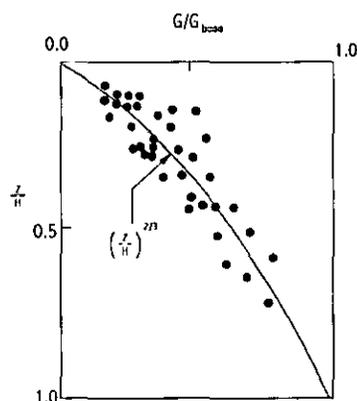


Figura 1.4.1 Variación del módulo de cortante (tomada de Gazetas, 1987).

Se observa que la forma en como varía G controla el comportamiento dinámico, y se debe tomar en cuenta para predecir adecuadamente la respuesta, tanto en las deformaciones como en los esfuerzos cortantes.

Capítulo 1 ANTECEDENTES

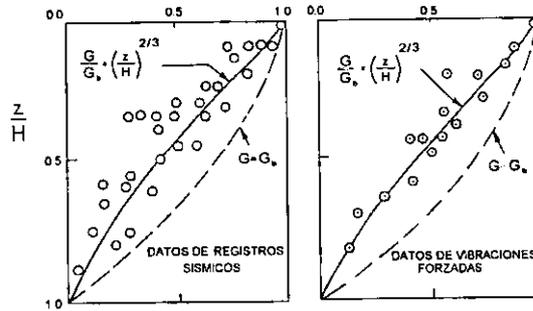


Figura 1.4.2 Primera forma modal (tomada de Gazetas, 1987).

1.4.2 Efectos de la geometría del cañón

En el caso de presas construidas en cañones estrechos, como ocurre frecuentemente en regiones montañosas, la presencia de laderas rígidas induce un incremento en las frecuencias modales.

Martínez y Bielak (1980) propusieron un método semianalítico en el que se desprecian los desplazamientos en la dirección longitudinal de la presa (ver figura 1.4.3), que suponen simétrica con un plano. Los desplazamientos considerados se expanden en una combinación lineal de senos, de tal forma que quedan fijos en la boquilla, esto es

$$u_i(x_1, x_2, x_3, t) = \sum_{j=1}^{\infty} u_{ij}(x_1, x_2, t) \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi j(x_3 + \frac{L}{2})}{L}\right).$$

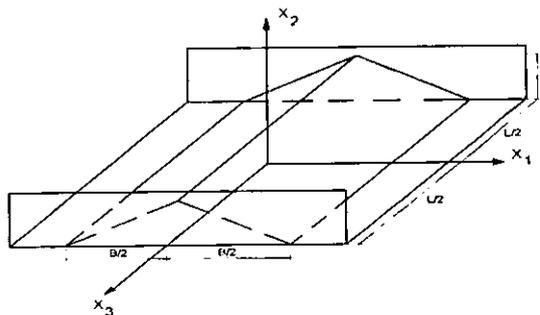


Figura 1.4.3 Modelo de presa (tomada de Martínez y Bielak, 1980)

donde u_i = desplazamiento en la dirección i , t = tiempo y L = longitud de la presa.

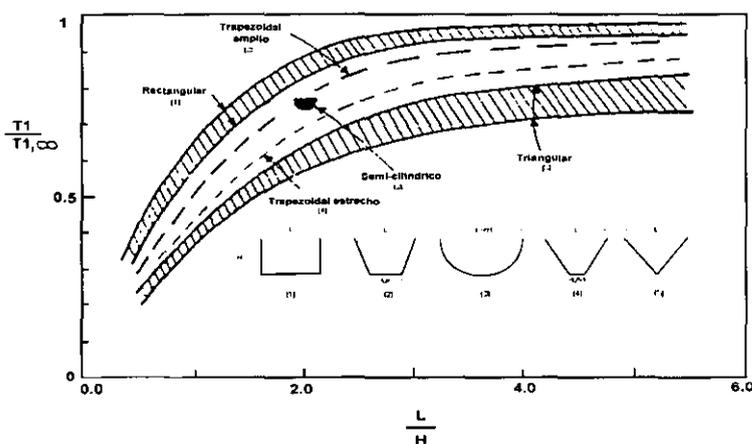
Sección 1.4 PARÁMETROS QUE INFLUYEN EN EL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

Los coeficientes de la serie son función exclusivamente de las coordenadas que describen un corte transversal y del tiempo, por lo que se resuelven tantos problemas bidimensionales como elementos de la expansión se consideren. En la formulación del problema con el MEF resulta que una parte de la matriz de rigidez corresponde al caso de deformación plana y la restante al efecto de las laderas, siendo esta última proporcional al cuadrado de j e inversamente proporcional a la longitud de la presa.

Abdel-Ghaffar y Koh (1982) desarrollaron un planteamiento semianalítico más riguroso para presas en cañones de forma cualquiera siempre y cuando tengan un plano de simetría. Este método se basa en el de Rayleigh-Ritz y utiliza las formas modales de la viga de cortante como funciones base. Se ha ampliado al caso no lineal.

En la Universidad de California en Berkeley se han realizado algunos estudios en que se utilizan elementos finitos (ver e.g. Mejía et al 1982 y Mejía y Seed 1983). En ellos se concluye que la presencia de fronteras triangulares rígidas produce un incremento de las frecuencias fundamentales y la aceleración y un decremento en las deformaciones por cortante.

Dakoulas y Gazetas (1986) presentaron una comparación (figura 1.4.4) de cómo se modifica el primer modo para diferentes configuraciones de cañón con base en un modelo de viga de cortante homogénea donde se normaliza con respecto al periodo calculado para un análisis de deformación plana. En este artículo se hace notar que la validez de considerar secciones planas en el análisis de presas localizadas en cañones estrechos depende de la excitación (la función de transferencia es un poco diferente) y en algunos casos podría resultar conservador, pues en casi todo el dominio las funciones de transferencia del análisis plano exceden al tridimensional. Además muestran que al introducir la base elástica el comportamiento tridimensional y bidimensional discrepan en menor medida.



1.4.3 Respuesta sísmica inelástica y no lineal

Gazetas (1987) concluye, tras aplicar un modelo de viga de cortante a 3 ejemplos, que al considerarse las no linealidades del material se obtiene una reducción de la amplificación del movimiento y dependiendo de la función que describe el incremento de G se tiene una sensibilidad a los efectos no lineales.

Se han utilizado los modelos lineales equivalentes para incluir de forma cruda los efectos no lineales. La premisa fundamental de este esquema es que la solución se puede aproximar mediante análisis lineales viscoelásticos, proporcionando la rigidez y el amortiguamiento del suelo y verificando que sean compatibles con el nivel de deformaciones cortantes inducidas. El método utiliza resultados de pruebas de laboratorio en forma de módulos de cortante y porcentajes de amortiguamiento *vs* amplitudes de deformaciones por cortante. Para cada elemento se supone un conjunto de módulos y amortiguamientos y se analiza el sistema como lineal. La solución proporciona la historia de deformaciones por cortante en cada elemento de la cual se estima una amplitud de deformación efectiva equivalente, que se compara contra la deformación compatible con los valores de módulo de cortante y amortiguamiento usados en el análisis. Si no coinciden se utilizan valores compatibles con la deformación efectiva. El método es empírico y no se han podido demostrar propiedades de convergencia hacia la solución correcta.

Se han hecho otros intentos con el fin de obtener métodos simplificados, en uno de ellos se utiliza el concepto anterior sólo que los parámetros se modifican en intervalos de tiempo. Lacy y Prevost (1987) utilizaron un método de elementos finitos con un esquema iterativo para modelar con éxito la presa de Santa Felicia.

1.4.4 Presiones hidrodinámicas

El estudio de las presiones generadas por el movimiento de la cortina y la cimentación comenzó a considerarse a partir del trabajo de Westergaard (1931). En esta formulación se supone una cortina y cimentación rígidas y que la presión en el agua obedece la ecuación de onda acústica linealizada. Se desprecian las ondas de gravedad. A partir de la solución analítica se establece una expresión sencilla que nos permite estimar las presiones hidrodinámicas.

Sánchez-Sesma y Rosenblueth (1976 y 1977) presentaron la extensión tridimensional del problema propuesto por Westergaard para un cañón semicircular ante cualquier movimiento (ver figura 1.4.4); algunos ejemplos mostraron que la geometría del vaso es importante, pues hay reducciones significativas con respecto a una sección rectangular equivalente cuando la excitación es transversal. En los dos componentes restantes, longitudinal y vertical, las diferencias son menores. Con base en algunos cálculos los autores propusieron al primer modo como representativo de la respuesta total.

Chwang (1978) estudia de manera exacta la importancia del talud en el comportamiento de las presiones cuando la presa es rígida y observa que son crecientes si el talud es mayor.

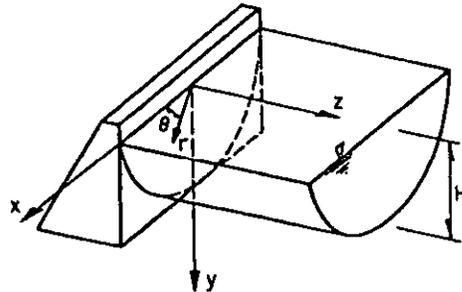


Figura 1.4.4 Esquema del modelo considerado (tomada de Sánchez-Sesma y Rosenblueth, 1976)

Avilés y Sánchez-Sesma (1989) estudiaron de forma aproximada las presiones hidrodinámicas con embalse finito y con movimientos del paramento y la pared del embalse fuera de fase. La conclusión más importante a la que llegan es que los efectos no son de consideración para relaciones de la longitud del embalse a la altura de la cortina mayores a tres.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

Con el fin de establecer los conceptos que se utilizan a lo largo de este trabajo se presenta de manera sucinta, *intelligenti pauca*, la descripción del fenómeno ondulatorio en la elasticidad lineal. Además se incluyen: una sección que versa sobre la aplicación del MEF a los problemas de propagación y una introducción al MEFR que contiene los resultados de una investigación reciente sobre el tema.

2.1 PROPAGACIÓN DE ONDAS

Los elementos fundamentales de la propagación de ondas que a continuación se exponen consideran que el material es isótropo, homogéneo, elástico y lineal.

2.1.1 Ecuación de movimiento

Consideremos un paralelepípedo de dimensiones finitas dentro de un medio continuo como el de la figura 2.1.1, donde se indican las componentes en las caras asociadas a la primera dirección del campo de esfuerzos y su variaciones espaciales de primer orden.

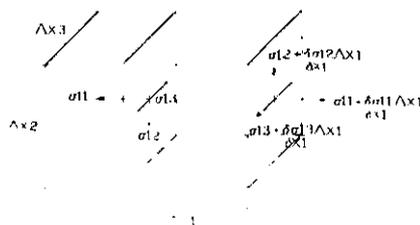


Figura 2.1.1 Estado de esfuerzos de un elemento.

Al establecer el equilibrio y tomar el límite, la ecuación correspondiente es:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2.1)$$

donde se han incluido fuerzas de cuerpo y de superficie. En esta expresión ρ =densidad de masa, u_i =desplazamiento en la dirección i , f_i =fuerza de cuerpo en la dirección i y σ_{ij} =tensor de esfuerzos.

La relación lineal entre esfuerzo y deformación, conocida como ley de Hooke, para materiales isótropos tiene la forma:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (2.2)$$

donde λ =constante de Lamé, μ =módulo de cortante y $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ =tensor de deformaciones. En las ecuaciones (2.1) y (2.2) se emplea la convención de suma que establece

Sección 2.1 PROPAGACIÓN DE ONDAS

la adición de todos los términos posibles con índices repetidos (vg. $\epsilon_{kk} = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$).

De la definición de ϵ_{ij} y las ecuaciones (2.1) y (2.2) podemos escribir:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \epsilon_{kk}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + f_i, \quad (2.3)$$

o en su versión vectorial

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (2.4)$$

donde $\nabla =$ operador Nabla, $\nabla^2 =$ Laplaciano y las negritas indican que la variable es un vector.

Utilizando la identidad $\nabla^2 \mathbf{u} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) - (\nabla \times \nabla \times \mathbf{u})$ escribimos (2.4) como:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) - (\mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{u}) + \mathbf{f}, \quad (2.5)$$

que es la ecuación de movimiento (o de Navier) para un medio elástico, lineal, homogéneo e isótropo.

2.1.2 Ondas P y S

Una característica importante de la ecuación de movimiento es que se puede plantear como la solución de dos ecuaciones en derivadas parciales en términos de potenciales, uno escalar ϕ y otro vectorial ψ . Para esbozar la prueba enunciaremos el siguiente teorema (ver e.g. Arfken y Weber, 1995):

Teorema de Helmholtz.- "Un campo vectorial \mathbf{u} se puede representar en términos de un potencial escalar ϕ y otro vectorial ψ , como:

$$\mathbf{u} = -\nabla \phi + \nabla \times \psi, \quad (2.6)$$

siendo $-\nabla \phi$ irrotacional y $\nabla \times \psi$ solenoidal".

En elasticidad las condiciones impuestas a los potenciales tienen una interpretación física simple: un campo irrotacional implica que no hay movimientos atribuibles a cortante y uno solenoidal significa que no hay cambios de volumen.

Teniendo en mente este teorema y la expresión (2.5), la ecuación de movimiento homogénea ($\mathbf{f} = 0$) se puede escribir como:

$$\mathbf{0} = \nabla \left[(\lambda + 2\mu) \nabla^2 \phi - \rho \ddot{\phi} \right] + \nabla \times (\mu \nabla^2 \psi - \rho \ddot{\psi}), \quad (2.7)$$

que se satisface si los términos entre paréntesis se anulan, i.e.

$$\frac{1}{\alpha^2} \ddot{\phi} = \nabla^2 \phi \quad y \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{\beta^2} \ddot{\psi} = \nabla^2 \psi, \quad (2.9)$$

que son ecuaciones de onda, donde $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ y $\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ son las velocidades de propagación de las ondas primarias y secundarias, respectivamente.

Así, el campo de desplazamientos está formado por dos tipos de ondas correspondientes a las soluciones de las ecuaciones (2.8) y (2.9). Las ondas primarias o P involucran movimientos

Capítulo 2 MARCO TEÓRICO

compresionales y las secundarias o S movimientos cortantes sin cambio de volumen. La designación del tipo de ondas se basa en la velocidad ($\alpha > \beta$).

Se puede demostrar (ver e.g. Lay y Wallace, 1995) que una polarización adecuada de las ondas S permite desacoplar el problema en un campo de ondas de corte conocido como SH, que puede describirse en términos de una de las coordenadas horizontales, y otro constituido por ondas compresionales P y el complemento de las SH, llamadas SV, que puede representarse por las coordenadas del plano vertical formado por el otro eje horizontal.

2.2 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS APLICADO A LA ECUACIÓN DE ONDA

En esta sección se presenta una breve descripción del MEF tomada de Zienckiewicz y Taylor (1995), Chandrupatla y Belegundu (1999) y Hughes (1987), cuyo objetivo es dar los elementos para establecer la formulación del comportamiento dinámico de presas sobre cimentación rígida y sin interacción con el embalse.

2.2.1 Generalidades

El MEF se basa en la discretización del dominio que se busca analizar en elementos caracterizados por sus propiedades materiales y de las cuales se derivan relaciones entre las fuerzas y desplazamientos nodales. Del ensamble de los elementos y las fuerzas externas resulta un sistema de ecuaciones que describe el equilibrio del dominio, donde los desplazamientos son las incógnitas, y a partir de los cuales se pueden obtener los esfuerzos y deformaciones unitarias (Método de los desplazamientos).

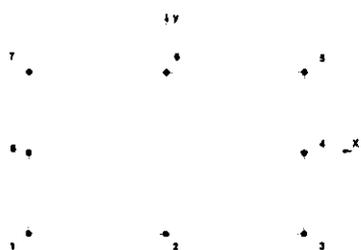


Figura 2.2.1 Elemento finito de ocho nodos.

Para elementos continuos el modelo constitutivo da la relación entre los tensores de esfuerzos y deformaciones. Sin embargo, queda pendiente la conexión entre las deformaciones y los desplazamientos en los nodos de la discretización, que son las incógnitas. Este problema queda resuelto al hacer una suposición sobre el comportamiento de los desplazamientos en cada elemento mediante *funciones de interpolación*, i.e. para un elemento como el de la figura 2.2.1 los desplazamientos en cualquier punto están dados por una combinación lineal de funciones base

$$u_i(\mathbf{x}) = u_i(\mathbf{x}_j)\phi_j(\mathbf{x}).$$

Donde \mathbf{x}_j =coordenada del nodo j , \mathbf{x} = vector de posición de un punto en el elemento y ϕ_j =función de interpolación o base.

2.2.2 Ecuación de equilibrio discretizada

Es una práctica común para el caso de ecuaciones hiperbólicas, como la de onda, hacer el planteamiento del problema considerando las variables espaciales en una primera fase, y resolver la parte temporal con métodos de diferencias finitas. En nuestro caso se ha optado por utilizar la transformada de Fourier, lo que nos lleva esencialmente a un problema espacial para cada frecuencia.

En el contexto del MEF existen varias alternativas de solución: el Método de los Mínimos Cuadrados, enfoques variacionales y el Método de los residuos pesados en formulaciones fuertes o débiles. En este trabajo se prefiere la aproximación con residuos pesados de Galerkin débil.

Retomemos la ecuación de equilibrio (2.1) escrita en frecuencia

$$A_i = \omega^2 \rho (u_{r_i} + u_{s_i}) + f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \text{ en el dominio } \Omega \quad (2.10)$$

Donde ω es la frecuencia angular y el desplazamiento total se ha igualado a la suma del desplazamiento del suelo u_{s_i} , y el relativo a la base u_{r_i} .

Sea w_i una función cualquiera. Resulta evidente que la ecuación de equilibrio se satisface si

$$\int_{\Omega} w_i \cdot A_i dV = 0 \quad \forall w_i. \quad (2.11)$$

Al introducir la aproximación de u_i , la ecuación A_i se convierte en un residuo que en (2.11) se pesa en todo el dominio por un conjunto de funciones arbitrarias w_i . La elección de los pesos conduce a varios métodos, que en conjunto se conocen como de residuos pesados, e.g.:

Función de peso	Método
<i>Delta de Dirac</i>	<i>Colocación</i>
<i>Identidad</i>	<i>Colocación por subdominios</i>
<i>Función de Interpolación</i>	<i>Galerkin</i>

2.2.2.1 Método de Galerkin, formulación débil

Sustituyamos A_i en la expresión (2.11)

$$\int_{\Omega} w_i \cdot \left[\omega^2 \rho (u_{r_i} + u_{s_i}) + f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right] dV = 0.$$

Tras aplicar el teorema de Green al último término podemos escribir la ecuación como:

$$\int_{\Gamma} t_i \cdot w_i d\Gamma + \int_{\Omega} \left\{ w_i \cdot \left[\omega^2 \rho (u_{r_i} + u_{s_i}) + f_i \right] - \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \cdot \sigma_{ij} \right\} dV = 0, \quad (2.12)$$

donde t_i = vector de tracción ($t_i = \sigma_{ij}n_j$).

Capítulo 2 MARCO TEÓRICO

Definamos las funciones de peso como una combinación lineal de las funciones base de nuestra aproximación del desplazamiento, i.e. $w_i = c_{ki}\phi_k$. Al sustituir en la ecuación (2.12) obtenemos:

$$\int_{\Gamma} t_i \cdot c_{ki}\phi_k d\Gamma + \int_{\Omega} \left\{ c_{ki}\phi_k \cdot [\omega^2 \rho (u_{r_i} + u_{s_i}) + f_i] - \frac{\partial c_{ki}\phi_k}{\partial x_j} \cdot \sigma_{ij} \right\} dV = 0. \quad (2.13)$$

Factorizando c_{ki} y garantizando la igualdad, obtenemos el sistema de ecuaciones (e.g. para $i=1,2$ y $k=1,8$):

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \phi_k}{\partial x_j} \cdot \sigma_{ij} dV - \omega^2 \int_{\Omega} \phi_k \cdot [\rho u_{r_i}] dV = \int_{\Gamma} t_i \phi_k d\Gamma + \int_{\Omega} \phi_k \cdot (\omega^2 \rho u_{s_i} + f_i) dV, \quad (2.14)$$

que resuelve 2.10 para cada elemento en que se ha discretizado el medio, conocidos t_i y f_i en la frontera y en el dominio del elemento, respectivamente. La superposición de efectos producidos (consecuencia de la linealidad) constituye la solución del problema, que está dada por un sistema de ecuaciones. La primera integral a la derecha de la igualdad representa, para los elementos que se conectan entre si, las fuerzas internas que deben equilibrarse.

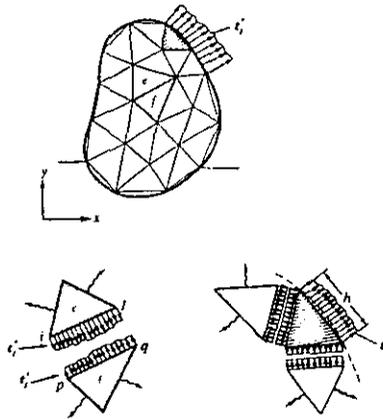


Figura 2.2.2 Medio continuo discretizado (tomada de Reddy, 1993).

Atendiendo a la hipótesis del comportamiento del material se obtiene un sistema que tiene por incógnitas los desplazamientos relativos.

2.3 MÉTODO DE ELEMENTOS DE FRONTERA

Con el nombre de Método de Elementos de Frontera (MEFR) se designa la aplicación numérica de las ecuaciones integrales equivalentes a los problemas planteados de forma diferencial. Esta rama es muy antigua, pero su aplicación práctica no pudo llevarse a cabo hasta la aparición de la computadora. Los trabajos pioneros de Jaswon y Symm en teoría de potencial fueron el parteaguas para el desarrollo y permanencia de este método.

Actualmente el MEFR es considerado como una herramienta muy poderosa para analizar problemas tridimensionales y de propagación de ondas con dominios infinitos, pues hay una reducción de la dimensión espacial al ser necesario discretizar únicamente la frontera.

2.3.1 Fundamentos

Un problema con incógnitas \mathbf{u} en un dominio $\Omega \subset R^n$ asociado a un operador en derivadas parciales de segundo orden \mathcal{L} presenta, típicamente, la estructura siguiente:

$$\mathcal{L}\mathbf{u} + \mathbf{f} = 0 \text{ en } \Omega \quad (2.15)$$

sujeto a las condiciones de frontera

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= g_1 \text{ en } \partial\Omega_1 \text{ (Dirichlet) y} \\ T^n(\mathbf{u}) &= g_2 \text{ en } \partial\Omega_2 \text{ (Neumann),} \end{aligned}$$

donde g_1, g_2 y la fuente \mathbf{f} se conocen, y $\mathbf{u} \rightarrow T^n$ es un operador diferencial lineal de primer orden sobre \mathbf{u} que relaciona la normal unitaria \mathbf{n} de $\partial\Omega$ exterior a Ω . Además $\partial\Omega_1$ y $\partial\Omega_2$ definen una partición de la frontera $\partial\Omega$.

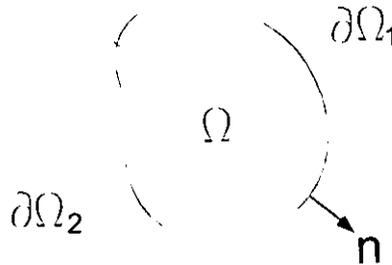


Figura 2.3.1 Dominio del problema.

Se puede demostrar, y así se hará para la ecuación de Helmholtz, que es posible asociar a cada operador \mathcal{L} una fórmula de reciprocidad:

$$\int_{\Omega} (\mathcal{L}\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} - \mathcal{L}\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}) dV = \int_{\partial\Omega} [T^n(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} - T^n(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{u}] dS. \quad (2.16)$$

Conocida ésta podemos reemplazar \mathbf{v} por una solución particular, conocida como función de Green, que verifica la ecuación (2.15) localmente para una fuente $f(\mathbf{y}) = \delta(\mathbf{y} - \mathbf{x})$ aplicada en un punto fijo $\mathbf{x} \notin \partial\Omega$, denotémosla como $G(\mathbf{y}, \mathbf{x})$.

Recordando la propiedad de la función delta de Dirac

$$\int_{\Omega} \delta(\mathbf{y} - \mathbf{x}) \mathbf{u}(\mathbf{y}) dV_{\mathbf{y}} = \kappa \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad \text{donde } \begin{cases} \kappa = 1 \text{ si } \mathbf{x} \in \Omega \\ \kappa = 0 \text{ si } \mathbf{x} \notin \Omega \end{cases}$$

sustituimos \mathbf{v} por G en (2.16). Así

$$\kappa u(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{y})G(\mathbf{x}, \mathbf{y})dV_{\mathbf{y}} + \int_{\partial\Omega} [\mathbf{u}(\mathbf{y})T^n(G(\mathbf{x}, \mathbf{y})) - G(\mathbf{x}, \mathbf{y})T^n(\mathbf{u}(\mathbf{y}))] dS_{\mathbf{y}},$$

válida para $\mathbf{x} \notin \partial\Omega$.

Esta forma da explícitamente el valor de \mathbf{u} en todo punto interior a Ω por medio de una integral de dominio que contiene a la fuente $f(\mathbf{y})$, solución particular de la ecuación que en general no verifica las condiciones de frontera, y de un término integral sobre $\partial\Omega$ que hace intervenir los valores \mathbf{u} , y $T^n(G(\mathbf{x}, \mathbf{y}))$ en la frontera. La expresión realiza una cuasi-inversión de la ecuación, y el cálculo se hace con los valores sobre la frontera $\partial\Omega$ que se desconocen antes de tomar en cuenta las condiciones de frontera.

La fórmula de representación no es aplicable para $\mathbf{x} \in \partial\Omega$. Por lo que es necesario formular una ecuación integral que no sea válida más que para los valores de la frontera. En el caso de problemas bi y tridimensionales G es tal que $T^n(G)$ presenta en $\mathbf{x} \in \partial\Omega$ una singularidad no integrable, por lo que es incorrecto escribir la misma ecuación que para $\mathbf{x} \notin \partial\Omega$. La obtención de la expresión correspondiente involucra un proceso de límite.

La definición de G no es única pero se asocia, generalmente, al espacio completo.

2.3.2 Formulación integral para la ecuación de Helmholtz

La ecuación de onda para el régimen frecuencial, conocida como la ecuación de Helmholtz, toma la forma:

$$\nabla^2 u + k^2 u + F = 0, \quad (2.17)$$

donde $F(\mathbf{y})$ es la distribución de fuentes de fuerzas de cuerpo, $k = \omega/c$ es el número de onda y c es la velocidad de propagación de ondas. Un problema bien planteado debe especificar las condiciones de frontera sobre $\partial\Omega$ así como al infinito.

Para establecer la representación integral correspondiente al problema en cuestión multipliquemos (2.17), de incógnitas u^1 , por un campo u^2 e integremos sobre Ω

$$\int_{\Omega} u^2(\nabla^2 u^1 + k^2 u^1 + F^1)dV - 0 \\ \int_{\Omega} (-\nabla u^1 \cdot \nabla u^2 + k^2 u^1 u^2 + F^1 u^2)dV + \int_{\partial\Omega} (\nabla u^1 \cdot \mathbf{n})u^2 dS = 0 \quad (2.18)$$

Ahora realicemos el mismo procedimiento considerando el campo u^1 como la función de prueba. Así

$$\int_{\Omega} (-\nabla u^2 \cdot \nabla u^1 + k^2 u^2 u^1 + F^2 u^1)dV + \int_{\partial\Omega} (\nabla u^2 \cdot \mathbf{n})u^1 dS = 0 \quad (2.19)$$

Restando (2.18) a (2.19)

$$\int_{\Omega} (F^1 u^2 - F^2 u^1) dV + \int_{\partial\Omega} (q^1 u^2 - q^2 u^1) dS = 0 \quad (2.20)$$

donde $q = \nabla u \cdot \mathbf{n}$.

Como se ha establecido, el campo u^1 puede ser cualquiera, así seleccionamos $F(\mathbf{y}) = \delta(\mathbf{y} - \mathbf{x})$ aplicada en un punto fijo $\mathbf{x} \notin \partial\Omega$ y obtenemos:

$$\kappa u(\mathbf{x}) = - \int_{\Omega} F^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y})dV_{\mathbf{y}} + \int_{\partial\Omega} [q(\mathbf{y})^2 G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - T(\mathbf{x}, \mathbf{y})u^2] dS_{\mathbf{y}}, \quad (2.21)$$

Sección 2.3 MÉTODO DE ELEMENTOS DE FRONTERA

donde $T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial x_j} n_j(\mathbf{y})$.

Sin embargo, esta expresión no es suficiente ya que está en función de los valores de la frontera. Para conocer estos valores es necesario llevar la expresión (2.21), mediante un proceso de límite, a la frontera.

2.3.3 Formulación indirecta de capa simple

Consideremos simultáneamente un dominio cerrado Ω y el dominio complementario $\bar{\Omega} = R^n - \Omega$ y sean u, \bar{u} dos soluciones de la ecuación de Helmholtz sobre Ω y $\bar{\Omega}$, respectivamente. Si \mathbf{x} es un punto interior a Ω y $F = \bar{F} = 0$, la fórmula de representación correspondiente es

$$u(\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega} [q(\mathbf{y})G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - T(\mathbf{x}, \mathbf{y})u] dS_{\mathbf{y}} \quad (2.22)$$

$$0 = \int_{\partial\Omega} [\bar{q}(\mathbf{y})G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - T(\mathbf{x}, \mathbf{y})\bar{u}] dS_{\mathbf{y}} \quad (2.23)$$

Sumando las ecuaciones anteriores obtenemos

$$u(\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega} \{ [q(\mathbf{y}) + \bar{q}(\mathbf{y})] G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - (u - \bar{u})T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \} dS_{\mathbf{y}} \quad (2.24)$$

donde se ha tomado por convención T con la normal hacia afuera de Ω .

Si suponemos que $\bar{u} = u$, es decir hay continuidad de desplazamientos y llamamos $\phi = q + \bar{q}$, obtenemos la representación de u por un *potencial de capa simple* de densidad ϕ , i.e.

$$u(\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega} \phi(\mathbf{y})G(\mathbf{x}, \mathbf{y})dS_{\mathbf{y}} \quad (2.25)$$

2.3.4 Funciones de Green

Dado que el método utilizado básicamente en este trabajo es el MEFr y su implementación requiere de las expresiones correspondientes a G_{ij} y T_{ij} , para el caso bidimensional se listan a continuación (tomadas de Sánchez-Sesma y Campillo, 1991 y Sánchez-Sesma et al, 2001).

2.3.4.1 Caso homogéneo. Si se acepta que la dependencia temporal es $e^{+i\omega t}$ entonces,

$$G_{22} = \frac{1}{4i\mu} H_0^{(2)}(kr)$$

$$G_{ij} = \frac{1}{i8\rho} [\delta_{ij}A - (2\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij})B]$$

$$T_{22} = \frac{i}{4r} D(kr)\gamma_k n_k$$

$$T_{ij} = \frac{i\mu}{2\rho r} \left\{ \left[B + \frac{\lambda D(qr)}{2\mu\alpha^2} \right] \gamma_j n_i + \left[B + \frac{D(kr)}{2\beta^2} \right] (\gamma_i n_j + \gamma_k n_k \delta_{ij}) + (C - 4B) \gamma_i \gamma_j \gamma_k n_k \right\}$$

Capítulo 2 MARCO TEÓRICO

$$A = \frac{H_0^{(2)}(qr)}{\alpha^2} + \frac{H_0^{(2)}(kr)}{\beta^2},$$

$$B = \frac{H_2^{(2)}(qr)}{\alpha^2} - \frac{H_2^{(2)}(kr)}{\beta^2},$$

$$C = \frac{D(qr)}{\alpha^2} - \frac{D(kr)}{\beta^2}$$

$$D(p) = p H_1^{(2)}(p)$$

donde $H_\nu^{(j)}$ = función de Hankel de orden ν y especie j , ρ = densidad, $k = \omega/\beta$ = número de onda S, $q = \omega/\alpha$ = número de onda P, $\gamma_i = (x_i - \xi_i)/r$, $r = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2}$.

2.3.4.2 Caso inhomogéneo. La variación de las propiedades con la profundidad observadas en presas (Gazetas, 1987) justifica el estudio y la búsqueda de funciones de Green en medios heterogéneos, que permitan predecir sin un costo computacional excesivo y con mayor exactitud el comportamiento de las mismas. En Sánchez-Sesma *et al* (2001) se obtienen expresiones analíticas aproximadas para un medio con una variación lineal de las velocidades de propagación, como el mostrado en la figura 2.3.2.

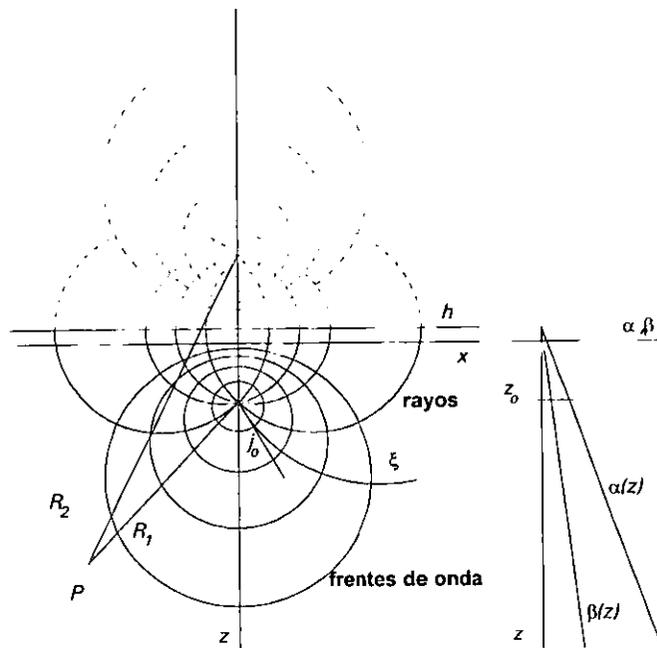


Figura 2.3.2 Representación esquemática del dominio.

Estas funciones consideran los casos extremos del campo y buscan heurísticamente una expresión que cumpla con las funciones de Green para estos límites. La forma es esencialmente la misma que para el caso homogéneo, pero su argumento es diferente y además

Sección 2.3 MÉTODO DE ELEMENTOS DE FRONTERA

están moduladas por un factor independiente de la frecuencia, lo que permite tratarlas de forma convencional. Si ahora se considera la dependencia temporal dada por $e^{-i\omega t}$, entonces,

$$G_{yy} = \Lambda \frac{i}{4\mu_0} H_0^{(1)}(\omega\tau)$$

$$G_{R_w z} = \Lambda \frac{i}{8\rho_0} [A_0 - B_0] \cos j_0$$

$$G_{j_0 z} = \Lambda \frac{-i}{8\rho_0} [A_0 + B_0] \sin j_0$$

$$A_0 = \frac{H_0^{(1)}(\omega\tau_\alpha)}{\alpha_0^2} + \frac{H_0^{(1)}(\omega\tau_\beta)}{\beta_0^2}$$

$$B_0 = \frac{H_2^{(1)}(\omega\tau_\alpha)}{\alpha_0^2} - \frac{H_2^{(1)}(\omega\tau_\beta)}{\beta_0^2}$$

$$G_{xx} = G_{R_w x} n_x + G_{j_0 x} n_x$$

$$G_{xz} = G_{R_w z} n_x + G_{j_0 z} n_x$$

$$G_{zx} = G_{R_w x} n_z - G_{j_0 x} n_x$$

$$G_{zx} = G_{R_w z} n_z - G_{j_0 z} n_x$$

donde $\tau = t_0 \ln \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2 - R_1} \right)$, $t_0 = h/\beta(0)$ = tiempo de viaje, $n_x = \frac{(x-x_0)}{R_w}$, μ_0 es el módulo de cortante en la fuente, $n_z = \frac{\{z-z_0-h[\cosh(\gamma\beta(0)\tau)-1]\}}{R_w}$, $R_w = \sqrt{x^2 + \{z - [z_0 + h] \cosh(\gamma\beta(0)\tau) - h\}^2}$ = radio del frente de onda para un tiempo de viaje o un punto dados, $j_0 = \arcsin [2x(z_0 + h)/R_1 R_2]$ es el ángulo de salida del rayo, $R_1 = \sqrt{x^2 + (z - z_0)^2}$, $R_2 = \sqrt{x^2 + (z + z_0 + 2h)^2}$ y $\Lambda = \left(\frac{1+\gamma z_0}{1+\gamma z} \right)^{\frac{1+\nu}{2}} \left[2 \ln \left(\frac{R_2 + R_1}{R_2 - R_1} \right) \frac{(z_0+h)(z+h)}{R_1 R_2} \right]^{\frac{1}{2}}$.

El alcance de estas expresiones se estudia actualmente, pero su aplicación a algunos casos ha mostrado que la aproximación es adecuada para estudiar ondas en medios inhomogéneos. En este trabajo no se realiza ninguna aplicación directa de las fórmulas, pero las hemos incluido con el fin de tener una referencia para futuras implantaciones, una vez que el rango de aplicabilidad esté bien delimitado.

La figura 2.3.3 muestra una comparación de los desplazamientos horizontales u y verticales w calculados con la solución analítica aproximada (puntos) vs. la solución numérica (continua), en la misma figura se indican las velocidades del medio en $\frac{m}{s}$ y los frentes de onda para tiempos múltiplos de 1.5 s. Se observa que el acuerdo es excelente.

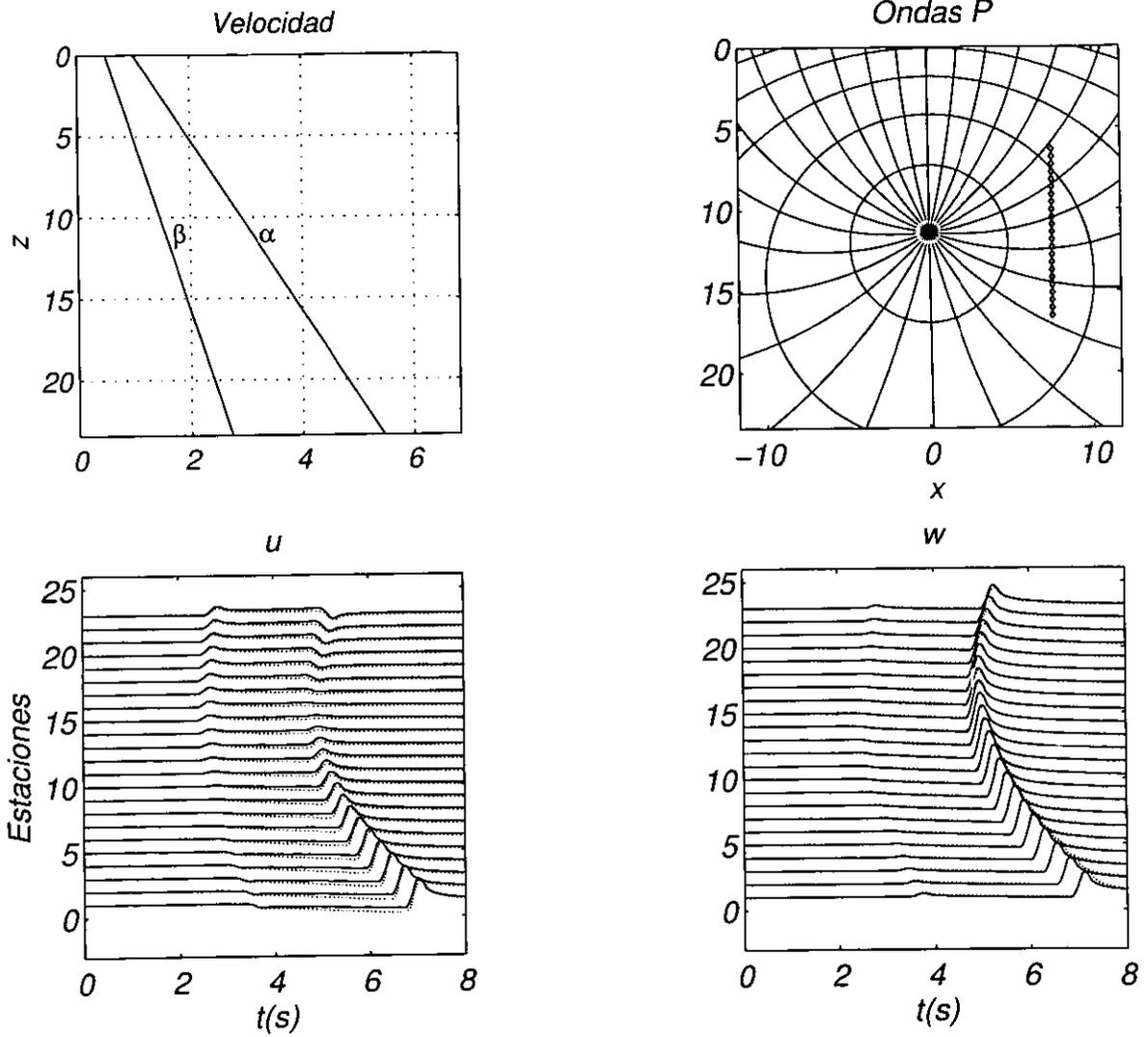


Figura 2.3.3 Comparación de los resultados analíticos *versus* numéricos para las funciones de Green propuestas por Sánchez-Sesma *et al* (2001)

Capítulo 3

MODELOS MATEMÁTICOS

Con la finalidad de investigar la importancia de los parámetros que influyen en el comportamiento dinámico de las presas de tierra y enrocamiento, se presentan en esta sección tres modelos matemáticos así como su implantación numérica.

El primer modelo explora la posibilidad de representar una presa heterogénea con una equivalente homogénea considerando que la cimentación es rígida y despreciando la interacción con el agua.

Las presiones hidrodinámicas generadas por un movimiento horizontal si consideramos que la base y la cortina son rígidas, se investigan utilizando el método de ecuaciones integrales.

Una vez establecida la importancia del agua se propone un modelo que superpone efectos bidimensionales, que se analizan de forma independiente, para predecir el comportamiento tridimensional de las presas.

3.1 PRESA VACÍA CON CIMENTACIÓN RÍGIDA

3.1.1 Hipótesis

- 1.-El material es isótropo y lineal.
- 2.-Existe un estado plano de deformaciones.

3.1.2 Formulación

Retomemos la expresión (2.14) y consideremos exclusivamente una excitación horizontal de amplitud unitaria en la base, así

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \phi_k}{\partial x_j} \cdot \sigma_{ij} dV - \omega^2 \int_{\Omega} \phi_k \cdot [\rho u_{r_i}] dV = \int_{\Gamma} t_i \phi_k d\Gamma + \int_{\Omega} \phi_k \cdot \omega^2 \rho u_{s_i} dV. \quad (3.1)$$

donde $u_{s_i} = 1$ si el grado de libertad en cuestión corresponde a la dirección horizontal.

Al realizar el ensamble de elementos el sistema de ecuaciones que resuelve el problema se puede escribir en forma convencional como

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] \mathbf{u} = \omega^2 \mathbf{M} \mathbf{u}_s \quad (3.2)$$

donde \mathbf{u} = vector de desplazamientos nodales referidos al suelo, \mathbf{u}_s = vector de desplazamientos del suelo, \mathbf{K} y \mathbf{M} son las matrices de rigidez y de masa de la estructura, respectivamente.

3.1.3 Modelo homogéneo equivalente

La facilidad de introducir inhomogeneidades en el MEF no está presente en los métodos integrales, por lo menos no con la generalidad deseada. Aquí analizamos la viabilidad de

Capítulo 3 MODELOS MATEMÁTICOS

introducir un modelo homogéneo equivalente mediante una aproximación simple y adecuada para fines ingenieriles.

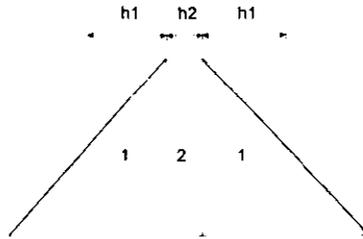


Figura 3.1.1 Presa inhomogénea

La expresión para calcular el módulo de elasticidad equivalente E_h que se propone, es el recíproco de un promedio ponderado con los espesores promedio de la presa. Para obtener ν se varia manualmente este parámetro entre los valores de los materiales. La fórmula para E_h en la presa de la figura 3.1.1 utilizada es $E_h = \frac{2h_1 + h_2}{\frac{2}{E_1} + \frac{1}{E_2}}$.

Se calcularon algunos ejemplos con la finalidad de verificar que la propuesta es adecuada, sólo se muestran los resultados de uno de ellos, correspondiente a la presa de la figura 3.1.2 (el mallado utilizado también se muestra). El corazón tiene un módulo de Young de $25 \times 10^7 Pa$, $\nu = 0.49$ y $\rho = 1.7 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$. El enrocado tiene propiedades $E = 15 \times 10^7$, $\nu = 0.3$ y $\rho = 2.0 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$. Ambos materiales tienen un factor de calidad de 10.

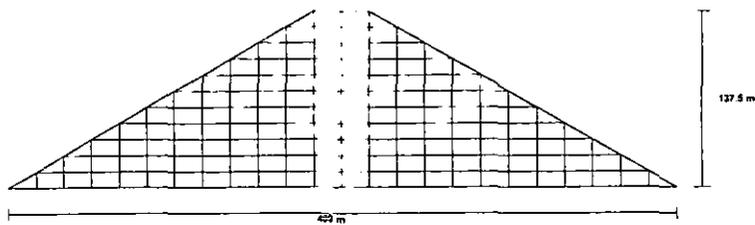


Figura 3.1.2 Modelo de elementos finitos para una presa inhomogénea. Talud 1.33:1

El módulo homogéneo equivalente obtenido es $E_h = 15.4 \times 10^7 Pa$. La densidad utilizada es tal que la masa en ambos modelos es la misma. La figura 3.1.3 muestra con línea continua el espectro de desplazamientos para el nodo ubicado a la derecha de la corona, los desplazamientos correspondientes al modelo equivalente se indican con línea punteada (horizontal y vertical). Observamos que la ubicación de las primeras frecuencias es adecuada en todos los casos, siendo el correspondiente a $\nu = 0.2$ el más cercano al modelo heterogéneo.

Sección 3.2 PRESIONES HIDRODINÁMICAS EN PRESAS RÍGIDAS

De este resultado podemos pensar que para frecuencias no muy grandes (en este caso hasta 3 Hz) la elección de ν es irrelevante y es factible obtener los desplazamientos con un modelo sencillo.

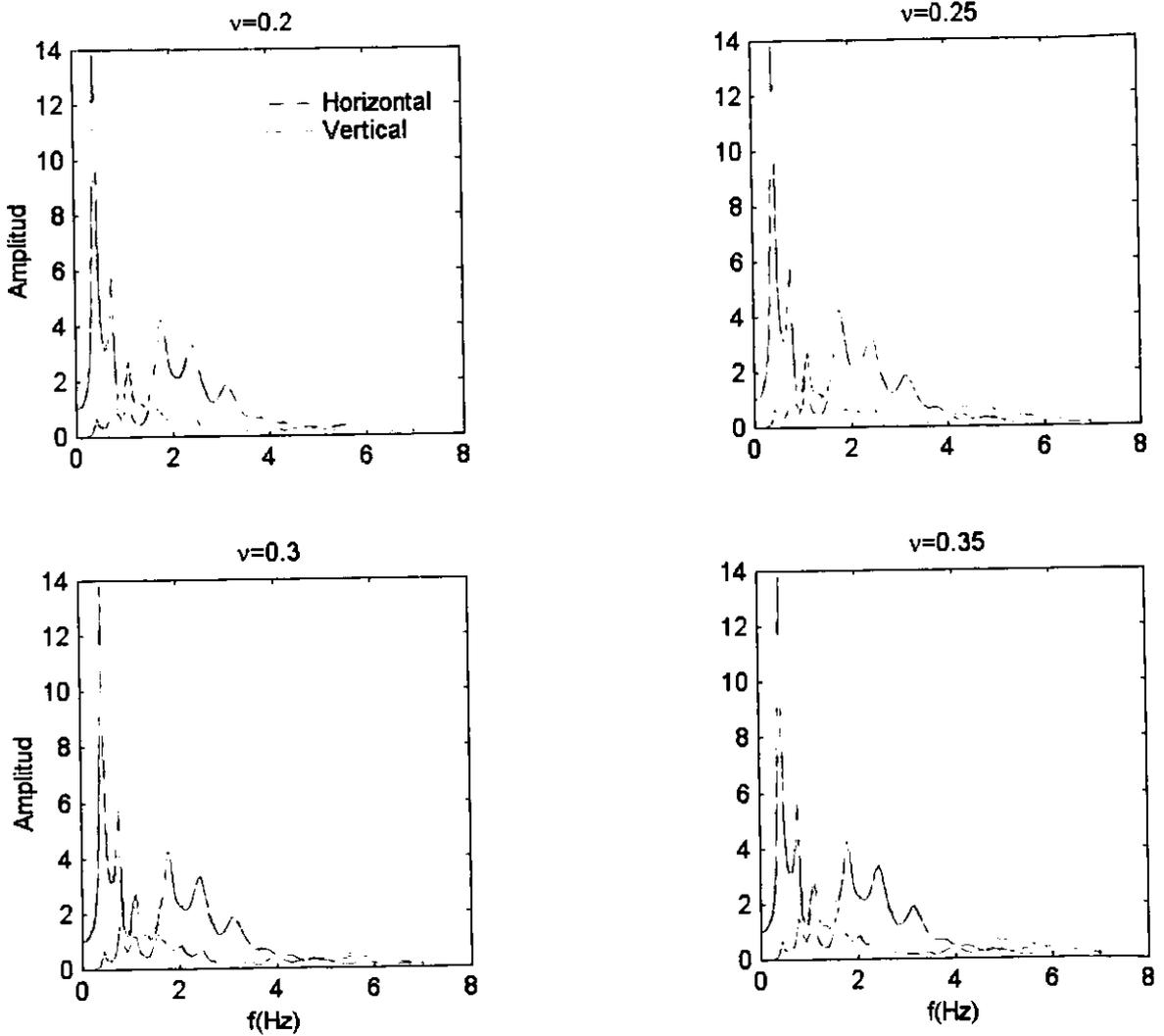


Figura 3.1.3 Amplitud de la función de transferencia de los desplazamientos horizontal y vertical. La solución del modelo heterogéneo se da con línea punteada. Recuadros para distintos valores de la relación de Poisson.

3.2 PRESIONES HIDRODINÁMICAS EN PRESAS RÍGIDAS

Como se mencionó al inicio de este trabajo el estudio de las presiones hidrodinámicas en presas con cimentación y cortina rígida se estudió durante mucho tiempo, aquí sólo se presenta la metodología para formular el problema con ecuaciones integrales y corroboramos los resultados de diversos autores. Además la formulación constituye un paso previo al modelado con presa y suelo flexibles.

3.2.1 Hipótesis.

- 1.-Se considera el agua como un líquido sin viscosidad e irrotacional.
- 2.-Se desprecia el oleaje.
- 3.-La excitación es un desplazamiento armónico horizontal.

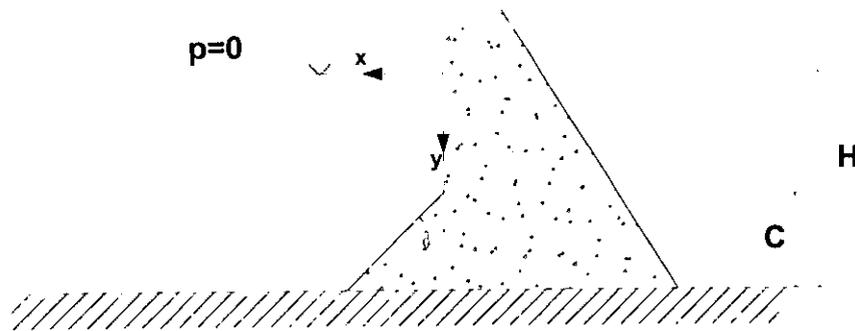


Figura 3.2.1 Presa rígida sometida a movimiento armónico horizontal.

La ecuación que modela el problema es la de onda linealizada:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

donde p es la presión y c es la velocidad de propagación de ondas en el agua. Recordemos que en el dominio de la frecuencia la expresión 3.1 es equivalente a la ecuación de Helmholtz, con la que se trabajará en esta sección.

Las condiciones de frontera son las siguientes:

- 1.-Compatibilidad de desplazamientos normales en la interfaz líquido sólido.
- 2.-Presiones nulas en la superficie.

3.2.2 Formulación integral

La ecuación integral correspondiente a la presión está dada por:

$$p(\mathbf{x}) = \int_{S_l} \chi(\xi) G^*(\mathbf{x}, \xi) dS.$$

Donde $G^*(\mathbf{x}, \xi) = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr)$, $k = \frac{\omega}{c}$, $\omega =$ frecuencia angular, $\chi =$ es la densidad en ξ y $S_l =$ contorno del líquido.

Para obtener los desplazamientos normales consideremos el equilibrio del elemento de la figura 3.2.2, sujeto a un estado de esfuerzos hidrodinámico.

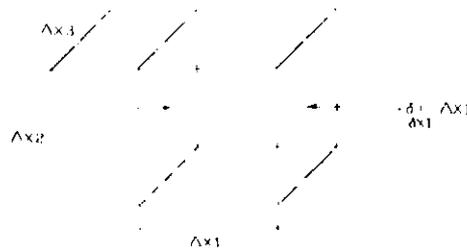


Figura 3.2.2 Estado hidrodinámico de esfuerzos.

Así, es posible escribir que

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

donde $\rho =$ densidad de masa y $u =$ desplazamiento en la dirección del eje x .

En el dominio de la frecuencia $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 u$, por lo que se tiene la relación

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \omega^2 \rho u.$$

Si se desea cambiar la derivación a la dirección normal, simplemente se usa el concepto de derivada direccional y se obtiene:

$$u_n(\mathbf{x}) = \frac{1}{\rho \omega^2} \left[-\frac{1}{2} \chi(\mathbf{x}) + \int_{S_l} \chi(\xi) \frac{\partial G^*(\mathbf{x}, \xi)}{\partial n} dS \right],$$

por lo que el problema queda planteado como la solución de la ecuación integral

$$\frac{1}{\rho \omega^2} \left[-\frac{1}{2} \chi(\mathbf{x}) + \int_{S_l} \chi(\xi) \frac{\partial G^*(\mathbf{x}, \xi)}{\partial n} dS \right] = u_1^{(0)} n_1. \quad (3.2)$$

Donde $u_1^{(0)}$ = desplazamiento horizontal impuesto y n_1 = componente horizontal del vector normal a la superficie y apunta hacia el interior de la masa acuosa. Para satisfacer la segunda condición de frontera se utilizan imágenes.

3.2.2.1 Validación

Con el fin de verificar la formulación anterior se presentan en la figura 3.2.3 los Coeficientes de Presión ($C_p = p/(\rho_a a_x H_a)$) obtenidos mediante el MEF (línea continua) y la solución analítica (símbolos) para una presa rígida con paramento vertical sujeta a un movimiento armónico horizontal. Se observa que para todas las frecuencias calculadas (f) el acuerdo entre ambas es excelente.

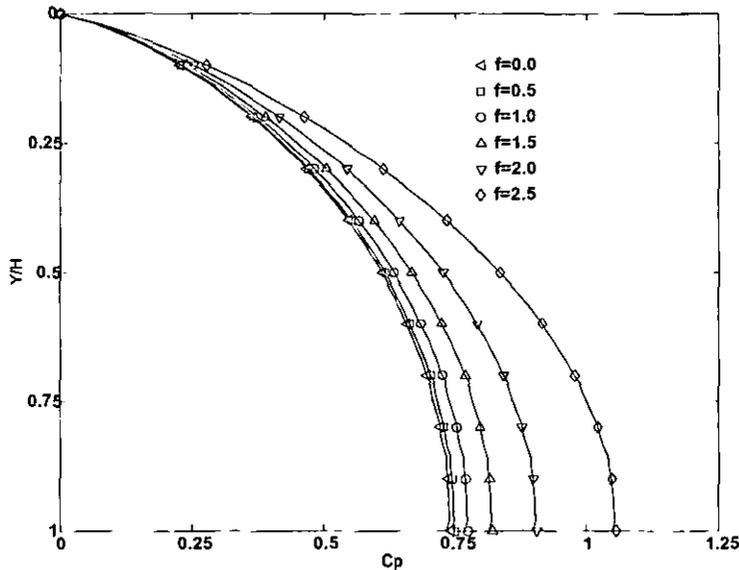


Figura 3.2.3 Coeficientes de presión para una presa rígida con paramento vertical.

Las figuras 3.2.4 y 3.2.5, muestran la variación del coeficiente de presión para diferentes valores de θ para $C = 1$ y algunas combinaciones de talud y C , respectivamente. El acuerdo de los resultados numéricos (línea continua) con la solución exacta (círculos) en la primera figura es muy bueno, aún cuando se observan algunas discrepancias en $y/H=1$, atribuibles a la malla utilizada para discretizar la frontera.

3.2.2.2 Observaciones sobre las presiones hidrodinámicas

De los resultados mostrados en las figuras 3.2.3 a 3.2.5 se observan dos características sobresalientes:

- 1.- Existe un incremento considerable del coeficiente de presión al aumentar la frecuencia.
- 2.- Hay una disminución de las presiones al suavizar la interfaz rígida-líquida.

Sección 3.3 MODELO PROPUESTO PARA INCLUIR EFECTOS TRIDIMENSIONALES

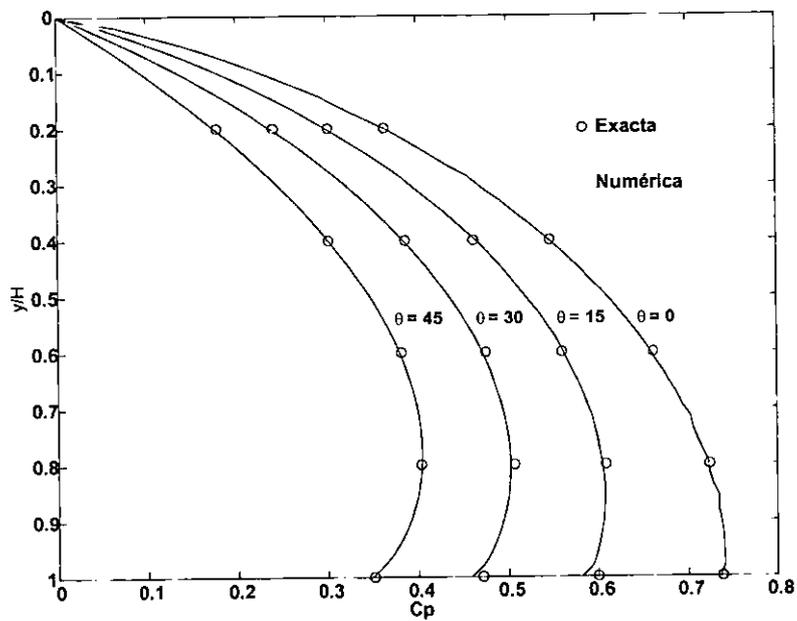


Figura 3.2.4 Coeficientes de presión para presas con taludes inclinados.

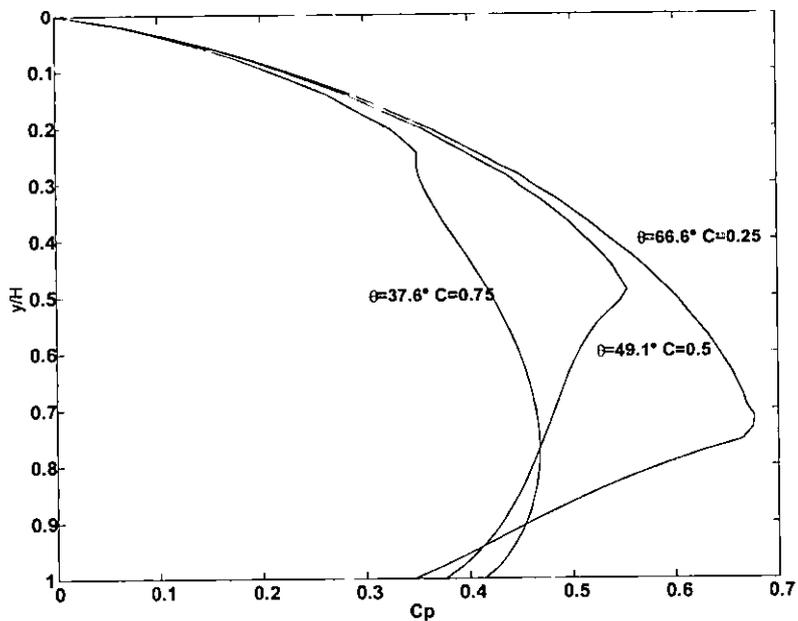


Figura 3.2.5 C_p para algunas combinaciones de taludes y C .

3.3 MODELO PROPUESTO PARA INCLUIR EFECTOS TRIDIMENSIONALES

En las secciones anteriores se ha señalado que la predicción del comportamiento de las presas resulta complicada y estudiar cada uno de los efectos por separado no permite apreciar las interacciones entre el fluido y el sólido, inclusive hemos idealizado la presa como si se comportara en un estado plano de deformaciones, hecho válido sólo para presas con boquilla ancha.

La formulación tridimensional del problema no resulta compleja, pero su implantación numérica requiere tanto de programas de cómputo elaborados como de una gran cantidad de memoria. En el presente trabajo proponemos una superposición de modelos bidimensionales para aproximar la respuesta, de tal forma que el campo de ondas S, único considerado, sea equivalente en los modelos bidimensionales a ondas SV que inciden en: una sección longitudinal que nos permite analizar de forma aproximada el incremento de presiones debido a la geometría del cañón y en un corte transversal, que es propiamente un modelo bidimensional convencional para estudiar el problema.



Figura 3.3.1 Modelo propuesto.

En las secciones siguientes se analizan los dos modelos y se deja para trabajos posteriores la adición de los efectos de la presión al modelo bidimensional de la presa.

3.4 INFLUENCIA DE LA GEOMETRÍA DEL VASO. PRIMER MODELO 2D

Para introducir de manera aproximada la influencia de la forma del vaso en la respuesta hidrodinámica, se propone que éste se considere como un cilindro de sección irregular incluido en un semiespacio elástico sometido a la incidencia de una onda SV (figura 3.4.1).

3.4.1 Hipótesis

- 1.-El agua es un líquido sin viscosidad e irrotacional.
- 2.-Se desprecia el oleaje.
- 3.-La excitación es una onda SV.

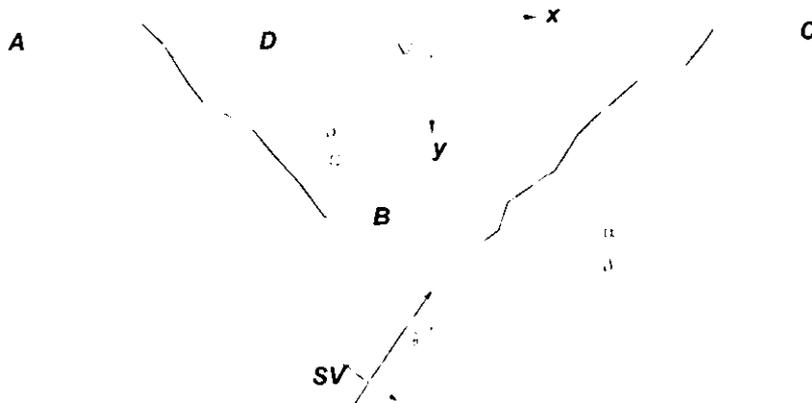


Figura 3.4.1 Vaso cilíndrico irregular.

3.4.1.1 Formulación integral

El sistema de ecuaciones integrales que describe el comportamiento es consecuencia de las condiciones de frontera. En la interfaz líquido-sólido se supone que el agua se desliza tangencialmente, ya que hemos supuesto que carece de viscosidad, y que los desplazamientos normales son compatibles en ambos materiales. Además, no se consideran cargas en las laderas, por lo que las tracciones deben ser nulas. Las cuatro ecuaciones donde queda plasmado lo anterior se escriben a continuación, en ellas se asume que el desplazamiento de la región elástica está dado por la suma de un campo incidente u_i (en este caso debido a

un frente de ondas SV) y el campo atribuido a la difracción u_d .

1.-Tracciones nulas en las regiones A y C.

$$\frac{1}{2}\phi_i(\mathbf{x}) + \int_{S_e} [\phi_j(\xi)T_{ij}(\mathbf{x}, \xi)] dS = t_i^{(0)},$$

2.-Cortante nulo en la región B.

$$\frac{1}{2}\phi_1(\mathbf{x})n_2 - \frac{1}{2}\phi_2(\mathbf{x})n_1 + \int_{S_e} \phi_j(\xi)T_{1j}n_2 - \phi_j(\xi)T_{2j}n_1 dS = t_y^{(0)}n_x - t_x^{(0)}n_y,$$

3.-Tracciones y desplazamientos normales en la región B.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\phi_i(\mathbf{x})n_i + \int_{S_e} \phi_j(\xi)T_{ij}(\mathbf{x}, \xi)n_i dS + \int_{S_l} \chi(\xi)G^*(\mathbf{x}, \xi)dS &= -t_i^{(0)}n_i \quad y \\ \int_{S_e} \phi_j(\xi)G_{ij}(\mathbf{x}, \xi)n_i dS + \frac{1}{\rho_a \omega^2} \left[\frac{1}{2}\chi(\mathbf{x}) - \int_{S_l} \chi(\xi) \frac{\partial G^*(\mathbf{x}, \xi)}{\partial n} dS \right] &= -u_i^{(0)}n_i, \end{aligned}$$

4.-Presiones nulas en la región D

Para satisfacer este requisito se utilizan imágenes en la región líquida.

3.4.2 Validación

Con el fin de verificar la validez de la formulación, así como su correcta implantación numérica se hacen un par de comparaciones. La primera con la solución analítica exacta para una inclusión triangular en un espacio infinitamente rígido. La segunda con una topografía.

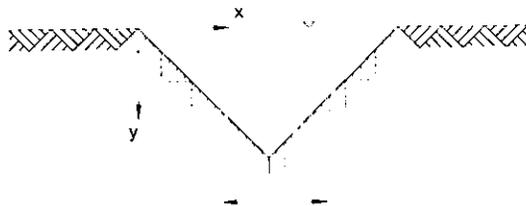


Figura3.4.2 Inclusión líquida en un espacio rígido.

En Avilés y Sánchez-Sesma (1989) se discuten las presiones hidrodinámicas en presas rígidas con embalse finito. En esta referencia se hace una comparación entre los C_p para una inclusión triangular (figura 3.3.2) obtenidos utilizando el Método de Trefftz y la solución exacta, que retomamos

$$C_p = \frac{y}{H} \left(1 - \frac{y}{H} \right).$$

En el caso de nuestra aproximación numérica se utilizó para simular la rigidez del suelo una velocidad $\alpha = 5 \times 10^5 \frac{m}{s}$ y $\beta = 2 \times 10^5 \frac{m}{s}$ y para el agua un valor de $c = 1.4 \times 10^3 \frac{m}{s}$.

Sección 3.4 INFLUENCIA DE LA GEOMETRÍA DEL VASO. PRIMER MODELO 2D

Los resultados obtenidos se presentan en la figura 3.4.3, con línea continua los resultados numéricos y la solución exacta con línea punteada. El acuerdo es excelente, aunque se presentan pequeñas oscilaciones consecuencia de los errores de redondeo (se utilizó doble precisión IEEE y pivoteo parcial en la solución del sistema de ecuaciones)

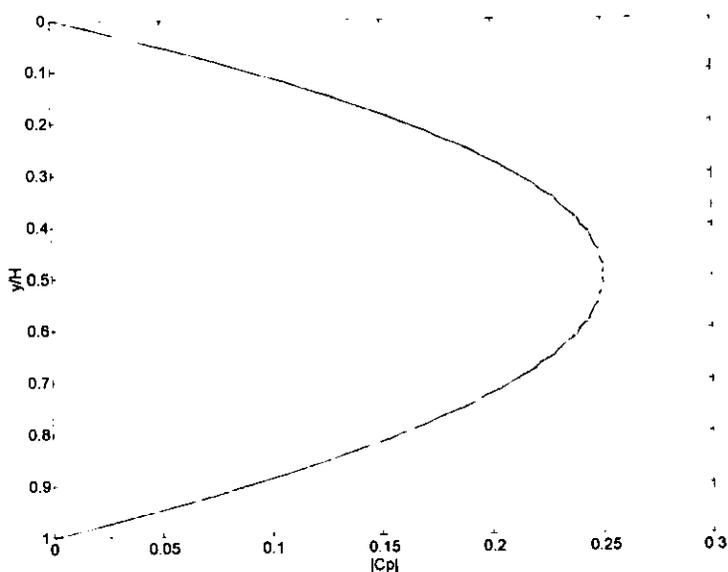


Figura 3.4.3 Coeficientes de Presión para una inclusión líquida en un semiespacio rígido.

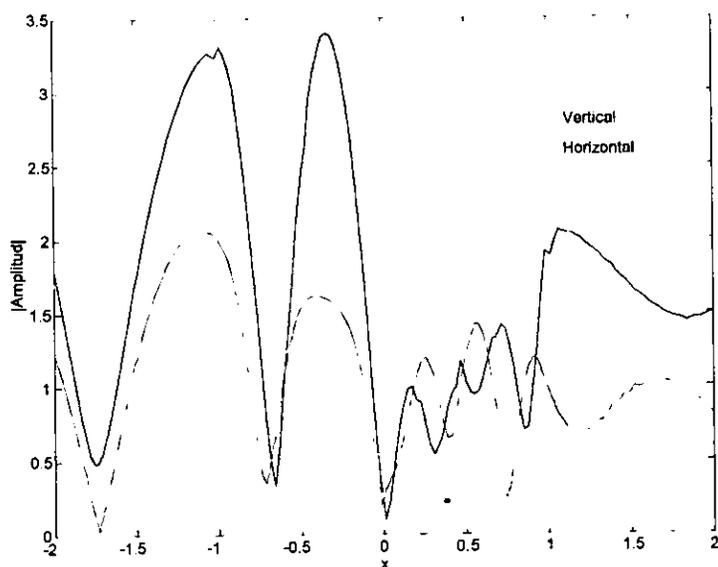


Figura 3.4.4 Amplitud de desplazamientos para una topografía triangular con poca agua.

El segundo caso que se utiliza para validar es el cálculo de las amplitudes de desplazamiento en la superficie de un cañón triangular equilátero con lados de longitud dos, sometido a la acción de una onda SV con un ángulo de incidencia de 30° para una frecuencia de 1.5 Hz. Se ha incluido un tirante de agua lo suficientemente pequeño (.05) para considerar que no influye en la respuesta de los desplazamientos en las laderas del cañón. Sin embargo, utilizamos una densidad de puntos de colocación elevada para que participe en el cálculo (50). El semiespacio tiene una densidad unitaria y velocidades $\alpha = 3.4641$ y $\beta = 2$, para el agua se utilizó un valor de $c = 14$. Los resultados mostrados en la figura 3.4.4 coinciden con los obtenidos por Sánchez-Sesma y Campillo (1991).

3.4.3 Observaciones sobre el comportamiento de la presiones

Dos ejemplos se calcularon para tener idea de lo que podríamos esperar en geometrías con propiedades del medio elástico similares.

El primero es una inclusión triangular con velocidades para el semiespacio de $\alpha = 2000 \frac{m}{s}$, $\beta = 1000 \frac{m}{s}$ y $\rho = 1500 \frac{kg}{m^3}$. Se supone, como en todos los ejemplos siguientes, que el agua tiene una $c = 1400 \frac{m}{s}$ y $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$.

En la figura 3.4.5 se muestran los módulos de la presión en Pa ($1Pa \approx 1 \times 10^{-5} \frac{kgf}{cm^2}$) para una incidencia SV de 0° y el tirante máximo. Observamos que en todas las frecuencias calculadas, el patrón es muy similar, hay una concentración de altas presiones en la interfaz líquido-sólido y un decremento hacia la parte central, donde la presión es nula. Al graficar los módulos observamos una simetría con respecto al plano $x = 0$, pero los valores complejos son de signo contrario, hecho que se hace evidente en los sismogramas sintéticos para un pulso de Ricker mostrados en la figura 3.4.6.

Al variar el tirante de agua y conservar los demás parámetros se aprecia una reducción de más de la mitad del módulo, pero el patrón se conserva (figura 3.4.7).

Aún cuando la incidencia se tomará como nula, se hace notar en la figuras 3.4.8 y 3.4.9 que la variación de ésta puede ser importante. Para $\theta = 20^\circ$ las presiones en la parte central toman, para algunas frecuencias, valores superiores a los observados en la interfaz sólido-líquido.

El segundo ejemplo calculado tiene las mismas propiedades para el semiespacio que el primero, únicamente se ha cambiado la geometría por un trapecio (figuras 3.4.10 y 3.4.11). Se observa al centro de la inclusión la presencia de las paredes deja de tener efecto a bajas frecuencias. Este hecho parece razonable si consideramos un estrato líquido (acústico) montado sobre un semiespacio elástico, las presiones serían nulas. En el ejemplo las presiones son más grandes que para el caso anterior. No se observa un paralelismo con el triángulo al reducir el tirante.

Sección 3.4 INFLUENCIA DE LA GEOMETRÍA DEL VASO. PRIMER MODELO 2D

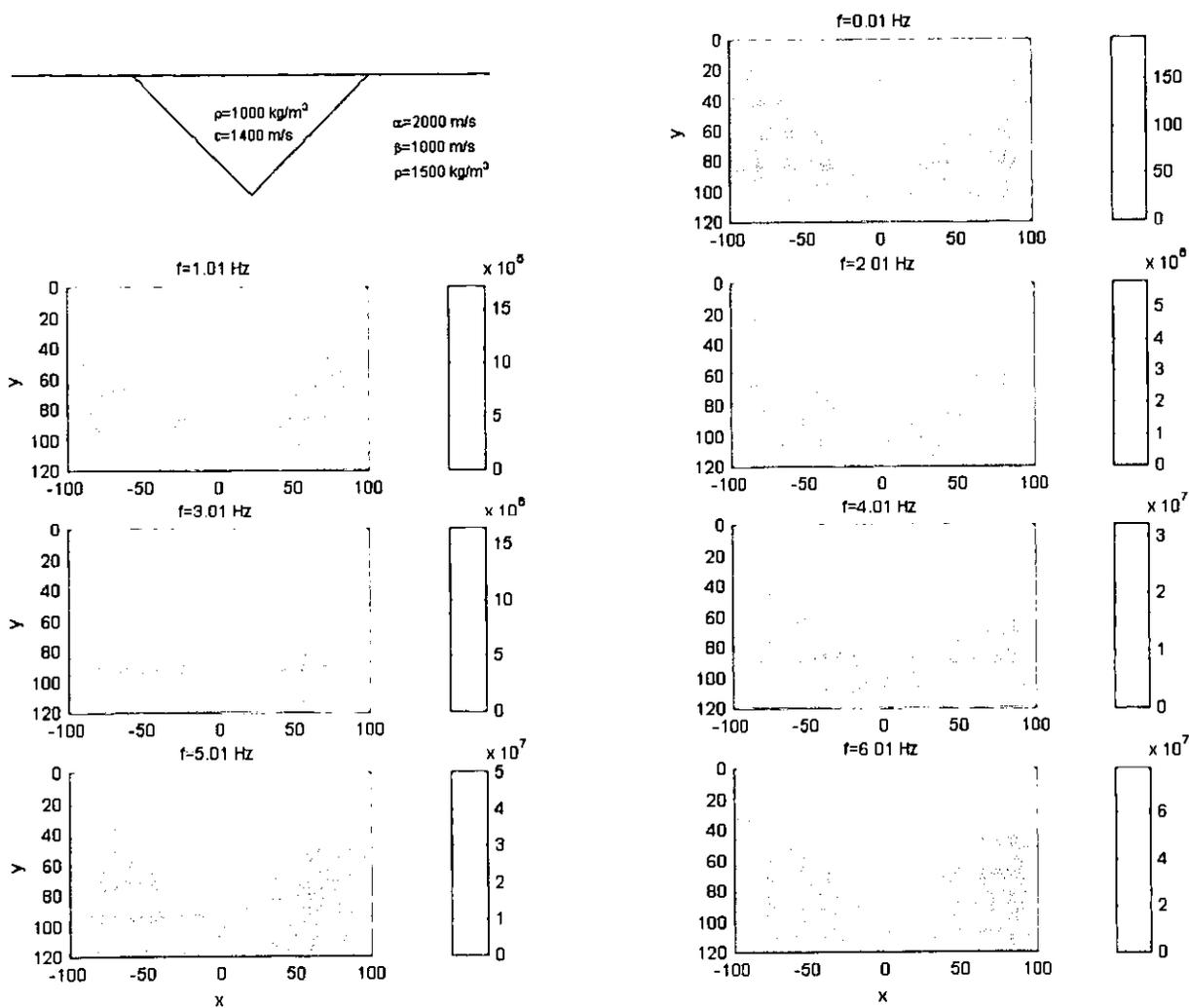


Figura 3.4.5 Presión (módulo) para $h=100 \text{ m}$.

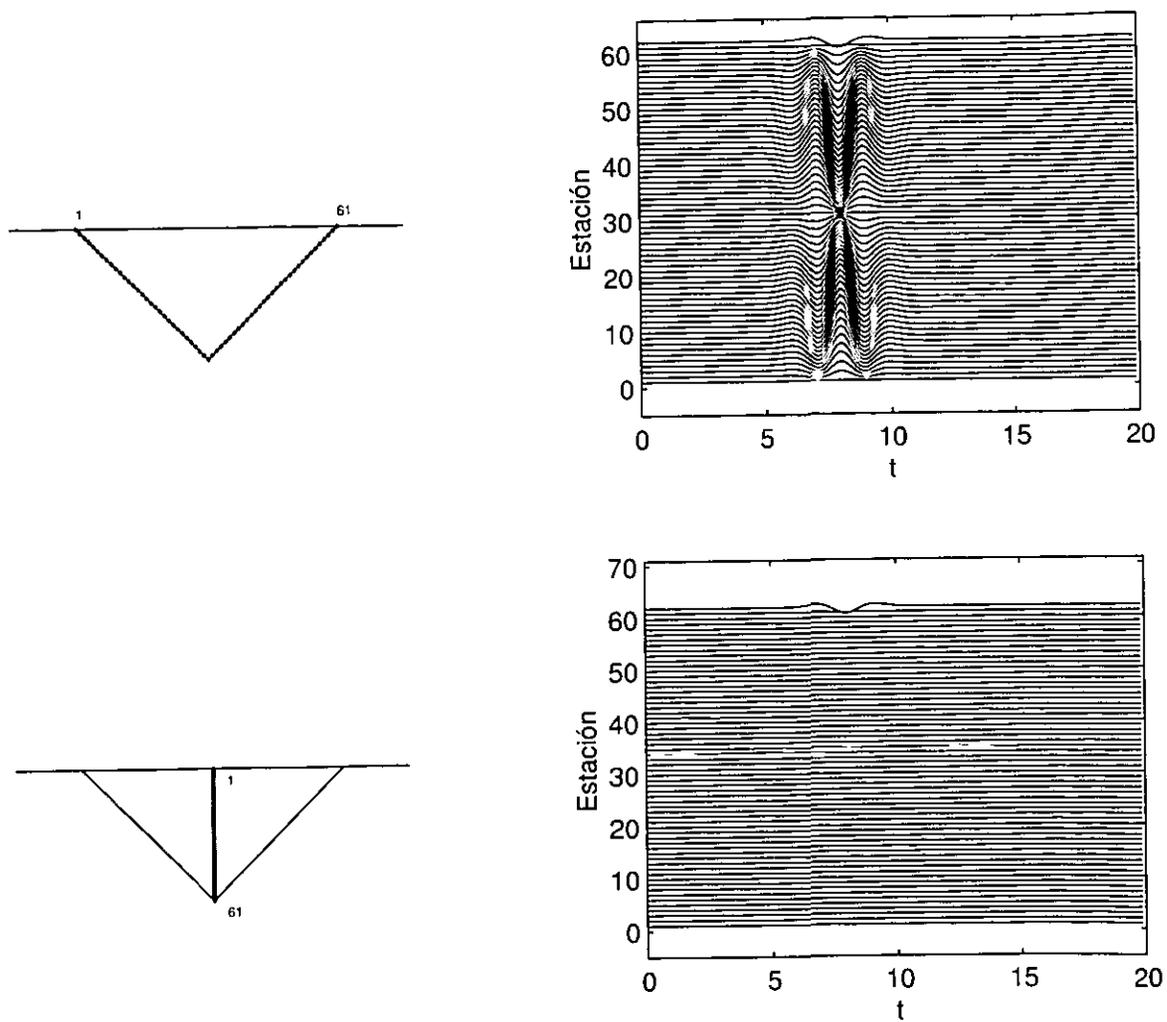


Figura 3.4.6 Sismogramas para un pulso de Ricker con $t_p=3$ y $t_s=8$. Incidencia vertical.

Sección 3.4 INFLUENCIA DE LA GEOMETRÍA DEL VASO. PRIMER MODELO 2D

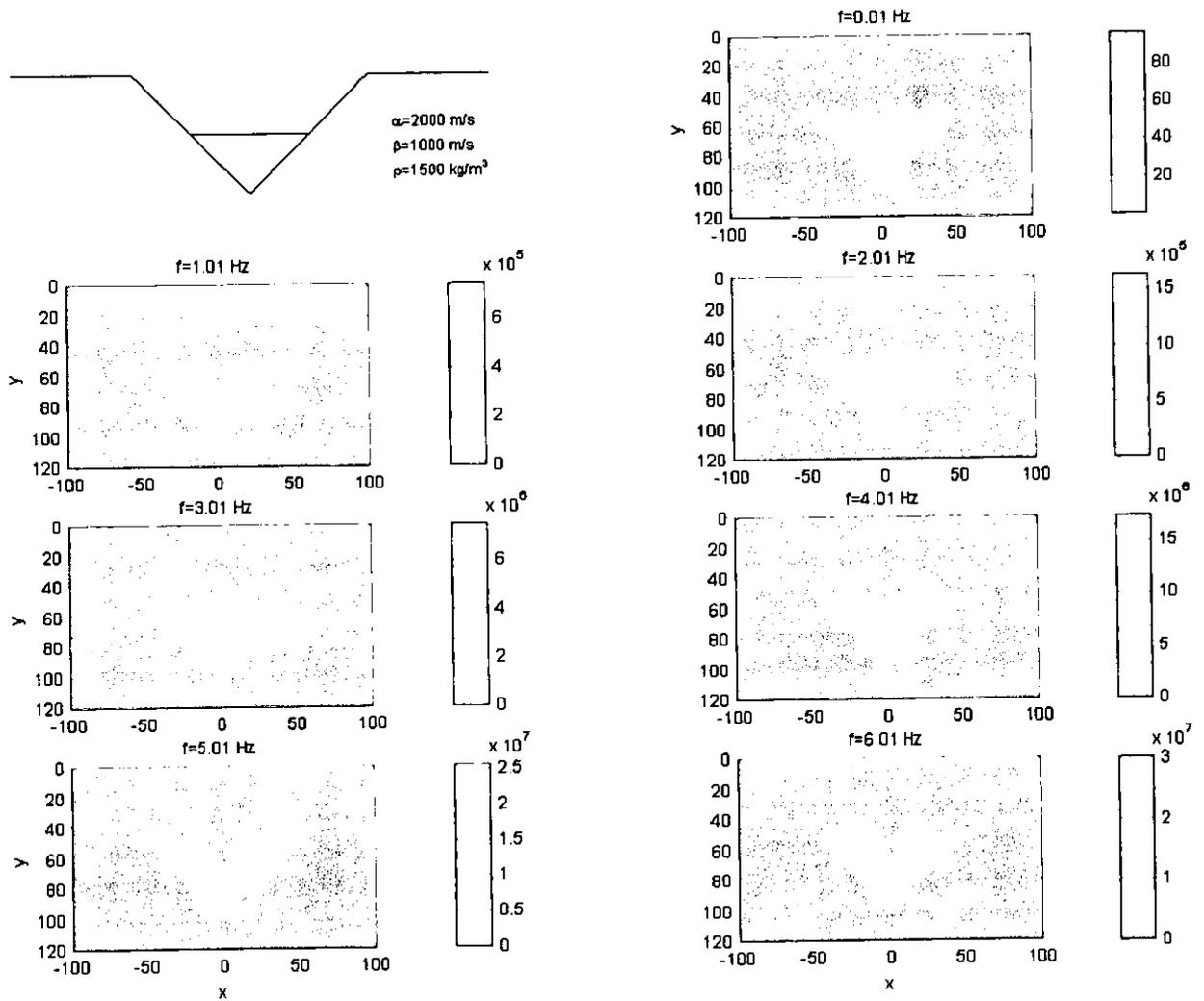


Figura 3.4.7 Presión (módulo) para h=50 m

Capítulo 3 MODELOS MATEMÁTICOS

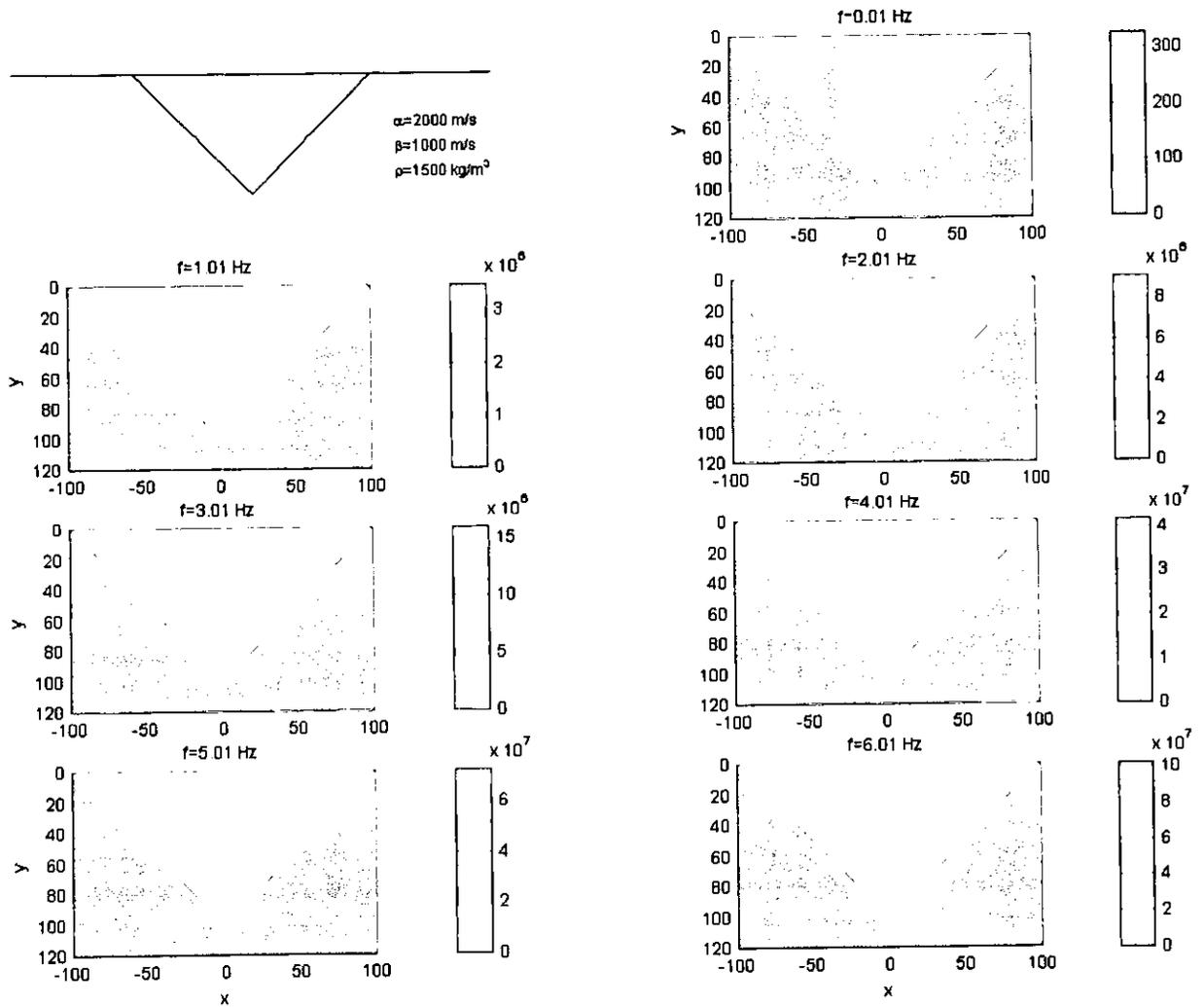


Figura 3.4.8 Presión (módulo) para $h=100 \text{ m}$ e incidencia 20° .

Sección 3.4 INFLUENCIA DE LA GEOMETRÍA DEL VASO. PRIMER MODELO 2D

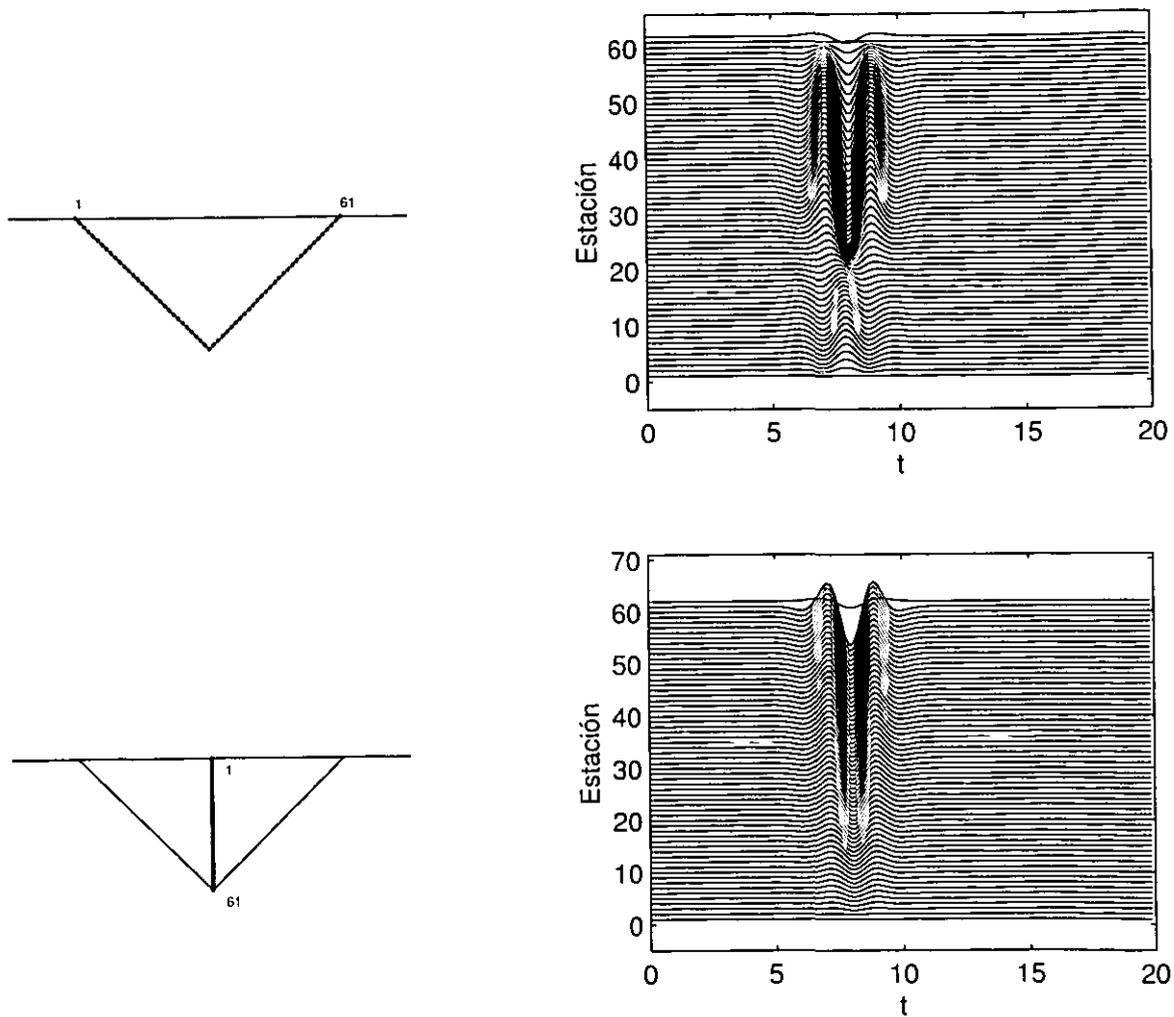


Figura 3.4.9 Sismogramas sintéticos para un Ricker con $t_p=3$ y $t_s=8$. Incidencia 20° .

Capítulo 3 MODELOS MATEMÁTICOS

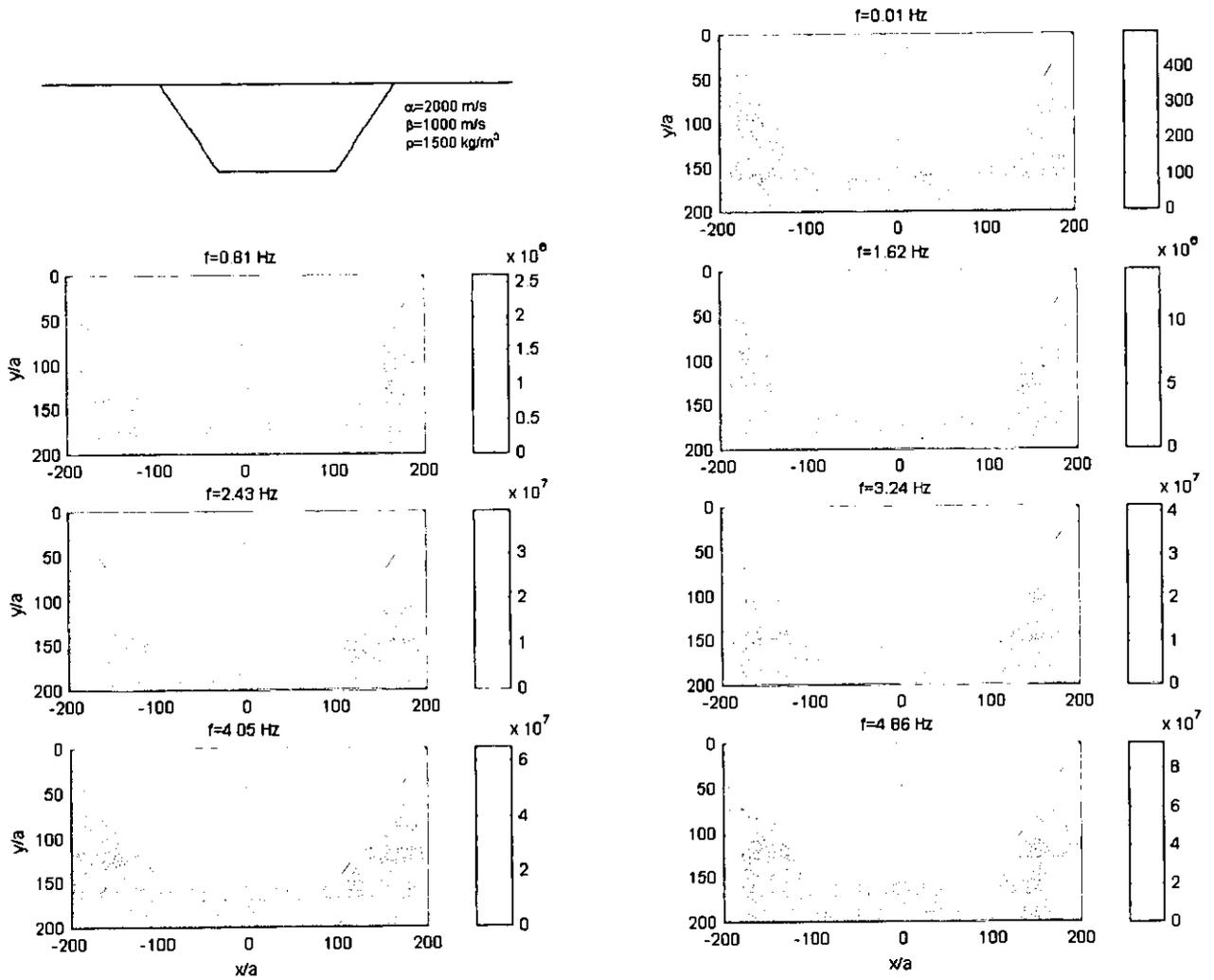


Figura 3.4.10 Presión (módulo) para $h=150$ m

Sección 3.5 INTERACCIÓN SUELO-EMBALSE-PRESA. SEGUNDO MODELO 2D

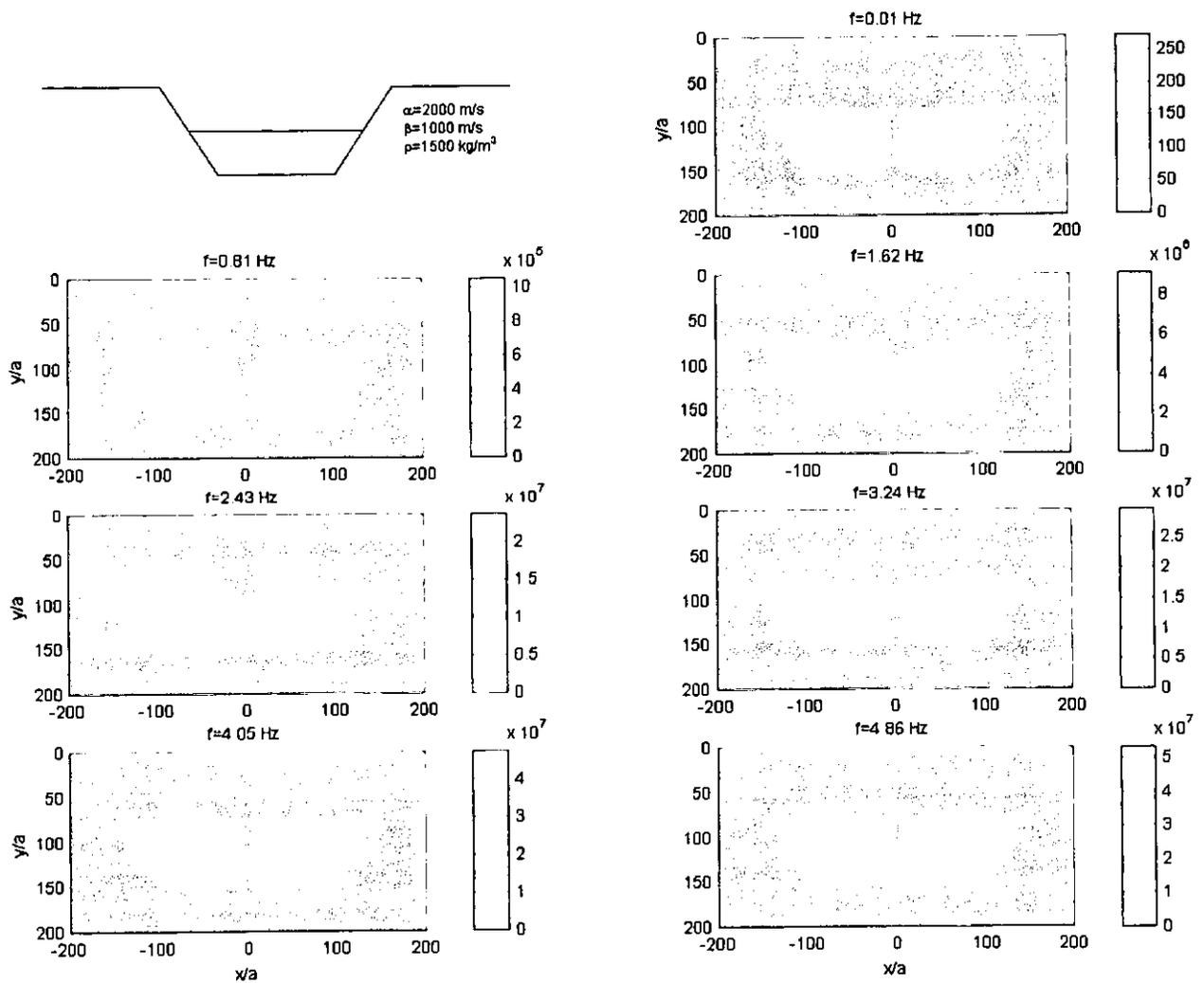


Figura 3.4.11 Presión (módulo) para $h=75 \text{ m}$

3.5 INTERACCIÓN SUELO-EMBALSE-PRESA. SEGUNDO MODELO 2D

En esta sección se estudia el efecto de interacción suelo-agua-presa ante un frente de onda SV para una sección considerando un estado plano de deformaciones. El vaso se ha idealizado de longitud infinita.

3.5.1 Hipótesis

- 1.-El fluido es irrotacional y carece de viscosidad.
- 2.-La influencia del oleaje en las presiones es despreciable.
- 3.-Se desprecia la influencia del flujo de agua en la presa inducido por la acción del sismo.

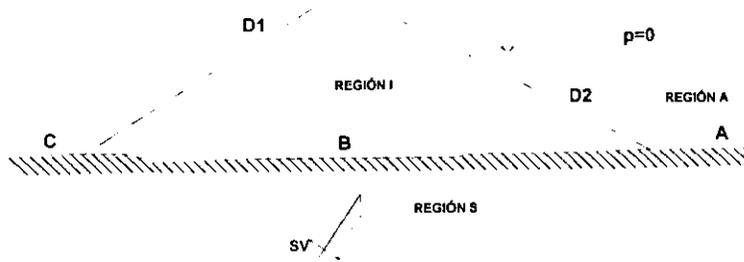


Figura 3.5.1 Modelo de presa.

3.5.2 Formulación integral

La formulación se plantea en los mismos términos del caso anterior, únicamente se ha incluido una región más, la presa. Siguiendo la nomenclatura dada en la figura 3.5.1 las ecuaciones que describen el fenómeno son:

- 1.-Cortante nulo en A

$$\frac{1}{2}\phi_1(\mathbf{x})n_2 - \frac{1}{2}\phi_2(\mathbf{x})n_1 + \int_{S_s} [\phi_j(\boldsymbol{\xi})T_{1j}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})n_2 - \phi_j(\boldsymbol{\xi})T_{2j}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})n_1] dS = t_y^{(0)}n_x - t_x^{(0)}n_y,$$

- 2.-Compatibilidad de tracciones normales en A.

$$\frac{1}{2}\phi_i(\mathbf{x})n_i + \int_{S_s} \phi_j(\boldsymbol{\xi})T_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})n_i dS + \int_{S_a} \chi(\boldsymbol{\xi})G^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})dS = -t_i^{(0)}n_i$$

- 3.-Tracciones nulas en C.

$$\frac{1}{2}\phi_i(\mathbf{x}) + \int_{S_s} [\phi_j(\boldsymbol{\xi})T_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})] dS = -t_i^{(0)},$$

4.-Compatibilidad de tracciones en B.

$$\frac{1}{2}\phi_i(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\psi_i(\mathbf{x}) + \int_{S_s} \phi_j(\boldsymbol{\xi})T_{ij}dS - \int_{S_i} \psi_j(\boldsymbol{\xi})T_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})dS = -t_i^{(0)}$$

5.-Tracciones nulas en D1.

$$-\frac{1}{2}\psi_i(\mathbf{x}) + \int_{S_i} [\psi_j(\boldsymbol{\xi})T_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})] dS = 0$$

6.-Cortante nulo en D2.

$$\frac{1}{2}\psi_1(\mathbf{x})n_2 - \frac{1}{2}\psi_2(\mathbf{x})n_1 + \int_{S_i} \psi_j(\boldsymbol{\xi})T_{1j}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})n_2 - \psi_j(\boldsymbol{\xi})T_{2j}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})n_1 dS = 0$$

7.-Compatibilidad de tracciones normales en D2.

$$\frac{1}{2}\psi_i(\mathbf{x})n_i + \int_{S_i} \psi_j(\boldsymbol{\xi})T_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})n_i dS + \int_{S_a} \chi(\boldsymbol{\xi})G^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})dS = 0$$

8.-Compatibilidad de desplazamientos en B.

$$\frac{1}{2}\phi_i(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\psi_i(\mathbf{x}) + \int_{S_s} \phi_j(\boldsymbol{\xi})G_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})dS - \int_{S_i} \psi_j(\boldsymbol{\xi})G_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})dS = -u_i^{(0)}$$

9.-Compatibilidad de desplazamientos normales en A.

$$\int_{S_s} \phi_j(\boldsymbol{\xi})G_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})n_i dS + \frac{1}{\rho_n \omega^2} \left[\frac{1}{2}\chi(\mathbf{x}) - \int_{S_a} \chi(\boldsymbol{\xi}) \frac{\partial G^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})}{\partial n} dS \right] = -u_i^{(0)}n_i,$$

10.-Compatibilidad de desplazamientos normales en D2.

$$\int_{S_i} \psi_j(\boldsymbol{\xi})G_{ij}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})n_i dS + \frac{1}{\rho_n \omega^2} \left[\frac{1}{2}\chi(\mathbf{x}) - \int_{S_a} \chi(\boldsymbol{\xi}) \frac{\partial G^*(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})}{\partial n} dS \right] = 0$$

11.-Presiones nulas en la superficie libre del agua.

Se utilizan imágenes para satisfacer esta condición de frontera.

3.5.3 Validación

Las pruebas para calibrar el programa siguieron la misma lógica del caso anterior, se validó con la presa y la cimentación rígidas y para tirantes pequeños de agua.

3.5.4 Observaciones del comportamiento

Con la finalidad de establecer la importancia de los parámetros involucrados en el comportamiento estructural se presentan dos ejemplos en los que se varía sistemáticamente la incidencia y la altura del tirante de agua. Las propiedades empleadas son las que se pueden considerar promedio para presas de tierra y el semiespacio en que se apoyan se propone con velocidad de ondas P de $2500 \frac{m}{s}$ y S de $1500 \frac{m}{s}$. En estos cálculos no se considera amortiguamiento.

Los taludes estudiados son 2:1 y 3:1. Las propiedades de materiales se incluyen en las figuras 3.5.2 a 3.5.7. La altura de la presa es de 100 m. El nivel de agua se ha estudiado para la presa

Capítulo 3 MODELOS MATEMÁTICOS

llena, semillena y vacía y se grafican los desplazamientos en D_1UD_2 y las presiones en D_2 para cuatro frecuencias (0.001 Hz, 2.001 Hz, 4.001 Hz y 6.001 Hz).

Se observa que para el caso de incidencia vertical las asimetrías en los desplazamientos inducidas por la presencia de agua sólo se hacen evidentes para las frecuencias mayores (4.001 y 6.001 Hz) y la magnitud de las variaciones horizontales con respecto a la presa vacía son pequeñas, hecho que corrobora la observación hecha por Hall y Copra (1982). La componente vertical para el caso de talud 3:1 presenta variaciones importantes para niveles de llenado diferentes. En el caso de las presiones hay un ligero incremento para el talud más grande.

Al ir variando la incidencia el cambio promedio de la respuesta en desplazamientos no presenta una variación monótona ni algún patrón fácil de definir, por lo que es recomendable realizar el cálculo para cada presa.

Para apreciar los cambios en la respuesta de la presa con talud 2:1 se presentan en las figuras 3.5.8 a 3.5.11 sismogramas sintético de desplazamientos en las direcciones x y y para la presa llena y vacía con las 4 incidencias consideradas. Las estaciones están localizadas en la superficie de la presa. La excitación es un pulso de Ricker con $t_p=1$ s y $t_s=2$ s. Se observa en estas figuras que para la presa llena hay un incremento con respecto a la vacía en la duración y la amplitud de la respuesta, siendo notable para las incidencias mayores. En el caso de la presa vacía la variación de las amplitudes es pequeña, únicamente se aprecian los retrasos propios de cada incidencia. Las amplitudes de los desplazamientos verticales para esta excitación no son, en ninguno de los casos estudiados, de magnitud importante.

Sección 3.5 INTERACCIÓN SUELO-EMBALSE-PRESA. SEGUNDO MODELO 2D

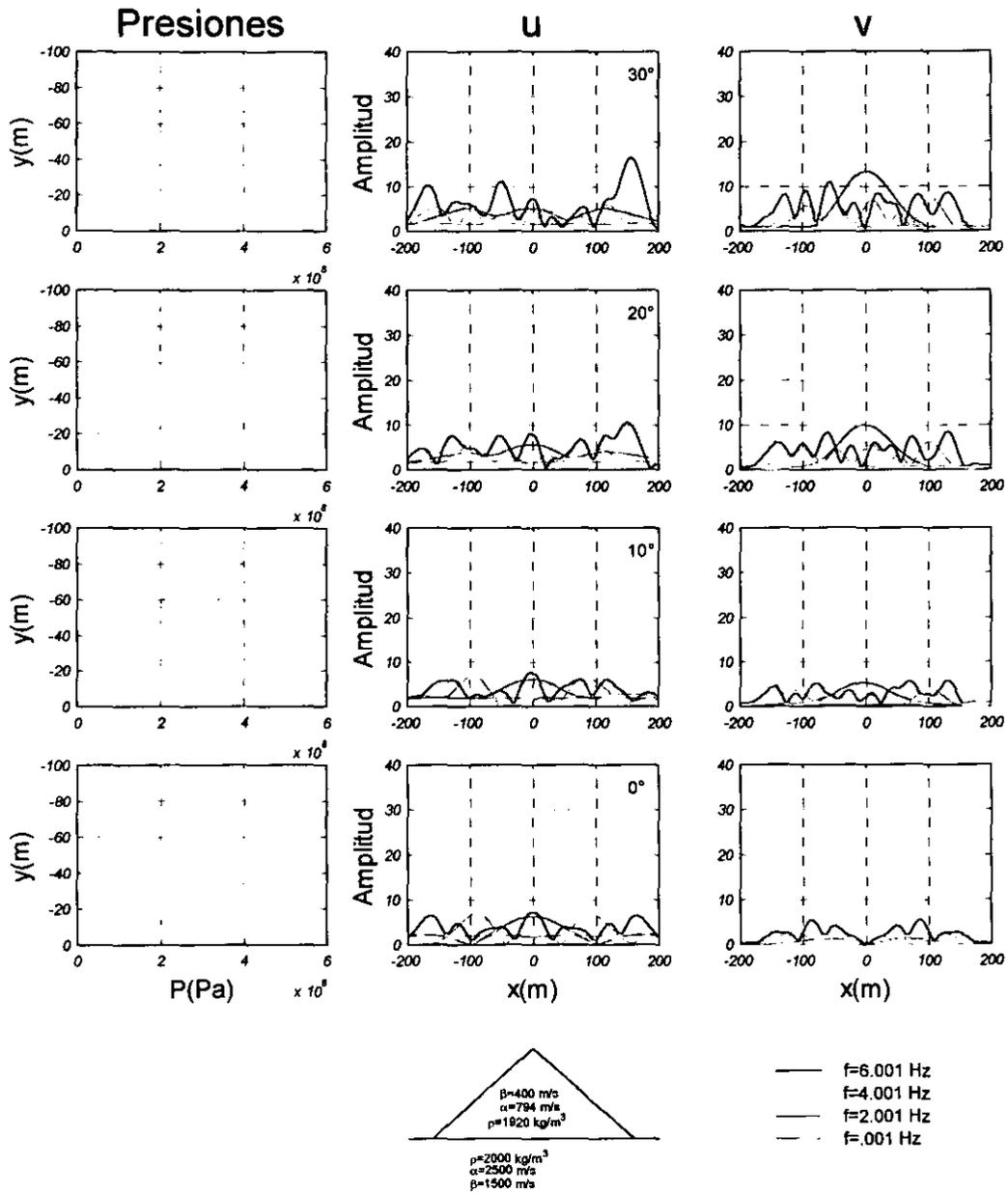


Figura 3.5.2 Presiones y desplazamientos para una presa vacía con talud 2:1.

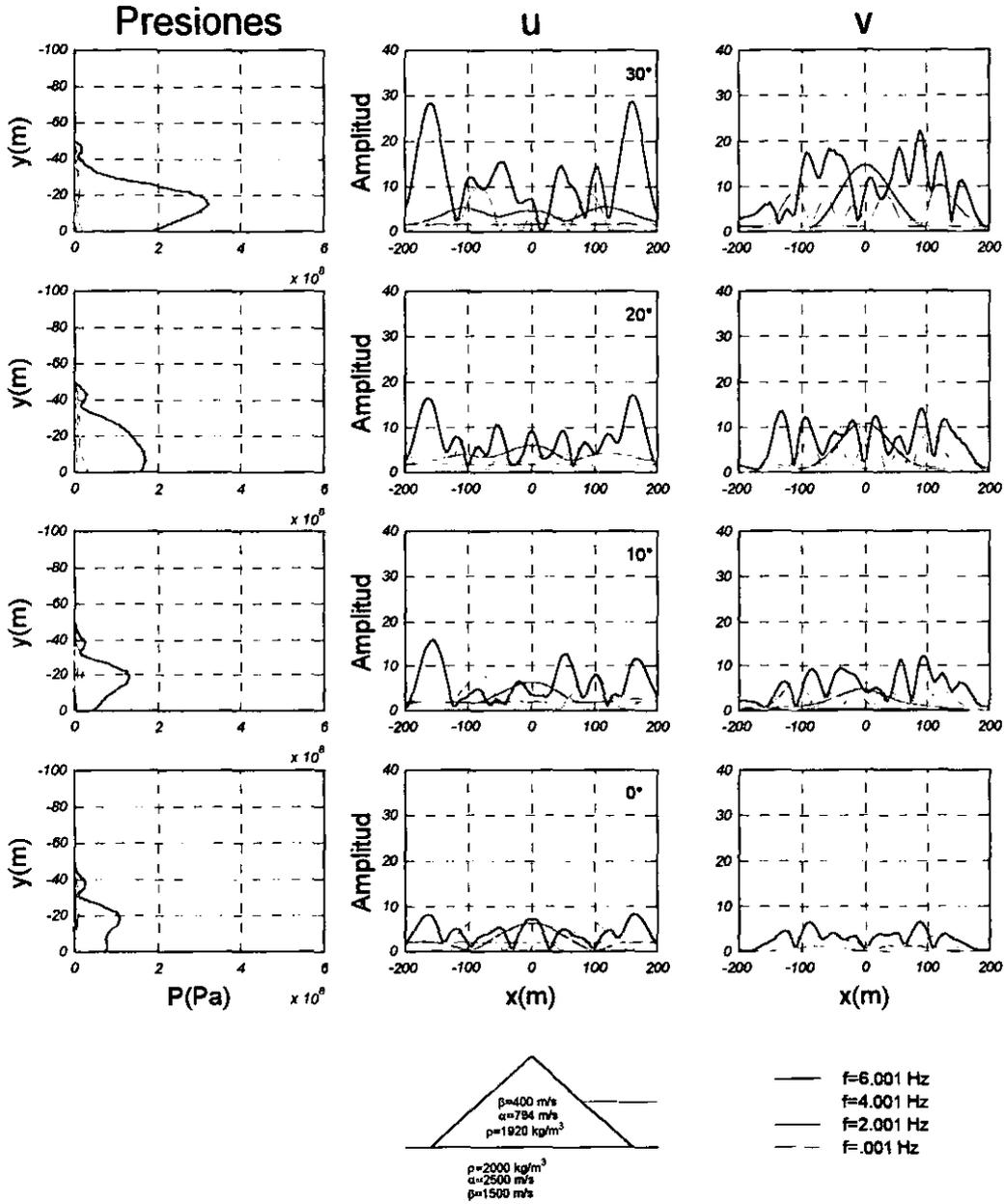


Figura 3.5.3 Presiones y desplazamientos para una presa semillena con talud 2:1.

Sección 3.5 INTERACCIÓN SUELO-EMBALSE-PRESA. SEGUNDO MODELO 2D

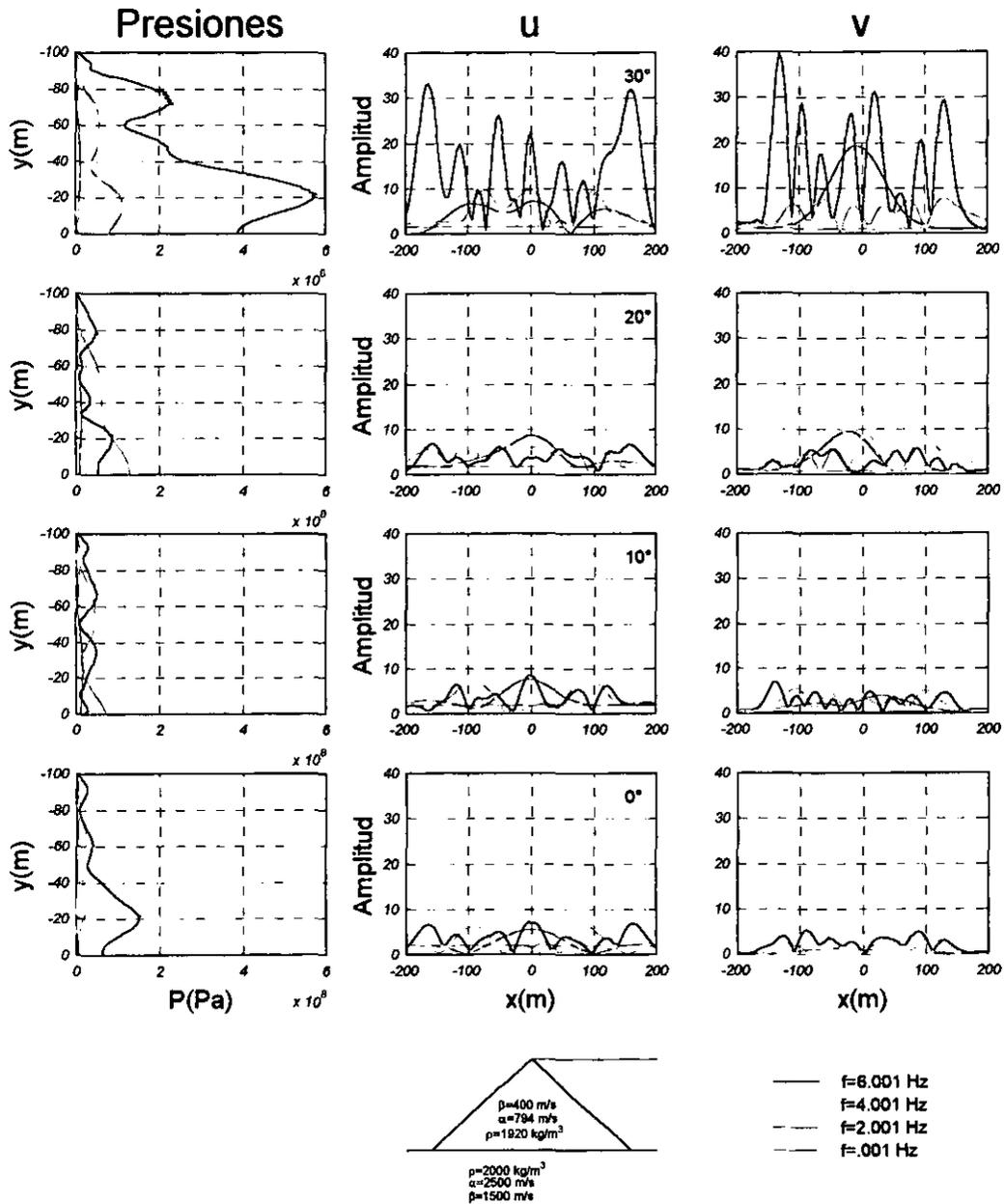


Figura 3.5.4 Presiones y desplazamientos para una presa llena con talud 2:1.

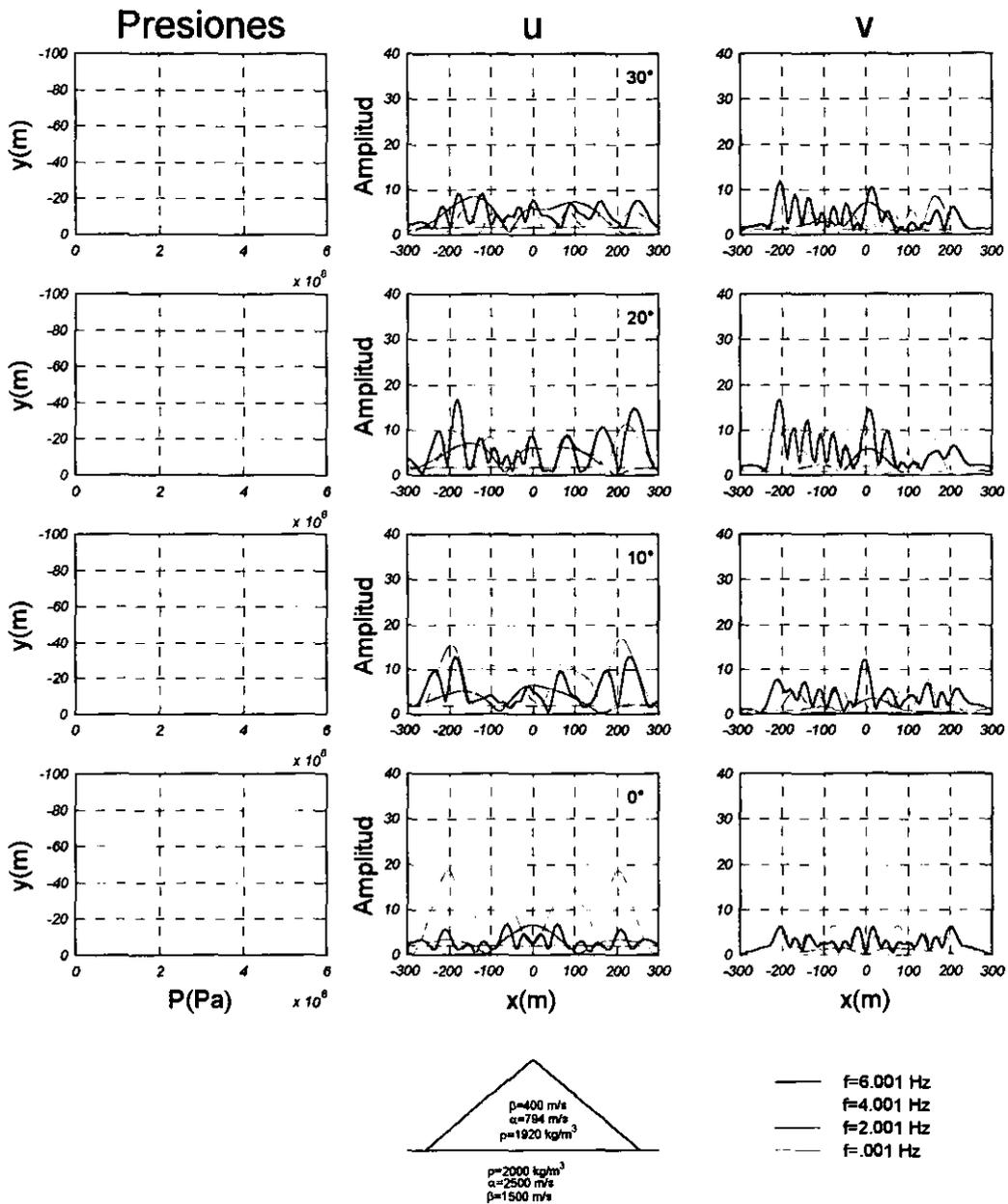


Figura 3.5.5 Presiones y desplazamientos para una presa vacía con talud 3:1.

Sección 3.5 INTERACCIÓN SUELO-EMBALSE-PRESA. SEGUNDO MODELO 2D

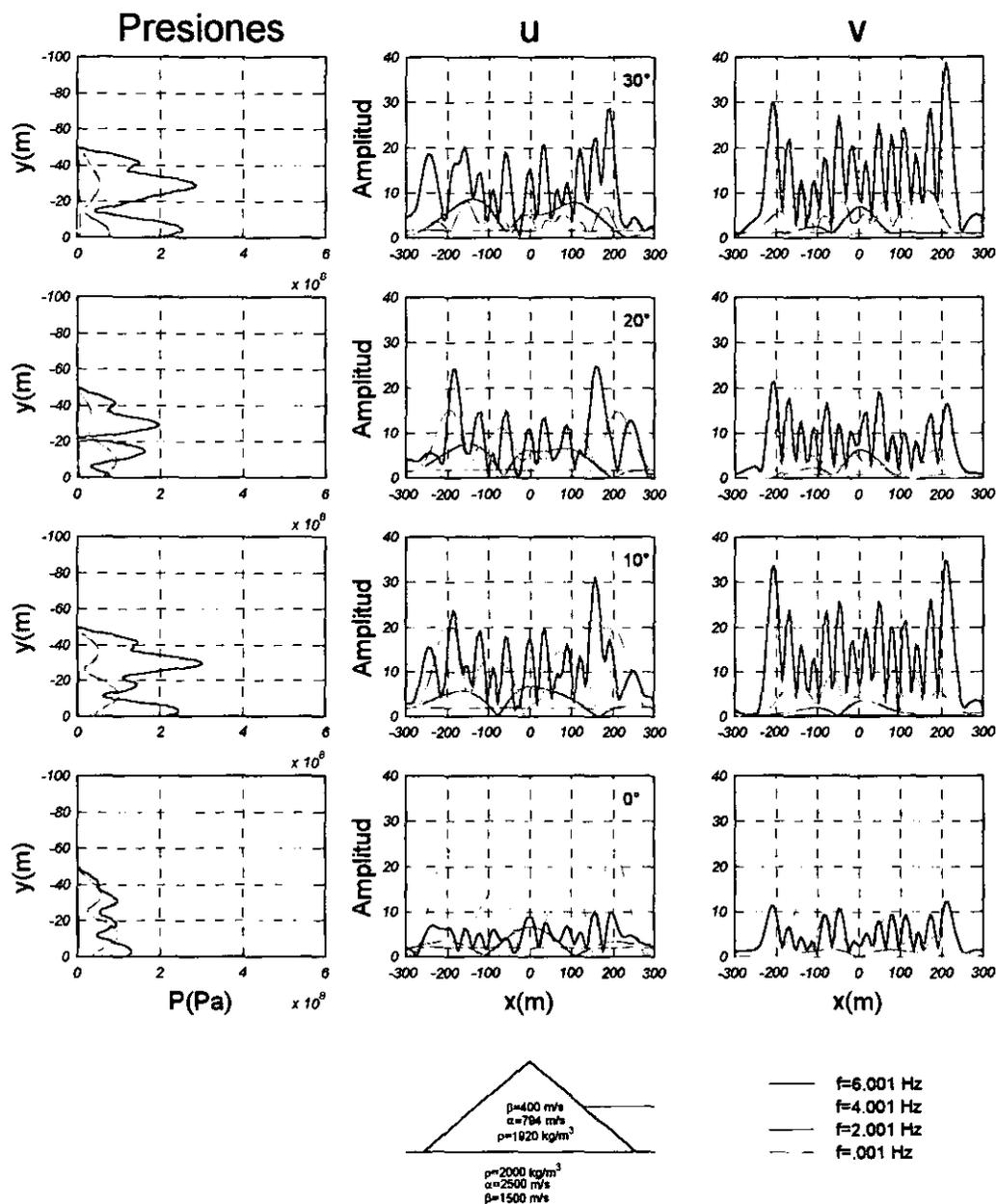


Figura 3.5.6 Presiones y desplazamientos para una presa semillena con talud 3:1.

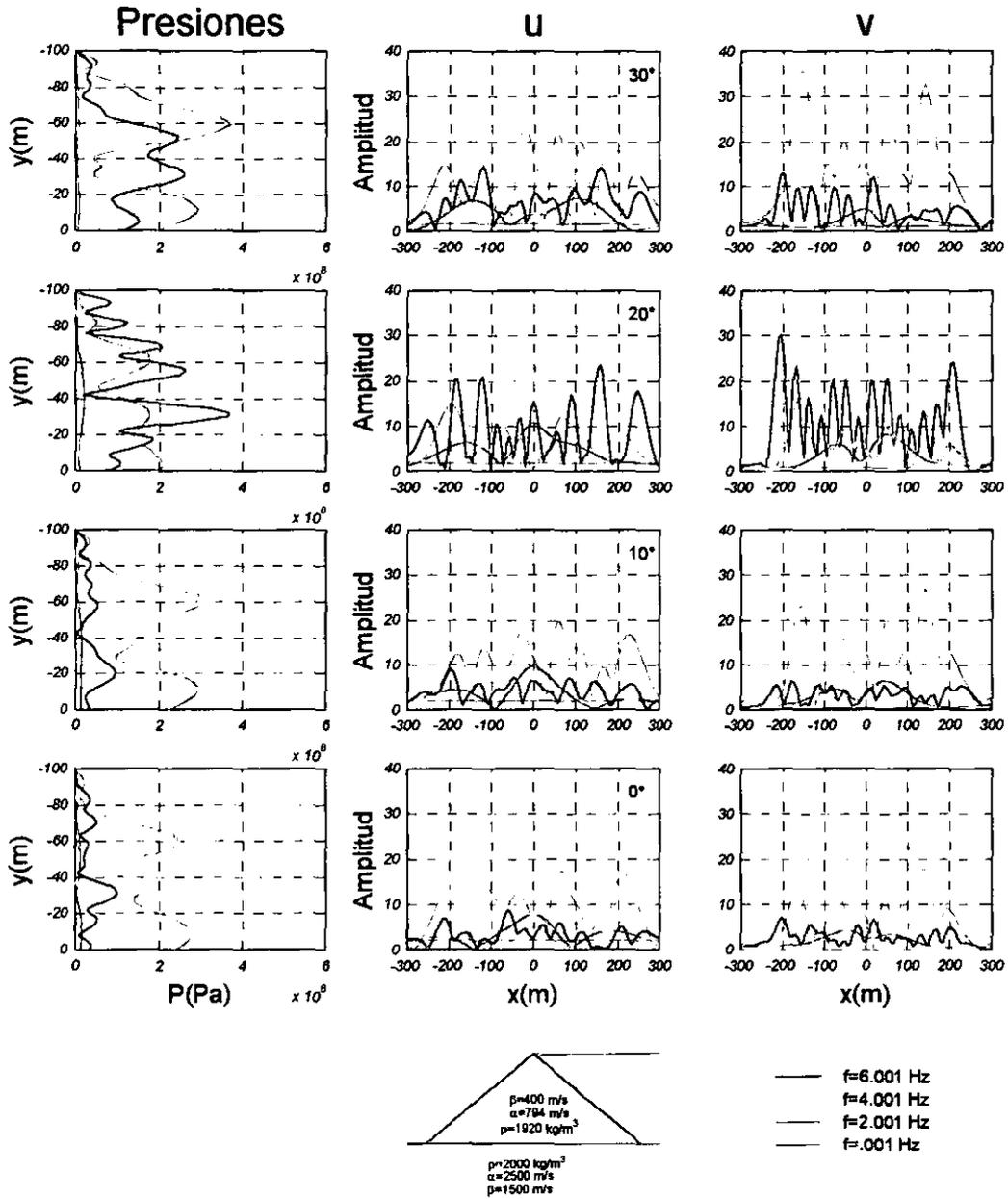


Figura 3.5.7 Presiones y desplazamientos para una presa llena con talud 3:1.

Sección 3.5 INTERACCIÓN SUELO-EMBALSE-PRESA. SEGUNDO MODELO 2D

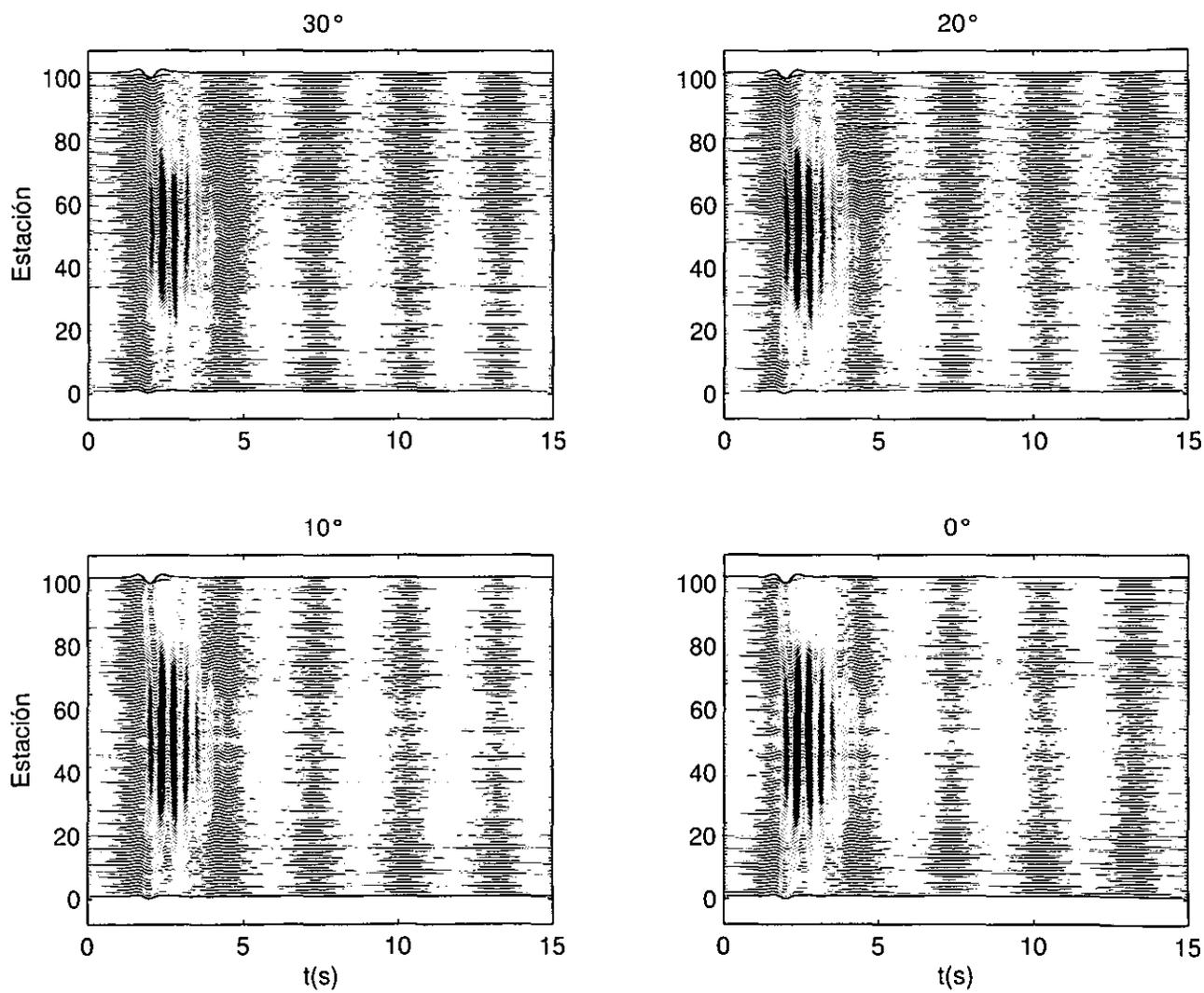


Figura 3.5.8 Desplazamientos horizontales. Presa vacía con talud 2:1.

NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

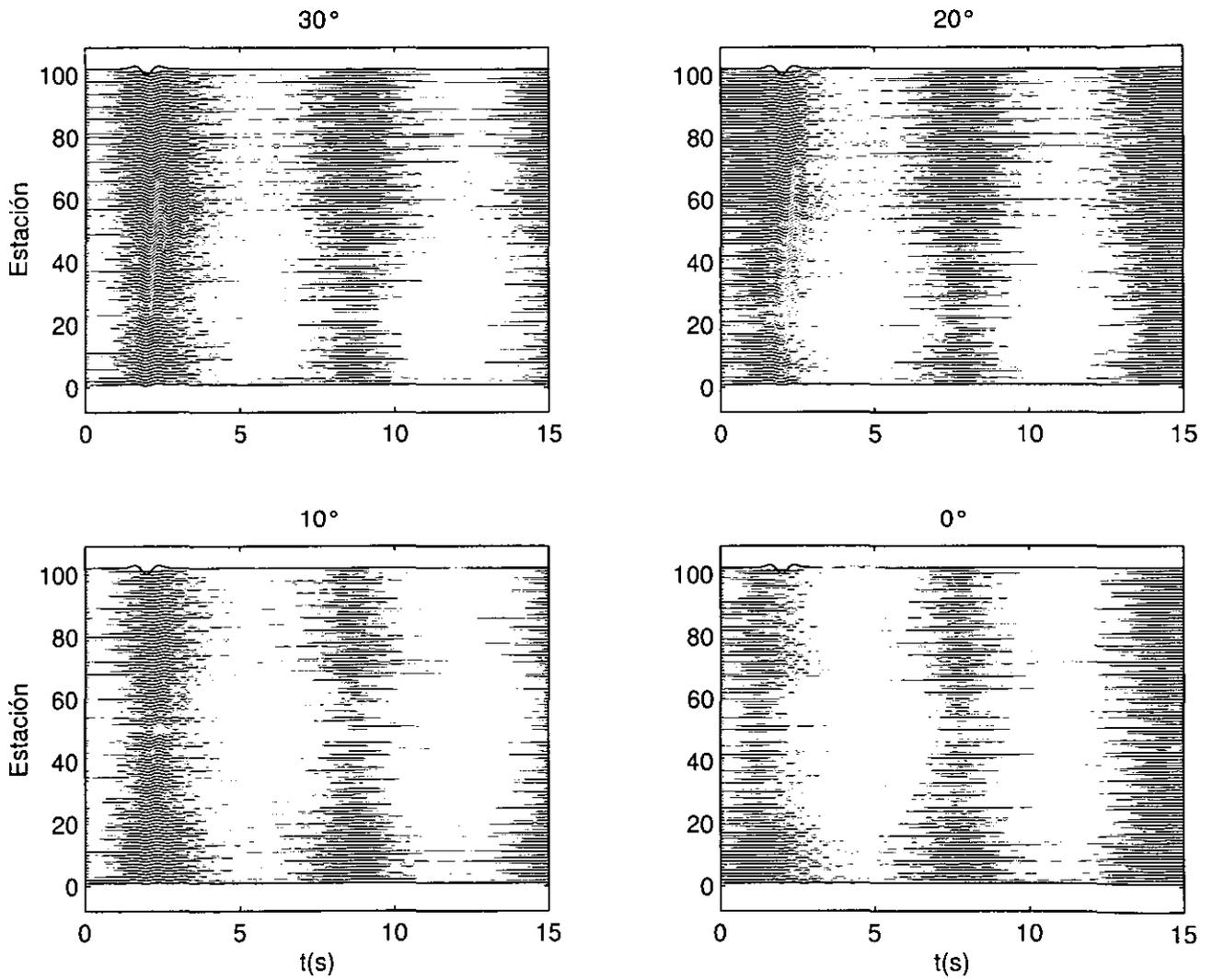


Figura 3.5.9 Desplazamientos verticales. Presa vacía con talud 2:1.

Sección 3.5 INTERACCIÓN SUELO-EMBALSE-PRESA. SEGUNDO MODELO 2D

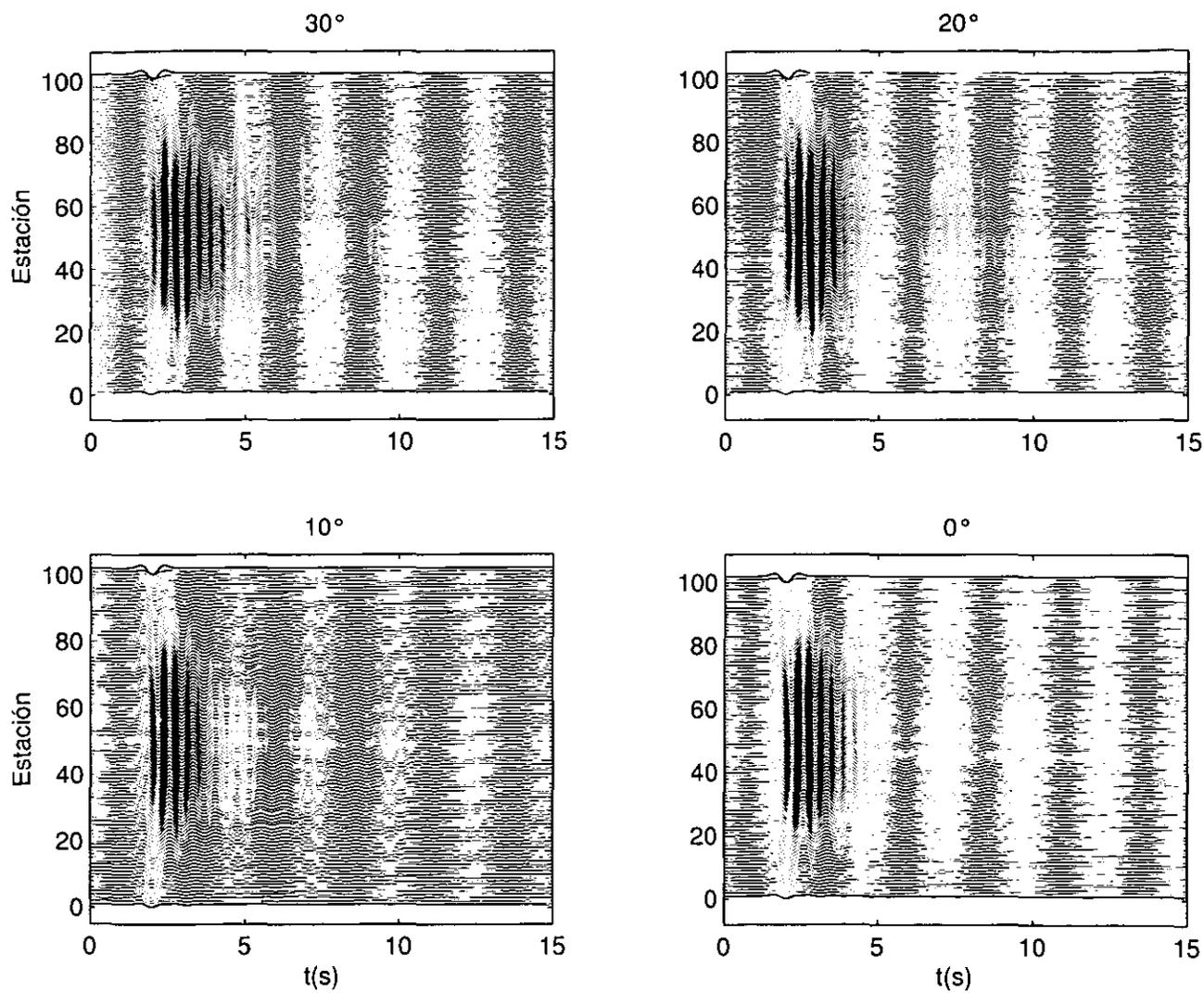


Figura 3.5.10 Desplazamientos horizontales. Presa llena con talud 2:1.

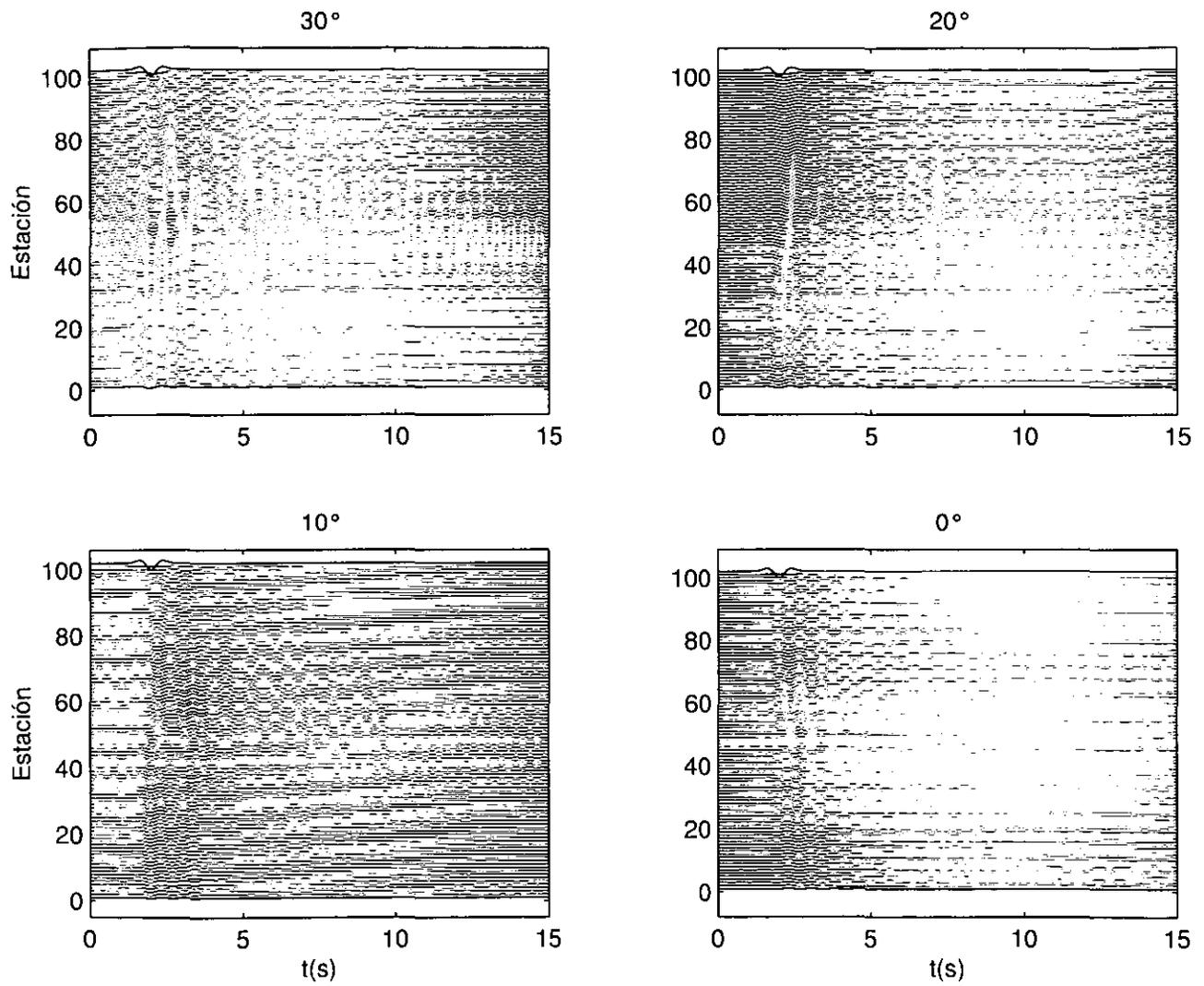


Figura 3.5.11 Desplazamientos verticales. Presa llena con talud 2:1.

Capítulo 4

APLICACIÓN

4.1 LA PRESA "EL INFIERNILLO"

La presa El Infiernillo está localizada sobre el río Balsas, a unos 70 km aguas arriba de la desembocadura (aproximadamente 18.28 lat. N y 101.9 long. W). Construida en el periodo de agosto de 1962 a diciembre de 1963 y puesta en operación en junio de 1964 se considera como una presa esbelta con una altura de 150 m, incluyendo la sobreelevación de 4 m realizada en 1985. El talud promedio es de 1.8.

El núcleo está constituido por suelo arcilloso bien graduado de media a alta plasticidad. El material que compone los filtros es arena de origen aluvial y se empleó material de rezaga de las excavaciones subterráneas en las transiciones. Para los enrocados se explotaron varias canteras de conglomerado silicificado y de diorita.

El cañón tiene una forma trapezoidal más o menos simétrica; 50 m de longitud en la base y 365 m en la corona, lo que le da una relación largo-alto de 2.5, por lo que se considera como un cañón estrecho. Sus laderas están constituidas por conglomerados silicificados con echados de 30° NE. Estos materiales fueron soldados por una intrusión de diorita cercana al sitio.

La presa cuenta con una instrumentación sísmica que consta de siete acelerógrafos, tres sobre el cuerpo de la presa y cuatro sobre roca. Hasta la fecha ha sido posible registrar un total de 233 eventos (Hernández, 2000).

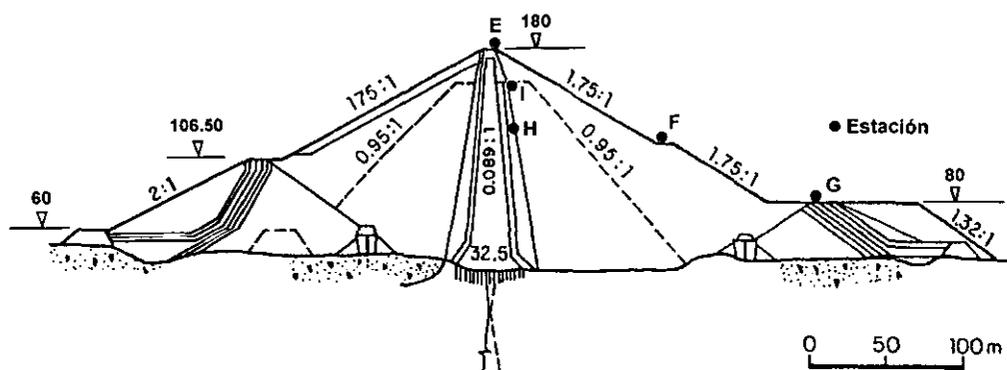


Figura 4.1.1 Sección de la presa "El Infiernillo" (tomada de Romo y Villarraga, 1989)

Capítulo 4 APLICACIÓN

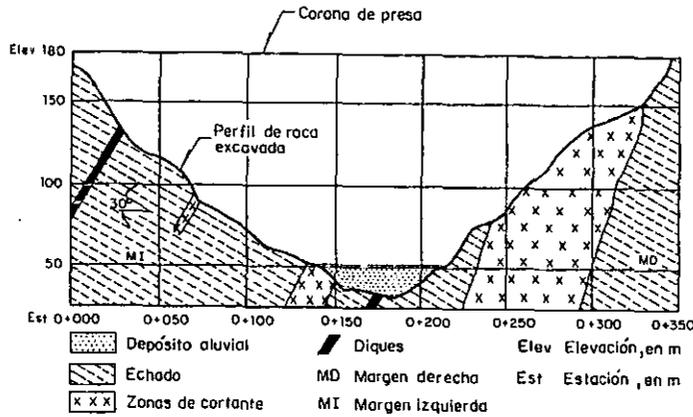


Figura 4.1.2 Perfil a lo largo de la presa (tomada de Romo y Villarraga, 1989)

4.2 Resultados numéricos y comparación con observaciones

Al modelar esta presa se consideró homogénea y dado que no se conocen con certeza las propiedades de la misma se procedió a proponer velocidades que pudieran representar el comportamiento observado. Así, la velocidad de ondas S se tomó de $500 \frac{m}{s}$ y para las P de $800 \frac{m}{s}$, que parecen muy elevadas si consideramos las propuestas por Romo y Villarraga (1989), la densidad utilizada fue de $2300 \frac{kg}{m^3}$. Para el semiespacio se tomó $\alpha = 3500 \frac{m}{s}$, $\beta = 2500 \frac{m}{s}$ y $\rho = 2300 \frac{kg}{m^3}$ y una incidencia de 10° .

Para corroborar la bondad del modelo utilizado se comparan las funciones de transferencia para el movimiento horizontal en la corona (I) referido a la estación G de la figura 4.1.1 obtenida con el sismo 960006 (clasificación asignada en la Base Mexicana de Datos de Sismos Fuertes, ver fig 4.2.1) y la dada con nuestro modelo. Este temblor ocurrió el 25 de enero de 1996 con una magnitud $M_c=5.2$ y su localización fue 18.43 lat. N y 102.43 long. W.

La figura 4.2.2 muestra la comparación considerando dos factores de calidad para la presa, $Q=\infty$ y 20. El semiespacio y el agua carecen de amortiguamiento. El primer caso (en rojo), equivalente a la inexistencia de amortiguamiento, tiene amplitudes más grandes a las obtenidas mediante el cociente con datos. Sin embargo, es de esperarse que los materiales que forman la presa tengan mecanismos que involucren un amortiguamiento, por lo que se supuso obteniéndose mejores resultados. Se observa que hay corrimiento importante de la "frecuencia fundamental", este comportamiento se atribuye principalmente a la rigidización que proporciona el cañón y la variación de las velocidades conforme la profundidad.

En la figura 4.2.3 se presentan los resultados normalizados. La tendencia del modelo es similar a la del observado.

Sección 4.2 Resultados numéricos y comparación con observaciones

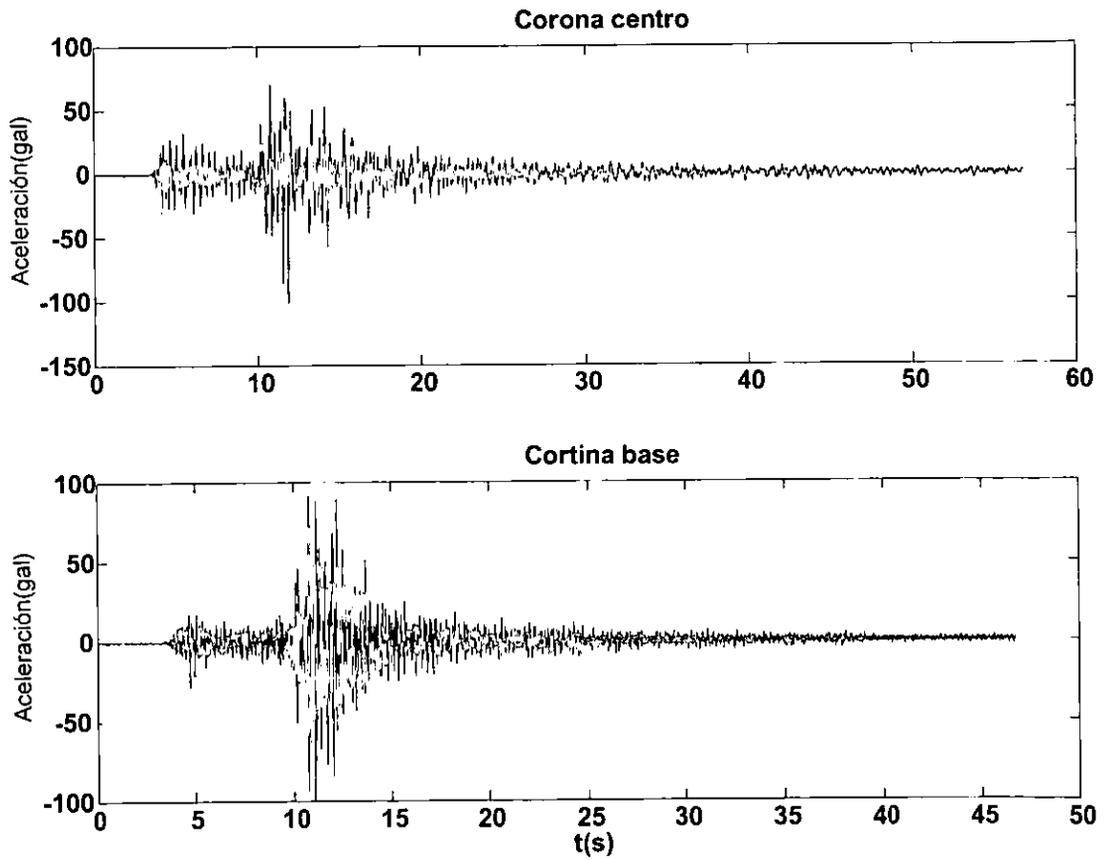


Figura 4.2.1 Acelerogramas para las estaciones I y G. Sismo 960006

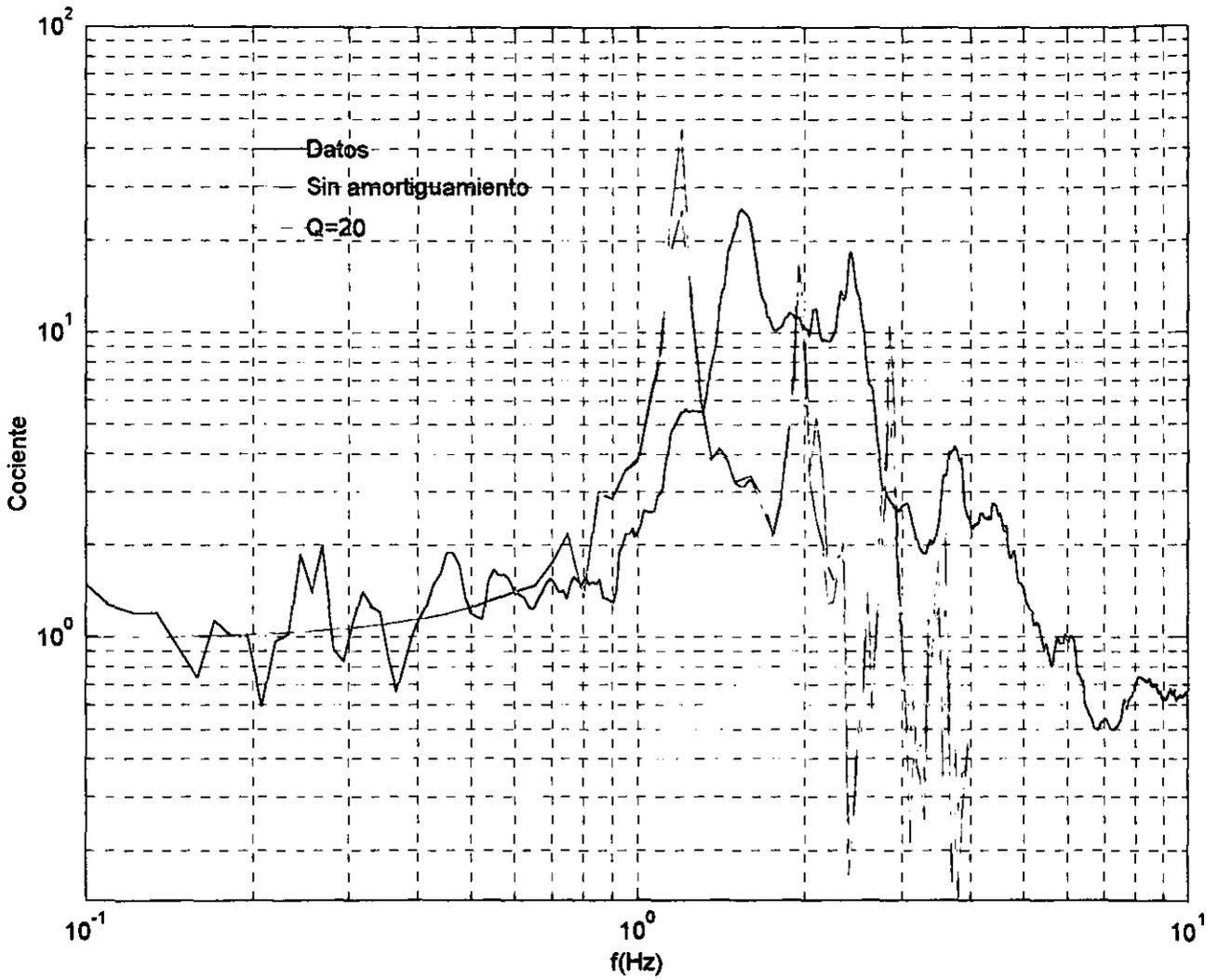


Figura 4.2.2 Funciones de transferencia en la estación I de la componente horizontal

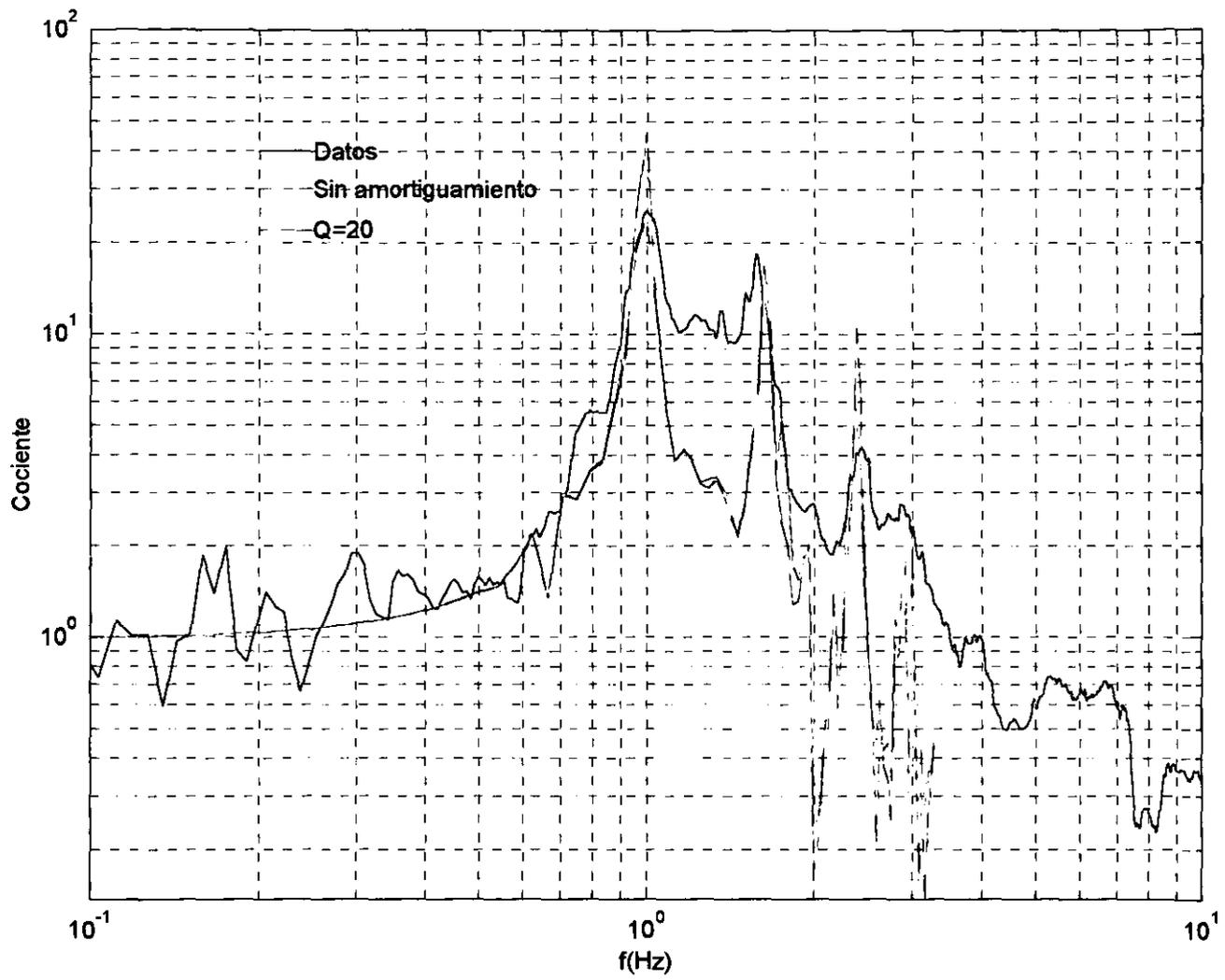


Figura 4.2.3 Funciones de transferencia normalizadas en la estación I de la componente horizontal

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo se presentó una revisión de algunos aspectos relevantes en el análisis sísmico de presas, que sin pretender ser exhaustiva pone de relieve la variedad de parámetros que se consideran importantes para este fin.

Una de las secciones que el autor considera más importante es la correspondiente a la descripción de los métodos numéricos que sirvieron de base al capítulo tres, la razón: son un excelente complemento de la formación profesional. Además de ser aplicables a los problemas de la elasticidad son herramientas poderosas para resolver otros fenómenos de interés en la ingeniería civil, *e.g.* el flujo de agua en medios porosos y la conducción de calor.

De los tres modelos que se presentaron para estudiar algunas de las características del comportamiento de las presas de tierra y enrocamiento ante la incidencia oblicua de un frente de ondas S, las conclusiones relevantes, sustentadas en los cálculos realizados, son:

- 1.-Existe un incremento de los desplazamientos en la superficie de las presas debido al efecto combinado de la incidencia oblicua y el embalse.
- 2.-El efecto tridimensional de las presiones no es relevante si consideramos el análisis de una sección que forme un plano de simetría del cañón, razón por la cual se despreciaron en el análisis de la presa El Infiernillo.
- 3.-Al comparar los resultados obtenidos de forma numérica contra los observados para la presa El Infiernillo, el modelo propuesto muestra discrepancias atribuibles a la relación longitud-ancho de la presa y a la variación de la velocidades con la profundidad. Sin embargo, cualitativamente parece adecuado. Se propone para futuras investigaciones la implementación de la funciones de Green dadas en Sánchez-Sesma et al (2001) para resolver el segundo problema.
- 4.-La determinación de las constantes elásticas para presas es una de las principales limitantes para poder realizar análisis realistas.

Apéndices

A.-El teorema de Green (Adaptado de Zienkiewics y Taylor, 1995)

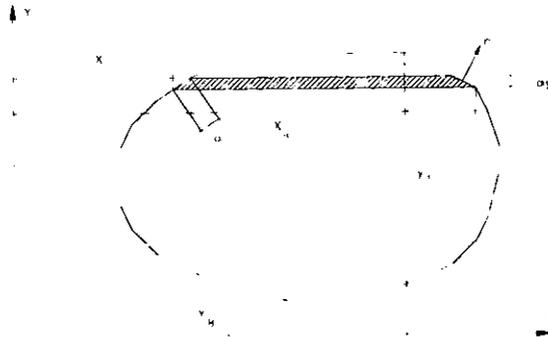


Figura A.1

Considere la integración por partes de la expresión siguiente

$$\int \int_{\Omega} \phi \frac{\partial \psi}{\partial x} dx dy.$$

Integrando con respecto a x se tiene

$$\int \int_{\Omega} \phi \frac{\partial \psi}{\partial x} dx dy = - \int \int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial x} \psi dx dy + \int [(\phi \psi)_{x=x_H} - (\phi \psi)_{x=x_L}] dy. \quad (1)$$

Si consideramos un segmento a la derecha de la frontera $d\Gamma$ (ver figura A.1) notamos que

$$dy = d\Gamma n_x,$$

donde n_x es el coseno director entre la normal y el eje x . A la izquierda tenemos

$$dy = -d\Gamma n_x.$$

Por lo tanto el término final de la ecuación 1 puede escribirse como

$$\oint_{\Gamma} \phi \psi n_x d\Gamma,$$

la expresión general es:

$$\int \int_{\Omega} \phi \frac{\partial \psi}{\partial x} dx dy = - \int \int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial x} \psi dx dy + \oint_{\Gamma} \phi \psi n_x d\Gamma.$$

Si la diferenciación es con respecto a y obtenemos:

$$\int \int_{\Omega} \phi \frac{\partial \psi}{\partial y} dx dy = - \int \int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial y} \psi dx dy + \oint_{\Gamma} \phi \psi n_y d\Gamma$$

En el caso tridimensional se tiene:

$$\int \int \int_{\Omega} \phi \frac{\partial \psi}{\partial x} dx dy dz = - \int \int \int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial x} \psi dx dy dz + \oint_{\Gamma} \phi \psi n_x d\Gamma.$$

B.-Presiones hidrodinámicas en presas rígidas con paramento vertical (Adaptado de Alvarez, 1993)

Consideremos la presa con cortina rígida y paramento vertical de la figura B.1, sometida a un movimiento horizontal y a las siguientes condiciones de frontera:

- 1.-Compatibilidad de desplazamientos normales en la interfaz sólido-líquido.
- 2.-Presiones nulas en la superficie libre.

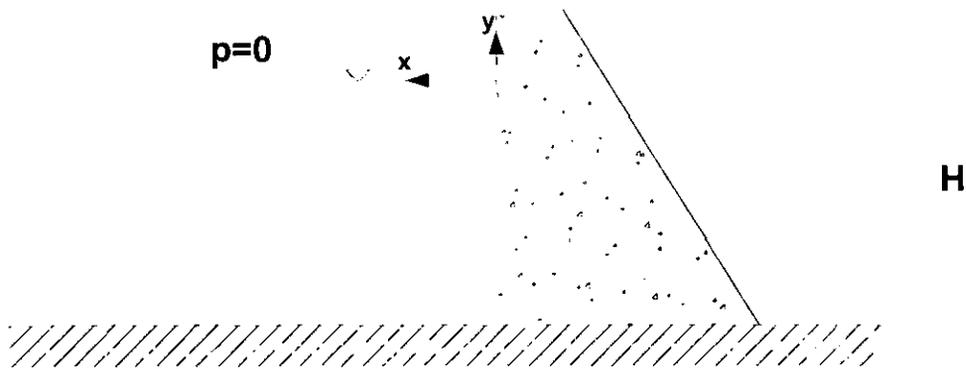


Figura B.1 Presa rígida con paramento vertical.

La ecuación que gobierna el fenómeno en el dominio de la frecuencia es la de Helmholtz, i.e.

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (1)$$

donde $p =$ presión, $k = \frac{\omega}{c}$, $\omega =$ frecuencia angular y $c =$ velocidad de propagación de ondas en el agua.

Supongamos que $p = \chi(x)\varphi(y)$ y sustituyamos en la ecuación 1

$$\frac{\varphi''}{\varphi} = - \left(\frac{\chi''}{\chi} + k^2 \right). \quad (2)$$

Esta expresión se cumple sólo si los dos miembros se igualan a una constante $-\lambda^2$, por lo que

$$\frac{\varphi''}{\varphi} = -\lambda^2,$$

cuya solución es:

$$\varphi = A \cos(\lambda y) + B \sin(\lambda y).$$

La constante B se anula porque debe haber compatibilidad de desplazamientos normales en $y = 0$ ($\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$, ver página 25). Por la segunda condición de frontera se tienen n soluciones con

$$\lambda_n = \frac{(2n-1)\pi}{2H} \quad n \in N.$$

Esto conduce a:

$$\varphi_n = A \cos(\lambda_n y).$$

Conocida la expresión para φ y la forma de p obtenemos de la ecuación 2:

$$\chi'' + s^2 \chi = 0,$$

con solución

$$\chi = D e^{-is_n x} + E e^{is_n x},$$

donde $s_n^2 = k^2 - \lambda_n^2$.

El segundo término carece de sentido físico, pues implica ondas que vienen del infinito, por lo que se omite. Así, tenemos n soluciones de la ecuación de Helmholtz

$$p_n = Q_n \cos(\lambda_n y) e^{-is_n x},$$

linealmente independientes, por lo que la solución total es:

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \cos(\lambda_n y) e^{-is_n x}.$$

En $x = 0$ debe cumplirse

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \omega^2 u$$

donde u es el desplazamiento en la dirección horizontal. Considerando esta condición de frontera se puede demostrar que

$$Q_n = -\frac{4(-1)^{n+1} \rho \omega^2 u i}{\pi(2n-1) \sqrt{k^2 - \lambda_n^2}},$$

por lo que

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{4(-1)^{n+1} \rho \omega^2 u i}{\pi(2n-1) \sqrt{k^2 - \lambda_n^2}} \cos(\lambda_n y) e^{-is_n x}.$$

Referencias

- Abousseda H. y P. Dakoulas (1996), Response of Earth Dams to P and SV Waves Using Coupled FE-BE Formulation, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, pp 1177-1194.
- Arfken, G. B. y H. J. Weber (1995), *Mathematical Methods for physicists*, 4ª Edición, Academic Press, Inglaterra.
- Alvarez, D. A. (1993), Respuesta Sísmica de Presas Deformables Considerando Interacción Hidrodinámica, Tesis de Maestría, D.E.P.F.I., U.N.A.M, México.
- Avilés, J y F. J. Sánchez-Sesma (1989), Water Pressures on Rigid Gravity Dams with Finite Reservoir during Earthquakes, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 18, pp 527-537.
- Beskos, D. E. (1987), Boundary Element Methods in Mechanics, Vol. 3, 1ª Edición , Elsevier Science Publishers B.V., Holanda.
- Bravo H. L. (1998), El modelo Heterogéneo de la Viga de Cortante en la Respuesta Dinámica de la Presa El Infiernillo, Tesis de Maestría, D.E.P.F.I., U.N.A.M, México.
- Brebbia, C. A. y J. Dominguez (1989), *Boundary Elements. An Introductory Course*, 1ª Edición, Computational Mechanics Publications y McGraw-Hill, Inglaterra.
- Bonnet, M. (1995), Équations intégrales et éléments de frontiere. Applications en Mécanique des Solides et des Fluides, 1ª Edición, CNRS Éditions y Éditions Eyrolles, Francia.
- Chandrupatla T. R. y A. D. Belegundu (1999), Introducción al Estudio del Elemento Finito en Ingeniería, 2ª Edición, Prentice Hall, México.
- Chopra, A. K y S. Gupta (1982), Hydrodynamic and Foundation Interaction Effects in Frequency Response Function on Concrete Gravity Dams, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp 89-106
- Chwang, A. (1978), Hydrodynamic Pressures on Sloping Dams During Earthquakes. Part 2. Exact Theory, *Journal of Fluid Mechanics*, vol 87, pp 343-348.
- Gazetas, G (1987), State of the Art. Seismic Response of Earth Dams: some recent developments, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 6, No. 1, pp. 1-47

Hall, J. F y A. K. Chopra (1982), Hydrodynamic Effects in Earthquake Response of Embankment Dams, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, Proceedings, ASCE, Vol 108 N0. GT4, pp. 591-597.

Hughes, T. J. R. (1987), *The Finite Element Method-Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice- Hall, EEUU.

Juárez, E. y A. Rico (1996), *Mecánica de suelos. Teoría y Aplicación de la Mecánica de Suelos, Tomo II*, 14ª edición, Limusa, México.

Lacy S. y J. H. Prevost (1987), Nonlinear Seismic Response Analysis of Earth Dams, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol 6, No. 1, pp 48-63.

Lay T. y T.C. Wallace (1995), *Modern Global Seismology*, 1ª edición, Academic Press, E.E. U.U.

Marsal R. J. y D. Reséndiz (1983), *Presas de Tierra y Enrocamiento*, 1ª edición, Editorial Limusa, México.

Martínez, B. y J. Bielak (1980), On the Three-Dimensional Seismic Response of Earth Structures, *7º Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Estambul, Vol 8, pp. 523-528.

Mejia, L. H., H. B. Seed y J. Lysmer (1982), Dynamic Analysis of Earth Dams in Three Dimensions, *J. Geotech. Engrg.*, ASCE, Vol 108, No. GT12, pp. 1586-1604

Mejia, L. H. y H. B. Seed (1983), Comparison of 2-D and 3-D Dynamic Analyses of Earth Dams, *J. Geotech. Engrg.*, ASCE, Vol 109, No. 11, pp. 1383-1398

Newmark N. M. (1965), Effects of Earthquake on Dams and Embankments, *Geotechnique*, Vol 15, No 2, pp 139-160.

Ozkan, M. Y. (1998), A review of Considerations on Seismic Safety of Embankments and Earth and Rock-fill Dams, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 17, No. 7-8, pp. 439-458

Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling y B. P. Flannery (1992), *Numerical recipes in fortran 77: the art of scientific computing*, 2ª edición, Cambridge University Press, Inglaterra.

Reddy, J. N. (1993), *An Introduction to the Finite Element Method*, 2ª edición, McGraw Hill, E.E.U.U.

Romo, M. P. y M.R. Villarraga (1989), *Modelo Teórico del Comportamiento Sísmico de*

Presas. El Infiernillo, Series del Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., México D. F.

Sánchez-Sesma, F.J. y E. Rosenblueth (1976), Presiones Hidrodinámicas en Presas con Depósito Cilíndrico Semicircular, *Ingeniería Sísmica*, No. 15, Mayo-Agosto, pp 45-80.

Sánchez-Sesma, F. J. y E. Rosenblueth (1977), Hydrodynamic Pressures in Semicylindrical Reservoir, *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings ASCE*, Vol. 103, N0. EM5, pp 913-919.

Sánchez-Sesma, F. J. y M. Campillo (1991), Diffraction of P, SV, and Rayleigh Waves by Topographic Features: a Boundary Integral Formulation, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 81, No. 6, pp. 2234-2253.

Sánchez-Sesma, F. J., R. Madariaga y K. Irikura (2001), An approximate Elastic 2D Greens Function for a Constan-Gradient Medium, *Geophysical Journal International*, en prensa.

Tan, H. y A. K. Chopra (1995), Earthquake Analysis of Arch Dams Including Dam-Water-Foundation Rock Interaction, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp 1453-1474.

Westergaard, H. M. (1933), Water Pressures on Dams During Earthquakes, *Transactions*, A.S.C.E. 98, pp 418-472.

Zienkiewicz O.C. y R.I. Taylor (1995), The Finite Element Method: Basic Fromulation and Linear Problems, 4º edición, Vol 1, McGraw Hill, Inglaterra.

Zienkiewicz O.C. y R.I. Taylor (1995), The Finite Element Method: Solid and Fluid Mechanics, Dynamics and Non linearity, 4º edición, Vol 2, McGraw Hill, Inglaterra.

Este trabajo fue financiado parcialmente por los proyectos IN104998 de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) y J27740T del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT).