



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**LOCALIZACIÓN BORROSA
DE FUGAS EN TUBERÍAS**

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA
ÁREA MECÁNICA**

PRESENTA:

OSCAR ALFONSO ROSAS JAIMES



295017

Directora de tesis:

Dra. María Cristina Verde Rodarte

CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, D.F. 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice

Introducción	1
1 Modelo de la tubería y banco de observadores	4
1.1 Modelo de la tubería	4
1.2 Banco de observadores	7
2 Teoría de la Lógica Borrosa	11
2.1 Preliminares	11
2.2 Conjuntos Borrosos	13
2.2.1 Definiciones básicas	13
2.2.2 Estructura de los conjuntos borrosos	16
2.2.3 Operaciones sobre conjuntos borrosos	17
2.3 Razonamiento aproximado	19
2.3.1 Variables lingüísticas	19
2.3.2 Proposiciones borrosas	20
2.3.3 Proposiciones condicionales borrosas	21
2.3.4 Implicación de Mamdani	24
2.4 Conjuntos de reglas borrosas	25
2.4.1 Propiedades de conjuntos de reglas borrosas	25
2.4.2 Agregación de reglas borrosas	28
2.4.3 Métodos de Clarificación	28
2.5 Sistemas borrosos	29
2.5.1 Módulo de desvanecimiento (MD)	30
2.5.2 Base de conocimiento (BC)	30
2.5.3 Máquina de inferencias	31

2.5.4	Módulo de clarificación (MC)	31
3	Evaluación cualitativa de los residuos	32
3.1	Enfoque de Magnitudes Normalizadas	33
3.2	Resultados en el enfoque de magnitudes	39
3.3	Enfoque direccional	42
3.4	Resultados en el enfoque direccional	51
3.4.1	Modelo lineal sin ruido	52
3.4.2	Modelo lineal con ruido	54
3.4.3	Modelo no lineal sin ruido	55
3.4.4	Modelo no lineal con ruido	55
3.4.5	Datos reales	56
	Conclusiones	57
A	Patrones de residuos	59
B	Funciones de pertenencia y valores lingüísticos	62
B.1	Funciones de pertenencia	62
B.1.1	Fuga desvanecida	62
B.1.2	Residuos desvanecidos para localizar λ_1	63
B.1.3	Residuos desvanecidos para localizar λ_2	64
B.1.4	Residuos desvanecidos para localizar λ_3	65
B.1.5	Residuos desvanecidos para localizar λ_4	66
B.1.6	Residuos desvanecidos para localizar λ_1 y λ_2	67
B.1.7	Residuos desvanecidos para localizar λ_1 y λ_3	68
B.1.8	Residuos desvanecidos para localizar λ_1 y λ_4	69
B.1.9	Residuos desvanecidos para localizar λ_2 y λ_3	70
B.1.10	Residuos desvanecidos para localizar λ_2 y λ_4	71

B.1.11 Residuos desvanecidos para localizar λ_3 y λ_4	72
B.2 Valores lingüísticos	73
C Reglas de Inferencia Borrosa	74
C.1 Reglas para la C. F. 1	74
C.2 Reglas para la C. F. 2	74
C.3 Reglas para la C. F. 3	75
C.4 Reglas para la C. F. 4	75
C.5 Reglas para la C. F. 1-2	75
C.6 Reglas para la C. F. 1-3	75
C.7 Reglas para la C. F. 1-4	76
C.8 Reglas para la C. F. 2-3	76
C.9 Reglas para la C. F. 2-4	77
C.10 Reglas para la C. F. 3-4	77
D Ángulos y valores de pertenencia	78
D.1 Ángulos entre vectores	78
D.1.1 Modelo lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	79
D.1.2 Modelo lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	81
D.1.3 Modelo no lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	83
D.1.4 Modelo no lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	85
D.2 Grados de pertenencia de los ángulos entre vectores	87
D.2.1 Modelo lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	87
D.2.2 Modelo lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	89
D.2.3 Modelo no lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	91
D.2.4 Modelo no lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	93

E	Grado de similitud entre conjuntos de residuos	95
E.1	Modelo lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	96
E.2	Modelo lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	98
E.3	Modelo no lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	100
E.4	Modelo no lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$	102

Dedicatoria

*A la memoria de
Don Alfonso Rosas Cabrera,
mi padre,
quien estaba convencido
de que la mejor carta de presentación
de cualquier persona
son sus propias acciones.*

Agradecimientos

*Con profundo agradecimiento y admiración para
Doña Reynalda Jaimes Ocampo Viuda de Rosas,*

mi madre,

por su apoyo, fortaleza y comprensión,

sin los cuales mi historia

sería muy distinta.

Agradezco al CONACyT

por su apoyo económico

que me ha ayudado a concluir este trabajo.

Mi más sincero agradecimiento

al Doctor Héctor Benítez Pérez,

y a los Maestros

en Ingeniería, Edmundo Rocha Cózatl

y en Ciencias, Nancy Visairo Cruz,

por sus correcciones y comentarios

en esta obra escrita.

Me siento especialmente agradecido con

mi directora de tesis

la Doctora María Cristina Verde Rodarte,

por su paciencia y especial cuidado

a la hora de exponer ideas.

Particularmente deseo agradecer al

Instituto de Ingeniería de la UNAM

por brindarme espacio, instalaciones y equipo

para el desarrollo de esta tesis.

Gracias a todas aquellas personas,

familiares y amigos,

que siempre me dieron confianza

y aliento desde el comienzo

hasta el final de este trabajo.

Introducción

El transporte de fluidos por redes de tuberías es una función fundamental en muchos procesos. Para garantizar dicha función, las tuberías son diseñadas y protegidas contra diferentes acontecimientos externos que pudiesen dañarlas y contra los efectos químicos o físicos de las sustancias que transportan. es decir, se intenta evitar que en las redes de tuberías se presenten fugas. Una forma particular de protección contra fugas es la vigilancia o monitoreo del sistema, el cual puede ser periódico o continuo dependiendo de las necesidades impuestas por la naturaleza del fluido. La tendencia general es la de incorporar una mayor seguridad en los procesos sin desatender el aspecto económico y, dadas las actuales técnicas y equipos, existe una creciente preferencia por sistemas que son monitoreados de manera continua.

Tal vigilancia puede realizarse mediante instrumentos junto con sistemas de procesamiento de la información proveniente del sistema. Así es posible detectar cuando los datos indican una desviación de los valores normales de operación. La utilización solamente de instrumentos puede resultar más costosa y menos eficiente en comparación con el uso de algoritmos computacionales. Éstos calculan los valores teóricos de las variables del sistema y, si de manera independiente dichas variables son medidas, es posible comparar la información calculada en condiciones normales de operación con los valores reales. Al comparar los valores calculados del proceso con los datos reales se obtiene una diferencia llamada residuo, distinto de cero cuando está presente una anomalía. Desde el punto de vista de sistemas, una falla es vista como una perturbación. Del diagrama de la Figura I-1 es posible ver que las fallas son consideradas como entradas al sistema (ref [1]) y que los residuos son las salidas generadas por la comparación entre los valores calculados y los medidos.

Puesto que una fuga en una red de tuberías altera las condiciones normales de operación, su presencia hará que los residuos de un dispositivo de monitoreo como el de la Figura I-1 no sean cero. Sin embargo, con esto sólo se ha detectado la existencia de una fuga pero no se ha localizado su posición. Desde el punto de vista teórico, una solución sería diseñar un localizador automático para cada una de las fugas posibles de la tubería. De esta manera existiría una señal detectora o residuo que

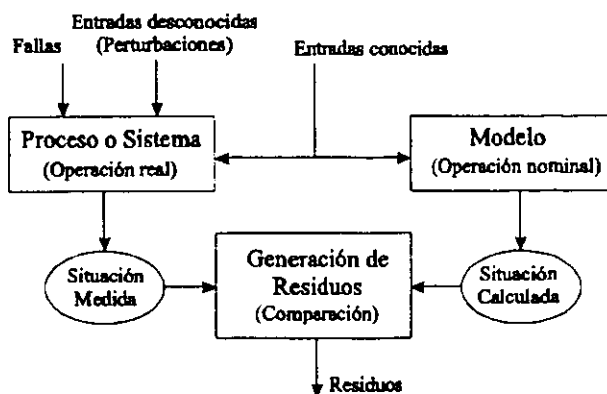


Figura I-1: Principio básico de generación de residuos

se desvía de cero cuando se presente la fuga que le corresponde vigilar¹. Sin embargo, si únicamente se miden los gastos y las presiones en los extremos del ducto, según Verde (ref [10]) no es posible generar residuos sensibles solamente a una fuga. Este problema llevó a reformular el diseño del sistema de monitoreo. Específicamente, Verde propone diseñar generadores de residuos que sean robustos a una fuga y sensibles a las demás, con lo que ahora se tiene un conjunto de residuos nulos mientras la tubería se encuentre libre de fugas, pero todos se vuelven distintos de cero excepto el asociado a la fuga cuando ésta aparece.

El presente trabajo toma como base el método propuesto por Verde, del Instituto de Ingeniería de la UNAM, para generar residuos en el caso de múltiples fugas en una tubería. Se propone un método para la localización no solamente de una sino de dos fugas que ocurran de manera simultánea en una tubería sin tomas laterales.

Cabe hacer notar que en cualquier sistema real existen incertidumbres y perturbaciones externas en el sistema de medición, por lo que en casos prácticos los residuos pueden desviarse de cero aun ante la ausencia de una fuga. Por otro lado, la lógica borrosa es una herramienta que ha probado ser útil cuando se trata de manipular variables cuyos valores no son precisos, o cuando el modelo matemático del comportamiento de un proceso es incierto. Es por eso que en el presente trabajo se utiliza la lógica borrosa para localizar la posición de las fugas a partir de los residuos generados con un banco de observadores diseñados según el procedimiento planteado por Hou y Müller (ref [7]).

En esta tesis se confrontan dos enfoques que utilizan la lógica borrosa. Ambos se encuentran basados en un esquema como el de la Figura I-2 (ref [5]), explicada en mayor detalle en el Capítulo

¹Un ejemplo de señales detectoras, una para cada falla determinada, para un motor automotriz se encuentra en [11].

2 de este trabajo. En ella, los valores de entrada, en este caso los residuos, son normalizados y después son desvanecidos (*fuzzified*)² o transformados en números borrosos que pasan a una *máquina de inferencias borrosas*, en donde se realiza una toma de decisiones con base en reglas o patrones de fugas. Finalmente, estos resultados son clarificados (*defuzzified*)³, es decir, se les despoja de su contexto borroso e interpretados de tal forma que sean útiles, en este caso, para indicar la presencia de fugas.

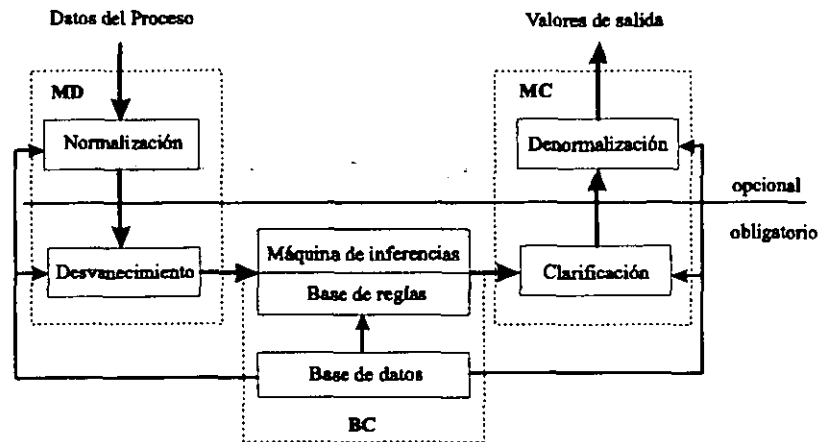


Figura I-2: Esquema de un sistema borroso

Este documento tiene la siguiente organización: en el Capítulo 1 se da un breve esquema de la forma en que se ha llegado a la obtención de un modelo matemático de una tubería sin tomas laterales existente en las instalaciones del laboratorio de hidromecánica del Instituto de Ingeniería de la UNAM, así como del diseño de los generadores de residuos. En el Capítulo 2 se aborda la teoría de la lógica borrosa en todo aquello que ha sido útil para el desarrollo de este trabajo. La forma en que se ha tomado dicha teoría para la realización del *localizador borroso de fugas* se expone en el Capítulo 3, en donde se muestran, como en un párrafo anterior se mencionó, dos enfoques en el tratamiento de los residuos, uno procesando las magnitudes de éstos y el otro generando vectores a partir de ellos. En el mismo capítulo se muestran los resultados arrojados por ambos enfoques. En seguida, se dan las conclusiones de este proyecto. Se finaliza con cinco apéndices en donde se muestran tablas y figuras útiles en el desarrollo de esta tesis.

²Se prefiere el término *desvanecido* al anglicismo *fuzzificado*.

³De igual manera se prefiere el término *clarificado* al de *defuzzificado*.

Capítulo 1

Modelo de la tubería y banco de observadores

1.1 Modelo de la tubería

Supóngase una tubería sin tomas laterales dividida en n tramos y que las $l = n - 1$ fronteras entre tramos corresponden a los puntos posibles de ocurrencia de una fuga (Figura 1-1).

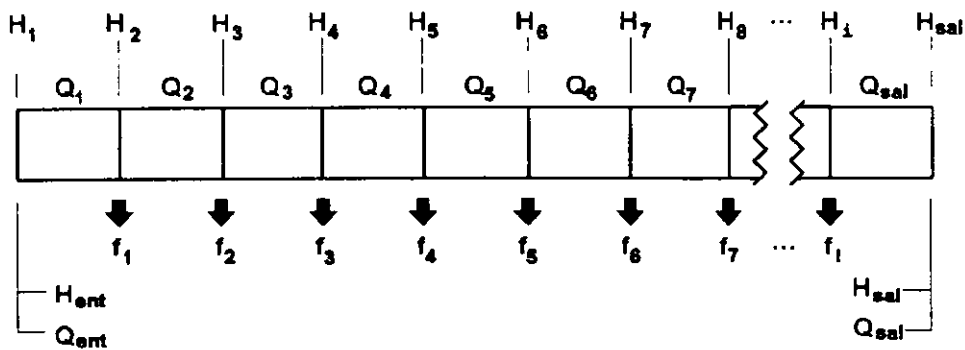


Figura 1-1: Tubería sin tomas laterales, dividida en n tramos

Dentro de ella se tiene un fluido en movimiento, con sus valores de viscosidad y densidad constantes y sin cambios convectivos en la velocidad del flujo, el cual se mueve a través de un área transversal constante. Las ecuaciones de movimiento y continuidad para este flujo unidimensional transitorio son (ref [2])

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial z} + \mu Q |Q| = 0 \quad (1.1)$$

$$b^2 \frac{\partial Q}{\partial z} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (1.2)$$

donde Q es el gasto (m^3/s), H la presión del fluido (m), t es el tiempo (s), g la aceleración debida a la gravedad (m/s^2), A es la sección transversal interior de la tubería (m^2), z es la coordenada asociada a su longitud (m) y b es la velocidad del sonido (m/s). μ queda definida como

$$\mu = \frac{c}{2DA} \quad (1.3)$$

siendo c el coeficiente adimensional de fricción y D (m) el diámetro de la tubería.

El gasto de una fuga en el punto $z = f_j$ puede ser modelado como

$$Q|_{f_j} = \lambda \sqrt{H}|_{f_j} \quad (1.4)$$

con $\lambda \geq 0$. Una fuga produce una discontinuidad en el sistema de manera tal que la tubería se ve dividida en dos secciones que comparten la condición de frontera

$$Q^a|_{f_j} = Q^p|_{f_j} + Q|_{f_j} \quad (1.5)$$

donde Q^a y Q^p son los gastos en las secciones anterior y posterior a la fuga, respectivamente. La ecuación (1.5) solamente describe el efecto de una fuga y no es capaz de describir el de una obstrucción. En este trabajo solamente se considerarán fugas.

Si se supone que puede haber $l = n - 1$ fugas en la tubería, el comportamiento del fluido puede describirse mediante n pares de ecuaciones de la forma (1.1) y (1.2) con $n - 1$ condiciones de frontera de la forma (1.5). Siguiendo el método propuesto por Verde (ref [10]), considérese entonces una tubería de longitud L con $n - 1$ puntos posibles de fuga equidistantes entre sí, con lo que la coordenada z queda dividida en n secciones de tamaño $\Delta z = \frac{L}{n}$. Las ecuaciones diferenciales parciales con respecto a z en (1.1) y (1.2) pueden aproximarse mediante

$$\frac{\partial H}{\partial z} \simeq \frac{H_{i+1} - H_i}{\Delta z} \quad \forall \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} \simeq \frac{Q_i - Q_{i-1}}{\Delta z} \quad \forall \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (1.7)$$

donde i está asociado con las variables a la entrada de la sección i correspondiente siendo, para cada

una de esas secciones, la condición de frontera

$$Q_{i+1} = \lambda_i \sqrt{H_{i+1}} \quad \forall \quad i = 1, 2, 3, \dots, n-1 \quad (1.8)$$

con los casos de especial atención de los extremos de la tubería, en donde las condiciones de frontera se encuentran definidas por las presiones a la entrada y salida de la misma H_{ri} y H_{ro} , respectivamente. Si se sustituyen (1.5) (1.6), (1.7) y (1.8) en (1.1) y (1.2), entonces el modelo del fluido en el interior de la tubería puede ser escrito como un conjunto de n ecuaciones dinámicas simultáneas de la forma

$$\dot{Q}_i = a_1(H_i - H_{i+1}) - \mu Q_i |Q_i| \quad \forall \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1.9)$$

$$\dot{H}_i = a_2(Q_{i-1} - Q_i - \lambda_{i-1} \sqrt{H_i}) \quad \forall \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (1.10)$$

con $H_1 = H_{ri}$ y $H_{n+1} = H_{ro}$ como las entradas del sistema y las constantes

$$a_1 = \frac{gA}{\Delta z} \quad (1.11)$$

$$a_2 = \frac{b^2}{\Delta z g A} \quad (1.12)$$

Debe mencionarse que aun si la sección Δz no fuese constante, la forma de (1.9) y (1.10) seguiría siendo la misma.

Las expresiones (1.9) y (1.10) pueden escribirse en forma matricial como ecuación de estados

$$\dot{x} = Ax + Bu - \mu nl(x) - nl_f(a_2, x, \lambda) \quad (1.13)$$

donde el vector de estados está dado por

$$x = \left[Q_1 \quad H_2 \quad Q_2 \quad \dots \quad H_n \quad Q_n \right]^T \in \mathbb{R}^{2n-1} \quad (1.14)$$

el vector de entradas es

$$u = \left[H_{ri} \quad H_{ro} \right]^T \in \mathbb{R}^2 \quad (1.15)$$

el vector de fugas con $l = n - 1$ componentes

$$\lambda = \left[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_l \right]^T \in \mathbb{R}^l \quad \text{con } \lambda_i \geq 0 \quad (1.16)$$

los términos no lineales son

$$nl(x) = \left[x_1|x_1| \ 0 \ \cdots \ 0 \ x_{2n-1}|x_{2n-1}| \right]^T \in \mathfrak{R}^{2n-1} \quad (1.17)$$

$$nl_f(a_2, x, \lambda) = a_2 \left[0 \ \lambda_1\sqrt{x_2} \ 0 \ \lambda_2\sqrt{x_4} \ \cdots \ 0 \right]^T \in \mathfrak{R}^{2n-1} \quad (1.18)$$

y las matrices tienen las formas

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & -a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & -a_1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & -a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

$$B = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & -a_1 \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Si además se toman en cuenta las mediciones de gasto a la entrada Q_1 y a la salida Q_n , la ecuación de salidas es

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} x = Cx \quad (1.21)$$

1.2 Banco de observadores

Nótese de la ecuación (1.21) que este sistema tiene solamente dos sensores y de (1.18) que las fugas dependen de los estados. Así, las fallas λ_i aparecen como fallas del tipo multiplicativo (ref [6]) en el modelo.

Hasta aquí se tiene un modelo aproximado de la tubería con n tramos que además toma en cuenta la existencia de fugas en $n-1$ posiciones, el cual puede usarse para el diseño del generador de residuos. La idea es diseñar un banco de observadores, uno para cada posible fuga a ser detectada. Sin embargo,

Verde ha demostrado (ref [10]) que no es posible generar un residuo que sea sensible a una sola fuga y robusto a todas las demás. Este autor hace una reformulación del problema definiendo un vector de fugas

$$\bar{\Lambda}_i = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & \lambda_{i-1} & \lambda_{i+1} & \cdots & \lambda_l \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

que no incluye a la fuga λ_i , $i = 1, 2, 3, \dots, l$ a la que considera una perturbación. De esta forma se tienen l diseños independientes de observadores. La consecuencia es que el proceso de aislamiento de las fugas debe tomar en cuenta a todos los residuos, esto es, ahora los observadores deben ser sensibles a todas ellas excepto a la fuga correspondiente que en ese momento se presenta. Para generar los residuos se emplea un modelo linealizado de (1.13) y se transforma (ref [7]) de tal manera que se tenga una estructura de la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_{i1} \\ \dot{\bar{x}}_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{i11} & \bar{A}_{i12} \\ \bar{A}_{i21} & \bar{A}_{i22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{i1} \\ \bar{x}_{i2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_{i1} \\ \bar{B}_{i2} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{E}_i \end{bmatrix} \bar{\lambda}_i + \begin{bmatrix} \bar{K}_{i1} \\ \bar{K}_{i2} \end{bmatrix} \bar{\Lambda}_i \quad (1.23)$$

$$y = \begin{bmatrix} \bar{C}_{i1} & \bar{C}_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{i1} \\ \bar{x}_{i2} \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Se hace notar que la generación de (1.23) y (1.24) está fuera del objetivo de este trabajo. Sin embargo, para dar contexto a esta tesis es conveniente indicar que, de manera general, se puede generar un subsistema \bar{x}_{i1} observable que sea insensible a $\bar{\lambda}_i$ pero sensible a $\bar{\Lambda}_i$, para $i = 1, \dots, l$ lo que puede escribirse como

$$\dot{\bar{x}}_i = \bar{A}_i \bar{x}_i + \bar{G}_i y a_i + \bar{B}_i u + \bar{K}_i \bar{\Lambda}_i \quad (1.25)$$

$$\bar{z}_i = \bar{C}_i \bar{x}_i \quad (1.26)$$

con la salida auxiliar $\bar{G}_i y a_i$ para $i = 1, \dots, l$, obtenida durante la transformación. Nótese que $\bar{G}_i y a_i$ depende de una combinación de las salidas y . En particular, si para (1.25) y (1.26) se construye un observador, el error entre la salida real \bar{z}_i y la salida del observador \hat{z}_i definido como $r_i(t) = (\bar{z}_i - \hat{z}_i)$ es el residuo buscado. Éste será cero en estado permanente en ausencia de fuga y cuando $\bar{\lambda}_i \geq 0$ si el vector $\bar{\Lambda}_i(t) = 0$. Para la construcción del observador \hat{z}_i existen diversos métodos reportados en la literatura (refs [3] y [4]) que pueden ser usados en este caso. Específicamente se utiliza un filtro de Kalman (ref [10]). En la Figura 1-2 se muestra el diagrama de bloques de la implementación del banco de observadores en la tubería.

Obteniendo las ganancias en estado permanente de las fugas a los residuos con el modelo linealizado

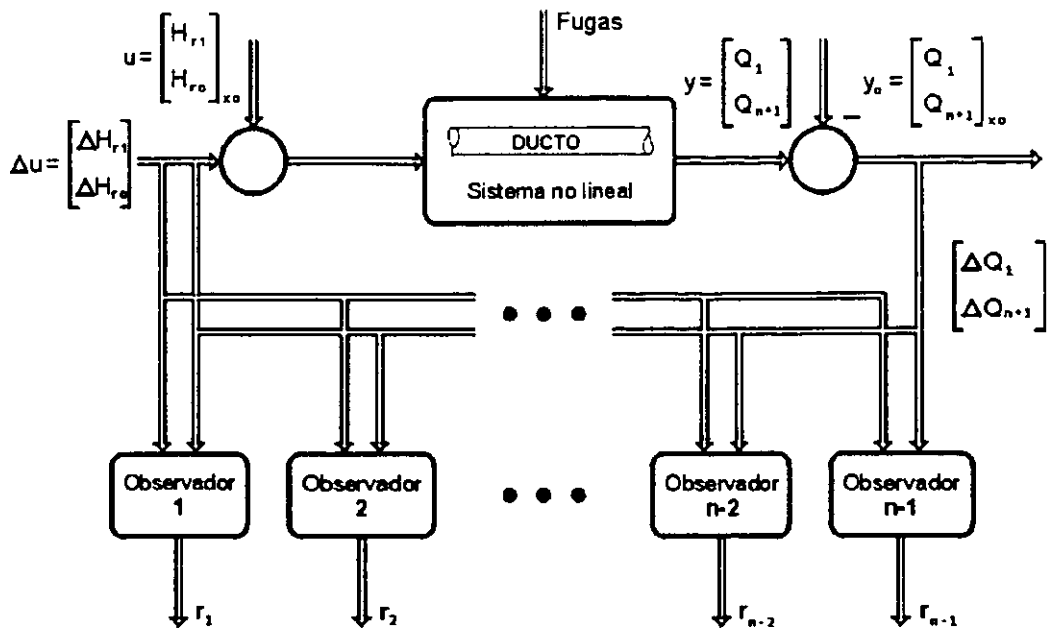


Figura 1-2: Banco de observadores o generadores de residuos

se ha encontrado la matriz de ganancias que tiene el patrón

$$R_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = \begin{bmatrix} 0 & -r_{1,2} & \cdots & -r_{1,l-1} & -r_{1,l} \\ r_{2,1} & 0 & \cdots & -r_{2,l-1} & -r_{2,l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{l-1,1} & r_{l-1,2} & \cdots & 0 & -r_{l-1,l} \\ r_{l,1} & r_{l,2} & \cdots & r_{l,l-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

con $r_{i,j} \neq 0$ si $i \neq j$; la matriz no singular R_{ss} establece la relación entre fugas y residuos (ref [10]). Por lo tanto, la existencia de las fugas debe ser detectada tomando en cuenta todos los residuos. Para ello, si se considera al vector de fugas λ constante, entonces la relación entre el vector v formado con todos los residuos, proveniente del banco de observadores y el vector λ de fugas está dada por

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{l-1} \\ v_l \end{bmatrix} = R_{ss} \lambda \quad (1.28)$$

cuando $t \rightarrow \infty$. Nótese que todos los residuos excepto uno responden a cada fuga simple. Si se desea calcular λ , el método más simple es encontrar una estimación de las fugas a partir de

$$\lambda = (R_{ss})^{-1}v \quad (1.29)$$

puesto que R_{ss} es no singular. Los valores numéricos de la matriz R_{ss} indican que no se encuentra bien condicionada a pesar de la independencia lineal entre sus columnas (véase el Capítulo 3 de esta tesis); además, los valores de v contienen mucho ruido proveniente de los sensores de medición y de fenómenos térmicos. Por lo tanto, aunque Verde propone una función de detección para aislar las fugas a partir de (1.29), dicha función solamente es efectiva cuando se tiene el caso de una sola fuga presente en el sistema y el ruido del mismo es pequeño en comparación con la amplitud de los residuos v . Esta problemática es el punto de partida del presente trabajo, cuyo objetivo es detectar, tomando en cuenta el ruido presente en el sistema, dos fugas presentes de manera simultánea a partir de R_{ss} . Para ello se hace uso de la lógica borrosa.

Capítulo 2

Teoría de la Lógica Borrosa

2.1 Preliminares

La lógica borrosa se ha vuelto popular entre los ingenieros de control desde la década de los setenta del siglo veinte, ya que se ha convertido en una herramienta con la cual es posible diseñar máquinas capaces de funcionar con la subjetividad del lenguaje humano. Tal característica puede llegar a parecer contradictoria dentro de un contexto ingenieril, en donde la objetividad, tanto en cifras como en significados, es obligatoria. Sin embargo, en mayor o menor medida, un experto humano depende tanto de su conocimiento en el área en que se desenvuelve como de su criterio para aplicarlo. De esta forma, aunque un médico puede medir la temperatura de su paciente, así como su presión arterial y frecuencia cardíaca, o analizar cualitativa y cuantitativamente diversas variables corporales, también es necesario para este profesional utilizar su experiencia a la hora de determinar si el rostro del paciente muestra palidez, signos de molestia o dolor; si sus reflejos son lo bastante acusados como para calificarlos de normales; o si las respuestas dadas por aquél son suficientemente completas y realistas para ayudar a obtener un diagnóstico⁴.

Se puede ver que existen variables susceptibles de ser medidas, lo cual arroja un cierto grado de objetividad sobre aquello en que se tiene interés. Pero, por otra parte, existen otras variables que también pueden dar información y que, sin embargo, su medición no puede ser llevada a cabo debido a su naturaleza compleja o poco conocida. Por ejemplo:

- ¿Cuándo un rostro es *pálido*? ¿Cuando las ondas de luz reflejadas por él aumentan su intensidad un 10% o más de un valor promedio? Ese valor promedio, ¿depende de la edad, de la raza, de

⁴Para un tratamiento más formal de la relación que existe entre el diagnóstico médico y el diagnóstico de fallas puede verse [9].

los hábitos del paciente o de la hora, del día, del mes?

- ¿Cómo se mide el dolor? ¿De acuerdo a la topología del rostro, es decir, mediante la medición de las desviaciones de varios puntos en su superficie debido a las gesticulaciones hechas por el afectado? ¿Habrá que introducir algún factor de corrección si éste manifiesta cierto grado de estoicismo?
- ¿Qué tan *normal* es un reflejo? Si se trata del rotular, ¿lo normal es un movimiento angular de 30 ° medidos desde la vertical con una aparición de sus efectos después de 0.4 s? ¿Se debe tomar esta regla al pie de la letra o tomar en cuenta si el paciente es un niño o un anciano, o si se trata de una persona con hábitos sedentarios o de un atleta?
- ¿Son igual de verídicas las respuestas expresadas por cualquier persona ante preguntas acerca de sus dolores de cabeza, cuando estos son ocasionados por una enfermedad respiratoria o por un ritmo de vida *problemático* (¿cómo se mide lo problemático de un ritmo de vida?)?

Es posible observar que existen variables para las que el conocimiento subjetivo es el mejor o único medio de conocerlas. La característica principal de tal clase de conocimiento es su vaguedad. La carencia de fronteras estrictamente definidas. Si se tiene un conjunto, que se puede llamar clásico, de objetos cualesquiera, su pertenencia a dicho conjunto es estricta. Los objetos pertenecen o no pertenecen a él. Pero es posible establecer un tipo de pertenencia en el que ésta sea gradual, en donde los elementos tengan asociada una medida de dicha pertenencia al conjunto.

Buena parte de los seres humanos manejan los conceptos de "alto" o "bajo" al referirse a la estatura de una persona, pero es bien sabido que no existe una norma que diga que alguien debe ser considerado bajo porque mide menos de cierta cantidad de centímetros. Esto significa que, si bien se conoce el concepto, la idea o la unidad de aquello de lo que se habla, en muchas ocasiones no se le delimita de forma estricta. Supóngase que se realiza una encuesta en donde se hace el siguiente cuestionamiento:

"Existen personas que, en cuanto a estatura, son *muy bajas*, *bajas*, *medias*, *altas* o *muy altas*. Dadas las siguientes estaturas en metros, califíquelas en una escala de 0 al 10 según crea que pertenecen a la clasificación de estaturas *altas*"

1.70	1.85	1.52	1.80	1.95	2.07	1.76

Entonces, alguien puede colocar en los espacios en blanco las calificaciones que cree que estas

estaturas deben tener

1.70	1.85	1.52	1.80	1.95	2.07	1.76
5	7.5	0	10	3	0	8

Como se puede ver, para esta persona, una estatura de 1.80 m parece ser el punto de partida para su concepción de persona *alta*, por lo que le ha asignado la mayor calificación. Pero alguien con 1.52 m definitivamente no es parte del conjunto de los altos. Sin embargo, alguien con 2.07 m tampoco lo es: esta estatura más bien podría entrar dentro del conjunto de los *muy altos*, pero no en el de los *altos*, según la opinión de este encuestado. Las demás estaturas tienen asignada una calificación que muestra que tan cercano a *alto* están. Así, 1.76 m tiene un 8 para pertenecer al conjunto de los altos, mientras que 1.70 tiene un 5. Estas calificaciones dan una idea de qué tanta *posibilidad* existe o qué tanto *pertenecen* los objetos calificados al conjunto en lugar de solamente especificar si están o no en él. Pero es de notar que existe también una *subjetividad* atribuida a la opinión de alguien que define cómo deben asignarse esas calificaciones. *Grado de posibilidad* o *de pertenencia* y *subjetividad* son conceptos íntimamente relacionados con la lógica borrosa.

2.2 Conjuntos Borrosos

La mayor parte de los siguientes conceptos y definiciones se encuentran en la referencia [5] excepto donde se indique lo contrario.

2.2.1 Definiciones básicas

Un conjunto, que puede ser llamado *clásico* o *puntual*, es una colección de objetos de cualquier tipo. Puede ser descrito a través del listado de sus elementos o mediante el enunciado de alguna característica o propiedad de los mismos.

Por ejemplo, el conjunto

$$S = \{\text{estrella, lápiz, balón, árbol}\}$$

es uno que se encuentra descrito por la mención de sus elementos. El conjunto

$$P = \{x \in Z \mid x \geq 0\}$$

es el conjunto de los enteros positivos y en esta forma es uno que se encuentra descrito a través de una propiedad. Una tercer manera de describir a un conjunto A es a través de una *función característica* μ_A .

Definición 1 Sea A definido sobre el dominio X . $\mu_A : X \rightarrow \{0, 1\}$ es una función característica del conjunto A si y sólo si para todo x

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (2.1)$$

Por ejemplo, si A es el conjunto de los números impares, entonces μ_A asigna un 1 a todo número impar y un 0 a todo número par.

Las descripciones de los conjuntos clásicos o puntuales enuncian si un elemento cualquiera está incluido o no en ellos, esto es, si C es un conjunto clásico definido sobre un universo U , entonces para cualquier elemento u de U se tiene que $u \in C$ o $u \notin C$. La Definición 1 para conjuntos clásicos o puntuales puede ser extendida para conjuntos borrosos, donde no forzosamente un elemento u está o no está dentro del conjunto y donde la función característica es generalizada a una función de pertenencia, la cual asigna a cada $u \in U$ un valor del intervalo unitario $[0,1]$ ⁵ en lugar del conjunto binario $\{0,1\}$. Al conjunto definido sobre la base de una función de pertenencia se le llama *conjunto borroso*.

Definición 2 La función de pertenencia $\mu_F(u)$ de un conjunto borroso F es una función

$$\mu_F(u) : U \rightarrow [0, 1] \quad (2.2)$$

En esta forma, cada elemento u de U tiene un *grado de pertenencia* $\mu_F(u) \in [0, 1]$. F está completamente determinado por el conjunto de parejas

$$F = \{(u, \mu_F(u)) \mid u \in U\} \quad (2.3)$$

Supóngase que alguien quiere saber qué tanto se parece la letra p a todas las letras del alfabeto español. Es decir, se tiene un conjunto a cuyos elementos les será asignado algún valor del intervalo $[0,1]$ según la propiedad "semejante con p ". Si describimos a dicho conjunto utilizando parejas ordenadas se tendría algo como

$$\{(a, 0.7), (b, 0.9), (c, 0.4), (d, 0.9), \dots, (m, 0.2), \dots, (p, 1), \dots, (s, 0.05), \dots, (z, 0.001)\} \quad (2.4)$$

⁵El intervalo $[0,1]$ es ampliamente aceptado por varios autores, además de que facilita las operaciones con los conceptos borrosos; muchos operadores se encuentran definidos con base en la obtención de valores que se hallan comprendidos dentro de este intervalo. Pero no debe pensarse que su uso es obligatorio e inalterable. También es posible utilizar otros intervalos.

lo que significa que a se parece a p en un grado de 0.7 en una escala del 0 al 1, o que pertenece al "conjunto de letras parecidas a p " en ese grado; de todas las demás letras se puede decir algo análogo, según la descripción dada a este conjunto.

Se dice que un conjunto borroso es *convexo* si sus grados de pertenencia se incrementan o decrecen, o si solamente se incrementan hasta cierto valor para luego decrecer. Un conjunto borroso *no convexo* es aquél que alternadas veces incrementa y decrecienta, para incrementarse luego nuevamente, o viceversa (Figura 2-1). Aunque las formas que pueden adquirir los conjuntos borrosos, una vez definidas sus

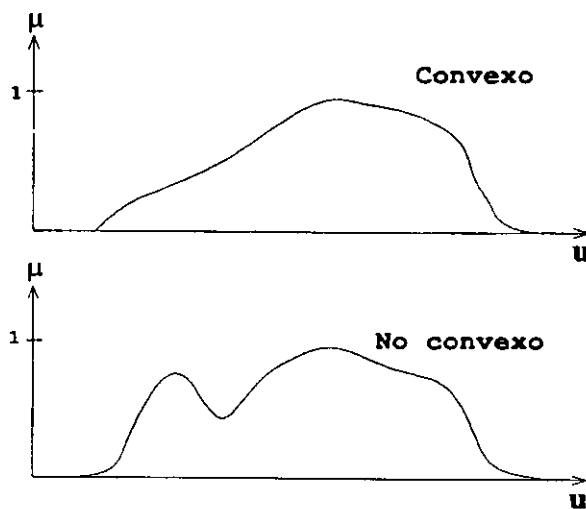


Figura 2-1: Conjuntos convexo y no convexo

funciones de pertenencia, pueden ser muy variadas, generalmente se usan funciones de pertenencia construidas a partir de líneas rectas, dadas su mayor simplicidad y facilidad de manejo. La Figura 2-2 muestra una función de pertenencia trapezoidal, también conocida como función Π .

Definición 3 La función $\Pi : U \rightarrow [0, 1]$ es una función con cuatro parámetros definida como

$$\Pi(u; \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \begin{cases} 0 & u < \alpha, \\ (u - \alpha) / (\beta - \alpha) & \alpha \leq u \leq \beta, \\ 1 & \beta \leq u \leq \gamma, \\ (\gamma - u) / (\delta - \gamma) & \gamma \leq u \leq \delta, \\ 0 & u > \delta. \end{cases} \quad (2.5)$$

Puede verse que tiene cuatro parámetros y que del valor que éstos tomen se pueden obtener funciones del tipo rampa ascendente, rampa descendente y triangular. A estas funciones también se

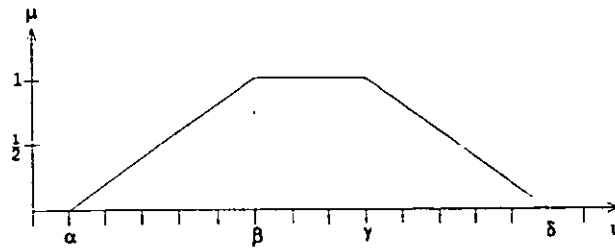


Figura 2-2: Un ejemplo de función Π

les conoce como funciones de pertenencia tipo Γ , L y Λ , respectivamente.

2.2.2 Estructura de los conjuntos borrosos

Sean A y B conjuntos borrosos definidos respectivamente sobre los universos X e Y . Se tienen entonces las siguientes definiciones

Definición 4 El soporte de un conjunto borroso A está definido por

$$S(A) = \{u \in X \mid \mu_A(u) > 0\} \quad (2.6)$$

El soporte de un conjunto borroso A es el conjunto clásico que contiene a todos los elementos de A con grado de pertenencia mayor que cero.

Definición 5 La anchura de un conjunto borroso convexo A con conjunto soporte $S(A)$ está definido por

$$anchura(A) = \sup(S(A)) - \inf(S(A)) \quad (2.7)$$

\sup e \inf denotan las operaciones matemáticas "supremo" e "ínfimo", las que a su vez se definen como

$$\alpha = \sup(A) \text{ si y sólo si } \forall x \in A : x \leq \alpha \text{ y } \forall \epsilon > 0 \exists x \in A : x > \alpha - \epsilon, \quad (2.8)$$

$$\beta = \inf(A) \text{ si y sólo si } \forall x \in A : x \geq \beta \text{ y } \forall \epsilon > 0 \exists x \in A : x < \beta + \epsilon. \quad (2.9)$$

Definición 6 El núcleo de un conjunto borroso A se encuentra definido mediante

$$\text{núcleo}(A) = \{u \in X \mid \mu_A(u) = 1\} \quad (2.10)$$

Si solamente existe un punto con grado de pertenencia igual a 1, entonces tal punto es conocido como *valor pico* de A .

Definición 7 La altura de un conjunto borroso A en X , denotada por $altura(A)$, se define por

$$altura(A) = \sup_{u \in X} \mu_A(u) \quad (2.11)$$

La altura de un conjunto borroso A es igual al grado de pertenencia μ_A más grande. Un conjunto borroso A es llamado *normal* si $altura(A) = 1$ y es conocido como *subnormal* si $altura(A) < 1$.

2.2.3 Operaciones sobre conjuntos borrosos

Las nociones de *igualdad* e *inclusión* de dos conjuntos borrosos se derivan de la teoría clásica de conjuntos. Dos conjuntos borrosos son iguales si cada elemento del universo tiene el mismo grado de pertenencia en cada uno de ellos. Un conjunto borroso A es un subconjunto de un conjunto borroso B si cada elemento del universo tiene un grado de pertenencia menor en A que en B . En la teoría clásica la unión, la intersección y el complemento de conjuntos son operaciones simples inambiguamente definidas. Esto difiere en la teoría de lógica borrosa debido a que se usan funciones características en sus definiciones

- Complemento: $\forall x \in X: \mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$.
- Intersección: $\forall x \in X: \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$.
- Unión: $\forall x \in X: \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$.

Lo cual es una extensión de las operaciones clásicas. Pueden existir otras definiciones.

Las *normas triangulares* (normas T y normas S) son usadas para representar a la intersección, a la unión y al complemento. Sean $a, b, c, d \in [0, 1]$, entonces $T(a, b)$ es la norma T de a y b . Se puede considerar a una norma T como el operador intersección más general. Como puede notarse, una norma T es un operador binario.

Definición 8 Una norma triangular, o norma T, denota una clase de funciones binarias que pueden

representar a la operación intersección. Debe satisfacer los siguientes criterios:

T-1.	$T(a, b) = T(b, a):$	Commutatividad
T-2.	$T(T(a, b), c) = T(a, T(b, c)):$	Asociatividad
T-3.	$a \leq c$ y $b \leq d$ implica que $T(a, b) \leq T(c, d)$	Monotonicidad
T-4.	$T(a, 1) = a$	Elemento idéntico

Del tercer criterio se tiene que para cualquier a , $T(0, a) \leq T(0, 1)$, entonces con el cuarto de los criterios $T(0, a) = 0$.

$S(a, b)$ es una norma S , al cual puede considerarse como el operador unión más general.

Definición 9 Una conorma triangular o norma S , denota una clase de funciones binarias que pueden representar a la operación unión. Debe satisfacer los siguientes criterios:

S-1.	$S(a, b) = S(b, a);$	Commutatividad
S-2.	$S(S(a, b), c) = S(a, S(b, c));$	Asociatividad
S-3.	$a \leq c$ y $b \leq d$ implica que $S(a, b) \leq S(c, d)$	Monotonicidad
S-4.	$S(a, 0) = a$	Elemento idéntico

De S-3 y de S-4, se deriva que para cualquier a , $S(1, a) = 1$.

Existe la siguiente relación general entre las normas T y las S

$$T(a, b) = 1 - [S(1 - a, 1 - b)] \quad (2.12)$$

Cuando una norma T y una S satisfacen esta propiedad, entonces cada una es la conjugada de la otra.

Algunas expresiones de normas T y conormas o normas S se definen en la Tabla 2.1 (ref [12]).

Estos operadores se encuentran ordenados entre sí como

$$\begin{aligned} T_w \leq T_1 \leq T_{1.5} \leq T_2 \leq T_{2.5} \leq T_3 \\ S_3 \leq S_{2.5} \leq S_2 \leq S_{1.5} \leq S_1 \leq S_w \end{aligned} \quad (2.13)$$

Puede verse que al operar únicamente con los valores 0 y 1, todas estas operaciones efectivamente se comportan como la intersección o como la unión. Existe diferencia en sus comportamientos cuando se utilizan valores del intervalo $[0,1]$ de la manera que se muestra en (2.13).

El complemento se denota por $c(a)$, siendo c la operación complemento más general.

$T_w(a, b) = \begin{cases} \min\{a, b\} & \text{si } \max\{a, b\} = 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$	Producto drástico
$S_w(a, b) = \begin{cases} \max\{a, b\} & \text{si } \min\{a, b\} = 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$	Suma drástica
$T_1(a, b) = \max\{0, a + b - 1\}$	Diferencia acotada
$S_1(a, b) = \min\{1, a + b\}$	Suma acotada
$T_{1.5}(a, b) = \frac{ab}{2-(a+b-ab)}$	Producto de Einstein
$S_{1.5}(a, b) = \frac{a+b}{1+ab}$	Suma de Einstein
$T_2(a, b) = ab$	Producto algebraico
$S_2(a, b) = a + b - ab$	Suma algebraica
$T_{2.5}(a, b) = \frac{ab}{a+b-ab}$	Producto de Hamacher
$S_{2.5}(a, b) = \frac{a+b-2ab}{1-ab}$	Suma de Hamacher
$T_3(a, b) = \min\{a, b\}$	Mínimo
$S_3(a, b) = \max\{a, b\}$	Máximo

Tabla 2.1: Algunas normas y conormas

Definición 10 La operación complemento debe satisfacer al menos

- c-1. $c(0) = 1$;
- c-2. $a < b$ implica que $c(a) > c(b)$;
- c-3. $c(c(a)) = a$

entonces, $c(1) = c(c(0)) = 0$.

2.3 Razonamiento aproximado

2.3.1 Variables lingüísticas

Una *variable lingüística* es aquella cuyos valores son palabras o enunciados hechos en lenguaje natural o artificial. Por ejemplo, *edad* es una variable lingüística si sus valores son lingüísticos en lugar de ser numéricos, es decir, *muy joven*, *bastante joven*, *joven*, *viejo*, *bastante viejo*, *muy viejo*, etcétera, en lugar de 15, 20, 25, ...

Se acostumbra dar un marco asociado con la noción de variable lingüística mediante

$$\langle X, \mathcal{LX}, \mathcal{X}, M_X \rangle \quad (2.14)$$

X denota el nombre simbólico de una variable lingüística, como puede ser *edad*, *altura*, *velocidad*, *temperatura*, etcétera. \mathcal{LX} es el conjunto de *valores lingüísticos* que X puede tomar. Un valor lingüístico denota un símbolo para una propiedad particular de X . Para el caso de la variable lingüística *temperatura* T se tiene

$$\mathcal{L}T = \{\text{helado, frío, fresco, cómodo, templado, caliente, bochornoso}\} \quad (2.15)$$

Denotamos por LX a un elemento arbitrario de \mathcal{LX} . \mathcal{X} es el dominio físico sobre el cual la variable lingüística X toma sus valores cuantitativos. En el caso de la variable lingüística *temperatura* puede ser el intervalo $[-10^\circ\text{C}, 35^\circ\text{C}]$. También puede usarse U (el universo) en lugar de \mathcal{X} . \mathcal{X} puede ser discreto o continuo. M_X es una función semántica que da significado al valor lingüístico en términos de elementos cuantitativos de \mathcal{X} , o sea

$$M_X : LX \rightarrow \widetilde{LX} \quad (2.16)$$

donde \widetilde{LX} es una representación de un conjunto borroso definido sobre \mathcal{X} . En otras palabras, M_X es una función que toma un símbolo como su argumento, por ejemplo, *frío*, y regresa el significado o el *símbolo de frialdad* en términos de un conjunto borroso. En lugar de \widetilde{LX} se puede usar μ_{LX} que es lo utilizado en esta tesis.

2.3.2 Proposiciones borrosas

Un *primitivo atómico* es una representación expresada en lenguaje natural, como podría ser

"La temperatura es templada"

La traducción de esta expresión en lenguaje natural en términos de variables lingüísticas procede como a continuación:

1. Se escoge un símbolo T para representar a la variable física *temperatura*.
2. Se elige un símbolo como Tt para definir el valor *temperatura templada* de *temperatura*.

3. La expresión hecha en lenguaje natural se reescribe como

"Temperatura tiene la propiedad de ser templada"

4. La representación simbólica de lo anterior está dada por

$$T \text{ es } Tt,$$

donde "es" se coloca en lugar de "tiene la propiedad de ser"

La expresión obtenida se llama *proposición atómica borrosa*. El significado de una expresión atómica se define entonces como un conjunto borroso \widetilde{Tt} o una función de pertenencia μ_{Tt} definida en el dominio físico [15, 20] de la variable física "temperatura". μ_{Tt} especifica el grado al cual un valor cuantitativo particular de la variable física *temperatura* T pertenece al conjunto de valores físicos *templada*. Supóngase que se tiene que una temperatura de 16.4 °C. Se ve que $16.4 \in [15, 20]$. Entonces la variable T ha sido asignada con el valor $\tau = 16.4$. El grado de pertenencia de 16.4 en μ_{Tt} es encontrado, digamos $\mu_{Tt}(16.4) = 0.7$.

A partir de los primitivos atómicos y basados en la noción de proposiciones y conectores lingüísticos como "y", "o", "no", así como "si-entonces" ("and", "or", "not", "if-then") se pueden formar proposiciones borrosas más complejas conocidas como *proposiciones borrosas compuestas*, como

$$T \text{ es } Tt \text{ y } T \text{ es } Tc,$$

$$T \text{ es } Tt \text{ o } T \text{ es } Tf,$$

$$T \text{ no es } Tf,$$

$$(T \text{ es } Tt \text{ y } T \text{ no es } Tf) \text{ o } T \text{ es } Tc,$$

$$\text{si } T \text{ es } Tt \text{ entonces } T \text{ es } Tf,$$

etcétera.

El significado de estas proposiciones compuestas borrosas está dado por la interpretación que se haga de los conectores "y", "o", "no" como "conjunción", "disyunción" o "negación" respectivamente.

2.3.3 Proposiciones condicionales borrosas

Una *proposición condicional borrosa* o una *regla borrosa "si-entonces" (if-then)* se expresa simbólicamente como

$$\text{si } \langle \text{proposición borrosa} \rangle \text{ entonces } \langle \text{proposición borrosa} \rangle$$

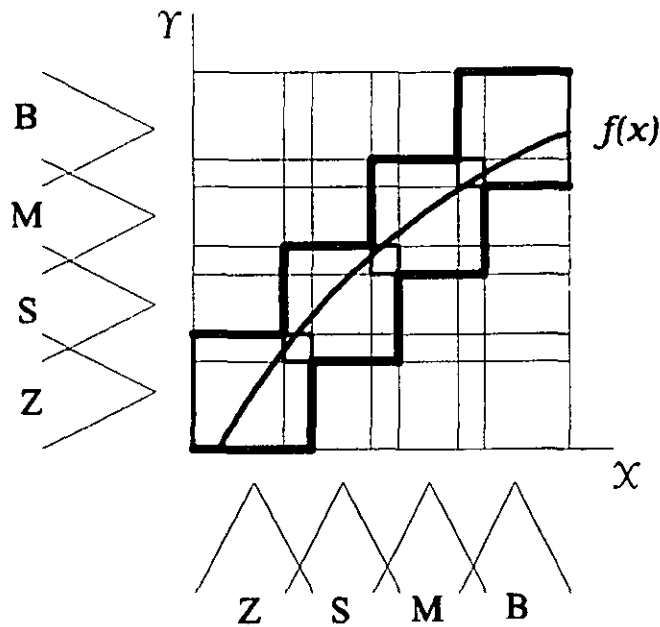


Figura 2-3: Una relación funcional entre X e Y

donde (proposición borrosa) puede ser una proposición borrosa atómica o compuesta. Una regla *si-entonces* puede describir la relación causal entre la entrada a un sistema y una o varias salidas.

Por ejemplo,

si T es frío y \dot{T} es negativo entonces \dot{R} es positivo

siendo T la variable física temperatura, \dot{T} la tasa de cambio en la misma y \dot{R} la variación que se puede hacer en el valor de la corriente de una resistencia variable en un supuesto control de aire acondicionado.

Esto es

"Si es el caso de que el valor presente de T es frío y el valor actual de \dot{T} es negativo (la temperatura muestra una tendencia hacia el descenso) entonces la tendencia del cambio de la corriente en la resistencia \dot{R} es positivo (el valor de la corriente en la resistencia debe aumentar)."

Ahora supóngase que se tiene una relación funcional $f(x)$ entre los valores de un conjunto X y los valores de un conjunto Y (Figura 2-3). Esta relación funcional no es causal sino bidireccional

si un valor de x es dado, entonces $y = f(x)$,

si un valor de y es dado, entonces $x = f^{-1}(y)$.

con el uso de las reglas *si-entonces* se puede aproximar la función analítica f como se ve a continuación

si x es Z , entonces y es Z ,

si x es S , entonces y es S ,

si x es M , entonces y es M ,

si x es B , entonces y es B .

Donde Z, S, M, B son símbolos que denotan a los valores lingüísticos *cero, pequeño, mediano y grande*, respectivamente. Nótese que la función no queda determinada por valores numéricos precisos, sino por las variables lingüísticas Z, S, M, B , definidas a partir de los conjuntos mostrados en la misma Figura 2-3.

Cada una de estas reglas establece que se puede calcular un valor de Y sólo cuando está presente un valor de X . Según esas mismas reglas, si un valor de Y es dado entonces no hay regla explícita que diga como se debe determinar un valor de X . Por lo tanto, la causalidad, dada por las reglas, se da sólo en la dirección de X hacia Y .

El significado de la expresión simbólica

si X es A , entonces Y es B

se representa como una relación definida sobre $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ donde \mathcal{X} y \mathcal{Y} son los dominios de las variables lingüísticas X y Y . La construcción de esta relación borrosa es como sigue:

1. el significado de " X es A ", llamado el *antecedente de la regla*, se representa por un conjunto borroso \tilde{A} ,
2. el significado de " Y es B ", llamado el *consecuente de la regla*, se representa por un conjunto borroso \tilde{B} ,
3. el significado de la proposición condicional borrosa es entonces una relación borrosa μ_R tal que

$$\forall x \in \mathcal{X}, \forall y \in \mathcal{Y} : \mu_R(x, y) = \mu_R(x) * \mu_R(y), \quad (2.17)$$

donde "*" puede ser cualquier producto cartesiano o cualquier otro operador de implicación borrosa.

2.3.4 Implicación de Mamdani

En este trabajo se utiliza la *implicación de Mamdani*, una de las más utilizadas. Su definición se basa en la operación intersección $p \rightarrow q \equiv p \wedge q$. Su función de pertenencia se define mediante

$$\mu_M(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (2.18)$$

Por ejemplo. Supóngase que se tienen los conjuntos con valores de pertenencia borrosos

$$A = \{0.1, 0.4, 0.7, 1.0\}$$

$$B = \{0.2, 0.5, 0.9\}$$

La implicación de Mamdani para estos conjuntos se da por . . .

		<i>B</i>			
		<i>y</i> ₁	<i>y</i> ₂	<i>y</i> ₃	
<i>A</i>	<i>x</i> ₁	0.1	0.1	0.1	(2.19)
	<i>x</i> ₂	0.2	0.4	0.4	
	<i>x</i> ₃	0.2	0.5	0.7	
	<i>x</i> ₄	0.2	0.5	0.9	

De esta forma, el valor que el consecuente tendrá se ve afectado por el valor que tenga el antecedente, en otras palabras, se evalúa el antecedente, lo que involucra *desvanecer* los datos a la entrada, y aplicar los posibles operadores ("y", "o", "no") que se encuentren presentes. Posteriormente se obtiene el grado de verdad que resulte de la evaluación. Este grado de verdad es obtenido de la operación de implicación dando un valor para el consecuente. El consecuente a su vez puede estar formado por múltiples proposiciones borrosas eslabonadas entre sí por operadores lógicos. El grado de verdad afecta a todo el consecuente, es decir, a cada una de tales proposiciones en igual forma. La Figura 2-4 muestra este procedimiento entre las funciones de transferencia de un antecedente y un consecuente de una implicación borrosa.

A este proceso se le conoce como el *disparo de una regla*.

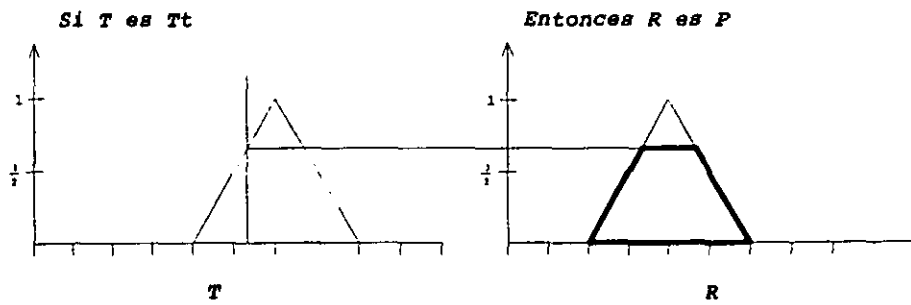


Figura 2-4: Implicación de Mamadani

2.4 Conjuntos de reglas borrosas

2.4.1 Propiedades de conjuntos de reglas borrosas

La Figura 2-5 muestra dos dominios E , F y todas las reglas que los relacionan; el dominio de U es igual a aquéllos de E y F . Los símbolos borrosos (siglas en idioma inglés) de las salidas significan:

- NB : negativo grande (*negative big*)
- NS : negativo pequeño (*negative small*)
- ZO : cero (*zero*)
- PS : positivo pequeño (*positive small*)
- PB : positivo grande (*positive big*)

Esta nomenclatura es una de las más usadas en lógica borrosa para designar conjuntos borrosos de números a los que se le considera subjetivamente como grandes o pequeños, pero cuya naturaleza positiva o negativa es respetada. Además, es la utilizada en el desarrollo del presente trabajo. En el caso en que e es NB y f es PB , por ejemplo, la salida para u se encuentra vacía: esto significa que no existe una regla para para dicho caso. La Figura 2-6 muestra el comportamiento de este sistema y constituye lo que se conoce como una *base de reglas*, mostrando para cada valor de e y f el valor concreto de u . Figuras como esta son útiles para estudiar el comportamiento de sistemas borrosos.

Generalmente las reglas de inferencia borrosa no se dan de manera aislada, sino que forman un conjunto cuyo propósito es, generalmente, la generación de un sistema con algún propósito o función útil. Existen ciertas propiedades para un conjunto de reglas, tres de las cuales son:

Definición 11 Integridad. *Un conjunto de reglas de inferencia es íntegro o completo si cualquier combinación de valores de entrada resulta en un valor de salida apropiado.*

Esto quiere decir que todas las combinaciones de entradas en los antecedentes debe resultar en un

conjunto borroso de salidas. Obsérvese la Figura 2-5, donde e y f son conjuntos borrosos (la idea se

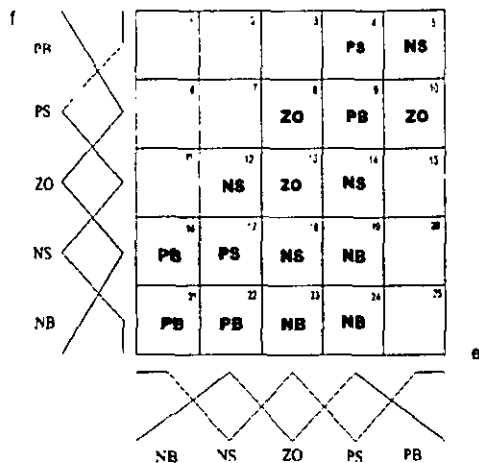


Figura 2-5: Base de regla en forma matricial

enfatisa mediante los trazos de funciones de pertenencia triangulares a lo largo de cada eje). Se hace notar que en la Figura 2-5, cada una de las 25 celdas puede representar una regla. En este caso, sólo hay 16 reglas.

La *base de reglas* expresada en dicha Figura no es completa, debido a que la entrada (e, f) que cae en la celda 1 no produce salida alguna. Considere la regla

$$\text{si } e \text{ es } PB \text{ y } f \text{ es } NB \text{ entonces } u \text{ es (nulo)}$$

que corresponde a la celda 25. Si la entrada (e, f) es tal que $e \in PB \cap PS$ y $f \in NB \cap NS$, entonces la regla

$$\text{si } e \text{ es } PS \text{ y } f \text{ es } NB \text{ entonces } u \text{ es } NB$$

se dispara. Aunque la celda 25 se encuentra vacía, debido a que allí $\forall e : e \in PB$ implica también que $e \in PS$, por lo que la regla de la celda 24 es la que se dispara. Sin embargo, esto no ocurre en las celdas 1, 2 y 6: no importa cuál sea la entrada estas reglas, jamás se dispararán. Debemos notar que en la práctica ninguna base de reglas es *completa*. Esto tiene que ver con la existencia de regiones del dominio de entrada que no son de interés y por lo tanto no tienen que ser definidas. La Figura 2-6 presenta el comportamiento en tres dimensiones de la función presente en la Figura 2-5. Así, para cada par de valores de entrada e y f , se calcula un valor de salida u sobre el dominio $U=[0, 10]$. En la esquina inferior izquierda, los valores de u son grandes, debido a que las reglas 16, 21 y 22 tienen una

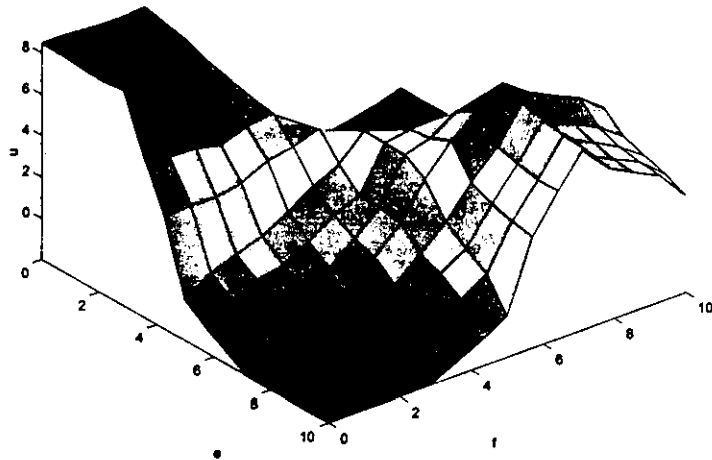


Figura 2-6: Comportamiento de la función descrita en la figura 2-5

parte consecuente PB . De acuerdo con las reglas, en la esquina superior izquierda no existe ninguna salida definida para u . Esto queda expresado por el valor $u=-2$.

Definición 12 Consistencia. Un conjunto de reglas de inferencia es consistente si no contiene contradicciones. Un conjunto de reglas es inconsistente si existen dos reglas con los mismos antecedentes de regla pero con distintos consecuentes.

Por ejemplo, las reglas

si e es ZO y f es NB entonces u es $\langle nulo \rangle$

si e es ZO y f es NB entonces u es ZO

se contradicen al implicar, con los mismos antecedente de regla, consecuentes distintos.

Definición 13 Continuidad. Un conjunto de reglas de inferencia es continuo si no tiene reglas adyacentes con conjuntos borrosos de salida cuya intersección esté vacía.

Usando la Figura 2-5 se puede definir la noción de regla adyacente a otra regla como aquella cuya celda es adyacente a la celda de la otra regla. De esta, manera, la regla 17 (si e es NS y f es NS entonces u es PS) tiene como reglas adyacentes a 12, 16, 18 y 22. No se consideran adyacentes 11, 13, 21 y 23.

En el caso de la base de reglas de la Figura 2-5 se tiene que ésta es discontinua, ya que la regla 23 tiene una salida *NB* y su regla adyacente, la 22, tiene una salida *PB*, ambas con una clara intersección vacía.

2.4.2 Agregación de reglas borrosas

Dependiendo del valor de las entradas las reglas se dispararán y se tendrá un determinado valor en cada regla disparada. Cada uno de estos valores es una *contribución* que aporta cada regla resultando en una salida determinada. Es decir, los resultados individuales de cada regla disparada son combinados para obtener un único conjunto para cada posible variable de salida. A esta acción se le llama *agregación*. La operación ocupada para llevarla a cabo es generalmente

$$\mu_S(x) = \max(1, \mu_{u_1}(x)) + \max(1, \mu_{u_2}(x)) + \dots + \max(1, \mu_{u_n}(x)) \quad (2.20)$$

siendo $\mu_{u_i}(x)$ el grado de pertenencia generado en el disparo de cada regla y $\mu_S(x)$ el valor conseguido en la agregación de todas las reglas. Esto da por resultado una geometría (en el caso de funciones de pertenencia triangulares) como en la Figura 2-7.

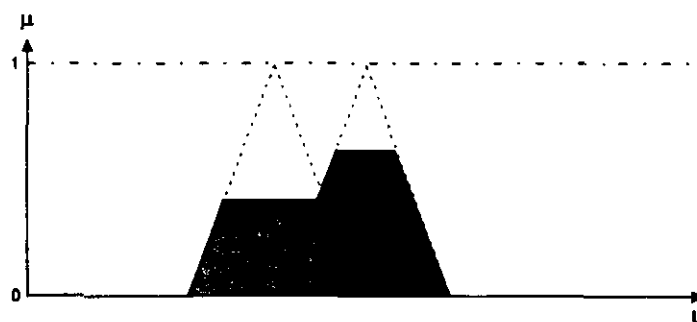


Figura 2-7: Agregación de conjuntos borrosos

Otras operaciones básicas para la agregación de elementos de un conjunto borroso son la *suma* y la *unión*.

2.4.3 Métodos de Clarificación

Una vez que se ha conseguido obtener un grado de pertenencia que representa el estado borroso de nuestro sistema, es necesario traducirlo en un valor real. Existen varios métodos, algunos de uso muy extendido en la *clarificación* del valor borroso resultante de la agregación: *centro de gravedad*, *centro*

de sumas, altura, centro del área más grande, primer máximo, último máximo, o máximo promedio (ref [5]). Es posible proponer un método adicional. En esta tesis se propone uno al que se ha denominado "promedio de los máximos".

Promedio de los máximos.

Este método de clarificación utiliza alguna de las siguientes expresiones análogas

$$u^* = \frac{\sum_{k=1}^m c^{(k)} \cdot f_k}{\sum_{k=1}^m f_k} \qquad u^* = \frac{\int_{k=1}^m c^{(k)} \cdot f_k}{\int_{k=1}^m f_k} \qquad (2.21)$$

Donde el símbolo de sumatoria es ocupado para los casos discretos, mientras que el de integral lo es para casos continuos. Este método determina la altura de cada función de pertenencia, es decir, el intervalo de valores u cuyos grados de pertenencia son máximos y obtiene un promedio de los mismos, el cual se denota por $c^{(k)}$, siendo f_k el grado de pertenencia máximo o altura; m es el número de funciones agregadas. Este método se parece al encontrado en la literatura (ref [5]) como *método de la altura*, con la diferencia de que éste último no busca un valor promedio en u sino los valores pico de cada función, lo que lo hace sólo útil para funciones simétricas, que no es el caso de las utilizadas en este trabajo, como se verá en el siguiente capítulo (Figura 2-8).

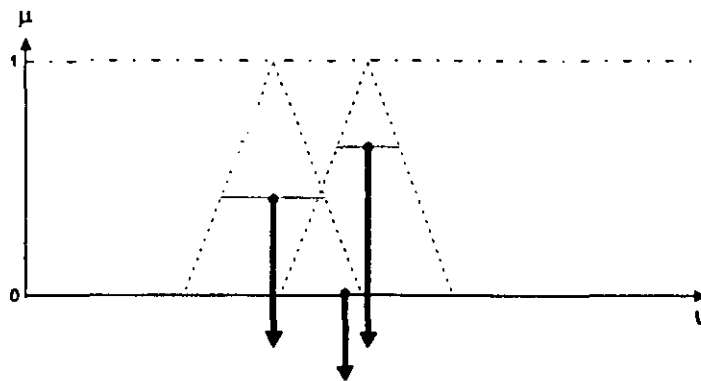


Figura 2-8: Representación gráfica del método de clarificación por el promedio de los máximos de las funciones de pertenencia

2.5 Sistemas borrosos

La Figura I-2, que se reproduce a continuación como la Figura 2-9, muestra la estructura de un sistema borroso. Se observan cuatro módulos.

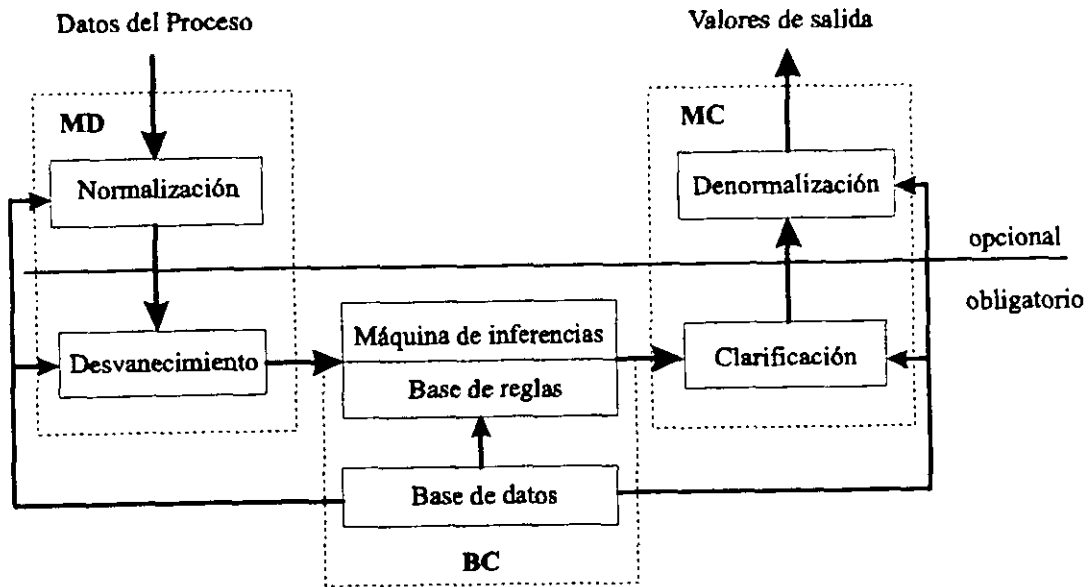


Figura 2-9: Estructura de un sistema borroso

2.5.1 Módulo de desvanecimiento (MD)

En muchos casos se establece una transformación de escala, una normalización con la cual es posible una mejor manipulación de las entradas del sistema borroso que las coloca dentro del intervalo $[0, 1]$. Tal conversión de datos no es forzosa, pero debe tomarse en cuenta que existen muchos operadores borrosos que están definidos en este intervalo. Entonces se elabora el desvanecimiento de esta información, los datos se transforman en borrosos para ser operados dentro de la representación borrosa del proceso en el antecedente de las reglas borrosas.

2.5.2 Base de conocimiento (BC)

La base de conocimiento consta de una base de datos donde se guarda información concerniente a los conjuntos borrosos, los dominios físicos y sus imágenes normalizadas, y una base de reglas, que contiene el conjunto de reglas de inferencia definidas en el diseño del sistema.

Su obtención se hace a través de la experiencia humana, a través de la cual se definen los valores de las entradas y salidas del sistema borroso, las que a su vez se ven relacionadas por las reglas que el experto humano impondrá.

2.5.3 Máquina de inferencias

Se calcula un valor borroso consecuente a partir de uno antecedente a través de las reglas de inferencia. Cada regla se ve disparada y su salida será un valor perteneciente al intervalo $[0, 1]$. Luego se calcula el valor global resultado de cada una de estas reglas a través de la agregación que de ellas se haga.

2.5.4 Módulo de clarificación (MC)

Mediante alguno de los métodos aplicables a esta tarea, los valores que se obtienen de la máquina de inferencias son transformados de un contexto borroso a uno preciso, lo que constituye la salida del sistema borroso, siendo generalmente presentada en la forma de valores que pertenecen al intervalo $[0, 1]$, dadas las formas de los operadores borrosos. Dichos valores pueden ser denormalizados de tal manera que sean interpretados de alguna manera más representativa y útil, según el proceso al cual el sistema borroso fue implantado.

Capítulo 3

Evaluación cualitativa de los residuos

El desarrollo de las reglas de inferencia para el diagnóstico de fugas de la tubería se basó en el modelo linealizado. Para el ajuste del localizador se usó el paquete matemático *Fuzzy Logic Toolbox* de MatLab[®] con SIMULINK[®] (ref [8]).

Se consideran conocidas las ganancias teóricas de la matriz R_{ss} y los valores en estado permanente de los residuos. Estos datos corresponden a las entradas del localizador. Llámese *condición de fuga* (CF) a una situación en la que se presenta una sola fuga o dos fugas simultáneas en el sistema. Recuérdese que se está considerando que en la tubería existen n tramos en cuyas uniones hay $l = n - 1$ posibles puntos de fuga.

A continuación se presentan dos diseños propuestos para el localizador de fugas, uno basado en las magnitudes normalizadas de los residuos y el otro que agrupa a los residuos en un vector de direcciones patrón para cada caso de CF considerada.

3.1 Enfoque de Magnitudes Normalizadas

La ecuación (1.28)

$$v = R_{gs}\lambda$$

reescrita en la forma

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{l-1} \\ v_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & -r_{1,2} & \cdots & -r_{1,l-1} & -r_{1,l} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & \cdots & -r_{2,l-1} & -r_{2,l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{l-1,1} & r_{l-1,2} & \cdots & r_{l-1,l-1} & -r_{l-1,l} \\ r_{l,1} & r_{l,2} & \cdots & r_{l,l-1} & r_{l,l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_{l-1} \\ \lambda_l \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

define la relación que hay entre fugas (vector λ) y residuos (vector v). Los valores de la diagonal principal de R_{gs} tienen la característica de ser prácticamente cero. Esto, en realidad, no es completamente cierto debido a las imprecisiones que acompañan a la obtención de esta matriz. Para fines prácticos, la expresión (3.1) puede escribirse como

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{l-1} \\ v_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{1,2} & \cdots & -r_{1,l-1} & -r_{1,l} \\ r_{2,1} & 0 & \cdots & -r_{2,l-1} & -r_{2,l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{l-1,1} & r_{l-1,2} & \cdots & 0 & -r_{l-1,l} \\ r_{l,1} & r_{l,2} & \cdots & r_{l,l-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_{l-1} \\ \lambda_l \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Se observa que al asignar valores de fuga⁶ al vector λ pueden crearse diferentes CF, con lo que se obtienen diferentes grupos de componentes del vector v en cada ocasión. En este trabajo únicamente se tratarán los casos de fugas únicas o de dos simultáneas. Puede considerarse que las fugas en el vector λ pueden ser clasificadas en tres tamaños distintos, definiéndose un intervalo de valores para cada uno de estos tamaños, los cuales pueden ser definidos como S (*Small*, pequeño), M (*Medium*, mediano) y B (*Big*, grande). Para construir estos intervalos se puede partir de valores representativos de fugas. Sea $\lambda = 1 \times 10^{-6}$ el valor a partir del cual se elabora el intervalo S: $[0, S_{m,gx}]$; $\lambda = 2.5 \times 10^{-3}$, un valor en el que se centra el intervalo M: $[M_{mjn}, M_{m,gx}]$; y $\lambda = 5 \times 10^{-3}$ uno que se extiende para definir el intervalo B: $[B_{mjn}, B_{m,gx}]$. De esta manera, a través de estos intervalos, denotados por $\tilde{\lambda}$, y con (3.2), es posible obtener intervalos $\tilde{v}_h = [v_{h,mjn}, v_{h,m,gx}]$, con $h = 1, 2, \dots, l$, para cada componente

⁶Cuando se habla de valores de fuga, se hace referencia al tamaño del orificio. Véase la ecuación (1.4).

del vector v .

De esta manera se tienen conjuntos de la forma

$$\left\{ \left(\tilde{v}_1^{ij}, \tilde{v}_2^{ij}, \dots, \tilde{v}_l^{ij} \right), (\tilde{\lambda}_i, \tilde{\lambda}_j) \right\} \quad (3.3)$$

donde cada vector de intervalos $\tilde{v}^{ij} = \left(\tilde{v}_1^{ij}, \tilde{v}_2^{ij}, \dots, \tilde{v}_l^{ij} \right)$ corresponde con alguna CF $(\tilde{\lambda}_i, \tilde{\lambda}_j)$ en donde tanto $\tilde{\lambda}_i$ como $\tilde{\lambda}_j$, con $i = 0, 1, \dots, l - 1$ y $j = 1, 2, \dots, l$, pueden variar en alguno de los intervalos pequeño, mediano o grande.

Si se normaliza el intervalo $[0, B_{m,p,z}]$ de tal forma que se convierta en $[0, 1]$ se facilita la clasificación de una fuga a través de un número entre 0 y 1, quedando dentro de este intervalo normalizado los subintervalos S, M y B. La Figura 3-1 muestra la forma en que han quedado las funciones de pertenencia propuestas para transformar la variable λ_1 en una variable borrosa.

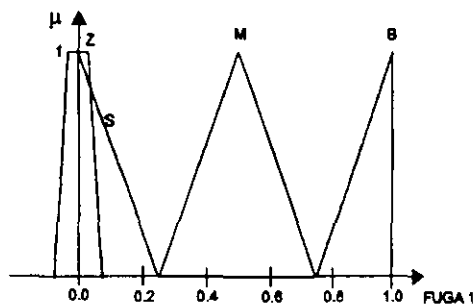


Figura 3-1: Desvanecimiento de una condición de fuga

Puede notarse que se ha incluido un valor más, Z (Zero, cero) que será útil para la identificación de ausencia de fugas. Las funciones de pertenencia mostradas en la Figura 3-1 se emplean para definir los tamaños relativos de cada fuga λ posible. Aunque existen otros tipos de funciones de pertenencias muy utilizados en la práctica con formas más suaves, el manejo de formas triangulares y trapezoidales es más fácil debido a que estas funciones se definen por líneas rectas y no por gaussianas, por ejemplo.

Supóngase que la tubería se divide en $n = 5$ tramos, entonces se tienen $l = n - 1 = 4$ posibles puntos de fuga. La matriz R_{ss} tiene, para este caso, los valores

$$R_{ss} = \begin{bmatrix} 0 & -0.033 & -0.072 & -0.118 \\ 0.023 & 0 & -0.026 & -0.057 \\ 0.046 & 0.024 & 0 & -0.029 \\ 0.094 & 0.067 & 0.036 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Considerando los casos en que sólo existe una fuga en la tubería y tomando en cuenta que ésta puede existir en uno de tres tamaños a considerar, se tienen doce conjuntos de la forma (3.3) asociados a alguna CF simple (con $i = 0$).

Por otra parte, cuando se tienen dos fugas de manera simultánea, existen 6 posibles CF⁷. Como cada una de estas CF puede formarse con diferentes tamaños tanto de $\tilde{\lambda}_i$ como de $\tilde{\lambda}_j$, y cada CF tiene 9 posibles conjuntos⁸ de la forma (3.3), esto suma 54 conjuntos de este tipo a los 12 que se tienen para CF simples, con lo cual se tiene un total de 66.

La comparación del vector $v = (v_1, v_2, \dots, v_l)$ proveniente de los generadores de residuos, con todos los conjuntos de intervalos (3.3) permite caracterizar la CF buscada. El conjunto de intervalos \tilde{v} que contenga a v señalará la CF ($\tilde{\lambda}_i, \tilde{\lambda}_j$) presente en la tubería.

Si se usan los tres valores representativos de λ arriba definidos, sin considerarlos como intervalos, para generar distintas combinaciones de tamaños de fugas, para los casos de una fuga, se pueden generar tablas de valores como la Tabla 3.1, que muestra los valores de v cuando se encuentra presente la fuga λ_1 .

λ_1	μ_{λ_1}	v_1^{01}	v_2^{01}	v_3^{01}	v_4^{01}
1.0×10^{-6}	s	0	2.28×10^{-8}	4.56×10^{-8}	9.40×10^{-8}
2.5×10^{-3}	M	0	5.70×10^{-5}	1.14×10^{-4}	2.35×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	0	1.14×10^{-4}	2.28×10^{-4}	4.70×10^{-4}

Tabla 3.1: Fuga en la primera unión de tramos

Similarmente, la Tabla 3.2, muestra los valores de las componentes de v para la combinación de λ_1 y λ_4 .

λ_1	μ_{λ_1}	λ_4	μ_{λ_4}	v_1^{14}	v_2^{14}	v_3^{14}	v_4^{14}
1.0×10^{-6}	s	1.0×10^{-6}	s	-1.19×10^{-7}	-3.35×10^{-8}	1.59×10^{-8}	9.44×10^{-8}
1.0×10^{-6}	s	2.5×10^{-3}	M	-2.97×10^{-4}	-1.42×10^{-4}	-7.30×10^{-5}	9.44×10^{-8}
1.0×10^{-6}	s	5.0×10^{-3}	B	-5.93×10^{-4}	-2.84×10^{-4}	-1.46×10^{-4}	9.44×10^{-8}
2.5×10^{-3}	M	1.0×10^{-6}	s	-1.19×10^{-7}	5.80×10^{-5}	1.13×10^{-4}	2.36×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	2.5×10^{-3}	M	-2.97×10^{-4}	-8.37×10^{-5}	3.98×10^{-5}	2.36×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	5.0×10^{-3}	B	-5.93×10^{-4}	-2.26×10^{-4}	-3.33×10^{-5}	2.36×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	1.0×10^{-6}	s	-1.19×10^{-7}	1.16×10^{-4}	2.26×10^{-4}	4.72×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	2.5×10^{-3}	M	-2.97×10^{-4}	-2.56×10^{-5}	1.53×10^{-4}	4.72×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	5.0×10^{-3}	B	-5.93×10^{-4}	-1.67×10^{-4}	7.95×10^{-5}	4.72×10^{-4}

Tabla 3.2: Fugas en las uniones primera y cuarta

En ambos ejemplos, los valores v_1^{ij} , v_2^{ij} , v_3^{ij} y v_4^{ij} constituyen, para cada renglón de las Tablas.

⁷Si se quiere saber el número de combinaciones de $l = 4$ fugas tomadas de dos en dos sin repetir, éste es $C_4^2 = 6$.

⁸El número de combinación de tamaños, es $3^2 = 9$.

un patrón de residuos exacto contra los cuales comparar v al producirse una fuga en la tubería en operación. Puede verse además que los conjuntos de cuatro residuos son distintos entre sí y que pueden asociarse, a su vez, con números borrosos, como se hizo con la clasificación de los tamaños de las fugas. En particular, se propone considerar, para el caso de la Tabla 3.1, el residuo v_2^{01} , las funciones de pertenencia que se muestran en la Figura 3-2 (para ver todas las Tablas de patrones generadas, véase el Apéndice A). Se hace notar que dichos conjuntos han pasado ya por una normalización de sus valores, de tal forma que $[\text{mín}(v_2^{01}), \text{máx}(v_2^{01})] \rightarrow [0, 1]$.

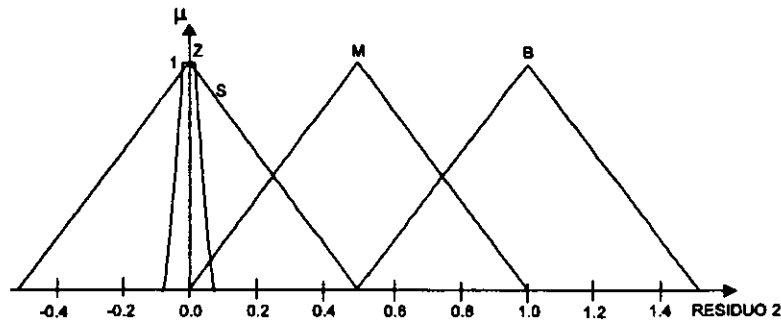


Figura 3-2: Desvanecimiento de un residuo en el caso de búsqueda de una fuga simple (λ_1)

De manera similar se puede proceder para los residuos v_3^{01} y v_4^{01} . El residuo v_1^{01} siempre es cero y su función de pertenencia se muestra en la Figura 3-3.

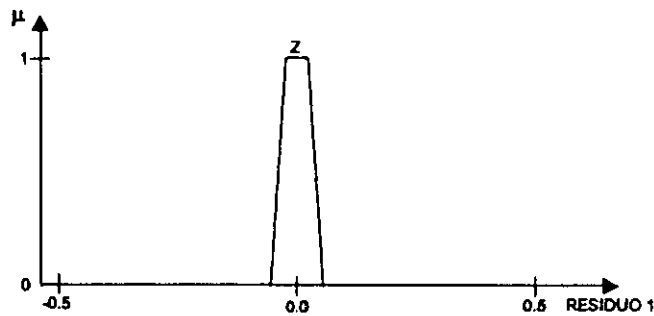


Figura 3-3: Desvanecimiento de un residuo cero

En el caso de un solo residuo igual a cero se tiene la condición de una fuga, como puede verificarse con la ecuación (3.2), si el vector λ contiene un solo componente λ_i distinto de cero.

De manera similar para los valores de la tabla 3.2 con dos fugas simultáneas, se pueden definir los números borrosos asociados a cada residuo o componente del vector v . La Figura 3-4 muestra los 6

valores o variables lingüísticas asociadas al residuo v_2^{13} .

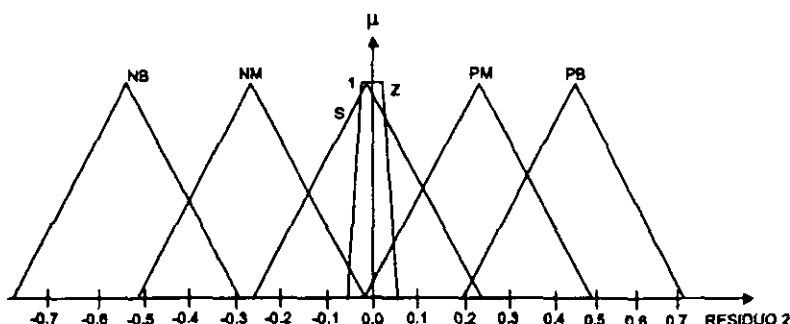


Figura 3-4: Desvanecimiento del dominio del residuo v_2^{13} .

De manera análoga a la propuesta descrita para las definiciones de los residuos borrosos, a partir de Tablas similares a 3.1 y 3.2 se obtienen los residuos borrosos correspondientes a las distintas condiciones de fuga de distintos tamaños (véase el Apéndice B).

Con base en los números borrosos asociados a las fugas y sus respectivos patrones de residuos borrosos, se propone relacionar las causas (residuos) y los efectos borrosos (condiciones de fuga) vía reglas de inferencia.

En particular, la relación causa-efecto para la localización de la fuga λ_1 , se puede describir con el siguiente conjunto de reglas

1. if (V1 is not Z) then (F1 is Z)
2. if (V1 is Z) and (V2 is Z) and (V3 is Z) and (V4 is Z) then (F1 is Z)
3. if (V1 is Z) and (V2 is PS) and (V3 is PS) and (V4 is PS) then (F1 is PS)
4. if (V1 is Z) and (V2 is PM) and (V3 is PM) and (V4 is PM) then (F1 is PM)
5. if (V1 is Z) and (V2 is PB) and (V3 is PB) and (V4 is PB) then (F1 is PB)

Tabla 3.3: Conjunto de reglas para localizar una fuga simple en la primera unión

Donde Vh ($h = 1, 2, 3, 4$) es la variable lingüística asociada al valor de v_h^{ij} y Fj corresponde con la fuga λ_j . (recuérdese que en el caso de fugas simples $i = 0$). El conjunto de reglas de la Tabla 3.3 se emplea exclusivamente para indagar sobre la existencia y el tamaño relativo de λ_1 .

Dado que (3.2) tiene la propiedad de que un residuo debe ser cero para la fuga correspondiente, la primera de las reglas hace referencia a la inexistencia de la fuga cuando su residuo es distinto de cero. La segunda de ellas toma en cuenta que si todos los residuos se encuentran clasificados como cero entonces no existe fuga alguna. Las siguientes tres reglas relacionan directamente los valores lingüísticos transformados de los valores numéricos encontrados según la Tabla 3.1. Este ejemplo típico

de lógica borrosa muestra la sencillez en el manejo de algoritmos al tratar con términos lingüísticos en lugar de expresiones matemáticas.

En el caso de la Tabla 3.2 las reglas de inferencia para las fugas en las uniones 1 y 4 se reducen a las mostradas en la Tabla 3.4.

1. if (V1 is NS) and (V2 is S) and (V3 is S) and (V4 is PS) then (F1 is S)(F4 is S)
2. if (V1 is NM) and (V2 is NB) and (V3 is NM) and (V4 is PS) then (F1 is S)(F4 is M)
3. if (V1 is NB) and (V2 is NVB) and (V3 is NB) and (V4 is PS) then (F1 is S)(F4 is B)
4. if (V1 is NS) and (V2 is PM) and (V3 is PB) and (V4 is PM) then (F1 is M)(F4 is S)
5. if (V1 is NM) and (V2 is NM) and (V3 is PM) and (V4 is PM) then (F1 is M)(F4 is M)
6. if (V1 is NS) and (V2 is PB) and (V3 is PVB) and (V4 is PB) then (F1 is B)(F4 is S)
7. if (V1 is Z) then (F1 is Z)(F4 is Z)
8. if (V2 is Z) then (F1 is Z)(F4 is Z)
9. if (V3 is Z) then (F1 is Z)(F4 is Z)
10. if (V4 is Z) then (F1 is Z)(F4 is Z)

Tabla 3.4: Reglas para la búsqueda de la condición de fuga en las uniones 1 y 4

Donde las variables NVB y PVB denotan los valores *Negative Very Big* (negativo muy grande) y *Positive Very Big* (positivo muy grande). Véase el Apéndice B.

Debido a restricciones físicas, no es posible que el gasto de fuga sea mayor o igual al gasto nominal de la tubería, por lo que las fugas M, B (Medium, Big.), B, M (Big, Medium) y B, B (Big, Big) han sido eliminadas de los bloques de inferencia. Esto hace que en lugar de 66 conjuntos de la forma (3.3) se tengan solamente 48.

Como puede notarse de la Tabla 3.4, las reglas siguen el patrón de residuos dependiendo de la combinación del tamaño de las fugas (véase el Apéndice C). Esto es válido para las primeras seis reglas. Las reglas 7 a 10 se encargan de eliminar la confusión con alguna CF simple. A partir de los valores de entrada V_h que disparen en algún modo estas reglas, se obtendrán distintos valores de salida $\{F_i, F_j\}$ de cada una de ellas. Estos valores se agregarán entre sí.

Dadas la forma y el propósito de las funciones de pertenencia definidas para las condiciones de fuga en este trabajo, algunas de las cuales no son simétricas ni sus máximos coinciden con su valor medio respecto de sus anchuras, se utiliza el método de clarificación *promedio de los máximos*, propuesto en el segundo capítulo de este documento.

El conjunto de funciones de pertenencia de residuos y fugas, junto con las reglas de inferencia que los relacionan, así como las operaciones que en ellas se realizan, integran un bloque de inferencias borrosas. Cada uno de estos bloques de inferencias realiza, por separado, la localización de una sola CF en particular. Sin embargo, cada uno de estos bloques dará por sí mismo un resultado de su búsqueda. Entonces será necesario realizar una agregación adicional de dichos valores de salida. A

través del operador *máximo* pueden obtenerse los valores de pertenencia más altos de este conjunto, que deberán corresponder con la CF que dispare las reglas relacionadas con su búsqueda.

La Figura 3-5 muestra los bloques realizados en Simulink[®] para construir el localizador de fugas propuesto. Se presenta el simulador de la tubería, el banco de observadores y el localizador automático de fugas. Este bloque "localizador automático de fugas" contiene los 10 bloques de inferencias borrosas mencionados anteriormente. La Figura 3-6 muestra uno de tales bloques, específicamente aquél cuya función es buscar la presencia de la fuga λ_1 . Nótese que este, como todos los demás bloques, es un sistema borroso independiente (véase el Capítulo 2 de este trabajo), en donde los cuatro bloques de la izquierda se encargan de la transformación a un contexto borroso de los residuos provenientes del banco de observadores de la tubería. Tales bloques forman el módulo de desvanecimiento (MD) de este sistema borroso.

El bloque intermedio contiene la base de conocimiento (BC) y las reglas de la máquina de inferencias, necesarias para llevar a cabo la búsqueda de la fuga correspondiente a este sistema, que en el caso de la Figura 3-6 es λ_1 .

El bloque del extremo derecho corresponde con el módulo de clarificación (MC), el cual indica el grado de posibilidad de existencia de la fuga buscada de acuerdo a los valores que hayan entrado al sistema y a la forma en que hayan sido procesados por las reglas de inferencia.

Como ya se dijo, existen diez sistemas borrosos independientes similares al de la Figura 3-6 y cada uno obtiene un valor en su salida que depende de como las reglas en cada uno de ellos se han disparado. Esto hace que existan 10 valores clarificados, cada uno mostrando el grado de posibilidad existente para cada condición de fuga posible.

El bloque "buscador de valores máximos" se encarga de obtener los valores máximos de esos números clarificados y de clasificarlos a partir de la CF con la cual corresponden para dirigirlos a su correspondiente localización, es decir, si la CF para $\lambda_1 - \lambda_4$ obtiene un grado de posibilidad alto de tal manera que es seleccionado como uno de los valores máximos por este bloque, dicho valor de ve desplegado tanto en el indicador de "Fuga 1" como en el de "Fuga 4", lo cual se visualiza en el último bloque que despliega los valores normalizados de posibilidad de existencia de cada fuga por separado.

3.2 Resultados en el enfoque de magnitudes

La Tabla 3.5 muestra los resultados en simulación cuando se tiene una fuga en la primera, en la cuarta y en ambas uniones a la vez. La columna de la izquierda de esta tabla indica las fugas inducidas en el simulador; al centro se indica el significado lingüístico de los valores de estas CF; la tercera columna

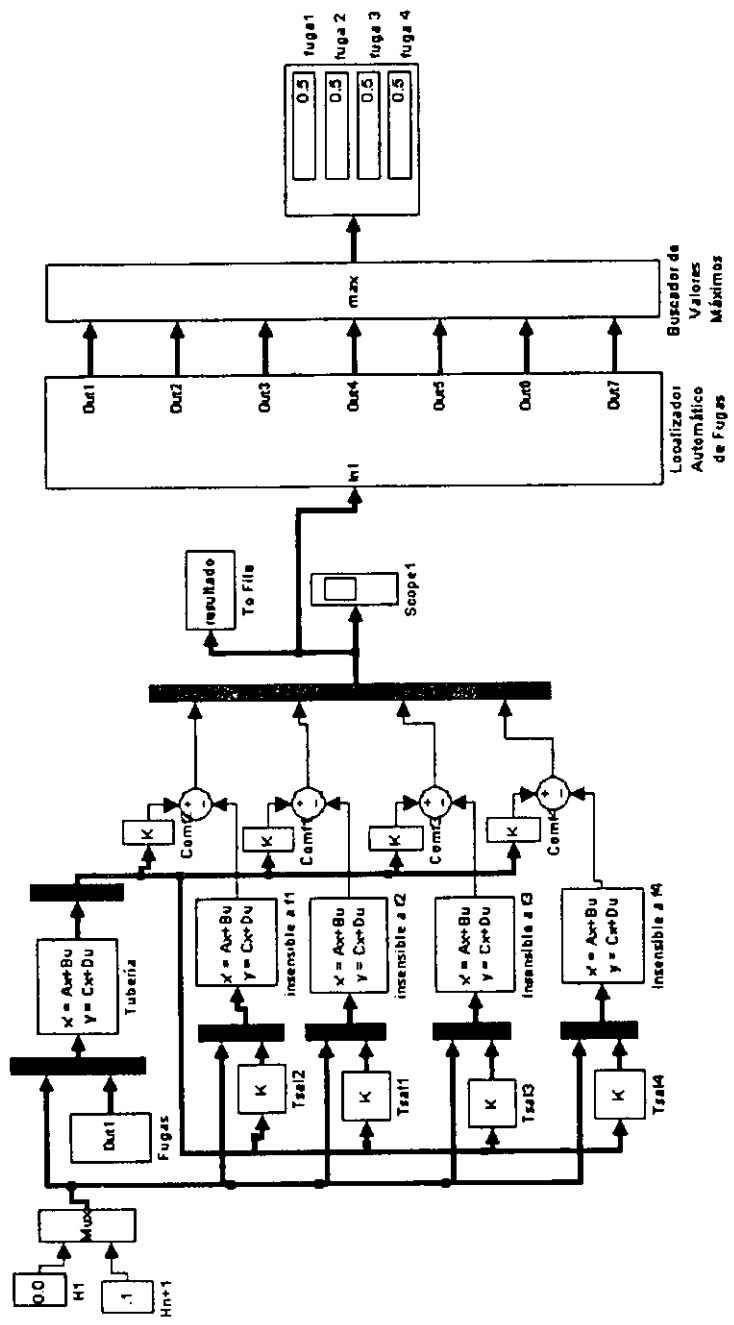


Figura 3-5: Diagrama de Bloques para la Simulación

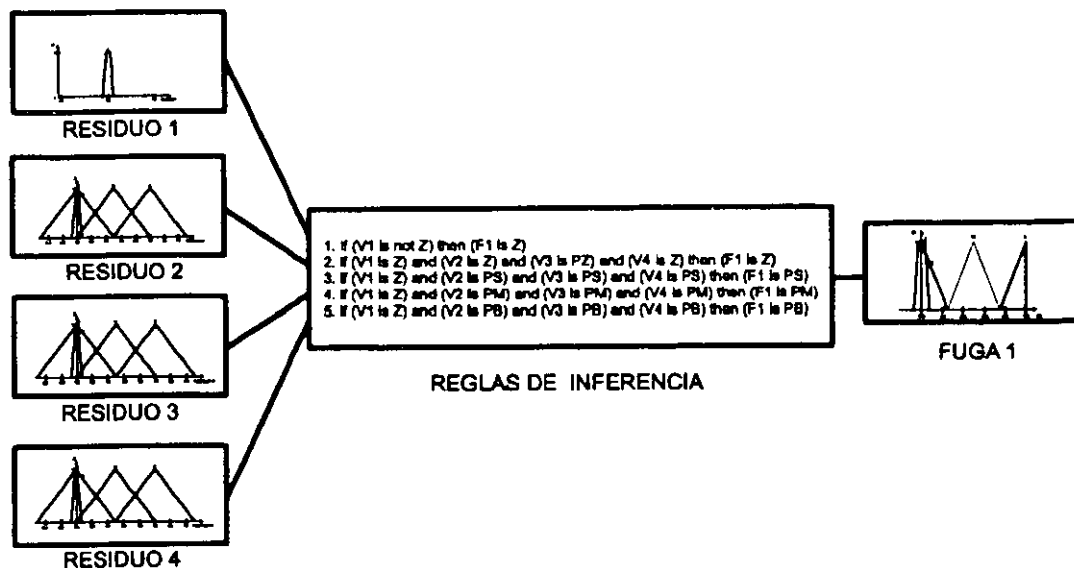


Figura 3-6: Bloque de localización exclusivo para la localización de la condición de fuga en la primera unión de tramos (λ_1)

da los valores que resultan de la estimación por parte del localizador en cada caso mediante valores que se encuentran entre cero y uno.

Tamaño de la fuga	Equivalente lingüístico	Localización estimada [0, 1]
$\lambda_1 = 0.0045$	$\lambda_1 = B$	$F_1 = 0.87$
$\lambda_4 = 0.0040$	$\lambda_4 = B$	$F_4 = 0.76$
$\lambda_1 = 0.0020$	$\lambda_1 = M$	$F_1 = 0.48$
$\lambda_4 = 0.0025$	$\lambda_4 = M$	$F_4 = 0.48$
No hay fuga	$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = Z$	0.00

Tabla 3.5: Resultados de la localización de fugas con el enfoque de magnitudes normalizadas

Estas y otras condiciones han sido detectadas de una manera satisfactoria, aun en el caso de agregarle ruido a los residuos. Sin embargo, existen casos en los que el resultado de la agregación y de la búsqueda de los mayores valores de cada bloque generan falsas alarmas, como es el caso de la inducción de la CF en las uniones 1 y 3.

Esto puede explicarse por la forma en que se ha diseñado este sistema de inferencia borroso. Se supuso desde un principio que todos los conjuntos (3.3) eran distintos entre sí y que los residuos generados por los observadores harían disparar a las reglas de inferencia borrosas de tal forma que se asignaría el mayor grado de pertenencia a los consecuentes que corresponderían con la CF presente. Sin embargo, estos residuos llegan a cada bloque de inferencias independiente y hacen que no solamente

Tamaño de la fuga	Equivalente lingüístico	Localización encontrada $[0, 1]$
$\lambda_1 = 0.0010$	$\lambda_1 = S$	$F_1 = 0.50$
$\lambda_3 = 0.0010$	$\lambda_3 = S$	$F_2 = 0.50$
		$F_3 = 0.48$
		$F_4 = 0.48$

Tabla 3.6: Casos de falsas alarmas en el enfoque de magnitudes normalizadas.

se disparen las reglas que corresponden con la CF buscada, sino que también disparan otras reglas que al final se agregan en un grado de pertenencia similar o mayor a la CF correcta.

Con el objeto de reducir la posibilidad de falsas alarmas, se propone a continuación un tomador de decisiones basado en las direcciones que generan las fugas vistas como vectores.

3.3 Enfoque direccional

Considérese nuevamente la relación entre fugas y residuos (1.28) en estado permanente reescrito en la forma

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{l-1} \\ v_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{1,1} & \rho_{1,2} & \cdots & \rho_{1,l-1} & \rho_{1,l} \\ \rho_{2,1} & \rho_{2,2} & \cdots & \rho_{2,l-1} & \rho_{2,l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{l-1,1} & \rho_{l-1,2} & \cdots & \rho_{l-1,l-1} & \rho_{l-1,l} \\ \rho_{l,1} & \rho_{l,2} & \cdots & \rho_{l,l-1} & \rho_{l,l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_{l-1} \\ \lambda_l \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Si se supone que sólo una fuga está presente, se obtiene el vector

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{l-1} \\ v_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{1,i} \\ \rho_{2,i} \\ \vdots \\ \rho_{l-1,i} \\ \rho_{l,i} \end{bmatrix} \lambda_i \quad (3.6)$$

$$v = R_i \lambda_i$$

Siendo R_i la representación vectorial de $\begin{bmatrix} \rho_{1,i} & \rho_{2,i} & \cdots & \rho_{l-1,i} & \rho_{l,i} \end{bmatrix}^T$.

El vector v de residuos es proporcional a la columna de R_{ss} asociada a la fuga presente, es decir, la columna R_i , $i = 1, 2, \dots, l$ está relacionada con la fuga λ_i , la que es un escalar, y por lo tanto v y R_i son

vectores *linealmente dependientes*. Esto quiere decir, en términos de direcciones, que tales vectores tienden a ser paralelos y por lo tanto el ángulo entre ellos tiende a ser muy pequeño sin importar sus módulos o tamaños y éste puede calcularse mediante

$$\theta_k = \arccos \frac{v \cdot R_i}{|v| |R_i|} \quad (3.7)$$

siempre que v sea distinto de cero. Es decir, es posible ubicar la fuga a través del índice i del vector R_i que produce el menor ángulo con el vector de residuos v . Para una mejor comprensión, esta idea se encuentra representada mediante vectores en el plano en la Figura 3-7.

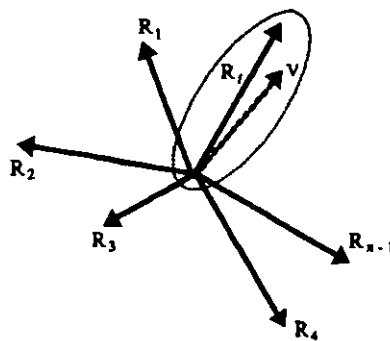


Figura 3-7: Vectores más parecidos en sus direcciones

Esta estrategia para localizar la fuga puede aplicarse en condiciones de una sola fuga. Si se presenta más de una fuga simultáneamente el enfoque de vectores colineales puede generalizarse sin muchos cambios. En el caso de dos fugas λ_i y λ_j , $i = 0, 1, \dots, l-1$, $j = 1, 2, \dots, l$, el vector de residuos se puede expresar como

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{l-1} \\ v_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{1,i}\lambda_i + \rho_{1,j}\lambda_j \\ \rho_{2,i}\lambda_i + \rho_{2,j}\lambda_j \\ \vdots \\ \rho_{l-1,i}\lambda_i + \rho_{l-1,j}\lambda_j \\ \rho_{l,i}\lambda_i + \rho_{l,j}\lambda_j \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

El hecho de que las fugas λ_i y λ_j tengan un efecto aditivo en (3.8) no permite separar la contribución de λ_i y λ_j en el vector v sin una suposición adicional sobre la relación entre las magnitudes de las fugas. Esto llevó a considerar, para el caso de dos fugas, que su magnitud está relacionada por medio de

$$\lambda_j = (1 - \alpha)\lambda_i, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3.9)$$

De esta manera, si $\alpha = 0$ entonces $\lambda_i = \lambda_j$ y si $\alpha = 1$ entonces $\lambda_j = 0$ que es el caso de una única fuga. De manera análoga al caso de una fuga, se puede definir el vector para las fugas i y j con un valor de α dado. Mediante (3.9), se puede escribir (3.8) como

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{l-1} \\ v_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{1,i}\lambda_i + \rho_{1,j}(1-\alpha)\lambda_i \\ \rho_{2,i}\lambda_i + \rho_{2,j}(1-\alpha)\lambda_i \\ \vdots \\ \rho_{l-1,i}\lambda_i + \rho_{l-1,j}(1-\alpha)\lambda_i \\ \rho_{l,i}\lambda_i + \rho_{l,j}(1-\alpha)\lambda_i \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Por simplicidad, considérese que $\alpha = 0$, entonces

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{l-1} \\ v_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{1,i} + \rho_{1,j} \\ \rho_{2,i} + \rho_{2,j} \\ \vdots \\ \rho_{l-1,i} + \rho_{l-1,j} \\ \rho_{l,i} + \rho_{l,j} \end{bmatrix} \lambda_i \quad (3.11)$$

$$v = (R_i + R_j)\lambda_i$$

θ_k se calcula con

$$\theta_k = \arccos \frac{v \cdot (R_i + R_j)}{|v| |R_i + R_j|} \quad (3.12)$$

Ahora considérese que la tubería se ha dividido en $n = 7$ tramos con lo cual se tienen $l = n - 1 = 6$ vectores v distintos de una fuga y 15 de dos fugas simultáneas, es decir, se tienen 21 condiciones de fuga del tipo (3.8) a diagnosticar. La matriz R_{ss} ahora tiene valores

$$R_{ss} = \begin{bmatrix} 1.16 \times 10^{-15} & -0.449 & -0.856 & -1.217 & -1.528 & -1.784 \\ 0.395 & -2.60 \times 10^{-9} & -0.360 & -0.683 & -0.964 & -1.201 \\ 0.619 & 0.296 & 5.46 \times 10^{-10} & -0.267 & -0.503 & -0.705 \\ 0.928 & 0.592 & 0.282 & -7.77 \times 10^{-9} & -0.252 & -0.470 \\ 1.580 & 1.134 & 0.720 & 0.341 & -1.14 \times 10^{-9} & -0.300 \\ 2.348 & 1.797 & 1.284 & 0.811 & 0.382 & 3.96 \times 10^{-10} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

El algoritmo recibirá un vector v de valores de residuos provenientes del banco de observadores y

estimaré mediante (3.12) el ángulo θ_k ($k = 1, 2, \dots, 21$) que forma con cada uno de los vectores que resultan de las 21 combinaciones de las columnas de R_{ss} . Aquel ángulo θ_k que sea el menor de todos señalará el caso en que el vector v de residuos es colineal con el vector formado de la combinación de columnas de R_{ss} que corresponde con la CF presente en ese momento.

Las Tablas 3.7 y 3.8 muestran los ángulos (en grados) que se obtienen para cada una de las condiciones de fuga posibles en la tubería (véase el Apéndice D) simulando el sistema como el modelo linealizado (1.23) y (1.24). Cada una de las columnas de la tabla es un vector v de residuos correspondiente a una condición de fuga (CF) en el sistema (es decir, fuga 1, fuga 2, ..., fuga 6, fuga 1-2, fuga 1-3, ..., fuga 5-6) mientras que los renglones indican la combinación $R_i + R_j$ de las columnas de la matriz R_{ss} (siendo $i = 0, 1, \dots, 5$; $j = 1, 2, \dots, 6$). Así la primera de las columnas corresponde a la presencia de λ_1 e incluye a los ángulos encontrados entre los residuos v generados y todas las combinaciones de $R_i + R_j$.

$R_i + R_j \setminus CF$	1	2	3	4	5	6
R_1	0	14.5	37.8	66.9	90.3	105
R_2	14.5	0	23.4	52.4	75.8	90.3
R_3	37.8	23.4	0	29.1	52.4	66.9
R_4	66.9	52.4	29.1	0	23.4	37.8
R_5	90.3	75.8	52.4	23.4	0	14.5
R_6	105	90.3	66.9	37.8	14.5	0
$R_1 + R_2$	6.2	8.3	31.7	60.8	84.1	98.6
$R_1 + R_3$	13.6	0.8	24.2	53.3	76.6	91.1
$R_1 + R_4$	22.4	8.0	15.4	44.5	67.8	82.3
$R_1 + R_5$	32.3	17.8	5.6	34.7	58.0	72.5
$R_1 + R_6$	42.3	27.9	4.5	24.6	47.9	62.4
$R_2 + R_3$	24.7	10.2	13.2	42.3	65.6	80.1
$R_2 + R_4$	36.4	21.9	1.4	30.5	53.9	68.3
$R_2 + R_5$	48.8	34.3	10.9	18.2	41.5	56.0
$R_2 + R_6$	60.4	45.9	22.5	6.6	29.9	44.4
$R_3 + R_4$	52.0	37.5	14.1	14.9	38.3	52.8
$R_3 + R_5$	65.3	50.9	27.5	1.6	24.9	39.4
$R_3 + R_6$	76.5	62.1	38.7	9.6	13.8	28.2
$R_4 + R_5$	79.5	65.0	41.6	12.5	10.8	25.3
$R_4 + R_6$	89.1	74.6	51.2	22.1	1.2	15.7
$R_5 + R_6$	98.2	83.7	60.4	31.3	7.9	8.6

Tabla 3.7: Ángulos en grados obtenidos para condiciones de fugas simples. Caso lineal

De esta forma, una CF queda determinada a partir de los subíndices i y j de la combinación $R_i + R_j$ de las columnas de R_{ss} que corresponde con el valor más pequeño de los 21 ángulos encontrados.

Con objeto de suministrar información del grado de seguridad con que las diferentes fugas se

$R_i + R_j \setminus CF$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	6.2	13.6	22.4	32.3	42.3	24.7	36.4	48.8	60.4	52.0	65.3	76.5	79.5	89.1	98.2
R_2	8.3	0.8	8.0	17.8	27.8	10.2	21.9	34.3	45.9	37.5	50.9	62.1	65.0	74.6	83.7
R_3	31.7	24.2	15.4	5.6	4.5	13.2	1.4	10.9	22.5	14.1	27.5	38.7	41.6	51.2	60.4
R_4	60.8	53.3	44.5	34.7	24.6	42.3	30.5	18.2	6.5	14.9	1.6	9.6	12.5	22.1	31.3
R_5	84.1	76.6	67.8	58.0	47.9	65.6	53.9	41.5	29.9	38.3	24.9	13.8	10.8	1.2	7.9
R_6	98.6	91.1	82.3	72.5	62.4	80.1	68.3	56.0	44.4	52.8	39.4	28.2	25.3	15.7	6.6
$R_1 + R_2$	0	7.5	16.3	26.1	36.2	18.5	30.3	42.6	54.2	45.8	59.2	70.4	73.3	82.9	92.0
$R_1 + R_3$	7.5	0	8.8	18.6	28.7	11.0	22.8	35.1	46.7	38.3	51.7	62.9	65.8	75.4	84.6
$R_1 + R_4$	16.3	8.8	0	9.8	19.9	2.2	14.0	26.3	37.9	29.5	42.9	54.1	57.0	66.6	75.8
$R_1 + R_5$	26.1	18.6	9.8	0	10.1	7.6	4.2	16.5	28.1	19.7	33.1	44.3	47.2	56.8	65.9
$R_1 + R_6$	36.2	28.7	19.9	10.1	0	17.7	5.9	6.4	18.0	9.6	23.0	34.2	37.1	46.7	55.9
$R_2 + R_3$	18.5	11.0	2.2	7.6	17.7	0	11.8	24.1	35.7	27.3	40.7	51.9	54.8	64.4	73.5
$R_2 + R_4$	30.3	22.8	14.0	4.2	5.9	11.8	0	12.4	24.0	15.6	28.9	40.1	43.0	52.7	61.8
$R_2 + R_5$	42.6	35.1	26.3	16.5	6.4	24.1	12.4	0	11.6	3.2	16.6	27.8	30.7	40.3	49.4
$R_2 + R_6$	54.2	46.7	37.9	28.1	18.0	35.7	24.0	11.6	0	8.4	5.0	16.2	19.1	28.7	37.8
$R_3 + R_4$	45.8	38.3	29.5	19.7	9.6	27.3	15.6	3.2	8.4	0	13.4	24.5	27.5	37.1	46.2
$R_3 + R_5$	59.2	51.7	42.9	33.1	23.0	40.7	28.9	16.6	5.0	13.4	0	11.2	14.1	23.7	32.9
$R_3 + R_6$	70.4	62.9	54.1	44.3	34.2	51.9	40.1	27.8	16.2	24.5	11.2	0	2.9	12.5	21.7
$R_4 + R_5$	73.3	65.8	57.0	47.2	37.1	54.8	43.0	30.7	19.1	27.5	14.1	2.9	0	9.6	18.7
$R_4 + R_6$	82.9	75.4	66.6	56.8	46.7	64.4	52.7	40.3	28.7	37.1	23.7	12.5	9.6	0	9.1
$R_5 + R_6$	92.0	84.6	75.8	65.9	55.9	73.5	61.8	49.4	37.8	46.2	32.9	21.7	18.7	9.1	0

Tabla 3.8: Ángulos en grados obtenidos para condiciones de fugas dobles. Caso no lineal

localizan se propone tratar el problema en el contexto de la lógica borrosa. En particular se da un valor de pertenencia alto para ángulos cercanos a cero y un valor de pertenencia bajo para ángulos grandes desvaneciéndolos mediante

$$\mu_k^{pq}(\theta_k^{pq}) = 1 - \frac{\theta_k^{pq}}{90^\circ} \quad (3.14)$$

donde los superíndices p y q se relacionan con las condiciones de fuga, siendo $p = 0, 1, \dots, 5$; $q = 1, 2, \dots, 6$ (con lo que se forman 21 de estos conjuntos para este caso).

Como en realidad el fluido tiene un comportamiento no lineal los valores para el modelo no linealizado (1.13) varían con respecto a los mostrados en las Tablas 3.7 y 3.8. Las Tablas 3.9 y 3.10 muestran los ángulos obtenidos cuando se simula el modelo no lineal de la tubería, para condiciones de fuga única y de dos fugas simultáneas, respectivamente. Si se comparan éstas con las Tablas 3.7 y 3.8 se observa que en el caso lineal los ángulos más pequeños son cero, con los cuales se encuentran índices i y j de la combinación $R_i + R_j$ que determinan la CF presente en la tubería. Sin embargo, si el vector v de residuos está contaminado con ruido, o los valores R_i y R_j son inciertos, la linealidad entre v y $R_i + R_j$ puede no satisfacerse. Esto puede verse en las Tablas 3.9 y 3.10 en donde ahora se tienen ángulos cuyos valores son pequeños pero en ningún caso $\theta_k = 0$. Puede pensarse que aun en

este caso no lineal basta con buscar los menores valores aun cuando sean distintos de cero. Pero como puede verse en la condición que corresponde a la combinación de fugas simultáneas $CF = 1,4$ de la Tabla 3.10 el menor valor angular en grados corresponde a los índices $i = 2, j = 3$ y no a los esperados $i = 1, j = 4$, lo que constituye una indicación equivocada de la CF buscada. Esto se explica debido a que las fugas provocan unas variaciones considerables del punto de operación del sistema linealizado con el cual se diseñaron los observadores.

$R_i + R_j \setminus CF$	1	2	3	4	5	6
R_1	0.6	16.0	40.4	69.3	91.5	105
R_2	13.9	1.5	25.9	54.8	77.0	90.7
R_3	37.2	21.8	2.6	31.5	53.7	67.3
R_4	66.3	50.9	26.4	2.4	20.9	38.2
R_5	89.7	74.2	49.8	24.6	1.3	14.9
R_6	104	88.7	64.3	35.4	13.2	0.4
$R_1 + R_2$	5.6	9.9	34.3	63.2	85.4	99.0
$R_1 + R_3$	13.1	2.4	26.8	55.7	77.9	91.6
$R_1 + R_4$	21.9	6.4	18.0	46.9	69.1	82.7
$R_1 + R_5$	31.7	16.3	8.2	37.1	59.3	72.9
$R_1 + R_6$	41.8	26.3	1.9	27.0	49.2	62.8
$R_2 + R_3$	24.1	8.7	15.8	44.7	66.9	80.5
$R_2 + R_4$	35.8	20.4	4.0	32.9	55.1	68.8
$R_2 + R_5$	48.2	32.8	8.3	20.6	42.8	56.4
$R_2 + R_6$	59.8	44.4	19.9	9.0	31.2	44.8
$R_3 + R_4$	51.4	36.0	11.5	17.4	39.6	53.2
$R_3 + R_5$	64.8	49.3	24.9	4.0	26.2	39.8
$R_3 + R_6$	76.0	60.5	36.1	7.2	15.0	28.7
$R_4 + R_5$	78.9	63.4	39.0	10.1	12.1	25.7
$R_4 + R_6$	88.5	73.1	48.6	19.7	2.5	16.1
$R_5 + R_6$	97.6	82.2	57.8	28.9	6.7	7.0

Tabla 3.9: Ángulos en grados obtenidos para condiciones de fugas simples. Caso no lineal

Aprovechando las ventajas de la agregación de las reglas de inferencia de la lógica borrosa, se propone mejorar el grado de certidumbre mediante un segundo criterio que sirva como complemento al de la obtención de ángulos entre v y $R_i + R_j$.

Para ello, puede verse de la mismas Tablas 3.7 a 3.10 que cada una de sus columnas es un conjunto de valores de ángulos, conjuntos que son distintos entre sí. En la Figura 3-8 se han graficado un par de estos conjuntos.

Estos conjuntos se pueden describir mediante

$$\Omega_{pq} = \{\theta_{ij}^{pq}\} = \{\theta_{01}^{pq}, \theta_{02}^{pq}, \dots, \theta_{56}^{pq}\} \quad (3.15)$$

$R_i+R_j \setminus CF$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	7.7	15.4	24.3	34.0	43.8	28.2	39.9	51.9	62.7	56.6	68.8	78.8	82.5	90.8	99.4
R_2	6.8	0.9	9.8	19.5	29.3	13.7	25.4	37.3	48.2	42.1	54.3	64.3	68.0	76.4	85.0
R_3	30.1	22.4	13.5	3.9	5.9	9.6	2.1	13.9	24.8	19.7	30.9	41.0	44.7	53.0	61.6
R_4	59.2	51.5	42.6	33.0	23.2	38.7	27.0	15.2	4.3	10.4	1.8	11.9	15.6	23.9	32.5
R_5	82.6	74.9	66.0	56.3	46.5	62.1	50.4	38.5	27.6	33.7	21.5	11.5	7.8	0.6	9.1
R_6	97.1	89.3	80.5	70.8	61.0	76.6	64.8	53.0	42.1	48.2	36.0	26.0	22.2	13.9	5.3
R_1+R_2	1.5	9.3	18.1	27.8	37.6	22.0	33.8	45.6	56.5	50.4	62.6	72.6	76.4	84.7	93.3
R_1+R_3	5.9	1.8	10.7	20.3	30.1	14.6	26.3	38.1	49.0	42.9	55.1	65.2	68.9	77.2	85.8
R_1+R_4	14.8	7.0	1.9	11.5	21.3	5.7	17.5	29.3	40.2	34.1	46.3	56.3	60.1	68.4	77.0
R_1+R_5	24.6	16.8	8.0	1.7	11.5	4.1	7.7	19.5	30.4	24.3	36.5	46.5	50.2	58.6	67.2
R_1+R_6	34.7	26.9	18.0	8.4	1.4	14.1	2.4	9.4	20.3	14.2	26.4	36.4	40.2	48.5	57.1
R_2+R_3	17.0	9.2	0.4	9.3	19.1	3.5	15.3	27.1	38.0	31.9	44.1	54.1	57.8	66.2	74.8
R_2+R_4	28.7	21.0	12.1	2.5	7.3	8.2	3.5	15.4	26.2	20.2	32.3	42.4	46.1	54.4	63.0
R_2+R_5	41.1	33.4	24.5	14.8	5.0	20.6	8.9	3.0	13.9	7.8	20.0	30.0	33.7	42.1	50.7
R_2+R_6	52.7	45.0	36.1	26.4	16.6	32.2	20.4	8.6	2.3	3.8	8.4	18.4	22.1	30.5	39.1
R_3+R_4	44.3	36.6	27.7	18.0	8.2	23.8	12.1	0.2	10.7	4.6	16.8	26.8	30.5	38.9	47.5
R_3+R_5	57.6	49.9	41.0	31.4	21.6	37.1	25.4	13.6	2.7	8.8	3.4	13.5	17.2	25.5	34.1
R_3+R_6	68.8	61.1	52.2	42.6	32.8	48.3	36.6	24.9	13.9	20.0	7.8	2.25	6.0	14.3	22.9
R_4+R_5	71.8	64.0	55.2	45.5	35.7	51.3	39.5	27.7	16.8	22.9	10.7	0.7	3.1	11.4	20.0
R_4+R_6	81.4	73.7	64.8	55.1	45.3	60.9	49.1	37.3	26.4	32.5	20.3	10.3	6.6	1.8	10.4
R_5+R_6	90.5	82.8	73.9	64.2	54.4	70.0	58.3	46.4	35.5	41.6	29.4	19.4	15.7	7.4	1.2

Tabla 3.10: Ángulos en grados obtenidos para condiciones de fugas dobles. Caso no lineal

donde p y q se relacionan con las condiciones de fuga, para $p = 0, 1, \dots, 5$; $q = 1, 2, \dots, 6$ y los subíndices i y j siguen relacionándose con las combinaciones de las columnas de R_{ss} . Estos conjuntos pueden ser almacenados y considerados patrones. Así, un vector v de residuos puede formar, a través de (3.12), un conjunto $\Omega_v = \{\theta_k\} = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{21}\}$ que puede ser comparado con dichos patrones guardados, es decir, la fuga se detecta buscando el conjunto Ω_{pq} más parecido a Ω_v , siendo identificada a través de p y q . Se han tomado como conjuntos de ángulos patrón los obtenidos de las simulaciones con el modelo lineal sin ruido, debido a que sus valores se ven poco afectados por los tamaños que las fugas puedan tener. Estos conjuntos de ángulos son los mismos de las Tablas 3.7 y 3.8.

Para realizar la comparación de Ω_{pq} y Ω_v en un contexto borroso, debe buscarse el grado de similitud que hay entre ellos:

1. Obténgase la diferencia entre los ángulos homólogos de ambos conjuntos, esto es, se crea el nuevo conjunto

$$d_k^{pq} = \{\theta_{ij}^{pq} - \theta_k\} \quad (3.16)$$

2. A cada uno de los elementos de d_k^{pq} se le asigna un grado de pertenencia M a través de una función

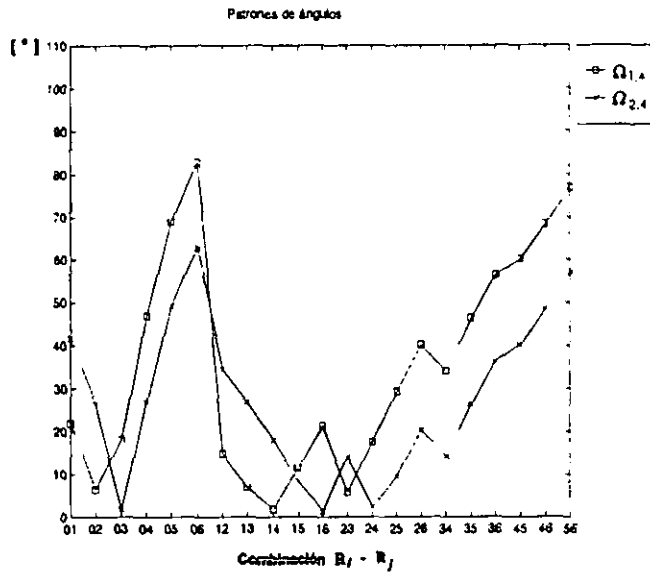


Figura 3-8: Conjuntos de ángulos correspondientes a las condiciones de fuga 1,4 y 2,4

que dé un valor alto para valores pequeños de d_k^{pq} y un valor bajo o nulo para valores grandes de dicho conjunto. Con esto se crea el nuevo conjunto M_k^{pq} . Al buscar una función de pertenencia con estas características y realizar pruebas, se encontró que la mejor manera de dar tratamiento a los elementos de d_k^{pq} era a través de tres funciones de pertenencia tipo Π o trapezoidales, con tal de imponer mayores restricciones a la asignación de los grados de pertenencia. En esta forma se proponen las que se muestran en la Figura 3-9, en donde la función de la Figura 3-9a es usada cuando $k = 1, 2, 5, 6, 9, 10, 11, 21$, la 3-9b cuando $k = 3, 4, 7, 8, 12, 13, 14, 15, 18, 20$ y la 3-9c cuando $k = 16, 17, 19$. Los parámetros de estas funciones son: $\alpha_1 = -3.5, \beta_1 = -2.0, \gamma_1 = 2.0, \delta_1 = 3.5; \alpha_2 = -5.0, \beta_2 = -3.6, \gamma_2 = 3.6, \delta_2 = 5.0; \alpha_3 = -6.0, \beta_3 = -4.6, \gamma_3 = 4.6, \delta_3 = 6.0$.

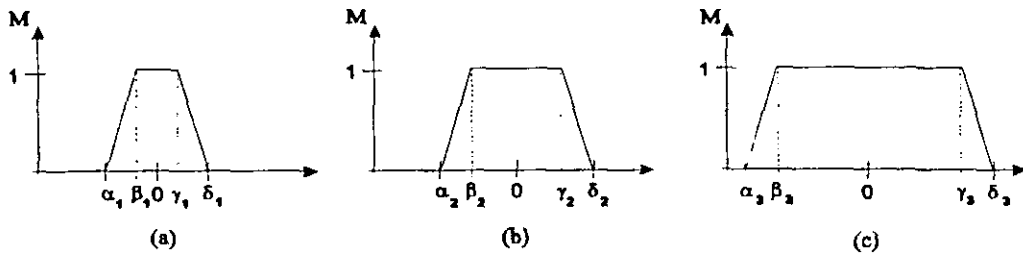


Figura 3-9: Tres funciones de pertenencia tipo Π , con soporte y núcleo distintos

3. Una vez conseguidos los valores borrosos de cada una de estas distancias se obtiene un promedio de los mismos para cada CF pq .

$$\mu_k^{pq}(M_k^{pq}) = \frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^k M_k^{pq} \quad (3.17)$$

donde M_k^{pq} es el grado de pertenencia otorgado a cada diferencia del conjunto d_k^{pq} ; $N_c = 21$, y $\mu_k^{pq}(M_k^{pq})$ es el *grado de similitud* que hay entre los conjuntos Ω_{pq} y Ω_v comparados.

Las Tablas 3.11 y 3.12 muestran los grados de similitud para conjuntos de ángulos obtenidos a través de simulaciones con un modelo no lineal de la tubería, considerando que no existe ruido en ella. Los valores más grandes (1) son aquéllos donde se tiene la mejor similitud entre un conjunto de ángulos obtenido de los residuos Ω_v y uno de los 21 conjuntos guardados en memoria Ω_{pq} y es éste el que da los subíndices p y q que permiten identificar a la CF. El Apéndice E muestra los grados de similitud entre conjuntos de ángulos obtenidos para diferentes condiciones de prueba.

$\Omega_{pq} \setminus \Omega_v$	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6
$\Omega_{0,1}$	1	0.02	0	0.05	0	0.05
$\Omega_{0,2}$	0	1	0.02	0.05	0.04	0.05
$\Omega_{0,3}$	0	0	1	0.05	0.06	0
$\Omega_{0,4}$	0	0.05	0.05	1	0.05	0
$\Omega_{0,5}$	0	0.05	0.07	0.05	1	0.05
$\Omega_{0,6}$	0.05	0.05	0	0	0.05	1
$\Omega_{1,2}$	0	0	0.09	0.10	0.05	0
$\Omega_{1,3}$	0.01	1	0.04	0.05	0.05	0.05
$\Omega_{1,4}$	0.02	0	0.05	0	0	0.05
$\Omega_{1,5}$	0	0.05	0.81	0.10	0	0
$\Omega_{1,6}$	0.05	0	0.05	0	0.05	0
$\Omega_{2,3}$	0.10	0.04	0.05	0.05	0.04	0.09
$\Omega_{2,4}$	0	0	1	0.05	0.05	0
$\Omega_{2,5}$	0.03	0.05	0	0.05	0	0.04
$\Omega_{2,6}$	0.05	0.05	0.10	0.55	0.05	0
$\Omega_{3,4}$	0	0.05	0.05	0.05	0	0.03
$\Omega_{3,5}$	0	0.05	0.05	1	0.05	0
$\Omega_{3,6}$	0.01	0	0.03	0	0	0.02
$\Omega_{4,5}$	0.04	0.05	0.05	0.05	0	0
$\Omega_{4,6}$	0	0.05	0.05	0.06	1	0.05
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0	0	0

Tabla 3.11: Similitud borrosa entre conjuntos para condiciones de fugas simples. Caso no lineal. sin ruido

Puede notarse en las Tablas 3.11 y 3.12 que también se crean falsas alarmas al encontrar condiciones

$\Omega_{pq} \setminus \Omega_v$	Ω_7	Ω_8	Ω_9	Ω_{10}	Ω_{11}	Ω_{12}	Ω_{13}	Ω_{14}	Ω_{15}	Ω_{16}	Ω_{17}	Ω_{18}	Ω_{19}	Ω_{20}	Ω_{21}
$\Omega_{0,1}$	0	0.05	0	0	0.05	0.09	0	0.07	0.05	0.05	0.05	0.07	0.09	0	0.05
$\Omega_{0,2}$	0	1	0	0.05	0	0.03	0.05	0.05	0.10	0.09	0.06	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{0,3}$	0.10	0.01	0.05	0.06	1	0.05	0.72	0.02	0.10	0.03	0.05	0.04	0.05	0.07	0
$\Omega_{0,4}$	0.10	0.05	0	0.04	0	0.05	0.05	0.05	0.08	0.05	1	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{0,5}$	0.05	0.05	0	0.01	0.06	0.02	0.05	0	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{0,6}$	0	0.05	0.01	0	0	0.05	0	0.05	0	0.10	0	0.10	0.05	0.05	0
$\Omega_{1,2}$	1	0	0.07	0	0.05	0.05	0.05	0	0.06	0.04	0.10	0.05	0.05	0.05	0.05
$\Omega_{1,3}$	0	1	0	0.07	0	0.01	0.05	0.05	0.10	0.07	0.08	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{1,4}$	0.10	0	1	0	0.04	1	0.04	0.10	0.05	0.10	0.04	0.10	0.05	0	0.05
$\Omega_{1,5}$	0.01	0.10	0	1	0.05	0	1	0.05	0.05	0.05	0.09	0	0	0.05	0.10
$\Omega_{1,6}$	0.05	0	0.05	0.06	1	0.06	0.03	0	0.05	0.05	0.03	0.05	0.05	0.10	0
$\Omega_{2,3}$	0	0.05	0.05	0	0.04	1	0.05	0.05	0.04	0.10	0.05	0.05	0.05	0.05	0
$\Omega_{2,4}$	0.10	0.03	0.04	0.05	0.72	0.05	1	0.03	0.09	0.01	0.05	0.02	0.05	0.05	0
$\Omega_{2,5}$	0	0.05	0.10	0.05	0	0.10	0.05	1	0	1	0.05	0.05	0.10	0	0.01
$\Omega_{2,6}$	0.06	0.10	0.05	0.03	0.05	0.05	0.05	0	1	0	1	0	0	0.05	0.05
$\Omega_{3,4}$	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.01	0.05	0.86	1	0.05	0.10	0.07	0	0.05
$\Omega_{3,5}$	0.10	0.05	0	0.02	0	0.03	0.05	0.05	0.06	0.05	1	0	0.04	0.06	0
$\Omega_{3,6}$	0.05	0	0.02	0	0.05	0.05	0	0.05	0	0.10	0	1	1	0	0.05
$\Omega_{4,5}$	0.03	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.10	0	0.10	0.03	0.05	1	0	0.08
$\Omega_{4,6}$	0.05	0.05	0	0.04	0.08	0	0.05	0	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0.09	0	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0	0.06	0.10	0	1

Tabla 3.12: Similitud borrosa entre conjuntos para condiciones de fugas dobles. Caso no lineal, sin ruido

de fugas que no corresponden con las buscadas. Sin embargo existen casos en que las falsas alarmas encontradas con esta técnica de conjuntos de ángulos no son las mismas en casos idénticos evaluados con el criterio de ángulos que se expuso primero en esta sección. Dado que de ambas técnicas pueden conocerse los valores de pertenencia $\mu_k^{pq}(\theta_k^{pq})$ y $\mu_k^{pq}(M_k^{pq})$, es posible realizar una agregación de estos números borrosos mediante

$$\max \{ \mu_k^{pq}(\theta_k^{pq}), \mu_k^{pq}(M_k^{pq}) \} \quad (3.18)$$

que es el operador máximo S_3 (Tabla 2.1). No solamente es de los más frecuentemente utilizados, sino que es más restrictivo para encontrar grados de pertenencia altos, en comparación con alguna otra norma S .

3.4 Resultados en el enfoque direccional

Para analizar la eficiencia del procedimiento direccional arriba descrito, se realizaron pruebas con los modelos linealizado y no lineal de la tubería, en algunos casos adicionando ruido a las variables medidas.

Los resultados en cada caso se presentan por medio de una interfaz gráfica que muestra el grado de certidumbre de la fuga diagnosticada. En particular para el caso de 6 posibles puntos de fuga, se tienen 6 columnas, cada una representando un punto de fuga. Las alturas de las barras indican el grado de pertenencia de cada fuga. Para enfatizar el grado de posibilidad, se usan tonalidades que van desde el color verde al rojo, pasando por el amarillo. El color verde está asociado a una posibilidad baja, el color amarillo a una posibilidad de mediano valor y el rojo a la certeza de la fuga.

3.4.1 Modelo lineal sin ruido

Induciendo en el simulador lineal de la tubería una fuga en la primera unión con un valor de $\lambda_1 = 5 \times 10^{-4}$, y conectando la salida de los observadores a los algoritmos de localización borrosos, una vez que los efectos transitorios han desaparecido, se obtiene la Figura 3-10.

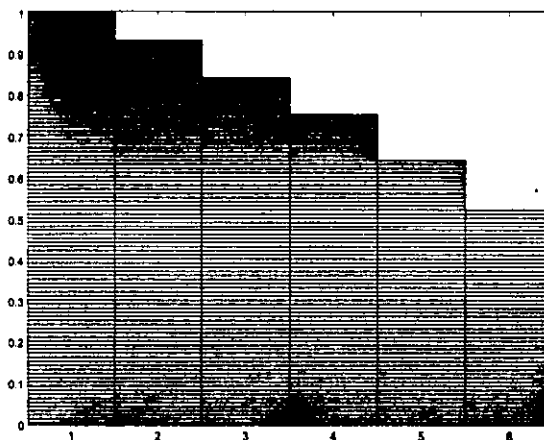


Figura 3-10: Interfaz gráfica con la fuga λ_1

Se observa que todas las barras muestran una cierta altura. Sin embargo, salta a la vista la barra marcada con el número 1 que es la de mayor magnitud, con lo cual se diagnostica primordialmente la posibilidad de encontrar la fuga en dicha sección.

Induciendo un par de fugas simultáneas, en la primera y sexta uniones, los resultados de la interfaz gráfica se muestran en la Figura 3-11.

Las barras 1 y 6 son las de mayor altura, lo cual se esperaba ya que las fugas en el simulador corresponden con esas secciones.

Al inducir una fuga en la tercera unión se obtiene el diagrama de barras de la Figura 3-12.

Puede verse que además de la localización de la fuga 3 también se muestra una supuesta localización

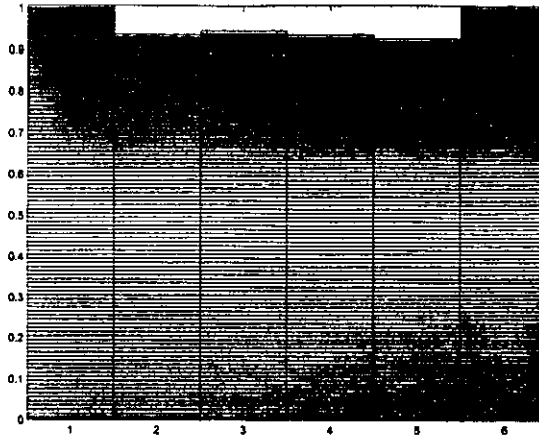


Figura 3-11: Interfaz gráfica del localizador para fugas en las uniones 1 y 6

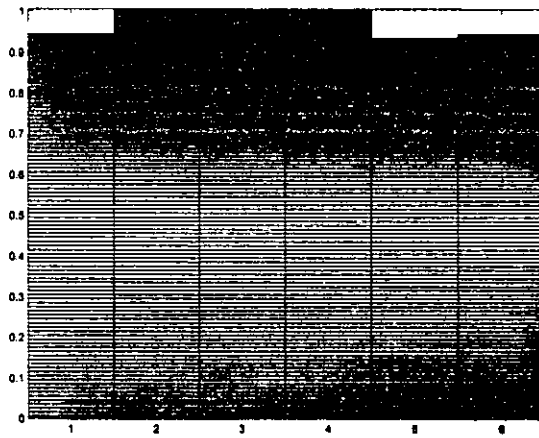


Figura 3-12: Localización para la fuga en la tercera unión

de las fugas 2 y 4. Esto es debido a que fugas simultáneas del mismo tamaño producen efectos similares en los sensores como cuando sólo está presente una fuga que se encuentre entre ellas. Fenómenos similares se producen entre aquellas condiciones de fuga que resultan *envolventes* una de otra: la CF (2,4) *envuelve* a la (3), así como la (1,3) con la (2), o la (4,6) con la (5). Esto también ocurre entre casos de dos fugas simultáneas, como la (2,5) con la (3,4), pues los residuos de ambas condiciones de fuga se generan de manera muy parecida. En estos casos, las técnicas de la obtención de ángulos o la de comparación de patrones no logran mejorar la localización.

A pesar de estos inconvenientes, un resultado importante de este trabajo es que la lógica borrosa permite mejorar los resultados obtenidos con la inversión de la matriz R_{ss} y estos casos *patológicos* ocurren *solamente* cuando las fallas son del mismo tamaño, lo cual es poco probable en un sistema real. Además, si la fuga se presenta cerca del punto 3, es congruente localizar anomalías entre los puntos 2, 3 y 4. Es decir, el localizador indica con poca precisión el intervalo en donde se encuentran las fugas, pero no detecta fugas equivocadas.

Conviene mencionar que se hicieron estas pruebas para diferentes valores de λ . Tales valores se encuentran en el intervalo $0 < \lambda < \infty$. Por supuesto que esto no puede ocurrir en la realidad. Solamente significa que los vectores de los residuos siguen siendo proporcionales (linealmente dependientes) a los vectores (columnas) de R_{ss} , esto es, se trata más bien de una característica matemática sin sentido físico después de ciertos valores de λ .

3.4.2 Modelo lineal con ruido

Con objeto de estudiar el deterioro del localizador ante una fuente de ruido, se adicionó un ruido con media igual a cero y varianza igual a 1×10^{-10} a la salida del sistema. La fuga simulada se localiza en la sección 1 con una magnitud $\lambda_1 = 5 \times 10^{-4}$. La Figura 3-13 muestra el diagrama de barras obtenido. Se observa que entre la Figura 3-10 y ésta no hay gran diferencia, por lo que se puede decir que hay cierta robustez en el localizador y pone de relieve la ventaja del uso de la lógica borrosa en el caso de tratar con señales ruidosas.

Diagramas semejantes se obtuvieron cuando se tienen las fugas simultáneas λ_1 y λ_6 , es decir, prácticamente no existe diferencia sustancial entre éste y el caso en donde no se ha inducido ruido (Figura 3-11). Sin embargo, la imprecisión en la localización del intervalo donde se encuentran fugas simultáneas *envolventes* sigue existiendo al introducir ruido.

En este caso, el intervalo de valores de λ con el cual se realizaron las pruebas fue $5 \times 10^{-5} \leq \lambda \leq 5 \times 10^{-2}$, dentro del cual seguía existiendo la robustez mencionada.

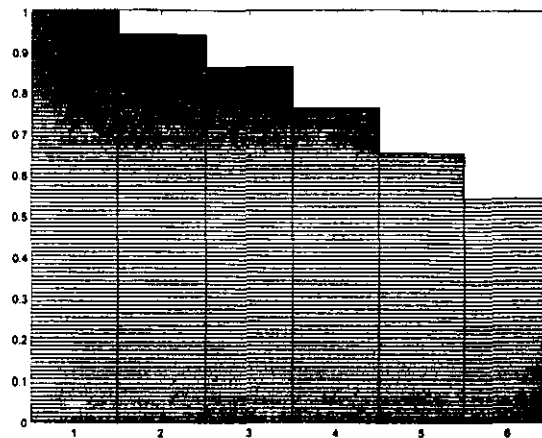


Figura 3-13: Localización de la fuga en el punto 1 introduciendo ruido en la salida

3.4.3 Modelo no lineal sin ruido

El siguiente paso en la prueba del localizador consiste en simular la tubería con un modelo no lineal a pesar de haber diseñado los observadores en un contexto lineal.

Nuevamente se probó el localizador para $\lambda_1 = 1 \times 10^{-4}$, sin ruido. En este caso se obtuvieron resultados muy parecidos a los presentados en la Figura 3-10, con lo que se puede concluir que, ante una CF, el localizador puede localizarla con un simulador más apegado a la realidad.

El intervalo de las pruebas se reduce para este caso a $1 \times 10^{-4} \leq \lambda \leq 1 \times 10^{-3}$, debido a que los observadores lineales comienzan a diverger del modelo por existir grandes variaciones con respecto del punto de equilibrio en el que se llevó a cabo la linealización y el diseño de dichos observadores.

3.4.4 Modelo no lineal con ruido

Al agregar ruido con media en cero y varianza de 1×10^{-10} para un tamaño de fuga de 1×10^{-4} , la localización de la fuga en el punto 4, trae por resultado lo que se ve en la Figura 3-14. El resultado ya no es tan congruente como en los de los casos anteriores. Simplemente se trata de un resultado erróneo, una falsa alarma.

A pesar de que existen condiciones de fuga que son localizadas satisfactoriamente, no es en la mayoría de los casos. El ruido junto con la separación del punto de operación en los observadores causan que el localizador suministre diagnósticos falsos.

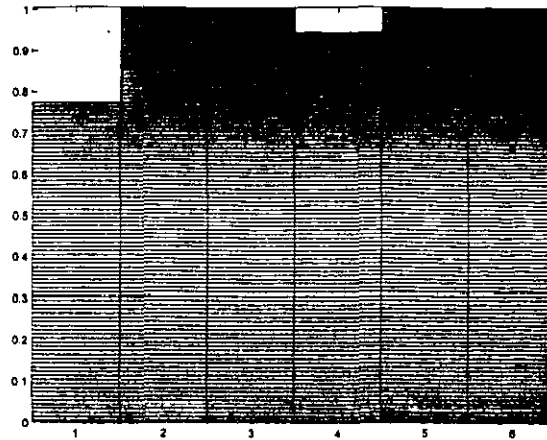
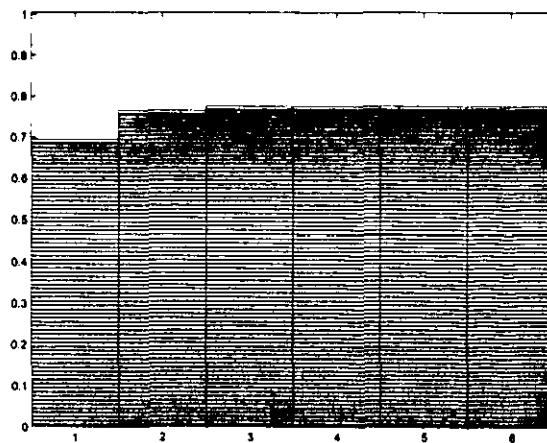


Figura 3-14: Falsa alarma al tratar de localizar la fuga 4, en un sistema no lineal con ruido

3.4.5 Datos reales

Como última prueba, el localizador se utiliza con un conjunto de datos tomados de la tubería real del Instituto de Ingeniería. Para emular las fugas se cuenta con cuatro llaves localizadas a lo largo del ducto de 132 m. En particular, se generó una fuga que produce una desviación del 5.2% del valor nominal del gasto, a los 83 m del ducto en la dirección del flujo. Por lo tanto se puede decir que dicha fuga se encuentra entre las fronteras de las secciones 4 y 5 del modelo de la tubería. La Figura ?? muestra los resultados obtenidos con los datos reales. Se observa que aunque existe imprecisión en el intervalo localizado por el simulador, tanto por el número de barras que adquieren la mayor altura como por la altura en sí, la CF se encuentra y está centrada entre ellas.



Localización con datos reales

Conclusiones

El *localizador borroso de fugas* es un trabajo basado en aportaciones anteriores dentro del proyecto global *Localizador Automático de Fugas en Tuberías* que se lleva a cabo en el Instituto de Ingeniería de la UNAM. El sistema está integrado por un banco de observadores, en donde cada uno es insensible a una fuga, con la que corresponde, y sensible al resto de las fugas, y por el tomador de decisión propuesto en este trabajo.

La presente contribución integra la herramienta de la lógica borrosa, que es un instrumento capaz de enfrentar las incertidumbres de un sistema de una manera sencilla, sin necesidad de recurrir a un algoritmo analítico complejo. Dado que ésta se ha implementado de una manera modular, es decir, como un subsistema o conjunto de bloques independiente que requiere únicamente de entradas procedentes de otros subsistemas para producir resultados, es posible enriquecer este proyecto con futuras aportaciones sin necesidad de variar sustancialmente al localizador borroso.

Este localizador borroso puede diagnosticar en diversas condiciones una fuga y hasta dos fugas simultáneas de igual tamaño. Se requieren de pocos recursos de instrumentación y de cómputo, por lo que es posible la utilización de este sistema con un equipo de bajo costo.

Se ataca el problema mediante dos enfoques, uno llamado *enfoque de magnitudes* y el otro *enfoque direccional*. Con éste último se han obtenido mejores resultados que con el primero, pues éste produce un número importante de falsas alarmas, mientras que el otro solamente pierde precisión en sus funciones, pero aun así obtiene resultados congruentes con las situaciones que se le presentan.

Con el enfoque de magnitudes se elaboran reglas de inferencia tomando como base una clasificación hecha para intervalos de magnitudes de los residuos provenientes del banco de observadores. Para los casos de búsqueda de dos fugas simultáneas, las magnitudes que los residuos pueden tener provocan falsas alarmas en ciertos casos, es decir, las reglas de inferencia hacen aparecer condiciones de fuga que no corresponden con las que se presentan en el sistema.

En el enfoque direccional, los residuos provenientes del banco de observadores tomados como vectores se comparan contra los vectores columna de la matriz de ganancias de los residuos a las fugas

R_{ss} . Para esto se consideran fugas de igual tamaño. Todos los casos posibles de una y dos fugas son aislados satisfactoriamente. Sin embargo, debido a características del sistema, existen condiciones de fugas *envolventes* en las que al localizar la condición correcta también se reporta otra condición que *envuelve* a la primera. Esta característica está relacionada con las consecuencias sobre las propiedades del modelo que produce una fuga o varias fugas en el ducto. Sin embargo, el conjunto de tramos en los cuales el localizador ubica la CF, corresponde con su verdadera situación, aun cuando pierde precisión.

Es posible extender el número de fugas posibles a localizar tanto como se desee. Teóricamente también es posible extender el número de fugas simultáneas que pueden ser localizadas. Ambas extensiones, sin embargo, demandan mayores recursos de memoria y tiempo de cálculo. Sin embargo, dados los requerimientos de los procesos actuales, tales extensiones tenderán a ser conseguidas. Por otro lado, un siguiente paso para mejorar el localizador podría ser extender la localización para fugas simultáneas de distinto tamaño.

Apéndice A

Patrones de residuos

Residuos generados a partir de condiciones de fuga con distintos tamaños de las mismas.

λ_1	μ_{λ_1}	v_1^{01}	v_2^{01}	v_3^{01}	v_4^{01}
1.0×10^{-6}	S	0	2.28×10^{-8}	4.56×10^{-8}	9.40×10^{-8}
2.5×10^{-3}	M	0	5.70×10^{-5}	1.14×10^{-4}	2.35×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	0	1.14×10^{-4}	2.28×10^{-4}	4.70×10^{-4}

λ_2	μ_{λ_2}	v_1^{02}	v_2^{02}	v_3^{02}	v_4^{02}
1.0×10^{-6}	S	-3.38×10^{-8}	0	2.48×10^{-8}	6.63×10^{-8}
2.5×10^{-3}	M	-8.44×10^{-5}	0	6.20×10^{-5}	1.66×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	1.69×10^{-4}	0	1.24×10^{-4}	3.32×10^{-4}

λ_3	μ_{λ_3}	v_1^{03}	v_2^{03}	v_3^{03}	v_4^{03}
1.0×10^{-6}	S	-7.16×10^{-8}	-2.68×10^{-8}	0	3.64×10^{-8}
2.5×10^{-3}	M	-1.79×10^{-4}	-6.69×10^{-5}	0	9.10×10^{-5}
5.0×10^{-3}	B	-3.58×10^{-4}	-1.34×10^{-4}	0	1.82×10^{-4}

λ_4	μ_{λ_4}	v_1^{04}	v_2^{04}	v_3^{04}	v_4^{04}
1.0×10^{-6}	S	-1.19×10^{-7}	-5.67×10^{-8}	-2.92×10^{-8}	0
2.5×10^{-3}	M	-2.97×10^{-4}	-1.52×10^{-4}	-7.31×10^{-5}	0
5.0×10^{-3}	B	-5.93×10^{-4}	-2.84×10^{-4}	-1.46×10^{-4}	0

λ_1	μ_{λ_1}	λ_2	μ_{λ_2}	v_1^{12}	v_2^{12}	v_3^{12}	v_4^{12}
1.0×10^{-6}	S	1.0×10^{-6}	S	-3.38×10^{-8}	2.32×10^{-8}	6.99×10^{-8}	1.61×10^{-7}
1.0×10^{-6}	S	2.5×10^{-3}	M	-8.44×10^{-5}	2.32×10^{-8}	6.21×10^{-5}	1.66×10^{-4}
1.0×10^{-6}	S	5.0×10^{-3}	B	-1.69×10^{-4}	2.32×10^{-8}	1.24×10^{-4}	3.32×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	1.0×10^{-6}	S	-3.38×10^{-8}	5.80×10^{-5}	1.13×10^{-4}	2.36×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	2.5×10^{-3}	M	-8.44×10^{-5}	5.80×10^{-5}	1.75×10^{-4}	4.02×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	1.0×10^{-6}	S	-3.38×10^{-8}	1.16×10^{-4}	2.26×10^{-4}	4.72×10^{-4}

λ_1	μ_{λ_1}	λ_3	μ_{λ_3}	v_1^{13}	v_2^{13}	v_3^{13}	v_4^{13}
1.0×10^{-6}	S	1.0×10^{-6}	S	-7.16×10^{-8}	-3.51×10^{-9}	4.51×10^{-8}	1.31×10^{-7}
1.0×10^{-6}	S	2.5×10^{-3}	M	-1.79×10^{-4}	-6.68×10^{-5}	4.51×10^{-8}	9.10×10^{-5}
1.0×10^{-6}	S	5.0×10^{-3}	B	-3.58×10^{-4}	-1.34×10^{-4}	4.51×10^{-8}	1.82×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	1.0×10^{-6}	S	-7.16×10^{-8}	5.80×10^{-5}	1.13×10^{-4}	2.36×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	2.5×10^{-3}	M	-1.79×10^{-4}	-8.76×10^{-6}	1.13×10^{-4}	3.27×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	1.0×10^{-6}	S	-7.16×10^{-8}	1.16×10^{-4}	2.26×10^{-4}	4.72×10^{-4}

λ_1	μ_{λ_1}	λ_4	μ_{λ_4}	v_1^{14}	v_2^{14}	v_3^{14}	v_4^{14}
1.0×10^{-6}	S	1.0×10^{-6}	S	-1.19×10^{-7}	-3.35×10^{-8}	1.59×10^{-8}	9.44×10^{-8}
1.0×10^{-6}	S	2.5×10^{-3}	M	-2.97×10^{-4}	-1.42×10^{-4}	-7.30×10^{-5}	9.44×10^{-8}
1.0×10^{-6}	S	5.0×10^{-3}	B	-5.93×10^{-4}	-2.84×10^{-4}	-1.46×10^{-4}	9.44×10^{-8}
2.5×10^{-3}	M	1.0×10^{-6}	S	-1.19×10^{-7}	5.80×10^{-5}	1.13×10^{-4}	2.36×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	2.5×10^{-3}	M	-2.97×10^{-4}	-8.37×10^{-5}	3.98×10^{-5}	2.36×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	1.0×10^{-6}	S	-1.19×10^{-7}	1.16×10^{-4}	2.26×10^{-4}	4.72×10^{-4}

λ_2	μ_{λ_2}	λ_3	μ_{λ_3}	v_1^{23}	v_2^{23}	v_3^{23}	v_4^{23}
1.0×10^{-6}	S	1.0×10^{-6}	S	-1.05×10^{-7}	-2.67×10^{-8}	2.48×10^{-8}	1.03×10^{-7}
1.0×10^{-6}	S	2.5×10^{-3}	M	-1.79×10^{-4}	-6.69×10^{-5}	2.48×10^{-8}	9.10×10^{-5}
1.0×10^{-6}	S	5.0×10^{-3}	B	-3.58×10^{-4}	-1.34×10^{-4}	2.48×10^{-8}	1.82×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	1.0×10^{-6}	S	-8.44×10^{-5}	-2.67×10^{-8}	6.20×10^{-5}	1.66×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	2.5×10^{-3}	M	-2.63×10^{-4}	-6.69×10^{-5}	6.20×10^{-5}	2.57×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	1.0×10^{-6}	S	-1.69×10^{-4}	-2.67×10^{-8}	1.24×10^{-4}	3.32×10^{-4}

λ_2	μ_{λ_2}	λ_4	μ_{λ_4}	v_1^{24}	v_2^{24}	v_3^{24}	v_4^{24}
1.0×10^{-6}	S	1.0×10^{-6}	S	-1.52×10^{-7}	-5.67×10^{-8}	-4.41×10^{-9}	6.64×10^{-8}
1.0×10^{-6}	S	2.5×10^{-3}	M	-2.97×10^{-4}	-1.42×10^{-4}	-7.30×10^{-5}	6.64×10^{-8}
1.0×10^{-6}	S	5.0×10^{-3}	B	-5.93×10^{-4}	-2.84×10^{-4}	-1.46×10^{-4}	6.64×10^{-8}
2.5×10^{-3}	M	1.0×10^{-6}	S	-8.45×10^{-5}	-5.67×10^{-8}	6.20×10^{-5}	1.66×10^{-4}
2.5×10^{-3}	M	2.5×10^{-3}	M	-3.81×10^{-4}	-1.14×10^{-4}	-1.10×10^{-5}	1.66×10^{-4}
5.0×10^{-3}	B	1.0×10^{-6}	S	-1.69×10^{-4}	-5.67×10^{-8}	1.24×10^{-4}	3.32×10^{-4}

λ_3	μ_{λ_3}	λ_4	μ_{λ_4}	v_1^{34}	v_2^{34}	v_3^{34}	v_4^{34}
1.0×10^{-6}	S	1.0×10^{-6}	S	-1.90×10^{-7}	-8.35×10^{-8}	-2.92×10^{-8}	3.64×10^{-8}
1.0×10^{-6}	S	2.5×10^{-3}	M	-2.97×10^{-4}	-1.42×10^{-4}	-7.30×10^{-5}	3.64×10^{-8}
1.0×10^{-6}	S	5.0×10^{-3}	B	-5.93×10^{-4}	-2.84×10^{-4}	-1.46×10^{-4}	3.64×10^{-8}
2.5×10^{-3}	M	1.0×10^{-6}	S	-1.79×10^{-4}	-6.69×10^{-5}	-2.92×10^{-8}	9.10×10^{-5}
2.5×10^{-3}	M	2.5×10^{-3}	M	-4.76×10^{-4}	-2.09×10^{-4}	-7.30×10^{-5}	9.10×10^{-5}
5.0×10^{-3}	B	1.0×10^{-6}	S	-3.58×10^{-4}	-1.34×10^{-4}	-2.92×10^{-8}	1.82×10^{-4}

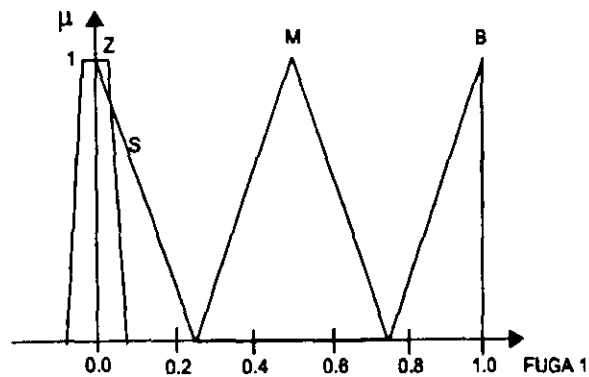
Apéndice B

Funciones de pertenencia y valores lingüísticos

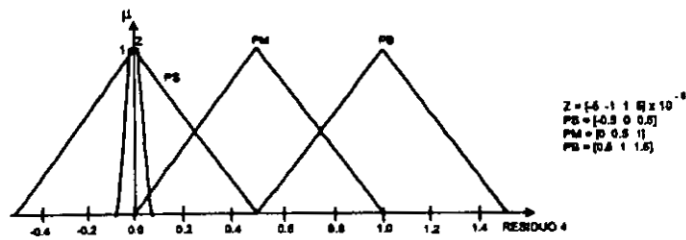
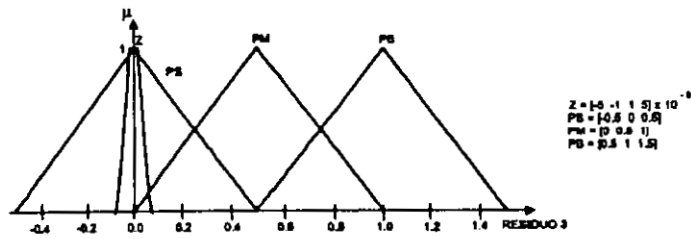
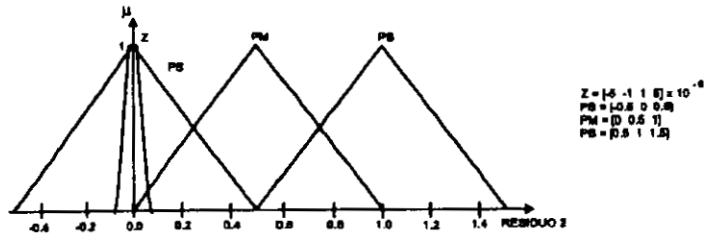
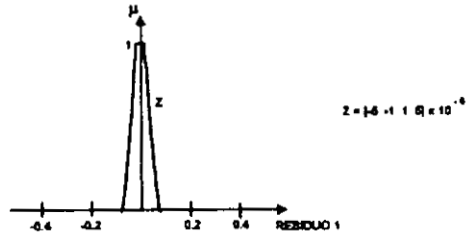
B.1 Funciones de pertenencia

Funciones de pertenencia utilizadas para el desvanecimiento de las fugas y de los residuos, usadas en el enfoque de *magnitudes normalizadas*.

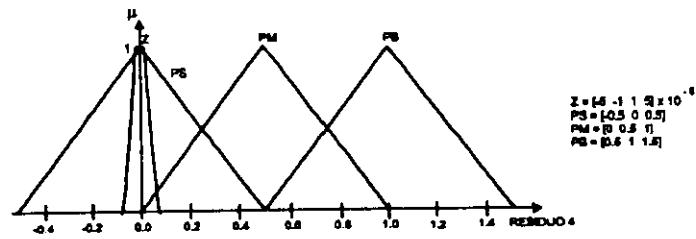
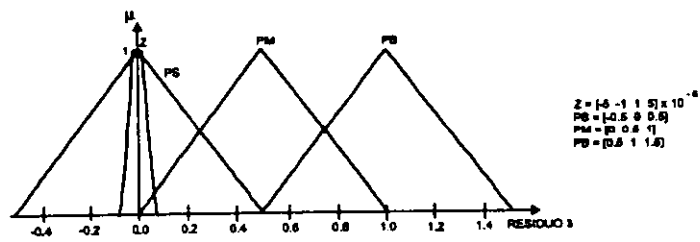
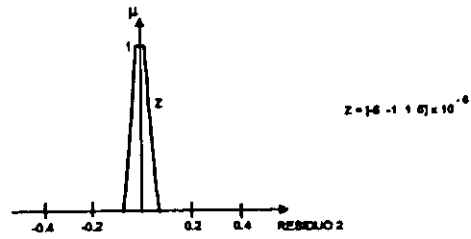
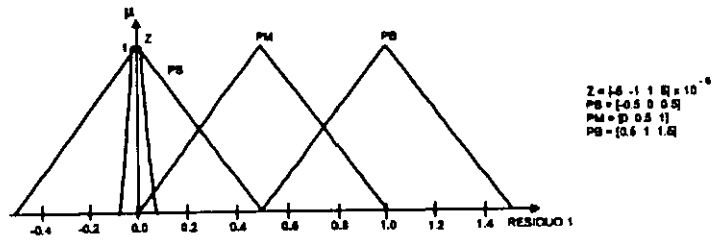
B.1.1 Fuga desvanecida



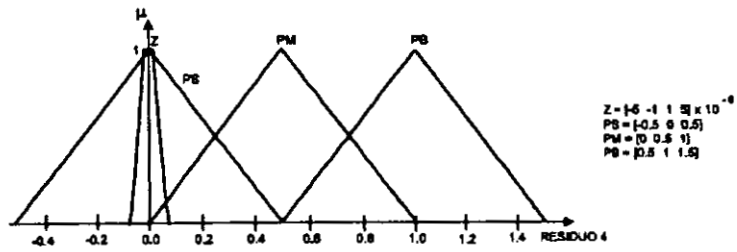
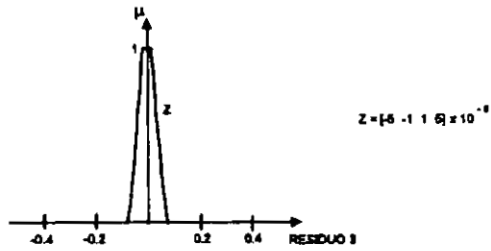
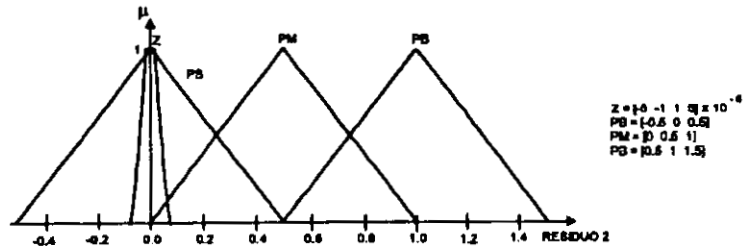
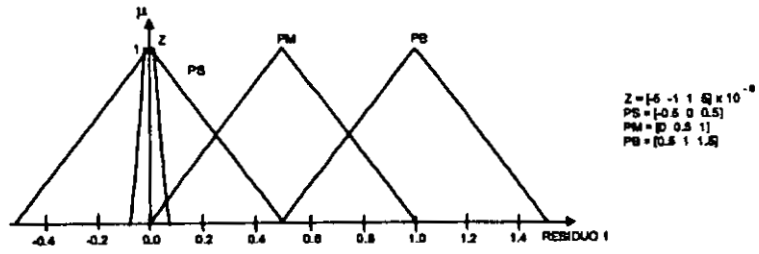
B.1.2 Residuos desvanecidos para localizar λ_1



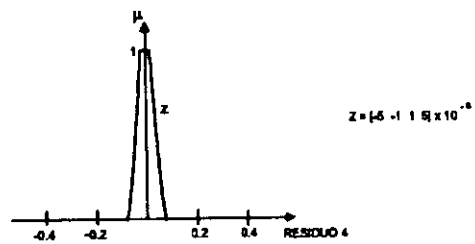
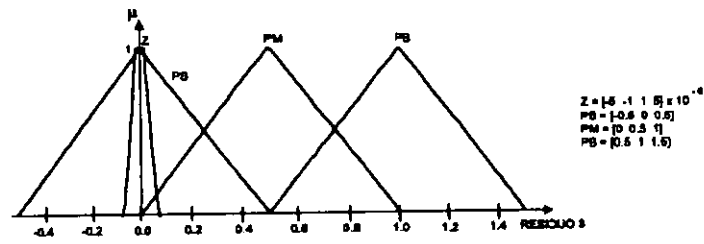
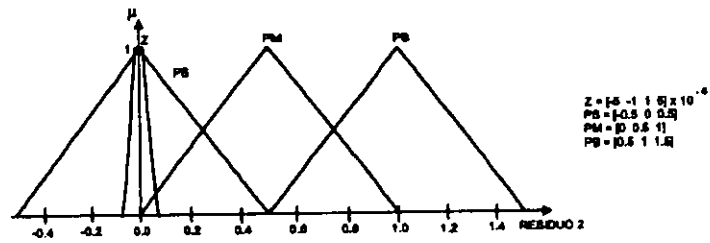
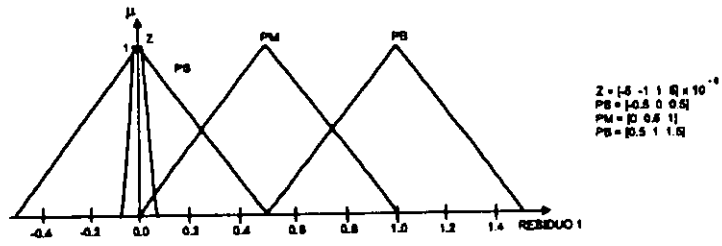
B.1.3 Residuos desvanecidos para localizar λ_2



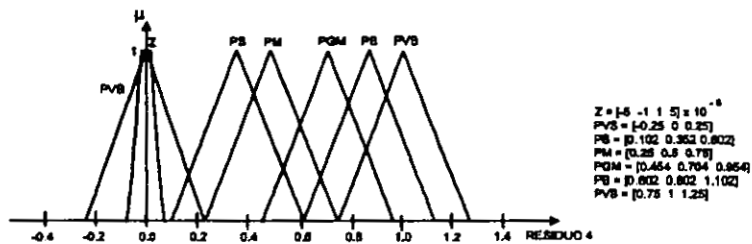
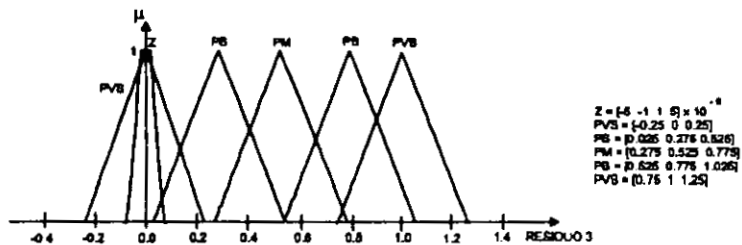
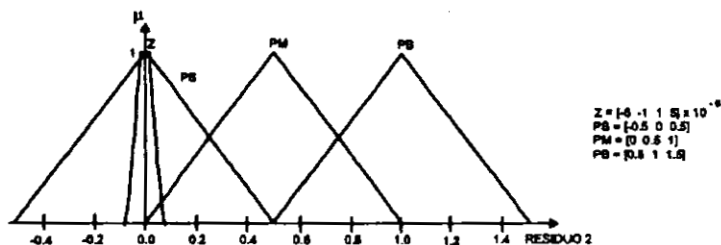
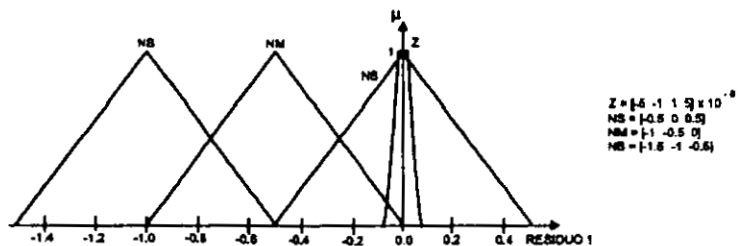
B.1.4 Residuos desvanecidos para localizar λ_3



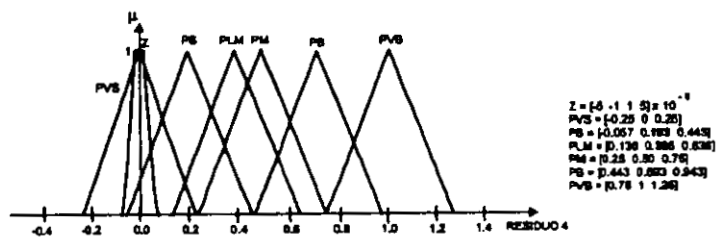
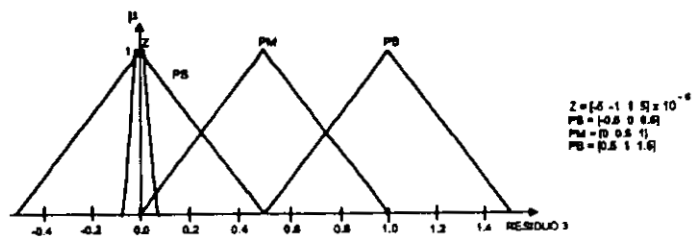
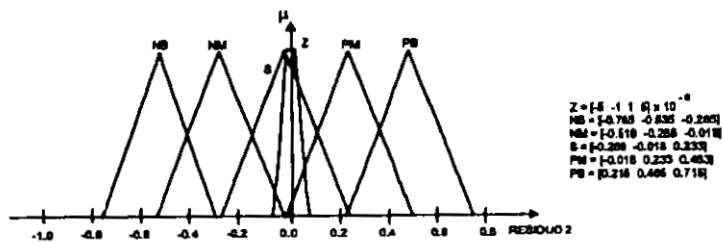
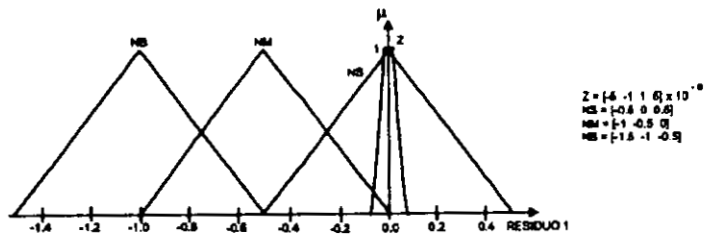
B.1.5 Residuos desvanecidos para localizar λ_4



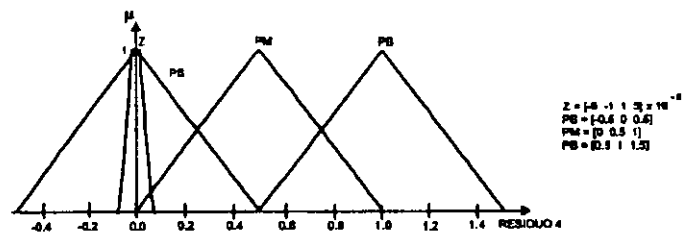
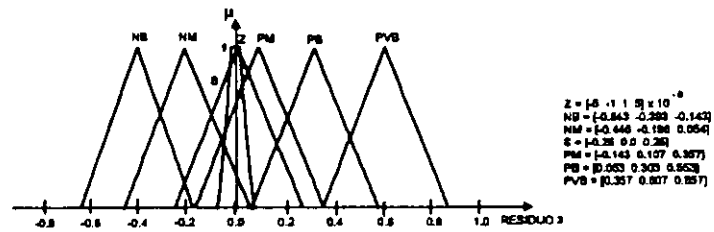
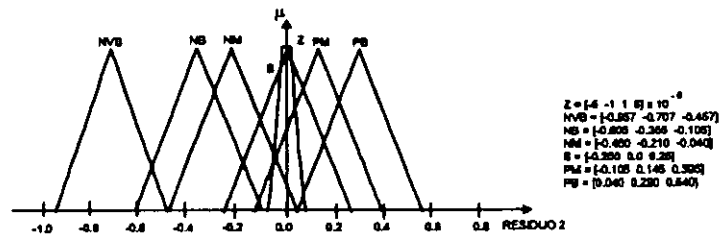
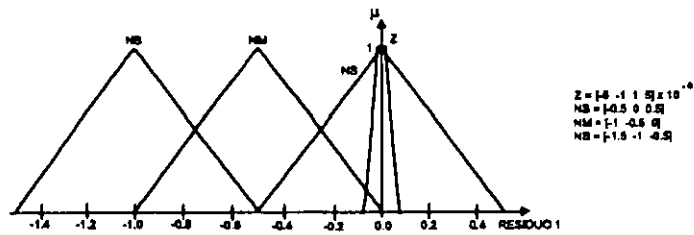
B.1.6 Residuos desvanecidos para localizar λ_1 y λ_2



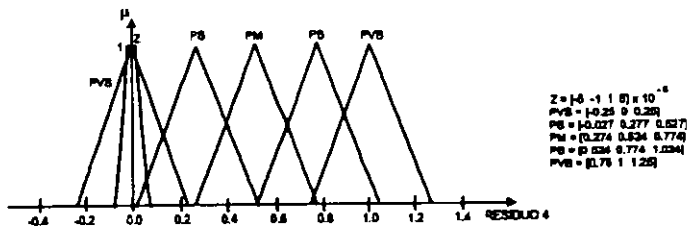
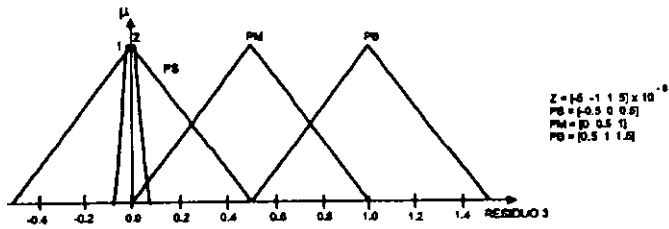
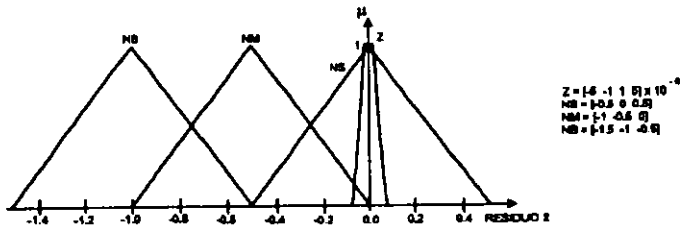
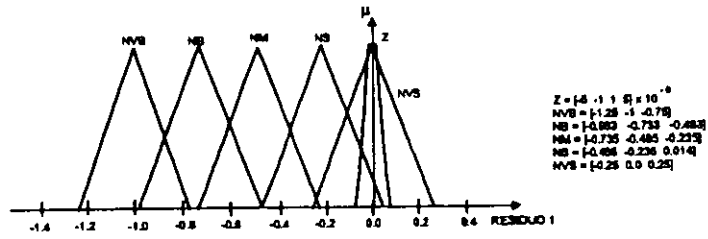
B.1.7 Residuos desvanecidos para localizar λ_1 y λ_3



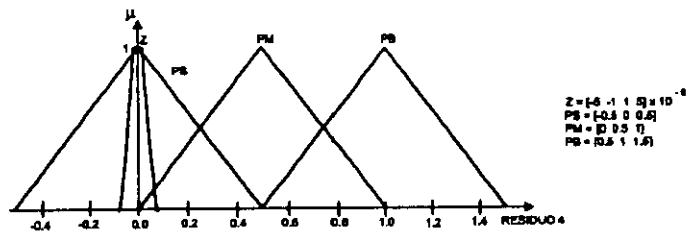
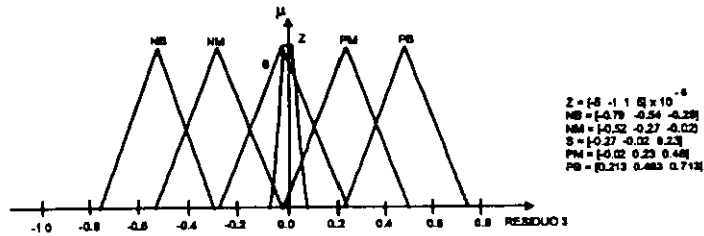
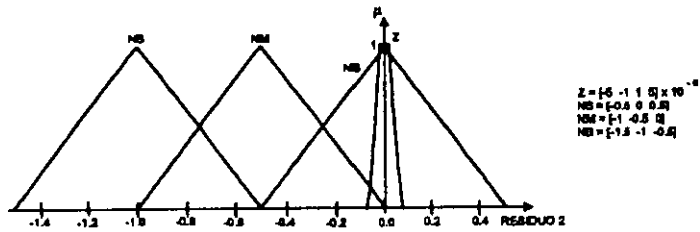
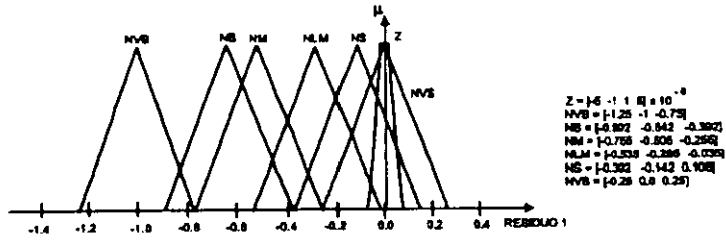
B.1.8 Residuos desvanecidos para localizar λ_1 y λ_4



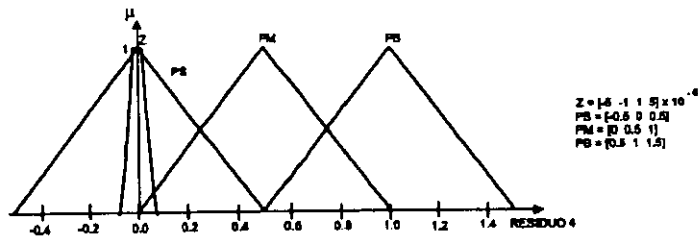
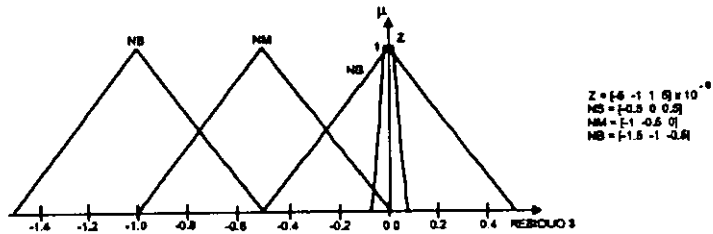
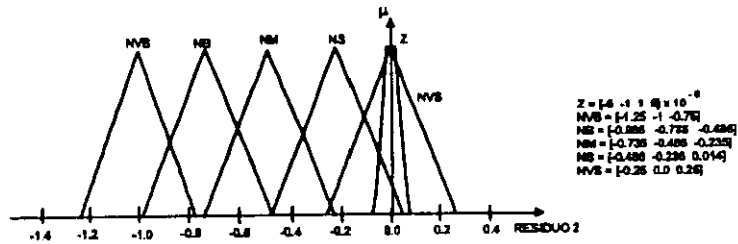
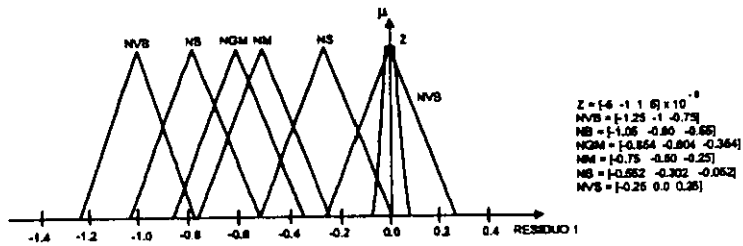
B.1.9 Residuos desvanecidos para localizar λ_2 y λ_3



B.1.10 Residuos desvanecidos para localizar λ_2 y λ_4



B.1.11 Residuos desvanecidos para localizar λ_3 y λ_4



B.2 Valores lingüísticos

Los valores lingüísticos utilizados en el desvanecimiento de los residuos en el enfoque de magnitudes normalizadas son:

Símbolo	Valor lingüístico	Símbolo	Valor lingüístico
NVB	Negative Very Big negativo muy grande	S	Small pequeño
NB	Negative Big negativo grande	PVS	Positive Very Small positivo muy pequeño
NGM	Negative Greater than Medium negativo más grande que mediano	PS	Positive Small positivo pequeño
NM	Negative Medium negativo mediano	PLM	Positive Lower than Medium positivo más bajo que mediano
NLM	Negative Lower than Medium negativo más bajo que mediano	PM	Positive Medium positivo mediano
NS	Negative Small negativo pequeño	PGM	Positive Greater than Medium positivo más grande que mediano
NVS	Negative Very Small negativo muy pequeño	PB	Positive Big positivo grande
Z	Zero cero	PVB	Positive Very Big positivo muy grande

Tabla B.1: Valores lingüísticos para el desvanecimiento de los residuos

Los valores lingüísticos utilizados para las funciones de pertenencia de las fugas son:

Símbolo	Valor lingüístico	Símbolo	Valor lingüístico
Z	Zero cero	M	Medium mediana
S	Small pequeña	B	Big grande

Tabla B.2: Valores lingüísticos para el desvanecimiento de las fugas

Apéndice C

Reglas de Inferencia Borrosa

A continuación se muestran los conjuntos de reglas utilizados en los 10 bloques de inferencia según el enfoque de magnitudes normalizadas. Cada uno de ellos tiene como objetivo la localización de una *condición de fuga* (C. F.), donde V_n es la variable lingüística que corresponde con el valor de v_n y F_n lo es del valor λ_n .

El grado de pertenencia agregado que resulte de estos conjuntos está relacionado directamente con los valores de los residuos obtenidos a partir de fugas simuladas y que han sido tomados como patrón.

C.1 Reglas para la C. F. 1

1. If (V1 is not Z) then (F1 is Z)
2. If (V1 is Z) and (V2 is Z) and (V3 is Z) and (V4 is Z) then (F1 is FZ)
3. If (V1 is Z) and (V2 is PS) and (V3 is PS) and (V4 is PS) then (F1 is FS)
4. If (V1 is Z) and (V2 is PM) and (V3 is PM) and (V4 is PM) then (F1 is FM)
5. If (V1 is Z) and (V2 is PB) and (V3 is PB) and (V4 is PB) then (F1 is FB)

C.2 Reglas para la C. F. 2

1. If (V2 is not Z) then (F2 is Z)
2. If (V1 is Z) and (V2 is Z) and (V3 is Z) and (V4 is Z) then (F2 is FZ)
3. If (V1 is NS) and (V2 is Z) and (V3 is PS) and (V4 is PS) then (F2 is FS)
4. If (V1 is NM) and (V2 is Z) and (V3 is PM) and (V4 is PM) then (F2 is FM)
5. If (V1 is NB) and (V2 is Z) and (V3 is PB) and (V4 is PB) then (F2 is FB)

C.3 Reglas para la C. F. 3

1. If (V3 is not Z) then (F3 is FZ)
2. If (V1 is Z) and (V2 is Z) and (V3 is Z) and (V4 is Z) then (F3 is FZ)
3. If (V1 is NS) and (V2 is NS) and (V3 is Z) and (V4 is PS) then (F3 is FS)
4. If (V1 is NM) and (V2 is NM) and (V3 is Z) and (V4 is PM) then (F3 is FM)
5. If (V1 is NB) and (V2 is NB) and (V3 is Z) and (V4 is PB) then (F3 is FB)

C.4 Reglas para la C. F. 4

1. If (V4 is not Z) then (F4 is FZ)
2. If (V1 is Z) and (V2 is Z) and (V3 is Z) and (V4 is Z) then (F4 is FZ)
3. If (V1 is NS) and (V2 is NS) and (V3 is NS) and (V4 is Z) then (F4 is FS)
4. If (V1 is NM) and (V2 is NM) and (V3 is NM) and (V4 is Z) then (F4 is FM)
5. If (V1 is NB) and (V2 is NB) and (V3 is NB) and (V4 is Z) then (F4 is FB)

C.5 Reglas para la C. F. 1-2

1. If (V1 is NS) and (V2 is PS) and (V3 is PVS) and (V4 is PVS) then (F1 is S)(F2 is S)
2. If (V1 is NM) and (V2 is PS) and (V3 is PS) and (V4 is PS) then (F1 is S)(F2 is M)
3. If (V1 is NB) and (V2 is PS) and (V3 is PM) and (V4 is PGM) then (F1 is S)(F2 is B)
4. If (V1 is NS) and (V2 is PM) and (V3 is PM) and (V4 is PM) then (F1 is M)(F2 is S)
5. If (V1 is NM) and (V2 is PM) and (V3 is PB) and (V4 is PB) then (F1 is M)(F2 is M)
6. If (V1 is NS) and (V2 is PB) and (V3 is PVB) and (V4 is PVB) then (F1 is B)(F2 is S)
7. If (V1 is Z) then (F1 is Z)(F2 is Z)
8. If (V2 is Z) then (F1 is Z)(F2 is Z)
9. If (V3 is Z) then (F1 is Z)(F2 is Z)
10. If (V4 is Z) then (F1 is Z)(F2 is Z)

C.6 Reglas para la C. F. 1-3

1. If (V1 is NS) and (V2 is S) and (V3 is PS) and (V4 is PVS) then (F1 is S)(F3 is S)
2. If (V1 is NM) and (V2 is NM) and (V3 is PS) and (V4 is PS) then (F1 is S)(F3 is M)
3. If (V1 is NB) and (V2 is NB) and (V3 is PS) and (V4 is PLM) then (F1 is S)(F3 is B)

4. If (V1 is NS) and (V2 is PM) and (V3 is PM) and (V4 is PM) then (F1 is M)(F3 is S)
5. If (V1 is NM) and (V2 is S) and (V3 is PM) and (V4 is PB) then (F1 is M)(F3 is M)
6. If (V1 is NS) and (V2 is PB) and (V3 is PB) and (V4 is PVB) then (F1 is B)(F3 is S)
7. If (V1 is Z) then (F1 is Z)(F3 is Z)
8. If (V2 is Z) then (F1 is Z)(F3 is Z)
9. If (V3 is Z) then (F1 is Z)(F3 is Z)
10. If (V4 is Z) then (F1 is Z)(F3 is Z)

C.7 Reglas para la C. F. 1-4

1. If (V1 is NS) and (V2 is S) and (V3 is S) and (V4 is PS) then (F1 is S)(F4 is S)
2. If (V1 is NM) and (V2 is NB) and (V3 is NM) and (V4 is PS) then (F1 is S)(F4 is M)
3. If (V1 is NB) and (V2 is NVB) and (V3 is NB) and (V4 is PS) then (F1 is S)(F4 is B)
4. If (V1 is NS) and (V2 is PM) and (V3 is PB) and (V4 is PM) then (F1 is M)(F4 is S)
5. If (V1 is NM) and (V2 is NM) and (V3 is PM) and (V4 is PM) then (F1 is M)(F4 is M)
6. If (V1 is NS) and (V2 is PB) and (V3 is PVB) and (V4 is PB) then (F1 is B)(F4 is S)
7. If (V1 is Z) then (F1 is Z)(F4 is Z)
8. If (V2 is Z) then (F1 is Z)(F4 is Z)
9. If (V3 is Z) then (F1 is Z)(F4 is Z)
10. If (V4 is Z) then (F1 is Z)(F4 is Z)

C.8 Reglas para la C. F. 2-3

1. If (V1 is NVS) and (V2 is NS) and (V3 is PS) and (V4 is PVS) then (F2 is S)(F3 is S)
2. If (V1 is NM) and (V2 is NM) and (V3 is PS) and (V4 is PS) then (F2 is S)(F3 is M)
3. If (V1 is NVB) and (V2 is NB) and (V3 is PS) and (V4 is PM) then (F2 is S)(F3 is B)
4. If (V1 is NS) and (V2 is NS) and (V3 is PM) and (V4 is PM) then (F2 is M)(F3 is S)
5. If (V1 is NB) and (V2 is NM) and (V3 is PM) and (V4 is PB) then (F2 is M)(F3 is M)
6. If (V1 is NM) and (V2 is NS) and (V3 is PB) and (V4 is PVB) then (F2 is B)(F3 is S)
7. If (V1 is Z) then (F2 is Z)(F3 is Z)
8. If (V2 is Z) then (F2 is Z)(F3 is Z)
9. If (V3 is Z) then (F2 is Z)(F3 is Z)
10. If (V4 is Z) then (F2 is Z)(F3 is Z)

C.9 Reglas para la C. F. 2-4

1. If (V1 is NVS) and (V2 is NS) and (V3 is S) and (V4 is PS) then (F2 is S)(F4 is S)
2. If (V1 is NM) and (V2 is NM) and (V3 is NM) and (V4 is PS) then (F2 is S)(F4 is M)
3. If (V1 is NVB) and (V2 is NB) and (V3 is NB) and (V4 is PS) then (F2 is S)(F4 is B)
4. If (V1 is NS) and (V2 is NS) and (V3 is PM) and (V4 is PM) then (F2 is M)(F4 is S)
5. If (V1 is NB) and (V2 is NM) and (V3 is NM) and (V4 is PM) then (F2 is M)(F4 is M)
6. If (V1 is NLM) and (V2 is NS) and (V3 is PB) and (V4 is PB) then (F2 is B)(F4 is S)
7. If (V1 is Z) then (F2 is Z)(F4 is Z)
8. If (V2 is Z) then (F2 is Z)(F4 is Z)
9. If (V3 is Z) then (F2 is Z)(F4 is Z)
10. If (V4 is Z) then (F2 is Z)(F4 is Z)

C.10 Reglas para la C. F. 3-4

1. If (V1 is NVS) and (V2 is NVS) and (V3 is NS) and (V4 is PS) then (F3 is S)(F4 is S)
2. If (V1 is NM) and (V2 is NM) and (V3 is NM) and (V4 is PS) then (F3 is S)(F4 is M)
3. If (V1 is NVB) and (V2 is NVB) and (V3 is NB) and (V4 is PS) then (F3 is S)(F4 is B)
4. If (V1 is NS) and (V2 is NS) and (V3 is NS) and (V4 is PM) then (F3 is M)(F4 is S)
5. If (V1 is NB) and (V2 is NB) and (V3 is NM) and (V4 is PM) then (F3 is M)(F4 is M)
6. If (V1 is NGM) and (V2 is NM) and (V3 is NS) and (V4 is PB) then (F3 is B)(F4 is S)
7. If (V1 is Z) then (F3 is Z)(F4 is Z)
8. If (V2 is Z) then (F3 is Z)(F4 is Z)
9. If (V3 is Z) then (F3 is Z)(F4 is Z)
10. If (V4 is Z) then (F3 is Z)(F4 is Z)

Apéndice D

Ángulos y valores de pertenencia

D.1 Ángulos entre vectores

Cada una de las columnas de las tablas es un vector de residuos correspondiente a una condición de fuga (C. F.) en el sistema (es decir, fuga 1, fuga 2, ..., fuga 6, fuga 1-2, fuga 1-3, ..., fuga 5-6) mientras que los renglones indican la combinación $R_i + R_j$ de las columnas de la matriz $R_{g,g}$ con los que se estiman los valores de θ_k mostrados.

D.1.1 Modelo lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$R_i + R_j \setminus C. F.$	1	2	3	4	5	6
R_1	0	14.5	37.8	66.9	90.3	105
R_2	14.5	0	23.4	52.4	75.8	90.3
R_3	37.8	23.4	0	29.1	52.4	66.9
R_4	66.9	52.4	29.1	0	23.4	37.8
R_5	90.3	75.8	52.4	23.4	0	14.5
R_6	105	90.3	66.9	37.8	14.5	0
$R_1 + R_2$	6.2	8.3	31.7	60.8	84.1	98.6
$R_1 + R_3$	13.6	0.8	24.2	53.3	76.6	91.1
$R_1 + R_4$	22.4	8.0	15.4	44.5	67.9	82.3
$R_1 + R_5$	32.3	17.8	5.6	34.7	58.0	72.5
$R_1 + R_6$	42.3	27.9	4.5	24.6	47.9	62.4
$R_2 + R_3$	24.7	10.2	13.2	42.3	65.6	80.1
$R_2 + R_4$	36.4	21.9	1.4	30.5	53.9	68.3
$R_2 + R_5$	46.8	34.3	10.9	18.2	41.5	56.0
$R_2 + R_6$	60.4	45.9	22.5	6.6	29.9	44.4
$R_3 + R_4$	52.0	37.5	14.1	14.9	38.3	52.8
$R_3 + R_5$	65.3	50.9	27.5	1.6	24.9	39.4
$R_3 + R_6$	76.5	62.1	38.7	9.6	13.9	28.2
$R_4 + R_5$	79.5	65.0	41.6	12.5	10.8	25.3
$R_4 + R_6$	89.1	74.6	51.2	22.1	1.2	15.7
$R_5 + R_6$	98.2	83.7	60.4	31.3	7.9	6.6

$R_i+R_j \setminus C. F.$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	6.2	13.6	22.4	32.3	42.3	24.7	36.4	45.8	60.4	52.0	65.3	76.5	79.5	89.1	99.2
R_2	8.3	0.8	8.0	17.9	27.8	10.2	21.9	34.3	45.9	37.5	50.9	62.1	65.0	74.6	83.7
R_3	31.7	24.2	15.4	5.6	4.5	13.2	1.4	10.9	22.5	14.1	27.5	38.7	41.6	51.2	60.4
R_4	60.8	53.3	44.5	34.7	24.6	42.3	30.5	18.2	6.5	14.9	1.6	9.6	12.5	22.1	31.3
R_5	84.1	76.6	67.8	58.0	47.9	65.6	53.9	41.5	29.9	38.3	24.9	13.8	10.8	1.2	7.9
R_6	98.6	91.1	82.3	72.5	62.4	80.1	68.3	56.0	44.4	52.8	39.4	28.2	25.3	15.7	6.6
R_1+R_2	0	7.5	16.3	26.1	36.2	18.5	30.3	42.6	54.2	45.8	59.2	70.4	73.3	82.9	92.0
R_1+R_3	7.5	0	8.8	18.6	28.7	11.0	22.8	35.1	46.7	38.3	51.7	62.9	65.8	75.4	84.6
R_1+R_4	16.3	8.8	0	9.8	19.9	2.2	14.0	26.3	37.9	29.5	42.9	54.1	57.0	66.6	75.8
R_1+R_5	26.1	18.6	9.8	0	10.1	7.6	4.2	16.5	28.1	19.7	33.1	44.3	47.2	56.8	65.9
R_1+R_6	36.2	28.7	19.9	10.1	0	17.7	5.9	6.4	18.0	9.6	23.0	34.2	37.1	46.7	55.9
R_2+R_3	18.5	11.0	2.2	7.6	17.7	0	11.8	24.1	35.7	27.3	40.7	51.9	54.8	64.4	73.5
R_2+R_4	30.3	22.8	14.0	4.2	5.9	11.8	0	12.4	24.0	15.6	28.9	40.1	43.0	52.7	61.8
R_2+R_5	42.6	35.1	26.3	16.5	6.4	24.1	12.4	0	11.6	3.2	16.6	27.8	30.7	40.3	49.4
R_2+R_6	54.2	46.7	37.9	28.1	18.0	35.7	24.0	11.6	0	8.4	5.0	16.2	19.1	28.7	37.8
R_3+R_4	45.8	38.3	29.5	19.7	9.0	27.3	15.6	3.2	8.4	0	13.4	24.5	27.5	37.1	46.2
R_3+R_5	59.2	51.7	42.9	33.1	23.0	40.7	28.9	16.6	5.0	13.4	0	11.2	14.1	23.7	32.9
R_3+R_6	70.4	62.9	54.1	44.3	34.2	51.9	40.1	27.8	16.2	24.5	11.2	0	2.9	12.5	21.7
R_4+R_5	73.3	65.8	57.0	47.2	37.1	54.8	43.0	30.7	19.1	27.5	14.1	2.9	0	9.6	19.7
R_4+R_6	82.9	75.4	66.6	56.8	46.7	64.4	52.7	40.3	28.7	37.1	23.7	12.5	9.6	0	9.1
R_5+R_6	92.0	84.6	75.8	65.9	55.9	73.5	61.8	49.4	37.8	46.2	32.9	21.7	18.7	9.1	0

D.1.2 Modelo lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$R_i + R_j \setminus$ C. F.	1	2	3	4	5	6
R_1	1.3	13.4	36.7	65.8	89.2	104
R_2	13.7	1.0	24.2	53.3	76.6	91.1
R_3	35.4	21.0	2.6	31.5	54.9	69.3
R_4	70.0	55.5	32.2	3.1	20.3	34.7
R_5	91.6	77.1	53.8	24.7	1.3	13.2
R_6	105	90.6	67.2	38.1	14.8	0.4
$R_1 + R_2$	6.0	8.4	31.8	60.9	84.2	98.7
$R_1 + R_3$	13.2	1.3	24.7	53.8	77.1	91.6
$R_1 + R_4$	22.4	8.0	15.4	44.5	67.8	82.3
$R_1 + R_5$	33.1	18.7	4.7	33.8	57.1	71.6
$R_1 + R_6$	43.0	28.5	6.1	24.0	47.3	61.8
$R_2 + R_3$	25.7	11.2	12.1	41.2	64.6	79.1
$R_2 + R_4$	36.9	22.4	1.0	30.1	53.4	67.9
$R_2 + R_5$	48.9	34.4	11.0	18.1	41.4	55.9
$R_2 + R_6$	60.6	46.1	22.8	6.3	29.7	44.1
$R_3 + R_4$	51.2	36.7	13.4	15.7	39.1	53.6
$R_3 + R_5$	65.4	50.9	27.5	1.6	24.9	39.4
$R_3 + R_6$	75.6	61.1	37.7	8.6	14.7	29.2
$R_4 + R_5$	79.2	64.8	41.4	12.3	11.1	25.5
$R_4 + R_6$	89.0	74.5	51.2	22.1	1.3	15.7
$R_5 + R_6$	98.3	83.8	60.5	31.4	8.0	6.4

$R_i+R_j \setminus C. F.$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	5.1	12.5	21.3	31.2	41.2	23.6	35.3	47.7	59.3	50.9	64.2	75.4	78.3	88.0	97.1
R_2	7.5	0.5	8.8	18.6	28.7	11.0	22.8	35.1	46.7	38.3	51.7	62.9	65.8	75.4	84.5
R_3	29.3	21.9	13.0	3.3	7.0	10.8	1.4	13.4	25.0	16.6	29.9	41.1	44.0	53.7	62.8
R_4	63.9	56.4	47.6	37.7	27.7	45.3	33.6	21.2	9.6	18.0	4.7	6.5	9.4	19.1	28.2
R_5	95.5	78.0	69.2	59.3	49.3	66.9	55.2	42.8	31.2	39.6	26.3	15.1	12.2	2.5	6.6
R_6	98.9	91.4	82.6	72.8	62.7	80.4	68.6	56.3	44.7	53.1	39.7	28.5	25.6	16.0	6.9
R_1+R_2	0.2	7.6	16.4	26.2	36.3	18.6	30.4	42.7	54.3	45.9	59.3	70.5	73.4	83.0	92.2
R_1+R_3	7.0	0.5	9.3	19.1	29.2	11.5	23.3	35.6	47.2	38.8	52.2	63.4	66.3	75.9	85.0
R_1+R_4	16.3	8.8	0.1	9.8	19.9	2.2	14.0	26.3	37.9	29.5	42.9	54.1	57.0	66.6	75.8
R_1+R_5	27.0	19.5	10.7	0.9	9.2	8.5	3.3	15.6	27.2	18.8	32.2	43.4	46.3	55.9	65.1
R_1+R_6	36.8	29.3	20.5	10.7	0.7	18.3	6.6	5.8	17.4	9.0	22.4	33.6	36.5	46.1	55.2
R_2+R_3	19.5	12.1	3.3	6.6	16.7	1.1	10.7	23.1	34.7	26.3	39.6	50.8	53.8	63.4	72.5
R_2+R_4	30.7	23.2	14.4	4.6	5.5	12.2	0.5	11.9	23.5	15.1	28.5	39.7	42.6	52.2	61.3
R_2+R_5	42.7	35.2	26.4	16.6	6.5	24.2	12.4	0.2	11.5	3.1	16.5	27.7	30.6	40.2	49.3
R_2+R_6	54.5	47.0	38.2	28.3	18.3	35.9	24.2	11.8	0.3	8.6	4.7	15.9	18.8	28.5	37.6
R_3+R_4	45.0	37.5	28.7	18.9	8.9	26.5	14.8	2.4	9.2	0.8	14.1	25.3	28.3	37.9	47.0
R_3+R_5	59.2	51.7	42.9	33.1	23.0	40.7	28.9	16.6	5.0	13.4	0.1	11.2	14.1	23.7	32.8
R_3+R_6	69.4	61.9	53.1	43.3	33.2	50.9	39.1	26.8	15.2	23.6	10.2	1.1	3.9	13.5	22.7
R_4+R_5	73.1	65.6	56.8	47.0	36.9	54.6	42.8	30.5	18.9	27.2	13.9	2.7	0.3	9.8	19.0
R_4+R_6	92.9	75.4	66.6	56.7	46.7	64.3	52.6	40.2	28.6	37.0	23.7	12.5	9.6	0.1	9.2
R_5+R_6	92.2	84.7	75.9	66.1	56.0	73.7	61.9	49.5	37.9	46.3	33.0	21.8	18.9	9.2	0.2

D.1.3 Modelo no lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$R_i+R_j \setminus C.F.$	1	2	3	4	5	6
R_1	0.6	13.9	37.3	66.4	89.7	104
R_2	16.0	1.5	21.8	50.9	74.3	88.7
R_3	40.4	26.0	2.6	26.5	49.8	64.3
R_4	69.3	54.9	31.5	2.4	20.9	35.4
R_5	91.5	77.1	53.7	24.6	1.3	13.2
R_6	105	90.7	67.4	38.3	14.9	0.4
R_1+R_2	7.7	6.8	30.1	59.2	82.9	97.1
R_1+R_3	15.4	0.9	22.4	51.5	74.9	89.3
R_1+R_4	24.3	9.8	13.5	42.6	66.0	80.5
R_1+R_5	34.0	19.5	3.9	33.0	56.3	70.8
R_1+R_6	43.8	29.3	5.9	23.2	46.5	61.0
R_2+R_3	28.2	13.7	9.6	38.7	62.1	76.6
R_2+R_4	39.9	25.4	2.1	27.0	50.4	64.8
R_2+R_5	51.8	37.3	13.9	15.2	38.5	53.0
R_2+R_6	62.7	48.2	24.8	4.3	27.6	42.1
R_3+R_4	58.6	42.1	18.7	10.4	33.7	48.2
R_3+R_5	68.8	54.3	30.9	1.8	21.5	36.0
R_3+R_6	78.8	64.3	41.0	11.9	11.5	26.0
R_4+R_5	82.5	68.0	44.7	15.6	7.8	22.2
R_4+R_6	90.8	76.4	53.0	23.9	0.6	13.9
R_5+R_6	99.4	85.0	61.6	32.5	9.2	5.3

$R_i+R_j \setminus C. F.$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	5.6	13.1	21.8	31.7	41.8	24.1	35.3	48.2	59.3	51.4	64.3	76.0	78.9	98.5	97.6
R_2	9.9	2.4	6.4	16.3	26.3	8.7	20.4	32.8	44.4	36.0	49.3	60.5	63.4	73.1	82.2
R_3	34.3	26.8	18.0	8.2	1.9	15.8	4.0	8.3	19.9	11.5	24.9	36.1	39.0	48.6	57.3
R_4	63.2	55.7	46.9	37.1	27.0	44.7	32.9	20.6	9.0	17.4	4.0	7.2	10.1	19.7	28.9
R_5	85.4	77.9	69.1	59.3	49.2	66.9	55.1	42.8	31.2	39.6	26.2	15.0	12.1	2.5	6.7
R_6	99.0	91.6	82.7	72.9	62.8	80.5	69.8	56.4	44.8	53.2	39.8	28.7	25.7	16.1	7.0
R_1+R_2	1.5	5.9	14.8	24.6	34.7	17.0	28.7	41.1	52.7	44.3	57.6	68.8	71.8	81.4	90.5
R_1+R_3	9.3	1.8	7.0	16.8	26.9	9.2	21.0	33.4	45.0	36.6	49.9	61.1	64.0	73.7	82.8
R_1+R_4	18.1	10.7	1.9	8.0	18.0	0.4	12.1	24.5	36.1	27.7	41.0	52.2	55.2	64.8	73.9
R_1+R_5	27.8	20.3	11.5	1.7	8.4	9.3	2.5	14.8	26.4	18.0	31.4	42.6	45.5	55.1	64.2
R_1+R_6	37.6	30.1	21.3	11.5	1.4	19.1	7.3	5.0	16.6	8.2	21.6	32.8	35.7	45.3	54.4
R_2+R_3	22.0	14.6	5.7	4.1	14.1	3.5	8.2	20.6	32.2	23.8	37.1	48.3	51.3	60.9	70.0
R_2+R_4	33.8	26.3	17.5	7.7	2.4	15.3	3.5	8.9	20.4	12.1	25.4	36.6	39.5	49.1	58.3
R_2+R_5	45.6	38.1	29.3	19.5	9.4	27.1	15.4	3.0	8.6	0.2	13.6	24.8	27.7	37.3	46.4
R_2+R_6	56.5	49.0	40.2	30.4	20.3	38.0	26.2	13.9	2.3	10.7	2.7	13.9	16.9	26.4	35.5
R_3-R_4	50.4	42.9	34.1	24.3	14.2	31.9	20.2	7.8	3.3	4.6	8.8	20.0	22.9	32.5	41.6
R_3+R_5	62.6	55.1	46.3	36.5	26.4	44.1	32.3	20.0	8.4	16.8	3.4	7.8	10.7	20.3	29.4
R_3-R_6	72.6	65.2	56.3	46.5	36.4	54.1	42.4	30.0	18.4	26.8	13.5	2.3	0.7	10.3	19.4
R_4+R_5	76.4	68.9	60.1	50.2	40.2	57.8	46.1	33.7	22.1	30.5	17.2	6.0	3.1	6.6	15.7
R_4+R_6	84.7	77.2	68.4	58.6	48.5	66.2	54.4	42.1	30.5	38.9	25.5	14.3	11.4	1.3	7.4
R_5+R_6	93.3	85.8	77.0	67.2	57.1	74.8	63.0	50.7	39.1	47.5	34.1	22.9	20.0	10.4	1.2

D.1.4 Modelo no lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$R_i + R_j \setminus C. F.$	1	2	3	4	5	6
R_1	0.6	13.9	37.2	66.3	89.7	104
R_2	16.5	2.0	21.4	50.5	73.8	88.3
R_3	40.5	26.0	2.7	26.4	49.8	64.2
R_4	66.2	51.7	28.4	0.8	24.1	38.6
R_5	90.9	76.4	53.1	24.0	0.7	13.8
$R_i + R_j$	106	91.2	67.9	38.8	15.4	0.9
$R_i + R_j$	8.1	6.4	29.8	58.9	82.2	96.7
$R_i + R_j$	15.5	1.0	22.4	51.5	74.8	89.3
$R_i + R_j$	24.3	9.9	13.5	42.6	65.9	80.4
$R_i + R_j$	34.3	19.9	3.5	32.6	55.9	70.4
$R_i + R_j$	43.3	29.3	6.0	23.1	46.5	61.0
$R_i + R_j$	28.9	14.5	8.9	34.0	61.3	75.8
$R_i + R_j$	40.1	25.6	2.3	26.8	50.2	64.6
$R_i + R_j$	54.3	39.8	16.4	12.7	36.0	50.5
$R_i + R_j$	64.4	49.9	26.6	2.6	25.9	40.4
$R_i + R_j$	56.9	42.4	19.1	10.0	33.4	47.3
$R_i + R_j$	67.3	52.9	29.5	0.4	22.9	37.4
$R_i + R_j$	78.1	63.7	40.3	11.2	12.1	26.6
$R_i + R_j$	83.0	68.6	45.2	16.1	7.3	21.7
$R_i + R_j$	89.8	75.4	52.0	22.9	0.5	14.9
$R_i + R_j$	99.3	84.9	61.5	32.4	9.0	5.4

$R_i+R_j \setminus C. F.$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	5.6	13.1	21.9	31.7	41.8	24.1	35.8	48.2	59.8	51.4	64.8	75.9	78.9	88.5	97.6
R_2	10.3	2.8	6.0	15.3	25.9	9.2	20.0	32.3	43.9	35.5	48.9	60.1	63.0	72.6	81.7
R_3	34.4	26.9	18.1	3.2	1.8	15.8	4.1	9.3	19.9	11.5	24.8	36.0	38.9	48.6	57.7
R_4	60.1	52.6	43.8	33.9	23.9	41.5	29.8	17.4	5.8	14.2	1.0	10.3	13.3	22.9	32.0
R_5	84.8	77.3	68.5	59.7	48.6	66.2	54.5	42.1	30.5	38.9	25.6	14.4	11.5	1.9	7.3
R_6	99.5	92.1	83.2	73.4	63.3	81.0	69.3	56.9	45.3	53.7	40.4	29.2	26.2	16.6	7.5
R_1+R_2	1.9	5.6	14.4	24.2	34.3	16.6	28.3	40.7	52.3	43.9	57.3	68.5	71.4	81.0	90.1
R_1+R_3	9.3	1.8	7.0	16.8	26.9	9.2	21.0	33.3	44.9	36.5	49.9	61.1	64.0	73.6	82.7
R_1+R_4	18.2	10.7	1.9	7.9	18.0	0.3	12.1	24.4	36.0	27.6	41.0	52.2	55.1	64.7	73.9
R_1+R_5	28.2	20.7	11.9	2.1	8.0	9.7	2.1	14.4	26.0	17.6	31.0	42.2	45.1	54.7	63.8
R_1+R_6	37.6	30.2	21.4	11.5	1.5	19.1	7.4	5.0	16.6	8.2	21.5	32.7	35.7	45.3	54.4
R_2+R_3	22.8	15.3	6.5	3.3	13.4	4.3	7.5	19.8	31.4	23.0	36.4	47.6	50.5	60.1	69.3
R_2+R_4	34.0	26.5	17.7	7.9	2.2	15.4	3.7	8.7	20.3	11.9	25.2	36.4	39.3	49.0	58.1
R_2+R_5	48.1	40.6	31.8	22.0	11.9	29.6	17.8	5.5	6.1	2.3	11.1	22.3	25.2	34.8	43.9
R_2+R_6	58.2	50.8	41.9	32.1	22.0	39.7	28.0	15.6	4.0	12.4	1.0	12.1	15.1	24.7	33.8
R_3+R_4	50.8	43.3	34.5	24.6	14.6	32.2	20.5	8.1	3.5	4.9	8.4	19.6	22.5	32.2	41.3
R_3+R_5	61.2	53.7	44.9	35.1	25.0	42.7	30.9	18.6	7.0	15.4	2.0	9.2	12.1	21.7	30.8
R_3+R_6	72.0	64.5	55.7	45.9	35.8	53.5	41.7	29.4	17.8	26.2	12.8	1.6	1.3	10.9	20.1
R_4+R_5	76.9	69.4	60.6	50.8	40.7	58.4	46.6	34.3	22.7	31.0	17.7	6.5	3.6	6.0	15.2
R_4+R_6	83.7	76.2	67.4	57.6	47.5	65.2	53.4	41.1	29.5	37.9	24.5	13.3	10.4	0.8	8.4
R_5+R_6	93.2	85.7	76.9	67.1	57.0	74.7	62.9	50.6	39.0	47.3	34.0	22.8	19.9	10.3	1.1

D.2 Grados de pertenencia de los ángulos entre vectores

D.2.1 Modelo lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$R_i + R_j \setminus C. F.$	1	2	3	4	5	6
R_1	1	0.84	0.58	0.26	0	0
R_2	0.84	1	0.74	0.42	0.16	0
R_3	0.58	0.74	1	0.68	0.42	0.26
R_4	0.26	0.41	0.68	1	0.74	0.58
R_5	0	0.16	0.42	0.74	1	0.84
R_6	0	0	0.26	0.58	0.84	1
$R_1 + R_2$	0.93	0.91	0.65	0.32	0.07	0
$R_1 + R_3$	0.86	0.99	0.73	0.41	0.15	0
$R_1 + R_4$	0.75	0.91	0.83	0.51	0.25	0.09
$R_1 + R_5$	0.64	0.80	0.94	0.61	0.36	0.19
$R_1 + R_6$	0.53	0.69	0.95	0.73	0.47	0.31
$R_2 + R_3$	0.73	0.89	0.85	0.53	0.27	0.11
$R_2 + R_4$	0.60	0.76	0.98	0.68	0.40	0.24
$R_2 + R_5$	0.46	0.62	0.88	0.80	0.54	0.38
$R_2 + R_6$	0.33	0.49	0.75	0.93	0.67	0.51
$R_3 + R_4$	0.42	0.58	0.84	0.83	0.57	0.41
$R_3 + R_5$	0.27	0.43	0.69	0.93	0.72	0.56
$R_3 + R_6$	0.15	0.31	0.57	0.89	0.85	0.69
$R_4 + R_5$	0.12	0.28	0.54	0.86	0.88	0.72
$R_4 + R_6$	0.01	0.17	0.43	0.75	0.99	0.83
$R_5 + R_6$	0	0.07	0.33	0.65	0.91	0.93

$R_i + R_j \setminus C. F.$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	0.93	0.85	0.75	0.64	0.53	0.73	0.60	0.46	0.33	0.42	0.27	0.15	0.12	0.01	0
R_2	0.91	0.99	0.91	0.80	0.69	0.89	0.76	0.62	0.49	0.58	0.43	0.31	0.28	0.17	0.07
R_3	0.65	0.73	0.83	0.94	0.95	0.95	0.99	0.88	0.75	0.94	0.69	0.57	0.54	0.43	0.33
R_4	0.32	0.41	0.51	0.61	0.73	0.53	0.66	0.80	0.93	0.93	0.98	0.99	0.86	0.75	0.65
R_5	0.07	0.15	0.25	0.36	0.47	0.27	0.40	0.54	0.67	0.57	0.72	0.85	0.88	0.99	0.91
R_6	0	0	0.09	0.19	0.31	0.11	0.24	0.38	0.51	0.41	0.56	0.69	0.72	0.83	0.93
$R_1 + R_2$	1	0.92	0.82	0.71	0.60	0.79	0.66	0.53	0.40	0.49	0.34	0.22	0.19	0.08	0
$R_1 + R_3$	0.92	1	0.90	0.79	0.68	0.88	0.75	0.61	0.48	0.57	0.43	0.30	0.27	0.16	0.06
$R_1 + R_4$	0.82	0.90	1	0.89	0.78	0.98	0.84	0.71	0.58	0.67	0.52	0.40	0.37	0.26	0.16
$R_1 + R_5$	0.71	0.79	0.89	1	0.89	0.92	0.95	0.82	0.69	0.78	0.63	0.51	0.48	0.37	0.27
$R_1 + R_6$	0.60	0.68	0.78	0.89	1	0.80	0.93	0.93	0.80	0.99	0.74	0.62	0.59	0.48	0.38
$R_2 + R_3$	0.79	0.98	0.98	0.92	0.80	1	0.87	0.73	0.60	0.70	0.55	0.42	0.39	0.28	0.18
$R_2 + R_4$	0.66	0.75	0.84	0.95	0.93	0.87	1	0.86	0.73	0.83	0.68	0.55	0.52	0.42	0.31
$R_2 + R_5$	0.53	0.61	0.71	0.82	0.93	0.73	0.86	1	0.87	0.96	0.82	0.69	0.66	0.55	0.45
$R_2 + R_6$	0.40	0.48	0.58	0.69	0.80	0.60	0.73	0.87	1	0.91	0.94	0.82	0.79	0.68	0.58
$R_3 + R_4$	0.49	0.57	0.67	0.78	0.89	0.70	0.83	0.96	0.91	1	0.85	0.73	0.69	0.59	0.49
$R_3 + R_5$	0.34	0.43	0.52	0.63	0.74	0.55	0.68	0.82	0.94	0.85	1	0.88	0.84	0.74	0.63
$R_3 + R_6$	0.22	0.30	0.40	0.51	0.62	0.42	0.55	0.69	0.82	0.73	0.88	1	0.97	0.86	0.76
$R_4 + R_5$	0.19	0.27	0.37	0.48	0.59	0.39	0.52	0.66	0.79	0.69	0.84	0.97	1	0.89	0.79
$R_4 + R_6$	0.08	0.16	0.26	0.37	0.48	0.28	0.42	0.55	0.68	0.59	0.74	0.96	0.89	1	0.90
$R_5 + R_6$	0	0.05	0.16	0.27	0.38	0.18	0.31	0.45	0.58	0.49	0.63	0.76	0.79	0.90	1

D.2.2 Modelo lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$R_i + R_j \setminus$ C. F.	1	2	3	4	5	6
R_1	0.99	0.85	0.59	0.27	0.01	0
R_2	0.85	0.99	0.73	0.41	0.15	0
R_3	0.61	0.77	0.97	0.65	0.39	0.23
R_4	0.22	0.38	0.64	0.97	0.77	0.61
R_5	0	0.14	0.40	0.73	0.99	0.85
R_6	0	0	0.25	0.58	0.84	1
$R_1 + R_2$	0.93	0.91	0.65	0.32	0.06	0
$R_1 + R_3$	0.85	0.99	0.73	0.40	0.14	0
$R_1 + R_4$	0.75	0.91	0.83	0.51	0.25	0.09
$R_1 + R_5$	0.63	0.79	0.95	0.62	0.37	0.20
$R_1 + R_6$	0.52	0.68	1.04	0.73	0.47	0.31
$R_2 + R_3$	0.71	0.88	0.87	0.54	0.28	0.12
$R_2 + R_4$	0.59	0.75	1.09	0.67	0.41	0.25
$R_2 + R_5$	0.46	0.62	0.88	0.80	0.54	0.38
$R_2 + R_6$	0.33	0.49	0.75	0.93	0.67	0.51
$R_3 + R_4$	0.43	0.59	0.95	0.83	0.57	0.40
$R_3 + R_5$	0.27	0.43	0.69	1.08	0.72	0.56
$R_3 + R_6$	0.16	0.32	0.58	0.90	0.54	0.68
$R_4 + R_5$	0.12	0.28	0.54	0.86	0.88	0.72
$R_4 + R_6$	0.01	0.17	0.43	0.75	0.99	0.83
$R_5 + R_6$	0	0.07	0.33	0.65	0.91	0.93

$R_i + R_j \setminus C. F.$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	0.94	0.86	0.76	0.65	0.54	0.74	0.61	0.47	0.34	0.43	0.29	0.16	0.13	0.02	0
R_2	0.92	0.99	0.90	0.79	0.68	0.98	0.75	0.61	0.48	0.57	0.43	0.30	0.27	0.16	0.06
R_3	0.67	0.76	0.86	0.96	0.92	0.88	1.98	0.95	0.72	0.82	0.67	0.54	0.51	0.40	0.30
R_4	0.29	0.37	0.47	0.58	0.69	0.50	0.63	0.76	0.89	0.80	0.95	0.93	0.90	0.79	0.69
R_5	0.05	0.13	0.23	0.34	0.45	0.26	0.39	0.52	0.65	0.56	0.71	0.83	0.87	1.97	0.93
R_6	0	0	0.08	0.19	0.30	0.11	0.24	0.37	0.50	0.41	0.56	0.68	0.71	0.82	0.92
$R_1 + R_2$	1	0.92	0.82	0.71	0.60	0.79	0.66	0.53	0.40	0.49	0.34	0.22	0.18	0.08	0
$R_1 + R_3$	0.92	0.99	0.90	0.79	0.68	0.87	0.74	0.60	0.48	0.57	0.42	0.30	0.26	0.16	0.06
$R_1 + R_4$	0.82	0.90	1	0.89	0.78	0.98	0.84	0.71	0.58	0.67	0.52	0.40	0.37	0.26	0.16
$R_1 + R_5$	0.70	0.78	0.88	0.99	0.90	0.91	1.96	0.83	0.70	0.79	0.64	0.52	0.49	0.38	0.28
$R_1 + R_6$	0.59	0.67	0.77	0.88	0.99	0.80	0.93	0.94	0.81	0.90	0.75	0.63	0.59	0.49	0.39
$R_2 + R_3$	0.78	0.87	0.96	0.93	0.81	0.99	0.99	0.74	0.61	0.73	0.56	0.44	0.40	0.30	0.19
$R_2 + R_4$	0.66	0.74	0.84	0.95	0.94	0.86	0.99	0.87	0.74	0.83	0.68	0.56	0.53	0.42	0.32
$R_2 + R_5$	0.53	0.61	0.71	0.82	0.93	0.73	0.86	1	0.87	0.97	0.82	0.69	0.66	0.55	0.45
$R_2 + R_6$	0.39	0.48	0.58	0.69	0.80	0.60	0.73	0.87	1	0.90	0.95	0.82	0.79	0.68	0.58
$R_3 + R_4$	0.50	0.58	0.68	0.79	0.90	0.71	0.84	0.97	0.90	0.99	0.84	0.72	0.69	0.58	0.48
$R_3 + R_5$	0.34	0.43	0.52	0.63	0.74	0.55	0.68	0.82	0.94	0.85	1	0.88	0.84	0.74	0.64
$R_3 + R_6$	0.23	0.31	0.41	0.52	0.63	0.43	0.57	0.70	0.83	0.74	0.89	0.99	0.96	0.85	0.75
$R_4 + R_5$	0.19	0.27	0.37	0.48	0.59	0.39	0.52	0.66	0.79	0.70	0.85	0.97	1	0.89	0.79
$R_4 + R_6$	0.08	0.16	0.26	0.37	0.48	0.29	0.42	0.55	0.68	0.59	0.74	0.86	0.89	1	0.90
$R_5 + R_6$	0	0.06	0.16	0.27	0.38	0.18	0.31	0.45	0.58	0.49	0.63	0.76	0.79	0.90	1

D.2.3 Modelo no lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$R_i + R_j \setminus C. F.$	1	2	3	4	5	6
R_1	0.99	0.95	0.59	0.26	0	0
R_2	0.82	0.98	0.76	0.43	0.17	0.01
R_3	0.55	0.71	0.97	0.71	0.45	0.29
R_4	0.23	0.39	0.65	0.97	0.77	0.61
R_5	0	0.14	0.40	0.73	0.99	0.85
R_6	0	0	0.25	0.57	0.83	1
$R_1 + R_2$	0.91	0.92	0.67	0.34	0.08	0
$R_1 + R_3$	0.83	0.99	0.75	0.43	0.17	0.01
$R_1 + R_4$	0.73	0.89	0.85	0.53	0.27	0.11
$R_1 + R_5$	0.62	0.78	0.96	0.63	0.37	0.21
$R_1 + R_6$	0.51	0.67	0.93	0.74	0.48	0.32
$R_2 + R_3$	0.69	0.95	0.99	0.57	0.31	0.15
$R_2 + R_4$	0.56	0.72	0.98	0.70	0.44	0.28
$R_2 + R_5$	0.42	0.59	0.95	0.83	0.57	0.41
$R_2 + R_6$	0.30	0.46	0.72	0.95	0.69	0.53
$R_3 + R_4$	0.37	0.53	0.79	0.98	0.63	0.46
$R_3 + R_5$	0.24	0.40	0.66	0.98	0.76	0.60
$R_3 + R_6$	0.12	0.29	0.54	0.87	0.87	0.71
$R_4 + R_5$	0.08	0.24	0.50	0.83	0.91	0.75
$R_4 + R_6$	0	0.15	0.41	0.73	0.99	0.85
$R_5 + R_6$	0	0.06	0.32	0.64	0.90	0.94

$R_i+R_j \setminus C. F.$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	0.93	0.85	0.76	0.65	0.54	0.73	0.60	0.46	0.34	0.43	0.28	0.16	0.12	0.02	0
R_2	0.89	0.97	0.93	0.82	0.71	0.90	0.77	0.64	0.51	0.60	0.45	0.33	0.30	0.19	0.09
R_3	0.62	0.70	0.80	0.91	0.98	0.82	1	0.91	0.78	0.87	0.72	0.60	0.57	0.46	0.36
R_4	0.30	0.38	0.48	0.59	0.70	0.50	0.63	0.77	0.90	0.81	0.96	0.92	0.89	0.78	0.68
R_5	0.05	0.13	0.23	0.34	0.45	0.26	0.39	0.52	0.65	0.56	0.71	0.83	0.87	0.97	0.93
R_6	0	0	0.08	0.19	0.30	0.11	0.23	0.37	0.50	0.41	0.56	0.68	0.71	0.82	0.92
R_1+R_2	0.98	0.93	0.84	0.73	0.61	0.81	0.68	0.54	0.41	0.51	0.36	0.24	0.20	0.10	0
R_1+R_3	0.90	0.98	0.92	0.81	0.70	0.90	0.77	0.63	0.50	0.59	0.45	0.32	0.29	0.18	0.08
R_1+R_4	0.80	0.88	0.98	0.91	0.80	1	0.87	0.73	0.60	0.69	0.54	0.42	0.39	0.28	0.18
R_1+R_5	0.69	0.77	0.87	0.98	0.91	0.90	0.97	0.84	0.71	0.80	0.65	0.53	0.49	0.39	0.29
R_1+R_6	0.58	0.67	0.76	0.87	0.98	0.79	0.92	0.94	0.82	0.91	0.76	0.64	0.60	0.50	0.40
R_2+R_3	0.76	0.84	0.94	0.95	0.84	0.96	0.91	0.77	0.64	0.74	0.59	0.46	0.43	0.32	0.22
R_2+R_4	0.62	0.71	0.81	0.91	0.97	0.83	0.96	0.90	0.77	0.87	0.72	0.59	0.56	0.45	0.35
R_2+R_5	0.49	0.58	0.67	0.78	0.90	0.70	0.83	0.97	0.90	1	0.85	0.73	0.69	0.59	0.48
R_2+R_6	0.37	0.46	0.55	0.66	0.77	0.58	0.71	0.85	0.97	0.88	0.97	0.85	0.81	0.71	0.61
R_3+R_4	0.44	0.52	0.62	0.73	0.84	0.65	0.78	0.91	0.96	0.95	0.90	0.78	0.75	0.64	0.54
R_3+R_5	0.30	0.39	0.49	0.59	0.71	0.51	0.64	0.78	0.91	0.81	0.96	0.91	0.88	0.77	0.67
R_3+R_6	0.19	0.28	0.37	0.48	0.6	0.40	0.53	0.67	0.80	0.70	0.85	0.97	0.99	0.89	0.78
R_4+R_5	0.15	0.23	0.33	0.44	0.55	0.36	0.49	0.63	0.75	0.66	0.81	0.93	0.97	0.92	0.83
R_4+R_6	0.06	0.14	0.24	0.35	0.46	0.26	0.40	0.53	0.66	0.57	0.72	0.84	0.87	0.98	0.92
R_5+R_6	0	0.05	0.14	0.25	0.37	0.17	0.30	0.44	0.57	0.47	0.62	0.75	0.78	0.88	0.99

D.2.4 Modelo no lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$R_i + R_j \setminus C. F.$	1	2	3	4	5	6
R_1	0.99	0.85	0.59	0.26	0	0
R_2	0.82	0.98	0.76	0.44	0.15	0.02
R_3	0.55	0.71	0.97	0.71	0.45	0.29
R_4	0.26	0.43	0.68	0.99	0.73	0.57
R_5	0	0.15	0.41	0.73	0.99	0.85
R_6	0	0	0.25	0.57	0.83	1
$R_1 + R_2$	0.91	0.93	0.67	0.35	0.09	0
$R_1 + R_3$	0.83	0.99	0.75	0.43	0.17	0.01
$R_1 + R_4$	0.73	0.89	0.85	0.53	0.27	0.11
$R_1 + R_5$	0.62	0.78	0.96	0.64	0.38	0.22
$R_1 + R_6$	0.51	0.67	0.93	0.74	0.48	0.32
$R_2 + R_3$	0.68	0.84	0.90	0.58	0.32	0.16
$R_2 + R_4$	0.55	0.72	0.97	0.70	0.44	0.28
$R_2 + R_5$	0.40	0.56	0.82	0.86	0.60	0.44
$R_2 + R_6$	0.28	0.45	0.71	0.97	0.71	0.55
$R_3 + R_4$	0.37	0.53	0.79	0.89	0.63	0.47
$R_3 + R_5$	0.25	0.41	0.67	1	0.75	0.58
$R_3 + R_6$	0.13	0.29	0.55	0.88	0.87	0.70
$R_4 + R_5$	0.08	0.24	0.50	0.82	0.92	0.76
$R_4 + R_6$	0	0.16	0.42	0.75	0.99	0.83
$R_5 + R_6$	0	0.06	0.32	0.64	0.90	0.94

$R_i+R_j \setminus C. F.$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6
R_1	0.94	0.86	0.76	0.65	0.54	0.73	0.60	0.46	0.34	0.43	0.28	0.16	0.12	0.02	0
R_2	0.89	0.97	0.93	0.82	0.71	0.91	0.78	0.64	0.51	0.61	0.46	0.33	0.30	0.19	0.09
R_3	0.62	0.70	0.30	0.91	0.98	0.82	0.95	0.91	0.78	0.87	0.72	0.60	0.57	0.46	0.36
R_4	0.33	0.42	0.51	0.62	0.73	0.54	0.67	0.81	0.94	0.84	0.99	0.89	0.85	0.75	0.64
R_5	0.06	0.11	0.24	0.35	0.46	0.26	0.39	0.53	0.66	0.57	0.72	0.84	0.87	0.98	0.92
R_6	0	0	0.08	0.18	0.30	0.10	0.23	0.37	0.50	0.40	0.55	0.68	0.71	0.82	0.92
R_1+R_2	0.98	0.94	0.84	0.73	0.62	0.82	0.69	0.55	0.42	0.51	0.36	0.24	0.21	0.10	0
R_1+R_3	0.90	0.98	0.92	0.81	0.70	0.90	0.77	0.63	0.50	0.59	0.46	0.32	0.29	0.18	0.08
R_1+R_4	0.80	0.88	0.98	0.91	0.80	1	0.87	0.73	0.60	0.69	0.54	0.42	0.39	0.28	0.18
R_1+R_5	0.69	0.77	0.87	0.98	0.91	0.90	0.98	0.84	0.71	0.80	0.66	0.53	0.50	0.39	0.29
R_1+R_6	0.58	0.66	0.76	0.87	0.98	0.79	0.92	0.94	0.82	0.91	0.76	0.64	0.60	0.50	0.40
R_2+R_3	0.75	0.83	0.93	0.96	0.85	0.95	0.92	0.78	0.65	0.74	0.60	0.47	0.44	0.33	0.23
R_2+R_4	0.62	0.71	0.80	0.91	0.98	0.83	0.96	0.90	0.77	0.87	0.72	0.60	0.56	0.46	0.35
R_2+R_5	0.47	0.55	0.65	0.76	0.87	0.67	0.80	0.94	0.93	0.97	0.88	0.75	0.72	0.61	0.51
R_2+R_6	0.35	0.44	0.53	0.64	0.76	0.56	0.69	0.83	0.96	0.86	0.99	0.87	0.83	0.73	0.62
R_3+R_4	0.44	0.52	0.62	0.73	0.84	0.64	0.77	0.91	0.96	0.95	0.91	0.78	0.75	0.64	0.54
R_3+R_5	0.32	0.40	0.50	0.61	0.72	0.53	0.66	0.79	0.92	0.93	0.98	0.90	0.87	0.76	0.66
R_3+R_6	0.20	0.28	0.38	0.49	0.60	0.41	0.54	0.67	0.80	0.71	0.86	0.98	0.99	0.88	0.78
R_4+R_5	0.15	0.23	0.33	0.44	0.55	0.35	0.48	0.62	0.75	0.66	0.80	0.93	0.96	0.93	0.83
R_4+R_6	0.07	0.15	0.25	0.36	0.47	0.28	0.41	0.54	0.67	0.57	0.73	0.85	0.88	0.99	0.91
R_5+R_6	0	0.05	0.15	0.25	0.37	0.17	0.30	0.44	0.57	0.47	0.62	0.75	0.78	0.89	0.99

Apéndice E

Grado de similitud entre conjuntos de residuos

Se muestran, para diferentes condiciones de pruebas, los grados de similitud borrosa entre conjuntos de ángulos almacenados en memoria de computadora y los ángulos generados a partir de los residuos v provenientes de la presencia de una fuga en la tubería.

E.1 Modelo lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$\Omega_{pq} \backslash \Omega_v$	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6
$\Omega_{0,1}$	1	0.04	0	0.05	0	0.05
$\Omega_{0,2}$	0.04	1	0.05	0.05	0.05	0.05
$\Omega_{0,3}$	0	0.02	1	0.05	0.03	0
$\Omega_{0,4}$	0.04	0.01	0.05	1	0.05	0
$\Omega_{0,5}$	0	0.05	0.05	0.08	1	0.05
$\Omega_{0,6}$	0.05	0.05	0	0	0.05	1
$\Omega_{1,2}$	0	0	0.05	0.10	0.05	0
$\Omega_{1,3}$	0.05	1	0.05	0.03	0.05	0.04
$\Omega_{1,4}$	0	0	0.03	0.01	0	0
$\Omega_{1,5}$	0.01	0.08	0.05	0.06	0.05	0.01
$\Omega_{1,6}$	0.03	0	0.35	0	0.10	0
$\Omega_{2,3}$	0.03	0	0.05	0	0	0.05
$\Omega_{2,4}$	0	0.05	1	0.05	0	0
$\Omega_{2,5}$	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05
$\Omega_{2,6}$	0	0.09	0.05	0.05	0.03	0
$\Omega_{3,4}$	0.03	0.05	0	0.05	0	0.04
$\Omega_{3,5}$	0.05	0	0.05	1	0.04	0
$\Omega_{3,6}$	0.05	0	0	0	0	0.06
$\Omega_{4,5}$	0	0	0.05	0	0	0
$\Omega_{4,6}$	0	0.05	0.04	0.10	1	0.03
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0	0	0

$\Omega_{pq} \setminus \Omega_v$	Ω_7	Ω_8	Ω_9	Ω_{10}	Ω_{11}	Ω_{12}	Ω_{13}	Ω_{14}	Ω_{15}	Ω_{16}	Ω_{17}	Ω_{18}	Ω_{19}	Ω_{20}	Ω_{21}
$\Omega_{0,1}$	0	0.05	0	0.01	0.03	0.07	0	0.09	0.03	0.05	0.05	0.09	0.07	0.02	0.05
$\Omega_{0,2}$	0	1	0	0.08	0	0	0.05	0.05	0.10	0.05	0.09	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{0,3}$	0.05	0.05	0	0.02	0	0.05	1	0.05	0.05	0.03	0.06	0	0.05	0.04	0.04
$\Omega_{0,4}$	0.10	0.03	0	0.05	0	0	0.05	0	0.05	0.05	1	0	0	0.10	0
$\Omega_{0,5}$	0.05	0.05	0	0.05	0.10	0	0.04	0	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{0,6}$	0	0.05	0	0.01	0	0.07	0	0.05	0	0.10	0	0.10	0.05	0.05	0
$\Omega_{1,2}$	1	0	0.10	0	0.05	0.10	0.05	0	0.05	0	0.10	0.05	0.05	0.05	0.05
$\Omega_{1,3}$	0	1	0	0.05	0	0	0.05	0.05	0.10	0.05	0.06	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{1,4}$	0.10	0	1	0	0.05	1	0	0.07	0.05	0.10	0.05	0.05	0.10	0	0.05
$\Omega_{1,5}$	0	0.10	0	1	0.10	0	0.60	0.05	0	0.05	0.05	0.01	0	0.05	0.05
$\Omega_{1,6}$	0.10	0	0.05	0.10	1	0.05	0.05	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.10	0
$\Omega_{2,3}$	0.10	0	0.85	0	0.03	1	0.05	0.10	0.05	0.10	0.02	0.09	0.05	0	0.04
$\Omega_{2,4}$	0.05	0.05	0	0	0.01	0.05	1	0.05	0.05	0.05	0.10	0	0.04	0.01	0.05
$\Omega_{2,5}$	0	0.05	0.05	0	0	0.10	0.05	1	0	1	0	0.02	0.06	0.03	0
$\Omega_{2,6}$	0.05	0.10	0.05	0	0.05	0.05	0.05	0	1	0	0.74	0.05	0	0.05	0.05
$\Omega_{3,4}$	0	0.05	0.10	0.05	0.01	0.09	0.04	1	0	1	0.05	0.05	0.10	0	0.02
$\Omega_{3,5}$	0.08	0.05	0.01	0.05	0	0	0.07	0	0.03	0.05	1	0	0	0.06	0
$\Omega_{3,6}$	0.05	0	0.05	0	0.05	0.09	0	0.02	0.05	0.07	0	1	1	0	0
$\Omega_{4,5}$	0.05	0.02	0.05	0	0.05	0.05	0	0.05	0	0.10	0	1	1	0	0.07
$\Omega_{4,6}$	0.05	0.05	0	0.05	0.08	0	0.01	0.03	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0.05	0	0.05	0.08	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.10	0	1

E.2 Modelo lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} . $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$\Omega_{pq} \backslash \Omega_v$	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6
$\Omega_{0,1}$	1	0.01	0	0.05	0	0.05
$\Omega_{0,2}$	0.05	1	0.05	0.03	0.05	0.04
$\Omega_{0,3}$	0	0.05	1	0.06	0	0
$\Omega_{0,4}$	0.02	0.05	0.04	1	0.05	0
$\Omega_{0,5}$	0	0.04	0.07	0.05	1	0.05
$\Omega_{0,6}$	0.05	0.05	0	0	0.05	1
$\Omega_{1,2}$	0	0	0.05	0.10	0.05	0
$\Omega_{1,3}$	0.05	1	0.05	0.03	0.05	0.02
$\Omega_{1,4}$	0	0	0.02	0.01	0	0
$\Omega_{1,5}$	0	0.07	0.25	0.08	0.03	0
$\Omega_{1,6}$	0.05	0	0.04	0	0.08	0
$\Omega_{2,3}$	0.06	0	0.05	0	0	0.05
$\Omega_{2,4}$	0	0.05	1	0.05	0	0
$\Omega_{2,5}$	0.05	0.05	0.05	0	0	0.05
$\Omega_{2,6}$	0	0.09	0.05	0.05	0.04	0
$\Omega_{3,4}$	0.05	0.05	0.02	0.05	0	0.04
$\Omega_{3,5}$	0.05	0	0.05	1	0.04	0
$\Omega_{3,6}$	0.07	0	0	0	0	0.09
$\Omega_{4,5}$	0	0	0.04	0	0	0
$\Omega_{4,6}$	0	0.05	0.04	0.10	1	0.03
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0	0	0

$\Omega_{pq} \setminus \Omega_v$	Ω_7	Ω_8	Ω_9	Ω_{10}	Ω_{11}	Ω_{12}	Ω_{13}	Ω_{14}	Ω_{15}	Ω_{16}	Ω_{17}	Ω_{18}	Ω_{19}	Ω_{20}	Ω_{21}
$\Omega_{0,1}$	0	0.05	0	0	0.05	0.10	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.06	0.09	0	0.05
$\Omega_{0,2}$	0	1	0	0.05	0	0	0.05	0.05	0.10	0.05	0.06	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{0,3}$	0.05	0.08	0	0.25	0.05	0.02	1	0.05	0.05	0.05	0.10	0	0	0.04	0.07
$\Omega_{0,4}$	0.10	0.05	0	0.05	0	0.05	0.05	0.05	0.10	0.05	0.95	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{0,5}$	0.05	0.05	0	0.01	0.05	0.02	0.05	0	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{0,6}$	0	0.05	0.01	0	0	0.08	0	0.05	0	0.10	0	0.10	0.05	0.05	0
$\Omega_{1,2}$	1	0	0.10	0	0.05	0.10	0.05	0	0.05	0	0.10	0.05	0.05	0.05	0.05
$\Omega_{1,3}$	0	1	0	0.05	0	0	0.06	0.05	0.10	0.05	0.06	0	0.04	0.06	0
$\Omega_{1,4}$	0.10	0	1	0	0.05	1	0	0.07	0.05	0.10	0.05	0.05	0.10	0	0.05
$\Omega_{1,5}$	0	0.10	0	1	0.08	0	1	0.05	0.03	0.05	0.06	0	0	0.05	0.08
$\Omega_{1,6}$	0.07	0	0.05	0.08	1	0.05	0.04	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.10	0
$\Omega_{2,3}$	0.06	0	0.21	0	0	1	0.05	0.10	0.05	0.09	0	0.06	0.05	0	0.01
$\Omega_{2,4}$	0.05	0.05	0	0	0	0.05	1	0.05	0.05	0.05	0.09	0	0.05	0.01	0.05
$\Omega_{2,5}$	0	0.05	0.05	0	0	0.10	0.05	1	0	1	0	0.01	0.06	0.03	0
$\Omega_{2,6}$	0.05	0.10	0.05	0	0.05	0.05	0.05	0	1	0	0.92	0.05	0	0.05	0.05
$\Omega_{3,4}$	0	0.05	0.10	0.05	0	0.10	0.05	1	0	1	0.05	0.05	0.10	0	0
$\Omega_{3,5}$	0.08	0.05	0.01	0.05	0	0	0.07	0	0.01	0.05	1	0	0	0.07	0
$\Omega_{3,6}$	0.05	0.02	0.05	0	0.02	0.09	0	0.05	0.05	0.05	0	1	1	0	0
$\Omega_{4,5}$	0.05	0.01	0.04	0	0.05	0.05	0	0.05	0	0.10	0	1	1	0	0.06
$\Omega_{4,6}$	0.05	0.05	0	0.05	0.08	0	0.01	0.04	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0.06	0	0.05	0.08	0	0.05	0.05	0.04	0.05	0.10	0	1

E.3 Modelo no lineal sin ruido. $\lambda = 5 \times 10^{-4}$

$\Omega_{pq} \setminus \Omega_v$	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6
$\Omega_{0,1}$	1	0.02	0	0.05	0	0.05
$\Omega_{0,2}$	0	1	0.02	0.05	0.04	0.05
$\Omega_{0,3}$	0	0	1	0.05	0.06	0
$\Omega_{0,4}$	0	0.05	0.05	1	0.05	0
$\Omega_{0,5}$	0	0.06	0.07	0.05	1	0.05
$\Omega_{0,6}$	0.05	0.05	0	0	0.05	1
$\Omega_{1,2}$	0	0	0.09	0.10	0.05	0
$\Omega_{1,3}$	0.01	1	0.04	0.05	0.05	0.05
$\Omega_{1,4}$	0.02	0	0.05	0	0	0.05
$\Omega_{1,5}$	0	0.05	0.31	0.10	0	0
$\Omega_{1,6}$	0.05	0	0.05	0	0.05	0
$\Omega_{2,3}$	0.10	0.04	0.05	0.05	0.04	0.09
$\Omega_{2,4}$	0	0	1	0.05	0.05	0
$\Omega_{2,5}$	0.03	0.05	0	0.05	0	0.04
$\Omega_{2,6}$	0.05	0.05	0.10	0.55	0.05	0
$\Omega_{3,4}$	0	0.05	0.05	0.05	0	0.03
$\Omega_{3,5}$	0	0.05	0.05	1	0.05	0
$\Omega_{3,6}$	0.01	0	0.03	0	0	0.02
$\Omega_{4,5}$	0.04	0.06	0.05	0.05	0	0
$\Omega_{4,6}$	0	0.05	0.05	0.06	1	0.05
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0	0	0

$\Omega_{pq} \backslash \Omega_v$	Ω_7	Ω_8	Ω_9	Ω_{10}	Ω_{11}	Ω_{12}	Ω_{13}	Ω_{14}	Ω_{15}	Ω_{16}	Ω_{17}	Ω_{18}	Ω_{19}	Ω_{20}	Ω_{21}
$\Omega_{0,1}$	0	0.05	0	0	0.05	0.09	0	0.07	0.05	0.05	0.05	0.07	0.09	0	0.05
$\Omega_{0,2}$	0	1	0	0.05	0	0.03	0.05	0.05	0.10	0.09	0.06	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{0,3}$	0.10	0.01	0.05	0.06	1	0.05	0.72	0.02	0.10	0.03	0.05	0.04	0.05	0.07	0
$\Omega_{0,4}$	0.10	0.05	0	0.04	0	0.05	0.05	0.05	0.08	0.05	1	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{0,5}$	0.05	0.05	0	0.01	0.06	0.02	0.05	0	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{0,6}$	0	0.05	0.01	0	0	0.08	0	0.05	0	0.10	0	0.10	0.05	0.05	0
$\Omega_{1,2}$	1	0	0.07	0	0.05	0.05	0.05	0	0.06	0.04	0.10	0.05	0.05	0.05	0.05
$\Omega_{1,3}$	0	1	0	0.07	0	0.01	0.05	0.05	0.10	0.07	0.08	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{1,4}$	0.10	0	1	0	0.04	1	0.04	0.10	0.05	0.10	0.04	0.10	0.05	0	0.05
$\Omega_{1,5}$	0.01	0.10	0	1	0.05	0	1	0.05	0.05	0.05	0.09	0	0	0.05	0.10
$\Omega_{1,6}$	0.05	0	0.05	0.06	1	0.06	0.03	0	0.05	0.05	0.03	0.05	0.05	0.10	0
$\Omega_{2,3}$	0	0.05	0.05	0	0.04	1	0.05	0.08	0.04	0.10	0.05	0.05	0.05	0.05	0
$\Omega_{2,4}$	0.10	0.03	0.04	0.05	0.72	0.05	1	0.03	0.09	0.01	0.05	0.02	0.05	0.05	0
$\Omega_{2,5}$	0	0.05	0.10	0.05	0	0.10	0.05	1	0	1	0.05	0.05	0.10	0	0.01
$\Omega_{2,6}$	0.06	0.10	0.05	0.03	0.05	0.05	0.05	0	1	0	1	0	0	0.05	0.05
$\Omega_{3,4}$	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.01	0.05	0.06	1	0.05	0.10	0.07	0	0.05
$\Omega_{3,5}$	0.10	0.05	0	0.02	0	0.03	0.05	0.05	0.06	0.05	1	0	0.04	0.06	0
$\Omega_{3,6}$	0.05	0	0.02	0	0.05	0.05	0	0.05	0	0.10	0	1	1	0	0.05
$\Omega_{4,5}$	0.03	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.10	0	0.10	0.03	0.05	1	0	0.08
$\Omega_{4,6}$	0.05	0.05	0	0.04	0.08	0	0.05	0	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0.09	0	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0	0.06	0.10	0	1

E.4 Modelo no lineal. Ruido: media = 0, varianza = 1×10^{-10} .

$$\lambda = 5 \times 10^{-4}$$

$\Omega_{pq} \setminus \Omega_v$	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5	Ω_6
$\Omega_{0,1}$	1	0.02	0	0.05	0	0.05
$\Omega_{0,2}$	0	1	0	0.05	0.02	0.05
$\Omega_{0,3}$	0	0	1	0.05	0.06	0
$\Omega_{0,4}$	0.05	0	0.05	1	0.04	0
$\Omega_{0,5}$	0	0.05	0.05	0.05	1	0.05
$\Omega_{0,6}$	0.05	0.05	0	0	0.05	1
$\Omega_{1,2}$	0	0	0.10	0.10	0.05	0
$\Omega_{1,3}$	0.01	1	0.04	0.05	0.05	0.05
$\Omega_{1,4}$	0.02	0	0.05	0	0	0.05
$\Omega_{1,5}$	0	0.05	1	0.09	0	0
$\Omega_{1,6}$	0.05	0	0.05	0	0.05	0
$\Omega_{2,3}$	0.10	0.05	0.05	0.05	0.05	0.06
$\Omega_{2,4}$	0	0	1	0.05	0.05	0
$\Omega_{2,5}$	0	0	0	0.05	0	0.05
$\Omega_{2,6}$	0.05	0.10	0.06	1	0.05	0
$\Omega_{3,4}$	0	0.05	0.05	0.05	0	0.02
$\Omega_{3,5}$	0.02	0.02	0.05	1	0.05	0
$\Omega_{3,6}$	0.03	0	0.01	0	0	0.04
$\Omega_{4,5}$	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0
$\Omega_{4,6}$	0	0.05	0.05	0.09	1	0.05
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0	0	0

$\Omega_{pq} \setminus \Omega_v$	Ω_7	Ω_8	Ω_9	Ω_{10}	Ω_{11}	Ω_{12}	Ω_{13}	Ω_{14}	Ω_{15}	Ω_{16}	Ω_{17}	Ω_{18}	Ω_{19}	Ω_{20}	Ω_{21}
$\Omega_{0,1}$	0	0.05	0	0	0.05	0.09	0	0.07	0.05	0.05	0.05	0.07	0.09	0	0.05
$\Omega_{0,2}$	0.01	1	0	0.05	0	0.04	0.05	0.05	0.08	0.10	0.05	0.02	0.05	0.05	0
$\Omega_{0,3}$	0.10	0.01	0.05	0.07	1	0.05	0.67	0.01	0.10	0.03	0.05	0.04	0.05	0.07	0
$\Omega_{0,4}$	0.10	0.03	0	0.05	0	0	0.05	0	0.03	0.05	1	0	0	0.09	0
$\Omega_{0,5}$	0.05	0.05	0	0.03	0.08	0	0.05	0	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{0,6}$	0	0.05	0.03	0	0	0.10	0	0.07	0	0.09	0	0.08	0.05	0.05	0
$\Omega_{1,2}$	1	0	0.06	0	0.05	0.04	0.05	0	0.06	0.05	0.10	0.05	0.05	0.05	0.04
$\Omega_{1,3}$	0	1	0	0.07	0	0.01	0.05	0.05	0.10	0.07	0.08	0	0.05	0.05	0
$\Omega_{1,4}$	0.10	0	1	0	0.04	1	0.04	0.10	0.05	0.10	0.03	0.10	0.05	0	0.05
$\Omega_{1,5}$	0.02	0.10	0	0.94	0.05	0	1	0.05	0.05	0.05	0.10	0	0	0.05	0.10
$\Omega_{1,6}$	0.05	0	0.05	0.06	1	0.06	0.03	0.02	0.05	0.05	0.03	0.05	0.05	0.10	0
$\Omega_{2,3}$	0	0.05	0.05	0.11	0.05	0.52	0.05	0.05	0.01	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	0
$\Omega_{2,4}$	0.10	0.02	0.05	0.05	0.85	0.05	0.94	0.03	0.10	0.02	0.05	0.03	0.05	0.06	0
$\Omega_{2,5}$	0.03	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0	0.05	0	1	0.05	0.10	0.10	0	0.05
$\Omega_{2,6}$	0.05	0.05	0.04	0.05	0.02	0.02	0.10	0	0.71	0.05	1	0	0	0.05	0
$\Omega_{3,4}$	0.05	0.05	0	0	0.05	0.05	0.03	0.05	1	0.76	0.05	0.10	0.06	0	0.05
$\Omega_{3,5}$	0.10	0.04	0	0.05	0	0	0.05	0.01	0.05	0.05	1	0	0	0.10	0
$\Omega_{3,6}$	0.05	0	0.02	0	0.05	0.05	0	0.04	0.01	0.10	0	1	1	0	0.05
$\Omega_{4,5}$	0.02	0.05	0.05	0	0	0.04	0.05	0.10	0	0.10	0.04	0.05	1	0	0.06
$\Omega_{4,6}$	0.05	0.05	0	0.05	0.10	0	0.02	0.01	0.05	0	0.10	0	0	1	0
$\Omega_{5,6}$	0.05	0	0.05	0.09	0	0.05	0.05	0	0.05	0.05	0.01	0.06	0.10	0	1

Referencias

- [1] AMANN, P *et al*, *Knowledge- and Data-Based Models for Fault Diagnosis*, SAMS, Vol 35, pp 25-44 (1999).
- [2] CHAUDRY, M C, *Applied Hydraulic Transients*, Van Nostrand Reinhold, New York, USA (1979).
- [3] CHEN, Ch, *Linear System Theory and Design*, Saunders College Publishing, USA (1984).
- [4] CHEN, J, PATTON, R J, *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*, Kluwer Academic Publishers, USA (1999).
- [5] DRIANKOV, D, HELLENDORF, H, REINFRANK, M, *An Introduction to Fuzzy Control* Springer-Verlag, USA (1993).
- [6] GERTLER, J J, *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*, Marcel Dekker, USA (1998).
- [7] HOU, M, MÜLLER, P, *Fault Detection and Isolation Observers*, Int Journal of Control 60(5), 827-846 (1994).
- [8] JANG, R, GULLEY, N, *Fuzzy Logic Toolbox User's Guide*, The MathWorks, USA, January (1995).
- [9] TERANO, T, ASAI, K, SUGENO, M, *Fuzzy Systems Theory and its applications*, Academic press, USA (1992).
- [10] VERDE, C, *Multi-leak Detection and Isolation in Fluid Pipelines*, Control Engineering Practice, México, (2001).
- [11] WEBER, P *et al*, *Multiple Fault Detection and Isolation*, IFAC 14th World Congress, Vol P, 7e-09-2, Beijing, China (1999).

- [12] ZIMMERMANN, H J, *Fuzzy Set Theory and its applications*. Kluwer Academic Publishers, 6th printing, USA (1993).