

01149  
0150

(19)

32

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO DE LA  
FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS CRITICO DEL DIMENSIONAMIENTO  
DE UN EMBALSE

Examen de Grado  
que para obtener el Título de  
Maestro en Ingeniería (Hidroeléctrica)  
presenta  
Fernando Díaz Carrasquilla

México, Distrito Federal

1980 —

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres, cuyo amor se  
ha mantenido invariable en  
las buenas y malas empre-  
sas de mi vida.

A mi hijo, con todo amor.

Agradezco al Instituto de Recursos Hidráulicos y Elec  
trificación la oportunidad y el apoyo que me brindó  
para superarme profesionalmente.

Agradezco al Dr. Rolando Springall, Dr. Enzo Levi,  
Dr. Gabriel Echávez, M. en I. Gilberto Sotelo y M. en  
I. Oscar Fuentes la acogida que le dieron al presente  
trabajo.

Agradezco a la Señorita Susana Oiguín el haber mecano  
grafiado, de una forma desinteresada, el presente tra  
bajo.

## CONTENIDO

1. ANTECEDENTES	6
1.1 Introducción.	7
1.2 Características Físicas de los Vasos de Almacenamiento.	8
1.3 Rendimiento del Almacenamiento.	10
1.4 Selección de la Capacidad del Vaso de Distribución para un Rendimiento Dado.	11
1.5 Selección de la Capacidad para un Vaso Fluvial.	12
1.6 Determinación del Rendimiento para una Capacidad Determinada del Vaso.	16
1.7 Curva-Masa.	16
1.8 Desventajas y Limitaciones de la Curva-Masa.	19
2. DISEÑO OPTIMO DE UN EMBALSE PARA MULTIPLES PROPOSITOS	21
2.1 Solución de un Problema Relacionado.	21
2.2 Solución del Problema que nos Concierno.	27
3. CONSIDERACIONES EN EMBALSE PARA APROVECHAMIENTO DE RIEGO	33
3.1 Agua Requerida para Riego.	31
3.2 Consideraciones del Factor "Sequía" en el Diseño de Embalse para Aprovechamiento de Riego.	36
3.3 Duración Crítica de una Sequía.	38
3.4 Distribución de Tiempo Unitaria.	40
4. CONSIDERACIONES EN EMBALSE PARA APROVECHAMIENTO DE ENERGIA ELECTRICA	44
4.1 Agua que se Requiere en una Planta Hidro.	

eléctrica.	45
4.2 Criterio de Diseño de Embalses para Energía Hidráulica.	47
5. CRITERIO DE SIMULACION	54
5.1 Introducción.	55
5.2 Aproximación por Simulación.	56
5.3 Simulación de la Operación del Embalse.	59
5.4 Hidrología Operacional.	62
5.5 Estadística de la Hidrología Operacional.	63
5.6 Evaluación de la Estadística.	68
5.7 Resumen.	71
6. CONCLUSION	75
7. BIBLIOGRAFIA	77

ANTECEDENTES

## 1.1 Introducción

Los proyectos de abastecimientos de agua, hidroeléctricos o de riego que extraen directamente el agua de una corriente, pueden no ser capaces de satisfacer las demandas de sus consumidores o usuarios durante los escurrimientos extremadamente bajos. La corriente que puede no llevar agua, o bien, tener escurrimientos muy pequeños de ésta durante ciertas partes del año, con frecuencia se vuelve un impetuoso torrente después de lluvias fuertes y, entonces, constituye un peligro a todas las actividades a lo largo de sus márgenes.

Un vaso de almacenamiento o de conservación, puede retener ese exceso de agua en los períodos de altos escurrimientos para su utilización durante los períodos de sequía. Además de conservar el agua para uso posterior, el almacenamiento del agua de avenidas también puede reducir el daño de inundaciones aguas abajo del vaso.

Debido al ritmo variable de la demanda del agua durante el día, muchas ciudades y centros urbanos encuentran necesario tener vasos de distribución dentro de su sistema de abastecimiento de agua. Estos vasos permiten el tratamiento del agua o el funcionamiento de plantas de bombeo para hacer una operación con un ritmo razonablemente uniforme, así como también para proporcionar el agua desde el almacenamiento cuando la demanda supere o exceda a este ritmo.

Cualquiera que sea la capacidad de un vaso o el uso final del agua, la función principal de un almacenamiento es estabilizar el escurrimiento del agua, ya



sea regulando un establecimiento variable en una corriente natural o mediante la satisfacción de una demanda variable para los consumidores finales. Los aspectos generales del diseño de vasos de almacenamiento se discuten y analizan en este capítulo, en tanto que los aspectos especiales concernientes a usos o especificaciones se abarcan con mayor detalle en los siguientes capítulos del presente trabajo.

## 1.2 Características Físicas de los Vasos de Almacenamiento.

Como la función principal de los vasos es proporcionar almacenamiento, su característica física más importante es la capacidad de almacenamiento. La capacidad de un vaso de forma regular puede calcularse con las fórmulas para los volúmenes de sólidos. La capacidad de los vasos en sitios naturales generalmente debe determinarse por medio de levantamientos topográficos. Una curva de áreas-elevación, se construye planimetrando el área comprendida dentro de cada curva de nivel del sitio del vaso de almacenamiento. La integral de la curva áreas-elevaciones es la curva de capacidades del vaso.

El incremento de almacenamiento entre dos alturas o elevaciones, generalmente se calcula multiplicando el promedio de las áreas en las dos elevaciones por la diferencia de elevaciones. La suma de estos incrementos abajo de cualquier elevación, es el volumen almacenado abajo de ese nivel.

El nivel normal de almacenamiento es la elevación ma-

xima a la cual la superficie del vaso subirá durante las condiciones ordinarias de funcionamiento u operación. Para la mayoría de los vasos de almacenamiento, el nivel normal está definido por la elevación de la cresta del vertedor o por la parte superior de las compuertas del vertedor.

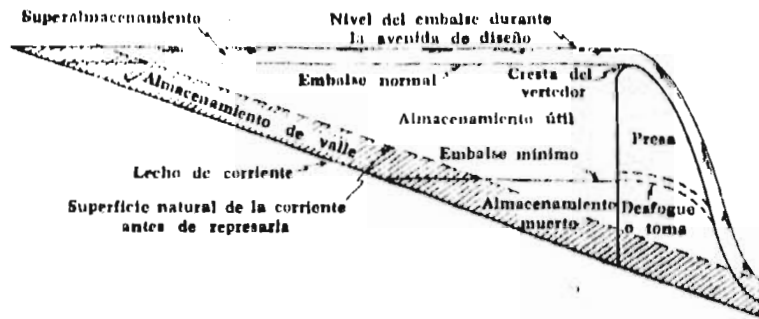
El nivel mínimo de abastecimiento es la mínima elevación a la cual se trabajará el vaso en condiciones normales. Este nivel puede fijarse por la elevación de la toma o salida más baja en la presa o, en el caso de vasos de almacenamiento para generación de energía hidroeléctrica, tomando en cuenta las condiciones de la eficiencia de operación para las turbinas.

El volumen de almacenamiento entre el nivel mínimo y el normal se llama almacenamiento útil. El agua retenida abajo del almacenamiento mínimo es normalmente el almacenamiento muerto.

Durante las avenidas, las descargas sobre el vertedor de demasías pueden hacer que el nivel del agua suba arriba del nivel normal de abastecimiento. Este super almacenamiento, normalmente no se controla.

Los bancos o bordos del vaso de almacenamiento, generalmente son permeables y el agua penetra al suelo cuando el vaso se llena y se drena cuando se baja el nivel del agua. Este almacenamiento de bancos aumenta efectivamente la capacidad del vaso arriba de la indicada por la curva de elevaciones-capacidades. La cantidad o magnitud del almacenamiento de bancos depende

de las condiciones geológicas y puede llegar a ser o representar cierto porcentaje del volumen del vaso. El incremento neto de la capacidad de almacenamiento que resulta o se produce por la construcción de un vaso, es igual a la capacidad total menos el almacenamiento natural del valle. El almacenamiento efectivo en el vaso es el almacenamiento útil más el superalmacenamiento, menos el almacenamiento natural del valle que corresponde al ritmo de las aportaciones al vaso.



Zonas de almacenamiento en un vaso.

### 1.3 Rendimiento del Almacenamiento.

Probablemente el aspecto más importante del diseño de vasos de almacenamiento es un análisis de la relación entre el rendimiento y la capacidad. El rendimiento es la cantidad de agua que puede proporcionarse del vaso en un intervalo específico de tiempo. El intervalo o período de tiempo puede variar desde un día pa

ra un pequeño vaso de distribución hasta un año o más para un gran vaso de almacenamiento. El rendimiento depende del escurrimiento de aportación y variará de año en año.

El rendimiento seguro o firme es la cantidad máxima de agua que puede garantizarse durante un período crítico de sequía. En la práctica, el período crítico generalmente se toma como el período de escurrimiento natural más bajo, o mínimo, registrado para la corriente. Por lo tanto, permanece como posibilidad el que puede presentarse un período seco con un rendimiento aún menor que el rendimiento seguro.

El agua disponible en exceso del rendimiento seguro, durante los períodos de escurrimientos altos, es llamada rendimiento secundario.

Las obligaciones contraídas en materia de suministro de fluido a los usuarios domésticos deben hacerse con base firme y no deben superar a la potencia que puede producirse con el rendimiento firme. Similarmente, el abastecimiento de agua potable debe planearse con base en el rendimiento firme, pero para riego debe utilizarse agua secundaria.

El rendimiento aritmético es el promedio aritmético del rendimiento (firme y secundario), en un período largo de tiempo.

#### 1.4 Selección de la Capacidad del Vaso de Distribución para un Rendimiento Dado.

Con frecuencia, el diseño de un proyecto exige la de-

terminación de la capacidad del vaso necesaria para satisfacer una demanda específica. Se encuentran ejemplos en el abastecimiento de aguas para usos municipales o en riego cuando se desea regar una área especificada. Como el rendimiento (escurrimiento de salida) es igual al escurrimiento o aportación de entrada, sumado o restado (más o menos) un incremento del almacenamiento, la determinación de la capacidad para abastecer un rendimiento dado, se basa en la ecuación del almacenamiento:  $\bar{I}t - \Delta S = \bar{O}t$ . A la larga, el escurrimiento de salida debe ser igual al escurrimiento de entrada menos los desperdicios y pérdidas inevitables. Esta es otra forma de decir que un vaso no fabrica el agua, sino que meramente permite su redistribución con respecto al tiempo.

### 1.5 Selección de la Capacidad para un Vaso Fluvial.

El análisis generalmente se llama estudio de operación y esencialmente es una simulación de la operación del vaso para un período de tiempo de acuerdo con un grupo de reglas adoptadas. El estudio de operación puede diseñarse para definir las reglas óptimas para operación, para seleccionar la capacidad instalada más eficiente para casa de fuerza, para establecer la capacidad necesaria de la obra de extracción para una presa de control de avenidas, o para lograr muchas otras decisiones necesarias en el curso de la planeación de un proyecto.

Un estudio de operación puede hacerse únicamente para un período de escurrimientos extremadamente bajos, el cual se selecciona como período crítico o puede exten

derse o prolongarse para el período total observado o registro sintético (explicado en nuestro Criterio de Simulación). En el primer caso, el estudio no puede hacer más que definir la capacidad necesaria para sortear a la sequía seleccionada, en tanto que en el último caso, el estudio puede determinar el agua utilizable (o energía), para cada año del registro. El estudio más completo indica la probabilidad de deficiencia de agua o de energía de diversas magnitudes, las cuales son importantes en la planeación económica y en la integración del proyecto dentro de un sistema.

Un estudio de operación puede llevarse a cabo con datos anuales; mensuales, diarios o aún períodos más cortos. Los datos anuales, por lo general, proporcionan resultados relativamente toscos, debido a que la secuencia del escurrimiento durante el año es bastante importante. Para los vasos de almacenamiento que son relativamente grandes comparados con las aportaciones, usualmente es adecuado un estudio mensual. Si el vaso de almacenamiento es pequeño, la secuencia del escurrimiento dentro del mes puede volverse importante y se necesitarían los datos diarios.

Puede hacerse análisis gráficos aproximados, pero con el objeto de tomar en cuenta todos los factores de importancia, es necesario una solución en forma tabular. Para análisis muy prolongados (incluyendo el estudio de sistemas complejos), el uso de computadoras digitales tiene muchas ventajas. Mediante la programación de la operación en una computadora, es posible hacer muchas alternativas o ensayos con diferentes reglas de operación o cambios en las características físicas

de las obras en proyecto.

Generalmente, son necesarios varios pasos preliminares antes de que los datos puedan ser analizados. A no ser que se disponga de un registro del escurrimiento fluvial en el sitio propuesto para el vaso de almacenamiento, el registro de una estación, en cualquier otra parte de la corriente o en una corriente cercana, puede ajustarse y correlacionarse con el sitio de la presa. Con frecuencia, los registros disponibles son demasiado cortos para incluir un período de sequía realmente crítico y el registro debe prolongarse o extenderse haciendo la comparación con registros de mayor duración de escurrimiento fluvial que se tengan para las zonas vecinas, o mediante el empleo de una relación de precipitación-escurrimiento. Por medio de este registro, se seleccionan uno o más años críticos o períodos de años para hacer el análisis.

La construcción del vaso de almacenamiento incrementa o aumenta también el área de la superficie del agua expuesta arriba de la corriente natural y aumenta la pérdida por evaporación. Por otra parte, toda la precipitación que cae sobre la superficie del vaso queda inmediatamente disponible, en tanto que en el estado natural, únicamente una porción de la lluvia sobre el terreno escurre hacia la corriente. En las regiones húmedas, la combinación de estos dos efectos generalmente representa una ganancia neta de agua, pero en las regiones áridas, la evaporación excede a la lluvia y resulta una pérdida de agua. Comúnmente es satisfactorio para estudios preliminares, multiplicar la ganancia o pérdida neta por el área del vaso a la elevación media del mismo para determinar el volumen de agua in-

volucrado. Si la diferencia en área entre el almacenamiento máximo y mínimo es grande, el efecto de la evaporación y de la precipitación debe calcularse mes a mes con base en la elevación estimada para la superficie del agua para cada mes.

El ejemplo ilustrativo muestra el cálculo de la capacidad necesaria para un vaso de almacenamiento en una corriente. Los valores de las aportaciones o escurrimientos mensuales de entrada se considera que representan el año más crítico de un registro de larga duración o prolongado. El almacenamiento necesario es la suma de los incrementos mensuales de la demanda superior al escurrimiento fluvial.

Mes	Gasto, acres-pies	Evaporación del tanque, plg	Precipitación, plg	Demanda, acres-pies	Compromisos aguas abajo, acres-pies	Evaporación, acres-pies	Precipitación, acres-pies	Escurrimiento ajustado, acres-pies	Necesidades de almacenamiento, acres-pies
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Enero	2100	3.5	4.5	40	100	203	281	2078	0
Febrero	4400	5.0	4.7	40	100	291	294	4303	0
Marzo	30	5.8	0.5	80	30	340	31	-309	389
Abril	10	6.1	0.7	130	10	356	44	-312	442
Mayo	5	5.4	0.2	140	5	315	12	-303	443
Junio	3	4.6	0	140	3	269	0	-269	409
Julio	1	3.0	0	130	1	175	0	-175	305
Agosto	0	1.7	0	120	0	100	0	-100	220
Septiembre	0	0.8	0	80	0	47	0	-47	127
Octubre	0	1.0	0.4	40	0	59	25	-34	76
Noviembre	0	1.3	0.8	30	0	76	50	-26	56
Diciembre	3	2.4	4.6	30	3	140	288	148	0
Total	6552	40.6	16.4	1000	252	2371	1025	4954	2467

\* Col. 3  $\times 1000_{12} \times 0.7$ .

† Col. 4  $\times 1000_{12} \times 0.75$ .

‡ Col. 2 - Col. 6 - Col. 7 + Col. 8.

§ Col. 9 - Col. 5 siempre que la suma sea negativa.



### 1.6 Determinación del Rendimiento para una Capacidad Determinada del Vaso.

En algunos casos, la capacidad del vaso está fijada por las condiciones en el sitio y es necesario determinar qué cantidad de agua rendirá esta capacidad del vaso. El rendimiento firme es igual a la suma del almacenamiento utilizable en el vaso y de la aportación utilizable durante el período crítico. Para los datos del ejemplo ilustrativo, el escurrimiento de entrada disponible durante los meses críticos de marzo a noviembre es de 1,575 acres-pies. Si el almacenamiento utilizable en el vaso es de 2,000 acres-pies, el almacenamiento total disponible durante este período será de 425 acres-pies, o sea, de 47 acres-pies por mes. El escurrimiento en exceso del rendimiento firme de 47 acres-pies por mes debe clasificarse como rendimiento secundario.

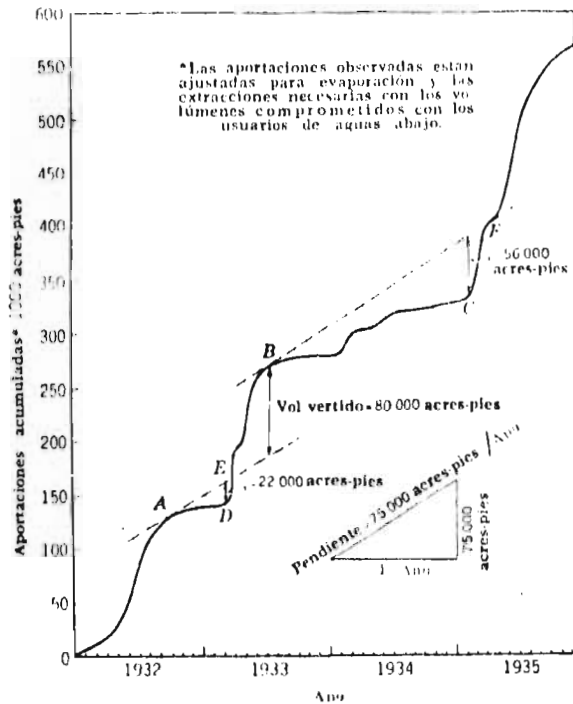
### 1.7 Curva - Masa.

No siempre es un asunto sencillo la selección del período crítico de escurrimientos bajos. La combinación de dos años moderadamente secos en serie, puede tener más seriedad que un año bajo aislado en forma simple. Las curvas-masas permiten una inspección gráfica de todo el registro de cualquier porción del mismo, para calcular o evaluar el rendimiento. Una curva-masa es la representación acumulativa del gasto o aportación de entrada neta al vaso para un período de terminado de años. La pendiente de la curva-masa en cualquier época o tiempo, es la medida del gasto de aportación o entrada en ese tiempo. Las curvas de de-

manda, que representan un ritmo de demanda uniforme, son líneas rectas que tienen una pendiente igual a la del ritmo de demanda. Las líneas de demanda trazada tangentes a los puntos altos de la curva-masa, representan a los ritmos de extracción del vaso. Considerando que el vaso esté lleno siempre cuando una línea de demanda corte a la curva-masa, la desviación máxima entre la línea de demanda y la curva-masa representa a la capacidad del vaso que es necesaria para satisfacer esa demanda. La distancia vertical entre tangentes sucesivas representa el agua vertida por la obra de excedencias. Si la demanda no es uniforme, la línea de demanda se vuelve una curva (en la práctica, una curva-masa de demanda), pero el análisis no cambia. Es esencial, sin embargo, que la línea de demanda para una demanda no uniforme coincida cronológicamente con la curva-masa, es decir, la demanda de junio debe coincidir con la aportación o entradas de junio, etc.

Todo lo expuesto anteriormente puede ser aplicado en el siguiente problema, a manera de ejemplo ilustrativo.

¿Qué capacidad de vaso es necesaria para garantizar un rendimiento seguro de 75,000 acres-pies por año, para las aportaciones que se muestran en la siguiente figura?



Empleo de una curva-masa para determinar la capacidad de vaso necesitada para dar un rendimiento especificado

Las tangentes a la curva de masas en A y B tienen pendientes iguales a la demanda de 75,000 acres-pies por año. La máxima desviación se presenta en C y es de 56,000 acres-pies. Esta es la capacidad necesaria del vaso de almacenamiento. Un vaso así, estaría lleno en A, disminuido en su almacenamiento en el punto D; y de nuevo lleno en E. Entre E y B, el vaso permanecería lleno y toda la aportación en exceso de la demanda se ría vertida hacia aguas abajo. En C el vaso estaría vacío y en F estaría de nuevo lleno. Nótese que en este caso, el almacenamiento debe hacerse cada dos años.

Las curvas-masas también pueden utilizarse para determinar el rendimiento que puede esperarse con una determinada capacidad del vaso. En este caso, las tan-

gentes se trazan en los puntos altos de la curva-masa, en una forma tal que su desviación máxima de la curva-masa no exceda a la capacidad especificada del vaso. Las pendientes de las líneas resultantes indican los rendimientos que pueden obtenerse en cada año con la capacidad especificada de almacenamiento. La pendiente de la línea de demanda más plana es el rendimiento firme. Una línea de demanda debe cortar a la curva-masa cuando se prolonga. Si ésto no sucede, el vaso no se vuelve a llenar.

#### 1.8 Desventajas y Limitaciones de la Curva-Masa.

El método adolece de tres defectos principales:

- 1) El análisis se basa solamente en el registro histórico, y es poco probable que la misma secuencia de flujo ocurrirá durante la vida activa de la estructura completada.
- 2) El diagrama de masa no ayuda al diseñador a establecer o calcular el riego, que debe ser tomado en consideración, de que haya escasez de agua durante los períodos de flujo bajo.
- 3) La longitud del registro histórico probablemente diferiría de la vida económica de la estructura propuesta, y debido a que la capacidad de almacenamiento requerida obtenida por el método de curva-masa se incrementa con la longitud del registro, esta capacidad estimada puede ser incompatible con un diseño que se basa en la vida económica, el cual es determinado por consideraciones sociales y económicas además de las

consideraciones puramente físicas.

Por todo lo anterior, debe señalarse que esta técnica pretende investigar las fluctuaciones de almacenamiento anuales en vez de los requerimientos sobre el año. Cuando la curva-masa es aplicada en el diseño de los embalses de bajo rendimiento nos da aproximaciones útiles al comportamiento del embalse.

DISEÑO OPTIMO DE UN EMBALSE PARA MULTIPLES PROPOSITOS

Antes de tratar las consideraciones en embalses para aprovechamiento en Riego y en Energía Eléctrica, hablaremos de un aspecto general que debe ser tomado en consideración en todo diseño de embalse: el análisis económico.

Los símbolos que serán utilizados se detallan a continuación:

- $B_h(X_h)$  = Beneficio Neto en dólares que resulta de una política óptima para la asignación de un flujo hipotético regulado  $X_h$  antes de la deducción de los costos de un sistema de embalses;
- $B(X)$  = Beneficio Neto (como el anterior) para un flujo regulado actual  $X$ ;
- $B_f(X)$  = Los beneficios "libres" de control de avenidas debido a un flujo regulado  $X$ ;
- $C(X)$  = La parte del Costo (no separable) del sistema de embalse para proveer el efluente regulado  $X$ ;
- $c$  = Costos separables de la generación de la energía hidroeléctrica (una función de la energía producida).
- $D$  = El volumen de agua en acre-pie por año que sirve para más de un propósito.
- $f_n(q)$  = El beneficio máximo obtenible a partir de un flujo regulado,  $q$ , para  $n$  usos posibles.

- $\bar{h}(q)$  = La cabeza promedio en pies con la cual las descargas para hidroeléctrica pueden ser hechas para cada flujo regulado  $q$ .
- $i$  = Subíndice que corresponde a un uso particular.
- $K$  = Subíndice que denota los  $K$  usos del agua.
- $n$  = Subíndice que denota el número de usos del agua.
- $p$  = Precio de la energía en dólares por pie-libra por año.
- $q$  = Variable que representa una efluente regulado en acre-pie por año.
- $v_i(x_i)$  = Beneficio neto obtenido a partir de la asignación del agua  $x_i$  para el  $i$ -avo uso.
- $V(X)$  = Beneficio neto total a partir de un flujo regulado,  $X$ , bajo una política de asignación óptima pero sin una previsión para una capacidad de control de avenidas específicas.
- $x_i$  = La asignación del agua a partir del flujo de corriente regulado para el uso  $i$ -avo, en acre-pie por año.
- $X$  = El flujo de corriente regulado del sistema actual en acre-pie por año.
- $X_h$  = El flujo de corriente regulado de un sistema



hipotético en el cual el uso múltiple de la misma agua es prohibido. Acre-pie por año.

### 2.1 Solución de un Problema Relacionado.

Trataremos primero este problema, para aproximarnos al problema establecido. Suponemos que para el presente, debido a problemas jurisdiccionales (o cualquier argumento conveniente), las aguas de un río con un abastecimiento medio de agua regulada  $X_h$  son prohibidas por la ley para servir a más de un propósito. Por ejemplo, las aguas descargadas para la generación de energía hidroeléctrica no pueden ser utilizadas, durante el flujo bajo, para navegación o pesca.

Sean identificados los "n" usos de el flujo regulado en una secuencia numérica por los índices 1,2, . . . i. . . n . . . La decisión que debe ser tomada en este problema hipotético es qué cantidad  $X_i$  de flujo de corriente regulado,  $X_h$  (ambos en acre-pie por año), debe ser asignada al i-avo uso de tal forma que el retorno neto total  $V$  sea máximo. Por definición del sistema hipotético, el beneficio  $v_i$  a partir de la i-avo actividad sólo depende de  $x_i$ , por ejemplo:  $v_i = v_i(x_i)$ . Se supone que se incluyen como cargos contra beneficios todos los items de costos que dependen de  $x_i$  o del uso directo de  $x_i$ . Esto no incluye los costos de embalse, los cuales no pueden ser relacionados solamente a la asignación  $x_i$ . Estos costos dependerán solamente de el efluente regulado,  $X_h$ . Ellos serán representados por  $C(X_h)$ . La política óptima será el conjunto  $x_i$  que maximice la suma de los beneficios a partir de todos los usos menos el costo  $C(X_h)$ . La función obje

tivo para el sistema hipotético es:

$$V = \max \left| \sum_1^n v_i(x_i) - C \right|, \text{ en donde } \sum_1^n x_i \leq X_h \quad (1)$$

Nótese que la ecuación (1) maximiza el beneficio neto en vez de la razón beneficio-costos o la recuperación en el capital invertido. Puede ser expresado en estos términos en cuanto redefinamos  $v_i$  y  $C$ . Para ser más claros, sólo continuaremos con el análisis de maximizar el beneficio neto.

El costo  $C$  en la ecuación (1) depende sólo, por definición, del flujo regulado total que debe ser abastecido, así que es una constante en lo que concierne a  $x_i$ . Esto, sin embargo, no afecta la política óptima (el conjunto  $x_i$ ) y puede ser temporalmente excluido del análisis para definir un beneficio óptimo bruto.

$$B_h = \max \sum_1^n v_i(x_i), \text{ en donde } \sum_1^n x_i \leq X_h \quad (2)$$

La ecuación (2) puede ser rápidamente maximizada mediante programación dinámica, colocándola dentro de un problema de asignación general en el cual el nivel del flujo regulado que debe abastecerse puede ser cualquier cantidad,  $q$ , en el rango  $0 \leq q \leq X_h$ . Definamos una secuencia de funciones recursivas  $f_n(q)$  tal que:

$$f_1(q) = \max |v_1(x_1)| \quad 0 \leq x_1 \leq q \quad (3a)$$

$$f_2(q) = \max |v_2(x_2) + f_1(q-x_2)| \quad 0 \leq x_2 \leq q \quad (3b)$$

$$f_n(q) = \max |v_n(x_n) + f_{n-1}(q-x_n)| \quad 0 \leq x_n \leq q \quad (3c)$$

En efecto, las ecuaciones (3) contestan sucesivamente la pregunta, "¿Qué debe hacerse con el flujo regulado  $q$ , no importa su magnitud, si sólo existe un uso, si existen dos usos, si existen tres usos, etc.?". La respuesta, de acuerdo con el principio de optimización, es aquella que considera cual cantidad,  $x_k$  debe ser asignada al  $k$ -avo uso, la respuesta será óptima sólo si el flujo regulado que queda ( $q - x_k$ ) es asignado a los  $(k - 1)$  usos que quedan, de una manera óptima. Así, si la política óptima para los  $(k - 1)$  usos es conocida, la cantidad  $x_k$  puede ser seleccionada para maximizar la suma de los valores recuperables de  $x_k$  y  $(q - x_k)$ , éstos últimos son utilizados para los  $(k - 1)$  usos que quedan, de una manera óptima. Con  $f_1(q)$  obtenida como ya lo definimos,  $f_1, f_2, \dots, f_n$  pueden ser obtenidas sucesivamente por las ecuaciones (3). El valor de  $f_n(X_h)$  es igual al beneficio bruto deseado  $B_h$ . Sin embargo, en adición al valor deseado del beneficio para el flujo regulado,  $X_h$ , la solución nos da el beneficio para cualquier otro valor del flujo regulado menor que  $X_h$ .

Debe considerarse que, en un embalse utilizado para descargar aguas para hidroeléctricas, para el aumento del flujo bajo y para la suma de necesidades de irrigación y usos municipios-industriales, no es necesario proveer una cantidad regulada  $X_h$  a un costo  $C(X_h)$  ya que sólo se necesita una cantidad regulada  $X = X_h - D$ , en la cual  $D$  es la cantidad de agua que sirve a dos propósitos a la vez. Esto reduce el costo del embalse de  $C(X_h)$  a  $C(X)$  sin decrecimiento en los beneficios que son obtenidos.

Los beneficios netos a partir de  $X$  serán idénticos a

aquellos que se obtienen de  $X_h$ , pero el costo  $C$  será sustancialmente menor. Sin embargo, ésto último no afecta la política óptima sino que afecta sólo la magnitud de  $V$ , el valor de recuperación neto total bajo la política óptima. Se deduce que la política óptima (el conjunto de  $x_i$ ) para el sistema hipotético con un flujo de corriente regulado  $X_h$  es exactamente igual que la política óptima de un flujo de corriente regulado  $X$ .

## 2.2 Solución del Problema que nos Concierno.

El problema que nos compete es similar al problema hipotético y su solución es idéntica. Sin embargo, el nivel del flujo regulado  $X$  que debe ser abastecido es también un problema.

La naturaleza funcional de la solución de programación dinámica del problema hipotético prueba ser extremadamente valiosa. La política óptima (el conjunto de  $x_i(q)$ ) y el valor de recuperación máximo ( $f_n(q)$ ) han sido obtenidos, no solo a partir de  $X_h$  sino que también a partir de todos los valores que el flujo regulado hipotético,  $q$ , debe tomar en el rango  $0 \leq q \leq X_h$ . Para cada uno y todos los valores de  $q$  y  $x_i(q)$ , corresponde un hidrograma de uso promedio particular y un valor particular del volumen de agua de uso doble. Utilizando  $q = D(q)$ , el sistema hipotético es relacionado al sistema actual. Así, la optimización de la solución del antiguo sistema, mediante la programación dinámica provee la información necesaria para la solución del sistema actual como una función del flujo de corriente regulado actual  $X$ .

El procedimiento utilizado para obtener una función de beneficio neto optimizado para el sistema actual es el que sigue. El sistema hipotético es primeramente resuelto utilizando programación dinámica para todos los valores de  $q$  en el rango  $0 \leq q \leq X_h$ , en el cual  $X_h$  es escogido lo suficientemente alto de tal forma que en la base de un buen juicio ingenieril, el sistema actual correspondiente excederá el flujo regulado económico máximo esperado. Como un límite superior,  $X_h$ , podría ser la descarga anual promedio de la corriente multiplicada por un factor basado en el mejor juicio ingenieril del volumen de agua de doble uso, el cual puede resultar. Nótese que si el límite no es un conjunto lo suficientemente alto para comenzar con él, la solución de programación dinámica tendrá que ser recorrida (pero no a un mayor costo debido a la simplicidad de las formulaciones). Si es escogido muy alto, cierto tiempo de computación puede ser perdido pero de nuevo el costo sería despreciable.

Hagamos que  $q$  tome varios límites superiores específicos  $X_{h1}, X_{h2}, X_{h3}, \dots, \leq X_h$ . Correspondiente a cada uno de estos valores, hay un conjunto de políticas óptimas,  $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}$ , etc. en el cual  $i$  sigue refiriéndose a los varios usos. Hay también un valor máximo de la función beneficio correspondiente a cada uno de estos valores. Utilizando el conjunto de política  $x_{i1}$ , los hidrogramas que representan la demanda para cada uno de los  $x_i$ , sobre un año promedio, pueden ser construidos y  $D_1$  puede ser calculado. Este procedimiento puede ser repetido para  $x_{i2}, x_{i3}, x_{i4}, \dots$  y los resultados  $D_1, D_2, D_3, \dots$  y graficado en contra del correspondiente  $X_{h1}$ , como en la figura, pasando una curva delgada a través de los valores.

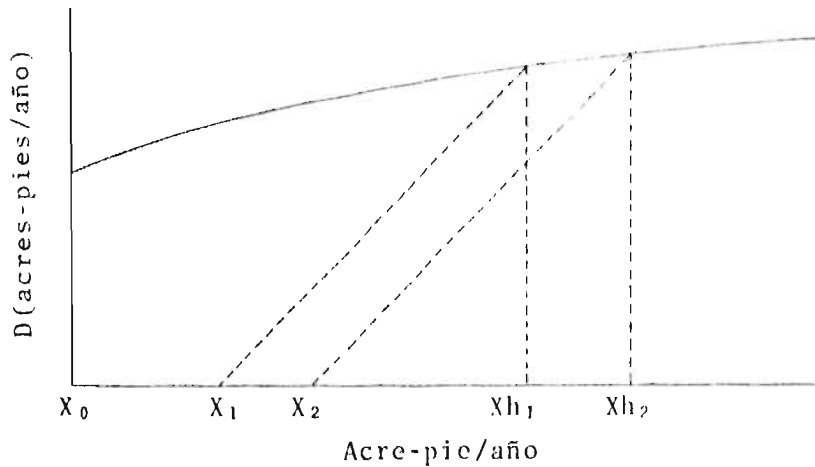


FIGURA. Ajuste de un Flujo Regulado para Permitir un Uso Doble del Agua.

A partir de esta gráfica es ahora posible relacionar cualquier valor,  $X$ , a su correspondiente  $X_h$  simplemente pasando una línea recta con una pendiente de  $+1$  a través de cada valor de  $X$ . La intersección de esta línea con  $D$  nos da el valor de  $X_h$ .

Debido a que el problema consiste en seleccionar el valor óptimo de  $X$  como también su asignación  $x_i$ , su utilización puede ser hecha basándonos en el hecho que  $B_h = f_n(X_h)$  es idénticamente igual a  $B$ , el cual es el beneficio del sistema actual bajo la misma política óptima. Entonces,  $B$  puede ser obtenido ahora como una función de  $X$  (utilizando  $B(X) = f_n(X_h)$ ) y los valores equivalentes de  $X$  y  $X_h$  son tomados de la figura anterior. Sustrayendo los costos de unión  $C(X)$  para los embalses que se necesitan para abastecer cada flujo regulado,  $X$ , nos da el valor de recuperación neto óptimo

del actual sistema sin los beneficios del control de avenidas.

$$V(X) = B(X) - C(X) \quad (4)$$

Consideremos la operación del sistema actual designada por este procedimiento. Sin introducir, por el presente, un cambio en el diseño para un control de avenidas, es aparente que al operar el sistema de embalse para proveer el flujo regulado  $X$ , ciertos beneficios de control de avenidas pueden resultar. Si no hay provisión específica para el control de avenidas (otra que no sea el diseño del vertedor), es aparente que la política de operación óptima será la de conservar el embalse tan lleno como sea posible en todo tiempo mientras se logra la descarga requerida  $X$ , permitiendo que el agua que sobra se vierta cada vez que el embalse esté lleno.

Si la avenida es un peligro, será mitigado por la operación que sigue al extenderla estadísticamente, algunos de los flujos altos ocurrirán con el embalse parcialmente lleno. La diferencia en los daños de la inundación que se espera que resulte con y sin la estructura de regulación es un beneficio "libre" provisto por la estructura, siempre pensando que su política de operación no hace una aportación específica para el control de la avenida. Este beneficio dependerá últimamente del hidrograma de rango largo del afluente y del tamaño del embalse, así como de  $X$ , el afluente regulado. Designando el valor esperado de este beneficio libre por  $B_f(X)$ . Entonces la ecuación (4) viene a ser:

$$V(X) = B(X) + B_f(X) - C(X) \quad (5)$$

En la ecuación (5),  $V$  depende de  $X$  y así puede ser maximizada rápidamente en el rango  $0 \leq X \leq X$  máxima, el valor más largo posible para un flujo anual regulado a partir de la corriente.

Ahora se puede añadir la consideración de un control de avenidas al diseño en base a un beneficio-costo incremental utilizando un análisis de control de avenidas convencional. Los beneficios considerados son sólo aquellos que están en adición al beneficio "libre"  $B_f$ , y los costos considerados son sólo aquellos que son requeridos para proveer un almacenamiento de control de avenidas adicional en el embalse. La capacidad del embalse puede ser aumentada hasta que el beneficio adicional del control de avenidas iguale los costos adicionales o los exceda en una cantidad deseada.

En el caso de las hidroeléctricas será necesario hacer una estimación de la cabeza promedio a la cual el agua es vertida. Tal estimación puede ser rápidamente hecha para cada valor del flujo regulado  $q$ .

Con estos valores de  $\bar{h}(q)$ , que es el valor esperado de la cabeza promedio cuando es provisto un flujo regulado  $q$ , la ecuación del beneficio de la hidroeléctrica viene a ser:

$$v(q) = p\bar{h}x - c \quad (6)$$

en la cual  $p$  es el valor neto de la energía del agua que cae y  $c$  es el costo separable asociado con su extracción. "p" y "c" dependerán del producto  $\bar{h}x$ . El valor así obtenido es utilizado, en el caso apropiado, en las ecuaciones (3). Debido a que la estimación de



h debe ser inicialmente hecha sin beneficio de las relaciones derivadas entre  $X$  y  $X_h$  en la figura anterior, estos valores deben ser revisados y deben ser introducidos valores refinados a medida que sean requeridos.

CONSIDERACIONES EN EMBALSE PARA

APROVECHAMIENTO DE RIEGO

### 3.1 Agua Requerida para Riego.

Las necesidades en el aprovechamiento para Riego pueden resumirse en la cuantificación de la evapotranspiración.

La evapotranspiración se designa como la suma de los volúmenes de agua que son utilizados por las plantas y evaporados por la superficie del suelo. A esta suma también se le llama Uso Consuntivo.

El uso Consuntivo varía con la temperatura, la duración del día y la humedad disponible, sin importar la fuente de donde esta última provenga. Multiplicando la temperatura media mensual ( $t$ ) por el posible porcentaje mensual de horas del día con relación a los del año ( $p$ ), se obtiene un factor mensual de Uso Consuntivo ( $f$ ).

Se ha considerado que cuando se dispone de suficiente agua el uso consuntivo de los cultivos varía directamente con este factor.

La expresión matemática, en sistema métrico:

$$u = kf, \text{ y}$$

$U$  = suma de  $kf$  =  $KF$ , en donde

$u$  = uso consuntivo mensual en mm.

$U$  = uso consuntivo (o evapotranspiración) por período de desarrollo.

$$f = \frac{45.7t + 813 p}{100} \text{ factor mensual de uso consuntivo,}$$

en sistema métrico.

$t$  = temperatura media mensual en °C.

- $p$  = porcentaje mensual de horas del día en relación con las del año.
- $F$  = suma de los factores mensuales del uso consuntivo para el período considerado (suma de los productos de la temperatura media mensual y de los porcentajes mensuales de horas del día con relación a las del año).
- $K$  = coeficiente empírico del uso consuntivo correspondiente a un determinado cultivo, para el período de riego o para el período de desarrollo (se ha encontrado que éste es aceptablemente constante en todas partes).

El factor ( $F$ ) del uso consuntivo se puede calcular para aquellas zonas en las cuales se dispone de registro de temperaturas medias mensuales, las que se deberán utilizar con los porcentajes de horas que están indicados en tablas afines. En consecuencia, el uso consuntivo total de un cultivo ( $U$ ) se obtiene multiplicando ( $F$ ) por el coeficiente empírico ( $K$ ) para el uso consuntivo de dicho cultivo. Esta relación permite el cálculo del uso consuntivo en cualquier lugar del mundo, para pequeños cultivos de los cuales se han determinado experimentalmente coeficientes, o cuando éstos se pueden estimar.

La demanda de riego será igual al uso consuntivo, menos la lluvia efectiva.

Una vez establecida esta demanda, hay que diseñar el embalse de tal forma que asegure el abastecimiento de agua requerida aún en época de sequía, para así obtener una gran ventaja económica sobre el método de "temporal".

- $p$  = porcentaje mensual de horas del día en relación con las del año.
- $F$  = suma de los factores mensuales del uso consuntivo para el período considerado (suma de los productos de la temperatura media mensual y de los porcentajes mensuales de horas del día con relación a las del año).
- $K$  = coeficiente empírico del uso consuntivo correspondiente a un determinado cultivo, para el período de riego o para el período de desarrollo (se ha encontrado que éste es aceptablemente constante en todas partes).

El factor ( $F$ ) del uso consuntivo se puede calcular para aquellas zonas en las cuales se dispone de registro de temperaturas medias mensuales, las que se deberán utilizar con los porcentajes de horas que están indicados en tablas afines. En consecuencia, el uso consuntivo total de un cultivo ( $U$ ) se obtiene multiplicando ( $F$ ) por el coeficiente empírico ( $K$ ) para el uso consuntivo de dicho cultivo. Esta relación permite el cálculo del uso consuntivo en cualquier lugar del mundo, para pequeños cultivos de los cuales se han determinado experimentalmente coeficientes, o cuando éstos se pueden estimar.

La demanda de riego será igual al uso consuntivo, menos la lluvia efectiva.

Una vez establecida esta demanda, hay que diseñar el embalse de tal forma que asegure el abastecimiento de agua requerida aún en época de sequía, para así obtener una gran ventaja económica sobre el método de "temporal".

### 3.2 Consideraciones del Factor "Sequía" en el Diseño de Embalse para Aprovechamiento de Riego.

Un estudio de la respuesta de un embalse a las sequías de diferentes intensidades y duraciones, forma una parte vital del estudio completo encaminado a un diseño exitoso. El estudio es basado en la ecuación de almacenamiento fundamental:

$$dS/dt = I(t) - O(t) \quad (1)$$

en la cual S es el almacenamiento, I(t) y O(t) son, respectivamente, la variación del afluente y el efluente, y t representa el tiempo. Los constituyentes del afluente son flujos de corriente, lluvia y bombeo al embalse, y aquellos del efluente son los escapes aguas-abajo, evaporación provocada y natural, agua filtrada.

Para una geometría conocida del embalse, el término dS/dt puede ser reemplazado por dh/dt, en el cual h es la elevación del nivel del agua en el embalse. En el diseño de embalses, empleando métodos numéricos, la ecuación de almacenamiento se transforma en:

$$\Delta S/\Delta t = \bar{I} - \bar{O} \quad (2)$$

en la cual  $\Delta S$  es el incremento en el almacenamiento en la unidad del tiempo  $\Delta t$ , y las barras representan valores promedios.

Para nuestro estudio es necesario familiarizarnos con la siguiente notación:

h = elevación de la superficie del agua en el embal

se,

- I = variación del afluente.
- J = probabilidad de unión.
- O = variación del efluente.
- p,r = probabilidad de ocurrencia.
- Q,q = variaciones del flujo.
- S = almacenamiento
- T = duración de sequía.
- Tc = duración crítica de la sequía.
- t = tiempo.
- $\Delta$  = incremento.

Entran dos consideraciones importantes en el diseño de un embalse bajo las condiciones de sequía. Estos son, primero, la duración crítica de una sequía (sintética) de un intervalo de recurrencia dado el cual puede rendir el nivel más bajo al cual el embalse puede ser arrastrado, y segundo, la distribución de tiempo unitaria de la sequía. (Para aclarar el término "distribución de tiempo unitaria" consideremos el siguiente ejemplo: Si una sequía de 1 año de duración está siendo considerada y el tiempo unitario empleado es un mes entonces la "distribución de tiempo unitaria" de esta sequía se refiere a su distribución mensual). El concepto de una duración crítica de una sequía no ha recibido la atención que requiere. Hasta el presente no existen bases teóricas para determinar la duración crítica de una sequía. La distribución de tiempo unitaria de una sequía de una frecuencia postulada ha sido generalmente realizada siguiendo el método que fue propuesto por Stall (1962). Utilizando este método se obtiene una distribución que representa una secuencia de eventos que tiene una frecuencia menor de ocurrencia que la frecuencia postulada de la sequía.

Puesto que los conceptos elementales de la teoría de probabilidad serán invocados en la discusión siguiente, el término "probabilidad de ocurrencia" será reemplazado por "intervalo de ocurrencia" o "frecuencia de ocurrencia" por conveniencia, ya que estos últimos términos son generalmente usados por los ingenieros en la práctica.

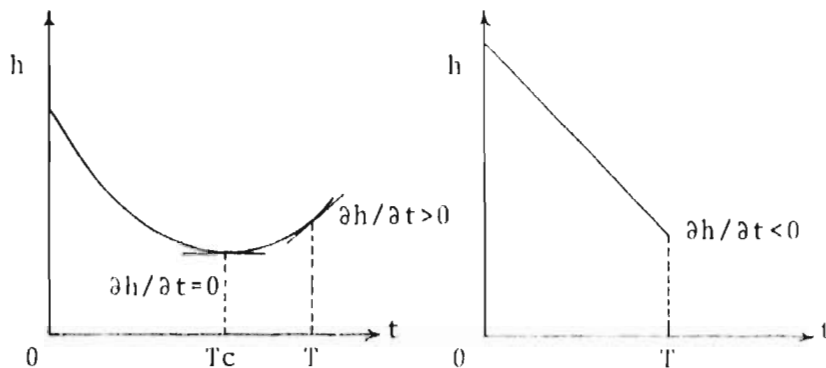
### 3.3 Duración Crítica de una Sequía.

La duración crítica de una sequía de una probabilidad de ocurrencia dada es definida como la que resulta en el abatimiento máximo probable del embalse (asumiendo, por supuesto, que el embalse no se vacía durante la sequía). Antes de detallar la definición anterior, deben hacerse ciertas consideraciones en relación de duración-intensidad de una sequía de una probabilidad de ocurrencia dada. Se tiene que una sequía de duración corta es más intensa que una de duración larga que tenga la misma probabilidad de ocurrencia. Esta observación aparentemente trivial es de mucha importancia en el entendimiento de la definición matemática de la duración crítica de la sequía.

Al comparar las respuestas del embalse a sequías de diferentes intensidades y, por consiguiente, de diferentes duraciones para la misma probabilidad de ocurrencia, el nivel del embalse será asumido como igual al comienzo de cada sequía, es decir, en la elevación normal del vaso. Si es considerada una sequía de larga duración el embalse puede alcanzar su nivel más bajo durante la sequía, de tal forma que al final de ésta el nivel del embalse esté arriba del nivel más bajo es



perado. La duración de la sequía es más larga que la crítica. (Por el momento no se dará la exacta definición del término "crítico"). Por otra parte, si es considerada una sequía de duración corta de la misma probabilidad de ocurrencia, el reservorio (o embalse) puede que no alcance su nivel más bajo a la terminación de ésta. La duración de la sequía, en este caso, es menor que la "crítica". Si  $T$  es la duración de la sequía considerada, y  $T_c$  es la duración "crítica", la respuesta del embalse para los casos  $T > T_c$  y  $T < T_c$  puede ser mostrada esquemáticamente:



Las observaciones anteriores sugieren que si  $h(t)$  es la función que describe el nivel del embalse, entonces la duración crítica de la sequía es definida como:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial t} \right|_{t = T_c} = 0 \quad (3)$$

Los casos  $T > T_c$  y  $T < T_c$  están gobernados por:

$$T > T_c : \left. \frac{\partial h}{\partial t} \right|_{t = T} > 0 \quad (4)$$

$$T < T_c : \left. \frac{\partial h}{\partial t} \right|_{t = T} < 0 \quad (5)$$

El problema, sin embargo, se mantiene en cómo podemos asegurar que el nivel del embalse va a ser el más bajo posible al final de una sequía "crítica". La pregunta puede ser tratada según la discusión precedente acerca de la relación intensidad-duración de una sequía de una probabilidad de ocurrencia dada. Cuando  $T > T_c$ , una sequía de mayor intensidad y de una corta duración podría haber dado un mayor abatimiento del embalse, cuando  $T < T_c$  una sequía de menor intensidad y de una larga duración podría tener el mismo efecto. La ecuación (3) representa el óptimo preciso para la duración de la sequía desde el punto de vista del peor abatimiento del embalse. Así el término "crítico", utilizado anteriormente significa lo que expresa la definición dada en el principio.

Una vez establecido teóricamente el criterio para una duración crítica de la sequía, éste no conlleva la necesidad de utilizar el método de tanteo y error. Nos basamos en el hecho de que la función  $h(t)$  es por sí misma una función de la longitud escogida de la sequía y es representada más correctamente por la expresión  $h(t;T)$ . Sin embargo, es importante establecer un parámetro fundamental tal como la duración crítica de una sequía sobre una base sólida, y esto sólo nos puede ayudar en la determinación de la duración crítica de una sequía en una forma racional.

### 3.4 Distribución de Tiempo Unitaria.

Anteriormente todas las funciones pertinentes a la sequía, tal como el escurrimiento de la corriente, las cuales constituyen funciones conocidas en la solución

de la ecuación de almacenamiento (1) para determinar  $h(t)$ , fueron implícitamente asumidas como funciones continuas conocidas del tiempo. Esto hizo necesario el establecer un criterio teórico para la duración crítica de la sequía. En la práctica, sin embargo, tales funciones pueden ser tomadas como puntos discretos que representan valores promediados sobre el tiempo unitario. Además, su distribución de tiempo unitaria no es conocida a priori. De nuevo, al escoger un flujo bajo como un parámetro de sequía típico, la distribución de tiempo unitaria de un flujo bajo de una duración y probabilidad de ocurrencia dadas es realizada corrientemente siguiendo el método que en un principio propuso Stall (1962). Para ilustrar su método, hacemos que  $q_1$  y  $Q_2$  sean, respectivamente, los flujos bajos de duración  $\Delta t$  y  $2\Delta t$  que tienen una probabilidad de ocurrencia de  $p$ . Suponiendo que uno esté interesado en un flujo bajo de duración  $2\Delta t$  que tiene probabilidad de ocurrencia de  $p$  y se desee su distribución de tiempo unitaria. De acuerdo con el método de Stall la distribución de tiempo unitaria es escogida como  $q_1$  y  $q_2$  (en donde  $q_2 = Q_2 - [1]$ ) para los tiempos unitarios primero y segundo. Conceptos simples de la teoría de la probabilidad pueden ser usados para demostrar que la secuencia de eventos representada por la distribución anterior tiene una probabilidad de ocurrencia la cual es menor que  $p$ . El flujo bajo de duración  $\Delta t$  igual a  $q_1$  tiene la probabilidad de ocurrencia dada de  $p$ . Hagamos que  $r (< 1)$  sea la probabilidad de ocurrencia de un flujo de duración  $\Delta t$  igual a  $q_2$ . Entonces la probabilidad de unión  $J(q_1, q_2)$  de los dos flujos  $q_1$  y  $q_2$  ocurriendo en una secuencia es satisfecha por:

$$J(q_1, q_2) < p \quad (6)$$

Así, la secuencia de eventos representada por una distribución que sigue el método de Stall tiene una probabilidad de ocurrencia menor que aquella del evento postulado. A medida que la secuencia representa un evento más severo, resultaría un diseño más conservativo.

El problema ahora puede ser puesto en términos de cómo una distribución de tiempo unitaria puede ser resuelta de tal forma que la secuencia resultante de eventos tenga la misma probabilidad de ocurrencia que aquella del evento postulado. Tomando en cuenta el flujo bajo como un parámetro de sequía típico, el problema matemático general es el siguiente. Si  $Q_n$  es el flujo bajo de duración  $n\Delta t$  que tiene una probabilidad de ocurrencia de  $p$ , encuentre  $q_i$  de duración  $\Delta t$ , tal que:

$$\sum_{i=1}^n q_i = Q_n \quad (7)$$

$$J(q_1, q_2, \dots, q_n) = p \quad (8)$$

Para aclarar las ecuaciones (7) y (8), vamos a considerar un ejemplo. Supóngase que uno esté interesado en la distribución mensual de un flujo bajo de 6 meses de una probabilidad de ocurrencia de 0.01. El flujo bajo sintético de cualquier duración y de cualquier probabilidad de ocurrencia puede ser encontrado mediante el uso del método de análisis de frecuencia de sequías. Supóngase, para nuestro ejemplo, que el flujo bajo de 6 meses de una probabilidad de ocurrencia de 0.01 es de  $10 \text{ pie}^3/\text{seg}$ . Entonces:

$$Q_6 = 6 \times 10 = 60 \text{ pie}^3/\text{seg} \cdot \text{mes}.$$

Ahora uno tiene que encontrar los flujos mensuales  $q_i (i = 1, 2, \dots, 6)$  tal que:

$$\sum_{i=1}^6 q_i = 60, \text{ y}$$

$$J(q_1, q_2, \dots, q_6) = 0.01$$

Debe ser enfatizado que cada uno de los flujos mensuales  $q_i$  tiene una probabilidad de ocurrencia independiente,  $p_i(q_i)$ , la cual puede ser obtenida de la misma manera que la que se utilizó para el flujo bajo de 6 meses. La ecuación (8) puede ser escrita ahora como:

$$\prod_{i=1}^n p_i(q_i) = p \quad (8a)$$

Donde  $\pi$  es el signo de multiplicación, por ejemplo:

$$\prod_{i=1}^n p_i = p, p_1, \dots, p_n.$$

Queda claro que  $p_i > p$ . Además, las ecuaciones (7) y (8) no admitirán, en general, una sola solución. Desde el punto de vista de un hidrólogo práctico es de imperiosa necesidad encontrar una solución exacta de la ecuación (8).

El propósito de presentar una formulación rigurosa del problema es para alertarlo en contra del sobre-conservacionismo al seleccionar una distribución.

CONSIDERACIONES EN EMBALSE PARA APROVECHAMIENTO DE  
ENERGIA ELECTRICA

#### 4.1 Agua que se Requiere en una Planta Hidroeléctrica.

El agua demandada por una Planta Hidroeléctrica depende de la Potencia que se quiera generar y del Salto o Carga de Agua necesaria para lograr esta energía.

Expresando como  $Q$  el gasto en  $m^3/s$  y el salto  $H$  en metros, se tiene, como potencia teórica,

$$Pt = 1000QH \text{ Kgrs} \cdot m/s \quad (1)$$

$$Pt = 1000QH/75 \text{ en CV} \quad (2)$$

$$Pt = 9.81QH \text{ en Kw} \quad (3)$$

La potencia efectiva se obtiene introduciendo la eficiencia de la tubería o conducto forzado, y de las máquinas.

Tubería	0.93 - 0.98
Turbina	0.85 - 0.92
Generador	0.95 - 0.98

O sea aproximadamente:

$$Pe = 8.2 QH, \text{ en Kw} \quad (4)$$

Con la expresión anterior se obtiene la relación entre una potencia dada y el producto  $QH$ . Se pueden presentar dos casos:

a) Una planta hidroeléctrica de gran caída, en donde prácticamente la carga es constante.

Entonces

$$P = KQ \quad (5)$$

la potencia es directamente proporcional a Q.

b) Una planta hidroeléctrica de pequeña caída, por ejemplo a pie de presa.

Entonces

$$P = CQH \quad (6)$$

la potencia es directamente proporcional al producto QH.

En general, durante la etapa de planificación se establece si la planta hidroeléctrica trabajará:

a) Aislada, caso en que las máquinas seguirán la curva de la demanda; en este caso la potencia instalada corresponderá a la potencia del pico de la demanda; el factor de planta será igual al factor de carga.

b) Interconectada a un sistema eléctrico: podría trabajar en la base de la curva de demandas, o como planta de picos; en estos casos podrá trabajar con factor de planta igual a la unidad, o con un factor de planta muy chico, de acuerdo con el pico que se desee tomar.

En todos los casos el gasto que se requiere es una función de la potencia y de la carga en cada instante.

Una vez establecido cómo se calcula la demanda de agua



para una Planta Hidroeléctrica, pasaremos al diseño del embalse que asegurará la satisfacción de esta demanda en cualquier época del año.

#### 4.2 Criterio de Diseño de Embalses para Energía Hidráulica.

El primer paso en el proceso de seleccionar una solución óptima para una estación de Energía Hidráulica simple o para una serie de estaciones en un solo río, debe ser el intentar reducir el número de alternativas que deban analizarse.

Deben ser analizadas tres variables de importancia:

- a) El volumen y la altura del embalse (que son variables dependientes).
- b) La capacidad instalada.
- c) El período crítico.

El período crítico es el período de flujos en sequía durante el cual puede ser mantenido un efluente mínimo utilizando el volumen total del embalse, pero esto no comprende necesariamente el período de las condiciones de flujo más severas que puedan ocurrir.

La Figura 1 ilustra la curva-masa del afluente y presenta la selección de un período de diseño crítico el cual, para un volumen dado ( $V_1$ ), cubre el período de las condiciones de flujo más severas. Las variaciones del flujo mínima y máxima para condiciones de em-

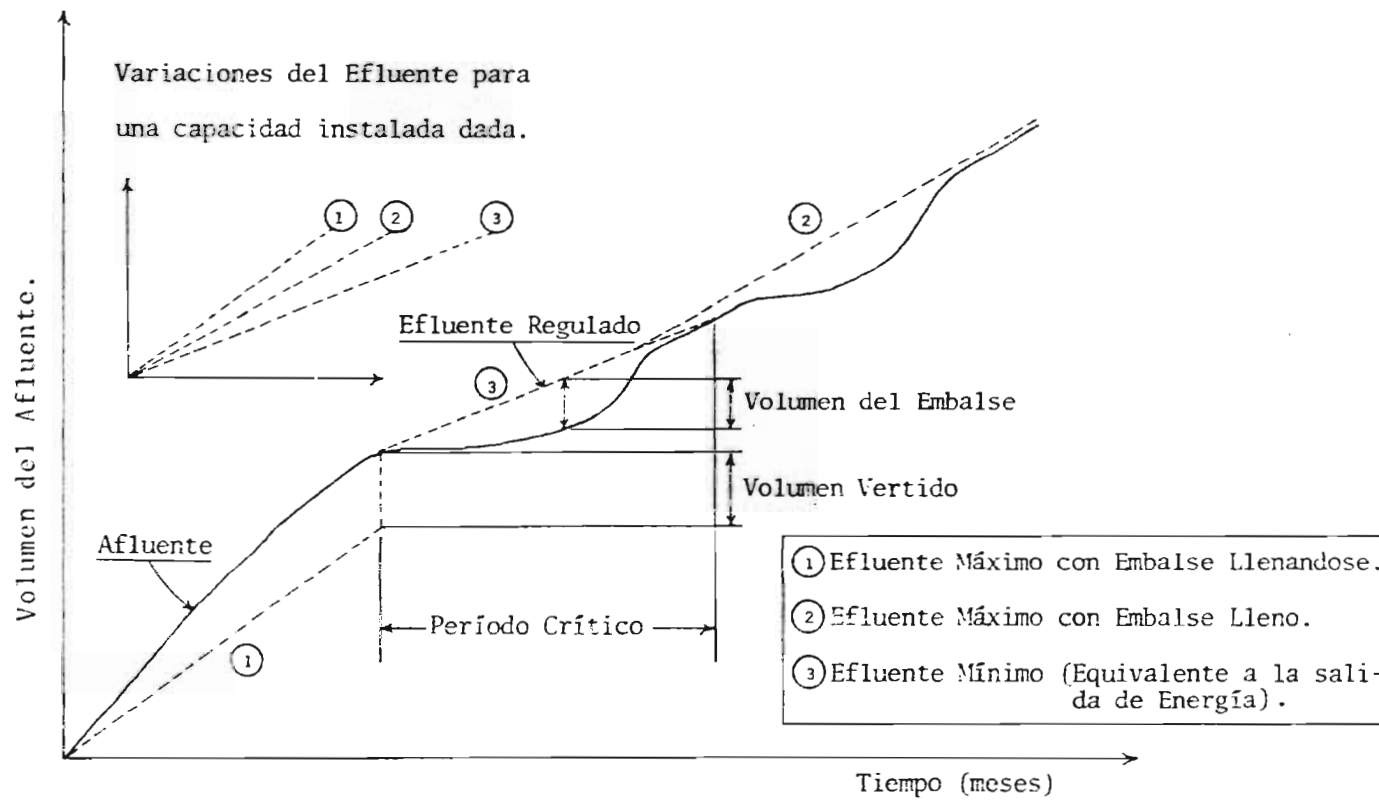


Figura 1. Curva-Masa del Afluente y el Efluente.

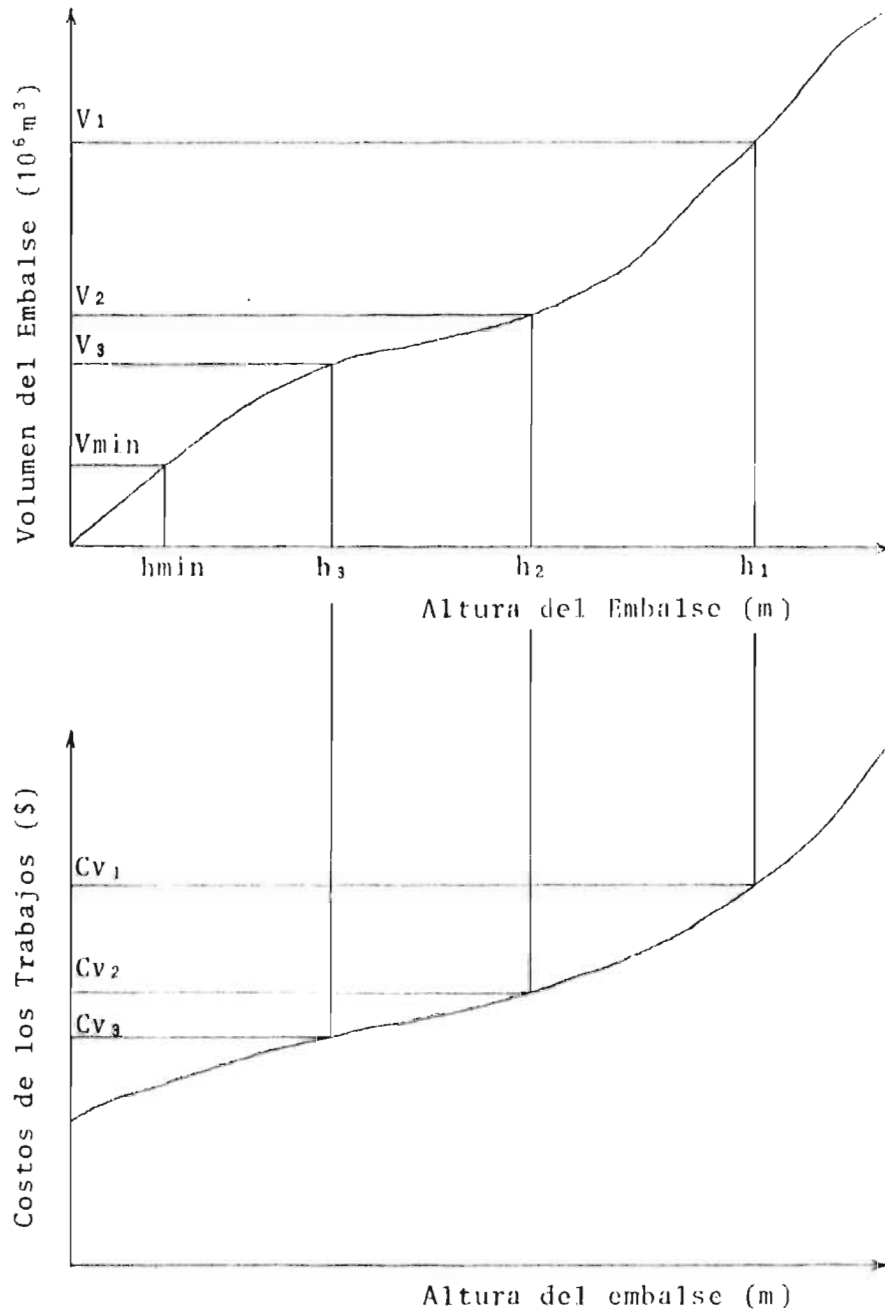


Figura 2. Curvas de Volumen del Embalse, Altura y Costos.

balse diferentes y para una capacidad instalada dada, también son indicadas.

La cantidad de vertido (energía perdida) y la escasez en la salida de energía son determinadas a partir de el régimen del efluente que puede ser mantenido dadas las variaciones máxima y mínima del flujo.

La selección del período crítico es, consecuentemente, dependiente del volumen de almacenamiento disponible.

Las tres variables pueden ser limitadas por consideraciones técnicas, diseño del embalse y las disponibilidades físicas de la estación de energía o por los costos de capital. Las limitaciones técnicas y de inversión de capital deben ser tomadas en consideración durante el proceso de seleccionar los arreglos alternativos.

El procedimiento para una estación de energía hidráulica puede seguir esta secuencia:

- a) A partir de los datos hidrológicos históricos o sintetizados son dibujadas las curvas-masas del afluente y es determinado el flujo promedio, asumiendo el control perfecto de los efluentes (Figura 1).
- b) La inspección de la variación del volumen del embalse con los costos de capital (Figura 2) permite tres volúmenes ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ), que cubren un rango razonable de posibles alternativas para ser seleccionadas.
- c) Hay que considerar el siguiente análisis para cada volumen.

- (i) El período crítico es seleccionado utilizando la curva masa y el volumen del embalse. Es determinado el flujo mínimo regulado (Figura 1).
- (ii) Se calcula la salida de energía firme utilizando el flujo mínimo y la cabeza de agua promedio sobre las turbinas (Figura 1).
- (iii) La inspección de la curva carga del sistema-duración y la curva capacidad instalada versus costo de capital (Figuras 3 y 4) permite dos niveles de capacidad instalada para ser seleccionados.
- (iv) Para cada capacidad instalada, es inspeccionada la curva masa para ver la producción de energía perdida y la escasez en la salida firme (Figura 1).
- (v) La pérdida de energía y la escasez de energía firme son evaluados en términos de energía pico y otra alternativa energética (energía termal base), respectivamente. Si los valores no están en el mismo orden de magnitud es reajustado el período crítico y es repetido el proceso.

Si tres volúmenes de embalse son seleccionados con dos niveles de capacidad instalada, aparecen 6 arreglos alternativos a partir de este procedimiento.

Cuando está en estudio una serie de estaciones de energía hidráulica, la aproximación más apropiada es la siguiente.

- (a) En la estación de aguas arriba, en el embalse N°1, es seleccionado un volumen adecuado y es aplicado el procedimiento para una estación sola. Son determinados el período crítico, la capacidad instalada y las variaciones de flujo máxima y mínima.

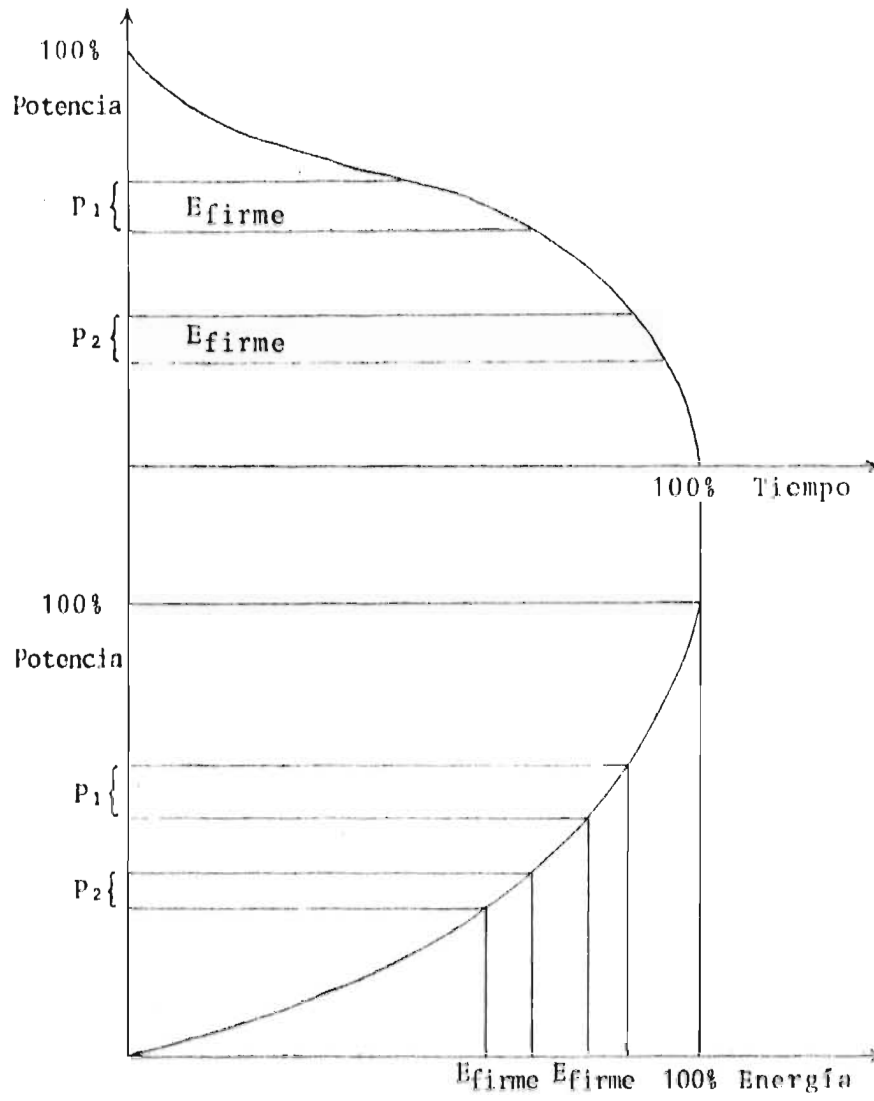


Figura 3. Curvas de carga-duración y carga integrada-duración mensuales.  $E_{\text{firme}}$  denota la salida de energía firme,  $P_1$  y  $P_2$  son capacidades instaladas alternativas para una salida de energía firme dada, y el factor de carga de Planta mensual mínimo es obtenido mediante la relación  $(E_{\text{firme}})/(P \times 730h) = (L.F.)$ .

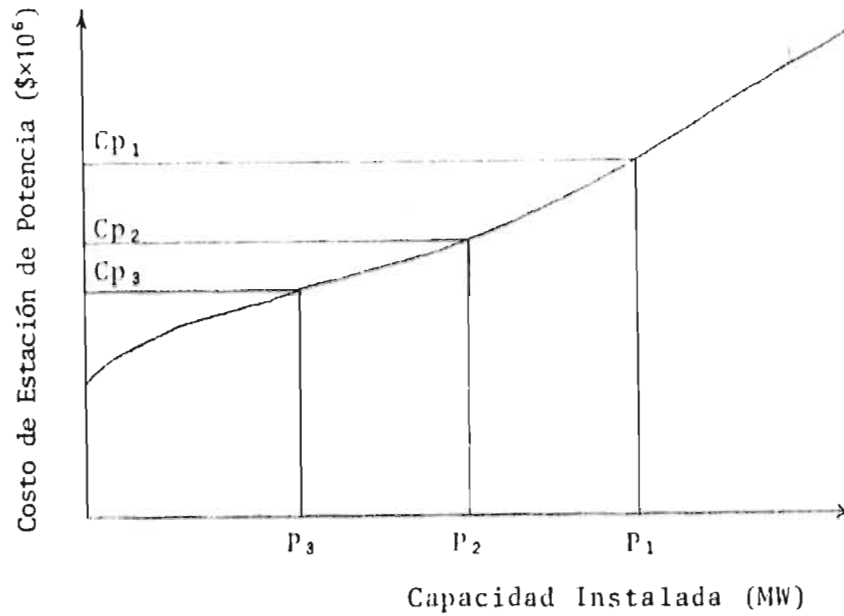


Figura 4. Costo de Estación de Potencia versus capacidad instalada.

(b) Es aplicado el paso (a) al embalse N°2, basados en el régimen de efluente del embalse N°1 y en un volumen de embalse adecuado al control del régimen del flujo.

(c) Es repetido el paso (b) para todos los embalses que están en secuencia desde aguas arriba a aguas abajo.

CRITERIO DE SIMULACION



### 5.1 Introducción.

Una empresa fundamental y común en la ingeniería de los Recursos Hidráulicos es la selección de la capacidad óptima de un embalse regulador de simple o múltiples fines. La información básica requerida para el análisis económico de un esquema propuesto incluye la relación entre la magnitud del tirante de superficie de emisión, beneficios reflejados de la capacidad del embalse y los costos reflejados.

Tradicionalmente, el problema de la determinación de esta relación ha sido tratado utilizando registros históricos del escurrimiento y la técnica de curva-masa. Investigaciones recientes, sin embargo, han demostrado que el uso de registros históricos solamente (los cuales suelen ser muy cortos) no proveen una idea de los riesgos involucrados.

El concepto de riesgo, o su exactitud inversa, no es nuevo en el diseño hidrológico de embalses, siendo introducido por Hazen, pero sólo en los últimos 10 ó 15 años ha sido reconocido como un elemento indispensable en el diseño confiable.

Tomando en cuenta el coeficiente de confianza  $R$ , la relación entre el tirante de superficie de emisión  $D$  y la capacidad de almacenamiento requerida  $S$  puede ser descrita como

$$S = f(D,R)$$

que representa una función de dos parámetros referidos a la respuesta del embalse.

## 5.2 Aproximación por Simulación.

Existen principalmente dos modos diferentes para establecer la relación de la ecuación anterior: por análisis utilizando probabilidad para el almacenamiento del embalse y por Simulación. Inmediatamente notamos que, desde el punto de vista del ingeniero, la objeción principal a la aproximación analítica es que las técnicas involucradas requieren de un conocimiento de las matemáticas que va más allá del nivel educativo del ingeniero. Preferimos la aproximación de la Simulación ya que su naturaleza experimental está más cercana al modo de pensar ingenieril y así, puede ser aplicada más fácilmente por el ingeniero.

La solución aproximada por Simulación requiere una secuencia del flujo de corriente bastante larga (varios cientos de años), de otra forma la exactitud no puede ser lograda y los resultados del problema podrían no ser superiores a aquellos obtenidos por la técnica de curva-masa.

La secuencia es generalmente sintetizada o generada por un modelo estocástico basado en las series de un escurrimiento observado. En la práctica, esto conlleva tres dificultades:

a) Muchos tipos diferentes de modelos de flujo de corriente han sido propuestos, por ejemplo: modelo Markoviano, modelo de Sonido Fraccional, modelo de Promedio Móvil, etc. Pero, en general, el ingeniero no sabe a cual referirse.

b) El ajuste y la identificación del parámetro de cual

quiera de los modelos arriba mencionados requieren un registro de flujo de corriente observado durante un largo tiempo. En muchas situaciones prácticas, particularmente en países en desarrollo, la data inadecuada es la regla en vez de la excepción.

c) Una tercera dificultad, también importante, es que el uso de terminología extraña y técnicas de matemáticas complejas, frecuentemente previenen al ingeniero de abstenerse de su aplicación.

Tomando en cuenta estas tres dificultades y estructurando nuestro problema de la siguiente forma: (i) Dado un registro relativamente largo de la lluvia mensual y (ii) un registro relativamente corto del escurrimiento mensual, determinar la relación  $S = f(D,R)$ . Por ejemplo: la capacidad de un embalse requerida para proveer, con una confiabilidad dada, un tirante de superficie de emisión. Tenemos, básicamente, dos aproximaciones al problema de generar la secuencia del flujo de corriente en su longitud necesaria.

Aproximación A: Primero, desarrollar un modelo de escurrimiento de lluvia utilizando los períodos concurrentes de las observaciones de la lluvia y el escurrimiento; entonces, utilizando este modelo, incrementar la longitud del registro de escurrimiento a aquella del registro de lluvia y entonces, con un modelo de generación derivado del registro alargado, sintetizar una serie de escurrimiento larga.

Aproximación B: El primer paso es el mismo que en la Aproximación A; pero subsecuentemente, utilizando primero un modelo de generación derivado del registro

de lluvia observada, se sintetiza una serie de lluvia larga y entonces se convierte esta serie a una serie de escurrimiento larga utilizando el modelo de escurrimiento de lluvia desarrollado en el primer paso.

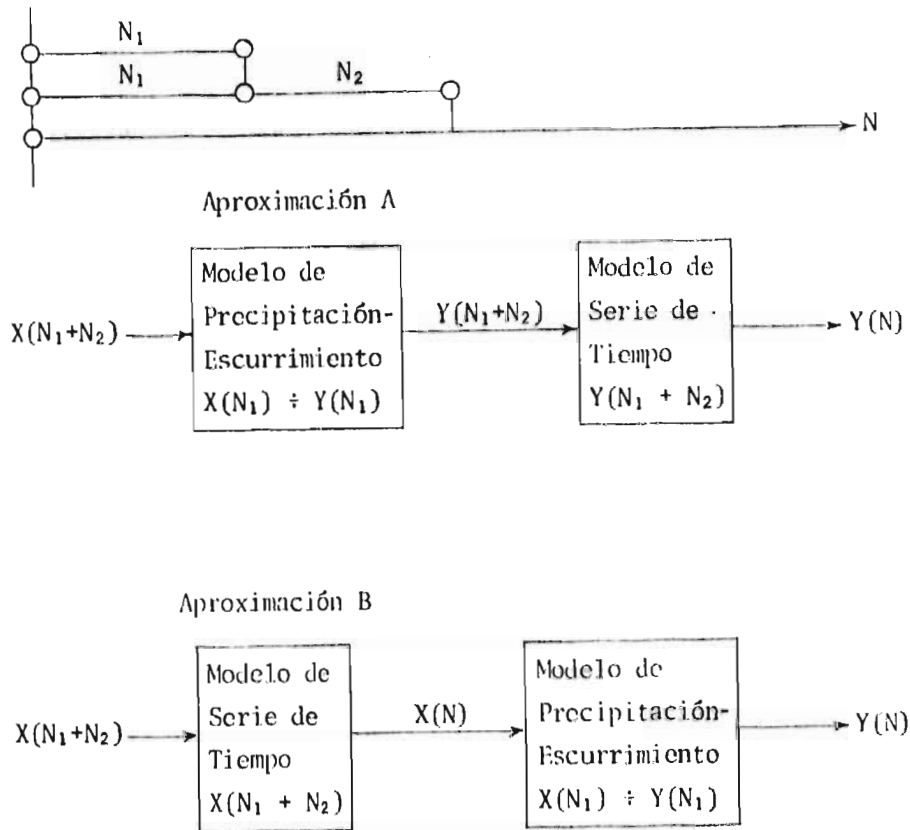


Figura 1. Las dos aproximaciones para el problema de generar la secuencia de flujo de corriente larga, en donde la longitud de registro de escurrimiento disponible  $N_1$  es  $Y(N_1)$ , la longitud disponible de registro de precipitación  $N_1 + N_2$  es  $X(N_1 + N_2)$ , y la longitud del registro de escurrimiento  $N$  requerida es  $Y(N)$ ; para  $N \gg N_1 + N_2$ .

### 5.3 Simulación de la Operación del Embalse (RES).

Una vez obtenida la longitud deseada para nuestro registro, hacemos la simulación de la operación del embalse basada en el procedimiento establecido por Fiering, para determinar la respuesta de un sistema de embalse propuesto a un conjunto dado de afluentes y caudales emitidos. Para hacer ésto, Fiering considera que la longitud del registro del flujo de corriente requerida es de 500 años para que nos dé una exactitud deseable.

La alimentación del programa consiste en la serie de afluente mensual, evaporación anual promedio y su distribución mensual, curvas de área-elevación y volumen-elevación, volúmenes muertos y útiles de almacenamiento de embalse propuesto, y el gasto emitido promedio anual con su distribución mensual.

Si el caso es la generación de energía hidroeléctrica, los datos de alimentación deben incluir información de la capacidad de turbina, pérdidas por fricción, elevación del agua descargada y la producción de energía mensual de la superficie de emisión.

El modelo RES utiliza una política de operación "Standard" ya que se ha demostrado que es la óptima en la mayoría de los casos en donde la función de pérdida económica es lineal.

La regla puede ser resumida como sigue: denotando el posible tirante en el mes  $i$  como  $D_i$ , el afluente como  $I_i$ , la evaporación como  $E_i$ , el almacenamiento útil disponible como  $S_i$ , el almacenamiento útil total como  $S$ ,

y el tirante de la superficie de emisión como  $D_0$ , entonces:

$$\begin{array}{ll} \text{Si} & S_{i-1} + I_i - E_i < D_0 & (i) \\ \text{entonces} & D_i = S_{i-1} + I_i - E_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Si} & S + I_i - E_i \geq S_{i-1} + I_i - E_i \geq D_0 \\ \text{entonces} & D_i = D_0 & (ii) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Si} & S_{i-1} + I_i - E_i - S \geq D_0 \\ \text{entonces} & D_i = S_{i-1} + I_i - S = D_0 + D_2 & (iii) \end{array}$$

(en donde  $D_2$  es la cantidad perdida por el excedente del flujo).

El algoritmo anterior permite la computación de la frecuencia y la extensión a la cual un tirante dado y/o una demanda de energía pueden ser satisfechos por el sistema del embalse propuesto. Pueden ser distinguidos dos factores de confianza distintos o medidos de la realización del sistema como sigue:

1)  $R_1$ , medida probabilística de la realización del sistema, es la razón de el número de los intervalos de tiempo, tal como un mes o un año, con un alcance completo de la demanda, al número total de intervalos de tiempo en el período de simulación.

2)  $R_2$ , indicador de abastecimiento-demanda, es la razón del tirante total o la energía hidráulica abastecidos con el tirante total o la energía hidráulica de mandados en el período de simulación.

La utilización del factor de confianza  $R_1$  tiene cier-

tas desventajas cuando es aplicado a los recursos hidráulicos debido a su dependencia con el intervalo de tiempo seleccionado.

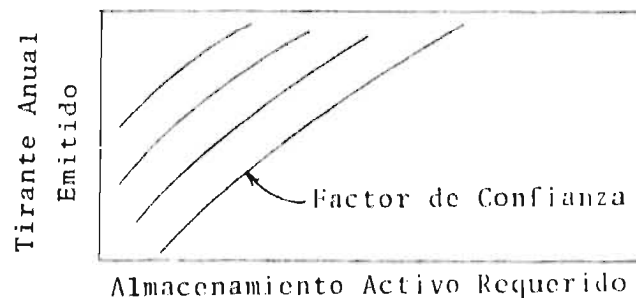
La falla de un mes en diez años significa una exactitud de 99.17% si es un análisis mensual pero sólo tiene una exactitud de 90% si es un análisis anual, puesto que la falla de un mes es considerada como una falla en todo el año. Por otro lado, el factor de abastecimiento-demanda es independiente del intervalo de tiempo y es por ésto que quizás sea el mejor para los estudios del diseño de embalse.

El cálculo de los factores de confianza  $R_1$  y  $R_2$  para un número de combinaciones de almacenamiento útil y tirante de superficie de emisión o producción de energía nos permiten graficar curvas de tirante-almacenamiento de igual índice de confianza.

Estos contornos de tirante-almacenamiento-confiabilidad representan entonces la relación básica requerida en nuestra primera ecuación:

$$S = f(D, R).$$

Ejemplo de estos contornos:



Una vez conocida la metodología de la simulación aplicada al diseño de embalses, debemos conocer la manera de manejar la teoría de probabilidades en lo que se refiere a generación de registros. Como ya se ha dicho, el uso del registro sintético se hace necesario debido a que el registro histórico de flujos de corriente es muy corto y no permite tener idea de los riesgos involucrados.

#### 5.4 Hidrología Operacional.

Para determinar parámetros estadísticos (tales como la frecuencia esperada de avenidas de una determinada magnitud), el diseñador debe usar una muestra muy larga de escurrimientos de la corriente en cuestión, o bien la distribución de probabilidades exacta de los flujos en la corriente.

Dada la distribución de los escurrimientos, se puede determinar analíticamente la frecuencia esperada, a través de la manipulación de la distribución o, si ésta se muestra intratable, se puede usar otras técnicas opcionales para estimar este parámetro estadístico.

Se pueden hacer consideraciones importantes en tales procedimientos. Una es que este es un mecanismo probabilístico que depende de la generación física de los escurrimientos y este mecanismo es lo suficientemente estable sobre el período estudiado, de tal modo que el proceso puede considerarse estacionario. Un proceso estacionario es uno que sus características (o parámetros) permanecen constantes en el tiempo. Un proceso es llamado "débilmente" estacionario si su va



lor promedio y tendencias promedio permanecen constantes en el tiempo; se llama "firmemente" estacionario si todos sus momentos estadísticos son constantes en el tiempo. El diseñador también asume que su muestra es representativa. Por ésto las estadísticas de la muestra son válidas aproximaciones de las correspondientes del proceso.

Desafortunadamente, la hidrología es incapaz de proporcionar la exacta distribución de probabilidades de flujos o registros de escurrimientos lo suficientemente largos.

### 5.5 Estadística de la Hidrología Operacional.

Una colección de flujos sintéticos o históricos de una corriente es una secuencia de valores producidos por un proceso aleatorio en una sucesión de intervalos de tiempo, tal secuencia, es llamada una serie de tiempo. En general el  $i$ -ésimo elemento de una serie de tiempo,  $x_i$ , es la suma de dos partes:

$$x_i = d_i + e_i$$

Aquí  $d_i$  es la parte determinística, un número determinado por alguna relación funcional de los parámetros y valores previos del proceso. Típicamente  $d_i$  puede ser una función del flujo medio, de la variabilidad de los flujos (como una medida de su desviación estándar), y de los flujos previos tales como  $x_{i-1}$ ,  $x_{i-2}$ . La componente aleatoria del esquema de generación es  $e_i$ . Este es un número aleatorio obtenido de una colección de números aleatorios con un cierto patrón de dis

tribución de probabilidades.

Se discute a continuación la componente aleatoria y cuales números aleatorios pueden ser generados por computadora. El programador que codifica una simulación debe tener una fuente de números aleatorios, por costo y facilidad, la computadora debe usar su capacidad aritmética para generarlos. No obstante, la computadora es una máquina determinística, pero puede hacerse. Las computadoras pueden, por otra parte, generar números pseudo-aleatorios, los cuales son secuencias de números cuidadosamente (determinísticamente) construidos para mantener las propiedades importantes de la secuencia real aleatoria. Los generadores básicos de números pseudo-aleatorios producen números uniformemente distribuidos, a partir de los cuales otras distribuciones pueden ser generadas por manipulación de las secuencias de números uniformemente distribuidos.

Una secuencia de números con una distribución uniforme es una secuencia en la cual cualquier elemento es generado aleatoriamente, sin referencia a otros elementos en la secuencia, y en la cual cualquier número en el rango permisible (en muchos casos de 0 a 1) tiene igual probabilidad de ocurrencia.

El procedimiento lineal para generar números pseudo-aleatorios de distribución uniforme opera como sigue:

Selecciónese algún valor inicial  $x_0 \geq 0$ , un multiplicador  $a \geq 0$ , un incremento  $c \geq 0$  y módulo (o divisor)  $N$ . Use  $x_0$  como el primer término de la secuencia, cualquier elemento se encuentra con:

$$x_n = (ax_{n-1} + c) \bmod N.$$

Debido a que estas expresiones se basan en valores anteriores de la secuencia generada, son llamados generadores de números pseudo-aleatorios.

Finalmente, debemos considerar el problema de generar números aleatorios con otras distribuciones, particularmente la distribución normal. Afortunadamente es fácil generar números aleatorios con distribución normal a partir de una secuencia de números aleatorios uniformemente distribuidos, en el rango  $[0,1]$ . Necesitamos generar números aleatorios normales con media cero y desviación estandar 1 (la cual, en este caso, es igual al promedio al cuadrado de los números). Tales números son llamados normalmente desviados. Tienen la distribución de frecuencias:

$$f(t) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-0.5t^2)$$

El Teorema central de la teoría de probabilidades dice que los números formados tomando las sumas de números aleatorios de la distribución uniforme (o de la mayoría de otras distribuciones) están distribuidos, aproximadamente, normalmente, si son bastante números diferentes los incluidos en cualquier suma.

Otro método para transformar desviación rectangular  $[0,1]$  en normal  $[0,1^2]$  está basado sobre el uso de dos valores rectangularmente distribuidos  $(u_1, u_2)$ .

$$t_1 = \sqrt{\ln(1/u_1)} \cos 2\pi u_2$$

$$t_2 = \sqrt{\ln(1/u_1)} \sin 2\pi u_2$$

donde  $(t_1, t_2)$  están distribuidos normalmente con media

cero y desviación unitaria.

Se considerará ahora la parte determinística de las series sintéticas.

Dada una muestra, su media es

$$\bar{x} = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i.$$

Para la población se tendría:

$$\mu = E|\bar{x}|$$

donde  $E|\bar{x}|$  denota la esperanza de que  $\bar{x}$  con  $n$  tiende al infinito, es decir  $E|\bar{x}|$  es el valor límite de  $\bar{x}$  cuando  $n$  tiende al infinito.

Similarmente, en el caso de la varianza:

$$\sigma^2 = E|(x - \mu)^2|$$

y para una muestra:

$$S^2 = 1/(n-1) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 1/(n-1) \sum_{i=1}^n x_i^2 - \{1/(n-1)\} (\bar{x})^2$$

Los elementos de una serie de tiempo pueden fácilmente transformarse en otra con media y desviación especificada. Si  $t_i$  es una variable aleatoria con media 0 y varianza 1, la variable aleatoria transformada está definida por:

$$w_i = \sigma t_i + \mu$$

y estará distribuida como  $t$ , pero con media  $\mu$  y varian

za  $\sigma^2$ .

En estudios que deben considerar el efecto de la persistencia, típicamente asociada con temporadas de sequías y avenidas, se necesitan modelos más elaborados. Hay que considerar los coeficientes de correlación y sesgo.

**Coefficiente de Correlación:**

$$\rho_1 = \{E|(x_i - \mu)(x_{i+1} - \mu)|\} / \sigma^2$$

donde  $\mu$  es la media de la población y  $\sigma^2$  es la varianza de la población  $x$ .  $\rho_1$  es la medida en la cual un flujo tiende a determinar el siguiente.

Si hay una persistencia marcada, entonces el producto  $(x_i - \mu)(x_{i+1} - \mu)$  será positivo. Si por el contrario hay una tendencia a que flujos altos sean seguidos de bajos, el producto tenderá a ser negativo.

En una muestra finita, podemos estimar  $\rho_1$  con:

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} x_i x_{i+1} - \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^{n-1} x_i \right) \left( \sum_{i=2}^n x_i \right)}{\left[ \sum_{i=1}^{n-1} x_i^2 - \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^{n-1} x_i \right)^2 \right]^{0.5} \left[ \sum_{i=2}^n x_i^2 - \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=2}^n x_i \right)^2 \right]^{0.5}}$$

Podemos considerar coeficientes de correlación de mayor orden. Es razonable esperar que el flujo de este año depende del flujo del año pasado y también que el flujo en el siguiente dependa del anterior.

$$\rho_2 = E|(x_i - \mu)(x_{i+2} - \mu)| / \sigma^2$$

en general el coeficiente de correlación serial de orden  $k$ , será:

$$\rho_k = E |(x_j - \mu)(x_{j+k} - \mu)| / \sigma^2$$

y para una muestra:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} x_i x_{i+k} - \frac{1}{n-k} \left( \sum_{i=1}^{n-k} x_i \right) \left( \sum_{i=k+1}^n x_i \right)}{\left[ \sum_{i=1}^{n-k} x_i^2 - \frac{1}{n-k} \left( \sum_{i=1}^{n-k} x_i \right)^2 \right]^{0.5} \left[ \sum_{i=k+1}^n x_i^2 - \frac{1}{n-k} \left( \sum_{i=k+1}^n x_i \right)^2 \right]^{0.5}}$$

Otra estadística es el coeficiente de sesgo:

$$r_x = E |(x - \mu)^3| / \sigma^3$$

donde  $E |(x - \mu)^3|$  es el tercer momento respecto a la media,  $\sigma^3$  es un factor de escalamiento.

Para una muestra:

$$r_x = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1.5}}$$

## 5.6 Evaluación de la Estadística.

El siguiente paso es seleccionar la familia de distribuciones para usar en el esquema de generación. Las distribuciones comúnmente usadas son la normal, log-normal y las familias gamma.

La justificación básica para la función normal es el teorema que establece que una variable, que es la suma de variables con igual probabilidad derivadas de cualquier distribución con media y varianzas finitas, está

distribuida normalmente de una manera aproximada.

Entonces, si el flujo de una corriente en un período determinado de tiempo es la acumulación de diferentes factores aditivos, los flujos pueden ser considerados como la suma de variables con igual probabilidad y será aproximadamente normal.

Una prueba de normalidad es el uso directo de papel probabilidad, o bien la verificación del coeficiente de sesgo, que debe ser cero en una distribución normal.



Algunas veces el hidrólogo siente que por alguna razón particular, la secuencia de flujo es simplemente no representativa; por ejemplo: un registro demasiado corto puede cubrir un inusual período de sequía en la región. Otras veces el registro es demasiado corto para modelar, o aún inexistente. Benson y Matalas (1967) sugieren un procedimiento para tales circunstancias. Ellos usan toda la longitud de la corriente y los registros meteorológicos relacionados de una región para formar estimaciones de los parámetros del flujo en una corriente. Usan para esto, análisis de regresión múltiple para expresar la media, por ejemplo, como funciones de características físicas y climáticas de las cuencas respectivas. Después sustituyen las características físicas y variables climáticas de la corriente en una ecuación de regresión para estimar el flujo medio del sistema. Lo mismo se hace para la desviación estandar y los coeficientes de regresión y sesgo.

Benson y Matalas usan este procedimiento para la cuen-

ca de los ríos en Norteamérica

$$Y = aA^{b1} S^{b2} S_t^{b3} \rho^{b4} S_n^{b5} F^{b6}$$

en donde:

- Y = parámetro estadístico para ser determinado.  
 A = área de drenaje (millas cuadradas).  
 S = pendiente media del cause (pies por milla).  
 $S_t$  = superficie del área de almacenamiento en lagos y lagunas (porcentaje del área total de drenaje, aumentando en 1%).  
 $S_n$  = precipitación anual de nieve (pulgadas).  
 $\rho$  = precipitación media anual (pulgadas).  
 F = área forestal, porciento del área total.

Los parámetros a, b1, b2, b3, b4, b5, b6 son coeficientes de regresión determinados por análisis de regresión. Este método reporta buenos resultados para la media y la desviación estandar, no así para los coeficientes de sesgo y correlación.

Finalmente, se considerarán intervalos de tiempo para la simulación. El intervalo a considerar depende básicamente del propósito de la obra. Otro factor importante lo constituye la naturaleza de los datos disponibles.

Los flujos anuales y mensuales pueden llegar a tener diferentes distribuciones de probabilidad. Harms y Campbell (1967) usan la distribución normal para flujos anuales y la log-normal para flujos mensuales en ríos de Norteamérica, como un ejemplo. Fiering considera un modelo de 2 estaciones (lluvia y seca), con



$\rho_{21}$  como la regresión del flujo de estación seca sobre el flujo de estación de lluvias dentro del mismo año de calendario y  $\rho_{12}$  la regresión del flujo en estación de lluvias sobre el flujo de estación seca del año previo. Si  $\rho_{21}$  y  $\rho_{12}$  son definidas análogamente y si  $\rho$  es el coeficiente anual serial, entonces la teoría del proceso markoviano muestra que:

$$\rho = \frac{\rho_{12}(\sigma_1 + \rho_{21}\sigma_2)(\sigma_2 + \rho_{21}\sigma_1)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho_{21}\sigma_1\sigma_2}$$

donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son las desviaciones estándar de los flujos en las estaciones 1 y 2 respectivamente. Entonces, si la correlación estacional  $\rho_{12} = 0$ , será  $\rho = 0$ . Por otra parte, aún si la correlación  $\rho_{21} = 0$ ,  $\rho$ , la correlación anual no es necesariamente cero.

En muchos casos, la correlación anual observada  $\rho^*$ , es muy diferente de la teoría  $\rho$ , lo cual sugiere que alguno o todos del proceso de generación no son markovianos. Entonces todas las correlaciones estacionales y anuales no pueden ser mantenidas simultáneamente, y hay que tomar algunas precauciones para tener una colección de estimadores de  $\rho_{ij}$  y se obtengan valores de  $\rho$ .

### 5.7 Resumen.

Todo lo explicado anteriormente debe seguir la siguiente secuencia de cálculo, para obtener buenos resultados:

- 1) Examine su registro histórico. Si los flujos de la corriente han sido regulados en el pasado, es necesario ajustar el registro para encontrar los flujos que hubieran ocurrido sin regulación. Si no puede seguir

este plan, se tratará de dividir el flujo en un punto dado en regulado y no regulado. Los flujos no regulados pueden ser sintetizados como se mostró anteriormente; los flujos regulados pueden ser sumados a los flujos no regulados para reconstituir flujos totales.

Entonces se selecciona una muestra relevante de flujos observados o estimados  $x_1, \dots, x_n$ .

2) Calcule la media  $\bar{x}$  de los flujos históricos para cualquier intervalo de tiempo que considere importante. Si la simulación planeada involucra diferentes tipos de intervalos, tales como meses y años, calcule la media de los flujos mensuales y la media de los flujos anuales. La media es:

$$\bar{x} = 1/n \sum_{i=1}^n x_i \text{ éste es el flujo promedio.}$$

3) Calcule la desviación estandar de los flujos históricos por:

$$S^2 = 1/(n-1) \sum_{i=1}^n x_i^2 - \{n/(n-1)\} \bar{x}^2$$

4) Calcule el coeficiente de sesgo  $\hat{\gamma}_x$  para la muestra:

$$\hat{\gamma}_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^3 - 3\bar{x} \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2n\bar{x}^3}{n \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \right)^{1.5}}$$

5) Calcule  $y_1, y_2, \dots, y_n$  donde  $y_i$  es el logaritmo del valor del flujo  $x_i$ . Calcule la media, desviación estandar y coeficiente de sesgo de los valores de  $y$ .

6) Use papel probabilidad para verificar si los flujos tienen una distribución normal. Haga que  $Z_1, \dots, Z_n$

sea un rearrreglo de  $x_1, \dots, x_n$  en incremento de orden. Para todo  $Z_i$  calcule la fracción de la muestra con valores al menos tan grandes como  $Z_i$ , esta fracción es  $(n-i+1)/n$ . Grafique  $Z_i$  contra  $(n-i+1)/n$  en el papel probabilidad. Si la curva obtenida es una línea recta o casi, la consideración de normalidad es apropiada. Otro método es que  $\hat{r}_x$  debe ser cero o próximo a cero.

7) Si el paso (6) sugiere que los flujos no son claramente normales, repítalo para los valores de "y" (como se calcularon en (5)). Si "y" es normal, la consideración log-normal es apropiada. Use la técnica de generación desarrollada por Matalas (1967) y genere nuevos valores de "y" (no valores de x directamente). En las técnicas de generación para flujos, no es posible reproducir los parámetros estadísticos históricos para los flujos y sus logaritmos. Nosotros nos quedaremos con los parámetros del flujo y calcularemos los parámetros para utilizarlos en esquemas de generación logarítmica. El resultado de tal generación es una secuencia  $y_1^*, y_2^*, \dots$  de logaritmos de flujos. Entonces  $\exp(y_1^*), \exp(y_2^*), \dots$  es una secuencia de flujos sintéticos.

8) Si la distribución no es ni normal ni log-normal, se tienen otras alternativas posibles. Si el sesgo es pronunciado y si no necesita de más de dos desplazamientos, la función gamma es la apropiada.

9) Calcule el coeficiente de correlación serial de primer orden.

$$r_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} x_i x_{i+1} - \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^{n-1} x_i \right) \left( \sum_{i=2}^n x_i \right)}{\left[ \sum_{i=1}^{n-1} x_i^2 - \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^{n-1} x_i \right)^2 \right]^{0.5} \left[ \sum_{i=2}^n x_i^2 - \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=2}^n x_i \right)^2 \right]^{0.5}}$$

para estudios de multidesplazamiento se pueden calcular coeficientes de orden superior.

CONCLUSION

En el presente trabajo se han hecho algunas consideraciones importantes en el Dimensionamiento de Embalses. Se ha explicado, de una forma general, en qué consiste un embalse y cuáles son sus características, qué debe tomarse en cuenta a la hora de hacer un análisis económico para que resulte un proyecto factible y se ha descrito las partes de las Matemáticas y de la Teoría de las Probabilidades con las cuales debe contar un Ingeniero para diseñar el embalse de una manera confiable. Se ha descrito, de una forma particular, los pasos que deben ser considerados para el óptimo diseño de un embalse que tiene un propósito particular (Riego o Energía Eléctrica). Toda esta metodología tiene sus limitaciones y éstas son enumeradas para no caer en error a la hora de su aplicación. En el transcurso de los cinco capítulos se ha tratado todos los aspectos físicos, técnicos, matemáticos y económicos que están involucrados en el Dimensionamiento de Embalses.

Cabe señalar que el diseño de un embalse no puede generalizarse como podría hacerse con cualquiera otra obra civil, ya que los pasos a seguir están condicionados a las limitaciones hidrológicas y topográficas como también a la finalidad que se persigue (posterior uso de la obra terminada). Por todo lo anterior sólo se puede hablar de la secuencia de pasos básicos que debe seguirse a la hora de diseñar un embalse, haciendo hincapié en que estos pasos sean el resultado de los más recientes criterios de diseño que hayan sido enunciados por expertos en la materia. Esto fue lo que se hizo en el presente trabajo para que fuera una guía actualizada que sirviera de apoyo al diseñador.

---

BIBLIOGRAFIA

1. Linsley-Kohler-Paulus, "Hidrología para Ingenieros", McGraw-Hill Latinoamericana, S.A., México, julio de 1977.
2. Linsley-Franzini, "Ingeniería de los Recursos Hidráulicos", Compañía Editorial Continental, S.A., México, julio de 1979.
3. Torres Herrera F., "Obras Hidráulicas", Editorial Limusa, México, 1980.
4. Calvin Victor Davis, "Tratado de Hidráulica Aplicada", Editorial Labor, S.A., España, 1956.
5. Fiering M.B., "Queuing Theory and Simulation in Reservoir Design", Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Volumen 87, Pag. 39, 1961.
6. Fiering M.B., "Streamflow Synthesis", Harvard University Press, Cambridge-Massachusetts, 1967.
7. "Optimum Design of a Multiple-Purpose Reservoir", Journal of Hydraulic Division, ASCE, Volumen 90, julio de 1964.
8. Water Resources Bulletin, Volumen 13, Pag. 521 a 528, junio de 1977.
9. Journal of Hydrology, Volumen 29, Pag. 115 a 120, marzo de 1976.
10. Water Power, Volumen 25, Pag. 18 a 25, enero de 1973.



- 11. Laver R. - Weissback K., International Water Power Dam Construction, Volumen 27, junio y julio de 1975, Pag. 233 a 238.
- 12. Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Volumen 96, Pag. 125 a 130, enero de 1970.
- 13. Springall Galindo R., Apuntes Académicos de Hidrología de Superficie, octubre de 1978.
- 14. Fuentes Mariles O., Apuntes Académicos de Hidrología de Superficie, octubre de 1978.