



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ANÁLISIS DE REGRESIÓN COMO HERRAMIENTA PARA EL CÁLCULO DE PRECIOS DE CIERRE EN EL MERCADO ACCIONARIO MEXICANO

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

ACTUARIO

PRESENTA:

OMAR SAAVEDRA SÁNCHEZ

DIRECTOR DE TESIS :

M. EN E. ARTURO GÓMEZ VALDÉS



294055



2001

FACULTAD DE CIENCIAS SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis: **ANÁLISIS DE REGRESIÓN COMO HERRAMIENTA PARA EL CÁLCULO DE PRECIOS DE CIERRE EN EL MERCADO ACCIONARIO MEXICANO.**

realizado por **OMAR SAAVEDRA SANCHEZ**

con número de cuenta **9650350-2**, pasante de la carrera de **ACTUARIA**

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario **M. EN E. ARTURO LORENZO VALDES**

Propietario **ACT. MAURICIO AGUILAR GONZALEZ**

Propietario **ACT. ERIC MANUEL RODRIGUEZ HERRERA**

Suplente **M. EN C. AGUSTIN ROMAN AGUILAR**

Suplente **MAT. ADRIAN GIRARD ISLAS**

Mauricio Aguilar G.
Rodríguez H. En H.

Adrian Girard I.

Consejo Departamental de **ACTUARIA**

M. EN C. JOSE ANTONIO FLORES DIAZ

2941035

A mis padres

Índice

Índice

Índice	1
Introducción	3
Capítulo I	5
El mercado de valores	
1.1 Participantes	
1.2 Clasificación de los mercados	
1.3 Instrumentos financieros	
1.4 Instituciones reguladoras	
1.5 Bolsa Mexicana de Valores	
1.6 El mercado accionario mexicano	
Capítulo II	17
El precio de cierre en el mercado accionario mexicano	
2.1 El precio de cierre	
2.2 Indicadores del mercado accionario	
2.3 El precio de cierre en los mercados internacionales	
2.4 El precio de cierre calculado como precio promedio ponderado (PPP)	
2.5 Un método alternativo al PPP para el cálculo del precio de cierre	
Capítulo III	30
El modelo de regresión polinomial como una alternativa para determinar el precio de cierre	
3.1 Aplicación del modelo de regresión	
3.2 Importancia del volumen en el modelo de regresión	
3.3 Aplicación del modelo de regresión polinomial ponderado con el volumen	

Capítulo IV	48
Propuesta final	
Conclusiones	52
Glosario	54
Bibliografía	59
Apéndice A	i
Apéndice B	xv

Introducción

Introducción

En los últimos años, los mercados de valores han contribuido en forma importante a la correcta canalización del ahorro hacia la inversión productiva.

En México, el financiamiento al sector privado en los últimos años mediante los mercados de valores mantiene un crecimiento sostenido, durante 1999 el promedio de acciones negociadas en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) diariamente fue de 97 millones y un importe diario promedio de \$1,472 millones, mientras que en el 2000 se mantuvo el promedio diario de acciones negociadas en 96 millones y un importe mayor respecto a 1999 con \$1,718 millones¹ (es importante considerar que los mercados de valores mostraron comportamientos negativos en forma general). Actualmente cerca de 200 de las empresas más importantes del país cotizan en la BMV.

La competitividad y desarrollo de cualquier país dependen en gran medida de la existencia de un mercado de capitales consolidado, de una industria bursátil bien organizada, así como de una política económica y financiera sólida.

Por esto, el desarrollo de los mercados de valores es cada vez mayor, han aparecido nuevos instrumentos financieros y se han perfeccionado los métodos de valuación para los ya existentes.

El cálculo del precio de cierre es un ejemplo claro de la evolución que existe en el mercado accionario mexicano. Dentro de este mercado los precios están sujetos a la libre oferta y demanda, operando desde las 8:30 y hasta las 15:00 horas.

Hasta diciembre de 1998 el precio de cierre de una emisora era el último precio registrado en la sesión. Al considerar indistintamente el último precio como precio de cierre, se puede incurrir en una subvaluación o sobrevaluación en el precio de la acción, ya que el último hecho puede sufrir variaciones significativas respecto a los precios que le anteceden.

La necesidad de crear un método para obtener un precio de cierre es motivada principalmente por el impacto que tiene dicho precio en el comportamiento de los principales indicadores del mercado de capitales mexicano, que son el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) y el Índice México (InMex).

Es por esto que a partir de enero de 1999 el precio de cierre se calcula como un precio promedio ponderado (PPP) que se obtiene por medio del volumen y del precio al que se realiza cada operación durante los últimos 10 minutos de la sesión.

En el presente trabajo se desarrolla un modelo alternativo para calcular el precio de cierre de cualquier serie accionaria, involucrando todos los precios y volúmenes

¹ Fuente: Accival

registrados durante una sesión mediante la aplicación de un modelo de regresión polinomial.

Dentro del capítulo I se expone en forma general lo que es un mercado de valores, quienes participan en él, las diferentes clasificaciones que existen de los mercados, las entidades que los regulan y la importancia de la BMV dentro del mercado accionario mexicano.

En el capítulo II se describe el cálculo de los indicadores más importantes del mercado accionario mexicano, la influencia que tiene el precio de cierre en estos indicadores, el cálculo del precio de cierre como PPP además de comparar los métodos para obtener el precio de cierre en diferentes mercados internacionales.

Para el capítulo III se aplica el modelo de regresión polinomial ponderando (utilizando el volumen) autorregresivo de primer orden para calcular el precio de cierre (PMPP(1)), se hace un análisis de los estimadores, coeficientes, pruebas de significancia y de los supuestos básicos del modelo clásico, apoyado en el desarrollo del análisis de regresión que se encuentra en el Apéndice A.

Dentro del capítulo IV se genera una propuesta formal en la que se considera el modelo ponderado autorregresivo de primer orden para obtener el precio de cierre en el mercado accionario, el modelo propuesto se ejemplifica para diferentes emisoras en el Apéndice B.

Finalmente se exponen las conclusiones del trabajo analizando las ventajas y desventajas del método ponderado para la obtención del precio de cierre.

Capítulo I

El mercado de valores

Capítulo I

El mercado de valores

El mercado de valores es el conjunto de mecanismos e instituciones que permiten realizar la emisión, colocación y distribución de los valores inscritos en el Registro Nacional de Valores de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), aprobados por la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). En este mercado, como en todos, existen la oferta y la demanda, las cuales están representadas por los títulos emitidos y los fondos disponibles para inversión respectivamente.

1.1 Participantes

La finalidad del mercado bursátil es la canalización de recursos hacia empresas para financiar su desarrollo mediante el intercambio de valores. En los procesos de canalización de recursos y de intercambio de valores se requiere de la intervención de tres participantes: las entidades emisoras de valores, los intermediarios bursátiles y los inversionistas.

1.1.1 Entidades emisoras de valores

Son las entidades que siendo representadas por una casa de bolsa, ofrecen al público inversionista valores tales como acciones, títulos de deuda y obligaciones. En el caso de la emisión de acciones, las empresas que deseen realizar una oferta pública deberán cumplir con ciertos requisitos establecidos por la BMV y la CNBV.

1.1.2 Intermediarios bursátiles

Las casas de bolsa son las entidades autorizadas para actuar en el mercado bursátil. Algunas de sus funciones son:

- Realizar operaciones de compraventa de valores.
- Brindar asesoría a las empresas en la colocación de valores y a los inversionistas en la constitución de sus carteras.
- Recibir fondos por concepto de operaciones con valores.
- Realizar transacciones con valores a través de la BMV, por medio de sus operadores.

Los operadores de las casas de bolsa deben estar registrados y autorizados por la CNBV y la BMV.

1.1.3 Inversionistas

Los inversionistas son las personas físicas o morales, nacionales o extranjeras que colocan sus recursos a cambio de valores para obtener rendimientos. En los mercados bursátiles existen grupos de inversionistas representados por las

sociedades de inversión, fondos de pensiones y otras entidades con alta capacidad de inversión y conocimiento del mercado.

1.2 Clasificación de los mercados

- **De acuerdo con los agentes que intervienen en la compraventa**

1.2.1 Mercado primario

El mercado primario se relaciona con la colocación inicial de títulos entre el público inversionista, conocida como *oferta pública*, previa autorización de la CNBV y de la BMV. Su función es la de aportar recursos frescos a las emisoras.

El emisor y la casa de bolsa establecen el precio al cual deberá hacerse la oferta pública de los valores a colocar.

1.2.2 Mercado secundario

El mercado secundario tiene un origen inmediato al de la oferta pública, involucra al intermediario y al inversionista mediante la compraventa de los valores inscritos en la BMV.

- **De acuerdo con el riesgo y el plazo de vencimiento de los instrumentos**

1.2.3 Mercado de capitales

En el mercado de capitales se colocan y negocian valores cuyo objeto es satisfacer las necesidades de capital de las empresas para la realización de proyectos de largo plazo. Las acciones son el ejemplo más claro de los instrumentos que integran este mercado.

1.2.4 Mercado de deuda

En el mercado de deuda se emiten y negocian valores cuyo objeto es satisfacer las necesidades financieras de corto, mediano y largo plazos. En este mercado se negocian instrumentos tales como papel comercial en el ámbito de las empresas privadas, aceptaciones bancarias y pagarés bursátiles en el ámbito de la banca comercial, y Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes), Bonos del Gobierno Federal denominados en unidades de inversión (Udibonos) y Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal (Bondes) en el ámbito del Gobierno Federal.

1.2.5 Mercado de metales

En el mercado de metales se opera con metales amonedados o documentos respaldados por algunos de ellos. No tiene un plazo determinado.

1.2.6 Mercado de derivados

Los productos derivados son un conjunto de instrumentos financieros cuya principal característica es que están vinculados a un valor subyacente o de referencia. Los productos derivados surgieron como instrumentos de cobertura ante fluctuaciones de precio, principalmente en productos agrícolas.

1.3 Instrumentos financieros

Los principales instrumentos del mercado de valores son los siguientes :

1.3.1 Instrumentos de deuda

- Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes)
- Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal (Bondes)
- Bonos del Gobierno Federal denominados en unidades de inversión (Udibonos)
- Aceptaciones Bancarias (AB's)
- Pagarés con Rendimiento Liquidable al Vencimiento (PRLV)
- Papel comercial
- Bonos Bancarios de Desarrollo (BBD's)

1.3.2 Mercado de metales

- Certificados de plata (Ceplatas)
- Onza troy de plata
- Centenario de oro

1.3.3 Mercado de derivados¹

- Futuros
- Forwards
- Opciones
- Warrants
- Swaps

¹ En el mercado de derivados de México (MexDer) no se opera con opciones.

1.3.4 Mercado de capitales

- Acciones
- Obligaciones
- Acciones de Sociedades de Inversión

1.4 Instituciones reguladoras

1.4.1 Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP)

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público es la máxima autoridad del Gobierno Federal en materia económica; le corresponde otorgar o revocar las concesiones de los intermediarios bursátiles y de las bolsas de valores, definir sus áreas de actividad y sancionar administrativamente a quienes infrinjan leyes y reglamentos.

1.4.2 Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV)

La Comisión Nacional Bancaria y de Valores es un órgano de la SHCP con autonomía técnica y facultades ejecutivas; regula la operación de las bolsas de valores, el desempeño de los intermediarios bursátiles y el depósito central de valores. La CNBV puede ordenar la suspensión de la cotización de valores o intervenir administrativamente a los intermediarios que no mantengan prácticas de mercado sanas. Es la entidad responsable de mantener el Registro Nacional de Valores e Intermediarios, en el que se inscriben los intermediarios bursátiles y todo valor negociado en la BMV.

1.4.3 Banco de México (Banxico)

El Banco de México es la institución financiera constituida como banco central; tiene a su cargo proveer al país de moneda nacional, colocar instrumentos crediticios gubernamentales y contribuir a la estabilidad del peso mexicano frente a divisas extranjeras, así como establecer los criterios a los que deben sujetarse los participantes en el mercado de deuda. El Banco de México se encarga también de realizar políticas monetarias, cuya meta no es necesariamente reducir la inflación.

1.5 Bolsa Mexicana de Valores

1.5.1 Historia

La negociación de títulos accionarios comenzó en 1850 a causa del auge minero y en 1894 cuando se constituyó la Bolsa Nacional de México, primer mercado de valores organizado en nuestro país.

La Bolsa de Valores de México S.A., fue constituida en 1933 bajo el esquema de organización auxiliar de crédito. Sus actividades se sujetaron al control de la Comisión Nacional de Valores. El edificio de la calle de Uruguay 68 en la ciudad de

México sirvió como principal centro de operaciones del mercado bursátil mexicano durante 33 años, a partir de su inauguración en 1957.

La Ley de Mercado de Valores fue promulgada en 1975, lo que ayudó a la evolución del mercado de valores organizado. La Bolsa de Valores de México cambió su denominación por la actual Bolsa Mexicana de Valores. En esta fase pueden destacarse:

- La fundación de organismos de apoyo como el Instituto Central para el Depósito de Valores (S.D. Indeval, 1978).
- La representación de los intermediarios en la Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles (AMIB, 1980).

La restitución del régimen mixto de la banca y del crédito se produjo en 1990, que hizo posible la reprivatización de los bancos y la consolidación de los grupos financieros.

La primera emisión en el mercado para la mediana empresa mexicana tuvo lugar en 1993.

Las modificaciones en la última década a la Ley del Mercado de Valores consideran:

- La internacionalización ordenada de la actividad bursátil nacional.
- La simplificación administrativa.
- La formación de grupos financieros no bancarios.

1.5.2 Funciones

La BMV es una institución privada constituida legalmente como sociedad anónima de capital variable y que opera por concesión de la SHCP con apego a la Ley del Mercado de Valores. Sus accionistas son exclusivamente las casas de bolsa autorizadas, las cuales poseen una acción cada una. Las funciones principales de la BMV son:

- Proporcionar la infraestructura y los servicios necesarios para la realización de los procesos de emisión, colocación e intercambio de valores y títulos inscritos en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios.
- Hacer pública la información bursátil; dar a conocer datos acerca de las operaciones realizadas de los valores inscritos, los eventos relevantes que puedan afectar a los precios de los valores y la información financiera de las empresas que cotizan.

- Realizar el manejo administrativo de las operaciones con valores y transmitir la información respectiva al Instituto Central para el Depósito de Valores (S.D. Indeval).
- Vigilar las actividades de las empresas emisoras y casas de bolsa.

1.5.3 Sistemas de operación

- **Sistema convencional**

El sistema convencional tenía lugar en el piso de remates, en las instalaciones de la BMV, en donde los representantes de las casas de bolsa se reunían para ejecutar transacciones con valores del mercado de capitales. Este sistema fue sustituido por sistemas automatizados desde el 11 de enero de 1999.

- **Sistemas automatizados**

La BMV, como la mayoría de las bolsas en el mundo, ha incorporado el instrumental informático más moderno, seguro y confiable para realizar transacciones en forma automatizada tanto en el mercado de capitales como en el mercado de deuda.

1.5.4 Instituciones de soporte

- **Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles (AMIB)**

La AMIB representa a los intermediarios bursátiles ante las autoridades reguladoras. Su objetivo es el de promover el desarrollo de las tareas de intermediación y la adopción de medidas de autorregulación, así como defender los intereses de sus asociados y del mercado de valores en general.

- **Instituto Central para el Depósito de Valores (S.D. Indeval)**

El Indeval custodia los valores que se negocian en la BMV, realiza su administración, compensación, liquidación y transferencia, sin que sea necesario su desplazamiento físico.

- **Fondo de Apoyo al Mercado de Valores**

El Fondo de Apoyo al Mercado de Valores fue constituido mediante las aportaciones de todas las casas de bolsa inscritas en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios que participan en la BMV. Este Fondo vigila el cumplimiento de las obligaciones de los intermediarios bursátiles.

1.6 El mercado accionario

El mercado accionario tiene como finalidad la canalización de recursos hacia empresas y proyectos productivos para financiar su desarrollo, esto se logra a través de la interacción de las entidades emisoras de valores, los intermediarios bursátiles y los inversionistas, los cuales están sujetos a la regulación y supervisión de las autoridades financieras.

1.6.1 Importancia del mercado accionario

El mercado accionario otorga diversas ventajas a las empresas que en él participan :

a) Proporciona liquidez a los inversionistas.

El mercado bursátil permite a los propietarios de valores una rápida conversión en efectivo el capital invertido (liquidez). En ocasiones los accionistas deben desprenderse de su participación en la empresa en busca de la obtención de recursos para realizar inversiones alternativas.

b) Es un medio de publicidad.

El participar en el mercado accionario es una garantía de solvencia, transparencia y prestigio; una empresa que está preparada para salir a cotizar a la Bolsa ha alcanzado un alto grado de organización y control. Este prestigio es reconocido no sólo por los inversionistas, sino por clientes, proveedores e interlocutores financieros de la compañía.

c) Proporciona financiamiento para el crecimiento de la empresa.

Las empresas consideran al mercado accionario como una forma idónea de obtener fondos para sostener su expansión (investigación y desarrollo) a través de recursos propios.

d) Valuación objetiva de la empresa.

El precio que alcanzan las acciones de una compañía que cotiza en la BMV no sólo es representativo del acuerdo entre la oferta y la demanda en el mercado; se convierte también en referencia obligada para los restantes inversionistas, sean accionistas de la compañía o no.

e) Optimizar costos financieros.

f) Planear proyectos de inversión y financiamiento de largo plazo.

1.6.2 Mecanismo de inversión en el mercado accionario

Para realizar una oferta pública de valores, la empresa acude a una casa de bolsa que los ofrecerá (mercado primario) al gran público inversionista; así la empresa emisora recibe los recursos correspondientes a los valores que fueron adquiridos por los inversionistas. Una vez colocados los valores, éstos pueden ser comprados y vendidos (mercado secundario) en la BMV a través de una casa de bolsa.

De esta manera una empresa puede obtener recursos para financiar nuevos proyectos o inversiones, mientras que los inversionistas colocan su dinero en donde esperan un rendimiento mayor.

1.6.3 Requisitos de inscripción en el mercado accionario.

Los requisitos para que una empresa pueda cotizar en la BMV son:

- Que las acciones de la empresa estén inscritas en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios de la CNBV.
- Presentar una solicitud a la BMV con la información financiera, económica y legal correspondiente.

En el mercado accionario únicamente se puede listar a empresas cuyo capital contable sea mayor a 20 millones de unidades de inversión (UDI). Aquellas empresas cuyo capital contable al momento de la oferta pública sea de 20 millones y hasta 125 millones de UDI corresponden al mercado para la mediana empresa mexicana, mientras que aquellas con un capital contable mayor a 125 millones de UDI al momento de la oferta pública, corresponderán al mercado principal.

1.6.4 Acciones

Una acción es un título que representa una parte del capital social de una empresa, cuya tenencia otorga al titular los derechos patrimoniales y corporativos establecidos en el acta de emisión y decretados por la Asamblea de Accionistas correspondiente.

Los derechos patrimoniales son las ganancias de la empresa que se distribuyen en forma de dividendos en efectivo o en acciones liberadas de pago. También el titular de una acción tiene derecho preferente a la suscripción de nuevas emisiones y otros beneficios que se decreten.

Los derechos corporativos otorgan la facultad de elegir y ser elegido en los órganos representativos de la empresa, votar en las Asambleas de Accionistas y ejercer acciones de control y vigilancia autorizados por los estatutos.

El rendimiento que se puede obtener con acciones puede provenir de dos fuentes:

- Ganancia de capital (diferencia entre el precio de compra y el precio de venta).
- Pago de dividendos (en efectivo o en acciones).

a) Tipos de valor de una acción.

El *valor nominal* de una acción equivale al monto del capital representado por la emisión o serie en la fecha de emisión dividido entre el número de acciones; siendo este valor una simple referencia en los títulos. Puede no estar expresado.

El *valor contable* o *valor en libros* de una acción corresponde al capital contable de la empresa en un momento determinado, dividido entre el número de acciones en circulación. Este valor es el que se considera en caso de que exista una liquidación total de la empresa.

El *valor de mercado* corresponde a la cotización al cierre de operaciones en Bolsa de un día determinado, manifestadas en las operaciones de compraventa de las acciones.

b) Derechos que otorgan las acciones.

Los tenedores de acciones ejercen los derechos que de ellas se derivan (dividendos, suscripciones nuevas y canjes) mediante cupones que llevan adheridos los títulos. La realización de estos derechos se hace contra la entrega de los correspondientes cupones.

Canje. Se produce cuando se intercambia una acción por otra equivalente a la cantidad de cupones (recuperación de cupones).

Dividendo en acciones. Se asigna un determinado número de acciones nuevas por otro número determinado de acciones en circulación.

Dividendo en efectivo. Se ejerce al hacerse el cobro del dividendo correspondiente en efectivo sobre la acción. Para calcular el ajuste en el precio únicamente se resta al precio de mercado el valor del dividendo que se cobra.

Suscripción. Se produce cuando la empresa coloca acciones nuevas. Los accionistas de la empresa tienen derecho de preferencia para suscribir las acciones nuevas, en caso de que no lo hagan la empresa puede ofrecerlas a terceros. El precio al que colocan estas nuevas acciones puede ser mayor o menor al que se encuentra en el mercado.

Suscripción de series nuevas. Cuando una empresa aumenta el capital social emitiendo acciones nuevas busca conservar la participación proporcional de los

accionistas en el capital de la empresa. Normalmente el precio de suscripción es menor al precio de mercado. El derecho de suscribir las acciones nuevas tiene determinado valor que en algunas ocasiones puede venderse.

c) Ajustes que afectan a las acciones.

Split o división de acciones. Se produce cuando se aumenta el número de acciones sin aumentar el capital social lo que da como resultado una disminución del valor nominal de las acciones. Se utiliza para dar mayor bursatilidad a la acción.

Split inverso. Se produce al reducir el número de acciones sin disminuir el capital social, como consecuencia el precio de cada acción será mayor. Dependiendo de que tan alto sea el precio de la acción la bursatilidad puede disminuir.

Obligaciones convertibles. Es un tipo especial de obligaciones, dotadas de una característica que le permite al inversionista convertirlas en una cantidad específica de acciones comunes.

d) Tipos de serie.

Cada emisora puede tener una o varias series y éstas son susceptibles de ser colocadas en el mercado en emisiones sucesivas. Una serie está formada por el conjunto de acciones con las mismas características en cuanto al tipo de adquirente y a los derechos que otorga a sus titulares. Los diferentes tipos de series son emitidas según las necesidades que la empresa emisora necesita satisfacer. Las características más generales de algunas series se muestran en la tabla 1. Es importante hacer notar que cada empresa puede señalar características adicionales a las generales.

Algunos ejemplos de los diferentes tipos de serie:

- Telmex. Tiene tres series de acciones: AA, A y L. Las acciones de las series AA y A son las acciones comunes y tienen derecho a voto. La participación de ambas series en el capital social de la empresa es de máximo 51%. Las acciones de la serie AA sólo pueden ser adquiridas por inversionistas mexicanos, mientras que las acciones de la serie A son de libre suscripción. Las acciones de la serie L no tienen derecho a voto y son de libre suscripción. Las acciones de las series A y L cotizan en Estados Unidos por medio de recibos americanos de depósito (ADR) y de acciones americanas de depósito (ADS) respectivamente.

Tabla 1. Principales tipos de series².

Tipo de serie	Significado
A	Serie reservada para accionistas mexicanos y que sólo puede ser adquirida por extranjeros a través de inversiones neutras o de ADR.
A1	Participan en forma directa accionistas mexicanos y representa la parte fija del capital; también llamada de clase 1.
AA	Acciones no negociables de Telmex que se encuentran en un fideicomiso.
B	De libre suscripción, por lo que puede ser adquirida directamente por inversionistas extranjeros.
C	Voto limitado de libre suscripción y representa la parte fija del capital.
CPO	Certificado de Participación Ordinario de libre suscripción. Esta serie otorga derecho de voto restringido.
L	Voto limitado. Puede ser adquirida por inversionistas nacionales o extranjeros.
O	Utilizada exclusivamente en grupos financieros. Puede ser adquirida por inversionistas nacionales o extranjeros.
T	Emisión especial para funcionarios de la compañía, por lo que no son negociables.
UB	Unidades vinculadas que representan acciones de la serie B.
V	De libre suscripción, por lo que puede ser adquirida directamente por inversionistas extranjeros.
*	Indica que es serie única. Llamada nominativa.

- Desc. El capital social de la compañía está representado por acciones de la serie A, B y C sin expresión nominal. Las acciones de las series A y B sólo pueden ser suscritas por inversionistas mexicanos, mientras que las acciones de la serie C pueden ser suscritas por inversionistas mexicanos o extranjeros. Cada acción de la serie A y B otorgan el derecho a participar con un voto en las Asambleas Generales de Accionistas de la compañía. Las acciones serie A siempre deben representar por lo menos el 51% del

² fuente: BMV enero de 1999.

capital social en circulación (sin incluir a las acciones serie C) y el porcentaje de la serie B no debe exceder el 49%. Las acciones de la serie C no podrán exceder del 25% del capital social. La serie C cotiza en Estados Unidos por medio de ADR.

- **Iusacell.** El capital social de la empresa en circulación está integrado por acciones de la series A y V, ambas confieren a su tenedor un voto en cualquier Asamblea General de Accionistas. La serie V no podrán exceder el 49% del capital social. Las acciones de la serie V cotizan en Estados Unidos por medio de ADS.
- **Sanluis.** El capital social de la compañía está conformado por acciones serie A ó CPO. Cada CPO representa tres acciones, una de la serie B, C y D. La serie C no tiene derecho de voto, excepto en ciertas circunstancias limitadas, la serie D tiene derecho de voto limitado y tiene derecho a percibir el dividendo preferente, mientras que las series A y B tienen derechos de voto plenos. La serie A está sujeta a ciertas restricciones con respecto a su adquisición por inversionistas extranjeros.
- **Imsa.** El capital del grupo está representado por acciones serie B y acciones serie C y por acciones preferentes serie P. Las acciones serie B pueden mantenerse en forma de unidades vinculadas BC o no, mientras que las acciones serie C solamente pueden mantenerse en forma de unidades vinculadas BC. Cada unidad vinculada BC está integrada por tres acciones serie B y dos acciones C. Las acciones serie B representarán cuando menos el 75% de las acciones y tendrán pleno derecho de voto. Las acciones serie C no pueden representar más del 25% del capital. Las series B y C tienen los mismos derechos patrimoniales y son de libre suscripción. Las acciones serie C no tienen derecho de voto.

Capítulo II

El precio de cierre en el mercado accionario mexicano

Capítulo II

El precio de cierre en el mercado accionario mexicano

2.1 El precio de cierre

El precio de cierre dentro del mercado accionario tiene diferentes usos: referencia para precios de apertura, precio base para el ajuste de derechos, precio de valores subyacentes y como precio para realizar las operaciones al cierre.

El precio de cierre de una emisora en la BMV era hasta 1998 el último precio registrado en la sesión, sin involucrar el volumen con el cual cerró dicho precio ni las tendencias de precios y volúmenes registrados a lo largo de la jornada.

Al considerar indistintamente el último precio como precio de cierre se puede incurrir en una subvaluación o en una sobrevaluación, ya que el último hecho puede sufrir variaciones porcentuales significativas respecto a los precios que le anteceden; esto es cerrar la última operación con un volumen insignificante pero con una variación importante en el precio respecto a las operaciones inmediatas anteriores. Dicho de otra manera, manipular el precio de cierre con la última operación.

Esta situación impacta directamente el comportamiento de los principales indicadores del mercado de capitales mexicano que son: el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) y el Índice México (InMex), ya que el cálculo del nivel de cierre de ambos utiliza el último hecho de cada una de las emisoras que los integran.

2.2 Indicadores del mercado accionario

Un índice mide el valor de una variable en un periodo de tiempo teniendo como base una fecha determinada. Existen diferentes tipos de índices, entre ellos los siguientes:

- Índice de precios de Laspeyres. Utiliza la medida de cantidad del periodo base como ponderador.

$$I_t = \frac{\sum P_t Q_{t-1}}{\sum P_{t-1} Q_{t-1}} * 100$$

donde:

I_t = Índice en el tiempo t .

P_t = Precios en el periodo t .

P_{t-1} = Precios en el periodo $t-1$.

Q_{t-1} = Cantidad en el periodo $t-1$.

- Índice de Paasche. Emplea medidas de cantidad como ponderador del periodo a calcular en lugar de las medidas de cantidad del periodo base.

$$I_t = \frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_{t-1} Q_t} * 100$$

donde:

- I_t = Índice en el tiempo t .
- P_t = Precios en el periodo t .
- P_{t-1} = Precios en el periodo $t-1$.
- Q_t = Cantidad en el periodo t .

La finalidad del cálculo de índices a partir de los precios de las acciones, es obtener el valor representativo de un conjunto de acciones en un momento específico en el tiempo.

Las fluctuaciones en los precios de los valores cotizados en la BMV responden a la libre interacción entre la oferta y la demanda. La tendencia general de las variaciones en los precios de las acciones generada por las operaciones de compraventa durante la sesión de remates se refleja en tiempo real mediante el cálculo de índices accionarios.

Un índice en el mercado de capitales se construye con series accionarias seleccionadas en base a su representatividad, al giro de los emisores, a la bursatilidad y al valor de mercado o capitalización. El número y tipo de series accionarias consideradas para el cálculo de cada uno de los índices varía en función del tipo de índice de que se trate.

Todos los índices se recalculan (generando un nuevo valor) cada vez que se realiza una transacción de compraventa de acciones que incide en el precio de alguna de las series accionarias que componen su muestra.

Es importante mencionar que cada uno de los índices que genera la BMV puede servir como subyacente para la emisión de productos derivados (opciones y futuros) que se cotizan en los mercados especializados.

Los índices calculados y publicados por la BMV de mayor importancia son:

- Índice de Precios y Cotizaciones (IPC).
- Índice México (InMex).
- Índices sectoriales.

2.2.1 Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)

El Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) es considerado el indicador del desarrollo del mercado accionario en su conjunto en función de las variaciones de precios de una selección de acciones (muestra) balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la BMV.

La muestra empleada para su cálculo se integra por emisoras de distintos sectores de la economía y se revisa semestralmente. En caso de que alguna de las emisoras ya no cumpla con el criterio de selección se le reemplaza por alguna otra que sí califique.

El peso relativo de cada una de las series accionarias que componen la muestra para el cálculo del IPC se determina por su valor de mercado, es decir, se trata de un índice ponderado por el valor de capitalización. Esto significa que el cambio en el precio de una acción integrante del índice influye en su evolución de acuerdo con el peso relativo que dicha acción tiene en la muestra, así un cambio en el precio de una serie accionaria con un alto valor de mercado impacta en mayor medida el valor del IPC que cuando ocurre un cambio equivalente en el precio de una serie accionaria con un menor valor de mercado.

La fecha base de cálculo del IPC es el 30 de octubre de 1978 que se considera igual a 100. Su muestra está conformada por 35 series accionarias clasificadas como de alta y media bursatilidad, es decir, las más negociadas del mercado tanto por volumen como por importe.

A diferencia de otros índices de este tipo, el valor del IPC se relaciona con el día anterior y no con el valor de la fecha base debido a que la muestra es revisada periódicamente con el objeto de considerar a las emisoras líderes y no permitir que ésta se vuelva anacrónica y obsoleta, perdiendo consecuentemente su representatividad.

a) Cálculo del IPC

$$I_t = I_{t-1} \left(\frac{\sum P_{it} * Q_{it}}{\sum P_{i,t-1} * Q_{i,t-1} * F_{it}} \right) \quad (2.1)$$

donde:

I_t = Índice en el tiempo t .

P_{it} = Precio de la acción emitida por la emisora i en el tiempo t .

Q_{it} = Acciones de la emisora i en el tiempo t .

F_{it} = Factor de ajuste.

$i = 1, 2, 3, \dots, n$.

n = Número de emisoras en la muestra.

I_{t-1} = Índice en el tiempo $t-1$.

Es importante destacar que el término I_t es el resultado del producto del valor del índice de la sesión anterior con un factor que considera el valor de mercado de cada emisora (además del factor de ajuste), este factor es el que determina el porcentaje de alza o baja que el índice experimenta del tiempo $t-1$ al tiempo t .

Cualquier cambio en el número de valores inscritos modifica la estructura del índice debido a que el valor de capitalización es utilizado como ponderador, es por esto que se requiere ajustar el valor de las emisoras que decreten derechos aplicando un factor de ajuste al valor de capitalización del día previo. En caso de no requerirse el ajuste el factor es igual a 1. Los factores de ajuste que se aplican se muestran en la tabla 2.

Factor de ajuste :

$$F_i = 1 + \frac{P_u [(A_p * F) - A_u]}{P_u * A_u} \quad (2.2)$$

donde :

- F_u = Factor de ajuste por movimiento de la emisora i en el tiempo t .
- A_u = Número de acciones anterior al ajuste.
- A_c = Número de acciones producto de la conversión del número de acciones anterior al ajuste.
- A_e = Número de acciones por escindir.
- A_p = Número de acciones posteriores al ajuste.
- A_r = Número de acciones por reestructuración.
- A_s = Número de acciones suscritas en la BMV.
- P_u = Precio anterior al ajuste.
- P_p = Precio posterior al ajuste.
- P_s = Precio de suscripción.

b) Selección de la muestra

El procedimiento aplicado por la BMV para la selección de la muestra toma en cuenta el índice de bursatilidad, el cual se calcula considerando el desempeño durante los últimos seis meses de las siguientes variables:

- Importe negociado.
- Volumen de acciones negociadas.
- Rotación (importe/valor de capitalización).
- Número de operaciones efectuadas.
- Total de días de negociación efectiva.

El valor de capitalización de las emisoras que constituye el ponderador en el cálculo del IPC, es también considerado para la selección de la muestra.

La muestra se somete a revisión y actualización con una periodicidad semestral (febrero y julio de cada año). Los cambios en la muestra se dan a conocer con cinco días hábiles de anticipación al inicio del nuevo periodo con la finalidad de dar tiempo suficiente a los participantes del mercado a ajustar sus portafolios de inversión si lo consideran pertinente. Las series accionarias que conforman la muestra para el cálculo del IPC se muestran en la tabla 3.

2.2.2 Índice México (InMex)

El InMex es un índice ponderado por el valor de capitalización de las emisoras que integran a su muestra. A diferencia del IPC la ponderación de una sola serie accionaria no puede ser mayor al 10% al inicio del periodo de vigencia de la muestra.

El InMex se ajusta por el valor de capitalización y por los derechos decretados por las emisoras. Sin embargo no se ajusta por dividendos en efectivo.

La muestra del InMex considera de 20 a 25 emisoras en sus series más representativas y con los niveles más altos de bursatilidad. En la muestra, únicamente se incluye una serie por emisora. La serie seleccionada será la más representativa de la emisora en cuanto a la bursatilidad, capitalización y liquidez.

Se consideran series accionarias de emisoras cuyo valor de mercado mínimo sea US\$100 millones.

La muestra es revisada cada seis meses. El tamaño de la muestra no es fijo y puede ser modificado al momento de la revisión de acuerdo con el número de emisoras que en ese momento cumplan con los criterios de selección. La fecha base del InMex es el 30 de diciembre de 1991, en donde el valor del índice es 100.

Tabla 2. Factor de ajuste¹.

Tipo de movimiento	Factor de ajuste	Efecto
dividendo en efectivo	$F = 1 - \frac{P_u - P_p}{P_u}$	decremento de capital
capitalización	$F = \frac{A_u}{A_p}$	ninguno
escisión	$F = \frac{P_p A_u - P_p A_c}{P_u A_p}$	redención de capital
obligaciones convertibles	$F = \frac{P_u A_u + P_u A_c}{P_u A_p}$	incremento de capital
reestructuración accionaria	$F = \frac{P_u A_u + P_u A_c}{P_u A_p}$	cambio de capital
suscripción	$F = \frac{P_u A_u + P_u A_s}{P_u A_p}$	incremento de capital
suscripción (serie nueva)	$F = 1 - \frac{P_u - P_p}{P_u}$	decremento de capital
split	$F = \frac{A_u}{A_p}$	ninguno

a) Cálculo del InMex

$$I_t = I_{t-1} \left(\frac{\sum P_{it} Q_{it}}{\sum P_{i,t-1} Q_{i,t-1} F_{it}} \right) \quad (2.3)$$

I_t = Índice en el tiempo t .

P_{it} = Precio de la emisora i en el tiempo t .

Q_{it} = Número de acciones de la emisora i en el tiempo t inscritas.

F_{it} = Factor de ajuste por derechos de la acción el día t .

n = Número de emisoras en la muestra.

I_{t-1} = Índice en el tiempo $t-1$.

El cálculo del factor de ajuste por derechos es igual en el IPC y en el InMex (tabla 2).

¹ fuente: BMV junio de 2000

Tabla 3. Acciones que conforman la muestra y su participación en el cálculo del IPC (julio de 2000 a febrero de 2001)².

Acción	(%)	Acción	(%)
Alfa.A	0.8	Gfnorte.O	0.8
Amx.L	9.4	Gissa.B	0.3
Apasco	1.4	Gmexico.B	2.0
Ara	0.4	Gmodelo.C	1.7
Banacci.O	8.9	Gruma.B	0.3
Bimbo.A	1.8	Gsanbor.B1	1.3
Cemex.CPO	6.1	Kimber.A	1.7
Cie.B	0.9	Peñoles	0.4
Comerci.UBC	0.2	Savia.A	2.2
Contal	1.1	Soriana.B	1.4
Desc.B	0.2	Tamsa	1.0
Elektra.CPO	0.3	Telecom.A1	7.5
Femsa.UBD	2.0	Telmex.L	16.3
Gcarso.A1	2.3	Tlevisa.CPO	4.5
Gcc.B	0.1	Tvaztca.CPO	1.4
Geo.B	0.1	Vitro.A	0.3
Gfbb.O	5.8	Walmex.C	1.3
Glinbur.O	3.9	Walmex.V	9.9

2.2.3 Índices sectoriales

Es el conjunto de índices que presentan el comportamiento de ciertos sectores económicos. El método utilizado para el cálculo de los índices sectoriales es el mismo que se utiliza para el IPC, variando únicamente el tamaño de la muestra y los valores que la integran. Sectores:

- Industria extractiva.
- Industria de la transformación.
- Industria de la construcción.
- Comercio.
- Comunicaciones y transportes.
- Servicios.
- Otros.

² fuente: Accival, 23 de febrero de 2001.

2.3 El precio de cierre en los mercados internacionales³

Para evitar la manipulación que puede existir en el cálculo de los índices a través de los precios de cierre de las acciones, encontramos que algunos mercados cuentan con procedimientos especiales para definir los niveles de cierre en los precios de las acciones, aunque algunos otros siguen considerando el precio con el que se realiza la última operación como el precio de cierre.

Algunos mercados accionarios que consideran el último hecho como precio de cierre son:

- New York Stock Exchange (NYSE).
- The Toronto Stock Exchange (TSE).
- Bourse de Montréal.
- London Stock Exchange (LSE).
- Irish Stock Exchange (ISE).
- Swiss Exchange (SWX).
- Amsterdam Exchanges (AEX).
- Deutsche Börse AG.
- Bolsa de Madrid.
- Oslo Bors (OSE).
- The Helsinki Stock Exchange (HEX).
- OM Stockholm Exchange (OMX).
- Istanbul Stock Exchange (ISE).
- Tokyo Stock Exchange (TSE).
- Taiwan Stock Exchange Corp (TSE).
- Johannesburg Stock Exchange.
- The Bermuda Stock Exchange (BSX).

Algunos mercados que han desarrollado procedimientos diferentes:

- Paris Bourse (SBF).

Se consideran las diferentes operaciones ejecutadas entre las 17:00 y 17:05 horas (últimos cinco minutos de la jornada), de tal manera que el precio de cierre será determinado por la operación que haya involucrado el mayor volumen en este periodo.

³ fuente: sitios de internet de las bolsas de valores.

- Brussels Exchange (BXS).

A las 16:30 horas las acciones adoptan el precio al que se operó el mayor número de acciones en todo el día; entre las 16:35 y 16:45 horas (últimos diez minutos de la sesión) sólo es posible operar con este precio.

- Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa).

Existen dos formas de calcular el precio de cierre de acuerdo a la liquidez de las acciones: para las acciones que componen el índice Bovespa y para las que operan en piso (mayor liquidez) existe una llamada de cierre que inicia a las 17:10 y finaliza a las 17:15 horas (últimos cinco minutos de la sesión) en donde se establece el precio de cierre de acuerdo a la subasta de las acciones que se realiza en este periodo, en donde el mejor precio (más elevado) resulta ser el precio de cierre; mientras que para las acciones restantes el último hecho es considerado como precio de cierre.

- Bolsa de Comercio de Buenos Aires (BCBA).

El precio de cierre en las cotizaciones bursátiles dentro del mercado de valores de Buenos Aires es el último precio operado en la rueda de negociaciones. Sin embargo y a manera estadística se da a conocer también el PPP (precio promedio ponderado), el cual da una idea del resumen del día respecto a las operaciones y su volumen. Para obtener este precio se considera la cantidad de acciones negociadas en cada precio multiplicándolas por dicho precio, se suman los totales y se divide por la cantidad de acciones operadas. Las operaciones que se consideran son todas las del día, desde las 10:00 hasta las 17:00 horas. La única condición para estabilizar los precios al cierre, es que en los últimos diez minutos las operaciones deben superar los US\$10,000 para considerarse precio nuevo.

- The Tel Aviv Stock Exchange (TASE).

El precio de cierre es calculado a las 15:30 horas. Se consideran las operaciones previas a esta hora de tal forma que el monto de estas operaciones sea igual a 332,000 shakels. Se obtiene un promedio considerando de estas operaciones las de mayor volumen obteniendo así el precio de cierre.

- The Stock Exchange of Thailand (SET).

Desde el 6 de septiembre de 1999 la forma de obtener el precio de cierre ha sido modificada del último hecho al método de llamada aleatoria de mercado (*random call market*). Este método toma en cuenta un periodo de cierre de 16:35 a 16:40. Se considera para el precio de cierre, el precio con el que se opera el mayor volumen. Si existe más de un precio con este máximo volumen se considera el último precio con el que se operó. Si existe más de un precio con estas

características se considera el precio más alto. De no existir operaciones en la jornada se considera el último precio de cierre en el mercado.

2.4 Precio de cierre calculado como precio promedio ponderado (PPP)

El mercado de valores en México también ha desarrollado un método para evitar las variaciones en el precio de las acciones al final de la jornada. Desde enero de 1999, la BMV adoptó un nuevo mecanismo para calcular el precio de cierre de cada acción con base en el precio promedio ponderado (PPP).

El PPP se obtiene de la ponderación por volumen de los precios a los que se realiza cada operación de compraventa durante el periodo preestablecido (10 minutos) previo al término de la sesión de remate.

De esta forma, si se realizan operaciones entre las 14:50 y las 15:00 horas, por cada operación se calcula un PPP. El último PPP calculado durante ese periodo se considera el precio de cierre para esa serie accionaria.

En caso de que no se realicen operaciones con una serie en particular durante los últimos diez minutos de la sesión, se considera el último hecho registrado durante la jornada como precio de cierre. Si no se realizan operaciones durante el día se considera el último precio de cierre.

Las variaciones de precios en puntos y porcentaje se calculan y muestran de la siguiente forma:

- Durante la sesión bursátil se considera el último hecho y se compara con el precio de cierre anterior.
- Al cierre de la sesión los sistemas toman el precio de cierre del día contra el precio de cierre anterior.

Es importante mencionar que los índices que calcula la BMV se ven afectados por el nuevo mecanismo de cálculo del precio de cierre, por lo que a partir de las 14:50 horas de cada sesión bursátil los precios de referencia para el cálculo del IPC, el InMex y los índices sectoriales consideran a los precios promedio ponderados (PPP).

2.4.1 Cálculo del PPP

El PPP se calcula con la siguiente fórmula:

$$PPP = \frac{\sum V_i P_i}{V_{total}} \quad (2.4)$$

donde:

- PPP = Precio promedio ponderado por el volumen de la serie accionaria.
 V_i = Volumen de la i -ésima operación de la serie accionaria.
 P_i = Precio de la i -ésima operación de la serie accionaria.
 V_{acum} = Volumen acumulado de la i -ésima a la n -ésima operación de la serie accionaria.
 n = Número total de operaciones realizadas en el periodo.

De esta forma, el PPP será calculado dividiendo el importe entre el volumen operado resultado de la suma de las transacciones realizadas desde las 14:50 horas hasta el momento del cálculo.

2.4.2 Ejemplo para determinar el PPP de una serie accionaria

Tabla 4. Comportamiento del precio de una acción en los últimos diez minutos de la sesión⁴.

Hora	Precio (P_i)	Volumen (V_i)	$V_i * P_i$	PPP
14:51	9.62	15,000	144,300	9.62
14:52	9.62	30,000	288,600	9.62
14:53	9.62	5,000	48,100	9.62
14:55	9.62	40,000	384,800	9.62
14:56	9.62	25,000	240,500	9.62
14:57	9.60	10,000	96,000	9.61
14:58	9.60	100,000	960,000	9.61
Total		225,000	2,162,300	

Si el precio de cierre fuese el último hecho, en este caso sería \$9.60. De acuerdo con el cálculo mediante el PPP el resultado sería :

$$PPP = \frac{144,300 + 288,600 + \dots + 960,000}{15,000 + 30,000 + \dots + 100,000} = \frac{2,162,300}{225,000} = 9.6102$$

$$PPP = \$9.6102$$

⁴ fuente: BMV junio de 2000

*Consideraciones :

- El PPP resultante se ajustará a la *puja* inmediata correspondiente de acuerdo con la *tabla de pujas* para cada tipo de valor.
- En el cálculo se considerarán exclusivamente operaciones de *lotes* excluyendo las operaciones de *picos*.

Aplicación de la tabla de pujas.

El PPP resultante es \$9.6102, este precio pertenece al intervalo (5.02, 20.00), por lo que la puja a considerar es 0.02. Los precios que más se acercan al PPP con dicha puja son 9.60 y 9.62. El precio final resulta ser de \$9.62 por ser más cercano al valor del PPP (9.6102).

Tabla 5. Consulta de pujas para acciones.

Precio mínimo	Precio máximo	Puja
0.010	0.20	0.001
0.021	5.00	0.010
5.020	20.00	0.020
20.050	50.00	0.050
50.100	99,999.99	0.100

El calcular el precio de cierre como PPP cumple parcialmente con el objetivo de tener un precio más representativo de la jornada y sobretodo de impedir que exista alguna operación irregular al final de la sesión que tenga como consecuencia que el precio de cierre (antes último hecho) tenga una variación considerable con las operaciones que se realizaron en el día.

La variable volumen es importante para obtener el PPP ya que con ella se pondera el precio de cierre. Se debe considerar que la ventaja principal de adoptar el PPP como precio de cierre es la facilidad de su cálculo.

2.5 Un método alternativo al PPP para el cálculo del precio de cierre

El deseo de obtener un precio más representativo de acuerdo con lo que sucede en la jornada bursátil nos lleva al desarrollo de un procedimiento alternativo al PPP para el cálculo del precio de cierre.

Dentro de este nuevo procedimiento es importante considerar todas las operaciones del día (precios y volúmenes) para que el precio refleje en forma fidedigna el movimiento de la emisora que corresponda .

Posiblemente lo más sencillo sería ponderar de la misma forma que se hace con el PPP, pero no sólo con los últimos diez minutos de la sesión sino considerando todas las operaciones de compraventa; esto daría como resultado un promedio ponderado total, es decir, se consideraría el valor medio de la jornada completa.

Dado que el análisis de regresión ha encontrado diferentes aplicaciones dentro de la economía y las finanzas, es posible pensar que un modelo estadístico de este tipo podría arrojar resultados positivos.

Considerar una jornada completa del mercado accionario implica observar los movimientos del precio y del volumen en el tiempo. A partir de esta información es posible obtener una curva que describa el comportamiento de los precios de la emisora de un día en particular, de tal modo que al estimar los parámetros de dicha curva se obtenga el valor teórico de la emisora para cada minuto de la sesión, en particular del final de la jornada.

Es importante considerar que el mercado accionario conlleva una dinámica que es representada por la curva que se obtiene, ya que el precio se mueve a través de ella. El calcular un promedio ponderado total de las operaciones durante toda la sesión implica que se considere al precio de una forma estática. Por esto consideramos en el siguiente capítulo el análisis de regresión para obtener un método alternativo que sea eficiente.

Capítulo III

Aplicación del modelo de regresión polinomial como alternativa para determinar el precio de cierre

Capítulo III

Aplicación del modelo de regresión polinomial como alternativa para determinar el precio de cierre

Dado que la operatividad del mercado accionario está en función de las expectativas de los inversionistas, se pueden presentar una gran variedad de precios para cada emisora durante la jornada. Un mercado puede mostrar tendencia a la alza al inicio de la sesión y cerrar a la baja o bien modificar la tendencia en repetidas ocasiones a lo largo de la sesión de acuerdo a la volatilidad del mercado.

La aplicación del modelo de regresión pretende que todas las operaciones con sus respectivos volúmenes registrados durante la jornada sean utilizados para determinar el precio de cierre de una emisora cualquiera. Esto significa ponderar el precio de cierre con el volumen de cada operación a lo largo de toda la sesión.

La forma funcional que se utiliza (lineal o cuadrática) dependerá de la descripción que se obtenga en el diagrama de dispersión de la emisora en cuestión.

3.1 Aplicación del modelo de regresión

La relación entre dos o más fenómenos puede describirse como la vinculación que guarda la serie de valores de un fenómeno medible con respecto a la serie de valores de otro fenómeno. En el caso del precio de cierre se considerará el precio y el tiempo en el cual se registra una operación de una acción cualquiera durante la sesión. Si en conjunto se consideran todos los registros de un día de operación, se tiene una serie de precios con sus correspondientes tiempos relacionados entre sí.

La relación entre los precios y el tiempo registrados se expresa como una ecuación matemática. Esto es posible debido a que ambos fenómenos toman una serie de valores variables con los que se estiman valores de cualquiera de los dos fenómenos involucrados por medio de un modelo de regresión. De este modo, un fenómeno es la variable dependiente, en este caso los precios (y), y el otro la variable independiente o explicativa, que sería el tiempo (x). Con esta consideración es posible estimar valores de y a partir de los valores de x por medio del modelo de regresión.

La variable explicativa (x) se determina de la siguiente manera: dado que el mercado inicia operaciones a partir de las 8:30, a este tiempo le corresponde el minuto 0, a las 8:31 le corresponde el minuto 1 y así sucesivamente hasta llegar al minuto 390 que corresponde a las 15:00 horas, momento en el que el mercado cierra operaciones. De este modo es posible obtener un par ordenado que asocia el precio de una emisora cualquiera con su respectivo minuto al momento de registrarse dicho precio. El tamaño de la serie Y está en función del número de operaciones registradas. La estimación del precio de cierre se obtendrá de acuerdo

con el modelo de regresión seleccionado valuando en el último minuto de operación x .

Los minutos en los que no se realice ninguna operación (no exista precio) no serán considerados.

La elección del tipo de curva de regresión que se debe utilizar depende de la tendencia que muestran los datos en el diagrama de dispersión. La correcta selección del tipo de curva arrojará estimaciones confiables del precio de cierre buscado.

Se considera el movimiento del precio del CPO de la emisora Tvaztca (Tvaztca.CPO) del 17 de noviembre de 2000 para obtener el diagrama de dispersión:

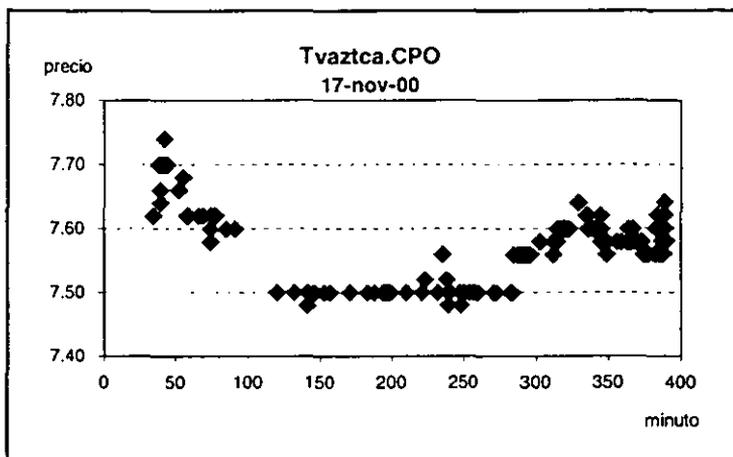
Tabla 6. Precios de Tvaztca.CPO del 17 de noviembre de 2000¹.

Hora	Minuto	Precio
9:04	34	7.62
9:08	38	7.70
9:08	38	7.70
9:09	39	7.66
9:09	39	7.70
⋮	⋮	⋮
14:59	289	7.62
14:59	289	7.64
14:59	289	7.64
15:00	290	7.58
15:00	290	7.58

Los precios de las acciones de Tvaztca.CPO indican que al inicio de la sesión se registró una alza (precio de apertura de \$7.62) de 1.0%. Las últimas operaciones de la jornada muestran que el precio se mantuvo dentro de un rango de \$7.65 y \$7.55. El último hecho fue de \$7.58. El total de operaciones que se registraron ese día fueron 205.

¹ fuente: Accival, 17 de noviembre de 2000.

Figura 1. Diagrama de dispersión de los precios de Tvaztca.CPO del 17 de noviembre de 2000.



De acuerdo al diagrama de dispersión que se genera a partir de los precios de la acción de Tvaztca.CPO, ajustamos diferentes curvas:

Figura 2. Ajuste con el modelo lineal.

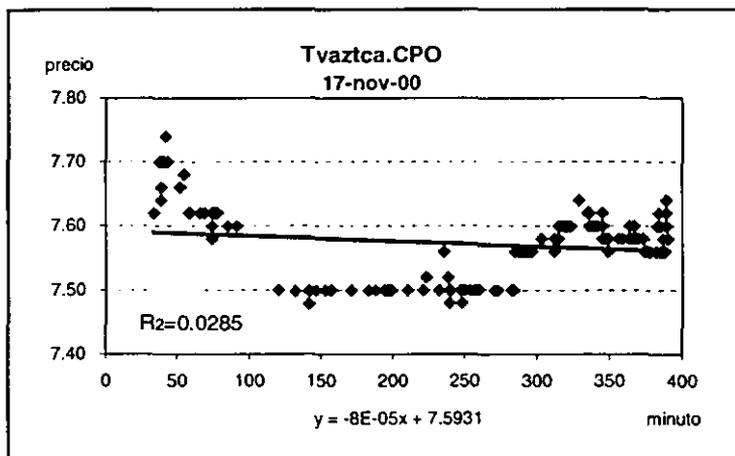


Figura 3. Ajuste con el modelo exponencial.

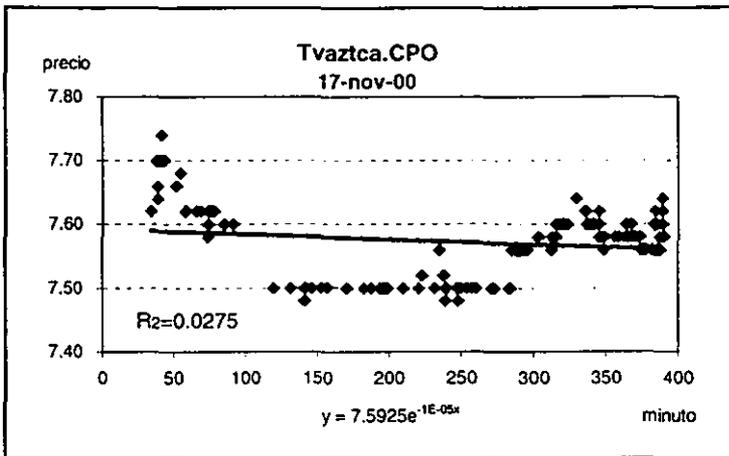


Figura 4. Ajuste con el modelo polinomial de segundo grado.

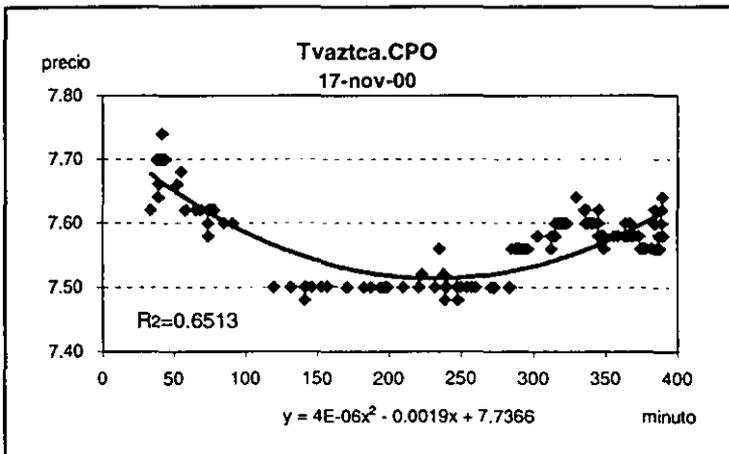
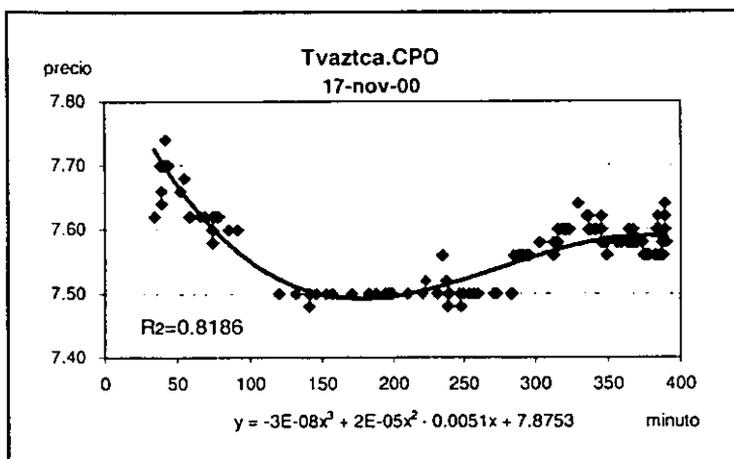


Figura 5. Ajuste con el modelo polinomial de tercer grado.



El indicador del buen o mal ajuste de la curva a las observaciones es la R^2 , en el caso del modelo lineal y exponencial es de 0.03, en el polinomial de segundo grado de 0.65 y en el polinomial de tercer grado de 0.82. También es importante considerar que los precios sufren alzas y bajas durante la jornada, lo que no queda reflejado en un modelo lineal, exponencial o logarítmico.

El grado del polinomio depende en gran medida del comportamiento de los precios de las emisoras; es posible que considerar un polinomio de segundo grado no sea suficiente para describir los movimientos en el precio de todas las emisoras en todos los días, además de que la precisión de un polinomio de mayor grado es mejor. Dentro del mercado de capitales se manejan grandes cantidades de dinero y un cambio mínimo en el precio de una acción puede llegar a representar un importante capital.

El proponer un polinomio de tercer grado asegura que el modelo tendrá la posibilidad de describir las alzas o bajas que el precio de una acción registre, además de que arrojará resultados precisos. En caso de que un polinomio de menor grado sea suficiente el estimador que no sea significativo será muy cercano a cero. En consecuencia el modelo de regresión a aplicar será :

$$y_i = b_0 + b_1x_i + b_2x_i^2 + b_3x_i^3 + u_i \quad (3.1)$$

El modelo a aplicar consta de 1 variable explicativa (tiempo) elevada a la segunda y tercera potencia con tamaño de población n , por lo que en forma matricial la

solución para obtener los estimadores por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) \hat{b} es:

$$(X'X)b = X'Y \quad (3.2)$$

$$(4 \times n) (n \times 4) (4 \times 1) = (4 \times n) (n \times 1)$$

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} n & \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 & \sum x^5 \\ \sum x^3 & \sum x^4 & \sum x^5 & \sum x^6 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum xy \\ \sum x^2 y \\ \sum x^3 y \end{bmatrix} \\ X'X & b & & X'Y \end{matrix} \quad (3.3)$$

Después de determinar la forma funcional del modelo que se aplicará se estiman los parámetros para posteriormente obtener las pruebas de significancia y saber si es válido el uso del modelo.

El Apéndice A muestra de forma puntual la obtención de los estimadores y demás indicadores que se utilizan en el análisis de regresión.

Se calculan los estimadores para el comportamiento del precio de Tvaztca.CPO del 17 de noviembre de 2000 de acuerdo con (3.2) son:

Estimadores	
\hat{b}_0	7.8753
\hat{b}_1	-0.0051
\hat{b}_2	2E-05
\hat{b}_3	-3E-08

De esta forma el modelo polinomial de tercer grado (figura 6) que explica el comportamiento del precio del día 17 de noviembre de 2000 de la emisora Tvaztca.CPO es:

$$\hat{y} = 7.8753 - 0.0051x + 2.4E - 05x^2 - 3E - 08x^3$$

Para obtener el precio de cierre de acuerdo al modelo polinomial (PMP) de esta jornada lo único que resta es evaluar en la función el minuto que corresponde a las 15:00 horas (390).

PMP	\$7.5868
-----	----------

El precio con el cual se hizo la última operación de la jornada fue de \$7.58, mismo resultado que obtenemos con el modelo polinomial.

Se consideran ahora los precios registrados por la emisora Cel en su serie V (Cel.V), en el transcurso de la sesión del 17 de noviembre de 2000 para obtener el diagrama de dispersión que corresponde a los siguientes precios:

Tabla 7. Precios de Cel.V del 17 de noviembre de 2000².

Hora	Minuto	Precio
9:09	39	12.90
9:14	44	13.06
9:16	46	13.06
9:17	47	13.06
9:19	49	13.00
⋮	⋮	⋮
14:52	282	12.60
14:57	287	12.60
14:58	288	12.88
14:58	288	12.88
14:58	288	12.88

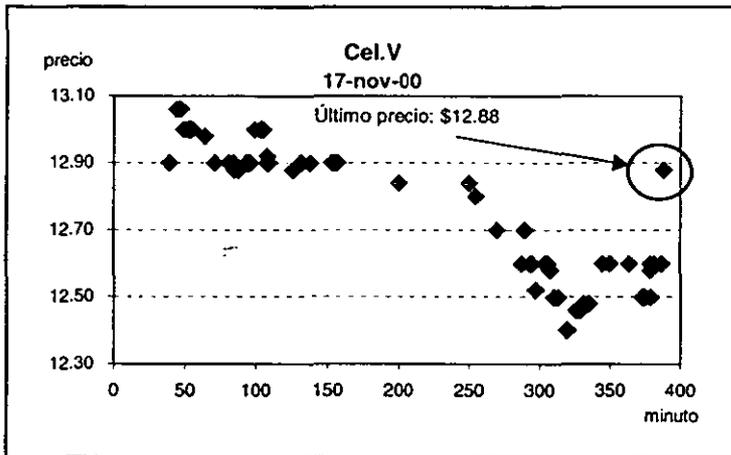
Al considerar en la tabla anterior los precios del inicio y fin de la jornada, se observa que la primera operación que se ejecutó de la emisora Cel.V fue con un precio de \$12.90, las siguientes fueron de \$13.06 registrando una alza en los primeros minutos de la sesión de 1.2%. En las últimas operaciones de la jornada se observa que el precio tuvo un movimiento a la baja. Las últimas tres operaciones se realizaron a un precio de \$12.88, 2.2% de diferencia respecto al precio anterior de \$12.60, rompiendo con la tendencia a la baja. El total de operaciones que se registraron ese día fue de 83.

Se podría pensar que las últimas tres operaciones están sobrevaluadas. Este es un claro ejemplo en el que el considerar el último precio operado como precio de cierre no es correcto.

² fuente: Accival, 17 de noviembre de 2000.

Se contrasta el precio máximo de la sesión que fue de \$13.06 casi al inicio del día con el precio mínimo que fue de \$12.40 registrado en las operaciones finales. El incremento porcentual entre estos precios es de 5.3%, lo que representa una ganancia importante.

Figura 6. Diagrama de dispersión de los precios de Cel.V del 17 de noviembre de 2000.



En el modelo anterior no se consideró la variable volumen, al incluirla es posible utilizar un modelo en el que los estimadores se calculen por medio de mínimos cuadrados generalizados (MCG) y obtener un precio más representativo de la jornada.

3.2 Importancia del volumen en el modelo de regresión

Como ya se ha mencionado, no es suficiente considerar sólo el precio de las operaciones que se generan durante una jornada, sino que es necesaria la presencia de la variable volumen para que el estimador del precio de cierre sea el más exacto de acuerdo con el comportamiento del mercado accionario.

Se considerará una matriz de tamaño $n \times n$ para representar el volumen:

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix}$$

Para incluir la matriz V en nuestro modelo se considera el método de mínimos cuadrados generalizados (MCG) (a.23)³. El objetivo de incluir el volumen (V) dentro del parámetro estimado es la obtención de un precio más representativo, de tal manera que el volumen de cada operación influya únicamente en el precio que le corresponde, por lo que se considera a la matriz V de la siguiente forma:

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & v_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & v_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

en donde sólo los valores de la diagonal tienen valores diferentes de cero. Estos valores corresponden al volumen de cada operación.

Se considera la igualdad a partir de la que obtenemos el estimador \hat{b} en el modelo de regresión (3.2) y se incluye la matriz V en ambos lados de la ecuación (MCG):

$$(X'VX)b = X'VY \quad (3.5)$$

$$(4xn) (nxn) (nx4) (4x1) = (4xn) (nxn) (nx1)$$

$$\begin{bmatrix} \sum v & \sum xv & \sum x^2v & \sum x^3v \\ \sum xv & \sum x^2v & \sum x^3v & \sum x^4v \\ \sum x^2v & \sum x^3v & \sum x^4v & \sum x^5v \\ \sum x^3v & \sum x^4v & \sum x^5v & \sum x^6v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum yv \\ \sum xyv \\ \sum x^2yv \\ \sum x^3yv \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$X'VX$

$b \quad X'VY$

Al desarrollar la forma matricial (3.5) se obtienen las ecuaciones normales, las cuales contienen a la variable volumen en ambos lados de la igualdad, por lo que las igualdades no sufren ninguna variación; además por la forma de la matriz V

³ (a.23) corresponde a la fórmula 23 que se encuentra en el apéndice A.

(valores sólo en su diagonal principal) los volúmenes ponderan sólo al precio que les corresponde:

$$\begin{aligned}
 \sum vb_0 + \sum xvb_1 + \sum x^2vb_2 + \sum x^3vb_3 &= \sum yv \\
 \sum xvb_0 + \sum x^2vb_1 + \sum x^3vb_2 + \sum x^4vb_3 &= \sum xyv \\
 \sum x^2vb_0 + \sum x^3vb_1 + \sum x^4vb_2 + \sum x^5vb_3 &= \sum x^2yv \\
 \sum x^3vb_0 + \sum x^4vb_1 + \sum x^5vb_2 + \sum x^6vb_3 &= \sum x^3yv
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Al obtener la curva dentro del diagrama de dispersión se encuentra que los puntos que representan a cada operación tendrán diferente influencia, de tal forma que las operaciones con mayor volumen "atraerán" a la curva más que aquellas que tengan un menor volumen.

3.3 Aplicación del modelo de regresión polinomial ponderado con el volumen

Se considera el ejemplo que se desarrolló en la sección 3.1 sobre el comportamiento del precio de la acción Tvaztca.CPO, ahora tomando en cuenta los volúmenes con los cuales se operó durante la jornada para aplicar el modelo polinomial ponderado (MPP).

Tabla 8. Precios y volúmenes de Tvaztca.CPO del 17 de noviembre de 2000⁴.

Hora	Minuto	Precio	Volumen
9:04	34	7.62	100,000
9:08	38	7.70	8,000
9:08	38	7.70	50,000
9:09	39	7.66	10,000
⋮	⋮	⋮	⋮
14:59	389	7.62	6,000
14:59	389	7.64	7,000
14:59	389	7.64	8,000
15:00	390	7.58	1,000
15:00	390	7.58	2,000

Durante la sesión del 17 de noviembre de 2000 se operaron 562,000 acciones a un precio de \$7.58, 528,000 acciones a un precio de \$7.60 y 471,000 a un precio de \$7.50 (tabla 9). La última operación que se realizó en este día fue con un precio de

⁴ fuente: Accival, 17 de noviembre de 2000.

\$7.58, lo que indica que el precio de cierre refleja en forma fidedigna el comportamiento del mercado para esta emisora en este día.

Tabla 9. Volúmenes con los que se operó cada precio el día 17 de noviembre de 2000.

Precio	Volumen	Precio	Volumen
7.58	562,000	7.48	198,000
7.60	528,000	7.70	195,000
7.50	471,000	7.66	60,000
7.56	469,000	7.68	60,000
7.64	307,000	7.52	20,000
7.62	269,000	7.74	2,000

Conociendo los precios y sus respectivos volúmenes es posible obtener las matrices X (minutos), Y (precios) y V (volúmenes):

$$X_{205 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & 34 & 1156 & 39304 \\ 1 & 38 & 1444 & 54872 \\ 1 & 38 & 1444 & 54872 \\ 1 & 39 & 1521 & 59319 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 389 & 151321 & 5.89E+07 \\ 1 & 389 & 151321 & 5.89E+07 \\ 1 & 390 & 152300 & 5.93E+07 \\ 1 & 390 & 152300 & 5.93E+07 \end{bmatrix} \quad Y_{205 \times 1} = \begin{bmatrix} 7.62 \\ 7.70 \\ 7.70 \\ 7.66 \\ \vdots \\ 7.64 \\ 7.64 \\ 7.58 \\ 7.58 \end{bmatrix}$$

$$V_{205 \times 205} = \begin{bmatrix} 100000 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8000 & & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50000 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 8000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 2000 \end{bmatrix}$$

Al desarrollar la forma matricial 3.5, se obtiene la matriz simétrica siguiente:

$$\begin{bmatrix} 3.1E+06 & 7.16E+08 & 2.21E+11 & 7.46E+13 \\ 7.16E+08 & 2.21E+11 & 7.46E+13 & 2.60E+16 \\ 2.21E+11 & 7.46E+13 & 2.60E+16 & 4.97E+18 \\ 7.46E+13 & 2.60E+16 & 4.97E+18 & 3.32E+21 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.35E+07 \\ 5.42E+09 \\ 1.68E+12 \\ 5.65E+14 \end{bmatrix}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones anterior se obtienen los estimadores (\hat{b}):

Estimadores	
\hat{b}_0	7.8015
\hat{b}_1	-4.17E-03
\hat{b}_2	1.74E-05
\hat{b}_3	-2.09E-08

El modelo para calcular el PMPP de Tvaztca.CPO el día 17 de noviembre está dado por:

$$\hat{Y} = 7.8015 - 4.17E-03x + 1.74E-05x^2 - 2.09E-08x^3$$

Para calcular el precio del modelo polinomial ponderado (PMPP) se evalúa en la ecuación el valor $x=390$, minuto que corresponde a las 15:00 horas.

PMPP	\$ 7.5883
------	-----------

Para obtener el PPP de Tvaztca.CPO del 17 de noviembre de 2000 se consideran las operaciones que se realizaron dentro de los últimos diez minutos de la jornada.

Al comparar en este ejemplo el PMPP y el PPP no encontramos ninguna diferencia significativa ya que al utilizar las pujas el precio de cierre en ambos casos es de \$7.58.

Cálculo del PPP de Tvaztca.CPO del 17 de noviembre de 2000.

Hora	Precio	Volumen	Pi * Vi
14:52	7.56	12,000	90,720
14:52	7.56	39,000	294,840
14:52	7.60	1,000	7,600
⋮	⋮	⋮	⋮
14:59	7.64	8,000	61,120
15:00	7.58	1,000	7,580
15:00	7.58	2,000	15,160
Total		386,000	2,929,520

PPP	\$ 7.5894
-----	-----------

Ahora se considera el segundo ejemplo que se mencionó en la sección 3.1 (el precio de Cel.V del día 17 de noviembre de 2000). Se puede esperar que el PPP y el PMPP sean diferentes ya que en los últimos minutos se registraron tres operaciones a un precio mayor respecto a las operaciones de la jornada y con un volumen poco significativo (figura 6).

La ecuación que resulta al aplicar el MPP para Cel.V es:

$$\hat{Y} = 12.7125 + 5.07E - 03x - 3.55E - 05x^2 + 5.62E - 08x^3$$

Al evaluar el minuto $x=390$ se obtiene el PMPP:

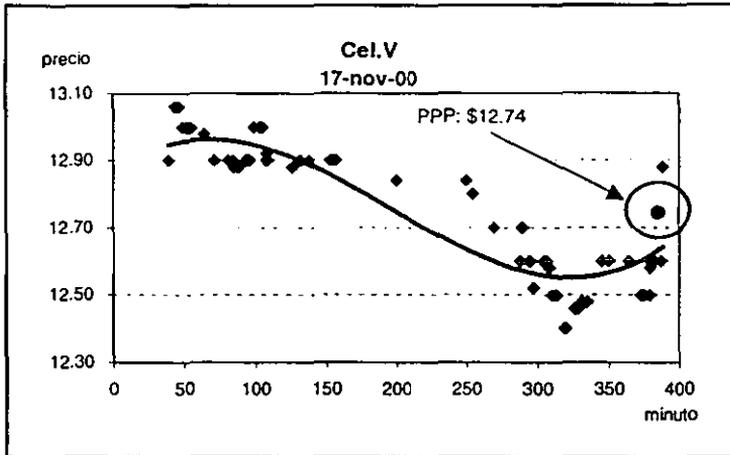
PMPP	\$ 12.6232
------	------------

Al calcular el PPP se obtiene:

PPP	\$ 12.7330
-----	------------

En este caso la diferencia entre el PPP y el PMPP es de \$0.12 ó 1%. El comportamiento del precio de Cel.V en esta sesión es un claro ejemplo en el que se muestra que el PPP no resuelve el problema de una sobrevaluación o una subvaluación en el precio de una acción.

Figura 7. Comparativo entre PPP, PMPP y último hecho.



Para completar el modelo se debe de obtener el estimador para calcular la varianza en el modelo y el coeficiente de determinación para conocer la bondad de ajuste de la curva obtenida respecto al comportamiento de los precios.

Continuando con el comportamiento de Cel.V:

Para calcular σ^2 se utiliza (a.25) por MCG:

$$\hat{\sigma}^2 = 0.0083$$

Con el cálculo de $\hat{\sigma}^2$ se conoce la dispersión de los valores alrededor del valor esperado. En este caso, la $\hat{\sigma}^2$ obtenida es pequeña respecto a los valores del precio de la emisora, por lo que el modelo se considera "preciso" dado que la variación de los precios estimados respecto a los reales no es significativa.

Para determinar en qué medida el modelo de regresión se ajusta al comportamiento de los precios se calcula el coeficiente de determinación corregido con (a.16):

R^2	0.7849
-------	--------

El coeficiente de determinación indica la forma en que se distribuyen los datos alrededor de \bar{Y} ; funciona como parámetro para conocer la bondad de ajuste que existe en la ecuación de regresión (polinomio estimado); en este caso es mayor al 75% que aunque no es un excelente resultado lo podemos considerar como bueno. Este coeficiente se vio afectado porque las variaciones en los precios de algunas operaciones en un periodo de tiempo pequeño eran considerables (como lo que sucedió en las últimas tres operaciones, un incremento de más de 2% en el precio de la acción en un minuto).

Se debe de mostrar que los estimadores son significativos en el modelo.

a) Prueba de significancia para los estimadores individualmente.

Se utiliza el estadístico t para realizar las pruebas de hipótesis sobre cualquier estimador individual de regresión parcial; la hipótesis nula supone que el estimador individual es igual a cero ($H_0: b_i = 0$).

Al calcular el estadístico t para cada uno de los estimadores con (a.17) en el modelo de regresión se obtiene:

Estadístico t	
\hat{b}_0	183.59
\hat{b}_1	2.52
\hat{b}_2	-4.50
\hat{b}_3	-5.10

Después de obtener el estadístico t se debe de contrastar con la tabla t -student al 95% de confianza que indica un valor de 1.96 por lo que se rechaza la hipótesis nula y se concluye que todos los estimadores son significativos en forma individual.

En algún otro caso no sería difícil encontrar que esta prueba indique que algún estimador es significativamente cero, esto depende de la forma funcional que mejor se ajuste al comportamiento de los precios (polinomio de menor grado).

Suponiendo que algún estimador no fuera significativo, esto no sería grave dado que el modelo de regresión contempla la posibilidad de que el polinomio a aplicar fuera de un grado menor.

b) Prueba de significancia para los estimadores en forma global:

Con el estadístico F se determina la significancia de los coeficientes de regresión en forma global; la hipótesis nula supone que todos los estimadores son iguales a cero ($H_0: b_0 = b_1 = b_2 = b_3 = 0$).

Para calcular el estadístico F se utiliza (a.18):

F	120.61
-----	--------

Después de obtener el estadístico F se debe contrastar con la tabla F al 95% de confianza con 3 y 82 grados de libertad la que arroja un valor aproximado a 8.55, por lo que se rechaza la hipótesis nula. Esto indica que el modelo de regresión es significativo en forma global.

Se concluye la parte de la estimación del modelo con la tabla ANOVA, en la que se resume la información referente a las pruebas de significancia:

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Suma de cuadrados medios
Regresión	2.49	3	0.83
Residual	0.68	79	8.66E-03
Total	3.18	82	

Después de analizar la parte de estimación del modelo es posible concluir que éste es adecuado para describir el comportamiento de los precios de las emisoras dentro del mercado accionario.

En la última sección de este capítulo se verificará el cumplimiento de los supuestos que se consideran para la construcción del modelo de regresión.

1) Multicolinealidad

El modelo de regresión que se utiliza es de la forma (a.20):

$$Y_i = b_0 + b_1x_i + b_2x_i^2 + b_3x_i^3 + u_i$$

Existe una relación funcional entre las variables. Es claro que la relación no es lineal (la función que se ajusta es cuadrática o cúbica), por lo que este modelo en particular no viola el supuesto de multicolinealidad.

2) Heteroscedasticidad (MCG)

La estimación de los parámetros en el modelo de regresión se hace por medio de MCG por lo que el modelo considera la existencia de heteroscedasticidad. Utilizamos la matriz V que es construida a partir de los volúmenes con los que se realiza cada operación en la sesión bursatil.

3) Autocorrelación

Para determinar si en el modelo existe autocorrelación se aplica la prueba Durbin-Watson. Esta prueba se construye a partir de la hipótesis nula de que no existe autocorrelación, por lo que se calcula el estadístico d de acuerdo con (a.26):

d	0.4368
-----	--------

Se debe de contrastar el estadístico d con los valores en tablas $dL=1.482$ y $dU=1.528$, como $d < dL$ se rechaza la hipótesis nula de que no existe autocorrelación y se considera la hipótesis alternativa de que existe autocorrelación positiva.

Para corregir el problema de autocorrelación se adopta un modelo autorregresivo de primer orden (a.27) y en donde se obtiene una $\rho=0.8260$. El estadístico d con el modelo autorregresivo de primer orden es:

d	1.7589
-----	--------

Al contrastarlo con los valores en tablas $dL=1.482$ y $dU=1.528$ se observa que $d > dU$ y menor a $4-dU$ (2.472) por lo que aceptamos la hipótesis nula de que no existe autocorrelación.

El modelo de regresión que describe el movimiento del precio de la acción es:

$$\hat{P} = 12.9658 + 1.13E - 03x - 1.78E - 05x^2 + 3.33E - 08x^3$$

Al evaluar en el último minuto el precio del modelo polinomial ponderado autorregresivo de primer orden (PMPP(1)) es:

<i>PMPP(1)</i>	12.6744
----------------	---------

El nuevo precio de cierre que se obtiene es \$12.68⁵. Este precio es mayor en 0.5% al precio que se había obtenido con el modelo ponderado (\$12.62).

4) Normalidad

El supuesto de normalidad no es esencial dado que el objetivo del modelo es únicamente la estimación. Si los u_i no están normalmente distribuidos puede mostrarse que los estimadores si tienden a estarlo a medida que aumenta indefinidamente el tamaño de la muestra (a.32).

Conclusiones del capítulo

No se debe de perder de vista que la importancia del modelo de regresión radica en su aplicación, lo que se busca es que el modelo se pueda utilizar con diferentes emisoras en diferentes días, obteniendo resultados representativos dentro del mercado accionario.

Dentro del Apéndice B se consideran diferentes emisoras en diferentes días para observar el comportamiento de los precios, en donde se incluye: el tamaño de la muestra (n), ecuación del modelo, *PPP*, *PMPP(1)*, último hecho y R^2 .

Al aplicar el *MPP(1)* con diferentes emisoras se obtiene una R^2 aceptable por lo que el ajuste del modelo es adecuado. Las variaciones del *PMPP(1)* con respecto al *PPP* son en algunos casos significativas, además se debe de considerar que un cambio en el precio de la acción representa un gran capital. Se concluye así que este modelo puede ser utilizado para obtener los precios de cierre de las emisoras dentro del mercado accionario mexicano.

⁵ Precio \$12.6744 ajustado con tabla de pujas.

Capítulo IV

Propuesta final

Capítulo IV

Propuesta final

Modelo para calcular el precio de cierre

Para obtener un precio de cierre considerando todas las operaciones de la jornada bursátil se desarrolla el método de regresión polinomial ponderado auroregresivo de primer orden, en el que se toma en cuenta la dinámica del mercado haciendo más representativo dicho precio.

El $PMPP(1)$ se obtiene a través del modelo:

$$Y_i = b_0 + b_1x_i + b_2x_i^2 + b_3x_i^3 + u_i$$

donde:

$$u_i = \rho u_{i-1} + e_i$$

y los estimadores de b están ponderados por el volumen de los precios a los que se realiza cada operación de compraventa ($(X'VX)b = X'VY$).

De esta forma el $PMPP(1)$ se calcula al final del día y se considera como el precio de cierre para las diferentes emisoras.

En caso de que no se realicen al menos 30 operaciones de una emisora en particular durante la jornada se toma el último hecho registrado durante la jornada como precio de cierre. De no registrarse operaciones durante el día, se considera el último precio de cierre conocido como precio de cierre para la jornada.

Las variaciones de precios se calculan y muestran de la siguiente forma:

- Durante la sesión bursátil, se considera el último hecho y se compara con el precio de cierre anterior.
- Al cierre de la sesión, los sistemas toman el precio de cierre del día contra el precio de cierre anterior.

• **Cálculo del PMPP(1)**

Sea:

$$Y_i = b_0 + b_1x_i + b_2x_i^2 + b_3x_i^3 + u_i$$

donde:

$u_i = \rho u_{i-1} + e_i$ (modelo autorregresivo de primer orden)

X es la variable que considera el tiempo (en minutos)

V es la variable que considera el volumen que corresponde a cada operación (sólo contiene valores diferentes de cero en su diagonal)

Y es la variable que considera los precios

y el estimador de los parámetros está dado por:

$$(X'VX)b = X'VY$$

• **Ejemplo para el cálculo del PMPP(1).**

Consideremos el comportamiento de la emisora Gcarso.A1 el día 16 de noviembre de 2001 (192 operaciones):

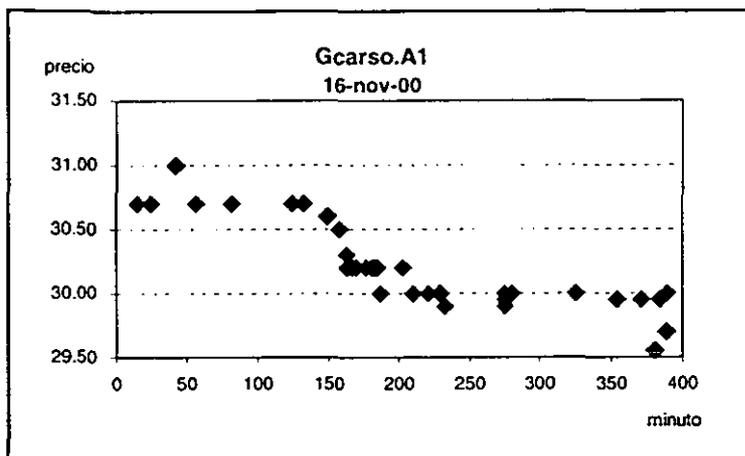
Tabla 10. Precios y volúmenes de Gcarso.A1 del día 16 de noviembre de 2001¹.

Hora	Minuto	Precio	Volumen
8:42	12	16.60	1,000
9:00	30	16.62	2,000
9:02	32	16.70	20,000
9:04	34	16.72	2,000
⋮	⋮	⋮	⋮
14:50	380	17.30	4,000
14:51	381	17.30	20,000
14:53	383	17.30	6,000
14:57	387	17.30	1,000
14:58	388	17.38	1,000

¹ fuente: Accival, 16 de noviembre e 2000.

Se obtiene el siguiente gráfico de dispersión:

Figura 8. Diagrama de dispersión de los precios de Gcarso.A1 del 16 de noviembre de 2000.



y se obtiene la siguiente ecuación:

$$\hat{Y} = 17.3478 - 1.19E-02x + 5.58E-05x^2 - 6.58E-08x^3$$

Al evaluar la función en el minuto que corresponde a las 15:00 horas (390) se obtiene el precio de cierre:

$$\text{PMPP}(1) = \$17.2729$$

Consideraciones:

- El método de regresión polinomial ponderado para el cálculo del precio de cierre será aplicado sólo a las acciones que compongan la muestra del IPC y del INMEX.
- El PMPP(1) resultante se ajustará a la puja inmediata correspondiente de acuerdo con la tabla de pujas para cada tipo de valor.
- En el cálculo se considerarán todas las operaciones de lotes y picos, así como las operaciones denominadas de "paquete".

Consulta de pujas para acciones.

Precio mínimo	Precio máximo	Puja
0.010	0.20	0.001
0.021	5.00	0.010
5.020	20.00	0.020
20.050	50.00	0.050
50.100	99,999.99	0.100

Al aplicar la puja correspondiente (0.02) se obtiene:

$$\text{PMPP}(1) = \$ 17.28$$

Conclusiones

Conclusiones

La regulación de los mercados de valores es una necesidad dada la importancia que han alcanzado para la inversión productiva de las empresas. Esta regulación y vigilancia de los mercados debe de tener un mayor desarrollo en países emergentes como en el caso de México.

Se implementan diferentes sistemas para optimizar las operaciones de compraventa, se desarrollan programas para una mejor vigilancia en los mercados, todo esto tratando de evitar la manipulación de los precios de los instrumentos financieros y permitir que el mercado se desenvuelva en un ambiente sano.

El cálculo del precio de cierre por medio del método de regresión polinomial autorregresivo es una medida para evitar que los índices del mercado se vean influenciados por algunas operaciones irregulares al final de la sesión bursátil y así reflejen lo que realmente sucede con las empresas mexicanas que cotizan en la BMV.

La existencia del PPP para calcular el precio de cierre de las emisoras en el mercado mexicano indica la preocupación existente para que los indicadores que se generan a partir de éstas sean representativos.

El proponer el PMPP como alternativa se deriva de la necesidad de incluir cualquier operación que se registre en el mercado; este método se desarrolla a partir de dos ideas básicas:

- el ponderar con el volumen, lo que trae como consecuencia que cada operación tenga la influencia sobre el precio de cierre de acuerdo al importe operado
- el evaluar en el último minuto de la sesión (15:00 horas) con lo que obtenemos un precio que refleja lo que sucede precisamente al final de la jornada.

Después de realizar las pruebas de significancia y las pruebas que se refieren al cumplimiento de los supuestos básicos del modelo clásico concluimos que el modelo puede ser aplicado en el mercado de valores.

La restricción que existe en el modelo es la necesidad de que las operaciones que se registren en una sesión debe de ser mayor a 30. En la propuesta final se señala que este método se aplicará sólo a las emisoras que conformen algún índice con lo cual se asegura que la bursatilidad de estas acciones será elevada.

El PMPP(1) fue analizado y aprobado (en una versión anterior) junto con el PPP por la BMV. Si bien actualmente se aplica el PPP como precio de cierre dada la facilidad de su cálculo el PMPP(1) representa una alternativa más precisa ya que este precio es el resultado de un modelo en el que se consideran todas las

operaciones de la jornada, lo que es más representativo que considerar únicamente los últimos diez minutos del día.

Los sistemas que se implementan en los mercados cada vez son más complejos, por lo que el cálculo de los precios a través de cualquier método no debe de ser problema; además los beneficios que tendrán serán considerables: el contar con métodos que permitan valorar a los índices y empresas de una forma más representativa atraerá a nuevos inversionistas y darán mayor confianza a quienes ya invierten en nuestro mercado.

La aplicación del método de regresión para el cálculo del precio de cierre es una muestra de lo que se puede desarrollar para llegar a consolidar el mercado de valores en nuestro país y así crear o fortalecer las alternativas para el crecimiento de la economía en México.

Glosario

Glosario

- **Accionistas.** Propietarios permanentes o temporales de acciones de una sociedad anónima. Esta situación los acredita como socios de la empresa y los hace acreedores a derechos patrimoniales y corporativos.
- **Aceptaciones bancarias.** Las aceptaciones bancarias son la letra de cambio o aceptación que emite un banco en respaldo al préstamo que hace a una empresa.
- **ADR.** Recibos emitidos por un banco autorizado, que amparan el depósito de acciones de emisoras mexicanas, facultadas por la CNBV para cotizar en mercados foráneos.
- **Ajustabonos.** Bonos ajustables del Gobierno Federal. Instrumentos de crédito a largo plazo; ajustables periódicamente según las variaciones del Índice Nacional de Precios al Consumidor y liquidables al vencimiento.
- **Autorregulación.** Actividad por la que los participantes del mercado de valores se imponen normas de conducta y operativas, supervisan su cumplimiento y sancionan su violación, constituyendo así un orden ético y funcional de carácter gremial complementario al dictado por la autoridad formal.
- **Bondes.** Bonos de desarrollo del Gobierno Federal. Títulos de deuda emitidos por el Gobierno Federal con el propósito de financiar proyectos de maduración prolongada.
- **Bonos.** Títulos de deuda emitidos por una empresa o por el Estado. En ellos se especifica el monto a rembolsar en un determinado plazo, las amortizaciones totales o parciales, los intereses periódicos y otras obligaciones del emisor.
- **Bursatilidad.** Facilidad con la que se puede comprar o vender una acción. Grado de negociabilidad de un valor cotizado a través de la bolsa.
- **Ceplatas.** Certificados de plata. Títulos de crédito emitidos por instituciones bancarias con respaldo fiduciario de 100 onzas troy de plata.
- **Cetes.** Certificados de la Tesorería de la Federación. Títulos de crédito al portador emitidos y liquidados por el gobierno federal a su vencimiento.
- **Cierre.** Término de una sesión bursátil, de acuerdo con los horarios oficiales. Registro de las operaciones realizadas y del nivel alcanzado por las cotizaciones de los títulos operados en la BMV durante una sesión.
- **Consistencia.** Un estimador es consistente si a medida que la muestra crece se aproxima al verdadero valor.

- Correlación. Asociación lineal entre dos variables o más.
- Eficiente. Un estimador es eficiente si es insesgado y tiene varianza mínima.
- Emisoras. Empresas que emiten títulos de capital y/o de deuda.
- Escisión. División de una compañía existente creando una nueva compañía a la cual se le traspasan activos y pasivos específicos.
- Estimador. Método que indica cómo estimar cierto parámetro a partir de la información proporcionada por la muestra.
- Fluctuaciones. Rango de variación de un determinado valor. Diferencias en el precio de un título respecto a un promedio o a un precio base.
- Forward. Contrato a futuro no estandarizado.
- Fusión. La combinación de dos empresas para formar una sola compañía.
- Giro de los emisores. Sector económico al que pertenecen.
- Grado de libertad. Número total de observaciones en la muestra menos el número de restricciones (lineales) impuesto en ellas.
- Idempotente. Una matriz es idempotente cuando se cumple que: es una matriz cuadrada y que al multiplicar la matriz por sí misma cualquier número de veces se reproduce la matriz original.
- Índices. Medida estadística diseñada para mostrar los cambios de una o más variables relacionadas a través del tiempo. Razón matemática producto de una fórmula, que refleja la tendencia de una muestra determinada.
- Índices sectoriales. Indices calculados para cada sector de la actividad económica, según sea definido por la BMV.
- Insesgado. Un estimador es insesgado si el valor esperado del estimador es igual al parámetro.
- Libre suscripción. Característica de las acciones por la cual pueden ser adquiridas por inversionistas personas físicas y morales, mexicanos y extranjeros.
- Liquidación. Intercambio de dinero que realizan los participantes en el mercado como consecuencia de la compra o venta de valores.

- **Liquidez.** Calidad de un valor para ser negociado en el mercado con mayor o menor facilidad.
- **Lote.** Cantidad mínima de títulos que convencionalmente se intercambian en una transacción; dentro del mercado accionario un lote se integra de cien títulos.
- **Mercado de valores.** Espacio donde se reúnen oferentes y demandantes de valores.
- **Mercado principal.** Mercado accionario para empresas que al momento de realizar la oferta pública inicial tienen un capital neto de más de 100 millones de pesos.
- **Oferta pública.** Colocación inicial de valores entre el público inversionista.
- **Obligaciones.** Título de crédito que representa la participación individual de los tenedores en un crédito colectivo a cargo de una sociedad anónima.
- **Pagarés.** Documento que registra la promesa incondicional de pago por parte del emisor o suscriptor, respecto a una determinada suma, con o sin intereses y en un plazo estipulado en el documento, a favor del beneficiario o tenedor.
- **Papel comercial.** Pagaré negociable emitido por empresas que participan en el mercado de valores.
- **Picos.** Cantidad de títulos menor a la establecida por un lote. Las transacciones con picos deben efectuarse al último precio y están sujetas a reglas particulares de operación.
- **Pujas.** Importe mínimo en que puede variar el precio unitario de cada título y se expresa como una fracción del precio de mercado o valor nominal de dicho título.
- **Rango.** El rango de una matriz es el orden de la submatriz cuadrada más grande cuyo determinante es diferente de cero.
- **Rendimientos.** Ganancia de capital. Beneficio que produce una inversión.
- **Reporto.** El reporto es una operación mediante la cual el intermediario entrega al inversionista los títulos a cambio de su precio actual (precio nominal menos descuento), con el compromiso de recomprarlos en un plazo determinado, anterior a su vencimiento, reintegrando el precio más un premio. Esta operación permite obtener un rendimiento por excedentes de tesorería en periodos breves.

- **SENTRA.** Sistema Electrónico de Negociación, Transacción, Registro y Asignación.
- **Sesión de remates.** Periodo durante el cual se llevan a cabo las operaciones bursátiles.
- **Sociedades de inversión.** Sociedades anónimas constituidas con el objeto de adquirir valores y documentos seleccionados de acuerdo al criterio de diversificación de riesgos, con recursos provenientes de la colocación de las acciones representativas de su capital social entre el público inversionista.
- **Swap.** Transacción financiera en la que dos partes acuerdan intercambiar flujos monetarios en el tiempo.
- **Tasa de interés.** Porcentaje de rendimiento o costo, respecto al capital comprometido por un instrumento de deuda.
- **Tasa de rendimiento.** El rendimiento anualizado y expresado porcentualmente respecto a la inversión.
- **Títulos.** Documentos que representan el derecho que tiene su poseedor sobre un capital o crédito.
- **Títulos accionarios.** Acciones.
- **Títulos de deuda.** Instrumento que representa un compromiso por parte del emisor, quien se obliga a restituir el capital en una cierta fecha de vencimiento. El título es emitido a valor nominal, debe especificar los intereses y amortizaciones si los hubiera.
- **Udibonos.** Bonos del Gobierno Federal a largo plazo denominados en unidades de inversión. La conversión a moneda nacional se realiza al precio de la UDI, vigente en el día que se haga la liquidación correspondiente.
- **Ultimo hecho.** Última operación registrada dentro de la jornada bursátil.
- **Valor de mercado.** Último precio de la acción por el número de acciones en circulación.
- **Valor de capitalización.** Último precio de la acción por el número de acciones en circulación.
- **Valor nominal.** Precio de referencia, expresado en moneda nacional, que aparece en los títulos en el momento de su emisión, como expresión de parte del capital contable que represente y como antecedente para definir el precio

de su suscripción. En los títulos de deuda, el valor nominal es el valor del título a vencimiento.

- Volatilidad. Parámetro con el cual se mide el riesgo de algún instrumento financiero. En el caso de acciones se consideran las oscilaciones diarias en el precio del título y se obtiene la desviación estándar.
- Warrant. Títulos opcionales de compra o de venta emitidos por intermediarios bursátiles o empresas. A cambio del pago de una prima, el tenedor adquiere el derecho opcional de comprar o vender al emisor un determinado número de valores a los que se encuentran referidos, a un precio de ejercicio y dentro de un plazo estipulado en el documento.

Bibliografía

Bibliografía

- J. Johnston; "Econometric Methods", editorial McGraw-Hill, 1984.
- Robert S. Pindyck/Daniel L. Rubinfeld; "Econometric Models and Economic Forecast," editorial McGraw-Hill, 4a. edición, 1998.
- G. S. Madala; "Introducción a la Econometría," editorial McGraw-Hill, 1994.
- Hal R. Varian; "Microeconomía Intermedia," editorial Antoni Bosch, 3ª. edición, 1994.
- Damodar Gujarati; "Econometría Básica," editorial Mc Graw-Hill, 1981.
- Catherine Mansell; "Las Nuevas Finanzas en México," editorial Milenio, 1a. edición, 1992.
- Martín Marmolejo; "Inversiones," IMEF, A.C., 9a. edición, 1997.
- Prospecto de la oferta pública primaria, Corporación Industrial Sanluis, S.A. de C.V., 16 de febrero de 1996.
- Prospecto de la oferta pública primaria, Grupo Imsa, S.A. de C.V., septiembre de 1996.
- Prospecto de oferta pública mixta, Nuevo Grupo Iusacell, S.A. de C.V., 5 de agosto de 1999.
- Prospecto de la oferta pública primaria, Desc, S.A. de C.V., 14 de julio de 1994.
- Federación Internacional de Bolsas de Valores, <http://www.fibv.com>, 1 de julio de 1999.
- Bolsa Mexicana de Valores, <http://www.bmv.com.mx>, 1 de julio de 1999.
- Bolsa de Madrid, <http://www.bolsamadrid.es>, 1 de julio de 1999.
- Bolsa de Comercio de Buenos Aires (BCBA), <http://www.bcba.sba.com.ar>, 1 de julio de 1999.
- New York Stock Exchange (NYSE), webmaster@nyse.com, 1 de julio de 1999.
- Toronto Stock Exchange (TSE), sstojano@tse.com, 14 de julio de 1999.
- Paris Bourse (SBF), dominique.lande@bourseparis.com, 15 de julio de 1999.

Oslo Bors (OSE), TorArne.Olsen@ose.no, 15 de julio de 1999.

Bourse de Montréal, info@adm.me.org, 28 de julio de 1999.

Taiwan Stock Exchange Corporation (TSE), secretary@sii.tse.com.tw, 29 de julio de 1999.

Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), Rogerio_Marques@bovespa.com.br, 3 de agosto de 1999.

Swiss Exchange (SWX), webmaster@swx.ch, 3 de agosto de 1999.

Brussels Exchange (BXS), GBRO@BXS.BE, 11 de agosto de 1999.

Istanbul Stock Exchange (ISE), intercrd@imkb.gov.tr, 13 de agosto de 1999.

The Tel Aviv Stock Exchange (TASE), ofers@tase.co.il, 16 de agosto de 1999.

Johannesburg Stock Exchange, AUITHALER@frankels.co.za, 8 de diciembre de 1999.

Bolsa de Madrid, biblio@bolsamadrid.es, 7 de febrero del 2000.

London Stock Exchange (LSE), sbuckley@londonstockexchange.com, 7 de febrero del 2000.

Amsterdam Exchanges (AEX), l.traas@aex.nl, 8 de febrero del 2000.

The Bermuda Stock Exchange (BSX), ncaines@bsx.com, 8 de febrero del 2000.

Tokyo Stock Exchange (TSE), wwwadm@tse.or.jp, 6 de abril del 2000.

MAEX, S.A. Soc. de Bolsa, maex@maex.com.ar, 7 de abril del 2000.

The Helsinki Stock Exchange (HEX), gunnar.dannberg@hex.fi, 14 de abril del 2000.

Irish Stock Exchange (ISE), mark.scully@ise.ie, 14 de abril del 2000.

OM Stockholm Exchange (OMX), adam.nystrom@omgroup.com, 18 de abril del 2000.

Deutsche Börse AG, IP_Hotline@exchange.de, 7 de febrero del 2000.

Apéndice A

Apéndice A

Análisis de regresión múltiple

El análisis de regresión es una técnica estadística para describir la relación que existe entre una variable (dependiente) y otras (independientes). Una de las funciones principales del análisis de regresión es el poder inferir (pronosticar) sobre la variable dependiente.

Modelo de regresión con k variables

El modelo de regresión lineal múltiple con k variables considera a los siguientes elementos: y que es la variable dependiente, $k-1$ variables explicativas x_1, x_2, \dots, x_{k-1} y un término de perturbación u_i , con lo que se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

Modelo múltiple:

$$\begin{aligned}y_1 &= b_1 + b_2 x_{21} + \dots + b_k x_{k1} + u_1 \\y_2 &= b_1 + b_2 x_{22} + \dots + b_k x_{k2} + u_2 \\&\vdots \\y_n &= b_1 + b_2 x_{2n} + \dots + b_k x_{kn} + u_n\end{aligned}\tag{a.1}$$

donde:

b_1 es la intersección

b_2, b_3, \dots, b_k son los coeficientes parciales

u_i es el término de perturbación estocástica

n corresponde al tamaño de la población.

Notación matricial:

$$Y_{n \times 1} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X_{n \times k} = \begin{bmatrix} 1 & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \quad u_{n \times 1} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad b_{k \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}$$

Modelo de regresión lineal múltiple o de rango completo:

$$Y = Xb + u\tag{a.2}$$

donde:

Y es un vector columna $n \times 1$ que contiene las observaciones de la variable dependiente y

X es la matriz $n \times k$ que muestra las n observaciones de las $k-1$ variables explicativas x_1, x_2, \dots, x_{k-1} ; con la primera columna de unos para representar el término de intersección.

b es el vector columna $k \times 1$ de los parámetros desconocidos b_1, b_2, \dots, b_k

u es el vector columna $n \times 1$ de las n perturbaciones u_i

Los coeficientes b y las perturbaciones u son desconocidos, el problema que se presenta es obtener las estimaciones de estas incógnitas.

El término independiente b_1 (ordenada al origen) precisa la introducción de una columna de unos en la matriz X .

A.1 Supuestos del modelo de regresión con k variables

Existen algunos supuestos bajo los cuales se desarrolla el análisis de regresión:

- Términos de error con valor esperado o media cero ($E[u] = 0$).
- Términos de error con varianza constante.
- u_i tienen una distribución normal.
- Los valores u_i no están correlacionados por parejas ($E[uu'] = \sigma^2 I$).

Dado que u es un vector columna $n \times 1$ y u' un vector fila, el producto uu' es una matriz simétrica $n \times n$; al tomar las esperanzas de cada elemento se obtiene:

$$E[uu'] = \begin{bmatrix} E[u_1^2] & E[u_1 u_2] & \dots & E[u_1 u_n] \\ E[u_2 u_1] & E[u_2^2] & \dots & E[u_2 u_n] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[u_n u_1] & E[u_n u_2] & \dots & E[u_n^2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

por lo que las perturbaciones u_i tienen varianza constante. Además:

- La matriz X no es estocástica.
- La matriz X tiene rango $k < n$.

Es decir que el número de observaciones es mayor al número de parámetros a estimar.

A.2 Estimación por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) para el modelo de regresión con k variables

Los estimadores MCO se obtienen minimizando:

$$\sum e_i^2 = \sum (y_i - \hat{b}_1 - \hat{b}_2 x_{2i} - \dots - \hat{b}_k x_{ki})^2 \quad (\text{a.3})$$

donde:

$\sum e_i^2$ es la suma de los residuos al cuadrado, que es equivalente a $e'e$.

como:

$$e = Y - X\hat{b} \quad (\text{a.4})$$

se obtiene:

$$e'e = (Y - X\hat{b})'(Y - X\hat{b}) = Y'Y - 2\hat{b}'X'Y + \hat{b}'X'X\hat{b}$$

que se deduce de observar que $\hat{b}'X'Y$ es un escalar y por lo tanto es igual a su transpuesta.

Derivando con respecto a los parámetros desconocidos e igualando a cero:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{b}}(e'e) = -2X'Y + 2X'X\hat{b}$$

se obtienen las siguientes ecuaciones normales:

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_{2i} & \sum x_{3i} & \dots & \sum x_{ki} \\ \sum x_{2i} & \sum x_{2i}^2 & \sum x_{2i}x_{3i} & \dots & \sum x_{2i}x_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum x_{ki} & \sum x_{ki}x_{2i} & \sum x_{ki}x_{3i} & \dots & \sum x_{ki}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \vdots \\ \hat{b}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$(X'X)\hat{b} = X'Y \quad (\text{a.5})$$

Suponiendo que existe $(X'X)^{-1}$ y utilizando álgebra matricial se obtiene el valor del parámetro:

$$\hat{b} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (\text{a.6})$$

A.3 Matriz de varianza-covarianza de \hat{b}

A partir de la matriz de varianzas y covarianzas es posible calcular un estimador para la varianza del modelo; considerando:

$$E\{(\hat{b} - b)(\hat{b} - b)'\}$$

$$\begin{bmatrix} E[\hat{b}_1 - b_1]^2 & E[(\hat{b}_1 - b_1)(\hat{b}_2 - b_2)] & \dots & E[(\hat{b}_1 - b_1)(\hat{b}_k - b_k)] \\ E[(\hat{b}_2 - b_2)(\hat{b}_1 - b_1)] & E[\hat{b}_2 - b_2]^2 & \dots & E[(\hat{b}_2 - b_2)(\hat{b}_k - b_k)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[(\hat{b}_k - b_k)(\hat{b}_1 - b_1)] & E[(\hat{b}_k - b_k)(\hat{b}_2 - b_2)] & \dots & E[\hat{b}_k - b_k]^2 \end{bmatrix}$$

De donde se deduce que $E[\hat{b}_i - b_i]^2$ es la varianza de \hat{b}_i , $E[(\hat{b}_i - b_i)(\hat{b}_j - b_j)]$ es la covarianza de \hat{b}_i y \hat{b}_j , por lo que la matriz simétrica contiene las varianzas en su diagonal principal y las covarianzas en los lugares restantes. Esta matriz es llamada de varianzas y covarianzas de \hat{b} .

$$\text{var}[\hat{b}] = E\{(\hat{b} - b)(\hat{b} - b)'\}$$

$$\text{var}[\hat{b}] = E\{(X'X)^{-1}X'u u'X(X'X)^{-1}\}$$

por propiedades matriciales:

$$\text{var}[\hat{b}] = (X'X)^{-1}X'E[uu']X(X'X)^{-1}$$

$$\text{var}[\hat{b}] = (X'X)^{-1}X'\sigma^2IX(X'X)^{-1}$$

$$\text{var}[\hat{b}] = \sigma^2(X'X)^{-1} \quad (\text{a.7})$$

Por lo tanto, los estimadores son lineales e insesgados (funciones lineales de Y). Se puede demostrar que los estimadores son insesgados lineales óptimos (con varianza mínima).

A.4 Estimadores para σ^2

Considerando los residuos:

$$e = Y - X\hat{b}$$

$$e = Xb + u - X[(X'X)^{-1}X'(Xb + u)]$$

$$e = u - X(X'X)^{-1}X'u$$

$$e = [I_n - X(X'X)^{-1}X']u$$

$$e = Mu \tag{a.8}$$

donde M es una matriz simétrica idempotente, de tal forma que se expresa a los residuos observados como una función lineal de las perturbaciones desconocidas.

$$e'e = u'M'Mu$$

$$e'e = u'[I_n - X(X'X)^{-1}X']u$$

considerando la esperanza matemática de ambos lados:

$$E[e'e] = \sigma^2 \text{tr}[I_n - X(X'X)^{-1}X']$$

$$E[e'e] = (n - k)\sigma^2$$

dado que $(X'X)$ es de orden k :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{e'e}{n - k} \tag{a.9}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{(n - k)} \tag{a.10}$$

proporciona un estimador insesgado de la varianza de la perturbación.

A.5 Coeficiente de determinación

El coeficiente de determinación indica como se distribuyen los datos alrededor de la media de Y , es decir que tanto es explicada la variable Y por las variables X .

R^2 oscila desde 0 (cuando la ecuación de regresión estimada no explica nada de la variación en Y) a 1 (cuando todos los puntos se sitúan sobre la línea de regresión).

Una propiedad del ajuste por MCO es que $\bar{\epsilon} = 0$. Utilizando la técnica de análisis de varianza, en donde se descomponen la suma de cuadrados total (SCT) en la suma de cuadrados de residuales (SCR) y en la suma de cuadrados explicada (SCE), se obtiene la siguiente igualdad:

$$SCT = SCE + SCR \quad (a.11)$$

suma de cuadrados explicada:

$$SCE = \hat{b}' X' Y - n\bar{Y}^2 \quad (a.12)$$

suma de cuadrados de residuales:

$$SCR = Y' Y - \hat{b}' X' Y \quad (a.13)$$

suma de cuadrados total:

$$SCT = Y' Y - n\bar{Y}^2 \quad (a.14)$$

por lo que el coeficiente de determinación queda definido por:

$$R_{1..k}^2 = \frac{\hat{b}' X' Y - n\bar{Y}^2}{Y' Y - n\bar{Y}^2} = \frac{SCE}{SCT} \quad (a.15)$$

Es útil calcular una R^2 corregida de acuerdo a los grados de libertad que se utilizan, particularmente cuando se va a comparar el poder explicativo de diferentes conjuntos de variables explicativas.

Así la R^2 corregida se define como:

$$R^2 = 1 - \frac{SCR / (n - k)}{SCT / (n - 1)} \quad (\text{a.16})$$

El coeficiente sin corregir no disminuirá nunca cuando se añadan a la regresión variables explicativas pero es posible que el coeficiente corregido sí disminuya.

A.6 Pruebas de significancia

Las pruebas de significancia indican si los estimadores que se calculan deben de ser incluidos en nuestro modelo de regresión (si son significativos). Existen dos pruebas principales: la t que indica si cada parámetro en forma independiente es significativo y la F que indica si los estimadores en forma global son significativos.

Para obtener las pruebas de significancia para las b_i , es necesario saber como se distribuye este parámetro.

Suponiendo que las u_i tienen una distribución normal y que cualquier estimación de b_i es igual a b_i más una función lineal de u , se tiene para \hat{b} una distribución normal, con media y varianzas conocidas.

$$\hat{b} \approx N(b, \sigma^2 (X'X)^{-1})$$

Además se debe considerar que e' / σ^2 tiene una distribución $\chi^2 (n-k)$ grados de libertad.

- para verificar a los coeficientes de regresión en forma individual utilizamos la distribución t para probar la siguiente hipótesis:

$$H_0: b_i = 0 \quad \text{vs} \quad H_0: b_i \neq 0$$

$b_i \approx N(b_i, a_{ii} \sigma^2)$, $\sum e_i^2 / \sigma^2$ tiene una distribución $\chi^2 (n-k)$ grados de libertad, por lo que se obtiene un estadístico t:

$$t = \frac{\hat{b}_i - b_i}{\sqrt{\sum e_i^2 / (n - k) \sqrt{a_{ii}}}} \quad (\text{a.17})$$

que se distribuye como una t-student con $(n-k)$ grados de libertad, siendo a_{ii} el i -ésimo elemento diagonal de $(X'X)^{-1}$.

Para verificar cualquier hipótesis particular sobre b_i , sustituimos el valor hipotético de b_i en (a.17), si el valor resultante de t se encuentra en una región crítica apropiada se rechaza la hipótesis inicial.

La regla de decisión indica que se rechaza la hipótesis nula si $|t| > t_{(n-k)}^{1-\alpha/2}$, es decir que el parámetro estimado al que se le aplica la prueba si es significativo dentro del modelo.

- Para verificar a los coeficientes de regresión en forma global utilizamos la distribución F , con lo que probamos la siguiente hipótesis:

$$H_0: b_1 = b_2 = \dots = b_k = 0$$

Utilizando la igualdad (3.24) se construye el estadístico:

$$F = \frac{\left(\hat{b}'X'Y - n\bar{Y}^2 \right) / (k-1)}{\left(Y'Y - \hat{b}'X'Y \right) / (n-k)} = \frac{SCE}{SCR} \quad (\text{a.18})$$

que se distribuye como una F con $k-1$ y $n-k$ grados de libertad.

La regla de decisión indica que se rechaza la hipótesis nula al nivel de significancia α si $F > F_{(k-1, n-k)}^{1-\alpha}$, es decir que todos los parámetros en forma global estimados en el modelo son significativos.

A.7 Tabla de análisis de varianza

La tabla ANOVA resume la información básica necesaria para determinar la eficiencia del modelo.

A partir de la descomposición de la SCT se genera la tabla de análisis de varianza (ANOVA):

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Suma de cuadrados medios
Regresión	$\hat{b}' X' Y - n\bar{Y}^2$	$(k - 1)$	$\frac{\hat{b}' X' Y - n\bar{Y}^2}{(k - 1)}$
Residual	$Y' Y - \hat{b}' X' Y$	$(n - k)$	$\frac{Y' Y - \hat{b}' X' Y}{(n - k)}$
Total	$Y' Y - n\bar{Y}^2$	$(n - 1)$	

Violación a los supuestos del modelo de regresión

A.8 Multicolinealidad

Una de las hipótesis básicas del modelo lineal general es que la matriz de datos X que es de orden $n \times k$ tiene rango k , es decir que no existe dependencia lineal alguna entre las variables explicativas.

Al depender una columna de otra, no existe la matriz inversa de $(X' X)$.

En caso de que las variables x estén intercorrelacionadas se puede expresar:

$$\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_k x_k + v_i = 0 \quad (\text{a.19})$$

con v_i el término de perturbación.

Debemos de notar que la multicolinealidad hace referencia sólo a la relación lineal entre las variables X , dejando de lado las relaciones no lineales. Un ejemplo de esto sería:

$$Y_i = b_0 + b_1 x_i + b_2 x_i^2 + b_3 x_i^3 + u_i \quad (\text{a.20})$$

en donde las variables x_i^2, x_i^3 están relacionadas funcionalmente con la variable X_i , aunque es claro que la relación no es lineal por lo que los modelos de este tipo no violan el supuesto de multicolinealidad.

A.9 Heteroscedasticidad

Este supuesto del modelo de regresión considera que la varianza de cada perturbación u_i es una constante. Se supone que existe homoscedasticidad (igual dispersión).

- **Mínimos cuadrados generalizados (MCG)**

Uno de los supuestos más importantes para el cálculo de los estimadores por medio de MCO es:

$$E[uu'] = \sigma^2 I$$

Este supuesto implica que la varianza de los errores es constante en cada observación y que las covarianzas de los errores para todos los pares posibles de observaciones es cero.

Cuando no se cumple este supuesto es posible recurrir al cálculo de los estimadores por medio de mínimos cuadrados generalizados (MCG), en donde el modelo a considerar es:

$$Y = Xb + u$$

donde:

$$E[u] = 0 \quad \text{y} \quad E[uu'] = \sigma^2 I = V = \sigma^2 \Omega$$

con V y Ω positivas.

Así al calcular la matriz de varianzas se obtiene:

$$\text{var}[\hat{b}] = E[(\hat{b} - b)(\hat{b} - b)']$$

$$\text{var}[\hat{b}] = E[(X'X)^{-1} X' uu' X (X'X)^{-1}]$$

$$\text{var}[\hat{b}] = \sigma^2 (X'X)^{-1} X' \Omega X (X'X)^{-1}$$

De este modo, el estimador que se obtuvo ($\sigma^2(X'X)^{-1}$) no sirve para medir las varianzas muestrales de los estimadores MCO, así las pruebas de hipótesis carecen de significado.

Para realizar el cálculo por MCG se premultiplica el modelo

$$Y = Xb + u$$

por T (matriz de transformación no singular de orden n x n).

$$TY = (TX)b + Tu$$

La matriz de varianza – covarianza es :

$$E[Tuu'T'] = \sigma^2 T\Omega T$$

Por las características de las matrices es posible aplicar MCO con las variables transformadas por T además de que se encuentra la siguiente igualdad:

$$\Omega^{-1} = T'T$$

por lo que se obtienen el siguiente estimador:

$$\beta^* = (X'TTX)^{-1} X'TTY$$

$$\beta^* = (X'\Omega^{-1}X)^{-1} X'\Omega^{-1}Y \quad (\text{a.21})$$

con matriz de varianza – covarianza:

$$\text{var}(\beta^*) = \sigma^2 (X'\Omega^{-1}X)^{-1} \quad (\text{a.22})$$

β^* se define como el estimador MCG o de Aitken. Es posible describir el estimador como:

$$\beta^* = (X'V^{-1}X)^{-1} X'V^{-1}Y \quad (\text{a.23})$$

$$\text{var}(\beta^*) = (X'V^{-1}X)^{-1} \quad (\text{a.24})$$

Se obtiene también un estimador insesgado para σ^2 con la aplicación de MCO:

$$\sigma^2 = \frac{Y'\Omega^{-1}Y - \beta^*X'\Omega^{-1}Y}{n - k} \quad (\text{a.25})$$

El método de MCG es posible aplicarlo si son conocidos los elementos de Ω o no.

A.10 Autocorrelación

La autocorrelación puede entenderse como la correlación que existe entre los miembros de una serie de observaciones ordenadas en el tiempo.

En caso de que exista autocorrelación, esto se puede expresar como:

$$E[u_t, u_t] \neq 0$$

Causas.

Rezago: en una regresión se pueden encontrar variables explicatorias cuyo valor sea retrasado con respecto a las demás variables; este tipo de regresión es llamada también autorregresión.

Consecuencias.

1. Los estimadores serán ineficientes, por lo que los intervalos de confianza serán más anchos de lo necesario y las pruebas de significancia serán débiles.
2. Los estimadores se vuelven muy sensibles a las fluctuaciones muestrales.

Detección.

- **Prueba Durbin - Watson**

El estadístico Durbin - Watson se define:

$$d = \frac{\sum_1^N (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_1^N e_t^2} \quad (\text{a.26})$$

El problema con el estadístico d es que no existe un valor crítico único que nos lleve a rechazar o aceptar la hipótesis nula de que no existe correlación serial de primer orden.

Al menos existen un límite inferior dL y un límite superior dU con los que se puede tomar alguna decisión sobre la posible presencia de correlación serial positiva o negativa.

Mecánica para realizar la prueba Durbin - Watson:

- Realizar la regresión y obtener los e_t .
- Calcular el estadístico d .
- Encontrar los valores críticos dU y dL respectivos.

- Determinar si existe autocorrelación de primer orden probando la siguiente hipótesis:

H_0 : no existe correlación positiva, entonces:

$d < dL$	rechazar H_0
$d > dU$	no rechazar H_0
$dL < d < dU$	la prueba no es concluyente

H_0 : no existe correlación negativa, entonces:

$d > 4-dL$	rechazar H_0
$d < 4-dU$	no rechazar H_0
$4-dU < d < 4-dL$	la prueba no es concluyente

- **Modelo autorregresivo de primer orden.**

Se considera el modelo:

$$y_n = b_1 + b_2 x_{2n} + \dots + b_k x_{kn} + u_n \quad (\text{a.27})$$

$$u_n = \rho u_{n-1} + e_n$$

donde:

ρ es el coeficiente de correlación ($|\rho| < 1$)

Al retardar un periodo y multiplicar por ρ se obtiene:

$$\rho y_{n-1} = b_1 \rho + b_2 \rho x_{2n} + \dots + b_k \rho x_{kn} + \rho u_{n-1} \quad (\text{a.28})$$

Se obtiene la diferencia entre (a.28) y (a.27):

$$y_n - \rho y_{n-1} = b_1(1 - \rho) + b_2(x_{2n} - \rho x_{2n-1}) + \dots + b_k(x_{kn} - \rho x_{kn-1}) + e_n \quad (\text{a.29})$$

Dado que e_n son independientes y con varianza constante, es posible estimar los parámetros de esta ecuación por MCO. La regresión (a.29) contempla a Y contra X en forma de diferencias que se obtienen restando una proporción (ρ) del valor de la variable en el periodo anterior del valor de la variable en el periodo actual. En este método utilizamos sólo $n-1$ observaciones dado que se pierde una observación al considerar las diferencias.

Para calcular ρ basado en el estadístico Durbin - Watson:

Existe una igualdad en donde se considera el estadístico Durbin - Watson y el coeficiente de correlación:

$$d = 2(1 - \rho) \quad (\text{a.30})$$

al despejar ρ :

$$\rho = 1 - \frac{d}{2} \quad (\text{a.31})$$

Este método para calcular ρ es aproximado y es posible que no se cumpla en muestras pequeñas.

A.11 Normalidad

El supuesto de normalidad no es absolutamente esencial dado que el objetivo del modelo es únicamente la estimación. Los estimadores MCO no pierden las propiedades de insesgados y eficientes; además si los u_i no están normalmente distribuidos puede mostrarse que los estimadores si tienden a estarlo a medida que aumenta indefinidamente el tamaño de la muestra.

Apéndice B

Apéndice B

Tabla 11. Diferencia porcentual entre los diferentes precios de cierre

Emisora	Fecha	PMPP(1)	PPP	Último precio	PPP (%)	Último precio (%)
Alfa.A	16-Nov-00	16.62	16.60	16.60	0.12	0.12
Gcarso.A1	16-Nov-00	29.84	29.95	30.00	0.37	0.54
GFBB.O	16-Nov-00	5.74	5.74	5.74	-	-
Gfnorte.O	16-Nov-00	13.28	13.30	13.30	0.15	0.15
Ngmexico.B	16-Nov-00	30.92	30.56	30.60	1.16	1.03
Telmex.L	16-Nov-00	24.22	24.20	24.30	0.08	0.33
Tlevisa.CPO	16-Nov-00	24.78	24.70	24.70	0.32	0.32
Tvaztca.CPO	16-Nov-00	7.66	7.54	7.54	1.57	1.57
Alfa.A	17-Nov-00	17.28	17.30	17.38	0.12	0.58
Banacci.O	17-Nov-00	14.96	15.00	15.00	0.27	0.27
Cemex.CPO	17-Nov-00	41.18	40.70	40.70	1.17	1.17
Comerci.UBC	17-Nov-00	9.64	9.50	9.50	1.45	1.45
Femsa.UBD	17-Nov-00	38.34	37.20	37.20	2.97	2.97
Gcarso.A1	17-Nov-00	17.29	17.30	17.38	0.06	0.52
GFBB.O	17-Nov-00	6.00	6.00	6.00	-	-
Telecom.A1	17-Nov-00	12.67	12.74	12.88	0.55	1.66
Tlevisa.CPO	17-Nov-00	25.06	25.08	25.10	0.08	0.16

