

01174



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA
A LA COMPRESIÓN UNIAXIAL A
PARTIR DE REGISTROS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
MAESTRO EN INGENIERIA

P R E S E N T A

GUSTAVO GUTIÉRREZ ESCOBEDO

Petrolera

ASESOR: DR. DANIEL GARCÍA GAVITO

292474



MÉXICO, D.F.

MAYO 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO.

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

RECIBI COPIA DE: () TRABAJO ESCRITO
(XX) TESIS

DESARROLLADO POR EL ALUMNO : GUSTAVO GUTIERREZ ESCOBEDO

PRESENTAR EXAMEN:

() DE ESPECIALIZACION

(XX) DE GRADO

EN INGENIERIA: (PETROLERA) 490

PRESIDENTE: DR. VICENTE CASARIEGO GONZALEZ
VOCAL: DR. DANIEL GARCIA GAVITO
SECRETARIO: M.I. JOAQUIN MENDIOLA SANCHEZ
SUPLENTE: DR. SERGIO BERUMEN CAMPOS
SUPLENTE: ING. EUSEBIO CAPITANACHI GONZALEZ

FIRMA

Daniel Garcia Gavito
[Signature]

FECHA

25/04/01
04/05/01
27/4/01
25/04/2001
27/04/2001

APROBACION DEL TRABAJO DE TESIS POR EL DEPARTAMENTO _____

Daniel Garcia Gavito

BJS*geg.

AGRADECIMIENTOS

A DIOS

Por darme vida, salud y un poco de inteligencia para seguir avanzando en la carrera de la vida.

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO (MI ALMA MATER Y CUNA DEL CONOCIMIENTO)

Por ofrecerme un desarrollo profesional y humano, (gracias por existir).

AL DR. DANIEL GARCÍA GAVITO

Por su amistad, apoyo y confianza incondicional dentro y fuera de las actividades laborales, así como su gran conocimiento para el desarrollo de este trabajo.

A MIS PADRES JOSÉ DE JESÚS GUTIÉRREZ Y MARTHA ESCOBEDO

Por su amor y comprensión que siempre me andan brindado, y enseñarme el camino correcto en la vida, lo cual ha sido fundamental para llegar hasta aquí; y por los años de lucha por sacarnos adelante (son parte mí y este logro también es de ustedes)

A MIS HERMANOS ANA, JESÚS, RUBÉN, LUIS, BELEN Y DANIEL

Que siempre han estado a mi lado apoyándome, y que forman parte de mi vida, (los quiero mucho y gracias por aquellos momentos que siempre llevo en mis recuerdos). A Daniel que siempre lo he visto como un hijo que luche por sus metas.

A MI NOVIA JESSICA

Por darme su apoyo, comprensión y amor que han sido fundamentales para mí. Realmente deseo de corazón que pronto se cumplan nuestros sueños especialmente el de estar juntos por siempre (te amo...).

Al M. I. Joaquín Mendiola S.

Por su amistad y gran apoyo que me dio para poder desarrollar este trabajo.

A LOS DOCTORES Y MAESTROS DEL POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

Por permitirme aprender parte de su gran conocimiento

A LOS SINODALES

A su gran empeño y conocimiento para la culminación de este trabajo.

AL CONACYT

Por el apoyo económico durante mis estudios.

AL IMP

Por ser base de mi desarrollo profesional.

A ROSALIA, SOFÍA E ISRAEL

Por su gran amistad y cariño.....

AL ING. RODOLFO RODRÍGUEZ

A.

Por su amistad y gran apoyo que siempre me dio.

AL ING. ELISEO ÁLVAREZ O.

Por su amistad y consejos que me dio.

AL DR. J. MANUEL ÁLVAREZ T.

Por su accesoria y amistad.

**A TODOS LOS INGENIEROS QUE
LABORAN EN LA PARTE DE
GEOMECÁNICA DE YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS**

Por su amistad.

A LOS COMPAÑEROS DE CLASE

Por su amistad, especialmente: Luis S., Joel T., Manuel F. y Pacheco.

**A TODAS LAS PERSONAS QUE
ME HAN APOYADA Y CREÍDO
EN MÍ**

GRACIAS

*La sabiduría no se traspa, se aprende
Proverbio Arabe*

DEDICADO

A:

Dios

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Dr. Daniel García Gavito

A mis padres

A mis hermanos

A mi novia

*Reza, pero no dejes de remar hacia la orilla
Proverbio Ruso*

CONTENIDO

RESUMEN

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

CAPÍTULO 1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES

2.1 DEFINICIÓN DE RESISTENCIA LA COMPRESIÓN UNIAXIAL	4
2.2 MÓDULOS ELÁSTICOS	4
2.2.1 Módulo de Young	6
2.2.2 Relación de Poisson	6
2.2.3 Módulo de corte	6
2.2.4 Módulo volumétrico	7
2.2.5 Módulo de compresibilidad	7
2.3 DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN UNIAXIAL	
2.3.1 Pruebas de laboratorio	9
2.3.1.1 Prueba uniaxial	10
2.3.1.2 Prueba triaxial	12
2.3.2 Correlaciones	14
2.3.2.1 Modelos empíricos	14
2.3.2.2 Modelos semi-empíricos	17
2.4 Teoría de Autoconsistencia	19

CAPÍTULO 3. DESARROLLO DEL MODELO

3.1 MÉTODO PROMEDIO	22
3.2 MEDIOS EFECTIVOS	26
3.2.1 Métodos limite	27

3.2.1.1 Límite de Hashin-Strikman	27
3.2.1.2 Límite de Reuss-Voigt	28
3.2.2 Métodos aproximados	29
3.2.2.1 Formulación de Kuster y Toksoz	29
3.2.2.2 Teoría de autoconsistencia	30
3.3 DESARROLLO DE ECUACIONES Y METODOLOGÍA	31
3.3.1 Análisis de datos del laboratorio	31
3.3.2 Aplicación de medios efectivos para predecir las propiedades elasto-dinámicas	40
3.4 METODOLOGÍA PARA DETERMINAR LAS PROPIEDADES ELÁSTICAS Y DE FALLA	46

CAPÍTULO 4. EJEMPLO DE APLICACIÓN, ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1 EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA	49
4.2 Análisis de resultados	53
4.2.1 Módulo volumétrico (K) y de corte(μ)	53
4.2.2 Módulo Young (E), Lamé (λ) e impedancia acústica (módulo M)	54
4.2.3 Relación de Poisson (ν)	55
4.2.3 Resistencia a la compresión uniaxial (C_0) y ángulo de frección interna	55

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Nomenclatura	69
Bibliografía	72

RESUMEN

El contenido de este trabajo cubre los conceptos básicos de los módulos elásticos (elasto-dinámicos y elasto-estáticos), así como de las propiedades de falla (resistencia a la compresión uniaxial) de la roca.

Se incluye un análisis introductorio de la teoría de medios efectivos para la determinación de propiedades elásticas, así como la aplicación de algunos de los métodos que incluye dicha teoría para determinar las propiedades elasto-dinámicas de datos experimentales. En dicha aplicación no se consideraron las fisuras y fracturas de la roca, solamente incrustaciones.

De los métodos analizados, se propone el de autoconsistencia para la predicción de las propiedades elasto-dinámicas y elasto-estáticas, considerando incrustaciones en forma de lunetas.

Se presenta el desarrollo de una metodología para determinar las propiedades elásticas de la roca, así como el de la resistencia a la compresión uniaxial como una función de la impedancia acústica, también se presentan las ecuaciones semi-empíricas para aproximar dichas propiedades. Esta metodología es aplicable para información a nivel de laboratorio y de campo. Para poder utilizar la metodología se necesita contar por lo menos con un par de datos de propiedades elásticas y de falla de la roca.

La metodología desarrollada en este trabajo fue aplicada a datos de un pozo perteneciente a un campo mexicano. Para este caso se realizó un análisis de las propiedades elasto-dinámicas y de falla de la formación como una función de la profundidad, donde se encontró que la esfericidad de las incrustaciones fue de 0.02. La ecuación propuesta para determinar las propiedades elásticas a nivel de campo genera un porcentaje de error promedio del 0.2.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Comportamiento de un material lineal elástico isotrópico	5
Figura 2.2 Módulo de Young (E) y de corte (μ)	8
Figura 2.3 Módulo volumétrico (K) y Poisson (ν)	8
Figura 2.4 Prueba uniaxial o triaxial	10
Figura 2.5 Curva de esfuerzo-deformación	11
Figura 2.6 Curvas típicas de esfuerzo-deformación para prueba uniaxial	12
Figura 2.7 Prueba triaxial para una arenisca	13
Figura 2.8 Prueba triaxial para un grabo	13
Figura 2.9 Resistencia a la compresión uniaxial contra porosidad	16
Figura 2.10 Resistencia a la compresión uniaxial contra tiempo de tránsito	17
Figura 3.1 Propiedades elasto-dinámicas para la caliza de datos experimentales	32
Figura 3.2 Propiedades elasto-dinámicas para la arenisca de datos experimentales	33
Figura 3.3 Propiedades elasto-estáticas para la caliza de datos experimentales	33
Figura 3.4 Propiedades elasto-estáticas para la arenisca de datos experimentales	34
Figura 3.5 Propiedades elasto-dinámicas normalizadas para la arenisca de datos experimentales	36
Figura 3.6 Propiedades elasto-dinámicas normalizadas para la caliza de datos experimentales	36
Figura 3.7 Resistencia a la compresión uniaxial normalizada contra porosidad para la caliza de datos experimentales	38
Figura 3.8 Resistencia a la compresión uniaxial normalizada contra porosidad para la arenisca de datos experimentales	38
Figura 3.9 Resistencia a la compresión uniaxial contra impedancia acústica	39
Figura 3.10 Módulo volumétrico para la caliza	41
Figura 3.10a Módulo corte para la caliza	42
Figura 3.11 Módulo volumétrico para la arenisca	43
Figura 3.11a Módulo corte para la arenisca	44
Figura 3.12 Diagrama de flujo de la metodología	48
Figura 4.1 Impedancia acústica de la formación	50
Figura 4.2 Predicción de la impedancia acústica de la formación con autoconsistencia	51
Figura 4.3 Módulo volumétrico (K) en función de la profundidad	59
Figura 4.4 Módulo corte (μ) en función de la profundidad	60
Figura 4.5 Módulo Young (E) en función de la profundidad	61
Figura 4.6 Impedancia acústica (módulo M) en función de la profundidad	62
Figura 4.7 Parámetro de Lamé (λ) en función de la profundidad	63
Figura 4.8 Relación de Poisson (ν) en función de la profundidad	64
Figura 4.9 Resistencia a la compresión uniaxial en función de la profundidad	65
Figura 4.10 Predicción de la resistencia uniaxial con diferentes correlaciones	56
Figura 4.11 Ángulo de fricción interna en función de la profundidad	66

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1 Propiedades mecánicas para diferentes tipos de roca	19
Tabla 3.1 Propiedades elásticas para el sólido de la caliza	35
Tabla 3.2 Propiedades elásticas para el sólido de la arenisca	35
Tabla 3.3 correlaciones para determinar propiedades elásticas estáticas a partir de las dinámicas	37
Tabla 3.4 Valores de constantes	46
Tabla 4.1 Comparación de la resistencia a la compresión uniaxial con diferentes correlaciones	57
Tabla 4.2 Módulos elásticos dinámicos	58
Tabla 4.3 Propiedades de falla	58

CAPÍTULO I

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

En general, el desarrollo de los recursos del subsuelo está asociado de diferentes maneras a los esfuerzos que controlan la tierra. La reacción de las rocas a los campos de fuerza de su entorno físico es considerada por la rama de la mecánica conocida como geomecánica

En particular, el desarrollo de yacimientos petroleros ha utilizado en forma creciente los avances teóricos y prácticos de la geomecánica. Algunas de las áreas de interés en la industria petrolera en la que la geomecánica ha ganado importancia son:

1. Estabilidad de pozos
2. Arenamiento de pozos
3. Perforación direccional
4. Modelado de comportamiento de yacimientos y pozos
5. Fracturamiento hidráulico
6. Espaciamiento entre pozos

En México las aplicaciones de la geomecánica en estas áreas es incipiente, y este trabajo pretende contribuir en el desarrollo y aplicación de un aspecto específico de la geomecánica como lo es la resistencia a la compresión uniaxial de la roca.

En el área de perforación existen varios criterios de falla que nos permiten predecir y determinar si en un pozo se puede generar falla por tensión o por compresión. La falla por compresión tienen como origen el colapsamiento del pozo provocando el atrapamiento de la tubería, la falla

por tensión que provoca la pérdida de circulación. Estos criterios son los de Morh-Coulomb y Griffith, los cuales son los más utilizados, y cuyas ecuaciones son:

Morh-Coulomb ⁽⁹⁾:

$$\sigma_1 = \frac{1 + \sin \Phi}{1 - \sin \Phi} \sigma_3 + C_0 \quad (1.1)$$

Griffith⁽⁹⁾:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = C_0(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (1.2)$$

Ambas ecuaciones dependen de una propiedad de falla de la roca, conocida como resistencia a la compresión uniaxial (C_0), así como de los esfuerzos de compresión y confinamiento a los que esta sometida la roca de la formación.

La selección de barrenas tricónicas y diamantes policristalinos (PDC), el fracturamiento hidráulico y penetración de los disparos también se determinan a partir de esta propiedad física de la roca, por lo tanto es de gran importancia contar con buenos métodos para tener una mejor aproximación de esta propiedad.

La Resistencia a la Compresión Uniaxial se puede determinar mediante:

1. Pruebas a nivel de laboratorio.
2. Correlaciones.

Las pruebas de laboratorio más comunes que nos permiten determinar varias de las propiedades de falla y propiedades elásticas de la roca (modulo de Young, corte, volumétrico etc.) son la prueba uniaxial y triaxial. La diferencia entre ambas pruebas se explicará posteriormente. Algunas limitaciones que se han observado en las pruebas de laboratorio son: el tiempo de duración de la prueba, la obtención de núcleos y el tiempo de aplicación de los esfuerzos.

Algunas de las correlaciones discutidas en este trabajo son empíricas, las cuales por lo general solamente dan una buena aproximación en las áreas donde se mostraron los núcleos. Adicionalmente dependen de un solo parámetro físico de la roca que puede ser la porosidad, densidad o tiempo de tránsito, haciendo más restringida su aplicación.

Por lo anterior el objetivo del presente trabajo es:

1. Desarrollo de una metodología que permita determinar ecuaciones semi-empíricas para la predicción de las propiedades elasto-dinámicas como una función de la porosidad, utilizando la teoría de autoconsistencia.
2. Determinar un modelo semi-empírico para mejorar la predicción de las propiedades de falla de la roca (resistencia a la compresión uniaxial) a partir de la impedancia acústica (módulo M) la cual se puede determinar a partir de los datos del registro sísmico y de densidad.
3. Generar un análisis comparativo de las correlaciones discutidas en este trabajo incluyendo la desarrollada con base a datos experimentales.

CAPITULO 3

ANTECEDENTES

2.1 DEFINICIÓN DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN UNIAXIAL.

La Resistencia a la Compresión Uniaxial (C_0) es una propiedad mecánica de falla de las rocas y numéricamente nos indica la dureza y la fuerza máxima que soportan las rocas antes de su fractura. En un gráfico de esfuerzo-deformación resultado de una prueba uniaxial, conceptualmente la Resistencia a la Compresión Uniaxial es el punto máximo que muestra dicha curva, al cual se le conoce como el punto de máximo esfuerzo (ver Figura 2-5).

Es importante poder determinar conceptualmente la resistencia a la compresión uniaxial con la mejor precisión, ya que es utilizada en algunas actividades tales como:

1. Selección de barrenas (PDC y Tricónicas).
2. Criterios de estabilidad de pozos (Morh-Coulomb y Griffith).
3. Fracturamiento hidráulico.
4. Diseño de disparos.

La Resistencia a la Compresión Uniaxial guarda una relación inversa con la porosidad (ϕ), ya que al incrementar el esfuerzo de sobrecarga (σ_v) la porosidad de la formación decrece haciendo a la formación más compacta y por lo tanto más resistente a su fractura. Esto es una característica importante de esta propiedad.

2.2 MÓDULOS ELÁSTICOS

Un material se deforma cuando está sujeto a esfuerzos, si el material recupera su forma y estado original al cesar los esfuerzos se habla de un material elástico, pero si la deformación es permanente, el material es conocido como un material plástico.

Los módulos elásticos son propiedades características de la roca que definen el comportamiento elástico entre los esfuerzos aplicados y las deformaciones generadas, estos módulos elásticos varían de acuerdo al tipo de roca. En la Figura 2-1 se muestra la definición de cada constante elástica para un material elástico lineal isotrópico.

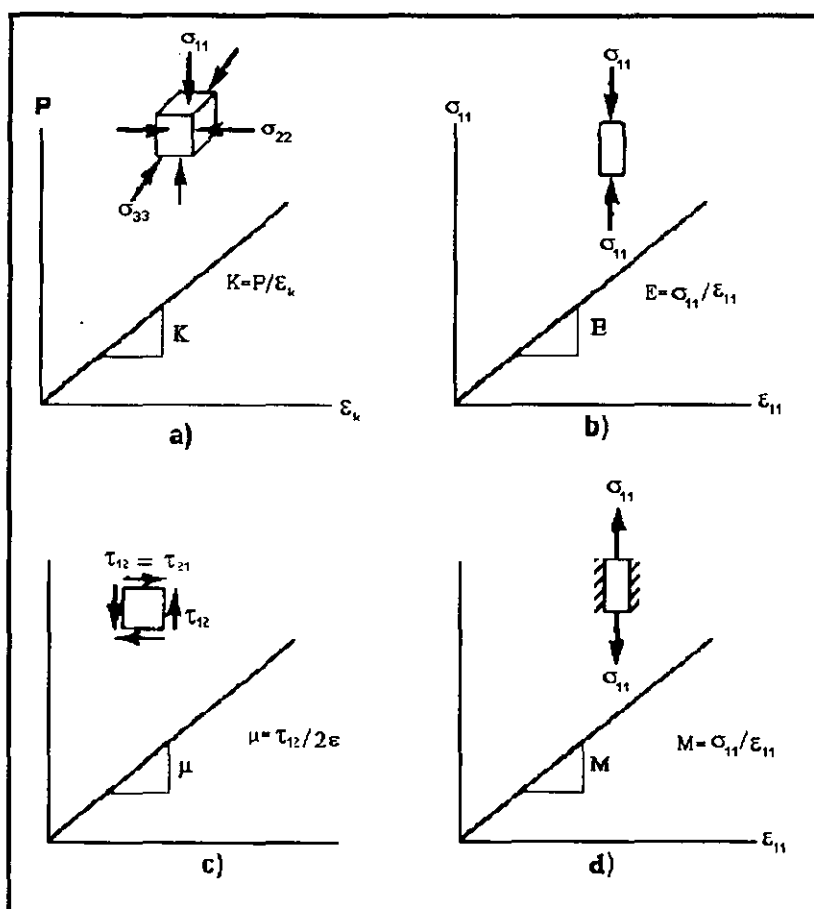


Figura 2-1. Comportamiento de un material lineal elástico isotrópico ⁽⁸⁾

Estas se pueden determinar mediante pruebas de núcleos o a partir de las ondas sísmicas. Los módulos más utilizados son:

1. Módulo de Young (E)
2. Relación de Poisson (ν).
3. Módulo de Corte (μ).
4. Módulo Volumétrico (K).

Cuya definición estática es:

2.2.1 Módulo de Young (E).

Es una relación entre los esfuerzos y deformaciones longitudinales bajo la acción de una carga uniaxial. Este efecto obedece a la propiedad elástica de la roca al estar sometida a los esfuerzos compresivos por la barrena, y se puede representar como:

$$E = \frac{\text{Esfuerzo Aplicado}}{\text{Deformación Normal}} = \frac{F/A}{L/\Delta L} \quad (2.1)$$

2.2.2 Relación de Poisson (ν).

Es la constante definida por la relación que existe entre la deformación lateral y la deformación longitudinal que sufre una roca, cuando se le somete a un esfuerzo uniaxial. Matemáticamente se expresa:

$$\nu = \frac{\text{Deformación Lateral}}{\text{Deformación Longitudinal}} = \frac{\Delta D/D}{\Delta L/L} \quad (2.2)$$

2.2.3 Módulo de corte (μ).

Se define como la fuerza tangencial sobre la cara de la roca sin existir esfuerzos normales, se expresa como:

$$\mu = \frac{\text{Esfuerzo Tangencial}}{\text{Deformación de Corte}} = \frac{F/A}{\Delta L/L} \quad (2.3)$$

2.2.4 Módulo volumétrico (K).

Es la relación entre los esfuerzos compresionales (presión hidrostática) y la deformación volumétrica y se determina con la siguiente ecuación:

$$K = \frac{\text{Esfuerzo Compresivo}}{\text{Deformación Volumétrica}} = \frac{F/A}{(V_1 - V_2)/V_1} \quad (2.4)$$

2.2.5 Módulo de compresibilidad (Cb).

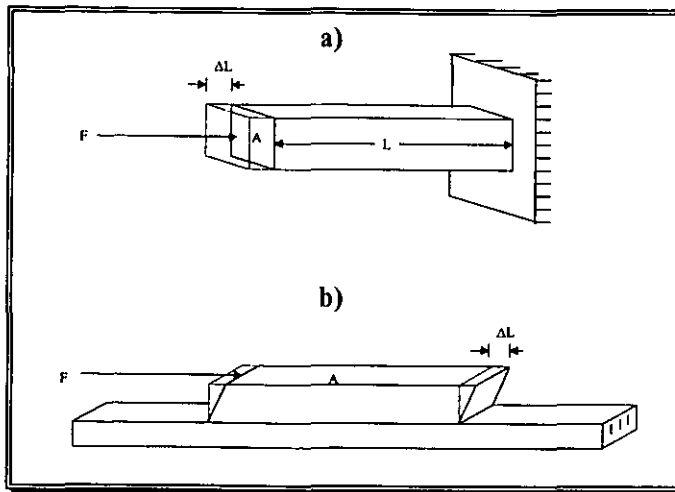
Es el cambio fraccional del volumen de roca por unidad de incremento de esfuerzo compresivo aplicado a la formación y se expresa como:

$$C_b = \frac{\text{Deformación Volumétrica}}{\text{Esfuerzo Aplicado}} = \frac{1}{K} \quad (2.5)$$

Las Constantes Elásticas pueden ser Estáticas o Dinámicas, según la forma que se emplee para determinarlas.

Las Constantes Estáticas se determinan en el laboratorio a través de la utilización de núcleos mediante la aplicación gradual de esfuerzos, el tipo de esfuerzo dependerá del módulo que se quiera medir.

En la Figura 2-2 y 2-3 se puede observar como determinar las constantes elásticas estáticas y dinámicas.



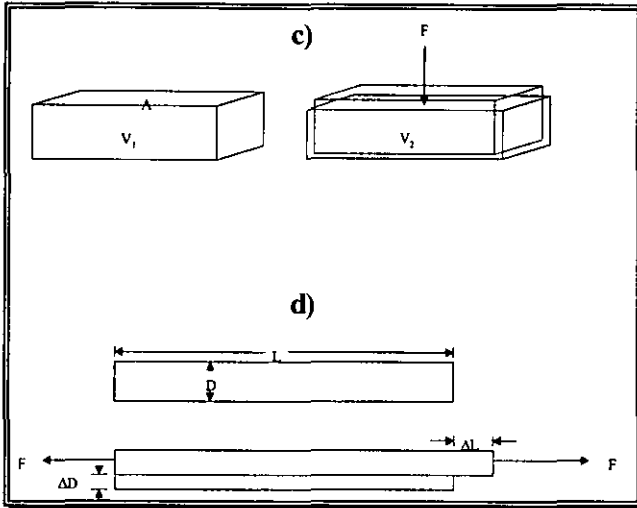
MODULO DE YOUNG

<i>Estática</i>	<i>Dinámica</i>
$E = \frac{F/A}{\Delta L/L}$	$E = 2\mu(1-\nu)$

MODULO DE CORTE

<i>Estática</i>	<i>Dinámica</i>
$\mu = \frac{F/A}{\Delta L/L}$	$\mu = 304.87^2 \frac{\rho_b}{\Delta t_S^2}$

Figura 2-2. Módulo de Young (E) y de Corte(\$\mu\$)



MODULO VOLUMETRICO

<i>Estática</i>	<i>Dinámica</i>
$K = \frac{F/A}{(V_1 - V_2)/V_1}$	$K = 304.87^2 \rho_b \left(\frac{1}{\Delta t_c^2} - \frac{1}{\Delta t_s^2} \right)$

RELACION DE POISSON

<i>Estática</i>	<i>Dinámica</i>
$\nu = \frac{\Delta D/D}{\Delta L/L}$	$\nu = \frac{0.5(\Delta t_s / \Delta t_c)^2 - 1}{(\Delta t_s / \Delta t_c)^2 - 1}$

Figura 2-3. Módulo volumétrico (K) y Relación de Poisson(\$\nu\$)

Las propiedades elásticas dinámicas se determinan mediante la propagación de ondas acústicas, ya sea a nivel de campo o de laboratorio. Algunos parámetros como el tiempo de tránsito compresional, cizallamiento y la densidad de la formación que ayudan a determinar estos módulos se calculan con ayuda de los siguientes registros:

1. Sónico
2. Densidad

La velocidad de las ondas sónicas aumenta a medida que la resistencia y dureza de las rocas se incrementa.

2.3 DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN UNIAXIAL (CO)

La resistencia a la compresión uniaxial (Co) se puede determinar mediante correlaciones establecidas para algunas formaciones en específico y pruebas de laboratorio.

2.3.1 Pruebas de laboratorio.

Las pruebas que se realizan en mecánica de rocas para determinar la resistencia a la compresión uniaxial son:

1. Uniaxiales
2. Triaxiales

La Figura 2-4 muestra la forma del núcleo que se utiliza para las pruebas de laboratorio cuya relación de longitud-diámetro es de 2:1, así como los esfuerzos de compresión que están siendo aplicados en las caras del núcleo mediante un pistón y los esfuerzos de confinamiento que actúan en la circunferencia de la muestra generados por la inyección de un fluido.

Cuando los esfuerzos de confinamiento o radiales son cero se tiene una *Prueba de Esfuerzo Uniaxial* pero cuando esta se realiza con una presión de confinamiento diferente de cero se tiene una *Prueba Triaxial*.

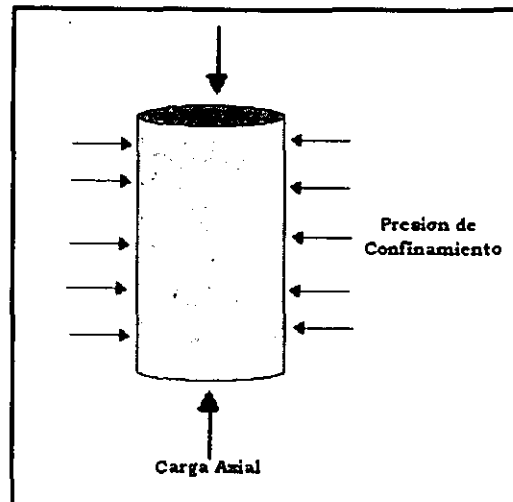


Figura 2-4. Prueba Uniaxial o Triaxial ⁽⁹⁾

2.3.1.1 Prueba uniaxial.

Este tipo de pruebas se realiza sin presión de confinamiento y el esfuerzo de compresión es incrementado hasta que la roca falle o tenga un comportamiento frágil, lo cual dependerá del tipo de roca. En la Figura 2-5 se muestra el resultado de una prueba uniaxial obteniendo como resultado una curva de esfuerzo-deformación de una roca. La curva presenta cuatro regiones: OA, AB, BC y CD. El esfuerzo en el punto C es definido como la *Resistencia a la Compresión Uniaxial* y es el máximo esfuerzo que una roca en particular puede soportar sin que esta sufra una fractura, también es definido como la resistencia máxima previa a la ruptura. Algunos autores definen dicho punto como el punto de transición del comportamiento dúctil a quebradizo⁽²⁾.

En la región OA y AB el núcleo exhibe un comportamiento esencialmente elástico, es decir el esfuerzo aplicado genera una deformación mientras este siga actuando. El Punto B, se define como el punto de cedencia o límite elástico y es un punto de deflexión que marca la transición de la región elástica OB a la región dúctil BC. El esfuerzo en esta región siempre induce a una deformación permanente. La región CD es definida como la región quebradiza o dúctil (depende del tipo de roca) en donde la habilidad de la roca de mantener una

carga decrece con el incremento de la deformación. La formación de microfracturas en las diferentes regiones contribuye al debilitamiento de la matriz de la roca.

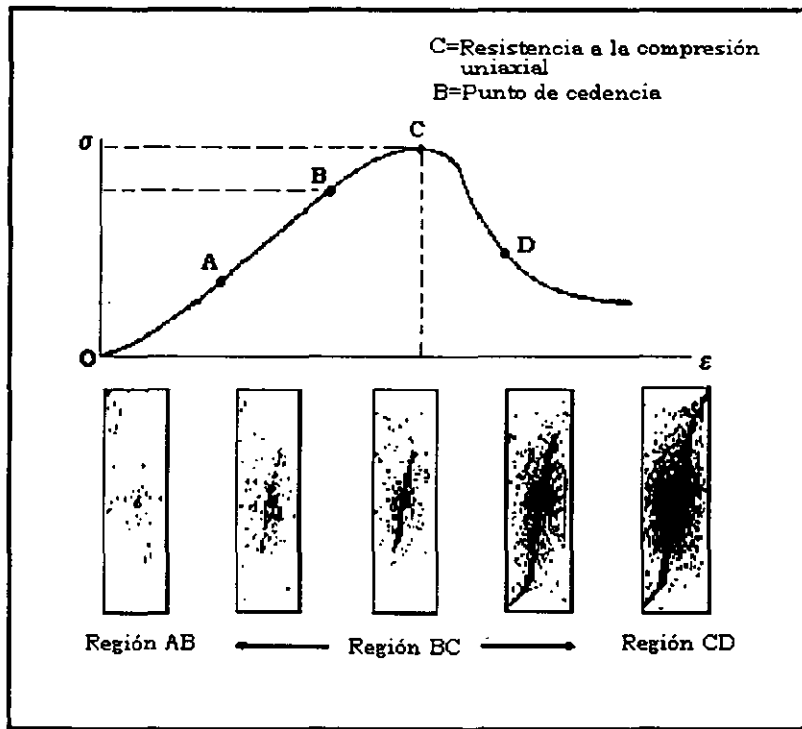


Figura 2-5. Curva de esfuerzo-deformación (2)

El comportamiento de la curva de esfuerzo-deformación depende de la composición mineralógica de la roca por lo tanto es diferente en cada tipo de roca. En la Figura 2-6 se muestra algunos comportamientos para diferentes tipos de rocas.

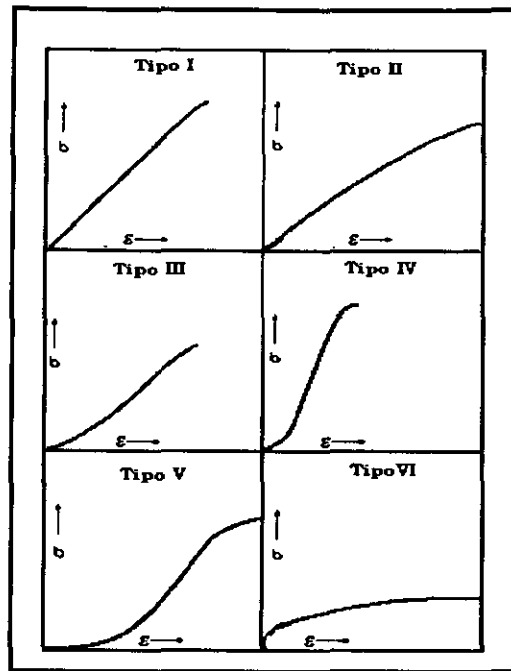


Figura 2-6. Curvas típicas de esfuerzo-deformación para pruebas uniaxiales ⁽¹⁴⁾

Tipo	Roca
I	Basalto, Caliza, Dolomías
II	Calizas Suaves, Limolita, Toba
III	Arenisca, Granito, Esquistos
IV	Rocas Metamórficas (Mármol)
V	Esquistos
VI	Sal gema, Sal potásica, evaporitas

2.3.1.2 Prueba triaxial.

La prueba Triaxial es usualmente realizada mediante el incremento de la carga uniaxial (esfuerzo de compresión) y de confinamiento al mismo tiempo hasta llegar a un esfuerzo semejante a la presión hidrostática, posteriormente la presión de confinamiento es mantenida constante mientras la carga axial es incrementada hasta que la roca falle o tenga un comportamiento frágil (Figura 2-7).

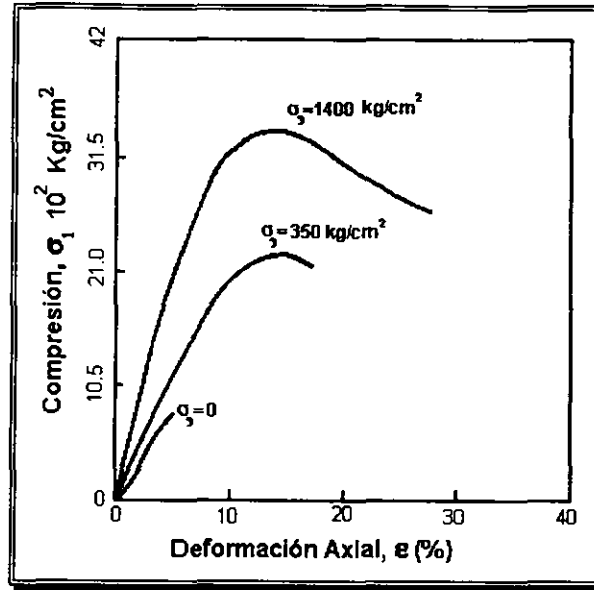


Figura 2-7. Prueba Triaxial para una arenisca Berea

En cualquier tipo de roca se muestra un incremento en la resistencia a la compresión con el aumento de la presión de confinamiento, pero frecuentemente los valores de los módulos resultan poco afectados por las variaciones de dicha presión. La Figura 2-8 muestra los resultados de una prueba triaxial de un grabo, además se observa que el aumento de la presión de confinamiento no produce un comportamiento anelástico y dúctil antes de llegar a la rotura que se observa en la arenisca.

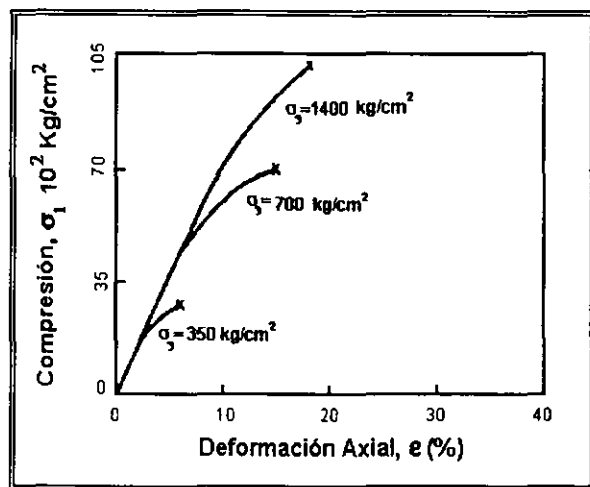


Figura 2-8. Prueba Triaxial para un grabo

2.3.2 CORRELACIONES.

Existen varias correlaciones para calcular la Resistencia a la Compresión Uniaxial (Co), estas pueden ser empíricas y semiempíricas algunos de ellas son:

1. García Gavito Daniel
2. Smorodinov
3. J. P. Sarda y Nicolas Keesler
4. G. H. McNally-
5. L. Wade y M.A. Horton
6. Coate y Denno

2.3.2.1 Modelos empíricos.

Correlación de García Gavito Daniel ⁽¹⁾.

En este estudio se observó que la Resistencia a la Compresión Uniaxial (Co) se incrementa con la profundidad en áreas normalmente compactadas. Como el esfuerzo de sobrecarga se incrementa, la porosidad de la roca decrece de tal manera haciendo a la formación más compacta y más resistente. Así él obtuvo dos correlaciones de la Resistencia con la porosidad para formaciones bien compactadas y pobremente compactadas.

$$Co = 66889 - 84063 \log \phi + 2609(\log \phi)^2 \quad \text{Rocas bien cementadas} \quad (2.6)$$

$$Co = 66889 - 84063 \log \phi + 2609(\log \phi)^2 \quad \text{Rocas bien cementadas} \quad (2.7)$$

Correlación de Smorodinov ⁽⁴⁾.

Smorodinov y colaboradores observaron que entre más grande sea la densidad de la roca, mayor es su resistencia a la compresión. Ellos propusieron que la Resistencia a la Compresión uniaxial de la Roca (Co) puede relacionarse con la densidad y porosidad para un grupo de rocas carbonatadas de la siguiente forma:

$$C_o = 0.88e^{(2.85 \cdot \rho)} \quad (2.8)$$

$$C_o = 2590e^{(-.91 \cdot \phi)} \quad (2.9)$$

Correlación de J. P. Sarda y Nicolas Keesler⁽³⁾.

Él realizó una recopilación de información de literatura y de pruebas de laboratorios para areniscas saturadas y secas con una variación en el contenido de cuarzo(quartz) desde un 48% para arenisca Laurencekirk hasta 99% para arenisca Fontainebleau, obteniendo la siguiente correlación:

$$C_o = 258 * e^{(-9 \cdot \phi)} \quad (2.10)$$

Sarda observó en su estudio que la porosidad era poco influenciada por saturación y la composición mineralógica de las rocas. Sin embargo una influencia puede ser observada comparando los resultados Smorodinov para rocas secas.

Correlación de G.H. McNally ⁽⁵⁾.

McNally midió el Tiempo de Tránsito Compresional y la Resistencia a la Compresión Uniaxial para núcleos de rocas areniscas obteniendo una expresión que relacionara un parámetro geofísico y una propiedad mecánica de la roca mediante una regresión exponencial.

$$C_o = 1,000 * e^{(-0.035 \Delta t)} \quad (2.11)$$

En sus resultados encontró que el tiempo de tránsito compresional es muy sensible a las variaciones de la resistencia de la roca, especialmente en rocas sedimentarias en valores mayores de 80µs/ft, pero para valores menores de 70µs/ft cambios en la resisten puede causar pequeños cambios en el tiempo de tránsito.

Correlación de L. Wade y M.A. Horton ⁽⁷⁾

En este estudio se tomó un pozo de Lea Hall, Staffordshire, England, el cual tenía datos de registros y núcleos. El muestreo del pozo fue de 27m con una pérdida del 1.6% de total. Algunas muestras fueron examinadas por litología y fracturas. Generó ecuaciones mediante regresión, en las cuales observó que la velocidad de las ondas P es dos veces la velocidad de las ondas S y que disminuyen cuando la resistencia aumenta.

$$C_o = e^{(6.903 - 0.034 \Delta t)} \quad (2.12)$$

En la Figura 2-9 y 2-10 se muestra una comparación de algunas de las correlaciones.

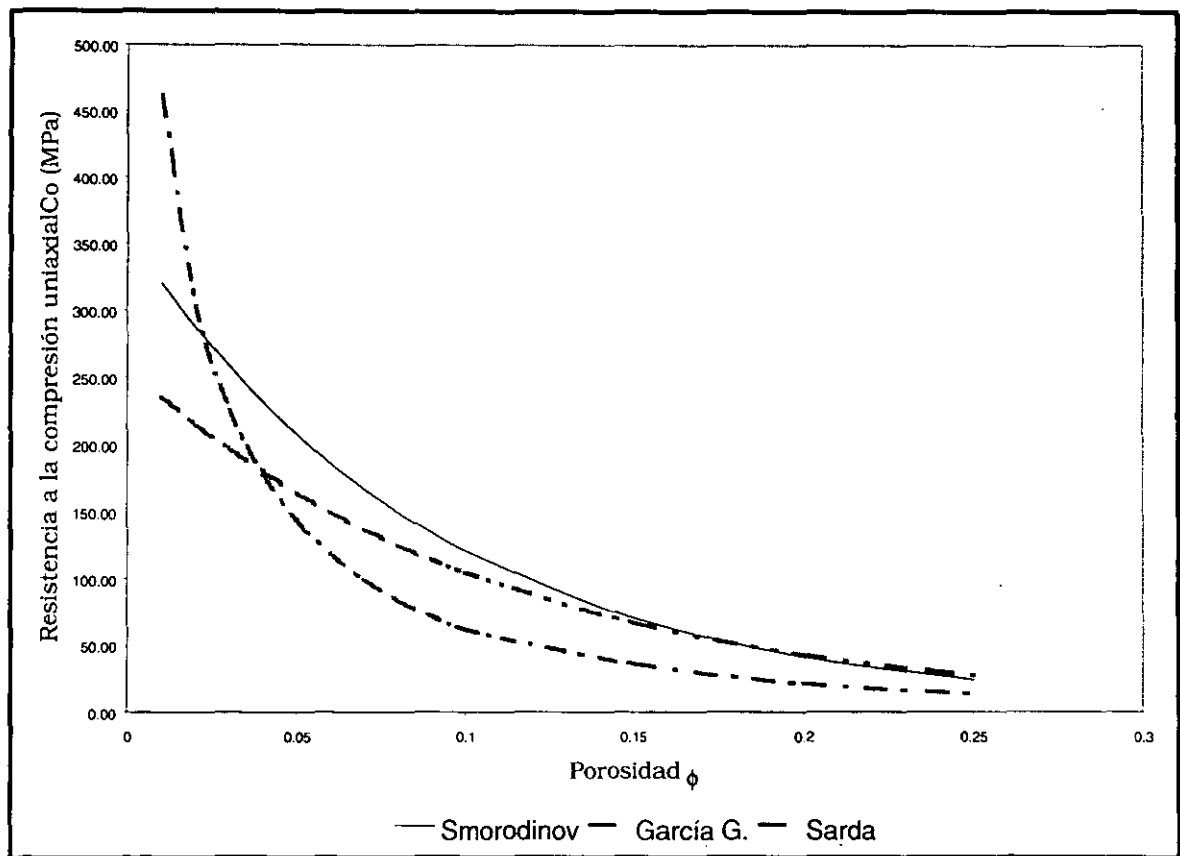


Figura 2-9. Resistencia a la compresión uniaxial vs porosidad

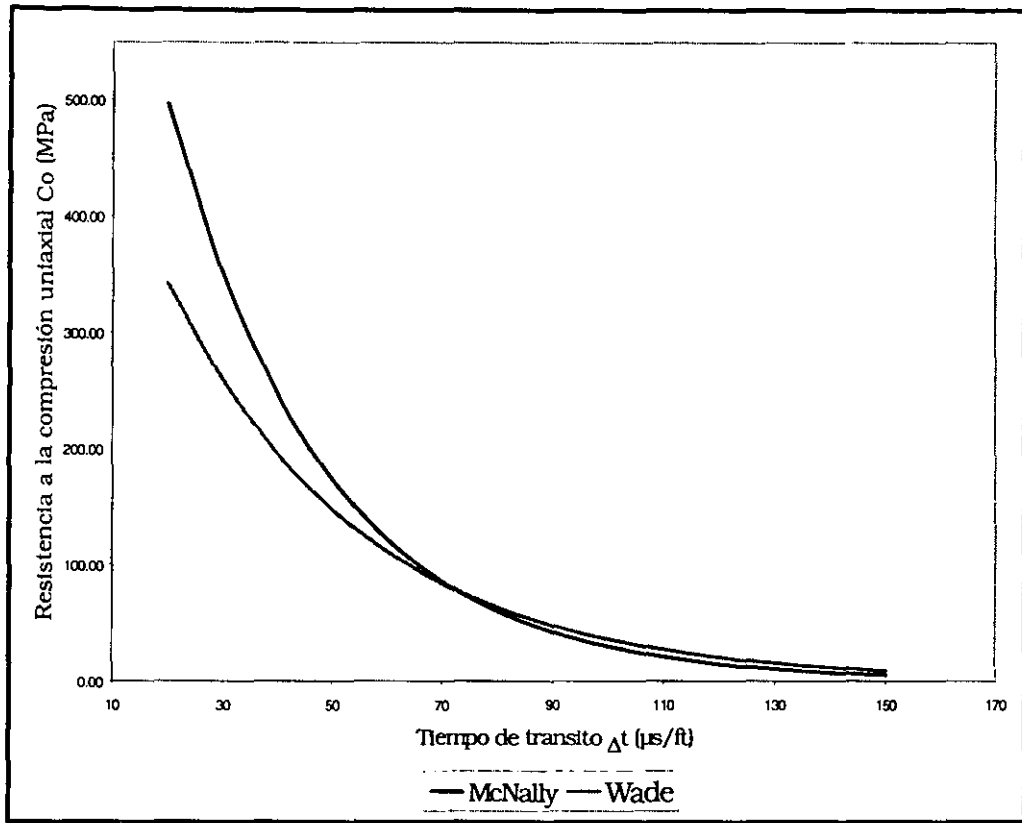


Figura 2-10. Resistencia a la compresión uniaxial vs tiempo de tránsito compresional

Se puede observar que existe una variación en la determinación de la Resistencia a la Compresión Uniaxial debido a que los estudios se realizaron en distintos lugares y tipos de rocas como el caso de los modelos de García Gavito y Smorodinov. En la Figura 2-10 se puede observar que ambas correlaciones convergen para valores mayores de 70μs/ft.

2.3.2.2 Modelos semi-empíricos.

Método de Coates y Denno ⁽⁶⁾

Ellos presentaron la determinación de la resistencia límite para arenas usando el análisis de estabilidad de Mohr-Coulomb, además proporcionaron

ejemplos de la influencia de la presión de poro con la presión de fondo fluyendo, así como la expresión de la resistencia a la compresión uniaxial que más tarde fue desarrollada por Bruce.

$$C_o = \frac{0.026aE}{C_b * 10^6} [0.008V_{arc} + 0.0045(1 - V_{arc})] \quad (2.13)$$

Donde la constante "a" es la relación entre la Resistencia a la Compresivo Uniaxial (Co) y el Esfuerzo de Cizallamiento, y esta en función del Angulo de Fricción interna (ϕ), el cual generalmente es de 30° para todas las rocas.

$$a = \frac{2 \cos \phi}{1 - \sin \phi} = 3.46 \quad (2.14)$$

El contenido de arcilla se puede determinar con el registro de rayos gamma, suponiendo que la magnitud de la deflexión de la curva de rayos gamma, es proporcional al contenido de material radioactivo en el intervalo de formación que se analiza.

Así el contenido de arcilla será:

$$V_{arc} = \frac{Ca - Ag}{Ba - Ag} * 100 \quad (2.15)$$

La tabla 2.1 muestra algunas propiedades para diferentes tipos de roca.

TIPO DE ROCA	DENSIDAD (lb/p3)	ESFUERZO COMPRESIVO UNIAXIAL (psi)	MÓDULO DE ELASTICIDAD (psi* 10)	RELACION POISSO'NS	RELACION FRACTURA
LUTITA	171.00	32900.00	10.20	0.26	1.90
LUTITA (Normal al plano de estratificación)	172.20	24700.00	11.00	0.25	0.80
LUTITA (paralelo al plano de estratificación)	173.30	29700.00	15.00	0.20	1.40
LUTITA KIMBERLEY	178.10	24300.00	11.30	0.47	0.70
LUTITA JEPPESTOWN	177.20	17800.00	12.10	0.38	
CUARCITA	168.10	41000.00	11.90	0.15	4.10
ESTRATOS ARRECIFALES	172.80	43000.00	12.90	0.17	5.60
CUARCITA (Base montaña)	169.90	33700.00	12.10	0.20	3.00
CUARCITA PURA (Profundas)	169.40	35400.00	11.80	0.26	3.40
CUARCITA KIMBERLEY	164.80	57500.00	11.60	0.18	8.10
DOLOMITA	178.70	58500.00	14.10	0.36	8.40
PEDERNAL (Chert)	164.20	69000.00	12.20	0.26	18.50
DIABASA	182.90	64600.00	15.30	0.27	15.30
DIABASA (Ligeramente descompuesta)	173.10	35400.00	10.00	0.23	2.70
LAVA PORFIRITICA (Profundas)	176.60	60700.00	13.20	0.29	9.70
LAVA AMIGDALOIDE	172.60	37400.00	12.20	0.38	3.10

Tabla 2.1-Propiedades mecánicas para diferentes tipos de roca

2.4 TEORÍA DE AUTOCONSISTENCIA (SC) ^(10, 12)

Para estimar los módulos efectivos de un material elástico poroso se requiere considerar los siguientes aspectos:

1. Propiedades individuales de los componentes del sistema
2. Fracción volumen de los componentes
3. Distribución y geometría de los componentes

Algunos autores como Hashin-Shtrikman⁽²⁰⁾ y Voigt-Reuss⁽²²⁾ establecieron un límite superior e inferior para las propiedades efectivas cuando los dos primeros puntos son conocidos sin tomar en cuenta la geometría de las incrustaciones (inhomogeneidades). Una segunda aproximación realizada por Davies y O'Connell⁽²¹⁾ mejoró esas estimaciones añadiendo información estática acerca de

las inclusiones, y posteriormente se desarrolló una tercera aproximación (autoconsistencia) que considera una forma específica de las inclusiones.

La mayoría de los métodos usan la solución de la deformación elástica de una inclusión de un material en un medio infinito conocido y luego usa un esquema o un medio conocido para estimar los módulos efectivos. Esas aproximaciones están limitadas a la distribución diluida de inclusiones a causa de la dificultad de modelar o estimar la interacción elástica de las inclusiones.

La distribución diluida asume que las inclusiones son pequeñas y están separadas, así que su interacción es despreciable.

La Teoría de Autoconsistencia (Self-consistent), permite aproximar las propiedades elásticas efectivas de un medio poroso analizando inclusión por inclusión de una matriz uniforme, la cual se considera tener las mismas propiedades elásticas que las inclusiones. Esta teoría usa la misma solución elástica que la distribución diluida pero tomando en cuenta la interacción de las inclusiones ⁽¹³⁾.

La Teoría de Autoconsistencia mantiene el uso de la solución matemática para la deformación aislada de los componentes, pero para la interacción entre ellos se aproxima mediante el remplazo del medio conocido por el de un medio efectivo aun no conocido. Las ecuaciones para los módulos de Corte y Volumétrico efectivos considerando las inclusiones tienen forma esférica son:

$$\sum_{i=1}^N X_i (K_i - K^*) \left[\frac{K^* + \frac{4}{3} \mu^*}{K_i + \frac{4}{3} \mu^*} \right] = 0 \quad (2.16)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i (\mu_i - \mu^*) \left[\frac{\mu^* + \varepsilon}{\mu_i + \varepsilon} \right] = 0 \quad (2.17)$$

$$\varepsilon = \frac{\mu^* (9K^* + 8\mu^*)}{6 (K^* + 2\mu^*)} \quad (2.18)$$

Donde i refiere al i -ésimo material y x_i a su fracción. Los módulos K_i y μ_i son los módulos de Corte y Volumétrico de los constituyentes, y para incrustaciones en forma de lunetas (Penny cracks):

$$\sum_{i=1}^N X_i (K_i - K^*) P^{*i} = 0 \quad (2.19)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i (\mu_i - \mu^*) Q^{*i} = 0 \quad (2.20)$$

Donde:

$$P^{*i} : \frac{K^* + \frac{4}{3}\mu_i}{K_i + \frac{4}{3}\mu_i + \pi\alpha\beta^*} \quad (2.21)$$

$$Q^{*i} : \frac{1}{5} \left[1 + \frac{8\mu^*}{4\mu_i + \pi\alpha(\mu^* + 2\beta^*)} + 2 \frac{K_i + \frac{2}{3}(\mu_i + \mu^*)}{K_i + \frac{4}{3}\mu_i + \pi\alpha\beta^*} \right] \quad (2.22)$$

Donde:

$$\beta^* = \mu^* \frac{3K^* + \mu^*}{3K^* + 4\mu^*} \quad (2.23)$$

CAPITULO 3

DESARROLLO DEL MODELO

Las teorías para determinar las propiedades elásticas de medios efectivos y materiales heterogéneos tienen una gran aplicación en la ingeniería. La mayoría de los núcleos de una misma roca por lo general presentan distintos comportamientos elásticos, esto se debe a que son materiales altamente heterogéneos y están conformadas por una gran variedad de minerales con diferentes propiedades mecánicas y elásticas.

Las propiedades elásticas efectivas de medios heterogéneos son determinadas sobre un volumen elemental representativo (RVE) caracterizando a una escala mesoscópica, la cual es mayor que la escala característica de los constituyentes pero menor que la escala característica de macroscópica. Como consecuencia los constituyentes pueden ser representados por medios homogéneos continuos equivalentes con propiedades efectivas definidas ⁽¹¹⁾.

Existen varios métodos teóricos para poder resolver esta clase de problemas. La primera escuela se deriva del trabajo realizado por Hashin y Shtrikman⁽²⁰⁾, los cuales fueron los precursores, ellos utilizaron principios variacionales para obtener el límite superior e inferior de las propiedades elásticas efectivas de un compuesto multifásico. Una segunda escuela que estima a nivel micromecánico las propiedades efectivas de un compuesto heterogéneo es conocida como la aproximación de medios efectivos, la cual involucra los métodos de autoconsistencia (Berryman⁽²³⁾, Budiansky y O'Connell⁽²⁴⁾) y diferencial.

3.1 MÉTODO PROMEDIO ⁽¹⁵⁾

Considerando un volumen (V) de un material heterogéneo, el cual es grande comparado a la escala micro y pequeño comparado a cualquier otra escala

de interés, y donde el *tensor de esfuerzos* en cualquier posición x es denotado $\sigma_{ij}(x)$, y donde el *esfuerzo promedio* dentro del volumen V esta dado por:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij}(x) dV \quad (3.1)$$

Suponiendo que el campo de esfuerzos estático es impuesto tal que:

$$\frac{\partial \sigma_{ik}(x)}{\partial x_k} = 0 \quad (3.2)$$

Obteniendo:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{ij} \rangle &= \frac{1}{V} \int_V \frac{\partial}{\partial x_k} [x_i \sigma_{ik}(x)] dV \\ &= \frac{1}{V} \int_S x_j \sigma_{ik} n_k dS \equiv \frac{1}{V} \int_S x_j t_i dS \end{aligned} \quad (3.3)$$

Donde S es la superficie del volumen V , n es un vector unitario normal hacia fuera de S , y t_i es i -esimo componente del vector tracción t ($t_i \equiv \sigma_{ij} n_j$).

Estableciendo la tensión sobre S predeterminando a generar un campo de *esfuerzos promedio* σ^o sobre el volumen V :

$$t_i = \sigma_{ij}^o n_j \quad (3.4)$$

De la ecuación (3.1) tenemos que $\langle \sigma_{ij} \rangle = \sigma_{ij}^o$. La deformación promedio en un material compuesto de por incrustaciones homogéneas incrustadas en un material esta definida por la siguiente ecuación:

$$\langle \epsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \epsilon_{ij}(x) dV \quad (3.5)$$

Donde el término $\epsilon_{ij}(\chi)$ es la deformación local. El desplazamiento $u(\chi)$ en cualquier punto es linealmente relacionado a la tracción impuesta y por consecuente con σ^o . Así podemos escribir:

$$\begin{aligned} \langle \epsilon_{ij} \rangle &= \frac{1}{2V} \int_S (u_i n_j + u_j n_i) ds \\ &= S_{ijpq}^* \sigma_{pq}^o = S_{ijpq}^* \langle \sigma_{pq}^o \rangle \end{aligned} \quad (3.6)$$

Donde S_{ijpq}^* es el tensor de compliances (inversa del tensor de constantes elásticas) de un efectivo, el cual deseamos determinar, y además se asume que dicho tensor no varía con las cargas. La deformación promedio de un material con varios constituyentes homogéneos incrustados en una matriz es:

$$\langle \epsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \sum_{n=0}^N \int_{V_n} \epsilon_{ij}(x) dV \quad (3.7)$$

Escribiendo

$$V^n \sigma^n = \int_{V_N} \sigma dv \quad (3.8)$$

$$V^n \epsilon^n = \int_{V_N} \epsilon dv \quad (3.9)$$

$$v_n = \frac{V_n}{V} \quad (3.10)$$

Obteniendo las relaciones entre el esfuerzo y la deformación promedio:

$$\langle \sigma \rangle = \sum_{n=0}^N v^n \sigma^n = \sum_{n=0}^N v^n c^n \epsilon^n \quad (3.11)$$

y

$$\langle \epsilon \rangle = \sum_{n=0}^N v^n \epsilon^n \quad (3.12)$$

Combinando la ecuación (3.6, (3.11) y (3.12), tenemos:

$$(I - c^o s^*) \langle \sigma \rangle = \sum_{n=1}^N v^n (c^n - c^o) \epsilon^n \quad (3.13)$$

Donde I es un tensor de cuarto orden formado por la delta de Kronecker

$$I_{ijkl} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3.14)$$

Definiendo a K^n como la relación el esfuerzo aplicado y la deformación promedio de cada inclusión ϵ^n .

$$\epsilon^n = K^n \langle \sigma \rangle \quad (3.15)$$

Eliminando la deformación (ϵ^n) de la ecuación (3.13):

$$(I - c^o s^*) \langle \sigma \rangle = \left[\sum_{n=1}^N v^n (c^n - c^o) K^n \right] \langle \sigma \rangle \quad (3.16)$$

$$(I - c^o s^*) = \sum_{n=1}^N v^n (c^n - c^o) K^n \quad (3.17)$$

Finalmente, la expresión para determinar la inversa de la matriz de módulos elásticos *de medios efectivos* para un material compuesto es:

$$s^* = s^o - \sum_{n=1}^N v^n (s^o c^n - I) K^n \quad (3.18)$$

3.2 MEDIOS EFECTIVOS

La roca es material inhomogeneo debido a la mezcla de minerales que la forman así como a la presencia de fracturas y al espacio poroso. Una muestra de un mineral puro sin fracturas y espacio poroso es llamado cristal y un policristal es una mezcla de cristales del mismo material pero con diferente orientación, cuando se tiene una mezcla de diferentes tipos de cristales a la roca se le llama agregado policristalino. Un policristal puede ser analizado como un material multifásico con un número infinito de fases debido al gran número infinito de las orientaciones del cristal.

La teoría de medios efectivos asume que los constituyentes de la roca son inmiscibles (un componente no se disuelve con la presencia de otro), que se conoce a los minerales que forman la roca, lo cual se puede obtener con un análisis espectroscópico, así como las propiedades de los minerales y su fracción de volumen de cada uno.

Las teorías para determinar las propiedades elásticas de medios efectivos han crecido desde los últimos 35 años haciendo imposible revisar todos los resultados obtenidos relacionados con la mecánica de rocas durante este tiempo, por lo tanto se comentaran algunas de los métodos más utilizados dentro de la mecánica de rocas.

Los métodos se pueden clasificar de la siguiente manera ⁽¹³⁾:

1. Límites
2. Aproximados

Los métodos límites generalmente están basados en criterios de estabilidad termodinámica o en principio variacionales. Los métodos aproximados son una expansión de series truncadas.

3.2.1 Métodos Límite

Para poder predecir los módulos efectivos de una mezcla de granos y poros se tiene que especificar:

- a) Fracción de volumen de cada constituyente
- b) Módulos elásticos de cada constituyente
- c) Geometría detallada de cómo las fases están arregladas una de la otra

Si se especifica solamente la fracción de volumen y los módulos de cada incrustación solamente se podrá predecir el límite superior e inferior de esa mezcla de minerales (roca).

3.2.1.1 Límite de Hashin-Shtrikman

Establecieron que para cualquier fracción de volumen los módulos elásticos efectivos (μ^* , K^*) de los constituyentes caen dentro de los límites, es decir: $\mu < \mu^* < \mu^+$ y $K < K^* < K^+$, pero la precisión de su valor depende de su geometría detallada. El límite determinado por Hashin-Shtrikman es un rango estrecho y fue determinado para un compuesto isotrópico con dos incrustaciones en forma de esfera. Las ecuaciones que representan los límites son:

$$K^\pm = K_1 \pm \frac{x_2}{(K_2 - K_1)^{-1} + x_1(K_1 + \frac{4}{3}\mu_1)^{-1}} \quad (3.19)$$

$$\mu^\pm = \mu_1 \pm \frac{x_2}{(\mu_2 - \mu_1)^{-1} + \frac{2x_1(K_1 + 2\mu_1)}{5\mu_1(K_1 + \frac{4}{3}\mu_1)}} \quad (3.20)$$

Una forma más general de los límites de Hashin-Shtrikman, la cual puede ser utilizada para más de dos constituyentes:

$$\begin{aligned} K^+ &= \Lambda(\mu_{max}), \\ \mu^+ &= \Gamma(\xi(K_{max}, \mu_{max})) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} K^- &= \Lambda(\mu_{min}) \\ \mu^- &= \Gamma(\xi(K_{min}, \mu_{min})) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Donde:

$$\Lambda(Z) = \left(\frac{1}{K(r) + \frac{4}{3}z} \right)^{-1} - \frac{4}{3}z \quad (3.23)$$

$$\Gamma(z) = \left(\frac{1}{\mu(r) + \frac{4}{3}z} \right)^{-1} - z \quad (3.24)$$

$$\xi(K, \mu) = \frac{\mu}{3} \left(\frac{9K + 8\mu}{K + 2\mu} \right) \quad (3.25)$$

3.2.1.2 Límite de Reuss-Voigt

El límite de superior de Voigt de medios efectivos (M_V) para n componentes es:

$$M_V = \sum_{i=1}^n x_i M_i \quad (3.26)$$

En algunas veces se le conoce como isodeformación, debido a que indica la relación entre los esfuerzos y deformaciones promedio cuando todos los constituyentes tienen la misma deformación.

Al límite inferior de Reuss (M_R) también se le llama isoefuerzos, ya que indica la relación entre los esfuerzos y las deformaciones promedio cuando todos los constituyentes tienen el mismo esfuerzo, cuya ecuación es:

$$M_R = \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{M_i} \right)^{-1} \quad (3.27)$$

Cuando uno de los constituyentes es un fluido (líquido o gas), el módulo de corte (μ) es igual a cero para ambos, lo cual origina que su límite sea igual al límite inferior de Hashin-Shtrikman. También Reuss describe con su ecuación el comportamiento del módulo efectivo de un sólido en un fluido, así como módulo de un material quebradizo, en el cual los fragmentos de los sólidos están completamente cubiertos por el fluido.

Matemáticamente (M) para ambos límites representa los módulos de corte(μ) y volumétrico(K)

Los límites Hashin-Shtrikman y Reuss-Voigt son usados para:

1. Calcular el límite inferior como superior de una mezcla de minerales y fluido.
2. Estimar el rango de los módulos para una mezcla de minerales.

3.2.2 Métodos Aproximados

Dentro de los métodos aproximados se tienen dos diferentes teorías, una de ellas considera que las incrustaciones tienen una forma diluida (Kuster y Toksoz) y otra aleatoria (Autoconsistencia). Además estos toman en cuenta la forma de las incrustaciones, lo cual da una mejor aproximación de las propiedades elásticas.

3.2.2.1 Formulación de Kuster y Toksoz⁽¹⁰⁾

Kuster y Toksoz derivaron expresiones para estimar los módulos elásticos de corte (μ_{KT}^*) y volumétrico (K_{KT}^*) efectivos para distintas formas de inclusiones considerando que uno de los constituyentes puede servir como matriz, dichas ecuaciones son:

$$(K_{KT}^* - K_m) \left(\frac{K_m + \frac{4}{3} \mu_m}{K_{KT}^* + \frac{4}{3} \mu_m} \right) = \sum_{i=1}^N x_i (K_i - K_m) P^{mi} \quad (3.28)$$

$$(\mu_{KT}^* - \mu_m) \left(\frac{\mu_m + \frac{4}{3} \mu_m}{\mu_{KT}^* + \frac{4}{3} \mu_m} \right) = \sum_{i=1}^N x_i (\mu_i - \mu_m) Q^{mi} \quad (3.29)$$

Los términos P^{mi} y Q^{mi} describen principalmente la forma de las inclusiones, así como el efecto de una inclusión de un material i en un medio conocido m que es la matriz. Las expresiones son resultas mediante iteraciones.

3.2.2.2 Teoría de Autoconsistencia ^(10,13)

La teoría de autoconsistencia no considera ningún elemento como matriz, sino que todos los elementos son incrustaciones. Si los módulos elásticos de las incrustaciones tienen una amplia diferencia los límites superior e inferior estarán separados. Para obtener mejores resultados es necesario especificar la geometría de las incrustaciones.

$$\sum_{i=1}^N x_i (K_i - K_{sc}^*) P^{*i} = 0 \quad (3.30)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i (\mu_i - \mu_{sc}^*) Q^{*i} = 0 \quad (3.31)$$

Ambas ecuaciones se resuelven simultáneamente con iteraciones.

3.3 DESARROLLO DE ECUACIONES Y METODOLOGÍA

En esta sección se presenta el desarrollo de las ecuaciones, así como de la metodología para determinar las propiedades elásticas (dinámicas y estáticas) y de falla de la roca, utilizando el método de autoconsistencia para generar dichas ecuaciones, la cual esta basada en la teoría de medios efectivos.

3.3.1 Análisis de datos de laboratorio

Debido a que no se cuentan con estudios realizados a campos mexicanos en donde se tengan propiedades físicas de la roca, se tuvo que utilizar información de datos experimentales de literatura (ver referencia 16), la cual contiene datos de módulos elasto-dinámicos y elasto-estáticos, así como de propiedades de falla para dos tipos de roca que son: caliza y arenisca.

Es importante mencionar que dicha información no cuenta con los datos de porosidad para cada muestra, por lo cual se buscó la manera de calcularla. La porosidad primeramente se calculó a partir del tiempo de tránsito compresional usando los módulos de corte(μ) y volumétrico(K) de cada muestra con las ecuaciones:

$$\Delta t = 304.87 \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad (3.32)$$

$$\phi = \frac{\Delta t - \Delta t_m}{\Delta t_f - \Delta t_m} \quad (3.33)$$

Es importante mencionar que en la determinación de la porosidad para los núcleos de la caliza y arenisca se consideró constante la densidad con los siguientes valores de 2.68 y 2.5gr/cm³ respectivamente. En tiempo de tránsito de la matriz también se consideraron constantes, los valores para la caliza y arenisca fueron de 55 y 67 μ s/ft. para el fluido fue de 189 μ s/ft

Otra la forma de calcular la porosidad fue utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\rho = \rho_m(1 - \phi) + \rho_f(\phi) \quad (3.34)$$

$$V_s = 3.053 - 3.866\phi \quad (3.35)$$

$$\mu = \rho * V_s^2 \quad (3.36)$$

En donde se estimó una densidad de matriz y de fluido con los siguientes valores de 2.3 y 1gr/cm³. Sustituyendo las ecuaciones 3.34 y 3.35 en la ecuación 3.36, y desarrollando algebraicamente se obtuvo la siguiente ecuación

$$14.94\phi^3 - 53.49\phi^2 + 56.81\phi - 18.64 + \mu = 0 \quad (3.37)$$

Con la porosidad calculada con la ecuación 3.33 se pudo realizar un análisis de las propiedades elasto-dinámicas y elasto-estáticas como una función de la porosidad para ambos tipos de roca. En las Figuras 3-1 a 3-4, se muestra el comportamiento de estas propiedades elásticas.

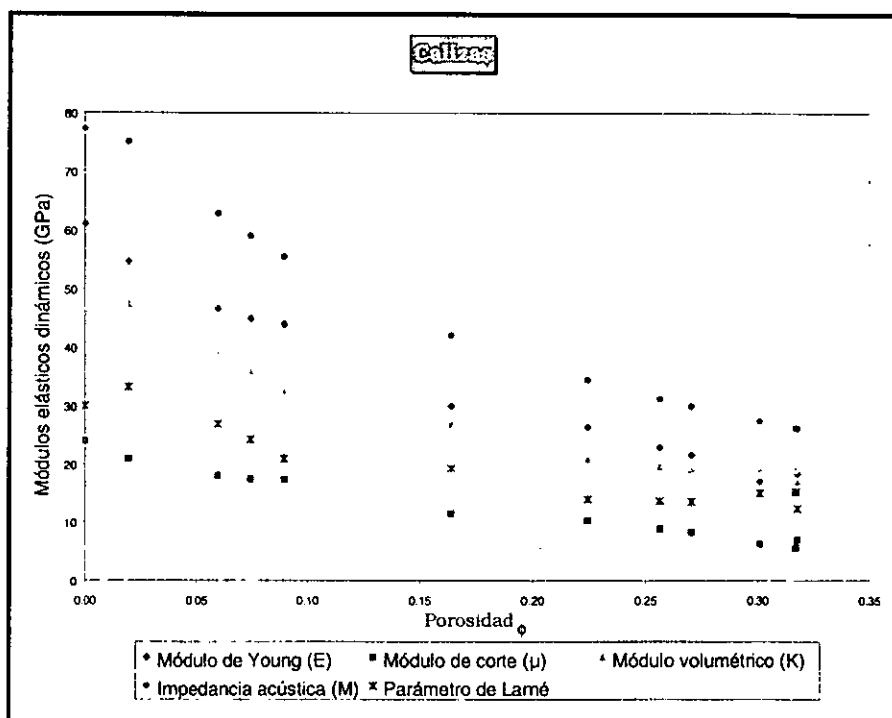


Figura 3-1. Propiedades elasto-dinámicas para la caliza de datos experimentales

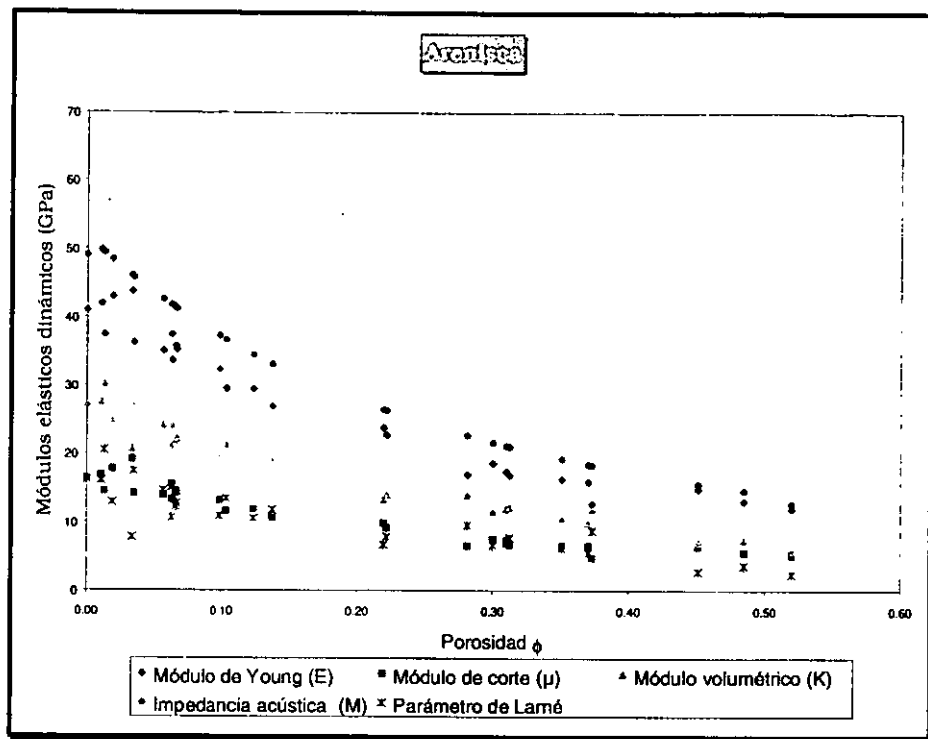


Figura 3-2. Propiedades elasto-dinámicas para areniscas de datos experimentales

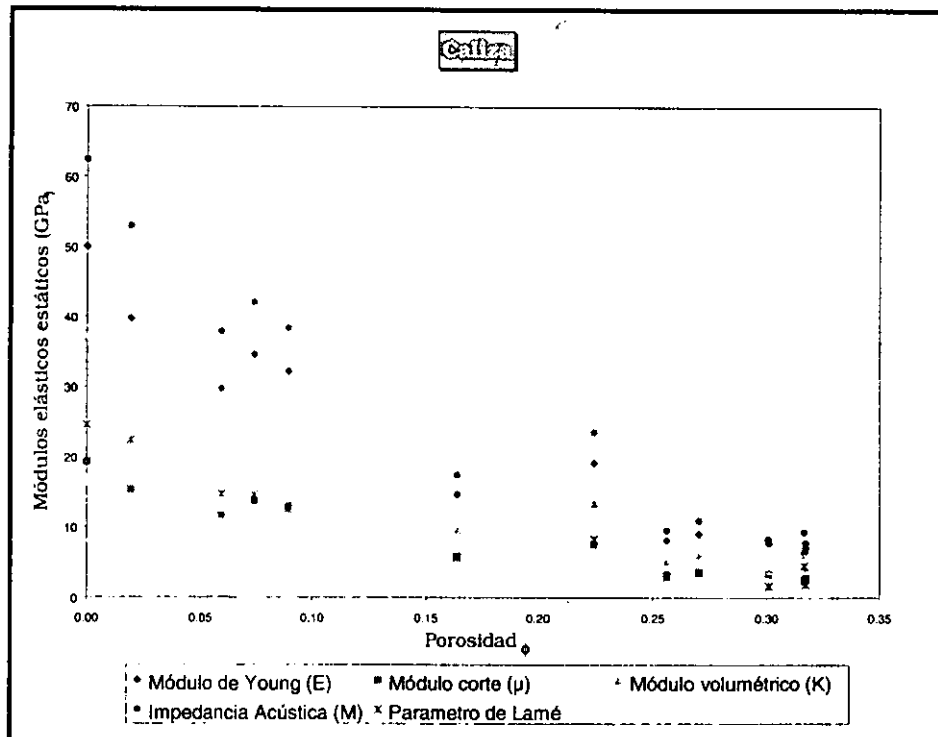


Figura 3-3. Propiedades elasto-estáticas para la caliza de datos experimentales

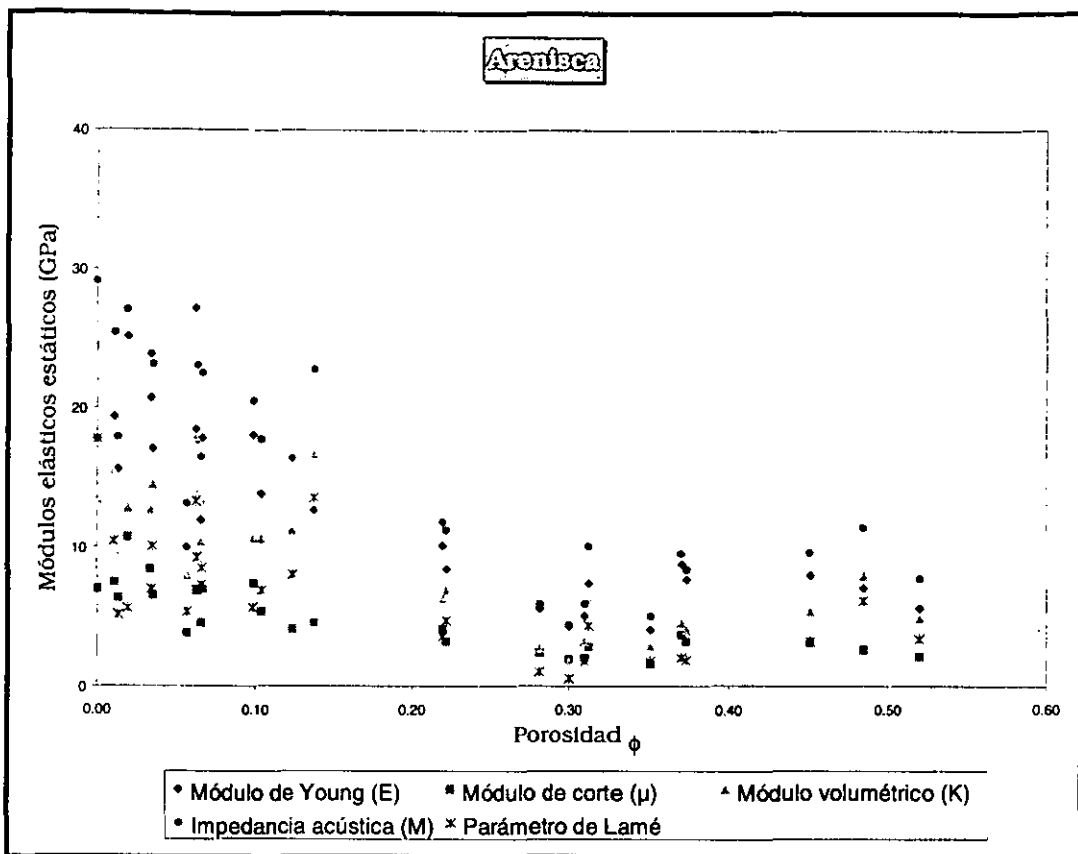


Figura 3-4. Propiedades elasto-estáticas para la arenisca de datos experimentales

En los gráficos de las figuras anteriores es importante resaltar que todas las propiedades elásticas decrecen de una manera exponencial cuando la porosidad se incrementa, dicho comportamiento es para ambos tipos de roca. Esto se debe que conforme se incrementa la profundidad la roca es más rígida debido a la disminución de la porosidad y el valor de los módulos elásticos es mayor.

Es importante mencionar que el valor de las propiedades elasto-dinámicas son casi el doble de las elasto-estáticas, una razón de esto podría ser que en la determinación de los módulos dinámicos la velocidad de la onda P viaja muy rápido a través del núcleo y por lo contrario en la determinación de los módulos elasto-estáticos en efecto de la carga es más lento en la estructura del núcleo.

Con los gráficos anteriores se pudo determinar algunos valores de las propiedades elasto-dinámicas y elasto-estáticas para el sólido de la caliza y

arenisca, cuando la porosidad es igual a cero. En la tabla 3.1 y 3.2 se muestra los valores obtenidos, lo cual fortalece lo comentado de que las propiedades elasto-dinámicas son casi el doble de las elasto-estáticas.

Módulo	Elasto-dinámico (GPa)	Elasto-estático (GPa)
Volumétrico (Ks)	45.99	36.97
Corte (μ s)	23.96	19.22
Young (Es)	61.03	50.02
M (Ms)	77.26	62.38

Tabla 3.1 Propiedades elásticas para el sólido de la caliza

Módulo	Elasto-dinámico (GPa)	Elasto-estático (GPa)
Volumétrico (Ks)	27.14	13.39
Corte (μ s)	16.41	6.99
Young (Es)	40.96	17.79
M (Ms)	49.02	29.12

Tabla 3.2 Propiedades elásticas para el sólido de la arenisca

Otro factor importante que también se observa en los gráficos es de que la impedancia acústica (módulo de M) es el módulo con mayor valor numérico seguido por el módulo Young (E) y por último el módulo de corte (μ), es decir:

$$\mu < \lambda < K < E < M$$

Con los datos de la tabla 3.1 y 3.2 se pudo realizar una normalización de las propiedades elasto-dinámicas y elasto-estáticas para ambos tipos de roca. En los gráficos de las Figuras 3-5 y 3-6 se observa que los módulos normalizados tienden a una misma curva.

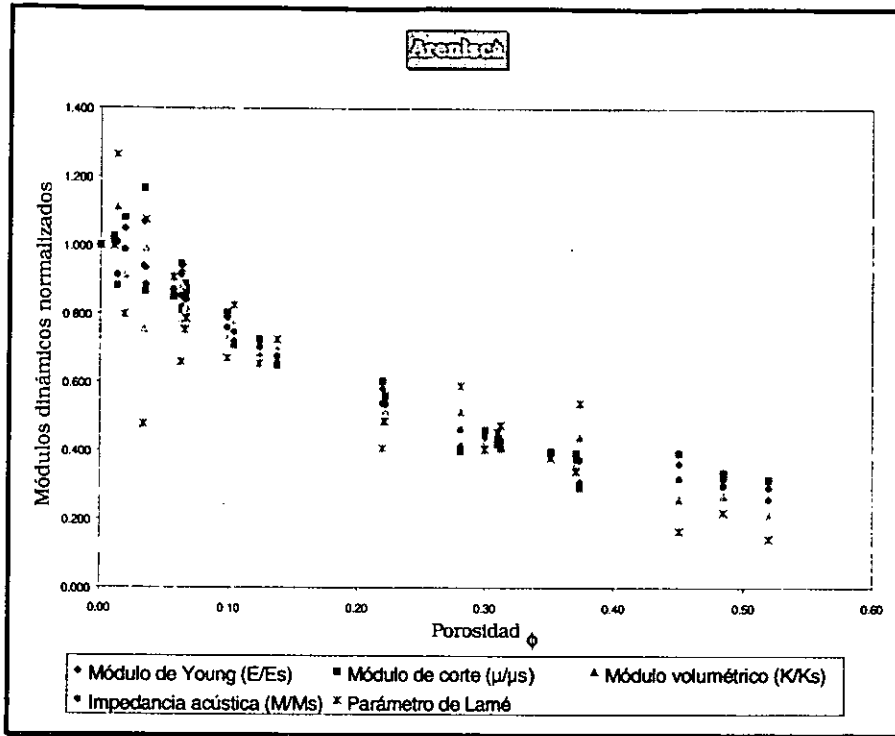


Figura 3-5. Propiedades elasto-dinámicas normalizadas para la arenisca de datos experimentales

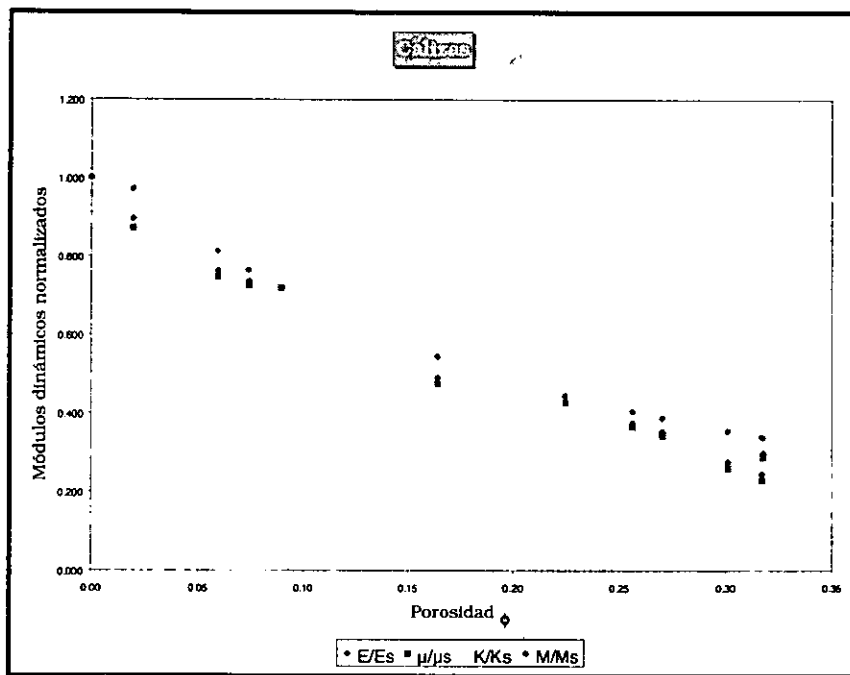


Figura 3-6. Propiedades elasto-dinámicas normalizadas para la caliza de datos experimentales

En la ingeniería petrolera es de gran importancia conocer el valor numérico de los módulos elasto-estáticos, por lo cual se generaron un conjunto de correlaciones empíricas normalizadas para determinar dichas propiedades a partir de las propiedades elasto-dinámicas para ambos tipos de roca, el comportamiento presentado por estas ecuaciones es lineal, ya que ambas propiedades elásticas decrecen al incrementar la porosidad como se pudo observar en los gráficos anteriores. Las ecuaciones obtenidas son:

Caliza:	Arenisca:
$\left(\frac{M}{Ms}\right)_E = 1.208\left(\frac{M}{Ms}\right)_D - 0.284$	$\left(\frac{M}{Ms}\right)_E = 0.991\left(\frac{M}{Ms}\right)_D - 0.053$
$\left(\frac{E}{Es}\right)_E = 1.139\left(\frac{E}{Es}\right)_D - 0.194$	$\left(\frac{E}{Es}\right)_E = 1.136\left(\frac{E}{Es}\right)_D - 0.072$
$\left(\frac{\mu}{\mu S}\right)_E = 1.134\left(\frac{\mu}{\mu S}\right)_D - 0.168$	$\left(\frac{\mu}{\mu S}\right)_E = 1.125\left(\frac{\mu}{\mu S}\right)_D - 0.069$
$\left(\frac{K}{Ks}\right)_E = 1.322\left(\frac{K}{Ks}\right)_D - 0.305$	$\left(\frac{K}{Ks}\right)_E = 0.999\left(\frac{K}{Ks}\right)_D + 0.033$

Tabla 3.3 correlaciones para determinar propiedades elásticas estáticas a partir de las dinámicas

Las pruebas de laboratorio además de contener datos de propiedades elásticas, también tienen datos de propiedades de falla de la roca (resistencia a la compresión uniaxial). Con la porosidad calculada con la ecuación 3.33 se determinó la resistencia a la compresión uniaxial para el sólido (Co') de la caliza y arenisca, cuyos valores obtenidos fueron de 212 MPa y 130 MPa respectivamente, con estos valores se realizó la normalización de esta propiedad de falla de la roca como una función de la porosidad para ambos tipos de rocas, en las Figura 3-7 y 3-8 se muestra el comportamiento de esta propiedad mecánica normalizada de la roca, en donde se observa que dichas propiedades también decrecen de manera exponencial como las propiedades elásticas cuando la porosidad se incrementa.

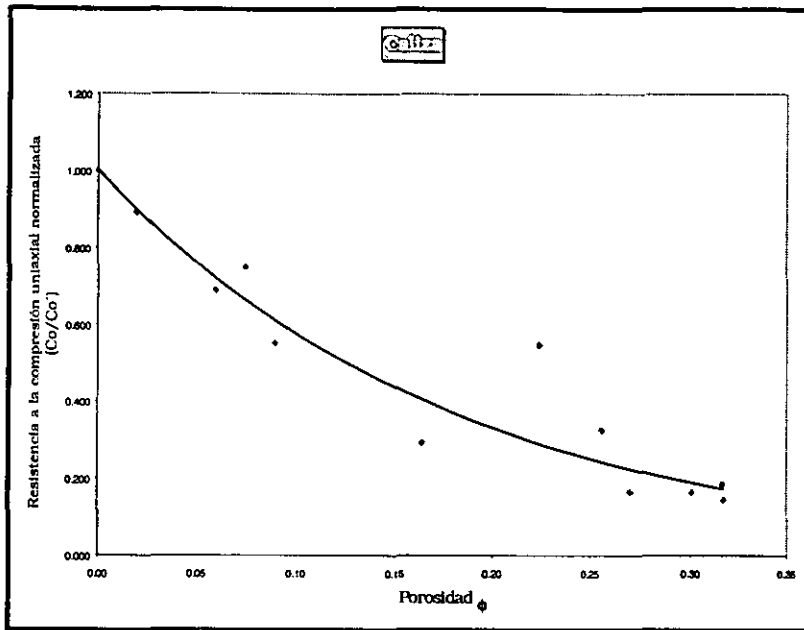


Figura 3-7. Resistencia normalizada vs porosidad para caliza de datos experimentales

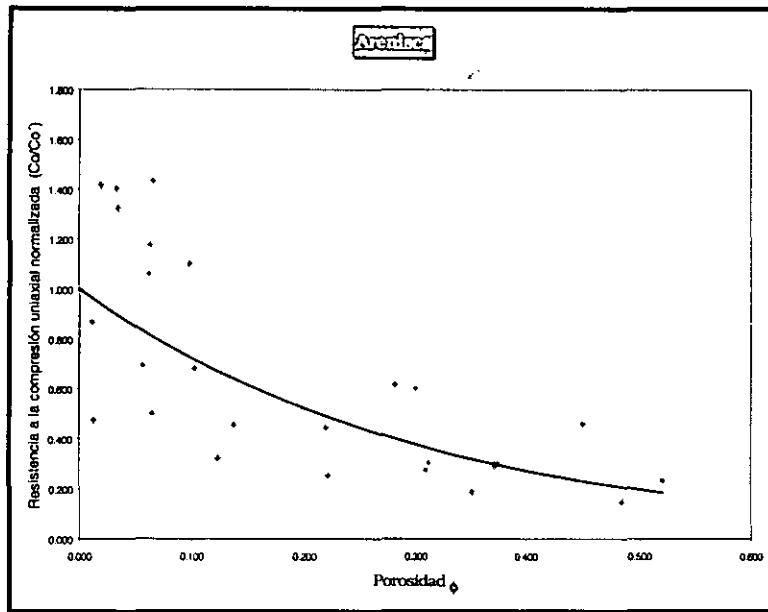


Figura 3-8. Resistencia normalizada vs porosidad para arenisca de datos experimentales

Las ecuaciones normalizadas para determinar la resistencia a la compresión uniaxial como una función de la porosidad para ambos tipos de roca son:

Caliza:

$$\frac{C_o}{C_o'} = 1.0029e^{(-5.531\phi)} \quad (3.38)$$

Arenisca:

$$\frac{C_o}{C_o'} = 1.001e^{(-3.244\phi)} \quad (3.39)$$

Con los datos experimentales de la resistencia a la compresión (C_o) en MPa y de la impedancia acústica (módulo M) en GPa se obtuvo una ecuación empírica que relaciona a estas propiedades tanto para la caliza como la arenisca, las ecuaciones son:

Caliza:

$$C_o = (2.54 * M) - 21.17 \quad (3.40)$$

Arenisca:

$$C_o = (3.29 * M) - 20.24 \quad (3.41)$$

En la Figura 3-9 se muestra el comportamiento entre ambas propiedades para la caliza y arenisca.

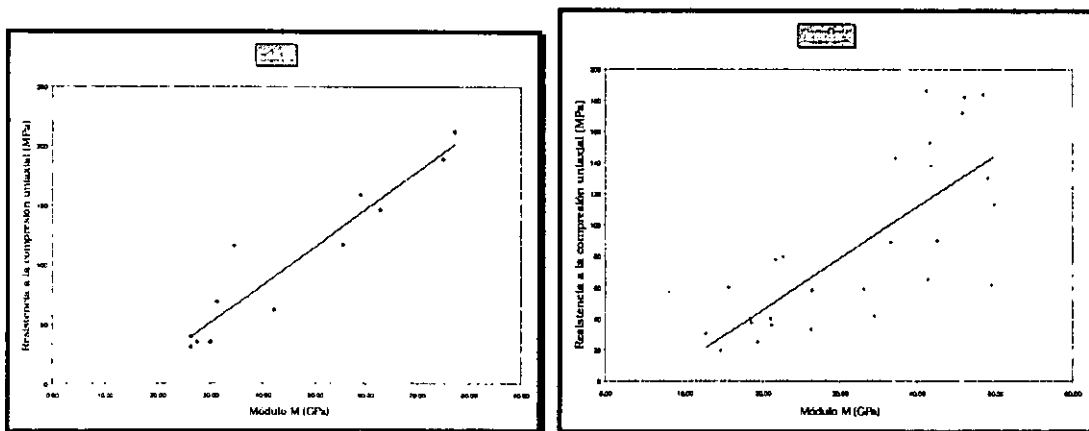


Figura 3-9. Resistencia a la compresión uniaxial vs impedancia acústica para datos experimentales

3.3.2 Aplicación de medios efectivos para predecir propiedades elasto-dinámicas

La teoría de medios elásticos efectivos a sido de gran interés, lo cual a generado una gran variedad de métodos con diferentes consideraciones, pero con el mismo objetivo que es predecir las propiedades elasto-dinámicas como una función de la porosidad.

Los métodos que se utilizaron en este trabajo fueron:

1. Reuss y Voigt
2. Hashin-Strikman
3. Kuster y Toksoz
4. Autoconsistencia

En la sección 3.2 se mencionó las consideraciones de cada método, en esta sección solamente se muestra los resultados obtenidos en su aplicación. Lo primero que se realizó fue la determinación de los límites de Reuss y Voigt para fijar los límites superior e inferior de nuestras muestras, posteriormente se aplicó el método de Hashin-Strikman y el de autoconsistencia. En el método de autoconsistencia se consideró incrustaciones en forma de esferas, cuya aproximación es mejor que el de Hashin-Strikman. Se aplicó el mismo método de autoconsistencia pero considerando incrustaciones en forma de lunetas en donde la esfericidad puede ir cambiando para mejorar la predicción de las propiedades elasto-dinámicas, después de realizar varios ensayos con diferentes esfericidades se determinó que la esfericidad para la predicción del módulo volumétrico y de corte para la arenisca y caliza fue de 0.15 y 0.1 respectivamente.

El mismo procedimiento se utilizó para la predicción de los módulos elasto-estáticos obteniendo una esfericidad de 0.025 y 0.05 respectivamente.

En las Figuras 3-10, 3-10a, 3-11 y 3-11a se muestran los resultados de cada uno de estos métodos en la predicción de las propiedades elásticas (módulo volumétrico y de corte) en función de la porosidad para la caliza y arenisca.

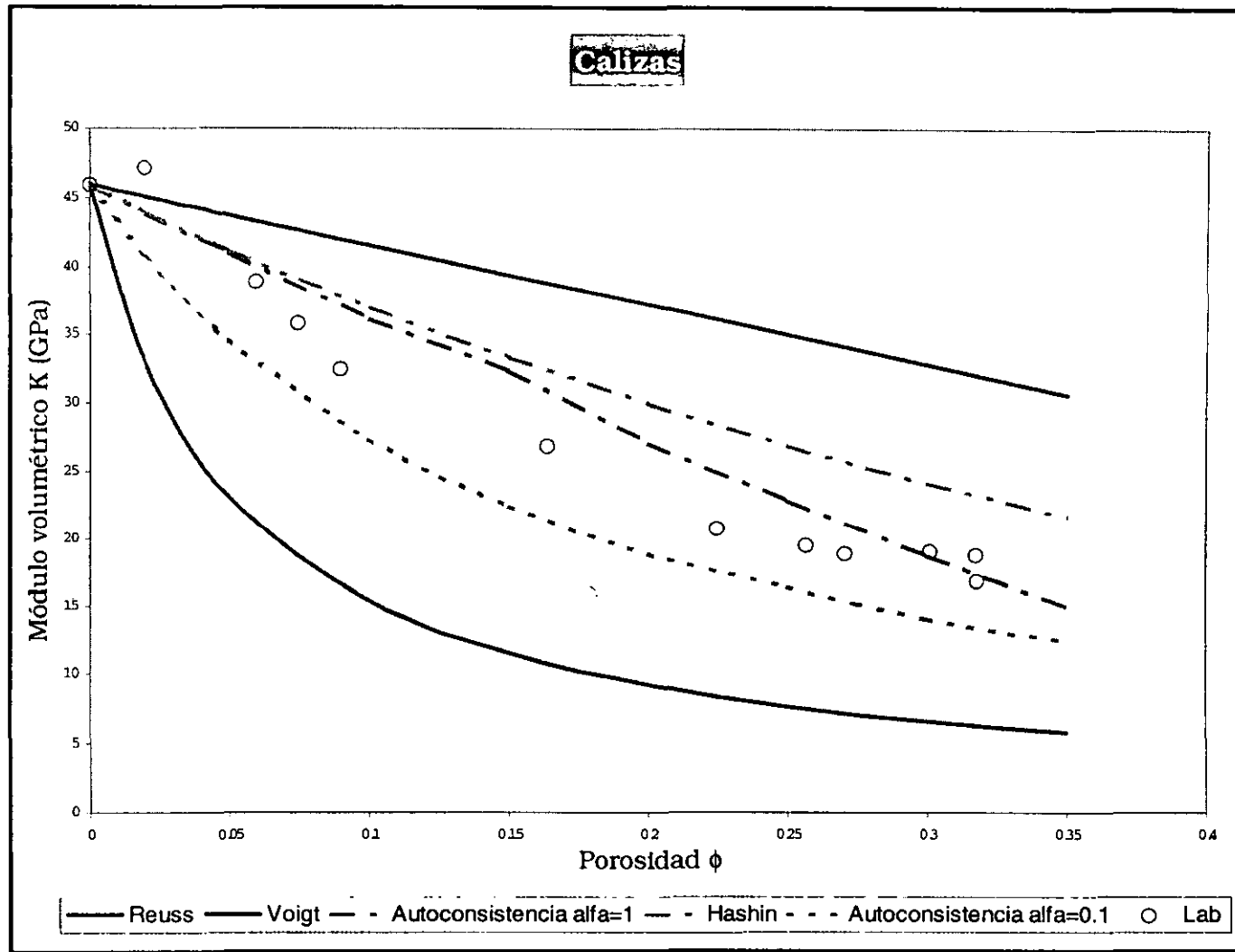


Figura 3-10. Módulo volumétrico para la caliza

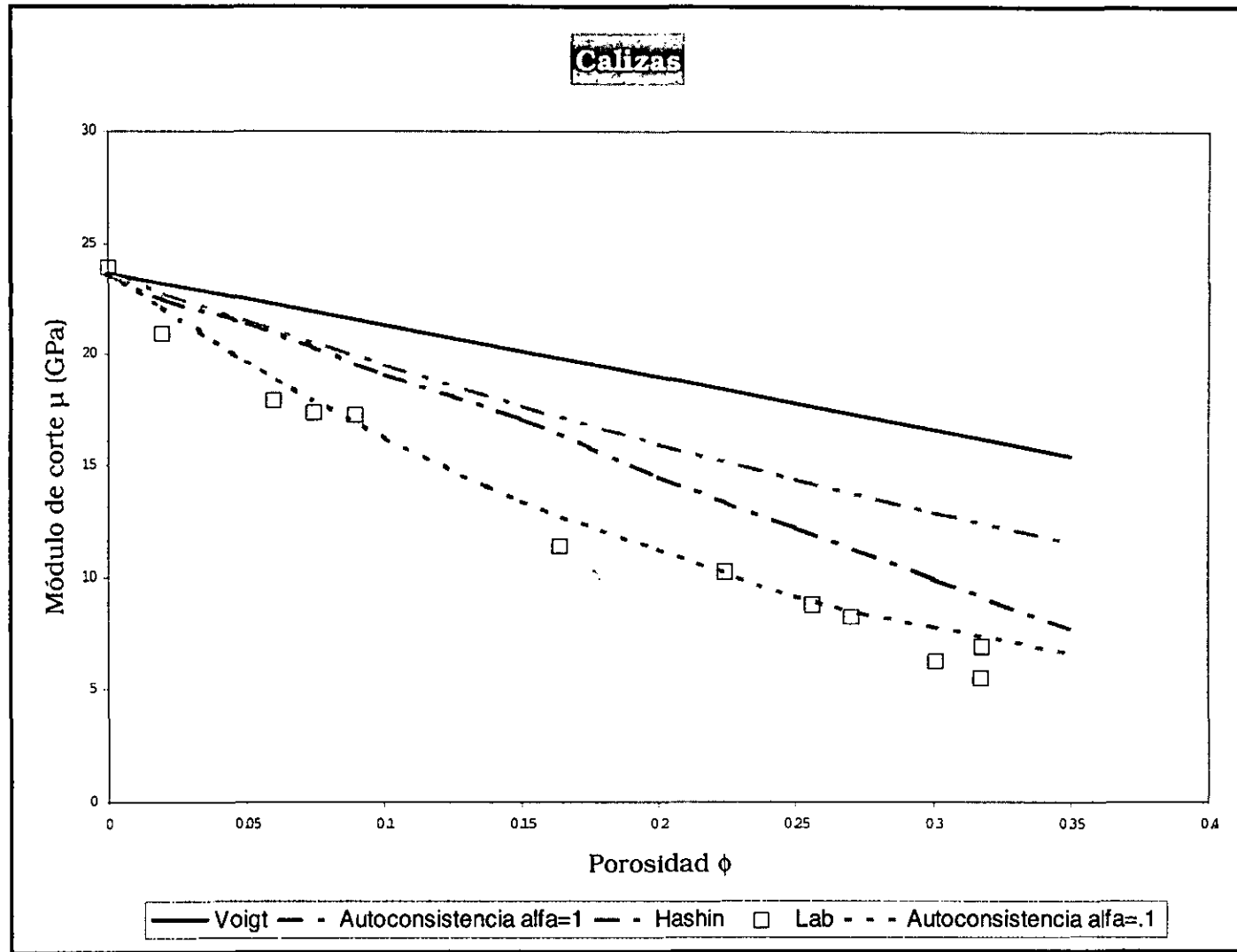


Figura 3-10a. Módulo de corte para la caliza

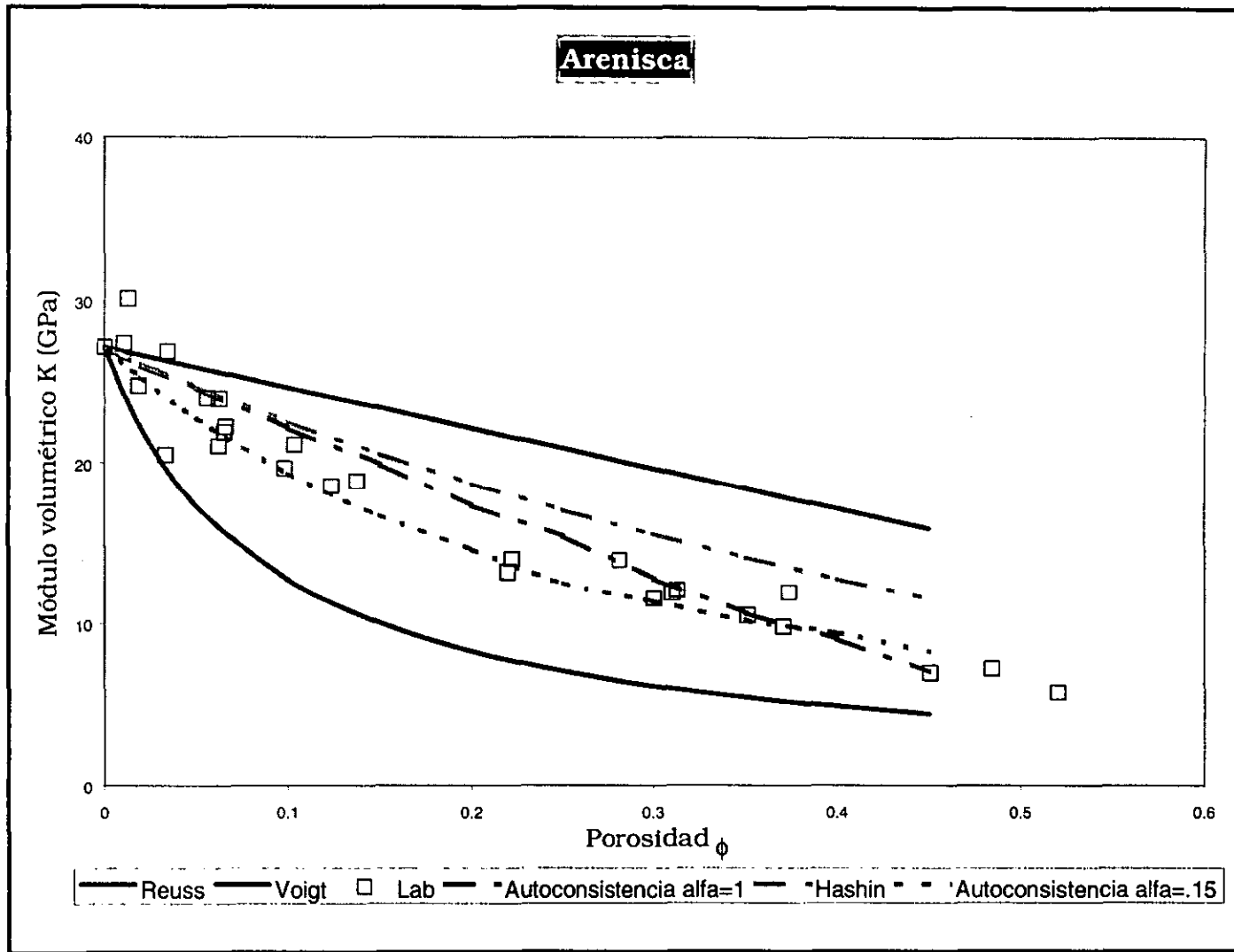


Figura 3-11. Módulo volumétrico para la arenisca

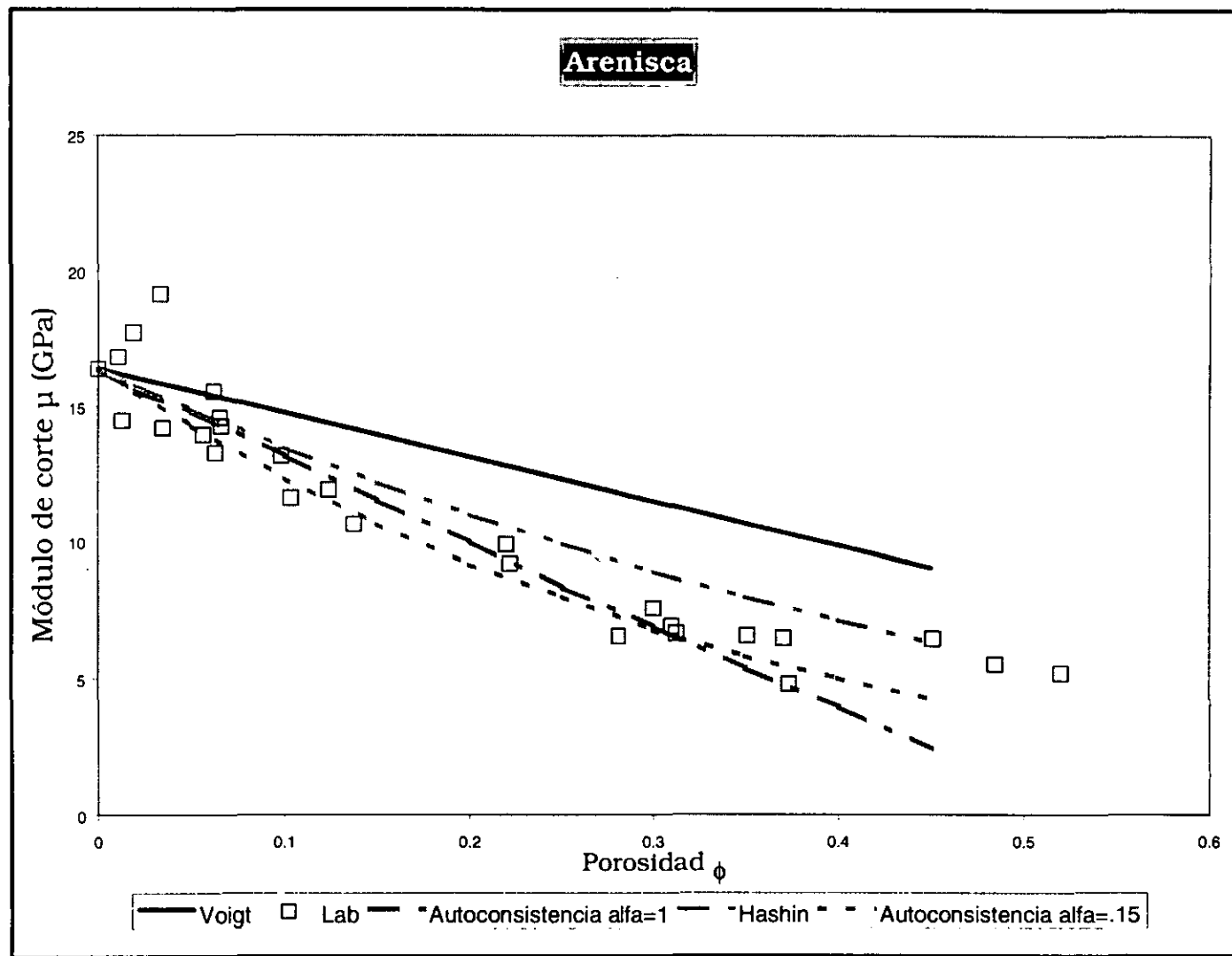


Figura 3-11a. Módulo de corte para la arenisca

En los gráficos anteriores se observa que las propiedades elásticas determinadas por *método de autoconsistencia* para incrustaciones en forma de luneta, predicen mejor el comportamiento de las propiedades elasto-dinámicas en función de la porosidad. Tomando como base los resultados anteriores se considera que el *método de autoconsistencia* sería el método a utilizar para predecir las propiedades elasto-dinámicas para la caliza y arenisca.

Con los datos de la tabla 3.1 y 3.2 se realizó una normalización de las propiedades elásticas determinadas con el método de autoconsistencia, lo cual permitió obtener un conjunto de ecuaciones normalizadas para la predicción del módulo volumétrico (K) y de la impedancia acústica (M) como una función de la porosidad, dichas ecuaciones son:

$$\begin{aligned} \text{Arenisca:} \\ \frac{K}{K_s} = 0.9764 e^{-2.72\phi} \\ (3.42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Caliza:} \\ \frac{K}{K_s} = 0.967 e^{-3.912\phi} \\ (3.43) \end{aligned}$$

$$\frac{M}{M_s} = 0.989 e^{-2.833\phi}$$

$$\frac{M}{M_s} = 0.980 e^{-3.867\phi}$$

Se busco la manera para determinar las propiedades de falla de la roca con datos de campo de una manera rápida y precisa, para ésto se estableció un módulo elástico que se pudiera obtener con datos de campo, dicho módulo es la impedancia acústica (módulo M) cuyo valor se puede determinar con la siguiente ecuación:

$$M = 304.87^2 \frac{\rho}{\Delta t^2} \quad (3.44)$$

Es decir con el registro sísmico y de densidad se puede determinar la impedancia acústica (módulo elástico M) de una forma dinámica ya que relaciona de una manera directa el tiempo de tránsito y la densidad de la formación, y de manera estática se determina con la relación entre el esfuerzo y la deformación axial sin existir la deformación radial.

El comportamiento de la impedancia acústica(M) con la porosidad es el mismo que tiene la resistencia a la compresión uniaxial, lo cual permitió acoplar ambas propiedades de la roca. Estas expresiones se obtuvieron para módulos elásticos dinámicos y estáticos para los dos tipos de rocas que se analizaron, las cuales fueron la caliza y arenisca.

$$\frac{C_o}{C_o'} = A \exp^{B \cdot \frac{M}{M_s}} \quad (3.45)$$

Tipo de roca	Constante	
	A	B
Arenisca**	0.2432	1.526
Caliza**	0.1057	2.398
Arenisca*	0.2137	1.691
Caliza*	0.1303	2.179

Tabla 3.4 Valores de constantes

** Propiedades elásticas dinámicas

* Propiedades elásticas estáticas

En la ecuación 3.45 se acopló la impedancia acústica (M) determinada con el método de autoconsistencia para incrustaciones en forma de lunetas para no generar una ecuación empírica.

El análisis realizado y la obtención de las ecuaciones permitió desarrollar una metodología para determinar propiedades elásticas y de falla a partir de registros geofísicos.

3.4 METODOLOGÍA PARA DETERMINAR LAS PROPIEDADES ELÁSTICAS Y DE FALLA DE LA ROCA

El procedimiento de la metodología para determinar las propiedades elásticas y de falla de la roca consiste en:

1. Obtención de información.

- a) Obtener datos del tiempo de tránsito compresional (Δt), densidad de la formación (ρ) y de porosidad (ϕ). Estos datos se obtienen de los registros sísmico, neutrón y porosidad para el pozo de un campo en interés.

2. Determinación de las propiedades elasto-dinámicos.

- a) Determinar la impedancia acústica (módulo M) con los datos de densidad y tiempo de tránsito compresional (ecuación 3.44), posteriormente elaborar una gráfica de dicho módulo contra la porosidad para obtener el valor de la impedancia acústica del sólido (M_s), cuando la porosidad es igual a cero.
- b) Contar con datos del módulo volumétrico (K_s) y de corte (μ_s) para sólido de la formación, si no se tienen se hace una estimación de estos tomando como base el módulo M_s calculado en el paso anterior, así como de información de dichos módulos de literatura.
- c) Utilizar el método de autoconsistencia variando la esfericidad de las incrustaciones en forma de lunetas, hasta obtener una buena aproximación de la impedancia acústica (M) que fue determinada en el primer paso del inciso dos; esto a su vez permite determinar el módulo volumétrico(K) y de corte (μ).

3. Determinación de propiedades elasto-estáticos y de falla de la formación.

- a) Calcular los módulos estáticos a partir de los dinámicos con las ecuaciones de la tabla 3.3, así como las propiedades de falla con la ecuación 3.45.
- b) Gráficar lo anterior contra la profundidad
- c) Realizar análisis de las propiedades elásticas y de falla de la roca.

En la Figura 3-11 se muestra el diagrama flujo de la metodología para la determinación de las propiedades elásticas y de falla.

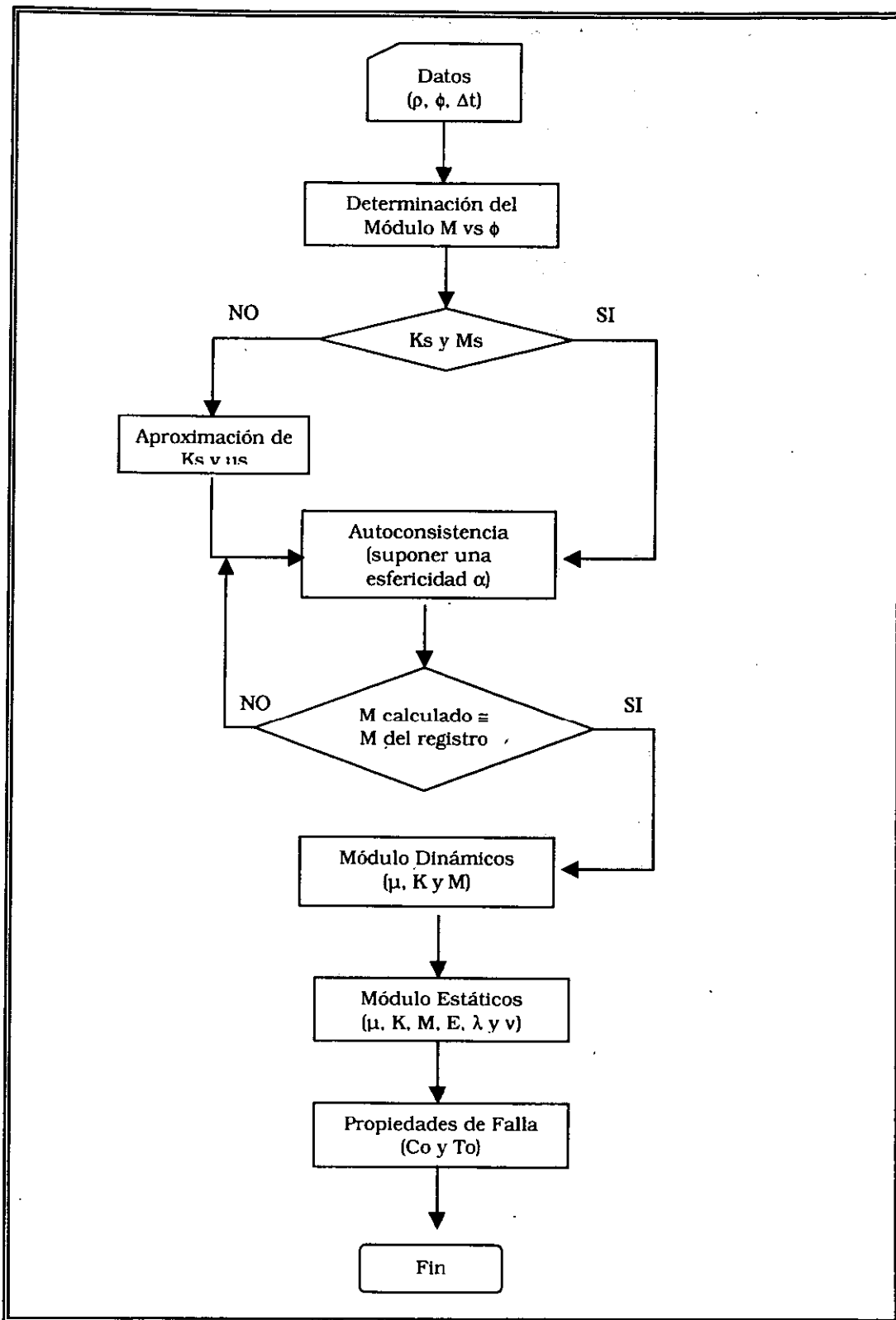


Figura 3-12. Diagrama de flujo de la metodología para determinar las propiedades elásticas y de falla de la roca

CAPÍTULO 4

EJEMPLO DE APLICACIÓN, ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se presenta un ejemplo de aplicación de la metodología desarrollada para estimar las propiedades elásticas (dinámicas y estáticas) y de falla de la roca a partir de los registros de densidad y sísmico de un pozo perteneciente a campo mexicano, utilizando la teoría de autoconsistencia. Así mismo se presentan los resultados obtenidos de la variación de dichas propiedades como una función de la profundidad.

4.1 EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

Siguiendo los pasos de la metodología establecida en la sección 3.4 y empleando la ecuación 3.44, se determinó el valor de la impedancia acústica (módulo M) a lo largo del pozo (800 m a 5225 m) con ayuda de los datos del registro sísmico y densidad. La porosidad de las formaciones fue determinada a partir del tiempo de tránsito compresional, considerando como $52\mu\text{s}/\text{ft}$ y $186\mu\text{s}/\text{ft}$ para el tiempo de tránsito de la matriz y del fluido respectivamente.

En la Figura 4-1 se muestra el comportamiento de la impedancia acústica calculada con los datos del pozo en función de la porosidad. Es importante mencionar que en este gráfico no se diferencia el tipo de roca (lutita, arenisca caliza y dolomita). En dicho gráfico, se observa también que el valor de la impedancia acústica del sólido (M_s) tiende aproximadamente a 116 GPa cuando la porosidad tiende a cero. Así mismo, la impedancia acústica disminuye exponencialmente con el incremento de la porosidad. Dicho comportamiento concuerda con el observado en los datos del laboratorio.

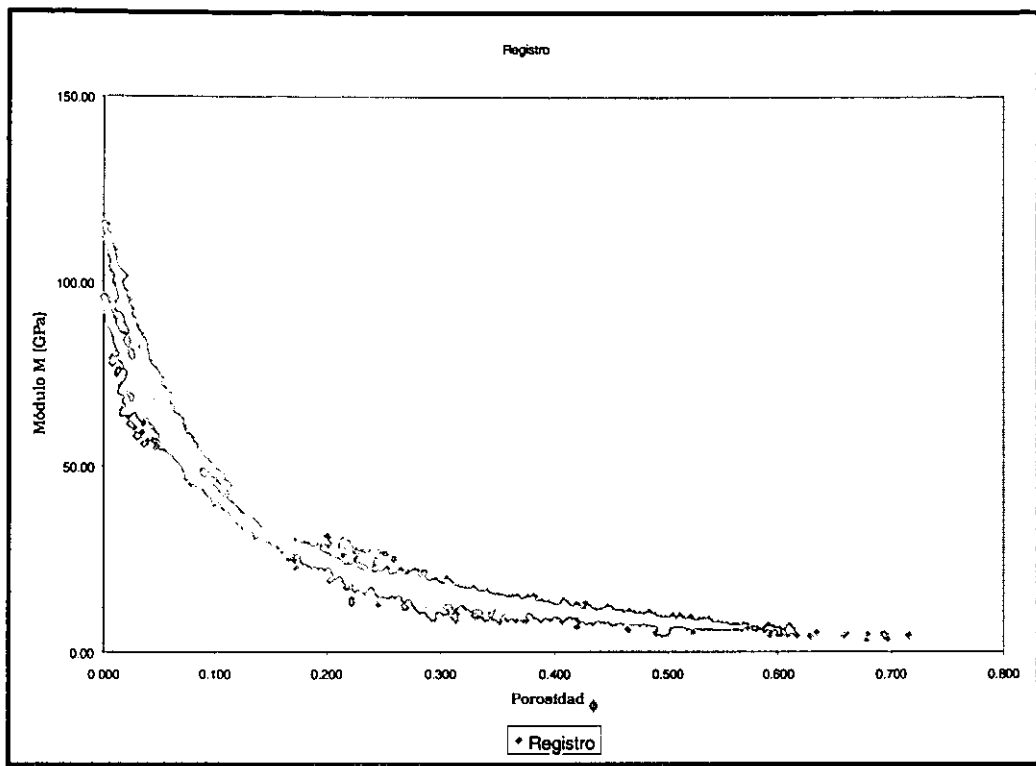


Figura 4.1. Impedancia acústica (módulo M) de la formación contra porosidad

Antes de aplicar la teoría de autoconsistencia para predecir la impedancia acústica en función de la porosidad, se aproximaron los valores del módulo volumétrico (K_s) y de corte (μ_s) para sólido, debido a que su valor no está disponible y son fundamentales para la aplicación de dicha teoría. Esta aproximación se realizó con base en la litología del pozo y de valores de estos módulos publicados en literatura (ver referencia 15). Considerando que el material principal que compone la roca cuando la porosidad es cero consiste fundamentalmente de: caliza y dolomita, los valores estimados fueron de 65 GPa y 39 GPa para el módulo volumétrico y de corte respectivamente.

Al contar con esta información, se utilizó el método de autoconsistencia para la predicción de la impedancia acústica del pozo en función de la porosidad como se muestra en la Figura 4-2. Como se mostró en el capítulo 3, el método de autoconsistencia puede ajustarse a cualquier tipo y forma de incrusión.

Considerando incrustaciones de tipo y forma de luneta se realizaron varias pruebas con diferentes esfericidades de dichas incrustaciones, obteniendo una mejor predicción de la funcionalidad de la impedancia acústica con respecto a la porosidad con una esfericidad de 0.02.

Es importante mencionar que el ajuste del método podría, mejorarse tomando en cuenta otros tipos y formas de incrustaciones, sin embargo, la aproximación empleada se considera razonablemente adecuada, tal y como se muestra en la Figura 4-2

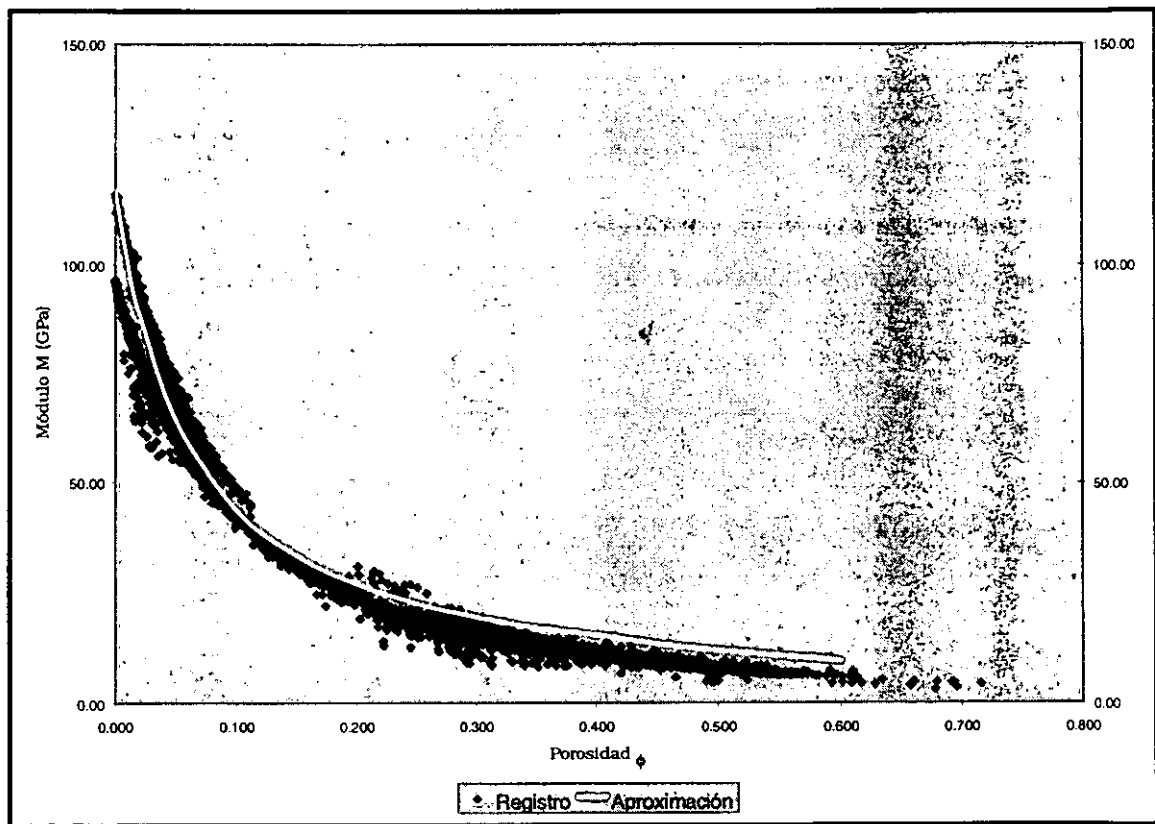


Figura 4.2. Predicción de la impedancia acústica de la formación con autoconsistencia

La predicción de la impedancia acústica (módulo M) con la teoría de autoconsistencia como una función de la porosidad, permite la predicción de otros dos módulos elásticos dinámicos que son el volumétrico (K) y de corte (μ) también como una función de la porosidad.

Las ecuaciones normalizadas obtenidas con la teoría de autoconsistencia para la predicción de la impedancia acústica (módulo M), módulo volumétrico (K) y de corte (μ) para el pozo como una función de la porosidad son:

$$\frac{M}{M_s} = 0.992 e^{(-6.808\phi)} \quad (4.1)$$

$$\frac{K}{K_s} = 0.991 e^{(-5.92\phi)} \quad (4.2)$$

$$\frac{\mu}{\mu_s} = 0.992 e^{(-8.29\phi)} \quad (4.3)$$

Con el dato obtenido de la impedancia acústica de la formación a porosidad cero (M_s) se realizó una extrapolación utilizando la ecuación 3.40 para determinar la resistencia a la compresión uniaxial para el sólido de la formación (Co') cuando la porosidad es cero, el valor determinado es de 273 MPa.

Evaluando a la misma porosidad las ecuaciones obtenidas de la resistencia a la compresión uniaxial normalizada para la caliza y arenisca de los datos experimentales (ecuaciones 3.42 y 3.43), y la impedancia acústica normalizada (ecuación 4.1) para el pozo, se obtuvo una ecuación normalizada que correlaciona una propiedad de falla con una elástica (elasto-dinámica).

$$\boxed{\frac{Co}{Co'} = 0.167 e^{(2.039 \cdot \frac{M}{Ms})}} \quad (4.4)$$

4.2 Análisis de Resultados

Utilizando la porosidad calculada, así como las ecuaciones 4.1, 4.2 y 4.3 se determinaron los valores de las propiedades elasto-dinámicas: impedancia acústica (Módulo M), módulo volumétrico (K) y de corte(μ) a lo largo de todo el pozo. Los valores de los módulos elásticos para el sólido de la formación fueron: 116GPa, 65GPa y 39 GPa para la impedancia acústica, módulo volumétrico y de corte respectivamente.

Para determinar la propiedad de falla de la roca (resistencia a la compresión uniaxial) se utilizó la ecuación 4.4, usando como valor de propiedad de falla del sólido de la roca de 324MPa ($C_{0'}=273$).

Conociendo impedancia acústica (Módulo M), módulo volumétrico (K) y de corte(μ) se determinó el módulo de Young (E), parámetro de Lamé (λ) y la relación de Poisson (ν) utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\lambda = M - 2\mu \quad (4.5)$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (4.6)$$

$$E = 2\mu(1 + \nu) \quad (4.7)$$

4.2.1 Módulo volumétrico (K) y de corte(μ)

El módulo volumétrico es el inverso de la compresibilidad por lo cual cuando el módulo volumétrico se incrementa la compresibilidad disminuye y viceversa. Una roca en formaciones normalmente compactadas es menos compresible conforme se incrementa la profundidad debido a la reducción de la porosidad originando que el módulo volumétrico se incremente con respecto a la

profundidad, como se muestra en la Figura 4-3. En una zona de presión anormal donde la porosidad es mayor debido a una compactación anormal de la formación la roca es más compresible originando que el módulo volumétrico sea menor en dicha zona como se muestra en la Figura 4-3.

En la Figura 4-4 se muestra el comportamiento del módulo de corte, el cual muestra el mismo comportamiento que el módulo volumétrico con respecto a la profundidad, esto se debe a que conforme se incrementa la profundidad la estructura sólida de la formación es más rígida.

Los valores de los rangos establecidos de: lutita, arena, calcita y dolomita en las gráficas anteriores son mayores que lo determinado debido a que estos rangos son para rocas puras sin porosidad.

4.2.2 Módulo Young (E), Lamé (λ) e impedancia acústica (módulo M)

El módulo de Young (E) y la impedancia acústica (M) se pueden determinar usando pruebas uniaxiales (ver sección 2.2 Figura 2-1). En la determinación del módulo de Young el núcleo sufre una deformación radial y longitudinal, lo cual no sucede en la determinación de la impedancia acústica, en donde el núcleo solo sufre una deformación longitudinal.

Lo anterior nos permite entender porque la $M > E$ como se muestra en las Figuras 4-5 y 4-6, es decir que al impedir que el núcleo no sufra una deformación radial se incrementa su resistencia a falla. En una zona de presión anormal ambos módulos elásticos disminuyen, lo cual se debe a que la roca es menos rígida debido a la alta porosidad en dicha zona (Figuras 4-5 y 4-6).

En la Figura 4-7 se muestra el comportamiento del parámetro de Lamé (λ) en donde se puede observar que es muy similar al discutido para el módulo de Young (E). La diferencia entre los valores numéricos de ambos módulos elásticos ($E > \lambda$) nos indica cualitativamente la anisotropía elástica de la formación.

4.2.3 Relación de Poisson (ν)

En el gráfico de la Figura 4-8 se observa el comportamiento de la relación de Poisson con la profundidad, en donde dicho módulo disminuye con forme la profundidad se incrementa. Una razón por lo cual su cede esto, es de que a mayor profundidad los esfuerzos verticales como horizontales son mayores originando que la deformación radial y longitudinal sean pequeñas, en otra palabra la capacidad de la roca de expandirse lateralmente disminuye.

También es de gran importancia mencionar que, la aproximación de este módulo con medios efectivos usando el método de autoconsistencia es diferente al determinado por Eaton⁽¹⁸⁾, él cual determinó que la relación de Poisson aumenta con la profundidad lo contrario a lo establecido en esta tesis.

En la Figura 4-8 también se muestra los límites determinados por Eaton para distintas profundidades.

4.2.4 Resistencia a la compresión uniaxial (C_0) y ángulo de fricción interna

La resistencia a la compresión uniaxial (C_0) como se mencionó anteriormente es el esfuerzo máximo que la roca soporta antes de llegar a fracturarse bajo la acción de un esfuerzo uniaxial. La Figura 4-9 muestra comportamiento de esta resistencia en función de la profundidad, en la cual se observa que a medida de que la profundidad se incrementa la resistencia aumenta, lo cual se debe a que existe menos porosidad y la roca se hace más densa y más difícil de fracturar, excepto en la zona de presión anormal en donde la resistencia disminuye debido a que existe una baja compactación de la formación.

El ritmo de penetración también esta ligado a la porosidad, profundidad y a la resistencia a la compresión uniaxial, entre mayor sea la profundidad menor

porosidad y mayor la resistencia uniaxial de la roca por lo tanto mayor ritmo de penetración.

En la Figura 4-10 muestra la predicción de la resistencia a la compresión para la caliza con diferentes correlaciones incluyendo la establecida en este trabajo, en donde puede observar que la predicción de esta propiedad de falla de la roca con la ecuación establecida tiene una buena aproximación. En la tabla 4.1 se muestra los valores predcidos por las correlaciones.

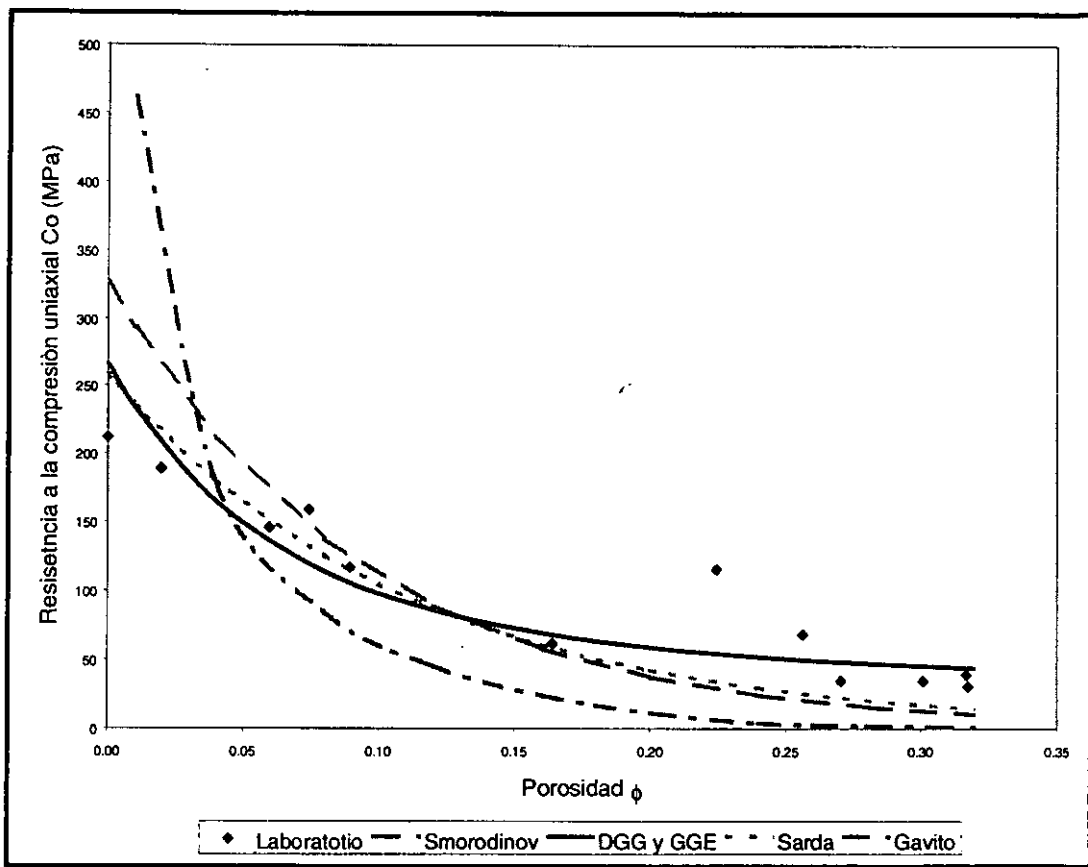


Figura 4.10. Predicción de la resistencia a la compresión uniaxial con diferentes correlaciones

En la Figura 4-11 se muestra el comportamiento del ángulo de fricción interna con la profundidad, el cual también se incrementa con la profundidad. Esto indica que la roca tiende hacer más estable con la profundidad debido al incremento de esfuerzos que se tiene.

Para facilitar la comprensión del comportamiento de los módulos, la profundidad fue dividida en tres secciones: somera (800-1500m), intermedia (1500-4270m) y profunda (4270-5225). En la tabla 4.2 y 4.3 se muestra la variación de los módulos elasto-dinámicos y de la propiedad de falla de la roca para las diferentes secciones.

ϕ	Resistencia a la compresión uniaxial (MPa)				
	Real	Smorodinov	Mcnally	Gavito	DGG y GGE
0.26	69	21	44	12.41	50
.32	39.4	11	33	10.12	45
.27	35	18	41	11.55	49
.16	62	56	68	22.63	68
.09	117	124	96	72.52	106
.07	159	147	103	92.88	120
.22	116	29	51	16.25	55
.06	146	172	110	120	136
.02	189	265	113	310	208
0	212	327			267
.32	30.7	11	33	10.12	45
.30	35	13	36	10.98	46

Tabla 4.1. Comparación de la resistencia a la compresión uniaxial con diferentes correlaciones

Intervalo (m)	Volumétrico K (GPa)	Corte μ (GPa)	M (GPa)	Lamé λ (GPa)	Relación De Poisson	Young E (GPa)
800-1500	5.34-21.18	1.18-8.67	6.7-34.17	4.33-16.84	0.393-0.335	3.29-20.53
1500-4270	21.18-19.20	8.67-7.15	34.17-29.19	16.84-14.9	0.335-0.338	20.53-19.13
4270-5225	19.2-43.23	7.15-22.12	29.19-73.57	14.9-29.34	0.338-0.285	19.13-56.84

Tabla 4.2. Módulos elásticos dinámicos

Intervalo (m)	Resistencia a la compresión uniaxial C_0 (GPa)	Angulo de fricción interna (°)
800-1500	89.11-118.51	21-30
1500-4270	118.51-116.05	30-29
4270-5225	116.05-195.39	29-35

Tabla 4.3. Propiedad de falla

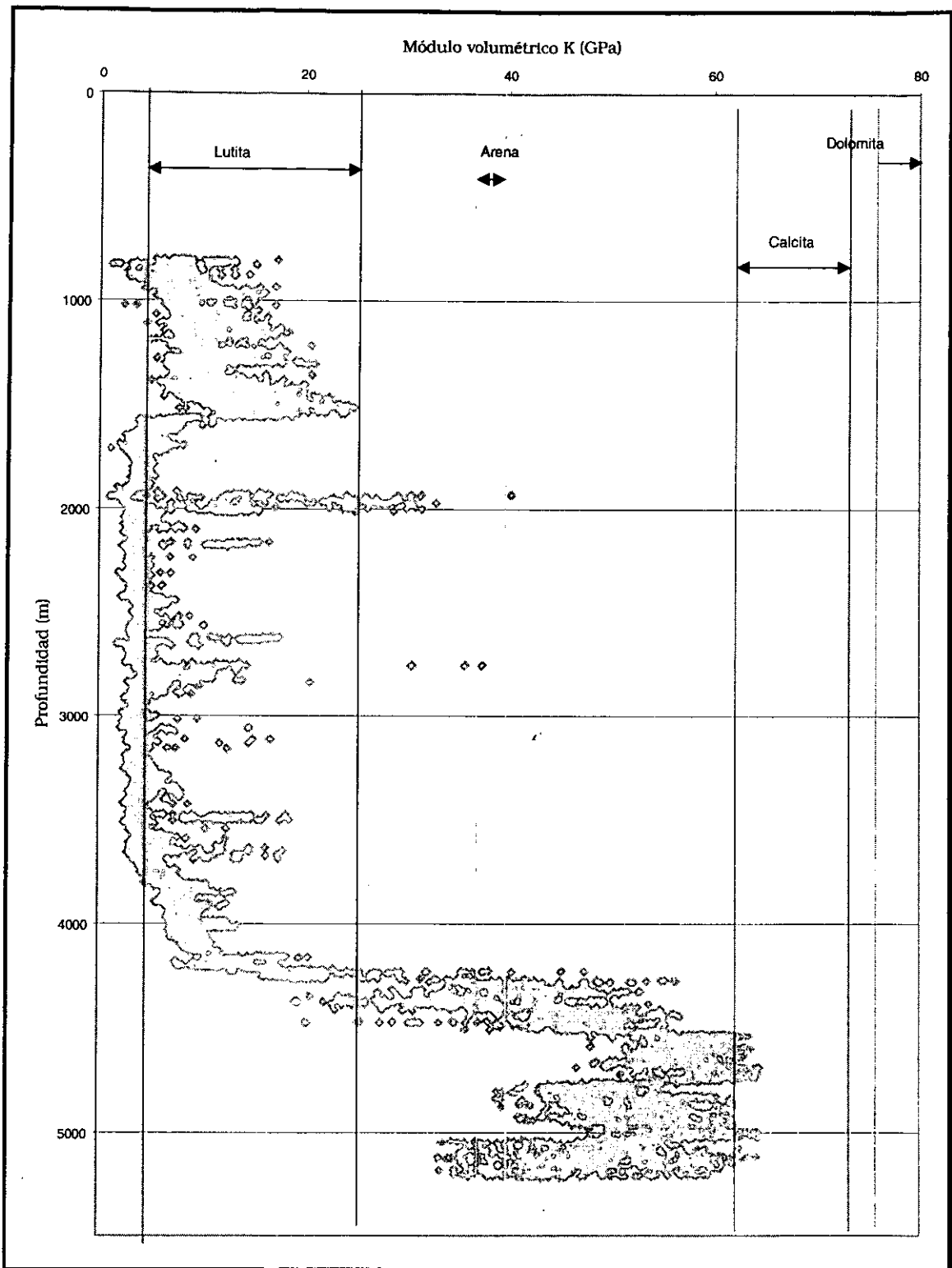


Figura 4-3. Módulo volumétrico (K) en función de la profundidad

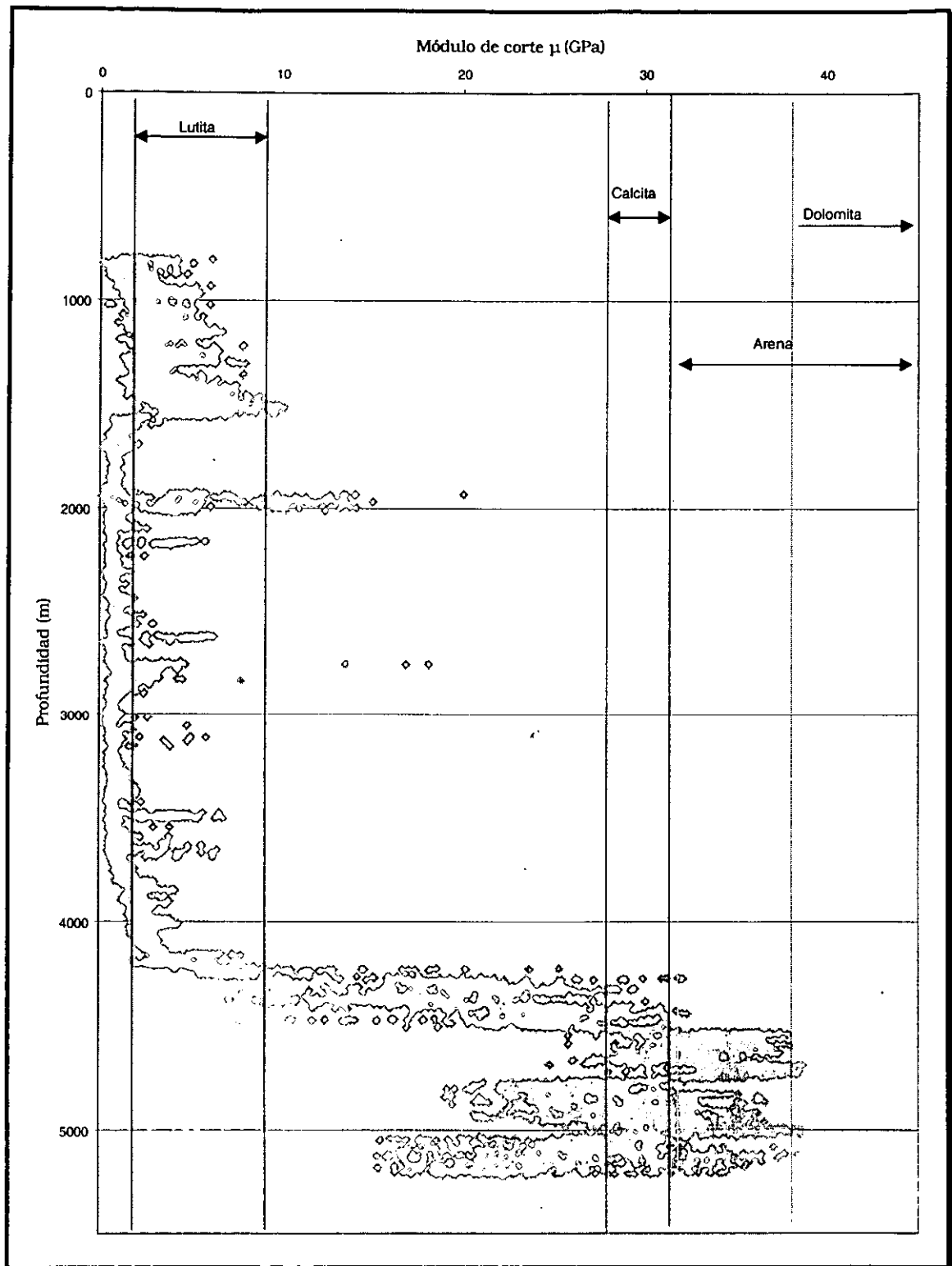


Figura 4-4. Módulo corte (μ) en función de la profundidad

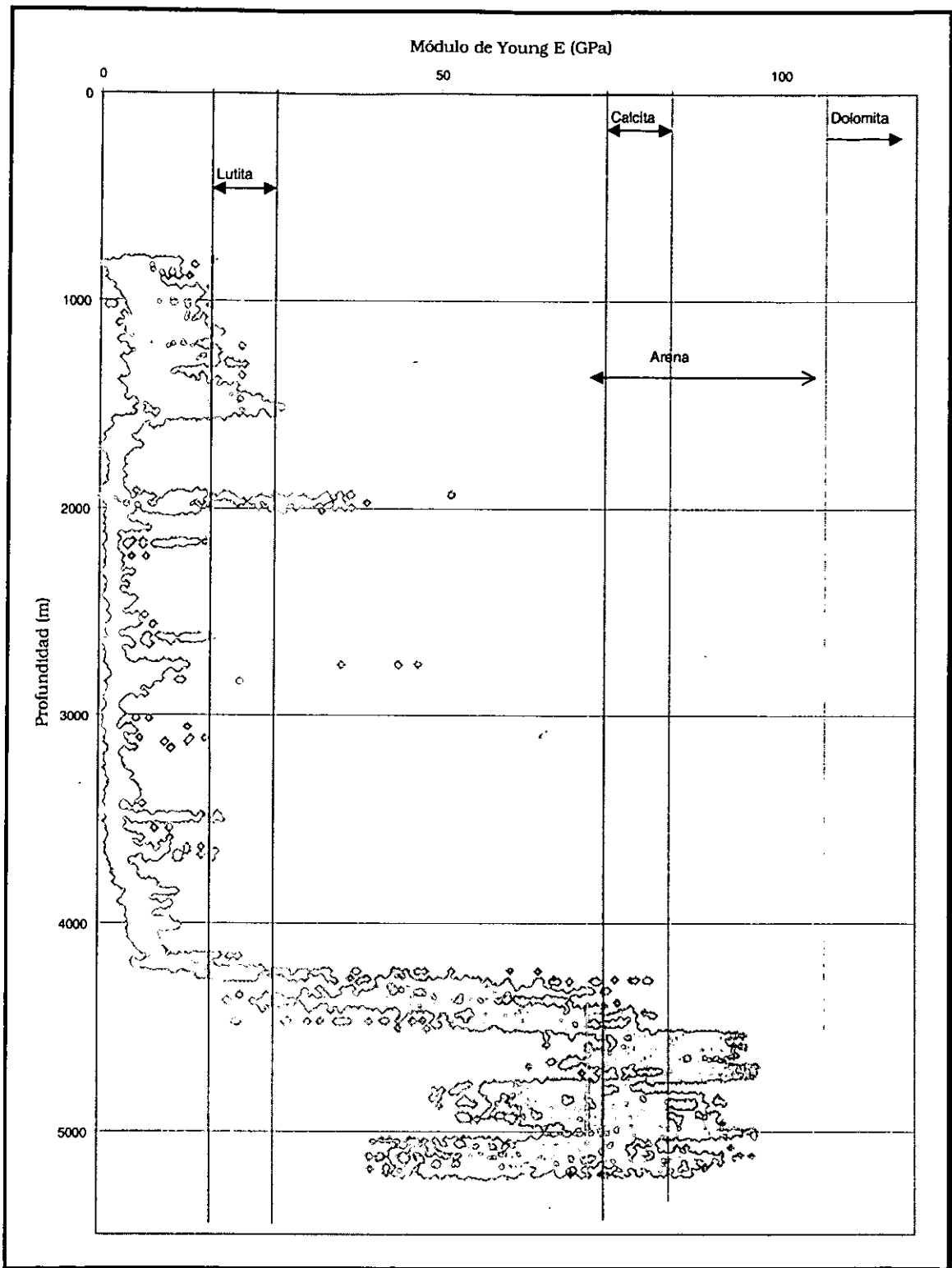


Figura 4-5. Módulo Young (E) en función de la profundidad

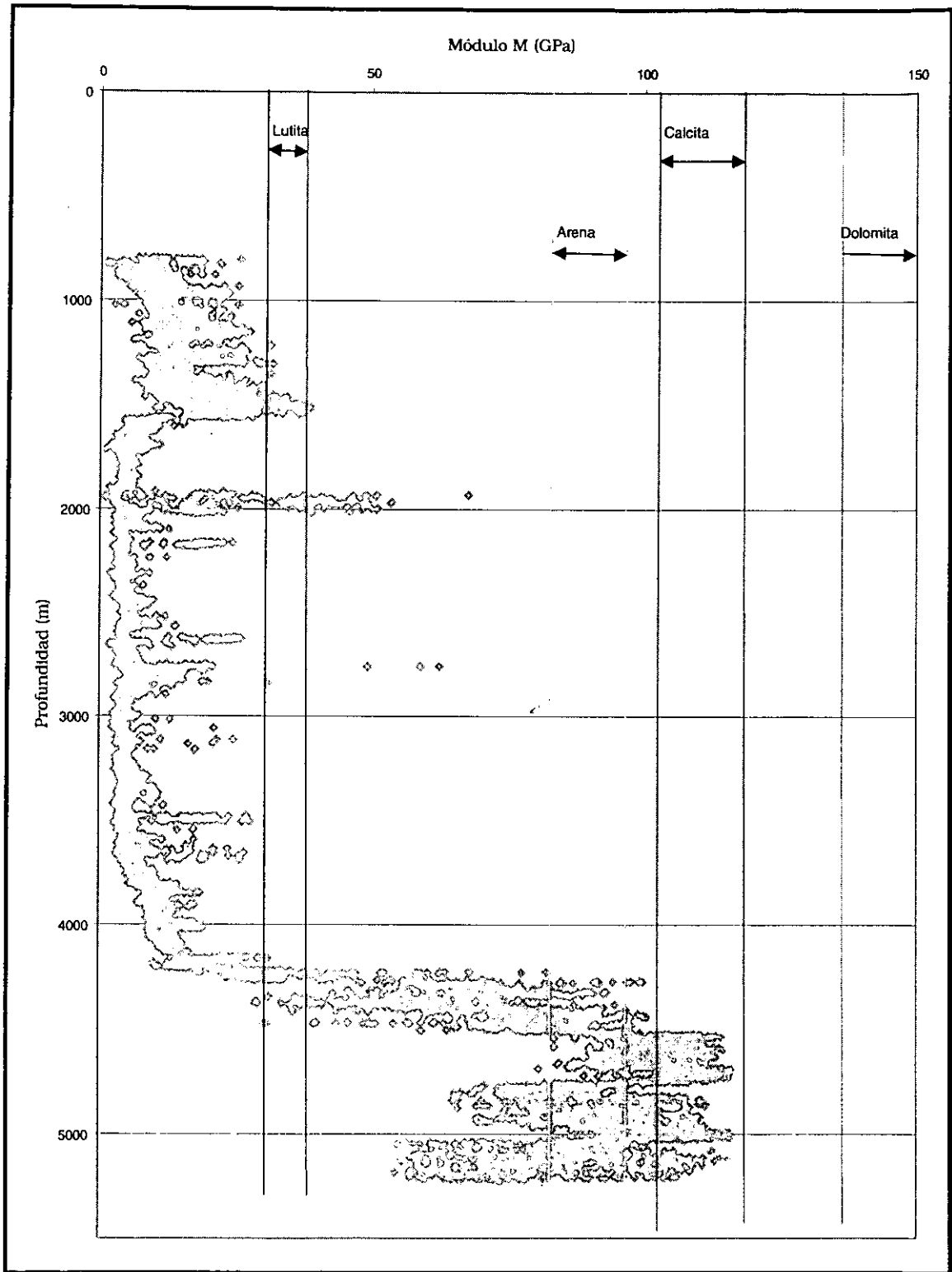


Figura 4-6. Impedancia acústica (módulo M) en función de la profundidad

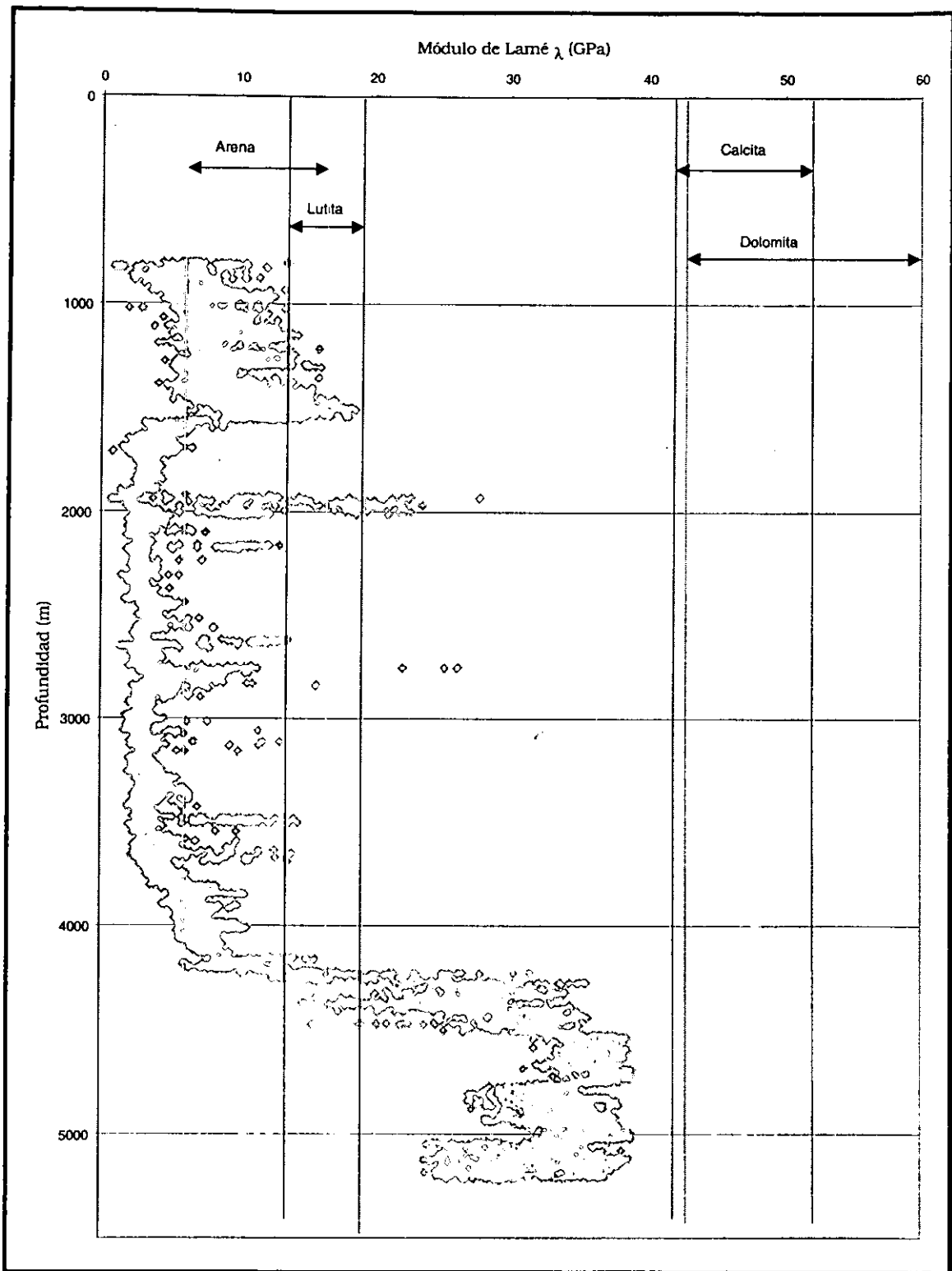


Figura 4-7. Parámetro de Lamé (λ) en función de la profundidad

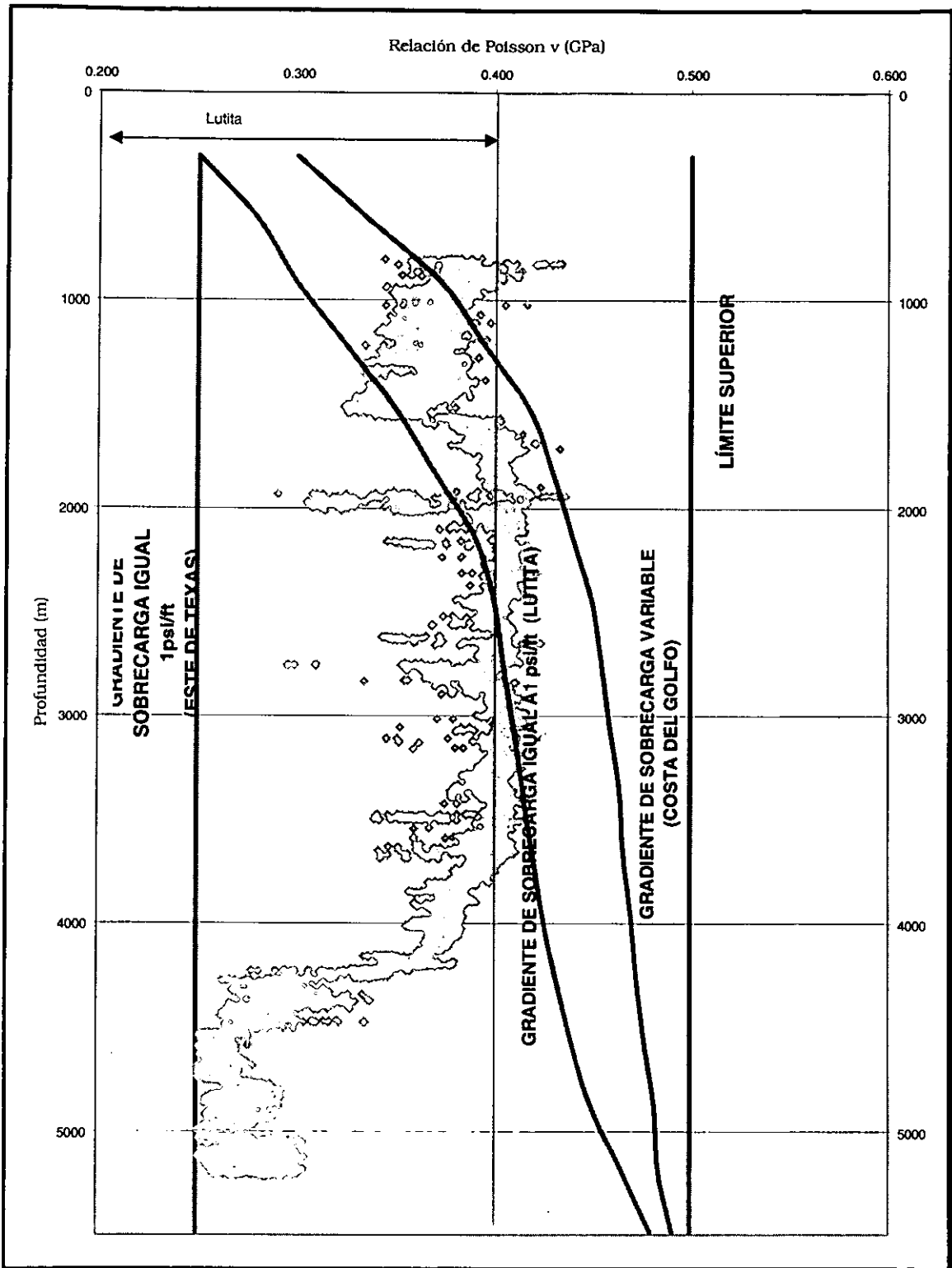


Figura 4-8. Relación de Poisson (ν) en función de la profundidad

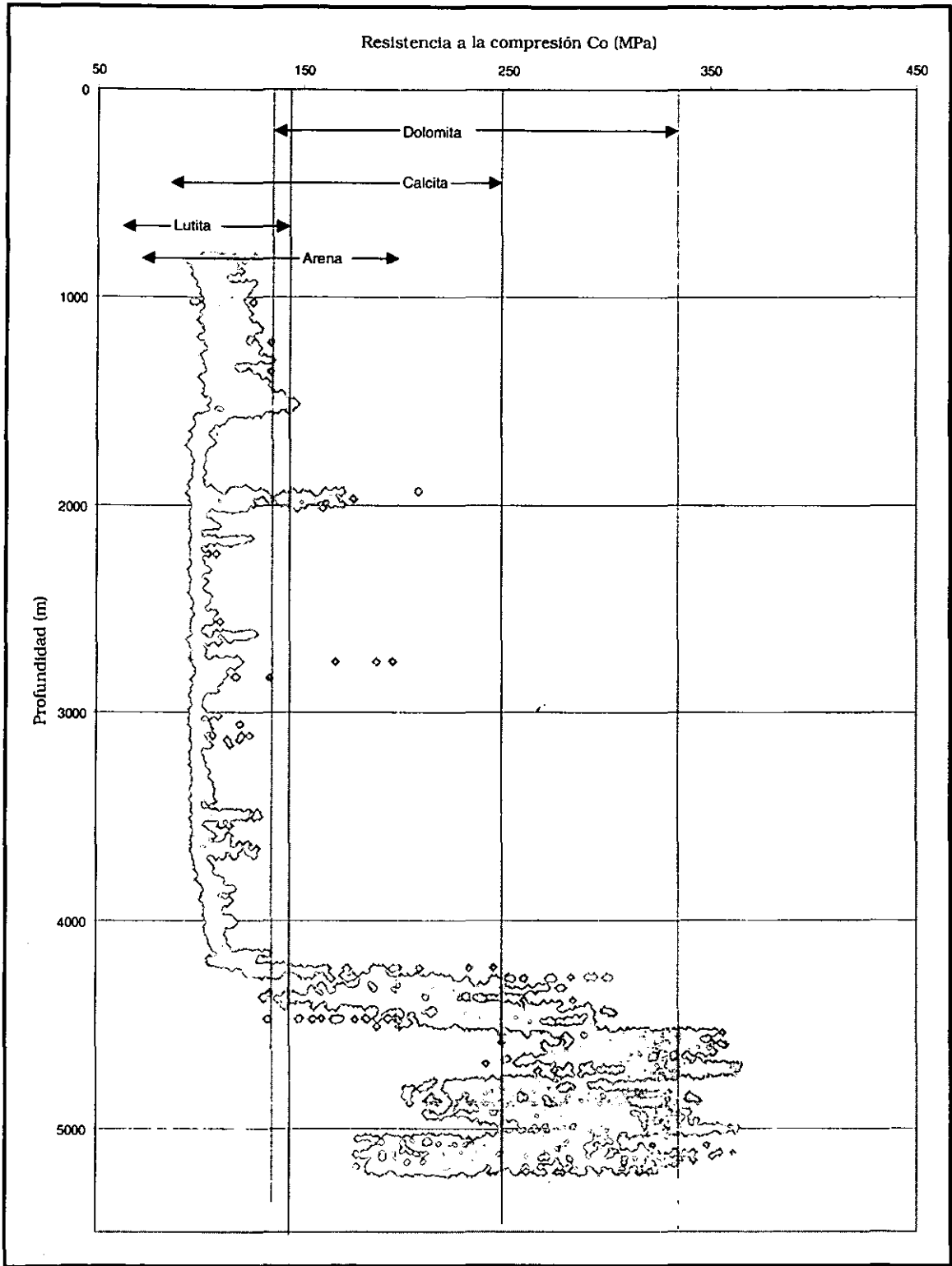


Figura 4-9. Resistencia a la compresión uniaxial (Co) en función de la profundidad

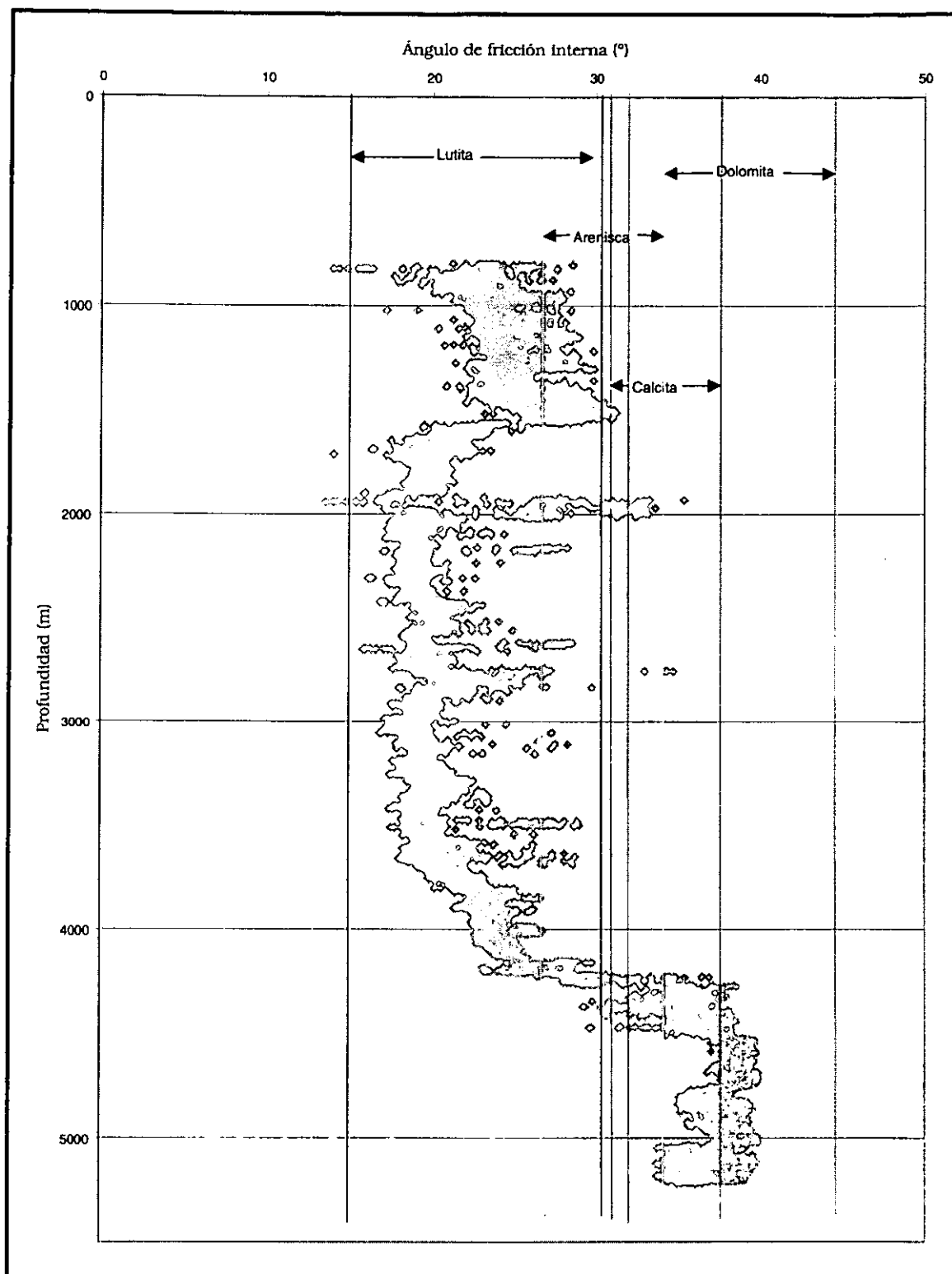


Figura 4-11. Ángulo de fricción interna en función de la profundidad

"CAPÍTULO 5"

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES:

1. Se desarrolló una metodología para determinar las propiedades mecánicas de las rocas (módulos elásticos y propiedades de falla) a partir de datos experimentales o de registros (sónico y densidad). La metodología se fundamenta en la teoría de medios efectivos considerando el método de autoconsistencia.
2. La teoría de autoconsistencia, predice con mayor exactitud el comportamiento de las propiedades elasto-dinámicas y elasto-estáticas para cualquier tipo de geometría de la incrustación; teniendo una mejor aproximación a los datos (experimentales o de campo) cuando se consideran incrustación con geometría en forma de luneta, que cuando se consideran incrustaciones en forma de esfera, debido a que la esfericidad se puede considerar como un parámetro de ajuste.
3. Los valores que se determinaron de la esfericidad utilizando el método de autoconsistencia para poder caracterizar a las propiedades elasto-dinámicas obtenidas del laboratorio tanto para la arenisca y caliza fue de 0.15 y 0.1, pero para las propiedades estáticas fue de 0.025 para la arenisca y 0.05 para la caliza. Para el pozo perteneciente al campo mexicano la esfericidad determinada fue de 0.02.
4. Las propiedades de falla al igual que las propiedades elásticas (elasto-dinámicas y elasto-estáticas) tienen el mismo comportamiento con la porosidad, es decir disminuyen de una manera exponencial cuando la porosidad se incrementa.

-
5. El porcentaje de error promedio encontrado por la correlación propuesta en este trabajo para determinar la resistencia a la compresión uniaxial fue del 25%, y para la determinación de las propiedades elásticas fue del 20%, lo cual es aceptable, ya que el porcentaje de error para determinar la propiedad de falla de la roca con las otras correlaciones fue del 36%.

RECOMENDACIONES:

1. Analizar los datos experimentales y de campo antes de su utilización para evitar resultados no esperados o erróneos.
2. Realizar estudios para definir la utilidad de los resultados de las propiedades de falla en áreas como estabilidad de pozos, fracturamiento hidráulico, selección de barrenas y penetración de disparos.
3. Buscar mejores alternativas para realizar las pruebas de laboratorio y así poder tener obtener datos más precisos, lo cual influirá en los resultados de las ecuaciones.
4. Contar con datos experimentales del área de estudio para poder realizar la validación de las ecuaciones obtenidas con esta metodología.

NOMENCLATURA

- A_g = Lectura mínima de rayos gamma (arenisca limpia o calcárea)
 B_a = Lectura máxima en rayos gamma (arcilla limpia)
 C_a = Lectura de rayos gamma en el intervalo de interés
 C_b = Módulo de Compresibilidad (GPa)⁻¹
 C_o = Resistencia a la Compresión Uniaxial (psi oGPa)
 C_o' = Resistencia a la Compresión Uniaxial del sólido (psi oGPa)
 E = Módulo de Young (GPa)
 E_i = Módulo de Young del componente i (GPa)
 E_s = Módulo de Young (GPa)
 E^* = Módulo de Young efectivo (GPa)
 K = Módulo Volumétrico (GPa)
 K_i = Módulo Volumétrico del elemento i (GPa)
 K_s = Módulo Volumétrico del sólido (GPa)
 K^* = Módulo Volumétrico efectivo (GPa)
 M = Impedancia acústica (GPa)
 M_i = Impedancia acústica del elemento i (GPa)
 M_s = Impedancia acústica del sólido (GPa)
 M^* = Impedancia acústica efectivo (GPa)
 SH = Índice de arcillosidad (%)
 α = Esfericidad de la inscrustación (Adim)
 ν = Relación de Poisson (Adim)
 ν_s = Relación de Poisson del sólido (Adim.)
 ξ_i = Fracción de volumen del componente i (Fracción)
 μ = Módulo de Corte (GPa)
 μ_i = Módulo de Corte del elemento i (GPa)
 μ_s = Módulo de Corte del sólido (GPa)
 μ^* = Módulo de Corte efectivo (GPa)
 ρ = Densidad de la formación (gr/cm³)

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

σ_1 = Esfuerzo de compresión mínimo (lb/pg² o MPa)

σ_2 = Esfuerzo de compresión máximo (lb/pg² o MPa)

Φ = Porosidad (Fracción)

Θ = Angulo de fricción interna (°)

Δt_s = Tiempo de tránsito de cizallamiento (μ seg/pie)

Δt_c = Tiempo de tránsito compresional (μ seg/pie)

BIBLIOGRAFIA

1. Daniel Garcia Gavito: "A New Rock Strength Model And Its Practical Applications", SPE March 5-7, Presented International Petroleum Conferrence, Villahermosa Tabasco, 1996
2. Smith L.M. And Goldman W.A.: "Method Of Assaying Compressive Strength Of Rock", United States Patent Number: US5767399, Date of Patent: Jun. 16, 1998
3. Sarda J P; Deflandre J P; Kessler N; Wicquart E; Hannaford K, "Use Of Porosity As A Strength Indicator For Sand Production" SPE 26454, October , Presented at 68th ATCE, Texas, 1993
4. Smorodinov, M.I., Motovilov, E.A. and Volkov, "Determination Of Correlation Relationship Between Strength And Some Physical Characteristics Of Rocks", Proc. 2nd Cong. Int. Soc. Rock Mech., Belgrad (1970)
5. G.H. McNally, "The Prediction Of Geotechnical Rock Properties From Sonic And Neutron Logs", Australian Soc Explor Geophys/Seg Int Conf Eng Geophys Seminar (Adelaide, Australia, 2/14-21/88) Pap; Explor Geophys (Australia) V 21, Nos 1-2, Pp 65-71, March-June 1990 (Issn 08123985; 7 Refs)
6. G.R. Coates. and S.A. Denoo "Mechanical Properties Program Using Borehole Analysis and Mohr's Circle", SPWLA Annual Logging Symposium, June 23-26, 1981
7. L. Wade, R Wang and M.A. Horton "Estimation Of Mechanical Rock Properties Using Wireline Geophysical Measurements", Paper Published in Trans. Instn. Metall, 102, January-April 1993.
8. Wai-Fah Chen and Atef F. Saleeb "Constitutive Equations For Engineering Materials", Ed. Elsevier 1994.
9. Erling Fiajer, "Petroleum Related Rock Mechanic", Ed. Elsevier, 1991
10. Gary Mavko, Tapan Mukerji y Jack Dvorkin, "The Rock Physics Handbook", Cap 4, Cambridge University, 1998

-
11. J.W. Ju and T.M. Chen, "Micromechanics and Effective Moduli Of Elastic Composite Containing Randomly Dispersed Ellipsoidal Inhomogeneities", *Acta Mechanica*, August 21, 1992
 12. J.D. Achenbach, B. Budianky and H.A. Lauwerier, "Micro mechanics: Overall Properties Of Heterogeneous Materials", 1993
 13. James G. Berryman, "Mixture for Rock Properties", American Geophysical Union, 1993
 14. J. Peter Watt, G.F. Davies and R.J. O'Connell, "The Elastic Properties Of Composite Materials", *Reviews Of Geophysics and Space Physics*, November 1976, Vol. 14, No. 4.
 15. Brian E. Hornby and Larry M. Schwartz, "Anisotropic Effective Medium Modeling Of The Elastic Properties Of Shale", *Geophysics*, Vol. 59, No. 10, October 1994.
 16. Cenpes, IMP, ICP, Intervep, "Reporte Final: Desarrollo De Una Correlación Perfil-Roca Para Parámetros De Resistencia", CODICID, Rio De Janeiro, 1998.
 17. Blangy J.D., "Integrated Seismic Lithologic Interpretation: The Petrophysical Basis", Ph.D. dissertation, Stanford University, 1992
 18. Castagna J.P., Batzle M.L. and Eastwood R.L., "Relationships Between Compressional Wave and Shear Velocities In Silicate Rocks", *Geophys*, 1985
 19. Alfred Richards and M. S. Jumikis, "Rock Mechanics", Trans. Tech. Publications 1993, 2^a Edition.
 20. Hashin, Z. And S. Shtrikman, "A Variational Approach To The Theory Of Elastic Behaviour Of Polycrystals", *J. Mech. Phys. Solids*, 1962.
 21. R.J. O'Connell, "Elastic Properties Of Composite Materials", *Rev. Geophys. Space* 1976
 22. A. Reuss, "Berechnung Der Fließgrenze Von Mischkristallen auf Grund Der Plastizitätsbedingung Für Einkristalle", *Math. Mech.*, 1929
 23. J.G. Berryman, "Long-Wavelength Propagation In Composite Elastic Media", *J. Acoust. Soc. Am.*, 1980b

24 B. Budiansky and R.J. O'Connell, "Elastic Moduli Of A Cracked Solid", Int. J. Solids. Struct, 1976