



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

CINEMATICA DEL OLEAJE EN SUELOS DISIPATIVOS

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN INGENIERIA
(H I D R Á U L I C A)
P R E S E N T A:
EDGAR EDUARDO SALAZAR CARRILLO

—
2001

DIRIGIDA POR. DR. RODOLFO SILVA CASARIN

CIUDAD UNIVERSITARIA

ABRIL 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*“... ERES TÚ QUIEN HA DE HACER EL ESFUERZO;
LOS MAESTROS SOLO SEÑALAN EL CAMINO...”*

BUDA

AGRADECIMIENTOS.

El haber concluido este trabajo me llena de orgullo y satisfacción, es resultado de un esfuerzo cultivado por el apoyo que he recibido de muchas personas a quienes quiero hacer partícipes de mi logro y agradecer el existir en mi entorno. Gracias:

A mi Madre que con su amor incondicional ha hecho de mí un hombre de bien.

A mi hermana Tere, gracias por ser parte de mi vida.

A Caro por su apoyo incondicional y por su inmenso amor

A Rodolfo Silva por su amistad y por haber compartido conmigo su conocimiento en la dirección de este trabajo.

A Daniel y Julia por ser mis mejores amigos. En especial quiero agradecer a Daniel por su apoyo y consejos en el desarrollo de este trabajo.

A Raúl López por su apoyo en todo momento y por ser un gran compañero y amigo.

Estoy muy agradecido al Instituto Mexicano del Petróleo por su apoyo para el desarrollo de mis estudios de posgrado.

A mis compañeros del IMP que de alguna forma me han apoyado y facilitan mi entorno (José Luis Gutiérrez, Martha, Roberto Ortega, Jesús Rodríguez, Federico Barranco, Jorge Silva)

Un especial agradecimiento al Instituto Politécnico Nacional y a la Universidad Nacional Autónoma de México por ser parte de mi formación profesional.

Y en general quiero agradecer a todas las personas que de alguna manera me apoyaron a la realización de esta investigación.

RESUMEN

La importancia del estudio de las instalaciones costeras tanto en aguas someras como profundas ha generado un incremento notable en el desarrollo técnico-científico de la Ingeniería Costera.

Este trabajo ayuda al entendimiento y a la evaluación del comportamiento del suelo marino, así como su inestabilidad a causa del oleaje. Para lograrlo se representa el oleaje mediante la teoría lineal y se utiliza un modelo matemático en tres dimensiones, que evalúa los esfuerzos efectivos (normales y cortantes) y la presión de poro a diferentes condiciones.

Una vez evaluados éstos, se determinan cuantitativamente los esfuerzos cortantes y se comparan con aquellos correspondientes a mediciones en la Sonda de Campeche para obtener los rangos de inestabilidad del fondo marino en esta zona.

INDICE

RESUMEN	i
INDICE	ii
LISTA DE SÍMBOLOS	iv
LISTA DE FIGURAS	vi
INTRODUCCIÓN	xi
OBJETIVO	xiii
CAPITULO I.- Antecedentes	1
CAPITULO II.- Teoría de pequeña amplitud de Airy	6
2.1 Hipótesis de Airy	8
2.2 Condiciones de frontera	8
2.2.1 Condición cinemática	9
2.2.1.1 En la superficie	10
2.2.1.2 En el fondo	11
2.2.2 Dinámica en la superficie	12
2.2.3 Contorno lateral	13
2.3 Solución de la ecuación del potencial de velocidad para las condiciones de frontera en el fondo del mar	14
2.3.1 Separación de variables	14
2.3.2 Aplicación de las condiciones de frontera	16
2.3.2.1 Condición de frontera lateral	16
2.3.2.2 Aplicación de la condición cinemática en el fondo marino	17
2.3.2.3 Aplicación de la condición de frontera dinámica en la superficie libre del agua	18
2.3.2.4 Aplicación de la frontera cinemática en la superficie libre del agua	20
2.3.3 Celeridad, longitud y periodo de la ola	23
2.3.4 Velocidad y aceleraciones locales de un fluido	23
2.3.5 Presión superficial	25
2.3.6 Celeridad del grupo del oleaje	26
CAPITULO III.- Ecuaciones fundamentales	29
CAPITULO IV.- Desarrollo del modelo	43
4.1 Solución en tres dimensiones para suelos de espesor finito	44
4.2 Solución en dos dimensiones para suelos de espesor finito	49
4.2.1 Oleaje progresivo	50
4.2.2 Oleaje estacionario	52
4.3 Solución para suelos saturados e isotrópicos	54

CAPITULO V.- Validación y aplicación práctica	57
5.1 Validación de la solución analítica	58
5.1.1 Comparación con Yamamoto y Mei y Foda	59
5.1.1.1 Arena fina, saturación completa	59
5.1.1.2 Arena gruesa, saturación completa	60
5.1.1.3 Arena fina, no saturada	62
5.1.1.4 Arena gruesa, no saturada	63
5.2 Aplicación práctica	64
5.2.1 Efectos de las características del oleaje	64
5.2.1.1 Variación de la oblicuidad del oleaje	64
5.2.1.1.1 Suelo arcilloso	66
5.2.1.1.2 Suelo arenoso	69
5.2.1.2 Variación de la profundidad	72
5.2.2 Efectos de las características del suelo	73
5.2.2.1 Variación del espesor del fondo marino	73
5.2.2.1.1 Suelo arcilloso	75
5.2.2.1.2 Suelo arenoso	76
5.2.2.2 Variación de la permeabilidad	78
5.2.2.2.1 Suelo arcilloso	79
5.2.2.2.2 Suelo arenoso	81
5.2.2.3 Variación del grado de saturación	83
5.2.2.3.1 Suelo arcilloso	85
5.2.2.3.2 Suelo arenoso	88
5.2.2.4 Variación del módulo cortante	91
5.2.2.4.1 Suelo arcilloso	93
5.2.2.4.2 Suelo arenoso	94
5.2.3 Inestabilidad del fondo marino	95
CAPITULO VI.- Conclusiones y futuras líneas de investigación	99
APENDICES	104
APÉNDICE I. Coeficientes	105
APÉNDICE II. Diagrama de flujo	109
APÉNDICE III. Continuidad y ecuación de Laplace	110
APÉNDICE IV. Ecuación de Navier-Stokes	113
APÉNDICE V. Ecuación de Bernoulli	120
APÉNDICE VI. Estudios geotécnicos para la Sonda de Campeche	123
APÉNDICE VII. Información oceanográfica para la Sonda de Campeche	129
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	130

LISTA DE SIMBOLOS

H	Altura de ola
ϕ	función potencial
h	profundidad
u, v y w	Velocidades en dirección x , y y z .
\bar{u}	Vector de velocidad cuyos componentes son: u , v y w
n	Vector unitario
$f(x, y, z, t)$	Función que describe la frontera
η	Desplazamiento de la superficie libre en el plano vertical con respecto al plano $z = 0$
i, j y k	Componentes vectoriales en dirección x , y y z .
t	Tiempo
p_n	Representa la presión absoluta
L	Es la longitud de la ola
T	Es el periodo de la ola.
x, y, z	Eje cartesiano o subíndices
K	Constante
σ	Frecuencia
A, B, D, E	Constantes
C	Celeridad de la ola
p	Presión absoluta
p_o	Presión atmosférica
ρ	Densidad de la masa del agua
a	Radio de una esfera
B_1, \dots, B_{24}	Subcoeficientes utilizados en el cálculo de C_{ij}
β	Compresibilidad del fluido de poro
C_0, C_1, \dots, C_6	Coefficientes
C_{ij}	Coefficientes, $i=1-6$ y $j=0-7$
D	Operador de diferenciación
D_i	Coefficientes, $i=0-6$
δ	Parámetro combinado de la ola y el suelo
E	Módulo de Young
e	Función exponencial
ε	Volumen de esfuerzos del suelo
G	Módulo cortante del suelo
γ_w	Unidad de masa del poro del agua
H	Altura de la ola
h	Espesor de la matriz del suelo
i	Número imaginario, $\sqrt{-1}$
k	Número de ola del oleaje incidente y reflejado ($=2\pi/L$)
K'	Módulo de masa aparente del poro del agua
K_w	Módulo de masa real de la elasticidad del agua

K_x, K_y, K_z	Coefficientes de permeabilidad del suelo en las direcciones x, y y z
L	Longitud de onda de la ola incidente
L_x, L_y	Longitud de onda y altura de la cresta de un sistema de oleaje de cresta corta
λ	Parámetro adimensional que indica la anisotropía del suelo y el grado de saturación
m, n	Componentes del número de ola
μ	Relación de Poisson
n'	Porosidad del suelo
ω	Frecuencia angular de la ola ($=2\pi/T$)
P	Presión de poro del oleaje inducido
p_0	Factor de amplitud para la presión de la ola
P_{wo}	Presión absoluta del poro del agua
S_t	Grado de saturación
θ	Oblicuidad de la ola
$\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z$	Componentes del esfuerzo normal efectivo en las direcciones x, y y z
T	Periodo de la ola en segundos
t	Tiempo en segundos
$\tau'_{xy}, \tau'_{xz}, \tau'_{yz}$	Componentes del esfuerzo cortante efectivo
ξ, ζ, χ	Desplazamientos del suelo en las direcciones x, y y z
x, y, z	Eje cartesiano o subíndices

Lista de figuras

- Figura 2. 1 Condiciones de Frontera
- Figura 2. 2 Condiciones de frontera en el fondo marino
- Figura 2. 3 Desplazamiento de la superficie libre del agua en un oleaje estacionario
- Figura 2. 4 Propagación de la ola
- Figura 2. 5 Velocidad de las partículas del agua en una ola progresiva
- Figura 2. 6 Características de un grupo de oleaje
- Figura 3. 1 Definición de un sistema de oleaje de cresta corta debida a una reflexión oblicua de una pared vertical imaginaria
- Figura 3. 2 Definición del escenario de análisis
- Figura 3. 3 Definición del bloque de esfuerzos en un elemento sólido en el dominio de la estructura del suelo.
- Figura 5.1 Distribución vertical del valor máximo de IPI/P_0 y algunos esfuerzos efectivos contra z/h para una arena fina bajo condiciones de isotropía y saturación.
- Figura 5.2 Distribución vertical del valor máximo de IPI/P_0 y algunos esfuerzos efectivos contra z/h para una arena gruesa bajo condiciones de isotropía y saturación.
- Figura 5.3 Distribución vertical del valor máximo de IPI/P_0 y algunos esfuerzos efectivos contra z/h para una arena fina no saturada.
- Figura 5.4 Distribución vertical del valor máximo de IPI/P_0 y algunos esfuerzos efectivos contra z/h para una arena gruesa no saturada.
- Figura 5.5 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h=0.1L$
- Figura 5.6 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h=0.1L$
- Figura 5.7 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h=0.1L$
- Figura 5.8 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h=0.5L$
- Figura 5.9 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h=0.5L$
- Figura 5.10 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h=0.5L$

- Figura 5.11 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_0$ y $|\sigma_y|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h = \infty$
- Figura 5.12 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\tau_{xz}|/P_0$ y $|\tau_{yz}|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h = \infty$
- Figura 5.13 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h = \infty$
- Figura 5.14 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_0$ y $|\sigma_y|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = 0.1L$
- Figura 5.15 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\tau_{xz}|/P_0$ y $|\tau_{yz}|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = 0.1L$
- Figura 5.16 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = 0.1L$
- Figura 5.17 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_0$ y $|\sigma_y|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = 0.5L$
- Figura 5.18 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\tau_{xz}|/P_0$ y $|\tau_{yz}|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = 0.5L$
- Figura 5.19 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = \infty$
- Figura 5.20 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_0$ y $|\sigma_y|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = \infty$
- Figura 5.21 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\tau_{xz}|/P_0$ y $|\tau_{yz}|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = \infty$
- Figura 5.22 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = \infty$
- Figura 5.23 Variación de la presión normalizada ($|P|/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h = 0.1L$, $h = 0.5L$ y $h = \infty$.
- Figura 5.24 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_0$ y $|\sigma_y|/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h = 0.1L$, $h = 0.5L$ y $h = \infty$.
- Figura 5.25 Variación del esfuerzo normalizado ($|\sigma_z|/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h = 0.1L$, $h = 0.5L$ y $h = \infty$.
- Figura 5.26 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\tau_{xz}|/P_0$ y $|\tau_{yz}|/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h = 0.1L$, $h = 0.5L$ y $h = \infty$.
- Figura 5.27 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h = 0.1L$, $h = 0.5L$ y $h = \infty$.
- Figura 5.28 Variación de la presión normalizada ($|P|/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h = 0.1L$, $h = 0.5L$ y $h = \infty$.

- Figura 5.29 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.30 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.31 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.32 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.33 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.34 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.35 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.36 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.37 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.38 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.39 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.40 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.41 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.42 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.
- Figura 5.43 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arcilla cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.44 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arcilla cuando $h=0.1L$.
- Figura 5.45 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/P_0$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arcilla cuando: $h=0.1L$.

- Figura 5.46 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.47 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.48 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.49 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.50 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.51 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.52 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=$ infinito.
- Figura 5.53 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=$ infinito.
- Figura 5.54 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=$ infinito.
- Figura 5.55 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=$ infinito.
- Figura 5.56 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.57 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.58 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.59 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.60 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.61 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.62 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.63 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.64 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h=0.5L$.

- Figura 5.65 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/Po$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.66 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h=$ infinito.
- Figura 5.67 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/Po$ y $I\sigma_y/Po$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h=$ infinito.
- Figura 5.68 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/Po$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h=$ infinito.
- Figura 5.69 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/Po$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h=$ infinito.
- Figura 5.70 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.71 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/Po$ y $I\sigma_y/Po$) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.72 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/Po$) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.73 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.74 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/Po$ y $I\sigma_y/Po$) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.75 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/Po$) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h=0.5L$.
- Figura 5.76 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al módulo cortante en una arena cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.77 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/Po$) con respecto al módulo cortante en una arena cuando: $h=0.1L$.
- Figura 5.78 Comparación del esfuerzo cortante calculado vs. esfuerzo cortante resistente para un tirante de 20 m
- Figura 5.79 Comparación del esfuerzo cortante calculado vs. esfuerzo cortante resistente para un tirante de 50 m
- Figura 5.80 Comparación del esfuerzo cortante calculado vs. esfuerzo cortante resistente para un tirante de 100 m
- Figura A3. 1 Volumen de control en un plano cartesiano
- Figura A4. 1 Esfuerzos en un volumen de control
- Figura A4. 2 Componentes de la velocidad relativa para las partículas C, D y E
- Figura A4. 3 Esfuerzos normales y esfuerzos cortantes actuando en el volumen de control, (a) dirección x, (b) dirección y y (c) dirección z.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas ha sido considerable el interés que ha despertado, a nivel mundial, el desarrollo tecno-científico de la *Ingeniería Costera*. Una de las preocupaciones de esta rama de la ingeniería ha sido la inestabilidad del fondo marino debido al efecto del oleaje, motivado esencialmente por el aumento de la construcción de instalaciones costafuera, tales como tuberías, anclas, plataformas marinas y rompeolas, entre otros.

La variedad de suelos es muy extensa, se tienen desde rocas sólidas hasta arcillas finas. Aunque para algunos tipos de fondo marino bajo condiciones reales es conocido su comportamiento, modelarlo dinámicamente es *extremadamente complicado* y por tanto, es una tarea aún no muy bien definida.

Para abordar este problema en un diseño se usan modelos simplificados. Dentro de los más abundantes se encuentran trabajos que consideran al suelo como un medio linealmente elástico de una fase, pero esto no es válido ya que el oleaje induce, a través de los poros, una presión de fluido a la estructura del sólido, con lo cual el sistema deja de ser de una sola fase. Por otro lado, se sabe que si la presión de poro en la estructura del fondo marino llega a ser excesiva, los esfuerzos efectivos del suelo decrecen y se presentan fallas en el mismo. Esto provoca inestabilidad en el fondo marino y consecuentemente en las estructuras apoyadas o enterradas en el suelo.

Por lo anterior, es crucial plantear desarrollos matemáticos que describan fehacientemente la realidad, por lo cual, la utilización de modelos más complejos es más común cada día.

En particular, este trabajo muestra el comportamiento de la respuesta del suelo debido al oleaje inducido, utilizando el modelo matemático para tres dimensiones propuesto por Jeng²⁰. El desarrollo de esta solución analítica ayudará, a los ingenieros interesados en la interacción del oleaje-suelo, a entender el mecanismo de la respuesta del fondo marino ante la inducción del oleaje.

El trabajo esta organizado de la siguiente manera:

El capítulo I reseña el estado del arte de las investigaciones más importantes que se han realizado en el tema objeto de este trabajo.

El capítulo II indica la teoría lineal, utilizada en el análisis del oleaje. Además considera importante ampliar los temas presentados en los apéndices III, IV y V; que desarrollan las ecuaciones de continuidad, Navier-Stokes y Bernoulli, respectivamente.

El capítulo III plantea las ecuaciones fundamentales que rigen el fenómeno de la respuesta del fondo marino debido a la interacción del suelo bajo un sistema de oleaje de cresta corta. Así mismo, se dan a conocer las consideraciones del oleaje y del medio a modelar, así como las condiciones de frontera.

El capítulo IV explica el modelo matemático utilizado, para dos y tres dimensiones con suelos de espesor finito y muestra la solución para suelos saturados e isotrópicos.

El capítulo V valida el modelo matemático utilizado, comparándolo gráficamente con los resultados de otros autores. También presenta la aplicación práctica considerando condiciones de oleaje del Golfo de México. En esta aplicación se muestran los efectos de la variación de ciertas características del oleaje y suelo.

El capítulo VI indica las conclusiones del presente trabajo, así como futuras líneas de investigación propuestas.

OBJETIVO

- Desarrollar el comportamiento de la *respuesta del suelo* debido al oleaje inducido, utilizando un modelo matemático de tres dimensiones propuesto por Jeng²⁰. Y comprender el mecanismo de la respuesta del fondo marino ante la inducción del oleaje.

- Adicionalmente se contará con una herramienta para conocer el rango de valores en los que se considera inestable el fondo marino.

I. ANTECEDENTES

Como se mencionó, el estudio del fondo marino es un tema que ha generado interés creciente en los especialistas de la ingeniería geotécnica y costera. En esta sección se presenta una reseña de los trabajos más relevantes que se han hecho al respecto.

En las últimas décadas numerosos investigadores han estudiado el comportamiento del fondo marino en función del flujo inducido por el oleaje. Dentro de los más destacados se encuentran: Liu¹, Massel², Moshagen & Torum³, Nakamura et al.⁴, Putnam⁵, Reid & Kajjura⁶ y Sleath⁷. Todos ellos suponen que el suelo es poroso, rígido y no deformable; además, con excepción de Moshagen & Torum³ y Nakamura et al.⁴, consideran que el fluido en la estructura del suelo es incompresible. Para todos ellos, el movimiento del fluido en el suelo está descrito por la ley de Darcy^a

En un principio, para obtener la presión de poro del agua se utilizaba la ecuación de Laplace; esto tiene un gran inconveniente, porque el valor resultante de la presión es independiente de la permeabilidad del material. Más tarde, en 1976 Massel² continúa con el estudio de esta teoría, pero en lugar de utilizar la ley de Darcy, toma en cuenta el amortiguamiento y los términos inerciales en la ecuación de momentum. La conclusión de su trabajo es que la influencia de la permeabilidad en la distribución de la presión en el suelo marino es despreciable y los resultados son prácticamente iguales a los que se obtienen con la ecuación de Laplace.

Posteriormente, Nakamura et al.⁴ y Moshagen & Torum³, hacen una segunda aproximación. Esta se basa en que el agua es compresible y el medio poroso no es deformable. Al desarrollar esto, concluyen que la presión de poro del agua depende de la permeabilidad del suelo marino.

Por otro lado, la suposición más común en muchas investigaciones es que las deformaciones del suelo se deben a la acción del oleaje, como Prevost et al.⁸ y Mallaid &

^a Esta ley considera que, el fluido del poro es incompresible y el suelo es rígido, poroso y con permeabilidad isotrópica

Dalrymple⁹, quienes consideraron que el fondo es un medio elástico y continuo, donde no existe flujo. Como éste es un problema clásico de la mecánica de suelos, la solución podía ser encontrada en los libros de texto de elasticidad, donde suponen que la presión de poro es igual al cambio en los esfuerzos normales del octaedro en un medio continuo y elástico. Prevost et al.⁸ observan que el valor de la presión de poro es el mismo que el obtenido por la ecuación de Laplace, y por lo tanto, la presión es independiente de la permeabilidad del suelo. Esto es para algunos autores, una inconsistencia física.

Puesto que el flujo del agua en el poro, el cambio de volumen y la deformación del medio ocurren simultáneamente en condiciones reales, se pensaba que el análisis debía hacerse con ayuda de un modelo matemático sofisticado que reprodujera el comportamiento del fluido en un medio poroso complejo. Fue en 1941 cuando Biot¹⁰ presenta una teoría que considera las deformaciones elásticas de un medio poroso, la compresibilidad y el flujo Darciniano del fluido del poro. Pero es hasta 1968 que Koning¹¹ estudia analíticamente un sistema basado en la teoría de consolidación en tres dimensiones de Biot. Más tarde Yamamoto¹² continúa el trabajo desarrollado por Koning y presenta una solución exacta al problema de la respuesta del medio poroso y elástico. En su trabajo, Yamamoto demuestra que los resultados obtenidos por Putnam⁵, Nakamura et al.⁴ y Prevost et al.⁸ son casos extremos de la solución general que él propone.

En desarrollos posteriores Yamamoto et al.¹² y Madsen¹³ consideraron que, tanto el fluido del poro como el medio poroso de espesor finito son compresibles y están sujetos a oleaje progresivo en dos dimensiones. En la misma publicación, Madsen reporta además estudios del comportamiento del suelo con espesor de fondo infinito bajo condiciones de insaturación. También estas consideraciones son utilizadas por S. Okusa¹⁴.

A lo largo de sus investigaciones, Yamamoto¹⁵ y Mei y Foda¹⁶ observan que es difícil resolver analíticamente las ecuaciones fundamentales para la respuesta del oleaje inducido en un medio poroso, por lo que se hacen muchos estudios al respecto. Dentro de los más destacados se encuentran:

➤ El de Mei y Foda^{16,17}, quienes realizan una aproximación a la capa límite.

- El de Prevost¹⁸ y Gatmiri¹⁹, quienes obtienen soluciones numéricas para geometrías complejas del fondo marino con oleaje progresivo en dos dimensiones.
- El de Hsu et al²⁰ quienes presentan una solución analítica en tres dimensiones para la respuesta de un suelo de espesor infinito debido al oleaje inducido. Más tarde amplían su trabajo²¹ y exponen el caso para un suelo de espesor finito.

Este último es importante ya que antes de él no se había dado ninguna solución analítica ni numérica para un sistema de oleaje en tres dimensiones.

Otras investigaciones importantes dentro del estudio del fondo marino son las relacionadas con la evaluación de los efectos de la licuación del suelo. De éstas las más importantes son:

- La de Hsu et al²². En ella se desarrolla una aproximación semi-analítica para un suelo en capas de diferentes propiedades pero de espesor finito, bajo los efectos de un sistema de oleaje tridimensional.
- La de Jeng et al²³. Esta la realiza apoyándose en la aproximación anterior y en ella desarrolla una solución analítica para el oleaje estacionario inducido en la respuesta del suelo en un fondo marino con las mismas propiedades en cualquier dirección horizontal pero diferente en dirección vertical (*cross-anisotrópic*). Esta solución se enfoca a un suelo poroso con modulo cortante y permeabilidad uniformes.

Cabe mencionar que previo al estudio anterior, Jeng²⁴ desarrolla un modelo de elemento finito para estudiar la respuesta generada por el oleaje inducido en un fondo marino con permeabilidad y módulo cortante variables, pero que a diferencia del trabajo antes mencionado el suelo no es *cross-anisotropic*.

Finalmente es importante comentar que todos los estudios del comportamiento del fondo marino mencionados hasta el momento consideran que:

- El oleaje es progresivo y lineal en dos dimensiones
- Los efectos de las fuerzas inerciales son despreciables.

Sin embargo, los efectos de los componentes no lineales del oleaje, así como los de las fuerzas de inercia, no siempre pueden despreciarse sin caer en errores sustanciales.

Los no lineales contribuyen de manera importante en olas de agua somera cuyo valor de la longitud de onda es grande²⁵⁻²⁷. A últimas fechas se han planteado desarrollos matemáticos que incluyen dicho efecto. Jeng et al²⁸ desarrollaron un modelo de elemento finito para investigar los efectos no lineales del oleaje inducido en la respuesta del suelo con permeabilidad y módulo cortante variables, en un sistema de oleaje en tres dimensiones.

Asimismo, Jeng et al²⁹ examinaron la influencia de las fuerzas inerciales en el oleaje inducido en la respuesta del suelo; para ello, se basaron en la teoría propuesta por Yamamoto¹² y para simplificar este problema complicado consideraron un suelo poroso bajo condiciones isotrópicas de espesor infinito. El resultado numérico mostró que las fuerzas inerciales no pueden ser ignoradas.

II. TEORÍA DE PEQUEÑA AMPLITUD DE AIRY

Desde el siglo XIX se han desarrollado varias teorías para tratar de analizar matemáticamente las características y el comportamiento del oleaje. La más simple es la desarrollada por Airy en 1854, la cual también se conoce como "*Teoría lineal o de pequeña amplitud*^a". Las ventajas de ésta son: fácil uso, aplica el principio de superposición y describe con bastante precisión el comportamiento de las olas cuando el punto de análisis se localiza en aguas intermedias y profundas.

Para resolver el problema de la propagación real del oleaje sobre una superficie libre de un fluido se utiliza una ecuación matemática simple que describe la situación física. Para lograr una expresión de esta naturaleza hay que:

- > Establecer una región de interés, tomando en cuenta que la simplificación de la ecuación diferencial es válida en esta zona y que cumple con las hipótesis que plantea Airy.
- > Utilizar la ecuación lineal de Laplace. Es decir, que si ϕ_1 y ϕ_2 son solución a ésta ecuación, entonces $\phi_s = A\phi_1 + B\phi_2$ también la resuelve (donde A y B son constantes arbitrarias). Esto es, que para modelar diferentes problemas de interés pueden utilizarse sumas o restas de soluciones.

Este capítulo expone las hipótesis de ésta teoría, indica las condiciones de frontera y plantea las ecuaciones de velocidad, aceleración y presión.

^a Es llamada teoría de pequeña amplitud porque las ecuaciones son teóricamente exactas cuando el movimiento tiende a cero. Esto es importante porque la elevación de la superficie libre puede despreciarse a priori, lo cual es válido aunque el movimiento del oleaje sea diferente de cero, siempre y cuando sea constante.

2.1 Hipótesis de Airy

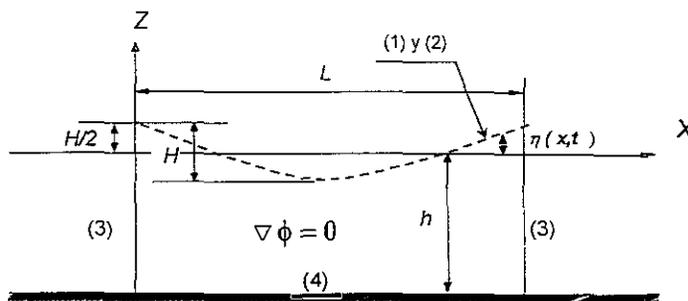
Para desarrollar esta teoría, Airy estableció que:

- a) El fluido es ideal, homogéneo e incompresible.
- b) La presión en la superficie es uniforme y constante.
- c) El fondo es horizontal, fijo e impermeable.
- d) La altura de ola (H) es mucho menor al tirante (h) y además es constante.
- e) Las ondas son bidimensionales.
- f) Se desprecia la tensión superficial.
- g) Se desprecia el efecto de Coriolis.

2.2 Condiciones de frontera

En un sistema de estudio como el de la Figura 2. 1 se indican las siguientes condiciones:

- 1. En la superficie libre (cinemática y dinámica).
- 2. La impermeabilidad en el fondo (cinemática).
- 3. La periodicidad temporal y espacial en el contorno lateral.



- (1) dinámica en la superficie libre
- (2) cinemática en la superficie libre
- (3) lateral periódica
- (4) en el fondo

Figura 2. 1 Condiciones de Frontera

Para obtener la condición cinemática tanto en la superficie libre como en el fondo se aplica el mismo procedimiento, a continuación se presenta el desarrollo matemático general.

2.2.1 Condición cinemática

Su obtención se basa en que la componente de la velocidad, normal a la superficie del fluido se relaciona con la velocidad local de la superficie. Si esta superficie no cambia con el tiempo, entonces la componente normal de la velocidad en la superficie es cero, es decir, $\bar{u} \cdot n = 0$ (donde \bar{u} es el vector de velocidad cuyos componentes son: u , v y w , mientras que n es el vector unitario).

La expresión que representa esto puede derivarse de la ecuación que describe la superficie que constituye la frontera. Esto es, cualquier superficie fija o en movimiento puede representarse como:

$$f(x, y, z, t) = 0 \tag{2.1}$$

donde f es una función que describe la frontera. Es decir, el flujo normal es cero en la frontera. Por ejemplo, para una esfera estacionaria de radio constante (a)

$$f(x, y, z, t) = x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0 \tag{2.2}$$

si se considera que una partícula se mueve en la superficie,

$$\frac{Df(x, y, z, t)}{Dt} = 0 = \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} \Big|_{en f(x, y, z, t) = 0} \tag{2.3}$$

La ecuación (2.3) se puede escribir de la siguiente manera

$$-\frac{\partial f}{\partial t} = u \cdot \nabla f = \bar{u} \cdot n \nabla f \tag{2.4}$$

Por lo anterior, el vector unitario normal a la superficie se describe como:

$$n = \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \quad (2.5)$$

Es decir la condición de frontera se puede expresar como:

$$u \cdot n = \frac{-\partial f / \partial t}{|\nabla f|} \quad \text{en} \quad f(x, y, z, t) = 0 \quad (2.6)$$

donde

$$|\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2} \quad (2.7)$$

2.2.1.1 En la superficie libre

Para obtener la expresión de esta condición es necesario describir la superficie libre de una ola, esto es:

$$f(x, y, z, t) = z - \eta(x, t) = 0 \quad (2.8)$$

donde $\eta(x, t)$ es el desplazamiento de la superficie libre en el plano vertical con respecto al plano $z = 0$. Sustituyendo la función (2.8) en (2.6), la condición de frontera cinemática en la superficie libre es:

$$u \cdot n = \frac{\partial \eta / \partial t}{\sqrt{(\partial \eta / \partial x)^2 + (\partial \eta / \partial y)^2 + 1}} \quad \text{en} \quad z = \eta(x, t) \quad (2.9)$$

De la ecuación (2.5) el vector normal esta dado por:

$$n = \frac{\nabla f}{|\nabla f|} = \frac{-\frac{\partial \eta}{\partial x}i - \frac{\partial \eta}{\partial y}j + k}{\sqrt{(\partial \eta / \partial x)^2 + (\partial \eta / \partial y)^2 + 1}} \quad (2. 10)$$

Entonces al sustituir la ecuación (2. 10) en la (2. 9) se obtiene la expresión para la condición cinemática en la superficie.

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \text{ en } z=\eta(x,y,t) \quad (2. 11)$$

2.2.1.2 En el fondo

En general, la frontera inferior en la región de interés para el caso bidimensional está dado por $z = -h(x)$, donde el origen está localizado en el nivel de aguas tranquilas y h representa la profundidad del agua. Recordando que una de las hipótesis de Airy es que el fondo es impermeable, o sea:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \quad (2. 12)$$

entonces no existe en el fondo movimiento con respecto al tiempo.

Además, la superficie en esta región está representada por:

$$f(x, z) = z + h(x) = 0 \quad (2. 13)$$

Al sustituir la función (2. 13) en la ecuación (2. 5) se tiene:

$$n = \frac{\nabla f}{|\nabla f|} = \frac{\frac{dh}{dx}i + k}{\sqrt{(dh/dx)^2 + 1}} \quad (2. 14)$$

Sustituyendo la ecuación (2. 14) en (2. 12), se obtiene (ver Figura 2. 2):

a) Para un fondo inclinado se tiene:

$$u \frac{dh}{dx} + w = 0 \quad \text{o} \quad \frac{w}{u} = - \frac{dh}{dx} \quad \text{en } z = -h(x) \quad (2.15)$$

b) Para un fondo horizontal, la componente vertical de la velocidad es igual a cero:

$$w = 0 \quad \text{en } z = -h(x) \quad (2.16)$$

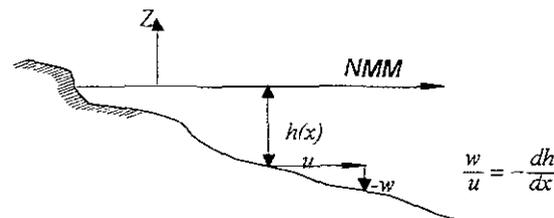


Figura 2. 2 Condiciones de frontera en el fondo marino

Es importante destacar que el flujo en el fondo siempre es tangencial en la condición cinemática.

2.2.2 Dinámica en la superficie libre

La expresión que describe esta condición para una superficie libre de líquido $z = \eta(x,t)$ es la ecuación de Bernoulli. La cual está dada por (ver apéndice V):

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p_n}{\rho} + gz = G(t) \quad (2.17)$$

donde p_n representa la presión absoluta y usualmente esta dada por $p_n=0$.

Es importante recordar que la presión en la superficie es uniforme y constante a lo largo de toda la ola.

2.2.3 Contorno lateral

Esta condición está dada, para oleajes que son periódicos en espacio y tiempo, por:

$$\phi(x, t) = \phi(x + L, t) \quad (2. 18)$$

$$\phi(x, t) = \phi(x, t + T) \quad (2. 19)$$

donde L y T son la longitud y el periodo de la ola respectivamente.

En la teoría lineal generalmente el movimiento es considerado irrotacional, lo cual implica que todos los términos cuadráticos se desprecian y, por tanto, la solución del problema consiste en determinar la función del potencial de velocidades, $\phi(x, y, z, t)$. Puesto que la ecuación diferencial que es necesario resolver para obtener las expresiones de velocidad, aceleración y presión debe satisfacerse para todas las condiciones de frontera, es indispensable reescribir todas las expresiones matemáticas de éstas en términos del potencial para poder aplicarlas en ella.

El potencial está definido por:

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, v = -\frac{\partial \phi}{\partial y}, w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2. 20)$$

Entonces sustituyendo (2. 18) en cada condición de frontera se tiene:

a) Cinemática en la superficie libre, ecuación (2. 11):

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \text{ en } z=\eta(x,t) \quad (2. 21)$$

b) Cinemática en el fondo, ecuación (2. 16):

$$w = 0 \quad \text{ó} \quad -\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ en } z = -h(x) \quad (2. 22)$$

c) Dinámica en la superficie libre, ecuación (2. 17):

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p_n}{\rho} + gz = G(t) \quad (2. 23)$$

d) Contorno lateral, ecuaciones (2. 18) y (2. 19):

$$\phi(x, t) = \phi(x + L, t) \quad (2. 24)$$

$$\phi(x, t) = \phi(x, t + T) \quad (2. 25)$$

2.3 Solución de la ecuación del potencial de velocidad para las condiciones de frontera en el fondo del mar

2.3.1 Separación de Variables

Para dar solución a la ecuación de Laplace, que es la ecuación diferencial que describe el problema de contorno, se aplica el método de separación de variables. Es decir, que la solución se expresa como un producto, donde cada término depende sólo de una variable independiente. Con base en lo anterior, la ecuación del potencial de velocidad es:

$$\phi = (x, z, t) = X(x) \cdot Z(z) \cdot T(t) \quad (2. 26)$$

donde $X(x)$ es una función que depende sólo de x , $Z(z)$ sólo de z , y $T(t)$ varía con respecto al tiempo.

Por una parte se sabe que la ecuación de Laplace no contiene derivadas temporales, lo que simplifica el problema cuando se considera un tren periódico T . Mientras que por otra, por las condiciones del problema se ve que es válido proponer la existencia de $X(x)$ y $Z(z)$.

Para la función $T(t)$ es necesario considerar que ϕ es periódica en el tiempo para la condición de frontera lateral, entonces $T(t) = \text{sen } \sigma t$ es una posible solución si el potencial de velocidad al tiempo t es el mismo que al $(t + T)$, por lo que $T(t)$ es:

$$\text{sen } \sigma t = \text{sen } \sigma(t + T) \quad (2. 27)$$

donde σ es la frecuencia dada por $\frac{2\pi}{T}$. Al sustituir (2. 27) en (2. 26) se tiene que:

$$\phi = (x, z, t) = X(x) \cdot Z(z) \cdot \text{sen } \sigma t \quad (2. 28)$$

Al sustituir (2. 28) en la ecuación de Laplace para un sistema bidimensional (ver apéndice III) se obtiene:

$$\frac{d^2 X(x)}{dx^2} \cdot Z(z) \cdot \text{sen } \sigma t + X(x) \cdot \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} \cdot \text{sen } \sigma t = 0 \quad (2. 29)$$

al dividir entre (2. 28) resulta:

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0 \quad (2. 30)$$

Donde el primer término sólo depende de x y el segundo sólo de z . Para satisfacer (2. 30), se puede igualar cada término a una constante k .

$$\frac{d^2 X(x) / dx^2}{X(x)} = -k^2 \quad (2. 31)$$

$$\frac{d^2 Z(z) / dz^2}{Z(z)} = +k^2 \quad (2. 32)$$

Existen tres posibles casos de solución, cuando k es: real, imaginaria o igual a cero.

Valor de k	Ecuación Diferencial	Soluciones
<p>Real</p> <p>$k^2 > 0$</p>	$\frac{d^2 X}{dx^2} + k^2 X = 0$ $\frac{d^2 Z}{dz^2} - k^2 Z = 0$	$X(x) = A \cos kx + B \sin kx$ $Z(z) = E e^{kz} + D e^{-kz}$
<p>$k = 0$</p>	$\frac{d^2 X}{dx^2} = 0$ $\frac{d^2 Z}{dz^2} = 0$	$X(x) = Ax + B$ $Z(z) = Ez + D$
<p>Imaginario</p> <p>$k^2 < 0, k = i/k'$</p> <p>$/k' = \text{magnitud de } k$</p>	$\frac{d^2 X}{dx^2} - k ^2 X = 0$ $\frac{d^2 Z}{dz^2} + k ^2 Z = 0$	$X(x) = A e^{k'x} + B e^{- k' x}$ $Z(z) = E \cos k z + D \sin k z$

Tabla 2. 1 Posibles soluciones a la ecuación de Laplace

Aunque todas las soluciones de la Tabla 2.1 satisfacen la ecuación diferencial, no todas ellas representan el problema físico. Para discernir cual es la más adecuada para modelar el sistema de estudio se aplican las condiciones de frontera, que es lo que se hace en la siguiente sección.

2.3.2 Aplicación de las condiciones de frontera

2.3.2.1 Condición de frontera lateral

Esta condición implica que la solución es periódica, lo cual se cumple si k es diferente de cero. A pesar de que esto es válido si k^2 es real o imaginaria, la única solución posible para la ecuación de Laplace para el potencial de velocidad es:

$$\phi(x, z, t) = (A \cos kx + B \sin kx)(E e^{kz} + D e^{-kz}) \sin \omega t \tag{2. 33}$$

Al sustituir $X(x) = A \cos kx + B \sin kx$ en la ecuación (2. 18), para verificar que existe periodicidad, se tiene:

$$A \cos kx + B \sin kx = A \cos k(x + L) + B \sin k(x + L) \quad (2. 34)$$

Desarrollando la ecuación (2. 34) y utilizando identidades trigonométricas se tiene

$$\begin{aligned} A \cos kx + B \sin kx &= A(\cos kx \cos kL - \sin kx \sin kL) \\ &+ B(\sin kx \cos kL - \cos kx \sin kL) \end{aligned} \quad (2. 35)$$

Para satisfacer (2. 35) se debe cumplir que $kL = 2\pi$, donde k es el número de ola.

Aplicando el principio de superposición en (2. 33) se considerarán soluciones separadas de los términos $A \cos kx$ y $B \cos kx$. Por tanto, se puede escribir la ecuación del potencial de velocidad como:

$$\phi = A \cos kx (Ee^{kz} + De^{-kz}) \sin \sigma t \quad (2. 36)$$

2.3.2.2 Aplicación de condición cinemática en el fondo marino

Al sustituir (2. 36) en (2. 22), que es la ecuación que describe la condición de frontera en el fondo se tiene:

$$w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -A \cos kx (kEe^{kz} - kDe^{-kz}) \sin \sigma t = 0 \quad \text{en } z = -h \quad (2. 37)$$

Factorizando k ,

$$-Ak \cos kx (Ee^{-kh} - De^{kh}) \sin \sigma t = 0 \quad \text{en } z = -h \quad (2. 38)$$

Para que (2. 38) sea válida para cualquier valor de x y t , los términos dentro del paréntesis deben ser igual a cero, por tanto

$$E = De^{2kh} \quad (2.39)$$

Al sustituir (2.39) en (2.36) se obtiene:

$$\phi = A \cos kx (De^{2kh} e^{kz} + De^{-kz}) \sin \sigma t \quad (2.40)$$

Factorizando,

$$\phi = ADe^{kh} \cos kx (e^{k(h+z)} + e^{-k(h+z)}) \sin \sigma t \quad (2.41)$$

Simplificando,

$$\phi = G \cos kx \cosh k(h+z) \sin \sigma t \quad (2.42)$$

donde $G = 2ADe^{kh}$

2.3.2.3 Aplicación de la condición de frontera dinámica en la superficie libre del agua

De la ecuación (2.23) se evalúa la condición de frontera dinámica en $z=\eta(x,t)$ por medio de las series de Taylor, por lo que se tiene:

$$\left(gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2 + w^2}{2} \right)_{z=\eta} = \left(gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2 + w^2}{2} \right)_{z=0} + \eta \left(g - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (u^2 + w^2) \right)_{z=0} + \dots = Q(t) \quad (2.43)$$

Si se considera que la variación de η es muy pequeña, entonces las velocidades y las presiones son insignificantes. Por lo anterior, se dice que cualquier producto con estas variables es despreciable. Linealizando la ecuación de Bernoulli (ver apéndice V) se obtiene:

$$\left(-\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta \right)_{z=0} = Q(t) \quad (2.44)$$

El resultado lineal de las condiciones de frontera dinámica en la superficie libre del agua se relaciona con el desplazamiento instantáneo de la superficie libre con respecto al tiempo y al cambio del potencial de velocidad. Despejando η de la ecuación (2.44) se tiene

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} + \frac{Q(t)}{g} \quad (2.45)$$

Al sustituir (2.42) en la ecuación (2.45)

$$\eta = \frac{G\sigma}{g} \cos kx \cosh k(h+z) \cos \sigma t \Big|_{z=0} + \frac{Q(t)}{g} \quad (2.46)$$

Evaluando para $z = 0$

$$\eta = \left[\frac{G\sigma \cosh kh}{g} \right] \cos kx \cos \sigma t + \frac{Q(t)}{g} \quad (2.47)$$

donde $Q(t) = 0$, puesto que η es cero con respecto al tiempo. Los términos entre corchetes se pueden igualar a una constante ($H/2$) como se muestra en la Figura 2.3, por tanto, el desplazamiento de la superficie del agua (η) se describe como:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos kx \cos \sigma t \quad (2.48)$$

donde $G = \frac{Hg}{2\sigma \cosh kh}$

Finalmente al sustituir G en (2.42) se obtiene la ecuación del potencial de velocidad en términos de H , σ , h , y k .

$$\phi = \frac{Hg}{2\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \cos kx \sin \sigma t \quad (2.49)$$

Esta última representa un oleaje estacionario, esto es que la ola no tiene un desplazamiento aparente, como se muestra en la Figura 2. 3.

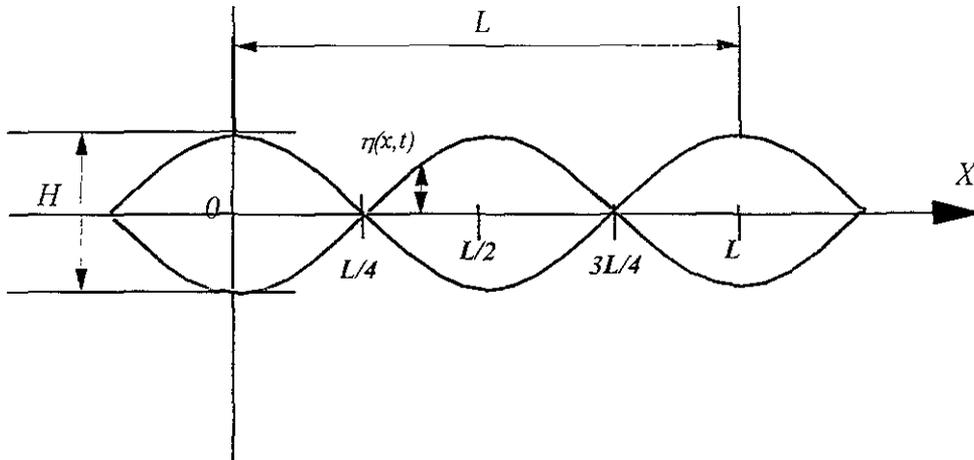


Figura 2. 3 Desplazamiento de la superficie libre del agua en un oleaje estacionario

2.3.2.4 Aplicación de la frontera cinemática en la superficie libre del agua

Al aplicar esta condición se determina la relación que existe entre σ y k . Se utiliza la expansión de la serie de Taylor en la ecuación (2. 21) con relación a una elevación desconocida entre $z = \eta(x,t)$ y $z=0$, se tiene:

$$\left(w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{z=\eta} = \left(w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{z=0} + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(w - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{z=0} + \dots = 0 \quad (2.50)$$

Para linealizar (2. 50) se considera que η , u y w son pequeños y que η no es función de z . Por lo que se obtiene que:

$$w = \left. \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_{z=0} \quad (2.51)$$

Dicho de otra manera,

$$-\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_{z=0} \quad (2.52)$$

Al sustituir (2.48) y (2.49) en la ecuación (2.52) se tiene que:

$$-\frac{H g k \operatorname{senh} k(h+z)}{2 \sigma \cosh kh} \cos kx \operatorname{sen} \sigma t \Big|_{z=0} = -\frac{H}{2} \sigma \cos kx \operatorname{sen} \sigma t \quad (2.53)$$

Al simplificar la relación de dispersión es:

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (2.54)$$

Por otro lado, al desarrollar una solución similar para el segundo término de la ecuación (2.33) se obtiene

$$\phi(x, z, t) = \frac{Hg \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} \operatorname{sen} kx \cos \sigma t \quad (2.55)$$

Por lo que, el desplazamiento de la superficie del agua (η) para oleajes progresivos es:

$$\eta(x, t) = \frac{1}{g} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=0} = -\frac{H}{2} \operatorname{sen} kx \operatorname{sen} \sigma t \quad (2.56)$$

Recordando que la ecuación de Laplace es lineal y la superposición es válida, cuando se suman o se restan soluciones que son lineales, la solución final también lo es. Por lo anterior, al restar (2.55) a (2.49) resulta:

$$\phi = \frac{Hg \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} (\cos kx \sin \sigma t - \sin kx \cos \sigma t) \quad (2.57)$$

Al simplificar la ecuación del potencial de velocidad para oleajes progresivos, se obtiene (ver Figura 2.4)

$$\phi = -\frac{Hg \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} \sin(kx - \sigma t) \quad (2.58)$$

Sustituyendo (2.58) en la ecuación (2.56) se tiene la elevación de la superficie de la ola, η , para oleaje progresivo

$$\eta(x,t) = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} = -\frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t) \quad (2.59)$$

El cual puede obtenerse también si se restan las ecuaciones de $\eta(x,t)$ para los dos potenciales de velocidad, es decir, (2.58) menos (2.56)

$$\eta(x,t) = \frac{H}{2} \cos kx \cos \sigma t + \frac{H}{2} \sin kx \sin \sigma t = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t) \quad (2.60)$$

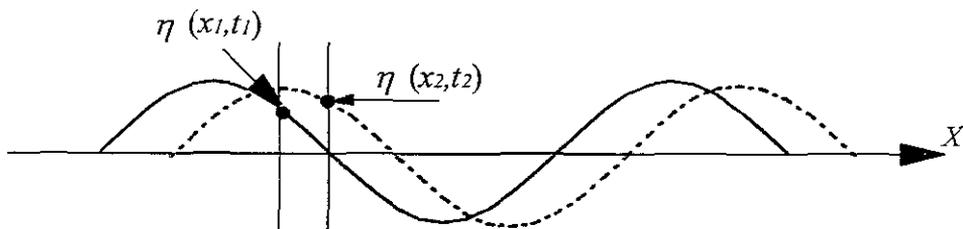


Figura 2.4 Propagación de la ola

2.3.3 Celeridad, longitud y periodo de la ola.

Se le llama celeridad de la ola (C) a la "velocidad" a la cual se propaga la forma de la misma y está en función de la velocidad de fase. Se define como la relación de la longitud y del periodo de la ola, esto es:

$$C = \frac{L}{T} = \frac{\sigma}{k} \quad (2.61)$$

En términos de la Teoría Lineal, es decir en función de la longitud de ola y la profundidad del agua, se tiene:

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)} \quad (2.62)$$

Al sustituir (2.62) en (2.61),

$$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) = \frac{g}{\sigma} \tanh(kh) \quad (2.63)$$

donde k es el número de ola y σ la frecuencia.

2.3.4 Velocidades y aceleraciones locales de un fluido

Para el cálculo de las fuerzas de oleaje es necesario conocer las velocidades y aceleraciones locales del fluido para valores de x , z y t durante el paso de una ola. La componente horizontal u y la vertical w de la velocidad local del fluido están dadas por:

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{H}{2} \sigma \frac{\cosh k[h+z]}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t) \quad (2.64)$$

$$w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{H}{2} \sigma \frac{\sinh k[h+z]}{\cosh kh} \sin(kx - \sigma t) \quad (2.65)$$

La velocidad horizontal máxima ocurre cuando $kx - \sigma t = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \text{etc.}$, esto es cuando las partículas de la superficie del agua, η , se encuentran en la cresta o en el valle de una ola progresiva. Mientras que, la velocidad vertical máxima es cuando $kx - \sigma t = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$, es decir, las partículas de la superficie del agua están sobre el nivel medio del mar o sea el desplazamiento es cero (ver Figura 2. 5).

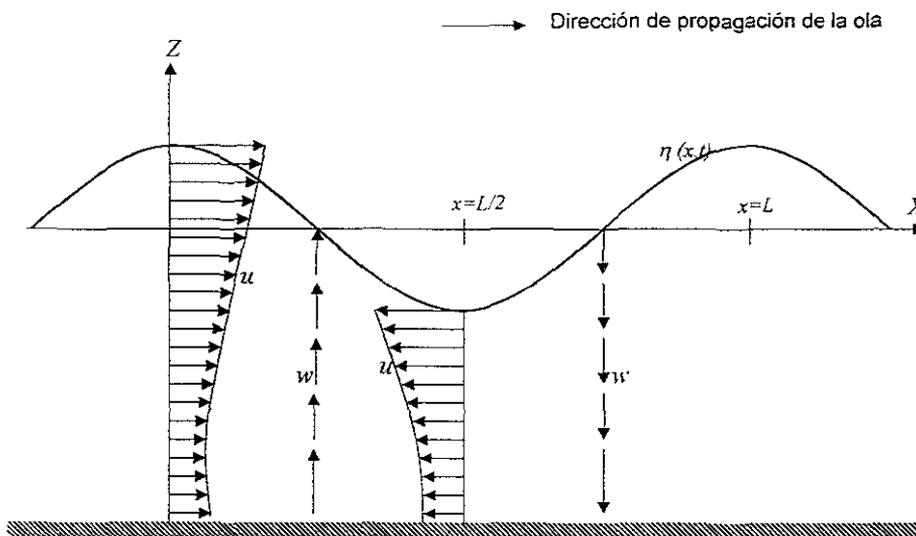


Figura 2. 5 Velocidad de las partículas del agua en una ola progresiva

Despreciando la aceleración convectiva de las partículas del fluido se derivan las ecuaciones (2. 64) y (2. 65) quedando:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{H}{2} \sigma^2 \frac{\cosh k[h+z]}{\sinh kh} \sin(kx - \sigma t) \quad (2.66)$$

$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{H}{2} \sigma^2 \frac{\sinh k[h+z]}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma t) \quad (2.67)$$

2.3.5 Presión superficial

La presión asociada con una ola progresiva se determina utilizando la ecuación de Bernoulli.

Primero se iguala (2. 17) para cualquier profundidad z y para la superficie η (donde la presión es cero), después se linealiza con lo que:

$$\left(\frac{p}{\rho} + gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_z = g\eta - \frac{\partial \phi}{\partial t}_{\eta=0} \quad (2. 68)$$

Al sustituir (2. 56) en (2. 68),

$$\frac{p}{\rho} = -gz + \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2. 69)$$

donde los términos de la velocidad al cuadrado son despreciables.

Al factorizar y sustituir la ecuación (2. 58) en (2. 69) se tiene,

$$p = -\rho g z + \rho g \frac{H}{2} \frac{\cosh k[z+h]}{\cosh kh} \cos(kx - \sigma t) + p_a \quad (2. 70)$$

Donde,

- p es la presión absoluta total,
- p_a es la presión atmosférica y
- ρ es la densidad de la masa del agua.

El primer término, en el lado derecho de (2. 70) representa la parte hidrostática, la cual existe incluso en ausencia de oleaje. Mientras que el segundo es la presión dinámica

2.3.6 Celeridad de grupo del oleaje

La celeridad de un grupo de olas generalmente no es la misma con respecto a la velocidad de una ola en particular. La velocidad de grupo se representa como C_g . Esta puede describirse como la interacción entre el tren de dos olas senoidales que se mueven con la misma altura de propagación, en la misma dirección y con ligeras diferencias en las frecuencias y los números de ola. De tal forma que al superponer el perfil de cada uno de los trenes de olas se tiene:

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 \quad (2.71)$$

Al sustituir (2.60) en (2.71) se obtiene:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(k_1 x - \sigma_1 t) + \frac{H}{2} \cos(k_2 x - \sigma_2 t) \quad (2.72)$$

donde

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma - \frac{\Delta\sigma}{2}, & k_1 &= k - \frac{\Delta k}{2} \\ \sigma_2 &= \sigma + \frac{\Delta\sigma}{2}, & k_2 &= k + \frac{\Delta k}{2} \end{aligned} \quad (2.73)$$

Utilizando identidades trigonométricas en (2.72) se tiene

$$\eta = H \cos\left[\frac{1}{2}[(k_1 + k_2)x - (\sigma_1 + \sigma_2)t]\right] \cos\left[\frac{1}{2}[(k_1 - k_2)x - (\sigma_1 - \sigma_2)t]\right] \quad (2.74)$$

La importancia de conocer el grupo de velocidad radica en que este es la velocidad con la que se propaga la energía de la ola. El resultado del perfil del grupo de oleaje se puede representar como en la Figura 2.6

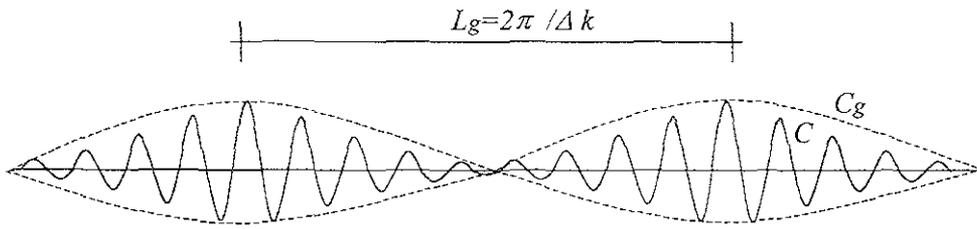


Figura 2. 6 Características de un grupo de oleaje

Las formas de oleaje se mueven con una velocidad de $C = \sigma/k$, pero ésta se puede simplificar si se considera una función envolvente donde la velocidad del grupo de oleaje este dado por:

$$C = \frac{\Delta\sigma}{\Delta k} \tag{2. 75}$$

Si $\Delta k \rightarrow 0$ entonces la ecuación (2. 75) se puede expresar como una diferencial

$$C = \frac{d\sigma}{dk} \tag{2. 76}$$

Esta derivada puede evaluarse para la relación de dispersión dada en la ecuación (2. 54), de donde:

$$2\sigma \frac{d\sigma}{dk} = g \tanh kh + gkh \sec^2 kh \tag{2. 77}$$

Al sustituir (2. 77) en (2. 76)

$$C_g = \frac{d\sigma}{dk} = \frac{(g \tanh kh + gkh \sec^2 kh) \sigma}{2g \tanh kh} \tag{2. 78}$$

Finalmente al simplificar, se obtiene que la ecuación de la velocidad de grupo de olas es:

$$C_g = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) = nC \quad (2.79)$$

donde

$$n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$$

III. ECUACIONES FUNDAMENTALES

En este capítulo se muestran las ecuaciones fundamentales que rigen el fenómeno de la respuesta del fondo marino debido a la interacción del suelo bajo un sistema de oleaje de cresta corta. Es decir, se obtienen las expresiones matemáticas que definen la presión de poro, los desplazamientos de las partículas y los esfuerzos efectivos del suelo. Para deducirlas, se utilizan: la teoría de consolidación desarrollada por Biot¹⁰, la ecuación de almacenamiento de Verruijt³⁰, las ecuaciones de equilibrio y las ecuaciones de momentum.

Como parte importante de este capítulo se dan a conocer las consideraciones del oleaje y del medio a modelar. Adicionalmente, se presentan las condiciones de frontera que se aplican a estas ecuaciones en el siguiente capítulo.

Consideraciones generales:

Se analiza un suelo con espesor conocido h , el cual está sometido a fuerzas de oleaje progresivo. Para el caso de estudio se supone la existencia de una estructura vertical (pared), enterrada infinitamente; esto es con el fin de contar con oleaje incidente y reflejado cuando la ola tiene un cierto ángulo de incidencia. En la Figura 3. 1., se muestra un esquema de las consideraciones generales de estudio.

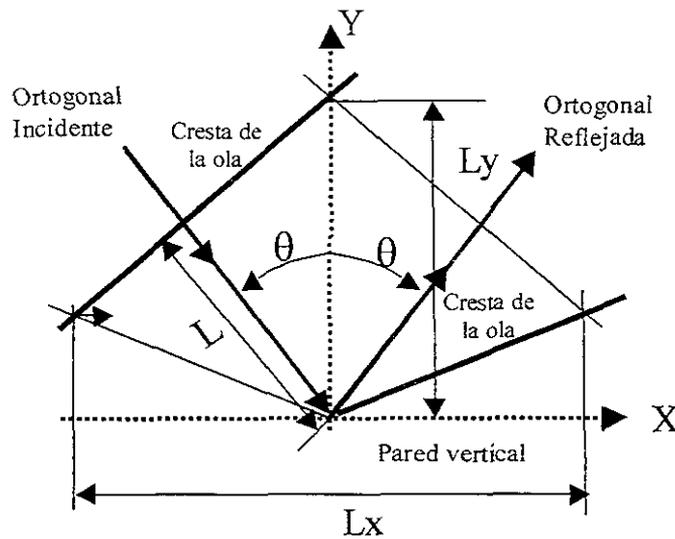


Figura 3. 1 Definición de un sistema de oleaje de cresta corta debida a una reflexión oblicua de una pared vertical imaginaria

Consideraciones de oleaje:

El oleaje progresivo que se estudia de acuerdo a la teoría lineal, se conoce, dependiendo del ángulo de incidencia, sistema de oleaje de cresta corta u oleaje estacionario. A continuación se da una breve explicación:

Cuando se tiene un oleaje progresivo con un ángulo de incidencia mayor a cero, al chocar este con una estructura se refleja la ola, dando como resultado un sistema de oleaje de cresta corta. El fenómeno se aprecia físicamente como: una superficie libre con fluctuaciones periódicas variando tanto en la dirección de propagación x , como en la dirección normal a la estructura, dirección y . Por el contrario, cuando el oleaje progresivo llega con un ángulo muy pequeño a igual a cero, no se refleja el oleaje, es decir, se tiene un sistema de oleaje estacionario.

Por otro lado, de la resultante a resultante de las crestas de las olas se asume que: la propagación es en el sentido positivo de x (paralelo a la pared), la dirección y es normal a

ésta y la dirección z tiene un valor positivo a partir de la interfase suelo-agua (también conocida como línea de lodos) hacia la superficie.

Consideraciones del medio:

En cuanto al medio se hacen las siguientes consideraciones:

- suelo poroso
- fondo horizontal
- profundidad constante
- suelo sobre un estrato impermeable y rígido.

Por lo anterior, el estudio está limitado al análisis del flujo de agua a través del medio poroso, a la presión que se ejerce en el poro, así como a los esfuerzos inducidos en el estrato. En la Figura 3. 2 se observa el escenario mencionado.

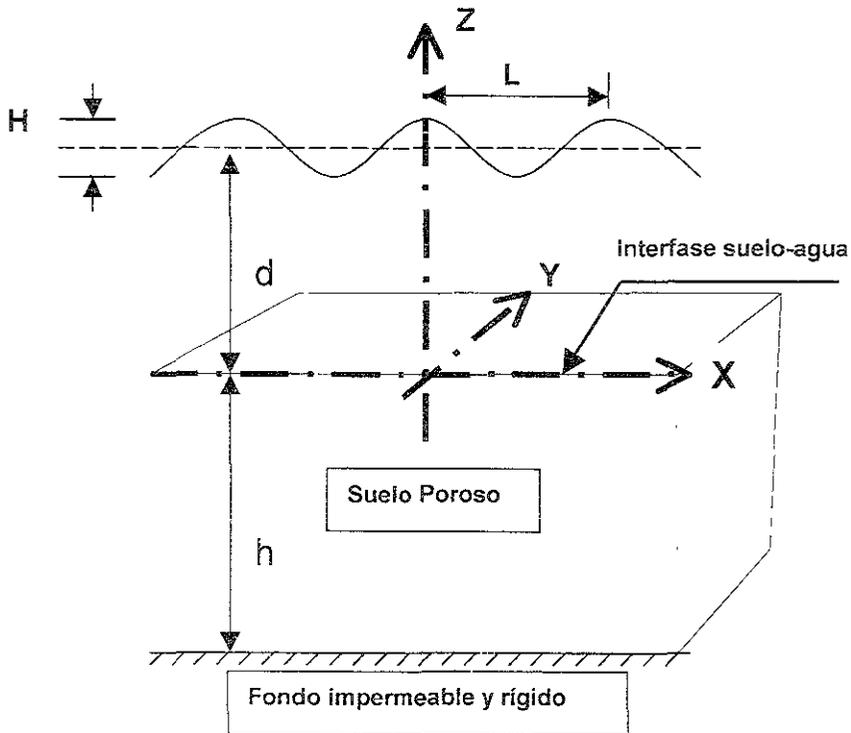


Figura 3. 2 Definición del escenario de análisis

Como se dijo, el suelo en estudio, es un medio poroso, pero es necesario conocer un poco más, con la finalidad de delimitar claramente el alcance del trabajo. Por lo tanto, a continuación se enumeran las características específicas que se manejan:

1. El suelo es homogéneamente no saturado, con espesor conocido y bajo condiciones hidráulicamente anisotrópicas.
2. La estructura del suelo y el fluido del poro son uniformemente compresibles.
3. A pesar del defasamiento de la presión del poro en sedimentos muy pequeños, la estructura del suelo generalmente obedece a la ley de Hooke, lo que implica un comportamiento mecánico lineal, reversible y no retardado.
4. El flujo del fluido a través del medio poroso está gobernado por la ley de Darcy.
5. Se considera en el estudio tanto las características de un suelo arenoso como de un suelo arcilloso, comparándose el comportamiento de ambos.

Desarrollo de las ecuaciones fundamentales:

Como se mencionó, las ecuaciones que describen el fenómeno de la respuesta del suelo debido al oleaje inducido se basan en la teoría de consolidación para tres dimensiones de Biot y la ecuación de almacenamiento de Verruijt. Por lo que, para un suelo con diferentes permeabilidades en las direcciones x , y y z , respectivamente, la ecuación de continuidad está dada por:

$$\frac{K}{\gamma_w} \nabla^2 P = n' \beta \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

Al desarrollar la ecuación anterior en un sistema cartesiano se tiene:

$$\frac{1}{\gamma_w} \left(K_x \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right) - n' \beta \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

Multiplicando por γ_w y dividiendo todo entre K_z la expresión final es:

$$\frac{K_x}{K_z} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{K_y}{K_z} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\gamma_w n' \beta}{K_z} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\gamma_w}{K_z} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (3.1)$$

donde

K_x , K_y y K_z son los coeficientes de permeabilidad del suelo en las direcciones x , y y z , respectivamente,

P es la presión de poro excedente del oleaje inducido de la condición hidrostática,

γ_w es la unidad de peso del agua del poro,

n' es la porosidad del suelo,

β es la compresibilidad del fluido del poro,

t es el tiempo y

ε es el volumen de deformación que se define de la siguiente manera:

$$\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial z} \quad (3.2)$$

donde ξ , ζ y χ son los desplazamientos en las direcciones x , y y z , respectivamente.

La compresibilidad del fluido del poro β , relacionado con el módulo de masa del agua del poro (K') y el grado de saturación (S_r) es:

$$\beta = \frac{1}{K'} = \frac{1}{K_w} + \frac{1-S_r}{P_{wo}} \quad (3.3)$$

donde K_w es el módulo de masa de elasticidad del agua (el valor que se toma en este trabajo es: $2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$) y P_{wo} es la presión hidrostática del agua¹³. Si la estructura del suelo es completamente libre de aire (condición completamente saturada), $S_r=1$ y por ende $K'=K_w$.

Para conocer la fuerza de equilibrio en el suelo, se aplica el concepto del esfuerzo efectivo y la ley de Hooke en cada una de las dirección x , y y z , como se observa en la Figura 3. 3 y se representa matemáticamente a continuación:

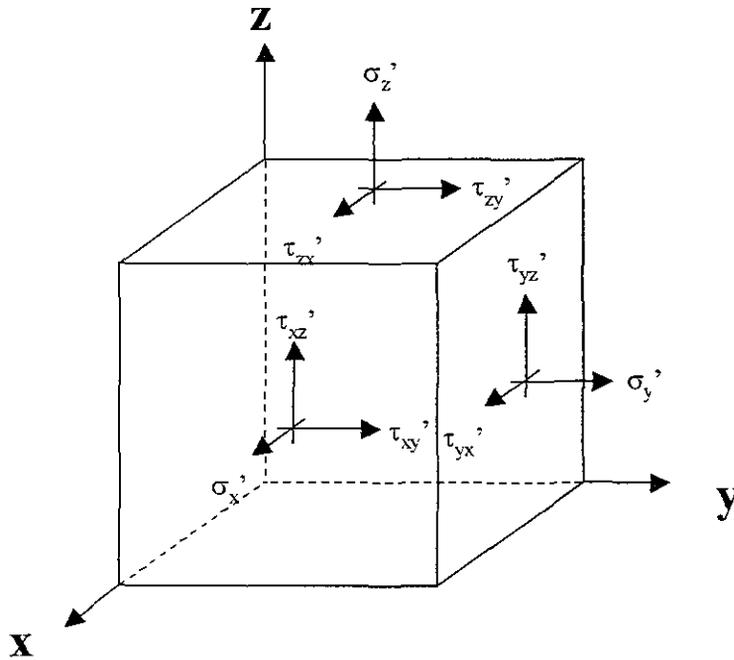
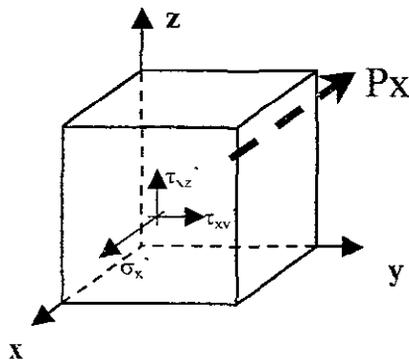


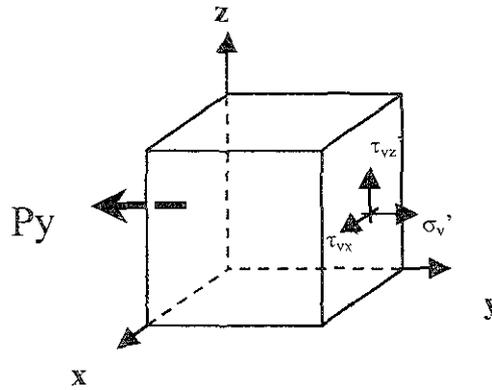
Figura 3. 3 Definición del bloque de esfuerzos en un elemento sólido en el dominio de la estructura del suelo.

a) para la dirección x la ecuación de equilibrio es:



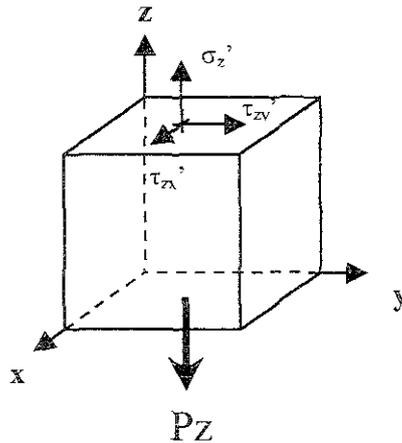
$$\frac{\partial \sigma'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.4)$$

b) para la dirección y la ecuación de equilibrio es:



$$\frac{\partial \tau'_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{yz}}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.5)$$

c) y para la dirección z la expresión es:



$$\frac{\partial \tau'_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial z} \quad (3.6)$$

donde σ'_x , σ'_y y σ'_z son los esfuerzos efectivos en las direcciones x , y y z , respectivamente. El doble subíndice para los componentes del esfuerzo τ_{ij} indica el esfuerzo cortante en la dirección j en un plano perpendicular al eje x (ver Figura 3. 3).

Puesto que la estructura del suelo que se obedece la ley de Hooke las relaciones de los esfuerzos efectivos y los desplazamientos del suelo son:

$$\sigma'_x = 2G \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\mu}{1-2\mu} \varepsilon \right] \quad (3.7)$$

$$\sigma'_y = 2G \left[\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\mu}{1-2\mu} \varepsilon \right] \quad (3.8)$$

$$\sigma'_z = 2G \left[\frac{\partial \chi}{\partial z} + \frac{\mu}{1-2\mu} \varepsilon \right] \quad (3.9)$$

$$\tau'_{xy} = G \left[\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right] = \tau'_{yx} \quad (3.10)$$

$$\tau'_{xz} = G \left[\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \chi}{\partial x} \right] = \tau'_{zx} \quad (3.11)$$

$$\tau'_{yz} = G \left[\frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{\partial \chi}{\partial y} \right] = \tau'_{zy} \quad (3.12)$$

donde el tensor de esfuerzos de Cauchy en las caras adyacentes se muestra en la Figura 3. 3.

La deducción de las ecuaciones de equilibrio en función de los desplazamientos se realiza a continuación:

a) La ecuación de equilibrio en dirección x , se obtiene en función de los desplazamientos, sustituyendo las ecuaciones (3.7), (3.10) y (3.11) en la ecuación (3.4), como a continuación se describe:

$$2G \left[\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\mu}{1-2\mu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + G \left[\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \right] + G \left[\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial z} \right] = \frac{\partial P}{\partial x}$$

Desarrollando la ecuación anterior y agrupándola se tiene:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \nabla^2 \xi$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial z \partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}$$

de lo anterior resulta que:

$$G \left[\nabla^2 \xi + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{2\mu}{1-\mu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] = \frac{\partial P}{\partial x}$$

Finalmente la ecuación para la dirección x es:

$$G \nabla^2 \xi + \frac{G}{(1-2\mu)} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} \tag{3.13}$$

b) La ecuación de equilibrio en dirección y , en función de los desplazamientos, se desarrolla sustituyendo las ecuaciones (3.8), (3.10) y (3.12) en la ecuación (3.5), como se muestra a continuación:

$$G \left[\frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right] + 2G \left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\mu}{1-2\mu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + G \left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial y \partial z} \right] = \frac{\partial P}{\partial y}$$

Desarrollando y agrupando se obtiene que:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} = \nabla^2 \zeta$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial z \partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}$$

de lo anterior:

$$G \left[\nabla^2 \zeta + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \frac{2\mu}{1-\mu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] = \frac{\partial P}{\partial y}$$

Finalmente la ecuación para la dirección y es:

$$G \nabla^2 \zeta + \frac{G}{(1-2\mu)} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial y} \tag{3.14}$$

c) La ecuación de equilibrio en dirección z, en función de los desplazamientos, se obtiene al sustituir las ecuaciones (3.9), (3.11) y (3.12) en la ecuación (3.6), como se muestra a continuación:

$$G \left[\frac{\partial^2 \xi}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} \right] + G \left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} \right] + 2G \left[\frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} + \frac{\mu}{1-2\mu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right] = \frac{\partial P}{\partial z}$$

Desarrollando y agrupando se tiene que:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} = \nabla^2 \chi$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}$$

de lo anterior:

$$G \left[\nabla^2 \chi + \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{2\mu}{1-\mu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right] = \frac{\partial P}{\partial z}$$

Finalmente, la ecuación para la dirección z es:

$$G \nabla^2 \chi + \frac{G}{(1-2\mu)} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial z} \tag{3.15}$$

Donde, en las ecuaciones (3.13), (3.14) y (3.15), μ es la relación de Poisson para el suelo y G es el módulo cortante del suelo el cual está en función del módulo de Young E y μ como se muestra en la siguiente ecuación:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \tag{3.16}$$

Condiciones de Frontera:

Al considerar un suelo homogéneo, tanto los esfuerzos efectivos como los desplazamientos están bajo las siguientes condiciones de frontera:

1) El desplazamiento del suelo en su parte inferior es despreciable, puesto que el suelo en estudio está sobre otra capa rígida e impermeable, como se muestra en la Figura 3. 2, lo cual expresado matemáticamente es:

$$\xi, \zeta, \chi \rightarrow 0 \quad \text{para } z \rightarrow -h \tag{3.17}$$

2) No existe flujo vertical en los límites horizontales cuando z tiende a $-h$:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \text{ para } z \rightarrow -h \quad (3.18)$$

3) Los esfuerzos verticales normales y los esfuerzos cortantes se desvanecen en la línea de lodos.

$$\sigma'_z = \tau'_{yz} = \tau'_{xz} = 0 \text{ para } z = 0 \quad (3.19)$$

4) La presión de poro en la parte del límite superior del suelo (interfase suelo-agua, ver Figura 3. 2) se define como:

$$P = p_o \cos(nky) \cos(mkx - \omega t) \text{ para } z=0 \quad (3.20)$$

donde " $\cos(nky) \cos(mkx - \omega t)$ " muestra las variaciones espaciales y temporales en tres dimensiones del campo de oleaje, mientras que el factor amplitud p_o está relacionado con la presión del oleaje de primer orden de la teoría del oleaje de cresta corta, el cual se define como:

$$p_o = \frac{\gamma_w H}{2 \cosh(kd)} \text{ para } z=0 \quad (3.21)$$

donde,

H es la altura de ola del oleaje,

k el numero de ola ($k=2\pi/L$, siendo L la longitud de onda) del oleaje incidente,

ω es la frecuencia angular del oleaje ($\omega=2\pi/T$, siendo T el periodo de ola asociado) y

d es el tirante de agua.

Los parámetros m y n son las componentes del número de ola para las direcciones x y y respectivamente, con se muestra a continuación:

$$m = \sin\theta \quad \text{y} \quad n = \cos\theta; \quad (3.22)$$

$$k_x = \frac{2\pi}{L_x} = mk \quad \text{y} \quad k_y = \frac{2\pi}{L_y} = nk$$

donde L_x y L_y son las longitudes de oleaje y la longitud de la cresta del oleaje, respectivamente. De (3.22) se define la siguiente ecuación que puede aplicarse a un sistema de oleaje de cresta corta:

$$m^2 + n^2 = 1 \quad (3.23)$$

Finalmente, es necesario puntualizar que las ecuaciones (3.1), (3.13), (3.14) y (3.15), antes descritas, se utilizan en la solución de problemas de valor límite, el cual describe la presión del poro del oleaje inducido y los desplazamientos del suelo poroso de espesor finito frente a una estructura reflejada sujeta a un sistema de oleaje de cresta corta. Asimismo es aplicado para un campo de oleaje de tres dimensiones producido por la interacción de dos trenes de olas de propiedades iguales.

IV. DESARROLLO DEL MODELO

En este capítulo se desarrolla el modelo matemático y se da la solución analítica para obtener la presión del poro del oleaje inducido, y los desplazamientos del suelo (P , ξ , ζ y χ), los cuales cumplen con las condiciones de frontera expresadas en (3.17), (3.18), (3.19), (3.20), (3.21), (3.22) y (3.23). Posteriormente, los esfuerzos efectivos se obtienen de las ecuaciones (3.7), (3.8), (3.9), (3.10), (3.11) y (3.12). En particular se analizan los siguientes casos:

- a) Análisis en tres dimensiones de la respuesta de un suelo anisotrópico no saturado debido a la interacción del suelo y un sistema de oleaje de cresta corta.
- b) Análisis bidimensional de la respuesta de un suelo anisotrópico no saturado debido a la interacción del suelo y oleaje progresivo u oleaje estacionario.
- c) La respuesta de un suelo saturado e isotrópico en dos dimensiones debido a la interacción del suelo y oleaje progresivo u oleaje estacionario.

Por otro lado, es importante aclarar que para el desarrollo del modelo se emplean números complejos¹³, dado que es un artificio matemático con el que se puede representar la fase y la amplitud del oleaje al mismo tiempo. Adicionalmente en el análisis de las ecuaciones fundamentales lineales se utiliza el principio de superposición¹³, por lo que el problema tiene simplificaciones.

4.1 Solución en tres dimensiones para suelos de espesor finito

Dado que el sistema de oleaje es producido por la interacción de dos olas progresivas idénticas con un cierto ángulo cada una, la presión de la ola en la superficie del suelo dada por la ecuación (3.20) se puede expresar como la suma de los componentes de la onda reflejada ($m k x + n k y - \omega t$) y de la incidente ($m k x - n k y - \omega t$).

$$P = \frac{1}{2} P_0 \operatorname{Re} \left\{ e^{i(mkx + nky - \omega t)} + e^{i(mkx - nky - \omega t)} \right\} \quad (4.1.1)$$

Re indica la parte real de la función y la i indica el número imaginario. Sólo la parte real se utiliza en este trabajo en la solución del problema.

Aplicando el principio de superposición, en la ecuación (4.1.1), la presión del oleaje inducido y los desplazamientos pueden ser expresados^{13,20} como:

$$P = P_1(z) e^{i(mkx + nky - \omega t)} + P_2(z) e^{i(mkx - nky - \omega t)} \quad (4.1.2)$$

$$\xi = \xi_1(z) e^{i(mkx + nky - \omega t)} + \xi_2(z) e^{i(mkx - nky - \omega t)} \quad (4.1.3)$$

$$\zeta = \zeta_1(z) e^{i(mkx + nky - \omega t)} + \zeta_2(z) e^{i(mkx - nky - \omega t)} \quad (4.1.4)$$

y

$$\chi = \chi_1(z) e^{i(mkx + nky - \omega t)} + \chi_2(z) e^{i(mkx - nky - \omega t)} \quad (4.1.5)$$

Los primeros términos (subíndice 1) en las ecuaciones (4.1.2), (4.1.3), (4.1.4) y (4.1.5) describen la contribución del oleaje reflejado, mientras que los segundos (subíndice 2) son la contribución del oleaje incidente. Las soluciones de P , ξ , ζ y χ para estas dos partes se desarrollan independientemente; posteriormente, se conjuntan y se da la solución completa.

Primero se toman los términos con el subíndice 1. Al sustituir estos, ecuaciones (4.1.2), (4.1.3), (4.1.4) y (4.1.5) en las ecuaciones (3.1), (3.13), (3.14) y (3.15) se obtiene la siguiente expresión:

$$\{D^2 - k^2\}^2 \left\{ D^2 - k^2 \left[\frac{k_x}{k_z} m^2 + \frac{k_y}{k_z} n^2 \right] + \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} \left[n'\beta + \frac{(1-2\mu)}{2G(1-\mu)} \right] \right\} \xi_1 = 0 \quad (4.1.6)$$

la cual representa el desplazamiento en la dirección x debido al oleaje reflejado, donde D es el operador de la diferenciación ($D=d/dz$) y la oblicuidad del oleaje en términos de m y n , se multiplica por la relación de las permeabilidades del suelo $\frac{k_x}{k_z}$ y $\frac{k_y}{k_z}$ para las condiciones hidráulicamente anisotrópicas del medio.

Varios autores^{13 20}, con el objeto de simplificar algunas expresiones, han asignado un parámetro especial al conjuntar una serie de variables relacionadas al oleaje tales como:

k número de ola

ω frecuencia angular

m y n componentes de la oblicuidad del oleaje.

y las propiedades del suelo (n' , μ , β y G).

Las cuales se agrupan de la siguiente manera:

$$\delta^2 = k^2 \left[\frac{k_x}{k_z} m^2 + \frac{k_y}{k_z} n^2 \right] - \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} \left[n'\beta + \frac{(1-2\mu)}{2G(1-\mu)} \right] \quad (4.1.7)$$

Al utilizar la ecuación (4.1.7) se simplifica (4.1.6) de la siguiente manera.

$$\{D^2 - k^2\}^2 \{D^2 - \delta^2\} \xi_1 = 0 \quad (4.1.8)$$

La solución de la ecuación diferencial parcial de sexto orden (4.1.8), puede ser expresada de la manera siguiente:

$$\xi_1 = m \{ (a_1 + a_2 z) e^{kz} + (a_3 + a_4 z) e^{-kz} + a_5 e^{\delta z} + a_6 e^{-\delta z} \} \quad (4.1.9)$$

Realizando el mismo procedimiento matemático, se obtienen las expresiones correspondientes a los desplazamientos en las direcciones y y z (ζ y χ), así como la de la presión de poro (P), las cuales son⁸:

$$\zeta_1 = \left\{ (a_7 + na_2z)e^{kz} + (a_8 + a_4z)e^{-kz} + na_5e^{\delta z} + na_6e^{-\delta z} \right\} \quad (4.1.10)$$

$$\chi_1 = -i \left\{ \left[a_1 + \left(\frac{1+2\lambda}{k} - z \right) a_2 \right] e^{kz} + \left[a_3 + \left(\frac{1+2\lambda}{k} + z \right) a_4 \right] e^{-kz} + \delta (a_5 e^{\delta z} - a_6 e^{-\delta z}) \right\} \quad (4.1.11)$$

$$P_1 = \frac{-2iG}{1-2\mu} \left\{ (1-\lambda-2\mu)(a_2 e^{kz} - a_4 e^{-kz}) + (1-\mu)(\delta^2 - k^2)(a_5 e^{\delta z} + a_6 e^{-\delta z}) \right\} \quad (4.1.12)$$

Donde δ se define en la ecuación (4.1.7) y λ se definirá mas adelante.

De las ecuaciones (4.1.9), (4.1.10), (4.1.11) y (4.1.12), se tienen ocho coeficientes desconocidos, lo cuales se simplifican al aplicar las condiciones de frontera de las expresiones matemáticas (3.17), (3.18), (3.19), (3.20), (3.21), (3.22) y (3.23). A continuación se dan las expresiones completas para los desplazamientos del suelo después de aplicar las condiciones de frontera. Cabe aclarar que estas ecuaciones son el resultado de la combinación de las soluciones de la onda reflejada e incidente:

$$\xi = \frac{imp_0}{2Gk} \left\{ (C_1 + C_2 kz)e^{kz} + (C_3 + C_4 kz)e^{-kz} + k^2 C_5 e^{\delta z} + k^2 C_6 e^{-\delta z} \right\} \cos[(nky)e^{i(mkx-ot)}] \quad (4.1.13)$$

$$\zeta = \frac{np_0}{2Gk} \left\{ (C_1 + C_2 kz)e^{kz} + (C_3 + C_4 kz)e^{-kz} + k^2 C_5 e^{\delta z} + k^2 C_6 e^{-\delta z} \right\} \sin[(nky)e^{i(mkx-ot)}] \quad (4.1.14)$$

$$\chi = \frac{p_0}{2Gk} \left\{ (C_1 - (1+2\lambda - kz)C_2)e^{kz} - (C_3 + (1+2\lambda + kz)C_4)e^{-kz} + k\delta [C_5 e^{\delta z} - C_6 e^{-\delta z}] \right\} \cos[(nky)e^{i(mkx-ot)}] \quad (4.1.15)$$

de la misma manera se obtiene la presión de poro:

$$P = \frac{p_0}{(1-2\mu)} \left\{ (1-\lambda-2\mu)(C_2 e^{kz} - C_4 e^{-kz}) + (1-\mu)(\delta^2 - k^2) [C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}] \right\} \cos[(nky)e^{i(mkx-ct)}] \quad (4.1.16)$$

Se puede observar que en las ecuaciones anteriores, aparecen los coeficientes C_1 hasta C_6 , los cuales se desarrollan en el apéndice I. Estos coeficientes son propuestos por Hsu et al.²¹ para suelos con espesor conocido. Las ecuaciones (4.1.13), (4.1.14), (4.1.15) y (4.1.16) son soluciones complejas que contiene diversos coeficientes paramétricos interrelacionados con k , h , δ , μ y λ . Para conocer estas soluciones solo falta definir λ , la cual se presenta en la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{(1-2\mu) \left\{ k^2 \left[1 - \frac{k_x}{k_z} m^2 - \frac{k_y}{k_z} n^2 \right] + \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} n'\beta \right\}}{k^2 \left[1 - \frac{k_x}{k_z} m^2 - \frac{k_y}{k_z} n^2 \right] + \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} \left[n'\beta + \frac{(1-2\mu)}{G} \right]} \quad (4.1.17)$$

Este coeficiente paramétrico es importante, puesto que cuando se trata de un tipo de suelo no saturado anisotrópico, λ es distinta de cero, mientras que cuando se tiene un suelo completamente saturado y con condiciones isotrópicas el valor que tiene λ es cero.

Los esfuerzos efectivos se obtienen al substituir las ecuaciones (4.1.13), (4.1.14) y (4.1.15) en las ecuaciones (3.7), (3.8), (3.9), (3.10), (3.11) y (3.12) dando como resultado las siguientes expresiones.

Para los esfuerzos normales:

$$\sigma'_x = -p_0 \left\{ \left[m^2(C_1 + C_2 kz) + \frac{2\mu\lambda}{1-2\mu} C_2 \right] e^{kz} + \left[m^2(C_3 + C_4 kz) - \frac{2\mu\lambda}{1-2\mu} C_4 \right] e^{-kz} + \left[k^2 m^2 - \frac{\mu(\delta^2 - k^2)}{1-2\mu} \right] (C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}) \right\} \cos[(nky)e^{i(mkx-ct)}] \quad (4.1.18)$$

$$\sigma'_y = -p_0 \left\{ \left[n^2(C_1 + C_2 kz) + \frac{2\mu\lambda}{1-2\mu} C_2 \right] e^{kz} + \left[n^2(C_3 + C_4 kz) - \frac{2\mu\lambda}{1-2\mu} C_4 \right] e^{-kz} \right. \\ \left. + \left[k^2 n^2 - \frac{\mu(\delta^2 - k^2)}{1-2\mu} \right] (C_5 e^{sz} + C_6 e^{-sz}) \right\} \cos[(nky)e^{i(mkx-\omega t)}] \quad (4.1.19)$$

$$\sigma'_z = p_0 \left\{ \left[(C_1 + C_2 kz) - \frac{2\lambda(1-\mu)}{1-2\mu} C_2 \right] e^{kz} + \left[(C_3 + C_4 kz) + \frac{2\lambda(1-\mu)}{1-2\mu} C_4 \right] e^{-kz} \right. \\ \left. + \frac{1}{(1-2\mu)} [\delta^2(1-\mu) - k^2\mu] (C_5 e^{sz} + C_6 e^{-sz}) \right\} \cos[(nky)e^{i(mkx-\omega t)}] \quad (4.1.20)$$

y para los esfuerzos cortantes resultan:

$$\tau'_{xz} = \text{imp}_0 \left\{ [C_1 + (kz - \lambda)C_2] e^{kz} - [C_3 + (kz + \lambda)C_4] e^{-kz} \right. \\ \left. + k\delta(C_5 e^{sz} - C_6 e^{-sz}) \right\} \cos[(nky)e^{i(mkx-\omega t)}] \quad (4.1.21)$$

$$\tau'_{yz} = -np_0 \left\{ [C_1 + (kz - \lambda)C_2] e^{kz} - [C_3 + (kz + \lambda)C_4] e^{-kz} \right. \\ \left. + k\delta(C_5 e^{sz} - C_6 e^{-sz}) \right\} \sin[(nky)e^{i(mkx-\omega t)}] \quad (4.1.22)$$

$$\tau'_{xy} = -\text{imnp}_0 \left\{ [C_1 + C_2 kz] e^{kz} + [C_3 + C_4 kz] e^{-kz} \right. \\ \left. + k^2(C_5 e^{sz} + C_6 e^{-sz}) \right\} \sin[(nky)e^{i(mkx-\omega t)}] \quad (4.1.23)$$

En las ecuaciones (4.1.13) - (4.1.23), aparecen los términos $\cos(nky)e^{i(mkx-\omega t)}$ y $\sin(nky)e^{i(mkx-\omega t)}$, los cuales afectan la distribución espacial y temporal de la respuesta máxima del suelo frente a una pared vertical reflejante.

4.2 Solución en dos dimensiones para suelos de espesor finito

A continuación se presenta la solución analítica⁵ para dos dimensiones considerando un suelo de espesor conocido. Como se muestra en la Figura 3. 1, las variaciones del ángulo θ limitan el desarrollo en dos dimensiones a los siguientes casos:

- a) Oleaje progresivo considerando $\theta = 90^\circ$
- b) Oleaje estacionario cuando $\theta = 0^\circ$

Es importante mencionar, que el efecto “Mach- stem” no se considera si se presenta dentro de estos límites. Para realizar el desarrollo en dos dimensiones se toma como base la solución en tres dimensiones para un suelo de espesor conocido bajo condiciones anisotrópicas y no saturadas [ecuaciones (4.1.13) - (4.1.23)]. A éstas se le aplican las condiciones que a continuación se mencionan para los casos del tipo de oleaje progresivo y estacionario.

4.2.1 Oleaje progresivo

Las consideraciones para el caso de oleaje progresivo son:

- a) componente del número de ola en dirección x, $m=1$
- b) componente del número de ola en dirección y, $n=0$
- c) ángulo de incidencia del oleaje, $\theta=90^\circ$

Primero se obtiene la expresión reducida para δ y λ , sustituyendo las condiciones anteriores en las ecuaciones (4.1.7) y (4.1.17), resultando las siguientes ecuaciones:

$$\delta^2 = k^2 \left[\frac{k_x}{k_z} \right] - \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} \left[n'\beta + \frac{(1-2\mu)}{2G(1-\mu)} \right] \tag{4.2.1.1}$$

$$\lambda = \frac{(1-2\mu) \left\{ k^2 \left[1 - \frac{k_x}{k_z} \right] + \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} n'\beta \right\}}{k^2 \left[1 - \frac{k_x}{k_z} m^2 \right] + \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} \left[n'\beta + \frac{(1-2\mu)}{G} \right]} \tag{4.2.1.2}$$

Los desplazamientos en un suelo de espesor conocido bajo las condiciones de anisotropía e insaturación se obtienen al sustituir las condiciones para un oleaje progresivo en las ecuaciones (4.1.13) y (4.1.15), con lo que:

$$\xi = \frac{\text{imp}_0}{2Gk} \left\{ (C_1 + C_2 kz) e^{kz} + (C_3 + C_4 kz) e^{-kz} + k^2 C_5 e^{\delta z} + k^2 C_6 e^{-\delta z} \right\} e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.2.1.3)$$

$$\chi = \frac{P_0}{2Gk} \left\{ (C_1 - (1 + 2\lambda - kz) C_2) e^{kz} - (C_3 + (1 + 2\lambda + kz) C_4) e^{-kz} + k\delta [C_5 e^{\delta z} - C_6 e^{-\delta z}] \right\} e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.2.1.4)$$

La presión de poro del oleaje inducido resulta al aplicar en la ecuación (4.1.16) las condiciones de oleaje progresivo, como se muestra a continuación:

$$P = \frac{P_0}{(1 - 2\mu)} \left\{ (1 - \lambda - 2\mu) (C_2 e^{kz} - C_4 e^{-kz}) + (1 - \mu) (\delta^2 - k^2) [C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}] \right\} e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.2.1.5)$$

y por último los esfuerzos normales y esfuerzos cortantes simplificados para dos dimensiones son:

- sustituyendo en la ecuación (4.1.18) y (4.1.20) las condiciones de oleaje progresivo, se tiene:

$$\sigma'_x = -p_0 \left\{ \left[(C_1 + C_2 kz) + \frac{2\mu\lambda}{1 - 2\mu} C_2 \right] e^{kz} + \left[(C_3 + C_4 kz) - \frac{2\mu\lambda}{1 - 2\mu} C_4 \right] e^{-kz} + \left[k^2 - \frac{\mu(\delta^2 - k^2)}{1 - 2\mu} \right] (C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}) \right\} e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.2.1.6)$$

$$\sigma'_z = p_0 \left\{ \left[(C_1 + C_2 kz) - \frac{2\lambda(1 - \mu)}{1 - 2\mu} C_2 \right] e^{kz} + \left[(C_3 + C_4 kz) + \frac{2\lambda(1 - \mu)}{1 - 2\mu} C_4 \right] e^{-kz} + \frac{1}{(1 - 2\mu)} [\delta^2(1 - \mu) - k^2\mu] (C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}) \right\} e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.2.1.7)$$

- y para el esfuerzo cortante se aplican en la ecuación (4.1.21) las condiciones del tipo de oleaje progresivo, resultando:

$$\tau'_{xz} = i\rho_0 \left\{ [C_1 + (kz - \lambda)C_2]e^{kz} - [C_3 + (kz + \lambda)C_4]e^{-kz} + k\delta(C_5 e^{\delta z} - C_6 e^{-\delta z}) \right\} e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.2.1.8)$$

los esfuerzos σ_y , τ_{yz} y τ_{xy} son igual a cero. Los coeficientes C_1 al C_6 que aparecen en las expresiones anteriores, se obtienen al igual que en el caso en tres dimensiones del apéndice I.

4.2.2 Oleaje Estacionario

Se realiza el mismo procedimiento que en el oleaje progresivo, aplicando las siguientes condiciones:

- d) componente del número de ola en dirección x, $m=0$
- e) componente del número de ola en dirección y, $n=1$
- f) ángulo de incidencia del oleaje, $\theta=0^\circ$

La expresión reducida para δ y λ , se obtiene al sustituir las condiciones anteriores en las ecuaciones (4.1.7) y (4.1.15), resultando las siguientes ecuaciones:

$$\delta^2 = k^2 \left[\frac{k_y}{k_z} \right] - \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} \left[n'\beta + \frac{(1-2\mu)}{2G(1-\mu)} \right] \quad (4.2.2.1)$$

$$\lambda = \frac{(1-2\mu) \left\{ k^2 \left[1 - \frac{k_y}{k_z} \right] + \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} n'\beta \right\}}{k^2 \left[1 - \frac{k_y}{k_z} m^2 \right] + \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} \left[n'\beta + \frac{(1-2\mu)}{G} \right]} \quad (4.2.2.2)$$

Los desplazamientos en un suelo de espesor conocido bajo condiciones de insaturación y anisotropía se obtienen al aplicar las condiciones en las ecuaciones (4.1.13) y (4.1.17), con lo que:

$$\xi = \frac{-p_0}{2Gk} \left\{ (C_1 + C_2 kz) e^{kz} + (C_3 + C_4 kz) e^{-kz} + k^2 C_5 e^{\delta z} + k^2 C_6 e^{-\delta z} \right\} \sin[(ky) e^{-\kappa t}] \quad (4.2.2.3)$$

$$\chi = \frac{p_0}{2Gk} \left\{ (C_1 - (1 + 2\lambda - kz) C_2) e^{kz} - (C_3 + (1 + 2\lambda + kz) C_4) e^{-kz} + k\delta [C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}] \right\} \cos[(ky) e^{-\kappa t}] \quad (4.2.2.4)$$

La expresión de la presión de poro del oleaje inducido resulta al sustituir en la ecuación (4.1.16) las condiciones de oleaje estacionario, como se muestra a continuación:

$$P = \frac{p_0}{(1 - 2\mu)} \left\{ (1 - \lambda - 2\mu) (C_2 e^{kz} - C_4 e^{-kz}) + (1 - \mu) (\delta^2 - k^2) [C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}] \right\} \cos[(ky) e^{i(kx - \kappa t)}] \quad (4.2.2.5)$$

y por último, los esfuerzos normales y esfuerzos cortantes simplificados para dos dimensiones son:

➤ para los esfuerzos normales se utilizan las ecuaciones (4.1.18) y (4.1.19), quedando:

$$\sigma'_y = -p_0 \left\{ \left[(C_1 + C_2 kz) + \frac{2\mu\lambda}{1 - 2\mu} C_2 \right] e^{kz} + \left[(C_3 + C_4 kz) - \frac{2\mu\lambda}{1 - 2\mu} C_4 \right] e^{-kz} + \left[k^2 - \frac{\mu(\delta^2 - k^2)}{1 - 2\mu} \right] (C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}) \right\} \cos[(ky) e^{-\kappa t}] \quad (4.2.2.6)$$

$$\sigma'_z = p_0 \left\{ \left[(C_1 + C_2 kz) - \frac{2\lambda(1 - \mu)}{1 - 2\mu} C_2 \right] e^{kz} + \left[(C_3 + C_4 kz) + \frac{2\lambda(1 - \mu)}{1 - 2\mu} C_4 \right] e^{-kz} + \frac{1}{(1 - 2\mu)} [\delta^2(1 - \mu) - k^2\mu] (C_5 e^{\delta z} + C_6 e^{-\delta z}) \right\} \cos[(ky) e^{-\kappa t}] \quad (4.2.2.7)$$

➤ y para el esfuerzo cortante se aplican las condiciones en la ecuación (4.1.22), resultando:

$$\tau'_{yz} = -p_0 \left\{ [C_1 + (kz - \lambda)C_2] e^{kz} - [C_3 + (kz + \lambda)C_4] e^{-kz} + k\delta(C_5 e^{kz} - C_6 e^{-kz}) \right\} \sin((ky)e^{-i\omega t}) \quad (4.2.2.8)$$

los esfuerzos σ_x , τ_{xz} y τ_{xy} son igual a cero. Los coeficientes C_1 al C_6 que aparecen en las expresiones anteriores se obtienen al igual que en el caso en tres dimensiones del apéndice I.

4.3 Solución para suelos saturados e isotrópicos

Un suelo bajo condiciones de saturación e isotropía no se presenta en la realidad. Pero la importancia de su estudio radica en que al hacer estas consideraciones, las ecuaciones se simplifican y se facilita el análisis del comportamiento de los distintos suelos. Lo anterior es válido siempre y cuando se limiten los alcances.

Las condiciones del medio hidráulicamente isotrópico para un tipo de oleaje de cresta corta son:

- a) los coeficientes de permeabilidad del suelo se consideran: $k_x = k_y = k_z$
- b) la suma de los cuadrados de las componentes del número de ola es: $m^2 + n^2 = 1$

aplicando las consideraciones anteriores a la ecuación (4.1.7) se tiene que:

$$\delta^2 = k^2 - \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} \left[n'\beta + \frac{(1-2\mu)}{2G(1-\mu)} \right] \quad (4.3.1)$$

Bajo estas condiciones, la ecuación (3.3) que define a la compresibilidad del fluido del poro (β) se simplifica, ya que el grado de saturación $Sr=1$, con lo que:

$$\beta = \frac{1}{K'} = \frac{1}{Kw}$$

Como se mencionó en el capítulo III, en este trabajo se toma el valor del módulo de masa de elasticidad del agua, $K_w = 2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$. Por lo que si la rigidez del suelo, $G\beta \rightarrow 0$, entonces el valor del módulo cortante, G , tiene variaciones en su valor entre $5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ para una arena densa y $5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ para sedimentos y arcillas; es decir la rigidez prácticamente es cero para la mayoría de los distintos tipos de suelos excepto para arena densas. Con base en lo anterior, la ecuación (4.3.1) puede simplificarse aún más, como se expresa de la siguiente manera:

$$\delta^2 = k^2 - \frac{i\omega\gamma_w}{k_z} \left[\frac{(1-2\mu)}{2G(1-\mu)} \right] \quad (4.3.2)$$

La δ en la ecuación (4.3.2) puede interpretarse como el número modificado de ola²¹ debido a la acción del oleaje en un suelo saturado e isotrópico. Adicionalmente al aplicar estas condiciones en las ecuaciones que definen al parámetro λ [(4.2.1.2) y (4.2.2.2)], se obtiene que $\lambda=0$.

Las expresiones finales de la respuesta del suelo resultan al sustituir $\lambda=0$ en las ecuaciones (4.2.1.2) a la (4.2.1.8) para el caso de oleaje estacionario y en las ecuaciones (4.2.2.2) a la (4.2.2.8) para oleaje progresivo. Por otro lado, los coeficientes C_i y C_j en las ecuaciones del apéndice I se simplifican sistemáticamente; sólo se usan los primeros seis valores de B_i , debido a que los 18 coeficientes restantes de B_i (para $i = 7, \dots, 24$) no tienen contribución en los coeficientes C_i y C_j , ya que son multiplicados por el parámetro λ .

No es necesario reescribir las fórmulas para el caso de oleaje estacionario ni para el de oleaje progresivo, ya que al programar las ecuaciones generales, es suficiente con hacer las consideraciones pertinentes, las cuales evalúan al parámetro, λ , igual a cero.

Para el caso de condiciones del suelo completamente saturado e isotrópico con un espesor infinito, sujeto a un sistema de cresta corta, la presión se define como:

$$P = p_0 e^{kz} \cos[(nky) e^{i(mkx - \omega t)}] \quad (4.3.3)$$

Para oleaje progresivo en dos dimensiones se considera en la ecuación (4.3.3) que $\theta=90^\circ$ y el $\cos(nky)=1$, y p_o está definido por la ecuación (3.21), donde H es la altura de ola del oleaje progresivo.

V. VALIDACIÓN Y APLICACIÓN PRÁCTICA.

En este capítulo se presenta una validación de la solución analítica, mediante la comparación de los resultados obtenidos por el modelo desarrollado en el capítulo anterior contra aquellas que reportan por otros autores.

Además, se realiza una aplicación práctica para dos distintos tipos de fondo marino: arcilla y arena. En particular se hace un análisis de los efectos combinados de las características del oleaje y del suelo.

Las características del oleaje que se consideran son: la variación del ángulo de incidencia del oleaje y la variación de la profundidad a la que se encuentra el estrato. Mientras que, las características del suelo son: permeabilidad, grado de saturación, módulo cortante, espesor del fondo marino, relación de Poisson y porosidad, aunque estas dos últimas no se varían en este estudio, como se explica más adelante.

Es importante aclarar que los datos³² que se utilizan representan las condiciones de la zona del Golfo de México. Por ejemplo, como se sabe que el grado de saturación en el tipo de suelo de ésta región en estudio es igual a uno, en todos los casos mostrados se utiliza este valor; sin embargo se incluye una sección en la que se observa la variación de la presión y de los esfuerzos efectivos en función del mismo.

5.1 Validación de la Solución Analítica

Como se mencionó, para validar la solución analítica se compararon con los resultados presentados por otros autores que han hecho estudios en medios porosos. Por ejemplo, el de Yamomato¹⁵, quien presentó una solución semi-analítica para un suelo isotrópico saturado, así como el de Mei y Foda¹⁶ quienes realizaron una aproximación a la capa límite para un suelo isotrópico no saturado.

Cabe aclarar que esto solo se hace para el modelo en dos dimensiones, ya que no existen modelos en tres dimensiones reportados hasta la fecha.

5.1.1 Comparación con Yamamoto¹⁵ y Mei y Foda¹⁶

Es importante mencionar que los datos que se utilizan en las diferentes comparaciones representan las condiciones de oleaje y de suelo del Mar del Norte^{3,15,16}. Por otro lado, lo que se representa de forma gráfica es:

- 1) En el eje x , los valores normalizados de la presión y de algunos esfuerzos efectivos; esto se hace dividiendo entre la presión que ejerce el oleaje sobre la superficie del suelo (P_0).
- 2) En el eje y , la profundidad del suelo normalizada (z/h).

A continuación se muestran las comparaciones; éstas se hacen por medio de gráficas²¹.

5.1.1.1 Arena fina, saturación completa

En la Figura 5.1 se muestran los resultados según el modelo de Mei y Foda¹⁶, el de Yamamoto¹⁵ y el propuesto para una arena fina bajo condiciones de isotropía y de saturación completa.

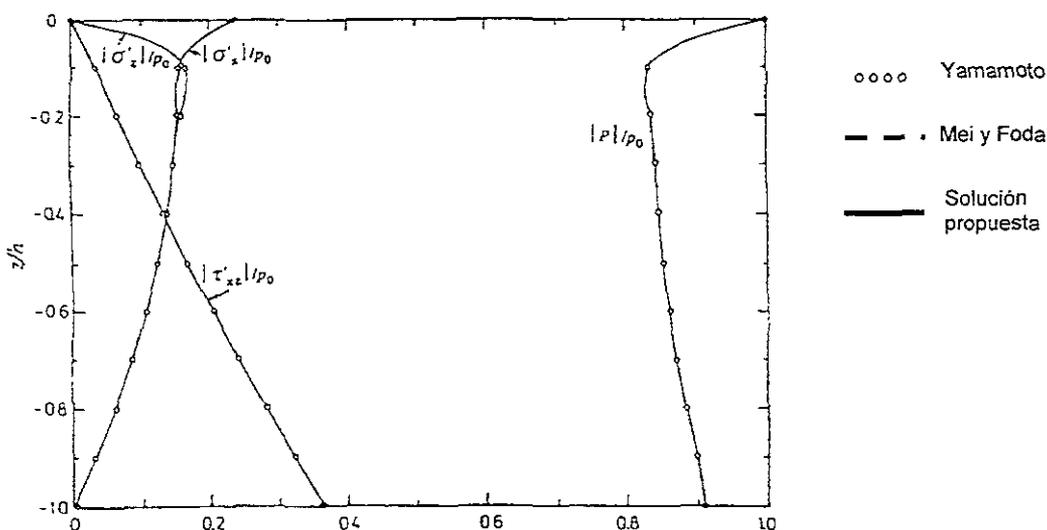


Figura 5.1 Distribución vertical del valor máximo de $|P|/\rho_0$ y algunos esfuerzos efectivos contra

z/h para una arena fina bajo condiciones de isotropía y saturación.

Esta gráfica se obtiene utilizando los siguientes datos:

Datos ³² :	
Periodo (T)	15 seg
Profundidad (d)	70m
Longitud de onda (L)	324m
Ángulo de incidencia (θ)	90°
Relación de Poisson (μ)	1/3
Porosidad (n')	0.3
Módulo cortante (G)	10^7 N/m ²
Relación de rigidez del suelo, ($G\beta$)	0
Permeabilidad ($K_x=K_y=K_z$)	10^{-4} m/seg
Espesor del suelo (h)	25m
Grado de saturación (S_r)	1

Como se observa en la Figura 5.1 los resultados son prácticamente los mismos en las tres soluciones, por lo que se puede concluir que la solución propuesta tiene una muy buena aproximación bajo estas condiciones.

5.1.1.2 Arena gruesa, saturación completa

Para realizar la comparación para el caso de una arena gruesa se utilizan los datos siguientes:

Datos ³² :	
Periodo (T)	15 seg
Profundidad (d)	70m
Longitud de onda (L)	324m
Ángulo de incidencia (θ)	90°
Relación de Poisson (μ)	1/3

Porosidad (n')	0.3
Módulo cortante (G)	10^7 N/m ²
Relación de rigidez del suelo, ($G\beta$)	0
Permeabilidad ($K_x=K_y=K_z$)	10^{-2} m/seg
Espesor del suelo (h)	25m
Grado de saturación (S_r)	1

Los resultados se muestran en la Figura 5.2. En esta ocasión, coinciden la solución de Yamamoto y coincide la presentada, mientras que la de Mei y Foda presenta cierta variación, pero ésta no es significativa. Puesto que la solución de Yamamoto es para un suelo saturado, entonces se concluye que la aproximación bajo estas condiciones es adecuada.

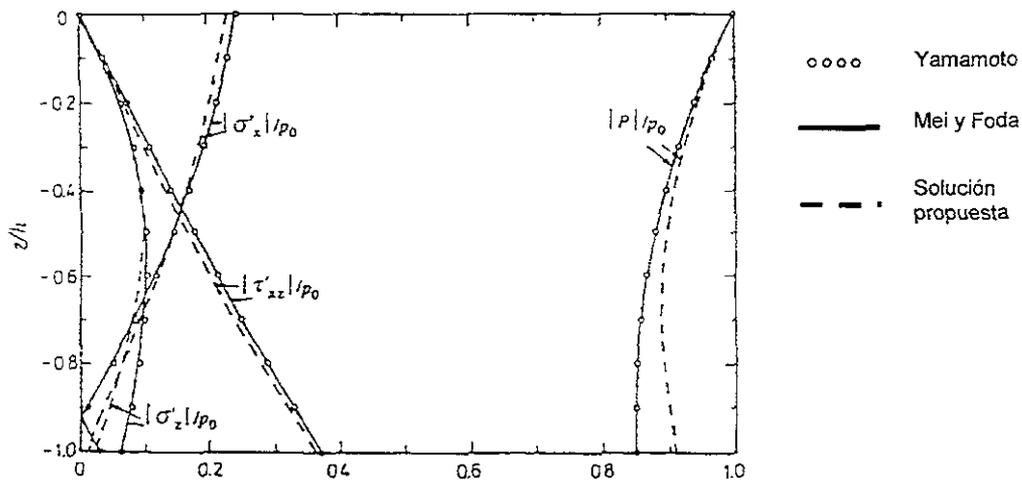


Figura 5.2 Distribución vertical del valor máximo de $\frac{P}{p_0}$ y algunos esfuerzos efectivos contra

$\frac{z}{h}$ para una arena gruesa bajo condiciones de isotropía y saturación.

5.1.1.3 Arena fina, no saturada.

En este caso los datos utilizados son iguales a los de la sección 5.1.1.1., excepto por:

Datos ³² :	
Relación de rigidez del suelo, ($G\beta$)	1
Grado de saturación (S_r)	0.966

Tanto en este caso como en el que se presenta en siguiente sección, las variaciones implican un suelo no saturado, por lo que, sólo se realiza la comparación con la solución de Mei y Foda¹⁰, ya que como se mencionó, la de Yamomoto sólo se aplica para situaciones de saturación completa.

El análisis para arena fina se presenta en la Figura 5.3., donde se observa que ambas soluciones son prácticamente idénticas.

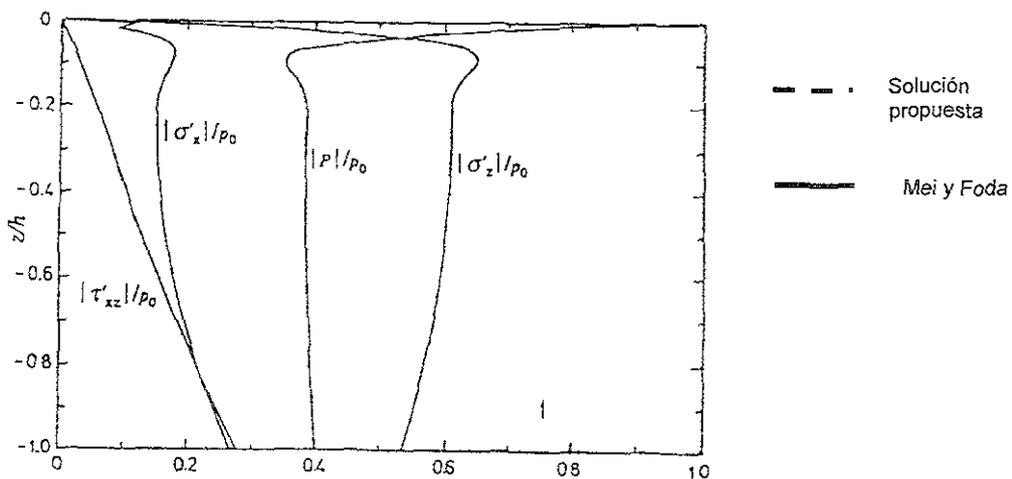


Figura 5.3 Distribución vertical del valor máximo de $\frac{P}{\rho_0}$ y algunos esfuerzos efectivos contra

$\frac{z}{h}$ para una arena fina no saturada

5.1.1.4 Arena gruesa, no saturada.

En este caso los datos utilizados son iguales a los de la sección 5.1.1.2., excepto por:

Datos ³² :	
Relación de rigidez del suelo, ($G\beta$)	1
Grado de saturación (S_r)	0.966

Y los resultados se muestran en la Figura 5.4., donde a diferencia de la Figura 5.3 la desviación es ligera pero la tendencia es muy similar.

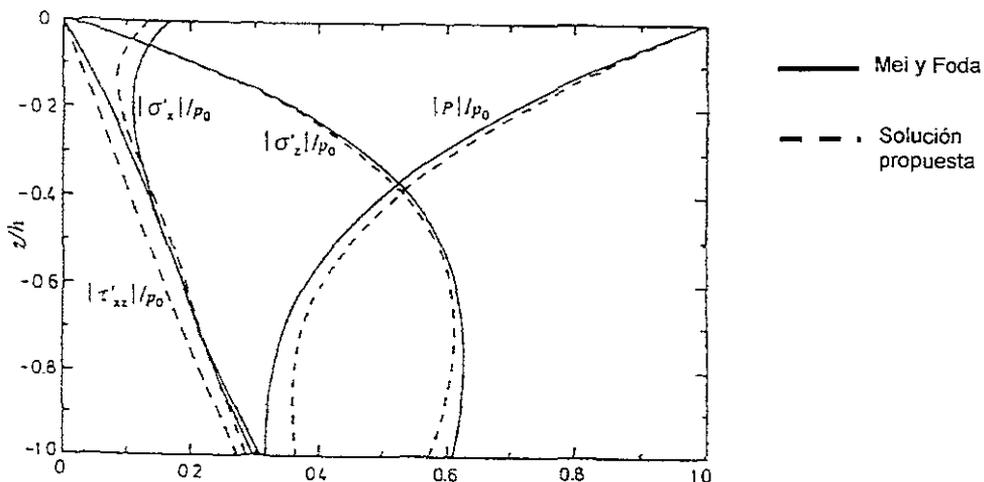


Figura 5.4 Distribución vertical del valor máximo de $\frac{|P_i|}{p_0}$ y algunos esfuerzos efectivos contra $\frac{z}{h}$ para una arena gruesa no saturada.

Por último, es importante resaltar que al comparar la Figura 5.2 y Figura 5.4. se observa que la presión de poro normalizada en un suelo de arena gruesa en condiciones de saturación parcial ($S=0.966$ en Figura 5.4) es mucho menor que cuando se tiene una saturación completa ($S=1.0$ en Figura 5.2); mientras que el esfuerzo efectivo

normalizado $\left(\frac{\sigma_z}{\rho_0} \right)$ se incrementa cuando el grado de saturación disminuye. Algo similar ocurre cuando se trata de una arena fina.

5.2. Aplicación práctica

5.2.1 Efectos de las Características del Oleaje.

En el sistema de oleaje de cresta corta que se ha estudiado a lo largo de este trabajo, hay dos casos que son importantes analizar:

- a) El ángulo entre los componentes de la ola (oblicuidad del oleaje, θ), ya que este es clave en la determinación del movimiento de la partícula del agua y las fluctuaciones de la presión en el fondo marino.
- b) La variación de la profundidad. Esto se hace utilizando la relación de profundidad (d/L) para un periodo de ola fijo.

A continuación se analiza la variación de estas as características de oleaje.

5.2.1.1 Variación de la oblicuidad del oleaje

El análisis de ésta es muy importante, ya que a priori no se sabe como llega el oleaje y por ende, es necesario conocer como se comporta el fondo marino para los diferentes ángulos de incidencia y con diferentes espesores de estrato y profundidades a las que se encuentra el mismo. En el desarrollo de este estudio no se encontró dependencia con esta última por lo que no se presentan gráficas de dichas variaciones.

Al realizar la representación gráfica de la oblicuidad del oleaje y del espesor del fondo marino se hacen las siguientes consideraciones:

- a) Se utilizan tres diferentes espesores del fondo marino (h) con respecto a la longitud de onda: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=\text{infinito}$.
- b) Para cada cambio de espesor del fondo marino, se varía el ángulo de incidencia el cual se toma como: 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° y 90°
- c) Se representan las siguientes gráficas:
 - 1) En el eje x, por separado, valores normalizados de: presión (P), esfuerzos normales (σ_x , σ_y y σ_z) y esfuerzos tangenciales (τ_{xz} , τ_{yz} y τ_{xy}). Hay que recordar, que la normalización de los mismos se hace dividiéndolos entre la presión cuando $z=0$ (P_0).
 - 2) En el eje y, el valor de la componente z normalizado con el espesor de suelo (z/h).
- d) Primero se muestran las figuras para arcilla (Figura 5.5, Figura 5.6, Figura 5.7, Figura 5.8, Figura 5.9, Figura 5.10, Figura 5.11, Figura 5.12 y Figura 5.13.) las cuales se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² :	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	10m
Ángulo de incidencia (θ)	$0^\circ - 90^\circ$
Relación de Poisson (μ)	0.45
Porosidad (n')	0.2
Módulo cortante (G)	10^8 N/m^2
Permeabilidad (k)	$6 \times 10^{-7} \text{ m/seg}$
Espesor del suelo (h)	$H=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=\text{infinito}$
Grado de saturación (S_r)	1

- e) Posteriormente las figuras para arena (Figura 5.14, Figura 5.15, Figura 5.16, Figura 5.17, Figura 5.18, Figura 5.19, Figura 5.20, Figura 5.21 y Figura 5.22), éstas se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² :	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	10m
Ángulo de incidencia (θ)	0° - 90°
Relación de Poisson (μ)	1/3
Porosidad (n')	0.3
Módulo cortante (G)	10^7 N/m ²
Permeabilidad (k)	10^{-5} m/seg
Espesor del suelo (h)	H=0.1L, h=0.5L y h=infinito
Grado de saturación (Sr)	1

Cabe hacer notar que las gráficas que no aparecen en cada caso de estudio, después de realizar un análisis de los esfuerzos efectivos o la presión, según sea el caso, no variaron para las condiciones de trabajo.

5.2.1.1.1. Suelo arcilloso:

En este caso:

- a) Para los esfuerzos normales en x y y ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) y para los esfuerzos cortantes ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) se tienen : la Figura 5.5 y la Figura 5.6 cuando $h=0.1L$, la Figura 5.8 y la Figura 5.9 cuando $h=0.5L$ y la Figura 5.11 y la Figura 5.12 para $h=$ infinito. En ellas se agrupan por un lado $I\sigma_x/P_0$ con y $I\sigma_y/P_0$ y por otro $I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$ puesto que coinciden los valores para ciertos ángulos, como se indica en las leyendas. En las gráficas se observa que el valor máximo para $I\sigma_x/P_0$ y $I\tau_{xz}/P_0$ es cuando $\theta=90^\circ$, mientras que el de $I\sigma_y/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$ es cuando $\theta=0^\circ$.

b) Se tiene el esfuerzo cortante xy en la Figura 5.7 cuando $h=0.1L$, en la Figura 5.10 cuando $h=0.5L$ y en la Figura 5.13 cuando $h=$ infinito. En éstas, se ve que el valor máximo se presenta cuando $\theta=45^\circ$ y para los diferentes ángulos, los valores son los mismos en pares, es decir son iguales para:

- $\theta=0^\circ$ y $\theta=90^\circ$
- $\theta=15^\circ$ y $\theta=75^\circ$
- $\theta=30^\circ$ y $\theta=60^\circ$

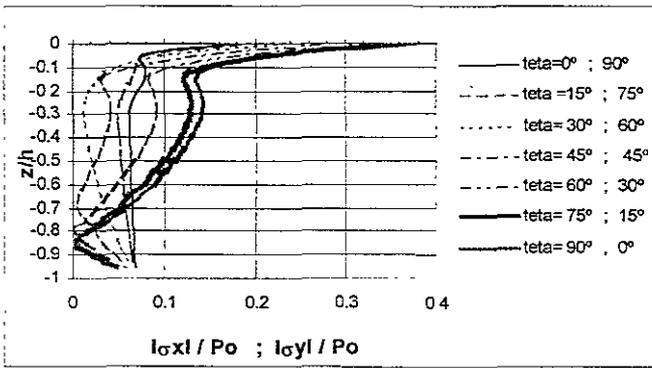


Figura 5.5 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_o$ y $|\sigma_y|/P_o$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h= 0.1L$

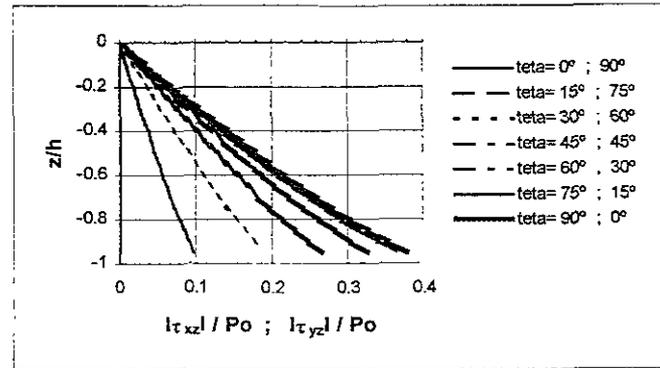


Figura 5.6 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\tau_{xz}|/P_o$ y $|\tau_{yz}|/P_o$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h= 0.1L$

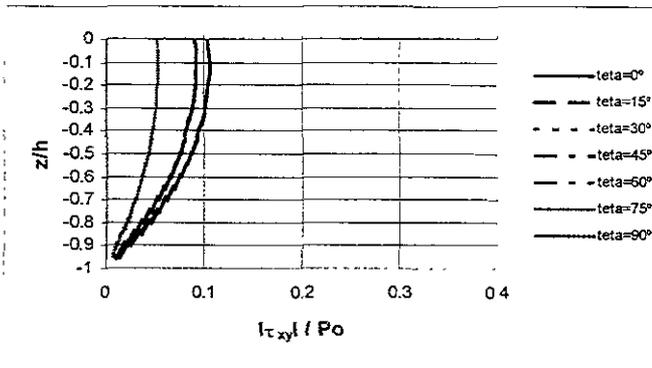


Figura 5.7 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_o$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h= 0.1L$

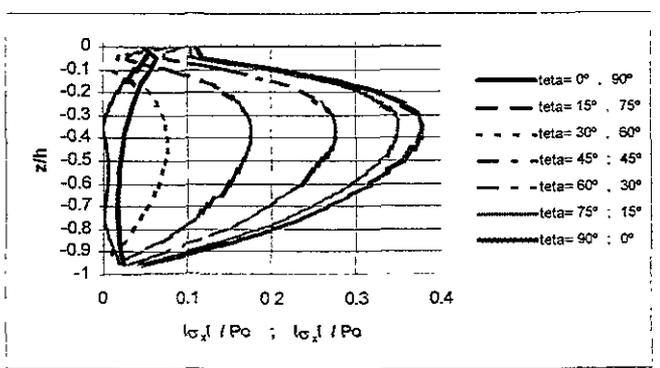


Figura 5.8 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_o$ y $|\sigma_y|/P_o$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h= 0.5L$

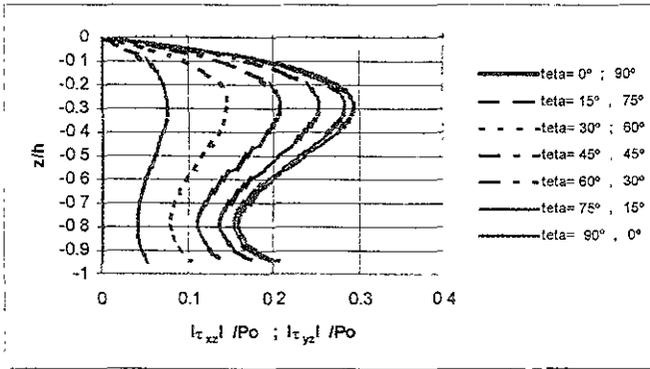


Figura 5.9 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\tau_{xz}|/P_o$ y $|\tau_{yz}|/P_o$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h = 0.5L$

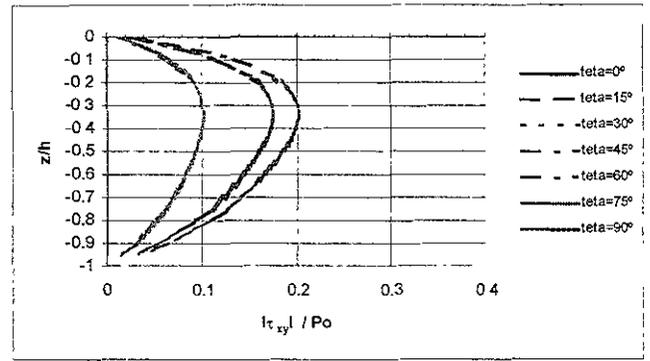


Figura 5.10 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_o$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h = 0.5L$

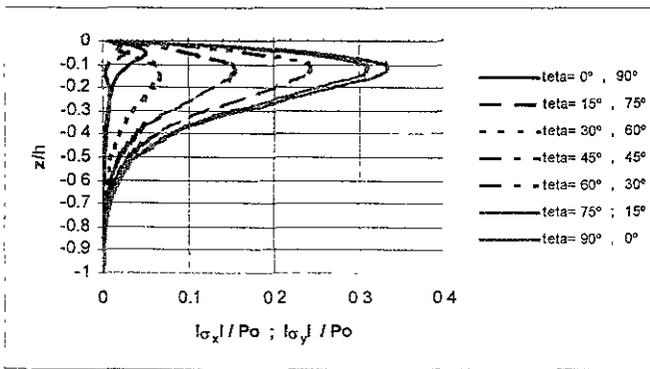


Figura 5.11 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_o$ y $|\sigma_y|/P_o$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h = \infty$

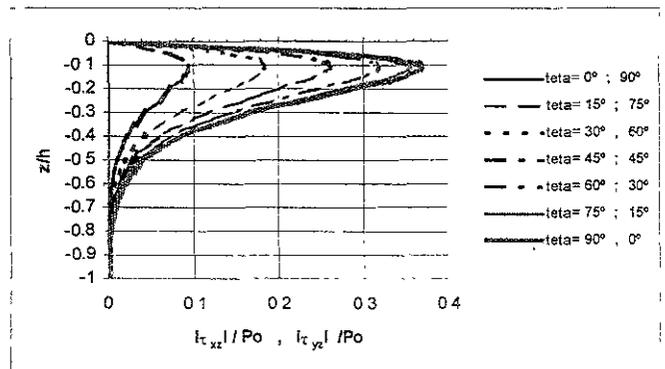


Figura 5.12 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\tau_{xz}|/P_o$ y $|\tau_{yz}|/P_o$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h = \infty$

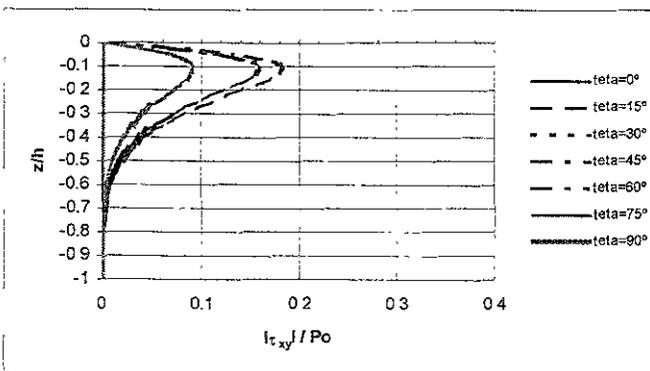


Figura 5.13 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_o$) con respecto al ángulo de incidencia en una arcilla cuando: $h = \infty$

5.2.1.1.2 Suelo arenoso:

Con los datos mencionados anteriormente para un suelo arenoso se obtuvieron las siguientes gráficas:

a) Para los esfuerzos normales en x y y ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) y para los esfuerzos cortantes ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) se tienen : la Figura 5.14 y Figura 5.15 cuando $h=0.1L$, la Figura 5.17 y Figura 5.18 cuando $h=0.5L$ y la Figura 5.20 y Figura 5.21 para $h=$ infinito. En ellas se agrupan por un lado $I\sigma_x/P_0$ con y $I\sigma_y/P_0$ y por otro $I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$ puesto que coinciden los valores para ciertos ángulos, como se indica en las leyendas. En las gráficas se observa que el valor máximo para $I\sigma_x/P_0$ y $I\tau_{xz}/P_0$ es cuando $\theta=90^\circ$, mientras que el de $I\sigma_y/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$ es cuando $\theta=0^\circ$.

b) Se tiene el esfuerzo cortante xy en la Figura 5.16 cuando $h=0.1L$, en la Figura 5.17 cuando $h=0.5L$ y en la Figura 5.18 cuando $h=$ infinito. En éstas, se ve que el valor máximo se presenta cuando $\theta=45^\circ$ y para los diferentes ángulos, los valores son los mismos en pares, es decir son iguales para:

- $\theta=0^\circ$ y $\theta=90^\circ$
- $\theta=15^\circ$ y $\theta=75^\circ$
- $\theta=30^\circ$ y $\theta=60^\circ$

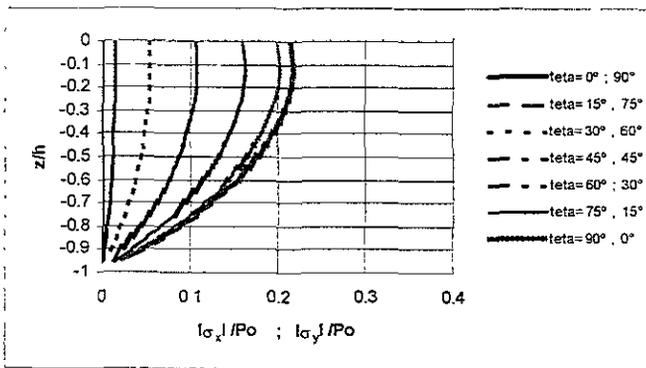


Figura 5.14 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h=0.1L$

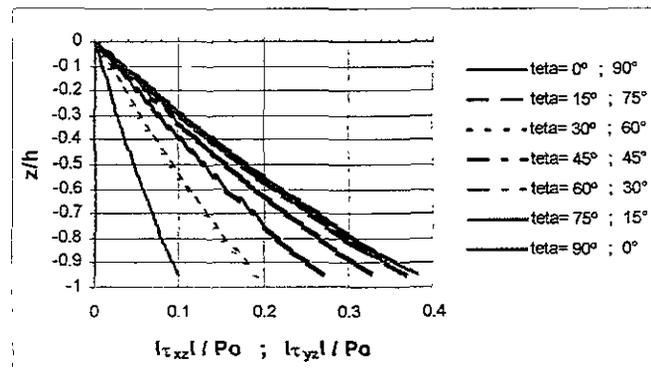


Figura 5.15 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h=0.1L$

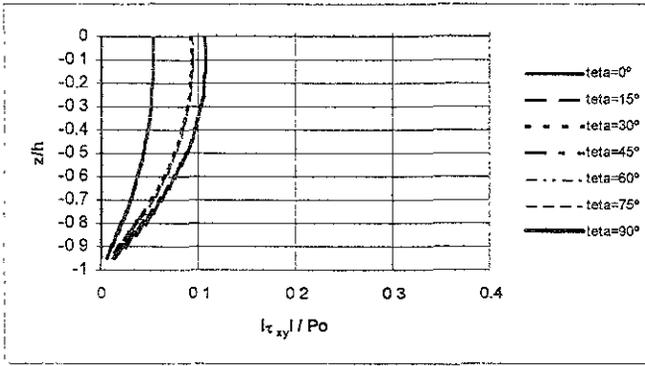


Figura 5.16 Variación del esfuerzo normalizado ($I_{\tau_{xy}}/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h=0.1L$

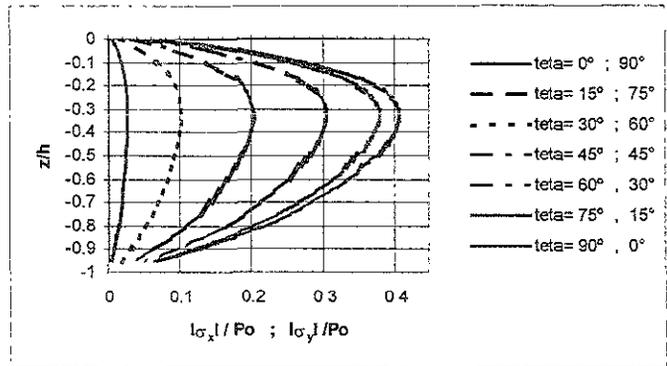


Figura 5.17 Variación de los esfuerzos normalizados (I_{σ_x}/P_0 y I_{σ_y}/P_0) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h=0.5L$

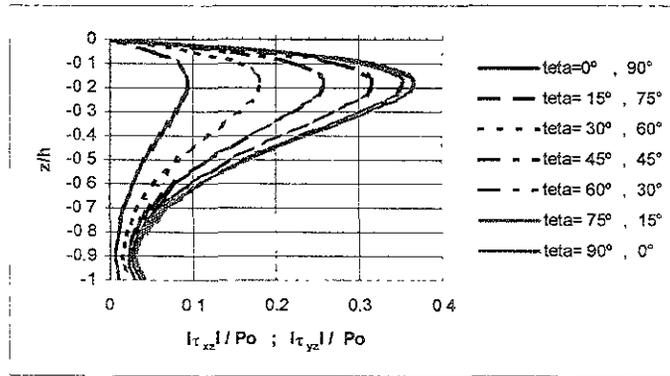


Figura 5.18 Variación de los esfuerzos normalizados ($I_{\tau_{xz}}/P_0$ y $I_{\tau_{yz}}/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h=0.5L$

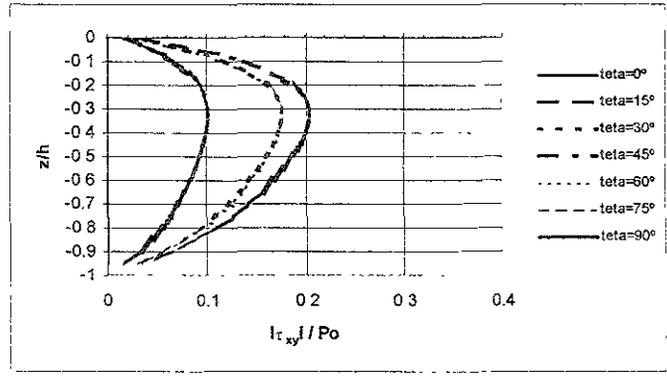


Figura 5.19 Variación del esfuerzo normalizado ($I_{\tau_{xy}}/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h=0.5L$

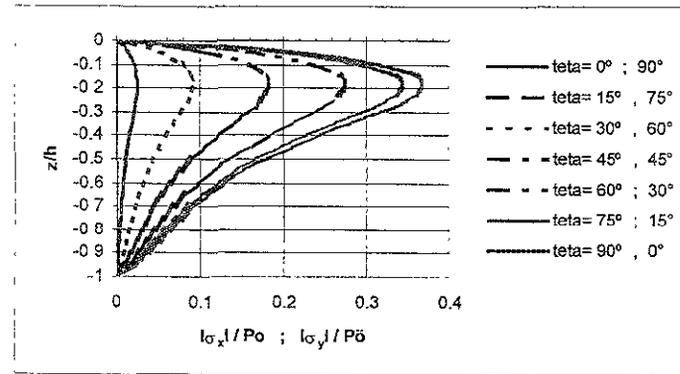


Figura 5.20 Variación de los esfuerzos normalizados (I_{σ_x}/P_0 y I_{σ_y}/P_0) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h=$ infinito

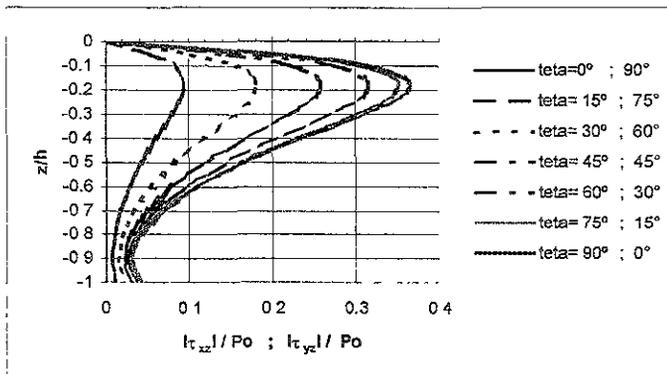


Figura 5.21 Variación de los esfuerzos normalizados ($I_{\tau_{xz}}/P_0$ y $I_{\tau_{yz}}/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h=$ infinito

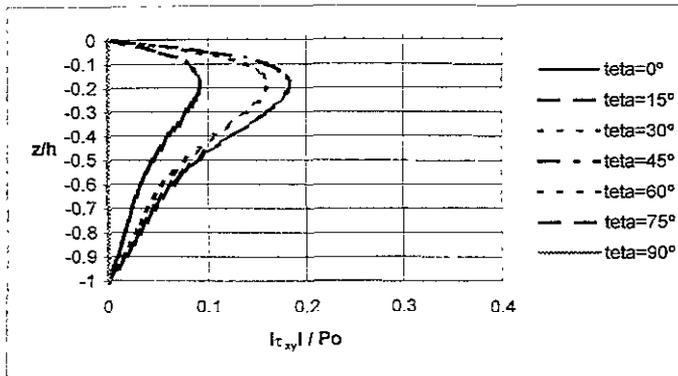


Figura 5.22 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_0$) con respecto al ángulo de incidencia en una arena cuando: $h = \infty$

Adicionalmente se tienen las siguientes observaciones:

- a) Tanto en arcilla como en arena los valores normalizados de σ_x y τ_{xz} para $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ y 90° son iguales que los σ_y y τ_{yz} para $90^\circ, 75^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 15^\circ$ y 0° , respectivamente.
- b) Tanto en un suelo arcilloso como en uno arenoso los valores de $|\tau_{xy}|/P_0$ se repiten en pares, es decir son iguales para:
 - $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 90^\circ$
 - $\theta = 15^\circ$ y $\theta = 75^\circ$
 - $\theta = 30^\circ$ y $\theta = 60^\circ$
- c) Dado que no hay ninguna variación en los valores normalizados de la presión (P) y del esfuerzo normal en dirección z (σ_z), bajo estas condiciones, no se incluyeron gráficas de ellos.
- d) Tanto el comportamiento como los valores de los esfuerzos cortantes (τ_{xz}, τ_{yz} y τ_{xy}) son iguales en arcilla y arena.
- e) Los valores de los esfuerzos normales (σ_x y σ_y) para un suelo arcilloso difieren de los de un suelo arenoso en los siguientes ángulos:

- Para σ_x , $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ y 30°
- Para σ_y , $\theta = 90^\circ, 75^\circ$ y 60°

f) El comportamiento en arena y arcilla son iguales aunque los valores difieren para los siguientes ángulos:

- Para σ_x , $\theta = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ y 90°
- Para σ_y , $\theta = 45^\circ, 30^\circ, 15^\circ$ y 0°

5.2.1.2 Variación de la profundidad

La relación que existe entre la profundidad y el grado de saturación se manifiesta en la compresibilidad del fluido del poro (β), la cual está dada por la ecuación 3.3. y se reescribe a continuación:

$$\beta = \frac{1}{K'} = \frac{1}{K_w} + \frac{1 - S_r}{P_{wo}}$$

Donde:

- K_w es el módulo de masa de elasticidad del agua,
- S_r es el grado de saturación
- P_{wo} es la presión hidrostática del agua³.

En esta expresión se ve que cuando el grado de saturación es igual a uno, la parte de la ecuación en la que interviene la profundidad del agua (presión hidrostática) se vuelve cero. Por lo anterior la variación de la profundidad no es un factor relevante cuando $S_r=1$. Es decir que solo es analizar el comportamiento del suelo en función de la profundidad cuando $S_r < 1$, como se muestra en una sección posterior.

5.2.2 Efectos de las Características del Suelo

Las variables del suelo afectan la respuesta del fondo marino debido al movimiento del oleaje son:

- Permeabilidad
- Grado de saturación
- Módulo cortante
- Relación de Poisson
- Porosidad
- Espesor del fondo marino.

Como se sabe, el valor de la relación de Poisson como el de la porosidad dependen del tipo de suelo. Pero, su rango de variación es muy pequeño, por lo que no se analizará en este estudio la variación de estas propiedades.

Cabe aclarar que en el estudio de la variación de las características del suelo, el ángulo de incidencia que se utiliza es 45° ; esto implica que los esfuerzos normales en x y en y tengan el mismo valor, de manera similar ocurre para τ_{xz} y τ_{yz} .

5.2.2.1 Variación del Espesor del Fondo Marino

La trascendencia que tiene este parámetro en el estudio, es importante, ya que las presiones y los esfuerzos efectivos tienen un comportamiento y un valor diferente para cada profundidad y tipo de suelo.

Gráficamente se representan los perfiles de variación de las presiones y de los esfuerzos efectivos al cambio de profundidad del fondo marino. Para lo anterior se considera lo siguiente:

- a) Tres diferentes espesores del fondo marino con respecto a la longitud de onda:
 $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=\text{infinito}$.

- b) Un ángulo de 45° de incidencia del oleaje.
- c) Se representan gráficamente por separado los valores normalizados de:
- En el eje x; presión, esfuerzos normales y tangenciales
 - En el eje y, la componente z con el espesor de suelo (z/h).
- d) Primero se presentan las figuras para arcilla (Figura 5.23, Figura 5.24, Figura 5.25, Figura 5.26 y Figura 5.27), las cuales se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² .	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	30m
Ángulo de incidencia (θ)	45°
Relación de Poisson (μ)	0.45
Porosidad (n')	0.2
Módulo cortante (G)	10^8 N/m^2
Permeabilidad (k)	$6 \times 10^{-7} \text{ m/seg}$
Espesor del suelo (h)	H=0.1L, h=0.5L y h=infinito
Grado de saturación (Sr)	1

- e) Posteriormente las figuras para arena (Figura 5.28, Figura 5.29, Figura 5.30, Figura 5.31 y Figura 5.32) se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² .	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	10m
Ángulo de incidencia (θ)	45°
Relación de Poisson (μ)	1/3
Porosidad (n')	0.3
Módulo cortante (G)	10^7 N/m^2
Permeabilidad (k)	10^{-5} m/seg

Espesor del suelo (h)	H=0.1L, h=0.5L y h=infinito
Grado de saturación (Sr)	1

5.2.2.1.1 Suelo Arcilloso

Para este caso se tiene las siguientes gráficas, donde:

- a) En la Figura 5.23 se observa el perfil de variación de presiones.
- b) En la Figura 5.24 se representa el comportamiento de $I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$
- c) En la Figura 5.25 se muestra el comportamiento de $I\sigma_z/P_0$
- d) En la Figura 5.26 se ve el comportamiento de $I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$
- e) En la Figura 5.27 se presenta el comportamiento de $I\tau_{xy}/P_0$

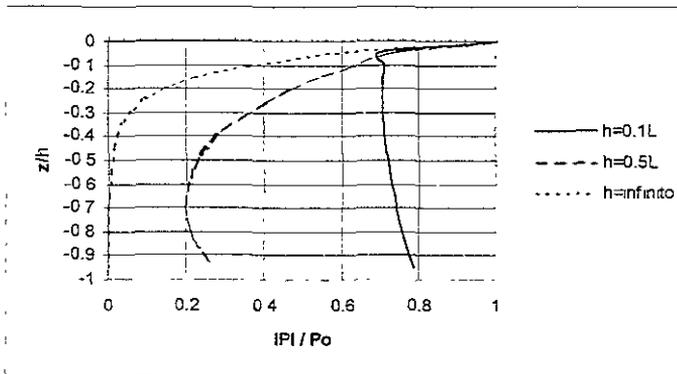


Figura 5.23 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h=infinito$.

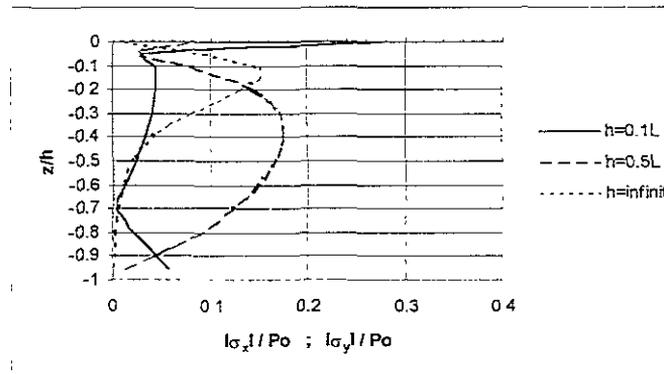


Figura 5.24 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h=infinito$.

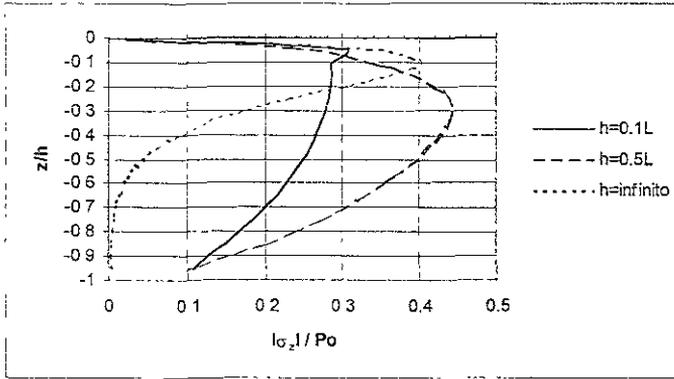


Figura 5.25 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/Po$) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

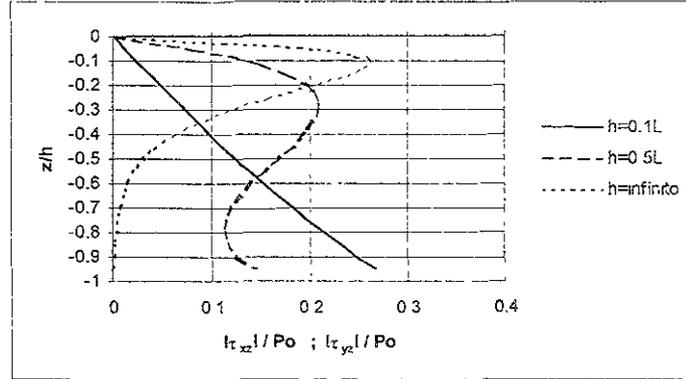


Figura 5.26 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/Po$ y $I\tau_{yz}/Po$) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

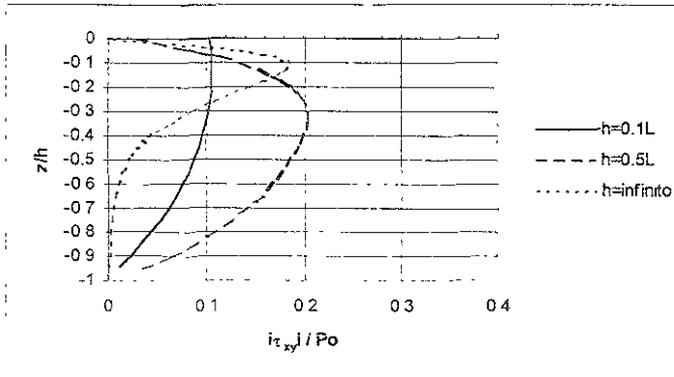


Figura 5.27 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/Po$) con respecto al espesor del fondo marino en una arcilla para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

5.2.2.1.2 Suelo Arenoso

Para este caso se tiene las siguientes gráficas, donde:

- a) En la Figura 5.28 se observa el perfil de variación de presiones.
- b) En la Figura 5.29 se representa el comportamiento de $I\sigma_x/Po$ y $I\sigma_y/Po$
- c) En la Figura 5.30 se muestra el comportamiento de $I\sigma_z/Po$
- d) En la Figura 5.31 se ve el comportamiento de $I\tau_{xz}/Po$ y $I\tau_{yz}/Po$
- e) En la Figura 5.32 se presenta el comportamiento de $I\tau_{xy}/Po$

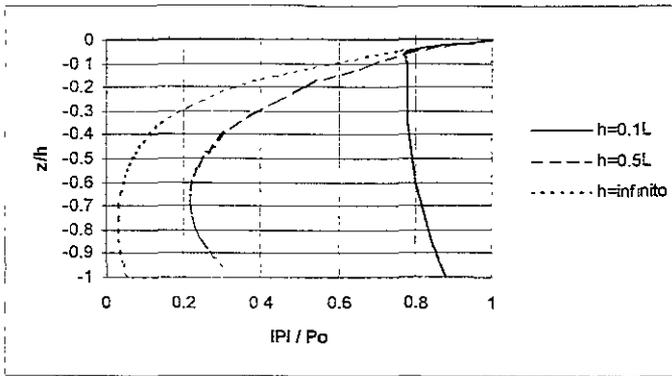


Figura 5.28 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h= infinito$.

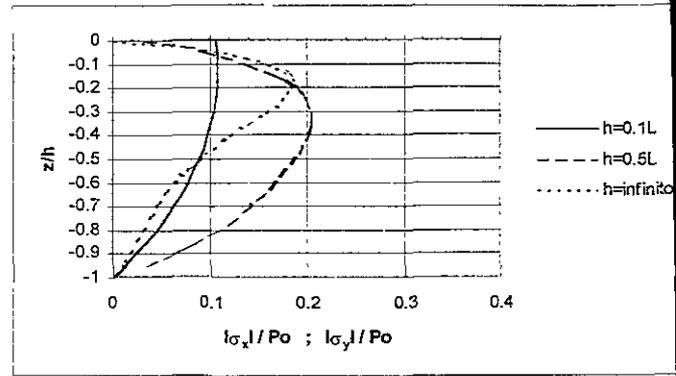


Figura 5.29 Variación de los esfuerzos normalizados ($IσxI/Po$ y $IσyI/Po$) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h= infinito$.

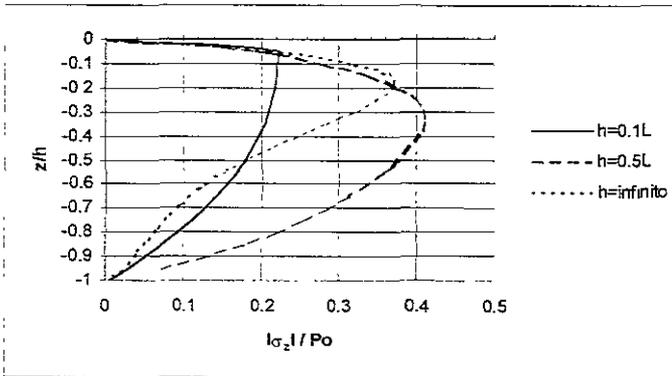


Figura 5.30 Variación del esfuerzo normalizado ($IσzI/Po$) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h= infinito$.

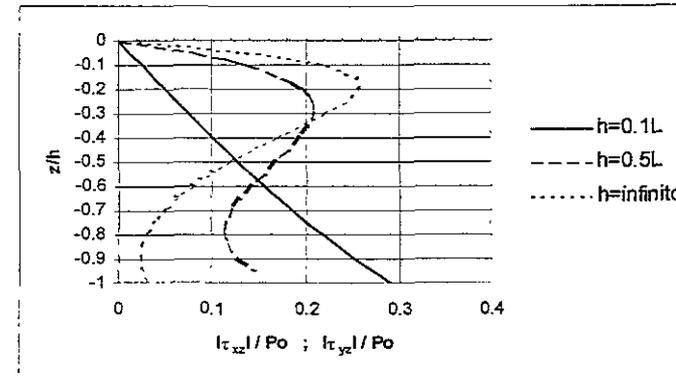


Figura 5.31 Variación de los esfuerzos normalizados ($IτxzI/Po$ y $IτyzI/Po$) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h= infinito$.

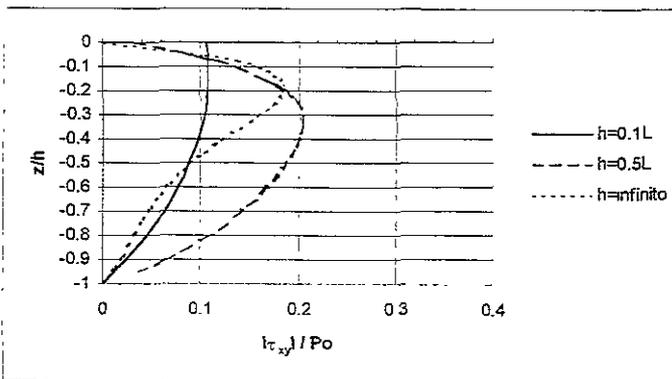


Figura 5.32 Vanación del esfuerzo normalizado ($IτxyI/Po$) con respecto al espesor del fondo marino en una arena para: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h= infinito$.

Adicionalmente se hacen las siguientes observaciones:

- a) Para los esfuerzos cortantes para una arcilla (Figura 5.26 y Figura 5.27) y en la para una arena (Figura 5.31 y Figura 5.32), el comportamiento y los valores son iguales.
- b) Tanto para la presión como para los esfuerzos normales para arcilla y arena, el comportamiento es similar en $h=0.5L$ y $h=\infty$.

5.2.2.2 Variación de la Permeabilidad

La permeabilidad es la medida de la rapidez en que el fluido es transmitido a través de los espacios vacíos de la estructura granular del suelo.

Como se analizó en la sección anterior, las presiones y los esfuerzos efectivos cambian con respecto al espesor del fondo marino, por lo que es importante estudiar la variación de los parámetros antes mencionados en función de la permeabilidad para diferentes espesores del suelo. A continuación se representan los perfiles de variación de IPI/P_0 , $I\sigma_x/P_0$, $I\sigma_y/P_0$, $I\sigma_z/P_0$, $I\tau_{xz}/P_0$, $I\tau_{yz}/P_0$ y $I\tau_{xy}/P_0$, para realizarlos se consideró:

- a) Tres diferentes espesores del fondo marino con respecto a la longitud de onda: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=\infty$.
- b) Un ángulo de 45° de incidencia del oleaje.
- c) Se representan gráficamente:
 - En el eje x , IPI/P_0 , $I\sigma_x/P_0$, $I\sigma_y/P_0$, $I\sigma_z/P_0$, $I\tau_{xz}/P_0$, $I\tau_{yz}/P_0$ y $I\tau_{xy}/P_0$
 - En el eje y , z/h
- d) Primero se presenta las figuras para arcilla (Figura 5.33, Figura 5.34, Figura 5.37, Figura 5.38 y Figura 5.39), las cuales se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² :	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	30m
Ángulo de incidencia (θ)	45°
Relación de Poisson (μ)	0.45
Porosidad (n')	0.2
Módulo cortante (G)	10^8 N/m^2
Permeabilidad (k)	$6 \times 10^{-5} - 6 \times 10^{-7} \text{ m/seg}$
Espesor del suelo (h)	H=0.1L, h=0.5L y h=infinito
Grado de saturación (Sr)	1

e) Posteriormente las figuras para arena (Figura 5.40, Figura 5.41, Figura 5.42, Figura 5.43 y Figura 5.44) se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² :	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	30m
Ángulo de incidencia (θ)	45°
Relación de Poisson (μ)	1/3
Porosidad (n')	0.3
Módulo cortante (G)	10^7 N/m^2
Permeabilidad (k)	$10^{-3} - 10^{-5} \text{ m/seg}$
Espesor del suelo (h)	H=0.1L, h=0.5L y h=infinito
Grado de saturación (Sr)	1

5.2.2.2.1. Suelo Arcilloso

Para este caso se tiene las siguientes gráficas, donde:

a) En la Figura 5.33 se observa el perfil de variación de presiones.

- b) En la Figura 5.34 se representa el comportamiento de $I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$
- c) En la Figura 5.35 se muestra el comportamiento de $I\sigma_z/P_0$
- d) En la Figura 5.36 se ve el comportamiento de $I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$
- e) En la Figura 5.37 se presenta el comportamiento de $I\tau_{xy}/P_0$

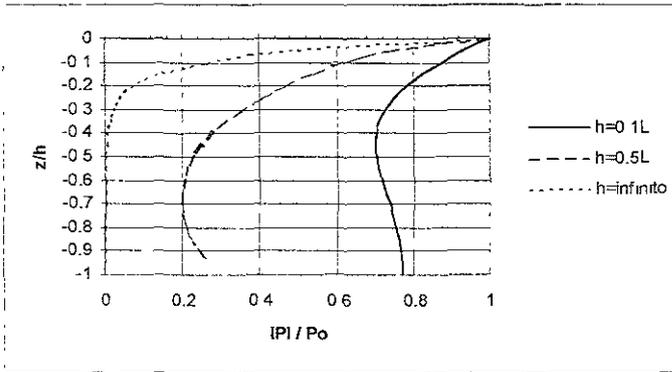


Figura 5.33 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

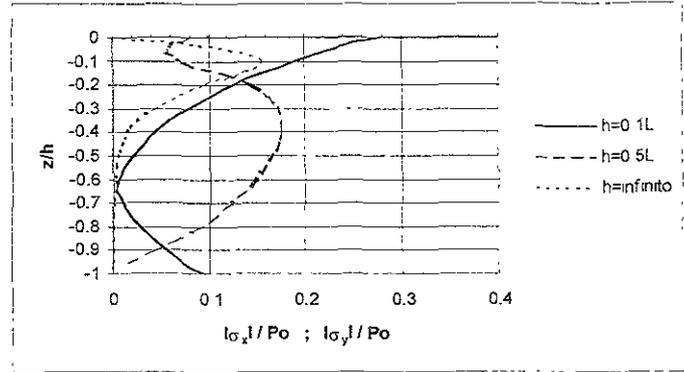


Figura 5.34 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

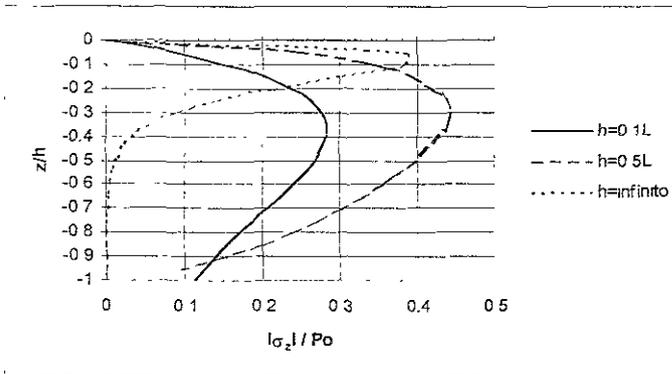


Figura 5.35 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_z/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

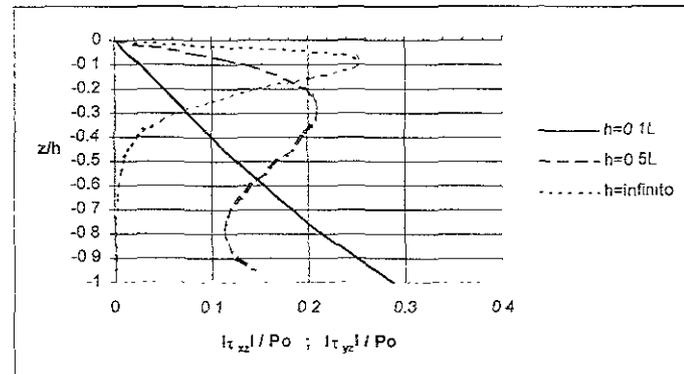


Figura 5.36 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

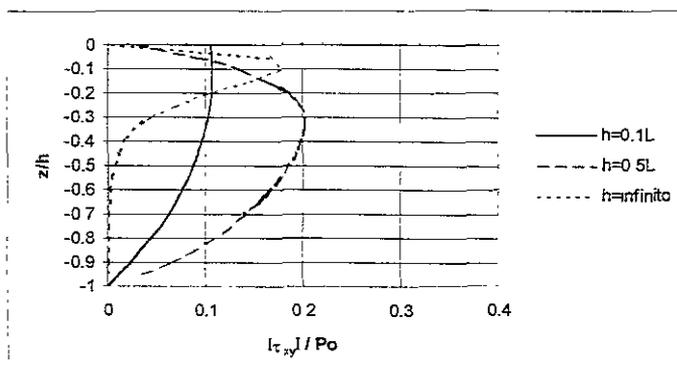


Figura 5.37 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}/P_o$) con respecto a la permeabilidad en una arcilla cuando: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

5.2.2.2. Suelo Arenoso

Para este caso se tiene las siguientes gráficas, donde:

- a) En la Figura 5.38 se observa el perfil de variación de presiones.
- b) En la Figura 5.39 se representa el comportamiento de $I\sigma_x/P_o$ y $I\sigma_y/P_o$
- c) En la Figura 5.40 se muestra el comportamiento de $I\sigma_z/P_o$
- d) En la Figura 5.41 se ve el comportamiento de $I\tau_{xz}/P_o$ y $I\tau_{yz}/P_o$
- e) En la Figura 5.42 se presenta el comportamiento de $I\tau_{xy}/P_o$

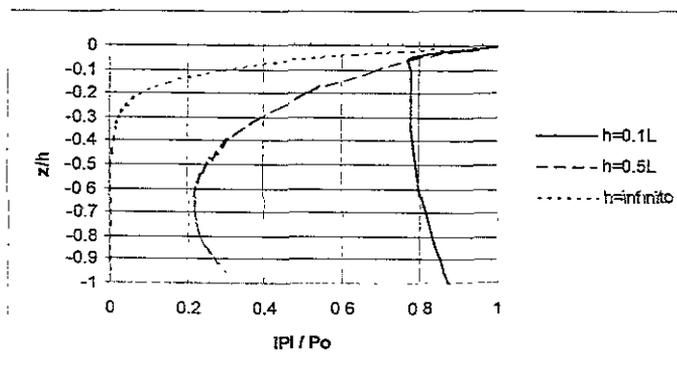


Figura 5.38 Variación de la presión normalizada (IPI/P_o) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

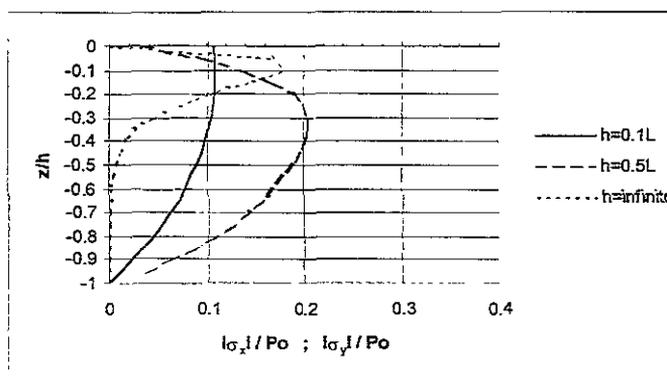


Figura 5.39 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_o$ y $I\sigma_y/P_o$) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h= 0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

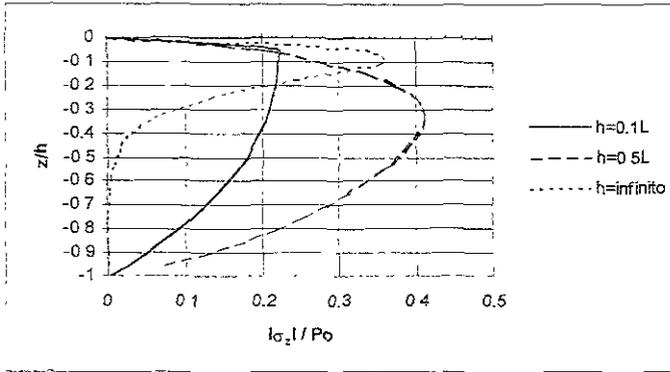


Figura 5.40 Variación del esfuerzo normalizado (σ_z/P_o) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

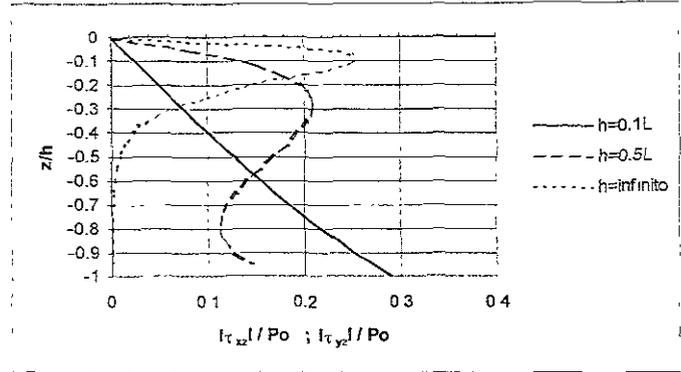


Figura 5.41 Variación de los esfuerzos normalizados (τ_{xz}/P_o y τ_{yz}/P_o) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

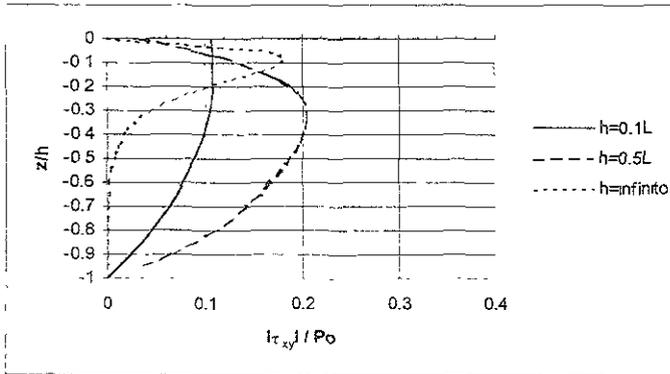


Figura 5.42 Variación del esfuerzo normalizado (τ_{xy}/P_o) con respecto a la permeabilidad en una arena cuando: $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito.

Adicionalmente se tienen las siguientes observaciones:

- a) Para los esfuerzos cortantes en la Figura 5.38 y en la Figura 5.39 para una arcilla y en la Figura 5.43 y la Figura 5.44 para una arena, el comportamiento y los valores son iguales.
- b) La presión, así como para los esfuerzos normales tienen una tendencia similar tanto para arena como para arcilla en $h=0.5L$ y en $h=$ infinito.

5.2.2.3 Variación del Grado de Saturación

En un medio poroso es común encontrar aire/gas en sedimentos marinos, este valor se expresa con la relación porcentual del volumen del agua y el volumen total de vacíos del suelo:

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} \times 100 (\%)$$

Para el caso de estudio (Golfo de México, Sonda de Campeche) se sabe que el material del fondo tiene una saturación del 100%, por lo que en ninguno de los análisis anteriores se utilizó un valor diferente. Pero por otro lado, como se explicó anteriormente, es posible que en algún tipo de suelo bajo ciertas condiciones se presente un grado de saturación diferente de uno, por lo que en esta sección se verá como el grado de saturación afecta significativamente la respuesta del oleaje inducido, y por ende, los estudio de ingeniería geotécnica que se utilicen deben tener una gran precisión en la obtención de este valor.

Puesto que las presiones y los esfuerzos efectivos varían en función del espesor del fondo marino, así como del grado de saturación, en esta sección se hace un estudio combinado de los mismos. En específico, para obtener las gráficas se considera lo siguiente:

- a) Tres diferentes espesores del fondo marino con respecto a la longitud de onda:
 $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=\infty$.
- b) Para cada valor h utilizado se varía el grado de saturación de la siguiente manera:
 - $S_r=0.92$
 - $S_r=0.95$
 - $S_r=0.97$
 - $S_r=1.0$
- c) El ángulo de incidencia del oleaje es de 45° .

d) Se representan por separado:

- En el eje x, $|P|/P_0$, $|\sigma_x|/P_0$, $|\sigma_y|/P_0$, $|\sigma_z|/P_0$, $|\tau_{xz}|/P_0$, $|\tau_{yz}|/P_0$ y $|\tau_{xy}|/P_0$
- En el eje y, z/h

e) los siguientes valores normalizandolos con P_0 (presión cuando $z=0$): P (presión), σ_x , σ_y y σ_z (esfuerzos normales) y τ_{xz} , τ_{yz} y τ_{xy} (esfuerzos tangenciales) para el eje x, en el eje y se grafica z/h siendo el valor normalizado de la componente z con el espesor de suelo.

f) Las figuras para un suelo arcilloso son: Figura 5.43, Figura 5.44, Figura 5.45, Figura 5.46 y Figura 5.47 para $h=0.1L$, Figura 5.48, Figura 5.49, Figura 5.50 y Figura 5.51 para $h=0.5L$ y Figura 5.52, Figura 5.53, Figura 5.54 y Figura 5.55 para $h=\infty$, las cuales se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² :	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	30m
Ángulo de incidencia (θ)	45°
Relación de Poisson (μ)	0.45
Porosidad (n')	0.2
Módulo cortante (G)	10^8 N/m^2
Permeabilidad (k)	$6 \times 10^{-7} \text{ m/seg}$
Espesor del suelo (h)	$H=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=\infty$
Grado de saturación (S_r)	0.92, 0.95, 0.97 y 1.0

g) Las figuras para un suelo arenoso son: Figura 5.56, Figura 5.57, Figura 5.58, Figura 5.59 y Figura 5.60 para $h=0.1L$, Figura 5.61, Figura 5.62, Figura 5.63, Figura 5.64 y Figura 5.65 para $h=0.5L$ y Figura 5.66, Figura 5.67, Figura 5.68 y Figura 5.69, y se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² :	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	30m
Ángulo de incidencia (θ)	45°
Relación de Poisson (μ)	1/3
Porosidad (n')	0.3
Módulo cortante (G)	10^7 N/m ²
Permeabilidad (k)	10^{-5} m/seg
Espesor del suelo (h)	H=0.1L, h=0.5L y h=infinito
Grado de saturación (Sr)	0.92, 0.95, 0.97 y 1.0

5.2.2.3.1 Suelo Arcilloso

Para este caso se tiene las siguientes gráficas, donde:

- En la Figura 5.43, Figura 5.48 y Figura 5.52 se observa el perfil de variación de presiones para $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=infinito$, respectivamente.
- En la Figura 5.44, Figura 5.49 y Figura 5.53 se representa el comportamiento de $I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$ para $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=infinito$, respectivamente.
- En la Figura 5.45, Figura 5.50 y Figura 5.54 se muestra el comportamiento de $I\sigma_z/P_0$ para $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=infinito$, respectivamente.
- En la Figura 5.46 se ve el comportamiento de $I\tau_{xz}/P_0$ y $I\tau_{yz}/P_0$ para $h=0.1L$.
- En la Figura 5.47, Figura 5.51 y Figura 5.55 se presenta el comportamiento de $I\tau_{xy}/P_0$ para $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=infinito$, respectivamente.

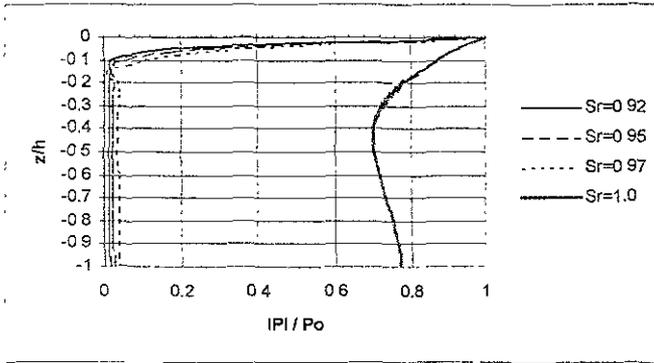


Figura 5.43 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.1L$.

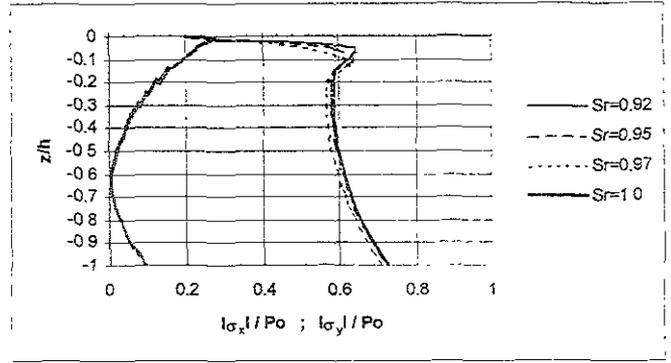


Figura 5.44 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_xI/Po$ y $I\sigma_yI/Po$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.1L$.

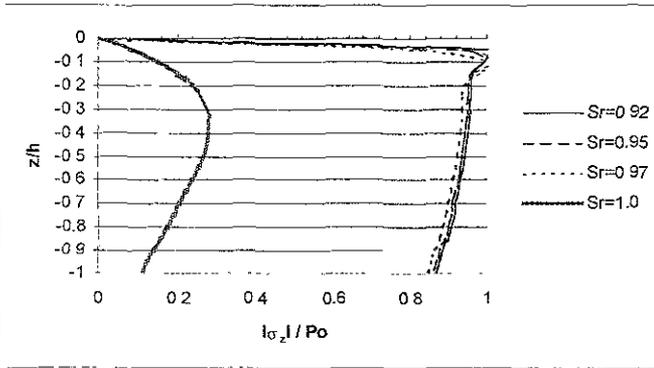


Figura 5.45 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_zI/Po$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.1L$.

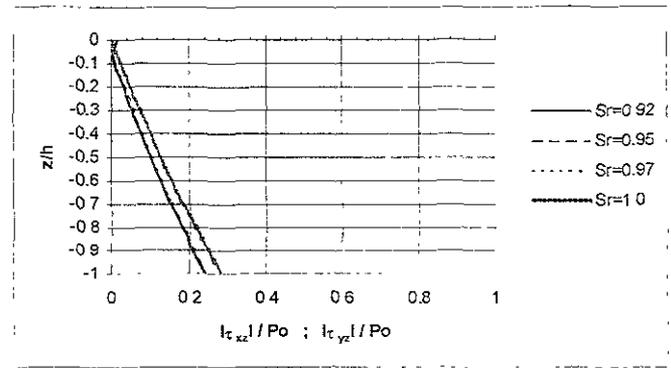


Figura 5.46 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}I/Po$ y $I\tau_{yz}I/Po$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.1L$.

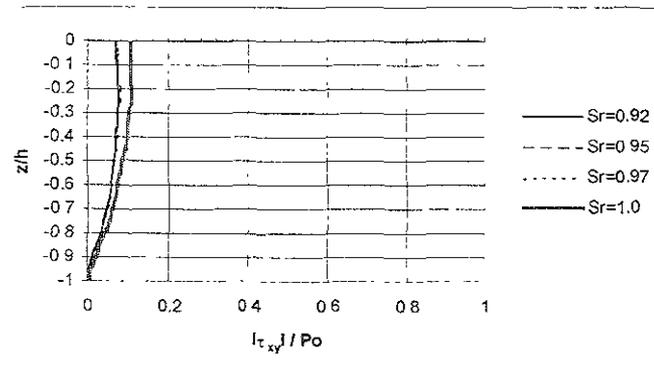


Figura 5.47 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}I/Po$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.1L$.

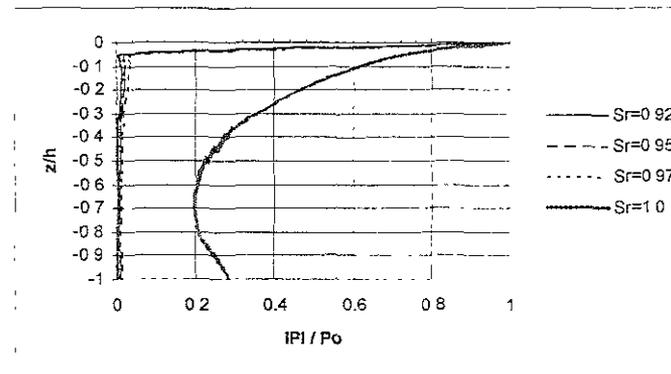


Figura 5.48 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h=0.5L$.

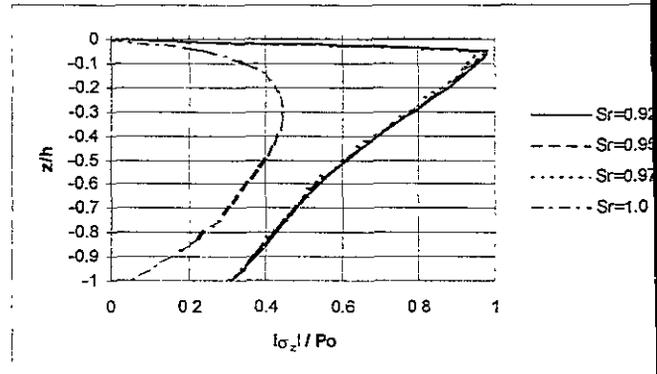
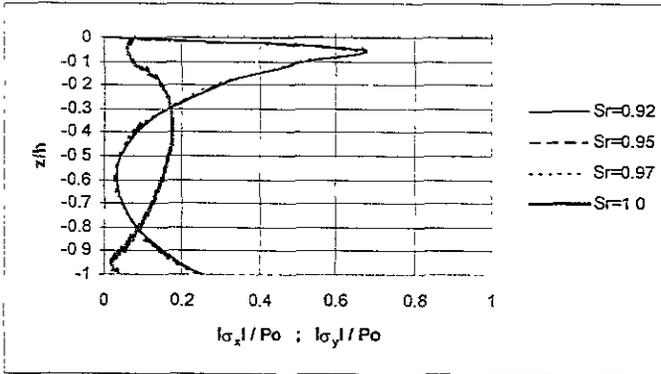


Figura 5.49 Variación de los esfuerzos normalizados (σ_x/P_o y σ_y/P_o) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arcilla cuando: $h=0.5L$.

Figura 5.50 Variación del esfuerzo normalizado (σ_z/P_o) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arcilla cuando: $h=0.5L$.

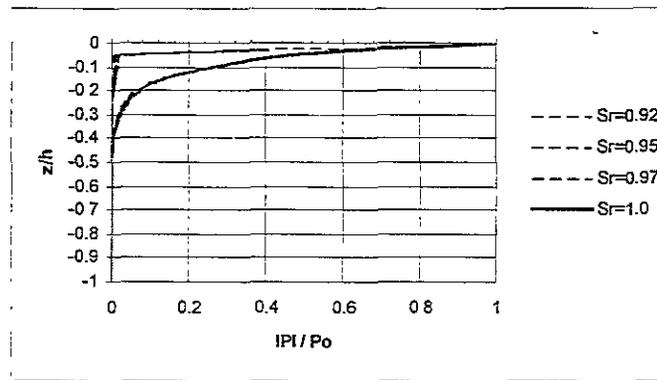
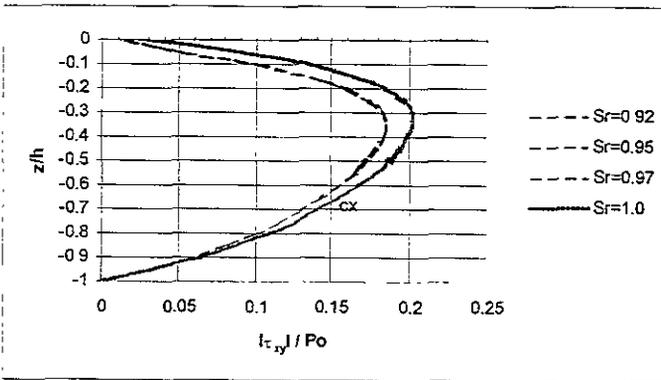


Figura 5.51 Variación del esfuerzo normalizado (τ_{xy}/P_o) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arcilla cuando: $h=0.5L$.

Figura 5.52 Variación de la presión normalizada (IPI/P_o) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arcilla cuando: $h= \infty$.

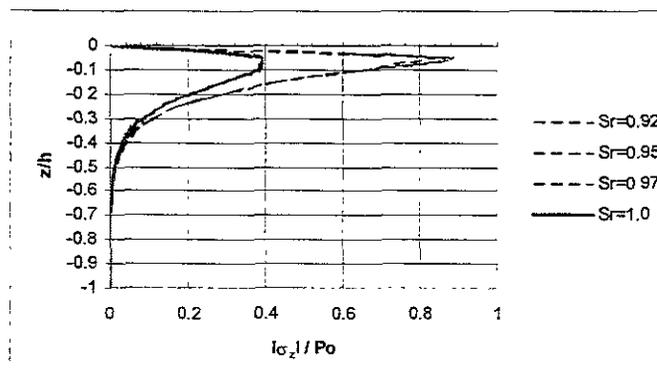
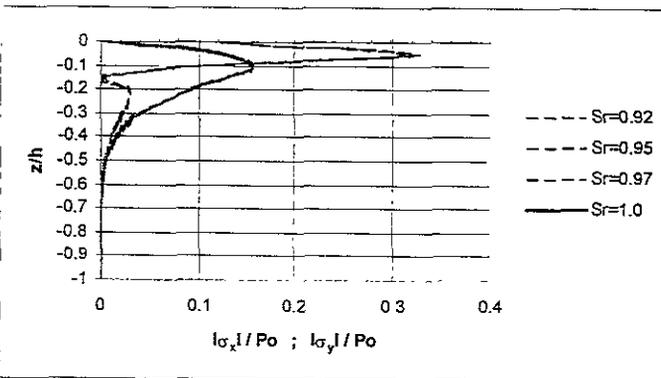


Figura 5.53 Variación de los esfuerzos normalizados (σ_x/P_o y σ_y/P_o) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arcilla cuando: $h= \infty$.

Figura 5.54 Variación del esfuerzo normalizado (σ_z/P_o) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arcilla cuando: $h= \infty$.

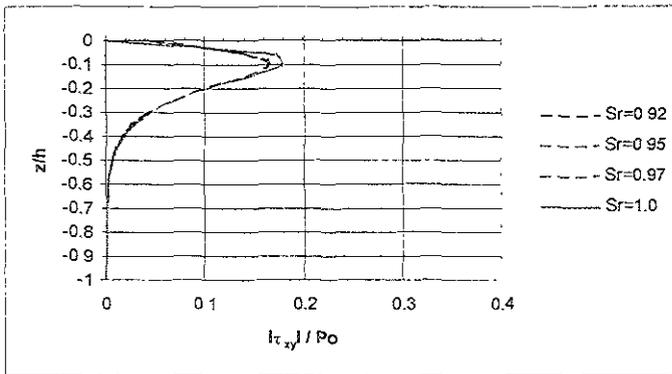


Figura 5.55 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}I/Po$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arcilla cuando: $h =$ infinito.

5.2.2.3.2. Suelo Arenoso

Para este caso se tiene las siguientes gráficas, donde:

- a) En la Figura 5.56, Figura 5.61 y Figura 5.66 se observa el perfil de variación de presiones para $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito, respectivamente.
- b) En la Figura 5.57, Figura 5.62 y Figura 5.67 se representa el comportamiento de $I\sigma_xI/Po$ y $I\sigma_yI/Po$ para $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito, respectivamente.
- c) En la Figura 5.58, Figura 5.63 y Figura 5.68 se muestra el comportamiento de $I\sigma_zI/Po$ para $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito, respectivamente.
- d) En la Figura 5.59 y Figura 5.64 se ve el comportamiento de $I\tau_{xz}I/Po$ y $I\tau_{yz}I/Po$ para $h=0.1L$ y $h=0.5L$, respectivamente.
- e) En la Figura 5.60, Figura 5.65 y Figura 5.69 se presenta el comportamiento de $I\tau_{xy}I/Po$ para $h=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=$ infinito, respectivamente.

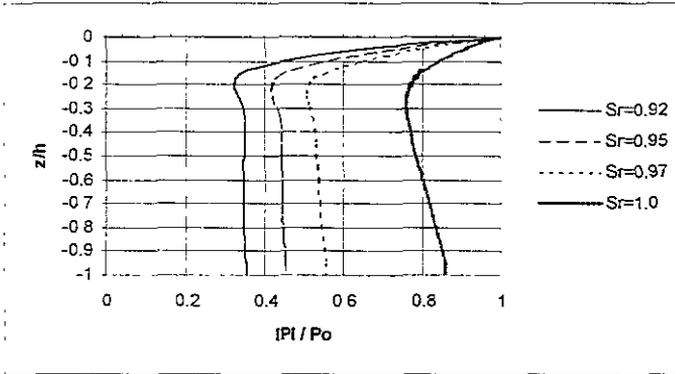


Figura 5.56 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h = 0.1L$.

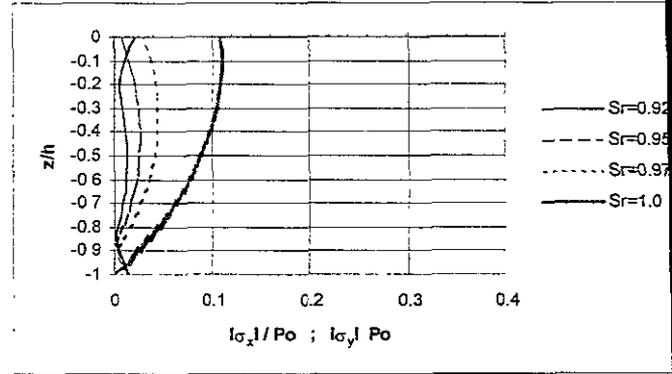


Figura 5.57 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_xI/Po$ y $I\sigma_yI/Po$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h = 0.1L$.

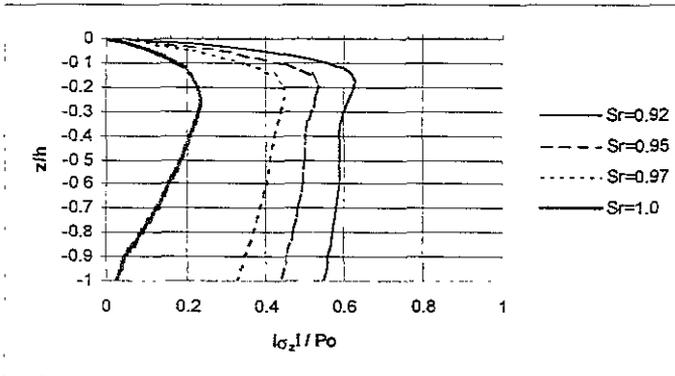


Figura 5.58 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_zI/Po$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h = 0.1L$.

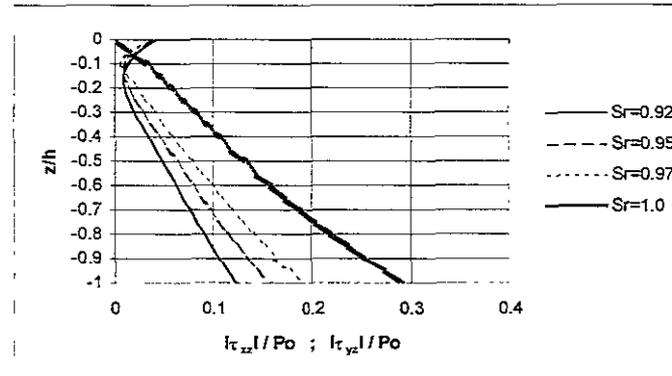


Figura 5.59 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\tau_{xz}I/Po$ y $I\tau_{yz}I/Po$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h = 0.1L$.

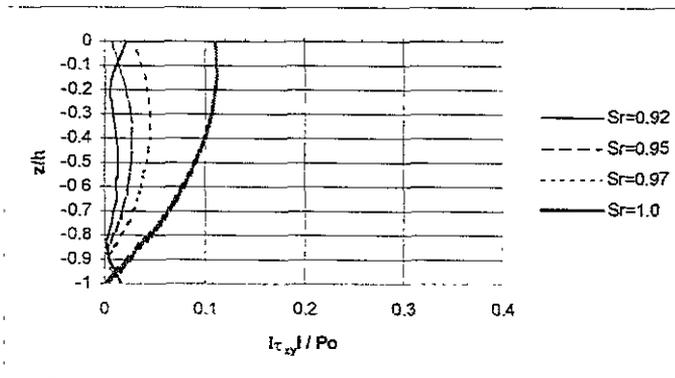


Figura 5.60 Variación del esfuerzo normalizado ($I\tau_{xy}I/Po$) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h = 0.1L$.

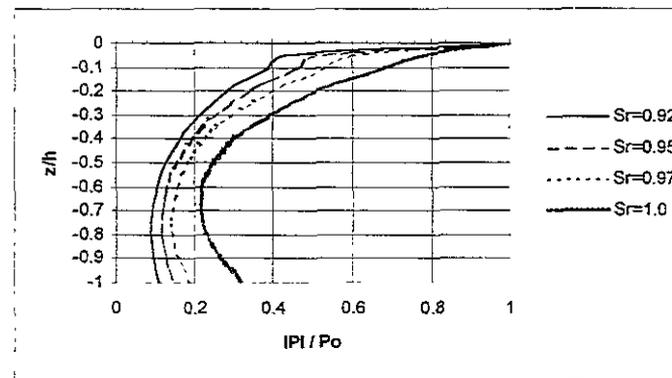


Figura 5.61 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al grado de saturación (Sr) en una arena cuando: $h = 0.5L$.

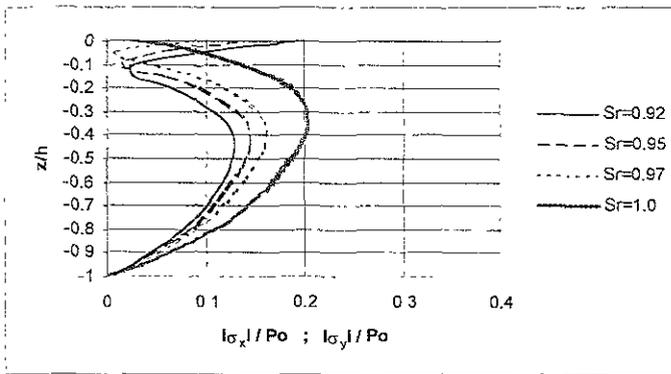


Figura 5.62 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_0$ y $|\sigma_y|/P_0$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h = 0.5L$.

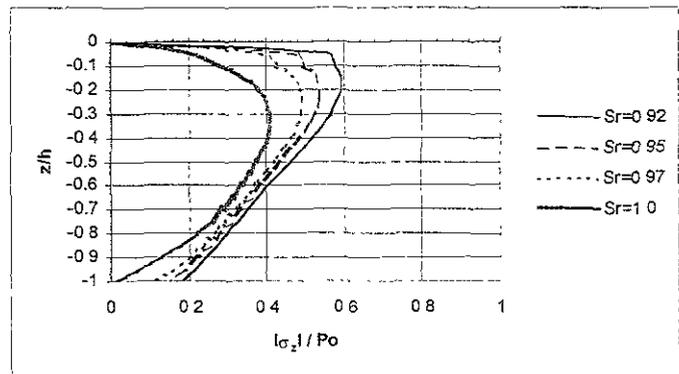


Figura 5.63 Variación del esfuerzo normalizado ($|\sigma_z|/P_0$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h = 0.5L$.

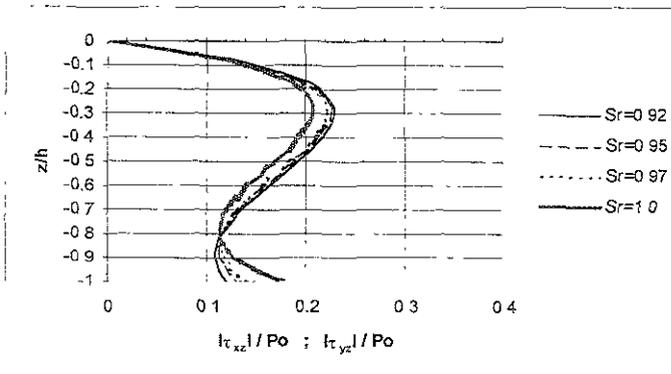


Figura 5.64 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\tau_{xz}|/P_0$ y $|\tau_{yz}|/P_0$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h = 0.5L$.

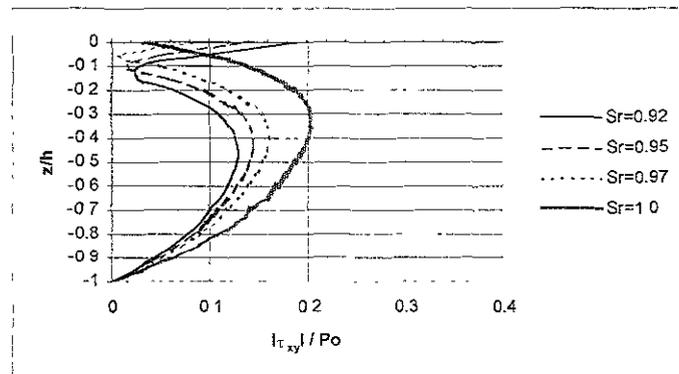


Figura 5.65 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_0$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h = 0.5L$.

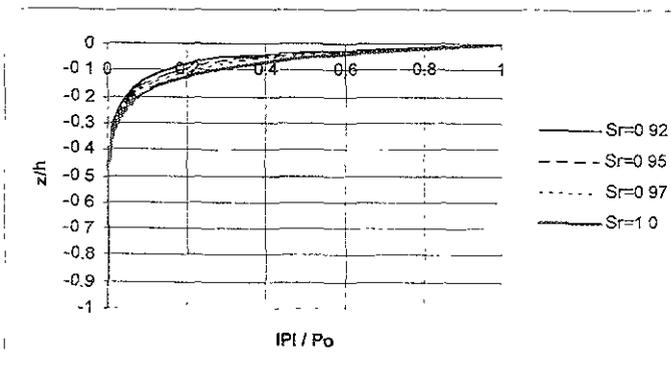


Figura 5.66 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h = \text{infinito}$.

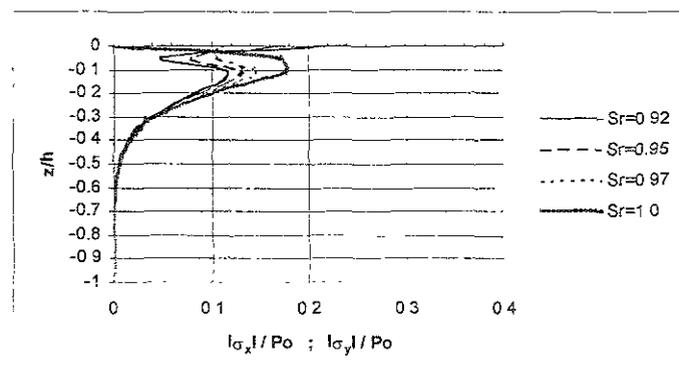


Figura 5.67 Variación de los esfuerzos normalizados ($|\sigma_x|/P_0$ y $|\sigma_y|/P_0$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h = \text{infinito}$.

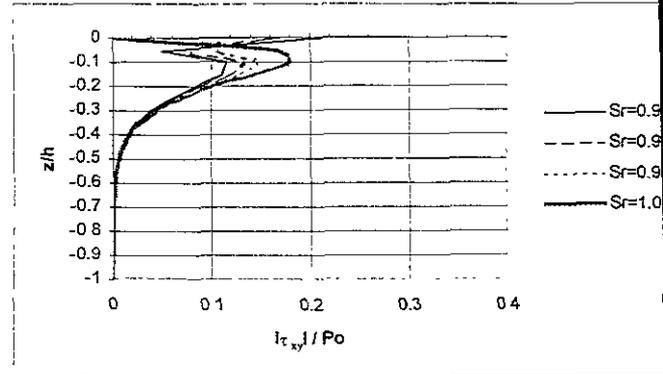
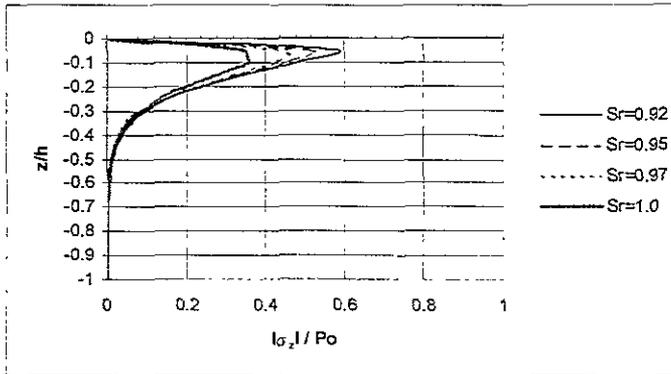


Figura 5.68 Variación del esfuerzo normalizado ($|\sigma_z|/P_o$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h=\infty$.

Figura 5.69 Variación del esfuerzo normalizado ($|\tau_{xy}|/P_o$) con respecto al grado de saturación (S_r) en una arena cuando: $h=\infty$.

Para estas situaciones se observa que:

- a) Los esfuerzos τ_{xz} y τ_{yz} no varían para ningún caso de arcillas ni de arenas para $h=\infty$.
- b) En arcillas, la variación es mínima cuando el valor del grado de saturación está entre 0.92 a 0.97 por lo que la importancia será en considerar un suelo saturado o un suelo no saturado.
- c) En arenas, el comportamiento se ve mas afectado que en las arenas cuando cambia el grado de saturación.

5.2.2.4. Variación del Módulo Cortante

El módulo cortante se define como la relación del esfuerzo con la deformación al cortante.

También en este caso se hará un estudio combinado del comportamiento de las presiones y de los esfuerzos efectivos, pero los parámetros a modificar son el módulo cortante y el espesor del fondo marino. Para lo que se considera lo siguiente:

- a) Tres diferentes espesores del fondo marino con respecto a la longitud de onda:
 $h=0.1L$, $h= 0.5L$ y $h=\text{infinito}$.
- b) Un ángulo de incidencia del oleaje es de 45° .
- c) Se grafica por separado:
- En el eje x, los valores normalizados de presión y de esfuerzos efectivos
 - En el eje y, z/h
- d) Primero se dan las figuras para arcilla (Figura 5.70, Figura 5.71, Figura 5.72, Figura 5.73, Figura 5.74 y Figura 5.75) las cuales se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² :	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	30m
Ángulo de incidencia (θ)	45°
Relación de Poisson (μ)	0.45
Porosidad (n')	0.2
Módulo cortante (G)	$10^5 - 10^8 \text{ N/m}^2$
Permeabilidad (k)	$6 \times 10^{-7} \text{ m/seg}$
Espesor del suelo (h)	$H=0.1L$, $h=0.5L$ y $h=\text{infinito}$
Grado de saturación (Sr)	1.0

- e) Posteriormente las figuras para arena (Figura 5.76 y Figura 5.77) se obtuvieron con los siguientes datos:

Datos ³² :	
Periodo (T)	12 seg
Profundidad (d)	30m

Ángulo de incidencia (θ)	45°
Relación de Poisson (μ)	1/3
Porosidad (n')	0.3
Módulo cortante (G)	$5 \times 10^6 - 5 \times 10^7$ m/seg
Permeabilidad (k)	10^{-5} N/m ²
Espesor del suelo (h)	H=0.1L, h=0.5L y h=infinito
Grado de saturación (Sr)	1.0

5.2.2.4.1. Suelo Arcilloso

Para este caso se tiene las siguientes gráficas, donde:

- a) En la Figura 5.70 y Figura 5.73 se observa el perfil de variación de presiones para $h=0.1L$ y $h=0.5L$, respectivamente.
- b) En la Figura 5.71 y Figura 5.74 se representa el comportamiento de $I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$ para $h=0.1L$ y $h=0.5L$, respectivamente.
- c) En la Figura 5.72 y Figura 5.75 se muestra el comportamiento de $I\sigma_z/P_0$ para $h=0.1L$ y $h=0.5L$, respectivamente.

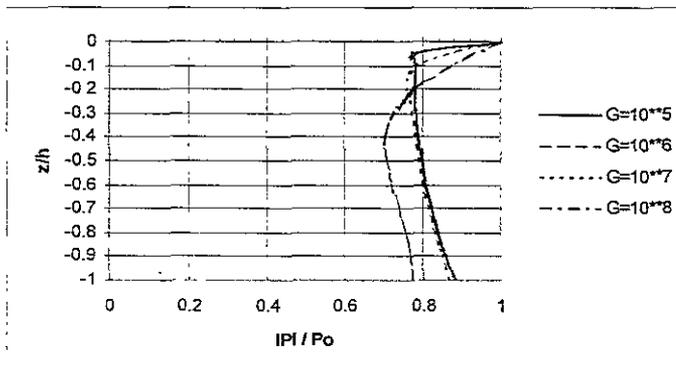


Figura 5.70 Variación de la presión normalizada (IPI/P_0) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h=0.1L$.

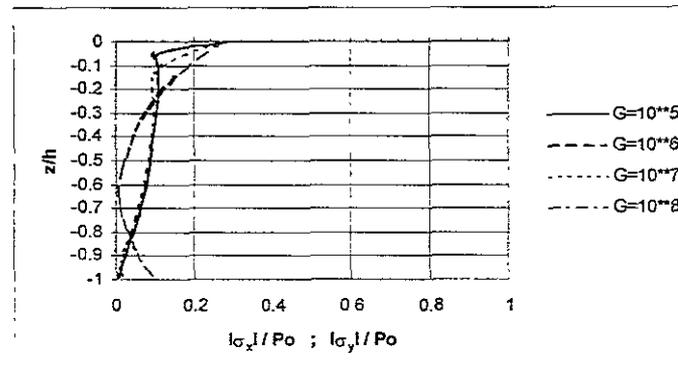


Figura 5.71 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_x/P_0$ y $I\sigma_y/P_0$) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h=0.1L$.

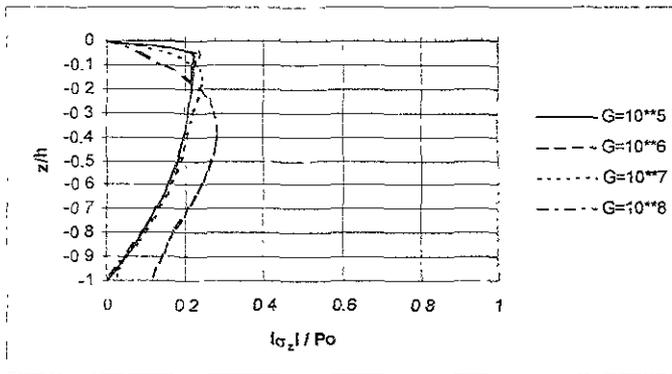


Figura 5.72 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_zI/Po$) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h= 0.1L$.

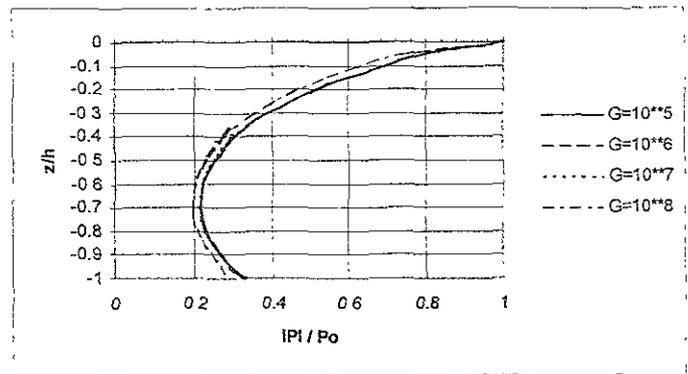


Figura 5.73 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h= 0.5L$.

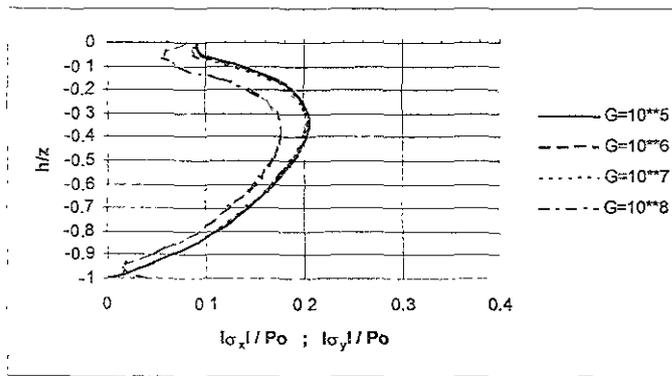


Figura 5.74 Variación de los esfuerzos normalizados ($I\sigma_xI/Po$ y $I\sigma_yI/Po$) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h= 0.5L$.

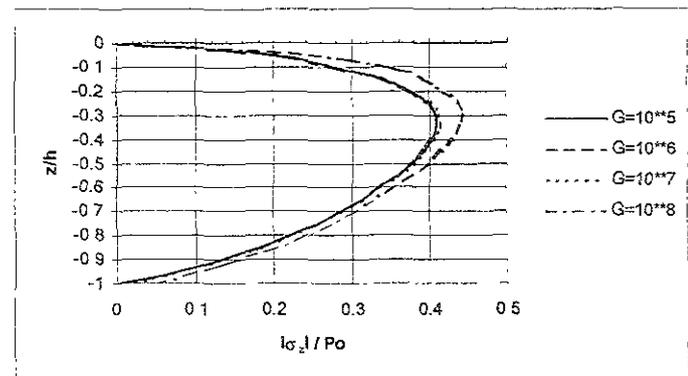


Figura 5.75 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_zI/Po$) con respecto al módulo cortante en una arcilla cuando: $h= 0.5L$.

5.2.2.4.2. Suelo Arenoso

En este caso sólo hay variación en IPI/Po y $I\sigma_zI/Po$ cuando $h=0.1L$ por lo que:

- a) En la Figura 5.76 se observa el perfil de variación de presiones.
- b) En la Figura 5.77 se presenta el comportamiento del esfuerzo normal en dirección z .

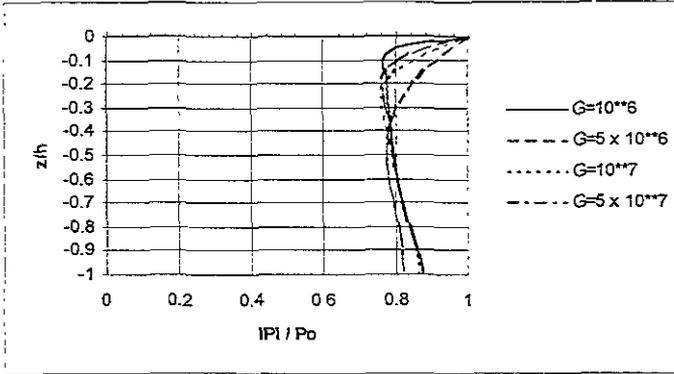


Figura 5.76 Variación de la presión normalizada (IPI/Po) con respecto al módulo cortante en una arena cuando: $h=0.1L$.

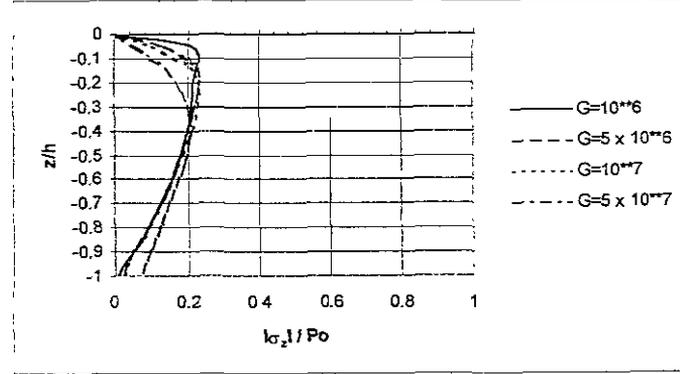


Figura 5.77 Variación del esfuerzo normalizado ($I\sigma_zI/Po$) con respecto al módulo cortante en una arena cuando: $h=0.1L$.

Del análisis de las gráficas de esta sección se puede comentar que:

- a) Para arcilla solo existen variaciones en los valores normalizados de la presión y los esfuerzos normales ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) cuando $h=0.1L$ y $h=0.5L$.
- b) Para arena sólo se ven afectados IPI/Po y $I\sigma_zI/Po$ cuando $h=0.1L$.
- c) Aunque hay una variación en los valores en el suelo al considerar un rango del módulo cortante entre $10^5 - 10^8$ para arcillas y un rango de $10^6 - 5 \times 10^7$ para arenas, dicha variación no es muy grande.
- d) Para el caso en el que se considera $h=$ infinito no existe fluctuaciones de los valores normalizados de presión y esfuerzos efectivos, ni en arenas ni en arcillas.

5.2.3 Inestabilidad del Fondo Marino

Uno de los principales objetivos en el estudio del fondo marino es evaluar cualitativamente su inestabilidad a causa del oleaje inducido. Con este modelo matemático es posible evaluar en que rangos de profundidad del estrato el suelo ya es inestable.

En las gráficas siguientes (figuras 5.78, 5.79 y 5.80) se presentan los datos del suelo estimados para la Sonda de Campeche³², en ellas:

- Se tiene un suelo isotrópico tipo arcilla calcárea (datos también utilizados en la sección 5.3).
- Los datos de oleaje para condiciones de huracán se tomaron de la Figura A-4 del "Criterio Transitorio para el Diseño y la Evaluación de Líneas Submarinas en la Sonda de Campeche"³³ (Apendice VII).
- Se representa la variación de los esfuerzos cortantes calculados en función de la profundidad del estrato para tres diferentes tirantes de agua (20m, fig 5.78; 50m, fig. 5.79 y 100m, fig. 5.80), donde en cada caso se consideran tres distintos periodos. Además, se incluyen los esfuerzos cortantes resistentes, cuyos valores se obtienen de los estudios de Akal-T-J y Akal-B-N para la Sonda de Campeche (Apéndice VI).

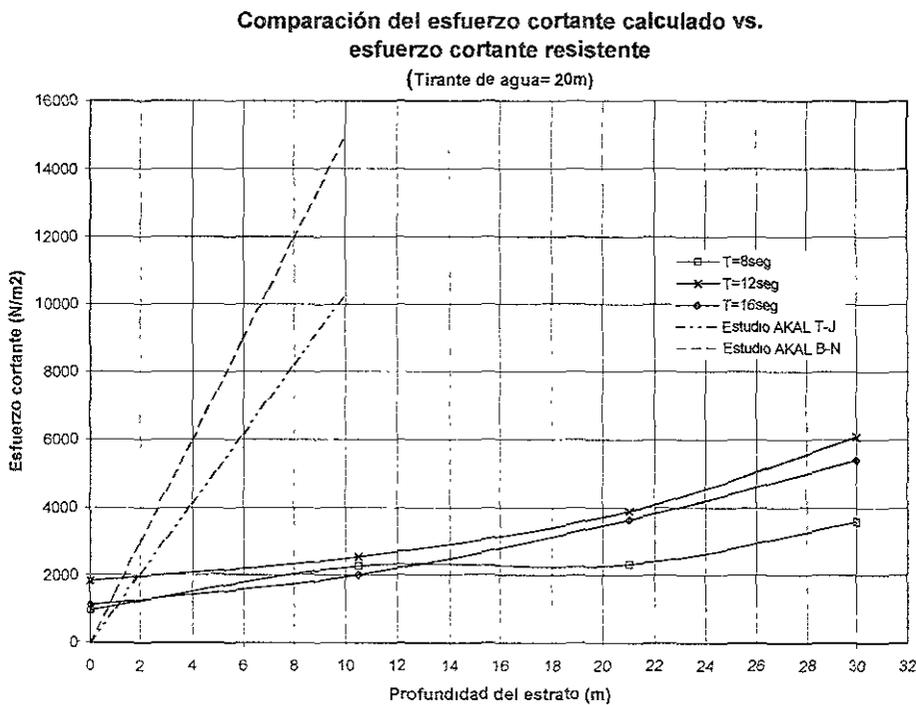


Figura 5.78 Comparación del esfuerzo cortante calculado vs. esfuerzo cortante resistente para un tirante de 20m

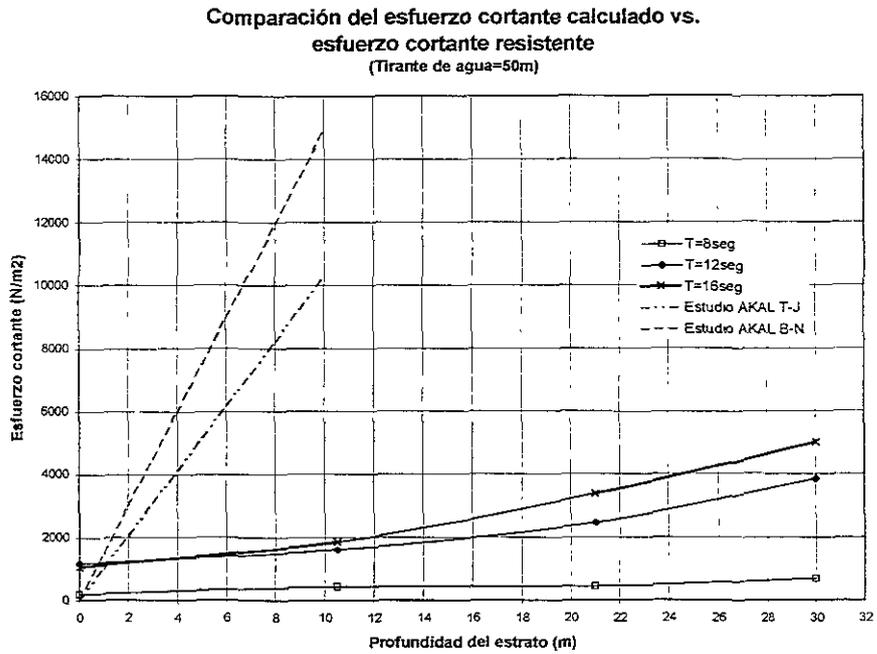


Figura 5.79 Comparación del esfuerzo cortante calculado vs. esfuerzo cortante resistente para un tirante de 50m

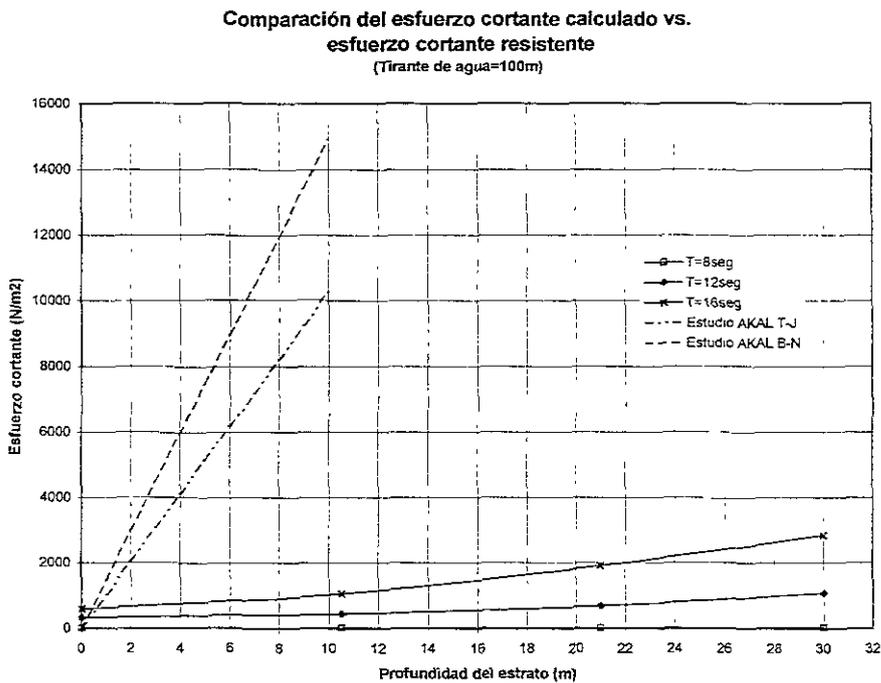


Figura 5.80 Comparación del esfuerzo cortante calculado vs. esfuerzo cortante resistente para un tirante de 100m

Al comparar el esfuerzo cortante calculado con el resistente se obtiene el rango de valores de inestabilidad del fondo marino. Este está dado por la intersección de estas curvas, ya que a partir de este punto el esfuerzo cortante calculado es mayor al resistente.

CAPITULO VI. Conclusiones y futuras líneas de investigación

VI. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

CONCLUSIONES

- 1) A pesar de que la solución presentada es algebraicamente extensa, permite hacer fácil y rápidamente una serie de simplificaciones y combinaciones como:
 - a) suelo anisotrópico e isotrópico
 - b) fondo marino parcial a completamente saturado
 - c) espesor del fondo marino finito a infinito
 - d) condiciones de oleaje de 2 y 3 dimensiones. En el primer caso, también puede obtenerse un oleaje progresivo o estacionario.

- 2) De los resultados presentados en el capítulo VI, se observa que el modelo propuesto reproduce exactamente o con una muy ligera diferencia a aquellos publicados por Mei y Foda y Yamamoto. Es importante mencionar que tanto el modelo de Yamamoto como el de Hsu et al. se han comparado con resultados experimentales, encontrándose que su modelo teórico describe muy bien los resultados de laboratorio.

- 3) En las tablas que se muestran a continuación se resumen las tendencias que presenta la respuesta del fondo marino para ciertas características del oleaje (oblicuidad y profundidad) y del suelo (espesor del fondo, permeabilidad, módulo cortante y grado de saturación).

RESUMEN DE VARIACIÓN DE UNA ARCILLA

	Características del oleaje		Características del suelo							
	Oblicuidad para diferente espesor de fondo marino(h)	Prof.	Variación del Espesor de fondo	Permeabilidad variando espesor marino (h)	Módulo cortante			Grado de saturación		
					h=0.1L	H=0.5L	h=infinito	h=0.1L	h=0.5L	h=infinito
IPI/P_0	no varía	no varía	Varía	Varía	varía	Varía	no varía	varía	Varía	Varía
$I\sigma_x/P_0$	Varía	no varía	Varía	Varía	varía	Varía	no varía	varía	Varía	Varía
$I\sigma_y/P_0$	Varía	no varía	Varía	Varía	varía	Varía	no varía	varía	Varía	Varía
$I\sigma_z/P_0$	no varía	no varía	Varía	Varía	varía	Varía	no varía	varía	Varía	Varía
$I\tau_{xz}/P_0$	Varía	no varía	Varía	Varía	no varía	no varía	no varía	varía	No varía	No varía
$I\tau_{yz}/P_0$	Varía	no varía	Varía	Varía	no varía	no varía	no varía	varía	No varía	No varía
$I\tau_{xy}/P_0$	Varía	no varía	Varía	Varía	no varía	no varía	no varía	varía	Varía	Varía

RESUMEN DE VARIACIÓN DE UNA ARENA

	Características del oleaje		Características del suelo							
	Oblicuidad para diferente espesor de fondo marino(h)	Prof.	Variación del Espesor de fondo	Permeabilidad variando espesor marino (h)	Módulo cortante			Grado de saturación		
					h=0.1L	H=0.5L	h=infinito	h=0.1L	h=0.5L	h=infinito
IPI/P_0	no varía	no varía	varía	varía	varía	no varía	no varía	varía	Varía	Varía
$I\sigma_x/P_0$	Varía	no varía	varía	varía	no varía	no varía	no varía	varía	Varía	Varía
$I\sigma_y/P_0$	Varía	no varía	varía	varía	no varía	no varía	no varía	varía	Varía	Varía
$I\sigma_z/P_0$	no varía	no varía	varía	varía	varía	no varía	no varía	varía	Varía	Varía
$I\tau_{xz}/P_0$	Varía	no varía	varía	varía	no varía	no varía	no varía	varía	Varía	No varía
$I\tau_{yz}/P_0$	Varía	no varía	varía	varía	no varía	no varía	no varía	varía	Varía	No varía
$I\tau_{xy}/P_0$	Varía	no varía	varía	varía	no varía	no varía	no varía	varía	Varía	Varía

- 4) Puesto que existen ciertas semejanzas en los valores y comportamientos de arenas y de arcillas, a continuación se resume esto:

	Oblicuidad			Espesor del fondo			Permeabilidad			Módulo Cortante			Grado de saturación		
	h= 0.1L	h= 0.5L	h= infinito	h= 0.1L	h= 0.5L	h= infinito	h= 0.1L	h= 0.5L	h= infinito	h= 0.1L	h= 0.5L	h= infinito	h= 0.1L	h= 0.5L	h= infinito
IPI/P_0		X	A		A	A		X	X			A		X	X
$i\sigma_x/P_0$ $i\sigma_y/P_0$					A	A			X			X			X
$i\sigma_z/P_0$					A	A		X	X			A			X
$i\tau_{xz}/P_0$ $i\tau_{yz}/P_0$	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	A		X	X
$i\tau_{xy}/P_0$	X	X	X	X	X	A	X	X	X	X	X	A		X	X

donde,

- a) X, representa una coincidencia de valores y comportamiento en arena y arcilla.
- b) A, simboliza que el comportamiento es el mismo en ambos materiales, pero los valores no son exactos, pero similares.
- c) Cuando se tienen espacios vacíos, ni los valores ni el comportamiento son parecidos.

- 5) En la sección 5.3.2 se muestran las gráficas que comparan los esfuerzos cortantes calculados contra los resistentes, en ellas se observa que para un tirante de agua de 20 m a los 2 m del estrato marino el suelo es inestable; mientras que si el tirante es mayor (100 m), el suelo es inestable en los primeros 80 cm aproximadamente.

Esto es congruente con la realidad, ya que en 1995 en la Sonda de Campeche, el huracán Roxanne afectó gravemente instalaciones petroleras. Dentro de los daños se encuentra el caso de las tuberías submarinas enterradas (regularmente en los primeros 10 m) que fueron desplazadas de su posición original.

- 6) De lo anterior deriva la importancia de contar con una herramienta que permita conocer el comportamiento del fondo marino, así como evaluar su inestabilidad.

FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

- Para futuros trabajos relacionados se proponen las siguientes variaciones y/o combinaciones:
 - a) análisis para suelos en capas
 - b) inclusión de los componentes no lineales del oleaje
 - c) análisis más detallado considerando un grado de saturación menos a uno
 - d) consideración de los términos de inercia

- También se propone realizar un estudio de las diferentes fallas posibles que puede tener el suelo, tales como: licuación, socavación y fallas cortantes, entre otros.

- Además, como la solución analítica utilizada está basada en la teoría de elasticidad del comportamiento de suelos, en ocasiones se sub o sobrestiman los valores, en comparación con los resultantes de las condiciones reales de un prototipo. Por lo que es importante desarrollar modelos que utilicen teorías basadas en el comportamiento no lineal plástico²⁸ de los sedimentos marinos para un análisis de la respuesta del suelo debido al oleaje inducido, especialmente en el caso de la inestabilidad del fondo marino.

APENDICE I

Lista de coeficientes C_1 al C_6 y B_1 al B_{24}

A continuación se dan las expresiones matemáticas para la obtención de los coeficientes empleados en las ecuaciones (4.1.13) – (4.1.23):

$$C_i = \frac{D_i}{D_0} \quad \text{para } i=1, \dots, 6 \quad (\text{A.1})$$

para obtener los valores de D_i donde $i=0, \dots, 6$ se describen a continuación:

$$D_i = C_{i0} + C_{i1}e^{-2kh} + C_{i2}e^{-(k-\delta)h} + C_{i3}e^{-4kh} + C_{i4}e^{-2\delta h} + C_{i5}e^{-2(k+\delta)h} + C_{i6}e^{-(3k+\delta)h} + C_{i7}e^{-4(k+2\delta)h} \quad (\text{A.2})$$

los valores de C_{ij} donde $i=0, \dots, 6$ y $j=0, \dots, 7$ involucrados en D_i se obtienen según las ecuaciones siguientes, cabe señalar que en la ecuación (A.45) y (A.46) se conjuntan los valores en los que los coeficientes C_{ij} son cero, por tal motivo no aparecerán en el orden en el que les correspondería.

$$C_{00} = (\delta - k)^2 (\delta - \delta\mu + k\mu + k\lambda)(B_1 + \lambda B_7) \quad (\text{A.3})$$

$$C_{01} = -2\delta \left\{ (k^2\mu - \delta^2 + \delta^2\mu)^2 + k^4(1-2\mu)^2 + 2k^2h^2(1-\mu)^2(\delta^2 - k^2)^2 \right\} + 4k^2h(\delta^4 - k^4)(1-2\mu)(1-\mu) + \lambda B_6 \quad (\text{A.4})$$

$$C_{02} = -8\delta k^2(1-\lambda-2\mu) \left[kh(\delta^2 - k^2)(1-\mu) - \delta^2(1-\mu) + k^2\mu + \lambda B_9 \right] \quad (\text{A.5})$$

$$C_{03} = (\delta + k)^2 (\delta - \delta\mu - k\mu - k\lambda)(B_2 + \lambda B_{10}) \quad (\text{A.6})$$

$$C_{04} = C_{03} \quad (\text{A.7})$$

$$C_{05} = C_{01} - 8k^2h(\delta^4 - k^4)(1-\mu)(1-\lambda-2\mu) \quad (\text{A.8})$$

$$C_{06} = C_{02} + 16\delta k^3h(\delta^2 - k^2)(1-\mu)(1-\lambda-2\mu) \quad (\text{A.9})$$

$$C_{07} = C_{00} \quad (\text{A.10})$$

$$C_{10} = -\lambda(\delta - k) \left[-\delta(\delta - 2k)(1-\mu) + k^2\mu \right] (B_1 + \lambda B_7) \quad (\text{A.11})$$

$$C_{11} = 2k^2h(\delta + k)(\delta - \delta\mu - k\mu)B_3 + \lambda(B_{11} + \lambda B_{12}) \quad (\text{A.12})$$

$$C_{12} = 4\delta k^3 h(1 - 2\mu)(\delta^2 - \delta^2 \mu - k^2 \mu) + \lambda(B_{13}) \quad (A.13)$$

$$C_{14} = \lambda(\delta + k)[\delta(\delta + 2k)(1 - \mu) - k^2 \mu](B_2 + \lambda B_{10}) \quad (A.14)$$

$$C_{15} = 2k^2 h(\delta - k)(\delta - \delta\mu + k\mu)B_4 + \lambda(B_{12} - B_{11}) \quad (A.15)$$

$$C_{16} = 2\delta k^2 \lambda \{ (1 - \mu)[\delta^2(1 + 2\lambda) + kh(\delta^2 - k^2)] + k^2(2\lambda\mu - 3\lambda - \mu) \} \quad (A.16)$$

$$C_{20} = (\delta - k)^2(\delta - \delta\mu + k\mu)(B_1 + \lambda B_7) \quad (A.17)$$

$$C_{21} = C_{03} + (\delta + k)[(\delta + k)(\delta - \delta\mu - k\mu)B_5 + \lambda(B_{14} + B_{15})] \quad (A.18)$$

$$C_{22} = 4\delta k^2(1 - 2\mu)[2\delta^2(1 - \mu) - 2k^2\mu - kh(1 - \mu)(\delta^2 - k^2)] + \lambda B_{16} \quad (A.19)$$

$$C_{24} = (\delta + k)^2(\delta - \delta\mu - k\mu)(B_2 + \lambda B_{10}) \quad (A.20)$$

$$C_{25} = C_{00} + (\delta - k)[(\delta - k)(\delta - \delta\mu + k\mu)B_6 + \lambda(B_{14} - B_{15})] \quad (A.21)$$

$$C_{26} = 2\delta k^2 \lambda(1 - \mu)(\delta^2 - k^2) \quad (A.22)$$

$$C_{31} = 2k^2 h(\delta - k)(\delta - \delta\mu + k\mu)B_3 + \lambda(B_{11} + B_{12} - 2kB_{17}) \quad (A.23)$$

$$C_{32} = -2\delta k^2 \lambda [(kh - \lambda)(\delta^2 - k^2)(1 - \mu) - \delta^2(1 - \mu) + k^2\mu + \lambda B_9] \quad (A.24)$$

$$C_{33} = C_{14} \quad (A.25)$$

$$C_{35} = 2k^2 h(\delta + k)(\delta - \delta\mu - k\mu)B_4 + \lambda(B_{12} - B_{11} - 2kB_{18}) \quad (A.26)$$

$$C_{36} = -C_{12} - 4\delta k^2 \lambda B_{19} \quad (A.27)$$

$$C_{37} = C_{10} \quad (A.28)$$

$$C_{41} = C_{25} - 2C_{00} - 2\lambda(\delta - k)(B_{20} + B_{21}) \quad (A.29)$$

$$C_{42} = -C_{26} \quad (A.30)$$

$$C_{43} = -C_{24} \quad (A.31)$$

$$C_{45} = C_{21} - 2C_{03} - 2\lambda(\delta + k)(B_{20} - B_{21}) \quad (A.32)$$

$$C_{46} = 4\delta k^2(1 - 2\mu)[2k^2\mu - 2\delta^2(1 - \mu) - kh(1 - \mu)(\delta^2 - k^2)] - \lambda B_{16} \quad (A.33)$$

$$C_{47} = -C_{20} \quad (\text{A.34})$$

$$C_{50} = \lambda(\delta - k)(B_1 + \lambda B_7) \quad (\text{A.35})$$

$$C_{51} = -4k^2h(1 - 2\mu)B_3 + 2\lambda[B_{22} - 2k^4h(1 - 2\mu)] \quad (\text{A.36})$$

$$C_{52} = -2k(1 - \lambda - 2\mu)[kh(\delta + k)(\delta - \delta\mu - k\mu) + \lambda B_{23}] \quad (\text{A.37})$$

$$C_{53} = \lambda(\delta + k)(B_2 + \lambda B_{10}) \quad (\text{A.38})$$

$$C_{56} = 2k(1 - \lambda - 2\mu)[-kh(\delta - k)(\delta - \delta\mu + k\mu) + \lambda B_{24}] \quad (\text{A.39})$$

$$C_{62} = -C_{56} + 4k\lambda(1 - \lambda - 2\mu)B_{24} \quad (\text{A.40})$$

$$C_{64} = C_{53} \quad (\text{A.41})$$

$$C_{65} = -4k^2h(1 - 2\mu)B_4 + 2\lambda[2k^4h(1 - 2\mu) + B_{22}] \quad (\text{A.42})$$

$$C_{66} = -C_{52} - 4k\lambda(1 - \lambda - 2\mu)B_{23} \quad (\text{A.43})$$

$$C_{67} = C_{50} \quad (\text{A.44})$$

$$C_{13} = C_{17} = C_{23} = C_{27} = C_{30} = C_{34} = C_{40} = C_{44} = 0 \quad (\text{A.45})$$

$$C_{54} = C_{55} = C_{57} = C_{60} = C_{61} = C_{63} = 0 \quad (\text{A.46})$$

los valores de B_i utilizados en las ecuaciones anteriores se describen a continuación:

$$B_1 = k^2\mu - (1 - \mu)(\delta^2 + \delta k + k^2) \quad (\text{A.47})$$

$$B_2 = -\delta^2 + \delta k - k^2 + \delta^2\mu - \delta k\mu + 2k^2\mu \quad (\text{A.48})$$

$$B_3 = (\delta^3h - k^2 - \delta k^2h)(1 - \mu) + k^2\mu \quad (\text{A.49})$$

$$B_4 = (\delta^3h + k^2 - \delta k^2h)(1 - \mu) - k^2\mu \quad (\text{A.50})$$

$$B_5 = 2\delta kh(\delta - k)(1 - \mu) \quad (\text{A.51})$$

$$B_6 = 2\delta kh(\delta + k)(1 - \mu) \quad (\text{A.52})$$

$$B_7 = -2\delta(\delta + k)(1 - \mu) + k^2 \quad (\text{A.53})$$

$$B_8 = 4k^6 h(1-\mu) + 4\delta k^4 [(1-4\mu+\mu^2) - \lambda(3-3\mu+\mu^2)] + 4\delta^3 k^2 (1-\mu)[2+\lambda(3-2\mu)] - 4\delta^4 k^2 h(1-\mu) - 4\delta^5 (1+\lambda)(1-\mu)^2 \quad (\text{A.54})$$

$$B_9 = -\delta^2(1-\mu) + k^2(2-\mu) \quad (\text{A.55})$$

$$B_{10} = -2\delta(\delta-k)(1-\mu) + k^2 \quad (\text{A.56})$$

$$B_{11} = k^5(1-\lambda-2\mu) - 2k^6 h\mu - \delta^2 k^3(1-\mu)[1+2kh(1-2\mu) + k\lambda(5-4\mu)] + 2\delta^4 k(1-\mu)^2(1+2kh+2\lambda) \quad (\text{A.57})$$

$$B_{12} = \delta k^4 [2kh(1-\mu-\mu^2) + \lambda(2+\mu-2\mu^2) - (2-6\mu+3\mu^2)] - \delta^3 k^2(1-\mu)(2kh+3\lambda+2\mu) + \delta^5(1-\mu)^2(1+2kh+2\lambda) \quad (\text{A.58})$$

$$B_{13} = 2k^4 \delta [kh(3-5\mu+4\mu^2) - \lambda(5-10\mu+4\mu^2) - \mu(3-4\mu)] + k^2 \delta^3(1-\mu)[(3-4\mu) - 2kh(5-4\mu) + 2\lambda(1-2\mu)] \quad (\text{A.59})$$

$$B_{14} = -k^4(1-\lambda-2\mu) - 2\delta^2 k^2(2-\mu)(1-\mu) + 2\delta^4(1-\mu)^2 \quad (\text{A.60})$$

$$B_{15} = \delta k^3(\lambda+\mu)(3-2\mu) + \delta^3 k(1-\mu)(1-2\lambda-2\mu) \quad (\text{A.61})$$

$$B_{16} = -2\delta k^2 [\delta^2(1-\mu)(1+4\mu) + k^2(3-11\mu+4\mu^2)] \quad (\text{A.62})$$

$$B_{17} = k^4 \mu(1-\lambda-2\mu) + 2\delta k^4 h(1-\mu-\mu^2) - \delta^2 k^2(1-\mu)[1+\lambda(5-4\mu)] - 2\delta^3 k^2 h(1-\mu) - 2\delta^4(1+2\lambda)(1-\mu)^2 + 2\delta^5 h(1-\mu)^2 \quad (\text{A.63})$$

$$B_{18} = -k^4 \mu(1-\lambda-2\mu) + 2\delta k^4 h(1-\mu-\mu^2) + \delta^2 k^2(1-\mu)[1+\lambda(5-4\mu)] - 2\delta^3 k^2 h(1-\mu) - 2\delta^4(1+2\lambda)(1-\mu)^2 + 2\delta^5 h(1-\mu)^2 \quad (\text{A.64})$$

$$B_{19} = -\delta^2(1-\mu)[3-4\mu+2\lambda(1-2\mu)] + k^2[\mu(3-4\mu) + \lambda(5-10\mu+4\mu^2)] \quad (\text{A.65})$$

$$B_{20} = B_{14} \quad (\text{A.66})$$

$$B_{21} = -B_{15} \quad (\text{A.67})$$

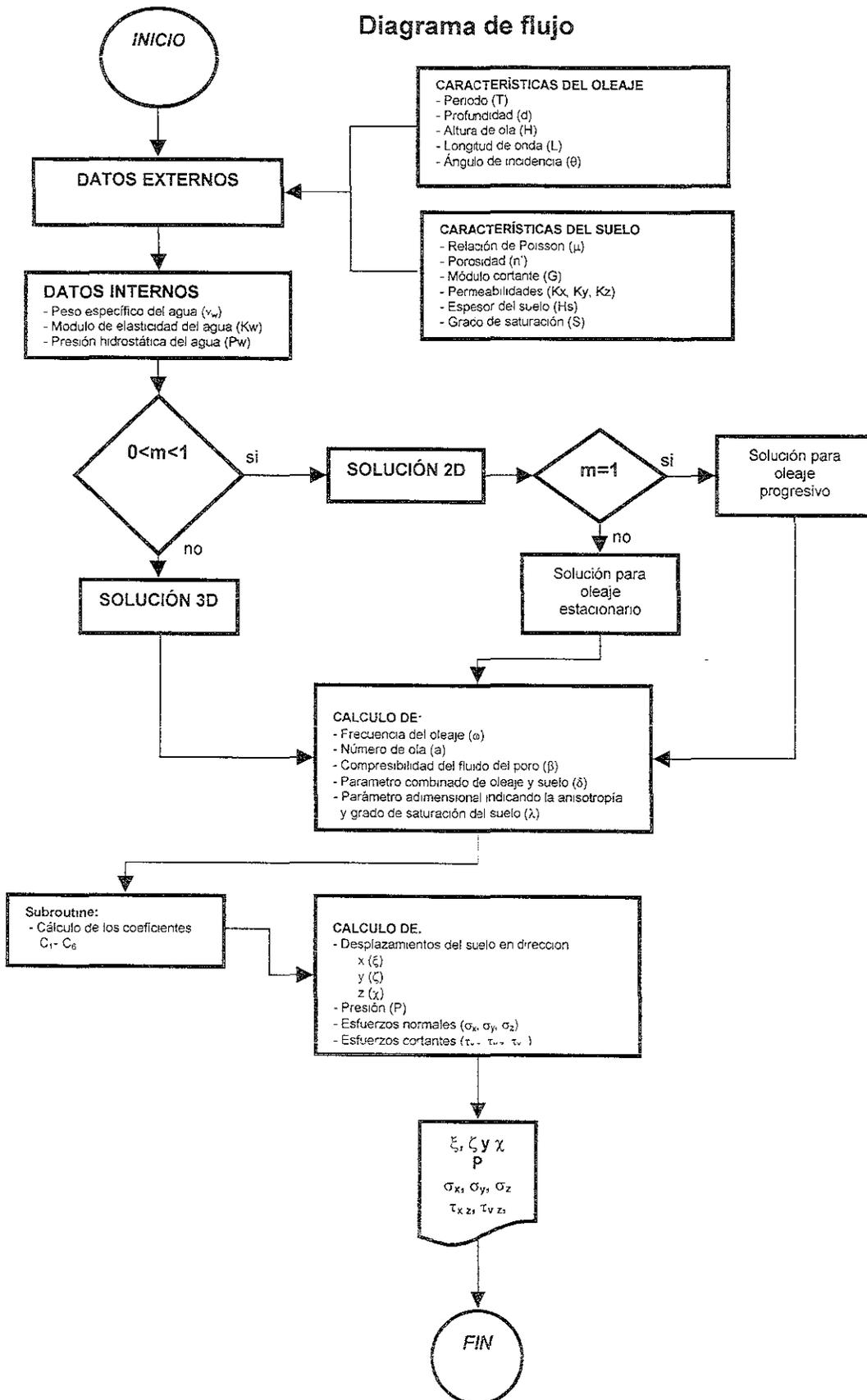
$$B_{22} = \delta B_{19} \quad (\text{A.68})$$

$$B_{23} = -\delta(\delta+2k)(1-\mu) + k^2 \mu \quad (\text{A.69})$$

$$B_{24} = -\delta(\delta-2k)(1-\mu) + k^2 \mu \quad (\text{A.70})$$

APENDICE II

Diagrama de flujo



APENDICE III

CONTINUIDAD Y ECUACIÓN DE LAPLACE

Considérese un cubo como volumen de control en un sistema cartesiano, donde el flujo de masa se presenta en cada una de las caras y su variación con respecto al tiempo y a su posición es uniforme (ver Figura A3. 1). La cantidad de flujo neto en el volumen de control se obtiene al considerar la cantidad de flujo a través de las superficies 1 y 2, siendo estas paralelas al plano XZ.

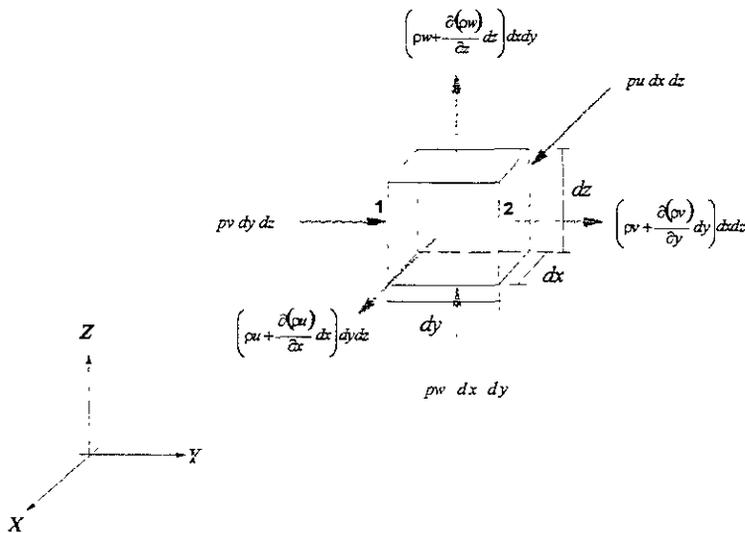


Figura A3. 1 Volumen de control en un plano cartesiano

Se puede observar en la Figura A3. 1 que la cantidad de flujo por unidad de área a través de la superficie 1 es $-\rho v$, la cual varía uniformemente en la dirección y y para la superficie 2 es $\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy$.

El flujo neto lo definimos de la siguiente manera:

$$\left[\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} \right] dx dy dz.$$

La forma general de la ecuación anterior es:

$$\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (A3.1)$$

La cantidad de masa dentro del volumen de control se define como:

$$-\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dx dy dz$$

Al igualar (A3.1) con la ecuación anterior y al aplicar el principio de conservación de masa se tiene:

$$\frac{\partial(\rho dx dy dz)}{\partial t} = -\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (A3.2)$$

Al simplificar (A3.2) se tiene la ecuación de continuidad para flujos compresibles,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (A3.3)$$

Si considera un flujo incompresible, la densidad ρ es constante, por lo que la ecuación se simplifica de la siguiente manera:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (A3.4)$$

Por otro lado el vector velocidad (\vec{u}) en términos de potencial de velocidad es:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (A3.5)$$

Al sustituir (A3.5) en (A3.4) se obtiene la ecuación de Laplace para flujos incompresibles, como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{A3.6})$$

APENDICE IV

ECUACIÓN DE NAVIER- STOKES

La ecuación de Navier-Stokes gobierna el comportamiento dinámico de los fluidos, el cual se basa en la segunda ley de Newton para el movimiento de un fluido en un medio continuo. Para la deducción de esta ecuación se considera un volumen de control en un flujo incompresible que está sujeto a fuerzas de superficie (debido al movimiento del fluido) y las fuerzas de cuerpo (gravedad). Las primeras generan esfuerzos cortantes y esfuerzos normales actuantes en todas las caras del volumen de control, como se puede ver en la Figura A4. 1.

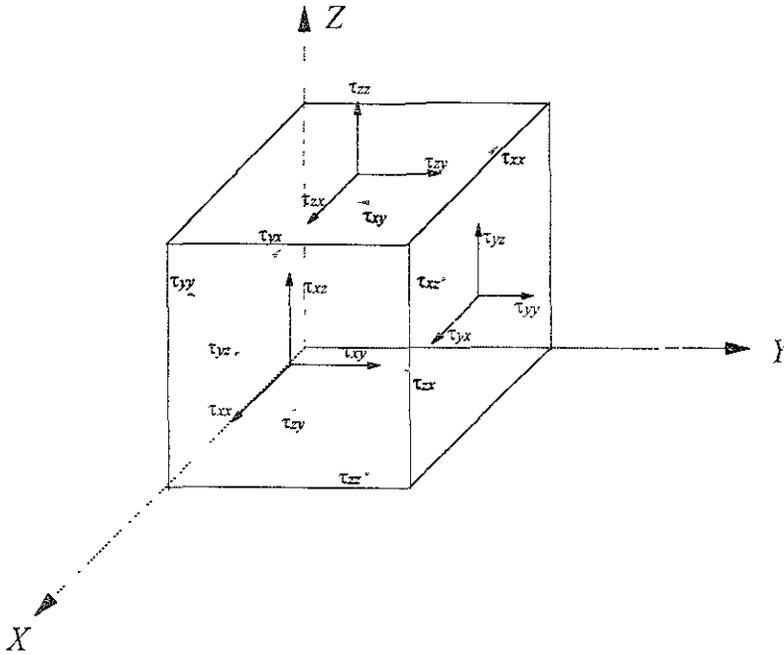


Figura A4. 1 Esfuerzos en un volumen de control

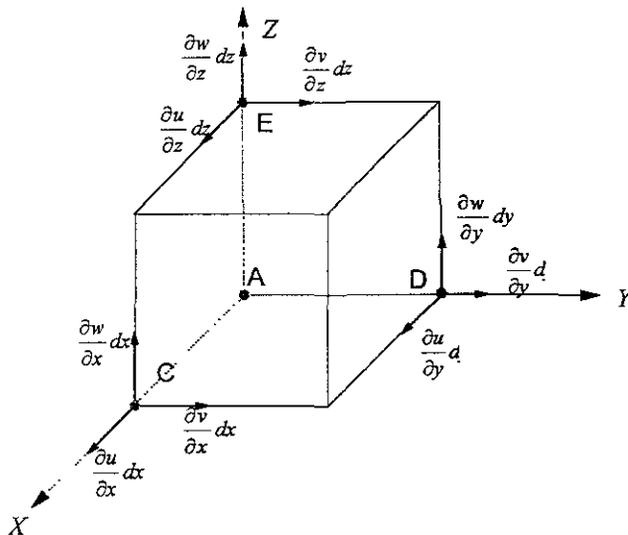


Figura A4. 2 Componentes de la velocidad relativa para las partículas C, D y E

En la Figura A4. 2 se muestra las componentes de velocidad de las partículas C, D y E relativas a la partícula A. Al considerar la partícula C donde $(\partial u / \partial x)dx$ es la relación del incremento de la longitud AC que se toma como un valor unitario, por lo que $\partial u / \partial x$ representa la deformación unitaria con respecto a la dirección x, lo anterior se expresa como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \epsilon_{xx} \tag{A4.1}$$

Las deformaciones unitarias en las direcciones y y z son:

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \epsilon_{yy} \tag{A4.2}$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \epsilon_{zz} \tag{A4.3}$$

Por otro lado el cambio angular de cada uno de los lados del volumen de control con respecto a cada uno de los ejes coordenados está dado por las deformaciones angulares y se describen de la siguiente manera:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \tag{A4.4}$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \tag{A4.5}$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \tag{A4.6}$$

Conjuntando lo anterior en un tensor de deformaciones unitarias se tiene:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \epsilon_{yy} & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \tag{A4.7}$$

Los esfuerzos cortantes que son directamente proporcionales a las deformaciones angulares (ecuaciones (A4.4), (A4.5), (A4.6) y (A4.7)), a éstas se les considera una constante de proporcionalidad de μ , quedando:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \tag{A4.8}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \tag{A4.9}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \tag{A4.10}$$

Se sabe que el esfuerzo total dentro de un fluido en movimiento esta en función de la presión hidrostática y de los esfuerzos normales que actúan en el volumen de control.

Por lo que tienen una componente que está en función del cambio de la forma y cambio de la densidad del volumen de control, lo anterior lo representamos de la siguiente manera:

$$\tau_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{A4.11})$$

$$\tau_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{A4.12})$$

$$\tau_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{A4.13})$$

donde,

p es la presión hidrostática,

μ y λ son constantes de proporcionalidad de los esfuerzos normales debido al cambio de forma y densidad respectivamente.

Generalmente la presión hidrostática se puede representar como el promedio negativo de los tres esfuerzos normales que actúan en el volumen de control, lo anterior queda representado como:

$$p = -\frac{1}{3} (\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}) \quad (\text{A4.14})$$

Al sustituir (A4.11), (A4.12) y (A4.13) en (A4.14) se obtiene una relación entre μ y λ , la cual se conoce como relación constitutiva.

$$3\lambda + 2\mu = 0 \quad \text{o} \quad \lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (\text{A4.15})$$

Sustituyendo la ecuación (A4.15) en (A4.11), (A4.12) y (A4.13) se tiene:

$$\tau_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{A4.16})$$

$$\tau_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{A4.17})$$

$$\tau_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{A4.18})$$

Al aplicar la segunda ley de Newton para dar solución a la ecuación de Navier-Stokes, se tiene:

$$df + \mathbf{B}dxdydz = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dxdydz \quad (\text{A4.19})$$

donde df representa las fuerzas de superficie y B representa las fuerzas de cuerpo. Se considera tanto las fuerzas de superficie y las fuerzas de cuerpo para cada eje coordenado según la ecuación (A4.19), de donde se obtiene:

$$df_x + \mathbf{X}dxdydz = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dxdydz \quad (\text{A4.20})$$

$$df_y + \mathbf{Y}dxdydz = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) dxdydz \quad (\text{A4.21})$$

$$df_z + \mathbf{Z}dxdydz = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) dxdydz \quad (\text{A4.22})$$

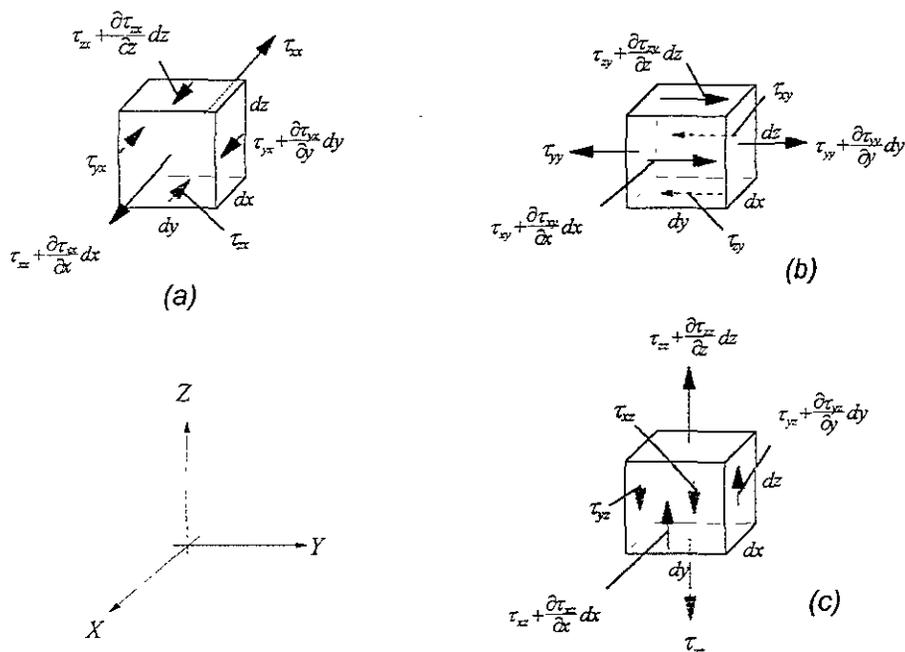


Figura A4. 3 Esfuerzos normales y esfuerzos cortantes actuando en el volumen de control, (a) dirección x, (b) dirección y y (c) dirección z.

En la Figura A4. 3 que representan las fuerzas de superficie en cada dirección, las expresiones resultantes son:

$$df_x = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} dx dy dz + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dx dy dz + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dx dy dz \tag{A4.23}$$

$$df_y = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx dy dz + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} dx dy dz + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dx dy dz \tag{A4.24}$$

$$df_z = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx dy dz + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dx dy dz + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} dx dy dz \tag{A4.25}$$

Finalmente sustituyendo (A4.8), (A4.9), (A4.10), (A4.16), (A4.17) y (A4.18) en (A4.23), (A4.24), (A4.25) y estas últimas a su vez en las ecuaciones (A4.21), (A4.22) y (A4.23) se obtiene la ecuación de Navier-Stokes para fluidos incompresibles,

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \mathbf{X} - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A4.26})$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \mathbf{Y} - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A4.27})$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \mathbf{Z} - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A4.28})$$

Para fluidos Newtonianos, la relación dinámica entre la viscosidad (μ) y la densidad (ρ) se le define como la viscosidad cinemática (ν) representada de la siguiente manera:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{A4.29})$$

Al tomar en cuenta la viscosidad cinemática de (A4.29) en (A4.26), (A4.27) y (A4.28) se tiene:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\mathbf{X}}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A4.30})$$

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\mathbf{Y}}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A4.31})$$

$$\frac{Dw}{Dt} = \frac{\mathbf{Z}}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A4.32})$$

Y por último para un flujo ideal donde la viscosidad es nula, la ecuación de Euler se convierte en un caso particular de la Ecuación de Navier-Stokes.

APENDICE V

ECUACIÓN DE BERNOULLI

Se considera un flujo no viscoso, incompresible e irrotacional, la ecuación de Navier-Stokes (ver apéndice IV) se puede reducir a una forma simple de ecuación de momentum.

Antes de iniciar el deducción de la ecuación de Bernoulli, es necesario las definiciones siguientes:

a) El vector velocidad (\vec{u}) en términos de potencial de velocidad es:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (\text{A5.1})$$

b) Al considerar las funciones u , v y w continuas, las ecuaciones de movimiento irrotacional para las tres variables son:

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (\text{A5.2})$$

Conocido lo anterior, se sustituye (A5.1) y (A5.2) en (A4.30), (A4.31) y (A4.32) del apéndice IV:

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{A5.3})$$

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial t} + u \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Omega}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{A5.4})$$

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial v}{\partial z} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Omega}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (\text{A5.5})$$

donde las fuerzas de cuerpo están en términos del potencial Ω .

$$\mathbf{X} = -\frac{\partial \Omega}{\partial x}, \quad \mathbf{Y} = -\frac{\partial \Omega}{\partial y}, \quad \mathbf{Z} = -\frac{\partial \Omega}{\partial z} \quad (\text{A5.6})$$

Integrando con respecto a x , y y z , se tiene que,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{\Omega}{\rho} + \frac{p}{\rho} = G_1(y, z, t) \quad (\text{A5.7})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{\Omega}{\rho} + \frac{p}{\rho} = G_2(z, x, t) \quad (\text{A5.8})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{\Omega}{\rho} + \frac{p}{\rho} = G_3(x, y, t) \quad (\text{A5.9})$$

donde G_1 , G_2 y G_3 son funciones que aparecen como constantes de cada parcial de integración.

Se observa que (A5.7), (A5.8) y (A5.9) tiene los mismos términos en la parte izquierda, donde tanto la parte izquierda como la derecha dependen del tiempo. Por lo que se pueden reducir de la siguiente manera:

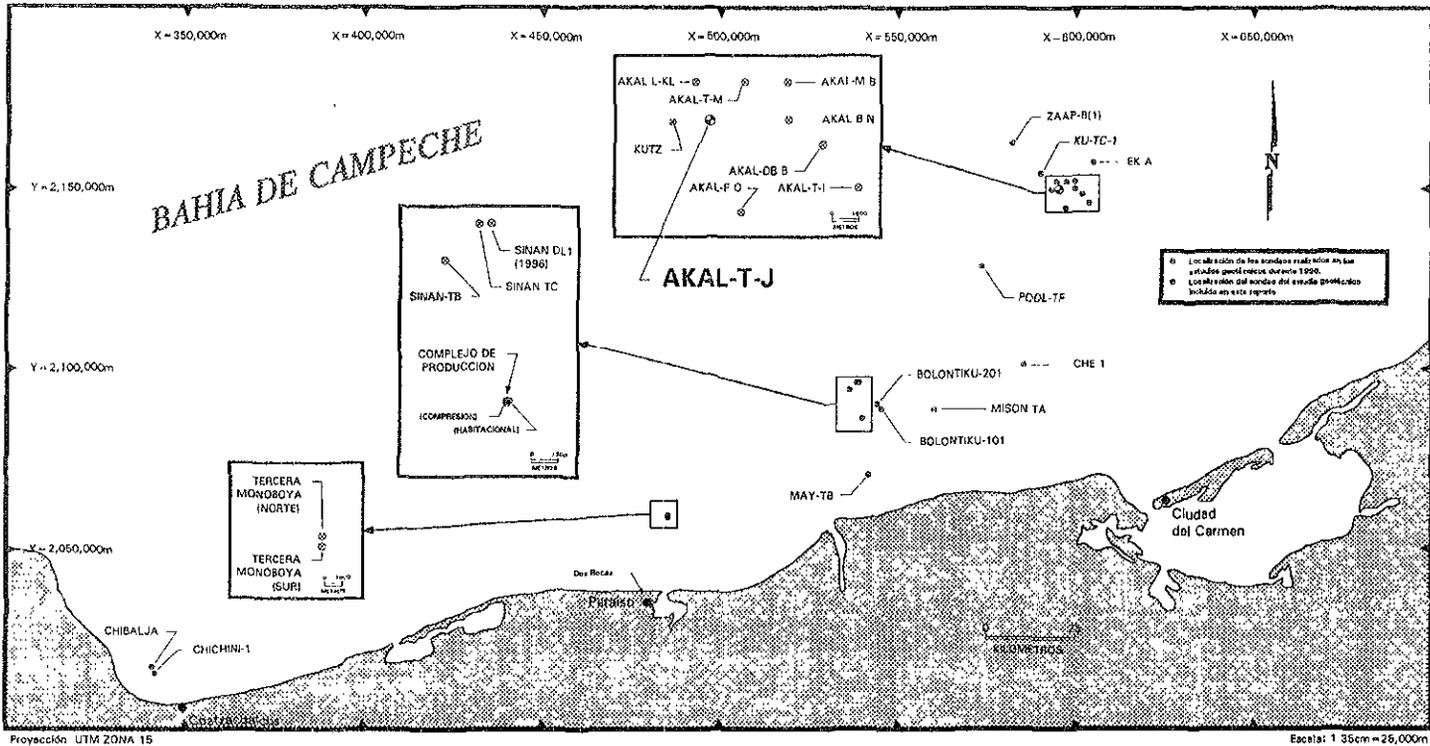
$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} q^2 + \frac{\Omega}{\rho} + \frac{p}{\rho} = G(t) \quad (\text{A5.10})$$

donde $q^2 = u^2 + v^2 + w^2$.

Si se considera que solo existe valor Ω en la dirección z la ecuación de Bernoulli esta dada por

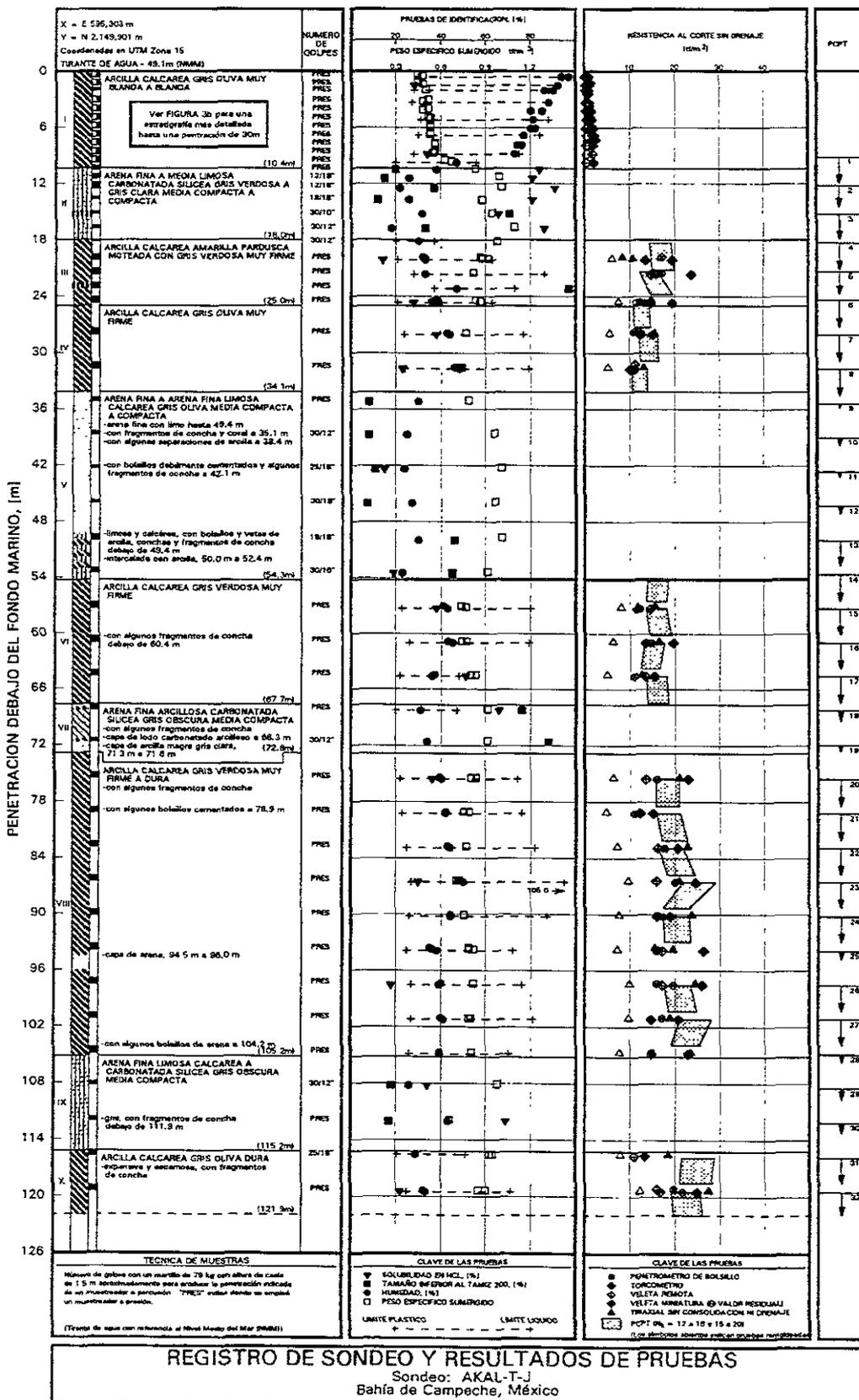
APENDICE VI

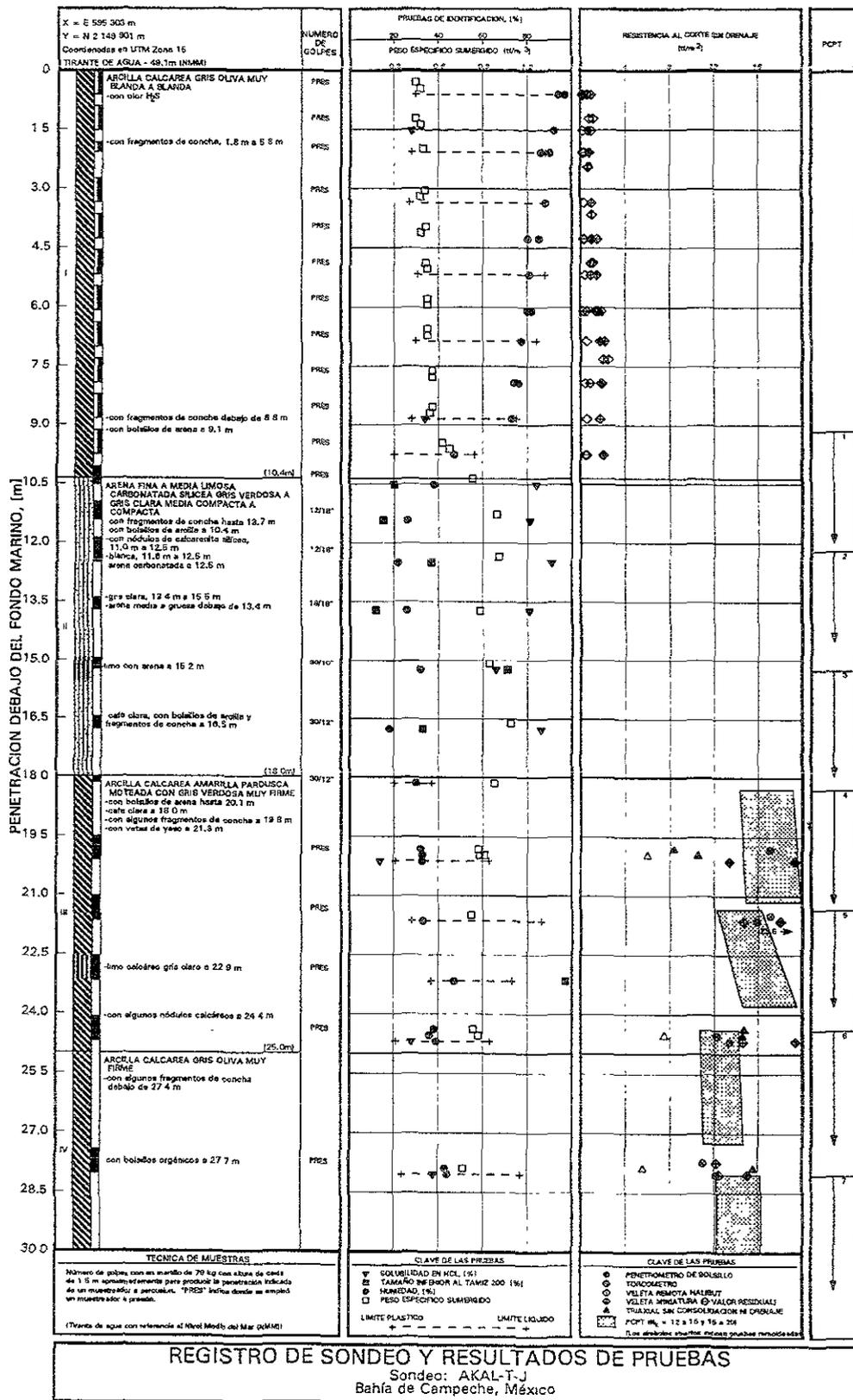
Estudios Geotécnicos para la Sonda de Campeche

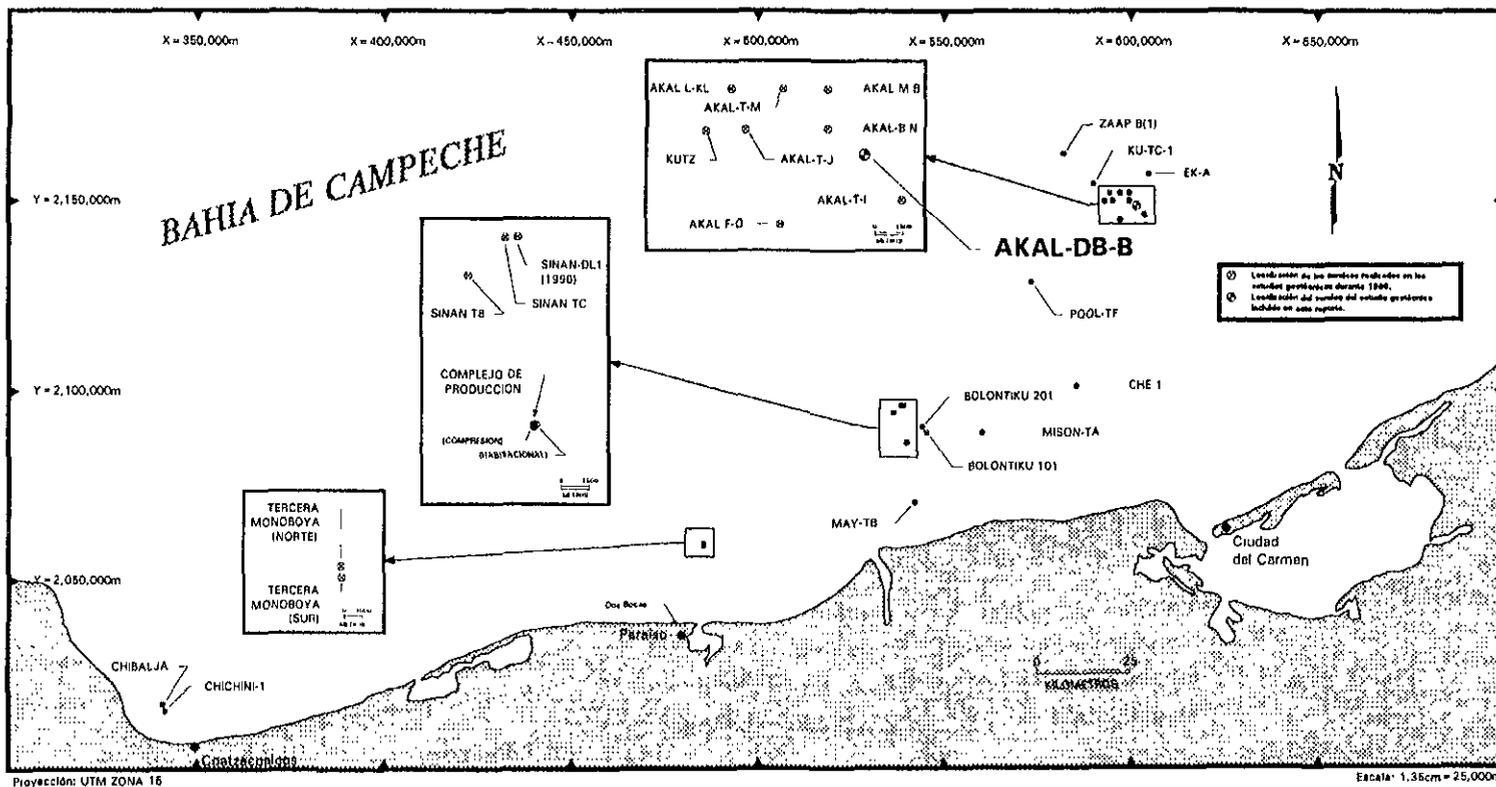


MAPA DETALLADO DE LOCALIZACION

Sondeo: AKAL-T-J
Bahía de Campeche, México

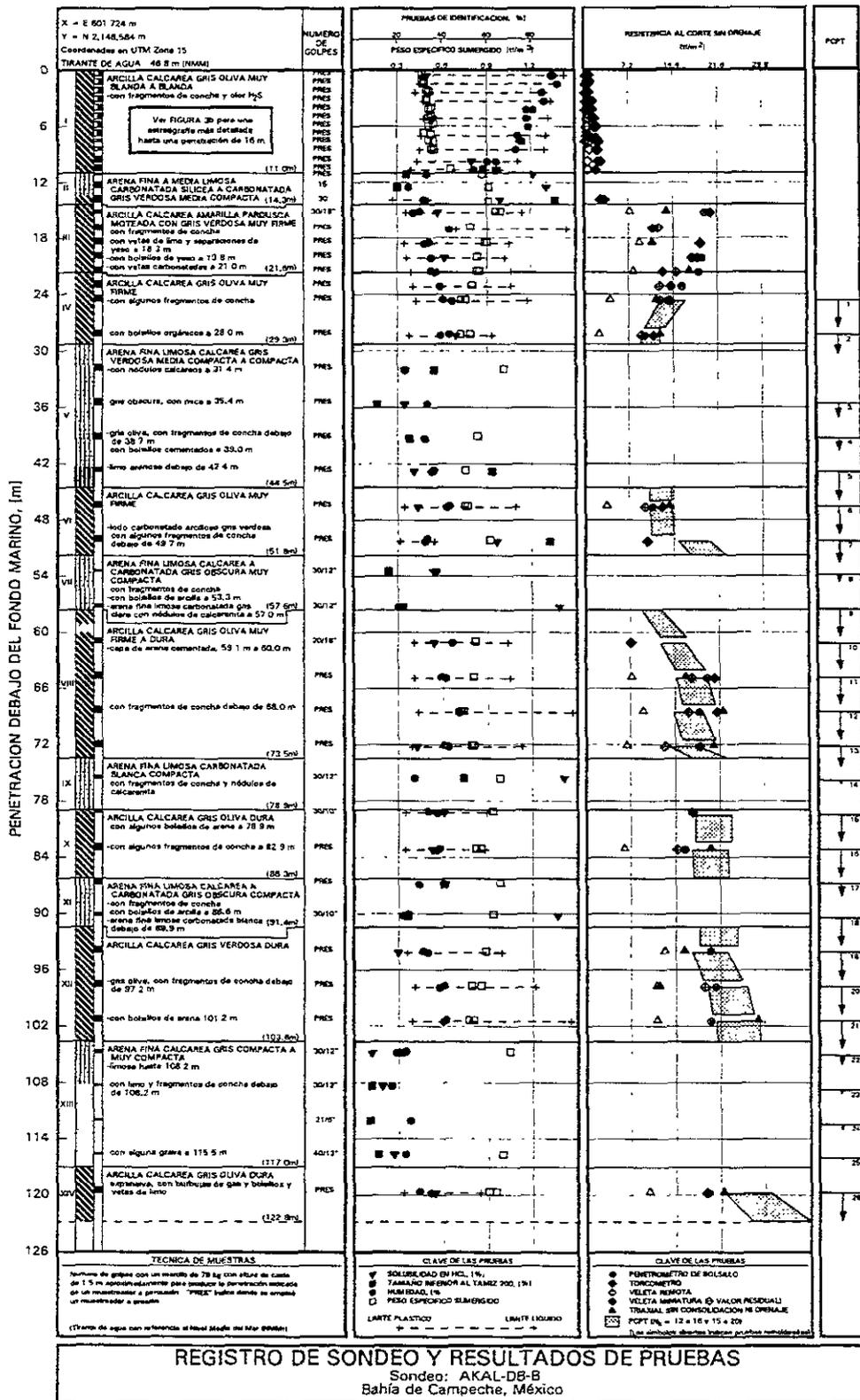






MAPA DETALLADO DE LOCALIZACION

Sondeo: AKAL-DB-B
Bahía de Campeche, México



APENDICE VII

Información Oceanográfica³³ para la Sonda de Campeche

Altura de olas, $T_r=100$ años para (nortes+ huracán)

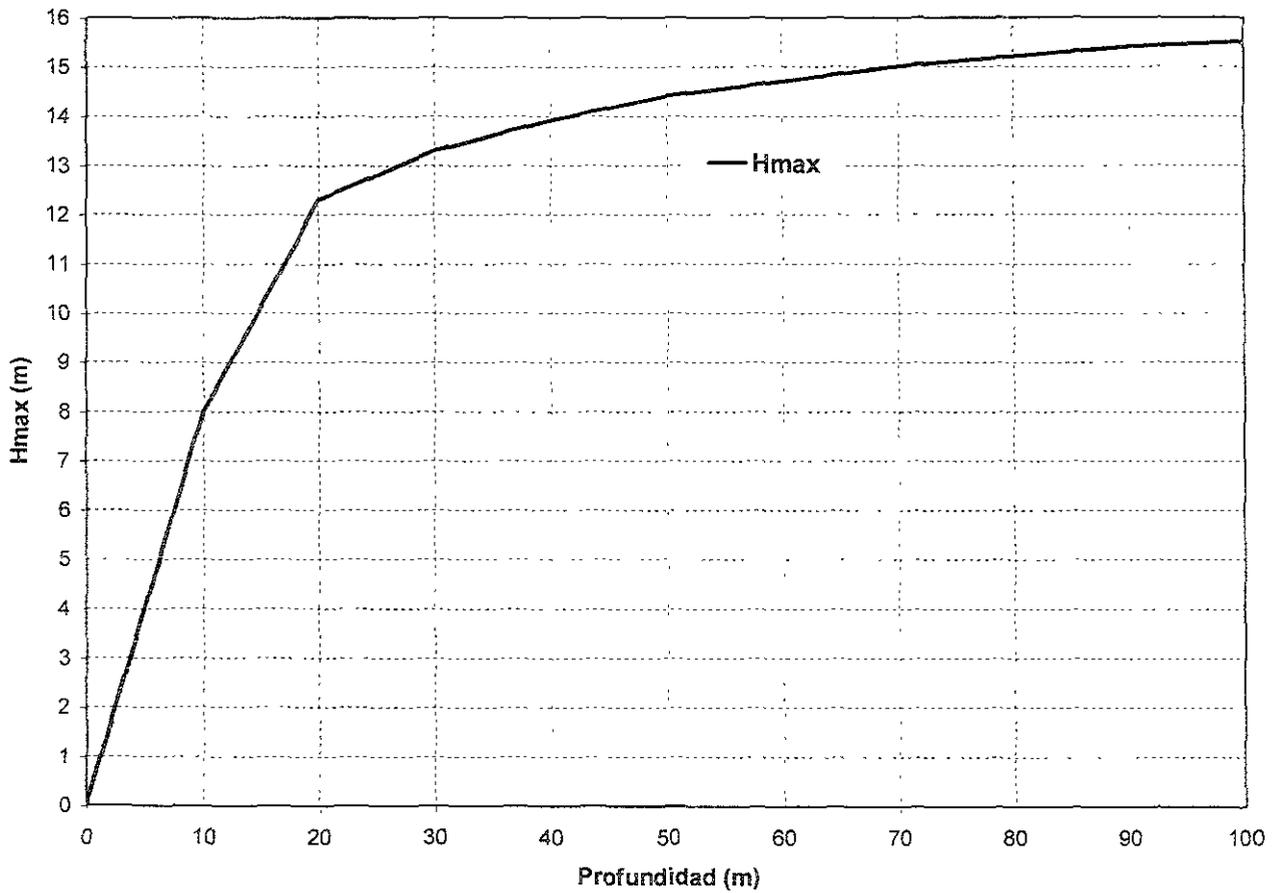


Figura A7. Altura de Ola Máxima vs. Profundidad

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Liu, P. L. "Damping of water waves over porous bed". Proc. A.S.C.E. Hydraul. Div. 99 (HY12), 2263-2271, (1973).
2. Massel, S. R. "Gravity waves propagated over permeable bottom. Proc. A.S.C.E., J. Waterways, Harbors & Coastal Engng 102 (WW2), 11-121. (1976).
3. Moshagen, H. & Torum, A. "Wave induced pressures in permeable seabed". Proc. A.S.C.E., J. Waterways, Harbours de Coastal Engng 101 (WWW1), (1975).
4. Nakamura, M. et al. "On the seepage in the seabed due to waves. Proc. 20th Japan Soc. Civil Engrs Coastal Engng Conf. pp. 421-428 (in Japanese), (1973).
5. Putnam, J. A. "Loss of wave energy due to percolation in a permeable sea bottom". Trans. Am. Geophys. Un. 30, 349-356, (1949).
6. Reid, R. O. & Kajjura, K. "On the damping of gravity waves over a permeable seabed". Trans. Am. Geophys. Un. 30, 662-666, (1957).
7. Sleath, J. F. A. "Wave induced pressures in beds of sand". Proc. A.S.C.E., J. Hydraul. Div. 96 (HY2), 367-378, (1970).
8. Prevost, J. H. et al. Discussion of Wave induced pressures in permeable seabeds" (by H. Moshagen & A. Torum, paper no. 11099). Proc. A.S.C.E., J. Waterways, Harbours & Coastal Engng 101 (WW1), 464-465, (1975).
9. Mallaid, W. W. & Dalrymple, R. A. "Water waves propagating over a deformable bottom." Offshore Tech. Conf. OTC 2895, Houston, Texas, (1977).
10. M. A. Biot, "General theory of three-dimensional consolidation", J. Appl. Phys, 12, 155-164, (1941)
11. Koning, H.L. "Rep. Delft Soils Mech. Lab (c)" 0-14683-II, (1968).
12. T. Yamamoto, H. L. Koning, H. Sellmeiher and E. V. van Hijum, "On the response of a poro-elastic bed to water waves", J. Fluid Mech., 87, 193-206, (1978).
13. O.S. Madsen, "Wave-induced pore pressures and effective stress in a porous bed", Geotechnique, 28, 377-393, (1978)
14. S. Okusa, "Wave-induced stresses in unsaturated submarine sediments", Geotechnique, 35, 517-532, (1985).
15. T. Yamomoto, "Wave induced instability in seabeds", Proc. Coastal Sediments '77 ASCE, pp. 898-913, (1977).

16. C. C. Mei and M. A. Foda, "Wave-induced response in a fluid filled porous elastic solid with a free surface a boundary layer theory", *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, 66, 597-637, (1981).
17. C. C. Mei, *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*, 2nd Printing, World Scientific, Singapore, 740pp, (1989).
18. J. H. Prevost and T. J. R. Hughes, "Finite element solution of boundary value problems in soil mechanics", in G.N. Pande and O.C. Zienkiewics (eds), *Int. Symp. on Soils Under Cyclic and Transient Loading*. Balkema, Rotterdam, Vol. 1, pp. 263-276, (1980).
19. B. Gatmiri, "A simplified finite element analysis of wave-induced effective stresses and por pressure in permeable sea beds", *Geotechnique*, 40, 15-30, (1990).
20. J.R. C. Hsu, D. S. Jeng and C.P. Tsai, "Short-crested wave induced soil response in a porous seabed of infinite thickness". *Int. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 17, 553-576, (1993)
21. J. R. C. Hsu and D. S. Jeng, "Wave-induced soil response in an unsaturated anisotropic seabed of finite thickness", *Int. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 18, 785-807, (1994).
22. Hsu, J.R.C., Jeng, D.S. y Lee, C.P. "Oscillatory soil response and liquefaction in an unsaturated layered seabed". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 19(12), 825-849, (1995).
23. Dong-Sheng Jeng, "Soil Response in cross-anisotropic seabed due to standing waves", *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, A.S.C.E., 123(1), 9-19, (1997).
24. Yee-Shown Lin, Dong-Sheng Jeng, "Response of poro-elastic seabed to a 3-D wave system: A finite element analysis", *Coastal Engineering in Japan*, Vol 39, no. 2, (1996).
25. T. Ohyama, D.S.C. Jeng y J.R.C. Hsu, "Fourth-order theory for multiple-wave interaction", *Coastal Engineering*, Vol. 25, 43-63, (1995).
26. R.G. Dean, "Relative validities of water wave theories", *Journal of Waterways Harbors Costal Engineering Division*, ASCE, Vol. 96 (WWI), 105-119, (1970).
27. N.E. Huang, S.R. Long, C.C. Tung, Y. Yuan y L.F. Bliven, "A non-Gaussian statistical model for surface elevation of nonlinear random wave fields", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 88(C12), 7597-7606, (1983).

28. Jeng, D.S. and Lin, Y.S. , "Non- linear wave induced response of porous seabeds: A finite element analysis". *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 21(1), 15-42, (1997).
29. D.S. Jeng., M.S. Rahman, "Effects of inertial forces on wave-induced seabed response", 18th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, ASME, paper no. OMAE99-4230, (1999).
30. A. Verruijt, "Elastic storage of aquifers", in R.J.M. De Wiest(ed), *Flow Through Porous Media*, Academic Press, New York, pp. 331-376, (1969).
31. D.S. Jeng, Tesis Doctoral, The University of Western Australia, (1997).
32. Joseph E. Bowles, "Foundation Analysis and Design", International Editions, 5th edition, Mc Graw-Hill, (1997).
33. "Criterio transitorio para el diseño y la evaluación de líneas submarinas en la Sonda de Campeche" Emitido por: PEMEX (Exploración y producción) e Instituto Mexicano del Petróleo.

*“VIVIR EN EL GRAN CAMINO
NO ES NI FÁCIL NI DIFÍCIL,
PERO AQUELLOS QUE TIENEN UNA VISIÓN LIMITADA
SON MIEDOSOS E INDECISOS:
CUANTO MÁS SE APRESURAN, MÁS LENTOS VAN,
Y EL APEGO NO TIENE LÍMITES;
ESTAR APEGADO, AUNQUE SEA A LA IDEA DE LA ILUMINACIÓN,
ES DESVIARSE.
DEJA QUE LAS COSAS SEAN A SU MANERA
Y NO HABRÁ NI IR NI VENIR...”*

OSHO