

25



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

LA TOMOGRAFIA ELECTRICA EN LOS METODOS DE
CORRIENTE CONTINUA

290813

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO GEOFISICO
P R E S E N T A :
JAVIER URBIETA GOMEZ



DIRECTOR DE TESIS: M.C. ANDRES TEJERO ANDRADE

MEXICO, D. F.

2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-467

SR. JAVIER URBIETA GOMEZ
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M. C. Andrés Tejero Andrade y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Geofísico:

LA TOMOGRAFIA ELECTRICA EN LOS METODOS DE CORRIENTE CONTINUA

- RESUMEN**
- INTRODUCCION**
- I CONCEPTOS FUNDAMENTALES DEL METODO DE CORRIENTE CONTINUA**
- II FUNDAMENTOS DE LA TEORIA DE INVERSION 2-D**
- III APLICACION EN MODELOS SINTETICOS**
- IV APLICACION DE LA TOMOGRAFIA ELECTRICA**
- V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**
- BIBLIOGRAFIA**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cd. Universitaria, a 31 de marzo de 2000

EL DIRECTOR

ING. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB*RLLR*gtg

PP

“ Aún cuando nada podrá hacer retornar la hora del esplendor de la hierba de la gloria del florecimiento no nos lamentaremos, nos fortaleceremos con lo que permanece.”

Woordworths.

La Tomografía Eléctrica en los métodos de corriente continua.

Javier Urbieta Gómez.

ÍNDICE

Resumen.	1
Introducción.	2
Capítulo I. Conceptos Fundamentales del método de corriente continua.	7
I.1 Distribución del potencial en una Tierra homogénea.	7
I.1.1 Ecuaciones fundamentales.	7
I.1.2 Fuente puntual en un semiespacio.	8
I.2 Dispositivo Eléctrico o arreglo geométrico de electrodos.	10
I.3 Resistividad Aparente.	12
I.4 Métodos Geoelectricos.	13
I.5 Tomografía Eléctrica.	16
I.5.1 Toma de datos de campo y metodología para la construcción de una pseudosección de resistividades aparentes en 2-D.	16
I.5.2 Inversión de los datos de una pseudosección.	16
I.6 La relación entre la geología y la resistividad.	18
Capítulo II. Fundamentos de la Teoría de Inversión 2-D.	20
II.1 Significado del problema inverso.	20
II.2 Introducción a la Teoría de Inversión.	23
II.3 Modelo de inversión en una Tierra 2-D.	26
II.3.1 La función potencial en un semiespacio inhomogéneo.	27
II.4 Solución al modelo de inversión para la respuesta eléctrica en 2-D.	32
II.4.1 Inversión con condicionamiento suavizado.	33
II.4.2 Modelo de inversión de Loke.	35
Capítulo III. Aplicaciones en modelos sintéticos.	36
III.1 Teoría del modelo directo 2-D.	36
III.1.1 Modelos sin ruido aleatorio.	38
III.1.2 Modelos con adición de ruido aleatorio.	38
III.1.3 Modelo de un bloque rectangular.	39
III.1.4 Modelo de dos bloques rectangulares horizontales.	42

III.1.5 Modelo de dos bloques rectangulares verticales.	45
III.1.6 Modelo de una falla y un bloque rectangular.	48
III.2 Ventajas y desventajas de las diferentes modalidades.	51
III.2.1 Análisis de Sensitividad.	53
III.2.1.1 Teoría.	53
III.2.2 Modalidad Wenner.	55
III.2.3 Modalidad Wenner-Schlumberger.	57
III.2.4 Modalidad dipolo-dipolo.	58
III.2.5 Modalidad Polo-polo.	59
III.2.6 Modalidad Polo-dipolo.	60
Capítulo IV. Aplicación de la Tomografía Eléctrica.	63
IV.1 Tomografía Eléctrica.	63
IV.1.1 Sistemas de campo, instrumentación y procedimiento de medición.	64
IV.1.2 Interpretación.	66
IV.2 Aplicación del método a diferentes áreas.	67
IV.2.1 Teotihuacan.	67
IV.2.2 Delegación Alvaro Obregón.	70
IV.2.3 Huajuapán de León.	77
Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones.	80
Agradecimientos	82
Bibliografía.	83

RESUMEN

El incremento de las imágenes eléctricas en los métodos de corriente continua ha sido notable debido a su confiabilidad y facilidad de análisis. La Tomografía Eléctrica es una técnica que genera imágenes bidimensionales que nos permiten mapear cambios de la resistividad verdadera para identificar estructuras de interés geológico de un área del subsuelo. La técnica emplea un arreglo de cuatro electrodos (dos de corriente y dos de potencial) enterrados en la superficie del terreno. Combinando los pares de electrodos como transmisores (corriente) y receptores (potencial) a lo largo de una línea de electrodos (aprox. 25) separados por una distancia “ a ”, se realizan numerosas mediciones para determinar diferentes valores de ρ_a (resistividad aparente) que son arreglados y configurados en forma de una pseudosección. La resistividad es calculada mediante la ecuación $\rho_a = k \Delta V / I$. Posteriormente, con estos datos de resistividad aparente se calcula la distribución verdadera de la resistividad en el subsuelo utilizando el programa RES2DINV para la inversión e interpretación de estos.

La técnica es aplicada en diferentes modelos sintéticos generados por el programa RES2DMOD y en el mapeo de cavernas en la zona arqueológica de Teotihuacan, zona oriente del valle de México y la Universidad Tecnológica Mixteca. Los resultados muestran la versatilidad y poder de resolución de la Tomografía Eléctrica con respecto a otras técnicas de interpretación comúnmente empleadas en los métodos de corriente continua para la detección de cavidades.

INTRODUCCIÓN

Cuando hablamos del término tomografía casi siempre lo asociamos con estudios de medicina, pero en realidad el término no es de uso exclusivo del campo médico. El término tomografía también se ha adoptado en el campo de la geofísica y se asocia a la prospección sísmológica (tomografía sísmica) y a la prospección eléctrica (tomografía eléctrica).

La tomografía (*del gr. tome, corte, y grafía, estado*) es una técnica que, mediante los datos obtenidos por barridos sistemáticos de un cuerpo, permite representar con ayuda de una computadora la imagen de una sección o corte de dicho cuerpo.

El término de tomografía se aplicó inicialmente en el campo médico, en especial en radiología, pero las técnicas de imagen eléctrica se han desarrollado principalmente para la investigación del torso humano (Barber y Segar, 1987). En medicina se han obtenido resultados muy favorables utilizando electrodos que se colocan alrededor o parcialmente alrededor de una cierta área del cuerpo a ser estudiada. Barber y Brown (1984) revisaron el uso de arreglos de electrodos circundando el cuerpo y la técnica de proyección inversa produce una aproximada sección cruzada de la imagen del cuerpo. A esta técnica se le llamó "Tomografía potencial aplicada".

Inicialmente, cuando se empezó a aplicar esta técnica en estudios de resistividad se le conocía con el nombre de arreglo multi electrodos (Griffiths y Turnbull, 1985). Este tipo de estudios normalmente emplean arreglos de electrodos enterrados en la superficie del terreno para la colección de datos con fines geológicos.

El incremento en el interés en la Tomografía Geofísica ha fomentado muchos estudios sobre las técnicas de resistividad en superficie y pozos (eg. Green y Ward, 1986 ; Shima y Saito, 1988 ; Daily y Yorkey, 1988 ; Beasley y Ward, 1988). Shima y Sakayama (1987, *57th SEG meeting, New Orleans*) usaron por primera vez el término "Tomografía eléctrica" para describir una técnica con la cual se construye una sección cruzada a partir del estudio de una región circundada por un número de electrodos. El uso de este término es cuestionable desde el momento en el que no se puede esperar obtener una resolución similar a la Tomografía de Rayos-X con el método de resistividad.

No obstante, este término parece ser ampliamente aceptado, posiblemente porque las “imágenes” pueden ser construidas a partir de un denso muestreo de datos obtenidos con un arreglo de electrodos en pozos y en superficie que a su vez por ley de reciprocidad pueden actuar como fuente y transmisor para diferentes geometrías. A diferencia de la tomografía sísmica, el algoritmo de inversión empleado es una extensión directa del algoritmo convencional usado para estudios superficiales y con respecto a esto la tomografía eléctrica no es desarrollo nuevo. Sin embargo, la resolución obtenida es mucho mejor que la del método convencional de resistividad y de esta manera sus respectivos resultados son cualitativamente diferentes.

La interpretación de datos de resistividad con técnicas 1-D recibió gran atención y aceptación por muchos años en el campo geoelectrico por producir modelos confiables, sobre todo en el caso de datos obtenidos para una Tierra estratificada horizontal. Igualmente en donde los estratos muestran un cierto buzamiento o suave plegamiento, o cuando ocurren otras variaciones laterales, se pueden aún obtener buenos resultados, pero no así para problemas en donde la geología dista de ser sólo un modelo estratificado horizontal. Actualmente han sido sustituidas por técnicas más sofisticadas debido a que las estructuras geológicas requieren ser modeladas bidimensionalmente y en 3-D, de aquí la importancia del método de imagen eléctrica.

En años recientes se ha incrementado notablemente el uso de imágenes eléctricas 2-D (tomografía) en estudios de prospección eléctrica. Esta técnica fue desarrollada recientemente para mapear áreas del subsuelo con geología compleja (Griffiths y Baker, 1993) y donde un sondeo de resistividad convencional y otras técnicas de interpretación comunes son inadecuadas.

En la técnica de tomografía eléctrica, los datos de resistividad aparente coleccionados, son comúnmente arreglados y configurados en la forma de una pseudosección (Hallof, 1957), los cuales dan una representación aproximada de la variación de la resistividad en el subsuelo (ρ_a). Sin embargo, las formas de los contornos de las estructuras anómalas no dependen sólo de la distribución de los contrastes de resistividad del subsuelo, sino también de los diferentes tipos de arreglos geométricos de los electrodos empleados, pudiéndose, además, cometer errores en la interpretación.

Para obtener una distribución mucho más confiable de las resistividades en el subsuelo, es necesario aplicar una inversión a la pseudosección de resistividades aparentes.

La inversión bidimensional 2-D ha sido usada por muchos años para interpretar datos eléctricos automáticamente (Pelton et al., 1978; Tripp et al., 1984; Sasaki, 1982; Smith y Vozoff, 1984). Esta metodología se ha desarrollado, simultáneamente, a las computadoras de alta velocidad, trayendo consigo en particular la facilidad de emplear varias técnicas de discretización numérica para lograr soluciones muy aceptables a los problemas complejos en el campo geoelectrico.

Las técnicas de inversión 2-D de datos de resistividad aparente, se dividen rigurosamente en dos clases, y esto depende del tiempo de cálculo necesario para realizar la inversión y la distribución espacial más exacta de las resistividades verdaderas del subsuelo.

La primera aproximación, que requiere una cantidad de tiempo de cálculo relativamente modesto, modela estructuras sencillas tales como horsts de forma rectangular, cuerpos elípticos (Mundry y Homilus, 1972), o realiza un ajuste entre varios estratos homogéneos (Lee, 1972). Sin embargo, estos métodos nos dan una estimación inicial de la distribución de la resistividad en el subsuelo; pero son muy limitados para diferentes geometrías irregulares y medios inhomogéneos que representan más aproximadamente las estructuras geológicas reales. Estas técnicas intentan reconstruir una sección de resistividades del área estudiada aplicando una sumatoria pesada de los potenciales medidos. La finalidad de estos métodos es delinear el subsuelo en áreas de “alta” y “baja” resistividad (Noel y Xu, 1991). Una gran desventaja de estas técnicas es que los valores de resistividad de la imagen eléctrica son muy diferentes o ni siquiera se acercan a las resistividades verdaderas del subsuelo. Otra desventaja es que la imagen es sensitiva al ruido.

La segunda aproximación, que nos proporciona modelos “razonablemente” aceptables para una variedad de estructuras geológicas, divide el subsuelo en un número de bloques rectangulares empleando una técnica de optimización no-lineal para mejorar el modelo inicial. El método de optimización por mínimos cuadrados ha sido aplicado por varios autores (Smith y Vozoff, 1984; Tripp et al., 1984). Utilizando un factor de amortiguamiento y un filtro de suavizamiento (deGroot-Hedlin y Constable, 1990; Sasaki, 1992), esta

técnica probó ser estable y converge rápidamente. Baker (1992) usó una modificación de la técnica de optimización de Zhody (1989), y aunque esta técnica requiere menos tiempo por iteración comparada con el método por mínimos cuadrados, no converge al modelo correcto, y la forma de los contornos en la pseudosección de resistividades aparentes es muy diferente a la distribución espacial de la resistividad en el subsuelo.

El método tradicional de optimización por mínimos cuadrados ha sido utilizado frecuentemente para invertir datos de resistividad 2-D, pero su principal desventaja es el gran tiempo de cálculo que necesita para generar la inversión.

La técnica de deconvolución de mínimos cuadrados como la llamó Loke (1995,1996) separa el efecto del arreglo geométrico de los electrodos de los valores de resistividad aparente que resultan de la resistividad del subsuelo. Esta técnica está basada en el método de optimización por mínimos cuadrados y requiere una modesta cantidad de tiempo de cálculo, produciendo un modelo que está libre de distorsiones en la pseudosección de resistividades aparentes original, causada por el arreglo geométrico de los electrodos. También es relativamente insensitiva al ruido.

El problema de obtener la imagen eléctrica o la distribución de las resistividades verdaderas del subsuelo, se puede dividir en las siguientes etapas:

- 1.- Calcular la resistividad aparente para un modelo de una Tierra 2-D, resolviendo la función potencial con alguna técnica como es la de diferencias finitas o elemento finito y también con ayuda de la fórmula $\rho_a = k \Delta V / I$.
- 2.- Seleccionar el método de optimización no-lineal que se desea emplear, como puede ser el de Maquardt-Levenberg, para determinar las resistividades de los bloques.
- 3.- Evaluar los elementos de la matriz Jacobiana.
- 4.- Resolver el sistema de ecuaciones.

Los pasos 1 y 2 son comunes a diferentes técnicas usadas por los diferentes autores que trabajan en problemas de inversión 2-D como Smith y

Vozoff(1984), Tripp(1984), Sasaki(1992) y otros. El paso 3 y 4 varía de acuerdo al autor como se puede observar en McGillivray y Oldenburg (1990), Edwards et al. (1984), Loke y Baker (1995,1996).

El propósito de este trabajo es el de presentar resultados preliminares sobre el desarrollo de esta técnica poco empleada en México y su utilidad en problemas de Geofísica Ambiental, como puede ser el mapeo de cavernas o de reconocimiento geológico, además de su aplicación en la arqueología.

Capítulo I. Conceptos Fundamentales del método eléctrico de corriente continua.

El propósito de los estudios de resistividad es determinar la distribución espacial de la resistividad en el subsuelo realizando mediciones sobre la superficie. La resistividad del subsuelo está relacionada a varios parámetros tales como el contenido mineral y de fluidos, porosidad y grado de saturación de agua en las rocas. Los estudios de resistividad eléctricos han sido empleados por muchas décadas en investigaciones hidrogeológicas, minería y geotecnia. Recientemente, se ha utilizado en estudios ambientales.

I.1 Distribución del potencial en una Tierra homogénea.

I.1.1 Ecuaciones Fundamentales.

Las ecuaciones de Maxwell que rigen el comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos, se expresan como (Orellana, 1972):

$$\nabla_x \vec{E}(\vec{r}) = - \frac{\partial \vec{B}(\vec{r})}{\partial t} \quad (I.1)$$

$$\nabla_x \vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Para el caso de corriente estacionaria, las ecuaciones de Maxwell se reducen a:

$$\nabla_x \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (I.2)$$

$$\nabla_x \vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) \quad (I.3)$$

En el método eléctrico de corriente continua la ecuación que es de interés es la ecuación (I.2). Si se considera una fuente puntual, como es el caso de un electrodo de corriente, las ecuaciones que rigen al campo eléctrico son :

$$\nabla_x \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (I.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = I\rho \delta(\vec{r}) \quad (I.5)$$

suponiendo:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r}) \quad (I.6)$$

sustituyendo la ecuación I.6 en I.5, tenemos:

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = -I\rho \delta(\vec{r}) \quad (I.7)$$

En una región donde no existe fuente el potencial satisface

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = 0 \quad (I.8)$$

que es la ecuación de Laplace donde también la divergencia de $\vec{E}(\vec{r})$ es cero.

I.1.2 Fuente puntual en un semiespacio.

Un semiespacio homogéneo e isótropo se define como un medio de resistividad $\rho = \text{cte.}$ separado por una interface, donde el otro medio es de resistividad infinita (Figura 1.1).

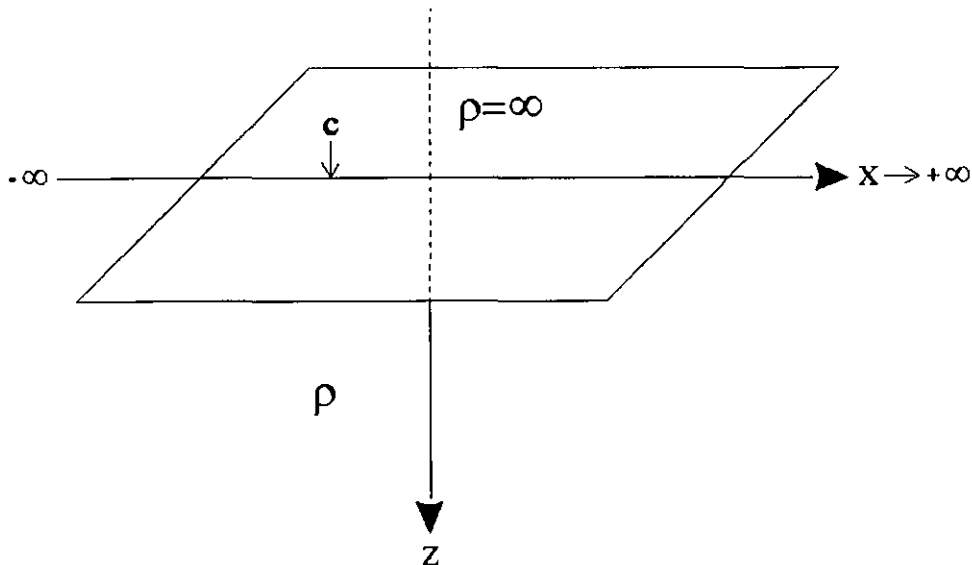


Figura 1.1 Fuente puntual en un semiespacio.

Para encontrar el potencial producido por una fuente puntual c en la frontera de ambos semiespacios, el problema se puede expresar como la solución de:

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = -I\rho\delta(\vec{r}); \quad z > 0 \quad (\text{I.9})$$

$$\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \eta} = 0; \quad z = 0 \quad (\text{I.10})$$

Si empleamos funciones de Green (Tijonov, 1980), la solución de la ecuación I.9 se puede expresar como :

$$U(\vec{r}) = - \int_V G(\vec{r}, \vec{r}') \nabla^2 U(\vec{r}) dv + \int_S \left(G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \eta} - U(\vec{r}) \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial \eta} \right) ds \quad (\text{I.11})$$

donde la función de Green satisface la ecuación diferencial expresada como (Kaufman, 1992) :

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r}, \vec{r}'); \quad z > 0 \quad (\text{I.12a})$$

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial \eta} = 0; \quad z = 0 \quad (\text{I.12b})$$

La función de Green para el problema del semiespacio que satisface a las ecuaciones (I.12a) y (I.12b) es (Kaufman, 1992)

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}} \right) \quad (\text{I.13})$$

Sustituyendo las ecuaciones (I.9), (I.10) y (I.12b) en la ecuación (I.11) el potencial $U(\vec{r})$ queda expresado por

$$U(\vec{r}) = I\rho \int_V G(\vec{r}, \vec{r}') \delta(\vec{r}') dv \quad (\text{I.14})$$

De las propiedades de las funciones impulso la integral de la ecuación (I.14) es

$$\int_V G(\vec{r}, \vec{r}') \delta(\vec{r}') dv = G(\vec{r}, 0) \quad (\text{I.15})$$

donde $\delta(\vec{r}') = \delta(0,0,0)$

Sustituyendo la ecuación (I.15) en la (I.14), se tiene

$$U(\vec{r}) = I\rho G(\vec{r}, 0) \quad (\text{I.16})$$

y de la ecuación (I.13) en la ecuación (I.16), el potencial queda

$$U(\vec{r}) = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{R} \quad (\text{I.17a})$$

El campo eléctrico se obtiene de

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r}) \quad (\text{I.17b})$$

donde $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

I.2 Dispositivo Eléctrico o arreglo geométrico de electrodos.

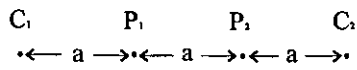
La medición del potencial eléctrico en un semiespacio homogéneo se hace mediante un dispositivo eléctrico o arreglo geométrico de electrodos (Figura 1.2).

Sean C_1 y C_2 los electrodos de corriente, positivo y negativo respectivamente, y P_1 y P_2 los electrodos de potencial. Si ΔU es la diferencia de potencial entre P_1 y P_2 despejando la resistividad ρ de la ecuación (I.17a) que es el parámetro que deseamos conocer del subsuelo tenemos

$$\rho = 2\pi R \frac{\Delta U}{I} \quad (\text{I.18})$$

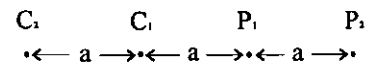
Donde $2\pi R$ se le define como el factor geométrico asociado directamente a la posición de los electrodos en este arreglo. Ahora, tomando en cuenta que se

Wenner Alpha



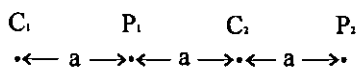
$$k = 2\pi a$$

Wenner Beta



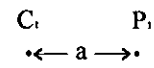
$$k = 6\pi a$$

Wenner Gamma



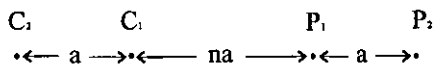
$$k = 1.5\pi a$$

Polo - Polo



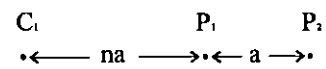
$$k = 2\pi a$$

Dipolo -Dipolo



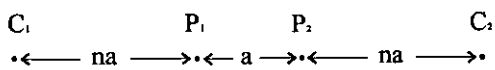
$$k = \pi m (n+1) (n+2) a$$

Polo -Dipolo



$$k = 2\pi m (n+1) a$$

Wenner Schlumberger



$$k = \pi m (n+1) a$$

$k = \text{Factor Geométrico}$

Figura 1.2 Diferentes modalidades de electrodos

pueden definir diversos tipos de arreglos geométricos de electrodos (Figura 1.2), podemos generalizar y representar la ecuación (I.18) como

$$\rho = k \frac{\Delta U}{I} \quad (\text{I.19})$$

donde k es un factor que depende únicamente de la geometría de los cuatro electrodos (Figura 1.2)

$$k = 2\pi \left(\frac{1}{C_1 P_1} - \frac{1}{C_2 P_1} - \frac{1}{C_1 P_2} + \frac{1}{C_2 P_2} \right)^{-1}$$

En general, un dispositivo electródico consta de cuatro electrodos en línea; dos por medio de los cuales se envía corriente, C_1 y C_2 , y los otros dos P_1 y P_2 entre los cuales se mide la diferencia de potencial o de voltaje creada por la corriente que circula entre los electrodos C_1 y C_2 .

En principio, los cuatro electrodos pueden adoptar cualquier disposición geométrica sobre el plano que representa la superficie del terreno. Estas disposiciones geométricas se denominan *dispositivos*, *modalidades*, *configuraciones* o *arreglos*.

Dependiendo de la modalidad de electrodos en el terreno, se definen varios tipos de dispositivos eléctricos (Figura 1.2). Los dispositivos más utilizados en la tomografía eléctrica son los dipolares.

I.3 Resistividad Aparente.

La variable índice experimental que expresa los resultados de las mediciones en la mayoría de los métodos geoelectrónicos y la que se toma como base para la interpretación es la resistividad aparente (ρ_a).

Para comprender mejor este concepto supongamos un semiespacio homogéneo de resistividad ρ en donde se hicieran mediciones de ΔU e I con cualquier dispositivo electródico, el valor de resistividad que se obtendría con la ecuación (I.19), para cualquier posición, sería la resistividad verdadera; si ahora este semiespacio fuera un medio heterogéneo, al obtener las mediciones

de ΔU e I , dichas cantidades cambiarían de una posición a otra posición, obteniendo una resistividad diferente a la del semiespacio homogéneo. Esta variable no es el promedio de los valores de resistividad obtenidos del subsuelo, sino que cada valor de resistividad, es una medición individual, que se asocia al punto inmediatamente bajo el centro de la modalidad de electrodos y es función del espaciamiento de los electrodos y de la distribución real de la resistividad.

El valor de ρ , que se obtiene sustituyendo $\Delta U / I$ y la apropiada k en la ec. (I.19), se podrá expresar en términos de la *resistividad aparente* (ρ_a) como

$$\rho_a = k \frac{\Delta U}{I} \quad (I.20)$$

I.4 Métodos Geoeléctricos

Los métodos geoeléctricos tienen su origen en la década de 1920 en los trabajos de los hermanos Schlumberger (Koefoed, 1979). Tradicionalmente, el método geoeléctrico de corriente continua se realiza con dos técnicas comunes de campo: perfil eléctrico o calicata eléctrica y sondeos eléctricos verticales (SEV). El perfil eléctrico o calicata eléctrica se aplica en el estudio de las variaciones laterales de resistividad en el subsuelo, pero no puede detectar cambios verticales de resistividad. Es un método de investigación horizontal a profundidad aproximadamente constante, adecuado para detectar estructuras que se presentan como heterogeneidades laterales de resistividad. Las distancias entre los electrodos de corriente y de potencial son constantes, de tal manera que el arreglo de electrodos se mueve sin cambiar su forma en la superficie del terreno. La interpretación de los datos con esta técnica es principalmente cualitativa.

El SEV tiene por objeto la investigación de la distribución de la resistividad en sentido vertical y la interpretación de los datos es cuantitativa. Un SEV implica la ejecución de una serie de mediciones de resistividades aparentes variando las distancias entre los electrodos de corriente y de potencial; en el punto central del arreglo, los electrodos de potencial permanecen fijos, mientras que el espaciamiento entre los electrodos de corriente se modifica para aumentar la profundidad de investigación. El cálculo de la resistividad aparente se hace con la ecuación (I.20). Los valores de resistividad aparente

medidos se grafican generalmente sobre papel log-log. Para interpretar los datos de este tipo de estudio, frecuentemente se considera que el subsuelo consiste de capas horizontales. En este caso, los cambios de resistividad en el subsuelo sólo se dan a medida que se profundiza, no así en la dirección horizontal. Para la interpretación de las mediciones hechas con este tipo de método se utiliza un modelo 1-D del subsuelo (Figura 1.3a). La Figura 1.4 muestra un ejemplo de los datos de un SEV y una posible interpretación de su modelo. A pesar de su limitación, este método ha dado buenos resultados en situaciones geológicas (tales como el nivel freático de aguas subterráneas) donde el modelo 1-D se aproxima al modelo verdadero.

Las estructuras geológicas complejas dificultan la interpretación de los sondeos verticales, debido a que cuando se incrementa la distancia entre los electrodos de corriente y de potencial, los cambios laterales afectan las resistividades aparentes. Los cambios laterales por muy suaves que estos sean frecuentemente no son detectados; por lo tanto, pueden ocurrir errores significativos en la interpretación o no revelar la presencia de un objeto de interés, cuando se asume un medio 1-D. La estratificación ideal ilustrada en la Figura 1.3a generalmente no se presenta en la naturaleza.

Estrictamente hablando la aplicación directa de estas técnicas tradicionales en la interpretación de estructuras geológicas diferentes de un medio estratificado presenta muchas limitaciones. Los procedimientos de exploración moderna para tratar este tipo de situaciones, está basado en la adquisición de un gran número de datos de resistividad aparente distribuidos en el área de estudio y posteriormente aplicar una inversión. Tal metodología produce modelos del subsuelo bidimensionales.

Esta nueva metodología que utiliza corriente continua llamada Tomografía Eléctrica 2-D (imagen eléctrica) ha demostrado ser una herramienta mucho más poderosa que las dos técnicas anteriores para interpretar con mayor versatilidad y confiabilidad áreas del subsuelo. A continuación describiremos esta metodología.

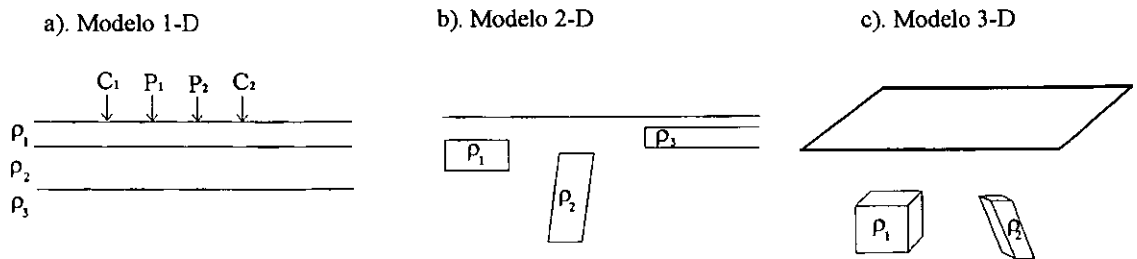


Figura 1.3 Los tres diferentes modelos empleados en la interpretación de mediciones de resistividad.

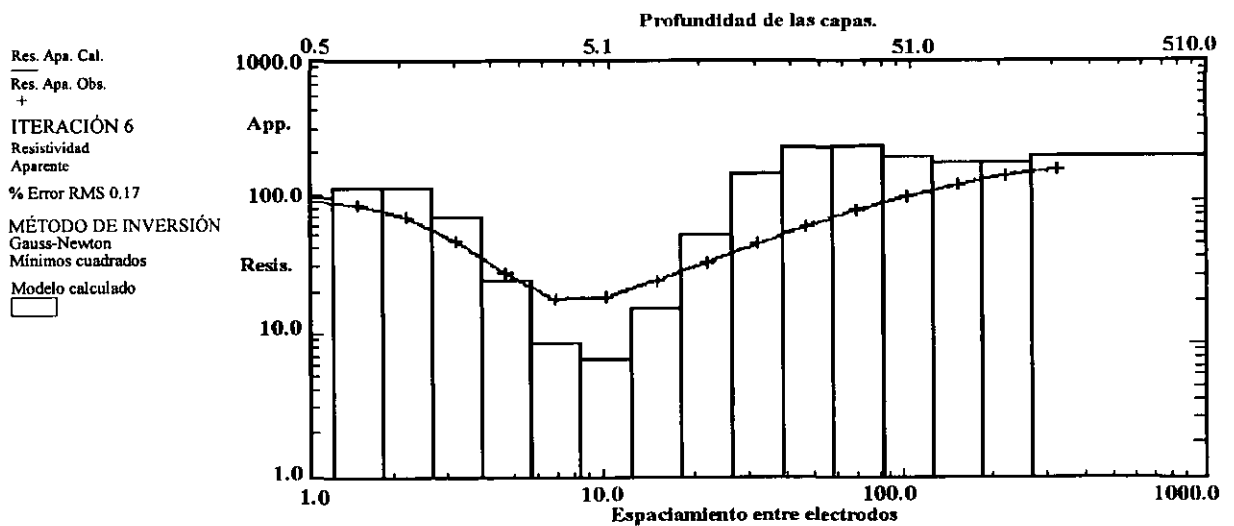


Figura 1.4 Típico modelo 1-D utilizado en la interpretación de los datos de un sondeo de resistividad para la modalidad Wenner. (Tomado de Loke, 1999).

I.5 Tomografía Eléctrica.

La técnica de tomografía eléctrica se puede dividir en dos etapas. La primera es la toma de los datos de campo y la segunda la inversión de los mismos, la cual produce la imagen eléctrica. A continuación se describen éstas dos etapas.

I.5.1 Toma de datos de campo y metodología para la construcción de una pseudosección de resistividades aparentes en 2-D.

Para investigar la variación de la resistividad en dos dimensiones, se puede usar cualquier configuración o modalidad de cuatro electrodos (Figura 1.2). Las mediciones pueden ser hechas en cualquier secuencia. El desarrollo práctico de esta técnica es la siguiente: Se extiende una batería de electrodos (aprox. 25) en línea separados por una distancia constante "a" variando la separación de los electrodos por cada nivel ($n \times a$), para incrementar la profundidad de investigación. Se inyecta corriente eléctrica dentro del terreno por medio de dos electrodos, llamados electrodos de corriente (C_1 y C_2), induciendo un campo potencial eléctrico en el subsuelo. La respuesta es medida como una caída de potencial o de voltaje a través de otro par de electrodos, llamados electrodos de potencial (P_1 y P_2).

Esta combinación de mediciones se puede expresar como resistividad aparente mediante la ecuación (I.20) y se utilizan para la construcción de una pseudosección de resistividades aparentes (Halloff, 1957), la cual involucra datos de resistividad transversales como una sección a profundidad, donde cada valor de resistividad aparente se gráfica como si fuera la resistividad verdadera de un punto inmediatamente bajo el centro del arreglo de electrodos y a una profundidad proporcional al espaciamiento de los electrodos, a (Edwards, 1977). Los datos contorneados proporcionan una imagen aproximada de la distribución de la resistividad en el plano de la sección (Figura 1.5).

I.5.2 Inversión de los datos de una pseudosección.

El conjunto de datos en forma de pseudosección se emplea para generar imágenes eléctricas 2-D. Debido a que la medición de la variación de la resistividad aparente en la superficie genera un modelo de la distribución

espacial de la resistividad aparente del subsuelo (pseudosección), la manera de transformar una pseudosección de resistividades aparentes a una sección de resistividades verdaderas es capturar los datos de resistividad aparente en un archivo de datos con el formato de salida apropiado (*.dat) y posteriormente invertirlos, utilizando algún algoritmo de inversión, el cual automáticamente determina un modelo de resistividad verdadera bidimensional, lo que se conoce como imagen eléctrica.

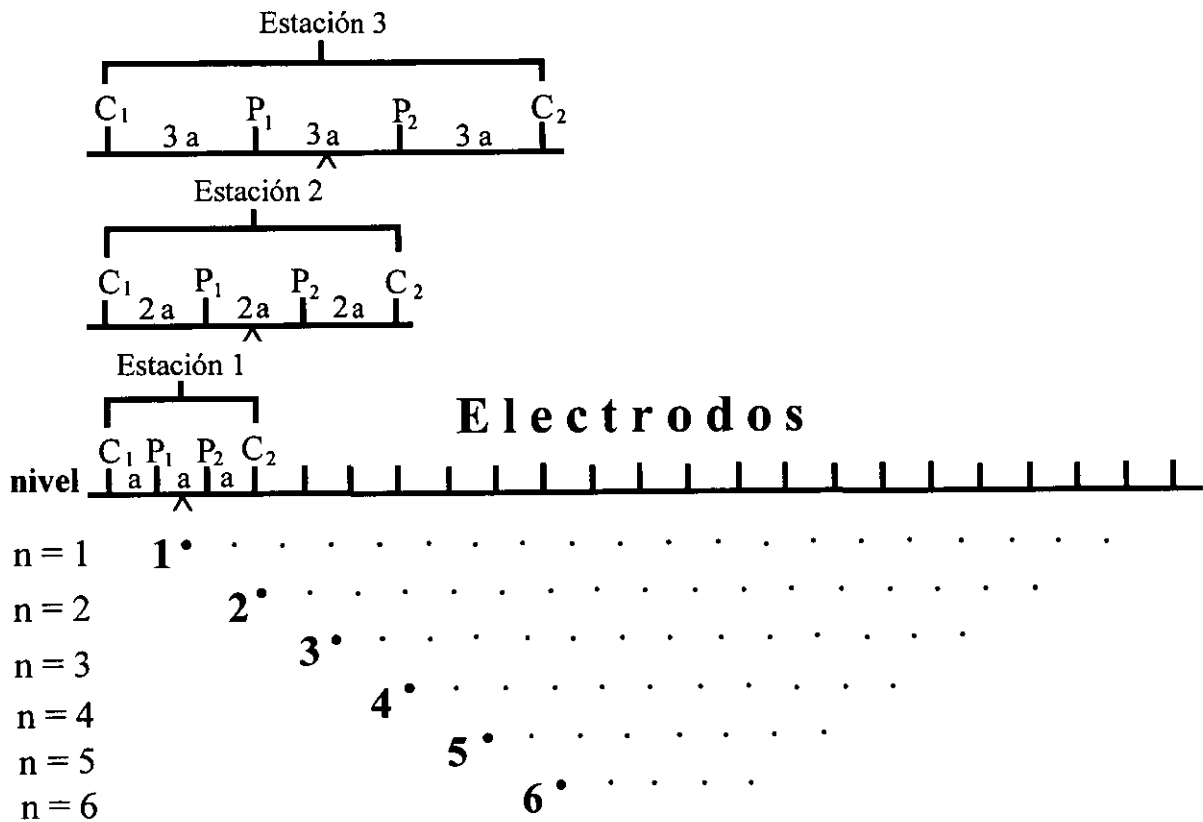


Figura 1.5 Secuencia de mediciones para la construcción de la pseudosección.

I.6 La relación entre la geología y la resistividad.

Antes de tratar con estudios de resistividad 2-D y 3-D, describiremos brevemente los valores de resistividad de algunas rocas comunes, suelos y otros materiales que se pueden encontrar en el subsuelo. Los estudios de resistividad nos dan una imagen de la distribución espacial de la resistividad en el subsuelo. Para convertir la imagen de resistividad en una imagen geológica, es importante conocer los valores típicos de resistividad para diferentes tipos de materiales del subsuelo y la geología del área estudiada.

La Tabla 1 muestra los valores de resistividad de rocas comunes, materiales del suelo y químicos (Kéller y Frischknecht, 1966; Daniels y Alberty, 1966). Las rocas ígneas y metamórficas típicamente tienen valores altos de resistividad. La resistividad de estas rocas depende en gran medida del grado de fracturamiento, y el porcentaje de fracturas rellenas con agua subterránea. Las rocas sedimentarias, las cuales usualmente son más porosas y tienen un alto contenido de agua, normalmente tienen valores bajos de resistividad. Los suelos húmedos y el agua subterránea no contaminada también tienen valores bajos de resistividad. Los suelos arcillosos tienen a menudo valores de resistividad más bajos que los suelos arenosos. Sin embargo, nótese la similitud en los valores de resistividad de las diferentes clases de rocas y suelos. Esto es debido a que la resistividad de una roca o suelo en particular depende de un número de factores tales como la porosidad, el grado de saturación de agua y la concentración de sales disueltas.

La resistividad del agua subterránea varía de 10 a 100 $\text{Ohm}\cdot\text{m}$, dependiendo de la concentración de sales. Note que la baja resistividad del agua marina (alrededor de 0.2 $\text{Ohm}\cdot\text{m}$) es debido al relativamente alto contenido de sales. Esto hace a los métodos geoelectrónicos una técnica ideal para mapear la interface entre el agua salada y dulce en áreas costeras.

Los valores de resistividad de varios contaminantes industriales también pueden verse en la Tabla 1. Los metales, tales como el hierro, tienen valores de resistividad extremadamente bajos. Los químicos que tienen electrólitos fuertes, tales como el cloruro de potasio y cloruro de sodio, pueden reducir en gran medida la resistividad del agua subterránea a menos de 1 $\text{Ohm}\cdot\text{m}$ e igualmente de una manera moderada en bajas concentraciones. El efecto de electrólitos débiles, tales como el ácido acético, es comparativamente más pequeño. Los hidrocarburos, tales como el xileno, típicamente tienen valores de resistividad muy altos.

Los valores de resistividad tienen un rango de variación muy grande comparado a otras cantidades físicas mapeadas por otros métodos geofísicos. La resistividad de las rocas y suelos en un área de estudio puede variar por varios ordenes de magnitud. Comparando, los valores de densidad usados en estudios gravimétricos a menudo cambian por menos de un factor 2, y las velocidades sísmicas a menudo no cambian por más de un factor de 10. Esto hace a los métodos basados en resistividad como los eléctricos y electromagnéticos técnicas geofísicas muy versátiles.

Material	Resistividad ($\Omega\cdot m$)	Conductividad (Siemen/m)
Rocas Ígneas y Metamórficas		
Granito	$5 \times 10^3 - 10^6$	$10^{-6} - 2 \times 10^{-4}$
Basalto	$10^3 - 10^6$	$10^{-6} - 10^{-3}$
Pizarra	$6 \times 10^2 - 4 \times 10^7$	$2.5 \times 10^{-8} - 1.7 \times 10^{-3}$
Mármol	$10^2 - 2.5 \times 10^8$	$4 \times 10^{-9} - 10^{-2}$
Cuarcita	$10^2 - 2 \times 10^8$	$5 \times 10^{-9} - 10^{-2}$
Rocas Sedimentarias		
Arenisca	$8 - 4 \times 10^3$	$2.5 \times 10^{-4} - 0.125$
Lutita	$20 - 2 \times 10^3$	$2.5 \times 10^{-4} - 0.02$
Caliza	$50 - 4 \times 10^2$	$2.5 \times 10^{-3} - 0.02$
Aguas y Suelos		
Arcilla	1-100	0.01-1
Aluvi3n	10-800	$1.25 \times 10^{-3} - 0.1$
Agua subterr3nea (no contaminada)	10-100	0.01-0.1
Agua marina	0.2	5
Químicos		
Hierro	9.074×10^{-8}	1.102×10^7
0.01M cloruro de potasio	0.708	1.413
0.01M cloruro de sodio	0.843	1.185
0.01M 3cido ac3tico	6.13	0.163
Xileno	6.998×10^{16}	1.429×10^{-17}

Tabla 1. Resistividades de algunas rocas, minerales y químicos. (Tomado de Keller and Frischknecht, 1966, Daniels and Alberty, 1966).

Capítulo II. Fundamentos de la Teoría de Inversión 2-D.

La teoría de inversión en general, está organizada en un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas (cálculo, álgebra matricial, estimación e inferencia estadística, etc.), que tienen la finalidad de reproducir información acerca de las propiedades físicas de un sistema (*e.g.*, la Tierra) partiendo de datos observados en este sistema.

II.1 Significado del problema inverso.

Para tener un mayor entendimiento del término ‘problema inverso’, es aconsejable considerar, primero, la situación opuesta, es decir, el ‘problema directo’. La Teoría Directa ha sido desarrollada para muchos procesos geofísicos y se utiliza para predecir los datos o respuestas que se obtendrían de un modelo hipotético de la Tierra. Estos datos son comúnmente llamados *datos teóricos o sintéticos*.

El procedimiento directo puede describirse como:

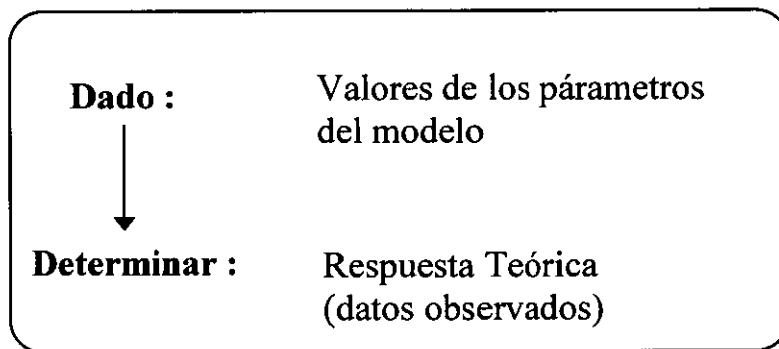
Dado los valores de un conjunto de parámetros (*e.g.*, número de capas, resistividades y espesores) para un modelo hipotético de la Tierra, (modelo matemático) se reproducen los datos “observados” sintéticos (*e.g.*, resistividades aparentes) (ver Figura 2.1).

En la aproximación inversa, la interpretación de las estructuras anómalas del subsuelo son hechas directamente de los datos de campo (Figura 2.2). El procedimiento inverso se describe de la siguiente manera:

Dando información a los valores de algunas cantidades que se puedan medir (datos de campo o experimentales), se utiliza una relación teórica para derivar los valores del conjunto de parámetros que explican o reproducen las observaciones de campo.

Se considera que el problema directo tiene solución única, por el contrario el problema inverso la solución no es única, lo que se conoce como no unicidad del problema inverso.

PROBLEMA DIRECTO



Proceso Directo

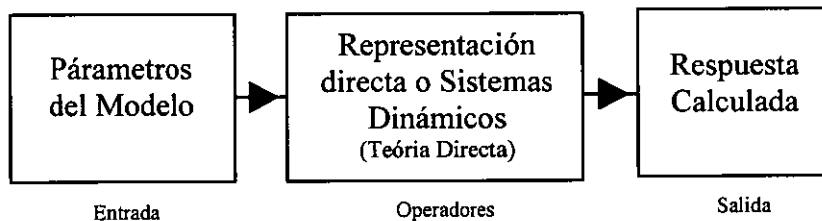
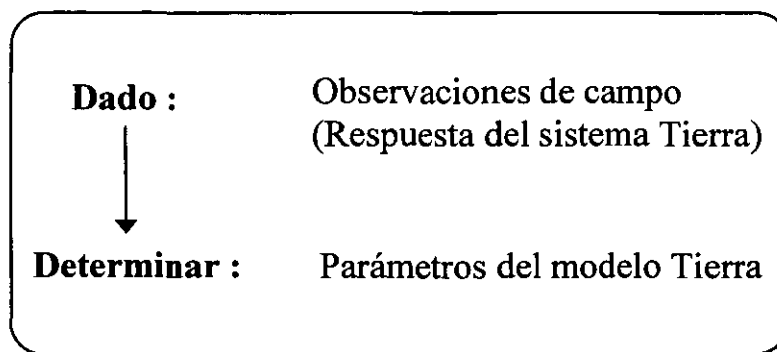


Figura 2.1 Procedimiento para resolver el problema directo.

PROBLEMA INVERSO



Proceso de Inversión

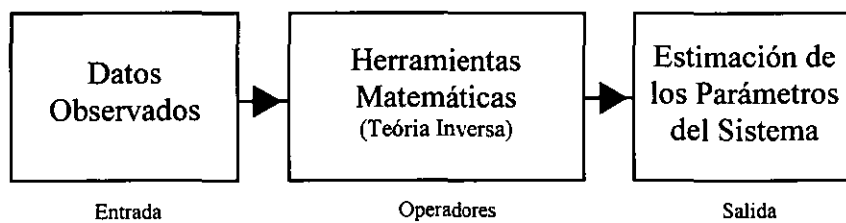


Figura 2.2 Procedimiento para resolver el problema inverso.

II.2 Introducción a la teoría de inversión.

Los procesos geofísicos pueden ser descritos matemáticamente por la integral de Fredholm de segundo orden (Arfken, 1995)

$$d_i = \int_0^z K_i(z) p(z) dz \quad (\text{II.1})$$

donde d_i es la respuesta del sistema que se puede medir u observar en la i -ésima excitación artificial (e.g., inyección de corriente eléctrica o explosiones dentro del subsuelo), $p(z)$ es una función que está relacionada con algún aspecto de la estructura o propiedades físicas de la Tierra (e.g., resistividad, densidad o velocidad como una función de la profundidad para un modelo de Tierra homogénea lateralmente) conocida también como parámetros del modelo, y K_i son las funciones kernel. El kernel o funciones de Green describen la relación entre los datos y la función $p(z)$, el modelo de la Tierra. Los parámetros del modelo (e.g., velocidad, resistividad, densidad) pueden ser funciones continuas del radio o la posición.

Un problema inverso se puede enunciar como: Dado un conjunto de datos experimentales (e), determine aquellos parámetros de la Tierra (m) (o modelo) que explican los datos observados.

El proceso de seleccionar variables que representan datos y parámetros del modelo se le conoce como parametrización. En este proceso es necesario expresar el problema en su forma lineal $\mathbf{e}=\mathbf{F}(\mathbf{m})$, donde F es una funcional que relaciona parámetros con los datos observados, y el cuál es computacionalmente manejable. Para un sistema discreto, tenemos que

$$e_i = \sum_{j=1}^m F_{ij} m_j \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (\text{II.2})$$

La Tierra puede ser parametrizada en un número de capas discretas, cada una con su propia densidad (δ_i) o velocidad sísmica (v_i) o resistividad eléctrica (ρ_i). Esta formula es general y se puede aplicar en la inversión de datos de cualquier método geofísico.

Cuando un problema es no lineal como puede ser la determinación de las resistividades verdaderas en el subsuelo, el problema inverso se puede plantear de la siguiente manera.

Sea $\mathbf{e} = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$ la representación de los datos observados, estos pueden ser resistividades aparentes (y fases) en varias frecuencias y también resistividades aparentes para varias modalidades de electrodos.

Sea $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_m)^T$ la representación de los parámetros del modelo o resistividades de los bloques.

La discusión general sobre el problema directo e inverso se define como el mapeo de un “espacio de modelo (m)” y un “espacio de datos (e)”. Para el presente trabajo un espacio de modelo es un espacio de Hilbert de funciones definidas sobre un cierto intervalo, y un espacio de datos es un vector euclidiano n-dimensional, por lo tanto, el problema directo se puede describir como:

$$e_j = F_j(m) \quad j = 1, 2, 3, \dots N \quad (\text{II.3})$$

Donde $F_j(m)$ es una función que relaciona a un modelo dado $m(x)$ con el j-ésimo dato e_j . Si el problema es lineal la ecuación (II.3), se escribe como:

$$e_j = \int k_j(x) m(x) d^3x \quad j = 1, 2, 3, \dots N \quad (\text{II.4})$$

Donde $k_j(x)$ es el kernel de la función asociada con el j-ésimo dato.

En el problema inverso se desea determinar un modelo estimado $m_{\text{est}}(x)$ tal que satisfaga la siguiente relación:

$$e_j^{\text{obs}} = F_j(m_{\text{est}}) \quad j = 1, 2, 3, \dots N \quad (\text{II.5})$$

Donde e_j^{obs} es la j-ésima observación.

Para muchos problemas no lineales encontrados en geofísica la estrategia usual de solución es comenzar con una solución estimada $m_{\text{est}}(x)$ y resolver el problema directo para obtener los datos estimados. Se busca una perturbación

$\delta m(x)$ que sumada a $m_{est}(x)$ proporcione un nuevo modelo que reproduzca los datos observados. Para poder realizar lo anterior la ecuación (II.5) se expresa como una serie de Taylor:

$$e_j^{obs} = F_j(m_{est}) + F_j^1(m_{est})\delta m + \frac{1}{2!}F_j^2(m_{est})\delta m^2 + \dots \quad (II.6)$$

Donde el operador $F_j^n(m)$ es la llamada derivada de Fréchet de orden n de $F_j(m)$. La derivada de primer orden simplemente se conoce como la derivada de Fréchet.

Si definimos el desajuste o diferencia para la j -ésima observación como $\delta e_j = e_j^{obs} - F_j(m_{est})$, entonces la ecuación (II.6), se puede expresar como:

$$\delta e_j = F_j^1(m_{est})\delta m + O(\|\delta m\|^2) \quad (II.7)$$

Considerando los términos de orden mayor como despreciables y teniendo en cuenta la ecuación (II.4), la solución de la ecuación (II.7) es

$$\delta e_j \approx \int K_j(x, m_{est})\delta m(x)d^3x, \quad (II.8)$$

Donde $K_j(x, m)$ es el kernel de Fréchet asociado a la j -ésima observación. El kernel establece la relación entre una perturbación pequeña en el modelo y los correspondientes cambios en los datos. Como la ecuación (II.8) es lineal la perturbación $\delta m(x)$ puede ser encontrada empleando técnicas numéricas comunes una vez que el kernel de Fréchet ha sido determinado.

También, un camino alternativo a la ecuación (II.8), para la solución del problema inverso es representar primero, el modelo por un conjunto finito de parámetros m_k , $k=1, 2, 3, \dots, M$. El modelo es un vector Euclidiano de dimensión M y la serie de expansión de Taylor para el j -ésimo dato se puede expresar, hasta la primera derivada como:

$$e_j^{obs} = F_j(m_{est}) + \sum_{k=1}^M \frac{\partial F_j(m_{est})}{\partial m_k} \delta m_k \quad (II.9)$$

Dando un valor inicial a los parámetros del modelo, el problema no-lineal de mínimos cuadrados nos conduce a una función lineal por medio de la ecuación (II.9), resultando una ecuación que puede definirse en forma matricial como

$$\delta \mathbf{e} = \mathbf{J} \delta \mathbf{m}, \quad (\text{II.10})$$

Donde $\delta \mathbf{e}$ es un vector que contiene la función de error o residuo entre los datos del modelo y los datos medidos, $\delta \mathbf{m}$ es el vector de corrección a los parámetros del modelo y \mathbf{J} es la matriz jacobiana o la matriz de las derivadas parciales de las funciones del modelo con respecto a los parámetros del modelo.

II. 3 Modelo de inversión en una Tierra 2-D.

En esta sección se considera la formulación matemática para determinar la derivación de la ecuación integral que permita determinar en la superficie la respuesta de una Tierra inhomogénea. Este problema ha sido tratado anteriormente por Loke y Baker (1995), sin embargo, en el presente trabajo el procedimiento empleado es totalmente distinto, obteniéndose resultados semejantes a los de Loke.

Supongamos una Tierra 3D formada por un semiespacio homogéneo de resistividad ρ_0 en donde existe un conjunto de inhomogeneidades como se muestra en la Figura 2.3. Si se inyecta corriente dentro del semiespacio en la superficie por una fuente puntual se crea una perturbación en el potencial superficial causado por las inhomogeneidades en el subsuelo. Esta perturbación al potencial se puede encontrar determinando:

- a) la carga superficial y volumétrica inducida en los cuerpos.
- b) la corriente anómala volumétrica en los cuerpos.
- c) y encontrar el potencial de perturbación por un esquema de diferencias finitas o elemento finito.

Cada uno de los métodos tienen ventajas y desventajas que no serán tratadas todas en el presente trabajo. Nos limitaremos al esquema propuesto en esta tesis para encontrar la perturbación del potencial que es el del inciso b).

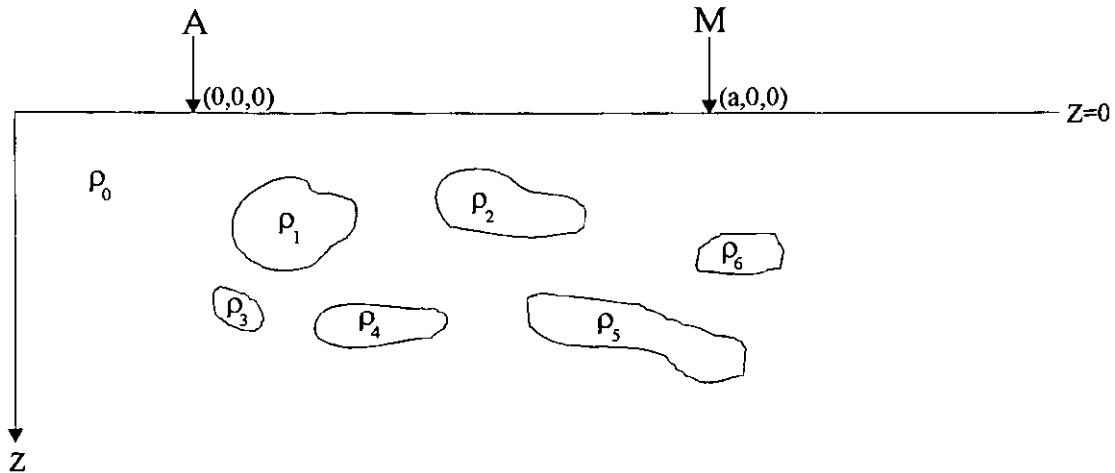


Figura 2.3. Semiespacio uniforme con varias inhomogeneidades.

II.3.1 La función potencial en un semiespacio inhomogéneo.

Para un semiespacio inhomogéneo con resistividad $\rho(\vec{r}')$, la ecuación que satisface el potencial para una fuente puntual en la superficie $z = 0$ es

$$\nabla \cdot \left[\frac{\nabla U(\vec{r})}{\rho(\vec{r})} \right] = -I\delta(\vec{r}) \quad z > 0 \quad (II.11)$$

$$\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial z} = 0 \quad z = 0$$

De la primera identidad de Green (Tijonov, 1980) la solución de II.11 se expresa como

$$U(\vec{r}) = - \int_V \nabla' U(\vec{r}') \cdot \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') dv - \int_S U(\vec{r}') \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{n} ds \quad (II.12)$$

Tejero (1999) demuestra que el gradiente de la función de Green se puede expresar de la siguiente manera

$$\nabla' G = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{(x-x')\vec{i} + (y-y')\vec{j} + (z-z')\vec{k}}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \right]^{3/2}} + \frac{(x-x')\vec{i} + (y-y')\vec{j} - (z+z')\vec{k}}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2 \right]^{3/2}} \right] + k\vec{k} \quad (\text{II.13})$$

$$\nabla' G \cdot \vec{n} = -k \quad (\text{II.14})$$

donde $k = \frac{1}{\int_s ds}$ es el inverso de la superficie infinita.

Sustituyendo las ecuaciones II.13 y II.14 en II.12 y recordando que $\nabla' U(\vec{r}') = -\vec{E}(\vec{r}')$, la función potencial se expresa como

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_v \vec{E}(\vec{r}') \cdot \left[\frac{(x-x')\vec{i} + (y-y')\vec{j} + (z-z')\vec{k}}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \right]^{3/2}} + \frac{(x-x')\vec{i} + (y-y')\vec{j} - (z+z')\vec{k}}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2 \right]^{3/2}} \right] dv - \left[\frac{1}{4\pi} \int_v E_z(\vec{r}') dv \right] k + k \int_s U(\vec{r}') ds \quad (\text{II.15})$$

En la ecuación II.15 las dos últimas integrales, la de volúmen y la de superficie, dan resultados finitos y recordando que $k=0$, estas integrales contribuyen con cero y por lo tanto el potencial para una fuente puntual se expresa como

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_v \vec{E}(\vec{r}') \cdot \left[\frac{(x-x')\vec{i} + (y-y')\vec{j} + (z-z')\vec{k}}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \right]^{3/2}} + \frac{(x-x')\vec{i} + (y-y')\vec{j} - (z+z')\vec{k}}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2 \right]^{3/2}} \right] dv \quad (\text{II.16})$$

Sin embargo, el interés es determinar $U(\vec{r})$ en $z = 0$ y $y = 0$, entonces de la ecuación II.16 el potencial se expresa como :

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_v \vec{E}(\vec{r}') \cdot \left[\frac{(x-x')\vec{i} - y'\vec{j} - z'\vec{k}}{\left[(x-x')^2 + y'^2 + z'^2 \right]^{3/2}} \right] dv \quad (\text{II.17})$$

Si \vec{E} es el campo eléctrico total en la región, entonces de la ley de Ohm se expresa como

$$\rho(\vec{r})J(\vec{r}) = \vec{E}(\vec{r}) \quad (\text{II.18})$$

donde ρ es la resistividad del punto y J la densidad de corriente total en el espacio.

sustituyendo II.18 en II.17

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_V \left[\rho(\vec{r}')J(\vec{r}') \cdot \left(\frac{(x-x')\vec{i} - y'\vec{j} - z'\vec{k}}{[(x-x')^2 + y'^2 + z'^2]^{\frac{3}{2}}} \right) \right] dv \quad (\text{II.19})$$

Si consideramos que las corrientes secundarias \vec{J}_S son despreciables con respecto a las corrientes de conducción primarias \vec{J}_P ; y es lo que Eskola (1992) llama un “problema de dispersión débil”, es decir

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_V \rho(\vec{r}')J_P(\vec{r}') \cdot \left[\frac{(x-x')\vec{i} - y'\vec{j} - z'\vec{k}}{[(x-x')^2 + y'^2 + z'^2]^{\frac{3}{2}}} \right] dv \quad (\text{II.20})$$

por otro lado, \vec{J}_P se puede expresar a partir de la ley de Ohm

$$J_P(\vec{r}) = \sigma_0 \vec{E}_P \quad (\text{II.21})$$

σ_0 = Conductividad del semiespacio homogéneo

Si E_p para una fuente puntual de la ecuación I.17a y I.17b se expresa como (Orellana, 1972)

$$\vec{E}_P = \frac{\rho_o I}{2\pi} \left[\frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{[x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (\text{II.22})$$

Entonces el vector densidad de corriente primaria queda

$$J_p = \frac{I}{2\pi} \left[\frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{[x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (\text{II.23})$$

por lo tanto, el potencial se expresa como

$$U(\vec{r}) = \frac{I}{4\pi^2} \int_V \frac{x'(x-x') - y'^2 - z'^2}{[x'^2 + y'^2 + z'^2]^{\frac{3}{2}} [(x-x')^2 + y'^2 + z'^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot \rho(x', y', z') dv \quad (\text{II.24})$$

esta expresión del potencial implica contraste de resistividad pequeño.

Para un punto en $x=a$

$$U(\vec{r}) = \frac{I}{4\pi^2} \int_V \frac{x'(x'-a) - y'^2 - z'^2}{[x'^2 + y'^2 + z'^2]^{\frac{3}{2}} [(x-x')^2 + y'^2 + z'^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot \rho(x', y', z') dv \quad (\text{II.25})$$

la ecuación II.25 da la solución del potencial para un semiespacio inhomogéneo 3D. Para aplicar la ecuación II.25 al problema de inversión partimos del hecho que desconocemos $\rho(\vec{r})$ para todo punto del semiespacio, entonces el modelo que se puede proponer es uno donde consideramos que para un determinado volumen de Tierra $\rho(\vec{r})$ permanece constante y que el efecto total que se observa es la contribución de cada uno de estos volúmenes elementales. Estos volúmenes deben ser de una geometría sencilla para permitir un cálculo fácil, de tal manera que un número determinado de volúmenes permita obtener una buena representación de la distribución de la resistividad del subsuelo.

El volumen elemental de geometría simple que se puede proponer es un cubo para problemas 3-D y rectángulos de rumbo infinito para problemas 2-D, esto implica proponer un mallado en donde consideremos ρ constante, entre más fino el mallado mejor representación, sin embargo, esto está limitado por la densidad y calidad de los datos observados. De acuerdo a lo anterior la función potencial de la ecuación II.25, se puede expresar como

$$U(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi^2} \rho_i \int_{V_i} \frac{x'(x-x') - y'^2 - z'^2}{[x'^2 + y'^2 + z'^2]^{3/2} [(x-x')^2 + y'^2 + z'^2]^{3/2}} dV_i \quad (\text{II.26})$$

ρ_i = resistividad constante del volúmen V_i

la derivada de Frechet de $U(\vec{r})$ se puede determinar para la ρ_i como

$$\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \rho_i} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{V_i} \frac{x'(x-x') - y'^2 - z'^2}{[x'^2 + y'^2 + z'^2]^{3/2} [(x-x')^2 + y'^2 + z'^2]^{3/2}} dV_i \quad (\text{II.27})$$

donde $i=1, 2, \dots, N$

La derivada parcial de la ecuación II.27 para un bloque rectangular 2D se puede obtener a partir de integrar de menos a más infinito en la dirección de y con límites apropiados de integración para las direcciones en x y z .

La derivada parcial $\partial U/\partial \rho$ para un bloque rectangular de dimensiones finitas (Figura 2.4) está dado por la siguiente ecuación :

$$\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \rho} = \frac{I_s}{4\pi^2} \int_{z_1}^{z_2} \int_{x_1}^{x_2} F_y dx dz. \quad (\text{II.28a})$$

Donde

$$F_y = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(x-a) + y^2 + z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} [(x-a)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} dy \quad (\text{II.28b})$$

Loke y Baker (1995) obtiene una solución analítica para F_y . La doble integral en (II.28a) se resuelve mediante integración numérica empleando cuadratura gaussiana. Hay que hacer notar que las ecuaciones anteriores están basadas en un arreglo polo-polo; la estimación del cambio del potencial para un arreglo de cuatro electrodos se hace por superposición. También, esto implica que el subsuelo se ha dividido en una rejilla y que el cambio de potencial en un

punto de la superficie es la suma de cada uno de los efectos de los bloques que forman la rejilla Figura 2.5.

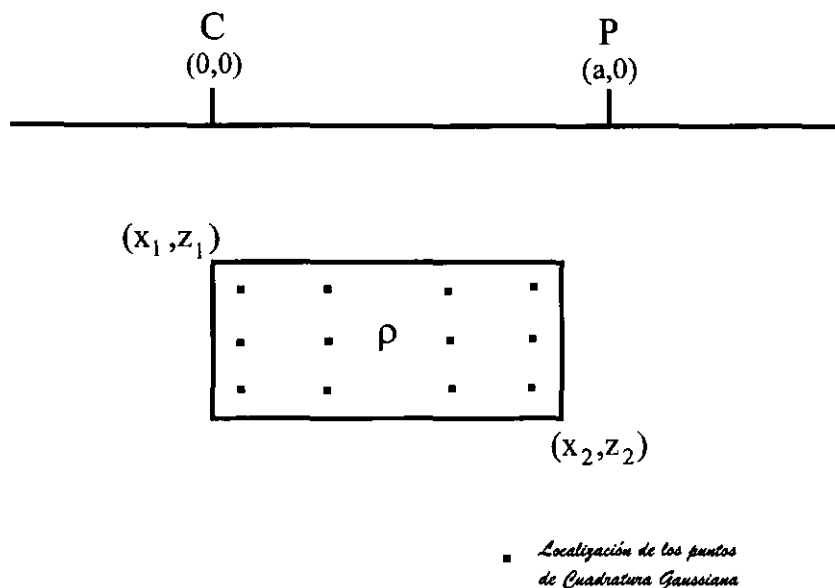


Figura 2.4 Parámetros de un bloque rectangular que afecta el cálculo de la derivada parcial 2-D del bloque. C1 y P1 son los electrodos de corriente y de potencial respectivamente.

II.4 Solución al modelo de inversión para la respuesta eléctrica en 2-D.

En una inversión bidimensional de resistividades, el dominio a modelar es parametrizado en bloques rectangulares de resistividad constante (Figura 2.5). La respuesta eléctrica es una función no-lineal de los parámetros del modelo y de esta manera el problema es linealizado usando estimaciones iniciales de los parámetros del modelo.

El método de mínimos cuadrados es uno de los métodos más comúnmente empleados para invertir datos eléctricos en 2-D. Sin embargo, una aplicación directa del método en 2-D, frecuentemente nos lleva a una solución inestable. Por esta razón es recomendable aplicar el método de mínimos cuadrados con condicionamiento suavizado (Lytle y Dines, 1980).

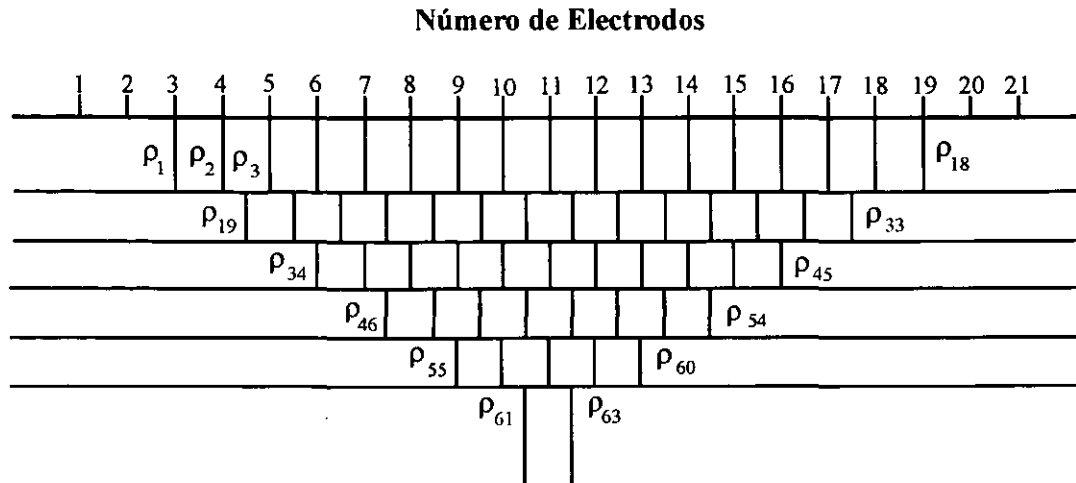


Figura 2.5 Arreglo de bloques rectangulares usados en el modelo 2-D.

II.4.1 Inversión con condicionamiento suavizado.

El problema de resistividad inverso generalmente es mal empleado por lo cual es necesario aplicar alguna forma de condicionamiento en $\delta \mathbf{m}$ de la ecuación (II.10) para estabilizar el proceso de inversión.

Así que, partiendo de la ecuación (II.10), la aproximación para minimizar el error entre el modelo corregido y los datos observados se define como:

$$\Phi_1 = (\delta e - J\delta m)^T (\delta e - J\delta m). \quad (\text{II.29})$$

Aplicando una regresión lineal (e.g., Marquardt, 1963), $\delta \mathbf{m}$ es tal que la minimize Φ_1 , bajo el condicionamiento de que la normal del cambio del modelo $\delta \mathbf{m}^T \delta \mathbf{m}$ tenga el mismo valor. Con tal minimización se obtiene

$$(J^T J + \lambda I) \delta m = J^T \delta e, \quad (\text{II.30})$$

Donde I es la matriz identidad ($m \times m$) y λ es un multiplicador de Lagrange (factor de amortiguamiento). Los nuevos parámetros se obtienen resolviendo la ecuación (II.30) para $\delta \mathbf{m}$, y el proceso iterativo continua hasta el error residual, o hasta que el desajuste entre los datos observados y los datos calculados, se reduce a un valor aceptable. El error residual se define como

$$RE = \left(\frac{\delta e^T \delta e}{n} \right)^{1/2} \quad (\text{II.31})$$

El tamaño aproximado de la rugosidad de la variación espacial de la resistividad alrededor de cada uno de los bloques se define de la siguiente manera

$$\delta \tilde{m}_j = \alpha_j \left(\delta m_j^E + \delta m_j^W - 4\delta m_j + \delta m_j^N + \delta m_j^S \right), \quad j=1, 2, 3, \dots, m \quad (\text{II.32})$$

Donde los superíndices E, W, N y S se refieren a los cuatro vecinos del j -ésimo bloque y α_j representa el factor amplificado del gradiente. Los factores α_j son elegidos empíricamente. Los términos en el paréntesis en la ecuación II.32 representa una función discreta, aproximación cinco puntos del Laplaciano 2-D, el cuál nos da una medida de la rugosidad de la función continua. La ecuación II.32 puede ser escrita en la forma matricial siguiente:

$$\delta m = C \delta m \quad (\text{II.33})$$

donde C es una matriz ($m \times m$), cuyos coeficientes con $\alpha_j, -4\alpha_j, o 0$. C puede ser estimada filtro de rugosidad en δm . Entonces la rugosidad total del modelo se puede definir como

$$\Phi_2 = (C \delta m)^T (C \delta m). \quad (\text{II.34})$$

Minimizando la rugosidad total Φ_2 , sujeta el condicionamiento que Φ_1 es una constante conocida, requiere minimizar la función objetivo

$$\Phi = \Phi_2 + \lambda^{-1} (\Phi_1 - \text{constante}). \quad (\text{II.35})$$

Entonces el método de los multiplicadores de Lagrange produce

$$(J^T J + \lambda C^T C) \delta m = C^T \delta e. \quad (\text{II.36})$$

Esta es la ecuación de mínimos cuadrados utilizada en el método desarrollado por Loke.

El principal problema que se plantea en la ecuación II.36, es encontrar los elementos de la matriz **J**. Entre las técnicas empleadas está un cálculo numérico como el empleado por Edwards et al. (1984), que es laborioso y consume mucho tiempo de cómputo. McGillivray y Oldenburg (1990) proponen el método de emplear la ecuación diferencial adjunta para determinar dichos elementos o en nuestro caso emplear la ecuación II.27.

Para resolver el sistema de ecuaciones lineales de la ecuación II.36, se pueden usar un gran número de técnicas numéricas, tales como la modificada Gram-Schmidt, descomposición de Cholesky y descomposición singular (Golub y van Loan, 1989).

II.4.2 Modelo de Inversión de Loke.

El modelo 2-D utilizado por Loke (1994) para invertir resistividades, consiste de un número de bloques rectangulares de resistividad constante (Figura 2.5), la aproximación convencional para determinar las resistividades de los bloques se logra con un método iterativo de optimización no-lineal. El modelo adoptado por Loke es el que utilizó Baker en 1992, en el cual los bloques son igual en número a los datos de resistividad en la pseudosección de resistividades aparentes y también son arreglados en una manera similar. Las profundidades a los centros del interior de los bloques son reemplazados en la profundidad media de investigación (Edwards, 1977) para las diferentes modalidades de electrodos. En algunos casos, se pueden obtener mejores resultados empleando un modelo de bloques pequeños cerca de la superficie y bloques grandes cerca del fondo (Loke, 1994). El método de mínimos cuadrados con condicionamiento suavizado (deGroot-Hedlin y Constable, 1990) puede utilizarse para determinar la resistividad de los bloques rectangulares (parámetros del modelo), el cual minimizará las diferencias entre los valores de resistividad aparente medida y calculada. La ecuación usada es la ecuación II.27.

Capítulo III. Aplicaciones en modelos sintéticos.

En el presente capítulo se estudia el poder resolutivo de la tomografía en base a diversos modelos sintéticos que asemejan estructuras geológicas. Este análisis se hace con diferentes tipos de arreglos de electrodos, con ayuda del programa de modelado directo de resistividad 2-D, RES2DMOD (Loke, 1994). El propósito es experimentar la tomografía con varios tipos de estructuras y arreglos de electrodos, como se muestran las anomalías en el subsuelo con la finalidad de hacer una recreación de las estructuras geológicas reales en subsuelo y estudiar su efecto que tendrían con un estudio de resistividad. Esto da grandes ventajas, dado que esta experiencia sirvió para diseñar previamente el tipo de arreglo, la abertura entre electrodos, la profundidad de investigación, permite igualmente evaluar la respuesta de las diferentes modalidades de electrodos para la obtención de la tomografía, lo cual además es muy recomendable hacerlo antes de realizar cualquier estudio de resistividad. También en este capítulo se realiza una discusión de las ventajas y desventajas que representa emplear los diferentes tipos de arreglos de electrodos con un análisis de sensibilidad.

III.1 Teoría del modelo directo 2-D.

Se propone un modelo 2-D de la Tierra que se obtiene al dividir el subsuelo en un número determinado de bloques rectangulares, cada uno con una resistividad constante formando una malla rectangular como la que se muestra en la Figura 3.1. La solución del problema directo para encontrar las resistividades aparentes se resuelve por medio de la función potencial empleando alguna técnica numérica como pueden ser los métodos de diferencias-finitas o elemento-finito y posteriormente se aplica una técnica de optimización no lineal iterativa para determinar las resistividades de los bloques. Retomando la formulación de diferencias-finitas hecha por Dey y Morrison (1979), Loke (1994) realizó algunos cambios para la obtención de buenos valores de resistividad aparente calculados. El método de diferencias-finitas básicamente determina el potencial en los nodos de la malla rectangular, la cual consiste de L nodos en la dirección horizontal y M nodos en la dirección vertical.

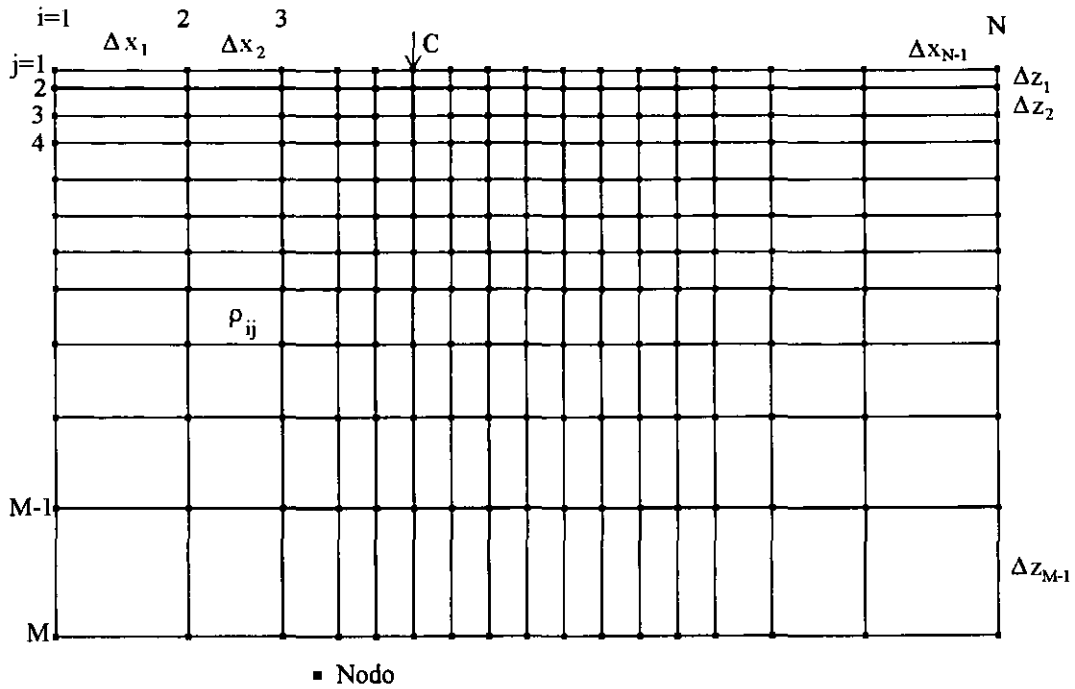


Figura 3.1 Diagrama esquemático de la malla de diferencias-finitas usada por el programa.

El modelo contiene $L-1$ columnas y $M-1$ renglones. Cada uno de los bloques puede tener un valor de resistividad diferente. Haciendo uso de una malla lo suficientemente fina, las estructuras geológicas complejas se pueden modelar con gran calidad. El programa utiliza una malla con dos o cuatro nodos horizontales para el espaciamiento unitario de los electrodos en un arreglo multi-electródico (Figura 3.2).

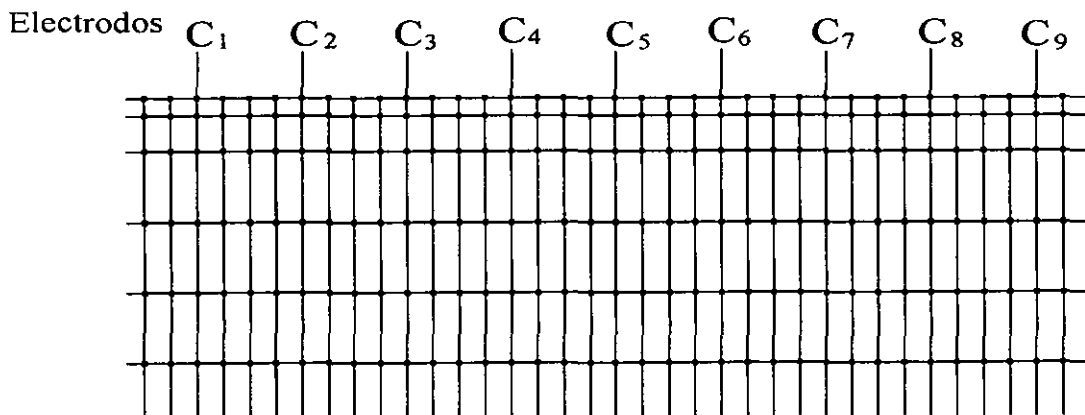


Figura 3.2 Parte de la malla de diferencias-finitas que muestra la localización de los electrodos.

El programa requiere que se suministren los valores de resistividad de los bloques rectangulares entre las líneas de la malla (y otra información). En general, se usa un modelo de resistividades “razonable”, es decir, que el modelo no este demasiado pequeño o demasiado grande. El programa genera una pseudosección de resistividades aparentes con todos sus datos que son los que posteriormente se van a utilizar en el programa de inversión que es el que genera la sección de resistividades verdaderas.

Los modelos sintéticos que se ilustran en este trabajo permiten, en principio, conocer la respuesta que obtendríamos del subsuelo con diferentes modalidades de electrodos para este tipo de estructuras a partir de un estudio de resistividad. Los modelos sintéticos que se presentan son analizados sin agregar ruido aleatorio, pero posteriormente también se analizan estos mismos modelos contaminados con ruido aleatorio.

III.1.1 Modelos sin ruido aleatorio.

Los modelos utilizados semejan diversos tipos de estructuras sencillas que se pueden encontrar en el subsuelo. Las modalidades empleadas para el análisis de modelos fueron dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger. Para todos los modelos sintéticos se utilizaron 8 niveles y 30 electrodos con una abertura de 3 metros entre ellos, cubriendo una distancia horizontal de 87 m, excepto para el caso del modelo de dos bloques verticales contaminado con ruido aleatorio, para el cual se utilizaron el máximo número de niveles que permitía cada una de las modalidades con 30 electrodos y una abertura de 3 metros. Para el dipolo-dipolo se utilizaron 14 niveles, para el Wenner 8 y para el Wenner-Schlumberger 13. Durante la inversión de las pseudosecciones de resistividad aparente se utilizó un factor de amortiguamiento λ de 0.16 para todos los modelos exentos de ruido aleatorio, el cual resultó ser un factor óptimo para el grupo de secciones. Los modelos fueron invertidos partiendo de las pseudosecciones de resistividad aparente generadas por el programa de modelado directo.

III.1.2 Modelos con adición de ruido aleatorio.

Para estudiar la estabilidad de la técnica de inversión con datos ruidosos, se adicionó a los modelos ruido Gaussiano (Press et al., 1988) del 10%. La

inversión se realizó con varios factores de amortiguamiento λ con la finalidad de reducir el ruido aleatorio, y además se hizo una comparación de las ventajas y desventajas que presentan las modalidades Dipolo-Dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger cuando son afectados con ruido aleatorio.

Estos modelos se ilustran en la figuras (3.4, 3.6, 3.8 y 3.10).

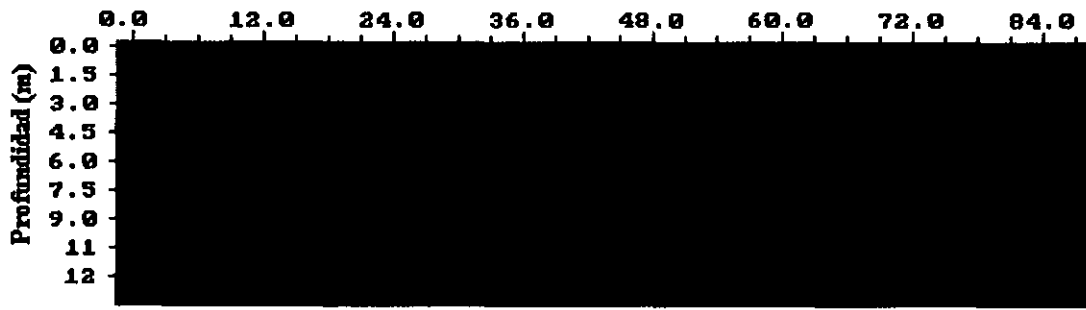
III.1.3 Modelo de un bloque rectangular.

En la Figura 3.3 y 3.4 se presentan las secciones de resistividad verdadera obtenidas con las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger de un bloque rectangular. El bloque tiene un valor de resistividad de 500 Ohm-m, y la resistividad del medio es de 100 Ohm-m. El largo del bloque es de 12 m, mientras que su espesor es de 6 m y la profundidad de la parte superior del bloque a la superficie es de 3 m.

La Figura 3.3 muestra las secciones de resistividad sin aplicar ruido aleatorio. Las Figuras 3.3 a, b y c, muestran la comparación de las secciones de resistividades verdaderas obtenidas con las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger, respectivamente. Como se puede observar en las imágenes eléctricas, las tres modalidades dan buena resolución del cuerpo, los modelos definen con claridad una zona de alta resistividad que coincide con la ubicación del bloque rectangular. En general, con el factor de amortiguamiento λ de 0.16 se logra identificar el cuerpo rectangular en las imágenes eléctricas. Los contornos de los valores de resistividad de los modelos corresponden al bloque como se puede apreciar claramente.

La Figura 3.4 muestra las secciones de resistividad contaminadas con ruido aleatorio. Los resultados también se presentan agrupando las tres modalidades para el mismo bloque. Con la presencia de ruido en los modelos no se logró definir de manera correcta el bloque utilizando un factor de amortiguamiento λ de 0.16, además de que aparecían otros halos de dispersión de resistividad que nos podían confundir haciéndonos creer que existían otros cuerpos. Para eliminar el ruido aleatorio, durante la inversión de estos modelos se utilizó un factor de amortiguamiento λ de 0.25, con el cuál se logró definir la forma y ubicación correcta del bloque para las tres modalidades; con la diferencia como se puede notar de que la modalidad dipolo-dipolo presenta problemas en la resolución del cuerpo cuando a los datos sintéticos se les aplica ruido

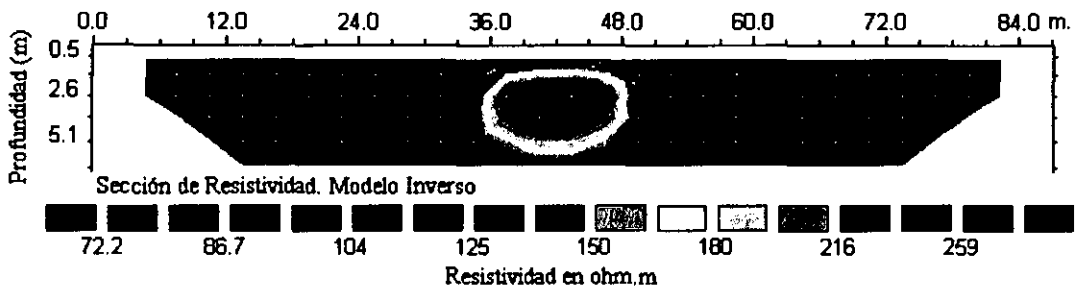
Modelo de Bloque



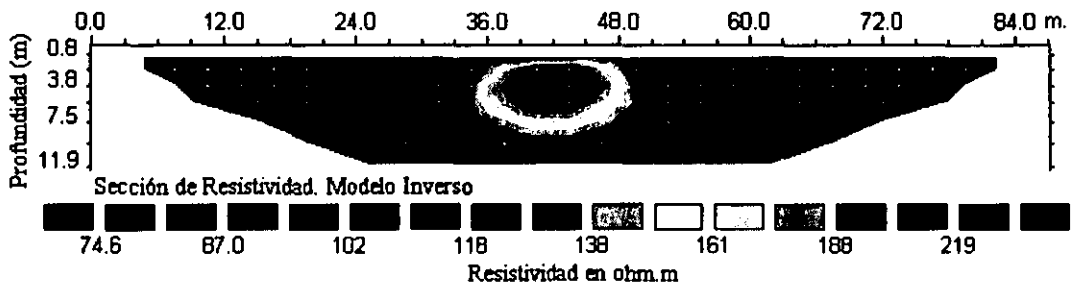
Resistividad en OHM.M

100 500

a) Modalidad Dipolo-Dipolo



b) Modalidad Wenner



c) Modalidad Wenner-Schlumberger

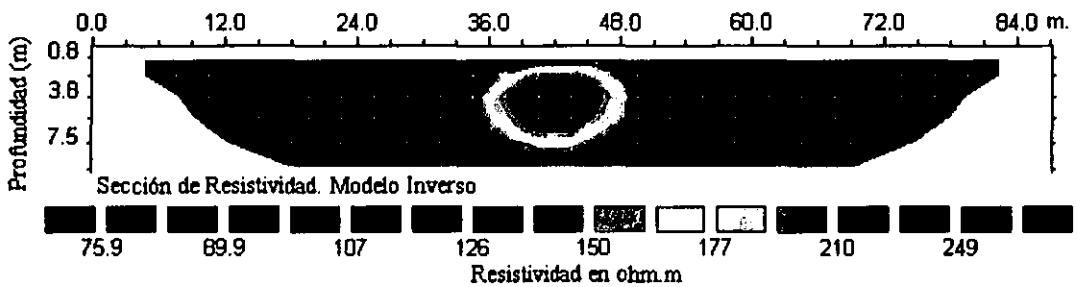
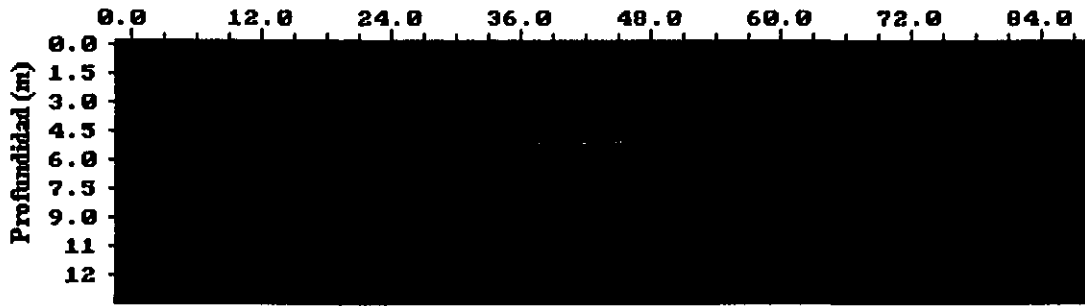


Figura 3.3 Secciones de resistividad obtenidas de un modelo sintético de un bloque rectangular para las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger.

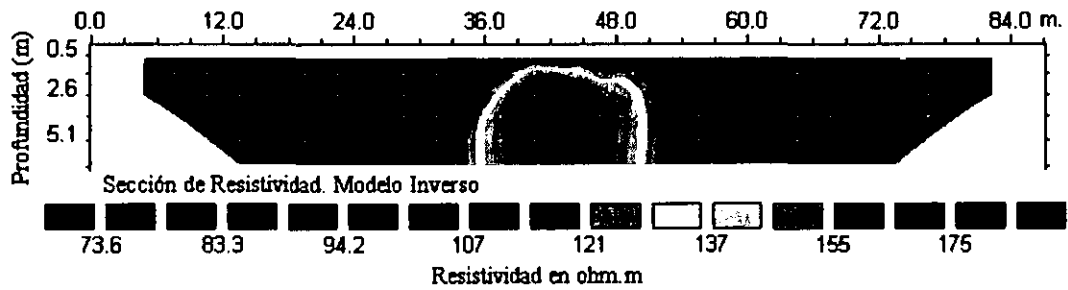
Modelo de Bloque



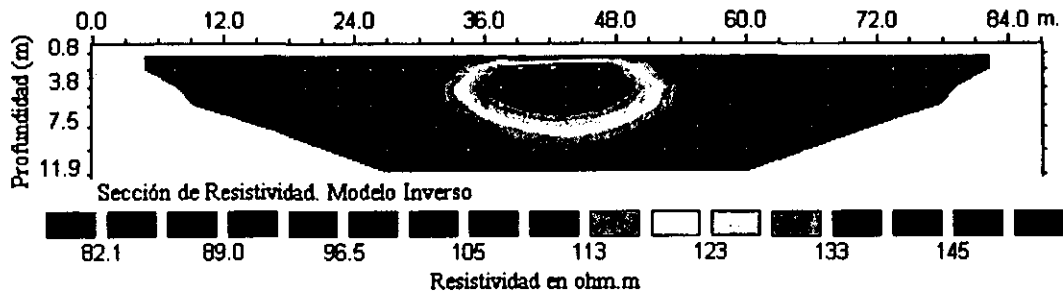
Resistividad en OHM.M

100 500

a) Modalidad Dipolo-Dipolo



b) Modalidad Wenner



c) Modalidad Wenner-Schlumberger

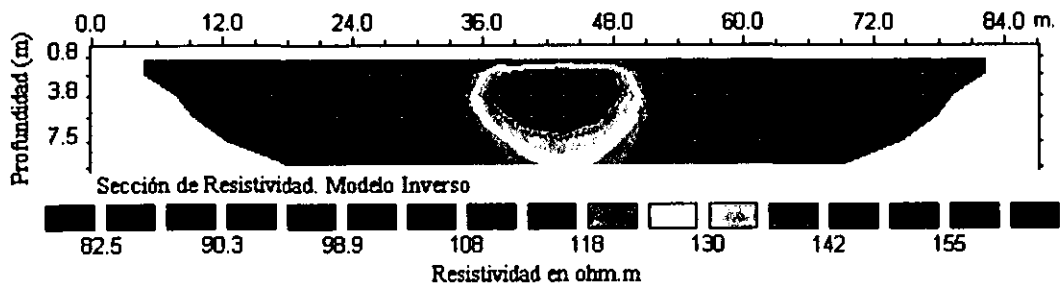


Figura 3.4 Secciones de resistividad obtenidas de un modelo sintético de un bloque contaminadas con ruido aleatorio para las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger.

aleatorio, no define muy bien los contornos del cuerpo en la imagen, aunque si nos indica la presencia y localización del cuerpo (Figura 3.4a). A diferencia del dipolo-dipolo, las otras dos modalidades (Figuras 3.4 b y c) definen mejor los contornos de resistividad del cuerpo.

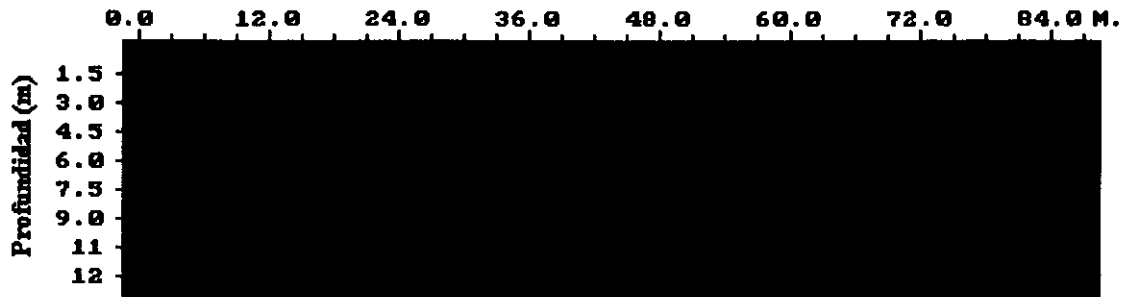
III.1.4 Modelo de dos bloques rectangulares horizontales.

El siguiente modelo de prueba (Figura 3.5 y 3.6) consiste de dos bloques rectangulares con resistividades de 30 Ohm-m (izquierda) y 500 Ohm-m (derecha) en un medio de 100 Ohm-m.

La Figura 3.5 muestra las secciones de resistividad que se obtienen cuando a los datos sintéticos no se aplica ruido aleatorio. Se pueden hacer observaciones similares a las señaladas para el grupo anterior del modelo de un bloque rectangular: como se puede observar en la imagen eléctrica en las tres modalidades aparecen los dos cuerpos separados correctamente. Los modelos muestran una zona de baja resistividad que coincide con la ubicación del bloque rectangular ubicado a la izquierda de la sección y otra zona de alta resistividad que coincide con el bloque ubicado a la derecha de la sección. En general, cuando el factor de amortiguamiento λ es igual a 0.16, los cuerpos rectangulares se definen claramente en la imagen eléctrica y los contornos de resistividad de los modelos se delinean muy bien.

La Figura 3.6 muestra las secciones de resistividad contaminadas con ruido aleatorio. Los resultados también se presentan agrupando las tres modalidades (Figuras 3.6 a, b y c). Con la aplicación de ruido aleatorio en los modelos se tuvieron que probar varios factores de amortiguamiento para lograr definir lo mejor posible la forma correcta de los bloques y también para eliminar halos de dispersión de resistividad que nos podía confundir haciéndonos creer que existían otros cuerpos. Durante la inversión de estos modelos se aplicó un factor de amortiguamiento λ de 0.20, para definir las formas y ubicación correctas de los bloques para las tres modalidades. En general, las tres modalidades definen bien a los bloques, pero como se puede apreciar la modalidad que nos define mejor los contornos de resistividad de los bloques es el dipolo-dipolo (Figura 3.6a).

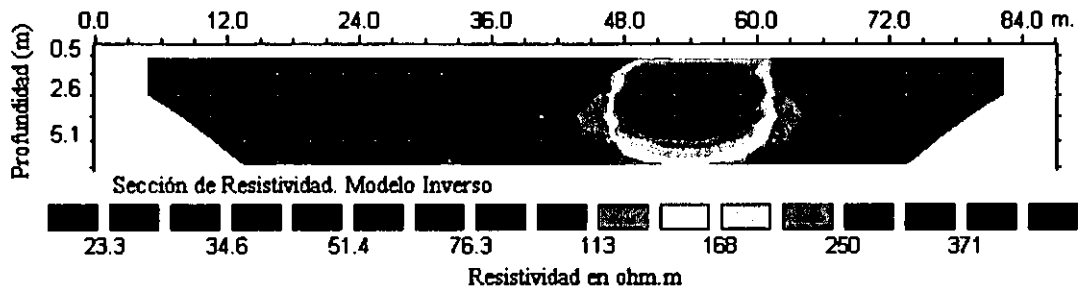
Modelo de 2 Bloques Horizontales



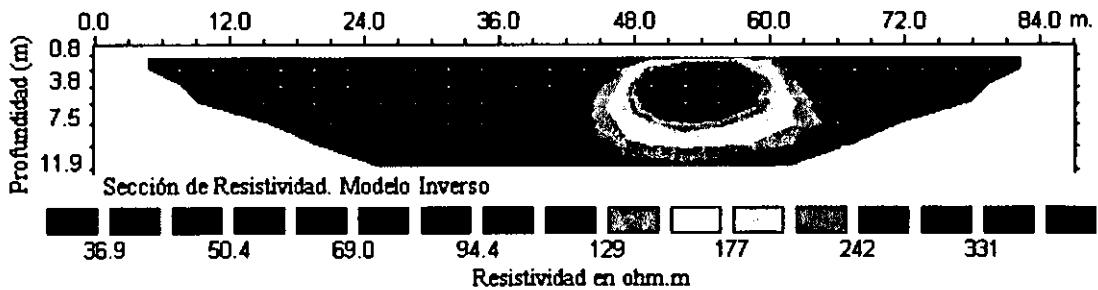
Resistividad en OHM.M

100 30 500

a) Modalidad Dipolo-Dipolo



b) Modalidad Wenner



c) Modalidad Wenner-Schlumberger

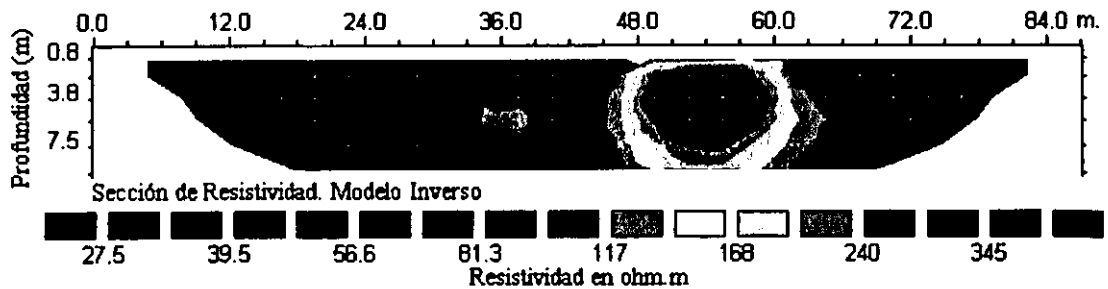
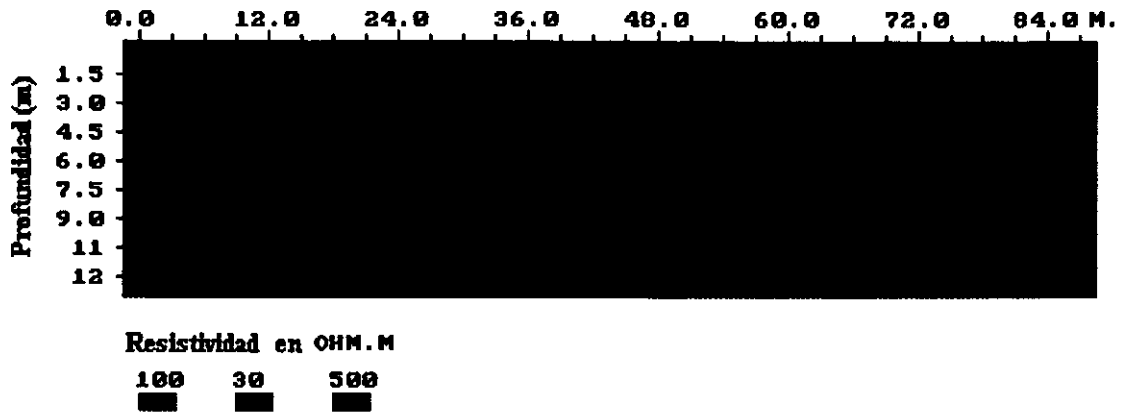
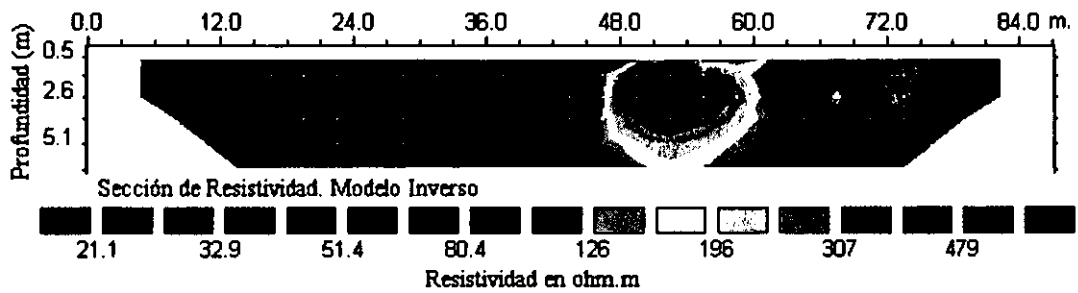


Figura 3.5 Secciones de resistividad obtenidas de un modelo sintético de dos bloques rectangulares horizontales para las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger.

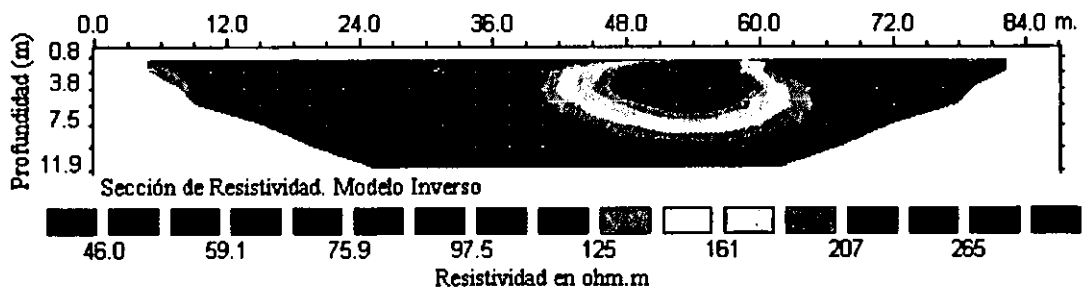
Modelo de 2 Bloques Horizontales



a) Modalidad Dipolo-Dipolo



b) Modalidad Wenner



c) Modalidad Wenner-Schlumberger

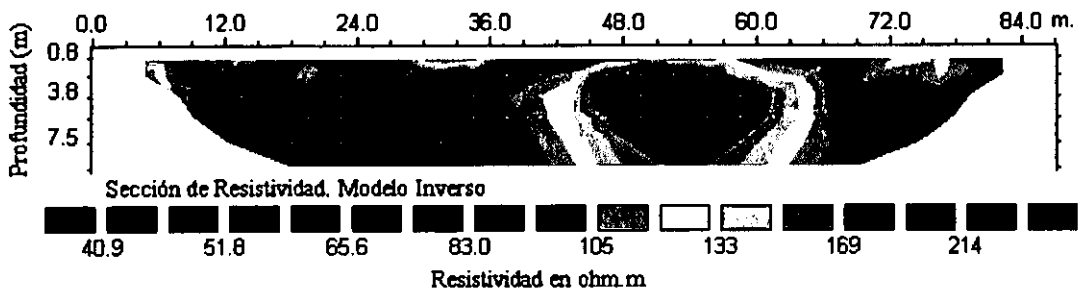


Figura 3.6 Secciones de resistividad obtenidas de un modelo sintético de dos bloques rectangulares horizontales contaminadas con ruido aleatorio para las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger.

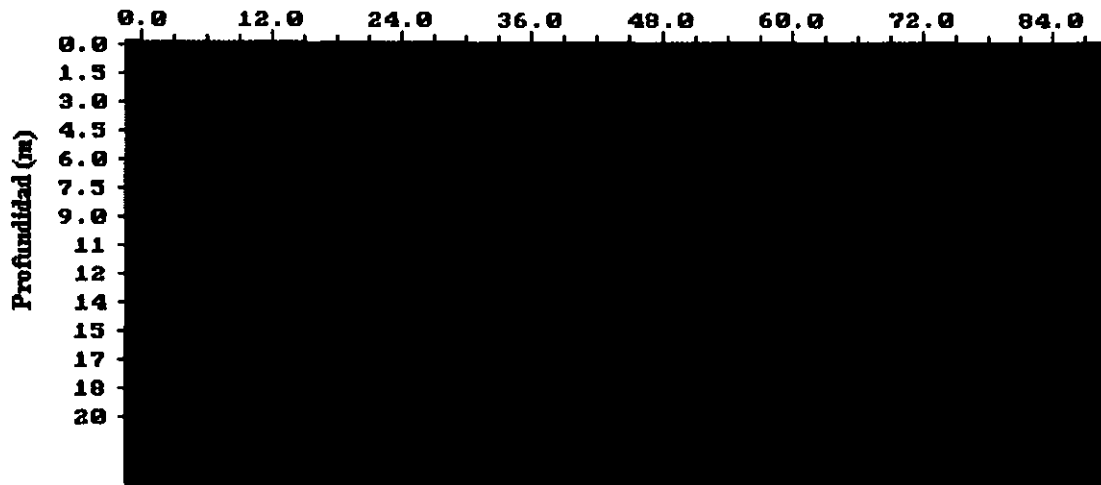
III.1.5 Modelo de dos bloques rectangulares verticales.

A continuación se probó un modelo (Figura 3.7 y 3.8) consistente de dos bloques rectangulares verticales con resistividades de 500 Ohm-m (arriba) y 30 Ohm-m (abajo), en un medio de 100 Ohm-m.

La Figura 3.7 muestra las secciones de resistividad sin aplicar ruido aleatorio. En las imágenes eléctricas, Figuras 3.7 a, b y c, se puede observar que para las tres modalidades aparecen los dos cuerpos separados correctamente, los modelos muestran una zona de baja resistividad que coincide con la ubicación del bloque rectangular localizado en la parte inferior de la sección y otra zona de alta resistividad que coincide con el bloque ubicado en la parte superficial de la sección. En general, con un factor de amortiguamiento λ de 0.16 los cuerpos rectangulares se definen claramente en las imágenes eléctricas, los contornos de resistividad envolventes de los modelos que son los que muestran a los bloques se pueden apreciar claramente para las modalidades dipolo-dipolo y Wener-Schlumberger. La modalidad Wenner no presenta buena resolución del bloque inferior de 30 Ohm-m; los halos de dispersión de resistividad no se logran definir correctamente.

La Figura 3.8 muestra las secciones de resistividad obtenidas cuando los datos sintéticos se contaminan con ruido aleatorio. Los resultados también se presentan agrupando las tres modalidades (Figuras 3.8 a, b y c). Durante la inversión de estos modelos se emplearon varios factores de amortiguamiento, excepto para el arreglo dipolo-dipolo en donde se usó un valor igual a 0.20 para el factor de amortiguamiento λ , con el que se obtuvo una buena resolución en la imagen eléctrica. En ésta se puede apreciar que esta modalidad separa muy bien a los dos cuerpos (Figura 3.8a). La razón de probar varios factores de amortiguamiento se debió a que para las otras dos modalidades de electrodos (Figuras 3.8 b y c), el bloque de 30 Ohm-m no aparece en las secciones de resistividad, únicamente aparece el bloque de 500 Ohm-m, esto es un caso típico de enmascaramiento. Por esa razón se probaron varios factores de amortiguamiento para tratar, primero, de definir lo mejor posible las formas y ubicación de los contornos de resistividad envolventes de los dos bloques y además, desaparecer halos de dispersión de resistividad que aparecen en los modelos provocados por la adición de ruido aleatorio lo cual nos podía confundir haciéndonos creer que existían otros cuerpos; segundo, para tratar de ver si aparecía el cuerpo de 30 Ohm-m, pero como se puede observar en las Figuras 3.8 b y c no fue posible; con esto se puede afirmar que

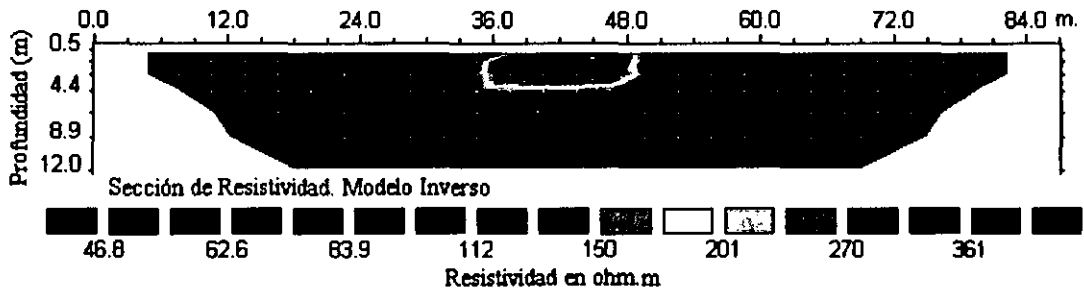
Modelo de 2 Bloques Verticales



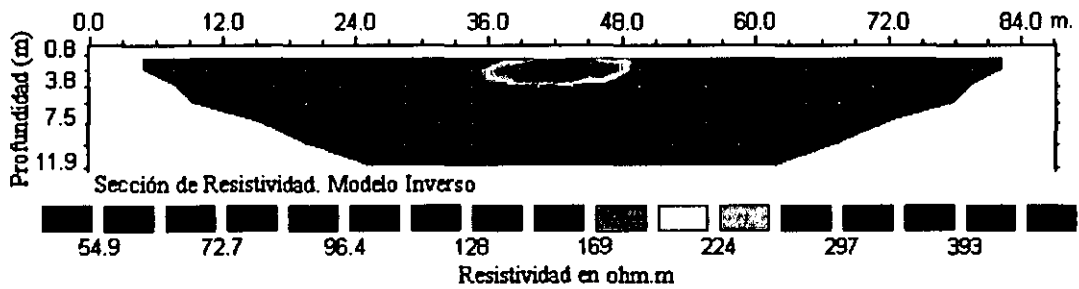
Resistividad en OHM.M

100 500 30

a) Modalidad Dipolo-Dipolo



b) Modalidad Wenner



c) Modalidad Wenner-Schlumberger

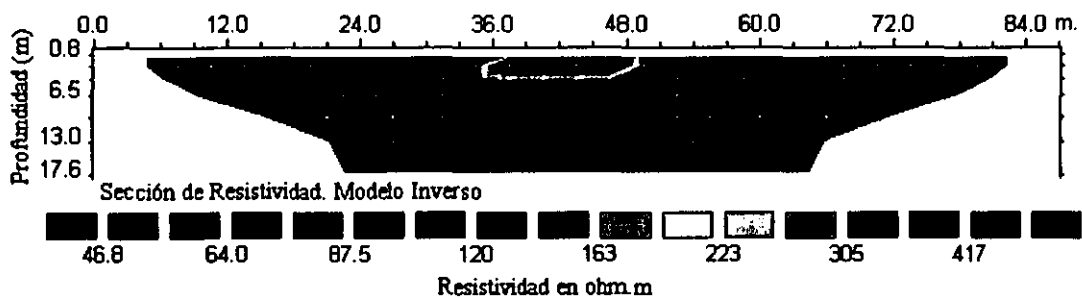
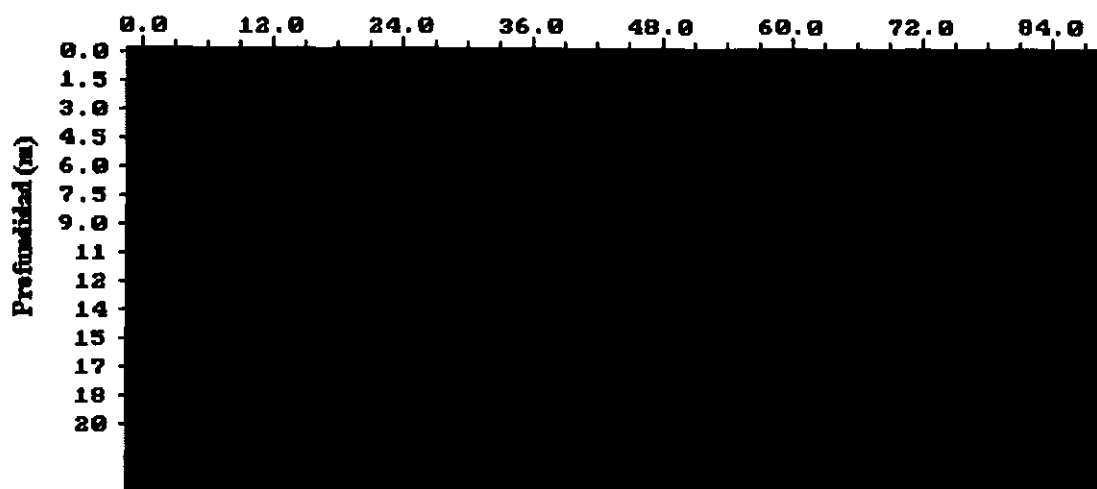


Figura 3.7 Secciones de resistividad obtenidas de un modelo sintético de dos bloques rectangulares verticales para las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger.

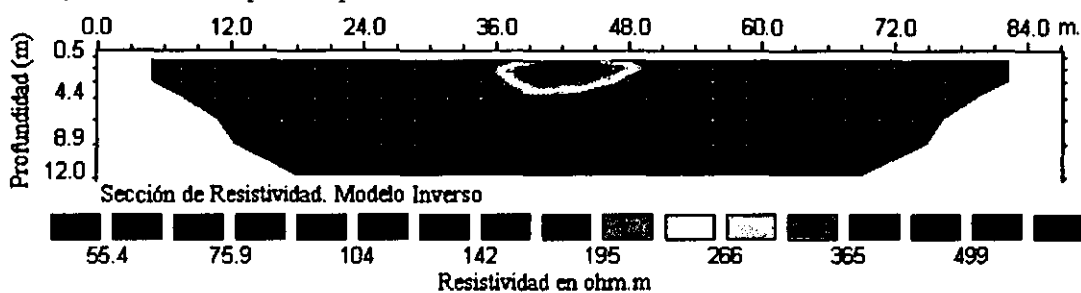
Modelo de 2 Bloques Verticales



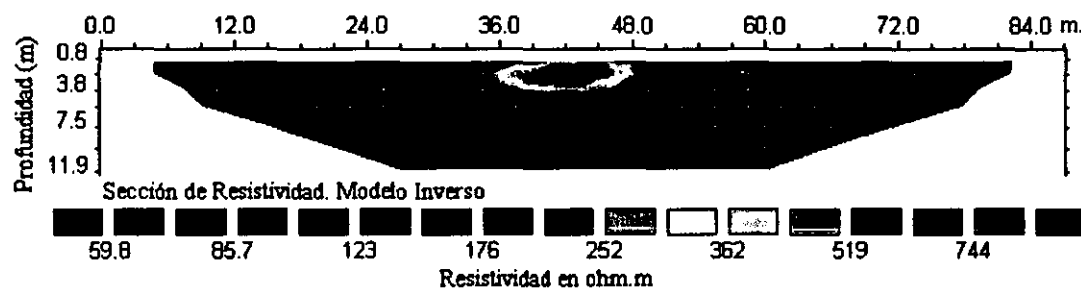
Resistividad en OHM.M

100 500 30

a) Modalidad Dipolo-Dipolo



b) Modalidad Wenner



c) Modalidad Wenner-Schlumberger

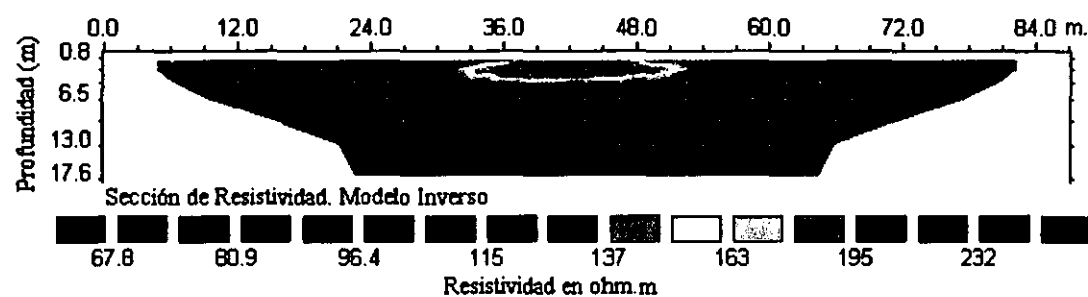


Figura 3.8 Secciones de resistividad de un modelo sintético de dos bloques rectangulares verticales contaminadas con ruido aleatorio para las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger.

para un estudio de resistividad es necesario aplicar cuando menos dos tipos de modalidades debido a que uno nos puede dar mejor resolución que otro. Este tipo de situaciones se explican con más detalle en la sección III.2 de este capítulo.

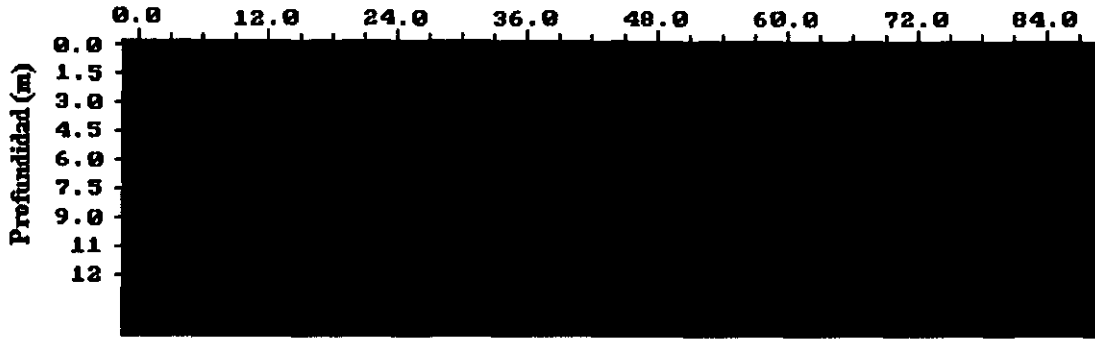
III.1.6 Modelo de una falla y un bloque rectangular.

El modelo de prueba (Figura 3.9 y 3.10) consiste de dos bloques rectangulares de diferentes dimensiones con valores de resistividades de 30 Ohm-m (izquierda) y 500 Ohm-m (derecha) en un medio envolvente de 100 Ohm-m.

En la Figura 3.9 se ilustran las secciones de resistividad sin aplicar ruido aleatorio para el caso en donde se tiene que uno de los cuerpos es mucho más grande en dimensiones (falla) que el otro (bloque). Como se puede observar en la imágenes eléctricas (Figuras 3.9 a, b y c), en las tres modalidades aparecen los dos cuerpos separados correctamente pero no con la misma resolución, los modelos muestran una zona de baja resistividad que coincide con la ubicación de la falla (izquierda) y otra zona de alta resistividad que coincide con el bloque rectangular ubicado a la derecha de la sección. La forma de los contornos de resistividad envolventes de los cuerpos es similar, corresponden a los mismos en donde se logra identificar la presencia de cada uno de los dos cuerpos, pero se puede apreciar mucho mejor con la modalidad dipolo-dipolo (Figura 3.9a). La modalidad Wenner tiene un problema grande para definir la forma correcta de los contornos envolventes de resistividad de la falla (Figura 3.9b). En general, con el factor de amortiguamiento λ de 0.16 los cuerpos rectangulares se definen claramente en la imagen eléctrica, los contornos de resistividad nos permiten inferir a los bloques como se puede apreciar.

La Figura 3.10 muestra las secciones de resistividad cuando los datos sintéticos son contaminados con ruido aleatorio. Los resultados también se presentan agrupando las tres modalidades (Figuras 3.10 a, b y c). La adición de ruido a los modelos provocó que se aplicaran varios factores de amortiguamiento debido principalmente a que el bloque de 500 Ohm-m no se define correctamente para las tres modalidades. Con la aplicación de varios factores de amortiguamiento se trató de mejorar la resolución de las imágenes eléctricas. En general, se aplicó un factor de amortiguamiento λ de 0.25 para definir lo mejor posible las formas actuales de los bloques y quitar halos de

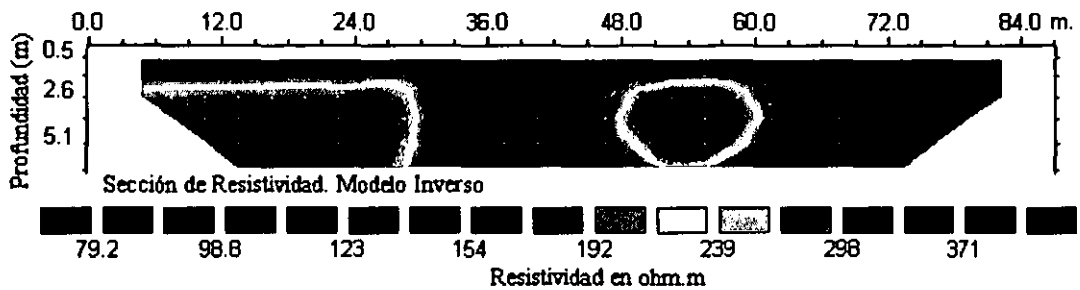
Modelo de Falla con un Bloque



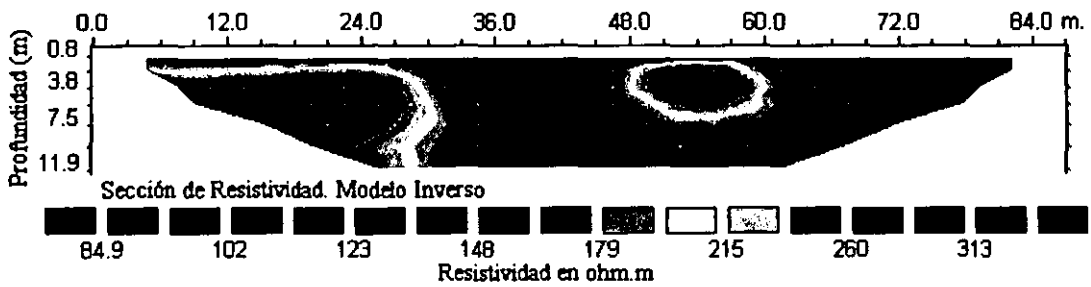
Resistividad en OHM.M



a) Modalidad Dipolo-Dipolo



b) Modalidad Wenner



c) Modalidad Wenner-Schlumberger

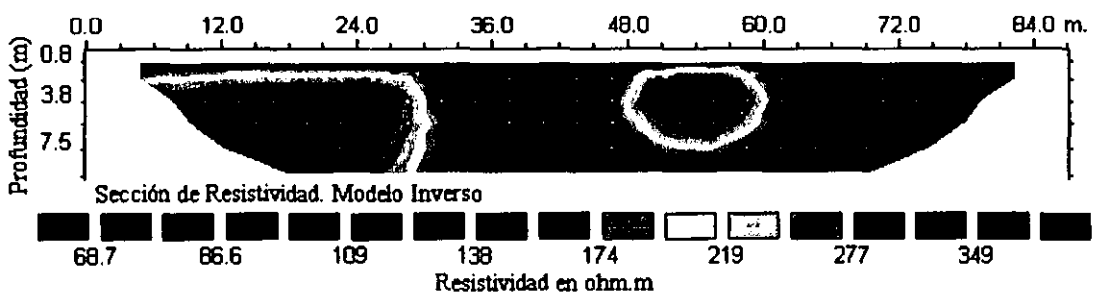
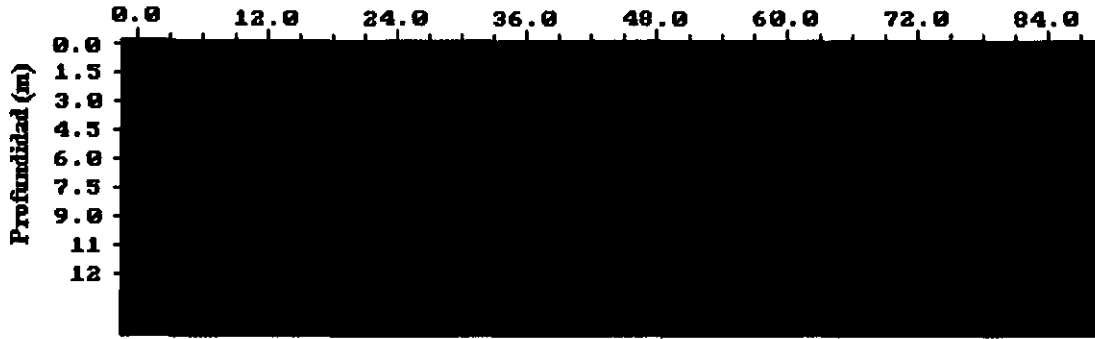


Figura 3.9 Secciones de resistividad obtenidas de un modelo sintético de una Falla con un bloque rectangular para las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger.

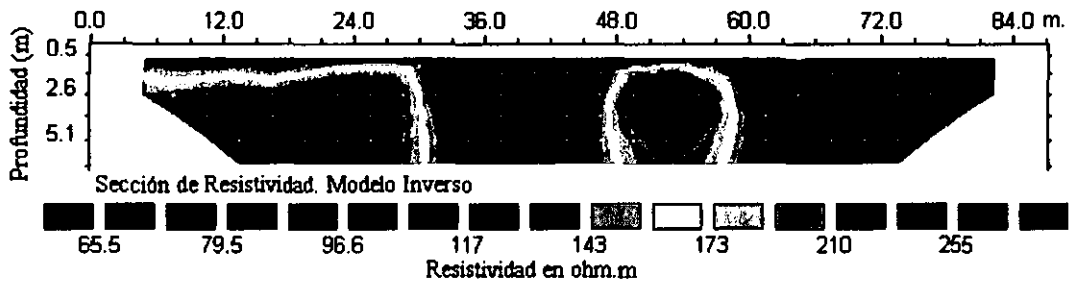
Modelo de Falla con un Bloque



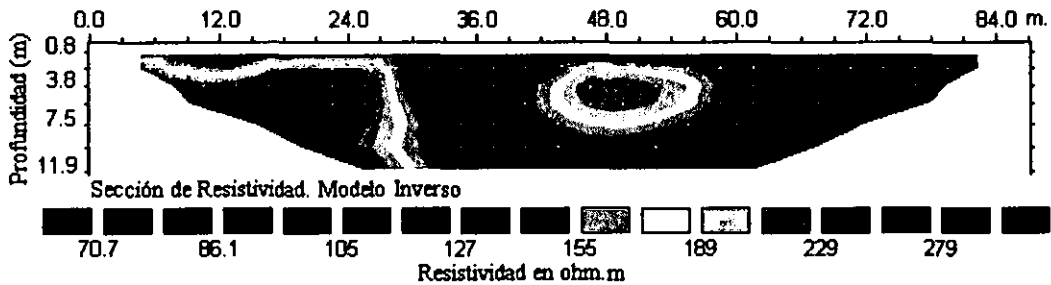
Resistividad en OHM.M



a) Modalidad Dipolo-Dipolo



b) Modalidad Wenner



c) Modalidad Wenner-Schlumberger

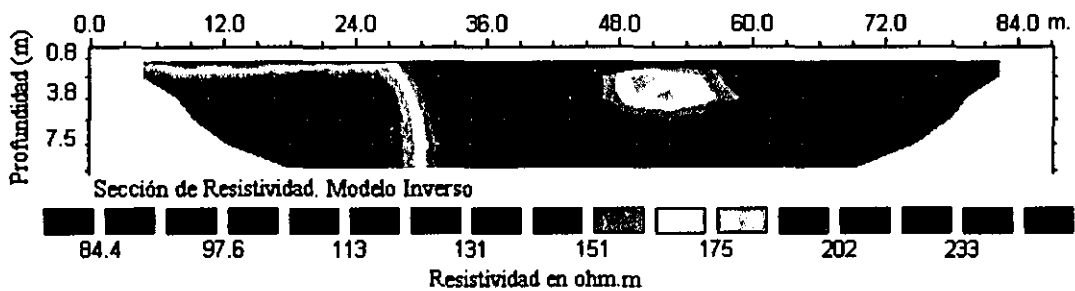


Figura 3.10 Secciones de resistividad obtenidas de un modelo sintético de una Falla con un bloque rectangular contaminadas con ruido aleatorio para las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger.

dispersión de resistividad que nos podía confundir haciéndonos creer que existen otros cuerpos o enmascararlos. Pero como se puede observar la única modalidad que nos define mejor los contornos de los bloques es la modalidad dipolo-dipolo, Figura 3.10a, mientras que para las otras dos modalidades (Figuras 3.10 b y c) se puede ver que no fue posible definir los contornos de resistividad envolventes correctamente. Lo cual nos lleva nuevamente a corroborar lo mismo que pasó en el modelo de dos bloques verticales: que para un estudio es necesario aplicar cuando menos dos diferentes modalidades.

En general, como se pudo apreciar para los diferentes modelos mostrados en cualquier modalidad el cuerpo es determinado, sin embargo, el halo de dispersión de los valores de resistividad se observa más extendido a lo largo de las imágenes eléctricas que contienen ruido aleatorio, que aquellos donde no hay ruido.

III.2 Ventajas y desventajas de las diferentes modalidades de electrodos.

Este análisis basado en el programa RES2DMOD demuestra que de acuerdo a las diferentes modalidades la tomografía es sensitiva a diferentes grados sobre la misma estructura. Las modalidades más comunes que se emplean para estudios de resistividad son mostradas en la Figura 1.2. La elección de la “mejor” modalidad para un estudio de campo depende del tipo de estructura a ser localizada, la sensibilidad del resistivímetro y el nivel de ruido ambiental. En la práctica, las modalidades que se emplean frecuentemente para estudios de imágenes eléctricas 2-D son las siguientes: (a) Wenner, (b) dipolo-dipolo, (c) Wenner-Schlumberger, (d) polo-polo y (e) polo-dipolo. En cuanto a las características que deben considerarse para cada una de las diferentes modalidades son (i) la sensibilidad de la modalidad a los cambios vertical y horizontal de la resistividad del subsuelo, (ii) la profundidad de investigación, (iii) la cobertura horizontal de los datos y (iv) la intensidad de la señal.

Las Figura 3.11 muestra el patrón de contornos de la función de sensibilidad para un modelo de Tierra homogéneo con las modalidades Wenner, Wenner-Schlumberger y dipolo-dipolo. La función de sensibilidad básicamente nos dice el grado en el cual un cambio en la resistividad de una sección del subsuelo influye en la medida del potencial de una modalidad.

Nótese que para los tres arreglos, los valores de sensibilidad más altos se encuentran cerca de los electrodos. A distancias grandes los patrones de los contornos son diferentes para cada una de las modalidades. La gráfica de la función de sensibilidad nos ayuda a explicar la respuesta tomográfica de las diferentes modalidades para diferentes tipos de estructuras.

La Tabla 2 muestra la profundidad media de investigación para las diferentes modalidades. La profundidad media de investigación nos da una idea de la profundidad a la cual podemos mapear el subsuelo con una modalidad en particular. Los valores de la profundidad media son determinados integrando la función de sensibilidad con la profundidad (Edwards, 1977).

Tabla 2. La profundidad media de investigación (z_c) para las diferentes modalidades. L es la longitud total de la modalidad. Note que existen valores idénticos de z_c/a para las modalidades Wenner-Schlumberger y polo-dipolo (Edwards, 1977). En la figura 1.1 están los arreglos de electrodos para las diferentes modalidades.

Tipo de Modalidad		Z_c/a	Z_c/L
Wenner alpha		0.519	0.173
Dipolo-dipolo	n=1	0.416	0.139
	n=2	0.697	0.174
	n=3	0.962	0.192
	n=4	1.220	0.203
	n=5	1.476	0.211
	n=6	1.730	0.216
Wenner-Schlumberger	n=1	0.52	0.173
	n=2	0.93	0.186
	n=3	1.32	0.189
	n=4	1.71	0.190
	n=5	2.09	0.190
	n=6	2.48	0.190
Polo-dipolo	n=1	0.52	
	n=2	0.93	
	n=3	1.32	
	n=4	1.71	
	n=5	2.09	
	n=6	2.48	
Polo-Polo		0.867	

Esta profundidad no depende de la resistividad aparente medida o de la resistividad del modelo de Tierra homogéneo. Se debe notar que las profundidades son estrictamente válidas sólo para un modelo de Tierra homogéneo, pero son probablemente lo suficientemente buenas para planear estudios de campo. Si existe un contraste de resistividad grande cerca de la superficie, la profundidad actual de investigación podría ser un poco diferente. Por ejemplo, se ha observado que un cuerpo grande de baja resistividad cerca de la superficie tiende a crear una “zona de enmascaramiento” bajo ésta donde es más difícil determinar de una manera efectiva los valores de resistividad.

Para determinar la profundidad máxima mapeada por un estudio en particular, se multiplica el máximo espaciamiento entre electrodos “a”, o la máxima longitud del arreglo “L”, por el factor apropiado de profundidad dado en la Tabla 2. Por ejemplo, si el máximo espaciamiento entre electrodos “a” usado por el arreglo Wenner es de 100 metros (o la L máxima es de 300 metros), entonces la profundidad máxima mapeada es de alrededor de 51 metros. Para las modalidades dipolo-dipolo, polo-dipolo y Wenner-Schlumberger, otro factor que además debe tomarse en consideración es el factor “n”. Para las modalidades con cuatro electrodos activos (tales como las modalidades dipolo-dipolo, Wenner y Wenner-Schlumberger), es probablemente más sencillo utilizar la longitud total de la modalidad “L”. Como un ejemplo, si un estudio dipolo-dipolo utiliza un valor máximo de 10 metros para “a” y un valor máximo de 6 para “n”, entonces el máximo valor de “L” es de 80 metros. Esto da una profundidad máxima de 80×0.216 o alrededor de 17 metros.

III.2.1 Análisis de Sensitividad.

En esta sección examinaremos cuales regiones de la Tierra contribuyen a la respuesta de resistividad de una sección del subsuelo derivando cuantitativamente estimaciones de sensibilidad a las variaciones de conductividad de la Tierra.

III.2.1.1 Teoría

Definimos un campo eléctrico primario como aquel a ser medido en la presencia de un medio conductivo uniforme de conductividad σ_0 . Los campos

secundarios resultan de inhomogeneidades empotradas en este medio conductivo. Si perturbamos la conductividad de un pequeño volumen de material, se puede calcular la sensibilidad de la medida del cambio del potencial o campo primario debida a esa perturbación. Matemáticamente, una pequeña perturbación de la conductividad por unidad de perturbación es conocida como la derivada de Frechet. Por lo tanto, el cambio en la respuesta como resultado de la presencia de un pequeño cuerpo de una resistividad particular es, en efecto, la sensibilidad de una sección del subsuelo debida a una perturbación en la conductividad para una localización fija de una fuente puntual en la superficie. Las gráficas de sensibilidad son derivadas a partir de los cálculos de las derivadas de Frechet.

Para ilustrar la sensibilidad consideremos nuevamente la ecuación II.25 del potencial para un semiespacio inhomogéneo expresada en el capítulo anterior y que por comodidad se vuelve a escribir

$$U(\vec{r}) = -\frac{I}{4\pi^2} \int \frac{x'(x-x') - y'^2 - z'^2}{[x'^2 + y'^2 + z'^2]^{3/2} [(x-x')^2 + (y-y')^2 + z'^2]^{3/2}} \cdot \rho(x', y', z') dv$$

Definiendo la resistividad como: (McGillivray y Oldenburg, 1990)

$$\rho(\vec{r}) = \rho_{ij} W_{ij}$$

donde

$$W_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{para } x_k < x < x_{k+1}, \quad z_j < z < z_{j+1}, \\ 0 & \text{si está fuera de ese rango} \end{cases}$$

La expresión de la sensibilidad, se obtiene de la derivada de Frechet de $U(\vec{r})$ con respecto a ρ como

$$\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \rho} = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \int_{V_{ij}} W_{ij} \frac{x'(x-x') - y'^2 - z'^2}{[x'+y'+z']^{3/2} [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{3/2}} dV_i$$

El valor de sensibilidad es una medida de la cantidad de información acerca de la resistividad de un modelo de bloques contenido en el conjunto de datos medidos. Cuanto más alta es la sensibilidad, más confiable es el modelo de resistividad. En general, los bloques cerca de la superficie a menudo tienen valores altos de resistividad debido a que la función de sensibilidad tiene valores muy grandes cerca de los electrodos. Los bloques en los lados y en el fondo también tienen valores de sensibilidad altos debido a que muchos de estos bloques son de gran tamaño y además se extienden a los extremos de la rejilla de diferencias-finitas o elemento-finito.

En las siguientes secciones se describirán las gráficas de sensibilidad para las diferentes modalidades de electrodos.

III.2.2 Modalidad Wenner.

Esta es una modalidad robusta, la cual fue popularizada por el trabajo pionero hecho por un grupo de investigadores de la Universidad de Birmingham (Griffiths y Turnbull, 1985; Griffiths, et al., 1990). Muchos de los primeros estudios 2-D fueron hechos con esta modalidad. En la Figura 3.11a, la gráfica de sensibilidad para la modalidad Wenner tiene contornos casi horizontales bajo el centro del arreglo. Debido a esta propiedad, la modalidad Wenner es relativamente sensitiva a cambios verticales en la resistividad del subsuelo bajo el centro del arreglo. Sin embargo, es menos sensitivo a cambios horizontales a la resistividad del subsuelo. En general, el arreglo Wenner es bueno para resolver cambios verticales (i.e., estructuras horizontales), pero relativamente pobre en la detección de cambios horizontales (i.e., limitado a estructuras verticales). En la Tabla 2 se aprecia que para la modalidad Wenner, la profundidad media de investigación es de aproximadamente 0.5 veces el espacio "a". Comparado con otras modalidades, la modalidad Wenner tiene una moderada profundidad de investigación. La intensidad de su señal es inversamente proporcional al factor geométrico utilizado para calcular el valor de resistividad aparente para la modalidad (Figura 1.2). Para la modalidad Wenner, el factor geométrico es $2\pi a$, el cual es muy pequeño comparado con las otras modalidades. En cuanto a otras modalidades

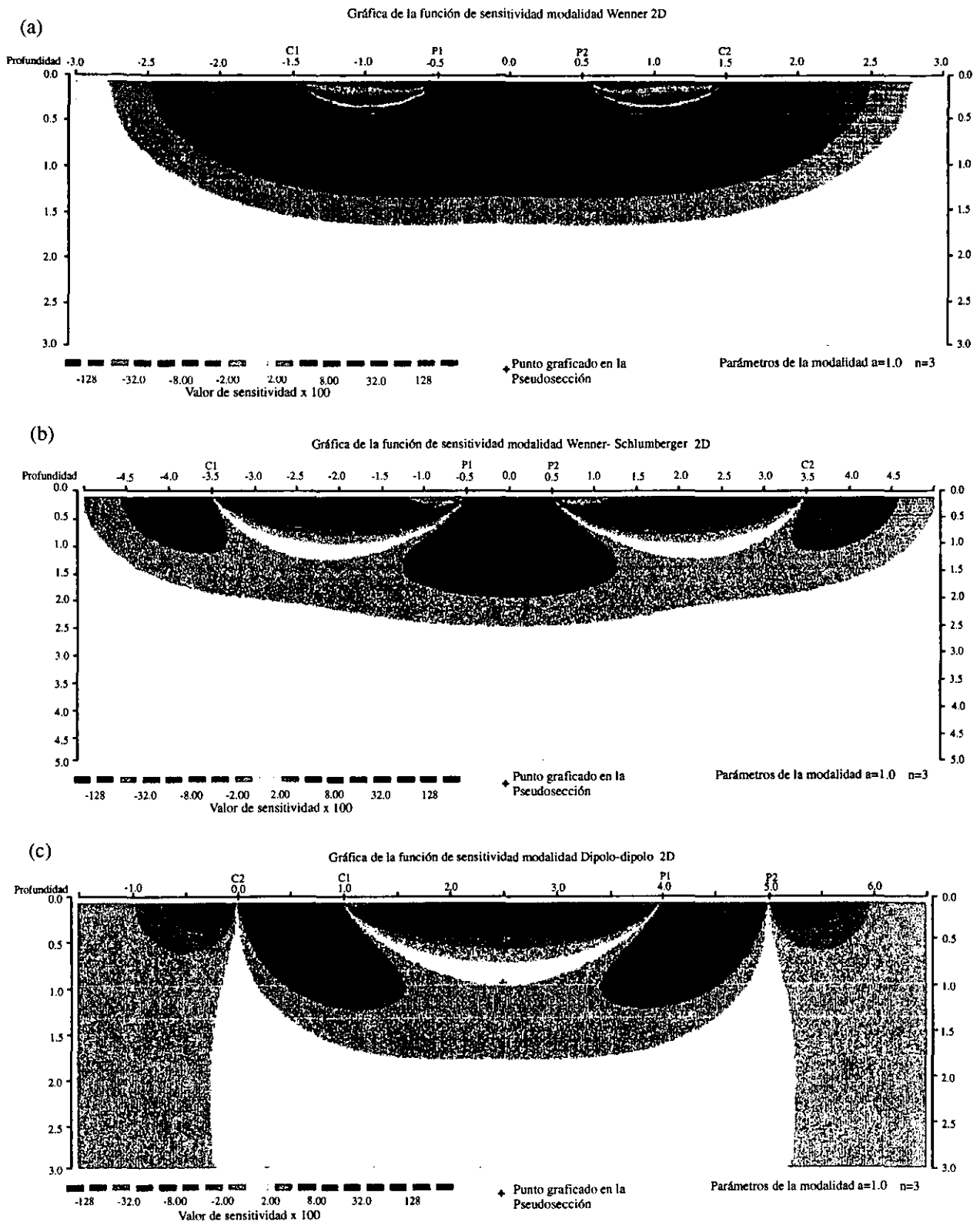


Figura 3.11 Los patrones de sensibilidad de las modalidades (a) Wenner, (b) Wenner-Schlumberger y (c) dipolo-dipolo.

comunes, la modalidad Wenner tiene una intensidad de señal demasiado fuerte. Esto puede ser un factor importante si el estudio es hecho en áreas con alto ruido ambiental. Una desventaja de esta modalidad para estudios 2-D es la cobertura horizontal relativamente pobre a medida que el espaciamiento entre los electrodos es incrementado. Esto podría ser un problema si se utiliza un sistema con un número pequeño de electrodos.

III.2.3 Wenner-Schlumberger.

Este es un nuevo híbrido entre las modalidades Wenner y Schlumberger (Pazdirek y Blaha, 1996) el cual ha tomado relativa popularidad en los trabajos de imágenes eléctricas. El clásico arreglo Schlumberger es una modalidad de las más empleadas en estudios de sondeos de resistividad. La forma modificada de esta modalidad puede utilizarse sobre un sistema con un arreglo de electrodos de espaciamiento constante como el que se ilustra en la Figura 1.2. Nótese que el factor “ n ” para esta modalidad es el radio de la distancia entre los electrodos C1-P1 (o C2-P2) al espaciamiento entre el par de electrodos de potencial P1-P2, los cuales tienen una distancia fija “ a ”. El patrón de sensibilidad para la modalidad Wenner-Schlumberger (Figura 3.11b) es ligeramente diferente a la de la modalidad Wenner con una ligera curvatura vertical bajo el centro del arreglo, y valores de sensibilidad ligeramente bajos en las regiones comprendidas entre los electrodos C1 y P1 (y también C2 y P2). Existe una concentración ligeramente grande de valores de alta sensibilidad bajo los electrodos P1-P2. Esto nos indica que esta modalidad es moderadamente sensitiva tanto a estructuras horizontales como verticales. En áreas donde existen ambos tipos de estructuras geológicas, esta modalidad podría ser un buen compromiso entre las modalidades Wenner y dipolo-dipolo. La profundidad media de investigación para esta modalidad es aproximadamente 10% más grande que la modalidad Wenner para la misma distancia entre los electrodos de corriente (C1 y C2). La intensidad de la señal para esta modalidad es mucho más pequeña que la de la modalidad Wenner, pero es más alto que la de la modalidad dipolo-dipolo.

Las Figuras 3.12 c y d, muestran un patrón de los puntos de atribución en las pseudosecciones para las modalidades Wenner y Wenner-Schlumberger. La modalidad Wenner-Schlumberger tiene una cobertura horizontal ligeramente mejor comparada con la modalidad Wenner. En cada incremento en los niveles para aumentar la profundidad de investigación de la modalidad Wenner tiene 3 puntos de atribución menos que el nivel anterior, mientras que

para la modalidad Wenner-Schlumberger existe una pérdida de 2 puntos de atribución al aumentar el nivel. La cobertura horizontal es ligeramente más extensa que la de la modalidad Wenner (Figuras 3.12 c y d), pero mucho más reducida que la que se obtiene con la modalidad dipolo-dipolo.

III.2.4 Modalidad dipolo-dipolo.

Este arreglo ha sido, y todavía es, una de las modalidades más empleada en estudios de resistividad y de polarización inducida. El arreglo de los electrodos de esta modalidad se muestra en la Figura 1.2. El espaciamiento entre el par de electrodos de corriente, C2-C1, está dado como “a” y es la misma distancia entre el par de electrodos de potencial, P1-P2. Esta modalidad tiene otro factor marcado en la figura como “n”. Este factor es el radio de la distancia entre los electrodos C1 y P1, y la separación del dipolo “a” C1-C2 (o P1-P2). Para los estudios con este tipo de modalidad, el espaciamiento “a” inicialmente se mantiene fijo y el factor “n” se incrementa de 1 a 2 a 3 y así sucesivamente hasta o aproximadamente 6 con la finalidad de incrementar la profundidad de investigación. La gráfica de la función de sensibilidad en la Figura 3.11c muestra que los valores de sensibilidad más grandes están localizados entre el par dipolar C1-C2, como así también entre el par P1-P2. Esto nos indica que esta modalidad es más sensitiva a los cambios de resistividad entre los electrodos de cada par dipolar. Nótese que la sensibilidad en los patrones de los contornos es casi vertical. De esta manera, se puede decir que la modalidad dipolo-dipolo es muy sensitiva a cambios horizontales de resistividad, pero relativamente insensitivo a cambios verticales de la resistividad. Lo que nos indica que es muy bueno para mapear estructuras verticales, tales como diques y cavidades, pero relativamente pobre mapeando estructuras horizontales tales como sills o estratos sedimentarios. La profundidad media de investigación de esta modalidad también depende tanto del factor “n”, como del factor “a” (Tabla 2). En general, esta modalidad tiene una profundidad de investigación muy somera comparada con la modalidad Wenner. Sin embargo, para estudios 2-D, esta modalidad tiene una mejor cobertura horizontal que la modalidad Wenner. Una posible desventaja de esta modalidad es que la señal de intensidad es muy pequeña para valores grandes del factor “n”. El voltaje es inversamente proporcional al **cubo** del factor “n”. Esto nos indica que para la misma corriente, el voltaje medido por el resistivímetro decae aproximadamente 200 veces cuando se incrementa el factor “n” de 1 a 6.

Para emplear esta modalidad de una manera más efectiva, el resistivímetro debe tener una alta sensibilidad y muy buen rechazo de ruido y además, debe existir un buen contacto entre los electrodos y el terreno. Con el equipo de campo y técnicas de estudio apropiado, esta modalidad ha sido una de las modalidades ampliamente utilizada en muchas áreas para detectar estructuras tales como cavidades, donde la buena resolución horizontal de esta modalidad tiene una ventaja mayor.

Nótese que el punto de atribución graficado en la pseudosección cae en un área con valores de sensibilidad muy bajos. Para la modalidad dipolo-dipolo, las regiones con valores de sensibilidad altos están concentrados bajo el par de electrodos C1-C2 y bajo el par de electrodos P1-P2. En efecto, la modalidad dipolo-dipolo nos arroja una mínima información acerca de la resistividad de la región circundante al punto de atribución graficado, y la distribución de los puntos de atribución en la pseudosección no refleja el área del subsuelo mapeada por la mediciones de resistividad aparente. También si el punto de atribución es graficado en el punto de intersección de las dos líneas dibujadas con un ángulo de 45 grados a partir de los centros de los dos dipolos, esto se localizaría a una profundidad de 2.0 unidades (comparada con 0.96 unidades dada por el método de la profundidad media de investigación) donde los valores de sensibilidad son casi cero.

Loke y Baker (1996) utilizaron un modelo de inversión donde el modelo del arreglo de los bloques sigue directamente el arreglo de los puntos graficados en la pseudosección. Esta aproximación da resultados satisfactorios para las modalidades Wenner y Wenner-Schlumberger donde el punto de atribución en la pseudosección caen en un área con valores altos de sensibilidad (Figuras 3.11 a y b). Sin embargo, esto no es aplicable para modalidades tales como dipolo-dipolo y polo-dipolo donde el punto de atribución en la pseudosección cae en un área con valores de sensibilidad bajos.

III.2.5 Modalidad Polo-polo.

Este arreglo no es comúnmente empleado a diferencia de las modalidades Wenner, dipolo-dipolo y Wenner-Schlumberger. En la práctica una modalidad polo-polo ideal, con solo un electrodo de corriente y uno de potencial (Figura 1.2), no existe. Para aproximarnos a una modalidad polo-polo, el segundo electrodo de corriente y de potencial (C2 y P2) deben llevarse a una distancia la cual debe ser 20 veces la separación máxima entre los electrodos C1 y P1 empleados en el estudio. El efecto del electrodo C2 (y similarmente para el

P2) es aproximadamente proporcional al radio de la distancia C1-P1 a la distancia C2-P1. Si los efectos de los electrodos C2 y P2 no son tomados en cuenta, la distancia de estos electrodos a la línea de estudio debe ser al menos 20 veces el espaciamento más grande entre C1-P1 empleado. Así se asegura que el error sea menos del 5%. Otra desventaja de esta modalidad es que a causa de la distancia tan grande que existe entre los electrodos P1 y P2, esto puede producir una gran cantidad de ruido telúrico el cual puede degradar severamente la calidad de las mediciones. De esta manera esta modalidad se usa principalmente para estudios donde el espaciamento entre electrodos sea relativamente pequeño (menos de 10 metros). Es popular en algunas aplicaciones tales como estudios arqueológicos para los cuales se requiere un espaciamento entre electrodos pequeños. También se ha utilizado en estudios 3-D (Li y Oldenburg, 1992).

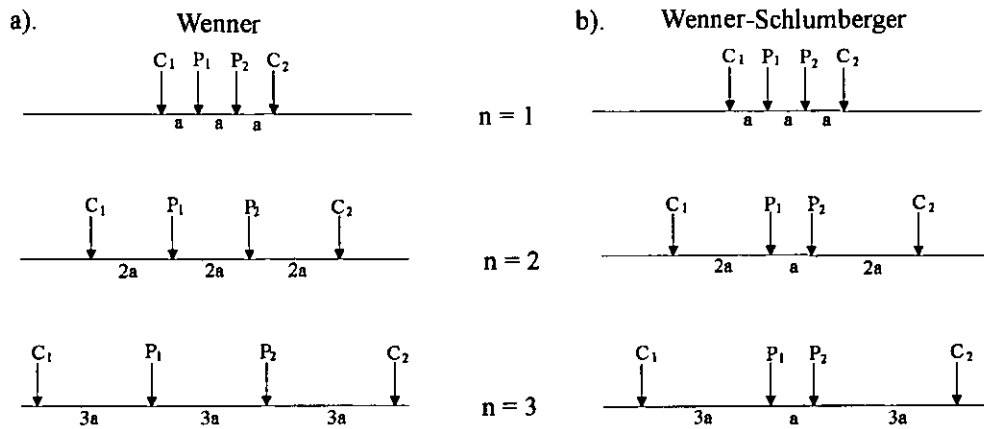
Esta modalidad tiene la cobertura horizontal más extensa y la mayor profundidad de investigación, de las modalidades anteriores. Sin embargo, tiene la resolución más pobre comparada con las otras modalidades, la cual es reflejada por el gran espaciamento entre los contornos en la gráfica de la función de sensibilidad (Figura 13.3).

III.2.6 Modalidad Polo-dipolo.

La modalidad polo-dipolo también tiene una cobertura horizontal relativamente buena, pero esto tiene una intensidad de señal significativamente alta comparada con la modalidad dipolo-dipolo y no es tan sensitivo al ruido telúrico como la modalidad polo-polo. A diferencia de las otras modalidades, la modalidad polo-dipolo es una modalidad asimétrica (Figura 1.2) y sobre estructuras simétricas las anomalías de resistividad aparente en la pseudosección son asimétricas. En algunas situaciones, la asimetría en los valores de la resistividad aparente medidas podrían influenciar en el modelo obtenido después de aplicar la inversión.

La modalidad polo-dipolo también requiere de un electrodo remoto, el electrodo C2, el cual debe estar localizado lo suficientemente lejos de la línea de estudio. Para la modalidad polo-dipolo, el efecto del electrodo C2 es aproximadamente proporcional al **cuadrado** del radio de la distancia C1-P1 a la distancia C2-P1. De esta manera la modalidad polo-dipolo es menos afectada por el electrodo remoto C2 comparada con la modalidad polo-polo. Si la distancia del electrodo C2 es más de 5 veces la distancia más grande

i).



ii).

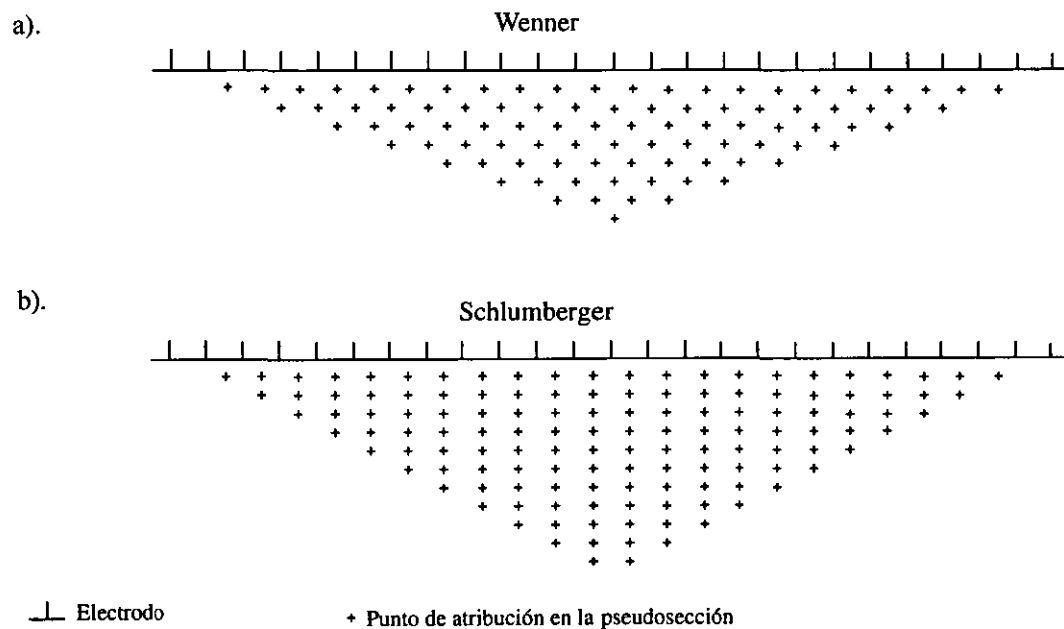


Figura 3.12. Una comparación del (i) arreglo de electrodos y (ii) graficación de los datos en la pseudosección para las modalidades Wenner y Wenner-Schlumberger.

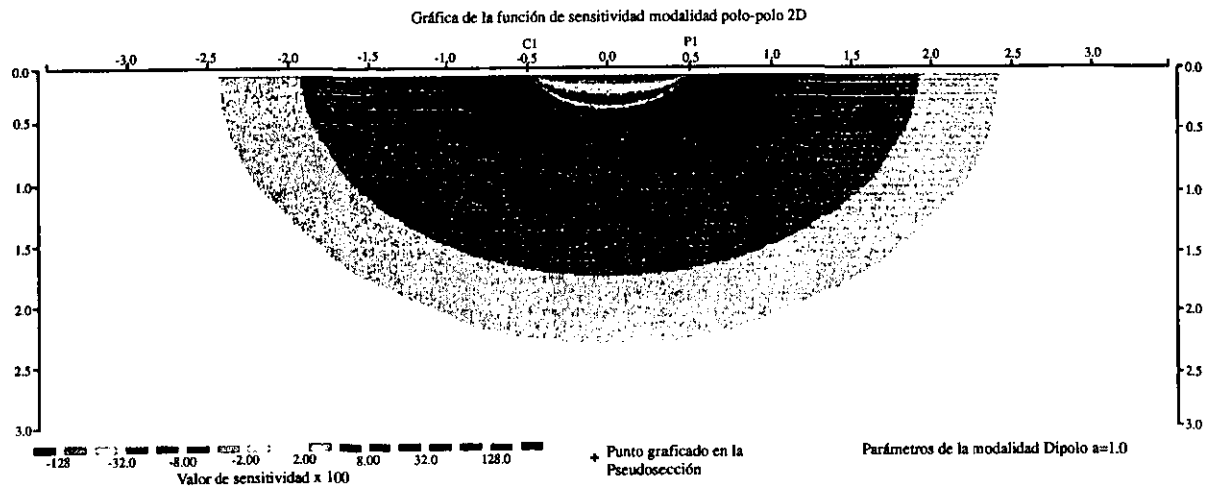


Figura 3.13. Patrones de sensibilidad para la modalidad polo-polo.

usada C1-P1, el error causado por descuidar el efecto del electrodo C2 es menor al 5% (el error exacto también depende de la localización del electrodo de potencial P2 para una medición en particular y la distribución de la resistividad en el subsuelo).

Debido a su buena cobertura horizontal, es una atractiva modalidad para sistemas multielectrodos con un número relativamente pequeño de nodos. La intensidad de la señal es baja comparada con las modalidades Wenner y Wenner-Schlumberger, pero alto con respecto a la modalidad dipolo-dipolo.

La intensidad de la señal para la modalidad polo-dipolo decrece con el **cuadrado** del factor “**n**”. Mientras este efecto no es tan severo como la modalidad dipolo-dipolo, usualmente no es recomendable usar valores del factor “**n**” más grandes de 8 a 10. Más allá de esto, el espaciamiento “**a**” entre el par dipolar P1-P2 se incrementa para obtener una intensidad de señal más fuerte.

Capítulo IV. Aplicación de la Tomografía Eléctrica.

IV.1 Tomografía Eléctrica

Como se vio en el capítulo I, la más grande limitación del método de SEV es su baja efectividad en la definición de cambios horizontales de la resistividad del subsuelo. Un modelo más razonable para interpretar el subsuelo es un modelo bidimensional (2-D), el cual considera cambios de resistividad en la dirección vertical y también en la dirección horizontal a lo largo de la línea de estudio. En este caso, se considera que la resistividad no cambia en la dirección que es perpendicular a la línea de estudio. En la mayoría de los casos, particularmente para estudios donde existen cuerpos geológicos elongados, está es una consideración razonable. De igual manera, un estudio de resistividad 3-D es más efectivo que un modelo 2-D. Sin embargo, en la actualidad, los estudios 2-D son más prácticos y económicos, es decir, se obtienen resultados muy efectivos y el costo del estudio es bajo. Los típicos estudios de sondeos de resistividad 1-D, generalmente involucran alrededor de 10 a 20 lecturas, mientras que los estudios de imagen eléctrica 2-D involucran alrededor de 100 a 1000 mediciones, en comparación, los estudios 3-D involucran miles de mediciones.

Un estudio típico 2-D es más costoso que un estudio de sondeo 1-D y aproximadamente igual a un estudio sísmico. En muchas situaciones geológicas, los estudios de imagen eléctrica 2-D proporcionan resultados que complementan la información obtenida por otros métodos geofísicos. Por ejemplo, los métodos sísmicos pueden mapear de una manera muy efectiva interfaces onduladas, pero tienen dificultad (sin utilizar técnicas de procesamiento de datos avanzadas) para mapear cuerpos discretos como pueden ser cavidades y contaminación ambiental. Con estudios de radar de penetración terrestre se obtienen imágenes detalladas del subsuelo aunque con una limitada penetración en áreas que contienen sedimentos conductivos no consolidados, tales como los suelos arcillosos. Se recomienda que los estudios de imágenes eléctricas bidimensionales se utilicen en conjunción con estudios de sísmica o GPR para complementar información acerca del subsuelo.

IV.1.1 Sistemas de campo, instrumentación y procedimiento de medición.

El equipo empleado para la adquisición de los datos de campo fue :

- 1) Receptor SCINTREX modelo IPR-10.
- 2) Emisor de corriente SCINTREX modelo IPC-2/2.5 Kw.
- 3) 30 barras de cobre a modo de electrodos con conectores.
- 4) Cable aislado calibre 16 con conectores.
- 5) Generador de corriente de 8 HP.

Se extiende una batería de electrodos (aprox. 30) a largo de la línea en donde se va a realizar el perfil. Se utiliza un cable aislado calibre 16 equipado con conectores tipo hembra en los cuales se conectan los electrodos que están equipados con conectores tipo macho. Los cables de corriente se conectan al emisor de corriente modelo IPC-2/2.5 Kw para inyectar corriente al terreno por medio de dos electrodos. Los cables de potencial son conectados al receptor modelo IPR-10 para medir la caída de potencial por medio de otro par de electrodos. Los datos de corriente y de caída de potencial se combinan para determinar la resistividad aparente ρ_a . Una vez que se calcula la resistividad aparente, se gráfica su valor en papel bilogarítmico, para llevar un control de calidad del trabajo y corregir posibles errores.

Para obtener una buena sección 2-D del subsuelo, las mediciones deben hacerse también en 2-D. Como un ejemplo, la Figura 1.5 muestra una posible secuencia de mediciones hechas con la modalidad Wenner para un sistema con 20 electrodos. En este ejemplo, el espaciamiento entre los electrodos adyacentes es "a". El primer paso es hacer todas las mediciones posibles con un espaciamiento entre electrodos de "1a". Para la primera estación, se utilizan los electrodos 1, 2, 3 y 4. Nótese que el electrodo 1 es usado como el primer electrodo de corriente C1, el electrodo 2 como el primer electrodo de potencial P1, el electrodo 3 como el segundo electrodo de potencial P2 y el electrodo 4 como el segundo electrodo de corriente C2. Para la segunda estación, se usan los electrodos 2, 3, 4 y 5 como C1, P1, P2 y C2 respectivamente. Esto se repite a lo largo de toda la línea de electrodos hasta que se usan los electrodos 17, 18, 19 y 20 para la última estación con un espaciamiento "1a". Para un sistema con 20 electrodos, existen 17 (20 - 3) posibles mediciones con el espaciamiento "1a" para la modalidad Wenner. En cada nivel, el espaciamiento es incrementado $n \times a$, donde n es el nivel y a

el espaciamiento entre electrodos. Al terminar cada nivel los electrodos son desconectados y conectados nuevamente en el extremo de la línea en donde se empezaron a tomar los datos con el nuevo espaciamiento ($n \times a$) y así comenzar un nuevo nivel.

Después de completar la secuencia de mediciones para el primer nivel con espaciamiento "1a", la secuencia siguiente de mediciones para el segundo nivel se realiza con un espaciamiento entre electrodos de "2a". Se empieza tomando los electrodos 1, 3, 5 y 7 para la primera estación. Los electrodos son elegidos de tal manera que el espaciamiento entre los electrodos adyacentes sea de "2a". Para la segunda estación, se utilizan los electrodos 2, 4, 6 y 8. Este proceso se repite nuevamente a lo largo de toda la línea hasta que se usan los electrodos 14, 16, 18 y 20 para la última estación con un espaciamiento "2a". Para un sistema con 20 electrodos, nótese que existen 14 ($20-2 \times 3$) posibles mediciones con un espaciamiento "2a".

El mismo proceso se repite para los siguientes niveles con espaciamientos de "3a", "4a", "5a" y "6a". El proceso se repite hasta que la pseudosección transversal esté completa. Para obtener mejores resultados, las mediciones de campo se deben hacer de una manera sistemática tal que, se haga el mayor número de mediciones posibles. Esto afectará directamente la calidad en la interpretación del modelo obtenido con la inversión de los datos de resistividad aparente (Dahlin y Loke, 1998).

Se observa que a medida que el espaciamiento entre electrodos incrementa, el número de mediciones decrece. El número de mediciones que se pueden obtener para cada uno de los espaciamientos entre electrodos, para un número de electrodos dado a lo largo de una línea de estudio, depende del tipo de modalidad empleada. La modalidad Wenner da el más pequeño número de mediciones comparadas a otras modalidades que se emplean en estudios 2-D.

El procedimiento de un levantamiento con la modalidad polo-polo es similar a la utilizada para la modalidad Wenner. Para un sistema de 20 electrodos, primero se realizan 19 estaciones con un espaciamiento "1a", seguido de 18 estaciones con un espaciamiento "2a", seguido de 17 estaciones con un espaciamiento "3a", y así sucesivamente.

Para las modalidades dipolo-dipolo, Wenner-Schlumberger y polo-dipolo (Figura 1.2), el procedimiento del estudio es ligeramente diferente. Por ejemplo, para la modalidad dipolo-dipolo, la medición usualmente inicia con un espaciamiento "1a" entre los electrodos C1-C2 (y también para los de potencial P1-P2). La primera secuencia de mediciones es hecha con un valor de 1 para el factor "n" (el cual es el radio de la distancia entre los electrodos

C1-P1 a el espaciamento del dipolo C1-C2), seguido por “n” igual a 2 mientras se conserva fijo el espaciamento “1a” del par dipolar C1-C2. Cuando “n” es igual a 2, la distancia del electrodo de corriente C1 al electrodo de potencial P1 es dos veces el espaciamento entre el par dipolar C1-C2. Para mediciones subsecuentes, el factor de espaciamento “n” es a menudo incrementado a un valor máximo de aproximadamente 6, después de este valor las mediciones del potencial se dificultan debido a valores de potencial muy bajos.

Para incrementar la profundidad de investigación, el espaciamento entre el par dipolar C1-C2 se incrementa a “2a”, y se realiza otra serie de mediciones con diferentes valores para “n”. Los datos de los perfiles son registrados en la hoja que se presenta en la Figura 4.1.

En el ejemplo anterior se hizo una descripción de la manera para construir una pseudosección transversal con un número total de 20 electrodos. Una manera de extender la línea horizontalmente para cubrir más área y continuar el estudio del subsuelo, particularmente para un sistema con un número limitado de electrodos es emplear, el método roll-along. El cuál después de haber completado la secuencia de mediciones, se procede a mover el cable el número de lecturas obtenidas en el último nivel al final de la línea el mismo espaciamento entre electrodos. Todas las mediciones que involucran los electrodos en la parte del cable el cual se sobrepuso en el extremo original de la línea de estudio se repiten.

IV.1.2 Interpretación.

Debido a que la estructura del subsuelo es esencialmente bidimensional y las mediciones del perfil son perpendiculares a la dirección del rumbo de una estructura, es posible tratar el problema en forma completamente bidimensional. Las posiciones espaciales de los valores de resistividad aparente en la pseudosección están en muchas instancias cualitativamente relacionadas a la distribución de resistividad verdadera en la sección cruzada del terreno bajo el perfil. Por lo tanto, la pseudosección puede ser considerada como una imagen eléctrica aproximada.

La interpretación de los modelos se hace a través de un método iterativo automático (Loke, 1996). Los datos de resistividad aparente son capturados en un programa llamado progcap.exe (Urbietta y Tejero, 1998) que genera un archivo de datos (*.dat) el cual arroja el formato que puede ser leído por el

programa RES2DINV y posteriormente calcula la inversión de los datos. El resultado es una imagen eléctrica que muestra las estructuras geológicas en su profundidad exacta y la distribución espacial de las resistividades verdaderas. El proceso usa el algoritmo de elemento finito o diferencias finitas (Dey y Morrison, 1979) descrito en el capítulo 3. En cada paso produce una sección de resistividad aparente, compara esta con los datos de campo y modifica el modelo hasta que alcanza un valor aceptable entre las pseudosecciones de campo y calculada. El proceso puede lograr una solución con 3 iteraciones, y con buenos datos la convergencia es buena.

IV.2 Aplicación del método a diferentes áreas.

En esta sección se aplica la tomografía eléctrica en tres zonas diferentes en donde el principal interés es el mapeo de cavidades. Las tres áreas presentan evidencias de cavidades. La zona de Teotihuacan tiene una geología totalmente con material ígneo, la zona de la delegación Alvaro Obregon presenta materiales ígneo y sedimentario, y la zona de Huajuapán de León material sedimentario.

IV.2.1 Teotihuacan.

En ésta zona se han realizado una serie de estudios geofísicos para caracterizar posibles túneles hechos por antiguos pobladores de Teotihuacan (Chavéz, et al, 1994). La zona arqueológica de Teotihuacan resulta ser un lugar apropiado para la aplicación de la Tomografía Eléctrica, debido a la existencia de cavernas, túneles y estructuras arqueológicas enterradas que pueden considerarse como cuerpos anómalos, debido a que presentan diferente resistividad a la de su entorno.

Marco geológico.

La zona arqueológica de Teotihuacan se localiza en el Estado de México a unos 46 km del Distrito Federal, se llega sobre la carretera federal 85 México-Pachuca, siguiendo la desviación Acolman-Teotihuacan en el kilómetro 21.

El valle de Teotihuacan pertenece a la provincia geológica del Eje Neovolcánico Transmexicano (López Ramos, 1969). Este eje constituye una

franja del Cenozoico Superior que cruza transversalmente la república mexicana a la altura del paralelo 20°. Formado por una gran variedad de rocas volcánicas emitidas a través de un importante número de aparatos volcánicos. La actividad volcánica, en esta franja, ha dado lugar a un gran número de cuencas endorreicas con el consecuente desarrollo de lagos (Morán et al., 1984).

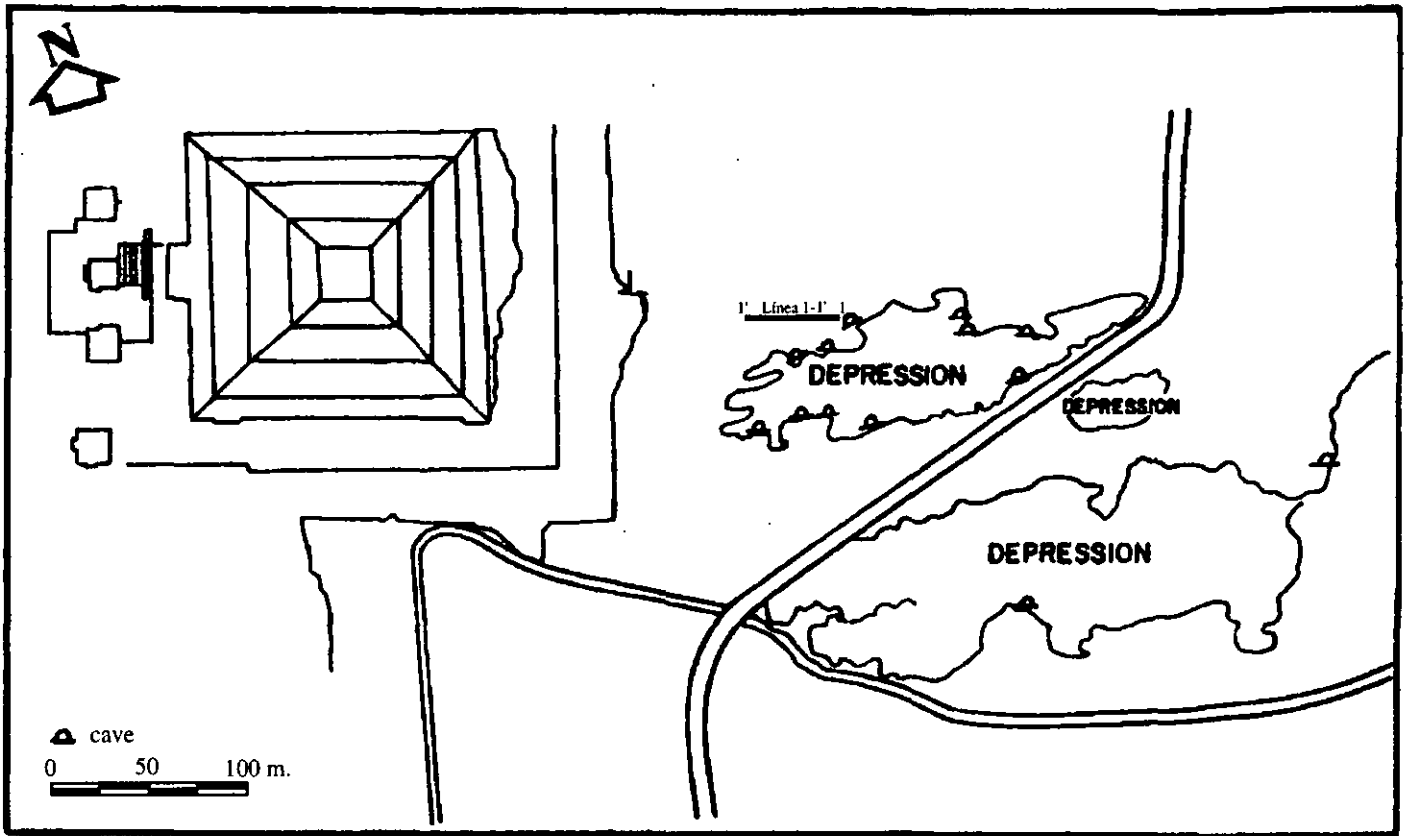
El valle de Teotihuacan se encuentra encerrado por estructuras de origen volcánico que varían en edad desde el Terciario Medio al Cuaternario y en composición van de rocas ácidas (obsidiana) a básicas (basaltos) (Mosser, 1968). Las estructuras que lo rodean se localizan, al NW el cerro Malinalco, un estrato-volcán muy erosionado del Mioceno; al N, dominando el valle, está el cerro Gordo, otro estrato-volcán andesítico-basáltico activo desde el Plioceno Superior, el cual presenta abanicos aluviales bien desarrollados cubriendo sus faldas. El cerro del Patlachique al S, es un domo de lavas ácidas perteneciente también al Plioceno; al E, el cerro de Soltepec, un estrato-volcán del Plioceno del cual provienen los derrames de obsidiana que sirvieron para la primera industria Teotihuacana de navajas. Por último, las elevaciones menores al E-N, conos cineríticos pertenecientes al Cuaternario.

Perfil de Imagen Eléctrica.

En esta zona se realizó un perfil E-W cerca de la pirámide del Sol (Figura 4.2) con la finalidad de mapear una cavidad de la cual se tenía conocimiento de su existencia aproximadamente a 4 metros de profundidad (Manzanilla, et al., 1996). La línea de estudio se realizó perpendicular al rumbo de la caverna y a 6 metros de distancia de la entrada. El espaciamiento entre electrodos fue de 3 metros y se utilizaron 14 electrodos de cobre (tanto de corriente como de potencial) cubriendo una distancia horizontal total de 42 metros, la modalidad de electrodos utilizado fue Wenner-Schlumberger y las mediciones fueron tomadas alcanzando 8 niveles (n=8). Los datos de resistividad aparente registrados fueron invertidos e interpretados usando el programa RES2DINV.

Resultados.

La imagen eléctrica (Figura 4.3) muestra la presencia de una zona de alta resistividad entre 18-24 metros de distancia horizontal, a una profundidad de 4 metros y es evidente que se trata de una cavidad. Podemos observar dos capas más, casi horizontales, arriba de la cavidad. La primera de estas



4.2 Localización del perfil hecho cerca de la pirámide del Sol, Teotihuacan (Tomado de Manzanilla et al, 1996).

Pirámide del Sol Teotihuacan perfil 1-1'

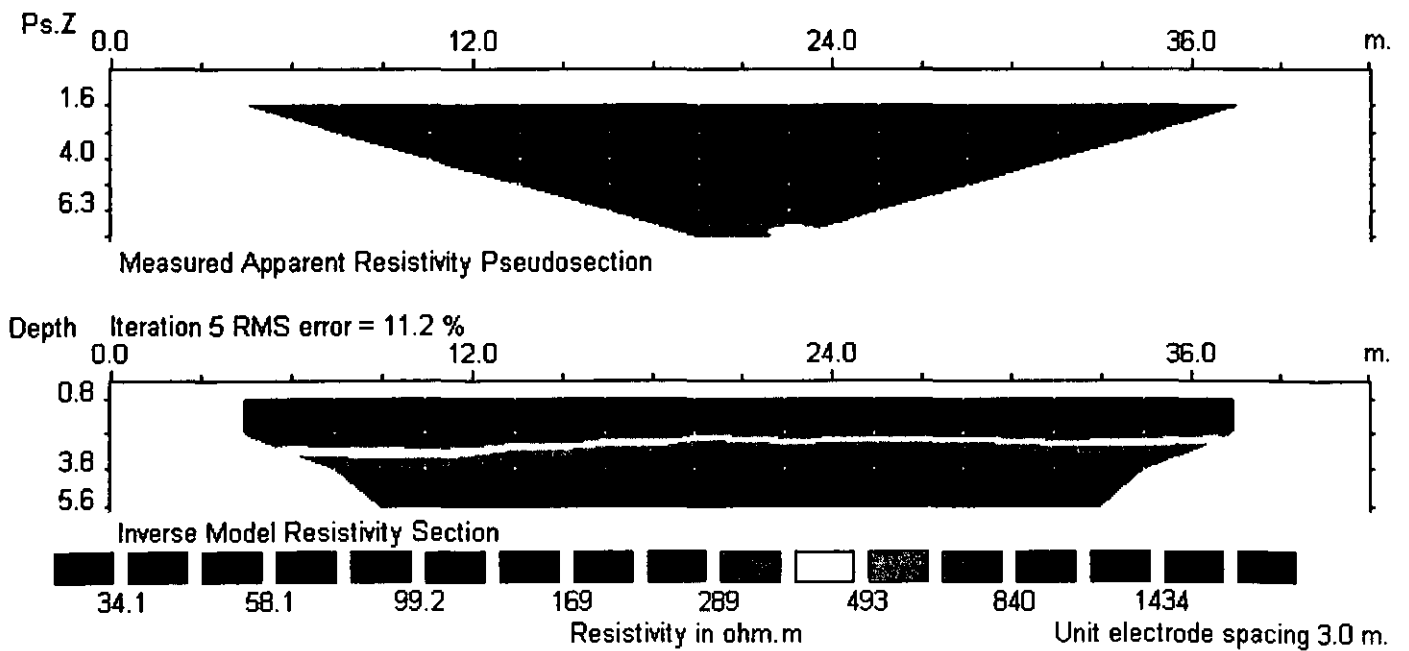


Figura 4.3 La pseudosección de resistividad aparente observada junto con el modelo de inversión, para una cavidad localizada en Teotihuacan.

unidades presenta un valor de resistividad bajo, con un espesor aproximado de 2 metros. La segunda unidad que envuelve a la cavidad tiene un contraste de resistividad con respecto a la primera capa mucho más alto. La modalidad Wenner-Schlumberger muestra un buen detalle con respecto a la resolución lateral y de relación señal/ruido resultando en una muy buena penetración.

IV.2.2 Delegación Alvaro Obregón.

La ciudad de México está localizada en el Cinturón Volcánico Trans-Mexicano (CVTM), en el centro de México. El CVTM es una provincia Pliocauternaria calco-alcalina que atraviesa México de oeste a este. La región comprende la mayoría del vulcanismo histórico y actual de México e incluye estratovolcanes andesíticos-dasíticos, de vulcanismo riolítico y mayores centros riolíticos. La Ciudad de México se localiza en una cuenca a una altura de 2200 m s.n.m. Y aproximadamente a 300 km al este de la Trincheras de América Central. Las Sierras Volcánicas que rodean la cuenca son: la Sierra Nevada al este, la Sierra de Chichinautzin al sur, la Sierra de las Cruces al oeste, y la Sierra de Guadalupe al norte. La naturaleza de este valle intramontaña afecta directamente la calidad del aire, el suministro de agua y el desarrollo urbano. Los diferentes procesos humanos que definen el desarrollo urbano e industrial y también la población influye en la calidad de vida. Por lo tanto, administrar los servicios para los habitantes de ésta ciudad es un gran reto (Campos et al., 1997).

Además, la insuficiencia de casas habitación para la población, un problema que se ha ido incrementando durante los pasados 35 años. A finales de los años cuarenta y cincuenta, y a causa del crecimiento anárquico de las áreas urbanas, la mayoría del material utilizado con propósitos de construcción se obtuvieron de minas excavadas en las sierras del oeste. Dichos materiales fueron empleados para la construcción de casas, departamentos y edificios del gobierno en el centro de la Ciudad de México. Cuando esta industria decayó a principios de los años sesenta, la mayoría de estas minas, terminaron en cavidades que fueron abandonadas o rellenadas con desperdicios. Debido a su tamaño, posteriormente estas cavidades fueron utilizadas por familias enteras como refugios, o tenían otros usos por la gente del vecindario. Las colonias de ésta delegación, se han asentado sobre zonas minadas en los pasados 20 años. Actualmente, la localización de éstas estructuras es desconocida. Muchos accidentes han ocurrido desde entonces; las cavernas se han colapsado y hogares completos literalmente han sido tragados por el terreno.

La Universidad Nacional Autónoma de México y la delegación Alvaro Obregón firmaron en 1995 un programa de investigación para localizar zonas de alto riesgo, en particular zonas minadas sobre las cuales existen muchos asentamientos. Este estudio presenta los resultados en un área con mediciones de resistividad.

Marco Geológico.

La Ciudad de México fue fundada originalmente sobre una pequeña isla en un lago rodeado por Sierras Volcánicas. Este se localizó en la porción central del CVTM (Pasquare et al., 1987). El área estudiada se encuentra al suroeste del Valle de México (Figura 4.4). El relieve es abrupto y compuesto de una serie de colinas y barrancas profundas. Las rocas superficiales son depósitos de materiales ígneos arrojados por volcanes ubicados dentro de la Sierra de las Cruces. Estos eventos geológicos produjeron avalanchas de material piroclástico, tobas y brechas que se depositaron en las faldas de las Sierras. Las rocas volcánicas que conforman el relieve del área de estudio son de la era Cenozoica, y es conocida como la formación Tarango. Este horizonte geológico es una secuencia compuesta de losas de arena, piedras pómez interestratificadas con arcillas y calizas. La piedra pómez se produjo de violentas explosiones volcánicas, algunos fragmentos fueron arrastrados por el viento a grandes distancias del cráter y depositados en las zonas bajas. La columna estratigráfica de la formación Tarango se divide en dos unidades. La Unidad A es la más joven, se encuentra en las pendientes de las barrancas y consiste de fragmentos de rocas arrastrados por corrientes de agua. Estos deslizamientos fueron producidos por la saturación del agua de lluvia, transportándolos hacia abajo a grandes velocidades debido a efectos de gravedad. Estos tipos de rocas están bien compactadas y hospedadas en una matriz de arena con esquinas angulosas. La Unidad B es una secuencia piroclástica, un producto de erupciones volcánicas. La piedra pómez, travertino, arena y material aluvial son los principales tipos de rocas que forman esta unidad. Dichas rocas se emplearon para elaborar ladrillos ligeros. Esta unidad forma la 'corona' o partes más altas de las colinas de esta área. La mayoría de la industria minera explotó las secciones más bajas en las arenas pumiciticas. Las minas principales están localizadas aquí, y la posición estratigráfica define calidad y dureza de los materiales. Las cavidades encontradas dentro de esta unidad tienen rangos de profundidad de 5 a 8 metros. El tamaño de las cámaras principales es variable, del orden de 2 a 3 y 30 metros.

Perfiles de Imágenes Eléctricas.

Se realizaron tres perfiles geoelectricos, en la colonia ampliación presidentes localizada en la delegación Alvaro Obregón, ciudad de México (Figura 4.4). En el área de estudio existen grandes asentamientos humanos situados sobre zonas minadas, la cual se considera zona de alto riesgo.

Calle Puerto Mazatlán (colonia ampliación presidentes).

La línea de estudio se llevó a cabo en la calle Puerto Mazatlán entre la calle Puerto Acapulco y Puerto Veracruz (Figura 4.4a). Este estudio de imagen eléctrica se realizó en una avenida principal de esta colonia en la cual tuvimos muchos problemas para obtener las lecturas debido al intenso tráfico vehicular, lo cual provoco lecturas ruidosas y por consiguiente se tuvo un error relativamente alto en la interpretación de la imagen eléctrica (Figura 4.5b). Para este estudio se utilizó la modalidad Wenner-Schlumberger, empleando 20 electrodos con una separación de 4 metros cubriendo una distancia horizontal de 72 metros a 8 niveles llegando a una profundidad de 16 metros. El total de lecturas tomadas fue de 80.

Resultados.

En la pseudosección de resistividad aparente (Figura 4.5a), se muestra una anomalía casi al centro en la marca de los 36 metros. La cavidad causa una prominente zona de alta resistividad aproximadamente a los 38 metros. En el modelo de inversión (Figura 4.5b), el programa ha manejado bien la reconstrucción de la localización correcta de la cavidad, la cual aparece a 40 metros en la dirección horizontal y a una profundidad de 9 metros. Se confirmó que esta cavidad existía realizando una perforación y físicamente en la entrada de un casa que estaba situada por encima de dicha caverna.

Calle Puerto Madero (colonia ampliación presidentes).

Esta línea de estudio se realizó también en la Delegación Alvaro Obregon en la calle Puerto Madero la cual se encuentra paralela a Puerto Mazatlán como se puede apreciar en la Figura 4.4a. En este ejemplo se pretendía mapear una caverna que estuviera rellena con aire pero nos encontramos con la sorpresa

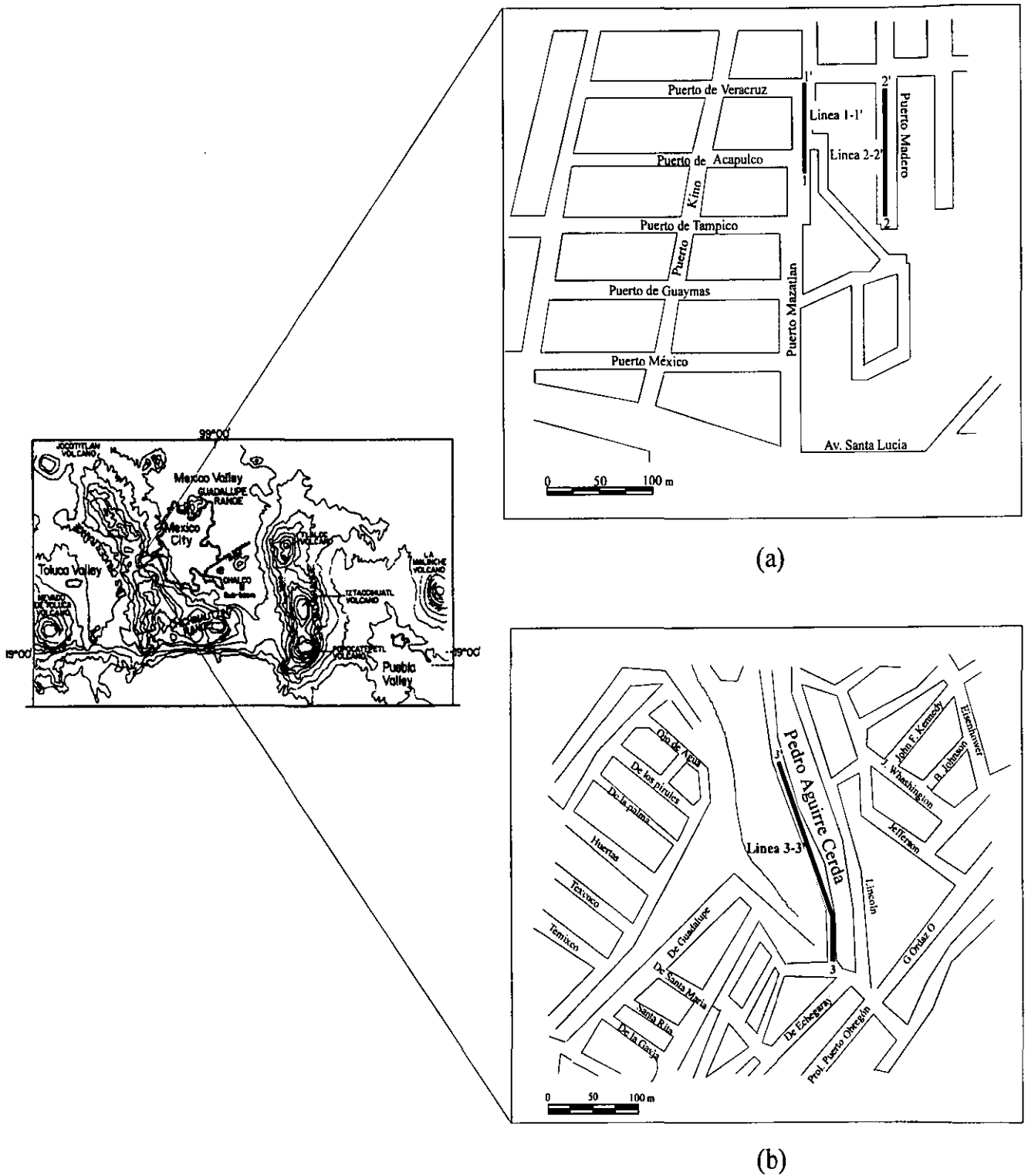


Figura 4.4 Localización de los perfiles hechos dentro de la zona urbana de la ciudad de México en la Delegación Alvaro Obregón, a) en la calle Puerto Mazatlán y calle Puerto Madero y b) calle Pedro Aguirre Cerdá.

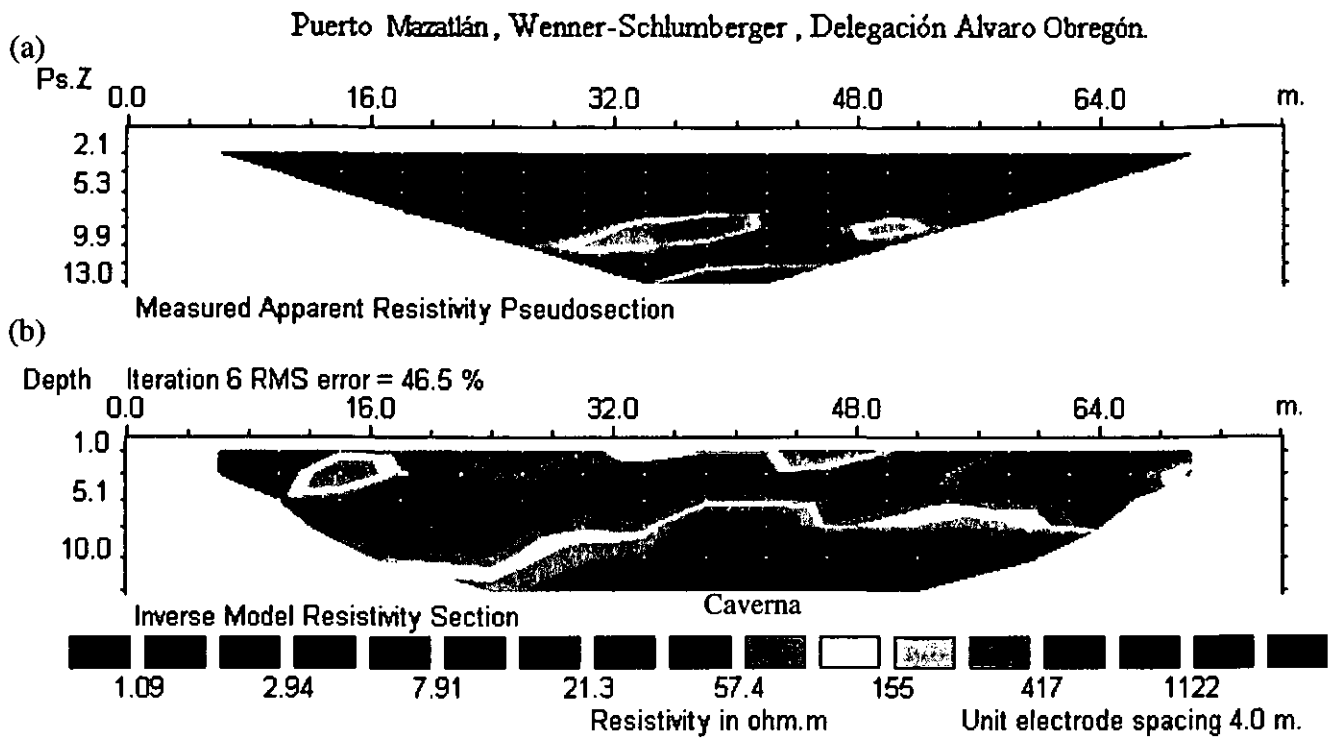


Figura 4.5 . (a) La pseudosección de resistividad aparente del estudio hecho en la calle Puerto Mazatlán y (b) interpretación del modelo para el subsuelo.

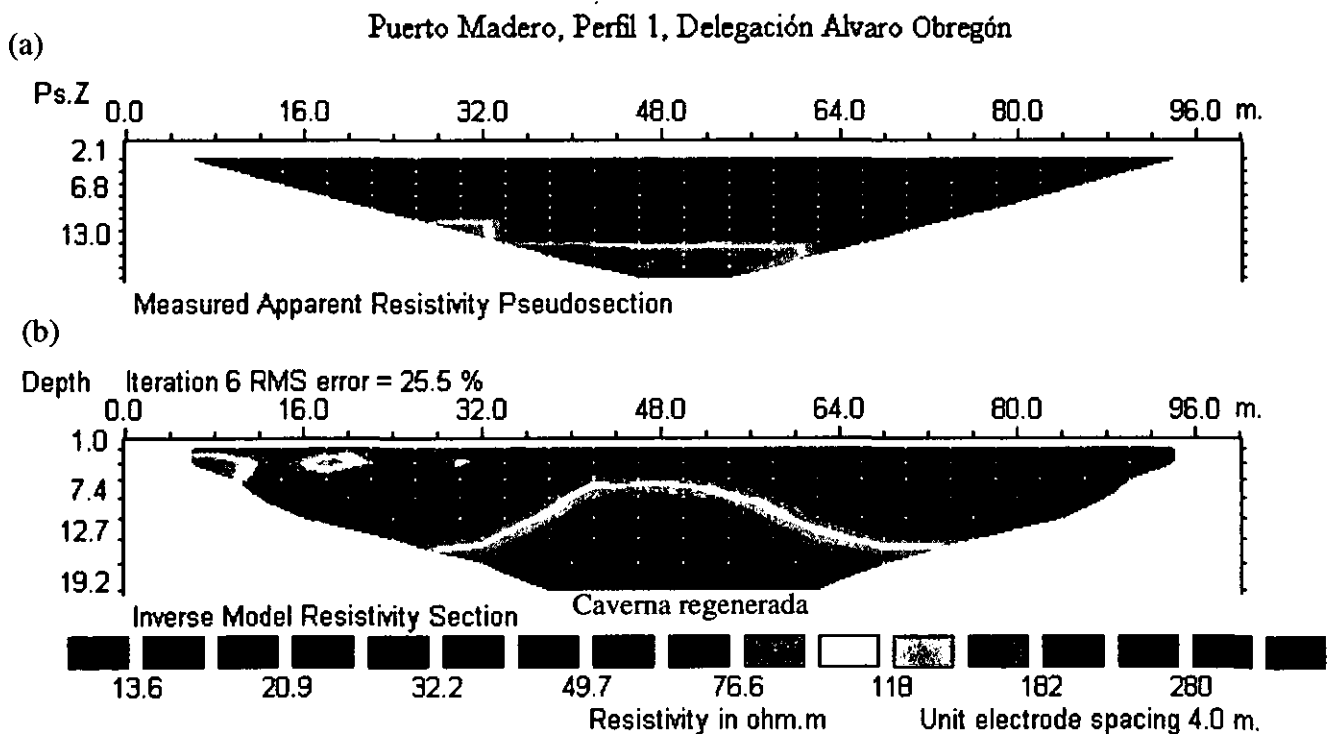


Figura 4.6 . (a) La pseudosección de resistividad aparente del estudio hecho en la calle Puerto Madero y (b) interpretación del modelo para el subsuelo.

de que si existe la cavidad pero ya estaba regenerada, la delegación se encargo de rellenarla con otro tipo de material posiblemente tepetate, lo cual nos da una zona anómala de resistividad relativamente alta al centro de la imagen eléctrica (Figura 4.6b).

Los resultados del estudio de imagen eléctrica fueron subsecuentemente confirmados por perforación. Para la toma de datos se usaron 26 electrodos con un espaciamiento de 4 metros cubriendo una distancia horizontal de 100 metros a 11 niveles llegando a una profundidad de 20 metros.

Calle Pedro Aguirre (colonia ampliación presidentes).

Este es un interesante ejemplo de un estudio 2-D Wenner-Schlumberger para mapear cavidades. Para realizar la construcción de la pseudosección se utilizaron 30 electrodos con una abertura entre estos de 5 metros y posteriormente se hicieron corrimientos para cubrir una distancia horizontal total del perfil de 225 metros con $n=1$ hasta $n=11$ dándonos una profundidad de investigación aproximada de 21 metros.

Resultados.

La línea de estudio se hizo en la calle Pedro Aguirre Cerda en la Delegación Alvaro Obregón (Figura 4.4b). En la pseudosección de resistividad aparente (Figura 4.7a), se puede apreciar una zona anómala de baja resistividad a la izquierda de la pseudosección aproximadamente a una distancia horizontal de 100 metros. La cavidad que se detectó causa una zona de alta resistividad de forma circular aproximadamente en el centro de la pseudosección. En el modelo de inversión (Figura 4.7b), el programa reconstruye de una manera razonable la forma y localización correcta de la cavidad. La imagen obtenida de este estudio muestra la prominente zona de alta resistividad bajo el centro de la línea de estudio aproximadamente a 120 metros en la dirección horizontal y a una profundidad de 16 metros (Figura 4.7b). También se puede apreciar la zona anómala de baja resistividad en la parte superior izquierda a una distancia de 60 metros.

Este conjunto de datos también muestra un ejemplo con topografía en el modelo.

Calle Pedro Aguirre de la Cerda, Del. Alvaro Obregón.

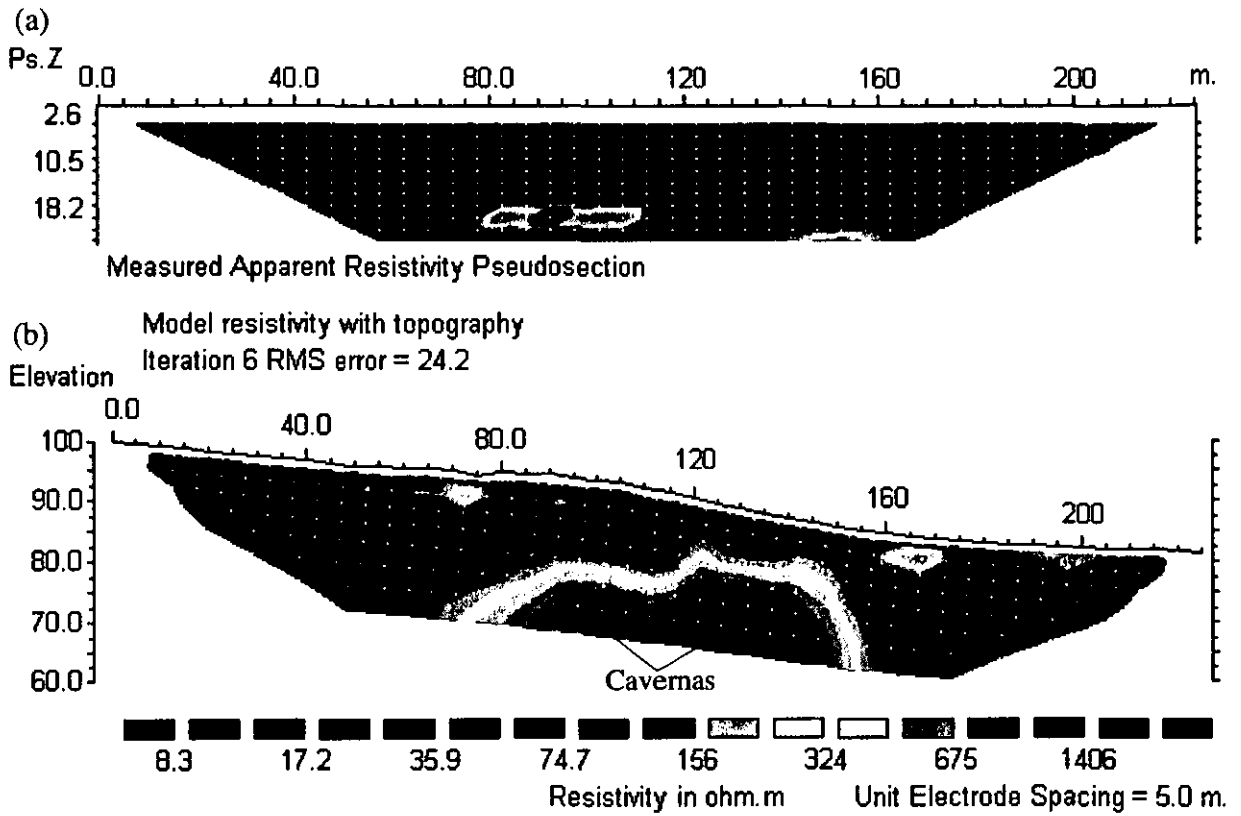


Figura 4.7 . (a) La pseudosección de resistividad aparente del estudio hecho en la calle Pedro Aguirre Cerda y (b) interpretación del modelo de resistividades.

IV.2.3 Huajuapán de León, Oaxaca.

Se realizó un perfil dentro de las instalaciones del campus de la Universidad Tecnológica Mixteca, localizada en Huajuapán de León, Oaxaca, con la finalidad de localizar posibles cavidades en roca calcárea que pudieran perjudicar las instalaciones universitarias. Esta zona se caracteriza por tener un alto índice de carsticidad la cual es una de las principales causas de la creación de cavidades.

Marco Geológico.

“Formación Huajuapán”

Serie de areniscas, cenizas volcánicas, arcillas arenosas y capas de conglomerados y brechas que ocurren interestratificadas; denominadas por Salas (1949) como “Capas Huajuapán”, quien designó al Valle de Huajuapán como localidad tipo y las consideró de probable edad terciaria. Posteriormente la unidad ha sido referida como “Formación Huajuapán” (a partir de Erben, 1956a).

La litología es muy variable, se distinguen diversos paquetes discontinuos de diferente granulometría, grado de cementación y resistencia a la erosión. En algunos sitios predominan fracciones areno-conglomeráticas, como entre Ayuquila y El Limón, bien cementadas, de colores rojizos, con clastos de esquistos, arenisca, conglomerado y cuarzo, de hasta 40 centímetros de longitud. En Zapotitlán Palmas-Huajuapán, se observa en la base, un conglomerado con clastos fundamentalmente de caliza, con cantidades menores de pedernal, calcedonia y cuarzo lechoso, subredondeados y redondeados, moderadamente seleccionado, muy bien cementado, de estratificación muy gruesa (mayor a 2 metros) y planos de estratificación muy bien desarrollados; en la cima ocurren capas limo-arenosas tobáceas de colores rojo, rosa y verde, con yeso en vetillas, muy abundante localmente y calcedonia en forma de concreciones irregulares. En otros sitios predominan fracciones limo-arenosas relativamente homogéneas, de colores claros, como en San Marcos Arteaga. La estratificación en casi todos los afloramientos, es subhorizontal, con una ligera inclinación hacia el NW, de entre 5 y 14 grados. Su espesor es muy variable, sin embargo, se estima de hasta 250 metros en algunas localidades.

La unidad sobreyace con marcada discordancia a las unidades mesozoicas e infrayace discordantemente, mediante un contacto ondulante, a las rocas volcánicas que se describen en el siguiente inciso. Aflora en dos regiones: el Valle de Huajuapán en la margen oriental del área y en el Valle de Santo Domingo Tonalá a San Juan Reyes, en la esquina suroeste del área. Es posible que esta unidad sea correlativa con la Formación Yanhuitlán (Schlaepfer, 1970; Ferrusquía-Villafranca, 1970 y 1976), al sureste del área, para la que se han reportado edades radiométricas de 49.0 ± 8 Ma (Ferrusquía- Villafranca, 1976). El conglomerado calizo basal observado localmente, puede ser también correlativo con el Conglomerado Tamazulapán y el Conglomerado Tecamatlán, definidos por Ferrusquía-Villafranca (1970 y 1976) y Schlaepfer (1970) respectivamente, al sureste del área; ambos constituidos esencialmente por clastos calizos e infrayacentes a la Formación Yanhuitlán. Las fracciones tobáceas de las partes superiores pudieron originarse por el mismo evento que formó a la Toba Llano de Lobos (al sureste del área).

Perfil de Imagen Eléctrica.

En la Figura 4.8 se muestra la línea de estudio hecha dentro de las instalaciones de la Universidad Tecnológica Mixteca. La modalidad empleada fue Wenner-Schlumberger con un espaciamiento de 5 metros se cubrió una distancia horizontal de 75 metros levantándose 6 niveles.

Resultados.

En la Figura 4.9b se muestra la imagen eléctrica obtenida para el perfil y como se puede observar no hay evidencia de cavidades, sólo se observan bloques de roca caliza bien consolidada a una profundidad aproximada de 2 metros. La imagen obtenida para este estudio muestra las tres prominentes zonas de alta resistividad al lado izquierdo, centro y derecho de la línea de estudio las cuales concuerdan con tres bloques de roca caliza. Debajo de las zonas que definen a estos bloques se encuentran dos zonas ubicadas en la parte inferior de la imagen eléctrica con valores de resistividad baja, la cual se puede asociar a posibles zonas saturadas con agua.

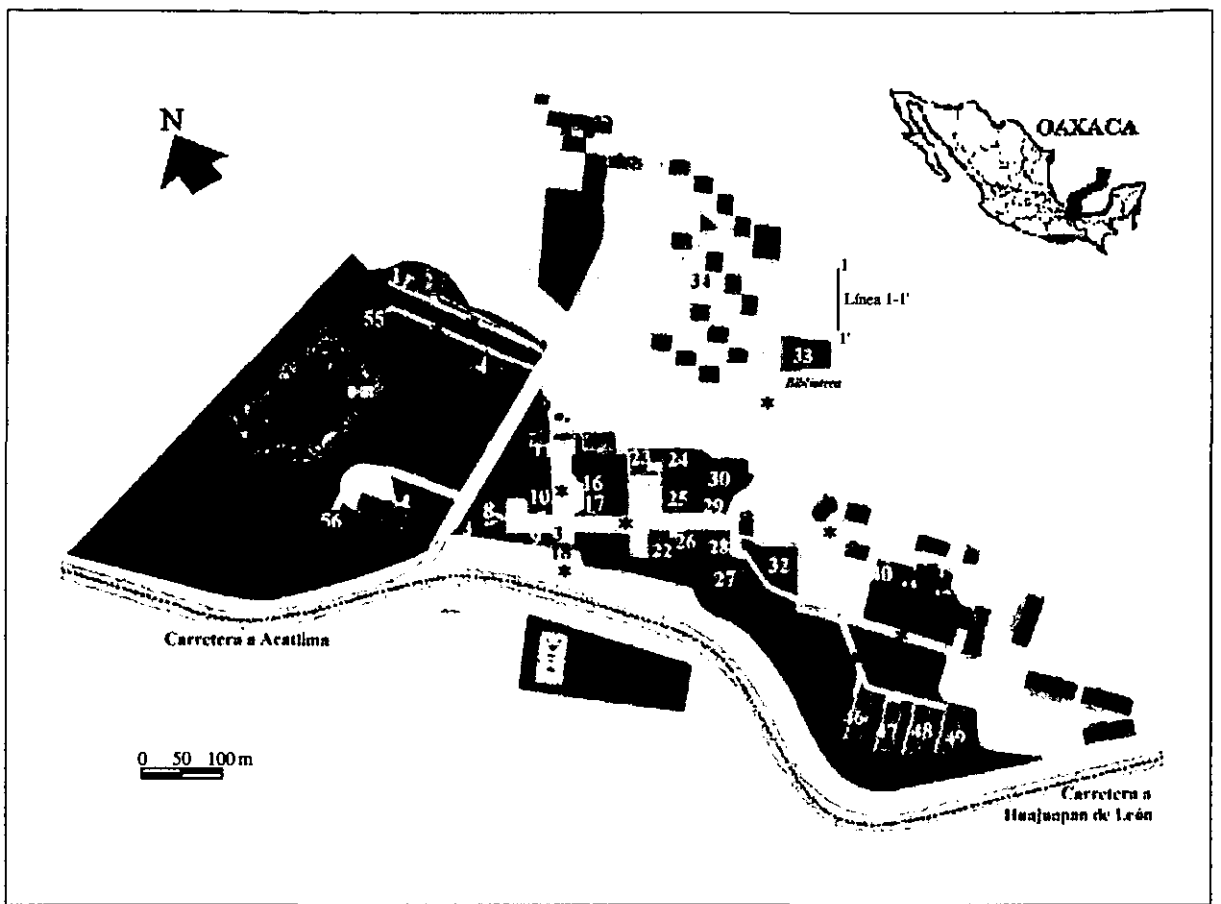


Figura 4.8 Localización del perfil hecho en la Universidad Tecnológica Mixteca, Huajuapán de León, Oaxaca.

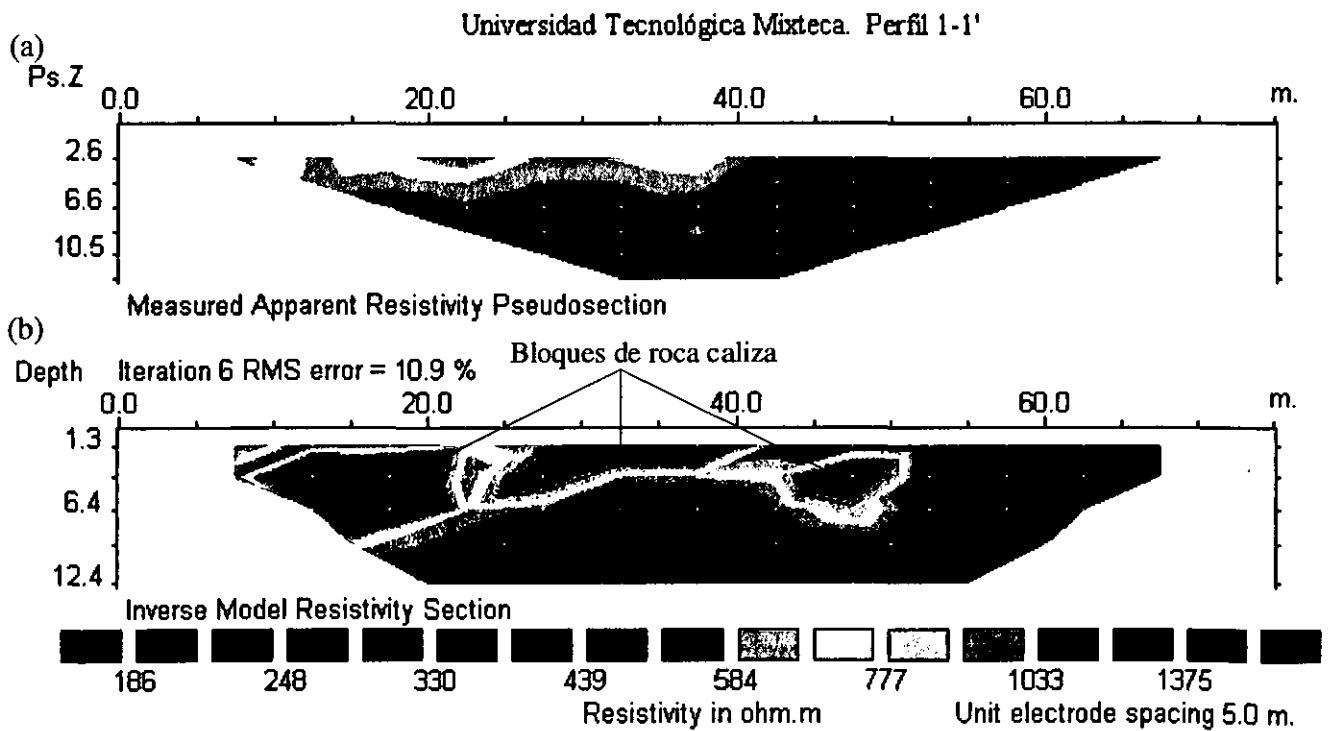


Figura 4.9 . (a) La pseudosección de resistividad aparente del estudio hecho en la Universidad Tecnológica Mixteca y (b) interpretación del modelo para el subsuelo.

Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones

El método de Loke es una técnica rápida para invertir automáticamente pseudosecciones de resistividad. La inversión de un conjunto de datos toma unos cuantos minutos en realizar la sección de resistividades bidimensional en una microcomputadora Pentium.

El programa produce un modelo satisfactorio del subsuelo en 2-D (imagen eléctrica).

El método de Tomografía Eléctrica resuelve estructuras geológicas complejas (enmascaramiento de estructuras) con respecto a otras técnicas de corriente continua empleadas.

La Tomografía Eléctrica probó ser capaz de detectar cavidades con gran eficacia usando la modalidad Wenner-Schlumberger.

Los problemas numéricos involucrados para resolver un problema inverso cae dentro de tres categorías : El cálculo de la respuesta del modelo (el problema directo), el cálculo de las sensibilidades y la solución de un problema de minimización a gran escala expresado como un sistema de ecuaciones lineales.

Para el caso de Loke, el primer paso es calcular los valores de resistividad aparente para el presente modelo. Esto normalmente se logra usando el método de diferencia-finita (Smith y Vozoff, 1984) o el de elemento-finito (Sasaki, 1992). El segundo paso, es calcular los elementos de las derivadas parciales de la matriz Jacobiana. El tercer paso es, resolver el sistema de ecuaciones en la ecuación II.27.

Se pudo observar, que el ruido aleatorio causa distorsiones significativas en la forma de los contornos de los modelos cuando se aplica un factor de amortiguamiento bajo. Sin embargo, el modelo invertido muestra en general la forma correcta de los cuerpos. Aunque se puede tener una mejor resolución en los modelos invertidos cuando se aplica un factor de amortiguamiento alto, o también cuando se emplea un arreglo geométrico de electrodos diferente, para un mismo modelo.

La modalidad dipolo-dipolo resulto ser mucho menos sensible al ruido aleatorio en comparación con las otras dos modalidades.

Los resultados obtenidos de las imágenes eléctricas sintéticas muestran la utilidad de la técnica para inferir la presencia de cuerpos en el subsuelo. También ilustran que la presencia de ruido aleatorio en las imágenes eléctricas causan problemas en la definición de los cuerpos para las diferentes modalidades de electrodos.

La razón de aplicar las tres modalidades es que a la vez nos dan la respuesta de un cuerpo y a la vez se complementan. Las modalidades dipolo-dipolo y Wenner-Schlumberger son menos sensitivas al ruido aleatorio a profundidad y lateralmente, la modalidad Wenner es mucho muy sensitiva al ruido aleatorio.

Las imágenes eléctricas obtenidas para las tres zonas estudiadas nos arrojan buenos resultados, coinciden con la geología y ubicación de las cavidades.

Recomendaciones.

Si el estudio es un área con ruido y se necesita una buena resolución vertical y además el tiempo que se tiene es limitado para hacer el estudio, se recomienda emplear la modalidad Wenner. Si se requiere que la resolución horizontal sea buena, la cobertura de los datos es importante, el resistivímetro empleado es lo suficientemente sensitivo y existe buen contacto con el terreno, es recomendable usar la modalidad dipolo-dipolo. Si existe duda, o se necesita una buena resolución horizontal y vertical razonable, se emplea la modalidad Wenner-Schlumberger. Si se tiene un sistema con un número limitado de electrodos, la modalidad polo-dipolo podría ser una elección viable. Para estudios con espaciamientos pequeños entre electrodos y una buena cobertura horizontal, la modalidad polo-polo podría ser una elección apropiada.

AGRADECIMIENTOS

Un profundo y sincero agradecimiento al M. en C. Andrés Tejero Andrade por su dedicada atención para la realización del presente trabajo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México que me dio la oportunidad de llegar hasta esta meta.

Un especial agradecimiento a la División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra y en particular, al Jefe del Departamento de Geofísica Ing. Ricardo Castrejón Pineda por todo el apoyo prestado para la terminación de este trabajo.

Asimismo quiero expresar un amplio agradecimiento a la Dra. Elsa Leticia Flores Márquez, al Dr. Oscar E. Campos Enriquez, al Dr. René E. Chávez Segura y al Ing. Alejandro Arroyo Carrasco por su valioso tiempo en la revisión de esta tesis y aportación de acertados comentarios.

Agradezco al Ing. Emiliano Campos Madrigal y al Ing. José Luis Arcos Hernández su desinteresada ayuda técnica.

Gracias a todas aquellas personas que de alguna forma contribuyeron para que este trabajo llegara a concluirse.

BIBLIOGRAFIA.

- Arfken, G.B. and Weber, H.J., 1995. *Mathematical methods for physicists*. Academic Press, cuarta edición.
- Baker, R.D., 1992. A simple algorithm for electrical imaging of the subsurface. *First Break*, 10, No. 2, 53-62.
- Barber, D.C. and Brown, B.H., 1984. Applied potencial tomography, *Journal of Physics, E: Scientific Instruments*, 17, 723-733.
- Barber, D.C. and Seagar, A.D., 1987. Fast reconstruction of resistances images. *Clinical Physics and Physiology Measurements*, 8, 47-54.
- Beasley, C.W. and Ward, S.H., 1988. Cross-borehole resistivity inversion. *58th SEG meeting, Anaheim, Expanded Abstracts*, 198-200.
- Caballero, C., 1989, *Geología y anisotropía magnética del jurásico continental del área Huajuapán de León-Petlalcingo estado de Oaxaca y Puebla*, tesis de maestría, Facultad de Ciencias, UNAM.
- Campos, J.O., Delgado, O., Chávez, R.E., Gómez, P., Flores, E.L. y Birch, F.S., 1997. The subsurface structure of the Chalco sub-basin (Mexico City) inferred from geophysical data, *Geophysics*, 62, 23-35.
- Cifuentes, G., 1994, *Interpretación de anomalías geoelectricas por análisis de Fourier*, tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Chávez, R. E., Manzanilla, L., Peralta, N., Tejero, A., Cifuentes, G. y Barba, L., 1994. Estudio magnético y de resistividad en los alrededores de la pirámide del Sol, Teotihuacán, México. *Geofísica Internacional*, 33, 243-255.
- Chávez, R., Tejero, A. y Urbieta, J., 1998. Cavity detection in mined zones of Mexico city. IV Meeting of the Environmental and Engineering Geophysical Society, 355-358.

- Dahlin, T. and Loke, M. H., 1998. Resolution of 2D Wenner resistivity imaging as assessed by numerical modeling, *Journal of Applied Geophysics*, 38, 237-249.
- Daily, W. and Yorkey, T.J., 1988. Evaluation of cross-borehole resistivity tomography. *58th SEG meeting, Anaheim, Expanding Abstract*, 201-203.
- Daniels, F. and Alberty, R.A., 1966. *Physical Chemistry*. John Wiley and Sons, Inc.
- DeGroot-Hedlin, C. and Constable, S.C., 1990. Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 55, 1613-1624.
- Dey A. and Morrison, H.F., 1979. Resistivity modelling for arbitrary shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, 27, 106-136.
- Edwards, L.S., 1977. A modified pseudosection for resistivity and induced-polarization. *Geophysics*, 42, 1020-1036.
- Edwards, R.N., Nobes, D.C. and Gomez-Treviño, E., 1984. Offshore electrical exploration of sedimentary basins: The effects of anisotropy in horizontally isotropic layered media. *Geophysics*, 49, 566-576.
- Eskola, L., 1992. *Geophysical interpretation using integral equation*. Chapman & Hall.
- Golub, G. H. and van Loan, C. F., 1989. *Matrix computations*: Johns Hopkins University Press.
- Green, D.J. and Ward, S.H., 1986. Preliminary design for multi-array borehole electrical geophysical method. University of Utah Research Institute Earth Sciences Laboratory Report DOE/SAN/12196-23.
- Griffiths, D.H. and Turnbull, J., 1985. A multi-electrode array for resistivity surveying. *First Break*, vol. 3, no. 7, 16-20.
- Griffiths, D. H., Turnbull, J. and Olayinka, A. I., 1990. Two-dimensional resistivity mapping with a computer-controlled array. *First Break*, 8, 121-129.

- Griffiths, D.H. and Baker, R.D., 1993. Two-dimensional resistivity imaging and modelling in areas of complex geology. *Journal Appl. Geophysics*, 29, No. 3/4, 211-226.
- Hallof, P.G., 1957. On the interpretation of resistivity and induced polarization measurements: Ph. D. thesis, MIT.
- Kaufman, A.A., 1992. *Geophysical field theory and method, part A*. Academic Press.
- Keller, G.V. and Frischknecht, F.C., 1966. *Electrical methods in geophysical prospecting*, Pergamon Press Inc., Oxford.
- Koefoed, O., 1979. *Geosounding Principles 1: Resistivity sounding measurements*. Elsevier Science Publishing Company, Amsterdam.
- Lee, T., 1972. A general technique for the direct interpretation of resistivity data over two-dimensional structures, *Geophysical Prospecting*, 20, 847-859.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1992. Approximate inverse mappings in DC resistivity problems. *Geophysics Journal International*, 109, 343-362.
- Lytle, R. J., and Dines, K. A., 1980. Iterative ray tracing between boreholes for underground image reconstruction. *Inst. Elect. Electron. Eng., Trans. Geosci. Remote Sensing*, GE-18, 234-239.
- Loke, M. H., 1994. The inversion of two-dimensional resistivity data. Unpubl. Ph. D. thesis, Univ. Of Birmingham.
- Loke, M.H. and Baker, R.D., 1994. Rapid Least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections : *56 th Ann. Internat. Mtg., Euro. Assoc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts*, 1002.
- Loke, M.H. and Baker, R.D., 1995. Least-squares deconvolution of apparent resistivity pseudosections, *Geophysics*, 60, 1682-1690.
- Loke, M.H. and Baker, R.D., 1996. Rapid Least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by quasi-newton method. *Geophysical Prospecting*, 44, 131-152.

- Loke, M.H., 1999. Electrical imaging surveys for environmental and engineering studies. A practical guide to 2-D and 3-D surveys. Malaysia University.
- López Ramos, E., 1969. Geología de México, segunda edición, México, D. F.
- Manzanilla, L., López, C. and Freter, A., 1996. Dating results from excavations in quarry tunnels behind the pyramid of the Sun at Teotihuacan: *Ancient Mesoamerica*, 7, 245-266.
- Marquardt, D. W., 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters: *J. Soc. Industr. Appl. Math.*, 11, 431-441.
- McGillivan, P.R. and Oldenburg, D.W., 1990. Methods for calculating Fréchet derivatives and sensitivities for the no-linear inverse problem. A comparative study. *Geophysical Prospecting*, 38, 499-524.
- Morán, D., varios autores, 1984. Geología de la República Mexicana. UNAM-INEGI, México, D. F.
- Mundry, E. and Homilus, J., 1972. Resistivity measurements in valleys with elliptic cross-section: *Geophysical Prospecting.*, 20, 341-362.
- Noel, M. and Xu, B., 1991. Archaeological investigation by electrical resistivity tomography: A preliminary study. *Geophysical J. Int.*, 107, 95-102.
- Orellana, E., 1972. *Prospección Geoeléctrica en corriente continua*. Editorial Paraninfo, segunda edición, España.
- Pasquare, G., Vezzoli, L. and Zanchi, A., 1987. Morphological and structural model of Mexican Volcanic Belt, *Geofísica Internacional*, 26, 159-176.
- Pazdirek, O. and Blaha, V., 1996. Examples of resistivity imaging using ME-100 resistivity field acquisition system. *EAGE 58th Conference and Technical Exhibition Extended Abstracts*, Amsterdam.
- Pelton, W. H., Rijo, L. and Swift, C. M., Jr., 1978. Inversion of two dimensional resistivity and induced-polarization data. *Geophysics*, 43, 788-803.

- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. and Vetterling, W. T., 1988. Numerical Recipes in C: Cambridge, Univ. Press.
- Sasaki, Y., 1982. Automatic interpretation of induced polarization data over two-dimensional structures: *Memories Fac. of Eng., Kyushu University*, 42, 59-74.
- Sasaki, Y., 1989. Two dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data. *Geophysics*, 54, 254-262.
- Sasaki, Y., 1992. Resolution of resistivity tomography inferred from numerical simulation. *Geophysical Prospecting*, 40, 453-464.
- Shima, H. and Saito, H., 1988. Application of resistivity tomography for detection of faults and evaluation of their hydraulic continuity : some numerical experiments. *58th SEG meeting, Anaheim, Expanded Abstracts*, 204-207.
- Smith, N.C. and Vozoff, K., 1984. Two-dimensional DC resistivity inversion for dipole-dipole data. *IEEE Trns. Geosci. Remote Sensing*, 22, 21-28.
- Tejero, A., 1999. Tesis doctoral sin publicar, Instituto de Geofísica.
- Tijonov, A.N. and Samarsky, A.A. Ecuaciones de la física matemática, segunda edición, editorial MIR, Moscu (1980).
- Trip, A.C., Hohman, G.W. and Swift Jr., C.M., 1984. Two-dimensional resistivity inversion. *Geophysics*, 49, 1708-1717.
- Velazquez, A.A., 1989, Introducción al método del elemento finito en problemas de propagación de ondas acústicas, tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Zhody, A.A.R., 1989. A new method for the automatic interpretation of Schlumberger and Wenner Sounding curves. *Geophysics*, 54, 245-253.