

01190

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERÍA

CONVECCIÓN NATURAL EN CAVIDADES
RECTANGULARES Y TRIANGULARES

FEDERICO TARCICIO POUJOL GALVÁN

TESIS DE DOCTORADO

PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA

CIUDAD UNIVERSITARIA, UNAM, ABRIL 2006



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Estoy en deuda con mi director de tesis, el Dr. Jose Luis Fernández Zayas, no sólo por su asesoría técnica, sino por sus consejos e interés, los cuales se aplican no sólo a la presente tesis sino a mi carrera de investigador en general. El ha sido una persona muy importante en el desarrollo de recursos humanos en la Paz B.C.S., en la ciencia y en la ingeniería. Cabe añadir que me ha resultado muy agradable trabajar con él.

Otro tanto puedo decir de mis asesores, el Dr. Eduardo Ramos y el Dr. Jorge Rojas, quienes me han acompañado de manera entusiasta, no sólo en este ejercicio, sino en gran parte de mis estudios de posgrado.

Quiero también agradecer al Dr. Mihir Sen. el que se haya tomado tiempo para leer parte del trabajo y discutir varios aspectos del mismo.

También agradezco al Dr. Miguel Angel Porta del CIBNOR sus sugerencias metodológicas, ideas, y préstamo de equipos, todo lo cual fue de suma importancia en la parte de cavidades triangulares. El M. en I. Eduardo Rubio también brindó generosamente su ayuda con los equipos.

Asimismo quiero agradecer a la Maestra Elvira Martínez el que haya construido uno de los dispositivos de pruebas utilizados en esta tesis y que haya colaborado en el diseño del mismo, así como en el desarrollo de las técnicas de visualización.

Igualmente agradezco al grupo de Ingeniería Básica, constituido por el M. en C. José Alberto Rodríguez, el M. en C. José Chagoyán Serrano, el M. en I. Oscar Reséndiz, el Ing. Sergio Miguel Jiménez, El M. en I. Rodrigo Salgado Ayala y el M. en I. Alfredo Flores Irigollen, su trabajo de gestión para conseguir el espacio y gran parte del equipo y apoyos institucionales para realizar este trabajo.

Muy importante también fue la ayuda de la IBQ Maria Esther Macías Rodríguez y del Ingeniero Juan España, en la realización de las simulaciones y de los experimentos.

Claudia Zúñiga colaboró con la edición y la verificación de referencias. (Cualquier error en este sentido es responsabilidad mía, claro).

Agradezco a la UABCS, DEPMI-UNAM, al Instituto de Ingeniería de la UNAM, al CIE-UNAM, al CONACYT y al CIBNOR su apoyo institucional.

DEDICATORIAS

De manera menos formal quisiera agradecer la compañía y apoyo moral de mis amigos Oscar Reséndiz, Elvira, Rodrigo, Fredi, Oscar González, María Esther, Mario, Wilfrido, Mari, Fredi, Moni, Juan y Claudia.

Asimismo, dedico este trabajo a la memoria de mis padres, Fede y Luchita.

También lo dedico a mis hermanas y hermanos, sobrinas y sobrinos, los cuales son demasiado numerosos para nombrar, pero no menos importantes.

NOMENCLATURA

A	=	razón de aspecto de la cavidad
b	=	longitud de las paredes verticales en el espacio con cubierta triangular
C_p	=	calor específico
g	=	aceleración de la gravedad
h_u	=	coeficiente de transferencia de calor en la zona parcialmente estratificada
h_c	=	coeficiente de transferencia de calor en el estado de estratificación total
H	=	altura de la cavidad
H_u	=	longitud vertical de la zona estratificada en la cavidad rectangular (cap. 3)
k	=	conductividad térmica
L	=	ancho de la cavidad
M	=	masa del fluido en el interior de la cavidad
P	=	presión
Pr	=	número de Prandtl
q	=	densidad de flujo de calor [energía/(tiempo)(longitud) ²] (cap. 2 y cap. 3)
q_e	=	densidad de flujo de calor en la pared a temperatura constante (estratificación parcial) [energía/(tiempo)(longitud) ²] (cap. 3)
$q''(t)$	=	densidad de flujo de calor dependiente del tiempo [energía/(tiempo)(longitud) ²] (cap. 4)
R	=	región limitada por las paredes de la cavidad triangular (cap. 4)
R_1	=	porción izquierda de R
R_2	=	porción derecha de R
Ra	=	número de Rayleigh definido en la ecuación (4) (cap. 3)
$Ra_{\Delta T}$	=	número de Rayleigh basado en la diferencia de temperaturas entre paredes ($g\beta\Delta TH^3/\alpha\nu$) (cap. 3 y cap. 4)
$Ra_{\Delta T_u}$	=	número de Rayleigh basado en $T_u - T_o$, definido en la ec. (14)
$Ra_{\Delta T_c}$	=	número de Rayleigh basado en $T - T_o$, definido en la ec. (17)
T	=	temperatura (cap. 4); temperatura promedio (cap. 3); temperatura adimensional, (cap. 2) definida como $(T' - T'_o)/qH/k$.
T'	=	temperatura adimensional (cap. 3); temperatura dimensional (cap. 2)
T_o	=	temperatura inicial y temperatura de la pared a temperatura constante
T_u	=	temperatura promedio de la zona estratificada
T^*	=	escala de temperatura definida después de la ec. (24 b)
T_s	=	temperatura en estado permanente
t	=	tiempo adimensional (cap. 2) (valor dimensional dividido entre H^2/ν); tiempo dimensional (cap. 3 y cap. 4)
t'	=	tiempo adimensional (cap. 3)
u	=	componente x de la velocidad (cap. 4); componente x de la velocidad adimensional (valor dimensional dividido entre ν/H) (cap. 2).
v	=	componente y de la velocidad (cap. 4); componente y de la velocidad adimensional (valor dimensional dividido entre ν/H) (cap. 2).

- V = escala de velocidad definida en la ec. (5)
 W = profundidad de la cavidad
 x = , coordenada adimensional (cap. 2) (valor dimensional dividido entre H);
 coordenada dimensional (cap. 4)
 y = coordenada adimensional (cap. 2) (valor dimensional dividido entre H);
 coordenada dimensional (cap. 4)
 $y_1(x)$ = altura local del techo en el lado izquierdo de la cavidad triangular (cap. 4)
 $y_2(x)$ = altura local del techo en el lado derecho de la cavidad triangular (cap. 4)
 z = coordenada adimensional (cap. 2) (valor dimensional dividido entre H);
 coordenada dimensional (cap. 4)
- α = difusividad térmica
 β = coeficiente de expansión térmica
 ΔT = incremento en la temperatura promedio (cap. 3); diferencia de temperatura entre
 paredes opuestas (cap. 2 y cap. 4)
 δ_T = espesor de la capa límite definido en la ec. (6)
 δ_{Tc} = espesor de la capa límite adyacente a la pared a temperatura constante (cap. 3)
 ν = viscosidad cinemática
 ρ = densidad del fluido
 ρ_0 = densidad del fluido a la temperatura inicial
 τ = escala de tiempo definida en la ec. (3)
 τ_v = escala de tiempo definida en la ec. (7)
 τ_t = escala de tiempo para la estratificación total, definida en la ec. (22)

CONTENIDO

Resumen	1
Capítulo 1 CONVECCIÓN NATURAL EN CAVIDADES	3
Introducción	3
Capítulo 2 CONVECCIÓN NATURAL EN UNA CAVIDAD CON SUMINISTRO DE CALOR LATERAL QUE DEPENDE CONTINUAMENTE DEL TIEMPO Y CON UN FLUIDO DE ALTO NÚMERO DE PRANDTL	5
Introducción	5
Procedimiento Experimental	10
Resultados	13
Historias de Temperatura	13
Campos de velocidad	15
Comparación con la Integración Numérica	22
Capítulo 3 MÉTODO SIMPLIFICADO PARA CALCULAR LA TEMPERATURA PROMEDIO Y LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA CAVIDAD CALENTADA LATERALMENTE	25
Introducción y Formulación del Problema	25
Escalas de Comportamiento Global	
Calentamiento inicial	26
Estratificación Parcial. Balance de Calor en la Parte Superior de la Cavity	28
Estratificación Total	30
Discusión y Comparación con el Modelo Numérico	31
Conclusión	33
Capítulo 4 CONVECCIÓN NATURAL EN UNA CAVIDAD TRIANGULAR CON CALENTAMIENTO DEPENDIENTE DEL TIEMPO	34
Introducción	34
Formulación del Problema	39
Procedimiento Experimental	43
Resultados Experimentales	44
Comparación de Experimento y Teoría	47
Capítulo 5 CONCLUSIÓN FINAL	50
Semejanzas y Diferencias entre las Cavidades Triangulares y las Rectangulares Calentadas Lateralmente	50
Alineación de la Pared Caliente con Relación a la Aceleración de la Gravedad	50
Razón de Aspecto	51

Número de Rayleigh	51
Número de Prandtl	52
Velocidad de Calentamiento	52
Heterogeneidad de temperatura en las paredes y otros parámetros	52
Colofón	53
Bibliografía	55
Anexo	58

RESUMEN

Esta tesis es un estudio experimental y numérico de la convección natural en cavidades rectangulares y triangulares. El análisis lleva a la luz varias características de flujos que se pueden presentar no sólo en estos dos tipos de cavidades sino en cavidades calentadas de diversas maneras, de las cuales casos límite son cavidades calentadas/enfriadas desde abajo y cavidades calentadas/enfriadas lateralmente (en relación con el campo gravitacional). Visto desde esa óptica el caso de cavidades rectangulares abordado en este estudio es el de calentamiento/enfriamiento lateral mientras que el caso de cavidades triangulares se puede ver como una combinación de los dos tipos de calentamiento/enfriamiento. Se verá después que en el caso de la cavidad triangular analizado en esta tesis el estado permanente está dominado por el enfriamiento lateral mientras que el flujo transitorio está dominado por el calentamiento desde abajo. Aún cuando la frontera de investigación en estos temas se define en torno a las inestabilidades del flujo, todavía quedan por explorarse las diferentes estructuras del mismo y del campo térmico asociadas a la evolución del fenómeno en diferentes combinaciones de condiciones iniciales y de frontera, en particular cuando el arranque del flujo se da a partir de una condición de reposo y uniformidad en la temperatura del fluido de la cavidad, cuando la pared caliente conduce calor hacia el interior de manera uniforme. La definición del problema se completa al requerir que las paredes opuestas permanezcan a la temperatura inicial del fluido. Otra variación introducida en este estudio experimental y numérico es la de suponer en el modelo que el calentamiento es dependiente del tiempo para simular efectos de capacidad térmica no nula en la pared de calentamiento.

El análisis experimental de la convección en la cavidad rectangular considera un flujo en condiciones que corresponden a un número de Rayleigh (basado en el flujo de calor) de 4×10^9 . El fluido es aceite de silicona de número de Prandtl de 224. Se discuten reconstrucciones del campo experimental de velocidades obtenidas del seguimiento de partículas, así como historias de medición de temperatura en la pared y a distintas alturas en la zona central de la cavidad. Se describen la formación y el comportamiento de estructuras como las capas límite y de intrusión y un vórtice, de intensidad decreciente, asociado a esfuerzos de corte en la capa límite, que se desplaza hacia el fondo de la cavidad. El modelo numérico reproduce cualitativamente la secuencia de los patrones de flujo.

El flujo de la cavidad triangular corresponde a un número de Rayleigh basado en la diferencia de temperaturas entre paredes de 2.4×10^6 . El fluido de pruebas es aire. Se discuten historias de temperatura en la pared y fotografías a diversos tiempos de las trayectorias de trazadores de humo generado al quemar parafina en el interior de la cavidad. Las imágenes permiten reconstruir algunas características del desarrollo del flujo, como la formación de una pluma central que se desplaza lateralmente y sufre pandeo al llegar al vértice de la cavidad. Se discierne también la aparición de un patrón de flujo de dos celdas temporalmente asimétrico. Esta secuencia de flujo fue reproducida cualitativamente en sus estados finales con un modelo numérico con calentamiento variable en el tiempo.

Al final del trabajo se hace una consideración conjunta de los dos flujos basada tanto en los resultados de la literatura como en los de este estudio en una discusión que persigue identificar algunos de los factores de peso en las características de los flujos en ambos

tipos de cavidades. Uno de estos factores es la orientación de las paredes de transferencia de calor relativa al campo gravitatorio, la cual determina principalmente la apariencia final del flujo. Otro factor importante es la relación de la temperatura de estas paredes con la temperatura inicial del fluido, la cual influencia los patrones de flujo del estado no permanente, así como las escalas de tiempo de la transferencia de calor. La geometría (razón de aspecto) se examina también como factor de peso tanto en los patrones de flujo en estado permanente como en los de estado no permanente. Se discute asimismo la influencia del número de Rayleigh, la cual puede ser ejercida por diferentes canales de acuerdo a la geometría y a la razón de aspecto de la cavidad (a través del flujo en la capa límite lateral o de estructuras generadas por la pared inferior). Otros parámetros considerados en esta discusión, sobre todo en relación con su influencia sobre el flujo en estado no permanente, son el número de Prandtl y la velocidad de calentamiento.

Se considera la semejanza entre los patrones observados y los calculados con los modelos numéricos es suficiente como para considerar seriamente estos últimos como herramientas exploratorias del comportamiento del flujo al variar diferentes parámetros.

INTRODUCCIÓN

CONVECCIÓN NATURAL EN CAVIDADES

Las propiedades térmicas y dinámicas de la convección natural en cavidades han sido estudiadas en el contexto de limnología, geofísica, energía solar y las aplicaciones de mezclado en un esfuerzo para construir modelos realistas de varios fenómenos físicos. Es interesante entender cómo se transfiere calor mediante este proceso para poder aumentar o reducir esta transferencia, de acuerdo a necesidades particulares.

Las posibilidades de condiciones de frontera en la convección natural en cavidades son numerosas. Sin embargo una división principal separa a las cavidades calentadas en paredes con normal en dirección paralela al campo gravitatorio (calentamiento por debajo o arriba) de las cavidades calentadas en paredes con normal perpendicular a este último (calentamiento lateral). Bejan (1984) ha señalado que los flujos en cavidades triangulares son un caso que puede considerarse como resultado de una combinación de los dos tipos principales de calentamiento mencionados. Así, el flujo en estas cavidades puede mostrar predominancia de algunos de los patrones característicos en cavidades calentadas lateralmente y en cavidades calentadas por debajo dependiendo de los valores de cantidades geométricas y de cantidades relacionadas con las propiedades del fluido y la intensidad de la fuerza impulsora del movimiento (gradiente de temperatura o flujo de calor prescritos). Puede pensarse entonces que el estudio de los flujos en cavidades triangulares —que incorporan características propias de 2 configuraciones diferentes— es una especie de paso previo que puede ser ventajoso antes de considerar fenómenos en cavidades de geometría más compleja.

El comportamiento del flujo y la transferencia de calor dependientes del tiempo es otro aspecto de interés en el tema de convección natural en cavidades. La relevancia de considerar la evolución del flujo de un estado no perturbado hasta uno estacionario es que ese análisis permite no solo contestar preguntas relativas, por ejemplo, a las concentraciones instantáneas de un contaminante; Poulikakous (1983) comenta que el comportamiento en estado permanente puede predecirse con el estudio del estado estacionario. Específicamente ese autor se refiere a un tipo de estudio que permite determinar los tiempos característicos de atributos del flujo con la idea de que básicamente los atributos finales del flujo son aquellos de tiempo de decaimiento mayor.

Otro aspecto de importancia, en conexión con el flujo en estado estacionario es el de la caracterización del flujo a medida que cierta combinación de valores de propiedades del fluido, de parámetros descriptivos de la geometría y de las condiciones de frontera lo conducen a un comportamiento turbulento ya que este es el comportamiento predominante en la naturaleza y en las aplicaciones industriales y domésticas.

La identificación de parámetros y de sus valores críticos en conexión con este comportamiento es uno de los renglones más activos de la investigación de la convección

natural en cavidades. En cavidades rectangulares la presencia de zonas de separación en el desarrollo del flujo es atribuible a la condición hipercrítica de corrientes de descarga de la capa límite (Paulucci,1989) caracterizada con un número de Froude (Paolucci,1989) o número de Reynolds (Lage,1991). En cavidades triangulares un máximo local (comportamiento oscilatorio) en la transferencia de calor es sujeto de controversia (Salmun,1995).

Si bien las características de los flujos en la naturaleza señalan como prioritaria la dirección de los estudios en el tema de convección natural en cavidades hacia la identificación de parámetros de relevancia en la transición a la turbulencia, una simple descripción del comportamiento a gran escala del desarrollo del flujo es de importancia, en parte porque estas escalas u órdenes de descripción persisten de alguna manera para un flujo turbulento y en parte también porque esta información sobre el comportamiento básico del flujo puede ser útil en aplicaciones como el mezclado.

Así, este trabajo está dirigido, a partir de la descripción de dos flujos básicos en dos tipos de cavidades (triangulares calentadas por abajo y rectangulares calentadas de lado), a evaluar los efectos de cada configuración en el flujo a gran escala. Esta comparación persigue extraer algunas conclusiones generales a sabiendas de que el alcance de estas es necesariamente limitado, ya que, de un número evidentemente mayor de posibilidades, sólo se han considerado dos flujos que difieren en geometría, en la dirección del calentamiento relativa al campo gravitacional y en el número de Prandtl. Adicionalmente se examina en estos dos contextos el desarrollo del flujo cuando la pared de calentamiento tiene una capacitancia (inercia) térmica finita, condición que se ha modelado con la suposición de que el suministro de calor es una función dependiente del tiempo que tiende hacia un valor finito.

CONVECCIÓN NATURAL EN UNA CAVIDAD CON SUMINISTRO DE CALOR LATERAL QUE DEPENDE CONTINUAMENTE DEL TIEMPO Y CON UN FLUIDO DE ALTO NÚMERO DE PRANDTL

INTRODUCCIÓN

A las cavidades calentadas de lado también se les suele llamar cavidades verticales. Para su análisis, los flujos en este tipo de cavidad pueden agruparse en aquellos en estado permanente y aquellos en estado no permanente. Los primeros son más simples y se caracterizan por estructuras que ocupan una localidad fija y asumen una apariencia invariable en el tiempo. La diversidad de flujos en estado permanente puede pensarse más como un continuo que como un conjunto de categorías. En una frontera de este continuo se ubican los flujos que se denominan 'convectivos', formados por capas límite en paredes opuestas, un núcleo con fluido en relativo reposo (si se comparan las velocidades de esa zona con las de las regiones adyacentes a las paredes), un gradiente vertical de temperatura y capas delgadas verticales que corren por el techo y el piso de la cavidad. En este tipo de flujo la transferencia convectiva domina. En el extremo opuesto la conducción domina y no se pueden identificar capas límite ni verticales. Entre ambos extremos se encuentran casos en los que la convección y la conducción juegan papeles de importancia relativa más equilibrada. Las diferentes variaciones, influidas por el número de Prandtl y la geometría, han sido revisadas por Bejan (1984). El caso convectivo, o régimen de capa límite fue analizado, para fluidos de alto número de Prandtl, por Gill (1966), quien analíticamente calculó el gradiente térmico en el núcleo y en la capa límite.

El resto de los flujos en cavidades calentadas de lado lo integran aquellos liberados de la restricción de haberse desarrollado hasta un estado en que las estructuras no sufren alteraciones (de ubicación o intensidad) en el tiempo. Estos pertenecen al llamado régimen no permanente, y se encuentran ya sea en desarrollo hacia un estado permanente o aún sufriendo alteraciones de diversa magnitud (por ejemplo, fluctuaciones) por tiempo indefinido. Estos últimos incluirían a flujos de comportamiento periódico y los llamados caóticos o turbulentos, donde las variaciones temporales de las velocidades alrededor de un valor medio son impredecibles.

Algunas de las estructuras que corresponden a flujos en desarrollo perduran o toman forma definitiva en el régimen permanente. El flujo básico de la convección en cavidades calentadas de lado ha sido descrito en Patterson e Imberger (1980) como una estructura de doble capa adyacente a las paredes. En el caso de fluidos con número de Prandtl de orden mayor que la unidad la llamada capa térmica baña la pared y contiene un gradiente de temperaturas adimensional de orden unitario (normalizado con la diferencia de temperaturas entre paredes). En dicha capa térmica para fluidos de número de Prandtl de orden mayor a la unidad gobierna un balance de cantidad de movimiento flotación-viscosidad. Sobre la capa térmica se encuentra la capa de velocidad que contiene el 90% de la variación de velocidad. En esta última capa rige un balance de cantidad de movimiento

inercia-viscosidad. La capa térmica descarga hacia el núcleo en una capa de intrusión que fluye pegada a la pared sujeta a una condición de no-deslizamiento. Por su parte la capa de velocidad inicialmente descarga en el núcleo estableciendo un flujo potencial. El desarrollo de estructuras como la capa límite, capas horizontales y estratificación nuclear ha sido descrito por Patterson e Imberger (1980) en términos de sus escalas de tamaño, tiempo de formación y decaimiento, temperatura y velocidad. De hecho, la relación entre tiempos de formación y decaimiento de estas estructuras, entre otros criterios, ha permitido a estos últimos autores establecer una clasificación de flujos de las que son clases notorias el régimen de capa límite, el conductivo y el oscilatorio. Por cierto, esta clasificación basada en escalas de tiempo permite asimismo una caracterización de flujos en estado permanente (Patterson e Imberger, 1980; Poulikakos 1983). Como se verá más adelante, estudios posteriores a este esfuerzo de clasificación y de identificación de parámetros de Patterson e Imberger, el cual describe principalmente las características de las capas límite y de intrusión, han comenzado a analizar el comportamiento de estructuras del régimen no permanente no consideradas en ese estudio, como vórtices adyacentes a la capa límite vertical (Poujol et al, 1993, 1994), y estructuras de forma similar a un salto hidráulico (Paolucci y Chenoweth, 1989), algunas de las cuales aparecen a medida que sube el número de Rayleigh, aunque, como también se verá, aún no se establece con precisión los parámetros que determinan su aparición y comportamiento.

Actualmente un gran número de los estudios de convección natural en cavidades con calentamiento de lado intentan establecer una relación de causa y efecto (esto es, una teoría) con respecto a la aparición de estructuras asociadas a la transición de régimen laminar (esto es, permanente) a régimen turbulento. El mismo trabajo de Patterson e Imberger (1980), incluye reportes de un flujo oscilatorio, el cual asocian (quizás influidos por su formación profesional de limnólogos) con 'ondas internas'. Las observaciones de Patterson e Imberger al respecto responsabilizan de las oscilaciones a una 'inclinación de las isotermas respecto a la horizontal' provocada cuando las capas de intrusión se dirigen hacia el sumidero de momento de las capas límite térmicas. Los flujos oscilatorios se presentan, de acuerdo con Patterson e Imberger, cuando la escala de tiempo de decaimiento de las ondas internas sobrepasa la de llenado (tiempo necesario para que por el espesor de la capa límite pase una cantidad de fluido equivalente al volumen total contenido en la cavidad). Cabe señalar que en los flujos analizados por Patterson e Imberger (1980) las oscilaciones decaen a medida que las isotermas en el núcleo pierden inclinación. Podría entonces pensarse que el mecanismo que les dio origen no puede ser responsable en última instancia de fluctuaciones que se mantienen indefinidamente (como en un flujo turbulento, por ejemplo). Sin embargo, en vista de que este comportamiento está asociado con una aproximación al estado permanente diferente de un simple establecimiento de la estratificación nuclear, se ha tomado en cuenta como una posible fuente de inestabilidades que dada cierta combinación de parámetros pueden mantenerse indefinidamente.

Otro encuentro con oscilaciones o posibles mecanismos de transición a la turbulencia lo tuvo Ivey (1984), quien reportó para $Ra = 3.9 \times 10^8$, $Pr = 7.1$ y $A = 1$ una estructura en forma de ola u onda y sugirió que esta pudo haber sido causada por un salto hidráulico. Patterson y Armfield (1990) y Armfield y Patterson (1991) discreparon de la sugerencia de Ivey y presentaron resultados experimentales en apoyo a su afirmación de que las oscilaciones son más bien causadas por una onda de presión que a su vez resulta de la división de la capa de

intrusión al llegar a la pared vertical opuesta de la cavidad. Sin embargo, Paolucci y Chenoweth (1989) encontraron que en aire el número de Rayleigh de la bifurcación es consistente con un número de Froude (definido por estos últimos autores) supercrítico que caracteriza la aparición de saltos hidráulicos.

A la disputa para definir si la bifurcación hacia flujo oscilatorio es provocada por un salto hidráulico se agregan las opiniones de Ravi, et al (1994), quienes afirman que más que un salto hidráulico lo que se observa en los flujos oscilatorios es una separación y recirculación en el flujo de las esquinas de descarga de la capa límite provocados por características especiales en la estructura térmica (overshoots-undershoots (oscilaciones espaciales)) que causan una pluma que desciende por efectos de flotación. Como otro argumento en contra de interpretar la separación como salto hidráulico, estos autores también sostienen que las pérdidas de energía mecánica en la esquina no son de la magnitud esperada para un salto hidráulico. Ravi, et al (1994) además señalan que la definición del número de Froude puede hacerse de diversas maneras (señala siete posibles), y no es claro que la utilizada por Paolucci y Chenoweth (1989) esté fundamentada físicamente.

Si bien las objeciones de Ravi, et al (1994) a la teoría del salto hidráulico son dignas de tomarse en cuenta, no han propuesto ellos mismos una teoría para predecir la bifurcación, aunque señalan que esta debería ser una que calculara la estratificación térmica en el núcleo y la distribución apareada de temperaturas en la capa límite para poder predecir la magnitud de los máximos locales en la variación espacial de la temperatura, cosa que, como se ha comentado, ya hace la teoría de Gill (1966) pero únicamente para fluidos con números de Prandtl altos.

Otra estrategia es la seguida por Lage y Bejan (1991) en un estudio numérico para establecer un criterio de bifurcación. Lage y Bejan observa que para flujos cuyo número de Rayleigh sobrepasa 10^9 , en el intervalo de números de Prandtl [0.01 -10] una solución al modelo matemático en estado permanente no es alcanzable en tiempo razonable, aún con recursos de supercómputo. La tendencia general observada por estos últimos autores es que a menor número de Prandtl la bifurcación se alcanza a menor número de Rayleigh ya que para estos casos los términos inerciales predominan sobre los viscosos. La teoría propuesta por Bejan para determinar el criterio de bifurcación se basa en un número de Reynolds local de orden 10^2 como criterio universal para la transición a la turbulencia (a su vez consistente con un análisis referido a 'buckling flows'(flujos 'con pando') (Bejan,1984).

De manera que se puede hablar de teorías 'hidrodinámicas' (salto hidráulico y número de Reynolds local) y teorías 'térmicas' (inclinación de las isoterms y 'máximos locales' en las isoterms cercanas a la capa límite) para tratar de determinar el mecanismo de origen de la bifurcación hacia flujos fluctuantes. Esta es obviamente una simplificación del conjunto de teorías en torno a la transición a la turbulencia, el cual habría que completar agregando los trabajos de análisis matemáticos de estabilidad de capa límite. Pero, regresando a las teorías 'térmicas', habría que comentar que aún no ha quedado firmemente establecida una relación causa y efecto (sobretudo en el caso de los máximos locales espaciales), y menos aún un criterio cuantitativo de transición, lo cual de hecho significa que las teorías 'térmicas' realmente no son teorías sino descripciones de fenómenos que ocurren

simultáneamente (no se puede descartar aún que el movimiento en la capa límite determina la estructura térmica que finalmente deriva en los patrones de movimiento de las esquinas). Cabe señalar que los mismos Ravi, et al (1994) han señalado que queda por establecer una jerarquía de las estructuras del flujo que permita establecer relaciones de causa y efecto. La teoría de Lage y Bejan, por otro lado, del número de Reynolds local, predice de manera aproximada la bifurcación, aunque deja de lado los detalles de la estructura térmica. Se avizoran dificultades de que al igual que el número de Froude en el contexto de convección natural en cavidades, el número de Reynolds local no puede ser definido allí de manera unívoca, pero de momento se puede adoptar una actitud pragmática frente a la teoría de Lage y Bejan (1991) y aprovechar el hecho que predice de manera aproximada la transición a flujos fluctuantes para los intervalos de número de Prandtl y Rayleigh referidos. Sin embargo, con el interés de entender de mejor manera el fenómeno, se deben asimismo dilucidar las relaciones entre la estructura térmica en el núcleo y la capa límite con los patrones de flujo secundarios.

A juzgar por la temática de la discusión actual, pareciera que las cuestiones significativas en el campo de convección natural en cavidades provienen casi únicamente del estudio de flujos en la frontera laminar-turbulento. Así pues, la veta de conocimientos nuevos pareciera haberse agotado en el caso de los flujos en cavidades rectangulares con fluidos con bajo número de Rayleigh y alto número de Prandtl, flujos con 'número de Reynolds local' de orden inferior a 10^2 . De hecho, todavía existen variaciones en las condiciones de frontera no examinadas exhaustivamente, por ejemplo condiciones de frontera asimétricas que pueden arrojar datos nuevos de aplicación en problemas de mezclado, transferencia de calor en casas, o flujos ambientales. Por otro lado, teniendo en cuenta como comentan Patterson e Imberger (1980) que en muchas aplicaciones el tiempo característico de la función forzante de calentamiento es menor que el tiempo de desarrollo del flujo, conviene examinar la formación y evolución de estructuras que se van presentando a medida que se alcanza un estado permanente o fluctuante. A las estructuras que se desvían del patrón básico, que en este caso es de capa límite y capa de intrusión, suele llamárseles flujos secundarios. Algunas de estas estructuras (generalmente vórtices que recirculan fluido) perduran en el estado permanente, mientras que otras desaparecen por 'efectos viscosos' o a medida que se establece un patrón de temperaturas incompatible con éstas o las capa límite y de intrusión completan su desarrollo. Las aplicaciones de este fenómeno a problemas como el mezclado y flujos ambientales son obvias, especialmente si se desarrolla una teoría que permita determinar la intensidad y duración de los flujos secundarios. Por cierto, una teoría que explicara la evolución de estas estructuras secundarias y la relacionara con otras estructuras más básicas, o patrones de evolución generales, podría también contribuir a predecir en qué condiciones estas estructuras pueden perdurar y dar origen a un flujo turbulento.

La del párrafo anterior es la perspectiva con la que se examina el caso abordado en este trabajo del desarrollo del flujo en una cavidad rectangular inicialmente a temperatura uniforme, después que se le ha comenzado a aplicar por uno de sus lados un flujo de calor que gradualmente se acerca a un valor asintótico y calienta uniformemente esa frontera lateral. La frontera opuesta se especifica como un sumidero de calor a temperatura igual a la inicial del fluido. Poujol, et al (1993) examinaron numéricamente un problema similar al reportado en este trabajo. En ese problema el calentamiento de la pared vertical es

instantáneo (función escalón). Las condiciones de frontera también son asimétricas (flujo de calor uniforme en una pared y temperatura constante en la otra). El número de Prandtl considerado fue de 224 y el número de Rayleigh basado en el flujo de calor (Ra) de 4×10^9 . La secuencia de eventos en el flujo inicia con la formación de la capa límite doble (capas térmica y viscosa) en la cercanía de la pared caliente. El fluido caliente ascendente llega a la esquina de la cavidad y vira hacia la pared a temperatura constante. Avanza formando lo que se conoce como una capa de intrusión. Una característica típica del flujo en sus etapas iniciales es una estructura vorticial grande generada por la capa límite. El vórtice aparece en el núcleo de la cavidad, interacciona con las paredes laterales y superior y desaparece en un tiempo del mismo orden de magnitud que el de la llegada de la capa de intrusión a la pared a temperatura constante. La interacción del fluido caliente con la pared a temperatura constante inicia la extracción de calor y la formación de un patrón de estratificación térmica en la cavidad. El patrón de flujo en estado permanente está constituido por dos capas límite cercanas a las paredes verticales, dos capas de intrusión cercanas a las paredes horizontales y un núcleo casi en reposo. El campo de temperaturas es casi simétrico en el núcleo de la cavidad pero difiere cerca de las paredes verticales debido al tipo diferente de condiciones de frontera impuestas.

La variante que se introduce en esta tesis respecto del problema que estudian Poujol et al (1993) es la suposición de que el suministro de calor hacia el fluido depende del tiempo de manera continua. Esto permite una comparación de resultados numéricos con resultados experimentales obtenidos en pruebas realizadas con un dispositivo en el cual la pared de calentamiento funciona con una inercia térmica no despreciable. El fluido considerado en el estudio de este caso particular es el mismo, de número de Prandtl 223, mientras que el calentamiento es tal que el número de Rayleigh basado en la diferencia de temperaturas entre fronteras verticales se acerca asintóticamente a un valor de 10^7 , por abajo de un número de Rayleigh de 10^{11} que sería el de transición a la turbulencia para este número de Prandtl, de acuerdo al criterio de Lage y Bejan (1991).

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Las características de flujo y de transferencia de calor se analizaron con una celda cúbica que se muestra esquemáticamente en la fig. 1. La pared calentada de la celda consiste en una placa de cobre con una área de 0.13 m por 0.13 m en contacto térmico con un calentador de resistencias hechas de alambre enrollado de níquel-cromo, con una resistencia total de 72.6Ω . El arreglo de calentamiento fue aislado de los alrededores por medio de una capa de 30 mm de espesor de espuma de poliestireno.

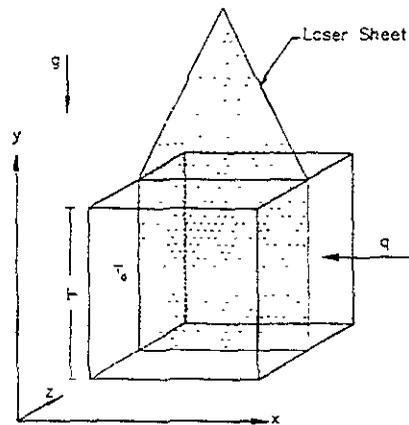


Figura 1. Geometría de la Cavidad y sistema de coordenadas

La pared a temperatura constante consistió de una placa de cobre de las mismas dimensiones que la pared calentada, la cual separa la cavidad principal de un compartimento hacia el cual fluye agua a temperatura ambiente a una tasa constante de 0.01 kg/s. Se introdujo agua en la parte inferior del compartimento a través de cinco orificios de 0.8 mm de diámetro. La salida de agua de este compartimento es de características similares. Las paredes verticales frontal y posterior se hicieron de acrílico transparente, con un espesor de 15 mm para permitir acceso óptico. Las paredes superior e inferior se hicieron también de acrílico, pero con un espesor de 20 mm. Durante las pruebas experimentales, las paredes superior, inferior y posterior se cubrieron con lana de fibra de vidrio para lograr un aislamiento adicional. Con este arreglo, las pérdidas de calor totales se estiman del orden de 10%. El fluido de trabajo que se usó en todos los experimentos fue aceite de silicona (fluido Dow Corning 20-200) con las propiedades termofísicas que se proporcionan en la Tabla 1

TABLA 1

Propiedades Termofísicas del Aceite de Silicona (Fluido Dow-Corning 20-200) a 25 °C

Densidad	949 kg /m ³
Coefficiente de expansión térmica	0.00107 K ⁻¹
Conductividad térmica	0.142 W/m K
Calor específico	1476 J/kg K
Difusividad térmica	1.01 x 10 ⁻⁷ m ² /s
Viscosidad cinemática	2.262 x 10 ⁻³ m ² /s
Número de Prandtl	224

Las temperaturas fueron registradas con termopares pre-calibrados de 0.127 mm de diámetro y frecuencia de respuesta de 5Hz. Un termopar fue colocado en la pared calentada entre la placa de cobre y el calefactor en el centro geométrico de la placa ($x = \frac{1}{2}$, $z = \frac{1}{2}$). Dos termopares fueron colocados en el interior de la cavidad a lo largo del plano localizado en $z = \frac{1}{2}$. Los registros de temperatura fueron tomados cada 30 segundos por medio de una microcomputadora HP216 vía un sistema de adquisición de datos.

La visualización de flujo se efectuó con el registro de las imágenes de trazadores suspendidos en el fluido e iluminados por medio de una hoja de luz vertical, perpendicular a la línea del observador. Los trazadores utilizados fueron partículas de polietileno con una densidad relativa de 0.91 y diámetros equivalentes en el rango de 50 a 300 μm . Las imágenes de las partículas fueron estables y aunque la baja concentración utilizada limitó la resolución espacial, se consideró que la concentración y distribución de aproximadamente 50 partículas en el campo de observación permite el seguimiento de las características cualitativas del flujo. El plano de iluminación se obtuvo con láser de helio-neón como fuente luminosa y un arreglo de espejo de primera superficie y dos lentes cilíndricos. La hoja de luz se dirigió de la parte superior a la inferior e iluminó el plano vertical medio perpendicular a la pared calentada. El espesor de la hoja de luz fue de aproximadamente 3 mm. Las trayectorias de las partículas fueron registradas con una cámara de video y fueron analizadas con un sistema de procesamiento de imágenes. Algunas imágenes de video que contenían información del flujo para diversos tiempos fueron digitalizadas y procesadas para encontrar la posición de partículas individuales. La trayectoria de las partículas fue entonces obtenida de la posición de la misma partícula en diferentes tiempos. Esta información también se usó para obtener estimaciones de la velocidad promedio de la partícula. Esta técnica proporciona información de las trayectorias de las partículas, aunque para fines de comparación con los resultados teóricos es más conveniente obtener vectores de velocidad instantánea. En un flujo dependiente del tiempo, los dos juegos de información son diferentes pero casi coinciden si el tiempo de muestreo para obtener las trayectorias de las partículas es pequeño en comparación con el tiempo característico del flujo. En el flujo que se analiza aquí hay varios tiempos característicos, siendo el más pequeño de ellos el tiempo de formación de la capa límite cerca de la pared calentada, τ . En el caso de un calentamiento con una función escalón este es $\tau = 24$ s. Cuando el calentamiento es gradual, es más difícil dar una estimación del tiempo característico, pero en cualquier caso, puede considerarse un límite inferior. El conjunto de siete imágenes

digitalizadas que se utilizaron para determinar las trayectorias de las partículas se obtuvo en un intervalo más corto que 12 s. Así, se espera que la información obtenida con las trayectorias de las partículas se parece bastante a los campos de velocidad. Se estima que este procedimiento tiene asociado un error de 0.05 mm/s.

La cavidad se llenó con el fluido de trabajo que contenía las partículas suspendidas y se dejó reposar por doce horas a temperatura ambiente (25 °C) antes de que iniciara el experimento. Después se circuló agua a través del compartimento de la pared a temperatura constante durante tres horas. Aunque el agua de enfriamiento estuvo aproximadamente a la temperatura ambiente, se notó que pequeñas diferencias de temperatura generaban un flujo tipo capa límite cerca de la pared a temperatura constante que alteraba la condición inicial de velocidad nula en el comienzo del experimento. Después de tres horas, se alcanzó equilibrio térmico y las pequeñas perturbaciones en el campo de velocidad se disiparon. El experimento fue iniciado al aplicar un potencial eléctrico a las resistencias calefactoras para aplicar la condición de suministro de calor a la pared vertical. La inercia térmica del calefactor y de la pared de cobre generó la anteriormente mencionada condición de frontera dependiente del tiempo.

Todas las distancias están escaladas con la magnitud del tamaño del cubo. El tiempo está escalado con el tiempo característico viscoso igual a H^2/ν , donde ν es la viscosidad cinemática. Con base en los datos de la Tabla I, una unidad de tiempo adimensional (H^2/ν) es igual a 747 s. La velocidad se escala con w/H y la temperatura adimensional es $(T-T_0)/(q_0H/k)$, donde T es la temperatura dimensional y k es la conductividad térmica del fluido de trabajo.

RESULTADOS

Historias de Temperatura

Se muestran las temperaturas del experimento como funciones del tiempo para las posiciones (1.0,0.5), (0.5,0.7) y (0.5,0.25) en las figuras 2 a la 4 respectivamente. La temperatura de la pared mostró tres estados diferenciales. En el primero la temperatura aumentó casi linealmente desde el inicio del flujo hasta aproximadamente $t = 0.54$ (400s). Después de un periodo de transición relativamente largo que duró hasta $t = 0.8$ (600s), la temperatura de la pared aumentó asintóticamente a su valor en estado permanente. En la primera etapa, los fenómenos de calentamiento local dominaron el proceso, incluyendo la formación de las capas límite y de intrusión y la parte inicial del proceso de estratificación de la temperatura. En el estado final, el calentamiento global de la cavidad fue representado por el aumento lento de la temperatura de la pared.

La historia de temperatura de la línea central vertical de la cavidad puede ser analizada a partir de las figuras 3 y 4. Ambas gráficas presentaron inicialmente un valor constante y luego una curva en "S" que aumentó lentamente hasta su valor en estado permanente. Se debe tomar en cuenta que los dos sensores estuvieron ubicados afuera de la capa de intrusión; por ello sus registros evidencian la estratificación de la temperatura en el interior de la cavidad, la cual fue un fenómeno global y por lo tanto tuvo una escala de tiempo grande que abarcó desde el inicio del fenómeno hasta la llegada al estado permanente. El intervalo inicial de temperatura constante fue más largo para el sensor localizado en una posición vertical más alta, $y = 0.7$, ya que el patrón de estratificación progresó de la parte superior de la cavidad hacia abajo. La velocidad del frente térmico fue de aproximadamente 1.7 (0.3 mm/s).

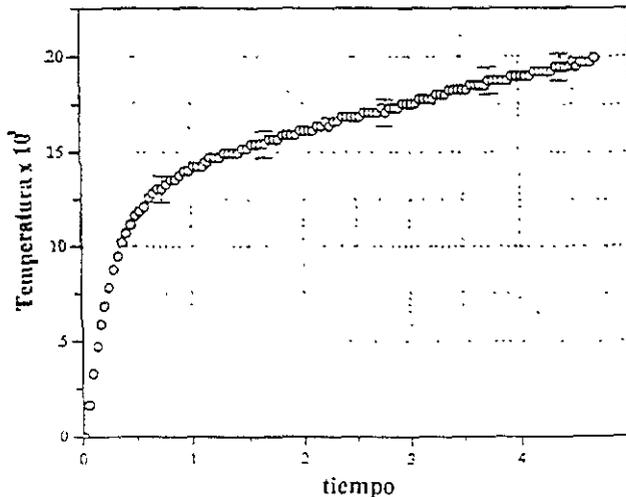


Figura 2. Historias de temperatura en la pared en (1.0, 0.5) en unidades adimensionales

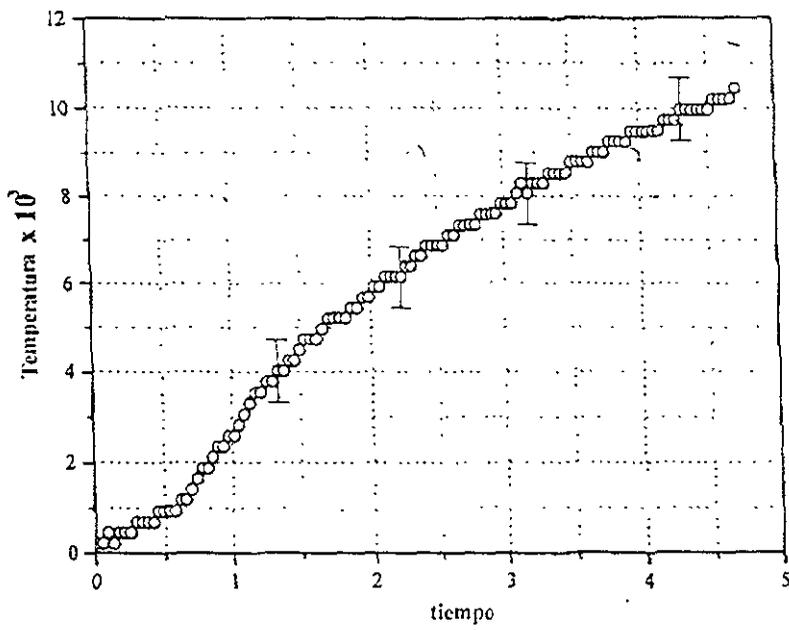


Figura 3. Historias de temperatura en (0.5, 0.7) en unidades adimensionales.

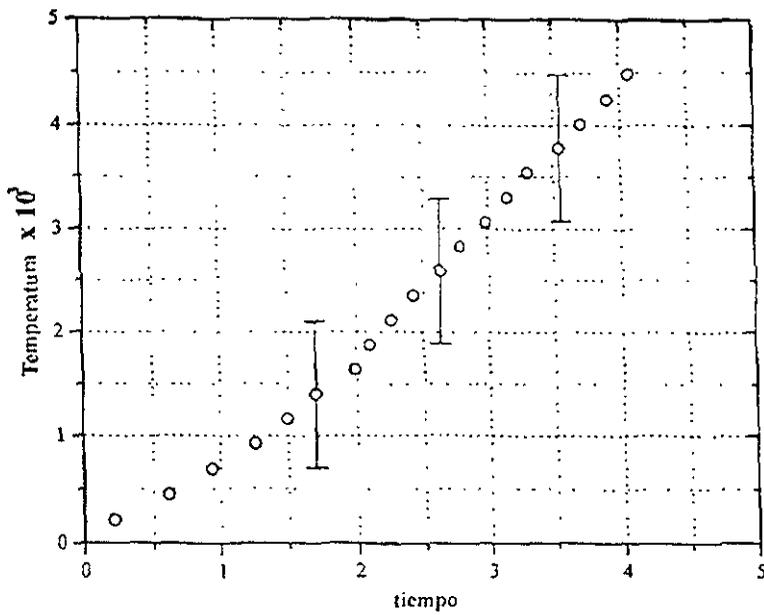


Figura 4. Historias de temperatura en (0.5, 0.225) en unidades adimensionales

Campos de velocidad

La evolución del flujo observado en el experimento se muestra en las figuras 5, 7, 9, 11 y 12. Esta incluye la formación de las siguientes estructuras listadas en orden cronológico aproximado:

- Una capa límite en la región adyacente a la pared caliente
- Un vórtice constituido por la capa límite y una región de arrastre localizada en la parte inferior de la capa límite.
- Una capa de intrusión cerca de la pared superior y un flujo en S en el núcleo.
- Un flujo de una sola celda que llenó la cavidad; estando el centro de rotación de este localizado cerca de la base de la pared caliente.
- Un sistema de dos capas límite cerca de las paredes verticales, dos capas de intrusión cerca de las pared superior e inferior y un núcleo casi inmóvil.

La fig. 5 muestra las trayectorias de las partículas obtenidas para $0.080 < t < 0.096$ ($60 \text{ s} < t < 72 \text{ s}$). Se puede apreciar el movimiento relativamente rápido del fluido en la capa cercana a la pared caliente; las trayectorias en esta región estuvieron contenidas en la capa límite. El rango característico de valores de las velocidades en la capa límite es $1 - 7$ ($0.17 \text{ mm/s} - 1.22 \text{ mm/s}$). El fluido en el resto de la cavidad se mueve con una velocidad mucho menor de cerca de 1 (0.17 mm/s). La estructura vorticial está bien definida y las trayectorias de las partículas cerca de la esquina superior derecha indican que el flujo descargado de la capa límite está interactuando con la pared superior. La región de arrastre cerca de la parte inferior de la capa límite se puede apreciar claramente. En este momento, la estructura vorticial abarca prácticamente toda la cavidad. En la esquina superior derecha el flujo se mueve de manera oblicua hacia abajo con una velocidad de aproximadamente 1.7 (0.3 mm/s). El flujo másico en la capa límite calculado a partir del perfil de velocidad es 0.48 unidades adimensionales ($9.47 \times 10^{-3} \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-2}$).

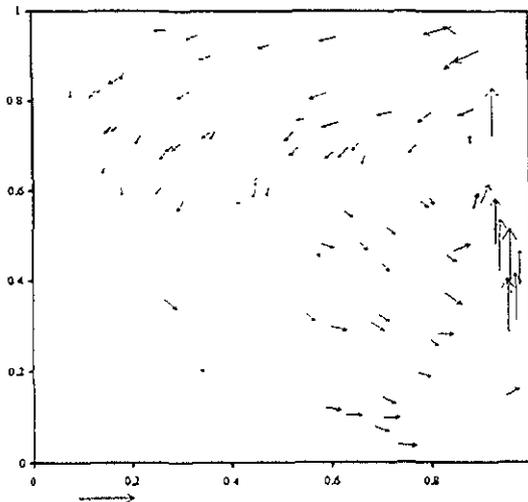


Figura 5. Vectores de velocidad experimentales determinados para el intervalo $0.080 < t < 0.096$ ($60 \text{ s} < t < 72 \text{ s}$). Las colas de las flechas indican la posición inicial de trayectoria. La flecha de referencia representa 5 unidades adimensionales de velocidad (0.85 mm/s).

Para el mismo periodo de tiempo discutido en el párrafo anterior se ha extraído información del campo de velocidades experimentales para estimar el tamaño de la capa límite recién formada. La fig. 6 muestra valores del componente de la velocidad vertical (v) cerca de la pared caliente, extraídos del campo referido, como una función de la coordenada x para seis puntos. Hay una pequeña variación en la coordenada y de los puntos utilizados para dibujar esta gráfica pero no se espera que la velocidad vertical presente grandes diferencias en la dirección y en esta región. Esta observación está basada en los cálculos numéricos (Ver la fig. 13a). Por lo tanto se puede afirmar que los datos de la fig. 6 se parecen al perfil real de velocidades en la capa límite cerca de la pared caliente para $y = 0.43$. Como puede verse en esta figura, la forma de la distribución es característica de una capa límite dinámica con un espesor aproximado de 0.12 (16 mm) y una velocidad máxima de 6.8 (1.18 mm/s).

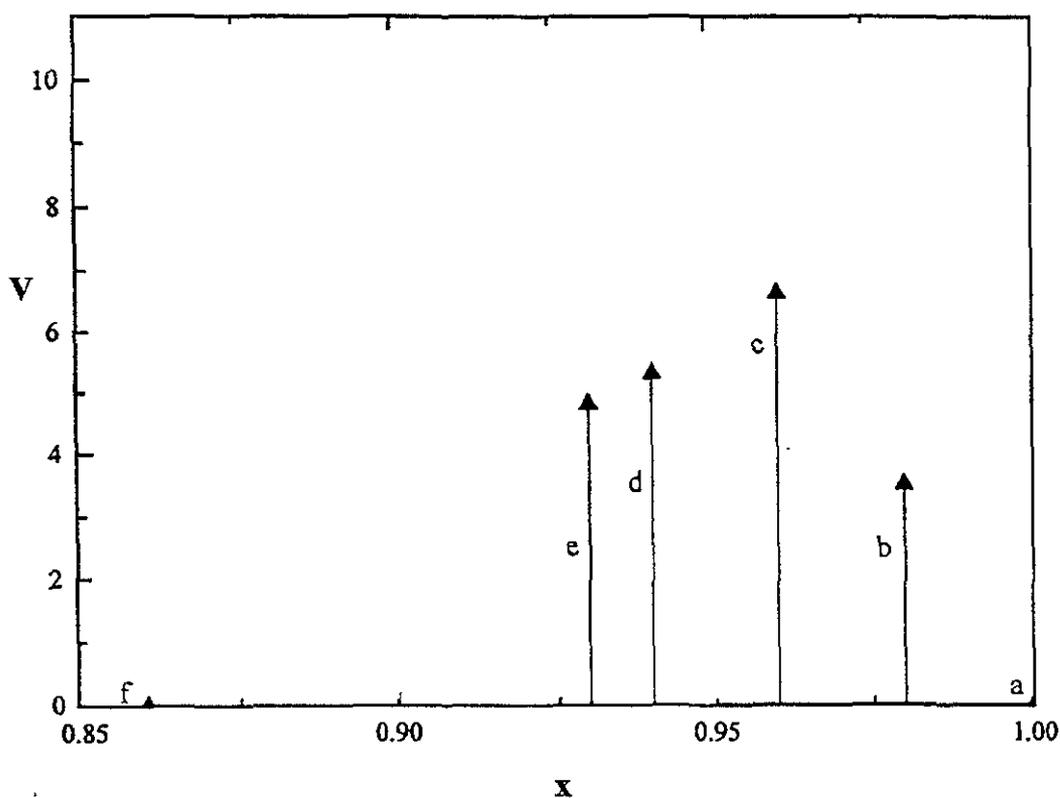


Figura 6. Velocidad vertical cercana a la pared caliente como una función de la coordenada horizontal x en el intervalo $0.80 < t < 0.096$ ($60s < t < 72s$). Las coordenadas espaciales de los puntos son: a) (1.0, 0.4), b) (0.98, 0.39), c) (0.96, 0.37), d) (0.94, 0.42), e) (0.93, 0.48) y f) (0.86, 0.47).

El flujo en $0.116 < t < 0.18$ ($120 s < t < 132 s$) es cualitativamente similar al que acaba de describirse, pero el vórtice está desplazado hacia abajo. Esta característica puede observarse en la fig. 7. Hay una evidencia clara de que el flujo en la esquina superior derecha es oblicuo. Este hace un viraje pronunciado hacia abajo en un ángulo de aproximadamente 30°

respecto de la horizontal. La magnitud de la velocidad observada en esta región es $1.7 < v < 2.9$ ($0.30 \text{ mm/s} < v < 0.50 \text{ mm/s}$). La fig. 8 muestra la velocidad vertical en la región cercana a la pared caliente en cinco posiciones localizadas en el intervalo $0.5 < y < 0.57$. El campo de velocidades es similar al que se muestra en la fig. 6. En la fig. 7 también se observa que la velocidad vertical adentro de la capa límite adyacente a la pared caliente ($x = 0.98$) aumentó, desde un máximo de 4.6 (0.79 mm/s) en la región $y \sim 0.1$ a 9.1 ± 0.8 ($1.58 \pm 0.14 \text{ mm/s}$) en el rango de $0.3 < y < 0.6$. El flujo a $t = 0.16$ exhibió una aceleración general respecto del observado a $t = 0.08$.

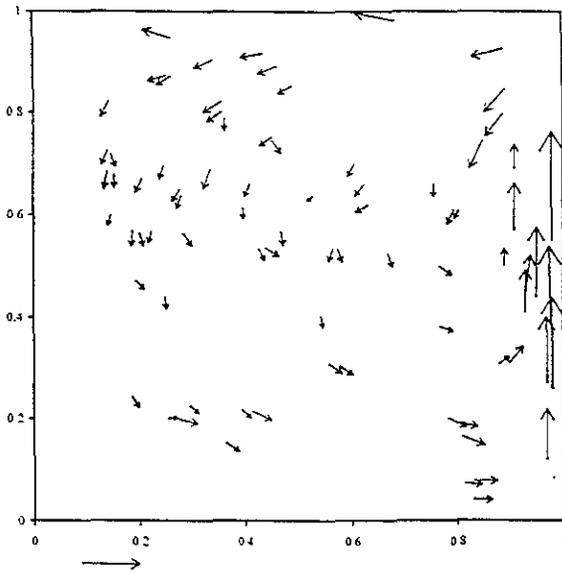


Figura 7. Vectores de velocidad experimentales determinados para el intervalo $0.16 < t < 0.18$ ($120s < t < 132s$). Las colas de las flechas indican la posición inicial de la trayectoria; las cabezas son la posición final. La flecha de referencia representa 5 unidades dimensionales de velocidad (0.85 mm/s).

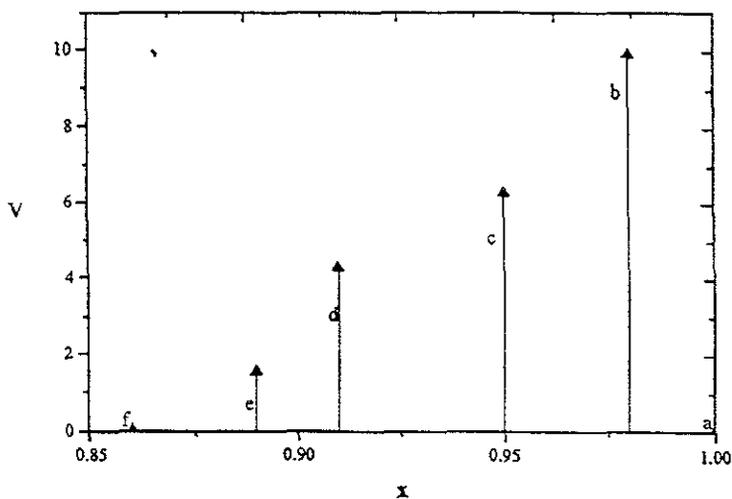


Figura 8. Velocidad vertical determinada experimentalmente cerca de la pared caliente como una función de la coordenada horizontal x durante el intervalo $0.16 < t < 0.18$ ($120s < t < 132s$). Las coordenadas espaciales de los puntos son: a) (1.0, 0.55), b) (0.97, 0.55), c) (0.95, 0.44), d) (0.91, 0.57), e) (0.89, 0.50) y f) (0.86, 0.55).

Las trayectorias de partículas en el experimento para $0.4 < t < 0.42$ ($300s < t < 312s$) se muestran en la fig. 9. La capa de intrusión superior ha completado su formación y presenta velocidades características de 3.4 (0.59) mm/s) y un espesor aproximado de 0.15 (20 mm). La estructura del campo de velocidades en la capa de intrusión se da en la fig. 10. Debido a la presencia de la pared opuesta a temperatura constante una capa de flujo de regreso localizada justo debajo de la capa de intrusión genera un flujo en S con fluido regresando hacia la pared caliente. Este flujo de regreso interactúa con la estructura vorticial y modifica su forma. Cerca de la esquina superior derecha el campo de flujo presenta velocidades de hasta 8.3 (1.4 mm/s). Hay un flujo pequeño hacia abajo cerca de la pared a temperatura constante (vertical opuesta) debido a la circulación global. La velocidad en la región de arrastre de la capa límite de la pared caliente aumenta hasta 2.5 (0.444 mm/s) y la velocidad y espesor de la capa límite alcanzan 11.7 (2.0 mm/s) y 0.8 unidades adimensionales (10.4 mm/s) respectivamente.

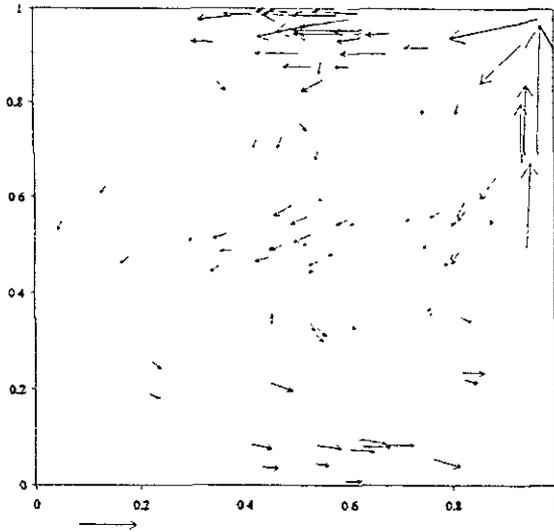


Figura 9. Vectores de velocidad experimentales determinados para el intervalo $0.40 < t < 0.42$ ($300s < t < 312s$). Las colas de las flechas indican la posición inicial de la trayectoria; las cabezas son la posición final. La flecha representa 5 unidades adimensionales de velocidad (0.85 mm/s).

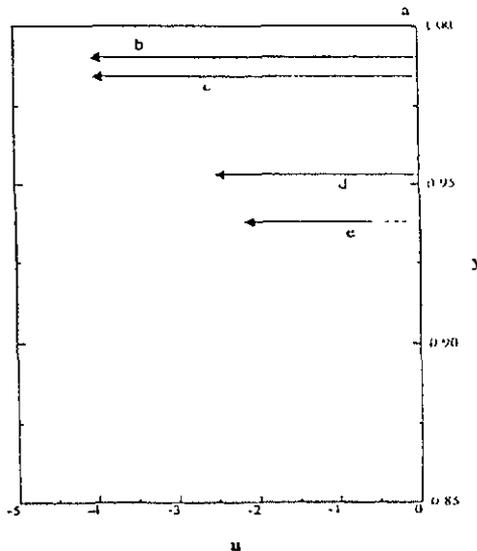


Figura 10. Estructura de velocidad de la capa de intrusión determinada experimentalmente para el intervalo $0.40 < t < 0.42$ ($300s < t < 312s$). Las coordenadas espaciales de los puntos son: a) (0.6, 1.0), b) (0.62, 0.99), c) (0.58, 0.98), d) (0.63, 0.95), e) (0.63, 0.94).

La fig. 11 muestra el campo de velocidades en el intervalo $0.8 < t < 0.82$ ($600 \text{ s} < t < 612 \text{ s}$). Se forma una celda convectiva que rota en sentido antihorario que abarca la mayor parte del volumen de la cavidad. El flujo ascendente está confinado a una región angosta cerca de la pared caliente en la cual las velocidades son de aproximadamente 9.9 (1.7 mm/s), mientras que la región con flujo descendente abarca el resto de la cavidad con una velocidad característica del orden de 1.7 (0.29 mm/s). El centro de rotación de la celda se localiza cerca de la esquina inferior derecha y coincide con el resto de la estructura vorticial.

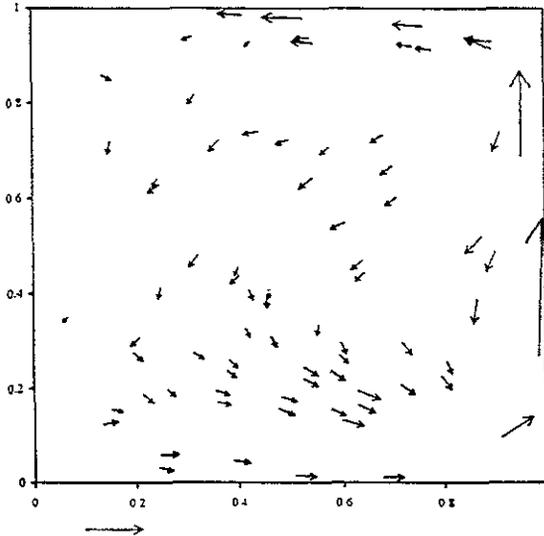


Figura 11. Vectores de velocidad experimentales determinados para el intervalo $0.80 < t < 0.82$ ($600 \text{ s} < t < 612 \text{ s}$). Las colas de las flechas indican la posición inicial de la trayectoria. La flecha de referencia representa 5 unidades adimensionales de velocidad (0.85 mm/s).

La estructura correspondiente a tiempos largos del flujo se muestra en la fig. 12. La información obtenida para el intervalo $8.83 < t < 8.85$ ($6600 \text{ s} < t < 6612 \text{ s}$). Dos capas límite verticales y dos capas de intrusión forman una celda convectiva. La velocidad de la capa límite ascendente es 6.4 (1.11 mm/s). Velocidades típicas en la capa de intrusión son de aproximadamente 2.22 (0.38 mm/s).

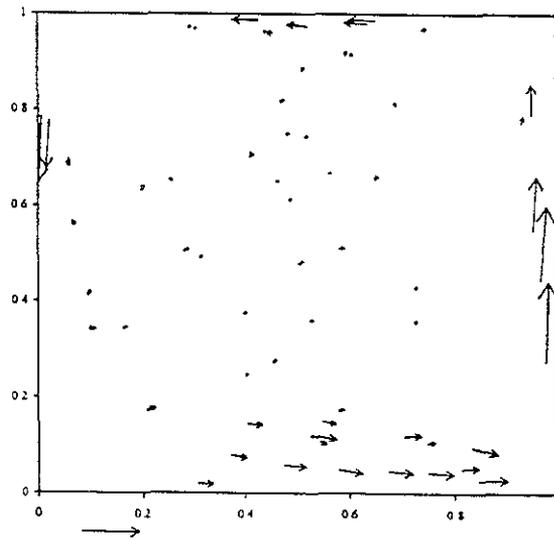


Figura 12. Vectores de velocidad experimentales determinados para el intervalo $8.83 < t < 8.85$ ($6600s < t < 6612s$). Las colas de las flechas indican la posición inicial de la trayectoria. La flecha de referencia representa 5 unidades adimensionales de velocidad (0.85 mm/s).

COMPARACIÓN CON LA INTEGRACIÓN NUMÉRICA

El modelo matemático del problema considera una cavidad bidimensional que corresponde al plano central en z de la fig. 1. El suministro de calor por unidad de área en la pared localizada en $x = 1$ es uniforme en toda el área de la pared y obedece la siguiente función monótonica creciente de tiempo:

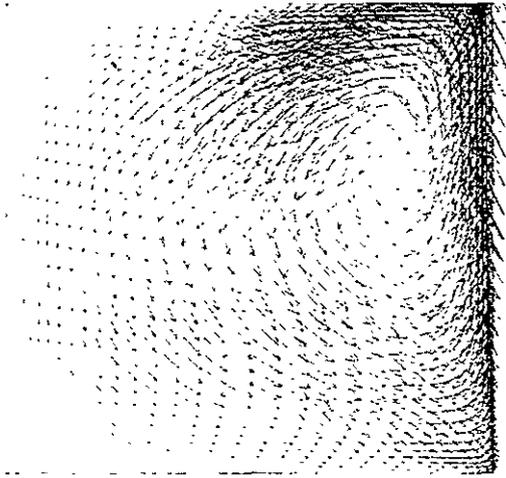
$$q(t) = q_0 \tanh(t/t_0), \quad (1)$$

Donde q_0 y t_0 son valores de referencia. La temperatura de la pared localizada en $x = 0$ se considera constante e igual a la temperatura inicial del fluido de trabajo.

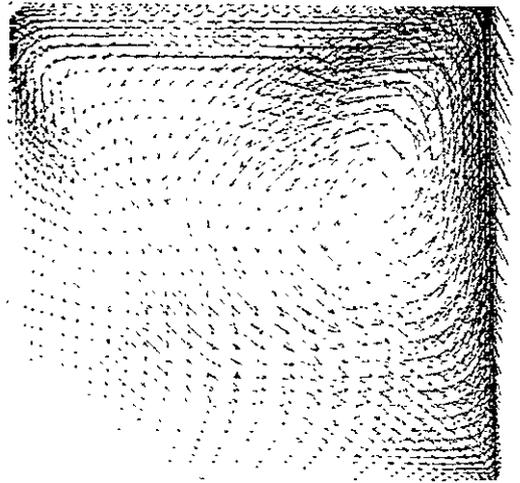
La solución numérica se obtuvo siguiendo el mismo procedimiento que en Poujol, et al (1993) pero con la relación (1) para el suministro de calor. Esta condición se seleccionó porque reproduce de manera cercana la que se encuentra en el experimento. Se puede verificar que valores pequeños de t_0 llevan a una condición de función escalón.

Se encontró que los patrones de flujos observados y calculados para diferentes etapas de desarrollo de flujo fueron cualitativamente coincidentes si el parámetro t_0 en la función de calentamiento $q(t)$ tenía un valor de 0.1 (75s). El comportamiento dinámico obtenido con la integración numérica de las ecuaciones de balance se resume en las figuras 13 (a) a la 13 (d), en las cuales se muestran los campos de velocidad instantáneos para los tiempos $t = 0.08, 0.16, 0.4$ y 0.8 , respectivamente. Las principales características de la secuencia de eventos que se encuentra en las observaciones experimentales y descritas en la sección "campos de velocidad" de este capítulo fueron reproducidas por la integración numérica que se describe arriba; en $t = 0.08$, la capa límite cerca de la pared caliente se ha formado, mientras que en $t = 0.16$ se nota claramente la estructura vorticial. El flujo en S y la capa de intrusión cercanos a la pared superior aparecen en el campo de velocidades mostrado en la fig. 13 (c), la cual fue obtenida para $t = 0.4$. La celda convectiva única que abarca la totalidad de la cavidad se encuentra en la figura correspondiente a $t = 0.8$.

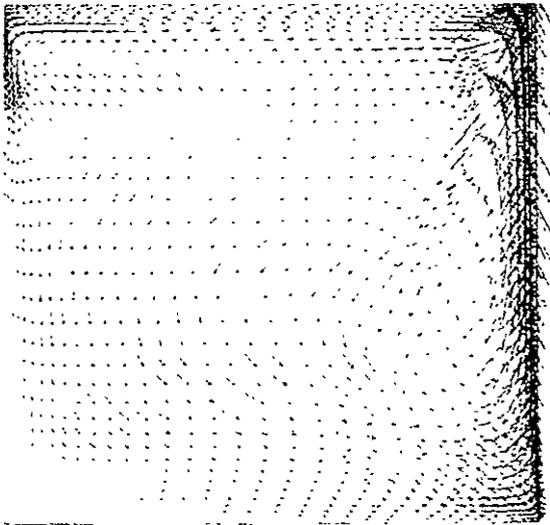
Un valor más alto de t_0 , sin embargo, debió ser usado para que las historias de temperatura de pared calculadas para la posición (1.0, 0.5) coincidieran con los valores experimentales correspondientes. El valor para t_0 que mejor se ajusta a los datos experimentales de temperatura es de 0.4 (300s).



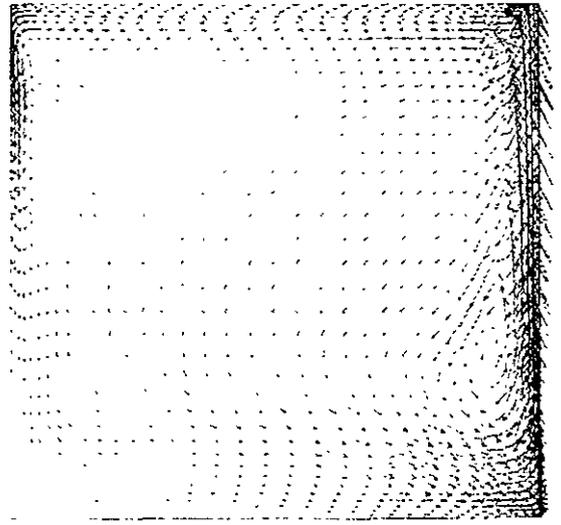
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 13. Campos de velocidad obtenidos por integración numérica de las ecuaciones de balance: (a) $t = 0.080$ (60 s); (b) $t = 0.16$ (120 s); (c) $t = 0.4$ (300 s); (d) $t = 0.8$ (600 s). La flecha representa 5 unidades adimensionales de velocidad (0.87 mm/s).

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El flujo convectivo natural de un fluido con alto número de Prandtl en una cavidad fue observado con una técnica de visualización de flujo mediante seguimiento de partículas. Se encontró que se presenta una compleja secuencia de estructuras de flujo antes de que se llegue a un estado permanente. Es de notar que una estructura vorticial generada por el esfuerzo de corte en la pared caliente, domina la dinámica del movimiento en tiempos tempranos. La interacción de la capa de intrusión con la pared a temperatura constante resulta en la formación de un flujo en forma de S que disminuye en intensidad hasta desaparecer cuando la capa límite descendente completa su formación.

Considerando la clasificación de Patterson e Imberger (1980) para la evolución del flujo hacia el estado permanente, el presente caso con $Pr = 230$ y $Ra = 4 \times 10^9$ ($Ra_{\Delta T} = Ra^{4/5} = 2.8 \times 10^7$) se encontró en el régimen III ($Ra_{\Delta T} < Pr^4 A^{-1}$) sin movimiento de ondas internas. El método de análisis no permitió verificar la ausencia de onda internas.

Como ya se ha indicado, los valores del parámetro de la función de calentamiento que se requieren para obtener acuerdo entre el experimento y la simulación no fueron los mismos para las historias de temperatura y para los patrones de flujo. Esta diferencia puede deberse a uno o a la totalidad de los siguientes factores. Una serie de suposiciones se han hecho que no reflejan de manera exacta el comportamiento del fluido de pruebas en el presente experimento: bidimensionalidad, aproximación de Bousinesq, viscosidad y difusividad térmica constantes, así como pérdidas despreciables en la pared. Sin embargo, la simulación muestra las principales características del flujo observado en el experimento.

TRES

MÉTODO SIMPLIFICADO PARA CALCULAR LA TEMPERATURA PROMEDIO Y LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA CAVIDAD CALENTADA LATERALMENTE.

INTRODUCCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La convección natural transitoria en una cavidad calentada lateralmente ha sido estudiada por un número grande de autores en los últimos años. Patterson e Imberger (1980) encontraron las escalas relevantes del flujo y construyeron una clasificación de los posibles regímenes basados en los valores relativos de los números de Rayleigh y Prandtl. El caso estudiado por Patterson e Imberger comprendió el calentamiento y el enfriamiento al especificar una diferencia de temperatura entre las paredes verticales isotérmicas y ha sido subsecuentemente analizado por otros autores. La convección natural transitoria en una cavidad con flujo de calor especificado no ha recibido mucha atención, aunque Kimura y Bejan (1984) analizaron el flujo en estado estacionario en términos de la teoría de capa límite y encontraron expresiones para el número de Nusselt global. En esta nota, se estudia un problema similar al descrito arriba, pero ahora se considera un flujo de calor constante en la pared vertical y una temperatura constante en la otra.

La geometría y las condiciones del problema que aquí se estudia se muestran en la fig. 14. La altura, ancho y profundidad de la cavidad se denotan con H , L , y W , respectivamente. Aunque el problema formalmente está definido para tres dimensiones, no se consideran efectos de borde en la dirección z . La cavidad contiene un fluido incompresible Newtoniano con viscosidad cinemática ν , difusividad térmica α conductividad térmica k y coeficiente de expansión térmica β . En el tiempo $t = 0$, el fluido que se encuentra en el interior de la cavidad tiene una temperatura T_0 y se aplica un flujo de calor constante e uniforme en la pared vertical localizada en $x = L$. La pared vertical opuesta se mantiene a la temperatura T_0 mientras que todas las otras paredes están aisladas térmicamente. Las ecuaciones que describen los campos de velocidad, presión y temperatura como funciones de la posición son las ecuaciones de balance de masa, energía y cantidad de movimiento. La solución de ese problema ha sido encontrada numéricamente y se describe en otra parte (Poujol, et al., 1993). En lugar de llevar a cabo una descripción detallada, en esta sección de la tesis se presenta un modelo que muestra la transferencia de calor en estado no estacionario con una exactitud razonable. El modelo se basa en el análisis de escalas introducido por Patterson e Imberger (1980), y adaptado para el problema considerado en Poujol, et al. (1993).

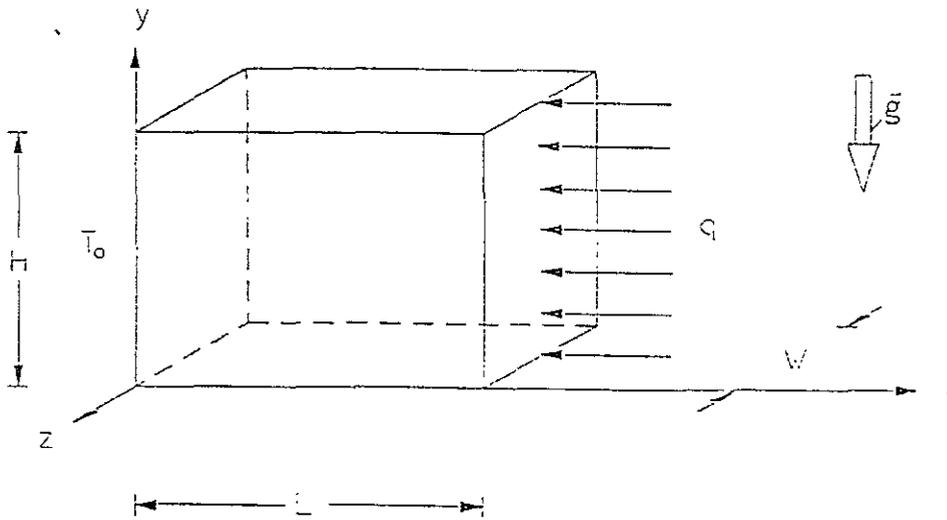


Figura 14. Geometría del problema

ESCALAS DE COMPORTAMIENTO GLOBAL

El análisis se hace considerando fluidos con número de Prandtl (Pr) de orden 200 y número de Rayleigh basado en el flujo de calor (Ra) de orden 4×10^9 , es cual es el caso estudiado por Poujol et al. (1993). El comportamiento térmico de la cavidad en estado no permanente puede ser dividido en tres etapas principales: (a) calentamiento inicial, (b) estratificación parcial, y (c) estratificación total.

Calentamiento inicial

Este estado inicial cubre el intervalo que comprende el inicio del flujo cuando el fluido adyacente a la pared caliente forma una capa límite térmica que descarga fluido caliente hacia la región superior de la cavidad, y el tiempo en que el fluido caliente alcanza la pared a temperatura constante. El incremento promedio de temperatura puede calcularse de acuerdo a la expresión:

$$MC_p \frac{dT}{dt} = qHW, \quad (2)$$

en donde M y C_p son la masa y la capacidad térmica del fluido de trabajo, respectivamente, y q es el suministro de calor por unidad de área. Las capas límite terminan de formarse en un tiempo τ que puede estimarse a partir del análisis de escalas de Patterson e Imberger (1980) como:

$$\tau \sim \frac{H^2}{\alpha} Ra^{-2/5}, \quad (3)$$

Donde Ra es el número de Rayleigh basado en el flujo de calor y se define con la siguiente expresión:

$$Ra = \frac{g\beta q H^3}{\alpha \nu k}. \quad (4)$$

g es la aceleración debida a la gravedad. La velocidad en la capa límite térmica y su espesor son

$$V \sim \frac{\alpha Ra^{-2/5}}{H} \quad (5)$$

y

$$\delta_T \sim \frac{H}{Ra^{1/5}} \quad (6)$$

respectivamente.

La capa límite térmica descarga fluido caliente en la parte superior de la cavidad formando una capa de intrusión. Si $Pr > Ra^{25/2}$ el tiempo que tarda la intrusión en llegar a la pared de temperatura constante es:

$$\tau_v \sim \frac{L^{5/4} H^{3/4}}{\alpha Ra^{-20}} \quad (7)$$

A partir de ese tiempo, el fluido en la cavidad transferirá calor hacia la pared a temperatura constante.

Estratificación Parcial. Balance de Calor en la Parte Superior de la Cavidad.

Una vez que la capa de intrusión ha alcanzado a la pared a temperatura constante, se empieza a formar un patrón de estratificación térmica desde la parte superior de la cavidad hacia abajo. El calor transferido del fluido hacia la pared a temperatura constante es:

$$q_c = h_u H_u W (T_u - T_o) \quad (8)$$

donde T_u y H_u son la temperatura promedio y la longitud vertical de la zona estratificada, respectivamente. h_u es el coeficiente de transferencia de calor. En estas condiciones, el aumento de temperatura está dado por:

$$C_p M \frac{dT}{dt} = qHW - h_u H_u W (T_u - T_o). \quad (9)$$

En términos de T_u la temperatura promedio T puede escribirse como

$$T = \frac{H_u T_u + (H - H_u) T_o}{H}$$

o equivalentemente

$$(T_u - T_o) = \frac{H}{H_u} (T - T_o). \quad (10)$$

Al sustituir la ecuación (10) en la (9), se obtiene la siguiente relación:

$$C_p M \frac{dT}{dt} = qHW - h_u HW (T - T_o). \quad (11)$$

El coeficiente de transferencia de calor para la pared fría se obtiene al igualar el calor transferido por convección ($\sim h_u \Delta T_u$) y el calor transferido por conducción a través de la capa límite térmica adyacente a la pared a temperatura constante ($\sim k \Delta T_u / \delta_{Tc}$):

$$h_u \sim \frac{k}{\delta_{Tc}}. \quad (12)$$

De acuerdo con el análisis de Patterson e Imberger (1980), el espesor de la capa límite adyacente a la pared a temperatura constante es:

$$\delta_{Tc} \sim \frac{H_u}{(Ra_{\Delta T_u})^{1/4}}, \quad (13)$$

donde:

$$Ra_{\Delta T_u} = \frac{g\beta(T_u - T_o)H_u^3}{\alpha\nu}. \quad (14)$$

Sustituyendo la ecuación (13) en la ecuación (12), el coeficiente de transferencia de calor es:

$$h_u \sim \frac{k(Ra_{\Delta T_u})^{1/4}}{H_u}. \quad (15)$$

Usando las ecuaciones (10) y (14), la expresión anterior se convierte en:

$$h_u \sim \frac{k(Ra_{\Delta T_c})^{1/4}}{H_u^{1/2}H^{1/2}}, \quad (16)$$

donde $Ra_{\Delta T_c}$ se define con la siguiente expresión:

$$Ra_{\Delta T_c} = \frac{g\beta(T - T_o)H^3}{\alpha\nu}. \quad (17)$$

Cuando $H_u = H$, la ecuación (16) se convierte en una expresión para el coeficiente de transferencia de calor para una placa vertical con longitud H .

El crecimiento de H_u se debe a dos efectos, al ingreso de fluido caliente proveniente de la capa límite y a la difusión de calor desde la región superior hacia el núcleo. El primero de estos puede estimarse al observar que el volumen de fluido caliente ($\sim H_u LW$) es igual al volumen de fluido que ha pasado a través de la capa límite adyacente a la pared calentada ($\sim W\delta_T Vt$) mientras que el segundo es $\sim (\alpha t)^{1/2}$, esto es,

$$H_u \sim \frac{V\delta_T t}{L} + (\alpha t)^{1/2}. \quad (18)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5) y (6) en la ecuación (18), H_u puede expresarse en términos de Ra como:

$$H_u \sim \frac{\alpha Ra^{1/5} t}{L} + (\alpha t)^{1/2}. \quad (19)$$

Finalmente, usando esta expresión para eliminar H_u de la ecuación (16), se puede obtener el coeficiente de transferencia de calor dependiente del tiempo para la pared a temperatura constante:

$$h_u = C \frac{k(Ra_{\Delta T_c})^{1/4}}{\left(A\alpha Ra^{1/5} t + (H^2 \alpha t)^{1/2}\right)^{1/2}}, \quad (20)$$

donde $A = H/L$ es la razón de aspecto de la cavidad y C es una constante adimensional de orden uno.

Estratificación Total.

Después que ha transcurrido suficiente tiempo, el patrón de estratificación abarca todo el volumen de la cavidad. El tiempo requerido se denota como τ_t y puede estimarse con la ecuación (19) y con la suposición $H_u = H$, esto es,

$$\tau_t \sim \frac{LH}{\alpha Ra^{1/5}}. \quad (21)$$

A partir de entonces, el coeficiente de transferencia de calor es:

$$h_c = C \frac{k(Ra_{\Delta T_c})^{1/4}}{H}. \quad (22)$$

Al sustituir h_c de la ecuación (22) como h_u en el balance de calor (ecuación (11)), se obtiene la siguiente expresión:

$$C_p M \frac{dT}{dt} = qHW - CkWRa_{\Delta T_c}^{1/4} (T - T_o) \quad (23)$$

La temperatura en estado permanente puede calcularse utilizando el balance de calor, haciendo $dT/dt = 0$. La expresión resultante para la temperatura es

$$T_{dT/dt=0} = T_s = T_o + \Delta T, \quad (24a)$$

donde

$$\Delta T = \frac{q^{4/5}}{k^{4/5} \left\{ \frac{g\beta}{H\alpha\nu} \right\}^{1/5}} = T^* Ra^{4/5} \quad (24b)$$

\dot{y}

$$T^* = \frac{\alpha\nu}{g\beta H^3}$$

ΔT denota el incremento de la temperatura promedio. La expresión (24b) fue obtenida también por Kimura y Bejan (1984) como una escala de diferencia de temperatura en su análisis de estado permanente de la convección natural en una cavidad con entrada y salida de calor uniformes desde los lados. Al sustituir la temperatura final T_s en la expresión para el número de Rayleigh basado en la diferencia de temperaturas (ecuación (17)), se puede establecer la siguiente relación entre los números de Rayleigh en estado permanente: $Ra^{4/5} = Ra_{\Delta T_c}$.

DISCUSIÓN Y COMPARACIÓN CON EL MODELO NUMÉRICO

La teoría presentada en las secciones previas será discutida y comparada con los resultados de una integración numérica de las ecuaciones de balance completas presentadas por Poujol et al. (1993).

En términos de las variables adimensionales $T' = (T - T_o)/(T_s - T_o)$ y $t' = (Wk/MC_p)t$, las ecuaciones (2), (11) y (23) son :

I Calentamiento Inicial

$$\frac{dT'}{dt'} = Ra^{1/5} \quad 0 < t' < \frac{1}{A^{1/4} Ra^{7/20}}$$

II Estratificación Parcial

$$\frac{dT'}{dt'} = Ra^{1/5} \left[1 - \frac{T'^{5/4}}{\left(t' Ra^{1/5} + (t'/A)^{1/2} \right)^{1/2}} \right] \quad \frac{1}{A^{1/4} Ra^{7/20}} < t' < \frac{1}{Ra^{1/5}}$$

III Estratificación Total

$$\frac{dT'}{dt'} = Ra^{1/5} (1 - T'^{5/4}) \quad \frac{1}{Ra^{1/5}} < t'$$

La comparación de los resultados del modelo de arriba con los resultados numéricos se hace con base en un ejemplo. Los valores numéricos de los parámetros usados en el ejemplo que se discute más abajo son : $A = 1$, $T^* = 1.01 \times 10^{-7}$ y $Ra = 4 \times 10^9$. En el modelo numérico se supuso un fluido con número de Prandtl de 220; por lo tanto se satisfacen las restricciones $Pr > 1$ requeridas por las ecuaciones (3), (5) y (6) y $Pr > Ra^{25/2}$ requerida por la ecuación (7). Los resultados numéricos fueron obtenidos con el programa PHOENICS, en el cual se utilizó una malla no uniforme de 81×81 volúmenes, la cual fue seleccionada después de llevar a cabo un estudio de independencia de malla. Un mayor refinamiento de la malla de 101×101 volúmenes produjo diferencias menores que uno por ciento en los campos de temperatura. Se puede encontrar una discusión completa de la integración numérica en Poujol, et al (1993). Es interesante notar que debido a la razón de aspecto y al alto valor de número de Rayleigh que se consideran, el efecto difusivo del régimen de estratificación parcial puede ser ignorado y la ecuación de transferencia de calor correspondiente puede ser sustituida por la siguiente expresión más sencilla:

$$\frac{dT'}{dt'} = Ra^{1/5} - \frac{Ra^{1/10} T'^{5/4}}{t'^{1/2}}$$

La temperatura en estado permanente T_s obtenida con el modelo simplificado es $T_s = 2.93 \times 10^8 T^*$. En la discusión que sigue, la temperatura obtenida en el modelo será normalizada con el valor de estado permanente de la temperatura obtenido en el modelo, mientras que la temperatura del cálculo numérico será normalizada con su propio valor de estado permanente.

La fig. 15 muestra la temperatura T' que predice el modelo (obtenida con integración Runge-Kutta) como función de t' , junto con los resultados correspondientes del modelo numérico completo. Como puede verse, esta integración completa y la teoría simple están en acuerdo cualitativo, aunque el resultado obtenido del modelo simple sobrestima la temperatura en cerca de un 7 por ciento en la región de estratificación total. Al sustituir la temperatura en las otras expresiones, se podrían encontrar las otras propiedades del flujo.

CONCLUSIÓN

Se ha presentado un modelo analítico simple que predice la evolución de la temperatura promedio de la cavidad calentada a través de una pared vertical. El modelo se basa en la suposición de que el flujo puede separarse en tres etapas: calentamiento inicial, estratificación parcial y estratificación total. La comparación con los resultados obtenidos con el modelo y otros de una integración numérica completa de las ecuaciones de balance indica que el modelo refleja correctamente la temperatura promedio adimensional en la cavidad durante el estado no permanente del flujo.

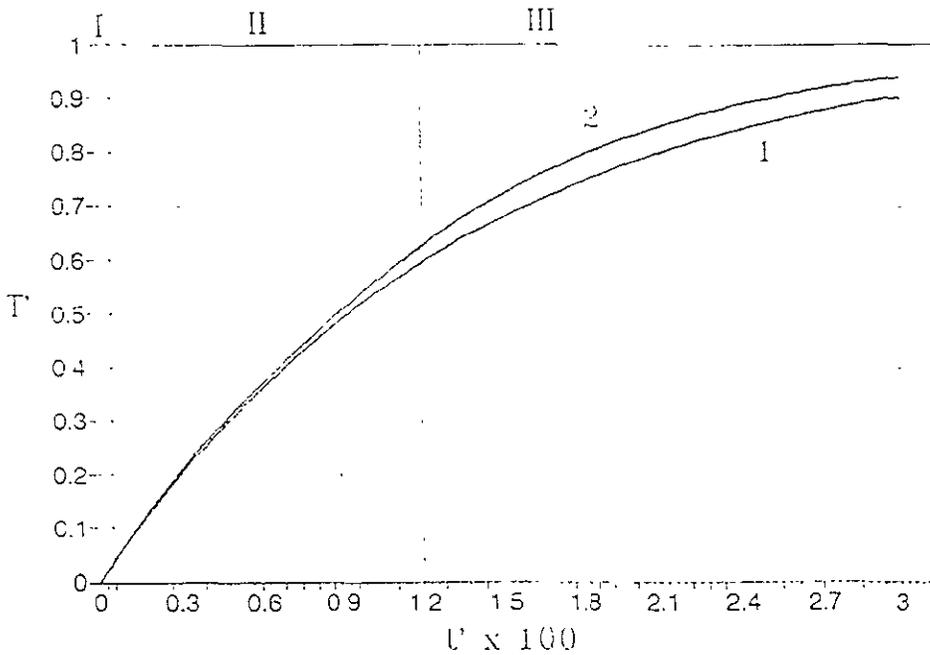


Figura 15. Comparación de los resultados del modelo (2) y de una integración completa de las ecuaciones diferenciales en (Poujol, 1993) (1).

CUATRO

CONVECCIÓN NATURAL EN UNA CAVIDAD TRIANGULAR CON CALENTAMIENTO DEPENDIENTE DEL TIEMPO

INTRODUCCIÓN

El tema de convección natural en cavidades triangulares ha atraído el interés de investigadores interesados en sus aplicaciones a la transferencia de calor en habitaciones de forma triangular, cuerpos de agua de fondo inclinado, y, más recientemente, destiladores solares. Diversas son las modalidades de calentamiento-enfriamiento que se han estudiado. En algunos casos, por ejemplo, se calienta una de las paredes inclinadas y se enfría la otra (fig 16a), manteniendo el fondo aislado térmicamente, pero la mayoría de los estudios considera el calentamiento en la parte inferior y el enfriamiento en las paredes inclinadas (fig 16b). Desde el punto de vista teórico el tema ha suscitado especial interés pues, de acuerdo con Bejan (1984), el flujo resulta de una combinación de efectos propios de cavidades calentadas en sus paredes horizontales (problema de Bénard) y efectos de cavidades calentadas lateralmente. Esta última afirmación subraya la complejidad del fenómeno. No es de extrañar, entonces, que haya habido, a últimas fechas, cierto desacuerdo con relación a cómo se comporta en flujo en diversas geometrías. Resultados para el mismo caso obtenidos por diferentes investigadores han diferido cualitativamente y cuantitativamente (por ejemplo (Poulikakos y Bejan, 1983) y (Salmun,1995a). Así pues, aún queda mucho por aclararse en este campo de investigación.

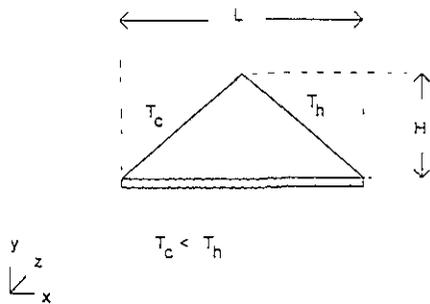


Figura 16a. Cavidad triangular calentada en una pared inclinada y enfriada en la otra.

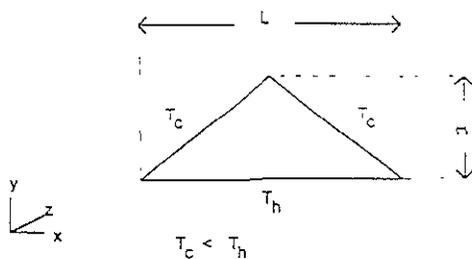


Figura 16b. Cavidad triangular calentada en la parte inferior y enfriada en las paredes superiores

En este campo de estudio se ha considerado que los números de Rayleigh y de Grashoff (Ra y Gr, respectivamente) son significativos para caracterizar los diferentes tipos de flujos que se desarrollan en cavidades triangulares.

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\alpha\nu}, \quad Gr = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu^2},$$

donde la dimensión característica H es la separación entre las paredes inferior y superior.

Los valores críticos de Ra y Gr que permiten predecir si un flujo es laminar, turbulento o de transición no han sido identificados con precisión; sin embargo, Flack (1980) reporta comportamiento turbulento alrededor de $Gr \sim 10^5$. Asimismo, diferentes estudios de estabilidad se han realizado (Salmun, 1995a, 1995b) que permiten identificar los valores de Ra y Gr para los cuales el flujo cambia de carácter, dentro un régimen laminar. Por cierto, vale la pena apuntar aquí que Ra y Gr no son los únicos números adimensionales relevantes, en lo que a predicción de un régimen de flujo se refiere, pues la razón de aspecto (H/L) también juega un papel crítico. Es de esperarse asimismo que, al igual que las cavidades rectangulares, los patrones de flujo también estén influidos por el número de Prandtl, independientemente del valor de los otros números adimensionales mencionados.

Flack y Witt (1979) obtienen los primeros resultados experimentales para cavidades triangulares que contienen aire en las cuales una de las paredes inclinadas se encuentra a mayor temperatura que la otra al tiempo que el piso se mantiene aislado térmicamente. Su estudio lo llevan a cabo con un anemómetro de láser. Con este aparato resuelven el campo de velocidades en estado permanente y observan que el movimiento parece ser importante únicamente en la cercanía de las paredes. El patrón encontrado es el de una celda que consiste en una corriente delgada que corre adyacente a las paredes mientras el fluido en otras zonas de la cavidad permanece en comparación estático. Cabe mencionar que los flujos estudiados por estos autores son caracterizables con valores de 10^4 - 10^6 del número de Grashoff.

Flack, et al (1979) complementan el estudio de Flack y Witt (1979) con la medición interferométrica de los flujos de calor en el interior de la cavidad. Entre las observaciones de estos autores destaca la confirmación de que el flujo cuando existe una diferencia de temperatura entre las paredes inclinadas consiste en una celda y de que ocurre en régimen laminar en el rango de número de Rayleigh estudiado (alrededor de 10^6). Observan asimismo estratificación térmica en el interior de la cavidad. También determinan que entre mayor es el ángulo que distienden las cubiertas mayor es el número de Nusselt.

En un estudio posterior, Flack (1980) aborda experimentalmente el problema de una cavidad triangular que contiene aire. Estudia el caso de la cavidad que es calentada desde las paredes superiores y enfriada en las paredes inferiores y aquel en el que la cavidad es calentada por la pared inferior y enfriada por las paredes superiores. Sus observaciones sobre el primero de los casos indican una transferencia de calor de magnitud similar a la calculada teóricamente cuando se supone la conducción como único medio de transporte de energía entre las paredes fría y caliente. Para el segundo caso, Flack encuentra que el flujo

se vuelve turbulento alrededor de un número de Grashoff de 10^5 . La transición hacia la turbulencia ocurre a valores más bajos del número de Grashoff para los ángulos de inclinación de la cubierta menores. En el caso de flujos de número de Grashoff inferiores a 10^5 , el flujo es laminar y consiste de 4 celdas. Flack encuentra además en este trabajo una relación inversa entre la transferencia de calor (número de Nusselt) y el ángulo de las paredes superiores. Esta relación tiene la forma

$$Nu = C_1 Gr^{C_2}$$

Donde C_1 es función decreciente del ángulo y C_2 tiene un valor constante de 0.3.

Bejan y Poulidakous (1983) abordan un problema similar haciendo mediciones de temperaturas con sensores en una cavidad en forma de triángulo rectángulo con razón de aspecto (H/L) de 0.2 que es calentada en su parte inferior y enfriada en la pared superior y es ocupada en algunos experimentos por agua y en otros por aire. Estos autores reportan para la cavidad llena con agua un patrón de flujo que consiste en la formación de un núcleo isotérmico y capas límite en las paredes, así como un comportamiento turbulento en la zona cercana a las paredes, en la cual visualizan macroestructuras en forma de erupciones. El intervalo de números de Rayleigh analizados para este flujo se extiende de 10^6 hasta 10^9 . Encuentran Bejan y Poulidakous (1983) que existe una relación directa del número de Nusselt con el número de Rayleigh (a mayor número de Rayleigh mayor número de Nusselt), y al compararla con una expresión similar de Flack (1980) para una razón de aspecto diferente sugieren que la dependencia de este último número adimensional con el ángulo es débilmente inversa (a mayor ángulo menor número de Nusselt). Para aire, encuentran la correlación:

$$Nu = 0.345 Ra^{0.3}, (H/L = 0.207, \text{ aire}, 10^6 < Ra < 10^7),$$

que encuentran similar a la de Flack (1980)

$$Nu = 0.225 Ra^{0.3}, (H/L = 0.577, \text{ aire}, 7.5 \times 10^4 < Ra < 2 \times 10^5),$$

En tanto que para agua encuentran

$$Nu = 0.00038 Ra^{0.59}, (H/L = 0.207, \text{ agua}, 2.5 \times 10^8 < Ra < 6.5 \times 10^8)$$

Comentan los autores, que esta última expresión es una mejor aproximación a la transferencia de calor con agua, que la extrapolación de la expresión que obtuvieron para aire para un rango inferior.

Poulidakous y Bejan (1983) atacan teóricamente el problema en un estudio que se extiende hasta números de Grashoff de 10^5 . El estudio consta de un análisis asintótico, un análisis de escalas del régimen transitorio y un análisis numérico del mismo régimen. El estudio asintótico de estos autores considera el caso de la cavidad donde $H/L \rightarrow 0$. Los resultados de este análisis muestran un patrón de flujo consistente de una sola celda en cada uno de los lados del plano de simetría muestran así mismo que cuando $H/L \rightarrow 0$, el mecanismo

predominante de transferencia de calor es la conducción, aunque hay una incipiente contribución convectiva. El análisis de escalas del estado transitorio de estos autores permite definir criterios para la existencia de capas límite en la cavidad triangular (el criterio es $(H/L)^{1/2}Ra^{1/4} > 1$), así como estimar la magnitud de los valores característicos de velocidad y transferencia de calor. Finalmente, la solución numérica del modelo presentado por estos autores permite dilucidar el comportamiento en estado no permanente del flujo para diferentes valores de número de Grashof. Entre sus comentarios a los resultados de ese análisis, destaca la observación de que el flujo se comporta inicialmente de una manera oscilatoria y que cuando llega al estado permanente las oscilaciones del principio han sido amortiguadas por la viscosidad. La transferencia de calor es predominantemente conductiva hasta alcanzar un número de Grashof de 10^5 , para el cual los efectos convectivos dominan en las etapas iniciales del flujo, cediendo, sin embargo, el papel principal a la conducción a medida que se alcanza el estado permanente. Si se considera la variación en el tiempo del número de Nusselt de esos resultados se aprecia que los valores pico del número de Nusselt son mayores conforme aumenta la razón de aspecto, y que dicho pico se alcanza con mayor rapidez. Por último, estos autores encontraron que el número de Nusselt aumenta conforme aumenta el número de Prandtl, para razón de aspecto y número de Grashof fijos.

Los resultados de Poulikakos y Bejan (1983) no pudieron reproducirse en el análisis llevado a cabo por Salmun (1995a). En este último análisis Salmun intenta una solución numérica al problema planteado por Poulikakos y Bejan (1983), siguiendo el mismo método numérico utilizado por aquellos autores. Cabe mencionar que tal esquema se caracteriza por utilizar la discretización en diferencias centrales para las derivadas espaciales, excepto en los términos no lineales, para los cuales utiliza el esquema corriente arriba. Además de ese esquema numérico, Salmun utiliza en ese trabajo otro método basado en diferencias diferenciales centrales para todos los términos, pero con diferente modo de integración en el tiempo, que lleva a cabo con el procedimiento de salto de rana. Salmun determina que el patrón de flujo obtenido por Poulikakos y Bejan (1983) no puede ser mantenido a números de Rayleigh mayores a 4.01×10^3 en cavidades con forma de triángulo rectángulo, con razón de aspecto (H/L) 0.2. En efecto, Salmun encuentra que para números de Rayleigh inferiores a este valor, el patrón de flujo en ese tipo de cavidades es el de una celda, mientras que cuando el número de Grashof excede ese valor crítico la circulación unicelular es remplazada por un número de celdas que crece con el número de Grashof. Estos resultados difieren de los encontrados por Poulikakos y Bejan (1983), de acuerdo a los cuales la circulación unicelular se mantiene cuando el número de Grashof llega a ser incluso de 10^5 , aunque cabe comentar que Poulikakos y Bejan (1983) observaron una zona de estancamiento en la esquina de la cavidad para ese número de Grashof. Adicionalmente, para un número de Rayleigh fijo 10^5 , Salmun (1995a) encuentra que el número de celdas decrece con la razón de aspecto. En particular, para una razón de aspecto de 1, el número de celdas es 1 pero a razones de aspecto ligeramente menores a 1, no es posible mantener la circulación unicelular. Finalmente, otra de las discrepancias entre los resultados de Salmun (1995a) y los de Poulikakos y Bejan (1983) concierne a la variación del número de Nusselt en el flujo en estado no permanente. Salmun (1995a) no alcanza a reproducir el efecto de aumento de la transferencia de calor hasta un valor máximo que posteriormente decae hasta los valores en estado permanente, aunque reporta un comportamiento oscilatorio. Finalmente, observó que la razón de transferencia de calor global no es función del número

de Grashoff y es únicamente una débil función del número de Prandtl. Esto contradice los resultados de Poulikakos y Bejan (1983).

Como una continuación de este estudio de los patrones de flujo en cavidades triangulares, Salmun (1995b) lleva a cabo un análisis de estabilidad de la solución de celda única en estado permanente para números de Prandtl de 0.72 y 7.1. En su análisis aplica una perturbación tipo rollo longitudinal (con eje en la dirección z) al flujo obtenido con la solución asintótica utilizada por Poulikakos y Bejan (1983). Los resultados de dicho estudio indican que la solución asintótica no es estable a estas perturbaciones para números de Rayleigh superiores a 4×10^3 .

Variaciones en la geometría triangular, como por ejemplo, la que se obtiene al truncar las esquinas de lo que sería un triángulo, parecen introducir un esfuerzo de corte adicional que se manifiesta en el flujo, según apuntan Lam, Gami y Simmons (1989).

El desacuerdo entre lo discutido en Poulikakos y Bejan (1983) y lo encontrado por Salmun (1995a) subraya la ausencia de resultados experimentales en la literatura sobre los patrones de flujo en este tipo de cavidades que pudieran resolver la controversia antes descrita. Respecto a los patrones de flujo en tales geometrías sólo se tienen algunos comentarios de Flack (1980), quien observó múltiples celdas y algunas observaciones de Bejan (1983) en torno al comportamiento turbulento de la capa límite. Por otro lado, los perfiles de temperatura encontrados por estos autores en Bejan y Poulikakos (1983) parecieran aportar evidencia en la dirección de que el comportamiento en cavidades triangulares de baja razón de aspecto es el de una circulación unicelular con capas delgadas adyacentes a las paredes y un núcleo isotérmico. Unas conclusiones más definitivas requieren pues de resultados más extensos de visualización de flujo que cubran una gama extensa de números de Rayleigh y razones de aspecto.

En el estudio presente se aborda numéricamente y experimentalmente el problema del flujo que ocurre en una cavidad triangular al calentar la pared inferior partiendo de un estado de reposo y una temperatura uniforme. Se considera que las paredes superiores de esta cavidad permanecen a la temperatura inicial. Este problema pareciera simétrico al abordado en Poulikakos y Bejan en un análisis de escalas (1983). Sin embargo en tanto que en Poulikakos y Bejan (1983) lo que genera el flujo es un enfriamiento en la pared inclinada, en el problema abordado en este estudio el impulso que recibe el fluido proviene del calentamiento en la pared inferior. La secuencia de desarrollo del flujo se espera diferente para este problema, así como las escalas de tiempo de las diferentes estructuras del mismo.

Una característica adicional de este trabajo numérico-experimental es que se considerará calentamiento gradual en el modelo, mientras que la mayoría de otros estudios de los regímenes transitorios en cavidades de forma triangular se especifican calentamiento/enfriamiento de tipo instantáneo. Este tipo de formulación es relevante a mucho casos encontrado en la naturaleza (y en el laboratorio) en los cuales el flujo de calor es más semejante a una cantidad que aumenta de manera gradual.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Este trabajo contiene observaciones de los patrones de flujo desarrollados cuando una cavidad con fondo horizontal y dos paredes superiores inclinadas de manera simétrica que contenía un fluido inicialmente en reposo y a una temperatura uniforme fue calentada por abajo. El experimento se describe en mayor detalle en secciones subsecuentes. Para complementar el estudio, se presenta una geometría ideal y un conjunto de ecuaciones que se supone describen tanto las leyes que gobiernan el fenómeno estudiado como las condiciones en las cuales ocurrió. A partir de este modelo se hará una predicción numérica del movimiento que se comparará con el experimento en secciones subsecuentes.

Una cavidad como la de la fig. 17 se encuentra al inicio a una temperatura uniforme T_0 . Poco después se aplica calor uniformemente en la pared inferior a razón de $q''(t)$ unidades de energía por unidad de tiempo, por unidad de área. La función $q''(t)$ se define

$$q''(t) = q''_0 \tanh(t/t_0) \quad (25)$$

Donde se puede pensar que t_0 es un tiempo característico después del cual $q''(t)$ es de orden de magnitud q''_0 . Aunque el problema es formalmente tridimensional, únicamente se consideran los movimientos en las direcciones x e y del plano $z/W = 0.5$.

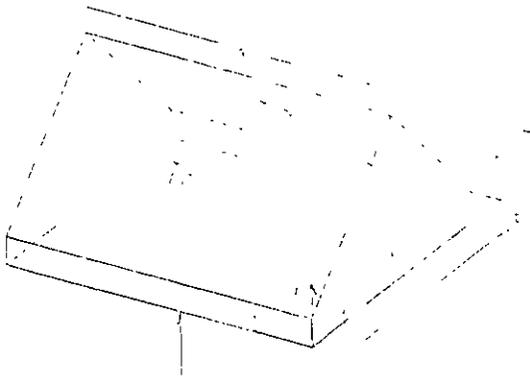


Figura 17. Geometría de la cavidad.

Las paredes superiores inclinadas de la cavidad se mantienen a la temperatura inicial del fluido. Las pequeñas paredes laterales de altura b están aisladas térmicamente. Asimismo, la difusividad térmica, la conductividad térmica y la viscosidad cinemática se suponen constantes.

El conjunto de ecuaciones gobernantes comprende la ecuación de continuidad,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (26)$$

las ecuaciones de cantidad de movimiento para las direcciones horizontal y vertical,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 u, \quad (27)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \nabla^2 v + g\beta(T - T_0), \quad (28)$$

y la ecuación de energía,

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \nabla^2 T. \quad (29)$$

Para expresar las condiciones iniciales y de frontera se hacen las siguientes definiciones:

La coordenada y de los puntos localizados en la frontera superior izquierda $y_1(x)$ del dominio triangular obedece la definición (Fig. 17):

$$y_1(x) := 2(H - b)x / L + b,$$

para toda x en el intervalo

$$0 \leq x \leq L/2$$

Se puede verificar que $y_1(0) = b$ y $y_1(L/2) = H$, lo cual concuerda con la fig. 17

La coordenada y de los puntos localizados en la frontera superior derecha $y_2(x)$ del dominio se puede definir para esta cavidad que tiene el plano de simetría $x = L/2$ como:

$$y_2(x) := y_1(L - x) \quad ,$$

para toda x en el intervalo

$$L/2 \leq x \leq L \quad .$$

Se puede verificar que (fig. 17) $y_2(L/2) = y_1(L/2) = H$ y $y_2(L) = y_1(0) = b$

La región R de los puntos (x, y) en el interior de la cavidad triangular se puede definir

$$R = R_1 \cup R_2$$

donde R_1 es la mitad izquierda de la cavidad:

$$R_1 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq L/2, 0 \leq y \leq y_1(x)\}$$

y R_2 es la mitad derecha:

$$R_2 = \{(x, y) : L/2 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq y_2(x)\}$$

De acuerdo a las definiciones anteriores, la suposición de que la temperatura en el techo de la cavidad es mantenida en T_0 y de que el fluido tiene un comportamiento viscoso, debido al cual toma la velocidad (nula) de las paredes, se expresa

$$T(x, y_1(x), t) = T_0 \quad , \quad u(x, y_1(x), t) = 0 \quad , \quad v(x, y_1(x), t) = 0 \quad , \quad (30)$$

para toda x en el intervalo $0 \leq x \leq L/2$ y para $t \geq 0$.

$$T(x, y_2(x), t) = T_0 \quad , \quad u(x, y_2(x), t) = 0 \quad , \quad v(x, y_2(x), t) = 0 \quad , \quad (31)$$

para toda x en el intervalo $L/2 < x \leq L$ y para $t \geq 0$.

Para las paredes laterales la condición adiabática y la de velocidad nula toman la forma

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, y, t) = 0 \quad , \quad u(0, y, t) = 0 \quad , \quad v(0, y, t) = 0 \quad , \quad (32)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(L, y, t) = 0 \quad , \quad u(L, y, t) = 0 \quad , \quad v(L, y, t) = 0 \quad , \quad (33)$$

para toda y en el intervalo $0 \leq y \leq b$ y para $t \geq 0$.

Para el piso de la cavidad las condiciones de frontera de flujo de calor uniforme pero dependiente del tiempo $q''(t)$ y de velocidad nula se expresan

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, 0, t) = -\frac{q''(t)}{k} \quad , \quad u(x, 0, t) = 0 \quad , \quad v(x, 0, t) = 0 \quad , \quad (34)$$

para toda x en el intervalo $0 \leq x \leq L$ y para $t \geq 0$.

Las condiciones iniciales de reposo y uniformidad en la temperatura en la cavidad toman la forma

$$T(x, y, 0) = T_0, \quad u(x, y, 0) = 0, \quad v(x, y, 0) = 0, \quad (35)$$

para toda (x, y) en R .

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se construyó una cavidad con vidrios de 3 mm de espesor con las dimensiones mostradas en la fig. 18. La forma de la cavidad es la de un prisma con sección de triángulo isósceles con esquinas inferiores truncadas. El truncamiento se llevó a cabo con paredes verticales de 2.2 cm de altura. Para minimizar las variaciones de la temperatura en la pared superior, se hizo circular agua proveniente de un baño mantenido a una temperatura de 26.5 ± 0.4 °C sobre su superficie externa a razón de 0.009 kg/s. La pared inferior de la cavidad consistió en un calentador eléctrico hecho de tiras de resistencia eléctrica de hoja de cobre de 3 mm de ancho espaciadas de manera regular (separación de 1mm) y encapsuladas con una capa de resina de nombre comercial kepton de 0.05 mm de espesor. Para facilitar la visualización, el piso, así como las paredes laterales y superiores, fueron cubiertos con una capa de pintura negra de emisividad aproximada de 0.9. El valor medido de la resistencia eléctrica del calefactor fue de 21.3 Ω . La parte posterior del calefactor se aisló con un espesor de 4 mm de 'pyropel', nombre comercial de un material fibroso resistente al calor, y una capa de 25 mm de poliestireno. La cavidad fue cubierta con un espesor de 5 cm de una manta de fibra de poliéster, excepto por la pared frontal que permaneció sin aislamiento durante un lapso de 40 segundos para registro de imágenes. Las pérdidas de calor por conducción a través de las paredes frontal y trasera estimadas se aproximaron al 5% del suministro de calor.

Alambres de termopar, de 0.2 mm de diámetro, se colocaron en el interior de la cavidad a lo largo de una línea definida por la intersección de los planos $z/W = 0.5$, $x/L = 0.375$. La incertidumbre en la colocación del sensor es de ± 0.2 mm. Otros termopares permitieron la medición de las temperaturas de la pared inferior en dos puntos localizados en la línea de intersección de esta pared (plano $y = 0$) con el plano $z/W = 0.5$. Se registraron las temperaturas cada 5 segundos. De acuerdo a los reportes del fabricante, la precisión de las mediciones para este tipo de termopar es de ± 0.2 °C.

Con la finalidad de generar humo en el interior de la cavidad, se colocó en el interior de ésta un cerillo de cera de 1 mm de diámetro rodeado por un alambre de tungsteno por el que se haría pasar una corriente de 2 A a tiempos determinados. Las partículas de humo se visualizaron al iluminarlas con el haz de un láser de 5 mW reflejado de un espejo oscilante. El haz reflejado barrió la región del plano $z/W = 0.5$ contenida en la cavidad (fig. 18) con una frecuencia de 100 Hz. Las imágenes de los trazadores de humo se grabaron con una cámara de película convencional ($f = 1.2$, exposición de 2 segundos de película ISO 400).

Antes de cada experimento, se hizo circular agua a 26.5 ± 0.4 °C por los conductos en contacto con la superficie externa de las paredes superiores por un tiempo de 3 horas. Las variaciones de temperatura registradas por los termopares no excedieron 0.4 °C. Antes de aplicar calor a la cavidad se generó humo por 2 segundos. Los registros de imágenes se iniciaron a medida que se aplicaba una diferencia de voltaje de 12.3 V a la resistencia eléctrica del fondo. La corriente eléctrica permaneció en 0.55 A. Si se considera el área del calentador (0.074m^2), puede decirse que en esas condiciones el piso puede disipar un flujo estimado de 78 Wm^{-2} a través de la cavidad. Para obtener esta cifra, se resta una pérdida

por conducción a través de la parte posterior del calentador de 10 por ciento y una pérdida del 5 por ciento, por conducción a través de las paredes frontal y posterior de la cavidad.

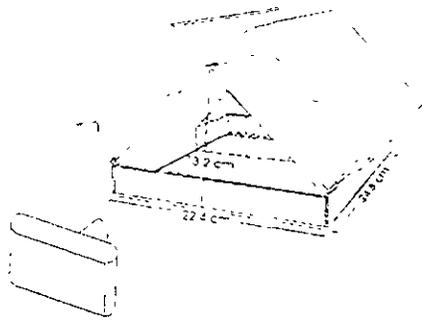


Figura 18. Representación del dispositivo experimental. Las visualizaciones del flujo corresponden al área sombreada.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

La fig. 19 muestra mediciones de temperatura en puntos en la pared de calentamiento y en dos puntos en el interior de la cavidad. Las diferencias de temperatura final entre las paredes superior e inferior producen un número de Rayleigh basado en la altura máxima y en la diferencia de temperatura para este experimento de 2.4×10^6 . Hay una diferencia máxima de 2 grados entre las temperaturas medidas en diferentes sitios de la pared. Así pues, aunque se pretendía que la pared funcionara como una frontera de calentamiento uniforme, se comportó como una pared aproximadamente isotérmica. Las temperaturas aumentan bruscamente al principio, probablemente para permitir el desarrollo de la capa límite y para superar la inercia térmica del calentador eléctrico, pero después de 300 segundos aumentan más gradualmente, hasta que se alcanzan valores constantes, lo cual indicaría flujos de calor iguales a través de las paredes inferior y superiores.

Los registros de temperatura en el interior de la cavidad también muestran un aumento rápido durante los primeros 300 segundos, seguidos por incrementos más graduales. Las fluctuaciones de temperatura alcanzan aproximadamente 5 grados en algunas posiciones (altura media) y su periodo se aproxima al de muestreo (5s), lo cual sugiere una frecuencia de muestreo mayor para resolverlas adecuadamente. Cabe hacer notar que éstas exceden la incertidumbre experimental de 0.2 grados centígrados, lo que indica que se deben al fenómeno, no al sistema de medición.

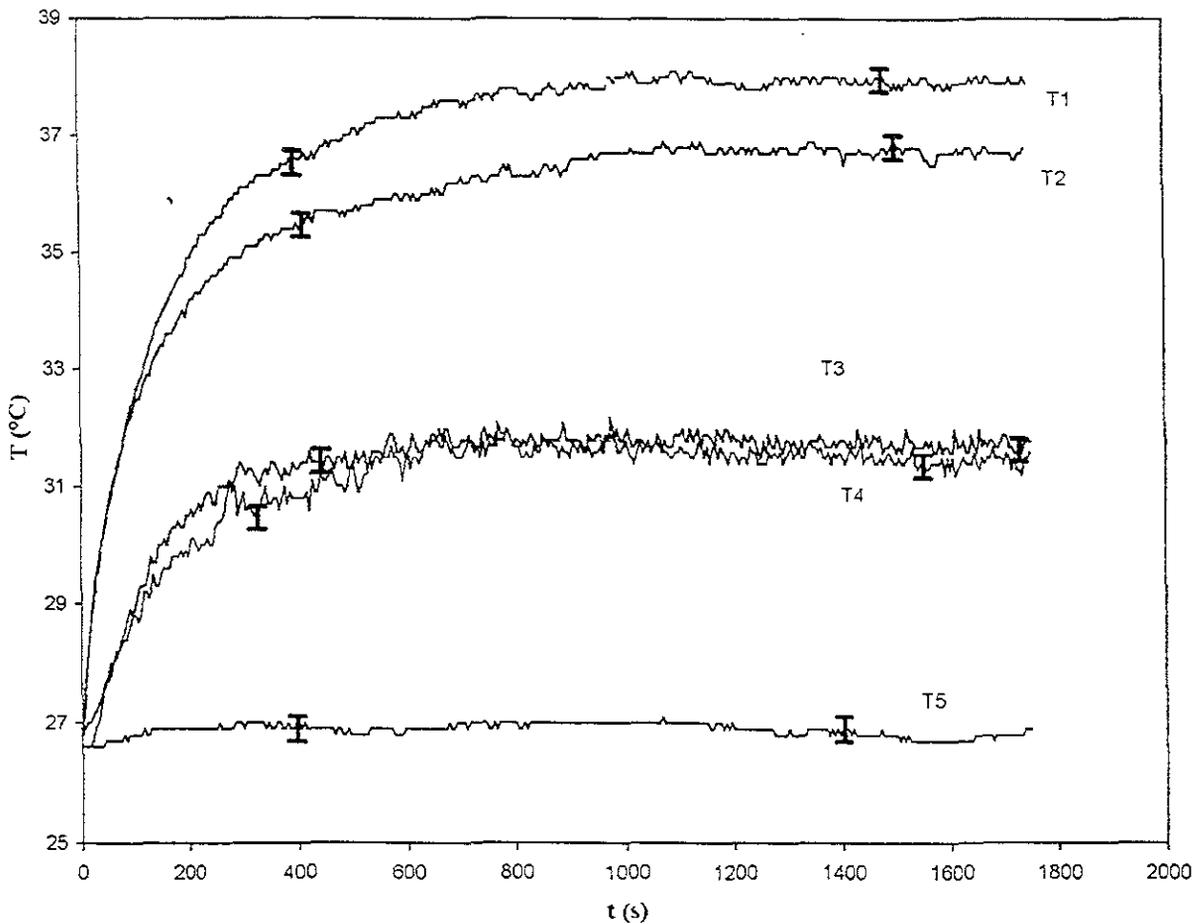


Figura 19. Historias de temperaturas medidas para puntos localizados en $z/W = 0.5$ (plano sombreado en la Fig. 18): T1: $x/L = 0.375$, $y = 0$; T2: $x/L = 0.1652$, $y = 0$ (puntos sobre la pared de calentamiento); T3: $x/L = 0.375$, $y/y_l(x) = 0.28$; T4: $x/L = 0.375$, $y/y_l(x) = 0.77$ (puntos dentro de la cavidad); T5: $x/L = 0.375$, $y/y_l(x) = 1$ (pared a temperatura constante).

Las figs. 20(a) a 20(d) muestran la secuencia de desarrollo de flujo en el experimento, visualizada con humo. Las características iniciales pueden atribuirse más a la perturbación ocasionada al generar humo que a eventos provocados por el calentamiento desde la pared inferior del fluido inicialmente isotérmico. Así pues, puede pensarse con mayor facilidad que el vórtice que aparece en el vértice (fig. 20(a), 5 segundos) de la cavidad cuando el incremento medido de la temperatura en la pared es menos que los 0.2°C de incertidumbre en la medición, es creado por la pequeña fuente de humo. Sin embargo, las estructuras de flujo que aparecen a tiempos más largos en la vecindad de la pared caliente pueden asociarse con el suministro de calor a la pared. La secuencia puede describirse de la manera siguiente:

Dos vórtices que aparecen en las esquinas y dos plumas adyacentes a las orillas de estos vórtices (fig. 20(b), 15 segundos).

Aumento de tamaño de los vórtices de las esquinas y aparición de una pluma (fig. 20(c), 25 segundos)

Pandeo de la pluma al llegar al vértice la cavidad (fig. 20(d), 35 segundos) como preludio de un flujo de dos celdas.

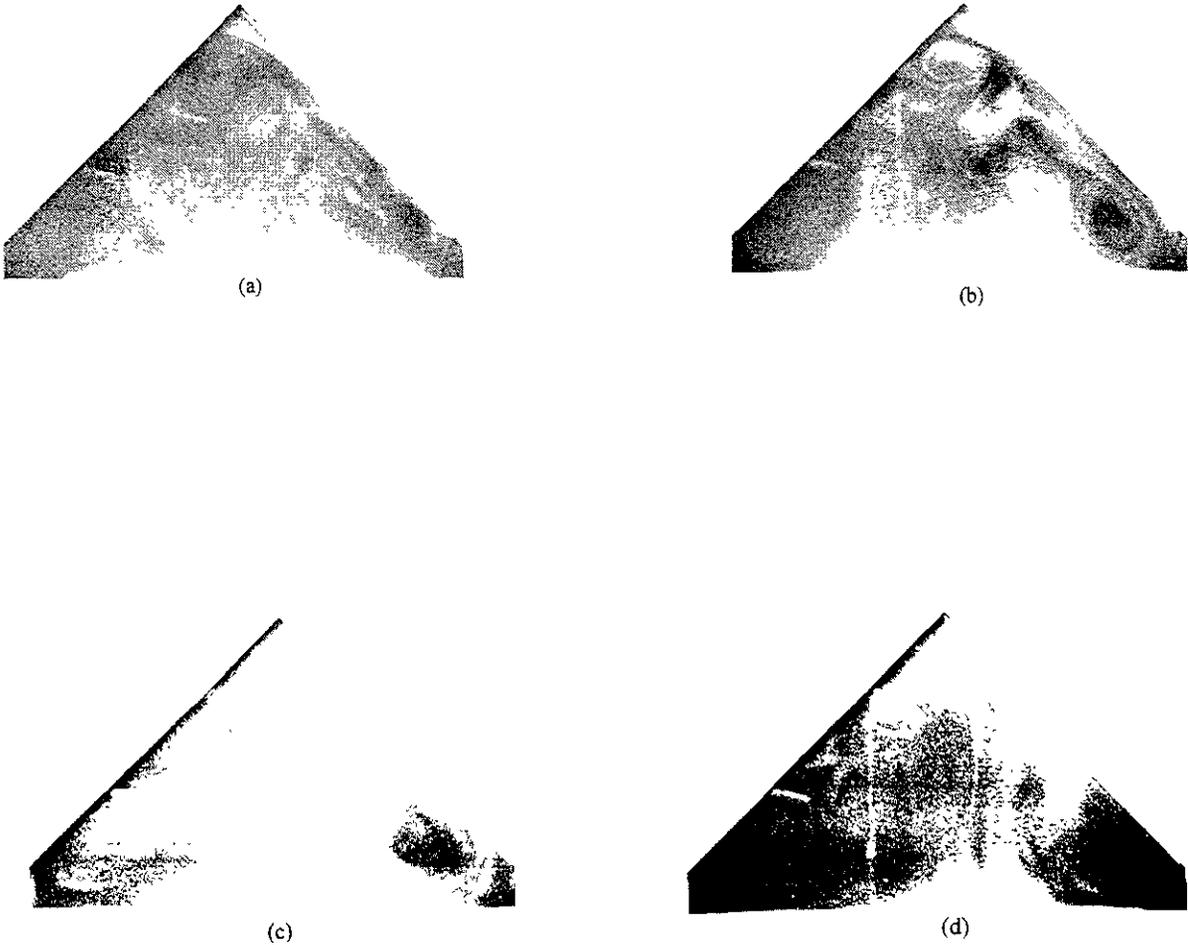


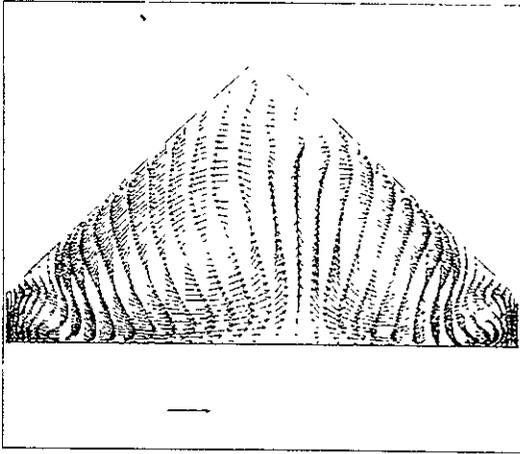
Figura 20. Fotografías con tiempo de exposición de 2 segundos del flujo visualizado con humo. Tiempo (s) después de encender el calentador: (a) $t = 5$, (b) $t = 15$, (c) $t = 25$ y (d) $t = 35$

COMPARACIÓN DE EXPERIMENTO Y TEORÍA

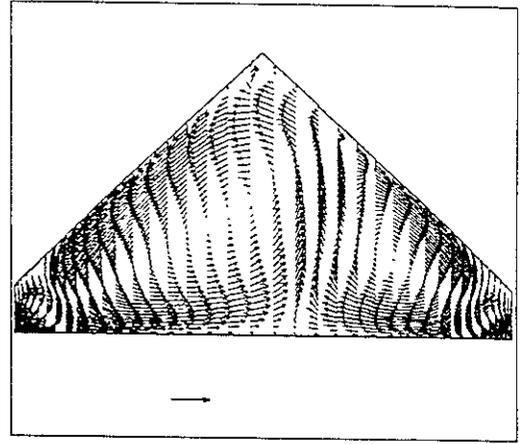
Las ecuaciones gobernantes (ecs. 26-31) fueron resueltas con el código PHOENICS, el cual está basado en un método similar al algoritmo SIMPLE que se discute en Patankar(1980). Se utilizaron las herramientas del código para generar una malla de 42×42 ajustada a la geometría del problema. Se efectuó la integración en el tiempo con un paso de tiempo de 0.1 s. Al parámetro q_0 en la ec. (25) se le dio un valor de 20 Wm^{-2} . Las propiedades del fluido se tomaron como las del aire como gas ideal a 300 K a 1 atm (Mills, 1995).

Hay semejanzas entre los patrones de flujo calculados y los resultados observados. En ambos se alcanza una etapa en la cual el flujo medio en la dirección hacia arriba forma una pluma con la base desplazada del centro, que en el resultado numérico forma parte de un flujo de dos celdas, con una celda más grande que la otra (fig. 21 (a)). A medida que la celda de la izquierda crece, la parte superior de la pluma se dobla ligeramente hacia la izquierda (fig. 21 (b)). Estos patrones se obtienen para $t = 20 \text{ s}$ y $t = 30 \text{ s}$ respectivamente si en la simulación se especifica n valor de 3 s para t_0 en la ec. (25). Debe mencionarse que para obtener acuerdo entre los valores medidos y calculados de la temperatura en la pared t_0 tuvo que tomar un valor de 150 s. Falta verificar si esta diferencia en los valores del parámetro t_0 que se requiere para que las historias calculadas de patrón de flujo y las de la temperatura en la pared concuerden con los resultados observados puede ser relacionada con las suposiciones de propiedades constantes hechas en el modelo.

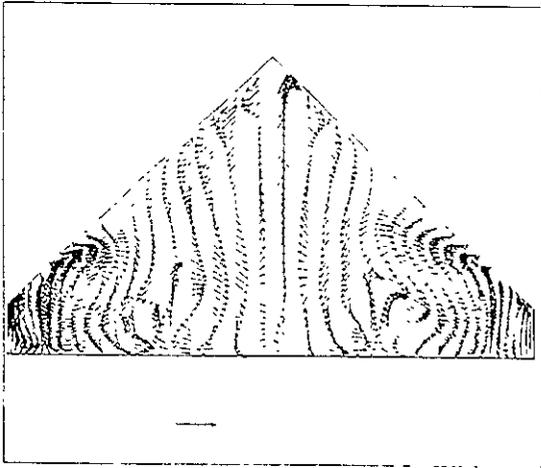
La historia de patrones de flujo en la simulación anterior a esas etapas difiere en parte del experimento. En particular, mientras en el experimento la evolución puede resumirse como básicamente un crecimiento de las celdas de las esquinas, la simulación muestra un fenómeno algo más complejo. Por ejemplo, en tiempos previos a los mostrados, el flujo calculado muestra una pluma de corta duración que da lugar a corrientes descendentes (fig. 21(c)). Para etapas posteriores, la simulación muestra un patrón en el cual nuevas plumas producen vórtices de mayor fuerza que arrastran fluido de otras estructuras (fig. 21(d)). La diferencia en el comportamiento entre el cálculo y el experimento en los primeros instantes del arranque podría deberse a perturbaciones causadas al introducir humo en la celda de pruebas.



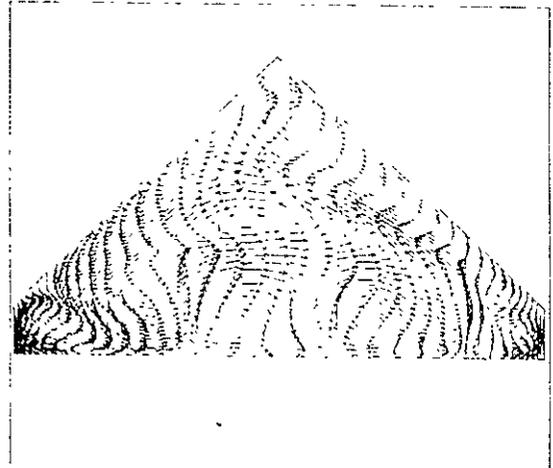
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 21. Campos de velocidad calculados. El tiempo (s) y los vectores de velocidad de referencia (m/s): (a) $t = 20$, $v = 0.0811$; (b) $t = 30$, $v = 0.0913$; (c) $t = 10$, $v = 0.0644$; (d) $t = 15$, $v = 0.0552$

CONCLUSIONES

Este trabajo considera la evolución de patrones de flujo que se presentan cuando la pared inferior de una cavidad, con parte superior triangular de dos pendientes (y razón de altura máxima a media longitud de uno), que contiene aire, es calentada con una intensidad que es una función creciente y continua del tiempo que tiende a un valor de manera asintótica. Las observaciones del estudio permiten discernir un flujo que se inicia con movimientos celulares cercanos a las paredes y que posteriormente presenta una pluma térmica que se forma próxima al centro. Se aprecia que esto es seguido por el crecimiento de las celdas y el pandeo de la pluma a medida que el flujo parece evolucionar hacia un flujo bi-celular.

La estructura básica de la secuencia de patrones de flujo en el arranque es representada apropiadamente por un modelo numérico bidimensional laminar. Esto es digno de notar, sobre todo si se consideran las fluctuaciones de las mediciones de temperatura (fig. 19), las cuales sugerirían un flujo altamente inestable. Pese a ello, si bien algunas de las características finas del flujo observado son ligeramente diferentes al reproducirse numéricamente, las tendencias principales están bien reproducidas. Así, los modelos numéricos laminares pueden en principio ser usados para explorar este tipo de fenómenos, así como su sensibilidad a la geometría, a la temperatura y a las propiedades del fluido

CONCLUSIÓN FINAL

SEMEJANZAS Y DIFERENCIAS ENTRE LAS CAVIDADES TRIANGULARES Y LAS RECTANGULARES CALENTADAS LATERALMENTE

Se ha estudiado el desarrollo del flujo en una cavidad a partir de un estado de reposo y de uniformidad en la temperatura cuando una de las paredes de la cavidad aumenta gradualmente de temperatura al tiempo que otra permanece a temperatura constante. Las cavidades estudiadas han sido de geometría rectangular y triangular.

A continuación se discute como se ha manifestado el flujo en los dos tipos de cavidades ante diversos factores que tienen influencia potencial sobre su comportamiento.

Concurrentemente y también a manera de recapitulación se señalan posibles direcciones que podría tomar la investigación en este tema.

Alineación de la pared caliente con relación a la aceleración de la gravedad:

Como se ha mencionado antes, en los estados iniciales de desarrollo del flujo el problema de la cavidad rectangular es en cierta forma un problema de pared vertical, mientras que el problema de la cavidad triangular estudiada es también en cierta medida un problema de pared horizontal. De acuerdo a Bejan (1993), el flujo cercano a una pared vertical a diferencia del que se desarrolla cercano a una pared horizontal no requiere para establecerse que el nivel energético del fluido sea suficiente para vencer los efectos viscosos que se oponen al movimiento del fluido. De manera que desde el inicio del calentamiento se desarrolla en la proximidad de una pared vertical una corriente de fluido o capa límite paralela a la pared. Los resultados observados en la cavidad rectangular además indican la presencia de estructuras vorticosas que pueden en principio asociarse con esfuerzos de corte en la orilla externa (adyacente al núcleo de la cavidad) de la capa límite, aunque su dinámica ulterior deberá ser influenciada por la geometría de la cavidad.

En contraste, el calentamiento de la cavidad triangular estudiada produce inicialmente una capa de conducción similar a la de una pared horizontal en contacto con un medio infinito que luego es sustituida por un arreglo de plumas (emanaciones verticales perdurables o de larga duración) y capas límite (Theerthan, 1998). Otras estructuras también por esperarse, si se toma hasta sus últimas consecuencias esta comparación con el flujo cercano a una pared horizontal, son termales (erupciones en la forma de corrientes ascendentes de corta duración), las cuales si bien no se apreciaron en los experimentos si aparecen en la simulación. Es de esperarse en estados iniciales de desarrollo también la presencia de estructuras vorticosas producidas por esfuerzo de corte en la capa límite.

Razón de Aspecto

En tiempos largos en el desarrollo del flujo se espera encontrar influencia de la geometría de la cavidad. Usualmente parte de la caracterización de la geometría se hace con la razón de aspecto. En los problemas estudiados en esta tesis esta se define como la longitud característica paralela a la aceleración de la gravedad entre la longitud transversal. En el caso de la cavidad rectangular la razón de aspecto definirá en parte la naturaleza de la transferencia de calor en estado permanente en la cavidad, de acuerdo a la clasificación de Patterson e Imberger. Sin embargo el flujo en estado no permanente también evidencia influencia de la geometría: considérese el flujo en S al llegar la capa de instrusión que se forma en la pared rectangular la pared opuesta, el cual a su vez afecta forma y trayectoria de las estructuras vorticosas asociadas a la pared, y posiblemente otras: no se ha examinado la pertinencia del parámetro razón de aspecto en la discusión en torno al origen del supuesto salto hidráulico en el flujo saliente de las capas límite.

En el caso de la cavidad triangular el patrón final establece en alguna medida, una relación de poder entre la pared inclinada y la horizontal. Con la inclinación suficiente el flujo en la cavidad es el de una celda rectangular: un circuito con un solo bucle por pared lateral, la cual en este caso está inclinada. Sin embargo, una débil inclinación permite que el flujo se parezca más al cercano a una pared horizontal o a una celda de Bénard, con arreglos multicelulares (Véase p. ej Salmun (1995) y Bejan, (1983)). En realidad el asunto es un poco más complejo pues también interviene el número de Rayleigh para definir de manera clara la frontera entre el flujo celular y el multicelular, de acuerdo a Salmun(1995). En este estudio no se exploró la influencia de la razón de aspecto en la dinámica del desarrollo del flujo pero, al igual que en el caso de las cavidades triangulares, se espera que la influencia de las otras paredes de la cavidad se evidencie en el comportamiento de estructuras que ocurren en estados intermedios del flujo, como, por ejemplo en el pandeo de la pluma al llegar a la pared opuesta.

Número de Rayleigh

Este parámetro está relacionado con la energía mecánica impresa al flujo, modulada por los efectos difusivos. En su definición interviene también una distancia característica, que en el caso de las cavidades rectangulares es paralela a la pared de calentamiento, mientras que en el caso de las cavidades triangulares es transversal a ésta. Se puede pensar que el número de Rayleigh en el caso de las cavidades rectangulares calentadas por abajo tiene peso sobre el flujo a través de su influencia en los atributos de la capa límite, que tiene por distancia característica la extensión de la pared caliente. Ya se mencionó que en el caso de las cavidades triangulares se requiere un flujo de un solo circuito para que el número de Rayleigh definido con una distancia característica vertical se asocie directamente con la capa límite de las paredes inclinadas (y por conservación de masa, con las otras corrientes que completan el circuito), de otra manera su ruta de influencia sería diferente a la de las cavidades rectangulares.

En este estudio no se ha explorado la influencia del número de Rayleigh ya que solo se ha trabajado con un flujo en cavidad triangular y otro en cavidad rectangular. Sin embargo,

con base en la discusión anterior se puede esperar influencia de este parámetro en la secuencia de los patrones de flujo observados al variarlo, ya que en el caso de las cavidades rectangulares la dinámica de flujo se haya ligada a la de la capa límite. En el caso de cavidades triangulares la conexión no es tan clara con la capa límite pero también se espera una influencia de este parámetro por esta vía en flujos secundarios asociados a las capas límite.

Número de Prandtl

En esta tesis no se reporta una exploración del efecto de este parámetro en las características de la secuencia de patrones de flujo de los problemas estudiados. Sin embargo algunos resultados (Vargas, 1990) indican en cavidades rectangulares diferencias cualitativas en las secuencias de patrones de flujo si se varía el número de Prandtl. En particular en (Vargas, 1992) se observan vórtices adyacentes a la capa de intrusión para un mismo número de Rayleigh que en el caso estudiado pero para un diferente número de Prandtl.

No se tiene noticia en la literatura del comportamiento del flujo en condiciones similares a las de este estudio para otro número de Prandtl en el caso de cavidades triangulares, sin embargo se espera que el patrón dependiente del tiempo sienta la influencia de este parámetro ya que afectaría las características de los esfuerzos cortantes en las corrientes adyacentes a las paredes y a la pluma.

Velocidad de Calentamiento

En resultados numéricos no reportados (Ver Anexo 1) se ha apreciado la influencia de variar la velocidad de calentamiento en los patrones de flujo desarrollados. En el caso de las cavidades rectangulares no se apreció una diferencia cualitativa de la secuencia al variar la velocidad de calentamiento, aunque varió la velocidad de desarrollo del flujo. Sin embargo, en el caso de las cavidades triangulares si ocurrió un cambio cualitativo en la secuencia al aumentar la velocidad de calentamiento más allá de un valor crítico (equivalente a reducir el tiempo característico a menos de 2 s). Falta verificar si este resultado no se debe a un efecto de malla. Sin embargo, este es un parámetro que parece digno de exploración en relación con su influencia en el tipo de patrones de flujo en cavidades triangulares y rectangulares.

Heterogeneidad de temperatura en las paredes y otros parámetros

Este es otro factor que merece mayor exploración que la hasta ahora hecha en la literatura, ya que es más común en condiciones reales que la idealizada uniformidad de temperatura en las paredes inclinadas de una cavidad triangular. Este fenómeno se presenta por ejemplo en destiladores solares de doble pendiente. Estos pueden considerarse como una cavidad triangular con sección transversal en forma de triángulo isósceles en los que el piso se calienta al recibir radiación en tanto que el techo de dos aguas se enfría mediante la circulación natural externa. Con frecuencia la orientación de estos destiladores permite que una de las pendientes del techo esté más caliente que la otra. Flack ha examinado el flujo en cavidades con paredes inclinadas a diferente temperatura y piso adiabático, encontrando

que el flujo consistía en un solo circuito de corrientes pegadas a las paredes. Información de interés podría obtenerse de un estudio en que la pared a mayor temperatura fuera la inferior y las paredes inclinadas difirieran entre sí ligeramente de temperatura. Este tipo de estudio podría permitir explorar la estabilidad del flujo simétrico de dos celdas. De hecho podría haber varias posibilidades de patrones de flujo en función de la diferencia de temperaturas entre las paredes inclinadas y la inferior de las cuales el flujo simétrico de dos celdas y el unicelular serían casos límite.

Regresando al caso de destiladores solares, cabe mencionar que Salgado(1996) sugiere en un trabajo en donde evalúa la transferencia de energía a dos niveles diferentes de la cubierta inclinada que el flujo de calor es uniforme en las paredes inclinadas, de tal manera que una condición de frontera de flujo de calor uniforme en estas (esto es, no necesariamente de temperatura homogénea) puede ser más representativa de situaciones reales.

En suma, la heterogeneidad de temperatura, ya sea en la forma de una diferencia de temperatura entre dos paredes inclinadas a temperatura homogénea, o como una variación espacial de la temperatura a lo largo de las paredes inclinadas (asociada o no a una condición de frontera de flujo de calor uniforme) puede resultar en diferentes patrones de flujo. La exploración de estas variaciones permitiría determinar valores críticos de ese parámetro asociados a alguna inestabilidad así como detectar la presencia de soluciones múltiples. Por ejemplo, si un tipo de patrón de flujo que se presenta con cierta variación espacial de temperatura persiste al regresar a condiciones de homogeneidad se estaría hablando de soluciones (patrones de flujo) múltiples (posibles) para una sola especificación de condiciones.

COLOFÓN

En este estudio se examinaron dos flujos en cavidades. El enfoque del mismo recayó en la secuencia de patrones de flujo del estado de reposo hasta un estado final. A partir de las mediciones de temperatura en la pared de calentamiento se advirtió que estos flujos se pueden modelar suponiendo una función de calentamiento dependiente del tiempo que de alguna manera simule efectos de inercia térmica en el dispositivo calefactor. Los parámetros de esta función se ajustaron a manera de empatar la secuencia de patrones de flujo con la observada. Una estrategia alterna de simulación es empatar las historias de temperatura medida con las calculadas, mediante la manipulación de estos parámetros pero como se vio en este estudio esta no necesariamente reproduce en el cálculo la secuencia de patrones de flujo observados. Esta disparidad puede relacionarse quizás con efectos no incorporados en la simulación al restringir las propiedades del fluido a valores constantes. De cualquier manera la semejanza es suficiente como para considerar seriamente el modelo como herramienta exploratoria del comportamiento del flujo al variar diferentes parámetros y en última instancia un estudio de sensibilidad puede arrojar luz sobre un modelo más apegado a las observaciones experimentales. Antes de hacer propuestas concretas sobre las características de dicho estudio conviene resaltar algunos aspectos de los resultados encontrados en este estudio doble que conformarían parte importante de la contribución de este trabajo.

El estudio reproduce características del comportamiento a gran escala tanto en las cavidades rectangulares como en las cavidades triangulares. El término "gran escala" está usado aquí con liberalidad y puede relacionarse con la idea de que el flujo estudiado se supone describible en términos de estructuras que pueden asociarse a un tiempo y localización relativa determinados. Se hace esta aclaración puesto que la frontera de la investigación en el estudio de los flujos bordea la descripción de fenómenos que son preludio a un comportamiento caótico, el cual requiere de otro tipo de caracterización, pero como se ha comentado antes, estas estructuras de "gran escala", como capas límite o pluma, también llamadas estructuras coherentes, persisten aún en estos flujos (Theertan).

Los flujos estudiados se encuentran en la región laminar, (o muy cerca de ella, en el caso del flujo en la cavidad triangular) de sus respectivos espacios Número de Rayleigh-Número de Prandtl, lo que permite no sólo la identificación de estructuras "clásicas" como plumas y capas límite sino también la descripción de la secuencia del flujo antes de llegar a esa configuración final de pluma-capa límite (cavidad triangular) o capa de intrusión capa-límite (cavidad rectangular). Las variaciones de esta secuencia en respuesta a diferentes parámetros pueden proporcionar información útil para analizar flujos más complejos.

La secuencia de patrones de flujo en la cavidad rectangular mostró como estructuras descriptibles un vórtice adyacente a la capa límite, el cual descendía y finalmente desaparecía al pie de la capa límite de la pared de calentamiento y una capa de intrusión que en el inicio tras de tocar la pared opuesta en lugar de descender verticalmente lo hacía regresando hacia el núcleo de la cavidad dando lugar a flujos en "s". En la cavidad triangular estructuras pasajeras en la secuencia de flujo fueron celdas en las esquinas, plumas y termales de corta duración que fueron finalmente sustituidos por una sola pluma (removida del centro) y dos celdas principales.

En el caso de la cavidad triangular el estado no permanente es relativamente corto y su importancia por el momento es principalmente teórica, pero en el caso de la cavidad rectangular el desarrollo del flujo es más lento y el conocimiento de sus particularidades (desarrollo gradual de la capa límite en la pared a temperatura constante y escalas del flujo másico en la capa límite) puede ser ventajoso en un modelo de transferencia de calor dependiente del tiempo en parámetros concentrados, como se muestra en el capítulo 3.

Se ha discutido sobre la influencia de diferentes parámetros sobre la secuencia de estructuras en los dos flujos de cavidades. El estudio no ha sido exhaustivo en este sentido pero se han podido apreciar algunos efectos en las estructuras de la velocidad de calentamiento, la razón de aspecto, los números de Rayleigh y Prandtl. Se ha propuesto añadir a esta exploración factores como heterogeneidad en las temperaturas de las fronteras y la inclinación de la cavidad. El estudio tomaría la forma de una identificación de valores críticos en los parámetros asociados a los cuales se encuentran cambios cualitativos en los patrones de flujo.

BIBLIOGRAFÍA

ARMPFIELD, S. W. Y PATTERSON, J.C. 1991. Direct simulation of wave interactions in unsteady natural convection in a cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. **34** (5): 923 - 940

BEJAN, A. 1984. *Convection Heat Transfer*, John Wiley & Sons

BEJAN, A. Y POULIKAKOS, D.1983. Natural convection experiments in a triangular enclosure. *ASME Journal of Heat Transfer*. Vol. **105**: 652-655.

BEJAN, A. 1993. *Heat transfer*. Ed. John Wiley & Sons.

FLACK, R. D.1980. The experimental measurement of natural convection heat transfer in triangular enclosures heated or cooled from below. *ASME Journal of Heat Transfer*. Vol. **102**: 770-772

FLACK, R. D. Y WITT, C. L.1979. Velocity measurements in two natural convection air flows using a laser velocimeter. *ASME Journal of Heat Transfer*. Vol. **101**: 256-260.

FLACK, R. D., KONOPNICKI, T. T. Y ROOKE, J. H.1979. The measurement of natural convective patterns in triangular enclosures. *ASME Journal of Heat Transfer*. Vol. **101** (4): 648-654.

GILL,A.E. 1966. The boundary layer regime for convection in a rectangular cavity. *J. Fluid Mech*. Vol. **26**: 515-536.

HALL, J.D., BEJAN, A. Y CHADDOCK, J.1988. transient natural convection in a rectangular enclosure with one heated side wall. *Int. J. Heat Fluid Flow*. Vol. **9** (4): 396 - 404

IVEY, G.N. 1984. Experiments on transient natural convection in a cavity. *J. Fluid Mech*. Vol. **144**: 389-401

KIMURA, S. Y BEJAN, A.1984. The boundary layer in natural convection regime in a rectangular cavity with uniform heat flow from the side. *Trans. ASME J. Heat Transfer*. Vol. **106**: 98 - 103

LAGE, J.L. Y BEJAN, A. 1991. The Ra-Pr Domain of laminar natural convection in an enclosure heated from the side. *Numerical Heat Transfer*. Part A. Vol. **19**: 21-42

LAM, S.W, GAMI R., Y SIMMONS, J.G. 1989. Experimental and numerical studies of natural convection in trapezoidal cavities, *ASME J. Heat Transfer*. Vol. **111**: 372-377

MILLS, A.F.1995. *Heat and Mass Transfer*. IRWIN

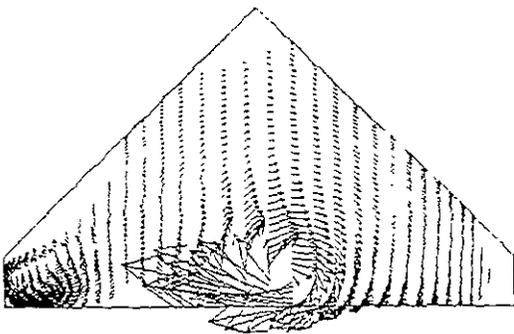
- PAOLUCCI, S. Y CHENOWETH, D.R.1989. Transition to chaos in a differentially heated cavity. *J. Fluid Mech.* Vol. **201**: 379 – 410
- PATANKAR, S. V. 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere/Mc Graw Hill. Washington
- PATTERSON, J.C. E IMBERGER, J.1980. Unsteady natural convection in a rectangular cavity. *J. Fluid Mech.* Vol. **100**: 65 – 86
- PATTERSON, J.C. 1984. On the existence of an oscillatory approach to steady natural convection in cavities. *Trans. ASME J. Heat Transfer* Vol. **106**: 104-108
- PATTERSON, J. C. Y ARMPFIELD, S. W.1990. Transient features of natural convection in a cavity. *J. Fluid Mech.* Vol. **219**: 469 – 497
- POUJOL, F., ROJAS, J. Y RAMOS, E. 1993. Transient natural convection in a cavity with heat input and a constant temperature wall on opposite sides. *Int. J. Heat Fluid Flow.* Vol. **14**, (4): 357-365
- POUJOL, F., RAMOS, E. Y ROJAS, J. 1994. A simple theoretical model for predicting average temperature and heat transfer in a square cavity. *Trans. ASME J. Heat Transfer.* Vol.**116**: 784-786
- POULIKAKOS, D. Y BEJAN, A. 1983. The Fluid Dynamics of an Attic Space. *Journal Fluid Mechanics.* Vol. **131**: 251-269.
- POULIKAKOS, D. 1983 *Natural Convection in Triangular Enclosure Filled with Newtonian Fluid or Fluid Saturated Porous Medium*. Ph. D. Thesis, University of Colorado, Boulder
- RAVI, M.R., HENKES, R.A.W.M. Y HOOGENDOORN, C.J.1994. On the high-Rayleigh-number of steady laminar natural convection flow in a square enclosure. *J. Fluid Mech.* Vol. **262**: 325-351
- SALGADO-AYALA, R. 1996.*Caracterización Experimental de un Destilador Solar Tipo Caseta de Gran Sección Transversal*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ingeniería. División de Estudios de Posgrado. Ciudad Universitaria, México, D.F.
- SALMUN, H. 1995a. Convection patterns in a triangular Domain. *International Journal of Heat Mass Transfer.* Vol. **38** (2): 351-362
- SALMUN,H. 1995b. The Stability of a Single-Cell Steady State Solution in a Triangular Enclosure. *International Journal of Heat Mass Transfer.* Vol. **38** (2): 363-369.
- THEERTAN, S. A. Y ARAKERI. J. H. 1998. A model for near-wall dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *J. Fluid Mech.* Vol **373**: 221-254

VARGAS, M.. 1992. *Convección Natural en una Cavidad Rectangular*. Tesis de Maestría. UNAM. DEPI.

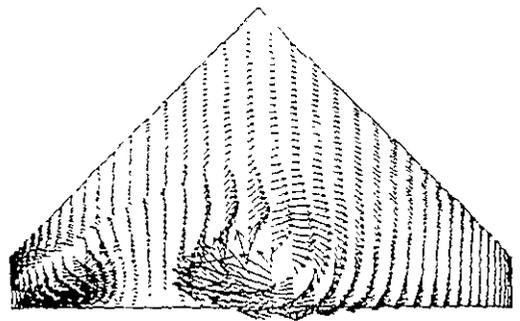
YEWELL, R., POULIKAKOS, D. Y BEJAN, A. 1982. Transient natural convection experiments in shallow enclosures. *Trans. ASME J. Heat Transfer*. Vol. 104: 533-538

ANEXO

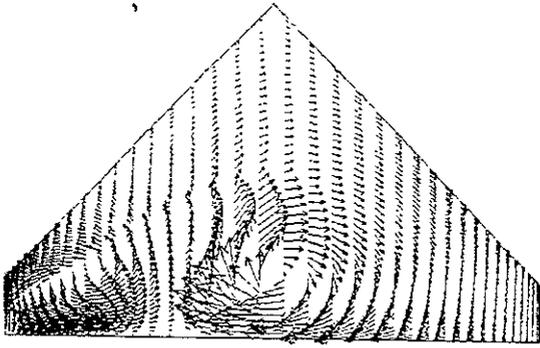
Los patrones de flujo obtenidos a partir de las ecuaciones gobernantes del capítulo 4 parecen mostrar dependencia del desarrollo del flujo en una cavidad triangular con el parámetro t_0 de la función de calentamiento (ec.(25)). La fig. 22 muestra los patrones de flujo calculados con $t_0 = 150$ s. La gráfica obtenida para los 5 segundos (fig. 22(a)) muestra una celda central que abarca casi toda la cavidad pero con débil actividad convectiva en la parte superior. La fig. 22(b) muestra la formación de una pluma creada por el ensanchamiento de la celda de la esquina izquierda. Esta pluma se adelgaza (fig. 22(c)) al crecer las celdas contiguas. Finalmente en la fig. 22(d) se puede apreciar que los centros de las dos celdas se elevan, lo que permite la formación de dos capas límite en el fondo de la cavidad fluyendo en sentidos opuestos que al encontrarse descargan el fluido hacia arriba en forma de pluma. En todas estas gráficas se aprecia que la zona cercana al vértice de la cavidad está relativamente estancada.



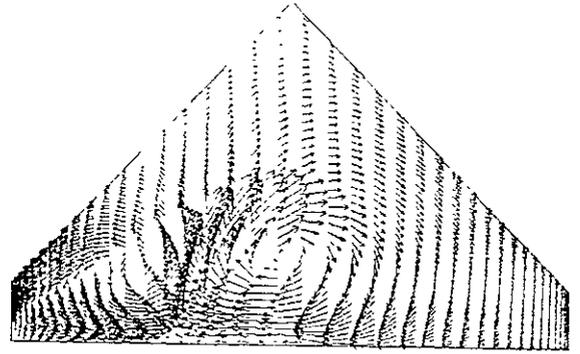
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 22. Vectores de velocidad calculados para (a) $t = 5$ s; (b) $t = 10$ s; (c) $t = 15$ s; (d) $t = 20$ s. Los vectores de referencia equivalen a 1.5×10^{-4} m/s, 1.2×10^{-3} m/s, 4.4×10^{-3} m/s y 1.4×10^{-2} m/s respectivamente.

ESTE TEXTO NO SALE
EN LA BIBLIOTECA