

11

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

COMPARACION ANALITICA Y OPTIMIZACION DE
ANTENAS RECEPTORAS DE TV DE BANDA ANCHA

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO EN TELECOMUNICACIONES
P R E S E N T A N :
VLADIMIR HERNANDEZ SOLIS
LUIS ALAN VALIENTE MONTANO

DIRECTOR DE TESIS: DR. RODOLFO NERI VELA

CIUDAD UNIVERSITARIA

FEBRERO DE 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mis padres, por todo aquello que me brindaron,
en especial la confianza, apoyo y dedicación.

A Agus. Es un camino difícil,
pero bien vale la pena andarlo.

Vladimir

A mis padres, Luis y Sandra, por su apoyo incondicional
y la confianza que han depositado en mí.

A mis tíos, Santiago y Lilia, mis segundos padres,
por su ayuda y paciencia para llegar a este momento.

Y, en especial, a mi hermana Nadia, por creer en mí.

Luis Alán

Al Dr. Neri, por su valiosa guía. Siempre existirá en nosotros un
sincero agradecimiento y admiración por Ud.

“La política es para el momento.

Una ecuación es para la eternidad.”

- Albert Einstein

“Cuando las aguas se secaron y la tierra apareció, ...

El Señor creó al ingeniero.”

- Rudyard Kipling

Contenido

Introducción	iii
Referencias	vi
1 Análisis matemático y numérico del Dipolo Doblado	1
1.1 Introducción	1
1.2 Modelado del Dipolo Doblado	4
1.2.1 Modelo de Línea de Transmisión y de Antena	4
1.2.2 Modelo geométrico para aplicación del Método de Momentos	6
1.2.2.1 Obtención de coordenadas	10
1.3 Aplicación del Método de Momentos para el análisis del Dipolo Doblado	12
1.3.1 Particularización de las ecuaciones del Método de Momentos en su aplicación al Dipolo Doblado	13
1.4 Análisis de resultados	14
Referencias	25
2 Análisis matemático y numérico de la antena Yagi Convencional	27
2.1 Introducción	27
2.2 Geometría de la antena Yagi para la aplicación del Método de Momentos	28
2.3 Resultados obtenidos a partir del Método de Momentos para antenas Yagi	31
2.4 Optimización de antenas Yagi	38
2.5 Resultados y Conclusiones	40
Referencias	50
3 Análisis de la antena Yagi alimentada con un Dipolo Doblado	51
3.1 Introducción	51
3.2 Geometría de la antena Yagi alimentada con un Dipolo Doblado para la aplicación del Método de Momentos	52
3.3 Optimización del arreglo Yagi alimentado con un Dipolo Doblado	54
3.4 Resultados y Conclusiones	55
Referencias	90
4 Análisis de la antena Yagi con Reflector en "V", alimentada con un Dipolo Doblado	91
4.1 Introducción	91
4.2 Geometría de la antena Yagi con Reflector en "V" y alimentada con un Dipolo Doblado para la aplicación del Método de Momentos	92
4.3 Justificación de las dimensiones del Reflector en "V"	94
4.4 Resultados y Conclusiones	96
4.5 Comparación entre las características de radiación de antenas Yagi Convencionales, Yagi alimentadas con Dipolo Doblado y Yagi con Reflector en "V" Recto alimentadas con Dipolo Doblado	99

Referencias	120
Conclusiones	121
Referencias	124
Anexo A El Método de Momentos	125
Referencias	133
Anexo B Obtención de las Propiedades de la Antena	135
B.1 Particularización de las ecuaciones para obtener el campo eléctrico en la región de radiación de la Antena	135
B.2 Impedancia de Entrada	139
B.3 Relación FBR	139
B.4 Ganancia de la Antena	139
Referencias	141
Anexo C Programas	143
C.1 Programa para obtener la matriz de impedancias y el vector de corrientes de los arreglos: Dipolo Doblado aislado; Yagi alimentada con Dipolo Doblado; y, Yagi alimentada con Dipolo Doblado con Reflector en "V" recto	143
C.2 Programa para obtener la matriz de impedancias y el vector de corrientes de un arreglo Yagi	151
C.3 Programa que calcula el campo eléctrico en la región de radiación de la Antena	
C.4 Funciones complementarias	156
C.4.1 Funciones asociadas a la operación de integración	156
C.4.2 Funciones a integrar	159

Introducción

En general, las antenas lineales que se utilizan en la recepción de TV son de muy diversas formas y dimensiones, buscando obtener parámetros que permitan contar con una recepción de buena calidad dentro de un espectro de frecuencias determinado. Las propiedades esenciales con que debe contar una antena son: una ganancia aceptable dentro de un ancho de banda definido y una impedancia de entrada que permita un buen acoplamiento a la línea de transmisión y así evitar pérdidas por reflexión. Sin embargo, existen otros parámetros que ayudan a mejorar la calidad en la recepción de señales. Estos parámetros están directamente asociados con las multitrayectorias, es decir, con la recepción en diferentes puntos del patrón de radiación de la misma señal pero con fases distintas, lo que ocasiona un fenómeno conocido como interferencia por multitrayectoria. Las características a optimizar para evitar este fenómeno son: el número y tamaño de los lóbulos laterales en el patrón de radiación; la relación entre el tamaño del lóbulo principal y el tamaño del lóbulo que apunta directamente en la dirección opuesta, conocida como razón frente hacia atrás (en inglés **Front to Back Ratio**), y, el ancho del haz del lóbulo principal buscando tener una directividad elevada.

El presente trabajo muestra un estudio detallado, con base en el Método de Momentos, de diferentes tipos de antenas lineales que pueden ser utilizadas en la recepción de TV, teniendo como objetivo el análisis, optimización y comparación de los parámetros antes mencionados, encontrando de esta forma las ventajas y desventajas que existen entre los arreglos propuestos. Esto se hará mediante la manipulación de dimensiones y la adición de elementos a una antena Yagi sencilla, para así llegar a tener una variedad de posibles arreglos que cumplan con características particulares de ganancia, impedancia de entrada y propiedades de radiación.

Como se ha mencionado, es preciso que la antena cumpla con un ancho de banda que englobe una banda determinada sobre la cual se transmita TV. Se ha propuesto, para el estudio de los arreglos presentados, que éstos trabajen en la banda que va de los 470 MHz a los 512 MHz, la cual es una banda dentro de UHF destinada entre otros servicios a la radiodifusión de los canales 14 al 20 de TV, de acuerdo con la atribución de frecuencias realizada por la Unión Internacional de Telecomunicaciones para la región 2 global¹. A continuación, se presentan las notas nacionales MEX114 y MEX115 que enuncian la utilización de esta banda.

MEX114 Se destinan las bandas de 470 - 608 MHz (canales de TV del 14 al 36) y de 614 - 806 MHz (canales de TV del 38 al 69), para el servicio de radiodifusión de televisión. Las condiciones que se aplican para su uso se encuentran en el Convenio celebrado entre México y los Estados Unidos de América, relativo al uso de canales de televisión en UHF comprendidos del 14 al 69, y en las normas técnicas publicadas por la S.C.T. Ver la nota [MEX115].

¹ Cuadro Nacional de Atribución de Frecuencias. Diario Oficial de La Federación el Lunes 11 de enero de 1999

MEX115 Se destina la banda de 470 - 512 MHz en forma compartida con el servicio de radiodifusión de televisión, para los servicios fijo y móvil terrestre en aquellas poblaciones cercanas a la frontera con los Estados Unidos de América, o las que tengan una gran densidad de población: México, D.F.; Guadalajara, Jal.; Monterrey, N.L.; etc. Las condiciones que se aplican a dicha compartición son proporcionadas por la S.C.T.

Por otro lado, considerando la banda de 470 MHz a 512 MHz, se determinó que la frecuencia central fuera de 500 MHz. Como se puede observar, se tomó una frecuencia más cercana al límite superior del intervalo de la banda propuesta. Esto se hizo tomando en cuenta que en los arreglos que se estudiaron, los cuales tienen una antena Yagi como base, se presenta una caída muy pronunciada en la ganancia después de la frecuencia de trabajo. Lo anterior puede ser atribuido a la estructura de la antena, la cual puede soportar a una onda viajera a frecuencias menores que la frecuencia central pero no a frecuencias mayores que ésta [BAL97]. De esta manera, se garantiza que el espectro de frecuencias que se pretende recibir, se encontrará dentro del ancho de banda de los arreglos estudiados.

En lo que se refiere a la ganancia de antenas receptoras de TV en el sistema M/NTSC, el cual es el utilizado en nuestro país², se considera que para tener un nivel aceptable de recepción en la banda de UHF, es necesario tener una ganancia de 13 dB o más y una relación FBR mayor a 6 dB [LER92]. No obstante, de acuerdo con [BEN92], el valor promedio de ganancia que proporcionan las antenas lineales comerciales en la banda de UHF es de 8 dB. Este trabajo pretende encontrar las dimensiones adecuadas para los arreglos propuestos, de manera que se superen los valores mencionados de ganancia y FBR.

En cuanto a la impedancia de entrada de las antenas estudiadas, se procuró obtener un valor lo más cercano posible a la impedancia característica del cable coaxial (75Ω), con el fin de lograr un acoplamiento que impida las pérdidas por reflexión, las cuales son una desventaja en la práctica. La impedancia de entrada de una antena Yagi comercial varía entre 20 y 35Ω , por lo que se buscó la forma de elevar dicha impedancia hasta el valor mencionado.

En el Capítulo 1 se estudia con profundidad el dipolo doblado. Este estudio se realizó de dos formas, aplicando el Método de Momentos a una geometría alternativa que busca emular al dipolo doblado, y mediante la aproximación de esta antena a una línea de transmisión. Lo anterior se hizo para cotejar ambos resultados y verificar para qué dimensiones es válido el último método. El objetivo de estudiar de forma aislada el dipolo doblado, fue comprobar sus propiedades para elevar la impedancia de entrada, ya que ésta es cuatro veces mayor en esta antena que en un dipolo sencillo [STU98], para después, en el Capítulo 3, utilizarla como método de acoplamiento al cable coaxial de 75Ω al ser el elemento alimentado dentro de un arreglo Yagi. Además, se analizan sus propiedades de radiación, las cuales rara vez son mencionadas en la literatura, y aun así, sólo se hace de forma muy superficial.

El Capítulo 2 presenta el análisis de la antena Yagi alimentada con un dipolo sencillo. Este arreglo es la antena lineal para recepción de TV más popular en el mercado debido a su sencillez. Sin embargo, es necesario realizar un estudio exhaustivo que nos

² Nota Nacional MEX69

permita conocer analíticamente las propiedades de radiación de este tipo de antenas, de tal manera que tengamos un punto de referencia para determinar las ventajas y desventajas de arreglos más complejos. Aún más, se manejarán las dimensiones de antenas de este tipo con distinto número de elementos hasta encontrar una configuración con características óptimas de operación, ya que este tipo de análisis se encuentra generalmente en la literatura sólo de manera empírica.

En el Capítulo 3, se alimenta el arreglo Yagi con un dipolo doblado, esto se hace con el fin de incrementar la impedancia de entrada de la antena hasta que se pueda acoplar con un cable coaxial cuya impedancia característica sea de 75Ω , comprobándose de esta forma las propiedades que tiene el dipolo doblado como acoplador de impedancias. Asimismo, se analizaron las propiedades de la antena cuando ésta es alimentada en el brazo izquierdo y en el brazo derecho del dipolo doblado, comparándose ambos casos entre sí y por separado con un arreglo Yagi convencional, para observar los efectos que ocasiona el dipolo doblado no sólo en la impedancia de entrada sino en las demás propiedades de la antena. Además, se manipularon las dimensiones de los elementos constitutivos de arreglos de 6, 9, 12 y 15 elementos, con el fin de hallar la antena de características óptimas para cada arreglo de igual número de elementos.

Las antenas óptimas encontradas en el Capítulo 3 son complementadas en el Capítulo 4 con un reflector en "V" recto. El propósito de utilizar un reflector de este tipo es estudiar el efecto que éste tiene en el patrón de radiación de una antena Yagi y, por tanto, en la ganancia, FBR y demás características del arreglo. Se hace también un análisis con respecto a la distancia que debe existir entre la antena alimentadora y el reflector, ya que en las referencias consultadas no se encontraron resultados de este tipo para antenas Yagi alimentadas con un dipolo doblado. Una vez que se obtienen arreglos con reflector en "V" de antenas Yagi con 6, 9, 12 y 15 elementos, se comparan sus características de operación con las de los arreglos sin reflector para determinar de qué manera se alteran éstas.

Finalmente, se presenta un capítulo de conclusiones, en el cual se lleva a cabo una comparación entre los arreglos desarrollados en los Capítulos 2, 3 y 4

Se incluyen tres Anexos en los cuales se describen, respectivamente, el Método de Momentos, su aplicación a las antenas estudiadas en este trabajo y los programas en Matlab realizados para el estudio de las antenas mencionadas, exponiéndose en ellos las consideraciones tomadas en cuenta para este tipo de arreglos en particular

REFERENCIAS

Cuadro Nacional de Atribución de Frecuencias. Diario Oficial de La Federación el Lunes 11 de enero de 1999.

[BAL97] Balanis, Constantine A. *Antenna Theory Analysis and Design* John Wiley and Sons, Inc. EUA 1997.

[BEN92] Benson, Blair K. *Television Engineering Handbook. Featuring HDTV Systems.* EUA 1992.

[LER92] Lery, Scott A.; Paik, Woo H.; Rust, Robert M. *Extending HDTV Coverage Using Low Power Repeaters. A Cellular Approach.* IEEE Trans. on Broadcasting, September 1992.

[STU98] Stutzman, W. L y Thiele, G. A. *Antenna Theory and Design.* John Wiley and Sons, Inc. EUA 1998.

Capítulo 1

Análisis matemático y numérico del dipolo doblado

1.1 Introducción

Los receptores de TV actuales tienen una impedancia de entrada de 75Ω , la cual corresponde a la impedancia característica del cable coaxial. Para acoplar antenas con este tipo de líneas de transmisión, se podría utilizar el dipolo de un poco menos de media longitud de onda (aproximadamente 0.47λ). Esto debido a que un dipolo con estos atributos cuenta con una impedancia de entrada $Z_{in} \approx 73 + 0j \Omega$, aunque sus características de radiación por sí solo no son muy buenas para recepción de TV, con una ganancia de 2.1 dBi y un FBR de 0 dB. Sin embargo, existe otro tipo de línea de transmisión que se utilizaba en los receptores de televisión, ésta era la línea bifilar que cuenta con un par de conductores separados aproximadamente 7.9 mm, encapsulados dentro de un plástico que sirve como soporte y que tiene una impedancia característica de 300Ω . Este tipo de línea de transmisión se prefirió sobre el cable coaxial debido a que las entradas de los selectores de canales se fabricaban para antenas de dipolo normal simétricas con una resistencia de radiación de 240Ω , y fue hasta 1972 que se normalizó la fabricación de los selectores de canales para una resistencia de entrada de 75Ω , para así acoplar tanto antenas como receptor de televisión a la línea de transmisión de cable coaxial [LIM89].

Por otro lado, es conocido que el ancho de banda que maneje la antena está relacionado directamente con el cociente longitud/diámetro. La regla general establece que, entre más pequeño sea este cociente, el dipolo será menos sensible a los cambios de frecuencia, es decir, tendrá un ancho de banda mayor [COL85]. Esto resulta en un problema, porque a frecuencias bajas tendríamos que tener un dipolo muy grande y grueso, siendo impráctica su implementación, es por esto último que se debe buscar una geometría alternativa para resolver esta dificultad.

El dipolo doblado (Figura 1.1) resulta ser una antena extremadamente práctica, pues resuelve los problemas planteados con anterioridad. Es decir, proporciona un excelente acoplamiento a la línea bifilar mencionada, debido a que su impedancia de entrada es de aproximadamente 300Ω y posee muy buenas propiedades de banda ancha, especialmente en las frecuencias bajas [CAR98]. Adicionalmente, el dipolo doblado es ampliamente utilizado en la alimentación de antenas Yagi, debido a que estas últimas poseen un ancho de banda relativamente angosto, y con un dipolo doblado en lugar de un dipolo normal como alimentador, éste puede ser incrementado. Además, un alimentador de este tipo eleva considerablemente la impedancia de entrada en las antenas Yagi [STU98], la cual con un dipolo normal como alimentador, se encuentra alrededor de los 20Ω y, si en cambio, son alimentadas con un dipolo doblado es posible aumentar su impedancia de entrada a un valor

cercano a los 75Ω , con el objeto de acoplar la antena a la línea de transmisión de cable coaxial antes mencionada.

El dipolo doblado (Figura 1.1) consiste de dos dipolos paralelos conectados en los extremos formando un lazo delgado de alambre. En teoría, la separación entre los dipolos debe ser mucho menor que la longitud de los mismos (separación $< 0.05\lambda$) [BAL97], pero en la práctica esta separación puede ser mayor. La alimentación se realiza al centro de uno de los dipolos.

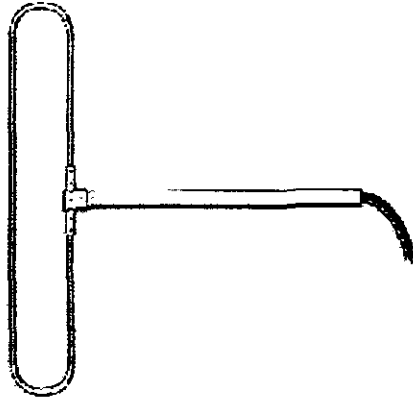


Figura 1.1 Dipolo Doblado

Si se busca que el dipolo doblado sirva como un acoplador de impedancias a la línea bifilar de que se hizo mención, entonces su longitud deberá ser de aproximadamente 0.5λ , ya que con esta longitud la impedancia de entrada del dipolo doblado es 4 veces la de un dipolo normal; es decir, un valor bastante cercano a los 300Ω de la línea. Esto se puede demostrar analizando la distribución de la corriente en el dipolo doblado (considerándolo una antena y no una línea de transmisión). Primero observemos que esta distribución, en un dipolo doblado que ha sido desdoblado sin alterar las corrientes, es como la mostrada en la Figura 1.2a, y si lo doblamos nuevamente, de manera que nos quede un dipolo doblado de longitud $L = \lambda/2$, se obtendría una distribución de corrientes como la de la Figura 1.2b.

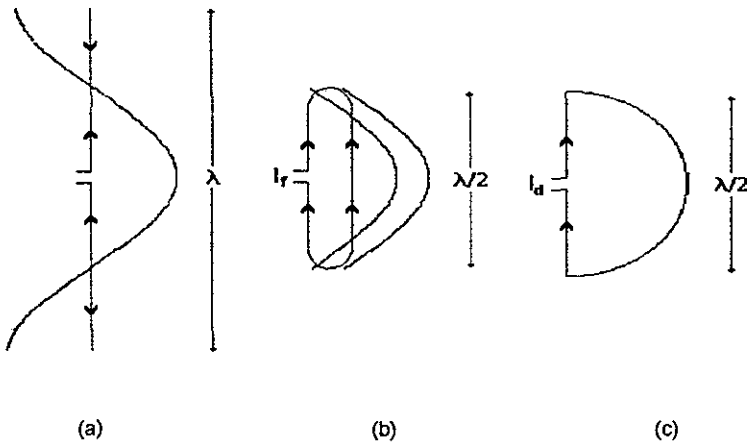


Figura 1.2 Corrientes en un dipolo doblado desdoblado, el mismo doblado y en un dipolo de $L = \lambda/2$

Obsérvese que en el dipolo doblado se tienen dos corrientes de igual valor muy cercana una de la otra, y si la corriente total en el dipolo doblado es igual a la corriente del dipolo de media longitud de onda (Figura 1.2c), entonces la corriente inyectada al dipolo doblado será

$$I_f = \frac{1}{2} I_d \quad (1-1)$$

siendo las potencias de entrada:

$$P_f = \frac{1}{2} Z_f I_f^2 \quad (1-2)$$

$$P_d = \frac{1}{2} Z_d I_d^2 \quad (1-3)$$

y dado que las corrientes están dadas por (1-1)

$$\frac{1}{2} Z_d I_d^2 = \frac{1}{2} Z_f \frac{1}{4} I_d^2 \quad (1-4)$$

o bien:

$$Z_f = 4Z_d \quad (1-5)$$

para $L = \frac{\lambda}{2}$ [STU98]

Donde los subíndices f y d corresponden al dipolo doblado y al dipolo normal respectivamente

1.2 Modelado del dipolo doblado

El dipolo doblado es esencialmente una línea de transmisión desbalanceada con corrientes desiguales [STU98]. Su estudio se puede realizar considerando la distribución de la corriente de dos formas, teniendo así un modelo que corresponde a una línea de transmisión terminada en circuito cerrado y otro que ve al dipolo doblado como una antena.

1.2.1 Modelo de Línea de Transmisión y de Antena

Al modelar el dipolo doblado como una línea de transmisión, como se muestra en la Figura 1.3, puede fácilmente verse que para el campo lejano los campos eléctrico y magnético tenderán a cero debido a que las corrientes se cancelan, ya que la separación entre los dipolos es muy pequeña y que estas corrientes tienen sentidos opuestos.

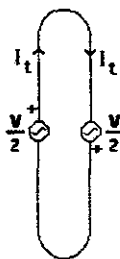


Figura 1.3 Modo de línea de transmisión

Sabemos que la impedancia de entrada de una línea de transmisión terminada en corto circuito está dada por:

$$Z_i = jZ_o \tan \beta \frac{L}{2} \quad (1-6)$$

siendo β la constante de propagación y Z_o la impedancia característica de la línea dada por:

$$Z_o = 120 \cosh^{-1} \frac{s}{2a} \quad (1-7)$$

Donde a es el radio de los tubos del dipolo doblado y s la separación de centro a centro de los tubos del dipolo doblado.

Podemos ver en la Figura 1.3 que la corriente en el modo de línea de transmisión es igual a:

$$I_t = \frac{V}{2Z_i} \quad (1-8)$$

Por otro lado, si modelamos la corriente en el dipolo doblado como una antena, ésta quedará definida como en la Figura 1.4. Obsérvese que los campos debidos a las corrientes en cada dipolo se refuerzan, debido a que éstas tienen sentidos iguales, es decir, las cargas seguirán el sentido del tubo doblado en lugar de reflejarse como ocurriría en un dipolo normal, llevándonos esto último a que la corriente se duplique para longitudes resonantes, teniendo como resultado que la corriente de entrada en un dipolo doblado será la mitad que la de un dipolo de longitud resonante [STU98]

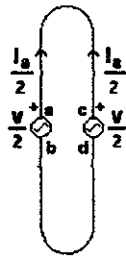


Figura 1.4 Modo de antena

Observando la Figura 1.4, se puede deducir que la corriente en el modo de antena es igual a:

$$I_a = \frac{V}{2Z_d} \quad (1-9)$$

donde Z_d sería la impedancia de entrada de un dipolo normal. Esto es fácilmente demostrable al conectar los puntos a y c y los puntos b y d de la Figura 1.4, obteniendo un dipolo lineal normal constituido por dos tubos paralelos que se extienden desde el punto de alimentación hasta la terminación del dipolo doblado. Lógicamente, si se pretende modelar el dipolo doblado de esta forma, es decir, obteniendo primero la impedancia de entrada de un dipolo normal, será necesario un radio equivalente al de un dipolo con impedancia de entrada Z_d y que esté en función de la separación de los tubos y del radio de los mismos [THI80], estando dado éste por:

$$\ln a_e = \ln a + \frac{1}{2} \ln \frac{s}{a} \quad (1-10)$$

donde a_e es el radio equivalente.

Para obtener entonces una expresión que nos permita calcular la impedancia de entrada del dipolo doblado en función de la impedancia de un dipolo normal y de la impedancia de entrada de una línea de transmisión terminada en corto circuito, obsérvese que, si superponemos las Figuras 1.3 y 1.4, obtendremos una fuente de voltaje que nos proporcionaría un total a la izquierda igual a V y a la derecha cero, tal como sería si

quisiéramos alimentar un dipolo doblado normal, obteniendo una corriente total en el lado izquierdo de $I_i + 1/2I_a$, y por lo tanto la impedancia de entrada del dipolo doblado sería:

$$Z_f = \frac{V}{I_i + \frac{1}{2}I_a} \quad (1-11)$$

Sustituyendo (1-8) y (1-9) en (1-11) obtenemos la impedancia de entrada de un dipolo doblado en función de la impedancia de entrada de una línea de transmisión terminada en corto circuito y de la impedancia de entrada de un dipolo lineal normal [TH180].

$$Z_f = \frac{4Z_i Z_d}{Z_i + 2Z_d} \quad (1-12)$$

Tomemos en cuenta ahora la utilización de un dipolo doblado de media longitud de onda, la ecuación (1-6) quedaría como sigue:

$$Z_i = jZ_o \tan \left[\left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{4} \right) \right] = jZ_o \tan \left(\frac{\pi}{2} \right) \rightarrow \infty \quad (1-13)$$

por lo que la ecuación (1-12) se reduciría a:

$$Z_f = 4Z_d$$

que es igual a la ecuación (1-5), por lo que se comprueba que también considerando el dipolo doblado como línea de transmisión su impedancia de entrada es cuatro veces la de un dipolo lineal normal.

En la sección 1.4, Figuras 1.8, 1.9, 1.10 y 1.11, se muestran gráficas de los resultados obtenidos usando las ecuaciones (1-12) y (1-13) con el radio equivalente de la ecuación (1-10), y se comparan con los resultados calculados a partir del Método de Momentos. A continuación, se describe el modelo de la antena y la deducción de las fórmulas de dicho método numérico de alta precisión.

1.2.2 Modelo geométrico para la aplicación del Método de Momentos

Con el objeto de analizar el dipolo doblado mediante el Método de Momentos (MM), es preciso definir un modelo geométrico que permita la correcta aplicación del método y facilite a su vez la programación del mismo. Como se puede apreciar en la Figura 1.1, el dipolo doblado consta de dos tramos rectos unidos en sus extremos por segmentos semicirculares, radicando el problema principal en el modelado de estos últimos ya que para modelar los tramos rectos sólo será necesario dividirlos en un número determinado de segmentos dependiendo de la longitud eléctrica con que se esté trabajando.

En la Figura 1.5 se muestra la forma en que se modelaron los segmentos curvos. Nótese que el sector circular que representa la proyección del segmento completo en un plano está en línea continua gruesa, y la proyección del eje del conductor está en línea discontinua delgada

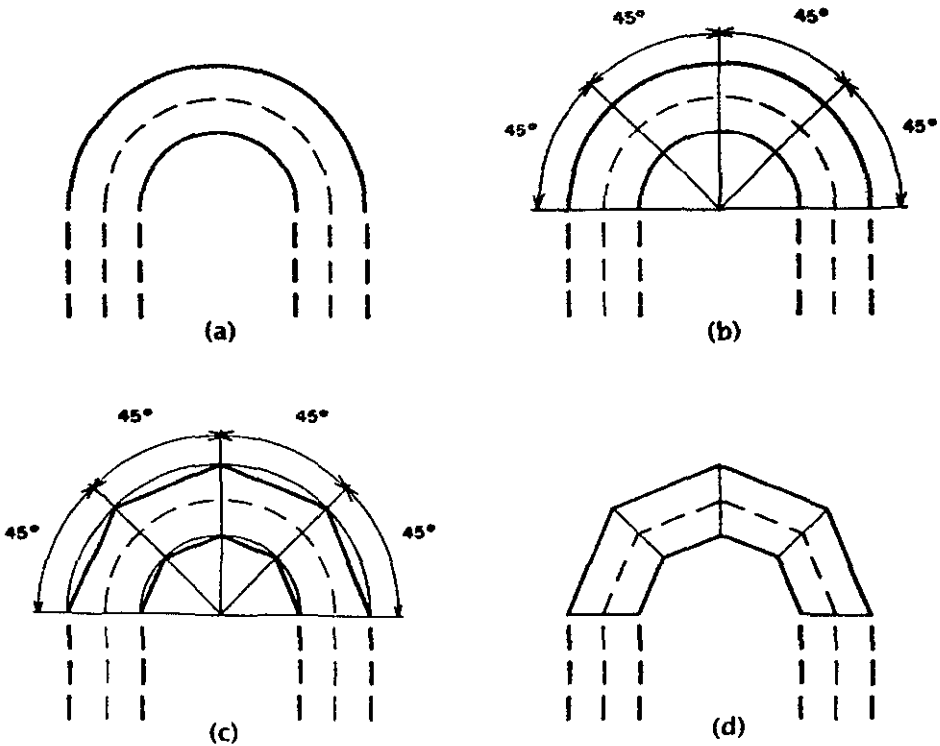


Figura 1.5 Modelado de los segmentos curvos del dipolo doblado

Lo que se hizo fue dividir los segmentos curvos en cuatro minisegmentos rectos truncados de iguales dimensiones. En la Figura 1.5b se muestra como se dividió el sector semicircular en cuatro sectores circulares de 45° cada uno; en la Figura 1.5c se puede observar cómo se van a implementar segmentos rectos trapezoidales en lugar de los sectores de 45° ; y finalmente en la Figura 1.5d se muestra el modelado final de los extremos circulares del dipolo doblado

Estos segmentos rectos que formarán las curvas del dipolo doblado, mantendrán sus dimensiones sin importar la longitud eléctrica con que se trabaje, siendo éstas únicamente función del diámetro d del alambre que formará al dipolo doblado y de la separación s entre los centros de los segmentos rectos. En la Figura 1.6 se muestran las dimensiones de la parte curva del dipolo doblado.

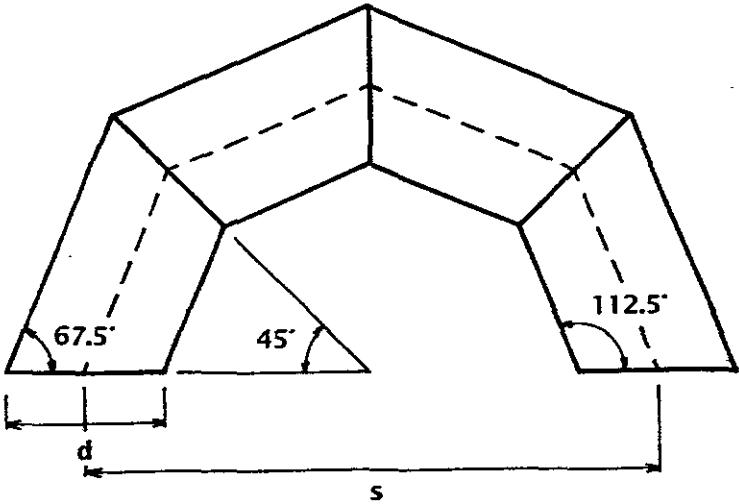


Figura 1.6 Dimensiones de los extremos curvos del dipolo doblado

Por otro lado, para aplicar el MM sobre los tramos rectos, éstos fueron divididos en un mínimo de 3 segmentos por cada brazo recto (para una longitud eléctrica de 0.1λ), creciendo este número conforme va aumentando la longitud eléctrica del dipolo doblado. Así entonces, cuando la longitud eléctrica de los segmentos rectos sea mayor a la fracción de longitud de onda ($\lambda/10$) establecida, se incrementará en 4 (o en dos segmentos por tramo recto) el número total de segmentos correspondientes a los tramos rectos. Esto con el fin de que siempre se tenga un número impar de segmentos rectos a cada uno de los lados del dipolo doblado, y que su punto de alimentación corresponda a sólo un segmento recto en el centro de uno de sus brazos, obteniéndose así una distribución simétrica de corrientes.

De lo anterior obtendríamos el modelo geométrico mostrado en la Figura 1.7 para la aplicación del MM. En esta figura se muestra ya la numeración escogida de los segmentos para la aplicación del método, así como la dirección de la corriente en cada segmento, la cual irá de (-) a (+). Debe notarse también la disposición de los ejes cartesianos x y y .

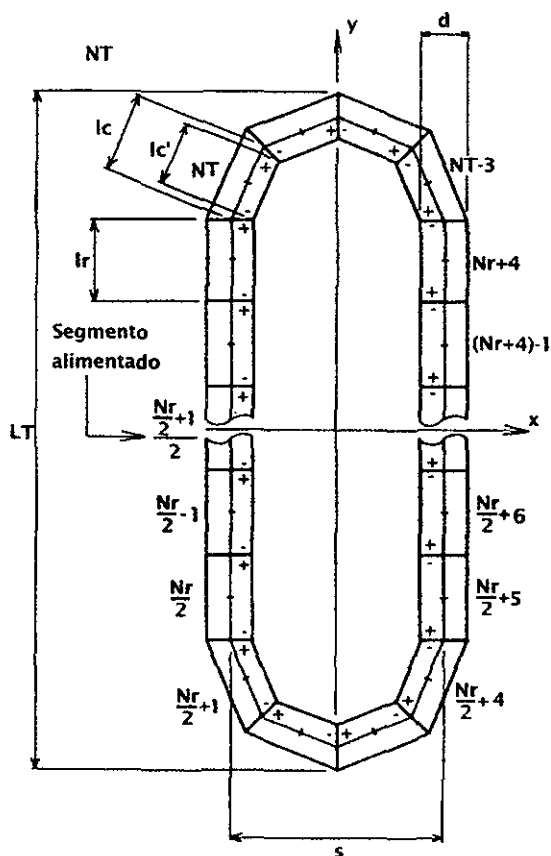


Figura 1.7 Modelo geométrico para la aplicación del Método de Momentos en el dipolo doblado

En la figura anterior, N_r corresponde al número total de segmentos rectos, el cual es igual a 6 como mínimo, tal como ya se explicó antes. N_T es el número total de segmentos en que es dividido el dipolo doblado, es decir N_r más los 8 segmentos correspondientes a los extremos curvos. L_T es la longitud total del dipolo doblado, s la separación entre los centros de los tramos rectos, d el diámetro del alambre con que se construye el dipolo doblado, l_r la longitud en λ 's de los segmentos correspondientes a los tramos rectos, l_c la longitud eléctrica del eje de los segmentos que corresponden a los extremos curvos, en lo sucesivo denominados como segmentos curvos, y $l_{c'}$ la longitud eléctrica de la parte interna de estos segmentos curvos.

1.2.2.1 Obtención de coordenadas

Una vez definida la forma física para realizar el análisis del dipolo doblado, es importante la ubicación exacta mediante coordenadas de todos los puntos de interés para el MM. Estos puntos son: la abscisa y ordenada de los puntos centrales, puntos (+) y puntos (-) de cada segmento, tanto de la parte del eje del conductor como de la parte interna del dipolo doblado, es decir, la cara que ve hacia el origen del sistema de coordenadas. Es preciso definir también el ángulo que forma cada segmento con respecto al eje de coordenadas x definido por la Figura 1.7; este ángulo será la dirección de la corriente en ese segmento, es decir, corresponde a β .

Nótese la disposición de los signos en la Figura 1.7. Es de esperarse entonces que el argumento para todos los segmentos contenidos en el tramo recto que está siendo alimentado sea 90° ó $\frac{\pi}{2}$ radianes; mientras que para los segmentos que forman parte del otro tramo recto será 270° ó $\frac{3\pi}{2}$ radianes. Por otro lado, en lo concerniente a los segmentos curvos, para aquéllos que se encuentren en los cuadrantes III y IV del sistema de coordenadas dispuesto, se deduce la siguiente fórmula a partir de las Figuras 1.6 y 1.7:

$$\beta_i = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi(i - Nr/2)}{4} - \frac{\pi}{8} \quad (1-14)$$

donde i es el número de segmento y Nr el número de segmentos rectos; y para los que se encuentren contenidos en los cuadrantes I y II, la fórmula sería la siguiente:

$$\beta_i = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi(i - Nr/2)}{4} - \frac{\pi}{8} \quad (1-15)$$

Con el objeto de generalizar al mayor grado posible la obtención de coordenadas y así facilitar la programación del MM, las coordenadas cartesianas de los segmentos se obtuvieron como una función del ángulo β , de la separación s , del diámetro d , del número total de segmentos rectos y de la longitud de un segmento recto. Con base en lo anterior, para los segmentos rectos las fórmulas son:

$$r_{ix}^+ = r_{ix}^- = \frac{s}{2} \cos(\beta_i^+ + \pi/2) \quad (1-16)$$

$$r_{iy}^+ = r_{iy}^- = \frac{s}{2} \sin(\beta_i^+ + \pi/2) + \frac{Nr \times lr}{4} - lr(i-1) \quad (1-17)$$

$$r_{i_y}^- = \hat{r}_{i_y}^- = \frac{s}{2} \text{sen}(\beta_i^- + \pi/2) + \frac{Nr \times lr}{4} - lr(i-1) - lr \quad (1-18)$$

$$\hat{r}_{i_x}^+ = \hat{r}_{i_x}^- = r_{i_x}^+ + \frac{d}{2} \quad (1-19)$$

la nomenclatura utilizada $\hat{r}_{i_y}^-$ denota la ordenada del punto (-) localizada en la superficie del conductor (^) del i-ésimo tramo recto y se puede hacer una analogía para la interpretación de las demás coordenadas.

Para los segmentos curvos:

$$C_{i_x}^+ = \frac{s}{2} \cos(\beta_i^+ + \pi/2) \quad (1-20)$$

$$\hat{C}_{i_x}^+ = \left(\frac{s}{2} - \frac{d}{2}\right) \cos(\beta_i^+ + \pi/2) \quad (1-21)$$

$$C_{i_x}^- = \frac{s}{2} \cos(\beta_i^- + \pi/2) \quad (1-22)$$

$$\hat{C}_{i_x}^- = \left(\frac{s}{2} - \frac{d}{2}\right) \cos(\beta_i^- + \pi/2) \quad (1-23)$$

$$C_{i_y}^+ = \frac{s}{2} \text{sen}(\beta_i^+ + \pi/2) - \frac{Nr \times lr}{4} \quad (1-24)$$

$$\hat{C}_{i_y}^+ = \left(\frac{s}{2} - \frac{d}{2}\right) \text{sen}(\beta_i^+ + \pi/2) - \frac{Nr \times lr}{4} \quad (1-25)$$

$$C_{i_y}^- = \frac{s}{2} \text{sen}(\beta_i^- + \pi/2) - \frac{Nr \times lr}{4} \quad (1-26)$$

$$\hat{C}_{i_y}^- = \left(\frac{s}{2} - \frac{d}{2}\right) \text{sen}(\beta_i^- + \pi/2) - \frac{Nr \times lr}{4} \quad (1-27)$$

Obsérvese que se utilizó la nomenclatura β_i^+ o β_i^- , y nunca se menciona la obtención del argumento correspondiente a los puntos (+) ni (-). Esto es porque se puede referir al ángulo β_i del segmento anterior o posterior para denotar β_i^+ y β_i^- respectivamente al momento de la programación.

También es importante mencionar la forma en que fueron obtenidas las dimensiones de los segmentos en cuanto a longitud en el eje y en la superficie para la aplicación del MM. En primera instancia, al ir variando la longitud eléctrica del dipolo doblado, el número de segmentos rectos crece mientras que el número de segmentos curvos siempre es 8 según se explicó en la sección anterior. Entonces la longitud del eje de cada segmento recto la cual obviamente será igual a la de la superficie en estos mismos segmentos, estará dada por:

$$l_r = \frac{2(LT - s)}{Nr} \quad (1-28)$$

mientras que la longitud del eje de los segmentos curvos será:

$$l_c = 2 \frac{s}{2} \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \quad (1-29)$$

y la longitud en la superficie para los segmentos curvos será:

$$l_c' = 2 \left(\frac{s}{2} - \frac{d}{2} \right) \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \quad (1-30)$$

1.3 Aplicación del Método de Momentos para el análisis del Dipolo Doblado

Para obtener la matriz de impedancias que nos llevará a obtener los parámetros del Dipolo Doblado es preciso resolver la siguiente ecuación¹:

$$Z_{mn} = \underbrace{\frac{j\omega\mu}{4\pi} \Delta l_n \Delta l_m \Psi(n, m)}_{\text{Contribución de las corrientes}} + \underbrace{\frac{1}{j4\pi\epsilon\omega} [\Psi(n^+, m^+) - \Psi(n^-, m^+) - \Psi(n^+, m^-) + \Psi(n^-, m^-)]}_{\text{Contribución de las cargas}} \quad (1-31)$$

donde n y m corresponden al número de segmento origen y destino respectivamente y la función Ψ está definida como:

$$\Psi(n, m) = \frac{1}{\Delta l_n \Delta l_m} \int \cos \beta \frac{e^{-\beta R_m}}{R_m} dl \quad (1-32)$$

Nota: la β utilizada en (1-32) se define como la diferencia siguiente: $\beta = \beta_n - \beta_m$

¹ Véase el Anexo A

1.3.1 Particularización de las ecuaciones del Método de Momentos en su aplicación al Dipolo Doblado

Con el propósito de generalizar las ecuaciones que definen la trayectoria de integración de la ecuación (1-32) en el modelo propuesto para el Dipolo Doblado, es preciso definir una ecuación que describa dicha trayectoria en función del ángulo de inclinación de cada segmento individual, y de esta manera aprovechar el hecho de que se hayan definido todos los elementos como segmentos rectos. Las rectas que representan los intervalos de integración sobre los segmentos pueden expresarse paramétricamente por medio de:

$$\sigma(t) = (t \cot \beta_n, t) \quad (1-33)$$

De acuerdo con la definición de la integral de trayectoria, se tiene.

$$\int_{\sigma} f ds = \int_a^b f(x(t), y(t)) \|\sigma'(t)\| dt \quad (1-34)$$

donde $f(x(t), y(t))$ es el integrando de (1-32), en términos de t :

$$f(x(t), y(t)) = \frac{e^{-jk\sqrt{(x(t)-x_0)^2 + (y(t)-y_0)^2}}}{\sqrt{(x(t)-x_0)^2 + (y(t)-y_0)^2}} \quad (1-35)$$

al obtener el valor de $\|\sigma'(t)\|$ y sustituyéndolo junto con (1-35) en (1-34), obtenemos finalmente la integral de una variable utilizada en la aplicación del MM para todos y cada uno de los segmentos que en su conjunto conforman al dipolo doblado

$$\|\sigma'(t)\| = \sqrt{1 + \cot^2 \beta_n} = \csc \beta_n = \frac{1}{\text{sen } \beta_n} \quad (1-36)$$

$$\int_{\Delta_n} \cos \beta \frac{e^{-jk\sqrt{(x-x_0)^2 - (y-y_0)^2}}}{\sqrt{(x-x_0)^2 - (y-y_0)^2}} dl = \int_a^b \cos \beta \frac{e^{-jk\sqrt{(t \cot \beta_n - x_0)^2 - (t - y_0)^2}}}{\sqrt{(t \cot \beta_n - x_0)^2 - (t - y_0)^2}} \left(\frac{1}{\text{sen } \beta_n} \right) dt \quad (1-37)$$

Nótese que el parámetro t es igual a la coordenada y de nuestro sistema de referencia, luego entonces, el intervalo de integración $[a, b]$ corresponderá a la diferencia de ordenadas entre los puntos definidos por (1-31) para cada integral, mientras que las coordenadas (x_0, y_0) corresponden a las coordenadas del destino establecidas también en (1-31).

1.4 Análisis de Resultados

En las figuras subsecuentes, se muestran resultados obtenidos en el estudio del dipolo doblado. De estos resultados se desprenden las aseveraciones que se expondrán en esta sección.

En primera instancia, observando las gráficas de impedancia de entrada de las Figuras 1.8, 1.9, 1.10 y 1.11 se ve que para separaciones y diámetro pequeños (Figura 1.8), el modelo de línea de transmisión difiere en forma considerable de los cálculos arrojados por el MM. Sin embargo, al aumentar la separación (Figura 1.9), ambos métodos coinciden en intervalos mayores. Cuando se maneja una separación pequeña y un diámetro grande (Figura 1.10), el comportamiento del método de línea de transmisión es bastante aceptable en comparación con el MM, al igual que sucede cuando se utilizan una separación y un diámetro grandes (Figura 1.11).

No obstante, se puede ver que el modelo de línea de transmisión y el MM encajan bien, no importando la separación que exista entre sus brazos, para las longitudes de resonancia, es decir $\approx 0.5\lambda$ o $\approx 1\lambda$, por lo que se justifica la utilización del modelo de línea de transmisión para el estudio del dipolo doblado en estas regiones, sobre todo por lo que implican su sencillez de programación y rapidez en los cálculos.

En segundo lugar, al observar las curvas de las Figuras 1.12 y 1.13, se concluye que para separaciones pequeñas entre los centros de los brazos del dipolo doblado se cuenta con características de ganancia y de relación FBR bastante buenas, sobre todo si el diámetro de los tubos que conforman la antena tiende a ser grueso (0.02λ), sin embargo, las características obtenidas para diámetros del orden de 0.015λ son bastante aceptables, y estas dimensiones no distan mucho de ser las utilizadas por fabricantes de dipolos doblados [REN00]. Además, puede verse en estas mismas curvas que una relación separación/diámetro de alrededor de 5 es bastante buena y también se asemeja bastante a lo utilizado en la práctica [REN00].

Se anexan patrones de radiación con sus respectivas dimensiones y características calculadas. Se puede concluir de ellos que el dipolo doblado, por sí solo, no proporciona una gran ganancia ni tampoco mucha directividad (obsérvese el ancho de haz). Es por eso que en general, el dipolo doblado es utilizado como alimentador en arreglos de dipolos normales como lo son las antenas Yagi. Cabe destacar que estos patrones de radiación son prácticamente idénticos a los encontrados experimentalmente por Renair Antennae Ltd., fabricante de antenas en el Reino Unido, siendo éste el único parámetro encontrado en publicaciones o literatura disponible para el público para comparar los resultados obtenidos, en cuanto se refiere al patrón de radiación.

En las Figuras 1.14 y 1.15, se aprecian los patrones de radiación correspondientes a dipolos doblados de dimensiones relativas como las encontradas en [REN00]. Observando su impedancia de entrada vemos que la reactancia es casi cero y que la resistencia vale $\approx 297 \Omega$ que es un valor muy cercano al mencionado de cuatro veces la impedancia de entrada de un dipolo de media longitud de onda ($4 \times 73 \Omega$), corroborando esta característica.

Se puede concluir que estas dimensiones corresponden a las medidas de un dipolo doblado óptimo, ya que cumplen con lo establecido en las gráficas de ganancia y FBR y están en resonancia.

Obsérvese que el dipolo doblado resuena a una longitud menor que el dipolo de media longitud de onda ($\approx 0.457\lambda$ del dipolo doblado contra $\approx 0.47\lambda$ del dipolo de media longitud de onda), esto es de esperarse debido a que, al tener una curva, la corriente tiene que recorrer mayor distancia y por lo tanto habrá mayor defasamiento.

En la Figura 1.16, se muestra el patrón de radiación correspondiente a un dipolo doblado con una separación muy grande entre sus brazos, nótese que la característica de radiación de esta antena es muy mala y que no resuena. Esto corrobora el hecho de que las antenas comerciales cuenten con dimensiones como las mencionadas con anterioridad.

En los capítulos siguientes se estudiará el dipolo doblado como alimentador en arreglos tipo Yagi y Yagi con reflector en "V" (capítulos 3 y 4), y se compararán los resultados con el arreglo Yagi alimentado con un dipolo de media longitud de onda (capítulo 2), pudiendo así apreciar las características especiales que proporciona el dipolo doblado a estos arreglos, características que se analizaron y demostraron a lo largo de este capítulo.

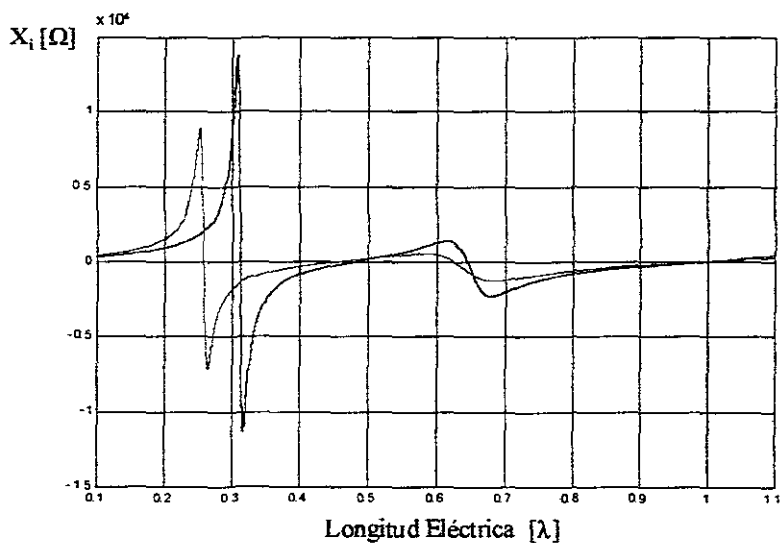
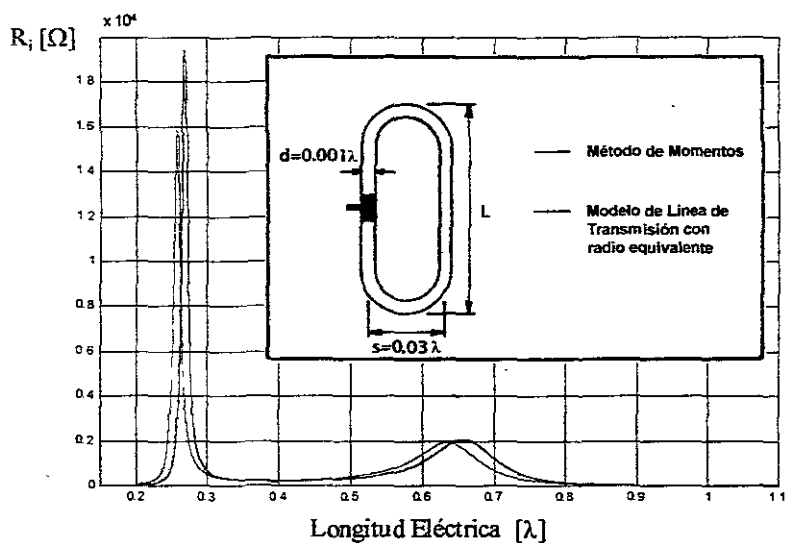


Figura 1.8 Impedancia de entrada de un dipolo doblado con $d=0.001\lambda$, $s=0.03\lambda$ y longitud variable. Comparación entre MM y el modelo de Línea de Transmisión

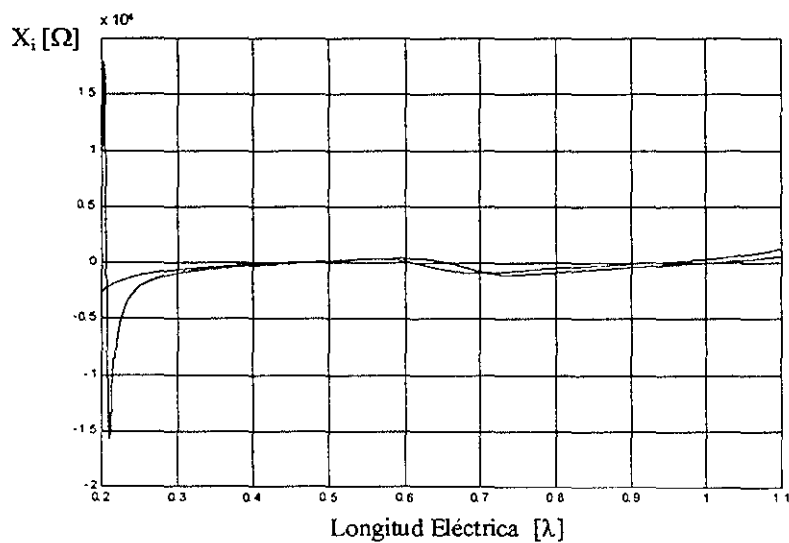
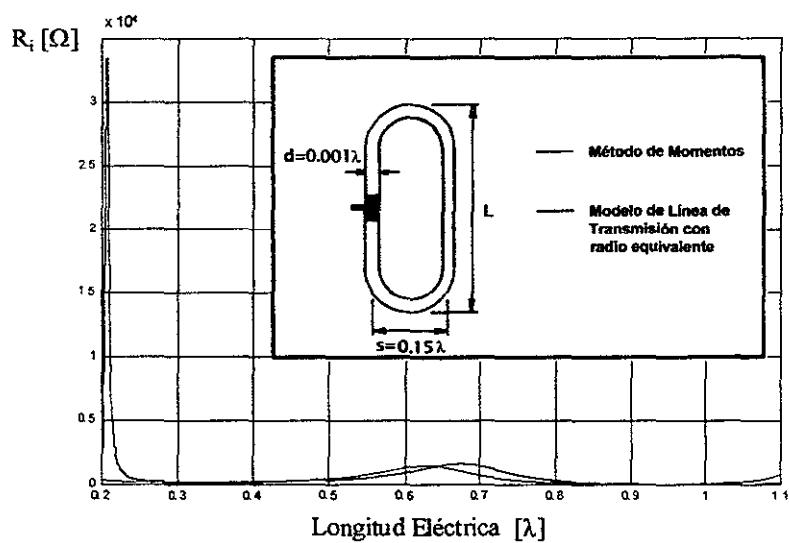


Figura 1.9 Impedancia de entrada de un dipolo doblado con $d=0.001\lambda$, $s=0.15\lambda$ y longitud variable. Comparación entre MM y el modelo de Línea de Transmisión

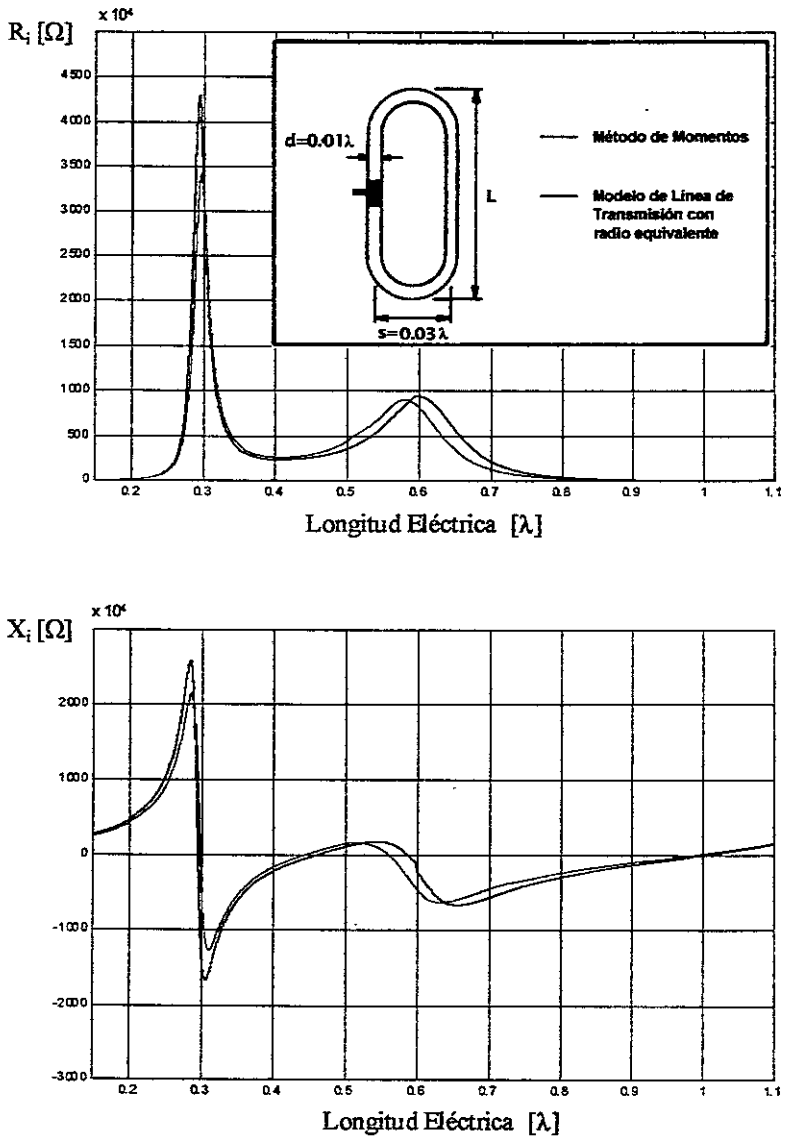


Figura 1.10 Impedancia de entrada de un dipolo doblado con $d=0.01\lambda$, $s=0.03\lambda$ y longitud variable. Comparación entre MM y el modelo de Línea de Transmisión

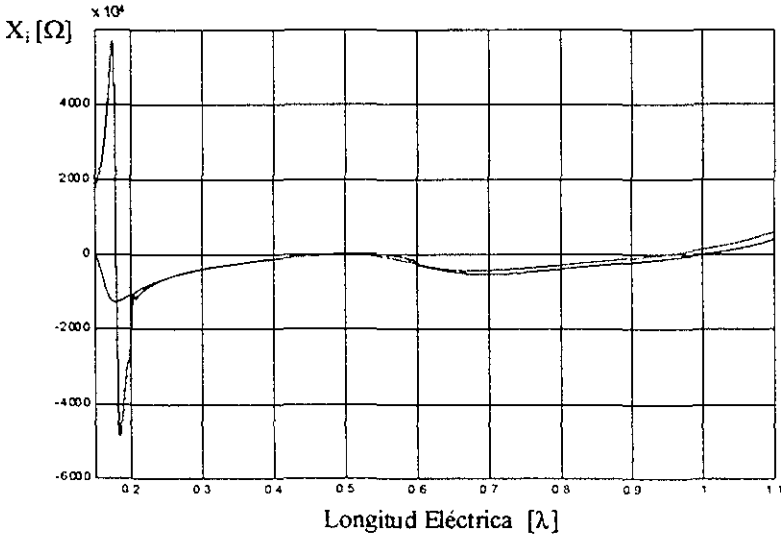
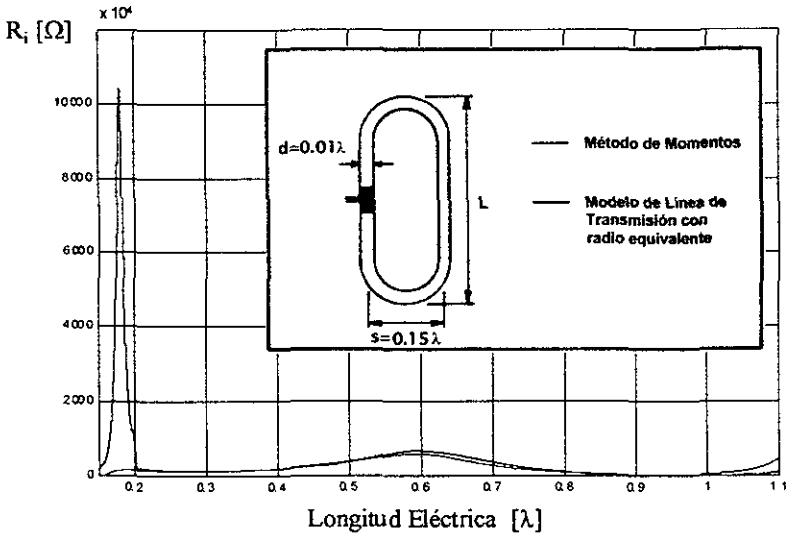


Figura 1.11 Impedancia de entrada de un dipolo doblado con $d=0.01\lambda$, $s=0.15\lambda$ y longitud variable. Comparación entre MM y el modelo de Línea de Transmisión

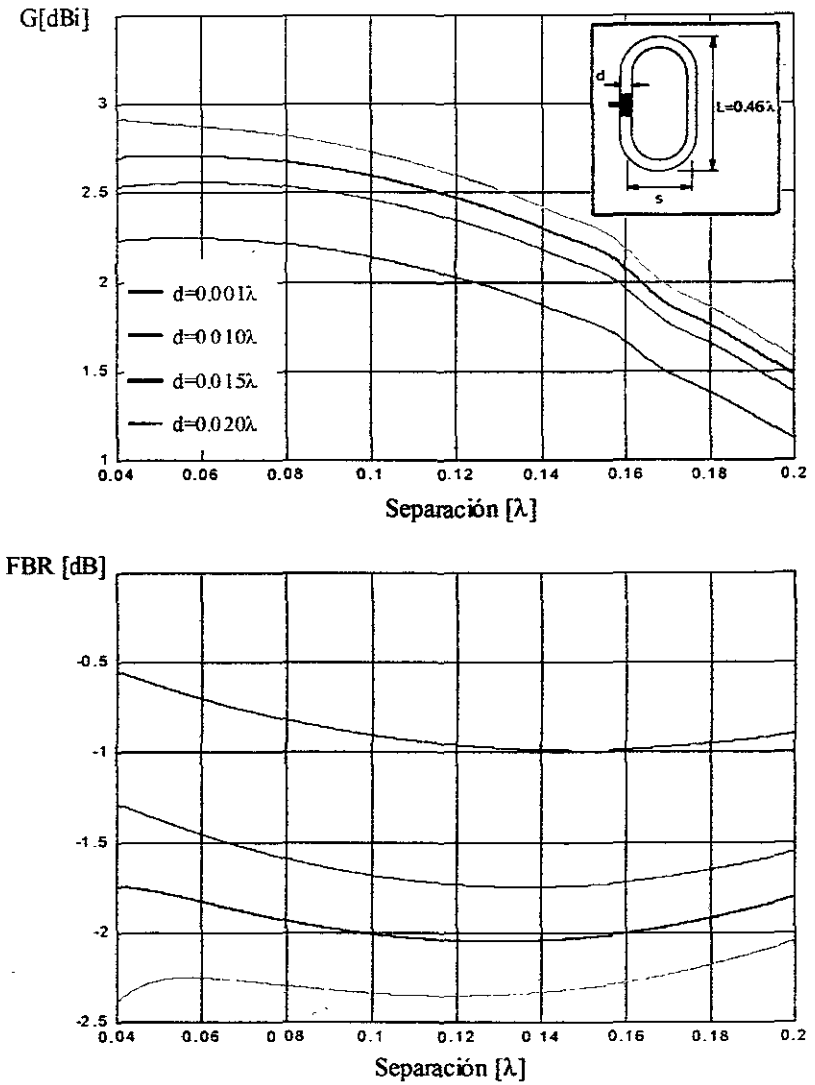


Figura 1.12 Curvas correspondientes a diferentes diámetros de Ganancia y FBR al variar la separación con $L=0.46\lambda$.

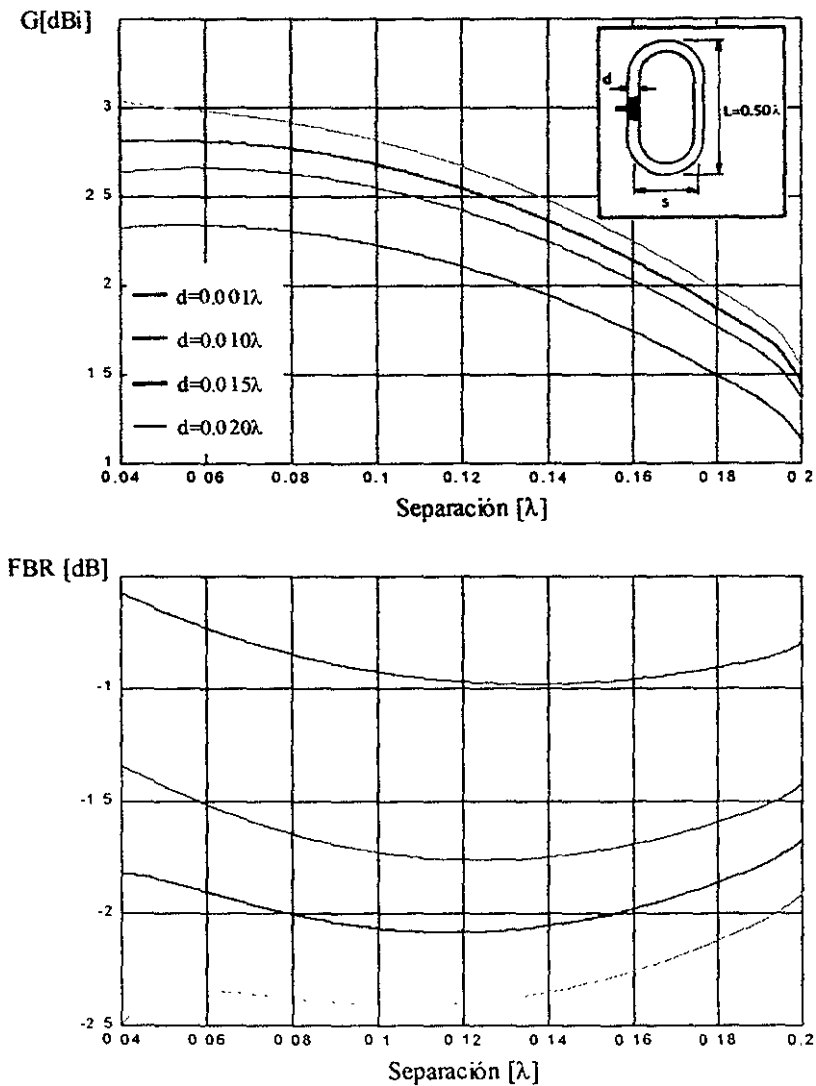
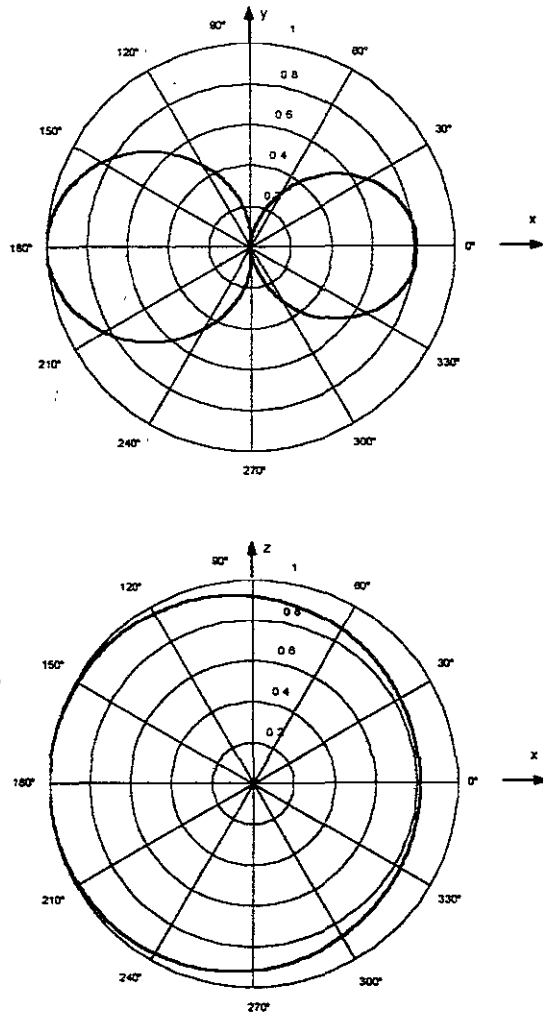
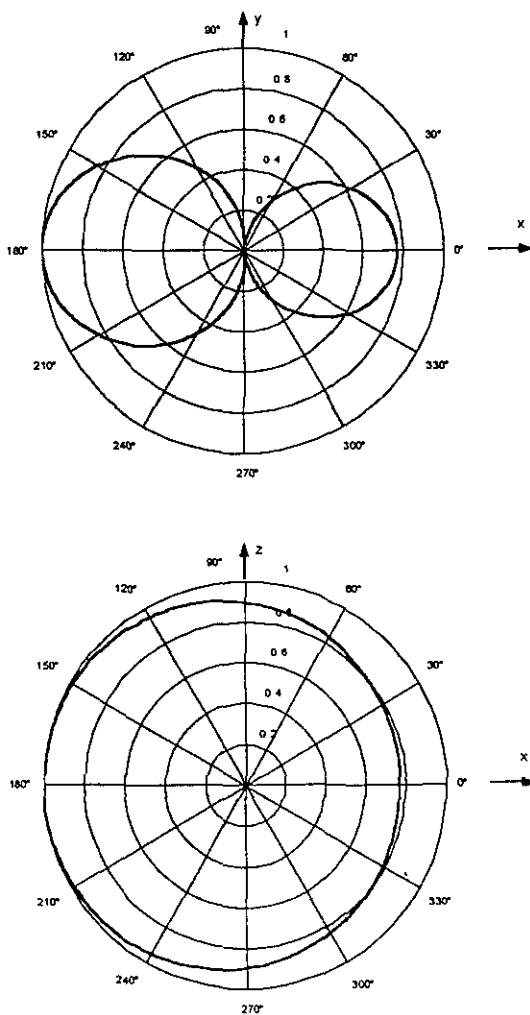


Figura 1.13 Curvas correspondientes a diferentes diámetros de Ganancia y FBR al vanar la separación con $L=0.50\lambda$



Datos del Dipolo Doblado	
Separación = 0.05λ	Ganancia = 2.7 [dBi]
Diámetro = 0.015λ	FBR = -1.8 [dB]
Longitud = 0.457λ	Ancho del haz plano xy = 88.3°
Zentrada = $296.7 + 1.9j$ [Ω]	

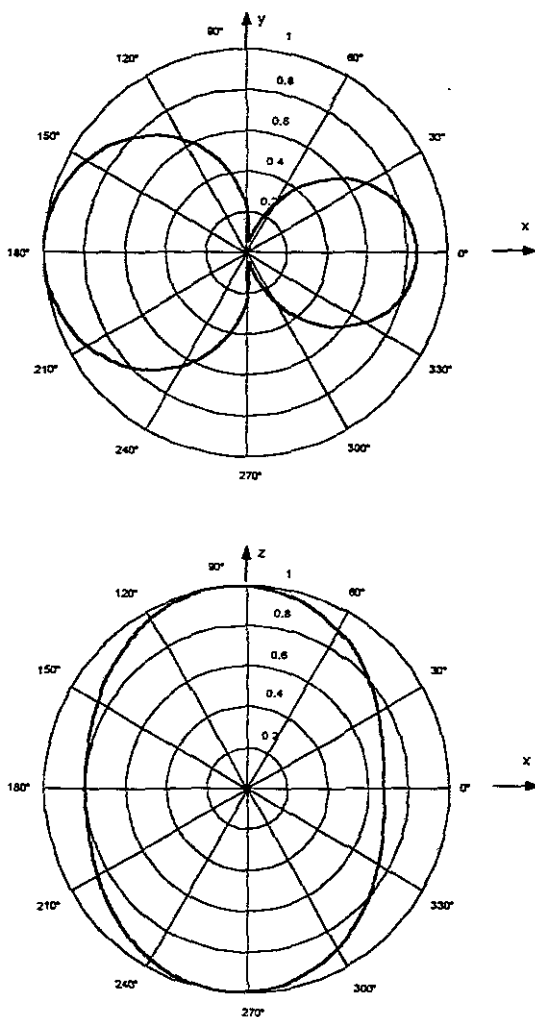
Figura 1.14 Patrones de Radiación para un dipolo doblado en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H)



Datos del Dipolo Doblado

Separación = 0.05λ	Ganancia = 2.9 [dBi]
Diámetro = 0.02λ	FBR = -2.2 [dB]
Longitud = 0.457λ	Ancho del haz plano xy = 88.9°
$Z_{entrada} = 297.4 + 1.5j [\Omega]$	

Figura 1.15 Patrones de Radiación para un dipolo doblado en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H)



Datos del Dipolo Doblado	
Separación = 0.25λ	Ganancia = 2.75 [dBi]
Diámetro = 0.015λ	FBR = -1.5 [dB]
Longitud = 0.457λ	Ancho del haz plano xy = 104.5°
$Z_{entrada} = 224.2 - 77.4j$ [Ω]	

Figura 1.16 Patrones de Radiación para un dipolo doblado en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H)

REFERENCIAS

- [BAL97] Balanis, Constantine A. *Antenna Theory Analysis and Design* Ed. John Wiley and Sons, Inc. EUA 1997.
- [CAR98] Carr, Joseph J. *Practical Antenna Handbook* TAB Books, Division of McGraw-Hill, Inc. EUA 1998
- [COL85] Collin, R. E. *Antennas and Radiowave Propagation*. McGraw-Hill International Editions. EUA 1985.
- [GRO64] Grob, Bernard. *Basic Television: principles and servicing*. McGraw-Hill International Editions. EUA 1964
- [LIM89] Limann, Otto. *Fundamentos de TV* Ed. Marcombo. España 1989.
- [NER98] Neri, Rodolfo. *Análisis de Antenas Lineales por el Método de Momentos Ingeniería, Investigación y Tecnología* Enero-Marzo 1999 Vol 1 No. 2
- [REN00] RENAIR ANTENNAE LTD Internet Web Site – Center Fed Folded Dipole, <http://www.renair.co.uk/basestat.htm> November 2000.
- [STU98] Stutzman, W. L y Thiele, G A *Antenna Theory and Design* John Wiley and Sons, Inc. EUA 1998
- [THI80] Thiele, G A., Ekelman E. P y Henderson L.W. *On the Accuracy of the Transmission Line Model of the Folded Dipole* IEEE Trans Antennas and Propagation, September 1980, Vol AP-28 No. 5.
-

Capítulo 2

Análisis matemático y numérico de la antena Yagi Convencional

2.1 Introducción

Dos aspectos fundamentales que van de la mano en el diseño de antenas receptoras de TV, son la ganancia y la directividad. Se sabe que mediante arreglos de antenas tales como el “end-fire” o el “broadside”, estos parámetros pueden ser incrementados. Sin embargo, estos arreglos requieren de alimentación directa a cada uno de sus elementos por medio de una red de alimentación. También existe el caso de la antena logoperiódica, la cual se trata de un arreglo lineal de dipolos paralelos en la que todos sus elementos están alimentados y siguen un patrón definido en cuanto a sus dimensiones. Lo anterior hace que se logre una ganancia (entre 7 dB y 12 dB) relativamente constante sobre un ancho de banda muy grande [BAL97]. Los arreglos con redes de alimentación pueden ser simplificados si sólo uno o unos cuantos de sus elementos son alimentados, obteniéndose un resultado similar a cuando todos se alimentan. Este tipo de arreglo es conocido como arreglo *parásito*, donde los elementos no alimentados o elementos parásitos reciben su excitación del campo de radiación de los elementos alimentados. La antena Yagi-Uda o simplemente Yagi, se trata de un arreglo parásito lineal de dipolos paralelos. No obstante su similitud con la antena logoperiódica, la antena Yagi logra ganancias mayores hasta por 3 dB (aunque en un ancho de banda mucho menor [BAL97]); además, el método para establecer sus dimensiones es mucho más simple.

La antena Yagi utiliza acoplamiento mutuo entre elementos de onda estacionaria con el objetivo de producir un patrón unidireccional de onda viajera. A su vez, los elementos parásitos alrededor del elemento alimentado son colocados con el fin de producir un patrón directivo tipo end-fire. Una antena de este tipo radia en la dirección de una onda viajera a través de su estructura, es decir, si los elementos que conforman la estructura se encuentran orientados a lo largo del eje x , entonces el patrón de radiación será directivo en esta dirección.

En este capítulo se expone la forma en que se modeló con base en el MM la antena Yagi. También se trata de llegar a una configuración de ganancia máxima mediante la proposición de un método de optimización. Finalmente se estudiará la respuesta en frecuencia del arreglo y se propondrá un método para su mejora.

2.2 Geometría de la antena Yagi para la aplicación del Método de Momentos

La Figura 2.1 muestra la geometría de la antena Yagi vista desde tres perspectivas.

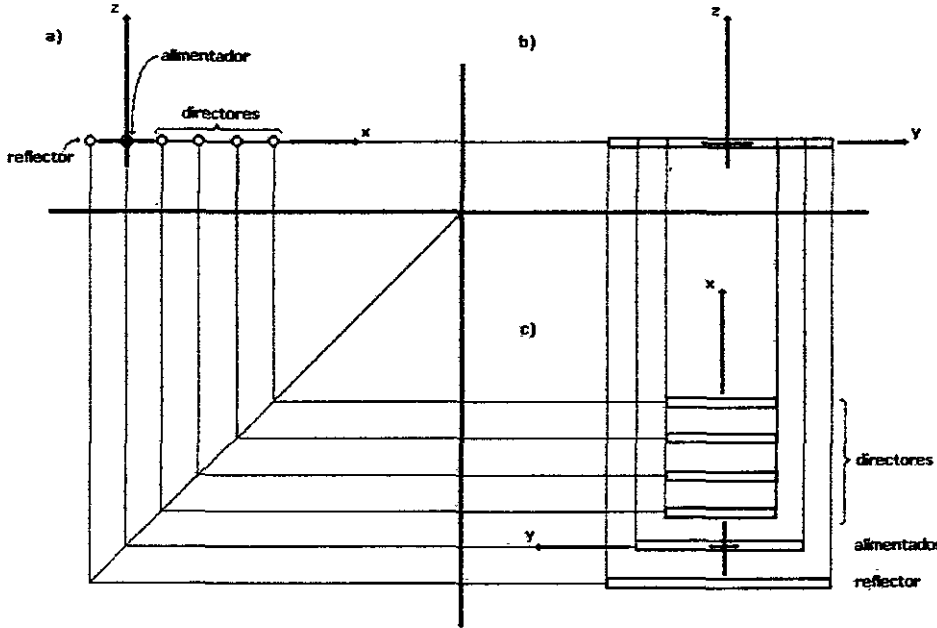


Figura 2.1 Vistas desde diferentes perspectivas de la antena Yagi
 a) Plano xz b) Plano yz c) Plano xy

En la Figura 2.1 podemos observar la disposición de los ejes para el análisis por medio del MM de la antena Yagi. Es importante hacer notar que el origen del sistema de referencia se encuentra en el centro del elemento alimentado, por lo que el reflector está en el segundo y tercer cuadrantes del plano xy y los directores en el primero y cuarto cuadrantes del mismo plano. Asimismo debe observarse que el arreglo se sitúa en el plano xy .

Para el estudio de la antena Yagi con base en el MM, son de interés las dimensiones mostradas en la Figura 2.2. En ella se hace referencia a la separación s_n entre los elementos del arreglo, la cual se toma entre los centros de los elementos respectivos; al diámetro d_n de cada elemento; y a la longitud l_n de cada uno de los dipolos.

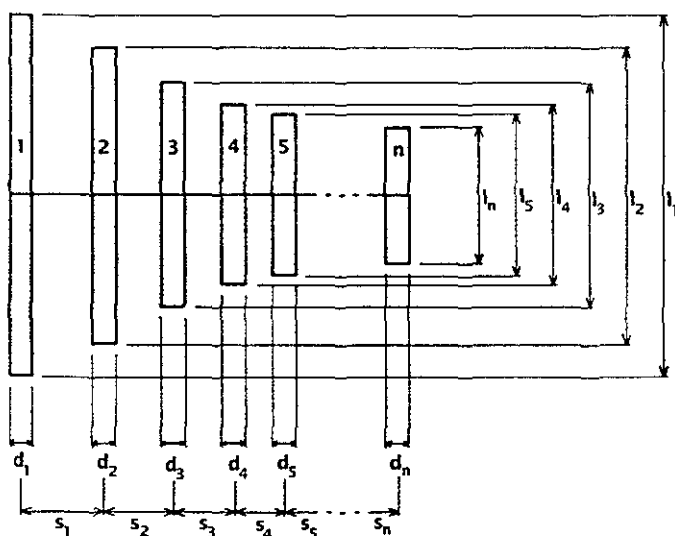


Figura 2.2 Dimensiones de la antena Yagi

En la siguiente figura se muestra la numeración de los segmentos en que se dividieron los dipolos para la implementación del MM, considerando que cada uno mide cerca de 0.5λ .

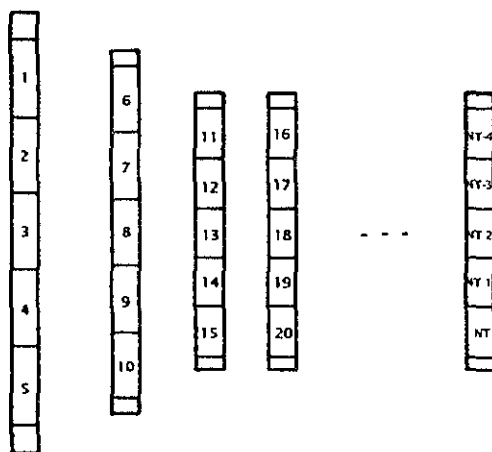


Figura 2.3 Numeración de los segmentos para la implementación del MM

En la figura anterior, NT corresponde al número total de segmentos en que ha sido dividido el arreglo, y está dado por:

$$NT = N_e \times N_{st} \quad (2-1)$$

donde N_e es el número de elementos que componen al arreglo y N_{st} es el número de segmentos en que se divide cada tubo, el cual generalmente es de 5.

Debe observarse que en los extremos de cada uno de los elementos que componen a la antena, existen segmentos que son la mitad de aquellos correspondientes al dipolo respectivo, esto se explicará en la siguiente figura.

A continuación se presentan las variables de interés en la aplicación del MM haciendo referencia a la antena Yagi. En la Figura 2.4 se muestra el dipolo reflector del arreglo y en él se han dispuesto variables ocupadas en el mencionado método de análisis, tales como la distancia R , la disposición de los puntos $n, m, n^+, n^-, m^+, m^-, \hat{m}, \hat{m}^+$ y \hat{m}^- .¹

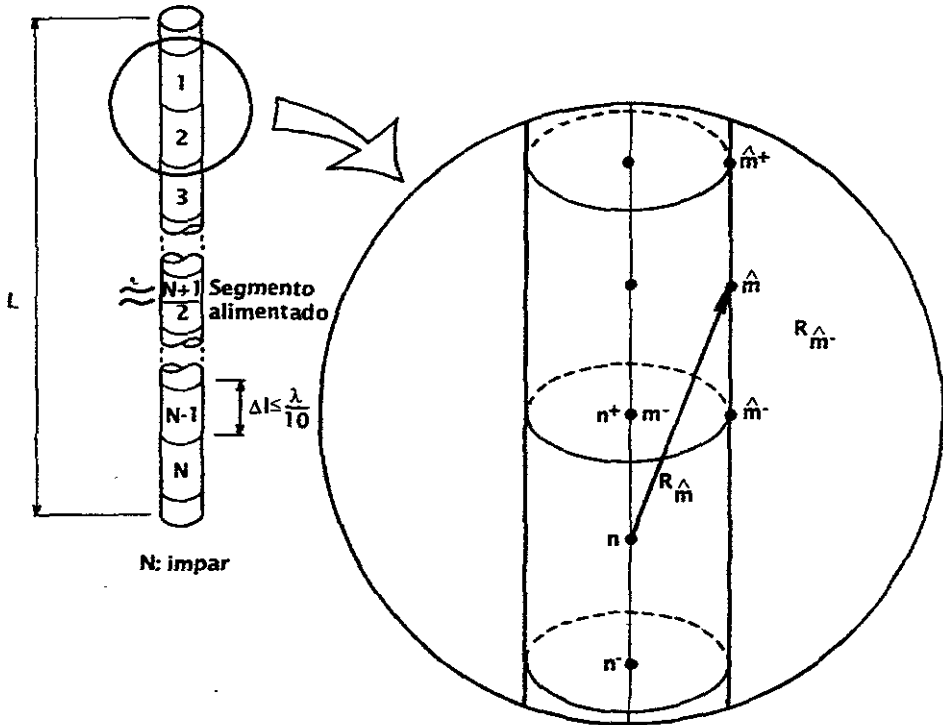


Figura 2.4 Numeración de los segmentos en el reflector

¹ Refiérase al Anexo A

En la misma Figura 2.4 se observan los extremos de media longitud de segmento de los que se hacía mención. La explicación de estos segmentos es la siguiente. Se sabe por la ecuación (A-17), que se tienen que realizar integrales en un intervalo alrededor de puntos $+$ y $-$; ahora supóngase que nos encontramos en un segmento cualquiera y se tiene la función ψ con una distancia que se medirá hacia el segmento número 1. Entonces, al calcular la integral alrededor del punto $+$ del segmento, se necesita tener al menos medio segmento extra para contar con un intervalo completo de integración. Lo mismo ocurriría si se tuviera que realizar la integral hacia un segmento que se encontrara en el extremo opuesto con un intervalo alrededor del punto $-$ del segmento destino

Por otro lado, nótese que en la figura se establece que los segmentos deben de cumplir con la condición de que sean de una longitud menor o igual a una décima parte de la longitud de onda de la frecuencia a la que se pretende trabajar, es decir, 500 MHz. Esto se debe a que sólo así podemos aseverar que la distribución discreta de corrientes constantes será lo suficientemente precisa.

Dada la tardanza en los cálculos, se trabaja con el menor número posible de segmentos en cada número. Con 5 segmentos, la condición $\Delta l \leq \lambda/10$ se cumple en un intervalo de frecuencias considerablemente grande. Esto se debe a que como trabajamos con elementos del orden de media longitud de onda, al dividirlos entre 6 (5 segmentos y dos extremos de medio segmento cada uno), tendremos que $\Delta l \approx \lambda/12 < \lambda/10$.

2.3 Resultados obtenidos a partir del Método de Momentos para antenas Yagi

Este apartado tiene el objetivo de mostrar un análisis comparativo entre los resultados obtenidos por el Método de Momentos implementado para la realización de este trabajo, y resultados encontrados en referencias que en su momento serán mencionadas.

A continuación se muestra la Tabla 2.1. En ella se proporcionan la ganancia y la relación de intensidad de campo hacia enfrente y hacia atrás (FBR – Front to Back ratio) para diferentes antenas Yagi, calculados con base en el análisis expuesto en los Anexos A y B y en la sección 2.2.

Tabla 2.1 Parámetros de Ganancia y FBR calculados para antenas Yagi mediante el MM. Todos los elementos con diámetro igual a 0.005λ e igual separación entre ellos

Antena	Número de elementos	Longitud de los elementos				Parámetros	
		Separación [λ]	Reflector [λ]	Alimentador [λ]	Directores [λ]	Ganancia [dB]	FBR [dB]
1	3	0.25	0.479	0.453	0.451	9.3	6.2
2	4	0.15	0.486	0.459	0.453	9.5	8.1

3	4	0.20	0.503	0.474	0.463	9.7	15.6
4	4	0.25	0.486	0.463	0.456	10.7	11.6
5	4	0.30	0.475	0.453	0.446	10.8	7.7
6	5	0.15	0.505	0.476	0.456	9.8	17.1
7	5	0.20	0.486	0.462	0.449	10.9	12.1
8	5	0.25	0.477	0.451	0.442	10.8	7.4
9	5	0.30	0.482	0.459	0.451	11.5	11.8
10	6	0.20	0.482	0.456	0.437	11.1	9.0
11	6	0.25	0.484	0.459	0.446	11.9	13.6
12	6	0.30	0.472	0.449	0.437	11.5	7.0
13	7	0.20	0.489	0.463	0.444	11.8	16.9
14	7	0.25	0.477	0.454	0.434	11.9	8.8
15	7	0.30	0.475	0.455	0.439	12.6	12.1

Esta tabla fue realizada con los valores de longitud para los elementos propuestos por Lee Fong [FON84]. La siguiente es la tabla que Fong publicó en la obra citada en la bibliografía de este capítulo.

Tabla 2.2 Ganancia y FBR calculados para antenas Yagi mediante el MM. Todos los elementos con diámetro igual a 0.005λ e igual separación entre ellos [FON84].

Antena	Número de elementos	Longitud de los elementos			Parámetros		
		Separación $[\lambda]$	Reflector $[\lambda]$	Alimentador $[\lambda]$	Directores $[\lambda]$	Ganancia [dB]	FBR [dB]
1	3	0.25	0.479	0.453	0.451	9.4	5.6
2	4	0.15	0.486	0.459	0.453	9.7	8.2
3	4	0.20	0.503	0.474	0.463	9.3	7.5
4	4	0.25	0.486	0.463	0.456	10.4	6.0
5	4	0.30	0.475	0.453	0.446	10.7	5.2
6	5	0.15	0.505	0.476	0.456	10.0	13.1
7	5	0.20	0.486	0.462	0.449	11.0	9.4

8	5	0.25	0.477	0.451	0.442	11.0	7.4
9	5	0.30	0.482	0.459	0.451	9.3	2.9
10	6	0.20	0.482	0.456	0.437	11.2	9.2
11	6	0.25	0.484	0.459	0.446	11.9	9.4
12	6	0.30	0.472	0.449	0.437	11.6	6.7
13	7	0.20	0.489	0.463	0.444	11.8	12.6
14	7	0.25	0.477	0.454	0.434	12.0	8.7
15	7	0.30	0.475	0.455	0.439	12.7	8.7

Con el fin de poder hacer una comparación rápidamente, en la Tabla 2.3 se incluyen los resultados de Fong y los nuestros, calculados por el MM, indicando sólo el número asignado a cada antena Yagi. También se añade en esta tabla la impedancia de entrada calculada por el MM.

Tabla 2.3 Parámetros calculados para las 3 antenas mencionadas

Antena	Ganancia [dB]		FBR [dB]		Z_{in} [Ω]	
	Fong	MM	Fong	MM	Fong	MM
1	9.4	9.3	5.6	6.2	$22.3 + 15j$	$21.2 + 2.4j$
2	9.7	9.5	8.2	8.1	$36.7 + 9.6j$	$22.1 + 0.0j$
3	9.3	9.7	7.5	15.6	$5.6 + 20.7j$	$11.2 + 3.0j$
4	10.4	10.7	6.0	11.6	$10.3 + 23.5j$	$13.3 + 5.0j$
5	10.7	10.8	5.2	7.7	$25.8 + 23.2j$	$25.2 + 3.8j$
6	10.0	9.8	13.1	17.1	$9.6 + 13.0j$	$13.2 + 1.1j$
7	11.0	10.9	9.4	12.1	$18.4 + 17.6j$	$16.7 + 3.3j$
8	11.0	10.8	7.4	7.4	$53.3 + 6.2j$	$40.0 + 0.2j$
9	9.3	11.5	2.9	11.8	$19.3 + 39.4j$	$19.9 + 7.7j$
10	11.2	11.1	9.2	9.0	$51.3 - 1.9j$	$41.1 - 2.6j$

11	11.9	11.9	9.4	13.6	23.2 + 21.0j	22.1 + 3.5j
12	11.6	11.5	6.7	7.0	61.2 + 7.7j	48.3 + 0.2j
13	11.8	11.8	12.6	16.9	20.6 + 16.8j	19.4 + 2.9j
14	12.0	11.9	8.7	8.8	57.2 + 1.9j	47.0 + 0.8j
15	12.7	12.6	8.7	12.1	35.9 + 21.7j	32.7 + 3.9j

Como puede verse, existe una gran semejanza entre los valores calculados por el MM y los valores encontrados por Fong en lo que se refiere a la ganancia de las antenas descritas. Observamos también que los valores calculados de FBR no siempre corresponden a los valores que Fong obtuvo; esto puede deberse a la inestabilidad que presenta esta característica de las antenas en función de la frecuencia y a que no conocemos exactamente el procedimiento que siguió Fong al aplicar el MM a sus antenas. Los valores que encontramos para las impedancias de entrada de las antenas son también muy similares a los encontrados por Fong en lo que respecta a la resistencia de entrada (parte real) y presentan algunas variaciones en su parte imaginaria, lo cual es aceptable si se considera que la reactancia de entrada es una característica de las antenas muy sensible a los cambios de frecuencia.

En lo que se refiere a los patrones de radiación, se eligieron las antenas 1, 6 y 15 de la Tabla 2.1 por considerarlas arreglos Yagi representativos de 3, 5 y 7 segmentos, respectivamente. Las características de estas antenas se muestran en la Tabla 2.4.

Tabla 2.4 Parámetros calculados para las 3 antenas mencionadas

Antena	Ganancia [dB]	FBR [dB]	Zin [Ω]	Ancho del haz plano xy	Ancho del haz plano xz
3 elementos	9.3	6.2	21.2 + 2.4j	54.6°	73.7°
5 elementos	9.8	17.1	13.2 + 1.1j	49.8°	62.0°
7 elementos	12.6	12.1	32.7 + 3.9j	36.8°	38.4°

En la Tabla 2.4 se comprueba que al aumentar el número de elementos en una antena Yagi, también aumenta su directividad, es decir, disminuye el ancho del haz de radiación principal, y aumenta también su ganancia [GRE66]. No puede decirse lo mismo para el FBR y la impedancia de entrada de la antena, ya que éstos son parámetros que dependen fundamentalmente de las dimensiones de la antena y de sus elementos, además del número de elementos utilizados.

Los patrones de radiación mostrados a continuación, corresponden a las antenas 1, 6 y 15 de la Tabla 2.2.

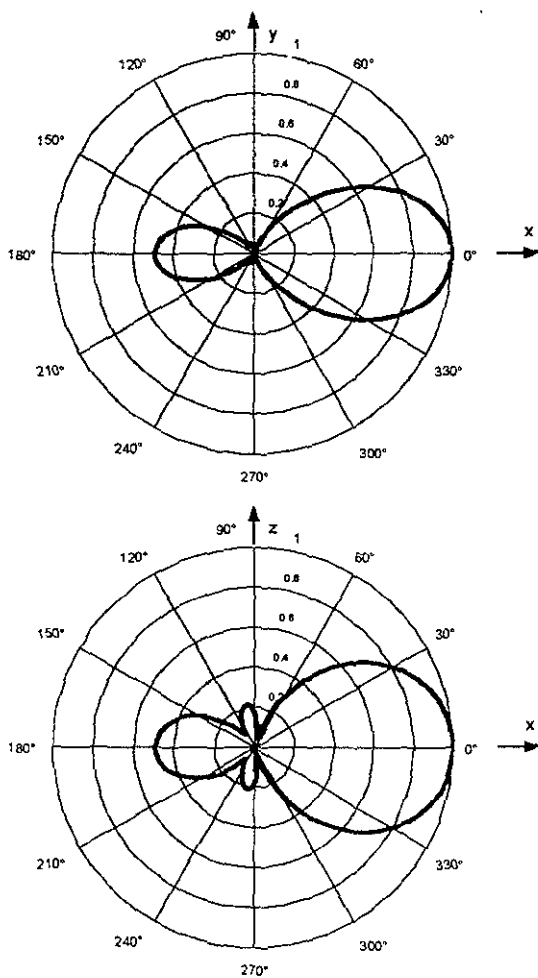


Figura 2.5a Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) para el arreglo de 3 elementos

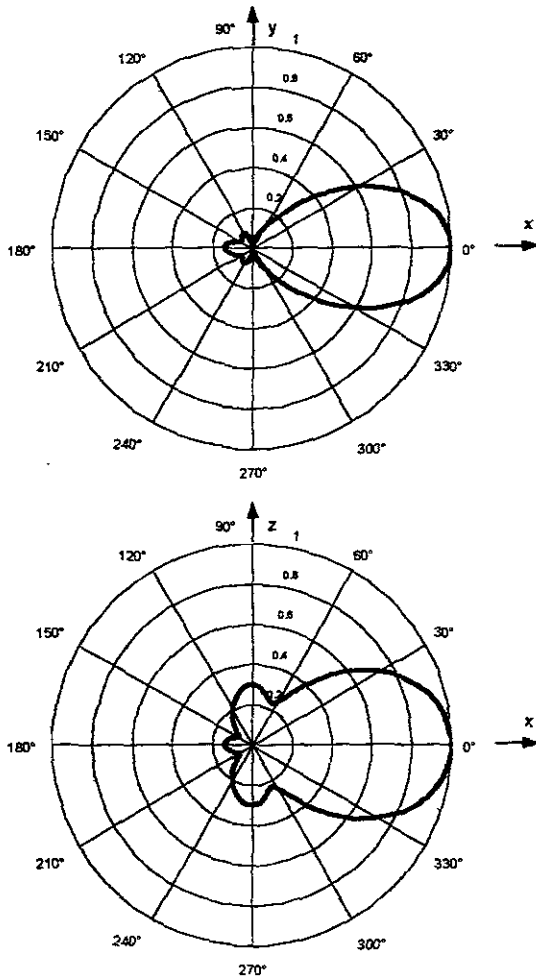


Figura 2.5b Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) para el arreglo de 5 elementos

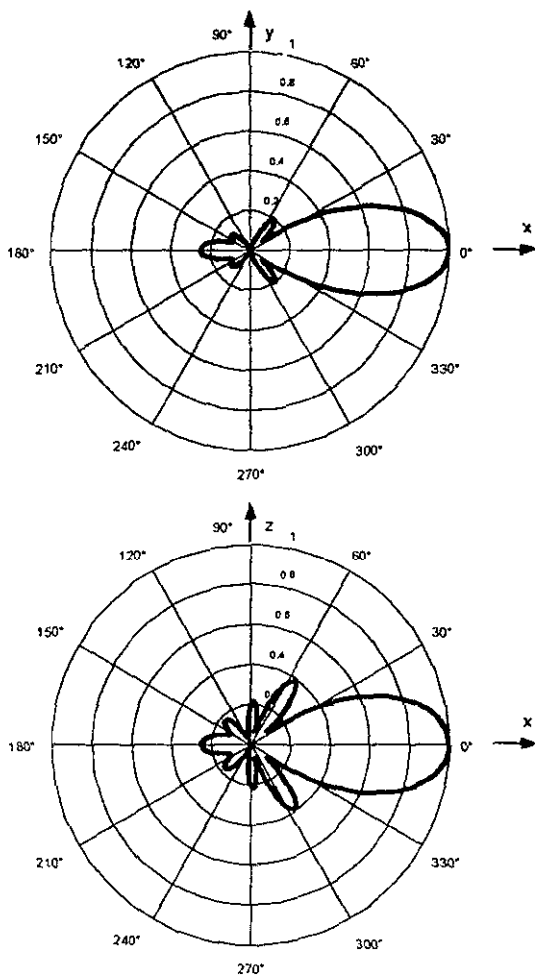


Figura 2.5c Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) para el arreglo de 7 elementos

2.4 Optimización de antenas Yagi

Como se mencionó en la sección 2.1, el objetivo de la antena Yagi es obtener un patrón de radiación del tipo end-fire. Para lograr este tipo de radiación es preciso que los elementos parásitos sean menores en longitud que el elemento alimentado y que se coloquen en la dirección en que se pretende tener al haz principal. Típicamente se utilizan directores del orden de 0.38λ a 0.45λ y el alimentado tendrá una longitud ligeramente menor a la de resonancia, es decir, del orden de 0.45λ a 0.49λ . En cuanto a la longitud del reflector, éste será el elemento de mayor tamaño, con una longitud entre 0.49λ y 0.52λ . Hablando de la separación entre directores, ésta varía entre 0.15λ y 0.4λ , mientras que la separación entre el elemento alimentado y el reflector puede ir de 0.15λ a 0.25λ . La consideración con relación al diámetro de los elementos es que éste sea menor a 0.024λ ya que se ha demostrado experimentalmente que de esta forma la ganancia es independiente del grosor de los tubos [BAL97]. Es importante hacer notar que la longitud de los directores, la separación entre elementos y el diámetro de los mismos no deben ser necesariamente de igual magnitud entre sí para llegar a tener arreglos óptimos.

El número de directores tendrá una repercusión muy importante en la ganancia del arreglo. Sin embargo, llegará un momento en que éste ya no sea un factor que contribuya al aumento significativo de la ganancia, ya que aunque se coloquen más de estos elementos, no se obtendrá un incremento en dicho parámetro, lo que se observa en la Figura 2.6. Esto se debe a la existencia de una reducción progresiva de la magnitud de las corrientes inducidas a lo largo de la antena, por lo que los últimos directores recibirán una corriente inducida despreciable y no serán significativos en la radiación del arreglo. La mayoría de las antenas tiene entre 6 y 12 tubos directores, aunque se han construido de hasta cuarenta elementos [BAL97]. No obstante, al aumentar el número de directores, también aumentan en número y tamaño los lóbulos laterales, lo que hace susceptible a la antena de recibir señales provenientes de trayectorias múltiples.

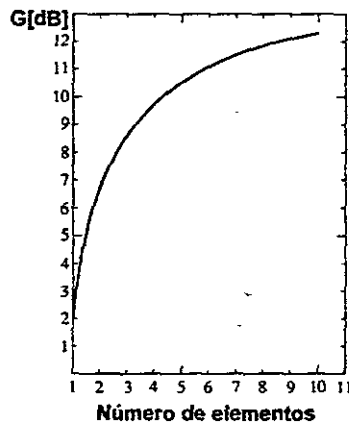


Figura 2.6 Ganancia de una antena Yagi típica contra el número total de elementos. El espaciamiento entre todos sus elementos es igual a 0.15λ , el diámetro de los conductores es de 0.0025λ . [GRE66]

A continuación se presenta la Tabla 2.5a, con valores calculados mediante el MM. Ésta demuestra que el espaciamento entre el reflector y el alimentador tiene efectos despreciables en la ganancia del arreglo pero una repercusión muy importante en cuanto a FBR e impedancia de entrada [BAL97].

Tabla 2.5a² Ganancia, impedancia de entrada y FBR para antenas yagi con diferente espaciamento entre alimentador y reflector. La longitud del reflector es igual a 0.51λ .

Separación entre el alimentador y el reflector [λ]	Ganancia [dB]	Zin [Ω]	FBR [dB]
0.15	10.88	17.25 + 17.31j	12.75
0.20	10.97	21.96 + 20.89j	14.45
0.25	11.00	26.09 + 22.99j	16.18
0.30	10.98	29.94 + 23.99j	17.68

Tabla 2.5b Ganancia, impedancia de entrada y FBR para antenas yagi con diferente longitud del reflector. La separación entre el reflector y el alimentador es igual a 0.20λ .

Longitud del reflector [λ]	Ganancia [dB]	Zin [Ω]	FBR [dB]
0.50	10.98	21.14 + 20.43j	13.97
0.51	10.97	21.96 + 20.89j	14.45
0.52	10.94	22.69 + 21.18j	14.81

En la Tabla 2.5b podemos observar que la longitud del reflector tampoco tiene una repercusión significativa en la ganancia ni en la impedancia de entrada, aunque sí la tiene en el FBR. Aunque el incremento del FBR al aumentar la longitud del reflector no sea muy grande, es importante mencionar que ninguno de los autores consultados en la bibliografía hace referencia a este hecho.

Tomando en cuenta las consideraciones mencionadas, el funcionamiento y optimización del arreglo Yagi puede resumirse en tres partes fundamentales:

- I. La fila de directores
- II. El arreglo reflector-alimentador
- III. El alimentador

Es decir que para lograr configuraciones óptimas en cuanto a ganancia, FBR e impedancia de entrada, con un número fijo de elementos, definimos los siguientes puntos:

1. Establecimiento de una configuración original
2. Modificación de la longitud de los directores
3. Alteración de la longitud del reflector
4. Modificación de la separación entre el alimentador y el reflector
5. Alteración de la separación entre los directores

² Todas las antenas tienen igual separación de 0.3λ entre los directores, 4 directores iguales de 0.435λ , un elemento alimentado de 0.475λ , y todos los elementos tienen diámetro de 0.0166λ .

Es necesario aclarar que después de cada una de estas alteraciones se realizan cambios en la longitud del dipolo alimentador para que el arreglo opere en resonancia. Este proceso puede ser iterativo, sin embargo, encontramos que realizar una segunda iteración no produce un aumento considerable en la ganancia (alrededor de 0.1 a 0.2 dB) y, en cambio, se producen pérdidas de FBR.

Los autores consultados no definen un proceso metódico para encontrar las configuraciones óptimas que presentan, sin embargo, conocen el efecto global que produce el alterar cada uno de los elementos de la antena y seguramente se basaron en esto para encontrar las dimensiones de sus antenas.

En este capítulo en particular, consideraremos un arreglo como óptimo cuando se logre un valor máximo de ganancia, manteniendo un valor adecuado de FBR, para el cual proponemos valores mayores a 10 dB, considerando que se sugieren generalmente valores de FBR superiores a los 6 dB [LER92]. Los arreglos óptimos presentados se encuentran también en resonancia y tienen valores de impedancia de entrada típicos de antenas Yagi (20 – 35 Ω).

Con base en lo anterior lograremos obtener un máximo de ganancia al llegar al espaciamiento óptimo entre directores y longitud también óptima de los mismos, para posteriormente conseguir un FBR y una impedancia de entrada óptimas mediante el cambio de las dimensiones del arreglo alimentador-reflector.

2.5 Resultados y Conclusiones

A continuación se presentan los historiales de optimización de cuatro arreglos Yagi siguiendo los pasos establecidos en la sección 2.4.

Arreglo de 6 elementos

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Z_{in} [Ω]
1	0.45	0.52	0.25	0.40	0.438	3.35	-3.98	108.23+2.78j
2	0.40	0.52	0.25	0.40	0.428	10.49	8.29	47.26+1.27j
3	0.40	0.47	0.25	0.40	0.429	11.39	9.74	32.56+1.64j
4	0.40	0.47	0.20	0.40	0.435	11.52	11.52	21.55+0.77j
5	0.40	0.47	0.20	0.40	0.435	11.52	11.52	21.55+0.77j

Arreglo óptimo:

Longitud del reflector L_R	0.47 [λ]	Ganancia	11.52 [dB]
Longitud del alimentador L_A	0.435 [λ]	FBR	11.52 [dB]

Longitud de los directores L_D	0.40 [λ]	Z_{in}	21.55+0.77j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.20 [λ]	Ancho del haz plano xy	39.95 °
Separación entre directores S_D	0.40 [λ]	Ancho del haz plano xz	44.10 °

Arreglo de 9 elementos

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Z_{in} [Ω]
1	0.40	0.52	0.25	0.40	0.435	3.21	-5.58	105.65 - 0.37j
2	0.41	0.52	0.25	0.40	0.429	11.56	13.16	41.51+2.03j
3	0.41	0.47	0.25	0.40	0.431	12.27	20.76	28.81+1.82j
4	0.41	0.47	0.22	0.40	0.434	12.34	24.91	22.99+1.00j
5	0.41	0.47	0.22	0.39	0.436	12.48	11.39	33.00 - 0.48j

Arreglo óptimo:

Longitud del reflector L_R	0.47 [λ]	Ganancia	12.48 [dB]
Longitud del alimentador L_A	0.436 [λ]	FBR	11.39 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.41 [λ]	Z_{in}	33.00 - 0.48j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.22 [λ]	Ancho del haz plano xy	27.08 °
Separación entre directores S_D	0.39 [λ]	Ancho del haz plano xz	28.30 °

Arreglo de 12 elementos

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Z_{in} [Ω]
1	0.45	0.52	0.25	0.4	0.436	3.24	-6.46	106.49+0.75j
2	0.40	0.52	0.25	0.4	0.427	12.57	9.06	51.94+1.21j
3	0.40	0.47	0.25	0.4	0.435	13.49	10.18	35.45+1.84j
4	0.40	0.47	0.19	0.4	0.435	13.72	12.06	20.72+1.09j
5	0.40	0.47	0.19	0.39	0.440	13.81	24.71	22.54+0.06j

Arreglo óptimo:

Longitud del reflector L_R	0.47 $[\lambda]$	Ganancia	13.81 [dB]
Longitud del alimentador L_A	0.440 $[\lambda]$	FBR	24.71 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.40 $[\lambda]$	Zin	22.54+0.06j $[\Omega]$
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.19 $[\lambda]$	Ancho del haz plano xy	26.10 °
Separación entre directores S_D	0.39 $[\lambda]$	Ancho del haz plano xz	26.34 °

Arreglo de 15 elementos

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Zin [Ω]
1	0.45	0.52	0.25	0.40	0.435	3.24	-7.05	105.67 - 0.37j
2	0.40	0.52	0.25	0.40	0.438	13.18	19.47	57.31+0.91j
3	0.40	0.47	0.25	0.40	0.435	13.84	13.25	42.85+0.87j
4	0.40	0.47	0.18	0.40	0.440	14.04	11.29	25.10+0.49j
5	0.40	0.47	0.18	0.38	0.440	14.25	16.00	20.09+0.86j

Arreglo óptimo:

Longitud del reflector L_R	0.47 $[\lambda]$	Ganancia	14.25 [dB]
Longitud del alimentador L_A	0.440 $[\lambda]$	FBR	16.00 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.40 $[\lambda]$	Zin	20.09+0.86j $[\Omega]$
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.18 $[\lambda]$	Ancho del haz plano xy	23.12 °
Separación entre directores S_D	0.38 $[\lambda]$	Ancho del haz plano xz	23.76 °

A continuación se presentan los patrones de radiación de los arreglos óptimos obtenidos.

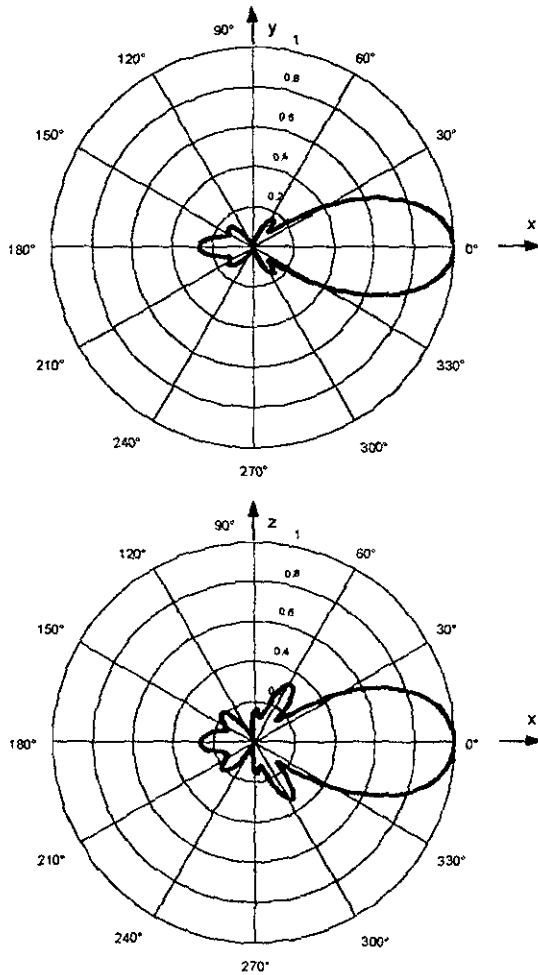


Figura 2.7a Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) para el arreglo óptimo de 6 elementos

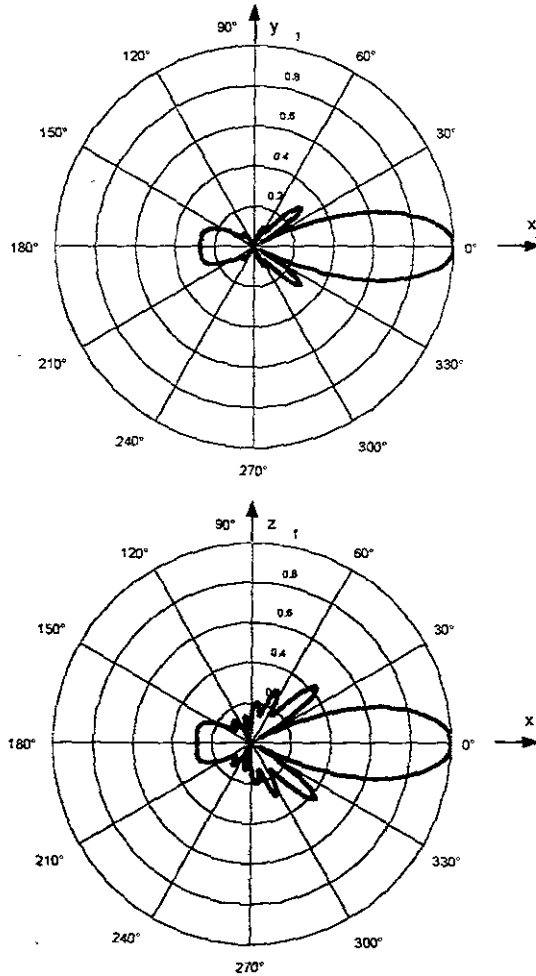


Figura 2.7b Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) para el arreglo óptimo de 9 elementos

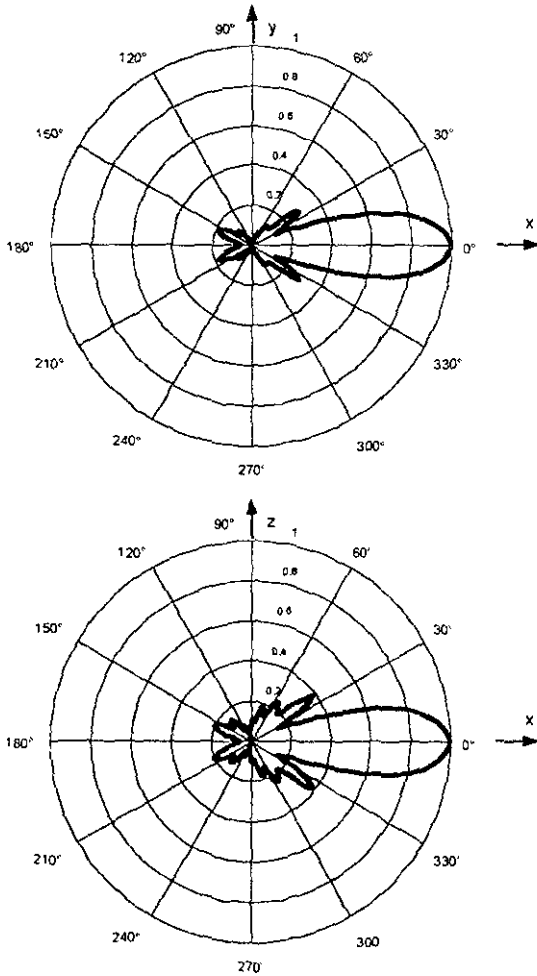


Figura 2.7c Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) para el arreglo óptimo de 12 elementos

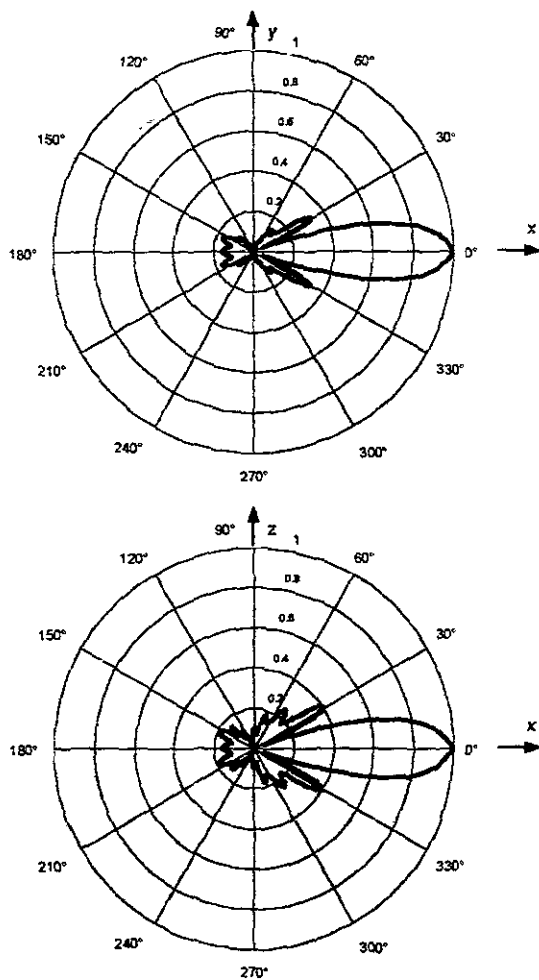


Figura 2.7d Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) para el arreglo óptimo de 15 elementos

A continuación se muestran las características de ganancia de las antenas encontradas en función de la frecuencia de trabajo. En la figura se muestra gráficamente también el ancho de banda de las antenas, definido como el rango de frecuencias comprendido entre los puntos donde la ganancia es 3 dB menor a la ganancia máxima

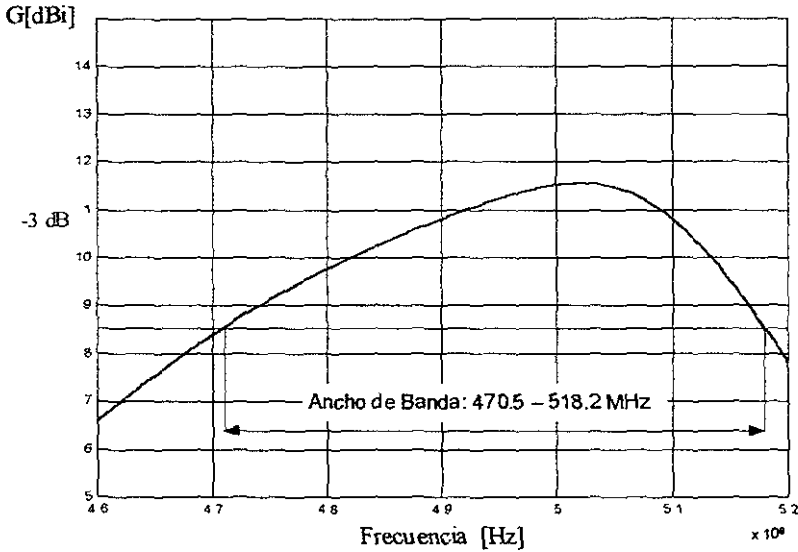


Figura 2.9a Ancho de banda del arreglo óptimo de 6 elementos

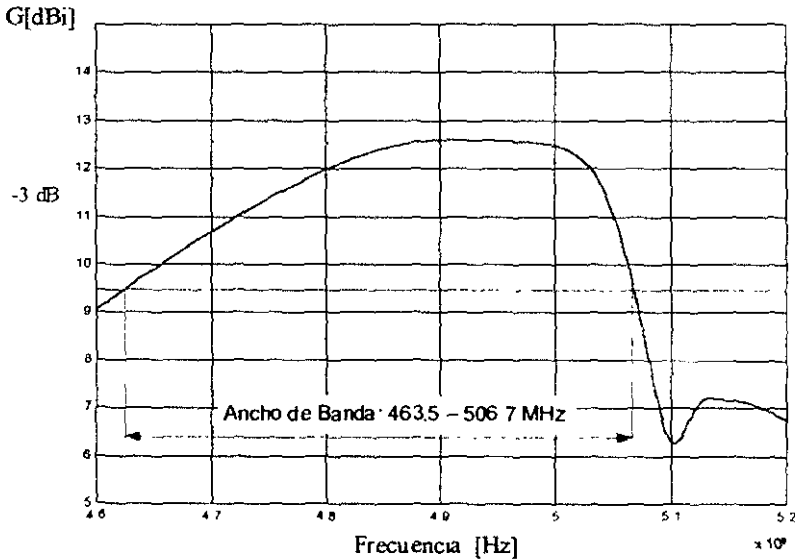


Figura 2.9b Ancho de banda del arreglo óptimo de 9 elementos

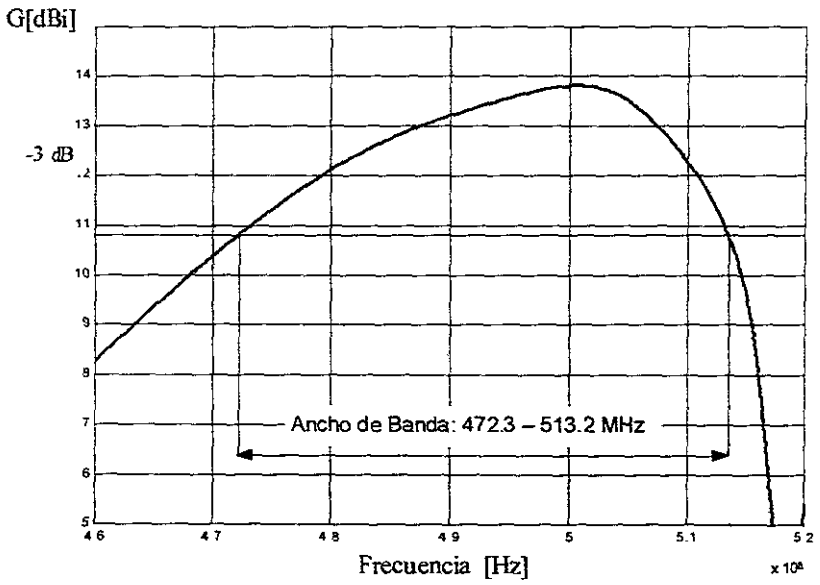


Figura 2.9c Ancho de banda del arreglo óptimo de 12 elementos

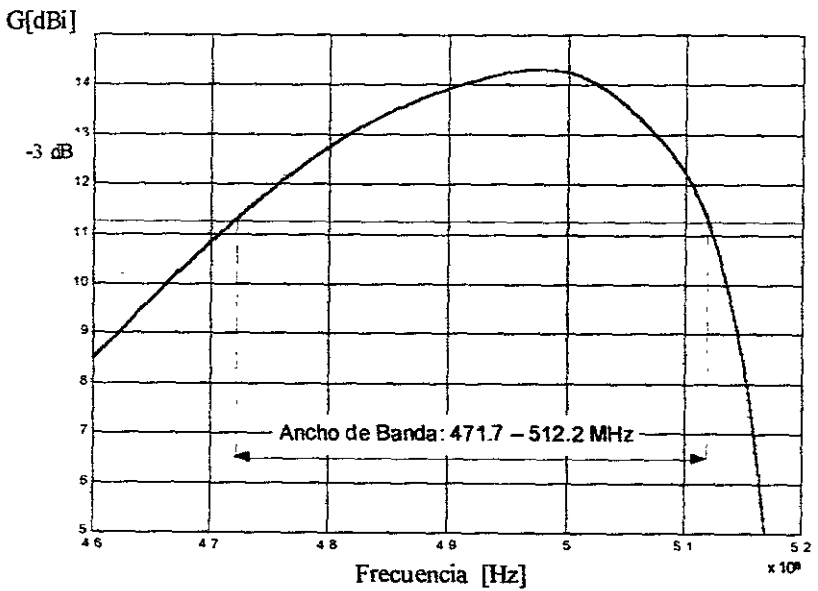


Figura 2.9d Ancho de banda del arreglo óptimo de 15 elementos

Como podemos observar, se han cumplido todas las consideraciones establecidas en los apartados anteriores. En todos los historiales de optimización podemos ver que tanto el espaciado entre directores como la longitud de los mismos tienen una repercusión directa y significativa en la ganancia. Por otro lado, la modificación de los parámetros correspondientes al arreglo alimentador-reflector, no afectan de forma alarmante la ganancia de la antena y sí nos proporcionan buenas características de FBR y de impedancia de entrada.

De igual forma, es apreciable que mientras mayor es el número de directores mayor es la ganancia. No obstante, también aumenta el número y el tamaño de los lóbulos laterales, por lo que no es muy conveniente tener un gran número de directores.

En la figura 2.8 podemos apreciar que el ancho de banda de las antenas propuestas va disminuyendo conforme aumenta el número de elementos del arreglo.

Podemos concluir que un arreglo con características muy buenas en cuanto a radiación (ganancia y bajos lóbulos laterales) y FBR es el propuesto de 12 elementos.

Como hemos visto, la impedancia de entrada no corresponde a ninguna de las impedancias características de las líneas de transmisión mencionadas en el Capítulo 1 (75Ω , 300Ω). En el Capítulo 3 se alimentará el arreglo Yagi con un dipolo doblado, esto se hará con el propósito de aumentar su impedancia de entrada y poder acoplar el arreglo ya sea al cable coaxial o a la línea bifilar. Es por esto que la impedancia de entrada de la antena de 12 elementos propuesta es considerada como buena, ya que se espera que crezca en un factor cercano a 4 gracias al dipolo doblado y proporcione un buen acoplamiento con el cable coaxial. Asimismo, en el Capítulo 4 se estudiará el arreglo con un reflector en "V" teniendo como objetivo mejorar las características de radiación de la antena.

REFERENCIAS

- [BAL97] Balanis, Constantine A. *Antenna Theory Analysis and Design*. John Wiley and Sons, Inc. EUA 1982.
- [CAR98] Carr, Joseph J. *Practical Antenna Handbook*. TAB Books, Division of McGraw-Hill International Editions. EUA 1998.
- [FON84] Fong, Lee K. *Television Engineering Handbook. Featuring HDTV Systems*. EUA, 1992.
- [GRE66] Green, H.E.. *Design Data for Short and Medium Length Yagi-Uda Arrays*. Institution of Engineers (Australia), Elec. Eng. Trans., March 1966.
- [LER92] Lery, Scott A.; Paik, Woo H.; Rust, Robert M. *Extending HDTV Coverage Using Low Power Repeaters. A Cellular Approach*, IEEE Transactions on Broadcasting, September 1992.
- [STU98] Stutzman, W. L y Thiele, G. A. *Antenna Theory and Design*. John Wiley and Sons, Inc. EUA 1998.
-

Capítulo 3

Análisis de la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado

3.1 Introducción

En los dos capítulos anteriores han sido analizadas las características tanto del dipolo doblado como de la antena Yagi. Se ha visto que la impedancia de entrada de las antenas Yagi propuestas se encuentra entre los 20Ω y los 34Ω , por lo que se tendría que aplicar una técnica de acoplamiento para poder conectar la antena a alguna de las líneas de transmisión mencionadas, es decir, la línea bifilar o el cable coaxial, cuyas impedancias características son de 300Ω y 75Ω respectivamente. Por otro lado, en el Capítulo 1 se demostró que la impedancia de entrada del dipolo doblado en resonancia es igual a cuatro veces la impedancia de entrada de un dipolo de media longitud de onda.

En este capítulo se estudiará el efecto que tiene un dipolo doblado como alimentador dentro de un arreglo Yagi. Es de esperarse que la impedancia de entrada de la antena sea alrededor de cuatro veces mayor a aquella que tenía cuando se alimentaba con un dipolo de media longitud de onda. Asimismo, dado que las características de radiación de la antena dependen muy poco de las dimensiones del segmento alimentado, tal y como se demostró en el Capítulo 2, éstas no deberán de modificarse de manera sustancial

Además, se aplicará a los arreglos alimentados con un dipolo doblado, el mismo método de optimización que se aplicó a las antenas Yagi sencillas, así como lo estudiado en el Capítulo 1 con relación a las dimensiones óptimas y comerciales del dipolo doblado. Esto se hará con el objetivo de obtener tanto características de radiación óptimas como una impedancia de entrada compatible con la línea de cable coaxial, debido a que es la más utilizada en la actualidad.

3.2 Geometría de la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado para la aplicación del Método de Momentos

La Figura 3.1 muestra la geometría de la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado vista desde tres perspectivas.

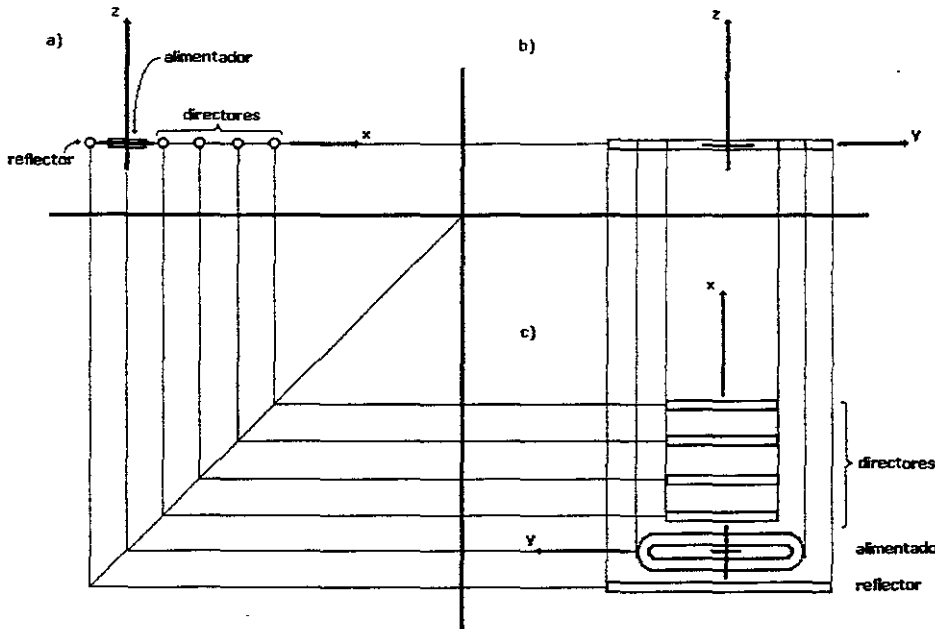


Figura 3.1 Vistas desde diferentes perspectivas de la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado

a) Plano xz b) Plano yz c) Plano xy

La Figura 3.1 presenta el arreglo Yagi alimentado con un dipolo doblado. Nótese que el origen del sistema coordenado se encuentra en el centro del dipolo doblado, a diferencia del estudio que se hizo de la antena Yagi alimentada con un dipolo de media longitud de onda, en la cual el origen del sistema de coordenadas se encontraba en el punto de alimentación. Esto es debido a que en el estudio realizado con el dipolo doblado aislado esta fue la forma de tomar el sistema de referencia (Figura 1.7) Por otro lado, el arreglo se encuentra situado en el mismo plano en el que se estudió la Yagi, es decir, el xy .

Teniendo como objetivo el análisis de la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado con base en el MM, es preciso definir las variables que definen las dimensiones del arreglo. En la Figura 3.2 se muestran estas variables. En ella se hace referencia a la separación s_n entre los elementos del arreglo, la cual se toma entre los centros de los elementos respectivos; al diámetro d_n de cada elemento; a la longitud l_n de cada uno de los elementos

incluyendo al dipolo doblado); y a la separación s_d correspondiente a la separación entre los centros de los brazos del dipolo doblado.

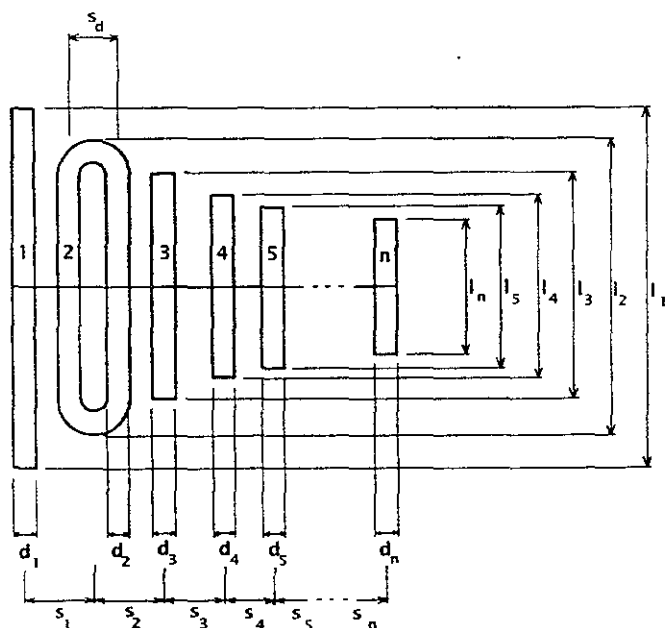


Figura 3.2 Dimensiones de la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado

La geometría del dipolo doblado empleada para su análisis utilizando el Método de Momentos, es similar a la explicada en el Capítulo 1, salvo en el caso de la numeración. En este caso, el orden de los segmentos en que es dividido el dipolo doblado es idéntico, simplemente cambia el número de segmento correspondiente al arreglo ya que es el último elemento en ser numerado. Esto es ilustrado en la Figura 3.3

Obsérvese la disposición en cuanto a la numeración, NY corresponde al número total de segmentos en que se dividen los dipolos sencillos de la Yagi, mientras que NT es el número total de segmentos en que es dividida en su totalidad la antena, es decir, son considerados los segmentos correspondientes tanto a dipolos sencillos como al dipolo doblado. Tomando en cuenta lo anterior, podemos escribir

$$NT = NY + ND \tag{3-1}$$

donde ND corresponde al número total de segmentos en que se divide el dipolo doblado

Obsérvese que el dipolo doblado cuenta con dos brazos constituidos por cinco segmentos cada uno, tal y como ocurre con los otros dipolos sencillos que componen al arreglo. Esto se explica de la misma forma para los dos casos en la sección 2.2

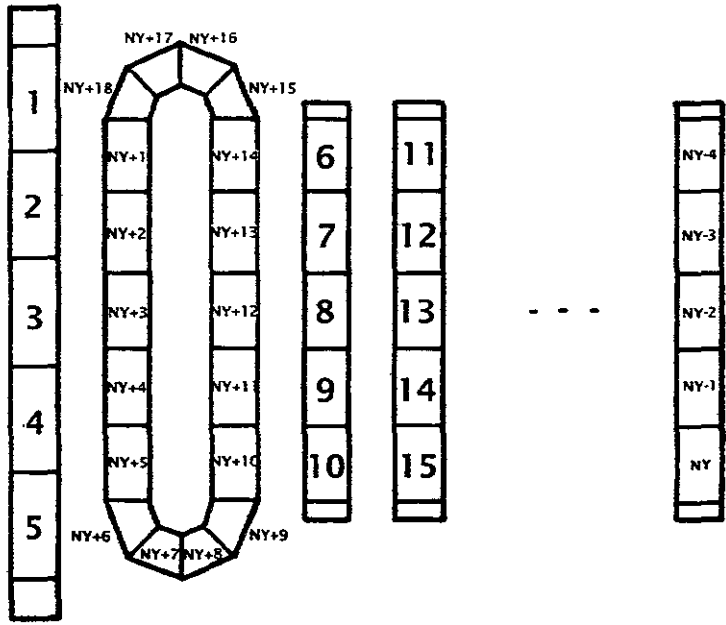


Figura 3.3 Numeración de los segmentos para la implementación del MM

La obtención de las coordenadas correspondientes al dipolo doblado se realiza de forma similar a la expuesta en el Capítulo 1, tomando en consideración lo establecido por la ecuación 3-1.

Asimismo, la obtención de las coordenadas de los segmentos correspondientes a los dipolos sencillos que componen al arreglo, se llevó a cabo con base en lo expuesto en el Capítulo 1 con relación a los segmentos rectos, pero considerando las dimensiones expuestas en las Figuras 3.1 y 3.2 y tomando en cuenta a la ecuación 3-1.

3.3 Optimización del arreglo Yagi alimentado con un dipolo doblado

En esta sección se llevará a cabo la optimización de la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado. Esta condición nos permite alimentar la antena en el brazo del dipolo doblado que se encuentra hacia el reflector (segmento *NT-15* de la Figura 3.3) o en el brazo que se orienta hacia los directores (segmento *NT-6* de la Figura 3.3). En este estudio analizaremos ambos casos y compararemos resultados en cuanto a características de radiación y utilidad práctica.

Tomando en cuenta que se trata de un arreglo Yagi, el procedimiento de optimización será similar al llevado a la práctica en el Capítulo 2. En el caso de la resonancia, fueron definidas y fijadas las dimensiones de diámetro y separación del dipolo doblado, siendo sólo modificada la longitud del mismo cuando se quiera llevar a resonancia a la antena. Por lo tanto, los pasos a seguir son los siguientes

1. Establecimiento de una configuración original
2. Modificación de la longitud de los directores
3. Alteración de la longitud del reflector
4. Modificación de la separación entre el alimentador y el reflector
5. Alteración de la separación entre los directores

La configuración original será la misma que se tomó para las antenas Yagi optimizadas alimentadas con un dipolo sencillo, a excepción del alimentador que será un dipolo doblado de 1 cm de diámetro y 5 cm de separación, tal y como se estableció en el Capítulo 1 (pág. 14) donde se determinó que una relación separación/diámetro de 5 arroja buenos resultados de radiación e impedancia de entrada. Cabe hacer mención que el utilizar 1 cm. de diámetro responde a la necesidad de trabajar con dimensiones comerciales, por lo que al estar trabajando en la banda de 470 MHz a 512 MHz y siendo la frecuencia de trabajo 500 MHz, las dimensiones de diámetro y separación son de 0.0166 y 0.0833 longitudes de onda respectivamente. Por otro lado, la longitud del alimentador será definida para que la configuración original resuene.

Al igual que en el capítulo anterior, después de cada una de estas alteraciones se realizan cambios en la longitud del dipolo doblado (alimentador) para que el arreglo opere en resonancia.

Al utilizar un dipolo doblado como alimentador del arreglo no necesariamente se espera que la ganancia o el FBR superen sustancialmente a los obtenidos con arreglos Yagi alimentados con dipolo sencillo; sin embargo, el cambio de mayor relevancia debe de observarse en la impedancia de entrada de la antena, ya que se prevé que ésta se aproxime a la impedancia característica del cable coaxial utilizado en TV (75Ω).

3.4 Resultados y Conclusiones

Mediante un procedimiento similar al presentado en el Capítulo 2, se realizaron optimizaciones de arreglos Yagi alimentados con dipolo doblado de 6, 9, 12 y 15 elementos, alimentados tanto en el brazo izquierdo como en el derecho. A continuación se presentan sus historiales de optimización y las características de los arreglos óptimos, mostrando sólo las configuraciones donde cambia alguna de las dimensiones con respecto al arreglo original.

Arreglo de 6 elementos alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Z_{in} [Ω]
1	0.40	0.47	0.20	0.40	0.411	12.04	13.20	65.80 + 1.40j
3	0.40	0.49	0.20	0.40	0.403	11.98	12.94	83.01 - 1.16j
2	0.40	0.49	0.19	0.40	0.405	12.03	13.47	74.63 - 1.44j

Arreglo óptimo de 6 elementos con alimentación izquierda:

Longitud del dipolo doblado L_A	0.405 [λ]	Ganancia	12.03 [dB]
Longitud del reflector L_R	0.49 [λ]	FBR	13.47 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.40 [λ]	Z_{in}	74.63 - 1.44j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.19 [λ]	Ancho del haz plano xy	41.6 °
Separación entre directores S_D	0.40 [λ]	Ancho del haz plano xz	46.0 °

Arreglo de 9 elementos alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Z_{in} [Ω]
1	0.41	0.47	0.22	0.39	0.409	13.24	8.56	134.14 + 1.42j
2	0.41	0.47	0.17	0.39	0.417	13.39	7.41	75.64 + 0.06j

Arreglo óptimo de 9 elementos con alimentación izquierda:

Longitud del dipolo doblado L_A	0.417 [λ]	Ganancia	13.39 [dB]
Longitud del reflector L_R	0.47 [λ]	FBR	7.41 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.41 [λ]	Z_{in}	75.64 + 0.06j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.17 [λ]	Ancho del haz plano xy	28.8 °
Separación entre directores S_D	0.39 [λ]	Ancho del haz plano xz	31.6 °

Arreglo de 12 elementos alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Zin [Ω]
1	0.40	0.47	0.19	0.39	0.417	14.46	21.78	73.83 - 0.18j

Arreglo óptimo de 12 elementos con alimentación izquierda:

Longitud del dipolo doblado L_A	0.417 [λ]	Ganancia	14.46 [dB]
Longitud del reflector L_R	0.47 [λ]	FBR	21.78 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.40 [λ]	Zin	73.83 - 0.18j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.19 [λ]	Ancho del haz plano xy	26.4 °
Separación entre directores S_D	0.39 [λ]	Ancho del haz plano xz	28.0 °

Arreglo de 15 elementos alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Zin [Ω]
1	0.40	0.47	0.18	0.38	0.416	15.14	19.55	55.77 - 0.78j
2	0.40	0.48	0.18	0.38	0.411	15.28	18.87	62.68 - 0.86j
3	0.40	0.48	0.20	0.38	0.406	15.19	17.15	78.77 - 1.07j

Arreglo óptimo de 15 elementos con alimentación izquierda

Longitud del dipolo doblado L_A	0.406 [λ]	Ganancia	15.19 [dB]
Longitud del reflector L_R	0.48 [λ]	FBR	17.15 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.40 [λ]	Zin	78.77 - 1.07j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.20 [λ]	Ancho del haz plano xy	24.0 °
Separación entre directores S_D	0.38 [λ]	Ancho del haz plano xz	24.8 °

Más adelante, en las Tablas 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4, se comparan los parámetros de ganancia, FBR e impedancia de entrada de los arreglos óptimos Yagi con dipolo sencillo, Yagi con dipolo doblado alimentado en el brazo izquierdo y Yagi con dipolo doblado alimentado en el brazo derecho. Esto nos permitirá hacer un análisis que nos ayudará a definir qué configuración presenta mayores ventajas sobre las demás.

A continuación se presentan las Figuras 3.4a a 3.4d, donde se muestran los patrones de los arreglos óptimos encontrados, alimentados en el brazo izquierdo de un dipolo doblado, en comparación con las antenas Yagi alimentadas con un dipolo sencillo presentadas en el Capítulo 2. Se observa que, en cada uno de los casos mostrados, se tiene el mismo número de lóbulos laterales cuando se alimenta la antena con un dipolo doblado que cuando se alimenta con un dipolo sencillo. Estos lóbulos laterales se encuentran también en la misma dirección, por lo que se deduce que el utilizar un dipolo doblado como elemento alimentado del arreglo no influye en el número y dirección de los lóbulos laterales de un arreglo alimentado con un dipolo sencillo.

Es importante aclarar que, para el cálculo de los patrones de radiación mostrados a continuación, se consideró una misma corriente en el segmento alimentado de cada uno de los arreglos y se graficó la magnitud normalizada del campo eléctrico calculado con base en esta corriente eléctrica.

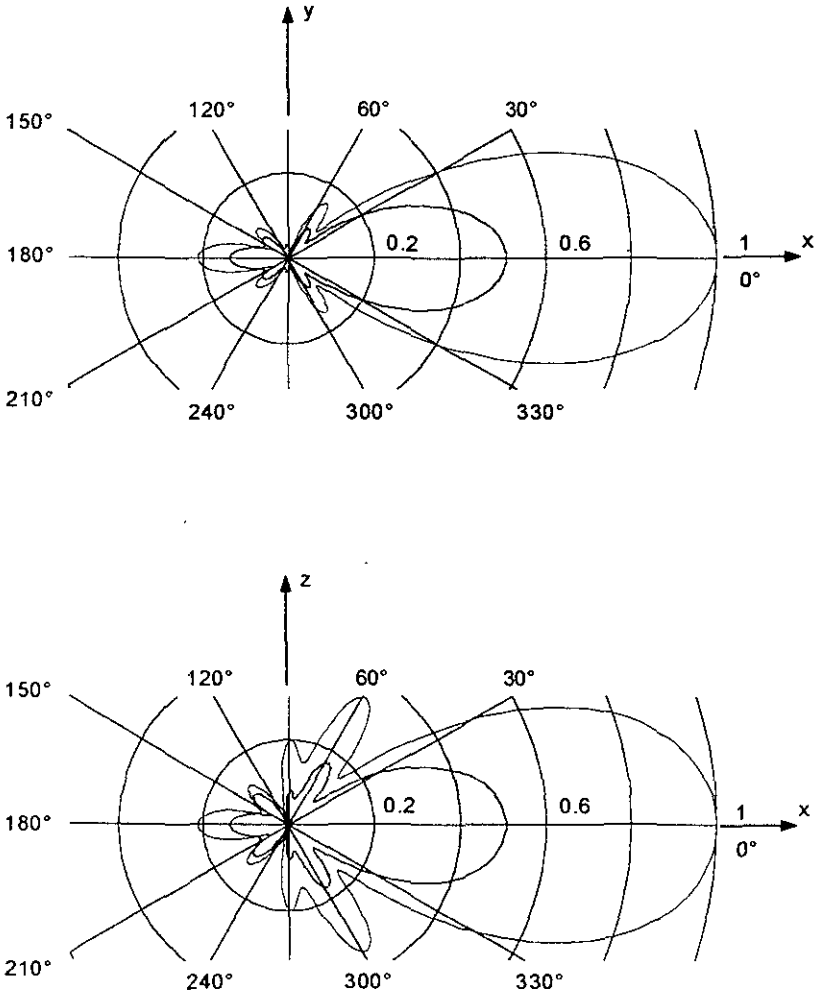


Figura 3.4a Patrones de radiación en los planos xy (*Plano E*) y xz (*Plano H*) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda para antenas de 6 elementos.

- Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■

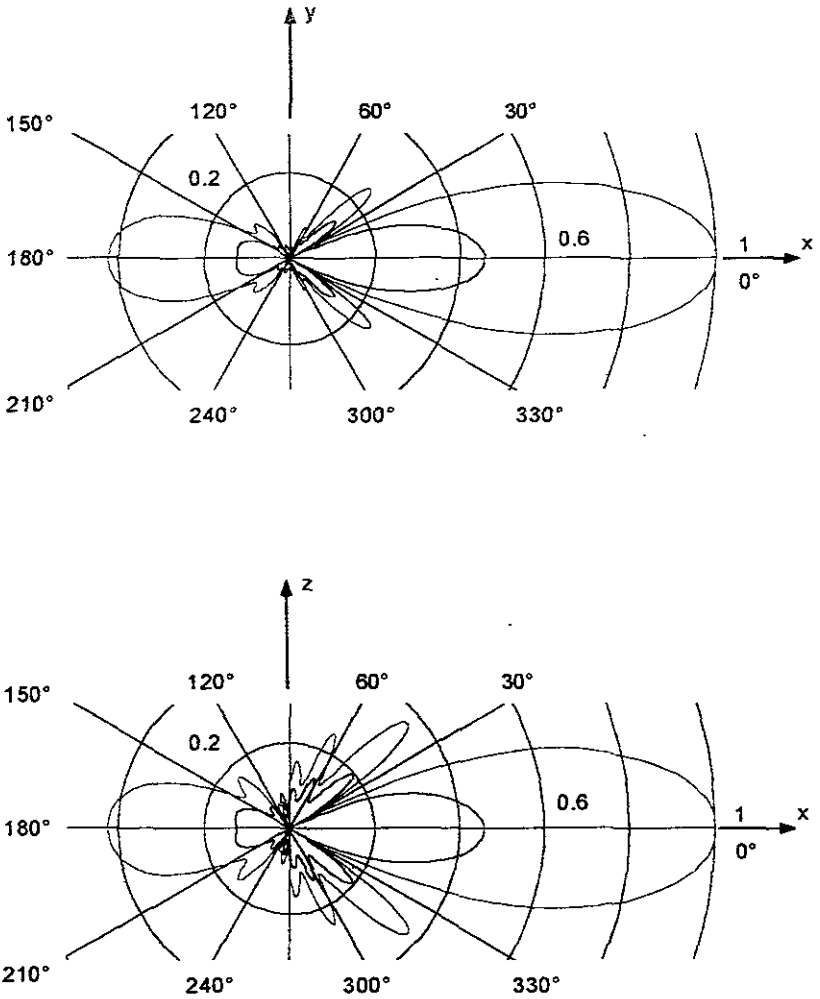


Figura 3.4b Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda para antenas de 9 elementos.

- Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■

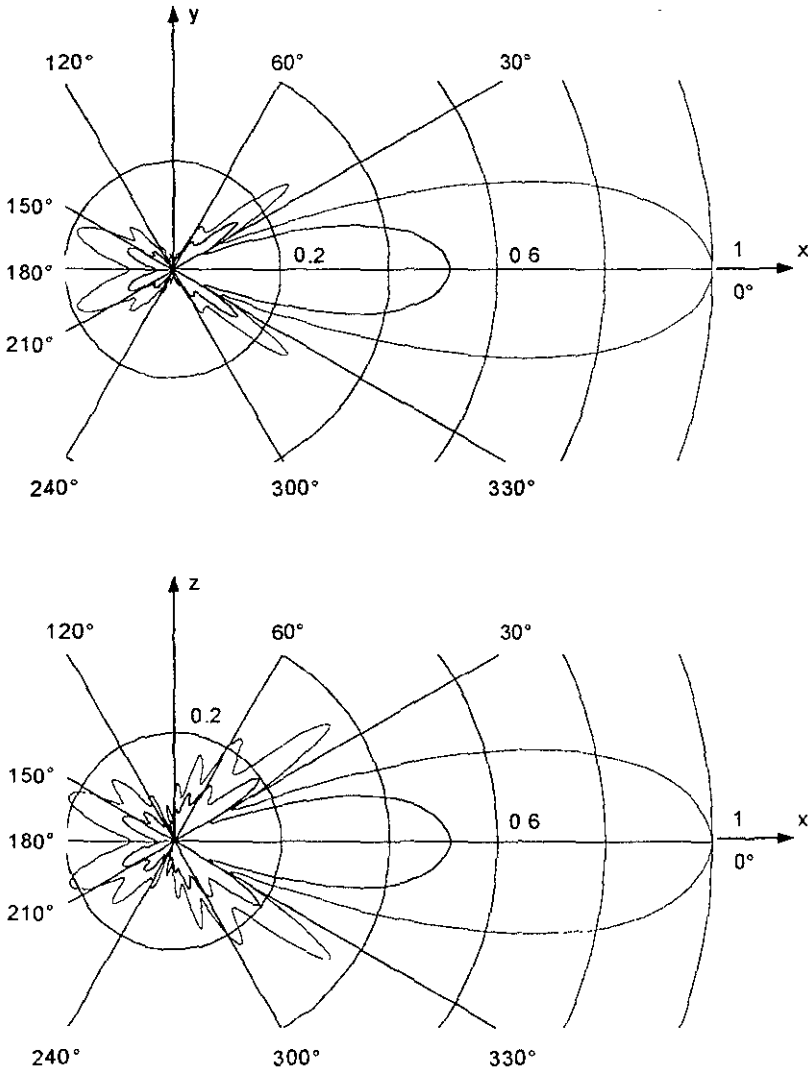


Figura 3.4c Patrones de radiación en los planos xy (*Plano E*) y xz (*Plano H*) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda para antenas de 12 elementos

- Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■

A continuación se encuentran los historiales de optimización de arreglos yagi alimentados con un dipolo doblado excitado en el brazo derecho.

Arreglo de 6 elementos alimentado en el brazo derecho del dipolo doblado

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Z_{in} [Ω]
1	0.40	0.47	0.20	0.40	0.414	12.19	12.09	82.04 - 0.97j
2	0.40	0.47	0.19	0.40	0.417	12.17	12.48	77.07 + 0.56j

Arreglo óptimo de 6 elementos con alimentación derecha:

Longitud del dipolo doblado L_A	0.417 [λ]	Ganancia	12.17 [dB]
Longitud del reflector L_R	0.47 [λ]	FBR	12.48 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.40 [λ]	Z_{in}	77.07 + 0.56j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.19 [λ]	Ancho del haz plano xy	41.6 °
Separación entre directores S_D	0.40 [λ]	Ancho del haz plano xz	46.0 °

Arreglo de 9 elementos alimentado en el brazo derecho del dipolo doblado

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Z_{in} [Ω]
1	0.41	0.47	0.22	0.39	0.421	13.43	9.89	160.92 - 0.87j
2	0.41	0.47	0.13	0.39	0.439	13.40	6.27	78.77 - 0.60j

Arreglo óptimo de 9 elementos con alimentación derecha:

Longitud del dipolo doblado L_A	0.439 [λ]	Ganancia	13.40 [dB]
Longitud del reflector L_R	0.47 [λ]	FBR	6.27 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.41 [λ]	Z_{in}	78.77 - 0.60j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.13 [λ]	Ancho del haz plano xy	28.8 °
Separación entre directores S_D	0.39 [λ]	Ancho del haz plano xz	31.6 °

Arreglo de 12 elementos alimentado en el brazo derecho del dipolo doblado

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Zin [Ω]
1	0.40	0.47	0.19	0.39	0.423	14.61	28.70	95.27 + 0.82j
2	0.40	0.47	0.16	0.39	0.430	14.53	20.73	77.72 - 0.96j

Arreglo óptimo de 12 elementos con alimentación derecha:

Longitud del dipolo doblado L_A	0.430 [λ]	Ganancia	14.53 [dB]
Longitud del reflector L_R	0.47 [λ]	FBR	20.73 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.40 [λ]	Zin	77.72 - 0.96j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.16 [λ]	Ancho del haz plano xy	26.4 °
Separación entre directores S_D	0.39 [λ]	Ancho del haz plano xz	28.0 °

Arreglo de 15 elementos alimentado en el brazo derecho del dipolo doblado

Arreglo	L_D [λ]	L_R [λ]	S_R [λ]	S_D [λ]	L_A [λ]	Gan [dB]	FBR [dB]	Zin [Ω]
1	0.40	0.47	0.18	0.38	0.420	15.29	17.19	76.63 - 0.07j

Arreglo óptimo de 15 elementos con alimentación derecha:

Longitud del dipolo doblado L_A	0.420 [λ]	Ganancia	15.29 [dB]
Longitud del reflector L_R	0.47 [λ]	FBR	17.19 [dB]
Longitud de los directores L_D	0.40 [λ]	Zin	76.63 - 0.07j [Ω]
Separación entre reflector y alimentador S_R	0.18 [λ]	Ancho del haz plano xy	24.0 °
Separación entre directores S_D	0.38 [λ]	Ancho del haz plano xz	24.8 °

Las gráficas 3.5a a 3.5d permiten realizar una comparación entre los patrones de radiación de las antenas óptimas encontradas en el Capítulo 2 y las antenas óptimas con alimentación derecha en un dipolo doblado presentadas en este capítulo.

Se puede observar que al alimentar el arreglo con dipolo doblado en el brazo derecho de este último, los patrones siguen un comportamiento similar al que presentan aquéllos correspondientes a la alimentación izquierda. De manera similar al arreglo con alimentación izquierda, se tiene el mismo número de lóbulos laterales y éstos se encuentran en la misma dirección cuando se alimenta el arreglo en el brazo derecho de un dipolo doblado que cuando se alimenta con un dipolo sencillo. En otras palabras, la cantidad y dirección de lóbulos laterales en el patrón de radiación de una antena Yagi alimentada con un dipolo sencillo no varía cuando dicho arreglo se alimenta con un dipolo doblado, alimentado ya sea en su brazo derecho o en su brazo izquierdo.

Sin embargo, si se realiza una comparación entre los patrones de radiación de las antenas con dipolo doblado con alimentación izquierda y alimentación derecha, como la que se muestra en las Figuras 3.6a a 3.6d; se observa que, aunque no existe mayor diferencia entre las magnitudes y anchos de haz del lóbulo de radiación principal, sí existe una diferencia en magnitudes en los lóbulos de radiación laterales y hacia atrás. En todos los casos, los lóbulos de radiación laterales y hacia atrás son menores en magnitud para las antenas con alimentación en el brazo izquierdo del dipolo doblado, lo cual representa una ventaja sobre la alimentación derecha, ya que generalmente se desea concentrar la potencia radiada en el haz principal de radiación. Se observa también que esta característica disminuye conforme aumenta el número de elementos del arreglo, ya que para antenas de 12 o 15 elementos, la mejoría en cuanto a la característica de radiación hacia atrás es muy pequeña.

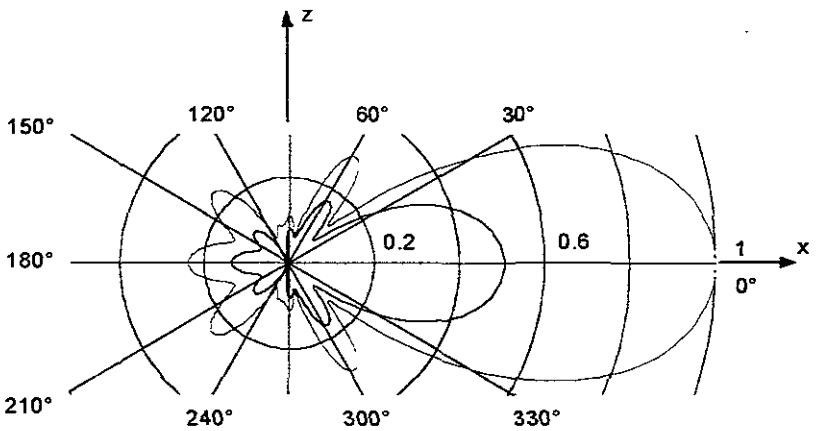
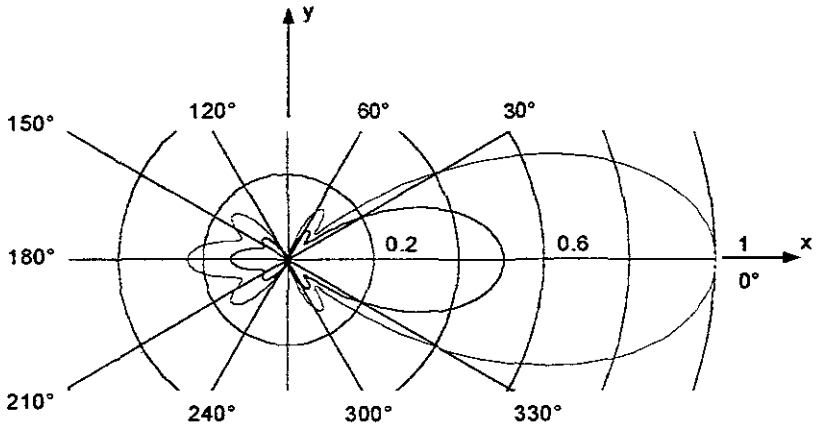


Figura 3.5a Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación derecha para antenas de 6 elementos.

Yagi alimentada con un dipolo sencillo

Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo derecho



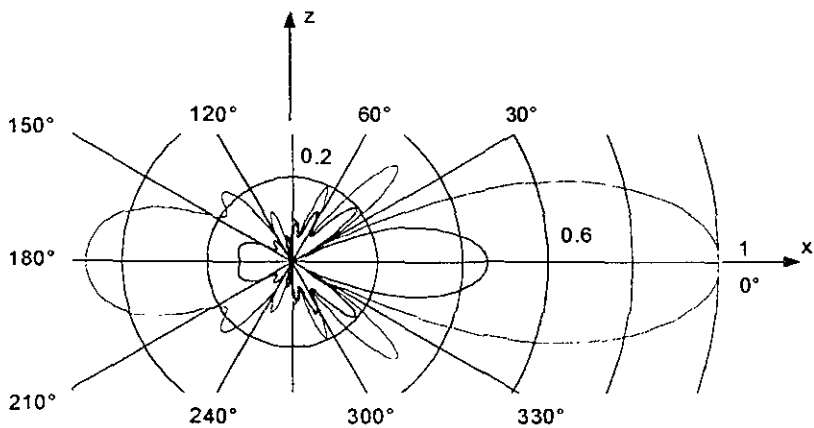
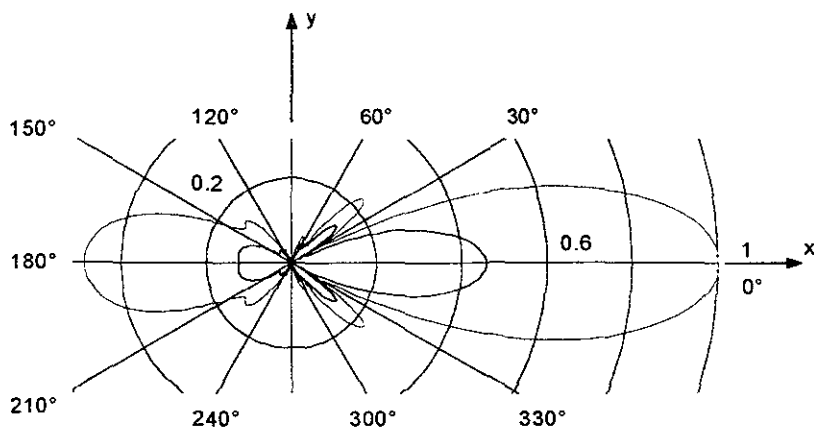


Figura 3.5b Patrones de radiación en los planos xy (*Plano E*) y xz (*Plano H*) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación derecha para antenas de 9 elementos

- Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo derecho ■

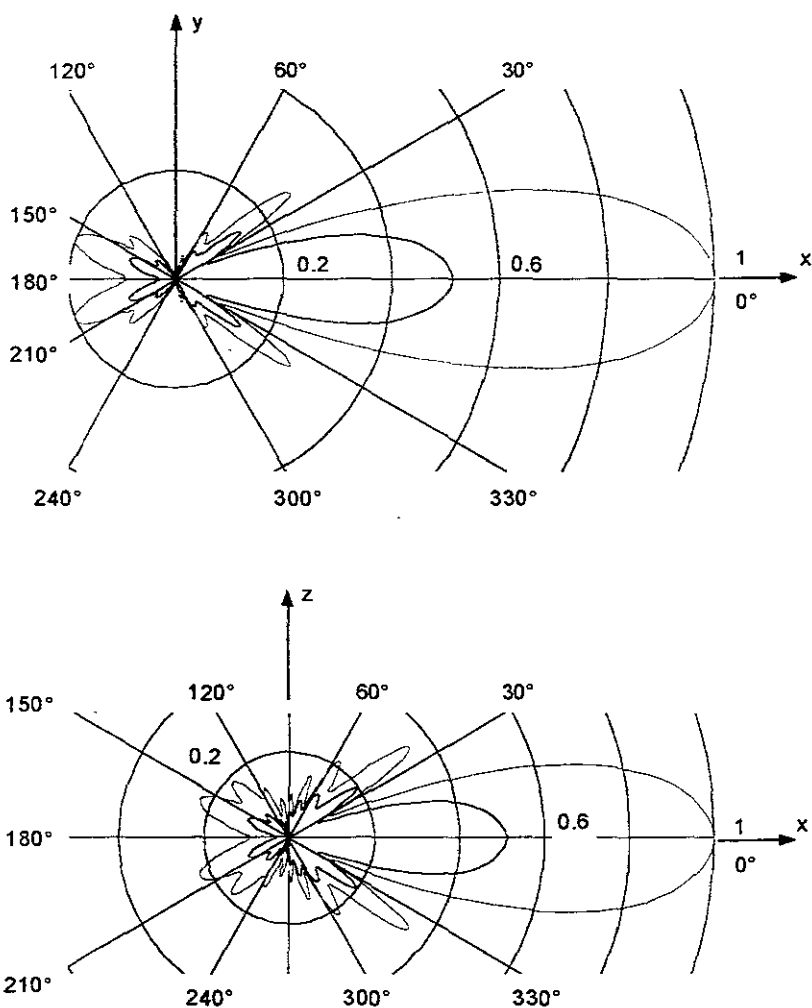


Figura 3.5c Patrones de radiación en los planos xy (*Plano E*) y xz (*Plano H*) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación derecha para antenas de 12 elementos.

Yagi alimentada con un dipolo sencillo

Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo derecho



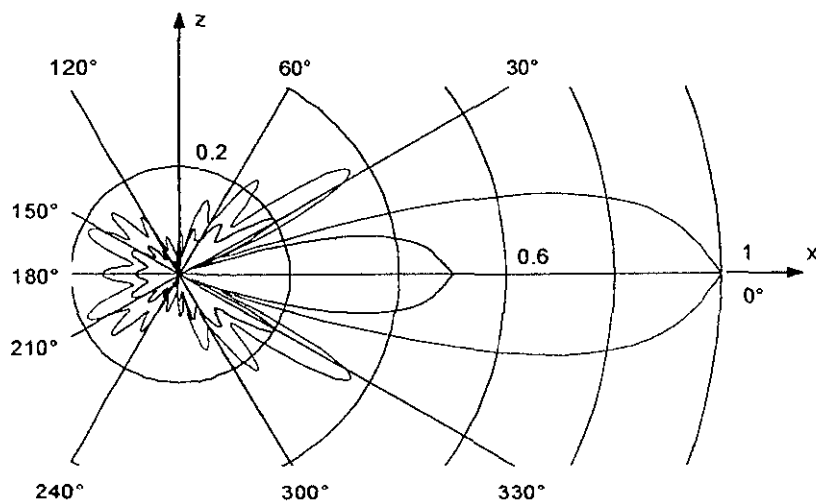
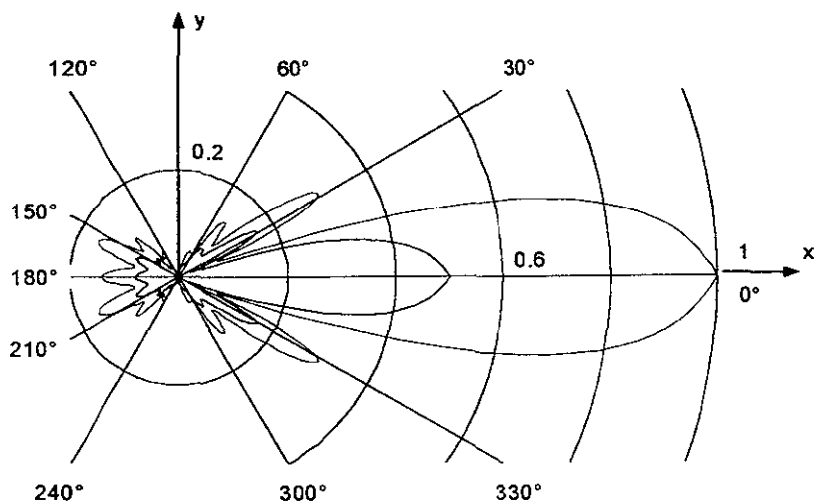


Figura 3.5d Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación derecha para antenas de 15 elementos.

Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
 Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo derecho ■

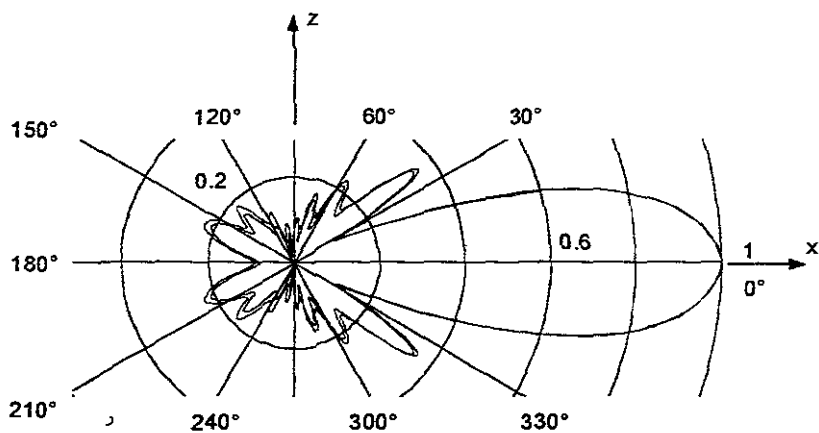
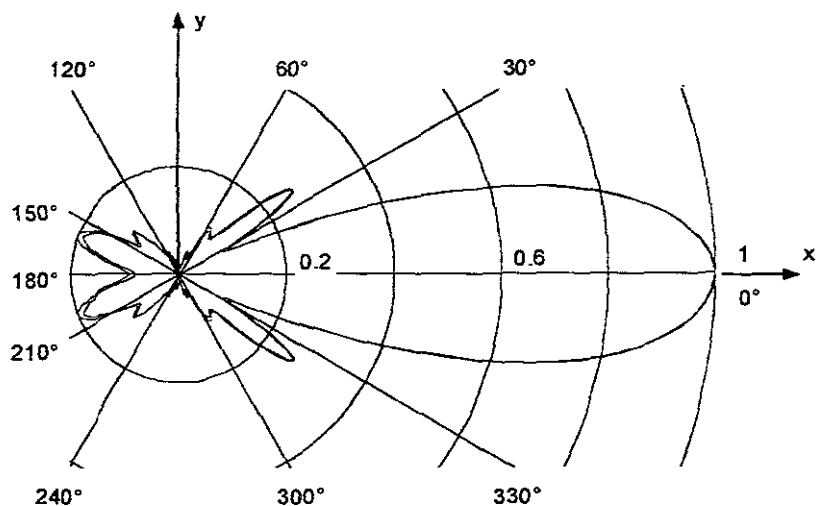


Figura 3.6c Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) arreglos Yagi con Dipolo Doblado con alimentación derecha e izquierda para antenas de 12 elementos.

Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■
 Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo derecho ■

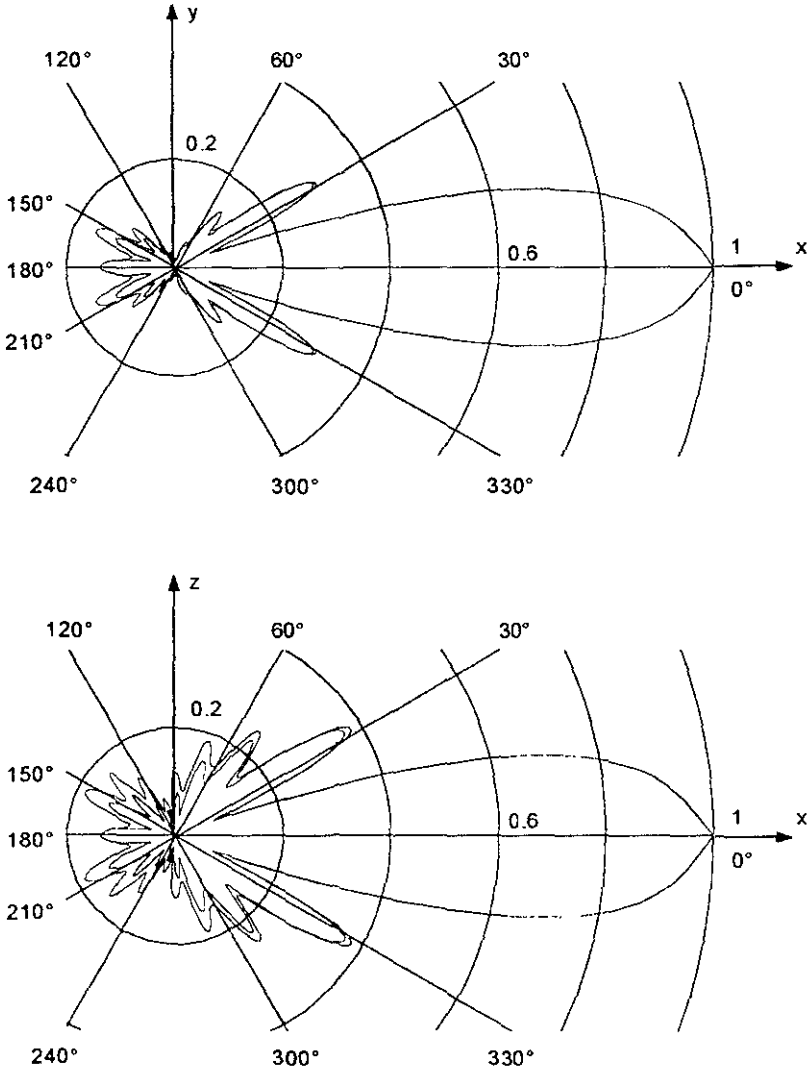


Figura 3.6d Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) arreglos Yagi con Dipolo Doblado con alimentación derecha e izquierda para antenas de 15 elementos

Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■
 Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo derecho ■

De estos resultados podemos observar que las relaciones obtenidas en el capítulo anterior para la antena Yagi se mantienen si alimentamos esta antena mediante un dipolo doblado. Estas relaciones son las que existen entre los arreglos alimentador-reflector y las características de radiación e impedancia de entrada de la antena. Se observa también que al aumentar el número de directores obtenemos una mayor ganancia, a costa también de tener lóbulos laterales mayores y más numerosos.

Es importante recalcar el hecho antes mencionado de que, a diferencia del Capítulo 2 donde se optimizan antenas con el fin de obtener una ganancia máxima, en este capítulo se intenta obtener una impedancia de entrada similar a la del cable coaxial, lo cual no significa que esta configuración sea óptima en ganancia. Esto explica porqué en algunos casos la ganancia de la configuración inicial sea mayor a la ganancia de la configuración optimizada. Sin embargo, se trata de conservar una ganancia grande al mismo tiempo que se obtiene la impedancia de entrada deseada; se encontró que la ganancia que sacrificamos para lograr esto es sólo del orden de 0.1-0.2 [dB].

Las Tablas 3.1 a 3.4 permiten comparar los resultados obtenidos en el presente capítulo para arreglos alimentados con un dipolo doblado con los resultados del Capítulo 2 para arreglos alimentados con un dipolo sencillo.

Tabla 3.1 Ganancia, FBR e impedancia de entrada para arreglos Yagi óptimos de 6 elementos alimentados con un dipolo doblado y un dipolo sencillo.

Dimensiones [λ]	Dipolo sencillo	Dipolo doblado Alimentación Izquierda	Dipolo doblado Alimentación Derecha
Long. Reflector	0.47	0.49	0.47
Long. Alimentador	0.435	0.405	0.417
Long. Directores	0.40	0.40	0.40
Sep. Reflector	0.20	0.19	0.19
Sep. Directores	0.40	0.40	0.40
Ganancia [dB]	11.52	12.03	12.17
FBR [dB]	11.52	13.47	12.48
Ancho del haz plano xy	39.9°	41.6°	41.6°
Ancho del haz plano xz	44.1°	46.0°	46.0°
Zin [Ω]	21.55 + 0.77j	74.63 - 1.44j	77.07 + 0.56j

Tabla 3.2 Ganancia, FBR e impedancia de entrada para arreglos Yagi óptimos de 9 elementos alimentados con un dipolo doblado y un dipolo sencillo.

Dimensiones [λ]	Dipolo sencillo	Dipolo doblado Alimentación Izquierda	Dipolo doblado Alimentación Derecha
Long. Reflector	0.47	0.47	0.47
Long. Alimentador	0.436	0.417	0.439
Long. Directores	0.41	0.41	0.41
Sep. Reflector	0.22	0.17	0.13
Sep. Directores	0.39	0.39	0.39
Ganancia [dB]	12.48	13.39	13.40

FBR [dB]	11.39	7.41	6.27
Ancho del haz plano xy	27.1 °	28.8 °	28.8 °
Ancho del haz plano xz	28.3 °	31.6 °	31.6 °
Z _{in} [Ω]	33.00 - 0.48j	75.64 + 0.06j	78.77 - 0.60j

Tabla 3.3 Ganancia, FBR e impedancia de entrada para arreglos Yagi óptimos de 12 elementos alimentados con un dipolo doblado y un dipolo sencillo.

Dimensiones [λ]	Dipolo sencillo	Dipolo doblado	
		Alimentación Izquierda	Alimentación Derecha
Long. Reflector	0.47	0.47	0.47
Long. Alimentador	0.440	0.417	0.430
Long. Directores	0.40	0.40	0.40
Sp. Reflector	0.19	0.19	0.16
Sp. Directores	0.39	0.39	0.39
Ganancia [dB]	13.81	14.46	14.53
FBR [dB]	24.71	21.78	20.73
Ancho del haz plano xy	26.1 °	26.4 °	26.4 °
Ancho del haz plano xz	26.3 °	28.0 °	28.0 °
Z _{in} [Ω]	22.54 + 0.06j	73.83 - 0.18j	77.72 - 0.96j

Tabla 3.4 Ganancia, FBR e impedancia de entrada para arreglos Yagi óptimos de 15 elementos alimentados con un dipolo doblado y un dipolo sencillo.

Dimensiones [λ]	Dipolo sencillo	Dipolo doblado	
		Alimentación Izquierda	Alimentación Derecha
Long. Reflector	0.47	0.48	0.47
Long. Alimentador	0.440	0.406	0.420
Long. Directores	0.40	0.38	0.40
Sp. Reflector	0.18	0.20	0.18
Sp. Directores	0.38	0.40	0.38
Ganancia [dB]	14.25	15.19	15.29
FBR [dB]	16.00	17.15	17.17
Ancho del haz plano xy	23.1 °	24.0 °	24.0 °
Ancho del haz plano xz	23.8 °	24.8 °	24.8 °
Z _{in} [Ω]	20.09 + 0.86j	78.77 - 1.07j	76.62 - 0.02j

Es notorio también que los arreglos estudiados en este capítulo tienen una ganancia mayor a los obtenidos en el Capítulo 2, si bien no es mucha la diferencia (0.3-0.8 dB). Esto concuerda con las propiedades encontradas para el dipolo doblado en el Capítulo 1 en cuanto a ganancia con respecto a un dipolo sencillo.

A continuación veremos qué sucede con los anchos de banda de las antenas presentadas en este apartado. Al igual que en el capítulo anterior, definiremos el ancho de banda de una antena como el intervalo de frecuencias donde tiene una ganancia de 0 a 3 dB por debajo de su ganancia máxima.

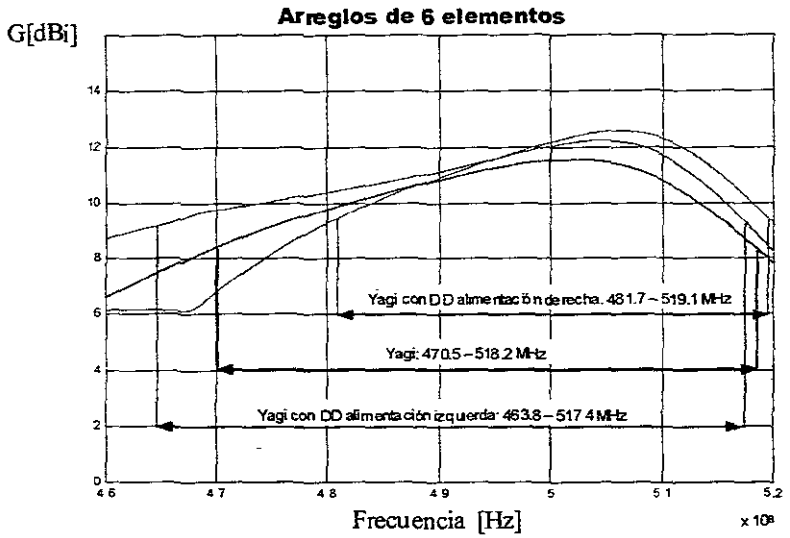


Figura 3.7a Ancho de banda de los arreglos óptimos de 6 elementos

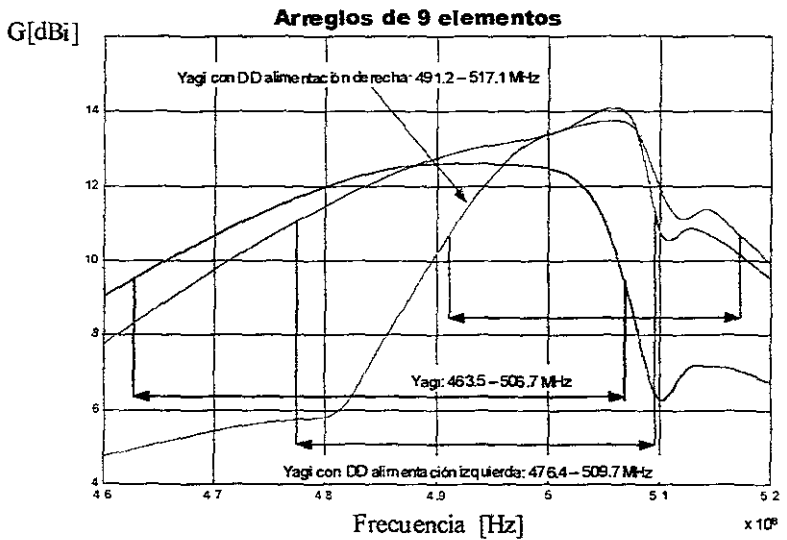


Figura 3.7b Ancho de banda de los arreglos óptimos de 9 elementos

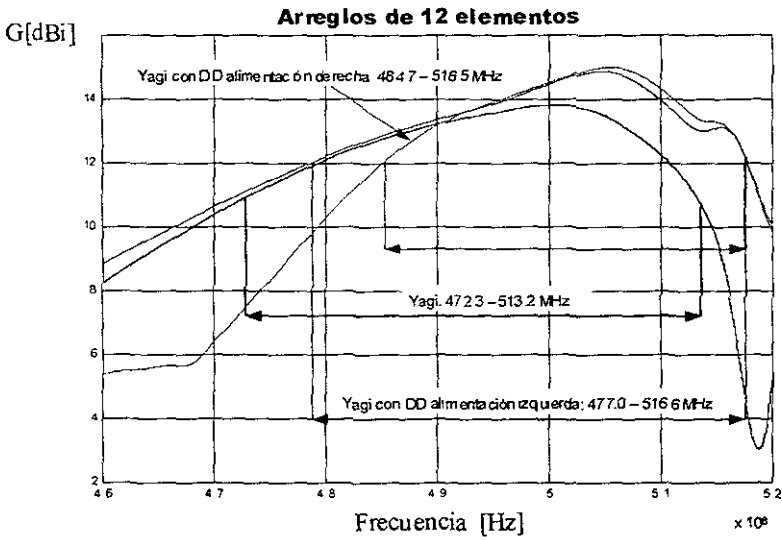


Figura 3.7c Ancho de banda de los arreglos óptimos de 12 elementos

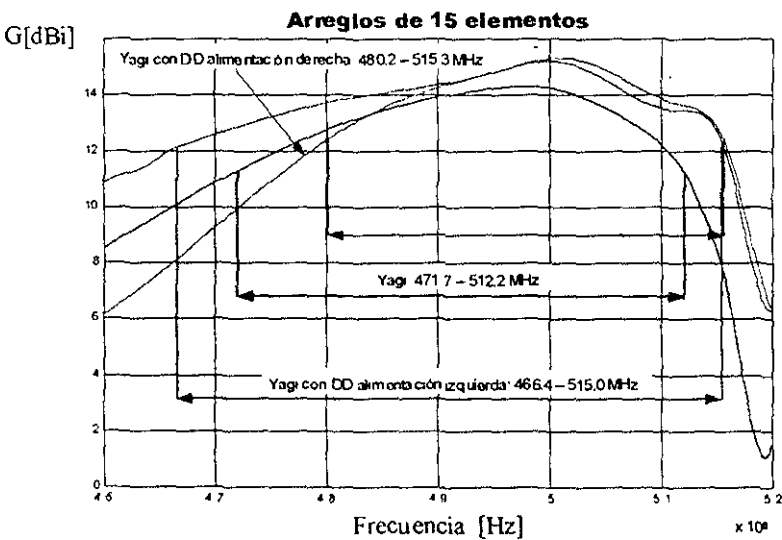


Figura 3.7d Ancho de banda de los arreglos óptimos de 15 elementos

En las Figuras 3.7a a la 3.7d puede observarse que la decisión de alimentar el arreglo en la parte izquierda del dipolo doblado o en su parte derecha tiene una repercusión en el ancho de banda de la antena principalmente, ya que los valores de ganancia y FBR en resonancia son muy similares para ambos casos. En dichas Figuras se observa una caída muy significativa en ganancia (de 2 a 6 dB) en el rango de los 460 a los 480 MHz para las antenas alimentadas en el brazo derecho del dipolo doblado, lo cual afecta el ancho de banda de una manera importante. En la Tabla 3.5 se presenta una comparación entre los anchos de banda de las antenas optimizadas en este capítulo y en el Capítulo 2.

Tabla 3.5 Intervalos de frecuencia de trabajo para arreglos Yagi optimizados alimentados con un dipolo y con un dipolo doblado. Los valores se presentan en MHz.

Arreglo	Intervalo de Frecuencias de Media Potencia			
	6 Elementos	9 Elementos	12 Elementos	15 Elementos
Yagi con Dipolo Sencillo	470.5 – 518.2 AB=47.7 MHz	463.5 – 506.7 AB=33.3 MHz	472.3 – 513.2 AB=40.9 MHz	471.7 – 512.2 AB=41.9 MHz
Yagi con Dipolo Doblado – Alimentación Izquierda	463.8 – 517.4 AB=53.6 MHz	476.4 – 509.7 AB=43.2 MHz	477.0 – 516.6 AB=39.6 MHz	466.4 – 515.0 AB=48.6 MHz
Yagi con Dipolo Doblado – Alimentación Derecha	481.7 – 519.1 AB=37.4 MHz	491.2 – 517.1 AB=25.9 MHz	484.7 – 516.5 AB=31.8 MHz	480.2 – 515.3 AB=35.1 MHz

Es claro que existe una diferencia entre los anchos de banda de estas antenas; si la práctica requiere utilizar una antena cuya impedancia de entrada corresponda a la de un cable coaxial, entonces la opción es elegir el arreglo alimentado mediante un dipolo doblado. Una vez que se elige la antena con dipolo doblado, la siguiente cuestión es el tipo de alimentación a utilizar; como se mencionó anteriormente, estas dos opciones no difieren considerablemente en cuestiones de impedancia de entrada (Figura 3.8), ganancia y FBR, por lo que el aspecto a considerar es su ancho de banda. Con base en los resultados presentados en las Figuras 3.7a a la 3.7d podemos aseverar que una antena Yagi con un dipolo doblado como elemento alimentador trabaja en un ancho de banda mayor si éste se alimenta en su brazo izquierdo. Es preciso también hacer notar que se verifica la propiedad del dipolo doblado como recurso para aumentar el ancho de banda de una antena (Véase el Capítulo 1); en la Tabla 3.6 podemos observar que, en este aspecto, existe una diferencia considerable entre las antenas desarrolladas en el Capítulo 2 y las antenas modeladas en el presente capítulo. Aún cuando el ancho de banda de las antenas alimentadas en el brazo derecho de un dipolo doblado es menor al de las antenas alimentadas con un dipolo sencillo, los arreglos alimentados en el brazo izquierdo del dipolo doblado tienen un ancho de banda mayor que los arreglos Yagi sencillos, excepto en el caso del arreglo de 12 elementos, donde los anchos de banda son muy similares. A continuación presentamos la Tabla 3.6, en la cual se incluyen los anchos de banda de media potencia de las antenas optimizadas hasta este momento, y el porcentaje de la frecuencia de trabajo (500 MHz) que representa dicho ancho de banda.

Tabla 3.6 Anchos de banda de media potencia para arreglos Yagi optimizados alimentados con un polo y con un dipolo doblado obtenidos a una frecuencia de trabajo de 500 MHz.

Arreglo	6 elementos		9 Elementos		12 Elementos		15 Elementos	
	AB [MHz]	AB [%]	AB [MHz]	AB [%]	AB [MHz]	AB [%]	AB [MHz]	AB [%]
Yagi con Dipolo Sencillo	47.7	9.54	33.3	6.66	40.9	8.18	40.5	8.10
Yagi con Dipolo Doblado Alimentación Izquierda	53.6	10.72	43.2	8.64	39.6	7.92	48.6	9.72
Yagi con Dipolo Doblado Alimentación Derecha	37.4	7.48	25.9	5.18	31.8	6.36	35.1	7.02

Ahora, realizaremos una comparación gráfica de la impedancia de entrada de los arreglos alimentados con un dipolo doblado y los arreglos alimentados con un dipolo sencillo. Analizaremos tanto la resistencia como la reactancia de entrada de dichos arreglos mediante las Figuras 3.8a a la 3.8d.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

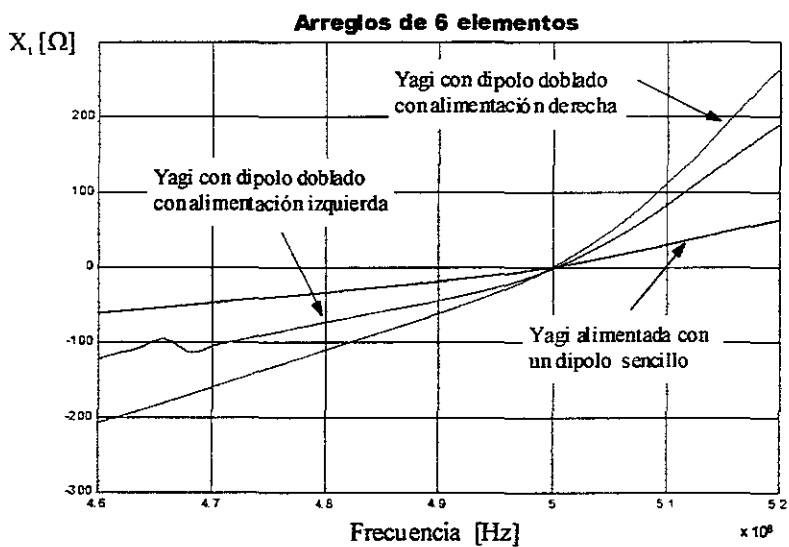
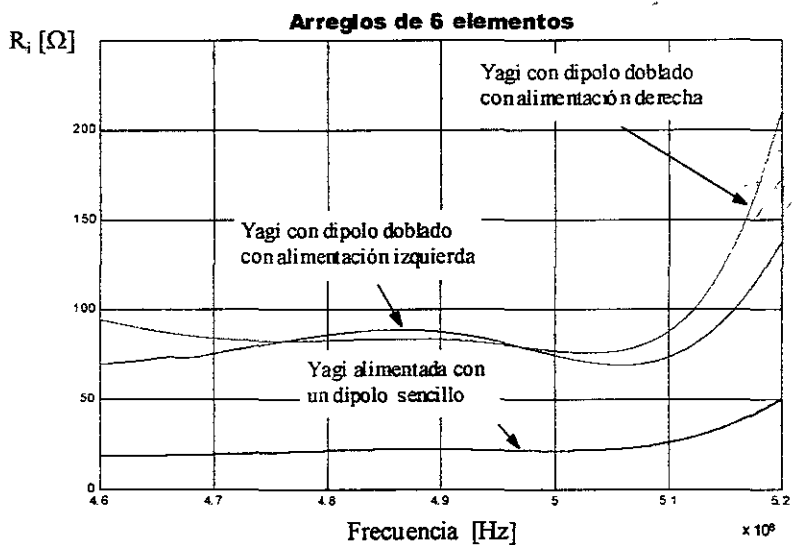


Figura 3.8a Resistencia y Reactancia de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado con alimentación derecha y con alimentación izquierda de 6 elementos

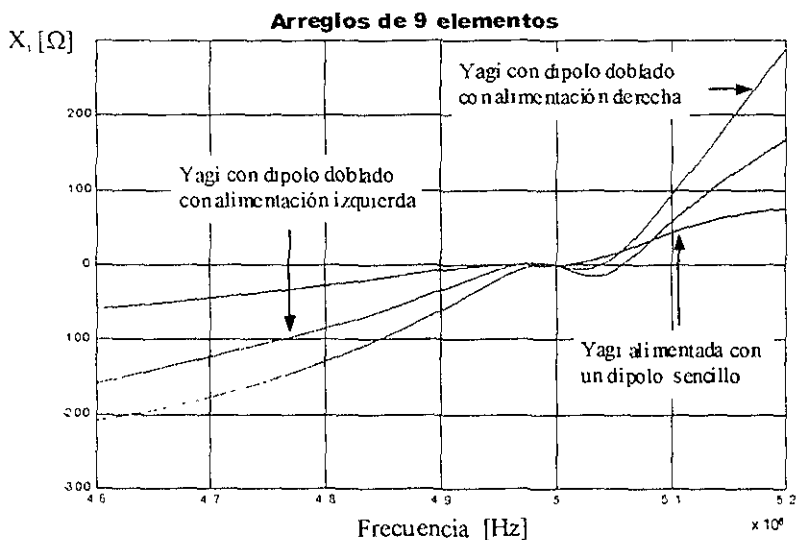
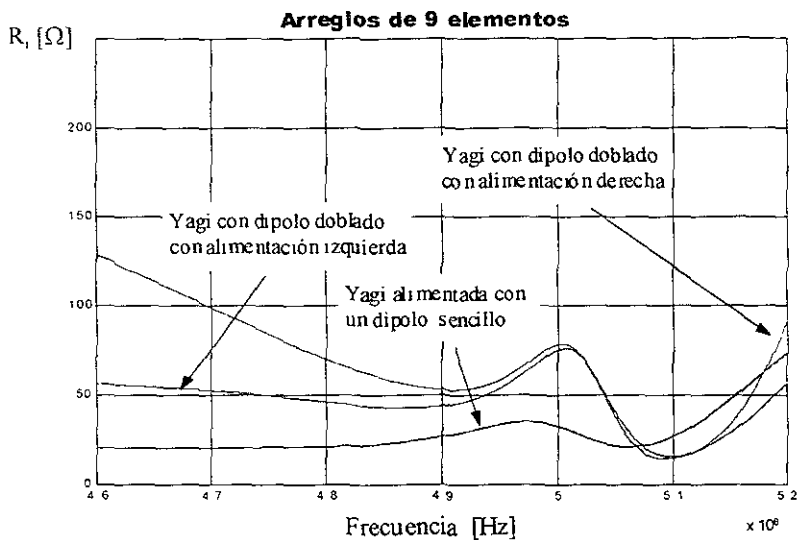


Figura 3.8b Resistencia y Reactancia de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado con alimentación derecha y con alimentación izquierda de 9 elementos

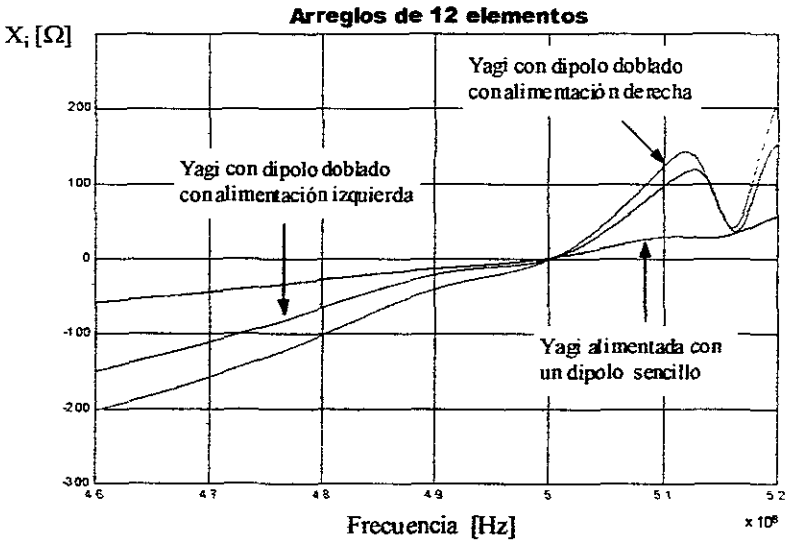
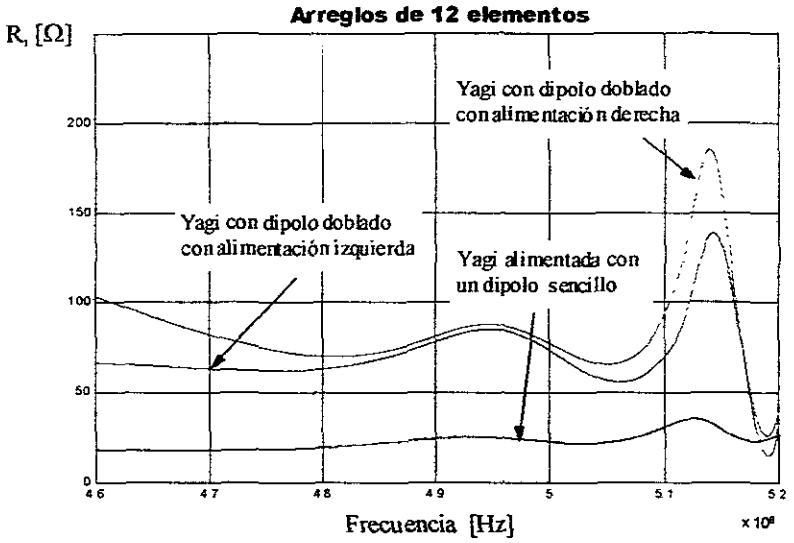


Figura 3.8c Resistencia y Reactancia de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado con alimentación derecha y con alimentación izquierda de 12 elementos

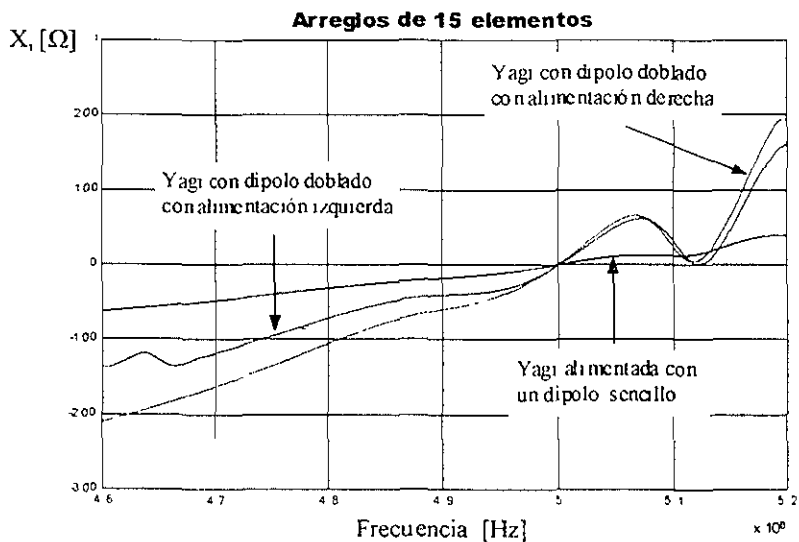
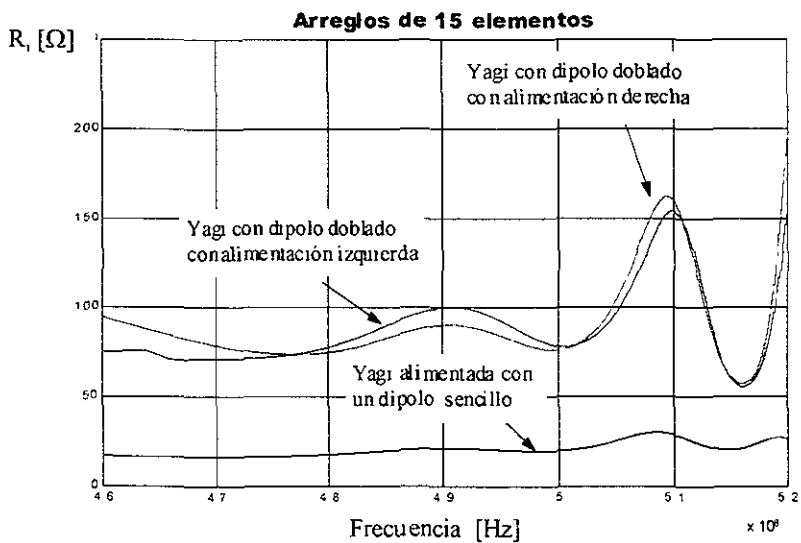


Figura 3.8d Resistencia y Reactancia de los arreglos óptimos Yagi. Yagi con dipolo doblado con alimentación derecha y con alimentación izquierda de 15 elementos

Podemos observar en estas figuras que en la mayor parte del intervalo de frecuencias estudiado, la resistencia de entrada de los arreglos alimentados con un dipolo doblado es mayor que aquella de los arreglos alimentados con un dipolo sencillo, como era de esperarse. El caso contrario se presenta sólo en los arreglos de 9 y 12 elementos, aunque ligeramente, y a frecuencias superiores a los 500 MHz, la cual es la frecuencia sugerida de trabajo. Es notorio también que la razón de elevación de impedancia al utilizar un dipolo doblado como alimentador no es siempre cercano a 4 a lo largo del intervalo de frecuencias mostrado, y es distinto dependiendo de que la alimentación del dipolo doblado se lleve a cabo en su brazo izquierdo o su brazo derecho, como se observa, por ejemplo, en el arreglo de 6 elementos trabajando a frecuencias altas o en el arreglo de 9 elementos trabajando a frecuencias bajas, donde se aprecia que las curvas correspondientes se separan considerablemente.

En las Figuras 3.9a y 3.9b, se muestra la razón de elevación de resistencia de entrada y de reactancia de entrada respectivamente, de las antenas con dipolo doblado alimentadas en el brazo izquierdo, contra el porcentaje de desviación de la frecuencia central. Como se puede observar en ellas, la razón de elevación de impedancia de entrada varía en un intervalo grande siendo alrededor de 4 sólo en las frecuencias cercanas a la frecuencia de trabajo (500MHz).

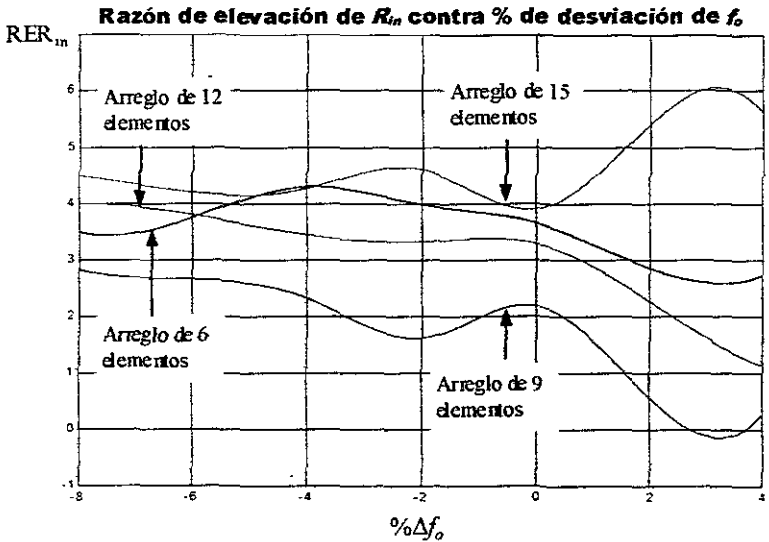


Figura 3.9a Razón de elevación de Resistencia de entrada contra porcentaje de desviación de la frecuencia de trabajo (500MHz).

En la figura anterior, se aprecia que los arreglos más estables en cuanto a la razón de elevación de reactancia de entrada que proporcionan, son los de 6 y 12 elementos, estando esta entre 3 y 4. En cuanto al de 9 elementos se ve que existen variaciones considerables y existe inclusive un intervalo de frecuencias en el que la reactancia de entrada del arreglo Yagi alimentado con un dipolo sencillo es mayor que la del arreglo con dipolo doblado. Por otra parte, el arreglo de 15 elementos es un poco menos estable que los de 6 o 12 elementos, siendo la razón de elevación casi siempre mayor que 4.

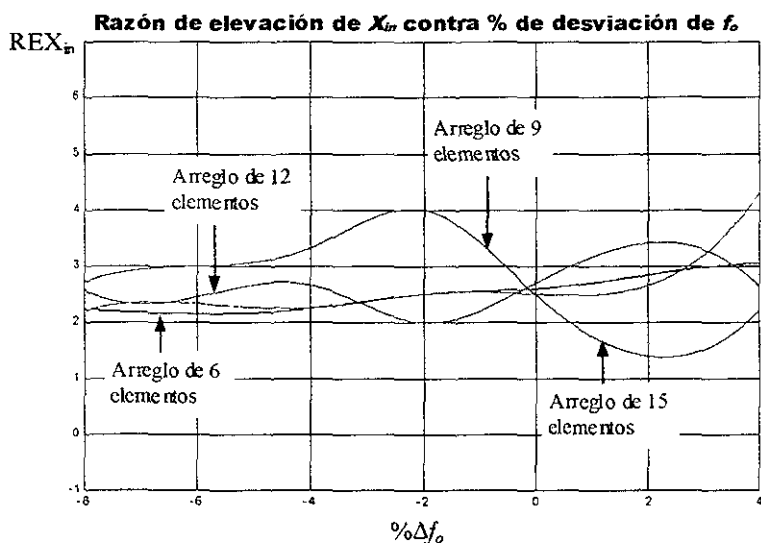


Figura 3.9b Razón de elevación de la Reactancia de entrada contra porcentaje de desviación de la frecuencia de trabajo (500MHz).

En lo que respecta a la razón de elevación de la reactancia de entrada, nótese que los arreglos más estables son los de 15 y el de 6 elementos, estando esta razón entre 2 y 3; para el arreglo de 12 elementos la razón de elevación está entre 2 y 4; y para el de 9 elementos la razón varía entre 1.4 y 4, presentando cambios bastante pronunciados.

En cuanto a la reactancia de entrada de los arreglos, es claro que sus correspondientes curvas coinciden en el punto en que cruzan por 0, es decir, el punto de resonancia, pues fueron diseñadas para ello; pero es necesario mencionar que la pendiente de estas curvas es muy distinta. Esto es de particular interés, puesto que una pendiente alta implica que la resonancia se pierda con pequeños cambios de frecuencia e implica también que apliquemos una mayor precisión en la construcción de nuestras antenas; no así con una pendiente pequeña, donde se puede trabajar con frecuencias cercanas a los 500 MHz o con elementos de dimensiones imprecisas y aún mantener una reactancia de entrada baja.

En todos los casos mostrados en las Figuras 3.8a a 3.8d encontramos que la reactancia de entrada más estable la poseen las antenas alimentadas con un dipolo sencillo y que una antena alimentada con un dipolo doblado y con alimentación izquierda es mejor en este sentido que una antena similar con alimentación derecha, lo cual es un punto más a favor de alimentar estas antenas en el brazo izquierdo del dipolo doblado.

Finalmente, se presentan las curvas de relación de onda estacionaria o VSWR (Voltage Standing-Wave Ratio en inglés) con el propósito de conocer qué tanto del voltaje incidente en la antena es reflejado y de ahí calcular qué porcentaje de potencia es entregado a la antena. Para obtener el VSWR se consideró una impedancia característica para la línea de transmisión de 75Ω , ya que como se ha mencionado corresponde a la de un cable coaxial. Asimismo, fueron empleadas las siguientes relaciones para obtener el coeficiente de reflexión, el VSWR y el porcentaje de potencia entregada [NER99].

$$\text{Coeficiente de reflexión} \quad \rho = \frac{Z_m - 75}{Z_m + 75} \quad (3-2)$$

$$\text{Relación de onda estacionaria} \quad VSWR = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \quad (3-3)$$

$$\text{Porcentaje de potencia entregada} \quad \eta = \frac{4VSWR}{(VSWR + 1)^2} \times 100 = [1 - \rho^2] \times 100 \quad (3-4)$$

En las gráficas de VSWR (Figuras 3.10a a 3.10d) podemos ver que el mejor arreglo es el que corresponde a la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado excitado en el brazo izquierdo, ya que dentro del ancho de banda (con respecto a la ganancia) de cada uno de los arreglos es el que presenta menor relación de onda estacionaria. Obsérvese que para los dos arreglos alimentados con dipolo doblado, en la frecuencia de trabajo (500 MHz), se tiene un VSWR prácticamente igual a 1, por lo que la potencia entregada a la antena en estos dos casos a esta frecuencia es del 100%. Esto es porque se forzó a través de la manipulación de las dimensiones de los arreglos óptimos a que la impedancia de entrada de éstos fuera de 75Ω . A continuación se presenta en la Tabla 3.7 el mínimo porcentaje de potencia entregada que se tiene para los arreglos alimentados con un dipolo doblado. Es conveniente hacer mención que un acoplamiento de impedancias, es usualmente considerado aceptable si el VSWR es menor a 1.5, es decir, a más de un 96% de potencia entregada a la antena [COL85]. De lo anterior, podemos observar que si tomamos esta consideración como un "ancho de banda", éste será un pequeño porcentaje del ancho de banda correspondiente al de la ganancia.

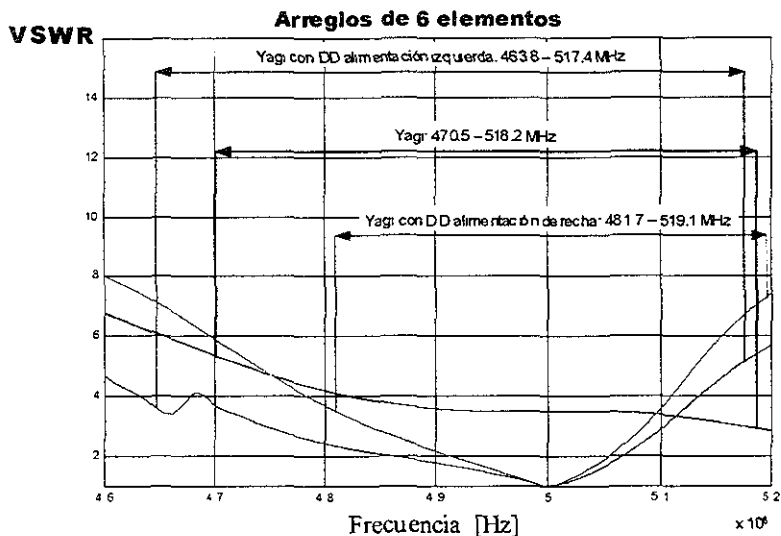


Figura 3.10a Relación de onda estacionaria (VSWR) de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado con alimentación derecha y con alimentación izquierda de 6 elementos. Se indica el ancho de banda correspondiente a la ganancia de cada antena (Figura 3.7a).

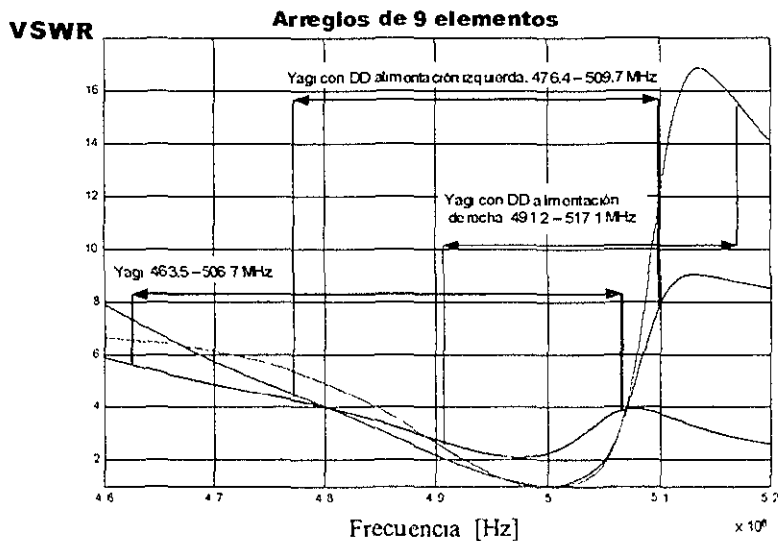


Figura 3.10b Relación de onda estacionaria (VSWR) de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado con alimentación derecha y con alimentación izquierda de 9 elementos. Se indica el ancho de banda correspondiente a la ganancia de cada antena (Figura 3.7b).

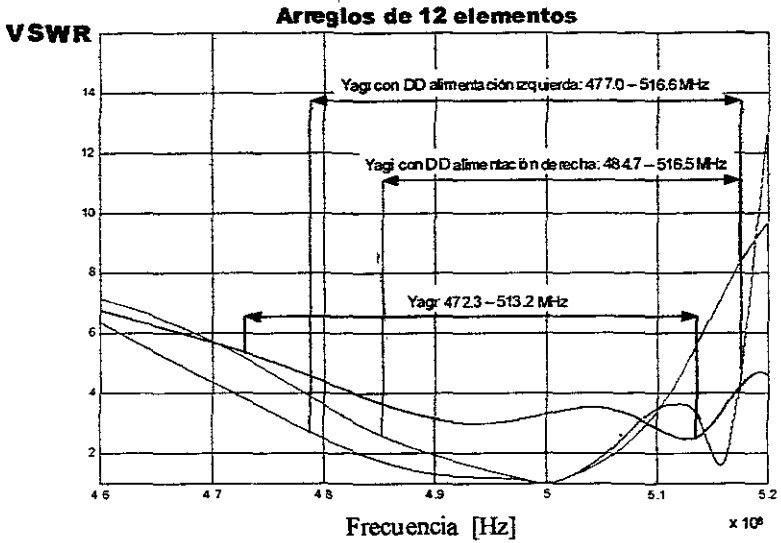


Figura 3.10c Relación de onda estacionaria (VSWR) de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado con alimentación derecha y con alimentación izquierda de 12 elementos. Se indica el ancho de banda correspondiente a la ganancia de cada antena (Figura 3.7c).

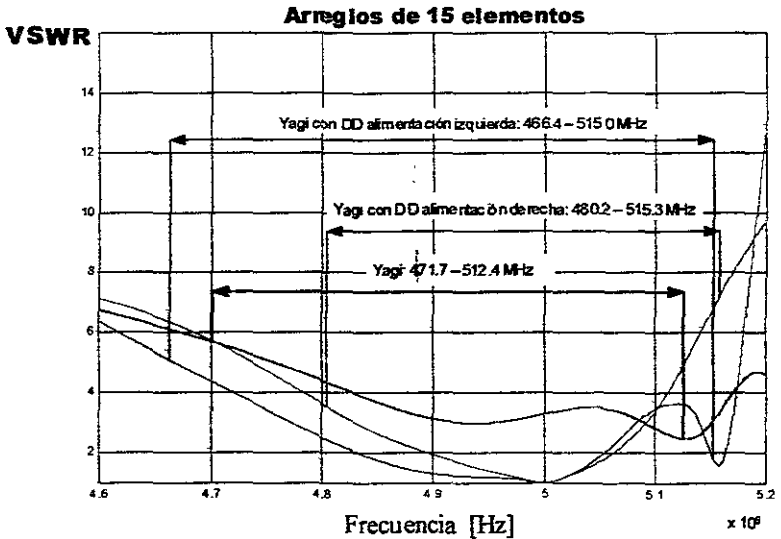


Figura 3.10d Relación de onda estacionaria (VSWR) de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado con alimentación derecha y con alimentación izquierda de 15 elementos. Se indica el ancho de banda correspondiente a la ganancia de cada antena (Figura 3.7d).

Tabla 3.7 Mínimo porcentaje de potencia entregada por la línea de transmisión de 75Ω (cable coaxial) a los arreglos óptimos.

Arreglo	6 elementos	9 Elementos	12 Elementos	15 Elementos
Yagi con Dipolo Sencillo	54.1 %	52.1 %	53.4 %	50.8 %
Yagi con Dipolo Doblado Alimentación Izquierda	54.1 %	39.9 %	55.5 %	55.5 %
Yagi con Dipolo Doblado Alimentación Derecha	42.8 %	23.4 %	38.0 %	30.9 %

Como podemos apreciar en la Tabla 3.7, el mayor porcentaje de potencia entregado a la antena se obtiene para los arreglos con dipolo doblado alimentado en el brazo izquierdo. Asimismo, se tiene que en el ancho de banda (con respecto a la ganancia) de estas antenas su relación de onda estacionaria es la que se aproxima más a la unidad.

En el capítulo siguiente, complementaremos la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado añadiendo a su configuración un reflector en "V"; esto con el propósito de analizar su efecto en la ganancia del arreglo, así como en su FBR y presencia de lóbulos laterales, todo esto manteniendo un valor de impedancia de entrada útil en la práctica

REFERENCIAS

- [BAL97] Balanis, Constantine A. *Antenna Theory Analysis and Design*. John Wiley and Sons, Inc. EUA 1997.
- [CAR98] Carr, Joseph J. *Practical Antenna Handbook*. TAB Books, Division of McGraw-Hill International Editions. EUA 1998.
- [COL85] Collin, R.E. *Antennas and Radiowave Propagation*. McGraw-Hill International Editions. EUA 1985.
- [NER99] Neri, Rodolfo. *Líneas de Transmisión*. McGraw-Hill/Interamericana Editores. México 1999.
-

Capítulo 4

Análisis de la antena Yagi con Reflector en "V", alimentada con un Dipolo Doblado

4.1 Introducción

En el capítulo anterior comprobamos la propiedad del dipolo doblado de aumentar la impedancia de entrada de un arreglo Yagi, logrando valores para dicha impedancia que se encuentran alrededor de los 75Ω a una frecuencia de trabajo de 500 MHz. Se buscó obtener este valor pues coincide con la impedancia característica del cable coaxial, de tal forma que se presente un buen acoplamiento con una línea de transmisión de este tipo y, por consiguiente, las pérdidas de potencia sean mínimas.

En el presente capítulo añadiremos un reflector en "V" a los arreglos del Capítulo 3. El uso de un reflector de este tipo tiene como fin bloquear la radiación de la antena Yagi hacia atrás y hacia los lados, de manera que se reducen tanto el FBR como el número de lóbulos laterales [BAL97]. Se estudiarán los efectos que tiene un reflector de este tipo en el patrón de radiación de los arreglos del Capítulo 3, así como en su ganancia, FBR e impedancia de entrada.

Al igual que en los capítulos precedentes, se buscará optimizar la ganancia y demás características de operación de los arreglos estudiados; esto, sin dejar a un lado el aspecto práctico de la antena, es decir, que mantenga una impedancia de entrada adecuada de acuerdo a lo que ya se ha mencionado y que sus dimensiones no sean demasiado incómodas.

De acuerdo con [STU98], la impedancia de entrada y la ganancia de la antena Yagi se ven afectadas solamente por la distancia que guarda el arreglo Yagi con respecto al vértice del reflector en "V", por este motivo, dicha variable será nuestro punto de partida para optimizar las antenas de este capítulo.

Adicionalmente, en el Capítulo 3 encontramos que el arreglo estudiado posee mejores características de radiación si se alimenta en el brazo izquierdo del dipolo doblado, por lo que será dicha configuración la que utilizaremos en este capítulo.

4.2 Geometría de la antena Yagi con Reflector en "V" y alimentada con un Dipolo Doblado para la aplicación del Método de Momentos

La Figura 4.1 muestra la geometría de la antena Yagi con reflector en "V" alimentada con un dipolo doblado vista desde tres perspectivas.

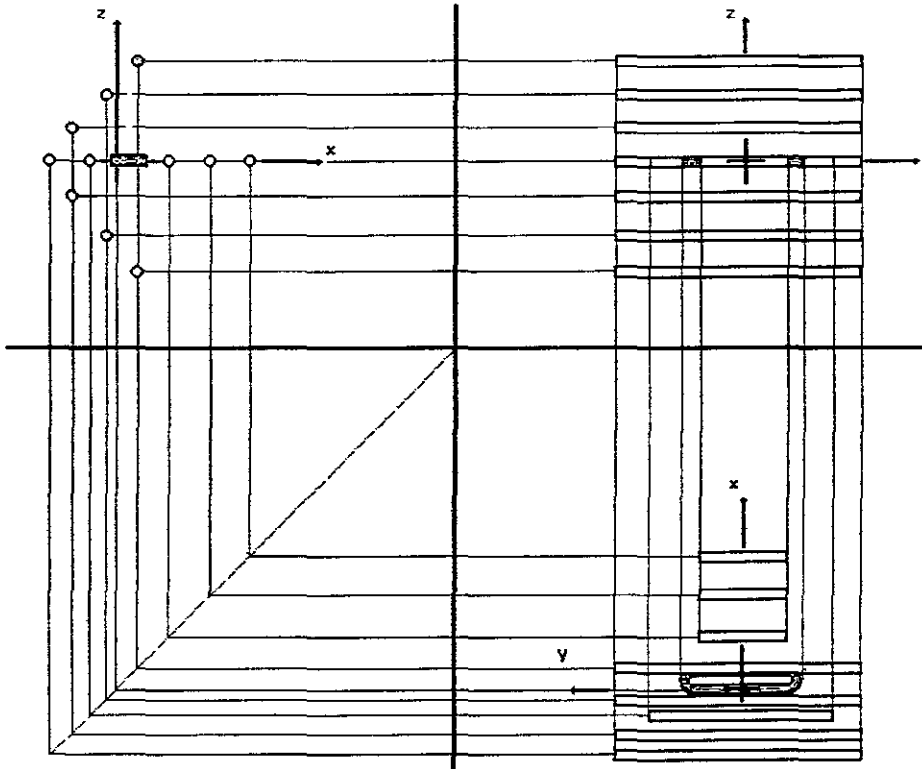


Figura 4.1 Vistas desde diferentes perspectivas de la antena Yagi con reflector en "V" alimentada con un dipolo doblado

En la Figura 4.2 se muestra la nomenclatura correspondiente a las dimensiones del reflector en "V" añadido al arreglo del Capítulo 3. En ella se hace referencia a la separación e , entre los elementos del reflector; al diámetro d , de los elementos del reflector; a la longitud b , del brazo del reflector; al ángulo α , entre los brazos del reflector; la longitud l , de los elementos del reflector; y a la separación s , que existe entre el segmento alimentado y el vértice del reflector.

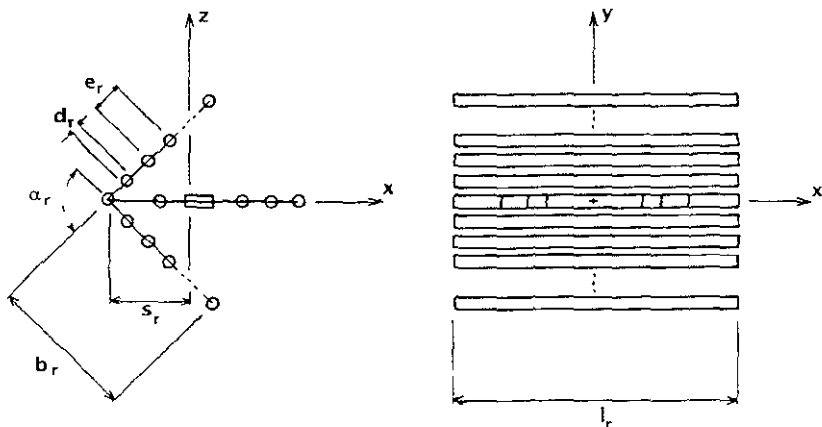


Figura 4.2 Dimensiones de la antena Yagi con reflector en "V" alimentada con un dipolo doblado

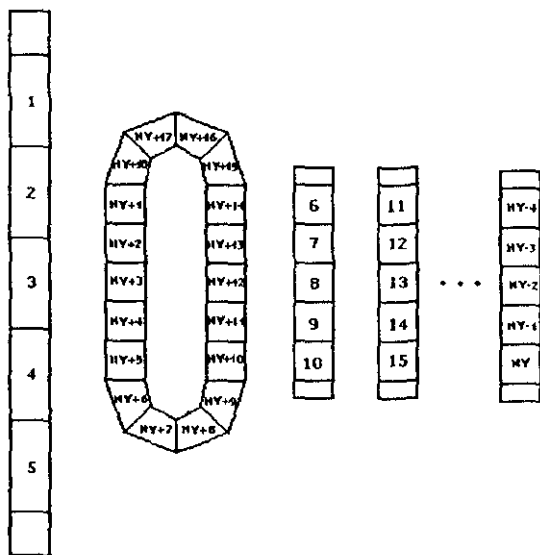


Figura 4.3a Numeración de los segmentos de la antena Yagi alimentada con dipolo doblado para la aplicación del MM

La geometría de la antena Yagi alimentada con dipolo doblado y el orden de sus segmentos para la aplicación del Método de Momentos son idénticas a las explicadas en el Capítulo 3, tal y como se muestra en la Figura 4 3a. En la Figura 4 3b se muestra la numeración correspondiente al reflector en "V" El reflector es el último elemento en ser numerado y el número total de segmentos en el arreglo final está dado por

$$NT = NY + ND + NR \tag{4-1}$$

donde, al igual que en el Capítulo 3, NT corresponde al número total de segmentos; NY es el número de segmentos en que están divididos los elementos de la antena Yagi sin contar al dipolo doblado; ND es el número de segmentos en que se divide el dipolo doblado y, finalmente, NR es el número de segmentos que componen al reflector.

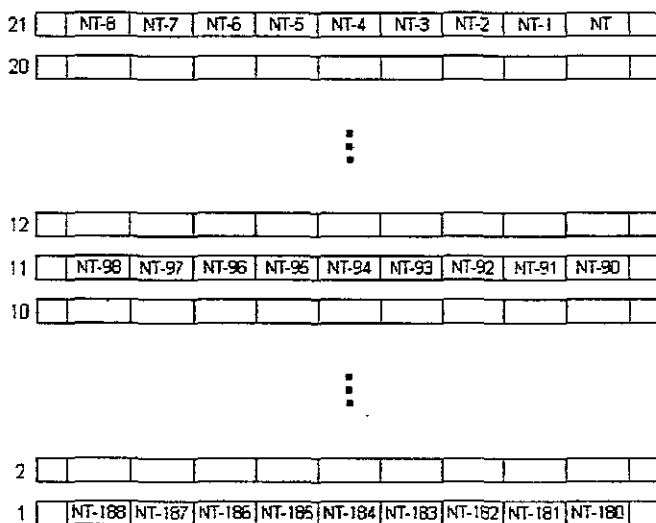


Figura 4.3b Numeración de los segmentos del reflector en "V" para la aplicación del MM

Cabe aclarar que el número de segmentos que componen al reflector será siempre el mismo a lo largo de nuestro análisis por motivos que se explicarán en la siguiente sección, donde se analizará la importancia de utilizar dimensiones adecuadas para este reflector.

4.3 Justificación de las dimensiones del reflector en "V"

El reflector en "V" fue ideado por John D. Kraus en 1938 como un complemento que colimara la energía de radiación de una antena, aumentando su directividad y prohibiendo su radiación hacia atrás y hacia los lados [KRA88]. Debido a su simplicidad de construcción, este tipo de reflector tiene muchas aplicaciones hoy en día. Por ejemplo, además de aumentar la directividad de una antena, puede utilizarse también como elemento pasivo de un sistema de radar o de comunicaciones, ya que al recibir una señal proveniente de una dirección cualquiera, la reflejará en esa misma dirección si el ángulo α_r entre sus brazos (mostrado en la Figura 4.2) es de 90° [BAL97].

Los reflectores en "V" más comunes en la práctica tienen un ángulo α_r de 90° entre sus brazos. El reflector, en este caso, se conoce como reflector en "V" recto. Este ángulo será el que utilizemos en nuestro análisis, ya que, de acuerdo con [KRA88] y [BAL97], es el caso

que presenta mayores ventajas de radiación y eliminación de lóbulos laterales. Pueden utilizarse también ángulos mayores o menores a 90° , siendo 60° un valor que también se encuentra en la práctica, pero existen desventajas con respecto al reflector en "V" recto que se relacionan con la resistencia de radiación del arreglo final [BAL97].

Idealmente, el reflector en "V" está formado por placas construidas de materiales conductores perfectos, pero es recomendable en la práctica aproximar el comportamiento de estas placas mediante mallas metálicas o una serie de tubos conductores paralelos entre sí, como los mostrados en las figuras 4.1 y 4.2, con el fin de reducir la resistencia al viento que presentan las placas metálicas. Nuestro análisis toma en cuenta la aproximación de las placas conductoras mediante tubos paralelos entre sí, para lo cual es necesario considerar una separación e_r entre dichos tubos menor o igual a 0.1λ ; esto con el fin de asegurar que nuestra aproximación es buena y que la fuga de radiación a través del reflector sea mínima [GRE00], [BAL97]; aunque [KRA88] indica que es suficiente utilizar un valor menor a 0.125λ .

Ahora bien, el número de tubos a utilizar depende de esta distancia e_r y de la longitud b_r mostrada en la Figura 4.2. En este aspecto, los autores [BAL97], [GRE00] y [KRA88] coinciden en que este valor debe ser al menos el doble de la distancia a la que se encuentre el arreglo alimentador del vértice del reflector. Es decir, la longitud del brazo del reflector está dada por $b_r \geq 2s_r$. Este valor será el que utilizaremos, por lo tanto, tendremos un número de tubos en el reflector dado por

$$\text{Número de tubos en un brazo} = \frac{b_r}{e_r} \quad (4-2)$$

$$\text{Número total de tubos} = \frac{2b_r}{e_r} + 1 \quad (4-3)$$

el tubo extra considerado en (4-3) es aquél que se encuentra en el vértice del reflector.

La longitud de cada uno de estos tubos juega también un papel muy importante en el desempeño del reflector, ya que debe ser lo suficientemente grande como para simular un reflector de dimensiones infinitas. Para un elemento alimentador con una longitud alrededor de media longitud de onda, como lo es el dipolo doblado de la antena Yagi que se utilizará, [KRA88] propone una longitud l_r mayor o igual a 0.7λ , comprobando que para valores menores a éste, la radiación hacia los lados tiende a incrementarse, e incluso para valores menores a 0.3λ , el reflector actúa más bien como director. Sin embargo, el mismo autor en [KRA99] recomienda que se utilice un valor de 1.2λ para garantizar un buen desempeño. Las opiniones en este sentido son variadas, por ejemplo, [GRE00] utiliza $l_r \geq 1.0\lambda$, mientras que [BAL97] establece un rango de valores donde $0.6\lambda \geq l_r \geq 0.75\lambda$. El valor que elegimos para realizar nuestros cálculos es de 1.0λ , ya que éste se encuentra dentro del intervalo sugerido por la mayoría de los autores consultados, garantizando con este valor que el reflector en "V" se asemejará en buena medida a uno de dimensiones infinitas.

El diámetro d_r de los tubos del reflector será el mismo que se utilizó para los tubos de la antena Yagi y para el dipolo doblado en los capítulos anteriores, de tal manera que todos los elementos del arreglo final tengan el mismo diámetro, lo cual simplifica todavía más su construcción. Este diámetro es de 0.0166λ .

Todas las dimensiones mencionadas se mantendrán constantes a lo largo de nuestro análisis. Es por esto que el número de segmentos NR en el reflector será constante a lo largo de nuestro estudio. Por tanto, sólo nos queda considerar la separación s_r que existe entre el elemento alimentador y el vértice del reflector. En [KRA88] se define el siguiente intervalo de valores: $0.25\lambda \leq s_r \leq 0.7\lambda$; mientras que [BAL97], [STU98] y [GRE00] establecen que si el alimentador es un dipolo doblado, la separación óptima es de 0.5λ . En este capítulo analizaremos las antenas del Capítulo 3 localizadas a una distancia que se encuentra en el intervalo de valores de 0.4λ a 0.6λ (medidos desde el segmento alimentado del dipolo doblado hasta el vértice del reflector).

Tomando en cuenta una separación s_r con un valor medio de 0.5λ , una longitud b_r de 1.0λ y una separación e_r de 0.1λ , el número de tubos que compondrán el reflector de acuerdo con la ecuación (4-3) es 21, y el número de segmentos en que se subdivide cada uno de estos tubos será de 9 segmentos completos y un semisegmento en cada extremo del tubo. De esta forma se asegura que cada segmento tenga una longitud de 0.1λ , tal como se establece en el Anexo A para una correcta aplicación del MM (pág. 5). El número resultante bajo estas consideraciones, es de 189 segmentos en el reflector (21 tubos con 9 segmentos completos cada uno), como se aprecia en la Figura 4.3b.

4.4 Resultados y Conclusiones

En este apartado se presentan los resultados que obtuvimos mediante la aplicación del Método de Momentos a las antenas descritas al principio de este capítulo. Es preciso aclarar que, aunque en la bibliografía se encuentran geometrías similares a la que proponemos y se sugieren combinaciones entre algunas configuraciones básicas como son la antena Yagi y el reflector en "V", no encontramos autores que propongan la combinación particular de una antena Yagi alimentada con un dipolo doblado y complementada con un reflector. Es posible que esta configuración se haya estudiado ya empíricamente, pero creemos que los resultados analíticos que se muestran a continuación pueden ser una aportación novedosa.

Las antenas analizadas son los arreglos óptimos que se obtuvieron en la sección 3.5, es decir, arreglos Yagi alimentados en el brazo izquierdo del dipolo doblado. Como explicamos en la sección anterior, la diferencia consiste en colocar un reflector en "V" a una distancia variable, s_r , entre el punto de alimentación de la antena Yagi y el vértice de dicho reflector.

A continuación se presentan las tablas que contienen las características de las antenas propuestas en función de la separación s_r . Sin embargo, se puede apreciar en todos los casos que esta distancia no tiene un efecto crítico en los resultados obtenidos para ganancia, FBR e impedancia de entrada.

Arreglo de 6 elementos con reflector en "V" alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado

6 Tubos	$s_r=0.40\lambda$	$s_r=0.45\lambda$	$s_r=0.50\lambda$	$s_r=0.55\lambda$	$s_r=0.60\lambda$
Ganancia [dBi]	13.20	13.35	13.40	13.37	13.27
FBR[dB]	16.75	16.78	16.75	16.73	16.76
$Z_{in} [\Omega]$	62.51-5.12j	64.91-2.71j	67.10-1.01j	69.12+0.05j	70.91+0.59j
VSWR	1.22	1.16	1.12	1.08	1.06
%Potencia	99.04	99.44	99.69	99.83	99.92
Ancho de haz plano E [°]	38.0	38.2	38.2	39.6	39.7
Ancho de haz plano H [°]	43.2	41.4	39.9	39.9	39.9

En este caso, consideraremos óptima la separación de 0.5λ , puesto que presenta el mayor valor de ganancia, un FBR solamente un poco menor que el mayor, un alto porcentaje de potencia entregada y los haces de radiación más directivos del conjunto de arreglos

Arreglo de 9 elementos con reflector en "V" alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado

9 Tubos	$s_r=0.40\lambda$	$s_r=0.45\lambda$	$s_r=0.50\lambda$	$s_r=0.55\lambda$	$s_r=0.60\lambda$
Ganancia [dBi]	14.55	14.58	14.58	14.51	14.52
FBR[dB]	15.25	15.27	15.27	15.16	15.21
$Z_{in} [\Omega]$	71.24+11.53j	74.88+10.20j	77.17+8.19j	60.56+10.54j	66.48+11.77j
VSWR	1.18	1.15	1.12	1.30	1.23
%Potencia	99.32	99.54	99.69	98.27	98.95
Ancho de haz plano E [°]	28.2	28.3	28.7	28.7	28.8
Ancho de haz plano H [°]	31.5	31.5	30.8	30.7	30.0

Para un arreglo de 9 elementos, la distancia s_r óptima es de 0.5λ , puesto que es ahí donde se obtienen una ganancia y un FBR máximos. Este valor presenta también una buena

transmisión de potencia y anchos de haz angostos. Estos resultados concuerdan con [BAL97], [GRE00] y [STU98].

Arreglo de 12 elementos con reflector en "V" alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado

12 Tubos	$s_r=0.40\lambda$	$s_r=0.45\lambda$	$s_r=0.50\lambda$	$s_r=0.55\lambda$	$s_r=0.60\lambda$
Ganancia [dBi]	15.56	15.65	15.68	15.67	15.60
FBR[dB]	17.79	17.83	17.83	17.81	17.80
Z_{in} [Ω]	65.07-2.91j	67.36-2.06j	68.38-1.57j	68.71-0.94j	68.76+0.06j
VSWR	1.16	1.12	1.10	1.09	1.09
%Potencia	99.45	99.69	99.78	99.80	99.81
Ancho de haz plano E [$^\circ$]	26.4	26.6	26.6	26.9	27.0
Ancho de haz plano H [$^\circ$]	29.0	28.4	27.9	27.0	27.0

La distancia s_r que mejores características de radiación presenta para un arreglo de 12 elementos es de 0.55λ , aunque son casi iguales a las de $s_r = 0.5\lambda$.

Arreglo de 15 elementos con reflector en "V" alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado

15 Tubos	$s_r=0.40\lambda$	$s_r=0.45\lambda$	$s_r=0.50\lambda$	$s_r=0.55\lambda$	$s_r=0.60\lambda$
Ganancia [dBi]	16.20	16.22	16.21	16.17	16.09
FBR[dB]	17.31	17.27	17.21	17.17	17.19
Z_{in} [Ω]	65.82-3.31j	68.84-1.32j	71.23-0.06j	73.18+0.70j	74.76+1.13j
VSWR	1.15	1.09	1.05	1.03	1.02
%Potencia	99.52	99.81	99.93	99.98	99.99
Ancho de haz plano E [$^\circ$]	22.4	22.5	22.7	22.9	23.2
Ancho de haz plano H [$^\circ$]	24.4	24.1	23.9	23.8	23.8

Encontramos que, para el arreglo de 15 elementos, la distancia s_r que proporciona mejores resultados es de 0.45λ , aunque nuevamente son casi iguales a las de $s_r = 0.5\lambda$.

Con esto se ve que Kraus [KRA88] tiene razón, y lo más importante aquí es comparar las características de radiación con las de la antena Yagi sin reflector en "V", lo cual se verá en la sección 4.5

A manera de experimento, obtuvimos también las características de radiación de una antena Yagi de 6 elementos, alimentada con un dipolo doblado cuyos directores apuntan hacia el vértice del reflector en "V". En la tabla siguiente se muestran los resultados para distintas separaciones s_r , medidas entre el vértice del reflector y el director de la antena Yagi más cercano a él.

Arreglo de 6 elementos alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado, orientado hacia el vértice del reflector en "V" recto

6 Tubos	$s_r=0.55\lambda$	$s_r=0.60\lambda$	$s_r=0.65\lambda$	$s_r=0.70\lambda$
Ganancia [dBi]	7.15	7.58	7.80	7.90
FBR[dB]	-0.44	-0.67	-0.63	-0.51
Z_{in} [Ω]	68.2 - 56.8j	55.2 - 40.5j	49.8 - 26.9j	47.9 - 15.8j

Puede verse que cambiar la orientación de la antena Yagi hacia el vértice del reflector no presenta ventajas en comparación con la orientación hacia afuera del reflector, por el contrario, se obtienen valores de ganancia menores hasta por 6 dB y valores de FBR muy cercanos a los 0 dB, lo cual presenta poca utilidad práctica. Por esta razón nos enfocaremos solamente en el estudio de los arreglos donde la antena Yagi se orienta hacia afuera del reflector en "V".

4.5 Comparación entre las características de radiación de antenas Yagi Convencionales, Yagi alimentadas con Dipolo Doblado y Yagi con Reflector en "V" Recto alimentadas con Dipolo Doblado

A continuación se muestran las Figuras 4.4a a 4.4d. En ellas se presenta una comparación gráfica entre los arreglos de los Capítulos 2 y 3 y el arreglo obtenido en el presente capítulo, cada uno normalizado con respecto a su máximo correspondiente, con el fin de mostrar las ventajas que implica el uso de un reflector en "V" recto.

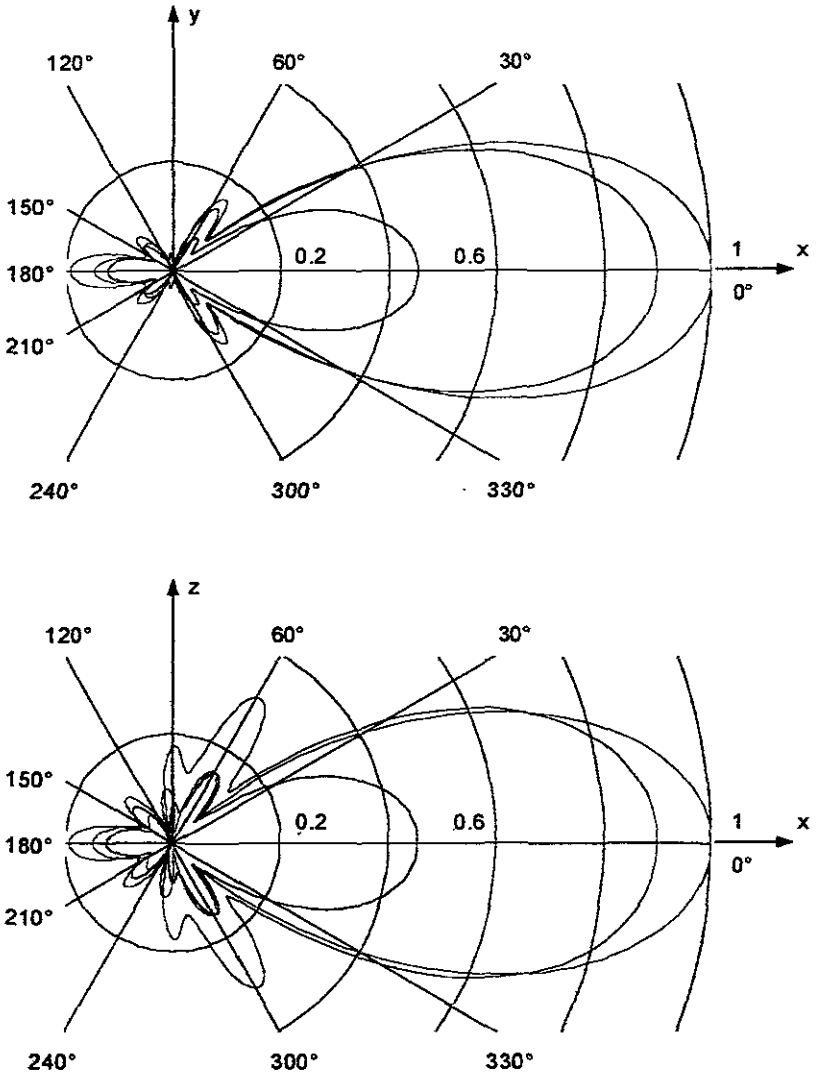


Figura 4.4a Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda sin y con reflector en "V" recto para antenas de 6 elementos.

- Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo y un Reflector en "V" ■

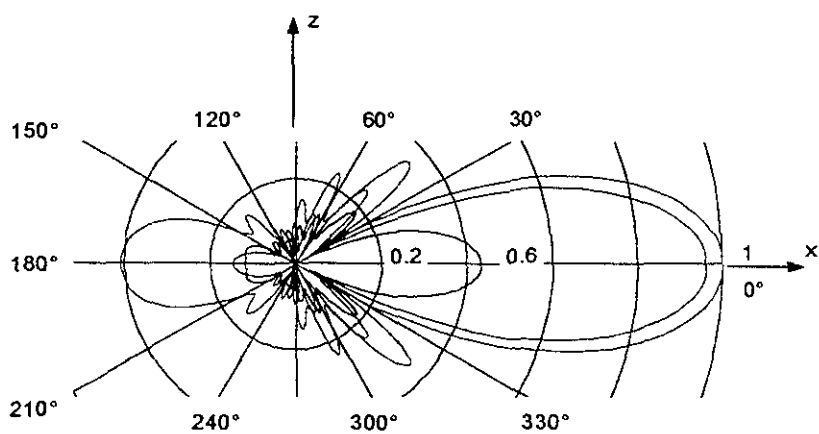
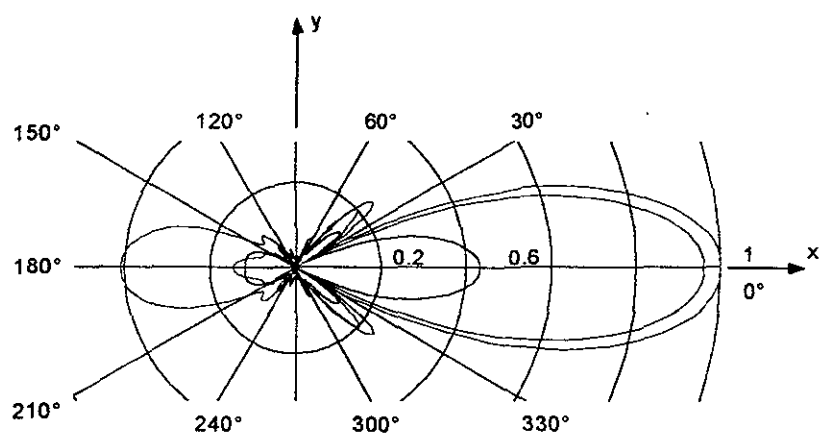


Figura 4.4b Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda sin y con reflector en "V" recto para antenas de 9 elementos.

Yagi alimentada con un dipolo sencillo

Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo

Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo

izquierdo y un Reflector en "V"



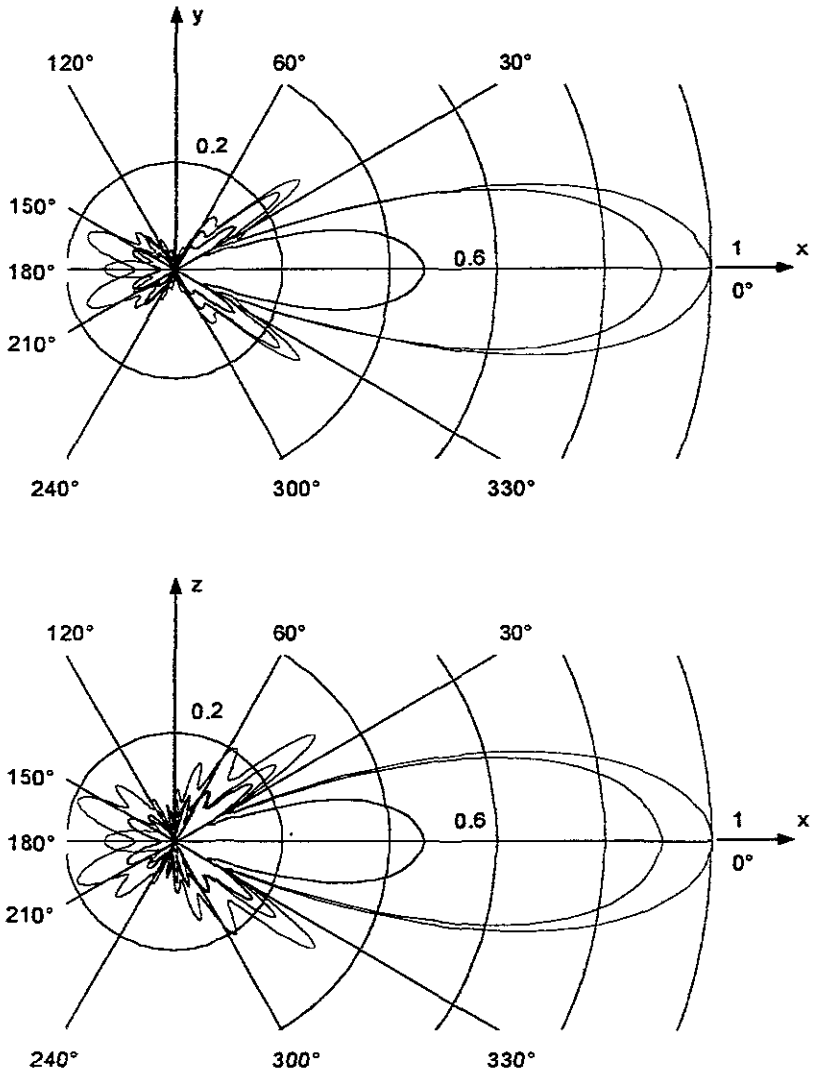


Figura 4.4c Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda sin y con reflector en "V" recto para antenas de 12 elementos.

Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
 Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■
 Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo y un Reflector en "V" ■

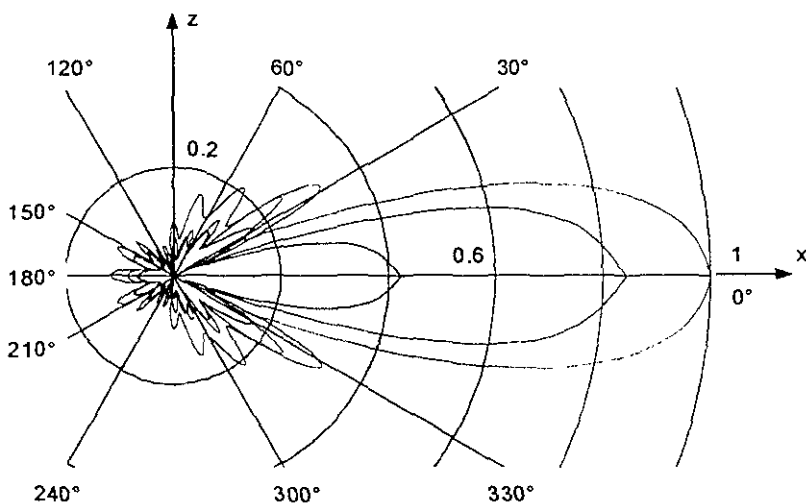
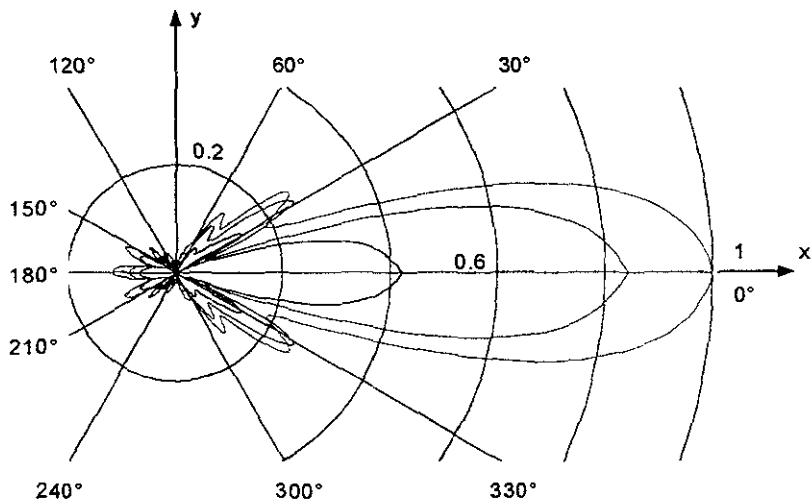


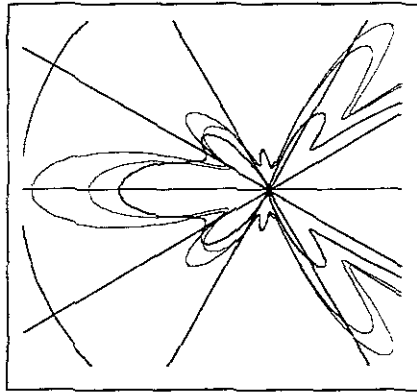
Figura 4.4d Patrones de radiación en los planos xy (Plano E) y xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda sin y con reflector en "V" recto para antenas de 15 elementos.

- Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo y un Reflector en "V" ■

En estas figuras se aprecia claramente la mejoría gradual que se obtiene al añadir primero un dipolo doblado como alimentador de la antena Yagi y después un reflector en "V" recto. Esta mejoría no sólo se obtiene en la ganancia y directividad del arreglo, sino que, mediante el uso del reflector en "V" recto, se pretende aumentar el aislamiento entre el ancho de radiación principal y los lóbulos laterales y traseros.

Las Figuras 4.5a a 4.5d son detalles magnificados de las Figuras 4.4a a 4.4d y se muestran con el propósito de facilitar el análisis de los lóbulos laterales y traseros de cada una de las antenas con reflector con respecto a las que no lo tienen.

a)



b)

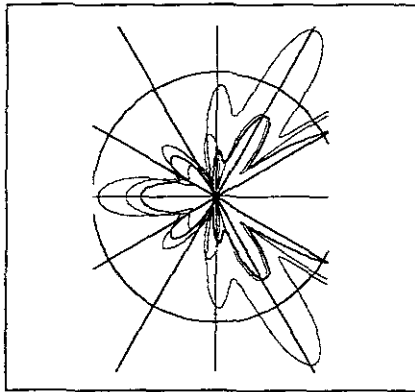


Figura 4.5a Detalle de los patrones de radiación en los planos a) xy (Plano E) y b) xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda sin y con reflector en "V" recto para antenas de 6 elementos.

- Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo y un Reflector en "V" ■

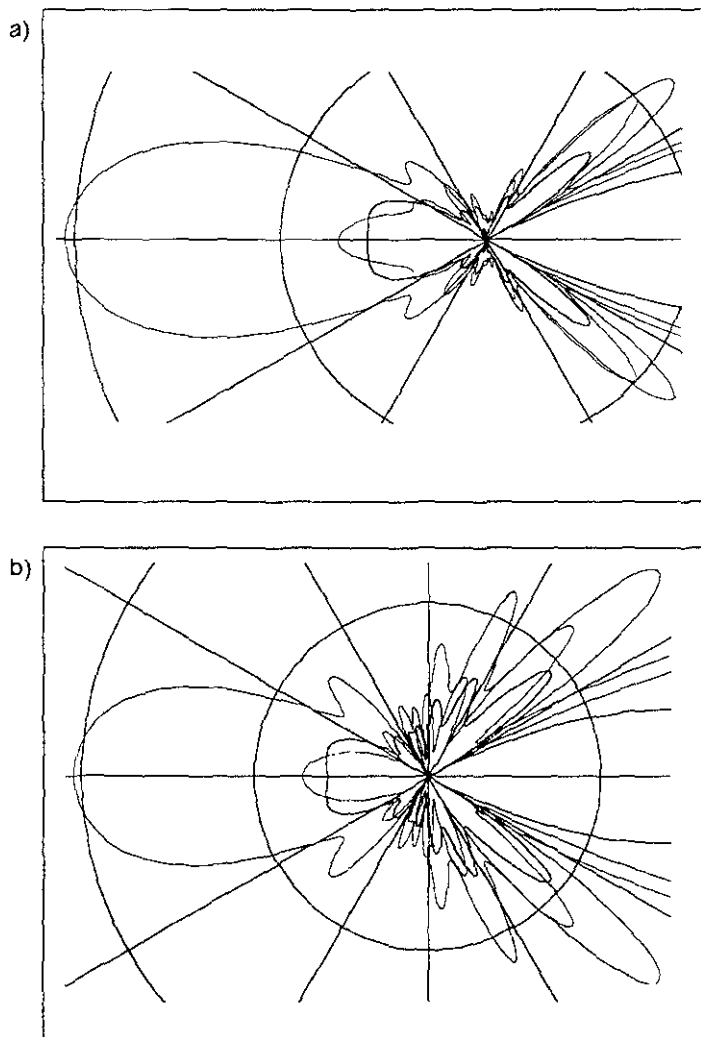


Figura 4.5b Detalle de los patrones de radiación en los planos a) xy (*Plano E*) y b) xz (*Plano H*) arregios Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda sin y con reflector en "V" recto para antenas de 9 elementos

- Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo y un Reflector en "V" ■

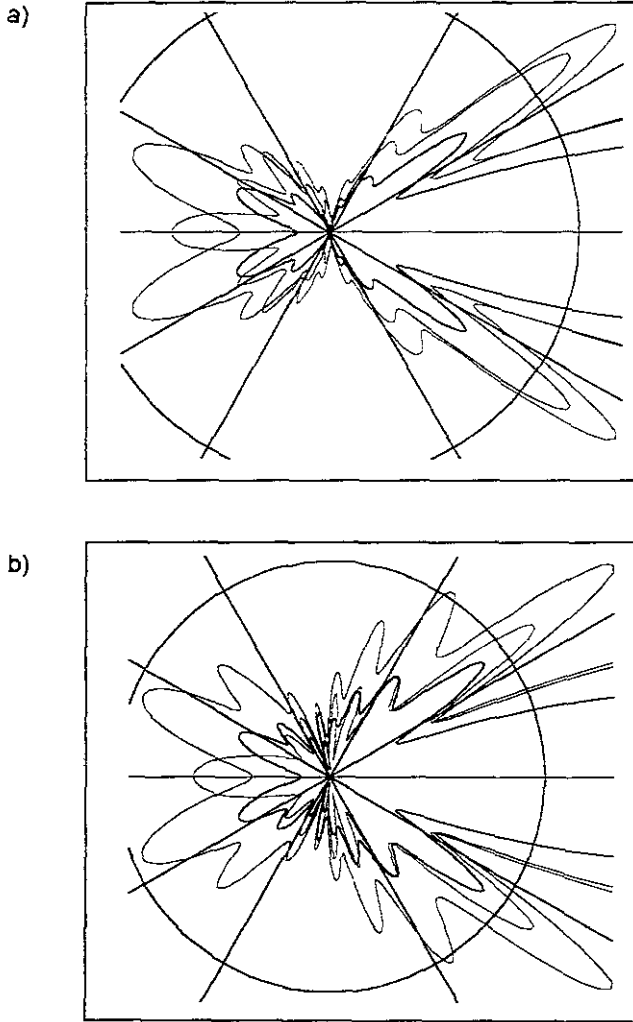


Figura 4.5c Detalle de los patrones de radiación en los planos a) xy (Plano E) y b) xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda sin y con reflector en "V" recto para antenas de 12 elementos.

- Yagi alimentada con un dipolo sencillo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo ■
- Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo y un Reflector en "V" ■

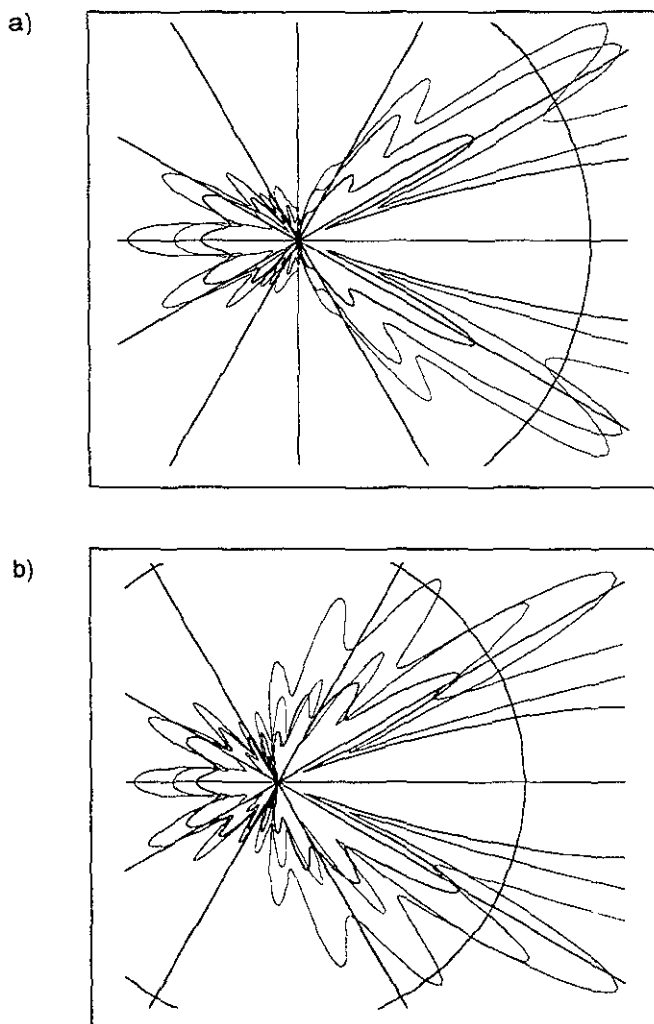


Figura 4.5d Detalle de los patrones de radiación en los planos a) xy (Plano E) y b) xz (Plano H) arreglos Yagi y Yagi alimentados con Dipolo Doblado con alimentación izquierda sin y con reflector en "V" recto para antenas de 15 elementos

Yagi alimentada con un dipolo sencillo

Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo

Yagi con un Dipolo Doblado alimentado en el brazo izquierdo y un Reflector en "V"



En la Figura 4.5a, correspondiente a los arreglos de 6 tubos, se observa claramente que el lóbulo de radiación hacia atrás para la antena con reflector es menor en magnitud que el de la antena sin reflector alimentada con un dipolo doblado, aunque mayor que el de la antena Yagi sencilla. El número de lóbulos laterales es igual a 3 para los tres tipos de arreglos y se presentan siempre en las mismas direcciones tanto en el plano *E* como en el plano *H*. En la parte trasera del patrón de radiación en el plano *E*, se aprecia que los lóbulos secundarios son siempre menores para la antena Yagi sencilla y mayores para la antena alimentada con un dipolo doblado y sin reflector; mientras que en la parte frontal del patrón se mantiene que los lóbulos son menores para una antena Yagi sencilla, pero mayores para la antena con reflector en "V". Por otra parte, en el plano *H*, la parte trasera del patrón se comporta de la misma forma que el patrón del plano *E* y la parte frontal muestra lóbulos de mayor magnitud para la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado y menores para la antena Yagi sencilla.

En la Figura 4.5b, donde se muestran los patrones de las antenas de 9 elementos, podemos observar que el lóbulo de radiación hacia atrás para una antena con reflector es muy parecido en magnitud al de una antena Yagi sencilla, y mucho menor que el de una antena alimentada con un dipolo doblado y sin reflector. En el plano *E* se tiene el mismo número de lóbulos laterales en antenas con y sin reflector, sin embargo, la magnitud de los lóbulos laterales es menor para la antena con reflector que para la antena con dipolo doblado sin reflector, aunque mayor que para la antena Yagi sencilla. En el plano *H* también se presenta la misma cantidad de lóbulos laterales para la antena con reflector, manteniendo las direcciones de los mismos; no obstante, la magnitud de estos es también menor a la de los lóbulos de la antena alimentada con un dipolo doblado y sin reflector.

El arreglo de 12 elementos se muestra en la Figura 4.5c. Ahí se aprecia que tanto en el plano *E* como en el plano *H* se presenta un lóbulo de radiación hacia atrás que no se producía para antenas sin reflector, lo cual puede representar una desventaja. Sin embargo, en la parte trasera del patrón de radiación en el plano *E* se tiene que los lóbulos de radiación laterales que presenta la antena con reflector son iguales en cantidad y dirección a los que se presentan en las antenas sin reflector, pero menores o comparables en magnitud a los de la antena alimentada con un dipolo doblado y sin reflector. Por otra parte, en la parte frontal del patrón de radiación en este mismo plano, se tienen lóbulos de radiación iguales en número y dirección para las antenas con y sin reflector pero éstos siempre son mayores en magnitud para el arreglo con reflector. En el patrón de radiación correspondiente al plano *H* se distingue que el número y dirección de los lóbulos de radiación es también el mismo para antenas con reflector, pero estos lóbulos son casi siempre considerablemente menores a los de la antena alimentada con un dipolo doblado y sin reflector y, en la parte trasera del patrón, incluso menores que los de la antena Yagi sencilla.

En la Figura 4.5d se muestran los arreglos de 15 elementos. En este caso, el lóbulo de radiación hacia atrás cuando se utiliza el reflector en "V" es menor que cuando no se utiliza y se alimenta la antena con un dipolo doblado, sin embargo, es mayor que el de una antena Yagi sencilla. En el patrón de radiación en el plano *E* se aprecia que el número de lóbulos laterales es mayor que para antenas con un menor número de elementos, y esto se conserva al añadir un reflector al arreglo. Los lóbulos que se presentan tienen la misma dirección que en los arreglos sin reflector y son siempre mayores en magnitud a los lóbulos de los

eglos sin reflector, con excepción de un par de lóbulos en la parte trasera del patrón que a menores aún que los de una antena Yagi sencilla. En el patrón correspondiente al plano radiación H se ve también que los lóbulos laterales conservan su número y dirección, ro en este caso son siempre menores para la antena con reflector en la parte trasera del trón y en la parte frontal son mayores que los de la antena Yagi sencilla y menores que s de la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado pero sin reflector.

Es interesante también hacer una comparación entre la diferencia de potencia que iste entre el lóbulo de radiación principal y el siguiente lóbulo en magnitud, tanto para las tenas con reflector como para las que no lo tienen. De esta manera podemos saber si el flector en "V" está realmente reduciendo la magnitud de los lóbulos laterales. En la Tabla 1 se muestra la diferencia entre lóbulos en decibeles para las antenas alimentadas con un polo doblado sin y con reflector en "V" recto.

Tabla 4.1a Aislamiento entre el lóbulo principal y el lóbulo lateral de mayor magnitud en el plano E.

Arreglo	Dipolo doblado Alimentación Izquierda	Dipolo doblado Y Reflector en "V"
6 Elementos	16.16 dB	15.72 dB
9 Elementos	12.09 dB	13.97 dB
12 Elementos	11.59 dB	10.94 dB
15 Elementos	10.31 dB	11.78 dB

Tabla 4.1b Aislamiento entre el lóbulo pncipal y el lóbulo lateral de mayor magnitud en el plano H.

Arreglo	Dipolo doblado Alimentación Izquierda	Dipolo doblado Y Reflector en "V"
6 Elementos	9.23 dB	16.27 dB
9 Elementos	8.60 dB	12.40 dB
12 Elementos	8.85 dB	12.57 dB
15 Elementos	8.42 dB	12.12 dB

Como puede verse, en el plano E no se produce un aumento en el aislamiento entre lóbulos: por el contrario, en algunos casos este aislamiento incluso se reduce. Sin embargo, en el plano H sí se tiene un aumento considerable en el aislamiento entre lóbulos, ya que en todos los casos se obtiene por lo menos un aumento de 3 dB y hasta de 7 dB en el caso del arreglo de 6 dB. Esto se explica revisando la geometría del arreglo con reflector en "V" de la Figura 4.1, la cual sugiere que la reflexión debe darse principalmente en el plano xz (plano H), que es el plano normal al reflector; mientras que en el plano xy (plano E), la radiación encuentra un área de reflexión menor

Las Tablas 4.2 a 4.5 contienen los valores que nos permitirán comparar las antenas obtenidas en este capítulo con las antenas de los capítulos anteriores y de esta manera poder determinar las ventajas o desventajas que presenta el uso de un reflector en "V" recto.

Tabla 4.2 Ganancia, FBR e impedancia de entrada para arreglos Yagi óptimos de 6 elementos alimentados con un dipolo sencillo, con un dipolo doblado sin reflector en "V" y con un reflector en "V" recto.

Dimensiones [λ]	Dipolo sencillo	Dipolo doblado Alimentación Izquierda	Dipolo doblado Y Reflector en "V"
Long. Reflector	0.47	0.49	0.49
Long. Alimentador	0.435	0.405	0.405
Long. Directores	0.40	0.40	0.40
Sep. Reflector	0.20	0.19	0.19
Sep. Directores	0.40	0.40	0.40
Ganancia [dB]	11.52	12.03	13.40
FBR [dB]	11.52	13.47	16.75
Ancho del haz plano xy	39.9°	41.6°	38.2°
Ancho del haz plano xz	44.1°	46.0°	39.9°
Zin [Ω]	21.55 + 0.77j	74.63 - 1.44j	67.10 - 1.01j

Tabla 4.3 Ganancia, FBR e impedancia de entrada para arreglos Yagi óptimos de 9 elementos alimentados con un dipolo sencillo, con un dipolo doblado sin reflector en "V" y con un reflector en "V" recto

Dimensiones [λ]	Dipolo sencillo	Dipolo doblado Alimentación Izquierda	Dipolo doblado Y Reflector en "V"
Long. Reflector	0.47	0.47	0.47
Long. Alimentador	0.436	0.417	0.417
Long. Directores	0.41	0.41	0.40
Sep. Reflector	0.22	0.17	0.19
Sep. Directores	0.39	0.39	0.39
Ganancia [dB]	12.48	13.39	14.58
FBR [dB]	11.39	7.41	15.27
Ancho del haz plano xy	27.1°	28.8°	28.7°
Ancho del haz plano xz	28.3°	31.6°	30.8°
Zin [Ω]	33.00 - 0.48j	75.64 + 0.06j	77.17 + 8.19j

Tabla 4.4 Ganancia, FBR e impedancia de entrada para arreglos Yagi óptimos de 12 elementos alimentados con un dipolo sencillo, con un dipolo doblado sin reflector en "V" y con un reflector en "V" recto.

Dimensiones [λ]	Dipolo sencillo	Dipolo doblado Alimentación Izquierda	Dipolo doblado Y Reflector en "V"
Long. Reflector	0.47	0.47	0.47
Long. Alimentador	0.440	0.417	0.417
Long. Directores	0.40	0.40	0.40
Sep. Reflector	0.19	0.19	0.19
Sep. Directores	0.39	0.39	0.39
Ganancia [dB]	13.81	14.46	15.67
FBR [dB]	24.71	21.78	17.81
Ancho del haz plano xy	26.1°	26.4°	26.9°
Ancho del haz plano xz	26.3°	28.0°	27.0°
Zin [Ω]	22.54 + 0.06j	73.83 - 0.18j	77.72 - 0.96j

Tabla 4.5 Ganancia, FBR e impedancia de entrada para arreglos Yagi óptimos de 15 elementos alimentados con un dipolo sencillo, con un dipolo doblado sin reflector en "V" y con un reflector en "V" recto.

Dimensiones [λ]	Dipolo sencillo	Dipolo doblado Alimentación Izquierda	Dipolo doblado Y Reflector en "V"
long. Reflector	0.47	0.48	0.48
long. Alimentador	0.440	0.406	0.406
long. Directores	0.40	0.38	0.38
sep. Reflector	0.18	0.20	0.20
sep. Directores	0.38	0.40	0.40
Ganancia [dB]	14.25	15.19	16.17
FBR [dB]	16.00	17.15	17.27
Ancho del haz plano xy	23.1 °	24.0 °	22.5 °
Ancho del haz plano xz	23.8 °	24.8 °	24.1 °
Zin [Ω]	20.09 + 0.86j	78.77 - 1.07j	68.84 - 1.32j

En las tablas anteriores podemos observar que, en todos los casos, la ganancia es mayor utilizando un reflector en "V", presentando mejorías alrededor de 1 dB. El FBR de las antenas con reflector en "V" no siempre es mayor, pero comentamos ya el hecho de que es más importante tener una disminución de lóbulos laterales y no es representativo considerar únicamente el FBR como parámetro de referencia para comparar patrones de radiación.

Observamos también que los anchos de los haces de radiación principal son casi siempre menores cuando se utiliza un reflector en "V", aunque la diferencia es sólo de un par de grados. Sin embargo, comprobamos que el uso de un reflector en "V" recto aumenta la directividad de una antena.

Ahora veremos cómo se ve afectado el ancho de banda de las antenas de los Capítulos 2 y 3 cuando se introduce un reflector en "V" en su estructura. Para mantener el método que hemos seguido en este trabajo, definimos el ancho de banda como el intervalo de frecuencias donde el arreglo tiene una ganancia de 0 a 3 dB por debajo de su ganancia máxima.

Las Figuras 4.6a a 4.6d muestran las curvas de ganancia en función de la frecuencia de trabajo para las antenas de 6, 9, 12 y 15 elementos respectivamente. En cada una de estas figuras se muestran las curvas correspondientes a una antena Yagi alimentada con un dipolo sencillo, una antena Yagi alimentada con un dipolo doblado (alimentación izquierda) y una antena Yagi con reflector en "V" recto alimentada con un dipolo doblado.

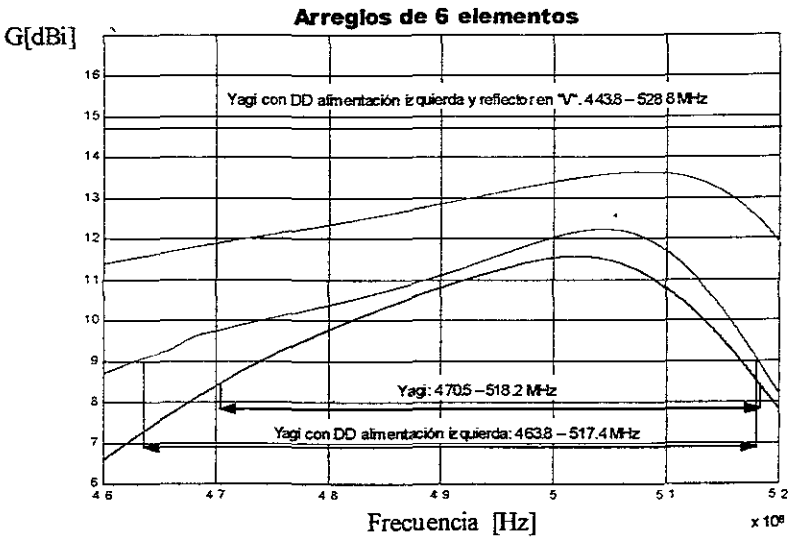


Figura 4.6a Ancho de banda de los arreglos óptimos de 6 elementos

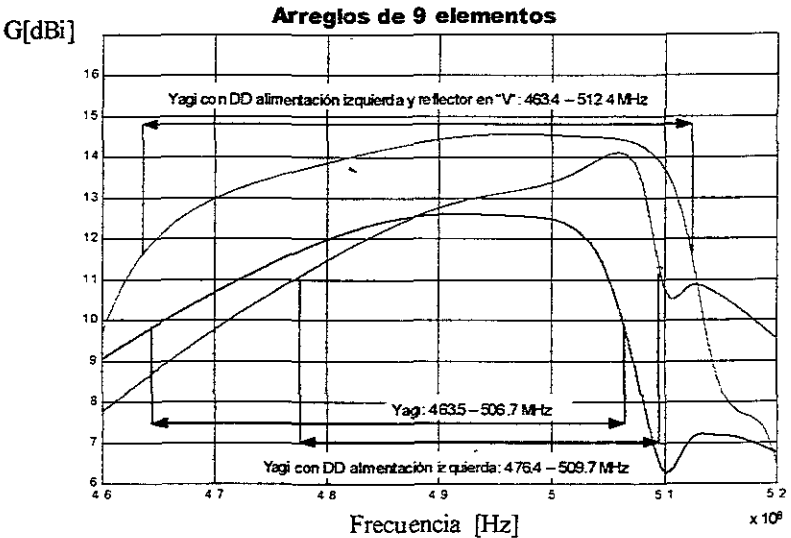


Figura 4.6b Ancho de banda de los arreglos óptimos de 9 elementos

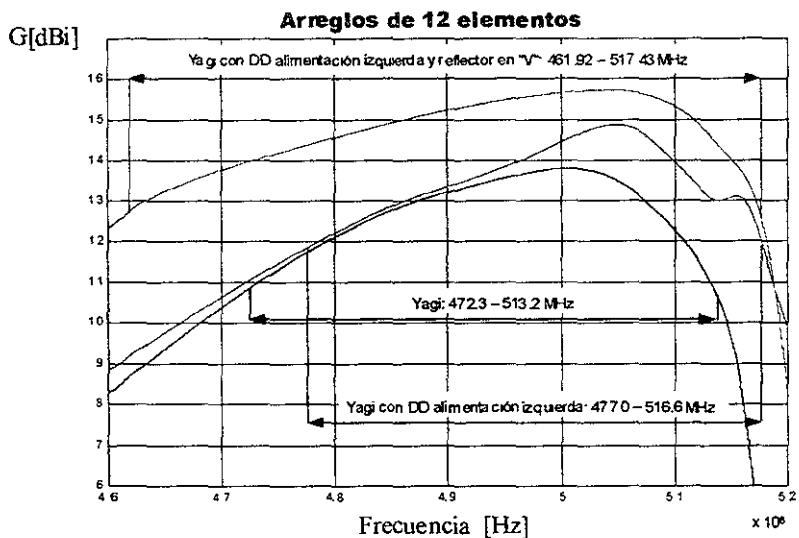


Figura 4.6c Ancho de banda de los arreglos óptimos de 12 elementos

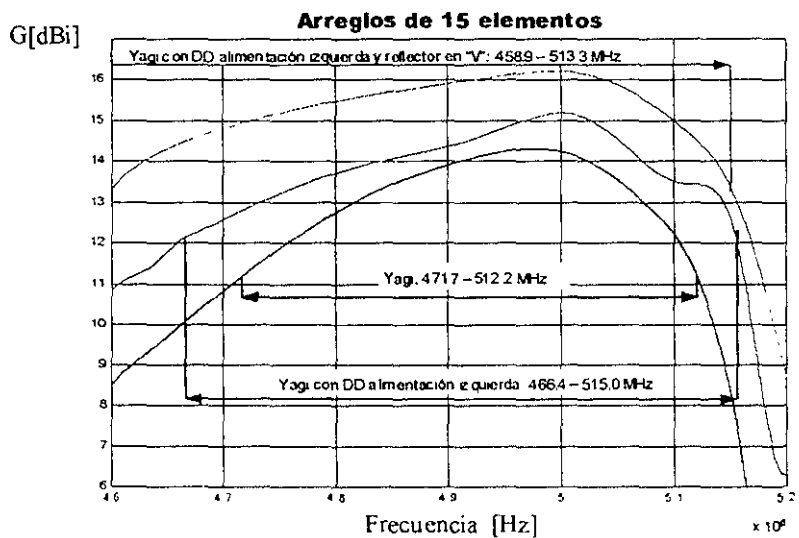


Figura 4.6d Ancho de banda de los arreglos óptimos de 15 elementos

El reflector en "V" incrementa considerablemente el ancho de banda en cada uno de los casos. En la Tabla 4.5 se muestran dichos anchos de banda y se comparan con los anchos de banda de las antenas de los Capítulos 2 y 3.

Tabla 4.5 Intervalos de frecuencia de trabajo para arreglos Yagi optimizados alimentados con un dipolo sencillo, con un dipolo doblado sin reflector en "V" y con un dipolo doblado con reflector en "V". Los valores se presentan en MHz.

Arreglo	Intervalo de Frecuencias de Media Potencia			
	6 Elementos	9 Elementos	12 Elementos	15 Elementos
Yagi con Dipolo Sencillo	470.5 – 518.2 AB = 47.7 MHz	463.5 – 506.7 AB = 33.3 MHz	472.3 – 513.2 AB = 40.9 MHz	471.7 – 512.4 AB = 41.9 MHz
Yagi con Dipolo Doblado – Alimentación Izquierda	463.8 – 517.4 AB = 53.6 MHz	476.4 – 509.7 AB = 43.2 MHz	477.0 – 516.6 AB = 39.6 MHz	466.4 – 515.0 AB = 48.6 MHz
Yagi con Dipolo Doblado y Reflector en "V"	443.8 – 523.8 AB = 80 MHz	463.4 – 512.4 AB = 49 MHz	461.9 – 517.4 AB = 55.5 MHz	458.9 – 513.3 AB = 54.4 MHz

La mejoría más notable se presenta en el arreglo de 6 elementos, donde se tiene un aumento de casi 30 MHz con respecto al ancho de banda de la antena sin reflector. Sin embargo, para los demás arreglos también se logra un incremento considerable de alrededor de 10 MHz.

El siguiente punto a considerar es qué tan bueno será el acoplamiento de impedancias a lo largo del intervalo de frecuencias propuesto. Esto lo determinaremos por medio de las curvas de VSWR, definido en la sección 3.5 mediante (3-2) y (3-3), presentadas en las Figuras 4.7a a 4.7d.

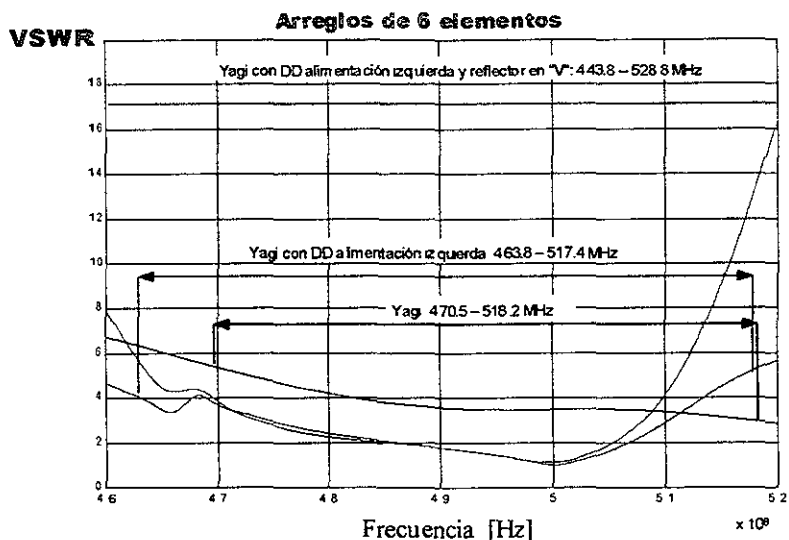


Figura 4.7a Relación de onda estacionaria (VSWR) de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado y Yagi con reflector y dipolo doblado. Todas con 6 elementos. Se indica el ancho de banda correspondiente a la ganancia de cada antena (Figura 4.6a).

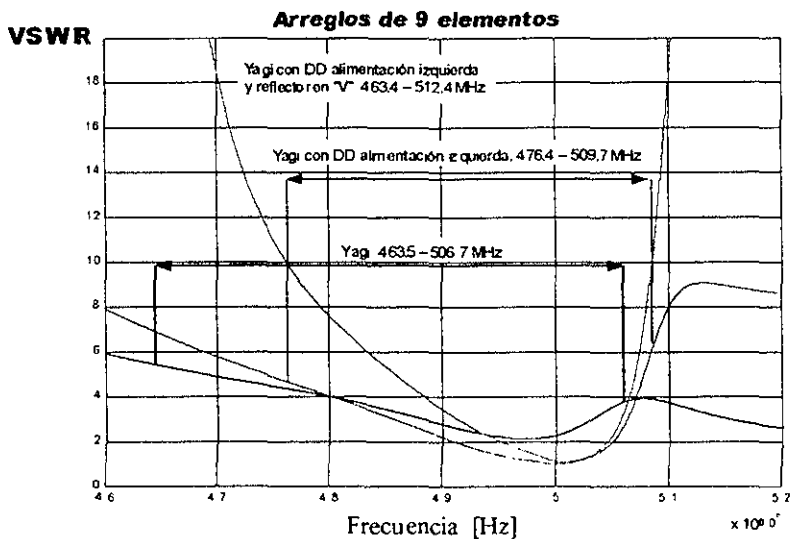


Figura 4.7b Relación de onda estacionaria (VSWR) de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado y Yagi con reflector y dipolo doblado. Todas con 9 elementos. Se indica el ancho de banda correspondiente a la ganancia de cada antena (Figura 4.6b)

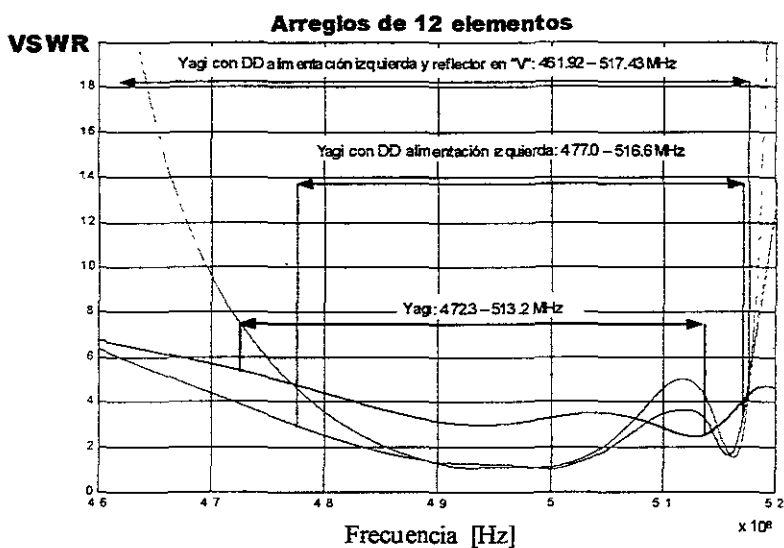


Figura 4.7c Relación de onda estacionaria (VSWR) de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado y Yagi con reflector y dipolo doblado. Todas con 12 elementos. Se indica el ancho de banda correspondiente a la ganancia de cada antena (Figura 4.6c).

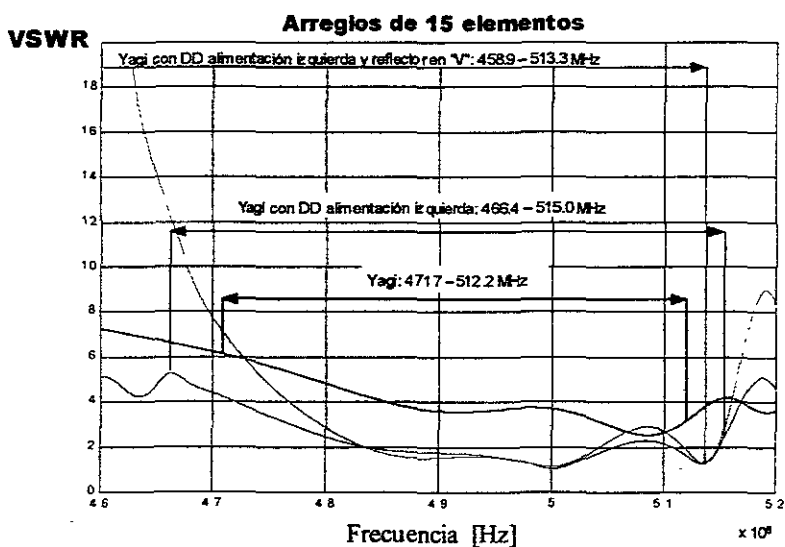


Figura 4.7d Relación de onda estacionaria (VSWR) de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado y Yagi con reflector y dipolo doblado. Todas con 15 elementos. Se indica el ancho de banda correspondiente a la ganancia de cada antena (Figura 4.6d).

Puede verse en estas figuras que la relación de onda estacionaria o VSWR es mejor para la antena alimentada con un dipolo doblado y sin reflector a lo largo de un intervalo de frecuencias mayor. Sin embargo, el VSWR de las antenas con reflector es muy similar al de las antenas sin reflector alrededor de la frecuencia de trabajo, aumentando su valor para frecuencias menores a los 480 MHz y mayores a los 510 MHz, con excepción del arreglo de 9 elementos, donde el VSWR del arreglo con reflector crece de forma muy rápida alrededor de la frecuencia de trabajo.

Por último, con el fin de analizar el efecto que tiene el reflector en "V" recto sobre el VSWR de la antena, se muestran las Figuras 4.8a a 4.8d. Estas figuras contienen las curvas de VSWR de los tres tipos de arreglo estudiados a lo largo del intervalo de frecuencias estudiado.

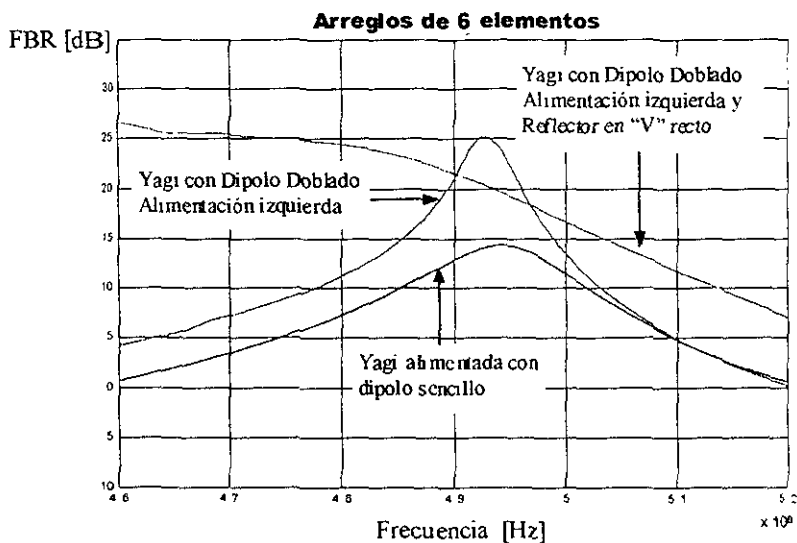


Figura 4.8a FBR de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado y Yagi con reflector y dipolo doblado. Todos con 6 elementos

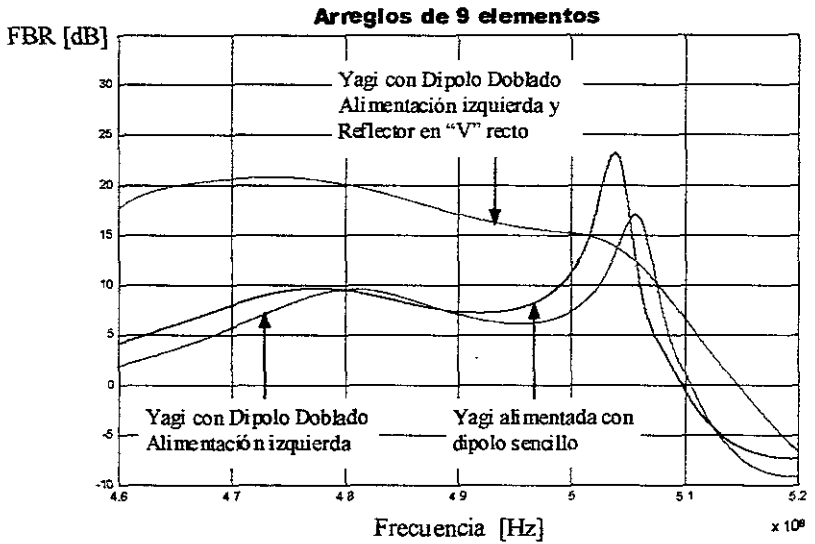


Figura 4.8b FBR de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado y Yagi con reflector y dipolo doblado. Todos con 9 elementos

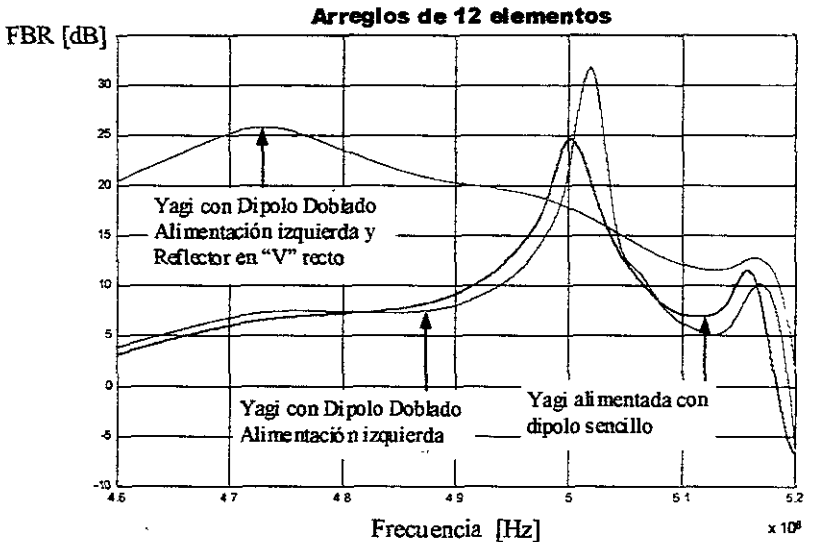


Figura 4.8c FBR de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado y Yagi con reflector y dipolo doblado. Todos con 12 elementos

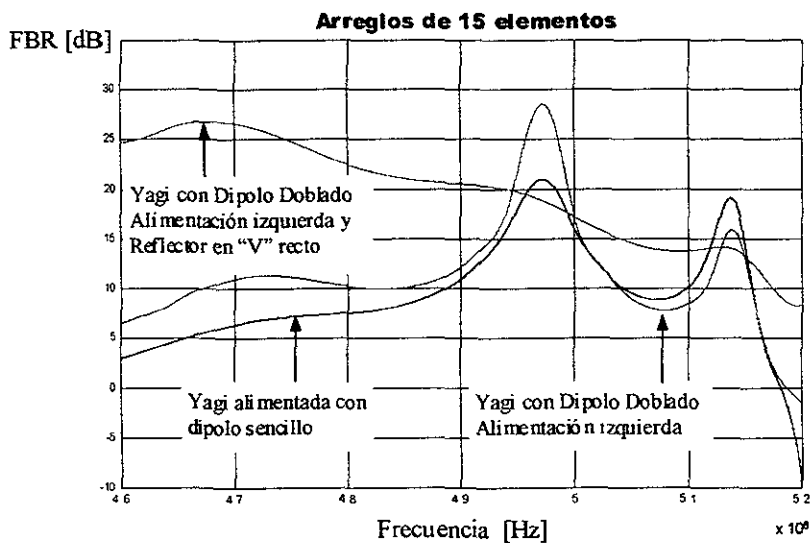


Figura 4.8d FBR de los arreglos óptimos Yagi, Yagi con dipolo doblado y Yagi con reflector y dipolo doblado. Todos con 15 elementos

En estas figuras se comprueba que el uso de un reflector en "V" recto incrementa considerablemente el FBR de los arreglos Yagi sin reflector a lo largo del espectro de frecuencias mostrado. En el caso del arreglo de 6 elementos, el FBR de la antena con reflector es menor al de la antena Yagi alimentada con un dipolo doblado solamente en un pequeño intervalo comprendido aproximadamente entre 490 MHz y 497 MHz.

Con el arreglo de 9 elementos sucede algo similar, el FBR de la antena con reflector es mayor al de las antenas que no lo tienen, excepto en las frecuencias entre 502 MHz y 508 MHz aproximadamente, donde es mayor el FBR de ambas antenas sin reflector.

En la Figura 4.8c se muestran los arreglos de 12 elementos. En este caso el FBR de la antena con reflector es también menor al de las otras antenas solamente en el intervalo de frecuencias entre 498 MHz y 515 MHz aproximadamente.

Para los arreglos de 15 elementos sucede algo distinto a los demás. El FBR de la antena con reflector es menor al de los arreglos sin reflector en dos intervalos de frecuencias. El primero comprendido entre 495 MHz y 500 MHz aproximadamente y el segundo entre 512 MHz y 515 MHz.

En el siguiente Capítulo, Conclusiones, comentaremos de manera global los resultados parciales obtenidos en los Capítulos anteriores, de manera que podamos definir claramente las ventajas y desventajas que presenta cada uno de los arreglos estudiados.

REFERENCIAS

- [BAL97] Balanis, Constantine A. *Antenna Theory Analysis and Design*. John Wiley and Sons, Inc. EUA 1997.
- [KRA88] Kraus, John D. *Antennas*. McGraw Hill International Editions. EUA 1988.
- [STU98] Stutzman, W. L y Thiele, G. A. *Antenna Theory and Design*. John Wiley and Sons, Inc. EUA 1998.
-

Conclusiones

Se han estudiado con detalle las propiedades de distintos tipos de antenas lineales para recepción de TV en la banda de UHF, específicamente de 470 MHz a 512 MHz, teniendo todas ellas como base un arreglo Yagi. Además, se realizó un análisis exhaustivo del dipolo doblado, con el propósito de ser utilizado como elemento excitado en arreglos de mayor complejidad.

En primera instancia, se demostró con base en el Método de Momentos, aplicado a una geometría que aproxima los extremos curvos del dipolo doblado, que el modelar este último como una línea de transmisión terminada en circuito cerrado sólo resulta correcto cuando la longitud del dipolo doblado es cercana a $\lambda/2$. El Método de Momentos arroja resultados exactos. No obstante, el método de línea de transmisión resulta más práctico, por su sencillez, si se estudia un dipolo doblado aislado cuya longitud sea cercana a media longitud de onda. Por otro lado se comprobó, mediante el Método de Momentos, que la impedancia de entrada de un elemento de este tipo es aproximadamente 4 veces mayor que la de un dipolo sencillo de media longitud de onda, tal y como lo muestra el desarrollo analítico del método de línea de transmisión mostrado en el Capítulo 1. Asimismo, en los patrones de radiación de esta antena, se encontró que el lóbulo de máxima radiación apunta hacia el lado alimentado del dipolo doblado, lo cual es lógico si se piensa en el brazo contrario al alimentado como si fuera un elemento reflector. Encontramos también que las curvas que presentan mejores características de FBR y ganancia corresponden a valores de separación entre los brazos del dipolo doblado menores a 5 veces el diámetro del tubo que lo forma, dimensiones que resultan viables en caso de construir esta antena.

En lo que se refiere a arreglos Yagi convencionales, fueron estudiadas las propiedades de antenas con distinto número de elementos (6, 9, 12 y 15) con el propósito de observar los efectos que este número tiene en la ganancia, FBR, impedancia de entrada y patrón de radiación de este tipo de arreglos. Se comprobó que la ganancia, al aumentar el número de elementos del arreglo, aunque se incrementa, tiende a estabilizarse, por lo que no se recomienda colocar por encima de 11 directores ya que las dimensiones del arreglo se vuelven incómodas e imprácticas. Continuando con lo anterior, puede observarse en los resultados obtenidos en el Capítulo 2 que la diferencia entre la ganancia de una antena de 12 elementos y una de 15 es muy pequeña e inclusive se tienen mejores valores de FBR para el arreglo de 12 elementos.

Las antenas Yagi convencionales presentan valores de ganancia adecuados para la recepción de TV en la banda de UHF, con ganancias superiores a los 11 dB en el arreglo de 6 elementos y hasta de 14 dB para 15 elementos, lo cual supera el valor de 13 dB que recomienda [LER92] para una buena recepción en la banda mencionada, sin embargo, la impedancia de entrada se encuentra entre 20 y 33 Ω , un valor muy inferior a los 75 Ω , impedancia característica del cable coaxial que se pretende usar como línea de alimentación. Utilizando las propiedades encontradas en el Capítulo 1 para el dipolo doblado, se logró incrementar este valor de impedancia de entrada a valores muy cercanos a

los 75Ω en las antenas descritas en el Capítulo 3, que ya incorporan un dipolo doblado como elemento alimentado. Estas antenas se alimentaron de dos formas, encontrándose que la alimentación en el brazo izquierdo del dipolo doblado presenta mayores ventajas que aquella realizada en su brazo derecho. La ventaja principal de esta alimentación radica en tener un ancho de banda mayor que cubre casi toda la banda en UHF propuesta (7 canales), ya que los arreglos con alimentación derecha presentan una caída en la ganancia a bajas frecuencias; otra ventaja es que los lóbulos que se encuentran en la parte posterior de la antena son de menor magnitud en el arreglo alimentado en el brazo izquierdo del dipolo doblado. La ganancia de estas antenas es un poco mayor que aquella de las antenas Yagi alimentadas con un dipolo sencillo, se obtienen valores superiores a los 12 dB para arreglos de 6 elementos y hasta de 15 dB para los de 15 elementos. Sin embargo, aunque estas antenas tienen una pérdida mínima por acoplamiento en la frecuencia central de trabajo (500 MHz), el VSWR en el punto de alimentación no es aceptable a lo largo de la banda de frecuencias propuesta, ya que considerando un valor máximo de 1.5 para el VSWR [COL85], se obtiene una reducción en el ancho de banda que resulta finalmente de 2 o 3 canales de TV alrededor de la frecuencia central. No obstante, si consideramos un ancho de banda limitado por los puntos donde la ganancia es 3 dB menor a la ganancia máxima, tenemos un total de hasta 8 canales de TV, donde los canales en los extremos del espectro serán recibidos con una ganancia aproximadamente 6 dB menor a la ganancia máxima (3 dB por encontrarse en los extremos del espectro y 3 dB adicionales por pérdidas de acoplamiento de acuerdo con la Tabla 3.7); por ejemplo, un arreglo de 15 elementos alimentado con un dipolo doblado recibiría estos canales en los extremos de la banda con una ganancia de 9 dB, la cual es superior a los 8 dB, valor promedio de ganancia que proporcionan las antenas lineales comerciales en la banda de UHF de acuerdo con [BEN92].

Finalmente, se añadió un reflector en "V" recto a los arreglos Yagi alimentados con un dipolo doblado. Efectivamente, el uso de un reflector de este tipo ayudó a reducir la magnitud de los lóbulos laterales e incrementar el FBR. Se obtuvo la relación que existe entre el lóbulo de radiación principal y el siguiente lóbulo de mayor magnitud y ésta es entre 4 dB y 7 dB mayor para las antenas con reflector en el plano de radiación H , sin embargo, en el plano E la mejoría es mínima y en algunos casos esta relación incluso se reduce hasta en 1 dB. En cuanto al estudio que se hizo de la separación entre el reflector en "V" y el elemento alimentado de la antena, se concluyó que no se trata de un parámetro crítico si ésta se encuentra entre 0.4λ y 0.6λ , ya que los resultados obtenidos son muy similares. Podría pensarse que estos resultados serían mejores si se orientara la antena Yagi hacia el vértice del reflector en "V", tal y como se lleva a cabo en la alimentación de reflectores parabólicos; sin embargo, encontramos que no presenta ninguna ventaja práctica el orientar la antena de este modo, por el contrario, se presentan caídas en ganancia de hasta 6 dB y valores de FBR cercanos a los 0 dB. Por esta razón se recomienda que, en el caso de añadir un reflector en "V" recto a la antena Yagi alimentada con un dipolo sencillo, esta última se oriente hacia afuera del reflector.

Haciendo un estudio comparativo entre las antenas Yagi convencionales y las antenas Yagi alimentadas con un dipolo doblado con y sin reflector en "V" recto, se observa que el ancho de banda se incrementa considerablemente y el lóbulo de radiación

acia atrás disminuye su tamaño al añadir un reflector en "V" recto, sin embargo, el incremento en la ganancia es de apenas 1 dB y las pérdidas de potencia por acoplamiento con la línea de transmisión de 75Ω aumentan considerablemente en los extremos de la banda propuesta, lo cual disminuye el ancho de banda útil. Por lo anterior podemos concluir que el costo y el tamaño que implica añadir un reflector en "V" recto no es justificable, por lo que se sugiere utilizar los arreglos Yagi alimentados con un dipolo doblado, salvo en aplicaciones particulares que requieran de lóbulos laterales pequeños

La información obtenida ha sido de gran utilidad para comprender mejor el funcionamiento de estas antenas, adquiriendo la habilidad para analizar otros tipos de antenas. Además de efectuar un análisis comparativo, se lograron deducir configuraciones óptimas en cuanto a dimensiones eléctricas se refiere, tomando en cuenta en todos los casos los efectos de acoplamiento mutuo de impedancias.

Estamos convencidos de que nuestro trabajo puede servir como referencia para futuros desarrollos sobre antenas lineales, así como de apoyo a las personas involucradas en el estudio de este tipo de antenas, ya que se sentaron las bases para la aplicación del Método de Momentos a estos arreglos y se estableció una metodología precisa para su análisis y optimización en cada uno de los casos.

REFERENCIAS

- [BEN92] Benson, Blair K. *Television Engineering Handbook. Featuring HDTV Systems*. EUA 1992, pp. 13.58, 18.2-18.3.
- [COL85] Collin, R. E. *Antennas and Radiowave Propagation*. McGraw-Hill International Editions. EUA 1985, pp. 35-38.
- [LER92] Lery, Scott A.; Paik, Woo H.; Rust, Robert M. *Extending HDTV Coverage Using Low Power Repeaters. A Cellular Approach*. IEEE Trans. on Broadcasting, September 1992, pp. 145.
-

Anexo A

El Método de Momentos

Al analizar antenas lineales, es común representar la distribución de corrientes a lo largo de ellas con una función matemática presupuesta y, a partir de esta suposición, desarrollar el problema y encontrar las propiedades de la antena en estudio. Pero este método no siempre es exacto y generalmente sólo es posible su aplicación en antenas con geometrías muy sencillas, como sería el caso del dipolo de media longitud de onda [COL85]. El Método de Momentos (MM) no tiene esta limitante, ya que puede aplicarse a un conductor de forma arbitraria y no hay que presuponer la función de distribución de corrientes.

El MM se trata de un recurso numérico para resolver ecuaciones integrales de la siguiente forma

$$\int_0^l G(u, u') I(u') du' = f(u) \tag{A-1}$$

donde $G(u, u')$ representa a un núcleo conocido, $f(u)$ es una función también conocida, e $I(u')$ es la función incógnita en la ecuación. El primer paso en la resolución de esta ecuación es escoger un conjunto de funciones base $\Phi_n(u)$ por medio de las cuales podamos aproximar la función $I(u')$; este conjunto de funciones base bien puede ser una serie de senos y cosenos como la utilizada en el desarrollo de series de Fourier, o funciones más sencillas como los pulsos mostrados en la Figura A.1.

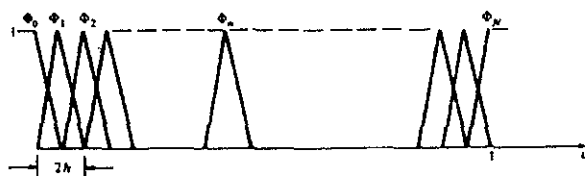


Figura A.1 Funciones básicas triangulares

En la aplicación del MM para la realización de la presente tesis, se utilizaron funciones base como las de la Figura A.2 con el objeto de simplificar el trabajo de cómputo. Por anterior, la solución a (A-1) quedaría expresada de la siguiente forma:

$$I(u') = \sum_{n=1}^N I_n \Phi_n(u') \quad (\text{A-2})$$

donde N es el número de funciones base escogidas.

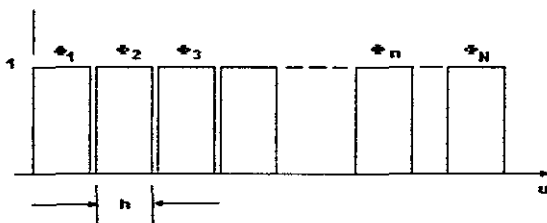


Figura A.2 Funciones básicas rectangulares

Ahora bien, en el análisis de antenas lineales, lo anterior se traduce en dividir imaginariamente la antena en N segmentos cuasirectos, no necesariamente del mismo tamaño, pero sí lo suficientemente pequeños como para suponer que la corriente que fluye sobre cada uno de ellos tiene un valor constante en toda su longitud, de tal manera que sólo resta encontrar la magnitud I_n de este valor constante para cada uno de dichos segmentos. Estos segmentos poseen una impedancia propia asociada, así como una impedancia mutua correspondiente a cada par de ellos, ésta se debe a la proximidad física entre los elementos de la antena, lo cual nos permite establecer las siguientes relaciones:

$$V_1 = I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} + \dots + I_N Z_{1N}$$

$$V_2 = I_2 Z_{21} + I_2 Z_{22} + \dots + I_N Z_{2N}$$

.

.

.

$$V_N = I_N Z_{N1} + I_2 Z_{N2} + \dots + I_N Z_{NN}$$

(A-3)

nde V_i es la diferencia de potencial asociada con el segmento i , I_i es la corriente que fluye él, Z_{ii} es su impedancia propia y Z_{ij} es la impedancia mutua que existe entre el segmento i y el segmento j . Si se representa este conjunto de ecuaciones en forma matricial, (A-3) se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ \dots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & \dots & Z_{2N} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & \dots & Z_{3N} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & \dots & Z_{4N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & Z_{N3} & Z_{N4} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ \dots \\ I_N \end{bmatrix} \quad (\text{A-4})$$

$$[V] = [Z][I] \rightarrow [I] = [Z]^{-1}[V]$$

de donde se observa que es posible conocer la matriz de magnitudes de corriente I de N elementos, siempre y cuando se conozca la matriz de voltajes de alimentación V formada también por N elementos y la matriz de impedancias mutuas Z de $N \times N$ elementos.

La matriz de voltajes de alimentación V es conocida, ya que depende del diseñador de la antena el determinar de qué manera se alimenta la corriente a ésta. Por lo tanto, basta encontrar Z para poder calcular el vector de corrientes I buscado, el cual deberá ser una aproximación lo suficientemente precisa de la distribución de corrientes en el conductor estudiado.

En el caso de nuestro problema, la antena se alimenta solamente en un punto, es decir, en uno de los segmentos de la antena, por lo que la matriz de voltajes tiene todos sus elementos iguales a cero, excepto por el correspondiente al segmento alimentado. El voltaje en el segmento alimentado tiene la siguiente forma:

$$V_{\text{atm}} = 1 \angle 0^\circ \text{ [volts]} \quad (\text{A-5})$$

La Figura A.3 se presenta con el propósito de aclarar la segmentación del conductor y de establecer la nomenclatura a utilizar en la obtención de la matriz de impedancias Z .

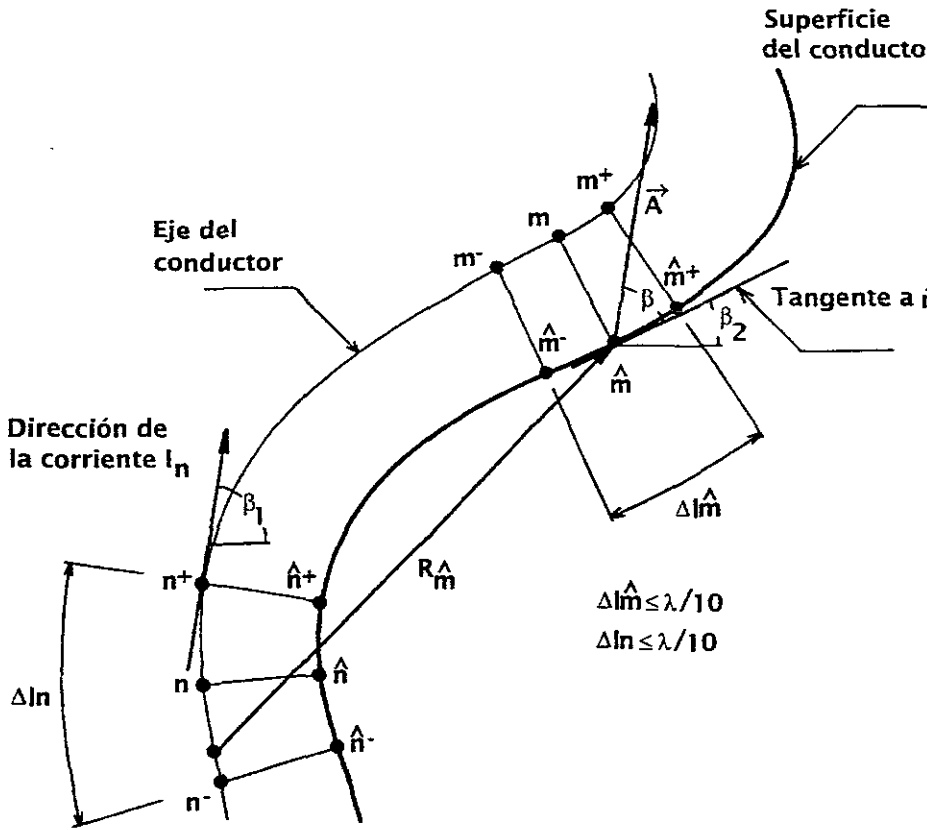


Figura A.3 Sección de un conductor dividido en segmentos. Se muestra la posición de dos segmentos arbitrarios m y n

Dada la presencia de una corriente y de cargas eléctricas en el segmento n , se produce un campo eléctrico en el segmento m , el cual induce un voltaje entre los extremos del mismo. Esta dependencia existente entre el campo eléctrico inducido al segmento m y corriente y distribución de cargas asociados a éste, se puede expresar en términos del vector de potencial magnético A producido por la corriente y el potencial eléctrico V originado por las cargas, obteniendo para el punto específico \hat{m} (obsérvese la Figura A.3) la siguiente ecuación:

$$E'(\hat{m}) = -j\omega A(\hat{m}) - \nabla V(\hat{m}) \quad (\text{A-6})$$

Se define la longitud del segmento m lo suficientemente pequeña como para que se pueda considerar la intensidad del campo eléctrico, producido en cualquier punto sobre la superficie del conductor, igual al valor promedio de éste en el punto medio \bar{m} , pudiendo entonces escribir, con base en la Ley de Ohm, la impedancia mutua entre m y n como:

$$Z_{mn} = \frac{-\mathbf{E}'(\bar{m}) \cdot \Delta \mathbf{l}_m}{I_n} \quad (\text{A-7})$$

No obstante el efecto piel, es válido suponer, bajo ciertas restricciones, que la corriente fluye a lo largo del eje central del conductor, pudiendo considerarlo como un filamento de corriente. Estas restricciones son que se trabaje a frecuencias lo suficientemente grandes para que la profundidad de penetración resulte mucho menor que el radio del conductor, a la vez que se cumpla que la razón $\Delta l/d$ (longitud entre diámetro de cada segmento de conductor) sea igual o mayor a 5 [NER78]

Aproximando $\Delta \mathbf{l}_m$ a una línea recta, resulta suficiente calcular el producto ordinario entre la componente tangencial de $\mathbf{E}'(\bar{m})$ y la longitud del segmento m para obtener la impedancia mutua de (A-7).¹ Para poder calcular la componente tangencial citada, observando la ecuación (A-6) se infiere que es necesario calcular la componente tangencial del vector potencial magnético, ésta se define de la siguiente manera.

$$\mathbf{A}_t(\bar{m}) = \frac{\mu}{4\pi \Delta_n} \int I_n \cos \beta \frac{e^{-j\beta R_m}}{R_m} dl \quad (\text{A-8})$$

donde β es el ángulo que forma A con su componente tangencial y k es la constante de propagación en el espacio libre

La longitud de cada uno de los segmentos se limita a $\lambda/10$ o menos, de tal manera que sea posible considerarlos como dipolos cortos y tratar a la corriente asociada a ellos como si fuera constante, tanto en magnitud como en fase. Gracias a esta restricción, es factible escribir a I_n fuera de la integral de la ecuación (A-8) y aproximar la corriente a lo largo del conductor mediante una distribución escalonada como la que se muestra en la Figura A.4 para un conductor dividido en 5 segmentos iguales y dos semisegmentos (uno en cada uno de los extremos) El propósito de considerar estos semisegmentos en los extremos del conductor es asumir su corriente asociada igual a cero y, de esta manera, coincidir con la teoría de líneas de transmisión, en la cual se establece que la corriente en los extremos de un circuito abierto es nula, tal y como ocurre con la antena de la Figura A.4

¹ Esta consideración es válida siempre y cuando la longitud de cada segmento sea igual o menor a $\lambda/10$ y que no existan cambios bruscos en la orientación del filamento que se este tomando en cuenta [NER78]

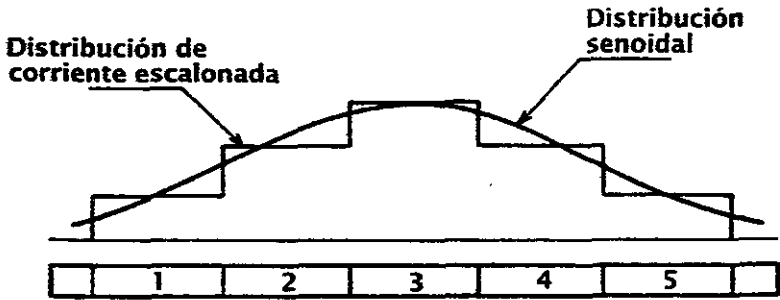


Figura A.4 Distribución escalonada de corrientes para una antena dividida en 5 segmentos y 2 semisegmentos extremos.

El hecho de que las corrientes y fases en cada semisegmento sean constantes en nuestro análisis, no implica que su dirección no pueda cambiar; por esta razón, es imprescindible mantener el ángulo β como parte del integrando. La ecuación (A-8) toma la siguiente forma:

$$A_r(\bar{m}) = \frac{\mu}{4\pi} I_n \int_{\Delta l_n} \cos \beta \frac{e^{-j\beta R_n}}{R_n} dl \quad (\text{A-9})$$

Aún más, si definimos la siguiente función:

$$\Psi(n, \bar{m}) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \cos \beta \frac{e^{-j\beta R_n}}{R_n} dl \quad (\text{A-10})$$

podemos reducir (A-9) a la expresión que se muestra a continuación:

$$A_r(\bar{m}) = \frac{\mu}{4\pi} \Delta l_n I_n \Psi(n, \bar{m}) \quad (\text{A-11})$$

De esta forma hemos obtenido la parte correspondiente a las corrientes en la ecuación (A-6).

Volviendo a la ecuación (A-6), observamos que también es necesario conocer el gradiente del potencial escalar V para llegar a tener la parte correspondiente a las cargas. Se ha demostrado experimentalmente que el modelo de distribución de cargas de la Figura A.5 arroja resultados muy satisfactorios en la obtención de $\nabla V(\bar{m})$

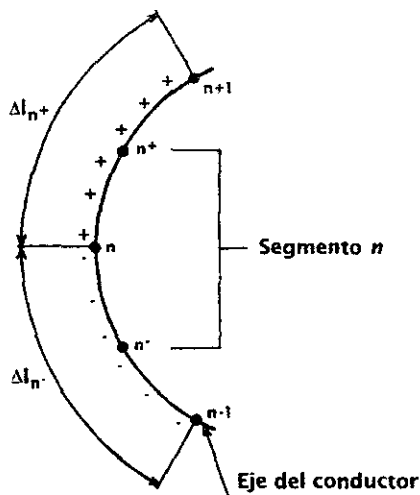


Figura A.5 Modelo de distribución de cargas eléctricas para el segmento n .

En un segmento n se tiene una corriente I_n , la densidad de carga asociada a ella a lo largo del intervalo $[n, n+1]$ es igual a $\left(\frac{I_n}{j\omega}\right)\left(\frac{1}{\Delta l_{n+}}\right)$; análogamente, la densidad de carga a lo largo del intervalo $[n-1, n]$ es igual a $\left(\frac{-I_n}{j\omega}\right)\left(\frac{1}{\Delta l_{n-}}\right)$.

En el párrafo anterior, Δl_{n+} se refiere a la longitud del intervalo que une los puntos medios de los segmentos n y $n+1$, mientras que Δl_{n-} es la longitud del intervalo limitado por los puntos medios de los segmentos $n-1$ y n .

Debido a lo establecido anteriormente, el potencial escalar V producido en los extremos del segmento m por un filamento de corriente I_n se puede expresar como la suma algebraica de dos integrales:

$$V(m^+) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\int_{\Delta l_{n+}} \left(\frac{I_n}{j\omega\Delta l_{n+}} \right) \left(\frac{e^{-j\beta R_{m^+}}}{R_{m^+}} \right) dl - \int_{\Delta l_{n-}} \left(\frac{I_n}{j\omega\Delta l_{n-}} \right) \left(\frac{e^{-j\beta R_{m^+}}}{R_{m^+}} \right) dl \right] \quad (A-12)$$

$$V(m^-) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\int_{\Delta l_{n+}} \left(\frac{I_n}{j\omega\Delta l_{n+}} \right) \left(\frac{e^{-j\beta R_{m^-}}}{R_{m^-}} \right) dl - \int_{\Delta l_{n-}} \left(\frac{I_n}{j\omega\Delta l_{n-}} \right) \left(\frac{e^{-j\beta R_{m^-}}}{R_{m^-}} \right) dl \right] \quad (A-13)$$

Dado que el potencial escalar está dado por:

$$\nabla V \approx \frac{\partial V}{\partial l} \quad (\text{A-14})$$

donde l es la variable que denota la longitud del segmento sobre el cual varía V .

Aproximando la derivada de (A-14) mediante una diferencia finita, es posible escribir esta ecuación como:

$$\nabla V \approx \frac{V(\hat{m}^+) - V(\hat{m}^-)}{\Delta l_m} \quad (\text{A-15})$$

Ahora bien, para obtener la contribución debida al potencial eléctrico se sustituyen en (A-15) las ecuaciones (A-12), (A-13) y (A-10), llegando a la siguiente ecuación:

$$\nabla V = \frac{I_n}{4\pi\epsilon_j\omega\Delta l_m} \left[\psi(n^+, \hat{m}^+) - \psi(n^-, \hat{m}^+) - \psi(n^+, \hat{m}^-) + \psi(n^-, \hat{m}^-) \right] \quad (\text{A-16})$$

donde $\psi(n^+, \hat{m}^+)$ denota una integral similar a la de (A-10) con un intervalo de integración alrededor de n^+ y con las distancias R referidas desde todos los puntos contenidos en el intervalo mencionado hacia el punto \hat{m}^+ , teniendo una interpretación similar todas las demás funciones ψ contenidas en (A-16).

Finalmente, para obtener la matriz de impedancias a partir de la cual se podrá obtener el vector de corrientes de (A-4) y con éste calcular los parámetros de la antena, es preciso sustituir las dos contribuciones, la de cargas y la de corrientes, en (A-6) para desarrollar (A-7) y llegar a la siguiente ecuación:

$$Z_{mn} = \underbrace{\frac{j\omega\mu}{4\pi} \Delta l_n \Delta l_m \Psi(n, \hat{m})}_{\text{Contribución de las corrientes}} + \underbrace{\frac{1}{j4\pi\epsilon\omega} \left[\Psi(n^+, \hat{m}^+) - \Psi(n^-, \hat{m}^+) - \Psi(n^+, \hat{m}^-) + \Psi(n^-, \hat{m}^-) \right]}_{\text{Contribución de las cargas}} \quad (\text{A-17})$$

REFERENCIAS

- [COL85] Collin, Robert E. *Antennas and Radiowave Propagation*. Ed. McGraw-Hill International Editions Electrical Engineering Series. 1985.
- [NER78] Neri, Rodolfo y Maclean, T. S. M. *Axial-line-current Approximation for Short Cylindrical Wires*. Electronics Letters. 1978.
- [NER98] Neri, Rodolfo. *Análisis de Antenas Lineales por el Método de Momentos*. *Ingeniería, Investigación y Tecnología, UNAM*, Enero-Marzo 1999 Vol. 1 No. 2.

Anexo B

Obtención de las Propiedades de la Antena

B.1 Particularización de las ecuaciones para obtener el campo eléctrico en la región de radiación de la Antena

La Figura B.1 muestra la geometría más complicada a estudiar. Ésta engloba todos las posibles trayectorias que puede seguir la corriente en los elementos de la antena. Es evidente que habrá corriente circulando tanto en la dirección x (en los extremos del dipolo doblado) como en la dirección y , pero no en la dirección z .

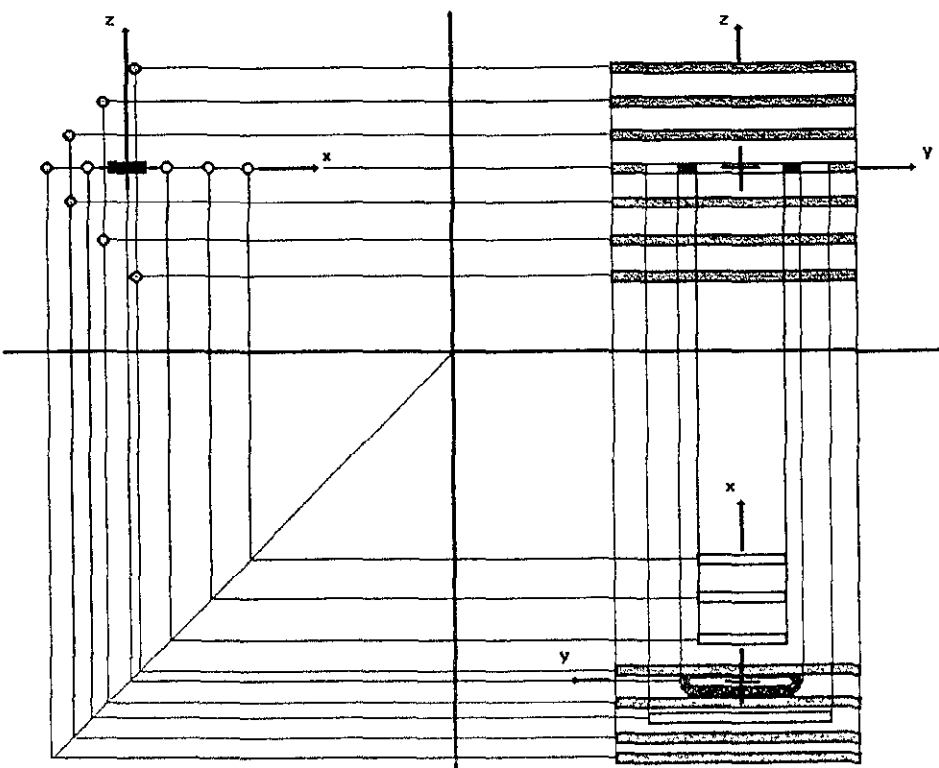


Figura B.1 Antena Yagi con reflector y un dipolo doblado como alimentador

De acuerdo con lo anterior y lo establecido en el Anexo A, las ecuaciones que definen al vector de potencial magnético en cualquier punto del espacio $P(x,y,z)$ en el caso de esta antena, son las siguientes:

$$A_x(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \int_{n'(x)}^{n''(x)} \frac{e^{-\beta r_n}}{r_n} dx' \quad (\text{B-1})$$

$$A_y(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \int_{n'(y)}^{n''(y)} \frac{e^{-\beta r_n}}{r_n} dy' \quad (\text{B-2})$$

$$A_z(x, y, z) = 0 \quad (\text{B-3})$$

donde $r_n = \sqrt{(x-x')^2 + (y-n(y))^2 + (z-n(z))^2}$ para cuando la variable de integración es x' y $r_n = \sqrt{(x-n(x))^2 + (y-y')^2 + (z-n(z))^2}$ para cuando la variable de integración es y' siendo estas dos las ecuaciones que definen la distancia de cualquier segmento de la antena al punto $P(x,y,z)$, y N es el número de segmentos en que está dividida la antena.

Una vez que se tiene el vector de potencial magnético \mathbf{A} , es posible la obtención del vector de campo magnético \mathbf{H} producido en el mismo punto de observación mediante la siguiente ecuación:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{B-4})$$

Y a su vez el campo eléctrico \mathbf{E} se obtiene como:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \mathbf{H} \quad (\text{B-5})$$

Desarrollando (B-4) obtenemos:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \left[-\frac{\partial}{\partial z} A_y \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial z} A_x \mathbf{a}_y + \left(\frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x \right) \mathbf{a}_z \right] \quad (\text{B-6})$$

Desarrollando (B-5) llegamos a:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[\left(\frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) \mathbf{a}_x - \left(\frac{\partial}{\partial x} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_x \right) \mathbf{a}_y + \left(\frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x \right) \mathbf{a}_z \right] \quad (\text{B-7})$$

Ahora bien, (B-7) se puede escribir en términos del vector **A** de la siguiente forma:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon\mu} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} A_y - \frac{\partial^2}{\partial y^2} A_x - \frac{\partial^2}{\partial z^2} A_x \right) \mathbf{a}_x - \\ \left(-\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} A_x + \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_y + \frac{\partial^2}{\partial z^2} A_y \right) \mathbf{a}_y + \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} A_x + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} A_y \right) \mathbf{a}_z \end{bmatrix} \quad (\text{B-8})$$

A continuación se mostrarán los siguientes dos casos: la derivada parcial con respecto a una misma variable dos veces y la derivada parcial con respecto a dos variables; obsérvese que todos los casos son análogos, por lo que con estos dos casos y haciendo las sustituciones correctas, es posible desarrollar en su totalidad la ecuación (B-8).

En primera instancia, nótese que de (B-1) y (B-2), la función a derivar es la siguiente:

$$F = \frac{e^{-jk r_n}}{r_n} \quad (\text{B-9})$$

Luego entonces, y tomando como variable de integración x' , la primera derivada con respecto a y queda como sigue.

$$\frac{\partial F}{\partial y} = -\frac{jk}{r_n^2} (y - n(y)) e^{-jk r_n} - \frac{1}{r_n^3} (y - n(y)) e^{-jk r_n} \quad (\text{B-10})$$

y la segunda derivada parcial con respecto a y dos veces ya simplificada como:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{e^{-jk r_n}}{r_n^3} \left[-\frac{k^2}{r_n} (y - n(y))^2 - jk + 3 \frac{jk}{r_n^2} (y - n(y))^2 - \frac{1}{r_n} + \frac{3}{r_n^3} (y - n(y))^2 \right] \quad (\text{B-11})$$

Finalmente la segunda derivada parcial con respecto a y y luego respecto a x queda representada como.

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = (y - n(y))(x - x') e^{-jk r_n} \left(-\frac{k^2}{r_n^3} + \frac{3jk}{r_n^4} + \frac{3}{r_n^5} \right) \quad (\text{B-12})$$

donde $n(x)$, $n(y)$ y $n(z)$ son las coordenadas centrales-axiales de los segmentos que componen a la antena

Realizando analogías con las ecuaciones (B-11) y (B-12) y sustituyendo correctamente en la ecuación (B-8), se llega a que las ecuaciones del campo eléctrico en cualquier punto $P(x, y, z)$ son

$$\begin{aligned}
 Ex(P) = & \frac{1}{4\pi\epsilon\omega j} \sum_{m=1}^{NT} \left[I_{xx} \left\{ k^2 \left[(y-n(y))^2 + (z-n(z))^2 \right] + 2 \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^3} dx' + 2jk \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^2} dx' - \right. \right. \\
 & \left. \left. - 3jk \left[(y-n(y))^2 + (z-n(z))^2 \right] \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^4} dx' - 3 \left[(y-n(y))^2 + (z-n(z))^2 \right] \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^5} dx' \right\} + \right. \\
 & \left. + I_{yy} (x-n(x)) \left\{ -k^2 \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{(y-y')e^{-jkr_n}}{r_n^3} dy' + 3jk \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{(y-y')e^{-jkr_n}}{r_n^4} dy' + 3 \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{(y-y')e^{-jkr_n}}{r_n^5} dy' \right\} \right. \\
 & \left. + I_{zz} (x-n(x)) \left\{ -k^2 \int_{n^-(z)}^{n^+(z)} \frac{(z-z')e^{-jkr_n}}{r_n^3} dz' + 3jk \int_{n^-(z)}^{n^+(z)} \frac{(z-z')e^{-jkr_n}}{r_n^4} dz' + 3 \int_{n^-(z)}^{n^+(z)} \frac{(z-z')e^{-jkr_n}}{r_n^5} dz' \right\} \right] \quad (B-13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Ey(P) = & \frac{1}{4\pi\epsilon\omega j} \sum_{m=1}^{NT} \left[I_{yy} \left\{ k^2 \left[(x-n(x))^2 + (z-n(z))^2 \right] + 2 \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^3} dy' + 2jk \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^2} dy' - \right. \right. \\
 & \left. \left. - 3jk \left[(x-n(x))^2 + (z-n(z))^2 \right] \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^4} dy' - 3 \left[(x-n(x))^2 + (z-n(z))^2 \right] \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{e^{-jkr_n}}{r_n^5} dy' \right\} + \right. \\
 & \left. + I_{xx} (y-n(y)) \left\{ -k^2 \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{(x-x')e^{-jkr_n}}{r_n^3} dx' + 3jk \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{(x-x')e^{-jkr_n}}{r_n^4} dx' + 3 \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{(x-x')e^{-jkr_n}}{r_n^5} dx' \right\} \right. \\
 & \left. + I_{zz} (y-n(y)) \left\{ -k^2 \int_{n^-(z)}^{n^+(z)} \frac{(z-z')e^{-jkr_n}}{r_n^3} dz' + 3jk \int_{n^-(z)}^{n^+(z)} \frac{(z-z')e^{-jkr_n}}{r_n^4} dz' + 3 \int_{n^-(z)}^{n^+(z)} \frac{(z-z')e^{-jkr_n}}{r_n^5} dz' \right\} \right] \quad (B-14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Ez(P) = & \frac{1}{4\pi\epsilon\omega j} \sum_{m=1}^{NT} \left[I_{xx} (z-n(z)) \left\{ -k^2 \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{(x-x')e^{-jkr_n}}{r_n^3} dx' + 3jk \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{(x-x')e^{-jkr_n}}{r_n^4} dx' + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \int_{n^-(x)}^{n^+(x)} \frac{(x-x')e^{-jkr_n}}{r_n^5} dx' \right\} + I_{yy} (z-n(z)) \left\{ -k^2 \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{(y-y')e^{-jkr_n}}{r_n^3} dy' + 3jk \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{(y-y')e^{-jkr_n}}{r_n^4} dy' \right. \right. \\
 & \left. \left. + 3 \int_{n^-(y)}^{n^+(y)} \frac{(y-y')e^{-jkr_n}}{r_n^5} dy' \right\} \right] \quad (B-15)
 \end{aligned}$$

Con las ecuaciones (B-13), (B-14) y (B-15) es posible obtener el campo eléctrico en el plano correspondiente al campo eléctrico o *plano E* y en el correspondiente al campo magnético o *plano H* sustituyendo correctamente los valores del punto *P*, que deberán corresponder a la intersección de los mencionados planos con una esfera imaginaria cuyo centro corresponderá al origen del sistema de coordenadas

Para obtener la magnitud del campo eléctrico total en un determinado punto se procede a ello mediante la siguiente ecuación:

$$|E_T| = \sqrt{\text{Re}\{E_x\}^2 + \text{Re}\{E_y\}^2 + \text{Re}\{E_z\}^2 + \text{Im}\{E_x\}^2 + \text{Im}\{E_y\}^2 + \text{Im}\{E_z\}^2} \quad (\text{B-16})$$

B.2 Impedancia de Entrada

La impedancia de entrada se obtiene con base en la matriz de impedancias **Z** descrita en el Anexo A. En primera instancia se invierte esta matriz para llegar a tener la matriz de admitancias **Y**, de donde se toma el elemento correspondiente al segmento alimentado y se invierte.

$$Z_{\text{entrada}} = \frac{1}{Y_{\text{segmento alimentado}}} \quad (\text{B-17})$$

B.3 Relación FBR

Una vez que se tiene el valor del campo eléctrico en el *plano E*, es posible obtener parámetros como el cociente entre la mayor intensidad de campo eléctrico en este plano y el valor del mismo en un punto diametralmente opuesto. A esto se le conoce como FBR (Front-to-Back ratio) y está dado en decibeles como:

$$FBR = 20 \log \left(\frac{E_{\text{max}}}{E_{\text{atrás}}} \right) \text{dB} \quad (\text{B-18})$$

B.4 Ganancia de la Antena

Por otro lado, también es posible calcular la ganancia de la antena. Por definición, la ganancia de una antena es igual a

$$\text{Ganancia} = \frac{\text{Densidad de potencia máxima producida por la antena en estudio}}{\text{Densidad de potencia promedio de una antena de referencia}}$$

Dado que conocemos la intensidad de campo eléctrico en la dirección de máxima radiación, E_{max} , es posible definir el numerador de la expresión anterior como:

$$P_{max} = \frac{E_{max}^2}{2Z_0} \quad (\text{B-19})$$

donde Z_0 es la impedancia característica del espacio libre, es decir, $120\pi \approx 377\Omega$.

Para obtener el denominador de la misma expresión, es necesario contar con la magnitud de la corriente en el punto de alimentación I_0 , así como con la parte real de la impedancia de entrada de la antena $Re\{Z_{in}\}$, teniendo entonces:

$$P_{prom} = \frac{I_0^2 Re\{Z_{in}\}}{8\pi R^2} \quad (\text{B-20})$$

donde R es el radio de la esfera donde estamos midiendo el campo eléctrico. Finalmente, a partir de (1-45) y (1-46) la ganancia queda definida de la siguiente manera:

$$Gan = \frac{4\pi R^2 E_{max}^2}{Z_0 I_0^2 Re\{Z_{in}\}} \quad [\text{NER98}] \quad (\text{B-21})$$

y en decibeles:

$$Gan = 10 \log \left(\frac{4\pi R^2 E_{max}^2}{Z_0 I_0^2 Re\{Z_{in}\}} \right) \text{ dBi} \quad (\text{B-22})$$

Con el objeto de tener a un dipolo de media longitud de onda como referencia, habría que dividir la ganancia de la antena en estudio entre la ganancia de un dipolo de estas características, la cual es de 1.64. Obteniendo lo anterior en decibeles con respecto a un dipolo de media longitud de onda (dBd's):

$$Gan = 10 \log \left(\frac{4\pi R^2 E_{max}^2}{Z_0 I_0^2 Re\{Z_{in}\}} \right) - 10 \log(1.64) = 10 \log \left(\frac{4\pi R^2 E_{max}^2}{Z_0 I_0^2 Re\{Z_{in}\}} \right) - 2.148 \text{ dBd} \quad (\text{B-23})$$

REFERENCIAS

- [NER98] Neri, Rodolfo. *Análisis de Antenas Lineales por el Método de Momentos*
Ingeniería, Investigación y Tecnología Enero-Marzo 1999 Vol. 1 No. 2.

Anexo C

Programas

2.1 Programa para obtener la matriz de impedancias y el vector de corrientes de los arreglos: Dipolo Doblado aislado; Yagi alimentada con Dipolo Doblado; y, Yagi alimentada con Dipolo Doblado con Reflector en "V" recto

El siguiente programa tiene como objetivo principal calcular la matriz de impedancias de los arreglos. Dipolo Doblado aislado; Yagi alimentada con Dipolo Doblado; y, Yagi alimentada con Dipolo Doblado con Reflector en "V" recto. A partir de esta matriz, se obtendrá la impedancia de entrada, el vector de corrientes, el VSWR y el porcentaje de potencia entregada por la línea de transmisión de 75Ω .

```

clear all
c=3e8;
mu=pi*4e-7;
epsilon=8.85418781761e-12;
theta=120*pi;
fc=500e6;
fmin=460e6;
fmax=520e6;
N=30;

inc=(fmax-fmin)/N;
if inc==0
    inc=1,
end

f=fmin:inc:fmax;
wc=2*pi*fc;
lambdac=c/fc;
fraclam=1/10.

% Velocidad de la luz en el espacio libre
% Permeabilidad del espacio libre
% Permitividad del espacio libre
% Impedancia característica del espacio libre
% Frecuencia de trabajo
% Frecuencia mínima de la banda
% Frecuencia máxima de la banda
% Número de puntos en la gráfica

inc=1;
% Incremento en el intervalo de frecuencias
para cuando es calculado un solo punto

f=fmin:inc:fmax;
% Generación del intervalo de frecuencias
wc=2*pi*fc;
% Frecuencia angular de trabajo
lambdac=c/fc;
% Longitud de onda de la frecuencia de trabajo
fraclam=1/10.
% Fracción de lambda utilizada para cada segmento

% CARACTERÍSTICAS DEL DIPOLO DOBLADO

sep=0.083333*lambdac,
radio2=sep/2;
Nc=8;
LE=0.417*lambdac;
diamdd=0.016666*lambdac
radiodd=diamdd/2;
radio3=radio2-radiodd;
Nr=6;
lr=2*1.1/Nr,
% Separación entre los ejes de los tubos del DD
% Radio de curvatura de los extremos del DD
% Número de segmentos curvos en el DD
% Longitud eléctrica del DD en cada iteración
% Diámetro del DD
% Radio de los tubos del DD
% Radio interior de curvatura del DD
% Número de segmentos rectos en el DD
% Longitud de los segmentos rectos del DD

```

```

if LE==0
    Lr=0;
else
    LT=LE;
    Lr=LT-sep;
end

% CARACTERÍSTICAS DE LA YAGI

tubos=5;
num=3;
vec=ones(1,tubos);
diam=0.016666*vec*lambdac;
ltubo=[0.47 0.435 0.4 0.4 0.4 0.4]*lambdac;
radio=diam/2;
xtubo=[-0.2 0 0.4 0.8 1.2 1.6]*lambdac;
ltubo2=ltubo*(num/(num+1));
lsegm=ltubo2/num;

% Número de tubos en la Yagi sin contar el DD
% Número de segmentos en los tubos de la Yagi
% Vector de diámetros de los tubos de la Yagi
% Longitudes eléctricas de los tubos de la Yagi
% Radio de los tubos de la Yagi
% Coordenada x de cada tubo de la Yagi [λ]
% Longitudes finales de cada tubos en la Yagi
% Longitud de los segmentos para cada tubo de la Yagi

% CARACTERÍSTICAS DEL REFLECTOR EN "V" RECTO

reflectores=21;
numref=3;
vecref=ones(1,reflectores);
diamref=0.016666*vecref*lambdac;
lreflector=1*vecref*lambdac;
alpha=pi/4;
radioref=diamref/2;
vertice=[-0 54 166]*lambdac;
dist=[0 1]*lambdac;
lreflector2=lreflector*(numref/(numref+1));
if reflectores==0
    lsegmref(1)=0;
else
    lsegmref=lreflector2/numref;
end
end
for n=1:(reflectores-1)/2+1
    xreflector(n)=vertice+dist*((reflectores-1)/2-n+1)*cos(alpha);
end
for n=1:(reflectores-1)/2
    xreflector((reflectores-1)/2+1+n)=vertice+dist*(n)*cos(alpha);
end

Zin=zeros(1,max(size(f)));

for q=1:max(size(f))
    max(size(f))-q
    w(q)=2*pi*f(q);
    lambda=c/f(q);

    while lsegm(1)>lambda*fraclam
        num=num+2;
        ltubo2 = ltubo*(num/(num+1));
        lsegm = ltubo2/num;
    end

% Número de tubos en el RVR
% Número de segmentos en los tubos del RVR
% Vector de diámetros de los tubos del RVR
% Longitud eléctrica de los elementos del RVR
% Mitad del ángulo alpha del RVR
% Radio de los tubos del RVR
% Distancia S, del RVR al segmento excitado
% Espaciamiento e, en el RVR
% Longitud final de los tubos en el RVR
% Longitud de los segmentos para cada tubo del RVR
% Abscisa de los tubos inferiores del RVR
% Abscisa de los tubos superiores del RVR
% Matriz de impedancias de entrada
% Ciclo para frecuencias del intervalo generado
% Contador
% Frecuencia angular en turno
% Longitud de onda en turno
% Corrección en el número de segmentos en la Yagi según la consideración de la fracción de lambda para el Método de Momentos

```

```

end

while lsegmref(1)>lambda*fraclam
    numref=numref+2;
    lreflector2 = lreflector*(numref/(numref+1));
    lsegmref = lreflector2/numref;
end

while lr>lambda*fraclam;
    Nr=Nr+4;
    lr=2*lr/Nr,
end

c=2*pi/lambda;

NY=tubos*num.
NR=reflectores*numref,
NDD=Nc+Nr;
NT=NY+NDD+NR;
Zmn=zeros(NT);

Isobred(q)=lr/diamdd;
Icsobred(q)=2*radio2*cos(3*pi/8)/diamdd,

```

% Corrección en el número de segmentos en el RVR según la consideración de la fracción de lambda para el Método de Momentos

% Corrección en el número de segmentos en el DD según la consideración de la fracción de lambda para el Método de Momentos

% Constante de propagación

% Número total de segmentos en la Yagi

% Número total de segmentos en el RVR

% Número total de segmentos en el dipolo doblado

% Número total de segmentos

% Matriz de impedancias

% Relación longitud de segmento recto y curvo a diámetro en el DD para el Método de Momentos

% OBTENCIÓN DE LAS COORDENAS DE LOS SEGMENTOS DEL REFLECTOR

```

for s = 1:reflectores
for n = 1:numref
    Y(s,n)=(lreflector2(s)/2)-(lsegmref(s)/2)-((n-1)*lsegmref(s));
    ord(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=Y(s,n),
    ordmas(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=ord(NY+NDD+(s-1)*numref+n)+lsegmref(s)/2,
    ordmenos(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=ord(NY+NDD+(s-1)*numref+n)-lsegmref(s)/2,
    ordgorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=ord(NY+NDD+(s-1)*numref+n),
    ordmasgorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=ordmas(NY+NDD+(s-1)*numref+n),
    ordmenosgorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=ordmenos(NY+NDD+(s-1)*numref+n),
    abscisa(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=xreflector(s),
    abscisamas(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=xreflector(s);
    abscisamenos(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=xreflector(s),
    absgorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=xreflector(s)-radioref(s);
    absmasgorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=xreflector(s)-radioref(s);
    absmenosgorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=xreflector(s)-radioref(s);
    if (s>=1)&&(s<=((reflectores+1)/2))
        cota(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=dist*((reflectores+1)/2-s)*sin(alpha);
    else
        cota(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=-dist*(s-(reflectores+1)/2)*sin(alpha),
    end
    cotamas(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=cota(NY+NDD+(s-1)*numref+n),
    cotamenos(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=cota(NY+NDD+(s-1)*numref+n);
    if (s>=1)&&(s<=((reflectores-1)/2+1))
        cotagorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=cota(NY+NDD+(s-1)*numref+n),
    else
        cotagorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=cota(NY+NDD+(s-1)*numref+n),
    end
    cotamasgorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n) cotagorrio(NY+NDD+(s-1)*numref+n),
    cotamenosgorro(NY+NDD+(s-1)*numref+n) cotagorrio(NY+NDD+(s-1)*numref+n),

```

```

arg(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=pi/2;
argmas(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=pi/2;
l(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=lsegmref(s);
lsup(NY+NDD+(s-1)*numref+n)=lsegmref(s);
end
end

```

% OBTENCIÓN DE LAS COORDENAS DE LOS SEGMENTOS DE LAYAGI

```

for s = 1:tubo
for n = 1:num
Y(s,n)=(ltubo2(s)/2)-(lsegm(s)/2)-((n-1)*lsegm(s));
ord((s-1)*num+n)=Y(s,n);
ordmas((s-1)*num+n)=ord((s-1)*num+n)+lsegm(s)/2;
ordmenos((s-1)*num+n)=ord((s-1)*num+n)-lsegm(s)/2;
ordgorro((s-1)*num+n)=ord((s-1)*num+n);
ordmasgorro((s-1)*num+n)=ordmas((s-1)*num+n);
ordmenosgorro((s-1)*num+n)=ordmenos((s-1)*num+n);
abscisa((s-1)*num+n)=xtubo(s);
abscisamas((s-1)*num+n)=xtubo(s);
abscisamenos((s-1)*num+n)=xtubo(s);
absgorro((s-1)*num+n)=xtubo(s)-radio(s);
absmasgorro((s-1)*num+n)=xtubo(s)-radio(s);
absmenosgorro((s-1)*num+n)=xtubo(s)-radio(s);
cota((s-1)*num+n)=0;
cotamas((s-1)*num+n)=0;
cotamenos((s-1)*num+n)=0;
cotagorro((s-1)*num+n)=0;
cotamasgorro((s-1)*num+n)=0;
cotamenosgorro((s-1)*num+n)=0;
arg((s-1)*num+n)=pi/2;
l((s-1)*num+n)=lsegm(s);
lsup((s-1)*num+n)=lsegm(s);
end
end

```

% OBTENCIÓN DE LAS COORDENAS DE LOS SEGMENTOS DEL DIPOLO DOBLADO

```

for p=1:Nr/2
arg(NY+p)=pi/2;
argmas(NY+p)=pi/2;
argmenos(NY+p)=pi/2;
l(NY+p)=lr;
lsup(NY+p)=lr;
abscisamas(NY+p)=radio2*cos(arg(NY+p)+pi/2);
abscisamenos(NY+p)=radio2*cos(arg(NY+p)+pi/2);
ordmas(NY+p)=radio2*sin(argmas(NY+p)+pi/2)+(Nr/2)*(lr/2)-(p-1)*lr;
ordmenos(NY+p)=radio2*sin(argmenos(NY+p)+pi/2)+(Nr/2)*(lr/2)-(p-1)*lr-lr;
absmasgorro(NY+p)=abscisamas(NY+p)+radiodd;
absmenosgorro(NY+p)=abscisamenos(NY+p)+radiodd;
ordmasgorro(NY+p)=ordmas(NY+p);
ordmenosgorro(NY+p)=ordmenos(NY+p);
end
for p=1:Nc/2

```

```

arg(NY+Nr/2+p)=pi/2+pi*p/4-pi/8;
argmas(NY+Nr/2+p)=pi/2+pi*p/4-pi/4;
argmenos(NY+Nr/2+p)=pi/2+pi*p/4;
l(NY+Nr/2+p)=2*radio2*cos(3*pi/8),
lsup(NY+Nr/2+p)=2*radio3*cos(3*pi/8);
abscisamas(NY+Nr/2+p)=radio2*cos(argmas(NY+Nr/2+p)+pi/2);
abscisamenos(NY+Nr/2+p)=radio2*cos(argmenos(NY+Nr/2+p)+pi/2);
ordmas(NY+Nr/2+p)=radio2*sin(argmas(NY+Nr/2+p)+pi/2)-(Nr/2)*(lr/2),
ordmenos(NY+Nr/2+p)=radio2*sin(argmenos(NY+Nr/2+p)+pi/2)-(Nr/2)*(lr/2);
absmasgorro(NY+Nr/2+p)=radio3*cos(argmas(NY+Nr/2+p)+pi/2);
absmenosgorro(NY+Nr/2+p)=radio3*cos(argmenos(NY+Nr/2+p)+pi/2);
ordmasgorro(NY+Nr/2+p)=radio3*sin(argmas(NY+Nr/2+p)+pi/2)-(Nr/2)*(lr/2);
ordmenosgorro(NY+Nr/2+p)=radio3*sin(argmenos(NY+Nr/2+p)+pi/2)-(Nr/2)*(lr/2);
end
for p=1:Nr/2
arg(NY+Nr/2+4+p)=3*pi/2;
argmas(NY+Nr/2+4+p)=3*pi/2;
argmenos(NY+Nr/2+4+p)=3*pi/2;
l(NY+Nr/2+4+p)=lr;
lsup(NY+Nr/2+4+p)=lr;
abscisamas(NY+Nr/2+4+p)=radio2*cos(arg(NY+Nr/2+4+p)+pi/2);
abscisamenos(NY+Nr/2+4+p)=radio2*cos(arg(NY+Nr/2+4+p)+pi/2);
ordmenos(NY+Nr/2+4+p)=radio2*sin(arg(NY+Nr/2+4+p)+pi/2)-((Nr/2)*(lr/2)-(p-1)*lr-lr);
ordmas(NY+Nr/2+4+p)=radio2*sin(arg(NY+Nr/2+4+p)+pi/2)-((Nr/2)*(lr/2)-(p-1)*lr);
absmasgorro(NY+Nr/2+4+p)=radio2*cos(arg(NY+Nr/2+4+p)+pi/2)-radiodd;
absmenosgorro(NY+Nr/2+4+p)=radio2*cos(arg(NY+Nr/2+4+p)+pi/2)-radiodd;
ordmasgorro(NY+Nr/2+4+p)=radio2*sin(arg(NY+Nr/2+4+p)+pi/2)-((Nr/2)*(lr/2)-(p-1)*lr-lr);
ordmenosgorro(NY+Nr/2+4+p)=radio2*sin(arg(NY+Nr/2+4+p)+pi/2)-((Nr/2)*(lr/2)-(p-1)*lr);
end
for p=1:Nc/2
arg(NY+Nr+p+4)=3*pi/2+pi*p/4-pi/8;
argmas(NY+Nr+p+4)=3*pi/2+pi*p/4-pi/4;
argmenos(NY+Nr+p+4)=3*pi/2+pi*p/4;
l(NY+Nr+p+4)=2*radio2*cos(3*pi/8),
lsup(NY+Nr+p+4)=2*radio3*cos(3*pi/8);
abscisamas(NY+Nr+p+4)=radio2*cos(argmas(NY+Nr+p+4)+pi/2);
abscisamenos(NY+Nr+p+4)=radio2*cos(argmenos(NY+Nr+p+4)+pi/2);
ordmas(NY+Nr+p+4)=radio2*sin(argmas(NY+Nr+p+4)+pi/2)+(Nr/2)*(lr/2);
ordmenos(NY+Nr+p+4)=radio2*sin(argmenos(NY+Nr+p+4)+pi/2)+(Nr/2)*(lr/2);
absmasgorro(NY+Nr+p+4)=radio3*cos(argmas(NY+Nr+p+4)+pi/2);
absmenosgorro(NY+Nr+p+4)=radio3*cos(argmenos(NY+Nr+p+4)+pi/2);
ordmasgorro(NY+Nr+p+4)=radio3*sin(argmas(NY+Nr+p+4)+pi/2)+(Nr/2)*(lr/2);
ordmenosgorro(NY+Nr+p+4)=radio3*sin(argmenos(NY+Nr+p+4)+pi/2)+(Nr/2)*(lr/2);
end
for p=(NY+1) NY+NDD
abscisa(p)=abscisamenos(p)+(l(p)/2)*cos(arg(p));
ord(p)=ordmenos(p)+(l(p)/2)*sin(arg(p));
absgorro(p)=absmenosgorro(p)+(lsup(p)/2)*cos(arg(p));
ordgorro(p)=ordmenosgorro(p)+(lsup(p)/2)*sin(arg(p));
cota(p)=0;
cotamas(p)=0;
cotamenos(p)=0;
cotagorro(p)=0;
cotamasgorro(p)=0;
cotamenosgorro(p)=0;
end

```


$c1=i*w(q)*mi/(4*pi):$ % Constante 1
 $c2=1/(i*4*pi*epsilon*w(q));$ % Constante 2

% CÁLCULO DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS DE LA ANTENA

```

for n = 1:NY
  for m = 1:NT
    difarg=arg(n)-arg(m);
    PSI=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordgorro(m), abscisa(n)-absgorro(m),
ordmenos(n)-ordgorro(m),cota(n)-cotagorro(m), k, arg(n), difarg);
    PSIIH=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordmasgorro(m), abscisa(n)-absmasgorro(m),
ord(n)-ordmasgorro(m), cota(n)-cotagorro(m),k, arg(n), 0);
    PSIIHL=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordmenosgorro(m), abscisa(n)-
absmenosgorro(m), ord(n)-ordmenosgorro(m), cota(n)-cotagorro(m),k, arg(n), 0);
    PSILH=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordmasgorro(m), abscisa(n)-absmasgorro(m),
ord(n)-ordmasgorro(m)-l(n), cota(n)-cotagorro(m),k, arg(n), 0);
    PSILL=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordmenosgorro(m), abscisa(n)-
absmenosgorro(m), ord(n)-ordmenosgorro(m)-l(n), cota(n)-cotagorro(m),k, arg(n), 0);
    Zmn1(n,m)=c1*l(n)*Isup(m)*PSI;
    Zmn2(n,m)=c2*(PSIIH-PSIIHL-PSILH+PSILL);
    Zmn(n,m)=Zmn1(n,m)+Zmn2(n,m);
  end
end

n=NY+1;
for m=1:NT
  difarg=arg(n)-arg(m);
  PSI=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n)-ordmenos(n),1e-3,[],ordgorro(m),abscisamenos(n)-
absgorro(m),ordmenos(n)-ordgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),difarg);
  PSIIH1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n)-ord(n),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisa(n)-
absmasgorro(m),ord(n)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
  PSIIH2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(NY+NDD)-ordmas(n),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisamas(n)-
absmasgorro(m),ordmas(n)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(NY+NDD),0);
  PSIIH=(2/(l(n)+l(NY+NDD)))*(PSIIH1+PSIIH2);
  PSIHL1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n)-ord(n),1e-3,[],ordmenosgorro(m),abscisa(n)-
absmenosgorro(m),ord(n)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
  PSIHL2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(NY+NDD)-ordmas(n),1e-3,[],ordmenosgorro(m),abscisamas(n)-
absmenosgorro(m),ordmas(n)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(NY+NDD),0);
  PSIHL=(2/(l(n)+l(NY+NDD)))*(PSIHL1+PSIHL2);
  PSILH1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n+1)-ord(n+1),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisa(n+1)-
absmasgorro(m),ord(n+1)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n+1),0);
  PSILH2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmenos(n),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisamenos(n)-
absmasgorro(m),ordmenos(n)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
  PSILH=(2/(l(n)+l(n+1)))*(PSILH1+PSILH2);
  PSILL1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n+1)-ord(n+1),1e-3,[],ordmenosgorro(m),abscisa(n+1)-
absmenosgorro(m),ord(n+1)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n+1),0);
  PSILL2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmenos(n),1e-3,[],ordmenosgorro(m),abscisamenos(n)-
absmenosgorro(m),ordmenos(n)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
  PSILL=(2/(l(n)+l(n+1)))*(PSILL1+PSILL2);
  Zmn1(n,m)=c1*Isup(m)*PSI;
  Zmn2(n,m)=c2*(PSIIH-PSILH-PSIHL+PSILL);
  Zmn(n,m)=Zmn1(n,m)+Zmn2(n,m);
end

```

```

for n=(NY+2)*(NY+NDD-1)
  for m=1:NT
    difarg=arg(n)-arg(m);
    PSI=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n)-ordmenos(n),1e-3,[],ordgorro(m),abscisamenos(n)-
absgorro(m),ordmenos(n)-ordgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),difarg);
    PSIH1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n)-ord(n),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisa(n)-
absmasgorro(m),ord(n)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
    PSIH2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmas(n),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisamas(n)-
absmasgorro(m),ordmas(n)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n-1),0);
    PSIH=(2/(1(n)+1(n-1)))*(PSIH1+PSIH2);
    PSIH1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n)-ord(n),1e-3,[],ordmenosgorro(m).abscisa(n)-
absmenosgorro(m),ord(n)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
    PSIH2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmas(n),1e-3,[],ordmenosgorro(m).abscisamas(n)-
absmenosgorro(m),ordmas(n)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n-1),0);
    PSIH=(2/(1(n)+1(n-1)))*(PSIH1+PSIH2);
    PSIL1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n+1)-ord(n+1),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisa(n+1)-
absmasgorro(m),ord(n+1)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n+1),0);
    PSIL2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmenos(n),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisamenos(n)-
absmasgorro(m),ordmenos(n)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
    PSILH=(2/(1(n)+1(n+1)))*(PSIL1+PSIL2);
    PSIL1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n+1)-ord(n+1),1e-3,[],ordmenosgorro(m),abscisa(n+1)-
absmenosgorro(m),ord(n+1)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n+1),0);
    PSIL2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmenos(n),1e-3,[],ordmenosgorro(m).abscisamenos(n)-
absmenosgorro(m),ordmas(n)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
    PSIL=(2/(1(n)+1(n+1)))*(PSIL1+PSIL2);
    Zmn1(n,m)=c1*(1sup(m))*PSI;
    Zmn2(n,m)=c2*(PSIH-PSILH-PSIHL+PSILL);
    Zmn(n,m)=Zmn1(n,m)+Zmn2(n,m);
  end
end

n=NY+NDD;
for m=1:NT
  difarg=arg(n)-arg(m);
  PSI=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n)-ordmenos(n),1e-3,[],ordgorro(m),abscisamenos(n)-
absgorro(m),ordmenos(n)-ordgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),difarg);
  PSIH1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n)-ord(n),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisa(n)-
absmasgorro(m),ord(n)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
  PSIH2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmas(n),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisamas(n)-
absmasgorro(m),ordmas(n)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n-1),0);
  PSIH=(2/(1(n)+1(n-1)))*(PSIH1+PSIH2);
  PSIH1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(n)-ord(n),1e-3,[],ordmenosgorro(m),abscisa(n)-
absmenosgorro(m),ord(n)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
  PSIH2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmas(n),1e-3,[],ordmenosgorro(m).abscisamas(n)-
absmenosgorro(m),ordmas(n)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n-1),0);
  PSIH=(2/(1(n)+1(n-1)))*(PSIH1+PSIH2);
  PSIL1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(NY+1)-ord(NY+1),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisa(NY+1)-
absmasgorro(m),ord(NY+1)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(NY+1),0);
  PSIL2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmenos(n),1e-3,[],ordmasgorro(m),abscisamenos(n)-
absmasgorro(m),ordmenos(n)-ordmasgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
  PSILH=(2/(1(n)+1(NY+1)))*(PSIL1+PSIL2);
  PSIL1=quad8d4plus('intd4plus',0,ordmas(NY+1)-ord(NY+1),1e-3,[],ordmenosgorro(m),abscisa(NY+1)-
absmenosgorro(m),ord(NY+1)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(NY+1),0);
  PSIL2=quad8d4plus('intd4plus',0,ord(n)-ordmenos(n),1e-3,[],ordmenosgorro(m).abscisamenos(n)-
absmenosgorro(m),ordmenos(n)-ordmenosgorro(m),cota(n)-cotagorro(m),k,arg(n),0);
  PSIL=(2/(1(n)+1(NY+1)))*(PSIL1+PSIL2);

```

```

Zmn1(n,m)=c1*(Isup(m))*PSI;
Zmn2(n,m)=c2*(PSIHH-PSILH-PSIHL+PSILL);
Zmn(n,m)=Zmn1(n,m)+Zmn2(n,m);
end

for n = (NY+NDD+1):NT
    for m = 1:NT
        difarg=arg(n)-arg(m);
        PSI=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordgorro(m), abscisa(n)-absgorro(m),
ordmenos(n)-ordgorro(m),cota(n)-cotagorro(m), k, arg(n), difarg);
        PSIIH=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordmasgorro(m), abscisa(n)-absmasgorro(m),
ord(n)-ordmasgorro(m), cota(n)-cotagorro(m),k, arg(n), 0);
        PSIHL=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordmenosgorro(m), abscisa(n)-
absmenosgorro(m), ord(n)-ordmenosgorro(m), cota(n)-cotagorro(m),k, arg(n), 0);
        PSILH=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordmasgorro(m), abscisa(n)-absmasgorro(m),
ord(n)-ordmasgorro(m)-l(n), cota(n)-cotagorro(m),k, arg(n), 0);
        PSILL=(1/l(n))*quad8d4plus('intd4plus', 0, l(n), 1e-3, [], ordmenosgorro(m), abscisa(n)-
absmenosgorro(m), ord(n)-ordmenosgorro(m)-l(n), cota(n)-cotagorro(m),k, arg(n), 0);
        Zmn1(n,m)=c1*I(n)*Isup(m)*PSI;
        Zmn2(n,m)=c2*(PSIHH-PSIHL-PSILH+PSILL);
        Zmn(n,m) =Zmn1(n,m)+Zmn2(n,m);
    end
end

% Caso de alimentación en el brazo izquierdo del DD
alim=NY+(Nr/2+1)/2;
% Caso de alimentación en el brazo derecho del DD
%aim=NY+(Nr/2+1)/2+Nr/2+4;
Ymn=inv(Zmn); % Matriz de admitancias
Zin(q)=1/Ymn(alim, alim); % Impedancia de entrada a la frecuencia en turno
Ro(q)=(Zin(q)-75)/(Zin(q)+75); % Coeficiente de reflexión a 75Ω
VSWR(q)=(1+abs(Ro(q)))/(1-abs(Ro(q))); % Relación de onda estacionaria
PorPot(q)=(1-(abs(Ro(q)))^2)*100; % Porcentaje de potencia entregada por la línea

V=zeros(max(size(Zmn)),1);
V(alim)=1; % Vector de Voltajes
I=Ymn*V; % Vector de corrientes
end

```

3.2 Programa para obtener la matriz de impedancias y el vector de corrientes de un arreglo Yagi

El siguiente programa tiene como objetivo principal calcular la matriz de impedancias de un arreglo Yagi. A partir de esta matriz, se obtendrá la impedancia de entrada, el vector de corrientes, el VSWR y el porcentaje de potencia entregada por la línea de transmisión de 75Ω .

```

clear all
c=3e8; % Velocidad de la luz en el espacio libre
mu=pi*4e-7; % Permeabilidad del espacio libre
epsilon=8.85418781761e-12; % Permitividad del espacio libre
theta=120*pi; % Impedancia característica del espacio libre
fc=500e6; % Frecuencia de trabajo
fmin=460e6; % Frecuencia mínima de la banda
fmax=520e6; % Frecuencia máxima de la banda
N=30; % Número de puntos en la gráfica

inc=(fmax-fmin)/N; % Incremento en el intervalo de frecuencias
if inc==0 % Incremento en el intervalo de frecuencias
    inc=1; para cuando es calculado un solo punto
end

f=fmin:inc:fmax; % Generación del intervalo de frecuencias
wc=2*pi*f*c; % Frecuencia angular de trabajo
lambdac=c/fc; % Longitud de onda de la frecuencia de trabajo
fraclam=1/10; % Fracción de lambda utilizada para cada segmento

arg=pi/2; % Ángulo asociado a cada segmento
difarg=0; % Diferencia de argumentos de cada segmento

tubos=6; % Número de tubos de la antena Yagi
talin=2; % Número de tubo que es alimentado
num=3; % Número de segmentos en los tubos de la Yagi
vec=ones(1,tubos);
diam=0.016666*vec*lambdac; % Vector de diámetros de los tubos de la Yagi
ltubo=[0 47 0.435 0.4 0 4 0 4 0.4]*lambdac; % Longitudes eléctricas de los tubos de la Yagi
radio=diam/2; % Radio de los tubos de la Yagi
xtubo=[-0.2 0 0.4 0 8 1.2 1.6]*lambdac; % Coordenada x de cada tubo de la Yagi [λ]
ltubo2=ltubo*(num/(num+1)); % Longitudes finales de cada tubos en la Yagi
lsegm=ltubo2/num; % Longitud de los segmentos para cada tubo de la Yagi

vecdiam=ones(1,tubos),
Zin=zeros(1, max(size(f))); % Matriz de impedancias de entrada

for q=1:max(size(f))
    max(size(f))-q
    w(q)=2*pi*f(q),
    lambda=c/f(q),

    while lsegm(l)>lambda*fraclam % Corrección en el numero de segmentos en la Yagi

```

```

num=num+2;
ltubo2 = ltubo*(num/(num+1));
lsegm = ltubo2/num;
end

k=2*pi/lambda;
radio=diam/2;
lsegm2=lsegm/2;
alim=(talim-1)*num+(num+1)/2;

c1=i*w(q)*mi/(4*pi);
c2=1/(i*4*pi*epsilon*w(q));

```

según la consideración de la fracción de lambda para el Método de Momentos

% Constante de propagación
% Radio de los conductores
% Mitad de los segmentos
% Número del segmento alimentado

% Constante 1
% Constante 2

% OBTENCIÓN DE LAS COORDENAS DE LOS SEGMENTOS DE LAYAGI

```

for s = 1:tubos
for n = 1:num
Y(s,n)=(ltubo2(s)/2)-(lsegm(s)/2)-((n-1)*lsegm(s));
ord((s-1)*num+n)=Y(s,n);
ordmas((s-1)*num+n)=ord((s-1)*num+n)+lsegm(s)/2;
ordmenos((s-1)*num+n)=ord((s-1)*num+n)-lsegm(s)/2;
ordgorro((s-1)*num+n)=ord((s-1)*num+n);
ordmasgorro((s-1)*num+n)=ordmas((s-1)*num+n);
ordmenosgorro((s-1)*num+n)=ordmenos((s-1)*num+n);
abscisa((s-1)*num+n)=xtubo(s);
abscisamas((s-1)*num+n)=xtubo(s);
abscisamenos((s-1)*num+n)=xtubo(s);
absgorro((s-1)*num+n)=xtubo(s)-radio(s);
absmasgorro((s-1)*num+n)=xtubo(s)-radio(s);
absmenosgorro((s-1)*num+n)=xtubo(s)-radio(s);
arg((s-1)*num+n)=pi/2;
l((s-1)*num+n)=lsegm(s);
lsup((s-1)*num+n)=lsegm(s);
end
end

NY=tubos*num;
NT=NY;

```

% Número total de segmentos

% CÁLCULO DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS DE LA ANTENA

```

for n = 1:NY
for m = 1:NT
difarg=arg(n)-arg(m);
PSI=(1/l(n))*quad8d4('intd4', 0, l(n), 1e-3, [], ordgorro(m), abscisa(n)-absgorro(m), ordmenos(n)-ordgorro(m), k, arg(n), difarg);
PSIHH=(1/l(n))*quad8d4('intd4', 0, l(n), 1e-3, [], ordmasgorro(m), abscisa(n)-absmasgorro(m), ord(n)-ordmasgorro(m), k, arg(n), difarg);
PSIHL=(1/l(n))*quad8d4('intd4', 0, l(n), 1e-3, [], ordmenosgorro(m), abscisa(n)-absmenosgorro(m), ord(n)-ordmenosgorro(m), k, arg(n), difarg);
PSILH=(1/l(n))*quad8d4('intd4', 0, l(n), 1e-3, [], ordmasgorro(m), abscisa(n)-absmasgorro(m), ord(n)-ordmasgorro(m)-l(n), k, arg(n), difarg);
PSILL=(1/l(n))*quad8d4('intd4', 0, l(n), 1e-3, [], ordmenosgorro(m), abscisa(n)-absmenosgorro(m), ord(n)-ordmenosgorro(m)-l(n), k, arg(n), difarg);

```

```

Zmn1(n,m)=c1*(n)*Isup(m)*PSI;
Zmn2(n,m)=c2*(PSIHH-PSIHL-PSILH+PSILL);
Zmn(n,m)=Zmn1(n,m)+Zmn2(n,m),
end
end

Ymn=inv(Zmn), % Matriz de admitancias
Zin(q)=1/Ymn(alim, alim), % Impedancia de entrada a la frecuencia en turno
Ro(q)=(Zin(q)-75)/(Zin(q)+75), % Coeficiente de reflexión a 75Ω
VSWR(q)=(1+abs(Ro(q)))/(1-abs(Ro(q))), % Relación de onda estacionaria
PorPot(q)=(1-(abs(Ro(q)))^2)*100; % Porcentaje de potencia entregada por la línea

V=zeros(max(size(Zmn)),1),
V(alim)=1; % Vector de Voltajes
I=Ymn*V; % Vector de corrientes

end

```

C.3 Programa que calcula el campo eléctrico en la región de radiación de la Antena

El siguiente programa calcula el campo eléctrico en la región de radiación de la antena, y, con base en él, obtiene la ganancia y la relación FBR del arreglo.

```

arg(NY+Nr/2+1)=3*pi/8,
arg(NY+Nr/2+2)=pi/8,
arg(NY+Nr/2+3)=pi/8;
arg(NY+Nr/2+4)=3*pi/8;
arg(NY+Nr+5)=3*pi/8;
arg(NY+Nr+6)=pi/8,
arg(NY+Nr+7)=pi/8;
arg(NY+Nr+8)=3*pi/8,
} % Definición de argumentos para los segmentos
% curvos del DD para evitar redundancia

for n=(NY+Nr/2+5):(NY+Nr+4) % Definición de argumentos para los segmentos
    arg(n)=pi/2, % rectos del DD para evitar redundancia
end

num=360; % Número de puntos en el espacio a calcular
a=2*pi;
angulo=0 (a/(num-1)),a; % Genera un vector con los ángulos del patrón
angulo(num)=a;
Px=100*cos(angulo); % Vector de coordenadas x del punto en estudio
Py=100*sin(angulo); % Vector de coordenadas y (ó z) del punto en estudio

for p=1 num % Ciclo para los puntos en estudio
    Ex1(p)=0, Ey1(p)=0, Ez1(p)=0, Ex2(p)=0, % Inicialización de variables
    for n=1 NT % Ciclo que engloba los segmentos del arreglo
        difz=cos(n)-Py(p) % Diferencia de cotas entre el punto y los segmentos
    end
end

```

% Inicialización de variables

A(1)=0; B(1)=0; C(1)=0; D(1)=0; E(1)=0; F(1)=0; G(1)=0; H(1)=0;
 K(1)=0; L(1)=0; M(1)=0; N(1)=0; O(1)=0;

% CALCULA EL CAMPO ELÉCTRICO EN EL PUNTO CORRESPONDIENTE

% PLANO E

PSIa=quad8d4('intd6a',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),ord(n));
 PS Ib=quad8d4('intd6b',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),ord(n));
 PS Ic=quad8d4('intd6c',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),ord(n));
 PS Id=quad8d4('intd6d',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),ord(n));
 PS Ih=quad8d4('intd6h',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),abscisa(n));
 PS Ii=quad8d4('intd6i',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),abscisa(n));
 PS Ij=quad8d4('intd6j',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),abscisa(n));
 A=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*((k^2*((Py(p)-ord(n))^2+(cota(n))^2)+2)*PSIa+(2*i*k)*PSIb-
 (3*i*k)*(Py(p)-ord(n))^2+(cota(n))^2)*PSIc-3*((Py(p)-ord(n))^2+(cota(n))^2)*PSId);
 B=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*(Px(p)-abscisa(n))*(-k^2*PSIh+(3*i*k)*PSIi+3*PSIj);
 C=A+B;
 Ex1(p)=Ex1(p)+C(1);

PSIk=quad8d4('intd6k',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),abscisa(n));
 PSIl=quad8d4('intd6l',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),abscisa(n));
 PSIm=quad8d4('intd6m',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),abscisa(n));
 PSIn=quad8d4('intd6n',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),abscisa(n));
 PSIo=quad8d4('intd6o',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),ord(n));
 PSIf=quad8d4('intd6f',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),ord(n));
 PSIg=quad8d4('intd6g',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],cota(n),Px(p),Py(p),k,arg(n),ord(n));
 D=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*((k^2*((Px(p)-abscisa(n))^2+(cota(n))^2)+2)*PSIk+(2*i*k)*PSIl-
 (3*i*k)*(Px(p)-abscisa(n))^2+(cota(n))^2)*PSIm-3*((Px(p)-abscisa(n))^2+(cota(n))^2)*PSIn);
 E=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*(Py(p)-ord(n))*(-k^2*PSIe+(3*i*k)*PSIf+3*PSIg);
 F=D+E;
 Ey1(p)=Ey1(p)+F(1);

% PLANO H

PSIk=quad8d4('intd6k',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));
 PSIl=quad8d4('intd6l',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));
 PSIm=quad8d4('intd6m',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));
 PSIn=quad8d4('intd6n',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));
 PSIo=quad8d4('intd6o',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
 PSIf=quad8d4('intd6f',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
 PSIg=quad8d4('intd6g',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
 P=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*((k^2*((Px(p)-abscisa(n))^2+(difz)^2)+2)*PSIk+(2*i*k)*PSIl-
 (3*i*k))*((Px(p)-abscisa(n))^2+(difz)^2)*PSIm-3*((Px(p)-abscisa(n))^2+(difz)^2)*PSIn);
 Q=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*(-ord(n))*(-k^2*PSIe+(3*i*k)*PSIf+3*PSIg);
 R=P+Q;
 Ey2(p)=Ey2(p)+R(1);

PSIo=quad8d4('intd6a',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
 PSIp=quad8d4('intd6b',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
 PSIlq=quad8d4('intd6c',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
 PSIm=quad8d4('intd6d',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
 PSIs=quad8d4('intd6h',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));
 PSIt=quad8d4('intd6i',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));
 PSIU=quad8d4('intd6j',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));

```

G=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*((k^2*((-ord(n))^2+(difz)^2)+2)*PSIo+(2*i*k)*PSIp-(3*i*k)*((-ord(n))^2+(difz)^2)*PSIq-3*((-ord(n))^2+(difz)^2)*PSIr);
H=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*(Px(p)-abscisa(n))*(-k^2*PSIs+(3*i*k)*PSIt+3*PSIu);
L=G+H;
Ex2(p)=Ex2(p)+L(1),

PSIs=quad8d4('intd6h',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));
PSIt=quad8d4('intd6i',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));
PSIu=quad8d4('intd6j',ordmenos(n),ordmas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),abscisa(n));
PSIv=quad8d4('intd6e',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
PSIw=quad8d4('intd6f',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
PSIx=quad8d4('intd6g',abscisamenos(n),abscisamas(n),1e-3,[],difz,Px(p),0,k,arg(n),ord(n));
M=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*(Py(p)-cota(n))*(-k^2*PSIv+(3*i*k)*PSIw+3*PSIx);
N=(I(n)/(4*pi*epsilon*w*i))*(Py(p)-cota(n))*(-k^2*PSIs+(3*i*k)*PSIt+3*PSIu);
O=M+N;
Ez1(p)=Ez1(p)+O(1),
end
end

% Magnitud del campo eléctrico plano E
for n=1:num
    Eto1(n)=sqrt((real(Ey1(n)))^2+(real(Ex1(n)))^2+(imag(Ey1(n)))^2+(imag(Ex1(n)))^2+(real(Ez1(n)))^2+(imag(Ez1(n)))^2);
end

% Magnitud del campo eléctrico plano H
for n=1:num
    Eto2(n)=sqrt((real(Ey2(n)))^2+(real(Ex2(n)))^2+(imag(Ey2(n)))^2+(imag(Ex2(n)))^2+(real(Ez1(n)))^2+(imag(Ez1(n)))^2);
end

% Normalización del campo eléctrico en cada plano
Eto3=Eto1./(max(Eto1));
Eto4=Eto2./(max(Eto2));

corrent=I(alim); % Corriente en el segmento alimentado

Gan1=(4*pi*10000*((max(Eto1))^2))/(377*(abs(corrent)^2)*real(Zin));
Gan=10*log10(Gan1); % Ganancia del arreglo
FBR=20*log10((max(Eto1))/(Eto1(181))); % FBR del arreglo

```


C.4 Funciones complementarias

C.4.1 Funciones asociadas a la operación de integración

quad8d4.m

```
function [Q,cnt] = quad8d4(funcfn,a,b,tol,ignore,zs,difx,dify,k,arg,difarg)

if nargin < 4, tol = [1.e-3 0]; end
if isempty(tol), tol = [1.e-3 0]; end
if length(tol)==1, tol = [tol 0]; end

h = b - a;

w = [3956 23552 -3712 41984 -18160 41984 -3712 23552 3956]/14175;
x = a + (0.8)*(b-a)/8;
if nargin <= 4
    y = feval(funcfn,x);
else
    y = feval(funcfn,x,zs,difx,dify,k,arg,difarg);
end

yellow = min([min(real(y)) min(imag(y))]);
ylhi = max([max(real(y)) max(imag(y))]);
lims = [min(x) max(x) yellow ylhi];
ind = find(~isfinite(lims));
if ~isempty(ind)
    [mind,nind] = size(ind);
    lims(ind) = 1.e30*(-ones(mind,nind)^rem(ind,2));
end
lev = 1;

if ~isreal(y)
    Q0 = 1e30;
else
    Q0 = inf;
end
recur_lev_excess = 0;
if nargin <= 4
    [Q,cnt,recur_lev_excess] = quad8stp4(funcfn,a,b,tol,lev,w,x,y,Q0,recur_lev_excess);
else
    [Q,cnt,recur_lev_excess] =
quad8stp4(funcfn,a,b,tol,lev,w,x,y,Q0,recur_lev_excess,zs,difx,dify,k,arg,difarg);
end
cnt = cnt + 9;
if (recur_lev_excess > 1)
    warning(sprintf('Nivel límite de recursividad alcanzado %d veces.', recur_lev_excess))
end
```

quad8stp4.m

```

function
[Q,cnt,recur_lev_excess]=quad8stp4(FunFcn,a,b,tol,lev,w,x0,f0,Q0,recur_lev_excess,zs,difx,dify,k,arg,difarg
)

LEVMAX = 10;

x = zeros(1,17);
f = zeros(1,17);
x(1:2:17) = x0;
f(1:2:17) = f0;
x(2:2:16) = (x0(1:8) + x0(2:9))/2;
if nargin <= 10
    f(2:2:16) = feval(FunFcn,x(2:2:16));
else
    f(2:2:16) = feval(FunFcn,x(2:2:16),zs,difx,dify,k,arg,difarg).
end
cnt = 8;

h = (b-a)/16;
Q1 = h*w*f(1:9)';
Q2 = h*w*f(9:17)';
Q = Q1 + Q2;

if (abs(Q - Q0) > tol(1)*abs(Q)+tol(2)) & (lev <= LEVMAX)
    c = (a+b)/2;
    if nargin <= 10
        [Q1,cnt1,recur_lev_excess] = quad8stp4(FunFcn,a,c,tol/2,lev+1,w,x(1:9),f(1:9),Q1,recur_lev_excess);
        [Q2,cnt2,recur_lev_excess] = quad8stp4(FunFcn,c,b,tol/2,lev+1,w,x(9:17),f(9:17),Q2,recur_lev_excess);
    else
        [Q1,cnt1,recur_lev_excess] =
quad8stp4(FunFcn,a,c,tol/2,lev+1,w,x(1:9),f(1:9),Q1,recur_lev_excess,zs,difx,dify,k,arg,difarg).
        [Q2,cnt2,recur_lev_excess] =
quad8stp4(FunFcn,c,b,tol/2,lev+1,w,x(9:17),f(9:17),Q2,recur_lev_excess,zs,difx,dify,k,arg,difarg):
    end
    Q = Q1 + Q2;
    cnt = cnt + cnt1 + cnt2;
elseif (lev > LEVMAX)
    if ~recur_lev_excess
        warning('Nivel limite de recursividad alcanzado en quad8. Posible singularidad.')
```

quad8d4plus.m

```

function [Q,cnt] = quad8d4plus(funcfn,a,b,tol,ignore,zs,difx,dify,difz,k,arg,difarg)

if nargin < 4, tol = [1.e-3 0]; end
if isempty(tol), tol = [1.e-3 0]; end
if length(tol)~=1, tol = [tol 0]; end

h = b - a;

w = [3956 23552 -3712 41984 -18160 41984 -3712 23552 3956]/14175;
x = a + (0:8)*(b-a)/8;
if nargin <= 4
    y = feval(funcfn,x);
else
    y = feval(funcfn,x,zs,difx,dify,difz,k,arg,difarg);
end

ylow = min([min(real(y)) min(imag(y))]);
ylhi = max([max(real(y)) max(imag(y))]);
lims = [min(x) max(x) ylow ylhi];
ind = find(~isfinite(lims));
if ~isempty(ind)
    [mind,nind] = size(ind);
    lims(ind) = 1.e30*(-ones(mind,nind).^rem(ind,2));
end
lev = 1;

if ~isreal(y)
    Q0 = 1e30;
else
    Q0 = inf;
end
recur_lev_excess = 0;
if nargin <= 4
    [Q,cnt,recur_lev_excess] = quad8stp4(funcfn,a,b,tol,lev,w,x,y,Q0,recur_lev_excess);
else
    [Q,cnt,recur_lev_excess] =
quad8stp4(funcfn,a,b,tol,lev,w,x,y,Q0,recur_lev_excess,zs,difx,dify,difz,k,arg,difarg);
end
cnt = cnt + 9;
if (recur_lev_excess > 1)
    warning(sprintf('Nivel limite de recursividad alcanzado %d veces.', recur_lev_excess))
end

```

C.4.2 Funciones a integrar

intd4plus.m

```
function [out1,out2] = intd4(yd,ys,difx,dify,difz,k,arg,difarg)

if nargin==0,
    yd = (0:.05:1); k=1, difx=0.01; ys=0;
end

r=((yd+dify)^2+(yd*cot(arg)+difx)^2+(difz.^2)^(1/2);
y=cos(difarg)*exp(-j*k.*r)/(r*(sin(arg)));
if nargout==2,
    out1 = yd; out2 = y;
else
    out1 = y;
end
```

intd6a.m

```
function [out1,out2] = intd6a(yd,zf,xf,yf,k,arg,yi)

if nargin==0,
    yd = (0. 05:1), k=1; xf=0.01; z=0;
end

r=((-yd+xf).^2+(-yi+yf).^2+zf.^2)^(1/2);
y=cos(arg)*exp(-j*k.*r)/(r.^3);

if nargout==2,
    out1 = yd, out2 = y;
else
    out1 = y;
end
```

intd6b.m

```
function [out1,out2] = intd6b(yd,zf,xf,yf,k,arg,yi)

if nargin==0,
    yd = (0. 05:1), k=1, xf=0.01; z=0;
end

r=((-yd+xf).^2+(-yi+yf).^2+zf.^2)^(1/2);
y=cos(arg)*exp(-j*k.*r)/(r.^2);

if nargout==2,
    out1 = yd, out2 = y;
else
    out1 = y;
end
```

intd6c.m

```
function [out1,out2] = intd6c(y,d,zf,xf,yf,k,arg,yi)

if nargin==0,
    yd = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
end

r=((-yd+xf).^2+(-yi+yf).^2+zf.^2).^(1/2);
y=cos(arg)*exp(-j*k.*r)/(r.^4);

if nargin==2,
    out1 = yd; out2 = y;
else
    out1 = y;
end
```

intd6d.m

```
function [out1,out2] = intd6d(y,d,zf,xf,yf,k,arg,yi)

if nargin==0,
    yd = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
end

r=((-yd+xf).^2+(-yi+yf).^2+zf.^2).^(1/2);
y=cos(arg)*exp(-j*k.*r)/(r.^5);

if nargin==2,
    out1 = yd; out2 = y;
else
    out1 = y;
end
```

intd6e.m

```
function [out1,out2] = intd6e(yd,zf,xf,yf,k,arg,yi)

if nargin==0,
    yd = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
end

r=((-yd+xf).^2+(-yi+yf).^2+zf.^2).^(1/2);
y=(xf-yd).*cos(arg).*exp(-j*k.*r)/(r.^3);

if nargin==2,
    out1 = yd; out2 = y;
else
    out1 = y;
end
```

intd6f.m

```
function [out1,out2] = intd6f(yd,zf,xf,yf,k,arg,yi)

nargin==0,
yd = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
end

r=((-yd+xf).^2+(-yi+yf).^2+zf.^2).^(1/2),
y=(xf-yd).*cos(arg).*exp(-j*k.*r)/(r.^4),

nargout==2,
out1 = yd; out2 = y;
else
out1 = y;
end
```

intd6g.m

```
function [out1,out2] = intd6g(yd,zf,xf,yf,k,arg,yi)

if nargin==0,
yd = (0 .05: 1), k=1; xf=0.01; z=0.
end

r=((-yd+xf)^2+(-yi+yf).^2+zf.^2)^(1/2),
y=(xf-yd).*cos(arg).*exp(-j*k.*r)/(r.^5);

if nargout==2,
out1 = yd; out2 = y,
else
out1 = y,
end
```

intd6h.m

```
function [out1,out2] = intd6h(yd,zf,xf,yf,k,arg,xi)

if nargin==0,
yd = (0 .05: 1); k=1; xf=0.01, z=0,
end

r=((-xi+xf).^2+(-yd+yf).^2+zf.^2)^(1/2),
v=(yf-yd).*sin(arg).*exp(-j*k.*r)/(r.^3);

if nargout==2,
out1 = yd, out2 = y,
else
out1 = v,
end
```

intd6i.m

```
function [out1,out2] = intd6i(yd,zf,xf,yf,k,arg,xi)

if nargin==0,
    yd = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
end

r=((-xi+xf).^2+(-yd+yf).^2+zf.^2).^(1/2);
y=(yf-yd).*sin(arg).*exp(-j*k.*r)/(r.^4);

if nargin==2,
    out1 = yd; out2 = y;
else
    out1 = y;
end
```

intd6j.m

```
function [out1,out2] = intd6j(yd,zf,xf,yf,k,arg,xi)

if nargin==0,
    yd = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
end

r=((-xi+xf).^2+(-yd+yf).^2+zf.^2).^(1/2);
y=(yf-yd).*sin(arg).*exp(-j*k.*r)/(r.^5);

if nargin==2,
    out1 = yd; out2 = y;
else
    out1 = y;
end
```

intd6k.m

```
function [out1,out2] = intd6k(yd,zf,xf,yf,k,arg,xi)

if nargin==0,
    yd = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
end

r=((-yd+yf).^2+(-xi+xf).^2+zf.^2).^(1/2);
y=sin(arg).*exp(-j*k.*r)/(r.^3);

if nargin==2,
    out1 = yd; out2 = y;
else
    out1 = y;
end
```

l6l.m

```
function [out1,out2] = intd6l(yd,zf,xf,yf,k,arg,xi)
```

```
nargin==0,
l = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
```

```
r=(-yd+yf).^2+(-xi+xf).^2+zf.^2).^(1/2);
sin(arg)*exp(-j*k.*r)/(r.^2);
```

```
nargout==2,
out1 = yd; out2 = y;
else
out1 = y;
end
```

intd6m.m

```
function [out1,out2] = intd6m(yd,zf,xf,yf,k,arg,xi)
```

```
nargin==0,
yd = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
end
```

```
r=(-yd+yf).^2+(-xi+xf).^2+zf.^2).^(1/2);
sin(arg)*exp(-j*k.*r)/(r.^4);
```

```
nargout==2,
out1 = yd, out2 = y,
else
out1 = y;
end
```

intd6n.m

```
function [out1,out2] = intd6n(yd,zf,xf,yf,k,arg,xi)
```

```
if nargin==0,
yd = (0:.05:1); k=1; xf=0.01; z=0;
end
```

```
r=(-yd+yf).^2+(-xi+xf).^2+zf.^2).^(1/2);
y=sin(arg)*exp(-j*k.*r)/(r.^5);
```

```
if nargout==2,
out1 = yd, out2 = y,
else
out1 = y;
end
```