

100



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"ANALISIS Y DISEÑO DE VIGAS PRESFORZADAS EN CLAROS HIPERESTATICOS PARA EDIFICIOS"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A :

FAUSTINO NUÑEZ ORTEGA

289377

DIRECTOR DE TESIS: DR. EDUARDO REINOSO ANGULO



MEXICO, D.F.

2001



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
FING/DCTG/SEAC/UTIT/052/99

Señor  
FAUSTINO NUÑEZ ORTEGA  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. EDUARDO REINOSO ANGULO, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"ANALISIS Y DISEÑO DE VIGAS PREFORZADAS EN CLAROS HIPERESTATICOS  
PARA EDIFICIOS"**

- INTRODUCCION
- I. GENERALIDADES
- II. CONCRETO PARCIALMENTE PREFORZADO
- III. ANALISIS Y DISEÑO DE VIGAS PREFORZADAS EN CLAROS HIPERESTATICOS
- IV. EJEMPLO
- V. CONCLUSIONES
- BIBLIOGRAFIA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

A t e n t a m e n t e  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria a 23 de marzo de 1999.  
EL DIRECTOR

ING. GERARDO FERRANDO BRAVO  
GFB/GMP/mstg.

## AGRADECIMIENTOS

*A Dios por haberme permitido alcanzar una meta más de mi vida.*

*A mis padres: Fidel y Rosa, quienes con sacrificios me brindaron su apoyo incondicionalmente para poder realizar mis estudios, les doy las gracias por haber confiado en mi.*

*A mis hermanos: Alejandro, Alicia, Tomis, Isabel, Juana y Elba; que de alguna forma contribuyeron para poder terminar mis estudios.*

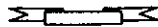
*A mis abuelos: Teodoro y Ricarda, quienes siempre me apoyaron moralmente.*

*A mi esposa, Eva Maria por el apoyo que me brindo en los últimos años de la carrera.*

*A mi Alma Mather la Universidad Nacional Autónoma de México por haberme dado la oportunidad de estudiar en ella, espero algún día devolverle algo de lo mucho que me dio.*

*Al Dr. Eduardo Reinoso Angulo, quien me brindo la asesoria para poder realizar este trabajo y poderlo presentar como conclusión de mis estudios de Ingeniero Civil.*

*Finalmente a: Mtro. Fernando Olivera Bustamante, Ing. Hugo Sergio Hazz Mora, Ing. Miguel Angel Rodríguez Vega y al Mtro. Arturo Nava Mastache, por haber aceptado ser mi jurado en mi examen profesional.*



# ÍNDICE

	<i>Página</i>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	3
<b>1 GENERALIDADES</b> .....	4
1.1 Conceptos del concreto presforzado .....	4
1.2 Pretensado y postensado .....	4
1.2.1 Elementos pretensados .....	4
1.2.2 Elementos postensados .....	5
1.3 Materiales .....	6
1.3.1 Concreto .....	6
1.3.2 Acero de presfuerzo. ....	7
1.4 Utilización del concreto presforzado en edificios .....	8
1.5 Edificios de varias plantas construidos con elementos prefabricados.....	10
1.6 Ventajas y desventajas de la prefabricación en edificios .....	11
1.7 Modalidades básicas usuales de prefabricación .....	12
1.8 Tipos de estructuración .....	13
<b>2 CONCRETO PARCIALMENTE PRESFORZADO</b> .....	15
2.1 Presfuerzo parcial y comportamiento de la viga .....	15
2.2 Empleo de los refuerzos no presforzados .....	18
<b>3 ANÁLISIS Y DISEÑO DE TRABES EN CLAROS HIPERESTÁTICOS</b> .....	20
3.1 Estados de carga .....	20
3.1.1 Etapas de análisis de un elemento presforzado .....	21
3.1.2 Propiedades de la sección y esfuerzos elásticos de flexión .....	22
3.1.3 Esfuerzos permisibles según el RCDF .....	24
3.2 Pérdidas de presfuerzo .....	25

---

3.2.1	Pérdidas instantáneas o inmediatas .....	25
3.2.2	Pérdidas diferidas o a largo plazo .....	27
3.3	Esfuerzos de adherencia, longitud de transferencia y longitud de desarrollo de los tonos de presfuerzo .....	28
3.4	Separación y recubrimiento del acero .....	30
3.5	Revisión de resistencia a flexión al centro del claro .....	31
3.5.1	Índice de presfuerzo .....	32
3.5.2	Esfuerzos en el presfuerzo al momento de la falla .....	32
3.5.3	Momento resistente al centro del claro .....	33
3.5.4	Revisión por acero mínimo .....	35
3.5.5	Revisión por acero máximo .....	36
3.6	Encamisados en elementos pretensados .....	36
3.7	Revisión de la resistente en los extremos .....	37
3.7.1	Momento resistente en el extremo de la trabe .....	38
3.8	Diseño por cortante .....	39
3.9	Deflexiones .....	41
3.10	Deflexiones permisibles .....	43
3.11	Refuerzo por tensión diagonal .....	43
3.12	Refuerzo complementario en las paredes de las vigas .....	43
3.13	Contacto entre el elemento y la sección compuesta .....	44
3.14	Revisión del izaje .....	46
4	EJEMPLO .....	47
	CONCLUSIONES .....	65
	BIBLIOGRAFÍA .....	66

---

# INTRODUCCIÓN

Esta tesis fue elaborada en el Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, en el área de Estructuras y Materiales, tiene como objetivo el análisis y el diseño de traveses portantes en claros hiperestáticos para edificios.

Esta tesis esta integrada por cuatro capítulos, el capítulo 1, comienza con la definición del concreto presforzado, descripción de las características mecánicas del concreto y acero de presfuerzo. Se realizó una síntesis de la utilización del concreto presforzado en edificios, así como también se mencionan los tipos de estructuración más usuales en edificios prefabricados de concreto.

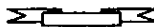
En el capítulo 2, se analiza la importancia que tiene el acero no presforzado (acero de refuerzo ordinario) en el comportamiento de las vigas presforzadas, se analizó e ilustró la aplicación del acero no presforzado en varias posiciones del elemento.

En el capítulo 3 se explican las etapas de análisis de un elemento presforzado y los estados de carga que se deben considerar para cada etapa de análisis. Por otro lado se menciona la importancia que tiene el cálculo de pérdidas para determinar la fuerza de presfuerzo efectiva que deberá actuar en el elemento. También se presentan los métodos para obtener la resistencia al centro del claro y en los extremos de una trabe presforzada, de la misma forma se presenta el método de diseño por fuerza cortante y una serie de revisiones que se tienen que realizar para garantizar que el elemento presforzado tenga un comportamiento dúctil y funcional.

En el capítulo 4 se presenta un ejemplo de análisis y diseño de una trabe portante para un edificio de tres niveles, situado en la zona sísmica de la ciudad de México.

Los requisitos específicos y el ejemplo se basan esencialmente a lo prescrito por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y a las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, aunque los criterios y los métodos de análisis son de validez general.

Por último se presentan las conclusiones de esta tesis.



# CAPITULO 1

## GENERALIDADES

### 1.1 CONCEPTOS DEL CONCRETO PRESFORZADO

El Concreto Presforzado consiste en crear deliberadamente esfuerzos permanentes en un elemento estructural para mejorar su comportamiento de servicio y aumentar su resistencia. Los elementos que se utilizan van desde una vigueta para casa habitación hasta traveses para puentes de grandes claros, con aplicaciones tan variadas como durmientes para vías de ferrocarril, tanques de almacenamiento y rehabilitación de estructuras dañadas por sismo, entre otras.

El principal objetivo del presfuerzo, consiste en eliminar la tensión totalmente, y por consiguiente los agrietamientos. En el caso de una viga simplemente apoyada, es el compactar previamente el concreto, en la parte inferior de la viga, con el propósito de contrarrestar toda o parte de la tensión provocada por las cargas gravitacionales.

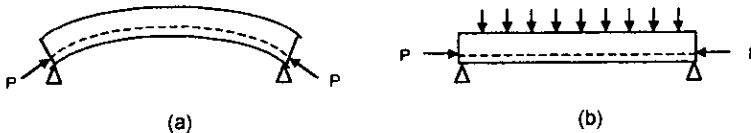


Figura 1.1. (a) Viga simplemente apoyada aplicando la fuerza presforzante en la parte inferior de la viga. (b) Viga simplemente apoyada, actuando la fuerza de presfuerzo y la cargas de servicio.

### 1.2 PRETENSADO Y POSTENSADO

Aunque se han empleado muchos métodos para producir el estado de precompresión en los miembros de concreto, todos los miembros de concreto presforzado pueden considerarse dentro de una de dos categorías: *pretensado* o *postensado*.

#### 1.2.1 Elementos pretensados

- El acero de presfuerzo se tensa *antes* del colado.
- El acero se *ancla* inicialmente en los muerdos de anclaje, por lo general, en el patio de prefabricado. Aunque en algunos casos la mesa de colado se localiza en obra.
- El concreto se cura a vapor durante un lapso menor de un día.
- Al soltar de sus anclajes el acero pretensado, el concreto recibe una compactación previa, por medio de la transferencia de esfuerzos y a través de la adherencia entre el acero y el concreto. Por consiguiente, los cables quedan necesariamente adheridos.
- Con frecuencia, se flexiona el acero en uno o en dos puntos, a fin de mejorar su excentricidad, la cual se encuentra cerca del centro del claro, así mantener niveles de esfuerzos aceptables en los extremos de la viga. Se puede lograr que el acero que se encuentra cerca de los extremos de la viga no quede adherido, para así obtener el mismo objetivo que se persigue con ellos.



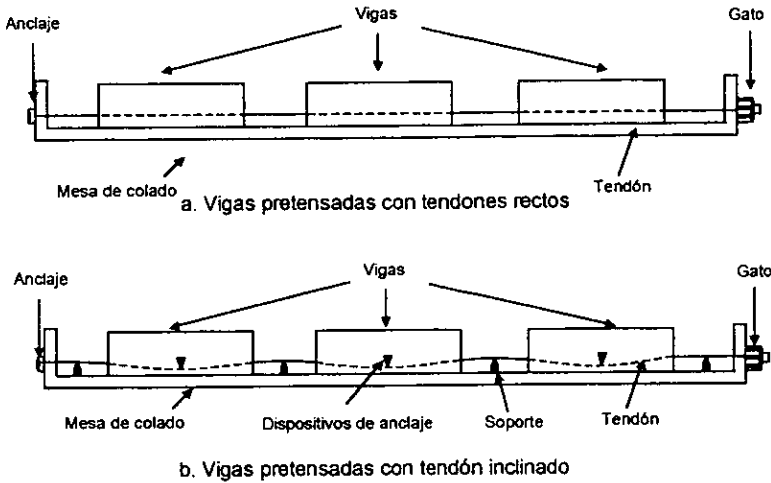


Fig. 1.2 Métodos de construcción de elementos de concreto pretensado

### 1.2.2 Elementos postensados

- El acero de presfuerzo se coloca en ductos y se tensa una vez que el concreto ha fraguado. Un método opcional consiste en emplear "tendones envueltos".
- Los elementos se pueden construir como unidades prefabricadas ya sea en un patio de colado, en la obra, o bien, pueden ser colados en obra.
- El acero se ancla en un extremo y se tensa por medio de un gato en el otro extremo. Al concreto se le aplica previamente una fuerza de compresión por medio de anclajes en los extremos de la viga.
- Inicialmente el acero no está adherido, pero se puede inyectar una lechada en los ductos después del pretensado, de manera que el acero quede entonces adherido, para así mejorar el comportamiento de la deflexión y de la resistencia última (mediante una mejor distribución de las grietas con cables adheridos).
- Con frecuencia, al acero se le da una forma de curva parabólica; por ejemplo, dicha configuración puede facilitar una compensación entre el momento de presfuerzo y el momento de carga muerta, que también es parabólico. Ahora bien, la configuración descrita tenderá a mejorar la excentricidad del acero, como en el caso del inciso e, que se refiere a los elementos pretensados.

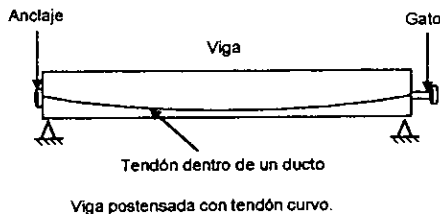


Fig. 1.3. Método de construcción de elemento postensado

### 1.3 MATERIALES

Todos los materiales empleados para fabricar los elementos de concreto a que nos referimos en este manual deberán cumplir con la Norma Oficial Mexicana (NOM) o Norma Mexicana (NMX).

#### 1.3.1 Concreto

El concreto que se usa para presforzar se caracteriza por tener mayor calidad y resistencia con respecto al utilizado en construcciones ordinarias. Los valores comunes de  $f_c$  oscilan entre 350 y 500  $\text{kg/cm}^2$ , siendo el valor estándar 350  $\text{kg/cm}^2$ . Se requiere esta resistencia para poder hacer la transferencia del presfuerzo cuando el concreto haya alcanzado una resistencia de 280  $\text{kg/cm}^2$ . El aumento en calidad generalmente conduce a resultados más económicos ya que permite la reducción de las dimensiones de la sección de los miembros utilizados. Con ello, se logran ahorros significativos en peso propio, y grandes claros resultan técnica y económicamente posibles. Las deflexiones y el agrietamiento del concreto pueden controlarse y hasta evitarse mediante el presfuerzo. Es posible el uso de aditivos y agregados específico, especialmente en elementos arquitectónicos. El proporcionamiento del concreto debe hacerse para una resistencia media mayor que la especificada,  $f'_c$ , para que posibles variaciones en la fabricación del concreto nunca arrojen  $f'_c$  menor al especificado.

##### a) Contracción por secado

Las mezclas de concreto contienen mayor cantidad de agua que la requerida para la hidratación del cemento. Esta agua libre se evapora con el tiempo. La velocidad y terminación del fraguado dependen de la humedad, la temperatura ambiente y del tamaño y forma del elemento. Uno de los efectos del fraguado del concreto es la disminución de su volumen lo que provoca pérdidas considerables de la fuerza de presfuerzo. Asimismo, la contracción provoca grietas que deben evitarse con acero de refuerzo y en algunos casos con fibras y aditivos.

La contracción del concreto es proporcional a la cantidad de agua empleada en la mezcla; si se requieren contracciones mínimas, la relación agua-cemento a utilizarse deberá ser la mínima, con revenimientos no mayores que 10 cm. La calidad de los agregados es otro factor que influye en la contracción por secado. Agregados duros y densos de baja absorción y módulo de elasticidad de valor alto provocarán una contracción menor.

La magnitud de la deformación unitaria por contracción,  $\epsilon_c$ , varía desde cero, si el concreto es almacenado bajo el agua o en condiciones muy húmedas, hasta 0.001 en ambientes muy secos. Con propósitos de diseño, un valor promedio de deformación por contracción será de 0.0002 a 0.0006 para las mezclas usuales de concreto empleadas en elementos presforzados. Las NTC-C establecen un valor de  $\epsilon_c = 0.001$ .

##### b) Comportamiento elástico

Convencionalmente y por razones prácticas, podemos considerar que la parte ascendente de la gráfica esfuerzo-deformación del concreto exhibe un comportamiento elástico, aunque se sabe que no siempre estas deformaciones son recuperables y la gráfica no es una línea recta perfecta. Esta consideración nos permite hacer diseños elásticos y fijar un módulo de elasticidad en función de la resistencia del concreto,  $f'_c$ .

La NTC-C establece para concretos tipo I, que es el empleado en concreto presforzado, el siguiente valor de módulo de elasticidad:

$$E_c = 14,000\sqrt{f'_c} \quad (f'_c \text{ en } \text{kg/cm}^2)$$

Al igual que ocurre con otros materiales elásticos, cuando el concreto se comprime en una dirección se expande en la dirección transversal a la del esfuerzo aplicado. La relación entre la deformación

transversal y la longitudinal se conoce como relación de Poisson y su valor varía de 0.15 a 0.20. Este efecto puede modificar sensiblemente el presfuerzo en elementos con presfuerzo biaxial.

### c) Escurrimiento plástico

El escurrimiento plástico es la propiedad de muchos materiales mediante la cual ellos continúan deformándose a través de lapsos considerables de tiempo bajo un estado constante de esfuerzo o carga. La velocidad del incremento de la deformación es grande al principio, pero disminuye con el tiempo, hasta que después de muchos años alcanza un valor constante asintóticamente.

La deformación por escurrimiento plástico en el concreto depende no solamente del tiempo, sino que también depende de las proporciones de la mezcla, de la humedad, de las condiciones del curado, y de la edad del concreto a la cual comienza a ser cargado. La deformación por escurrimiento plástico es casi directamente proporcional a la intensidad del esfuerzo. La relación a la deformación por escurrimiento plástico con la deformación elástica inicial mediante un coeficiente de escurrimiento plástico definido tal como sigue:

$$C_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{ci}}$$

donde  $\epsilon_{ci}$  es la deformación inicial elástica y  $\epsilon_{cu}$  es la deformación adicional en el concreto, después de un periodo largo de tiempo, debida al escurrimiento plástico.

Branson y Kripanarayan efectuaron un extenso estudio de la información existente y de la obtenida por ellos mismos tanto con la contracción como con el escurrimiento plástico. Branson y sus colaboradores desarrollaron el siguiente procedimiento recomendado por el Comité ACI-209, para calcular el escurrimiento plástico y la contracción. Esta información se basa en 470 cálculos registrados de escurrimiento plástico y 365 de contracción, para concretos de diferentes pesos, en los que no se encontró una diferencia congruente entre los concretos de peso normal y ligero.

Puede relacionarse el coeficiente de escurrimiento plástico para un tiempo cualquiera,  $C_t$ , con el coeficiente de escurrimiento ultimo,  $C_u$ , mediante la ecuación:

$$C_t = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} C_u$$

o relativamente

$$\delta_t = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} \delta_u$$

donde  $t$  es el tiempo en días. Para las condiciones normales de aplicación de la carga, a los 7 días de edad para concreto curado con humedad y a 1 día para concreto curado con vapor, con humedad relativa  $\leq 40\%$  y 15 cm de peralte promedio del miembro, de los 470 cálculos registrados para el escurrimiento plástico y 365 para la contracción usados en el desarrollo:  $C_u$  límite superior = 4.15,  $C_u$  promedio = 2.35,  $C_u$  límite inferior = 1.30. En la referencia 5 se encuentran tabulados los valores promedio últimos de  $C_u$ . Las NTC-C proponen un valor de  $C_u = 2.35$ .

### d) Deformaciones por flujo plástico

Debido a la presencia de esfuerzos permanentes, las partículas que forman el concreto experimentan un reacondo que modifica las dimensiones de los elementos. A este fenómeno se le conoce como flujo plástico.

El flujo plástico en el concreto depende de la magnitud de las cargas permanentes, de las proporciones de la mezcla, de la humedad, de las condiciones del curado y de la edad del concreto a la cual comienza a ser cargado. La deformación de compresión ocasionada por el flujo plástico tiene un efecto importante en el presfuerzo provocando una disminución o pérdida de la fuerza efectiva.

Las NTC-C proponen la siguiente ecuación para obtener el coeficiente de deformación axial diferido final

$$C_r = \frac{\delta_f - \delta_i}{\delta_i}; \text{ donde: } \delta_f \text{ y } \delta_i \text{ son las deformaciones final e inmediata, respectivamente.}$$

**1.3.2 Acero de presfuerzo**

El acero de presfuerzo es el material que va a provocar de manera activa momentos y esfuerzos que contrarresten a los causados por las cargas. Existen tres formas comunes de emplear el acero de presfuerzo: alambres, torón y varillas de acero de aleación.

Alambres

Los alambres individuales se fabrican laminando en caliente lingotes de acero hasta obtener alambres redondos que, después del enfriamiento, pasan a través de troqueles para reducir su diámetro hasta su tamaño requerido. El proceso de estirado, se ejecuta en frío lo que modifica notablemente sus propiedades mecánicas e incrementa su resistencia. Posteriormente se les libera de esfuerzos residuales mediante un tratamiento continuo de calentamiento hasta obtener las propiedades mecánicas prescritas. Los alambres se fabrican en diámetros de 3, 4, 5, 6, 7, 9.4 y 10 mm y las resistencias varían desde 16,000 hasta 19,000 kg/cm<sup>2</sup>. Los alambres de 5, 6 y 7 mm pueden tener acabado liso, dentado y tridentado.

Torón

El torón se fabrica con siete alambres firmemente torcidos (Figura 1.4) cuyas características se mencionaron en el párrafo anterior, sin embargo, las propiedades mecánicas mejoran notablemente, sobre todo la adherencia. El paso de la espiral de torcido es de 12 a 16 veces el diámetro nominal del cable. La resistencia a la ruptura,  $f_{ar}$ , es de 19,000 kg/cm<sup>2</sup> para el grado 270K (270,000 lb/pulg<sup>2</sup>), que es el más utilizado actualmente.

Los torones pueden obtenerse entre un rango de tamaños que va desde 3/8" hasta 0.6 pulgadas de diámetro, siendo los más comunes los de 3/8" y de 1/2" con áreas nominales de 54.8 y 98.7 mm<sup>2</sup>, respectivamente. Actualmente los torones se fabrican de tal manera que se ha reducido la relajación aproximadamente a la mitad por lo que se le conoce como Acero de Baja Relajación o LO-LAX.

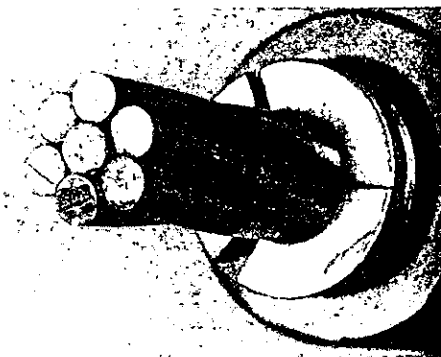


Figura 1.4. Torón utilizado en concreto presfuerzo

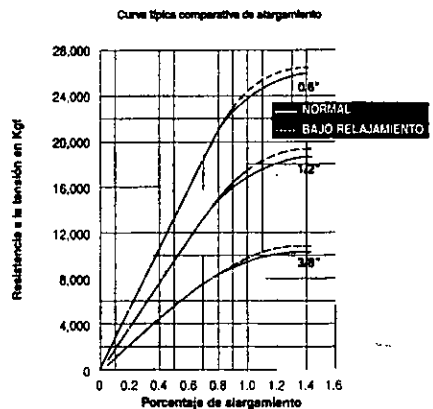


Figura 1.5. Curva fuerza-deformación para tres torones de distinto diámetro

### Varillas de acero de aleación

La alta resistencia en varillas de acero se obtiene mediante la introducción de algunos minerales de ligazón durante su fabricación. Adicionalmente se efectúa trabajo en frío en las varillas para incrementar aún más su resistencia. Después de estirarlas en frío se les libera de esfuerzos para obtener las propiedades requeridas. Las varillas de acero de aleación se producen en diámetros que varían de 1/2" hasta 13/8".

### Características esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo

El acero de presfuerzo no presenta un esfuerzo de fluencia definido. Usualmente en alambres se calcula con una paralela a la parte elástica partiendo de una deformación del 0.2 por ciento. Otra manera sugerida inclusive por la NTC-C en torones es el esfuerzo correspondiente a una deformación del 1 por ciento. Para alambres redondos lisos el módulo de elasticidad es semejante al del refuerzo ordinario, esto es, alrededor de  $2.0 \times 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>. Para torón y para varillas de aleación el módulo de elasticidad es del orden de  $1.9 \times 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>. Después del inicio de la fluencia del acero, los alambres muestran una fluencia gradual y la curva continúa creciendo hasta la falla. Las varillas de aleación tienen características similares a aquellas de los alambres redondos o de los torones, pero sus límites proporcionales y resistencias son de 30 a 40 por ciento menores. El esfuerzo máximo al que se tensan los torones es  $0.7 f_{sr}$ , y el esfuerzo final efectivo es  $f_{se} = k_p \cdot 0.7 f_{sr}$ , donde  $k_p$  es un factor que considera las pérdidas y comúnmente oscila entre 0.7 y 0.85, lo que implica de 15 a 30 por ciento de pérdidas.

### Relajación del acero.

Cuando al acero de presfuerzo se le mantiene en tensión experimenta un reajuste y rompimiento interno de partículas conocido como relajación. Esta relajación debe tomarse en cuenta en el diseño ya que produce una pérdida significativa de la fuerza presforzante. En la actualidad la mayoría de los aceros son de baja relajación y deben de preferirse sobre los aceros normales para evitar pérdidas excesivas.

## 1.4 UTILIZACIÓN DEL CONCRETO PRESFORZADO EN EDIFICIOS

Los edificios representan quizá la mayor área potencial para la aplicación del concreto presforzado. La naturaleza de los edificios varía ampliamente. El concreto presforzado ofrece grandes ventajas al incorporarse a un edificio; quizá debido a los aspectos de "integración" de dichas ventajas, es decir, al servir como estructuración y cumplir además otras funciones, ha sido posible el actual crecimiento en la utilización en edificios de concreto presforzado. Entre estas ventajas se encuentran las siguientes:

- Resistencia estructural
- Durabilidad
- Moldeabilidad a las formas y perfiles deseados
- Resistencia al fuego
- Tratamiento arquitectónico de las superficies
- Aislamiento acústico
- Aislamiento térmico
- Economía
- Disponibilidad, usando en alto grado los materiales y mano de obra locales

Sin embargo, con el presforzado se hace más efectivo el sistema estructural, facilitando la eliminación de las fuentes de dificultades técnicas, como las grietas que perjudican los acabados arquitectónicos; con el presforzado se realza la eficiencia estructural y la economía, permitiendo claros más grandes y elementos más esbeltos. ( ver figura 1.6.)

Fig. 1.6. Vigas y columnas de concreto presfuerzo forman un sistema hiperestático para un centro comercial con claros de 10 m.



### 1.5 EDIFICIOS CONSTRUIDOS CON ELEMENTOS PREFABRICADOS

En los edificios de varias plantas suelen apreciarse, las ventajas de la prefabricación con elementos de concreto presfuerzo por las razones siguientes:

- a) El número de unidades iguales es relativamente mayor porque los elementos suelen repetirse en cada planta. Dado su gran número y uniformidad se normalizan fácilmente, con lo cual pueden fabricarse en grandes cantidades y según una producción en serie.
- b) El peso de cada elemento es más reducido debido al presfuerzo.
- c) El montaje se efectúa con los medios de elevación usual, tales como grúas torre o grúas automotrices sobre ruedas u orugas. No se requiere maquinaria pesada especial.

Las construcciones prefabricadas tienen su origen en consideraciones de tipo económico, y en primer término tienen que cumplir los requisitos impuestos por la economía.

La **economía** de una construcción se aprecia de acuerdo con el consumo de materiales y el tiempo empleado para su ejecución. La cantidad de material empleado depende del sistema elegido y en el plazo de ejecución influye la fabricación, el transporte y el montaje. Estos tres factores están mutuamente relacionados. Lo fundamental es determinar el tipo de montaje más adecuado para un tipo de sistema constructivo dado, o el sistema y las posibilidades de fabricación adecuados para un determinado montaje, es decir, encontrar la relación entre estos factores.

Las condiciones impuestas por el montaje son las siguientes:

- Las uniones o enlaces deben poder realizarse de manera sencilla y rápida para poder conseguir un proceso de montaje fluido.
- La colocación y ajuste de los elementos prefabricados sólo debe requerir un andamiaje ligero y fácilmente desplazable. No debe ser necesario que la grúa soporte los elementos durante su emplazamiento.
- El peso de los elementos debe variar poco de unos a otros con objeto de aprovechar bien la capacidad de la grúa.

Al diseñar los elementos se deberá de tener presente las siguientes consideraciones, con el objeto de elegir correctamente el sistema estructural:

- Las piezas prefabricadas que requieren poco tiempo para su fabricación (por la sencillez de su sección transversal) suelen ser más económicas, cuando se trata de su producción en serie, que una sección más complicada aunque ésta proporcione un ahorro de peso.
- La construcción debe comprender pocos elementos tipo, con objeto de utilizar pocos moldes y poder acelerar la prefabricación por medio de elementos siempre iguales, haciendo posible una producción en serie.

- Los elementos deben estar ideados para que piezas de diferente función puedan ser fabricadas en los mismos moldes.
- La forma de los elementos debe permitir, en lo posible una fabricación mecanizada.

La decisión de proyectar una estructura a base de algún sistema de prefabricación, deberá de cumplir las condiciones principales que requiere la prefabricación ya mencionadas; es decir, que el volumen de obra sea razonable y que exista la posibilidad de estandarizar en suficiente grado los elementos que constituirán la estructura.

## 1.6 VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LA PREFABRICACIÓN

### VENTAJAS

Como ventajas principales de la prefabricación pueden citarse las siguientes:

#### **a) Economía en cimbra y obra falsa**

Estas economías serán tanto más importantes cuanto mayor sean los claros y las alturas de la estructura en cuestión. Puede mencionarse que el ahorro de madera que caracteriza a la prefabricación puede ser de interés para la economía nacional en países como México donde la conservación del patrimonio forestal es un problema de interés general.

#### **b) Economía de mano de obra**

El empleo de sistemas de producción en serie y la mecanización tanto de la fabricación de los elementos prefabricados como de su montaje implica economías muy importantes en la mano de obra. Mejor programación de los trabajos de manera que se reduzcan los tiempos muertos a un mínimo. Por otra parte no se requiere un personal obrero altamente especializado.

#### **c) Economía de materiales**

Las características de la fabricación en serie de elementos estructurales permite aplicar sistemas de control de calidad que no es posible utilizar en las obras convencionales. Un buen control de calidad hace posible un aprovechamiento más eficiente de los materiales.

#### **d) Rapidez de ejecución**

La posibilidad de traslapar las distintas etapas de la construcción en mayor grado que cuando se usan métodos convencionales reduce notablemente tiempos de ejecución.

El tiempo necesario para el montaje de los elementos de la estructura, cuando se dispone de equipo adecuado, puede llegar a ser cortísimo. Además la limpieza que caracteriza a la prefabricación permite que los trabajos de albañilería, carpintería, acabados de muros, techos, pisos, las instalaciones eléctricas y de plomería, puedan iniciarse antes que en las obras convencionales. En las estructuras de concreto coladas en el lugar, es necesario esperar que el concreto fragüe para poder retirar la obra falsa y limpiar los escombros y desechos que suelen abundar en ellas.

La reducción de los tiempos de construcción, como es natural, supone una disminución no solamente en los gastos de administración y de supervisión sino también en los intereses sobre el capital.

### DESVENTAJAS

A las ventajas que se acaban de mencionar se oponen las desventajas o dificultades que se señalan a continuación.

#### **a) Necesidad de invertir en equipo especial**

Cualquier sistema de prefabricación requiere inversiones en equipo que no son necesarias en obras convencionales (plantas de fabricación de elementos precolados, equipo de montaje, equipo de transporte, etc.)

**b) Dificultad del diseño de juntas y conexiones**

El diseño de juntas y conexiones es probablemente el aspecto más delicado del proyecto de estructuras a base de elementos prefabricados, sobre todo cuando se desea disponer de un grado de continuidad semejante al de las estructuras de concreto reforzado ordinarias, en las que la continuidad se logra en forma sencilla y natural.

**c) Escasez de rigidez de algunas estructuras prefabricadas**

En estructuras prefabricadas a base de vigas y columnas siempre constituye un problema lograr una rigidez adecuada debido a la falta de monolitismo propia de piezas que fueron fabricadas aisladamente. El problema tiene solución pero requiere de un estudio cuidadoso.

**d) Necesidad de una supervisión cuidadosa**

La fabricación y el montaje de estructuras prefabricadas requieren una supervisión muy cuidadosa, sobre todo en lo que se refiere a las dimensiones de los elementos estructurales y la construcción de juntas.

**e) Necesidad de programar y proyectar con detalle**

El éxito de la prefabricación en una obra depende en gran parte de que se haya programado en forma correcta. Esto implica un mayor costo de estudios, proyectos, planos, etc.

**f) Pérdidas por rotura de elementos prefabricados durante su transporte y su montaje**

La naturaleza de la prefabricación hace necesario que cada elemento estructural tenga que ser manejado varias veces desde que se termina su fabricación hasta que se coloca en su posición definitiva. Por muchas precauciones que se tomen es imposible eliminar totalmente el riesgo de que se produzca alguna rotura durante las maniobras.

**g) Necesidad de prever con anticipación la colocación de ductos para instalaciones y otros detalles constructivos.**

En estructuras prefabricadas no es tan fácil improvisar ductos para instalaciones taladrando agujeros en el concreto como en las estructuras convencionales. Por lo tanto es necesario tener previstas las necesidades de ductos y otros detalles en las primeras fases del proyecto para que se puedan dejar las preparaciones necesarias en las piezas prefabricadas.

## 1.7 MODALIDADES BÁSICAS USUALES DE FABRICACIÓN

Las modalidades básicas usuales de fabricación son las siguientes:

1. Formar estructuras a base de elementos estandarizados prefabricados que se ligan entre sí mediante juntas que proporcionan un grado variable de continuidad.
2. Utilizar elementos prefabricados que se combinan con colados en el lugar. En muchos casos los elementos prefabricados sirven de cimbra para los colados en el lugar. La ventaja de esta modalidad consiste en que los elementos prefabricados suelen ser relativamente ligeros, lo que facilita su montaje, y los colados en el lugar facilitan el logro de soluciones continuas.
3. Concebir la estructura como una estructura monolítica descompuesta en porciones. Las porciones en que se descompone la estructura se prefabrican y se ligan de manera que se conserve la naturaleza monolítica de la estructura como fue originalmente concebida.

Al escoger o diseñar un elemento el proyectista debe prever no solamente las fuerzas que actúan sobre él en la estructura terminada sino también las que deberá soportar durante su transporte y su montaje. En el análisis de la estructura completa, de donde se derivan las magnitudes de las fuerzas que obran sobre los distintos elementos, es necesario tener en cuenta el grado de continuidad que pueden proporcionar las juntas que se piense utilizar.



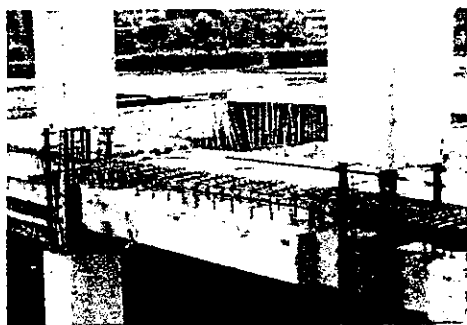
Puede decirse que el éxito de la prefabricación se basa no solamente en la realización de un diseño técnicamente correcto sino en una programación adecuada del proceso constructivo junto con el empleo de procedimientos de fabricación en serie.

Estas ideas generales sobre el proyecto de estructuras prefabricadas indican que requieren más estudio y permiten menos improvisación que las estructuras de concreto reforzado convencionales.

### 1.8 TIPOS DE ESTRUCTURACIÓN

De los comentarios hechos sobre las modalidades se puede adoptar que la prefabricación se desprende de la estructuración de los edificios prefabricados varía de acuerdo con la modalidad escogida.

1. Puede haber edificios formados por elementos isostáticos unidos por conexiones que no proporcionan continuidad. Por ejemplo podrían formarse marcos por medio de columnas empotradas en la cimentación, que sostienen traveses libremente apoyadas sobre ellas. Las vigas entonces quedan como vigas isostáticas y las columnas pueden considerarse como voladizos empotrados en un extremo y que deben soportar una carga axial y una carga horizontal. Naturalmente una estructura de este tipo no se presta a edificios altos donde las fuerzas laterales son importantes. Sin embargo puede ser muy adecuada en el caso de naves industriales de un piso donde es frecuente que las fuerzas horizontales que deben soportar las columnas como voladizos sean relativamente pequeñas.
2. Otra alternativa de estructuración puede consistir en un conjunto de traveses y columnas rigidizado por muros, que pueden ser colado en el lugar o precolados. En este caso se supone que las fuerzas horizontales que debe resistir la estructura son absorbidas por los muros y es posible diseñar las columnas y las traveses como elementos isostáticos. Esta hipótesis requiere que los sistemas de piso funcionen como diafragma a fin de que las fuerzas horizontales puedan transmitirse a los muros resistentes. Una solución de este tipo permite utilizar juntas muy sencillas entre columnas traveses ya que no se requiere continuidad.
3. Una tercera manera de estructurar consistir en utilizar vigas y columnas formando marcos continuos que se diseñen para resistir las fuerzas horizontales que puedan existir. En este caso es necesario proyectar juntas entre estos elementos estructurales que aseguren un alto grado de continuidad ver figura 1.7 b). También en este caso conviene que los pisos sean diafragmas capaces de transmitir fuerzas horizontales a los marcos formados por las columnas y las traveses como se observa la figura 1.7 a).



a)



b)

Figura 1.7. a) Unión de tres elementos estructurales prefabricados (trabe, columna y sistema de piso) a base de concreto colado en el lugar. b) Conexión monolítica entre trabe y columna, formando un sistema hiperestático

4. La solución frecuente en muchos países europeos que consiste en utilizar placas de concreto, a veces aligeradas en alguna forma, como únicos elementos estructurales. Las placas precoladas se usan para formar pisos y techos, y como elementos de carga vertical, que al mismo tiempo encierran los espacios actuando como muros divisorios. Esta solución parece un poco pesada, en realidad el concepto es bastante razonable ya que los muros cumplen diversas funciones simultáneamente: funcionan como muros propiamente dichos y sirven de elementos para transmitir la carga vertical y para resistir las fuerzas horizontales de sismo y de viento. Otro aspecto interesante de estos muros formados con placas precoladas de concreto es que su gran rigidez puede aprovecharse para lograr economías en el diseño de cimentaciones en el caso de suelos compresibles.
5. Las soluciones mixtas, es decir, estructuras en las que se combinan los colados en el lugar con elementos prefabricados. Por ejemplo puede proyectarse una estructura en la que las columnas y traveses se cuelen in situ mientras que los sistemas de techo y piso están formados por elementos precolados.

# CAPÍTULO 2

## CONCRETO PARCIALMENTE PRESFORZADO

### 2.1 Presfuerzo parcial y comportamiento de la viga

En los inicios del desarrollo del concreto presforzado, el objetivo del presfuerzo fue la eliminación de los esfuerzos de tensión en el concreto bajo cargas de servicio. Se trataba de crear un material nuevo, enteramente homogéneo que permaneciera sin agrietar y respondiera elásticamente hasta llegar a las cargas máximas previstas. Esta clase de diseño, cuando los esfuerzos de tensión límites en el concreto bajo la totalidad de servicio son cero, se conoce generalmente como presfuerzo total, en tanto que el diseño alternativo, en el cual una cierta cantidad de esfuerzo de tensión es permitida en el concreto sujeto a la totalidad de las cargas de servicio se denomina *presfuerzo parcial*.

Existen casos en los cuales es necesario evitar el riesgo del agrietamiento y en los que se requiere un presfuerzo total. Tales son los casos de los tanques o reservorios en los que se deben evitar las fugas, las estructuras sumergidas o aquellas en las que se encuentran sujetas a un ambiente altamente corrosivo y en donde debe de lograrse la máxima protección para el esfuerzo, y las estructuras sujetas a cargas repetidas de una alta frecuencia en donde la fatiga del refuerzo puede ser considerable.

Sin embargo, existen muchos casos en los que una menor cantidad de presfuerzo puede mejorar substancialmente el desempeño de los miembros, reducir el costo o ambas cosas al mismo tiempo. Las vigas totalmente presforzadas pueden presentar una magnitud indeseable de combeo hacia arriba debido a la fuerza excéntrica pretensora, siendo esto sólo parcialmente compensado por las cargas de gravedad las cuales producen deflexión hacia abajo. Esta tendencia se agrava por el escurecimiento plástico del concreto, el cual agranda el desplazamiento hacia arriba debido a la fuerza pretensora, pero que influye poco en las deflexiones hacia abajo debidas a la carga viva, la cual puede aplicarse solamente en forma intermitente. Así también, si los miembros altamente presforzados debieran cargarse hasta la falla, ellos presentarán una falla frágil, en lugar de una gradual, como lo harían las vigas con cantidades menores de presfuerzo. Desde el punto de vista de seguridad esto es importante, debido a que una falla súbita sin advertencia es peligrosa, y no da oportunidad de que se tomen medidas correctivas.

A la vez que es posible permitir esfuerzos de tensión y grietas bajo las cargas de servicio, también se reconoce que tales cargas de servicio en su totalidad pueden tener poca frecuencia de aplicación. La carga típica o características que se encontrará actuando es la carga muerta más una pequeña fracción de la carga especificada. De esta manera, una viga parcialmente presforzada puede o no estar sujeta a esfuerzos de tensión en las condiciones usuales de carga.

Es posible hablar de *ductilidad* de una viga de concreto presforzado al referirse a su gran capacidad de deflexión antes de la falla. De la figura 2.1 resulta claro que, típicamente, las vigas sobreforzadas son más dúctiles que las sobreforzadas y en cualquier caso las vigas parcialmente presforzadas presentan más ductilidad que las vigas con presfuerzo total o las sobreforzadas.

Es bastante frecuente el empleo en elementos presforzados de refuerzo sin pretensar en combinación con los tendones que proporcionan el presfuerzo. Con el objeto de suministrar seguridad adicional para el concreto presforzado en forma parcial, frecuentemente se le agrega refuerzos no presforzados para dar

una resistencia a la ruptura de la viga mucho mayor, y para ayudar a soportar los esfuerzos de tensión en el concreto.

Una ventaja importante del presfuerzo parcial es la disminución de la contraflecha. El disminuir la contraflecha es importante especialmente cuando la carga de la trabe o la carga muerta es relativamente pequeña en comparación de la carga total de diseño. El disminuir la contraflecha inicial significa también disminuir el efecto de la deformación plástica por flexión y el control mejor de la deformación de la contraflecha.

Para entender el diseño de las vigas presfuerzadas parcialmente, es necesario estudiar el comportamiento de tales vigas con una magnitud variable de refuerzo y sujetas a cantidades variables de presfuerzo. La diferencia en el comportamiento de las vigas sobrerreforzadas y subreforzadas se ve comparando las curvas (a) y (b) de la figura 2.1. La diferencia en el comportamiento de las vigas subpresfuerzadas y subpresfuerzadas se ve comparando las curvas (a), (b), (c) y (d) de la figura 2.2.

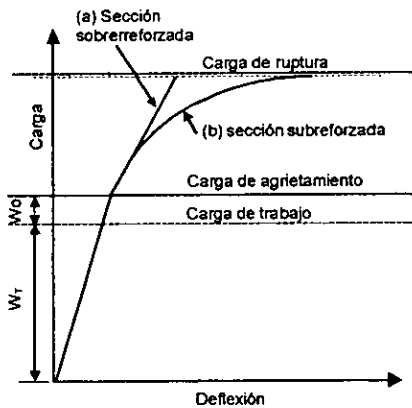


Fig. 2.1 Curvas carga-deflexión, seccionessubrerreforzadas ysubreforzadas

Cuando una sección es sobrerreforzada (fig. 2.1), fallará por compresión en el concreto antes de que el acero fluya. Así, la deformación a la ruptura del acero y la deflexión a la ruptura de la viga son bastante pequeñas, y la falla es frágil. Cuando una sección es subreforzada, su deflexión aumenta de manera apreciable antes de la falla, dando así una amplia advertencia del próximo colapso. La falla principia en el alargamiento excesivo del acero y termina en el aplastamiento gradual del concreto en el lado de compresión.

Cuando una sección subreforzada se diseña para el presfuerzo total, sin admitir tensiones en el concreto bajo las cargas de trabajo, la relación carga-deflexión está dada por la curva (b) de la figura 2-2.

Si la misma sección subreforzada con la misma cantidad de acero tiene un presfuerzo un poco menor así que el agrietamiento se alcance justamente en la carga de trabajo, siendo el esfuerzo de flexión igual al módulo de ruptura bajo la carga de trabajo, la relación carga-deflexión está dada por la curva (c), en donde la deflexión correspondiente a la sección agrietada se indica en la carga de trabajo. Si la viga no es presfuerzada por completo, pero aún reforzada con la misma cantidad de acero, suponiendo que el acero está adherido al concreto, la viga se comporta como en la curva (d).

En principio, una viga presfuerzada parcialmente puede tener una curva carga-deflexión que está en cualquier lugar entre las curvas (b) y (d), dependiendo de la cantidad de presfuerzo.

La cantidad deseada de presfuerzo dependerá del tipo de servicio al cual se va a sujetar la estructura. Para las estructuras en las que debe evitarse la posibilidad de agrietamiento bajo las cargas de trabajo y en donde puede ocurrir con bastante frecuencia una sobrecarga, se recomienda un presfuerzo total que produzca la curva (b) carga-deflexión.

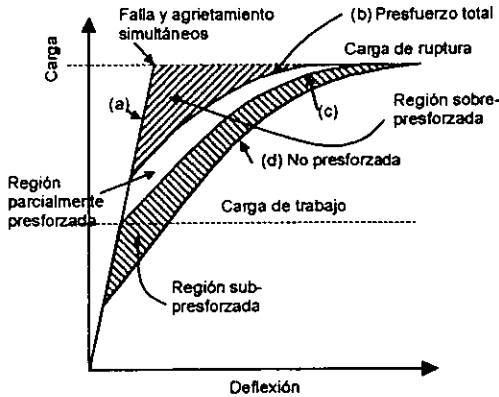


Fig. 2.2 Curvas carga-deflexión, para grados variables de presfuerzo (para secciones subreforzadas de vigas con adherencia)

Para las estructuras sobrecargadas, como en ciertos tipos de edificios, se puede permitir el presfuerzo parcial entre las curvas (b) y (c). Se ahorra acero de presfuerzo diseñándola para presfuerzo parcial, pero, si se desea la misma resistencia a la ruptura, debe usarse por lo menos la misma cantidad de refuerzo total.

Independientemente de la magnitud usada para la fuerza pretensora, la cantidad de acero debe ser tal que proporcione la resistencia a flexión adecuada cuando la viga sea sobrecargada, de tal manera que se obtenga el factor de seguridad deseado.

El presfuerzo parcial se puede obtener por cualquiera de las siguientes medidas.

- Empleando menos acero para el presfuerzo; esto ahorrará acero de alta resistencia, pero también disminuirá la resistencia a la ruptura, la cual es casi directamente proporcional a la cantidad de acero.
- Usando la misma cantidad de acero de alta resistencia, pero dejando una parte sin presforzar; esto ahorrará cierto tensado y anclaje, y puede aumentar la elasticidad con el sacrificio de un agrietamiento prematuro y una resistencia a la ruptura ligeramente menor.
- Empleando la misma cantidad de acero, pero tensándolo a un nivel mas bajo; los efectos de estos son similares a aquellos del método 2, pero no se ahorran anclajes en los extremos.
- Utilizando menos acero presforzado y agregando algo de acero de refuerzo; esto dará la resistencia deseada a la ruptura y resultará en una mayor elasticidad a costa de un agrietamiento prematuro.

Las ventajas y desventajas del presfuerzo parcial comparado con el presfuerzo total, son las siguientes:

**Ventajas**

- Mejor control de la contraflecha.
- Ahorro en la cantidad de acero de presfuerzo.
- Ahorro del trabajo de tensado y anclajes en los extremos.
- Una elasticidad mayor posible en la estructura.
- Empleo económico del acero de refuerzo.

**Desventajas**

- Aparición prematura de grietas.
- Mayor deflexión bajo las sobrecargas.
- Mayor esfuerzo principal de tensión bajo las cargas de trabajo.
- Ligero descenso en la resistencia a la ruptura para la misma cantidad de acero.

**2.2 Empleo de los refuerzos no presforzados**

El uso del refuerzo no presforzado en los patines de elementos de concreto presforzado, pueden ser de alambre de alta resistencia, cables de alambres, varillas de acero de refuerzo ordinario. Cuando se emplean junto con el acero presforzado, forman una combinación efectiva. El acero presforzado equilibra una porción de la carga, reduce la deflexión y suministra la mayor parte de la resistencia, mientras que el acero no presforzado distribuye las grietas, aumenta la resistencia a la ruptura, refuerza aquellas porciones que no han sido alcanzadas por el acero presforzado y suministra seguridad adicional para las condiciones inesperadas de carga.

Este refuerzo no presforzado para cualquier elemento presforzado, suele consistir en alambres de alta resistencia, torones o varillas ordinarias. Los refuerzos no presforzados se pueden colocar en varias posiciones de una viga presforzada para ayudar a soportar la carga en las diferentes etapas.

Puede utilizarse para desempeñar diversas funciones, siendo las aplicaciones siguientes las más comunes.

1.- Suministrar resistencia inmediatamente después de la transferencia del presfuerzo:

- Cuando el patín de compresión pueda estar bajo tensión en la transferencia, el acero no presforzado ayudará a reforzar ese patín contra cualquier posible fractura [Fig. 2.3 (a)]. Este diseño es deseable cuando el peso propio de la viga es pequeño comparado con su carga viva.
- Cuando se utilizan tendones rectos para vigas rectas, el patín superior en los extremos de la viga puede estar sujeto a esfuerzos de tensión. Los refuerzos no presforzados se pueden colocar ahí para refuerzo [Fig. 2.3 (b)].
- Cuando se producen grandes esfuerzos de compresión en el patín de tensión por un gran presfuerzo, pueden agregarse varillas de acero para reforzar este patín [Fig. 2.3 (c)]. Tales varillas tenderán también a disminuir la deformación plástica en el concreto.

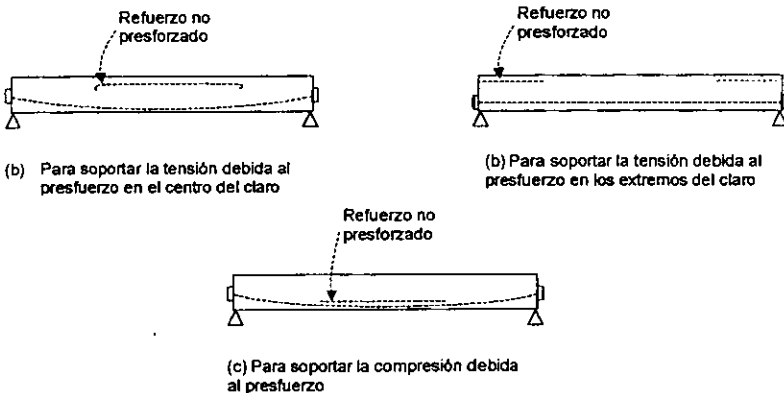


Fig. 2.3. Refuerzo no presforzado para darle resistencia a la viga justamente después de la transferencia del resfuerzo.

- 2. Para reforzar ciertas posiciones de vigas precoladas y que así sean capaces de soportar cargas especiales o inesperadas durante las maniobras y la erección (Fig. 2.4). Esto puede permitir el manejo más fácil de las vigas o evitar una ruptura seria en el caso de maniobras poco cuidadosas.

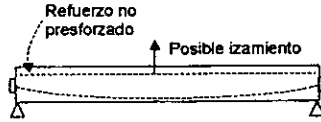


Fig. 2.4. Refuerzo no presforzado para fortalecer una viga precolada durante su manejo y erección

3.- Para reforzar la viga bajo cargas de trabajo:

- Lado a lado con el acero presforzado se puede colocar ya sea acero de alta resistencia o el ordinario [Fig. 2.5(a)]. Esto ayudará a distribuir las grietas cuando aparecen y también a incrementar la resistencia a la ruptura, especialmente cuando el acero presforzado no está adherido al concreto. Evitando la formación de grandes grietas concentradas, se puede incrementar la resistencia tanto a flexión como a compresión.
- Se puede agregar varillas de acero ordinario al patín de compresión para reforzarlo [Fig. 2.5 (b)].

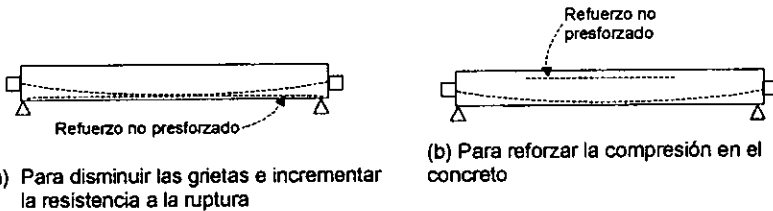


Fig. 2.5. Refuerzo no presforzado para reforzar las vigas bajo las cargas de trabajo y de ruptura

El uso de refuerzos no presforzados no se limita ciertamente a claros simples. Para claros en voladizo y continuos, en donde existen momentos máximos, es a menudo económico reforzar tales porciones con acero no presforzado (Fig. 2.6). Aquí, nuevamente, el empleo de cierta corta longitud de acero ordinario puede ahorrar bastante acero presforzado y, por ende se logra economizar.

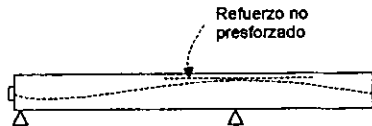


Fig. 2.6. Refuerzo no presforzado para reforzar los momentos máximos en los voladizos

# CAPÍTULO 3

## ANÁLISIS Y DISEÑO DE TRABES EN CLAROS HIPERESTÁTICOS

### 3.1 ESTADOS DE CARGA

El principal punto a tratar en este capítulo, serán las vigas prefabricadas y pretensadas compuestas, empotradas en sus extremos, formando claros hiperestáticos para edificios, con sistemas de piso formados por vigas doble T y T simples. Para lograr el monolitismo se colaran las uniones *in situ*, así como también se colara un firme de concreto para lograr que el sistema de piso se comporte como diafragma rígido, siendo este firme de una resistencia menor al de la trabe portante. Para este tipo de construcción se puede o no utilizar el apuntalamiento de las trabes portantes, las principales secciones utilizadas para las trabes portantes son las que se muestran en la figura 3.1. Una trabe portante es un elemento estructural de gran capacidad para soportar entrepisos.

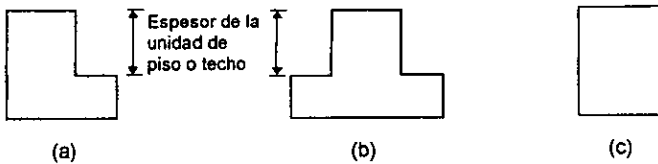


Fig. 3.1 Secciones estándar de trabes portantes típicas. (a) Sección L. (b) T invertida. (c) Sección rectangular

En el caso de la construcción sin apuntalar, se supone que la trabe portante prefabricada soporta su propio peso, además de la carga muerta del sistema de piso, firme de concreto, ( $W_{pp+ppTT}$  o  $T + \text{firme}$ ). También se considera que la trabe portante compuesta, soporta cualquier sobrecarga muerta, más la carga viva, ( $W_{CM+CV}$ ).

En el caso de la construcción apuntalada, se supone que la viga prefabricada soporta su propio peso ( $W_{pp}$ ), y que la trabe compuesta soporta todas las otras cargas.

Las cargas que se aplican antes de que fragüe el concreto colado *in situ* producen esfuerzos asociados con la flexión de la sección precolada, alrededor de su propio eje centroidal. Las cargas aplicadas después de que endurece el concreto colado *in situ* producen la flexión al rededor del centroide del miembro compuesto. Los esfuerzos que ya se encuentran actuando en la parte precolada del miembro son modificados y, adicionalmente, se aplican esfuerzos en el concreto recientemente colado.

En algunos casos, resulta económico soportar todas las cargas sobrepuestas mediante la acción compuesta. Esto puede lograrse mediante el apuntalamiento temporal de la unidad precolada durante el periodo en que el firme se cuela y es curado. Cuando se remueve los puntales, el peso de la losa, así como todas las cargas subsiguientes aplicadas, producirán flexión al rededor del centroide de la sección compuesta.



Normalmente, los estados de carga que rigen el diseño de las vigas presforzadas compuestas son:

- Cuando deben satisfacer las limitaciones en los esfuerzos de tensión y compresión en las partes superior e inferior respectivamente, de la unidad precolada.
- Cuando no deben excederse los límites de esfuerzos bajo carga de servicio de compresión en la parte superior y de tensión en la parte inferior de la sección compuesta.
- Cuando el miembro debe desarrollar la resistencia adecuada para resistir las sobrecargas, proporcionando un margen de seguridad aceptable.

### 3.1.1 Etapas de análisis de un elemento presforzado

Un elemento presforzado, y en general cualquier elemento prefabricado, está sometido a distintos estados de carga. Estos estados pueden representar condiciones críticas para el elemento en su conjunto o para alguna de sus secciones. En general, existirán dos etapas importantes de revisión, de transferencia y final, aunque para muchos elementos existen etapas intermedias que resultan críticas. En la Figura 3.2 se muestran estas etapas en una gráfica carga-deflexión en donde se indican además los estados de esfuerzos en la sección de momento máximo.

#### Etapas de Transferencia

Esta tiene lugar cuando se cortan los tendones en elementos pretensados o cuando se libera la presión en el gato hacia los anclajes en concreto postensado. Es decir, cuando se transfieren las fuerzas al concreto que comúnmente ha alcanzado el 80 por ciento de su resistencia. Aquí ocurren las pérdidas instantáneas y las acciones a considerar son el presfuerzo que actúa en ese instante y el peso propio del elemento. Esta etapa puede ser crítica en los extremos del elemento donde el presfuerzo es excesivo. Dado que a la acción del presfuerzo solo se contrarresta la del peso propio del elemento, generalmente, como se indica en la Figura 3.2, en esta etapa se presentará la contraflecha máxima.

#### Estado Intermedio.

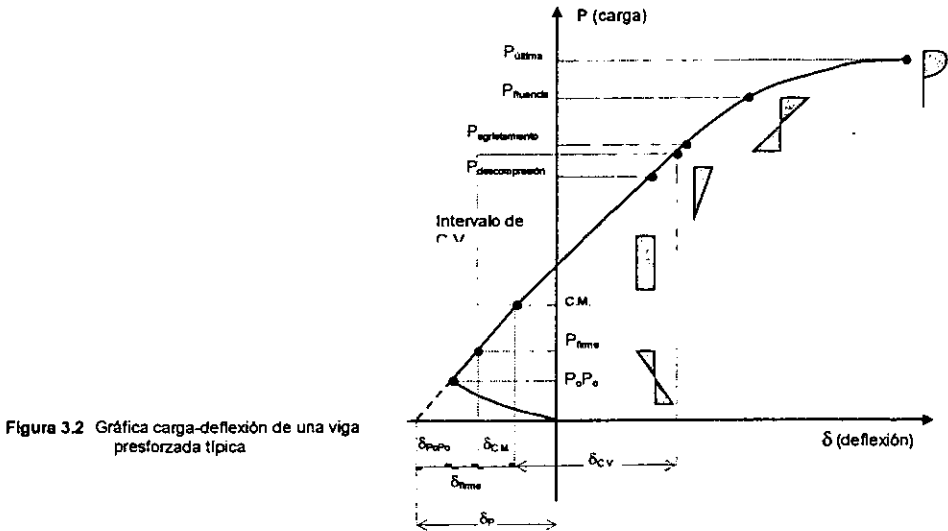
Dentro de esta etapa se presenta el transporte y montaje del elemento, donde se debe tener cuidado en no modificar los apoyos para no alterar su estado estático.

Estos elementos presforzados tienen un comportamiento en etapas intermedias distinto al que tienen en transferencia o en el estado final. Algunas travesas que, antes de que la sección compuesta esté lista para soportar cargas, requieren de cimbrado temporal que es removido cuando los colados in situ y la losa o el firme han fraguado. Este tipo de elementos prefabricados son, transportados y montados como simplemente apoyados pero que en la etapa final formarán parte de un sistema hiperestático.

En la Figura 3.2 se aprecia como a medida que el elemento es cargado con el firme y la sobrecarga muerta, la contraflecha desaparece hasta que, generalmente con la presencia de la carga viva, se presenta una flecha hasta el punto de descompresión o cuando se presentan tensiones en la fibra inferior del elemento.

#### Etapas finales

El diseñador debe considerar las distintas combinaciones de cargas en la estructura en general y en cada elemento en particular para garantizar el comportamiento adecuado de los elementos. Se considerarán las condiciones de servicio tomando en cuenta esfuerzos permisibles, deformaciones y agrietamientos, y las condiciones de resistencia última de tal manera que además de alcanzar la resistencia adecuada se obtenga en la ruptura una falla dúctil. En esta etapa se tienen todas las pérdidas de presfuerzo y en la mayoría de los casos el elemento presforzado se encuentra trabajando en conjunto con el firme colado in situ, lo que incrementa notablemente su inercia y resistencia. En la Figura 3.2 se indican, a partir de la carga de descompresión, los distintos estados finales que se deben considerar en el diseño.



### 3.1.2 Propiedades de la sección y esfuerzos elásticos de flexión

Cuando se calculan esfuerzos en vigas compuestas, es necesario diferenciar entre las cargas que actúan en la viga precolada y aquellas que se aplican después de haberse agregado la parte colada *in situ* de la sección, cuando puede desarrollarse la totalidad de la sección compuesta. Lógicamente, la flexión en cada caso es alrededor de un centroide diferente, debiéndose emplear dos juegos separados de propiedades de sección.

La notación se establecerá tomando a la figura 3.3 como referencia, la cual muestra la sección T invertida de una trabe portante, en la cual descarga una trabe doble TT y es colocado un firme de concreto colado *in situ*.

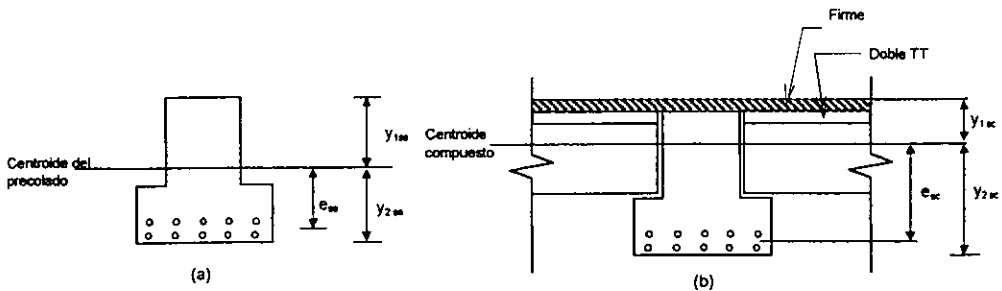


Figura 3.3 (a) Trabe portante precolada. (b) Trabe portante compuesta.

Con relación a las propiedades de la sección, los subíndices ss y sc se refieren, respectivamente, a las propiedades de la sección simple precolada y compuesta. Los subíndices 1 y 2 se utilizan para designar tanto a las superficies superiores, como a las superficies inferiores del concreto, respectivamente.

La siguiente expresión engloba las distintas acciones y las características geométricas de la sección en las distintas etapas. El esfuerzo en cada fibra de cada sección,  $f$ , está dado por:

$$f = -\frac{P}{A} \pm \frac{Pe}{S_{1ss}} \pm \frac{M_{pp}}{S_{1ss}} \pm \frac{M_f}{S_{1ss}} \pm \frac{M_{CM}}{S_{1sc}} \pm \frac{M_{CV}}{S_{1sc}} \quad 3.1$$

donde las acciones y las propiedades geométricas están dadas por:

- $P$  = fuerza de presfuerzo efectiva
- $e$  = excentricidad del presfuerzo
- $M_{pp}$  = momento por peso propio
- $M_f$  = momento debido al firme
- $M_{CM}$  = momento debido a la sobrecarga muerta
- $M_{CV}$  = momento debido a la carga viva
- $A$  = área de la sección simple
- $S_{1ss} = I_{1ss}/y_{1ss}$  = modulo de sección simple
- $S_{1sc} = I_{1sc}/y_{1sc}$  = modulo de la sección compuesta
- $I_1$  = momento de inercia de la sección
- $y_1$  = distancia a la fibra donde se calculan los esfuerzos
- $i$  = representa la sección 1 y 2, esfuerzo en la parte superior e inferior respectivamente

Los signos convencionales empleados para los esfuerzos del concreto, son: más (+), para la tensión y menos (-), para la compresión.

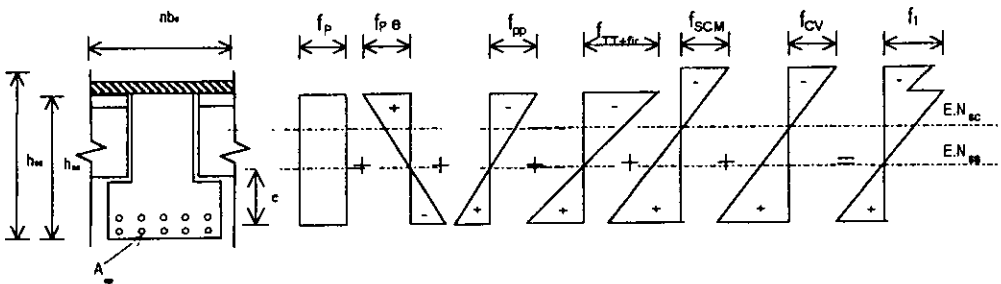


Figura 3.4 Esfuerzos en cualquier sección de la viga tanto en la etapa simple como en la compuesta

Esfuerzos del concreto en la transferencia

$$f_1 = -\frac{P}{A_{ss}} + \frac{Pe}{S_{1ss}} - \frac{M_{pp}}{S_{1ss}} ; \text{ esfuerzo en la parte superior de la sección simple}$$

$$f_2 = -\frac{P}{A_{ss}} - \frac{Pe}{S_{2ss}} + \frac{M_{pp}}{S_{2ss}} ; \text{ esfuerzo en la parte inferior de la sección simple}$$

Esfuerzos del concreto después de las pérdidas, al aplicar la carga viva y la sobre carga muerta

$$f_1 = -\frac{P}{A_{ss}} + \frac{Pe}{S_{1ss}} - \frac{M_{pp+dp+firme}}{S_{1ss}} - \frac{M_{CV+CM}}{S_{1sc}}; \text{ esfuerzos en la parte superior de la sección compuesta}$$

$$f_2 = -\frac{P}{A_{ss}} - \frac{Pe}{S_{2ss}} + \frac{M_{pp+dp+firme}}{S_{2ss}} + \frac{M_{CV+CM}}{S_{2sc}}; \text{ esfuerzos en la parte inferior de la sección compuesta}$$

donde los subíndices dp, nos denotan cualquier momento adicional (diferente al peso propio) aplicado a la trabe portante: momento por carga muerta, debido al sistema de piso (momento debido a una doble T, una T simple, una losa extruida, etcétera), cuando se coloca antes de que se cuele el firme de concreto.

Estos esfuerzos deberán ser menores o iguales a los esfuerzos permisibles que marca el RCDF, como se indica en 3.1.3.

### 3.1.3 Esfuerzos permisibles según el RCDF

Las deflexiones y el agrietamiento bajo las condiciones de servicio durante el proceso constructivo y la vida útil de la estructura no deben exceder a los valores que en cada caso se consideren aceptables. Cuando sea significativo, se revisarán los efectos de fatiga.

Tabla 3.1 Esfuerzos permisibles en el concreto (NTC-C)

Esfuerzo	Inmediatamente después de la transferencia	Bajo cargas de servicio
Compresión	$0.60 f'_{ci}$	$0.45 f'_c$
Tensión	$\sqrt{f'_{ci}}$	$1.6 \sqrt{f'_c}$

Las NTC-C contienen algunos criterios para la Revisión de los Estados Límite de Servicio, acotando los valores de los esfuerzos en el elemento pretensado para lograr que el agrietamiento no sea excesivo y limitar las pérdidas por flujo plástico que son directamente proporcionales a los esfuerzos de compresión permanentes en la sección del elemento. Se debe usar la teoría elástica del concreto y la sección transformada, sin emplear secciones reducidas, ni esfuerzos reducidos, ni factores de reducción.

Los esfuerzos permisibles en el concreto se muestran en la Tabla 3.1, donde  $f'_{ci}$  es la resistencia a compresión del concreto a la edad en que ocurre la transferencia. El esfuerzo de tensión permisible en la transferencia es para concreto sin acero de refuerzo. Cuando se llegue a exceder este valor, se suministrará acero de refuerzo para que resista la fuerza total de tensión del concreto, valuada en la sección sin agrietar.

Los esfuerzos de tensión bajo cargas de servicio pueden excederse, sin que el esfuerzo de tensión llegue a ser mayor que  $3.2 \sqrt{f'_c}$ , si se justifica que el comportamiento estructural del elemento es adecuado. Si el esfuerzo calculado de tensión resulta mayor que  $3.2 \sqrt{f'_c}$  puede usarse acero no presforzado y tratar el elemento como parcialmente presforzado, si así lo dice su índice de presfuerzo como se verá más adelante.

Cuando la estructura está en un ambiente corrosivo, el ingeniero juzgará si es necesario obligar a que no haya tensiones en condiciones de servicio, aunque debe tomar en cuenta que esto originará grandes pérdidas por flujo plástico.

Con respecto a los esfuerzos permisibles en el acero de presfuerzo, el esfuerzo máximo al que se puede tensar un torón debe ser  $0.80 f_{sr}$ , donde  $f_{sr}$  es el esfuerzo resistente del acero de presfuerzo; este esfuerzo es conocido en el reglamento como el debido a la fuerza aplicada por el gato. Por supuesto, aplicar una fuerza que produzca en el torón un esfuerzo por arriba de  $0.8 f_{sr}$  es llevarlo al rango no lineal y provocarle deformaciones que pueden ser irreversibles. Sin embargo, en la mayoría de los casos, el esfuerzo máximo que rige es  $0.70 f_{sr}$ , el esfuerzo permisible inmediatamente después de la transferencia, es decir, una vez que el presfuerzo está actuando sobre el concreto, que ya se presentaron las pérdidas instantáneas y la carga vertical es solo la del peso propio del elemento.

Esta diferencia entre 0.7 y 0.8 de  $f_{sr}$  nos permite tensar el torón por arriba de  $0.7 f_{sr}$  de tal manera que al cortar los torones y después de que se presenten las pérdidas instantáneas se llegue al esfuerzo permisible de  $0.7 f_{sr}$ .

### 3.2 PÉRDIDAS DE PRESFUERZO

Como se ha mencionado a lo largo de este capítulo, existen varias razones por las que la fuerza de presfuerzo efectiva que actúa en el elemento es menor que la fuerza aplicada por el gato. Estas pérdidas pueden llegar a ser mayores al 30 por ciento en elementos comúnmente empleados. Por ello, estimar las pérdidas asignando un porcentaje como lo permiten las normas vigentes para el Distrito Federal puede resultar en un diseño poco conservador y el resultado se reflejará a largo plazo, una vez que todas las pérdidas se presenten. Subestimar o sobrestimar las pérdidas implica errar en la estimación de los esfuerzos y deformaciones en las distintas etapas de servicio del elemento; sin embargo, para la etapa última, las pérdidas no influyen debido a que la resistencia del elemento está en función del equilibrio interno de fuerzas y deformaciones.

Las pérdidas más comunes en elementos presforzados son:

$$\Delta PT = \Delta FR + \Delta DA + \Delta AE + \Delta DT + \Delta CC + \Delta FP + \Delta RE \quad 3.2$$

donde:  $\Delta PT$  = pérdida total

$\Delta FR$  = pérdida por fricción

$\Delta DA$  = pérdida debida al deslizamiento del anclaje

$\Delta AE$  = pérdida debida al acortamiento elástico

$\Delta DT$  = pérdida debida al desvío de torones

$\Delta CC$  = pérdida debida a la contracción del concreto

$\Delta FP$  = pérdida debida al flujo plástico del concreto

$\Delta RE$  = pérdida debida a la relajación del acero

#### 3.2.1 Pérdidas Instantáneas o Inmediatas

##### Deslizamiento del anclaje

Inmediatamente después del tensado la fuerza del gato se libera transfiriéndose al concreto por medio de anclajes. Existe inevitablemente una pequeña cantidad de deslizamiento entre los anclajes y el acero de presfuerzo a medida que las cuñas realizan el anclaje mecánico de los tendones, o a medida que se deforma el dispositivo de anclaje. La pérdida por deslizamiento en el anclaje se puede calcular con la expresión:

$$\Delta DA = \frac{\delta l}{L} E_p \quad 3.3$$

donde  $L$  es la longitud del tendón,  $E_p$  el módulo de elasticidad del acero de presfuerzo y  $\delta l$  es el deslizamiento.  $\delta l$  es proporcionado por el fabricante y debe estar claramente especificado, pudiendo variar

de 1 a 10 mm. Esta pérdida se presenta en el extremo del elemento y disminuye proporcionalmente a la fricción, por lo que se debe trazar un diagrama de fuerza efectiva como el de la Figura 3.2 y considerar esa fuerza en cada sección. En caso de no existir fricción, la pérdida por deslizamiento se reflejará a todo lo largo del elemento. En elementos pretensados prácticamente no existe esta pérdida debido a la eficiencia de los equipos utilizados.

### Fricción

Esta pérdida se presenta sólo en elementos postensados. Durante el proceso de tensado, a medida que el acero se desliza a través del ducto, se desarrolla la resistencia friccionante y la tensión en el extremo anclado es menor que la tensión en el gato. Las pérdidas debido a la fricción entre el tendón de presfuerzo y los ductos deberán tomarse como:

$$\Delta FR = f_{pJ} \left( 1 - e^{-(Kx + \mu\alpha)} \right) \quad 3.4$$

donde:  $f_{pJ}$  = Esfuerzo en el acero al tensado ( $\text{kg/cm}^2$ )

$x$  = Distancia desde el anclaje hasta el punto en consideración (m)

$K$  = Coeficiente de fricción secundario o de deformación no intencional (1/m)

$\mu$  = Coeficiente de fricción primario por curvatura intencional (1/rad)

$\alpha$  = Suma total de los valores absolutos del cambio angular de la trayectoria del presfuerzo desde el anclaje hasta el punto en consideración (rad)

En la ecuación anterior se distinguen dos fuentes de fricción: la curvatura intencional del tendón (primaria) dada por el factor  $\mu\alpha$  y la curvatura no intencional (secundaria) de la trayectoria del ducto, dada por  $Kx$ . Si la curvatura intencional es nula ( $\alpha=0$ ), no existe pérdida por este concepto; a medida que se suman las distintas curvaturas impuestas al ducto, ésta pérdida aumenta también de valor. Por otro lado, la pérdida no intencional es directamente proporcional a la distancia  $x$ ; por ello, cuando las pérdidas por fricción sean muy grandes, se deberá tensar por ambos lados del elemento. Los valores de los coeficientes de fricción contenidos en las NTC-C tienen los siguientes límites: Para  $K$  desde 0.0015 si se usan ductos con diámetros mayores o iguales a 9 cm hasta 0.005 para ductos con diámetros iguales a 5 cm; y para  $\mu$  desde 0.15 para ductos engrasados hasta 0.25 sin grasa, pudiendo alcanzar valores hasta de 0.5 en casos de ductos de concreto. Los valores de  $K$  y  $\mu$  deben quedar claramente especificados en los planos.

### Desviación de torones

Similar a las pérdidas por fricción en elementos postensados, los mecanismos de desvío de torones pueden inducir pérdidas significativas en elementos pretensados. El valor de estas pérdidas dependerá de las características de los dispositivos empleados y es responsabilidad del fabricante cuantificar las mismas.

### Açortamiento elástico.

Cuando la fuerza presforzante se transfiere a un miembro, existirá un açortamiento elástico en el concreto debido a la compresión axial. Este puede determinarse fácilmente a partir de la relación esfuerzo-deformación del concreto. Estas pérdidas, para elementos pretensados, están dadas por:

$$\Delta AE = \frac{E_{sp}}{E_{ci}} f_{cgp} \quad 3.5$$

donde:  $f_{cgp}$  es la suma de los esfuerzos en el centro de gravedad de los tendones debidos al peso propio del miembro y a la fuerza de presfuerzo inmediatamente después de la transferencia y en las secciones de

momento máximo y  $E_{ci}$  es el módulo de elasticidad del concreto en la transferencia considerando  $f_{ci}$  la resistencia del concreto en ese instante.

Para miembros postensados las pérdidas se calculan como

$$\Delta AE = \frac{N-1}{2N} \frac{E_{sp}}{E_{ci}} f_{opp} \quad 3.6$$

donde: N es el número de veces que se tensa, de manera que si se tensan todos los tendones simultáneamente,  $N=1$  y por lo tanto  $\Delta AE=0$ . Cuando N es muy grande el factor  $(N-1)/2N$  tiende a  $1/2$ , por lo que es usual así considerarlo.

### 3.2.2 Pérdidas diferidas o a largo plazo

#### Contracción.

La contracción por secado del concreto provoca una reducción en la deformación del acero del presfuerzo igual a la deformación por contracción del concreto. La reducción se refleja en una disminución del esfuerzo en el acero y constituye un componente importante de la pérdida del presfuerzo para todos los tipos de vigas de concreto presforzado. Esta pérdida puede tomarse considerando que la deformación del concreto por este concepto es 0.001 indicado en las NTC-C o aplicando las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \Delta CC &= (1193 - 10.5H) & 3.7 \\ \Delta CC &= (948 - 9H) & 3.8 \end{aligned}$$

donde H es la humedad relativa anual promedio en porcentaje y, de no conocerse los datos precisos del sitio donde se construirá la obra, puede considerarse como lo indica la Tabla 3.2. Las ecuaciones 3.7 y 3.8 son válidas para elementos pretensados y postensados, respectivamente.

Tabla 3.2 Porcentaje de humedad, H, según tipo de clima

Tipo de clima	H
Muy húmedo	90%
Humedad intermedia	70%
Seco	40%

#### Flujo plástico.

Esta pérdida se presenta por la deformación del concreto ante la acción de cargas sostenidas, como son la carga muerta y el presfuerzo. Se puede calcular como

$$\Delta FP = 2f_{opp} - 7 f_{cda} \geq 0 \quad 3.9$$

donde:  $f_{cda}$  es el esfuerzo en la sección a la altura del centro de gravedad de los torones debido a cargas muertas aplicadas después del tensado.

#### Relajación.

Cuando al acero del presfuerzo se tensa hasta los niveles usuales experimenta relajamiento. Existen dos etapas para el cálculo de esta pérdida (durante y después de la transferencia), y la relajación total deberá tomarse como la suma de ambas. En la etapa de transferencia, en miembros pretensados, la pérdida por

relajación en el acero de presfuerzo de baja relajación, inicialmente tensado arriba de 0.5fsr, puede tomarse como:

$$\Delta RE1 = \frac{\log(t)}{40} \left( \frac{f_{PJ}}{f_{PY}} - 0.55 \right) f_{PJ} \quad 3.10$$

donde: t = tiempo estimado en horas desde el tensado hasta la transferencia

$f_{PJ}$  = Esfuerzo en el tendón al final del tensado

$f_{PY}$  = Esfuerzo resistente del acero de presfuerzo

Para torones que no sean de baja relajación  $\Delta RE1$  debe multiplicarse por 4. Las pérdidas debido a la relajación del acero de presfuerzo después de la transferencia pueden tomarse como:

$$\Delta RE2 = 1408 - 0.4\Delta AE - 0.2(\Delta CC + \Delta FP) \quad 3.11$$

$$\Delta RE2 = 1408 - 0.3\Delta FR - 0.4\Delta AE - 0.2(\Delta CC + \Delta FP) \quad 3.12$$

Las ecuaciones 3.11 y 3.12 son válidas para pretensados y postensados, respectivamente. Para aceros de baja relajación se deberá usar el 30 por ciento de  $\Delta RE2$ .

### 3.3 ESFUERZOS DE ADHERENCIA, LONGITUD DE TRANSFERENCIA Y LONGITUD DE DESARROLLO DE LOS TORONES DE PRESFUERZO

En las vigas de concreto presforzado existen fuerzas actuando, las cuales tienden a producir el deslizamiento de los tendones a través del concreto que los rodea. Esto produce esfuerzos de adherencia o esfuerzos cortantes que actúan en la cara de contacto entre el acero y el concreto. La tendencia al deslizamiento es resistida mediante una combinación de adhesión, fricción y adherencia mecánica entre los dos materiales. Existen dos tipos de esfuerzos de adherencia a considerar: esfuerzos de adherencia por flexión y esfuerzos de adherencia por transferencia.

Los de adherencia por flexión surgen debidos al cambio en la tensión a lo largo del tendón provenientes de las diferencias en el momento de flexión entre dos secciones adyacentes. Estas son proporcionales a la razón de cambio del momento de flexión, por lo tanto a la fuerza cortante, para una ubicación determinada a lo largo del claro.

Para las vigas pretensadas, cuando se libera la fuerza externa del gato, la fuerza pretensora se transfiere del acero al concreto cerca de los extremos del miembro mediante la adherencia a través de una distancia que se conoce como la longitud de transferencia. Dentro de esta longitud, el crecimiento del esfuerzo es gradual desde cero hasta el nivel del presfuerzo efectivo, tal como se indica en la figura (3.4).

La longitud de transferencia depende de varios factores, incluyendo el esfuerzo de tensión del acero, la configuración de la sección transversal del acero (por ejemplo, alambres versus cables), la condición en que se encuentre la superficie del acero, y la rapidez con la que se libere la fuerza del gato. Los alambres de acero que se encuentran ligeramente enmohecidos requerirán longitudes de transferencia menores que aquellos que se encuentran limpios y brillantes. Las pruebas indican que si la fuerza del gato se libera súbitamente, tal como sería el caso si el tendón es cortado mediante el soplete o un esmeril de disco cuando aún se encuentra bajo tensión, la longitud requerida de transferencia sería sustancialmente más grande que la que se requeriría si la fuerza se aplica gradualmente.

En los extremos de una viga pretensada, las condiciones que resisten el arrancamiento son algo diferentes de aquellas que existen para una viga ordinaria de concreto reforzado. En un tendón presforzado, la reducción en el diámetro ocurre cuando el concreto es colado. Al removerse la fuerza en el gato, la tensión cerca a los extremos del miembro es mucho menor que antes. Esta reducción en el esfuerzo longitudinal viene acompañada por un pequeño incremento en el diámetro del acero, el cual produce compresión radial



através de la cara de contacto entre los dos materiales, la cual aumenta la resistencia friccionante al arrancamiento.

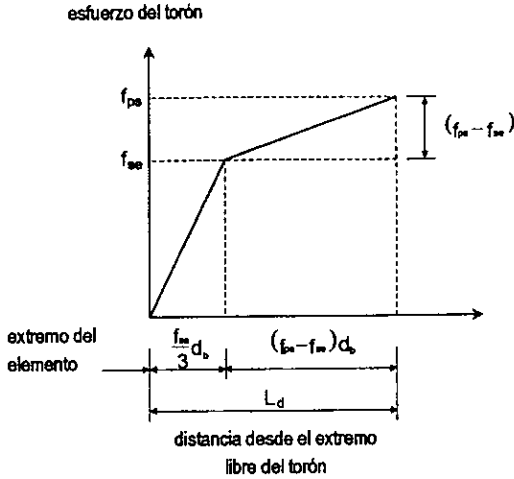


Figura 3.4 Longitud de adherencia y de desarrollo

El presfuerzo efectivo  $f_{se}$  es esencialmente constante a medida que la viga es cargada gradualmente hasta el nivel de su carga de servicio. Un sobre esfuerzo más allá de la carga de servicio produce esfuerzos algo menores dentro de la longitud original de transferencia, tal como se sugiere en la figura 3.4. Para alcanzar el esfuerzo de falla  $f_{pe}$  en el acero se requiere de una longitud de desarrollo mucho más grande que la longitud original de transferencia tal como se muestra en la figura 3.4.

El presfuerzo efectivo  $f_{se}$  puede suponerse que actúa a través de una longitud de transferencia medida desde el extremo del miembro igual a

$$L_t = 0.014 \left( \frac{f_{se}}{3} \right) d_b \quad (a)$$

donde:  $L_t$  viene dada en cm, el diámetro nominal del cable  $d_b$  está en cm, y el presfuerzo efectivo está en  $\text{kg/cm}^2$ .

La distancia adicional requerida más allá de la longitud original de transferencia para desarrollar la resistencia de falla del acero se encuentra representada mediante la expresión

$$L'_t = 0.014 (f_{pe} - f_{se}) d_b \quad (b)$$

donde: la cantidad dentro del paréntesis es el incremento en el esfuerzo arriba del nivel de esfuerzos efectivos en  $\text{kg/cm}^2$ , para alcanzar el esfuerzo calculado en el acero al nivel de falla por flexión.

De esta manera la longitud total de desarrollo es

$$L_d = L_t + L'_t = 0.014 \left( \frac{f_{se}}{3} \right) d_b + 0.014 (f_{pe} - f_{se}) d_b$$

$$L_d = 0.014 \left( f_{sp} - \frac{2}{3} f_{se} \right) d_b \quad 3.13$$

En los casos que se empleen tendones envueltos cerca de los extremos del claro no existirá transferencia de la fuerza pretensora de los cables envueltos hasta que se alcance el extremo de la envoltura. Desde este punto hacia el interior en el centro del claro, la transferencia por adherencia es menor que la normalmente efectiva, debido a la falta de compresión vertical proveniente de la reacción de la viga y debido a que puede existir en el concreto esfuerzos de tensión por flexión.

#### 3.4 SEPARACIÓN Y RECUBRIMIENTO DEL ACERO

Debe tenerse especial cuidado en el adecuado recubrimiento de los tendones de presfuerzo ya que este es muy vulnerable a la corrosión y oxidación. Las NTC-C contienen los siguientes valores mínimos de recubrimiento libre para elementos expuestos a la intemperie:

- Dos veces el diámetro del torón o de la varilla ó 3 veces el diámetro de la barra más gruesa si es un paquete de varillas
- En columnas y trabes 4 cm; en losas 3 cm y en losas prefabricadas y cascarones 2 cm. En elementos estructurales que no van a quedar expuestos a la intemperie se podrán emplear la mitad de los valores anteriores. Por el contrario, si los elementos estructurales son colados contra el suelo, el recubrimiento libre será el mínimo entre los dos requisitos ya mencionados y 3 ó 5 cm si se usa o no plantilla, respectivamente. Los recubrimientos anteriores se deben incrementar a criterio del ingeniero en miembros expuestos a agentes agresivos como sustancias o vapores industriales, terrenos particularmente corrosivos, etc.

La separación libre,  $S_1$ , (como se observa en la figura 3.5) entre tendones para pretensado en los extremos del miembro no deben ser menor de:

$$S_1 \geq 4 \varnothing_a \quad \text{para alambres}$$

$$S_1 \geq 3 \varnothing_t \quad \text{para torones}$$

Vigas o Columnas con refuerzo transversal

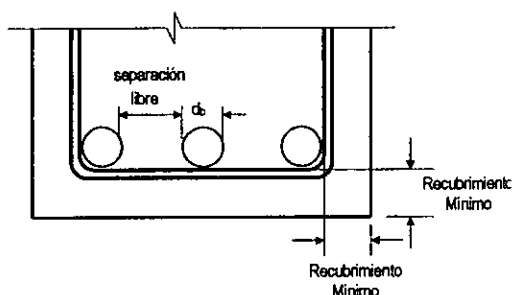


Figura 3.5 Separación permisible del acero de presfuerzo

También se cumplirá con lo prescrito para el tamaño máximo de agregados. En la zona central del claro, se permite una separación vertical menor y hacer paquetes de tendones, siempre y cuando se tengan las suficientes precauciones para lograr un adecuado funcionamiento del presfuerzo.

### 3.5 REVISIÓN DE RESISTENCIA A FLEXIÓN AL CENTRO DEL CLARO

La resistencia de un elemento estructural está relacionada con su seguridad. Dicha resistencia no está garantizada automáticamente por la limitación de los esfuerzos bajo cargas de servicio. Si el miembro tuviera que sobrecargarse, ocurrirían importantes cambios en su comportamiento debido a que los materiales alcanzarían niveles de esfuerzo superior al elástico justo antes de la falla. Así, el factor de seguridad real se establece comparando la resistencia del miembro con la carga última que produciría la falla del mismo.

El comportamiento típico de un elemento estructural es lineal hasta el nivel de la carga de servicio, y las fuerzas que componen el par interno resistente permanecen casi constantes hasta el agrietamiento del concreto en tensión. Después del agrietamiento, sobreviene un incremento súbito en el esfuerzo del acero acompañado por un aumento en el esfuerzo de compresión en el concreto. La capacidad a flexión se alcanza cuando el acero llega a su resistencia última después de haber fluido o cuando, en una falla súbita o frágil, se llega a la capacidad de deformación del concreto.

Para calcular la resistencia de un elemento de concreto presfuerzo se deben considerar las siguientes hipótesis (Figura 3.6):

1. La distribución de deformaciones unitarias longitudinales,  $\epsilon$ , en cada sección transversal de un elemento, es plana.
2. Hay adherencia perfecta entre el concreto y los aceros de presfuerzo y de refuerzo ( $\epsilon_c = \epsilon_{sp} = \epsilon_s$ ).
3. Se desprecia la resistencia del concreto a la tensión
4. La deformación unitaria del concreto a la compresión cuando se alcanza la resistencia es  $\epsilon_{max} = 0.003$
5. La distribución de esfuerzos de compresión en el concreto cuando se alcanza la resistencia es uniforme, con una profundidad  $a = 0.8c$ , donde  $c$  es la distancia al eje neutro, y un ancho dado por  $f'_c$  en los siguientes términos

$$f''_c = 0.85f'_c \quad \text{si } f'_c \leq 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''_c = \left(1.05 - \frac{f'_c}{1250}\right) f'_c \quad \text{si } f'_c > 250 \text{ kg/cm}^2$$

donde  $f'_c = 0.8f'_c$ .

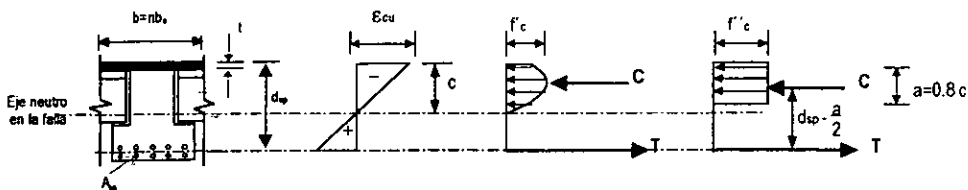


Figura 3.6 Resistencia última de un elemento de sección simple sólo con presfuerzo

### 3.5.1 Índice de Presfuerzo.

Con el objeto de simplificar o precisar algunos cálculos dependiendo de la cantidad de acero de presfuerzo y refuerzo que dan la resistencia al elemento, las NTC-C definen el índice de presfuerzo como la relación siguiente:

$$I_p = \frac{M_{Rp}}{M_{Rr} + M_{Rp}} = \frac{A_{sp} f_{sp}}{A_{sp} f_{sp} + A_s f_y} \quad 3.14$$

donde:  $M_{Rp}$  y  $M_{Rr}$  son los momentos resistentes suministrados por el acero presforzado y por el acero sin presforzar, respectivamente. Los límites del índice son 1, cuando es totalmente presforzada, y 0, cuando es totalmente reforzada. Las NTC-C consideran que cuando  $I_p \geq 0.9$  el elemento puede considerarse totalmente presforzado. Si el índice de presfuerzo es menor que 0.9 pero mayor que 0.6, o igual, se podrá suponer que la sección tiene presfuerzo parcial. Si el índice de presfuerzo es menor que 0.6, se podrá suponer que la sección no tiene presfuerzo.

### 3.5.2 Esfuerzo en el presfuerzo al momento de la falla

Para conocer la resistencia del elemento es necesario saber el esfuerzo  $f_{sp}$  cuando se alcanza la resistencia de dicho elemento. Por las características deformación-esfuerzo de los tendones, pequeños cambios en la deformación del mismo siempre están ligados con cambios en el esfuerzo, sobre todo cerca de la ruptura (Figura 3.6). Por ello,  $f_{sp}$  depende del estado de deformación del presfuerzo.

La manera de calcular  $f_{sp}$  es a partir de las hipótesis de diseño y del estado de equilibrio. Este es un proceso iterativo que converge fácilmente. Sin embargo, las NTC-C permiten calcular de manera aproximada este esfuerzo siempre y cuando el  $f'_c$  del concreto no sea mayor que 350 y el presfuerzo efectivo,  $f_{se}$ , sea mayor o igual que la mitad del esfuerzo resistente  $f_{sr}$ . La expresión es la siguiente:

$$f_{sp} = f_{sr} [1 - 0.5(q_p + q - q')] \quad 3.14$$

donde:  $f_{sr}$  es el esfuerzo resistente del acero de presfuerzo y  $q_p$ ,  $q$  y  $q'$  corresponden a los aceros de presfuerzo, refuerzo en tensión y refuerzo en compresión respectivamente, y están dados por:

$$q_p = \frac{p_p f_{sr}}{f'_c} ; \quad q = \frac{p f_y}{f'_c} ; \quad q' = \frac{p' f_y}{f'_c} \quad 3.15$$

con las siguientes cuantías de acero:

$$p_p = \frac{A_{sp}}{bd_p} ; \quad p = \frac{A_s}{bd} ; \quad p' = \frac{A'_s}{bd'} \quad 3.16$$

En donde  $b$  es el ancho de la sección rectangular. La cantidad  $(q_p + q - q')$  no se tomará menor que 0.17  $d'$ ; la distancia entre la fibra extrema de compresión y el centroide del acero a compresión no se supondrá mayor que 0.15  $d_p$ .

### 3.5.3 Momento resistente al centro del claro

#### En vigas rectangulares

En la mayoría de los elementos presforzados estándar, la resistencia está dada por el par interno formado por la fuerza de compresión  $C$ , aplicada en el concreto, y la fuerza de tensión,  $T$ , dada por la suma de la fuerza de los aceros de presfuerzo  $T_{sp}$  y de refuerzo  $T_s$ . El diseño de elementos presforzados con acero de compresión es poco común, y en general se desprecia la contribución de éste a la resistencia cuando por alguna razón ya existe en esa parte de la sección. En la Figura 3.6 se aprecia que los valores de estas fuerzas y del momento de diseño resistente  $M_R$  son:

$$C = a f'_c b \quad 3.17$$

$$T = T_{sp} + T_s \quad 3.18$$

donde:  $a$  es el peralte del bloque de compresiones. La fuerza de tensión está dada por los aceros

$$T_{sp} = A_{sp} f_{sp} \quad 3.19$$

$$T_s = A_s f_y \quad 3.20$$

donde:  $A_{sp}$  y  $A_s$  son áreas de acero para presfuerzo y refuerzo, respectivamente, y  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo. El momento resistente está dado por la suma de momentos internos en la sección. Una forma de obtenerlos es como sigue:

$$M_R = F_R (T_{sp} z_{sp} + T_s z_s) \quad 3.21$$

donde:  $F_R = 0.9$  es el factor de reducción

$$z_{sp} = d_{sp} - a/2 \quad 3.22$$

$$z_s = d_s - a/2 \quad 3.23$$

son los brazos de palanca de la fuerza de compresión a cada fuerza de tensión. En los diseños comunes, el acero de presfuerzo  $A_{sp}$  es conocido ya que es el necesario para que el elemento tenga un comportamiento satisfactorio en su etapa de servicio. En cambio,  $A_s$ , solo se proporcionará en caso de que se requiera incrementar  $M_R$ . Por equilibrio se obtiene que

$$T = C \quad 3.24$$

$$A_s f_y + A_{sp} f_{sp} = a f'_c b \quad 3.25$$

$$\text{donde: } a = \frac{A_{sp} f_{sp} + A_s f_y}{b f'_c}$$

Por último se obtiene  $M_R$  y se compara con el momento último  $M_U$  dado por

$$M_U = FC M_S$$

en donde  $M_S$  el momento de servicio y  $FC$  el factor de carga;  $FC = 1.4$  cuando se trata de cargas vivas y permanentes,  $FC = 1.1$  en caso de combinación con cargas accidentales. No es correcto utilizar factores de carga de otros reglamentos ya que esto puede conducir a diseños erróneos. Todos los reglamentos son consistentes en sus consideraciones de carga y resistencia pero no son compatibles unos con otros.

Finalmente se debe garantizar que el momento resistente de la sección sea mayor o igual que el momento último:

$$M_R \geq M_U$$

Secciones compuestas.

Para el cálculo del  $M_R$  de elementos presforzados con sección compuesta, deberá considerarse en los cálculos el  $f'_c$  del concreto del firme ya que allí es donde se encuentra la fuerza de compresión. Este  $f'_c$  debe tomarse en cuenta, inclusive, para el cálculo de  $f_{sp}$ . En caso de que el peralte del bloque de compresión,  $a$ , sea mayor que el espesor del firme, se procederá considerando dos fuerzas de compresión: una conocida,  $C_1$ , y otra por conocer,  $C_2$ :

$$C_1 = b t_{\text{firme}} f'_c \text{ firme} \quad 3.26$$

$$C_2 = (a - t_{\text{firme}}) b_e f'_c \text{ trabe} \quad 3.27$$

Para obtener  $a$  encontramos la fuerza de tensión  $T_1$  correspondiente a  $C_1$

$$T_1 = C_1 \quad 3.28$$

$$A_{sp1} f_{sp} = b t_{\text{firme}} f'_c \text{ firme} \quad 3.29$$

Donde:  $A_{sp1}$  es el área del acero de presfuerzo que equilibra la fuerza de compresión  $C_1$  que actúa en el firme. El resto del acero de presfuerzo  $A_{sp2}$  y el acero de refuerzo  $A_s$ , si existe, sumarán una fuerza  $T_2$  que será igual a la fuerza de compresión en el patín de la trabe

$$T_2 = C_2 \quad 3.30$$

$$A_{sp2} f_{sp} + A_s f_y = (a - t_{\text{firme}}) b_e f'_c \text{ trabe} \quad 3.31$$

Despejando  $a$  de la ecuación anterior tenemos

$$a = t_{\text{firme}} + \frac{A_{sp2} f_{sp} + A_s f_y}{b_e f'_c \text{ trabe}} \quad 3.32$$

El  $M_R$  estará dado por:

$$M_R = \left[ T_1 \left( d_{sp} - \frac{t_{\text{firme}}}{2} \right) + T_2 \left( d_{sp} - \left( \frac{a - t_{\text{firme}}}{2} \right) \right) \right] \quad 3.33$$

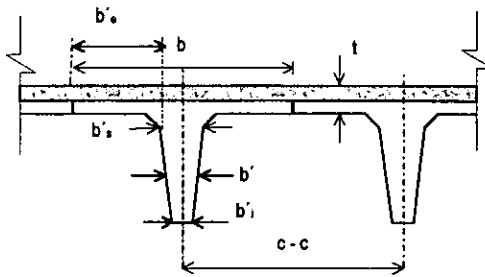


Figura 3.7 Cálculo del ancho efectivo en una sección T

Momento resistente en secciones T

Un alto porcentaje de las secciones de los elementos prefabricados son T o similares. Debido a que el bloque de compresión se encuentra en el patín de la sección T, se debe considerar que la sección trabaja como

rectangular con un ancho efectivo  $b_e$ . Este ancho, según las NTC-C, está dado por la mitad del alma,  $b'/2$ , mas la menor de las siguientes cantidades:

$$b \leq \left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{8} - \frac{b'}{2} \\ \frac{c-c'}{2} - \frac{b'}{2} \\ 8t \end{array} \right\}$$

en donde  $L$  es el claro del elemento y  $c-c'$  es la distancia de un alma a la otra (Figura 3.7). El ancho  $b'$  puede tomarse como el promedio del ancho superior,  $b'_s$ , y el ancho inferior,  $b'_i$ .

Una sección T trabajará como sección rectangular si la altura del bloque de compresiones,  $a$ , es menor que el espesor total del patín,  $t$ , que incluye la sección compuesta y el patín del elemento presforzado (Figura 3.7). De ser así,  $M_R$  deberá obtenerse como se indicó en la sección anterior, en caso contrario, deberá procederse de la siguiente manera.

Por comodidad, podemos establecer que la fuerza total de compresión en el concreto estará dada por la suma de la fuerza en el patín,  $C_1$ , más otra fuerza que se genera en el alma,  $C_2$ , dadas por:

$$C_1 = (b_e - b') t f''_c \quad 3.34$$

$$C_2 = a b' f''_c \quad 3.35$$

En las ecuaciones anteriores  $C_1$  es conocido, por lo que encontramos la parte de la fuerza total de tensión correspondiente a  $C_1$ ,  $T_{sp1}$ , y el resto de la fuerza de tensión  $T_{sp2}$  será igual a  $C_2$

$$T_{sp1} = A_{sp1} f_{sp} \quad 3.36$$

$$T_{sp2} = A_{sp2} f_{sp} \quad 3.37$$

$$T = T_{sp1} + T_{sp2} \quad 3.38$$

$$C_1 = T_{sp1} \quad 3.39$$

$$C_2 = T_{sp2} \quad 3.40$$

$$T_{sp2} = a b' f''_c \quad 3.41$$

De donde obtenemos el valor de  $a$

$$a = A_{sp2} f_{sp} / b' f''_c \quad 3.42$$

$$a = \frac{(A_{sp} - A_{sp1}) f_{sp}}{b' f''_c} \quad 3.43$$

y finalmente el momento resistente vale

$$M_R = F_R \left[ T_{sp1} \left( d_{sp} - \frac{t}{2} \right) + T_{sp2} \left( d_{sp} - \frac{a}{2} \right) \right] \quad 3.44$$

### 3.5.4 Revisión por acero mínimo

En todo elemento se deberá garantizar que la resistencia última a flexión se presente después del agrietamiento. Para ello se deberá de proveer refuerzo suficiente a tensión y así obtener un momento resistente mayor que el momento de agrietamiento:

$$M_R \geq (1.5 - 0.3 I_p) M_{agr} \quad 3.45$$

Dependiendo del índice de presfuerzo,  $I_p$ , el factor entre paréntesis de la ecuación anterior tiene como límites 1.5, para elementos sin presfuerzo, y 1.2, para elementos totalmente presfuerzados.

Para evaluar  $M_{agr}$  se usará el módulo de ruptura no reducido  $f_t$ :

$$f_t = 2\sqrt{f'_c} \quad 3.46$$

La suma de esfuerzos en la fibra inferior a tensión del elemento será:

$$\frac{M_{agr}}{I} y_i - \frac{P_e}{I} y_i - \frac{P}{A} = 2\sqrt{f'_c}$$

$$\therefore M_{agr} = \frac{I}{y_i} \left[ \frac{P_e}{I} y_i + \frac{P}{A} + 2\sqrt{f'_c} \right] \quad 3.47$$

y para secciones compuestas,

$$M_{agr} = M_1 + M_2 \quad 3.48$$

$$M_1 = M_{popo} + M_{fibre} \quad 3.49$$

$$M_2 = \frac{I_{sc}}{y_{isc}} \left[ \frac{P \cdot e}{I} y_i + \frac{P}{A} + 2\sqrt{f'_c} - \frac{M_1}{I} y_i \right] \quad 3.50$$

De las expresiones anteriores se deduce que otra manera de satisfacer la condición de refuerzo mínimo es aumentando la sección para que  $M_{agr}$  sea menor.

### 3.5.5 Revisión por acero máximo

El diseñador debe garantizar que el elemento presentará una falla dúctil. Para ello, debe revisar que la deformación en los aceros sea al menos 33 por ciento mayor que la deformación de fluencia:

$$\epsilon_{sp} \geq 1.33 \epsilon_{sy} \quad 3.51$$

El valor de  $\epsilon_{sp}$  debe incluir la deformación inicial del presfuerzo. La deformación de fluencia se debe obtener como se indicó en la sección de materiales de este capítulo.

## 3.6 ENCAMISADOS EN ELEMENTOS PRETENSADOS

La cantidad de acero de presfuerzo de un elemento pretensado estará regida por las condiciones más críticas tanto de servicio como finales, generalmente al centro del claro en elementos isostáticos. Esto tiene como consecuencia que en los extremos del elemento, si no se desviarón los tonos, el presfuerzo sea excesivo y se sobrepasan los esfuerzos permisibles. La solución a esto es encamisar o enductar algunos tonos en los extremos para eliminar la acción del presfuerzo encamisado.

El instante crítico en los extremos se presenta durante la transferencia, donde el concreto no ha alcanzado el cien por ciento de su resistencia y la única carga que contrarresta al presfuerzo es el peso propio del elemento. Así las pérdidas que deben considerarse son las instantáneas.



Se acostumbra revisar, primero, hasta qué distancia a partir del extremo del elemento todos los torones actúan sin rebasar los esfuerzos permisibles. En elementos cortos, como losas extruidas, se podrá comprobar que no se requerirá de encamisados. Una vez que se encuentra esa distancia donde se rebasan los esfuerzos permisibles, se definen cuántos torones se encamisán, generalmente en números pares, y se vuelve a revisar hasta qué distancia los torones que aún actúan pueden permanecer sin rebasar dichos esfuerzos. Se continúa este proceso hasta una distancia igual a medio peralte al extremo.

En la Tabla 3 y en la Figura 3.8 se presenta un ejemplo de encamisados. Se trata de una viga con 24 torones, de los cuales 14 se tuvieron que encamisar a distintas longitudes: 4 torones (A) en 6m, 2 torones (B) en 3m, 4 torones (C) en 2m, y 2 torones (D) en 1m. Por facilidad en la fabricación en ocasiones se encamisán de abajo hacia arriba, pero esto no es un requisito indispensable.

Ejemplo de encamisados para una viga con 24 torones

Torón	Longitud encamisado (m)	Número de torones
A	6	4
B	3	4
C	2	4
D	1	2

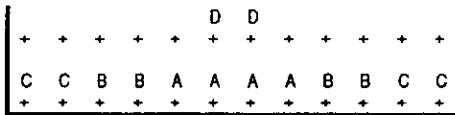


Figura 3.8 Indicación de torones a encamisar según la Tabla 3 para un elemento con 24 torones

### 3.7 REVISIÓN DE LA RESISTENCIA EN LOS EXTREMOS DE TRABE

Es cada vez más frecuente encontrar soluciones de marcos a base de elementos prefabricados donde las vigas son pretensadas. El presfuerzo se coloca para tomar el momento positivo al centro del claro, pero ese mismo presfuerzo es perjudicial a partir de los cuartos del claro donde una vez empotrado el elemento el presfuerzo disminuye la capacidad del concreto que en las fibras inferiores se encuentran en compresión.

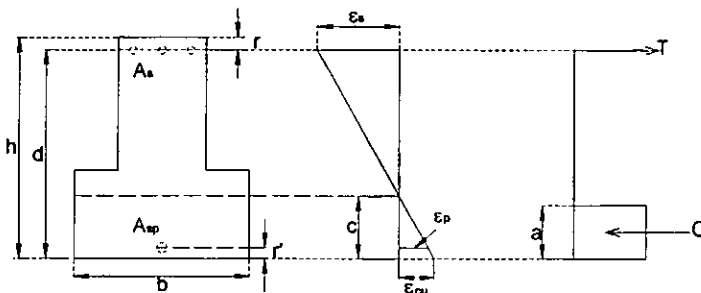


Figura 3.9. Diagrama de deformación de una trabe portante empotrada en sus extremos

Para el cálculo del momento resistente de esta sección que contiene presfuerzo en la zona precomprimida se debe de tomar en cuenta que el acero de presfuerzo le resta capacidad al concreto, por lo que un diseño óptimo debe permitir la cantidad de presfuerzo mínima en estas secciones por medio de encamisados.

### 3.7.1 Momento resistente en el extremo de la trabe

El momento resistente de esta sección se puede calcular del equilibrio de fuerzas:

$$T = A_s f_y \quad 3.52$$

$$C = a b (f'_{c \text{ trabe}} - f_p) \quad 3.53$$

$$T = C \quad 3.54$$

$$A_s f_y = a b (f'_{c \text{ trabe}} - f_p) \quad 3.55$$

Donde  $b$  es el ancho de la parte inferior de la viga, como se muestra en la figura 3.9, ya que es la zona donde está la compresión;  $f_p$  es el esfuerzo que provoca el presfuerzo en el bloque de compresiones  $a$ - $b$ .  $A_s$  es el área de acero que se colocará en el firme o sección compuesta para tomar las tensiones del momento negativo de la ecuación 3.53. es claro que entre mayor sea el esfuerzo de compresión  $f_p$  provocado por el presfuerzo, menor será la capacidad de la sección ya que el valor de la fuerza de compresión  $C$  será muy pequeño. Por el contrario, si  $f_p=0$ , no hay reducción de la capacidad y el momento resistente no se verá afectado. El problema es que no conocemos ni el valor de  $f_p$  ni el del peralte del bloque de compresiones,  $a$ , por lo que se recurre al siguiente procedimiento iterativo.

1. Se propone un valor de  $f_p$  y un  $A_s$ , el valor del  $A_s$  se puede calcular considerando la viga como simplemente armada, este cálculo dará una buena aproximación.
2. Se calcula la profundidad del bloque equivalente de concreto a compresión

$$a = A_s f_y / (b (f'_{c \text{ trabe}} - f_p)) \quad 3.56$$

3. Se obtiene la profundidad del eje neutro

$$c = a / 0.8 \quad 3.57$$

4. Se calcula la deformación del acero de refuerzo

$$\epsilon_s = 0.003 (d - c) / c \quad 3.58$$

5. Se revisa que esté fluyendo el acero de refuerzo

$$\epsilon_s > \epsilon_y / 0.75 \quad 3.59$$

Si no se cumple la condición anterior se tiene que reducir el área de acero de refuerzo o aumentar la sección

6. Se calcula la deformación del acero de presfuerzo

$$\epsilon_p = 0.003 (c - r') / c \quad 3.60$$

7. Se obtiene el esfuerzo al que está actuando el acero de presfuerzo para este nivel de deformación

$$f_p = (e_i - \epsilon_p) E_{sp} \quad 3.61$$

donde  $e_i$  es la deformación del acero de presfuerzo de descompresión

8. Se calcula la fuerza que está actuando en el acero de presfuerzo

$$P = f_p A_{sp} \quad 3.62$$

9. Se calcula el esfuerzo que está actuando sobre el bloque de concreto a compresión producido por el presfuerzo

$$f_p = P / (a b) \quad 3.63$$

10. Se compara este esfuerzo con el que se propuso inicialmente. Si no coincide con el valor propuesto se tiene que seguir iterando hasta que estos valores sean similares. Una vez logrado esto, se obtiene el  $M_R$  de la sección y se compara con el  $M_U$

En elementos simplemente apoyados se prolongará sin doblar, hasta dentro del apoyo, cuando menos la tercera parte del refuerzo de tensión para momento positivo máximo. En extremos continuos se prolongará la cuarta parte.

### 3.8 DISEÑO POR CORTANTE

Las vigas de concreto presforzado generalmente poseen refuerzo para resistir cortante con la finalidad de asegurar que la falla por flexión, la cual puede predecirse con menos incertidumbre y viene precedida por el agrietamiento y grandes deflexiones, ocurrirá antes que la falla por cortante que es súbita y más difícil de predecir.

En el análisis de cortante por flexión no deben compararse los esfuerzos actuantes contra los permisibles ya que los primeros siempre serán mucho más pequeños que la resistencia del concreto. La falla por cortante que el ingeniero debe evitar es la debida al esfuerzo de tensión diagonal en el concreto producido por el esfuerzo cortante actuando solo o en combinación con los esfuerzos normales longitudinales.

#### Tipos de grietas

Un elemento de concreto puede agrietarse de varias formas como se indica en la Figura 3.10. Las grietas por flexión-cortante se presentan después de que han ocurrido las grietas debidas a flexión que se extienden verticalmente partiendo desde la fibra con mayor tensión. Cuando se presenta una combinación crítica de esfuerzos de flexión y cortante, la grieta toma una dirección inclinada. Si no se proporciona suficiente refuerzo en el alma dicha grieta producirá una falla por compresión-cortante, en la cual la fuerza de compresión resistente en el concreto se ve disminuida por la presencia de la grieta iagonal.

La grieta por cortante puede ocurrir cerca de los apoyos en vigas altamente presforzadas con almas relativamente delgadas. Este tipo de grietas se inicia en el alma, sin previo agrietamiento por flexión, cuando la tensión principal en el elemento iguala a la resistencia de tensión del concreto. Este tipo de peligro en el alma conduce a la formación súbita de una gran grieta inclinada, y si no se encuentra refuerzo en el alma, conducirá a la falla de la viga que puede ser de tres maneras:

- 1 En vigas I, separación del patín en tensión del alma
- 2 Aplastamiento del alma por la compresión que actúa paralelamente a la grieta diagonal
- 3 En vigas T, agrietamiento por tensión que separa el patín en compresión del alma

Las grietas debidas a tensión diagonal que se presentan en elementos presforzados son más inclinadas que en elementos sin presfuerzo. Por ello, ante el mismo refuerzo dado por estribos verticales, esa grieta atravesará más estribos lo que incrementa la eficiencia de los mismos. Esto se refleja en los reglamentos en donde, en general, se permite una separación de estribos mayor para elementos presforzados.

Adicionalmente a lo anterior, en elementos con torones desviados el componente vertical de la fuerza de presfuerzo,  $V_{py}$ , es equivalente a una fuerza cortante negativa que se contrarresta directamente con la fuerza cortante actuante,  $V_{cargas}$ . Así, la fuerza cortante neta que actúa en la viga vale

$$V_{neta} = V_{cargas} - V_{py}$$

En un elemento presforzado se debe revisar el cortante al menos en las siguientes secciones, ilustradas en la Figura 15

- A  $h/2$  del paño
- Donde terminan los cables y en desvío de torones
- En lugares donde existan cargas concentradas
- En diferentes longitudes de la trabe, como  $L/4$ ,  $L/8$ , para lograr tener separaciones de estribos que sigan mejor el diagrama de cortante

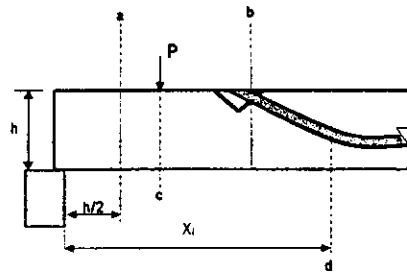


FIGURA 3.10. Sección donde se debe revisar por cortante

#### Obtención del cortante resistente

En secciones con presfuerzo total, donde los tendones estén adheridos y no estén situados en la zona de transferencia, la fuerza  $V_{CR}$  se calculará con la expresión:

$$V_{CR} = F_R b d \left( 0.15 \sqrt{f'_c} + 50 \frac{V d_p}{M} \right) \quad 3.64$$

en donde  $F_R=0.8$ ,  $M$  y  $V$  son el momento flexionante y la fuerza cortante que actúan en la sección,  $d$  es el peralte efectivo dado por la distancia de la fibra extrema en compresión al centroide de los tendones de presfuerzo situados en las fibras en tensión, sin que tenga que tomarse menor que 0.8 veces el peralte total y  $d_p$  es la distancia de la fibra extrema en compresión al centroide de todos los tendones de presfuerzo, incluyendo, si existen, los que no se encuentren en la zona de tensión;  $d_p$  debe ser menor o igual que  $d$ . Sin embargo,  $V_{CR}$  cumplirá con:

$$0.5 F_R d b \sqrt{f'_c} \leq V_{CR} \leq 1.3 F_R b d \sqrt{f'_c} \quad 3.65$$

En vigas que no sean rectangulares, si el patín está a compresión el producto  $bd$  puede tomarse como:

$$bd = b'd + t^2 \quad \text{en vigas T, L} \quad 3.66$$

$$bd = b'd + \frac{t^2}{2} \quad \text{en vigas L} \quad 3.67$$

En la Figura 3.11 se muestra el valor de  $b'$  para algunas secciones tipo.

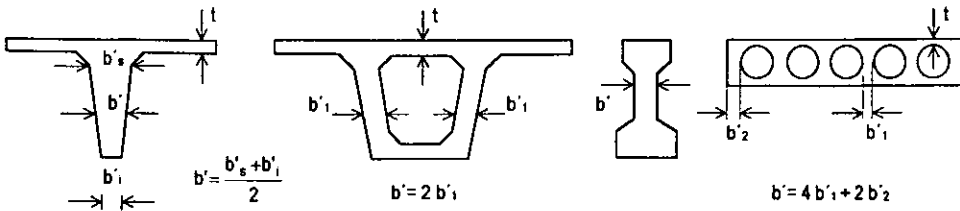


Figura 3.11 Algunas secciones de elementos presforzados tipo en donde se indica el ancho para cortante,  $b'$ , y el espesor del patín,  $t$

### 3.9 DEFLEXIONES

La predicción de la deflexión en miembros presforzados es complicada por la reducción gradual de la fuerza presforzante debida a las pérdidas. En un miembro típico, la aplicación de la fuerza presforzante producirá una flecha hacia arriba. El efecto de la contracción, del flujo plástico y del relajamiento, reduce gradualmente la flecha producida por la fuerza inicial. Sin embargo, el efecto del flujo plástico es doble. Mientras que produce una pérdida del presfuerzo tendiente a reducir la flecha, las deformaciones que provoca en el concreto aumentan la contraflecha. Por lo general, el segundo efecto es el que predomina, y la contraflecha aumenta con el tiempo a pesar de la reducción de la fuerza presforzante.

Cuando es importante obtener las deflexiones como en el caso de puentes de grandes claros, el método más satisfactorio consiste en el procedimiento basado en la sumatoria de las deflexiones que ocurren en intervalos discretos de tiempo. De esta manera, los cambios dependientes del tiempo en la fuerza pretensora, en las propiedades de los materiales, y en las cargas, se pueden tomar en cuenta con precisión. Pero en la mayoría de los casos es suficiente establecer limitaciones en la relación claro a peralte basándose en experiencias previas o en limitaciones de códigos y si se deben calcular deflexiones, el método aproximado descrito a continuación es suficiente para los elementos y casos más comunes.

Aún cuando en ciertos casos la deflexión para estados intermedios puede ser importante, los estados a considerarse normalmente son el estado inicial, cuando a la viga se le aplica la fuerza pretensora inicial  $P_i$  y su peso propio, y una o más combinaciones de carga de servicio, cuando la fuerza pretensora es reducida por las pérdidas hasta  $P_e$  y cuando las deflexiones son modificadas por el flujo plástico del concreto sujeto a cargas sostenidas.

Las deflexiones de corta duración  $\Delta_{pi}$  debidas a la fuerza pretensora inicial  $P_i$  se pueden hallar basándose en la variación de la curvatura a lo largo del claro, usando los principios del área de momentos. Para los casos comunes, la deflexión al centro del claro  $\Delta_{pi}$  se puede calcular directamente de las ecuaciones de las figuras mostradas. Por lo general,  $\Delta_{pi}$  es hacia arriba, y para condiciones normales, el peso propio del miembro se supone inmediatamente después del presfuerzo. La deflexión inmediata  $\Delta_{pp}$  hacia abajo debida al peso propio, el cual por lo general es uniformemente distribuido, se halla fácilmente por los métodos convencionales. La deflexión neta después del presfuerzo es

$$\Delta_p = -\Delta_{pi} + \Delta_{pp} \quad 3.68$$

y puede calcularse según las expresiones mostradas en la Figura 3.12.

Al considerar los efectos de larga duración debidas a la fuerza presforzante,  $P_e$ , después de las pérdidas se puede calcular como la suma de las curvaturas inicial más los cambios debidos a la reducción del presfuerzo y debidos al flujo plástico del concreto. La deflexión final del miembro bajo la acción de  $P_e$ , considerando que

el flujo plástico ocurre bajo una fuerza pretensora constante, e igual al promedio de sus valores inicial y final es

$$\Delta = -\Delta_{pe} - \frac{\Delta_{pi} + \Delta_{pe}}{2} C_u \quad 3.69$$

donde  $C_u$  es el coeficiente de flujo plástico (ver 1.8.1 a) y  $\Delta_{pe} = \Delta_{pi} P/P_i$

La deflexión de larga duración debida al peso propio se modifica también por el flujo plástico, y puede obtenerse aplicando el coeficiente del flujo plástico al valor instantáneo. De esta forma, la deflexión total del miembro, después de ocurridas las pérdidas y las deflexiones por flujo plástico, cuando actúan el presfuerzo efectivo y el peso propio, está dada por:

$$\Delta = -\Delta_{pe} - \frac{\Delta_{pi} + \Delta_{pe}}{2} C_u + \Delta_{pp} (1 + C_u) \quad 3.70$$

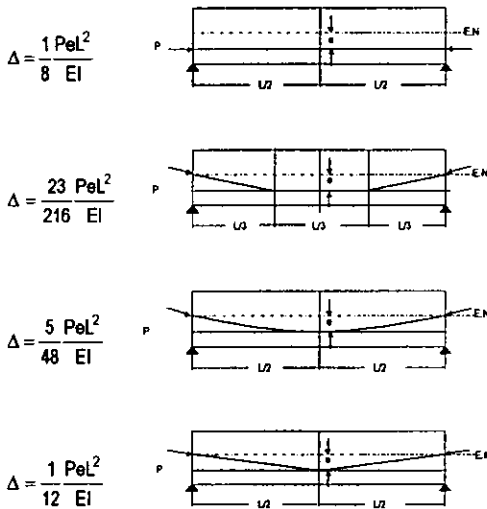


Figura 3.12 Deflexiones al centro del claro para algunos tipos de elementos pretensados simplemente apoyados

La deflexión debida a las cargas sobrepuestas puede agregarse ahora, introduciendo el coeficiente por flujo plástico para tomar en cuenta el efecto de larga duración de las cargas muertas sostenidas, para obtener la deflexión neta bajo toda la carga de servicio:

$$\Delta = -\Delta_{pe} - \frac{\Delta_{pi} + \Delta_{pe}}{2} C_u + (\Delta_{CM} + \Delta_{pp})(1 + C_u) + \Delta_{CV} \quad 3.71$$

donde:  $\Delta_{CM}$  y  $\Delta_{CV}$  son las deflexiones inmediatas debidas a las cargas muerta y viva sobrepuestas, respectivamente.

### 3.10 DEFLEXIONES PERMISIBLES

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal establece lo siguiente: el desplazamiento vertical en el centro de traveses en el que se incluyen efectos a largo plazo, es igual a

$$\Delta = L / 240 + 0.5 \quad (\text{cm}) \quad 3.71$$

además, en miembros en los cuales sus desplazamientos afecten a elementos no estructurales, como muros de mampostería, los cuales no sean capaces de soportar desplazamientos apreciables, se considerará como estado límite, a un desplazamiento vertical, medido después de colocar los elementos no estructurales igual a:

$$\Delta = L / 480 + 0.3 \quad (\text{cm}) \quad 3.72$$

Para elementos en voladizo los límites anteriores se duplicarán.

### 3.11 REFUERZO POR TENSIÓN DIAGONAL

Para el caso de algunas losas como las extruidas o alveolares y algunas secciones T sin refuerzo, el cortante que resiste el concreto deberá ser mayor o igual al número 2, o por malla de alambre electrosoldado cuyo esfuerzo de fluencia no se tomará mayor que  $4200 \text{ kg/cm}^2$ . Cuando  $V_u > V_{CR}$ , se requerirá refuerzo por tensión diagonal, y la separación,  $s$ , se determinará como sigue:

Estos estribos perpendiculares al eje de la pieza, deberán ser de acero de refuerzo de grado no menor que el 42 ( $4200 \text{ kg/cm}^2$ ) y diámetro mayor o igual al número 2, o por malla de alambre electrosoldado cuyo esfuerzo de fluencia no se tomará mayor que  $4200 \text{ kg/cm}^2$ . Cuando  $V_u > V_{CR}$ , se requerirá refuerzo por tensión diagonal, y la separación,  $s$ , se determinará como sigue:

$$s = \frac{F_R A_v f_y d (\sin\theta + \cos\theta)}{V_u - V_{CR}} \leq \frac{F_R A_v f_y}{3.5b} \quad 3.73$$

$A_v$  es el área transversal del refuerzo por tensión diagonal comprendido en una distancia  $s$  y  $\theta$  es el ángulo que dicho refuerzo forma con el plano del elemento.

Para vigas con presfuerzo total, la separación de estribos deberá cumplir con:

- $s > 5 \text{ cm}$
- Si  $V_u > V_{CR}$ , pero  $V_u \leq 1.5F_Rbd\sqrt{f'_c} \Rightarrow s \leq 0.75h$
- Si  $V_u > 1.5F_Rbd\sqrt{f'_c} \Rightarrow s \leq 0.37h$
- $V_u$  no deberá ser mayor que  $2.5F_Rbd\sqrt{f'_c}$
- Si  $h > 70 \text{ cm}$  o  $h/b > 6$ ,  $V_{CR}$  se decrementa 30% por cada concepto

### 3.12 REFUERZO COMPLEMENTARIO EN LAS PAREDES DE LAS VIGAS

Cuando el peralte de la viga rebase 75 cm debe proporcionarse refuerzo longitudinal por cambios volumétricos. Las NTC-C especifican que en toda dirección en que la dimensión de un elemento estructural sea mayor que 1.50 m, el área de refuerzo que se suministre no será menor que:

$$a_s = \frac{660X_1}{f_y(X_1 + 100)} \quad 3.74$$

donde:  $a_s$  ( $\text{cm}^2/\text{cm}$ ) es el área transversal del refuerzo colocado en la dirección que se considera por unidad de ancho de la pieza. El ancho mencionado se mide perpendicularmente a dicha dirección y a  $X_1$ , en cm, que es la dimensión mínima del miembro medida perpendicularmente al refuerzo.

Si  $X_1$  no excede de 15 cm, el refuerzo puede colocarse en una sola capa. Si  $X_1$  es mayor que 15 cm, el refuerzo se colocará en dos capas próximas a las caras del elemento.

En elementos estructurales expuestos directamente a la intemperie o en contacto con el terreno, el refuerzo no será menor de  $1.5 a_s$ .

Por sencillez, en vez de emplear la ecuación 3.74 puede suministrarse un refuerzo mínimo de 0.2 por ciento en elementos estructurales protegidos de la intemperie, y 0.3 por ciento en los expuestos a ella, o que estén en contacto con el terreno.

La separación del refuerzo por cambios volumétricos no excederá de 50 cm ni de  $3.5 X_1$ .

Debe aumentarse la cantidad de acero no menos de 1.5 veces la antes prescrita, o tomarse otras precauciones en casos de contracción pronunciada de manera que se evite agrietamiento excesivo. También, se hará lo anterior cuando sea particularmente importante el buen aspecto de la superficie del concreto.

Puede prescindirse del refuerzo por cambios volumétricos en elementos donde desde el punto de vista de resistencia y aspecto se justifique.

### 3.13 CONTACTO ENTRE EL ELEMENTO Y LA SECCIÓN COMPUESTA

Una viga de sección compuesta está formada por la combinación de un elemento prefabricado y concreto colado en el lugar. Las partes integrantes deben estar interconectadas de manera que actúen como una unidad. El elemento prefabricado puede ser de concreto reforzado o presforzado.

Si la resistencia, el peso volumétrico u otras propiedades del concreto de los elementos componentes son distintos, deben tomarse en cuenta estas diferencias al diseñar, o usarse las propiedades más desfavorables, tal como se indica en este capítulo.

Deberán tenerse especial precaución y tomarse en cuenta los efectos del apuntalamiento sobre las deflexiones y el agrietamiento.

El esfuerzo cortante horizontal,  $V_h$ , en la superficie de contacto entre los elementos que forman la viga compuesta puede calcularse con la expresión

$$V_h = \frac{V_u}{F_R b_v d} \quad 3.75$$

donde:  $V_u$  es la fuerza cortante de diseño y  $b_v$  es el ancho del área de contacto. En la Figura 3.13 se muestran algunos ejemplos para la obtención de  $b_v$ .



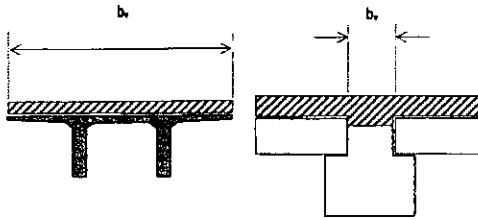


Figura 3.13 Ejemplos del ancho de contacto entre el elemento prefabricado y la losa colada en sitio

Debe asegurarse que en la superficie de contacto entre los elementos componentes se transmitan los esfuerzos cortantes que ahí actúan. Para lograr esto, se admitirán los valores siguientes:

- 1 En elementos donde no se usen anclajes metálicos y la superficie de contacto esté rugosa y limpia:  $3 \text{ kg/cm}^2$  (se admitirá que una superficie está rugosa si tiene rugosidades de amplitud total normal a ella del orden de 5 mm o más).
- 2 Donde se cumplan los requisitos mínimos para los conectores que en adelante se indican y la superficie de contacto esté limpia pero no rugosa:  $6 \text{ kg/cm}^2$ .
- 3 Donde se cumplan los requisitos mínimos para los conectores que en adelante se indican y la superficie de contacto esté limpia y rugosa:  $25 \text{ kg/cm}^2$

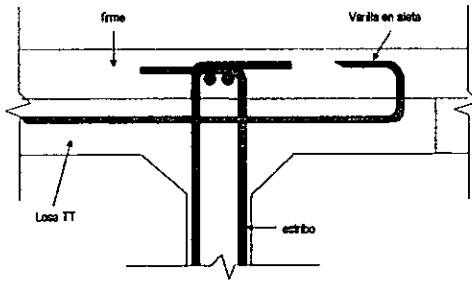


Figura 3.14 Estribos y varillas de aleta como conectores entre la trabe y el firme o losa

Cuando el esfuerzo cortante de diseño exceda de  $25 \text{ kg/cm}^2$ , el diseño por cortante horizontal se hará de acuerdo con los criterios de cortante por fricción.

Para que sean válidos los esfuerzos prescritos en 2 y 3 anteriores, deben usarse conectores formados por barras o estribos normales al plano de contacto. El área mínima de este refuerzo será  $3f_v$  veces el área de contacto ( $f_v$  en  $\text{kg/cm}^2$ ). Su espaciamiento no excederá de seis veces el espesor del elemento colado en el lugar ni de 60 cm. Además, los conectores deben anclarse en ambos componentes del elemento compuesto de modo que en el plano de contacto puedan desarrollar no menos del 80 por ciento de su esfuerzo de fluencia. Es común para algunos elementos dejar los estribos y varillas de las aletas se dejan salidos para hacer la función de conector (Figura 3.14).

El refuerzo por tensión diagonal de una viga compuesta se dimensionará como si se tratara de una viga monolítica.

### 3.14 REVISIÓN DEL IZAJE

En algunas ocasiones las condiciones de izaje y transporte pueden ser críticas. Debe tenerse especial cuidado en mantener al elemento sin falla en todas sus etapas.

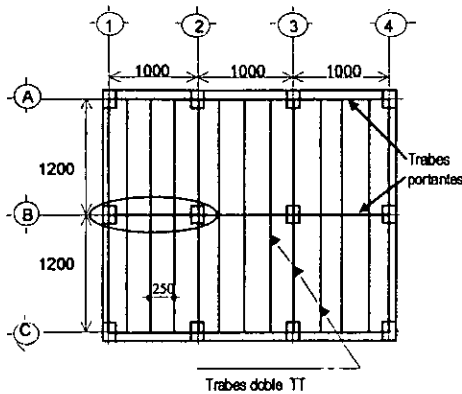
En general, los ganchos para izaje estarán hechos de acero de presfuerzo de desperdicio, y el área de acero será la necesaria para cargar el peso propio del elemento con un factor de seguridad mayor o igual a 4.0. En los planos debe quedar perfectamente indicada la posición de estos ganchos. Cuando por el peso del elemento se requieran varios torones, para formar el gancho, será conveniente forrarlos con ductos metálicos flexibles para evitar concentraciones de esfuerzos y fallas en cadena.

# CAPITULO 4

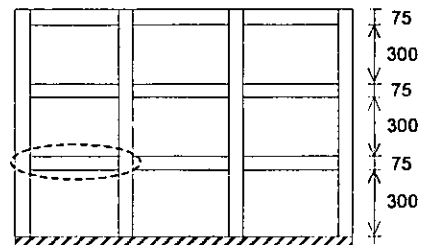
## EJEMPLO DE DISEÑO DE UNA TRABE PORTANTE PARA UN EDIFICIO DE TRES NIVELES

### GENERALIDADES

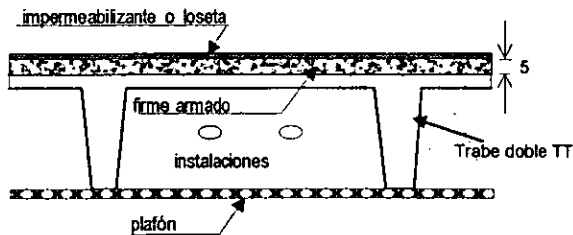
Se construirá un edificio de oficinas estructurado a base de marcos de concreto formados por traves y columnas. El sistema de piso es de traves presforzadas doble TT de 250 cm de ancho que descansan sobre traves portantes también pretensadas. El edificio está ubicado en la zona sísmica III de la ciudad de México. En las figuras siguientes se muestra la planta y elevaciones estructurales; las acotaciones están en centímetros. La viga que se diseñará en este ejemplo será la que se muestra en los siguientes esquemas.



PLANTA



ELEVACIÓN



SISTEMA DE PISO

## ANÁLISIS DE CARGAS

Azotea con pendiente 5%

Plafón e instalaciones	10	kg/m <sup>2</sup>
Impermeabilizante	10	kg/m <sup>2</sup>
Carga por reglamento	40	kg/m <sup>2</sup>
Firme armado = 0.05 x 2400	120	kg/m <sup>2</sup>
Viga doble TT	235	kg/m <sup>2</sup>
	<hr/>	
	415	kg/m <sup>2</sup>

Cargas en azotea, en kg/m<sup>2</sup>:

Carga	Diseño	Sismo	Cimentación
Muerta	415	415	415
Viva	100	70	15
Total	515	485	430

Planta tipo

Plafón e instalaciones y loseta	20	kg/m <sup>2</sup>
Carga por reglamento	40	kg/m <sup>2</sup>
Muros divisorios	50	kg/m <sup>2</sup>
Firme armado = 0.05 x 2400	120	kg/m <sup>2</sup>
Viga doble TT	235	kg/m <sup>2</sup>
	<hr/>	
	465	kg/m <sup>2</sup>

Cargas de entrepiso, en kg/m<sup>2</sup>:

Carga	Diseño	Sismo	Cimentación
Muerta	465	465	465
Viva	250	180	100
Total	715	645	565

## PROPIEDADES DE LA TRABE PORTANTE

Propiedades sección simple

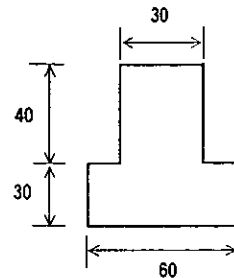
SECCIÓN	ÁREA cm <sup>2</sup>	y cm	A y cm <sup>3</sup>	d cm	A d <sup>2</sup> cm <sup>4</sup>	io cm <sup>4</sup>
40x30	1200	50	60000	21	529200	160000
30x60	1800	15	27000	14	352800	135000
$\Sigma$	3000		87000		882000	295000

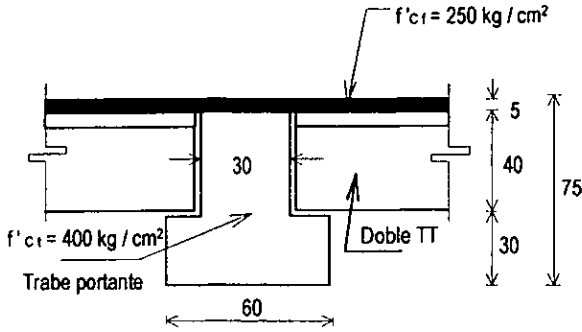
$$y_{\text{ces}} = 29 \text{ cm}$$

$$I_{\text{ces}} = 1'177,000 \text{ cm}^4$$

$$S_{\text{ces}} = 40,586 \text{ cm}^3$$

$$S_{\text{ces}} = 28,707 \text{ cm}^3$$



**Propiedades sección compuesta**

Para la determinación del ancho efectivo,  $b$ , se escoge el menor de los siguientes tres valores:

$$\begin{aligned} L/8 &= 1000/8 = 125 \text{ cm} \\ c-c &= 1200 \text{ cm} \\ 16t + b' &= (16 \times 5) + 30 = 110 \text{ cm} \leftarrow \text{Rige} \end{aligned}$$

El factor de transformación por diferencia de resistencias en el concreto es:

$$\begin{aligned} F_c &= \sqrt{f'_{cd}/f'_{ci}} = \sqrt{250/400} = 0.79 \\ b &= 110 \times 0.79 = 87 \text{ cm} \end{aligned}$$

SECCIÓN	ÁREA cm <sup>2</sup>	y cm	Ay cm <sup>3</sup>	d cm	Ad <sup>2</sup> cm <sup>4</sup>	Io cm <sup>4</sup>
5x87	435	72.5	31537.5	38.0	627851.3	906.3
40x30	1200	50.0	60000.0	15.5	287975.2	160000.0
30x60	1800	15.0	27000.0	19.5	685063.2	135000.0
Σ=	3435		118537.5		1600889.7	295906.3

$$\begin{aligned} y_{iac} &= 34.5 \text{ cm} \\ I_{ac} &= 1'896,796 \text{ cm}^4 \\ S_{iac} &= 54,966 \text{ cm}^3 \\ S_{sac1} &= 53,444 \text{ cm}^3 \\ S_{sac2} &= 46,845 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

**Resumen del análisis estructural del marco y de la trabe portante considerándola simplemente apoyada**

Del análisis de la trabe simplemente apoyada y el marco se obtuvieron los siguientes resultados:

Tipo de apoyo	Cargas consideradas	Variación del momento a lo largo de la trabe portante										
		Ton-m										
		0(m)	1(m)	2(m)	3(m)	4(m)	5(m)	6(m)	7(m)	8(m)	9(m)	10(m)
Simply supported	$W_{pp}$	0	2.86	5.09	6.68	7.63	7.95	7.63	6.68	5.09	2.86	0
	$W_{pp+DobleTT}$	0	15.26	32.79	45.32	52.83	55.34	52.83	45.32	32.79	15.26	0
Empotrada en los extremos	$W_{cv-cm}$	-33.29	-14.21	0.54	10.98	17.1	18.85	16.37	9.53	-1.64	-17.12	-36.92
	$W_{ab}$	41.52	33.46	25.39	17.33	9.27	1.2	-6.86	-14.92	-22.99	-31.05	-39.11

Tipo de apoyo	Cargas consideradas	Variación del cortante a lo largo de la trabe portante										
		Ton-m										
		0(m)	1(m)	2(m)	3(m)	4(m)	5(m)	6(m)	7(m)	8(m)	9(m)	10(m)
Empotrada en los extremos	$W_{CV+CM+pp+TT+fr}$	44.79	36.96	27.63	18.30	8.97	-0.36	-9.69	-19.02	-28.35	-37.68	-45.51
	$W_{fr}$	-8.06	-8.06	-8.06	-8.06	-8.06	-8.06	-8.06	-8.06	-8.06	-8.06	-8.06

## Esfuerzos actuantes

1.- Cuando la viga actúa como simplemente apoyada se consideran las siguientes cargas: peso propio de la trabe portante,  $W_{pp}$ , peso de la TT,  $W_{ppTT}$  y peso del firme,  $W_f$ . El momento debido a  $W_{pp+ppTT+fr}$  al centro del claro de la viga fue de 55.34 T-m:

$$f_{iss} = M_{pp+ppTT+fr} / S_{iss} = 5534000 / 40,586 = 136.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{ess} = M_{pp+ppTT+fr} / S_{ess} = 5534000 / 28,707 = -192.8 \text{ kg/cm}^2$$

2.- Tanto la carga muerta adicional, CM, como la carga viva, CV actúan en el elemento cuando este se encuentra ya empotrado en sus extremos. Por ello, los esfuerzos en la trabe portante se calcularán a partir de los momentos reportados en el análisis del marco. El momento máximo de servicio debido a CM + CV se calculó en 18.85 T-m:

$$f_{isc} = M_{CM+CV} / S_{isc} = 1885000 / 54,966 = 34.29 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{escf} = M_{CM+CV} / S_{escf} = 1885000 / 46,845 = -40.24 \text{ kg/cm}^2$$

## Presfuerzo propuesto

Dado que generalmente la condición más crítica de servicio son los esfuerzos de tensión al centro del claro, se obtendrá el presfuerzo necesario para obtener en la fibra inferior un esfuerzo final menor al permisible. El esfuerzo en dicha fibra estará dado por:

$$f_{INF} = -\frac{P}{A_{ss}} - \frac{Pe}{S_{iss}} + \frac{M_{pp+TT+frme}}{S_{iss}} + \frac{M_{CM+CV}}{S_{isc}}$$

donde: las propiedades de la sección y los momentos son conocidos. El valor de la excentricidad se estima considerando un número aproximado de torones, en este caso 10, que son los que caben en una sola cama en la sección utilizada:

$$e = y_{iss} - r - (d_t / 2)$$

$$e = 29.0 - 4 - 0.635 = 24.4 \text{ cm}$$

Por último, se calculan los esfuerzos y se despeja P. En este caso se considera que el esfuerzo  $f_{INF}$  es igual a cero, aunque puede ser cualquier valor menor al permisible.

$$f_i = \frac{M_{pp+TT+frme}}{S_{iss}} + \frac{M_{CM+CV}}{S_{isc}} = 136.4 + 34.3 = 170.7 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = \frac{f_i}{\frac{e}{S_{iss}} + \frac{1}{A_{ss}}} = \frac{170.7}{\frac{24.4}{40486} + \frac{1}{3000}} = 182,370 \text{ kg}$$

El tensado inicial se propone en  $0.77 f_{ur}$ , ya que se estima que las pérdidas iniciales serán del orden del 7 por ciento; con esto se obtendrá un esfuerzo efectivo en el torón después de la transferencia de  $0.7 f_{ur}$ , que es el

máximo permitido por el reglamento. Se utilizarán torones de  $\frac{1}{2}$ " con un esfuerzo nominal de  $f_w = 19,000$  kg/cm<sup>2</sup>.

$$n = 182,370 / (0.77 \times 0.8 \times 19,000 \times 1.0) = 16 \text{ torones}$$

Del análisis de cargas se puede observar que este número de torones, solo se necesitan al centro del claro mientras que en los extremos el presfuerzo es perjudicial, ya que le estaría restando capacidad al concreto para tomar los momento negativos que se presentan en la trabe cuando esta se encuentra trabajando como empotrada.

Por lo anterior se propone colocar 14 torones en 2 camas, cada cama con 7 torones. Se calcula la fuerza P con 6% de perdidas iniciales, de ser cierta la estimación de las pérdidas iniciales, será la fuerza inicial de presfuerzo.

$$P = 0.76 \times 19,000 \text{ kg/cm}^2 \times 14 \times 1.0 \text{ cm}^2 = 202,160 \text{ kg}$$

y la excentricidad:

$$e' = (7 \times 5) + (7 \times 10) / 14 = 7.5 \text{ cm}$$

$$e = 29 - 7.5 = 21.5 \text{ cm}$$

El esfuerzo de tensado en cada torón,  $f_0$ , será de

$$f_0 = P / A_{sp} = 202,160 / (14 \times 1.0) = 14,440 \text{ kg/cm}^2$$

el esfuerzo se encuentra dentro de los valores permisibles de  $0.8 f_w$  (15,200 kg/cm<sup>2</sup>) y  $0.7 f_w$  (13,300 kg/cm<sup>2</sup>).

## PÉRDIDAS

### Acortamiento elástico

$$\Delta AE = \frac{E_{sp}}{E_c} f_{csp}$$

$$E_{sp} = 1.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_c = 14,000 \sqrt{f'_c} = 250,440 \text{ kg/cm}^2$$

Donde:  $f'_c = 0.8 f_c$ , ya que la resistencia del concreto está al 80 por ciento de su resistencia nominal.

$$f_{csp} = - \frac{P}{A_{ss}} - \frac{Pe}{I_{ss}} + \frac{M_{pp}}{I_{ss}}$$

$$P = 202,160 \text{ kg}$$

$$P / A_{ss} = 202,160 / 3,000 = 67.39 \text{ kg/cm}^2$$

$$Pe / I_{ss} = 202,160 \times 21.5^2 / 1,177,000 = 79.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_{pp} / I_{ss} = 795,000 \times 21.5 / 1,177,000 = 14.52 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{csp} = -67.39 - 79.4 + 14.52 = -132.27 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta AE = 1,003.5 \text{ kg/cm}^2$$

**Relajación instantánea**

Se utilizarán torones de baja relajación. El tiempo de destensado será a las 18 horas. El esfuerzo de fluencia es de 17,100 kg/cm<sup>2</sup>.

$$\Delta RE_1 = \frac{\log(t)}{40} \left( \frac{f_{PJ}}{f_{PY}} - 0.55 \right) f_{PJ}$$

$$\Delta RE_1 = \frac{\log(18)}{40} \left( \frac{14,440}{17,100} - 0.55 \right) 14,440 = 133.43 \text{ kg/cm}^2$$

La suma de las pérdidas instantáneas  $\Delta AE$  y  $\Delta RE_1$  es  $0.05981 f_{sr}$  por lo que el esfuerzo en el torón inmediatamente después de la transferencia es:

$$(0.76 - 0.0598) f_{sr} = 0.7 f_{sr}$$

es el esfuerzo permisible inmediatamente después de la transferencia.

**Contracción**

Considerando humedad intermedia,  $H=70$ :

$$\Delta CC = (1193 - 10.5H)$$

$$\Delta CC = 458 \text{ kg/cm}^2$$

**Flujo plástico**

$$\Delta FP = 12 f_{cgp} - 7 f_{cdp}$$

$$f_{cgp} = -132.27 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{cdp} = \frac{M_{ppTT}}{I_{ss}} e + \frac{M_{firme}}{I_{ss}} e + \frac{M_{CM}}{I_{sc}} e$$

$$f_{cdp} = \frac{3'150,000 \times 21.5}{1'177,000} + \frac{1'590,000 \times 21.5}{1'177,000} + \frac{604,000 \times 21.5}{1'896,796} =$$

$$f_{cdp} = 57.54 + 29.04 + 6.85 = 93.43 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta FP = 12(132.27) - 7(93.43) = 933.23 \text{ kg/cm}^2$$

**Relajación diferida**

$$\Delta RE_2 = 1408 - 0.4 \Delta AE - 0.2(\Delta CC + \Delta FP)$$

$$\Delta RE_2 = 1408 - 0.4(1003.5) - 0.2(458 + 933.2) = 728.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta RE_2 = 0.3(728.4) = 218.2 \text{ kg/cm}^2$$



**Resumen de pérdidas**

Pérdida	$\Delta f$ (kg/cm <sup>2</sup> )	% $f_0$	% $f_r$
Acortamiento elástico	1004	6.9	5.3
Relajación instantánea	133	0.9	0.7
Contracción	458	3.2	2.4
Flujo plástico	933	6.5	4.9
Relajación diferida	218	1.5	1.1
<b>Total!</b>	<b>2746</b>	<b>19.0</b>	<b>14.4</b>

**ESFUERZOS ACTUANTES FINALES**

$$f^{\pm} = -\frac{P_o}{A} \pm \frac{P_o}{I_{sa}} e y_{sa} \pm \frac{M_{pp+TT+firme}}{I_{sa}} y_{sa} \pm \frac{M_{CM+CV}}{I_{sc}} y_{sc}$$

Presfuerzo efectivo considerando 19% de pérdidas con respecto a  $f_0$ .

$$P_o = (1.0 - 0.19) \times 0.7 \times 19,000 \times 14 \times 1.0 = 150,822 \text{ kg}$$

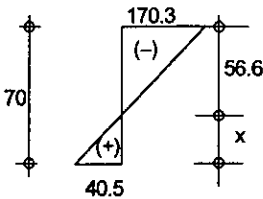
$$f'_{inf} = -150,822 / (1/3,000 + 21.5 / 40,586) + 136.4 + 34.3 = 40.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_{perm} = 1.6\sqrt{f_c} = 32 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{no pasa}$$

$$f'_{sup} = -150,822 / (1/3,000 - 21.5 / 28,707) - 192.8 - 40.2 = -170.3 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{perm} = 0.45f_c = 180 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{si pasa}$$

Por lo tanto el esfuerzo inferior tendrá que ser tomado por el acero de refuerzo ordinario longitudinal.



$$x = 40.5 \times 70 / 210.8 = 13.4 \text{ cm}$$

$$T = 13.4 \times 40.5 \times 60 / 2 = 16,281 \text{ kg}$$

$$A_s = T / f_y = 16,281 / (0.6 \times 4200) = 6.46 \text{ cm}^2$$

Se colocaran 2 barras del No. 4 + 2 barras del No. 5 ( $A_s = 6.5 \text{ cm}^2$ ) como mínimo en el lecho inferior.

A continuación se presenta una tabla que nos indica el número de torones que se requieren para la etapa intermedia, cuando la trabe trabaja como simplemente apoyada, y actúan solamente los siguientes pesos:  $W_{pp}$ ,  $W_{ppTT}$ ,  $W_i$ , los resultados se muestran en la siguiente tabla.

x (m)	M (T-m)	P	$N_{Req}$	$N_{Prop}$	$P_o$	$f_{inf}$	$f_{sup}$
0.7	15.28	-4867.29	-0.4	0	0	-4.2	-53.2
1.7	32.79	45177.43	3.9	2	21546	19.1	-103.4
2.7	45.32	80948.13	7.0	6	64638	10.1	-125.4
3.7	52.83	102387.72	8.9	6	64638	28.6	-151.5
4.7	55.34	109553.28	9.5	7	75411	24.8	-154.9

La siguiente tabla muestra el número de torones que se requieren en la etapa final, es decir cuando la viga tiene actuando todas las cargas de servicio, las cargas que intervienen son las siguientes,  $W_{pp}$ ,  $W_{ppTT}$ ,  $W_l$ ,  $W_{cv}$ ,  $W_{cm}$ .

x (m)	$M_{sup}$ (T-m)	$M_{emo}$ (T-m)	$N_{prop}$	$P_o$	$f_{inf}$	$f_{sup}$
0	0	-33.29	0	0	-101.1	71.1
1	15.26	-14.21	0	0	-28.8	-22.8
2	32.79	0.54	1	10773	31.3	-110.0
3	45.32	10.98	8	86184	16.8	-145.5
4	52.83	17.1	11	118503	18.5	-171.3
5	55.34	18.89	14	150822	0.0	-170.4

Para el cálculo de esfuerzos en la parte inferior de la trabe se consideraron los esfuerzos que toma el acero de refuerzo longitudinal de  $40.5 \text{ kg/cm}^2$ .

## ESFUERZOS EN LA TRANSFERENCIA

Primero se revisarán los esfuerzos en la transferencia al centro del claro. El presfuerzo consta de 14 torones con un esfuerzo, inmediatamente después de la transferencia, de  $0.7 f_{st}$ , la fuerza de presfuerzo vale

$$P = 14 \times 0.7 \times 19,000 = 186,200 \text{ kg}$$

Los esfuerzos por carga vertical son debidos solo al peso propio de la trabe; en la fibra inferior se calcularon en  $19.6 \text{ kg/cm}^2$  y en la superior en  $27.7 \text{ kg/cm}^2$ . Los esfuerzos actuantes y permisibles en la transferencia son:

$$f_i = -186,200 (1/3,000 + 21.5/40,586) + 19.6 = -141.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{perm} = 0.6f_{ci} = 192 \text{ kg/cm}^2, \text{ si pasa}$$

$$f_s = -186,200 (1/3,000 - 21.5/28,707) - 27.7 = 49.7 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_{perm} = \sqrt{f'_{ci}} = 17.89 \text{ kg/cm}^2, \text{ no pasa}$$

Por lo tanto el esfuerzo en la parte superior de la trabe, tendrá que ser tomado por el acero de refuerzo ordinario longitudinal.

Por triángulos semejantes:

$$x = 49.7 \times 70 / 190.8 = 18.23 \text{ cm}$$

$$T = 18.23 \times 49.7 \times 30 / 2 = 13590.5 \text{ kg}$$

$$A_s = T / f_y = 13590.5 / (0.6 \times 4200) = 5.4 \text{ cm}^2$$

Se colocarán 3 barras del No. 5 ( $A_s = 5.94 \text{ cm}^2$ ) como mínimo en el lecho superior.

## ENCAMISADOS

x m	N Torones	e cm	P kg	M kg-m	f <sup>+</sup> kg/cm <sup>2</sup>	f <sup>-</sup> kg/cm <sup>2</sup>
4.5	14	21.5	186200	7938.0	-141.1	0.0
4	14	21.5	186200	7776.0	-141.5	0.6
3.5	12	21.9	159600	7434.0	-121.1	-6.9
3.5	10	22.5	133000	7434.0	-99.7	-15.7
3	8	23.4	106400	6912.0	-79.7	-22.6
2.5	8	23.4	106400	6210.0	-81.4	-20.2
2	6	24.0	79800	5328.0	-60.7	-28.1
1.5	6	24.0	79800	4266.0	-63.3	-24.4
1	2	24.0	26600	3024.0	-17.1	-46.9

$$f_{perm} = 0.6 \cdot f_{ci} = 192 \text{ kg/cm}^2, (\text{INF})$$

$$f'_{perm} = \sqrt{f'_{ci}} = 17.89 \text{ kg/cm}^2 (\text{SUP})$$

$$L_d \geq 0.014 \times 1.27 (18143 - (0.67 \times 10773)) = 194 \text{ cm}$$

Para calcular los esfuerzos en la parte superior del elemento se tomó en cuenta el esfuerzo del acero de refuerzo  $f_{as} = 49.7 \text{ kg/cm}^2$ . Como se puede observar no se requiere de encamisar sin embargo se tendrán que encamisar el mayor número de torones en los extremos de la trabe, respetando el número de torones que se requieran para la etapa final, es decir cuando en la trabe portante se encuentran actuando todas las cargas de servicio, así como también se respetará la longitud de desarrollo que se requiere para transmitir el presfuerzo al concreto.

Se encamisarán 12 torones a las longitudes siguientes:

Torón	Longitud de encamisado (m)	Número de torones
A	2	2
B	1	10

B	B	B	B	B	B	B
+	+	+	+	+	+	+
B	A		B		A	B
+	+	+	+	+	+	+

## REVISION POR RESISTENCIA

1.- Al centro del claro de la trabe portante

$$ME = 74.23 \text{ T-m}$$

$$Mu = 1.4 \times 74.23 = 103.9 \text{ T-m}$$

Como el bloque de compresiones,  $a$ , es mayor que el espesor del firme se procederá considerando dos fuerzas de compresión: una conocida,  $C_1$ , y otra por conocer,  $C_2$ :

$$f_{sp} = f_{cr}[1 - 0.5(q_p + q - q')] ]$$

$$p_p = A_{sp} / b_{firme} d_p = 14 / (110 \times 67.5) = 0.001885$$

$$q_p = p_p f_{cr} / f'_c = (0.001885 \times 19000) / 170 = 0.210676$$

$$p = A_w / b_{firme} d_p = 6.5 / (110 \times 67.5) = 0.000875$$

$$q = p f_y / f'_c = (0.000875 \times 4200) / 170 = 0.021617$$

$$p' = A'_s / b_{firme} d' = 5.94 / (110 \times 6) = 0.009$$

$$q' = p' f_y / f'_c = (0.009 \times 4200) / 170 = 0.222353$$

$$f_{sp} = 19000[1 - 0.5(0.210676 + 0.021617 - 0.222353)] = 18905.57 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_1 = b_{firme} t_{firme} f'_c t_{firme}$$

$$C_2 = (a - t_{firme}) b_{trab} f'_c t_{trab}$$

$$T_1 = C_1$$

$$A_{sp1} f_{sp} = b_{firme} t_{firme} f'_c t_{firme}$$

$$A_{sp1} f_{sp} = 110 \times 5 \times 170 = 93500 \text{ kg}$$

$$A_{sp2} f_{sp} = A_{sp} f_{sp} - A_{sp1} f_{sp} = 264678 - 93500 = 171,178 \text{ kg}$$

$$T_2 = C_2$$

$$a = t_{firme} + ((A_{sp2} f_{sp} + A_w f_y) / b_{trab} f'_c t_{trab}) =$$

$$a = 5 + ((171,178 + 27300) / (30 \times 254)) = 31.04 \text{ cm}$$

$$M_R = F_R \left[ T_1 \left( d_{sp} - \frac{t_{firme}}{2} \right) + T_2 \left( d_{sp} - \left( \frac{a - t_{firme}}{2} \right) \right) \right]$$

$$M_R = 0.9 \left[ 93500 (67.5 - 2.5) + 198,424.8 \left( 67.5 - \left( \frac{31.04 - 5}{2} \right) \right) \right] = 15198914.8 \text{ kg} - \text{cm} = 151.99 \text{ T-m}$$

$\therefore M_R > M_U$ ,  $151.99 > 103.9 \text{ T-m}$  si cumple

## 2.-Revisión del momento resistente en el extremo de la trabe portante.

$$M_E = -33.2 \text{ T-m}$$

$$M_{sb} = -41.52 \text{ T-m}$$

$$M_U = 1.1(33.2 + 41.52) = 73.62 \text{ T-m}$$

$$A_s = 29 \text{ cm}^2 \text{ propuesta}$$

El momento resistente de esta sección se calculará del equilibrio de fuerzas:

$$T = A_s f_y$$

$$C = ab(f'_c - f_p)$$

Como no se conoce el valor de  $f_p$  ni el peralte del bloque de presiones,  $a$ , se propondrá un valor de  $f_p = 26.58 \text{ kg/cm}^2$ .

Cálculo del bloque equivalente de concreto a compresión

$$a = A_s f_y / b(f'_c - f_p) = 29(4200) / (60(254 - 26.58)) = 8.93 \text{ cm}$$

Cálculo de la profundidad del eje neutro

$$c = a / 0.8 = 8.93 / 0.8 = 11.16 \text{ cm}$$

Cálculo de la deformación del acero de refuerzo

$$\epsilon_s = 0.003(d-c)/c = 0.003(72-11.16)/11.16 = 0.01636$$

Revisión del acero de refuerzo

$$\epsilon_s > \epsilon_y / 0.75 = 0.001 / 0.75 = 0.001333 \text{ OK el acero de refuerzo fluye}$$

Cálculo de la deformación del acero de presfuerzo

$$\epsilon_p = 0.003(c - r')/c = 0.003(11.16 - 4) / 11.16 = 0.001925$$

Obtención del esfuerzo al que está actuando el acero de presfuerzo para este nivel de deformación

$$f_p = (\epsilon_i - \epsilon_p) E_{sp} = (0.00567 - 0.001925) 1.9 \times 10^6 = 7116.42 \text{ kg/cm}^2$$

$$\epsilon_i = f_{pe} / E_p = 10,773 / 1.9 \times 10^6 = 0.00567$$

Cálculo de la fuerza que actúa en el acero de presfuerzo

$$P = f_p A_{sp} = 7116.42 \times 2 = 14232.84 \text{ kg}$$

$$A_{sp} = 2 \text{ cm}^2, \text{ es el área de acero de presfuerzo que actúa en la sección de estudio}$$

Obtención del esfuerzo que actúa sobre el bloque de concreto a compresión producido por el presfuerzo

$$f_p = P/(ab) = 14232.84/(8.93 \times 60) = 26.57 \text{ OK se acepta el } f_p \text{ propuesto}$$

Momento resistente

$$M_R = A_s f_y (d - a/2) = 29 \times 4200 (72 - (8.93/2)) = 74033394.11 \text{ kg-cm}$$

$M_R = 74.03 \text{ Ton-m} > M_0 = 73.62 \text{ Ton-m}$  OK el  $A_s = 29 \text{ cm}^2$  se acepta, se colocaran 6 barras del No. 8,

$$\underline{A_s = 30.42 \text{ cm}^2}$$

## REVISIÓN POR CORTANTE

### 1. Revisión del cortante a paño de columnas

Del análisis de cargas el cortante a paño de columna es:

$$V = 39.42 \text{ T}$$

$$V_u = 1.4 \times 39.42 = 55.2 \text{ T}$$

Momento flexionante total en la sección crítica  $M = 76.03 \text{ T-m}$

**Cortante resistente**

$$V_{CR} = F_R b d_p (0.15 \sqrt{f'_c} + 50 V d_p / M)$$

$$d_p = h - e' = 75 - 7.5 = 67.5 \text{ cm}$$

$$b d_p = b' d_p + l^2 = 30(67.5) + 5^2 = 2050 \text{ cm}^2$$

$$f'_c = 0.8 \times 400 = 320 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_{CR} = 0.8 \times 2050 (0.15 \sqrt{320} + (50 \times 55200 \times 67.5) / 7603000) = 44586.3 \text{ kg}$$

$$V_{CRmax} = 1.3F_R b d_p \sqrt{f'_c} = 1.3 \times 0.8 \times 2050 \sqrt{320} = 38138.4 \text{ kg}$$

como  $h = 75 \text{ cm}$ ,  $V_{CR} = 0.7(44586.3) = 31210.4 \text{ kg}$

$V_U > V_{CR}$  la sección requiere de estribos, y  $V_{CR} < V_{CRmax}$  por lo tanto  $V_{CR} = 31210.4 \text{ kg}$ . Se colocarán estribos del 3, dos ramas,  $A_v = 2 \times 0.71 = 1.42 \text{ cm}^2$

### Separación de estribos

$$S = \frac{F_R A_v f_y d}{V_U - V_{CR}} = \frac{0.8 \times 1.42 \times 4200 \times 67.5}{55200 - 31210.4} = 13.4 \text{ cm}$$

como  $s > 5 \text{ cm}$  y  $s < 0.37h$ ;  $h = 26 \text{ cm}$ ,  $\therefore$  se colocarán E del No. 3 @ 13 cm.

### 2. Revisión del cortante a $L/4 = 10/4 = 2.5 \text{ m}$

$$V = 22.93 \text{ T}$$

$$V_u = 1.4(22.93) = 32.1 \text{ Ton}$$

Momento en la sección de estudio,  $M = 54.14 \text{ Ton-m}$

$$V_{CR} = 0.8 \times 2050 (0.15 \sqrt{320} + (50 \times 22930 \times 67.5) / 5414000) = 27843.1 \text{ kg}$$

Como  $h = 70 \text{ cm}$ ,  $V_{CR} = 0.7(27843.1) = 19490.2 \text{ kg}$

$$V_{CRmin} = 0.5 d_b \sqrt{320} = 0.5 \times 2050 \times \sqrt{320} = 18335.8 \text{ kg}$$

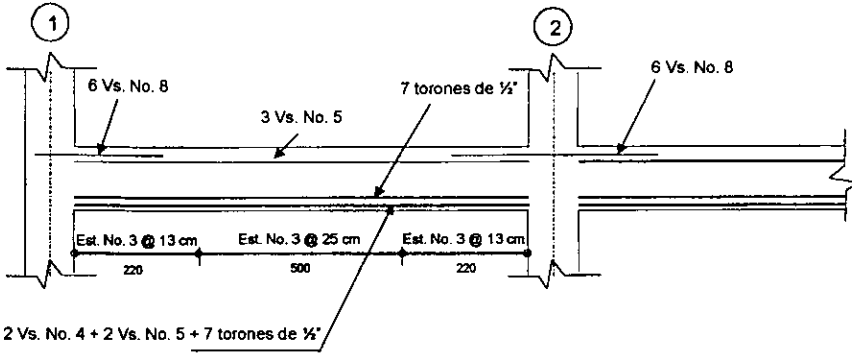
$V_U > V_{CR}$  la sección requiere de estribos, y  $V_{CR} > V_{CRmin}$  por lo tanto  $V_{CR} = 19490.2 \text{ kg}$ . Se colocarán estribos del 3, dos ramas,  $A_v = 2 \times 0.71 = 1.42 \text{ cm}^2$

### Separación de estribos

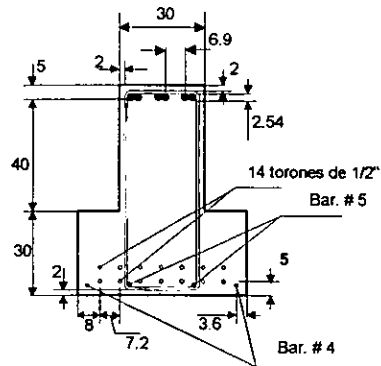
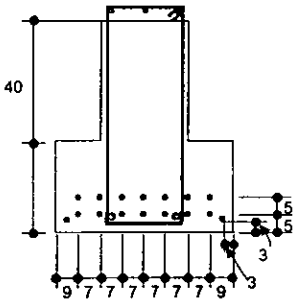
$$S = \frac{F_R A_v f_y d}{V_U - V_{CR}} = \frac{0.8 \times 1.42 \times 4200 \times 67.5}{32100 - 19490.2} = 25.5 \text{ cm}$$

como:  $s > 5 \text{ cm}$  y  $s < 0.37h$   $h = 26 \text{ cm}$ ,  $\therefore$  se colocarán E del No. 3 @ 25 cm.

ARMADOS



REFUERZO EN EL CENTRO DEL CLARO 1-2, SECCIÓN SIMPLE



ESTA TESIS NO SA' T  
DE LA BIBLIOTECA

**REVISIÓN POR ACERO MÁXIMO.**

Para ello, se revisará que la deformación en el acero de presfuerzo sea al menos 33 por ciento mayor que la deformación de fluencia:

$$\epsilon_{sp} > 1.33\epsilon_{sy}$$

donde:  $\epsilon_{sp} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$

$$f_{pe} = P_e / A_p = 150,822 / 14 = 10,773 \text{ kg/cm}^2$$

$$\epsilon_1 = f_{pe} / E_p = 10,773 / 1.9 \times 10^6 = 0.00567$$

$$\epsilon_2 = \frac{P_e}{A_c E_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) = \frac{150,882}{3454 \times 280000} \left( 1 + \frac{27^2}{552.19} \right) = 0.000362$$

$$r^2 = I / A = 1896796 / 3454 = 552.19 \text{ cm}^2$$

$$E = 14000 \sqrt{400} = 280000 \text{ kg/cm}^2$$

$$e = 34.5 - 7.5 = 27 \text{ cm}$$

$$\epsilon_2 = 0.000362$$

$$\epsilon_3 = \epsilon_{cu} \left( \frac{d-c}{c} \right) = 0.003 \left( \frac{67.5 - 38.8}{38.8} \right) = 0.002219$$

$$c = a / 0.8 = 31.04 / 0.8 = 38.8 \text{ cm}$$

$$\epsilon_{sp} = 0.00567 + 0.000362 + 0.002219 = 0.008251$$

$$1.33\epsilon_{sy} = 1.33 \times 0.01 = 0.0133$$

$\epsilon_{sp} < 1.33\epsilon_{sy}$  no fluye el acero de presfuerzo

**REVISIÓN POR ACERO MÍNIMO**

$$M_R \geq (1.5 - 0.3I_p) M_{agr}$$

$$M_{agr} = M_1 + M_2$$

$$M_1 = M_{pp+ppTT+firme} = 5'534,000 \text{ kg-cm}$$

$$M_2 = \frac{I_{sc}}{y_{isc}} \left[ \frac{P \cdot e}{I} y_i + \frac{P}{A} + 2\sqrt{f'_c} - \frac{M_1}{I} y_i \right] =$$

$$= \frac{1896796}{34.5} \left[ \frac{150822 \times 21.5}{1177000} (29) + \frac{150822}{3000} + 2\sqrt{400} - \frac{5534000}{1177000} (29) \right] = 1858860.08 \text{ Kg-cm}$$

$$M_{agr} = 5534000 + 1858860.08 = 7392860.08 \text{ Kg-cm}$$

$$1.2M_{agr} = 1.2(7392860.08) = 8871432.09 \text{ Kg-cm}$$

$$M_{UR} > 1.2M_{agr}$$

$$159.55 \text{ Ton-m} > 88.71 \text{ Ton-m} \quad \text{Ok}$$



**DEFLEXIONES****Contraflecha**

$$\Delta = \Delta_{pl} - \Delta_{pp} =$$

$$\Delta_{pl} = \frac{1}{8} \frac{PeL^2}{EI} = \frac{186200(21.5)(940^2)}{8(280000)(1177000)} = 1.34 \text{ cm}$$

$$\Delta_{pp} = \frac{5\omega_{pp}L^4}{384EI} = \frac{5(7.2)(940^4)}{384(280000)(1177000)} = 0.22 \text{ cm}$$

$$\Delta = -\Delta_{pl} + \Delta_{pp} = -1.34 + 0.22 = -1.12 \text{ cm}$$

**Deflexión bajo todas las cargas de servicio**

$$\Delta = -\Delta_{pe} - \frac{\Delta_{pl} + \Delta_{pe}}{2} C_u + (\Delta_{pp} + \Delta_{CM})(1 + C_u) + \Delta_{CV} + \Delta_{SCM} =$$

$$C_u = 2.35, \text{ valor recomendado promedio (1.8.1 a)}$$

$$\Delta_{pe} = \Delta_{pl} \frac{P_e}{P_l} = 1.34 \left( \frac{150822}{186200} \right) = 1.08 \text{ cm}$$

$$\Delta_{CM} = \Delta_{ppTT} + \Delta_{fimo} = \frac{5\omega_{ppTT} + fimo L^4}{384EI} = \frac{5(42.6)(940^4)}{384(280000)(1177000)} = 1.31 \text{ cm}$$

$$\Delta_{CV} + \Delta_{SCM} = \frac{\omega_{CV} + s_{CM}L^4}{384E I_{sc}} = \frac{43.2(1000^4)}{384(280000)(1896796)} = 0.21 \text{ cm} \approx 0$$

$$\Delta = -1.12 - 0.5(1.34 + 1.12)(2.35) + (0.22 + 1.31)(1 + 2.35) + 0.21 = 1.33 \text{ cm}$$

**DEFLEXIONES PERMISIBLES SEGÚN EL RCDF.**

En el centro del claro en donde se incluyen efectos a largo plazo son:

$$\Delta = L/240 + 0.5 = (1000/240) + 0.5 = 4.67 \text{ cm}$$

En el centro del claro en miembros en los cuales sus desplazamientos afecten a elementos no estructurales, como muros de mampostería, etc., son:

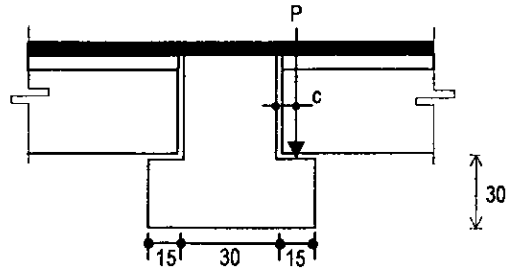
$$\Delta = L/480 + 0.3 = 1000/480 + 0.3 = 2.83 \text{ cm}$$

∴ Las deflexiones actuantes son menores que las permisibles  $1.33 < 2.83$  **Ok se acepta**

## DISEÑO DE LA MENSULA DE TRABE PORTANTE

Carga total de diseño =  $715 \text{ kg/m}^2$ Peso de una viga doble TT =  $0.715 \times 2.5 \times 12 = 21.45 \text{ Ton}$ Reacción =  $W_{ppTT} / 2 = 21.45 / 2 = 10.725 \text{ Ton}$ P = Descarga por alma de la doble TT =  $10.725 / 2 = 5.4 \text{ Ton}$ 

$P = 5.4 \text{ Ton}$   
 $P_u = 1.4 \times 5.4 = 7.56 \text{ Ton}$   
 $c = 15 / 2 = 7.5 \text{ cm}$   
 se considera un ancho  
 $b = 30 \text{ cm}$



Ver Normas Técnicas Complementarias RCDF Capítulo 4.9 mensulas.

## REQUISITOS

La relación  $e/d$  menor o igual que 1,  $e/d = 7.5 / 25 = 0.3 < 1$  Ok se cumple

El peralte total en el extremo de la ménsula no debe ser menor que 0.5d

 $0.5d = 0.5 \times 25 = 12.5 < 30$  Ok se cumpleT no mayor que P  $T_u = 0.2P_u$  se cumpleREFUERZO POR TENSION  $T_u$  $T_u = 0.2 P_u = 0.2 \times 7.56 = 1.512 \text{ Ton}$ 

$$A_t = \frac{T_u}{F_R f_y} = \frac{1512}{0.8 \times 4200} = 0.45 \text{ cm}^2$$

## REFUERZO POR FLEXION

 $M_u = P_u c + T_u (h-d) = 7.56(0.075) + 1.512(0.3-0.25) = 0.6426 \text{ Ton-m}$ 

$$M_R = F_R A_t f_y Z \Rightarrow A_t = \frac{M_R}{F_R f_y Z}; \text{ donde: } Z = 1.2c = 1.2 \times 7.5 = 9 \text{ cm}$$

$$A_t = \frac{64260}{0.8 \times 4200 \times 9} = 2.125 \text{ cm}^2$$

El área  $A_s$  será el mayor de los valores siguientes:

$$A_t + A_t = 2.125 + 0.45 = 2.575 \text{ cm}^2$$

$$2/3 A_t + A_t = (0.667 \times 1.6071) + 0.45 = 1.5214 \text{ cm}^2$$

El área  $A_s$  no debe ser menor de:  $A_{s, \text{mh}} = 0.04 f_c b d / f_y = 0.04 \times 400 \times 30 \times 25 / 4200 = 2.86 \text{ cm}^2$  ← RIGE

CALCULO DEL REFUERZO PARA RESISTIR  $V_R$ :

La resistencia a la fuerza cortante no se tomara mayor de  $0.25 F_R f'_c b d$   
 La resistencia a la fuerza cortante  $V_R$ , será el menor de los valores siguientes:

- $F_R \mu (A_w f_y + N_u)$
- $F_R [14A + 0.8(A_w f_y + N_u)]$
- $0.25 F_R f'_c A$

en donde  $V_R = 7.56 \text{ Ton}$ ,  $\mu = 1.4$ ,  $N_u = 0.00$ ,  $f'_c = 320 \text{ kg/cm}^2$

de a) se puede escribir:

$$A_w = \left( \frac{V_R}{F_R \mu} - N_u \right) \frac{1}{f_y} = \left( \frac{7560}{0.8 \times 1.4} - 0.00 \right) \frac{1}{4200} = 1.61 \text{ cm}^2$$

sustituyendo en b) y c) :

$$b) F_R [14A + 0.8(A_w f_y + N_u)] = 0.8 [(14 \times 30 \times 30) + (0.8 \times 1.61 \times 4200)] = 14408 \text{ Kg} > 7560 \text{ Kg}$$

$$c) 0.25 F_R f'_c A = 0.25 \times 0.8 \times 320 \times 30 \times 30 = 57600 \text{ Kg} > 7560 \text{ Kg}$$

por lo que  $A_w = 1.61 \text{ cm}^2$  es correcto y es el acero que se requiere para resistir  $V_R$

ARMADO DE LA MENSULA

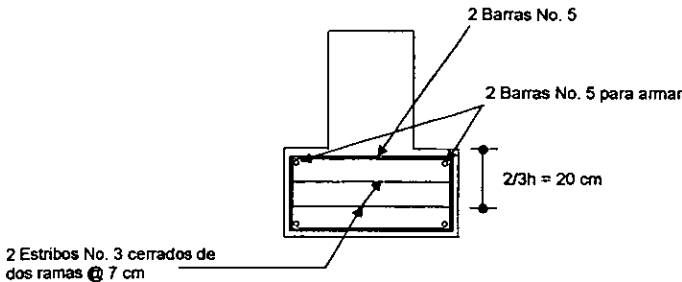
$$A_s = A_t + A_l = 0.45 + 2.8571 = 3.3071 \text{ cm}^2$$

∴ Se colocarán 2 barras # 5,  $A_s = 4 \text{ cm}^2$  → **correcto**

El área  $A_h$  se distribuye en los dos tercios superiores del peralte y debe ser igual a  $0.5(A_s - A_t)$  :

$$A_h = 0.5 (3.31 - 0.45) = 1.42 \text{ cm}^2$$

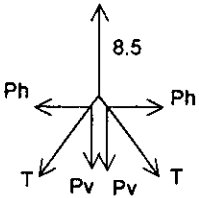
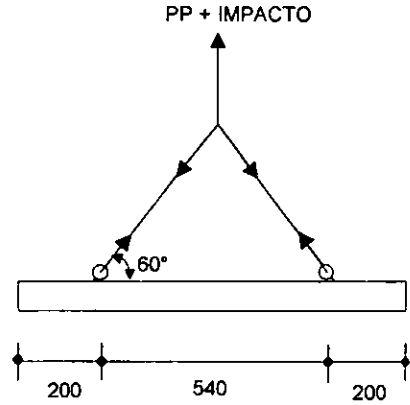
∴  $A_h = 2$  estribos # 3 de dos ramas



## REVISIÓN DEL IZAJE TRABE PORTANTE

## PESO DE LA TRABE PORTANTE SECCIÓN SIMPLE

A m <sup>2</sup>	P.V. Ton/m <sup>3</sup>	L m	P.P Ton	Impacto %	P+ Imp Ton	F.S
0.3	2.4	9.4	6.768	25	8.46	2



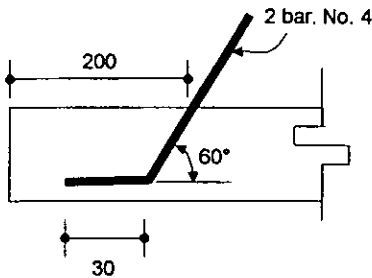
$$P_v = 8.5/2 = 4.25 \text{ Ton}$$

$$P_h = \frac{4.5}{\tan 60} = 2.45 \text{ Ton}$$

$$T = \sqrt{4.25^2 + 2.45^2} = 4.9 \text{ Ton}$$

Se colocarán orejas de izaje con varillas de acero de  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ , con un  $f_u$  de tabajo de  $2000 \text{ kg/cm}^2$ .

$$A_n = \frac{T}{f_u} = \frac{4900}{2000} = 2.45 \text{ cm}^2 ; \text{ se colocarán 2 barras del No. 4} = 2 \times 1.27 = 2.54 \text{ cm}^2, \text{ se acepta.}$$

Detalle de armado de las orejas de izaje.

# CONCLUSIONES

Para el diseños de traves portantes y en general para cualquier elemento presfuerzo, se deberá de tener cuidado en que los miembros no estén altamente presfuerzados, ya que si estos se cargaran hasta la falla, presentarían una falla frágil, en lugar de una gradual, como lo harían las traves con cantidades menores de presfuerzo. Desde el punto de vista de seguridad, esto es importante, debido a que una falla súbita sin advertencia es peligrosa, y no da oportunidad de que se tomen medidas correctivas.

Para el diseño de elementos presfuerzados, se debe de tener bien claro, las cargas que deberán considerarse en cada una de las etapas de carga del elemento y el tipo de apoyo con el cual se realizara el análisis.

Por otra parte, la utilización del acero de refuerzo ordinario, representa un papel muy importante en el diseño de este tipo de elementos, ya que en la etapa de transferencia, el presfuerzo que se transfiere al concreto es muy alto y sólo se contrarresta el esfuerzo por peso propio del elemento, lo que implica que se coloque acero de refuerzo ordinario en la parte superior del elemento, siendo este acero de refuerzo ordinario, el que toma los esfuerzos de tensión que provoca el presfuerzo en la parte superior del elemento.

En la etapa final, cuando el elemento se encuentra empotrado en sus extremos, se tendrá que colocar acero de refuerzo ordinario para tomar el momento negativo y se deberá de tener mucho cuidado en el análisis ya que el presfuerzo sólo se coloca para tomar el momento positivo al centro del claro, mientras que en los extremos el presfuerzo disminuye la capacidad del concreto, ya que las fibras inferiores se encuentran en compresión. Una forma para contrarrestar el presfuerzo excesivo en los extremos de la trabe, es encamisar el mayor número de torones sin exceder los esfuerzos permisibles y respetar la longitud de desarrollo que se requiere para transmitir el presfuerzo al concreto.

En general, el diseño de traves portantes en claros hiperestáticos para edificios se vuelve muy refinado, debido a que los elementos son muy esbeltos, las cargas que soportan son muy altas y los claros que salvan son muy grandes.

Por último, las estructuras con este tipo de elementos, — en donde se pueden lograr marcos continuos y que los sistemas de piso sean diafragmas capaces de transmitir fuerzas horizontales a los marcos formados por columnas y traves portantes — tienen un buen comportamiento ante fuerzas laterales producidas por sismos, lo que implica proyectar un mayor número de edificios con este tipo de sistema estructural prefabricado ya que ofrecen grandes ventajas con relación a los construidos de la forma tradicional.



## BIBLIOGRAFÍA

- 1.- Nilsson, H. E., Concreto Presforzado. Ed. LIMUSA.
- 2.- Rioboo, J. M., 1973, Concreto Presforzado. IMCYC. México D.F.
- 3.- Nilsson, H. E. Diseño de Estructuras de Concreto Presforzado. Ed. LIMUSA.
- 4.- Koncz, T., 1983, Manual de la Construcción Prefabricada, Tomo 3, de la SIA de ZURICH, Ed Herman Blue Ediciones.
- 5.- Francisco, R. F., 1976, Prefabricación de Estructuras de Concreto, IMCYC.
- 6.- White, Gergely y Sexsmith., 1977. Estructuras Estáticamente Indeterminadas. Vol. 2. Ed. LIMUSA.
- 7.- Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. 1996, Gaceta Oficial del Distrito Federal.
- 8.- Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, 1993, Diario Oficial de la Federación, México, D.F., publicado por Ed. Porrúa, México, D.F., México 1995.
- 9.- Oscar M. G. C. y Francisco, R. F., 1996, Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado, 3ª Edición, Ed. LIMUSA.
- 10.- Bazan, E. y Meli, R., 1999, Diseño Sísmico de Edificios, Ed. LIMUSA.