



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

EFFECTOS DE DENSIDAD Y EXPANSION EN EL
ESPECTRO DE PIONES EN COLISIONES DE IONES
PESADOS RELATIVISTAS

289196

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

F I S I C O

P R E S E N T A :

JULIO TOMAS BARREIRO GUERRERO



DIRECTOR DE TESIS: DR. ALEJANDRO GALA MERCADO



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR

FEBRERO 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



REPUBLICA NACIONAL
ESTADO LIBRE Y SOBERANO DE
MEXICO

MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO
Jefa de la División de Estudios Profesionales
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"Efectos de densidad y expansión en el espectro de piones en
colisiones de iones pesados relativistas"

realizado por BARREIRO GUERRERO JULIO TOMAS

Con número de cuenta 9560748-7 , pasante de la carrera de Física

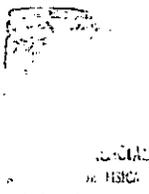
Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de tesis Propietario	Dr. José Alejandro Ayala Mercado Instituto de Ciencias Nucleares UNAM
Propietario	Dra. María Ester Brandan Siqués Instituto de Física UNAM
Propietario	Dr. Juan Carlos D'Olivo Saez Instituto de Ciencias Nucleares UNAM
Suplente	Dr. Axel de la Macorra Pettersson Instituto de Física UNAM
Suplente	Dra. Myriam Mondragón Ceballos Instituto de Física UNAM

[Handwritten signatures and initials]
 María Ester Brandan
 D'Olivo
 Macorra
 Myriam Mondragón C.

[Handwritten signature]
 Consejo Departamental de FÍSICA



Resumen

Efectos de densidad y expansión en el espectro de piones en colisiones de iones pesados relativistas.

por

Julio Tomás Barreiro Guerrero
Universidad Nacional Autónoma de México

Dr. José Alejandro Ayala Mercado, Director de tesis

En años recientes se han hecho grandes esfuerzos experimentales, a través de colisiones altamente energéticas de iones pesados, para producir un estado altamente comprimido de la materia. Se ha especulado que a suficientemente altas densidades bariónicas o temperaturas ocurre una transición de la materia hadrónica a un plasma de quarks y gluones. El estudio del espectro transversal de las partículas provee información útil acerca de la dinámica y evolución del tipo de materia que se forma en estas reacciones.

Unas de las partículas que más se producen, particularmente en colisiones centrales, son los piones. Durante mucho tiempo se ha buscado entender la producción de piones, en vista de la propiedad más importante que exhibe su espectro: el acrecentamiento de la distribución inclusiva a momentos transversos bajos y altos, en comparación con la correspondiente en colisiones de protones. Esta propiedad está ligada con la dificultad de expresar la distribución de masa transversa invariante con una función exponencial simple.

Ya se han investigado los efectos de frontera en la distribución suponiendo equilibrio térmico, sin embargo estos sólo reproducen el espectro a momentos altos. En seguida se incorporaron efectos de densidad, que reproducen el acrecentamiento en ambas regiones, pero no en proporción suficiente para compararse con los datos experimentales. Quedaba el desafío de cómo incorporar los efectos hidrodinámicos en una descripción de la distribución de momento transversal basada en estados de energía discretos. En esta tesis afrontamos este desafío proponiendo y usando el formalismo requerido para incluir simultáneamente los efectos de frontera, densidad y expansión.

Efectos de densidad y expansión en el espectro de piones en colisiones de iones pesados relativistas.

Julio Tomás Barreiro Guerrero

Dr. José Alejandro Ayala Mercado
Director de Tesis

2001

A mi

madre, Julieta

padre, Tomás

hermana, Aline

novia, Betsy.

Índice General

Índice de Figuras	vii
Prefacio	1
I Introducción	3
1 Generalidades, en busca del QGP	5
1.1 Evolución espacio-temporal de una colisión de iones pesados	8
1.2 Modelos sencillos para describir la colisión de iones pesados	11
1.3 Predicciones teóricas de la QCD	13
1.4 La transición de fase	14
2 Señales del QGP	16
2.1 Señales cinemáticas	17
2.2 Señales de desconfinamiento	19
2.3 Señales electromagnéticas	23
2.4 Señales de restauración de la simetría quiral	25
II Distribución del momento transverso	27
3 Introducción al estudio de la distribución del momento transverso	29
3.1 Motivación	29
3.2 Distribuciones de p_t en colisiones hadrón-hadrón	30
3.3 Analogía en Cosmología	30
3.4 Temperatura aparente	31
3.5 Acrecentamiento del espectro a momentos bajos y altos	33
4 Efectos de densidad y de frontera	41
4.1 Mecánica Estadística	41
4.2 El modelo	42
4.2.1 Suposiciones	42

4.2.2	Cálculo de la temperatura crítica	43
4.2.3	Cálculo de la distribución de momento	45
III	Efectos del flujo hidrodinámico	51
5	Efectos de densidad y expansión hidrodinámica	53
5.1	Geometría y expansión hidrodinámica en el modelo	53
5.2	Solución analítica	55
5.2.1	Solución analítica de segundo orden en β	56
5.2.2	Cálculo de la distribución de momento	59
5.2.3	Sistemática de la distribución	60
5.3	Comparación con los datos experimentales	61
IV	Discusión	69
6	Discusión	71
V	Apéndices	75
A	QCD	77
A.1	Estructura de los hadrones	77
A.2	QCD	77
B	Analogía entre la transición de Mott y QGP	80
VI	Glosario	83
	Bibliografía	86

Índice de Figuras

1.1	Diagrama de fase de la materia bajo interacciones fuertes	6
1.2	Esquema colisión de iones pesados	8
1.2 (a)	Antes de la colisión	8
1.2 (b)	Después de la colisión	8
1.3	Diagrama de evolución espacio-temporal	9
1.4	Densidad de energía ϵ y presión $3P$ de acuerdo a cálculos de LQCD	14
1.5	Presencia y ausencia de una transición de fase de QCD a temperatura finita	15
2.1	Densidad de energía ϵ y presión p con cálculos de LQCD	17
2.2	Gráfica esquemática de $p_t - \epsilon$	18
2.3	Parámetros de congelamiento térmico en el diagrama de fase de la materia nuclear	20
2.4	Datos preliminares de $(J\psi)/DY$ y ψ'/DY	22
2.5	Factor de supresión de extrañeza λ_s como función de \sqrt{s}	23
2.6	Espectro de masas de dileptonos (CERES)	24
2.7	Señales de la formación del QGP y la transición de fase quiral	26
3.1	Parámetro de pendiente inversa	32
3.1 (a)	Dependencia en m de la pendiente inversa	32
3.1 (b)	Restricciones $T - \beta_t$	32
3.2	Sección transversa invariante de piones positivos y negativos	34
3.3	Comparación del modelo de dos temperaturas con experimento	35
3.4	Comparación del modelo con flujo transverso con experimento	36
3.5	Comparación del modelo con flujo colectivo con experimento	37
3.6	Comparación del modelo con potencial químico no nulo con experimento	38
3.7	Comparación del modelo que considera los efectos de frontera con experimento	39
3.8	Comparación del modelo que incluye la influencia del decaimiento de resonancias con experimento	40
4.1	T_c vs núm. de partículas	45
4.2	Distribución invariante de momento	50

5.1	<i>Sistemática de la distribución teórica (Variando R y T)</i>	64
5.2	<i>Sistemática de la distribución teórica (Variando β y y)</i>	65
5.3	<i>Efecto de Coulomb sobre el espectro de piones</i>	66
5.4	<i>Comparación distribución teórica y experimental</i>	67

Agradecimientos

Agradezco extensamente a Alejandro, mi director de tesis, por su paciencia y apoyo.
A mis sinodales por sus acertadas observaciones que mejoraron significativamente esta tesis.

A todos mis amigos físicos por sus explicaciones: Pablo, Christian, Javier. Gabo. Enrico, Juan, Carlos, Alexis. Sergio.

A todos mis amigos computólogos por su respaldo y amistad: Elisa. Paco. Iván. Arturo, Manuel, Lucy. Jorge. Karla.

A todo el personal académico de la Facultad de Ciencias, del Instituto de Ciencias Nucleares y del Instituto de Física, por sus enseñanzas.

Prefacio

Las colisiones altamente relativistas de iones pesados ofrecen la posibilidad de producir un sistema "macroscópico" de materia nuclear densa o de un plasma de quarks y gluones a una temperatura y densidad relativamente altas. En principio esto parece ser una forma muy interesante de explorar la transición de fase de materia ordinaria (confinada) a un plasma de quarks y gluones (desconfinada). También es de interés para estudiar la evolución del universo temprano pues durante la Gran Explosión existieron condiciones similares.

La evolución espacio-temporal de una colisión de iones pesados consiste de varias etapas: Un acercamiento, un instante de impacto (con una fase previa al equilibrio y la posible formación de un plasma de quarks y gluones) y finalmente una rápida expansión hacia la termalización (fase de mezcla y gas de hadrones).

La reacción que resulta de la colisión de iones pesados se ha descrito por medio de modelos sencillos que consideran algunos aspectos de la colisión. Sin embargo el orden de la transición de fase no queda aún claro, tampoco si en verdad hay tal transición. En el Cap. 1 bosquejamos las características generales de tales transiciones de fase así como del plasma de quarks y gluones.

La interpretación de las colisiones de iones pesados es un verdadero problema y son varias las preguntas que surgen: ¿Cuáles son las señales experimentales y cómo podemos deducir qué es lo que ocurre? ¿Hay información que nos enseñe inequívocamente acerca del estado de la materia que se forma durante e inmediatamente después de la colisión? Las señales que podrían indicar la presencia del plasma de quarks y gluones son examinadas en el Cap. 2.

Mucha de la información básica acerca de la dinámica de las reacciones que tienen lugar en las colisiones de iones pesados proviene del espectro hadrónico de momento transversal y la distribución de rapidez. El espectro de momento se introduce en el Cap. 3, así como la temperatura como parámetro para su descripción.

La descripción del espectro sólo en términos de la temperatura aparente no es suficiente para momentos altos y bajos. Para ello hace falta considerar los efectos que la densidad de partículas y la frontera de la bola de fuego imponen [3]. Estos efectos se describen en el Cap. 4.

No obstante, estos cálculos no logran obtener una comparación aceptable con los datos que vierten los experimentos. Es necesario considerar algo más: que el sistema exhibe un comportamiento colectivo, resultado del gran número de dispersiones secundarias. La inclusión del comportamiento hidrodinámico en la ecuación de movimiento de las partículas después de la colisión es el tema central de la investigación que expone esta tesis (Cap. 5).

Mi entendimiento y sensibilidad para el estudio de las colisiones de iones pesados se

fortaleció gracias a la estancia de investigación que realicé en el Laboratorio Europeo para la Física de Partículas (antes Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire. CERN) como parte del programa "Verano de la Ciencia"; patrocinado por la División de Partículas y Campos de la Sociedad Mexicana de Física, donde participé activamente en el desarrollo del programa de simulación galice y en las sesiones de prueba del detector por deriva de silicio, ambos para ALICE del *Large Hadron Collider* (LHC).

Finalmente debo mencionar que los resultados de este trabajo han sido publicados en colaboración con A. Ayala y L.M. Montaño en *Physical Review C* **60**. 014904 (1999).

Capítulo 1

Generalidades, en busca del QGP

Según el modelo cosmológico estándar, durante los primeros $10 \mu\text{s}$ después de la Gran Explosión la temperatura de la radiación de fondo excedió los 200 MeV . Asimismo la densidad era tal que el universo temprano estaba lleno, en lugar de hadrones, de un plasma de quarks y gluones¹ desligados de un nucleón (desconfinados), así como de electrones, fotones, y otras partículas. Inmediatamente después de este tiempo tuvo lugar una transición a materia hadrónica o estados confinados.

En varias áreas de la física se estudia este fenómeno de transición [29]:

Cosmología, el estudio de aspectos tales como la nucleosíntesis, la materia oscura y la estructura a gran escala del universo, involucran fenómenos críticos que ocurren cerca de la transición de fase. Por ejemplo, fluctuaciones de densidad a largo alcance.

Astrofísica, la estabilidad de las estrellas de neutrones (donde $\rho/\rho_{\text{nuc}} \approx 10$) y la dinámica de las explosiones de las supernovas dependen de la compresibilidad de la materia nuclear y por tanto de su ecuación de estado. Aun más, se especula que el núcleo de las estrellas de neutrones consiste de un QGP muy frío.

Consideremos un sistema formado por un conjunto de quarks y gluones. A *bajas energías*, éstos se encuentran ligados (atados) por la interacción fuerte. Los objetos que constituyen, llamados hadrones, son blancos (sin carga neta de color) por la "regla" que hace que se confinen. Estos estados ligados son el análogo cromodinámico de los átomos de positronio como estados eléctricamente neutros en Electrodinámica Cuántica.

A *altas energías*, ya sea por una alta temperatura (calentando el sistema) o por una alta densidad bariónica (comprimiendo), la Cromodinámica Cuántica² predice que los partones se desconfinan y se forma un plasma de quarks y gluones. Al desconfinarse se restaura la simetría quiral, por lo que los quarks reducen su masa ($m_u \approx m_d \approx 5 \text{ MeV}$, $m_s \approx 150 \text{ MeV}$).

¹En adelante abreviado QGP, *Quark Gluon Plasma*

²QCD, *Quantum Chromodynamics*

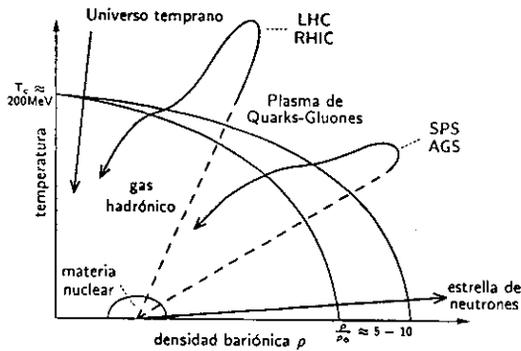


Figura 1.1: Diagrama de fase de la materia bajo interacciones fuertes. Se muestra la fase hadrónica a baja temperatura y densidad bariónica, la fase de transición (mezcla) y la fase de QGP. Las líneas sólidas muestran las trayectorias seguidas en la explosión de supernovas, la evolución después de la Gran Explosión y la que podrían seguir las reacciones de iones pesados en los aceleradores actuales y futuros.

La simetría quiral se restaura aun a temperatura cero (o muy bajas como en el universo temprano) a altas densidades bariónicas, de acuerdo también a la QCD. Además se espera que haya una conexión suave con las transiciones a alta temperatura y densidad, dando lugar a una frontera de fase de temperatura crítica, $T_c(\rho)$ (Fig. 1.1) [16].

La descripción de la materia que interactúa fuertemente para $T < T_c(\rho)$ se hace en términos de los grados de libertad hadrónicos (bariones y mesones), mientras que si $T > T_c(\rho)$ entonces los grados de libertad los llevan los números cuánticos de los quarks y los gluones. Por lo tanto, los procesos físicos a temperaturas superiores a la crítica se describen en términos de amplitudes de transición de quarks y gluones en lugar de amplitudes hadrónicas.

Sin embargo, hay que reconocer que esta diferencia sólo se distingue a momentos inferiores a la escala del rompimiento de la simetría quiral³ $q_{\text{CSB}}^2 \approx (4\pi f_\pi)^2 \approx 1 \text{ GeV}$. Es decir, en los procesos conocidos como "suaves", donde los objetos bajo estudio son los hadrones (e.g. p , K , n , Λ) y los quarks ligeros (u , d , s). Para los procesos que involucran una transferencia de momento mayor a esta escala, los quarks ligeros efectivamente carecen de masa y están desconfiados en cualquier fase.

En el contexto del Modelo Estándar⁴, el estudio del diagrama de fase de la materia bajo la interacción fuerte permite explorar y probar la QCD en lo que llaman su escala natural, es decir, en el vacío perturbativo.

³CSB, *Chiral Symmetry Breaking*

⁴SM, *Standard Model*

Como mencionamos arriba, de manera intrínseca a las interacciones fuertes, los quarks se confinan en un nucleón. Sin embargo, si los quarks están inmersos en materia suficientemente densa, entonces los gluones "apantallan" la interacción de color entre los quarks, dando lugar a que la constante de acoplamiento fuerte efectiva se anule, i.e. los quarks se mueven libremente. En física atómica hay un mecanismo análogo conocido como apantallamiento Debye. El potencial de Coulomb que liga un electrón a su ion se modifica como $e^2/r \rightarrow (e^2/r) \exp(-r/r_D)$ en presencia de muchas otras cargas eléctricas. Aquí r_D es el radio de apantallamiento, el cual es inversamente proporcional a la densidad de carga promedio (n) de todas las cargas del sistema ($r_D \sim n^{-1/3}$). Así, entre más grande sea la densidad de carga, más corto será el alcance de la interacción entre dos cargas. Finalmente el electrón se libera del potencial que lo ligaba a su ion. Esta transición se conoce como la transición de Mott de un aislante a un conductor de cargas [24]. Mott, análogamente a lo que hoy se pretende en el contexto del QGP, estudió el orden de la transición (primero) y la posibilidad de observarla. Para detalles adicionales en esta similitud ver el Apéndice B.

Para estudiar la transición de fase y la propiedades del QGP en el laboratorio, se emplea la colisión de iones pesados. Sólo así se alcanza la densidad bariónica y la temperatura suficientes para tener estados desconfiados.

Las técnicas empleadas en los experimentos que estudian las colisiones relativistas de iones pesados son similares a las usadas en los experimentos de física de altas energías. La diferencia fundamental está en que la multiplicidad de las partículas y el fondo difieren para algunos procesos entre los ambientes de la física nuclear y de partículas.

Para que las colisiones de iones pesados nos permitan profundizar en el estudio de la transición al QGP se deben satisfacer las siguientes condiciones en los parámetros del sistema [15]:

- ① *Variables macroscópicas.* Para usar variables macroscópicas, el sistema que se cree debe ser "grande", en el sentido de que sus dimensiones deben ser mucho mayores que la escala típica de las interacciones fuertes ($\gg 1$ fm) y debe consistir de "muchas" partículas ($\gg 1$. > 100).
- ② *Sistema termodinámico.* Para usar el lenguaje de la termodinámica, el sistema debe estar cerca o en el equilibrio, es decir, su tiempo de vida tiene que ser más grande que los tiempos de relajación típicos ($\tau \gg 1$ fm c^{-1}).
- ③ *Densidad de energía.* El orden de la densidad de energía ϵ debe ser mayor a la crítica, $\epsilon > (1 - 3) \text{ GeV fm}^{-3}$.

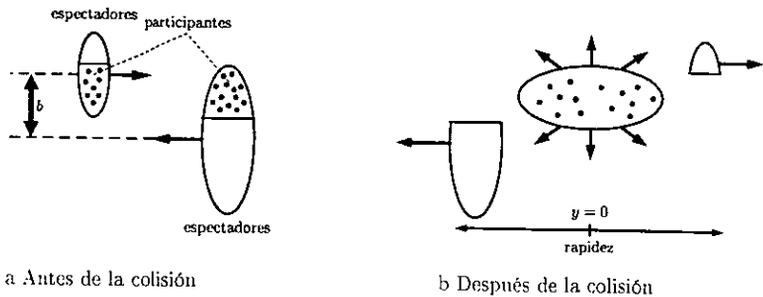


Figura 1.2: Representación esquemática de la colisión de iones pesados con parámetro de impacto b , suponiendo una geometría de "corte limpio". La colisión que se muestra es un encuentro cercano, se observa un volumen de reacciones inelásticas provocadas por las interacciones fuertes.

1.1 Evolución espacio-temporal de una colisión de iones pesados

Los núcleos atómicos son objetos con cierta extensión, y por lo tanto su geometría juega un papel importante en las colisiones de iones pesados. La Fig. 1.2 muestra un bosquejo de una reacción entre dos núcleos asimétricos A y B; el parámetro de impacto b distingue a los nucleones en *participantes*, aquellos en la colisión primaria nucleón-nucleón; y en *espectadores*, los que pasan ligeramente perturbados a lo largo de la dirección original. El uso de esta geometría simple se justifica por el hecho de que a muy altas energías el tamaño de los nucleones es mayor que su longitud de onda de Compton y el radio nuclear es mayor que la longitud de interacción de $1.8 \text{ fm } c^{-1}$. En adelante usaremos las unidades naturales donde $c = \hbar = 1$, por ejemplo, el tiempo se expresa en fm. Las secciones transversas, el número de participantes y las cantidades cinemáticas inherentes normalmente se calculan a través de consideraciones geométricas así de simples.

Las colisiones nucleares a altas energías se pueden dividir en dos clases:

Colisiones distantes, donde la interacción electromagnética entre los núcleos que colisionan conduce al rompimiento del objetivo o del proyectil.

Encuentros cercanos, donde la interacción fuerte da lugar a reacciones inelásticas con una redistribución principal de la energía inicial del haz y una producción abundante de partículas.

La evolución espacio-temporal de una colisión central ($b = 0$) a muy altas energías, del orden del RHIC (Relativistic Heavy-Ion Collider), y el LHC (Large Hadron Collider), se muestra esquemáticamente en la Fig. 1.3. En los primeros instantes de la

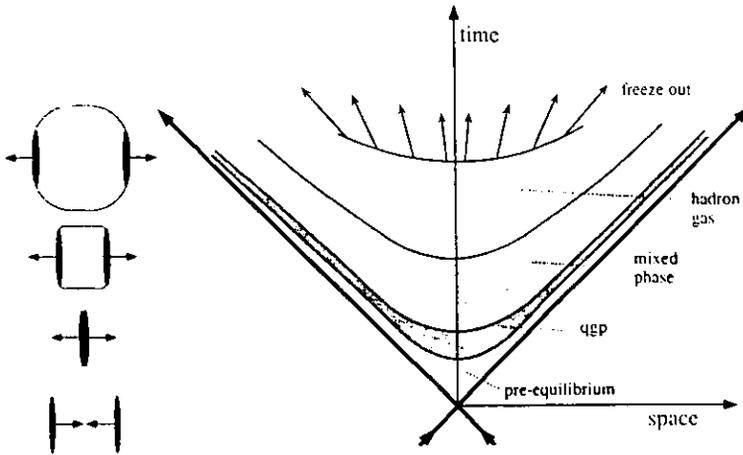


Figura 1.3: Colisión entre dos nucleones grandes en un diagrama de espacio-tiempo. Aquí los dos nucleones colisionan a lo largo de las trayectorias del cono de luz marcadas. Se producen partículas en la región del cono de luz superior. Se indican en la figura las distintas etapas de la materia en expansión en distintos tiempos. [29]

reacción pueden ocurrir procesos de dispersión *dura* al nivel de los partones, esto con una probabilidad muy pequeña que está dada por las funciones de estructura y la sección transversa de la QCD perturbativa. Además, las colisiones nucleón-nucleón *suaves* (sección transversa grande) entre los dos núcleos muy contraídos por el efecto Lorentz (con una cota en el grosor $\tau \approx 1$ fm [4]) redistribuyen una fracción de la energía original del haz en otros grados de libertad.

En un tiempo corto, usualmente del orden de 1 fm ("tiempo de formación"), los partones se materializan fuera del campo QCD excitado. En este momento se puede alcanzar el equilibrio térmico a través de los partones individuales, o de manera equivalente, de las interacciones cuerda-cuerda. Cálculos del camino libre medio de los quarks en la materia cromodinámica dan un valor de $\lambda \approx 0.5$ fm a densidades de energía de $\epsilon \approx 2$ GeV fm⁻³, indicando de ese modo que el equilibrio puede alcanzarse en colisiones de iones pesados, donde tanto el radio transverso como las dimensiones iniciales, son claramente mayores que λ .

Sin embargo, el sistema se expande rápidamente, principalmente en la dirección longitudinal, y por tanto disminuye su temperatura y alcanza la temperatura crítica de transición T_c después de $\tau \approx (3 - 5)$ fm [28]. En este momento la materia pasa, potencialmente, mucho tiempo en la fase de mezcla ($\tau > 10$ fm), en particular si la transición es de primer orden. El sistema tiene que reordenar los grados

de libertad (partones) del plasma en un número más pequeño disponible durante la fase de hadronización, liberando una gran cantidad de calor latente. En la fase de congelamiento (momento en el que cesan las interacciones fuertes) y en la fase de hadronización ("gas de hadrones" o "fluido de hadrones", $\tau \gg 10 \text{ fm}$), el sistema que aún interactúa se mantiene en expansión, quizás de manera ordenada ("flujo"). El sistema se puede expandir a dimensiones muy grandes hasta que se congela, es decir, cuando las interacciones han cesado y las partículas fluyen hacia afuera para ser detectadas. Sin embargo, la escala temporal introducida arriba no ha tenido justificación experimental. En seguida se mencionan las señales que se han observado en los experimentos y que se asocian con las distintas etapas de la evolución.

Condiciones iniciales. Para especificar las condiciones iniciales de una colisión de iones pesados es necesaria la medición de las características generales de un evento. De las distribuciones de bariones, la energía transversa y la producción de partículas se puede derivar, de un modo más o menos dependiente del modelo, el parámetro de impacto, el volumen inicial y la densidad de energía alcanzada estudiando cada evento.

Plasma de Quarks y Gluones. La única forma directa de obtener información de la fase de plasma es estudiando aquellas partículas que no interactúan fuertemente y que se desacoplan tempranamente del sistema. Tales observables pueden ser fotones directos o pares de leptones, los cuales emergen de la materia caliente como radiación térmica sin que sean alterados por los efectos del estado final. Desafortunadamente, éstos no son la única señal del QGP, debido a que su forma y cantidad obedecen las leyes de radiación de cuerpo negro, y contienen información sólo acerca de la temperatura y el volumen espacio-temporal de la fuente que los emite pero no dicen nada acerca de los constituyentes. La fuerte dependencia en la temperatura, sin embargo, asegura que la radiación térmica es sensible principalmente a las primeras y más calientes etapas de la evolución.

Las señales que se originan en los procesos de dispersión duros al comienzo de la reacción no están directamente relacionados con la formación del plasma. Aún así son herramientas importantes para examinar el estado de la materia QCD de los alrededores. Por ejemplo:

- ▷ Una característica del estado desconfinado de la QCD puede ser la supresión ("de-retimiento") de las resonancia del quarkonium pesado ($J/\psi, \psi'$) a través del apantallamiento de Debye.
- ▷ La energía perdida por los jets podría diferir en QGP y en materia hadrónica (*jet quenching*).
- ▷ Otro signo del QGP está en el número de señales exóticas, tales como los fotones masivos, materia extraña estable o quarks libres.

En el capítulo 2 elaboraremos un poco más en las señales que indican la presencia

del QGP.

Transición de fase. En el plasma, los quarks extraños se producen en abundancia, pero el número que se observa al final dependerá de los detalles de la transición de fase hacia la hadronización y, hasta cierto punto, de la expansión subsecuente. La presencia de la transición también podría identificarse por las fluctuaciones de largo alcance en la multiplicidad y por patrones de intermitencia. La larga vida que se asocia con la transición de fase de primer orden podría reflejarse en las correlaciones de Bose-Einstein (B-E) de partículas idénticas (HBT⁵). Idealmente, la presencia de una transición de fase (i.e. una temperatura constante en un intervalo de densidades de energía) se revelaría como una dependencia característica del momento transverso, p_t , promedio en la densidad de energía. En la sección 1.4 extenderemos este punto.

Gas hadrónico. La evolución y el enfriamiento del sistema se describe usualmente en términos de una expansión hidrodinámica. El movimiento colectivo altera el espectro térmico que se esperaría de las partículas producidas. Así, indagar el espectro de p_t o m_t , en principio proporciona información acerca del proceso de expansión. La dinámica de la evolución, en particular, la expansión longitudinal de la fuente, introduce una fuerte correlación de las coordenadas y el momento de las partículas, que en principio, podría medirse con correlaciones de dos partículas. Como consecuencia de la restauración de la simetría quiral se predice que las características de las resonancias hadrónicas (masa, amplitud, razones de ramificación) en materia densa cambian. Si ocurriera un decaimiento hacia una partícula débilmente interactuante (e.g. pares de leptones) dentro del medio, podríamos observar tales cambios en las resonancias. Finalmente, una vez que el sistema alcanza cierto tamaño y densidad, las colisiones entre las partículas cesan, y la distribución final de hadrones se congela. El correspondiente radio de congelamiento se puede medir usando las correlaciones entre dos partículas.

1.2 Modelos sencillos para describir la colisión de iones pesados

Hay varios modelos sencillos para describir algunos aspectos de las colisiones de iones pesados. Estos modelos tienen propiedades de simetría que los hacen atractivos pero no necesariamente describen la realidad.

Los tres modelos más básicos de reacción colectiva son

- (i) el modelo de la bola de fuego esférica, o sus variantes;
- (ii) el modelo de Landau, y

⁵Interferometría de Hanbury Brown-Twiss

(iii) el modelo de Bjorken.

En cierto sentido todos son modelos dinámicos de fluidos. Dado que no se incorpora el tratamiento de los espectadores en ninguna de las versiones básicas de estos modelos, todos ellos se aplican a colisiones simétricas centrales.

Modelos esféricos: El modelo de la bola de fuego supone una simetría esférica. Aunque el estado inicial de una colisión de iones pesados nunca es esféricamente simétrica, a energías del orden de 1 AGeV ⁶ las condiciones son tales que, en el momento en que se alcanza la máxima densidad y compresión, el sistema está termalizado y se aproxima a ser esféricamente simétrico. Otro modelo esférico importante es el modelo de la onda de choque. Como se puede alcanzar la termalización a altas densidades (i.e. mucho antes del rompimiento), entonces le sigue una expansión colectiva y casi adiabática. Esta expansión dura hasta que la materia se diluye lo suficiente. El estado final de rompimiento entonces tiene una expansión colectiva o flujo radial y un movimiento térmico superpuesto. En este modelo se supone que el flujo esférico tiene una velocidad radial constante. A muy altas energías se justifican los modelos esféricos pues en la expansión longitudinal los hadrones se termalizan rápidamente por la velocidad, casi simultáneamente que los que emergen transversalmente.

Modelo de Landau: Conforme la energía se incrementa, alrededor de $E_{lab} = (10 - 100)$ AGeV, la contracción de Lorentz del proyectil y el blanco no pueden ignorarse. Aun cuando se alcanza rápidamente la termalización, el radio de grosor longitudinal contra el diámetro del objeto intermediario es aproximadamente 0.05–0.1. El modelo dinámico de fluido de Landau supone una condición inicial en la que hay un disco homogéneo y estático con este diámetro. Este modelo es el más adecuado para este intervalo de energía. Aunque, por simplicidad, se utilizan los modelos de la bola de fuego esférica o dinámico de fluido esférico para caracterizar estas reacciones, se debe tener en cuenta que los modelos esféricos no se aplican a estas energías y no deberían extraerse conclusiones físicas cuantitativas de estas comparaciones.

Modelo de Bjorken: Si incrementamos la energía a $E_{lab} = 100$ AGeV o más, lo que se espera es que los núcleos contraídos de Lorentz se vuelvan transparentes uno al otro, de modo que sus quarks de valencia casi mantendrán sus rapidez originales. Sin embargo, cuando se interpenetren, estos cuantos pueden intercambiar carga de color, lo que conduce a la creación de un campo cromoelectrico, similar al campo eléctrico entre las placas de un condensador, donde la placas se alejan una de la otra. La densidad de energía en este campo es sustancial. Debido a la auto interacción, se supone que el campo está confinado en la dirección transversa en una gran extensión. El modelo de Bjorken se aplica a este escenario. El modelo es unidimensional y dependiente del tiempo.

Los modelos esféricos y el de Bjorken son de dimensión 1 + 1, mientras que el modelo de Landau es de dimensión 2 + 1. Si uno se fija en los efectos tridimensionales,

⁶GeV por nucleón. La letra A en las unidades de una magnitud indica que ésta es por nucleón.

como el flujo transversal que se dirige en el plano de reacción, entonces, por razones de simetría, ninguno de estos modelos se aplica.

1.3 Predicciones teóricas de la QCD

Desde la perspectiva teórica, la termodinámica de las interacciones fuertes, incluyendo el comportamiento crítico en la transición, es descrito por la QCD. Para un bosquejo de QCD ver el Apéndice A.

Los parámetros de transición (densidad de energía, temperatura, densidad bariónica, longitud de apantallamiento) han sido estudiados en QCD, tanto con simulaciones en computadora usando el formalismo de red como con varios puntos de vista fenomenológicos.

Cuando se hacen simulaciones en computadora de la Cromodinámica Cuántica de Red⁷, se intentan calcular las cantidades relevantes de primeros principios, sin ninguna suposición física que simplifique el modelo. Los resultados proporcionan un entendimiento general razonablemente bueno del comportamiento crítico de la materia bajo interacciones fuertes cuando el número bariónico se anula ($n_B = 0$). Ésta es la primera vez que la dinámica microscópica conduce directamente a predicciones para la termodinámica del equilibrio.

Las principales predicciones de la LQCD son:

- (i) Hay un cambio brusco del régimen hadrónico al régimen cromodinámico, que puede interpretarse como una transición de fase. Si la transición es de primero o segundo orden o suave depende de varios parámetros del modelo y es tema de investigación actual;
- (ii) Tomando de 2 a 3 sabores de quarks ligeros se encuentra que la $T_c = (150 - 200)$ MeV, que corresponde a una densidad de energía crítica necesaria para la producción de QGP de $\varepsilon_c = (1 - 3)$ GeV fm⁻³.
- (iii) El plasma se vuelve ideal, es decir, $\varepsilon \approx 3P$, donde P es la presión, sólo si $T/T_c \approx 1.5 - 2$.

Los modelos del Lagrangiano efectivo, de bolsa y de la teoría de perturbaciones quirales son otras formas de arribar el problema en lugar de LQCD. Estos manejan además materia rica en hadrones. De cualquier manera sus resultados coinciden con los de LQCD.

⁷LQCD, *Lattice QCD*

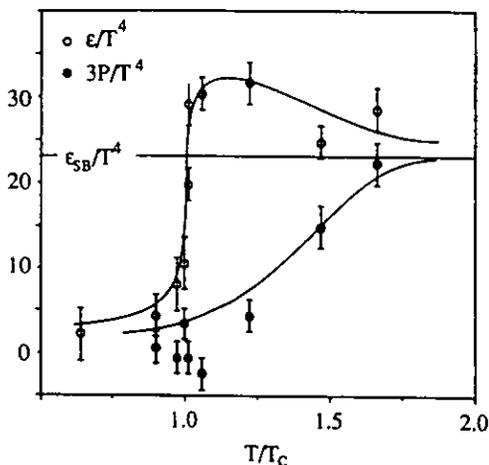


Figura 1.4: Densidad de energía ϵ y presión $3P$ de acuerdo a cálculos de LQCD. Está normalizada al límite de gas ideal de Boltzmann [14].

1.4 La transición de fase

Aunque el QGP y el vacío de bajas temperaturas de la QCD son muy distintos en estructura y usualmente se les muestra como separados por una transición de fase de desconfinamiento (o restauración de la simetría quiral), no existen argumentos formales que requieran la existencia de tal transición para una masa de los quarks finita.

Suponiendo que a bajas temperaturas la QCD tanto se confina como rompe espontáneamente la simetría quiral, hay argumentos teóricos que restringen la transición de fase tomando la masa de los quarks infinita y cero.

Transición de primer orden. Usando métodos Monte Carlo, los primeros cálculos de la LQCD mostraron que la transición es de primer orden [10]. Ésta se manifiesta como una discontinuidad en la densidad de energía⁸(ϵ/T^4) como función de la temperatura, como se muestra en la Fig. 1.4. Este fenómeno se asocia con una transición de desconfinamiento de primer orden que va de un gas de hadrones (ideal) a un QGP (ideal) a una temperatura de (150 – 200) MeV (la temperatura es la energía promedio), lo cual ha demostrado que una transición de fase está dentro del alcance de los aceleradores actuales.

En la teoría, cálculos en LQCD muestran que a altas temperaturas hay simetrías

⁸Se expresa normalizada al límite de un gas ideal de Boltzmann

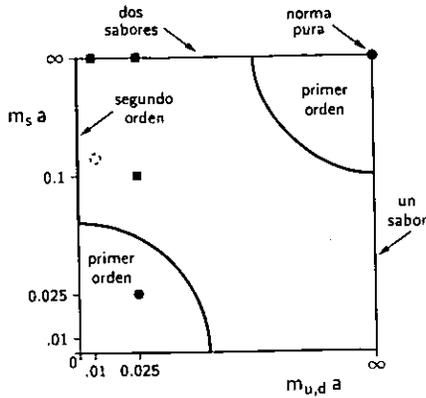


Figura 1.5: Presencia y ausencia de una transición de fase de QCD a temperatura finita, como función de $m_{u,d}a$ y $m_s a$. Los valores de las masas para los cuales se ve y no se ve transición con cálculos en una red de $16^3 \times 4$ son denotados respectivamente por circulitos y cuadrillos. El punto físico, determinado experimentalmente, cae en la región de no transición (señalado por una pequeña circunferencia punteada). [7].

que implican que la transición debe ser de primer orden (Z_3 se rompe y la simetría quiral se restaura) [7]. Sin embargo si el número de sabores de quarks es 2 entonces la transición es de segundo orden, preservándose el primer orden para $N_f \geq 3$

No hay transición. Recientes simulaciones de LQCD (con redes toscas) muestran que no hay una transición para quarks moderadamente masivos [14, 12]. Es una pregunta abierta si la QCD de la realidad, con quarks u y d casi sin masa y un quark s no muy ligero, tiene una transición a una temperatura finita. Así se reporta [7] que también con métodos Monte Carlo en redes toscas, considerando a los quarks con las masas estimadas, no se manifiesta tal transición.

El conocimiento que se ha alcanzado sobre el orden de la transición se representa en la Fig. 1.5 donde se grafican los valores de dos masas, la del quark s y los quarks degenerados u y d. La frontera superior corresponde a dos sabores degenerados. Hay dos regiones de transición de primer orden alrededor del quark de masa infinita ("fermiones estáticos") y cero ("fermiones dinámicos"), las cuales están separadas por una región de transición de fase de segundo orden que corresponde a masas finitas.

Capítulo 2

Señales del QGP

Para poder observar la formación y estudiar las propiedades del QGP es necesario identificar las herramientas experimentales adecuadas. Uno de los problemas más serios es que se espera que el tamaño y el tiempo de vida del plasma sean pequeños, a lo más unos cuantos fermis de diámetro y quizás de 5 a 10 fm de duración. Aún más, las señales del QGP, por un lado compiten con el fondo de partículas emitidas por la fase de gas hadrónico caliente que sigue a la fase de hadronización del plasma, y por otro se modifican por las interacciones de estado final en la fase hadrónica. A pesar de todo, se han propuesto muchas ideas para ver cómo identificar e investigar al escurridizo plasma. Ya que una revisión profunda de las señales del plasma está más allá del alcance de esta tesis, las revisaremos superficialmente.

Los observables de una colisión de iones pesados relativistas se pueden dividir en dos clases: sondas *duras* y *suaves*. Las sondas duras se crean y se desacoplan en una etapa temprana de la colisión, esto debido al tamaño finito de la bola de fuego de reacción y a que están sujetas a una sección transversa de reinteracción relativamente pequeña. Incluyen a los fotones directos y pares de leptones duros, jets de hadrones, y a los bariones encantados (J/ψ , ψ' , ...). Las sondas suaves son los quarks ligeros de sabores u, d, s y sus correspondientes hadrones, así como la radiación electromagnética suave emitida por ellos. Se crean durante toda la historia de la colisión, y las que interactúan fuertemente se desacoplan tardíamente, disparadas por la expansión de la bola de fuego en lugar de por el tamaño finito. Las sondas suaves incluyen a las razones de abundancia de los hadrones, su espectro y correlaciones de momento.

En la Fig. 2.7 (pág. 26) se muestran las señales que se usan para identificar la formación del QGP y la transición de fase quiral. Se grafica el comportamiento de las señales como función de la energía transversa leída del experimento. Esta energía transversa es una medida de la densidad de energía en la región que rodea a la densidad de energía crítica para la transición.

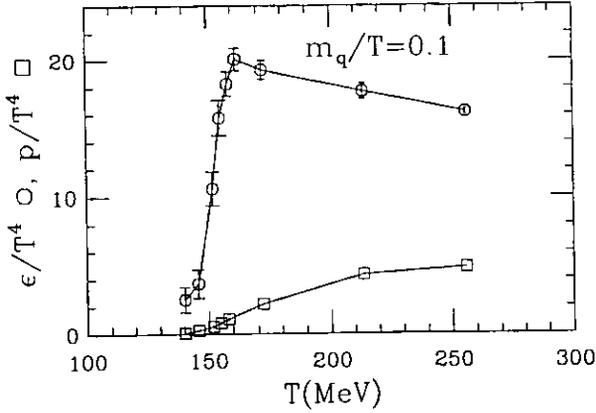


Figura 2.1: Densidad de energía ϵ (curva superior) y presión p (curva inferior) de un cálculo numérico de LQCD con dos sabores de quarks ligeros. Se muestran los puntos del cálculo unidos por líneas. Tanto ϵ como p están divididos por T^4 para mostrar el incremento repentino en el número de grados de libertad térmicamente excitados a la temperatura crítica de $T_c \approx 150$ MeV debido a la liberación del color y a la restauración de la simetría quiral [6]. Los puntos de esta gráfica son un cálculo más reciente de la Fig.1.4.

2.1 Señales cinemáticas

El concepto básico detrás de esta clase de señales es la determinación de la densidad de energía ϵ , presión P y entropía s de la materia hadrónica como función de la temperatura T , y del potencial bariquímico μ_B . Se busca observar un crecimiento rápido en los grados de libertad efectivos, expresados por las razones ϵ/T^4 o s/T^3 , sobre un intervalo pequeño de temperatura.

Los observables medibles experimentalmente como el momento transversal promedio $\langle p_t \rangle$, las distribuciones de rapidez hadrónica dN/dy y de energía transversa dE_t/dy proporcionan un enlace crucial entre el estado inicial creado y las variables T , s , y ϵ , respectivamente. En el siguiente capítulo profundizaremos en el estudio del espectro de momento transversal como señal del QGP.

Uno puede, en principio, invertir el diagrama $\epsilon - T$ de la Fig. 2.1 y graficar $\langle p_t \rangle$ como función de dN/dy o dE_t/dy . Si hay un cambio rápido en el número de grados de libertad efectivo, uno espera una curva con forma de S, cuyo característica esencial es la saturación de $\langle p_t \rangle$ mientras dure la fase de mezcla, seguida de un segundo ascenso cuando se concluya el cambio estructural de singulete de color a los constituyentes coloreados (Fig. 2.2).

La distribución de la energía transversa y de las partículas que se observan en el

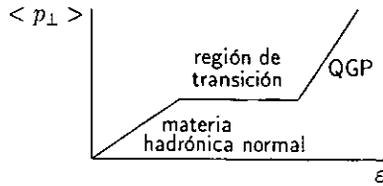


Figura 2.2: Gráfica esquemática de $p_{\perp} - \epsilon$.

estado final determinan el carácter, i.e. la violencia de la interacción. La información de la geometría de la reacción la llevan las partículas espectadoras (Fig. 1.2).

Para conocer la geometría y la dinámica de la bola de fuego en el momento de congelación cinética se estudian las mediciones de correlación de B-E de dos partículas. Estas mediciones no sólo manifiestan un flujo radial intenso de $0.5c$, además proporcionan evidencia de crecimiento transversal de la bola de fuego en el instante entre el impacto y la congelación (por un factor mayor que 2).

La densidad de flujo de energía colectiva y térmica puede calcularse a partir de la temperatura de congelación T_f y la velocidad de flujo colectivo.

El factor de expansión geométrico total de la bola de fuego en el momento entre que empieza la expansión transversal y la congelación, se puede estimar del factor de crecimiento transversal medido y el patrón de expansión longitudinal (todo se extrae del espectro de una sola partícula y de mediciones HBT).

Una estimación de la densidad de energía al comienzo de la expansión transversal se obtiene de la conservación de energía, multiplicando la densidad de energía de congelación por el factor de expansión volumétrica.

Otra forma de estimar esta densidad de energía es usando el modelo de Bjorken que mencionamos antes [4]. Para este modelo uno mide las distribuciones de rapidez de la producción de energía transversal total, luego se relaciona con la densidad de rapidez dE_t/dy con la densidad espacial ϵ :

$$\epsilon = \frac{dE_t}{dy} \frac{1}{\pi R^2 \tau_0}. \quad (2.1)$$

Donde $R(^{208}Pb) = 1.16 A^{1/3}$ fm, un tiempo de formación $\tau_0 = 1$ fm, y dE_t/dy se obtiene de los calorímetros¹.

Sin embargo el modelo de Bjorken tiene la desventaja de suponer detalles del modelo (como identificar la densidad de rapidez del espacio de momento con la del espacio de coordenadas) y contiene parámetros libres (como el tiempo para equilibrar el sistema o de formación τ_0). En cambio la otra estimación mencionada arriba calcula

¹En los aceleradores de partículas se utiliza el plomo porque es un elemento pesado que permite alcanzar altas energías, aquí A es el número de nucleones.

sus factores más o menos directamente de las mediciones (de correlación y del espectro de una partícula).

La cantidad de frenado (momento perdido en la dirección longitudinal) y aleatoriedad de la energía entrante son indicadas por el flujo de energía y las partículas cargadas que fluyen transversalmente al haz junto con la distribución de rapidez de los protones.

La temperatura del sistema en el congelamiento y los efectos de la expansión radial se reflejan en las distribuciones de masa transversa de los hadrones.

La magnitud del equilibrio químico alcanzado en la colisión y la subsecuente evolución del gas de hadrones están relacionados con las razones de producción de las distintas partículas.

En los aceleradores de partículas el intervalo de energía máximo obtenido está entre los dos extremos: "frenado total", donde se puede aplicar la receta de la bola de fuego; y el régimen "ultrarelativista" del modelo de Bjorken. En la Fig. 2.3 se grafican los parámetros de congelamiento térmico sobre el diagrama de fase de la materia nuclear. Asimismo se observa la región en que se espera que se localice la frontera entre las fases. La ubicación en el diagrama de fase de los experimentos actuales y futuros se muestra como puntos sólidos (con barras de error para los actuales). El *Alternating Gradient Synchrotron* (AGS) es un acelerador de partículas localizado en el Laboratorio Nacional de Brookhaven, E.E.U.U. y el *Super Proton Synchrotron* (SPS), es un acelerador alojado por el CERN.

En la Tabla 2.1 aparece la energía en el centro de masa de los aceleradores funcionando actualmente y una aproximación de los que se están construyendo.

	Acelerador	Energía c.m. \sqrt{s}
Presente	AGS	$\sim 5\text{AGeV}$
	CERN SPS	$\sim 20\text{AGeV}$
Futuro	RHIC	$\sim 200\text{AGeV}$
	LHC	$\sim 2\text{ATeV}$

Tabla 2.1: Energía en el centro de masa de la reacción que resulta de una colisión de iones pesados para aceleradores actuales y futuros

2.2 Señales de desconfinamiento

Hay señales que se han propuesto para detectar el desconfinamiento:

- Disminución en la producción de encanto,
- Aumento en la producción de extrañeza,

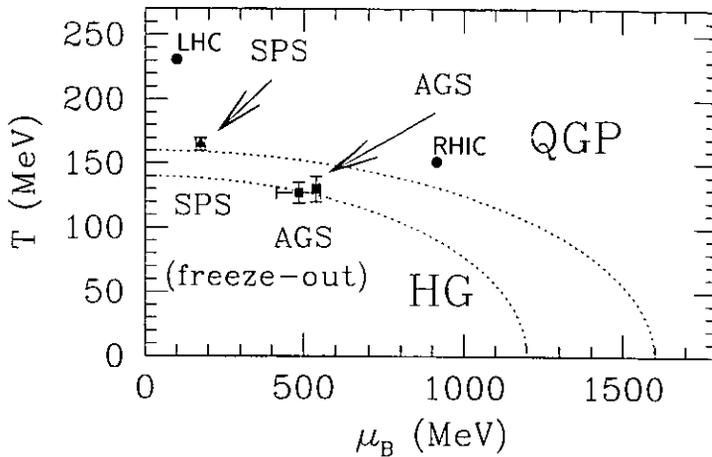


Figura 2.3: Parámetros de congelamiento térmico en el diagrama de fase de la materia nuclear. Las dos líneas punteadas indican la localización esperada de la frontera de fase y la certeza de encontrarse ahí. Los puntos sólidos con barras de error muestran los valores de congelamiento deducidos de los datos del AGS y el SPS (considerando el flujo) las flechas muestran como se puede llegar a las condiciones de congelamiento durante la expansión de la bola de fuego. El eje horizontal muestra el potencial químico bariónico μ , que es una medida de la densidad bariónica. HG es la región del Gas de Hadrones.

- Ausencia de polarización de los hiperones lambda (Λ^0), [26].

DISMINUCIÓN EN LA PRODUCCIÓN DE ENCANTO

El mesón vectorial J/ψ es una resonancia fuertemente ligada y pequeña del sistema $c\bar{c}$ que se crea en una etapa temprana de la colisión y por tanto sondea el estado del sistema cuando la densidad de energía está en su máximo.

La disminución en la producción de J/ψ como señal de formación del QGP fue propuesto por Matsui y Satz [21], la cual resulta del apantallamiento de Debye en un medio consistente de quarks y gluones desconfiados. Dentro del QGP, los pares $c\bar{c}$ que se forman en los núcleos en colisión no se pueden ligar tan fácilmente como cuando están en un medio hadrónico, lo que lleva a una disminución en la producción de J/ψ (o charmonium).

Debido a su tamaño finito, un estado ligado $c\bar{c}$ requiere un tiempo de formación del orden de 1 fm. Los J/ψ sobreviven si se escapan de la región de alta densidad y temperatura antes de que el par $c\bar{c}$ se separe espacialmente por una distancia mayor al tamaño de un estado ligado. Esto puede ocurrir si el QGP se enfría muy rápido, o si la J/ψ tiene un momento transverso suficientemente alto.

También se espera una supresión de ψ' mayor que de J/ψ debido a que es un estado excitado $2s$ del sistema $c\bar{c}$, el cual tiene un radio mayor y por tanto puede ser afectado en mayor proporción por el apantallamiento.

Para iones ligeros (de menor tamaño al Au) hay dos explicaciones alternativas. Una conocida como de interacción con la materia hadrónica en movimiento junto con el par $c\bar{c}$ (*comoving*) y otra como absorción nuclear [9]:

Interacción. El charmonium que se produce fuera del núcleo está rodeado de un sistema de hadrones (principalmente piones) que se mueven junto con él. Estos hadrones interactúan con el charmonium, y si colisionan con suficiente energía, el par $c\bar{c}$ se disociará en un par de mesones D. Asimismo estos modelos predicen que el estado ψ' debería estar más fuertemente suprimido que el estado J/ψ , ya sea para un QGP o para un gas de hadrones termalizados que se mueven en conjunto [28].

Absorción. El paquete de onda del par $c\bar{c}$ que se produce dentro del núcleo, se modifica por las colisiones nucleares de modo que no se proyecta en una J/ψ . Para explicar la dependencia en A en la producción de J/ψ en colisiones pA se usa la sección transversa de absorción, la cual también explica la supresión en colisiones AA . No obstante se ha encontrado una supresión que no se explica con absorción nuclear [5].

Otros efectos que podrían contribuir a la supresión de J/ψ en la interacción de núcleos son: desvanecimiento nuclear de gluones suaves, dispersión del estado inicial de los partones (lo que resulta en una distribución de momento transversal ensanchada), y absorción en el estado final de los nucleones.

Para comparar distintos sistemas en colisión se usa la longitud del camino promedio L . Esta distancia es lo que el par $c\bar{c}$ debe atravesar para escapar de la zona de reacción. En la Fig. 2.4 se muestra la supresión normal como una recta en cada gráfica (pues $B\sigma_{\psi}/\sigma_{DY} \propto \exp(-\rho\sigma_{abs}L)$ ²). Sin embargo los resultados experimentales se desvían de la recta (a partir de $L = 5, 7.5$ para $\psi', J/\psi$ respectivamente).

AUMENTO EN LA PRODUCCIÓN DE EXTRAÑEZA

En comparación con la producción de hadrones que contienen quarks de valencia u y d , la producción de hadrones con quarks extraños se suprime normalmente en las reacciones hadrónicas, debido a que estos últimos son más pesados. La supresión se incrementa conforme aumenta el contenido de extrañeza en los hadrones producidos. Cuando se forma el QGP, se espera que se sature la producción de los hadrones que contienen quarks extraños debido a que el contenido de extrañeza del plasma se equilibra rápidamente por la producción de pares $s\bar{s}$ en la interacción de dos gluones. Esto

²DY, Drell-Yann

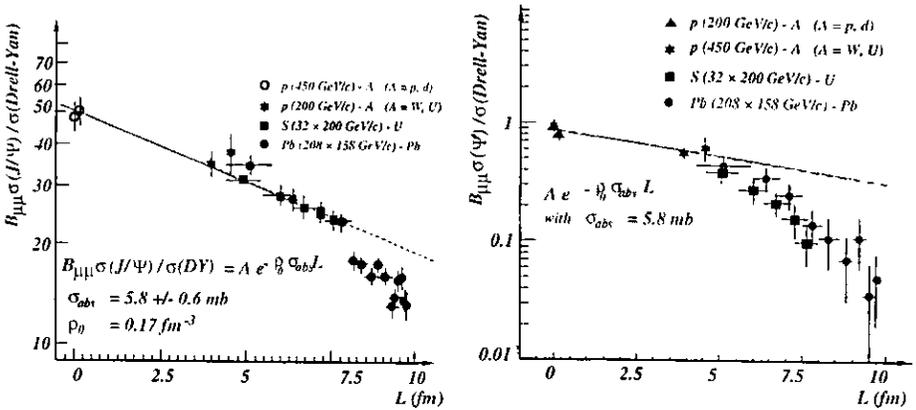


Figura 2.4: Datos preliminares de supresión de $(J\psi)/DY$ (izquierda) y ψ'/DY (derecha) de la Colaboración NA38/NA50, graficado como una función del parámetro de grosor nuclear del modelo de Glauber L . Las rectas corresponden a la supresión "Normal". Detalles en [15]

da lugar a que la producción de bariones y antibariones con extrañeza se incremente en la presencia de un QGP.

La fracción de extrañeza es mayor para colisiones de iones pesados (Fig. 2.5) que para otras colisiones. Se argumenta que ésta se origina en un proceso que ocurre antes de la hadronización.

La sistemática de las mediciones y consideraciones teóricas muestran que el aumento de extrañeza no está tan claramente asociado con la producción del QGP como se pensaba inicialmente [32].

AUSENCIA DE POLARIZACIÓN DE LOS HIPERONES LAMBDA (Λ^0)

Para indagar en los mecanismos de producción de las partículas lambda (Λ^0) en la colisión de iones pesados se mide su polarización como función del parámetro de impacto b y su distribución de momento transverso. Si la polarización es distinta a la que se observa en las interacciones entre protones entonces tenemos una señal de que hay un proceso de producción distinto, y quizás indique la presencia del QGP [22].

El mecanismo de producción de los pares $s\bar{s}$ en un QGP es descrito por los procesos de orden más bajo en QCD: $q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$ y $g\bar{g} \rightarrow s\bar{s}$. Se supone que en estas condiciones los hiperones son sólo productos de las fragmentaciones subsecuentes del quark s . Por otro lado, en la región de interacción donde la temperatura crítica no es lo suficientemente alta para que se deconfinen los quarks y los gluones, las Λ^0 serían producidas por la recombinación de diquarks (ud) que proveen los nucleones interactuantes y los quarks s de su mar.

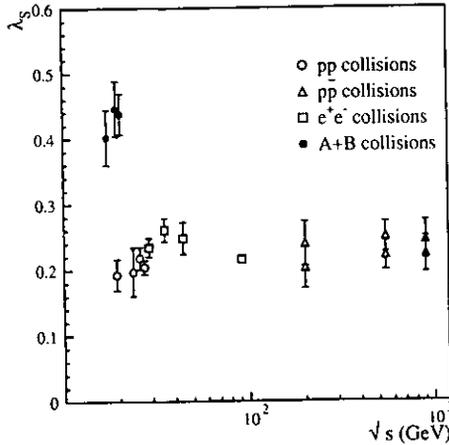


Figura 2.5: Factor de supresión de extrañeza λ_s como función de \sqrt{s} . [15]

Al aumentar la producción de extrañeza en el QGP tenemos un aumento en la producción de hiperones. Sin embargo, la formación de Λ^0 en este ambiente es totalmente aleatoria y no se espera que esas lambdas estén polarizadas mientras que las Λ^0 de los procesos de recombinación se supone que están polarizadas de acuerdo al modelo de precesión de Thomas. La información de las Λ^0 se extrae de la distribución de los productos de su decaimiento, principalmente de $p\pi^-$ que tiene la fracción más alta (64%, mediado por la interacción débil).

2.3 Señales electromagnéticas

Las señales electromagnéticas proporcionan información acerca del interior de la bola de fuego y de todas las etapas de la reacción nuclear, dado que no son afectadas por las interacciones del estado final. Se espera que contengan rastros de la expansión transversa del sistema. Desafortunadamente su producción es escasa y deben competir con el fondo de procesos hadrónicos, especialmente los decaimientos hadrónicos electromagnéticos.

PRODUCCIÓN DE DILEPTONES

Los dileptones térmicos se producen cuando los pares $\pi^+\pi^-$ o $q\bar{q}$ se aniquilan en una gas de piones o de quarks respectivamente. Los dileptones también se producen en el decaimiento de los mesones vectoriales de baja masa, ρ , ω y ϕ , y en las interacciones duras entre los partones que aparecen en una etapa muy temprana de la colisión, conduciendo a los llamados pares de *Drell - Yan* o a la producción de mesones

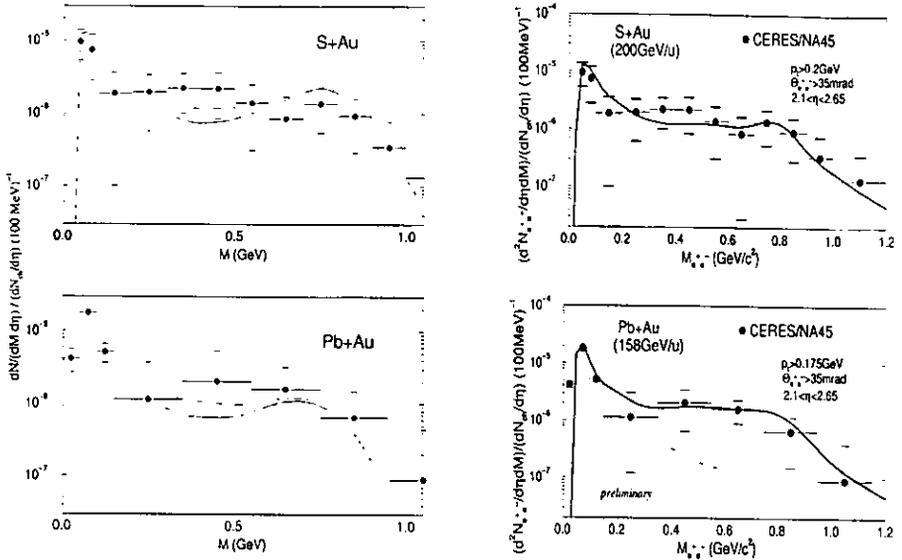


Figura 2.6: Espectro de masas de dileptones y simulaciones teóricas con un modelo de bola de fuego en expansión, usaron distintas consideraciones teóricas de la razón de dileptones en el medio. [15]

vectoriales pesados ($c\bar{c}$ o $b\bar{b}$), que en seguida decaen en otro par de leptones.

Experimentalmente la Colaboraciones HELIOS3, NA38 y NA50 han reportado un exceso de dimuones en la región de masa abajo del J/ψ con una dependencia no lineal en la multiplicidad de los hadrones cargados (es decir, la centralidad de la colisión).

Asimismo la Colaboración CERES/NA45 observó un exceso de pares e^+e^- con masas $200 \text{ MeV} < m_{ee} < m_p$, también con una dependencia no lineal (Fig. 2.6).

PRODUCCIÓN DIRECTA DE FOTONES

Se espera que el camino libre medio de un fotón en un medio térmico sea más grande que el tamaño del medio, al menos cuando la energía de la γ no sea muy pequeña. Así los fotones, una vez producidos dentro del medio, llevan información directa acerca de la naturaleza y las propiedades de éste. Los fotones son radiados tanto por el plasma como por la fase hadrónica. Así, para hallar las condiciones cinemáticas donde la producción de fotones del QGP sea mayor que la contribución hadrónica, es necesario estudiar las distintas reacciones que contribuyen a la producción de fotones térmicos. El espectro de los fotones térmicos también está influenciado por la

ecuación de estado de los hadrones [11].

La principal fuente de fotones provenientes del gas de hadrones es la reacción $\pi\rho \rightarrow \gamma\rho$. Los fotones térmicos del QGP se originan en los procesos de dispersión de Compton ($qg \rightarrow q\gamma$) y de aniquilación ($q\bar{q} \rightarrow g\gamma$). El resultado es que un gas de hadrones y un QGP en la vecindad de la temperatura crítica T_c emiten un espectro de fotones de casi la misma intensidad y forma espectral.

Sin embargo, por las observaciones hechas arriba, una señal clara de fotones provenientes del QGP sería visible a momentos transversos p_t en el intervalo de (2–5) GeV si inicialmente se forma un plasma muy caliente. El espectro de fotones en el intervalo p_t de (1–2) GeV es emitido principalmente en la fase de mezcla. La dificultad en distinguir las contribuciones de las dos fases proviene de los efectos del flujo transversal, ya que el flujo destruye la correlación entre la pendiente del espectro de los fotones en el intervalo intermedio de p_t y la temperatura de la fase de mezcla.

2.4 Señales de restauración de la simetría quiral

CONDENSADOS QUIRALES DESORIENTADOS

La restauración temporal de la simetría quiral en colisiones nucleares puede dar lugar a la formación de dominios de condensados quirales desorientados. Este término describe una excitación coherente del campo de piones que corresponde a un desalineamiento del parámetro de orden quiral $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$. Estos dominios decaerían en piones neutros y cargados, favoreciendo un cociente del número de piones neutros al número total de piones N_{π^0}/N_{π} muy distinto a un tercio. Esto podría explicar porqué los estados finales con una fracción grande de piones cargados respecto a los neutros ocurre frecuentemente.

EFFECTOS MEDIOS EN PROPIEDADES HADRÓNICAS

Las amplitudes y posiciones de los picos de las partículas ρ , ω y ϕ en el espectro de pares de leptones son sensibles a los cambios inducidos en el medio del espectro de masas hadrónicas, especialmente al probable descenso de las masas de los mesones vectoriales que precede la transición a la restauración de la simetría quiral. En ausencia de alta densidad bariónica, se predice que las modificaciones de los picos serán pequeñas excepto en la vecindad inmediata de la transición de fase, mientras que el incremento en el ancho del mesón ϕ debido al ensanchamiento de la colisión es sustancial. Esto podría servir como una medida de la densidad de la fase de mezcla. Un cambio en la masa del mesón K también afectaría en el ancho del mesón ϕ . Y un pico de ϕ doble en el espectro de pares de leptones indicaría una fase de mezcla con una vida larga.

SIGNATURES

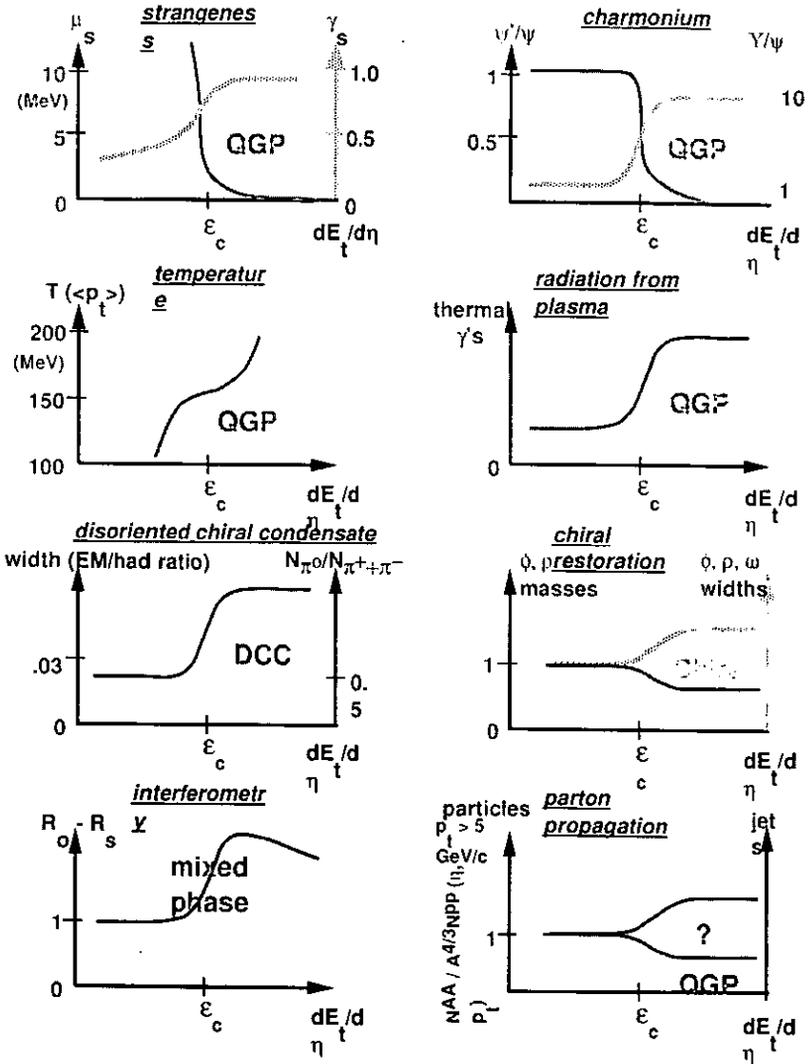


Figura 2.7: Señales de la formación del QGP y la transición de fase quiral. El comportamiento esperado de las distintas señales se grafica como una función de la energía transversa que se mide, ésta es una medida de la densidad de energía, en la región que rodea a la densidad de energía crítica ϵ_c de transición. Cuando se dibujan dos curvas, la curva más tenue corresponde a la variable descrita por el eje tenue de la derecha.

Capítulo 3

Introducción al estudio de la distribución del momento transverso

3.1 Motivación

La información básica acerca de la dinámica de las reacciones que tienen lugar en las colisiones de iones pesados proviene del espectro hadrónico de momento transverso y la distribución de rapidez. Se encuentra que las distribuciones de p_t , en particular para piones y bariones, son notablemente distintas a las de las interacciones p-p a energías comparables.

Desde el descubrimiento de la dispersión dura en el CERN ISR en 1973, la medición inclusiva de las distribuciones de momento transverso ha sido una herramienta muy útil en el estudio de las reacciones hadrónicas de altas energías. La desviación del espectro de momento transverso arriba de $p_t \approx (1 - 2) \text{ GeV}$ del decaimiento exponencial $(1/p_t)(d\sigma/dp_t) \propto \exp(-p_t/T)$, característico de momentos transversos bajos, añadió un fuerte respaldo experimental al nuevo esquema de la estructura partónica de los hadrones. En experimentos de rayos cósmicos que estudian las colisiones ultrarrelativistas de iones pesados, parece que ocurre un cambio similar en el p_t de las partículas producidas [29]. Aquí el incremento dramático en el momento transverso promedio $\langle p_t \rangle$ podría ser una señal de una transición de fase entre el estado hadrónico normal y el QGP, como se muestra en la Fig. 2.2.

Aun cuando en los experimentos con iones pesados se han alcanzado densidades de energía comparables con la de los eventos de rayos cósmicos, en estos últimos no se ha notado un cambio tan brusco en el espectro de p_t como en las colisiones de iones pesados.

El estudio cuidadoso de las distribuciones de distintas especies de partículas puede ayudar a desenmarañar la dinámica tan compleja de las reacciones núcleo-núcleo a altas energías, así como las propiedades del estado extendido y denso de la materia fuertemente interactuante que se forma en estas colisiones.

3.2 Distribuciones de p_t en colisiones hadrón-hadrón

Los espectros de momento transverso se presentan usualmente en términos de la sección transversa invariante

$$\begin{aligned} E \frac{d^3\sigma}{dp^3} &\sim \frac{1}{p_t} \frac{d^2\sigma}{dp_t dy} \\ &\sim \frac{1}{m_t} \frac{d^2\sigma}{dm_t dy}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

El uso de la masa transversa $m_t = (p_t^2 + m^2)^{1/2}$ se sugiere por el hecho experimental de que la sección transversa $(1/p_t)(d\sigma/dp_t)$ de una partícula dada se describe mejor por una exponencial en m_t que en p_t , i.e., $f(p_t) \approx \exp(-m_t/T)$. En la región central, el p_t promedio de las partículas se incrementa con su masa y así las razones de producción de las partículas varían fuertemente con p_t (la forma del espectro) y en cierta medida, inclusive las secciones transversas absolutas de partículas con distinta masa son similares al graficarse como función de m_t . Esta observación conduce a la noción de escalamiento en m_t que parece ser válida aun para combinaciones alatorias de sistemas multipiónicos.

3.3 Analogía en Cosmología

La radiación cósmica de fondo y la expansión del universo tienen su análogo en la colisión de iones pesados. En los últimos se emite una especie de radiación de fondo generada por hadrones, no por fotones. Debido a su fuerte interacción, la bola de fuego es opaca a los quarks y a los hadrones en la mayor parte de su historia dinámica, y sólo al final, después de que la expansión ha diluido a la materia lo suficiente, los hadrones se desacoplan.

Así como en cosmología, donde después de 400 000 años de completa opacidad, el universo se volvió transparente a los fotones inmediatamente después de la recombinación electrón-ion, este proceso de desacoplamiento cinético también parece ocurrir repentinamente en colisiones de iones pesados: las mediciones de correlación de B-E de dos partículas, que permiten explorar la estructura espacio-temporal de la bola de fuego en el punto de congelamiento, indican que para las colisiones de Pb+Pb en el SPS, el tiempo de emisión de piones no es mayor que (2 – 3) fm, después de un tiempo total de expansión de al menos (9 – 10) fm [15]. Consistentemente con esto, la mayoría de los piones son emitidos del bulto de la fuente y no sólo de una delgada capa superficial. También se sabe que el congelamiento de los hadrones en las colisiones de iones pesados se dispara por la expansión, no por el tamaño finito de la fuente.

¿Cuál es la temperatura de esta radiación de hadrones térmicos? Así como para la radiación cósmica de fondo, la temperatura se determina a través del espectro de

energía de las partículas radiadas, y este espectro es afectado por la expansión. Aun más, como en cosmología, la temperatura de desacoplamiento cinético reflejada en el espectro de energía o de momento es considerablemente menor que la temperatura de congelamiento químico, que se refleja en la abundancia de las partículas.

3.4 Temperatura aparente

El flujo de expansión afecta el espectro de momento observado de dos maneras:

- ① Dado que la fuente fluye hacia el detector, las distribuciones de una partícula son aplanadas por un efecto de corrimiento al azul. En el centro de masa corresponde a un corrimiento al rojo (ley de Hubble en cosmología).
- ② Como distintas partes de la fuente en expansión se alejan una de la otra, las regiones de homogeneidad (parámetros de tamaño HBT) medidos por interferometría de B-E se reducen por los gradientes de velocidad de la fuente.

En el efecto de corrimiento al azul en el espectro transverso de una partícula debemos distinguir dos dominios [15]:

- En la región relativista del momento, $p_t \gg m_0$, donde m_0 es la masa en reposo, la pendiente inversa T_{apar} ("Temperatura aparente") de todas las especies de partículas es la misma y está dada por la fórmula del corrimiento al azul

$$T_{apar} = T_c \sqrt{\frac{1 + \langle v_t \rangle}{1 - \langle v_t \rangle}}.$$

Esta ecuación no nos permite evaluar la velocidad de flujo radial promedio $\langle v_t \rangle$ ni la temperatura de congelamiento T_c .

- En el dominio no relativista, $p_t \ll m_0$, la pendiente inversa está dada aproximadamente por $T_{apar} = T_c + m_0 \langle v_t^2 \rangle$, y la dependencia en la masa en reposo de la "temperatura aparente" permite determinar T_c y $\langle v_t^2 \rangle$ por separado. (En las colisiones p-p no se observa que T_{apar} dependa de m_0 .)

El diagrama de la Fig. 3.1 (a) muestra una recopilación de los parámetros de pendiente T_{apar} para varias especies de hadrones en colisiones del SPS. Si bien se observa claramente un incremento con la masa en reposo m_0 , dando una fuerte evidencia de flujo radial, al querer distinguir la temperatura y el flujo, algunas de las características detalladas conducen a ambigüedades. Las pendientes de los piones son muy sensibles a la región de p_t en donde se hacen los ajustes, debido a las contribuciones del decaimiento de resonancias fuertes a p_t bajo. Asimismo, los piones siempre son

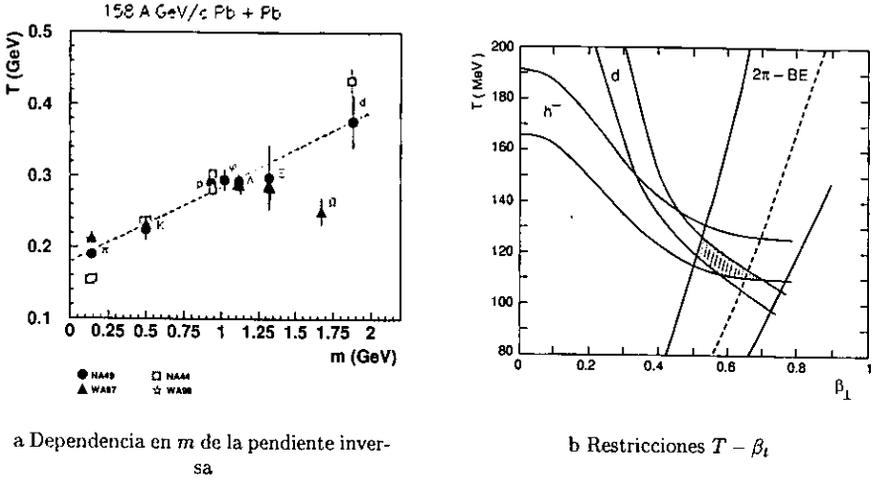


Figura 3.1: Izquierda: Parámetro de pendiente inversa "T" para diferentes especies de hadrones como una función de la masa en reposo, medido para colisiones Pb+Pb en el SPS en varios experimentos. Derecha: Restricciones en las combinaciones posibles de la temperatura de congelación cinética T y la velocidad de flujo radial colectivo β_{\perp} del espectro de momento transverso de hadrones negativos (h^{-}) y deuterones (d) y de la dependencia en el momento transverso del parámetro de radio HBT transverso $R_{\perp}(m_t)(2\pi - BE)$ [25].

relativistas, de modo que la fórmula $T_{apar} = T_c + m_0 \langle v_t^2 \rangle$ no se puede usar para ellos, y de ahí que no se ajusten a la sistemática de la figura.

Es posible una separación menos ambigua entre flujo y temperatura, comparando las pendientes individuales de m_t con la dependencia en el momento del radio HBT transverso (que se obtiene de las correlaciones de dos partículas, Fig. 3.1 (b)). La última está dada aproximadamente por

$$R_{\perp}(m_t) \approx \frac{R}{\sqrt{1 + \xi \langle v_t^2 \rangle \frac{m_t}{T_c}}}$$

donde m_t es la masa transversa promedio de los piones en el par, T_c es la temperatura de congelamiento cinético, y ξ es un número casi constante con ligera dependencia en los perfiles detallados de velocidad transversa y de densidad. Dado que esta fórmula y la de la pendiente inversa de una partícula proporcionan correlaciones independientes entre T_c y $\langle v_t \rangle$ (ver las Figs. 3.1), ambas en combinación permiten distinguir regiones permisibles para estos parámetros. Después de traducir los símbolos apropiadamente

se encuentra una velocidad de flujo radial promedio $\langle v_r \rangle \approx 0.5$ y para la temperatura de la radiación hadrónica térmica $T_c \approx 100 \text{ MeV}$ (Es menor que en la figura debido a ajustes más precisos del espectro inclusivo de hadrones negativos h^-).

La presencia de efectos colectivos se predice por un cambio en el espectro de momento en el estado final. La reacción podría resultar en diferentes tipos de colectividad que coexisten. Una expansión transversa común conduciría a un corrimiento al azul (visto desde el detector).

3.5 Acrecentamiento del espectro a momentos bajos y altos

Experimentalmente las distribuciones inclusivas de momento transverso de piones manifiestan un acrecentamiento a momentos bajos y altos, respecto a la distribución de colisiones nucleón-nucleón (n-n). Como se observa en la gráfica 3.2 al colocar una regla sobre los datos en una escala logarítmica, no hay línea recta a la que todos los puntos experimentales pertenezcan (aun tomando en cuenta las incertidumbres y los errores estadísticos).

Se han propuesto modelos teóricos que pretenden explicar esta peculiaridad. Entre ellos podemos mencionar los siguientes:

- Superponer dos distribuciones de Maxwell-Boltzman con temperatura distinta [20].
- Considerar la presencia de un flujo transverso [2, 19].
- Ajustar un potencial químico no nulo a la distribución de B-E [18].
- Considerar los efectos de frontera al momento de congelamiento, junto con el efecto de Coulomb [23].
- Incluir la influencia del decaimiento de resonancias en su modelo [8].

Los modelos anteriores explican de manera más o menos exitosa el comportamiento del espectro, ya sea en la región baja o alta de momento. Pero no en ambas regiones simultáneamente, además de que tienen una validez limitada en vista de resultados experimentales y teóricos más recientes. Por ejemplo, es difícil imaginarse, que el sistema consista de dos temperaturas de congelamiento (Fig. 3.3), no obstante esto podría suceder si este espectro resulta de la superposición de piones primarios y los provenientes de piones que resultan del decaimiento de resonancias con vida media corta, como las Λ . La velocidad de flujo transverso considerada en el modelo de Atwater *et al* [2, 19] para que ajustara con los datos, no corresponde a la que actualmente se estima por otros métodos complementarios, además de que no es suficiente

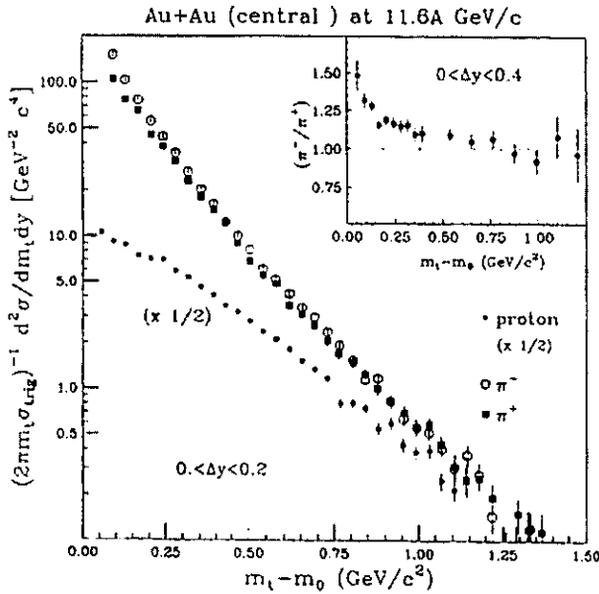


Figura 3.2: Sección transversa invariante obtenida experimentalmente, se muestra dividida por la sección transversa de disparo para piones y protones que se identificaron en el intervalo de rapidez $0 < \Delta y < 0.2$ como función de la energía cinética transversa $m_l - m_0$. Los círculos abiertos en la figura son los datos para los π^- , y los cuadrados rellenos son para los π^+ . La gráfica superior derecha en la figura muestra el radio de π^-/π^+ como una función de $m_l - m_0$ para un intervalo de rapidez más grande, $0 < \Delta y < 0.4$. Las barras de error son sólo estadísticas, ya sea que se muestren o que sean más pequeñas que los puntos.

para explicar el acrecentamiento a momentos altos (Fig. 3.4). Asimismo ocurre en el trabajo de Kataja y Ruuskanen [18], donde se justifica esta deficiencia considerándola provocada por la contaminación de las partículas negativas más pesadas (Fig. 3.5). Al ajustar el potencial químico no nulo a la distribución de B-E se encontró que para que su modelo reprodujera el espectro a bajo momento, no debía existir flujo transversal, sin embargo, experimentalmente se ha observado evidencia de flujo transversal [13].

Mostafa y Wong [23] no consideran el flujo transversal, por lo cual no es suficiente el efecto de Coulomb para explicar el acrecentamiento a momentos bajos (Fig. 3.7). Los cálculos de Brown *et al* [8] no describen el espectro a momentos altos (Fig. 3.8).

En el siguiente capítulo se describirá un modelo que propició este trabajo, y que considera los aspectos más relevantes de los modelos citados (excepto el efecto de

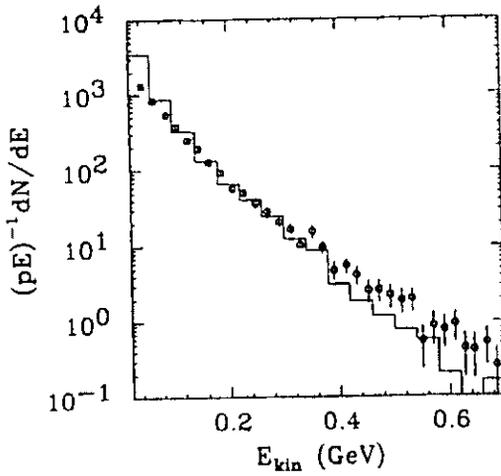


Figura 3.3: Comparación de las distribuciones de momento transverso de piones entre la que resulta de los cálculos (histograma) de dos temperaturas de Li y Bauer [20] con los datos experimentales de la referencia 2 de [20] (pequeños círculos) que corresponden a la producción de piones negativos en reacciones centrales La+La con una energía del haz de 1350 MeV por nucleón.

Coulomb que se considerará en un trabajo posterior) a fin de explicar el comportamiento del espectro en ambas regiones de manera unificada.

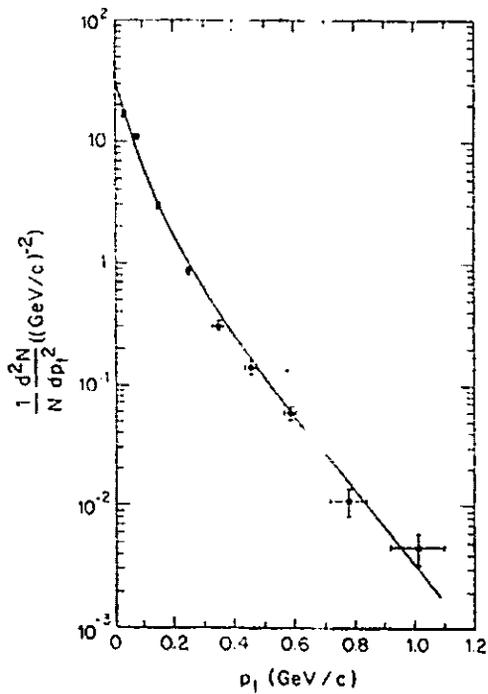


Figura 3.4: Espectro de momento transverso de mesones normalizado a la unidad. Los puntos de datos representan 1584 mesones (4 más con $p_t > 1.2$ GeV no se muestran) y 4 protones del proyectil no identificados de una muestra de eventos en la tabla 1 de la referencia [2]. La curva representa el ajuste que incorpora flujo transverso realizado por Atwater, Freier y Kapusta.

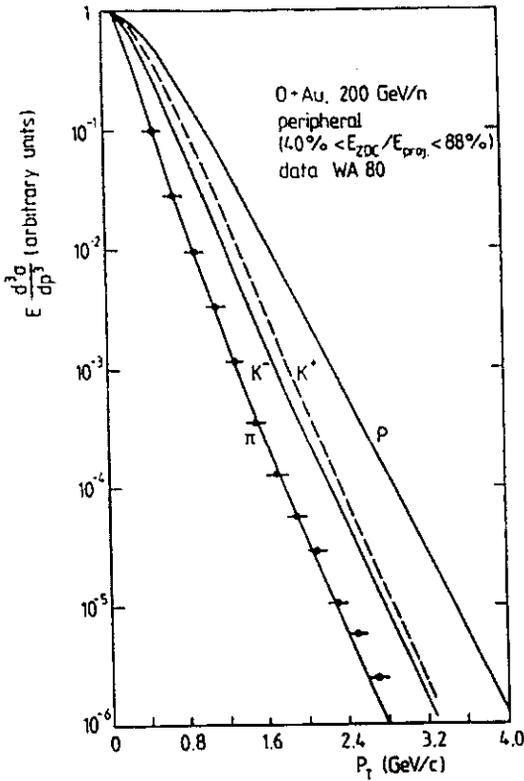


Figura 3.5: Espectro de momento transverso para piones, kaones y protones en colisiones periféricas O+Au a 200 GeV por nucleón calculado por Lee y Heinz [19] con el modelo de flujo colectivo. Los puntos de los datos son π^0 del experimento WA80. Todas las curvas han sido arbitrariamente normalizadas a $p_t = 0.1$ GeV.

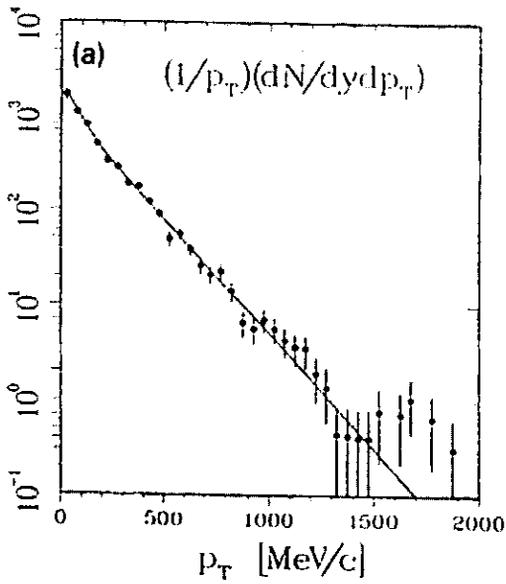


Figura 3.6: Distribución de momento transverso de piones negativos para colisiones centrales de O+Au a 200 GeV por nucleón. La línea sólida fue calculada por Kataja y Ruuskanen [18] considerando un potencial químico no nulo en la distribución de Bose-Einstein (B-E), consideraron una temperatura de 167 MeV y un potencial químico de 126 MeV.

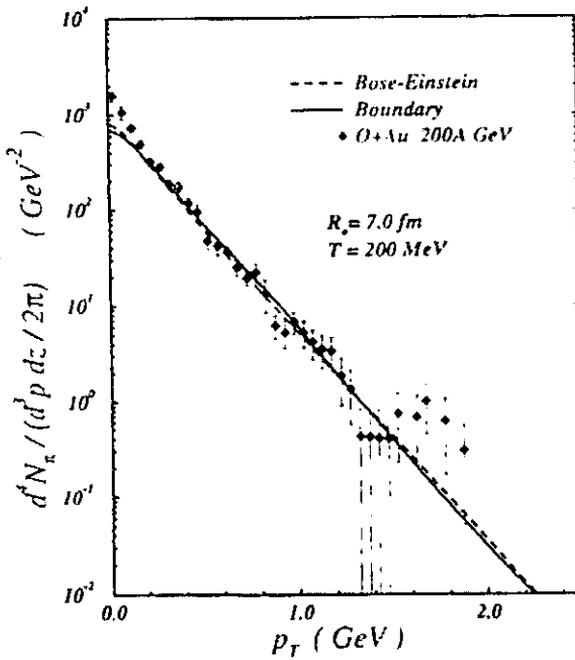


Figura 3.7: Distribuciones de momento transverso de piones para un sistema de piones acotados (líneas sólidas), y una distribución de Bose-Einstein (líneas punteadas) obtenidas en el modelo de Mostafa y Wong [23]. En comparación con el experimento $O+Au \rightarrow \text{part. negativas} + X$ a 200 GeV por nucleón. Los parámetros que mejor ajustaron los autores fueron un radio de 7 fm, temperatura de 200 MeV, potencial químico nulo, masa de piones de 140 MeV y momento longitudinal nulo.

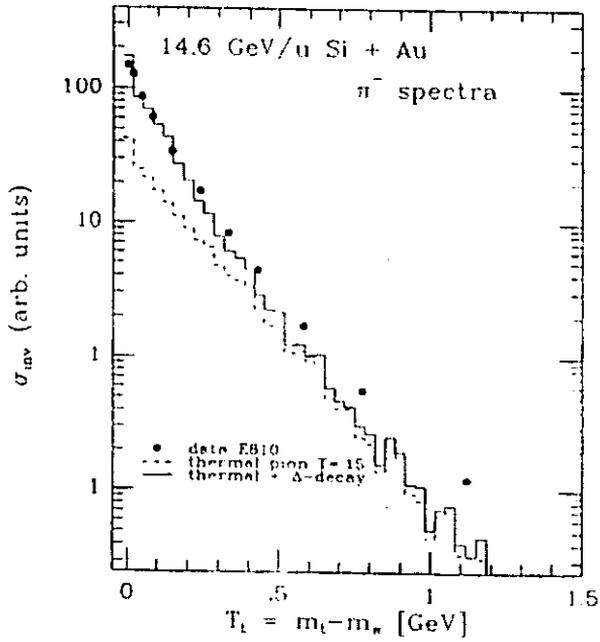


Figura 3.8: Comparación del espectro de momento transverso de piones negativos (línea sólida) con la simulación Monte Carlo realizada por Brown *et al* [8] que considera a los piones que decaen de partículas Δ y η con los resultados del experimento E810 para piones negativos a rapidez de 2.2-2.6 y colisiones centrales.

Capítulo 4

Efectos de densidad y de frontera

Hace más de 45 años, Enrico Fermi propuso un método estadístico para entender los resultados de las colisiones hadrón-hadrón a altas energías. Debido a la saturación del espacio-fase, la producción de muchas partículas que resulta de las colisiones elementales a altas energías es consistente con una descripción térmica. La descripción propuesta describe a la distribución con una exponencial simple $dN/m_i dm_i \propto \exp(-m_i/T)$ que coincide con los experimentos en la región media del espectro. No obstante, los piones y la reacción tienen otras propiedades que este modelo no considera.

4.1 Mecánica Estadística

En mecánica estadística el concepto de ensemble surge como un formalismo que se usa para describir la evolución de un estado dinámico en el tiempo. Para un macro estado dado, un sistema estadístico, en cualquier instante, puede estar en cualesquiera de un número extremadamente grande de microestados. Conforme pasa el tiempo, el sistema brinca de uno a otro microestado, de modo que en un lapso razonable de tiempo el sistema se manifiesta como promediado sobre todos los microestados en que se encontró. Si se considera que en un instante de tiempo dado, un gran número de sistemas (que no son más que una especie de copias mentales del sistema dado) están caracterizados por el mismo macroestado del sistema original, entonces éstos se encuentran en todos los microestados posibles. Así, se espera que el comportamiento promedio de cualquier sistema en esta colección, llamado "ensemble", sea idéntico al comportamiento del sistema dado promediado en el tiempo.

Un ensemble canónico es aquél en el que se considera que el macroestado de los sistemas se define a través de los parámetros N , V y T (número de partículas, volumen y temperatura respectivamente). Además en un ensemble canónico la energía E de un sistema es necesariamente variable.

Para estudiar las características de las variables N y E de un sistema, se considera

al sistema como un miembro de un ensemble gran canónico, es decir, un ensemble canónico en el que es posible un intercambio de partículas y energía con un reservorio.

Cuando se formula la estadística cuántica, la energía es ahora el valor esperado del hamiltoniano. Las partículas del sistema son indistinguibles y las partículas se clasifican en dos tipos, bosones y fermiones. La distinción resulta de considerar la simetría o anti-simetría de la función de onda. Y se refleja, por ejemplo, en el spin de las partículas: entero para los bosones y semientero para los fermiones.

4.2 El modelo

Los piones por su spin son partículas bosónicas, de donde un sistema de piones sigue la estadística de B-E. Una de las principales características de los sistemas descritos por esta estadística es que cerca de una cierta temperatura crítica T_c , las partículas ocupan predominantemente el estado de energía más bajo. La tendencia de los bosones a agruparse conduce a lo que se conoce como condensación de B-E. La condensación podría ser la responsable del acrecentamiento en la distribución a bajos momentos.

4.2.1 Suposiciones

Justo después de una colisión ultrarelativista o relativista de iones pesados, el sistema de piones es mejor descrito como un líquido que como un gas. Esto debido a que en este instante la separación promedio d de los piones es menor al alcance de las interacciones fuertes d_s (~ 1.4 fm), siendo esta última atractiva [30] y afectando la curva de dispersión de los piones. La conglomeración de piones conduce a la aparición de una tensión superficial en la frontera, la cual actúa como una superficie reflejante para los piones.

La Colaboración E-802/866 ha reportado que en las colisiones centrales de Au+Au a 11.6A GeV se alcanza una densidad bariónica de alrededor 8 veces la densidad en materia nuclear normal. Los piones son, en gran medida, responsables de esta densidad tan alta. Podemos leer en la Fig. 3 de la Ref. [1] que el número total de piones cargados, en un intervalo de una unidad alrededor de la rapidez central en este tipo de reacción, está alrededor de los 200. Suponiendo que el número de piones neutros en el mismo intervalo de rapidez es la mitad del número total de piones cargados, la producción total de piones en colisiones centrales es de $dN_\pi/dy \sim 300$. Puesto que la separación promedio entre piones es inversamente proporcional a la densidad de piones $n_\pi = (1/At_0)dN_\pi/dy$ a la un tercio, donde A (~ 64 fm) es el área transversa de la reacción y t_0 (~ 1 fm) es el tiempo de formación típico [4], $d \sim 0.6$ fm $< d_s$, y por consiguiente se satisface la suposición de considerar al sistema de piones como un líquido.

Los detalles de la reflexión dependen de la longitud de onda del pion incidente. Por

la propiedad reflejante de la superficie, la fuga de los piones es muy escasa, lo suficiente para considerar que la función de onda de los piones es nula fuera del conglomerado. Sin embargo, conforme la separación promedio de los piones en el sistema es mayor que el alcance de la interacción fuerte, tiene lugar una transición acelerada de la fase líquida a la gaseosa. Así la distribución final de momento queda determinada por la distribución que hay justo antes del congelamiento.

De ese modo, cuando el sistema de piones se considera confinado justo antes del congelamiento y la función de onda de cada estado satisface la condición de frontera, los estados forman un conjunto discreto. La densidad de los estados que contribuyen a la distribución a altos momentos es mayor que para una distribución simple de B-E. Esta propiedad, junto con un flujo transversal inicial en el momento del congelamiento, explican el acrecentamiento de la distribución a momentos altos.

Para describir las propiedades estadísticas de un sistema de piones con cierta multiplicidad, se puede usar un ensemble gran canónico. Sin embargo para describir la evolución del sistema es necesario tomar en cuenta que, en el momento de desacoplamiento, el sistema de piones tiene un tamaño finito y está confinado a la frontera de un volumen dado. La frontera no está considerada en la estadística. El tema de la forma del volumen ha sido abordado, por ejemplo, por Bjorken[4], cuya dinámica implica expansión longitudinal y en consecuencia una geometría cilíndrica; asimismo, el tiempo de desacoplamiento no es necesariamente el mismo en todo el volumen.

En su modelo Ayala y Smerzi [3], consideran que el volumen que confina al sistema tiene una geometría esférica y que el tiempo de desacoplamiento es el mismo en el marco de referencia del centro de masa. Así el escenario es el siguiente: cuando las interacciones fuertes cesan y el sistema de piones (de una especie en particular) se desacopla, éste está en equilibrio térmico y confinado a una esfera de radio R (bola de fuego), vista desde el centro de masa de los núcleos en colisión.

4.2.2 Cálculo de la temperatura crítica

Tomemos un sistema que consiste de un número fijo de bosones, con spin cero, que interactúan débilmente, y en equilibrio térmico a temperatura T . El sistema se describe como un ensemble gran canónico que sigue la estadística de B-E. Donde la temperatura T y el potencial químico μ están relacionados implícitamente con el número de partículas N :

$$N = \sum_i \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/T} - 1}, \quad (4.1)$$

siendo E_i la energía del estado de una partícula, i es una etiqueta que corresponde a un estado cuántico dado.

Como el número de partículas es un número positivo, entonces el potencial químico debe ser menor que la energía más baja E_0 , es decir, $\mu < E_0$. Para N fijo, el potencial

químico depende de la temperatura, y

$$\lim_{T \rightarrow T_c} \mu(T) = E_0,$$

por consiguiente este estado E_0 se puebla más conforme T se aproxima a T_c (condensación).

Para estimar la temperatura crítica se pasa al límite continuo de la Ec. (4.1). Tenemos que la función de densidad de probabilidad de ocupación para bosones es, como se señaló arriba:

$$f(p) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} - 1}. \quad (4.2)$$

En el límite continuo integramos sobre todo el espacio de momentos p del número de ocupación media y sobre todo el espacio x , recuérdese que $\hbar = 1$:

$$\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} d^3x f(p),$$

pasando a coordenadas esféricas en el espacio de momentos; integrando sobre todo el espacio; siendo la energía de la partícula en términos de su momento y su masa m . $E^2 = p^2 + m^2$, entonces $p^2 dp = E\sqrt{E^2 - m^2}dE$; tenemos en consecuencia:

$$\frac{V4\pi}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{e^{(E-\mu)/T} - 1} = \frac{V}{2\pi^2} \int_m^\infty dE \frac{E\sqrt{E^2 - m^2}}{e^{(E-\mu)/T} - 1},$$

donde V es el volumen. Después de hacer un cambio de variables y considerar la relación $\frac{1}{e^x - 1} = \sum_{j=1}^\infty e^{-jx}$ llegamos finalmente:

$$N = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} d^3x f(p) = \frac{Vm^3}{2\pi^2} \sum_{j=1}^\infty \left(\frac{T}{mj} \right) e^{\mu j/T} K_2 \left(\frac{mj}{T} \right), \quad (4.3)$$

siendo K_2 la función de Bessel modificada de segunda clase y orden 2. Así considerando el límite en que la temperatura alcanza el valor crítico ($E_0 = m$), el resultado es que para un sistema de bosones relativistas que interactúan débilmente, la temperatura crítica está dada implícitamente por

$$N = \frac{Vm^3}{2\pi^2} \sum_{j=1}^\infty \left(\frac{T_c}{mj} \right) e^{mj/T_c} K_2 \left(\frac{mj}{T_c} \right). \quad (4.4)$$

En la Fig. 4.1 que proviene de la Ref. [3] se grafica el número de partículas en función de la temperatura para distintos valores del radio.

Nótese, sin embargo, que en esta aproximación no se toma en cuenta el estado de energía más bajo. Por ello, cuando nos acercamos al valor crítico de la temperatura,

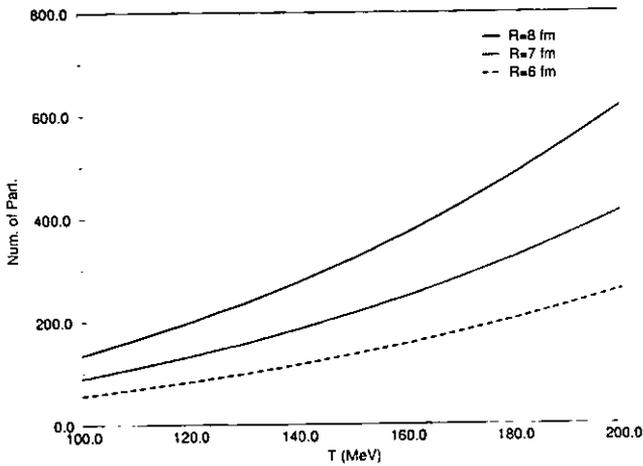


Figura 4.1: Número de partículas contra la temperatura crítica para distintos radios R en el desacoplamiento.

es necesario reconsiderar el esquema discreto y tomar en consideración la contribución individual de los estados de energía en los observables, como la distribución de momento. Para poder considerar estas contribuciones individuales, en una colisión de iones pesados es preciso suponer que en el momento en que se forma, el sistema de piones se encuentra en equilibrio térmico.

Suponer el equilibrio térmico corresponde a considerar que la frecuencia total de las colisiones, antes de que se desacople el sistema, es muy alta cuando se compara, por ejemplo, con la razón de expansión.

4.2.3 Cálculo de la distribución de momento

Clásicamente el número total de partículas se obtiene de

$$N = \int \frac{d^3r d^3p}{(2\pi)^3} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (4.5)$$

donde $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ es la función de distribución clásica en el espacio-fase. Esta función no tiene un significado cuántico bien definido. Cuánticamente necesitamos encontrar una función con las características de una distribución en el espacio-fase, ésta es la llamada función de Wigner, $W(\mathbf{r}, \mathbf{p})$.

La función de densidad para partículas (ignorando antipartículas) que obedecen

a la ecuación de Klein-Gordon[27] está definida como

$$\rho(\mathbf{r}, t) = i\psi^*(\mathbf{r}, t) \overleftrightarrow{\partial}_t \psi(\mathbf{r}, t). \quad (4.6)$$

De manera más general, definimos

$$\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t) = i\psi^*(\mathbf{r}_1, t) \overleftrightarrow{\partial}_t \psi(\mathbf{r}_2, t). \quad (4.7)$$

En adelante usaremos la notación abreviada $\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$. Consideremos la función de onda de un estado estacionario $\psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) \frac{e^{-iEt}}{\sqrt{2E}}$, con la cual la función de distribución (elemento de la matriz de densidad) es $\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \psi^*(\mathbf{r}_1)\psi(\mathbf{r}_2)$, salvo un factor de normalización. Y tomemos el siguiente cambio de variables, a las coordenadas relativa y del centro de masa

$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \quad \mathbf{r}' = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2. \quad (4.8)$$

Así definimos la función de densidad cuántica de partículas o función de Wigner:

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int d^3r' \psi^*(\mathbf{r}_1)\psi(\mathbf{r}_2)e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}'} = \int d^3r' \psi^*\left(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{r}'}{2}\right)\psi\left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{r}'}{2}\right)e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}'}. \quad (4.9)$$

Esta función tiene muchas similitudes con la función de distribución clásica. Cuando se integra sobre todo el momento, obtenemos la densidad en \mathbf{r} , esto es (Ver Ref. [17]),

$$\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} W(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \psi^\dagger(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}), \quad (4.10)$$

Tal como ocurre en el caso clásico, la corriente de partículas es:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{p}}{m} W(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (4.11)$$

Cuando integramos sobre \mathbf{r} , obtenemos el número de partículas con momento \mathbf{p} pues, haciendo la transformación $\mathbf{u} = \mathbf{r} + \frac{\mathbf{r}'}{2}$, $\mathbf{v} = \mathbf{r} - \frac{\mathbf{r}'}{2}$ (con Jacobiano igual a 1)

$$\begin{aligned} \int \frac{d^3r}{(2\pi)^3} W(\mathbf{r}, \mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3v \psi(\mathbf{v}) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{v}} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3u \psi^*(\mathbf{u}) e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{u}} \\ &= \tilde{\psi}(\mathbf{p}) \tilde{\psi}^*(\mathbf{p}) = |\tilde{\psi}(\mathbf{p})|^2, \end{aligned} \quad (4.12)$$

Entonces el espectro lo obtenemos pesando cada estado con la distribución cuántica para los bosones

$$\frac{d^3N}{d^3p} = \sum \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} - 1} \int \frac{d^3r}{(2\pi)^3} W(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (4.13)$$

por tanto la distribución en el caso cuántico queda expresada como

$$\frac{d^3 N}{d^3 p} = \sum \frac{\phi(\mathbf{p})}{e^{(E-\mu)/T} - 1}, \quad (4.14)$$

donde

$$\phi(\mathbf{p}) = (2E)|\psi(\mathbf{p})|^2, \quad \psi(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 \tau e^{-i\mathbf{p}\cdot\boldsymbol{\tau}} \psi(\boldsymbol{\tau}). \quad (4.15)$$

Tenemos que encontrar primero la función de onda relativista $\psi(\mathbf{r})$ que corresponde a los estados estacionarios de una partícula libre en una esfera de radio R , la cual se obtiene a partir de la ecuación de Klein-Gordon

$$(\partial_t^2 - \nabla^2 + m^2) \psi(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (4.16)$$

Con la condición de frontera que resulta de imponer confinamiento dentro de una esfera de radio R al momento del congelamiento

$$\psi(|\mathbf{r}| = R, t) = 0. \quad (4.17)$$

y que sea finita en el origen.

Escribiendo el Laplaciano en coordenadas esféricas, la Ec. (4.16) se expresa como

$$\left(r^2 \partial_t^2 - \partial_r (r^2 \partial_r) - \frac{1}{\sin \phi} \partial_\phi (\sin \phi \partial_\phi) - \frac{1}{\sin^2 \phi} \partial_\theta^2 + m^2 r^2 \right) \psi(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (4.18)$$

considerando que: el momento es $k^2 = E^2 - m^2$, la parte angular tiene como valor propio $l(l+1)$ y solución en armónicos esféricos $Y_{lm}(\hat{r})$, la parte temporal tiene por solución una exponencial con argumento complejo, $\partial_r (r^2 \partial_r) = r^2 \partial_r^2 + 2r \partial_r$; entonces la parte radial de la ecuación de Klein-Gordon se ve como

$$\{ r^2 \partial_r^2 + 2r \partial_r + k^2 r^2 - l(l+1) \} \psi(r) = 0. \quad (4.19)$$

Si escribimos $\psi(r) = Z(kr)/\sqrt{kr}$, desarrollando tenemos

$$\{ r^2 \partial_r^2 + r \partial_r + (k^2 r^2 - (l+1/2)^2) \} Z(kr) = 0, \quad (4.20)$$

cuya solución es la función de Bessel del primer tipo $Z(kr) = J_{l+1/2}(kr)$.

Tomando en cuenta las condiciones de frontera y normalizando, la solución a la Ec. (4.16) es

$$\psi_{klm'}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{R J_{l+3/2}(kR)} \left(\frac{1}{r E_{kl}} \right)^{1/2} Y_{lm'}(\hat{r}) J_{l+1/2}(kr) e^{-i E_{kl} t}. \quad (4.21)$$

El número cuántico k está dado por la solución a $J_{l+1/2}(kR) = 0$. Los valores propios de la energía se relacionan con k de acuerdo con $E_{kl} = \sqrt{k^2 + m^2}$.

Por la simetría azimutal del problema, la función de onda en el espacio de momento no depende del número cuántico m' y sólo es función de la magnitud del momento

$$\psi_{klm'}(\mathbf{p}) = \psi_{kl}(p)\delta_{m'0}. \quad (4.22)$$

Haciendo la integral de la Ec. (4.15) con la Ec. (4.21) obtenemos que la $\phi_{kl}(p)$ de la Ec. (4.14) es

$$\phi_{kl}(p) = \frac{(2l+1)}{2\pi p} \left[\frac{k J_{l+1/2}(pR)}{(k^2 - p^2)} \right]^2, \quad (4.23)$$

e integrando la distribución de la Ec. (4.14) sobre el espacio de momentos en coordenadas esféricas, usando la Ec. (4.23) obtenemos la siguiente expresión implícita para el potencial químico

$$N = \sum_{k,l} \frac{(2l+1)}{e^{(E_{kl}-\mu)/T} - 1}, \quad (4.24)$$

con una multiplicidad N fija. Un potencial químico fijo debería afectar la forma de la distribución a momentos bajos.

Multiplicidad y temperatura crítica. En una reacción de iones pesados la multiplicidad total es una función de la energía invariante \sqrt{s} en la colisión. La multiplicidad aumenta logarítmicamente con \sqrt{s} . Por ejemplo, Ayala y Smerzi [3] observan que a energías AGS ($\sqrt{s} \sim 5$ A GeV), la multiplicidad promedio por evento producido en colisiones centrales es del orden de 400-500 y así el número de piones de una especie en particular es alrededor de un tercio este número. De la Fig. 4.1 observamos que el valor de T_c para un número de piones de una especie en particular entre 100-200 es alto y disminuye conforme el volumen aumenta.

Los resultados experimentales expresan la distribución usualmente en términos de $d^2N/dm_t dy$ (con distintos factores de m , m_t y 2π). En el siguiente capítulo, cuando se comparen los resultados de nuestro modelo teórico con los datos experimentales, mostraremos cómo escribir la distribución d^3N/d^3p como $d^2N/dm_t dy$ a partir de la forma invariante de la función de distribución.

En la Fig. 4.2 se muestra la distribución de momento $md^2N/m_t^2 dm_t dy$ calculada en la Ref. [3] fijando $y = 1.4$, que para la reacción Au+Au a 10.8 A GeV en el AGS, corresponde a una rapidez típica para piones en el laboratorio $y_{lab} \simeq 3$. La Fig. 4.2 muestra la distribución calculada de la Ec. (4.14) y (4.23) para distintos valores de r , T y N , así como μ calculado de la Ec. (4.24). El efecto principal para el conjunto seleccionado de parámetros, es un desplazamiento de la curva a momentos altos respecto a una exponencial sencilla con la misma temperatura. Asimismo encontraron que la distribución empieza a desviarse de un simple decaimiento exponencial a valores cada vez menores de momento conforme se incrementa el radio.

En síntesis, la propuesta de Ayala y Smerzi [3] es calcular la distribución de piones tomando en cuenta los efectos de densidad en el descoplamiento a través del cálculo del potencial químico a una multiplicada dada. Consideran que los efectos de frontera pueden incluirse, haciendo una descripción en términos de un conjunto de estados discretos. Si el sistema de piones se produce cerca de la región crítica para la condensación de B-E, describir el sistema en términos de un conjunto discreto de estados equivale a incluir la contribución de los estados de energía más bajos. Del mismo modo enfatizaron que la condensación es un fenómeno de alta densidad y que depende tanto de la multiplicidad de piones como del volumen de congelamiento.

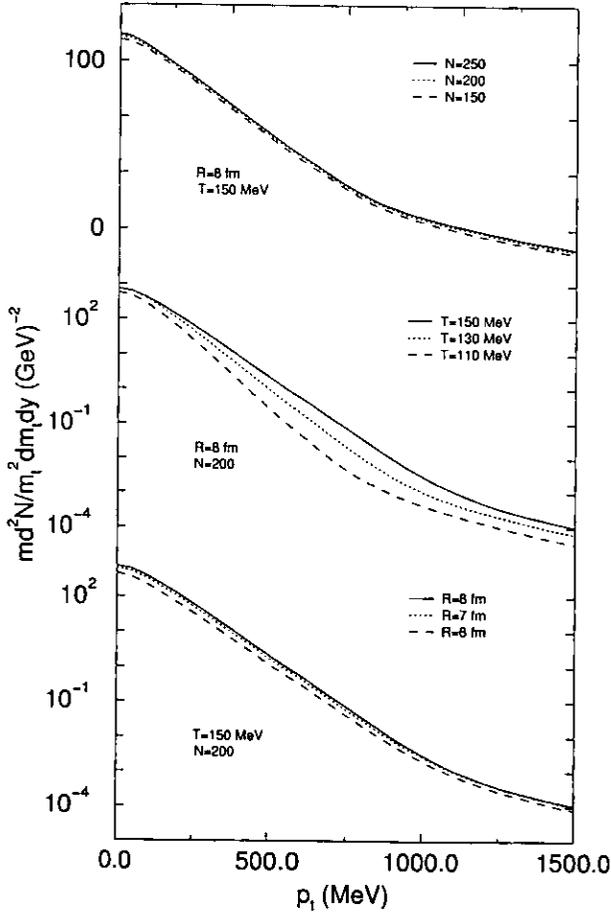


Figura 4.2: Distribución invariante de momento $md^2N/m_1^2 dm_1 dy$ a rapidez $y = 1.4$, para distintos valores de R, T, N con los valores calculados de μ . Obsérvese el desplazamiento de la distribución a momentos altos y la forma de ésta a momentos bajos.

Parte III

Efectos del flujo hidrodinámico

Capítulo 5

Efectos de densidad y expansión hidrodinámica

Debido al gran número de dispersiones secundarias, se espera que las colisiones de iones pesados manifiesten comportamiento hidrodinámico, v.g., equilibrio térmico local y movimiento colectivo. El comportamiento colectivo no había sido considerado en los cálculos aun cuando había evidencias [31]. Incorporar este movimiento colectivo a la ecuación de evolución de la bola de fuego no es una tarea fácil dada la complejidad de encontrar una solución analítica. No obstante, considerando que la velocidad superficial de la bola de fuego es muy cercana a la velocidad de la luz, la aproximamos a segundo orden encontrando una solución analítica que usamos para comparar nuestros resultados con datos experimentales. Este capítulo constituye el tema central de investigación de la tesis.

5.1 Geometría y expansión hidrodinámica en el modelo

Geometría del volumen de reacción. En cuanto a la geometría del volumen que confina el sistema, a energías del AGS, la Colaboración E-802/866 ha reportado una fracción importante de frenado en las reacciones Au+Au [1]. En este caso, parece más apropiada una geometría simétrica entre las direcciones transversa y longitudinal. Así, consideramos un escenario en el que el sistema de piones de una especie dada, está en equilibrio térmico y confinada a una esfera de radio R (la bola de fuego), visto desde el centro de masa de los núcleos en colisión en el momento de desacoplamiento.

Expansión hidrodinámica. A fin de incorporar los efectos del flujo hidrodinámico, observamos la presencia de un movimiento ordenado conducido por la onda explosiva. La onda explosiva se genera como resultado de las colisiones frecuentes entre las partículas que se mueven rápidamente en el conjunto caliente. Las partículas en el exterior de la región de alta densidad se mueven libremente hacia afuera,

mientras que las que están en el interior se ven reflejadas por las colisiones con la materia. Así las partículas de la superficie se mueven enseguida hacia el exterior, de hecho, en promedio hay una anisotropía en el ambiente que da lugar a una anisotropía en su distribución de momento, y la energía cinética de su movimiento es cada vez menos aleatoria. De ese modo las partículas adquieren una velocidad de flujo neta β . La energía de la onda de choque proviene principalmente de la energía cinética del movimiento relativamente aleatorio de las partículas. Conforme se mueven hacia afuera ocupan más espacio, de modo que la densidad disminuye en la superficie y, posteriormente, es la siguiente capa de partículas dentro de la superficie la que experimenta un ambiente anisotrópico, haciendo que se mueva hacia el exterior.

En el límite de colisiones muy frecuentes, la hidrodinámica proporciona una descripción cuantitativa de este fenómeno. Convirtiendo la energía térmica interna en trabajo, la materia adquiere localmente una velocidad de flujo macroscópica β (dirigida hacia el exterior) a través de un gradiente de presión ∇P . La entropía se conserva durante la expansión ya que la fuerza $-\nabla P$ es conservativa (i.e., reversible).

La velocidad de flujo se representa de manera más general con un campo de cuatro velocidades $u^\mu = \gamma(r)(1, \mathbf{v}(r))$. Visto desde el centro de masa, el campo de velocidades genera una redistribución del momento en cada una de las celdas del fluido. Por tender a ocupar un mayor volumen, la expansión de la materia hace que el sistema se extienda en una región del espacio-fase adicional. Esta tendencia se compensa en cada celda con la concentración de la distribución de momento en una región más estrecha del espacio-fase, y la energía del flujo macroscópico es proporcionada por el enfriamiento de la materia [31].

Bajo esta perspectiva, la característica esencial que mostraría la distribución es un máximo alrededor de la velocidad radial media β (en nuestro caso, el momento), en contraste con la distribución totalmente termalizada, en la que es mayor para las partículas más lentas de la bola de fuego. Asimismo la excitación intrínseca del sistema se reduce por el enfriamiento que acompaña a la expansión.

La redistribución del momento causada por el campo de velocidades, provoca que la distribución en cada celda del fluido se centre alrededor del momento asociado con la velocidad del elemento del fluido. Por consiguiente, el espectro térmico en cada celda debería estar descrito sobre este movimiento colectivo, esto es, referido desde el momento del elemento de fluido colectivo. Para describir este comportamiento del sistema ligado de piones en expansión, hacemos la sustitución del operador de momento

$$p^\mu \longrightarrow p^\mu - mu^\mu, \quad (5.1)$$

donde m es la masa del pión. El término mu^μ representa el momento colectivo del elemento de fluido piónico dado.

5.2 Solución analítica

En esta sección pretendemos resolver la ecuación de Klein Gordon considerando: la condición de frontera estacionaria, la expansión radial, una transformación de norma y las soluciones estacionarias. Sin embargo arribaremos a una ecuación en la componente radial a la que aún no se le ha encontrado solución analítica. Será en la siguiente sección donde consideraremos una solución analítica de segundo orden en la velocidad radial media.

Al incorporar la expansión hidrodinámica mencionada arriba, la ecuación de Klein Gordon es ahora:

$$[-(i\partial_t - m\gamma(r))^2 + [-i\nabla - m\gamma(r)\mathbf{v}(r)]^2 + m^2] \psi(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (5.2)$$

Buscamos soluciones que satisfagan la condición de frontera estacionaria Ec. (4.17), en un volumen esférico:

$$\psi(|\mathbf{r}| = R, t) = 0, \quad (5.3)$$

asimismo que la solución sea finita en el origen. La velocidad de flujo transverso es considerada como una parametrización del vector de velocidad tridimensional $\mathbf{v}(r)$. Como la bola de fuego manifiesta una expansión radial que es proporcional a la distancia del elemento de volumen al centro de la bola de fuego:

$$\mathbf{v}(r) = \beta \frac{r}{R} \hat{r}, \quad (5.4)$$

donde $0 < \beta < 1$ es la velocidad superficial de la bola de fuego. Nótese que ignoramos cualquier asimetría en la expansión longitudinal y transversa.

El factor γ está dado por la expresión de Lorentz

$$\gamma(r) = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2 r^2 / R^2}}, \quad (5.5)$$

que en conjunto con la Ec. (5.4) permite resolver la Ec. (5.2) (aunque sólo numéricamente).

Para simplificar la parte espacial de la Ec. (5.2) haremos la siguiente transformación de norma [27]

$$\psi(\mathbf{r}, t) = e^{im\Lambda(r)} \tilde{\psi}(\mathbf{r}, t), \quad (5.6)$$

donde la función $\Lambda(r)$ está definida implícitamente por

$$\nabla \Lambda(r) = \gamma(r) \mathbf{v}(r). \quad (5.7)$$

Como $\gamma(r)$, $\mathbf{v}(r)$ sólo dependen de la componente radial,

$$\Lambda(r) = \frac{\beta}{R} \int dr \frac{r}{(1 - \beta^2 r^2 / R^2)} = -\frac{R}{\beta} \left(1 - \frac{\beta^2 r^2}{R^2}\right)^{1/2}. \quad (5.8)$$

Al hacer esta transformación, la ecuación a resolver se reduce a

$$[-(i\partial_t - m\gamma(r))^2 + [i\nabla]^2 + m^2] \tilde{\psi}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (5.9)$$

Al considerar soluciones estacionarias, donde el factor $\frac{1}{\sqrt{2E}}$ se introduce por conveniencia,

$$\tilde{\psi}(\mathbf{r}, t) = \frac{e^{iEt}}{\sqrt{2E}} \phi(\mathbf{r}). \quad (5.10)$$

Entonces la ecuación a resolver es:

$$[(E - m\gamma(r))^2 + \nabla^2 - m^2] \phi(\mathbf{r}) = 0, \quad (5.11)$$

donde la parte angular tiene solución en los armónicos esféricos, así

$$\left[\frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r) - \frac{l(l+1)}{r^2} + (E - m\gamma(r))^2 - m^2 \right] \phi(r) = 0, \quad (5.12)$$

donde $0 \leq l, m$ son enteros y $\phi(\mathbf{r}) = Y_{lm}(\mathbf{r})\phi(r)$. Ésta es la ecuación que tenemos que resolver para calcular el espectro. Por ahora, calculemos la velocidad de flujo transverso de las partículas que se mueven en la bola de fuego.

5.2.1 Solución analítica de segundo orden en β

En esta sección mostramos la validez de la aproximación en la velocidad media esperada a segundo orden. Aplicando esta aproximación y después de una transformación de norma, algunos cambios de variable, así como de considerar la condición de frontera, encontraremos la función de onda buscada. Esta función de onda nos permitirá calcular la distribución de momento en la siguiente sección.

Sabemos que la velocidad media (esperada) de un sistema que se distribuye con $f(r, p)$ es

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\int d^3r \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \mathbf{v}(r) f(r, p)}{\int d^3r \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(r, p)} = \frac{\hat{r} \int d^3r v(r) \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(p)}{N}, \quad (5.13)$$

donde $f(r, p) = (e^{(E-\mu)/T} - 1)^{-1}$, la función de distribución para los bosones; $v(r) = \frac{\beta}{R} r$, la magnitud de la velocidad; N , de la Ec. (4.3).

La integral sobre el espacio de momentos es la misma que en la Ec. (4.3), la integración sobre el espacio añade el factor $\frac{3}{4}\beta$, luego,

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{3}{4} \beta. \quad (5.14)$$

No obstante que la Ec. (5.12) es aún muy difícil de resolver. Como la velocidad está muy por debajo de la velocidad de la luz, como vimos en los cálculos anteriores, aproximamos β hasta el segundo orden. Con ello, en

$$(E - m\gamma(r))^2 \simeq (E - m)^2 - m \frac{\beta^2}{R^2} (E - m)r^2 + O(\beta^4), \quad (5.15)$$

haremos $O(\beta^4) \rightarrow 0$. Obsérvese que $r^{-2}d_r r^2 d_r = r^{-1}d_r^2 r$, así la ecuación radial se simplifica

$$\left[\frac{1}{r} d_r^2 r - \frac{l(l+1)}{r^2} + (E - m)^2 - m \frac{\beta^2}{R^2} (E - m)r^2 - m^2 \right] \phi(r) = 0, \quad (5.16)$$

a ser resuelta bajo la mismas condiciones de finitud en el origen y nulidad en la frontera (Ec. (5.3)). También aproximamos la función Λ de la transformación de norma (5.6)

$$\Lambda(r) \simeq -\frac{R}{\beta} \left(1 - \frac{\beta^2}{2R^2} r^2 + O(\beta^4) \right) \simeq -\frac{R}{\beta} + \frac{\beta}{2R} r^2 + O(\beta^3), \quad (5.17)$$

donde $O(\beta^3) \rightarrow 0$ y $-R/\beta$ es una constante que absorbemos en la constante de normalización, con lo cual $\Lambda(r) = \beta r^2 / (2R)$.

La forma de la Ec. (5.16) hace evidente que el cambio de variable que nos conviene es:

$$\phi(r) = \frac{\mathcal{X}(r)}{r} \quad (5.18)$$

quedándonos con la ecuación:

$$\left[\frac{1}{r} d_r^2 r - \frac{l(l+1)}{r^2} - \alpha^4 r^2 + \varepsilon^2 \right] \mathcal{X}(r) = 0, \quad (5.19)$$

en donde definimos las siguientes funciones:

$$\alpha^4 = m \frac{\beta^2}{R^2} (E - m) \quad \varepsilon^2 = E(E - 2m). \quad (5.20)$$

La Ec. (5.19) es una ecuación de oscilador armónico isotrópico en tres dimensiones. La solución a esta ecuación es de la forma:

$$\mathcal{X}^{(\mp)}(r) = e^{\mp \alpha^2 r^2 / 2} U^{(\mp)}(r). \quad (5.21)$$

La Ec. (5.19) es:

$$\left[d_r^2 \mp 2\alpha^2 r d_r + \left\{ \varepsilon^2 \mp \alpha^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right\} \right] U^{(\mp)}(r) = 0. \quad (5.22)$$

Enseguida proponemos el siguiente cambio de variable, en busca de una solución hipergeométrica:

$$U^{(\mp)}(r) = r^{l+1}U_0^{(\mp)}(r) \quad (5.23)$$

$$\left[d_r^2 + \left\{ \frac{2(l+1)}{r} \mp 2\alpha^2 r \right\} d_r + \left\{ \varepsilon^2 \mp \alpha^2 \mp 2\alpha^2(l+1) \right\} \right] U_0^{(\mp)}(r) = 0. \quad (5.24)$$

Para ver si finalmente es una hipergeométrica hacemos $w = \pm\alpha^2 r^2$, con lo que obtenemos

$$\left[w d_w^2 + \{(l+3/2) - w\} d_w - \left\{ \frac{l+3/2}{4} \mp \frac{\varepsilon^2}{4\alpha^2} \right\} \right] U_0^{(\mp)}\left(\pm\frac{w}{\alpha^2}\right) = 0, \quad (5.25)$$

que tiene por solución un par de funciones hipergeométricas que están relacionadas por el término $\exp(\pm w/2)$ a través de la relación de Kummer

$$\Psi(a, b; z) = \exp(z)\phi(b-a, b; z),$$

$$U_0^{(-)}\left(\frac{w}{\alpha^2}\right) = A^{(-)}\Phi\left(\frac{l+3/2}{2} - \frac{\varepsilon^2}{4\alpha^2}, (l+3/2); \alpha^2 w\right) + B^{(-)}(\alpha^2 w)^{-(l+1/2)}\Phi\left(1 - \frac{l+3/2}{2} - \frac{\varepsilon^2}{4\alpha^2}, 2 - (l+3/2); \alpha^2 w\right) \quad (5.26)$$

$$U_0^{(+)}\left(-\frac{w}{\alpha^2}\right) = A^{(+)}\Phi\left(\frac{l+3/2}{2} + \frac{\varepsilon^2}{4\alpha^2}, (l+3/2); -\alpha^2 w\right) + B^{(+)}(-\alpha^2 w)^{-(l+1/2)}\Phi\left(1 - \frac{l+3/2}{2} + \frac{\varepsilon^2}{4\alpha^2}, 2 - (l+3/2); -\alpha^2 w\right) \quad (5.27)$$

Por lo tanto, podemos escoger cualquiera de ellas ($\Phi = {}_1F_1$). Tomamos la solución (-) y como queremos que sea regular en el origen, entonces $B^{(-)} = 0$. Tomando los factores de los cambios anteriores de variable

$$\phi(r) = A e^{-\alpha^2 r^2/2} r^l {}_1F_1\left(\frac{l+3/2}{2} - \frac{\varepsilon^2}{4\alpha^2}, l+3/2; \alpha^2 r^2\right) \quad (5.28)$$

La condición de frontera (5.3), impone la condición $\phi(R) = 0$ sobre las soluciones, fijando el valor de E , que ahora no sólo depende de l sino también de la n -ésima raíz de

$${}_1F_1\left(\frac{l+3/2}{2} - \frac{\varepsilon^2}{4\alpha^2}, l+3/2; \alpha^2 R^2\right) = 0. \quad (5.29)$$

De modo que escribimos E , α y ε como E_{nl} , α_{nl} y ε_{nl} respectivamente. Finalmente arribamos a la solución

$$\begin{aligned} \psi_{nlm'}(\mathbf{r}, t) = & \frac{A_{nl}}{\sqrt{2E_{nl}}} e^{-iE_{nl}t} e^{in\beta r^2/(2R)} Y_{lm'}(\hat{\mathbf{r}}) e^{-\alpha_{nl}^2 r^2/2} r^l \\ & \times {}_1F_1\left(\frac{l+3/2}{2} - \frac{\varepsilon_{nl}^2}{4\alpha_{nl}^2}, l+3/2; \alpha_{nl}^2 r^2\right), \end{aligned} \quad (5.30)$$

donde A_{nl} es la constante de normalización que se calcula de la expresión

$$\int d^3r \psi_{nlm'}^*(\mathbf{r}, t) \overleftrightarrow{\partial}_t \psi_{nlm'}(\mathbf{r}, t) = 1, \text{ es decir,} \quad (5.31)$$

$$\frac{|A|^2}{2E_{nl}} \int_0^R dr r^2 \left[e^{-\alpha_{nl}^2 r^2/2} r^l {}_1F_1\left(\frac{l+3/2}{2} - \frac{\varepsilon_{nl}^2}{4\alpha_{nl}^2}, l+3/2; \alpha_{nl}^2 r^2\right) \right]^2 = 1.$$

Al hacer el cambio de variable $x = \alpha_{nl}^2 r^2$,

$$\begin{aligned} & \frac{|A|^2}{2 \cdot 2E_{nl}} \left(\frac{1}{\alpha_{nl}}\right)^{l+3/2} \\ & \times \int_0^{\alpha_{nl}^2 R^2} \frac{dx}{x} \left[e^{x/2} x^{(l+3/2)/2} {}_1F_1\left(\frac{l+3/2}{2} - \frac{\varepsilon_{nl}^2}{4\alpha_{nl}^2}, l+3/2; \alpha_{nl}^2 r^2\right) \right]^2 = 1, \end{aligned} \quad (5.32)$$

por tanto,

$$\begin{aligned} A_{nl} = & 2\sqrt{E} \alpha_{nl}^{\frac{l+3/2}{2}} \\ & \times \left[\int_0^{\alpha_{nl}^2 R^2} dx e^{-x} x^{l+1/2} \left\{ {}_1F_1\left(\frac{l+3/2}{2} - \frac{\varepsilon_{nl}^2}{4\alpha_{nl}^2}, l+3/2; \alpha_{nl}^2 r^2\right) \right\}^2 \right]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (5.33)$$

5.2.2 Cálculo de la distribución de momento

La contribución normalizada a la distribución de momento del estado de energía con números cuánticos n, l, m' está dada en términos del cuadrado del valor absoluto de la transformada de Fourier de la Ec. (5.30) (Ver Ec. (4.15)),

$$\psi_{nlm'}(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \psi_{nlm'}(\mathbf{r}).$$

Dada la simetría azimutal del problema, la función de onda en el espacio de momento no depende del número cuántico m' y es sólo una función de la magnitud del momento:

$$\psi_{nlm'} = \psi_{nlm'}(p) \delta_{m'0}. \quad (5.34)$$

En consecuencia, la distribución de momento se obtiene pesando la contribución de cada estado con el factor estadístico de Bose-Einstein y sumando las contribuciones de todos los estados (Ver Ec. (4.14)):

$$\frac{d^3 N}{d^3 p} = \sum_{n,l} \frac{\phi_{nl}(p)}{e^{(E_{nl}-\mu)/T} - 1}, \quad (5.35)$$

donde $\phi_{nl}(p)$ está definida por

$$\phi_{nl}(p) = 2E_{nl} |\delta_{m'l'} \psi_{nlm'l'}(p)|^2 \quad (5.36)$$

y el potencial químico μ se obtiene de integrar de distribución de momentos, quedando de manera implícita en la ecuación del número de partículas,

$$N = \sum_{n,l} \frac{2l+1}{e^{E_{nl}-\mu} - 1}. \quad (5.37)$$

Obsérvese que esta ecuación es la misma que la Ec. (4.24), lo cual resulta de que el número de partículas es independiente de la función de onda, esto es porque en la integración sobre el espacio de momentos obtenemos la unidad (recuérdese que la función de onda está normalizada).

5.2.3 Sistemática de la distribución

Las Figs. 5.1 y 5.2 muestran la sistemática obtenida al variar los parámetros involucrados. En las Figs. 5.1 (a), 5.1 (b), 5.2 (a) se calculó la distribución de momentos para piones con rapidez central, $y = 0$; en este caso, la suposición de expansión esférica no debería afectar la distribución pues estos piones no experimentan flujo longitudinal. La Fig. 5.2 (b) considera a los piones alejados de la región central, para los cuales el flujo transversal podría ser importante.

La Fig. 5.1 (a) muestra el comportamiento de la distribución para una temperatura uniforme $T = 120$ MeV, una velocidad de expansión superficial $\beta = 0.5$, y un número total de partículas $N = 150$ para varios valores de radio R de la bola de fuego. Obsérvese la convexidad de la distribución a bajos momentos $m_t - m$ con valores grandes de R (10 fm) y la transición a una curva cóncava a menores valores de R (8, 6 fm). Éste es un efecto de densidad ya que con un número fijo de partículas, la densidad es inversamente proporcional al radio. Para un radio grande, el valor que toma el potencial químico está muy alejado del primer estado de energía, mientras que para un radio pequeño, el potencial químico está próximo a la energía de este estado y por tanto los estado de energía más bajos contribuyen con un peso más significativo. El efecto es el mismo si se mantiene el radio y se varía el número de partículas.

La Fig. 5.1 (b) muestra el comportamiento de la distribución al variar la temperatura T y cuando se mantienen fijos los valores del radio $R = 8 \text{ fm}$, la velocidad superficial de expansión $\beta = 0.5$, y el número total de partículas $N = 150$. Como podría esperarse, el efecto principal se manifiesta en la pendiente efectiva que describe la caída principal de la distribución. La distribución para $T = 100 \text{ MeV}$ crece más rápidamente a valores pequeños de $m_t - m$ ($< 150 \text{ MeV}$), debido a la proximidad del sistema a la temperatura crítica para la condensación de B-E como se discute en la Ref. [3].

La Fig. 5.2 (a) muestra el efecto de variar la velocidad superficial de expansión, comparando los casos con velocidades superficiales $\beta = 0$ y $\beta = 0.5$, fijando los valores del radio $R = 8 \text{ fm}$, la temperatura $T = 120 \text{ MeV}$, y el número total de partículas $N = 150$. Obsérvese que el efecto corresponde a asignar distintas pendientes inversas efectivas a cada curva, la mayor de ellas corresponde a la curva con una velocidad de expansión distinta de cero.

Finalmente la Fig. 5.2 (b) muestra la forma de la distribución para una rapidez alejada de la región central, en este caso con parámetros $T = 120 \text{ MeV}$, $\beta = 0.5$, $R = 8 \text{ fm}$, y $N = 150$ para $\eta_{lab} = 3.0$. Obsérvese el abultamiento de la distribución a valores grandes de $m_t - m$. Este efecto puede atribuirse a una mayor densidad de estados a valores propios altos de la energía en comparación con un cálculo que ignora la frontera.

Los valores del potencial químico usado para $T = 120 \text{ MeV}$, $N = 150$, $y = 0$ son:

$R \text{ (fm)}$	6	8	10
$\mu \text{ (MeV)}$	316.7	295.8	237.15

5.3 Comparación con los datos experimentales

Para poder comparar con los datos experimentales, se necesita escribir la función de distribución invariante

$$E \frac{d^3 N}{d^3 p} = \frac{d^3 N}{d^2 p_t dy}, \quad (5.38)$$

integrando sobre el ángulo polar tenemos

$$\frac{d^2 N}{(2\pi) p_t dp_t dy} = \frac{d^2 N}{(2\pi) m_t dm_t dy}, \quad (5.39)$$

ya que $p_t^2 = m_t^2 - m^2$ y $dm_t = \frac{p_t}{m_t} dp_t$.

Entonces, si $f(p)$ es la distribución de momento, la Ec. (5.38) se puede escribir como

$$\frac{E}{m_t} \frac{d^3 N}{d^3 p} = \frac{E}{m_t} f(p), \quad (5.40)$$

donde E, p tienen que escribirse como función de m_t y y . Puesto que $E = m_t \cosh y$, $p_t = m_t \sinh y$ entonces $p = \sqrt{p_t^2 + p_l^2} = \sqrt{m_t^2 \cosh^2 y - m^2}$. Consecuentemente,

$$\frac{d^2 N}{(2\pi)m_t dm_t dy} = f \left(\sqrt{m_t^2 \cosh^2 y - m^2} \right) m_t \cosh y. \quad (5.41)$$

Aun más, los datos experimentales están dados en función de $x = m_t - m$, así

$$\frac{d^2 N}{(2\pi)m_t dm_t dy} = f \left(\sqrt{(x+m)^2 \cosh^2 y - m^2} \right) (x+m) \cosh y. \quad (5.42)$$

El momento longitudinal extra (y la energía correspondiente) que obtenemos del empujón a lo largo de la dirección longitudinal, es decir, del cambio de sistema de referencia, se toma en consideración transformando y de un marco a otro.

Nótese, sin embargo que la distribución es invariante mientras se considere el mismo intervalo de rapidez en ambos marcos de referencia, pues la rapidez es aditiva bajo transformaciones de Lorentz. Así, la rapidez de los piones en el sistema de referencia del centro de masa (c.m.) proviene de $y_{\pi_{lab}} = y_{\pi_{c.m.}} + y_{c.m.}$.

Compararemos los resultados de nuestro modelo con los datos experimentales de la Ref. [1] que proceden de la reacción $Au+Au$ a 11.6 A GeV y describen la distribución de los piones con rapidez central. En dicha referencia sólo consideran a los piones que caen en el intervalo de rapidez $|\Delta y| < 1$ alrededor de la rapidez central. Consideramos este intervalo porque nuestros datos se ajustarán mejor por haber considerado la simetría esférica de la bola de fuego. Los piones alrededor de la rapidez central no experimentan los efectos del flujo longitudinal que podría ser distinto al flujo transversal.

En el modelo están involucrados los parámetros de temperatura T , velocidad de expansión colectiva β , multiplicidad N_π y el radio R de la bola de fuego. En lugar de buscar en todo el espacio de parámetros para probar la validez de nuestro modelo, tomaremos valores más o menos aceptados. Consideraremos que la bola de fuego tiene un radio $R = 8$ fm. La temperatura de congelamiento la tomamos como $T = 120$ MeV y la velocidad de expansión como $\beta = 0.5$ que corresponde a una velocidad de expansión colectiva promedio $\langle v \rangle \simeq 0.375$ (Ver Ec. (5.14)). Es importante hacer notar que hay una anticorrelación entre la temperatura de congelamiento y la velocidad transversal promedio, de modo que mayores temperaturas implican una menor velocidad de expansión y viceversa (Ref. [13], usando un modelo de transporte microscópico que evita suponer que el sistema se encuentra en equilibrio térmico). El intervalo de energía en el que se estudió esta correlación corresponde a las temperaturas que se alcanzan a energías AGS, de ahí los valores utilizados.

Compararemos nuestra distribución con los datos reportados por la Colaboración E-802/866 [33], quienes dan una multiplicidad que corresponde a un número total de piones cargados negativos y positivos del orden de $N_{\pi^-} \simeq 160$ y $N_{\pi^+} \simeq 115$ respectivamente. La multiplicidad reportada corresponde a una distribución normalizada

al conjunto de piones con rapidez central. De modo que para comparar nuestros resultados con las sección transversa diferencial invariante reportada, multiplicamos la curva teórica de distribución por una constante \mathcal{N} que minimiza la χ^2 . Dado que no consideramos los efectos de Coulomb, que afectan la parte baja del momento, la minimización de χ^2 se hizo sobre los datos con energía cinética mayor a $m_t - m = 0.4$ GeV.

En la Fig. 5.4(a) se despliega la distribución teórica comparada con los datos para piones negativos. La minimización de χ^2 ocurre para $\mathcal{N} = 0.56$. Arriba de $m_t - m = 0.4$ GeV los datos se acomodan muy bien con la curva. Sin embargo, abajo de este momento los datos superan a la curva, este comportamiento es buena señal pues sabemos que los efectos de Coulomb de largo alcance empujan la curva hacia arriba en esa región y la interacción coulombiana con los piones positivos es atractiva.

Para piones positivos encontramos que $\mathcal{N} = 0.59$ y mostramos como los datos se acomodan también extraordinariamente con la curva arriba de $m_t - m = 0.4$ GeV en la Fig. 5.4(b). Obsérvese que la curva crece más suavemente en la región $0 < m_t - m < 0.4$ GeV comparada con la curva para piones negativos, como debía ser, pues la densidad es menor ($N_{\pi^+} < N_{\pi^-}$).

En conclusión, mostramos que un cálculo fenomenológico con un tratamiento adecuado a la gran densidad de piones que se producen en colisiones relativistas centrales Au+Au da una muy buena descripción del espectro de piones cargados en la región de rapidez central. La gran densidad de piones conduce a considerar el sistema piónico como confinado durante las etapas tempranas de la colisión, antes del desacoplamiento. Este esquema tiene consecuencias en ambos extremos del espectro. La convexidad de la distribución a baja masa transversa se debe a la elevada magnitud del potencial químico asociado con la multiplicidad piónica promedio por evento. La convexidad a momentos transversos altos se debe a la mayor densidad de estados que la frontera impone. Globalmente, la distribución se ajusta con los datos en gran medida gracias a la inclusión del flujo colectivo. Los datos se acomodaron muy bien a la curva en el intervalo de momento superior a $m_t - m = 0.4$ GeV al tomar la velocidad de flujo promedio $\langle v \rangle \simeq 0.4$, una temperatura de congelamiento $T = 120$ MeV junto con un radio para la bola de fuego $R = 8$ fm. Sin embargo, la curva no mostró un ajuste perfecto con los datos en las regiones bajas de momento, además de que la minimización de χ^2 no incluía esta región, porque no consideramos la corrección que el efecto de Coulomb implica.

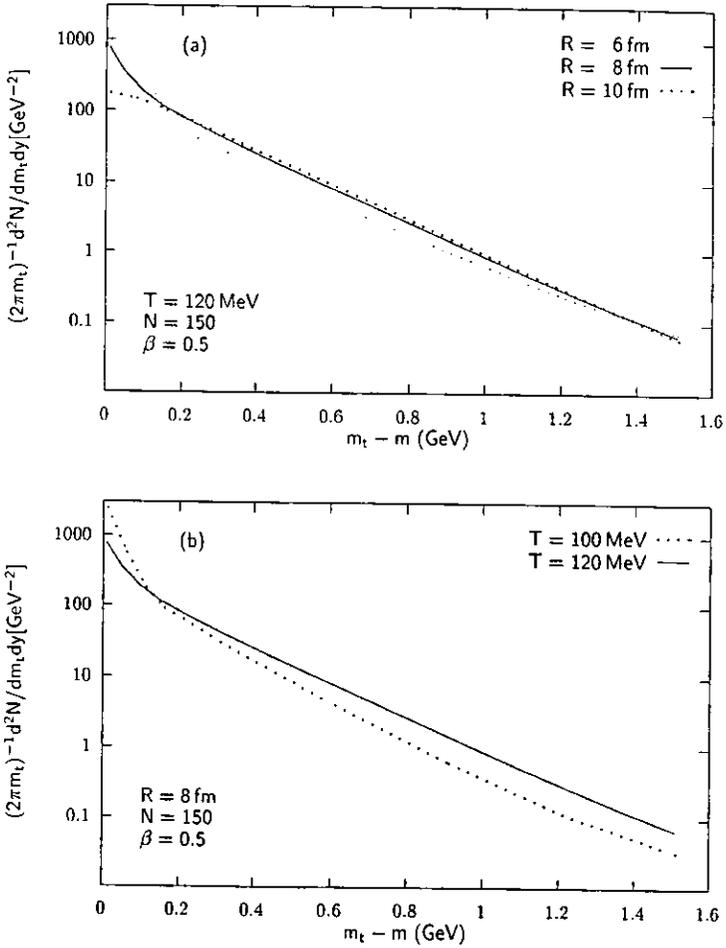


Figura 5.1: Sistemática de la distribución de momentos obtenida al variar (a) el radio R de la bola de fuego y (b) T , la temperatura para rapidez central $y_{c.m.} = 0$.

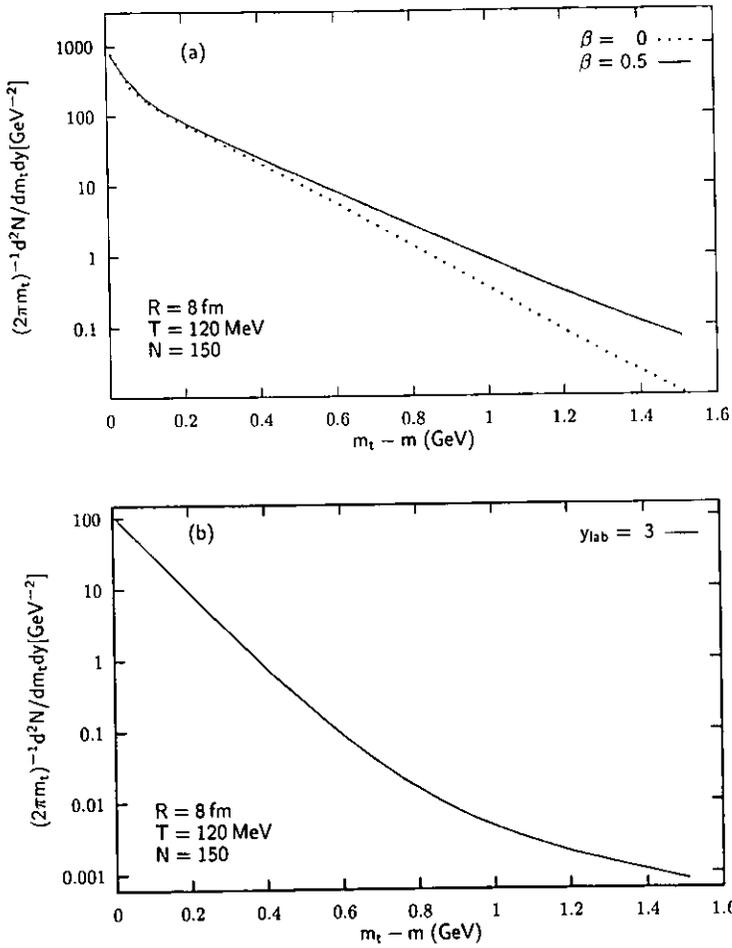


Figura 5.2: Sistemática de la distribución de momentos obtenida al variar (a) la velocidad de expansión superficial β para rapidez central $y_{c.m.} = 0$. (b) Distribución de una rapidez en el laboratorio $y_{\text{lab}} = 3.0$.

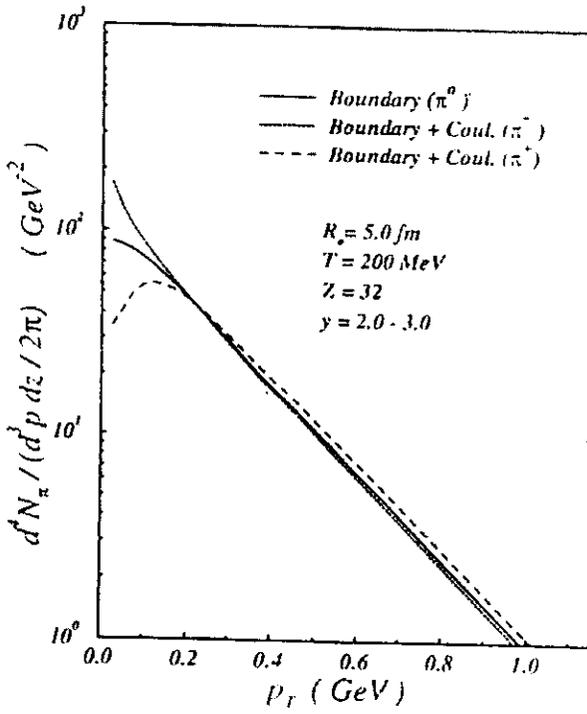


Figura 5.3: El efecto de la interacción Coulombiana de estado final, calculada por Mostafa y Wong [23] en las distribuciones de momento transverso de π^+ , π^- y π^0 en un sistema de piones acotado que se produce despues de la colisión $S+S \rightarrow \text{part. negativas} + X$.

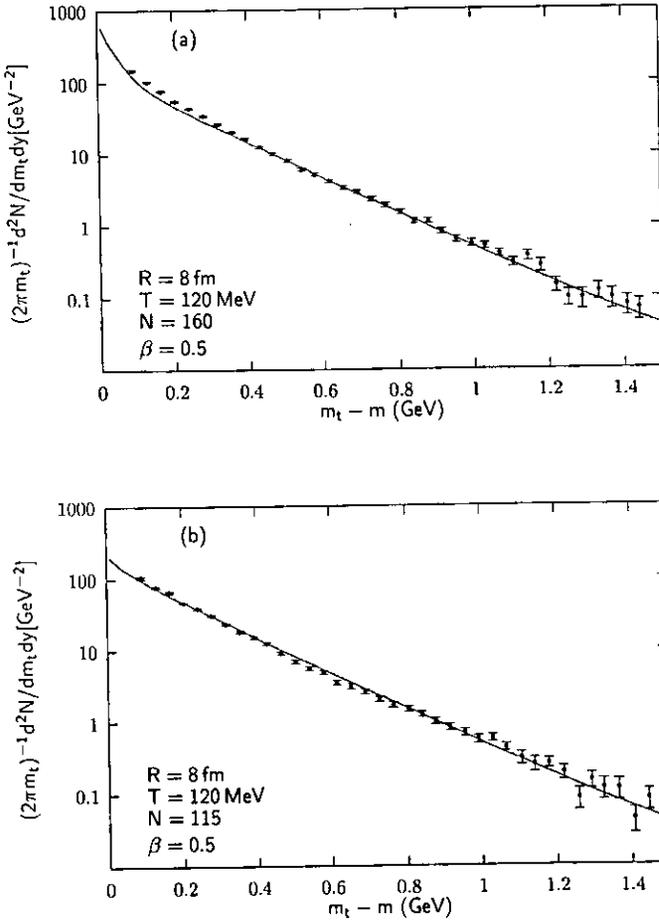


Figura 5.4: (a) Distribución teórica $(2\pi m_t)^{-1} d^2 N / dm_t dy$ calculada con los parámetros $T = 120 \text{ MeV}$, $\beta = 0.5$, $N_{\pi^-} = 160$ y $y_{c.m.} = 0$ comparada con los datos de la Colaboración E-802/866 sobre piones negativos con rapidez central procedentes de la reacción Au+Au a 11.6 A GeV. (b) Distribución calculada con los mismos parámetros pero con piones positivos con multiplicidad $N_{\pi^+} = 115$ comparada con los datos de la distribución de piones positivos con rapidez central procedentes de la misma reacción. La curva teórica se ha multiplicado por la constante $\mathcal{N} = 0.59$, que minimiza χ^2 cuando se comparan los datos arriba de la energía cinética $m_t - m = 0.4 \text{ GeV}$. Los datos son $(2\pi m_t \sigma_{\text{trig}})^{-1} d^2 \sigma / dm_t dy$ en el intervalo de rapidez $0 < \Delta y < 0.2$. La producción total medida se extiende en el intervalo de rapidez $|\Delta y| < 1$ alrededor de la rapidez central [1].

Parte IV
Discusión

Capítulo 6

Discusión

La producción de materia a altas temperaturas y densidades a través de colisiones nucleares relativistas ha recibido mucha atención recientemente. Se espera que estas colisiones proporcionen las herramientas que demuestren la existencia de una nueva fase de la materia constituida por partículas que interactúan fuertemente, el QGP, a altas temperaturas o altas densidades bariónicas. En el QGP, los quarks y los gluones están desconfiados; el desconfiamento se refiere a la circunstancia en la cual los quarks, antiquarks, y gluones ya no están confinados dentro de las dimensiones espaciales de un hadrón (después de todo los quarks y los gluones están confinados dentro de la frontera del plasma). Bajo condiciones de laboratorio en las cuales se produce un QGP usando colisiones relativistas de iones pesados, el radio transversal inicial que se espera para el QGP es comparable al radio del núcleo más pequeño del par en colisión que produce el plasma. Por tanto, un corolario de la existencia de un QGP en una colisión de iones pesados es que los quarks y los gluones en el plasma viajan libremente dentro de una región espacial de unos cuantos fermis.

Al estudiar la evolución de una colisión de iones pesados en un diagrama de espacio-fase observamos que el sistema en colisión atraviesa de la fase hadrónica (antes de la colisión) por la fase de transición hacia la fase de QGP. Para que una reacción de iones pesados llegue al QGP es indispensable que el sistema que se cree sea mucho mayor a la escala típica de las interacciones fuertes, además de consistir de muchas partículas. Asimismo, el equilibrio termodinámico debe alcanzarse, esto se logra si el tiempo de vida del sistema es lo suficientemente grande. Muy importante también es que la densidad de energía sea mayor a la crítica para la transición.

Para la descripción de estas colisiones se han propuesto varios modelos, entre los cuales figuran el de Bjorken, el de Landau, y los que suponen un volumen de reacción con simetría esférica.

Asimismo observamos que la transición de fase hadrónica a QGP es de primer orden pues en la densidad de energía aparece una discontinuidad en función de la temperatura.

Por otro lado, las propiedades y formación del QGP se estudian a través de las

señales que se identifican en los experimentos. Algunas señales que se usan para identificar la formación del plasma son las cinemáticas, de desconfinamiento, electromagnéticas y las que indican la restauración de la simetría quiral.

La clase de señales cinemáticas incluyen la densidad de energía, la presión y la entropía del volumen de reacción, en función de la temperatura y el potencial bariónico. Estas señales nos dan la geometría y la dinámica de la bola de fuego. Las señales de desconfinamiento que se han propuesto son la disminución en la producción de encanto, el aumento en la producción de extrañeza y aun más la ausencia en la polarización de los hiperones lambda. El estado desconfinado que se crea en una colisión de iones pesados genera condiciones tumultuosas que impiden que los quarks con encanto se junten, y en consecuencia, la producción de partículas con encanto disminuye. Por otro lado, estas condiciones de elevada densidad de energía favorecen la producción de quarks y antiquarks extraños los cuales se ligan formando partículas extrañas. Los electrones que se producen en las colisiones de iones pesados escapan indemnes. Dado que muchas de las partículas producidas en estas colisiones decaen en pares de electrones, éstos pueden usarse para estudiar como evoluciona la colisión. Arriba de cierta temperatura, los quarks y las partículas hechas de estos pares pierden su masa. Los cálculos sugieren (y los experimentos muestran) que esto debe ocurrir a más o menos la misma temperatura de desconfinamiento. En consecuencia, en materia desconfinada se espera que algunas de las partículas que decaen en pares de electrones sean más ligeras, haciendo que se produzcan con mayor facilidad, de modo que habrá más de ellas en los alrededores, y se originarán más pares de electrones.

La dinámica de una colisión de iones pesados se extrae del espectro hadrónico de momento transversal y de la distribución de rapidez. El espectro piónico puede caracterizarse de manera sencilla por una función exponencial de la masa transversal cuya pendiente está definida por el inverso de la temperatura aparente. La temperatura aparente es proporcional a la temperatura de congelamiento según el dominio que se considere (Ver Sec. 3.4).

Al revisar los datos que proporcionan los experimentos se observa un acrecentamiento del espectro a momentos altos y bajos, lo cual no reproduce la simple caracterización exponencial.

El sistema de piones justo después de una colisión relativista de iones pesados se describe mejor como un líquido que como un gas pues la separación promedio entre partículas es menor al intervalo de las interacciones fuertes. Por ello aparece una tensión superficial en la frontera del sistema, la cual afecta la distribución de piones pues actúa como una superficie reflejante. La condición de frontera hace que los estados de la función de onda formen un conjunto discreto, además que la función de onda se anula fuera de ésta (Ec. (5.3)). La disminución de las funciones de onda de la región interior a la región exterior provoca una componente de momento alto acrecentada con respecto a la distribución de Bose-Einstein. La frontera también provoca oscilaciones de la distribución de momento en la región de bajo momento debido al principio de incertidumbre y a que las energías de una sola partícula no son

uniformes. Del mismo modo el potencial químico se eleva por la multiplicidad piónica promedio por evento, y en consecuencia la distribución crece a momentos bajos. Se considera que la frontera que confina al sistema de piones tiene forma esférica pues recientemente se ha reportado una fracción importante de frenado [1]. El frenado disminuye la expansión longitudinal, de modo que se puede considerar simetría con la expansión transversa.

Asimismo durante la expansión de la bola de fuego, se observa un movimiento ordenado del sistema de piones conducido por la onda explosiva. El campo de velocidades creado provoca una redistribución del momento. Para considerar esta colectividad en descripción del sistema de piones propusimos sustituir el operador de momento por uno que incorporara el campo de velocidad (Ec. (5.1)).

El siguiente paso fue resolver la ecuación de Klein-Gordon bajo estas consideraciones. v.g., condición de frontera y expansión hidrodinámica. La velocidad de flujo transversa se consideró como una parametrización del vector de velocidad tridimensional proporcional a la distancia del elemento de volumen al centro de la bola de fuego (Ec. (5.4)). La velocidad media de los piones del sistema que se calculó resultó en 3/4 la velocidad superficial de la bola de fuego (Ec. (5.14) en la pág. 56).

Sin embargo, aun después de considerar soluciones estacionarias que simplifican la parte temporal de la ecuación de Klein-Gordon, la ecuación era muy difícil de resolver analíticamente. Dado que la velocidad media no es relativista, consideramos la aproximación a segundo orden en la velocidad superficial de la bola de fuego. Llegamos a la función de onda que corresponde al conjunto piónico (Ec. (5.30)), y a partir de ésta calculamos la distribución de momento y el número de partículas.

Para ver la forma de la distribución obtenida variamos los parámetros involucrados: temperatura, número de partículas, radio de la bola de fuego y velocidad superficial de expansión. En lugar de buscar en todo el espacio que se genera por la variación de estos parámetros, usamos los valores más o menos aceptados para los parámetros involucrados. La sistemática obtenida con estos parámetros describe una curva que reproduce la forma de los datos experimentales. Después de minimizar χ^2 , pues la multiplicidad reportada por la Colaboración E-802/866 [33] corresponde a una distribución normalizada al conjunto de piones con rapidez central, notamos que la curva teórica describe extraordinariamente bien los datos. Es importante notar que la minimización de χ^2 se hizo sobre los datos que correspondían a momentos superiores a $m_t - m = 0.4$ GeV pues no consideramos la corrección de Coulomb que afecta a los piones con momento inferior.

Parte V
Apéndices

Apéndice A

QCD

A.1 Estructura de los hadrones

El problema de conocer la estructura de los hadrones es equivalente a conocer la estructura de los átomos a partir de las interacciones electromagnéticas de los electrones que los constituyen. Se necesitan encontrar las funciones de onda que describen, por ejemplo, un protón en términos de los quarks y gluones que lo constituyen.

Por ejemplo, si queremos averiguar la distribución de carga de la nube de electrones de un átomo, lanzamos electrones hacia la nube y estudiamos cómo se dispersan. El procedimiento consiste en medir la distribución angular de los electrones dispersados y compararla con la sección transversal de electrones dispersados por una carga puntual, es decir,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{puntual}} |F(q)|^2, \quad (\text{A.1})$$

donde q es el momento transferido entre el electrón incidente y el objetivo, $q = k_i - k_f$, con k_i y k_f el momento del electrón al inicio al final de la interacción. Lo que se pretende es deducir la estructura del objetivo a través del factor de forma $f(q)$ que se determine. Para los hadrones se sigue un procedimiento análogo. Sin embargo, para estudiar la estructura de un protón, por ejemplo, no se aplica directamente este procedimiento pues su momento magnético también está involucrado en la interacción. Asimismo, el protón no está estático, sino que retrocederá bajo el bombardeo de los electrones. Aplicando estas consideraciones aparece más de un factor.

A.2 QCD

La teoría aceptada de las interacciones fuertes es la Cromodinámica Cuántica, QCD, que es muy similar a la Electrodinámica Cuántica. En ambos casos tenemos

campos de materia espinoriales que interactúan a través de campos de norma vectoriales sin masa. Los quarks y los gluones son los constituyentes de los hadrones. Los Quarks son fermiones de spin $\frac{1}{2}$, con una carga eléctrica fraccionaria y con uno de tres colores, $N_c = 3$. El color es un número cuántico extra análogo a la carga eléctrica. Los Gluones son bosones sin masa de spin 1, similares a los fotones, y son $N_c^2 - 1 = 8$. Los quarks aparecen en distintos sabores, u, d, s, c, b, t. Los hadrones comunes p, n, Δ , ... , contienen sólo quarks u y d. Los hadrones extraños Λ , Ω , K, ... , contienen quarks s además de u y d, y así sigue la clasificación.

El grupo de norma de color de la QCD es el grupo no abeliano SU(3). A diferencia de la QED, donde es el grupo de norma es el abeliano U(1). Los generadores del grupo son G^a , con $a = 1, \dots, N_c^2 - 1$, y satisfacen la siguiente relación de conmutación:

$$[G^a, G^b] = i f^{abc} G^c, \quad (\text{A.2})$$

con las constantes de estructura del grupo f^{abc} . Los generadores son ortogonalizados convencionalmente de modo que

$$\text{Tr}[G^a, G^b] = \frac{1}{2} \delta^{ab}. \quad (\text{A.3})$$

Los generadores del grupo pueden representarse por las matrices 3×3 de Gell-Mann, λ^a , e.g. $G^a = \frac{1}{2} \lambda^a$. Los gluones se describen como los cuantos del campo de norma A_a^μ con el índice de color a , $a = 1, \dots, N_c^2 - 1$, y el índice espacio-temporal μ . La intensidad del campo es:

$$F_a^{\mu\nu} = \partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu - g f_{abc} A_b^\mu A_c^\nu, \quad (\text{A.4})$$

donde g es la constante de acoplamiento fuerte. El campo de gluones y la intensidad del campo no son invariantes bajo una transformación de norma infinitesimal $\alpha_a(\vec{a}, t)$. Los campos de gluones se transforman como:

$$A_a^\mu \longrightarrow A_a^\mu + g f_{abc} A_b^\mu \alpha_c - \partial^\mu \alpha_a, \quad (\text{A.5})$$

la intensidad del campo como:

$$F_a^{\mu\nu} \longrightarrow F_a^{\mu\nu} + g f_{abc} F_b^{\mu\nu} \alpha_c \quad (\text{A.6})$$

y los campos de quarks como:

$$\psi_k \longrightarrow \exp[igG^a \alpha^a] \psi_k. \quad (\text{A.7})$$

Aquí G^a es una representación de $N_c \times N_c$ del grupo de color y ψ_k es un vector N_c -dimensional en el espacio de color representando a un campo un quark de sabor k . La intensidad del campo al cuadrado es invariante bajo transformaciones de norma, $F_a^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^a \longrightarrow F_a^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^a$.

La modificación decisiva en QCD en comparación con QED es la carga intrínseca del campo de norma que hace que el sistema de gluones puros interactúe consigo mismo, a diferencia de un gas ideal de fotones. Como resultado, la ecuación tridimensional de Laplace, que en la QED no relativista nos lleva al potencial de Coulomb $V \propto q/r$, se vuelve unidimensional para quarks masivos, con el potencial de confinamiento $V \propto r$ como solución.

El Lagrangiano de QCD es:

$$\mathcal{L} = \sum_{k=1}^{N_f} \bar{\psi}_k (i\gamma_\mu \partial^\mu - M_k - g\gamma_\mu A_\alpha^\mu G_\alpha) \psi_k - \frac{1}{4} F_\alpha^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^{\alpha}, \quad (\text{A.8})$$

donde las γ_μ son las matrices gamma de Dirac, g es la constante de acoplamiento de los quarks con los gluones, M_k es la masa del quark de sabor k y N_f es el número de sabores. Si $g = 0$, éste es el Lagrangiano que describe los quarks masivos que no interactúan, y $N_c^2 - 1$ gluones libres, sin masa, y que tampoco interactúan.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

Apéndice B

Analogía entre la transición de Mott y QGP

La conductividad del color en la materia bajo interacciones fuertes es más que una señal de la transición al desconfinamiento, ya que debe anularse para la materia hadrónica normal (estado aislante de color) y volverse distinto de cero cuando el sistema se convierte en plasma (conductor del color). En los sólidos aislantes, sin embargo, la conductividad eléctrica σ_e para $T > 0$ no es estrictamente cero, sino exponencialmente pequeña,

$$\sigma_e \sim \exp(-\Delta E/T), \quad (\text{B.1})$$

donde ΔE denota la energía de ionización. Arriba de la temperatura de transición de Mott, σ_e es significativamente distinta de cero debido a que el apantallamiento de Debye ha disuelto globalmente la unión coulombiana entre los iones y los electrones. Aún abajo de la transición, la ionización térmica puede producir localmente algunos electrones libres haciendo que σ_e sea pequeña pero no cero.

El fenómeno correspondiente en QCD es la producción de un par quark-antiquark en forma de un mesón. Si intentamos quitar un quark de un hadrón dado, aparecerá el potencial de confinamiento con la distancia de separación hasta que alcance el valor m_H del estado $q\bar{q}$; en este punto, se formará un hadrón adicional, cuyo antiquark neutralizará al quark que intentamos mover, y entonces podremos separarlo. Así la producción local de hadrones juega el papel de la ionización, y esperamos que la conductividad del color σ_c no se suprima en el régimen de confinamiento, sino que esté dado por

$$\sigma_c \sim \exp(-m_H/2T), \quad (\text{B.2})$$

donde m_H es la masa del estado $q\bar{q}$ más bajo. Tanto la conductividad eléctrica como la del color deben anularse idénticamente a $T = 0$. En el caso cromodinámico, sin embargo, podemos hacer $m_H \rightarrow \infty$ y considerar la termodinámica de un sistema de

campos de norma pura. En este caso esperamos de la ecuación (B.2)

$$\sigma_c \begin{cases} = 0 & T \leq T_c \\ > 0 & T > T_c, \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

de modo que aquí σ_c debería anularse en todo el régimen de confinamiento y por tanto constituir un parámetro de orden para la transición al desconfinamiento.

Parte VI

Glosario

A En las unidades de una magnitud indica que ésta es por nucleón.

AGS Acelerador de partículas localizado en el Laboratorio Nacional de Brookhaven, E.E.U.U. (*Alternating Gradient Synchrotron*).

B-E Estadística de Bose-Einstein.

CERN Laboratorio Europeo para la Física de Partículas, antes Centro Europeo para la Investigación Nuclear (*Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire*).

CSB Rompimiento de la Simetría Quiral (*Chiral Symmetry Breaking*).

HBT Interferometría Hanburry Brown-Twiss.

LHC Acelerador de partículas en desarrollo en el CERN (*Large Hadron Collider*).

LQCD Cromodinámica Cuántica en la Red (*Lattice QCD*).

M-B Estadística de Maxwell-Boltzman.

QCD Cromodinámica Cuántica (*Quantum ChromoDynamics*).

QED Electrodinámica Cuántica (*Quantum ElectroDynamics*).

QGP Plasma de Quarks y Gluones (*Quark Gluon Plasma*).

RHIC Acelerador de partículas que se está construyendo en el Laboratorio Nacional de Brookhaven, E.E.U.U. (*Relativistic Heavy-Ion Collider*).

SM Modelo Estándar (*Standard Model*).

SPS Acelerador de partículas alojado en el CERN (*Super Proton Synchrotron*).

Bibliografía

- [1] L. Ahle et al. Particle production at high baryon density in central Au+Au reactions at 11.6A GeV/c. *Phys. Rev. C*, 57(2):R466–R470, 1998.
- [2] T. W. Atwater, P. S. Freier, and J. I. Kapusta. Transverse momentum spectrum of mesons produced in high energy nucleus-nucleus collisions. *Phys. Lett. B*, 199(1):30–33, 1987.
- [3] A. Ayala and A. Smerzi. Density and boundary effects on pion distributions in relativistic heavy-ion collisions. *Phys. Lett. B*, 405:20–24, 1997.
- [4] J. D. Bjorken. Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region. *Phys. Rev. D*, 27(1):140–151, 1983.
- [5] J. Blaizot and J. Ollitrault. J/ψ suppression in Pb-Pb collisions: A hint of quark-gluon plasma production? *Phys. Rev. Lett.*, 77(9):1703–1706, 1996.
- [6] T. Blum et al. Beta function and equation of state for QCD with two flavors of quarks. *Phys. Rev. D*, 51(9):5153, 1995.
- [7] F. R. Brown et al. On the existence of a phase transition for QCD with three light quarks. *Phys. Rev. Lett.*, 65(20):2491–2494, 1990.
- [8] G. E. Brown, J. Stachel, and G. M. Welke. Pions from resonance decay in Brookhaven relativistic heavy-ion collisions. *Phys. Lett. B*, 253(1,2):19–22, 1991.
- [9] A. Capella, A. Kaidalov, A. K. Akil, and C. Gerschel. J/Ψ and Ψ' suppression in heavy ion collisions. *Phys. Lett. B*, 393:431–436, 1997.
- [10] T. Celik, J. Engels, and H. Satz. Phase transition in QGP. *Z. Phys. C*, 22:301, 1984.
- [11] J. Cleymans, F. Redlich, and D. K. Srivastava. Thermal particle and photon production in Pb+Pb collisions with transverse flow. *Phys. Rev. C*, 55(3):1431–1441, 1997.
- [12] J. Engels et al. Non-perturbative thermodynamics of $SU(N)$ gauge theories. *Phys. Lett. B*, 252(4):625–630, 1990.

- [13] S. Esumi, S. Chapman, H. van Hecke, and N. Xu. Transverse flow at ultrarelativistic energies. *Phys. Rev. C*, 55(5):R2163–R2166, 1997.
- [14] S. Gottlieb. Chiral-symmetry breaking in lattice QCD with two and four fermion flavors. *Phys. Rev. D*, 35(12):3972–3980, 1987.
- [15] U. Heinz. Hunting down the quark-gluon plasma in relativistic heavy-ion collisions. In K. Kainulainen J. Ambjorn, P. Damgaard and K. Rummukainen, editors, *Proceedings of "Strong and Electroweak Matter '98"*, page 20. World Scientific Publ. Co., 1999.
- [16] B. V. Jacak. Heavy ion collisions. In *XXVII Int. Conf. on High Energy Physics*, Session P1-20, pages 347–356, Glasgow, U.K., 1994. IOP Publishing Ltd.
- [17] L. P. Kadanoff and G. Baym. *Quantum Statistical Mechanics*. Addison-Wesley, 1989.
- [18] M. Kataja and P.V. Ruuskanen. Non-zero chemical potential and the shape of the p_T -distribution of hadrons in heavy-ion collisions. *Phys. Lett. B*, 243(3):181–184, 1990.
- [19] K. S. Lee and U. Heinz. Collective flow model for the pion transverse momentum spectra from relativistic nuclear collisions at CERN. *Z. Phys. C, Particles and Fields*, 43:425–429, 1989.
- [20] B.-A. Li and W. Bauer. Two-temperature shape of pion spectra in relativistic heavy-ion reactions. *Phys. Lett. B*, 254(3,4):335–339, 1991.
- [21] T. Matsui and H. Satz. J/ψ suppression by quark - gluon plasma formation. *Phys. Lett. B*, 1986.
- [22] Luis M. Montano and Gerardo Herrera. Intrinsic charm of the proton and the Λ (c)+ polarization. *Phys. Lett. B*, 381:337, 1996.
- [23] M. G. Mostafa and C. Wong. Boundary and coulomb effects on boson systems in high-energy heavy-ion collisions. *Phys. Rev. C*, 51(4):2135–2143, 1995.
- [24] N. F. Mott. Metal-insulator transition. *Rev. Mod. Phys.*, 40(4):677–683, 1968.
- [25] NA49-Collaboration. Hadronic expansion dynamics in central Pb+Pb collisions at 158 GeV per nucleon. *The European Phys. Journal C*, pages 661–670, 1998.
- [26] A. D. Panagiotou. Λ^0 nonpolarization: Possible signature of quark matter. *Phys. Rev. C*, 33(6):1999–2002, 1986.
- [27] J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, 1985.

- [28] H. Satz. Hadrosynthesis and colour deconfinement. Technical Report CERN-TH/96-118, CERN, Theory Division, CERN, CH-1211, Geneva 23, Switzerland, 1996.
- [29] H. R. Schmidt and J. Schukraft. The physics of ultra-relativistic heavy-ion collisions. *J. Phys. G*, 19:1705-1795, 1993.
- [30] E. V. Shuryak. Physics of the pion liquid. *Phys. Rev. D*, 42(5):1764-1776, 1990.
- [31] P. J. Siemens and J. O. Rasmussen. Evidence for blast wave from compressed nuclear matter. *Phys. Rev. Lett.*, 42(14):880-883, 1979.
- [32] H. Sorge. Strangeness in ultrarelativistic nucleus-nucleus collisions. *Nuc. Phys. A*, 630:522c-534c, 1998.
- [33] F. Videback et al. Recent results from E866. *Nucl. Phys. A*, 590:249c-258c, 1995. Proceedings Quark Matter 95.