



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO DEL PROCESO DE CONDENSACION
EN UNA ALETA CONDUCTORA VERTICAL

2008004

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A:

JOSE JOAQUIN/LIZARDI DEL ANGEL



FACULTAD DE CIENCIAS
UNAM

DIRECCION DE ESTUDIOS PROFESIONALES
DIRECTOR DE TESIS:

DR. CESAR TREVIÑO TREVIÑO

FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR

2008



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVÓNOMA DE
MEXICO

MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:
 "Estudio del Proceso de condensación en una aleta conductora vertical"

realizado por JOSE JOAQUIN LIZARDI DEL ANGEL

con número de cuenta 9561132-8 , pasante de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario

DR. CESAR TREVIÑO TREVIÑO *Cesar Treviño*

Propietario

DR. FEDERICO MENDEZ LAVIELLE *Federico Mendez Lavielle*

Propietario

DR. ROLANDO CRISOSTOMO CASTILLO CABALLERO *Rolando Castillo*

Suplente

M. EN C. ERICK EMANUEL LUNA ROJERO *Erick E. Luna R.*

Suplente

M. EN C. MANUEL RENE GARDUÑO LOPEZ *Manuel R. Garduño*

Consejo Departamental de Física

Patricia Goldstein Menache
 DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE
 Coordinadora de Licenciatura
 FACULTAD DE CIENCIAS
 UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Dedicada a mis Padres, a Janet, a Fernando y a Anilu.

Agradecimientos

A mi mamá y a mi hermana por su paciencia y su amor.

Quiero agradecer a todos mis sinodales por haberme apoyado y guiado para la realización de esta tesis.

Quiero agradecerle especialmente al Dr. Federico Méndez por su apoyo y su conocimiento en el artículo que se derivó de este trabajo, al Dr. Cesar Treviño por su paciencia y por haberme motivado a iniciarme en el estudio de los termofluidos.

A Erick y a Pedro por su apoyo incondicional durante toda la carrera, por tener siempre fe en mí, su amistad me ayudó a salir siempre adelante.

Anímate tu amor lleno de bríos mi vida.

A todos mis tíos por haberme recibido y apoyado en todo momento sus sabias palabras y sus consejos son siempre muy valiosos.

A todos mis primos.

A las familias Mena Martínez, García Cantú Ros y Luna Piña por su cariño y apoyo.

A profesor Rene Garduño por sus consejos.

A mi primo Julio jamás olvidare tu amistad.

A todos mis amigos.

Cuando se siguen dos caminos distintos de pensamiento, se encontrara algún punto de intersección el cual se podría aproximar a la verdad.

Arthur Conan Doyle.

Índice General

1	Introducción	10
1.1	Fundamentos básicos de mecánica de fluidos y del estado sólido.	13
1.1.1	Leyes básicas de la mecánica	13
1.2	Resumen del trabajo por capítulo	16
1.2.1	Capítulo 1	16
1.2.2	Capítulo 2	17
1.2.3	Capítulo 3	17
1.2.4	Capítulo 4	17
1.2.5	Capítulo 5	17
1.2.6	Capítulo 6	17
2	Planteamiento de problema.	20
2.1	Descripción	20
2.2	Ecuaciones que gobiernan el problema	26
2.2.1	Ecuación en el sólido	27
2.2.2	Condiciones de frontera en el sólido	27
2.2.3	Ecuación de la capa de fluido condensado	27
2.2.4	Condiciones de frontera de la capa de fluido condensado	28
3	Regímenes de operación	31
3.1	Régimen de pared termicamente delgada.	31

3.2	Análisis para el límite $\alpha \gg 1$.	32
3.3	Análisis para el límite $\alpha \ll \alpha^*$.	35
3.4	Régimen de pared térmicamente gruesa.	36
4	Solución numérica	40
5	Resultados y conclusiones	44
6	Apéndice	52
6.1	Programa	52

Índice de Figuras

2-1	Muestra las consideraciones físicas del problema.	21
3-1	La figura muestra la generación de una zona seca en la parte superior de la aleta.	37
3-2	Se muestra la aleta con $\alpha^* \ll \alpha$, donde, se observa la capa de condensado reducida al mínimo.	38
4-1	La figura muestra la aleta discretizada, la malla indica los puntos donde se tomara los valores del método de diferencias finitas.	42
4-2	Se muestra el diagrama de flujo	43
5-1	Se presenta la grafica de la coordenada longitudinal η , en relación a la temperatura θ_w y el espesor de la capa de condesado Δ , a distintos regímenes de α	45
5-2	La temperatura adimensional θ_w y el grosor de la capa límite modificado ϕ en función de la coordenada reescalada ξ para $\alpha < \alpha^*$ en el regimen de pared termicamente delgado ($\beta = 0$).	46
5-3	El grosor reducido de la capa límite adimensional $\Delta/\alpha^{1/7}$ en función de la coordenada ξ , para distintos valores de β en el regimen de pared técnicamente grueso.	47
5-4	Grosor de la capa límite en la base de la aleta Δ_f en función de α , la solución asintotica para $\alpha \gg 1$ también es mostrado.	48

5-5	El grosor de la capa de condensado en la base de la aleta $\Delta_f/\alpha^{1/7}$ en función de β en el régimen de pared termicamente grueso.	49
5-6	Longitud reescalada en función de β	50
5-7	La tabla muestra los valores típicos de parámetros utilizando líquidos de interés en problemas de transferencia de calor.	51

Resumen

Se estudio el proceso de transferencia de calor conjugado de un vapor saturado en contacto con una aleta vertical tomando en cuenta ambos efectos de conducción de calor, el longitudinal y el transversal. Las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía son reducidas a un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales con cuatro parámetros: el número de Prandtl, Pr_c , el número de Jacob, Ja . La conductividad térmica adimensional de la aleta α y la relación de esbeltez de la placa ε . Se obtendrá la evolución espacial del grosor de la capa de condensado en función de la dirección longitudinal. Las ecuaciones que gobiernan el problema son integradas en el límite asintótico de $Ja \rightarrow 0$.

Un proceso de transferencia de calor conjugado se da cuando el sistema de ecuaciones entre el fluido y la aleta se encuentran acoplados, en este caso, se trata de transferencia de calor por conducción en aleta, y por convección y difusión en la capa de fluido condensado. El flujo másico total de fluido condensado se obtiene para los valores posibles del espesor del espacio paramétrico que involucran al problema. Se obtendrá un valor del parámetro α crítico α^* , del cual parte de la aleta se encuentra seca, esto es, sin condensado.

Símbolo Definición

Letras Latinas

c_c	Calor específico del fluido condensado
f_c	Función de corriente adimensional introducida en la eq. (2.32)
g	Aceleración de la gravedad
h	Semigrosor de la aleta
h_{fg}	Calor latente de la condensación
Ja	Numero de Jacob definido en eq. (2.10)
L	Longitud de la aleta
m'	Flujo masico de fluido condensado
Pr_c	Número de Prandtl del fluido condensado
Re	Número de Reynolds del fluido condensado
T	Temperatura
T_0	Temperatura en la base de la aleta
T_s	Temperatura del vapor saturado
\bar{u}, \bar{v}	Velocidades longitudinales y transversales en unidades físicas
u, v	Velocidades longitudinales y transversales adimensionalizadas
u_c	Velocidad longitudinal característica del fluido condensado
x, y	Coordenadas Cartesianas
z	Coordenada transversal adimensional de la placa definida en la ecuación (2.23)

Letras Griegas

α	Parametro de conducción de calor definido en la ecuación (2.19)
β	Parametro adimensional $\beta = \epsilon^2 / \alpha^{8/7}$
Δ	Espesor de la Capa Límite Normalizada
δ_c	Espesor de la Capa Límite

ε	Razón de longitud de la placa definido en la ecuación (2.19)
η_c	Coordenada adimensional para el flujo de fluido condensado
ϕ	Función adimensional introducido en la ecuación (3.14)
λ_c	Conductividad térmica de la fase condensada
λ_w	Conductividad térmica de la aleta
μ_c	Viscosidad dinámica del fluido condensado
ν_c	Coefficiente cinemático de viscosidad del fluido condensado
ρ_c	Densidad del fluido condensado
θ_w	Temperatura adimensional de la aleta
θ_c	Temperatura adimensional de la capa de condensado
ξ	Coordenada adimensional de reescalamiento definida en la ecuación (3.27)
χ	Coordenada adimensional longitudinal definida en la ecuación (2.23)
ζ	Coordenada adimensional de reescalamiento definida en la ecuación (3.14)

Subíndices

c	Fluido Condensado
f	Condiciones en la base de la aleta
w	Condiciones en la aleta
i	Discretización longitudinal
j	Discretización transversal
k	Discretización temporal

Capítulo 1

Introducción

El análisis de la transferencia de calor en una capa de fluido condensado, representa una importante área para el diseño de sistemas de intercambiadores de calor. Es de particular interés el estudio del flujo laminar de capas de fluido condensado en aletas, donde frecuentemente los aspectos físicos prácticos tienen una clara influencia en el control y desarrollo de aletas eficientes. Una aleta es el sistema físico en donde se tiene a una placa sujeta a una temperatura de referencia constante en su base. Por ello es importante obtener un planteamiento teórico capaz de cimentar un mejor diseño de aletas de enfriamiento.

Un trabajo importante es el artículo pionero de Nusselt [1], donde dedujo las relaciones teóricas para predecir el coeficiente de transferencia de calor entre un vapor saturado puro y una superficie más fría. Él supuso que el movimiento a través de todo el espesor de la capa de condensado tenía un lugar en régimen laminar sobre toda la superficie. Nusselt estableció la hipótesis ulterior de que el flujo de condensado sobre la superficie era generado únicamente por la fuerza de gravedad, despreciando así la posible influencia de la velocidad del vapor sobre el espesor de la película de condensado. Dicho autor utilizó el concepto de viscosidad en el flujo para suponer, velocidad nula sobre el condensado de la pared y velocidad máxima en la interfase líquido-vapor. Obtuvo ecuaciones teóricas que describen el espesor de la capa de condensado en un punto dado de la superficie. Nusselt calculó los coeficientes locales de transferencia de calor en la hipótesis de que la resistencia

térmica total es producida por la capa de condensado, a través de la cual es conducido el calor latente de condensación. Supuso que la diferencia de temperatura entre el vapor y la pared es constante en todos los puntos. Las ecuaciones teóricas obtenidas para los coeficientes promedio de transferencia calorífica relacionan la conductividad térmica, la viscosidad, la densidad del condensado y la diferencia entre la temperatura del vapor y el sólido. El estudio del proceso de condensación en una placa vertical con temperatura uniforme, realizado por Nusselt lleva a que las idealizaciones y simplificaciones tengan que ser revaluadas, puesto que al realizar un análisis con simple teoría de Nusselt, las situaciones en la que es de utilidad se reducen. Se hace necesaria la definición de modelos más realistas y la selección más apropiada de las características del sistema de intercambio de calor, esto aparece cuando el problema conjugado de transferencia de calor es tomado en cuenta ya que la el acoplamiento entre la aleta y el fluido condensado predomina. Desde este punto de vista se acepta que el problema conjugado es descrito por la interacción térmica entre la aleta y la adyacente capa límite de condensado. Es importante no considerar condiciones isotérmicas en la aleta para tener una adecuada descripción del fenómeno.

Sparrow y Gregg [2], entre otros, resolvieron numéricamente las ecuaciones de la capa de condensado inducida por la gravedad en una placa vertical. Estos autores, emplearon la teoría de capa límite y métodos de semejanza para una placa a temperatura uniforme, mostrando que la influencia de los términos inerciales no era importante si el número de Prandtl es de orden ≥ 10 , y tienen una pequeña influencia cuando el número de Prandtl es de orden unidad, el número de Prandtl mide la competencia entre los efectos inerciales y los difusivos de problema, la importancia de estos resultados han sido recopilados y documentados por Merte [3] y extendida por Koh [5], Koh *et al.* [4] y Chen [6]. En general el estado del arte sobre el proceso de condensación en superficies isotérmicas fue resumido por Rose [7] y más recientemente por Tanasawa [8].

Estos trabajos representan una parte esencial en el estudio de flujo laminar de capa de condensado, y se reservan sólo a aquellas situaciones donde la temperatura de la superficie

de la placa se mantiene uniforme, se debe tener en cuenta que estos resultados son sólo válidos para casos ideales, esto es reconocido por Patankar y Sparrow [9] en su estudio numérico de capa de fluido condensado laminar sobre la aleta vertical. En este trabajo el proceso de condensación es acoplado con la conducción de calor en la aleta; ellos usaron un análisis similar y concluyeron que el calor calculado para la aleta es menor al predicho, usando el modelo de la aleta isotérmica. Wilkins [10] había mostrado que una solución analítica explícita es posible para la formulación de Patankar y Sparrow.

Sarma *et al.* [11] estudiaron un proceso de condensación en una aleta vertical de espesor variable, acoplando las ecuaciones que gobiernan al problema de la aleta vertical y la fase de fluido condensado. En este trabajo fué analizado el efecto de la geometría de la aleta sobre el calor transferido al fluido condensado donde la influencia de la interacción térmica, aparece teniendo una primordial importancia.

Para el mismo problema, pero con espesor uniforme de la aleta, Chen *et al.* [12] resolvieron la interacción acoplada en presencia del esfuerzo cortante de la entrecara liquido-vapor, remarcando la influencia de los números de Prandtl (Pr), Jacob (Ja), y Nusselt (Nu).

Méndez y Treviño [13] resolvieron en 1996 el problema de condensación laminar sobre una superficie en una placa delgada generada por un fluido refrigerante utilizando técnicas de perturbación y métodos numéricos; aquí mostraron que los efectos de la conducción longitudinal de calor en la placa modifican sustancialmente la solución clásica de Nusselt. Resultados similares fueron reportados en trabajos posteriores [14] y [15].

Es necesario obtener nuevos resultados donde las condiciones no isotérmicas sean utilizadas; en este trabajo se analiza la capa de fluido condensado sobre las caras externas de una aleta vertical. En el modelo se considera el caso en el que la base de la aleta se mantiene a temperatura uniforme. La generación de flujo másico en la capa de fluido condensado en la aleta tiene una fuerte influencia por la presencia de la conductividad térmica, donde los efectos de la transferencia de calor toman importancia.

El acoplamiento entre la aleta vertical y la capa de fluido condensado representa una

nueva fundamentación teórica mostradas en los trabajos antes citados [14] y [15].

En esta tesis se utiliza el método de perturbaciones y la teoría de capa límite, en el que se describe el flujo de fluido condensado, que depende de sólo cuatro parámetros adimensionales, los cuales son: número de Prandtl (Pr), Jacob (Ja), la conductividad térmica en la aleta (α) y la relación de esbeltez (ancho entre longitud) (ϵ). Los resultados teóricos derivados del análisis del método de perturbación son comparados con los resultados numéricos obtenidos utilizando el método de la derivadas de Forenberg [19].

1.1 Fundamentos básicos de mecánica de fluidos y del estado sólido.

Para utilizar los conceptos de la mecánica de fluidos se necesita plantear los fundamentos básicos de la mecánica y en consecuencia obtener la ecuaciones que resuelvan el problema de la aleta.

Antes que definamos las ecuaciones debemos plantear las condiciones físicas del problema. La aleta y el fluido están definida bajo la hipótesis del medio continuo, es decir al tomar un diferencial de volumen los parámetros que afectan al fenómeno se encuentra perfectamente definidos.

1.1.1 Leyes básicas de la mecánica

Partimos de las leyes básicas de la mecánica para poder obtener la ecuaciones que rigen a la mecánica de los fluidos:

Principio de la conservación de masa

$$\frac{D(m)}{Dt} = 0. \quad (1.1)$$

Segunda de Ley de Newton de (cantidad de movimiento)

$$\sum F = \frac{D(mv)}{Dt}. \quad (1.2)$$

Primera Ley de la Termodinámica

$$\frac{DE}{Dt} = W + Q. \quad (1.3)$$

Se necesita un teorema para poder demostrar las ecuaciones básica de la mecánica de fluidos, se trata de Teorema de transporte de Reynolds, este lleva de un sistema de coordenadas Lagrangiano a un sistema coordenadas Eulerianas,

$$\frac{D}{Dt} \int \lambda dV = \int \left[\frac{\partial \lambda}{\partial t} + \nabla \cdot (\lambda u) \right] dV \quad (1.4)$$

donde λ es una propiedad física por unidad de volumen.

La ecuación de continuidad es demostrada a través del principio de conservación de la masa

$$\frac{D(m)}{Dt} = 0, \quad (1.5)$$

utilizamos un volumen de control

$$m = \int dm = \int \rho dV \quad (1.6)$$

sustituimos el Teorema de transporte de Reynolds

$$\int \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) \right] dV = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot u = 0 \quad (1.8)$$

obtenemos la ecuación de continuidad

$$\nabla u = 0 \quad (1.9)$$

y se muestra la componentes de gradiente

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (1.10)$$

De manera análoga demostramos la ecuación de cantidad movimiento a partir de la Segunda Ley de Newton,

$$\sum F = \frac{D}{Dt} \int \rho u dV \quad (1.11)$$

al volumen de control le afectan las fuerzas de volumen y las fuerzas de superficie y en la ecuación definimos el tensor de esfuerzos en el volumen de control

$$\frac{D}{Dt} \int \rho u dV = \int \sigma_{nd} ds + \int \rho f dV \quad (1.12)$$

f es el termino fuente del problema y donde el tensor de esfuerzos σ es definido

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

utilizando el Teorema de transporte de Reynolds y el Teorema de la divergencia de Gauss se obtiene

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_x, \quad (1.14)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho f_y \quad (1.15)$$

Se trata de la ecuación de continuidad en la mecánica de fluidos en una sola dirección.

Para la ecuación de la energía utilizamos la Primera Ley de la Termodinámica

$$dE = dQ + dW, \quad (1.16)$$

donde Q es el calor y W es el trabajo sobre el sistema.

Aplicamos la definición energía por unidad de volumen en su forma diferencial obtenemos

$$\frac{DE}{Dt} = \rho \left(\frac{De}{Dt} + V \frac{DV}{Dt} - g * V \right) \quad (1.17)$$

utilizando la definición de derivada total y el tensor de esfuerzos llegamos a que

$$\rho \frac{De}{Dt} = \text{div}(k\nabla T) + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (1.18)$$

definimos la función de disipación viscosa

$$\Phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad (1.19)$$

además utilizamos la hipótesis de Stoke's donde $\lambda = (-2/3)\mu$ donde $\mu \geq 0$ obtenemos la ecuación de la energía completa

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k\nabla^2 T + \Phi. \quad (1.20)$$

1.2 Resumen del trabajo por capítulo

1.2.1 Capítulo 1

En este capítulo se hace una recopilación histórica de los trabajos realizados que dieron origen a la realización de la tesis, así como, las fundamentaciones físicas y matemáticas del problema.

1.2.2 Capítulo 2

En este capítulo se presenta el problema físico, se plantea cuales son la variables que definen el problema, además se hace un análisis de ordenes de magnitud.

1.2.3 Capítulo 3

En este capítulo utilizaremos el concepto de adimensionalización, consistente en reescribir las variables del problema en parámetros universales que permitan este describirlo independientemente de las magnitudes físicas del problema, además de la obtención del las ecuaciones que rigen el problema.

1.2.4 Capítulo 4

En este capítulo se aplican técnicas asintóticas con el fin de resolver el sistema de ecuaciones no lineales que rigen al problema. El tratamiento se realiza en el caso estacionario. Las técnicas de perturbación asintótica se utilizan en los intervalos paramétricos que propone el análisis de orden de magnitud del Capítulo 2, comenzando por el límite de pared termicamente delgada donde se incluye un análisis para un α crítico, para después trabajar con el límite de pared termicamente gruesa.

1.2.5 Capítulo 5

En este capítulo se presentan los métodos numéricos utilizados para la realización del programa y se muestra la forma más adecuada para discretizar las ecuaciones de la placa y del fluido condensado.

1.2.6 Capítulo 6

En este capítulo se presentan los resultados analíticos y numéricos de forma gráfica; a cada régimen de operación presentado en el capítulo 4 se le asocia un gráfico de donde

se obtiene la información física del problema y se realiza un análisis de las condiciones operacionales de los principales parámetros que describen el proceso de transferencia de calor en la aleta vertical.

Capítulo 2

Planteamiento de problema.

2.1 Descripción

Consideremos una aleta de altura L y espesor $2H$, de manera que la razón de esbeltez se encuentra dada por $H/L \ll 1$ (ancho entre longitud), es decir, tratamos el caso donde la aleta es delgada. Si sumergimos la aleta en una atmósfera que contenga un vapor saturado a una temperatura T_s , y en la base de la aleta tenemos una fuente refrigerante de temperatura $T_0 \ll T_s$, se generará un flujo de calor a través de la aleta, que irá desde el vapor saturado hacia la base de ésta. Lo anterior creará una capa de fluido condensado sobre ambas caras de la aleta. Por la geometría del problema, se centrará la atención en un solo lado de la aleta, ya que por simetría, lo que ocurra sobre un lado sucederá en el otro. La capa de fluido condensado que se forma en la cara superior de la aleta, no será considerada, ya que dada la razón de esbeltez, la contribución de esta cara es despreciable, además, por simplicidad se considera esta cara de la aleta como adiabática, tal como se muestra la figura 2-1.

Para poder resolver el problema introducimos una característica intrínseca del material que es la conductividad térmica la cual es igual en las direcciones longitudinal y transversal de la aleta, por tratarse de un material isotrópico. Las condiciones que generan la capa de condensación harán que su espesor aumente o disminuya dependiendo de

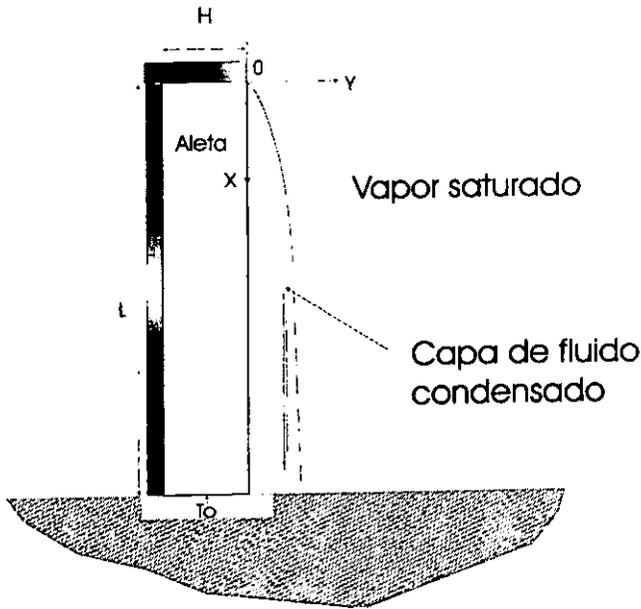


Figura 2-1: Muestra las consideraciones físicas del problema.

la variaciones de los parámetros que involucran el problema.

Consideramos que el sistema de referencia inicia en la esquina superior derecha de la aleta, donde el eje x corre hacia abajo y el eje y corre de manera normal 2-1.

Presentamos las ecuaciones de cantidad de movimiento estacionarias para un fluido incompresible, con viscosidad dinámica μ , densidad ρ , u y v son las componentes del vector de velocidad en dirección x y y respectivamente, g es la aceleración de la gravedad, p es la presión:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \quad (2.1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] \quad (2.2)$$

La ecuación de la energía en el fluido

$$\rho c_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = k_f \left[\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]. \quad (2.3)$$

Donde T es la temperatura, ρ es la densidad del fluido condensado y k_f el calor específico.

La ecuación de conservación de masa está dada por

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (2.4)$$

En la ecuación de conservación de masa se observa que $u_c \sim gv_c/\delta_c$ (donde el subíndice c hace referencia a la capa de fluido condensado), si esta expresión la sustituimos en la ecuación de cantidad de movimiento y considerando la relación de esbeltez antes mencionada, podemos obtener una expresión para la ecuación de cantidad de movimiento reducida en términos del espesor de la capa de fluido condensado. Tomando en cuenta la ecuación de cantidad de movimiento para un fluido, se observa que en la dirección x el análisis de ordenes de magnitud reduce el sistema a:

$$\rho \left(\frac{u_c^2}{L} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u_c^2}{L} v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{1}{L} \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g + \mu u_c \left[\frac{1}{\delta_c} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{L^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \quad (2.5)$$

Considerando el hecho L es grande los términos que llevan dividiendo a esta longitud característica los consideramos despreciables por lo tanto la ecuación se simplifica a

$$\rho g + \frac{\mu u_c}{\delta_c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad (2.6)$$

por lo que la ecuación nos dice que, $u_c \sim (g/v_c) \delta_c^2(x)$.

Retomando el resultado obtenido para la velocidad longitudinal definimos $\delta_c(x)$ como el espesor de la capa de fluido condensado, y v_c es el coeficiente de viscosidad cinemático.

El flujo masico de fluido condensado m' es definido como $\rho_c u_c \delta_c$ y es del orden

$$m' \sim \frac{\rho_c g}{v_c} \delta_c^3(x). \quad (2.7)$$

El coeficiente de generación de flujo masico está de definido para el problema como $dm'/dx = q_c/h_{fg}$, utilizando la Ley Fourier $q_c = \lambda_c \Delta T_c / \delta_c$ donde q_c es el flujo de calor, podemos de decir que es del orden de

$$\frac{dm'}{dx} \sim \frac{\lambda_c \Delta T_c}{\delta_c(x) h_{fg}}. \quad (2.8)$$

Estas relaciones son obtenidas del balance de energía térmica en la interface entre el vapor y el fluido condensado. Si definimos que h_{fg} corresponde al calor latente de la condensación, λ_c como la conductividad térmica de la fase condensadas y a ΔT_c como la diferencia de temperatura característica que corre a lo largo del fluido condensado.

Podemos observar que el espesor de la capa de fluido condensado se encuentra relacionada con la longitud de la aleta como lo muestra el siguiente análisis de escala

$$\frac{\delta_{cf}}{L} \sim \left(\frac{Ja \Delta T_c}{\gamma \Delta T} \right)^{1/4}, \quad \text{con } \gamma = \frac{gL^3}{v_c}, \quad (2.9)$$

de donde Ja es la llamado número de Jakob y representa la razón de absorción de energía calorífica sensible por el líquido a el calor latente de liquido durante la condensación el cual se define como:

$$Ja = \frac{c_c \Delta T}{h_{fg} Pr_c}. \quad (2.10)$$

De donde $\Delta T = T_s - T_0$, c_c es la capacidad calorífica específica, Pr_c es el número de Prandtl definido para este caso como

$$Pr = \frac{v_c \rho_c c_c}{\lambda_c}. \quad (2.11)$$

Como ya se había comentado con anterioridad, en la mayoría de los casos el número de Jakob es muy pequeño en comparación de la unidad, por lo tanto podemos utilizar la teoría de la capa límite para el intervalo $Ja/\gamma \rightarrow 0$.

Si definimos el número de Reynolds para la fase condensada, $Re_c = u_c L / v_c$, y le asociamos al proceso la generación de flujo masico de fluido condensado, se obtiene de

manera directa el orden del número de Reynolds para el problema, $Re_c = O(Ja\gamma)^{1/2}$, por lo tanto la velocidad del fluido condensado es del orden de:

$$u_c \sim \frac{\sqrt{g L J a \Delta T_c}}{\sqrt{\Delta T}}. \quad (2.12)$$

Por otro lado, del modelo físico tenemos el mismo orden de magnitud para el flujo de calor del vapor saturado y el flujo de calor sobre la cara de la aleta, esta relación se encuentra dada por

$$\lambda_c L \frac{\Delta T_c}{\delta_{cf}} \sim \lambda_w h \frac{\Delta T_{wL}}{L}, \quad (2.13)$$

donde λ_w es la conductividad térmica de la aleta y ΔT_{wL} es la diferencia de temperatura longitudinal a lo largo de la aleta, la caída de temperatura total ΔT se define como la diferencia de temperatura desde el fluido condensado en la cara de la aleta hasta la base de esta, se puede ver entonces que los cocientes de la temperatura cumplen con la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta T_c}{\Delta T} + \frac{\Delta T_{wL}}{\Delta T} \sim 1 \quad (2.14)$$

Por análisis de órdenes de magnitud podemos obtener el balance del flujo de calor en la dirección vertical de la aleta

$$\lambda_c \frac{\Delta T_c}{\delta_{cf}} \sim \lambda_w \frac{\Delta T_w}{h}, \quad (2.15)$$

en donde ΔT_w es la diferencia de temperatura característica en dirección transversal a lo largo de la aleta. Tomando las relaciones (2.13) - (2.15) y la ecuación (2.9) para δ_{cf} obtenemos la relación de transferencia de calor a lo largo de la dirección vertical

$$\frac{\Delta T_c}{\Delta T} \sim \alpha^{3/4} \left(\frac{\Delta T_{wL}}{\Delta T} \right)^{3/4} \quad (2.16)$$

y su equivalente

$$\frac{\Delta T_w}{\Delta T} \sim \varepsilon^2 \frac{\Delta T_{wL}}{\Delta T}. \quad (2.17)$$

Tomando las ecuaciones (2.14) y (2.16) se obtiene

$$\frac{\Delta T_{wL}}{\Delta T} + \alpha^{3/4} \left(\frac{\Delta T_{wL}}{\Delta T} \right)^{3/4} \sim 1. \quad (2.18)$$

Los parámetros α y ε se definen de la siguiente forma

$$\alpha = \frac{\lambda_w H}{\lambda_c L} \left(\frac{J\alpha}{\gamma} \right)^{1/4} \quad \text{y} \quad \varepsilon = \frac{H}{L}. \quad (2.19)$$

Observemos que α es el coeficiente que relaciona el calor conducido por la aleta y el calor transmitido por convección del vapor fluido condensado del fluido, que llamaremos conductancia. Se derivan tres clases de problemas a tratar, ya que dependiendo cómo evaluemos a α es cómo cambiarán las condiciones del problema. Si $\alpha \gg 1$, entonces el calor conducido se propaga rápidamente, y los gradientes de temperatura no toman tanta importancia a lo largo de la dirección longitudinal. Para el caso en que $\alpha \ll 1$, el calor convectivo del fluido condensado toma mucha importancia, ya que se generan gradientes de temperatura a lo largo de la dirección longitudinal de la aleta. Ahora debemos tomar en cuenta que la relación de esbeltez $\varepsilon = H/L$ es muy pequeña en comparación de la unidad, por lo tanto de las ecuaciones (2.16) (2.17) y (2.18) se puede obtener

$$\frac{\Delta T_{wL}}{\Delta T} \sim \frac{1}{\alpha}, \quad \frac{\Delta T_w}{\Delta T} \sim \frac{\varepsilon^2}{\alpha}, \quad \frac{\Delta T_c}{\Delta T} \sim 1, \quad \text{para } \alpha \gg 1, \quad (2.20)$$

$$\frac{\Delta T_{wL}}{\Delta T} \sim 1, \quad \frac{\Delta T_w}{\Delta T} \sim \varepsilon^2, \quad \frac{\Delta T_c}{\Delta T} \sim 1, \quad \text{para } \alpha \sim 1 \quad (2.21)$$

y

$$\frac{\Delta T_{wL}}{\Delta T} \sim 1, \quad \frac{\Delta T_w}{\Delta T} \sim \varepsilon^2, \quad \frac{\Delta T_c}{\Delta T} \sim \alpha^{3/4}, \quad \text{para } \alpha \ll 1 \quad (2.22)$$

Cada una de las tres relaciones presentadas en las ecuaciones 2.20- 2.22 representa los diferentes regímenes del problema que serán analizados con detalle en el Capítulo 3.

2.2 Ecuaciones que gobiernan el problema

En esta sección utilizaremos el concepto de adimensionalización, consistente en reescribir las variables del problema en parámetros universales que permitan al sistema describirlo independientemente de las magnitudes físicas del problema.

Para adimensionalizar un sistema de ecuaciones tomamos las variables que definen el problema y las redefinimos en términos de los parámetros característicos del problema y los sustituimos de nuevo en el sistema de ecuaciones 2.29 y 2.4 del problema. Finalmente se presenta el sistema completo de ecuaciones para el fluido y la aleta, que junto con las condiciones de frontera definen completamente el sistema físico. Si se utilizan los siguientes cambios de variable para adimensionalizar las ecuaciones y reescalar según el análisis de órdenes de magnitud de la sección anterior se obtiene el siguiente sistema:

a) Para el sólido donde definimos la temperatura y las coordenadas longitudinales y transversales.

$$\theta_w = \frac{T_s - T_w}{T_s - T_0}, \quad (2.23)$$

$$\chi = \frac{x}{L}, \quad (2.24)$$

$$z = \frac{y + H}{H}. \quad (2.25)$$

b) En el flujo fluido condensado definimos además el espesor adimensional de la capa de fluido condensado

$$\theta_c = \frac{T_s - T_c}{T_s - T_0}, \quad (2.26)$$

$$\Delta = \frac{\delta_c(x)}{L(Ja/\gamma)^{1/4}}, \quad (2.27)$$

$$\eta_c = \frac{y}{\delta_c(x)}. \quad (2.28)$$

2.2.1 Ecuación en el sólido

Es importante definir la ecuación de conducción adimensional para la aleta que se encuentra descrita como:

$$\frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \chi^2} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial z^2} = 0. \quad (2.29)$$

2.2.2 Condiciones de frontera en el sólido

Cabe recalcar que las variables con subíndice c se refieren a las de la fase condensada, mientras que la que contiene subíndice w es variable de la aleta. Ahora, una vez que se tiene la ecuación de conducción de calor, se pueden dar las condiciones de frontera, esta es la que ésta en dirección longitudinal:

$$\left. \frac{\partial \theta_w}{\partial \chi} \right|_{\chi=0} = 0 \text{ y } \theta_w = (1, z) = 1, \quad (2.30)$$

en dirección transversal las condiciones de frontera son:

$$\left. \frac{\partial \theta_w}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \text{ y } \left. \frac{\partial \theta_w}{\partial z} \right|_{z=1} = \frac{\epsilon^2}{\alpha} \frac{1}{\Delta} \left. \frac{\partial \theta_c}{\partial \eta_c} \right|_{\eta_c=0}. \quad (2.31)$$

2.2.3 Ecuación de la capa de fluido condensado

Ahora defino la función corriente que contendrá a las variables u y v en una sola variable f_c , y además me permitirá eliminar la ecuación de continuidad y resolver la ecuación de cantidad de movimiento directamente en una variable, si introduzco la función de corriente adimensional f_c

$$u = \frac{\bar{u}}{\sqrt{gLJa}} = \Delta^2 \frac{\partial f_c}{\partial \eta_c}, \quad v = \frac{\bar{v}\gamma^{1/4}}{Ja^{3/4}\sqrt{gL}} = -\Delta \frac{\partial (\Delta^2 f_c)}{\partial \chi}, \quad (2.32)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (2.33)$$

$$\rho c_f \frac{\partial \theta_c}{\partial t} = k \nabla^2 \theta_c, \quad (2.34)$$

donde \bar{u} y \bar{v} son las componentes longitudinales y transversales en unidades físicas, sustituyendo las ecuaciones de cantidad de momento y de energía para el fluido condensado, usando aproximación de capa limite, toman la forma

$$\frac{\partial^3 f_c}{\partial \eta_c^3} + 1 = Ja \Delta^4 \left\{ \frac{\partial f_c}{\partial \eta_c} \frac{\partial^2 f_c}{\partial \chi \partial \eta_c} - \frac{\partial f_c}{\partial \chi} \frac{\partial f_c}{\partial \eta_c} + \frac{3}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\chi} \left[\left(\frac{\partial f_c}{\partial \eta_c} \right)^2 - f_c \frac{\partial^2 f_c}{\partial \eta_c^2} \right] \right\} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial^2 f_c}{\partial \eta_c^2} = Ja Pr_c \Delta^4 \left\{ \frac{\partial f_c}{\partial \eta_c} \frac{\partial \theta_c}{\partial \chi} - \frac{\partial f_c}{\partial \chi} \frac{\partial \theta_c}{\partial \eta_c} - \frac{2}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\chi} f_c \frac{\partial^2 \theta_c}{\partial \eta_c^2} \right\}. \quad (2.36)$$

2.2.4 Condiciones de frontera de la capa de fluido condensado

Las condiciones de frontera asociadas con las ecuaciones que gobiernan al fluido condensado

$$\theta(\chi, 0) - \theta_w(\chi) = f_c(\chi, 0) = \left. \frac{\partial f_c}{\partial \eta_c} \right|_{\eta_c=0} \quad \text{a } \eta_c = 0 \quad (2.37)$$

$$\theta(\chi, 1) = \left. \frac{\partial^2 f_c}{\partial \eta_c^2} \right|_{\eta_c=1} = 0 \quad \text{a } \eta_c = 1. \quad (2.38)$$

La segunda condición de la ecuación (2.38) salió del balance tangencial en la entrecara [7]. El espesor de la capa de fluido condensado normalizada y adimensionalizada es desconocida y debe ser obtenida del análisis del problema. El balance energético de la interface del vapor fluido condensado se encuentra dado por el desarrollo de Δ como

$$4\Delta \frac{d(\Delta^3 f_c(\chi, 1))}{d\chi} = - \left. \frac{\partial \theta_c}{\partial \eta_c} \right|_{\eta_c=1}, \quad \text{con } \Delta(\chi=0) = 0 \quad (2.39)$$

En la solución del problema dado entre (2.29-2.39) debe probarse que

$$\theta_c = \theta_w(\alpha, \varepsilon, \text{Pr}, Ja, \chi, z). \quad (2.40)$$

Lo que se presentara de aquí en adelante es un análisis tomando valores de α con Ja y ε^2 muy pequeños comparados con la unidad, en este límite la solución a la ecuación que gobierna a la fase condensada con las ecuaciones (2.35) a la (2.39) queda como:

$$\theta_c = \theta_w(\chi)(1 - \eta_c) \text{ y } f_c(\eta_c) = \frac{1}{2}\eta_c^2 \left(1 - \frac{\eta_c}{3}\right). \quad (2.41)$$

Un apropiado numero de Nusselt para este problema es:

$$Nu_c^* = \frac{qL}{\lambda_c(T_s - T_0)} \left(\frac{Ja}{\gamma}\right)^{1/4} = -\frac{1}{\Delta} \frac{\partial \theta_c}{\partial \eta_c} \Big|_{\eta_c=0} = \frac{\theta_w}{\Delta}. \quad (2.42)$$

Por lo tanto de la ecuación adimensional del balance de energía de la interface de vapor fluido condensado se transforma en

$$\frac{d\Delta^4}{d\chi} = \theta_w. \quad (2.43)$$

Una vez planteado y analizado el problema en términos de ordenes de magnitud y definiendo las principales variables que lo afectan, se describieron las ecuaciones que gobiernan el sistema. Empezaremos a desarrollar los regímenes del problema en el siguiente capítulo.

Capítulo 3

Regímenes de operación

En este capítulo se aplican técnicas asintóticas con el fin de resolver el sistema de ecuaciones no lineales que rige al problema. El tratamiento se realiza en el caso estacionario. Las técnicas de perturbación asintótica se utilizan en los intervalos paramétricos que propone el análisis de orden de magnitud del Capítulo 2, comenzando por el límite de pared termicamente delgada donde se incluye un análisis para un α crítico, para después trabajar con el límite de pared termicamente gruesa.

3.1 Régimen de pared termicamente delgada.

La ecuación de conducción de calor para la aleta puede ser integrada a lo largo de la dirección transversal; pueden aplicarse a ésta las condiciones de frontera (2.31) y junto con el perfil de temperatura adimensional del fluido condensado obtenido en la ecuación (2.41), se llegó a

$$\alpha \frac{d^2 \theta_w}{d\chi^2} = \frac{\theta_w}{\Delta}. \quad (3.1)$$

Con esta ecuación se analizan los casos para $\alpha \gg 1$ y $\alpha \ll 1$ para los regímenes de pared termicamente delgada y gruesa.

3.2 Análisis para el limite $\alpha \gg 1$.

El sistema de ecuaciones (2.43) y (3.1) y la correspondiente condición de frontera (2.30), se resuelven utilizando técnicas de perturbación, usando el inverso de α como un pequeño parámetro de expansión.

Para valores muy grandes del parámetro α , la temperatura adimensional de la placa θ_w cambia muy poco (del orden de α^{-1}) en la dirección longitudinal como se muestra en la ecuación (2.20). Para poder obtener la solución en este limite, se supone que la temperatura adimensional de la placa es del orden de la temperatura adimensional de la capa de fluido condensado y se desarrollan de la siguiente forma:

$$\theta_w(\chi) = \theta_0(\chi) + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha^{-j} \theta_j(\chi), \quad (3.2)$$

$$\Delta_w(\chi) = \Delta_0(\chi) + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha^{-j} \Delta_j(\chi). \quad (3.3)$$

Sustituyendo estas relaciones en las ecuaciones (2.43) y (3.1), obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{d^2 \theta_0}{d\chi^2} = 0, \quad \frac{d\Delta^4}{d\chi} = \theta_0, \quad \text{para } \alpha^0, \quad (3.4)$$

$$\frac{d^2 \theta_1}{d\chi^2} = \frac{\theta_0}{\Delta_0}, \quad \frac{4d(\Delta_0^3 \Delta_1)}{d\chi} = \theta_1, \quad \text{para } \alpha^1, \quad (3.5)$$

$$\frac{d^2 \theta_2}{d\chi^2} = \frac{\theta_0}{\Delta_0} \left(\frac{\theta_1}{\theta_0} - \frac{\Delta_1}{\Delta_0} \right), \quad \frac{d(4\Delta_0^3 \Delta_2 + 6\Delta_0^2 \Delta_1^2)}{d\chi} = \theta_2 \quad \text{para } \alpha^{-2}, \quad (3.6)$$

así sucesivamente, con la siguiente condiciones iniciales

$$\Delta_i(0) = 0; \quad \left. \frac{d\theta_i}{d\chi} \right|_{\chi=0} = 0 \quad \text{para toda } i \quad (3.7)$$

y

$$\theta_0(1) = 1, \theta_i(1) = 0 \text{ para toda } i > 0. \quad (3.8)$$

La integración de la ecuación (3.4) con condiciones iniciales (3.7) da como resultado $\theta_0 = 1$ y $\Delta_0 = \chi^{1/4}$. Si se sustituyen las soluciones dentro de las ecuaciones (3.5) e integrando las dos para la ecuación de la energía obtenemos los perfiles para la temperatura de la placa y la del espesor de la capa límite. Bajo estas consideraciones se obtienen las constantes apropiadas del desarrollo:

$$\theta_1 = \frac{16}{21} (\chi^{7/4} - 1), \Delta_1 = \frac{4}{21} \left(\frac{4}{11} \chi^2 - \chi^{1/4} \right) \quad (3.9)$$

y de manera similar se obtienen los términos de segundo orden:

$$\theta_2 = \frac{128}{1617} \chi^{7/2} - \frac{64}{147} \chi^{7/4} + \frac{192}{539}, \quad (3.10)$$

$$\Delta_2 = \frac{8}{231} \chi^{1/4} - \frac{64}{22869} \chi^{15/4}. \quad (3.11)$$

Se obtiene así el desarrollo a segundo orden del espesor de la capa límite de fluido condensado, si sustituimos los anteriores resultados en la serie obtenemos el espesor de la capa de fluido condensado:

$$\Delta = \chi^{1/4} \left[1 - \frac{4}{21\alpha} \left(1 - \frac{4}{11} \chi^{7/4} \right) + \frac{8}{231\alpha^2} \left(1 - \frac{8}{99} \chi^{7/2} \right) \right] + O(\alpha^{-3}), \quad (3.12)$$

y la temperatura adimensional de la placa:

$$\theta_w = 1 - \frac{16}{21\alpha} (1 - \chi^{7/4}) + \frac{192}{539\alpha^2} \left(1 - \frac{11}{9} \chi^{7/4} + \frac{2}{9} \chi^{7/2} \right) + O(\alpha^{-3}). \quad (3.13)$$

El primer término del lado derecho de las ecuaciones reduce las ecuaciones a las soluciones clásicas de Nusselt [1] para una placa isotérmica.

Se presenta el método utilizado para la integración numérica de las ecuaciones que gobiernan el problema, la sugerencia es transformar un problema de condiciones a la frontera, a un problema de valores iniciales introduciendo la siguientes variables

$$\zeta = \frac{\chi}{\alpha^{4/7}}, \phi = \frac{\Delta^4}{\alpha^{4/7}}. \quad (3.14)$$

La transformación de las ecuaciones nos lleva a la ecuación general:

$$\frac{d^2\theta_w}{d\zeta^2} = \frac{\theta_w}{\phi^{1/4}} \text{ y } \frac{d\phi}{d\zeta} = \theta_w, \quad (3.15)$$

con condiciones iniciales

$$\frac{d\theta_w}{d\zeta} = \theta_w - \theta_l = \phi = 0 \text{ con } \zeta = 0, \quad (3.16)$$

para cualquier valor inicial de $\theta_l < 1$. Los cálculos son iterados hasta alcanzar el valor de $\theta_w(\zeta_f) = 1$. El valor de $\zeta_f(\theta_l)$ dicta un apropiado valor de α para $\alpha = 1/\zeta_f^{7/4}$.

Para la solución asintótica para valores de $\zeta \rightarrow 0$ se necesita hacer una integración numérica, de la siguiente manera:

$$\theta_w \sim \theta_l + \frac{16}{21}\theta_l^{3/4}\zeta^{7/4} + \dots, \phi \sim \theta_l\zeta \text{ para } \zeta \rightarrow 0. \quad (3.17)$$

Cuando el valor de α decrece, θ_l también disminuye hasta alcanzar el valor $\theta_l = 0$, el valor critico de α , (definimos α^*), siendo así α reduce la ecuación a un sistema algebraico de la siguiente forma:

$$\theta_w = \frac{8}{42^4}\zeta^7 \text{ y } \phi = \frac{1}{42^4}\zeta^8 \text{ para } \alpha = \alpha^*. \quad (3.18)$$

donde $\zeta_f = 42^{4/7}/8^{1/7}$ y además, $\alpha^* = 1/\zeta_f^{7/4} = 8^{1/4}/42 = 0.040043$.

El espesor de la capa límite adimensional sobre la base de la aleta se encuentra dado por

$$\Delta_f^* = \left(\frac{42\alpha^*}{8^2} \right)^{1/7} = \frac{1}{8^{7/28}} \doteq 0.5946. \quad (3.19)$$

3.3 Análisis para el limite $\alpha \ll \alpha^*$

Para pequeños valores de α , $\alpha \ll \alpha^*$, una capa se desarrolla cerca de la base de la aleta, en este orden el estudio del proceso de condensación para valores muy pequeños de α sugiere introducir los siguientes cambios de variables:

$$\xi = \frac{1 - \chi}{\alpha^{4/7}}, \quad \phi = \frac{\Delta^4}{\alpha^{4/7}}, \quad (3.20)$$

transformando las ecuaciones que gobiernan al proceso

$$\frac{d^2\theta_w}{d\xi^2} = \frac{\theta_w}{\phi^{1/4}} \quad (3.21)$$

y

$$\frac{d\phi}{d\xi} = -\theta_w, \quad (3.22)$$

con condiciones de frontera dada por

$$\theta_w = 1 \text{ a } \xi = 0 \quad (3.23)$$

$$\theta_w \rightarrow 0 \text{ y } \phi \rightarrow 0 \text{ para } \xi \rightarrow \infty. \quad (3.24)$$

La ecuación (3.21) puede ser escrita en las variables del espacio de fase como

$$\phi^{1/4} \left[\theta_w \frac{d^2\theta_w}{d\phi^2} + \left(\frac{d\theta_w}{d\phi} \right)^2 \right] = 1, \quad (3.25)$$

con la siguiente condición

$$\theta_w(0) = 0, \quad (3.26)$$

la cual asegura adiabaticidad. La solución se obtiene en forma exacta como

$$\theta_w = \frac{8}{\sqrt{42}} \phi^{7/8}, \quad (3.27)$$

o usando la ecuación (3.25), se obtiene

$$\phi = \left[\phi_f^{1/8} - \frac{1}{\sqrt{42}} \xi \right]^8 \quad \text{y} \quad \theta_w = \frac{8}{\sqrt{42}} \left[\phi_f^{1/8} - \frac{1}{\sqrt{42}} \xi \right]^7. \quad (3.28)$$

de donde, ϕ_f es el valor adimensional en la base de la aleta y está dado por $\phi_f = (\sqrt{42}/8)^{8/7} = .78608$. El espesor adimensional de la capa de fluido condensado es entonces $\Delta_f = \alpha^{1/7} \phi_f^{1/4}$, para valores de $\alpha \leq \alpha^*$.

Para este caso la capa de fluido condensado comienza a desarrollarse por debajo de la posición de la aleta $\xi_{hum} = \sqrt{42} \phi_f^{1/8} \doteq 6.2887$.

Para valores $\xi > \xi_{hum}$ ($\chi_{hum} = 1 - \xi_{hum} \alpha^{4/7}$) no hay fluido condensado. La porción de la aleta en contacto con el fluido condensado decrece y el valor de α decrece. Tal como se muestra en la figura [3 - 1].

El caso extremo donde α disminuye tan drásticamente, es aquél en el cual la capa de fluido condensado desaparece por completo, generando solamente en la esquina inferior de la aleta una pequeña muestra de fluido condensado, provocando así que la eficiencia de transferencia de calor sea muy pequeña (figura [3 - 2]).

3.4 Régimen de pared termicamente gruesa

Para valores de α del orden de $\varepsilon^{7/4}$, la variación de la temperatura en la dirección transversal de la placa es ahora importante y debe tomarse en cuenta.

Introduciendo el mismo cambio de variables en (3.20) obtenemos la transformación de las ecuaciones del problema

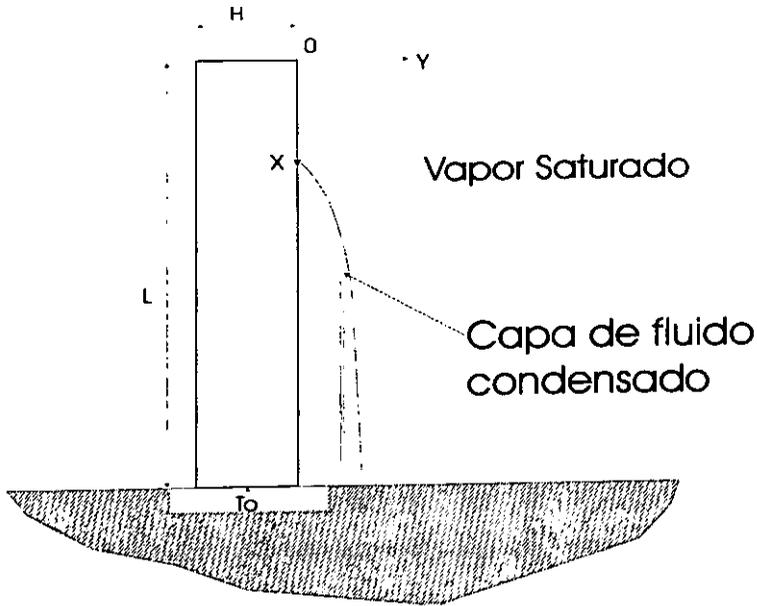


Figura 3-1: La figura muestra la generación de una zona seca en la parte superior de la aleta.

$$\beta \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial z^2} = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{d\phi}{d\xi} = -\theta_w \quad (3.30)$$

donde $\beta = \varepsilon^2 / \alpha^{8/7}$.

Y las condiciones iniciales y de frontera son

$$\left. \frac{\partial \theta_w}{\partial z} \right|_{z=1} = -\beta \frac{\theta_w}{\phi^{1/4}}, \quad \left. \frac{\partial \theta_w}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad (3.31)$$

$$\theta_w(\xi = 0, z) - 1 = \left. \frac{\partial \theta_w}{\partial \xi} \right|_{\xi \rightarrow \infty} = 0, \quad (3.32)$$

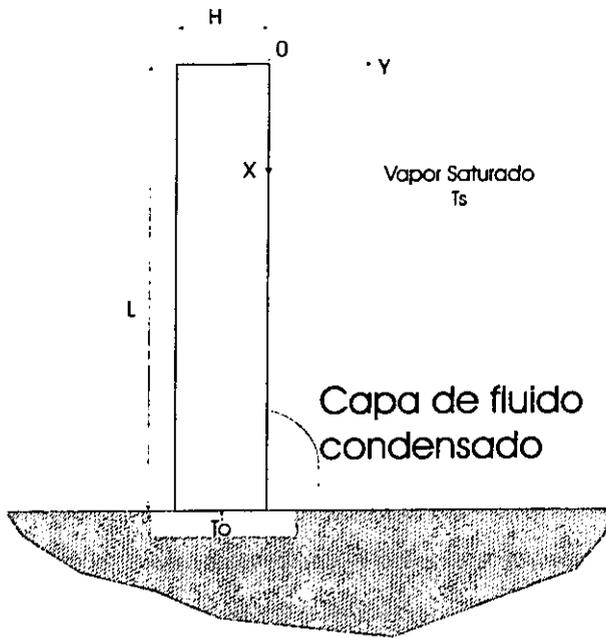


Figura 3-2: Se muestra la aleta con $\alpha^* \ll \alpha$, donde, se observa la capa de condensado reducida al mínimo.

El límite asintótico de $\beta \rightarrow 0$, describe el resultado deducido en la sección anterior. El sistema de ecuaciones (3.29) - (3.32) se integra numéricamente usando un esquema de diferencias finitas centrales para la ecuación de Laplace y reglas de Simpson para la ecuación (3.30).

Capítulo 4

Solución numérica

Para poder validar los resultados teóricos se utilizaron métodos numéricos sobre el problema de la aleta fluido condensadora, el programa que genero la simulación numérica de realizó en el lenguaje de programación en FORTRAN 77 y se corrió en una plataforma Silicon Graphics modelo Indy, para poder obtener mayor precisión se corrió este mismo programa en la CRAY-Origin de la UNAM; se utilizó el método de diferencias finitas de Forenberg ([19]) que consiste en dividir a la placa fluido condensadora en un mapa de puntos para así transformar las ecuaciones que rigen el problema en un sistema de ecuaciones algebraicas lineales.

La ecuación de Laplace dependiente del tiempo es transformada de un espacio continuo a un espacio discreto además la condiciones iniciales y de frontera también son transformada a un espacio discreto, esta es la ecuación de conducción en el medio continuo:

$$\beta \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial z^2} = \frac{\partial \theta_w}{\partial t}. \quad (4.1)$$

El método numérico requiere primeramente que la aleta se proyecte en un espacio discreto formado por una red que la cubre totalmente. El arreglo de la red es tal que su celda unitaria es un rectángulo de lados $\Delta\xi$ y Δz . El número de puntos en la dirección ξ

es n y en z es m . n y m son tales que $\Delta\xi = 1/(n-1)$ y $\Delta z = 1/(m-1)$. Para etiquetar a cada nodo en la red utilizamos a las variables discretas enteras i en dirección ξ y j en la dirección z . Los intervalos de estas variables son tales $i \in [1, n]$ y $j \in [1, m]$. Se definen la variable temporal, cabe mencionar que la ecuación de conducción no depende de tiempo en el problema original pero para propósitos de convergencia en el programa se agrega esta variable. Para definir completamente a la variable θ_w es necesario un índice entero más, k . Se discretiza a la variable temporal en l intervalos distanciados por Δt . Estos intervalos son tales que $\Delta t = t_0/(l-1)$

$$\beta \frac{(\theta_{i-1,j}^k - 2\theta_{i,j}^k + \theta_{i+1,j}^k)}{\Delta\xi^2} + \frac{(\theta_{i,j-1}^k - 2\theta_{i,j}^k + \theta_{i,j+1}^k)}{\Delta z^2} = \frac{\theta_{i,j}^k - \theta_{i,j}^{k-1}}{\Delta t}. \quad (4.2)$$

El problema tiene sus condiciones de frontera, la primera es en la base de la aleta donde la temperatura es T_0 , ya discretizada es

$$\theta_{i,1}^k = 0. \quad (4.3)$$

Para la cara izquierda y superior de la aleta el sistema es adiabático por lo tanto la condiciones de frontera discretizadas son

$$\theta_{i,m}^k - \theta_{i,m-1}^k = 0 \quad \text{y} \quad \theta_{2,j}^k - \theta_{1,j}^k = 0. \quad (4.4)$$

La condición de frontera en la cara derecha de la aleta es la importante por que esta en contacto con el fluido y se represento como

$$\frac{\theta_{n,j}^k - \theta_{n-1,j}^k}{\Delta y} = \frac{\epsilon}{\alpha} \frac{1}{\Delta} \frac{\partial \theta_c}{\partial \eta_c} \Big|_j. \quad (4.5)$$

Para conocer Δ se utilizó el método Simpson donde

$$\Delta = \left[\int_0^x \theta_c dx \right]^{1/4}, \quad (4.6)$$

se discretiza y se realiza un método iterativo para el programa completo

$$\Delta = \left[\frac{1}{2} \theta_{w1} + \sum_{r=2}^{j-1} \theta_{wr} \Delta x_r \right]^{1/4} \quad (4.7)$$

El siguiente paso es introducir el sistema de ecuaciones algebraicas lineales al programa y asignarle la condiciones de frontera ya presentadas a este, en el apéndice se presenta el programa completo, utilizado para el caso de régimen de pared termicamente delgada.

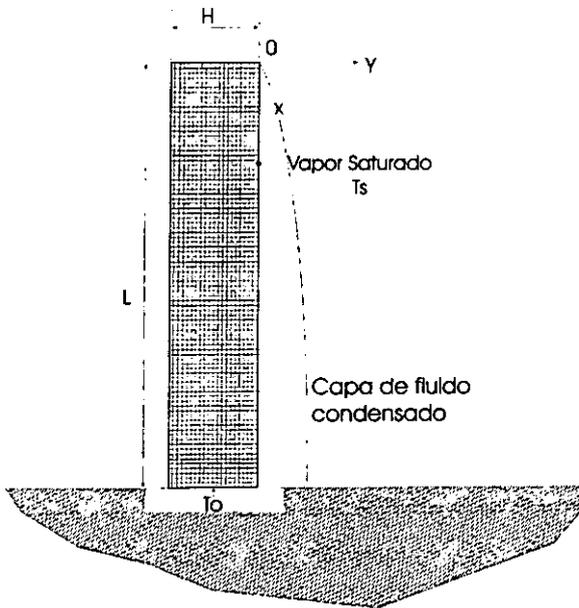


Figura ~4-1: La figura muestra la aleta discretizada, la malla indica los puntos donde se tomara los valores del método de diferencias finitas.

El sistema de ecuaciones algebraicas resultantes de la discretización de la ecuación diferencial se resuelve obteniendo una matriz de la forma $Ax = B$, dicha matriz es conocida como una matriz de banda la cual se resuelve con las subrutinas de FORTRAN 77 llamadas LAPACK.

A continuación presento el diagrama de flujo del programa

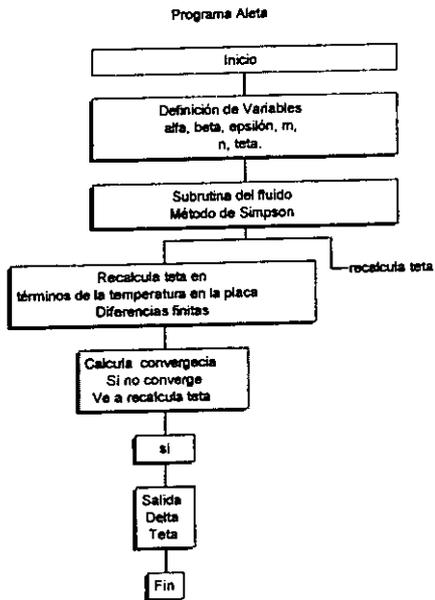


Figura ~4-2: Se muestra el diagrama de flujo

Capítulo 5

Resultados y conclusiones

En este apartado se presentan los resultados analíticos y numéricos de forma gráfica; para cada régimen de operación presentado en el capítulo 3 se le asocia un gráfico donde se obtiene la información física del problema y se realiza un análisis de las condiciones operacionales de los principales parámetros que describen el proceso de transferencia de calor en la aleta vertical.

La figura [5 – 1] muestra la solución numérica en términos de la temperatura adimensional y el espesor de la capa de fluido condensado para diferentes valores de α en el régimen de pared termicamente delgada. Para grandes valores de α , la solución clásica derivada por Nusselt [1], con $\theta_w \sim 1$ y $\Delta \sim \chi^{1/4}$. Cuando el valor de α decrece, la variación de la temperatura a lo largo de la coordenada longitudinal es grande y el flujo másico de fluido condensado disminuye. Existe un valor crítico de α , $\alpha^*=0.0400$, el cual provoca que la temperatura en el tope de la aleta sea exactamente igual a la temperatura del vapor de saturado, $\theta_w(\chi = 0) = 0$. Para valores $\alpha < \alpha^*$ se genera una zona seca, donde el espesor de la capa de fluido condensado es prácticamente inexistente. Los límites correspondientes de los perfiles analíticos para los valores de $\alpha \leq \alpha^*$ y $\beta = 0$ son mostrados en la figura [5 – 2]

Para valores de $\alpha \leq \alpha^*$ y valores finitos de β el espesor de la capa de fluido condensado adimensional Δ es una función de ξ graficado en la figura [5 – 3].

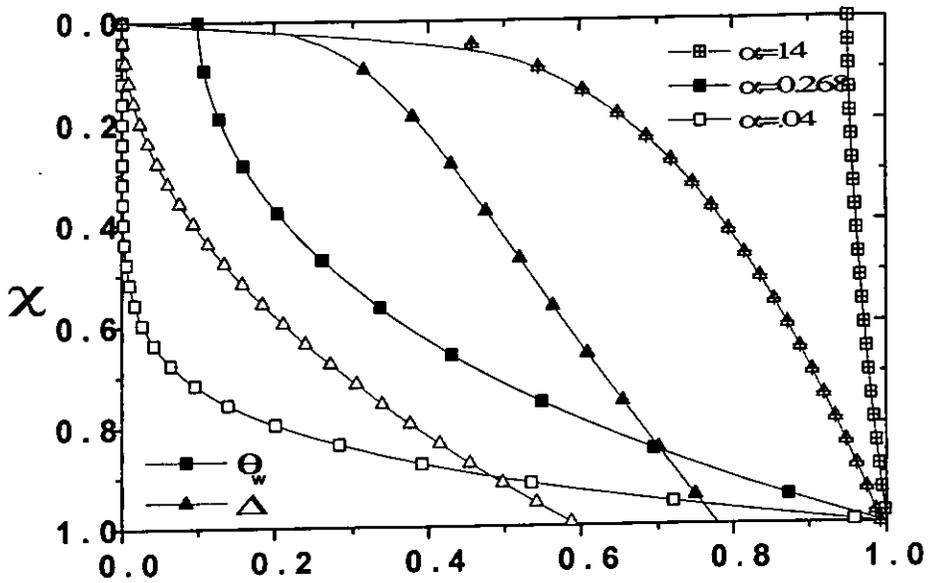


Figura 5-1: Se presenta la grafica de la coordenada longitudinal η , en relación a la temperatura θ_w y el espesor de la capa de condensado Δ , a distintos regímenes de α .

Los resultados numéricos muestran que para valores de β de orden unidad, existe un importante flujo másico del fluido condensado. La porción de fluido condensado aumenta o disminuye con el incremento del valor de β . En unidades físicas, el flujo masico del fluido condensado en la cara de la aleta se encuentra dado por

$$m' = \frac{\rho_c \nu_c^{1/2}}{3} \left[\frac{4g^{1/3} L \lambda_c (T_s - T_0)}{h_{fg} \mu_c} \right]^{3/4} \Delta_f^3(\alpha, \beta), \quad (5.1)$$

donde la solución numérica para Δ_f es graficada en las figuras [5-3] y [5-4], para el caso del régimen de pared termicamente delgada y termicamente gruesa, respectivamente.

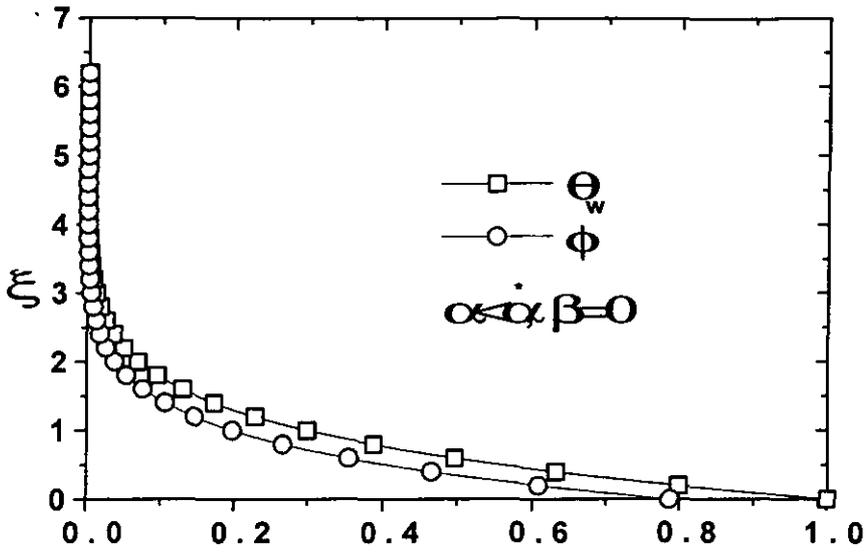


Figura 5-2: La temperatura adimensional θ_w y el grosor de la capa límite modificado ϕ en función de la coordenada reescalada ξ para $\alpha < \alpha^*$ en el regimen de pared termicamente delgado ($\beta = 0$).

En la figura [5 - 2] los dos términos de la solución asintótica para $\alpha \gg 1$ y la solución cerrada para $\alpha \leq \alpha^*$ son incluidos. La solución para $\alpha \gg 1$, nos lleva a resultados aceptables para valores de $\alpha \sim 2$, mientras el orden de aproximación no arroja buenos resultados para valores de $\alpha \sim 0.3$.

La figura [5 - 4] muestra $\Delta_f/\alpha^{1/7}$ en función del parámetro β , para valores de $\alpha \leq \alpha^*$, el efecto de la razón de esbeltez de la aleta en β , para un valor dado de α , se reduce el valor Δ_f .

Se define una eficiencia de la aleta en términos del flujo másico sobre la cara de la

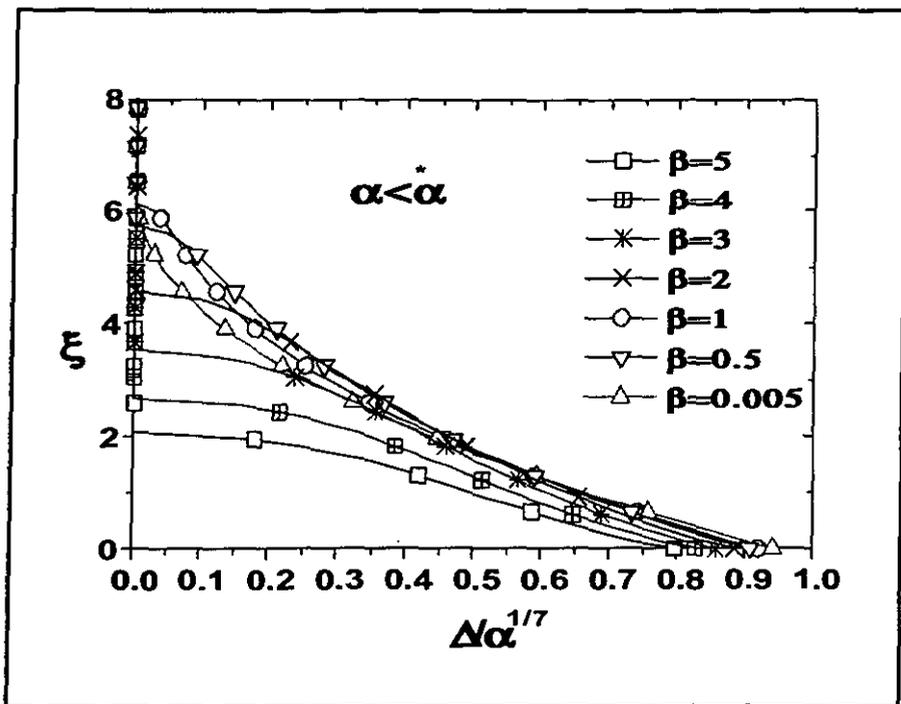


Figura 5-3: El grosor reducido de la capa límite adimensional $\Delta/\alpha^{1/7}$ en función de la coordenada ξ , para distintos valores de β en el régimen de pared técnicamente grueso.

aleta con referencia a una pared isotérmica ($\alpha \rightarrow \infty$)

$$\eta = \frac{m'}{(m')_{\infty}} = \Delta_f^3, \quad (5.2)$$

con Δ_f obtenida de las figuras [5 - 4] y [5 - 6] (para los regímenes de pared térmicamente delgada y gruesa respectivamente).

En la figura [5 - 4] podemos observar que la solución asintótica obtenida para el caso $\alpha < \alpha^*$ nos trae excelentes resultados para los valores de $\alpha < 0.3$, $\Delta_f = (0.9416 - 0.09\beta)$; así que de esta manera la eficiencia de la aleta puede ser escrita de la siguiente forma:

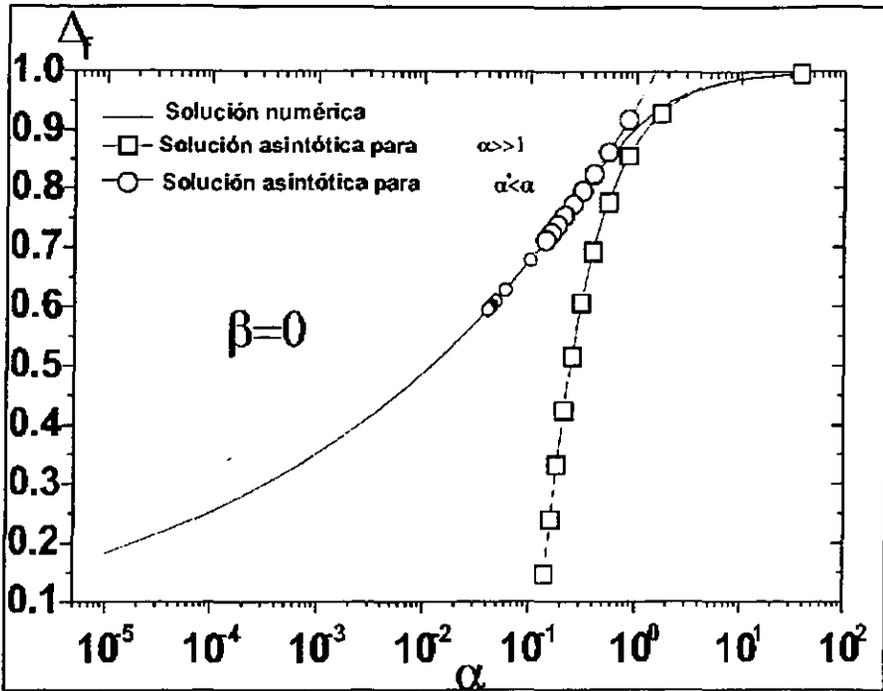


Figura 5-4: Grosor de la capa límite en la base de la aleta Δ_f en función de α , la solución asintótica para $\alpha \gg 1$ también es mostrado.

$$\eta \simeq (0.9416 - 0.09\beta)^3 \alpha^{3/7} \text{ para } \alpha < 0.3 \quad (5.3)$$

En la tabla se calcularon los típicos valores adimensionales de los más importantes parámetros del problema para una aleta hecha de aluminio con espesor $h = 0.5 \text{ cm}$ y altura $L = 10 \text{ cm}$, en la cual se utilizaron tres distintos líquidos R-113 que es un refrigerante comercial de tipo fluorocarbono, agua H_2O y amoníaco NH_3 . La diferencia de temperaturas utilizadas en la tabla es $\Delta T = 20 \text{ K}$.

De los resultados obtenidos se observa que, para el número de Jacob los primeros dos

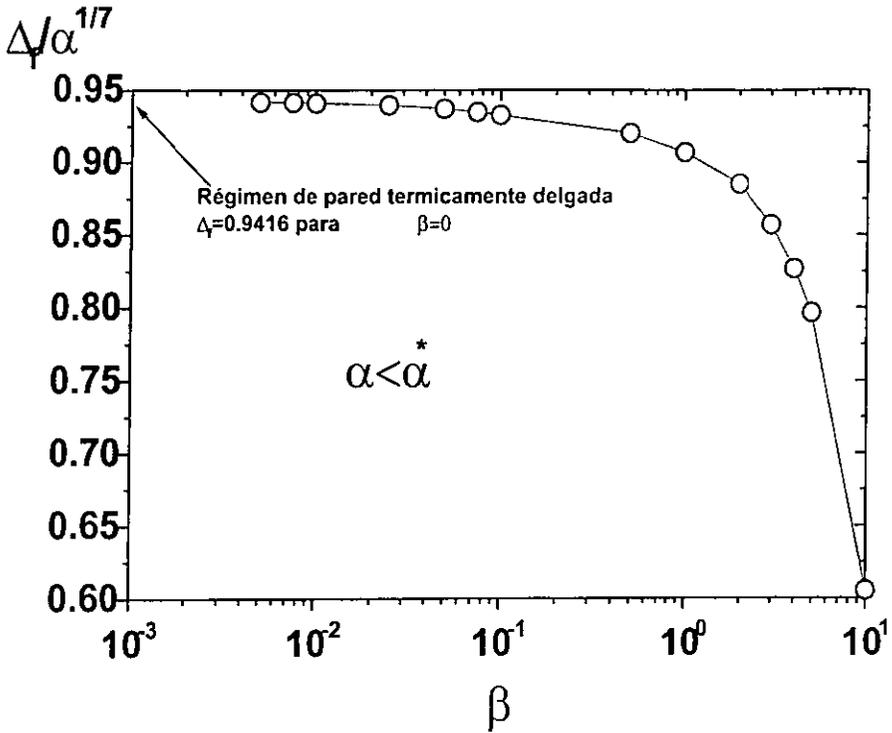


Figura 5-5: El grosor de la capa de condensado en la base de la aleta $\Delta_f/\alpha^{1/7}$ en función de β en el régimen de pared termicamente grueso.

líquidos de la tabla se encuentran muy por debajo de la unidad, por lo tanto, para estos casos el análisis teórico realizado es aplicable, La razón que sustenta esta aceleración es la consideración realizada en el capítulo 2 de que el cociente $Ja/\gamma \rightarrow 0$, más sin embargo, para NH_3 los términos convectivos despreciados en el análisis del problema, toman mayor relevancia y por consiguiente, deben de ser considerados en las ecuaciones que gobiernan al problema. Claramente se observa que γ siempre es grande en comparación a la unidad.

El valor de α es de orden unidad para el primer líquido mientras que para los otros dos líquidos α se encuentra muy por debajo de la unidad, incluso se encuentra en el

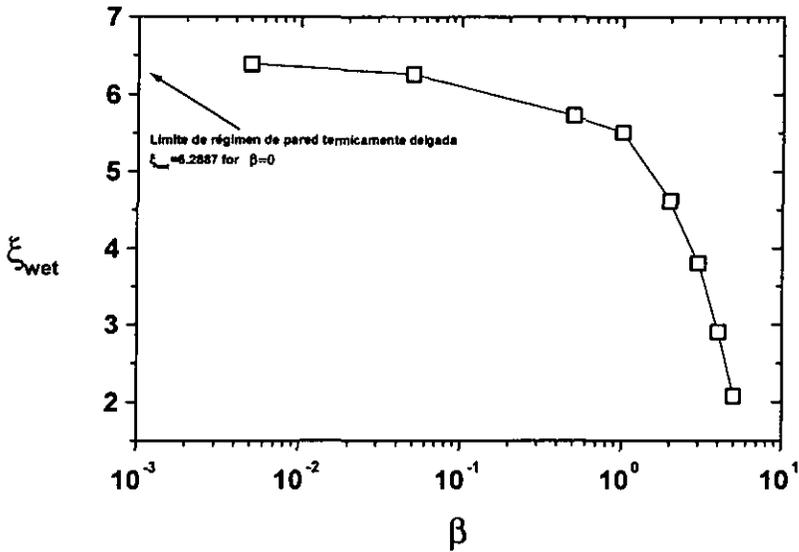


Figura 5-6: Longitud reescalada en función de β .

intervalo de análisis de α^* . Para estos dos casos podemos aseverar que existe una zona seca donde la diferencia de temperatura entre la placa y el vapor de fluido condensado es tan pequeña que la capa de fluido condensado casi no se percibe es decir podría considerarse como inexistente en el intervalo de los ordenes de magnitud analizados; en los tres casos analizados podemos suponer que actuamos en el régimen de pared térmicamente delgada ($\beta \rightarrow 0$). Este régimen es una buena aproximación para el análisis teórico aplicado a un problema físico real.

Finalmente la relación de eficiencia obtenida en la ecuación (5.3) podemos observar que para $\alpha < 0.3$ y $\beta < 0.2$, el análisis antes mencionado representa también una excelente aproximación al caso físico real presentado en la tabla [5 - 7].

Líquido	Ja	γ	α	β	η
R-113	0.059	$4.97 \cdot 10^{10}$	0.141	0.0235	0.358
H ₂ O	0.0223	$1.23 \cdot 10^{10}$	0.02	0.218	0.147
NH ₃	0.237	$1.94 \cdot 10^{11}$	0.0234	0.183	0.158

Figura ~5-7: La tabla muestra los valores típicos de parámetros utilizando líquidos de interés en problemas de transferencia de calor.

En este trabajo se estudió el proceso conjugado de transferencia de calor de un vapor saturado sobre la cara de una aleta vertical con una temperatura uniforme en la base, la conducción longitudinal fue absorbida por el parámetro adimensional α , donde el análisis asintótico predijo la existencia de un α crítico, $\alpha^* = 0.04$, valor para el cual en el tope de la aleta la temperatura de ésta alcanzaba a la temperatura del valor fluido condensado. Para valores de α inferiores a este valor crítico se genera una zona seca en la parte superior de la cara de la aleta, lo cual representa una ineficiencia en el proceso de transferencia de calor del problema presentado.

Este trabajo permite predecir las condiciones ideales para las cuales un problema físico o de ingeniería sea resuelto. Es prudente mencionar las limitaciones que tiene el sistema antes resuelto, porque una situación en el mundo real es más compleja debido a que los parámetros que involucran a éste varían en términos de todos los factores físicos que actúan sobre él. Esto permite dar motivación a continuar con el estudio de transferencia de calor conjugada en aletas. Como una posible extensión al trabajo propondría que el término de conductividad variara con la temperatura, así como por oviedad resolver el caso donde la aleta tiene una geometría distinta a la de una que placa plana.

Capítulo 6

Apéndice

6.1 Programa

program Aleta

*implicit real*8(a-h,o-z)*

parameter(mm =150)

dimension teta(mm,mm),tem0(mm,mm),delt(mm),flux(mm),al(17)

data al/100.d0,10.d0 ,5.00d0, 1.d0 , 0.5d0, 0.1d0 ,0.075d0,

\$.05d0, .025d0, .01d0 ,.0075d0, .005d0 ,.0025d0,

\$.001d0, .00075d0, .00025d0 ,.0001d0 /

open(7,file='outp')

open(11,file='flus.dat')

open(4,file='in')

call in(n,dt,temini,eps,itermax

\$,ilee,m,conver,relaj,alfa,ialin,ialfn)

mdiv=m

ndiv=n

c inicializa la temperatura en la placa

dx=1.d0/(n-1)

```

dy=1.d0/(m-1)
do i=1,n
do j=1,m
teta(i,j)=temini
tem0(i,j)=temini
end do
tem0(i,m)=1.d0
end do
do 999 ialfa=ialin,ialfin
alfa=al(ialfa)
if(ialfa.ge.8) dt=0.00001d0
t=0.d0
c empieza iteraciones
iter=0.d0
1 iter=iter+1
recon=0.d0
if( iter .lt. itermax ) then
call integ(n,dx,eps,alfa,teta,delt,flux,mdiv)
call placa(n,dt,temini,flux,eps,t
$, alfa,recon,m,ilee,relaj,teta,tem0,delt)
write(6,200)iter,recon,conver,alfa,delt(1)
200 format(i6,6e12.4)
if(recon.lt.conver)then
write(6,*)'converge'
else
goto 1
end if
else

```

```

write(6,*)'no converge'
stop
end if
write(7,*)'tiempo convergencia',t
do i=1,n
write(7,982)(i-1)*dx,teta(i,mdiv)
$,flux(i),delt(i),alfa
982 format(8f18.7)
end do
de=delt(1)
call flujos(teta,n,dx,m,alfa,de)
999 continue
end
*****
*****
subroutine flujos(teta,n,dx,mdiv,alfa,de)
implicit real*8 (a-h,o-z)
parameter(mm=150)
dimension teta(mm,mm)
teg1=0.d0
do i=1,n
teg1=(1.d0-teta(i,mdiv))+teg1
end do
teg1=teg1*dx
write(11,*)alfa,teg1,4.d0*de**3.d0/3.d0
return
end
*****

```

```

subroutine in(n,dt,temini,eps,itermax
$,ilee,m,conver,relaj,alfa,ialin,ialfin)
implicit real*8 (a-h,o-z)
read(4,*)n
read(4,*)dt
read(4,*)temini
read(4,*)eps
read(4,*)itermax
read(4,*)ilee
read(4,*)m
read(4,*)conver
read(4,*)relaj
read(4,*)alfa
read(4,*)ialin
read(4,*)ialfin
return
end
*****
SUBROUTINE integ(nxt,Ckn,epsi,alfa,teta,delt,fc1,mdiv)
implicit real*8 (a-h,o-z)
parameter(mm=150,nm=150)
dimension delt(mm),T(mm),fc1(mm),teta(mm,mm)
C Programa que calcula el flujo de calor durante la condensacion
c nxt = n = ndiv
do i = 1,nxt
T(i)=teta(i,mdiv)
end do
do i = nxt , 1 , -1

```

```

delta=0.d0
delt(i)=0.d0
do j = nxt , i , -1
delta = (1.d0 - T(j)) + delta
end do
delta = (nxt-i)*Ckn - delta*Ckn
if(i.ne.nxt) delta=delta**0.25d0
delt(i)=delta
if(i.ne.nxt) then
fc1(i)= -epsi**2.d0*T(i)/(alfa*delt(i))
end if
end do
fc1(nxt)=fc1(nxt-1)
c fc1(nxt)=0.d0
delt(nxt)=0.d0
302 format(7f15.8)
c do i=1,nxt
c write(6,302)1.d0-(i-1)*Ckn,delt(i),fc1(i),T(i)
c end do
return
end
*****
* calcula la distribucion de temperaturas en una placa *
* como funcion del tiempo *
*****
* (in) mdiv _____ divisiones a lo largo de y en la placa *
* (in) ndiv _____ divisiones en la direccion x *
* (in) dt _____ incrementos en el tiempo *

```

```

* (in) flux1 _____ flujo de calor abajo * *
*****
subroutine placa(ndiv,dt,temini,flux1,
$ eps,t,alfa,recon,mdiv,ilee,relaj,teta,tem0,delt)
implicit real*8 (a-h,o-z)
parameter(mmax=1100,nm=150,xo=1.d0)
dimension a(mmax,mmax),b(mmax),teta(nm,nm),tem0(nm,nm),
* ipvt(mmax),flux1(nm),delt(nm)
dx=xo/(ndiv-1)
dy=1.d0/(mdiv-1)
t=t+dt
mn=mdiv*ndiv
h= dx**2.d0/(eps* dy)**2.d0
h0= dt*dx**2.d0/(eps* dy)**2.d0
h1= -2.d0 * (1.d0 +h)*dt
h2= -dx**2.d0
h3= h1 + h2
l=0
do i=1,mn
b(i)=0.d0
do j=1,mn
a(i,j)=0.d0
end do
end do
* cf abajo
do j=1,mdiv
l=l+1
a(l,j)= 3.d0

```

```

a(l,mdiv+j)=-4.d0
a(l,2*mdiv+j)=1.d0
b(l)=0.d0
end do
do i=2,ndiv-1
* cf arriba
l=l+1
* 1
a(l,(i-1)*mdiv+1)= 1.d0
* 2
a(l,(i-1)*mdiv+2)=-4.d0
* 3
a(l,(i-1)*mdiv+3)= 3.d0
b(l)=0.d0
do j=2,mdiv-1
* la ec de laplace
l=l+1
a(l,i*mdiv+j) = dt
a(l,(i-2)*mdiv+j)= dt
a(l,(i-1)*mdiv+j+1)= h0
a(l,(i-1)*mdiv+j-1)= h0
a(l,(i-1)*mdiv+j) = h3
b(l)= h2 * tem0(i,j)
end do
* cf derecha
l=l+1
a(l,i*mdiv)= 3.d0
a(l,i*mdiv-1)=-4.d0

```

```

a(l,i*ndiv-2)= 1.d0
b(l)=2.d0*dy*flux1(i)
end do
* cf arriba
do j=1,ndiv
l=l+1
a(l,(ndiv-1)*ndiv+j)= 3.d0
a(l,(ndiv-2)*ndiv+j)=-4.d0
a(l,(ndiv-3)*ndiv+j)= 1.d0
b(l)=0.d0
end do
call sgbfa(a,mmax,mn,2*ndiv,2*ndiv,ipvt,info)
if (info .ne. 0) write(7,*)'info=',info
call sgbsl(a,mmax,mn,2*ndiv,2*ndiv,ipvt,b,0)
* redefine y pregunta por convergencia
do i=1,ndiv
do j=1,ndiv
teta(i,j)=relaj*b((i-1)*ndiv+j )+(1.d0-relaj)*tem0(i,j)
if (dabs((teta(i,j)-tem0(i,j))/tem0(i,j)) .gt. recon)
$ recon=dabs((teta(i,j)-tem0(i,j))/tem0(i,j))
c write(6,*)recon,tem0(i,j),teta(i,j),b((i-1)*ndiv+j )
tem0(i,j)=teta(i,j)
c write(7,805)(i-1)*ndiv+j,b( (i-1)*ndiv+j )
end do
end do
805 format(i3,f12.5)
* pregunta por el tiempo
* salida de datos al tiempo t

```

```
c do i=1,ndiv
c write(7,101)(teta(i,j), j=1,mdiv)
c end do
101 format(30e11.3)
* perfiles de temperatura abajo y arriba
c do i=1,ndiv
c write(7,982)(i-1)*dx,teta(ndiv-i+1,2)
c $ ,flux1(i),delt(i),alfa
c982 format(8f15.8)
c end do
return
end
```

Bibliografía

- [1] W. Nusselt, Z., Die ober flächenkondensation des wasserdampfes, Z. Ver. Dt. Ing. 60, 541-546, 569-575 (1916).
- [2] E. M. Sparrow and J.L. Gregg, A boundary layer treatment of laminar-film condensation, trans. Am. Soc. Mech. Engrs 81, 13-17 (1959).
- [3] H. Merte, Jr., Condensation heat transfer, Adv. Heat Transfer 15, 181- 272 (1973).
- [4] J. C.Y. Koh, E. M. Sparrow and J.P. Hartnett, the two-phase boundary layer in laminar film condensation, International J. Heat Mass Transfer 2, 69- 82 (1961).
- [5] J. C.Y. Koh, On integral treatment of two-phase boundary layer in film condensation, J. Heat Transfer, 83, 359-362 (1961).
- [6] M. M. Chen, An analytical study of laminar film condensation , Part 1 Flat plates, J. Heat Transfer 83, 48-54 (1961).
- [7] J. W. Rose, Fundamentals of condensation heat transfer: Laminar film condensation, JSME Int. J., Ser. 2 31, 357-375 (1988).
- [8] I. Tanasawa, Advances in condensation heat transfer, Adv. Heat Transfer 21, 55-139 (1991).
- [9] S. V. Patankar and E. M. Sparrow, Condensation on an Extended Surface, J. Heat Transfer 101, 434-440 (1979).

- [10] J. E. Wilkins, Condensation on an Extended Surface, *J. Heat Transfer* 102, 186-187 (1980).
- [11] P. K. Sarma, S.P. Chary and V. Dharma Rao, Condensation on a vertical plate fin of variable thickness, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37, 2592-2597, (1994).
- [12] H. T. Chen, Z. Lan and T.I. Wang, Study of conjugate conduction- laminar film condensation for a vertical plate fin, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37, 2592-2597, (1994).
- [13] F. Méndez and C. Treviño, film condensation generated by a forced cooling fluid. *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 15, no.2, 217-240, (1996).
- [14] C. Treviño, G. Becerra and F. Méndez, laminar film condensation on a thin finite thickness plate, *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 11, 119-121 (1997).
- [15] F. Méndez, C. Treviño, Film condensation induced by a natural convective flow: steady-state analysis, *Internacional Journal of Heat and Mass Transfer*, 40, 1279-1289 (1997).
- [16] F. Méndez, J.J. Lizardi and C. Treviño, Laminar Film Condensation along a vertical Fin. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43 2859-2868, (2000).
- [17] Frank M. White *Viscous Fluids Flow*, editorial Mc Graw Hill.
- [18] Bejan A. *Convection Heat Transfer*, segunda edición, editorial Jonh Wiley and Sons.
- [19] Forberg B. *Finite differences Math. Comp*, 51, N 184, 669-706 (1988).