61

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ECONOMIA

"MODELOS COMPUTABLES DE EQUILIBRIO GENERAL"

TESIS DE LICENCIATURA

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

LICENCIADO EN ECONOMIA

PRESENTA

NESTOR LOPEZ SANCHEZ

DIRECCION: LIC. ELBA BAÑUELOS BARCENA

287101

CIUDAD UNIVERSITARIA 2000

Índice

Agradecimientos.

Al todo poderoso por permitirme estar en esta situación.

A mis padres por todo.

A mi familia.

A mis amigos

A la Universidad Nacional Autónoma de México y en especial a la Facultad de Economía

A mis profesores y muy especialmente al Lic. Valentín Solís.

A Claudia por su inconmensurable cariño, apoyo y compañía durante está etapa de mi vida.

¡¡¡Muchas gracias!!!

Presentación.

En la historia del análisis económico, un tema siempre actual y nunca pasado inadvertido es el del *equilibrio general*. Es interesante cuestionar tanto su existencia, como sus eventuales mecanismos de ajuste en una economía real, pero aun más importante que esto es el análisis de la coordinación de los agentes en una economía descentralizada para realizar el intercambio, la acumulación, la producción y el consumo.

Si bien es cierto, que en la historia el sistema capitalista se ha visto favorecido con medidas gubernamentales para conseguir el equilibrio relativo de oferta y demanda-como fue en la posguerra, ó en casos en los que la oferta de mano de obra y capital han excedido su utilización, como sucedió en los treintas, ó mediante las políticas de intervención en los países en desarrollo- no existe razón alguna para creer que las mismas fuerzas de mercado que funcionan en tiempos de paz no producirán un sistema viable en eventos coyunturales en los que existan cambios considerable en la oferta y la demanda.

Aun dando todas las concesiones pertinentes, monopolios, racionamientos, asignaciones directas de recursos, etc., es notable el grado de coherencia existente entre un gran número de decisiones descentralizadas del intercambio, en la experiencia empírica de el mundo cotidiano, existe una especie de balance que les dice a los oferentes cuanto deben tener en existencia para que los demandantes generen el ciclo económico del intercambio.

Si observamos una economía cualquiera, en un mercado cualquiera, es notable que nadie les dice a los agentes individualmente los montos de oferta y demanda, sin embargo, se presenta un tipo de balance entre estas cantidades, este mecanismo opera cotidianamente día a día en la actividad común de la sociedad. No es posible que el mecanismo mencionado sea perfecto y que exista un equilibrio entre oferta y demanda, sin embargo, es impresionante el grado de cohesión de las decisiones económicas individuales, y a lo largo de la historia el sistema económico se ajusta en función de la racionalidad a los cambios fundamentales dentro de los cuales opera.

La coordinación de la que hablamos, ha sido un tema central de la teoría económica desde Adam Smith, al existir un único conjunto de precios, un precio para cada bien, para todos los agentes arroja las principales señales para la coordinación del sistema.

La orientación de decisiones descentralizadas, es el punto de coordinación de las interacciones del sistema capitalista, esta orientación es proporcionada por el vector de precios, en la toma de decisiones de los agentes se dan señales a las actividades que cada uno de los agentes realiza en de la sociedad y para un mejor funcionamiento, con la finalidad de lograr el bienestar para cada uno de los agentes. Se presenta lo que llamamos división social del trabajo, cuando cada agentes asume una actividad que le favorezca dentro del intercambio de bienes en el mercado.

Intrínsecamente en este comportamiento nos encontramos en la búsqueda de eficiencia, no confundir con equidad. Una asignación eficiente de recursos, será aquella que no modifique la situación de los agentes y mejore por lo menos a alguno de ellos, está se llama eficiencia en el sentido de Pareto, la cual no implica justicia social, ya que la asignación puede ser eficiente en sentido de Pareto y sin embargo, producir riqueza para unos y pobreza para otros.

Toda esta descripción se circunscribe en un contexto teórico axiomatitizado muy restringido, pero es la base analítica de la economía que en este caso compete, sin duda, es difícil trasladar este cuerpo teórico tan abstracto a la realidad de un país, si ese es el objetivo, de antemano debe aceptarse que no será conseguido, ya que tantas rigideces teóricas son imposibles de romper, por lo que, es de vital importancia allegarse del instrumental necesario para conciliar las divergencias teóricas y prácticas existentes. Debe aceptarse que la teoría no describe detalladamente la realidad y no se podrá comprender la realidad de la sociedad y el sistema económico, sino es mediante un planteamiento teórico coherente y consistente.

Este fundamento teórico es expuesto en la primera parte de este trabajo, tratando de presentar los principales componentes de la teoría del equilibrio general, como una forma de introducir al lector en la construcción de variantes del modelo. La segunda parte presenta las aplicaciones que este modelo puede generar en relación con la realidad de un sistema económico.

Como se ha dicho anteriormente la teoría del equilibrio general pura, también llamado equilibrio Walrasiano, es muy restringido, por lo cual, mediante un proceso consistente y cuidadoso, se puede crear un cuerpo teórico que varié en algún sentido del planteamiento Walrasiano original, para esto tendrá que conocerse una serie de métodos necesarios para tal aplicación.

Es necesario, en primer termino, contar con un cuerpo de instrumentos consistentes con el planteamiento que se desea seguir; Los sistemas de contabilidad social son la principal materia prima con la que se cuenta en la elaboración de ésta familia de modelos.

Las extensiones modernas de las mencionadas cuentas nacionales, la contabilidad social expresada en arreglos matriciales a devenido en el cuerpo consistente de estudio de los flujos y acervos que permiten modelar sistemas de equilibrio general. En el contexto de matrices de contabilidad social se puede modelar sistemas de demanda, condiciones dela producción, flujos de pago a factores y otros elementos que el constructor de modelos busque.

La desagregación y la aplicación de matrices especificas, es, como ya se dijo, la orientación que el modelador, da a su modelo, lo cual implica, una aceptación hacia algunos preceptos básicos de su formación o de su identificación con alguna escuela de pensamiento. Como se verá en este trabajo, está adhesión analítica a ciertas escuelas se hace explícita a través del cierre del sistema de ecuaciones que especifican e identifican una posición de equilibrio.

Esta posibilidad de aplicar en un trabajo empírico modificaciones para adecuarse lo más posible a la realidad, pero sin dejar aun lado la teoría económica es la parte fundamental de está exposición.

El contenido de este trabajo se divide en cuatro capítulos, los primeros dos son un *marco teórico* y una exposición de los fundamentos teóricos de la operación de una economía competitiva, se abordan los fundamentos macroeconómicos del equilibrio del consumidor, equilibrio de la producción y el equilibrio general; El tercero y cuarto abordan, los principales elementos que se toman en cuenta para implementar modelos computables de equilibrio general, así como, una revisión de la literatura reciente de estos modelos aplicados a países en desarrollo.

Hipótesis

"Es posible aplicar la teoría del equilibrio general de un modo esquemático, sencillo y organizado, de manera que sea materializable en un ejemplo empírico"

Capitulo I

Marco Teórico

Una teoría económica fundamentada sobre la conducta de los agentes, que explique la producción, la distribución, el empleo y los precios, se califica como microfundamentada. Las teorías que difieren de ésta, en el sentido de considerar en su análisis de los agregados e ignoran la conducta de los agentes individuales, no contiene un patrón analítico consistente, ya que el investigador puede proponer, sin demostrar nada, la inclusión o exclusión de una variable.

Partiendo del conocimiento de la conducta de los agentes y de las interacciones existentes entre sí por motivos económicos, es posible la explicación del sistema económico.

ELEMENTOS DEL SISTEMA

En el contexto de la ciencia económica consideramos ciertos elementos que facilitan tanto la comprensión, así como su modulación, los cuales en listaremos a continuación:

ÁMBITO.

Los cuales son espacios analíticos conceptualmente diferenciales, que permiten la correcta ordenación y delimitación de los temas de investigación, así como los resultas que de esta deriven, los ámbitos que en esta investigación consideraremos son:

- **Producción**: Este ámbito denota a los acciones necesarias para la conversión de recursos humanos y materiales en bienes satisfactores para las necesidades humanas, tales relaciones dependen a su vez de las condiciones institucionales de la economía en estudio, para los términos de la presente investigación, es el ámbito principal, ya que da origen a nuestro análisis económico, un objeto de estudio que particularmente nos interesa la tecnología.

- **Distribución**: En este ámbito se analizan los mecanismos de participación de los agentes económicos en el producto, ya sea mediante salarios, beneficios, impuestos y subsidios; y, por acciones fuera del mercado (asignación institucional, negociación, etc.)

- **Intercambio**: Este ámbito hace referencia ala asignación de recursos, insumos y productos, a través de las condiciones que el mercado dicte, abarcando mercados intertemporales, instantáneos e interespaciales, el intercambio consiste de transacciones que se efectúan en el mercado y de mercancías en deferentes combinaciones de tiempo y espacio, correspondientes a este ámbito tenemos la asignación del producto, y el destino de los recursos financieros alternativos como son el consumo, el ahorro, la inversión, la especulación, las exportaciones o las importaciones.

AGENTES.

Por agentes entenderemos a todas aquellas "células" que interactuan en el sistema económico, es decir tomadores de decisiones, las cuales representan movimientos en los flujos reales (bienes y servicios) y financieros, respecto al resto del sistema; por la visión que esta investigación tiene en torno al sistema tomaremos en consideración a:

- **Consumidores, Productores y Gobierno**: Es una clasificación de la teoría neoclásica la cual expresa la existencia de un tipo de agente el *consumidor*, el cual determina la existencia de los *productores* y por consiguiente el gobierno, cuando necesario es. Los productores están definidos por un agregado de consumidores, vinculados únicamente por el interés propio de la producción, o más propiamente de la perspectiva de ganancia, con base en este argumento podemos decir que entre consumidores y productores tienen una solo finalidad dentro del sistema, por lo cual inferimos que los agentes tienen la misma naturaleza por lo que son perfectamente compatibles en su objetivo dentro del sistema, sin la necesidad de ningún agente más. En contrasentido si en algún momento se aceptara la intervención del gobierno, y favorece a alguien por encima de otro, más haya de lo que resulta la economía por si sola, los problemas que acarrearía al sistema y las relaciones que los agentes tienen, serian inevitables y el sistema se vería profundamente afectado. De modo que siendo agentes simétricos por finalidad los planes individuales son suficientes para explicar el agregado del sistema.

Categorías Analíticas

Éstas son los conceptos básicos por medio de los cuales formalizamos los fenómenos económicos, en los cuales es vital la cuantificación de la producción, el empleo, la distribución, los precios, el intercambio para expresar dichos procesos nos servimos de:

- **Los precios** (P); lo que entenderemos por el valor unitario de las mercancías expresado en términos de cualquiera de todas las existentes en la economía, tenemos los precios de cuenta: Valores de cada mercancía expresados en alguna cuenta aceptada como referencia; Precios monetarios: son dichos valores en términos de un signo monetario con presencia física en la economía; y finalmente, los precios relativos: miden éste valor expresado en términos de laguna mercancía (numerario) exceptuando la moneda. Los precios se expresan en un lugar y momento precisos.

- **Las cantidades** (Q) las cuales denotan, primeramente las cualidades intrínsecas de las mercancías y una unidad de mediada adecuada a su naturaleza; y

- **Los valores** (V) el valor es el producto de un precio y una cantidad. El cual se expresa en los mismos términos en que se expresa e l precio.

Dentro del sistema económico, el eje en torno al cual giran las decisiones de los consumidores es, sus preferencias (y los precios, en los cuales profundizare más adelante), lo que construye un sistema en el cual se da un gran numero de decisiones individuales de compra y venta de bienes y servicios, las cuales no se coordinan, aparentemente, pero que generan un aserto de equilibrio entre la oferta de determinados bienes y la demanda de los mismos, en la siguiente exposición se intentará determinar los fundamentos teóricos que delimitan este equilibrio.

PREFERENCIAS DE LOS CONSUMIDORES.

En general el concepto preferencia implica una comparación entre algunas alternativas que se presentan a los demandantes, es decir se establece una secuencia ordinal, para cualquier consumidor, es decir, para el consumidor *i-ésimo,* para él cual si presenta las características teóricas de un consumidor:

- Individualista, y
- Maximizador.

Tendrá bien delimitado el orden de su preferencia de sobre una cesta de consumo cualquiera X_i, donde $\geq_i$ es una relación binaria que expresa *"ser al menos tan preferido como"*, lo que nos dice que al comparar dos cestas de bienes cuales quiera $\mathbf{x}_i$ y $\mathbf{x}_i' \in X_i$, la expresión $\mathbf{x}_i \geq_i \mathbf{x}_i'$ quiere decir que para el *i-ésimo* consumidor estima que el plan de consumo $\mathbf{x}_i$ es al menos tan preferido como (mejor o igual) como el plan de consumo $\mathbf{x}_i'$, para darle mayor formalidad a la lógica de estas preferencias estableceré una serie de axiomas que nos ayudaran en la modelación de los consumidores; las cuales dividiere en tres grupos, el primer grupo se refiere a la ordenación, los cuales garantizan la existencia de un preorden completo. El segundo grupo se refiere a un estructura analítica precisa, y el tercer grupo indica diversas inquietudes en torno a la no saciabilidad.

Axiomas de Orden.

Axioma 1.- Refelxividad.
Para todo $\mathbf{x}_i \in X_i$, $\mathbf{x}_i \geq_i \mathbf{x}_i$
el axioma 1 resulta bastante simple, pues consiste la base del concepto de *"al menos tan preferido"*

Axioma 2.- Completitud.
Para todo $\mathbf{x}_i$, $\mathbf{x}_i' \in X_i$, $\mathbf{x}_i \neq \mathbf{x}_i'$, se verifica $\mathbf{x}_i \geq_i \mathbf{x}_i'$, o bien $\mathbf{x}_i' \geq_i \mathbf{x}_i$.
; mientras que el axioma 2 descarta la posibilidad de que existan dos cestas incomparables, es decir evita el problema de no poder establecer una secuencia ordinal.

Axioma 3.- Transitividad.
Para todo $\mathbf{x}_i$, $\mathbf{x}_i'$, $\mathbf{x}_i'' \in X_i$,

$$\{ \mathbf{x}_i \geq_i \mathbf{x}_i' \text{ y } \mathbf{x}_i' \geq_i \mathbf{x}_i'' \}$$

, y finalmente el axioma 3 postula la racionalidad del consumidor dentro de las características de éste antes descritas, aunque algunas veces se puede violar este supuesto dentro de sistemas que manejen la elección por mayoría.

En síntesis bajo los axiomas 1 2 y 3 la forma funcional $\geq_i$ establece un preorden completo al cual denominaremos preferencias del consumidor *i-ésimo*, el cual expresa la valoración del consumidor a diferentes alternativas de consumo asequibles, cuestión que teóricamente determina un preorden, sin inmiscuirse en las razones por las cuales se valoren dichos ordenamientos de determinada forma.

Tomando en consideración la relación $\geq_i$ introduciremos la relación de indiferencia ($\approx_i$) y se define de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}_i \approx_i \mathbf{x}_i' \Leftrightarrow \{ \mathbf{x}_i \geq_i \mathbf{x}_i' \text{ y } \mathbf{x}_i' \geq_i \mathbf{x}_i \}$$

que se lee como $\mathbf{x}_i$ es indiferente a $\mathbf{x}_i'$ indicando que las posibilidades $\mathbf{x}_i$ y $\mathbf{x}_i'$ son igualmente valoradas por el consumidor

Axiomas Analíticos

En la exposición de los siguiente axiomas se supondrán que el conjunto X_i verifica los siguientes supuestos:

- X_i es un conjunto no vacío y *cerrado* de R^l.
- X_i que posee una cota inferior para $\leq$ (es decir, existe $b_i \in R^l$. tal que $b_i \leq \mathbf{x}_i$, para todo $\mathbf{x}_i$ en X_i)
- X_i es un conjunto convexo.

Axioma 4 .- Continuidad.

Para todo $\mathbf{x}_i^0 \in X_i$, los conjuntos

$$M_i\ (\mathbf{x}_i^0) \equiv \{\ \mathbf{x}_i \in X_i\ /\ \mathbf{x}_i \succ_i \mathbf{x}_i^0 \}$$
$$P_i\ (\mathbf{x}_i^0) \equiv \{\ \mathbf{x}_i \in X_i\ /\ \mathbf{x}_i^0 \succ_i \mathbf{x}_i\ \}$$

son abiertos.

El conjunto $M_i\ (\mathbf{x}_i^0)$ describe las opciones de consumo que resultan mejores que $\mathbf{x}_i^0$; Análogamente, $P_i\ (\mathbf{x}_i^0)$ es un conjunto de planes de consumo que son peores que $\mathbf{x}_i^0$. Por tanto, la idea intuitiva de continuidad de las preferencias puede expresarse de la siguiente manera: sean $\mathbf{x}_i$, $\mathbf{x}_i' \in X_{i,}$, tales que $\mathbf{x}_i \succ_i \mathbf{x}_i'$;Donde cualquier punto que este situado "muy cerca" de $\mathbf{x}_i$ también resultaran preferidos a $\mathbf{x}_i'$. Formalmente, la continuidad de las preferencias significa que, dados dos planes de consumo $\mathbf{x}_i$, $\mathbf{x}_i' \in X_{i,}$, tales que $\mathbf{x}_i \succ_i \mathbf{x}_i'$, existen vecindades $(\mathbf{x}_{i,})$. $\mathbf{x}_i'$), tales que, para todo $\mathbf{z}$ en $(\mathbf{x}_{i,})$. se verifica $\mathbf{z} \succ_i \mathbf{x}_i'$,
y para todo $\mathbf{s} \in \mathbf{x}_i'$) se verifica $\mathbf{x}_i \succ_i \mathbf{s}$.

Podemos definir también los conjuntos

$$MI_i\ (\mathbf{x}_i^0) \equiv \{\ \mathbf{x}_i \in X_i\ /\ \mathbf{x}_i \geq_i \mathbf{x}_i^0 \}$$
$$PI_i\ (\mathbf{x}_i^0) \equiv \{\ \mathbf{x}_i \in X_i\ /\ \mathbf{x}_i^0 \geq_i \mathbf{x}_i\ \}$$

lo que quiere decir, $MI_i\ (\mathbf{x}_i^0)$ es un conjunto de todas las opciones que resultan mejores o iguales que $\mathbf{x}_i^0$, y $PI_i\ (\mathbf{x}_i^0)$ es un conjunto de las opciones peores o iguales que $\mathbf{x}_i^0$, es soslayable que la relación $\geq_i$, la cual es completa y continua, lo que nos arroja la conclusión de que los conjuntos $MI_i\ (\mathbf{x}_i^0)$ y $PI_i\ (\mathbf{x}_i^0)$ son cerrados. Así los axiomas 1, 2, 3 y 4 implican que:

a) $MI_i\ (\mathbf{x}_i^0) \cap PI_i\ (\mathbf{x}_i^0) = I_i(\mathbf{x}_i^0)$
b) $MI_i\ (\mathbf{x}_i^0) \cup PI_i\ (\mathbf{x}_i^0) = X_i$
c) Las clases de indiferencia son conjuntos cerrados.

Axioma 5.- Convexidad Débil

Para todo $\mathbf{x}_i$, $\mathbf{x}_i' \in X_i$, y para todo $\mathbf{x}_i \in [0,1[$

$$x_i \geq_i x'_i \Rightarrow \left[\lambda x_i + (1-\lambda)x'_i\right] \geq_i x'_i$$

La idea de convexidad denota "gusto por la variedad[1]", sé decir, las combinaciones de planes de consumo asequibles son en promedio más deseadas. Este axioma asegura que planes de consumo, entre los extremas del conjunto X_i, también están contenidos en éste.

Bajo los axiomas 1, 2 y 3 el axioma de convexidad débil equivale a suponer que, para todo $\mathbf{x}_i \in X_i$, los conjuntos son convexos.

Axioma 6.- No saciabilidad

Para todo $\mathbf{x}_i \in X_i$, $\exists\, \mathbf{x}_i \in X_i$, tal que $\mathbf{x}_i' \geq_i \mathbf{x}_i$

Axioma 6' - No saciabilidad Local.

Para todo $\mathbf{x}_i \in X_i$, y para todo escalar $\mathbf{x}_i >_i 0$ $\exists\, \mathbf{x}_i' \in N_i^2(\mathbf{x}_i) \cap X_i$, tal que $\mathbf{x}_i' \geq_i \mathbf{x}_i$.

Axioma 7.- Semimonotonía

Para todo $\mathbf{x}_i \in X_i$, $\exists\, j$ (que puede depender de $\mathbf{x}_i$), tal que $(\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_i\, \mathbf{e}^j) \geq_i \mathbf{x}_i$ para todo $\mathbf{x}_i > 0$, donde $\mathbf{x}_i\, \mathbf{e}^j\, R^l$.es un vector cuyos componentes son todos iguales a 0, excepto el *j-ésimo*, que es la unidad.

Estos axiomas en resumidas cuentas nos dicen: No saciabíliad es que siempre encontraremos algún plan de consumo mejor al que tenemos ahora; No saciabilidad local, dice que infinitesimalmente cerca a nuestro plan de consumo siempre existirá un plan de consumo preferido; y para culminar, Semimonotonía, nos dice que dado un plan de consumo cualquiera siempre es posible encontrar uno mejor aumentando la cantidad de alguna de las mercancías, siempre conservando su secuencia ordinal.

---

[1] Ver : Villar, Antonio., Un Curso de Microeconomía Avanzada., Editorial Antoni Bosch, Primera Edición, Barcelona, España, 19996, pag 28.

[2] Donde N_α denota una bola con centro $\mathbf{x}_i$ y radio α

La Función de Utilidad

Al haber establecido el concepto de indiferencia $\approx_i$. Nos indica intuitivamente la existencia de la equivalencia entre los distintos elementos de $X_{i,}$, de donde podemos obtener nuevas clases de subconjuntos, los cuales denotaremos como clases de indiferencia, de aquí surge el cuestionamiento de: ¿Será posible asignar a cada clase de indiferencia un numero real un función de su secuencia ordinal?; dado que X_i, es un conjunto preordenado, en función d e las preferencias antes descritas.

Se dice que una función de utilidad $u_i : X_i \to R$ representa un preorden de preferencias $\succ_i$ si sólo si, para todo x_i, $x'_i \in X_i$, se verifica:

$$u_i(x_i) \geq u_i(x') \Leftrightarrow x_i \succ_i x'_i$$

Donde la función u_i denota la función de utilidad del consumidor *i-ésimo*[3].

Con base en el siguiente teorema emplearemos la función de utilidad a lo largo de está investigación:

Teorema 1:*Sea $\succ_i$ una relación de preferencias definidas definida sobre un subconjunto convexo de R^l. La relación $\succ_i$ puede representarse mediante una función de utilidad continua si y sólo si $\succ_i$ es reflexiva, transitiva, completa y continua.*

Esta función de utilidad, obviamente se encuentra basada en los axiomas de preferencias previamente descritos, y viven en el preorden completo y continuo, $\succ_i$. De lo que podemos afirmar que las elecciones de los consumidores se centran un problema de maximización de u_i. Bajo el teorema de Weieirstrass, nos asegura que tal máximo de existir se encontrara en un cualquier conjunto compacto de X_i.

Restricciones de la Riqueza

Igualmente debemos plantear que tal problema de maximización se encuentra supeditado a una restricción, la cual estudiaremos a continuación.

[3] Las propiedades de la función de utilidad se explicaran en el apéndice.

Recordemos que estamos expresando con números enteros positivos a los bienes y servicios y con números negativos la cantidad de trabajo ofertada, de tal forma que dado un sistema de precios $\mathbf{p} \in R^l$, un plan de consumo $x_i, \in X_i$, definiremos como gasto del *i-ésimo* consumidor al producto escalar:

$$\mathbf{p}\mathbf{x}_i = \sum_{k=1}^{l} \mathbf{p}_k x_{ik}$$

Así tenemos que el consumidor i adquiere bienes y servicios con los ingresos provenientes del pago por su fuerza de trabajo lo cual expresamos en forma de su gasto.

Introduciremos así mismo una variable $w_i \in R^l$ como aquella capacidad de gasto del consumidor, no vinculada con el pago de su fuerza de trabajo, sino con el valor de sus pertenencias (riqueza)

Dado que el vector de precios $\mathbf{p} \in R^l$, y un valor de la riqueza $w_i \in R^l$ las posibilidades del *i-ésimo* consumidor es sujetas el conjunto presupuestario definido como:

$$\beta_i(\mathbf{p}, w_i) \equiv \{x_i \in X_i / \mathbf{p}x_i \leq w_i\}$$

Debemos al mismo tiempo establecer una relación, que la mayoría de las veces cumplirá un carácter funcional, entre pares ordenados de riqueza y precio, denominada ***correspondencia presupuestaria***[4]

De lo anterior podemos afirmar que el conjunto $\beta_i(p, w_i)$ es cerrado y convexo, donde es inmediato comprobar la correspondencia de β_i es homogéneo de grado cero en precio y riqueza:

$$\beta_i(\lambda\mathbf{p}, \lambda w_i) \equiv \beta_i(\mathbf{p}, w_i)$$

Demostración:

Tomando β_i no vacío y X_i cerrado y acotado, no olvidar que cualquier subconjunto de X_i conservará las características de éste.

Teorema 2: *Sea X_i un subconjunto compacto y convexo de R^l, y sea $(\mathbf{p}^0, w_i^0)$ tal que existe $\mathbf{x}_i' \in X_i$ con, $\mathbf{p}^0\mathbf{x}_i' < w_i^0$. Entonces la correspondencia β_i es continua en $(\mathbf{p}^0, w_i^0)$*[5]

---

[4] $\beta_i : R^{l+1} \to X_i$

[5] Ver comprobación en el anexo del capitulo 1

Lo anterior nos dice que la riqueza es mayor que la necesaria para la subsistencia, entonces la correspondencia presupuestaria es continua, lo cual nos conducirá la continuidad de la demanda.

Equilibrio del Consumidor.

Con base en los conjuntos de consuno, las preferencias, y las restricciones, ahora plantearemos el proceso de elección; Al estar trabajando con en la maximización de una función de utilidad cuasi-cóncava y continua, sobre un conjunto de oportunidades convexo, contenido en X_i; la satisfacción de preferencias equivale a la maximización de utilidad.

Como anteriormente habíamos dicho el consumidor elegirá su consumo de equilibrio (Demanda) con la solución del siguiente problema:

$$\text{Max } u_i(\mathbf{x}_i)$$
$$\text{s.a. } \mathbf{x}_i \in \beta_i(\mathbf{p}, w_i)$$

Al tratarse de un problema que deberá resolverse por álgebra lineal, podremos: No tener solución ó múltiples de ellas; Por lo que definiremos una correspondencia ξ_i, que asocia a cada par de ($\mathbf{p}$, w_i): $\xi_i : R^{l+1} \to X_i$, a la que llamaremos correspondencia dela demanda del *i*-ésimo consumidor.

Así: Para cada ($\mathbf{p}$, w_i) $\in R^{l+1}$,

$$\xi_i(\mathbf{p}, w) \equiv \{\mathbf{x}_i \in X_I / \mathbf{x}_i \max imiza \cdot u_i \cdot sobre \cdot \beta_i(\mathbf{p}, w_i)$$

donde: podemos modelar las preferencias y el conjunto de consumo y definir las siguientes propiedades dela correspondencia dela demanda.

Por la importancia que reviste la satisfacción y cumplimiento a cabalidad de las preferencias, no nos conformáremos con suponer la homogeneidad (de grado cero) de la correspondencia presupuestaria, ξ_i; la cual como lo expresamos anteriormente esta compuesta por valores cerrados y convexos, por ser intersección de dos conjuntos cerrados y convexos:

$$\xi_i(\mathbf{p}, w) \equiv \beta_i(\mathbf{p}, w_i) \cap \{\mathbf{x}_i \in X_i / u_i(\mathbf{x}_i) \geq \max \cdot u_i(\mathbf{x}_i'), \mathbf{x}_i' \in \beta_i(\mathbf{p}, w_i)\}$$

Donde $\beta_i(\mathbf{p},w_i)$ es cerrado y convexo por construcción, mientras que el segundo conjunto es cerrado y convexo por las propiedades de las preferencias[6].

Supongamos que existe un $\mathbf{x}_i^* \in \xi_i(\mathbf{p},w_i)$. Entonces:

(a) $\mathbf{px}_i^* = w_i$. Supongamos que $\mathbf{px}_i^* < w_i$. Entonces $\mathbf{x}_i^*$ es un punto interior al conjunto alcanzable $\beta_i(\mathbf{p},w_i)$. Podemos encontrar entonces una bola de centro $\mathbf{x}_i^*$ y radio δ contenida en $\beta_i(\mathbf{p},w_i)$. Los axiomas de convexidad y no saciabilidad implican que existirá algún $\mathbf{x}_i^{'}$ en esta bola preferido a $\mathbf{x}_i^*$, contra la hipótesis de que $\mathbf{x}_i^*$ es un maximizador de u_i sobre $\beta_i(\mathbf{p},w_i)$

(b) Para todo $x_i^{'} \in X_i$ tal que $u_i(\mathbf{x}_i^{'}) \geq u_i(\mathbf{x}_i^*)$ se verifica que $\mathbf{px}_i^{'} \geq \mathbf{px}_i^*$. En particular, $u(\mathbf{x}_i^{'}) > \mathbf{u}_i(\mathbf{x}_i^*) \Rightarrow \mathbf{px}_i^{'} > \mathbf{px}_i^*$. Supongamos que, pero que $\mathbf{px}_i^{'} < \mathbf{px}_i^* = w_i$. En este caso $\mathbf{x}_i^{'}$ resulta un punto interior de $\beta_i(\mathbf{p},w_i)$, y por tanto no puede ser igual o mejor que un maximizador de u_i sobre $\beta_i(\mathbf{p},w_i)$. En particular, si $u_i(\mathbf{x}_i^{'}) > u_i(\mathbf{x}_i^*)$ y suponemos que $\mathbf{px}_i^{'} \leq \mathbf{px}_i^*$, sucede que $\mathbf{x}_i^{'} \in \beta_i(\mathbf{p},w_i)$ contradiciendo el que $\mathbf{x}_i^*$ sea un elemento máximo.

Al margen de las propiedades de las preferencias, este resultado es igualmente posible establecerse con base únicamente en el preorden de preferencias y la no saciabilidad local. Todo este desarrollo explica: que en el máximo de la relación de preferencias, para un conjunto de oportunidades asequible en función de precios y una restricción de riqueza (dotación inicial), el consumidor gasta toda su riqueza, además, los planes de consumo mejores o iguales no pueden ser más baratos que el máximo. (Resultando más caros los preferidos.)

El establecer la solución del problema requiere encontrar la mejor solución existente, es decir optimizar la función objetivo que es continua y con un conjunto de restricciones compacto compacto convexo ualmente continuo, constituye una correspondencia hemicontinua superiormente, es decir en el máximo.

En función del cabal cumplimiento de este método podemos presentar el principal sustento a la correspondencia de la demanda.

[6] Es importante hacer notar que si, $\xi_i(\mathbf{p},w_i) = 0$, las propiedades de cerrado y convexo se cumplen trivialmente.

Sea X_i un subconjunto compacto y convexo de R^l, y sea $(\mathbf{p}^0, w_i^0) \in R^{l+1}$ tal que existe $\mathbf{x}_i' \in X_i$ con $\mathbf{p}^0\mathbf{x}_i' < w_i^0$. Sea u_i una función de utilidad continua. Entonces la correspondencia ξ_i no vacía y hemicontinua superiormente en $(\mathbf{p}^0, w_i^0)$.

Demostración:
Observe que, por hipótesis, el conjunto presupuestario es no vacío, puesto que hemos tomado X_i compacto, el teorema de Weierstrass garantiza que u_i (que es continua por hipótesis) posee un máximo en $\beta_i(\mathbf{p}^0, w_i^0)$, y por tanto que $\xi_i(\mathbf{p}^0, w_i^0) \neq 0$.

Además, al existir $\mathbf{x}_i' \in X_i$ tal que $\mathbf{p}^0\mathbf{x}_i' < w_i^0$, y siendo $\beta_i(\mathbf{p}^0, w_i^0)$ continua (situación ya demostrada) el teorema del máximo nos brinda el resultado que buscábamos.

Demanda agregada.

Dado un conjunto de consumo $X_i \subset R^l$ para cada consumidor, denominaremos conjunto de consumo agregado, o demanda agregada, el conjunto X:

$$X = \sum_{i=1}^{m} X_i$$

Resulta ocioso recalcar que X es convexo y acotado inferiormente. Al tratarse una asignación de consumo y siendo el conjunto de las mercancías finito X es cerrado.

Sean $X_1, X_2, \ldots, X_m$, m subconjuntos cerrados y convexos de R^l, acotados inferiormente. Entonces, el conjunto de consumo agregado, $X = \sum_{i=1}^{m} X_i$, es cerrado convexo y acotado inferiormente.

Sea $w \in R^m$ el vector de distribución de la riqueza comprendido por $w_i, i = 1,2,\ldots,m$. Definiremos la correspondencia de la demanda agregada, como sigue:/2- V

$$\xi : R^{l+m} \to X$$

$$(\mathbf{p}, w) \in R^{l+m} \to \xi(\mathbf{p}, w) \equiv \sum_{i=1}^{m} \xi_i(\mathbf{p}, w_i)$$

Dado $(\mathbf{p}, w) \in R^{l+m}, \xi(\mathbf{p}, w)$ expresa la elección de consumo total, a su vez compuesta por las elecciones de consumo optimas de cada consumidor restringidas por su dotación inicial.

En el anexo de este capitulo se plantean, forma alternas de las funciones de utilidad, demanda y gasto, por si lo requiriese el lector, a fin de una mayor comprensión.

Anexo

Capitulo I

Utilidad Demanda y Gasto.

Si definimos el problema del consumidor de la siguiente forma (problema primal):

$$\begin{aligned} & Max \cdot u(\mathbf{x}) \\ & s.a. \\ & \mathbf{px} \leq w \\ & \mathbf{x} \geq 0 \end{aligned} \qquad \text{(P)}$$

Es de observarse que en este caso el problema se plantea sin subíndice, lo que nos quiere decir hablamos en forma agregada. Dadas las características que este problema presenta; Una función objetivo cuasi concava, restringida a una función lineal y otra de no negatividad, puede inferir que, el posible conjunto de restricciones será convexo, y que al estar hablando de vectores de precios y renta positivos respectivamente, tal conjunto es no vacío y compacto. En la resolución de tal problema aplicando el método de Lagrange.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial x_i} - \lambda \leq 0, i = 1,2,\ldots,l \\ & \left[\frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial x_i} - \lambda p_i\right] = 0, i = 1,2,\ldots,l \\ & \lambda(w - \mathbf{px}) = 0 \end{aligned}$$

Es también de notar que obviamente acotamos el espacio de cestas de consumo al ortante positivo y dado que por sus propiedades la función de utilidad es dos veces diferenciable, implica que para todo $\mathbf{x} \in R_+^l$ existe un bien j para la cual $\frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial x_j} > 0$, lo cual está respaldado igualmente por la existencia de el multiplicador lagragiano λ, dado que el optimo lo encontramos de la siguiente forma:

$$0 < \frac{\partial u(\mathbf{x}^*)}{\partial x_j^*} \leq \lambda p_{j_j}, con \cdot \lambda \geq 0, p_j > 0$$

Finalmente si tenemos un par de mercancías *i, j*, tenemos en el óptimo que $x_i^* > 0, \cdot x_j^* > 0$, entonces estableciendo una igualdad, expresando de esta forma la conocida propiedad que el equilibrio, la *relación marginal de sustitución se iguala al cociente de los precios.*

$$\frac{\partial u(\mathbf{x}^*)/\partial x_i^*}{\partial u(\mathbf{x}^*)/\partial x_j^*} = \frac{p_i}{p_j}, i, j = 1,2,\ldots,l$$

Función de utilidad indirecta.

En nuestro modelo al resolver el problema del consumidor nos encontramos, conque, **x*** es la solución optima y única, resultante de las variables exógenas por tanto podemos escribirla de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}^* = f(\mathbf{p}, w)$$

Expresión que ya conocíamos con la función de demanda Marshaliana o de mercado; La cual es homogénea de grado cero en (**p**, w), lo que quiere decir que el plan de consumo se encuentra en función sólo de los precios relativos y la renta real, de aquí definiremos ahora la función de **utilidad indirecta** $v: R_+^{l+1} \to R,$, como sigue: para cada $(\mathbf{p}, w) \in R_+^{l+1}$:

$$v(\mathbf{p}, w) = \{Max \cdot u(\mathbf{x}) / \mathbf{px} \leq w$$

tal expresión nos dice la utilidad que podemos obtener de los pares ordenados de (**p**, w):

$$v(\mathbf{p}, w) = u(\mathbf{x}^*) = u(f(\mathbf{p}, w))$$

dicha función cumple con las siguientes propiedades:

(i) Continuidad, (derivada a través del teorema del máximo)
(ii) Homogeneidad de grado cero en $(\mathbf{p}, w)$
(iii) No creciente en **p** y estrictamente creciente en w; Sean **p** y **p'** dos vectores de precios tales que $\mathbf{p}' \geq \mathbf{p}$, y definimos:

$$\beta(\mathbf{p}) = \{x \in R_+^l / \mathbf{p}x_i \leq w_i\}$$
$$\beta(\mathbf{p}') = \{x \in R_+^l / \mathbf{p}'x_i \leq w_i\}$$

Es evidente que $\beta(\mathbf{p}') \subset \beta(\mathbf{p})$, y por tanto el máximo de $u(\mathbf{x})$ sobre $\beta(\mathbf{p})$ será al menos tan grande como el máximo de $u(\mathbf{x})$ sobre $\beta(\mathbf{p}')$.

Sea ahora $w' > w$, y definimos:

$$\gamma(w) = \{x \in R_+^l / \mathbf{p}x_i \leq w_i\}$$
$$\gamma(w') = \{x \in R_+^l / \mathbf{p}'x_i \leq w_i'\}$$

Sea **x** un maximizador de u sobre $\gamma(w)$. Puesto que $\gamma(w)$ esta contenido en sentido estricto en $\gamma(w')$, y como aviamos dicho los vectores de precios y renta son positivos podemos encontrar un $\mathbf{x}' \in \gamma(w')$ tal que $u(\mathbf{x}') > u(\mathbf{x})$, y por consiguiente se verifica que $v(\mathbf{p}, w') > v(\mathbf{p}, w)$

(iv) Cuasi convexidad en **p**. Implica que los conjuntos de contorno inferior de v sean convexos. Sean pues **p**, **p'** tales que $v(\mathbf{p},w) \leq \alpha$, $v(\mathbf{p},w) \leq \alpha$, o sea $\mathbf{p}'' = \lambda\mathbf{p} + (1-\lambda)\mathbf{p}'$ con $0< \lambda <1$ queremos probar que $v(\mathbf{p}'',w) \leq \alpha$.

Definamos conjuntos $\beta(\mathbf{p})$, $\beta(\mathbf{p}')$, $\beta(\mathbf{p}'')$, de la misma forma que en (iii) vemos que $\mathbf{x} \in \beta(\mathbf{p}'')$, entonces **x** esta en $\beta(\mathbf{p}')$ o en $\beta(\mathbf{p})$. Supongamos que esto no es así; entonces tendremos que $\lambda\mathbf{px} + (1-\lambda)\mathbf{p}'\mathbf{x} \leq w$ pero $\mathbf{px} > w$ y $\mathbf{p}'\mathbf{x} > w$. Pero esto contradice la desigualdad anterior, lo que prueba la conclusión buscada.

Obsérvese ahora que $v\ (\mathbf{p}'',w) = \max \cdot u(\mathbf{x}), s.a : \mathbf{x} \in \beta(\mathbf{p}'')$ es menor o igual que $\max \cdot u(\mathbf{x}), s.a : \mathbf{x} \in \beta(\mathbf{p})$ o bien $\mathbf{x} \in \beta(\mathbf{p}')$ que a su vez es menor o igual que α.

Función de Gasto y de Demanda Compensada.

A continuación modificaremos la perspectiva del consumidor, en función de un nivel de satisfacción o de *utilidad*, para el cual es necesario un monto de gasto, el mismo que desea minimizar, así tendríamos el dual (D) del problema primal planteado anteriormente:

$$\begin{aligned} &Min \cdot \mathbf{px} \\ &s.a. \qquad \text{(D)} \\ &u(\mathbf{x}) \geq u^0 \end{aligned}$$

Igualmente que el problema primal, este posee una solución única, la cual depende de **p** y u^0. Por lo tanto podemos expresar el problema una forma más general:

$$\mathbf{x} = h(\mathbf{p}, u)$$

Como la (función) solución del problema dual. A está función se le denomina función de demanda compensada o función hicksiana, la cual describe como variará el consumo óptimo al modificarse los precios y el nivel de utilidad, a pelando a su intuición afirmaremos, que ésta es homogénea en precios; lo cual nos conduce a inferir que solo los precios relativos podrán modificar el óptimo, ello equivale a determinar como varía el consumo de equilibrio si un cambio en los precios, no afecta el ingreso real, podemos pensar que el nivel de demanda se obtiene cuando se *compensa* al consumidor del efecto que sobre la renta real se deriva de un movimiento en los precios.

De aquí podemos definir la función de gasto e: $R^l_+ \times R \rightarrow R_+$, ahora bien: $(\mathbf{p}, u^0) \in R^l_+ \times R$,

$$e(\mathbf{p}, u^0) = \{Min \cdot \mathbf{px} \cdot s.a. : u(\mathbf{x}) \geq u^0\}$$

De ésta forma encontrará el gasto mínimo para alcanzar un nivel de utilidad u^0 cuando prevalecen los precios $\mathbf{p}$[7].

- *Si* $\mathbf{x}^*$ *es la solución del problema primal(P) para* $(\mathbf{p}, w)$, *entonces* $\mathbf{x}^*$ *es la solución del problema dual, para* $u^0 = u(\mathbf{x}^*)$
- *Si* $\mathbf{x}^0$ *es la solución del problema dual para* $(\mathbf{p}, u^0)$, *entonces* $\mathbf{x}^0$ *es la solución del problema primal para* $[\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u^0)]$.

Supongamos que $\mathbf{x}' \neq \mathbf{x}^*$ es la solución del problema dual para $u^0 = u(\mathbf{x}^*)$. Pero anteriormente habíamos estipulado una solución única, tendremos que $\mathbf{px}' < \mathbf{px}^*$ y $u(\mathbf{x}') \geq u(\mathbf{x}^*)$, la estricta cuasi-concavidad de u nos garantiza que, para cualquier λ, donde $0 < \lambda < 1$, el punto $\mathbf{x}'' = \lambda\mathbf{x}' + (1-\lambda)\mathbf{x}^*$, verifica $\mathbf{px}'' < \mathbf{px}^*$, con $u(\mathbf{x}'') > u(\mathbf{x}^*)$. Pero entonces resulta que $\mathbf{px}'' < \mathbf{px}^*$, y $u(\mathbf{x}'') > u(\mathbf{x}^*)$, lo que contradice el que $\mathbf{x}^*$ sea la solución del problema primal.

Sea ahora $\mathbf{x}^0$ la solución del problema dual para $(\mathbf{p}, u^0)$. Ello implica que $\mathbf{px}^0 = e(\mathbf{p}, u^0)$, con $u(\mathbf{x}^0) \geq u^0$. Supongamos que $\mathbf{x}^0$ no es solución del problema primal, para $[\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u^0)]$. Entonces se verificará que existe un $\mathbf{x}'$ tal que $u(\mathbf{x}') > u(\mathbf{x}^0)$, con $\mathbf{px}' = e(\mathbf{p}, u^0) = \mathbf{px}^0$. Podemos encontrar entonces un λ suficientemente pequeño de modo que $u(\lambda\mathbf{x}') \geq u(\mathbf{x}^0)$, con $\mathbf{p}\lambda\mathbf{x}' < \mathbf{px}^0$. Pero entonces ocurriría que $u(\lambda\mathbf{x}') \geq u^0$, con $\mathbf{p}\lambda\mathbf{x}' < e(\mathbf{p}, u^0)$, lo que contradice el que $\mathbf{x}^0$ sea solución del problema dual.

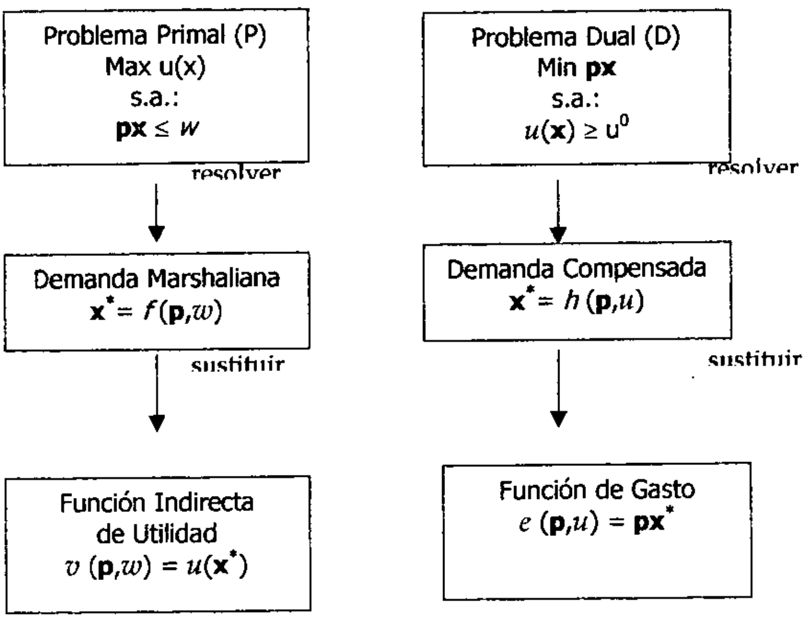
[7] Dadas las características del modelo que hemos venido manejando, la función de gasto presenta las mismas propiedades de la función de utilidad, por lo cual no las demostraremos, a manera de hacer más ligera la lectura dela presente investigación.

Este resultado nos permite deducir las siguientes identidades:

$$e(\mathbf{p},v(\mathbf{p},w)) \equiv w\ldots(1)$$
$$v(\mathbf{p},e(\mathbf{p},u^0)) \equiv u^0\ldots(2)$$
$$f(\mathbf{p},w) \equiv h(\mathbf{p},v(\mathbf{p},w)\ldots(3)$$
$$h(\mathbf{p},u) \equiv f(\mathbf{p},e(\mathbf{p},u))\ldots(4)$$

La identidad uno expresa que el nivel de gasto requerido para alcanzar un nivel de utilidad $v(\mathbf{p},w)$ es precisamente la renta que define el máximo gasto disponible; la identidad 2 establece que la máxima utilidad alcanzable con el ingreso $e(\mathbf{p},u^0)$ es u^0, para terminar las identidades 3 y 4 explican que las funciones de demanda directa y compensada, coinciden cuando las evaluamos en los valores de utilidad y riqueza adecuados.

Cuadro Sinóptico 1



Para no dejar en el aire las identidades anteriormente expuestas, trataremos de demostrar sus relaciones así mismo como su valides.

Lema de Shephard

Si tomamos la función hicksiana de demanda $h(\mathbf{p},u)$, la cual minimiza el gasto, ante un vector de precios $\mathbf{p}^*$, en busca de un nivel de utilidad u^*, entonces:

$$h_i(\mathbf{p}^*,u^*) = \frac{\partial e(\mathbf{p}^*,u^*)}{\partial p_i^*}, \forall i$$

Sea $h(\mathbf{p},u) = \mathbf{x}^*$ *la cesta de bienes que minimiza el gasto. Para todo* $\mathbf{p} \in R^l_+$ *definamos* $z(\mathbf{p})$ *como sigue:*

$$z(\mathbf{p}) = \mathbf{p}\mathbf{x}^* - e(\mathbf{p},u^*)$$

Es muy comprensible, y hasta intuitivo afirmar que $z(\mathbf{p}) \geq 0$, para todo vector de precios $\mathbf{p}$, no perder de vista que dicha función es convexa[8], al encontrar las condiciones de primer orden en la minimización del costo nos encontramos con lo siguiente:

$$\frac{\partial z(\mathbf{p}^*)}{\partial p_i^*} = 0,\ldots,i = 1,2,3,..l$$, de tal forma;

$$\frac{\partial\left[\mathbf{p}^*\mathbf{x}^* - e(\mathbf{p}^*,u^*)\right]}{\partial p_i^*} = x_i^* - \frac{\partial e(\mathbf{p}^*,u^*)}{\partial p_i^*} = 0$$

Como se puede ver la cesta optima de consumo es igual al gasto marginal en dicha cesta, que es lo que queríamos demostrar, es muy importante considerar, que esté *acertó* se cumple siempre en la teoría microeconómica.

Identidad de Roy

Sea $f(\mathbf{p}^*,w^*)$ *la función de demanda Marshaliana:*

$$\mathbf{x}_i^* = -\frac{\partial v(\mathbf{p}^*,w^*)/\partial p_i^*}{\partial v(\mathbf{p}^*,w^*)/\partial w^*},\ldots,i = 1,2,3,\ldots,l$$

Supongamos que $\mathbf{x}^*$ maximiza la utilidad para $(\mathbf{p}^*,w^*)$, es decir, $u^*=u(\mathbf{x}^*)=v(\mathbf{p}^*,w^*)$. Dad la identidad anteriormente planteada:

[8] No olvidar que una de las propiedades de la función de gasto es que es concava en $\mathbf{p}$. como lo habíamos expresado anteriormente, al describir tal función

$$u^* = v[\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u^*)]$$

Si diferenciamos la expresión anterior, tenemos.

$$\frac{dv}{dp_i} = 0 = \frac{\partial v}{\partial p_i} + \frac{\partial v}{\partial e}\frac{\partial e}{\partial p_i}, \ldots, i = 1,2,3,\ldots,l$$

Considerando para todo **p**, evaluando la derivada en $\mathbf{p}^*, w^* = e(\mathbf{p}^*, u^*)$, tenemos:

$$0 = \frac{\partial v(\mathbf{p}^*, w^*)}{\partial p_i^*} + \frac{\partial v(\mathbf{p}^*, w^*)}{\partial w^*}\frac{\partial e(\mathbf{p}^*, u^*)}{\partial p_i^*}, \ldots, i = 1,2,3,\ldots,l$$

Dado el lema de Shephard y la identidad 3, obtenemos:

$$\frac{\partial e}{\partial p_i^*} = h_i(\mathbf{p}^*, u^*) = f_i(\mathbf{p}^*, w^*) = x_i^*$$

Podemos observar, que el gasto marginal se encuentra igualado con la función de demanda compensada, a la función de demanda Marshaliana y lo más importante la cesta optima de consumo.

Ecuación de Slutsky.

Sea x^*_j la demanda Marshaliana del bien j a los precios $\mathbf{p}^*$ *y la renta* w^*:

$$\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i^*} = \frac{\partial h_j(\mathbf{p}^*, u^*)}{\partial p_i^*} - \frac{\partial x_j^*}{\partial w}x_i^*$$

Sea $\mathbf{x}^*$ el vector de consumo que maximiza la utilidad para $(\mathbf{p}^*, w^*)$. Por la identidad 4 sabemos que:

$$h_j(\mathbf{p}^*, u^*) \equiv x_j[\mathbf{p}^*, e(\mathbf{p}, u^*]$$

Diferenciando con respecto a p^*_i y evaluando en el vector de precios optimo:

$$\frac{\partial h_j(\mathbf{p}^*, u^*)}{\partial p_i^*} = \frac{\partial x_j^*}{\partial p_i^*} + \frac{\partial x_j^*}{\partial w}\frac{\partial e(\mathbf{p}^*, u^*)}{\partial p_i^*}$$

Teniendo en cuanto que $\partial e / \partial p_i^* = x_i^*$ y conforme la lema de Shephard. Concluimos:

$$\frac{\partial x_j^*}{\partial p_i^*}=\frac{\partial h(\mathbf{p}^*,u^*)}{\partial p_i^*}-\frac{\partial x_j^*}{\partial w}x_i^*$$

Obsérvese que la ecuación de Slutsky, se ve la variación de la demanda ante cambios en el precio del bien *i* en dos efectos separados; el efecto ingreso y el efecto sustitución.[9]

De los desarrollos anteriores podemos completar más formalmente el diagrama siguiente:

Cuadro Sinóptico 2

Demanda Marshaliana
$\mathbf{x}^* = f(\mathbf{p},w)$

Lema de Shephard ↑

Función Indirecta de Utilidad
$v(\mathbf{p},w) = u(\mathbf{x}^*)$

INVERTIR

Demanda Compensada
$\mathbf{x}^* = h(\mathbf{p},u)$

Identidad de Roy ↑

Función de Gasto
$e(\mathbf{p},u) = \mathbf{p}\mathbf{x}^*$

[9] Por tratarse de un tema de microeconomía básica no lo desarrollare a cabalidad

Capitulo II

PRODUCCIÓN Y EQUILIBRIO.

La generación de bienes, como mercancías de consumo final, es de vital importancia para esté trabajo; ¿Cómo se generan éstas? Muy simple es la relación entre uno o más productos intermedios *"insumos"*, los cuales se procesan para arribar a la presencia de un producto final *"producción"*. Tal acción le corresponde a un agente llamado empresa, bajo el cual esta la responsabilidad de decisión para efectuar tal proceso.

Supondremos que hay un número finito n de empresas y emplearemos el subíndice j =1,2,3,...,n para diferenciarlos.

Conjuntos de Producción.

Para la empresa j el plan de producción está dado por $y_j \in \mathbf{R}^l$, que como ya se había mencionado antes relaciona la cantidad de insumo necesarios para la generación dela producción. Insumos y producto son considerados en términos netos, la producción la expresaremos con números positivos, mientras que los insumos serán con números negativos.

Un plan de producción será tipificado como un vector $\mathbf{y}_j \in \mathbf{R}^l$. Así el conjunto de producción de una empresa describirá todos los planes de producción viables de tal firma, cabe acotar tal conjunto en virtud de los conocimientos técnicos ó tecnológicos que posee la unidad en cuestión, cuestión por la cual establecemos:

Supuesto 1.- $\mathbf{Y}_j$ es cerrado.

Este supuesto en esencia nos dice que contenido en la vecindad de $\mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}_j$ igualmente estará contenido en $\mathbf{Y}_j$

Supuesto 2.- $\mathbf{Y}_j - \mathbf{R}^l_+ \subset \mathbf{Y}_j$ (Es decir, si $\mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}_j$ y un vector $\mathbf{y}'_j \in \mathbf{R}^l$ verifica que $\mathbf{y}'_j \leq \mathbf{y}_j$, entonces $\mathbf{y}'_j \in \mathbf{Y}_j$)

El supuesto 2 expresa que si una producción es asequible, también lo será aquella que requiera mayores o iguales cantidades de insumo y resulte en menor cantidad de producto

Supuesto 3.- $\mathbf{Y}_j \cap \mathbf{R}^l_+ = \{0\}$

Aquí nos podemos dar cuanta que es imposible arrojar un volumen de producción sin consumir insumos, ya que en $\mathbf{Y}_j$ no puede existir un vector con elementos puramente positivos, igualmente la no-producción puede y está contenida en este conjunto de producción.

Dado un plan de producción para la empresa j-ésima, $\mathbf{y}_j^0 \in \mathbf{Y}_j$, diremos que $\mathbf{y}_j^0$ es una producción eficiente si no existe $\mathbf{y}_j^{'} \in \mathbf{Y}_j$ tal que $\mathbf{y}_j^{'} > \mathbf{y}_j^0$. Cuando solamente podemos afirmar que no existen $\mathbf{y}_j^{'} \in \mathbf{Y}_j$ de tal forma que $\mathbf{y}_j^{'} >> \mathbf{y}_j^0$, diremos que $\mathbf{y}_j^0$ es una producción débilmente eficiente.

Supuesto 4.-$\mathbf{Y}_j$ es un conjunto convexo.

Dados los supuestos 3 y 4 impiden que la empresa tenga costos fijos, tal convexidad pude derivarse intuitivamente de la aditividad y la divisibilidad. Sea $\mathbf{Y}_j$ y $\mathbf{y}_j^{'}, \mathbf{y}_j^{''} \in \mathbf{Y}_j$, así $(\mathbf{y}_j^{'} + \mathbf{y}_j^{''}) \in \mathbf{Y}_j$, económicamente esta afirmación implica que "si dos planes de producción son viables por separado, también son posibles conjuntamente". Igualmente podemos expresar la propiedad de divisibilidad si para todo $\mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}_j$, y para todo escalar $\lambda \in (0,1)$ se tiene que $\lambda \mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}_j$, donde $\mathbf{Y}_j$ presenta rendimientos de escala no crecientes, económicamente: Si un plan de producción es asequible, lo será cualquier otro de implique sólo reducir la escala de operaciones.

Maximización de Beneficios.

Es de vital importancia considerar que la empresa busca su beneficio máximo, pero igualmente se encuentra inserta en un mercado en el cual, los precios están dados. Por lo que la empresa al elegir el tipo de producción que impondrá lo hará en función de las restricciones a las que se encuentra expuesta.. Como resultado de estás limitantes la empresa individualmente deberá escoger su plan de producción óptimo, con base en las características axiomáticas expuestas en el capítulo anterior y en el presente.

Sea la empresa competitiva con un vector de precios $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^l$ y sea $\mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}_j$ un plan de producción viable para la empresa j-ésima, así:

$$\mathbf{p}\mathbf{y}_j = \sum_{h=1}^{l} p_h y_{jh}$$

la empresa buscara un nivel de producción óptimo que maximice su beneficio $\mathbf{y}_j^{*} \in \mathbf{Y}_j$, para la empresa j-ésima se verificara:

$$\mathbf{p}\mathbf{y}_j^* \geq \mathbf{p}\mathbf{y}_j, \cdot \forall \mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}_j$$

Es importante asumir la existencia de un vector de precios que maximice el beneficio de la firma, de aquí en adelante consideraremos precios estrictamente no negativos, lo cual no asegura que exista un plan de producción de equilibrio de la empresa, para lo cual podemos definir la correspondencia de la empresa *j*-ésima como sigue: $\eta_j : \mathbf{R}_+^l \to \mathbf{Y}_j$, donde a cada vector de precios estrictamente no negativo, $\mathbf{p} \in \mathbf{R}_l^+$:

$$\eta_j(\mathbf{p}) \equiv \{\mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}_j / \mathbf{p}\mathbf{y}_j \cdot es \cdot \max imo$$

Donde la función de beneficios de la empresa *j*-ésima como una función $\pi_j : \mathbf{R}_+^l \to \mathbf{R}$ en el cuál para cada vector de precios $\mathbf{p} \in \mathbf{R}_l^+$ se asocia la siguiente función de beneficios: $\pi_j(\mathbf{p}) = \max_{\mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}_j} \mathbf{p}\mathbf{y}_j$

1 *La correspondencia de oferta de la empresa j-ésima* η_j, *es homogénea de grado cero en precios. La función de beneficios,* π_j, *es homogénea de grado 1 en* $\mathbf{p}$. *Es decir para todo escalar* $\lambda>0$, $\eta_j(\lambda p) = \eta_j(\mathbf{p})$ *y* $\pi_j(\lambda p) = \lambda \pi_j(\mathbf{p})$

Bajo los supuestos 1-4, se verifica:
(i) $\eta_j(\mathbf{p})$ *es cerrado y convexo para todo* $\mathbf{p} \in \mathbf{R}_+^l$
(ii) Sea $\mathbf{p} \in \mathbf{R}_+^l$ *tal que* $\eta_j(\mathbf{p})$ *es no vacío. Entonces* η_j *es hemicontinua superiormente en* $\mathbf{p}$
(iii) $\pi_j(\mathbf{p}) \geq 0$

Economía y asignación.

Debido al desarrollo expuesto anteriormente, podemos establecer a la economía de la siguiente forma:

- *m* consumidores, los cales se caracterizan por un conjunto de consumo X_i, y su función de utilidad u_i.
- *N* empresas, cada una caracterizada por su conjunto de producción, Y_i y su función de beneficios.
- Los recursos totales disponibles, $w \in R^l$.

De forma reducida, se expresa:

$$E = [(X_i, u_i), (Y_j, \pi_j), w]$$

Donde *l, m, n*, son parámetros implícitos que nos dan, el número de mercancías, el número de consumidores y el número de empresas, respectivamente.

Tenemos ahora que cada agente elige una acción en su respectivo conjunto de elección. Así un punto de elección $\left[(\mathbf{x}_i)_{i=1}^{m}(\mathbf{y}_j)_{j=1}^{n}\right]$ pertenece al conjunto $\prod_{i=1}^{m} X_i \times \prod_{j=1}^{n} Y_j \subset R^{l(m+n)}$ Esté punto será denominado una asignación, y lo representaremos de forma abreviada por $\left[(\mathbf{x}_i),(\mathbf{y}_j)\right]$. Así pues, una asignación constituye una especificación de una acción para cada agente en el espacio de mercancías, es decir, un vector de $(m+n)$ puntos de R^l, m consumos y n producciones. Por lo que es bueno considerar la siguiente definición, que precisa que asignaciones resultan viables.

Una asignación es factible ó viables cuando lo que demandan los consumidores colectivamente no exceden la suma de la producción agregada y los recursos totales disponibles, formalmente lo podemos expresar de la siguiente forma:

$$F = \left\{\left[(\mathbf{x}_i),(\mathbf{y}_j)\right] \in \prod_{i=1}^{m} X_i \times \prod_{j=1}^{n} Y_j \,/ \sum_{i=1}^{m} \mathbf{x}_i \le \sum_{j=1}^{n} \mathbf{y}_j + w\right\}$$

Dada una economía *E*, una Acción para el *k-ésimo* agente, será alcanzable, si existe una asignación factible de la economía. Hasta ahora la noción de mercados competitivos ha estado asociada con la concepción de agentes maximizadores bajo restricciones. Un elemento adicional que hace referencia a la propiedad privada al control de recursos y empresas. Economías de propiedad privada son aquellas en las que los consumidores poseen los recursos y detentan la propiedad de las empresas, siendo un subconjunto del espacio de las economías, caracterizado por una particular estructura de derechos de propiedad.

Siendo $w_i \in R^l$ el vector de recursos disponibles del *i-ésimo* consumidor. Puesto que todos los recursos son propiedad de los agentes, entonces; $\sum_{i=1}^{m} w_i = w$. Para cada consumidor i y cada empresa j, el número $\theta_{ij} \ge 0$ describe la proporción de la propiedad de la empresa de la proporción de la empresa *j-ésima* en manos del consumidor i. Puesto que la propiedad de las empresas está totalmente repartida entre los consumidores, se verifica que, para todo $j = 1, 2, 3,\ldots,n$.

$$\sum_{i=1}^{m} \theta_{ij} = 1$$

Una economía de propiedad privada E_{PP} viene definida por:

- Una economía $E = \left[(X_i,u_i),(Y_j,\pi_j),w\right]$

- Para cada consumidor i un punto $w \in R^l$, tal que $\sum_{i=1}^{m} w_i = w$
- Para cada consumidor i y para cada empresa j, un número real no negativo θ_{ij} tal que $\sum_{i=1}^{m} \theta_{ij} = 1$.

Se expresa de forma reducida:

$$E = \left[(X_i, u_i), (Y_j, \pi_j), (w_i), (\theta_{ij})\right]$$

Sea una empresa de propiedad privada prevalece un sistema de precios $\mathbf{p} \in R^l_+$; entonces la empresa *j-ésima* tratará de maximizar sus beneficios para Y_j, para los que escogerá una producción $\mathbf{y}^*_j \in \eta_j(\mathbf{p})$, tendrá asociado un beneficio $\mathbf{p}\mathbf{y}^*_j = \pi_j(\mathbf{p})$, si esto ocurre para cada empresa , podemos escribir la riqueza del *i-ésimo* consumidor como:

$$w_i(\mathbf{p}) = \mathbf{p}w_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij}\pi_j(\mathbf{p})$$

Así la riqueza de los consumidores viene dada por el valor de los recursos que posee, y de los beneficios que percibe como propietario de las empresas, y tratará de satisfacer sus preferencias X_j sujeto a su restricción presupuestaria, es decir, escogerá un consumo $\mathbf{x}^*_i$ del conjunto

$$\xi_i(\mathbf{p}, w_i(\mathbf{p}))$$

que ahora depende exclusivamente de $\mathbf{p}$. Sea:

$$\beta'(\mathbf{p}) \equiv \left\{ \mathbf{x}_i \in X_i / \mathbf{p}\mathbf{x}_i \le \mathbf{p}w_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij}\pi_j(\mathbf{p}) \right\}$$

Entonces la correspondencia de demanda $\xi_i' : R^l_+ \to X_i$ como sigue: para cada $\mathbf{p} \in R^l_+$ la correspondencia de demanda del *i-ésimo* consumidor viene dada por $\xi_i'(\mathbf{p}) \equiv \xi_i(\mathbf{p}, w_i(\mathbf{p}))$. Donde se puede ver inmediatamente que la correspondencia ξ'_i es homogénea de grado cero.

Note que las expresiones β'_i, ξ'_i en lugar de las expresiones β_i, ξ_i empleadas anteriormente dada que, son ahora definidas sobre espacios distintos (dependen de $\mathbf{p}$, y no de ($\mathbf{p}$, w_i) como antes) los precios son no negativos.

Equilibrio Competitivo

La idea de equilibrio está vinculada a la idea de compatibilidad de las acciones óptima de los agentes con los recursos disponibles. En otros términos, una asignación de equilibrio es aquella en que todos los consumidores están maximizando su utilidad bajo la restricción de riqueza, todas las empresas están maximizando sus beneficios, y estas acciones son compatibles entre sí, dados los recursos totales disponibles.

Un equilibrio competitivo en una economía de propiedad privada es un punto $\left[\mathbf{p}^*, \left[(\mathbf{x}_i^*), (\mathbf{y}_j^*)\right]\right] \in R^{l(1+m+n)}$ tal que:

(α) Para todo i, $\mathbf{x}_i^*$ maximiza u_i sobre

$$\beta_i'(\mathbf{p}^*) \equiv \left\{ \mathbf{x}_i \in X_i / \mathbf{p}^* x_i \leq \mathbf{p}^* w_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij} \pi_i(\mathbf{p}^*) \right\}$$

(β) Para todo j, $\mathbf{y}_j^*$ maximiza el beneficio relativo a $\mathbf{p}^*$ en Y_j.

(γ) $\sum_{i=1}^{m} \mathbf{x}_i \leq \sum_{j=1}^{n} \mathbf{y}_j + w$, con $p_k^* = 0$ cuando la desigualdad es estricta.

Es decir, un equilibrio viene definido mediante un vector de precios y una asignación tales que: a) Cada consumidor maximiza su utilidad sobre su conjunto presupuestario; b) Cada empresa maximiza beneficios; y, c) La oferta es igual a la demanda en todos los mercados.

Hay dos aspectos de esta definición que vale la pena resaltar:

i. La primera parte de (γ) nos dice que un equilibrio de la economía corresponde necesariamente a una asignación factible, es decir (es decir, $\left[(\mathbf{x}_i^*), (\mathbf{y}_j^*) \in F\right]$).
ii. Adviértase que estamos empleando una noción de igualdad entre oferta y demanda que permite que haya exceso de oferta en algunos mercados, siempre que el precio de la mercancía correspondiente sea cero(bienes libres).

Está ahora podemos decir que cada consumidor posee una dotación de recursos que esta en su conjunto de consumo, y que existe un plan de consumo cuyas componentes son estrictamente menores. Ello equivale a decir, que él *i-ésimo* consumidor podría sobrevivir aunque redujéramos algo las cantidades w_i de mercancías que constituyen su dotación inicial. Es fácil comprobar que cando el conjunto de consumo es $X_i = R_+^l$, entonces podemos decir que $w_i >> 0$ ó $w_i \in intX_i$.

Notamos que todo consumidor puede sobrevivir sin participar en el intercambio, ya que, $w_i \in X_i$. Como los beneficios competitivos son siempre no negativos, si $\mathbf{x}_i^*$ es el consumo d equilibrio del *i-ésimo* consumidor, se verifica que $u_i(\mathbf{x}_i^*) \geq u_i(w_i)$. Esto significa que en equilibrio ningún consumidor obtiene un consumo menos preferido que su dotación inicial, por ello se dice que, los equilibrios competitivos son "individualmente racionales".

$F \neq \downarrow$, es decir, con esto se garantiza la existencia de alguna asignación factible, puesto que la asignación $[(\mathbf{x}_i),(\mathbf{y}_j)] = [(w_i),(0)]$ está en F

Para todo $\mathbf{p} \in R_+^l, \beta_i^{'}(\mathbf{p}) \neq \downarrow$, dado que como habíamos dicho, existe un $\mathbf{x}_i^0 \in X_i$ tal que $\mathbf{x}_i^0 << w_i$, y bajo el supuesto de que $0 \in Y_j$ para todo j (o que comporta que $\pi_j(\mathbf{p}) \geq 0$, para todo j) para todo $\mathbf{p} \in R_+^l, \mathbf{p} \neq 0$, la correspondencia $\beta_i^{'}$ es continua en $\mathbf{p}$, puesto que $int\,\beta_i^{'}(\mathbf{p})$ e no vació.

Lo que sigue es la existencia de un vector de precios capaz de satisfacer las condiciones: α, β, y γ que definen el equilibrio de una economía en propiedad privada.

En lo concerniente a la operación de una empresa descartamos los precios negativos, puesto que hablamos de agentes optimizadores. Por otro lado, el supuesto de no saciabilidad implica que la demanda no estará definida cuando todos los precios sean nulos; (En este caso $\beta_i^{'}(0) = X_i$, y no existe máximo de la función de utilidad). Por consiguiente se descarta el vector $\mathbf{p} = 0$ como un posible vector de precios de equilibrio, los precios que son compatibles con un comportamiento maximizados de los agentes son pues: $\mathbf{p} \in R_+^l$ tales que $\sum_{k=1}^{l} p_k > 0$ es decir podemos restringir la atención a los precios pertenecientes al conjunto $R_+^l - \{0\}$.

Se tiene que para cada $\mathbf{p} \in R_+^l - \{0\}$, cada consumidor elegirá algún vector $\mathbf{x}_i \in \xi_i^{'}(\mathbf{p})$, y cada empresa algún vector $\mathbf{y}_j \in \eta_j(\mathbf{p})$. Un punto $\mathbf{z} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_i - \sum_{i=1}^{n} \mathbf{y}_j - w$ del conjunto $\xi^{'}(\mathbf{p}) - \eta(\mathbf{p}) - \{w$ describe La deferencia entre la demanda y la producción más los recursos totales. es decir, nos dice cuál es el exceso de demanda. Cuál es la diferencia entre oferta y demanda los precios $\mathbf{p}$.

El problema del equilibrio puede formularse: ¿Existe algún vector de precios en $\mathbf{p} \in R_+^l - \{0$ que tenga asociado un $\mathbf{z} \in \zeta(\mathbf{p})$ tal que, $\mathbf{z} \leq 0$, con $p_k = 0$ sí $z_k < 0$?

Bajo los supuestos de comportamiento de los agentes, tanto empresas como consumidores, y, $w_i >> 0$ ó $w_i \in intX_i$. Establecer la correspondencia $\zeta : R_+^l - \{0\} \to \mathbf{Z}$, la cual:

i. ζ es homogénea de grado cero; Puesto que tanto $\xi'(\mathbf{p})$ como $\eta(\mathbf{p})$ son homogéneas de grado cero. $\zeta(\mathbf{p})$ también lo es.
ii. $\zeta(\mathbf{p})$ es convexo; Ya qué, $\xi'(\mathbf{p})$ y $\eta(\mathbf{p})$ son convexos, $\zeta(\mathbf{p})$ también lo será.
iii. Sea $\mathbf{p} \in R_+^l - \{0\}$ tal que $\zeta(\mathbf{p})$ es no vació, entonces, para todo $\mathbf{z} \in \zeta(\mathbf{p})$ se verifica $\mathbf{pz}=0$; Bajo los supuestos de convexidad

$$\mathbf{px}_i = \mathbf{p}w_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij} \mathbf{py}_j$$

Sumando sobre i y teniendo en cuanta que $\sum_{i=1}^{m} \theta_{ij} = 1$, para todo j, obtendremos:

$$\mathbf{px} = \mathbf{p}w + \mathbf{py}$$

es decir, $\mathbf{pz}=0$, $\forall \mathbf{z} \in \zeta(\mathbf{p})$.

Existencia del equilibrio

Hemos definido la correspondencia del exceso de demanda sobre un conjunto $R_+^l - \{0\}$. Sabemos además que ζ es una correspondencia homogénea de grado cero en precios (es decir, $\zeta(\lambda\mathbf{p}) = \zeta(\mathbf{p})$, para todo $\lambda>0$). Por lo tanto, para cualquier vector $\mathbf{p} \in R_+^l - \{0$, podemos tomar $\lambda = \frac{1}{\sum_{k=1}^{l} p_k}$, que es un escalar positivo, dado que $\sum_{k=1}^{l} p_k > 0$ y sustituir el conjunto de precios $R_+^l - \{0\}$ por lo siguiente:

$$\mathbf{P} = \left\{ \mathbf{p} \in R_+^l / \sum_{k=1}^{l} p_k = 1 \right\}$$

Que denominaremos conjunto de precios normalizado, esto nos indica que ahora, nos movemos sobre un conjunto de variables que es compacto y convexo.

La cuestión es determinar si bajo los supuestos establecidos podemos establecer la existencia de algún $\mathbf{p} \in \mathbf{P}$ y algún $\mathbf{z} \in \zeta(\mathbf{p}) \cap -R^l_+$, tal que, $p_k = 0$ siempre que $z_k<0$ (es decir, si existe un vector de precios de equilibrio). El siguiente resultado nos da la prueba para la existencia del equilibrio, aunque no es propiamente la demostración de la existencia del equilibrio competitivo. Este resultado se basa en el teorema del punto fijo de Kakutani[10].

Teorema 3.- *Sea* Z=X-Y-{w} *un subconjunto de* R^l *compacto y convexo, y sea* $\zeta(\mathbf{p}) \to Z$ *una correspondencia hemicontinua superiormente tal que, para todo* $\mathbf{p} \in \mathbf{P}$, $\zeta(\mathbf{p})$ *es no vació y cerrado y convexo. Si para todo* $\mathbf{z} \in \zeta(\mathbf{p})$, $\forall \mathbf{p} \in \mathbf{P}$, *se verifica:* $\mathbf{pz}=0$, *entonces existe* $\mathbf{p}^* \in \mathbf{P}$, $\mathbf{z}^* \in \zeta(\mathbf{p})$, *tal que,* $\mathbf{z}^* \leq 0$, y $\mathbf{z}^*_k<0$ *implica que* $p^*_k=0$.

Prueba:
Definamos una correspondencia g:Z→**P** tal que.

$$g(\mathbf{z}) = \{\mathbf{p} \in \mathbf{P} / \mathbf{pz} \cdot es \cdot \max imo$$

esta correspondencia tiene las siguientes características:

a) $g(\mathbf{z}) \neq \downarrow$, por ser **Z** compacto y **pz** continuo.
b) $g(\mathbf{z})$ es convexo , para todo $\mathbf{z} \in Z$, en efecto, ya que **P** es convexo se verifica que: (i) Si $\mathbf{z}=0$, $g(\mathbf{z})=\mathbf{P}$; (ii) Si $\mathbf{z} \neq 0$, entonces $g(\mathbf{z})$ es la intersección de P (convexo) y el hiperplano.

$$\{\mathbf{q} \in R^l / \mathbf{qz} \geq \max \cdot \mathbf{pz}\}$$

Convexo. Por tanto, $g(\mathbf{z})$ es convexo.

c) g es hemicontinua superiormente.

Para comprobar está afirmación cabe señalar, que, **pz** resulta una función continua en PxZ. Considerando ahora una correspondencia δ: Z→P, para toda $\mathbf{z} \in Z$; Está correspondencia es constante y por tanto trivialmente continua. Aplicando el teorema del máximo que asegura que $g(\mathbf{z})$ será hemicontinua superiormente.

En resumen, pues, la correspondencia g es hemicontinua superiormente y $\forall$ $\mathbf{z} \in Z$, $g(\mathbf{z})$ es no-vacío, compacto y convexo,

Definamos ahora una correspondencia μ:ZxP→ ZxP como sigue: para cada $(\mathbf{z},\mathbf{p}) \in$ ZxP, tenemos:

$$\mu(\mathbf{z},\mathbf{p}) = \zeta(\mathbf{p}) \times g(\mathbf{z})$$

Adviértase que: (1) ZxP es un conjunto compacto, convexo y no vacío , por serlo **Z** y **P**; (2) μ resulta hemicontinua superiormente g y ζ; y (3) $\mu(\mathbf{z},\mathbf{p})$ resulta no vacío, compacto y convexo, por serlo $g(\mathbf{z})$ y $\zeta(\mathbf{p})$. La correspondencia μ cumple con todos los requisitos para poder aplicar el teorema del punto fijo de Kakutani. Por tanto podemos estar seguros que existirá un punto $(\mathbf{z}^*,\mathbf{p}^*)\in\mu(\mathbf{z}^*,\mathbf{p}^*)$, es decir, que $\mathbf{p}^*\in g(\mathbf{z}^*)$ y que $\mathbf{z}^*\in\zeta(\mathbf{p}^*)$(por construcción). Ello implica, de acuerdo con la definición de g, que:

$$\mathbf{p}^* \mathbf{z}^* \geq \mathbf{p}\mathbf{z}^*, \forall \mathbf{p} \in \mathbf{P}$$

Puesto que $\mathbf{pz}=0$ para todo $\mathbf{z}\in\zeta(\mathbf{p})$, $\forall\mathbf{p}\in\mathbf{P}$ y que $0\notin \mathbf{P}$, se deduce que $\mathbf{z}^*\leq 0$(para comprobarlo basta con tomar los vectores de la base canónica.) Es claro, además, que si $z_k<0$, entonces $p^*_k=0$ (caso contrario no se verificaría $\mathbf{p}^*\mathbf{z}^*=0$)

En general los problemas de punto fijo, permiten verificar, que existe una solución para un sistema de ecuaciones, pero suelen dar muy poca información sobre como se obtiene está solución. Aun sí es importante observar el significado de la correspondencia g del anterior teorema. Está correspondencia selecciona, para cada valor de **z**, aquellos vectores de precios que maximizan el valor del exceso de demanda. Ello requiere incrementar los precios de aquellas mercancías que están en exceso de demanda ($z_k>0$), reducir los precios de las mercancías en exceso de oferta ($z_k<0$). Por consiguiente, puede interpretar esta correspondencia g como un remedio del funcionamiento de los mercados, donde las mercancías relativamente más escasas se encarecen y las relativamente más abundantes se abaratan, esta interpretación, no puede llevarse más lejos, hacen falta muchos supuestos muy específicos para asegurar que este procedimiento de modificación de precios conduce al equilibrio, como parte de un proceso dinámico de ajuste.

Sea K un subconjunto compacto y convexo de R^l tal que contiene en su interior todo conjunto de consumo alcanzable $\underline{X}_i$, $i=1,2,\ldots, m$, y a todo conjunto de producción alcanzable $\underline{Y}_i$, $i=1,2,\ldots, n$. Ello es posible puesto que para todo i, j, $\underline{Y}_i$, $\underline{X}_i$, son conjuntos compactos (dado que son cerrados por hipótesis, y que el conjunto de asignaciones factibles es compacto.

$$\underline{X}_i= X_i \cap K,\ \ \underline{Y}_i= Y_i \cap K$$

Y considerando la siguiente economía de propiedad privada:

$$E_{pp} = \left[(X_i,u_i),(Y_j,\pi_j),(w_i),(\theta_{ij})\right]$$

Adviértase que una asignación factible $\left[(\mathbf{x}_i),(\mathbf{y}_j)\right]$ para la economía E_{pp} si sólo si es factible para $\underline{E}_{pp}$ en particular el conjunto de consumos alcanzables del *i-ésimo* consumidor en $\underline{E}_{pp}$, es igualmente $\underline{X}_i$. Además, puesto que existe $\mathbf{x}_i^0 \in X_i$ tal que $\mathbf{x}_i^0 << w_i$, una asignación en la cual el *i-ésimo* consumidor consume $\mathbf{x}_i^0 (i = 1,2,...,m)$ y la *j-ésima* empresa produce 0 (j=1,2,...,n) es factible en E_{pp} y por tanto en $\underline{E}_{pp}$. Consecuentemente para todo i $\mathbf{x}_i^0 \in_i \underline{X}_i$, y para todo j, $0 \in \underline{Y}_j$. Además al tomar conjuntos de elección no vacíos y compactos, las correspondencias de demanda y oferta estarán bien definidas para todo $\mathbf{p} \in \mathbf{P}$.

Sean pues $\xi_i : \mathbf{P} \rightarrow \underline{X}_i$, $\eta_j : \mathbf{P} \rightarrow \underline{Y}_j$ las correspondencias de demanda del *i-ésimo* consumidor (i=1,2,...,m) y de oferta de la *j-ésima* empresa (j=1,2,...,n) para la economía $\underline{E}_{pp}$. Por construcción, la economía $\underline{E}_{pp}$ hereda las propiedades asumidas por E_{pp}.

Podemos definir entonces la correspondencia de exceso de demanda de está nueva economía $\zeta : \mathbf{P} \rightarrow \underline{\mathbf{Z}}$ como:

$$\zeta(\mathbf{p}) = \xi(\mathbf{p}) - \eta(\mathbf{p}) - \{w\}$$

Donde $\underline{\mathbf{Z}} \equiv \sum_{i=1}^{m} \underline{X}_i - \sum_{j=1}^{n} \underline{Y}_j - \{w\}$

Puesto que las funciones, antes establecidas, de utilidad y beneficio son continuas, y se maximizan sobre conjuntos compactos $\underline{Y}_i$, $\underline{X}_i$ para todo $\mathbf{p} \in \mathbf{P}$ la demanda del *i-ésimo* consumidor y la oferta de la *j-ésima* empresa están bien definidas y poseen valores compactos y convexos. Consecuentemente $\zeta(\mathbf{p})$ hereda estás propiedades.

Primero $\underline{\pi}_j(\mathbf{p}) \geq 0$ para todo $\mathbf{p} \in \mathbf{P}$, puesto que $0 \in \underline{Y}_j$.para toda j. Por tanto implica que $\beta_i^{'}$ es una correspondencia continua en $\mathbf{p}$, para todo $\mathbf{p} \in \mathbf{P}$. Consecuentemente, dado que tomamos conjuntos compactos de consumo y producción, cada ξ_i y η_j resultan correspondencias hemicontinuas superiormente en $\mathbf{p}$, para todo $\mathbf{p} \in \mathbf{P}$, por tanto, todas las correspondencias (ζ, ξ, η) son hemicontinuas superiormente en todo el dominio de la función.

Así, la correspondencia ζ aplica el simples de precios $\mathbf{P}$ sobre un conjunto compacto y convexo de R^l, es hemicontinua superiormente y posee valores no vacíos, compactos y convexos. Existen condiciones de aplicar el teorema 3 que garantiza la existencia de algún $\mathbf{p}^* \in \mathbf{P}$, y de algún $\mathbf{z}^* \in \xi(\mathbf{p}^*)$ tal que $\mathbf{z}^* < 0$ con $p^*_k = 0$ si $z^*_k < 0$.

Sea $[(\mathbf{x}_i),(\mathbf{y}_j)]$ la asignación asociada al vector $\mathbf{z}^*$. Para que está asignación sea un equilibrio relativo a $\mathbf{p}^*$, se comprobaran que las condiciones (α), (β), (γ) se cumplen para la economía original. Se realizarán las comprobaciones en sentido inverso.

En primer lugar la asignación $[(\mathbf{x}_i),(\mathbf{y}_j)]$ es factible para la economía original de modo que la condición (γ) se satisface. Ello implica, por construcción que cada $\mathbf{x}_i^*$ y cada $\mathbf{y}_j^*$ están en el interior de *K*.

A continuación la condición (β) también se cumple. Es sabido que $\mathbf{y}_j^*$ maximiza los beneficios relativos a **p*** en $\underline{Y_j}$. Suponga que $\mathbf{y}_j^*$ no maximiza los beneficios sobre Y_j , es decir, suponga que existe $\mathbf{y}_j' \in Y_j$ tal que $\mathbf{p}^*\mathbf{y}_j' > \mathbf{p}^*\mathbf{y}_j^*$. Sabemos que $\mathbf{y}_j^* \in Y_j$, esta en el interior de *K*; por tanto podemos encontrar un λ>0 suficientemente próximo a la unidad, como un punto de $\mathbf{y}_j'' = \lambda\mathbf{y}_j^* + (1-\lambda)\mathbf{y}_j'$ esté dentro de *K*. Se obtiene que $\mathbf{y}_j'' \in \underline{Y_j}$ y a la vez $\mathbf{p}^*\mathbf{y}_j'' > \mathbf{p}^*\mathbf{y}_j^*$,lo que contradice el hecho de que $\mathbf{y}_j^*$ maximice los beneficios relativos a **p*** en $\underline{Y_j}$. Por tanto en realidad $\mathbf{y}_j^*$ maximiza los beneficios relativos a **p*** en $\underline{Y_j}$.

Para comprobar la condición (α) se satisface, vale la pena recordar que $\mathbf{x}_i^*$ maximiza u_i sobre el conjunto:

$$\underline{\beta}_i(\mathbf{p}) \equiv \left\{ \mathbf{x}_i \in X_i / \mathbf{p}^* \mathbf{x}_i \leq \mathbf{p}^* w_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij} \mathbf{p}^* \mathbf{y}_j^* \right\}$$

Donde, como acabamos de ver, $\mathbf{p}^*\mathbf{y}_j^* = \pi_j(\mathbf{p}^*)$. Suponga que $\mathbf{x}_i^*$ no maximiza la utilidad sobre $\underline{\beta}_i(\mathbf{p}^*)$, es decir, existe $\mathbf{x}_i' \in X_i$ tal que $u_i(\mathbf{x}_i') > u_i(\mathbf{x}_i^*)$ con $\mathbf{p}^*\mathbf{x}_i' \leq \mathbf{p}^* w_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij} \mathbf{p}^* \mathbf{y}_j^*$. Puesto que $\mathbf{x}_i^*$ pertenece al interior de *K* podemos encontrar una combinación lineal, tal que, λ>0, y, $\mathbf{x}_j'' = \lambda\mathbf{x}_j^* + (1-\lambda)\mathbf{x}_j'$ esté en *K*. La convexidad de las preferencias implica que $u_i(\mathbf{x}_i'') > u_i(\mathbf{x}_i^*)$. Pero, por construcción $\mathbf{p}^*\mathbf{x}_i'' \leq \mathbf{p}^* w_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij} \mathbf{p}^* \mathbf{y}_j^*$ lo que contradice el hecho de que de que $\mathbf{x}_i^*$ maximice u_i sobre $\underline{\beta}_i(\mathbf{p}^*)$. Por tanto $\mathbf{x}_i^*$ maximiza la utilidad sobre $\beta'_i(\mathbf{p}^*)$.

En resumen:

Una economía de propiedad privada $E_{pp} = [(X_i,u_i),(Y_j,\pi_j),(w_i),(\theta_{ij})]$ tiene un equilibrio competitivo si,

Para todo i=1,2,...,m; X_i es cerrado, convexo y tiene cota inferior. u_i es una función de utilidad continua y semi-estrictamente cuasi-concava y no-saciable. $w_i \in X_i$ y existe $\mathbf{x}_i^0 \in X_i$ tal que $\mathbf{x}_i^0 << w_i$. Para todo j=1,2,...,n; $Y_j \subset R^l$ es no-vacío, cerrado y convexo. $Y_j \cap R_+^l = \{0\}, Y_j - R_+^l \subset Y_j$

$\mathbf{Y} \cap (-\mathbf{Y}) = \{0\}$

CAPITULO III

MODELOS COMPUTABLES DE EQUILIBRIO GENERAL

Esquema general de descripción económica

Las formas de actividad ecónómica, tales como: producción, consumo; y, acumulación de riqueza. Divisiones y subdivisiones de sectores o instituciones de la economía, así como todas las transacciones realizadas por los agentes, sean reales o imputadas, forman parte del sistema económico. Cuando se expresan de manera clara y ordenada, y se constituyen registros, se establece un sistema de contabilidad social.

El concepto de contabilidad social, a diferencia del de contabilidad nacional, se emplea para definir la actividad de concepción y construcción de un sistema de cuentas que comprenda todas las ramificaciones de la economía, los grupos sociales (los protagonistas de la economía), ya sea divididos por su actividad, ingreso, etc, es decir, su nivel socio-económico. Incluirá todas las subdivisiones de las cuentas nacionales, es decir, la transición de una magnitud simple, el agregado básico del ingreso, a una estructura de la cual, dicha magnitud se relaciona con otras de clase similar.

La transición de la contabilidad nacional a una contabilidad social, implica tal vez, un paso conceptualmente menor; se trata de remplazar una estructura simple por otra más compleja, en lugar de remplazar una magnitud por una estructura, y desde un punto de vista práctico, constituye un paso más importante, ya que, la cantidad de datos adicionales requeridos para la segunda transición es muy grande y su integración en un sistema coherente presenta muchos problemas.

Es casi inevitable que los sistemas de cuentas nacionales y sus subdivisiones partan de bases distintas, de modo que las estadísticas resultantes no fueran plenamente consistentes, ello se debe a la insuficiencia de los datos, pero también, en parte, a los diferentes fines y a los distintos modos de enfocar los problemas taxonómicos.

Existen tres diferentes sistemas de cuentas que arriban a un mismo objetivo,(vea la tabla III-1), sí se ven los registros contables de intercambios económicos, por el lado del ingreso, es decir, las ventas que realicen los diferentes agentes, ya sea clasificados por actividad, uso o estrato socio-económico. Igualmente si cuantificamos, siguiendo los principios básicos de la contabilidad, por el lado del gasto, obtendremos un idéntico resultado. No olvidar, que esté resultado, se visualiza igualmente al considerar el nivel de producción de los sectores económicos, de los que el sistema este compuesto.

Flujos económicos de forma matricial.

Cuando la producción se descompone en los diversos sectores que lo constituyen, hacen su aparición las transacciones interindustriales, ya sea, mediante las materias primas, ó bien, por los servicios entre industrias, denominados flujos de producto intermedio, al mismo tiempo, los bienes y servicios que surgen a partir de la producción hacia el consumo y la acumulación, así como, las transacciones internacionales, denominados flujos de consumo final, se dividen en flujos separados para cada una de las industrias componentes.

Es fácil expresar la actividad económica de la forma anterior cuando hablamos de un sistema muy acotado o muy agregado, pero al intentar expresar las transacciones del sistema de forma más realista, surgen, una serie de dificultades. Se hace necesario en consecuencia adoptar una forma de representación y la mejor es sin duda la forma matricial, es decir, una tabla rectangular, en la cual se registran las operaciones en filas y en columnas. En un sistema dentro del cual se gestan un gran número de transacciones, resulta necesario materializarlo dentro de un sistema que no genere confusión, así adoptamos la forma matricial.

En la representación de un gran numero de transacciones entre sectores, subsectores, ramas. Comúnmente los flujos que representan una entrada de dinero se registran en filas, en contrasentido, los flujos que representan salidas de dinero se expresan en columnas, en un esquema muy sencillo, para una sencilla comprensión del lector vea la tabla III-1[11].

En este esquema matricial, es de vital importancia la consistencia de la información, así mismo, es muy importante la forma funcional que describa esta información, a fin de practicar ejercicios, tanto de estática comparativa, como proyecciones a futuro. Siendo consistentes con los criterios de contabilidad.

La tabla II-1 es una representación de una matriz de contabilidad social (MCS) para una economía de un sector(los datos son ficticios.) Siempre el total correspondiente a filas y columnas es el mismo, lo cual es una característica de una MCS, por ejemplo el total de producto (ventas) de la fila 1 es 100, que es idéntico al total de la columna 1 de costos de producción, el ingreso salarios es de 24 (fila 8) es igual al total de la columna 3, consumo en ventas de los trabajadores 23 menos 2 de subsidios más 1 de ahorro en la fila 14.

La matriz siempre se presenta en términos corrientes, o valor nominal. Todas las entradas en filas están valuadas bajo la misma unidad contable,

[11] Esta tabla, es extraída de: Taylor, Lance Comp; Socially Relevant Policy Análisis, Structuralist Computable General Equilibrium Models for the Developing World; MIT press; 1990 Mass E.U.pag 8.

usualmente a precios de productor. La experiencia muestra que el mapeo de una MCS a un MCEG es fácil de asimilar si el precio usado para todas las filas es el mismo. Por ejemplo, en la fila 1, tenemos los diferentes usos del producto, valuado a precios de productor. Sumiendo que el precio interno al que se valúen las exportaciones, en este caso 25, mientras que los compradores extranjeros se ven beneficiados del subsidios de exportación, el precio mundial valuado en 23, en nuestro ejemplo, esta divergencia es ajustada por el subsidio antes mencionado 2 (en la columna 7), la suma de las exportaciones, está realizada a precios de productor. Excepciones a la regla del precio uniforme, son precios diferenciales entre columnas, un ejemplo muy visual, se presenta en los salarios pagados por el gobierno, y por las empresa, ya que los salarios promedio del sector público son mayores

Las filas de la Tabla III-1 esta compuestas del siguiente modo: la fila 1 son ventas por destino. Los componentes del valor agregado a precios de mercado esta representado en las filas 2, 3, 4, y 5, mostrando el total en la fila 6. Los pagos están agrupados mediante insumos de la producción, incluyendo los impuestos indirectos, dentro del flujo de ingresos entre las 7 y 11 las filas 12 y 13 suman los impuestos directos y los subsidios, finalmente la fila 14 representa el ahorro.

Por columnas, la columna 1 suma los costos de producción, de las columnas 2 a la 6 muestran como es que diferentes grupos de disponen de sus ingresos, por ejemplo la columna 6 muestra el gasto de los extranjeros a precios de la frontera, los cuales, son convertidos a términos nacionales, mediante la tasa de cambio.

Los errores y omisiones son frecuentemente mesurados, cuando se estructura le MCS. Este proceso es algunas veces inapropiado, por ejemplo, cuando los errores y omisiones de la balanza de pagos es una aproximación del capital volátil de los rentistas, este efecto es compensado nacionalmente mediante prestamos tanto gubernamentales como privados.

Las diferencias de montos de gasto entre las diferentes clases, en parte debido a las diferencias entre los ingresos de las firmas y de los consumidores, ya que los primeros gastan en bienes de importación, mientras que los segundos, solo realizan gasto en bienes de consumo nacionales, esté problema es el objeto de los subsidios.

Los salarios pagados por el gobierno, los impuestos indirectos y las tarifas son incluidas en el Valor bruto de la producción. La inversión es dividida entre la producción nacional y los componentes importados, un plausible fracaso para las economías en desarrollo, el flujo de ahorro proveniente de todas sus fuentes suma el total de la inversión y es con lo que se verifica la consistencia contable de la

MCS, mostrando como los ahorros provenientes de diferentes grupos de ingresos son la fuente de la oferta de fondos prestables.

Recapitulando las MCS están basadas en el ingreso nacional y las cuentas de producto, las cuentas interindustriales y la información del presupuesto de los consumidores. Típicamente estas fuentes de información son inconsistentes, y hay que conciliarlas a fin de tener consistencia en la MCS. La matriz es una poderosa base de análisis económico, los MCEG están diseñados para explotar los frutos de la consistencia de su gran extensión dentro de la información económica existente.

Pero más allá de solo expresar el monto de los flujos de intercambio que existen entre los agentes económicos, es importante describir más formalmente la conducta que éstos tienen dentro del sistema económico, para ello la tabla II-2[12] expresa de manera algebraica está conducta, para un subsiguiente análisis económico, así como mostrar la forma en la que los parámetros del MCEG son estimados ó calibrados a partir de la información existente.

En la fila 1 tienen diferentes usos del producto, a un precio P y un volumen X, intermedios usos de los bienes producidos internamente vía un coeficiente insumo- producto. Volúmenes de consumo de trabajadores y rentistas son C^{w}_{1} y C^{r}_{1} respectivamente. El consumo de gobierno de bienes nacionales es G_1, exportaciones son E y las importaciones competitivas son M^{c}. El total de la inversión es I, y las fracciones β_0 y β_1 (suman 1) son representativos de las compras nacionales y extranjeras, el subíndice 0 se refiere a una importación.

Los precios mundiales un denotados por un asterisco, el precio mundial de las exportaciones P^*_e proviene de la relación $P^*_e=P(1-z_e)/e$, donde z_e es la tasa de subsidio, reorganizando está ecuación $P=eP^*_e \ +z_eP$, la cual explica la descomposición del valor dela exportaciones PE compuesto por el precio mundial y los subsidios, son las columnas 6 y 7 respectivamente.

La estimación del coeficiente insumo producto de la fila 1 y 15 de la columna 1 es: $a_1=30/100=0.3$. La tasa de subsidio de exportación es una figura relativa al valor de los productos de exportación: z_e=2/25=0.08. Finalmente, la parte de los bienes nacionales en la cesta de inversión son: β_1=7/1200.5833, evidentemente, β_0=1-β_1=0.41166667.

La fila 2 muestra los salarios pagados a la producción (trabajadores y empleados gubernamentales) conviene normaliza este monto con un año base: $P=w=e=1$. Los coeficientes de insumos, tales como trabajo es computado como

[12] Esta tabla, es extraída de:Taylor, Lance Comp; Socially Relevant Policy Análisis, Structuralist Computable General Equilibrium Models for the Developing World; MIT press; 1990 Mass E.U.pag 12

b=empleo del año base/X, el salario de gobierno w_g puede ser dado a valores diferentes de 1, a contabilidades para salarios intersectoriales diferentes.

En la fila 11, columna 1 de importaciones intermedias, está hecha proporcionalmente al producto, a través del coeficiente a_0 y el pago a la tasa de tarifas de importación t_0 Tales importaciones son usualmente asumidas no competitivas con bienes domésticos, en la tabla el coeficiente de insumos es a_0=18/100=0.18, y t_0=2/18=0.1111.

B es una variable de costo por unida de producto, este concepto se emplea para calcular el margen, los números delas filas 1, 2, 5 y 11 muestran que B=(30+20+2+18)/100=0.7. los impuestos indirectos son t_1=7/(70+23)=0.0753, mediante el limite de B, una tasa de tarifas t_0 es un torrente de los incrementos de impuestos. Tales efectos son frecuentemente observados en sistemas impositivos de países en desarrollo.

La fila 3 de la tabla II-1 muestra el total de beneficios (23), así en la tabla III-2 podemos encontrara la tasa de beneficios medida relativamente con el valor de las existencias de capital P_iK, el índice de precios P_i está basado en las proporciones de inversión β_0 y β_1, si las existencias de capital son digamos, 250, entonces r=23/250=0.092

En lo correspondiente los problemas que presenta la medición del valor agregado, en la fila 6 de la tabla III-2 lo denominamos V, agregando las tarifas de consumo y los salarios pagados por el gobierno, obtenemos el valor bruto de la producción a precios de mercado en la ultima columna, un punto de mucha importancia, será investigar los flujos de ingreso existentes.

Los ingresos extranjeros de la fila 11. Surgen de las importaciones intermedias (columna 1), las transferencias remitidas por firmas externas U_{ff} (columna 2), el consumo de importaciones delos rentistas C^r_0 (columna 4), la inversión importada a precios mundiales P^*_i(columna 8) y las importaciones competitivas M^c (columna 9). Las importaciones competitivas entran en la contabilidad con un signo negativo, igualando la oferta con la demanda, y con un signo positivo que contribuye al intercambio externo en la fila 11. El consumidor sostiene las tarifas de importación en la fila 5, t_c=1/1=100 por ciento.

Los impuestos forman el ingreso de gobierno, en la columna 10, también obtiene transferencias del extranjero, U_{fg} en la columna 10, columna 6 respectivamente.Los dividendos que reciben los rentistas d en la columna 9 son parte del total de beneficios, el resto viene en los beneficios de las empresas en la fila 7, d=10/23=0.4348

Los impuestos directos son contabilizados en la fila 12. Las tasa para empresas y rentistas son t^d_f=3/13=0.2308 y t^d_r=1/10=0.1. Los subsidios son contabilizados en la fila 13, conformando el gasto de gobierno expresado en la columna 5. La tasa de subsidios z_c y es calculada así z_c=2/25=0.08.

La primera parte de la matriz, es decir, las cuantas de la producción sí se consolida el numero de cuentas que constituyan a la producción, se obtiene la cuanta nacional de producción, la parte siguiente representa la cuanta de consumo, la cuál, igualmente al consolidar las cuentas que la compongan arroja la cuenta nacional de consumo. En las últimas dos partes que componen la matriz que se encuentran ya consolidadas; En la tercera se hace referencia a las transacciones de capital de todas las unidades del sistema, representando la cuenta nacional de acumulación, la cuarta a las transacciones con el resto del mundo.

La fila y columna últimas expresan los totales de las filas y columnas, indicando que, para cada cuenta, las entradas son iguales a las salidas.[13] Es importante no perder de vista la conexión entre las cuantas nacionales y un sistema más detallado de contabilidad social, una matriz de contabilidad social, no es más que una determinada consolidación de cuentas sociales.

Con base en la explicación anterior de los flujos económicos y la manera de expresarlos de la manera más clara posible, construiremos nuestro modelo.

Modelos computables de Equilibrio General

Los resultados que arroje un sistema económico, pueden o no, diferir de las intenciones de quienes elaboraron la política económica y de los efectos directos que generan los modelos de equilibrio parcial, en otras apalabras son muchas las instancias en las que no se pueden aplicar sucesivamente sector a sector análisis de equilibrio parcial, en este sentido, sí un instrumento de política económica es empleado para modificar alguna variable económica, éste modificará otras variables.

El visualizar de forma empírica un modelo de equilibrio general, es posible, entre otros métodos, por modelos de equilibrio general computable, el cual puede ser nombrado de diferentes formas; Modelos de transacción de valor, modelos de equilibrio general aplicados y matrices de contabilidad social basados en modelos de equilibrio general.

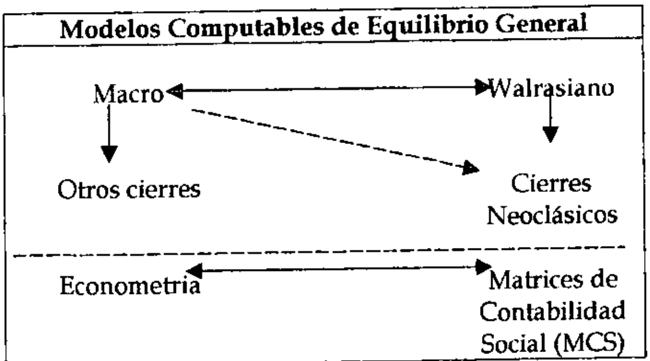
[13] Bajo los preceptos de la ley de Walrras

Como quiera que sea, en este escenario, equilibrio general macroeconómico vinculado con varios grupos de ingresos, como parte de la demanda, la balanza de pagos y la estructura productiva dividida en sectores, es una definición conceptual que asumen los modelos de equilibrio general computable. El modelo incorpora ecuaciones que describen la conducta de los agentes identificados en el modelo, así como, las restricciones tecnológicas e institucionales pertinentes[14].

Los modelos computables de equilibrio general son una representación agregada de la economía y están basados en el equilibrio circular de los mercados de factores y de productos en valores nominales, opuesto a los modelos insumo-producto, cantidades y precios relativos son endógenos, en general, los modelos computables de equilibrio general, son construidos con relativa transparencia estructural en orden y claridad de mecanismos con los cuales las medidas de política económica emprendidas o las variaciones exógenas afectan a la economía en una estructura multisectorial.

Clasificación de los Modelos computables de Equilibrio General.

Son tres las clasificaciones que en la literatura asumen los modelos computables de equilibrio general, la principal clasificación que reciben los modelos computables de equilibrio general (MCEG) está basada en los modelos macro de análisis multisectoriales empleados en los 70's, estos modelos fueron incluidos principalmente por los elaboradores de la política económica en países en vías de desarrollo. Mientras que los segundos, modelos Walrasianos MCEG, consistentes en una estructura de equilibrio general Walrasiano, trabajando en una solución numérica del sistema Walrasiano.



Extraído de:Thissen Mark, A clasification of empirical GCE modelling.,SOM Research Report 99C01., University of Groningen., Groningen, The Netherlands., Diciembre 1998

[14] Los agentes identificados en el modelo, pueden ser representados como los típicos, consumidores y productores, con las respectivas ecuaciones que describan la conducta de éstos.

Entre los investigadores que trabajan en macro modelos de equilibrio general se ha adoptado como regla de clasificación aquella generada por las *"reglas de cierre"* de los modelos, evocando un poco las diferentes teorías entre los economistas. Los modelos Walrasianos se convierten en este caso en un subgrupo especial de los modelos de equilibrio general, asociados con los "cierres Neoclásicos". En términos matemáticos el problema se reduce a la noción de que el modelo debe consistir de un número equivalente entre ecuaciones y variables endógenas. Por lo tanto el problema del cierre se refiere a la decisión que el constructor del modelo tiene que realizar al decidir cuales variables son endógenas y cuales variables son exógenas. Si el modelo se construye alrededor de la tradición Walrasiana y todas las decisiones se basan en un comportamiento optimizador por parte de los agentes, la "regla de cierre" es la introducción de restricciones macro que afecten el comportamiento micro de los agentes individualmente y que introducen la necesidad de variables endógenas adicionales que balanceen esta restricción[15].

Una tercera clasificación basada principalmente en los métodos de obtención de los parámetros, esta clasificación distingue entre modelos con parámetros obtenidos a partir de una técnica de calibración y modelos con parámetros resultantes de estimaciones econometricas.

Modelos computables de Equilibrio General Macro y Walrasianos.

MCEG Walrasianos.

El objetivo de análisis de los MCEG Walrasianos es cuantificar los efectos de variaciones exógenas en la asignación de recursos, de la eficiencia y bienestar. Algunos autores argumentan la carencia de los MCEG Walrasiano al no lograr hacer una descripción de las economías actuales, pero están construidos sobre una estructura capaz de analizar los temas de política económica. Durante la ultima década los MCEG Walrasiano se han vuelto menos estrictos en la aplicación de la teoría walrasiana de equilibrio general, a manera de hacer más realistas los modelos.

Sin ser muy estrictos, se puede argumentar que los MCEG Walrasianos están completamente basados en la optimización los de agentes, así como, el vaciado de los mercados, los cuales son vaciados mediante precios endógenos y sin cantidades de equilibrio que vacíen los mercados.

[15] Ver Taylor, Lance y Lysy, F. Vanishing income distribution: Kenesian Clues about model-surprices in the short run., Journal of Development 6;: 11-29; Taylor, Lance; Short-run model clusuresand steady state growth, Income distribution, inflation and growth ; Lectures of structuralist macroeconomic theory; MIT press; London; pp.40-65. Sen, A; Neo-clasical and Neo .keynesian theories of distribution; Ecomic record; pp.53-63

MCEG Macro

Los MCEG macro se encuentran basados en modelos insumo-producto de corto plazo, los cuales son comúnmente usados para análisis de política económica, estos modelos son extendidos con cantidades y precios endógenos, mientras que el consumo es determinado mediante el ingreso, por medio del cierre de los flujos monetarios en la economía. Los modelos con simultanea determinación de cantidades y precios sectoriales de desarrollo con reasignación sectorial de trabajo y capital, son generalmente vistos como el primer modelo de esta categoría[16].

El objeto central en este campo de trabajo es: cuantificar en el corto plazo los efectos de la distribución del ingreso, el crecimiento sectorial y los efectos de la balanza comercial, que encomian atención en los efectos de la asignación de recursos de existencias exógenas o de políticas alternativas.

Alternativamente a los modelos Walrasianos los modelos macro permiten, algunas veces, adecuar elementos del comportamiento de los agentes (optimizador), cuestión que implica la disyuntiva de; Enfrentar rigor teórico contra resultados empíricos.

Una clasificación interna en los modelos macro de equilibrio general, se da con base en los problemas de los supuestos, ya que, estos supuestos están totalmente aparte de los postulados Walrasianos y neoclásicos. Entre los modelos macro, las principales diferencias se encuentran marcadas, mediante los postulados empleados, que describen el principal mecanismo de equilibrio sobre el cual la mayoría de los MCEG están basados.

En lo siguiente los más importantes postulados y las "escuelas" asociadas están descritas en:

- Neoclásicos.
- Keynesianos y de ahorro forzado.
- Keynesianos.
- Postulados de Johansen.
- Estructuralistas y Kalekianos.
- Postulados de Fondos prestables.
- De balance real y Pigouvianos.

Se puede interpretar y definir los postulados en términos matemáticos, el planteamiento debe consistir en un mismo número de ecuaciones y de incógnitas,

[16] Este modelo fue desarrollado por Johansen en 1960, en *A multi-sectorial study of economic growth*, North-Holland, Ámsterdam.

de tal forma, que el modelador elige que postulados ó escuela de pensamiento económico debe seguir, al evaluar que variables están en función de otras. Al hablar de un modelo microfundamentado, en el que se considere el comportamiento optimizador de los agentes individualmente[17], se presenta la necesidad de una nueva variable endógena, que resuelva este equilibrio con restricciones. Resumiendo los postulados ó supuestos, están determinados por los "gustos y preferencias" del modelador y el proceso empírico de ajuste

En un modelo macro de corto plazo, en el cuál, se considera una función de inversión independiente (5) donde la inversión a un nivel I* totalmente exógeno; Un nivel de producto X_s^* con una función neoclásica (1) homogénea de grado 1, con factores pagados de acuerdo a su productividad, con una tasa salarial w y un beneficio π (2) y (3), se encuentran determinados si el balance ahorro inversión (6) con un total de ahorro (S) en función de S_p y S_w de los beneficios y los salarios:

$$X_s = f_p\,(K,L) \ldots\ldots\ldots.(1)$$
$$w = \frac{\partial X_s}{\partial L} \ldots\ldots\ldots.(2)$$
$$X_s = \pi + wL \ldots\ldots\ldots(3)$$
$$S = S_p\pi + S_w wL..(4)$$
$$I = I^* \ldots\ldots\ldots(5)$$
$$S = I \ldots\ldots\ldots(6)$$

Variables endógenas X_s, I, S w, π.

Es un modelo de producción sectorial simple, en el cuál, la ecuación (3) es homogénea de grado 1, y se puede remplazar por:

$$\pi = \frac{\partial X_s}{\partial K} K \ldots..(3.a)$$

Al ser un modelo compuesto de un mayor número de ecuaciones, que de incógnitas, se encuentra sobre determinado. Por que consta de 6 ecuaciones y 5 variables endógenas, debe entonces añadirse una variable endógena, o eliminar una ecuación

Neoclásicos.

La forma más común de cerrar este modelo, es con supuestos neoclásicos, el modelo deberá consistir únicamente en las ecuaciones 1, 2, 3, 4 y 6; excluyendo la ecuación 5. De tal forma que deberá existir un mecanismo, la tasa de interés, tal

[17] Modelos Walrasiano

que, la inversión se equilibre con el ahorro y se garantice el pleno empleo de la economía. Se asume que cualquiera que sea el ahorro es igual a la inversión, este mecanismo es la tasa de interés[18]. Los supuestos neoclásicos son principalmente modelos Walrasianos de equilibrio general computable (EGC), y muy rara vez empleados en modelos macro EGC.

DE tal forma, que una vez construida la matriz de contabilidad social, las ecuaciones dela forma estructural quedaran dela siguiente forma:

$$X_s = f_p\,(K,L)\text{..........}(1)$$
$$w = \frac{\partial X_s}{\partial L}\text{..........}(2)$$
$$X_s = \pi + wL\text{.........}(3)$$
$$S = S_p\pi + S_w wL\text{..}(4)$$
$$S = I(r),\text{.......}(6)$$

Siendo las variables endógenas X_s, w, π, S, I. Incluyendo una nueva variable exógena, la tasa de interés r y no perder de vista que $S=I(r)$, esta condición asegura la existencia de excesos de demanda iguales a 0, así, la oferta de saldos reales, será igual a la demanda, con lo que se plantea la igualdad entre ahorro e inversión y el sistema de ecuaciones se encuentre en equilibrio y se de él vaciado de mercados, el modelo tendrá solución, ya que consta del mismo numero de incógnitas que de ecuaciones, con lo que se garantiza la existencia de un vector de precios y de cantidades que equilibre el sistema.

Neo-Keynesianos y de Ahorro Forzado.

El modelo Neo-keynesiano se encuentra basado en el modelo de ahorro forzado de Kaldor[19] y Pasinetti[20], este modelo no considera la ecuación 2, donde, los mecanismos de ahorro forzado son creados, a partir de ajustes en la tasa salarial, el tiempo de producción esta aún determinado mediante la oferta de trabajo y capital. Para expresar esto dentro del modelo, se transforma le ecuación 4 en:

$$X_s = f_p\,(K,L)\text{..........}(1)$$
$$X_s = \pi + wL\text{.........}(3)$$
$$S = S_p\pi + S_w \frac{W_n}{p} L\text{......}(4.a)$$
$$I = I^*\text{.........}(5)$$

[18] Este postulado es asumido por Swan (1970), así como por Solow (1956)

[19] Ver: Kaldor, N., Alternative Theorics of distribution., Review of economic studies.23., 1956., pp 94-100

[20] Ver: Pasinetti., Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth, Review of economic studies.29.,pp 267-279., 1962

$$S = I.........(6)$$

Con W_n como la tasa de salario nominal exógena y p nivel de precios endógeno que arroja la igualdad entre ahorro e inversión, producido por una nueva distribución del ingreso; Considera igualmente, la conocida ecuación neokeynesiana de beneficio y se deriva en esté modelo de la manera siguiente:

$$\pi = \frac{I^*}{s_p - s_w} - \frac{s_w}{s_p - s_w} X$$

Análogamente el modelo tendrá solución ya que consta de el mismo número de variables endógenas (X_s, $\frac{W_n}{p}$, π, S, I, p) y ecuaciones, con las que se da la existencia del pleno empleo y por lo tanto el vaciado de mercados. Con la existencia de un sistema determinado, se presentan los vectores de precios y cantidades, siendo el primero el eje sobre el cual giran los mercados al generar el intercambio, pero en equilibrio.

Keynesianos y de Johansen.

Con base en la teoría general de Keynes[21], endogeneizar el trabajo en el sistema que se ha expuesto, con la introducción del desempleo es posible, para una inversión diferente al nivel de pleno empleo. En modelos de EGC el pleno empleo es conseguido cuando se introduce el comportamiento del gobierno, incluyendo en el sistema de ecuaciones estructural su gasto o los impuestos y eliminando o modificando la ecuación (4), por lo que se tienen dos opciones de modelo estructural:

$$X_s = f_p\ (K,L)..........(1)$$
$$w = \frac{\partial X_s}{\partial L}..........(2)$$
$$X_s = \pi + wL.........(3)$$
$$S = s_p\,\pi + s_w wL + G_s \quad (4..b)\ ó$$
$$S = s_p(1-t)\pi + s_w\ (1-t)wL....(4.c)$$
$$I = I^*.........(5)$$
$$S = I.........(6)$$

Donde, G_s es ahorro gubernamental endógeno en (4.b) y t como la tasa impositiva endógena en (4.c). De tal forma que también se asegura la solución del modelo, con un idéntico numero de ecuaciones que de incógnitas, simultáneamente, los excesos

[21] Ver: Keynes, John , Maynard., The general theory of employment, interest and money., Macmillan., London., 1936

de demanda serán nulos, es importante se sea cual fuere la elección de modelo estructural, llegaría un vector de precios y cantidades.

Kaleckianos ó Estructuralistas.

Un supuesto frecuentemente usado por modelos estructuralistas están basados en el trabajo de Kalecki, en el modelo kalekiano (ecuaciones 1.a, 3, 3.b, 4, 5 y 6) asume que, las firmas operan con exceso de capacidad, donde, la demanda de trabajo se encuentra representada por una función f_l y el poder del mercado oligopolico fija los precios, como un margen τ sobre costos:

$$L = f_l\,(x) \ldots\ldots\ldots (1.a)$$
$$X_s = \pi + wL \ldots\ldots\ldots (3)$$
$$\pi = (1+\tau)wL \ldots\ldots (3.b)$$
$$S = S_p\pi + S_w wL \ldots (4)$$
$$I = I^* \ldots\ldots (5)$$
$$S = I \ldots\ldots\ldots (6)$$

La ecuación 2, esta fuera del modelo, ya que, los salarios reales no son asumidos de largo plazo por la productividad marginal del trabajo, y los salarios son ahora determinados por la ecuación 3, al igual que el ingreso total que es igual al valor agregado, mientras que L es endógena y el desempleo existe, igualmente al modelo neokeynesiano, el beneficio será igual a:

$$\pi = \frac{I^*}{s_p - s_w} - \frac{s_w}{s_p - s_w} X$$

El modelo tendrá solución, es de vital importancia remarcar que se presentan un mercado dividido, no se supone una estructura mercantil de competencia perfecta, por lo que responde a algunas situaciones especiales en el estudio de alguna economía particular, los excesos de demanda son nulos, con lo que se observa el pleno empleo de factores productivos en el sistema

Modelos de fondos prestables.

La discusión de los mecanismos que igualen ahorro e inversión, así como, la modelización de mercados financieros, partiendo de los supuestos de fondos prestables, en los cuales los ahorros son la oferta de fondos prestables y la inversión su demanda, el mecanismo que las equilibra es una variable extra, es decir, la tasa de interés, esto implica modificaciones las ecuaciones (4) y (5):

$$X_s = f_p\,(K,L) \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$w = \frac{\partial X_s}{\partial L} \ldots\ldots\ldots (2)$$
$$X_s = \pi + wL \ldots\ldots\ldots (3)$$
$$S = f_{sp}(i)\pi + f_{sw}(i)wL \ldots\ldots (4.d)$$

$$I = f_i(I^*,i)......................(5.a)$$
$$S = I.........(6)$$

Donde i es la tasa de interés endógena, f_{sp} y f_{sw} la función donde el interés depende del ahorro, del ingreso salarial y de los beneficios, y f_i la función de inversión, determinado por un nivel de inversión exógena y la tasa de interés, para el modelo de fondos prestables (ecuaciones 1, 2, 3, 4.d y 5.a) las elasticidades del interés con respecto al ahorro y a la inversión deberán ser de signo contrario.

Si la elasticidad de ahorro con respecto a la tasa de interés es cero, y la elasticidad de la inversión con respecto a la tasa de interés se desvía de cero, el modelo es comparable con el modelo de Solow, en la situación opuesta, en la que el modelo es comparable con el modelo de Johansen, la principal diferencia es que los cambios en el ahorro son inducidos por un cambio en la tasa ahorro y no un cambio en la tasa impositiva

Pigoubianos o de Balance Real.

Al incluir variables financieras en los modelos, se pueden incluir alternos mecanismos para equilibrar el número de variables endógenas y exógenas. Uno de ellos es el efecto Pigou o de balances reales, que puede ser expresado en el contexto de MCEG, rescribiendo la ecuación (4):

$$X_s = f_p\ (K,L)..........(1)$$
$$w = \frac{\partial X_s}{\partial L}..........(2)$$
$$X_s = \pi + wL.........(3)$$
$$S = f_{sp}\frac{M}{P}\pi + f_{sw}\frac{M}{P}wL\ ....(4.e)$$

$$I = I^*......(5)$$
$$S = I.........(6)$$

Donde M es la oferta de dinero exógena, f_{sp} y f_{sw} las funciones de ahorro y P el nivel de precios endógeno. De tal forma que el modelo de balance real, estará compuesto por las ecuaciones 1, 2, 3, 4.e, 5 y 6, sí existiera un exceso de demanda, los precios se incrementan para reducir el consumo de los agentes e incrementar su ahorro para compensar su perdida.

Resumiendo se presenta la tabla III-3.

Tabla III-1

Matriz de Contabilidad social, para una economía de un sector

			Ingreso por Usos								
		Costos de Producción	Empresas	Salarios	Rentistas	Gobierno	Extranjero	Subsidios de Exportación	Inversión	Importaciones Competitivas	Total
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Ventas	30		25	4	12	23	2	7	-3	100
2	Salarios	20				4					24
3	Beneficios	23									23
4	Impuestos Indirectos	7									7
5	Tarifas de Importación	2			1						3
6	Valor Agregado	52			1	4					57
7	Ingreso de empresas	13				4					13
8	Ingreso Salarial	20									24
9	Ingreso Rentista	10									10
10	Ingreso Gobierno	9	3		2		5				19
11	Ingreso Extranjeros	18	5		1				5	3	32
12	Impuestos Directos		3		1						4
13	Subsidios			-2		4		-2			0
14	Ahorro		5	1	3	-1	4				12
15	Total	100	13	24	10	19	32	0	12	0	

TABLA III-2

Matriz de Contabilidad social, para una economía de un sector

		Costos de Producción	Usos del Ingreso Empresa	Gasto corriente por tipo de ingreso: Salarios	Rentistas	Gobierno	Usos del Ingreso Externo	Subsidios de Exportación	Inversión	Importaciones Competitivas	Total
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Ventas	Pa_1X		PC^w_1	PC^r_1	PG_1	EP^*_eE	z_ePE	$P\beta_1 I$	$-PM^c$	PX
2	Salarios	wbX				w_gL_g					Y_w
3	Beneficios	rP_iK									rP_iK
4	Impuestos Indirectos	t_iBX									Ind
5	Tarifas de Importación	$t_0eP^*_0a_0X$			$teP^*_0C^r_0$						Tar
6	Valor Agregado	V			$teP^*_0C^r_0$	w_gL_g					GDP
7	Ingreso de empresas	$(1-d)rP_iK$				w_gL_g					Y_f
8	Ingreso Salarial	wbX									Y_w
9	Ingreso Rentista	drP_iK									Y_r
10	Ingreso Gobierno	T_x	T_f		T_r		U_{fg}				Y_g
11	Ingreso Extranjeros	$eP^*_0a_0X$	U_{ff}		$eP^*_0C^r_0$				$eP^*_0\beta_0 I$	PM^c	Y_{por}
12	Impuestos Directos		$t^d_fY_f$		$t^d_rY_r$						Dir
13	Subsidios			$-z_cPC^w_1$		Z		$-z_ePE$			0
14	Ahorro		S_f	S_w	S_r	S_g	S_f				P_iI
15	Total	PX	Y_f	Y_w	Y_r	Y_g	Y_{por}	0	P_iI	0	

TABLA III-3

MCEG	ECUACIONES	SOLUCIÓN	IMPLICACIONES FUNDAMENTALES	ALGORITMO
Neoclásicos	$X_s = f(K,L)$.. $w = \frac{\partial X_s}{\partial L}$ .... $X_s = \pi + wL$......... $S = S_p\pi + S_w wL$.. $S = I(r)$,......	Modelo determinado Mismo número de ecuaciones que de incógnitas	La producción total esta en función de las productividades marginales de los factores, los precios incluyendo el salarios son las utilidades marginales de cada bien o servicio y la tasa de interés es el instrumento que iguala la inversión y el ahorro.	Scarf; En virtud de que el sistema tiene la forma de un sistema poliédrico, dadas las propiedades de el marco teórico general, tal algoritmo es el fundamental para soluciones de puntos fijos, que en este caso serán los vectores de precios y cantidades
Neokeynesianos Y de ahorro forzado	$X_s = f_p(K,L)$......... $X_s = \pi + wL$........ $S = S_p\pi + S_w \frac{W_n}{p} L$ $I = I^*$ $S = I$ $\pi = \frac{I^*}{s_p - s_w} - \frac{s_w}{s_p - s_w} X$	Modelo determinado Mismo número de ecuaciones que de incógnitas	La principal deferencia con el modelo anterior, es que no respeta dos los preceptos de Walras, la tasa salarial es exógena, pero el salarios real, que incluye un nivel de precios endógeno(punto fijo), regula la igualdad entre ahorro e inversión, considerando los ahorro forzados de los agentes de la producción.	Scarf; En virtud de que el sistema tiene la forma de un sistema poliédrico, dadas las propiedades de el marco teórico general, tal algoritmo es el fundamental para soluciones de puntos fijos, que en este caso serán los vectores de precios y cantidades
Keynesianos y De Johansen	$X_s = f_p(K,L)$........ $w = \frac{\partial X_s}{\partial L}$ .... $X_s = \pi + wL$........ $S = s_p\,\pi + s_w wL + G_s$ ó $S = s_p(1-t)\pi + s_w\,(1-t)wL$... $I = I^*$....... $S = I$.......	Modelo determinado Mismo número de ecuaciones que de incógnitas	Aquí se vuelve a considerar la productividad de los factores de la producción, induciendo al gobierno como agente económico, ya que mediante su actividad, mediante política fiscal conducirá al sistema al equilibrio, mediante está actividad hace posible el desempleo, y por tanto pone en marcha el mercado de trabajo.	Scarf; En virtud de que el sistema tiene la forma de un sistema poliédrico, dadas las propiedades de el marco teórico general, tal algoritmo es el fundamental para soluciones de puntos fijos, que en este caso serán los vectores de precios y cantidades

Kaleckianos o Estructuralistas	$L = f_l(x)$... $X_s = \pi + wL$...... $\pi = (1+\tau)wL$... $S = S_p\pi + S_w wL$ $I = I^*$.... $S = I$.........	Modelo determinado Mismo número de ecuaciones que de incógnitas	Asume los salarios como fijados exógenamente, donde además se fijan los precios de las mercancías como un margen a partir del poder de mercado que la firma posea, y el mercado de trabajo se supone en desequilibrio por lo que la demanda la arroja el modelo.	Scarf; En virtud de que el sistema tiene la forma de un sistema poliédrico, dadas las propiedades de el marco teórico general, tal algoritmo es el fundamental para soluciones de puntos fijos, que en este caso serán los vectores de precios y cantidades
Modelos de fondos prestables	$X_s = f_p(K,L)$.......... $w = \frac{\partial X_s}{\partial L}$ .... $X_s = \pi + wL$........ $S = f_{sp}(i)\pi + f_{sw}(i)wL$.... $I = f_i(I^*, i)$..................... $S = I$.........	Modelo determinado Mismo número de ecuaciones que de incógnitas	Al implementar política monetaria en este modelo un elemento de vital importancia para la consecución del equilibrio, es la presentación de la tasa de interés. Presentando un comportamiento contrario respecto al ahorro y la inversión, das las características propias del mercado de dinero.	Scarf; En virtud de que el sistema tiene la forma de un sistema poliédrico, dadas las propiedades de el marco teórico general, tal algoritmo es el fundamental para soluciones de puntos fijos, que en este caso serán los vectores de precios y cantidades
Pigoubianos o de Balance Real.	$X_s = f_p(K,L)$........ $w = \frac{\partial X_s}{\partial L}$ .... $X_s = \pi + wL$........ $S = f_{sp}\frac{M}{P}\pi + f_{sw}\frac{M}{P}wL$ . ... $I = I^*$..... $S = I$........	Modelo determinado Mismo número de ecuaciones que de incógnitas	Aquí el nivel de ahorro estarán en función de la oferta monetaria y el nivel de precios, la producción en función de las productividades delos factores, conduciendo al modelo hacia el equilibrio, a partir de la expansión o contracción de la demanda agregada vía precios.	Scarf; En virtud de que el sistema tiene la forma de un sistema poliédrico, dadas las propiedades de el marco teórico general, tal algoritmo es el fundamental para soluciones de puntos fijos, que en este caso serán los vectores de precios y cantidades

Capitulo IV

Algunas experiencias aplicables a países en desarrollo.

Los MCEG se han venido desarrollando, principalmente en la búsqueda del desarrollo de los países atrasados, poniendo especial énfasis en la asignación de recursos. Cuando se cuenta con la totalidad de los resultados que se presentan en la implementación de una política económica cualquiera, los creadores de ésta observan la relación existente, entre las fuerzas de los mercados y los incentivos que actúan. Los MCEG proveen su sistema teórico propio, el cual esta verdaderamente construido para la simulación de políticas descentralizadas de modelos alternativos, para tal simulación se emplean métodos tales como la programación lineal y algunos otros métodos semejantes, los cuales están tradicionalmente constituidos como los puntales matemáticos de la planeación económica.

Los MCEG tiene su fundamento teórico en una versión moderna del modelo de economía competitiva de Walras, con todos sus elementos característicos, precios relativos, productores y consumidores maximizadores, y pago a los factores de la producción de acuerdo a su productividad marginal. La solución que provee el sistema es un vector de precios, el cual muestra optimizaciones individuales, mutuamente consistentes y factibles, que vacían los mercados. Los MCEG no son meras ilustraciones numéricas de economías competitivas, contiene de hecho las principales funciones de comportamiento, con lo cual introduce automáticamente un grado de imperfección de competencia, al tratar de modelar políticas económicas, las cuales necesariamente incluyen al sector gobierno, por medio del ajuste de precios, cantidades controladas, tasas impositivas, etc. Más allá del funcionamiento neoclásico típico, encontramos frecuentemente en los MCEG ausencia de algunas partes de la economía, de insensibilidad de precios a la oferta y la demanda, tales como precios ajustados, rigideces estructurales, este tipo de modelos se connotan mediante modelos computables de desequilibrio general. (MCDG)

Ahora analizaremos algunos casos de aplicación de MCEG, con especial atención en las estructuras económicas y en modelos de simulación de políticas económicas, por el momento sin profundizar en los algoritmos y/o en la econometria implementada por algunos autores.

Los países de estudio son muy variados, tanto en su nivel de vida, como en su industrialización, en su apertura al comercio externo, importancia del sector público y en el tipo de políticas propuestas.

Producción, Consumo Privado y Comercio Externo.

Producción.

El nivel de desagregación de actividad económica es altamente variado, Desagregación de más de 10 actividades corresponde a un tradicional sistema de contabilidad nacional, el cual presenta algunos problemas, un pequeño grado de desagregación tiene algunos problemas de actividades comerciables y no comerciables, regulaciones gubernamentales y no-regulación de actividades.

Funciones de producción que permiten la distinción entre el agregado e individual nivel de precios de producción, los cuales son principalmente empleados para simulaciones en políticas de comercio, las cuales muestran los diferentes impactos de barreras mediante tarifas y exención de éstas, así como, efectivas barreras de protección.

Consumo Privado.

En general el consumo privado se puede agrupar en no más de 15 grupos de consumo, Los sistemas lineales de gasto[22] y no lineales[23] permiten una distinción entre gasto inducido y no inducido, el cual varia con el ingreso y el consumo, este gasto es usado para la simulación de políticas que afectan el sistema de precios y racionalización de bienes de consumo básico que están asimilados por gastos inducidos.

Importaciones.

Los tratamientos tradicionales, importaciones perfectamente sustitutas, que ajusten la diferencia entre oferta y demanda domestica, ó importaciones perfectamente complementarias relacionadas a la producción y que ajusten los coeficientes, son rechazadas a favor de un tratamiento más realista, en el cual se asume una constante elasticidad de sustitución entre mercancías domesticas e importadas, los consumidores igualan su tasa marginal de sustitución con el precio interno de producción local y mercancías importadas, este tratamiento asimila la

---

[22] Ver: Stone, R. Linear Expediture System and Demand Análisis: An Applicatión to the Pattern of British Demand. (1954) Economic Journal. N° 64. pp 511-527;

[23] Ver: Carlevaro, F. A Generalization of the Linear Expediture System, in Private and Enlarged Consuption. (1976)L. Solari and Pasquier Editorial. Amdsterdam North Holland.

especialización industrial y las políticas de comercio que ni son todo poderosas (con importaciones perfectamente sustitutas) ni impotentes(con importaciones perfectamente complementarias.) En el caso de cuotas de importación, escasez de rentas acumuladas en algunos grupos de ingresos o la parte del valor agregado de la búsqueda de actividades que generen ingresos.

Exportaciones.

Al igual que las importaciones, no solo se busca el comportamiento tradicional que ajuste la diferencia entre la oferta domestica y la demanda, que está exógenamente determinada, esto es frecuentemente abandonado a favor de una función lógica de la oferta de exportaciones de una tasa de precios internos para ventas externas; las exportaciones son asumidas con una elasticidad constante de transformación entre ventas locales y externas, productores que igualan su tasa marginal de transformación con precios domésticos para ventas locales y externas.

Fuentes de Dinamización

En la mayoría de los casos de dinamización los procesos son esencialmente empíricos y prácticos, algunos no están basados en la existencia de beneficio individual intertemporal o funciones de utilidad, pero están construidos alrededor de la adopción de valores de elasticidades de producción, la introducción del progreso técnico, cambios exógenos en variables predeterminadas, tales como, la dotación de factores, endógena o exógena movilidad interna de trabajo y capital, con o sin mercados financieros.

Una concisa descripción de la estructura de varios MCEG debe contener en pocas palabras, los tratamientos que se le dé a la acción del gobierno, el dinero y la distribución del ingreso.

El Gobierno es visto como el creador de incentivos para la inversión, la cual permite ajustar los precios, con el objeto de restringir el ingreso, esto no se consigue con una implícita función de utilidad, ya sea individual o social y en ninguna aplicación se hacen previsiones en las reglas de decisión basadas en la existencia de bienes públicos y semipúblicos.

En la tradición Walrasiana, donde existen solamente precios relativos, el dinero es neutral, de tal forma que la inflación es exógena y esta solo refleja los cambios en el valor numérico, la cual permite la conversión de precios relativos en precios nominales.

Principales simulaciones y resultados.

Dado el vuelco de la economía, al comercio internacional, es de vital importancia la inclusión de tal comercio en los modelos, para la simulación de políticas alternativas o de cambios en la economía mundial, de tal modo, que sea posible evaluar el impacto de estás modificaciones en la economía del país para el cual se desarrolle el modelo. En un principio el problema consistió en el efecto de barreras tarifarías y no tarifarías, acorde con la medida de los indicadores de equilibrio parcial ó de los resultados arrojados por un modelo equilibrio general, en los últimos modelos elaborados, su objetivo ha sido, la evaluación y diseño de políticas de comercio exterior, los cuales, en varios casos, se han convertido en los más convincentes argumentos de políticas o ajustes estructurales.

De igual forma, la manera en como se modifica el objetivo y diseño de estos modelos, a lo largo del tiempo, bien depende de la estructura económica mundial, ya que, es evidente que el entorno al cual se enfrentan las economías es diferente en la década de los sesenta del siglo pasado, que a la entrada del nuevo milenio, hoy día las áreas de estudio más relevantes, las reformas de los impuestos internos, variaciones en el sistema de subsidios, medidas de la perdida de bienestar, tales como las diferencias en los salarios. El financiamiento del gasto público, el sistema financiero, las políticas de tipo de cambio y algunos otros temas.

Los MCEG son empleados principalmente para la simulación de desarrollo y políticas de estabilización, además que estos modelos tienen la ventaja de simultáneamente contar con mecanismos de planeación descentralizada basado en precios sensibles, posibilidades de sustitución y para funcionamientos no Walrasianos existentes en economías reales. Además sus soluciones no requieren de una formulación explicita de funciones multi-objetivos de bienestar social. Aunque el interes original se ha planteado en el comercio exterior y los mercados financieros.

Él éxito de los MCEG depende del constructor del modelo, ya que, es importante identificar las principales cerraduras macroeconómicas, porque constituyen el sustento teórico del modelo, introducir en modelo fuentes creíbles y mecanismos de dinamización pertinentes, la correcta relación con los mercados financieros y el derivar concretas recomendaciones de política económica, no sin olvidar la importancia de la obtención de los parámetros.

Conclusiones.

La forma más clara y ordenada de trasladar algo tan abstracto como es la teoría del equilibrio general al campo aplicado, es mediante una sistema que además de respetar sus bases analíticas, cuente con la información necesaria para desenmarañar, hasta donde sea posible, las relaciones existentes en el sistema económico, tal sistema que además permita la aplicación de diferentes teorías, pero siempre respetando la capacidad del sistema de conducirse al equilibrio. A este sistema se le denomina *Modelo computable de equilibrio general.* (MCEG)

Hasta ahora se ha mostrado que es los MCEG se pueden clasificar en diferentes tipos, basados tanto en sus propuestas, como en la técnica de determinación de parámetros que emplea y en las ecuaciones de cierre que presenta.

Los MCEG que están principalmente basados en los postulados Walrasianos, frecuentemente son empleados en análisis de bienestar económico y en estudios cuantitativos de la asignación de recursos. Aquí es factible evaluar los efectos de una determinada política económica en lo concerniente a la asignación óptima de recursos, eficiencia y bienestar.

Los MCEG macro se emplean en el discernimiento del funcionamiento y estructura de una economía especifica. Un modelo de este tipo, con un gran número de ecuaciones estructurales es adecuado para determinar mecanismos de predicción del producto, con determinadas políticas económicas, dada la presente estructura, o proponiendo una nueva estructura económica para el corto plazo

Conjuntamente con un análisis de crecimiento sectorial, estos modelos usualmente centran su atención en la distribución del ingreso y en los efectos de la balanza comercial.

Como se mostró, estos modelos se pueden desagregar, tanto como se quiera, esto en virtud de la matriz de contabilidad social con la que se cuente. La cual es una base de datos suficiente para analizar los efectos de diferentes políticas. Es importante incrementar la confiabilidad en la estimación de parámetros, ya que, una estimación dinámica corresponde cabalmente al actual desarrollo de la economía y es crucial para la construcción de un MCEG de largo plazo, es necesario considerar que una aproximación econometrica es muy sólida en cuanto a su método de estimación.

Una evaluación cautelosa, acerca de las relaciones que se presentan entre los diferentes métodos de estimación, donde el método de calibración cuanta con fundamentos económicos muy sólidos, mientras que adolece de rigor matemático en su estimación, por otra parte las estimaciones econometricas cuentan con un enorme rigor matemático y sus bases económicas son un tanto débiles, razón por la cual, se llaga a pensar que lo ideal sería un híbrido entre estas dos técnicas de estimación de parámetros.

Los MCEG son perfectibles, pero también presentan una gran gama de posibilidad que el modelador puede aprovechar en el estudio de una situación tanto especifica como general, son consistentes con el grado de información y tan poderoso como los fundamentos teóricos que presente.

BIBLIOGRAFÍA.

- Arrow, Kenneth.,Collected Papers of Kenneth, J K Arrow., Volumen II General Equilibrium.,Edit Harvard University Press., Cambridge, 1983.

- Arrow, Kenneth., Existence of Equilibrium of a competitive economy., Econometrica., N° 22., Estadso Unidos 1954.

- Arrow, Kenneth., Hanh , F,M., Análisis General competitivo., Fondo de Cultura Economica., México 1997.

- Carlevaro, F. A Generalization of the Linear Expediture System, in Private and Enlarged Consuption. (1976)L. Solari and Pasquier Editorial. Amdsterdam North Holland.

- Chennery, Hollis., Clark, Paul., Economía interindustrial, Insumo - Producto y programación lineal., Fondo de Cultura Económica., 1ª ., México 1980.

- Debreu, G., Teoría del valor un análisis axiomático del equilibrio económico.,Antoni Boshc., Barcelona 1973.

- Debreu, G.,Excess Demand Funtions., Journal of mathetitical Economics., Estados Unidos.1978.

- Debreu, G.,Existencia de un equilibrio competitivo., Handbook of mathematical Economics., Vol II., New York; North Holland.

- Deforuney, J, Thorbecke, E, Structural Path Analisis and Multiplier Decomposition within a Social Accounting Matriz Framework, The economic journal, Great Bretain, N° 94, March 1984, pp 11-136

- Decaluwe, Bernard, CGE modeloing and developing economies; A concise empirical survey of 73 aplications to 26 countries. , Journal of policy modeling, A social science forum of world issues. Volumen 10, N° 4, winter 1988

- Doroodian, K, Boyd, R,The impact fo Remiving Corn Subsidies in México: A general equilibrium assessment, Journal of Economic Literature, June 99

- Dussel, Peters, Enrique., Economía de la polarización., Editorial Jus., México.1997

- Kaldor, N., Alternative Theories of distribution., Review of economic studies.23., 1956., pp 94-100

- Keynes, John , Maynard., The general theory of employment, interest and money., Macmillan., London., 1936

- Kreps, David.,A Course in Microeconomic Theory.,1ª ed., E.U.A. 1990.Ed. Princeton University.

- Madden, Paul. ,Concavidad y Optimización en Microeconomía.,1ª ed España 1987.,Ed. Alianza.

- Mas-Colell, Andrew., The theory of general economic equilibrium., Economics society monographs edit., Cambridge chemestry press. 1989 .

- Nikaido, H., Métodos matemáticos del análisis económico moderno.,Vicens-Vives., España., 1ª edición., 1978

- Pasinetti., Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth, Review of economic studies.29, 1962

- Ruiz, Duran, Clemente.,Economía de la pequeña empresa, Hacia una economía de redes., Planeta Mexicana., México 1995., Serie Ariel Divulgación.

- Ruiz, Duran, Clemente., Dussel, Peters, Enrique; Piore, Michael.,Pensar globalmente, actuar regionalmente., UNAM., México 1997.

- Talman, J., The computation and modelling of economic equilbria., Elsivier Science Publishers B.V., North Holland., 1987

- Taylor, Lance Comp; Socially Relevant Policy Análisis, Structuralist Computable General Equilibrium Models for the Developing World; MIT press; 1990 Mass E.U.

- Taylor, Lance y Lysy, F. Vanishing income distribution: Kenesian Clues about model-surprices in the short run., Journal of Development.

- Taylor, Lance; Short-run model clusuresand steady state growth, Income distribution, inflation and growth ; Lectures of structuralist macroeconomic theory; MIT press; London

- Taylor, Lance; Lusting, Nora; Gobson, Bill, Terms of trade class conflict in a Computable General Equilibrium Model for México, Documento de trabajo, CEE. COLMEX, Nº 1982-VI, Febrero de 1983

- :Thissen Mark, A clasification of empirical GCE modelling.,SOM Research Report 99C01., University of Groningen., Groningen, The Netherlands., Diciembre 1998

- Thissen Mark, Two decades of research, Financial CGE models., University of Groningen., Groningen, The Netherlands., June 199

- Sen, A; Neo-clasical and Neo -keynesian theories of distribution; Economic record 1963

- Stone, R. Linear Expediture System and Demand Análisis: An Applicatión to the Pattern of British Demand. (1954) Economic Journal.

- Varian, Hall R.Análisis MIcroeconómico. 3ª ed. España 1992.Ed.Antoni Bosch.

- Villar, Antonio., Curso de Microeconomía avanzada., Antoni Bosch., 1ª Edición., Barcelona 1996.