



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

03071
1

UNIDAD ACADÉMICA DE LOS CICLOS PROFESIONAL Y DE
POSGRADO DEL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

“HABILIDADES MATEMÁTICAS UTILIZADAS POR
ESTUDIANTES DE PREPARATORIA EN LA COMPRESIÓN DEL
ÁLGEBRA”

TESIS

que para obtener el grado de:
MAESTRO EN EDUCACIÓN EN MATEMÁTICAS

presenta:
JUAN DE DIOS HERNÁNDEZ GARZA

Director de Tesis: M. en C. Ma. del Refugio Gispert C.

México, D.F.



CAMPUS
PO
2000
MILAN
O

286461



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INTEGRANTES DEL JURADO

M. en C. MA. DEL REFUGIO GISPERT CASTAÑEDA

M. en C. OSCAR CUEVAS DE LA ROSA

M. en C. ANTONIO CHALINI HERRERA

M. en C. GUSTAVO MARQUINA ROJO

M. en C. JUAN B. RECIO ZUBIETA

Dedico este trabajo al más grande de los maestros:

DIOS,

Porque existo gracias a él.

AGRADECIMIENTOS

A los maestros:

Ma. del Refugio Gispert y Oscar Cuevas
por la excelente dirección de éste trabajo

A mi esposa:

Ma. del Rosario Jiménez Hernández
Por su apoyo incondicional y la captura de ésta tesis.

INDICE

	PAGINA
I. EL PROBLEMA	1
- Objetivos, Propósito y Supuesto	
II. EL CONTEXTO. ANÁLISIS DE LOS OBJETIVOS QUE SE PERSIGUEN.	4
III. REVISIÓN DE LITERATURA.	11
- Generalización	
- Flexibilidad	
- Reversibilidad	
IV. METODOLOGÍA.	21
- Las variables consideradas.	
- Definiciones conductuales de las habilidades.	
- Criterios en el diagnóstico de las habilidades.	
- Construcción de las pruebas sobre habilidades matemáticas:	
i. Prueba de Flexibilidad	
ii. Prueba de Generalización	
iii. Prueba de Reversibilidad	
- Pruebas sobre habilidades. Versión Final	
i. Prueba de Flexibilidad	
ii. Prueba de Generalización	
iii. Prueba de Reversibilidad	
- Construcción y aplicación exploratoria del examen de conocimientos algebraicos.	
- Muestra.	
- Aplicación de las pruebas sobre habilidades matemáticas.	
- Aplicación del examen de conocimiento algebraico.	
- Asignación de puntajes.	
- Matriz de respuestas: Prueba de Flexibilidad.	
- Matriz de respuestas: Prueba de Generalización.	
- Matriz de respuestas: Prueba de Reversibilidad.	
- Matriz de respuestas: Prueba de conocimiento algebraico.	
V. TRATAMIENTO DE LOS DATOS Y ANÁLISIS.	63
- Procedimiento estadístico.	
- Conclusiones del análisis estadístico.	
- Prueba de hipótesis para los coeficientes de correlación por rangos de Spearman.	

- Análisis cualitativo:
 - o de la primera categoría
 - o de la segunda categoría
 - o de la tercera categoría
- Conclusiones derivadas del análisis estadístico:
 - o primera categoría
 - o segunda categoría
 - o tercera categoría

VI.	CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS.	78
	- Conclusiones generales	
	- Conclusiones sobre los objetivos, propósito y supuesto de éste trabajo.	
	- Sugerencias.	
VII.	BIBLIOGRAFÍA.	83

I. EL PROBLEMA

El motivo que me llevó a elaborar ésta tesis es el de tratar de responder a uno de los problemas existentes en la enseñanza del Algebra en el nivel medio superior. El problema se sitúa en el contexto del tipo de acciones en la enseñanza que crean las condiciones más propicias para el buen desempeño del educando en el aprendizaje del Algebra.

En la práctica educativa con frecuencia el profesor encuentra que el alumno tiene dificultades para asimilar los conceptos más elementales, esto es consecuencia de la falta de ciertos conocimientos y habilidades que el maestro da por presentes en el educando. Muchos alumnos fallan en el aprendizaje de los conceptos algebraicos porque no se ha desarrollado en ellos las habilidades básicas necesarias para comprender los conceptos aritméticos y sus relaciones.

Generalmente la enseñanza de conocimientos y conceptos se lleva a cabo siguiendo la lógica de la materia, la cual se caracteriza como un sistema de conceptos que integran el programa gradual y rígidamente distribuido y que el alumno debe asimilar sin tomar en cuenta su desarrollo intelectual. Concebida la enseñanza como "dar clases", ésta se reduce a la simple transmisión de los temas del contenido del programa y a la ejecución por parte de los alumnos de algunos problemas en los que por lo general se pide la aplicación directa de los conocimientos enseñados. Todo esto trae como consecuencia una influencia insuficiente de la enseñanza en el desarrollo mental de los educandos.

Toda reflexión del profesor sobre la orientación del aprendizaje creo que debería empezar con la pregunta ¿qué tipo de acciones en la enseñanza crean las condiciones más propicias para la formación de conocimientos y conceptos en los alumnos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje?.

Antes de establecer específicamente el problema, considero necesario delimitar el significado personal de "aprendizaje del álgebra" y "enseñanza" se considera aprendizaje del Algebra a "la formación de conceptos, conocimientos, destreza, habilidades y hábitos necesarios para la comprensión y asimilación de ésta materia".

Las influencias del exterior que provocan determinada actividad de respuesta del organismo se llama estimulación. Las influencias provenientes del exterior como resultado de las cuales se logra determinado fin, propuesto con anterioridad, se llaman dirección. Por lo tanto la enseñanza se puede definir como "el proceso de estimulación y dirección de la actividad exterior e interior del alumno como resultado del cual se forman en él determinados conocimientos, hábitos y aptitudes" (8).

Respecto a la orientación del aprendizaje, citado anteriormente, una posición afirma que esta orientación queda determinada por los siguientes factores:

- 1) Los propósitos sociales del sistema.
- 2) La materia misma objeto de enseñanza.
- 3) El nivel de conocimiento y desarrollo intelectual del alumno.

En lo que se refiere a los dos últimos puntos, ésta posición encuentra su fundamento en la teoría psicológica soviética que considera el fenómeno psicológico del aprendizaje como determinado por dos elementos:

- 1) Las características del estímulo externo.
- 2) Las condiciones internas del individuo por medio de las cuales él da una determinada respuesta.

En este sentido Danilov (1963) menciona que entre la enseñanza y el desarrollo existe siempre una estrecha interdependencia: el desarrollo mental depende de la enseñanza en la misma proporción que ésta de aquel. Ello significa que la enseñanza y el desarrollo mental de los alumnos guardan íntima relación entre sí y constituyen una unidad pero, que sin embargo nunca coinciden plenamente (4).

Petrovski (1985) señala que los problemas de la enseñanza y el desarrollo pertenecen por igual a la psicología evolutiva y a la psicología pedagógica, las cuales forman una unidad indisoluble, puesto que tienen un objetivo común de estudio, o sea, el niño, el adolescente, el joven. Estos constituyen objetos de la psicología evolutiva si se estudian en el plano de la dinámica del desarrollo evolutivo y objetos de la psicología pedagógica cuando se encaran como estudiantes y educandos en el proceso de las influencias del pedagogo como una finalidad determinada (13).

Bajo estas consideraciones el problema en estudio consiste en investigar cuales habilidades matemáticas deben estar presentes en el alumno para una exitosa actividad en el Álgebra.

OBJETIVOS, PROPÓSITO Y SUPUESTO

Los objetivos, propósito y supuesto de este trabajo son:

OBJETIVOS

Correlacionar habilidades matemáticas y desempeño académico exitoso en Algebra en alumnos de nivel medio superior.

Lograr un primer acercamiento para recabar información acerca del tipo de habilidades matemáticas que favorecen el desempeño eficaz en Algebra por parte del alumno.

PROPÓSITO

Sentar bases que normen los objetivos curriculares en un curso de Algebra a nivel medio superior.

SUPUESTO

Los cursos de matemáticas promueven procesos cognoscitivos para formar alumnos capaces en ésta área.

II. EL CONTEXTO. ANÁLISIS DE LOS OBJETIVOS QUE SE PERSIGUEN

En el pasado, la enseñanza de la matemática se proyectaba desde el punto de vista de la clásica disciplina mental y los esfuerzos se orientaban a familiarizar a los alumnos con el contenido del programa o del plan de estudios, sin considerar las necesidades y aptitudes de los estudiantes.

Recientemente esta tendencia ha cambiado, dando más importancia a los procesos involucrados en el logro de los objetivos, que al producto final. Así el Program Evaluation Standards del NCTM (1987) establece que uno de los aspectos en el contenido matemático a enseñar, debe ser las acciones esperadas en el estudiante asociadas con las conductas matemáticas que hacen énfasis en la exploración y creación (11).

De acuerdo con esto la educación no puede estar separada de los procesos del pensamiento de los estudiantes y su conocimiento.

En la organización de nuestro sistema educativo se observa que, conforme el estudiante pasa del nivel medio básico al nivel medio superior se le exige cada vez mayor actividad cognoscitiva, insistiéndose actualmente en que el desarrollo de las habilidades intelectuales se debe sobreponer al saber enciclopédico de otros tiempos.

Quesada (1988) menciona que los objetivos de la educación acordes a nuestra circunstancias, dejan ver que, si bien en otras épocas se apreciaba y bastaba el dominio de alguna área del conocimiento, las exigencias de la actualidad apuntan más a la formación de habilidades intelectuales que al simple aumento de la información que se domina, por muy especializada que ésta sea (15).

La participación, como persona o como profesional en la sociedad, ya sea de manera individual o colectiva, implica el manejo de los conceptos propios de la profesión o del área en la cual se actúa, pero sobre todo el dominio de las habilidades intelectuales que permitan usar esa información para solucionar problemas, analizar, crear y cuestionar (15).

Para ilustrar la importancia que tiene el desarrollo de las habilidades intelectuales en la preparación del estudiante se dará a continuación los objetivos de la enseñanza de la matemática propuesta por diversos pedagogos y/o instituciones que han visto la conveniencia de que en los planes y programas de estudios se incluyan y se desarrollen las habilidades matemáticas.

1. Santaló (1975) cita que en el seminario realizado en Montevideo del 8 al 17 de agosto de 1974, patrocinado por la UNESCO y titulado: Las aplicaciones en la enseñanza y el

aprendizaje de la matemática, se recomendaron los siguientes objetivos (18).

- Los alumnos deben ser capaces de relacionar los conocimientos matemáticos y las habilidades adquiridas con el medio ambiente y de esta manera saber usar las matemáticas para fines prácticos. Es decir, deben ser capaces de apreciar el papel de la matemática en situaciones complicadas, como medio para resolver los problemas que en ella se plantean.
- Los alumnos deben estar preparados para utilizar más tarde, en su vida diaria, elementos matemáticos como tablas, manuales, gráficos, etc. En este sentido, la enseñanza deberá capacitar para que en el futuro los alumnos puedan aumentar los conocimientos adquiridos en la escuela, por medio de la autoeducación.
- Los alumnos deben estar preparados para utilizar como herramientas temas e ideas matemáticas nuevas, en el sentido de que no le fueron enseñados en la escuela de manera explícita y sistemática.

2. Vockenberg (1979) menciona que resulta aconsejable el desarrollo de las capacidades intelectuales que son características de las matemáticas y que son realizadas con objetos matemáticos o matematizables con la aplicación de métodos y procesos matemáticos. Estas capacidades intelectuales son (12)

- Presentar y definir términos con un grado relativamente elevado de abstracción y generalización.
- Construir proposiciones (por reducción y deducción).
- Verificar la veracidad de enunciados y la corrección de relaciones utilizando las conclusiones y la inferencia formal a partir del contenido.
- Obtener reglas para resolver y aplicar a conjuntos de problemas.
- Utilizar métodos heurísticos para resolver problemas.
- Utilizar métodos de verificación que son típicos del tema.

Estas actividades y el empleo de un lenguaje preciso y claro y del simbolismo matemático, posibilitan el desarrollo de habilidades y cualidades de razonamiento cuya importancia se extiende más allá de la enseñanza matemática. Si son

utilizadas correctamente en la enseñanza de la matemática, servirán para desarrollar las siguientes características de la personalidad:

- Razonamiento y argumentación completos y concluyentes.
- Desarrollo del pensamiento flexible.
- Versatilidad intelectual y habilidad creadora.
- Habilidad para diferenciar entre lo esencial y lo accesorio.
- Actitud positiva para resolver problemas utilizando las habilidades desarrolladas en la aplicación consciente de procesos algorítmicos y de métodos heurísticos.
- Desarrollo de la habilidad para la auto-instrucción particularmente para adquirir conocimiento y habilidades matemáticas, lo que constituye una precondition esencial para continuar aprendiendo durante la vida.

3. El programa para el mejoramiento de la enseñanza de la ciencia en la escuela secundaria (1980) enuncia los siguientes objetivos de la enseñanza de la matemática (3).

Enseñamos matemática para que el alumno:

- Desarrolle y perfeccione sus capacidades potenciales relacionadas con las operaciones mentales ligadas a las actividades matemáticas.
- Conozca, comprenda y utilice las ideas directrices de la matemática de su época, aprecie su valor instrumental en cuanto ayuda al conocimiento de la realidad por sus aportes a las ciencias fácticas, y sea capaz de adaptarse a las condiciones de la sociedad actual, la cual exige la posesión de conocimientos matemáticos, no sólo por parte del técnico o del hombre de ciencia sino también por parte del hombre común.
- Advierta la relación de la matemática con los demás objetos del mundo de la cultura.

4. El Committee of International Study of Achievement in Mathematics ha identificado los siguientes comportamientos matemáticos (3).

- Habilidad para memorizar definiciones, notaciones, operaciones y conceptos.
- Habilidad para manipular datos y calcular rápida y correctamente.
- Habilidad para transformar datos en símbolos.
- Habilidad para seguir demostraciones.
- Habilidad para construir demostraciones.
- Habilidad para aplicar conceptos a problemas matemáticos.
- Habilidad para aplicar conceptos a problemas no matemáticos.
- Habilidad para analizar y determinar las operaciones que pueden ser aplicadas.
- Habilidad para inventar generalizaciones matemáticas.

5. El programa de matemáticas de la ANUIES para los semestres I y II del Colegio de Bachilleres (1974), establece los siguientes objetivos generales de la enseñanza de las matemáticas (5).

- Familiarizar al alumno con los métodos matemáticos. El educando debe entender la relación que existe entre la matemática y el desarrollo científico; esto le permitirá aplicar adecuadamente sus conocimientos matemáticos en la solución de problemas en su vida profesional.
- Presentar un panorama de las ramas básicas de las matemáticas y así el alumno tendrá una sólida base que le permita continuar y profundizar sus conocimientos matemáticos en estudios posteriores a nivel de licenciatura.
- Asegurar que el alumno aprenda y adquiera habilidad en las técnicas que se utilizan en matemáticas como puede ser el lenguaje algebraico o los métodos de derivación e integración.

6. Cervantes y Rubio en su tesis de maestría "Proposición curricular para los cursos de matemáticas I y II del CCH; basado en un análisis epistemológico-histórico-crítico de los contenidos programáticos" (1983) mencionan que retomando la idea original para creación del CCH, han llegado a las

III. REVISIÓN DE LITERATURA

La actividad de los alumnos para asimilar y aplicar los conocimientos ha sido investigada por psicólogos soviéticos quienes la consideran la actividad prototipo del pensar.

Dentro de los trabajos que tratan aspectos relativos a las aptitudes y procesos del pensamiento, están las investigaciones de Rubinstein, Leontiev, Piaget y Krutetskii, que revelaron que el pensamiento se realiza en acciones mentales u operaciones intelectuales como el análisis y la síntesis, la abstracción y la generalización, la identificación y la diferenciación, la clasificación y la ordenación en serie, la orientación y la selección, la codificación y recodificación (8).

Aunque estos procesos están sujetos a leyes generales, la posibilidad de echarlos a andar depende de que se satisfagan ciertas condiciones acordes con éstas leyes, y de la posesión de cierto tipo de habilidades que dependen del objeto de estudio, siendo ésta la razón de que existan otras capacidades más específicas o habilidades matemáticas componentes de la capacidad matemática.

Los psicólogos soviéticos han mostrado que los diversos tipos de objetos y fenómenos demandan distintos métodos de análisis y síntesis, de abstracción y generalización; por lo tanto, para formar conocimientos y conceptos correctos es preciso enseñar a los alumnos los métodos de la actividad mental con los cuales llegan a poner de manifiesto, destacar y unir los rasgos esenciales de las clases de objetos y fenómenos que se estudian (8).

Ellos llaman "procedimientos de la actividad mental" a los métodos concretos de efectuar el análisis y la síntesis, la abstracción y la generalización, los cuales se modifican según los diversos tipos de objetos ó fenómenos y de las tareas por resolver (8).

Los primeros intentos para describir la capacidad matemática se intensifican con los trabajos de Hadamar, Krutetskii, Hamley, Haeker y Ziehen que han elaborado esquemas de las componentes de la capacidad matemática (12).

Hamley llegó a la conclusión de que probablemente "la capacidad matemática es una mezcla de inteligencia general, imaginación visual, destreza para percibir configuraciones numéricas y espaciales y para retener consideraciones" (12).

Haeker y Ziehen han elaborado un esquema de componentes de la capacidad matemática derivadas de cuatro componentes principales: espacial, lógico, numérico y simbólico (12).

IV. METODOLOGÍA

Para obtener la información se procedió de la siguiente manera:

1. Se especifican las variables bajo estudio: flexibilidad de pensamiento, generalización y reversibilidad de los procesos mentales y se proponen las definiciones conductuales de éstas, así como los criterios que servirán para su diagnóstico.
2. Se elabora una primera versión de los instrumentos que servirán para obtener la información. Se aplica esta versión preliminar, el análisis de los resultados preliminares permite la construcción final de las pruebas.
3. Los datos se obtienen de una muestra de estudiantes que cursan el último año de preparatoria.
4. Se clasifican las variables y de acuerdo con el tipo se les asigna puntajes para su tratamiento numérico.
5. Para obtener descripciones del comportamiento matemático de los examinados se usan dos procedimientos:
 - a) método cuantitativo o estadístico.
 - b) método cualitativo.
6. De los análisis cuantitativo y cualitativo se obtienen algunas conclusiones generales y sugerencias.

Los procedimientos se detallan a continuación.

LAS VARIABLES CONSIDERADAS

Las variables involucradas en el estudio son las habilidades matemáticas y el conocimiento algebraico.

Las habilidades matemáticas comprenden las siguientes componentes:

- a) La flexibilidad de pensamiento (F).
- b) La generalización (G), y
- c) La reversibilidad de los procesos mentales (R):

PRUEBA DE FLEXIBILIDAD (F)

PROPÓSITO

Los reactivos en ésta prueba están encaminados a investigar la capacidad del alumno para cambiar de un método de solución de un problema a otros métodos de solución en el mismo problema.

CONTENIDO

El contenido de la prueba comprende temas de álgebra comunes en los niveles medio básico y medio superior como productos notables y solución de ecuaciones.

DESCRIPCIÓN

La prueba incluye problemas que proporcionan un acercamiento al rompimiento de fijaciones o al rompimiento de métodos estereotipos de solución como una manifestación de la flexibilidad de pensamiento.

RESULTADOS DEL EXAMEN EXPLORATORIO

La prueba se aplica a 31 estudiantes de 5o. semestre del CCH-SUR. Los resultados se muestran a continuación.

La tabla 1 muestra el número de respuestas correctas (C) e incorrectas (I)

P R O B L E M A S

RESPUESTAS	1	2	3	4	5	6	7
C	31	30	14	14	5	14	23
I	0	1	17	17	26	17	8
TOTAL	31	31	31	31	31	31	31

TABLA 1

Se observa que independientemente del método empleado, los problemas 1, 2 y 7 resultaron más accesibles pues son resueltos por 31, 30 y 23 examinados respectivamente; los problemas 3, 4 y 6 los resuelven 14 estudiantes; también observamos que sólo 5 alumnos resuelven el problema 5.

Los resultados de la revisión de las respuestas correctas y los métodos empleados aparecen en la tabla 2

P R O B L E M A S

METODO	1	2	3	4	5	6	7
CANONICO	21	30	11	0	2	1	0
ALTERNATIVO	10	0	3	14	3	13	23
TOTAL	31	30	14	14	5	14	23
PORCENTAJE	100	97	45	45	16	45	74

TABLA 2

Observamos que en los problemas 1 y 2 fué más simple emplear el método canónico (el problema 1 lo resolvieron 10 estudiantes por ambos métodos); en el problema 3 sólo 11 examinados usan éste método.

En los problemas 4, 6 y 7 se nota un acercamiento al método alternativo, empleado por 14, 13 y 23 examinados respectivamente. En la solución del problema 5 solamente 3 sujetos usan éste método.

NOMBRE: _____ FECHA _____

INSTRUCCIONES:

- Resuelve los problemas en las hojas proporcionadas.
- Escribe con tinta todas las operaciones diagrams o dibujos que requieras para resolver los problemas.
- No borres ninguna operación o diagrama. Si desea cancelar o suprimir algo, cruzalo con dos rayas usando lápiz.

En cada uno de los siguientes problemas, trate de encontrar el mayor número de métodos de solución (encuentre la respuesta de varias maneras).

1. Si $a = 7$ y $b = 3$, encuentre el valor de: $2ab + b^2 + a^2$
2. $(113)^2 - (112)^2 =$
3. Si $6(3x-5) = 12$, entonces $(3x-5)/2 =$
4. Si $\frac{1}{2 - \left(\frac{x}{1-x}\right)} = \frac{1}{2}$ entonces $\frac{x}{1-x} =$
5. Si $a-b = 6$ y $4a-2b = 23$, entonces $\left(\frac{b-a}{2}\right) =$
6. Si $x + \frac{1}{x} = 2$, entonces $x^2 + \frac{1}{x^2} =$
7. Si $x + \frac{1}{x} = 3\frac{1}{3}$, entonces $x =$

PRUEBA DE GENERALIZACIÓN (G)

PROPÓSITO

El propósito de ésta prueba es evidenciar la presencia de la habilidad para generalizar material matemático.

CONTENIDO

En el contenido de la prueba están presentes el álgebra y la aritmética que comprenden una buena parte de la esencia de la actividad matemática del estudiante.

DESCRIPCIÓN

La prueba consta de 6 series dirigidas para que el alumno haga conjeturas y analogías y que razone inductivamente.

RESULTADOS DE LA APLICACIÓN EXPLORATORIA

El examen se aplica a 23 alumnos de 5o. semestre del CCH-SUR

La tabla siguiente muestra las respuestas correctas.
Los encabezados en cada serie son:

RP que significa "regla en palabras", y
RS que significa "regla en símbolos".

S E R I E S

I		II		III		IV		V		VI	
RP	RS	RP	RS	RP	RS	RP	RS	RP	RS	RP	RS
2	4	1	0	2	1	4	0	0	0	0	0
(14)		(16)		(11)		(8)		(3)		(2)	
20		17		14		12		3		2	
87		74		61		52		13		8	

Los números entre paréntesis indican el número de examinados que, en cada serie expresan la regla en palabras y en símbolos.

Los números: 20, 17, 14, 12, 3 y 2 son los totales de las respuestas correctas en cada serie.

Los números: 87, 74, 61, 52, 13 y 8 son los porcentajes de las respuestas correctas en cada serie.

En general las series V y VI resultaron más difíciles.

NOMBRE: _____ FECHA _____

. Lee detenidamente las siguientes instrucciones.

. Se presentan 6 series numeradas del I al VI.

El objetivo es en cada caso encontrar la regla para efectuar la suma de cada serie.

. Para la serie I se propone un método que puedes usar o no para encontrar la regla en las demás series (de todos modos se te proporciona una tabla para cada caso).

. Se te recomienda que encuentres las reglas para la suma de las series en el orden presentado.

SERIE I

Encuentra la regla para efectuar la suma

$$1 - 3 + 5 - 7 + \dots - 999 =$$

PROPUESTA

a) Completa la tabla hasta que encuentres la regla.

S E R I E S	NUMEROS DE SUMANDOS (n)	SUMA (S)
1	1	1
1 - 3	2	-2
1 - 3 + 5	3	3
1 - 3 + 5 - 7		
1 - 3 + 5 - 7 + 9		
1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11		
1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + 13		
1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + 13 - 15		

b) Si no has encontrado la regla efectúa la suma en estos tres casos:

$$\begin{aligned} 1 - 3 + 5 - \dots - 15 + 17 &= \\ 1 - 3 + 5 - \dots + 17 - 19 &= \\ 1 - 3 + 5 - \dots - 19 + 21 &= \end{aligned}$$

c) Aplica la regla en este caso

$$1 - 3 + 5 - \dots + 29 - 31 =$$

d) Comprueba la regla aplicándola en los primeros casos que resolviste.

e) Escribe tu regla en palabras.

f) Escribe tu regla en símbolos.

S E R I E II

Encuentra la regla para efectuar la suma

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 999 =$$

a) Aplica la regla en este caso:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 29 + 31 =$$

b) Comprueba la regla en estos casos, aplicándola y sin aplicarla

$$1 + 3 + 5 + \dots + 11 + 13 =$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 13 + 15 =$$

c) Escribe la regla en palabras.

d) Escribe la regla en símbolos.

S E R I E III

Encuentra la regla para efectuar la suma

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 1000 =$$

a) Aplica la regla en este caso

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 30 + 32 =$$

b) Comprueba la regla en estos casos, aplicándola y sin aplicarla

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 12 + 14 =$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 14 + 16 =$$

c) Escribe la regla en palabras.

d) Escribe la regla en símbolos.

S E R I E IV

Encuentra la regla para efectuar la suma

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 500 =$$

a) Aplica la regla en este caso

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 16 =$$

b) Comprueba la regla en estos casos, aplicándola y sin aplicarla.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 6 + 7 =$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 7 + 8 =$$

c) Escribe la regla en palabras.

d) Escribe la regla en símbolos.

S E R I E V

Encuentra la regla para efectuar la suma (*)

$$3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 1500 =$$

a) Aplica la regla en este caso

$$3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 42 + 45 =$$

b) Comprueba la regla en estos casos, aplicándola y sin aplicarla

$$3 + 6 + 9 + \dots + 18 + 21 =$$

$$3 + 6 + 9 + \dots + 21 + 24 =$$

c) Escribe la regla en palabras.

d) Escribe la regla en símbolos.

* Sugerencia: observa que $3 = (3)(1)$, $6 = (3)(2)$, $9 = (3)(3)$, etc. y compara la SERIE V con la SERIE IV

S E R I E VI

Encuentra la regla para efectuar la suma

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + (500)^3 =$$

a) Aplica la regla en este caso

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + (15)^3 =$$

b) Comprueba la regla en estos casos, aplicándola y sin aplicarla

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 =$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 7^3 =$$

c) Escribe la regla en palabras.

d) Escribe la regla en símbolos.

PRUEBA DE REVERSIBILIDAD (R)

PROPÓSITO

Por medio de ésta prueba investigamos la habilidad del estudiante para invertir los procesos mentales.

CONTENIDO

El contenido de los problemas de que consta la prueba es sobre aritmética y álgebra.

DESCRIPCIÓN

Los problemas son por parejas: un problema directo y uno inverso, de manera que en el problema inverso se desconocen uno o varios elementos o datos proporcionados en el problema directo.

RESULTADOS DE LA APLICACIÓN EXPLORATORIA

El examen se aplica a 30 estudiantes de 5o. semestre del CCH-SUR, obteniendo los siguientes resultados.

En la tabla 1 se ordenan los problemas del más fácil al más difícil.

En cada pareja de reactivos se tienen los siguientes criterios:

0. Si el alumno no resuelve.
1. Si resuelve el problema directo igual al inverso.
2. Si intenta resolver el problema inverso igual al directo pero luego rectifica.
3. Si resuelve separadamente los dos problemas.

T A B L A 1

C R I T E R I O S

PROBLEMA	0	1	2	3
1	17	3	10	70
2	23	13	3	60
3	40	23	0	37
4	80	13	0	7
5	90	10	0	0

En las columnas 0 y 1 aparece el porcentaje de sujetos que contestan incorrectamente. Las columnas 2 y 3 corresponden al porcentaje de alumnos que contestan correctamente. Se observa que el criterio 2 sólo lo aplicaron en los problemas uno y dos, y que el criterio 3 no lo aplican en el problema cinco.

NOMBRE: _____ FECHA _____

INSTRUCCIONES:

Resuelve los problemas en las hojas proporcionadas.

Escribe con tinta todas las operaciones, diagramas o dibujos que requieras para resolver los problemas.

No borres ninguna operación o diagrama. Si deseas cancelar o suprimir algo, cruzalo con dos rayas.

1. a) Un tanque de 80 litros de capacidad fue llenado a $\frac{2}{5}$ de su volumen. ¿Cuántos litros de agua fueron puestos en el tanque?

b) 16 litros de agua fueron puestos en un tanque, si se llenó $\frac{2}{5}$ partes de su volumen. ¿Cuál es la capacidad del tanque?.

2. a) Una fábrica planea hacer 1280 máquinas, al final se excede de lo planeado en 12.5%. ¿Con cuántas máquinas se excede?.

b) Una fábrica se excede en su producción en 2.5%, produciendo 54 máquinas más de lo planeado. ¿Cuántas había planeado?.

3. a) Una madre es tres veces más grande que su hija, dentro de 10 años ella será únicamente dos veces más grande. ¿Cuál es la edad de la madre?.

b) Una madre tiene 35 años y su hija 5. ¿En cuántos años la edad de la madre será tres veces la de su hija?.

4. a) ¿Cuántos días debe trabajar una persona para ganar "x" pesos, si ella gana "y" pesos por día?.

b) ¿Cuánto debe ganar una persona en "n" días si gana "y" pesos en un día?.

5. a) La distancia entre las ciudades A y B es de "x" kms. Dos trenes parten viajando uno hacia el otro. Uno lleva una velocidad de "a" kms/h y el otro "b" kms/h. ¿Cuántos kilómetros viajarán para encontrarse?.

b) La distancia entre dos ciudades es "x" kms. Dos trenes parten de ellas yendo uno hacia el otro y se encuentran en "n" horas. Uno de los trenes viaja a 40 kms/h. ¿Cuál es la velocidad del segundo tren?.

MODIFICACIÓN DE LOS EXÁMENES EXPLORATORIOS

El análisis de los resultados de los exámenes exploratorios permitió eliminar, modificar o en su caso conservar reactivos que se consideraron adecuados.

PRUEBA DE FLEXIBILIDAD

Reactivos 1 y 2. Se eliminan dado que la mayoría de los examinados usan el método canónico.

En los siguientes reactivos los números entre paréntesis corresponden al lugar que ocuparon en la prueba final.

Reactivo 6(3). Se considera adecuado (se conserva).

Reactivos 3(4), 4(2), 5(5) y 7(1). Se modifican tratando que su presentación "sugiera" soluciones alternativas.

PRUEBA DE GENERALIZACIÓN

En esta prueba solamente se elimina la SERIE VI. Las demás series se conservan en el mismo orden.

PRUEBA DE REVERSIBILIDAD

Reactivo 1. Se conserva.

Reactivos 2 y 4. Se conservan en otro orden en la segunda versión.

Reactivos 3 y 5. Se reemplazan en la prueba final.

PRUEBAS SOBRE HABILIDADES
VERSIÓN FINAL

PRUEBA DE FLEXIBILIDAD.

NOMBRE: _____ FECHA _____

INSTRUCCIONES:

Resuelve los problemas en las hojas proporcionadas.

En cada uno de los siguientes problemas, trate de encontrar dos métodos de solución (encuentre la respuesta de dos maneras).

No borres ninguna operación o dibujo. si deseas cancelar o suprimir algo, cruzalo con dos rayas.

1. Si $x + \frac{3}{x} = 2\frac{3}{2}$ entonces $x =$

2. Si $\frac{1}{2 - \frac{x}{2}} = \frac{1}{2}$, entonces $\frac{x}{2} =$

3. Si $x + \frac{1}{x} = 2$, entonces $x^2 + \frac{1}{x^2} =$

4. Si $2(6x-4) = 4$, entonces $3x-2 =$

5. Si $a + b = 4$ y $2a - 5b = 22$, entonces $3a + 3b =$

PRUEBA DE GENERALIZACION

NOMBRE _____ FECHA _____

Lee detenidamente las siguientes instrucciones.

Se te presentan 5 SERIES numeradas del I al V.

El objetivo es en cada caso encontrar la regla para efectuar la suma de cada serie.

Para la SERIE I se propone un método que puedes usar o no para encontrar la regla en las demás series (de todos modos se te proporciona una tabla para cada caso).

Se te recomienda que encuentres las reglas para la suma de las series en el orden presentado.

SERIE I

Encuentra la regla para efectuar la suma

$$1 - 3 + 5 - 7 + \dots - 999 =$$

PROPUESTA

a) Completa la tabla hasta que encuentres la regla.

S E R I E S	NUMERO DE SUMANDOS (n)	SUMA (S)
1	1	1
1 - 3	2	-2
1 - 3 + 5	3	3
1 - 3 + 5 - 7		
1 - 3 + 5 - 7 + 9		
1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11		
1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + 13		
1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + 13 - 15		

b) Si no has encontrado la regla efectúa la suma en estos tres casos:

$$1 - 3 + 5 - \dots - 15 + 17 =$$

$$1 - 3 + 5 - \dots + 17 - 19 =$$

$$1 - 3 + 5 - \dots - 19 + 21 =$$

c) Aplica la regla en este caso

$$1 - 3 + 5 - \dots + 29 - 31 =$$

d) Comprueba la regla aplicándola en los primeros casos que resolviste.

e) Escribe tu regla en palabras.

f) Escribe tu regla en símbolos.

S E R I E I I

Encuentra la regla para efectuar la suma

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 999 =$$

a) Aplica la regla en este caso:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 29 + 31 =$$

b) Comprueba la regla en estos casos, aplicándola y sin aplicarla

$$1 + 3 + 5 + \dots + 11 + 13 =$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 13 + 15 =$$

c) Escribe la regla en palabras.

d) Escribe la regla en símbolos.

S E R I E III

Encuentra la regla para efectuar la suma

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 1000 =$$

a) Aplica la regla en este caso

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 30 + 32 =$$

b) Comprueba la regla en estos casos, aplicándola y sin aplicarla

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 12 + 14 =$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 14 + 16 =$$

c) Escribe la regla en palabras.

d) Escribe la regla en símbolos.

S E R I E IV

Encuentra la regla para efectuar la suma

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 500 =$$

a) Aplica la regla en este caso

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 16 =$$

b) Comprueba la regla en estos casos, aplicándola y sin aplicarla.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 6 + 7 =$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 7 + 8 =$$

c) Escribe la regla en palabras.

d) Escribe la regla en símbolos.

S E R I E V

Encuentra la regla para efectuar la suma (*)

$$3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 1500 =$$

a) Aplica la regla en este caso

$$3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 42 + 45 =$$

b) Comprueba la regla en estos casos, aplicándola y sin aplicarla

$$3 + 6 + 9 + \dots + 18 + 21 =$$

$$3 + 6 + 9 + \dots + 21 + 24 =$$

c) Escribe la regla en palabras.

d) Escribe la regla en símbolos.

* Sugerencia: observa que $3 = (3)(1)$, $6 = (3)(2)$,
 $9 = (3)(3)$, etc. y compara la SERIE V con la SERIE IV

PRUEBA DE REVERSIBILIDAD

NOMBRE _____ FECHA _____

INSTRUCCIONES:

Resuelve los problemas en las hojas proporcionadas.

Escribe con tinta todas las operaciones, diagramas o dibujos que requieras para resolver los problemas.

No borres ninguna operación o diagrama. Si deseas cancelar o suprimir algo, crúzalo con dos rayas.

1. a) Un tanque de 80 litros de capacidad fue llenado de agua a $\frac{2}{5}$ de su volumen, ¿cuántos litros de agua fueron puestos en el tanque?.

b) 16 litros de agua fueron puestos en un tanque, si se llenó $\frac{2}{5}$ partes de su volumen, ¿cuál es la capacidad del tanque?.

2. a) En un aserradero se cortan piezas de medio metro (0.5m) en un minuto, ¿cuántos minutos tardaran en aserrar 16 metros de madera?.

b) En tres minutos un tronco es aserrado en piezas de medio metro tomando cada corte un minuto, ¿cuál es la longitud del tronco?.

3. a) Una fábrica planea hacer 1280 máquinas, al final se excede de lo planeado en 12.5%, ¿con cuántas máquinas se excede?.

b) Una fábrica se excede en su producción en 2.5% produciendo 54 máquinas más de lo planeado, ¿cuántas máquinas había planeado?.

4. a) Un número es el triple de otro. Si se les suma 10 a ambos números, el primero será únicamente dos veces mayor que el segundo, ¿cuál es el primer número?.

b) Un número es 35 y otro es 5, ¿cuánto se debe agregar a ambos para que el primero sea el triple del segundo?.

5. a) ¿Cuántos días debe trabajar una persona para ganar "X" pesos, si ella gana "Y" pesos por día?.

b) ¿Cuánto debe ganar una persona en "N" días, si ella gana "Y" pesos por día?.

CONSTRUCCION Y APLICACION EXPLORATORIA DEL EXAMEN DE CONOCIMIENTOS
ALGEBRAICOS.

En la construcción del examen de conocimientos se pidió la opinión de profesores que imparten estos contenidos y se aplica a un grupo piloto de 25 alumnos de 5o. año de preparatoria.

Los resultados del examen exploratorio son:

TEMAS	REACTIVOS	% DE RESPUESTAS CORRECTAS
I. Reducción de expresiones algebraicas	1	42
	2	80
	3	68
II. Factorización	1	50
	2	76
III. Ecuación 1er. grado con una incógnita	1	30
IV. Sistema de dos ecuaciones de 1er. grado con dos incógnitas.-	1	44
V. Ecuación de 2o. grado con una incógnita	1	44
VI. Lenguaje algebraico	1	96
	2	92
	3	62
VII. Solución de problemas	1	64
	2	50
	3	42
VIII. Simbolización	1	54
IX. Despejes en fórmulas	1	84
	2	44

NOMBRE _____ FECHA _____

INSTRUCCIONES:

. Resuelve los problemas en las hojas proporcionadas.

. Escribe con tinta las operaciones, diagramas o dibujos que requieras para resolver los problemas.

. No borres ninguna operación o diagrama. Si deseas cancelar o suprimir algo, crúzalo con dos rayas.

I. Reduce las siguientes expresiones efectuando donde se pueda todas las sumas y las multiplicaciones indicadas:

a) $(3xy^2 - 5xy) - (4xy - xy^2 - 5xy) =$

b) $(-2a)(3a + b) + (3b)(2a - b) =$

c) $(m^2 - 3n)(m^2 - 3n) =$

II. Factoriza las siguientes expresiones:

a) $6a^2x - 3a^2b = (\quad)(\quad)$

b) $x^2 - 3x - 10 = (\quad)(\quad)$

III. Resuelve la ecuación:

$$-2x + 4(3 - x) + 6 = 1 - (8 - 3x) - 4x$$

IV. Resuelve el sistema formado por las dos siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} 15x + 35y &= 265 \\ x + y &= 11 \end{aligned}$$

INSTRUCCIONES:

- . Resuelve los problemas en las hojas proporcionadas.
- . Escribe con tinta las operaciones, diagramas o dibujos que requieras para resolver los problemas.
- . No borres ninguna operación o diagrama. Si deseas cancelar o suprimir algo, crúzalo con dos rayas.

I. Reduce las siguientes expresiones efectuando donde se pueda todas las sumas y las multiplicaciones indicadas.

a) $(3xy^2 - 5xy) - (4xy - xy^2 - 5xy) =$

b) $(-2a)(3a + b) + (3b)(2a - b) =$

c) $(m^2 - 3n)(m^2 - 3n) =$

II. Factoriza las siguientes expresiones

a) $6a^2x - 3a^2b) = (\quad)(\quad)$

b) $x^2 - 3x - 10 = (\quad)(\quad)$

III. Resuelve la ecuación:

$$-2x + 4(3 - x) + 6 = 1 - (8 - 3x) - 4x$$

IV. Resuelve el sistema formado por las dos siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} 15x + 35y &= 265 \\ x + y &= 11 \end{aligned}$$

V. Resuelve la ecuación: $x^2 + x - 12 = 0$

VI. Expresa en símbolos algebraicos las siguientes frases:

a) "El doble de un número más el mismo número" _____

MUESTRA

La muestra no aleatoria se compone por 20 alumnos del turno matutino, inscritos en 6o. año de preparatoria y que cursan la materia de Cálculo Mercantil en el área de Ciencias Económico-Administrativas en el Instituto Manuel Acosta, ubicado en la Delegación Cuauhtémoc.

APLICACION DE LAS PRUEBAS SOBRE HABILIDADES MATEMATICAS

Las pruebas de flexibilidad y reversibilidad se aplicaron en sesiones de una hora para cada prueba.

La prueba de generalización se aplicó en dos sesiones con duración de una hora cada sesión.

APLICACION DEL EXAMEN DE CONOCIMIENTO ALGEBRAICO

De acuerdo con los resultados del examen exploratorio se considero que los temas (excepto el VII) son representativos del conocimiento algebraico que deben tener los estudiantes de 6o. año de preparatoria, por lo que se aplica a la muestra, dividido en dos partes.

. En las primera constestaron los temas I a IV, en una sesión con duración aproximada de una hora.

. En la segunda parte contestaron los temas V a VIII en una sesión de aproximadamente una hora de duración.

ASIGNACION DE PUNTAJES

* En la asignación de puntaje se usaron dos escalas de calificación:

a) en las pruebas sobre habilidades (F,G,R), la escala usada es de cero a cinco,

b) en la prueba de conocimiento algebraico (C), la escala utilizada es de cero a diez.

Los puntajes se asignaron de la siguiente manera:

- Para las pruebas de habilidades matemáticas se construyen matrices de respuestas donde se muestra, para cada sujeto, la presencia (1) o ausencia (0) de la habilidad así como el puntaje obtenido.
- En la prueba de conocimientos algebraicos se asigna para cada tema un puntaje parcial y la suma de estos corresponde al puntaje final obtenido para cada examinado.

PRUEBA DE FLEXIBILIDAD (F)

MATRIZ DE RESPUESTAS

SUJETOS	REACTIVOS					PUNTAJE (No. de problemas resueltos por el método alternativo)
	1	2	3	4	5	
1.	1	1	0	0	0	2
2.	1	0	0	0	1	2
3.	1	0	1	0	0	2
4.	1	0	1	0	0	2
5.	1	0	1	0	0	2
6.	0	0	1	0	0	1
7.	1	1	1	0	0	3
8.	0	1	1	0	1	3
9.	0	1	1	0	0	2
10.	1	0	1	0	0	2
11.	1	0	1	0	0	2
12.	1	0	1	0	0	2
13.	1	1	1	0	0	3
14.	0	1	1	0	0	2
15.	1	1	1	0	1	4
16.	1	1	1	0	0	3
17.	0	1	1	0	0	2
18.	1	1	1	0	1	4
19.	1	1	1	1	1	4
20.	1	1	1	1	1	5
Σ	75	60	90	10	30	

PRUEBA DE GENERALIZACION (G)

MATRIZ DE RESPUESTAS

SUJETOS	REACTIVOS					PUNTAJE (No. de generalizaciones logradas, regla símbolos o en palabras)	(No. de en
	1	2	3	4	5		
1.	0	0	0	0	0	0	
2.	1	0	1	1	0	3	
3.	0	1	1	0	0	2	
4.	0	1	0	0	0	1	
5.	0	1	1	0	0	2	
6.	0	1	1	0	0	2	
7.	1	1	1	1	0	4	
8.	1	0	0	0	0	1	
9.	1	1	1	0	0	3	
10.	1	1	1	1	0	4	
11.	0	1	0	0	0	1	
12.	1	1	0	0	0	2	
13.	1	1	1	1	0	4	
14.	0	1	1	0	0	2	
15.	1	1	0	0	0	2	
16.	1	1	1	0	0	3	
17.	0	1	1	0	0	2	
18.	1	1	1	1	0	4	
19.	0	1	0	1	1	3	
20.	1	1	1	1	1	5	
%	55	85	65	35	10		

PRUEBA DE REVERSIBILIDAD (R)

MATRIZ DE RESPUESTAS.

SUJETOS	REACTIVOS					PUNTAJE (No. de soluciones independientes de problemas de inverso) en cada par directo e
	1	2	3	4	5	
1.	1	0	0	0	0	1
2.	0	0	1	1	1	3
3.	0	0	1	1	0	2
4.	1	0	0	0	0	1
5.	0	0	1	1	0	2
6.	1	1	1	0	0	3
7.	1	1	1	0	0	3
8.	0	0	0	0	0	0
9.	0	1	1	0	1	3
10.	0	0	1	1	1	3
11.	1	1	1	1	1	5
12.	1	1	1	1	0	4
13.	1	0	1	0	0	2
14.	0	0	1	0	0	1
15.	1	1	1	1	1	5
16.	1	0	1	0	0	2
17.	0	0	1	1	0	2
18.	1	0	1	1	1	4
19.	1	1	1	1	1	5
20.	1	1	1	1	1	5
%	55	40	90	55	40	

PRUEBA DE CONOCIMIENTO ALGEBRAICO

MATRIZ DE RESPUESTAS

SUJETOS	TEMAS								PUNTAJE
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
1.	0.71	0.71	0.0	0.71	0.71	1.42	0.36	0.71	5.3
2.	2.13	1.42	0.71	0.71	0.71	1.42	0.71	0.71	8.5
3.	1.07	1.42	0.0	0.0	0.0	2.13	0.71	1.07	6.0
4.	0.0	0.71	0.0	0.0	0.0	1.42	0.71	1.07	4.0
5.	1.78	1.42	0.71	0.0	0.0	0.71	0.71	0.71	6.0
6.	0.0	1.42	0.0	0.0	0.0	1.78	0.71	1.07	5.0
7.	0.71	1.42	0.0	0.71	0.0	0.71	0.71	1.07	5.3
8.	2.13	0.71	0.0	0.71	0.71	1.42	0.71	0.71	7.1
9.	2.13	1.42	0.71	0.71	0.71	2.13	0.71	1.07	9.6
10.	1.78	0.71	0.0	0.71	0.71	2.13	0.71	0.71	7.5
11.	1.78	0.71	0.0	0.71	0.71	1.42	0.71	1.42	7.5
12.	2.13	1.42	0.71	0.71	0.71	2.13	0.71	1.42	10.0
13.	1.42	1.42	0.71	0.71	0.71	2.13	0.71	0.71	8.5
14.	1.42	1.42	0.71	0.71	0.71	1.42	0.71	0.71	7.8
15.	2.13	1.42	0.71	0.0	0.71	2.13	0.71	0.71	8.5
16.	1.42	1.42	0.0	0.0	0.0	2.13	0.71	0.0	5.7
17.	1.42	1.42	0.71	0.36	0.36	1.42	0.71	0.71	5.7
18.	2.13	1.42	0.0	0.71	0.71	1.42	0.71	0.0	7.1
19.	1.42	1.42	0.0	0.71	0.36	1.42	0.71	0.71	6.8
20.	2.13	1.42	0.71	0.71	0.71	1.42	0.71	0.71	8.5

V. TRATAMIENTOS DE LOS DATOS Y ANALISIS

Para obtener descripciones del comportamiento matemático de los examinados, se usaron dos métodos.

- 1) Método Estadístico
- 2) Método Cualitativo

PROCEDIMIENTO ESTADISTICO

Según el objetivo del estudio, para medir el grado de relación entre las variables, se calculan los coeficientes de correlación simple. Los coeficientes de correlación simple por rangos de Spearman (r_s) se muestran en la siguiente matriz.

	C	G	R	F
C		0.34	0.49	0.20
G	0.34		0.40	0.49
R	0.49	0.40		0.31
F	0.20	0.49	0.31	

En esta matriz se observan las correlaciones entre pares de variables (suponiendo que no existe relación de ambas con una tercera variable), sin abandonar el hecho de que la correlación sea debida a la asociación entre cada una de las dos variables y una tercera.

Siegel (1974) menciona que, en situaciones como esta (donde no se usan controles experimentales), pueden aplicarse controles estadísticos como los métodos de correlación parcial. En la correlación parcial, los efectos de variación por una tercera variable sobre la relación entre las variables X y Y son eliminados, es decir, la correlación entre X y Y se encuentra al tener la tercera variable, Z como un valor constante (19).

Los coeficientes de correlación simple se usaron para calcular los coeficientes de correlación parcial de rangos de Kendall, obteniendo los siguientes resultados:

. Correlación entre conocimiento algebraico y generalización, separando la influencia de:

- la flexibilidad: $r_{CG,F} = 0.28$

- la reversibilidad: $r_{CG,R} = 0.18$

. Correlación entre conocimiento algebraico y reversibilidad, separando la influencia de:

- la generalización: $r_{CR,G} = 0.41$

- la flexibilidad: $r_{CR,F} = 0.46$

. Correlación entre conocimiento algebraico y flexibilidad, separando la influencia de:

- la generalización: $r_{CF,G} = 0.04$

- la reversibilidad: $r_{CF,R} = 0.06$

PRUEBA DE HIÓTESIS PARA LOS COEFICIENTES DE CORRELACIÓN POR RANGOS
DE SPEARMAN

En la tabla siguiente se muestran las hipótesis alternas (H_1) y las hipótesis nulas (H_0) planteadas para determinar la correlación entre las variables: conocimiento algebraico (C) y flexibilidad (F), conocimiento algebraico (C) y generalización (G); y entre conocimiento algebraico (C) y reversibilidad (R). También aparece la decisión estadística (Rechazar o no rechazar H_0), con un nivel de significancia igual a 0.05

HIPÓTESIS ALTERNA	HIPÓTESIS NULA	DECISIÓN ESTADÍSTICA
Hay correlación positiva entre C y F	No hay correlación entre C y F	No se rechaza H_0
Hay correlación positiva entre C y G	No hay correlación entre C y G	No se rechaza H_0
Hay correlación positiva entre C y R	No hay correlación entre C y R	Se rechaza H_0

Esta visión externa de los datos no permite analizar situaciones como:

- . ¿Los alumnos utilizan exclusivamente herramienta algebraica?.
- . ¿Los examinados usan recursos aritméticos?.
- . ¿Los alumnos que recurren a la Aritmética se debe a lo limitado de su desarrollo algebraico o al tipo de problema a resolver?.

Se tratará de aclarar estas interrogantes analizando los datos "desde dentro" mediante una revisión orientada hacia el proceso de solución.

ANALISIS DE LA SEGUNDA CATEGORIA

PRUEBA DE FLEXIBILIDAD

P R O B L E M A S

ALUMNOS	1	2	3	4	5
5	(1) A	(0) a	(0) a	(0) A	(1) a
6	(1) a	(0) A	(1) a	(0) a	X
7	(1) a	(0) A	(1) a	(0) a	X
8	(0) a	(0) a	(1) a	(0) a	X
9	(1) A	(1) a	(1) a	(0) A	(0) A
10	(0) A	(1) a	(1) a	(0) A	X
11	(1) a	X	(1) a	(0) a	(0) a
12	(1) a	(0) a	(1) a	(0) a	(0) A
13	(1) a	X	(1) a	(0) A	(0) A
14	(1) a	(1) a	(1) a	(0) A	(0) A
15	(1) a	(1) A	(1) a	(0) A	(0) A
16	(0) A	(1) a	(1) a	(0) A	(0) A

VI. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

CONCLUSIONES GENERALES.

De los análisis cuantitativo y cualitativo se desprenden las siguientes conclusiones generales.

a) La correlación entre conocimiento algebraico y reversibilidad, están influenciados por la presencia de la flexibilidad y generalización.

b) No hay correlación entre: conocimiento algebraico y flexibilidad, y también entre conocimiento algebraico y generalización.

c) El uso de procedimientos aritméticos no es privativo de los alumnos con capacidades limitadas o con poco desarrollo algebraico, ya que se encontraron sujetos capaces que recurren a la Aritmética aún cuando manejan correctamente los conceptos básicos del Algebra.

d) La flexibilidad, la generalización y la reversibilidad se manifestaron tanto en procedimientos aritméticos como en procedimientos algebraicos, esto de acuerdo con el tipo de actividades realizadas.

- Para fomentar la habilidad para generalizar relaciones a partir de casos particulares, se puede iniciar con secuencias numéricas como:

a) $1, 4, 7, 10, \dots$

b) $1/2 + 1/3 = 5/6$

$$1/3 + 1/4 = 7/12$$

$$1/4 + 1/5 = 9/20$$

. .
: :
. .

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} = \frac{n + (n+1)}{(n)(n+1)}$$

y pedir que determinen otros números que sigan lógicamente a los anteriores, expresando en palabras la regla que siguen.

Para actividades de simbolización, una representación visual ayudará a descubrir relaciones en series numéricas.

B I B L I O G R A F I A

1. Cervantes, S. y Rubio, G. "Proposición Curricular para los cursos de Matemáticas I y II del CCH., basado en análisis epistemológico-histórico-crítico de los contenidos programáticos". Tesis de Maestría. CINVESTAV-IPN. México, 1983.
2. Cohen, M. P. "Flexibility and Algebraic Problem Solving". Matematics Teacher Vol. 80, Núm. 4, Abril 1987.
3. CONICET-SENOC. "Programa para el mejoramiento de la enseñanza de la ciencia en la escuela secundaria". Buenos Aires. Curso 1980.
4. Danilov, M. A. "El proceso de enseñanza en la escuela". Colección Pedagógica Grijalbo. México, 1963.
5. Díaz, A. y otros. "Programa de Matemáticas. Semestre I y II". Colegio de Bachilleres. ANUIES. 1973.
6. Ganelín, S.I. "La asimilación consciente en la escuela". Colección Pedagógica Grijalbo. México, 1966.
7. Haylock, D.W. "A Framework for Assessing Mathematical Creativity in School Children". Educational Studies in Mathematics. Núm. 18, 1987.
8. Itelson, L.B. "Esencia del aprendizaje y bases psicológicas de la enseñanza". Redacción de A. Petrovski. Psicología Evolutiva y Pedagógica. Progreso. Moscú, 1979.
9. Krutetskii, V.A. "The Psychology of mathematical abilities in school children". University of Chicago Press. Chicago, 1976.
10. Menchiskaia, N.A. "El pensamiento". Redacción de S.L. Rubinstein y otros. Psicología Tratados y Manuales Grijalbo. México, 1960.
11. NTCM. "Comission on Standars for School Mathematics". Curriculum and Evaluation Standars for School Mathematics. 1987.
12. Orton, A. "Didáctica de las Matemáticas". Morata, Madrid, 1990.
13. Petrovski, A. "De la Historia de la Psicología Evolutiva y Pedagógica": Redacción de A. Petrovski. Psicología Evolutiva y Pedagógica. Progreso, Moscú, 1979.
14. Polya, G. "Como plantear y resolver problemas". Trillas. México, 1986.
15. Quesada, R. "¿Porqué formar profesores en estrategias de aprendizaje?". Perfiles Educativos Núm. 39, CISE-UNAM. Ene; Feb. y Mar. 1988.
16. Rubinstein, S.L. "El pensamiento y los caminos de su investigación". Ediciones Pueblos Unidos. Montevideo, 1959.

17. Rugarcía, A. y Delgado, A. "Resolución Creativa de Problemas en la enseñanza de las ingenierías". Revista de la Educación Superior. No. 62. ANUIES. Abril, Junio 1987.
18. Santaló, L. "La Educación Matemática, Hoy". Colección: Hay que saber. Editorial Teide S.A. Barcelona, 1975.
19. Siegel, S. "Estadística no paramétrica". Trillas. México, 1985.
20. Shardakov, M.N. "El desarrollo del pensamiento en el escolar". Colección Pedagógica Grijalbo. México, 1963.
21. Stavy, R. and Rager, T. "Inverse Relations: The Case of Quantity of Matter". Fourteenth PME Conference. Vol. III Julio 15-20. México, 1990.
22. Vockenber, H. "Metas de la Matemática como reflejo de las necesidades de la producción". Estudios en Educación Matemática. Vol. 2. UNESCO, 197