



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN EQUIPO PARA EL ESTUDIO DE LA CONVECCION MIXTA EN UN CILINDRO

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO MECANICO
PRESENTAN:
SANCHEZ CRUZ FAUSTO ALEJANDRO
SANCHEZ HUERTA JOSE MELESIO

DIR. Dr. FRANCISCO J. SOLORIO ORDAZ

2020/04/04



MEXICO, D.F.

2000



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN EQUIPO  
PARA EL ESTUDIO DE LA CONVECCIÓN MIXTA  
EN UN CILINDRO

Dedico este trabajo a mi  
madre :  
ELVIA HUERTA TORRES.

José Melesio S. H.

A mis padres †Fidel Sánchez  
y Elvia Huerta, por sus  
consejos y cariño.

A mis hermanos Eliors L.,  
Esperanza y Fidel, por el  
apoyo que me brindaron  
durante mis estudios.

GRACIAS.

José Melesio S. H.

A mis padres Faustino  
Sánchez y Esther Cruz, por  
el cariño y respeto que nos  
une.

A mis hermanos Ma. Esther,  
Ma. del Rocío y José Alberto,  
con quienes he tenido la  
fortuna de compartir mi vida.  
A César Augusto, los  
primeros pasos de una gran  
aventura.

Fausto A.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por la oportunidad que ofrece para alcanzar la superación académica y personal.

A la Facultad de Ingeniería por permitirnos alcanzar un sueño.

Un especial agradecimiento al señor Dr. Francisco Solorio Ordaz por la confianza y apoyo otorgada para la realización de este trabajo.

# ÍNDICE

	Página.
Simbología. ....	1
Introducción. ....	2
Capítulo 1. Antecedentes. ....	5
1.1 La convección mixta ....	5
1.2 Investigaciones experimentales de convección mixta. ...	8
1.3 Investigaciones numéricas de convección mixta. ....	28
Capitulo 2. Diseño y construcción del modelo experimental. ...	31
Capitulo 3. Resultados. ....	52
3.1 Obtención de los parámetros adimensionales. ....	52
3.2 Desarrollo del experimento. ....	58
3.3 Presentación de resultados. ....	63
3.4 Visualización de las líneas de corriente. ....	73
Capitulo 4. Conclusiones y Comentarios. ....	79
4.1 Conclusiones. ....	79
4.2 Comentarios. ....	80
Apéndice A. ....	84
Apéndice B. ....	91
Bibliografía y Referencias. ....	94

## SIMBOLOGÍA

$U$	Velocidad del flujo forzado.
$D$	Diámetro del cilindro.
$g$	Aceleración de la gravedad.
$c_p$	Capacidad térmica específica a presión constante.
$k$	Conductividad térmica.
$T_s$	Temperatura de la superficie del cilindro.
$T_\infty$	Temperatura de la corriente libre.
$\beta$	Coefficiente de expansión volumétrica.
$\nu$	Viscosidad cinemática.
$\rho$	Densidad.
$\mu$	Viscosidad dinámica
$h$	Coefficiente de transferencia de calor por convección.
$Re_D$	Número de Reynolds estimado con el diámetro.
$Gr_D$	Número de Grashof estimado con el diámetro.
$Pr$	Número de Prandtl.
$Nu_D$	Número de Nusselt estimado con el diámetro.
$Nu_{DN}$	Número de Nusselt de convección natural estimado con el diámetro.
$Nu_{DF}$	Número de Nusselt de convección forzada estimado con el diámetro.
$Ra$	Número de Rayleigh.
$St$	Número de Stanton.
$Gr_D/Re_D^2$	Parámetro de flotación.

## INTRODUCCIÓN

La transferencia de calor por convección desde o hacia un cuerpo comprende el movimiento de un fluido con relación al cuerpo. La transferencia de calor por convección puede ser clasificada de acuerdo a la naturaleza del flujo. Si el movimiento es provocado por las fuerzas de flotación que se generan por las diferencias de densidad debidas a la diferencia de temperatura en las diferentes localidades del fluido, se conoce como convección natural. Si el movimiento del fluido es provocado por un agente externo, como un ventilador, se denomina convección forzada.

El análisis del fenómeno de la convección generalmente se hace asumiendo convección natural pura o bien, convección forzada pura, pero es necesario considerar que pueden existir condiciones para una convección mixta, es decir, una convección en la que se combinan los efectos de ambas. La convección mixta se presenta cuando las velocidades asociadas con el flujo forzado son pequeñas y las fuerzas de flotación son grandes. Las fuerzas de flotación deben de generar un flujo secundario que debe ser comparable con el flujo forzado. Resulta evidente que las condiciones necesarias para que se presente una convección mixta son muy particulares, por lo que el estudio de este fenómeno no ha recibido la misma atención que la que se le ha dado al estudio de la convección natural y forzada por separado.

Se han realizado investigaciones referentes a la convección mixta alrededor de cuerpos de diversas geometrías, tales como placas planas, cuerpos cilíndricos, y algunos otros cuerpos regulares; también ha sido investigada la convección mixta en el interior de conductos de sección circular y rectangular. Para los casos más simples de convección mixta se han obtenido soluciones numéricas, pero la mayor parte de los estudios de este fenómeno se realizan de manera experimental. Los resultados publicados acerca del comportamiento de este



fenómeno se presentan de manera gráfica, y en algunos casos se reportan correlaciones empíricas.

El presente trabajo tiene como objetivo el estudio de la convección mixta alrededor de un cilindro horizontal de sección circular, para el caso en el que las direcciones de los flujos natural y forzado son opuestas. Se estudia la transferencia de calor y se realiza una visualización de las líneas de corriente propias de este fenómeno. El cilindro empleado tiene un diámetro y una longitud muy similares, y es colocado entre dos placas planas paralelas como una aproximación de flujo bidimensional. El fluido empleado para la convección es agua en flujo descendente.

El calor se suministra al cilindro por medio de la resistencia eléctrica interna al mismo y se disipa de forma constante, por convección mixta, a través de la superficie de contacto entre el fluido y el cilindro. Esto se hace por un tiempo prolongado, con la finalidad de tener condiciones de estado permanente. La velocidad del flujo forzado se ajusta a la intensidad del flujo de la convección natural para lograr la aparición de una convección mixta.

En presencia de una convección mixta, se lleva a cabo la visualización de las líneas de corriente que se presentan en este tipo de convección. Se observan, además, las variaciones que sufren las líneas de corriente cuando cambian, ya sea las condiciones físicas que dan lugar a la convección natural, o bien las condiciones físicas que originan la convección forzada; todo esto se hace en estado permanente.

Se reporta de manera gráfica el comportamiento de la transferencia de calor por convección mixta alrededor de un cilindro horizontal de sección circular en estado permanente y se presentan imágenes de los patrones de flujo propios del fenómeno en cuestión.

Esta tesis se desarrolla en cuatro capítulos. En el primero, "Antecedentes", se presenta un panorama general de las investigaciones publicadas hasta ahora en lo referente al estudio de la convección mixta. En el capítulo dos, "Diseño y construcción del modelo experimental", se dan los detalles de construcción del modelo experimental, además de una serie de comentarios acerca de su modo de operación y datos técnicos. En el capítulo tres, "Resultados", se presentan las gráficas obtenidas del estudio de la transferencia de calor, incluyendo además, fotografías de la visualización de las líneas de corriente. Dentro del capítulo cuatro, "Conclusiones y Comentarios", se exponen los comentarios finales y algunas observaciones que resultan del análisis de los resultados experimentales. Se incluye un "Apéndice A" en el que se reportan todos los datos obtenidos en los ensayos y un "Apéndice B" en el que se presentan imágenes del modelo experimental y el equipo de medición utilizado. Por último, se mencionan las "Referencias y Bibliografía Adicional", relacionada con el tema.

# CAPÍTULO 1

## ANTECEDENTES

### 1.1 La convección mixta.

El estudio del fenómeno de la convección frecuentemente se realiza analizando por separado la convección forzada pura y la convección natural pura. Esto se hace debido a que en la mayoría de los casos el efecto que tiene alguna de ellas trasciende más que el efecto que tiene la otra. Por ello resulta importante determinar el criterio que indique la predominancia de alguno de los dos fenómenos.

Comúnmente se emplea un criterio basado en la proporción del número de Grashof respecto al cuadrado del número de Reynolds para caracterizar la convección mixta. El número de Grashof,  $Gr$ , se define como  $Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$ ,

donde  $g$  es la aceleración gravitacional,  $\beta$  es el coeficiente de expansión volumétrica,  $T_s$  es la temperatura de la superficie,  $T_\infty$  la temperatura de la corriente libre,  $L$  una longitud característica y  $\nu$  la viscosidad cinemática; por su parte el número de Reynolds,  $Re$ , se define como  $Re = \rho UL / \mu$ , donde  $\rho$  es la densidad,  $U$  la velocidad,  $L$  una longitud característica y  $\mu$  la viscosidad dinámica.

El número de Grashof juega el mismo papel en la convección libre que el que juega el número de Reynolds en la convección forzada. Hay que recordar que el número de Reynolds provee una medida de la relación de fuerzas de inercia respecto a las fuerzas viscosas actuando sobre un elemento del fluido, en contraste, el número de Grashof indica la relación de las fuerzas de flotación respecto a las fuerzas viscosas actuando sobre el fluido.

Es importante notar que en el caso de la convección mixta el número de Nusselt, definido como  $Nu_L = hL/k$ , donde  $L$  indica una longitud característica,  $h$  es el coeficiente de convección, y  $k$  es la conductividad térmica; es función de los números de Reynolds, Grashof y Prandtl, es decir,  $Nu_L = f(Re, Gr, Pr)$ .

Es necesario tener en cuenta que esto se cumple sólo cuando los efectos de la convección forzada y natural son comparables. Generalmente se considera que los efectos de la convección natural y forzada actúan simultáneamente cuando  $(Gr_L / Re_L^2) \approx 1$  [22], el subíndice indica que ambos números son calculados con la misma longitud característica  $L$ . Si la desigualdad  $(Gr_L / Re_L^2) \ll 1$  se satisface, los efectos de la convección natural pueden ser despreciados y se conserva una relación de la forma  $Nu_L = f(Re_L, Pr)$ . Contrariamente, si  $(Gr_L / Re_L^2) \gg 1$ , los efectos de la convección forzada pueden ser despreciados y entonces  $Nu_L = f(Gr_L, Pr)$ , solamente. En estricto sentido, una convección natural es aquella que es inducida sólo por fuerzas de flotación, y en tal caso  $(Gr_L / Re_L^2) \rightarrow \infty$ , mientras que para la convección puramente forzada sería necesario que  $(Gr_L / Re_L^2) \rightarrow 0$ . Algunos autores [1] proponen intervalos más específicos como  $0.01 < Gr/Re^2 < 100$  para la presencia de la convección mixta, sin embargo, este intervalo depende de la dirección del flujo forzado respecto al flujo natural y de la geometría del cuerpo, consecuentemente el rango no se puede generalizar.

Lo más frecuente es utilizar el criterio de la proporción del número de Grashof respecto al cuadrado del número de Reynolds para caracterizar la convección mixta, pero el exponente al que se eleva el número de Reynolds en realidad depende de la geometría y de las condiciones de la capa límite térmica, por lo que no es necesariamente igual a 2, estando dicho exponente en el rango entre 2 y 3 [12].

El efecto de la convección natural sobre la transferencia de calor en convección mixta está fuertemente influenciado por la dirección de las fuerzas de flotación con relación a la dirección del flujo forzado. Tres casos especiales han sido estudiados extensamente. El primer caso corresponde a una flotación inducida con la misma dirección del movimiento forzado, este caso se llama flujo asistido o paralelo; en el segundo se tienen direcciones opuestas, por lo que se llama flujo opuesto o contra flujo; y el último, con direcciones perpendiculares, se llama flujo transversal o cruzado. En los flujos asistido y transversal la flotación actúa para incrementar la razón de transferencia de calor asociada con la convección forzada pura, por el contrario, en flujo opuesto la flotación generalmente actúa con un decremento en la razón de transferencia de calor [22].

Ha llegado a ser una práctica común correlacionar los resultados de la convección natural y forzada para poder estimar el número de Nusselt que corresponde a una convección mixta. Tanto para flujo interno como para flujo externo se emplea una expresión de la forma:

$$Nu_M^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n \quad \dots (1.1)$$

donde  $Nu_M$  es número de Nusselt de la convección mixta,  $Nu_F$  y  $Nu_N$  son los números de Nusselt de la convección forzada y natural respectivamente.

De acuerdo a la geometría específica de interés, los números de Nusselt  $Nu_F$  y  $Nu_N$  son determinados por la existencia de las correlaciones de convección forzada y natural, respectivamente. El signo de (+) en el lado derecho de la ecuación se aplica para flujos asistidos y transversales, mientras que el signo de (-) se aplica para flujos opuestos. La mejor correlación se obtiene frecuentemente para  $n = 3$ , aunque

valores de  $7/2$  y  $4$  pueden ser más convenientes para flujos transversales, involucrando placas horizontales y cilindros (o esferas) respectivamente [22].

La ecuación (1.1) debe ser vista como una primera aproximación, y cualquier tratado serio de un problema de convección mixta debe ser documentado en investigaciones especializadas como las que se mencionan a continuación.

## 1.2 Investigaciones Experimentales de Convección Mixta.

Uno de los primeros trabajos experimentales realizados en convección mixta para cilindros fue publicado por Collis y Williams [4]. En este estudio se busca hacer una modificación a los métodos de calibración de los anemómetros de hilo caliente. En anemometría de hilo caliente se usan generalmente expresiones empíricas como la obtenida por King [5], en la que se establece que si un alambre de diámetro  $D$  colocado sobre una corriente de aire de velocidad  $U$ , y temperatura  $T_\infty$ , es calentado a una temperatura  $T_w$ , entonces el coeficiente de transferencia de calor  $h$ , [ $\text{W cm}^{-1} \text{ deg}^{-1}$ ] está dado por la ley de King:

$$h = A[1 + \gamma(T_w - T_\infty)] + B[1 + \delta(T_w - T_\infty)]\sqrt{UD} \quad \dots\dots\dots(1.2)$$

donde:  $A = 2.5 \times 10^{-4} (1 + 35D)$ , con  $D$  en cm;  $B = 1.012 \times 10^{-2} \sqrt{D}$ ; y los coeficientes de temperatura son  $\gamma = 0.00114$  y  $\delta = 0.00008$ , cuando  $T_\infty = 17^\circ\text{C}$ .

Los experimentos de King se realizan con un brazo giratorio y consecuentemente están sujetos a una interferencia por corriente de aire, ambas natural e inducida. Investigaciones posteriores empleando túneles de viento o chorros de aire de bajo nivel de turbulencia, han confirmado la ley de King, pero estas investigaciones

generalmente han cubierto un rango muy limitado en las variables, razón por la cual sus conclusiones resultan dudosas si se les examina rigurosamente.

El estudio de Collis y Williams, para el caso particular de los alambres horizontales en una corriente de aire, permite obtener suficientes datos para la formulación de un criterio que indique el inicio de los efectos significativos de la convección libre cuando el número de Reynolds decrece desde valores donde la convección forzada es dominante.

Adicionalmente, queda demostrado de forma clara, que para números de Reynolds fuera de la región donde la convección libre y forzada tienen la misma importancia, los efectos de la convección mixta son despreciables. Esta observación muestra que el método de calibración para el anemómetro de hilo caliente, que involucra la medición de la transferencia de calor para un número de Reynolds de cero, se basa en criterios erróneos. El error se puede observar cuando se calibran anemómetros de hilo caliente bajo condiciones de velocidad de flujo cercana a cero, tendiendo a desviarse sistemáticamente, y siempre de la misma manera de la ley de King. El estudio de Collis y Williams propone una modificación a la ley de King siguiendo cuidadosas mediciones que involucran amplios rangos de velocidades del aire, diámetros de alambre y temperaturas de trabajo.

Collis y Williams hacen notar que los efectos de la convección libre disminuyen rápidamente con el incremento en el número de Reynolds, así que la orientación del alambre con respecto a la vertical tiene una influencia despreciable sobre la transferencia de calor excepto a muy bajas velocidades. En alambres horizontales a muy bajos números de Reynolds, la convección libre es significativa cuando el número de Reynolds es menor que la raíz cúbica del número de Grashof ( $Re < Gr^{1/3}$ ).

Para hacer las correcciones adecuadas a la ley de King, Collis y Williams emplean en los ensayos experimentales alambres de platino puro, cuyos diámetros van desde  $2.95 \times 10^{-4}$  hasta  $53.5 \times 10^{-4}$  cm, teniendo una relación de  $L/D$  (donde  $L$  es la longitud del alambre y  $D$  el diámetro del mismo), entre el rango de 2070 a 8660. Los alambres bajo prueba se calientan por medio de una corriente eléctrica, la potencia disipada por el alambre se calcula a partir de las mediciones de la corriente y de la resistencia eléctrica del alambre. La temperatura de trabajo se determina por el uso del alambre de prueba como un termómetro de resistencia eléctrica. La velocidad del aire se estima por la pérdida de presión a través de una contracción, la cual se calibra por medio de un tubo de Pitot estático colocado en el lugar posteriormente ocupado por el alambre calentado.

Los resultados experimentales conducen a la obtención de un criterio que determina el inicio de los efectos de la flotación cuando se estudia la transferencia de calor en flujo cruzado a bajos números de Reynolds y Grashof, este criterio se representa por la siguiente ecuación:

$$Re_m = 1.85 Gr_\omega^{0.39} \dots\dots\dots(1.3)$$

A.P. Hatton, D.D. James y H.W. Swire [6] realizaron un estudio experimental en convección mixta alrededor de cilindros horizontales que incluye los flujos asistido, transversal y contra flujo. Los resultados experimentales permiten proponer correlaciones para las condiciones de convección libre y convección forzada, y por medio de una *adición vectorial* de los parámetros de flujo<sup>1</sup> se desarrolla una correlación para la región de convección mixta.

---

<sup>1</sup> En 1956 Van der Hegge Zijien [7] realizó experimentos de convección sobre cilindros y correlacionó los datos por medio de una adición vectorial de los parámetros de la convección forzada y natural de esta forma.

$Nu_M = (Nu_F^2 + Nu_N^2)^{0.5}$ . Los experimentos fueron realizados en flujo cruzado, desafortunadamente el ajuste entre la ecuación propuesta y los datos experimentales fue insatisfactorio.



El aparato empleado para los experimentos consistió de un cilindro horizontal calentado eléctricamente expuesto a un flujo de aire de baja velocidad. Todos los cilindros utilizados fueron de 4.75 in. de longitud y consistieron de tubos hipodérmicos de acero inoxidable de 0.0495 y 0.032 in. de diámetro y un alambre de platino de 0.004 in de diámetro. Para producir una situación bidimensional de transferencia de calor fue esencial que la variación de la temperatura en la dirección longitudinal del cilindro fuera la mínima posible. La temperatura de la superficie del cilindro hueco se obtiene insertando un termopar en cada extremo del cilindro, y para el caso del alambre, la temperatura se mide con el cambio de su resistencia eléctrica.

Para realizar la adición vectorial es necesario que ambas correlaciones, la de convección natural y la de convección forzada, estén en función de los mismos parámetros adimensionales. A.P. Hatton, D.D. James y H.W. Swire sugieren entonces cambiar los parámetros de la convección natural por los parámetros de la convección forzada, es decir, aproximar una convección natural a una convección forzada. Una aproximación es la siguiente: si el trabajo hecho por las fuerzas de flotación sobre un elemento del fluido es igualado a la ganancia de energía cinética, entonces es posible mostrar que:  $Re = (2Gr)^{0.5}$ . Si esto es cierto, es factible utilizar una ecuación de la misma forma tanto para la convección natural como para la convección forzada, utilizando  $Re$  en forzada y sustituyendo  $Re$  por  $(2Gr)^{0.5}$  en natural. Una vez que la sustitución se ha realizado, a partir de las ecuaciones relativas a la convección natural y forzada es posible *sumar vectorialmente* el número de Reynolds de la convección forzada con el número de Reynolds relativo a la convección natural para obtener un número de Reynolds efectivo  $Re_{eff}$ . Sumando vectorialmente y utilizando la sustitución de:  $Re = (2Gr)^{0.5}$ , se obtiene que:

$$\text{Re}_{eff}^2 = \text{Re}_f^2 \left[ 1 + 3.4 \left( \frac{Ra^{0.5}}{\text{Re}_f} \right) \cos \theta + 2.85 \left( \frac{Ra}{\text{Re}_f^2} \right) \right] \quad \dots\dots\dots(1.4)$$

donde  $\text{Re}_f = \text{Re}_\infty \frac{v_\infty}{v_f}$ , los subíndices  $\infty$  y  $f$  del lado derecho de la ecuación indican que las propiedades se evalúan a la temperatura de la corriente libre y a la temperatura de película, respectivamente;  $Ra$  es el número de Rayleigh definido como  $Ra = Gr \cdot Pr$

A partir de los datos experimentales Hatton, James y Swire buscaron obtener una ecuación para la convección forzada de la forma:

$$Nu \left[ \frac{T_f}{T_\infty} \right]^{-m} = A + B \text{Re}_f^c = f(\text{Re}_f) \quad \dots\dots\dots(1.5)$$

Los valores de  $A$ ,  $B$ ,  $c$  y  $m$  son constantes que se estiman a partir de los datos experimentales. Para el caso de la convección natural resulta conveniente una ecuación de la forma:

$$Nu \left[ \frac{T_f}{T_\infty} \right]^{-m} = A + BRa^n \quad \dots\dots\dots(1.6)$$

El valor de  $m$  estimado para todos los datos de convección forzada es  $m = 0.154$ . Los valores de las constantes  $A$ ,  $B$  y  $c$  se calcularon para cada una de las tres direcciones del flujo forzado de manera individual y también para el caso de las tres direcciones combinadas. Los coeficientes calculados para el caso de todas las direcciones combinadas se eligieron para obtener la correlación de la convección forzada, esta elección se debió a que al comparar dicha correlación con los datos experimentales de cualquiera de las tres direcciones se observa que la mayoría de

los puntos yacen sobre esta curva. La correlación propuesta para la convección forzada es:

$$Nu \left[ \frac{T_f}{T_\infty} \right]^{-0.154} = 0.384 + 0.581 Re_f^{0.439} \quad \dots\dots\dots(1.7)$$

El valor de  $m$  para la correlación de la convección natural se fija en el mismo valor que el obtenido para la convección forzada,  $m = 0.154$ . Al encontrar los valores de las constantes para la correlación de la convección libre se obtiene la ecuación:

$$Nu \left[ \frac{T_f}{T_\infty} \right]^{-0.154} = 0.525 + 0.422 Ra^{0.315} \quad \dots\dots\dots(1.8)$$

Con la finalidad de realizar la suma vectorial para la convección mixta es conveniente que la constante  $A$  tenga el mismo valor para las correlaciones de convección forzada y natural. Se sugiere entonces la correlación:

$$Nu \left[ \frac{T_f}{T_\infty} \right]^{-0.154} = 0.384 + 0.59 Ra^{0.184} \quad \dots\dots\dots(1.9)$$

Esta última correlación satisface razonablemente bien los puntos experimentales obtenidos por Hatton, James y Swire.

Las correlaciones propuestas para la convección natural y forzada tienen la misma forma por lo que permiten aplicar la equivalencia sugerida:  $Re = (2Gr)^{0.5}$ , sin embargo, la equivalencia anterior se reemplaza por una aproximación más realista que se obtiene observando que el mismo número de Nusselt se obtiene para ambas correlaciones, natural y forzada cuando:  $Re_f = 1.03 Ra^{0.418}$ . Al sustituir esta última

efectivo  $Re_{eff}$ . La correlación sugerida puede ser utilizada con seguridad en el rango:  $10^{-2} < Re_{eff} < 40$  y  $10^{-3} < Ra < 10$ .

En una gráfica que muestra los puntos experimentales y la curva que se obtiene para la correlación de la convección mixta cuando ya se ha aplicado la corrección del número de Reynolds efectivo se observa que:

- Todos los datos experimentales para el flujo asistido están dentro de un  $\pm 10\%$  de los correspondientes a la correlación como se muestra en el Gráfico (a).

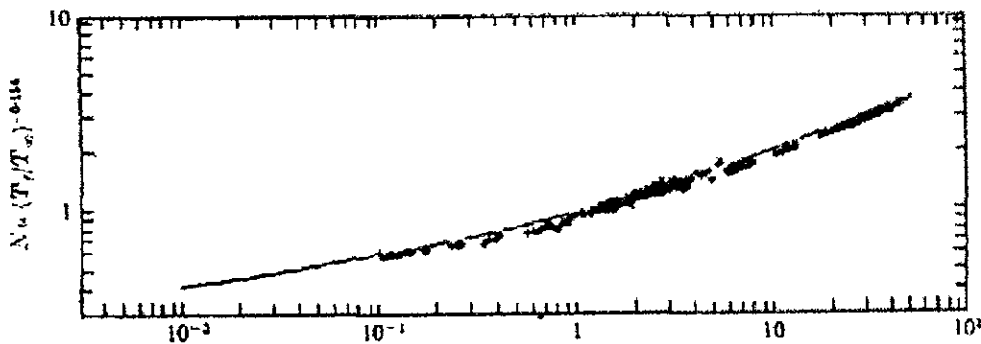


Gráfico (a).

- Para el flujo cruzado algunos datos están lejos de la línea de la correlación pero en general la forma de la curva es correcta como se muestra en el Gráfico (b).

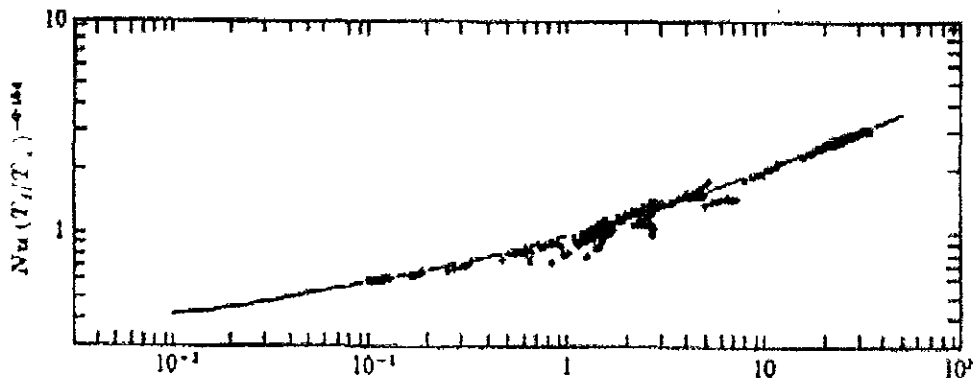


Gráfico (b).

- c. Para el contra flujo una gran cantidad de datos yace lejos de la línea correspondiente a la correlación, Gráfico (c), pero esta situación se esperaba puesto que en el tipo de correlación sugerida (1.10) es posible obtener un  $Re_{eff}$  igual a cero lo que provoca la falla de la correlación.

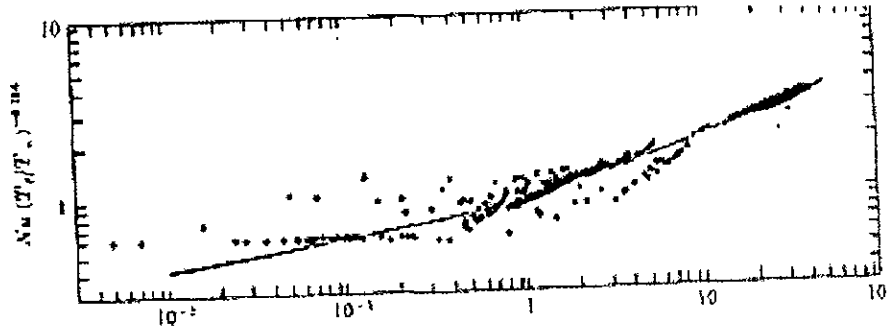


Gráfico (c).

$Re_{eff} = 0$  cuando  $\frac{Ra^{0.418}}{Re_f} = 1$ , por lo que la correlación no se debe usar en contra

flujo cuando  $0.25 < \frac{Ra^{0.418}}{Re_f} < 2.5$ , lo que garantiza un error no mayor a 10%, en

el Gráfico (d) se muestra tal efecto.

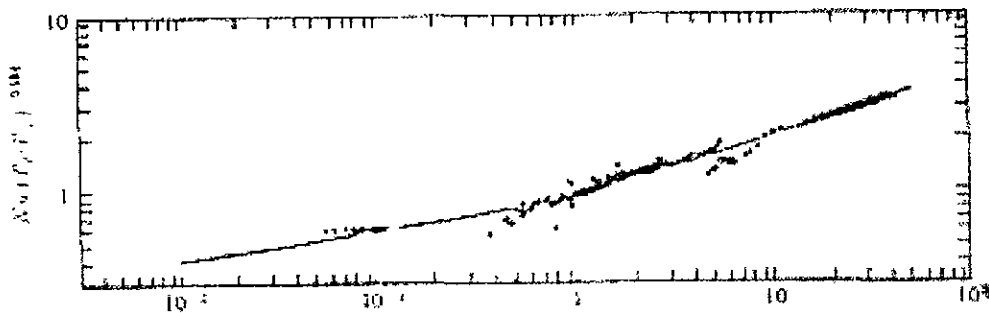


Gráfico (d).

Finalmente el estudio recomienda utilizar los anemómetros de hilo caliente bajo las siguientes condiciones

- Flujo paralelo:  $Re_f > 10Ra^{0.418}$
- Flujo cruzado:  $Re_f > 2.2Ra^{0.418}$
- Contra flujo:  $Re_f > 9Ra^{0.418}$

Los límites anteriores permiten un error máximo del 10% en el número de Reynolds estimado con dichos anemómetros.

Por otro lado, P. H. Oosthuizen y S. Madan [9] presentaron un estudio para la transferencia de calor en distintos cilindros de sección circular en flujo asistido. En sus pruebas los números de Reynolds varían entre 100 y 3000 y los números de Grashof aproximadamente entre 25 000 y 300 000.

En los experimentos se emplearon cuatro modelos con diámetros de 0.75, 1.0, 1.25, 1.5 in, que son montados horizontalmente en un túnel de viento vertical de baja velocidad con una sección de trabajo de 16 x 16 in., y con velocidades entre 0.4 y 5 ft/seg. Las velocidades se miden con un tubo de Pitot para las velocidades altas y con un anemómetro de hilo caliente para las bajas. El nivel de turbulencia para los ensayos es menor al 0.7%. Los modelos se construyen de aluminio sólido de 12 in de longitud, 2 in de diámetro y un aislamiento en los extremos de 2 in de espesor. Los modelos se calientan por encima de 300 °F y se colocan en el túnel, a continuación se mide la variación de la temperatura con el tiempo usando un termómetro de tipo termopar. Se da por finalizada la prueba cuando la temperatura cae por de bajo de 150 °F. Con la medición de la temperatura como función del tiempo se obtiene el historial de la transferencia de calor, asumiendo un modelo uniforme de temperatura, debido a que se tiene un número de Biot extremadamente pequeño. Entonces, igualando la transferencia de calor por convección con la variación de la energía del modelo, se obtiene:

$$hA(T_w - T_1) = -mc \frac{dT_w}{dt} \quad \dots\dots\dots(1.11)$$

Donde  $m$  es la masa del cilindro,  $c$  es el calor específico,  $T_w$  es la temperatura del cilindro,  $A$  es la superficie del cilindro,  $T_1$  es la temperatura del aire de la corriente libre y  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor para algún instante de tiempo. Además, la transferencia de calor por convección natural para cada modelo se mide de la misma manera, empleando una velocidad de flujo igual a cero.

En la investigación de P.H. Oosthuizen y S. Madan, la relación  $D/L$  del modelo varía entre 0.047 y 0.094 por lo que se espera algún efecto del bloqueo. En las mediciones realizadas dentro de la región puramente forzada cuando se mantiene el mismo número de Reynolds en los cuatro modelos, se obtiene un diferente número de Nusselt para cada uno de los modelos, esto como consecuencia del efecto del bloqueo. Resulta entonces necesario determinar un factor de corrección para el número de Reynolds, esto se hace seleccionando un número de Nusselt en la región puramente forzada y determinando el número de Reynolds correspondiente para cada modelo bajo esas condiciones, después se grafica la variación del Reynolds vs  $D/L$ , y a partir de esta gráfica, se extrapola para encontrar el Reynolds correspondiente a un  $D/L$  de cero. Este factor de corrección permanece aproximadamente constante para cada modelo en todo el rango de Reynolds correspondiente a la región puramente forzada.

Los resultados se presentan gráficamente, eligiendo como abscisas los Reynolds, como ordenadas los Nusselt, y manteniendo el Grashof constante; se obtiene una curva para cada Grashof elegido.

Los resultados en la región de convección forzada pueden ser ajustados a la ecuación:

$$Nu_{DF} = 0.464 Re_D^{0.5} + 0.0004 Re_D \quad \dots\dots\dots(1.12)$$

Donde  $Nu_{DF}$  es el número de Nusselt correspondiente a la convección forzada tomando como longitud característica el diámetro  $D$ , y  $Re_D$  el número de Reynolds estimado con el mismo diámetro. Analíticamente es posible demostrar que la relación del Nusselt real local con el Nusselt local que debe existir para convección puramente forzada en la misma posición y con el mismo Reynolds, depende únicamente del parámetro  $(Gr_d/Re_d^2)$ , por ello resulta lógico relacionar la medición del Nusselt en términos de este parámetro; entonces se asume que:

$$Nu_{DM} / Nu_{DF} = f(Gr_D / Re_D^2) \quad \dots\dots\dots(1.13)$$

Donde  $Nu_{DM}$  es el número de Nusselt para la convección mixta,  $Nu_{DM}$  esta dado por la ecuación (1.12) y  $Gr_D$  es el número de Grashof evaluado con el diámetro. Sobre el rango de variables cubiertas por estos ensayos, los datos experimentales obtenidos pueden aproximarse a la expresión:

$$Nu_{DM} / Nu_{DF} = 1 + 0.18(Gr_D / Re_D^2) - 0.001(Gr_D / Re_D^2)^2 \quad \dots\dots\dots(1.14)$$

En una publicación posterior [10], Oosthuizen y Madan presentaron la continuación de sus estudios. En este trabajo se observa el comportamiento de la transferencia de calor cuando se varía el ángulo  $\alpha$ , entre el flujo forzado y el natural. Los valores de  $\alpha$  estudiados son de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$  y  $180^\circ$ . Los autores emplean el equipo y método de experimentación descritos en su reporte anteriormente publicado.



El comportamiento de la transferencia de calor se observa con la ayuda de gráficas, mostradas en el Gráfico (e), que permiten hacer las siguientes observaciones:

- En los casos de  $\alpha = 0^\circ$  (flujo asistido) y  $\alpha = 90^\circ$  (flujo cruzado), las fuerzas de flotación incrementan la razón de transferencia de calor por encima de la que debería existir en convección puramente forzada.
- Los resultados para  $\alpha = 135^\circ$  y  $\alpha = 180^\circ$  (flujo opuesto), indican que inicialmente las fuerzas de flotación disminuyen la razón de transferencia de calor por debajo del la que debería existir para una convección puramente forzada. A bajas velocidades la transferencia de calor debería tender a su valor de convección puramente natural, sin embargo, se observa que con la disminución del número de Reynolds, el número de Nusselt llega a un valor mínimo, después del cual, incrementa por encima del relativo a la convección puramente forzada.

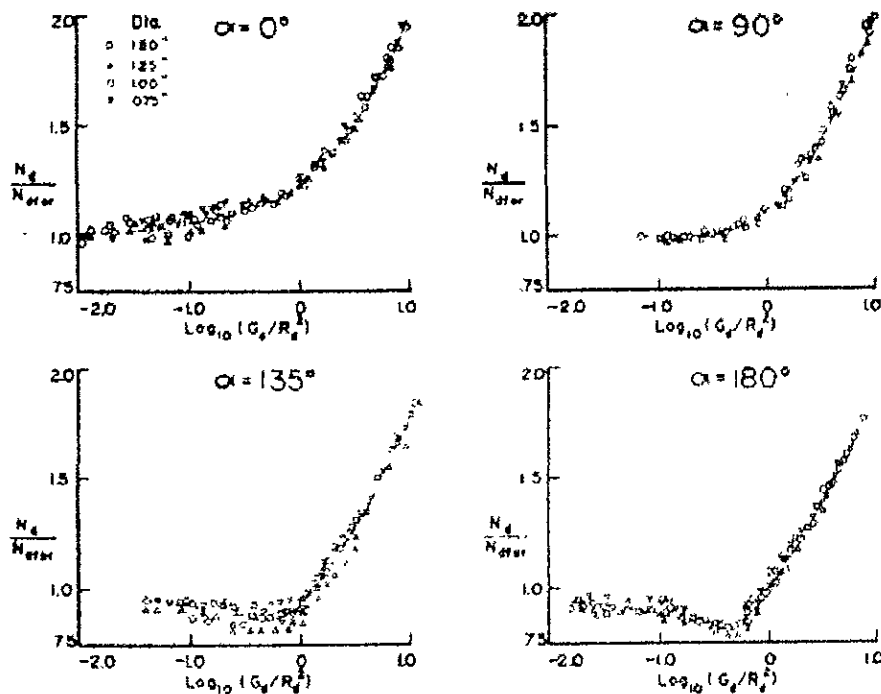


Gráfico (e)

A partir de los resultados experimentales, es posible definir la región de convección mixta para los diferentes casos estudiados. Cuando se asume que la región de convección mixta termina cuando el valor del número de Nusselt difiere en un 5% del número de Nusselt relativo a la convección forzada, entonces, se considera que existen efectos de convección puramente forzada cuando:

- $Gr_D/Re_D^2 < 0.10$  para  $\alpha = 0^\circ$
- $Gr_D/Re_D^2 < 0.53$  para  $\alpha = 90^\circ$
- $Gr_D/Re_D^2 < 0.04$  para  $\alpha = 135^\circ$
- $Gr_D/Re_D^2 < 0.01$  para  $\alpha = 180^\circ$

Otro estudio experimental de la transferencia de calor por convección mixta desde pequeños cilindros fue presentado por Shrinivas K. Nayak y V.A. Sandborn [11]. Los autores estudian el caso en el que los cilindros están colocados horizontalmente en una corriente de aire descendente. Basados en sus mediciones y en una visualización del flujo, los autores proponen un modelo matemático para una convección mixta donde la convección natural es opuesta al flujo de convección forzada. Nayak y Sandborn observaron tres tipos de flujos, el primero se presenta en la convección libre, donde a muy bajas velocidades la pluma de flotación domina la transferencia de calor. El segundo se presenta al alcanzar un número de Reynolds "crítico inferior", cuando la convección libre y forzada son del mismo orden de magnitud, se obtiene una transferencia de calor periódica bien definida. La transferencia de calor periódica se debe a la reconstrucción de las fuerzas de flotación a magnitudes que superan las fuerzas descendentes del flujo de aire. Cuando se alcanza un número de Reynolds "crítico superior" la transferencia de calor periódica cesa abruptamente. Para velocidades mayores al límite crítico superior las fuerzas debidas al flujo forzado dominan. La transferencia de calor promedio desde el cilindro decrece con el incremento del

número de Reynolds tanto para el caso de convección libre dominante como para el régimen de transferencia de calor periódica. Se encuentra que el valor mínimo de transferencia de calor ocurre cuando se tiene el número de Reynolds crítico superior. Adicionalmente, se observa que para flujos descendentes en el rango donde la convección libre y la convección forzada son aproximadamente iguales, la transferencia de calor desde el cilindro puede ser incluso menor que para el caso en el que no se tiene flujo.

La visualización se realiza con la ayuda de un incienso que arde y produce el calor y el humo para la visualización. Debido a que fue imposible obtener un quemado uniforme a lo largo del incienso, se tienen limitaciones en la visualización, sin embargo se obtuvieron fotografías de los patrones de comportamiento del humo para el cilindro normal al flujo utilizando la vara de incienso como una fuente puntual de calor.

La visualización del humo arroja lo siguiente:

- Cuando la convección forzada domina sobre la convección natural, el humo alrededor de la fuente puntual se extiende corriente abajo hasta la aparición de un vórtice. El movimiento del vórtice al estar corriente abajo del cilindro horizontal produce algún movimiento inestable del humo alrededor del cilindro.
- Cuando la velocidad del aire descendente se reduce, se alcanza un punto en donde las fuerzas de flotación causan un movimiento ascendente del humo. Una vez que el aire calentado alcanza una cierta altura por encima de la fuente de calor, el humo se dispersa. El movimiento sobre la fuente de calor se desorganiza y es rápidamente arrastrado corriente abajo por el flujo de aire. A continuación se forma una envolvente de humo alrededor de la fuente de calor, repitiéndose el mismo fenómeno de manera periódica. Una reducción adicional de la velocidad del flujo de aire incrementa la frecuencia del fenómeno.

- A muy pequeñas velocidades el movimiento periódico cambia a una pluma igual que el flujo ascendente de humo caliente.

Para realizar la medición de la transferencia de calor se utilizaron varios cilindros con diámetros desde 0.4 mm hasta 0.01 mm. Para una longitud de los cilindros de 8 mm o mayor se encontró que los efectos tridimensionales se pueden despreciar. Los cilindros fueron calentados eléctricamente por medio de una corriente eléctrica y la resistencia eléctrica se midió para determinar la temperatura del cilindro.

Cuando se estudió la transferencia de calor se mantuvo la temperatura del cilindro constante por medio de un anemómetro comercial de retroalimentación. Al observar las variaciones de voltaje respecto al tiempo se encuentra que dichas variaciones tienen un cierto período que depende de la velocidad del flujo forzado. Es importante recordar que la potencia disipada por el cilindro es proporcional al cuadrado del voltaje. La variación del voltaje es progresivamente más inestable con el incremento de la velocidad. Conforme la velocidad incrementa, la pluma es abatida por el flujo descendente. Una vez que la convección forzada es lo suficientemente fuerte, las fluctuaciones aleatorias son remplazadas por una transferencia de calor periódica. La frecuencia de la transferencia de calor periódica decrece progresivamente con el incremento de la velocidad del flujo descendente. Cuando se alcanza una velocidad crítica la transferencia de calor periódica alcanza un máximo. Un ligero cambio en el flujo, el cual es demasiado pequeño para medirse, cambia la transferencia de calor periódica, por una transferencia de calor constante.

Si los valores de los números de Reynolds "crítico inferior" y "crítico superior" se grafican contra el número de Grashof, es posible observar la zona en la que se presenta la transferencia de calor periódica.

Por otra parte, es posible relacionar la frecuencia de la transferencia de calor periódica con el número de Strouhal  $St$ , definido como la frecuencia multiplicada por el diámetro del cilindro y dividido entre la velocidad del flujo. Entonces, se tiene que existe una relación lineal entre el número de Strouhal y el cociente resultante de dividir el número de Reynolds entre el número de Reynolds crítico superior. Nayak y Sandborn proponen la correlación:

$$St = 5.6 \times 10^{-5} - 4.6 \times 10^{-5} \frac{Re}{Re_c} \quad \dots\dots\dots(1.15)$$

Finalmente, los mismos autores hacen notar que a ligeros ángulos de desviación del cilindro incrementa la magnitud de la transferencia de calor, esto debido a que la desviación probablemente produce una pluma de calor más concentrada, lo que conduce a un mayor efecto de las fuerzas de flotación. Los resultados también demuestran que el flujo descendente puede producir un efecto de aislamiento sobre la transferencia de calor desde los cilindros horizontales.

Robert Budzynski [12] presenta una investigación experimental de convección mixta desde un alambre de tungsteno en flujo cruzado. Budzynski correlaciona los resultados experimentales por medio de la ecuación de una superficie 3-D de transferencia de calor y posteriormente la compara con las ecuaciones sugeridas por otros investigadores. Los resultados que presenta están dados para números de Reynolds en el rango de  $0.8 < Re_D < 17.5$ , número de Grashof en el rango de  $1.5 \times 10^3 < Gr_D < 25$ , un parámetro de flotación en el rango de  $6 \times 10^{-5} < Gr_D/Re_D^2 < 11.5$  y con un número de Prandtl,  $Pr = 0.72$ .

El equipo experimental que utiliza Budzynski consiste en un túnel de prueba rectangular de 59.65 mm x 7.0 mm con una longitud de 1500 mm. El alambre de tungsteno de diámetro  $D = 0.1$  mm se coloca horizontalmente a lo ancho del túnel a

la mitad de la altura y la mitad de la longitud. La relación longitud-diámetro del cable es  $L/D = 596.5$ .

La potencia producida dentro del alambre y transferida al aire es igual al producto del voltaje suministrado y la corriente que circula a través del mismo. La temperatura del alambre  $T_w$  se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$T_w = 534.42R_w + 33.71 \quad [\text{K}] \quad \dots\dots\dots(1.16)$$

donde la resistencia eléctrica del cable  $R_w$  es igual al cociente del valor del voltaje entre la corriente eléctrica. La pérdida de calor debida a la radiación desde la superficie del cable hacia los alrededores es igual a:

$$Q_R = \pi DL\sigma\epsilon(T_w^4 - T_\infty^4) \quad \dots\dots\dots(1.17)$$

donde  $D$  es el diámetro del alambre,  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzman,  $\epsilon$  es la emisividad de la superficie del alambre,  $T_w$  es la temperatura media del alambre y  $T_\infty$  es la temperatura media del aire.

Los resultados experimentales se ajustan a una superficie 3-D, siendo los números de Reynolds las abscisas, los números de Grashof las ordenadas y los números de Nusselt las cotas como se muestra en el Gráfico (f). Por medio de la superficie 3-D es visible una considerable influencia del número de Grashof sobre la transferencia de calor cuando los números de Reynolds son relativamente pequeños.

A partir de la superficie 3-D es posible generar una serie de curvas de nivel, cada una de ellas para diferentes números de Nusselt, como se muestra el Gráfico (g). En una sola gráfica se muestran todas las curvas de nivel, siendo los números de Reynolds las abscisas y los números de Grashof las ordenadas. Cuando se traza

sobre esta misma gráfico (g) la función  $Gr = Re^2$  es posible observar que del lado izquierdo de esta curva (es decir  $Gr > Re^2$ ) se localiza la región de convección mixta. Entonces, parece apropiado proponer como el límite para la convección mixta alrededor de un alambre horizontal con flujo cruzado la relación

$$\frac{Gr_D}{Re_D^2} = 1.$$

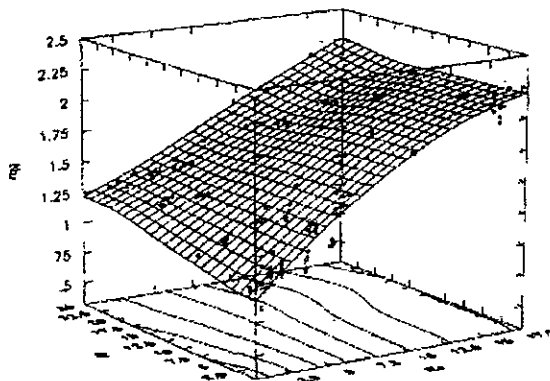


Gráfico (f).

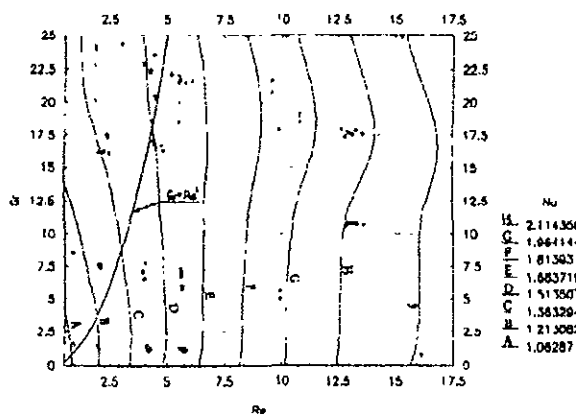


Gráfico (g).

Los datos experimentales que generan la superficie 3-D de transferencia de calor se ajustan a la siguiente ecuación:

$$Nu_D = 0.15 Re_D^{-0.58} + 0.63 Re_D^{0.24} + 0.5(1.6 \cdot 10^{-5} Re_D^{6.25} + 7 \cdot 10^{-8} Gr_D^{5.25})^{0.08} \dots\dots\dots(1.18)$$

La ecuación anterior indica un incremento significativo del número de Nusselt medio cuando se incrementa el del número de Grashof en la región donde  $Gr_D/Re_D^2 > 1$ , mientras en la región donde  $Gr_D/Re_D^2 < 1$  existe un pequeño incremento del número de Nusselt medio con el incremento en el número de Grashof. En un estudio teórico previamente presentado por Badr [13] se encontró que el incremento en el número de Nusselt medio para la convección mixta no excedía al 4% respecto al número de Nusselt de la convección forzada cuando  $Gr_D/Re_D^2 < 1$ .

Los resultados obtenidos del análisis de los datos y de la superficie 3-D de transferencia de calor se ajustan a las siguientes relaciones:

$$\frac{Nu_D}{Nu_{DF}} = 1.05(Gr_D / Re_D^2)^{0.12} \quad \dots\dots\dots(1.19)$$

válida para  $0.5 \leq (Gr_D / Re_D^2) \leq 11.5$  y donde  $Nu_{DF}$  es el número de Nusselt forzado.

$$\frac{Nu_D}{Nu_{DF}} = 1 + 0.059(Gr_D / Re_D^2) - 0.0019(Gr_D / Re_D^2)^2 \quad \dots\dots\dots(1.20)$$

válida para  $0 \leq (Gr_D / Re_D^2) \leq 11.5$ . En las ecuaciones (1.19) y (1.20) el valor de  $Nu_{DF}$  está dado por la correlación de Kennely [14]:

$$Nu_{DF} = 0.82 Re_D^{0.36} \quad \dots\dots\dots(1.21)$$



Finalmente, Budzynski compara los resultados experimentales de su estudio con los resultados teóricos previamente presentados por Badr para un parámetro de flotación hasta de  $Gr_D/Re_D^2 = 4$  y con los resultados de Nakai y Okazaki [15] para  $Gr_D/Re_D^2 \geq 8$ . Los resultados teóricos se apegan a los resultados experimentales, pero éstos últimos ofrecen la ventaja de definir directamente las regiones de convección forzada pura y la región de convección mixta con la ayuda de la superficie 3-D de transferencia de calor por convección.

### 1.3 Investigaciones Numéricas de Convección Mixta.

Además de los estudios experimentales de la convección mixta, también se han publicado correlaciones teóricas obtenidas a partir de la solución numérica de las ecuaciones de continuidad, momento y energía para obtener ecuaciones que describen el comportamiento de la convección mixta en términos de la función de corriente, vorticidad y temperatura; incluso se han obtenido numéricamente los campos de velocidades y la distribución de presiones alrededor de cilindros en convección mixta.

En este sentido, R.A. Ahmad y Z.H. Qureshi [16] presentaron un estudio numérico de la transferencia de calor por convección mixta en flujo cruzado desde un cilindro horizontal con un flujo uniforme de calor. El estudio es para un número de Prandtl de 0.7 con  $1 \leq Re_D \leq 60$  y  $0 \leq Gr_D^* \leq 1.6 \times 10^4$ , ( $Gr_D^* = \frac{g\beta(q''_s)D^4}{k\nu^2}$ , donde  $q''_s$  es el flujo de calor desde la superficie y  $k$  es la conductividad térmica). Los autores resuelven las ecuaciones de Navier - Stokes para el caso bidimensional en estado permanente.

A partir de sus resultados, Ahmad y Qureshi exponen las siguientes conclusiones:

- El número de Nusselt es más alto cuando se tiene un flujo de calor uniforme que cuando se tiene una distribución de temperatura uniforme en la superficie.
- La correlación que proponen para la convección forzada se ajusta satisfactoriamente con las correlaciones propuestas por otros autores.
- Los coeficientes de transferencia de calor y de arrastre para una convección mixta son considerablemente más altos que los valores que existirían para una convección puramente forzada.
- Los patrones de flujo y el campo de temperaturas varían con el parámetro de flotación  $Gr_D/Re_D^2$ .
- La dirección del flujo forzado respecto a la convección natural afecta drásticamente la razón de la transferencia de calor desde la superficie.

Recientemente, Cha'o-Kuang Chen, Yue-Tzu Yang y Sang-Ru Wu [17] presentan una investigación numérica para la convección mixta laminar en flujo cruzado desde una cilindro horizontal con una distribución de temperatura uniforme en la superficie. Proponen ecuaciones que describen el comportamiento de la convección mixta en términos de la función de corriente, la vorticidad y la temperatura, tomando un sistema de referencia ajustado al cuerpo del cilindro. Los resultados se presentan para un número de Prandtl de 0.7 con  $Re_D$  desde 20 hasta 100 y valores del parámetro de flotación hasta de  $Gr_D/Re_D^2 = 5$ .

Los resultados de este estudio permiten establecer que:

- El punto de estancamiento posterior y el punto de reunión de las líneas de corriente se mueven de manera significativa hacia arriba con el incremento de  $Gr_D/Re_D^2$ . Esto se debe probablemente a que las fuerzas de flotación ayudan a la aceleración del flujo corriente abajo del cilindro.

- El flujo inverso en la estela del cilindro es fuertemente influenciado por la relación  $Gr_D/Re_D^2$ . Cuando el valor de  $Gr_D/Re_D^2$  es alto no existe flujo inverso y los vórtices desaparecen por completo.
- El campo de temperaturas es prácticamente simétrico respecto a la horizontal para valores pequeños del número de Grashof  $Gr_D$ . El patrón de las isotermas cambia con  $Gr_D$ . El incremento de  $Gr_D$  mueve el punto de separación hacia arriba.
- Para el caso de la convección forzada ( $Gr_D = 0$ )  $Nu_D$  es máximo en  $\theta = 180^\circ$  y  $Nu_D$  es mínimo en  $\theta = 0^\circ$ . Con el incremento de  $Gr_D$  el valor máximo de  $Nu_D$  continúa cerca de  $\theta = 180^\circ$  y el valor mínimo se mueve a  $\theta = 90^\circ$ . Como se esperaba, con el incremento de  $Gr_D$ , incrementa  $Nu_D$ .

El presente trabajo tiene como objetivo el estudio experimental de la convección mixta alrededor de un cilindro horizontal de sección circular, cuando los flujos natural y forzado son opuestos. El estudio de este fenómeno consta de dos partes. La primera de ellas está enfocada a la estimación de la transferencia de calor y la segunda a la visualización de las líneas de corriente. La visualización de las líneas de corriente permite observar la manera en la que la convección forzada es afectada por la convección natural. El estudio de la transferencia de calor está dirigido al desarrollo de una correlación empírica que permita estimar la potencia transferida desde la superficie del cilindro cuando las convecciones natural y forzada actúan de manera simultánea y en direcciones opuestas. El cilindro empleado en los ensayos tiene un diámetro y una longitud muy similares, y se coloca entre dos placas planas paralelas como una aproximación de flujo bidimensional. El fluido empleado para la convección es agua en flujo descendente, y el cilindro es calentado por medio de una resistencia eléctrica interna en el cilindro.

## CAPÍTULO 2

### DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL MODELO EXPERIMENTAL

El estudio de la convección mixta que se presenta en esta tesis está basado en experimentos realizados en el laboratorio. Para llevar a cabo los experimentos resulta necesaria la construcción de un modelo adecuado a las características del fenómeno.

En primer lugar se elige el fluido que se ha de emplear para la convección, y de acuerdo al fluido elegido, se diseña el tipo de sistema que resulte idóneo a los fines perseguidos.

El fluido elegido es un líquido, debido a la facilidad que este tipo de fluidos presentan en su manejo, comparándolo con los fluidos gaseosos; además de que los líquidos alcanzan un flujo completamente desarrollado en una distancia más corta, y se logra con mayor facilidad una distribución uniforme de velocidades.

Dentro de los fluidos líquidos, el agua resulta ser más atractiva para los fines buscados en este proyecto, ya que sus propiedades físicas como viscosidad, densidad, coeficiente de expansión volumétrica, capacidad térmica específica y conductividad térmica, permiten variar con facilidad las condiciones de operación del modelo experimental; además, el agua al ser incolora, permite tener una buena visualización de las líneas de corriente con la ayuda de un trazador. Por otro lado, su abundancia y bajo costo la hacen más atractiva con respecto a otros líquidos, dado que las cantidades empleadas en los ensayos son considerables.

El diseño del modelo experimental se basa en el interés que se tiene en el estudio de la convección mixta en un flujo laminar descendiendo en un conducto vertical.

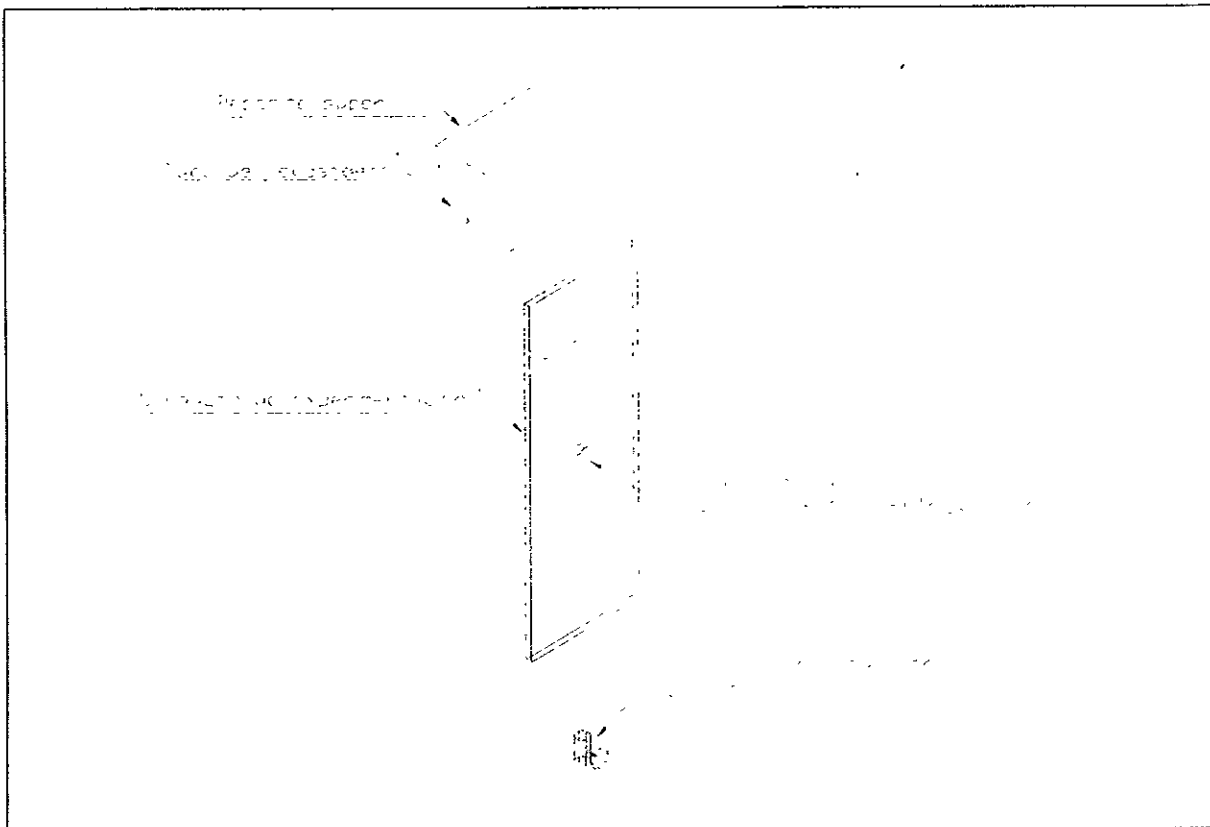


Figura 1.

En la figura 1 se muestra un bosquejo del sistema empleado para el estudio de la convección mixta alrededor de un cilindro horizontal mediante la realización de ensayos experimentales. La operación de este sistema debe realizarse en condiciones de estado permanente.

Para asegurar las condiciones de estado permanente durante el desarrollo de los ensayos, es necesario que el flujo volumétrico de agua a través del conducto de experimentación sea constante, además, la cantidad de calor transferida desde el cilindro hacia la corriente de agua debe ser de igual modo constante.

El depósito superior se encuentra abierto a la atmósfera al igual que la salida de la válvula. Entonces, considerando que la pérdida de carga hidráulica a través de la válvula de regulación de flujo es fija, y que el agua fluye de manera descendente por la acción de la gravedad, resulta necesario mantener una carga hidráulica constante a lo largo del sistema para poder cumplir la condición referente a un flujo volumétrico fijo a través del conducto de experimentación.

El depósito superior se construye de acrílico transparente de 6 mm de espesor, las dimensiones se muestran en la figura 2.

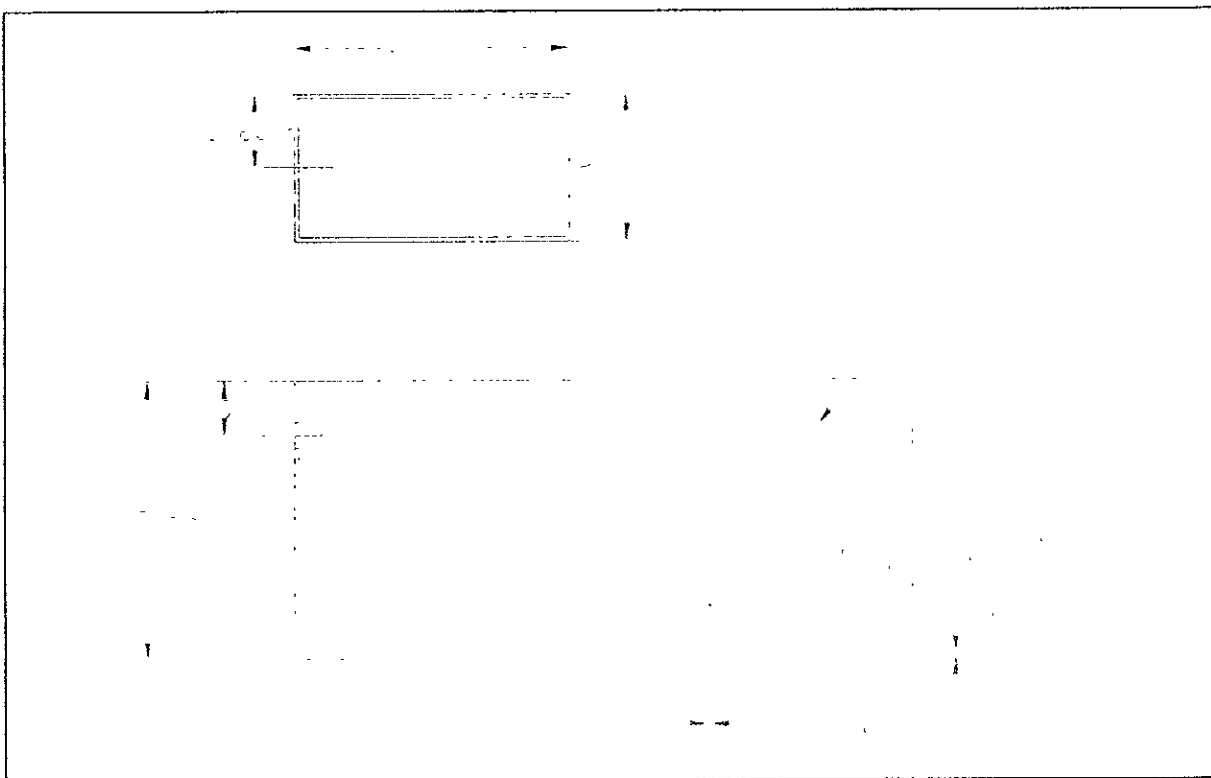


Figura 2.

Inicialmente se propuso que el depósito superior se llenara con la ayuda de una pequeña bomba hidráulica que operaría de manera constante con un flujo volumétrico superior al requerido en el conducto de experimentación. Para tener una carga hidráulica constante durante el ensayo, el nivel superior del agua en el

depósito debía permanecer fijo durante todo el ensayo. Se colocó un tubo de rebosadero en una de las caras laterales del depósito superior con la finalidad de evacuar el agua sobrante, manteniendo el nivel superior del agua a una misma altura, proporcionando así una carga hidráulica fija, como se requiere. Sin embargo, cuando se iniciaron las pruebas del equipo experimental se encontró que resultaba demasiado complicado mantener el nivel del agua constante en el depósito superior, esto debido a que el flujo volumétrico requerido para los diferentes ensayos experimentales varía mucho entre los distintos puntos de estudio. Adicionalmente, al ser excesiva la cantidad de agua provista por la bomba, el llenado provocaba una gran perturbación en el depósito superior. La perturbación que se presentó en el depósito superior provocaba turbulencia desde la entrada al conducto de experimentación. La turbulencia se observó al utilizar un colorante como trazador y no lograr la visualización de las líneas de corriente.

Se intentó reducir la perturbación con la ayuda de algunos dispositivos. Se trató con una canastilla con pequeñas rocas, la misma canastilla con esponja y rocas, incluso se colocó una placa de acrílico provista de perforaciones ubicadas en su mayoría en las orillas de la placa, como se muestra en la figura 3.

La canastilla se colocó al centro de la placa, en donde no existían perforaciones. Se pretendía que el agua de llenado no golpeará directamente en el depósito superior, si no que al salir de la canastilla, el agua se dirigiera a las orillas de la placa, y al pasar a través de los agujeros, la entrada al conducto de experimentación, ubicada en la parte central-inferior del depósito superior, se protegiera de las perturbaciones. Desgraciadamente, la placa no fue suficiente para detener las perturbaciones, incluso cuando se le colocó una cubierta de esponja. Con la cubierta de esponja se esperaba que disminuyeran los efectos del llenado. Por estas razones, se optó por prescindir del uso de la bomba.

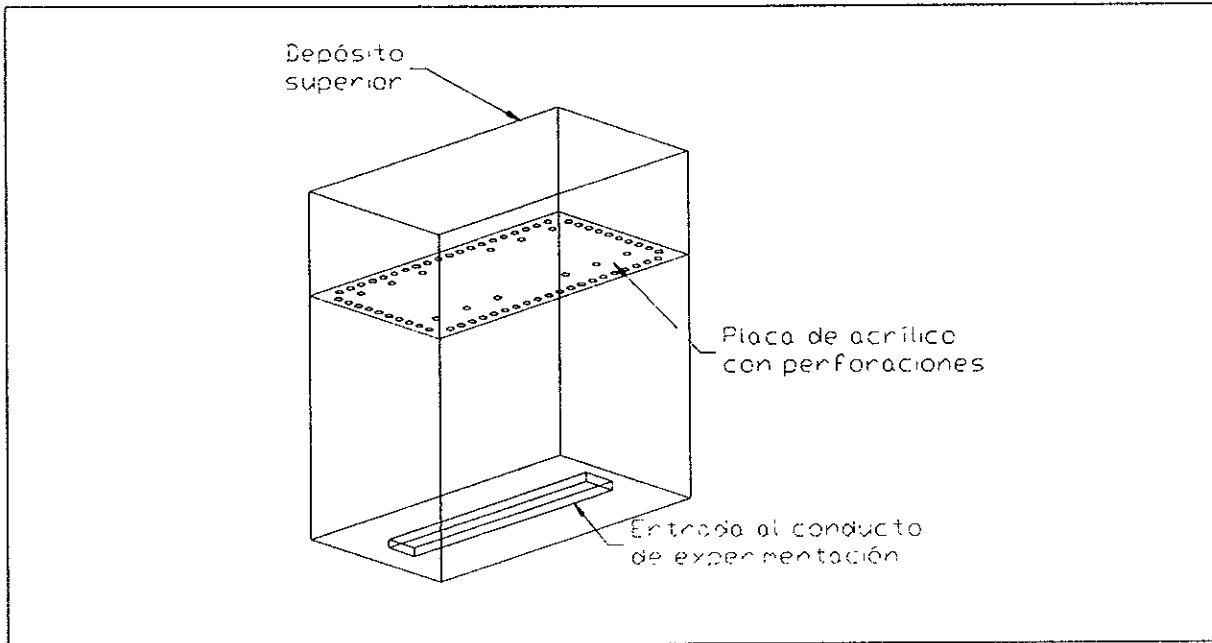


Figura 3.

Se encontró que una mejor opción era llenar el depósito directamente del sistema hidráulico del laboratorio. La cantidad de agua necesaria para los distintos puntos de estudio puede ser bien regulada por medio de la válvula de salida del sistema hidráulico del laboratorio.

Al hacer las pruebas de visualización sin el empleo de la bomba se encontró que las perturbaciones habían disminuido considerablemente, sin embargo, aún se presentaba turbulencia desde la entrada al conducto de experimentación. Se procedió a realizar nuevos intentos por disminuir en lo posible la aparición de la turbulencia.

Se diseñó un dispositivo que además de recibir el agua a la salida de la canastilla, tenía el objetivo de dirigir el flujo en la dirección del conducto de experimentación, desde luego con la menor perturbación posible.



El dispositivo que resolvió de manera satisfactoria el problema de la perturbación consiste en una caja de acrílico que como tapa superior emplea la placa provista de agujeros anteriormente descrita, mientras que en la tapa inferior se encuentra un conducto rectangular que penetra en la caja. En la figura 4 se muestra un esquema del diseño.

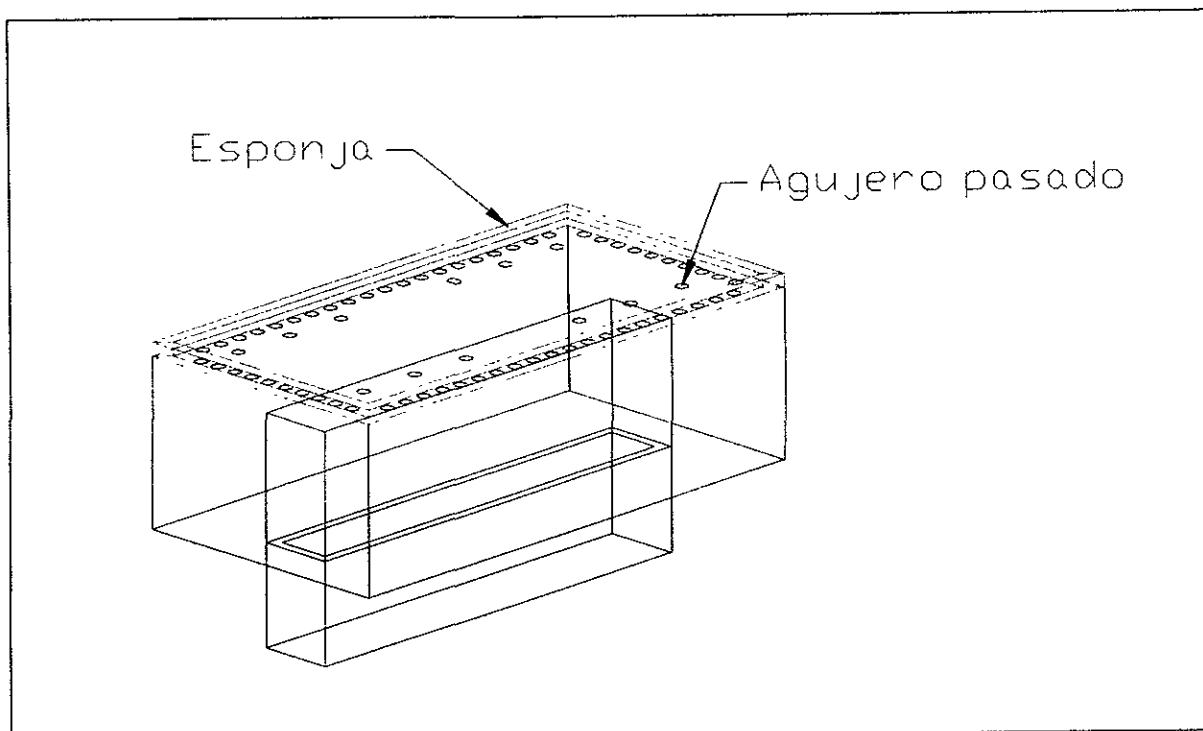


Figura 4.

El agua que sale de la canastilla cae en la placa con orificios, entonces pasa a través de los agujeros, pero no puede descender libremente ya que es obligada a pasar a través del conducto rectangular que desemboca muy cerca de la entrada al conducto de experimentación. Las dimensiones de la caja se muestran en la fig. 5.

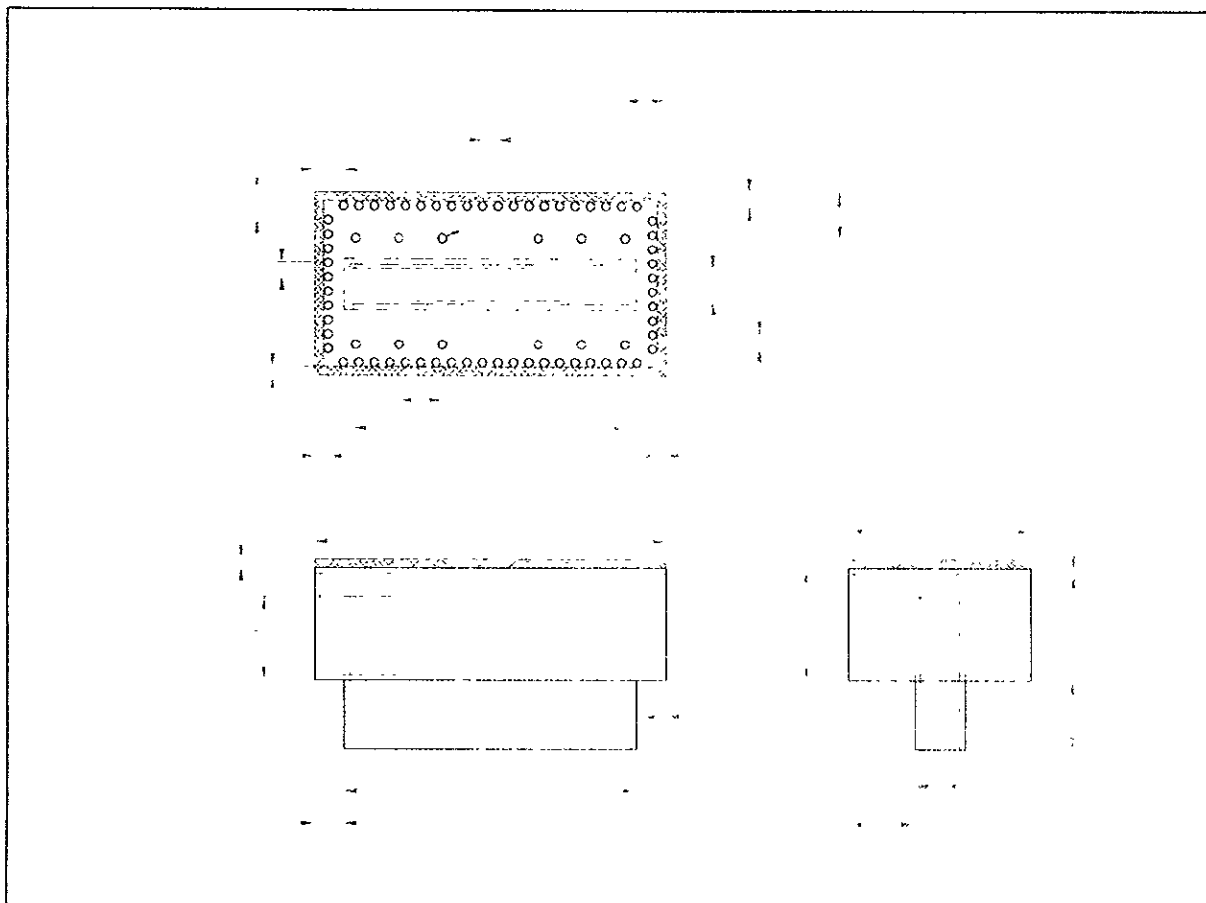


Figura 5.

El conducto que penetra a la caja tiene dimensiones similares a las de la entrada al conducto de experimentación, con lo que se evita de manera satisfactoria la desviación del flujo y la aparición de las perturbaciones. Adicionalmente, se colocaron tiras de esponja en las orillas de la tapa superior, como se muestra en la figura 4, con el objetivo de evitar en lo posible el flujo de agua a través del espacio entre las paredes de la caja y las paredes del depósito superior.

Como una última medida para mejorar la visualización de las líneas de corriente se colocó un par de placas inclinadas, como se muestra en la figura 6, con el objetivo de dirigir hacia el conducto de experimentación el flujo que al salir del conducto rectangular y chocar con el inyector de colorante tiende a desviarse.

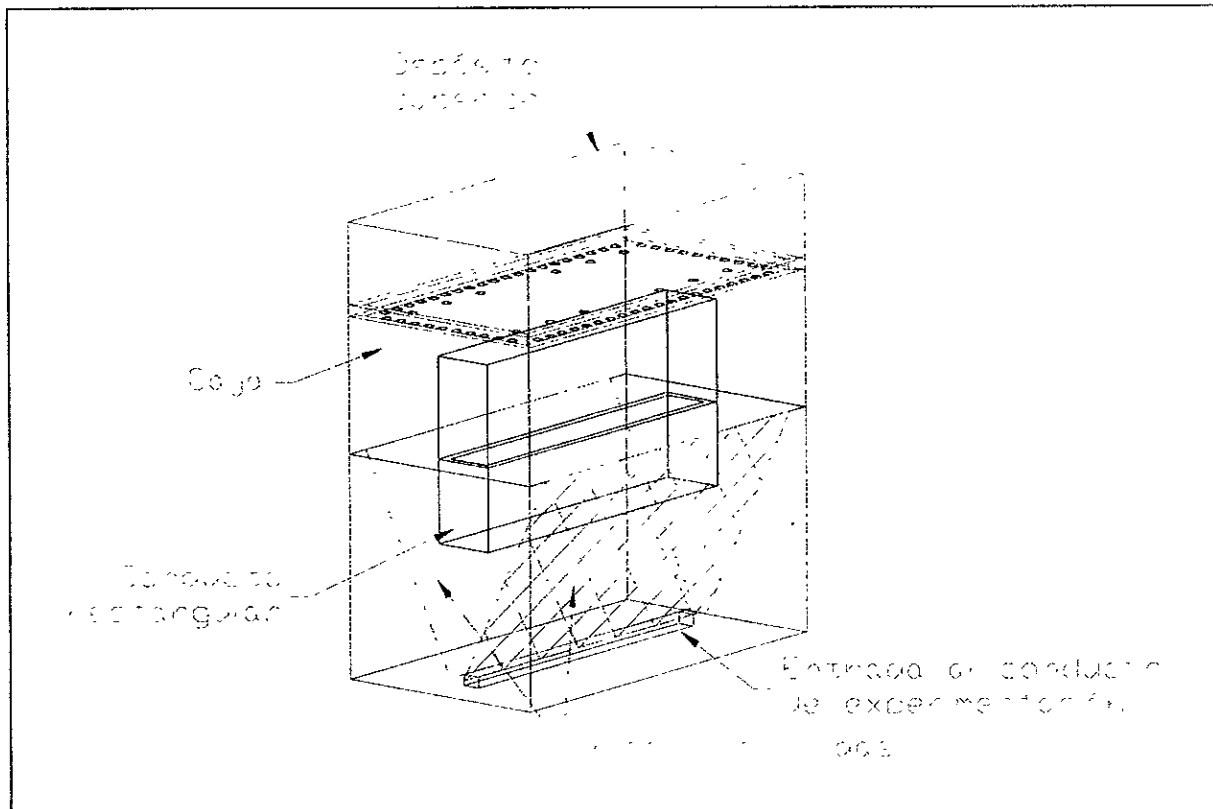


Figura 6.

Por otra parte, los ensayos se realizan considerando que el flujo forzado para la convección alrededor del cilindro está hidrodinámicamente desarrollado. El estudio de la transferencia de calor que se trata en este trabajo es para el caso de un flujo externo (alrededor de un cilindro horizontal), sin embargo el flujo forzado se encuentra confinado en un conducto relativamente estrecho, por lo que resulta conveniente que los efectos viscosos sean uniformes cuando el flujo alcance el cilindro de prueba. Por tal motivo, es necesario hacer una estimación de la longitud requerida para alcanzar un flujo hidrodinámicamente desarrollado, cuando los efectos viscosos comienzan a partir de la entrada al conducto de experimentación. Esta longitud está en función de la velocidad del flujo, de las propiedades físicas del fluido y de la forma y dimensiones del conducto.

La velocidad puede ser modificada con facilidad en los ensayos experimentales, sin embargo, hay que tener en cuenta que se estudia la convección mixta con flujo laminar alrededor de un cilindro. Para garantizar la existencia de un flujo laminar, la velocidad debe ser relativamente baja, adecuada a las propiedades físicas del fluido y a la forma del conducto. Adicionalmente, la velocidad del flujo debe permitir una buena visualización de las líneas de corriente.

Debido a que el conducto de experimentación está en posición vertical, la carga hidrostática en sus paredes es proporcional a su longitud. El material con el que se construye el conducto es acrílico transparente de 6 mm de espesor, material que tiende a deformarse con facilidad, razón por la cual la longitud del mismo no debe de ser muy grande. Este material se selecciona por su facilidad de manejo y por la transparencia que presenta, permitiendo con esto una buena visualización.

Se elige una longitud del conducto de experimentación igual a 0.81 m, y se coloca el cilindro de prueba a la mitad. Resulta entonces, que la longitud necesaria para el desarrollo hidrodinámico del flujo interno debe ser menor que 0.4 m. Las dimensiones del conducto de experimentación se muestran en la figura 7.

Para calcular la longitud que requiere el desarrollo hidrodinámico de un flujo interno a través de un conducto de sección rectangular, se recomienda [3] la siguiente ecuación:

$$\frac{L_x}{D_H} = 0.05 \text{Re}_H \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

donde,  $\text{Re}_H$  es el número de Reynolds evaluado con el diámetro hidráulico y  $D_H$  es el diámetro hidráulico, que está definido como:

$$D_H = \frac{4A_c}{P} \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

siendo  $A_c$  el área transversal del conducto y  $P$  el perímetro del mismo. Los valores de las propiedades físicas del agua se estiman considerando la temperatura de la corriente libre<sup>2</sup>,  $T_\infty$ . Para nuestro caso, la temperatura de la corriente libre es aproximadamente igual a la temperatura ambiente, por lo que se propone  $T_\infty = 20$  °C.

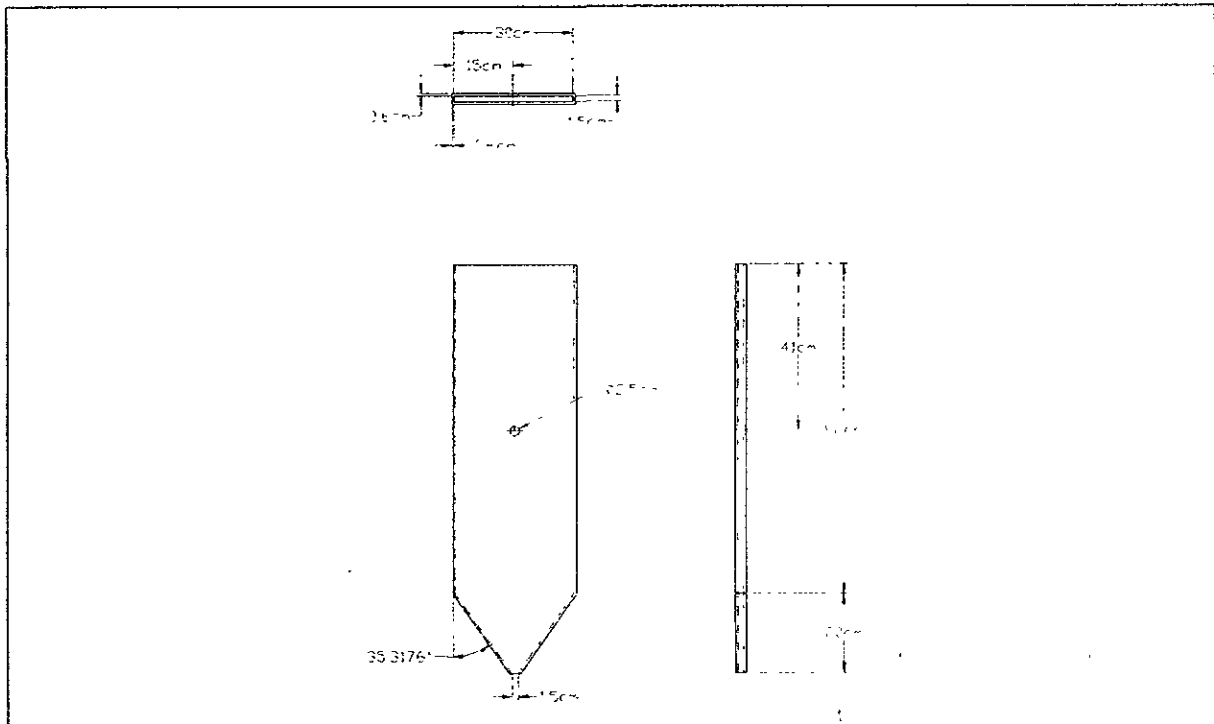


Figura 7.

Con valores de  $L_x = 0.4$  m y  $D_H = 0.028615$  m, siendo este último valor el resultado que se obtiene empleando la ecuación (2.2) con las dimensiones de la sección transversal del conducto de experimentación que se muestran en la figura 7, se obtiene un  $Re_H = 285$ . Esto quiere decir que los ensayos deben de realizarse con un  $Re_H$  igual o menor a 285. Finalmente, se tiene que en los ensayos la velocidad del

<sup>2</sup> En este trabajo se le llama *corriente libre* al flujo forzado que no es afectado por el gradiente de temperaturas.

flujo  $U$  debe ser menor o igual a 0.01 m/s, para asegurar que el flujo alrededor del cilindro de prueba esté hidrodinámicamente desarrollado.

El número de Reynolds igual a 285 es demasiado pequeño y está por debajo de la mayor parte de los valores de  $Re_D$  que se estudian en este trabajo. Según la ecuación (2.2), para disminuir la longitud necesaria para el desarrollo hidrodinámico es necesario disminuir el número de Reynolds o disminuir el diámetro hidráulico.

Los números de Reynolds que se estudian están en el rango de  $50 < Re_D < 1100$  y no es posible disminuirlos demasiado. Se observó que a bajos números de Reynolds (menores de 100), los efectos viscosos dentro del conducto son tan altos que se llegan a presentar zonas de estancamiento. El estancamiento produce la desviación de las líneas de corriente. Este inconveniente evita la visualización de los efectos de la convección natural. Además, la aparición de los efectos de la convección mixta está en función de la relación  $Gr_D/Re_D^2$  (relación de flotación), por lo que al disminuir el número de Reynolds alrededor de 285, es necesario disminuir el número de Grashof de tal manera que la relación de flotación esté entre 0.01 y 100, lo que garantiza una zona de convección mixta. Entonces, para el caso del agua, con un valor del número de Reynolds de 285, sería necesario un gradiente de temperaturas aún menor que  $1^\circ\text{C}$ . Una diferencia de temperaturas tan pequeña resulta complicada de medir y controlar con aparatos de medición convencionales.

Por otro lado, incrementar la longitud del conducto de experimentación se traduce en una elevación de la carga hidrostática lo que produciría una deformación considerable en la sección rectangular del conducto. Disminuir la separación entre las placas del conducto de experimentación no es suficiente para disminuir la

longitud necesaria para el desarrollo hidrodinámico, por lo que tampoco es la solución.

Se decidió entonces que el conducto de experimentación penetrara en el depósito superior. La penetración del conducto provoca que se tenga una entrada viva y que se produzca el desprendimiento de la capa límite a la entrada. Esta situación favorece la aparición de los efectos viscosos desde la entrada al conducto, con lo que el perfil de velocidades dentro del conducto se debe de establecer en una longitud mucho más corta que para el caso en el que se tiene una entrada suave [3].

Como se mencionó anteriormente, el conducto de experimentación está sometido a una presión que resulta proporcional a su longitud. Esta presión en la zona de estudio es de aproximadamente 0.75 m de columna de agua, razón por la cual las placas de acrílico tienden a separarse y deformar la sección rectangular del conducto. Para evitar esta deformación en la sección del conducto, se colocan cuatro "cinturones" sobre los cuales se distribuye la carga hidrostática, reduciéndose así la deformación elástica del material.

Para la realización de los diferentes ensayos es necesario regular la velocidad media a través del conducto, lo cual se logra regulando el gasto volumétrico. Para tal fin se coloca una válvula de globo de  $\frac{1}{2}$  pulgada en la parte inferior del conducto.

El cilindro de prueba se fabrica de cobre, pues este material presenta propiedades físicas que favorecen una buena transferencia de calor, además, el cobre resulta de fácil maquinado. Las dimensiones del cilindro de prueba se muestran en la siguiente figura.

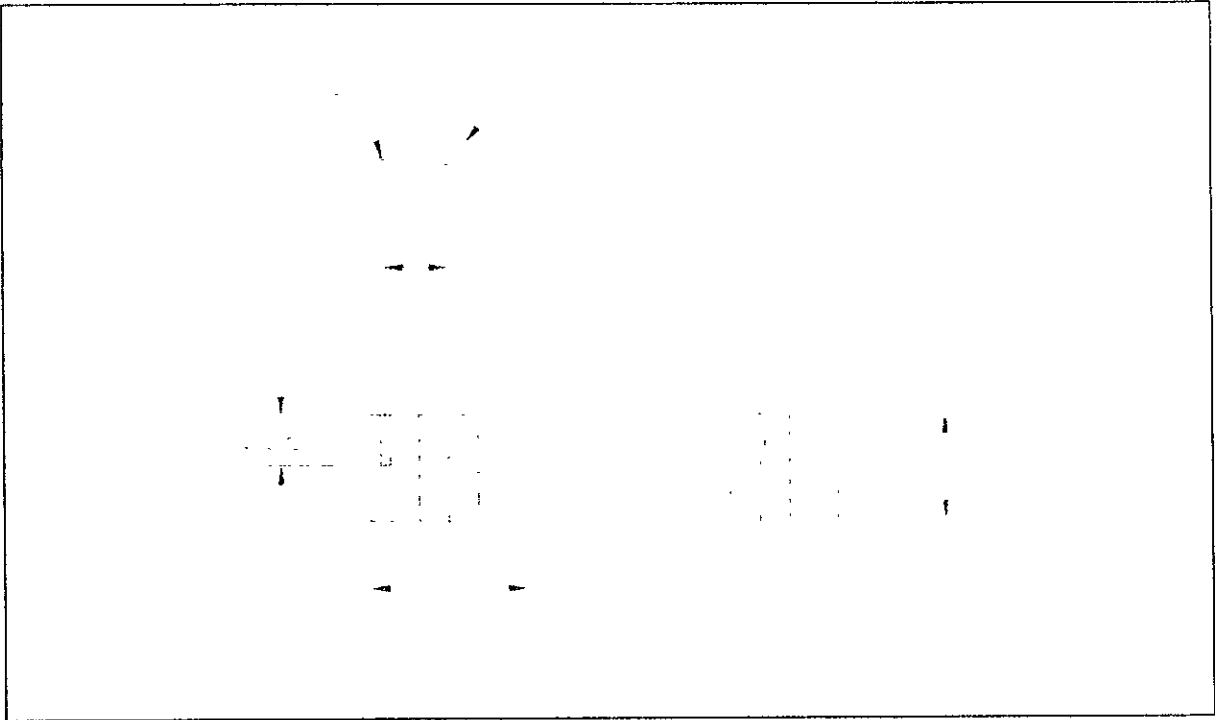


Figura 8.

Como se muestra en la figura 8, las dimensiones del cilindro de ensayo son de 1.7 cm de longitud y de 2.5 cm de diámetro. El diámetro se consideró de esa magnitud, por la necesidad de alojar en su interior tanto a la resistencia eléctrica que proporciona el gradiente de temperatura, como el termopar que permite conocer la temperatura en la superficie del cilindro; adicionalmente, el diámetro elegido permite una buena visualización de las líneas de corriente. Por otro lado, la longitud del cilindro es determinada por la longitud de la sección transversal del conducto.

Como se mencionó anteriormente, los gradientes de temperatura que se requieren para la transferencia de calor, se generan por medio de una corriente eléctrica que circula a través de una resistencia eléctrica. Para elegir el valor de la resistencia eléctrica que se emplea en los ensayos, es necesario estimar la potencia que debe disipar para generar el gradiente de temperatura deseado.



Considerando que en contra flujo la convección natural se opone a la convección forzada, resulta lógico esperar que los valores máximos para el coeficiente de transferencia de calor por convección se presenten cuando alguna de las dos, ya sea la natural o la forzada, sea más importante que la otra, es decir, cuando no se anulen mutuamente. El valor de la potencia disipada es función directa tanto del coeficiente de transferencia de calor como de la diferencia de temperaturas. Entonces, la más alta tasa de transferencia de calor se tendrá probablemente cuando se tenga la mayor diferencia de temperaturas entre la superficie y la corriente libre, es decir cuando se trabaje con el mayor número de Grashof que se pretenda estudiar.

Por conveniencia, los ensayos experimentales se realizan manteniendo el valor del número de Grashof constante y variando el número de Reynolds. Si se eligen cuatro valores diferentes para el número de Grashof, se encontrarán cuatro curvas  $Re_D$  vs.  $Nu_D$ , cada una de ellas correspondiente a un número de Grashof diferente.

Queda entonces establecido que es necesario elegir el número de Grashof máximo ha estudiar en los ensayos para hacer una estimación del valor de la potencia que requiere disipar la resistencia eléctrica. El valor mínimo del Reynolds que se estudia en el presente trabajo es de 50 y el máximo de 1100. Si se elige que la relación de flotación máxima ( $Gr_D/Re_D^2$ ) que se tratará experimentalmente sea de 130, ésta se presentará cuando el valor de  $Gr_D$  sea máximo y  $Re_D$  sea mínimo. Empleando el valor mínimo de  $Re_D = 50$ , se encuentra que el valor del Grashof máximo será de aproximadamente 325 000.

A continuación se muestran las ecuaciones empleadas en la estimación de la potencia necesaria para producir el gradiente de temperaturas que genera el valor de Grashof igual a 325 000, que es el valor máximo de  $Gr_D$  a tratar en este estudio.

El número de Reynolds  $Re_D$  está definido como:

$$Re_D = \frac{\rho UD}{\mu} \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

siendo  $D$  el diámetro del cilindro; las propiedades físicas del agua se evalúan a la temperatura de película,  $T_f$ , definida como:

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

donde:  $T_s$  es la temperatura de la superficie del cilindro y  $T_\infty$  es la temperatura de la corriente libre.

El número de Grashof está definido como:

$$Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu^2} \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

donde  $g$  es la aceleración gravitacional,  $\beta$  es el coeficiente de expansión volumétrica,  $T_s$  es la temperatura de la superficie,  $T_\infty$  la temperatura de la corriente libre,  $D$  una longitud característica y  $\nu$  la viscosidad cinemática.

Si se considera que  $T_\infty = 20$  °C, por medio de iteraciones con el valor máximo de Grashof y mínimo de Reynolds, se encuentra entonces que  $T_s = 28$  °C.

Con los valores de  $Re_D = 50$  y  $Gr_D = 325\,000$ , se calculan los números de Nusselt correspondientes a la convección forzada y a la convección natural por separado.

Para la convección forzada alrededor de un cilindro de gran longitud, Hilpert [18] recomienda la siguiente ecuación:

$$Nu_{DF} = 0.683 Re_D^{0.466} Pr^{1/3} \dots\dots\dots(2.6)$$

donde:  $Nu_{DF}$  es el número de Nusselt para la convección forzada,  $Re_D$  es el número de Reynolds evaluado con el diámetro del cilindro y  $Pr$  es el número de Prandtl evaluado a la temperatura de película.

Por otro lado, para la convección natural alrededor de un cilindro horizontal de gran longitud Morgan recomienda [19] la ecuación:

$$Nu_{DN} = 0.48 Ra^{0.25} \dots\dots\dots(2.7)$$

donde:  $Nu_{DN}$  es el número de Nusselt correspondiente a la convección natural y  $Ra$  es el número de Rayleigh, definido como:

$$Ra = Gr_D Pr \dots\dots\dots(2.8)$$

Estrictamente, las ecuaciones (2.6) y (2.7), no son las adecuadas para el presente caso, pues estas ecuaciones son aplicables cuando la longitud del cilindro es mucho mayor que el diámetro del mismo. Sin embargo, este cálculo es solo un intento para poder estimar el valor aproximado de la potencia que necesita disipar la resistencia eléctrica.

El número de Nusselt correspondiente a la convección mixta,  $Nu_{DM}$ , se calcula con la ecuación (1.8), que para el caso de convección mixta alrededor de un cilindro con flujos opuestos es la siguiente:

$$Nu_{DM} = (Nu_{DF}^3 - Nu_{DN}^3)^{1/3} \quad \dots\dots\dots(2.9)$$

El coeficiente convectivo promedio en la superficie del cilindro,  $\bar{h}$ , se estima con la ecuación que define al número de Nusselt:

$$Nu_{DM} = \frac{\bar{h}D}{k} \quad \dots\dots\dots(2.10)$$

El calor disipado por medio de la convección mixta desde el cilindro hacia la corriente de agua, se calcula con la Ley de Newton del enfriamiento, que se muestra a continuación:

$$q = \bar{h}(T_s - T_\infty)A \quad \dots\dots\dots(2.11)$$

donde:  $A$  es el área de contacto entre el cilindro y la corriente de agua.

Finalmente, se encuentra que cuando el número de Grashof es igual a 325 000, la potencia disipada es de aproximadamente 4.2 W cuando el número de Reynolds de 50 y de 7.2 W cuando el número de Reynolds es de 1100.

Entonces, se elige la fabricación de una resistencia eléctrica de 18 W a 120 V. La fabricación de la resistencia eléctrica con estas características permitirá, por medio de una fuente de voltaje variable, modificar con facilidad la potencia disipada. Adicionalmente, la resistencia eléctrica al ser de una mayor potencia, es capaz trabajar dentro de un amplio rango de potencias sin riesgo de dañarse.

Para alojar la resistencia eléctrica en el cilindro es necesario que dicho cilindro esté provisto de un barreno pasado en su parte central con un diámetro de 3/8 in. Esta medida de barreno es determinada por el fabricante de la resistencia eléctrica.

Para llevar a cabo las mediciones de la temperatura sobre la superficie del cilindro, se coloca un termopar dentro del barreno de 1/16 in (0.16 cm aprox.) que aparece en la figura 8. Este barreno está ubicado muy cerca de la superficie del cilindro. La cercanía a la superficie permite obtener las mediciones de temperatura que corresponden, aproximadamente, a la temperatura real de la superficie. La siguiente figura muestra un esquema de la ubicación de la resistencia eléctrica dentro del cilindro.

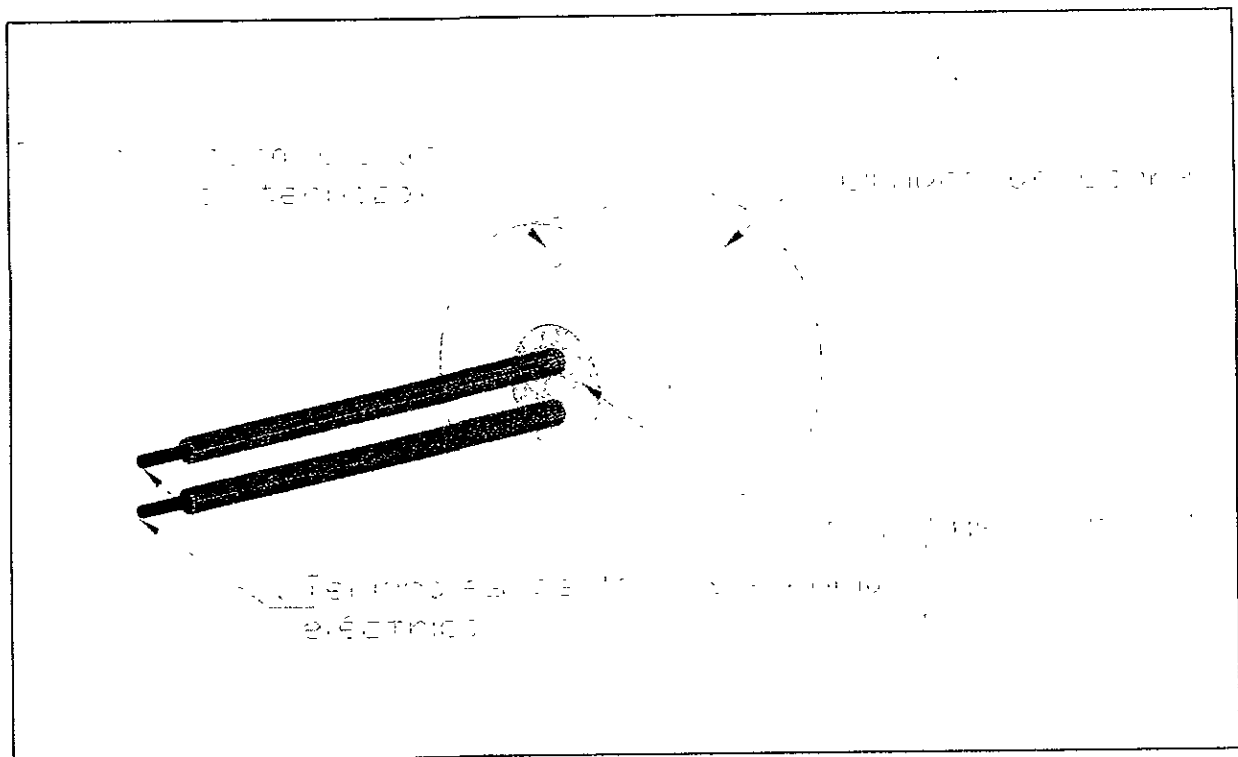


Figura 9.

Las caras planas del cilindro se cubren con una capa de asbesto para reducir al máximo las pérdidas de calor por conducción. Previo a la colocación del aislamiento, se aplica una capa de barniz para evitar que el sello de cerámica de la resistencia eléctrica se humedezca provocando la avería de ésta.

La visualización de las líneas de corriente requiere de la inyección de algún colorante que funcione como trazador. Para tal fin, se utiliza un cabezal provisto de una serie de salidas de distribución. En la figura 10 se muestra un esquema.

El cabezal se construye con un tubo de PVC de  $\frac{1}{2}$  in de diámetro y una longitud de 32 cm. El cabezal distribuye el trazador por medio de 15 agujas hipodérmicas calibre 22. El trazador fluye desde un depósito superior colocado a una altura de 0.7 m respecto al cabezal. La separación entre las agujas no es constante. Al centro del cabezal se encuentran 5 agujas separadas 1 cm una de otra, y conforme las agujas se alejan del centro la separación es mayor.

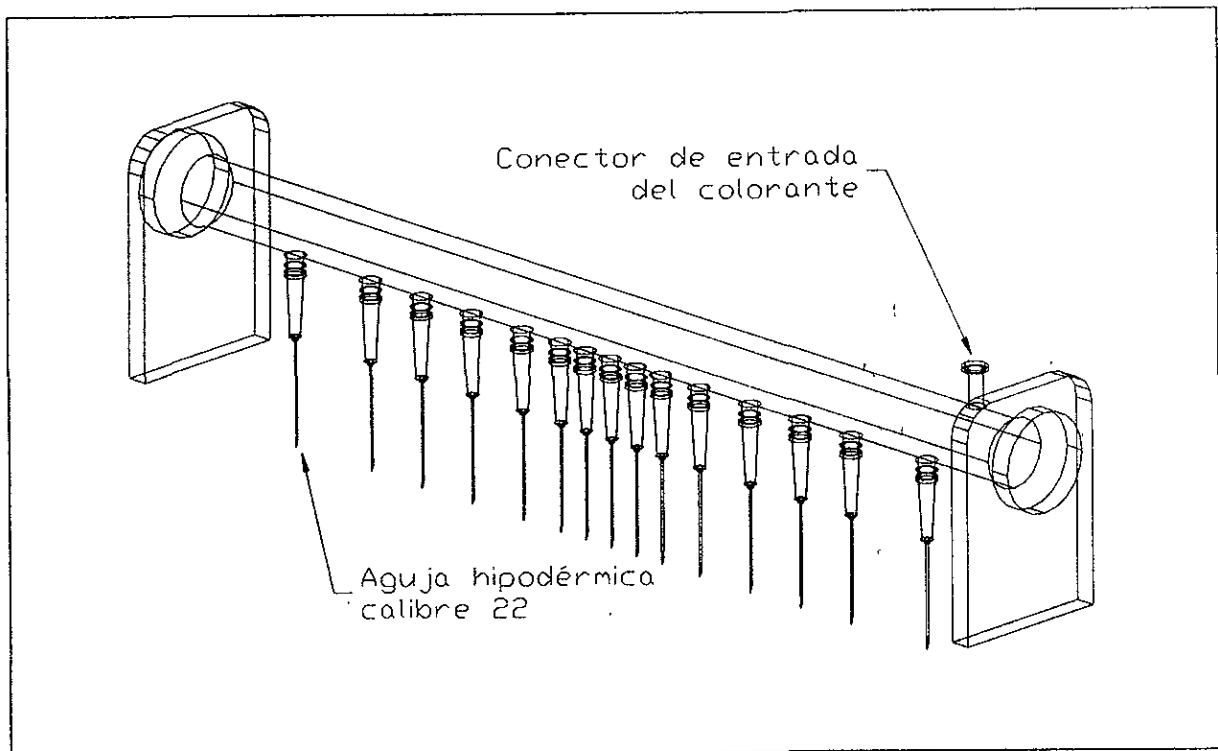


Figura 10.

La razón de la distribución de las agujas responde a la necesidad de tener una mejor una mejor visualización de las líneas de corriente en la zona cercana al cilindro. La figura 11 muestra las dimensiones del inyector del trazador.

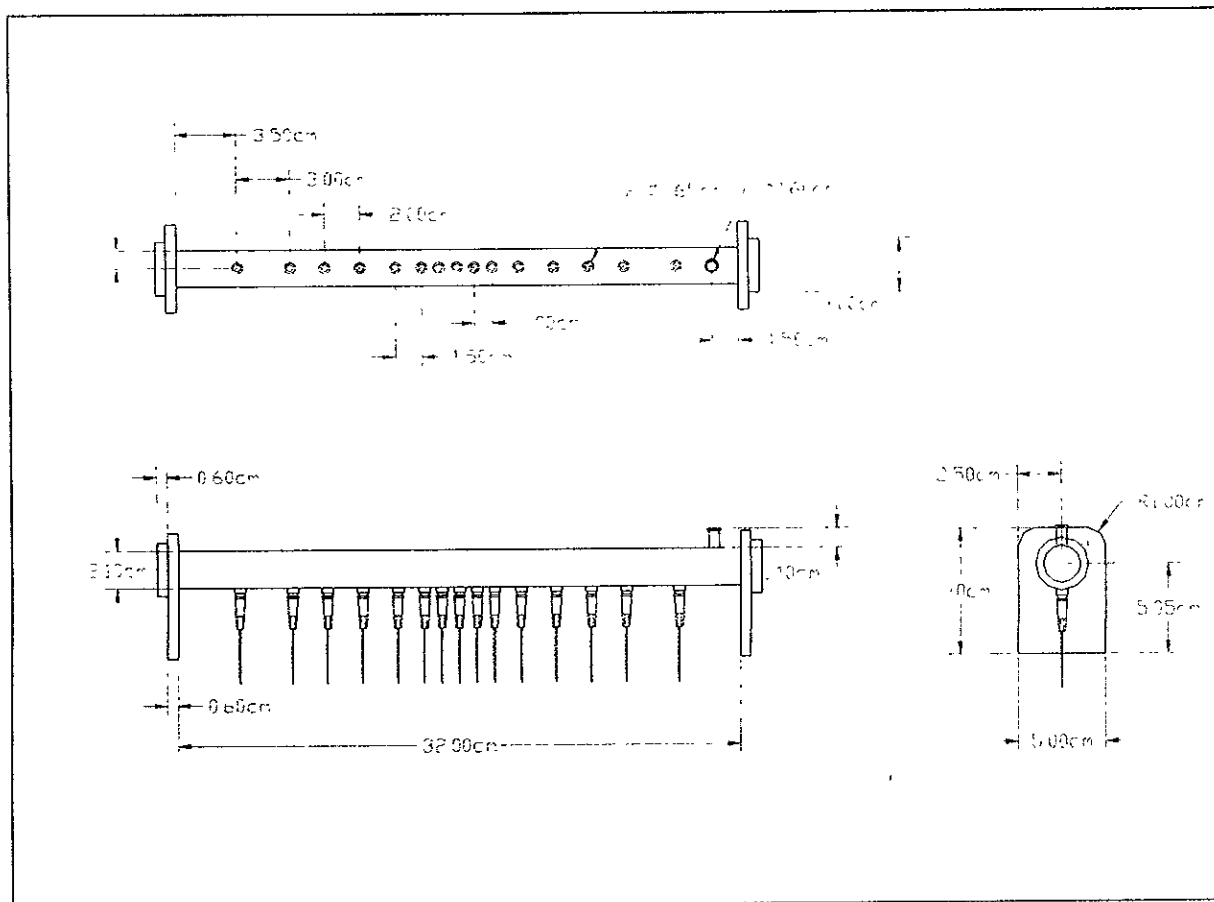


Figura 11.

El colorante empleado como trazador es una solución de permanganato de potasio en agua. La concentración de la solución empleada es de 2 g de permanganato de potasio por cada litro de agua.

Es importante mencionar que la resistencia eléctrica interna al cilindro de prueba se conecta directamente a la salida de un reóstato. Este instrumento se conecta a la

toma de 120V de C. A. y permite modificar el voltaje de salida desde 0 hasta 150 V de C. A. con una precisión de 0.1 V.

El voltaje a la salida del reóstato se mide por medio de un multímetro digital con una resolución de 0.1 V de C. A.

El termopar empleado para medir la temperatura del cilindro es tipo k al igual que el termopar que mide la temperatura de la corriente libre. Ambos termopares se conectan a un mismo instrumento de medición de la marca FLUKE, que presenta una resolución de 0.1 °C cuando se emplean termopares tipo k.

El flujo volumétrico que circula a través del conducto de prueba se mide haciendo uso de una probeta de 1.5 lt y un cronómetro.

En el Apéndice B se presentan fotografías del modelo experimental y del equipo de medición empleado en los ensayos.



## CAPÍTULO 3

### RESULTADOS

#### 3.1 Obtención de los parámetros adimensionales.

El análisis dimensional es un método que permite reducir el número y la complejidad de las variables que intervienen en la descripción de un fenómeno físico. Si un fenómeno físico depende de  $n$  variables dimensionales, el análisis dimensional reduce el problema a  $k$  variables adimensionales. Generalmente  $n-k$  es igual al número de variables independientes (llamadas también dimensiones básicas o primarias) que aparecen en el problema. En el estudio de la Mecánica de Fluidos y la Transferencia de Calor, las cuatro dimensiones que generalmente se toman como básicas son la masa  $M$ , la longitud  $L$ , el tiempo  $T$  y la temperatura  $\Theta$ , es decir, el sistema  $MLT\Theta$ .

El análisis dimensional ayuda a planear el experimento, sugiriendo formas adimensionales de las ecuaciones que describen el comportamiento del fenómeno. Al contar con modelos matemáticos que están en función únicamente de parámetros adimensionales, por semejanza, es posible generalizar los resultados de una manera muy satisfactoria. Así mismo, cuando se estudia un determinado fenómeno, mediante el análisis dimensional es posible separar las variables que deben ser consideradas de aquellas que conviene descartar.

Es posible obtener los parámetros adimensionales estableciendo todas las variables que intervienen o afectan el comportamiento del fenómeno en cuestión y aplicando del teorema II de Buckingham. El método consiste en elegir un número bien determinado de variables repetitivas de entre las variables consideradas y

combinarlas con las restantes para obtener mediante un sistema de ecuaciones los exponentes de cada variable que forma el grupo adimensional.

En el caso de la convección mixta, son 10 las variables que afectan el desarrollo del fenómeno. Las dimensiones que se van a considerar para el análisis dimensional se listan a continuación:

Variable	Símbolo	Dimensiones
Coeficiente de transferencia de calor por convección	$h$	$MT^{-3}\Theta^{-1}$
Viscosidad dinámica	$\mu$	$ML^{-1}T^{-1}$
Velocidad del flujo	$U$	$LT^{-1}$
Diámetro del cilindro	$D$	$L$
Coeficiente de expansión volumétrica	$\beta$	$\Theta^{-1}$
Diferencia de temperatura entre la superficie del cilindro y la corriente libre	$\Delta T$	$\Theta$
Gravedad	$g$	$LT^{-2}$
Capacidad térmica específica a presión constante	$c_p$	$L^2T^{-2}\Theta^{-1}$
Densidad	$\rho$	$ML^{-3}$
Conductividad térmica	$K$	$MLT^{-3}\Theta^{-1}$

Estas variables se relacionan por medio de una función para representarlas matemáticamente de la siguiente forma:

$$h = f(\mu, U, D, \beta, \Delta T, g, c_p, \rho, k) \quad \dots\dots\dots(3.1)$$

Como se puede observar, el análisis dimensional del fenómeno involucra diez variables y las dimensiones de las variables se agrupan en cuatro,  $[MLT\Theta]$ . Por lo tanto, los grupos adimensionales a obtener son seis.

Las variables repetitivas o variables base que se consideran son cuatro:

1. El diámetro del cilindro,  $D$ .
2. La viscosidad dinámica,  $\mu$ .
3. La conductividad térmica,  $k$ .
4. La densidad,  $\rho$ .

De tal manera que los parámetros adimensionales son:

$$\Pi_1 = \frac{\rho U D}{\mu} = \text{Re}_D \quad \text{Número de Reynolds} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

$$\Pi_2 = \frac{\beta \mu^3}{D^2 k \rho^2} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

$$\Pi_3 = \frac{g \rho^2 D^3}{\mu^2} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

$$\Pi_4 = \frac{D^2 \rho^2 k \Delta T}{\mu^3} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

$$\Pi_5 = \frac{\mu c_p}{k} = \text{Pr} \quad \text{Número de Prandtl} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

$$\Pi_6 = \frac{h D}{k} = \text{Nu}_D \quad \text{Número de Nusselt} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

El parámetro relativo a las fuerzas de flotación es altamente dependiente del coeficiente de expansión volumétrica, de la aceleración de la gravedad y de la diferencia de temperaturas entre la superficie y la corriente libre. Estas tres variables aparecen en los números adimensionales  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  y  $\Pi_4$ ; entonces, resulta conveniente multiplicar estos tres números adimensionales para obtener un número que represente las fuerzas de flotación.

$$\Pi_2 \cdot \Pi_3 \cdot \Pi_4 = \frac{g\beta D^3 \Delta T}{\nu^2} = Gr_D \quad \text{Número de Grashof} \quad \dots\dots\dots(3.8)$$

El análisis dimensional confirma que en el fenómeno de convección mixta, el número de Nusselt está en función de los números de Reynolds, Grashof y Prandtl, es decir,  $Nu_D = f(Re_D, Gr_D, Pr)$ .

Como sabemos, los grupos adimensionales que caracterizan la convección forzada y la convección natural son los números de Reynolds y Grashof, respectivamente [22]. Sin embargo, es posible darle un significado al número de Grashof en términos del número de Reynolds. Si se considera el movimiento de un elemento de fluido a lo largo de una línea de corriente, como se muestra en la figura 12, y se ignoran las fuerzas de viscosidad, es posible hacer la aproximación de que la ganancia en energía cinética del elemento de fluido es igual al trabajo hecho por la fuerza de flotación experimentada por dicho elemento [23].

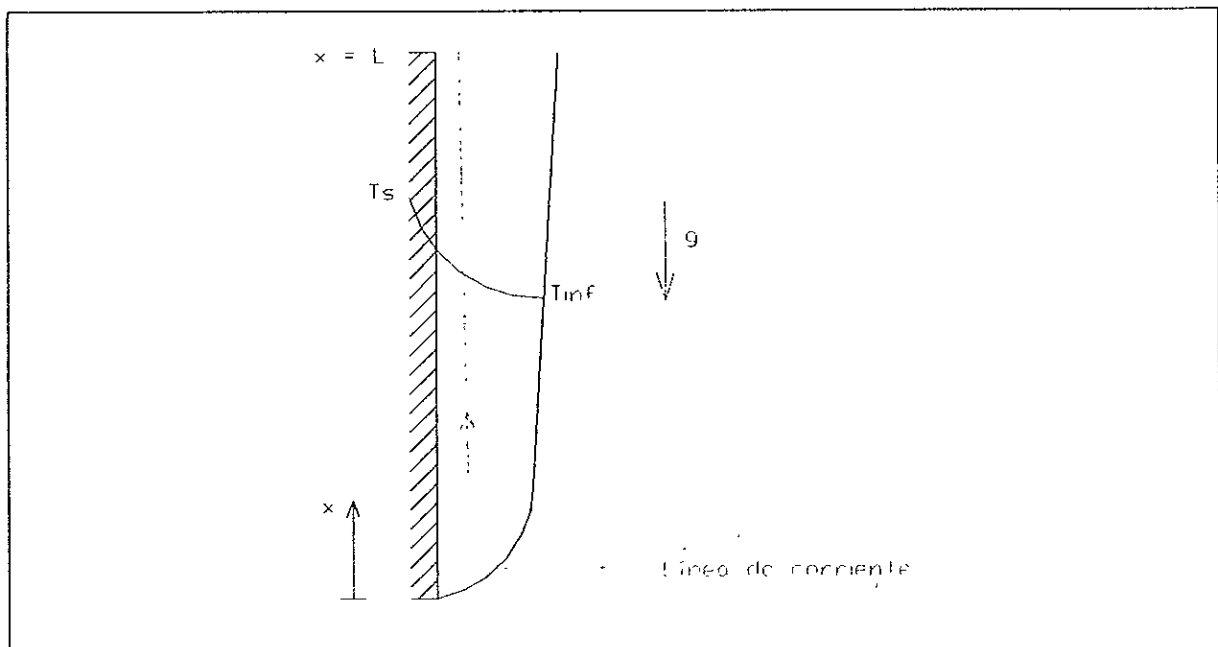


Figura 12

entonces,

$$\frac{1}{2} \rho U^2 \sim g \Delta \rho L \quad \dots\dots\dots(3.9)$$

o bien,

$$U \sim \left( \frac{\Delta \rho}{\rho} g L \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

donde, el factor de  $\frac{1}{2}$  puede ser ignorado en esta estimación de la velocidad característica relativa a la convección natural  $U$ . El número de Reynolds basado sobre esta velocidad y la longitud de la placa  $L$ , es entonces:

$$\text{Re} = \frac{[(\Delta \rho / \rho) g L]^{1/2} L}{\nu} \quad \dots\dots\dots(3.11)$$

y por lo tanto,

$$\text{Re}^2 = \frac{(\Delta \rho / \rho) g L^3}{\nu^2} = Gr \quad \dots\dots\dots(3.12)$$

Así, el número de Grashof es simplemente el cuadrado de un número de Reynolds basado sobre una velocidad  $U$  estimada para la convección libre. El valor numérico de  $U$  dado por la ecuación (3.10), será un poco más grande que la máxima velocidad dentro de la capa límite de convección natural, pero será del mismo orden de magnitud. Dado que se han ignorado las fuerzas viscosas en la estimación de  $U$ , la velocidad estimada con la ecuación (3.10), será menos exacta para fluidos altamente viscosos, esto es, si el número de Prandtl es grande.

El empleo de la relación de flotación  $Gr_D/Re_D^2$  para caracterizar una convección mixta ha sido justificado a partir del movimiento de un elemento de fluido a lo largo de una línea de corriente dentro de la capa límite laminar que rodea una placa vertical con convección natural y temperatura de superficie constante; sin embargo, resultados experimentales han demostrado que el parámetro de flotación puede aplicarse para caracterizar una convección mixta alrededor de un cilindro.

En un trabajo publicado por Thomas W. Jackson y Howard H. Yen [20], se demuestra a partir de correlaciones empíricas, que para el caso de un cilindro horizontal en convección mixta, los efectos de la flotación debidos a la convección natural pueden ser estudiados como si se tratara de una convección forzada encontrando una equivalencia entre los parámetros que definen la convección forzada y la convección natural, como lo sugirieron Hatton, James y Swire [6].

Jackson y Yen estudian la ecuación propuesta por Oosthuizen y Madan [9] para el caso de la convección mixta en flujo asistido, y al hacer una comparación con las correlaciones empíricas presentadas por Holman [2] para los casos de convección forzada pura y convección natural pura, se encuentra que:

$$Re_{DN}^2 = Gr \quad \dots\dots(3.13)$$

es decir, los efectos producidos por la flotación equivalen a los que produciría una cierta velocidad de flujo forzado. La equivalencia está dada por la ecuación (3.13).

Entonces, ha quedado justificado, desde un punto de vista teórico y experimental, el empleo del parámetro de flotación para caracterizar una convección mixta. Cuando el valor del parámetro de flotación es mucho mayor a 1 la convección natural domina, cuando está alrededor de 1 se tiene una convección mixta

propriadmente dicha, y cuando es mucho menor que 1, la convección forzada es la que domina.

### 3.2 Desarrollo del experimento.

A partir del análisis adimensional se ha encontrado que la transferencia de calor en condiciones de convección mixta puede ser estudiada por medio de la variación de cuatro parámetros adimensionales de la siguiente manera:  $Nu_D = f(Re_D, Gr_D, Pr)$ , donde  $D$  indica que los números de Nusselt, Reynolds y Grashof se calculan tomando el diámetro del cilindro como longitud característica.

Para llevar a cabo la realización de los ensayos experimentales es de gran importancia la elección de los parámetros adimensionales que se han de considerar independientes y los que se consideran dependientes de la variación de los primeros.

La mejor opción es elegir el número de Reynolds y el número de Grashof como los parámetros independientes. El fluido de trabajo es agua, por lo tanto, variar el valor de los números de Reynolds y Grashof no resulta complicado. Además, el valor del número de Prandtl al estar en función de la temperatura de película, está estrechamente ligado con el número de Grashof.

El presente trabajo tiene la intención de estudiar la zona en la que actúan de manera simultánea los efectos de las convecciones natural y forzada. La zona en la que los efectos de las dos convecciones son de importancia no se encuentra completamente definida. Por lo anterior, resulta necesario estudiar un rango que

cubra la zona en la que la convección natural es dominante, la zona en la que ambas son relevantes y la zona en la que la convección forzada domina.

Posteriormente, a partir de los resultados experimentales será posible observar cómo cambia la razón de transferencia de calor con el incremento de la velocidad del flujo forzado desde la zona de convección natural hasta la zona en la que la velocidad del flujo forzado es tan alta que puede ser considerada como una convección forzada.

De acuerdo a los objetivos de este estudio, resulta conveniente variar el número de Reynolds mientras se mantiene constante el número de Grashof. En este estudio, los valores de los números de Reynolds y Grashof se estiman con las propiedades evaluadas a la temperatura de película, definida como:

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \quad \dots\dots(3.14)$$

donde  $T_f$  es la temperatura de película,  $T_s$  es la temperatura de la superficie del cilindro y  $T_\infty$  es la temperatura de la corriente libre.

El rango del número de Reynolds que cubre este análisis es  $50 < Re_D < 1100$ . Se eligen cuatro valores para el número de Grashof, con lo que se generan cuatro curvas  $Re_D$  vs  $Nu_D$ , cada una de ellas para un valor diferente del número de Grashof. Los cuatro valores para el número de Grashof se eligen de tal manera que el valor del parámetro de flotación  $Gr_D/Re_D^2$  asegure que se cubren las tres zonas de estudio antes mencionadas. Los valores de los números de Grashof son los siguientes:

$$Gr_{D1} = 35000 \quad Gr_{D2} = 115000 \quad Gr_{D3} = 172500 \quad Gr_{D4} = 345000$$



Para definir de manera confiable una curva es necesario contar por lo menos con 10 puntos. Por ello, se eligen 11 valores para el número de Reynolds dentro del rango de estudio ( $50 < Re_D < 1100$ ). Por comodidad en el manejo de datos, los once valores del número de Reynolds son aproximadamente iguales para las cuatro gráficas.

Como se comentó en el capítulo anterior, en nuestro dispositivo experimental no es posible llevar a cabo la visualización de las líneas de corriente en todo el rango de estudio. Esto es debido a que para obtener bajos números de Reynolds, la velocidad requerida es muy baja, como resultado de la dimensión del cilindro, y se presentan zonas de estancamiento dentro del canal de experimentación. Para el caso de altos números de Reynolds, el flujo se vuelve altamente inestable y tiende a perturbarse, teniendo un comportamiento similar a un flujo en transición a la turbulencia.

Con el objetivo de tener una buena confiabilidad en los resultados generados experimentalmente, se realizaron tres repeticiones por cada uno de los puntos de interés, obteniéndose de esta manera 12 tablas, tres por cada Grashof elegido.

Para conseguir las condiciones de estudio en cada punto de análisis, se mide la temperatura de la corriente libre y se determina la temperatura que debe tener la superficie del cilindro para obtener el número de Grashof deseado. Entonces, con las propiedades del fluido evaluadas a la temperatura de película se calcula la velocidad del flujo que se requiere para obtener el número de Reynolds del punto de estudio. Con el valor de la velocidad se estima el flujo volumétrico necesario a través del canal de experimentación. El flujo se regula con la válvula colocada en la parte inferior del canal y con la ayuda de una probeta y un cronómetro. A continuación se da el incremento de temperatura necesario para obtener el número

de Grashof de interés, el incremento de temperatura se logra suministrando voltaje a la resistencia eléctrica. El voltaje se mide con un multímetro digital. Con este mismo instrumento se mide el valor de la resistencia eléctrica en el momento que se da por terminado el ensayo. Las temperaturas de la corriente libre y de la superficie del cilindro se determina con la ayuda de un par de termopares tipo K.

Es importante mencionar que es necesario dejar transcurrir el tiempo necesario para llegar a las condiciones de estado permanente en cada punto. Se considera que se han alcanzado las condiciones de estado permanente cuando el valor de la diferencia de temperaturas entre la corriente libre y la superficie del cilindro no cambia con el tiempo. Cuando se tiene el número de Reynolds del punto en estudio y los valores de las temperaturas de la corriente libre y la superficie del cilindro son las adecuadas para generar el número de Grashof de interés, y considerando que se trabaja en estado permanente, entonces se toman las lecturas de temperaturas de la superficie y de la corriente libre, el voltaje y el valor de la resistencia eléctrica, dándose por terminado el ensayo.

El tiempo requerido para alcanzar las condiciones de estado permanente depende en gran parte de la variación de la temperatura ambiental. Cuando la temperatura ambiental no varía, las condiciones de estado permanente se alcanzan en 20 min aproximadamente. En días soleados, la temperatura ambiental varía constantemente, lo que hace difícil alcanzar las condiciones de estado permanente.

Cuando la temperatura del ambiente varía, también lo hace la temperatura de la corriente libre. Esta variación produce que la diferencia de temperaturas entre la corriente libre y la superficie del cilindro no sea estable. Además, la diferencia de temperaturas necesaria para alcanzar el Número de Grashof deseado bajo las nuevas condiciones después de que varía la temperatura de la corriente libre es diferente a la estimada inicialmente. Por esta razón, es necesario recalcular la

diferencia de temperaturas que genera el número de Grashof en cuestión y en consecuencia se modifica la potencia suministrada a la resistencia. En promedio, el tiempo requerido para realizar cada ensayo fue de aproximadamente 40 min, aunque en ocasiones la variación de la temperatura ambiente alargaba el estudio a más de 60min.

### 3.3 Presentación de Resultados

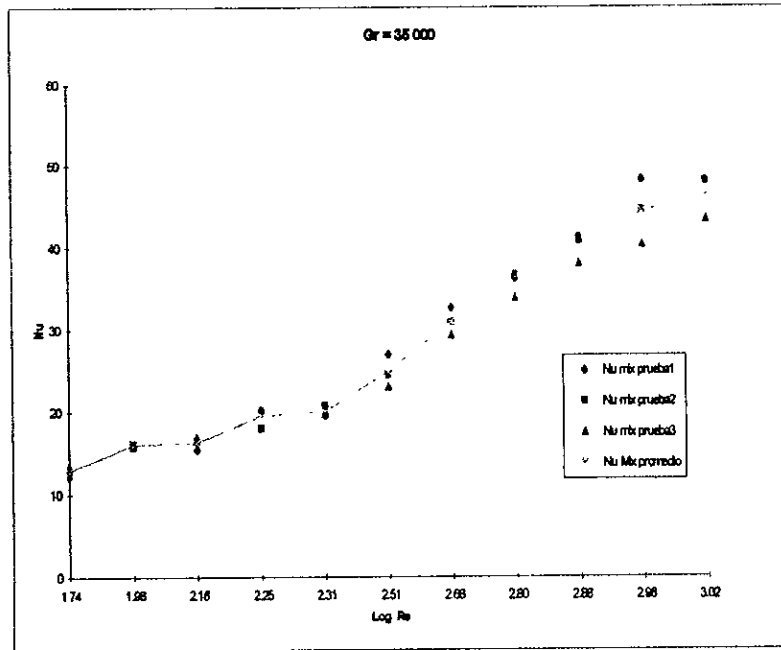
Como se mencionó con anterioridad, se realizaron tres ensayos por cada punto experimental de interés, con lo que se obtienen tres tablas para cada uno de los cuatro valores del número de Grashof. En sentido estricto es imposible mantener el valor del número de Grashof constante entre los diferentes puntos de una misma curva, esto debido a que las condiciones ambientales varían de un ensayo a otro. Sin embargo, la diferencia en los números de Grashof obtenidos en los experimentos no excede el 5% respecto al número de Grashof buscado. Entonces, se considera que el número de Grashof es constante para todos los puntos de una misma curva.

De igual manera, el número de Reynolds difiere alrededor del 5% entre puntos homólogos de curvas que tienen el mismo número de Grashof.

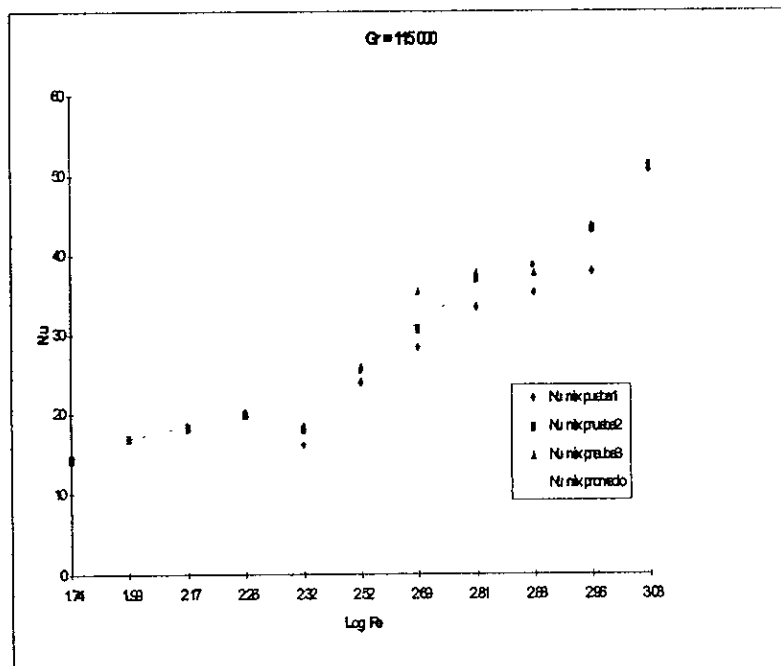
El número de Prandtl varía con la temperatura, por lo que es diferente para cada punto experimental. Al hacer un análisis de orden de la variación del número de Prandtl entre todos los puntos estudiados, se encuentra que los valores mínimo y máximo son del mismo orden, incluso la diferencia no es mayor al 15%. Por esta razón, se puede considerar que el número de Prandtl es constante en todo el rango de estudio e igual a 6.67. Este valor es la media aritmética entre el máximo y mínimo que toma el número de Prandtl para los ensayos.

En el "Apéndice A" se encuentran las 12 tablas obtenidas experimentalmente, al igual que la metodología empleada para el cálculo de las pérdidas de calor. Para observar la dispersión de los resultados experimentales, resulta conveniente graficar el número de Nusselt en función del número de Reynolds para cada uno de los cuatro valores del número de Grashof. Las gráficas 1 a 4 muestran la

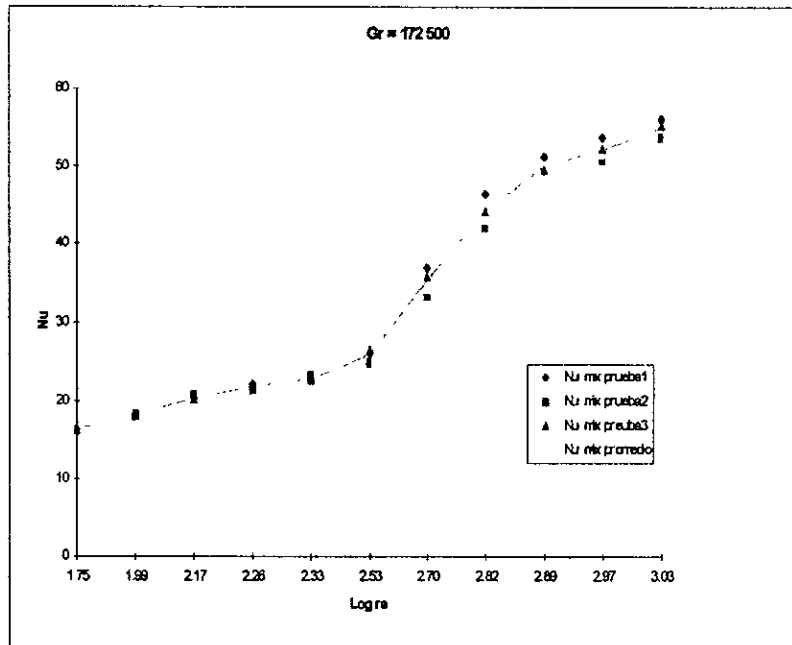
dispersión de los datos obtenidos y el comportamiento del número de Nusselt promedio con la variación del número de Reynolds cuando el número de Grashof es constante.



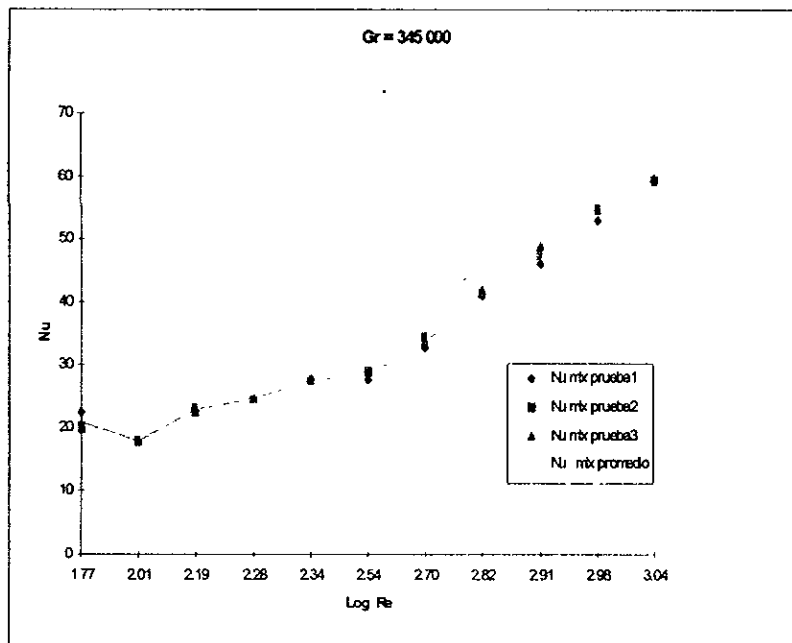
Gráfica 1.



Gráfica 2.



Gráfica 3.



Gráfica 4.

Las curvas del número de Nusselt promedio que se incluyen en las gráficas 1 a 4 se calculó como la media aritmética de los números de Nusselt que se obtienen de tres puntos homólogos. El valor de la media aritmética es una manera adecuada de estimar el número de Nusselt medio a partir de los resultados de los tres eventos, pues como se mencionó con anterioridad, la diferencia en los números de Reynolds y Grashof entre puntos homólogos es mínima.

En la gráfica 5 se observan las curvas del comportamiento del número de Nusselt promedio para los cuatro valores del número de Grashof estudiados. Adicionalmente, se incluye la curva del número de Nusselt que correspondería a una convección puramente forzada. La curva de convección forzada se obtiene aplicando la ecuación propuesta por Churchill y Bernstein [21], que se recomienda para  $Re_D Pr > 0.2$  y que tiene la forma:

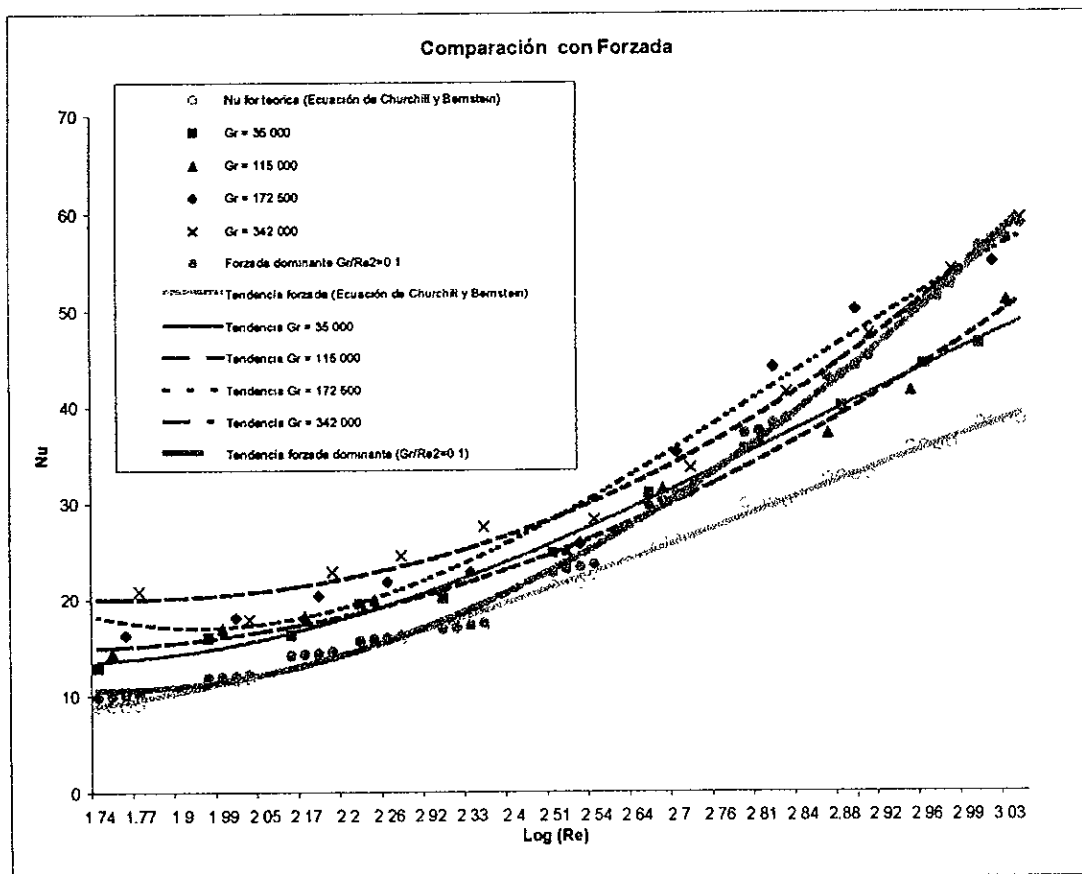
$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0.4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/3} \quad \dots\dots\dots(3.15)$$

donde todas las propiedades son evaluadas a la temperatura de película de cada uno de los puntos experimentales de interés.

La ecuación (3.15) es aplicable a cilindros con una relación de forma L/D muy grande. Debido a que la relación de forma del cilindro empleado en los ensayos experimentales es de 0.6, se espera que exista algún error, sin embargo, éste no debe ser demasiado grande, por lo que no se tomará en cuenta.

Adicionalmente se incluye una curva estimada a partir de datos experimentales en los que la convección forzada es dominante. La relación de flotación es de  $Gr/Re^2 \approx 0.1$  para todo el rango del número de Reynolds estudiado.

En la gráfica 5 se presenta una comparación de las cuatro curvas a número de Grashof constante, la curva de forzada dominante y la curva de convección forzada pura. Este gráfico permite observar de manera comparativa el comportamiento del número de Nusselt con la variación de los números de Reynolds y Grashof. Es notable que la transferencia de calor por convección incrementa conforme aumenta el número de Grashof para valores iguales del número de Reynolds. El número de Nusselt incrementa con el aumento del número de Reynolds para números de Grashof iguales.



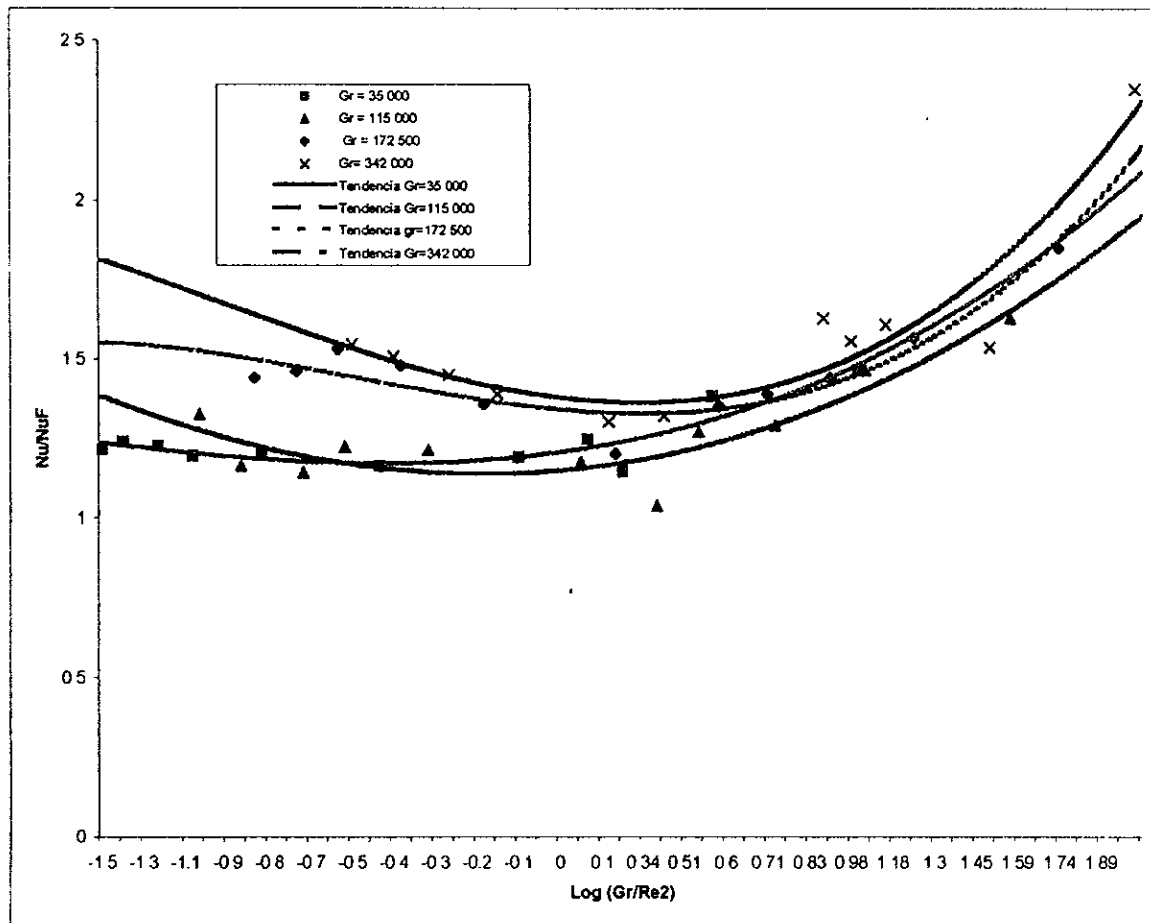
Gráfica 5.



La manera en que la convección forzada es afectada por la convección natural es especialmente notable en las curvas correspondientes a  $Gr_D = 35000$  y  $Gr_D = 115000$ . Conforme aumenta el número de Reynolds, el número de Nusselt también incrementa, estando su valor por encima del que existiría en una convección puramente forzada. Sin embargo, al ser comparada con la curva de forzada dominante, para valores del número de Reynolds mayores a 600 el número de Nusselt está por debajo de los valores correspondientes a una convección forzada dominante. Entonces, es evidente que la convección natural al oponerse al flujo forzado, disminuye la razón de transferencia de calor cuando el número de Grashof es relativamente bajo.

Las cuatro curvas comienzan con un número de Reynolds alrededor de 50, en donde se tienen condiciones de convección puramente natural. Para las cuatro curvas, conforme se incrementa el número de Reynolds desde la zona de convección natural, el número de Nusselt aumenta de manera mesurada hasta que se alcanzan números de Reynolds de aproximadamente 350 y después de este valor, el número de Nusselt aumenta rápidamente respecto a la variación del número de Reynolds.

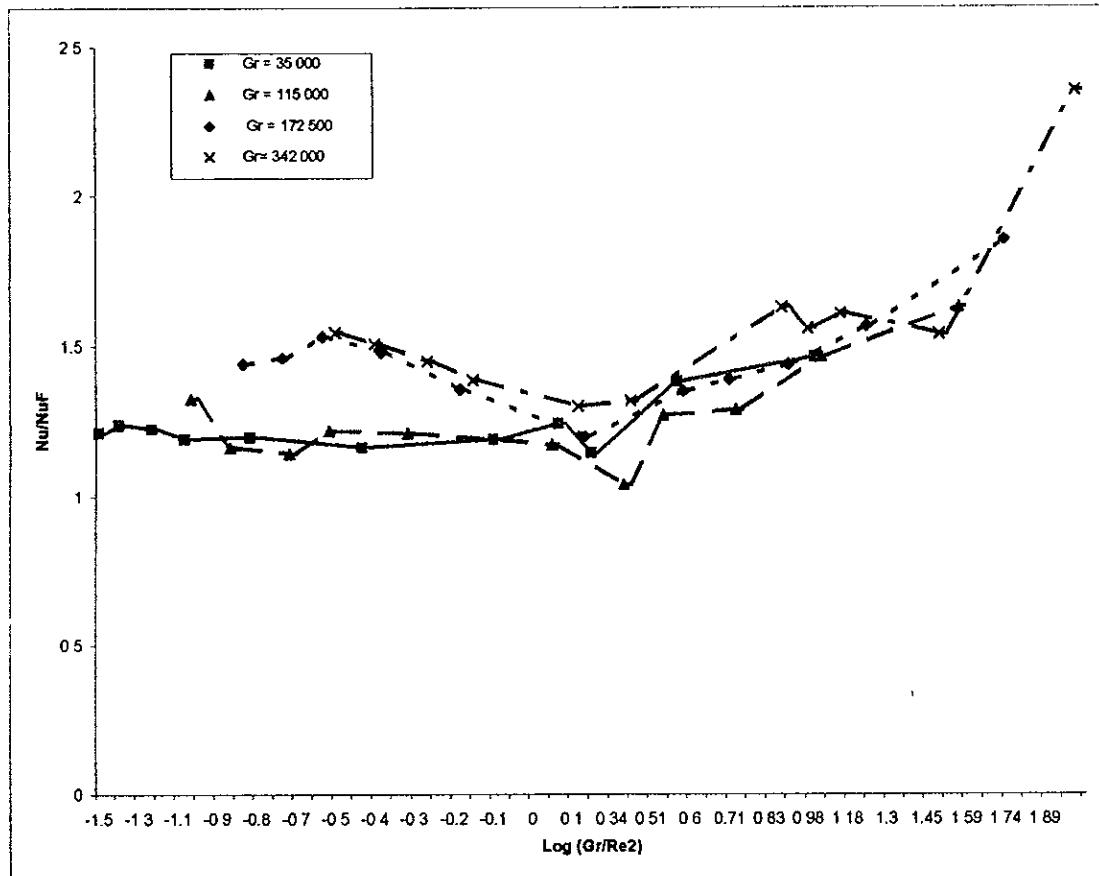
El parámetro de flotación  $Gr_D / Re_D^2$  indica la importancia que tienen los efectos de las convecciones natural y forzada. Por tal motivo, resulta interesante observar de manera gráfica la forma en la que se comporta la transferencia de calor respecto al cambio en el parámetro de flotación. Para tal efecto es conveniente graficar la relación  $Nu_D / Nu_{DF}$  en función del cambio de la relación de flotación. El  $Nu_D$  es el número de Nusselt que se obtiene experimental y el  $Nu_{DF}$  es el número de Nusselt que existiría para una convección puramente forzada calculada con la ecuación de Churchill y Bernstein, para el número de Reynolds en cuestión.



Gráfica 6.

La manera en la que las convecciones natural y forzada se afectan mutuamente se observa en la gráfica 6. Esta gráfica muestra los puntos experimentales y la tendencia para cada uno de los cuatro números de Grashof de estudio. Es claro que las cuatro curvas tienen un comportamiento similar con el incremento de la relación de flotación; esto último se hace más evidente cuando la relación de flotación es mayor a 1. Para todos los casos, la relación  $Nu_D/Nu_{DF}$  es mayor que 1, lo que indica que en el rango de estudio, el número de Nusselt real es mayor que el que se estimaría considerando el fenómeno como una convección puramente forzada. La tendencia general de las curvas es desplazarse hacia arriba con el incremento del número de Grashof.

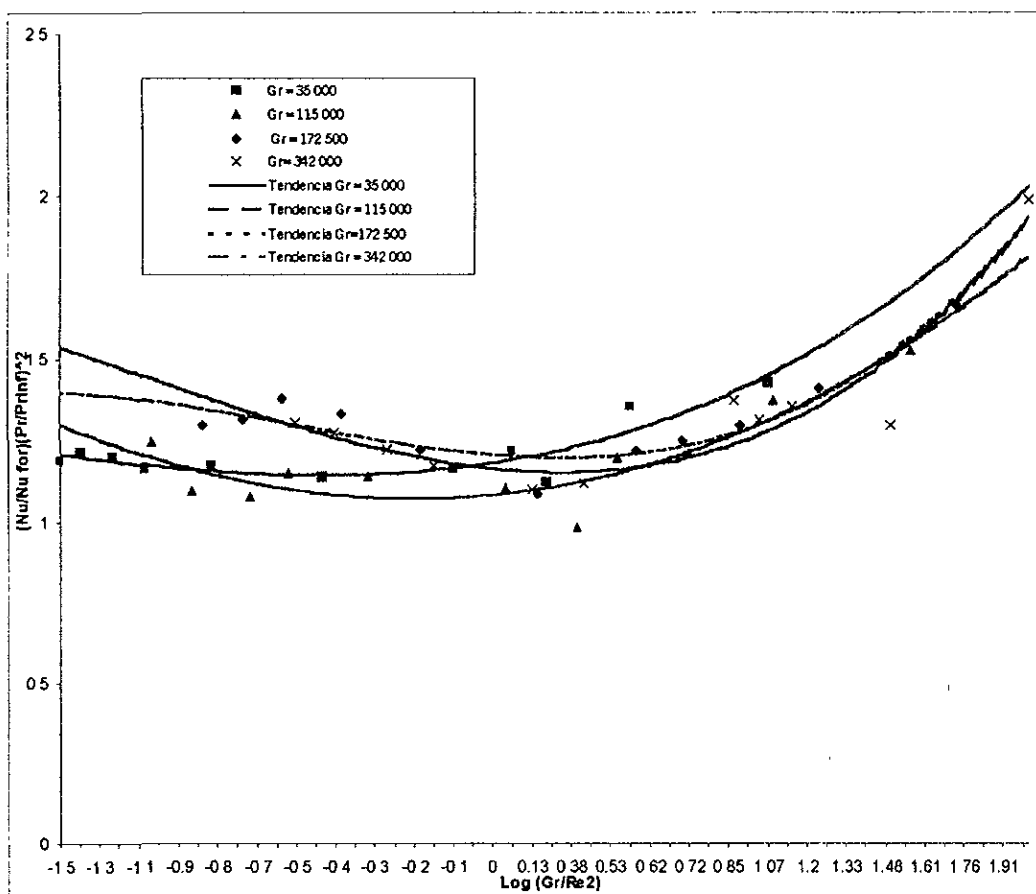
Al analizar la ubicación real (no la tendencia) de los puntos experimentales mostrados en la gráfica 6, es posible observar el rango de la relación de flotación en el que las convecciones natural y forzada se afectan mutuamente de manera más importante. La gráfica 7 presenta los puntos experimentales mostrados en la gráfica 6.



Gráfica 7.

Al unir los puntos experimentales de acuerdo al número de Grashof, se observa que dentro del rango  $1.1 < Gr_D / Re_D^2 < 6$  ( $0.0414 < Gr_D / Re_D^2 < 0.78$ ), los efectos de las convecciones natural y forzada se oponen de forma más notable. La gráfica 6 muestra un comportamiento similar, independiente del número de Grashof de cada curva, para la relación  $Nu_D / Nu_{DF}$ . Las curvas se encuentran desplazadas una respecto de la otra de acuerdo a su número de Grashof. Entre mayor es este

número, la curva se desplace hacia arriba. Para hacer más evidente que el comportamiento de las cuatro curvas es similar, es conveniente reducir la separación entre ellas. Para tal efecto se encuentra necesario multiplicar los valores de sus ordenadas por un factor. Como se mencionó con anterioridad, hasta este momento se ha considerado que el número de Prandtl es constante, sin embargo es posible atribuir que la diferencia que existe entre las curvas presentas en la gráfica 6 se debe a la variación de dicho número, por lo cual se sugiere un factor que involucre la variación de este número. El factor sugerido es  $(Pr/Pr_{inf})^2$ , donde  $Pr$  es el número de Prandtl para el punto en particular evaluado a la temperatura de película y  $Pr_{inf}$  es evaluado a la temperatura de la corriente libre.



Gráfica 8.

La gráfica 8 muestra que al aplicar el factor mencionado, las gráficas se acercan mostrando una tendencia muy similar. Al involucrar los cuatro parámetros adimensionales que norman la convección mixta es posible observar un comportamiento general del fenómeno. Cabe mencionar que el exponente 2 del factor se determinó mediante prueba y error.

### 3.4 Visualización de las líneas de corriente

Otro objetivo importante de la presente tesis es obtener la visualización de las líneas de corriente alrededor del cilindro horizontal en presencia de la convección mixta. A continuación se presenta una secuencia de imágenes que muestran los patrones de flujo característicos de la convección mixta. La secuencia incluye una vista completa del conducto de experimentación y un acercamiento al cilindro en algunos casos. Inicia con una relación baja de flotación de 0.15 que se incrementa hasta un valor de 11.3.

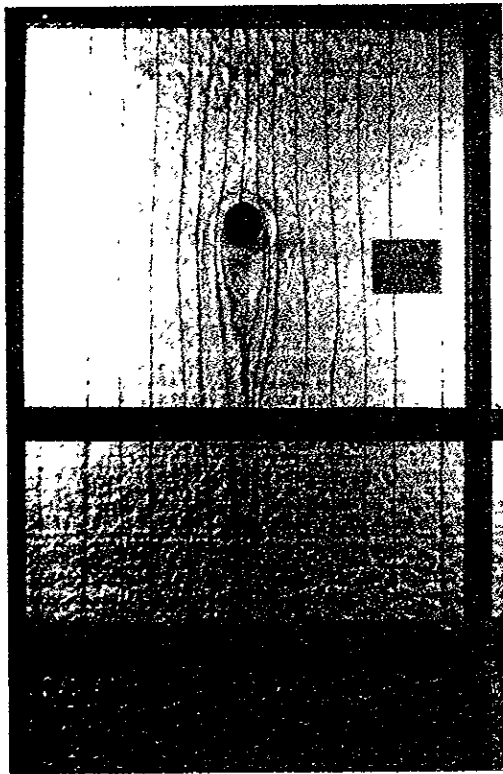


Imagen 1.  $Re_D = 476$ ;  $Gr_D = 33995$   
 $Gr_D/Re_D^2 = 0.15$

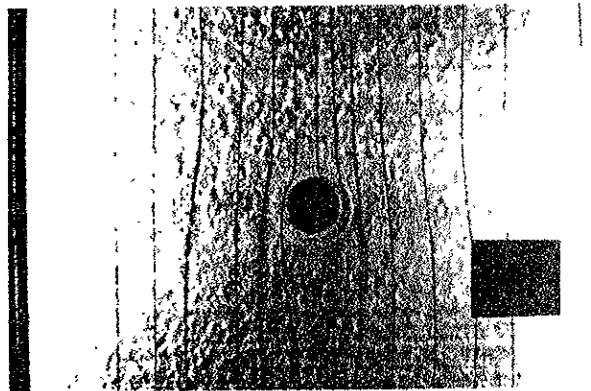


Imagen 2.  $Re_D = 464$ ;  $Gr_D = 36259$ ;  
 $Gr_D/Re_D^2 = 0.16$

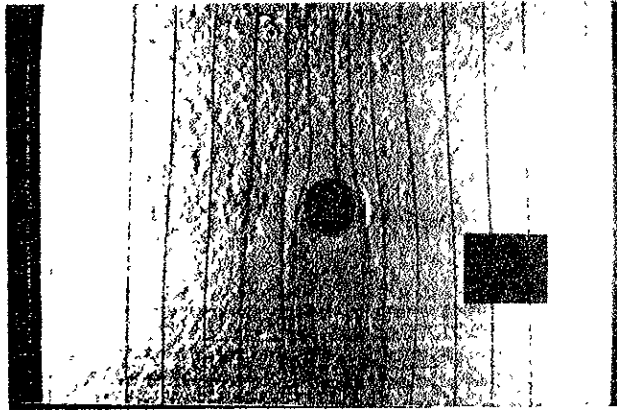
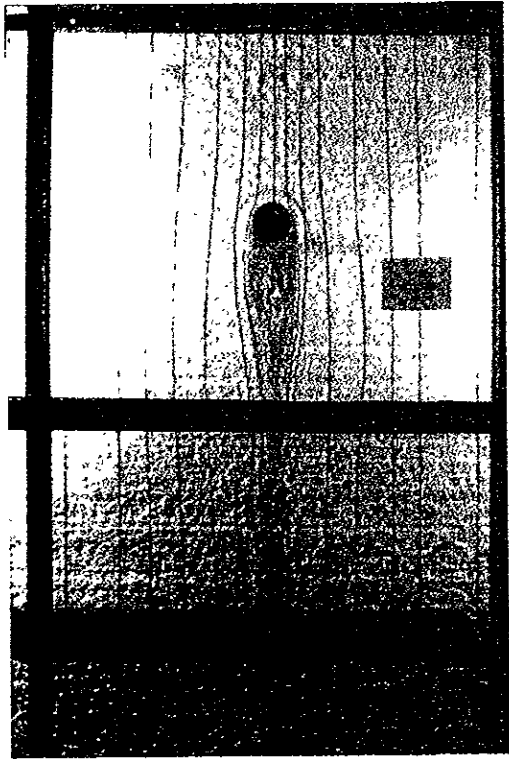


Imagen 4.  $Re_D = 495$ ;  $Gr_D = 116\ 700$

$$Gr_D / Re_D^2 = 0.47$$

Imagen 3.  $Re_D = 487$ ;  $Gr_D = 115\ 300$

$$Gr_D / Re_D^2 = 0.49$$

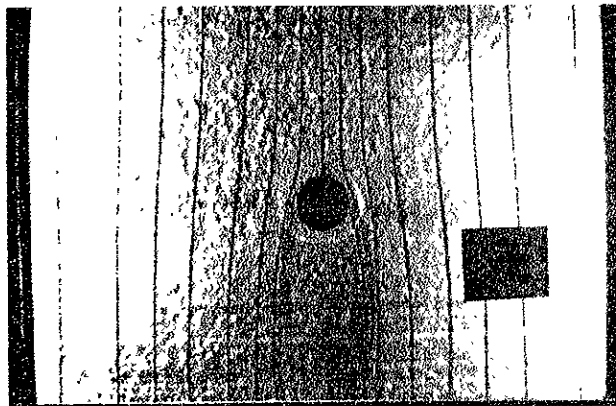


Imagen 6.  $Re_D = 343$ ;  $Gr_D = 115\ 700$

$$Gr_D / Re_D^2 = 0.98$$

Imagen 5.  $Re_D = 343$ ;  $Gr_D = 115\ 700$

$$Gr_D / Re_D^2 = 0.98$$

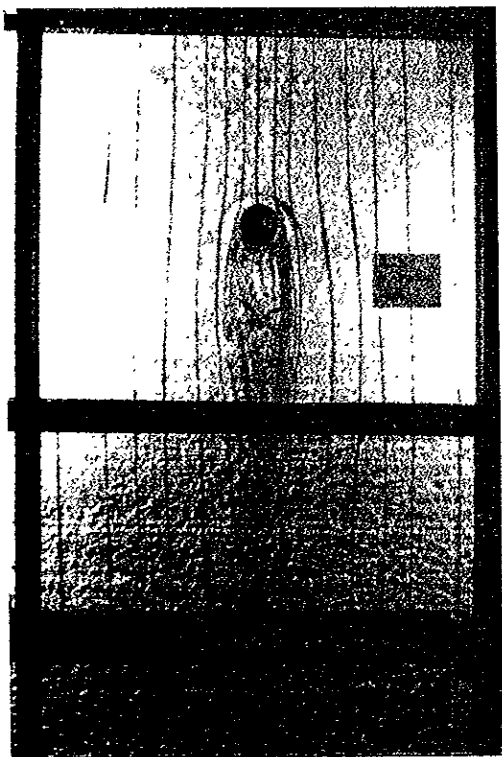


Imagen 7.  $Re_D = 513$ ;  $Gr_D = 346500$

$$Gr_D / Re_D^2 = 1.3$$

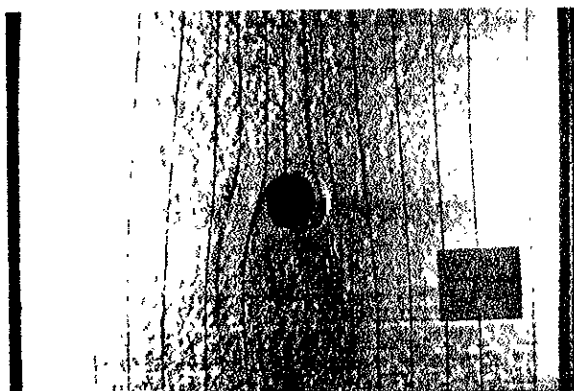


Imagen 8.  $Re_D = 505$ ;  $Gr_D = 343\ 500$

$$Gr_D / Re_D^2 = 1.34$$



Imagen 9.  $Re_D = 210$ ;  $Gr_D = 116\ 700$

$$Gr_D / Re_D^2 = 2.63$$

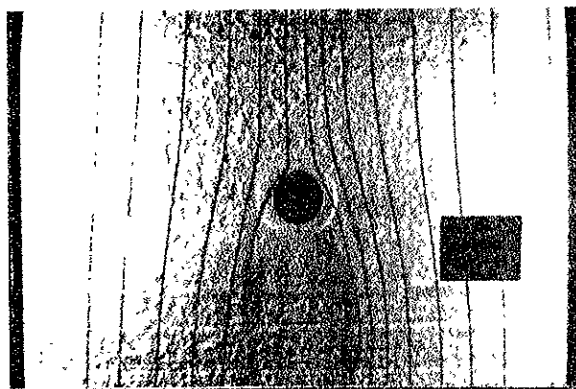


Imagen 10.  $Re_D = 210$ ;  $Gr_D = 116\ 700$

$$Gr_D / Re_D^2 = 2.63$$



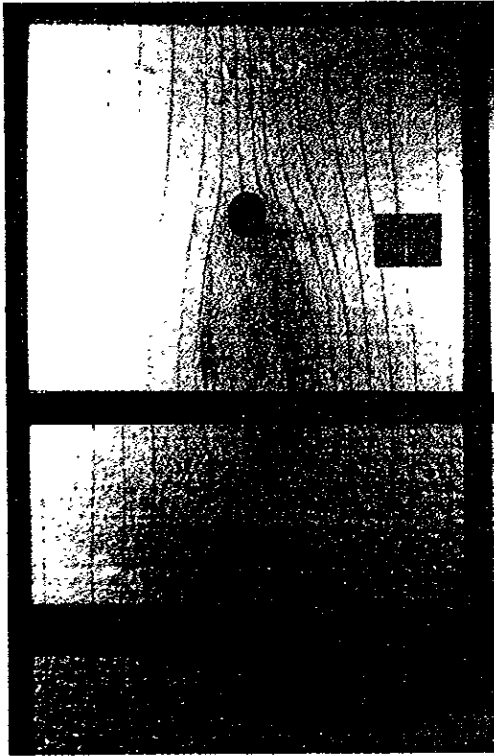


Imagen 11.  $Re_D = 209$ ;  $Gr_D = 174\ 500$

$$Gr_D / Re_D^2 = 3.99$$

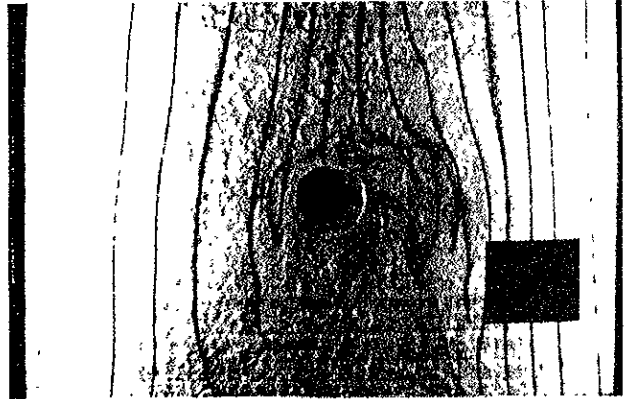


Imagen 13.  $Re_D = 227$ ;  $Gr_D = 586\ 000$

$$Gr_D / Re_D^2 = 11.3$$

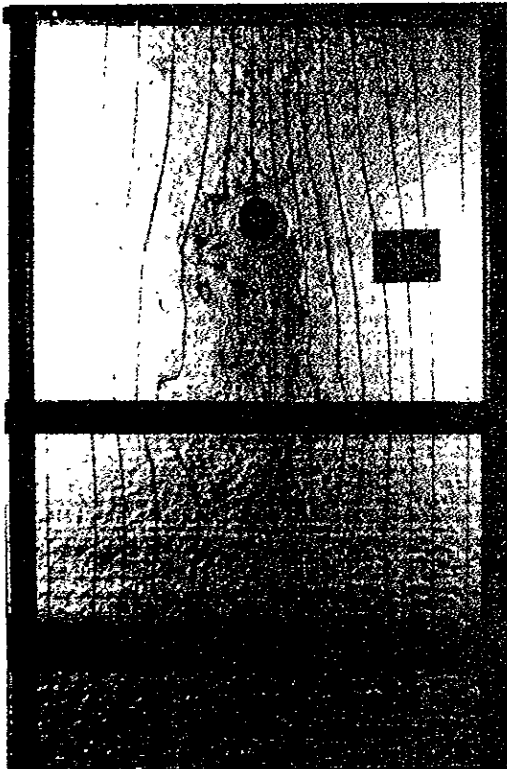


Imagen 12.  $Re_D = 216$ ;  $Gr_D = 346\ 570$

$$Gr_D / Re_D^2 = 7.4$$

A partir de la observación de la secuencia anterior es posible apreciar la forma en la que las líneas de corriente de un flujo forzado son afectadas por la convección natural, observándose los siguientes fenómenos:

- El ancho de la estela se incrementa desde un diámetro para una relación de flotación de 0.15 hasta 4 diámetros para una relación de 7.4. El ancho de la estela se incrementa con la relación de flotación hasta que se alcanzan condiciones en las que los efectos de la convección natural son dominantes (imagen 13), provocando la distorsión total de las líneas de corriente, generándose entonces un flujo aleatorio.
- El largo de la estela se incrementa con el aumento de la relación de flotación. Para relaciones altas el largo de la estela se afecta notablemente por los efectos de la convección natural.
- Para condiciones en las que la relación de flotación es cercana a 1 o mayor, se observan zonas de recirculación aguas abajo (imágenes 5 a 11). Para relaciones mayores a 7, el efecto de recirculación es tan alto que las líneas de corriente se destruyen antes de llegar al cilindro, siendo arrastradas por las fuerzas de flotación.
- Dentro de la estela se presenta una zona de baja velocidad. Esta zona incrementa su tamaño proporcionalmente al aumento de la relación de flotación. Dentro de esta zona existe un flujo ascendente de muy baja velocidad, lo que genera una recirculación. En la zona cercana al cilindro (aguas abajo), existe una zona de total estancamiento, aproximadamente de un diámetro de

longitud. Las zonas de baja velocidad transportan el calor lentamente, lo que produce una disminución en la tasa de transferencia de calor desde el cilindro.

## CAPÍTULO 4

### CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

#### 4.1 Conclusiones.

El fenómeno de la convección generalmente se estudia asumiendo convección natural pura o bien, convección forzada pura. Sin embargo, hay que tener en consideración que un gradiente de temperaturas, por pequeño que sea, genera una diferencia de densidades en el fluido, lo que se conoce como fuerzas de flotación, mismas que inducen el movimiento del fluido respecto a la superficie. Entonces, los efectos debidos a las fuerzas de flotación están presentes aún en el fenómeno conocido como convección forzada. Por tal motivo, es necesario conocer la forma en que se afecta la transferencia de calor por una convección debida a fuerzas de flotación cuando se introduce un movimiento forzado.

Al incrementar la velocidad del flujo, los efectos de las fuerzas de flotación y los efectos del flujo forzado pueden llegar a ser de igual importancia, lo que se conoce como convección mixta.

La dirección de las fuerzas de flotación con relación a la dirección del flujo forzado influye fuertemente en los efectos de la convección natural sobre la transferencia de calor en convección mixta.

En el presente trabajo se estudia la convección mixta alrededor de un cilindro horizontal de sección circular sujeto a un flujo vertical descendente. El rango de estudio presentado abarca las condiciones en las que la convección natural es dominante, la zona de convección mixta propiamente dicha, en la que los efectos

de las convecciones natural y forzada actúan de manera simultánea y la zona en la que la convección forzada domina.

A partir de la interpretación de los resultados experimentales obtenidos, es posible hacer las siguientes observaciones:

- La transferencia de calor disminuye de manera más importante cuando el parámetro de flotación está en el rango  $1.1 < Gr_D / Re_D^2 < 6$ , como resultado de la oposición de los efectos de las convecciones natural y forzada.
- Dentro del mismo rango para la relación de flotación ( $1.1 < Gr_D / Re_D^2 < 6$ ), la estela formada aguas abajo incrementa su tamaño de una forma más notable, lo que muestra que la zona de recirculación crece conforme aumenta la relación de flotación. Este fenómeno se debe a la oposición de los efectos de las convecciones natural y forzada. Por encima del rango mencionado, los efectos de la convección natural dominan generando líneas de corriente ascendentes, rompiendo así, la zona de recirculación.
- Cuando se incluye la variación de los cuatro parámetros adimensionales sugeridos,  $Re_D$ ,  $Gr_D$ ,  $Pr$ ,  $Nu_D$ , es posible observar gráficamente el comportamiento global del fenómeno de la convección mixta.

## 4.2 Comentarios

- Es posible observar gráficamente el comportamiento general del fenómeno de la convección mixta al incluir la variación de los cuatro parámetros adimensionales propios de dicha forma de transferencia de calor. Sin embargo,

la dispersión de los puntos es significativa, motivo por el cual es muy difícil llegar a establecer una expresión analítica general que involucre la variación de todos ellos. Por esta razón, es común encontrar en la literatura sólo gráficas y no correlaciones analíticas para reportar resultados experimentales de investigaciones sobre convección mixta en flujo opuesto. Cuando se sugiere una correlación analítica para el flujo opuesto, ésta es aplicable dentro de un rango muy limitado [6].

- Para el caso de la convección mixta con la convección forzada en contra flujo es común encontrar una tendencia descendente de las curvas desde la zona en la que la convección forzada domina hasta que se alcanza una relación de flotación aproximadamente igual a uno [10], lo que probablemente se debe al efecto de frenado en la corriente principal que produce la convección natural, dificultándose de esta manera la transferencia de calor.
- Cuando la relación de flotación es cercana o mayor a 1, las líneas de trazado comienzan a describir la formación de vórtices que generan una recirculación hacia el interior de la estela.
- Cuando la relación de flotación alcanza valores altos, la dirección del flujo cambia de sentido, debido a que los efectos de la convección natural son dominantes.
- Durante la visualización se logró observar una alternancia en la dirección del flujo para relaciones de flotación entre 7 - 14 aproximadamente. El calentamiento del agua produce un flujo ascendente, que al alejarse del cilindro es enfriado por el flujo descendente. El flujo ascendente alcanza una cierta altura después de la cual es arrastrado. Posteriormente las líneas de corriente se estabilizan, repitiéndose el fenómeno.

- Durante la visualización a bajos números de Reynolds, se observó que en los extremos laterales del canal se forma una zona de estancamiento que desvía las líneas de corriente lejanas al cilindro. Este estancamiento se debe probablemente a los efectos viscosos cercanos a las paredes.
- El empleo de un depósito de agua de grandes dimensiones disminuiría la variación de la temperatura de corriente libre, lo que permitiría alcanzar las condiciones de estado permanente en un menor lapso de tiempo. A pesar de la carencia de un depósito de agua de tales características, las variaciones de los datos experimentales obtenidos fueron menores a un 10%.
- El diseño del modelo de experimentación podría ser mejorado empleando vidrio en lugar de acrílico. En un modelo con paredes de vidrio sería posible realizar la medición del campo de velocidades alrededor del cilindro, lo que mejoraría el conocimiento las características del flujo que toma lugar en la convección mixta. Adicionalmente, el conocer las condiciones del flujo dentro del conducto de experimentación permitiría valorar la importancia de los efectos viscosos sobre la transferencia de calor.

Por lo general, en la literatura se encuentran reportes de estudios realizados sobre convección mixta en cilindros colocados en medios que pueden ser considerados infinitos. El trabajo que aquí se presenta estudia la convección mixta en un cilindro sujeto a un flujo vertical de agua en un conducto de sección rectangular, con una relación de forma (definida como el cociente de la base entre la altura de la sección rectangular), relativamente grande. Bajo estas condiciones, las paredes del conducto perpendiculares al cilindro influyen de manera importante en el campo del flujo, y por tanto en la transferencia de calor. Estas condiciones resultan más

realistas en muchas aplicaciones ingenieriles, en particular en intercambiadores de calor y en el enfriamiento de circuitos electrónicos.



# APÉNDICES

Curva 1 Ensayo 1

## APÉNDICE A

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	36819	54.2	12.55	0.42	0.38	12.19
2	34211	92.9	3.97	0.49	0.45	15.85
3	36177	143.1	1.77	0.52	0.48	15.40
4	34211	176.5	1.10	0.61	0.58	20.20
5	34211	206.1	0.81	0.59	0.56	19.61
6	34811	333.1	0.31	0.80	0.77	26.93
7	35114	491.5	0.15	0.97	0.93	32.70
8	32743	636.7	0.08	1.06	1.03	36.07
9	35725	773.8	0.06	1.20	1.16	40.73
10	33701	934.7	0.04	1.27	1.24	48.20
11	34811	1069.4	0.03	1.40	1.37	48.05

Curva 1 Ensayo 2

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	34211	54.5	11.53	0.40	0.37	12.96
2	34211	97.7	3.59	0.49	0.46	16.01
3	34211	146.0	1.61	0.50	0.47	16.37
4	35859	176.0	1.16	0.60	0.56	17.96
5	34811	206.1	0.82	0.62	0.59	20.68
6	35859	325.4	0.34	0.80	0.76	24.44
7	33992	474.6	0.15	1.00	0.97	30.89
8	35725	653.7	0.08	1.08	1.05	36.67
9	34510	769.2	0.06	1.21	1.17	41.11
10	33325	918.0	0.04	1.30	1.27	44.50
11	35725	1060.4	0.03	1.40	1.37	47.97

Curva 1 Ensayo 3

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	34211	54.5	11.53	0.42	0.38	13.38
2	34211	94.4	3.84	0.49	0.45	15.87
3	33618	143.9	1.62	0.52	0.48	16.88
4	33618	176.2	1.08	0.61	0.58	20.21
5	33386	197.6	0.86	0.65	0.62	19.73
6	36256	322.8	0.35	0.82	0.79	23.04
7	36256	464.8	0.17	1.03	1.00	29.30
8	33386	618.7	0.09	1.09	1.06	33.82
9	33992	749.5	0.06	1.22	1.19	38.05
10	34607	906.6	0.04	1.29	1.26	40.27
11	34607	1016.1	0.03	1.39	1.35	43.33

## Curva 2 Ensayo1

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	115097	55.6	37.23	1.41	1.27	14.33
2	116080	95.0	12.86	1.63	1.49	16.87
3	113149	146.9	5.25	1.77	1.63	18.40
4	114120	179.7	3.53	1.92	1.78	20.11
5	115375	204.9	2.75	1.64	1.50	15.99
6	116318	331.6	1.06	2.46	2.32	23.96
7	114338	476.2	0.50	3.11	2.98	28.31
8	114338	627.7	0.29	3.65	3.51	33.43
9	113314	749.9	0.20	3.85	3.71	35.31
10	115191	879.9	0.15	4.32	4.18	37.80
11	115307	1068.7	0.10	4.76	4.63	50.68

## Curva 2 Ensayo 2

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	113149	55.4	36.92	1.40	1.27	14.30
2	116080	99.9	11.63	1.64	1.50	16.94
3	116080	149.4	5.20	1.75	1.62	18.24
4	114120	181.4	3.47	1.89	1.75	19.75
5	116080	209.7	2.64	1.74	1.60	18.07
6	115307	334.0	1.03	2.45	2.31	25.28
7	119387	489.8	0.50	3.10	2.96	30.58
8	114379	638.5	0.28	3.62	3.48	37.01
9	116318	759.3	0.20	3.87	3.73	38.55
10	115108	915.0	0.14	4.45	4.31	43.29
11	115307	1062.7	0.10	4.82	4.68	51.25

## Curva 2 Ensayo 3

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	113149	55.4	36.92	1.40	1.27	14.32
2	115097	96.4	12.39	1.63	1.49	16.87
3	115097	147.5	5.29	1.76	1.62	18.29
4	114120	180.3	3.51	1.90	1.76	19.91
5	116080	208.5	2.67	1.76	1.63	18.35
6	114120	337.8	1.00	2.44	2.30	25.98
7	113339	492.6	0.47	3.37	3.24	35.46
8	116300	653.5	0.27	3.58	3.44	37.67
9	119387	770.5	0.20	3.79	3.66	37.71
10	116318	924.0	0.14	4.36	4.23	43.62
11	114379	1068.2	0.10	4.92	4.78	50.81

## Curva 3 Ensayo 1

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	172586	56.4	54.28	2.22	2.06	16.40
2	174038	96.3	18.75	2.42	2.26	17.98
3	172227	144.5	8.25	2.64	2.49	20.25
4	171144	182.3	5.15	2.93	2.78	22.06
5	174038	212.8	3.84	3.00	2.85	22.62
6	172837	342.7	1.47	3.49	3.34	25.96
7	172586	507.3	0.67	4.81	4.65	36.98
8	172837	654.6	0.40	6.13	5.98	46.46
9	171144	794.0	0.27	6.61	6.46	51.31
10	172227	948.0	0.19	6.76	6.61	53.72
11	172227	1098.0	0.14	7.05	6.89	56.02

## Curva 3 Ensayo 2

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	174299	56.2	55.17	2.24	2.09	16.23
2	170795	101.4	16.60	2.40	2.25	18.30
3	170795	151.6	7.43	2.70	2.55	20.71
4	174299	183.8	5.16	2.92	2.76	21.48
5	174038	212.9	3.84	3.08	2.92	23.23
6	170009	336.1	1.50	3.56	3.41	24.91
7	174450	495.8	0.71	4.67	4.52	32.98
8	174452	660.7	0.40	5.65	5.49	41.80
9	173021	779.7	0.28	6.76	6.61	49.26
10	172961	925.6	0.20	7.08	6.93	50.58
11	171480	1052.6	0.15	7.52	7.37	53.81

## Curva 3 Ensayo 3

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	174299	56.2	55.17	2.24	2.09	16.25
2	171144	97.5	17.99	2.42	2.26	17.99
3	171144	149.3	7.68	2.68	2.52	20.06
4	174038	183.7	5.16	2.91	2.75	21.88
5	171517	208.7	3.94	3.12	2.96	22.56
6	174452	342.0	1.49	3.64	3.49	26.54
7	172837	498.5	0.70	4.77	4.62	35.88
8	171144	657.5	0.40	5.71	5.55	44.15
9	171517	779.1	0.28	6.66	6.51	49.57
10	172980	935.7	0.20	7.03	6.88	52.34
11	173021	1041.5	0.16	7.56	7.41	55.21

## Curva 4 Ensayo 1

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	345232	60.0	96.01	5.04	4.86	22.54
2	342466	100.1	34.21	4.04	3.86	17.91
3	342859	149.1	15.42	5.16	4.97	22.78
4	345970	189.3	9.65	5.63	5.45	24.64
5	346544	217.0	7.36	6.58	6.39	27.85
6	343295	344.4	2.90	6.92	6.74	27.68
7	345891	501.1	1.38	8.25	8.06	32.76
8	343509	667.6	0.77	10.06	9.87	41.04
9	346365	803.9	0.54	11.28	11.10	46.12
10	346159	959.8	0.38	13.05	12.87	52.87
11	343509	1097.8	0.29	14.45	14.27	59.31

## Curva 4 Ensayo 2

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	346422	58.1	102.77	4.76	4.57	20.17
2	342859	106.7	30.10	4.10	3.91	17.92
3	342466	157.3	13.84	5.18	4.99	23.16
4	345970	191.1	9.47	5.58	5.40	24.42
5	343746	215.7	7.39	6.59	6.40	27.25
6	346586	348.9	2.85	7.01	6.82	29.03
7	343768	514.3	1.30	8.18	7.99	34.41
8	346365	669.0	0.77	10.13	9.94	41.31
9	343660	805.9	0.53	11.48	11.29	47.48
10	349239	969.7	0.37	13.39	13.20	54.86
11	346159	1100.7	0.29	14.62	14.43	59.30

## Curva 4 Ensayo 4

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
1	357998	58.4	105.07	4.73	4.54	19.78
2	342859	101.4	33.35	4.07	3.88	17.78
3	345970	155.0	14.39	5.16	4.97	22.49
4	345970	189.9	9.59	5.62	5.43	24.57
5	346586	216.7	7.38	6.65	6.46	27.49
6	343509	344.7	2.89	6.97	6.78	28.19
7	343509	497.3	1.39	8.33	8.15	33.87
8	343660	667.5	0.77	10.16	9.97	41.93
9	346598	806.3	0.53	11.54	11.36	48.90
10	346365	959.8	0.38	13.35	13.17	54.73
11	343509	1097.8	0.29	14.53	14.35	59.65

## Curva de forzada dominante Ensayo 1

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
4	3146	174.5	0.10	0.15	0.11	39.23
6	12754	321.8	0.12	0.46	0.42	37.14
7	26195	474.8	0.12	0.97	0.93	40.92
8	43132	635.2	0.11	1.80	1.77	47.82
9	63596	755.2	0.11	2.78	2.74	50.71
10	88949	919.5	0.11	4.48	4.44	59.95
11	95791	1049	0.09	5.10	5.07	63.52

## Curva de forzada dominante Ensayo 2

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
4	3090	173.7	0.10	0.14	0.11	37.44
6	12416	329.2	0.11	0.46	0.43	37.43
7	24833	476.7	0.11	0.99	0.96	42.22
8	40173	624.2	0.10	1.85	1.81	49.09
9	55874	790	0.09	2.90	2.86	55.94
10	82899	959.7	0.09	4.62	4.58	62.02
11	97528	1016	0.09	5.14	5.10	57.93

## Curva de forzada dominante Ensayo 3

Punto	GrD	ReD	Gr / Re2	Pot Neta. (W)	Pot mixta(W)	Nu mixto
4	3146	175	0.10	0.14	0.11	37.47
6	12754	327.4	0.12	0.46	0.43	37.40
7	25507	471.7	0.11	0.98	0.94	41.33
8	41634	633.2	0.10	1.82	1.79	48.37
9	62487	758	0.11	2.83	2.79	51.67
10	89726	946.1	0.10	4.48	4.44	59.99
11	1E+05	1057	0.10	5.07	5.03	56.95

## Resultados promedio Curva 1

Punto	Pr	GrD	ReD	Gr/Re2	Nu
1	6.813	35080	54.4	11.87	12.84
2	6.799	34211	95.0	3.80	15.91
3	6.836	34669	144.3	1.67	16.22
4	6.842	34563	176.2	1.11	19.46
5	6.865	34136	203.3	0.83	20.01
6	6.899	35642	327.1	0.33	24.81
7	6.928	35121	477.0	0.15	30.96
8	6.877	33951	636.3	0.08	35.52
9	6.831	34743	764.2	0.06	39.97
10	6.812	33877	919.8	0.04	44.32
11	6.814	35048	1048.6	0.03	46.45

## Resultados promedio Curva 2

Punto	Prandtl	GrD	ReD	Gr/Re2	Nu
1	6.6633	113798	55.44	37.024	14.314
2	6.6304	115752	97.097	12.294	16.895
3	6.6468	114775	147.91	5.2461	18.311
4	6.6577	114120	180.5	3.5028	19.922
5	6.669	115845	207.66	2.687	17.474
6	6.7186	115248	334.5	1.0303	25.075
7	6.8257	115688	486.2	0.4897	31.449
8	6.8175	115006	639.93	0.281	36.036
9	6.8538	116340	759.89	0.2015	37.19
10	6.9194	115539	906.3	0.1408	41.569
11	6.724	114998	1066.5	0.1011	50.912

## Resultados promedio Curva 3

Punto	Prandtl	GrD	ReD	Gr/Re2	Nu
1	6.5519	173728	56.268	54.873	16.291
2	6.5277	171992	98.44	17.779	18.091
3	6.5197	171388	148.48	7.7845	20.339
4	6.5438	173160	183.26	5.1558	21.809
5	6.5575	173198	211.47	3.8735	22.806
6	6.6363	172433	340.27	1.4894	25.803
7	6.5981	173291	500.55	0.6919	35.283
8	6.5762	172811	657.61	0.3996	44.135
9	6.6142	171894	784.28	0.2795	50.047
10	6.6038	172723	936.42	0.197	52.212
11	6.623	172243	1064	0.1524	55.01

## Resultados promedio Curva 4

Punto	Pr	GrD	ReD	Gr/Re2	Nu
1	6.279	349884	58.8	101.28	20.83
2	6.261	342728	102.7	32.55	17.87
3	6.263	343765	153.8	14.55	22.81
4	6.276	345970	190.1	9.57	24.55
5	6.382	345625	216.4	7.38	27.53
6	6.443	344463	346.0	2.88	28.30
7	6.443	344389	504.2	1.36	33.68
8	6.443	344511	668.1	0.77	41.43
9	6.414	345541	805.4	0.53	47.50
10	6.443	347255	963.1	0.37	54.15
11	6.458	344392	1098.8	0.29	59.42

**Pérdidas por conducción y radiación**

Las pérdidas se calculan de la siguiente manera:

Se opera el modelo experimental en convección puramente natural para un  $Gr = 35\ 000$ .

Se mide la potencia real disipada bajo esas condiciones.

Por medio de la ecuación que Churchill y Chu sugieren para convección natural se estima la potencia que debería disipar el cilindro bajo condiciones de convección natural.

Se considera que las pérdidas por conducción y radiación son iguales a la diferencia entre la potencia real disipada y la potencia que debería disipar el cilindro según la ecuación de Churchill y Chu.

Se repite el procedimiento para cada uno de los cuatro números de Grashof, obteniéndose así las pérdidas correspondientes a cada una de las curvas.

	Curva 1	Curva 2	Curva 3	Curva 4
Q real (W)	0.3639	1.5765	2.9797	6.202
Q nat (W)	0.329	1.4391	2.8272	6.0163
Pérdidas	0.0349	0.1374	0.1525	0.1857

Q real = (Voltaje)<sup>2</sup> / Resistencia

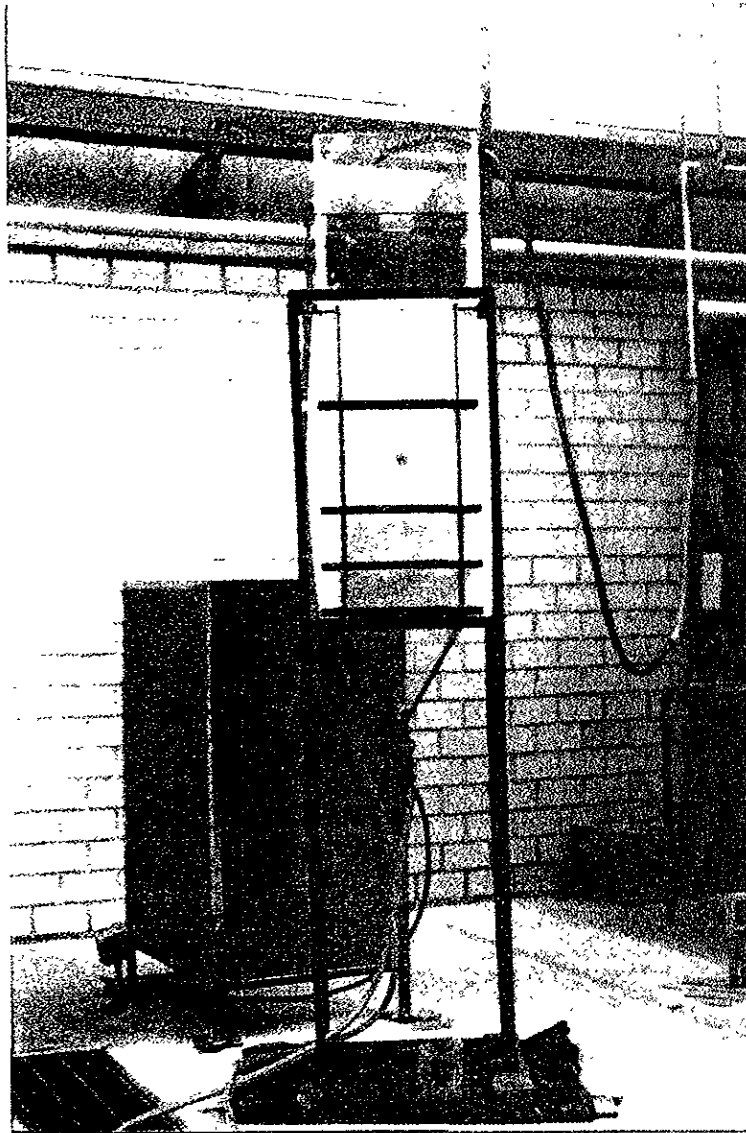
Q nat = Calor disipado por convección natural  
calculado con la ecuación de Churchill y Chu

Pérdidas = Q real - Q nat

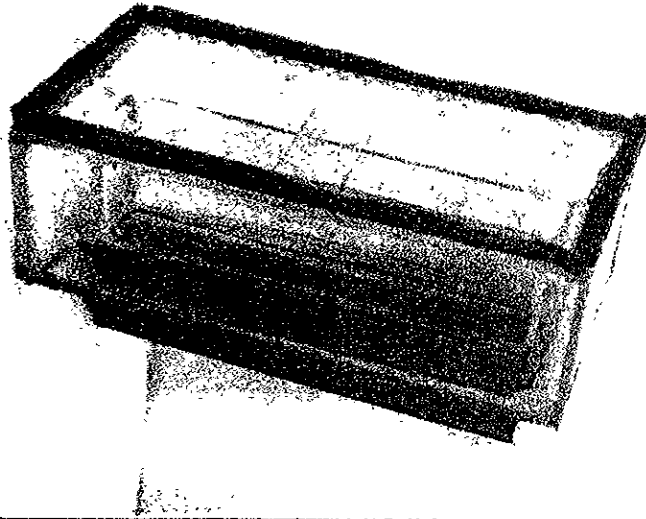


## APÉNDICE B

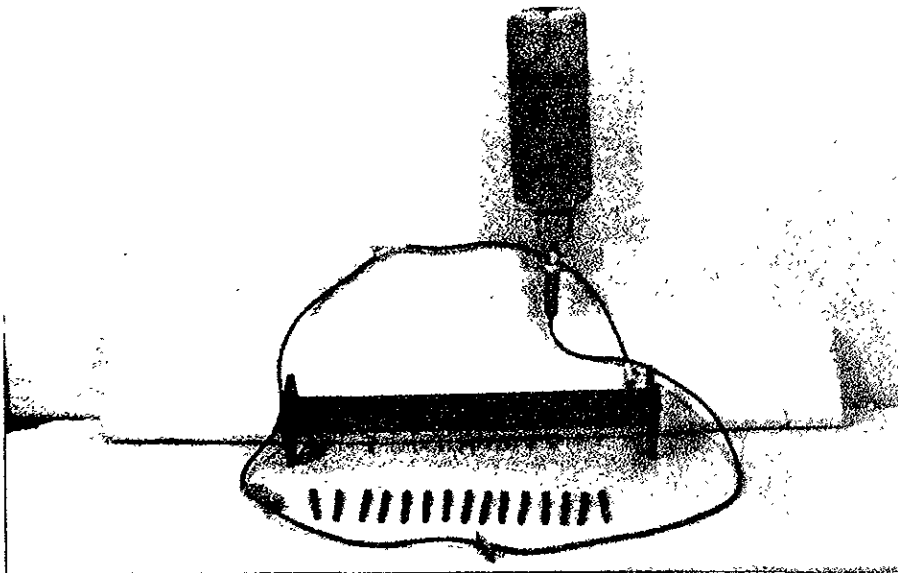
A continuación se muestran imágenes tanto del modelo experimental como del equipo de medición.



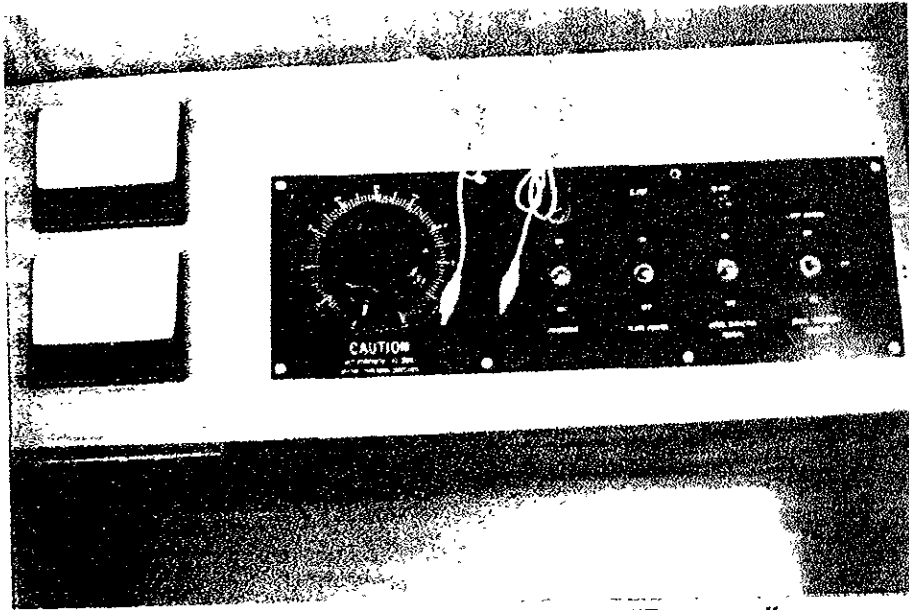
Modelo experimental.



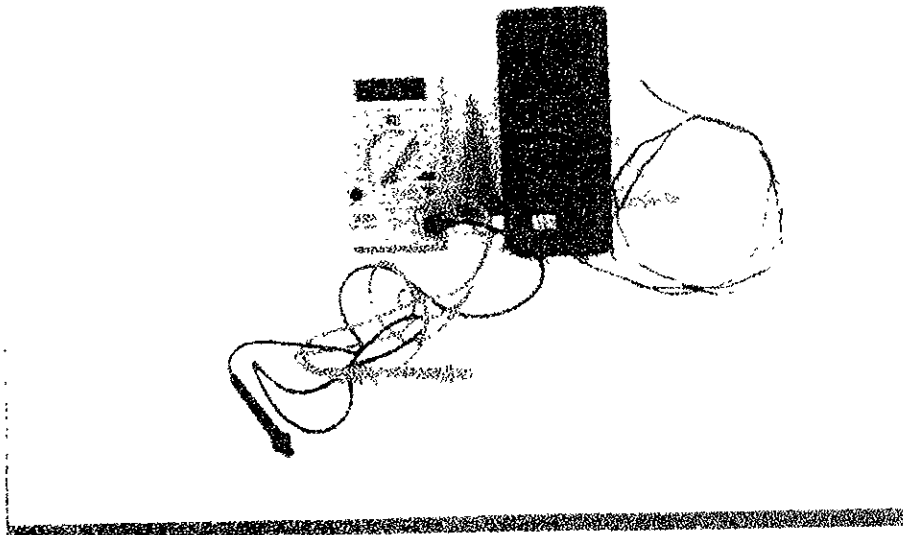
Dispositivo para disminuir la perturbación en el depósito superior.



Sistema de inyección de tinta.



Equipo de suministro de potencia "Reóstato".



Multímetro y termómetro digital (termopar tipo k).

## Bibliografía

- Incropera, F. P., and DeWitt, D.P., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", 4<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, 1996.
- Mills, A., "Heat Transfer", John Wiley & Sons.
- Ösizik, "Heat Transfer", Mc Graw Hill.
- Shames, I. H., "Mecánica de Fluidos", Mc Graw Hill, 1988.
- Fox & Mc Donald, "Introducción a la Mecánica de Fluidos", Mc Graw Hill, 1988.

## Referencias

1. White, F. M., "Heat Transfer", Mc Graw Hill
2. Holman, J. P., "Heat Transfer", Mc Graw Hill, 1963.
3. White, F. M., "Mecánica de Fluidos", Mc Graw Hill, 1988.
4. Collis, D. C., and Williams, M. J., "Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers", J. Fluid Mech. 6, 357-384, 1959.
5. King, L. V., "On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid. Determination of convection constants of small platinum wires with application to hot wire anemometry", Phil. Trans. A, 214, 373-432, 1914.

6. Hatton, A. P., James, D. D., and Swire, H. W., "Combined forced and natural convection with low-speed air flow over horizontal cylinders", *J. Fluid Mech* 42, part 1, 17-31, 1970.
7. Van der Hegge Zijnen, B. G., "Modified correlation formulae for heat transfers by natural and forced convection from horizontal cylinders", *Applied Scientific Research*, A 6, 129-140, 1956.
8. Gebhart, B., and Pera, L., "Mixed convection from long horizontal cylinders", *J. Fluid Mech.*, Vol. 45, part 1, 49-64, 1970.
9. Oosthuizen, P. H., and Madan, S., "Combined convective heat transfer from horizontal cylinders in air", *J. Heat Transfer* 92C, 194-196, 1970.
10. Oosthuizen, P. H., and Madan, S., "The effect of flow directions on combined convection heat transfer from cylinders to air", *J. Heat Transfer* 93C, 240-242, 1971.
11. Nayak, S. K., Sandborn, V. A., "Periodic heat transfer in directly opposed free and forced convection flow", *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol. 20, 189-194, 1977.
12. Budzynski, R., "Three-dimensional surface of heat transfer for laminar forced and mixed convection from a circular cylinder", *International Communications in heat and mass transfer*, Vol 19, 1992.
13. Badr, H. M., "A theoretical study of laminar mixed convection from a horizontal cylinder in cross stream", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 26, 639-653, 1983.

14. Morgan, V. T., "The overall heat transfer from a smooth circular cylinders", *Advances in Heat Transfer* 11, 221, ACADEMIC PRESS, 1975.
15. Nakai, S., and Okazaki, T., "Heat transfer from horizontal circular wire at small Reynolds and Grashof number-II", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 19, 229-252, 1976.
16. Ahmad, R. A., and Qureshi, Z. H., "Laminar mixed convection from a uniform heat flux horizontal cylinder in a crossflow", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 6, No. 2, 277-287, 1992.
17. Cha'o-Kuang Chen, Yue-Tzu Yang, and Sang-Ru Wu, "Laminar mixed convection from a circular cylinder using a body-fitted coordinate system", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 8, No. 4, 277-287, 1994.
18. Hilpert, J. R., *Forsch. Geb. Ingenieurwes.*, 4, 215, 1993.
19. Morgan, V. T., "The Overall Convective Heat Transfer from Smooth Circular Cylinder", *Advances in Heat Transfer*, Vol. 11, 1975.
20. Thomas, W. Jackson, and Howard H. Yen, "Combining Forced and Free Convective Equations to Represent Combined Heat-Transfer Coefficients from Horizontal Cylinder", *Journal of Heat Transfer*, May 1971, 247-248.
21. Churchill, S. W., and M. Bernstein, *J. Heat Transfer*, Vol. 99, 300, 1977.
22. Incropera, F. P., and DeWitt, D.P., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", 4<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, 1996.
23. Mills, A., "Heat Transfer", John Wiley & Sons.