



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"ANALISIS DE UN SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA"

CONTROL NO LINEAL DE UN GENERADOR SINCRONO.

282807

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE: INGENIERO ELECTRICO ELECTRONICO

P R E S E N T A :

YAHKVE REDON DE LA FUENTE



DIRECTOR: DR. GERARDO RENE ESPINOSA PEREZ

MEXICO, D.F.

SEPTIEMBRE 2000



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*“La libertad personal, confirmada así por la  
libertad de todos los demás, se extiende hasta el  
infinito”*

*Mijail A. Bakunin*

# ÍNDICE

<b>TABLA DE SIMBOLOGÍA</b>	<b>5</b>
<b>CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN</b>	<b>7</b>
<b>CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO</b>	<b>13</b>
2.1 INTRODUCCIÓN.....	13
2.2 MODELO DE 3 FASES.....	15
2.3 TRANSFORMACIÓN $dq0$ : MODELO DE 2 FASES.....	20
2.4 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO.....	22
2.5 MODELO DE ORDEN REDUCIDO.....	26
<b>CAPÍTULO III ANÁLISIS DE ESTABILIDAD</b>	<b>34</b>
3.1 INTRODUCCIÓN.....	34
3.2 TEORÍA DE ESTABILIDAD DE LYAPUNOV.....	35
3.3 ESTABILIDAD DEL GENERADOR SÍNCRONO.....	40
<b>CAPÍTULO IV CONTROL NO LINEAL DEL GENERADOR SÍNCRONO</b>	<b>51</b>
4.1 INTRODUCCIÓN.....	51
4.2 DISEÑO BASADO EN LA TEORÍA DE LYAPUNOV.....	51
4.3 APLICACIÓN AL GENERADOR SÍNCRONO.....	54
4.4 RESULTADOS DE SIMULACIÓN.....	55
<b>CAPÍTULO V CONCLUSIONES</b>	<b>69</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>71</b>

TABLA DE SIMBOLOGÍA

*Elementos de la Figura 2.4*

a, b, c:	Son los embobinados de fase
fd:	El embobinado de campo
kd:	Circuito de amortiguamiento del eje d
kq:	Circuito de amortiguamiento del eje q
k :	Número de circuitos de amortiguamiento
$\theta$	Ángulo de adelanto entre el eje d y el eje magnético del embobinado de la fase a
$\omega_r$	Velocidad angular eléctrica del rotor.

*Componentes en función de las tres fases*

$e_a, e_b, e_c$	Voltajes instantáneos de fase a tierra en el estator
$i_a, i_b, i_c$	Corrientes instantáneas en las fases a, b y c del estator
$\psi_a, \psi_b, \psi_c$	Flujos propios de los devanados de estator
$l_{aa}, l_{bb}, l_{cc}$	Inductancias propias de los devanados del estator
$l_{ab}, l_{bc}, l_{ca}$	Inductancias mutuas de los devanados del estator.

*Componentes en función de sus equivalentes dq0*

$\psi_{fd}, \psi_{kd}, \psi_{kq}$	Flujos encadenados de los circuitos de rotor
$\psi_d, \psi_q, \psi_0$	Flujos propios de los devanados de estator equivalentes a $\psi_a, \psi_b, \psi_c$
$e_d, e_q, e_0$	Voltajes instantáneos de fase a tierra en el estator equivalentes a $e_a, e_b, e_c$
$e_{fd}$	Voltaje de campo
$i_{fd}, i_{kd}, i_{kq}$	Corrientes de los circuitos de campo y amortiguamiento
$R_{fd}, R_{kd}, R_{kq}$	Resistencias de los circuitos de campo y amortiguamiento
$l_{afd}, l_{akd}, l_{akq}$	Inductancias mutuas entre los devanados del estator y del rotor
$l_{md}, l_{kcd}, l_{kckq}$	Inductancias propias de los devanados del rotor

*Elementos de las ecuaciones de movimiento*

$R_a$	Resistencia de armadura por fase
$T_a$	Par de aceleración [N*m]
$T_m$	Par mecánico [N*m]
$T_e$	Par electromagnético [N*m]
$P_i$	Potencia trifásica instantánea del estator [W]
$P_e$	Potencia máxima trifásica del estator [W]
J	Momento de inercia del generador y la turbina [kg*m <sup>2</sup> ]
$\omega_m$	Velocidad angular mecánica del rotor [rad/s]
$P_f$	Pares de polos de la máquina síncrona
$\omega_0$	Velocidad síncrona [rad/s]
$\delta$	Ángulo de potencia [rad]
t	Tiempo [s]

## TABLA DE SIMBOLOGÍA

---

### *Elementos de las ecuaciones orden reducido*

$E_s$	Voltaje pico en las terminales del estator [V]
$E_f$	Voltaje proporcional a $i_{fd}$ [A]
$E_q$	Voltaje proporcional al campo y variable de control [V]
$E_{fd}$	Voltaje proporcional a $e_{fc}$ [V]
$T_{ao}$	Constante de tiempo del transitorio en circuito abierto
$u$	Entrada de control.
$K$	Ganancia de control

## Capítulo I INTRODUCCIÓN

Desde que Edison mostró al mundo las bondades de la energía eléctrica a finales del siglo XIX, muchos investigadores se han dedicado a mejorar los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP), para brindarle a la sociedad un mejor servicio y a menor costo.

Un sistema eléctrico de potencia consiste en un grupo de generadores síncronos capaces de transformar la energía natural en energía eléctrica, la cual es llevada a niveles muy altos de voltaje gracias a subestaciones elevadoras. Esta energía a altos voltajes es transmitida al perímetro de las zonas urbanas, donde se encuentran las subestaciones reductoras, las cuales se encargan de las maniobras necesarias para disminuir el voltaje de la energía y canalizarla hacia los diferentes sectores de la población: Residencial, Comercial e Industrial. El último paso es el de la distribución, el cual consiste en todo el cableado a mediano voltaje y sus transformadores finales, los cuales reducen aun más el voltaje a niveles consumibles por las cargas eléctricas: Motores, Lámparas, Electrodomésticos, etc.

Los elementos de un SEP son fácilmente identificables en las carreteras y calles, (Ver Figura 1.1), sin embargo en muchas ocasiones no les prestamos atención porque forman parte del paisaje cotidiano.

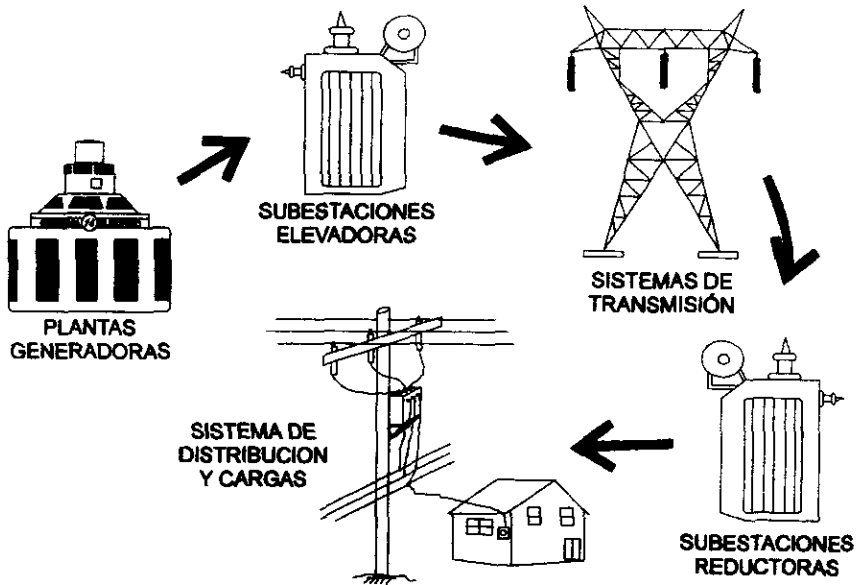


Figura 1.1 Partes básicas de un S.E.P.

## CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

---

La carga total de un sistema eléctrico está constituida por una gran número de pequeñas cargas individuales.

En general una carga consume potencia real (potencia capaz de producir trabajo) y potencia reactiva (potencia requerida para la producción del flujo magnético).

La potencia total suministrada debe ser igual a la suma de la potencia absorbida por todas las cargas más las pérdidas en el sistema.

La potencia consumida por las cargas varía aleatoriamente, sin embargo es posible (y necesario) predecir el consumo de una población determinada mediante métodos empíricos y estadísticos. La figura 1.2 muestra el comportamiento diario de las cargas en cierta ciudad (vale la pena aclarar que la forma de la curva es muy semejante en cualquier comunidad, aunque lo que varía es la escala).

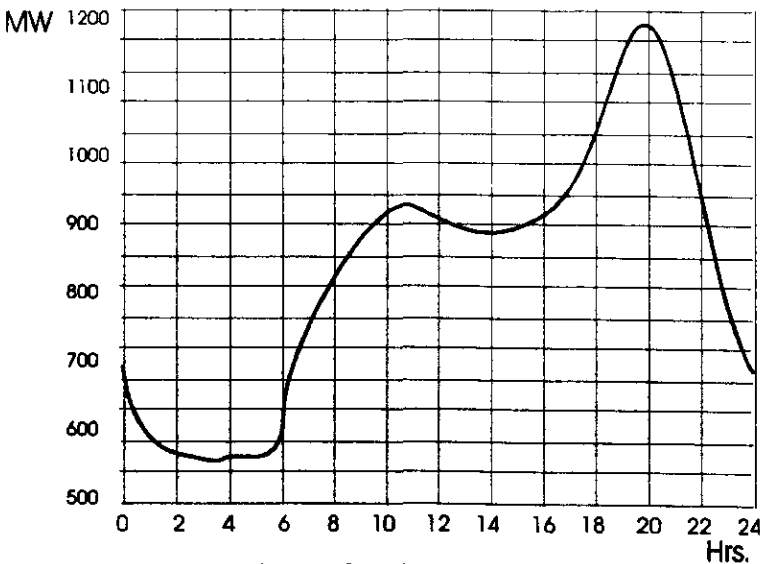


Figura 1.2 Curva de carga diaria

La ordenada máxima de la curva determina la capacidad de generación que se debe de tener para poder satisfacer en cualquier momento las necesidades de la comunidad.

El suministro de energía eléctrica debe realizarse con una calidad adecuada, de tal forma que los aparatos que la utilizan funcionen correctamente. La calidad del suministro de energía eléctrica está afectada por tres factores:

- Continuidad del servicio.
- Regulación del voltaje.
- Control de la frecuencia.



## CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

---

Para asegurar la continuidad del suministro debemos estar preparados ante una posible falla de algún elemento del sistema. A continuación se muestran las principales disposiciones:

- Disponer de generadores de reserva por si falla alguno.
- Disponer de un sistema de protección automático que permita eliminar con rapidez cualquier elemento del sistema que ha sufrido una avería
- Diseñar la red de tal forma que la falla de un elemento repercuta lo menos posible (la red más recomendada es la de forma de anillo debido a que nos permite tener acceso a la red eléctrica por medio de dos direcciones distintas).

Los aparatos están diseñados para operar a un voltaje determinado y su funcionamiento será adecuado siempre que el voltaje aplicado no varíe más allá de cierta tolerancia ( $\pm 5\%$ ).

Los sistemas de energía eléctrica funcionan a una frecuencia determinada, en el caso de México la frecuencia debe de ser 60 Hz.

El rango de variaciones de frecuencia que pueden tolerarse en un sistema depende tanto de las características de los aparatos de utilización, como del funcionamiento del sistema mismo.

Las cargas resistivas son insensibles a las variaciones de frecuencia, en cambio las cargas constituidas por motores eléctricos, que mueven distintos tipos de máquinas giratorias, son afectadas en mayor o menor grado por las variaciones de frecuencia. Puede decirse que desde el punto de vista del buen funcionamiento de los aparatos de utilización es suficiente controlar la frecuencia con una precisión del 1%.

Desde el punto de vista del funcionamiento del sistema, debe tenerse en cuenta que si los generadores conectados al sistema están girando a la velocidad correspondiente a la frecuencia nominal esto significa que existe un equilibrio entre la potencia real producida por los generadores y la potencia real absorbida por las cargas más las pérdidas del sistema. Cada generador contribuye con una generación determinada.

Al producirse una variación de la carga conectada al sistema, se produce un desequilibrio que se refleja en una variación de la velocidad de rotación de las máquinas y en consecuencia de la frecuencia. Los reguladores de velocidad o gobernadores de cada turbina registran esta variación y actúan sobre las válvulas de admisión de fluido a la turbina, llegándose a un nuevo estado de equilibrio. Sin embargo este nuevo estado de equilibrio se establece a una frecuencia ligeramente distinta de la nominal.

Esto hace necesario un sistema de control adicional que restablezca la frecuencia a su valor nominal y reparta la generación entre las distintas unidades en la forma adecuada.

Entre más complejo sea el sistema eléctrico de potencia (entre más elementos tenga interconectados) más difícil es mantener el control de la frecuencia del sistema, por lo que los métodos lineales de control se ven superados y surge la necesidad de explorar controladores no-lineales que puedan satisfacer estos requerimientos.

## CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

Se ha observado el funcionamiento de un sistema eléctrico y encontramos que la base de éste es el generador, dado que es la máquina en la que repercuten todas las posibles fallas del sistema y es además un elemento susceptible a pequeñas variaciones, provocando con esto una atención permanente en su funcionamiento y estabilidad.

Bajo condiciones normales de operación, todos los generadores y motores síncronos en un sistema interconectado operan en sincronismo entre sí. Las frecuencias de todas las máquinas síncronas son exactamente iguales. Si una o varias máquinas síncronas grandes se salen de sincronismo respecto al resto del sistema, resulta una perturbación severa, y a menos que sea desconectado a tiempo o que se reestablezca su operación síncrona, provoca un paro completo del sistema.

La potencia real y reactiva suministrada por un generador síncrono puede expresarse como una función del voltaje en las terminales (voltaje generado), impedancia síncrona y el ángulo de potencia, o el ángulo del par  $\delta$ . Este afecta también las potencias real y reactiva tomadas por un motor síncrono. Si el ángulo  $\delta$  se aumenta gradualmente la salida de potencia real aumenta alcanzando su máximo cuando  $\delta = 90^\circ$ . Esto se conoce como el límite de potencia de estado estable, (ver figura 1.3).

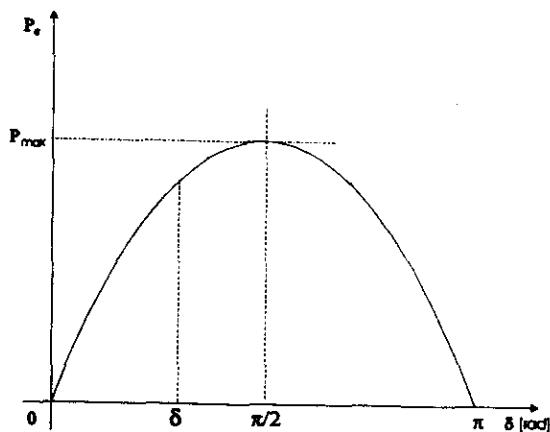


Figura 1.3 Comportamiento de la potencia al incrementarse el ángulo de potencia  $\delta$ .

Cualquier aumento en la potencia mecánica al generador síncrono o en la salida mecánica del motor síncrono después de que  $\delta$  ha alcanzado los  $90^\circ$  produce una disminución en la potencia real eléctrica (como se puede ver en la figura 1.3) y el generador se acelera mientras que el motor se desacelera resultando una pérdida de sincronismo.

## CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

De aquí la importancia de controlar el comportamiento de  $\delta$  en un generador síncrono, al igual que su nivel de voltaje en sus terminales.

Los métodos de control lineales son confiables cuando el funcionamiento de un sistema se ubica en un rango pequeño de operación. Cuando el rango del funcionamiento requerido es grande, un controlador lineal tendrá un desempeño pobre y tal vez inestable, porque las no linealidades en el sistema no pueden compensarse apropiadamente. Los controladores no lineales, por otro lado, pueden manejar las no linealidades directamente en un rango de operación grande.

En un sistema eléctrico de potencia pequeño es posible linealizarlo ya que al tener pocos elementos, las no linealidades existentes permiten que el sistema se comporte conforme al modelo lineal.

Sin embargo, al ir creciendo el sistema eléctrico, las no linealidades se multiplican y por lo tanto impiden que el sistema se ajuste al modelo lineal, y por ello caiga en una inestabilidad.

Esta es la razón principal por la que en la actualidad surge la necesidad de recurrir al control no lineal para sistemas eléctricos de potencia debido a la extensión y complejidad de los mismos, y a que cada vez los sistemas trabajan más cerca del límite estable (por factores económicos).

Los métodos de Nyquist, Routh-Hurwitz, etc, han servido mucho en los análisis de estabilidad de sistemas lineales, ya que para estos sistemas dichos métodos nos dan las condiciones necesarias y suficientes para analizarlos.

En el caso de los sistemas no lineales no existe un método sistemático para dicho análisis. Sin embargo, el matemático A. M. Lyapunov en 1892 nos proporcionó dos aproximaciones al problema de estabilidad de sistemas no lineales. Nosotros nos concentraremos en el segundo de ellos debido a que tiene la ventaja de no necesitar soluciones aproximadas ni exactas de las ecuaciones diferenciales del sistema.

La teoría de Lyapunov nos permite estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio de un sistema y además, nos proporciona un dominio de atracción de dicho punto de equilibrio si es que lo tiene.

Se dice que un estado de equilibrio  $x_e$  de un sistema es estable en el sentido de Lyapunov si, para cada rango de  $S(\epsilon)$ , existe una  $S(\alpha)$  tal que las trayectorias que se inician en  $S(\alpha)$  no salgan de  $S(\epsilon)$  al crecer  $t$  indefinidamente (Fig. 1.4).

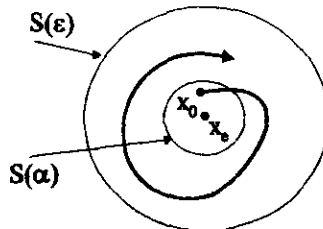


Figura 1.4 Zona de estabilidad en el sentido de Lyapunov

## CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

---

El método de Lyapunov está más profundamente estudiado en el capítulo 3 de esta tesis.

Los sistemas físicos son inherentemente no lineales. Por ello, todos los sistemas de control son no lineales en cierta magnitud. Los sistemas de control no lineales pueden ser descritos mediante ecuaciones diferenciales no lineales. Como sea, si el rango de operación de un sistema de control es pequeño, y si las no linealidades envueltas en dicho sistema son uniformes, entonces el sistema de control puede ser aproximado mediante un sistema linealizado, cuya dinámica será descrita por ecuaciones diferenciales lineales.

El propósito de esta Tesis es el de obtener un modelo simplificado de un generador síncrono conectado a un bus infinito, y con la teoría de Lyapunov junto con una técnica de control adecuada evaluar un sistema de control no lineal ya reportado por los Drs. Alexandre S. Bazanella, Aguinaldo S. e Silva y Petar V Kokotovic, hacer las evaluaciones del mismo.

El hecho de que se analice una sola máquina sincrónica después de haber hablado del tamaño y complejidad de los SEP's, es debido a que la teoría de control no lineal está comenzando con los estudios y desarrollos en este rublo, sin embargo, el análisis de una sola máquina nos parece un buen principio.

Debido a que el objetivo de esta tesis es evaluar un controlador de una máquina síncrona, gran parte del capítulo 2 se dedica a explicar las características del generador síncrono, así como su modelo. En este mismo capítulo reduciremos el modelo matemático del generador a la forma más manejada en la literatura de control. Después describiremos la teoría de estabilidad de Lyapunov y su aplicación al generador síncrono en el capítulo 3. En el capítulo 4 introduciremos el controlador propuesto por el Dr. Bazanella al generador y realizaremos simulaciones para observar su comportamiento. Finalmente analizaremos los resultados obtenidos y reportaremos nuestras conclusiones.

## Capítulo II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

### 2.1 INTRODUCCIÓN:

El generador síncrono es una máquina capaz de transformar la energía mecánica rotatoria en energía eléctrica, gracias a la teoría de Faraday-Lenz. El principio básico del funcionamiento del generador es: "La variación de un flujo magnético que pasa a través de un conductor, genera o produce una fuerza electromotriz (fem) en el conductor y viceversa, el paso de una corriente eléctrica a través de un conductor induce un campo magnético alrededor de él". [1]

Cuando a una máquina síncrona se le aplica un par en su flecha, para que éste provoque una rotación mecánica, la cual producirá una variación en el flujo magnético que pasa a través de sus devanados, entonces generará una fem, y si además se le conecta una carga en sus terminales de estator, entonces se producirá una corriente eléctrica. Entonces decimos que la máquina está funcionando como un generador.

En cambio, cuando a esa máquina se le suministra una corriente eléctrica que genere un campo magnético rotativo que "empujará" a la flecha, proporcionándonos un movimiento rotatorio, entonces decimos que la máquina está funcionando como un motor.

A nosotros nos interesa el estudio de la máquina síncrona en su funcionamiento como generador impulsado por una turbina.

Los sistemas convencionales de la industria de potencia son alimentados por generadores síncronos trifásicos que caen en dos clasificaciones generales: *Máquinas de rotor cilíndrico (Figura 2.1-a)* y *máquinas de polos salientes (Figura 2.1-b)*. La construcción de rotor cilíndrico es propia de generadores síncronos impulsados por turbinas de vapor y que también son conocidos como turboalternadores o generadores de turbina.

Las turbinas de vapor operan a velocidades relativamente altas, siendo comunes las velocidades de 1800 y 3600 RPM para 60 Hz, consideradas para la construcción de rotor cilíndrico, que debido a su rigidez fácilmente resiste las fuerzas centrífugas desarrolladas en grandes tamaños, a esas velocidades. Además, lo suave del contorno del rotor sirve para pérdidas reducidas del embobinado y para una operación silenciosa.

Los rotores de polos salientes se utilizan en generadores síncronos de bajas velocidades, tales como los impulsados por turbinas hidráulicas. Debido a sus bajas velocidades, los generadores de polos salientes requieren de un alto número de polos, como por ejemplo, 72 polos para un generador de 100 rpm y 60 Hz. Esto resulta del hecho de que en una revolución el voltaje se desplaza  $P/2$  ciclos y la relación entre la frecuencia y la velocidad es:

$$f = P \frac{n}{120} \quad (2.1)$$

donde  $P$  es el número de polos y  $n$  es la velocidad en RPM. [2]

## CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

Los generadores trifásicos convencionales transmiten prácticamente voltajes senoidales bajo condiciones normales. Características que contribuyen a la producción de buenas formas de onda son: a). El uso de embobinados de armadura distribuidos, es decir entre varias ranuras por fase y polo, b). Bobinas de armadura de paso fraccional, o sea, bobinas que se expanden menos de  $180^\circ$  eléctricos, c). La distribución del embobinado de campo entre varias ranuras por polo en rotores cilíndricos, d). Dándole una formación a la zapata del polo en los rotores salientes de tal manera que el entrehierro es más pequeño en el centro del polo, y aumentándose en longitud hacia las puntas de los polos, tal como se observa en la figura 2.1-b. [3]

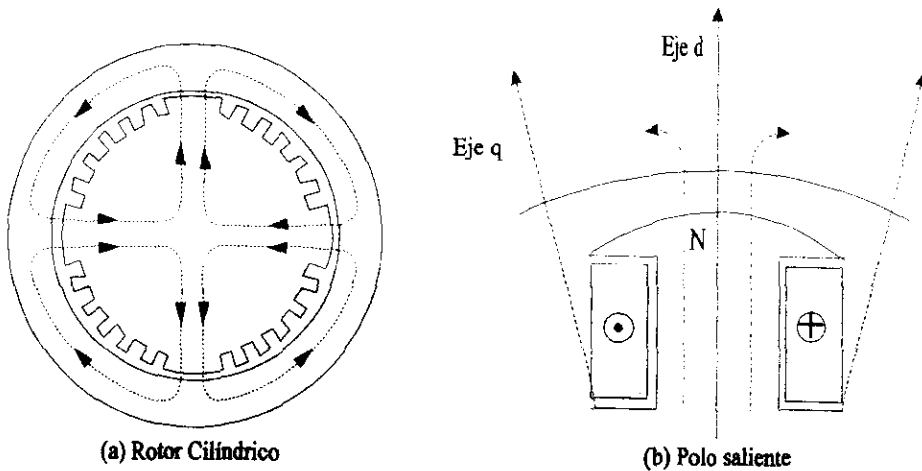


Figura 2.1 Tipos de rotor de una M.S.

La figura 2.2 representa la forma de onda de la fmm producida por el embobinado de campo distribuido, si se considera que las ranuras están completamente llenas por el cobre en los lados de la bobina en vez de contener filamentos de corriente. El senoide indicado por la línea punteada representa aproximadamente la componente fundamental de la onda de la fmm.

La forma de onda se puede mejorar aumentando el número de ranuras del rotor, pero, en realidad, es poco práctico, y la forma obtenida actualmente es suficiente para que la consideremos una senoide.

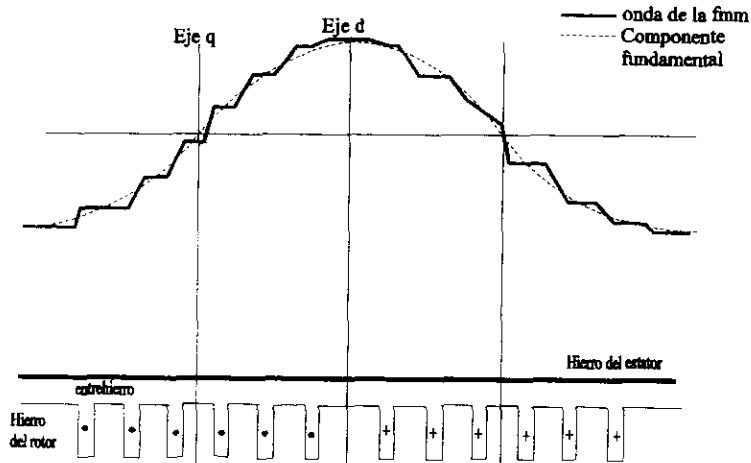


Figura 2.2 Forma de onda de la fmm generada.

## 2.2 MODELO DE 3 FASES:

El generador síncrono trifásico tiene 3 devanados en el estator, distribuidos senoidalmente alrededor de la armadura, éstos devanados están separados  $120^\circ$  eléctricos uno del otro.

Para facilitar la descripción matemática de la máquina síncrona es conveniente definir dos ejes:

- El eje directo (d), centrado en el polo norte.
- El eje en cuadratura (q), adelantado  $90^\circ$  eléctricos con respecto al eje d.

Al ver la figura 2.3 nos podemos dar cuenta de que al girar el rotor se van formando las tres senoides alternadas y separadas  $120^\circ$ .

Los puntos y las cruces en los conductores indican las corrientes salientes y entrantes respectivamente.

La posición relativa del rotor con respecto al estator está medida por el ángulo  $\theta$ , el cual es la distancia entre el eje d y el eje magnético de la fase a.

Aunque la Figura 2.3 nos muestre un rotor de polos salientes (para mayor comprensión), es aplicable a una máquina de rotor cilíndrico con sus polos magnéticos bien definidos. [4]

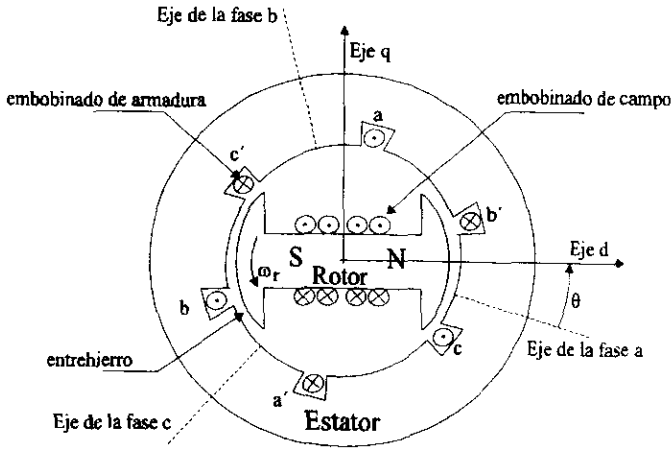


Figura 2.3 Ubicación de los ejes d y q en la M.S.

Para el desarrollo de las ecuaciones de la máquina síncrona se asumirá que:

- Los embobinados del estator están distribuidos senoidalmente a lo largo del entrehierro.
- Las ranuras del estator no causan una variación apreciable en las inductancias del rotor al variar la posición del mismo.
- No hay histéresis.
- No hay saturación magnética.

La figura 2.4 muestra los circuitos involucrados en nuestro análisis. Los circuitos del estator consisten en embobinados trifásicos de armadura con sus respectivas corrientes y flujos. Los circuitos del rotor contienen los embobinados de campo y los de amortiguamiento. El embobinado de campo está conectado a una fuente de corriente directa (C.D.). Para propósitos de análisis, se asumirá que las corrientes de amortiguamiento fluirán en dos circuitos cerrados: uno colocado de tal forma que su flujo esté en línea con el eje d y el segundo se encuentra en la posición para la cuál su flujo está en línea con el eje q.

El ángulo  $\theta$  se puede expresar en términos de la velocidad angular del rotor y el tiempo

$$\theta = \omega_r t \quad (2.2)$$

Las ecuaciones del comportamiento eléctrico de la máquina síncrona pueden ser obtenidos mediante el desarrollo de las ecuaciones de los circuitos acoplados de la figura 2.4.



CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

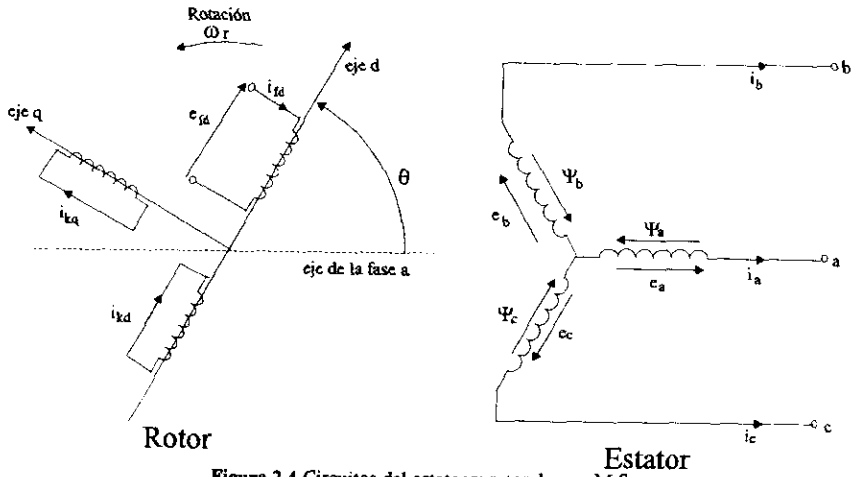


Figura 2.4 Circuitos del estator y rotor de una M.S.

Dado que el rotor que estamos analizando es de polos salientes, la permeabilidad del entrehierro varía desde un valor mínimo  $P_0$  hasta un valor  $P_0+P_2$  como se ve en la figura 2.5:

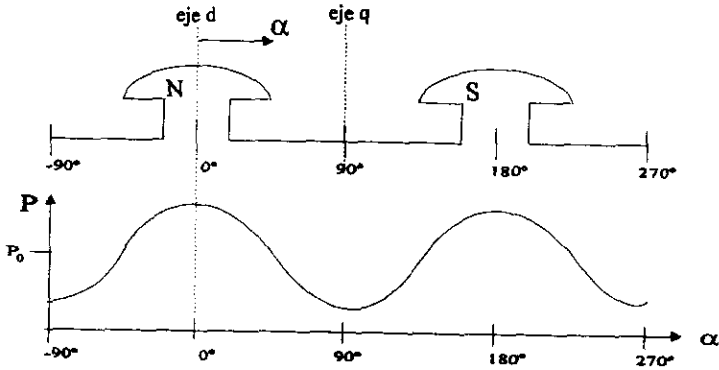


Figura 2.5 Variación de la permeabilidad con la posición del rotor.

por lo que la permeabilidad  $P$  puede representarse de la siguiente manera:

$$P = P_0 + P_2 \cos 2\alpha \quad (2.3)$$

En la ecuación anterior,  $\alpha$  es la distancia angular partiendo del eje  $d$  hacia todo lo largo de la periferia.

## CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

Ahora usaremos la notación ubicada al inicio de esta tesis en la tabla de símbolos para el desarrollo de las ecuaciones de los circuitos de estator y rotor:

Las ecuaciones de voltaje de las tres fases del estator son:

$$e_a = \frac{d\psi_a}{dt} - R_a i_a \quad (2.4)$$

$$e_b = \frac{d\psi_b}{dt} - R_a i_b \quad (2.5)$$

$$e_c = \frac{d\psi_c}{dt} - R_a i_c \quad (2.6)$$

El flujo encadenado en el devanado de cada fase en cualquier instante está dado por:

$$\psi_a = -L_{aa} i_a - L_{ab} i_b - L_{ac} i_c + L_{af} i_{fd} + L_{akd} i_{kd} + L_{akq} i_{kq} \quad (2.7)$$

$$\psi_b = -L_{ab} i_a - L_{bb} i_b - L_{bc} i_c + L_{bf} i_{fd} + L_{bkd} i_{kd} + L_{bkq} i_{kq} \quad (2.8)$$

$$\psi_c = -L_{ca} i_a - L_{cb} i_b - L_{cc} i_c + L_{cf} i_{fd} + L_{ckd} i_{kd} + L_{ckq} i_{kq} \quad (2.9)$$

Las unidades usadas son Webers, Henrys y Amperes. El signo negativo asociado con las corrientes del devanado de estator es debido a la dirección asumida de éstas.

El desarrollo de la obtención de las inductancias propias y mutuas del estator y rotor no estará descrito en este texto, si se desea obtener toda la información sobre la procedencia de todas las constantes, las puede encontrar en la referencia [5].

La inductancia propia total del devanado (a) será:

$$l_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta \quad (2.10)$$

Sabemos que los devanados de las fases b y c son idénticos al de la fase a y que solamente están desplazados con respecto a ésta  $120^\circ$  y  $-120^\circ$  respectivamente, tenemos:

$$l_{bb} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.11)$$

$$l_{cc} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.12)$$

La inductancia mutua entre las fases a y b puede escribirse como:

$$l_{ab} = l_{ba} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (2.13)$$

De manera similar obtenemos las demás inductancias mutuas:

$$I_{bc} = I_{cb} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos(2\theta + \pi) \quad (2.14)$$

$$I_{ca} = I_{ac} = -L_{ab0} - L_{ab2} \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) \quad (2.15)$$

Con las variaciones en el entrehierro debido a las ranuras del estator despreciadas, los circuitos del rotor ven una permeabilidad constante. Por lo que la situación en este caso no es una variación de la permeabilidad; en su lugar, la variación de la inductancia mutua es debida al movimiento relativo entre los devanados mismos.

Cuando un devanado del estator esta alineado con un devanado del rotor, el flujo encadenado en los dos devanados es máximo y la inductancia mutua es máxima. Cuando los dos devanados están desplazados  $90^\circ$ , no hay flujo encadenado, por lo que no hay inductancia mutua.

Con una distribución senoidal de la FMM<sub>a</sub> y el flujo, tenemos:

$$I_{afd} = L_{afd} \cos \theta \quad (2.16)$$

$$I_{akd} = L_{akd} \cos \theta \quad (2.17)$$

$$I_{akq} = L_{akq} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -L_{akq} \sin \theta \quad (2.18)$$

Ahora tenemos expresiones para todas las inductancias que aparecen en las ecuaciones de voltaje del estator. Si sustituimos las expresiones de estas inductancias en las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9, obtenemos:

$$\begin{aligned} \psi_a = & -i_a [L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\theta] + i_b \left[ L_{ab0} + L_{aa2} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right] \\ & + i_c \left[ L_{ab0} + L_{aa2} \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) \right] + i_{fd} L_{afd} \cos \theta \\ & + i_{kd} L_{akd} \cos \theta - i_{kq} L_{akq} \sin \theta \end{aligned} \quad (2.19)$$

de manera similar,

$$\begin{aligned} \psi_b = & i_a \left[ L_{ab0} + L_{aa2} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right] - i_b \left[ L_{aa0} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ & + i_c [L_{ab0} + L_{aa2} \cos(2\theta - \pi)] \\ & + i_{fd} L_{afd} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{kd} L_{akd} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - i_{kq} L_{akq} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (2.20)$$

y,

$$\begin{aligned} \psi_c = & i_a \left[ L_{ab0} + L_{aa2} \cos \left( 2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \right] + i_b \left[ L_{ab0} + L_{aa2} \cos(2\theta - \pi) \right] \\ & - i_c \left[ L_{aa0} + L_{aa2} \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ & + i_{fd} L_{afd} \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) + i_{kd} L_{akd} \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) - i_{kq} L_{akq} \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Las ecuaciones de voltaje de los circuitos del rotor son:

$$e_{fd} = \frac{d\psi_{fd}}{dt} + R_{fd} i_{fd} \quad (2.22)$$

$$0 = \frac{d\psi_{kd}}{dt} + R_{kd} i_{kd} \quad (2.23)$$

$$0 = \frac{d\psi_{kq}}{dt} + R_{kq} i_{kq} \quad (2.24)$$

Como los circuitos del rotor ven una permeabilidad constante gracias a la estructura cilíndrica del estator, las inductancias propias del rotor y las inductancias mutuas con cualquier otra no varían con la posición del rotor.

Los flujos encadenados de los circuitos del rotor se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\psi_{fd} = L_{ffd} i_{fd} + L_{fkd} i_{kd} - L_{afd} \left[ i_a \cos \theta + i_b \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (2.25)$$

$$\psi_{kd} = L_{ffd} i_{fd} + L_{kdd} i_{kd} - L_{akd} \left[ i_a \cos \theta + i_b \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (2.26)$$

$$\psi_{kq} = L_{kkq} i_{kq} + L_{akq} \left[ i_a \sin \theta + i_b \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (2.27)$$

### 2.3 TRANSFORMACIÓN dq0: MODELO DE 2 FASES:

Las ecuaciones obtenidas en la sección anterior contienen términos de inductancias que varían con el ángulo  $\theta$ , el cual cambia con el tiempo  $t$ . Esto representa una complejidad considerable, por lo que se hace necesaria una transformación de las variables del estator.

## CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

Se observa de las ecuaciones 2.25, 2.26 y 2.27 que las corrientes de estator están asociadas de una manera muy conveniente en cada eje. Esto sugiere la transformación de las corrientes de fase del estator en nuevas variables tal y como se observa a continuación:

$$i_d = k_d \left[ i_a \cos \theta + i_b \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (2.28)$$

$$i_q = i_q \left[ i_a \sin \theta + i_b \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (2.29)$$

Las constantes  $k_d$  y  $k_q$  son arbitrarias y sus valor puede ser escogido para simplificar coeficientes en las ecuaciones de permeabilidad. Para nosotros tienen el valor de  $2/3$ .

Para ser completamente coherentes con nuestra transformación, es necesario que de tres corrientes de fase se obtengan tres variables. Pero dado que las dos componentes  $i_d$  e  $i_q$  juntas producen un efecto idéntico al que producen las tres corrientes de fase, el tercer componente no debe producir un efecto de campo en el entrehierro. Por lo tanto, una conveniente tercer variable es la corriente de secuencia cero  $i_0$ , asociada con las componentes simétricas, ya que si tenemos un sistema balanceado:

$$i_0 = \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c) = 0 \quad (2.30)$$

Ya con las ecuaciones 2.28, 2.29 y 2.30 se puede pasar del dominio de las coordenadas abc al dominio de las coordenadas dq0.

Usando las expresiones para  $\psi_a$ ,  $\psi_b$  y  $\psi_c$  encontradas en las ecuaciones 2.19, 2.20 y 2.21, transformando los flujos de encadenamiento y las corrientes en sus componentes dq0, y redefiniendo las inductancias, obtenemos las siguientes expresiones:

$$\psi_d = -L_d i_d + L_{qd} i_{fd} + L_{abd} i_{hd} \quad (2.31)$$

$$\psi_q = -L_q i_q + L_{abq} i_{hq} \quad (2.32)$$

$$\psi_0 = -L_0 i_0 \quad (2.33)$$

Substituyendo las expresiones para  $i_d$ ,  $i_q$  en las ecuaciones 2.25, 2.26 y 2.27 tenemos:

$$\psi_{fd} = L_{ffd} i_{fd} + L_{fhd} i_{hd} - \frac{3}{2} L_{afd} i_d \quad (2.34)$$

$$\psi_{hd} = L_{fhd} i_{fd} + L_{hhd} i_{hd} - \frac{3}{2} L_{ahd} i_d \quad (2.35)$$

$$\psi_{kq} = L_{kkq} i_{kq} - \frac{3}{2} L_{akq} i_q \quad (2.36)$$

Aplicando la transformación dq0 a las ecuaciones 2.4, 2.5 y 2.6 obtenemos las siguientes expresiones en términos de voltajes transformados en sus componentes dq0:

$$e_d = \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \frac{d\theta}{dt} - R_a i_d \quad (2.37)$$

$$e_q = \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \frac{d\theta}{dt} - R_a i_q \quad (2.38)$$

$$e_0 = \frac{d\psi_0}{dt} - R_a i_0 \quad (2.39)$$

El ángulo  $\theta$ , como se define en la figura 2.4, es el ángulo existente entre los ejes de la fase a y el eje d. El término  $d\theta/dt$  en ambas ecuaciones representa la velocidad angular del rotor  $\omega_r$ .

#### 2.4 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO:

La potencia trifásica instantánea de salida del estator es:

$$P_t = e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c \quad (2.40)$$

Eliminando los voltajes y corrientes de fase y poniéndolos en términos de sus componentes dq0, tenemos:

$$P_t = \frac{3}{2} (e_d i_d + e_q i_q + 2e_0 i_0) \quad (2.41)$$

Bajo una operación balanceada,  $e_0 = i_0 = 0$ , por lo que

$$P_t = \frac{3}{2} (e_d i_d + e_q i_q) \quad (2.42)$$

Usando las ecuaciones 2.37 a la 2.39 para expresar las componentes de voltaje en términos de flujos de enclavamiento y corrientes, y reconociendo que  $\omega_r$  es la velocidad del rotor  $d\theta/dt$ , y acomodando términos, tenemos:

$$P_r = \frac{3}{2} \left[ \left( i_d \frac{d\psi_d}{dt} + i_q \frac{d\psi_q}{dt} + 2i_0 \frac{d\psi_0}{dt} \right) + (\psi_d i_d - \psi_q i_q) \omega_r - (i_d^2 + i_q^2 + 2i_0^2) R_a \right] \quad (2.43)$$

donde:

$$\frac{3}{2} \left( i_d \frac{d\psi_d}{dt} + i_q \frac{d\psi_q}{dt} + 2i_0 \frac{d\psi_0}{dt} \right) = \text{Promedio de variación de energía magnética de la armadura}$$

$$\frac{3}{2} [(\psi_d i_d - \psi_q i_q) \omega_r] = \text{Potencia transferida a través del entrehierro}$$

$$\frac{3}{2} [(i_d^2 + i_q^2 + 2i_0^2) R_a] = \text{Pérdidas por efecto Joule en la armadura.}$$

El par que el entrehierro  $T_e$  se obtiene dividiendo la potencia transferida a través del entrehierro por la velocidad mecánica del rotor.

$$T_e = \frac{3}{2} \left[ (\psi_d i_d - \psi_q i_q) \frac{\omega_r}{\omega_{mec}} \right] = \frac{3}{2} \left[ (\psi_d i_d - \psi_q i_q) \frac{P_f}{2} \right] \quad (2.44)$$

La ecuación de movimiento de una máquina sincrona es: [6]

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e = T_m - T_e \quad (2.45)$$

Las ecuaciones de flujo encadenado 2.31 a la 2.36 asociadas con los circuitos del estator y rotor, junto con las ecuaciones de voltaje 2.37 a la 2.39 para el estator, las ecuaciones de voltaje 2.22 a la 2.24 para el rotor, las ecuaciones de par 2.44 y 2.45, describen el comportamiento eléctrico y dinámico de la máquina sincrona en términos de las componentes dq0.

Ahora considérese que las ecuaciones de estator y rotor se encuentran en estado permanentemente equilibrado [7], es decir:

$$\frac{d\psi_d}{dt} = \frac{d\psi_q}{dt} = \frac{d\psi_{fd}}{dt} = \frac{d\psi_{kr}}{dt} = \frac{d\psi_{kr}}{dt} = 0,$$

Por lo tanto no existen corrientes de amortiguamiento, ya que estas solo ocurren en operaciones transitorias.

$$i_{kd} = i_{kq} = 0$$

Entonces las ecuaciones 2.37–2.39 y 2.22–2.24 se convierten en:

## CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

$$\begin{aligned}
 e_d &= -\omega \psi_q - R i_d \\
 e_q &= \omega \psi_d - R i_q \\
 e_0 &= 0 \\
 e_{fd} &= R_f i_{fd} \\
 \psi_d &= -L_d i_d + L_{afd} i_{fd} \\
 \psi_q &= -L_q i_q \\
 \psi_0 &= 0 \\
 \psi_{fd} &= -(3/2) L_{afd} i_d + L_{ffd} i_{fd} \\
 \psi_{kd} &= -(3/2) L_{akd} i_d + L_{kfd} i_{fd} \\
 \psi_{kq} &= -(3/2) L_{akq} i_q
 \end{aligned}$$

Ahora bien, si la máquina está girando a la velocidad síncrona y no tiene carga conectada, entonces no tenemos corrientes de estator, por lo que:

$$\begin{aligned}
 i_d &= i_q \\
 e_d &= -\psi_q \\
 e_q &= \psi_d \\
 e_{fd} &= R_f i_{fd} \\
 \psi_d &= L_{afd} i_{fd} \\
 \psi_q &= 0 \\
 \psi_{fd} &= L_{ffd} i_{fd} \\
 \psi_{kd} &= L_{kfd} i_{fd} \\
 \psi_{kq} &= 0 \therefore e_d = 0, \text{ y } e_q = L_{afd} i_{fd}
 \end{aligned}$$

El voltaje terminal instantáneo de la fase a está dado por:

$$e_a = \sqrt{2} E_t \cos \omega t$$

donde  $E_t$  es el voltaje eficaz de la fase a.

$$e_a = e_d \cos \theta - e_q \operatorname{sen} \theta + e_0$$

como  $e_d = e_0 = 0$ ,

$$e_a = -e_q \operatorname{sen} \theta + e_0$$

$$\therefore e_q = \sqrt{2} E_t$$

y visto en sistema por unidad tendremos

$$e_q = E_t = L_{afd} \bar{i}_{fd}$$

Supongamos que se mide el voltaje terminal en el vacío de la fase a:



## CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

$$e_{\circ o} = E_{i_0} \text{sen } t$$

donde

$$t = \frac{\omega t}{\omega_0}$$

Cuando el generador está conectado a una carga, entonces:

$$e_a = E_i \text{sen}(t - \delta)$$

Puesto que el voltaje terminal con carga está atrasado con respecto al voltaje en el vacío un ángulo  $\delta$ ,

$$\begin{aligned} e_a &= -E_i \text{sen}(\theta - \delta) \\ \bar{e}_a &= E_i \text{sen} \delta \cos \theta - E_i \cos \delta \text{sen} \theta \end{aligned}$$

y

$$e_o = \bar{e}_d \cos \theta - \bar{e}_q \text{sen} \theta$$

por comparación tenemos que:

$$\bar{e}_d = E_i \text{sen} \delta \quad (2.46)$$

$$\bar{e}_q = E_i \cos \delta \quad (2.47)$$

Ahora volvamos a la ecuación 2.42:

$$P_i = \frac{3}{2} (e_d i_d + e_q i_q)$$

que vista en sistema por unidad sería

$$P_i = \bar{e}_d \bar{i}_d + \bar{e}_q \bar{i}_q \quad (2.48)$$

sabemos que un voltaje lo podemos ver como el producto de una reactancia por una corriente, así, recordando que:

$$\begin{aligned} e_d &= X_q i_q - R i_d \\ e_q &= X_d i_d - X_{fd} i_{fd} - R i_q = E_f - X_d i_d - R i_q \end{aligned}$$

donde  $E_f = L_{afd} i_{fd}$ , es el voltaje proporcional a la corriente de campo

Dado que no tenemos corrientes de estator, entonces tenemos:

$$\begin{aligned} \bar{e}_d &= X_q \bar{i}_q \\ \bar{e}_q &= E_f - X_d \bar{i}_d \end{aligned}$$

## CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

---

Sustituyendo las ecuaciones 2.46, 2.48 en las ecuaciones anteriores, y despejando las corrientes, tenemos:

$$\tilde{i}_d = \frac{E_f - E_t \cos \delta}{X_d} \quad (2.49)$$

$$\tilde{i}_q = \frac{E_t \sin \delta}{X_q} \quad (2.50)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.46, 2.47, 2.49, 2.50 en la ecuación 2.48, tenemos:

$$P_t = \frac{E_f - E_t \cos \delta}{X_d} (E_t \sin \delta) + \frac{E_t \sin \delta}{X_q} (E_t \cos \delta)$$

$$P_t = \frac{E_f E_t}{X_d} \sin \delta - \frac{E_t^2 \sin \delta \cos \delta}{X_d} + \frac{E_t^2 \sin \delta \cos \delta}{X_q}$$

pero  $\sin \delta \cos \delta = \frac{1}{2} \sin 2\delta$ , por lo que:

$$P_t = \frac{E_f E_t}{X_d} \sin \delta + \frac{E_t^2 (X_d - X_q)}{2X_d X_q} \sin 2\delta$$

y como el rotor que estamos manejando es cilíndrico, entonces  $X_d = X_q$ , así es que finalmente obtenemos:

$$P_t = \frac{E_f E_t}{X_d} \sin \delta \quad (2.51)$$

### 2.5 MODELO DE ORDEN REDUCIDO:

Tradicionalmente, la estabilización de sistemas de potencia era establecida por reguladores lineales como un regulador automático de voltaje (AVR), el sistema gobernador de velocidad y estabilizador del sistema de potencia (PSS). Estos compensadores asumían un modelo lineal del sistema de potencia.

Debido al aumento de la demanda, la tendencia es tener sistemas de potencia operando muy cerca de sus límites y por lo tanto fuera del dominio lineal del mismo. Las no-linealidades empiezan a tener un efecto significativo.

Es por eso que proponemos el diseño de un controlador no lineal, el cual toma en cuenta todas las no-linealidades del modelo. Los objetivos del controlador son las de regular el voltaje en las terminales y el ángulo de potencia interno. Las entradas de control son el voltaje de excitación del campo y la potencia mecánica entregada por la turbina.

El modelo considerado es un sistema con máquina única y bus infinito, como se puede observar en la figura 2.6. La máquina es un generador síncrono impulsado por una turbina.

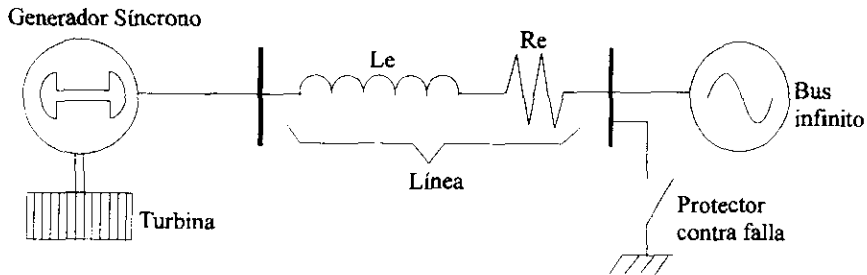


Figura 2.6 Máquina única con bus infinito.

Como ya sabemos, los términos  $\psi_d$  y  $\psi_q$  representan los transitorios del estator dentro de las ecuaciones:

$$e_d = \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \frac{d\theta}{dt} - R_a i_d \quad (2.37)$$

$$e_q = \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \frac{d\theta}{dt} - R_a i_q \quad (2.38)$$

Si despreciamos dichos términos, las cantidades del estator contendrán solamente componentes de la frecuencia fundamental y aparecerán como ecuaciones algebraicas.

$$e_d = -\psi_q \omega_r - R_a i_d$$

$$e_q = \psi_d \omega_r - R_a i_q$$

Los transitorios asociados con la red completa decaen muy rápido, y por tal motivo no es necesario modelar sus efectos en estudios de estabilidad. [8]

## CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

Por otro lado, cuando hablamos en p.u. o sistemas por unidad, la velocidad sincrónica  $\omega_r$  la igualamos a 1.0 en las ecuaciones de estator. Lo cual no es lo mismo a decir que la velocidad es constante; sino que dicha velocidad tiene variaciones muy pequeñas y que estas no tienen un efecto significativo en el voltaje.

Igualando  $\omega_r$  a cero, las ecuaciones de voltaje del estator se reducen a:

$$e_d = -\psi_q - R_a i_d \quad (2.52)$$

$$e_q = \psi_d - R_a i_q \quad (2.53)$$

Ahora observemos la ecuación de potencia eléctrica en p.u.

$$P_t = e_d i_d + e_q i_q \quad (2.54)$$

si sustituimos los valores de  $e_d$  y  $e_q$  de las ecuaciones 2.52 y 2.53 en la ec. 2.48 tenemos que:

$$\begin{aligned} P_t &= (-\psi_q - R_a i_d) i_d + (\psi_d - R_a i_q) i_q \\ P_t &= (\psi_d i_q - \psi_q i_d) - R_a (i_d^2 + i_q^2) \\ P_t &= T_e - R_a I_t^2 \end{aligned} \quad (2.55)$$

Pero sabemos que la potencia en las terminales del estator  $P_e$  es igual a la potencia interna del generador más las pérdidas en los devanados de estator, por lo que:

$$P_e = P_t + R_a I_t^2$$

si sustituimos la ecuación 2.55 en la ecuación anterior:

$$\begin{aligned} P_e &= (T_e - R_a I_t^2) + R_a I_t^2 \\ P_e &= T_e \end{aligned} \quad (2.56)$$

Normalmente,  $P_e = \omega_r T_e$ . Pero como  $\omega_r = 1$  p.u. en las ecuaciones de voltaje del estator, entonces la ecuación 2.56 solamente se cumple en p.u.

Para una simplificación completa del modelo, es conveniente despreciar los efectos de amortiguamiento en el generador, dado que dichos parámetros son muy pequeños y difíciles de medir.

Con los circuitos de amortiguamiento despreciados, las ecuaciones de voltaje en el estator no cambian. Sin embargo, las ecuaciones de los flujos de encadenamiento 2.31, 2.32 y 2.34 se reducen a:

**CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO**

$$\psi_d = -L_d i_d + L_{ad} i_{fa} \quad (2.57)$$

$$\psi_q = -L_q i_q \quad (2.58)$$

$$\psi_{fa} = L_{fa} i_{fa} - L_{ad} i_d \quad (2.59)$$

y la ecuación 2.22 se mantiene de la misma forma:

$$e_{fa} = \frac{d\psi_{fa}}{dt} + R_{fa} i_{fa} \quad (2.60)$$

ó

$$\frac{d\psi_{fa}}{dt} = e_{fa} - R_{fa} i_{fa}$$

La ecuación 2.60 es ahora la única ecuación diferencial asociada con las características eléctricas del generador. En todas las ecuaciones anteriores las cantidades, incluido el tiempo, están dados en p.u.

Las ecuaciones 2.57 a la 2.60 pueden ser representadas por las siguientes variables:

$$\begin{aligned} E_I &= L_{ad} i_{fa} = \text{voltaje proporcional a } i_{fa}. \\ E_q' &= (L_{ad} \psi_{fa}) / L_{fd} = \text{voltaje proporcional a } \psi_{fa}. \\ E_{fd} &= (L_{ad} e_{fa}) / R_{fd} = \text{voltaje proporcional a } e_{fa}. \end{aligned}$$

Ahora la ecuación 2.57 la podemos expresar:

$$\psi_d = -L_d i_d + E_I \quad (2.61)$$

Multiplicando la ecuación 2.59 por  $(L_{ad}/L_{fa})$  y expresándola en términos de las nuevas variables se tiene que:

$$E_q' = -\frac{L_{ad}^2}{L_{fa}} i_d + E_I \quad (2.62)$$

Multiplicando la ecuación 2.60 por  $(L_{ad}/L_{fa})$  automáticamente obtenemos:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{L_{ad}}{L_{fa}} \psi_{fa} \right) = \frac{L_{ad}}{L_{fa}} \cdot P \quad (2.63)$$

E 6023386

CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

y si denominamos:

$$T'_{d0} = \frac{L_{fd}}{R_{fd}} \quad (2.64)$$

y

$$L_d - L'_d = \frac{L_{ad}^2}{L_{fd}}$$

siendo  $T'_{d0}$  la constante de tiempo del transitorio en circuito abierto.

Retomando la ecuación 2.62 y sustituyendo los valores de la ec. 2.64 obtenemos:

$$E_q' = E_f - (L_d - L'_d)i_d \quad (2.65)$$

Expresando la ecuación 2.63 en los nuevos términos:

$$\frac{d}{dt}(E_q') = \frac{1}{T'_{d0}}(E_{fd} - E_f) \quad (2.66)$$

despejando  $E_f$  de la ecuación 2.65 y sustituyéndola en la ecuación 2.66 se obtiene:

$$\frac{d}{dt}(E_q') = \frac{1}{T'_{d0}}(E_{fd} - E_q' + (L'_d - L_d)i_d) \quad (2.67)$$

recordando las ecuaciones 2.49 y 2.50

$$i_d = \frac{E_f - E_f \cos \delta}{X_d} \quad (2.49)$$

$$i_q = \frac{E_f \sin \delta}{X_q} \quad (2.50)$$

La ecuación 2.67 finalmente se puede escribir como:

$$\frac{d}{dt}(E_q') = \frac{1}{T'_{d0}} \left( -\frac{(L'_d - L_d)E_f}{L_d} \cos \delta - E_q' + \left[ \frac{(L'_d - L_d)}{L_d} E_f + E_{fd} \right] \right) \quad (2.68)$$

pero sabemos que  $E_f = L_{ad} i_{fd}$ , por lo que si lo sustituimos en la ecuación 2.68 y retomamos los valores de  $E_q'$ ,  $T'_{d0}$ ,  $E_{fd}$ , tenemos que:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{L_{ad}}{L_{fd}} \psi_{fd} \right) = \frac{R_{fd}(L_d - L_d')}{(L_{ad} + L_{fd})L_d} E_t \cos \delta - \frac{R_{fd}L_{ad}}{(L_{ad} + L_{fd})^2} \psi_{fd} + \frac{R_{fd}(L_d' - L_d)L_{ad}}{(L_{ad} + L_{fd})L_d} i_{fd} + \frac{L_{ad}}{L_{ad} + L_{fd}} e_{fd} \quad (2.69)$$

De la ecuación 2.60 sabemos que

$$i_{fd} = \frac{1}{R_{fd}} \left( \frac{d\psi_{fd}}{dt} - e_{fd} \right)$$

si sustituimos la ecuación anterior en la ecuación 2.69 y reacomodamos la ecuación

$$\psi_{fd} = \frac{R_{fd}(L_d - L_d')}{L_{ad}L_d'} E_t \cos \delta - \frac{R_{fd}L_d}{L_{fd}L_d'} \psi_{fd} + e_{fd} \quad (2.70)$$

si volvemos a multiplicar toda la ecuación por  $(L_{ad}/L_{fd})$  y retomamos los valores de  $E_q'$  y  $T_{d0}'$  finalmente tenemos:

$$E_q' = \frac{(L_d - L_d')}{T_{d0}'L_d'} E_t \cos \delta - \frac{L_d}{T_{d0}'L_d'} E_q' + \frac{L_{ad}}{T_{d0}'R_{fd}} e_{fd} \quad (2.71)$$

vale la pena recordar que como  $\omega_r = 1$ , entonces  $X = \omega_r L = L$

Vayamos a la ecuación electromecánica del rotor:

$$M\omega_r = P_m - P_t - D(\omega_r - \omega_0) \quad (2.72)$$

donde

$\omega_0$  = es la velocidad síncrona del rotor

$P_m$  = es la potencia mecánica otorgada por la turbina

$P_t$  = es la potencia de salida del estator

Si representamos a  $P_t$  en términos de nuestras nuevas variables, tenemos:

$$P_t = E_q' i_q + (L_d' - L_q') i_d i_q \quad (2.73)$$

Como estamos hablando de un rotor cilíndrico, entonces  $L_d = L_q$  y por lo tanto

$$P_t = E_q' i_q \quad (2.74)$$

Si sustituimos el valor de  $i_q$  de la ecuación 2.50 en la ecuación 2.70 resulta que:

$$P_t = \frac{E_t}{L_q} E_q' \text{sen } \delta \quad (2.75)$$

sustituyendo la ecuación 2.75 en la 2.72 tenemos:

$$\omega_r = \frac{1}{M} \left[ -\frac{E_t}{L_q} E_q' \text{sen } \delta - D(\omega_r - \omega_0) + P_m \right] \quad (2.76)$$

finalmente, las ecuaciones 2.71, 2.76 se ven complementadas con la ecuación básica 2.77, la cual nos muestra que la velocidad sincrónica es igual a la variación del ángulo de potencia:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_0 \quad (2.77)$$

Las ecuaciones 2.52 y 2.53 pueden ser expresadas en los mismos términos que las demás y su estructura sería: [9]

$$\begin{aligned} e_d &= -R_a i_d - L_d' i_q' + E_d' \\ e_q &= -R_a i_q + L_d' i_d' + E_q' \end{aligned} \quad (2.78)$$

Las ecuaciones 2.77, 2.76 y 2.71 son las ecuaciones diferenciales del generador y junto con las ecuaciones algebraicas 2.78, muestran todo el comportamiento de nuestra máquina sincrónica.

Para mayor facilidad rescribiremos dichas ecuaciones diferenciales en forma reducida y con constantes condensadas:

$$\delta = \omega_r - \omega_0 \quad (2.79)$$

$$\omega_r = -A_1 E_q' \text{sen } \delta - A_2 (\omega_r - \omega_0) + A_3 P_m \quad (2.80)$$

$$E_q' = A_4 \cos \delta - A_5 E_q' + A_6 e_{fd} \quad (2.81)$$



## CAPÍTULO II TEORÍA Y MODELADO DEL GENERADOR SÍNCRONO

---

donde:

$$A_1 = \frac{E_1}{ML_q} \quad , \quad A_2 = \frac{D}{M} \quad , \quad A_3 = \frac{1}{M} \quad , \quad A_4 = \frac{(L_d - L_d')}{T_{d0}' L_d'} E_1 \quad ,$$
$$A_5 = \frac{L_d}{T_{d0}' L_d'} \quad , \quad A_6 = \frac{L_{ad}}{T_{d0}' R_{fd}}$$

## CAPÍTULO III ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Se le denomina estado de equilibrio del sistema. Si el sistema es lineal, invariante en el tiempo, es decir, si  $f(x, t) = Ax$ , entonces existe un solo estado de equilibrio si  $A$  es no singular, y hay infinitos estados de equilibrio si  $A$  es singular. Para sistemas no lineales puede haber uno o más estados de equilibrio. Estos estados corresponden a las soluciones constantes del sistema ( $x=x_e$  para todo  $t$ ). La determinación de los estados de equilibrio no incluye la solución de las ecuaciones diferenciales del sistema, ecuación (3.1), sino solamente la solución de la ecuación (3.2).

*Estabilidad en el sentido de Lyapunov.*- Se designará una región esférica de radio  $k$ , alrededor de un estado de equilibrio  $x_e$  como

$$\|x - x_e\| \leq k$$

donde  $\|x - x_e\|$ , se denomina norma euclidiana.

Sea  $S(\delta)$  la región que contiene todos los puntos tales que

$$\|x_0 - x_e\| \leq \delta$$

y  $S(\epsilon)$  la región que contiene todos los puntos tales que

$$\|\phi(t; x_0, t_0) - x_e\| \leq \epsilon \quad \text{para todo } t \geq t_0$$

Se dice que un estado de equilibrio  $x_e$  del sistema de la ecuación (3.1) es estable en el sentido de Lyapunov si, para cada rango de  $S(\epsilon)$ , existe una  $S(\delta)$  tal que las trayectorias que se inician en  $S(\delta)$  no salgan de  $S(\epsilon)$  al crecer  $t$  indefinidamente. El número real  $\delta$  depende de  $\epsilon$ , y en general, también depende de  $t_0$  [11].

*Estabilidad asintótica.*- Se dice que un estado de equilibrio  $x_e$  del sistema de la ecuación (3.1) es asintóticamente estable, si es estable en el sentido de Lyapunov y si toda solución que sale desde el interior de  $S(\delta)$  converge hacia  $x_e$  sin abandonar  $S(\epsilon)$ , al crecer  $t$  indefinidamente. Por lo general se requiere algún conocimiento sobre el tamaño de la región más grande de estabilidad asintótica. Esta región se denomina dominio de atracción. Es la parte del espacio de estado en la que se originan los trayectos asintóticamente estables. En otras palabras, cada trayecto que se inicia en el dominio de atracción es asintóticamente estable.

*Estabilidad asintótica en forma global.*- Si la estabilidad asintótica se mantiene en todos los estados desde los que se originan las trayectorias, se dice que el estado de equilibrio es asintóticamente estable en forma total. Esto es, el estado de equilibrio  $x_e$  del sistema dado por la ecuación (3.1), se dice que es asintóticamente estable en forma total si es estable y si toda solución converge hacia  $x_e$ , al incrementar  $t$  indefinidamente.

*Inestabilidad.*- Se dice que un estado de equilibrio  $x_c$  es inestable si para algún número real  $\epsilon > 0$  y para cualquier número real  $\delta > 0$ , por pequeño que sea, siempre hay un estado  $x_0$  en  $S(\delta)$ , tal que la trayectoria que comienza en este estado sale de  $S(\epsilon)$ .

Una representación gráfica de las definiciones dadas, aclarará estos conceptos. Se considerará el caso bidimensional. En las figuras 3.1(a), (b) y (c) se observan estados de equilibrio y trayectorias típicas correspondientes a estabilidad, estabilidad asintótica e inestabilidad, respectivamente.

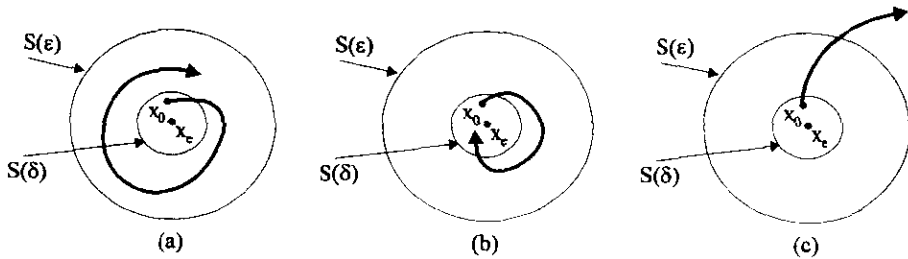


Figura 3.1 Estabilidad, Estabilidad asintótica e Inestabilidad.

*Funciones asintóticas definidas positivas.*- Se dice que una función escalar  $V(x)$  es definida positiva en una región  $\Omega$ , si  $V(x) > 0$  para todos los estados  $x$  no cero en la región  $\Omega$ , y  $V(0) = 0$ .

Se dice que una función variable en el tiempo  $V(x, t)$  es definida positiva en una región  $\Omega$ , si está acotada por abajo por una función invariante en el tiempo definida positiva, es decir, si existe una función definida positiva  $V(x)$  tal que

$$\begin{aligned} V(x, t) &> V(x) && \text{para todo } t \geq t_0 \\ V(0, t) &= 0 && \text{para todo } t \geq t_0 \end{aligned}$$

*Funciones escalares definidas negativas.*- Se dice que una función escalar  $V(x)$  es definida negativa, si  $-V(x)$  es definida positiva.

*Funciones escalares semidefinidas positivas.*- Se dice que una función escalar  $V(x)$  es semidefinida positiva, si es positiva en todos los estados en la región  $\Omega$ , excepto en el origen y en algunos otros estados donde es cero.

*Funciones escalares no definidas.*- Se dice que una función escalar  $V(x)$  es no definida, si en la región  $\Omega$  toma valores tanto positivos como negativos, por pequeña que sea la región  $\Omega$ .

*Segundo método de Lyapunov:*

De la teoría clásica de la mecánica se sabe que un sistema vibratorio es estable si su energía total (que es una función definida positiva), es continuamente decreciente (lo que significa que la derivada respecto de tiempo, de la energía total, debe ser definida negativa), hasta alcanzar el estado de equilibrio.

El segundo método de Lyapunov está basado en una generalización de este hecho: si el sistema tiene un estado de equilibrio asintóticamente estable, entonces la energía almacenada del sistema desplazado dentro del dominio de atracción, disminuye al crecer el tiempo hasta que finalmente alcanza su valor mínimo en el estado de equilibrio. Sin embargo, para sistemas puramente matemáticos, no hay forma simple de definir una "función de energía". Para eliminar esta dificultad, Lyapunov introdujo una función ficticia de energía, la función de Lyapunov. No obstante, esta idea es de mayor aplicación que la de la energía. De hecho, cualquier función escalar que satisfaga las hipótesis de los teoremas de estabilidad de Lyapunov, puede servir como función de Lyapunov.

*Teorema principal de estabilidad de Lyapunov.*- Se puede demostrar que si una función escalar  $V(x)$ , donde  $x$  es un vector de dimensión  $n$ , es definida positiva, entonces el estado  $x$  que satisface

$$V(x) = C$$

donde  $C$  es una constante positiva, quedan sobre una hipersuperficie cerrada en el espacio de estado de dimensión  $n$ , al menos en la vecindad del origen. Si  $V(x) \rightarrow \alpha$  cuando  $\|x\| \rightarrow \alpha$ , entonces esas superficies cerradas se extienden a todo el espacio de estado. La hipersuperficie  $V(x) = C_1$ , queda enteramente dentro de la hipersuperficie  $V(x) = C_2$ , si  $C_1 < C_2$ .

Para un determinado sistema, si se puede hallar una función escalar  $V(x)$  definida positiva, tal que su derivada en el tiempo tomada a lo largo de un trayecto es siempre negativa, entonces al crecer el tiempo,  $V(x)$  toma valores más y más pequeños de  $C$ . Al crecer el tiempo  $V(x)$  finalmente se reduce a cero y, por lo tanto, también  $x$  se reduce a cero. Esto implica la estabilidad asintótica del origen del espacio de estado. El teorema principal de estabilidad de Lyapunov, que es una extensión del caso general, de los hechos precedentes, brinda una condición suficiente para la estabilidad asintótica.

*Teorema 1.*- Supóngase que un sistema está descrito por

$$\dot{x} = f(x, t)$$

donde

$$f(0, t) = 0 \quad \text{para todo } t$$

### CAPÍTULO III ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

---

Si existe una función escalar  $V(x, t)$  con primeras derivadas parciales continuas que satisface las siguientes condiciones,

1.  $V(x, t)$  es definida positiva
2.  $V(x, t)$  es definida negativa

entonces el estado de equilibrio en el origen es uniforme y asintóticamente estable.

Si además,  $V(x, t) \rightarrow \alpha$  cuando  $\|x\| \rightarrow \alpha$ , entonces el estado de equilibrio en el origen es asintóticamente estable, en forma total.

*Teorema 2.-* Supóngase que un sistema está descrito por

$$\begin{aligned} & \text{donde} & x &= f(x, t) \\ & & f(0, t) &= 0 & \text{para todo } t \geq t_0 \end{aligned}$$

Si hay una función escalar  $V(x, t)$  con primeras derivadas parciales continuas que satisface las siguientes condiciones,

1.  $V(x, t)$  es definida positiva
2.  $V(x, t)$  es semidefinida negativa
3.  $V(\phi(t, x_0, t_0), t)$  no se extingue en  $t \geq t_0$  para cualquier  $t_0$  y cualquier  $x_0 \neq 0$ ,  
donde  $\phi(t; x_0, t_0)$  indica la trayectoria o solución que sale de  $x_0$  y  $t_0$ ,

Entonces el estado de equilibrio en el origen del sistema es uniforme y asintóticamente estable en forma total.

*Inestabilidad.-* Si un estado de equilibrio  $x = 0$  de un sistema es inestable, entonces existe una función escalar  $W(x, t)$  que determina la inestabilidad del estado de equilibrio. A continuación, se presenta un teorema sobre inestabilidad.

*Teorema 3.-* Supóngase que un sistema está descrito por

$$\begin{aligned} & \text{donde} & x &= f(x, t) \\ & & f(0, t) &= 0 & \text{para todo } t \geq t_0 \end{aligned}$$

Si hay una función escalar  $W(x, t)$ , con primeras derivadas parciales continuas que satisface las siguientes condiciones,

### CAPÍTULO III ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

---

1.  $W(x, t)$  es definida positiva en alguna región alrededor del origen
2.  $\dot{W}(x, t)$  es definida positiva en la misma región,

entonces el estado de equilibrio en el origen es inestable.

Para la obtención de funciones de energía en los sistemas no-lineales es necesario usar métodos de construcción de dichas funciones, a continuación se verá uno de ellos.

*Método basado en primeras integrales.*- Este método de construcción de funciones de Lyapunov está basado en una combinación lineal de primeras integrales de los sistemas de ecuaciones.

Primero tenemos que definir lo que entendemos por primera integral. Consideremos

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.3)$$

que se puede escribir de forma matricial:

$$\dot{x} = f(x), f(0) = 0 \quad (3.4)$$

Mediante una primera integral entenderemos que existe una función diferenciable  $G(x_1, x_2, \dots, x_n)$  definida en el dominio de  $D$  del espacio de estados, la cual cuando  $\dot{x}_i$  constituye una solución ésta asume un valor constante  $C$ . La existencia de una primera integral puede ser usada para definir un sistema conservativo.

Una condición necesaria y suficiente para que el sistema descrito en la ecuación (3.4) tenga una primer integral está dada por

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.5)$$

Si lo anterior se cumple entonces  $G$  existe. Si al manipular las ecuaciones para la obtención de  $G(x)$ , ésta resulta ser definida positiva alrededor del origen y además  $G(x) = 0$ , entonces  $G(x)$  es una función de energía de Lyapunov y el origen es estable.

### 3.3 ESTABILIDAD DEL GENERADOR SÍNCRONO:

Se ha dicho que para poder librar una falla es necesario saber la región de atracción alrededor del punto de equilibrio estable después de la falla. Esto es posible mediante la construcción de una función de Lyapunov  $V(x)$  para el sistema después de la falla y definiendo una región  $\Omega$  en la cual  $0 < V(x) < C$  y  $\dot{V}(x) < 0$ . Si  $\dot{V}(x) = 0$  dentro de  $\Omega$ .

### CAPÍTULO III ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

---

Entonces los puntos  $V(x) = 0$  no deben constituir una trayectoria del sistema exceptuando el caso en que  $x = 0$ .

La exactitud para que el tiempo de disparo se aproxime al tiempo de liberación actual depende de la calidad de  $V(x)$  y del valor de  $C$ , el cual define a  $\Omega$ .

*Sistema con una sola máquina.*- Consideremos una máquina síncrona conectada a un bus infinito, cuya ecuación dinámica está dada por

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} = P - P_e \text{ sen } \delta \quad (3.6)$$

Donde  $P_e \text{ sen } \delta = P_t = (E_t E_f / X_d) \text{ sen } \delta$ , que es la potencia eléctrica generada  $P_t$  (ver ecuación 2.51) y  $P = P_m - E_t^2 G_{11}$ .  $P_m$  es la potencia mecánica a la entrada,  $E_t$  es el voltaje interno en la máquina,  $E_t$  es el voltaje en el bus infinito y  $G_{11}$  es la conductancia propia en el bus interno después de eliminar el bus del generador cuando la carga, si hay, es convertida a una admitancia constante

La ecuación (3.6) tiene puntos de equilibrio dados por la solución de la ecuación algebraica no-lineal:

$$P - P_e \text{ sen } \delta = 0 \quad (3.7)$$

Si despejamos:

$$P = P_e \text{ sen } \delta \quad (3.8)$$

La figura 3.2 muestra gráficamente la localización de los dos puntos de equilibrio involucrados en la ecuación 3.8.

Dichos puntos representan el cruce de la función de la ecuación 3.8 y el valor constante de la potencia  $P$ , el cual depende directamente de la potencia mecánica aplicada a la flecha del generador por medio de una turbina.

Los superíndices (s) y (u) indican estabilidad (stable) e inestabilidad (unstable) respectivamente, debido a que la notación está basada en textos escritos en inglés.

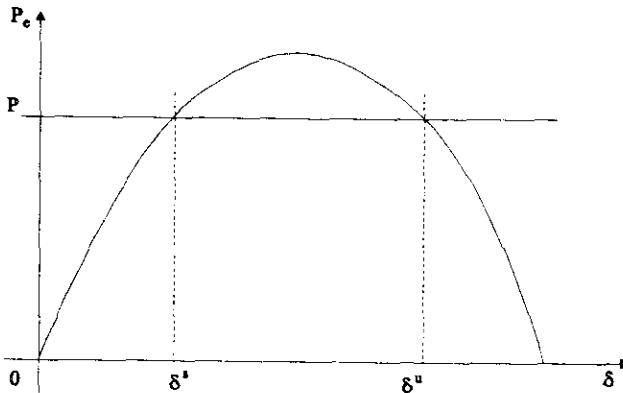


Figura 3.2 Puntos de equilibrio

Las soluciones de esta ecuación en un intervalo de  $-\pi$  a  $+\pi$  son:

$$(i) \quad \delta = \delta' = \text{sen}^{-1} \frac{P}{P_c}$$

$$(ii) \quad \delta = \delta'' = \pi - \text{sen}^{-1} \frac{P}{P_c} = \pi - \delta'$$

Analicemos la ecuación 3.6 junto con la figura 3.2: Si el valor de  $\delta$  es menor que  $\delta''$ , el comportamiento dinámico nos indica que:

$$P - P_c \text{sen} \delta > 0$$

por lo tanto, en la ecuación 3.6 se nos presenta una aceleración positiva, lo cual producirá un incremento en  $\delta$ .

El paso siguiente es evaluar la ecuación 3.6 en el punto  $\delta''$ :

$$P - P_c \text{sen} \delta'' = 0$$

lo que provocaría que la aceleración sea nula, y por lo tanto, el sistema tiende a quedarse en esa condición.

Si evaluamos la ecuación 3.6 en un punto próximo pero mayor a  $\delta''$ , tendríamos una desaceleración, y por lo tanto el valor de  $\delta$  decrecería hasta tomar de nuevo el valor de  $\delta''$ .



Ahora bien, si efectuamos lo mismo en el punto  $\delta^u$ , veremos que si  $\delta$  tiene un valor próximo, pero menor a  $\delta^u$ , entonces el sistema se desacelera y  $\delta$  tiende a tomar el valor de  $\delta^s$ . Si hacemos que  $\delta$  tome el valor de  $\delta^u$ , entonces tendremos una aceleración nula, por lo que el sistema tenderá a quedarse en esa posición. Sin embargo, si  $\delta$  toma un valor un poco mayor que  $\delta^u$ , entonces el sistema tiene una aceleración positiva, y  $\delta$  empieza a crecer y crecer sin tener una tendencia mas que la de acelerar al sistema cada vez más.

Es fácil verificar entonces que  $\delta^s$  es el punto de equilibrio estable y  $\delta^u$  es el punto de equilibrio inestable.

Para el análisis de estabilidad de Lyapunov, es conveniente transferir el punto de equilibrio estable posfalla al origen mediante la transformación  $x = \delta - \delta^s$ . Así, la ecuación (3.6) se transforma en

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + D \frac{dx}{dt} = P_s \text{ sen } \delta^s - P_s \text{ sen}(x + \delta^s) = -(P_s \text{ sen}(x + \delta^s) - P_s \text{ sen } \delta^s) \quad (3.9)$$

La ecuación (3.9) se puede ver de la forma de variable de estados mediante la definición de

$$x_1 = x = \delta - \delta^s, x_2 = \dot{x} = \dot{\delta} = \omega.$$

De este modo

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{D}{M}x_2 - \frac{1}{M}f(x_1) \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde  $f(x_1) = P_s \text{ sen}(x_1 + \delta^s) - P_s \text{ sen } \delta^s$ . La ecuación (3.10) tiene su origen en  $x_1 = x_2 = 0$  el cual es su punto de equilibrio estable. La no-linealidad  $f(x_1)$  tiene una propiedad importante, a saber que ésta pasa por el origen y se encuentra en el primer y tercer cuadrantes en una región alrededor del origen (Figura 3.3).

La no-linealidad  $f(x_1)$  es curva del ángulo de potencia  $P_s \text{ sen } \delta$ , la cual es recorrida hacia abajo mediante la operación  $P = P_s \text{ sen } \delta^s$  y con el origen movido a  $\delta = \delta^s$  (Figura 3.4). Es fácil verificar que la intersección con línea horizontal de la constante  $P$  en la Figura 3.4 ocurre en  $\delta^s, \pi - \delta^s, -\pi - \delta^s$ . Ésta gráfica es muy usada en sistemas multimáquinas cuando se está discutiendo sobre los puntos de equilibrio inestables

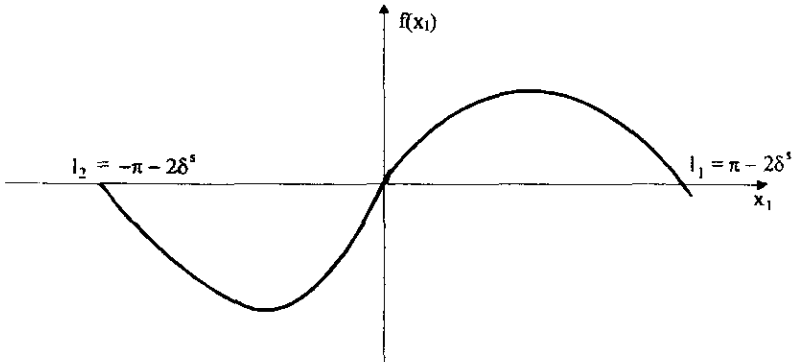


Figura 3.3 La no-linealidad  $f(x_1)$

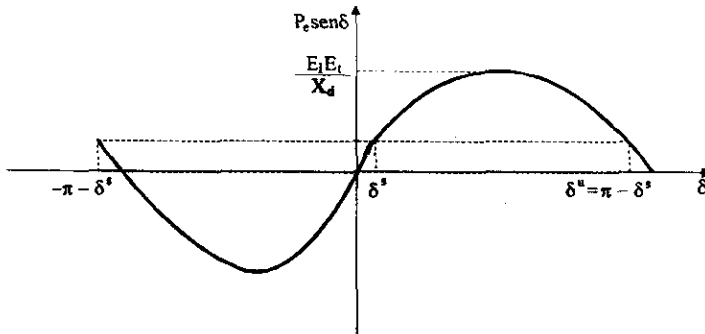


Figura 3.4 No-linealidad del ángulo de potencia

*Método de las primeras integrales y el criterio de áreas iguales.* - En esta sección, crearemos un encadenamiento entre el método de Lyapunov y el criterio de áreas iguales el cual es generalmente usado para casos en los que no existe disipación de energía. Aplicaremos el método de las primeras integrales discutido en la sección anterior:

Consideremos la ecuación de giro (3.6) con  $D = 0$

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P - P_e \text{sen } \delta \quad (3.11)$$

las ecuaciones de estado son

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{M}f(x_1) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Partiendo de que  $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0$ , La ecuación (3.12) tiene una primer integral  $V(x_1, x_2) = C$ .

De la ec. (3.12) obtenemos que:

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{x_2}{(-1/M)f(x_1)} \quad (3.13)$$

La primera integral es obtenida como

$$\begin{aligned} V(x_1, x_2) &= \frac{x_2^2}{2} + \frac{1}{M} \int_0^{x_1} f(u) du \\ &= \frac{x_2^2}{2} + \frac{1}{M} \int_0^{x_1} (P_e \operatorname{sen}(u + \delta') - P_e \operatorname{sen} \delta') du \end{aligned} \quad (3.14)$$

Multiplicando el lado derecho de la ecuación (3.14) por M y evaluando la integral, tenemos

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2} M x_2^2 - P_e \cos(x_1 + \delta') + P_e \cos \delta' - x_1 P_e \operatorname{sen} \delta' \quad (3.15)$$

Es fácil verificar que  $V(x_1, x_2) = 0$ , ya que  $V(x_1, x_2)$  es una constante positiva y siendo  $V > 0$  y  $\dot{V} = 0$ , el origen es estable en el sentido de Lyapunov. Para describir a V en sus variables físicas, sustituimos las variables  $x_1 = \delta - \delta'$  y  $x_2 = \dot{\delta} = \omega_r - \omega_0$  en la ecuación (3.15), la cual se transforma en

$$V(\delta, \omega_r) = \frac{1}{2} M (\omega_r - \omega_0)^2 - P_e \cos \delta + P_e \cos \delta' - (\delta - \delta') P_e \operatorname{sen} \delta' \quad (3.16)$$

Como  $P = P_e \operatorname{sen} \delta'$

$$V(\delta, \omega_r) = \frac{1}{2} M (\omega_r - \omega_0)^2 - P_e (\cos \delta - \cos \delta') - (\delta - \delta') P \quad (3.17)$$

Los contornos  $V$  constantes en el espacio de estados se muestran en la Figura 3.5. Partiendo de que  $V(\delta, \omega_r)$  es solamente una 1er integral de movimiento, los contornos constantes  $V$  son solamente las trayectorias en el plano de fase.

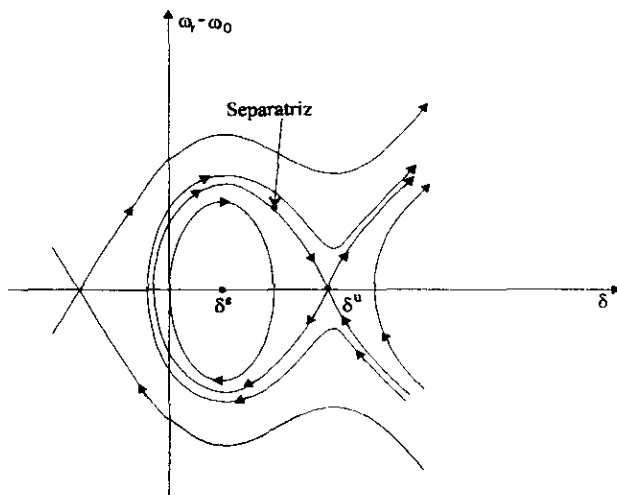


Figura 3.5 Contornos  $V$  trayectorias de fase en el plano  $\delta-(\omega_r-\omega_0)$

Fisicamente  $(1/2)M(\omega_r - \omega_0)^2 = V_k$  se definirá como la energía cinética y  $-[P(\delta-\delta^s) + P_s(\cos\delta - \cos\delta^s)]$  será la energía potencial. La energía potencial puede ser interpretada como la suma de la energía posicional del rotor  $-P(\delta - \delta^s)$  y la energía magnética almacenada en la reactancia  $X_d : -P_s(\cos\delta - \cos\delta^s)$ . Partiendo de que el sistema es conservativo (no hay disipación de energía), entonces:

$$V(\delta, \omega_r) = V_k(\omega_r) + V_p(\delta) = \text{constante} \quad (3.18)$$

En la figura 3.5 la separatriz que pasa a través del punto silla  $(\delta^u, 0)$  está definida por la curva  $V$  constante  $V(\delta, \omega_r) = V(\delta^u, 0)$ . La región cerrada dentro de la separatriz se define como la región de estabilidad. Nótese que las trayectorias circundan al punto  $(\delta^s, 0)$  hasta que éstas salen de su dominio y caen en el dominio de  $(\delta^u, 0)$ , pero un valor mayor a este punto provoca que la trayectoria salga de la región de estabilidad.

Ahora observemos la figura 3.6, la cual nos muestra el criterio de estabilidad por igualación de áreas.

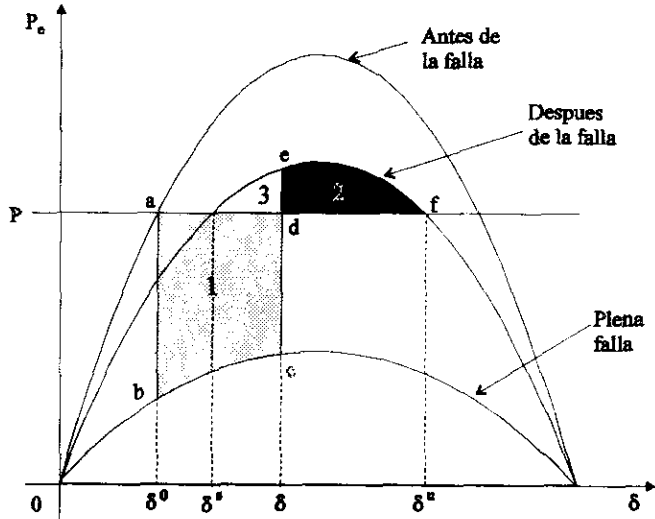


Figura 3.6 Criterio de Áreas iguales

De la figura 3.6 y la ecuación (3.17),  $V(\delta^u, 0) = -P(\delta^u - \delta^s) - P_e(\cos\delta^u - \cos\delta^s) = \text{Área2} + \text{Área3}$ . Durante el periodo de falla:  $M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P - P_e^f \sin\delta$  donde  $P_e^f = \frac{E_t E_t}{x_f}$ , y  $X_f$  es la reactancia entre el nodo interno y el bus infinito durante el periodo de la falla.

$$\text{Área1} = \int_{\delta^0}^{\delta} (P - P_e^f \sin\delta) d\delta = \int_{\delta^0}^{\delta} M \frac{d\omega_r}{dt} d\delta = \int_{\delta^0}^{\delta} M \omega_r d\omega_r = \frac{1}{2} M (\omega_r - \omega_0)^2$$

Partiendo de que  $\omega_r - \omega_0 = 0$  en el punto de operación antes de la falla, entonces, para la ecuación (3.17)  $V(\delta, \omega_r) = \text{Área1} + \text{Área3}$ . La región de estabilidad está definida por:

$$\begin{aligned} V(\delta, \omega_r) &< V(\delta^u, 0) \\ \therefore \text{Área1} + \text{Área3} &< \text{Área2} + \text{Área3} \\ \therefore \text{Área1} &< \text{Área2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Precisamente la desigualdad anterior es el criterio de áreas manejado en la literatura convencional.

Retomando las ecuaciones dinámicas del generador síncrono ubicadas al final del capítulo anterior, tenemos:

$$\delta = \omega_r - \omega_0 \quad (2.79)$$

$$\dot{\omega}_r = -A_1 E_q' \text{sen} \delta - A_2 (\omega_r - \omega_0) + A_3 P_m \quad (2.80)$$

$$E_q' = A_4 \cos \delta - A_5 E_q' + A_6 e_{fd} \quad (2.81)$$

Los puntos de equilibrio del sistema son aquellos que hacen que las ecuaciones anteriores igualadas a cero se cumplan, por lo tanto, es fácil ver que  $\omega_r = \omega_0$  en el punto de equilibrio y nuestro problema se reduce a las soluciones de las siguientes dos ecuaciones:

$$A_3 P_m = A_1 E_q' \text{sen} \delta \quad (3.20)$$

$$A_6 e_{fd} = -A_4 \cos \delta + A_5 E_q' \quad (3.21)$$

Ya hemos observado que existen dos  $\delta$ , una estable  $\delta^s$  y otra inestable  $\delta^u$ , las cuales al sustituirlas en cualquiera de las dos ecuaciones anteriores nos regresan como resultado una  $E_q^s$  estable y otra  $E_q^u$  inestable. A nosotros nos interesa que el sistema trabaje bajo condiciones estables, por lo que su operación se analizará con los parámetros:

$$\begin{vmatrix} \delta \\ \omega_r - \omega_0 \\ E_q' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta' \\ 0 \\ E_q'^s \end{vmatrix} \quad (3.22)$$

Para probar la estabilidad del sistema en estos puntos, es necesario usar una función de energía adecuada, para que cumpla el teorema de estabilidad de Lyapunov descrito en la sección anterior.

Ahora bien, usaremos la ecuación (3.17) obtenida por el método de las primeras integrales.

$$V(\delta, \omega_r) = \frac{1}{2} M (\omega_r - \omega_0)^2 - P_s (\cos \delta - \cos \delta^*) - (\delta - \delta^*) P \quad (3.17)$$

Recordemos la ecuación (2.75) del capítulo anterior y sustituyamos su valor en la ecuación (3.17) y dividimos toda la ecuación por M entonces ahora tenemos:

$$V(\delta, \omega_r) = \frac{1}{2}(\omega_r - \omega_0)^2 - A_1 E_q' (\cos \delta - \cos \delta^s) - A_3 P_m (\delta - \delta^s) \quad (3.23)$$

La ecuación anterior es definida positiva, ya que su procedencia nos lo asegura.

Ahora bien, no hemos involucrado ningún término en el que intervenga  $E_q''$ , así que se ha propuesto un cuarto término en la función de energía:

$$V(\delta, \omega_r, E_q') = \frac{1}{2}(\omega_r - \omega_0)^2 - A_1 E_q' (\cos \delta - \cos \delta^s) - A_3 P_m (\delta - \delta^s) + \frac{A_1 A_4}{2A_4} [E_q' - E_q''^s]^2 \quad (3.24)$$

La función de energía anterior, es estrictamente positiva, ya que el único término agregado es una función cuadrática en el voltaje  $E_q'$  y constituye una expresión relacionada con la energía magnética almacenada en el subsistema eléctrico del generador síncrono.

Ahora con la función de Lyapunov anterior, probaremos la estabilidad del punto de equilibrio (3.22) del sistema.

Derivando la función de energía  $V(\delta, \omega_r)$  en el tiempo, tenemos:

$$\dot{V}(\delta, \omega_r, E_q') = \omega \omega + A_1 E_q' \cos \delta^s - A_1 E_q' \cos \delta + A_1 E_q' \delta \operatorname{sen} \delta - A_3 P_m \delta + \frac{A_1 A_4}{A_4} E_q' E_q'' - \frac{A_1 A_4}{A_4} E_q'' E_q' \quad (3.25)$$

Si ahora aplicamos esta derivada al sistema, sustituyendo todas las derivadas por su función representada en las ecuaciones (2.79), (2.80) y (2.81), tenemos que:

$$\dot{V}(\delta, \omega_r, E_q') = -\frac{A_1}{A_4} [A_4 (A_4 \cos \delta - A_3 E_q') (\cos \delta - \cos \delta^s) + A_4 (E_q' - E_q''^s) (A_3 E_q' - A_4 \cos \delta)] \quad (3.26)$$

Efectuando los productos y factorizando la ecuación anterior, tenemos:

$$\dot{V}(\delta, \omega_r, E_q') = -\frac{A_1}{A_4} \left[ (A_4 \cos \delta - A_3 E_q') - (A_4 \cos \delta^s - A_3 E_q''^s) \right]^2 \quad (3.27)$$

Y como se ve, es una función definida negativa, por lo tanto, el punto de equilibrio estable, es además asintóticamente estable dentro de la región en la cual la función de energía se valúe en puntos menores al punto de equilibrio inestable.

### CAPÍTULO III ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

---

Por lo tanto, tenemos que definir una región de atracción, la cual nos delimitará el área en la que el sistema es asintóticamente estable.

Esa región la Denominaremos  $\Omega$ :

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^3 : V(x) \leq V(x^*)\} \quad (3.28)$$

La caracterización analítica de  $\Omega$  es muy complicada. Por esta razón, en el capítulo siguiente, al evaluar las bondades del control no lineal, la evaluación de la región de atracción ( $\Omega$ ), se llevará a cabo por medio de simulaciones digitales y en términos del tiempo de falla máximo.



## Capítulo IV CONTROL NO LINEAL DEL GENERADOR SÍNCRONO

### 4.1 INTRODUCCIÓN:

Un controlador, ya sea lineal o no lineal, cumple con la función de dar o robustecer la estabilidad de un sistema.

Hay dos tipos de sistemas de control, el sistema de control de lazo abierto y el sistema de control de lazo cerrado. La diferencia entre ellos es que en el primero la salida del sistema a controlar no tiene efecto sobre la acción de control, en cambio en el sistema de control de lazo cerrado sí.

En la práctica, se utiliza indistintamente la denominación control retroalimentado o control de lazo cerrado. La señal de error actuante, que es la diferencia entre la señal de entrada y la de retroalimentación (que puede ser la señal de salida o una función de la señal de salida y sus derivadas), entra al controlador para reducir el error y llevar la salida del sistema a un valor deseado.

Una ventaja del sistema de control de lazo cerrado es que el uso de la retroalimentación hace que la respuesta del sistema sea relativamente insensible a perturbaciones externas y a variaciones internas de parámetros del sistema. En pocas palabras, se adapta a las condiciones existentes en el sistema, siempre y cuando estas no salgan de su dominio de control.

Hay que puntualizar que para sistemas cuyas entradas son conocidas previamente y en los que no hay perturbaciones, es preferible utilizar el control de lazo abierto. Los sistemas de control de lazo cerrado tienen ventajas solamente si se presentan perturbaciones no previsible y/o variaciones imprevisibles de componentes del sistema.

En nuestro caso, utilizaremos un sistema de control de lazo cerrado, ya que nuestro sistema está expuesto a perturbaciones imprevisibles (fallas entre líneas, fallas de fase a tierra, fallas trifásicas, etc.).

Ahora bien, utilizaremos un controlador no lineal dado que nuestro sistema lo es y que además está modelado y analizado como tal. Para el diseño de este controlador, utilizaremos un método basado en la teoría de Lyapunov, el nombre de este tipo de controlador es LgV

### 4.2 DISEÑO BASADO EN LA TEORÍA DE LYAPUNOV:

Ya hemos observado el comportamiento del sistema en lazo abierto, y nos dimos cuenta de que el punto de equilibrio verificado es asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov debido a que existe una función definida positiva que al derivarla y evaluarla en el sistema se transforma en una función definida negativa.

## CAPÍTULO IV CONTROL NO LINEAL DEL GENERADOR SÍNCRONO

---

Podemos ver que nuestro sistema en lazo abierto es de la forma:

$$\dot{x} = f(x) \quad (4.1)$$

donde

$$\{x \in \mathbb{R}^3\}$$

y tenemos además una función de Lyapunov definida positiva:  $V(x)$ , cuya derivación en el tiempo puede escribirse gracias a la regla de la cadena como:

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \quad (4.2)$$

sustituyendo la ecuación 4.1 en la ecuación anterior:

$$\dot{V}(x) = \left( \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T f(x) \quad (4.3)$$

Y si el sistema de la ecuación 4.1 es estable, entonces:

$$\dot{V}(x) = \left( \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T f(x) \leq 0 \quad (4.4)$$

Bien, ahora analizaremos el comportamiento del sistema si lo retroalimentamos.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.5)$$

donde  $u$  es una señal de control y  $g(x)$  es una función manipulable. [12]

Bien, si sustituimos la ecuación anterior en la ecuación 4.2 ahora tenemos:

$$\dot{V}(x) = \left( \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T (f(x) + g(x)u) \quad (4.6)$$

Distribuyendo los términos:

$$\dot{V}(x) = \left( \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T f(x) + \left( \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T g(x)u \quad (4.7)$$

#### CAPÍTULO IV CONTROL NO LINEAL DEL GENERADOR SÍNCRONO

---

Para que el sistema con el controlador siga siendo estable, es necesario que la ecuación anterior sea definida negativa, el primer término de la ecuación 4.7 es igual a la ecuación 4.4, por lo que nuestro problema se reduce a demostrar que:

$$\left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T g(x)u \leq 0 \quad (4.8)$$

La forma más sencilla de hacer que una función sea definida negativa es elevándola a la segunda potencia y multiplicándola por  $-K$ , la cual es una constante negativa, entonces, tendremos que:

$$-K \left( \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T g(x) \right) \left( \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T g(x) \right) \leq 0 \quad (4.9)$$

De ahí tenemos que el valor de nuestra entrada de control  $u$  es:

$$u = -K \left( \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T g(x) \right) \quad (4.10)$$

Y entonces tenemos un nuevo sistema, cuya ventaja sobre el sistema sin retroalimentación es que ahora tenemos un margen de ganancia infinito para la ganancia de control  $K$ .

Esta forma de control es llamada como "Control LgV" debido a la notación que alguna vez se usó para la ecuación 4.7, ya que también se puede escribir como:

$$V(x) = \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T f(x) + \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T g(x)u \quad (4.11)$$

$$V(x) = L_f V(x) + L_g V(x)u$$

Y como se ve, el término que se elevará al cuadrado es el de  $L_g V(x)$ , por lo que le da el nombre a este tipo de controlador.

En estos controladores la disipación de energía del sistema se incrementa. Además el sistema sigue manteniendo su estabilidad asintótica siempre y cuando el sistema no se salga de la región de atracción  $\Omega$ .

4.3 APLICACIÓN AL GENERADOR SÍNCRONO:

Si observamos el modelo del generador síncrono representado por las ecuaciones 2.79, 2.80 y 2.81 y lo representamos en la forma de la ecuación 4.1, tenemos:

$$\begin{pmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\omega}_r \\ \dot{E}_q' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_r - \omega_0 \\ -A_1 E_q' \text{sen} \delta - A_2 (\omega_r - \omega_0) + A_3 P_m \\ A_4 \cos \delta - A_5 E_q' + A_6 e_{fd} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Podemos ver que tenemos un vector de las derivadas de  $x$ , y un vector  $f(x)$ , donde  $x = [\delta, \omega_r - \omega_0, E_q']$ . Si definimos  $g(x) = [0, 0, 1]$

Ahora representaremos el mismo sistema pero en lazo cerrado:

$$\begin{pmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\omega}_r \\ \dot{E}_q' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_r - \omega_0 \\ -A_1 E_q' \text{sen} \delta - A_2 (\omega_r - \omega_0) + A_3 P_m \\ A_4 \cos \delta - A_5 E_q' + A_6 e_{fd} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \quad (4.13)$$

Puede verse claramente el vector de las derivadas de  $x$ , la función  $f(x)$ , la función  $g(x)$  y la entrada de control  $u$ .

Para aplicar el controlador  $L_g V$  al sistema, es necesario tener el valor de  $u$ , por lo que primero obtendremos el valor de las parciales de  $V(x)$  con respecto a  $x$ , para ello retomaremos la función de energía  $V(x)$  de la ecuación 3.24 del capítulo anterior:

$$V(\delta, \omega_r, E_q') = \frac{1}{2} (\omega_r - \omega_0)^2 - A_1 E_q' (\cos \delta - \cos \delta^*) - A_3 P_m (\delta - \delta^*) + \frac{A_1 A_5}{2 A_4} [E_q' - E_q'^*] \quad (3.24)$$

y ahora obtendremos sus derivadas parciales:

$$\left( \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T = \begin{pmatrix} A_1 E_q' \text{sen} \delta - A_3 P_m \\ \omega_r - \omega_0 \\ A_1 (\cos \delta^* - \cos \delta) + \frac{A_1 A_5}{A_4} (E_q' - E_q'^*) \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Si ahora multiplicamos la ecuación anterior por  $-K(g(x))$ , obtendremos el valor de la variable de control  $u$ :

$$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -K \left[ A_1 (\cos \delta^s - \cos \delta) + \frac{A_1 A_5}{A_4} (E_q' - E_q'^s) \right] \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

finalmente tenemos que el sistema en lazo cerrado estará representado por el siguiente modelo:

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \omega_r \\ E_q' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_r - \omega_0 \\ -A_1 E_q' \text{sen} \delta - A_2 (\omega_r - \omega_0) + A_3 P_m \\ A_4 \cos \delta - A_4 E_q' + A_6 e_{fd} - K \left[ A_1 (\cos \delta^s - \cos \delta) + \frac{A_1 A_5}{A_4} (E_q' - E_q'^s) \right] \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

El modelo anterior nos muestra el comportamiento del generador sincrónico junto con su controlador LgV.

**4.4 RESULTADOS DE SIMULACIÓN:**

Para evaluar el comportamiento de las tres variables del generador sincrónico, sin y con el controlador LgV, es necesario definir los valores de las constantes involucradas en su modelo:

$L_q$	0.6600	$L_{qd}/R_{fd}$	1.0000
$L_d$	1.0700	$A_1$	34.2874
$L_d'$	0.4080	$A_2$	28.21*D
$T_{d0}$	5.4000	$A_3$	28.2185
$e_{fd}$	1.3000	$A_4$	0.1489
$M$	0.0354	$A_5$	0.3341
$P_m$	1.0000	$A_6$	0.1854
Todos los valores son en P.U.			

#### CAPÍTULO IV CONTROL NO LINEAL DEL GENERADOR SÍNCRONO

Todos los valores anteriores se obtuvieron de un ejemplo propuesto por el Dr. Bazanella en uno de sus artículos [13]. Dichos valores están dados en p.u.

Sustituyendo los valores de todas las constantes  $A_i$ , el modelo del sistema en lazo abierto y si despreciamos la fricción, o sea  $D = 0$ , entonces tenemos:

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \omega_r \\ E_q' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_r - \omega_0 \\ -34.21E_q' \text{sen} \delta + 28.21 \\ 0.1489 \cos \delta - 0.3341E_q' + 0.2413 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Para encontrar los valores numéricos de los puntos de equilibrio del modelo 4.17 se iguala dicho modelo a un vector 0. Y entonces tenemos que:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_r - \omega_0 \\ -34.21E_q' \text{sen} \delta + 28.21 \\ 0.1489 \cos \delta - 0.3341E_q' + 0.2413 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

De aquí obtenemos las siguientes 3 ecuaciones:

$$\omega_r = \omega_0 \quad (4.19)$$

$$34.21E_q' \text{sen} \delta = 28.21 \quad (4.20)$$

$$0.1489 \cos \delta - 0.3341E_q' = -0.2413 \quad (4.21)$$

si despejamos  $E_q'$  de la ecuación 4.20 y lo sustituimos en la ecuación 4.21, tenemos:

$$0.1489 \cos \delta - \frac{0.2755}{\text{sen} \delta} + 0.2413 = 0 \quad (4.22)$$

Los dos valores en los cuales la ecuación 4.22 cumple con la igualdad, fueron obtenidos mediante la evaluación numérica de dicha ecuación, como se puede ver en la figura 4.1.

Evaluando los dos valores de  $\delta$  (uno estable y el otro inestable) cualquiera de las ecuaciones 4.20 ó 4.21, encontramos los valores de  $E_q'$  (también uno estable y el otro inestable)

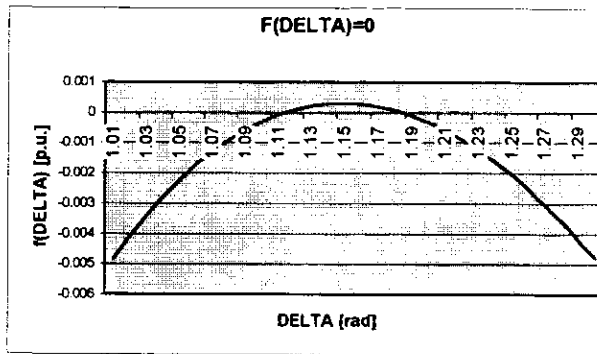


Figura 4.1 Obtención de los puntos de equilibrio

Por lo tanto, los puntos de equilibrio son:

$$x^s = \begin{bmatrix} 1.116 \\ 0 \\ 0.916 \end{bmatrix} \quad x^u = \begin{bmatrix} 1.187 \\ 0 \\ 0.886 \end{bmatrix}$$

donde  $x^s$  es el punto de equilibrio estable y  $x^u$  el inestable.

Con los parámetros del punto de equilibrio estable  $x^s$  colocados como condiciones iniciales del generador, se simuló su desempeño: primero sin ningún tipo de falla, donde se observó que el sistema no varió en ningún momento y se mantuvo estable, y después se le aplicaron fallas trifásicas a tierra de diferentes duraciones. Las fallas se simularon con una reactancia 10 veces menor a la reactancia interna del generador ( $L_d'$ ) conectada entre las terminales de estator y tierra. [14].

Se observó que el sistema en lazo abierto era estable hasta tener una falla de 92 [ms], punto en el cual se encuentra el límite del dominio de atracción ( $\Omega$ ) del punto de equilibrio ( $x^s$ ). Al incrementar más el tiempo de falla, el sistema pierde su estabilidad, tendiendo el ángulo de potencia a crecer indefinidamente y el voltaje interno del rotor a decrecer.

En las figuras 4.2 y 4.3 podemos ver claramente el comportamiento de  $\delta$  a una falla trifásica de una duración de 92[ms]. La falla se aplicó en  $t = 0$  cuando el sistema se encontraba en estado estable.

En la primera podemos ver el desempeño de  $\delta$  cuando el sistema se encuentra en su estado transitorio, mientras que en la figura 4.3 podemos ver el retorno de  $\delta$  a su estado estacionario. [15]

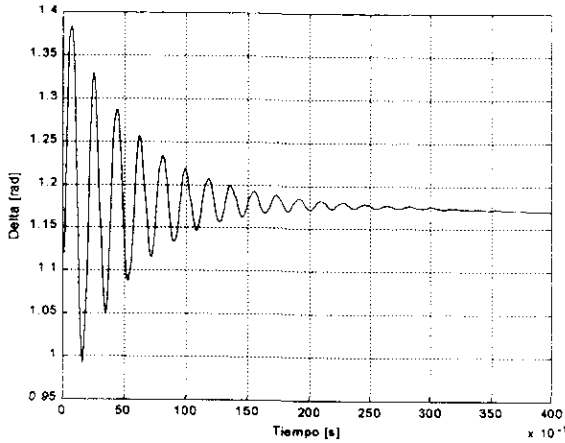


Figura 4.2 Comportamiento de  $\delta$  en lazo abierto durante los primeros 40 [s]

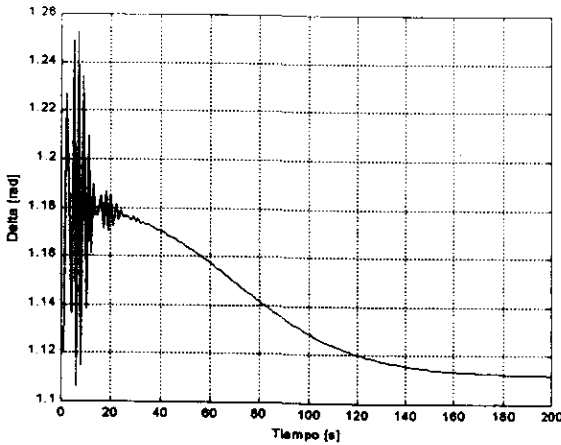


Figura 4.3 Comportamiento de  $\delta$  en lazo abierto durante 200 [s]

Puede observarse que en el instante que se aplica la falla ( $t=0$ )  $\delta$  tiende a crecer cada vez más, sin embargo al liberar la falla del sistema, el sistema oscila en un principio alrededor del punto de equilibrio inestable, no es hasta los 30 [s] cuando el dominio del punto de equilibrio estable efectúa su atracción y lleva a  $\delta$  a su estado estable aproximadamente a los 130 [s].



## CAPÍTULO IV CONTROL NO LINEAL DEL GENERADOR SÍNCRONO

Las figuras 4.4 y 4.5 nos muestran el comportamiento de  $\omega_r - \omega_0$ . En el caso de la velocidad angular  $\omega_r$ , el generador recupera rápidamente su velocidad síncrona  $\omega_0$ .

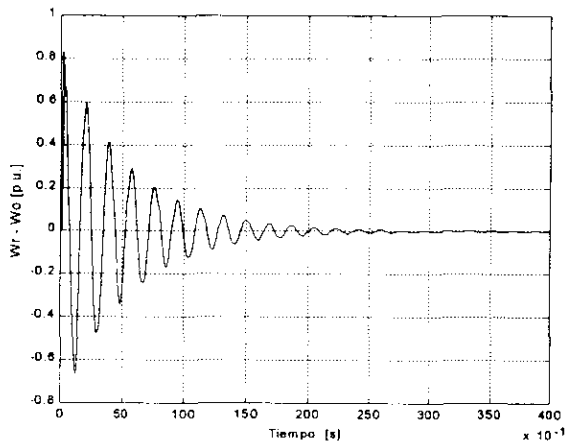


Figura 4.4 Comportamiento de la variación de la velocidad angular  $\omega_r - \omega_0$

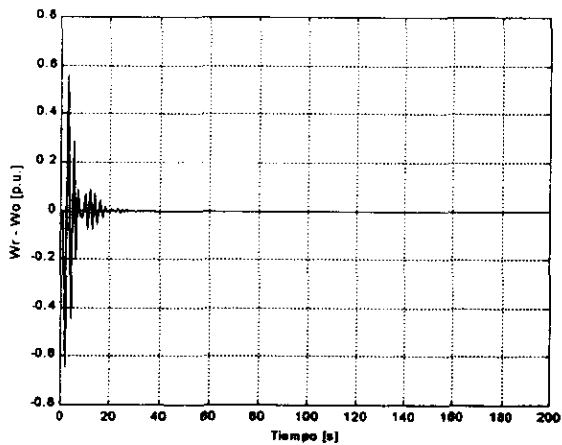


Figura 4.5 Comportamiento de  $\omega_r - \omega_0$  en estado estacionario

## CAPÍTULO IV CONTROL NO LINEAL DEL GENERADOR SÍNCRONO

El voltaje interno  $E_q'$  es la variable que no sale del dominio de sus dos puntos de equilibrio, sin embargo es la variable que más tarda en pasar del dominio del punto inestable al punto de equilibrio estable, como se ve en las figuras 4.6 y 4.7:

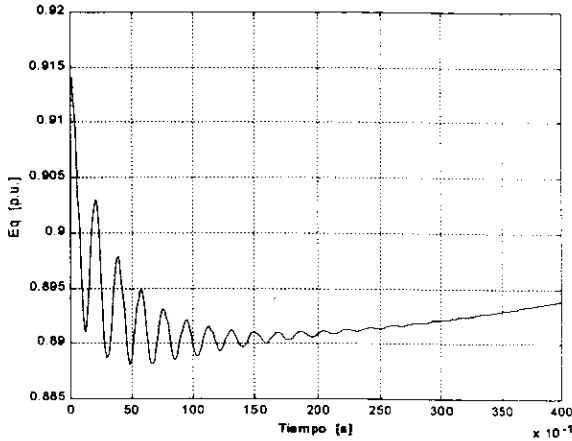


Figura 4.6 Comportamiento de  $E_q'$  en los primeros 40 [s]

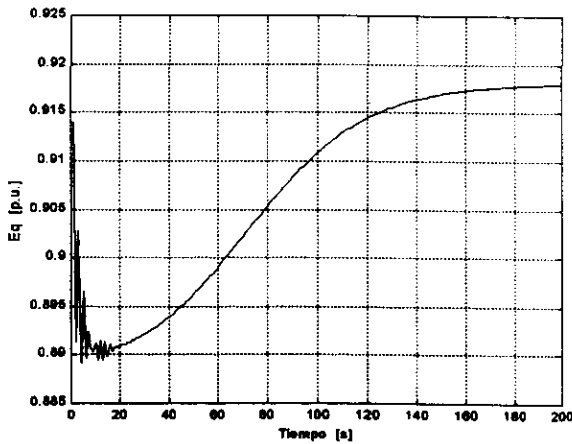


Figura 4.7 Comportamiento de  $E_q'$  en 200 [s]

El comportamiento general del sistema se puede observar en la figura 4.8, la cual nos muestra la trayectoria de lazo abierto de todo el sistema cuando se le aplica una falla de 92 [ms]. La primera línea muestra la trayectoria cuando la falla está actuando, y la espiral convergente es la trayectoria post falla.

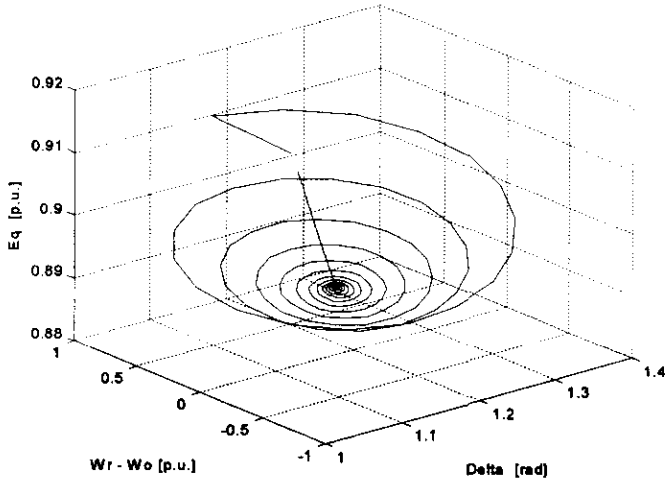


Figura 4.8 Trayectoria del sistema en lazo abierto con una falla de 92 [ms]

Bien, al observar las 7 figuras anteriores podemos decir que el sistema es estable dentro de una región  $\Omega$ , la cual tiene su límite cuando la falla es igual a 92 [ms]. También se observa que la velocidad de recuperación del sistema es lenta, aunque su dominio  $\Omega$  es lo bastante grande como para soportar que las protecciones eléctricas primarias y secundarias fallaran.

Si tenemos en cuenta que una protección: ya sea con reelevadores o con microprocesadores; tarda menos de 2 ciclos en accionarse (32 [ms]), entonces el tiempo para liberar la falla realmente no alcanza los 92 [ms], por lo tanto, eso nos asegura que el sistema no saldrá nunca del dominio del punto de equilibrio estable  $x^*$ .

Ahora bien, ¿Que pasa si se presenta otra falla antes de que el sistema se estabilice? Lo más probable es que el sistema salga del dominio  $\Omega$  y por lo tanto pierda su estabilidad y probablemente el generador se dañe. Para evitarlo, es necesario reducir el tiempo de recuperación del sistema.

## CAPÍTULO IV CONTROL NO LINEAL DEL GENERADOR SÍNCRONO

Si retomamos la ecuación 4.16, la cual representa al generador con el controlador LgV, y sustituimos en ella todos los valores de las constantes  $A_i$ , y evaluamos el punto de equilibrio estable  $x^*$ , entonces tendremos:

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \omega_r \\ E_q' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_r - \omega_0 \\ -34.28E_q' \text{sen} \delta - 28.21D(\omega_r - \omega_0) + 28.2145P_m \\ 0.1489 \cos \delta - 0.33E_q' + 0.2413 - K[34.28(\cos 1.116 - \cos \delta) + 76.9(E_q' - 0.916)] \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Si en la ecuación 4.23 le damos un valor a  $K = 1$  y  $P_m = 1$ , entonces finalmente nuestro modelo en lazo cerrado quedaría de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \omega_r \\ E_q' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_r - \omega_0 \\ -34.28E_q' \text{sen} \delta - 28.21D(\omega_r - \omega_0) + 28.2145 \\ 34.4289 \cos \delta - 77.23E_q' + 55.6232 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Como podemos ver, la estructura del modelo anterior es muy semejante a la del representado por la ecuación 4.18, sin embargo, las constantes cambian significativamente.

Nuevamente se simuló el modelo anterior, con las mismas características de falla, sin embargo se observó que con una falla de 92 [ms] el sistema se volvía inestable, por lo que se redujo el tiempo de libramiento de falla hasta llegar al valor de 72 [ms], el cual es el nuevo valor fronterizo de estabilidad del sistema en lazo cerrado.

La figuras 4.9 y 4.10 muestran el comportamiento de  $\delta$  para esta falla de 72 [ms]:

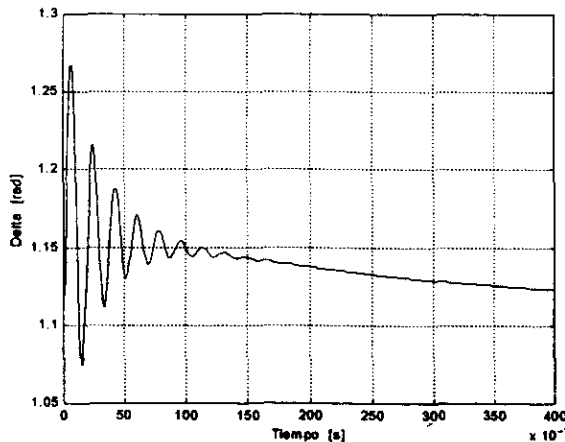


Figura 4.9 Comportamiento de  $\delta$  en lazo cerrado en los primeros 40 [s]

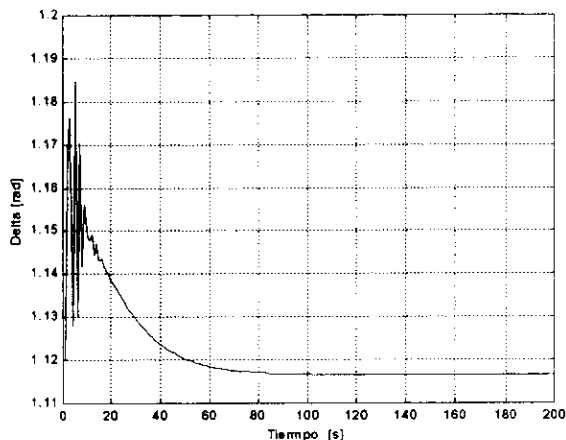


Figura 4.10 Comportamiento de  $\delta$  en lazo cerrado en 200 [s]

Es fácilmente observable que las oscilaciones alrededor de  $\delta^s$  terminan a los 15 [s] y que el retorno a  $\delta^s$  se efectúa alrededor de los 70 [s], por lo que el sistema con el controlador regresa a su punto estable mucho más rápido que el sistema en lazo abierto.

Sin embargo veamos el comportamiento de las demás variables involucradas. las figuras 4.11 y 4.12 nos muestran el comportamiento de  $\omega_r - \omega_0$ , y acentúan más lo antes dicho:

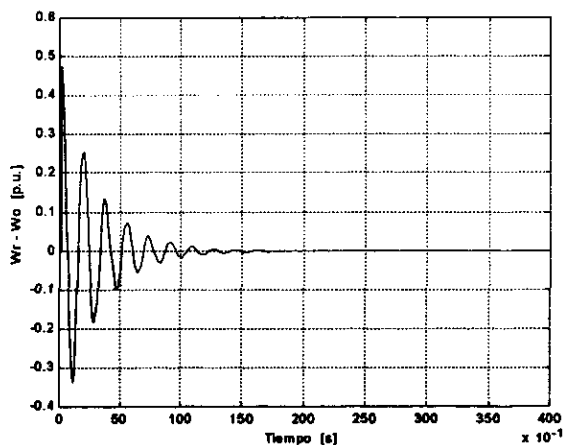


Figura 4.11 Comportamiento de  $\omega_r - \omega_0$  en lazo cerrado en los primeros 40 [s]

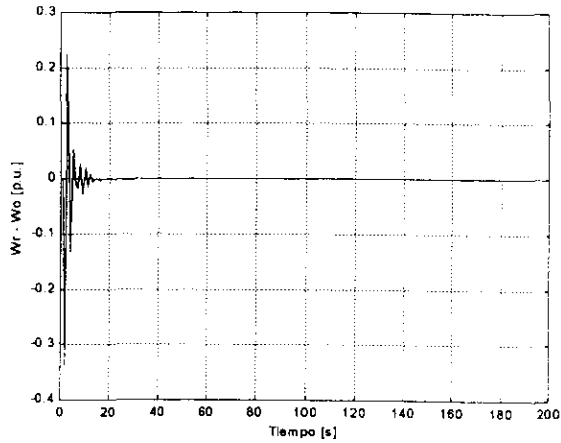


Figura 4.12 Comportamiento de  $\omega_r - \omega_o$  en lazo cerrado en 100 [s]

En el caso de lazo cerrado el generador retorna a su velocidad síncrona a los 12 [s] de librada la falla, lo cual acelera el proceso de estabilización y recuperación de  $E_q'$ , como se ve en las figuras 4.13 y 4.14:

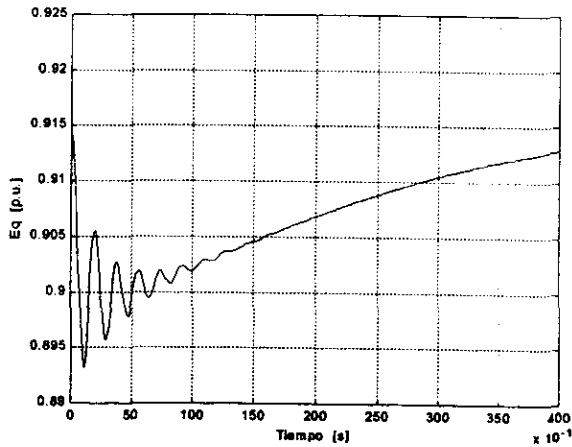


Figura 4.13 Comportamiento de  $E_q'$  en lazo cerrado en los primeros 40 [s]

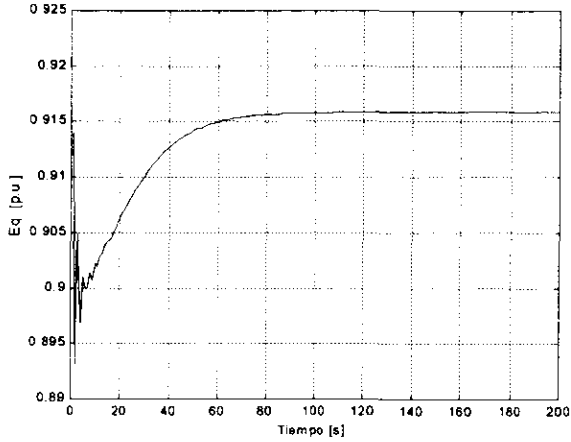


Figura 4.14 Comportamiento de  $E_q'$  en lazo cerrado en 200 [s]

Mientras que en el sistema en lazo abierto tarda 200 [s] en tomar su valor de  $E_q'^s$ , en el sistema retroalimentado podemos ver que antes de los 90 [s] el sistema llega a su valor estable de voltaje interno del rotor ( $E_q'^s$ ).

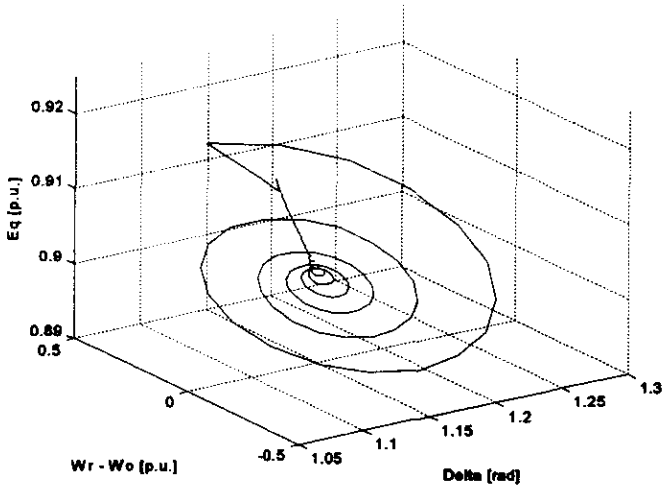


Figura 4.15 Trayectoria del sistema en lazo cerrado con una falla de 72 [ms]

## CAPÍTULO IV CONTROL NO LINEAL DEL GENERADOR SÍNCRONO

De la misma forma que en el sistema de lazo abierto, el comportamiento general del sistema se puede observar en la figura 4.15, la cual nos muestra la trayectoria en lazo cerrado del sistema cuando se le aplica una falla de 72 [ms]. Es fácil verificar que la velocidad de convergencia hacia el punto de equilibrio estable  $x^s$  en el caso del sistema en lazo cerrado es muy superior a la velocidad de recuperación del sistema en lazo abierto.

Bien, al observar las 7 figuras representativas del sistema en lazo cerrado, se observa que la región  $\Omega$  se reduce en un 20%, dado que la falla se tuvo que reducir en dicho porcentaje, sin embargo, el tiempo de recuperación se redujo en más del 50%, por lo que el controlador cumple con los requerimientos que tenemos, ya que el sistema se recuperará mucho más rápido, teniendo la capacidad de soportar fallas más consecutivas pero no tan prolongadas.

Ahora bien, la ventaja de nuestro controlador LgV va más allá de los resultados anteriores, ya que si aumentamos los valores de  $K$ , la recuperación del sistema se hace cada vez más rápida, tal como se puede ver en la figura 4.16, la cual nos muestra el comportamiento del mismo sistema pero ahora con una  $K=2$ .

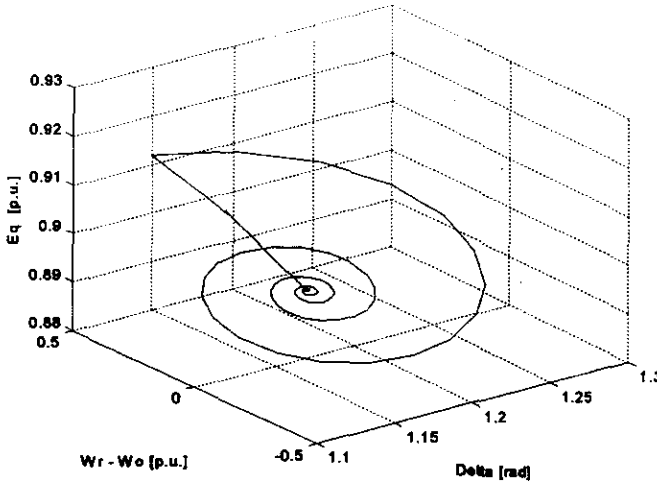


Figura 4.16 Trayectoria del sistema en lazo cerrado con  $K=2$  a una falla de 72 [ms]

Se observa que la recuperación es mucho más rápida, por lo que nos vendría a la mente el hecho de que aumentemos a  $K$  indefinidamente, sin embargo hay que recordar que al aumentar la  $K$ , la disipación del sistema aumenta, pero el dominio de atracción  $\Omega$  disminuye en tamaño, por lo que el tiempo de falla tendría que reducirse.



Para el sistema original y con la misma falla de 72 [ms], se tomaron diferentes valores de  $K$ , hasta llegar al punto en el que el sistema se vuelve inestable, dicho valor fue de  $K = 2.20554$ , y el comportamiento de las variables bajo estas condiciones se puede ver en las figuras 4.17, 4.18 y 4.19:

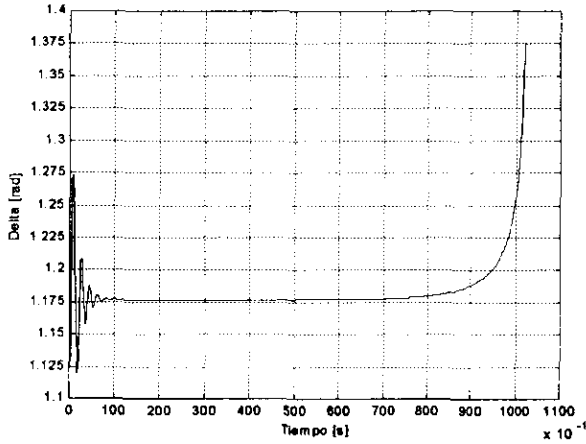


Figura 4.17 Comportamiento de  $\delta$  en lazo cerrado con  $K=2.20554$  a una falla de 72 [ms]

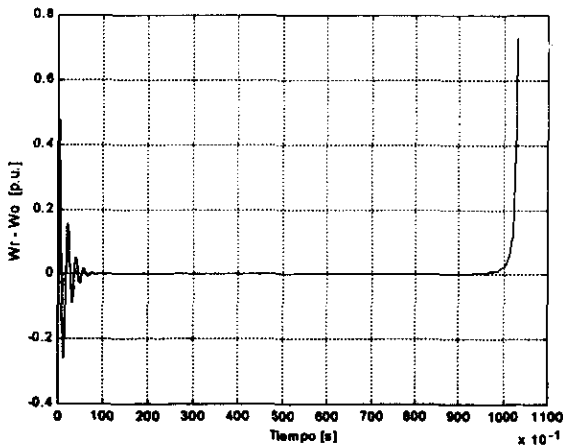


Figura 4.18 Comportamiento de  $\omega_t - \omega_0$  en lazo cerrado con  $K=2.20554$  a una falla de 72 [ms]

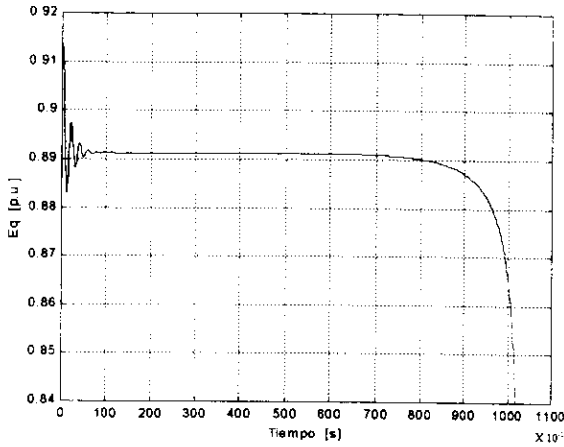


Figura 4.19 Comportamiento de  $E_q'$  en lazo cerrado con  $K=2.20554$  a una falla de 72 [ms]

Las tres simulaciones anteriores nos muestran que después de la falla las variables tienden a oscilar alrededor del punto de equilibrio inestable ( $\delta^u, 0, E_q^{in}$ ) y después de los primeros 80 [s] las primeras dos variables tienden a incrementarse hasta el infinito, claro que las limitantes físicas del generador provocarían la destrucción del mismo antes de que el ángulo de potencia y la diferencia entre la velocidad angular y la velocidad síncrona llegasen a valores extremadamente altos. En cambio el valor de  $E_q'$  tiende a disminuirse hasta llegar a un valor nulo.

Lo anterior nos muestra la relación inversamente proporcional entre el valor de  $K$  y el tiempo de liberación de la falla, ya que a valores mayores de  $K$ , el sistema se recuperará más rápido, sin embargo la falla tendrá que ser de duración cada vez más corta.

### Capítulo V CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en el capítulo anterior han sido completamente satisfactorios, ya que demuestran la utilidad de los controladores no lineales, sus bondades y los precios a pagar por su uso. Definitivamente, este tipo de control está evolucionando y posteriormente habrá más técnicas de análisis y diseño de controladores que abarcarán un sin fin de variables no lineales, sin embargo, este es un buen principio.

La razón por la que el sistema estudiado en este texto fuese una sola máquina conectada a un bus infinito, es debido a que este tipo de control está iniciando sus estudios alrededor de los SEP's y no se caracteriza por su simplicidad, ya que toma en cuenta gran parte de las variables del sistema y el manejo matemático de tantas ecuaciones limitan el volumen de estudio de un determinado modelo. Esto no implica que en investigaciones futuras no se pueda estudiar el sincronismo entre dos máquinas conectadas a un mismo bus, aumentando la cantidad de elementos hasta llegar a un sistema eléctrico de potencia tan complejo como se desee, sin embargo, el propósito de esta tesis era mostrar la capacidad de los controladores no lineales, y ese punto ha sido logrado satisfactoriamente.

Con lo que respecta al desarrollo del modelo utilizado, vale la pena aclarar que todas las literaturas ocupan una nomenclatura diferente y realizan consideraciones muy diferentes a la hora de reducir sus modelos. Este documento unifica esos criterios para llegar a un modelo simplificado sin ignorar o despreciar el comportamiento sustancial del sistema y sus detalles finos.

Esta tesis no está en contra de las técnicas de control tradicionales, solamente expone una forma más de controlar, la cual será cada vez más útil, debido a que los sistemas físicos trabajan cada vez más al límite, forzando a los investigadores a otorgar controladores capaces de permitir este tipo de desempeño, que al final de cuentas es lo que todos buscamos: obtener los mayores beneficios de cualquier proceso, actividad o función.

A nivel personal, el desarrollo de esta tesis me sirvió para conocer una nueva técnica de control, la cual exigió una actualización de los conocimientos matemáticos adquiridos a lo largo de la carrera, principalmente el álgebra lineal y el cálculo. También me fue de gran utilidad para la comprensión de las técnicas de control tradicionales y principalmente me motivó a conocer las entrañas de una máquina síncrona y su funcionamiento.

Vale la pena aclarar que los estudios en el área eléctrica han sido muy conservadores debido a que los SEP's antiguos siguen funcionando en la actualidad, y de hecho funcionan bien, pero eso no implica que sean idóneos, por lo que es necesario

## CONCLUSIONES

---

prepararse para el cambio que eventualmente se avecinará y exigirá el manejo de nuevas técnicas de control más minuciosas y efectivas que requerirán el manejo de tecnología de punta en el área electrónica, comunicaciones, manejo de datos, medición e instrumentación, etc.

Finalmente, es agradable participar en un proyecto actual, que ve hacia el futuro, ya que el mundo cada vez requiere más y mejores técnicas de control, debido a la total automatización del mundo que nos rodea. Es importante formar parte en este cambio aunque solamente sea con un texto de investigación teórico.

## BIBLIOGRAFÍA

---

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Jaramillo, G. "Electricidad y Magnetismo" Ed. Trillas, 2da edición 1990 p.p. 377-387.
- [2] Gourishankar, V. "Conversión de Energía Electromecánica" Ed. Alfaomega 3ra. Edición 1995, p.p. 569-581.
- [3] Matsch, L. "Máquinas Electromagnéticas y Electromecánicas" Ed. Alfaomega 1ra. Edición 1990, p.p. 243-253.
- [4] Kundur, P. "Power System Stability and Control" Ed. Mc. Graw Hill, 1ra. Edición 1994, p.p. 46-47.
- [5] Kundur, P. "Power System Stability and Control" Ed. Mc. Graw Hill, 1ra. Edición 1994, p.p. 63-74.
- [6] Espinosa G., Guerrero G., M. Godoy "Passivity-Based Control of Synchronous Generators", Instituto de Ingeniería, UNAM.
- [7] Viqueira, J. "Redes Eléctricas 3, Operación de los Sistemas de Energía Eléctrica", Ed. RSI, 1985, p.p. 70-96.
- [8] Riaz, M. "Hybrid-Parameter Models of Synchronous Machines", Department of Electrical Engineering, University of Minnesota, IEEE 1973.
- [9] Pai, M. A. "Power System Stability, Analysis by the Direct Method of Lyapunov" Ed. North-Holland Publishing Company, 1ra. Edición 1981, p.p. 242-247.
- [10] Ogata, K. "Ingeniería de Control Moderna" Ed. Prentice Hall, segunda edición 1993, p.p. 4-6, 268-269.
- [11] Slotine, J. J. "Applied Nonlinear Control" Ed. Prentice Hall, primera edición 1991, p.p. 1-63.
- [12] Slotine, J. J. "Applied Nonlinear Control" Ed. Prentice Hall, primera edición 1991, p.p. 102-127.
- [13] Bazanella, A. Silva, A. Kokotovic, P. "Lyapunov Design of Excitation Control for Synchronous Machines" 36th IEEE in San Diego.
- [14] Mercier, P "Power System Blockset, User's Guide (Mat Lab)" 1997 p.p. 43-50.
- [15] Anderson, P., Fouad, A. A. "Power System Control and Stability" 1975, p.p. 174-207.

Y porque afortunadamente he gozado con la compañía y apoyo de grandes amistades. Gracias a:

Ing. Víctor: por ser un muy buen amigo durante los 7 años de conocerlo.

Enzas: Por su apoyo y amistad incondicional a lo largo de la carrera.

Ubaldo: Por compartir momentos buenos y malos desde nuestra infancia.

Lilia: Por su gran compañía, apoyo y cariño a lo largo de mi trayectoria estudiantil.

Marisol, Sra. Martha y Dulce: Porque me han demostrado la existencia del cariño dentro de una relación puramente amistosa.

Jorge T: Por fomentar en mí un espíritu analítico y crítico.

Dr. Gerardo Espinosa: Por ser un buen tutor, amigo y consejero.

Ing. Francisco Rodríguez (Paco): Por sus grandes charlas y apoyo académico.

Ing. Jacinto Viqueira: Porque si no lo hubiese conocido no habría elegido la carrera de Ingeniería Eléctrica.

Ing. Ricardo Garibay: Por sus clases dinámicas y su buen humor dentro y fuera del aula.

Ing. Sabino Ortega: Por su apoyo y disponibilidad.

¡Gracias también a mis primos:

Maribel: Por su enorme cariño.

Javier: Por sus clases de humanismo y grandes pláticas que me han hecho menos radical.

Salvador: Por todos los grandes momentos divertidos que hemos vivido juntos desde mi lactancia (¡Goooll!).

Gustavo: Por su gran entusiasmo y madurez que contagian a cualquiera.

Y mis tíos:

Juan Pablo: Por sus grandes clases y su paciencia.

Gustavo: Por su ejemplo, consejos y apoyo que me ha brindado.

Traceli: Por la bondad y cariño con la que me ha apoyado en los momentos críticos.

Norma: Por el cariño brindado.

A mis compañeros:

Leopoldo: Porque sin él hubiera pasado de noche gran parte del anexo de la F.I.

León: Por sus pláticas tan nutritivas al final de la carrera.

Goyo: por su gran nobleza.

Nasheli y Rodolfo: Por su gran amistad.

Brenda: Por su gran madurez y franqueza.

A la banda de los OPEN:

Memo, Luis, David, Erica, Elizabeth, César, Pedro y Alex: Por todas las parrandas de los viernes.

A mis buenos amigos de las canchas que me mostraron la riqueza humana existente en las personas del ámbito deportivo:

Armando, Josué, Piloni, Miguel (Mono), Carlos F., Verónica, Ulises, Enrique (Jarocho), Mariano y Fran, Dum, Lalo, Esteban, Neto y René.

A los amigos que siempre estuvieron conmigo desde mi infancia:

Don Felipe, Sra. Teresa A., Sra Carmen, Rubén, Jorge (Oso), Juan Carlos (Jic), Fernando, Beto, Alejandro, Luis Fernando, Federico, Toño O., Adrián, Gabriel, Alberto, Edwin Valdez, Luis Manuel, Miguel y Betty.

A todos ustedes les agradezco el formar parte de mi formación personal y el haber estado junto a mí en los momentos que los requería.