

01190



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**FLUJO DE FLUIDOS NO-ISOTERMICOS EN
RESERVORIOS FRACTURADOS CON POROSIDAD
Y PERMEABILIDAD MULTIPLES**

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN

I N G E N I E R I A

MARIO CESAR SUAREZ ARRIAGA

(No. DE CTA. 95825476, No. DE EXP. 11952703)

TUTOR: DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO
COTUTOR: DR. FERNANDO RODRIGUEZ DE LA GARZA



28 2703

JULIO, 2000



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



**UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTONOMA DE
MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**FLUJO DE FLUIDOS NO-ISOTÉRMICOS
EN RESERVORIOS FRACTURADOS CON
POROSIDAD Y PERMEABILIDAD MÚLTIPLES**

Tesis Para Obtener el Grado de Doctor en Ingeniería

Mario César Suárez Arriaga
(No. de Cta. 95825476, No. De Exp. 11952703)

Tutor: Dr. Fernando Samaniego Verduzco
coTutor: Dr. Fernando Rodríguez de la Garza

Julio, 2000

FLUJO DE FLUIDOS NO ISOTERMICOS EN RESERVORIOS FRACTURADOS CON POROSIDAD Y PERMEABILIDAD MULTIPLES

RESUMEN

Esta tesis introduce a la geotermia abordando origen, costo y cantidad que hay México y en el mundo. Los principales yacimientos hidrotermales, explotables comercialmente con la tecnología actual, son fracturados. El núcleo del trabajo amplía la noción clásica de doble porosidad a reservorios fisurados más heterogéneos. La idea clave es la del reservorio de múltiple porosidad - permeabilidad, cuyo comportamiento global no puede ser explicado por la comprensión separada de cada uno de sus componentes, sino por las interacciones mutuas entre todos sus elementos. Este nuevo concepto de sistema complejo es aplicable a rocas fracturadas deformables conteniendo fluidos no-isotérmicos, flujo interporoso transitorio entre continuos con parámetros termodinámicos y petrofísicos diferentes. Demuestro la existencia de estos sistemas con ejemplos concretos de campos geotérmicos mexicanos y abundantes datos experimentales. Sobre el fundamento teórico de la multiporosidad construí un modelo matemático general para su descripción. Para solucionar sus ecuaciones no-lineales, pseudo parabólicas, introduje la técnica de Volúmenes Finitos Integrados, creando un modelo numérico operativo que resuelve la interacción transiente múltiple entre distintos medios porosos: matrices, fracturas, microfracturas y fallas. Incluí descripciones prácticas de propiedades termomecánicas del sistema roca-fluido, integrando todo en un código numérico original que incluye ecuaciones de estado para el agua, de alta precisión. El código creado contiene bibliotecas con promedios de parámetros, modelos analíticos para calcular flujos de masa y energía pozo-formación y condiciones de flujo dentro del pozo, estimadores de parámetros no estacionarios y pos-procesamiento gráfico de resultados. Realicé diversas aplicaciones: reproducción del comportamiento termodinámico del agua, verificación de modelos analíticos, comparación con la doble porosidad en pruebas de inyección, procesos convectivos bifásicos, inyección de calor, descripción de la triple porosidad-permeabilidad matriz-fracturas-falla, con producción de líquido y de fluido bifásico. Los resultados mostraron diferencias esenciales entre el comportamiento de sistemas multiporosos multipermeables y la porosidad simple o doble.

FLOW OF NON-ISOTHERMAL FLUIDS IN FRACTURED MULTIPLE POROSITY / PERMEABILITY RESERVOIRS

ABSTRACT

This thesis introduces to geothermal energy approaching its origin, cost and quantifying its approximate available amount in Mexico and in the world. The main hydrothermal reservoirs commercially exploitable with current technology are fractured. The nucleus of this work enlarges the classic notion of double porosity to more heterogeneous fissured reservoirs. The key idea is the multiple porosity-permeability reservoir concept whose global behavior cannot be explained by the separated understanding of each one of its components, but by the mutual interactions among all its elements. This new concept of complex system is applicable to deformable fractured rocks containing non-isothermal fluids, transitory interporosity flow through several continua with different thermodynamic and petrophysical parameters. I demonstrate the existence of these systems with concrete examples of Mexican geothermal fields and abundant experimental data. On the basis of the theoretical foundation of multiporosity I built a general mathematical model for its description. To solve the non-linear pseudo-parabolic equations I introduced the technique of Integrated Finite Volumes, creating an operative numerical model that solves the multiple transient interaction among different porous media: matrices, fractures, microfractures and faults, for example. I included practical descriptions of the thermomechanical properties of the rock-fluid system, integrating all inside an original numerical code that includes high precision equations of state for water. The created code contains libraries with formulas for averaging parameters, analytic models to calculate flows of mass and energy between the well and the formation and flow conditions inside the well, estimators of non stationary parameters and graphical post-processing of numeric results. I carried out diverse applications: reproduction of the thermodynamic behavior of water, verification of analytical models, comparison with double porosity in injection tests, convective two-phase processes, heat injection, description of the triple porosity-permeability phenomenon among matrix-fracture-fault, with production of liquid and of two-phase fluid. The results showed essential differences between the behavior of multiporous - multipermeable systems and the simple or double porosity media.

Dedicatorias

A mi esposa Elke, quien con su amor, presencia y apoyo me ayudó a terminar esta tesis.

A mis hijas e hijo, para que aprendan que todo lo que tenemos en la mente lo podemos tener en la mano.

A la memoria de mi madre, a quien le hubiera gustado saber que sus enseñanzas, amor y dedicación brindadas al niño y al adolescente, fundamentaron mi formación adulta y fortalecieron mi carácter.

*Al Lector, porque la vida es una colección de instantes,
porque a veces Nada nos satisface. A veces nuestra mente se confunde,
porque nada es para siempre. Cualquiera que sea tu momento, está ahí un instante y luego se va.*

ÍNDICE

0.- PRÓLOGO	ix
0.1.- Nota Etimológica sobre el Concepto de Reservorio	x
I.- RESUMEN	1
I.1.- Nomenclatura y Unidades	3
I.1.1.- Alfabeto Latino	3
I.1.2.- Alfabeto Griego	8
I.1.3.- Sistemas de Coordenadas Empleados	10
I.1.4.- Operadores Diferenciales	10
I.1.5.- Operadores Integrales	11
I.1.6.- Locuciones Latinas y Siglas Empleadas	12
II.- INTRODUCCIÓN GENERAL	15
II.1.- Propósitos y Objetivos de esta Tesis	16
II.1.1.- Evidencias Experimentales de Campo	16
II.1.2.- Metas y Alcances de la Presente Investigación	19
II.1.3.- Planteamiento Específico del Problema	19
II.1.4.- Justificación del Proyecto	20
II.2.- Composición de la Tierra	22
II.2.1.- Geofísica del Interior del Planeta	22
II.2.2.- Geoquímica al Interior y en la Superficie de la Tierra	24
II.3.- Origen y Transporte del Calor Terrestre	25
II.3.1.- Conducción del Calor en la Tierra	25
II.3.2.- La Convección: Principal Mecanismo de Transporte de Calor	26
II.3.3.- El Calor Terrestre y la Creación de Hidrocarburos	28
II.4.- La Geotermia Convencional en México y en el Mundo	30
II.4.1.- Recursos Geotérmicos Convencionales	30
II.4.2.- Generación Actual de Geotermo-Electricidad	30
II.4.3.- Usos Directos de la Energía Geotérmica Convencional	32
II.5.- Recursos Geotérmicos Profundos No Convencionales	34
II.5.1.- Reservorios Geotérmicos Submarinos	34
II.5.2.- Reservorios en Roca Seca o Húmeda Caliente	37
II.5.3.- Reservorios Geopresurizados	37
II.6.- Aspectos Económicos de la Energía Geotérmica	38
II.6.1.- Análisis Comparativo de Costos	38
II.7.- Sumario del Capítulo II	40

III.- ESTADO DEL ARTE DE MODELAR RESERVORIOS	43
III.1.- Introducción Epistemológica al Modelo Matemático	43
III.1.1.- La Naturaleza de los Modelos Matemáticos de Reservorios	44
III.1.2.- El Modelo Conceptual: de la Realidad a la Idealidad	45
III.1.3.- Sobre la Complejidad del Modelo Conceptual	46
III.1.4.- Definición y Utilidad del Modelo Matemático	48
III.2.- Antecedentes	50
III.2.1.- Modelos de Reservorios con Porosidad Simple	50
III.2.2.- Reservorios Naturalmente Fracturados	52
III.2.3.- Yacimientos Fracturados con una sola Macrofractura	54
III.2.4.- Reservorios Fracturados con Doble Porosidad	55
III.2.5.- Reservorios Fracturados con Triple Porosidad	57
III.2.6.- Reservorios Isotérmicos Fracturados con Porosidad Múltiple	58
III.2.7.- Aleatoriedad en Reservorios Fracturados y Geometría Fractal	58
III.2.8.- Sistemas Complejos y Modelos Multicomponentes	60
III.3.- Consideraciones Teóricas Generales de la Doble Porosidad (DP)	61
III.3.1.- Modelo Radial de DP: Fluidos Ligeramente Compresibles	62
III.3.2.- Modelo Radial del Flujo de Múltiple Porosidad: Líquidos Isotérmicos	66
III.3.3.- Limitantes Prácticas de la Doble y Múltiple Porosidad Clásicas	68
III.4.- Sumario del Capítulo III	69
IV.- MODELO MATEMÁTICO GENERAL PARA RESERVORIOS	
FRACTURADOS CON POROSIDAD - PERMEABILIDAD MÚLTIPLES	71
IV.1.- Introducción al Concepto General $m\phi-nk$	71
IV.1.1.- El Concepto de Triple Porosidad-Permeabilidad en Geotermia	71
IV.1.2.- El Concepto General de Porosidad-Permeabilidad Múltiple	
Para Fluidos No-Isotérmicos	72
IV.2.- Flujo de Masa y Energía en Medios Porosos Fracturados $m\phi-nk$	74
IV.2.1.- Flujo de Masa Monofásica en el Reservorio	74
IV.2.2.- Flujo de Energía para Fluido Monofásico en el Reservorio	75
IV.2.3.- Flujo de Masa Bifásica en el Reservorio	77
IV.2.4.- Flujo de Energía para Fluido Bifásico en el Reservorio	78
IV.3.- Discretización Espacial y Solución de las Ecuaciones	
del Modelo General	79
IV.3.1.- Discretización del Modelo para Flujo Laminar de Masa Monofásica	81
IV.3.2.- Discretización del Modelo para Flujo Laminar de Energía Monofásica	83
IV.3.3.- Discretización del Modelo para Flujo de Masa Bifásica	84
IV.3.4.- Discretización del Modelo para Flujo de Energía Bifásica	86

IV.3.5.- Aproximación Numérica Explícita en el Tiempo	88
IV.3.6.- Aproximación Numérica Implícita en el Tiempo	90
IV.3.7.- Comparación Cualitativa entre Algoritmos Explícitos e Implícitos	91
IV.3.8.- Aproximación Numérica Usando tres Niveles de Tiempo (PPF)	91
IV.4.- Sumario del Capítulo IV	92
V.- PROPIEDADES TERMO-MECÁNICAS DE LA ROCA Y DEL FLUIDO	93
V.1.- Propiedades Térmicas de la Roca Porosa Fracturada	93
V.1.1.- Conductividad Térmica de Rocas Saturadas	93
V.1.2.- Capacidad Calorífica de Rocas Saturadas	94
V.1.3.- Difusividad Térmica	95
V.1.4.- Expansión Térmica	96
V.2.- Propiedades Mecánicas de la Roca Porosa Fracturada	96
V.2.1.- Permeabilidad Absoluta	96
V.2.2.- Volúmenes del Poro, del Sólido y Estructural	98
V.2.3.- Compresibilidad Volumétrica Enchaquetada	98
V.2.4.- Compresibilidad del Volumen del Poro	99
V.2.5.- Compresibilidad Estructural de la Roca Porosa	100
V.3.- Propiedades Físicas del Fluido	100
V.3.1.- Conductividad Térmica y Calor Específico del Fluido	100
V.3.2.- Viscosidad del Fluido	100
V.3.3.- Adsorción	101
V.3.4.- Capilaridad	102
V.3.5.- Permeabilidades Relativas	104
V.3.6.- Histéresis, Imbibición y Drenaje	106
V.4.- Propiedades Petrofísicas en Campos Geotérmicos Mexicanos	107
V.4.1.- La Primavera, Jal.	107
V.4.2.- Los Humeros, Pue.	109
V.4.3.- Los Azufres, Mich.	110
V.5.- Cálculo de Parámetros Promedio en las Interfaces S_{mi}	112
V.5.1.- Permeabilidad y Conductividad Térmica	112
V.5.2.- Promedio Especial para la Conductividad Térmica en Roca Seca	113
V.5.3.- Capacidad Calorífica del Sistema Roca-Fluido	114
V.5.4.- Densidad por Interpolación Lineal (Lagrange)	114
V.6.- Promedios para Sistemas con Dos y Tres Componentes:	
Modelos Generales de Mezclas	115
V.6.1.- Modelo en Paralelo	115
V.6.2.- Modelo en Serie	115
V.6.3.- Modelo Geométrico	115
V.6.4.- Modelo de Budiansky	116

V.6.5.- Modelo de Hashin-Shtrikman	117
V.6.6.- Modelo de Brailsford-Major	117
V.6.7.- Modelo de Waff	117
V.6.8.- Modelo de Walsh-Decker	117
V.6.9.- Modelo Dispersivo de Maxwell	118
V.6.10.- Aplicación a datos de rocas de Los Azufres y Los Humeros	118
V.7.- Discontinuidades de los Parámetros al Cruzar las Interfaces	121
V.8.- Deformación Poroelástica de la Roca	124
V.8.1.- Ecuaciones de la Poroelasticidad Lineal en la Roca	125
V.8.2.- Ecuaciones Acopladas al Flujo de Fluidos Isotérmicos	126
V.8.3.- El Colapso de Fracturas en Reservorios con Poco Fluido	128
V.9.- Turbulencia y Aplicación de la Ley de Forchheimer	130
V.10.- Sumario del Capítulo V	132
VI.- ECUACIÓN DE ESTADO DEL AGUA PURA PARA USOS GEOTÉRMICOS	133
VI.0.- Antecedentes Históricos	133
VI.1.- Ecuaciones de Propiedades del Agua Pura	135
VI.1.1.- Rango Termodinámico de Validez	137
VI.1.2.- Nota sobre Efectos Observados del NaCl y del CO ₂ en Reservorios Geotérmicos	137
VI.2.- El Programa Aqua0 para la Ecuación de Estado del Agua Pura	138
VI.2.1.- Temperatura de Saturación (subrutina TSAT)	139
VI.2.2.- Presión de Saturación (subrutina PSAT)	139
VI.2.3.- Propiedades de la Fase Líquida (subrutina LIKID)	140
VI.2.4.- Propiedades del Vapor (subrutina VAPOR)	141
VI.2.5.- Cálculo de la Viscosidad del Fluido (subrutina VISF)	143
VI.2.6.- Conductividad Térmica del Agua (subrutina TERK)	144
VI.2.7.- Calor Específico del Agua Líquida (subrutina CPLIQ)	144
VI.2.8.- Calor Específico del Vapor (subrutina CPVAP)	145
VI.2.9.- Tensión Superficial del Agua (subrutina TENSA)	146
VI.3.- Correlaciones Prácticas para Presiones Capilares	146
VI.3.1.- Función de Ramey	146
VI.3.2.- Función de Pickens	147
VI.3.3.- Función de Trust	147
VI.3.4.- Función de Milly	147
VI.3.5.- Función de Leverett	147
VI.3.6.- Función del Laboratorio Sandia	147
VI.4.- Correlaciones Prácticas para Permeabilidades Relativas	147
VI.4.0.- Funciones Constantes para Fases perfectamente Móviles	147
VI.4.1.- Funciones Lineales	148
VI.4.2.- Funciones o Curvas de Corey	148

VI.4.3.- Funciones de Grant	148
VI.4.4.- Funciones de Fatt - Klikoff	148
VI.4.5.- Funciones del Laboratorios Sandia	149
VI.4.6.- Funciones de Verma	149
VI.4.7.- Funciones de la Universidad de Stanford	149
VI.5.- Sumario del Capítulo VI	150
VII.- EL CÓDIGO TRAMER3 PARA SIMULAR EL TRANSPORTE DE MASA Y ENERGÍA EN RESERVORIOS DE MÚLTIPLE POROSIDAD/PERMEABILIDAD	151
VII.1.- Características Generales de TRAMER3	152
VII.2.- Creación semi-automática de mallas fracturadas para TRAMER3	153
VII.2.1.- Breve descripción de CREAM3	153
VII.2.2.- Descripción de las Subrutinas	154
VII.3.- Pre y Pos - Procesamiento de Información en TRAMER3	159
VII.3.1.- Procesos Estocásticos y Aleatoriedad en Reservorios Fracturados	160
VII.3.2.- El Origen de la Aleatoriedad en los Reservorios Fracturados	161
VII.3.3.- Las Funciones Aleatorias Intrínsecas en el Modelado de Parámetros no Estacionarios	161
VII.3.4.- Procesos No-Estacionarios en Reservorios Fracturados	163
VII.4.- El Modelo de Pozos SIMU89 Acoplado al Código TRAMER 3	167
VII.4.1.- El Flujo de Fluido y Calor en Pozos Geotérmicos	168
VII.4.2.- Conducción Transiente de Calor en Pozos Geotérmicos: Modelo Analítico en Dos Dimensiones	169
VII.4.3.- Descripción y Presentación del Modelo	170
VII.5.- Sumario del Capítulo VII	172
VIII.- VALIDACIÓN DE TRAMER3 Y SU APLICACIÓN A DIVERSOS PROBLEMAS DE LA INGENIERÍA DE RESERVORIOS FRACTURADOS	173
VIII.1.- Comprobación de la Ecuación de Estado del Agua	173
VIII.1.1.- Gráficas con Propiedades Termodinámicas del Agua	174
VIII.2.- Flujo Radial y Vertical de Calor en Pozos Geotérmicos	184
VIII.2.1.- Transferencia Transiente de Calor entre el Tubo y el Cemento	184
VIII.2.2.- Distribución Radial de Calor en Función de la Profundidad	185
VIII.3.- El Modelo de Advonin	186
VIII.4.- Análisis de Pruebas de Presión en Pozos Geotérmicos	189
VIII.4.1.- Modelo Compuesto de Doble Porosidad-Permeabilidad	189
VIII.4.2.- Estimación de Parámetros de la Formación	193
VIII.4.3.- Análisis del Pozo H-01	194

VIII.4.4.- Análisis del Pozo H-28	196
VIII.4.5.- Modelos de Flujo para Analizar	
Pruebas de Presión con TRAMER3	198
VIII.5.- Simulación de un Proceso Puramente Convectivo con TRAMER3	199
VIII.6.- Aproximación numérica al flujo geotérmico de triple porosidad	202
VIII.6.1.- Precisiones sobre el Concepto de	
Triple Porosidad - Permeabilidad en Geotermia	203
VIII.6.2.- Falla Única en un medio 3ϕ -3k conteniendo Inicialmente Líquido	204
VIII.6.3.- Falla Única en un medio 3ϕ -3k Inicialmente en Dos Fases	204
VIII.7.- Sobre la Validez de la Ley de Darcy en la Falla	208
VIII.8.- Sumario del Capítulo VIII	209
IX.- ANEXO TÉCNICO - RELACIONES FÍSICO-MATEMÁTICAS	211
IX.0.- Conocimiento Actual sobre la Dinámica Interna de la Tierra	211
IX.0.1.- El Mecanismo Termal del Geodínamo Terrestre	212
IX.0.2.- El Calor Terrestre y la Tectónica de Placas	212
IX.1.- Propiedades Matemáticas de la Física del Medio Multiporoso	213
IX.1.1.- Teorema del Valor Medio para Integrales en 2 y 3 Dimensiones	213
IX.1.2.- Lema Fundamental de la Física del Continuo	214
IX.1.3.- El Teorema General de Stokes	214
IX.1.4.- El Teorema de la Divergencia	214
IX.1.5.- Elementos de Análisis Tensorial para el Medio Multiporoso	215
IX.2.- Deducción Heurística de Ecuaciones Fundamentales	
en Reservorios $m\phi$-nk	217
IX.2.1.- Porosidad	217
IX.2.2.- Densidad	218
IX.2.3.- Saturación	218
IX.3.- Ecuaciones Integrales de Masa en Reservorios $m\phi$-nk	218
IX.3.1.- Masa del Fluido Bifásico	218
IX.3.2.- Masa de la Roca Multiporosa	219
IX.4.- Ecuaciones Integrales de la Energía en Reservorios $m\phi$-nk	220
IX.4.1.- Energía del Fluido	220
IX.4.2.- La 1 ^{ra} Ley de la Termodinámica en la Fase f del Fluido	220
IX.4.3.- Energía de la Roca y la 1 ^{ra} Ley de la Termodinámica	221
IX.5.- Modelo General Bifásico, medio Multiporoso, Flujo laminar	222
IX.5.1.- Relaciones Útiles en el Flujo en Dos Fases	223
IX.6.- Desarrollo del Método de los Volúmenes Finitos Integrados (VFI)	224
IX.6.1.- Ecuación General de Transporte	226
IX.6.2.- Discretización Integral de la Región V	226

IX.6.3.- Aproximación Espacial	227
IX.6.4.- Discretización en el Tiempo	228
IX.7.- DIOMRES (k, m): Método Variacional con Ortogonalización Incompleta y Reinicio para la Solución de Sistemas Lineales Dispersos	228
IX.8.- Ejemplos de Aplicación - Verificación	231
IX.8.1.- La Solución de Línea Fuente Infinita	231
IX.8.2.- Desarrollo Teórico del Modelo Analítico del Flujo de Calor Radial - Vertical	231
IX.9.- Planteamiento del Modelo Compuesto de Doble Porosidad en Variables de Campo	234
IX.9.1.- Definición de variables adimensionales	235
IX.9.2.- Planteamiento del modelo en Variables Adimensionales	235
IX.9.3.- Solución empleando la Transformada de Laplace	236
IX.9.4.- Aproximación para Tiempos Pequeños en la Zona 1	237
IX.10.- Algunos Módulos Analíticos en FORTRAN-77 que Conforman a TRAMER3	239
IX.11.- El Programa CREAM3 y la Subrutina AQUA0 en FORTRAN-77 que Conforman a TRAMER3	248
X.- BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS	273
X.1.- Bibliografía	273
X.2.- Índice de Figuras	285
X.3.- Índice de Tablas	286
X.4.- Índice Temático	287
X.5.- Agradecimientos	294

PRÓLOGO

Por razones principalmente económicas es importante comprender correctamente el comportamiento de reservorios geotérmicos fracturados. La experiencia internacional muestra que su capacidad de almacenamiento y permeabilidad varían extensamente, dependiendo del grado de fracturamiento en la formación y del valor de la porosidad primaria efectiva. Por ejemplo, si el fluido original está almacenado en una red de fracturas bien conectadas, una producción inicial muy elevada induce a sobrestimar la producción del pozo a largo plazo, considerando una porosidad y una permeabilidad mayores a las que en realidad existen. En este tipo de reservorios, se han observado casos de pozos produciendo grandes cantidades iniciales de fluido, que declinan drásticamente después de un corto tiempo de explotación. Por ello, se ha dedicado mucha atención al desarrollo de modelos realistas que describan el flujo interporoso en reservorios naturalmente fracturados, con el propósito de caracterizar adecuadamente la historia del abatimiento de presión y predecir su evolución con precisión.

Diversas son las fuentes de información disponibles sobre ese tipo de yacimientos, así como diversas son las disciplinas que intervienen en su estudio y comprensión. La moderna Ingeniería de Reservorios Geotérmicos encaja sus raíces en la Hidrología Subterránea y en la Ingeniería de Yacimientos Petroleros. Muchos de sus métodos han sido de ahí adaptados; sin embargo, la variable térmica ha engendrado una gama de problemas nuevos que exigen enfoques distintos y originales. Varias cuestiones surgen al explotar un sistema hidrotermal: ¿Hasta dónde se extiende? ¿Cuál es su espesor? ¿A qué temperatura y presión se encuentra el fluido? ¿A qué profundidad? ¿Cuánta energía térmica hay disponible y cuánta es recuperable? ¿Cuántas plantas y de qué capacidad se pueden instalar? ¿Cuáles son los parámetros petrofísicos? ¿Hay recarga natural y en dónde? ¿Qué separación debe haber entre pozos y cuántos deben perforarse? La respuesta a estas cuestiones requiere comprensión de los mecanismos de flujo y permite predecir la evolución del reservorio, estimar sus reservas energéticas y optimizar su explotación. La praxis de campo confronta tres clases de problemas: la determinación de hechos significativos, el acoplamiento de los datos accesibles a la teoría disponible y la articulación congruente de la teoría con nuevos datos medidos. Este trabajo nació paulatinamente como una necesidad práctica ante frecuentes dificultades encontradas para establecer puntos de contacto entre la teoría clásica de medios continuos porosos, los métodos de doble porosidad y la naturaleza observada de los reservorios fracturados con fallas conteniendo fluido geotérmico. Estos hechos y otras reflexiones conducen a postular que tanto teórica como empíricamente, el conocimiento de los sistemas hidrotermales fracturados está muy incompleto. Una teoría general que los explique es muy incipiente.

La presente tesis enlaza el modelado matemático de sistemas hidrotermales muy heterogéneos, con datos de campo y técnicas de las distintas Ciencias de la Tierra aplicadas a esos reservorios. Tal enlace incluye varios años de experiencia práctica observando y estudiando reservorios volcánicos bajo explotación. En la tesis se plantea un nuevo concepto de la ingeniería de reservorios geotérmicos: el sistema de porosidad y permeabilidad múltiples o reservorio de tipo

$m\phi$ -nk. La introducción de esta noción está fuertemente apoyada por datos y evidencias experimentales. Como trabajo central se desarrolla y resuelve un modelo numérico general, cuyo marco teórico y práctico está fundamentado en dicho concepto. Los alcances del modelo son muy amplios pues considera el flujo interporoso transitorio entre varios continuos, flujos no isotérmicos, cambios de fase y transferencia de energía por conducción y convección. El modelo maneja opcionalmente flujos no darcianos e introduce el acoplamiento del flujo de fluidos y calor entre el pozo y el reservorio y la deformación poroelástica de la roca en la formación fracturada.

0.1.- NOTA ETIMOLÓGICA SOBRE EL CONCEPTO DE RESERVORIO

El concepto de reservoir se introdujo a la lengua inglesa, en alguna época antigua, a través del francés réservoir, vocablo derivado del verbo latino reservare, introducido aproximadamente en 1190 a la lengua francesa. En Francia, a partir del año 1550 (Larousse, 1977) réservoir se emplea para expresar la idea de recipiente o contenedor de líquidos acumulados en reserva. Del mismo latín pasó al actual italiano como serbatoio, del verbo serbare = reservare (reservar). En japonés equivale a choryuso (Hodgson et al, 1994); ambas son la traducción exacta del inglés reservoir. En su acepción semántica moderna (Larousse, 1977; Hodgson et al. 1994; Anchor Books, 1976), reservoir en inglés, en francés y en italiano significa: contenedor natural subterráneo de fluidos; depósito de agua, petróleo o gas; y provisión de reserva de esos fluidos, la cual puede disminuir o aumentar. Contiene por tanto implícita la idea del posible movimiento del fluido.

La palabra castellana de yacimiento proviene indirectamente del latín iacere (yacer), que se introdujo al francés hacia 1050 y tomó la forma verbal de gésir que significa estar echado, acostado, enterrado o en reposo, sin movimiento. En el mismo francés derivó el sustantivo gisement, usado en geología para nombrar la disposición de estratos minerales, de rocas o de algo fósil en el subsuelo (Larousse, 1977; Anchor Books, 1976; Diccionario Real Academia Española, 1984). O sea, lo contrario al movimiento. En Francia, hacia 1900 se empezó a usar ese vocablo para designar la acumulación de petróleo en una formación natural (Larousse, 1977), pero actualmente se emplea más bien réservoir para designarla. La lengua inglesa no traduce el término español yacimiento como reservoir sino como deposit o field (Hodgson et al., 1994; Simon & Schuster, 1973; Collazo, 1980). Algo similar ocurre en francés y en italiano. Por último, el diccionario Collazo (1980) traduce reservoir exactamente como reservorio o reservatorio al español actual.

Estos antecedentes histórico-etimológicos me conducen a postular que el término castellano, semánticamente correcto, para sustantivar a la reserva natural de fluido geotérmico es precisamente el de reservorio, el cual contiene implícita la idea de la dinámica del agua por convección, condensación, flujo subterráneo, recarga, cambio de fase, etc. y no solamente agua fósil inmóvil. Ello es particularmente apropiado cuando se trata de un reservorio en explotación. Aquí empleo indistintamente yacimiento y reservorio como una transición lingüística para referirme al mismo concepto, aunque ambos vocablos no sean sinónimos, sino más bien antagónicos. Es mi creencia que esta postura permitirá gradualmente la aceptación generalizada del término correcto en algún futuro próximo.

Capítulo I

RESUMEN

I.- RESUMEN

“Desocupado lector, sin juramento me podrás creer que quisiera que esta tesis, como hija del entendimiento, fuera la más hermosa, la más gallarda y más discreta que pudiera imaginarse. Pero no he podido yo contravenir a la orden de naturaleza, que en ella cada cosa engendra su semejante.”

Cervantes

La Geotermia es la energía contenida en el interior del planeta y el flujo de calor terráqueo. La Tierra entera es un sistema geotérmico. El enfriamiento del núcleo y el decaimiento de elementos radiactivos en el manto y en la corteza producen la energía almacenada en su interior. Los yacimientos de aceite y gas son sistemas geotérmicos particulares. Lo mismo ocurre con los reservorios hidrotermales, los de roca seca caliente, los submarinos, los de magma, los geopresurizados, los volcánicos y los acuíferos de agua potable. Ninguna porción del planeta escapa a la influencia del calor terrestre el cual, mediante descargas magmáticas, tuvo una influencia decisiva en la conformación de océanos y atmósfera. Para la formación de continentes el basalto, derivado de la fusión parcial de elementos del manto, es hidrotermalmente alterado por el agua marina y alcanza zonas de subducción. Debido a la agresividad de la atmósfera primitiva los posibles lugares para que ocurrieran las primeras síntesis de sustancias químicas, necesarias para el origen de la vida, fueron los sistemas hidrotermales submarinos. En esos sitios el agua de mar circula y reacciona geoquímicamente con la corteza oceánica, produciendo bacterias quimiosintéticas básicas en la formación de cadenas alimenticias fundamentales, a profundidades donde nunca alcanza a llegar la luz del sol. De esta forma el calor geotérmico fue dando forma y vida al planeta.

Situándola en un contexto amplio, en la tesis planteo una introducción general a la geotermia abordando su origen, de dónde viene, cuál es su alcance, qué es lo que produce, cuánta electricidad genera, cuánto cuesta y cuánta hay en México y en el mundo. Los sistemas geotérmicos globales son abundantes en este país. Entre ellos, los reservorios hidrotermales explotables con la tecnología actual son, casi todos, fracturados. Desarrollé la parte nuclear del trabajo de tesis como un problema particular de esa temática, ampliando la noción clásica de doble porosidad a reservorios fisurados más heterogéneos, con fallas y microfracturas. Demuestro que la idea central englobando a todos los medios porosos con fracturas es la categoría de sistema natural multiporoso. Con ella introduzco un nuevo concepto en la ingeniería de reservorios: *el sistema complejo de porosidad y permeabilidad múltiples* o reservorio de tipo $m\phi-nk$. Muestro, con ejemplos concretos, que esos sistemas existen y que el concepto está fuertemente soportado por evidencias experimentales y datos de campos geotérmicos de México, constituyendo una generalización natural de la porosidad simple y de los medios tradicionales de doble porosidad-permeabilidad. La noción conforma el esbozo de una teoría general del medio fracturado, aún en formación, cuya idea clave es el concepto de *sistema complejo*, en el cual el comportamiento global no puede ser explicado completamente por la sola comprensión separada de cada uno de sus componentes. Más importante resulta el entender las interacciones entre todos sus elementos.

Postulo que la manifestación termomecánica del concepto de reservorio $m\phi-nk$, es aplicable a rocas fracturadas deformables conteniendo fluidos no-isotérmicos, englobando $M (\geq 2)$ continuos cuya termodinámica y petrofísica son diferentes. Los M medios interactúan entre sí por medio de interfaces a través de las cuales fluye masa y energía con distintos flujos interporosos transitorios. Ilustré varios aspectos de las heterogeneidades en esos sistemas con valores numéricos y, definiendo con precisión la noción fundamental, construí un modelo matemático general para describirlos operacionalmente. Para solucionar las ecuaciones del modelo no-lineal, de tipo pseudo parabólico, desarrollé una técnica poderosa y flexible: los Volúmenes Finitos Integrados. Con este método construí un modelo numérico operativo que resuelve eficientemente la interacción transiente múltiple entre distintos medios porosos, por ejemplo, matriz, fracturas, microfracturas y fallas.

Luego de describir las propiedades termomecánicas de la roca y del fluido conformando esos reservorios, integré todo en un código numérico llamado **TRAMER3**, acrónimo significando Transporte de Masa y Energía en Tres dimensiones para Reservorios tipo $m\phi-nk$. El código contiene una Ecuación de Estado del Agua Pura para usos Geotérmicos de alta precisión. Emplea la presión y la temperatura en una sola fase para calcular las demás propiedades termodinámicas del agua. En dos fases usa la entalpía específica y la presión de saturación como variables independientes. Debido a que los parámetros de los distintos medios pueden ser altamente contrastantes y tener discontinuidades en sus interfaces, el promediado es una operación fundamental en la simulación. Independientemente del método usado en la discretización de ecuaciones, los promedios deben representar con realismo al fenómeno que ocurre al atravesar el fluido zonas del reservorio con distintas características. Además de información científica y técnica avanzada, **TRAMER3** contiene también una amplia biblioteca de promedios, con modelos analíticos para calcular el flujo radial - vertical de calor entre el pozo y la formación, interpoladores para estimar parámetros no-estacionarios e incluye un modelo acoplado que calcula las condiciones del fluido dentro del pozo.

Apliqué **TRAMER3** a diversos problemas geotérmicos. Para verificar su precisión, primero reproduce el comportamiento del agua en un amplio rango termodinámico, de 20°C a 800°C . Verifiqué sus algoritmos con modelos analíticos de inyección de agua caliente. Resolví la transferencia transiente de calor entre un pozo productor y la formación, y comparé un modelo compuesto de doble porosidad aplicado a pozos de Los Humeros, Pue. Calculé un proceso convectivo vertical con cambio de fase e inyección de calor. Por último apliqué la metodología $m\phi-nk$ a un sistema de triple porosidad y triple permeabilidad formado de matriz, red fracturada y falla conductiva, con producción tanto en fase líquida como de fluido bifásico. Los resultados mostraron que hay diferencias esenciales en el comportamiento particular de sistemas con fallas, con respecto a los sistemas de porosidad simple o doble. El desarrollo y aplicabilidad futura de **TRAMER3** incluirán el análisis preciso de pruebas de presión con temperatura variable y geometrías de flujo arbitrarias, y la inclusión de ecuaciones de estado para petróleo y gas. En la tesis presento el concepto $m\phi-nk$ en su más amplia generalidad e ilustro soluciones completas para distintos medios con líquido poco compresible y también con fluidos no-isotérmicos y cambio de fase.

I.1.- Nomenclatura y Unidades

La siguiente es una lista exhaustiva de casi todos los términos claves, letras, números e índices que empleé en la escritura de esta tesis. Para evitar confusiones algunos términos similares no se incluyen, sino que se especifican en el contexto particular donde aparecen. Cada una de las ecuaciones y conceptos numéricos se definen además con claridad a lo largo del texto. No defino ni unidades básicas de medida ni variables fundamentales, por ejemplo metro, W, °C, bar o presión y temperatura. En todas las ecuaciones el subíndice j representa alguna propiedad del j -ésimo elemento del reservorio discretizado tipo $m\Phi$ - nK . Por ejemplo en un reservorio con tetra-porosidad j puede significar respectivamente matriz, microfractura, fractura o Falla o roca sólida ($m, \mu f, f, F, r$ o R). La letra f denota al fluido en sí o a cada una de sus fases líquida (l o L) o vapor (v o V). Cuando existe alguna ambigüedad, el contexto del término clarifica el significado preciso del símbolo empleado. Sistemáticamente, el subíndice n significa alguna propiedad promedio en el volumen V_n y V_i representa a los elementos rodeando a V_n con interfaces comunes. Las letras p y T son la presión hidrodinámica y la temperatura promedio de la mezcla (líquido + vapor) respectivamente. Las letras mayúsculas en negrita son normalmente tensores, por ejemplo \mathbf{K} es el tensor de permeabilidades actuando en las tres direcciones principales de flujo (k_x, k_y, k_z); \mathbf{K}_D es el tensor de coeficientes de dispersión térmica promedio, actuando como un parámetro global de transferencia conductiva. Las letras minúsculas en negrita son vectores. Todas las unidades empleadas son del Sistema Internacional de Unidades con submúltiplos y sus múltiplos. La notación [ad] significa parámetro sin dimensiones.

I.1.1.- Alfabeto Latino

TÉRMINO	SIGNIFICADO	UNIDADES
A	área	[m ²]
A _B	área de fracturas por unidad de volumen global de fracturas	[ad]
A _{rD}	área de contacto entre fracturas y matriz por unidad de volumen de roca fracturada	[ad]
A _{ma}	área de fracturas por unidad de volumen de matriz	[ad]
A _n ¹	1 ^{er} coeficiente funcional (p, T) no lineal de la ecuación de masa monofásica	[s ² /m ²]
A _n ²	1 ^{er} coeficiente funcional (p, h) no lineal de la ecuación de masa bifásica	[s ² /m ²]
b	apertura promedio de fracturas	[m]
B = (B _{ii})	matriz diagonal en la solución de Liu-Chen (ec. L3)	[]
B _n ¹	2 ^{do} coeficiente funcional (p, T) no lineal de la ecuación de masa monofásica	[kg/m ³ /°C]
B _n ²	2 ^{do} coeficiente funcional (p, h) no lineal de la ecuación de masa bifásica	[kg ² /m ³ /J]
c	factor de cementación en el modelo experimental de Anand (1973)	[ad]
c _f	compresibilidad de fracturas o del fluido	[Pa ⁻¹]
c _j	compresibilidad del j -ésimo elemento discretizado	[Pa ⁻¹]
c _p	compresibilidad promedio del poro de la roca	[Pa ⁻¹]
C	matriz auxiliar en la solución de Liu-Chen	[]
C _B	compresibilidad volumétrica enchaquetada de la roca fracturada	[Pa ⁻¹]
C _E	compresibilidad estructural de la roca porosa fracturada	[Pa ⁻¹]
C _i	constante especial de la función especial de Bessel producto cruzado U ₀	[]
C _{ni} ¹	3 ^{er} coeficiente funcional (p, T) no lineal de la ecuación de masa monofásica	[s/m]
C _{ni} ²	3 ^{er} coeficiente funcional (p, h) no lineal de la ecuación de masa bifásica	[s/m]
C _L	calor específico del líquido	[J/kg/°C]
C _P	calor específico a presión constante y también de las areniscas	[J/kg/°C]
C _R	calor específico de la roca andesítica a presión constante	[J/kg/°C]
C _{Rn}	calor específico promedio de la roca en el volumen V _n	[J/kg/°C]
C _S	compresibilidad volumétrica no-enchaquetada de la fase sólida de la roca	[Pa ⁻¹]
C _T	compresibilidad total del medio y también estructural a temperatura constante	[Pa ⁻¹]

C_v	calor específico del vapor	[J/kg/°C]
C_w	calor específico del agua	[J/kg/°C]
C_p	calor específico promedio del sistema fluido bifásico/roca	[J/kg/°C]
C_ϕ	compresibilidad del volumen del poro	[Pa ⁻¹]
d_i	distancia internodal entre S_{ni} y el centro geométrico de S_i	[m]
d_n	distancia internodal entre S_{ni} y el centro geométrico de S_n	[m]
d_{ma}	diámetro de matriz en el modelo de Heber - Samaniego (1981)	[m]
D_{ni}^1	4 ^{to} coeficiente funcional (p, T) no lineal de la ecuación de masa monofásica	[kg/s/m ³]
D_{ni}^2	4 ^{to} coeficiente funcional (p, h) no lineal de la ecuación de masa bifásica	[kg/s/m ³]
e_f	energía interna específica de la fase f del fluido	[J/kg]
e_F	energía interna específica de la mezcla bifásica	[J/kg]
e_j	energía interna específica del fluido en el j-ésimo elemento	[J/kg]
e_L	energía interna específica del líquido	[J/kg]
e_n	energía interna promedio específica del fluido en el volumen V_n	[J/kg]
e_R	energía interna específica de la roca	[J/kg]
e_v	energía interna específica del vapor	[J/kg]
e_x	expansividad promedio de la roca	[°C ⁻¹]
E	módulo de Young poroelástico	[bar]
\mathcal{E}	cualquier conjunto de números reales o de vectores reales	[]
E_n^1	1 ^{er} coeficiente funcional (p, T) no lineal en la ecuación de la energía monofásica	[ad]
E_n^2	1 ^{er} coeficiente funcional (p, h) no lineal en la ecuación de la energía bifásica	[ad]
\vec{E}_F	vector flujo de energía total del fluido	[J/s/m ²]
\vec{E}_L	vector flujo de energía de la fase líquida	[J/s/m ²]
\vec{E}_R	vector flujo de energía total de la roca	[J/s/m ²]
\vec{E}_V	vector flujo de energía de la fase vapor	[J/s/m ²]
f	subíndice general denotando al fluido o a cada una de las fases del agua (f, líquido, vapor)	[]
f_ϕ	factor de fricción para definir flujo turbulento (ec. 109)	[]
\mathcal{F}	Cualquier subconjunto de números reales	[]
F_o	factor de resistividad eléctrica de la formación	[ad]
F_n^1	2 ^{do} coeficiente funcional (p, T) no lineal en la ecuación de la energía monofásica	[N/m ² /°C]
F_n^2	2 ^{do} coeficiente funcional (p, h) no lineal en la ecuación de la energía bifásica	[kg/m ³]
F_{ni}	flujo promedio de masa a través de cada interface S_{ni}	[kg/s/m ²]
\vec{F}_E^1	vector flujo de energía monofásica, líquido o vapor	[J/s/m ²]
\vec{F}_E^2	vector flujo de energía bifásica	[J/s/m ²]
\vec{F}_L	vector flujo de líquido	[kg/s/m ²]
\vec{F}_M^1	vector flujo de masa monofásica, líquido o vapor	[kg/s/m ²]
\vec{F}_M^2	vector flujo de masa bifásica	[kg/s/m ²]
$\vec{F}_R = \rho_R \vec{v}_R$	vector flujo de masa rocosa	[kg/s/m ²]
\vec{F}_V	vector flujo de vapor	[kg/s/m ²]

g	aceleración vectorial de la gravedad dirigida en dirección radial	[m/s ²]
G	módulo poroelástico (ec. 93)	[bar]
G_{ni}^1	3 ^{er} coeficiente funcional (p, T) no lineal en la ecuación de la energía monofásica	[W/m ² /°C]
G_{ni}^2	3 ^{er} coeficiente funcional (p, h) no lineal en la ecuación de la energía bifásica	[m/s]
GWh_e	Giga Watts hora eléctricos	[3.6 × 10 ¹² J]
GWh_t	Giga Watts hora térmicos	[3.6 × 10 ¹² J]
h	espesor del reservorio	[m]
h_f	entalpía específica del fluido	[J/kg]
h_F	entalpía específica de la mezcla bifásica	[J/kg]
h_j	entalpía específica del fluido en el j-ésimo medio poroso	[J/kg]
h_L	entalpía específica de la fase líquida	[J/kg]
h_{Lni}	entalpía específica promedio del líquido en la interface S_{ni}	[J/kg]
h_{ma}	distancia o espesor ligado a la geometría de los bloques de matriz	[ad]
h_n	entalpía específica promedio del fluido en el volumen V_n	[J/kg]
h_{ni}	entalpía específica promedio del fluido en la interface S_{ni}	[J/kg]
h_R	entalpía específica de la roca sólida	[J/kg]
h_{Rn}	entalpía específica promedio de la roca en el volumen V_n	[J/kg]
h_v	entalpía específica de la fase vapor	[J/kg]
h_{vni}	entalpía específica promedio del vapor en la interface S_{ni}	[J/kg]
H_{ni}^2	4to coeficiente funcional (p, h) no lineal en la ecuación de la energía bifásica	[J/s/m ³]
H_{Di}	carga hidráulica adimensional del i-ésimo medio poroso	[ad]
$H(x-x_0)$	distribución o función generalizada de Heaviside	[]
j	subíndice denotando propiedad del j-ésimo medio; p.ej. matriz, fractura, Falla o roca sólida.	[]
J	Joule, unidad fundamental de energía y de trabajo	[kg m ² /s ²]
J_0	función 0-Bessel de 1ra Clase	[]
J_1	función 1-Bessel de 1ra Clase	[]
k	permeabilidad absoluta de la roca	[m ²]
k_{fb}	permeabilidad de fracturas por volumen de roca fracturada	[m ²]
k_i	conductividad hidráulica del i-ésimo medio	[]
k_{ij}	permeabilidad discontinua entre dos medios continuos, (p.ej. matriz-fractura)	[m ²]
k_j	permeabilidad del j-ésimo medio, p.ej. matriz, fractura o Falla (j = m, f, F)	[m ²]
k_{ma}	permeabilidad de matriz por volumen de roca fracturada	[m ²]
k_{rf}	permeabilidad relativa de la fase f (líquido L o vapor V)	[ad]
k_{Lni}	permeabilidad relativa promedio de la fase líquida en la interface S_{ni}	[ad]
k_{vni}	permeabilidad relativa promedio de la fase vapor en la interface S_{ni}	[ad]
kWh	kiloWatt hora, unidad de consumo de energía geotérmica	[3.6 × 10 ⁶ J]
K	tensor de permeabilidad absoluta de la roca	[m ²]
K_B	módulo poroelástico (ec. 93)	[]
K_f	tensor de conductividad térmica del medio f (l = líquido, v = vapor, r = roca)	[W/m ² /°C]
K_i	permeabilidad absoluta en el medio V_i	[m ²]
K_H	valor primero en el promedio de Hashin-Shtrikman	[]
K_L	tensor de conductividad térmica de la fase líquida	[W/m ² /°C]
K_m	sistemáticamente significa valor promedio de algún parámetro multicomponente	[]
K_n	permeabilidad absoluta en el medio V_n	[m ²]
K_{ni}	permeabilidad promedio en la interface S_{ni}	[m ²]
K_R	tensor de conductividad térmica de la roca	[W/m ² /°C]
K_S	valor segundo en el promedio de Hashin-Shtrikman	[]
K_T	tensor de conductividad térmica promedio del sistema roca/fluido	[W/m ² /°C]

K_{Tj}	tensor de conductividad térmica promedio en el j-ésimo medio	[W/m°C]
K_{Tn}	tensor de conductividad térmica promedio en el volumen V_n	[W/m°C]
K_{Tni}	tensor de conductividad térmica promedio al cruzar la interface S_{ni}	[W/m°C]
K_{TS}	conductividad térmica de rocas secas	[W/m°C]
K_V	tensor de conductividad térmica de la fase vapor	[W/m°C]
K_0	función 0-Bessel modificada de 2da Clase	[]
K_1	función 1-Bessel modificada de 2da Clase	[]
Ln	función logaritmo natural	[]
M	número de medios porosos interactuantes	[ad]
M_n	número de elementos que rodean a cada volumen V_n	[ad]
MW	Mega Watt, unidad básica de potencia geotérmica	[10 ⁶ W]
MW_e	Mega Watts eléctricos, unidad básica de potencia geotermoeléctrica	[10 ⁶ W]
MW_t	Mega Watts térmicos, unidad básica de potencia geotérmica en usos directos	[10 ⁶ W]
$m\phi-nk$	notación para el concepto de múltiple porosidad y múltiple permeabilidad	[]
N	número de elementos en que se discretiza al volumen V del reservorio	[ad]
\vec{n}	vector normal unitaria a la superficie S_n	[m]
n_i	componente del vector normal en la interface S_{ni} dentro de V_i	[m]
n^b	exponente en la ecuación general de Forchheimer	[]
O	matriz ortogonal en la solución de Liu-Chen	[]
p	presión del fluido en el reservorio	[Pa]
p_A	presión promedio del agua	[Pa]
p_C	presión capilar en la interface líquido-vapor (o aceite/gas)	[Pa]
p_d	presión diferencial en la compresibilidad encaquetada C_B	[Pa]
P_{Di}	caída de presión adimensional	[ad]
p_{ef}	presión efectiva en la poroelasticidad	[Pa]
p_f	presión hidrodinámica de la fase f (L, V) del fluido en el reservorio	[Pa]
p_{FD}	presión adimensional en fracturas, modelo Heber-Samaniego (1981)	[ad]
p_G	presión promedio del gas	[Pa]
p_i	presión promedio del fluido en el elemento V_i	[Pa]
p_j	presión hidrodinámica en el j-ésimo elemento, (ej. matriz, fractura o Falla $j=m, f, F$)	[Pa]
p_k	presión de compactación o confinante	[Pa]
$p_m - p_f$	diferencia de presión matriz-fractura	[Pa]
p_n	presión promedio del fluido en el elemento V_n	[Pa]
p_o	presión promedio del aceite	[Pa]
p_{SV}	presión de saturación del vapor en una interface plana	[Pa]
p^t	presión del fluido en el instante t	[Pa]
$p^{t+\Delta t}$	presión del fluido en el instante $t + \Delta t$	[Pa]
p_ϕ	presión del poro en la poroelasticidad	[Pa]
p_0	presión inicial del reservorio en el instante t_0	[Pa]
q	gasto de fluido másico extraído o inyectado en el reservorio	[kg/s]
q_f	tasa de fluido extraído o inyectado por unidad de volumen	[kg/s/m ³]
q_F	tasa volumétrica de fluido bifásico extraído o inyectado en el reservorio	[kg/s/m ³]
q_{ij}	intercambio de fluido entre dos medios matriz, fractura o Falla	[kg/s]
q_{mf}	intercambio específico de masa en matriz/fractura	[kg/s/m ³]
q_n	gasto promedio de fluido extraído o inyectado en V_n por unidad de volumen	[kg/s/m ³]
q_{Rn}	tasa de energía extraída o inyectada en la roca	[J/s/m ³]
q_U	tasa de energía extraída o inyectada en el reservorio por unidad de volumen	[J/s/m ³]
q_{Un}	tasa de energía extraída o inyectada en el volumen V_n	[J/s/m ³]

Q_C	flujo de calor conductivo por unidad de área	[W/m ²]
Q_M	flujo de masa por unidad de área	[kg/s/m ²]
Q_n	gasto másico promedio de fluido extraído o inyectado en el volumen V_n	[kg/s]
Q_T	flujo total de calor por unidad de área	[W/m ²]
Q_{Tni}	flujo promedio de calor que pasa por la interface S_{ni}	[W/m ²]
Q_{Un}	flujo promedio de calor extraído o inyectado en V_n	[W]
r	coordenada cilíndrica y dimensión radial	[m]
r_a	radio interno	[m]
r_b	radio externo	[m]
r_D	radio adimensional del yacimiento	[ad]
r_E	distancia radial total del yacimiento	[m]
r_M	radio medio de curvatura en la interface líquido/gas	[m]
r_w	radio del pozo	[m]
R	constante de los gases ideales	[8314.3 J/kmol/°K]
Re	número de Reynolds en un medio poroso o fracturado	[ad]
$R_j(r)$	<i>eigenectores</i> en la solución de Liu-Chen	[]
\mathbb{R}^n	el conjunto de puntos cuyas coordenadas son números reales ($n = 1, 2, 3$)	[]
s	variable primaria en la transformada de Laplace	[]
s_i	almacenamiento específico del i -ésimo medio	[]
S	superficie	[m ²]
S_f	saturación de la fase f ($L =$ líquido, $V =$ vapor, $w =$ agua)	[ad]
S_i	superficie total del i -ésimo elemento V_i en contacto con V_n	[m ²]
S_n	superficie del n -ésimo elemento en la malla cubriendo al volumen V_n	[m ²]
S_{ni}	interface frontera entre las superficies S_n y S_i	[m ²]
S_{wi}	saturación del agua irreducible	[ad]
t	tiempo mecánico medido por cronómetros	[s]
t_D	tiempo mecánico adimensional	[ad]
T	Temperatura del reservorio	[°C]
T_0	temperatura inicial del reservorio en el instante t_0	[°C]
$Tanh(z)$	función tangente hiperbólica de la variable z	[ad]
T_i	temperatura promedio en el i -ésimo elemento V_i	[°C]
T_I	temperatura inicial en la región $r_a < r < r_b$	[°C]
T_j	temperatura del fluido en el j -ésimo elemento (p.ej. matriz, fractura o Falla $j = m, f, F$)	[°C]
T_L	temperatura de la fase líquida	[°C]
T_n	temperatura promedio en el n -ésimo elemento V_n	[°C]
T_R	temperatura de la fase sólida roca	[°C]
T_V	temperatura de la fase vapor	[°C]
u	velocidad vectorial microscópica de las partículas del fluido o de la roca	[m/s]
u_f	velocidad vectorial microscópica de las partículas de la fase f del fluido	[m/s]
u_i	componente de la deformación poroelástica de la roca	[m]
U_0	Función Especial 0-Bessel Producto Cruzado	
$U_i(r,t)$	función vectorial porción transitoria de la solución de Liu-Chen	[Pa]
U_T	energía total térmica del sistema roca-fluido por unidad de volumen	[J/m ³]
\bar{v}	velocidad vectorial de flujo, lineal (Darcy) o no-lineal (Forchheimer)	[m/s]
\bar{v}_f	velocidad vectorial darcyana de la fase f del fluido	[m/s]
v_i	componente de la velocidad en la dirección x_i	[m/s]
v_j	velocidad de flujo en el j -ésimo elemento (p. ej. matriz, fractura o Falla)	[m/s]
\bar{v}_S	velocidad de deformación de la roca poroelástica	[m/s]

v_x	velocidad de flujo en la dirección x	[m/s]
V	volumen del medio poroso fracturado (o configuración de Euler)	[m ³]
V_b	volumen global de roca en el modelo de Heber-Samaniego (1981)	[m ³]
V_B	volumen estructural o de bulto (<i>bulk</i>)	[m ³]
V_f	volumen de la fase f (líquido, vapor)	[m ³]
V_F	volumen del fluido bifásico	[m ³]
V_i	volumen del i-ésimo medio	[m ³]
V_M	volumen molar de la fase líquida	[m ³]
V_{ma}	volumen de matriz en el modelo de Heber-Samaniego (1981)	[m ³]
V_n	volumen del elemento n en la malla discretizando al reservorio (n = 1, N)	[m ³]
V_R	volumen de roca porosa fracturada	[m ³]
V_S	volumen efectivo de los granos sólidos de la roca	[m ³]
V_ϕ	volumen de los poros interconectados	[m ³]
V_0	volumen inicial del medio (o configuración de Lagrange)	[m ³]
W	matriz diagonal formada por los valores propios $w_{ii} = \lambda_i$, solución de Liu-Chen	[]
x	dirección horizontal y eje de abscisas en coordenadas cartesianas	[m]
x_f	longitud característica de fractura	[m]
x_i	coordenada en cualquiera de los ejes cartesianos	[m]
X_f	calidad de cada una de las fases (f = l, v)	[ad]
$X = (x_{ii})$	matriz diagonal en la solución de Liu-Chen	[]
X^j	variable simbólica para representar a la temperatura (j = 1) o a la entalpía (j = 2)	[°C o J/kg]
X_n^j	variable simbólica promedio en el volumen V_n	[]
X^t	valor de la variable simbólica en el instante t	[]
$X^{t+\Delta t}$	valor de la variable simbólica en el instante t + Δt	[]
y	dirección horizontal y eje de ordenadas en coordenadas cartesianas	[m]
Y_0	función 0-Bessel de 2da Clase	[]
Y_1	función 1-Bessel de 1ra Clase	[]
z	profundidad y dimensión vertical en coordenadas cartesianas	[m]
Z_i	componente i-ésimo de la solución vectorial en el modelo de Liu-Chen	[]
$Z(r)$	función vectorial solución principal en el modelo de Liu-Chen	[]

I.1.2.- Alfabeto Griego

α	coeficiente constante de la geometría del contacto matriz-fractura	[ad]
α_j	parámetro de la j-raíz de $U_0(\alpha, r) = 0$	[]
α_{ij}	coeficiente de flujo interporosidades entre los medios i y j	[ad]
β_D	coeficiente adimensional del modelo compuesto DP lineal-radial	[ad]
β_f	coeficiente del término no lineal en la ecuación de Forchheimer	[m ⁻¹]
γ	coeficiente que describe la geometría y contacto entre matriz y fracturas	[ad]
δ	difusividad térmica	[m ² /s]
δ_{jm}	tensor unitario (1 si j = m, 0 si j ≠ m)	[ad]
δ_m	espaciamiento mínimo entre fracturas	[m]
δ_R	diámetro representativo en el número de Reynolds	[ad]
$\delta(x_0)$	distribución de Dirac	[]
$\epsilon_{f(=L,V)}$	tasa de producción de la fase f (líquido, vapor), evaporación o condensación	[kg/s/m ²]
ϵ_{ij}	componente del tensor de la deformación poroelástica	[ad]
η_j	coeficiente de difusividad en el j-ésimo elemento	[m ² /s]
η_{maD}	coeficiente de difusión hidráulica de la matriz, modelo Heber-Samaniego (1981)	[ad]

η_R	difusividad térmica de la roca	[m ² /s]
θ	variable muda entre < 0, 1> en el algoritmo de Crank-Nicolson	[ad]
θ_c	coordenada cilíndrica	[rad]
θ_{ni}	ángulo de la gravedad con la normal en la interface S_{ni}	[rad]
$\Theta(s)$	función auxiliar en el modelo de Heber-Samaniego (1981)	[ad]
Θt	parte pseudo-estacionaria de la solución de Liu-Chen	[Pa]
λ	coeficiente poroelástico de Lamé (ec. 94)	[bar]
λ_r	factor de resistencia matriz-fractura	[m ²]
λ_i	valores propios en la solución de Liu-Chen	[]
Λ	matriz formada por los coeficientes funcionales A_n^j, B_n^j, E_n^j y F_n^j	[]
Λ^{-1}	inversa de la matriz anterior	[]
μ o μ_f	viscosidad dinámica del fluido	[Pa·s]
μ_{ni}	viscosidad promedio del fluido al cruzar la interface S_{ni} entre V_n y V_i	[Pa·s]
μ_{Lni}	viscosidad promedio del líquido en la interface S_{ni} entre V_n y V_i	[Pa·s]
μ_{Vni}	viscosidad promedio del vapor en la interface S_{ni} entre V_n y V_i	[Pa·s]
ν	coeficiente de Poisson	[ad]
ν_j	eigenvalores en la solución de Liu-Chen	[]
ν_f	viscosidad cinemática del fluido (f = l, v)	[m ² /s]
$\xi_j = (V\phi c)_j$	almacenamiento volumétrico en matriz (j = m) o en fracturas (j = f)	[m ³ /Pa]
π	número trascendente igual al cociente del perímetro del círculo unitario entre su diámetro	
ρ	densidad del fluido y, en general, de cualquier medio continuo	[kg/m ³]
ρ_f	densidad de la fase f del fluido, líquido (f=L) o vapor (f=V)	[kg/m ³]
ρ_F	densidad de la mezcla bifásica	[kg/m ³]
ρ_j	densidad del fluido en el medio j, (ej. matriz, fractura o Falla j = m, f, F)	[kg/m ³]
ρ_{Lni}	densidad promedio del líquido al cruzar la interface S_{ni} entre V_n y V_i	[kg/m ³]
ρ_n	densidad promedio del fluido en el volumen V_n	[kg/m ³]
ρ_{ni}	densidad promedio del fluido al cruzar la interface S_{ni} entre V_n y V_i	[kg/m ³]
ρ_R	densidad de la roca	[kg/m ³]
ρ_{Rn}	densidad promedio de la roca en el volumen V_n	[kg/m ³]
ρ_{Vni}	densidad promedio del vapor al cruzar la interface S_{ni} entre V_n y V_i	[kg/m ³]
ρ_0	densidad inicial del fluido	[kg/m ³]
σ	tensión superficial en el líquido	[Pa]
σ_{ij}	componente del tensor de esfuerzos poroelásticos	[bar]
σ_{GS}	tensión superficial entre un gas y un sólido	[Pa]
σ_{LG}	tensión superficial entre un líquido y un gas	[Pa]
σ_{LS}	tensión superficial entre un líquido y un sólido	[Pa]
τ	variable muda de integración	[ad]
$\vec{\tau}_n$	vector termodinámico de coordenadas (p, X ^j)	[]
ϕ	porosidad efectiva primaria de la roca	[ad]
ϕ_j	porosidad efectiva del j-ésimo medio, (ej. matriz, fractura o Falla j = m, f, F)	[ad]
ϕ_f	porosidad efectiva de fracturas en el modelo de Heber-Samaniego	[ad]
ϕ_n	porosidad efectiva promedio de la roca en el volumen V_n	[ad]
ϕ_0	porosidad inicial promedio de la roca en el volumen V_n	[ad]
$\Phi(t_D)$	función general descriptora del tipo y geometría de flujo matriz/fracturas	[ad]
Φ_0	conjunto vacío	[ad]
Ψ^1_E	flujo global de energía monofásica intercambiada entre V_n y sus fronteras mas q_{Un}	[J/s/m ³]
Ψ^2_E	flujo global de energía bifásica intercambiada entre V_n y sus fronteras mas q_{Un}	[J/s/m ³]
Ψ^1_M	flujo global de masa monofásica intercambiada entre V_n y sus fronteras mas q_n	[kg/s/m ³]

Ψ_M^2	flujo global de masa bifásica intercambiada entre V_n y sus fronteras mas q_n	[kg/s/m ³]
Ψ_α^j	flujo simbólico de masa ($\alpha=M$) o de energía ($\alpha=E$) intercambiada entre V_n y sus fronteras	[]
$\vec{\Psi}$	vector de flujo global cuyas coordenadas son (Ψ_M^j, Ψ_E^j)	[]
$\psi(t_D, \tau)$	función general ligada al tipo de geometría de flujo entre matriz y fracturas	[ad]
ω	cociente de almacenamiento de fracturas entre almacenamiento total	[ad]
Ω	coeficiente de contacto geométrico fracturas-falla	[ad]

I.1.3.- Sistemas de Coordenadas Empleadas

(x, y, z)	coordenadas cartesianas de un punto M en el espacio real 3D	[m]
(r, θ, z)	coordenadas cilíndricas de un punto M en el espacio real 3D	[m]
$(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$	vectores de la base rectangular o cartesiana, donde:	[ad]

$$\vec{OM} = (x, y, z) = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z ; \vec{e}_x = (1, 0, 0); \vec{e}_y = (0, 1, 0); \vec{e}_z = (0, 0, 1)$$

$(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ vectores de la base radial o cilíndrica, donde: $\vec{OM} = (r, \theta, z) = r\vec{e}_r + \theta\vec{e}_\theta + z\vec{e}_z$

$$y: \vec{e}_r = \frac{\partial \vec{OM}}{\partial r} = (\cos \theta, \sin \theta, 0); \vec{e}_\theta = \frac{\partial \vec{OM}}{\partial \theta} = (-r \sin \theta, r \cos \theta, 0); \vec{e}_z = \frac{\partial \vec{OM}}{\partial z} = (0, 0, 1)$$

I.1.4.- Operadores Diferenciales

$d\vec{F} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y + dz\vec{e}_z$	diferencial cartesiana del vector $F(x, y, z)$	[]
$d\vec{F} = dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta + dz\vec{e}_z$	diferencial cilíndrica del vector $F(r, \theta, z)$	[]
dx	diferencial de cualquier variable x	[]
$dx \wedge dy$	producto exterior de diferenciales	[]
$dS = dx \wedge dy$	elemento diferencial de superficie	[m ²]
$dV = dx \wedge dy \wedge dz$	elemento diferencial de volumen	[m ³]
$\frac{dp}{dx}$	derivada convencional de la función $p(x)$	
$\frac{\partial p}{\partial x_i}$	derivada parcial de la función $p(x, y, z, t)$	
$\frac{\partial p}{\partial n_i} = \vec{\nabla} p \cdot \vec{n}_i = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot n_x + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot n_y + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot n_z$	derivada direccional de $p(x, y, z)$ con respecto al vector n_i	
$\vec{\nabla} p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right)$	operador gradiente de p en la base cartesiana $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$	[Pa m ⁻¹]

$$\bar{\nabla}_r p = \left(\frac{\partial p}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \frac{\partial p}{\partial z} \right) \text{ operador gradiente de } p \text{ en la base cilíndrica } (\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z) \quad [\text{Pa m}^{-1}]$$

$$\text{div } \bar{F} = \bar{\nabla} \cdot \bar{F} = \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) \text{ operador divergencia cartesiana del vector } F (F_x, F_y, F_z) \quad []$$

$$\text{div}_r \bar{F} = \bar{\nabla}_r \cdot \bar{F} = \frac{\partial F_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \text{ operador divergencia cilíndrica del vector } F (F_r, F_\theta, F_z) \quad []$$

$$D\bar{F}(\bar{r}) = \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_j} \right)_{i,j=1,3} \text{ matriz jacobiana derivada del vector } F (F_x, F_y, F_z), \text{ donde } F_i (x, y, z) \quad []$$

$$J = \frac{dV}{dV_0} = \det \left| \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \right|_{i,j=1,3} \text{ determinante jacobiano de la matriz jacobiana en la deformación de } dV \quad [\text{ad}]$$

$$\frac{D\rho(\bar{r}, t)}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{v}) \text{ derivada material o convectiva de de la función } \rho (x, y, z, t) \quad []$$

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \text{ operador Laplaciano de } p(x, y, z) \text{ en coordenadas cartesianas.} \quad []$$

$$\nabla_r^2 p = \bar{\nabla}_r \cdot \bar{\nabla}_r p = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \text{ operador Laplaciano de } p \text{ en coordenadas cilíndricas} \quad []$$

$$\Delta p_i = p_i^2 - p_i^1 \text{ cambio de presión y depresión real en el } i\text{-ésimo medio} \quad [\text{Pa}]$$

$$\delta m \text{ masa representativa mas pequeña de roca porosa fracturada} \quad [\text{kg}]$$

$$\delta V \text{ volumen representativo mas pequeño de roca porosa fracturada} \quad [\text{m}^3]$$

$$\Delta t \text{ paso de tiempo en la diferencia finita} \quad [s]$$

$$\Delta x \text{ cambio de la variable } x \quad [m]$$

$$\Delta \Lambda \text{ determinante de la matriz formada por los coeficientes funcionales } A_n^j, B_n^j, E_n^j \text{ y } F_n^j$$

I.1.5.- Operadores Integrales

$$\int_{S_n} f dS \text{ integral de superficie de la función } f \text{ sobre } S_n \quad []$$

$$\int_{V_n} f dV \text{ integral de volumen de la función } f \text{ sobre } V_n \quad []$$

$$\int_V \bar{\nabla} \cdot \bar{F} dV = \int_S \bar{F} \cdot \bar{n} dS \text{ cambio de dimensión en integrales espaciales o teorema de la divergencia} \quad []$$

$\int_V dW = \int_{\partial V} W$	reducción de dimensión en integrales espaciales o teorema general de Stokes	[]
$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$	transformada de Laplace de la función real $f(t)$	[]
$\Psi(s) = \mathcal{L}[\psi(t_D)]$	transformada de Laplace de la función de flujo modelo Heber-Samaniego (1981)	
$\Theta(s) = \gamma\Psi(s) + \omega$	variable combinada en el modelo Heber-Samaniego (1981)	
$\vartheta(r_D, s) = \mathcal{L}[p_D(r_D, t_D)]$	transformada de Laplace de la presión adimensional	

1.1.6.- Locuciones Latinas y Siglas Empleadas

<i>a posteriori</i>	por lo que viene, después de examinar el asunto de que se trata. Demostración que va del efecto a la causa.
<i>a priori</i>	por lo que precede, antes de examinar el asunto de que se trata. Demostración que va de la causa al efecto.
<i>et alter</i>	y otro (coautor)
<i>et al. = et altri</i>	y otros (coautores)
<i>ibid. = ibidem</i>	en la misma obra citada antes. Su significado exacto es allí mismo, en ese lugar
<i>opus citare</i>	obra citada (antes)
<i>op. cit.</i>	obra citada
<i>quid</i>	esencia, razón, por qué de una cosa
1D	unidimensional, en una dimensión
2D	bidimensional, en dos dimensiones
3D	tridimensional, en tres dimensiones
CFE	Comisión Federal de Electricidad
DF	Diferencia Finita
DFE	Diferencia Finita Explícita
DFI	Diferencia Finita Implícita
DP	Doble Porosidad
EF	Elemento Finito
IFDM	Integrated Finite Difference Method
IIE	Instituto de Investigaciones Eléctricas
Medio $m\Phi$ -nK	Reservorio porosos fracturado con m porosidades y n permeabilidades
PEMEX	Petróleos Mexicanos
PPF	Diferencia Finita con tres niveles de tiempo (Pasado, Presente, Futuro)
SIFDM	Surface Integrated Finite Difference Method
TP	Triple Porosidad
VFI	Volumenes Finitos Integrados

Capítulo II

INTRODUCCIÓN GENERAL

II.- INTRODUCCIÓN GENERAL

Debido a su origen estelar, nuestro planeta Tierra contiene enormes cantidades de energía térmica. Ese calor proviene parcialmente del enfriamiento gradual de su núcleo; sin embargo, la mayor cantidad es generada constantemente por decaimiento de elementos radiactivos presentes principalmente en el manto. De ahí fluye hacia la litosfera alcanzando la superficie terrestre. Esta energía almacenada y producida en el interior de la Tierra se llama **Geotermia**. Bajo tal perspectiva planetaria, la geotermia es un recurso renovable, virtualmente infinito, distribuido en el mundo más equitativamente que cualquier otra fuente de energía. Precisamente por su naturaleza, la geotermia está indisolublemente ligada al origen, evolución y destino de este planeta. Dejará de haber geotermia el día en que la Tierra llegue a su fin.

La manifestación más espectacular del calor interno terráqueo, se observa durante el nacimiento explosivo y actividad de los volcanes. Pero otra forma más sutil y permanente ocurre a través del flujo térmico conductivo, medible con precisión en diferentes regiones de la superficie terrestre. En zonas estables de la litosfera, ese flujo natural de calor alcanza valores entre 0.05 y 0.10 W/m². Cifras que corresponden al llamado gradiente geotérmico normal, cuyo promedio mundial⁽¹⁾ es de 33°C/km. Con tal gradiente, es posible perforar agujeros y obtener temperaturas de fondo entre 40°C y 100°C, en profundidades de uno a dos kilómetros, aunque dicha temperatura sólo es útil para proyectos que usan directamente el calor geotérmico. En algunos lugares del globo, el gradiente geotérmico es varias veces mayor, encontrándose agua a temperaturas entre 200°C y 400°C en un rango de profundidades hasta de 3 km. Este rango permite la perforación económica de pozos productores de fluido de alta entalpía, apto para la generación de electricidad a través de turbinas.

Como fuente de energía primaria, la geotermia no es solamente una esperanza para el futuro. Desde hace décadas tiene usos y propósitos múltiples: genera electricidad, enfría o calienta el espacio habitable, produce diversas materias primas, participa en agricultura, floricultura, hidroponía, acuicultura, en procesos industriales y de manufactura. La energía geotérmica que utilizamos hoy día, proviene del calor transportado por agua subterránea, calentada por intrusiones magmáticas situadas en sitios relacionados normalmente a zonas de contacto entre placas tectónicas y a volcanes. Esos lugares privilegiados se localizan en la corteza terrestre superior, dentro de un espesor de hasta 3 km de profundidad. Más abajo, la temperatura es obviamente mayor, pero la posibilidad de extraer el fluido es muy pequeña ya que la permeabilidad se reduce por la acción de las enormes cargas litostáticas.

Tres mil metros es el rango factible para la geotermia convencional. Sin embargo, el calor terrestre que aprovechan los países geotérmicos, es apenas la cáscara del recurso, pues corresponde a regiones

¹ Este promedio en realidad oscila entre 20°C y 50°C cada mil metros en las plataformas continentales.

anómalas someras, relativamente escasas. El potencial real de la geotermia a nivel planetario, se encuentra más abajo, muy lejos de ser cabalmente explotado. Cálculos recientes sugieren que la cantidad de energía térmica teóricamente recuperable de la geotermia es de 3×10^{29} J. Esta cifra equivale a diez mil veces el consumo anual de energía primaria en el mundo (Fridleifsson, 1996). El empleo intensivo de este calor, dependerá de aspectos tecnológicos nuevos, necesarios en los recursos a gran profundidad, más allá de los 3 km en las zonas continentales y con tirantes de agua de más de 2 km en la geotermia submarina. Innovaciones tecnológicas avanzadas permitirán mayor uso, alcance y disponibilidad futura, pues la geotermia es una fuente verdaderamente inagotable de energía.

II.1.- PROPÓSITOS Y OBJETIVOS DE ESTA TESIS

El objetivo central de esta Tesis es el desarrollo operativo de un modelo conceptual general, capaz de describir, aproximadamente, el comportamiento de reservorios geotérmicos de origen volcánico. Estos sistemas contienen fluidos bifásicos no isotérmicos en rocas porosas deformables, naturalmente fracturadas. Tales reservorios actúan como sistemas complejos formados por dos o más subsistemas acoplados, cada uno de los cuales tiene propiedades físicas diferentes. Postulo que el núcleo común a todos estos sistemas naturales, es el concepto de **porosidad y permeabilidad múltiples**. Bajo este concepto general, dos o más medios continuos interactúan entre sí a través de sus fronteras de contacto o interfaces, teniendo cada frontera o interfaz su propio flujo interporoso. Cada medio tiene parámetros petrofísicos y termodinámicos singulares, cuyos valores numéricos pueden ser altamente contrastantes entre sí. Ejemplos concretos de estos sistemas se encuentran en yacimientos volcánicos de México donde coexisten fallas, fracturas, microfracturas y bloques de matriz poroelástica. En la vecindad de fallas conductoras y en redes de fracturas muy permeables, el flujo de fluidos puede presentar turbulencia si el gasto de extracción es suficientemente elevado. El modelo desarrollado también incluye el flujo no-darciano para velocidades de infiltración no lineales y el acoplamiento del flujo en pozos al reservorio.

II.1.1.- Evidencias Experimentales de Campo

Desde 1982, he analizado y estudiado el comportamiento de los reservorios hidrotermales fracturados de Los Humeros en Puebla y, sobre todo, el de Los Azufres en Michoacán. En este último se han hecho estudios y mediciones que abarcan todo el espectro tradicional de la ingeniería de yacimientos geotérmicos, incluyendo mineralogía, geoquímica, geofísica, flujo de calor, pruebas de presión, vuelos aeromagnéticos y análisis de imágenes Landsat. En ambos campos geotérmicos, existen pozos que inicialmente tuvieron un abatimiento brusco de presión y temperatura y una caída fuerte en la producción de fluido, mientras que un pozo vecino, distante unos cuantos metros, tuvo un comportamiento inicial estable. Se han observado también inversiones térmicas, cambios de fase desde la formación y producción de vapor puro en zonas que se encuentran en condiciones termodinámicas de líquido comprimido. Hay regiones de altísima permeabilidad coexistentes con zonas de permeabilidad muy baja o nula,

detectándose abruptos cambios de presión en la vecindad de algunos pozos con respecto al yacimiento, gradiente que puede alcanzar varias decenas de bar. Esto implica que el fluido en la zona de extracción evoluciona rápidamente hacia una alta saturación de vapor, acompañada por un brusco abatimiento de temperatura en la vecindad inmediata del pozo, con incremento inmediato en la entalpía de la mezcla.

La explotación de Los Azufres es acompañada simultáneamente por la reinyección de líquido de desecho incluyendo inyección de aire atmosférico. Debido al ingreso incidental de aire al yacimiento, se detecta un rápido arribo a zonas de producción de cantidades anómalas de Nitrógeno y Argón separados del aire atmosférico introducido. Esos gases viajan a una velocidad aproximada de 60 m/día, siguiendo un trayecto tortuoso a través de redes fracturadas. Esto permite estimar rutas preferenciales en el reservorio, ligadas a corredores de falla. La naturaleza anisotrópica de la roca volcánica fracturada que forma estos sistemas, provoca que la posible interferencia horizontal entre pozos vecinos no sea detectada por pruebas de presión en ciertas zonas, incluso en distancias muy cortas. En cambio, en otras, la interferencia puede ser muy rápida. La permeabilidad de la matriz volcánica es sumamente baja, del orden de $1 \mu\text{d}$ ($\approx 10^{-18} \text{ m}^2$). Si esta fuera la única comunicación posible entre pozos, los gastos serían insignificantes y las interferencias prácticamente indetectables, pues el flujo por permeabilidad primaria en la roca porosa volcánica tiene velocidades del orden de 3 a 0.02 m/año. Sin embargo, las grandes pérdidas de lodos de circulación y los altos gastos que alcanzan los pozos productores indican permeabilidades varios órdenes de magnitud mayor, de cientos a miles de milidarcys, correspondientes a las redes de fracturas primarias y secundarias alrededor de las fallas. Por consiguiente, la interferencia sólo puede manifestarse entre pozos comunicados a través de la misma falla o a través de una red de fracturas intercomunicadas.

La figura *0a* muestra un núcleo sano de 10 cm de diámetro, cortado a 800 m de profundidad en el pozo Az-48 del campo geotérmico de Los Azufres; en él no se aprecia ni una sola fractura. La figura *0b*, muestra otra zona del mismo pozo, situada sólo 2 metros más abajo de la anterior; en ella empiezan a aparecer fracturas. La figura *0c* muestra un núcleo del mismo pozo cortando una falla a 2679 m de profundidad. Se aprecia claramente la intensa red de fracturas alrededor de la falla sellada, la cual tiene 1.5 cm de espesor, mientras que las fracturas visibles muestran una apertura de 0.1 cm. El comportamiento de pozos no-productores muestra que el fracturamiento disminuye lejos de las fallas a cualquier profundidad, lo cual implica que los bloques de matriz no fracturada aumentan de tamaño encontrándose sólo fracturas aisladas cada vez más espaciadas. La figura *0d* muestra el fracturamiento en núcleos del campo de Los Humeros, Puebla. La figura *0e* muestra el intenso fracturamiento y fallamiento superficiales, visibles en un escarpe de falla del mismo campo geotérmico. Las figuras *0f* y *0g* son dos microfotografías de láminas delgadas obtenidas de pozos de Los Azufres, Mich., donde se observan microfracturas ($\sim 10^{-6} \text{ m}$). El concepto de múltiple permeabilidad/porosidad da una explicación unificada para todos los fenómenos observados en los campos geotérmicos indicados.

Fig. 0a.- Núcleo de 10 cm de diámetro sin fracturas visibles. Pozo Az-48, Los Azufres, Michoacán.

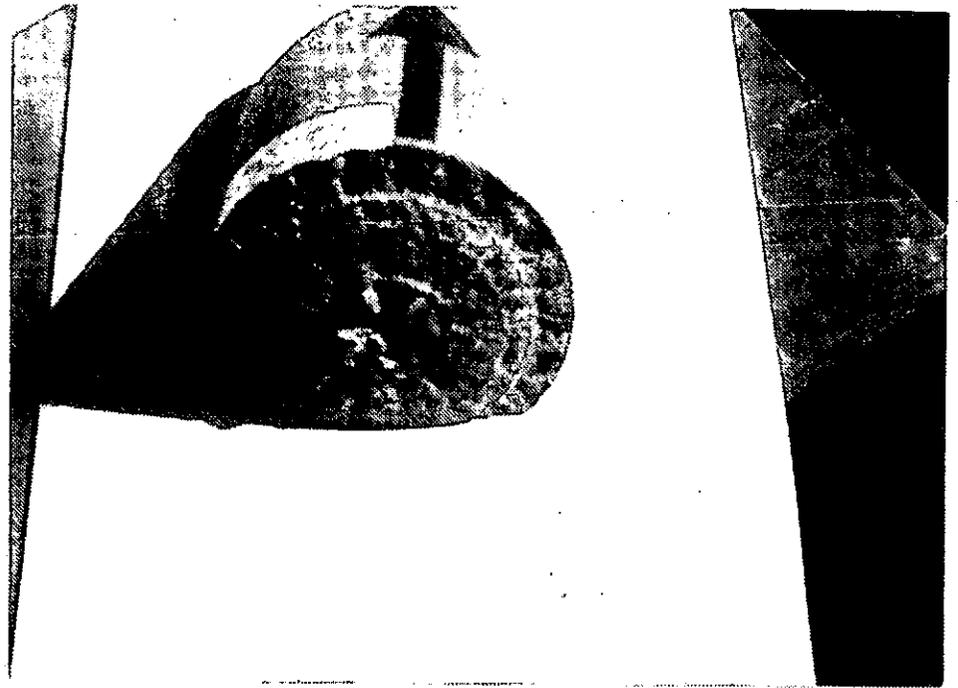


Fig. 0b.- Mismo núcleo a 802 m de profundidad, con fracturas y falla sellada.

Fig. 0c.- Núcleo del Az-48 cortado a 2679 m, mostrando red de fracturas y falla.

Fig. 0d.- Fracturamiento en Núcleos extraídos del Campo Geotérmico de Los Humeros, Pue.

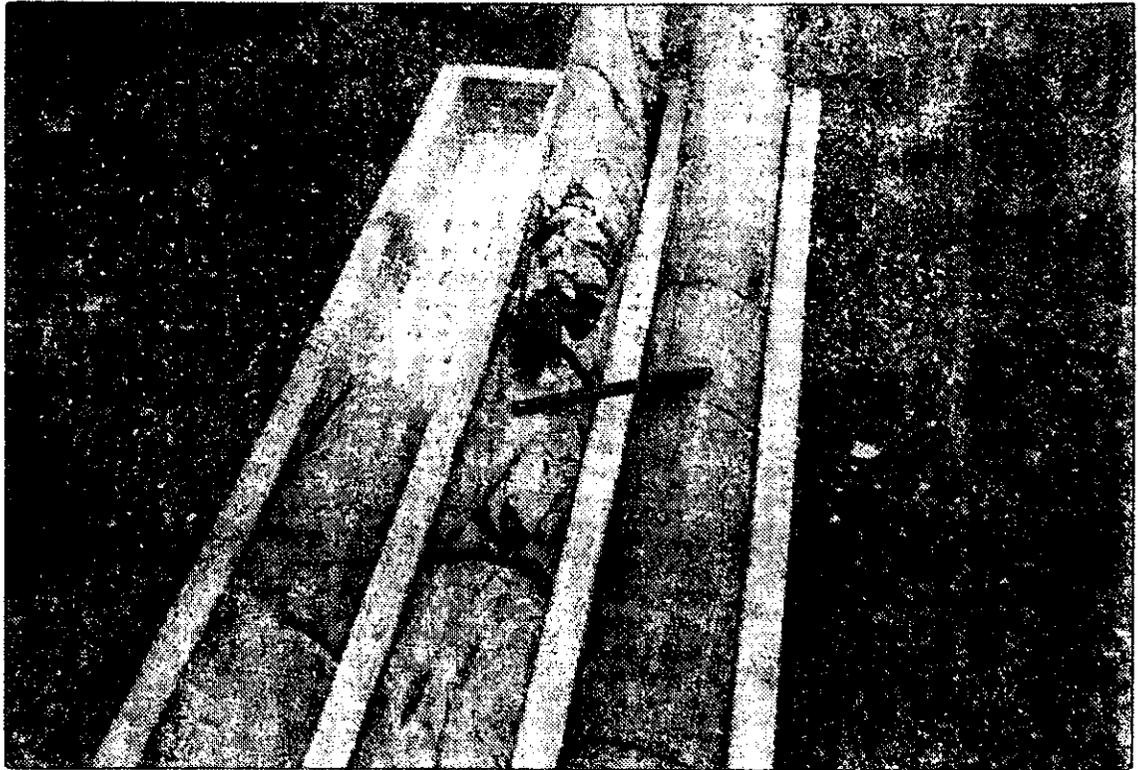


Fig. 0e.- Fracturamiento en un Escarpe de Falla en el campo geotérmico de Los Humeros



Fig. 0f.- Microfotografía mostrando red de microfracturas y una fractura sellada por minerales. Ancho de la foto ~1 mm. Campo Geotérmico de Los Azufres, Mich.

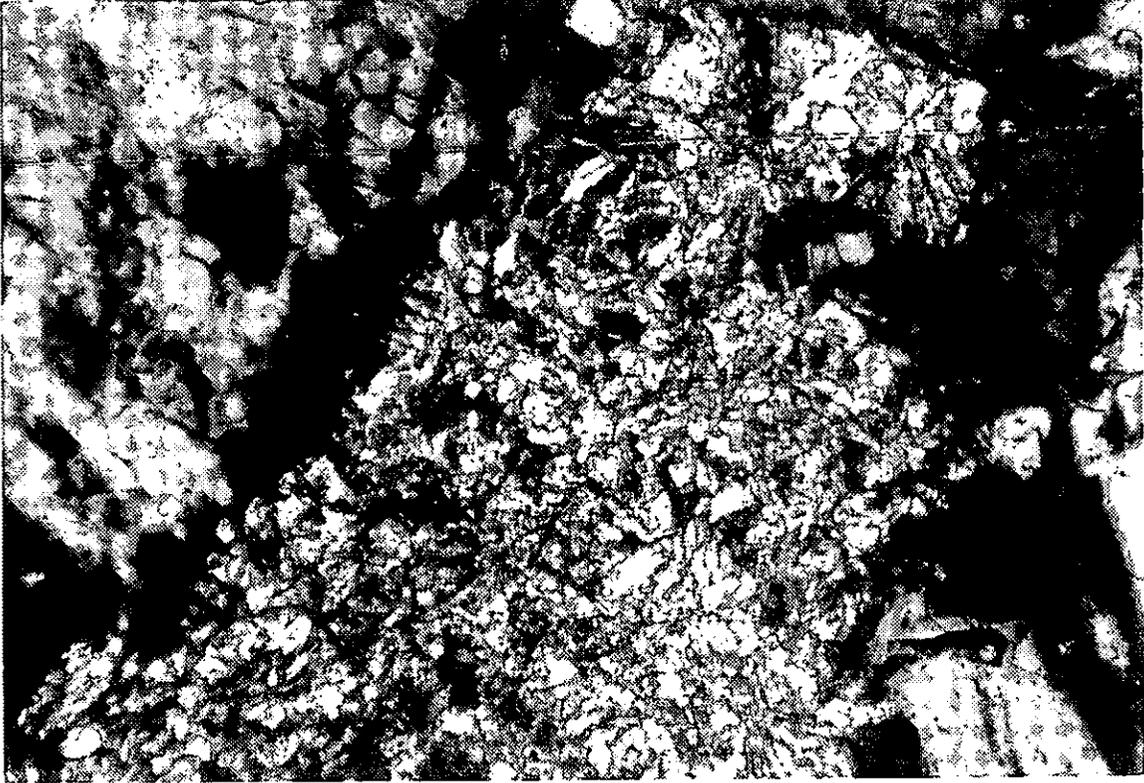
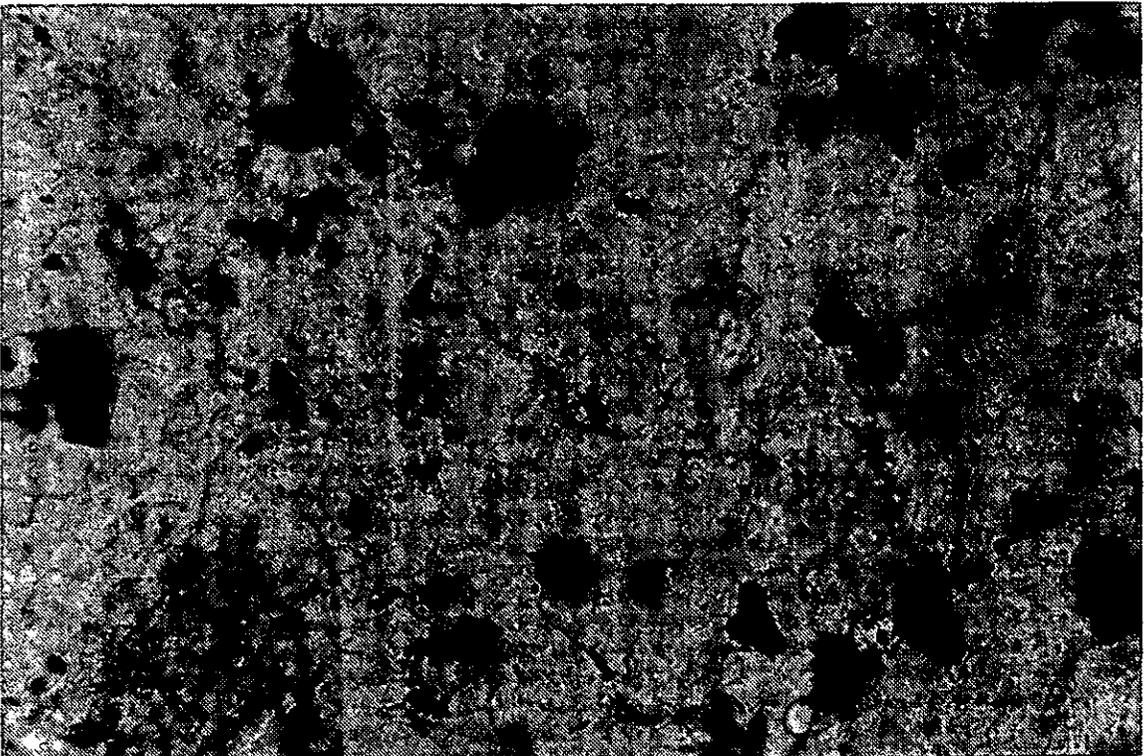


Fig. 0g.- Microfotografía de lámina delgada mostrando microfracturas conectadas a algunos poros. Ancho de la foto ~1 mm. Campo Geotérmico de Los Azufres, Mich.



II.1.2.- Metas y Alcances de la Presente Investigación

La meta central de esta Tesis es el planteamiento y desarrollo operativo de una solución práctica general para el problema del flujo de fluidos no-isotérmicos en reservorios fracturados con fallas. Por solución general, me refiero a la construcción de un modelo matemático, base de un simulador numérico, capaz de modelar ese tipo de flujo en reservorios multiporosos y multipermeables, cuya roca tiene propiedades termo-poroelásticas. Me propongo establecer las bases teóricas generales de este concepto, aplicable a reservorios conteniendo agua en dos fases como único componente. El código contiene explícito un simulador de pozos para fluido en dos fases. La posible turbulencia del fluido en la falla se incluye como opción a través de una ecuación de Forcheimmer. También incluyo los efectos prácticos de esta investigación, en tanto que sus aplicaciones influyen sobre la producción de fluido para usos comerciales.

La restricción al agua como único componente en el desarrollo de este modelo, es debido a que el planteamiento original de la Tesis estuvo enfocado solamente a los reservorios hidrotermales. Sin embargo, la estructura general de la teoría y la arquitectura del simulador, permiten fácilmente la inclusión y manejo de fluidos con dos o más componentes, como es el caso del petróleo. En la ingeniería de yacimientos geotérmicos, se presentan dos dificultades prácticas para incluir más de dos componentes aparte del agua, como son sales y gases.

La primera dificultad es esencial; radica en la carencia de datos medidos *exprofeso* para el fluido geotérmico real, pues las técnicas de medición de las variables termodinámicas en el campo se aplican rutinariamente al agua pura en dos fases y no incluyen la influencia de gases y sales. La segunda dificultad ocurre porque la inclusión explícita de esos componentes, en las ecuaciones del modelo, es un problema técnico complejo y los resultados obtenidos al incluirlos son difíciles de verificar por lo antes expuesto. Además, en la mayoría de casos concretos, los gases incondensables y las sales disueltas tienen poco efecto práctico en el comportamiento del fluido y éste puede aproximarse normalmente como agua pura.

II.1.3.- Planteamiento Específico del Problema

El tema de investigación que aquí propongo está enfocado a resolver el problema del flujo transitorio, no isotérmico, que ocurre en un sistema hidrotermal fracturado y fallado, con porosidades y permeabilidades múltiples. En este tipo de sistemas coexisten al menos cuatro medios con parámetros distintos bien definidos. El primero es la matriz rocosa sin fracturas y con porosidad primaria; el segundo corresponde a las microfracturas; el tercero está relacionado a la red fracturada y el cuarto medio se refiere a la falla geológica que rompe a ese sistema. Las cuatro porosidades-permeabilidades interactúan entre sí, causando diferentes velocidades de flujo entre zonas donde coexisten fuertes contrastes en los valores de los parámetros petrofísicos y termodinámicos. Desde el punto de vista del modelado matemático, la no-linealidad del proceso de transporte, con propiedades heterogéneas de la roca, hace imposible su solución exacta o analítica.

En la sección anterior explicité algunos de los fenómenos que se observan en dos reservorios geotérmicos importantes de México. Una característica esencial común de ambos campos, es que la mayoría de sus pozos interceptan a alguna falla geológica. Casi todos los pozos productores han atravesado, a distintas profundidades, zonas de altísima permeabilidad que no corresponde ni a la permeabilidad de la roca volcánica sana (microdarcys), ni a la de fracturas (decenas de milidarcys). Eso se detecta por los gastos medidos, por las pruebas de presión realizadas y por las súbitas pérdidas totales de lodos de circulación observadas durante la perforación. Las evidencias termodinámicas y mecánicas señaladas anteriormente, sugieren que el transporte de fluidos en los sistemas hidrotermales fracturados con fallas conductoras ocurre en cuatro etapas: primero, la matriz alimenta a las microfracturas y éstas, simultáneamente o no con la matriz, alimentan a las fracturas. El fluido tiene mayor velocidad en la falla, creando un gradiente de presión que empuja el fluido hacia la falla a través de las fracturas. Si el pozo intercepta a la falla o a la red fracturada inmediata a ésta, el pozo será un buen productor. Esto sugiere que el transporte del fluido bifásico, en tales sistemas, ocurre al menos en cinco medios y cuatro etapas:



Este patrón de flujo puede definirse, por analogía histórica, como de cuádruple (tetra) porosidad y, en general, de porosidad múltiple. Si no hay falla, el flujo es de triple porosidad, si no hay microfracturas, el flujo es de doble porosidad y si solamente hay matriz, el flujo es de porosidad simple. Aunque también pueden ocurrir flujos con mayor número de porosidades, por ejemplo si la matriz se descompone en dos o más tipos, el flujo se hace de quíntuple o séxtuple porosidad, etc. Cada uno de los patrones de flujo debe poder detectarse en las pruebas de presión si se hace de ellas un análisis cuidadoso desde tiempos tempranos. La primera señal debe provenir de la falla y la última de la matriz con la menor permeabilidad.

Implicados en el proceso hay fuertes contrastes en los parámetros petrofísicos de cada medio. En particular la permeabilidad del reservorio tiene diferentes valores, que afectan el movimiento del fluido. El proceso de transporte global resulta, en realidad, más complejo que este esquema. Es obvio que el pozo al cortar la falla, estará también produciendo simultáneamente de la red de fracturas y de los bloques de matriz interceptados. Un asunto clave es dilucidar qué porcentaje de extracción corresponde a cada medio. Nuestra hipótesis central es que la mayor aportación al pozo proviene de la falla, y que las presiones están ordenadas, en el caso de la tetra-porosidad, según: $P_m \leq P_{mf} < P_f < P_F$. Donde los subíndices m, mf, f y F representan matriz, microfracturas, fracturas y falla respectivamente.

II.1.4.- Justificación del Proyecto

Con la tecnología actual, los requisitos mínimos para que un reservorio hidrotermal sea comercialmente viable son: presencia de calor, agua a una temperatura promedio de 250°C y una porosidad global

alrededor del 10%. Sin embargo, ni el calor ni el fluido por sí solos garantizan la factibilidad económica de un reservorio geotérmico. La literatura internacional refiere ejemplos de fracasos parciales o totales de yacimientos aparentemente viables (Goldstein, Holman y Molloy, 1982). Más importante resulta la facilidad de extracción de esa energía, la cual depende directamente de la permeabilidad efectiva de la roca almacenando fluido y calor. En rocas de tipo volcánico, la permeabilidad está asociada al tectonismo local, productor de fallas y fracturas. Por lo tanto, la explotación de esos reservorios, tanto con fluido de alta entalpía, como reservorios de alta temperatura pero sin agua, depende estrechamente de los mecanismos de flujo a través de fracturas.

El estudio científico del fracturamiento tiene dos facetas estrechamente ligadas. Por un lado, trata de comprender los mecanismos de flujo para optimizar la extracción de fluido del reservorio fracturado y explotarlo comercialmente. Por el otro, el líquido sobrante luego de usar el vapor en el turbogenerador para producir electricidad, debe reinyectarse al subsuelo de manera segura, sin contaminar acuíferos superficiales y de forma que recargue el yacimiento. Por lo tanto, la investigación presente tiene un trasfondo económico, social y ecológico, no solamente técnico o puramente comercial de generación eléctrica. La gran cantidad de información provista por los yacimientos nacionales proporciona sólidas bases para una investigación a fondo, sobre los distintos mecanismos de transporte de masa y energía que ahí ocurren. La Comisión Federal de Electricidad planea duplicar la generación geotermoeléctrica en esos campos. Un estudio enfocado hacia la comprensión del comportamiento de tales sistemas, permitirá una evaluación más realista del recurso así como la optimización de su explotación. La experiencia ganada en estos campos será transportable hacia otros sistemas volcánicos fracturados, contribuyendo al conocimiento nacional e internacional sobre el tema.

II.2.- COMPOSICIÓN DE LA TIERRA

El modelo más aceptado sobre la composición de nuestro planeta (Smylie, 1999; Neri, 1994; Dove et al., 1989), establece que su centro está formado por un cuerpo aproximadamente esférico, metálico y denso, probablemente de hierro (90%), níquel (9%) y otros elementos menos pesados (1%). Se infiere, de estudios de ondas sísmológicas profundas, que el núcleo interior de ese esferoide tiene 1220 km de radio y es sólido, mientras que su núcleo exterior es líquido, con un espesor de 2265 km. El núcleo, así compuesto, tiene un radio total de 3485 km (Fig. 1). El núcleo interno pudo surgir por enfriamiento de la mezcla metálica conformando al núcleo externo cuya densidad es de 9000 kg/m^3 , siendo 7% menos denso que el hierro puro, por ello se cree que varios compuestos más ligeros forman parte de él. Las rocas más pesadas en la superficie terrestre tienen una densidad entre 2000 y 3000 kg/m^3 , mientras que la densidad de la materia cerca del centro de la Tierra⁽²⁾, se estima en unos $15,000 \text{ kg/m}^3$.

El Manto es un estrato dinámico de roca viscosa, de unos 2650 km de espesor, formado por silicatos ricos en hierro y magnesio, situado alrededor del núcleo y compuesto por una porción inferior de 2200 km de espesor y una porción superior de 450 km de grosor. La frontera entre el manto y el núcleo es una zona térmica llamada “D” (Fig. 1), componente importante para el fenómeno de la convección en el manto. Observaciones de ondas sísmicas permiten deducir la existencia de un llamado estrato “F”, que rodea al núcleo interno. La zona “F”, tiene 450 km de espesor y presenta liberación de calor latente al enfriarse los elementos metálicos más pesados. Sobre el manto superior se encuentra la Astenósfera, de escasa rigidez y con 170 km de espesor. Por último, la Litosfera, cuyo espesor máximo es de 70 km, envuelve a todo lo anterior, contiene a las placas tectónicas y a la corteza terrestre, continental y oceánica. La corteza está compuesta esencialmente por basalto y granito, con un espesor promedio entre 30 y 40 km en los continentes y entre 6 y 10 km bajo los mares.

II.2.1.- Geofísica del Interior del Planeta

La corteza terrestre ha sido conformada por la maquinaria geológica de la tectónica de placas, cuyo combustible proviene del flujo de calor interno del planeta. De hecho, el espesor de la corteza de cualquier planeta es una especie de medidor de temperaturas profundas. En la Tierra el espesor más delgado se encuentra en los océanos y es consecuencia del régimen tectónico. Un planeta como Venus puede estar en proceso de calentamiento (Kerr, 2000) debido a que su calor está encerrado por una costra de roca inmóvil. En tales condiciones, las altas temperaturas internas funden grandes volúmenes de roca en el manto. El magma resultante deviene abundante y, mediante procesos de convección, sube hasta estratos superiores para formar una gruesa y deforme cáscara secundaria.

² La densidad promedio de la Tierra es de 5517 kg/m^3 .

En cambio, la activa tectónica de placas terrícola produce una corteza muy diferente que ayuda al planeta a mantener fría su superficie. En la Tierra, la nueva corteza se forma en las cordilleras meso-oceánicas, luego se enfría y baja de nuevo hacia el manto para ser reemplazada por nueva corteza caliente. Esto origina pérdida de calor provocando que la fundición del manto sea menor, lo cual es suficiente para mantener el interior del planeta “fresco”. Por ello la corteza resultante de este proceso es delgada. Aunque en la corteza se encuentran las cadenas de montañas, los océanos, los sistemas sedimentarios y se desarrolla toda la vida terrícola, ésta representa apenas el 0.6% del radio promedio⁽¹⁾ de la Tierra que es de 6370 km.

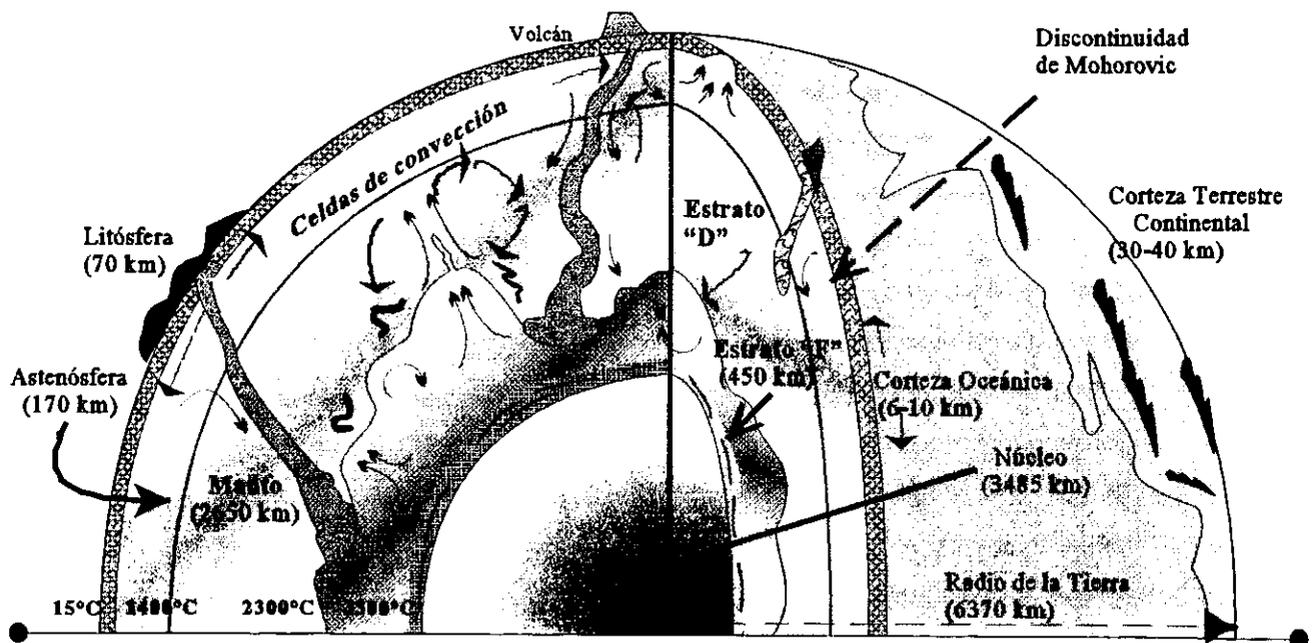


Figura 1.- Composición Simplificada de la Tierra y principales dimensiones (los espesores no están a escala). Las temperaturas al interior del planeta son las reportadas por Ritter (1999), y similares a las de Hofmeister (1999).

La flotación de los elementos más ligeros en el estrato “F” da por resultado un pequeño movimiento rotacional del núcleo externo llamado “convección composicional”. Esto genera un campo de velocidades necesario para producir la energía que origina el campo magnético de la Tierra, mediante el siguiente mecanismo: El núcleo sólido interior está suspendido, por fuerzas gravitacionales, en el centro de la Tierra. Las fuerzas en juego hacen que el núcleo interno oscile alrededor de su posición de equilibrio dentro del núcleo fluido externo. Esos movimientos se llaman Modos Traslacionales de Slichter. El núcleo sólido presenta anomalías en la oscilación de dos de esos Modos en el plano ecuatorial (el tercero es sobre el eje de rotación). En una reciente investigación sobre estas anomalías, se desarrolló

Radio Ecuatorial terrestre es de 6378 km, el Radio Polar es igual a 6357 km.

un método para estimar la gran viscosidad del estrato "F", deduciendo un valor de 1.22×10^{11} Pa·s (Smylie, 1999), justo encima del núcleo interno. La generación del campo magnético requiere de la agitación del núcleo de hierro fundido actuando como un geodínamo. Esa agitación es producida por el flujo de calor emergiendo del núcleo, de manera similar a la forma en que la tectónica de la superficie es producida por el calor fluyendo hacia fuera del planeta. De hecho, el flujo de calor del núcleo y por consiguiente el campo magnético, dependen del vigor del flujo de calor en la superficie. Si la tectónica de placas no bombea el calor hacia afuera en la superficie, el interior se calentaría hasta alcanzar temperaturas cercanas a las del núcleo. En ese punto el calor ya no podría escapar del núcleo, su agitación disminuiría y el campo magnético desaparecería.

II.2.2.- Geoquímica al Interior y en la Superficie de la Tierra

Tanto física como químicamente, la Tierra parece conformar un sistema notablemente estable, energizado por su calor interno y por la radiación del Sol. Su energía interna produce procesos de convección en el manto llevando magma hasta la superficie, bajo las cordilleras meso-oceánicas. En estos lugares, las bajas presiones y temperaturas favorecen segregaciones químicas formando lava basáltica. Esa lava, que contiene altas cantidades de sílice, aluminio, calcio y metales alcalinos, se solidifica en la roca de la corteza oceánica. De ahí se aleja de las cordilleras marinas como parte de las grandes placas litosféricas, las cuales se mueven otra vez hacia adentro del manto en zonas de subducción, transportando con ellas al basalto sólido recién formado. Este movimiento es acompañado por una separación química ulterior, proporcionando líquidos que suben por la corteza, hasta solidificarse en forma de rocas graníticas ricas en sílice, que llegan a formar parte prominente de los continentes. Las rocas de la corteza, expuestas al calor del sol e infiltradas por agua y aire, son el escenario ideal para una segunda parte de los mecanismos químicos de la Tierra.

El agua en todas sus formas, ayudada por los gases activos de la atmósfera y por organismos vivos, reacciona con rocas de la corteza en otra etapa de segregación geoquímica. En ella, algunas de las separaciones son muy limpias (Krauskopf y Bird, 1995; Tello, 1999): el sílice se convierte en arena y cuarzo, el aluminio forma minerales de arcilla, el calcio se transforma en caliza, algunos de los metales pesados devienen minerales metálicos. Los cambios termo-químicos en las rocas de la corteza también influyeron íntimamente en los cambios a largo plazo de los océanos y de la atmósfera. La convección del manto provocó la liberación de gases de origen magmático, que se fueron acumulando en la superficie, aunque algunos, como los gases inertes, se escaparon de la atracción gravitatoria. Los que se quedaron fueron formando nuestra atmósfera actual, la cual es un compuesto de origen posterior a la atmósfera primitiva que fue mucho más densa y agresiva, conformada a través de innumerables descargas volcánicas de esos gases magmáticos. Es muy probable que los mares se hayan formado a partir de la condensación de vapor de agua descargado del interior a la superficie del planeta y que el volumen de los océanos se haya establecido poco después que la corteza se estabilizó, después de estar sometidos a la continua

descarga de gases ácidos provenientes de los volcanes (Krauskopf y Bird, 1995). Así mismo, las concentraciones actuales de cloro, bromo, azufre y boro del agua marina, pudieron ser agregadas directamente al mar, a partir de emanaciones volcánicas durante tiempos geológicos.

Las dos partes de los procesos termoquímicos del planeta, convección en su interior y la acción de los elementos atmosféricos y marinos en su superficie funcionan, aún hoy en día, de manera casi paralela. En algunas partes ambos procesos se interrelacionan, nuevo material del manto es expulsado y expuesto a los agentes de la superficie, repitiéndose el ciclo. La influencia geotérmica tiene otro aspecto fascinante: la síntesis química necesaria para el inicio de la vida, pudo surgir del calor geotérmico proveniente del fondo marino. Recientemente se ha encontrado (Science, 1999) que los posibles lugares para que ocurrieran las primeras síntesis de sustancias químicas necesarias para el origen de la vida, fueron los sistemas hidrotermales submarinos. En esos sitios el agua de mar circula y reacciona geoquímicamente con la corteza oceánica, formando las primeras bacterias quimiosintéticas para iniciar cadenas alimenticias en el frío fondo oceánico. De esta forma el calor geotérmico fue dando forma y vida al planeta.

II.3.- ORIGEN Y TRANSPORTE DEL CALOR TERRESTRE

La mayor parte del calor interno del planeta se origina por decaimiento radioactivo en el manto y en la corteza. Este fenómeno genera aproximadamente el 80% del calor que fluye hacia la superficie (Dove et al., 1989). El 20% restante, se produce por enfriamiento del núcleo. Se acepta que la Tierra tiene una edad aproximada de 4.6 mil millones de años; por ello se supone que la mayor parte de ese decaimiento es producido por elementos radiogénicos que tienen vidas medias del orden, al menos, de mil millones de años. Los elementos radiactivos con vidas medias inferiores, hace tiempo que desaparecieron. Más del 50% del calor radiogénico terrestre proviene del isótopo ⁴⁰Potasio, originado principalmente en el manto, junto con la serie radioactiva del ²³²Torio. El ²³⁸Uranio, es el único radioelemento que se encuentra en la corteza y que contribuye a la generación de calor. Se calcula que la tasa de flujo de calor radiogénico actual tiene el 5% de su valor inicial, cuando la Tierra se formó⁽⁴⁾.

II.3.1.- Conducción del Calor en la Tierra

La conducción del calor ocurre por contacto directo, a nivel molecular, entre medios con diferente temperatura. Comprender la conducción de calor en la corteza terrestre, requiere conocer la conductividad y la difusividad térmicas de las rocas que la forman. El flujo conductivo se mide directamente con precisión en la superficie de la Tierra⁽⁴⁾ (Ziagos et al., 1985; García, 1999). Sin

⁴ En la Faja Volcánica Transmexicana el flujo medio es de 0.1 W/m^2 en superficie; en el fondo marino del Golfo de California es de 0.34 W/m^2 . El flujo conductivo promedio mundial es 0.06 W/m^2 . El calor conductivo que emite todo el planeta es de $30.6 \times 10^6 \text{ MW}$, aproximadamente. En la superficie de la corteza terrestre, los valores medidos de conductividad térmica, abarcan un rango de 1 a $3 \text{ W/m}^2\text{K}$.

embargo, la temperatura interna sólo ha podido estimarse en forma muy burda, debido a que las temperaturas interiores dependen tanto del flujo total de calor como del tensor de conductividad térmica. Esta última depende estrechamente de la mineralogía, de la presión y de la temperatura.

Una nueva teoría desarrollada por Hofmeister (1999) permite estimar la conductividad en función de las altas presiones y temperaturas existentes en el interior del planeta. Por técnicas de reflectividad infrarroja este reciente modelo estima que la temperatura del manto crece linealmente en la dirección vertical. A 500 km de profundidad la temperatura es de unos 2100°K, mientras que a 2700 km alcanza los 3000°K. La temperatura de la superficie del núcleo se estima en 4000°K. Con el mismo modelo, Hofmeister (1999), calcula que la conductividad térmica del manto⁽⁴⁾ tiene valores de 4.5 W/m/K a 6.7 W/m/K en el mismo rango de profundidades. Sus resultados muestran que la Tierra es 500°K (227°C) más caliente de lo que muestran otros modelos. El calor así almacenado y generado, es suficiente para conservar el núcleo externo en estado líquido y para mantener en el manto lentas pero enormes corrientes convectivas. Tal sistema de convección interna es la fuerza rectora de la tectónica de placas y del enfriamiento del planeta. Sin embargo, este mecanismo es tan lento que después de 4.6 mil millones de años, mucho del calor original todavía permanece.

II.3.2.- La Convección: Principal Mecanismo de Transporte de Calor

Hasta mediados de este siglo, se creía que la conducción era el principal mecanismo de transferencia de calor en el interior de la Tierra. Pero estudios profundos, realizados en la segunda mitad del siglo XX, muestran que la convección desempeña un papel más importante en el transporte de calor terrestre que la pura conducción. Las explosiones volcánicas, los géysers, las fumarolas, los lodos y manantiales calientes, son manifestaciones superficiales de esa transferencia convectiva del calor geotérmico. Pero su existencia está restringida a las fronteras de contacto entre placas tectónicas. En esas zonas, la actividad geotérmica es mucho más intensa debido al dinamismo de la corteza.

En general, el mecanismo convectivo está ligado al movimiento de un fluido que transporta energía entre regiones a diferente temperatura. En el interior del planeta este proceso ocurre a través de celdas de convección (Figs. 1 y 2). Éstas se producen al ser calentado el magma por la fuente de calor profunda. El calentamiento engendra, por expansión, diferencia de densidades dentro del fluido. Las fuerzas de flotación generadas provocan ascenso del fluido caliente hacia zonas más frías. Conforme el fluido sube, transporta energía, la cual va cediendo a su alrededor por conducción. Así el fluido se va enfriando hasta que, al alcanzar cierta altura y presión, cede su calor latente (fusión o ebullición). En ese momento su densidad supera a la del medio circundante y desciende por gravedad hasta el fondo de la celda, donde vuelve a ser calentado. El proceso se repite una y otra vez generando un mecanismo de transporte de energía de lo más eficiente. Sabemos que el magma del mismo manto es suficientemente fluido como para experimentar fenómenos de convección, debido a diferenciales de temperatura en su seno. Un volumen

de roca de 3000 kg/m^3 de densidad a 600°C fluyendo, por ejemplo a la velocidad de 1 cm/año , produce un flujo de calor convectivo de 0.07 W/m^2 , valor del mismo orden de magnitud que el flujo por conducción normal⁽²⁾. En la convección hidrotermal de alta entalpía el agua líquida, al calentarse, gana energía hasta alcanzar condiciones termodinámicas de cambio de fase. El vapor producido asciende transportando calor. Al enfriarse se condensa a cierta altura, su densidad aumenta y desciende nuevamente. Esta condensación va acompañada por liberación brusca de su calor latente de vaporización (Fig. 2). La entalpía del fluido desciende abruptamente de 2800 a 1300 kJ/kg . Esa liberación de energía es la forma más eficiente de transporte de calor profundo hacia zonas someras en reservorios fracturados. El calor cedido favorece interacciones geoquímicas entre el agua caliente y la roca generando minerales de alteración hidrotermal como la zeolita, la cual se empieza a formar a 90°C , el cuarzo (a 120°C), la epidota (a 230°C) y el anfíbol (a 300°C). Tal mecanismo es co-responsable de la formación natural de capas-sello en la frontera superior de algunos sistemas hidrotermales, facilitando acumulación de energía en el subsuelo (Suárez y Viggiano, 1992). Estos procesos de convección, magmática e hidrotermal se repiten una y otra vez en diferentes partes del globo terráqueo, engendrando la forma sinuosa irregular de las superficies isotermales, observada en minas y durante la perforación de pozos profundos.

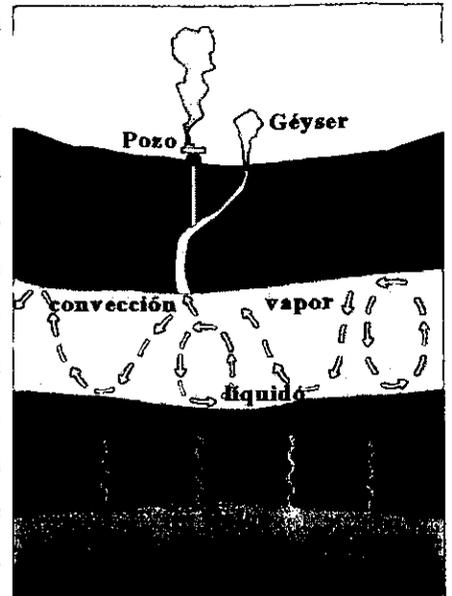


Fig. 2.- Zona hidrotermal convectiva

En zonas de subducción como las cordilleras del suroeste de México, de América Central y del Sur, las Antillas, Japón e Indonesia, la convección magmática profunda engendra temperaturas que van de 1200°C a 600°C ; mientras que la convección natural hidrotermal, alcanza el rango de 500°C a 100°C . Este mecanismo origina gradientes geotérmicos hasta diez veces mayores al gradiente normal en esas regiones. En ciertos ambientes poco permeables, el fluido puede no encontrar ningún trayecto de regreso al fondo y entonces descarga su energía directamente en la superficie a través de fisuras, las cuales puede contribuir a formar y mantener abiertas. Tales descargas toman la forma de géiseres, manantiales calientes, fumarolas y suelos vaporizantes. En esos casos, el fluido que alimenta a la celda de convección suele provenir predominantemente de otra fuente, como un acuífero local. Normalmente, los reservorios con alta temperatura ($> 200^\circ\text{C}$) son restringidos a este tipo de sistemas, están asociados a vulcanismo joven ($< 10^6$ años) y exhiben actividad magmática y sísmica. producir energía eléctrica. Esto se hace extrayendo vapor, a través de pozos productores, para mover

² La velocidad de $1 \text{ cm/año} = 3.171 \times 10^{-9} \text{ m/s}$ equivale a un flujo de masa rocosa de $9.513 \times 10^{-7} \text{ kg/s/m}^2$. A 600°C de temperatura el calor específico de la roca volcánica vale $1428 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$. Con un diferencial de temperatura de 50°C , la entalpía específica cedida por la roca es dada por $\Delta h_{roca} = C_{roca} \Delta T = 7.14 \times 10^4 \text{ J/kg}$. Multiplicando por el flujo de masa se obtiene el valor señalado de 0.068 W/m^2 .

II.3.3.- El Calor Terrestre y la Creación de Hidrocarburos

El estudio del flujo de calor terrestre interesa por igual a científicos en Ciencias de la Tierra y a ingenieros de compañías geotérmicas y petroleras. Los mapas de flujo térmico permiten la localización de anomalías termales, que pueden ser causadas por domos de sal, por fallas activas o por reservorios geotérmicos. Los geólogos petroleros encuentran también información útil, analizando zonas termales anómalas o discrepantes con respecto al gradiente geotérmico normal. La historia térmica de esas zonas permite confirmar o eliminar ciertas rocas como potenciales reservorios de hidrocarburos. Esto es porque el calor cumple un papel fundamental en la génesis del petróleo.

El petróleo es una mezcla compleja y variable de hidrocarburos, parafinas, gases y sustancias aromáticas. Debido a que el gas metano, presente en el petróleo, se encuentra como traza natural de emisiones volcánicas al igual que en inclusiones fluidas de rocas ígneas, a principios de este siglo se creía que el petróleo tenía un origen inorgánico. Ello se justificaba postulando que el metano subía hasta la corteza, donde se polimerizaba en hidrocarburos pesados y formaba los yacimientos de aceite y gas. Sin embargo, desde el punto de vista geológico existe una evidencia elemental y convincente que contradice la hipótesis inorgánica: el yacimiento de petróleo casi siempre se encuentra en rocas sedimentarias.

Hoy en día, la convicción compartida entre la mayoría de especialistas es que el petróleo se forma por *diagénesis anaeróbica* de compuestos provenientes de seres vivos (Krauskopf y Bird, 1995). O sea, por procesos naturales que involucran cambios físicos y químicos en sedimentos orgánicos después de su depositación, con ausencia de oxígeno libre, y que los convierten en roca consolidada entrapando a esos organismos. Dicho de otra forma, los hidrocarburos son creados por desechos formados por plantas y animales, marinos y terrestres, que quedan sepultados como parte final de sus procesos vitales y son colectados después en sedimentos.

Un buen prospecto de reservorio petrolero, debe contar con requisitos previos como disponibilidad de materia prima y entierro rápido de detritos orgánicos. Debe existir también un ambiente geológico conveniente, desprovisto de oxígeno, presión adecuada y un tiempo de maduración suficiente. Además, el futuro reservorio de hidrocarburos debe disponer de la temperatura y la duración adecuadas para convertir la materia orgánica en aceite, gas o carbón. A esta conversión y al tiempo necesario para llevarla a cabo se le conoce como "*maduración de hidrocarburos*". Sin embargo, debido a que las paleotemperaturas pueden diferir grandemente de las mediciones de temperatura actuales o estimadas por extrapolación de los gradientes de temperatura presentes, hay incertidumbre en cuanto a los valores y distribución antigua de temperaturas en el sitio actual del yacimiento. Por ello se usa como indicador de esa madurez de hidrocarburos a una sustancia no soluble, intermedia entre la materia orgánica primitiva y el aceite.

Esta sustancia intermedia es el **kerógeno**⁽⁶⁾ (Dove et al., 1989), el cual se forma de restos de plantas y animales después de su entierro en sedimentos. La mayor parte de los constituyentes del petróleo se originan por lenta alteración diagenética de ese kerógeno. La velocidad de los cambios en la composición del kerógeno depende de la temperatura y de la presión a la profundidad del entierro del sedimento, eventos que inducen su tiempo de maduración.

El estudio de la historia térmica del material orgánico depositado en rocas sedimentarias y de la madurez de su kerógeno, indica si la roca fue o será un yacimiento de petróleo. La mayor abundancia de petróleo se encuentra en rocas sedimentarias de origen marino. Ello sugiere que los organismos del océano, con mayor contenido de lípidos y proteínas, desempeñaron un mayor papel que los terrestres como materia prima para formar petróleo. El carbón tiene un origen similar al del petróleo, pues también se origina por descomposición anaeróbica parcial de materia orgánica, excepto que esta materia está formada solamente por vegetación terrestre enterrada⁽⁶⁾. Las condiciones ambientales de presión y temperatura para la formación del carbón no están, sin embargo, claramente comprendidas.

El kerógeno se puede analizar en muestras de roca obtenidas a diferentes profundidades y se sabe que los hidrocarburos se pueden generar en cualquier estado de alteración del kerógeno, pero son más abundantes dentro de ciertos rangos de temperatura. De esos análisis se ha llegado a estimar que el aceite empieza a formarse entre 60°C y 130°C; el gas natural lo hace entre 100°C y 200°C, mientras que la destrucción del aceite ocurre a partir de los 150°C. En general, la formación de la mayoría de los hidrocarburos se completa a partir de los 50°C y abajo de los 200°C (Krauskopf y Bird, 1995). Dependiendo de las condiciones anteriores y del valor del gradiente geotérmico local, el aceite puede producirse en regiones someras o bien muy profundas. Por ejemplo, la zona de South Pass en Louisiana, EUA la presencia de petróleo ocurre hasta los 1950 m; en esa zona el gradiente geotérmico es pequeño, de unos 34 °C/km a esa profundidad⁽⁷⁾.

⁶ El kerógeno está hecho por dos clases de material: 1) el **sapropélico**, depósito acuático pelágico, relacionado a sedimentos marinos, que contiene más del 30% de materia orgánica, carbonácea o bituminosa; 2) el **humic**, que se deriva de plantas carbonáceas. El primero proviene de materia orgánica formada por lípidos (grasas, ceras) y proteínas. El segundo está formado por celulosa y lignita (especie de carbón). El kerógeno sapropélico es el material fuente que forma a la mayor parte del petróleo, mientras que el kerógeno húmico es el principal constituyente de la mayoría de los carbones. Ambos son procesos diagenéticos en rocas sedimentarias que ocurrieron bajo condiciones específicas de presión y temperatura. El bitumen es el nombre general para varios hidrocarburos sólidos y semi sólidos; es material orgánico muy soluble en solventes orgánicos. El kerógeno, en cambio, es insoluble. El petróleo es un bitumen líquido. El asfalto es un bitumen sólido o semi sólido que se licúa con el calor, aunque el término se restringe a material sólido asociado a aceites con alto contenido de cicloparafina e hidrocarburos aromáticos (crudos base-asfaltos). El bitumen sólido correspondiente, asociado a petróleo rico en hidrocarburos alcanos (crudos en base-parafina) es llamado ozokerita o hidrocarburo sólido de alto peso molecular, compuesto principalmente de parafina.

⁷ Según datos de Pusey, W., 1973. "How to Evaluate Potential Gas and Oil Source Rocks", World Oil 176: pp. 71-75, opus cit., en Dove et al., 1989.

II.4.- LA GEOTERMIA CONVENCIONAL EN MÉXICO Y EN EL MUNDO

Por su estructura geológica y vulcanológica, México posee una relativa abundancia de recursos geotérmicos entre 40°C y 400°C. Este rango de temperaturas abarca desde los reservorios superficiales tradicionales, situados a menos de 3000 metros de profundidad, hasta los inexplorados recursos a mayor profundidad. La geotermia no convencional en México comprende las fronteras laterales y las partes profundas de los sistemas hidrotermales tradicionales, los sistemas en roca seca o húmeda caliente, los reservorios geopresurizados del Golfo de México y la geotermia submarina localizada principalmente en el Golfo de California y en algunas partes del litoral del Pacífico. Todos esos recursos definen a la geotermia profunda mexicana la cual, bajo esta perspectiva, representa un recurso energético mucho más grande que el actualmente explotado. Su trascendencia y potencial mayor se encuentran abajo de los tres kilómetros en los continentes y en algunas zonas submarinas. Sin embargo, ni la voluntad política, ni la tecnología para explotarla, ni la ciencia para entenderla están aún suficientemente desarrolladas.

II.4.1.- Recursos Geotérmicos Convencionales

Desde épocas prehispánicas el calor de la Tierra influyó material y espiritualmente en el desarrollo de las culturas mesoamericanas. Esto ha sido investigado por primera vez y reportado recientemente (Suárez y Cataldi, 1993 & 1995; Suárez *et al.*, 1999). La historia moderna de la geotermia en nuestro país inició hace 45 años, en 1954, cuando se perforó el primer pozo geotérmico en México, en la zona hidrotermal llamada Pathé El Grande, en Tzipathé, Hidalgo. El 2 de mayo de 1955 se creó la Comisión de Energía Geotérmica. El 14 de enero de 1956 fluyó, por primera vez en México, una columna de vapor proveniente del pozo Pathé 1. El 20 de Noviembre de 1959, también en Pathé, inició su operación la primera planta geotermoeléctrica de generación comercial en América Latina con 3.5 MW_e de potencia. Sin embargo, por problemas de interferencia entre los pozos perforados, nunca operó a toda capacidad durante sus 14 años de vida útil. En 1973, inició su operación comercial con 37.5 MW_e, el campo geotérmico de Cerro Prieto, B.C., el cual es uno de los más importantes del mundo, con 620 MW_e instalados actualmente, mas 100 MW_e en proceso de construcción.

II.4.2.- Generación Actual de Geotermoelectricidad

En una zona convectiva típica, como el campo de Los Azufres en el estado de Michoacán, sujeto a explotación continua desde 1982, existen temperaturas de 360 °C a 2960 metros de profundidad (pozo Az-47). En esa zona, la conductividad media es de 1.86 W/m/°C y el flujo de calor promedio es de 0.22 W/m², lo cual corresponde a un gradiente anómalo convectivo local de 117 °C/km, casi cuatro veces mayor que el normal⁽¹⁾. En el campo de Los Humeros, Pue., sujeto a explotación desde 1990, hay 400°C a 2850 m de profundidad, o sea un gradiente anómalo convectivo de 135°C/km, casi cinco veces el promedio. Con una conductividad de 2 W/m/°C, el flujo de calor es de 0.28 W/m². Esas zonas calientes, anómalas, relativamente poco profundas, contienen fluidos de alta entalpía particularmente útiles para

producir energía eléctrica. Esto se hace extrayendo vapor, a través de pozos productores, para mover turbinas acopladas a generadores de electricidad (Fig. 3). La gama posible de energía generada es muy amplia, pues además de depender del volumen del reservorio, las plantas geotermoeléctricas comerciales varían de tamaño, entre 1.5 MW_e y 110 MW_e de capacidad. México ocupa hoy el tercer lugar mundial en potencia geotermoeléctrica instalada y ocupó en 1992 el segundo lugar en energía generada por geotermia. Los 755 MW_e geotermoeléctricos instalados representan el 2.2% de la capacidad eléctrica total del país. En 1996, los 6728 GWh geotérmicos generados representaron casi el 5% de la energía eléctrica total producida en el país ese año, debido al alto factor de planta alcanzado. Estimamos que con las reservas conocidas se puede triplicar la potencia instalada (Suárez, 1996). En México, la generación geotermoeléctrica, equivale al ahorro de 3.4 millones de barriles de petróleo crudo equivalente cada año³). La tabla 1 sintetiza el estado actual de la geotermia convencional en México.

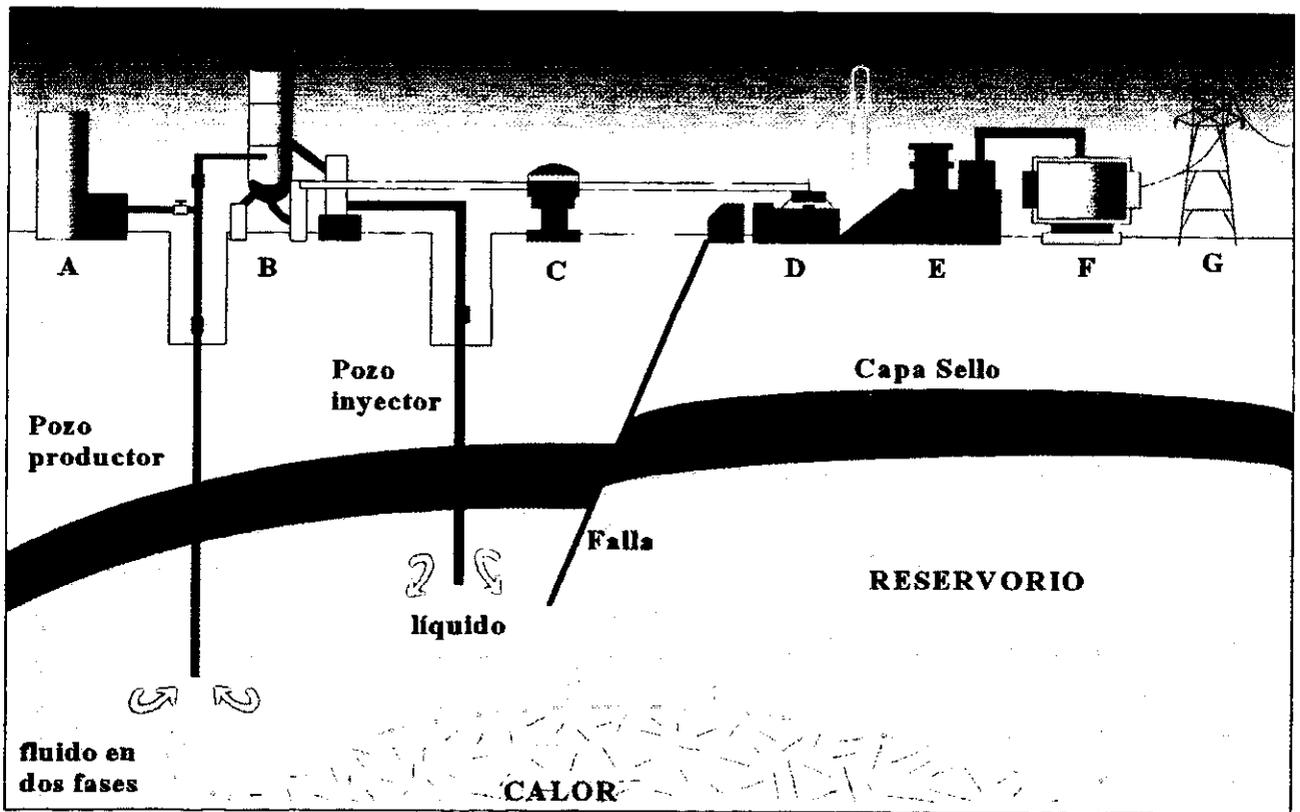


Fig. 3.- Corte esquemático simplificado de un proyecto geotermoeléctrico mostrando sus partes principales: A) silenciador, B) separador, C) deshumidificador, D) turbina, E) generador, F) transformador, G) transmisión

³ Para calcular la equivalencia energética entre el petróleo, la geotermoelectricidad y el vapor, uso la conversión publicada por el Departamento de Energía de Estados Unidos (DOE, 1980): 1 barril de petróleo crudo (1 bpc) = 158.9 m³ de gas natural = 5.91 × 10⁶ kJ; y 1 bpc = 1640 kWh. O sea 1 kWh de energía eléctrica generada equivale a 6.1 × 10⁻⁴ barriles de petróleo crudo o a 0.102 m³ de gas natural y 1 MWh=0.61 bpc. El total de electricidad señalado en la tabla 1 equivale por tanto a 3.43 × 10⁶ bpc, o sea a unos 545 millones de m³ de gas natural. Por otra parte, 9 T/h de vapor generan 1000 kW_e, o sea que 1 bpc contiene la energía de 15 T/h de vapor geotérmico, a 8 bar y a 170°C, o sean 719 kJ/kg.

TABLA 1.- CAPACIDAD GEOTERMOELÉCTRICA INSTALADA EN MÉXICO (1999) @

Campo Geotérmico	Capacidad Actual (MW _e)	Electricidad Generada (MW-h)	Factor de @ Planta (%)
CERRO PRIETO	620	4,669,600	86.0
LOS AZUFRES	93	598,000	77.6
LOS HUMEROS	42	351,000	95.4
TOTAL	755	5,618,600	85.5

@ Según datos de Quijano y Gutiérrez (2000). El factor de planta total es un promedio ponderado respecto a la capacidad instalada.

II.4.3.- Usos Directos de la Energía Geotérmica Convencional

La geotermia no sólo se usa para generar electricidad. Como parte integral de la aplicación de la energía geotérmica, la CFE ha desarrollado en Los Humeros, en Los Azufres y en Cerro Prieto, diversos proyectos piloto para el uso directo del calor:

- ◆ Calefacción de Oficinas.
- ◆ Uso del calor residual en invernaderos apoyando labores de reforestación.
- ◆ Deshidratación de frutas y verduras utilizando el calor residual de la geotermia.
- ◆ Germinado de bulbos, producción acelerada de flores y criadero de hongos comestibles.
- ◆ Secado industrial de madera con una estufa experimental que usa el calor residual de los pozos.

Estos usos directos se llevan a cabo en casi todos los países geotérmicos. Incluso en algunos, como por ejemplo China e Islandia (Tabla 2), el calor geotérmico se usa mucho más intensamente en este tipo de proyectos, que para generación de electricidad. Hasta 1999, el uso directo de la geotermia en todo el mundo (55 países), alcanzó un total de 16,211 MW_e instalados, lo cual representó una producción neta de energía térmica útil de 45,006 GWh_t/año (Lund y Freeston, 2000). La capacidad geotermoeléctrica instalada en todo el mundo es de 7974 MW_e, para una generación total de casi 50,000 GWh_e (Huttrer, 2000). Ambas cifras equivalen a un ahorro neto de 58 millones de bpc o 9208 millones de m³ de gas natural al año.

La geotermia tradicional presenta otras ventajas en aspectos técnicos, ambientales y económicos. Al no quemar ningún combustible, la geotermia produce pocas emisiones de gases dañinos. El bióxido de carbono que emite una planta geotérmica representa la quinta parte de lo que emite una termoeléctrica de la misma potencia. La geotermia no produce óxidos de azufre, ni de nitrógeno. No consume agua de enfriamiento, pues usa la que proviene del vapor condensado después de ser usado en las turbinas. El costo de la energía eléctrica generada con geotermia en México (~0.04 USD/kWh) es igual o menor al

producido con plantas convencionales. La geotermia se caracteriza por su bajo costo de operación, aunque requiere de una inversión inicial alta y cierto riesgo financiero. Actualmente son varios los países que explotan la geotermia en diversos grados, la Tabla 2 resume su estado actual.

Tabla 2.- Capacidad Geotermoeléctrica y Geotérmica Instalada en el Mundo (2000)

PAÍS	Potencia Eléctrica ⁽¹⁾ (MW _e)	Generación Eléctrica ⁽¹⁾ (GWh _e)	Factor de ⁽¹⁾ Planta (%)	Capacidad Térmica ⁽²⁾ (MW _t)	Calor Utilizado ⁽²⁾ (GWh _t)
USA	2228	15,470	68.8	5366	5640
Filipinas	1909	9181	72.7	1	7
Italia	785	4403	61.8	325.8	1048
MÉXICO	755	5618	85.5	164.2	1089
Japón	547	3532	74.6	257.5	1621
Indonesia	590	4575	Nd	7.3	12
N. Zelandia	437	2268	84.6	308	1967
Islandia	170	1138	57.3	1469	5603
El Salvador	161	800	50.4	Nd	Nd
Costa Rica	143	592	62.1	Nd	Nd
Nicaragua	70	583	62.1	Nd	Nd
Kenia	45	367	70.9	1.3	3
China	29	100	37.1	2814	8724
Tibet ⁽³⁾	24	100	Nd	Nd	Nd
Rusia	23	85	Nd	307	1703
Turquía	20	120	Nd	820	4377
Francia	4.2	25	32.6	326	1360
Rumania	2	Nd	Nd	152.4	797
Australia	0.2	0.9	Nd	10.4	82
Otros	55.6	403	Nd	3881	10,973
TOTAL	7,974	49,261	-	16,211	45,006

Fuentes: ⁽¹⁾ Hutterer (2000) ⁽¹⁾ CFE (1998), ⁽²⁾ Lundy Freeston (2000), Fridleifsson (1996); ⁽³⁾ ya incluido en China y con datos directos del campo de Yangbajain, 1999; Nd = dato no disponible.

II.5.- RECURSOS GEOTÉRMICOS PROFUNDOS NO CONVENCIONALES

Los sistemas hidrotermales clásicos comprobados en este país son más bien escasos: Cerro Prieto, B.C. y las Tres Vírgenes, B.C.S.; Los Azufres en Michoacán; Los Humeros en Puebla y La Primavera en Jalisco (Fig. 4). Estos son reservorios convencionales de agua caliente subsuperficial, situados entre 0.5 y 3 km de profundidad, con porosidades promedio mayores al 6%, permeabilidades globales superiores a los 100 md y temperaturas promedio arriba de los 250°C. Los recursos energéticos derivados de la geotermia no convencional tienen diferencias esenciales con los sistemas tradicionales, como son: muy baja porosidad (< 5%), permeabilidad insignificante o nula ($\leq 10^{-18}$ m²) y estar situados a profundidades mayores a los 3 km, o bien, en zonas de difícil acceso como las submarinas. Por ello, su desarrollo comercial es más caro y el riesgo financiero mucho mayor. Mas abajo describo los rasgos esenciales de tres de estos sistemas (Figs. 4 y 5) cuya factibilidad en México pudiera ocurrir en el corto plazo. Los recursos geotermiales alternos no convencionales son de varios tipos y se consideran como tales, los siguientes (Alonso, 1987):

- 1).- **Yacimientos de Roca Seca Caliente.**- Lugares donde hay roca con alta temperatura pero sin agua.
- 2).- **Sistemas Geotérmicos Geopresurizados.**- Por causas naturales no bien comprendidas, existen zonas de la corteza terrestre, donde el agua se encuentra a altísima presión (~700 bar). En todo el planeta se habían detectado hasta finales de los 80s, unas 60 zonas geopresurizadas en diferentes países.
- 3).- **Yacimientos Geotérmicos Marinos.**- En general son de dos clases distinguibles por la profundidad a la cual se encuentren: recursos someros cercanos a la plataforma continental y recursos submarinos profundos; ambos existen en el Golfo de Baja California.
- 4).- **Sistemas de Masas de Magma.**- En las cercanías de las cámaras magmáticas más someras, origen de los volcanes, se crean zonas de un gran potencial térmico debido al calor del magma. Sin embargo con la tecnología de perforación actualmente disponible, tan enorme recurso no es económicamente factible, debido a que se requeriría perforar a profundidades de varios kilómetros (> 10 km) hasta alcanzar el magma. También existe el riesgo, una vez extraído el magma, de que pudiera alterarse el equilibrio local en la zona de perforación.

II.5.1.- Reservorios Geotérmicos Submarinos

La energía geotérmica profunda, a más de 3000 m de profundidad, representa un potencial energético teóricamente infinito. Los reservorios hidrotermales existentes en el fondo del mar son un notable ejemplo. Movimientos tectónicos encontrados entre la placa continental de Norteamérica y la del Pacífico, rompieron la corteza terrestre en el Golfo de California, permitiendo la transferencia vertical de calor magmático profundo hasta cerca del lecho marino, a temperaturas entre 800 y 1000°C.

Figura 4.- Mapa de México mostrando los Recursos Geotérmicos Convencionales y No-convencionales.

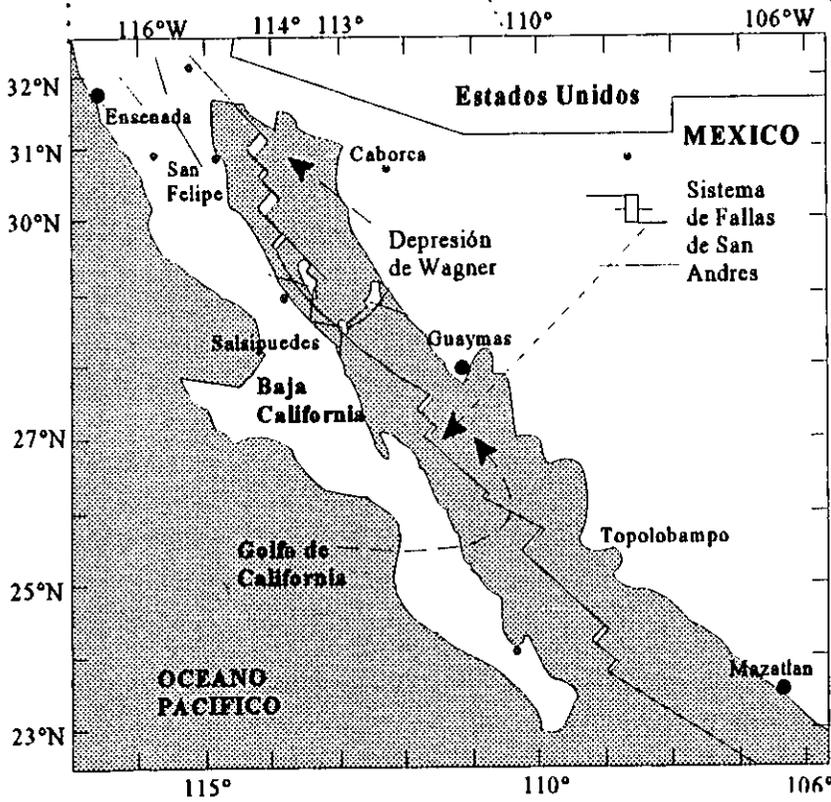
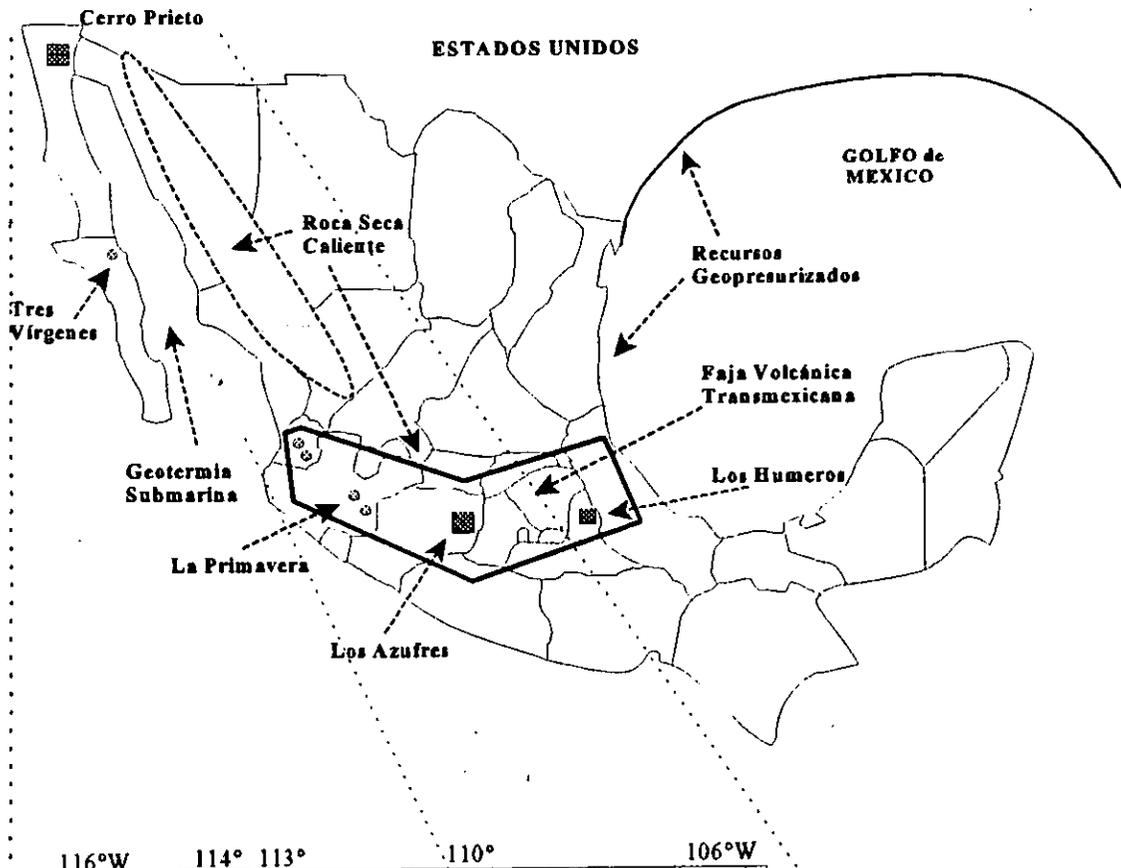


Fig. 5.- Mapa Regional del Golfo de California donde está localizada la geotermia submarina.

La famosa falla de San Andrés (Fig. 5) conforma parte de la frontera entre ambas placas. Su tectónica da lugar a una zona sísmica donde la corteza es muy delgada, de unos 10 km de espesor. Este tectonismo afecta el patrón dinámico del Golfo de California, creando una serie de fallas transformadas y centros de dispersión sísmica. Estos procesos dieron origen a gigantescos reservorios geotérmicos submarinos en el Mar de Cortés y en el litoral mexicano del Océano Pacífico. En algunas áreas privilegiadas del Golfo de California, los reservorios hidrotermales submarinos son poco profundos (Grijalva, 1986), a menos de 30 metros de profundidad, accesibles y explotables instalando plataformas marinas de perforación similares a las que usa PEMEX para extraer petróleo en el Golfo de México.

Hace algunos años un crucero oceanográfico realizó estudios detallados frente a las costas del Golfo de California (Mercado, 1990). Dichos estudios incluyeron trece inmersiones en el submarino especial norteamericano Alvin, las cuales constituyeron las primeras exploraciones de geotermia submarina realizadas en México a esa profundidad. Durante sus inmersiones, Mercado (1990) observó a 2600 metros de profundidad impresionantes chimeneas naturales descargando chorros de agua a 350°C. Las chimeneas son casi metálicas, de hasta 6 metros de altura, formadas en parte por sulfuros de hierro y cobre (Mercado, 1990 y 1993). El flujo de calor marino medido en el Golfo de California es del orden de 0.34 W/m². El flujo de agua caliente expulsada por las chimeneas, tiene una velocidad aproximada de 2.5 m/s fluyendo a través de un diámetro de 10 a 20 cm. Con estos datos, Mercado (1990) estimó un potencial geotérmico marino cercano a los 100,000 MW,⁽⁹⁾ explotable al menos, durante 30 años. Ese cuantioso potencial geotérmico es virtualmente accesible, pero aún no explotado por la inexistencia de tecnología adecuada para extraerlo:

Entre Agosto y Noviembre de 1986, el Dr. Nicolás Grijalva hizo otra serie de estudios en el Golfo de California. La investigación abarcó estudios de geofísica, geología, química y oceanografía en la llamada depresión de Wagner situada entre las latitudes de 31° 00' a 31° 15' y longitudes 113° 50' a 114° 10'. La zona estudiada (Fig. 5) se encuentra en depósitos sedimentarios del Río Colorado y sus dimensiones aproximadas son de 10 km de ancho por 20 km de largo y 180 metros de espesor. En su reporte, Grijalva (1986) escribió que "la cuenca en estudio pudiera ser en sí misma un campo geotérmico de gran magnitud" (Grijalva, 1986), y que el potencial geotérmico de esa zona submarina, pudiera ser de 100 a 500 veces mayor que el de Cerro Prieto. Por otra parte, parece ser que las primeras síntesis de sustancias químicas necesarias para aparición de la vida, surgieron de los sistemas hidrotermales submarinos, al reaccionar el agua caliente de mar con las rocas de la corteza oceánica. Un estudio detallado de este recurso, incluyendo una descripción del tipo de vida propiciada por la geotermia submarina, fue publicado en el Congreso Mundial Geotérmico de Mayo-Junio de 2000 en Japón (Suárez et al, 2000).

⁹ El cálculo supone un volumen de 5 km de ancho por 1600 km de longitud y 0.6 km de espesor, dentro del Golfo, a una temperatura de 330 °C, la cifra exacta da 97,000 MW.

II.5.2.- Reservorios en Roca Seca o Húmeda Caliente (RSHC)

Los yacimientos de roca seca caliente existen en lugares donde, como su nombre lo indica, hay roca con alta temperatura pero con fluido escaso o nulo. Este es quizá el recurso geotérmico más abundante, pues existe en casi cualquier lugar del planeta. Los reservorios de roca a alta temperatura, son mucho más numerosos y están repartidos en casi todo el territorio nacional. Teóricamente es suficiente hacer una perforación de cierta profundidad y encontrar la forma de extraer el calor. Estimamos que en México existen al menos cuarenta zonas importantes (Fig. 4) con distintos grados de posibilidades de explotación. Alonso (1993) realizó un estudio completo sobre este recurso; Suárez y Alonso (1996) publicaron una síntesis de estos sistemas en México. Aunque no todos pueden clasificarse estrictamente como de roca seca. Algunos, como por ejemplo Los Humeros en el estado de Puebla, contienen cierta cantidad de fluido geotérmico en algunas zonas, pero debido a su bajísima permeabilidad y pobre porosidad efectiva (Suárez, 1996), pudieran entrar en una clasificación intermedia denominada Roca Húmeda Caliente. Este podría ser el caso también de porciones de Las Tres Vírgenes en Baja California (Viggiano, 1998). En general, las fronteras de los reservorios tradicionales, así como los sectores autosellados y todas las zonas profundas abajo de los sistemas hidrotermales en explotación, caben perfectamente dentro de esta clasificación.

El potencial real de los sistemas RSHC en México se desconoce con precisión. Cálculos burdos permiten estimar ese potencial entre 6,000 y 25,000 MW_e (Suárez y Alonso, 1996). Con base en la capacidad instalada en México de 35,000 MW_e hasta 1999, podrían llegar a representar teóricamente entre el 17% y el 71% de la producción eléctrica nacional en un año. Esta energía equivale a entre 29 millones y 120 millones de barriles de petróleo crudo equivalente al año⁽¹⁰⁾. En un futuro, el desarrollo de los recursos en RSHC, podría realizarse en forma integral, empleando los de alta temperatura para la producción de energía eléctrica, y los de media y baja temperatura para ciclos binarios, en desarrollos turísticos, en aplicaciones industriales y agrícolas, en hidroponía y acuicultura.

II.5.3.- Reservorios Geopresurizados

El origen natural de los sistemas geotérmicos geopresurizados no está bien comprendido. Se ha detectado la existencia de zonas de la corteza terrestre situadas a unos 5 km de profundidad, donde el agua se encuentra a temperatura elevada (150°C) y a altísima presión (700 bar). Tal anomalía está ligada a la coexistencia de gases, usualmente metano. Una zona de este tipo que se ha estudiado mucho es la cuenca al norte del Golfo de México. Se supone que ahí el kerógeno se encontraba originalmente enterrado y diseminado en arcillas. Al aumentar la temperatura de la zona el kerógeno maduró,

¹⁰ Las equivalencias usadas son las siguientes: con datos de generación de los tres campos (Tabla 1) entre 1996 y 1998 y un promedio ponderado sobre la capacidad instalada, con un factor de planta del 90%, cada MWe genera 7820 MWh/año de electricidad aproximadamente, 6000 MWe \approx 46.92 · 10⁶ MWh/año y 25,000 MWe \approx 195.5 · 10⁶ MWh/año. Aplicando el factor de conversión 1 MWh = 0.61 bpc se obtienen las cifras indicadas.

escapándose el agua contenida en las arcillas. Debido a la sedimentación rápida y al fallamiento, se retardó la salida de agua. La que salió de la arcilla se fue haciendo cada vez más caliente hasta cambiar de fase, convirtiéndose en vapor supercaliente mezclado con otros gases. De esta forma la cuenca quedó geopresurizada. El potencial que se calcula, solamente en la costa de Texas es de unos 40,000 MW, (Alonso, 1993). Suponemos que el potencial geopresurizado que le corresponde a México en una franja de 150 km de ancho (Fig. 4), debe ser del mismo orden de magnitud que el de la costa de Texas. La siguiente tabla condensa el potencial de los recursos geotérmicos de México, superficiales y profundos.

Tabla 3.- Potencial Energético Teórico de los Diferentes Sistemas Geotérmicos en México[@]

Tipo de Recurso	Geotermia Clásica	Tradicional Profunda	Sistemas Submarinos	Roca Húmeda o Seca Caliente	Reservorios Geo-presurizados	Total
Capacidad Instalada (MW _e)	755	0	0	0	0	755
Potencial Estimado (MW _e)	2000	2000	62,000 + 97,000	15,000	40,000	218,000
Equivalente en 10 ⁶ bpc ⁽¹⁰⁾	13	9.5	758.5	71.6	190.8	1043

[@] Las estimaciones del potencial de la geotermia tradicional se basan en reportes internos de la CFE. Los potenciales de los reservorios submarinos se refieren a la depresión de Wagner y a la del Golfo respectivamente. El potencial de los reservorios en RSHC es un promedio de los potenciales máximo y mínimo referidos. Fuente: Suárez, (1998).

II.6.- ASPECTOS ECONÓMICOS DE LA ENERGÍA GEOTÉRMICA

En términos del tamaño natural del recurso y del lapso de la vida humana, el calor terrestre es virtualmente infinito. Por ello se le considera una fuente inagotable de energía. Sin embargo, el calor geotérmico debe ser o consumido *in situ*, o bien transformado en otro tipo de energía en el mismo lugar donde es extraído. Esta limitante es debida a las fuertes pérdidas de calor que sufre el fluido en las tuberías conductoras, limitando su uso a menos de dos km del cabezal del pozo extractor. Excepto por este aspecto, las estimaciones económicas indican que la geotermia compite ventajosamente con cualquier otra fuente de energía, ya sea convencional o no (Mock, 1992; Alonso, 1993; Friedleifson, 1996). Enseguida, muestro comparaciones de costos de producción para distintos tipos de energías.

II.6.1.- Análisis Comparativo de Costos

Los costos de un proyecto geotermoeléctrico se pueden comparar con los costos equivalentes de proyectos basados en otras fuentes de energía tanto convencionales como no convencionales. La Tabla 4 muestra un análisis comparativo, en orden creciente, de precios totales en centavos de dólar por kWh

generado (US¢/kWh). Se observa que la geotermia convencional ocupaba el 5to lugar en costos de producción en el año de 1993. Para este recurso, el costo del combustible se refiere a la inversión, operación y mantenimiento del campo geotérmico, pero fundamentalmente a la reposición de pozos y de vaporductos. Los sistemas RSC ocuparían entre el 12vo y el 14vo lugar en esta comparación. Ni para la geotermia submarina, ni para los reservorios geopresurizados, existen estudios económicos fiables.

Tabla 4.- Comparación de Costos de Generación Eléctrica entre varias Fuentes de Energía

CENTRAL	INVERSIÓN	COMBUSTIBLE	Operación & Mantenimiento	TOTAL [@]	Lugar/Costo
Ciclo combinado gas	1.52	2.23	0.53	4.28	1
Carboeléctrica Dual sin desulfurador	2.49	1.67	1.10	5.26	2
Carboeléctrica	2.37	1.95	1.10	5.42	3
Hidroeléctrica ^(A)	5.12	0.31	0.14	5.57	4
Geotermoeleétrica	2.87	2.24	0.50	5.61	5
Carboeléctrica Dual con desulfurador	3.02	1.60	1.29	5.91	6
ciclo combinado-diesel	1.54	4.56	0.55	6.65	7
Diesel	3.48	2.97	0.40	6.85	8
Termoeleétrica	1.99	4.24	0.67	6.90	9
Eoleleétrica	----	----	----	7.00	10
Nucleoeleétrica ^(B)	5.16	1.23	0.72	7.11	11
Turbogas - gas	4.29	3.76	1.02	9.07	12
Solar Térmica	----	----	----	10.00	13
Roca Seca ^(C) y Caliente	4.09	3.18	0.73	(8.80)	---- (12) ---
	----	----	----	12.10	---- 14 ----
Turbogas - diesel	4.41	8.48	1.02	14.10	15
Solar Fotovoltaica	----	----	----	20.00	16

NOTAS: [@] Todos los costos se encuentran en centavos de dólar por cada kilowatt-hora de energía generada (US¢/kWh). (A) En México se determina el costo del combustible hidroeléctrico, por el precio que la CFE debe pagarle a la Comisión Nacional del Agua por el uso del líquido. (B) Precio promedio obtenido de los costos de las centrales nucleares más comunes. (C) El primer costo para sistemas de RSC, fue calculado por Mock (1992). El segundo costo corresponde a un promedio aritmético de los distintos costos reportados por Alonso (1993).

Según datos publicados por Fridleifsson en 1996, los costos mundiales promedio de la geotermoelectricidad en ese año son aproximadamente de 4.00 US\$/kWh y que la geotermia con 7,536 MW_e, tenía la mas alta capacidad instalada (64%) de todas las otras energías alternas incluyendo la eólica (30% con 3517 MW_e), la solar (3%, 366 MW_e) y las mareas (3%, 261 MW_e), representando el 87% de la producción total de energía producida por estas fuentes en ese año (44,352 GWh). Sin embargo, en 1999 la energía eólica alcanzó los 11,285 MW_e de capacidad mundial instalada (Wind Power Monthly, 1999). Algunas predicciones (Alonso, 1993), señalan que para el año 2010 los costos de generación con la RSC podrían bajar a 5.80 US\$/kWh, y en un plazo mayor, a 4.40 US\$/kWh. Los costos de generación con hidrocarburos están obviamente sujetos a las oscilaciones del mercado, sobre todo en la época presente (1998-1999). Por eso dejo al período de 1992-1993 como base de referencia para esta comparación.

II.7.- SUMARIO DEL CAPÍTULO II

Definé, como objetivo central de esta Tesis, el desarrollo operativo de un modelo conceptual general, para describir el comportamiento de reservorios geotérmicos volcánicos. Estos sistemas contienen fluidos bifásicos no isotérmicos en rocas porosas deformables, naturalmente fracturadas. El núcleo común a esos sistemas naturales, es el concepto de porosidad y permeabilidad múltiples. Bajo esta idea general, dos o más medios continuos interactúan entre sí a través de sus interfaces, con su propio flujo interporoso. Cada medio tiene parámetros petrofísicos y termodinámicos diferentes, cuyos valores numéricos pueden ser altamente contrastantes entre sí. El concepto de multipermeabilidad / multiporosidad da una explicación unificada para la mayoría de los fenómenos observados en campos geotérmicos volcánicos, con presencia simultánea de fallas, fracturas, microfracturas y distintos tipos de matriz porosa.

En este capítulo, describí a grandes rasgos la composición de la Tierra, el origen del calor terrestre y las características generales de la geotermia. Esta fuente de energía puede definirse como calor almacenado en el interior del planeta, producido por enfriamiento del núcleo terrestre y por decaimiento de elementos radiactivos en el manto y en la corteza. En ambos sitios existen procesos de convección, los cuales tuvieron una influencia decisiva en las formación de continentes, en la conformación de la atmósfera y de los océanos. Incluso, los posibles lugares para que ocurrieran las primeras síntesis de sustancias químicas necesarias para originar la vida, fueron los sistemas hidrotermales submarinos. En esos sitios el agua de mar circula y reacciona geoquímicamente con la corteza oceánica.

La convección hidrotermal de alta temperatura es la causante de la transferencia local de calor en zonas térmicas anómalas de la corteza terrestre. Además, la convección a baja temperatura es un mecanismo importante para la creación de hidrocarburos en cuencas sedimentarias, pues el petróleo es producido por descomposición anaeróbica de materia orgánica, sepultada en rocas sedimentarias sujetas a temperaturas entre 60°C y 150°C y a presiones adecuadas.

El flujo conductivo de calor natural alcanza valores de 0.10 W/m^2 en las plataformas continentales, creando un gradiente geotérmico promedio de 33°C/km , el cual produce temperaturas hasta de 100°C a menos de 2 km de profundidad, suficientes para el uso directo del calor terrestre. En algunos lugares privilegiados el gradiente geotérmico alcanza temperaturas hasta de 400°C a profundidades menores a los 3 km, permitiendo el desarrollo de proyectos geotérmicos viables para generar electricidad. Sin embargo, este espesor es apenas la cáscara del recurso geotérmico. Su potencial real se encuentra más abajo en las zonas continentales, para proyectos de roca seca caliente y bajo tirantes de agua de más de 2 km, para la geotermia submarina. Bajo esta perspectiva, mostré que la geotermia es un recurso infinitamente renovable, en uso desde hace décadas y de gran potencial futuro.

En México, la generación geotermoeléctrica, equivale al ahorro de 3.4 millones de barriles de petróleo crudo cada año. Desde el punto de vista económico, cada kWh generado cuesta $5.6 \text{ US}\$/\text{kWh}$ lo cual hace a la geotermia la quinta forma más barata de producción de energía eléctrica en México. Los 755 MW_e instalados representan el 2.2% de la capacidad eléctrica total del país. Pero el potencial total de los recursos geotérmicos de México, superficiales y profundos, alcanza los 218,000 MW, o sea el equivalente energético de 1043 millones de bpc. Los inmensos recursos energéticos submarinos del Mar de Cortés, forman parte de un sistema gigantesco que abarca desde el Golfo hasta Cerro Prieto y los campos geotérmicos de California. Esa geotermia alterna inexplorada, es un recurso integral que representa una parte importante de la energía del futuro para nuestros hijos y nietos.

Actualmente, cerca de 80 países han identificado la existencia de recursos geotérmicos, la mayoría la usa cotidianamente, 21 producen electricidad geotérmica y 55 emplean el calor terrestre en forma directa. En todo el mundo se generaron en 1999 aproximadamente 49,261 GWh de electricidad y 45,006 GWh térmicos para uso directo. Los recursos geopresurizados y los del magma, son una posibilidad virtual pero aún lejana, debido a la carencia de tecnología apropiada para alcanzarlos y explotarlos, así como por el alto riesgo financiero que implican. Con nuevos descubrimientos científicos y técnicas apropiadas estos recursos tendrán, sin duda alguna, un papel decisivo en las necesidades energéticas de la humanidad en un futuro próximo.

En los capítulos siguientes establezco sintéticamente los antecedentes teóricos y prácticos del conocimiento en medios fracturados, planteo el modelo matemático general que resuelve el problema central y propongo un método numérico de solución, tanto a nivel matemático, como a nivel de programación efectiva del modelo.

Capítulo III

*ESTADO DEL ARTE DE MODELAR
RESERVORIOS*

III.- ESTADO DEL ARTE DE MODELAR RESERVORIOS

No saber lo que aconteció antes de nosotros,
es como permanecer siempre niños
Cicerón

El estudio y comprensión de los procesos de transporte que ocurren en sistemas naturales fracturados, tales como acuíferos, yacimientos de petróleo, de gas y reservorios geotérmicos, es relativamente reciente. Desde hace unos 40 años, se han desarrollado métodos de investigación basados tanto en modelos matemáticos - analíticos y numéricos - como experimentales, para tratar de comprender los complicados mecanismos de flujo que en esos escenarios se presentan. En estos sistemas, el problema principal radica en la dificultad para representar con precisión las dimensiones y distribución espacial de las fracturas. Tal conocimiento implicaría conocer la forma en que fueron creadas por procesos geológicos y tectónicos de naturaleza aleatoria. En los sistemas hidrotermales en roca fracturada, el transporte de masa, momentum y energía son procesos no isotérmicos, con cambios de fase, donde las sales disueltas, los gases incondensables y la distribución de parámetros petrofísicos tiene gran importancia. No solamente la permeabilidad sino la conductividad térmica, el calor específico, las presiones parciales, la adsorción y la interacción agua-roca, desempeñan papeles cruciales en el comportamiento de sistemas tan complejos.

La limitante más importante para el desarrollo científico general de la ingeniería de reservorios, es la escasez de datos en unas áreas y su abundancia en otras. En esta disciplina siempre debe razonarse con información incompleta. No es posible tampoco hacer maquetas físicas que representen globalmente al reservorio. Se tienen dudas incluso sobre cual es la mejor manera de ligar los datos obtenidos de la medición directa en núcleos de perforación, con las propiedades del reservorio mismo. Las pruebas de presión resultan en este sentido más confiables, pues se analizan en un escenario global, no en fragmentos de yacimiento. Lo mismo puede decirse de la simulación numérica en computadora, con la cual se logra una descripción integral detallada del reservorio, reproduciendo los datos conocidos. Una vez lograda alguna reproducción aproximada, puede extrapolarse la información y predecir el futuro comportamiento del sistema, sujeto a diferentes escenarios de explotación, bajo distintos riesgos y grados de incertidumbre. Los avances logrados en estos aspectos fincan sus raíces en la hidrología de acuíferos y en la ingeniería de yacimientos petroleros.

III.1.- INTRODUCCIÓN EPISTEMOLÓGICA AL MODELO MATEMÁTICO

Tanto para el estudio científico de la Naturaleza como para la solución de problemas industriales, es menester efectuar operaciones numéricas con diversos grados de complejidad, desde elementales hasta de alta sofisticación matemática. El desarrollo de modelos matemáticos es una actividad intelectual previa a esas operaciones. Su creación y uso se justifican ampliamente por la ayuda que brindan en la

comprensión y verificación de mecanismos de comportamiento específicos de tales sistemas. Por ejemplo, en el diseño industrial de vehículos, máquinas de precisión o estructuras complejas, las grandes empresas prefieren el desarrollo de *maquetas matemáticas* en computadora, antes de emprender la construcción de cualquier prototipo. Además de que su costo es muy inferior, tales modelos pueden ser sometidos, sin ningún riesgo, a las condiciones más críticas de funcionamiento hasta asegurar la optimización virtual del diseño, forma, ensamblaje y materiales. La misma utilidad del modelado se presenta en sistemas naturales de los cuales no se pueden hacer maquetas físicas de laboratorio, como son los yacimientos de petróleo, gas, agua y calor.

Las capacidades de *predicción* y *retrodicción* de los modelos matemáticos permiten la estimación cuantitativa tanto de comportamientos futuros que aún no son observados, como de procesos que ya no son observables, pero que dieron origen al fenómeno actual. La simulación numérica deviene insustituible, como utensilio de análisis y síntesis, para lograr la integración coherente de la información que se va acumulando sobre el reservorio, conforme avanza su vida útil. Cualquier otra técnica de investigación sólo brinda una perspectiva parcial sobre el sistema global. El modelo matemático y el simulador numérico asociado, pueden usarse para combinar y verificar una o varias hipótesis complejas sobre la conducta del yacimiento y compararlas contra lo que se está observando y midiendo, por ejemplo evolución del gasto, de la presión o de la entalpía.

La estimación de las cantidades de masa y energía presentes y la fracción recuperable de ellas, tiene gran importancia estratégica al planear la explotación comercial del reservorio. Antes de perforar los primeros pozos y extraer fluido, es muy útil tener alguna idea, aún burda, sobre el tamaño y capacidades del yacimiento. Resulta igualmente conveniente establecer que tanto tiempo podría durar la explotación del recurso al someter el sistema a diferentes tasas de extracción. El conjunto de actividades a desarrollar para alcanzar estos objetivos, conforman la evaluación del reservorio. El *Modelo Matemático* es la herramienta auxiliar fundamental para realizar esas actividades. Un buen modelo de reservorio debe permitir calcular aproximadamente la cantidad de energía interna recuperable, la masa fluida disponible, el monto de energía eléctrica generable y la longevidad comercial del recurso. Estos valores ayudan a estimar las tasas óptimas a las cuales extraer el fluido y a localizar pozos productores e inyectores. Los resultados obtenidos del proceso de evaluación conducen, al menos parcialmente, a comprender los mecanismos de producción, a establecer esquemas de campo para mejorar la recuperación de energía, optimizando las condiciones de explotación y a predecir el comportamiento termodinámico del yacimiento.

III.1.1.- La Naturaleza de los Modelos Matemáticos de Reservorios

En general, *modelar es comprender*. A mejores y más representativos modelos matemáticos corresponde en la mente humana una comprensión más completa del fenómeno en estudio. Del conocimiento sobre

el reservorio, procedente de la observación y de la medición, sólo puede abstraerse parte de su comportamiento, susceptible de ser modelado dentro de una teoría aceptada. La actividad de modelar se refiere a un procedimiento que formaliza, en tanto que abstracción matemática, el comportamiento parcial del sistema. Esa formalización no es única, pues depende estrechamente de las teorías que la sustentan y de la información disponible. Todo modelo tiene limitaciones inherentes y debe verificarse con la realidad física observable. Según lo adecuadas que resulten sus predicciones con respecto a esa realidad se hablará de la precisión del modelo y de su rango de aplicación. El mejor modelo será aquel que, para el mismo dominio simulado, prediga la conducta del sistema con más exactitud, dentro del rango de incertidumbre en los datos medidos. Por ello, aplicado a mediciones imprecisas e incorrectas, el tipo de modelo no tiene ninguna importancia.

Epistemológicamente, las ecuaciones del modelo matemático son *suposiciones* que definen el comportamiento *supuesto* de un continuo ideal. Aunque matemáticamente toda hipótesis constitutiva presentada en forma de ecuación es una definición, en realidad se llega a ella por evidencias físicas fortalecidas por varias mediciones experimentales. Por ello a las ecuaciones constitutivas del modelo se les refiere como leyes fenomenológicas. Estas incluyen las relaciones excitación-respuesta del sistema natural. Es importante señalar que es muy rara la posibilidad de determinar todas las ecuaciones básicas de una teoría por la sola experiencia física. Pero es imposible determinar todos los aspectos de cualquier teoría sin recurrir a la praxis física.

III.1.2.- El Modelo Conceptual: de la Realidad a la Idealidad

Dada la complejidad intrínseca de los reservorios fracturados, su tratamiento matemático exacto es prácticamente imposible. Por ello es necesario introducir la noción de *Modelo Conceptual*, que es el enfoque más poderoso para abstraer y simplificar los fenómenos naturales. Surgido originalmente en la Física, este concepto ha sido empleado con éxito en otras ramas de la Ciencia y la Ingeniería. En esta categoría, el sistema natural original es reemplazado mentalmente por otro sistema ficticio más simple o *esquema*, que puede ser representado por un conjunto de ecuaciones integro-diferenciales, definidas en un espacio matemático que representa, virtualmente, el espacio real en donde ocurre el fenómeno a modelar. Una vez que el *modelo conceptual* ha sido establecido, los principios básicos de la Física y los procedimientos matemáticos que se le aplican conducen directamente a una teoría que describe aproximadamente el fenómeno investigado. El sistema natural debe obedecer a leyes físicas y químicas, y éstas deben también regir el comportamiento químico, mecánico y termodinámico del sistema esquematizado. Dichas leyes y su expresión en ecuaciones contienen varios parámetros, por ejemplo porosidad, permeabilidad, conductividad térmica, relacionados con las propiedades del sistema real. Por eso, toda ecuación constitutiva incluye uno o más coeficientes que aparecen en las hipótesis constitutivas como "*factores de ignorancia*" (Bear, 1972), los cuales deben ser determinados experimentalmente.

Otro concepto clave en el arte de modelar es la noción de *escala*, la cual interviene en el grado de simplificación del modelo. Siempre hay un punto en el cual debe detenerse el detalle del modelado. No es posible estudiar la termodinámica de un fluido a partir de las interacciones cuánticas entre las partículas elementales que forman sus moléculas o calcular la deformación de una roca describiendo los quarks de sus átomos. De ser factible su elaboración, tal modelo sería inmanejable y por tanto, inútil. Al resultado final proveniente de esquematizar, escalar y simplificar las características y comportamiento del sistema real, se le llama *Modelo Conceptual del Reservorio*. Su propósito central consta de dos partes:

- 1) Elaborar una o varias descripciones del sistema esquematizado con base en datos de geología, mineralogía, geoquímica, geofísica e ingeniería de yacimientos.
- 2) Estimar todos los parámetros requeridos por el sistema esquematizado, que representan cuantitativamente las propiedades reales del reservorio y explican su comportamiento.

El Modelo Conceptual del reservorio debe ser formulado con base en leyes científicas plausibles y rigurosas y en base a experiencias empíricas, mediciones con aparatos especiales y opiniones subjetivas de expertos. En la práctica los modelos conceptuales evolucionan. No son el trabajo de una sola persona, ni el de un grupo de científicos de una sola disciplina; son el consenso de muchas ideas. Terminar un Modelo Conceptual no significa que permanecerá inalterable. Conforme aumente la cantidad de datos medidos y avance el conocimiento sobre el sistema, el modelo original deberá ser una y otra vez sometido a revisión crítica y corrección. El modelado conceptual es un proceso continuo.

Dada la falta de teorías completas, por la juventud de la tecnología geotérmica, su conceptualización corresponde más al arte que a la ciencia. Más que la deducción interviene la experiencia y el sentido común dentro de todo el proceso. Dos personas diferentes pueden interpretar los mismos datos distintamente, construyendo modelos diferentes del mismo yacimiento. Sin embargo, la prueba de validez de un modelo y la única forma de determinar sus coeficientes, es siempre el experimento. Este es el *quid* de su criterio de verdad. Todo resultado no verificado debe considerarse, *a priori*, falso.

III.1.3.- Sobre la Complejidad del Modelo Conceptual

Toda teoría formal para modelar un yacimiento geotérmico, va acompañada por tres cuantificadores:

- a) **su dominio de validez** : ¿ en dónde se aplica ?
- b) **su precisión** : ¿ qué tan bien reproduce lo observado ?
- c) **su complejidad** : ¿ cuántas ecuaciones y procesos abarca ?

Incluso con la especificación de estos tres cuantificadores, dos modelos distintos pueden ser

incomparables. Pero definitivamente el aspecto más práctico del modelo conceptual, es su grado de complejidad. Esta se refiere al número de postulados, relaciones y parámetros que necesitan especificarse *a priori* para obtener respuestas únicas y predecibles del modelo. Cuando no se pueden determinar todos los parámetros, ni siquiera aproximadamente, la estrategia consiste en reducir la complejidad aún a costa de la pérdida de precisión y disminución del campo de aplicación. Aquí interviene otra vez la noción de escala. Obviamente, la descripción detallada del movimiento de las moléculas de vapor no es necesaria para trazar la curva característica de un pozo, pues lo que nos preocupa no es el comportamiento de partículas individuales, sino la presión, temperatura y densidad del fluido en promedio, como un todo. Las características básicas de un buen modelo conceptual pueden resumirse como sigue :

- (i)- La complejidad del modelo conceptual debe ser directamente proporcional a la cantidad de datos disponibles, escogiendo el modelo más simple que reproduzca toda la información medida.
- (ii)- No introducir complejidades teóricas para las cuales no se tengan datos medidos. La aparición posterior de información nueva indica en qué dirección es conveniente complicar o elaborar más el modelo.
- (iii)- La simplificación no debe exagerarse, ni llegar al grado de eliminar características fundamentales del sistema. Un modelo demasiado simple solo proporcionará resultados igualmente simplistas.
- (iv)- El modelo no debe tener tendencias, por ejemplo, reproducir cierto tipo de datos preferencialmente a expensas de otro. Las variaciones de entalpía y de los parámetros geoquímicos en el yacimiento, son tan importantes como los cambios de presión.
- (v)- El modelo debe reproducir con el mismo rango de precisión, todos los grupos de datos disponibles. Un modelo que calibra con precisión solo cierto tipo de información, solo es parcialmente válido.
- (vi)- El modelo debe verificar y reproducir primero los datos observados y medidos, hasta donde sea posible. La información interpretada o calculada debe calibrarse con el modelo en un segundo término, con el fin de evitar tendencias que se filtran al incorporar los datos interpretados usualmente con otros modelos; por ejemplo, geometrías de flujo radial. Incluso el suavizamiento de los datos medidos puede borrar información relevante.

La importancia del desarrollo de un modelo conceptual ha sido muy bien sintetizada por Grant y coautores (1982) :

... "La precisión en la capacidad de predicción del comportamiento de un yacimiento en explotación depende entonces estrechamente de la imagen conceptual del mismo; de lo adecuado que resulten los procesos físicos considerados como los más relevantes y de la calidad de los datos tanto en las mediciones como en las interpretaciones de los mismos. Pocos datos incorrectamente analizados conducen directamente a una conceptualización pobre y especulativa. Esto a su vez provoca no considerar o despreciar procesos reales que son importantes. Esto junto con las limitaciones en los

datos disponibles convierten la especificación del modelo conceptual de un yacimiento geotérmico en una de las tareas más difíciles de completar satisfactoriamente; pero al mismo tiempo, es una de las labores más importantes e interesantes de la Ingeniería de Sistemas Hidrotermales".

III.1.4.- Definición y Utilidad del Modelo Matemático

El Modelo Matemático es la ecuación o conjunto de ecuaciones, usualmente en derivadas parciales, que simbolizan a la teoría contenida en el modelo conceptual. Dentro de la computadora es la entidad abstracta que sustenta numéricamente al comportamiento idealizado del yacimiento. Todo modelo es perfectible y el grado de complejidad que puede alcanzar puede ser muy elevado y, teóricamente, ilimitado. Aunque en la práctica esa complejidad es rápidamente bloqueada por la carencia de datos medidos y por las capacidades siempre limitadas de las computadoras, aún las mas grandes.

La utilidad práctica del Modelo Matemático de reservorios es multivariada. Los métodos particulares de cada ciencia auxiliar (geología, geofísica, geoquímica, pruebas de presión), tienden a ver solamente un aspecto del sistema; los métodos empíricos (curvas características, mediciones en núcleos) no pueden extrapolarse y tienden a sobre simplificar los fenómenos. En cambio el modelado ayuda a explicar e integrar los procesos físicos observados desde perspectivas globales. Puede explorar múltiples opciones de explotación y distintos estados iniciales, permitiendo investigar mecanismos y verificar suposiciones. Pero su más importante rasgo es el hecho que la simulación numérica puede *generar nuevos datos* que sean coherentes con la información medida, para extrapolar e interpolar lo desconocido y llevarnos a una comprensión más profunda del reservorio.

Hay que distinguir entre el sistema físico con las propiedades del yacimiento geotérmico, y las propiedades del modelo matemático que describe al sistema. Una ley física o principio fundamental está hecha para trascender su mera formulación o expresión matemática. Por ejemplo, la conservación de la energía es un principio general que guía la formulación de cualquier descripción matemática detallada de un proceso físico particular. Cualquier modelo matemático de un sistema físico debe ser consistente con esta ley de conservación. En un primer nivel de abstracción, la aplicación de leyes físicas generales constituyen una forma de conocimiento. Sin embargo son los datos experimentales - no las abstracciones puras - los que determinan si la ley o principio ha sido aplicada consistentemente o si es aplicable al proceso en estudio. Hacer predicciones es difícil, especialmente cuando se refieren al futuro. Las metas generales del modelado matemático de reservorios se resumen en el acrónimo **CEPRE** y son:

- **Comprensión** --> presencia de una idea general de cómo ocurre el fenómeno geotérmico, de cuáles son sus causas generales y cómo se relaciona con otras partes del sistema natural al que pertenece.

- **Explicación** --> intenta ir más allá, al tratar de decir por qué el fenómeno o el proceso considerado, sucede de una manera y no de otra.
- **Predicción** --> es más específica aún, pues establece lo que sucederá en el futuro a un sistema bien definido, si se cumplen ciertas condiciones.
- **REtrodicción** --> en ciencias de la Tierra, existe una 'predicción' del pasado, cuando se extraen conclusiones relativas a la historia previa todavía inexplorada de un proceso o fenómeno.

Una hipótesis fundamental comúnmente aceptada, es la de que todas las leyes físicas del reservorio son conocidas. Sin embargo, sabemos que en la ingeniería de reservorios, muchas cosas quedan por descubrir, incluyendo quizá nuevas leyes físicas. De manera general puede uno preguntarse, ¿existen fenómenos observados o experimentados que no serán nunca accesibles a la explicación o a la comprensión con los métodos actuales de la ciencia? Ésta es una cuestión profunda e inquietante. Aunque es evidente que muchos fenómenos y procesos de la naturaleza, dentro y fuera de la mente humana, están lejos aún de ser comprendidos por la ciencia contemporánea, el quid de la cuestión es: ¿hay límites a la explicación científica que nunca serán rebasados?

Sin importar su complejidad, en ocasiones el modelo falla en sus predicciones o en reproducir lo observado. La ocurrencia natural de acontecimientos impredecibles no significa que las leyes científicas queden violadas, sino que están incompletas. Las causas efectivas de las cosas desconocidas no son milagros desde el punto de vista científico: son comprensibles pero impredecibles. Ninguna teoría científica puede afirmar que esté terminada. Nuevos hechos surgen que la contradicen o rectifican. Nuevas teorías más amplias y precisas son creadas y sustituyen a las antiguas, en un renacimiento, evolución y muerte perpetuos. Nuestra ciencia actual, algún día terminará en un museo.

La ciencia misma tiene sus raíces y orígenes fuera de su propio territorio de pensamiento racional. Parece existir un "Teorema de Gödel"⁹ para lo científico, el cual muestra que la ciencia sólo es posible dentro de un marco más amplio de actividades no científicas. La ciencia de los reservorios está necesariamente incrustada en un territorio mucho más vasto de experiencia humana y debe tener una base no científica. Por ejemplo, la convicción de todo científico y de una parte de la sociedad, de que la verdad científica es pertinente, útil y esencial.

⁹ En 1931, el matemático alemán Kurt Gödel (Nagel y Newman, 1958) probó que un sistema de axiomas en matemáticas puras, no puede nunca fundamentarse en sí mismo. Para probar su validez tienen que utilizarse afirmaciones situadas fuera del sistema mismo.

III.2.- ANTECEDENTES

La mayoría de las leyes físicas que rigen el comportamiento de los reservorios de fluidos subterráneos, fueron establecidas entre 1856 (Ley de Darcy) y la primera mitad del siglo XX (Forchheimer, 1901; Muskat, 1934; Buckley-Leverett, 1942, Biot, 1941 & 1956). Sin embargo, la ingeniería de reservorios en sí, emergió después de la segunda guerra mundial. Por razones económicas y estratégicas, en las décadas de 1940 a 1950, los procesos de recuperación secundaria de petróleo consistentes en la inyección de agua caliente y vapor, o en la combustión subterránea de aceite, recibieron mucha atención (Ramey, 1975). Sin embargo, a pesar de los antecedentes de Larderello en Italia, de Wairakei en Nueva Zelandia y Los Géysers en California, la geotermia se estudiaba sólo desde el punto de vista de las áreas de geología, geofísica, geoquímica e hidrología. No fue sino hasta los años 60 en que los principios científicos y prácticos de la ingeniería petrolera se empezaron a aplicar a los reservorios geotérmicos. Coats y coautores (1974), reportaron esta situación histórica. Como síntesis de esas primeras acciones hay que incluir los trabajos pioneros clásicos de Ramey (1968) y de Whiting y Ramey (1969).

Las primeras aplicaciones no fueron fáciles de aceptar, pues en aquella época muchos ingenieros consideraban al petróleo prácticamente inmóvil, enterrado en yacimientos cerrados. En cambio los reservorios geotérmicos se suponían dinámicos y sujetos a recargas casi infinitas. De tal imagen se deducía que sería suficiente calcular la recarga natural de esos sistemas y extraer el fluido a la misma tasa para obtener una evolución estacionaria por los siglos de los siglos (Ramey, 1975). Sin embargo, los tremendos gastos de extracción real, de cientos a miles de toneladas por hora, a que son sujetos los reservorios geotérmicos, hacen casi imposible que la recarga natural los iguale. Así mismo, se sabe actualmente que los yacimientos de petróleo no son cerrados, sino que permiten el intercambio de masa y energía con el exterior, de la misma forma que cualquier sistema termodinámico abierto (ver nota etimológica 0.1). Diferentes autores han trabajado sobre el modelado matemático del flujo de masa y calor en reservorios geotérmicos. Lo que sigue es una síntesis cronológica de sus obras principales.

III.2.1.- Modelos de Reservorios con Porosidad Simple

En la década de los años 60, una gran cantidad de trabajos fue realizada por investigadores neozelandeses. Elder (1966) y Donaldson (1970) representan dos ejemplos de esa labor; aunque estuvieron reducidos a fluidos monofásicos ligeramente compresibles, los suyos fueron trabajos pioneros. El primer modelo geotérmico aplicado a un reservorio específico en explotación (Wairakei, N.Z.), fue desarrollado por Whiting y Ramey (1969), aplicando balances sencillos de masa y energía. Para el caso de flujo monofásico de líquido convectivo, se hicieron extensos estudios numéricos y experimentales en laboratorio (Holst, 1970), cuyos resultados fueron aplicados posteriormente a sistemas geotérmicos. Otro modelo del tipo simple de dimensión cero ("*lumped*") fue desarrollado por Brigham y Morrow (1974) para analizar condiciones particulares de yacimientos de vapor.

Mercer y Pinder (1973), desarrollaron uno de los primeros modelos teóricos generales para la simulación numérica de reservorios geotérmicos en dos dimensiones, conteniendo solamente agua en estado líquido. Este modelo fue aplicado al estudio del campo Wairakei en Nueva Zelandia. El modelo consistió en tres ecuaciones en derivadas parciales para flujo transitorio. Una para la masa, otra para el momentum y la tercera para la energía del sistema roca-fluido. El método de resolución numérica fue una variante de Galerkin por elementos finitos. Toronyi (1974) desarrolló en su tesis doctoral, un modelo bifásico en dos dimensiones, con la característica adicional de llevar acoplado un modelo de pozo. Poco tiempo después, Faust y Mercer (1975) reportan variantes de un modelo general notablemente claro y completo para sistemas hidrotermales en una y dos fases. El modelo consistió en dos ecuaciones no lineales en derivadas parciales, resuelto también con elementos finitos tipo Galerkin para la discretización espacial y diferencias finitas semi-implícitas para la discretización en el tiempo. La innovación de este trabajo clásico fue el empleo, por vez primera, de la presión y la entalpía como variables básicas. La ventaja del enfoque es que ambas variables se mantienen independientes en todo el espectro termodinámico. Las hipótesis básicas del modelo fueron: presión capilar despreciable, medio poroso simple, equilibrio térmico local entre la roca y el agua pura. Todas las variables termodinámicas quedan expresadas en términos de (p, h) . Aunque el planteamiento del modelo fue muy general, las aplicaciones quedaron reducidas a una dimensión y una sola fase en el primer trabajo (Faust y Mercer, 1975) y a dos fases y dos dimensiones en el segundo. (Mercer y Faust, 1975), ambos para medios porosos no fracturados.

Lasseter (1975), inicia uno de los primeros modelos generales para reservorios en dos fases, llamado SHAFT (Simultaneous Heat and Fluid Transport). Karsten Pruess (1979) a partir de esas bases desarrolla completos los códigos SHAFT-78 y 79 en el Laboratorio Lawrence Berkeley de California. Durante casi toda la década de los años 80, ese código fue el simulador hidrotermal mas completo disponible y empleado por la CFE sistemáticamente en todos sus campos geotérmicos (Suárez, 1996). Las ecuaciones del modelo eran transitorias y válidas en 1, 2 y 3 dimensiones. Utilizaba las ecuaciones de masa, de energía y la ley de Darcy, las cuales combinaba para obtener dos ecuaciones de flujo, una en términos de la densidad, más otra en función de la energía interna. El método numérico empleado también constituyó una innovación en esa época, pues estuvo basado en una forma simplificada de Diferencias Finitas Integradas. El modelo fue aplicado a tres casos típicos de sistemas hidrotermales: líquido comprimido, dos fases y vapor dominante. Una limitante de este modelo fue el manejo poco práctico de la ecuación de estado del agua. Todos los cálculos debían hacerse por interpolación de valores en una gigantesca tabla termodinámica, que sólo cabía en la memoria de las grandes computadoras tipo "main frame" de la época. No manejaba fracturas, ni había forma de integrar los pozos a la evolución del reservorio.

Pocos autores han penetrado en los difíciles fundamentos para demostrar las ecuaciones que componen el modelado matemático de reservorios geotérmicos. Un importante teórico del medio poroso, Jacob

Bear (1972), desarrolló su sistema de ecuaciones a partir del método estadístico, demostrando un principio de conservación general y aplicándolo a la masa, al momentum y a la energía de propiedades promediadas sobre un volumen elemental representativo del medio poroso. Otro de los primeros y principales trabajos que consideraron incluso la interacción mecánica entre la matriz rocosa y el fluido geotérmico en dos fases, fue desarrollado por Brownell, Garg y Pritchett (1975). Estos autores establecieron una dependencia entre la porosidad y la permeabilidad de la matriz y la presión del fluido y la roca. Assens (1976) derivó las ecuaciones básicas para la transferencia de calor, masa y momentum en reservorios geotérmicos, siguiendo un procedimiento de promediado tomado de la ingeniería química. Las ecuaciones son aplicables a un medio poroso, agua en dos fases y puede considerarse o no el equilibrio térmico entre la roca y el fluido. El autor propuso como variables independientes a la entalpía y la densidad. Un desarrollo similar fue desarrollado por Pinder (1982) considerando solamente medio poroso y agua en dos fases. El método usado fue también de promedios integrales sobre la masa y sobre el volumen. Bear y Bachmat (1984) extendieron el método de Bear (1972) a fluidos multifásicos.

El autor de esta tesis (Suárez, 1981) dedujo, independientemente de los autores ya mencionados, las ecuaciones de masa y energía en medio poroso, conteniendo agua pura en dos fases. Su método consistió en usar directamente las ecuaciones generales de conservación y la ley de Darcy aproximando la ecuación del momentum lineal, sobre volúmenes diferenciales donde se definen localmente la porosidad y la saturación en un volumen infinitesimal, extendiendo de esta forma la definición de partícula dada por Euler en el siglo pasado (Anexo 1). Las variables primarias fueron la presión y la entalpía del fluido. Sus ecuaciones incluyeron calor por conducción y convección acoplados, así como el cambio de fase transitorio. La roca se consideró rígida y se supuso equilibrio térmico local instantáneo entre la matriz sólida y el fluido. Este trabajo sólo se escribió como reporte interno de la CFE, nunca fue publicado.

Bowen (1984) formuló el modelo matemático general de materiales porosos, mediante el uso sistemático de la Teoría de Mezclas y empleó por vez primera el término *poroelasticidad* para referirse a un medio poroso que sufre deformaciones elásticas lineales. Carbinol y Whitaker (1984) también por promedios volumétricos, dedujeron las ecuaciones del transporte de masa y energía en medios porosos rígidos, pero incluyendo conducción, difusión, reacción y dispersión. Finalmente Corapcioglu y Panday (1991) presentaron un panorama general de los modelos para fluidos multifásicos, multicomponentes, incluyendo discusiones de procesos que afectan su transporte en medios porosos, tales como advección, dispersión, adsorción, reacciones químicas, partición de fases y biodegradación. Este último trabajo, constituye la referencia más completa escrita hasta la fecha sobre las ecuaciones básicas del flujo de fluidos complejos en medios porosos simples.

III.2.2.- Reservorios Naturalmente Fracturados

El comportamiento del reservorio fracturado es radicalmente diferente del de un medio compuesto

solamente de porosidad y permeabilidad intergranulares. Un medio poroso simple se representa como una red de espacios en la roca o poros, llenos con algún fluido e interconectados a través de gargantas angostas y canales estrechos, tortuosos e irregulares. Un reservorio fracturado presenta, además de poros en la roca que lo contiene, microfracturas, fracturas o fisuras y rupturas de distinto tamaño, extensión y orientación, producidas normalmente por efectos tectónicos o sísmicos. Las fracturas con interés práctico se encuentran en acuíferos, en yacimientos de aceite y gas, en reservorios geotérmicos y en sitios reservados para almacenamiento de desechos nucleares. La historia técnica de los reservorios fracturados corre paralela al desarrollo de la industria petrolera misma. Desde 1863, un geólogo norteamericano de nombre E. Andrews, introdujo la noción de "*porosidad fracturada*" (Golf-Racht, 1982), luego de observar cierta proporcionalidad entre el petróleo producido y la cantidad de fracturas presentes.

La evaluación de un reservorio fracturado es mucho más compleja que la de un yacimiento con porosidad simple. Esto es porque la aparición del fracturamiento depende tanto de la distribución de esfuerzos en la roca como de las propiedades termo-mecánicas de la roca misma (*termoporoelasticidad*). El comportamiento de las fracturas debe evaluarse a partir de propiedades geométricas tales como: tamaño, apertura, distribución, orientación, intensidad o número de fracturas. Y también de las condiciones estructurales de la roca: profundidad, litología, compresibilidad, ductilidad, etc. Sin embargo, hasta la fecha, no existe forma de deducir con precisión tales propiedades, debido a que el tectonismo y la petrogénesis son procesos geológicos de naturaleza aleatoria, estrictamente impredecibles.

Las propuestas teóricas para evaluar yacimientos fracturados, giran alrededor del modelado matemático de fracturas. Algunas veces se idealiza su forma y disposición para obtener soluciones analíticas o semi-analíticas. O bien, se crean modelos numéricos determinísticos, suponiendo *a priori* alguna distribución espacial simplificada. También se generan redes aleatorias de fracturas para, por ensayo y error, encontrar una red fracturada equivalente. La técnica más reciente consiste en el uso de la geometría fractal para crear sistemas caóticos de redes fracturadas que se aproximen a los sistemas reales. Estas últimas técnicas requieren grandes volúmenes de cálculo en computadora. Los métodos experimentales han consistido esencialmente en la construcción de maquetas de laboratorio de diferente complejidad, con una distribución de fracturas bien determinada, a la cual se aplican modelos matemáticos para tratar de reproducir algunos de los procesos observados (Lam et al., 1988). Los yacimientos naturalmente fracturados pueden clasificarse en seis grandes grupos (Cinco Ley, 1985):

- 1) **Medio Pseudo-Homogéneo**, donde el fracturamiento es tan intenso que las dimensiones de los bloques matriciales son del mismo orden de tamaño que las fracturas.
- 2) **Medio Anisotrópico**, en el cual existen claramente diferenciadas dos o más direcciones preferenciales de permeabilidad, asociadas a fallas o a redes de fracturas orientadas.
- 3) **Medio con Fractura Única**, donde los pozos pueden estar o no interceptando a la fractura.

- 4) **Medio de Doble Porosidad**, donde los bloques de roca están rodeados por fracturas, éstas se alimentan de la matriz almacenadora y conducen el fluido hacia las zonas de producción.
- 5) **Medio de Porosidad Múltiple**, en el cual hay tres o más zonas de flujo claramente distinguibles: dos o más tipos de matriz de baja permeabilidad, red de fracturas con permeabilidad intermedia y macrofracturas o fallas de alta permeabilidad.
- 6) **Medio con Zonas Múltiples**, donde coexisten volúmenes de roca fracturada con dos o más de las características mencionadas anteriormente.

Los dos últimos medios corresponden al tipo más general de sistemas porosos naturalmente fracturados. Uno de los primeros modelos en incluir el fracturamiento homogéneo, fue hecho por Harlow y Pracht (1972), quienes analizaron el problema de extracción de energía térmica de un reservorio fracturado de roca seca caliente, con un modelo más elaborado con parámetros distribuidos en dos dimensiones y conteniendo agua en estado líquido.

III.2.3.- Yacimientos Fracturados con una sola Macrofractura

En muchos casos prácticos, se observan pozos productores interceptando una sola macro fractura o falla. En los reservorios existen varios tipos de fallas; algunas actúan como barreras, otras como conductos de flujo y de calor convectivo. Las hay impermeables y selladas por el depósito de minerales producto de la interacción fluido-roca; fallas semi-permeables y fallas permeables o conductoras. Las pruebas tradicionales de presión, para medios con fluidos ligeramente compresibles, es decir, sin cambio de fase e isotérmicos, permiten detectar bajo diferentes hipótesis de modelos de flujo, de qué tipo de falla se trata (Cinco Ley, 1985). Una falla conductiva con suficiente permeabilidad, cercana a un pozo en producción, actúa durante cierto tiempo como una frontera a presión constante. Enseguida resumo algunos de los principales trabajos realizados, para el estudio de reservorios con una sola fractura.

Gringarten y Witherspoon (1972), fueron los primeros en modelar el flujo uniforme en una fractura tanto horizontal como vertical, para formaciones isotrópicas o anisotrópicas. Gringarten y Ramey (1974), encontraron una solución, en términos de funciones de Green, para la distribución de presión creada por el flujo uniforme en una fractura horizontal con fronteras superior e inferior impermeables. Los mismos Gringarten, Ramey y Raghavan (1974), presentaron soluciones para un modelo con flujo uniforme en fracturas verticales. Su modelo supone que el flujo por unidad de longitud de la fractura es constante, mientras que en la fractura no hay caída de presión. Más tarde, Raghavan (1977), escribió un sumario de todos los trabajos hechos en esa época, sobre el comportamiento de pozos interceptando fracturas.

Cinco Ley, Samaniego y Domínguez (1978), desechando la hipótesis de conductividad infinita, presentaron una solución para el pozo interceptando una fractura vertical con almacenamiento y conductividad finita. Cinco Ley y Samaniego (1981), identificaron después cuatro períodos de flujo

durante el flujo transitorio en la fractura vertical mostrando, por vez primera, la existencia de un período de *flujo bilineal* donde la gráfica Log-Log adimensional de presión vs. tiempo, tiene una pendiente de 0.25, situado entre un período de flujo lineal en la formación y un período de flujo lineal en la fractura.

Rosato, Bennett, Reynolds y Raghavan (1982) desarrollaron curvas-tipo de incremento de presión, con un modelo de diferencias finitas, para un pozo interceptando una fractura vertical de conductividad finita. Los mismos autores al año siguiente (1983), usando un método similar para estudiar los efectos de variación de conductividad y longitud de la fractura, observaron que el período de flujo bilineal descubierto por Cinco Ley y Samaniego (1981), puede ser ocultado por una conductividad variable en la fractura.

III.2.4.- Reservorios Fracturados con Doble Porosidad (DP)

Los medios de doble porosidad constituyen un tema clásico en la literatura sobre yacimientos fracturados. Los principales modelos analíticos y semi-analíticos para líquidos ligeramente compresibles surgieron desde los años 60 en la literatura hidrológica y petrolera. El concepto original de doble porosidad fue enunciado por vez primera en hidrología, por Barenblatt, Zheltov y Kochina en 1960, con base en la teoría de mezclas. En su modelo el reservorio está formado por dos continuos completamente traslapados. Uno representa a la matriz porosa con permeabilidad despreciable y el otro a las fracturas de compresibilidad nula. Warren y Root (1963) modificaron este modelo original, considerando el almacenamiento de las fracturas para representar al reservorio naturalmente fracturado como un sistema idealizado formado por paralelepípedos rectangulares idénticos, separados por una red de fracturas ortogonales, en una figura que se hizo famosa. En ambos modelos, la matriz es el principal almacenamiento de fluido y tiene baja permeabilidad. La red de fracturas tiene alta permeabilidad y menor almacenamiento. Cada medio tiene sus propios parámetros, las permeabilidades y porosidades son diferentes y el flujo en la matriz es pseudo-estacionario. Despreciando el almacenamiento en las fracturas y considerándolas como el principal aporte de fluido a los pozos, se formula una ecuación para cada medio. Este es el modelo cuasi-estacionario más simple de la DP.

Después de las dos obras pioneras antes citadas, surgieron muchos trabajos importantes adaptando variantes más sofisticadas para estados no-estacionarios de DP, la mayoría enfocados hacia el análisis de pruebas de presión en yacimientos petroleros naturalmente fracturados. Odeh (1965) presentó un caso de DP en el cual el comportamiento del medio es idéntico al de un medio homogéneo. Kazemi y Seth (1969) introdujeron una solución de DP para pruebas de interferencia, usando diferencias finitas en los cálculos. Posteriormente De Swaan (1976) consideró el flujo transitorio en la matriz en un modelo analítico, presentando soluciones aproximadas para casos límite. Mavor y Cinco Ley (1979) incluyeron efectos de daño y de almacenamiento en el pozo en su solución de DP. Najurieta (1980) extendió el modelo de De Swaan (1976) y obtuvo soluciones empleando una inversión numérica de Laplace. Da

Prat, Cinco Ley y Ramey (1981) presentaron una solución DP para pruebas en pozos a presión constante. Bourdet y Gringarten (1980, 1984) introdujeron nuevas variables adimensionales y nuevas soluciones en forma de curvas tipo, aptas para analizar pruebas de presión en reservorios con DP. En 1983 Streltsova por una parte y Serra, Reynolds y Raghavan (1983) por la otra, emplearon un bloque de matriz en forma de losa o placa gruesa, para describir la interacción con las fracturas.

Lai, Bodvarsson y Witherspoon (1983) presentaron una solución de DP que considera el flujo transitorio entre fracturas y bloques de matriz en forma de cubos. Moench (1984) investigó el efecto de daño en las fracturas en su interface con la matriz. Más tarde Ershaghi y Aflaki (1985) extendieron el estudio de Lai (et al., 1983) para abarcar los datos del período de transición. Cinco Ley y Samaniego (1985) investigaron los efectos que tienen sobre la DP, los tamaños múltiples de bloques de matriz. En su tesis de doctorado Karasaki (1986), desarrolló métodos analíticos y numéricos para interpretar pruebas de presión en pozos en reservorios fracturados con DP. Sus modelos analíticos incluyeron pruebas a gasto constante y pruebas con flujo tipo bala (slug tests). Su modelo numérico, por elementos finitos, incluyó flujo transitorio en la red de fracturas en 2D. Cinco Ley y Meng (1988) incluyeron el efecto de fallas conductivas, usando múltiples tamaños de bloques de matriz. Zimmerman y coautores (1993) publicaron un modelo numérico que trata el flujo transitorio matriz-fracturas en forma semianalítica.

Problemas similares de doble porosidad se presentan en los sistemas hidrotermales; pero debido a los procesos de cambio de fase y no linealidad en las ecuaciones básicas, las soluciones exactas o semi-analíticas son muy escasas. El modelo de doble porosidad en geotermia fue generalizado por Pruess y Narasimhan (1985) y resuelto numéricamente mediante el concepto de "*Multiple Interacting Continua*" (MINC). Yu-Shu y Pruess (1988) lo aplicaron para simular la recuperación de petróleo en reservorios fracturados. Ese método permite una descripción totalmente transiente del flujo interporoso, el cual aplicaron al estudio del mecanismo de recuperación de aceite por imbibición de agua en fracturas y a otros problemas de campo al inyectar masivamente agua en reservorios fracturados. De su estudio dedujeron que el método clásico de la doble porosidad puede resultar en errores de gran magnitud en matrices con muy baja permeabilidad o de gran tamaño.

Desde principio de los años 80, la División de Ciencias de la Tierra del Laboratorio Lawrence Berkeley en California se involucró intensamente en el desarrollo de programas de alta capacidad para simular sistemas multicomponentes en computadora. Los resultados han sido excelentes, generando una familia muy completa de códigos llamados genéricamente por su autor MULKOM (Multicomponent systems) y TOUGH (Transport of Undersaturated Fluid and Heat), (Pruess, 1988, 1990, 1995, 1998). Estos simuladores pueden manejar ecuaciones de estado para dos componentes, {Agua en dos fases} + {trazador, CO₂, NaCl, aire, sílice, espumas, etc.} y manejan eficientemente sus ecuaciones de estado, en forma funcional, eliminando el uso de tablas.

Recientemente se ha desarrollado un módulo especial para geotermia, en forma de ecuación de estado tri-componente {agua + Na Cl + CO₂}, (Batistelli, 1998). Aunque el programa se encuentra en continuo mejoramiento (Pruess, 1998), tiene algunas limitantes prácticas. Es para medios porosos y no considera explícitamente fracturas, aunque con subrutinas especiales puede construirlas aparte; tampoco tiene la capacidad de simular el comportamiento de pozos integrados al yacimiento. El fluido debe ser darciano y no contempla turbulencia. La matriz rocosa es rígida, sin termoporoelasticidad. Está escrito en FORTRAN 77, no tiene interfaces gráficas ni para ingresar datos ni para presentar resultados. Aunque esto último es común a la totalidad de los modelos mencionados.

III.2.5.- Reservorios Fracturados con Triple Porosidad

Closmann (1975), amplió por primera vez el concepto de doble porosidad al describir un acuífero fracturado con dos tipos distintos de matriz: una "*mala*" con menor permeabilidad y menor porosidad y otra "*buna*" con mejores condiciones; incluyó además parámetros de las fisuras, considerando flujo estacionario en la red de fracturas. Concluyó que el rendimiento del acuífero es dominado por las "*fisuras*" y que las propiedades de la roca y el espaciamiento entre fracturas es de menor importancia con respecto a la permeabilidad del fracturamiento y la fracción del volumen de "*fisuras*".

Liu Ci-qun (1980); obtuvo una solución exacta para el flujo radial transiente de un líquido ligeramente compresible en un medio al que llamó de "*triple porosidad*". Al método de solución, basado en la separación de variables, lo llamó de "*descomposición*". El modelo reveló las características esenciales de este tipo de flujo, mostrando que la triple porosidad es mas realista que la doble porosidad para describir líquidos ligeramente compresibles en formaciones carbonatadas. Los tres medios modelados fueron la red de fracturas y dos tipos diferentes de matriz, aunque el flujo en las matrices fue considerado despreciable.

Abdassah y Ershaghi (1986) al observar cambios anormales en las gráficas de las pendientes de algunas pruebas en pozos petroleros durante el periodo transitorio, dedujeron que tales anomalías no podían explicarse con modelos de doble porosidad; entonces introdujeron un modelo notablemente claro, al que llamaron de *triple porosidad*. Su concepto consistió esencialmente en considerar el yacimiento formado por dos bloques de matriz con características distintas, separados por un conjunto de fracturas ortogonales. Sus principales conclusiones fueron que, para tiempos pequeños, las características del flujo controlado por fracturas y algunas porciones del periodo de transición, son similares a las predichas por la doble porosidad. Pero la parte final de la zona de transición es diferente, con cambios de pendiente cuya duración es función de los cocientes interporosos y de almacenamientos de ambas matrices.

Al-Ghamdi y Ershaghi (1996), propusieron un modelo de fracturas dual mas la matriz, en el cual uno de los sistemas está compuesto por fracturas "*normales*" o macrofracturas, mientras que el otro medio

consiste en una red de microfracturas con menor permeabilidad, que a veces se confunde con otro tipo de matriz.

III.2.6.- Reservorios Isotérmicos Fracturados con Porosidad Múltiple

El mismo Li Ci-qun (1982) de la "*triple porosidad*" presentó más tarde una generalización de sus ideas anteriores al resolver numéricamente por diferencias finitas, el flujo radial transiente de líquidos ligeramente compresibles en un medio cilíndrico al que llamó de múltiple porosidad, con matrices heterogéneas y una red de fracturas, conteniendo un pozo con gasto constante en su centro. La condición de frontera exterior fue de no flujo. Las aplicaciones del modelo se redujeron sólo a comparar la doble y triple porosidad.

Cinco Ley y Samaniego (1985), reportaron el comportamiento transiente de la presión en yacimientos fracturados con porosidad múltiple, para tamaños diferentes de los bloques de matriz. Lee y Tan (1987), describieron un simulador térmico para modelar reservorios naturalmente fracturados con porosidad y permeabilidad múltiples. Sin embargo, la aparente generalidad de su simulador sólo se aplicó a yacimientos con doble y triple porosidad con dos bloques de matriz distintos separados por fracturas, así como la simulación de un proceso de recuperación térmica con doble porosidad. Liu y Chen (1990) encontraron la solución exacta para el flujo radial transiente de líquidos isotérmicos, ligeramente compresibles en un reservorio cilíndrico formado por N medios distintos, con un pozo en el centro, al que llamaron "*medio de múltiple porosidad y múltiple permeabilidad*". En el capítulo siguiente generalizo y completo estas ideas para extender y definir con precisión el concepto de porosidad-permeabilidad múltiple a reservorios fracturados no-isotérmicos con tres o más porosidades y permeabilidades distintas.

III.2.7.- Aleatoriedad en Reservorios Fracturados y Geometría Fractal

Un fenómeno aleatorio es un evento natural caracterizado por la propiedad de que su observación no siempre conduce al mismo resultado, de tal forma que no hay *regularidad determinística*, sino más bien, existe *regularidad estadística* fruto de diferentes resultados. Un proceso estocástico es una familia de funciones espacio-temporales, dependientes de variables aleatorias. Por otra parte, es bien conocida la heterogeneidad natural de la corteza terrestre. En los reservorios fracturados, la heterogeneidad afecta a todos los parámetros importantes como porosidad, permeabilidad, conductividad térmica, temperatura, presión, entalpía, espesor, etc. La heterogeneidad varía a su vez en distintas escalas: bloque de matriz, fractura, vecindad del pozo, local, regional. Si aceptamos que esa heterogeneidad ocurrió por procesos geológicos impredecibles y parcialmente desconocidos, entonces debemos reconocer que el yacimiento adquirió sus parámetros, al menos parcialmente, de manera aleatoria durante un proceso estocástico.

Lo que ocurrió en realidad es que el yacimiento estuvo sujeto a ciertas condiciones iniciales, las cuales

nos son desconocidas. Sin embargo, esas condiciones son las que originaron el estado actual del reservorio, el cual está definido de manera única en el tiempo y en el espacio. Si mentalmente cambiamos las condiciones iniciales, entonces obtendríamos otro estado del reservorio completamente distinto. El problema clave es qué desconocemos el estado inicial del sistema y el estado actual sólo podemos conocerlo en forma incompleta debido a que es imposible medir continuamente todos sus parámetros en todas direcciones. Por ello el reservorio es *a priori* y en todo tiempo, parcialmente desconocido. Esto asemeja al reservorio a un sistema geológico caótico, en el cual cualquier cambio inicial, modifica radicalmente la historia subsecuente del sistema.

La naturaleza aleatoria de los parámetros de medios porosos y la de las fracturas en un reservorio fracturado, ha sido reconocida por diferentes autores. Desde la década de los 80, Gelhar (1984) planteó el análisis del flujo en acuíferos por métodos estocásticos e hizo ver que son fundamentales en la estructura espacial de la transmisividad y conductividad hidráulica. DeMarsily (1984) empleó la geoestadística estacionaria como herramienta básica para tratar como variables aleatorias a los parámetros de un medio poroso.

Pruess y Narasimhan (1985) incluyeron, como una opción, la generación aleatoria de fracturas en su método MINC para simular redes fracturadas. Long y Hestir (1989) obtuvieron una expresión analítica para calcular la permeabilidad de redes aleatorias de fracturas en dos dimensiones. Cacas y coautores (1990), desarrollaron arreglos aleatorios de fracturas discretas, modelando el flujo a través de ellas.

Sin embargo, parece que la técnica más reciente y prometedora para el modelado aleatorio de fracturas, está en la *geometría fractal*. Según su autor y descubridor, el matemático francés Benoît Mandelbrot (1975), un *fractal* es un objeto natural o cualquier figura geométrica que tenga estas tres características:

- A) todas y cada una de sus partes tienen la misma forma o estructura que el objeto total, pero a una escala diferente y pueden estar ligeramente deformadas;
- B) su forma puede ser extremadamente irregular, o bien extremadamente interrumpida o fragmentada, cualquiera que sea la escala de observación;
- C) contiene elementos distintivos cuyas escalas son muy variadas, cubriendo una gama muy amplia de variación.

Las redes de fracturas en reservorios de diferente índole, parecen tener la compleja geometría característica de los objetos fractales. Barton y Hsieh (1989), parecen ser los primeros en reportar las características fractales de los sistemas de fracturas naturales, aunque algunas aplicaciones de la geometría fractal a redes de fracturas, en sitios para depositar desechos nucleares, fueron hechas desde 1985 (*ibid*). Sahimi y Yortsos (1990) clasificaron numerosos patrones fractales, resultantes de varios y

distintos procesos en medios porosos tales como percolación y fracturamiento, dando al mismo tiempo una revisión completa de las aplicaciones de fractales a dichos procesos. Acuña (1993), describió una red de fracturas como el producto final de un proceso de fragmentación. Supuso que en los reservorios fracturados, todos los pozos están conectados a redes de fracturas que dominan tanto el comportamiento del flujo como su respuesta transitoria a la explotación. De esta concepción, concluyó que el análisis fractal de una prueba transitoria de presión tiene como meta final determinar si el reservorio fracturado tiene alguna estructura fractal o no la tiene. En caso positivo, el análisis dará información para construir un modelo realista de la red fracturada.

III.2.8.- Sistemas Complejos y Modelos Multicomponentes

Un sistema complejo es una serie de procesos, naturales o artificiales, formado por más de dos partes interactuantes o subsistemas, los cuales actúan como un todo, sin que sea posible comprender su funcionamiento global sin considerar las interacciones simultáneas entre todos ellos. Es decir, las propiedades y comportamiento de un sistema complejo no pueden ser explicadas completamente por la sola comprensión aislada de cada uno de sus componentes. Los reservorios de agua, energía, petróleo, gas o minerales, son ejemplos concretos de Sistemas Complejos. Un yacimiento geotérmico contiene líquido, vapor, sales y gases incondensables moviéndose e interactuando conjuntamente. Sus componentes están contenidos en rocas poroelásticas permeables que interactúan químicamente con el fluido, encerrando calor y minerales, muchas veces con fracturas de compleja geometría, capaces de sufrir deformaciones poroplásticas. Todas esas partes interactúan entre sí, dando por resultado un comportamiento nada simple.

La complejidad de los sistemas naturales, comienza apenas a estudiarse (Gallagher y Appenzeller, 1999; Goldenfeld y Kadanoff, 1999). En geotermia, nos empezamos a dar cuenta de que entender cómo interactúan las partes básicas de un reservorio, fluido- calor-roca, es más importante que comprender cada una de las partes por separado. Durante años hemos generado y estudiado tablas de datos sobre hechos particulares que ocurren en pozos de extracción e inyección. Es tiempo de investigar cómo todos esos eventos particulares están integrados entre sí. La importancia de este enfoque surge porque cada vez es más evidente que las interacciones entre los diferentes elementos del reservorio pueden tener un efecto retroalimentador que incrementa o decrementa los valores medidos de otros componentes, de tal forma que, al llegar a cierto umbral de complejidad, las explicaciones simplistas fallan totalmente para explicar cómo funciona todo el sistema. La investigación integral de los reservorios fracturados, requiere de la sinergia positiva entre disciplinas como mineralogía, matemáticas, geofísica, geoquímica, geología, computación, termomecánica de rocas, geoquímica e ingeniería de reservorios, todas trabajando en el mismo problema.

III.3.- CONSIDERACIONES TEÓRICAS GENERALES DE LA DOBLE POROSIDAD (DP)

El concepto de la Doble Porosidad es un antecedente muy importante al tema de la porosidad/permeabilidad múltiple. Los modelos clásicos de DP explican de qué manera ocurre el flujo entre dos medios traslapados, matriz y fracturas. Las fracturas y los bloques de matriz porosos son los obvios componentes de estos sistemas. Los bloques de matriz circundados por fracturas pueden ser de cualquier forma y tamaño. Las fracturas proporcionan los conductos de alta permeabilidad para los fluidos y los conducen hacia los pozos, pero tienen muy poco almacenamiento. Los bloques de matriz con alta porosidad constituyen la mayor parte del almacenamiento, pero tienen permeabilidad menor y sólo actúan como fuente de fluido para las fracturas, sin alimentar directamente con fluido a los pozos.

Un problema crucial en la doble porosidad es cuantificar la forma en que interactúan la matriz y las fracturas, o sea de qué manera los bloques de matriz porosa ceden el fluido a las fracturas. Lo más común es el empleo de modelos analíticos para describir aproximadamente el acoplamiento entre matriz y fracturas. También se supone que hay un estado casi estacionario en la matriz con porosidad primaria en todo tiempo. Barenblatt y coautores (1960), consideraron esta última hipótesis, despreciaron el almacenamiento en las fracturas y formularon una ecuación para cada medio conteniendo líquido ligeramente compresible. El parámetro para representar la interacción entre la matriz y las fracturas es la masa de fluido que pasa en cada segundo, por unidad de volumen de roca fracturada (q_{mf}). Este término es proporcional a la densidad por la diferencia de presión entre ambos medios e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido. Si Δx representa la distancia entre un punto en la matriz a la presión p_m y la fractura a presión p_f , la expresión original puede deducirse directamente de la ley de Darcy sin gravedad:

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{\rho v_x}{\Delta x} = -\frac{\rho k}{\mu \Delta x} \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (A)$$

$$\text{sea: } \alpha = \frac{k}{(\Delta x)^2} \Rightarrow q_{mf} = \alpha \frac{\rho (p_m - p_f)}{\mu}$$

En general α es una constante adimensional que sólo depende de la geometría de la frontera bloque/fractura. Nuestra deducción contiene implícita a la permeabilidad en esa interfaz, dividida entre el cuadrado de la distancia donde ocurre la caída de presión Δp entre ambos medios. Si el fluido es homogéneo e independiente de la presión, ρ y μ son constantes. Pero si el fluido sufre cambios termodinámicos entre un medio y otro, entonces los mismos parámetros experimentan una discontinuidad al cruzar la interface y la ecuación anterior ya no es válida. La permeabilidad efectiva k debe interpretarse como un promedio en la frontera bloque/fractura.

Warren y Root (1963) modificaron levemente este modelo de doble porosidad, al tomar en cuenta el almacenamiento en las fracturas. Considerando también que no existe flujo primario en la matriz, representaron al reservorio como formado por paralelepípedos, separados por una red de fracturas ortogonales. El trayecto que sigue el fluido hacia los pozos productores o de los pozos inyectores hacia el yacimiento, ocurre solamente a través del sistema de fracturas, las cuales se suponen interconectadas. Este modelo contiene λ y ω como parámetros esenciales; $\omega \in [0, 1]$ es el cociente de almacenamiento de las fracturas respecto al almacenamiento total y $\lambda \in [10^{-6}, 10^{-9}]$ es el factor de resistencia indicando la intensidad de la interacción matriz-fracturas. Ambos se definen a continuación (ver nomenclatura):

$$\xi_j = (V \phi C)_j, \quad (j = m, f) \Rightarrow \omega = \frac{\xi_f}{\xi_f + \xi_m}, \quad \lambda = \alpha \frac{k_m}{k_f} r_w^2 \quad (B)$$

ξ_j es el almacenamiento volumétrico de matriz y fracturas respectivamente. La red fracturada tiene alta permeabilidad y menor almacenamiento. Cada medio tiene su propia presión p_m y p_f , respectivamente. Se supone que en estado no perturbado, ambas presiones se presentan idénticas a la presión inicial. Al iniciar la extracción de fluido a través de las fracturas, se provoca una diferencia de presión respecto a la matriz. La mayor presión en la matriz empuja el fluido hacia las fracturas estableciendo el mecanismo de producción clásico de doble porosidad. Si se supone que la ley de Darcy es aplicable, que el fluido es ligeramente compresible y que el flujo interporoso entre la matriz y las fracturas es pseudo-estacionario, se deduce el siguiente par de ecuaciones para geometría radial:

$$\frac{k_f}{\mu} \Delta_r p_f - \alpha_{mf} \frac{k_m}{\mu} (p_m - p_f) = \xi_f \frac{\partial p_f}{\partial t} \quad \dots (a)$$

$$\alpha_{mf} \frac{k_m}{\mu} (p_m - p_f) + \xi_m \frac{\partial p_m}{\partial t} = 0 \quad \dots (b)$$

El coeficiente α_{mf} representa el factor geométrico del flujo interporoso matriz-fracturas usado por Warren & Root (1963). Sin embargo, al considerar flujo pseudo-estacionario en la matriz, se establece una hipótesis que origina aproximaciones erróneas para tiempos cortos (Cinco Ley, 1985). Esta simplificación se ajusta bien a datos de campos petroleros con diferencias importantes entre permeabilidades de matriz y de fracturas, debido precisamente a que en esas condiciones hay cierto retardo en la transferencia matriz-fractura.

III.3.1.- Modelo Radial de Doble Porosidad: Fluidos Ligeramente Compresibles

Debido a la complejidad natural de la estructura geométrica de las fracturas y de la matriz, no existe ningún método general único para modelar a todos los reservorios fracturados, ni en geotermia ni en ingeniería petrolera. Desde los años sesenta se han desarrollado una gran cantidad de modelos de doble

porosidad, tanto para una sola fase, como para varias fases. Los trabajos principales sobre el tema se resumen en la sección III.3.2. Varios modelos clásicos de DP, se pueden clasificar como sigue:

A).- Modelos para diferentes geometrías de los bloques de matriz:

Estratos - Cilindros - Prismas - Paralelepípedos - Cubos - Esferas

B).- Modelos para el tipo de flujo en las fracturas: Tanque (0-D) - lineal - radial - esférico - elíptico

C).- Modelos para el tipo de flujo en la matriz: Lineal - radial - esférico - cubos - bilineal - ramificado
(la matriz rodea a las fracturas y éstas pueden o no atravesar a la matriz).

D).- Modelos según el tipo de flujo en los bloques: Pseudoestacionario-Warren y Root (teóricamente incorrecto, ajustable a datos de campo). Transitorio - (teóricamente correcto).

E).- Calidad y tipo de interacción entre matriz y fracturas: Flujo restringido o no restringido.

Para ilustrar la teoría con un ejemplo concreto, incluyo el planteamiento y solución de un modelo clásico de DP (Cinco Ley y Samaniego, 1985). Sus hipótesis son:

- El flujo del sistema es radial hacia el pozo y el flujo de la matriz hacia las fracturas es lineal.
- El fluido es ligeramente compresible y fluye hacia el pozo vía sólo las fracturas.
- La red de fracturas es homogénea y el medio fracturado es isotrópico.
- Los gradientes de presión son pequeños (no hay turbulencia).
- Los parámetros petrofísicos son constantes.
- El yacimiento es muy grande (infinito), con respecto al radio del pozo.

El volumen de control abarca matriz y fracturas, por unidad de volumen de roca. Cinco Ley y Samaniego (1985) emplearon en este tipo de problemas, aparte de ω y λ , los parámetros η_{mat} (coeficiente de difusión hidráulica de la matriz) y A_{ID} (área de contacto por unidad de volumen entre las fracturas y la matriz). En variables adimensionales la presión en las fracturas $p_{fD}(r_D, t_D)$ satisface al modelo integro-diferencial siguiente (Cinco Ley, 1985):

$$w \frac{\partial p_{fD}}{\partial t_D} = \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{fD}}{\partial r_D} \right) - \gamma \int_0^{t_D} \frac{\partial \Delta p_{fD}(\tau)}{\partial \tau} \Phi(t_D - \tau) d\tau$$

$$\text{condición inicial: } p_{fD}(r_D, 0) = 0, \quad 1 \leq r_D < \infty$$

$$\text{frontera interna: } r_D \frac{\partial p_{fD}}{\partial r_D}(1, t_D) = -1, \quad \forall t_D > 0$$

$$\text{frontera externa: } \lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{fD}(r_D, t_D) = 0, \quad \forall t_D > 0$$

(D)

Donde γ es un coeficiente adimensional independiente del tiempo, que describe las características geométricas y los contactos matriz-fracturas. $\Phi(t_D)$ representa a una función general ligada al tipo y geometría de flujo entre la matriz y las fracturas. Aplicando la transformación de Laplace al problema (D), la solución única que satisface las condiciones iniciales y de frontera impuestas es:

$$\vartheta(r_D, s) = \frac{K_0(\sqrt{s\Theta}r_D)}{s\sqrt{s\Theta}K_1(\sqrt{s\Theta})} \quad (F)$$

En donde: $\Theta = \gamma \Psi(s) + \omega$; y $\Psi(s) = \mathcal{L}[\Phi(t_D)]$ y ϑ son las transformadas de Laplace de la función de flujo y de la presión adimensional respectivamente. (E) es una solución general en el espacio de Laplace, válida para cualquier geometría de flujo entre la matriz y las fracturas. La solución en el espacio real, se obtiene por vía numérica, empleando por ejemplo, el algoritmo de Stehfest (1973). K_0 y K_1 son las funciones de Bessel modificadas de 2da clase. Las ecuaciones anteriores contienen los seis términos dimensionales p_{fD} , r_D , t_D , η_{mad} , A_{fD} y ω que se definen así (nomenclatura):

$$p_{fD} = \frac{k_{fb} h \Delta p}{\gamma q \mu}, \quad t_D = \frac{k_{fb} t}{(\phi C)_{Tot} \mu r_w^2}, \quad r_D = \frac{r}{r_w}, \quad \omega = \frac{\phi_f C_f}{(\phi C)_{Tot}} \quad (F)$$

$$A_{fD} = A_{fma} h_{ma} = \frac{A_{fb} h_{ma} V_b}{V_{ma}}, \quad \eta_{mad} = \frac{k_{ma} (\phi C)_{Tot} r_w^2}{k_{fb} (\phi C)_{ma} h_{ma}^2}$$

El área de contacto matriz/fracturas A_{fD} se define con respecto a las fracturas o con respecto a la matriz. A_{fma} es el área de fractura por unidad de volumen de matriz. V_b/V_{ma} es el cociente de volumen de roca entre volumen de matriz y h es el espesor del yacimiento. El número de planos ortogonales en contacto con la matriz, da el valor de A_{fD} . Pero en la naturaleza puede haber cualquier número de A_{fD} . Algunos ejemplos de estos parámetros en medios de geometría simple son los siguientes:

$$\text{Estratos: } A_{fma} = \frac{2A_f}{A_f h_{ma}}; \quad A_{fma} = \frac{2}{h_{ma}} \Rightarrow A_{fD} = A_{fma} h_{ma} = 2$$

$$\text{Cilindros: } A_{fma} = \frac{\text{Area Lateral}}{\text{Volumen}} = \frac{\pi d_{ma} h}{\frac{\pi}{4} d_{ma}^2 h} \rightarrow A_{fma} = \frac{4}{d_{ma}} \Rightarrow A_{fma} d_{ma} = 4 = A_{fD}$$

Como el flujo matriz-fracturas es lineal:

$$\gamma = \eta_{mad} A_{fD} (1 - w), \quad \Phi(t_D) = \sum_{n=2j+1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 \eta_{mad} t_D} \quad (G)$$

$$\text{Por consiguiente: } \Psi(s) = \mathcal{L}^t[\Phi(t_D)] = \frac{1}{\eta_{mad}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2 \pi^2 + s/\eta_{mad}} \quad (H)$$

La expansión en serie infinita para la tangente hiperbólica de un número complejo z es:

$$\text{Sea: } z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{s}{\eta_{mad}}}; \quad \tanh(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{8z}{(2m+1)^2 \pi^2 + (2z)^2} \quad (I)$$

Con este cambio de variable se obtiene la expresión para la función de flujo:

$$\Psi(s) = \frac{\tanh\left(\frac{1}{2} \sqrt{s/\eta_{mad}}\right)}{4 \sqrt{s \eta_{mad}}}; \quad \Theta(s) = w + (1 - w) A_{fD} \sqrt{\frac{s}{\eta_{mad}}} \cdot \tanh\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{s}{\eta_{mad}}}\right) \quad (J)$$

Lo cual completa la solución de la ecuación (E). Si en el problema anterior se consideran esferas, lo único que cambia es Ψ :

$$\Psi(\eta_{mad}, s) = \sqrt{\frac{\eta_{mad}}{s}} \cdot \left[\coth\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{s}{\eta_{mad}}}\right) - 2 \sqrt{\frac{\eta_{mad}}{s}} \right] \quad (K)$$

La solución planteada puede interpretarse fácilmente (Cinco Ley, 1985). La producción del pozo genera la expansión de todo el sistema donde obviamente $k_f \gg k_m$. El proceso físico ocurrirá en tres etapas:

- 1).- En una primera instancia hay una expansión del fluido en la red fracturada y el flujo es dominado por las fracturas. Este período es variable y puede durar segundos o días, según las condiciones del reservorio.
- 2).- Enseguida habrá un período de flujo lineal en la matriz, las fracturas actuando como canales de producción de fluido.

3).- Luego viene un período de flujo cuasi-estacionario en la matriz.

III.3.2.- Modelo Radial del Flujo de Múltiple Porosidad: Líquidos Isotérmicos

Ya observamos que el concepto clásico de doble porosidad considera que la difusividad del fluido es mayor en la red de fracturas que en la matriz, de tal manera que la respuesta inicial a la extracción es notoria primero en las fracturas y hasta después en los bloques sanos. Ambos medios, la matriz y la red fracturada, se consideran bajo este concepto como continuos interactuantes a través de una función especial de transporte que depende de la forma y tamaño de los bloques. La transferencia matriz-fracturas es transitoria y depende de muchos factores, sobre todo geométricos. De manera natural la triple porosidad es aplicable a medios con dos tipos distintos de matriz, más la red fracturada. En estos sistemas la respuesta a la perturbación se manifiesta primero en las fracturas, enseguida en la matriz con permeabilidad intermedia y, por último, en la matriz de menor conductividad.

En forma más general puede definirse el concepto de porosidad y permeabilidad múltiple, cuando M medios continuos porosos, saturados con líquido isotérmico, interactúan entre sí, cada uno con su propio flujo interporoso pseudo-estacionario y sus propios parámetros. Análogamente, la primera respuesta ocurrirá en el medio con la más alta permeabilidad y el último en darse cuenta será el medio con la menor permeabilidad. Liu y Chen (1990) presentaron un modelo de múltiple porosidad para un reservorio cilíndrico formado por N medios porosos, donde un fluido ligeramente compresible atraviesa cada medio y alimenta a un pozo, situado en el centro del sistema, produciendo a gasto constante. Bajo las hipótesis consideradas, la solución de su modelo es rigurosamente exacta y es obtenida en términos de funciones de Bessel. Los flujos interporosos entre cada par de medios son pseudo-estacionarios y se representan con una matriz de coeficientes de transporte.

Este modelo de porosidad múltiple equivale al de Barenblatt y coautores (1960) para porosidad dual. El sistema de ecuaciones que describen el comportamiento del sistema descrito es:

$$\frac{k_i}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial H_{D_i}}{\partial r} \right] + \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} (H_{D_j} - H_{D_i}) = s_i \frac{\partial H_{D_i}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_{D_i}}{\partial r} (r=r_E) = 0 ; \quad \sum_{j=1}^N k_j \frac{\partial H_{D_j}}{\partial r} (r=r_w) = -\frac{1}{r_w} \quad \dots \quad (CF) \quad (L)$$

$$H_{D_i} = \frac{2 \pi b}{q \mu} H_i(r, t) ; \quad H_{D_i}(r, 0) = 0 \quad \dots \quad (CI)$$

H_{D_i} es la carga hidráulica adimensional de cada medio, CF y CI son las condiciones de frontera e inicial.

El parámetro α_{ij} representa el coeficiente de flujo interporoso entre cada par de medios i, j . La sumatoria es válida sobre cada par de medios distintos, para $i \neq j$ (ver nomenclatura). Habrá por lo tanto N ecuaciones del tipo (L) correspondientes a cada medio ($i=1, N$). Obsérvese que para $N=1$, esta ecuación corresponde al modelo de porosidad simple y con $N=2$, es el modelo de Barenblatt (et al, 1960). Liu y Chen (1990) presentaron la siguiente solución general:

$$H_{Di} = \Theta t + U_i(r, t) \tag{L1}$$

La función Θt corresponde a la parte pseudo-estacionaria de la solución, mientras que la función vectorial $U_i(r, t)$ es la porción transitoria de esa solución. El modelo definido por la ecuación (L), cuya solución general es dada por (L1), constituye la más amplia generalización del modelo original de Barenblatt y coautores, para geometrías de flujo de tipo radial en reservorios de múltiple porosidad, saturados con fluidos ligeramente compresibles. Mediante transformaciones matriciales ortogonales, los autores mencionados calculan una expresión analítica para el coeficiente Θ y expanden cada función transitoria U_i , obteniéndose un sistema de ecuaciones clásicas dependientes de cuatro funciones de Bessel. Un desarrollo simplificado es el siguiente:

$$\Theta = \frac{2}{(r_E^2 - r_w^2) \sum_{i=1}^N s_i} \tag{L2}$$

El parámetro r_E es la distancia radial total desde el centro del reservorio hasta la frontera exterior E; mientras que r_w representa al radio del pozo. La expansión para U_i se escribe:

$$U_i(r, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R_j^w (1 - e^{-\nu_j t})}{\nu_j \langle R_j, BR_j \rangle} R_j(r) \tag{a}$$

$$\text{donde: } \langle R_j, BR_j \rangle = \int_{r_w}^{r_E} R_j BR_j r dr \tag{b}$$

$\mathbf{B} = (B_{ii})$ es la matriz diagonal formada por los coeficientes de almacenamiento específico de todos y cada uno de los medios considerados: $B_{ii} = s_i$, $i = 1, N$. Las funciones $R_j(r)$ son los vectores principales correspondientes a los *eigenvalores* ν_j necesarios para expandir U_i en una serie infinita. Tienen la propiedad elemental: $\nu_0 \leq \nu_1 \leq \nu_2 \leq \nu_3 \leq \dots \leq \nu_M \leq \dots$; ν_M alcanza valores infinitos cuando el número

de eigenvalores tiende al infinito. Los eigenvectores $\mathbf{R}_j(r)$ se calculan de forma indirecta en la siguiente ecuación diferencial tensorial:

$$\mathbf{Z}(r) = \mathbf{O}^T \mathbf{X} \mathbf{R}(r) \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\mathbf{Z}}{dr} \right) + \mathbf{W} \mathbf{Z} = \mathbf{0} \quad (L4)$$

$$\frac{d\mathbf{Z}}{dr}(r=r_E) = \mathbf{0} ; \quad \mathbf{X}^T \mathbf{O} \frac{d\mathbf{Z}}{dr}(r=r_w) = \mathbf{0} \quad \dots [CF]$$

$\mathbf{X} = (x_{ij})$ es la matriz diagonal formada por las raíces cuadradas de las conductividades hidráulicas de cada medio: $x_{ii} = \sqrt{k_i}$, $i=1,N$; \mathbf{O} es la matriz ortogonal, solución de la ecuación matricial $\mathbf{C} \mathbf{O}_m = \lambda_m \mathbf{O}_m$, $m=1,N$; λ_m son los valores propios correspondientes y $\mathbf{C} = \mathbf{A}^* + \nu \mathbf{B}^*$, con $\mathbf{A}^* = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{X}^{-1}$ y $\mathbf{B}^* = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{X}^{-1}$. El tensor \mathbf{W} es la matriz diagonal formada por los valores propios $w_{ii} = \lambda_i$. Con estas definiciones, la solución de (L4) es elemental y tiene tres posibles valores para cada medio i :

$$\begin{aligned} \text{si } \lambda_i = 0 &\Rightarrow Z_i = c_0 ; \forall i = 1, N \dots\dots\dots (a) \\ \text{si } \lambda_i > 0 &\Rightarrow Z_i = c_{1i} J_0(\sqrt{\lambda_i} r) + c_{2i} Y_0(\sqrt{\lambda_i} r) \dots (b) \\ \text{si } \lambda_i < 0 &\Rightarrow Z_i = c_{1i} I_0(\sqrt{|\lambda_i|} r) + c_{2i} K_0(\sqrt{|\lambda_i|} r) \dots (c) \end{aligned} \quad (L5)$$

Las constantes arbitrarias c_0 , c_{1i} y c_{2i} se determinan de las condiciones de frontera contenidas en (L4). Las funciones J_0 , Y_0 , I_0 y K_0 son las funciones de Bessel de primera y segunda especie, básicas y modificadas respectivamente, de orden 0.

III.3.3.- Limitantes Prácticas de la Doble y Múltiple Porosidad Clásicas

La doble porosidad clásica modela el flujo entre dos medios distintos, matriz y fracturas, bajo la hipótesis de que las propiedades petrofísicas en cada medio son uniformes. Esta es una limitante muy importante, porque hay reservorios muy heterogéneos. La hipótesis principal de la DP, de que el flujo global ocurre solamente a través de las fracturas abiertas conectadas, ya no es efectiva en sistemas bifásicos donde los efectos de capilaridad pueden ser fuertes. Dependiendo de su composición, el líquido (la fase mojante) ocupa preferencialmente los poros pequeños en la matriz, mientras que el vapor (fase no mojante) lo hace en los poros más grandes y en las fracturas. Por eso ambas fases tienden a ser segregadas entre la porosidad primaria de los bloques matriciales y la porosidad secundaria de la red fracturada. Entonces el flujo global del líquido ocurrirá en los bloques con porosidad primaria. Además, como la diferencia de densidades entre el vapor segregado del líquido es muy grande, el flujo interporoso estará sujeto a efectos gravitatorios fuertes.

Las condiciones anteriores son comunes en reservorios geotérmicos donde la fase dominante es el vapor el cual se encuentra principalmente en las fracturas, mientras que el agua líquida móvil se encuentra en los bloques matriciales. En general, si el flujo es bifásico o multifásico entonces deben tomarse en cuenta las fuerzas viscosas, gravitacionales y capilares además de la presión hidrodinámica. Todas estas fuerzas juegan un papel fundamental en los procesos de imbibición de agua en bloques grandes de matriz y durante el drenaje de gas y aceite en reservorios petroleros.

El estudio experimental comparativo de Yu-Shu y Pruess (1988), mostró que el método numérico MINC proporciona predicciones más confiables para la simulación de reservorios fracturados que los modelos tradicionales de doble porosidad, los cuales son imprecisos para el modelado tanto de flujos geotérmicos bifásicos, como en procesos de imbibición agua-aceite. Dependiendo de las propiedades del reservorio, la doble porosidad clásica puede o bien subestimar o bien sobreestimar la imbibición del aceite recuperado de los bloques matriciales, especialmente cuando los bloques son grandes, la matriz tiene baja permeabilidad o bien el aceite es muy viscoso. Otra conclusión importante que se desprende de ese estudio es que cuando los cambios en la saturación del agua contenida en las fracturas son rápidos, es necesario tomar en cuenta el flujo transiente dentro de los bloques de la matriz y entre la matriz y las fracturas.

Sin embargo, para casos prácticos que requieran resultados rápidos, es preferible emplear la aproximación de la DP clásica, si se considera que la precisión que brinda es suficiente para el caso particular a tratar. En geotermia este método clásico sólo es aplicable en reservorios de líquido comprimido. En muchos estudios de fluidos multifásicos en medios porosos reportados en la literatura se admite que la matriz puede tratarse como un continuo simple, con presión de bloque y saturación de fluido uniformes. Muy pocos estudios se han hecho para flujo multifásico, cuantificando el error implícito en esta suposición, y bajo qué condiciones la aproximación del flujo interporoso cuasi-estacionario es aceptable en las aplicaciones prácticas.

III.4.- SUMARIO DEL CAPÍTULO III

En este capítulo resumi los trabajos más importantes sobre reservorios porosos con fracturas naturales. Describí su historia y antecedentes principales e incluí una discusión epistemológica sobre el aspecto conceptual, definiendo la importante herramienta que constituye el modelo matemático. Discuti los rasgos esenciales de la doble porosidad y los pocos trabajos conocidos de porosidad triple y múltiple para medios isotérmicos, generalización natural del concepto anterior. Mencioné algunos trabajos sobre la perspectiva aleatoria del medio fracturado así como los escasos trabajos realizados aplicando la geometría fractal para caracterizarlos. Establecí que los reservorios fracturados conforman una categoría de sistemas complejos, en los cuales el análisis de cada uno de sus componentes no garantiza que el

sistema completo se entienda bien. Comprender la interacción entre cada una de sus partes es la clave para la descripción global del sistema complejo.

La moderna ingeniería de reservorios emergió hasta después de la segunda Guerra Mundial. En geotermia, los primeros esfuerzos por comprender el flujo de calor y masa bifásica en medios porosos fueron hechos por la ingeniería petrolera al modelar la recuperación secundaria por inyección de vapor en yacimientos de aceite. El concepto original de doble porosidad fue enunciado en hidrología en 1960 y aplicado en 1963 a la ingeniería petrolera. En 1975, el concepto de DP se amplió para describir un acuífero fracturado con dos tipos distintos de matriz y en 1980 se describió un medio de triple porosidad, con flujo radial transiente de líquidos ligeramente compresibles. La doble porosidad fue extendida a los yacimientos geotérmicos en 1985, mediante el concepto de "*Múltiple Interacting Continua*". En 1990 se publicó una solución exacta para el flujo radial de líquidos isotérmicos en un reservorio cilíndrico formado por N medios distintos, con un pozo en el centro, definiendo al "*medio de múltiple porosidad*". El flujo interporoso en estos modelos ha sido descrito por dos mecanismos: uno cuasi-estacionario y otro transiente, ambos desarrollados en distintos modelos de DP. Al aplicar cada mecanismo se han observado diferencias notorias en las distribuciones de presión, durante los períodos de transición.

En sistemas geotérmicos, donde ocurren cambios de fase, no pueden despreciarse los transitorios dentro de la matriz. Precisamente en las funciones de transferencia matriz-fracturas la discontinuidad del medio provoca cambios bruscos en la termodinámica del fluido geotérmico, el cual es extremadamente sensible a los cambios de geometría de los conductos de flujo en el reservorio. El concepto original de Barenblatt y coautores (1960) y los modelos más generales como el de Liu y Chen (1990), no pueden aplicarse a un fluido que cambie de líquido a dos fases en la matriz o en la interfaz matriz-fractura, pues la densidad, la viscosidad, la entalpía, la temperatura y la presión son funciones discontinuas en esa frontera. Aunque la roca fracturada puede considerarse como un medio multiporoso, las mismas limitantes de la DP clásica son comunes a la múltiple porosidad isotérmica y pseudo-estacionaria discutida antes.

La doble porosidad clásica considera que el flujo global ocurre sólo a través de la red de fracturas con alta permeabilidad, circundadas por bloques de matriz porosa, la cual almacena al fluido y alimenta casi estacionariamente a toda la red de fracturas. Se detectan limitaciones prácticas al aplicar este esquema al estudio de procesos geotérmicos bifásicos y de imbibición de agua en bloques matriciales con aceite: en tiempos cortos la DP predice menores tasas de imbibición, pues subestima los gradientes de presión capilar en la superficie del bloque. Después, la DP predice mayores tasas de imbibición, al subestimar el incremento de la saturación de agua en el borde del bloque. Las mismas limitantes se pueden presentar con modelos de porosidad múltiple isotérmicos y con flujos interporosos pseudo-estacionarios. En el siguiente capítulo extendiendo las ideas de la porosidad-permeabilidad múltiple a fluidos no-isotérmicos con flujos interporosos transitorios, contenidos en rocas fracturadas deformables.

Capítulo IV

**MODELO MATEMÁTICO GENERAL PARA
RESERVORIOS FRACTURADOS CON
POROSIDAD - PERMEABILIDAD MÚLTIPLES**

IV.- MODELO MATEMÁTICO GENERAL PARA RESERVORIOS FRACTURADOS CON POROSIDAD - PERMEABILIDAD MÚLTIPLES

... para hacer un mundo, se necesitan todas las especies.
José Laguna

IV.1.- INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO GENERAL $m\Phi-nK$

Por razones principalmente económicas, es importante caracterizar correctamente el comportamiento de los reservorios fracturados. Su capacidad de almacenamiento puede variar extensamente, dependiendo del grado de fracturamiento en la formación y del valor de la porosidad primaria efectiva. Se han observado casos de pozos productores en este tipo de reservorios, tanto geotérmicos como petroleros, que producen grandes gastos iniciales de líquido, vapor, aceite o gas y que declinan drásticamente después de un corto tiempo. La causa mayor explicando esos casos, es que el principal almacenamiento del fluido original se encuentra en la red de fracturas y microfracturas. Un gasto inicial de extracción muy elevado, induce a sobrestimar la producción del reservorio, considerando una porosidad mayor a la real en la formación. Ello conduce a creer que la matriz tiene gran almacenamiento y que puede proveer fluido continuamente al pozo a través de fracturas altamente permeables.

Durante los últimos 30 años se han hecho esfuerzos considerables para desarrollar modelos realistas que describan el flujo interporoso en reservorios naturalmente fracturados. El propósito ha sido reproducir con precisión el abatimiento de presión en yacimientos explotados a través de fracturas. Un punto crucial ha sido tratar de ajustar la curva transiente de intercambio de fluido entre la red de fracturas y los bloques de matriz. En el capítulo anterior resumí los trabajos principales hechos sobre estos temas. No obstante los éxitos logrados, las referencias consultadas señalan dos lagunas en el modelado de reservorios fracturados: medios con fluido no isotérmico y medios con más de dos porosidades y permeabilidades.

IV.1.1.- El Concepto de Triple Porosidad-Permeabilidad en Geotermia

Ya señalé las limitantes prácticas de la doble porosidad clásica. Como antecedente histórico importante, la principal característica del modelo de DP es la clara distinción que hace entre dos tipos de flujos: uno en las fracturas y el otro intergranular. Además, supone que siempre existe una función de transferencia que describe el intercambio de fluido entre los dos continuos. Su formulación general permite el tratamiento del flujo a través de los bloques de matriz, en las fracturas y en las fronteras de contacto entre ambos medios. Sin embargo, la DP es insuficiente para explicar el comportamiento de reservorios geotérmicos volcánicos, atravesados por grandes fallas abiertas. La observación experimental muestra que la intensidad del fracturamiento es más alta cerca de la falla que en la red fracturada alejada de ella, coexistiendo un marcado contraste de permeabilidades entre los bloques de matriz, las fracturas y la falla (Fig. 6). El fenómeno ha sido estudiado y descrito en reportes internos de la CFE (Suárez, 1995).

Tales experiencias, apoyadas por pruebas de presión fallidas, nos condujeron a introducir el concepto de "triple porosidad / permeabilidad" en geotermia (Suárez y Samaniego, 1995). Esta noción se basa en considerar que la difusividad del fluido geotérmico es mayor en la falla conductora que en la red de fracturas y mucho mayor en las fracturas que en la matriz. El flujo hacia los pozos ocurre de tal manera que la respuesta inicial en la zona de extracción es detectada inmediatamente en la falla, luego se hace notoria en las fracturas y mucho después en la roca no fracturada. La permeabilidad global depende inversamente de la distancia a la falla. Los tres medios, la matriz, la red de fracturas y la falla se consideran, bajo este concepto, como tres continuos que interactúan a través de funciones especiales de transporte interporoso, las cuales dependen de la forma y tamaño de los bloques, de la intensidad del fracturamiento, de la distancia a la falla y de su comunicación con ella.

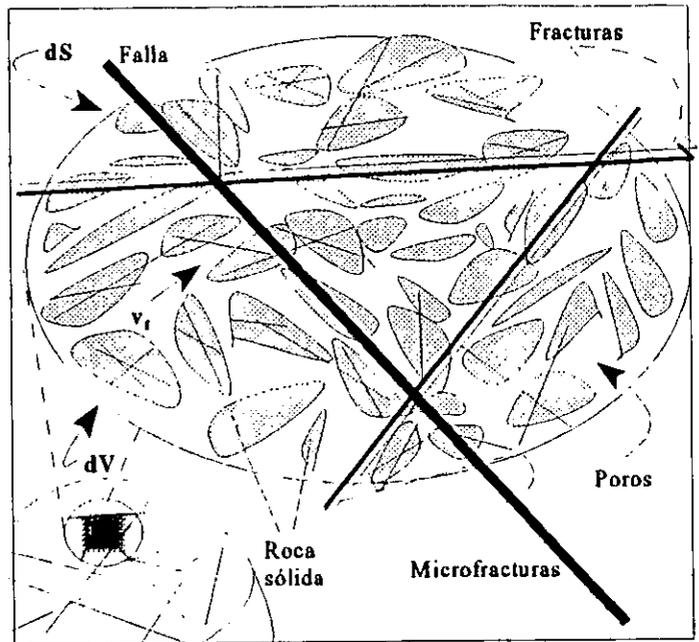


Fig. 6.- Elemento diferencial simplificado de un medio poroso con falla ($\sim 10^{-11} \text{ m}^2$), fracturas ($\sim 10^{-13} \text{ m}^2$), microfracturas ($\sim 10^{-15} \text{ m}^2$) y matriz ($\sim 10^{-18} \text{ m}^2$).

IV.1.2.- El Concepto General de Porosidad-Permeabilidad Múltiple para Fluidos No-Isotérmicos

La observación al microscopio de láminas delgadas provenientes de núcleos y recortes extraídos de campos volcánicos muestra, aparte de las fracturas visibles a simple vista, la existencia de microfracturas conectadas tanto a la matriz como a la red fracturada, con valores de permeabilidad intermedios. Estas microfracturas conforman a su vez otro continuo traslapado a los anteriores (Fig. 6). Así surge, de manera natural, la noción de porosidad-permeabilidad múltiple en reservorios fracturados. Por ejemplo, al detectar dos tipos distintos de matriz la transferencia sería: matriz1 - matriz2 - microfracturas - fracturas - falla, la cual es transitoria y dependiente de varios factores incluyendo tortuosidad y mineralización.

Cualquier medio que exhibe discontinuidades finitas en su distribución de porosidades debe considerarse estrictamente que posee la propiedad de *multiporosidad*. Sin embargo esta es una mera definición, pues no existe una teoría ni una formulación unificada basadas en esta noción. Considero que, bajo el concepto de porosidad múltiple, $M (\geq 2)$ medios continuos porosos interactúan entre sí, cada uno tiene sus propios parámetros y su propio flujo interporoso, el cual puede ser estacionario, pseudo-estacionario o transitorio. El fluido que los satura puede ser o no isotérmico, en una, dos o más fases y contener múltiples componentes. Los modelos clásicos de doble porosidad y las extensiones simplificadas logradas por algunos autores, pueden catalogarse como casos especiales de este concepto teórico general.

En el capítulo III.2.8 establecí que un sistema complejo es aquel cuyas propiedades y comportamiento no pueden ser explicadas completamente sólo por la comprensión separada de cada uno de sus componentes. La multiporosidad no-isotérmica es el concepto más general aplicable a reservorios de toda clase y conforma el grado más alto de sistema complejo en la ingeniería de reservorios geotérmicos y petroleros. La múltiple porosidad describe a un fenómeno global interconectado que produce efectos múltiples sobre otros fenómenos también interdependientes a una escala mayor. Por ejemplo el calor, las diversas permeabilidades, la presión y el cambio de fase influyen en la cantidad y composición del gasto y en la geoquímica del fluido en un reservorio hidrotermal. Ninguno de estos fenómenos, por sí mismo, puede comprenderse aisladamente. No es posible, sin embargo, definir en la práctica a la multiporosidad de manera única. Además de la doble y triple porosidad detalladas en secciones anteriores, algunos otros posibles modelos específicos de porosidad-permeabilidad múltiple se describen a continuación.

El medio poroso más simple posee una distribución continua de un solo tipo de espacios vacíos con una sola permeabilidad. Este es un medio *Uniporoso-Unipermeable*. Cuando el medio es fracturado, se reconoce que las fracturas añaden una porosidad secundaria a la porosidad original rompiendo el medio poroso en bloques. Si el sistema es muy fracturado con alta permeabilidad en la matriz, entonces su comportamiento equivale al de un medio con permeabilidad única y dos diferentes porosidades. En general si no es posible distinguir entre la permeabilidad de las fracturas y la de la matriz, se tiene un medio de *Doble porosidad-Unipermeable*. Un reservorio severamente fracturado con permeabilidad moderada puede representarse con este modelo. Su menor permeabilidad puede ser causada por una mayor tortuosidad o por autosellamiento parcial de las fisuras. También un reservorio fracturado con permeabilidad global relativamente baja pero alto almacenamiento, cabe en este modelo. Esto lo distingue del modelo convencional de *Doble Porosidad-Doble Permeabilidad*, donde la matriz tiene alta porosidad y baja permeabilidad mientras que las fracturas tienen baja porosidad y alta permeabilidad.

Una extensión inmediata de la doble porosidad es la triple porosidad. Además del ejemplo en IV.1.1, cuando un reservorio tiene fracturas con propiedades homogéneas e interactúa con dos tipos de bloques de matriz separados, cada uno con diferentes porosidades pero permeabilidades similares, se tiene un medio de *Triple Porosidad-Doble Permeabilidad*. Otro ejemplo de este modelo ocurre cuando un sistema de fracturas dominantes intercepta a una red de fisuras menos permeable, anidada dentro de una matriz con distinta porosidad. En este caso el mecanismo de flujo es de la matriz-fisuras hacia la fractura. La *Triple Porosidad-Triple Permeabilidad* se ejemplificó antes; este modelo es aplicable a reservorios severamente fracturados con alta permeabilidad dominante. El caso discutido de reservorios volcánicos con flujo matriz-microfractura-fractura-falla, corresponde a un modelo *Tetra Poroso - Tetra Permeable*. Por último, si la matriz es tan heterogénea que pueden distinguirse tres o más porosidades en ella, entonces tendremos modelos de *Quíntuple* o *Séxtuple Porosidad*, y así sucesivamente. Para nombrarlos a todos de manera compacta uso la notación $m\Phi-nK$ (*m Porosidad-n Permeabilidad*).

IV.2.- FLUJO DE MASA Y ENERGÍA EN MEDIOS POROSOS FRACTURADOS $m\Phi-nK$

...I also like the angle of *doing and acting*, the active intervention,
work, as a way to establish and generate meaning for life.
Karsten Pries

El concepto general de permeabilidad/porosidad múltiple ha sido discutido hasta aquí de una manera abstracta. En esta sección establezco las bases matemáticas rigurosas para el tratamiento efectivo de este concepto y su solución numérica general. El objetivo final es el desarrollo de una herramienta de cálculo operativa que permita el estudio, la comprensión y la predicción de los sistemas naturales con porosidad y permeabilidad múltiples (Fig. 6). Las ecuaciones fundamentales del modelo que aquí se introduce, derivan de las leyes generales de conservación desarrolladas en los Anexos IX.3, IX.4 y sustentadas en la bibliografía. Se aceptan las siguientes hipótesis para el medio multiporoso con fallas y fracturas:

- H1).- Si el flujo en el reservorio ocurre para números de Reynolds $Re \leq 10$, la ley de Darcy es aplicable.
- H2).- Si el flujo en alguna zona del reservorio ocurre con $Re > 10$, se aplica una ley de Forchheimer.
- H3).- La disipación y la energía cinética del fluido son muy pequeñas, con respecto a la energía interna y las fuerzas inerciales. Se toman en cuenta, opcionalmente, los efectos de la presión capilar.
- H4).- La transferencia de calor en la roca y en el fluido y entre roca-fluido, obedecen a la ley de Fourier.

Defino enseguida de qué manera la masa y la energía fluyen en un reservorio multiporoso con fracturas.

IV.2.1.- Flujo de Masa Monofásica en el Reservorio

El flujo vectorial de fluido, en cada punto (x, y, z) , que fluye a través del área dS rodeando a un volumen diferencial dV del reservorio multiporoso fracturado (Fig. 6), es la cantidad de masa F_M^1 [kg/s/m²] que pasa por unidad de área en cada segundo:

$$\vec{F}_M^1 = \rho_f \vec{v}_f \quad (1)$$

El subíndice f ($= L, V$) representa fase líquida o fase vapor. Nótese que la ecuación (1) define el momentum del fluido por unidad de volumen y que el vector velocidad v_f puede o no obedecer a una ley lineal de flujo. En el caso de flujo laminar, se define un vector velocidad promedio a través de dS , llamada ley de Darcy ⁽¹⁰⁾ para la fase f :

$$\vec{v}_f = - \frac{K}{\mu_f} (\vec{\nabla} p_f - \rho_f \vec{g}) \quad (2)$$

¹⁰ La velocidad de Darcy o descarga específica es distinta de la velocidad microscópica efectiva u de las partículas fluidas. La relación entre ambas es $v = \phi u$. Para la fase f de un fluido bifásico la relación es $v_f = \phi S_f u_f$, siendo S_f la saturación de la fase f .

Donde \mathbf{K} es el tensor de permeabilidad absoluta de la roca en el punto (x,y,z) , coincidente con la permeabilidad efectiva de la fase f , pues el fluido es monofásico. El vector \mathbf{g} es la aceleración de la gravedad constante y dirigida hacia abajo, en la misma dirección que el radio de la Tierra.

Si el flujo es turbulento ($Re > 10$) entonces en lugar de la ecuación (2) se aplica la fórmula clásica de Forchheimer (1901) o bien, una generalización:

$$-\bar{\nabla}p = \frac{\mu_f}{k} \bar{v} + \rho_f \beta_f |\bar{v}| \bar{v} \quad \dots \quad (a)$$

$$-\frac{dp}{dx_i} = \frac{\mu_f}{k} v_i + \rho_f \beta_f v_i^{n_p} \quad \dots \quad (b)$$
(3)

Donde x_i es la coordenada hacia donde ocurre la turbulencia y v_i es la componente de la velocidad en esa dirección. El exponente n_p puede tener valores enteros o fraccionarios, aunque 2 es su valor más común.

La conservación de la masa en el medio tiene el enunciado siguiente:

“El cambio instantáneo de masa fluida en un volumen diferencial dV de roca porosa fracturada, es igual al flujo total de masa a través de la superficie diferencial dS rodeando a dV , mas la tasa de fluido extraída o inyectada en dV ”.

Cuantitativamente este enunciado se expresa simbólicamente para la densidad de la fase f (líquido o vapor) en cada volumen diferencial dV :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_f) = -\bar{\nabla} \cdot \bar{F}_M^1 + q_f \quad (4)$$

Donde q_f es la tasa de producción o inyección en dV , la cual incluye a la posible tasa de evaporación o de condensación ϵ_f , según sea la fase f . Cada término en (4) tiene unidades de $[\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-3}]$.

IV.2.2.- Flujo de Energía para Fluido Monofásico en el Reservorio

El flujo vectorial de energía térmica, en cada punto (x, y, z) , que fluye a través de un área diferencial dS de un volumen dV del reservorio poroso fracturado, es la cantidad total de calor por conducción mas la cantidad total de calor por convección que pasa por unidad de área en cada segundo $[\text{J/m}^2/\text{s}]$, en el sistema roca-fluido:

$$\text{energía del fluido : } \vec{E}_F = \vec{F}_M^1 h_f - \mathbf{K}_f \cdot \vec{\nabla} T \quad \dots (a)$$

$$\text{energía de la roca : } \vec{E}_R = \vec{F}_R h_R - \mathbf{K}_R \cdot \vec{\nabla} T \quad \dots (b) \quad (5)$$

$$\text{flujo total de calor : } \vec{F}_E^1 = \vec{E}_F + \vec{E}_R \quad \dots (c)$$

\mathbf{K}_f y \mathbf{K}_R son los tensores de conductividad térmica del fluido y de la roca, respectivamente. El primer término del miembro derecho en las definiciones (5a) y (5b) es la convección, mientras que el segundo término representa la conducción. Considero que el flujo de roca es despreciable ($\mathbf{F}_R \approx 0$) en condiciones de explotación geotérmica. Sin embargo, esto no es así durante la transmisión total de calor profundo (ver pie de pág. No. 5). Entonces el flujo total de energía en el volumen dV del reservorio es:

$$\vec{F}_E^1 = \vec{F}_M^1 h_f - K_T \vec{\nabla} T \quad (6)$$

$$\text{donde : } K_T = (1 - \phi) K_R + \phi K_f$$

h_f [J/kg] es la entalpía específica del fluido monofásico, \mathbf{F}_M^1 es su flujo de masa dado en la ecuación (1) y \mathbf{K}_T es la conductividad térmica efectiva del sistema roca-fluido, que puede ser un tensor o un escalar, según la disponibilidad de mediciones. \mathbf{K}_T es un promedio de ambas conductividades; su expresión en (6) es sólo una entre varias opciones que se discuten en la sección V.5. La energía interna total en el volumen diferencial dV es:

$$U_T = \frac{\text{Energía Fluido} + \text{Energía Roca}}{\text{Volumen}} = \phi \rho_f e_f + (1 - \phi) \rho_R e_R \quad (7)$$

Cada término en (7) tiene unidades de [J/m³]. La energía de la roca se aproxima mediante su entalpía específica, a través de la definición del calor específico de la roca a presión constante:

$$\text{con } C_R = \left(\frac{\partial h_R}{\partial T} \right)_p \Rightarrow de_R \approx dh_R \approx C_R dT \quad (8)$$

En la sección V.1.2 desarrollo correlaciones teórico-experimentales para calcular el calor específico y la entalpía de la roca en función de su temperatura. Estas correlaciones para rocas volcánicas son:

$$C_R(T) = 976.60650 + 0.752854 T \quad \dots (a)$$

$$h_R(T) = 238,674.50 + 976.6065 T + 0.376427 T^2 \quad \dots (b) \quad (9)$$

La conservación de la energía se enuncia:

“El cambio instantáneo de energía térmica en un volumen diferencial dV de roca porosa fracturada, es igual al flujo total de calor a través de la superficie diferencial dS rodeando a dV , mas la tasa de calor extraída o producida en dV ”.

Bajo las hipótesis ya establecidas la ecuación del flujo de energía térmica en cada volumen dV es:

$$\frac{\partial U_T}{\partial t} = -\bar{\nabla} \cdot \bar{F}_E^1 + q_U \quad (10)$$

Cada término en (10) tiene unidades de $[J/s/m^3 = W/m^3]$. Las ecuaciones (6, 7, 8 y 9) complementan la expresión de la ecuación (10). El modelo matemático definido por las ecuaciones en derivadas parciales (4) y (10) es de una gran generalidad, también válido para fluido multifásico. El modelo es aplicable a medios multiporosos fracturados con flujo simultáneo de calor y masa en una sola fase o bien en dos fases, como se muestra en la sección siguiente. Desde el punto de vista analítico, este modelo es fuertemente no-lineal y no puede ser resuelto por técnicas exactas. El recurso a métodos numéricos es indispensable.

IV.2.3.- Flujo de Masa Bifásica en el Reservorio

Bajo condiciones termodinámicas adecuadas, el vapor y el líquido coexisten simultáneamente en los reservorios geotérmicos de alta entalpía, aún en estado natural. Si el reservorio contiene inicialmente sólo líquido, la explotación disminuye la presión del yacimiento provocando la aparición de la fase vapor. Se dice entonces que el fluido en el reservorio es bifásico. Esto introduce varias complicaciones empezando por la termodinámica del fluido, pues cada fase tiene sus propias variables como son densidad, viscosidad, entalpía, calor específico, conductividad térmica, y el paso de una a la otra implica discontinuidades.

En el anexo se enlistan las relaciones más útiles entre las variables del fluido en dos fases. El flujo vectorial de masa bifásica en el punto (x, y, z) , fluyendo a través de un área diferencial dS en el volumen dV del reservorio multiporoso fracturado, es la cantidad de fluido de la mezcla de ambas fases que pasa por unidad de área en cada segundo $[kg/s/m^2]$:

$$\text{flujo de líquido: } \vec{F}_L = \rho_L \vec{v}_L - \epsilon_V \dots (a)$$

$$\text{flujo de vapor: } \vec{F}_V = \rho_V \vec{v}_V - \epsilon_L \dots (b) \quad (11)$$

$$\text{flujo de mezcla: } \vec{F}_M^2 = \vec{F}_L + \vec{F}_V \dots (c)$$

los subíndices L, V representan al líquido y al vapor respectivamente. Los términos ϵ_V y ϵ_L son las tasas de evaporación y condensación de cada fase. Obviamente en cada volumen diferencial dV cerrado, lo que gana una fase lo pierde la otra, o $\epsilon_L = -\epsilon_V$. Nótese que las velocidades pueden ser o no darcyanas. En el caso del flujo laminar, los vectores velocidad-promedio son dados por la Ley de Darcy, generalizada por Muskat (1936), como descarga específica⁽¹⁰⁾ para cada fase a través del elemento diferencial de superficie dS:

$$\vec{v}_L = - \frac{K k_{rL}}{\mu_L} (\vec{\nabla} p_L - \rho_L \vec{g}) \dots (a) \quad (12)$$

$$\vec{v}_V = - \frac{K k_{rV}}{\mu_V} (\vec{\nabla} p_V - \rho_V \vec{g}) \dots (b)$$

Donde \mathbf{K} es el tensor de permeabilidad absoluta de la roca en el punto (x,y,z), k_{rL} y k_{rV} son las permeabilidades relativas de cada fase. La ley de conservación se enuncia análogamente a la expresada en la sección IV.2.1 y la ecuación correspondiente tiene una forma similar a la ecuación (4), con:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_F) = - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_M^2 + q_F \quad (13)$$

$$\rho_F = \rho_L S_L + \rho_V S_V; \quad S_L + S_V = 1$$

$$p_C = p_V - p_L; \quad q_F = q_L + q_V$$

Las presiones de cada fase se relacionan a través de la presión capilar P_C y las dos fases se acoplan a través de la definición de la densidad de la mezcla y de la relación entre saturaciones.

IV.2.4.- Flujo de Energía para Fluido Bifásico en el Reservorio

El flujo vectorial de energía térmica, en cada punto (x, y, z), centro del volumen diferencial dV, que fluye a través de un área diferencial dS del reservorio multiporoso fracturado, es la cantidad total de calor [J/s/m²] por conducción y por convección que pasa por unidad de área en cada segundo, en el sistema roca-fluido bifásico:

**ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

$$\text{flujo de energía en el líquido: } \vec{E}_L = \vec{F}_L h_L - \mathbf{K}_L \cdot \vec{\nabla} T_L \quad \dots (a)$$

$$\text{flujo de energía en el vapor: } \vec{E}_V = \vec{F}_V h_V - \mathbf{K}_V \cdot \vec{\nabla} T_V \quad \dots (b)$$

$$\text{flujo de energía en la roca: } \vec{E}_R = \vec{F}_R h_R - \mathbf{K}_R \cdot \vec{\nabla} T_R \quad \dots (c) \quad (14)$$

$$\text{Flujo total de calor: } \vec{F}_E^2 = \vec{E}_L + \vec{E}_V + \vec{E}_R = \vec{F}_L h_L + \vec{F}_V h_V - \mathbf{K}_T \vec{\nabla} T \quad \dots (d)$$

$$\text{conductividad térmica efectiva: } \mathbf{K}_T = (1 - \phi) \mathbf{K}_R + \phi S_L \mathbf{K}_L + \phi S_V \mathbf{K}_V \quad \dots (e)$$

\mathbf{K}_L , \mathbf{K}_V y \mathbf{K}_R son tensores de conductividad térmica del líquido, del vapor y de la roca respectivamente. El término \mathbf{K}_T dado por (14e) es sólo un posible promedio de las tres conductividades; otras expresiones se indican en V.5 y V.6. El enunciado de la conservación de la energía es análogo al de la sección IV.2.2 y la ecuación del flujo de energía térmica en el volumen dV tiene la misma forma que la ecuación (10), con el flujo total de energía térmica dado por la ecuación (14d). Supongo también que la temperatura de ambas fases es la misma que la temperatura de la superficie de la roca en contacto con el fluido. Es decir, hay un equilibrio térmico instantáneo en el sistema roca-fluido y $T_L \approx T_V \approx T_R$. Aquí también el flujo de masa rocosa \mathbf{F}_R se considera despreciable. La variación de energía térmica total es:

$$\frac{\partial U_T}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_E^2 + q_U \quad (15)$$

$$U_T = \frac{\text{Energía Fluido} + \text{Energía Roca}}{\text{Volumen}} = \phi \rho_F e_F + (1 - \phi) \rho_R e_R$$

$$\text{con: } \rho_F e_F = S_L \rho_L e_L + S_V \rho_V e_V = \rho_F h_F - p$$

$$\text{y: } \rho_F h_F = S_L \rho_L h_L + S_V \rho_V h_V = \rho_F e_F + p$$

La energía de la roca es dada por la ecuación (8) y su entalpía y calor específico, por (9).

IV.3.- DISCRETIZACIÓN Y SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL MODELO GENERAL

Todas las ecuaciones en derivadas parciales anteriores (4, 10, 13 y 15) están fuertemente acopladas y son no-lineales, lo cual significa que son difíciles de resolver. El método tradicional de las diferencias finitas (DF) es bien conocido y ha sido empleado con éxito en innumerables problemas de la ingeniería de reservorios (Peaceman, 1977; Smith, 1978). Sin embargo, existen varias dificultades prácticas para aplicarlo a reservorios fracturados heterogéneos. Las principales son:

- a)- El flujo en el reservorio es complejo cerca de fallas y de zonas intensamente fracturadas.
- b)- El flujo del reservorio hacia los pozos se complica y difícil de representar con DF.
- c)- El reservorio puede estar delimitado por fronteras curvilíneas.
- d)- Las condiciones de frontera pueden ser muy complejas y heterogéneas.
- e)- Puede ser necesario el empleo mezclado de diferentes tipos de celdas de malla para la representación de heterogeneidades del reservorio.
- f)- Para la representación de fracturas y fallas, es necesario realizar refinamientos de la malla con distinta geometría, orientación y tamaño.

Para subsanar *a priori* las dificultades anteriores en la discretización espacial y solución de las ecuaciones en derivadas parciales acopladas (4 y 10), (13 y 15), empleo el método numérico de los Volúmenes Finitos Integrados (VFI), conocido en la literatura anglosajona como Integrated Finite Difference Method (IFDM) o Surface Integrated Finite Difference Method (SIFDM, Narashimhan, 1982). Esta técnica es poco conocida en México y, aunque pariente cercana del Elemento Finito (EF), añade a la simpleza de la Diferencia Finita (DF), la potencia y flexibilidad del primero. En el Anexo IX.6 desarrollo matemáticamente el método y muestro cuales son sus similitudes y ventajas con respecto a las DF y al EF, en su forma mas general. Las dos figuras siguientes ilustran los elementos geométricos principales, necesarios para aplicar el método.

Fig. 7.- Ejemplo 3D de discretización de un reservorio por el método de VFI, ilustrando la conexión entre dos pozos con los diferentes tamaños de elementos y refinamientos que es posible realizar. Se observan las distintas formas geométricas de elementos que pueden emplearse y mezclarse con esta técnica.

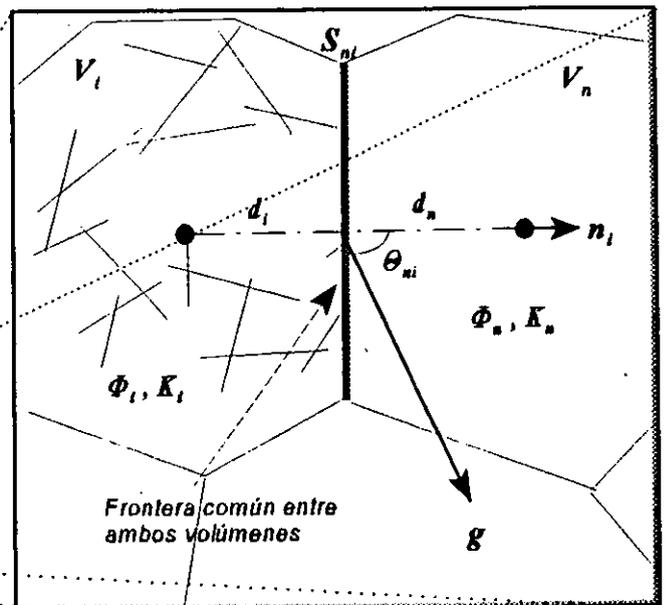
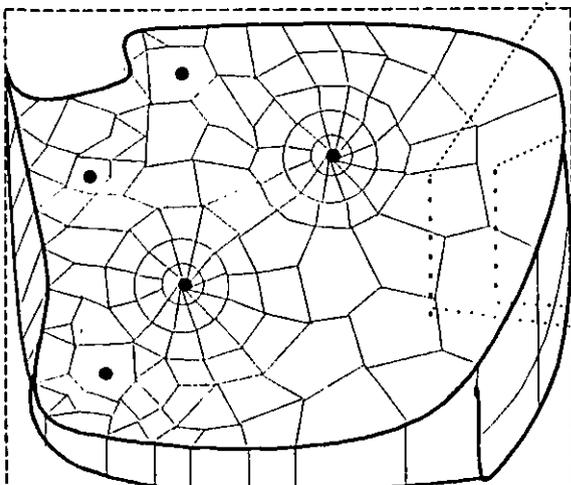


Fig. 8.- Detalle de la discretización espacial del medio poroso fracturado con Doble Porosidad-Permeabilidad por el método de VFI en dos dimensiones.

En breve, el VFI es un método de solución numérica por integración, altamente eficiente, especialmente útil en el tratamiento de geometrías irregulares, con condiciones de frontera complejas (Fig. 7) y, por consiguiente, especialmente indicado en el modelado de reservorios fracturados. El método consiste en promediar las propiedades del fluido sobre cada uno de los volúmenes en que se discretiza al dominio espacial V ocupado por el reservorio. Los VFI requieren la aproximación de las integrales de superficie que rodean a cada V_n , operación que permite la interacción articulada (Fig. 8) entre todos los volúmenes finitos que conforman a V . Enseguida desarrollo en detalle, la discretización de las ecuaciones de flujo.

IV.3.1.- Discretización del Modelo para Flujo Laminar de Masa Monofásica

El volumen V ocupado por el reservorio, se subdivide en N volúmenes finitos disjuntos llamados elementos, cada uno de los cuales se denota como V_n . Integrando la ecuación (4) sobre cada uno de ellos y aplicando el teorema de la divergencia:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_n} (\Phi \rho_f) dV = - \int_{S_n} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_M^1 dV + \int_{V_n} q_f dV = - \int_{S_n} \vec{F}_M^1 \cdot \vec{n} dS + q_n \int_{V_n} dV \quad (16)$$

Cada V_n está rodeado por una superficie S_n compuesta por varias superficies elementales disjuntas; es decir: $S_n = \cup S_i$, ($i=1, M_n$), con: $S_i \cap S_j = \Phi_0$, si $j \neq i$ y $S_{ii} = S_n \cap S_i$ (Fig. 8). El teorema del valor medio para integrales (Anexo IX.1), aplicado a cada término, permite escribir la ecuación (16) como una ecuación diferencial no lineal sobre cada V_n :

$$\int_{S_n} \vec{F}_M^1 \cdot \vec{n} dS = \sum_{i=1}^{M_n} F_{mi} \int_{S_i} dS \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (\Phi_n \rho_n) V_n + \sum_{i=1}^{M_n} F_{mi} S_{mi} = q_n V_n = Q_n \quad (17)$$

Nótese que Q_n es el gasto monofásico [kg/s]. El subíndice n indica cantidad promediada en el volumen V_n . El paso de la ecuación (16) a la (17) es el punto clave del método de VFI. En él radica no sólo la precisión del método, sino también la enorme ventaja de no depender de ningún sistema de coordenadas, ni de las dimensiones del problema. La ecuación anterior es válida indistintamente en 1, 2 y 3 dimensiones (Anexo IX.6). El término F_{mi} se calcula en cada interfaz S_{mi} integrando la Ley de Darcy (2):

$$-K_{mi} \frac{\rho_m}{\mu_m} \int_{S_{mi}} (\vec{\nabla} p \cdot \vec{n} - \rho_m \vec{g} \cdot \vec{n}) dS = -K_{mi} \frac{\rho_m}{\mu_m} \left[\frac{\partial p_n}{\partial n_i} - \rho_m g \cos \theta_{mi} \right] S_{mi} = F_{mi} S_{mi} \quad (18)$$

θ_{mi} es el ángulo entre la gravedad y el vector normal a S_{mi} . Como la porosidad y la densidad de la fase dependen de (p, T) en cada V_n :

$$(\phi_n \rho_n)(p, T) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (\phi_n \rho_n) = \frac{\partial (\phi_n \rho_n)}{\partial p} \frac{\partial p_n}{\partial t} + \frac{\partial (\phi_n \rho_n)}{\partial T} \frac{\partial T_n}{\partial t} \quad (19)$$

En la derivada parcial del producto $(\phi_n \rho_n)$ con respecto a p o T , se encuentra implícito el acoplamiento del flujo a la deformación de la roca (ver V.8). El producto escalar del gradiente de la presión por la normal a S_n es igual a la derivada parcial de p en la dirección normal a S_{ni} . Aunque otras aproximaciones son igualmente posibles, reemplazo la derivada normal por una aproximación lineal:

$$F_{ni} S_{ni} \approx - \frac{K_{ni} \rho_{ni} S_{ni}}{\mu_{ni}} \left[\frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} - \rho_{ni} g \cos \theta_{ni} \right] \quad (20)$$

Todos los términos con subíndice ni significan valores promedio al cruzar cada interface S_{ni} . Finalmente la ecuación (16) queda discretizada en cada volumen elemental V_n :

$$\frac{\partial (\phi_n \rho_n)}{\partial p} \frac{\partial p_n}{\partial t} + \frac{\partial (\phi_n \rho_n)}{\partial T} \frac{\partial T_n}{\partial t} = \sum_{i=1}^{M_n} \frac{K_{ni} \rho_{ni} S_{ni}}{V_n \mu_{ni}} \left[\frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} - \rho_{ni} g \cos \theta_{ni} \right] + \frac{Q_n}{V_n} \quad (21)$$

Las derivadas parciales termodinámicas de la densidad ρ_n se calculan con la ecuación de estado del agua (cap. VI). Para un cálculo simplificado de la variación de porosidad efectúo una expansión lineal de su serie de Taylor en el punto $\phi_0(p_0, T_0)$, en el tiempo presente t_0 , truncando los términos cuadráticos:

$$\begin{aligned} \phi_n(p, T) &= \phi_0 + (p - p_0) \frac{\partial \phi_0}{\partial p} + (T - T_0) \frac{\partial \phi_0}{\partial T} + error \left(\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial p^2}, \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial T^2} \right) \\ \Rightarrow \phi_n(p, T) &\approx \phi_0 [1 + c_p (p - p_0) + e_x (T - T_0)] \end{aligned} \quad (22)$$

$$donde: \quad c_p = \frac{1}{\phi_0} \frac{\partial \phi_0}{\partial p} \quad (compresibilidad) \quad y \quad e_x = \frac{1}{\phi_0} \frac{\partial \phi_0}{\partial T} \quad (expansividad)$$

Para una discusión detallada, ver V.2. Defino ahora los siguientes coeficientes no-lineales:

$$\begin{aligned} A_n^1(p, T) &= \frac{\partial (\phi_n \rho_n)}{\partial p}, \quad B_n^1(p, T) = \frac{\partial (\phi_n \rho_n)}{\partial T} \\ C_{ni}^1(p, T) &= \frac{K_{ni} \rho_{ni} S_{ni}}{V_n \mu_{ni}}, \quad D_{ni}^1(p, T) = \frac{K_{ni} \rho_{ni} S_{ni}}{V_n \mu_{ni}} \rho_{ni} g \cos \theta_{ni} \end{aligned} \quad (23)$$

La ecuación (23) toma en cuenta la deformación de la matriz; la ecuación (21) queda entonces:

$$A_n^1 \frac{\partial p_n}{\partial t} + B_n^1 \frac{\partial T_n}{\partial t} = \sum_{i=1}^{M_n} \left[C_{ni}^1 \frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} - D_{ni}^1 \right] + \frac{Q_n}{V_n} = \Psi_M^1 \quad (24)$$

La ecuación (24) es fuertemente no-lineal, con todos los coeficientes funcionales acoplados a la solución, es decir, dependen de (p, T) en todo tiempo t. Los coeficientes de flujo C_{ni}^1 y D_{ni}^1 dependen además de los parámetros geométricos: volumen V_n y área S_{ni} . La distancia internodal $d_n + d_i$ varía en cada interface S_{ni} (Fig. 8). El término genérico Ψ_M^1 [kg/s/m³] = $-\sum_i F_{ni} S_{ni} + Q_n/V_n$ es la expresión compacta del fluido monofásico que se intercambia entre el elemento V_n y todos los elementos V_i ($i = 1, M_n$) que lo rodean, más la masa extraída o inyectada internamente en V_n .

IV.3.2.- Discretización del Modelo para el Flujo Laminar de Energía Monofásica

Los cálculos detallados de esta discretización los presento en el Anexo IX.6, en ésta sección sólo se presentan en forma compacta. La ecuación integral del flujo de energía en cada volumen V_n es:

$$\int_{V_n} \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_n} [\phi \rho_f e_f + (1 - \phi) \rho_R h_R] dV' = - \int_{V_n} \bar{\nabla} \cdot \bar{F}_E^1 dV' + \int_{V_n} q_U dV' \quad (25)$$

Aplicando el Teorema del Valor Medio a cada integral sobre cada volumen finito V_n :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi_n \rho_n e_n) V_n + \rho_{Rn} \frac{\partial}{\partial t} [(1 - \phi_n) h_{Rn}] V_n = - \int_{S_n} \bar{F}_E^1 \cdot \bar{n} dS + q_{Un} V_n \quad (26)$$

Desarrollando el término de flujo en el miembro derecho de (26):

$$\begin{aligned} - \int_{S_n} \bar{F}_E^1 \cdot \bar{n} dS &= - \int_{S_n} [h_f \bar{F}_M^1 \cdot \bar{n} + K_T \bar{\nabla} T \cdot \bar{n}] dS = - \sum_{i=1}^{M_n} [h_{ni} F_{ni} S_{ni} + K_{Tni} \frac{\partial T_n}{\partial n_i} S_{ni}] = \\ &= \sum_{i=1}^{M_n} \left(\frac{K_{ni} \rho_{ni} h_{ni} S_{ni}}{\mu_{ni}} \left[\frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} - \rho_{ni} g \cos \theta_{ni} \right] + K_{Tni} S_{ni} \frac{T_i - T_n}{d_n + d_i} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

Desarrollando la derivada temporal de la ecuación (26):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [U_{T_n}] = & \left[e_n \frac{\partial}{\partial p} (\phi_n \rho_n) + \phi_n \rho_n \frac{\partial e_n}{\partial p} - \rho_{Rn} h_{Rn} \frac{\partial \phi_n}{\partial p} \right] \frac{\partial p_n}{\partial t} + \\ & + \left[e_n \frac{\partial}{\partial T} (\phi_n \rho_n) + \phi_n \rho_n \frac{\partial e_n}{\partial T} + (1 - \phi_n) \rho_{Rn} C_{Rn} - \rho_{Rn} h_{Rn} \frac{\partial \phi_n}{\partial T} \right] \frac{\partial T_n}{\partial t} \end{aligned} \quad (28)$$

Para obtener una expresión compacta, defino los siguientes coeficientes funcionales:

$$\begin{aligned} E_n^1(p, T) &= e_n \frac{\partial}{\partial p} (\phi_n \rho_n) + \phi_n \rho_n \frac{\partial e_n}{\partial p} - \rho_{Rn} h_{Rn} \frac{\partial \phi_n}{\partial p} \\ F_n^1(p, T) &= e_n \frac{\partial}{\partial T} (\phi_n \rho_n) + \phi_n \rho_n \frac{\partial e_n}{\partial T} - \rho_{Rn} h_{Rn} \frac{\partial \phi_n}{\partial T} + (1 - \phi_n) \rho_{Rn} C_{Rn} \\ G_{ni}^1(p, T) &= \frac{K_{Tm} S_{ni}}{V_n}, \quad Q_{Un} = q_{Un} V_n \end{aligned} \quad (29)$$

Reemplazando las expresiones (27) y (28) en la ecuación (26), factorizando e identificando coeficientes funcionales dados por (29), llego a la siguiente expresión discretizada para la Energía:

$$E_n^1 \frac{\partial p_n}{\partial t} + F_n^1 \frac{\partial T_n}{\partial t} = \sum_{i=1}^{M_n} \left[C_{ni}^1 h_{ni} \frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} + G_{ni}^1 \frac{T_i - T_n}{d_n + d_i} - D_{ni}^1 h_{ni} \right] + \frac{Q_{Un}}{V_n} = \Psi_E^1 \quad (30)$$

La ecuación (30) es fuertemente no-lineal, con todos los coeficientes funcionales acoplados a la solución (p, T) en todo tiempo t. Los coeficientes de flujo C_{ni}^1 , D_{ni}^1 y G_{ni}^1 dependen además de los parámetros geométricos: volumen V_n y área S_{ni} . La distancia internodal $d_n + d_i$ puede variar en cada interface S_{ni} . El término Ψ_E^1 [W/m³] es la expresión compacta del calor volumétrico intercambiado entre V_n y todos los elementos V_i que lo rodean ($i = 1, M_n$), más la energía extraída o inyectada directamente en V_n .

IV.3.3.- Discretización del Modelo para Flujo de Masa Bifásica

Cuando el agua se encuentra en estado de saturación coexisten ambas fases, líquido y vapor. En esta región termodinámica la presión y la temperatura ya no son variables independientes sino que se encuentran relacionadas en la curva de Clapeyron $T_{sat} = T(p_{sat})$. En esta zona es necesario escoger otra función termodinámica, fácil de medir, que complete el par de variables independientes para determinar completamente el estado termodinámico del fluido bifásico en el reservorio, el cual depende ahora de la composición relativa de las fases. En los campos geotérmicos, la función que cumple estas condiciones

es la entalpía específica h_f de la mezcla. En la ecuación (11) el término de evaporación ϵ_l se cancela pues $\epsilon_v + \epsilon_l = 0$. Por otra parte, la presión capilar $P_c = p_v - p_l$, tiene como principal efecto disminuir la presión del vapor en dos fases. Varias correlaciones útiles para su cálculo se presentan en la sección VI.3. En este capítulo, considero la presión capilar despreciable y por lo tanto $p_l \approx p_v = p$. Como ya se indicó en las secciones anteriores, el volumen V ocupado por el reservorio, se subdivide en N volúmenes finitos disjuntos. Reescribiendo explícitamente la ecuación (13) en forma integral para 2 fases:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_n} (\phi \rho_L S_L + \phi \rho_V S_V) dV + \int_{V_n} (\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_L + \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_V) dV = \int_{V_n} (q_L + q_V) dV = \int_{V_n} q_F dV \quad (31)$$

Los flujos están dados en las ecuaciones (11) y (12). Usando el método VFI e integrando sobre cada V_n :

$$\frac{\partial(\phi_n \rho_n)}{\partial t} V_n = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_L S_L + \phi \rho_V S_V)_n V_n = - \sum_{i=1}^{M_n} (F'_L + F'_V)_m S_m + q_n V_n \quad (32)$$

Como $\phi(p, T(p))$, la derivada temporal de $(\phi_n \rho_n)$ queda:

$$(\phi_n \rho_n)(p, h) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (\phi_n \rho_n) = \left[\left(\frac{\partial \phi_n}{\partial p_n} + \frac{\partial \phi_n}{\partial T_n} \frac{\partial T_n}{\partial p_n} \right) \rho_n + \phi_n \frac{\partial \rho_n}{\partial p_n} \right] \frac{\partial p_n}{\partial t} + \phi_n \frac{\partial \rho_n}{\partial h_n} \frac{\partial h_n}{\partial t} \quad (33)$$

Reemplazando los flujos dados por (11) y (12) en el segundo miembro de la ecuación (32):

$$(F'_L + F'_V)_m = - \sum_{i=1}^{M_n} \sum_{j=L}^V \frac{K_m \rho_{jm} k_{jm}}{\mu_{jm}} \left[\frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} - \rho_{jm} g \cos \theta_{ni} \right] \quad (34)$$

Igualando (33) y (34), desarrollando y agrupando términos:

$$\left[\left(\frac{\partial \phi_n}{\partial p_n} + \frac{\partial \phi_n}{\partial T_n} \frac{\partial T_n}{\partial p_n} \right) \rho_n + \phi_n \frac{\partial \rho_n}{\partial p_n} \right] \frac{\partial p_n}{\partial t} + \phi_n \frac{\partial \rho_n}{\partial h_n} \frac{\partial h_n}{\partial t} = \frac{q_n V_n}{V_n} + \sum_{i=1}^{M_n} \frac{K_{ni} S_m}{V_n} \left[\left(\frac{k_{Lni} \rho_{Lni}}{\mu_{Lni}} + \frac{k_{Vni} \rho_{Vni}}{\mu_{Vni}} \right) \left(\frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} \right) - \left(\frac{k_{Lni} \rho_{Lni}^2}{\mu_{Lni}} + \frac{k_{Vni} \rho_{Vni}^2}{\mu_{Vni}} \right) g \cos \theta_{ni} \right] \quad (35)$$

Ahora, defino el grupo siguiente de coeficientes funcionales:

$$A_n^2(p, h) = \left(\frac{\partial \phi_n}{\partial p_n} + \frac{\partial \phi_n}{\partial T_n} \frac{\partial T_n}{\partial p_n} \right) \rho_n + \phi_n \frac{\partial \rho_n}{\partial p_n} ; \quad B_n^2(p, h) = \phi_n \frac{\partial \rho_n}{\partial h_n}$$

$$C_m^2(p, h) = \frac{K_m S_{ni}}{V_n} \left(\frac{\rho_{L,mi} k_{L,mi}}{\mu_{L,mi}} + \frac{\rho_{V,mi} k_{V,mi}}{\mu_{V,mi}} \right) \quad (36)$$

$$D_m^2(p, h) = \frac{K_m S_{ni}}{V_n} \left(\frac{k_{L,mi} \rho_{L,mi}^2}{\mu_{L,mi}} + \frac{k_{V,mi} \rho_{V,mi}^2}{\mu_{V,mi}} \right) g \cos \theta_{ni}$$

Reemplazando estos coeficientes en la ecuación (33) para simplificar su escritura:

$$A_n^2 \frac{\partial p_n}{\partial t} + B_n^2 \frac{\partial h_n}{\partial t} = \sum_{i=1}^{M_n} \left[C_m^2 \frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} - D_m^2 \right] + \frac{Q_n}{V_n} = \Psi_M^2 \quad (37)$$

La ecuación (37) es fuertemente no-lineal, todos sus coeficientes están acoplados a la solución (p, h) en todo tiempo t. Los coeficientes de flujo C_m^2 y D_m^2 dependen además del volumen V_n y del área S_{ni} ; la distancia internodal ($d_n + d_i$) puede variar. El término genérico Ψ_M^2 [kg/s/m³] es la expresión compacta del fluido bifásico que se intercambia por unidad de volumen entre V_n y todos los elementos V_i que lo rodean ($i = 1, M_n$), más las masas de vapor y de líquido extraídas o inyectadas directamente en V_n .

IV.3.4.- Discretización del Modelo para Flujo de Energía Bifásica

Retomando la ecuación (15), con el flujo total de energía dado por (14d):

$$\vec{F}_E^2 = \vec{F}_L h_L + \vec{F}_V h_V - K_T \vec{\nabla} T \quad (38)$$

Integrando la ecuación (15) de conservación de la energía en cada volumen V_n :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_n} \phi \rho_F e_F dV + \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_n} (1 - \phi) \rho_R h_R dV = - \int_{V_n} \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_E^2 dV + \int_{V_n} q_U dV \quad (39)$$

Desarrollando el flujo de energía en la ecuación anterior:

$$\begin{aligned}
 \int_{S_n} \vec{F}_E \cdot \vec{n} dS &= \int_{S_n} [(h_L \vec{F}_L + h_V \vec{F}_V) \cdot \vec{n} - K_T \vec{\nabla} T \cdot \vec{n}] dS \approx \\
 \sum_{i=1}^{M_n} S_m &\left(K_m \frac{k_{Lm} \rho_{Lm} h_{Lm}}{\mu_{Lm}} \left[\frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} - \rho_{Lm} g \cos \theta_m \right] + K_{Vm} \frac{T_i - T_n}{d_n + d_i} \right) \\
 &+ \sum_{i=1}^{M_n} S_m \left(K_m \frac{k_{Vm} \rho_{Vm} h_{Vm}}{\mu_{Vm}} \left[\frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} - \rho_{Vm} g \cos \theta_m \right] \right)
 \end{aligned} \quad (40)$$

Desarrollando el término de variación temporal, igualándolo a (39) y factorizando:

$$\begin{aligned}
 &\left[(\rho_n h_n - p_n - \rho_{Rn} h_{Rn}) \left(\frac{\partial \phi_n}{\partial p_n} + \frac{\partial \phi_n}{\partial T_n} \frac{\partial T_n}{\partial p_n} \right) + \phi_n h_n \frac{\partial \rho_n}{\partial p_n} - \phi_n + (1 - \phi_n) \rho_{Rn} C_{Rn} \frac{dT_n}{dp_n} \right] \frac{\partial p_n}{\partial t} + \\
 &\quad + \left(\phi_n \rho_n + \phi_n h_n \frac{\partial \rho_n}{\partial h_n} \right) \frac{\partial h_n}{\partial t} = \\
 &= \sum_{i=1}^{M_n} \frac{K_{ni} S_{ni}}{V_n} \left(\frac{k_{Lni} \rho_{Lni} h_{Lni}}{\mu_{Lni}} + \frac{k_{Vni} \rho_{Vni} h_{Vni}}{\mu_{Vni}} \right) \left(\frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} \right) - \\
 &\quad - \sum_{i=1}^{M_n} \frac{K_{ni} S_{ni}}{V_n} \left(\frac{k_{Lni} \rho_{Lni}^2 h_{Lni}}{\mu_{Lni}} + \frac{k_{Vni} \rho_{Vni}^2 h_{Vni}}{\mu_{Vni}} \right) g \cos \theta_{ni} + \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{M_n} \frac{K_{Tni} S_{ni}}{V_n} \frac{T_i - T_n}{d_n + d_i} + \frac{(q_{Ln} h_{Ln} + q_{Vn} h_{Vn} + q_{Rn}) V_n}{V_n}
 \end{aligned} \quad (41)$$

Defino ahora el grupo correspondiente de coeficientes funcionales:

$$E_n^2(p, h) = [*] ; \quad F_n^2(p, h) = \left(\phi_n p_n + \phi_n h_n \frac{\partial p_n}{\partial h_n} \right)$$

$$G_{ni}^2(p, h) = \frac{K_{ni} S_{ni}}{V_n} \left(\frac{k_{Lni} \rho_{Lni} h_{Lni}}{\mu_{Lni}} + \frac{k_{Vni} \rho_{Vni} h_{Vni}}{\mu_{Vni}} \right) \quad (42)$$

$$H_{ni}^2(p, h) = \frac{K_{ni} S_{ni}}{V_n} \left(\frac{k_{Lni} \rho_{Lni}^2 h_{Lni}}{\mu_{Lni}} + \frac{k_{Vni} \rho_{Vni}^2 h_{Vni}}{\mu_{Vni}} \right) g \cos \theta_{ni}$$

$$Q_{Un} = (q_{Ln} h_{Ln} + q_{Vn} h_{Vn} + q_{Rn}) V_n$$

Por su extensión, el término entre paréntesis rectangulares, representa al coeficiente correspondiente en la primera línea de la ecuación (41). Reemplazando estos coeficientes se obtiene finalmente:

$$E_n^2 \frac{\partial p_n}{\partial t} + F_n^2 \frac{\partial h_n}{\partial t} = \sum_{i=1}^{M_n} \left[G_{ni}^2 \frac{p_i - p_n}{d_n + d_i} + \frac{K_{Tni} S_{ni}}{V_n} \frac{T_i - T_n}{d_n + d_i} - H_{ni}^2 \right] + \frac{Q_{Un}}{V_n} = \Psi_E^2 \quad (43)$$

La ecuación (43) es fuertemente no-lineal, con todos los coeficientes funcionales acoplados a la solución (p, h) en todo tiempo t. Los coeficientes de flujo G_{ni}^2 y H_{ni}^2 dependen además de los parámetros geométricos: volumen V_n y área S_{ni} ; la distancia internodal $d_n + d_i$ varía. El término genérico $\Psi_E^2 [W/m^3]$ es la expresión compacta de la energía térmica de las dos fases intercambiada entre V_n y todos los elementos V_i que lo rodean ($i = 1, M_n$), más la energía extraída o inyectada directamente en V_n .

IV.3.5.- Aproximación Numérica Explícita en el Tiempo

Las cuatro ecuaciones anteriores (24, 30, 37 y 43) conforman el modelo matemático fundamental del medio $m\Phi$ -nK. Su discretización temporal puede hacerse, como primera aproximación, a partir de una diferencia finita posterior en la forma general del modelo:

$$A_n^j(p, X^j) \frac{\partial p_n}{\partial t} + B_n^j(p, X^j) \frac{\partial X_n^j}{\partial t} = \Psi_\alpha^j(\bar{\nabla} p_n, \bar{\nabla} X_n^j) \quad (44)$$

Para $j = 1, 2$ la ecuación anterior conforma a su vez un sistema diferencial pseudo-parabólico, no-lineal, de coeficientes funcionales A_n^j y B_n^j dependientes de las variables termodinámicas p y X^j ($X^1 = T$, si el fluido es monofásico, y $X^2 = h_F$, si el fluido está en dos fases). La función de flujo Ψ_n^j depende además de los gradientes espaciales discretizados por el método VFI. La solución formal de este sistema aproximado se calcula de la siguiente ecuación matricial en un subespacio funcional de \mathbb{R}^2 :

$$\begin{pmatrix} A_n^j & B_n^j \\ E_n^j & F_n^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial p_n}{\partial t} \\ \frac{\partial X_n^j}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_M^j \\ \Psi_E^j \end{pmatrix}_n \Rightarrow \Lambda_n \frac{\partial \bar{\tau}_n}{\partial t} = \bar{\Psi}_n \Rightarrow \frac{\partial \bar{\tau}_n}{\partial t} = \Lambda_n^{-1} \bar{\Psi}_n \quad (45)$$

τ_n es el vector termodinámico (p_n, X_n^j) . El sistema anterior forma parte de un sistema mayor que anida a todos los elementos V_n ($n = 1, N$) y puede resolverse directamente, para cada n , usando un algoritmo explícito en el tiempo:

$$\text{con : } \Delta \Lambda_n = A_n^j F_n^j - B_n^j E_n^j \neq 0 ; \quad \Lambda_n^{-1} = \frac{1}{\Delta \Lambda_n} \begin{pmatrix} F_n^j & -B_n^j \\ -E_n^j & A_n^j \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial t} \approx \frac{p^{t+\Delta t} - p^t}{\Delta t} = \frac{F_n^j \Psi_M^j - B_n^j \Psi_E^j}{\Delta \Lambda_n} \\ \frac{\partial X^j}{\partial t} \approx \frac{X^{t+\Delta t} - X^t}{\Delta t} = \frac{A_n^j \Psi_E^j - E_n^j \Psi_M^j}{\Delta \Lambda_n} \end{array} \right. \quad (46)$$

despejando explícitamente los términos en el instante posterior desconocido $t + \Delta t$:

$$p^{t+\Delta t} = p^t + \Delta t \left(\frac{F_n^j \Psi_M^j - B_n^j \Psi_E^j}{\Delta \Lambda_n} \right)^t$$

$$X^{t+\Delta t} = X^t + \Delta t \left(\frac{A_n^j \Psi_E^j - E_n^j \Psi_M^j}{\Delta \Lambda_n} \right)^t \quad (47)$$

Obsérvese que, en la porción derecha del sistema (47), todos los coeficientes funcionales dependen única y directamente del tiempo en el instante presente t . El miembro izquierdo depende del instante posterior o futuro $t + \Delta t$, donde va a predecirse el estado termodinámico del reservorio, la discretización espacial ya está incluida. Esta posición facilita enormemente la resolución numérica directa.

IV.4.- SUMARIO DEL CAPÍTULO IV

La idea clave en el estudio de reservorios fracturados heterogéneos es el concepto de *sistema complejo*. En un sistema complejo las propiedades y comportamiento no pueden ser explicadas completamente por la sola comprensión separada de cada uno de sus componentes. La manifestación termomecánica de esta idea, es el concepto de multiporosidad-multipermeabilidad de rocas fracturadas deformables conteniendo fluidos no-isotérmicos y con flujos interporosos transitorios. Todo medio que exhibe discontinuidades bien diferenciadas en su distribución de porosidades es de *porosidad múltiple*. Bajo este concepto M continuos porosos ($M \geq 2$) interactúan entre sí, cada uno con sus propios parámetros y su propio flujo interporoso, que puede ser estacionario o transitorio, no isotérmico y con múltiples componentes. Los modelos clásicos de doble porosidad y otras extensiones son casos especiales de este concepto general.

En este capítulo, núcleo medular de toda la tesis, establecí las ecuaciones generales del modelo que describe el comportamiento de un reservorio con porosidad- permeabilidad múltiples. Diseñé el esquema general de solución numérica en base al método de los VFI, dándole una completa operabilidad al modelo y al concepto global $m\phi-nK$. La nueva noción que aquí se introduce, está basada en la observación experimental del comportamiento de yacimientos fracturados atravesados por grandes fallas o macrofracturas abiertas, en donde la intensidad del fracturamiento es alta cerca de la falla e intermedia en la red fracturada, coexistiendo un marcado contraste de permeabilidades entre los bloques de matriz, las microfracturas y las fallas.

También describí algunos modelos específicos observados en sistemas volcánicos. Los reservorios con fallas, matriz y fracturas son medios de "*triple porosidad- triple permeabilidad*". Si hay microfracturas conectadas, el patrón de flujo es de tetra porosidad, si hay dos tipos de matriz es de quintuple y, en general, de porosidad múltiple. Si no hay falla, el flujo es de triple porosidad, si tampoco hay microfracturas, el flujo es de doble porosidad y si solamente hay matriz, el flujo es de porosidad simple. Cada uno de los patrones de flujo debe poder detectarse en pruebas de presión específicas. La primera señal debe provenir de la falla, la última, de la matriz con la menor permeabilidad.

La síntesis de ideas generales presentadas sobre medios fracturados, junto con el concepto de reservorio con porosidad - permeabilidad múltiples, conforman el esbozo de una teoría general del medio fracturado, aún en formación. Después de definir con precisión la noción fundamental, procedí a construir el modelo numérico que discretiza las ecuaciones del reservorio y permite su resolución numérica. El objetivo es exhibir algunas dificultades inherentes a la comprensión del comportamiento real de reservorios geotérmicos fracturados con fallas conductivas y la utilidad de su interpretación bajo ese concepto. Los resultados del estudio, muestran la importancia de considerar dicho proceso como el mecanismo dominante en los cambios termodinámicos observados en este tipo de yacimientos.

Capítulo V

*PROPIEDADES TERMO - MECÁNICAS
DE LA ROCA Y DEL FLUIDO*

V.- PROPIEDADES TERMO - MECÁNICAS DE LA ROCA Y DEL FLUIDO

"Cuando todo parece terminado, surgen nuevas fuerzas..."
Franz Kafka

En este capítulo describo, a grandes rasgos, las principales propiedades térmicas y mecánicas del fluido y de la roca, principalmente volcánica, que conforma los reservorios geotérmicos fracturados. Los valores numéricos de los parámetros físicos correspondientes y su comportamiento en función de la presión y la temperatura han sido obtenidos por numerosos experimentadores y publicados en innumerables reportes y artículos internacionales. La síntesis que sigue se basa principalmente en los trabajos sumarios de Ramey (*et al.*, 1974), de Passmore y Archer (1985), de Contreras y co-autores (1988, 1990, 1991, 1994) y en numerosas observaciones de campo (Suárez, 1991, 1995, 1996, 1997).

V.1.- PROPIEDADES TÉRMICAS DE LA ROCA POROSA FRACTURADA

Dejando aparte el calor latente de vaporización, son tres los procesos principales que involucran almacenamiento e intercambio de calor entre la roca y el fluido en los reservorios geotérmicos: capacidad calorífica, conductividad y difusividad térmicas. La conducción de calor ocurre por contacto, a nivel molecular, entre dos medios a diferente temperatura. La capacidad calorífica mide la cantidad de energía térmica requerida por una masa de roca para cambiar su temperatura, cuantificando la capacidad del reservorio para almacenar calor. La difusividad es la propiedad del reservorio de conducir calor con respecto a su capacidad para almacenarlo por unidad de masa específica.

V.1.1.- Conductividad Térmica de Rocas Saturadas

La transferencia de calor en roca porosa fracturada saturada con fluidos, ocurre por conducción térmica en el fluido, entre los granos sólidos y entre los granos y el fluido. La conductividad efectiva en un sistema poroso con fracturas y microfracturas depende de la conductividad térmica de la matriz sólida, de la intensidad del fracturamiento, de la fase saturante si el fluido es monofásico y de la saturación de ambas fases en fluidos bifásicos. La conductividad térmica en la mayoría de las rocas de reservorios, decrece al incrementarse la temperatura hasta los 650°C. A partir de esta temperatura la conductividad de la roca permanece casi constante, hasta cerca del manto, donde empieza a crecer linealmente (II.3.1).

Experiencias de laboratorio muestran que la conductividad térmica efectiva del sistema roca/fluido se incrementa con el incremento de tensiones efectivas en la roca. La tensión o presión efectiva se define como la diferencia entre presión confinante y presión de poro. Los incrementos de presión confinante tienden a mejorar el contacto térmico entre granos resultando un incremento neto de conductividad térmica. En cambio, el incremento de porosidad tiende a reducir la conductividad térmica efectiva.

Varios experimentos muestran que la conductividad térmica aumenta con la permeabilidad (Passmore y Archer, 1985); este efecto puede deberse a transferencias convectivas de calor en poros y microfisuras interconectadas. Otros experimentadores (Ramey *et al.*, 1974) encontraron que si los fluidos saturantes son líquido y vapor de agua en equilibrio, la conductividad efectiva es mucho mayor que la predicha por correlaciones empíricas. Esto se debe a los efectos combinados de ebullición y presión capilar produciendo un efecto de “calor ducto” (Suárez, Pruess y Lippmann, 1989). El incremento depende de la permeabilidad, del calor latente de vaporización, de la saturación de vapor y de la dirección del flujo de calor respecto a la vertical. La interacción geoquímica fluido-roca también afecta a la conductividad térmica, pues los minerales preexistentes son alterados hidrotermalmente y algunos huecos son rellenados modificando, en forma compleja, la naturaleza del contacto intergranular.

V.1.2.- Capacidad Calorífica de Rocas Saturadas

La capacidad calorífica a presión constante cuantifica la habilidad de un material para almacenar calor. Se define como la cantidad de calor requerida para aumentar la temperatura de un cuerpo en un grado centígrado. La capacidad calorífica de medios complejos heterogéneos como los reservorios fracturados puede ser calculada usando la ley de Kopp, la cual establece que la capacidad calorífica de un compuesto es igual a la suma de las capacidades caloríficas de sus elementos constituyentes. Se ha verificado experimentalmente esta ley para mezclas complejas de areniscas y lutitas, encontrándose una desviación máxima menor al 2% (Passmore y Archer, 1985). Este resultado apoya la hipótesis de que la capacidad calorífica de rocas fracturadas saturadas con fluido puede ser calculada de manera similar.

Diversas mediciones experimentales en laboratorio demuestran que la capacidad calorífica de una roca saturada con fluido depende de la presión y de la temperatura. La presencia de gas tiene un efecto despreciable en el coeficiente correspondiente. No obstante, la presencia de agua líquida puede incrementar en más del 35% el calor específico C_p de la muestra (*ibid.*). Si los poros se encuentran saturados con aceite, la capacidad calorífica de la roca saturada se incrementa menos del 20%. La expresión matemática del calor específico a presión constante para la roca, es dada por la ecuación (8) $(C_p = \partial h_R / \partial T)_p$. Faust y Mercer (1975) plantearon una fórmula experimental para su cálculo aproximado en rocas tipo areniscas:

$$C_p(T) = 849.88860 + 0.752854 T \left[\frac{J}{kg \text{ } ^\circ C} \right]$$

$$\text{con: } C_p = \left(\frac{\partial h_R}{\partial T} \right)_p \Rightarrow dh_R \approx C_p dT \Rightarrow \quad (51)$$

$$h_R(T) = 204,061.52 + 849.8886 T + 0.376427 T^2$$

Con esta fórmula es posible estimar la capacidad calorífica y la entalpía específica de las areniscas en función de la temperatura. Sin embargo casi todos los reservorios geotérmicos de México se encuentran en andesitas. Por ello corregí y amplié la fórmula anterior para rocas volcánicas de la manera siguiente. En un núcleo del pozo Az-19 de Los Azufres, se midió un valor de calor específico (Contreras *et al.*, 1988) igual a: $C_{R19} = 1164.82 \text{ J/kg/}^\circ\text{C}$ a 80 bar y 250°C . Supongo que en andesitas la relación entre calor específico y temperatura sigue siendo lineal y que las pendientes son similares. Aplicando la fórmula (51) a la temperatura anterior: $C_p(250) = 1038.1021 \text{ J/kg/}^\circ\text{C}$. Entonces la diferencia entre ambos coeficientes es:

$$C_{R19} - C_p(250) = 126.7179 \text{ J/kg/}^\circ\text{C},$$

de aquí deduzco que:

$$C'_R(T) = 976.6065 + 0.752854 T \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} \right]$$

$$y: dh_R \approx C'_R dT \rightarrow \int_0^{h_R} dh_R = \int_{-273.15}^T C'_R dT \rightarrow \quad (52)$$

$$h_R(T) = 238,674.50 + 976.6065 T + 0.376427 T^2 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Con ambas fórmulas se calcula aproximadamente el calor específico y la entalpía de las andesitas, sujetas a condiciones termodinámicas típicas de reservorios volcánicos conteniendo este tipo de rocas.

V.1.3.- Difusividad Térmica

La difusividad térmica es el cociente de la conductividad térmica entre el producto densidad por capacidad calorífica. Sus parámetros básicos son promedios de valores de cada componente (sección V.5):

$$\delta = \frac{K_T}{\rho C_p} \quad (53)$$

Este coeficiente cuantifica la capacidad que tiene la roca fracturada para transferir calor por conducción con respecto a su capacidad para almacenarlo. Dado que el incremento de temperatura resulta en un incremento de capacidad calorífica y en un decremento de conductividad térmica, el efecto de la temperatura en la difusividad de la roca puede ser significativamente grande, decreciendo al aumentar la temperatura. Los datos experimentales muestran que muchas rocas porosas tienen tendencias similares en la dependencia de su difusividad con la temperatura, aunque una excepción es la arenisca tobácea,

cuya difusividad decrece desde los 90°C hasta los 540°C y luego crece hasta los 980°C. Para calcular la difusividad de la roca en cada caso particular, es menester encontrar correlaciones empíricas como las expuestas en las ecuaciones (51) y (52) para cada parámetro primario.

V.1.4.- Expansión Térmica

La absorción de calor por parte de la roca se manifiesta como una dilatación de su tamaño. Esta expansión térmica de la roca fracturada puede ser lineal, en superficie o volumétrica y causa esfuerzos internos. En general la expansión térmica aumenta al incrementarse la temperatura. La expansividad de las rocas volcánicas es relativamente pequeña, pero sus efectos pueden ocasionar daños estructurales severos en rocas sometidas a fuertes gradientes de temperatura, como ocurre durante la inyección de fluidos fríos. Esta acción puede ocasionar cambios de permeabilidad y de conductividad térmica. La expansión térmica del sistema roca-fluido a presión constante es:

$$e_x = -\frac{1}{\rho_F} \left(\frac{\partial \rho_F}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{V_F} \left(\frac{\partial V_F}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\phi V_R} \left(\frac{\partial (\phi V_R)}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial T} \right)_p \quad (54)$$

Donde V_F y V_R son los volúmenes del fluido y de la roca porosa y ϕ es la porosidad. Los dos primeros términos a la derecha de e_x son para calcular la expansión térmica o expansividad del fluido. El último término de la ecuación (54) define a la expansividad de la roca porosa. Este parámetro es uno de los responsables del acoplamiento del flujo de calor y fluido a la deformación de la roca. La expansión térmica del agua puede calcularse exactamente con la ecuación de estado descrita en el capítulo VI.

V.2.- PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA ROCA POROSA FRACTURADA

V.2.1.- Permeabilidad Absoluta

La permeabilidad absoluta del medio poroso es su conductividad natural al paso de un fluido newtoniano. La permeabilidad de la roca fracturada es su capacidad intrínseca para transmitir fluidos en el reservorio a través de fisuras. Depende de la cantidad, tamaño y forma tanto de los poros como de las fracturas, microfracturas y de sus interconexiones mutuas. La misma dependencia se aplica para el caso de la permeabilidad de fallas y fracturas. Una definición puramente cuantitativa se obtiene despejando este parámetro de la ley de Darcy (2). Puede ser un escalar o un tensor, dependiendo de la disponibilidad de mediciones. Núcleos extraídos de formaciones volcánicas, muestran al menos cuatro tipos de permeabilidades coexistentes (Fig. 6):

- a) permeabilidad relacionada con los espacios intergranulares de la roca porosa,
- b) micropermeabilidad asociada a microfracturas interconectadas,

- c) permeabilidad relacionada a redes de fracturas y
- d) macropermeabilidad de fallas abiertas.

A priori, las dos primeras clases de permeabilidad obedecen a la ley de Darcy para números de Reynolds bajos. Las dos últimas son especialmente sensibles al gasto extraído el cual, si es muy alto, puede generar turbulencia, siendo necesario aplicar leyes no lineales. Las mediciones en núcleos de roca volcánica y las pruebas de presión realizadas en reservorios fracturados de México, muestran una amplísima gama de valores, desde microdarcys hasta cientos de darcys ($\sim 10^{-18} \text{ m}^2$ a $\sim 10^{-10} \text{ m}^2$). La cota inferior corresponde a roca porosa sin fracturas y la cota superior a redes intensamente fracturadas o a fallas abiertas.

Los esfuerzos térmicos y mecánicos afectan siempre a la permeabilidad absoluta de la roca. Mediciones experimentales de este parámetro físico muestran que, independientemente de la naturaleza del fluido saturante, los esfuerzos creados por presiones confinantes crecientes siempre reducen la permeabilidad. Este es un efecto poroelástico y puede llegar a originar colapso parcial o total de poros y fracturas (Suárez y Samaniego, 1998) reduciendo, o bien el área efectiva para el flujo, o bien incrementando la tortuosidad, la cual dificulta y reduce la migración del fluido. En cambio si la presión del poro aumenta, la permeabilidad absoluta se incrementa. Este es uno de los efectos benéficos secundarios que trata de obtener la reinyección. Ramey y coautores (1974) reportaron una correlación empírica para predecir estos efectos en rocas saturadas con líquido (p_{ef} es la presión efectiva, p_k es la presión de compactación o confinante y p_ϕ es la presión del poro, todas en atmósferas; k_0 es la permeabilidad inicial):

$$\text{con: } p_{ef} = p_k - 0.85 p_\phi \Rightarrow k = k_0 \left(1 + \frac{127 \times 10^{-5}}{p_{ef}} \right)^{-1} \quad (55)$$

Por otro lado, el efecto de la temperatura en la permeabilidad depende del tipo de fluido saturante. En núcleos saturados con aceite, se ha observado un ligero incremento de permeabilidad al aumentar la temperatura (Brigham, 1975), quizá por incremento en la presión de poro y la reducción de la viscosidad del aceite. En el caso de núcleos saturados con gas, se encuentra que la permeabilidad es independiente de la temperatura. Sin embargo, en núcleos saturados con agua, se han observado reducciones de permeabilidad hasta del 65% dentro de un rango experimental de 21°C a 163°C (*ibid.*). Ramey (*et al.*, 1974) también reportan resultados análogos para mediciones en un núcleo de arenisca, donde la permeabilidad de 1350 md a 24°C, decrece hasta 500 md a 163°C. Este efecto puede deberse al esfuerzo termo-mecánico extra en la roca, originado por dilatación del sólido ante la mayor temperatura. La interacción geoquímica fluido-roca también afecta a la permeabilidad absoluta al depositar minerales y autosellar poros y fracturas.

V.2.2.- Volúmenes del Poro, del Sólido y Estructural

El volumen del poro V_ϕ es simplemente el volumen de los poros abiertos conectados de la roca porosa fracturada. El volumen del sólido V_S es el volumen efectivo de los granos sólidos de la roca omitiendo el volumen de los huecos. El volumen estructural V_B o volumétrico ($B = bulk$, bulto) es el volumen global que ocupa la roca con poros y fracturas. Las relaciones entre los tres volúmenes y la porosidad, son:

$$V_B = V_\phi + V_S ; \Rightarrow dV_B = dV_\phi + dV_S \quad \dots (a)$$

$$\text{porosidad: } \phi = \frac{V_\phi}{V_B}; \quad 1 - \phi = \frac{V_S}{V_B} = \frac{dV_S}{dV_B} \quad \dots (b)$$

$$\frac{dV_B}{V_B} = \phi \frac{dV_\phi}{V_\phi} + (1 - \phi) \frac{dV_S}{V_S} \quad \dots (c) \quad (56)$$

$$\frac{d\phi}{\phi} = \frac{dV_\phi}{V_\phi} - \frac{dV_B}{V_B} \quad \dots (d)$$

A partir de estas relaciones sencillas, se pueden definir dos parámetros de compresibilidad que son cruciales en el acoplamiento del flujo de masa y energía a la deformación de la roca, y que constituyen las bases experimentales de la poroelasticidad (ver sección V.8).

V.2.3.- Compresibilidad Volumétrica “Enchaquetada”

La compresibilidad volumétrica enchaquetada se define experimentalmente como la deformación que sufre la roca porosa fracturada cuando la presión del fluido contenido permanece constante y la roca es sometida a esfuerzos compresivos en todas direcciones :

$$C_B = - \frac{1}{V_B} \left(\frac{\partial V_B}{\partial p_k} \right)_p = - \frac{1}{V_B} \left(\frac{\partial V_B}{\partial p_d} \right)_p \quad (57)$$

Como la presión del fluido permanece constante: $dp = 0 \Rightarrow dp_d = dp_k$. Las mediciones de C_B en este experimento, evalúan los cambios que sufre el volumen estructural V_B , el cual incluye poros, fracturas y granos sólidos. Por lo tanto, C_B mide la compresibilidad del marco estructural de la roca.

En cambio la compresibilidad volumétrica no-enchaquetada se obtiene experimentalmente bajo condiciones de presión diferencial constante: $p_d = \text{cte} \Rightarrow dp_d = 0 \Rightarrow dp_k = dp$. Se define como:

$$C_s = - \frac{1}{V_B} \left(\frac{\partial V_B}{\partial P} \right)_{p_d} \quad (58)$$

Las mediciones evalúan en este caso, los cambios del volumen estructural al cambiar la presión del fluido y entonces el cambio en la presión de confinamiento es igual al cambio en la presión del fluido. Por lo tanto, C_s mide la compresibilidad de la fase sólida.

V.2.4.- Compresibilidad del Volumen del Poro

La compresibilidad del volumen del poro C_ϕ a temperatura constante se define como:

$$C_\phi = - \frac{1}{V_\phi} \left(\frac{\partial V_\phi}{\partial P_{ef}} \right)_T \quad (59)$$

Donde V_ϕ es el volumen del poro y p_{ef} es la presión efectiva de compactación, la cual es igual a la presión litostática confinante menos la presión del poro ($p_{ef} = p_k - p_\phi$). En general esta compresibilidad del volumen del poro varía con la tensión efectiva, la temperatura y la porosidad. Si la presión del poro decrece durante la depresión de un reservorio, pueden ocurrir reducciones importantes en el volumen del poro, hasta llegar a su colapso parcial o total (Suárez y Samaniego, 1998). No es posible, en general, predecir cambios en la compresibilidad C_ϕ de manera confiable. Las mediciones de laboratorio son necesarias para estudios en reservorios específicos. Los efectos reportados de la presión y temperatura en la compresibilidad del volumen del poro muestran que la compresibilidad decrece al crecer la presión hasta un rango de 550 bar (8000 psi), pero arriba de este valor ya no varía mucho. En otros experimentos reportados por Ramey (*et al.*, 1974) C_ϕ decrece al aumentar la presión en un rango de temperaturas de 24°C a 205°C. El grado de consolidación y la cementación del poro afectan la forma de esa relación en rocas saturadas.

El efecto de la temperatura en la compresibilidad del volumen del poro se aprecia en experimentos con distintas rocas. Los resultados muestran que a 205°C (400°F) la compresibilidad puede ser entre 55% y 12% más alta que a 24°C (75°F). El promedio de todas las muestras probadas por Passmore y Archer (1985) da un 21% de incremento en compresibilidad al crecer la temperatura dentro de este rango. Otros resultados experimentales usando núcleos de areniscas a una tensión efectiva dada, mostraron que hay incremento en compresibilidad al aumentar la porosidad en el rango del 19% al 28%. Abajo del 19% de porosidad, no hubo ninguna tendencia aparente (*ibid.*).

V.2.5.- Compresibilidad Estructural de la Roca Porosa

La compresibilidad C_T de la roca porosa fracturada a temperatura constante se calcula de (56b):

$$C_T = -\frac{1}{V_\phi} \left(\frac{\partial V_\phi}{\partial p_{ef}} \right)_T = -\frac{1}{\phi V_B} \left(\frac{\partial(\phi V_B)}{\partial p_{ef}} \right) = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p_\phi} \right)_T \quad (60)$$

Puesto que $p_{ef} = p_k - p_\phi$, donde p_ϕ representa la presión del fluido en el poro, entonces:

$$\frac{\partial(\phi V_B)}{\partial p_{ef}} = \frac{\partial(\phi V_B)}{\partial p_\phi} \frac{\partial p_\phi}{\partial p_{ef}} = -\frac{\partial(\phi V_B)}{\partial p_\phi} \quad (61)$$

V.3.- PROPIEDADES FÍSICAS DEL FLUIDO

Las propiedades termodinámicas del agua pura, a condiciones de reservorios geotérmicos, se calculan exactamente con la Ecuación de Estado descrita en el capítulo VI. En esta sección se describen a grandes rasgos las tendencias generales de algunos parámetros, haciendo especial énfasis en la capilaridad y en las permeabilidades relativas. También se encuentran algunas descripciones cualitativas para aceite y gas.

V.3.1.- Conductividad Térmica y Calor Específico del Fluido

A temperatura constante, la conductividad térmica del agua crece ligeramente al aumentar la presión. Varía más con cambios de temperatura: va de 0.643 a 0.680 W/m/°C entre 50°C y 100°C, para bajar a 0.666 W/m/°C a los 200°C, a una presión constante de 50 bar. Para el gas, la conductividad térmica aumenta ligeramente al incrementarse la temperatura y crece más rápido al aumentar la presión. Los aceites crudos exhiben un decremento en su densidad e incremento en su conductividad térmica al aumentar la temperatura. Tanto para líquido como para vapor, la conductividad térmica del agua pura se calcula exactamente con la ecuación de estado descrita en el capítulo siguiente.

A presión constante, arriba de los 5 bar, el calor específico del agua líquida decrece con la temperatura entre 180°C y 360°C. Para el vapor la relación es inversa pues su capacidad calorífica se incrementa con la temperatura desde 0°C hasta los 380°C aproximadamente. El calor específico y la difusividad térmica del agua se calculan exactamente con su ecuación de estado (Cap. VI).

V.3.2.- Viscosidad del Fluido

La viscosidad del fluido en medios porosos fracturados, afecta sensiblemente el transporte de las fases presentes. Es particularmente importante en los mecanismos de desplazamiento del aceite en los procesos térmicos de recuperación de petróleo. En general, las movilidades relativas del fluido varían con la

temperatura y la presión. Para el caso del agua en fase líquida y a una presión constante de 50 bar, la viscosidad decrece de 547.9×10^{-6} Pa·s a 50°C, hasta 99.85×10^{-6} Pa·s a 264°C. También para la fase líquida, a una temperatura constante de 200°C, la viscosidad crece ligeramente de 133.7×10^{-6} Pa·s a 20 bar, hasta 138.2×10^{-6} Pa·s a 200 bar. Para la fase gaseosa del agua las relaciones se invierten, pues la viscosidad del vapor aumenta de 18.14×10^{-6} Pa·s a 264°C, hasta 24.38×10^{-6} Pa·s a 400°C a 50 bar de presión constante. Sobre la isoterma de 300°C, la viscosidad del vapor decrece ligeramente al aumentar la presión, de 20.2×10^{-6} Pa·s a 10 bar, hasta 19.7×10^{-6} Pa·s a 85 bar. En dos fases, las viscosidades sólo dependen de la temperatura de saturación.

Otros estudios reportados por Passmore y Archer (1985) sobre los efectos de la temperatura en la viscosidad y en el flujo de aceite, señalaron que la saturación irreducible del agua depende casi linealmente de la fuerza viscosa $(q \cdot \mu)_{\text{aceite}}$, con la viscosidad dependiendo principalmente de la temperatura. Por ejemplo, a $1000 \text{ cm}^3 \cdot \text{cp/h}$, la saturación de agua irreducible, como fracción de volumen del poro, vale 0.11 mientras que a $175,000 \text{ cm}^3 \cdot \text{cp/h}$ de fuerza viscosa, esa saturación vale 0.06.

V.3.3.- Adsorción

La adsorción es la adhesión de moléculas de gases o de iones o de moléculas en soluciones, a las paredes de cuerpos sólidos con los cuales están en contacto. Este fenómeno resulta de la interacción entre moléculas de la superficie de la roca sólida y las moléculas de gas en el espacio poroso, debida a un desequilibrio termodinámico (Dullien, 1979). Esto origina fuerzas de atracción entre el fluido y la superficie sólida. El fenómeno de la adsorción, junto con la capilaridad, provoca un descenso en la presión de equilibrio del vapor en el fluido en dos fases. Es decir, la relación $p(T)$ de Clapeyron clásica en la termodinámica de fluidos bifásicos, deviene dependiente de otros factores. La presencia de sales y gases incondensables, también causa ese descenso. Este efecto es particularmente importante en zonas de reservorios geotérmicos con vapor supercaliente, pues cierta cantidad de líquido residual permanece en los poros influyendo, proporcionalmente a su monto, en los balances de masa del sistema.

El descenso de presión en el vapor se manifiesta en el hecho de que bajo ciertas condiciones, la presión de equilibrio del vapor es menor a su presión de saturación. Se han hecho investigaciones específicas sobre el fenómeno del descenso de la presión en el vapor en medios porosos, midiendo la presión del vapor contra la masa de agua adsorbida en núcleos de arcillas consolidadas y en arenas de sílice no consolidadas. Los resultados experimentales (Hsieh, 1980) muestran que la masa de agua adsorbida en la superficie de la roca es mucho mayor que la cantidad de vapor en el poro y que la adsorción de agua tiene lugar principalmente en los microporos. La adsorción de gases como el metano en roca seca no es importante comparada con la cantidad de gas en el poro.

Antes se consideraba que en un reservorio de vapor seco supercaliente, el vapor y la roca son los únicos

actores. Sin embargo se descubrió que puede también coexistir cierta cantidad de líquido adsorbido, la cual puede ser mayor a la cantidad de vapor y debe en este caso ser tomada en cuenta en la ecuación de balance de masa. La capilaridad puede ser un factor notorio en el fenómeno del descenso de presión en el vapor. Pero esos estudios experimentales mostraron que la adsorción superficial es el factor más importante en esos casos.

V.3.4.- Capilaridad

Dos fluidos distintos en contacto, por ejemplo líquido y gas, están separados por una delgada película o interface tipo membrana, estirada uniformemente y de espesor “*infinitesimal*”. El estiramiento en la membrana se debe a la existencia de una *tensión superficial*. La capilaridad se origina por la relación de esas fuerzas de tensión superficial existentes entre las fases líquida y gaseosa en un tubo capilar o en poros y fracturas, fenómeno que también involucra al sólido en contacto con el fluido. La presión capilar P_c en un medio poroso, se define como la diferencia de presiones que existe en la interfaz separando dos fluidos inmiscibles en reposo. Uno de los fluidos moja más que el otro la superficie interna de los poros. Para líquido y vapor: $P_c = p_v - p_l$; para aceite y agua, $P_c = p_o - p_a$, para aceite y gas: $P_c = p_g - p_o$.

Hace tiempo se descubrió que la presión del vapor sobre la superficie curva de un líquido es función de la curvatura de la superficie líquida. Lo mismo ocurre con la presión capilar. Para el agua bifásica, el líquido es la fase mojante, y la presión de equilibrio es mayor que la presión del vapor $p_{G1} > p_v$, por tanto la presión del líquido es menor que la presión de equilibrio $p_L < p_G$. Si la temperatura y presión del líquido son medidas en la porción bifásica de un medio poroso, la presión del líquido debe ser menor que la presión de saturación normal (en la superficie plana) correspondiente a la temperatura medida. Dado que la presión capilar es función de la saturación del líquido, el descenso en la presión del vapor debe ser también función de la saturación del líquido en el medio poroso. Geométricamente, existen tres clases diferentes de interfaces líquido-vapor: convexa, plana y cóncava. En la interface convexa la presión de equilibrio del vapor es mayor que la misma presión en la interface plana líquido-vapor. En cambio, en la interface cóncava la presión de equilibrio del vapor es menor que la misma presión en la interface plana. La presión del vapor en la superficie interfacial es dada por la famosa ecuación de Laplace de capilaridad:

$$\text{para: } \frac{1}{r_M} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow P_c = \frac{\sigma}{r_M} \quad (62)$$

σ es la tensión superficial en el líquido (ver capítulo VI) y r_M es el radio medio de curvatura de la interface; R_1 y R_2 son dos radios en puntos separados de la superficie interfacial curva. La ecuación de Laplace establece que la tensión superficial existente en la superficie de separación entre dos fluidos distintos, a distinta presión, los mantiene mecánicamente en equilibrio. Como $P_c > 0$, entonces la presión en el lado cóncavo de la superficie es mayor que la presión en el lado convexo.

Si $P_c = 0$, entonces $r_M = \infty$ y por tanto, la superficie interfacial es plana sólo si ambas presiones son iguales. La presión capilar se obtiene formalmente restando la presión del líquido de la presión de equilibrio del vapor. Sin embargo, de esta última no se conoce su valor exacto y debe obtenerse de otras variables termodinámicas, por ejemplo, mediante la ecuación de Kelvin:

$$\ln\left(\frac{P_{SV}}{P_V}\right) = \frac{2 \sigma V_M}{R T r_M} \quad (63)$$

Donde p_{SV} es la presión de saturación del vapor para una interface plana; p_V es la presión de saturación del vapor para una interface curva cuyo radio promedio es r_M , V_M es el volumen molar de la fase líquida, R es la constante de los gases ideales y T la temperatura absoluta. En el medio poroso geotérmico, si la saturación de líquido es pequeña, la interface líquido-vapor es cóncava. Varias correlaciones útiles para calcular la presión capilar se encuentran en la sección VI.3.

Así como existe una tensión superficial entre dos fluidos inmiscibles, también existe una tensión superficial entre un fluido y un sólido. La ley de Young-Dupre expresa que no puede existir una fuerza resultante distinta de cero en el contacto entre tres medios en equilibrio, con composiciones moleculares diferentes (De Wiest, 1969); la figura 9 ilustra esta ley. El fenómeno descrito para agua, gas o aceite y sólido, se expresa en la ecuación siguiente:

$$\sigma_{GS} = \sigma_{LS} + \sigma_{LG} \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \left| \frac{\sigma_{GS} - \sigma_{LS}}{\sigma_{LG}} \right| \leq 1 \quad (64)$$

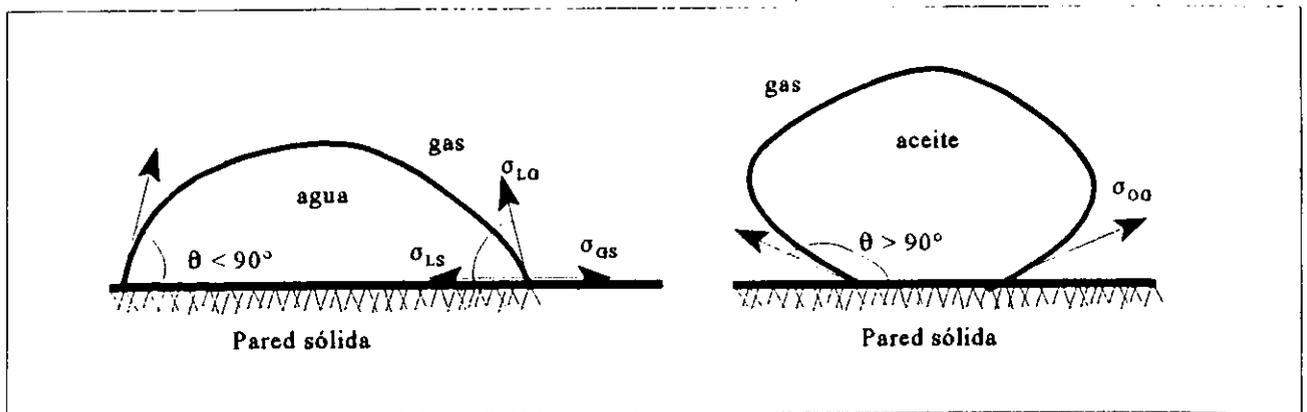


Fig. 9.- Formas geométricas posibles al entrar en contacto agua-gas-sólido y aceite-gas-sólido, sobre una pared plana. θ es el ángulo entre la tensión superficial y la pared. Para $\theta < 90^\circ$ el agua es la fase mojantera. Para $\theta > 90^\circ$, el gas es la fase mojantera.

Esa ecuación presupone que las tres fases coexisten en equilibrio. Sin embargo, la mojabilidad preferencial de alguna de las fases, puede causar movimiento sin que exista algún gradiente de presión en el fluido. Tal movimiento de alguna de las fases por capilaridad, puede desplazar a la fase previamente presente en el medio poroso; a este fenómeno se le llama **imbibición** de la fase mojante (del fluido desplazante).

Passmore y Archer (1985) reportan que el tiempo necesario para alcanzar la saturación de equilibrio decrece al aumentar la presión y que la histéresis entre las curvas del drenaje y de la imbibición, decrece al aumentar la temperatura. El modelo de Naar y Henderson (*ibid*) sobre la imbibición, también indica un decremento en la histéresis. Este modelo relaciona las saturaciones de agua de imbibición y de drenaje, a una presión capilar dada, con la saturación de agua irreducible:

$$S_w^{drenaje} - S_w^{imbibición} = \frac{(S_w^{drenaje} - S_{wi})^2}{2(1 - S_{wi})} \quad (65)$$

V.3.5.- Permeabilidades Relativas

Cuando el medio poroso contiene mas de una fase del fluido (aceite y gas, líquido y vapor), la conductancia del medio a una de las fases se llama permeabilidad efectiva. Ésta depende de la fracción volumétrica de cada fase presente en el espacio poroso o saturación y de las características mojantes del fluido. El concepto de permeabilidad relativa se refiere al cociente de la permeabilidad efectiva entre la permeabilidad absoluta y se originó al extender la ley de Darcy para un fluido monofásico, a un flujo de fluido bifásico.

Muskat y colaboradores publicaron en 1937 curvas de permeabilidades relativas para gases y líquidos en arenas no consolidadas, mostrando que, para este caso con propósitos prácticos, las curvas k_{rG} y k_{rL} son independientes de la naturaleza de la arena. Este resultado es excepcional, pues en todos los demás casos reportados en diversos experimentos, las curvas de permeabilidad relativa dependen tanto del tipo de medio poroso como de la naturaleza de los fluidos contenidos. Por consiguiente, no existe una correlación general para estas funciones que sea válida para cualquier fluido en cualquier medio poroso. Los modelos para calcular permeabilidades relativas se determinan experimentalmente en cada caso particular (ver VI.4).

Las mediciones de laboratorio han indicado que la permeabilidad relativa de la fase mojante depende de la saturación de esa fase al cuadrado o a una potencia mayor. Los efectos de la permeabilidad relativa también pueden interpretarse diciendo que el movimiento de cada fase individual, es retardado por la presencia de la otra fase, y que el grado de interferencia depende de la proporción volumétrica de ambas

fases. Dado que las fases se mueven en forma ponderada por las funciones de permeabilidad relativa, Bodvarsson (*et al*, 1980) sugirieron que el fluido bifásico o mezcla se comporta como un fluido con una viscosidad cinemática efectiva dada por:

$$\frac{1}{\nu_f} = \frac{k_{rL}}{\nu_L} + \frac{k_{rV}}{\nu_V} \quad (66)$$

Análogamente la entalpía transportada por la mezcla depende de k_{rL} y k_{rV} , y es distinta de la entalpía *in situ* o estática. La entalpía del fluido bifásico en movimiento es (*ibid.*):

$$h_f = \nu_f \left(h_L \frac{k_{rL}}{\nu_L} + h_V \frac{k_{rV}}{\nu_V} \right) \quad (67)$$

El transporte de masa y energía en reservorios geotérmicos resulta entonces fuertemente influenciado por la magnitud de la viscosidad dinámica efectiva y por la entalpía del fluido en movimiento. La permeabilidad relativa depende además de factores tan importantes como la temperatura, la presión y la saturación del líquido. Se ha encontrado que también la mineralogía de la roca interviene en su caracterización y si el fluido es multifásico, la geometría de poros y fracturas también influye. Se trata entonces, de un fenómeno complejo.

Varios estudios con petróleo y agua reportados por Passmore y Archer (1985), indicaron que la permeabilidad relativa del aceite y del agua crece al aumentar la temperatura. Aparentemente este efecto es mayor para el aceite que para el agua. Sin embargo, tanto para el agua como para el aceite otros experimentadores reportaron que, o no hay efecto apreciable de la temperatura sobre la permeabilidad relativa, o bien esos efectos son confusos.

Ramey (*et al.*, 1974) reportan estudios sobre presión capilar en areniscas consolidadas y en calizas con aceite y agua, en un rango de temperaturas de 24°C a 163°C. Los resultados mostraron que la saturación de agua irreducible se incrementa, mientras que la saturación de aceite residual decrece al aumentar la temperatura. Se concluye que las curvas de presión capilar para areniscas se desplazan hacia saturaciones de fase mojante mas altas, con incremento de la mojabilidad del agua, al incrementarse la temperatura. Varios experimentadores señalaron que los cambios en las características del sistema roca-fluido en función de la temperatura serían, todos, en dirección del incremento de la mojabilidad del agua al aumentar la temperatura. Otros investigadores (Weinbrandt *et al.*) citados por Ramey (*ibid.*), postularon que la mayoría de las observaciones respecto a la dependencia con la temperatura podrían ser el resultado de un esfuerzo termo-mecánico inducido. Otros resultados concluyen que variaciones en la mojabilidad

de la roca y la reducción de la tensión interfacial son factores que inducen cambios en las curvas de permeabilidad relativa. En el medio especializado de la ingeniería petrolera se acepta, en general, que la saturación de aceite residual decrece (especialmente en aceites pesados), mientras que la saturación de agua irreducible aumenta al incrementarse la temperatura.

Diversos experimentos muestran que la suma de permeabilidades relativas siempre es inferior a la unidad ($k_{r1} + k_{r2} < 1$), lo cual indica que cuando el fluido fluye en dos fases, la capacidad total de flujo en el medio poroso se ve reducida. Este hecho es consecuencia obvia de las interacciones moleculares de ambas fases. Las permeabilidades relativas también presentan el fenómeno de histéresis. La permeabilidad relativa de la fase mojante cambia poco con la dirección de la variación de su saturación. En cambio la permeabilidad relativa de la fase no-mojante es claramente menor durante la imbibición que durante el drenaje.

V.3.6.- Histéresis, Imbibición y Drenaje

La *histéresis* es un retraso en el retorno a su posición inicial de un cuerpo deformado elásticamente, después que se suspendió el esfuerzo deformante. Se dice también que es un efecto que involucra pérdida de energía en medios elásticos cuando están sometidos a variación por la aplicación de una fuerza cíclica. La histéresis se manifiesta directamente en mediciones experimentales tanto de la presión capilar como de las permeabilidades relativas, pues los resultados obtenidos dependen de la forma en que se lleva a cabo el experimento.

Cuando dos o más fluidos coexisten en un medio poroso, las propiedades estáticas y de flujo dependen de la distribución microscópica o intramolecular de las fases dentro de los poros. La distribución es controlada por la "*mojabilidad*" del medio poroso. Esta mojabilidad es el grado de preferencia de la superficie interna del poro por alguna de las fases. En reservorios petroleros el agua es la fase mojante y el aceite la fase no-mojante. En reservorios geotérmicos el agua líquida es la fase mojante y el vapor la no-mojante.

El término "*drenaje*" en el medio poroso se refiere a un decremento en la saturación de la fase mojante. El término "*imbibición*" en el medio poroso se refiere a un incremento en la saturación de la fase mojante. La imbibición es la tendencia de los granos de roca porosa (o en cualquier medio poroso) para embeber, absorber o empaparse con un fluido (agua, aceite), bajo la fuerza de la atracción capilar y en ausencia de toda presión. El *drenaje* es el proceso de descarga de agua por corrientes y ductos o de la remoción del exceso de agua del suelo por flujo descendente.

V.4.- PROPIEDADES PETROFÍSICAS EN CAMPOS GEOTÉRMICOS MEXICANOS

Desde mediados de la década de los 80, se han realizado mediciones de propiedades petrofísicas en núcleos extraídos de pozos de los reservorios geotérmicos de Los Azufres, Mich., Los Humeros, Pue. y La Primavera, Jal. Las mediciones incluyeron parámetros como densidad de la roca, porosidad efectiva, conductividad térmica, compresibilidad y calor específico. Con el fin de ilustrar con datos concretos los parámetros físicos descritos en secciones anteriores, incluyo tablas que condensan los datos obtenidos.

V.4.1.- La Primavera, Jal.

Los núcleos y recortes en este campo se colectaron en los pozos Pr-1, Pr-2, Pr-5, Pr-8, Pr-12, Pr-13 y Rc-1. Algunas conclusiones importantes extraídas del análisis de los datos obtenidos (JICA, 1989), señalan que la densidad de la toba tiende a ser menor que la de la andesita y la densidad de la toba compacta es mayor que la de la toba parcialmente cementada o menos soldada sin ninguna relación con la profundidad o la estratigrafía. La porosidad efectiva de los núcleos tiene un valor disperso, pero hay una tendencia hacia valores altos de porosidad efectiva. La conductividad térmica es proporcional a la densidad. Las rocas altamente densas y poco porosas tienen buena conductividad térmica. En general se observó una porosidad alta ($> 10\%$) en rocas superficiales arriba de los 1000 m de profundidad, con pocas excepciones (pozos Pr-2 y Rc-1, Tabla 5) con grandes porosidades hasta los 1500 m. En general, abajo de los 1500 m las porosidades medidas son bajas con un valor promedio alrededor del 6%.

En otro trabajo, García y Contreras (1991) midieron difusividad, conductividad térmica y calor específico, en cuatro núcleos provenientes de los pozos Pr-2, Pr-11, Pr-12 y Pr-13. Las mediciones se efectuaron tanto en roca seca como en roca saturada con agua a condiciones ambientales de presión y temperatura. Los valores mas altos de conductividad térmica se ubican en partes profundas del reservorio, lo cual concuerda con la mayor compactación de la roca y menor porosidad. La difusividad térmica de la roca, tanto en roca seca como en roca saturada, permanece muy cercana a $\sim 10^{-6}$ m²/s, mientras que el calor específico tampoco se aleja mucho de ~ 1 kJ/kg/°C (Tabla 5).

Es bien sabido que cuando el agua caliente penetra a la roca ígnea, la magnetita se convierte fácilmente en piritita. De acuerdo con esto, y suponiendo que la susceptibilidad magnética decrece cuando hay alta permeabilidad, se encontró (JICA, 1989) buena concordancia de baja susceptibilidad magnética con las pérdidas de circulación durante la perforación del pozo Pr-8. Sin embargo, en otros pozos, la susceptibilidad magnética está mas bien correlacionada con la litología. Por ejemplo, alta susceptibilidad magnética correspondería a roca sana, mientras que los valores bajos existen en la zona de alteración blanca arcillosa.

Tabla 5.- Algunos Parámetros Petrofísicos en el yacimiento de La Primavera

(datos adaptados de JICA, 1989 y de García y Contreras[@], 1991)

POZO	Núcleo Tipo	Prof. (m)	Porosidad (%)	Densidad (kg/m ³)	K _{Ter} W/m°C	C _p J/kg/°C	δ10 ⁻⁶ m ² /s
Pr-01	toba soldada	93	19.2	<u>2170</u> / 1980	1.28	--	--
Pr-01	toba soldada	912	21.1	<u>2120</u> / 1910	1.09	--	--
Pr-02	"	351	3.6	<u>2340</u> / 2300	2.03	--	--
Pr-02	toba de lapilli	670	19.4	<u>1840</u> / 1650	0.64	--	--
Pr-02	toba soldada	902	25.8	<u>2120</u> / 1860	0.89	--	--
Pr-02	andesita	1361	14.7	<u>2260</u> / 2110	1.37	--	--
Pr-02 (@)	andesita	1358	13.7	<u>2056</u> / 2218	<u>2.37</u> 1.53	<u>1.25</u> 0.97	<u>0.92</u> 0.71
Pr-04	toba soldada	301	8.3	<u>2300</u> / 2220	1.78	--	--
Pr-05	"	201	5.1	<u>2260</u> / 2210	1.87	--	--
Pr-05	"	431	3.2	<u>2210</u> / 2170	1.74	--	--
Pr-11 (@)	andesita	1717	5.6	<u>2605</u> / 2712	<u>2.77</u> 1.98	<u>1.00</u> 0.73	<u>1.06</u> 1.00
Pr-12 (@)	andesita	2300	5.6	<u>2562</u> / 2647	<u>2.97</u> 2.51	<u>1.09</u> 1.03	<u>1.06</u> 0.92
Pr-13 (@)	andesita	2000	5.6	<u>2477</u> / 2554	<u>2.34</u> 1.85	<u>1.11</u> 0.88	<u>1.11</u> 0.82
RC-1	andesita	1717	23.1	<u>2230</u> / 2000	1.08	--	--
RC-1	andesita basáltica	2300	12.4	<u>2540</u> / 2410	1.38	--	--
RC-1	andesita	1502	14.8	<u>2280</u> / 2140	1.35	--	--

(@) Indica valores medidos por el IIE, los demás valores fueron medidos por JICA. K_{Ter} es la conductividad térmica, C_p el calor específico de la roca, δ la difusividad térmica. Los números subrayados significa que fueron obtenidos en roca saturada.

CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL RESERVORIO:

Presión Media del Reservorio = 120 bar

Temperatura Media = 304°C

Estado Natural = Líquido Comprimido

Máxima Temperatura = 355°C

Capacidad Máxima = 125 MW_e

Volumen Mínimo = 6 km³

V.4.2.- Los Humeros, Pue.

En 1988 se realizó un buen número de mediciones de propiedades petrofísicas en pozos provenientes del campo de Los Humeros. Se analizaron 18 muestras de núcleos divididas en 39 fragmentos provenientes de 15 pozos, en un rango de profundidades entre 616 m y 2847 m. Se midieron en laboratorio densidades de roca, porosidades, permeabilidad absoluta, compresibilidad de la roca, módulos de elasticidad, calor específico, conductividad y difusividad térmicas. Estas propiedades se midieron tanto en roca seca como en roca saturada con fluido. Las mediciones se efectuaron a temperatura ambiente ($\sim 25^{\circ}\text{C}$), pero las presiones de confinamiento se manejaron en un rango de 100, 250 y 400 bar (Contreras *et al.*, 1990).

La densidad de la roca varió entre 2670 kg/m^3 (H-15) y 3380 kg/m^3 (H-17). En este último caso el fragmento de material analizado proviene de una roca de explosión volcánica que tiene una muy alta porosidad primaria, pero su alta densidad se debe a la depositación de minerales hidrotermales o de neoformación mucho más densos que la matriz rocosa original. En el mismo pozo H-17 se midió el valor más alto de porosidad efectiva detectado en las muestras y que fue de 23.3%. Es de esperarse que tuvo una mayor porosidad original. El valor mínimo corresponde al pozo H-10 con 2.6%.

Una conclusión importante que se desprende de estos datos es que quizá el problema mayor en Los Humeros no sea la permeabilidad ni la porosidad, sino la escasez de agua, la cual, por razones desconocidas, el sistema habría sido incapaz de retener en el pasado. Por las características del campo y datos geoquímicos, tampoco hay una entrada significativa de líquido en el presente. Este sistema puede entonces clasificarse no como hidrotermal, sino como un sistema de roca húmeda caliente, o sea, con relativamente poca agua almacenada.

En la Tabla 6 las mediciones se reportan en roca saturada. Los superíndices m y f para la permeabilidad absoluta significan en matriz y en microfractura respectivamente. Los valores indicados corresponden a promedios aritméticos de los valores efectivos medidos en los diferentes fragmentos que componían a cada núcleo.

CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL RESERVORIO:

Presión Media del Reservorio = 125 bar
Estado Natural = Líquido Comprimido
Capacidad Máxima = 75 MW_e

Temperatura Media = 310°C
Máxima Temperatura = 400°C
Volumen Mínimo = 19 km^3

Tabla 6.- PROPIEDADES PETROFÍSICAS MEDIDAS EN NÚCLEOS DE LOS HUMEROS ¹⁰

(Datos adaptados de Contreras et al., 1990)

POZO	Núcleo No.	Prof. (m)	Densidad (kg/m ³)	Porosidad (%)	Perm.Abs. (mildarcy)	K _{Ter} (W/m ² °C)	C _p (J/kg/°C)
H-2	1	616-619	2160	19.7	0.019	1.54	1046.7
H-4	2	907-910	2240	19.4	0.086	1.96	1046.7
H-10	1	1469-1473	2620	6.1	0.026	1.61	1088.6
H-10	2	1825-1830	2550	6.5	0.008	2.29	963.0
H-15	2	1410-1412	2520	5.2	0.001	?	?
H-17	1	2227-2230	2600	20.5	?	2.74	1214.2
H-18	3	1750-1753	2340	14.7	0.005	2.42	921.1
H-19	3	1769-1771	2460	11.5	0.147	1.91	1172.3
H-20	4	1403-1406	2270	15.8	0.059	2.19	1046.7
H-22	1	663-666	2250	18.1	0.096	1.96	1088.6
H-22	2	1110-1113	2460	9.1	0.001	?	?
H-23	3	1924-1927	2370	13.9	1.252	1.82	1088.6
H-24	3	2297-2300	2370	11.6	0.070	2.14	1130.4
H-24	4	2844-2847	2450	12.7	3.829	1.62	1046.7
H-25	2	1710-1713	2760	4.1	0.001	?	?
H-26	3	1810-1813	2670	4.5	1.873	1.95	1004.8
H-27	2	1500-1503	2400	10.1	0.145	1.89	1130.4
H-29	1	1200-1203	2250	18.4	0.334	1.86	1046.7
Promedios	-	-	2430	12.3	0.071^m 2.318^{mf}	1.99	1069.0

¹⁰ NOTA.- Las mediciones se reportan en roca saturada. Los superíndices m y mf para la permeabilidad absoluta significan en matriz y en microfractura respectivamente. Los valores indicados corresponden a promedios aritméticos de los valores efectivos medidos en los diferentes fragmentos que componían a cada núcleo.

V.4.3.- Los Azufres, Mich.

El archivo de propiedades petrofísicas de Los Azufres se formó desde 1988, con mediciones en laboratorio de mecánica de rocas tipo Terra-tek, bajo convenio especial con el IIE. Todos los datos de este archivo aparecen detallados en la referencia original (Contreras et al., 1988). Comprende 24 núcleos de 18 pozos. Los únicos valores medidos de difusividad y calor específico fueron hechos en el pozo Az-19: difusividad térmica = $0.66 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{seg}$. Calor específico = $1165 \text{ J/kg/}^\circ\text{C}$ ($0.278 \text{ cal/grm/}^\circ\text{C}$), a $250 \text{ }^\circ\text{C}$ y 80 bar. La Tabla 7 condensa toda la información disponible sobre este campo.

Tabla-7.- PROPIEDADES PETROFÍSICAS MEDIDAS EN NÚCLEOS DE LOS AZUFRES*(Datos adaptados de Contreras et al., 1988)*

POZO	Núcleo No.	Prof. (m)	Densidad (kg/m³)	Porosidad (%)	Perm.Abs. (mildarcy)	K_{Ter} (W/m²°C)	C_p (J/kg²°C)
Az-01	4	1825.0-1829.6	2720	2.6	0.0010	-	-
Az-03	1	600.0-605.5	2300	14.8	0.0035	1.68	-
Az-03	4	1874.0-1880.0	2560	13.2	0.1773	1.84	-
Az-03	5	2117.0-2119.7	2740	2.1	0.0013	1.99	-
Az-04	3	1000.0-1000.5	2430	12.6	0.0018	1.56	-
Az-05	1	600.0-600.5	2080	23.2	0.0017	1.17	-
Az-05	3	1160.0-1165.0	2380	11.9	0.1513	-	-
Az-08	2	800.0- 804.0	2590	7.8	0.1235	2.34	-
Az-09	4	1705.0-1710.0	2660	2.6	2.224	-	-
Az-10	1	1004.0-1005.0	2660	4.7	0.0013	-	-
Az-19	1	1000.0-1005.0	2290	15.5	0.015	1.97	1165
Az-20	1	650.0- 654.5	2260	13.1	0.0018	1.58	-
Az-20	3	1600.0-1603.0	2660	4.7	0.0015	1.71	-
Az-22	2	800.0 - 805.0	2450	9.9	0.0017	2.17	-
Az-25	1	671.0- 675.0	2300	14.5	0.0018	1.75	-
Az-26	2	596.0- 601.0	2610	2.6	0.0020	2.20	-
Az-26	3	1002.0-1007.0	2410	10.4	0.4010	1.55	-
Az-29	1	400.0-402.0	2070	20.1	0.0410	1.05	-
Az-29	3	2496.0-2496.2	2810	0.7	-	-	-
Az-41	2	600.0- 605.0	2360	16.3	0.0013	-	-
Az-46	3	802.0- 805.0	2510	7.4	-	-	-
Az-47	4	2962.0-2964.0	2760	2.1	0.0020	1.89	-
Az-48	4	2678.5-2684.5	2840	1.0	-	-	-
Az-50	3	1133.0-1136.0	2470	8.9	0.0100	1.52	-
Promedios	-	-	2500	9.3	-	1.75	1165

CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL RESERVORIO (N = zona norte, S = zona sur)

Presión Media = 92 bar (N), 100 bar (S)

Temperatura Media = 301°C (N), 311°C (S)

Estado Natural = Líquido Comprimido (N), Bifásico (S)

Máxima Temperatura = 360°C (S)

Capacidad Máxima = 300 MW_e (N), 200 MW_e (S)Volumen Mínimo = 49 km³ (N), 23 km³ (S)

V.5.- CÁLCULO DE PARÁMETROS PROMEDIO EN LAS INTERFACES S_{ni}

Las propiedades térmicas, mecánicas, eléctricas y de transporte de las rocas están determinadas por su composición mineralógica y química y por su textura. Evidencias experimentales (Contreras *et al.*, 1994) muestran la existencia de correlaciones entre la petrología y la composición química de las rocas con algunas de sus propiedades petrofísicas, o con su variación (Viggiano y Gutiérrez, 1988). Sin embargo, las interrelaciones entre características químico-petroológicas y propiedades petrofísicas son muy complejas, difíciles de entender y de modelar tanto teórica como prácticamente. Las heterogeneidades en la matriz fracturada, ilustradas en la sección anterior, inducen a considerar diversos aspectos prácticos sobre los mecanismos de interacción entre distintos bloques de matriz, entre las fracturas, las microfracturas y las fallas con porosidades y permeabilidades diferentes. El tratamiento efectivo se logra con base a promedios en las interfaces de contacto.

Durante la génesis geológica del reservorio los parámetros primarios adquieren ciertos valores al momento de formarse el yacimiento. Sin embargo, esos valores primarios son posteriormente alterados por procesos físicos impredecibles y aleatorios. De esta forma la porosidad, la permeabilidad, los módulos de elasticidad, la densidad y movilidad del fluido y la conductividad térmica devienen heterogéneos. Al efectuarse la discretización espacial del reservorio, independientemente del modelo, del método usado en la discretización de ecuaciones y de la técnica empleada en resolverlas, deben incluirse esas heterogeneidades al pasar de una región a otra con características distintas. En particular, la simulación numérica por VFI del flujo de calor y masa acoplados en reservorios fracturados $m\phi-nK$, necesita promediar parámetros físicos, a veces de alto contraste, en las fronteras entre distintos medios. Un problema crucial, si se tienen datos disponibles, es la clase de promedio que debe emplearse para representar globalmente los procesos de transporte que tienen lugar entre bloques de matriz heterogéneos, las fracturas y las microfracturas. La heterogénea distribución espacial de parámetros afecta el flujo de masa y energía, así como la evolución mecánica y termodinámica del sistema. Los promedios estimados deben ser valores representativos de los fenómenos que ocurren cuando el fluido atraviesa zonas del reservorio con diferente textura geológica y por eso tienen una influencia decisiva en los resultados numéricos obtenidos al simular cualquier proceso de flujo en ese tipo de sistemas. En esta sección, muestro algunos promedios de parámetros petrofísicos útiles en la simulación de reservorios por el método VFI. La decisión sobre cual promedio emplear corresponde a la experiencia, a las pruebas de laboratorio y a la praxis de campo.

V.5.1.- Permeabilidad y Conductividad Térmica

Sea k la permeabilidad absoluta de la roca porosa en la dirección x . Sin considerar la gravedad, por continuidad de la masa fluida al cruzar la frontera S_{ni} , el flujo a cada lado de la interface es el mismo, pero con los parámetros ρ , μ y p diferentes a cada lado de la interface ($d_{ni} = d_n + d_i$). De la ecuación (18):

$$F_{ni} = \frac{Q_{ni}}{S_{ni}} = \rho_{ni} v_{ni} = - \frac{k \rho}{\mu} \frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{Q_{ni} d_{ni}}{K_{ni}} = - S_{ni} \int_{p_n}^{p_i} \frac{\rho}{\mu} dp = \int_0^{d_{ni}} \frac{Q_{ni}}{k} dx \quad (68)$$

de donde:

$$\begin{aligned} \int_0^{d_m} \frac{Q_{ni}}{k} dx &= \int_0^{d_n} \frac{Q_{ni}}{k} dx + \int_{d_n}^{d_m} \frac{Q_{ni}}{k} dx = Q_{ni} \left(\frac{1}{k_n} \int_0^{d_n} dx + \frac{1}{k_i} \int_{d_n}^{d_m} dx \right) \\ &= Q_{ni} \left(\frac{d_n}{k_n} + \frac{d_i}{k_i} \right) = \frac{Q_{ni} d_m}{K_{ni}} \Rightarrow K_{ni} = (d_n + d_i) \cdot \left(\frac{d_n}{k_n} + \frac{d_i}{k_i} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (69)$$

Análogamente si K_{Tni} es la conductividad térmica en la interface, el flujo de calor es:

$$\frac{Q_{Tni}}{S_{ni}} = - K_{Tni} \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{Q_{Tni} d_{ni}}{K_{Tni}} = \int_0^{d_m} \frac{Q_{Tni}}{K_T} dx = Q_{Tni} \left(\frac{d_n}{K_{Tn}} + \frac{d_i}{K_{Ti}} \right) \Rightarrow \frac{d_{ni}}{K_{Tni}} = \frac{d_n}{K_{Tn}} + \frac{d_i}{K_{Ti}} \quad (70)$$

K_{ni} y K_{Tni} son la permeabilidad y conductividad promedio efectivas al cruzar la interface común S_{ni} separando los elementos V_n y V_i . Ambos promedios están basados en las hipótesis de continuidad del flujo másico y del calor al pasar esa interface.

V.5.2.- Promedio Especial para la Conductividad Térmica en Roca Seca

Dos experimentadores, Zierfuss y Van der Vliet (1956), midieron la conductividad térmica de 50 muestras de distintas rocas, encontrando que al aumentar la porosidad, la conductividad térmica decrece. Sin embargo, esta tendencia resulta alterada por la influencia de distintas permeabilidades y densidades en rocas con la misma porosidad. Anand y co-autores (1973), empleando un análisis de regresión múltiple aplicado a 38 datos, encontraron las siguientes relaciones para predecir la conductividad térmica de rocas secas a partir de otras propiedades:

$$F_e = \frac{1}{\phi^c}, \quad K_{Ts} = 0.34 \rho_r - 3.2 \phi + 0.53 k^{0.1} + 0.013 F_e - 0.031 \quad (a)$$

$$\text{Log}_{10} (F_e K_T)_{agua} = 3.874 - 15.29 \phi + 31.84 \phi^2 - 27.00 \phi^3 \quad (b) \quad (71)$$

$$\text{Log}_{10} (F_e K_T)_{aceite} = 3.840 - 15.75 \phi + 32.37 \phi^2 - 27.79 \phi^3 \quad (c)$$

Donde F_c es un factor de resistividad eléctrica de la formación, el cual decrece al aumentar el tamaño de los poros; c es un factor de cementación, ($= 2$ en areniscas). La primera correlación en (71) es válida para roca seca. La segunda y tercera correlaciones son válidas para areniscas con agua y aceite respectivamente. De las muestras analizadas por los autores mencionados, 31 son reproducidas por la ecuación anterior, dentro de un margen de error del 15%. Siendo la porosidad el parámetro que tiene el mayor efecto.

V.5.3.- Capacidad Calorífica del Sistema Roca-Fluido

La capacidad calorífica por unidad de volumen de roca porosa saturada con fluido, se evalúa mediante el coeficiente del calor específico a presión constante, con la siguiente fórmula adaptada de Passmore y Archer (1985):

$$C_p = (1 - \phi) \rho_R C_R + \phi (S_L \rho_L C_L + S_V \rho_V C_V) \quad (72)$$

Es interesante comparar con la fórmula útil para roca saturada con tres componentes, aceite, agua y gas:

$$C_p = (1 - \phi) \rho_R C_R + \phi (S_O \rho_O C_O + S_L \rho_L C_L) + \phi S_G [f_v S_G \rho_G + \frac{(1 - f_v) \rho_V L_v}{\Delta T} + \rho_V C_L] \quad (73)$$

Esta ecuación es válida para cinco componentes: roca (R), aceite (O), agua líquida (L), vapor (V) y gas no-condensable (G), donde L_v es el calor latente de vaporización y f_v es la fracción volumétrica de gas incondensable en toda la fase gaseosa.

V.5.4.- Densidad por Interpolación Lineal (Lagrange)

Usando la fórmula clásica de interpolación lineal de Lagrange (Suárez, 1984), el promedio interfacial para la densidad del fluido es:

$$\begin{aligned} \rho(x) &= \frac{\rho_0 x_1 - \rho_1 x_0}{x_1 - x_0} + \frac{\rho_1 - \rho_0}{x_1 - x_0} x \Rightarrow \rho_{ni} = \frac{\rho_n (d_n + d_i) - \rho_i 0 + (\rho_i - \rho_n) d_n}{d_n + d_i - 0} \\ &\Rightarrow \rho_{ni} = \frac{\rho_n d_i + \rho_i d_n}{d_n + d_i} \end{aligned} \quad (74)$$

En general, cualquier fórmula de interpolación de orden mayor, también es un promedio más sofisticado, que requiere mayor número de datos alejados de la interface S_{ni} .

V.6.- PROMEDIOS PARA SISTEMAS CON DOS Y TRES COMPONENTES: MODELOS GENERALES DE MEZCLAS

El sistema roca fluido para flujo bifásico está compuesto por tres componentes: sólido, líquido y gas. Un problema clave es el siguiente: ¿cómo actúan parámetros tales como la conductividad térmica efectiva en este tipo de mezclas? Se han reportado en la literatura numerosas experiencias para modelar parámetros físicos contenidos en cuerpos con dos o mas componentes. Por ejemplo, la conductividad térmica efectiva de una roca depende de las cantidades relativas, de la distribución y la forma geométrica de sus constituyentes (Contreras *et al.*, 1994). Estos constituyentes son los diferentes tipos de minerales que integran la matriz o fase sólida de la roca, los límites del grano, las grietas y los poros llenos con fluido ya sea en fase líquida o gaseosa.

Algunas de las expresiones, a las que se les denomina en forma genérica modelos de mezclas, tienen fuertes bases físicas y conceptuales, como los desarrollados en secciones anteriores. Otras son relaciones meramente empíricas. Algunas expresiones son en realidad analogías matemáticas particulares de modelos de mezclas de muy amplia aplicación que se han propuesto para estimar propiedades de sistemas multicomponentes. El problema es complejo y no existe una forma única de resolverlo. Los siguientes son algunos de los promedios efectivos que utiliza opcionalmente TRAMER3. Aquí K_m es cualquier propiedad física promedio; los subíndices f, r, l y v son fluido, roca, líquido y vapor respectivamente.

V.6.1.- Modelo en Paralelo

$$\begin{aligned}
 1\text{-Fase} : \quad & K_m = \phi K_f + (1 - \phi) K_r \\
 2\text{-Fases} : \quad & K_m = S_l \phi K_l + S_v \phi K_v + (1 - \phi) K_r
 \end{aligned} \tag{75}$$

V.6.2.- Modelo en Serie

$$\begin{aligned}
 1\text{-Fase} : \quad & \frac{1}{K_m} = \frac{\phi}{K_f} + \frac{(1 - \phi)}{K_r} \\
 2\text{-Fases} : \quad & \frac{1}{K_m} = \frac{S_l \phi}{K_l} + \frac{S_v \phi}{K_v} + \frac{(1 - \phi)}{K_r}
 \end{aligned} \tag{76}$$

V.6.3.- Modelo Geométrico

$$K_m = K_r^{(1-\phi)} \cdot K_l^{S_l \phi} \cdot K_v^{S_v \phi} \tag{77}$$

V.6.4.- Modelo de BUDIANSKY

$$1-Fase : \quad \frac{1}{K_m} = \frac{\phi}{\frac{2K_m}{3} + \frac{K_f}{3}} + \frac{(1-\phi)}{\frac{2K_m}{3} + \frac{K_r}{3}} \quad (78)$$

$$2-Fases : \quad \frac{1}{K_m} = \frac{S_l \phi}{\frac{2K_m}{3} + \frac{K_l}{3}} + \frac{S_v \phi}{\frac{2K_m}{3} + \frac{K_v}{3}} + \frac{(1-\phi)}{\frac{2K_m}{3} + \frac{K_r}{3}}$$

En ambos casos el Modelo de Budiansky puede resolverse exactamente. Para una sola fase:

$$2K_m^2 + [(3(1-\phi) - 2)K_f + (3\phi - 2)K_r]K_m - K_r K_f = 0 \quad (79)$$

$$es\ decir : \quad K_m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 8K_r K_f}}{4}$$

Donde b es el término entre paréntesis rectangulares. Usualmente b es una cantidad negativa ($K_r > K_l$) y deberá tomarse sólo el signo positivo de la raíz cuadrada. Para dos fases y tres componentes, el álgebra proporciona una ecuación cúbica para la correlación implícita de Budiansky, cuya solución es también clásica (Dickson, L., 1939):

$$K_m^3 + bK_m^2 + cK_m + d = 0$$

$$donde : \quad 4b = 6(1-\phi)(K_l + K_v) + 6\phi(S_l K_v + S_v K_l) + (6\phi - 4)K_r - 4(K_l + K_v) \quad (80)$$

$$4c = (1 - 3\phi)K_l K_v + 3\phi K_r (S_l K_v + S_v K_l) - 2K_r (K_l + K_v)$$

$$y : \quad 4d = -K_r K_l K_v$$

La raíz solución está dada por:

$$K_m = X_2 = -2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\theta + 2\pi}{3}\right) - \frac{b}{3} \quad (81)$$

$$donde : \quad Q = \frac{b^2 - 3c}{9}, \quad R = \frac{2b^3 - 9bc + 27d}{54} \quad y \quad \theta = \text{ArcCos}\left(\frac{R}{\sqrt{Q^3}}\right)$$

V.6.5.- Modelo de HASHIN-SHTRIKMAN

Este es un modelo muy importante que resulta de promediar la conductividad térmica superior y la conductividad térmica inferior dadas por las siguientes correlaciones:

$$\begin{aligned} \text{Para 1-Fase: } K_H &= K_r + \phi \left[(K_f - K_r)^{-1} + \frac{1 - \phi}{3K_r} \right]^{-1} \\ y: K_S &= K_f + (1 - \phi) \left[(K_r - K_f)^{-1} + \frac{\phi}{3K_f} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (82)$$

Para dos Fases:

$$\begin{aligned} K_{H2} &= K_r + \phi \left[\left(S_l [(K_l - K_r)^{-1} + \frac{1}{3K_r}]^{-1} + S_v [(K_v - K_r)^{-1} + \frac{1}{3K_r}]^{-1} \right)^{-1} - \frac{\phi}{3K_r} \right]^{-1} \\ K_{S2} &= K_v + (1 - \phi) \left[\left(\frac{\phi S_l}{1 - \phi} [(K_l - K_v)^{-1} + \frac{1}{3K_v}]^{-1} + [(K_r - K_v)^{-1} + \frac{1}{3K_v}]^{-1} \right)^{-1} - \frac{1 - \phi}{3K_v} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (83)$$

$$\text{En ambos casos la conductividad efectiva es: } K_m = \frac{K_H + K_S}{2}$$

V.6.6.- Modelo de BRAILSFORD-MAJOR

$$\text{para } A = (3\phi_r - 1)K_r + (3\phi_f - 1)K_f: K_m = \frac{1}{4} \left[A + \sqrt{A^2 + 8K_f K_r} \right] \quad (84)$$

V.6.7.- Modelo de WAFF

$$K_m = \frac{K_f K_r (1 - \phi)^{\frac{2}{3}}}{K_r (1 - \phi)^{1/2} + K_f \phi^{1/3}} + K_f \phi^{\frac{2}{3}} \quad (85)$$

V.6.8.- Modelo de WALSH-DECKER (para rocas con $\phi < 1\%$ y poros tipo grietas):

$$K_m = \frac{K_r K_f (3 + \phi)}{\phi K_r + 3 K_f} \quad (86)$$

V.6.9.- Modelo Dispersivo de MAXWELL

$$K_m = K_r \left[\frac{2 \frac{K_r}{K_f} + 1 - 2\phi \left(\frac{K_r}{K_f} - 1 \right)}{2 \frac{K_r}{K_f} + 1 + \phi \left(\frac{K_r}{K_f} - 1 \right)} \right] \quad (87)$$

V.6.10.- Aplicación a Datos de Rocas de Los Azufres y Los Humeros

Todas las correlaciones anteriores pueden escogerse optativamente durante la creación de la base de datos utilizada por el programa TRAMER3 descrito en el Capítulo VII. La decisión sobre qué tipo de promedio usar en cada problema particular, corresponde al juicio subjetivo del modelador, pero debe estar firmemente apoyada en experimentos de laboratorio y pruebas de campo. Los promedios en serie, en paralelo, el armónico y el aritmético ponderados proporcionan la forma general de las ecuaciones para calcular cualquier parámetro promedio en estos sistemas. En algunos casos calculados estos valores corresponden al mínimo o al máximo frontera del valor probable efectivo del parámetro. La probabilidad de que las fases estén en serie o en paralelo es igual en la mayoría de los sistemas. La media geométrica ponderada da valores intermedios del parámetro efectivo. Para cualquier valor de los parámetros involucrados, la desigualdad siguiente siempre es válida: $P_G < P_L < P_A$. Si además las distancias d_i y d_j son iguales, entonces siempre se tiene que: $P_C < P_G < P_L < P_A$ (Tabla 8).

Para ilustrar la aplicación del promediado a fenómenos reales, muestro los resultados de distintos promedios en el reservorio geotérmico de Los Azufres, Mich., situado en el centro de México. Este reservorio fracturado contiene fluido tri-componente: agua en dos fases, líquido con sales disueltas y vapor con bióxido de carbono. Con datos de campo, calculamos en trabajos anteriores (Suárez y Samaniego, 1999) diferentes estados de equilibrio y evolución usando distintos promedios petrofísicos. Dedujimos que la permeabilidad absoluta y la conductividad térmica de la roca en la interfase matriz fracturas, son parámetros clave en procesos de flujo conductivo y convectivo de energía térmica, acoplados al movimiento del fluido. Los ejemplos numéricos ilustran que el cálculo correcto de los parámetros en las interfaces V_n / V_i es una actividad crucial para alcanzar una precisión adecuada con el método de VFI. Su influencia puede ser tan decisiva como las permeabilidades relativas o la presión capilar. Primero deduzco algunos de los valores promedio que tienen un significado físico directo. Enseguida formulo los promedios más elaborados, establecidos en base a técnicas estadísticas, apoyadas en diversas mediciones experimentales. Para presentar ideas claras, ilustro la teoría general con promedios simples y algunas generalizaciones de la Tabla 8. Nótese que, en algunos casos, las relaciones generales entre los diferentes medios dependen de las distancias entre ambas regiones (Figs. 8 y 10) y

de los valores numéricos de los parámetros petrofísicos.

Tabla 8.- Promedios útiles en Reservorios Fracturados con Fluido Multicomponente ^(A)

Proms. con 2 Componentes o Regiones		Promedios con 3 o mas Componentes o Regiones	
NOMBRE	FÓRMULA	NOMBRE	FÓRMULA
Promedio Aritmético Simple	$P_A = \frac{K_i + K_j}{2}$	Promedio General Aritmético	$P_{g1} = \sum_{i=1}^N K_i / N$
Promedio Geométrico Simple	$P_G = \sqrt{K_i \times K_j}$	Promedio General Geométrico	$P_{gG} = \left(\prod_{i=1}^N K_i \right)^{\frac{1}{N}}$
Promedio Logarítmico	$P_L = \frac{K_i - K_j}{\ln(K_i) - \ln(K_j)}$	Geométrico Ponderado	$P_{wg} = K_r^{(1-\phi)} K_l^{S_l \phi} K_v^{S_v \phi}$
Promedio por Continuidad	$\frac{d_i + d_j}{P_C} = \frac{d_i}{K_i} + \frac{d_j}{K_j}$	Promedio en Paralelo	$P_p = (1 - \phi) K_r + S_l \phi K_l + S_v \phi K_v$
Promedio Lineal de Lagrange	$P_{ll} = \frac{d_i K_i + d_j K_j}{d_i + d_j}$	Promedio en Serie	$\frac{1}{P_S} = \frac{(1 - \phi)}{K_r} + \frac{\phi S_l}{K_l} + \frac{\phi S_v}{K_v}$
Promedio simple Ponderado ($\theta_i \mid 0, 1 \mid$)	$P_w = (1 - \theta) K_i + \theta K_j$	Promedio General Ponderado ($\theta_i \mid 0, 1 \mid$)	$P_{w1} = \sum_{i=1}^N \theta_i K_i \ ; \ (\sum_{i=1}^N \theta_i = 1)$
Promedio de Budiansky 2D ⁽¹⁾	$P_{B1} = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 8 K_i K_j}}{4}$	Promedio de Budiansky 3D ⁽¹⁾	$P_{B2} = K_m \text{ (cc. 81)}$
Hashin - Shtrikman 2D ⁽²⁾	$P_{HS} = \frac{K_H + K_S}{2}$	Hashin-Shtrikman 3D ⁽²⁾	$P_{HS2} = \frac{K_{H2} + K_{S2}}{2}$

^(A) La letra K representa cualquier parámetro del reservorio. S es saturación, ϕ es porosidad (o la fracción volumétrica del componente). Los subíndices i, j, representan dos zonas distintas (Fig. 10); d_i y d_j es la distancia entre los centros de V_i y V_j . Las fórmulas de (1) Budiansky (Pritchett, 1995) están dadas por las ecuaciones 78-81; las de (2) Hashin & Shtrikman, (1962) son dadas por las ecuaciones 82 y 83.

En 1985, varios parámetros petrofísicos fueron medidos en 24 núcleos de perforación en 17 pozos del campo geotérmico de Los Azúfres, México (Tabla 7). Las mediciones reportadas (Contreras *et al*, 1988) involucraron propiedades térmicas y mecánicas: densidad de roca, porosidad (total y efectiva), permeabilidad absoluta, compresibilidad de roca, módulos de Young y de Poisson, calor específico,

difusividad y conductividad térmicas. La Tabla 9 contiene la información primaria y la Tabla 10 muestra algunos promedios calculados con esos datos de campo.

Tabla 9.- Parámetros Primarios del Reservorio para el Flujo de Masa y Energía

PARÁMETRO ^(b)	ROCA POROSA (una fase, líquido)	ZONA FRACTURADA (2-fases, líquido y vapor)	TIPO DE COMPONENTE	K _T (W/m ² /°C)
Distancia (m)	10	2	Roca	3
Permeabilidad (m ²)	1.0 × 10 ⁻¹⁵	1.0 × 10 ⁻¹²	Líquido	0.67
Densidad del Fluido (kg/m ³)	780	400	Vapor	0.043
Movilidad (m s/kg)	503	5600	Bióxido de Carbono	0.02
Presión (bar)	60	50	Saturación del Gas	50 %
Temperatura (°C)	264	263.9	Saturación del Líquido	50 %

^(b) Los valores numéricos primarios para la movilidad $\eta = k_r/\mu$, son: para la fase líquida $k_{r1} = 0.0504$, $\mu_1 = 99.85 \times 10^{-6}$ kg/m.s. Para la fase vapor $k_{r2} = 0.1939$, $\mu_2 = 18.13 \times 10^{-6}$ kg/m.s. k_r es la permeabilidad relativa, μ es la viscosidad dinámica del fluido.

Tabla 10.- Promedios Calculados para algunos Parámetros en la Frontera entre dos Zonas

PROMEDIO \ /PARÁMETRO	P _C	P _G	P _L	P _A	P _{L1}	P _W ^(c)
Permeabilidad	1.2 × 10 ⁻¹⁵	3.2 × 10 ⁻¹⁴	1.5 × 10 ⁻¹³	5.0 × 10 ⁻¹³	8.3 × 10 ⁻¹³	1.0 × 10 ⁻¹²
Densidad Fluido	673	559	569	590	463	527
Movilidad	593	1678	2115	3052	4750	3901
Porosidad	0.06	0.11	0.12	0.15	0.22	0.23
Conductividad Térmica	P _{gA}	P _{gG}	P _{wG}	P _P	P _S	P _{WA}
2 componentes	1.84	1.42	2.22	2.53	1.77	2.74
3 componentes	1.24	0.44	1.69	2.47	0.37	2.41

^(c) El parámetro θ es igual a 1 para la permeabilidad, 2/3 para densidad y movilidad, y 8/9 para porosidad y conductividad térmica con 2 componentes que son roca y líquido. Los 3 componentes son roca, gas y líquido. Las unidades son las mismas de la Tabla 5. Nótese que cada fórmula da resultados muy diferentes para los mismos datos. Por ejemplo, la permeabilidad varía entre roca porosa simple (1 md) y roca totalmente fracturada (1 darcy).

V.7.- DISCONTINUIDADES DE LOS PARÁMETROS AL CRUZAR LAS INTERFACES

En medios multiporosos y multipermeables, un problema crucial es cuantificar el fluido que pasa entre un medio y otro, por ejemplo de la matriz a las fracturas. Para simplificar el análisis supongo flujo estacionario de un líquido isotérmico entre el medio i y el medio j a través de su interface común S_{ij} (Fig. 10). Retomando la ecuación A de la sección III.3, el parámetro para representar la interacción entre ambos medios es la masa de fluido que pasa en cada segundo, por unidad de volumen de roca fracturada q_{ij} . Directamente de la ley de Darcy sin gravedad:

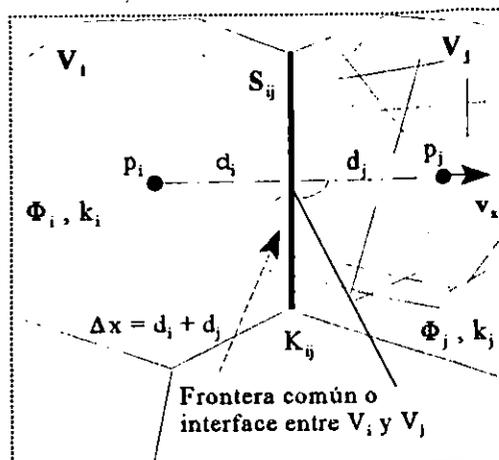


Fig. 10.- Flujo interporoso entre 2 continuos

$$v_x = -\frac{k_{ij}}{\mu_j} \frac{dp_{ij}}{dx} \Rightarrow \frac{\rho_j v_x}{\Delta x} = -\frac{\rho_j k_{ij}}{\mu_j \Delta x} \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (88)$$

$$\text{si: } \alpha_{ij} = \frac{k_{ij}}{(\Delta x)^2} \Rightarrow q_{ij} = \alpha_{ij} \frac{\rho_j (p_i - p_j)}{\mu_j}$$

ρ_{ij} es la densidad y μ_{ij} la viscosidad del fluido, ambas pueden ser constantes al cruzar S_{ij} , o bien ser promedios entre ambos medios. $\Delta x = d_i + d_j$ representa la distancia entre un punto en el medio i a la presión p_i y otro punto en el medio j a la presión p_j . Esta distancia es una variable crítica desconocida, pues un valor muy pequeño puede conducir a discontinuidades en los parámetros de flujo. En general α_{ij} es una constante adimensional que sólo depende de la geometría de la frontera S_{ij} . Nuestra deducción contiene implícita a la permeabilidad promedio en esa interfase, dividida entre el cuadrado de la distancia donde ocurre la caída de presión entre ambos medios. Por ejemplo si el medio i es un bloque de matriz y el medio j es una fractura, la permeabilidad efectiva k_{ij} debe interpretarse como un promedio en la frontera bloque/fractura. La ecuación (88) es el modelo básico de Barenblatt y coautores (1960) y también contiene implícita la discretización por el método VFI para flujo estacionario (Ec. 18). Si no hay diferencia de presión, no hay flujo y $q_{ij} = 0$. Si $q_{ij} > 0$ es constante, entonces podemos calcular la presión en cualquiera de los dos medios. Si se conoce por ejemplo p_i

$$p_j = p_i - \frac{\mu_j}{\rho_j} \frac{q_{ij}}{\alpha_{ij}} \quad (89)$$

Comparemos que pasa cuando k_{ij} se obtiene por diferentes promedios en un medio de tetra porosidad, con datos reales del campo geotérmico de Los Humeros, Pue. (Suárez, 1995 y Tabla 6).

Tabla 11.- Algunas Propiedades Petrofísicas de un Reservorio $m\phi-nk$ ^(a)

Pozo	Profundidad (m)	Densidad (kg/m ³)	Porosidad (%)	Permeabilidad (milidarcy)	K_{rer} (W/m ² °C)	C_p (J/kg°°C)
H-18	1750-1753	2340	14.7	0.005	2.42	921.1
H-02	616-619	2160	19.7	0.02	1.54	1046.7
H-19	1769-1771	2460	11.5	0.15	1.91	1172.3
H-26	1810-1813	2670	4.5	1.87	1.95	1004.8
H-24	2844-2847	2450	12.7	3.83	1.62	1046.7
Az-33	1350	2355	12	247.6	1.93	1165
H-28	1200	2430	12.3	101.3×10^3	1.99	1069

^(a) Los datos petrofísicos fueron medidos con una aparato Terra-tek en el laboratorio de mecánica de rocas del III (Contreras et al., 1990) en núcleos saturados con líquido ($p=100$ bar, $T=25^\circ\text{C}$). Las permeabilidades de las dos últimas líneas de la tabla, provienen de pruebas de presión. Los H-* son pozos de Los Humeros y el Az-33 está en Los Azufres.

Si el fluido es homogéneo e independiente de la presión, ρ_{ij} y μ_{ij} son constantes. Pero si el fluido sufre cambios termodinámicos entre un medio y otro, entonces los mismos parámetros experimentan una discontinuidad al cruzar la interface y la ecuación (89) ya no es válida. Comparemos distintas k_{ij} obtenidas con diferentes promedios. Con datos complementarios (Suárez, 1995) del campo geotérmico de Los Humeros: $p_i = 120$ bar, $T = 320^\circ\text{C}$, $\rho_i = 669.3$ kg/m³, $\mu_i = 78.7 \times 10^{-6}$ Pa · s; la entalpía corresponde a líquido comprimido $h_i = 1460.9$ kJ/kg; $q_{ij} = 0.03$ kg/s/m³. Sea $\Delta x = 1$ m la distancia antes definida. En este caso el medio i es un bloque de matriz con algunas microfisuras, con $k_i \approx 10^{-15}$ m², y el medio j es una zona intensamente fracturada cercana a una falla, con $k_j \approx 10^{-12}$ m². Usando la ecuación (89) y las fórmulas de la Tabla 9, obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 12.- Valores para el Flujo Interporoso en la Interface S_{ni}

Fórmula	k_{ni} (m ²)	β_F/k_{ni} (bar)	p_i (bar)
P_{bi}	1.03×10^{-15}	34.22	85.8
P_C	2.00×10^{-15}	17.64	102.4
P_{its}	4.36×10^{-15}	8.09	111.9
P_G	3.16×10^{-14}	1.12	118.9
P_L	1.45×10^{-13}	0.24	119.8
P_W	6.67×10^{-13}	0.05	119.95

* Nota: (Con la fórmula de Budiansky suponemos una fracción volumétrica de fracturas igual a 1%; $\beta_F \approx q_{ni} \mu / \rho$)

Con la tabla anterior queda claro que las condiciones termodinámicas del volumen V_j son extremadamente sensibles al tipo de promedio usado para calcular la presión p_j . Suponiendo un flujo isotérmico al cruzar la interface, la primera y segunda caídas de presión, corresponden a un cambio abrupto de fase, el líquido deviene 100% vapor con una entalpía $h_j = 2710$ kJ/kg y $\rho_j = 63.6$ kg/m³, su viscosidad $\mu_j = 20.9 \times 10^{-6}$ Pa·s. Si el flujo es no isotérmico, la fórmula de Hashin-Shtrikman muestra que es suficiente un ligero decremento en la temperatura del fluido ($\sim 0.6^\circ\text{C}$) para obtener condiciones de dos fases, porque a 112 bar, la temperatura de saturación es 319.4°C . Ambos estados se encuentran frecuentemente en Los Humeros (Suárez, 1995).

Ya mencioné que si el fluido es homogéneo ρ_{ij} y μ_{ij} son constantes. Pero si el fluido sufre una caída de presión aguda al cruzar de un medio a otro, como en el ejemplo previo, entonces ambos parámetros se hacen discontinuos en la frontera común S_{ij} . En este caso, la ecuación (89) sólo es válida si se incluyen promedios apropiados para ρ_{ij} y μ_{ij} . También la ecuación (88) necesita incorporar una expresión diferente para la permeabilidad discontinua, la cual está en función de una distancia $(x-x_0)$ muy pequeña, donde x_0 es la posición exacta de la interface común S_{ij} . En términos de distribuciones, su representación matemática en una dimensión es:

$$k_y(x) = (k_j - k_i)H(x - x_0) + k_i$$

donde: $H(x - x_0) = 1$, si $x \geq x_0$; $H(x - x_0) = 0$, si $x < x_0$

$$\text{derivando: } \frac{dH(x_0)}{dx} = \delta(x_0) \quad (90)$$

$H(x)$ es la distribución de Heaviside. Los datos condensados en la Tabla 11, son un ejemplo de la naturaleza discontinua de la permeabilidad en un reservorio $m\phi$ -nk real. En caso de que las ecuaciones básicas requieran derivar una permeabilidad discontinua, entonces interviene explícitamente la distribución puntual de Dirac $\delta(x)$ en cada cambio de permeabilidad. Con esta descripción, completo la prueba de que el modelo de porosidad y permeabilidad múltiples proporciona flexibilidad y un sólido marco teórico-práctico para mejorar el análisis de pruebas de presión y la simulación numérica de reservorios heterogéneos. Esta es la naturaleza y alcances reales del concepto general.

V.8.- DEFORMACIÓN POROELÁSTICA DE LA ROCA

Se han observado pozos en reservorios fracturados que, luego de producir gastos iniciales altos, declinan después de un corto tiempo. Esto se explica parcialmente porque el fluido almacenado en el sistema de fracturas fue el que primero reaccionó a la extracción. En tales casos sólo un pequeño porcentaje de la porosidad total corresponde a las fracturas. Esto ha sido observado en pozos de Los Humeros, Pue. Pero también se han observado casos donde existe igual capacidad de almacenamiento en la red fracturada y en la matriz, como en Los Azufres, Mich. En geotermia, no es posible afirmar, en general, que el almacenamiento en las fracturas es despreciable comparado con el almacenamiento en la matriz. El otro importante parámetro de la producción es la permeabilidad. Ambos parámetros son influenciados por el comportamiento mecánico de la roca, el cual es modificado por la extracción de fluido. Al despreciar el factor deformación de la roca, se puede incurrir en un error significativo en el análisis del reservorio.

Al flujo de fluidos en reservorios fracturados acoplados a la deformación de la roca empezó a investigarlo Terzaghi (1943) mediante un modelo de consolidación unidimensional, como un caso especial de la teoría general tridimensional propuesta por Biot (1941, 1955), en sus trabajos clásicos sobre poroelasticidad lineal. Aunque la elasticidad lineal en sólidos es bastante más antigua, la poroelasticidad actual trata sobre el acoplamiento del flujo de fluidos a la geomecánica de la roca porosa. La presencia del fluido afecta a la presión interna del poro y de la fractura, influyendo sobre las tensiones internas de la roca y viceversa. Los procesos geomecánicos inducen cambios de volumen de poro, porosidad y permeabilidad absoluta, lo cual influye en las permeabilidades relativas y en las saturaciones, a través de la compresibilidad. Estos efectos parecen ser especialmente importantes en reservorios fracturados.

El flujo transiente acoplado a la deformación del medio poroso puede provocar cambios tanto en la presión del fluido como en las condiciones de frontera de los esfuerzos en la roca. Los cambios en el estado original de esfuerzos totales dentro del sistema resultan de cambios tectónicos naturales o de actividades humanas. Los reservorios fracturados heterogéneos, poseen distintas permeabilidades y compresibilidades variables. Estudios preliminares han permitido identificar el fuerte acoplamiento entre el flujo de fluido y la deformación de la roca. Mao Bai y coautores (1993) presentaron varios modelos de flujo dependientes de la deformación, con varias porosidades y permeabilidades, para caracterizar el comportamiento de reservorios isotérmicos naturalmente fracturados. En ese trabajo se supuso que la matriz tiene baja permeabilidad y el flujo en las fracturas es dominante, con fluido ligeramente compresible. Otro impacto crítico de la deformación de la roca se aprecia en estratos verticales, pues la compactación del reservorio, resultante de la extracción de agua subterránea, petróleo o fluido geotérmico, provoca subsidencia superficial. La predicción de la subsidencia puede lograrse usando un modelo de flujo acoplado a la deformación de la roca y que sea validado con mediciones de campo.

En esta sección, introduzco las ecuaciones básicas de la poroelasticidad lineal, de acuerdo a la teoría de Biot (1955), pero acoplada a las ecuaciones del flujo de fluidos. Las variables esenciales en este acoplamiento son las diversas compresibilidades de la roca y los esfuerzos mecánicos efectivos. Esta formulación sigue muy de cerca la publicada por Chen y co-autores (1995).

V.8.1.- Ecuaciones de la Poroelasticidad Lineal en la Roca

La hipótesis central es que la roca es perfectamente elástica, sus deformaciones son pequeñas, reversibles y lineales. La temperatura permanece constante. Bajo estas condiciones, los dos grupos de ecuaciones que describen la deformación poroelástica son:

$$\text{equilibrio de esfuerzos : } \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad j = 1, 3 \quad (91)$$

$$\text{desplazamiento deformante : } \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (92)$$

Las relaciones - esfuerzo deformación que incorporan los efectos de la presión de poro p_ϕ son:

$$\epsilon_{ii} = \frac{\sigma_{ii} - \nu (\sigma_{jj} + \sigma_{kk})}{E} + \frac{\alpha p_\phi}{3K_B} \quad (93)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{2G}$$

Las ecuaciones anteriores tienen forma tensorial. Llevan implícita la operación sumatoria cada que haya índices repetidos en términos multiplicados ($i, j = 1, 2, 3$). Todos los términos se definen en la Nomenclatura. Por convención, la presión del poro es positiva en la dirección de la compresión y los esfuerzos y deformaciones son positivos en la dirección de la tensión-tracción. De la ecuación (93) se puede despejar también el tensor de esfuerzos:

$$\sigma_{ij} = 2G \epsilon_{ij} + \lambda \epsilon \delta_{ij} - \alpha p_\phi \delta_{ij} \quad (94)$$

El coeficiente de Lamé λ está relacionado con los demás parámetros elásticos a través de la relación:

$$\lambda = \frac{3 \nu K_B}{1 + \nu} = \frac{2 \nu G}{1 - 2 \nu} = K_B - \frac{2 G}{3} \quad (95)$$

Sumando los términos de la ecuación (94) obtenemos:

$$\epsilon = \frac{\sigma_N + \alpha p_\phi}{\lambda + 2 G/3} = \frac{\sigma_N + \alpha p_\phi}{K_B} \quad (96)$$

$$\epsilon = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}; \quad \sigma_N = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3}$$

ϵ es la traza del tensor de la deformación y σ_N es el esfuerzo normal promedio que equivale al valor negativo de la presión de confinamiento ($\sigma_N = -p_c$). Sea \vec{v}_S el vector velocidad de deformación de la roca sólida, incluyendo poros no conectados, entonces la conservación de la masa para la roca es:

$$\nabla \cdot [\rho_S (1 - \phi) \vec{v}_S] + \frac{\partial}{\partial t} [(1 - \phi) \rho_S] = 0 \quad (97)$$

Por definición de velocidad de deformación de la roca y del volumen estructural V_B :

$$\vec{v}_S = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}; \quad \epsilon = \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_S = \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{V_B} \frac{dV_B}{dt} \Rightarrow d\epsilon = \frac{dV_B}{V_B} \quad (98)$$

Derivando la ecuación (94) para que satisfaga las relaciones de equilibrio dadas en (91), obtengo

$$G \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} + (G + \lambda) \vec{\nabla} \epsilon = \alpha \vec{\nabla} p_\phi \quad (99)$$

Ecuación vectorial fundamental que relaciona la presión de poro con la deformación de la roca.

V.8.2.- Ecuaciones Acopladas al Flujo de Fluidos Isotérmicos

Consideremos en una primera etapa que el fluido es isotérmico y de compresibilidad constante. La conservación de la masa y la compresibilidad del fluido se definieron en secciones anteriores. Al aplicar aquí la ley de Darcy, debe tenerse en cuenta que se trata de un campo de velocidades promedio del fluido

relativo a la velocidad de deformación de la roca. Es decir, la velocidad efectiva de Darcy en roca porosa deformable es: $v_e = v - v_s$. Reemplazando esta definición en la Ley de Darcy obtengo:

$$\bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\rho k}{\mu} \bar{\nabla} p_\phi \right) = \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\phi \rho \bar{v}_s) \quad (100)$$

Combinando esta ecuación con la ecuación (97) y con las definiciones de compresibilidades de roca dadas en la sección V.2 deduzco:

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{v}_s = \frac{-1}{(1 - \phi) \rho_s} \frac{D}{Dt} [(1 - \phi) \rho_s] = \frac{1}{V_B} \frac{dV_B}{dt} \quad (101)$$

El símbolo D/Dt representa la derivada material o convectiva definida en la nomenclatura, y que aparece debido a la velocidad de deformación de la roca sólida. La divergencia de esta velocidad queda entonces definida por la ecuación (101), expresando el cambio instantáneo de volumen global V_B por unidad de volumen. Aplicando ahora la relación establecida por la ecuación (56d) en la ecuación (100):

$$\bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\rho k}{\mu} \bar{\nabla} p_\phi \right) = \phi \rho \left(\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{1}{V_\phi} \frac{dV_\phi}{dt} \right) \quad (102)$$

La ecuación anterior establece de qué manera cambia en el tiempo la densidad del fluido junto con el volumen del poro. Así surge el acoplamiento con la deformación de la roca. Acorde con las definiciones de compresibilidades dadas por las ecuaciones (57) y (58), la ecuación (101) implica:

$$\phi \frac{dV_\phi}{V_\phi} = \frac{dV_\phi}{V_B} = [C_B - (1 + \phi) C_S] dp_\phi + (C_B - C_S) d\sigma_N \quad (103)$$

σ_N es el esfuerzo normal definido por la ecuación (96). Combinando la ecuación (103) con la compresibilidad del fluido ($c_f = 1/\rho \partial\rho/\partial p$) dentro de la ecuación (102):

$$\bar{\nabla} \cdot \left(\frac{k}{\mu} \bar{\nabla} p_\phi \right) + \frac{k}{\mu} c_f (\bar{\nabla} p_\phi)^2 = \left[\phi c_f + C_B - (1 + \phi) C_S + (C_B - C_S) \frac{d\sigma_N}{dp_\phi} \right] \frac{dp_\phi}{dt} \quad (104)$$

Ecuación que completa la teoría del acoplamiento de la deformación de la roca porosa fracturada con el flujo de un fluido isotérmico, de compresibilidad constante. Sin embargo, estas ecuaciones no son suficientes en geotermia. Queda por dilucidar la deformación de la matriz sólida por efectos

temporoelásticos, o sea, en procesos no isotérmicos. Esto puede lograrse via la expansividad definida en la ecuación (22). En el caso de las microfisuras y la microporosidad, ¿de qué manera afecta la temporoelasticidad de la roca a estas aperturas? Las microfisuras naturales influyen la anisotropía de la permeabilidad absoluta, sin embargo se ha observado que las microfisuras inducidas son cerradas por la acción de la tensión confinante. Tales microfisuras inducidas pueden originarse durante el fracturamiento hidráulico o durante la extracción de núcleos. Pero también pueden reabrirse durante la reinyección de fluidos mas fríos.

V.8.3.- Aplicación al Colapso de Fracturas en Reservorios con Poco Fluido

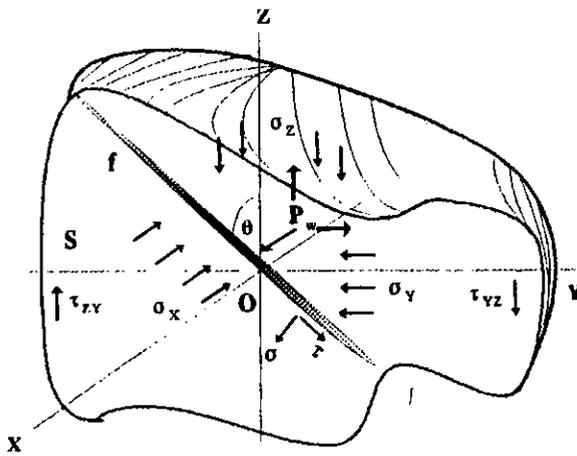


Fig. 11.- Esfuerzos en un medio poroso con fractura

Algunos sistemas volcánicos, como Los Humeros, presentan porciones de roca con fracturas cerradas. Este fenómeno tiene dos orígenes: autosellamiento durante la interacción agua-roca, o como resultado de las acciones combinadas de ambas compresibilidades (agua y roca). Este reservorio desde el momento de ser formado, fue incapaz de retener fluido en abundancia, por razones desconocidas. Esa falta de fluido causó el colapso de numerosas fracturas, originando una merma de permeabilidad global y permitiendo, al mismo tiempo, la coexistencia de fuertes gradientes de presión entre la matriz y las pocas fisuras abiertas. La estructura cohesiva de la andesita es debilitada por la

presencia de líquido en los poros. Todas las características y parámetros mecánicos de la roca están directamente influenciados por esa cohesión y son afectados por la presión y cantidad de líquido presente en poros y fracturas. Sea una fractura como la ilustrada en la figura 11, se puede calcular la deformación que experimenta al ser sometida a la carga litostática, bajo dos diferentes condiciones de saturación (Suárez y Samaniego, 1998). El plano YZ es ortogonal al plano de falla. El esfuerzo tensorial en la fractura **f** puede ser representado de forma simple en el sistema de coordenadas (**t**, **n**), donde **t** es un vector tangencial a **f** y **n** es un vector ortogonal a **f**. Si la roca está seca, la tensión normal σ y el esfuerzo cortante τ actuando en la dirección θ de la fractura son dadas por las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$\tau = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\theta, \text{ y: } \sigma = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \cos 2\theta \quad (105)$$

Pero si la roca está saturada, las tensiones efectivas que actúan en la fractura son reducidas por la presión de poro p_ϕ :

$$\begin{aligned}\sigma_{\phi} &= \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - p_{\phi} \\ \tau_{\phi} &= \frac{(\sigma_z - p_{\phi}) - (\sigma_y - p_{\phi})}{2} \sin 2\theta = \tau\end{aligned}\quad (106)$$

Aplicando esto a datos de Los Humeros (pozo H-27), a la profundidad de 1500 m la densidad de la roca es $\rho_R = 2400 \text{ kg/m}^3$, $p_{\phi} = 125 \text{ bar}$; $T = 310 \text{ }^{\circ}\text{C}$ y la densidad del líquido es 700 kg/m^3 . Los valores numéricos de los esfuerzos principales σ_y y σ_z son dados por la presión lateral de confinamiento y la carga litostática respectivamente:

$$\sigma_z = \rho_R g z + p_0 = 354 \text{ bar}, \quad \sigma_y = \alpha_0 \rho_R g z = \alpha_0 354 \text{ bar}.$$

Donde $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ es la gravedad, $p_0 \approx 1 \text{ bar}$, $z = 1500 \text{ m}$ de profundidad y α_0 es un coeficiente de corrección experimental cuyo valor está entre 0.5 y 0.9; el primer valor corresponde a roca con alta porosidad, el segundo a roca con muy poca porosidad. Suponiendo un $\theta = 60^{\circ}$ de inclinación de fractura se tienen: $\sigma_{\text{seca}} = 327 \text{ bar}$, $\tau_{\text{seca}} = 78.6 \text{ bar}$. Mientras que para la roca saturada: $\sigma_{\phi} = 184.7 \text{ bar}$, $\tau_{\phi} = 78.6 \text{ bar}$. En el mismo marco de referencia (t, n) el tensor ϵ es:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_t \\ \epsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\nu}{E} & 0 \\ 0 & \frac{1}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\nu \tau}{E} \\ \frac{\sigma}{E} \end{pmatrix}\quad (107)$$

Los módulos de elasticidad y de Poisson son $E = 3.0 \times 10^5 \text{ bar}$ y $\nu = 0.23$. La deformación elástica es diferente en cada caso. Sea $\delta z = z \epsilon_n$, compresión normal ejercida sobre la fractura relativamente a z en la dirección n . Si las fracturas están separadas una distancia $z = 1 \text{ m}$, obtenemos para roca seca:

$$\epsilon_t = - (0.23) 78.6 / (3 \times 10^5) = - 6.03 \times 10^{-5}; \quad \epsilon_n = 327 / (3 \times 10^5) = 10.9 \times 10^{-4} \Rightarrow \delta z = 1.1 \text{ mm}$$

mientras que para roca saturada: $\epsilon_w = 184.7 / (3 \times 10^5) = 6.2 \times 10^{-4} \Rightarrow \delta z = 0.6 \text{ mm}$

Pero como el coeficiente de elasticidad E es reducido por la presencia de agua: $\epsilon_{\phi} = 0.5 p_{\phi} / E$, implicando que en realidad $\delta z = 0.21 \text{ mm}$. Se infiere que en roca seca poco porosa, las fracturas naturales presentes, tienen una clara tendencia a ser cerradas por las compresiones litostáticas. Bajo las mismas condiciones de carga, las fracturas que contienen líquido no se colapsan debido a la existencia de la presión de poro, la cual se opone a la tensión normal.

V.9.- TURBULENCIA Y APLICACIÓN DE LA LEY DE FORCHHEIMER

Desde que fue formulada en 1856 la ley de Darcy ha sido aceptada como la ecuación fundamental del flujo de fluidos en medios porosos. No obstante esta aceptación general, pronto hubo conciencia de sus limitaciones, pues varios experimentos mostraron que su aplicabilidad sólo es válida en ciertos rangos de velocidades de infiltración. Fuera de estos rangos se requieren ecuaciones de flujo más generales. La Ley de Darcy expresa una relación lineal entre el gradiente de presión y la velocidad promedio de infiltración. Cualquier desviación de esta recta, debe considerarse correspondiente a un flujo *no Darcyano*. A nivel macroscópico tales desviaciones son efecto de dos causas principales: a) altas tasas de extracción y b) flujo de un fluido no Newtoniano.

Para caracterizar el dominio de validez de la velocidad de infiltración, por analogía con el flujo en tuberías, se define un número de Reynolds para medios porosos:

$$R_e = \frac{v \rho \delta_R}{\mu} \quad (108)$$

Donde δ_R es un "diámetro" asociado a alguna dimensión del medio poroso, por ejemplo, diámetro promedio de los poros o del grano, o apertura de la fractura. La resistencia al flujo en el medio poroso se cuantifica mediante la introducción de un factor de fricción (Scheidegger, 1974) definido por:

$$f_\phi = \frac{2 \delta_R |\bar{\nabla} p|}{v^2 \rho} \quad (109)$$

En la práctica el gradiente de presión anterior puede ser unidimensional. Multiplicando este factor de fricción por R_e y de la ecuación (2), obtenemos una condición adimensional para la validez de la ley de Darcy:

$$R_e f_\phi = \frac{v \rho \delta_R}{\mu} \frac{2 \delta_R |\bar{\nabla} p|}{v^2 \rho} = \frac{2 \delta_R^2}{k} \quad (110)$$

Un flujo en un medio poroso es darcyano si el producto $R_e \times f_\phi$ es constante. Todo parece depender del diámetro δ_R . El problema práctico que siempre se ha presentado es la definición y selección adecuada de δ_R , el cual ni geométrica ni estadísticamente ha podido ser definido de una manera general. Incluso en los diversos experimentos reportados en la literatura, existe gran discrepancia acerca del R_e universal

que defina la validez de la ley de Darcy en cualquier medio poroso. El famoso hidrólogo Jacob Bear (1972), basándose en el diámetro promedio de granos, estableció que la ley de Darcy es válida en el rango $1 < R_c < 10$. Sin embargo, valores reportados por Scheidegger (1974) establecen $0.1 < R_c < 75$.

Una forma práctica de resolver el problema ha sido ajustar ecuaciones empíricas a datos experimentales, buscando correlaciones útiles entre la velocidad de flujo y el gradiente de presión. Una de las primeras ecuaciones de este tipo fue obtenida por Forchheimer (1901):

$$\begin{aligned} \text{en una dimensión: } -\frac{dp}{dx_i} &= \frac{\mu_f}{k} v_i + \rho_f \beta_f v_i^2 & (a) \\ \text{en tres dimensiones: } -\vec{\nabla} p &= \frac{\mu_f}{k} \vec{v} + \rho_f \beta_f |\vec{v}| \vec{v} & (b) \end{aligned} \quad (111)$$

Donde x_i es la coordenada hacia donde ocurre el flujo no lineal y v_i es la componente de la velocidad en esa dirección. La ecuación original de Forchheimer fue generalizada mas tarde agregándole más términos o bien, modificando el valor del exponente de la velocidad:

$$\begin{aligned} -\frac{dp}{dx_i} &= a v_i + b v_i^2 + c v_i^3 & (c) \\ -\frac{dp}{dx_i} &= a v_i + b v_i^2 + c \frac{\partial v}{\partial t} & (d) \\ -\frac{dp}{dx_i} &= a v_i + b v_i^{n^b} & (e) \end{aligned} \quad (112)$$

En experimentos realizados en medios porosos distintos, se han encontrado siempre valores diferentes de a , b , c y n^b . El mismo Forchheimer en 1930 estableció que el exponente $1.6 < n^b < 2$; pero algunos otros autores en experiencias con aire, encontraron $n^b = 1.8, 2.23$ y 2.49 (Bear, 1972). Experimentos recientes realizados por Thauvin y Mohanty (1997), con altas tasas de flujo, encontraron que el coeficiente β de la ecuación original de Forchheimer, depende estrechamente de la morfología del medio poroso. Si la apertura promedio del poro se incrementa, la porosidad y la permeabilidad aumentan, pero β decrece abruptamente. Si en cambio, los poros reducen su tamaño por colapso por ejemplo, el coeficiente β se incrementa. Los valores experimentales obtenidos varían entre $2.7 \times 10^{-4} < \beta < 5.5 \times 10^{-6}$.

V.10.- SUMARIO DEL CAPITULO V

En este capítulo establecí con precisión las propiedades térmicas y mecánicas de la roca y del fluido, completando la descripción de reservorios multiporosos y multipermeables. Establecí las diferencias entre las distintas compresibilidades de la roca y presenté ejemplos numéricos con datos extraídos de tres importantes reservorios volcánicos mexicanos sujetos a explotación. Esos valores prueban la existencia física de reservorios $m\Phi$ - nK . La doble porosidad modela el flujo entre dos medios diferentes bajo la hipótesis que las propiedades petrofísicas en cada medio son uniformes. Bajo el concepto de porosidad-permeabilidad múltiple, M continuos porosos distintos interactúan recíprocamente. Cada medio tiene sus propios parámetros y su propio flujo interporoso. La representación de la interacción entre cualquier par de medios distintos, cuando el fluido y el calor cruzan la frontera entre ambos, se hace mediante promedios efectivos de valores en las interfaces de cada medio. El análisis sistemático de información proveniente de campos geotérmicos mexicanos en explotación, señala claramente que no existe una tendencia general en la evolución termodinámica de los pozos productores. Las caídas de presión son distintas en cada pozo, así como las variaciones de temperatura y la evolución de la calidad del vapor. Esto resulta de las propiedades heterogéneas de la roca en estos reservorios.

La simulación numérica por VFI del flujo de calor y masa acoplados en reservorios fracturados, necesita promediar parámetros en la frontera de separación entre distintos medios. La heterogénea distribución espacial de parámetros afecta el flujo de masa y energía, así como la evolución mecánica y termodinámica del sistema. Los promedios deben representar al fenómeno que ocurre al atravesar el fluido distintas zonas del reservorio, teniendo una influencia decisiva en los resultados numéricos obtenidos, independientemente del método usado en la discretización de ecuaciones. En la transferencia matriz-fracturas, la discontinuidad del medio provoca cambios bruscos en la termodinámica del fluido geotérmico, el cual es extremadamente sensible a los cambios de geometría de los conductos de flujo en el reservorio. Esto provoca cambios de fase y discontinuidades en la frontera, requiriéndose la teoría de distribuciones para tratar correctamente el problema discontinuo. Los Humeros, con sus permeabilidades contrastantes, segregación de vapor y cambios de fase abruptos, es un prototipo de tales sistemas.

El modelo de múltiple porosidad - permeabilidad representa a un fenómeno global en reservorios fracturados heterogéneos. Su condición global implica que produce efectos múltiples en otros fenómenos interdependientes, de tal manera que el sistema entero no puede comprenderse sin tener en cuenta las interacciones mutuas de todos sus componentes. Establecí las ecuaciones básicas de una teoría lineal para acoplar la deformación de la roca al flujo de fluido, los cuales se influyen mutuamente a través de la presión de poro. Incluí la posibilidad de tener flujos no lineales producto de altas tasas de extracción, planteando varias expresiones que describen el flujo no darcyano en medios porosos fracturados, mediante ecuaciones tipo Forchheimer y sus generalizaciones.

Capítulo VI

*ECUACIÓN DE ESTADO DEL AGUA PURA
PARA USOS GEOTÉRMICOS*

VI.- ECUACIÓN DE ESTADO DEL AGUA PURA PARA USOS GEOTÉRMICOS

... "what purpose would all those deep theories of celestial bodies and all those enormous calculations of rational astronomy serve, if astronomy cannot dispense with Bradley and Le Monnier observing the heavens?"

Denis Diderot (1713-1784), enciclopedista francés.

Las correlaciones usadas en esta tesis para el cálculo numérico de las propiedades termodinámicas del agua en sus dos fases, líquido y vapor, se basan enteramente en la obra de Schmidt y Grigull (1979) y en las Tablas de Vapor de la ASME (1983). Esas propiedades son: presión, temperatura, entalpía específica, energía interna, densidad, volumen específico, viscosidad dinámica, calor específico, conductividad térmica, coeficiente de Laplace y tensión superficial del agua bifásica. La tensión superficial y el coeficiente de Laplace tienen una influencia importante durante el proceso de evaporación en la interface líquido-vapor y en el cálculo de la presión capilar, por ello se incluyen. El modelo desarrollado en esta tesis no considera ni los gases ni las sales disueltas en el fluido geotérmico. Cuando se habla aquí de *agua*, se sobreentiende que se trata de *agua pura*.

VI.0.- Antecedentes Históricos

Los antecedentes históricos para llegar a la ecuación de estado aquí presentada son importantes. Con el fin de coordinar, estimular y obtener fondos para la investigación fundamental del agua en el gobierno y en las universidades norteamericanas, en 1921 se formó en EU el *Research Committee on Thermal Properties of Steam* dentro de la American Society of Mechanical Engineers (ASME). El Comité logró coordinar los primeros esfuerzos internacionales, con Alemania, Inglaterra y Checoslovaquia, para obtener acuerdos mundiales sobre los *mejores valores numéricos* de las propiedades del agua pura. Tales acuerdos proporcionaron, por primera vez, normas estándar uniformes en especificaciones de equipo para generar y utilizar vapor. La Primera Conferencia Internacional sobre las Propiedades del Vapor (CIPV), tuvo lugar en Londres, Inglaterra en 1929. Estuvo consagrada al examen detallado de valores tabulares de la entalpía y del volumen específico, propuestos por distintas delegaciones nacionales. La 1^{ra} Conferencia concluyó que se necesitaban varias mediciones adicionales para lograr una representación satisfactoria de tales propiedades. Sin embargo, esos valores sirvieron de base para las primeras Tablas de Vapor de la ASME publicadas en 1930. La Segunda CIPV, se celebró en Berlín, Alemania en 1930, logrando significativas modificaciones a las tablas originales. La Tercera CIPV tuvo lugar durante 1934 en tres ciudades de los Estados Unidos: Washington, D.C., Cambridge, Mass. y Nueva York. En esta conferencia se lograron acuerdos sobre la entalpía y el volumen específico en la línea de saturación, así como valores redondeados de temperatura y presión para líquido comprimido y vapor supercaliente. Se agregaron también tolerancias de errores, conformando un criterio internacional de fiabilidad de esos valores. De aquí surgieron las famosísimas tablas de Keenan y Keyes (1936).

La tercera CIPV reconoció que se requería más investigación para mejorar y extender las propiedades del agua y se planeó una cuarta conferencia que tendría lugar en Praga, Checoslovaquia; pero la Segunda Guerra Mundial la canceló. Hasta 1954 pudo organizarse la Cuarta CIPV en Filadelfia, Pa., en ella se puso de manifiesto que los avances tecnológicos logrados en años anteriores, requerían información termodinámica fuera de los rangos de presión y temperatura de las tablas existentes. En ese año la ASME se convirtió en el Secretariado permanente para las CIPV subsiguientes. La Quinta CIPV se celebró en Londres, Inglaterra en 1956. Para esta época las tablas habían despertado interés en Japón y en la URSS, la cual había desarrollado independientemente una buena cantidad de mediciones experimentales, que puso a disposición de la comunidad mundial. Durante la Quinta CIPV se acordó que el trabajo de examinar los datos publicados y supervisar la investigación, debía ser manejado por los comités nacionales de los cuatro principales países involucrados y que habían realizado, además, la mayor cantidad de investigación experimental: Alemania, Estados Unidos, Inglaterra y Rusia. Estos cuatro países constituyeron el Comité de Coordinación Internacional de la Quinta CIPV.

La Sexta CIPV se celebró en la ciudad de Nueva York en 1963 y fue quizá la CIPV más importante de la posguerra. Durante esa reunión se establecieron los nuevos rangos termodinámicos a cubrir, con presiones de 0 a 1000 bars y temperaturas de 0°C a 800°C, extendiendo considerablemente las tablas anteriores. Al mismo tiempo se reportó que las técnicas experimentales más refinadas permitirían elaborar tolerancias más estrechas. Las Tablas de Vapor resultantes de esta 6ta conferencia fueron adoptadas inmediatamente por 16 países miembros. Sin embargo, la mayoría de los participantes, tenían claro que los puros valores tabulados no aseguraban la reproducibilidad mundial exacta para la interpolación, la diferenciación y la integración numéricas de las propiedades del agua. De esta forma nació el *International Formulation Committee*, cuyas funciones serían:

“To Develop at the earliest practical date a formulation for use with computers of the properties of steam as they are represented by the International Skeleton Tables of 1963 (IST). This formulation shall provide values that are, at all points, within the tolerances stated in the IST of 1963, and shall be thermodynamically consistent”.

En Marzo de 1966 el IFC se reunió en Glasgow, Escocia y estableció por unanimidad una formulación de las ecuaciones que satisfarían los requisitos para la estandarización internacional de las tablas de vapor para usos industriales. Con algunas modificaciones posteriores surgió *“The 1967 IFC Formulation for Industrial Use: A Formulation of the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance”*. Esta se constituyó como la formulación definitiva de la Ecuación de Estado para el Agua. Pese a los esfuerzos internacionales realizados, no fue posible construir una sola ecuación de estado para todo el rango termodinámico cubierto por los valores experimentales existentes. Por ello el agua se dividió en 6 subregiones para cada una de las cuales se ajustó una ecuación de estado. Las fronteras entre las

subregiones presentan discontinuidades en las propiedades. Sin embargo, la mayoría de ellas son insignificantes desde el punto de vista práctico. Esas subregiones se ilustran en la siguiente figura 12.

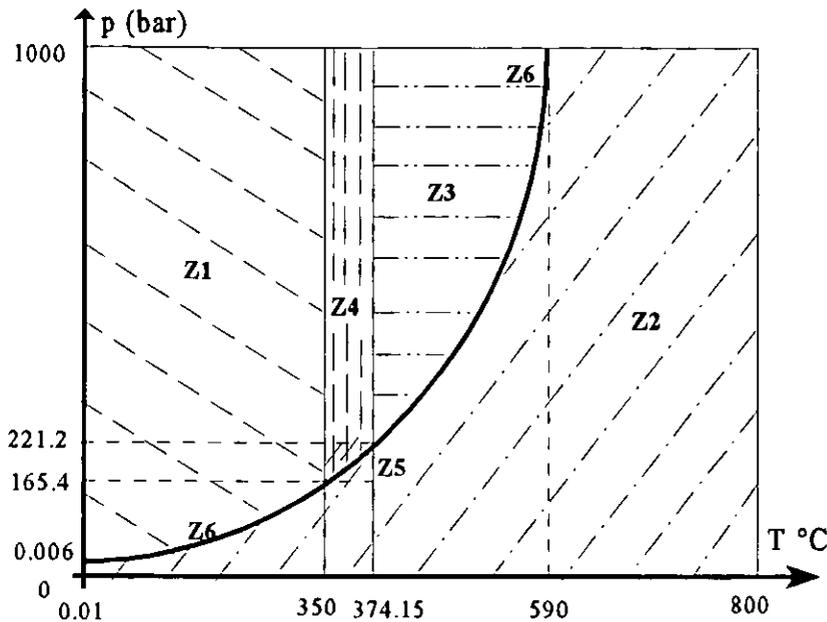


Fig. 12.- Subregiones termodinámicas para la Ecuación de Estado del Agua en el diagrama Presión-Temperatura. Z5 es la Zona del punto crítico del agua (221.2 bar, 374.15°C).

En Septiembre de 1974, tuvo lugar la 8va CIPV en Giens, Francia. Ahí se formó un comité especial con miembros de Francia, Alemania Federal, Japón, EU y la URSS, cuyo objetivo fue completar y mejorar la representación de la viscosidad y la conductividad térmica del vapor. La representación de la viscosidad dinámica del agua fue terminada y publicada por el Secretariado en Abril de 1975. En Septiembre, se emitió la ecuación internacional para calcular la tensión superficial del agua. Las correlaciones correspondientes para la conductividad térmica de cada fase

del agua fueron puestas en circulación en Diciembre de 1977. La misma conferencia publicó en Septiembre de ese año, la ecuación para la constante dieléctrica estática del agua.

VI.1.- ECUACIONES DE PROPIEDADES DEL AGUA PURA

Para calcular las propiedades termodinámicas del agua, programé las tablas y ecuaciones compiladas y editadas por Schmidt y Grigull (1979), basadas en la 6ta CIPV y en la formulación del IFC. Las tablas adoptadas se basan en los valores experimentales y mediciones presentados en la 6ta conferencia y que se consideran confiables dentro de los rangos de precisión inherentes a todas las mediciones conocidas de esa época. Las tablas originales cubren un amplio rango de valores termodinámicos del líquido y del vapor para temperaturas entre 0°C y 800°C y para presiones entre 0 y 1000 bar. Esas referencias constituyen hasta la fecha, la máxima autoridad mundial en el cálculo de los valores de propiedades termodinámicas del agua pura. Para el desarrollo de esta tesis, creé un código FORTRAN-77 llamado AQUA0, programando las ecuaciones y fórmulas de las referencias citadas, adaptándolas al rango del fluido geotérmico, antes del punto crítico del agua (221.2 bar y 374.15 °C). De esta adaptación resultó una *Ecuación de Estado del Agua Pura para Usos Geotérmicos*, válida entre 1 bar y 220 bar y entre 5°C y 370°C. Arriba del punto crítico del agua, ambas fases se funden en una sola y ya no es posible distinguir propiedades separadas del líquido o del vapor. No obstante su gran interés científico, los valores mas allá

del punto crítico tienen poco uso en la geotermia actual, por ello no se consideran en este trabajo.

En el caso del agua en estado de saturación donde coexisten las dos fases, líquido y vapor, o estado bifásico, las propiedades señaladas corresponden a cada una de las fases. Para mantener la aplicabilidad de esta ecuación de estado a las condiciones reales de los reservorios geotérmicos, el rango de validez amplía un poco sus límites según la fase y la propiedad sobre la que se haga el cálculo. En todos los casos la ecuación de estado creada fue exhaustivamente verificada y sometida a pruebas sistemáticas tanto para reproducir valores de las tablas de vapor publicadas como en la revisión de datos de campo, sobre todo de fluido bifásico proveniente de pozos productores con pocos gases y baja concentración de sales. El resultado es esta ecuación de estado, robusta, exacta y apta para ejecutarse en cualquier computadora tipo PC con coprocesador numérico de 32 bits.

En las regiones monofásicas, las funciones básicas son la presión y la temperatura. Las demás propiedades termodinámicas del agua pueden efectivamente calcularse en función únicamente de estas dos variables, pues la presión y la temperatura son dos funciones naturalmente independientes en una sola fase. Sin embargo en dos fases, la temperatura depende de la presión de saturación a través de la relación de Clapeyron $T_{sat} = T(p_{sat})$. Por esa razón en estado bifásico debe disponerse de otra variable que determine la cantidad de energía térmica in situ o la cantidad relativa de vapor o de líquido presente en cada fase. Las variables apropiadas en este caso son o la entalpía específica, o la calidad del vapor o bien, la saturación del líquido. En la práctica diaria de los campos geotérmicos se miden variables como la entalpía específica de la mezcla o la calidad de vapor, en esta tesis incluí las tres opciones.

El estado termodinámico del reservorio puede determinarse en una o en dos fases por cualquier par de variables comúnmente medidas en el campo: (p, T) , (p, h) o (T, h) . Mientras que en dos fases las variables a escoger pueden ser (p, h) , (p, X_v) , (p, S_L) , (T, X_v) o (T, S_L) . Esta gama de opciones proporcionan suficiente flexibilidad al modelo para poder adaptarse a cualquier situación surgida en el estudio de un reservorio real. En flujo monofásico la variable más sensible a la explotación es la presión, luego la temperatura y después la entalpía. En dos fases en cambio, la presión, la entalpía y la calidad o la saturación son igualmente sensibles ante cualquier cambio termodinámico.

Es necesaria una advertencia: En fase líquida la entalpía varía muy poco con la presión a temperatura constante en todo el rango termodinámico. Por ello si se escogen como variables básicas (T, h) , el algoritmo de inversión sólo proporcionará valores aproximados a las cifras enteras del valor exacto. Es decir, los decimales son incorrectos. El problema mayor es que la solución para una presión calculada no es única, pues a temperatura constante existen rangos de valores con la misma entalpía para diferentes presiones. Por ejemplo, a 50°C , $h = 209.6$ kJ/kg para presiones situadas entre 3.5 y 4.7 bar. A los 250°C , $h = 1085.8$ kJ/kg para presiones entre 40 y 105 bar !!. Debido a ese comportamiento el cálculo $p(T, h)$

es solamente indicativo del rango donde pudiera localizarse la presión desconocida, dadas T y h. Pero no debe usarse si se requiere el cálculo preciso, en cuyo caso deberá usarse X(p,h) donde X puede ser temperatura, calidad o saturación de cualquiera de las fases.

VI.1.1.- Rango Termodinámico de Validez : (p, T), (p, h), (p, S_L), (p, X_v), (T, S_L), (T, X_v)*

La fórmula de la tensión superficial es válida entre el punto triple (0.01°C) y la temperatura del punto crítico (374.15°C). La fórmula para la viscosidad dinámica es válida entre 0 y 800°C y para presiones entre 0 y 1000 bar, con 0 < ρ < 1050 kg/m³. En el rango [0, 100]°C la aplicabilidad de esta fórmula se extiende hasta los 1000 MPa, y entre [100, 560]°C hasta 3500 bar. El rango de validez de la fórmula de conductividad térmica del agua es de [0, 800]°C y [0.01, 1000] bar. En la región bifásica es válida entre [0, 374.15]°C y entre [0.0061, 221.2] bar, tanto para el vapor como para el líquido. El resto de las propiedades representadas por estas fórmulas son válidas en las regiones 1, 2 y 6 ilustradas en la Fig. 12.

EN FASE LIQUIDA φ $20 \leq h \leq 1842 \text{ kJ/kg}$; $1 \leq p \leq 220 \text{ bar}$; $5 \leq T \leq 370 \text{ }^\circ\text{C}$

EN FASE VAPOR φ $2675.5 \leq h \leq 3488 \text{ kJ/kg}$; $1 \leq p \leq 210 \text{ bar}$; $99.7 \leq T \leq 800 \text{ }^\circ\text{C}$

EN DOS FASES φ $20 \leq h \leq 1800 \text{ kJ/kg}$; $1.0 \leq p \leq 200 \text{ bar}$; $99.5 \leq T \leq 360 \text{ }^\circ\text{C}$

* (entalpías de cada fase): φ $21 \leq h_l \leq 1818 \text{ kJ/kg}$; $2510 \leq h_v \leq 2428 \text{ kJ/kg}$

VI.1.2.- Nota sobre Efectos Observados del Na Cl y del CO₂ en Reservorios Geotérmicos

Estrictamente hablando, el fluido geotérmico es un compuesto químico multicomponente formado por agua, gases y sales disueltas. Los gases principales son bióxido de carbono y ácido sulfhídrico. La concentración de sales es muy variada, dependiendo del tipo de pozo y de yacimiento. Las sales principales son cloruros, sodio y silice. La tabla 13 muestra los principales elementos presentes en el fluido extraído de Los Azufres, Mich. Sin embargo, es posible reducir este complejo espectro a sólo dos compuestos representativos, CO₂ y NaCl. Sus efectos observados en el comportamiento termodinámico del reservorio se señalan después de la tabla 13.

Tabla 13.- Geoquímica del Fluido Extraído del Campo Geotérmico de Los Azufres

Sales	Cl	B	HCO ₃	SiO ₂	SO ₄	NH ₄	Na	K	Li	Rb	Cs	Ca	Mg	As
ppm	2580.6	237	74.3	1007.7	520	580	1500	4188	260	50	20	186	0	200
Gases	CO ₂	H ₂ S	NH ₃	He	H ₂	Ar	N ₂	O ₂	CH ₄					
% en Peso	96.83	2.279	0.189	0.0002	0.0102	0.01	0.0654	0	0.0254					

Cloruro de Sodio.- Comparados con el agua pura, los gradientes de presión en un fluido con sales son mayores debido al aumento de densidad y viscosidad por efectos de la salinidad, así como a la reducción de la entalpía específica del fluido. Se presenta también una disminución de la presión y una alteración hacia arriba del punto de ebullición. Si se comparan en una gráfica de la función de Clapeyron $T_{sat}(p_{sat})$ los puntos medidos de presión y temperatura del agua con sales disueltas, con los mismos puntos para el agua pura, se observa que el fluido con sales en condiciones bifásicas, en el mismo diagrama de Clapeyron se sitúa en la región de vapor supercaliente. Esto es más notorio conforme aumente la concentración de NaCl.

Bióxido de Carbono.- Ante la presencia de CO_2 , si el fluido está en dos fases, los gradientes de presión son menores, con declinación de temperatura. La presencia del CO_2 también altera la localización del punto de ebullición. En el diagrama de Clapeyron, los puntos reales de información (p, T) del agua con gas, se sitúan en la región de líquido comprimido, conforme la concentración del bióxido de carbono aumenta. En general, la influencia del CO_2 es más complicada que la de las sales, debido a que éste es un gas incondensable que se disuelve por igual en la fase líquida y en la fase vapor. Estos dos efectos son importantes sólo en la termodinámica de fluidos con alta concentración de sales y alto contenido de gases incondensables.

VI.2.- EL PROGRAMA AQUA0 PARA LA ECUACIÓN DE ESTADO DEL AGUA PURA

Mathematics is grand, but it is played out and exhausted as far as utility is concerned.

Denis Diderot (1713-1784), enciclopedista francés.

Los detalles completos de los algoritmos están explícitos en el texto del programa **AQUA0**. El programa detecta primero qué par de variables se van a emplear en los cálculos. Si la presión y la temperatura conforman el par de funciones dato, el resto de propiedades termodinámicas son calculadas directamente en función de (p, T) con las subrutinas descritas posteriormente. Si p o T es la primera función, entonces calcula la temperatura o la presión de saturación respectivamente, a esa condición termodinámica. Si la siguiente función-dato es la entalpía, entonces el código determina si el fluido se encuentra en dos fases o si es monofásico, vapor o líquido a partir de las relaciones:

$$\begin{aligned} P_{\text{vapor}} &< P_{\text{saturación}} < P_{\text{líquido}} ; \\ T_{\text{líquido}} &< T_{\text{saturación}} < T_{\text{vapor}} ; \\ H_{\text{líquido}} &< H_{\text{saturación}} < H_{\text{vapor}} \end{aligned}$$

Si se trata de fluido en dos fases entonces $p = P_{sat}$ y $T = T_{sat}$, y su entalpía corresponde a la entalpía de la mezcla líquido + vapor. Si el fluido es monofásico y la segunda función-dato es la entalpía, entonces se aplica un algoritmo de iteraciones sucesivas, dando un valor inicial burdo a p o a T, calculando la h_0

correspondiente y comparando con la entalpía h_f dada. Enseguida se incrementa $p + dp$ o $T + dT$ y se vuelve a calcular una nueva entalpía. El proceso se detiene cuando se alcanza una precisión prefijada. En dos fases se emplean las relaciones indicadas en el anexo IX.

VI.2.1.- Temperatura de Saturación (subrutina TSAT)

Esta subrutina calcula aproximadamente la temperatura de saturación a la presión de saturación. Parte de una presión dada P_x , e invierte alguna de las correlaciones empíricas dadas por las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \text{Exp} \left(24.02 - \frac{4606.0}{T_0 + 273.15} \right) && ! \text{Pruess (1988)} \\
 P_2 &= \text{Exp} \left(12.598330 - \frac{4667.07504}{T_0 + 273.15} \right) && ! \text{Ramey (1974)} \\
 P_3 &= \left(\frac{T_0 + 17.778}{116.7^{4.44444}} \right) && 1 < P_3 < 200 \text{ bar} \quad ! \text{Ramey (1974)}
 \end{aligned} \tag{113}$$

Luego incrementa o decrementa $T_{\text{sat}} \approx T_0 + dT$ y calcula la presión de saturación p_{sat} correspondiente, con ayuda de la función **PSAT** hasta aproximarse al valor deseado con una precisión $|p_0 - p_{\text{sat}}| \leq 10^{-5}$.

VI.2.2.- Presión de Saturación (subrutina PSAT)

Calcula exactamente la presión de saturación correspondiente a la temperatura T_{sat} . La correlación empleada es:

$$\beta_{\text{sat}}(\Theta) = \text{Exp} \left[\frac{\frac{1}{\Theta} \sum_{i=1}^5 k_i (1 - \Theta)^i}{1 + k_6 (1 - \Theta) + k_7 (1 - \Theta)^2} - \frac{1 - \Theta}{k_8 (1 - \Theta)^2 + k_9} \right] \tag{114}$$

donde:

$$\beta_{\text{sat}}(\Theta) = \frac{P_{\text{sat}}}{P_c}, \quad \Theta = \frac{T}{T_c}, \quad P_c = 221.20 \text{ bar}, \quad T_c = 647.30 \text{ }^\circ\text{K}, \quad v_c = 0.00317 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \tag{115}$$

β_{sat} y Θ son la presión y temperatura de saturación reducidas. P_{sat} es la presión en pascuales de la línea de saturación correspondiente a la temperatura T_{sat} en $^\circ\text{K}$. Las constantes k_i están dadas en la tabla 14.

TABLA 14.- COEFICIENTES DE LA CURVA DE SATURACIÓN PARA $P_{sat}(T)$

k_1	k_2	k_3	k_4	
-7.691234564	-26.08023696	-168.1706546	64.23285504	
k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
-118.9646225	4.167117320	20.97506760	1×10^9	6.0

VI.2.3.- Propiedades de la Fase Líquida (subrutina LIKID)

Mediante las correlaciones de Schmidt y Grigull (1979), se calculan las siguientes propiedades de la fase líquida en función de la presión y la temperatura: densidad, energía interna, volumen específico, entalpía específica, conductividad térmica y viscosidad dinámica. La ecuación de estado corresponde al potencial termodinámico de Gibbs para la entalpía libre reducida en la región de líquido:

$$G_1(\Theta, \beta) = \zeta_L(\Theta, \beta) + \alpha_0 + \alpha_1 \Theta$$

$$\chi_1(\Theta, \beta) = \left(\frac{\partial G_1}{\partial \beta} \right)_\Theta ; \quad \sigma_1(\Theta, \beta) = - \left(\frac{\partial G_1}{\partial \Theta} \right)_\beta ; \quad \epsilon_1(\Theta, \beta) = G_1 + \sigma_1 \Theta \quad (116)$$

$$\text{donde: } G_1 = \epsilon_1 - \Theta \sigma_1 = \frac{\gamma_L}{P_c v_c} ; \quad \epsilon_1 = \frac{h_L}{P_c v_c} ; \quad \sigma_1 = \frac{s_L}{P_c v_c T_c} ; \quad \chi_1 = \frac{v_L}{v_c}$$

G_1 es el potencial reducido de Gibbs, γ_L la función de Gibbs o entalpía libre específica, ϵ_1 es la entalpía reducida, σ_1 es la entropía reducida y χ_1 el volumen específico reducido. Los valores con subíndice c son los mismos que en la ecuación (115). La función ζ_L es el potencial de Gibbs en la región de líquido:

$$\begin{aligned} \zeta_L(\Theta, \beta) = & A_0 \Theta (1 - Ln \Theta) + \sum_{n=1}^{10} A_n \Theta^{n-1} + A_{11} \left(\frac{17}{29} Z - \frac{17}{12} Y \right) Z^{\frac{12}{17}} + \\ & \left[\sum_{j=2}^4 A_{1j} \Theta^{j-2} + A_{15} (a_6 - \Theta)^{10} + \frac{A_{16}}{a_7 + \Theta^{19}} \right] \beta - \frac{\sum_{j=7}^9 A_{1j} \beta^{j-6}}{a_8 + \Theta^{11}} - A_{20} \Theta^{18} (a_9 + \Theta^2) \\ & \times \left[\frac{1}{(a_{10} + \beta)^3} + a_{11} \beta \right] + A_{21} (a_{12} - \Theta) \beta^3 + A_{22} \Theta^{-20} \beta^4 \end{aligned} \quad (117)$$

Los coeficientes auxiliares se calculan por medio de:

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 0 ; Y = 1 - a_1 \Theta^2 - a_2 \Theta^{-6} ; Z = Y + \sqrt{a_3 Y^2 - 2a_4 \Theta + 2a_5 \beta} \quad (118)$$

Los coeficientes α_0 y α_1 se toman iguales a cero, debido a que en la región de líquido el modelo no requiere calcular la energía interna tomando como nivel de referencia el punto triple del agua (Schmidt y Grigull, 1979). Las constantes A_{ij} y a_j están dadas en la tabla 15.

TABLA 15.- COEFICIENTES DEL POTENCIAL REDUCIDO DE GIBBS $G_1(\Theta, \beta)$ EN LA REGIÓN DE LÍQUIDO

A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	
6824.687741	-542.2063673	-20966.66205	39412.86787	-67332.77739	
A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	
99023.81028	-109391.1774	85908.41667	-45111.68742	14181.38926	
A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}	
-2017.271113	7.982692717	-2.616571843 10^{-2}	1.52241179 10^{-3}	2.284279054 10^{-2}	
A_{15}	A_{16}	A_{17}	A_{18}	A_{19}	
242.1647003	1.269716088 10^{-10}	2.074838328 10^{-7}	2.17402035 10^{-8}	1.105710498 10^{-9}	
A_{20}	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	
12.93441934	1.308119072 10^{-5}	6.047626338 10^{-14}	0	0	
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
0.843837541	5.362162162 10^{-1}	1.72	7.342278489 10^{-2}	4.97585887 10^{-2}	0.65371543
a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}
1.150 10^{-6}	1.51080 10^{-5}	0.14188	7.002753165	2.995284926 10^{-1}	0.2040

VI.2.4.- Propiedades del Vapor (subrutina VAPOR)

Mediante las mismas correlaciones de Schmidt y Grigull (1979), calcula las siguientes propiedades de la fase vapor en función de la presión y la temperatura: densidad, energía interna, volumen específico, entalpía específica y viscosidad dinámica. La ecuación de estado corresponde al potencial termodinámico de Gibbs en la región de vapor para la entalpía libre reducida en esa zona:

$$G_2(\Theta, \beta) = \zeta_V(\Theta, \beta) + \alpha_0 + \alpha_1 \Theta$$

$$\chi_2(\Theta, \beta) = \left(\frac{\partial G_2}{\partial \beta} \right)_\Theta ; \sigma_2(\Theta, \beta) = - \left(\frac{\partial G_2}{\partial \Theta} \right)_\beta ; \epsilon_2(\Theta, \beta) = G_2 + \sigma_2 \Theta \quad (119)$$

G_2 es el potencial reducido de Gibbs para la región de vapor. Las demás funciones reducidas tienen el mismo significado que en la ecuación (116), para vapor. El potencial ζ_v tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \zeta_v(\Theta, \beta) = & I_1 \Theta \ln \beta + B_0 \Theta (1 - \ln \Theta) + \sum_{n=1}^5 B_{0n} \Theta^{n-1} - (B_{11} X^{13} + B_{12} X^3) \beta - (B_{21} X^{18} + B_{22} X^2 + B_{23} X) \beta^2 \\ & - (B_{31} X^{18} + B_{32} X^{10}) \beta^3 - (B_{41} X^{25} + B_{42} X^{14}) \beta^4 - (B_{51} X^{32} + B_{52} X^{28} + B_{53} X^{24}) \beta^5 - \frac{(B_{61} X^{12} + B_{62} X^{11}) \beta^4}{1 + b_{61} X^{14} \beta^4} \\ & - \frac{(B_{71} X^{24} + B_{72} X^{18}) \beta^5}{1 + b_{71} X^{19} \beta^5} - \frac{(B_{81} X^{24} + B_{82} X^{14}) \beta^6}{1 + (b_{81} X^{54} + b_{82} X^{27}) \beta^6} + \beta \left(\frac{\beta}{\beta_L} \right)^{10} \cdot \sum_{n=0}^6 B_{9n} X^n \end{aligned} \quad (120)$$

Los coeficientes auxiliares son:

$$\begin{aligned} \alpha_0 = \alpha_1 = 0; \quad X = \text{Exp}[b(1 - \Theta)]; \quad \beta_L(\Theta) = \frac{(\Theta_2 - \Theta)\beta_1 + (\Theta - \Theta_1)\beta_2 - L(\Theta_2 - \Theta)(\Theta - \Theta_1)}{(\Theta_2 - \Theta_1)} \\ \Theta_1 = 0.9626911787; \quad \Theta_2 = 1.333462073; \quad \beta_1 = 0.7475191707; \quad \beta_2 = 4.52079566; \\ I_1 = 4.260321148; \quad L = 7.160997524; \quad b = 0.7633333333 \end{aligned} \quad (121)$$

α_0 y α_1 son iguales a cero por la razón citada. Las constantes B_{ij} y b_j están dadas en la tabla 16.

TABLA 16.- COEFICIENTES DEL POTENCIAL REDUCIDO DE GIBBS $G_2(\Theta, \beta)$ EN LA REGIÓN DE VAPOR

B_{00}	B_{01}	B_{02}	B_{03}	B_{04}	B_{05}
16.83599274	28.56067796	-54.38923329	0.4330662834	-0.65477117	0.085651821
B_{11}	B_{12}	B_{21}	B_{22}	B_{23}	B_{31}
6.670375918 $\cdot 10^{-2}$	1.388983801	8.390104328 $\cdot 10^{-2}$	2.614670893 $\cdot 10^{-2}$	-3.373439453 $\cdot 10^{-2}$	0.4520918904
B_{32}	B_{41}	B_{42}	B_{51}	B_{52}	B_{53}
0.106903661	-0.5975336707	-0.088475358	0.5958051609	-0.515930337	0.2075021122
B_{61}	B_{62}	B_{71}	B_{72}	B_{81}	B_{82}
0.119061027	-0.0986717413	0.1683998803	-0.05809438	6.552390126 $\cdot 10^{-3}$	5.710218649 $\cdot 10^{-4}$
B_{90}	B_{91}	B_{92}	B_{93}	B_{94}	B_{95}
193.6587558	-1388.522425	4126.607219	-6508.211677	5745.984054	-2693.088365
B_{96}	B_{100}	b_{61}	b_{71}	b_{81}	b_{82}
523.5718623	0	0.4006073948	0.08.636081627	-0.853232292	0.3460208861

VI.2.5.- Cálculo de la Viscosidad Del Fluido (subrutina VISF)

Esta subrutina calcula la viscosidad dinámica del fluido tanto en fase líquida como en fase vapor, en función de la temperatura absoluta de la fase correspondiente y de su volumen específico. La fórmula general se basa en la ecuación de Alexandrov (*op. cit.* Schmidt & Grigull, 1979), que es una función de interpolación en dos variables de la forma:

$$\mu(T., v.) = \frac{10^{-6}}{\sqrt{T.}} \left(\sum_{n=0}^3 a_{0n} T.^n \right)^1 \cdot \text{Exp} \left[v. \sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^4 b_{ij} (T. - 1)^i (v. - 1)^j \right] \quad (122)$$

La viscosidad dada por la fórmula (122) está expresada directamente en [kg/m/s]. Sus variables reducidas se definen a continuación:

$$T. = \frac{T_c}{T}, \quad v. = \frac{v_c}{v}, \quad T_c = 647.30 \text{ } ^\circ\text{K}, \quad v_c = 3.1470 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad (123)$$

Las constantes a_{0n} y b_{ij} tienen los valores numéricos dados por la tabla 17.

TABLA 17.- COEFICIENTES PARA EL CÁLCULO NUMÉRICO DE LA VISCOSIDAD DINÁMICA DEL AGUA

b_{00}	b_{01}	b_{02}	b_{03}	b_{04}	b_{05}
0.501938	0.162888	-0.130356	0.907919	-0.551119	0.146543
b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}
0.235622	0.789393	0.673665	1.207552	0.0670665	-0.084337
b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}
-0.274637	-0.743539	-0.959456	-0.687343	-0.497089	0.195286
b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}
0.145831	0.263129	0.347247	0.213486	0.100754	-0.032932
b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}
-0.0270448	-0.0253093	-0.0267758	-0.0822904	0.0602.253	-0.0202.595
a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{03}	a_{04}	a_{05}
0.0181583	0.0177624	0.0105287	-0.036744	0	0

VI.2.6.- Conductividad Térmica del Agua (subrutina TERK)

Calcula la conductividad térmica del agua $K_w(T, \rho)$ en función de la temperatura y la densidad. Válida entre 5 y 800 °C. Incluye un modelo para la tolerancia de las tablas de vapor (Schmidt & Grigull, 1979).

$$K_w(T, \rho) = \sqrt{T_0} \sum_{i=0}^3 a_i T_0^i + b_0 + b_1 \rho_0 + b_2 \text{Exp}[b_3(\rho_0 + b_4)^2] + \Delta\lambda \tag{124}$$

$$\Delta\lambda = |d_1 T_0^{10} + d_2 | \rho_0^{1.8} \text{Exp}[c_1(1 - \rho_0^{2.8})] + d_3 S \rho_0^Q \text{Exp}\left[\frac{Q}{R}(1 - \rho_0^R)\right] + d_4 \text{Exp}[c_2 T_0^{1.5} + c_3 \rho_0^5]$$

Donde los coeficientes auxiliares tienen la siguiente expresión:

$$S = (|T_0 - 1.0| + c_4)^{-1}; \quad T_0 \geq 1; \quad S = c_6(|T_0 - 1.0| + c_4)^{-0.6}; \quad T_0 < 1$$

$$Q = 2.0 + c_5(|T_0 - 1.0| + c_4)^{-0.6}; \quad R = Q T_0 + 1.0 \tag{125}$$

$$T_0 = \frac{T}{647.30}, \quad \rho_0 = \frac{\rho}{317.70}; \quad T \text{ en } ^\circ\text{Kelvin}, \quad \rho \text{ en } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Las constantes a_i, b_j, d_k y c_l están dadas en la tabla siguiente.

TABLA 18.- COEFICIENTES PARA EL CÁLCULO NUMÉRICO DE LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA DEL AGUA

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
0.0102811	0.0299621	0.0156146	-0.0042246	0	0
b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
-0.39707	0.400302	1.06	-0.171587	2.39219	0
c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
0.642857	-4.11717	-6.17937	0.00308976	0.0822994	10.0932
d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6
0.0701309	0.011852	0.00169937	-1.02	0	0

VI.2.7.- Calor Específico del Agua Líquida (subrutina CPLIQ)

Calcula la capacidad calorífica específica del agua $C_{pw}(T, p)$ en función de la temperatura y la presión. Estas ecuaciones están basadas en la formulación del IFC for Industrial Use (ASME, 1983), publicadas por vez primera en el suplemento de Febrero de 1967. Las fórmulas son válidas entre 1°C y 800°C. El símbolo C_{pw} significa calor específico isobárico, el cual está dado, para la fase líquida, por la siguiente ecuación basada en el potencial de Gibbs ζ_L , definido en la ecuación (117):

calor específico isobárico reducido: $\Phi = \frac{C_p T_c}{P_c v_c}$; donde:

$$\frac{\Phi_{liq}}{\Theta} = - \left(\frac{\partial^2 \zeta_l}{\partial \Theta^2} \right)_{\beta} = -A_0 \Theta^{-1} + A_{11} \Omega + \sum_{n=0}^7 (n+1)(n+2) A_{n+3} \Theta^n +$$

$$+ \beta \left[2A_{14} + 90A_{15} (a_6 - \Theta)^8 + \frac{722A_{16} \Theta^{36}}{(a_7 + \Theta^{19})^3} - \frac{342A_{16} \Theta^{17}}{(a_7 + \Theta^{19})^2} \right] - \quad (126)$$

$$\left[\frac{242 \Theta^{20}}{(a_6 + \Theta^{11})^3} - \frac{110 \Theta^9}{(a_6 + \Theta^{11})^2} \right] (A_{17} \beta + A_{18} \beta^2 + A_{19} \beta^3) - A_{20} \Theta^{16} (306 a_9 + 380 \Theta^2) \times$$

$$\times [(a_{10} + \beta)^{-3} + a_{11} \beta] + 420 A_{22} \Theta^{-22} \beta^4$$

La función auxiliar Ω :

$$\Omega = \left(\frac{12}{29} Z - Y \right) \left[Z^{-\frac{5}{17}} \frac{d^2 Z}{d\Theta^2} - \frac{5}{17} Z^{-\frac{22}{17}} \left(\frac{dZ}{d\Theta} \right)^2 \right] +$$

$$\left(\frac{24}{29} \frac{dZ}{d\Theta} - 2 \frac{dY}{d\Theta} \right) Z^{-\frac{5}{17}} \frac{dZ}{d\Theta} + \left(\frac{17}{29} \frac{d^2 Z}{d\Theta^2} - \frac{17}{12} \frac{d^2 Y}{d\Theta^2} \right) Z^{\frac{12}{17}} \quad (127)$$

Las constantes A_i y a_j son dadas en la Tabla 15. Las funciones complementarias Z , Y y sus derivadas se calculan de:

$$Y = 1 - a_1 \Theta^2 - a_2 \Theta^6; \quad Z = Y + \sqrt{a_3 Y^2 - 2 a_4 \Theta + 2 a_5 \beta} \quad (128)$$

VI.2.8.- Calor Específico del Vapor (subrutina CPVAP)

Calcula la capacidad calorífica específica del agua en su fase vapor C_{pv} (T , p), en función de la presión y de la temperatura. Estas ecuaciones están basadas en la misma formulación anterior:

$$\text{calor específico isobárico reducido: } \Phi = \frac{C_{pv} T_c}{P_c v_c}; \text{ donde: } \frac{\Phi_{vapor}}{\Theta} = - \left(\frac{\partial^2 \zeta_v}{\partial \Theta^2} \right)_{\beta} \quad (129)$$

ζ_v es el mismo potencial de Gibbs para la región de vapor definido por la ecuación (120); con sus respectivos coeficientes dados en la tabla 16.

VI.2.9.- Tensión Superficial del Agua (subrutina TENSA)

La tensión superficial es el esfuerzo que existe en la interface de dos fluidos de diferente naturaleza. Es originada por los tipos de atracción diferentes entre las moléculas de cada uno de los fluidos. La tensión superficial del agua se calcula empleando la "International Representation of the Surface Tension of Water Substance" de la referencia ASME (1983), en función de la temperatura. La correlación es:

$$\sigma = 0.23580 \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right)^{1.256} \times \left(1 - 0.625 \frac{T_c - T}{T_c} \right); \quad \lambda = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{liq} - \rho_{vap})}} \quad (130)$$

Ambas expresiones sólo son válidas en la región de dos fases. σ [N/m] es la tensión superficial del agua en la interface liquido-vapor, λ [m] es el coeficiente de Laplace, ρ_{liq} y ρ_{vap} son las densidades de líquido y vapor saturados respectivamente; g es la aceleración de la gravedad ($T_c = 647.16$ °C, el valor estándar de g es 9.80665 m/s², pero vale 9.79 m/s² en Los Azufres, México).

VI.3.- CORRELACIONES PRÁCTICAS PARA PRESIONES CAPILARES

Capilaridad es la fuerza de atracción entre dos moléculas distintas, según se aprecia en la subida del nivel del agua en vasos capilares, o en la detención del agua en los pequeños intersticios de los granos de roca. Presión capilar es la diferencia de presiones existente entre dos fases: gas-líquido o entre dos líquidos aceite-agua. Se manifiesta por la diferencia de presiones a través de la interface entre dos fluidos inmiscibles como el agua y el aceite, ocupando conjuntamente los poros de la roca. La breve discusión teórica-experimental de la sección V.3.4 sitúa en contexto esta parte práctica para el cálculo efectivo de la presión capilar en términos de parámetros medidos en el reservorio. En esta sección establezco varias fórmulas prácticas para la presión capilar. Estas correlaciones son usadas en su cálculo efectivo y están incluidas en el código TRAMER3.

VI.3.1.- Función de Ramey (1974)

$$P_C = P_V - P_G + \frac{RT}{M v_L} \ln \left(\frac{P_G}{P_V} \right) \quad (131)$$

de aquí se deduce la presión de la fase líquida:

$$\therefore P_L = P_G - \frac{RT}{M v_L} \ln \left(\frac{P_G}{P_V} \right) \quad (132)$$

VI.3.2.- Función de Pickens (1979)

$$p_c = -p_0 \left[\ln \left(\frac{A}{B} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{B^2}{A^2}} \right) \right) \right]^{\frac{1}{x}} \quad (133)$$

$$\text{donde: } A = \left(1 + \frac{S_L}{S_{L0}} \right) \frac{S_{L0} - S_{Lr}}{S_{L0} + S_{Lr}}, \quad B = \left(1 - \frac{S_L}{S_{L0}} \right)$$

VI.3.3.- Función de Trust (Narasimhan, 1978)

$$p_c = -p_E - p_0 \left[\frac{1 - S_L}{S_L - S_{Lr}} \right]^{\frac{1}{n}}, \quad \text{para } S_L < 1; \quad \text{si } S_L = 1, \quad p_c = 0 \quad (134)$$

VI.3.4.- Función de Milly (1982)

$$p_c = -97.783 \times 10^E, \quad \text{donde } E = 2.26 \left(\frac{0.371}{S_L - S_{Lr}} - 1 \right)^{\frac{1}{4}} \quad (135)$$

VI.3.5.- Función de Leverett (1941)

$$p_c = -p_0 \sigma(l) \cdot f \quad \text{y} \quad S_L = \frac{S_L - S_{Lr}}{1 - S_{Lr}} \quad (136)$$

$$\text{donde: } f = 1.417 (1 - S_L) - 2.12 (1 - S_L)^2 + 1.263 (1 - S_L)^3$$

VI.3.6.- Función del Laboratorio Sandia (Hayden *et al.*, 1983)

$$p_c = -p_0 \left[(S_L)^{-\frac{1}{\lambda}} - 1 \right]^{1-\lambda} \quad (137)$$

VI.4.- CORRELACIONES PRÁCTICAS PARA PERMEABILIDADES RELATIVAS

En esta sección establezco varias fórmulas prácticas para el cálculo efectivo de las permeabilidades relativas. Las siguientes correlaciones son usadas y están incluidas en el código TRAMER3.

VI.4.0.- Funciones Constantes para Fases perfectamente Móviles

Las permeabilidades relativas son constantes en todo el rango [0, 1] para cualquier saturación:

$$k_{rl} = 1, \quad \text{y} \quad k_{rg} = 1 \quad (138)$$

VI.4.1.- Funciones Lineales

La permeabilidad relativa k_{rl} crece linealmente con la saturación del líquido en el rango $\langle 0,1 \rangle$. Lo mismo para k_{rg} :

$$k_{rl}, k_{rg} = a + b S_l \quad (139)$$

Otra opción es tomando:

$$k_{rl} = S_l^{r_1}, \quad y \quad k_{rg} = 1 \quad (140)$$

VI.4.2.- Funciones o Curvas de Corey

$$S_0 = \frac{S_l - S_{lr}}{1 - S_{lr} - S_{gr}}, \quad k_{rl} = S_0^4 \quad (141)$$

$$y: \quad k_{rg} = (1 - S_0^2)(1 - S_0)^2$$

con la restricción: $S_{lr} + S_{gr} < 1$

VI.4.3.- Funciones de Grant (1977)

$$S_0 = \frac{S_l - S_{lr}}{1 - S_{lr} - S_{gr}}, \quad k_{rl} = S_0^4 \quad (142)$$

$$y: \quad k_{rg} = 1 - k_{rl}$$

con la restricción: $S_{lr} + S_{gr} < 1$

VI.4.4.- Funciones de Fatt - Klikoff (1959)

$$S_0 = \frac{S_l - S_{lr}}{1 - S_{lr}}, \quad k_{rl} = S_0^3 \quad (143)$$

$$y: \quad k_{rg} = (1 - S_0)^3$$

con la restricción: $S_{lr} < 1$

VI.4.5.- Funciones de Laboratorios Sandia (Hayden *et al.*, 1983; van Genuchten, 1980)

$$S_0 = \frac{S_l - S_{lr}}{S_{ls} - S_{lr}}; \quad k_{rl} = 1 \quad \text{si } S_{ls} \leq S_l$$

$$\text{si no: } k_{rl} = \sqrt{S_0} (1 - [1 - S_0^{\frac{1}{\lambda}}]^{\lambda})^2$$

$$y: \quad k_{rg} = 1 - k_{rl}$$
(144)

donde λ es un parámetro dado en los datos.

VI.4.6.- Funciones de Verma (*et al.*, 1985).

$$S_0 = \frac{S_l - S_{lr}}{S_{ls} - S_{lr}}, \quad k_{rl} = S_0^3$$

$$y: \quad k_{rg} = A + B S_0 + C S_0^2$$
(145)

Los parámetros medidos por Verma *et al.*, para flujo bifásico líquido-vapor en arena no consolidada son:

$$\begin{array}{lll} S_{lr} = 0.200 & A = 1.2590 & C = 0.5089 \\ S_{ls} = 0.895 & B = -1.7615 & \end{array}$$

VI.4.7.- Funciones de la Universidad de Stanford (Horne *et al.*, 2000).

$$S_0 = \frac{S_l - S_{lr}}{S_{ls} - S_{lr}}, \quad k_{rl} = S_0^3$$

$$y: \quad k_{rg} = A + B S_0 + C S_0^2$$
(146)

VI.5.- SUMARIO DEL CAPÍTULO VI

En este capítulo describí y formulé la Ecuación de Estado del Agua Pura para Usos Geotérmicos que emplea TRAMER3. Esta se basa enteramente en la formulación oficial elaborada por Schmidt y Grigull (1979) y en las Tablas de Vapor de la ASME (1983). Ambas fuentes están basadas a su vez en "The 1967 IFC Formulation for Industrial Use: A Formulation of the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance" (IFC). Esta es la formulación definitiva de la Ecuación General de Estado para el Agua hasta esta fecha.

Pese a los esfuerzos internacionales realizados, nunca fue posible construir una sola ecuación de estado para todo el rango termodinámico cubierto por los valores experimentales existentes. Por ello, la termodinámica del agua se divide en 6 subregiones para cada una de las cuales se ajusta una ecuación de estado específica. Las fronteras entre las subregiones presentan discontinuidades, pero la mayoría de ellas no son significativas en la práctica. Las propiedades son: presión, temperatura, entalpía específica, energía interna, densidad, volumen específico, viscosidad dinámica, calor específico, conductividad térmica, coeficiente de Laplace y tensión superficial del agua entre las fases líquido y vapor.

Establecí el rango de validez y aplicabilidad de esta ecuación de estado y mencioné que los efectos prácticos de no tomar en cuenta las sales disueltas y gases incondensables del fluido geotérmico, son insignificantes en la mayoría de los pozos observados. La ecuación de estado formulada se programó en lenguaje Fortran 77, desarrollando un código potente llamado AQUA0, formado por 9 subrutinas y varias correlaciones prácticas. Las propiedades termodinámicas del agua que calcula este código son para la fase líquida, para la fase vapor y para ambas fases mezcladas en el fluido bifásico. Estas se complementan con varias correlaciones prácticas para calcular presión capilar y permeabilidades relativas.

En una sola fase, líquido o vapor, las variables independientes son la presión y la temperatura. Las demás propiedades termodinámicas se calculan en función de ellas dos. En dos fases, la temperatura se hace dependiente de la presión de saturación a través de la relación de Clapeyron $T_{sat} = T(P_{sat})$. Las variables independientes para calcular el fluido bifásico son la entalpía específica y la presión de saturación. Aunque también pueden emplearse la calidad del vapor o la saturación del líquido. Estas opciones proporcionan suficiente flexibilidad al modelo para adaptarse a cualquier situación surgida en el estudio de un reservorio real.

En flujo monofásico la variable más sensible a la explotación es la presión, luego la temperatura y después la entalpía. Sin embargo es de notar que a temperatura constante, la entalpía varía poco con la presión en todo el rango termodinámico. En dos fases en cambio, la presión, la entalpía y la calidad o la saturación son igualmente sensibles ante cualquier cambio termodinámico.

Capítulo VII

EL CÓDIGO TRAMER3 PARA SIMULAR EL TRANSPORTE DE MASA Y ENERGÍA EN RESERVORIOS DE MÚLTIPLE POROSIDAD / PERMEABILIDAD

VII.- EL CÓDIGO TRAMER3 PARA SIMULAR EL TRANSPORTE DE MASA Y ENERGÍA EN RESERVORIOS DE POROSIDAD/ PERMEABILIDAD MÚLTIPLES

Todo lo que puedes tener en tu mente lo puedes tener en tu mano...
Napoleón

La Teoría, el modelo matemático y el algoritmo numérico desarrollados en el capítulo IV tienen, como fruto final, un código general para el Transporte de Masa y Energía en Reservorios con porosidad y permeabilidad múltiples en 3 dimensiones, denominado en forma compacta con el acrónimo **TRAMER3**. La primera versión del programa la escribí en lenguaje FORTRAN-77. La mayoría de las propiedades de la roca y del fluido enumeradas en el capítulo V y la ecuación de estado del agua pura del capítulo VI, están incorporadas a este texto. El código numérico correspondiente simula reservorios de geometría tridimensional arbitraria. TRAMER3 corresponde al modelo matemático que representa reservorios geotérmicos bifásicos con el concepto $m\Phi-nK$. Bajo este nuevo concepto, M medios continuos interactúan entre sí a través de sus interfaces comunes con valores de porosidad y permeabilidad diferentes. Los parámetros de los medios considerados pueden ser altamente contrastantes y tener discontinuidades en sus interfaces. Por esas razones el promediado de parámetros es una operación fundamental en la simulación de medios $m\phi-nK$.

El código TRAMER3 es de capacidad general, puede modelar fracturas y fallas a cualquier escala, con cualquier clase de condiciones de frontera. Con él es posible modelar medios porosos simples en 1 y 2 fases o zonas fracturadas de alta permeabilidad o bien, flujo en reservorios con cualquier número de porosidades siguiendo la ley de Darcy. También puede simular zonas con turbulencia, por ejemplo en fallas conductivas abiertas, donde la velocidad de flujo siga una ley tipo Forchheimer. El método de resolución de las ecuaciones del modelo y su algoritmo se desarrollan y programan por primera vez en México. TRAMER3 tiene acoplado un modelo de pozo que calcula las condiciones del fluido dentro del pozo desde el fondo hasta el cabezal. Contiene también un modelo analítico para calcular el flujo radial-vertical de calor entre el pozo y la formación. De esta forma es posible verificar las mediciones en el pozo a partir de la evolución calculada del yacimiento. TRAMER3 incluye un preprocesador de datos para construir la malla y el archivo con datos iniciales en forma semi-automática, interpolando parámetros. También puede realizar el pos- procesamiento gráfico de resultados mediante interfaces FORTRAN compatibles con software comercial para graficación de alta calidad. El programa puede ejecutarse en cualquier computadora con coprocesador numérico. Para problemas complejos se requiere máquinas potentes, el mínimo recomendado es una PC 80486 de 25 MHz. En problemas con fracturas o de multiporosidad se requiere una Pentium con velocidad mínima de 500 MHz. TRAMER3 es un modelo robusto en desarrollo, completamente original y de amplia aplicabilidad futura.

VII.1.- CARACTERÍSTICAS GENERALES DE TRAMER3

Well begun is half done
Aristóteles (384-322 aC)

TRAMER3 es un código numérico íntimamente asociado al modelo matemático general desarrollado en el Capítulo IV que, junto con las propiedades descritas en el capítulo V, constituyen el núcleo central de esta tesis. Desde un principio traté de darle al modelo el rango más amplio de aplicabilidad y precisión posibles. Su ecuación de estado se basa en las ecuaciones del capítulo VI para agua pura. Esta limitación debe considerarse sólo temporal. En futuras versiones podrá incluirse la presencia de gases y sales para hacerlo un código completamente tri-componente. Otras extensiones naturales radican en la inclusión de ecuaciones de estado para reservorios de aceite y gas y para la dispersión de contaminantes en acuíferos. TRAMER3 fue escrito originalmente en FORTRAN-77 para un compilador tipo LAHEY de 32 bits. El código fuente puede transportarse a FORTRAN 90, para aprovechar las ventajas y capacidades gráficas de este compilador o traducirse a una versión en C++. Todas estas extensiones son relativamente fáciles de implementar y serán realizadas en un futuro cercano.

El modelo en la región bifásica trabaja con la presión y la entalpía como variables básicas independientes. La ventaja de este enfoque es que ambas variables se mantienen independientes en todo el espectro termodinámico líquido-dos fases-vapor. Ambas son los parámetros más comúnmente medidos en las operaciones de campos geotérmicos en explotación. En estado monofásico las variables empleadas son la presión y la temperatura.

El concepto $m\phi-nK$ es la idea base del código. Parte de una generalización de la doble porosidad, aplicable a la simulación numérica del flujo de calor y fluido en medios fracturados. El método permite el modelado de fluidos con compresibilidades altas y transitorias, con cambio de fases, incluyendo efectos de calor latente y el acoplamiento simultáneo entre fluido y energía. La matriz se divide en subdominios, lo cual permite el tratamiento realista de la interacción transiente entre matriz y fracturas. Cada bloque de matriz se puede subdividir en una secuencia de volúmenes secundarios anidados. Con estas subdivisiones es posible representar el flujo transiente interporoso entre cualquier número de medios y calcular, en detalle, sus gradientes termodinámicos de presión y temperatura.

El programa está dividido en dos programas principales separados y varios subprogramas o subrutinas que interactúan entre sí. El primer programa es el **CREador Automático de Mallas en 3 dimensiones**, llamado con el acrónimo **CREAM3**. Éste preprocesa la información básica requerida por TRAMER3, que efectúa la simulación como segundo programa principal. Ambos códigos interactúan entre sí a través del archivo de datos creado por el primero para ser leído y procesado por el segundo. Las diversas subrutinas que los conforman son descritas enseguida sucintamente.

VII.2.- CREACIÓN SEMI-AUTOMÁTICA DE MALLAS FRACTURADAS PARA TRAMER3

El comienzo es la parte mas importante del trabajo

Platón (428-348 aC)

Este código contiene información técnica y científica para modelar reservorios fracturados. Pero el procesamiento de datos y la presentación gráfica de resultados numéricos son problemas prácticos aún no resueltos de manera general. Por ello incluye secciones de procesamiento de datos y resultados.

VII.2.1.- Breve descripción de CREAM3

El objetivo principal de CREAM3 es ayudar al usuario a enfocar su atención en los problemas físicos del reservorio a modelar, no en los detalles teóricos y prácticos del código numérico. El usuario puede disponer de muy poca información inicial o, incluso, usar TRAMER3 como un modelo volumétrico. El usuario define el modelo geométrico del yacimiento por el tipo de discretización a usar: medio poroso simple, DP, TP o $m\Phi$ -nK general. Enseguida introduce las propiedades petrofísicas y termodinámicas de la roca y del fluido, determina la posición y características de los pozos productores o inyectores a incluir en la simulación y define el tipo y condiciones en las fronteras del reservorio. CREAM3 interactúa con el usuario de manera directa, leyendo interactivamente la información en pantalla, en detalle, secuencialmente para cada elemento discretizado, o bien, empleando valores preestablecidos de su propia base de datos. Al terminar la captura de datos, CREAM3 escribe un archivo electrónico, conteniendo toda la información requerida por TRAMER3 para la simulación y solución del problema.

CREAM3 es un código escrito en FORTRAN-77, planeado como un sistema integrado en serie, con un programa principal de lectura de datos y control de opciones y siete subrutinas: MXYZG3, POZOR3, TRANSF2, TCHEBY3, IRFK2, GRAFEL2 y MALLAF3. La primera subrutina crea la malla; la segunda y tercera la modifican mediante refinamiento y transformaciones rígidas optativas; la cuarta y quinta opciones interpolan datos, estimando parámetros no medidos. Esas cinco subrutinas crean el archivo de datos requerido por TRAMER3. El programa principal lee los datos proporcionados por el usuario, abre archivos, formatea y controla todo el proceso. MXYZG3 crea la malla porosa fracturada en 1, 2 o 3 dimensiones y construye varios archivos auxiliares con la información pertinente representando al reservorio. POZOR3 hace la discretización fina de los elementos productores que tienen extracción o inyección de masa o de calor en geometría radial y los deja listos para ser procesados por el simulador de pozo integrado en TRAMER3. El subprograma TCHEBY3 interpola parámetros estacionarios en una base de polinomios de Tchebyshev de cualquier orden. La subrutina externa IRFK2 se usa para interpolar parámetros no-estacionarios en base a la Teoría de Funciones Aleatorias Intrínsecas de Orden k desarrollada por Matheron (1970). Las dos últimas subrutinas, GRAFEL2 y MALLAF3, leen los resultados de la simulación y generan archivos en formato ASCII para interactuar flexiblemente con cualquier software gráfico comercial.

El pre-procesamiento de la información que realiza CREAM3 consiste en la creación de elementos rectangulares dentro de la malla y de elementos rectangulares o trapezoidales en las fronteras. Estos elementos son suficientes para representar muchas geometrías de reservorios observados en México. La malla básica puede modificarse posteriormente a mano para reproducir detalles locales o regionales de gran complejidad. CREAM3 no es un sistema experto ni tampoco es totalmente automático. Abierto a futuras innovaciones y cambios, requiere decisiones humanas y la interacción constante con el usuario. La figura 13 ilustra cómo los diferentes módulos de CREAM3 están acoplados a TRAMER3.

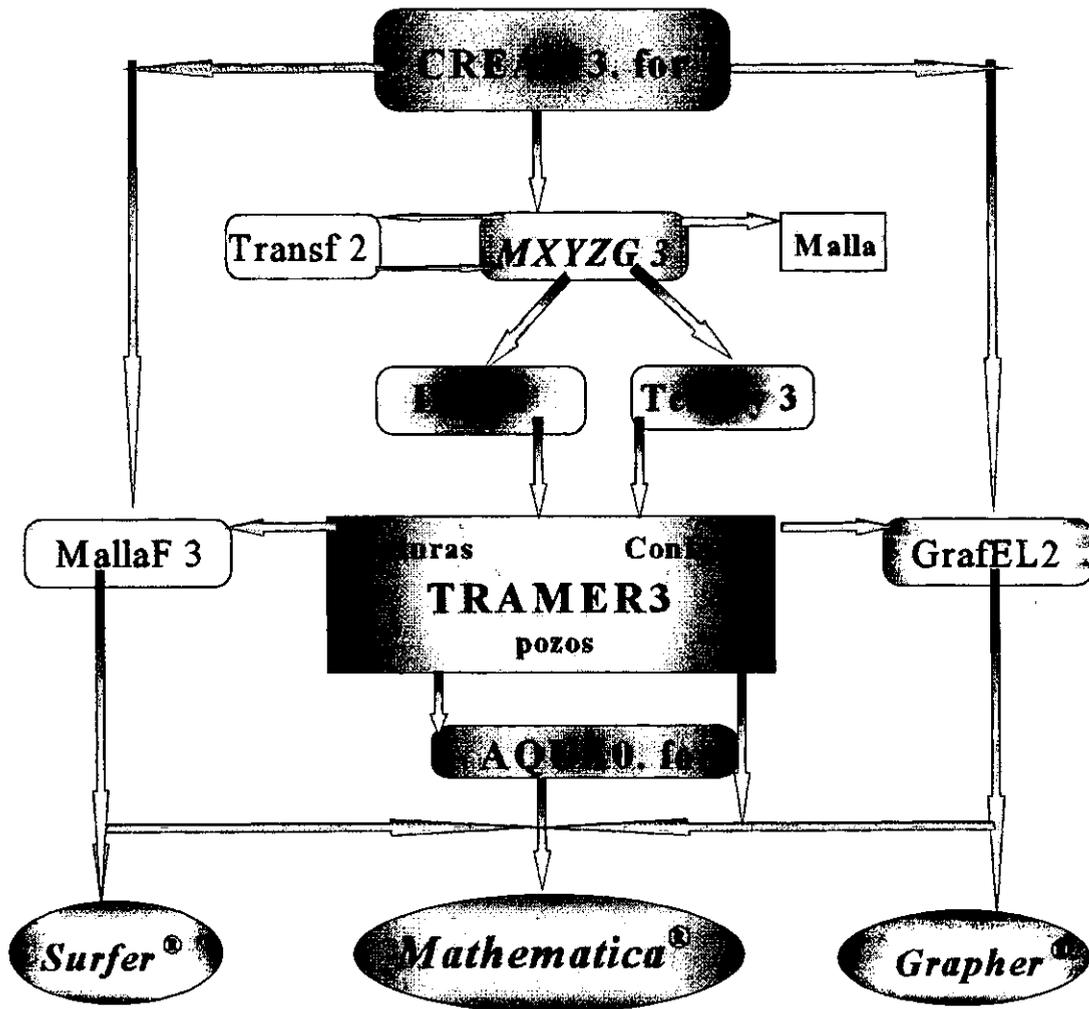


Fig. 13.- Acoplamiento entre TRAMER3 y CREAM3 con algunos otros módulos

VII.2.2.- Descripción de las Subrutinas

CREAM3.FOR - Es el programa principal encargado de pedir la información inicial, leer opciones y llamar en orden a las diferentes subrutinas. Se encuentra aún en versión experimental. Una futura versión está en proceso de desarrollo y construirá automáticamente el refinamiento espacial para simular los agujeros de los pozos y elementos de geometría complicada.

WXYZG3 - Es la subrutina principal, sus funciones son construir automáticamente la malla a partir de muy poca información y calcular las coordenadas de todos los elementos. Tiene dos opciones iniciales. La primera usa directamente un archivo preexistente con la información de la malla. La segunda opción puede calcular toda la malla a partir de las coordenadas de los pozos productores o inyectores, asignando un elemento por pozo; requiere además el largo y el ancho del reservorio. Si se usa, la segunda opción calcula, en cada estrato dz_i , las distancias dx_i , dy_i (Fig. 14).

Una vez definidas las distancias básicas en los tres ejes coordenados (x, y, z) calcula las coordenadas 3D de todos los puntos que conforman a la malla rectangular, determina los centros de masa de todos los elementos y calcula interactivamente los elementos de todas las fronteras. Incluye la opción de construir bloques de mayor tamaño conectados a dos o mas elementos del reservorio. El cálculo de coordenadas es referido a un nivel Z_{ref} que el usuario asigna sobre el nivel del mar. Por ejemplo $Z_{ref} = 0$ significa que el estrato más profundo del reservorio está a nivel del mar. El origen absoluto corresponde a $(0, 0, Z_{ref})$, donde $(0, 0)$ es el punto del plano a partir del cual se mide la primera distancia (dx_1, dy_1). Las coordenadas de cada punto en la malla son calculadas a partir del siguiente algoritmo.

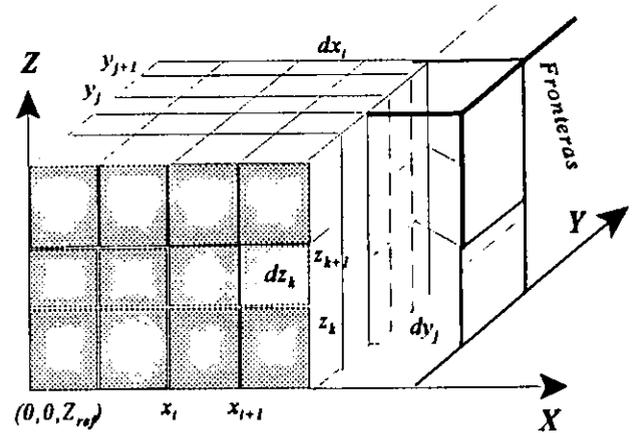


Fig. 14.- Malla con fronteras creada por CREAM3.

MARCE-1

$$k = 0, NZ$$

$$j = k (NY + 1), (k + 1) NY + k$$

$$i = j (NX + 1), (j + 1) NX + j$$

$$X_i = X_0 \quad (\text{Si } i \leq NX)$$

$$X_i = X_{(i - NX - 1)} \quad (\text{si } i > NX)$$

$$X_0 = X_0 + dX_{i+1}$$

$$Y_j = Y_0 \quad (\text{si } j \leq NY)$$

$$Y_j = Y_{(1 - (NY+1) \cdot NX - NY - 1)} \quad (\text{si } j > NY)$$

$$Y_0 = Y_0 + dY_{j+1}$$

$$Z_1 = Z_0$$

$$Z_0 = Z_0 + dZ_{k+1}$$

Los centros geométricos de cada elemento (C_{xi}, C_{yi}, C_{zi}) se calculan con un algoritmo distinto del anterior.

MARCE2

k = 1, NZ

j = (k - 1) NY + 1, k* NY

i = (j - 1) NX + 1, j NX

XC_i = X₀ + dX_i/2 (si i ≤ NX)

XC_i = XC_(i-NX) (si i > NX)

X₀ = X₀ + dX_i

YC_j = Y₀ + dY_j/2 (si j ≤ NY)

YC_j = YC_(j-NY-NX) (Si j > NY)

Y₀ = Y₀ + dY_j

ZC_k = Z₀ + dZ_k/2

Z₀ = Z₀ + dZ_k

NX, NY y NZ son el número de distancias en cada uno de los ejes coordenados. La malla representando al reservorio tendrá exactamente NX*NY*NZ elementos internos. Con algoritmos especiales, se asignan nombres a todos los elementos creados, calculando áreas interfaciales, distancias entre centros e interfaces y volúmenes de los elementos. Se asigna la pertenencia de cada elemento a diferentes tipos de roca en función de la profundidad, de la mineralogía, elementos de falla o zonas fracturadas. Esta versión realiza el cálculo de elementos sencillos en 1, 2 y 3 dimensiones. Las geometrías pueden ser rectas, cuadrados, rectángulos o cubos. Una próxima innovación incluirá triángulos y trapecios.

Fronteras.- La principal ventaja de CREAM3 es la opción de poder construir elementos-frontera, incrementando paulatinamente el tamaño de bloques fronterizos ligados a dos o más elementos en cualquiera de las tres dimensiones de manera automática. Esto facilita la rápida construcción de diferentes tipos de frontera. Esta versión incluye la escritura y conexión automática de los volúmenes ATMÓSFERA y HORNFELS en el reservorio y de elementos similares para bloques frontera fuera del yacimiento. La última parte de esta subrutina, construye las fronteras del reservorio de una manera interactiva con el usuario. Los datos iniciales los lee del mismo archivo inicial, análogamente a los datos iniciales de la malla interior. El cálculo de la geometría, de las coordenadas de los nodos y de los centros geométricos de los elementos frontera, es igual al de la malla interior. La parte del cálculo de las conexiones entre bloques frontera y elementos fronterizos se hace interactivamente. Empieza con la frontera sur, desde el primer punto frontera (-x_{fl}, -y_{fl}, Z_{ref}), luego conecta la frontera Norte, luego la Oeste y por último la Este. Introduce como información el número de elementos conectados y enseguida calcula la distancia euclidiana de cada elemento de la malla conectado a ese bloque frontera mediante:

$$d(\vec{C}_F, \vec{E}_i) = \sqrt{(C_X - X_i)^2 + (C_Y - Y_i)^2 + (C_Z - Z_i)^2} \tag{148}$$

(C_x, C_y, C_z) son las coordenadas del centro geométrico del bloque frontera y (X, Y, Z) las coordenadas del elemento fronterizo.

TRANSF2 - Esta subrutina está en desarrollo, una primera versión fue acoplada a CREAM3 y es útil para realizar transformaciones posteriores de la malla. Solamente realiza transformaciones rígidas 2D de todos los puntos P conformando la malla en cada plano XY o XZ o YZ. Esta subrutina es útil cuando se quieren probar diferentes efectos que la orientación de la malla puede tener sobre las condiciones iniciales o crear pozos ficticios para simular efectos de frontera como recarga natural. Por ejemplo para cada plano Z constante, puede efectuar:

- a).- Traslaciones $T(P) = OP + v$, donde v es un vector cualquiera y $OP = (x, y)$.
- b).- Rotaciones alrededor del eje horizontal: $R(P) = xU + yU^\perp$, donde $U = (u_x, u_y)$, $U^\perp = (-u_y, u_x)$.
- c).- Reflexiones sobre una recta: $R_{11}(P) = xU - yU^\perp$. Esta última transformación equivale a una rotación de 180° del plano conteniendo al vector OP , alrededor de una recta L.

TCHEBY3.- Esta subrutina interpola en dos o tres dimensiones cualquier función $F(x,y)$ considerando como funciones base en la interpolación a los polinomios de Tchebyshev $\{T_n(x)\}$, definidos por la relación recurrente $T_{n+1}(x) - 2x T_n(x) + T_{n-1}(x) = 0$, con los valores iniciales $T_0(x) = 1$, $T_1(x) = x$. Cualquier función $f(x)$, se interpola con:

$$f(x) \approx P_m(x) = c_0 T_0(x) + c_1 T_1(x) + \dots + c_m T_m(x) = \sum_{j=1}^m c_j T_j(x) \quad (149)$$

Para un grado elevado de las funciones base, por ejemplo que involucre potencias de orden 4, 5 o mayores, los polinomios normales oscilan engendrando inestabilidad numérica. El empleo de los polinomios de Tchebyshev, evitan este problema.

$$\forall x \text{ real tal que: } -1 < x < +1 ; \quad x = \cos \theta ; \quad T_n(x) = \cos(n\theta) \quad (150)$$

Para obtener este acotamiento simplemente se efectúa el siguiente cambio de variable:

$$\forall y \in [a, b]: \quad y = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} x ; \quad x = \frac{2y - a - b}{b - a} \quad (151)$$

Obviamente, en todos los casos:

$$-1 \leq T_n(x) \leq +1 \quad (152)$$

propiedad responsable de que los polinomios de Tchebyshev proporcionen procedimientos de cálculo muy estables en las aproximaciones de cualquier índole. Por ejemplo un parámetro distribuido en el

espacio 3D se interpola así:

$$f(\vec{r}) \approx \sum_{j=0}^N c_j b_j(\vec{r}) ; \quad \forall \vec{r} = (x, y, z) \quad (153)$$

$$b_j(\vec{r}) = T_p(x) T_q(y) T_r(z), \quad \forall p, q, r = 0, 1, 2, \dots, N$$

Si se conoce el valor del parámetro en N lugares, las c_j son solución del sistema lineal:

$$\sum_{k=0}^N c_k \langle b_k, b_j \rangle = \langle f, b_j \rangle ; \quad j = 0, n \quad (154)$$

$$\langle b_k, b_j \rangle = \sum_{i=0}^n b_k(\vec{r}_i) b_j(\vec{r}_i), \quad \langle f, b_j \rangle = \sum_{i=0}^n f(\vec{r}_i) b_j(\vec{r}_i)$$

Una fórmula de integración eficiente, basada en los polinomios de Tchebyshev, se deduce de las ecuaciones anteriores (Suárez, 1984). Cualquier función real puede integrarse aproximadamente con la siguiente fórmula:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n+1} \sum_{j=0}^{Na} \tau_j f_j$$

$$f_j = f\left(\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} y_j\right); \quad y_j = \cos\left(\frac{2j+1}{2n+2} \pi\right) \quad (155)$$

$$\tau_j = 1 + 2 \sum_{k=1}^{n/2} \frac{T_{2k}(y_j)}{1-4j^2}; \quad T_{k+1}(y_j) = 2y_j T_k(y_j) - T_{k-1}(y_j)$$

Los T_k son polinomios de Tchebyshev, los extremos a y b pueden ser cualquier real, incluso $-\infty$ o $+\infty$, Na es el orden de la aproximación. Este algoritmo es particularmente útil en la integración de gastos de inyección o de producción sobre largos períodos de tiempo, para calcular el gasto total.

IRFk2 - Las bases teóricas de esta subrutina son descritas en la sección VII.3.4. Utilizo una técnica del krigaje no estacionario, basada en la teoría de Matheron (1973) sobre funciones aleatorias intrínsecas de orden k (> 0), para efectuar interpolaciones óptimas, estimar parámetros no medidos y asignar valores a todos los elementos de la malla. Es particularmente útil en el modelado de variables espaciales con tendencia. IRFk2 resuelve el sistema del krigaje Universal (Suárez y Samaniego, 1998). Este código puede procesar todos los parámetros requeridos por TRAMER3: densidad, porosidad, conductividad térmica, permeabilidad, presión, temperatura, etc. Además proporciona una estimación de las incertidumbres en cada parámetro interpolado, a través de la variancia del error del krigaje.

GRAFEL2 - Esta subrutina prepara los resultados de TRAMER3 para ser graficados según el tipo clásico: variable vs. tiempo. La variable puede ser presión, temperatura, etc. Esta parte del código separa y ordena los resultados de cada elemento seleccionado, generando archivos ASCII en columnas, un archivo por cada elemento a graficar. El formato de estos archivos es totalmente compatible con una gran variedad de software gráfico comercial. Una versión avanzada de GrafEL2 también podrá generar sus propias gráficas a través de las subrutinas preconstruidas en el compilador FORTRAN 90.

MALLAF3 - Lee los resultados finales o parciales de TRAMER3 y genera archivos ASCII compatibles con distintos formatos de software gráfico: (por ejemplo SURFER o GRAPHER) para dibujar contornos 2D y superficies 3D de alta calidad visual, apropiados para incluirlos en presentaciones públicas o en reportes finales. Esta subrutina lee los datos de la malla en el archivo creado por MXYZG3. MALLAF3 también puede interactuar con el programa *Mathematica* (Wolfram, 1993), proporcionando un formato compatible con este software, mediante instrucciones especiales.

Mathematica (Wolfram, 1993), es un software comercial definido como un sistema integral para realizar cálculos simbólicos, numéricos y gráficos de manera amigable y muy potente. Contiene además un poderoso y completo lenguaje de programación. El ambiente cibernético que ofrece *Mathematica* es particularmente útil para analizar y graficar resultados de simulaciones: Las capacidades gráficas de *Mathematica* son muy amplias abarcando desde gráficas sencillas hasta contornos, gráficos de densidad tipo tomografías y superficies tridimensionales $Z = F(x,y)$. También es posible presentar animaciones o movimientos virtuales de esas superficies para simular la evolución del reservorio. *Mathematica* puede usarse primero en el análisis visual rápido de datos y resultados. Posteriormente puede usarse SURFER y GRAPHER para realizar la presentación final si se requiere imprimir un reporte oficial.

VII.3.- PRE Y POS - PROCESAMIENTO DE INFORMACIÓN EN TRAMER3

Los procesos geotérmicos se originan y evolucionan en forma parcialmente aleatoria. Esto significa que es imposible predecir *exactamente* como se comportará en el futuro alguna zona geotérmica bajo explotación. Cualquier cambio en las condiciones de explotación actuales, las variaciones en los volúmenes reinyectados y las decisiones sobre la perforación de pozos, afectan irreversiblemente la evolución posterior del sistema. Solamente se pueden hacer predicciones mas o menos razonables acerca del posible comportamiento del reservorio, empleando modelos que simulen el comportamiento del sistema bajo diferentes condiciones y luego, inferir mediante leyes probabilísticas, los escenarios de capacidad y longevidad mas probables, realizando deducciones con márgenes tolerables de error. Al tratar de encontrar información significativa sobre el estado actual y futuro del yacimiento geotérmico, se presentan dos tipos de problemas técnicos, cuyas decisiones son cruciales para el manejo óptimo de cualquier campo geotérmico.

- (1) *El tipo de información necesaria y el diseño previo de mecanismos para la recolección de datos medibles en pozos y los provenientes de técnicas de ciencias de la Tierra.*
- (2) *El tipo de análisis a efectuar sobre la información obtenida y la forma de construir los modelos para predecir el comportamiento del reservorio.*

VII.3.1.- Procesos Estocásticos y Aleatoriedad en los Reservorios Fracturados

"The conception of chance enters into the very first steps of scientific activity, in virtue of the fact that no observation is absolutely correct. I think chance is a more fundamental conception than causality; for whether in a concrete case a cause-effect relation holds or not can only be judged by applying the laws of chance to the observations".
(Max Born, 1949)

En las disciplinas de las Ciencias de la Tierra, fundamento de las actividades de evaluación de yacimientos, casi cualquier grupo de datos medidos muestra fluctuaciones de tipo aleatorio (Suárez, 1988). Por ejemplo, en Geología se comprende y explica la formación de cadenas montañosas a partir de las actividades tectónicas de la corteza terrestre, pero no se puede explicar por qué tal o cual montaña apareció ahí, o por qué tiene precisamente cierta forma y no otra. Estas fluctuaciones tienen tres orígenes:

- (i) Algunos parámetros del sistema son aleatorios por naturaleza; por ejemplo la distribución de permeabilidades en fracturas.
- (ii) La aleatoriedad puede ser introducida artificialmente de manera arbitraria para reflejar un conocimiento incompleto al tratar de hacer una descripción exacta del sistema geotérmico.
- (iii) La incertidumbre aparece también cuando el número de variables es tan grande que una descripción exacta sería prácticamente imposible. Las técnicas estocásticas se usan entonces para reemplazar un conocimiento que es demasiado detallado para ser útil en la práctica; por ejemplo, una historia abundante de inyección/producción.

En los reservorios los datos disponibles no son, en general, suficientes para definir una solución única. El sistema está gobernado por un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales de tipo pseudo-parabólico, en el cual las condiciones iniciales y varias condiciones de frontera son desconocidas. Este tipo de sistemas con información distribuida en el espacio se dicen "incompletos", pues los datos disponibles no definen una solución única, sino un conjunto de soluciones posibles. El método a usar en estos casos, a diferencia de los deterministas, es el de escoger una solución particular óptima que, por ejemplo, minimice algún criterio dado.

VII.3.2.- El Origen de la Aleatoriedad en los Reservorios Fracturados

Es bien conocida la heterogeneidad natural de la corteza terrestre, la cual afecta a todos los parámetros importantes como son porosidad, permeabilidad, conductividad térmica, temperatura, presión, entalpía, volumen, calidad de vapor, etc. La heterogeneidad varía a su vez en distintas escalas: bloque de matriz, fractura, vecindad del pozo, local y regional. Si suponemos que esa heterogeneidad ha ocurrido por procesos geológicos impredecibles y caóticos, entonces esos parámetros adquirieron sus valores de manera al menos parcialmente aleatoria, como un proceso estocástico. Sin embargo, el yacimiento está en realidad definido de manera única en el tiempo y en el espacio. El problema clave es que sólo podemos conocerlo en forma incompleta debido a que es imposible medir continuamente todos sus parámetros en todas direcciones. El reservorio es a priori, en cada tiempo, parcialmente desconocido.

El fundamento para la comprensión científica de cualquier sistema es la información. Pero los datos que se obtienen de los reservorios, a través de las diferentes técnicas son, siempre, insuficientes. Al efectuar el modelado numérico del reservorio, es menester usar todos los datos medidos e interpolar en zonas donde no existe información y extrapolar en regiones alejadas de las zonas de explotación, especialmente en las fronteras del sistema. La distribución espacial de los parámetros básicos, incluyendo los lugares donde nunca se medirán, es el fundamento en el cual se basan las predicciones sobre la evolución del sistema. Por tanto, la evolución se encuentra a su vez sesgada por esa distribución inicial. La incertidumbre original que se genera al elaborar el modelo conceptual del reservorio asignándole valores numéricos, se propaga más tarde dentro de las ecuaciones del modelo matemático y nos proporciona resultados igualmente inciertos, normalmente dentro de rangos de error desconocidos. Las técnicas clásicas de ajuste de resultados con los parámetros de producción como presión y entalpía, solamente son válidos en los lugares donde existen efectivamente mediciones confiables. La incertidumbre y carencia de ajuste, siguen existiendo en las zonas donde no hay mediciones.

Un desarrollo geotérmico implica siempre altos costos. Equivocarse en la evaluación de la capacidad del sistema es igualmente costoso. Por ello es importante estimar las capacidades energéticas del reservorio empleando toda la información a la mano de manera óptima. Conociendo aproximadamente los rangos de confiabilidad o de error de esas estimaciones, las incertidumbres propias del reservorio podrán transferirse hacia el análisis de riesgos del proyecto geotérmico (Suárez, 1987).

VII.3.3.- Las Funciones Aleatorias Intrínsecas en el Modelado de Parámetros no-Estacionarios

Los métodos de análisis clásicos para interpolar y estimar espacialmente parámetros distribuidos en un sistema natural, abarcan una amplia variedad de técnicas: estadística simple, regresión lineal, mínimos cuadrados, superficies de tendencia, análisis de factores, series de Fourier, series de tiempo, promedios móviles, geostatística. Todas esas técnicas tienen sus ventajas y desventajas; en algunos tipos de problemas dan buenos resultados, en otros fallan. No existe una técnica aplicable a todas las

circunstancias que proporcione soluciones perfectas. En particular, la estadística clásica presenta la siguiente desventaja al ser aplicada a los fenómenos geotérmicos: en su aplicación es requisito suponer que las muestras extraídas del parámetro original, son variables aleatorias independientes, es decir, los eventos posibles de cada experiencia medida, no dependen uno del otro. El resultado de una realización no debe influir en las otras realizaciones. Esto significa que la probabilidad de que cualquier miembro de la población aparezca en una muestra, es independiente de la aparición de los otros miembros de la población en la muestra (Kreyszig, 1973). La estadística clásica requiere la inexistencia de toda relación espacial entre los valores muestrales obtenidos del yacimiento.

Como la mayor parte de las grandes ideas matemáticas, la teoría geoestadística tuvo su origen en problemas prácticos. En 1950 el ingeniero minero sudafricano Daniel G. Krige inventó una técnica para evaluar vetas de oro, estimando la calidad del mineral mediante coeficientes empíricos asignados a valores muestrales. Con su método consideró la geometría de la veta, la localización espacial de las muestras y la relación entre ellas. A esta técnica de origen minero se le conoce desde entonces como "kriging" en inglés o como *krigaje* en español. En los años 60, un joven matemático francés, Georges Matheron, estableció las bases teóricas del método de Krige desarrollándolo como un nuevo método de interpolación espacial bajo el nombre de Teoría de Variables Regionalizadas (Wackernagel, 1995). Esta teoría es aplicable al cálculo aproximado de parámetros distribuidos en el espacio, a condición de que tengan alguna estructura espacial entre ellos. Un fenómeno de este tipo se dice que está regionalizado y toda función que lo represente se llama Variable Regionalizada (VR) dentro de la teoría de Matheron (1973). Ese término no tiene nada que ver a priori con ningún concepto probabilístico; se trata simplemente de una función que puede ser muy irregular y que muestra dos aspectos contradictorios:

- 1).- La VR tiene una estructura espacial, reflejo de las características correlacionadas del fenómeno regional.
- 2).- La VR es aleatoria pues muestra variaciones impredecibles del fenómeno en puntos distintos.

En una población muestral $S = \{T_1, T_2, \dots, T_N\}$, $T_i = T(x_i, y_i, z_i)$ representa a cualquier parámetro geotérmico medible en el reservorio; $r_i = (x_i, y_i, z_i)$ es el vector de posición de la muestra i ($i = 1, N$) con respecto a un origen arbitrario. La intensidad de la relación entre cada par de muestras $\{T_i, T_j\}$, es medible por la covariancia de la diferencia entre ambas, donde $T_j = T(r_i + \mathbf{d})$ siendo $\mathbf{d} = r_j - r_i$ la distancia espacial entre ambas muestras. La geoestadística ordinaria hace dos suposiciones: en la primera asume que esas diferencias son estacionarias. Es decir, las propiedades estadísticas son iguales en cada subdominio del reservorio donde se observa el parámetro T . Esta hipótesis implica que la esperanza matemática es constante, $E[T_i] = E[T_j]$. La segunda hipótesis consiste en considerar a la covariancia como una función de la distancia h entre las muestras: $\text{Cov}(T_i, T_j) = K(\mathbf{d})$. Esta es la forma más simple de geoestadística.

VII.3.4.- Procesos No-Estacionarios en Reservorios Fracturados

Con los años se ha desarrollado una amplia gama de métodos basados en las ideas anteriores. De la estimación de reservas mineras, se pasó a aplicarse a la mayoría de las Ciencias de la Tierra. Actualmente sus métodos son aplicables en cualquier campo de la ciencia y de la industria donde se requiera evaluar datos incompletos correlacionados en el espacio o en el tiempo. La mayor parte de esas técnicas han sido resumidas por Delhomme (1976) y Wackernagel (1995).

Durante la explotación y estudio de los reservorios fracturados, se encuentran fenómenos que no pueden considerarse estacionarios en todo el espacio. La temperatura y la presión aumentan casi linealmente con la profundidad, mientras que la porosidad y la permeabilidad decrecen, a veces, exponencialmente. La esperanza de extraer fluido y energía no es la misma en zonas someras fracturadas, que en zonas profundas selladas. Matheron (1973) desarrolló también las herramientas para la representación matemática de procesos no estacionarios. El concepto fundamental es la **Función Aleatoria Intrínseca de orden k_A** (FAIk), donde k_A es cualquier número entero. La aplicación de este tipo de función a un fenómeno no estacionario, implica que el proceso tiene diferencias estacionarias a partir de cierto orden k_A . Por ejemplo, las funciones aleatorias de la geoestadística estacionaria corresponderían a $k_A = 0$.

El problema típico es el siguiente: Dados n valores de un parámetro $T(x_i)$, se requiere calcular aproximadamente el valor $T(x_0)$ desconocido en el punto x_0 , de forma que toda la información disponible sea usada óptimamente. En general se busca una buena aproximación para estimar el valor del parámetro $T(x)$ en la posición particular x_0 o bien, calcular el valor promedio en cada uno de los elementos o bloques que conforman una malla base de la simulación numérica del reservorio. No es necesario que para cada punto x_0 o en cada bloque-elemento se empleen todos los datos conocidos. Es suficiente un número menor de puntos cercanos a x_0 y que tengan relación con su valor real.

Una función que calcule las diferencias primeras, filtra a todas las constantes: $I(c) = c - c = 0$. Por ello en el caso de la geoestadística estacionaria, la esperanza matemática interpretada como una diferencia primera es constante: $E[T(x+h)-T(x)] = 0$. La idea esencial de los incrementos o diferencias generalizadas de orden 2, 3, ..., k_A es que filtran a todo polinomio de orden 1, 2, ..., $k_A - 1$, es decir $I^{k+1}(P_k) = 0$. Por ello se definen diferencias generalizadas de orden $k + 1$ de tal manera que filtren a todo polinomio de orden k_A de la siguiente forma. Sea x_i cualquier variable en una dimensión y sea d una constante. Con $x_{i+1} = x_i + d$, $x_{i+2} = x_i + 2d$, etc. Los incrementos sucesivos de x_i son:

$$\begin{aligned} I^0(x_i) &= x_i, & I^1(x_i) &= x_{i+1} - x_i = x_i + d - x_i = d \\ I^2(x_i) &= I^1(I^1(x_i)) = x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i = 0 \end{aligned} \tag{156}$$

Entonces, cualquier incremento $I^{k+1}(x_i) = 0$, para $k > 1$. Considérense los incrementos del polinomio lineal: $P_1(x) = c_0 + c_1 x$:

$$\begin{aligned} I^1 [P_1(x)] &= c_0 + c_1(x+d) - (c_0 + c_1x) = c_1 d \\ I^2 [P_1(x)] &= I^1 [I^1 [P_1(x)]] = I^1 [c_1 d] = 0 \end{aligned} \quad (157)$$

Cualquier incremento de orden mayor que 1 filtra a todo polinomio lineal. Ahora podemos ir a las ideas más generales. Sea P_k un polinomio general de orden k , representado como una combinación lineal de funciones base $b_j(\mathbf{r})$:

$$\begin{aligned} P_k(\bar{r}) &= \sum_{j=1}^{m_k} c_j b_j(\bar{r}), \\ \text{donde: } \bar{r} &= (x, y, z), \quad m_k = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \end{aligned} \quad (158)$$

Las funciones b_j deben ser linealmente independientes, las c_j son constantes desconocidas. Por ejemplo en una base polinomial, si $k=1$ es suficiente tomar $\{b_j\} = \{1, x, y\}$. Si $k=2$, $\{b_j\} = \{1, x, y, xy, x^2, y^2\}$; si $k=3$, $\{b_j\} = \{1, x, y, z, xy, xz, yz, x^2, y^2, z^2\}$, como una primera aproximación. No hay restricciones teóricas para considerar otra clase de bases tales como: exponenciales, trigonométricas, polinomios de Tchebyshev, funciones de Bessel, etc. Cualquier funcional lineal I^{k+1} es un incremento generalizado de orden $k+1$ si filtra a todo polinomio de orden k : $I^{k+1}(P_k) = 0$:

$$I^{k+1} [P_k(\bar{r})] = \sum c_j I^{k+1} [b_j(\bar{r})] = 0 \quad (159)$$

Suponemos que para cada variable regionalizada estudiada en la región Ω , existe una covariancia generalizada $K(\mathbf{d})$, representando la estructura espacial del parámetro no-estacionario. Sea $T(\mathbf{r})$ una función que satisface las condiciones:

$$\begin{aligned} a) E[(I^k(T))^2] &= \int_{\Omega} K(\bar{d}) \cdot I^k(d(\bar{r}+\bar{d})) \cdot I^k(d\bar{r}) \\ b) E[I^k(T)] &= 0, \quad \text{donde } \bar{r}, (\bar{r}+\bar{d}) \in \Omega \end{aligned} \quad (160)$$

Si T cumple ambas condiciones, entonces se dice que T es una función aleatoria intrínseca de orden k o FAIk (Matheron, 1973; Delfiner, 1976). T es aleatoria si y solamente si \mathbf{r} es aleatoria. Supongo que T puede expresarse como: $T(\mathbf{r}) = D(\mathbf{r}) + R(\mathbf{r})$. Donde $R(\mathbf{r})$ es una función aleatoria estacionaria y $D(\mathbf{r})$

es una función determinística que representa la tendencia o porción non-estacionaria de T. La función D puede ser aproximada por la ecuación: $D(\mathbf{r}) \approx P_k(\mathbf{r})$. Con esto podemos construir un interpolador lineal L para estimar un valor desconocido $T_0 = T(\mathbf{r}_0)$. L debe tener las siguientes propiedades:

- i)- $L(T_0) = \sum \beta_i T_i, i=1, n \leq N$
- ii)- L es no-sesgado $E[L(T_0)] = E[T_0]$
- iii)- La variancia del error σ^2 es un mínimo.

Este estimador puede definirse como un incremento generalizado $I^k = L - Id$, donde Id es la función identidad. Por consiguiente $I^k[T_0] = (L - Id)[T_0] = L(T_0) - T_0 = L(D_0 + R_0) - (D_0 + R_0) = L(R_0) - R_0$, por el hecho de que I^k filtra a D. Esta última propiedad puede expresarse como:

$$D_0 = L(D_0) = L\left(\sum_{j=1}^{m_k} c_j b_j^0\right) = \sum_{j=1}^{m_k} c_j L(b_j^0) \quad (161)$$

$$\text{por tanto: } \sum_{j=1}^{m_k} c_j b_j^0 = \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{i=1}^n \beta_i c_j b_j^i$$

Donde los β_i son coeficientes desconocidos, $b_j^i = b_j(\mathbf{r}_i)$, $i=0, n \leq N$. Nótese que N es el número total de datos, sin embargo, la cantidad de muestras consideradas en la estimación de T_0 puede ser un número menor. La variancia del error de la estimación es $\sigma^2 = \text{Var}[L(T_0) - T_0]$, usando su definición y las ecuaciones (i) y (161):

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\beta_i \beta_j K_{ij} - 2\beta_i K_{i0}) + K_{00} \quad (162)$$

Donde $K_{ij} = K(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$; en el caso de krigaje por bloques K_{ij} debe ser reemplazada por la integral en (160). La propiedad (iii) se obtiene usando el método clásico de los multiplicadores de Lagrange μ_l ($l=1, m_k$) en la expresión:

$$F(\mu_l, \beta_j) = \sigma^2 + \sum_{l=1}^{m_k} \mu_l \sum_{j=1}^n (\beta_j b_j^l - b_l^0) \quad (163)$$

$$\text{suponiendo: } \frac{\partial F}{\partial \mu_l} = \frac{\partial F}{\partial \beta_j} = 0$$

Igualando a cero las derivadas parciales de F y de la ecuación (163) obtenemos:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i K_{ji} + \sum_{l=1}^{m_k} \mu_l b_l^j = K_{0j} \quad (164)$$

$$\sum_{i=1}^n \beta_i b_j^i = b_j^0, \quad j = 1, n$$

Las ecuaciones (164) son tradicionalmente llamadas el sistema del Krigaje Universal (Matheron, 1973). Este sistema corresponde a una aplicación mas general del krigaje para estimar parámetros no-estacionarios. El problema del cálculo efectivo de la covariancia generalizada $K(\mathbf{d})$, fue resuelto experimentalmente por Delfiner (1976), cuando descubrió que una gran variedad de estructuras son bien representadas por funciones de la forma:

$$K_D(\vec{d}) = \alpha_0 \delta(\vec{d}) + \sum_{i=1}^k (-1)^{i+1} \alpha_i |\vec{d}|^{2i+1} \quad (165)$$

Donde $k = 1, 2, 3, \dots$ $\delta(\mathbf{d})$ es la función de Dirac, la cual toma en cuenta el efecto de pepita (“*nugget effect*”), indicando que T puede cambiar abruptamente a una escala muy pequeña, como es el caso de la porosidad o de la permeabilidad. Wackernagel (1995) sugiere otro posible modelo de orden k como covariancia generalizada, usando una función Gama de la forma:

$$K_w(\vec{d}) = \Gamma\left(-\frac{w}{2}\right) |\vec{d}|^w$$

$$\Gamma\left(-\frac{w}{2}\right) = \int_0^{\infty} t^{-\frac{(w+2)}{2}} e^{-t} dt, \quad 0 < w < (2k+2) \quad (166)$$

Un modo simple de verificar que la supuesta covariancia representa convenientemente la estructura espacial de los datos observados y, por lo tanto, que estima correctamente el valor de $T(x_0)$, consiste en aplicar el krigaje en la posición de un dato conocido como si fuera una incógnita, y luego observar qué tan lejos está la estimación del valor real mediante un criterio numérico sencillo: $L(T_0) - T_0 < \epsilon$. Por razones prácticas en el caso de la temperatura, es suficiente que ϵ valga de 0.1°C a 1°C . Durante la experiencia obtenida en el modelado y simulación de reservorios geotérmicos mexicanos, hemos encontrado que el krigaje basado en la teoría de FALK es muy apropiado para la estimación de diversos parámetros geotérmicos. Es superior a varias otras técnicas, pues el krigaje puede aplicarse tanto a funciones deterministas como a funciones parcialmente aleatorias.

Las ideas anteriores se programaron en un código FORTRAN 77 llamado IRfk2.for y se acopló como subrutina a CREAM3, para estimar la distribución espacial de parámetros no estacionarios. Esta primera versión sólo procesa datos en dos dimensiones. Para probar cada una de las covariancias generalizadas, se eliminan datos del conjunto de datos originales, y se estiman como si fueran desconocidos. El mejor modelo de covariancia es el que presenta las menores diferencias con respecto a los datos reales. Se pueden estimar valores tanto en bloques como puntualmente, en lugares que nunca se han medido. Como ejemplo de aplicación, esta técnica se aplicó al sector norte de Los Azufres, conocido como Maritaro. Esta parte del reservorio presenta dos claras tendencias: las temperaturas más altas se encuentran hacia el centro-este del campo, mientras que las mas frías se encuentran hacia el oeste en un decremento complejo no lineal, afectado por la frontera sur mas caliente y la norte mas fría. Los resultados fueron publicados por la Universidad de Stanford (Suárez y Samaniego, 1998).

VII.4.- EL MODELO DE POZOS SIMU89 ACOPLADO AL SIMULADOR TRAMER3

The discovery of a new dish does more for human happiness than the discovery of a new star.
Anthelme Brillat-Savarin , (1755-1826)

Un problema que permanece abierto, fundamental en la ingeniería de reservorios, es el acoplamiento de las mediciones de campo, realizadas normalmente en pozos productores, inyectores o testigos, al comportamiento mismo del reservorio donde están perforados esos pozos. Las ecuaciones que describen a ambos medios son distintas: por un lado flujo de calor y masa bifásica en tuberías y, por otro lado, los mismos flujos en el medio poroso fracturado. Aprovechando la flexibilidad geométrica que brinda el método VFI, acoplé a TRAMER3 el simulador de pozo SIMU89 desarrollado en la CFE por Sánchez (1990, 1995). Consideré simplemente que la pared de la tubería constituye una frontera interna del yacimiento, a condiciones de presión y temperatura en cada tiempo dadas por el simulador de pozo. Mientras que para el pozo, la formación en contacto con la tubería es una frontera externa, cuyas condiciones termodinámicas están dadas por la evolución del reservorio, calculada por TRAMER3.

De esta forma, ambos medios distintos interactúan a través de esa frontera común (Fig. 15). El intercambio de energía térmica ocurre en toda la tubería metálica que conforma al pozo. El intercambio de fluido sólo ocurre por la zona alimentadora del *liner* ranurado. La alimentación de fluido puede ocurrir por una sola región, por ejemplo, hacia el fondo del pozo, o bien, por varias zonas para tener alimentación múltiple. Estas peculiaridades dependen de la construcción y terminación de cada pozo en particular. El pozo puede estar en una región con porosidad simple, o bien fracturada o atravesando alguna falla. Estas condiciones son estrictamente geométricas y pueden construirse con gran detalle, usando las facilidades que brinda TRAMER3.

VII.4.1.- El Flujo de Fluido y Calor en Pozos Geotérmicos

El simulador de pozo que empleo aquí, lo adapté del programa SIMU89 (Sánchez, 1990). La adaptación consistió esencialmente en cambiar el cálculo de la termodinámica del pozo usando las mismas correlaciones que TRAMER3, modificar la entrada de datos y construir una interface para la frontera común pozo-yacimiento. Agregué además explícitamente, un modelo analítico para la transferencia conductiva de calor entre el pozo y la formación, suponiendo flujo radial y vertical transitorio. Esta última parte se describe en la sección siguiente. Las ecuaciones generales del pozo han sido desarrolladas y descritas con todo detalle en una publicación previa (Suárez, 1984). Aquí sólo describo brevemente las que utiliza la parte medular del código SIMU89 (Sánchez, 1990 y 1995). Para la masa y el momentum (ver nomenclatura):

$$p_1 = p_2 + \left[\frac{f_c L G^2 (v_1 + v_2)}{4 D_{II}} + \frac{2 g L \cos(\theta)}{v_1 + v_2} + G^2 (v_2 - v_1) \right] \times 10^{-6} \quad (167)$$

Para la entalpía que lleva la masa fluida:

$$h_1 = h_2 + [G^2 (v_2^2 - v_1^2) + g L \cos(\theta)] \times 5.0 \times 10^{-4} \quad (168)$$

La tubería que conforma al pozo puede estar compuesta de varias secciones, hasta tres en pozos geotérmicos. Los subíndices 1 y 2 en ambas ecuaciones se refieren a la primera y segunda secciones de la tubería respectivamente. La letra p se refiere a la presión absoluta y h_j ($j=1,2$) a la entalpía de la mezcla fluida. El volumen específico v_j (p, h_j) es el de la mezcla bifásica y debe calcularse en función de p y h_j explícitamente (ver ecuación de estado del agua). El factor de fricción f_c se obtiene de la correlación implícita de Colebrook y White (en Sánchez, 1995):

$$\frac{1}{\sqrt{f_c}} = 0.8686 \left[\ln \left(\frac{1}{R_r} \right) - \ln \left(1 + \frac{9.28}{R_r R_e \sqrt{f_c}} \right) \right] + 1.14 \quad (169)$$

Donde R_r es la rugosidad del metal interno de la tubería y R_e es el número de Reynolds. Para el flujo de masa en la tubería, se emplea la bien conocida correlación empírica de Russel James:

$$q_m = 13,172,136.63 d_T^2 p_L^{0.96} h_E^{-1.102} \quad (170)$$

donde d_T es el diámetro interno de la tubería de descarga, p_L es la presión de labio y h_E la entalpía del fluido estancado. El flujo de masa bifásica dentro de la tubería es tratada como un fluido homogéneo que viaja, hacia arriba o hacia abajo, con una velocidad media uniforme, sin deslizamiento entre las fases.

El código calcula la presión de cabezal o la presión de fondo, según sea la dirección de flujo escogida (inyección o extracción) y los perfiles verticales de: presión, temperatura, entalpía específica, densidad, viscosidad dinámica y velocidad de flujo. Todo esto dentro de la tubería, en el rango de aplicabilidad cubierto por la ecuación de estado del agua, particularmente dentro de los siguientes rangos: de 650 a 2780 kJ/kg, de 4 a 140 bar y de 110°C a 340°C, característicos de pozos geotérmicos mexicanos.

El simulador derivado de la programación FORTRAN de las ecuaciones (167) a (170), ha sido probado exitosamente en pozos geotérmicos mexicanos (Sánchez, 1990 y Suárez, 1997) y de otros países (Sánchez, 1995). Los resultados obtenidos muestran que este código puede reproducir satisfactoriamente los perfiles de presión y temperatura de distintos pozos bifásicos que se encuentren fluyendo. Para pozos con fluido en una sola fase, ya sea líquido o vapor, los perfiles observados también son calculados con precisión razonable usando este modelo.

VII.4.2.- Conducción Transiente de Calor en Pozos Geotérmicos:

Modelo Analítico en Dos Dimensiones

La perforación de pozos en reservorios naturales para extraer agua, petróleo, gas o fluido geotérmico, provoca alteraciones térmicas locales irreversibles. La zona alrededor del agujero de cualquier pozo pierde sus condiciones naturales al ser construido, pues al realizar la perforación, la distribución original de temperaturas es alterada por la perforación mecánica y por la introducción de lodo y agua en el agujero. En reservorios naturales poco fracturados, esta perturbación térmica se propaga aproximadamente en forma radial, afectando un volumen local del reservorio en forma parcialmente desconocida. Su estudio puede permitir la inferencia de algunos parámetros térmicos naturales de la roca.

En esta sección presento un modelo analítico para efectuar el cálculo y análisis numérico del flujo conductivo transiente de calor en pozos. En estos medios la energía térmica fluye simultáneamente en dimensiones radial y vertical y el espesor cilíndrico no es despreciable. Dentro del pozo circula un fluido con temperatura diferente a la del exterior del tubo. El modelo proporciona una solución práctica del tipo $T(r, z, t)$. Las condiciones de fronteras interior y exterior al tubo son determinantes en el comportamiento del flujo y la distribución de temperaturas. El objetivo central del modelo es la cuantificación de la energía por conducción que se transmite radialmente, a cualquier profundidad z , en cualquier tiempo t . La conducción radial transitoria en cada coordenada $z > 0$ es dada por la superposición de soluciones para cilindros huecos infinitos, desde el radio interno hasta el radio externo, con temperaturas interna y externa distintas, independientes del radio, pero dependientes de z . La distribución inicial de temperaturas es dada por $T(r, z, 0) = F(r, z)$. A distancias superiores al radio del pozo, la temperatura del medio exterior solamente depende de z y es aproximadamente estacionaria. Las condiciones de frontera verticales superior e inferior también son diferentes. La forma matemática del modelo que cumple con estas condiciones contiene una porción estacionaria clásica, mientras que la parte transiente contiene una

serie infinita de funciones Producto Cruzado de Bessel. La condición de frontera exterior puede tener cualquier forma y puede interpolarse como una sucesión de segmentos rectilíneos tipo spline lineal. El modelo es aplicable a pozos geotérmicos y a pozos petroleros que intercepten acuíferos calientes.

VII.4.3.- Descripción y Presentación del Modelo

Enfoco este modelo al estudio de la conducción pura de calor entre el interior de un cilindro hueco, de espesor no despreciable, donde circula un fluido no-isotérmico, y un medio exterior cuya temperatura es aproximadamente estacionaria, dependiente de la dimensión vertical. En el caso de pozos en reservorios naturales, la transferencia de calor es crítica entre el tubo metálico y el cemento fijando la tubería a la formación. Esto es porque los esfuerzos térmicos en esa porción del pozo, pueden romper la tubería si la cementación es deficiente. Para mayor claridad, ilustro el desarrollo con estos elementos. La aplicación del modelo queda desde luego abierta a cualquier otro fenómeno que cumpla con las condiciones aquí señaladas, o con otras que puedan adaptarse. Por ejemplo, en pruebas de presión con factor de daño importante, o en la simulación numérica del colapso de tuberías por mala cementación y presencia de burbujas de aire.

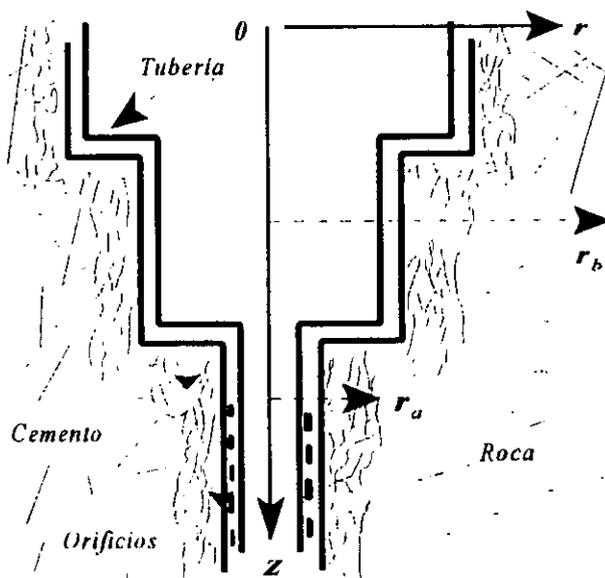


Fig. 15.- Sección Simplificada de un Pozo geotérmico

Inicialmente la temperatura en cualquier región del reservorio tiene un perfil vertical desconocido que, en tiempo de duración humana, es estacionario. Antes de construir el pozo para $t \leq 0$, existe en cada punto una temperatura natural $T_N(x, y, z)$. En $t > 0$ la perforación del pozo provoca un complejo disturbio vertical que se propaga hasta la distancia radial $R_M(z)$, induciendo un segundo perfil de temperaturas $T_D(r, t)$ en cada plano Z . Ambas temperaturas están acopladas en una frontera común alrededor del pozo. Al terminar la perforación la zona perdió calor, reflejándose en la diferencia de temperaturas entre la formación y el agujero. Al moverse el fluido dentro del pozo origina convección, creando un nuevo estado inicial en el

agujero y un nuevo perfil de temperaturas $T_w(z, t)$ dentro del pozo. Debido a la alta conductividad térmica del metal de la tubería (25-50 W/m°C), el flujo de calor vertical dentro del tubo es muy alto. Pero al mismo tiempo, el diferencial transitorio de temperaturas entre el fluido y el tubo no es significativo. Por lo tanto, el fluido y la tubería están casi siempre a la misma temperatura. No ocurre lo mismo con el cemento colocado entre el tubo y la formación, ni con la roca del reservorio, debido a sus menores conductividades térmicas (de 0.3 a 2.5 W/m°C). La figura 15 describe la geometría aproximada de la región del espacio incluida en el modelo, en el caso de un pozo geotérmico.

La forma matemática del modelo que cumple con estas condiciones es la siguiente (ver nomenclatura):

$$T(r, z, t) = T_a + \frac{T_b - T_a}{\ln(r_b/r_a)} \ln\left(\frac{r}{r_a}\right) + \sum_{j=1}^{\infty} C_j \frac{U_0(\alpha_j r)}{Y_0(\alpha_j r_b)} e^{-\eta \alpha_j^2 t} + W(z) \quad (171)$$

$W(z)$ es cualquier función de la profundidad que satisfaga las condiciones de frontera impuestas. Por ejemplo, cualquier función lineal de z es apropiada en este modelo. Una función adecuada en geotermia fue desarrollada por Donaldson (1968). Para parámetros promedio constantes la solución analítica de su modelo vertical es:

$$W(z) = T_0 + (T_H - T_0) \frac{\Psi(z)}{\Psi(z_H)}, \quad (172)$$

$$\Psi(z) = 1 - e^{-(Q_M C_w z)/K_T}$$

Este modelo contiene la relativa importancia de la convección comparada con la conducción. Al dominar la convección, el valor del cociente se incrementa. La siguiente función lineal de z (splines lineales) también es solución :

$$W(z) = \frac{T_0 H + T_H Z_0}{H - Z_0} + \frac{T_H - T_0}{H - Z_0} z \quad (173)$$

Finalmente, la componente radial del flujo de calor se calcula directamente de su definición:

$$Q_r = -K_T \frac{\partial T}{\partial r} = -K_T \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial r} \right) = \quad (174)$$

$$= \frac{T_a - T_b}{r \ln(r_b/r_a)} - \pi T_i K_T \sum_{j=1}^{\infty} C_j \frac{U_1(\alpha_j r)}{Y_0(\alpha_j r_b)} e^{-\eta \alpha_j^2 t}$$

El desarrollo completo del modelo (171) se presenta en el anexo técnico. El código numérico se programó en lenguaje FORTRAN-77 con el nombre de HEATW2.for y se acopló a TRAMER3. El código resultante es aplicable a gran variedad de problemas en diferentes escalas, incluyendo la terminación de pozos geotérmicos o petroleros no isotérmicos. Varias preguntas pueden responderse con este modelo: ¿Hasta que distancia R_M alcanza a perturbar la perforación del pozo la distribución natural de temperaturas en el reservorio?, ¿Cómo se distribuye y evoluciona $T(r, z, t)$ entre $r_a < r < r_b$?, ¿Como afecta el flujo de calor vertical a $T(r, t)$?, ¿cuánto calor se intercambia radialmente con el reservorio? El modelo se ilustra con dos aplicaciones en el capítulo siguiente.

VII.5.- SUMARIO DEL CAPITULO VII

We will either find a way, or make one.

Hannibal, (247-183 aC)

En este capítulo describí la arquitectura general del simulador TRAMER3, como un sistema de cálculo integrado, que contiene información técnica y científica para modelar el comportamiento de reservorios fracturados conteniendo agua pura en una o en dos fases, con porosidad y permeabilidad múltiples. El flujo puede ser laminar y seguir la ley de Darcy, o bien puede ser turbulento y seguir una ley tipo Forchheimer. Este código usa a la presión y la entalpía como variables independientes en la región bifásica. Mientras que para fluido monofásico las variables empleadas son la presión y la temperatura. El promediado es una operación fundamental en la simulación de medios $m\phi$ -nK, debido a que los parámetros de los distintos medios pueden ser altamente contrastantes y tener discontinuidades en sus interfaces. Por ello el programa contiene una amplia biblioteca de fórmulas para efectuar promedios. TRAMER3 tiene acoplado un modelo que calcula las condiciones del fluido dentro del pozo desde el fondo hasta el cabezal, e incluye también un modelo analítico para calcular el flujo radial - vertical de calor entre el pozo y la formación.

Las partes de este código son subrutinas en FORTRAN 77. La primera y más importante es CREAM3, que procesa la información inicial y construye de manera semi-automática la malla. Esta porción del simulador está planeada como un subsistema integrado en serie, con un programa principal de lectura de datos, control de opciones y siete subrutinas. La primera subrutina crea la malla; la segunda y tercera la modifican con transformaciones optativas; la cuarta y quinta opciones estiman parámetros no medidos mediante interpolaciones simples o usando krigaje no-estacionario. Estas cinco subrutinas construyen el archivo de datos requerido por TRAMER3. Las dos últimas subrutinas generan archivos para interactuar flexiblemente con cualquier software comercial y producir gráficos de alta calidad.

TRAMER3 puede usar las capacidades gráficas del programa *Mathematica*, el cual abarca desde gráficas y contornos en 2D, superficies en 3D y gráficos de densidad tomográfica. También puede presentar animaciones de esas gráficas para simular movimientos virtuales con la evolución del reservorio. TRAMER3 es un robusto modelo en desarrollo, completamente original y de amplia aplicabilidad futura.

Capítulo VIII

*VALIDACIÓN DE TRAMER3 Y SU APLICACIÓN
A DIVERSOS PROBLEMAS DE LA INGENIERÍA
DE RESERVORIOS FRACTURADOS*

VIII.- VALIDACIÓN DE TRAMER3 Y SU APLICACIÓN A DIVERSOS PROBLEMAS DE LA INGENIERÍA DE RESERVORIOS FRACTURADOS

"La solución ya la tenía, ahora sólo debía descubrir los caminos que me habían permitido llegar a ella."

Karl Friederich Gauss

Con el fin de comprobar la exactitud de los cálculos que realiza TRAMER3, realicé varios cálculos para reproducir la ecuación de estado del agua, el flujo de calor en un pozo de Los Azufres, Mich., la reproducción del modelo analítico de Advonin, la simulación de un proceso bifásico puramente convectivo en un medio de porosidad simple y el modelado y simulación de un medio de triple porosidad. Los resultados obtenidos se muestran en este capítulo.

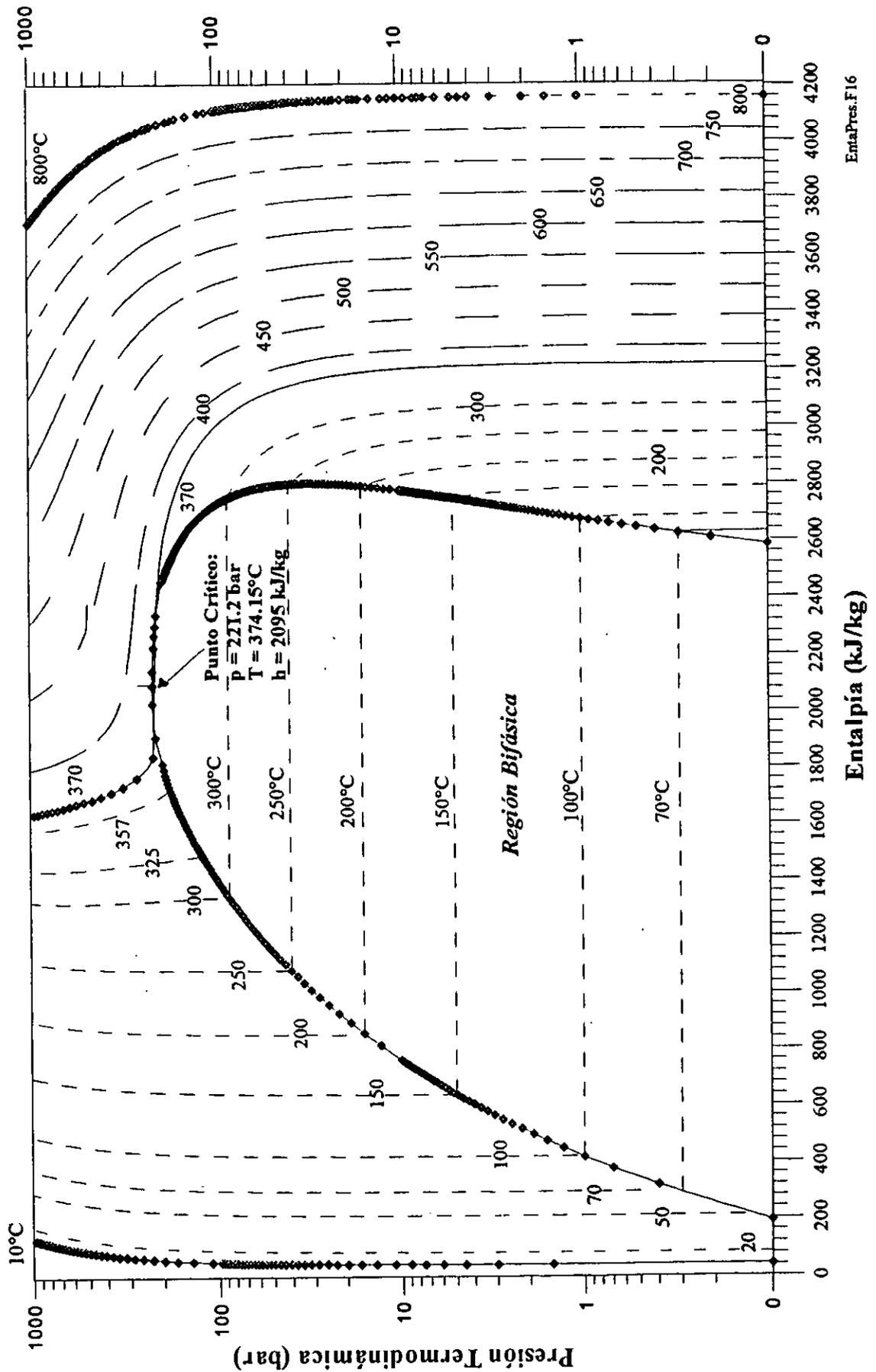
VIII.1.- COMPROBACIÓN DE LA ECUACIÓN DE ESTADO DEL AGUA CON TRAMER3

Siendo la ecuación de estado del agua la parte medular de este modelo, realicé pruebas numéricas para comprobar la precisión de los cálculos que arroja TRAMER3 en todo el rango termodinámico útil en geotermia. Primero reproduce la gráfica clásica de Entalpía - Presión para distintas temperaturas entre 10°C y 800°C. La figura 16 muestra la exactitud del cálculo y la correcta reproducción de esta gráfica.

La figura 17 reproduce con máxima precisión la relación de Clapeyron, la llamada Función K, o sea la línea de saturación que separa al mismo tiempo las zonas monofásicas de la zona en dos fases donde coexisten el líquido y el vapor. La figura 18 reproduce las energías de la función K con respecto a la presión y a la temperatura. Las figuras 19 y 20 hacen lo mismo para las entalpías de saturación. Las gráficas 21 y 22 comprueban densidades. Las Figuras 23 y 24 son para las capacidades caloríficas y las gráficas 25 y 26 corresponden a las conductividades térmicas de ambas fases. La viscosidad dinámica en la línea de saturación está reproducida en las figuras 27 y 28. Por último la tensión superficial se reproduce en las figuras 29 y 30. Las siguientes gráficas, 31 y 32, contienen la variación de energía y de entalpía en función de diferentes valores de la calidad del vapor, entre 0.01% y 99.9%. Las figuras 33 y 34 comprueban la exactitud del cálculo de la densidad del fluido en función de la calidad del vapor en el mismo rango.

Sistemáticamente, los símbolos en las gráficas siguientes representan datos tomados de las tablas de vapor (Schmidt y Grigull, 1979), las líneas continuas o punteadas son valores obtenidos con TRAMER3.

Fig. 16.- Curva de Entalpía Vs. Presión para Diferentes Temperaturas con TRAMER3 ©



EntalPres.F16

Fig. 17.- Función »K« o LÍNEA DE SATURACIÓN en TRAMER3 ©

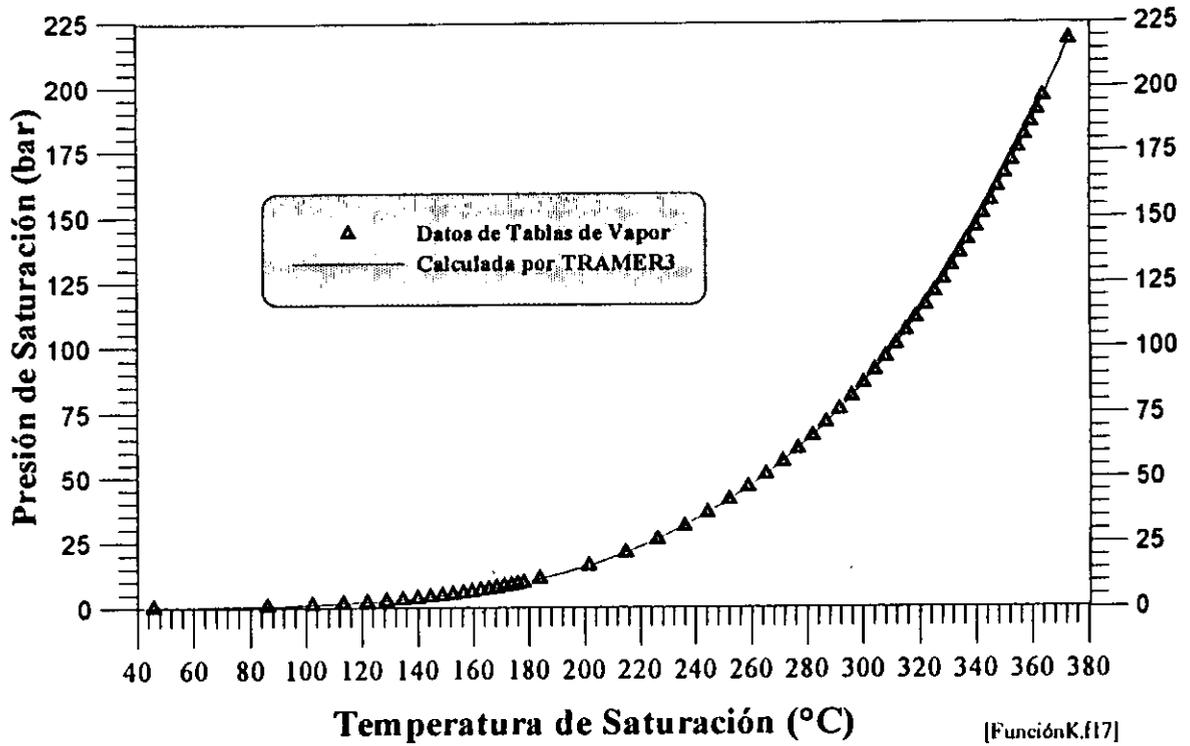


Fig. 18.- Energías en la Línea de Saturación con TRAMER3 ©

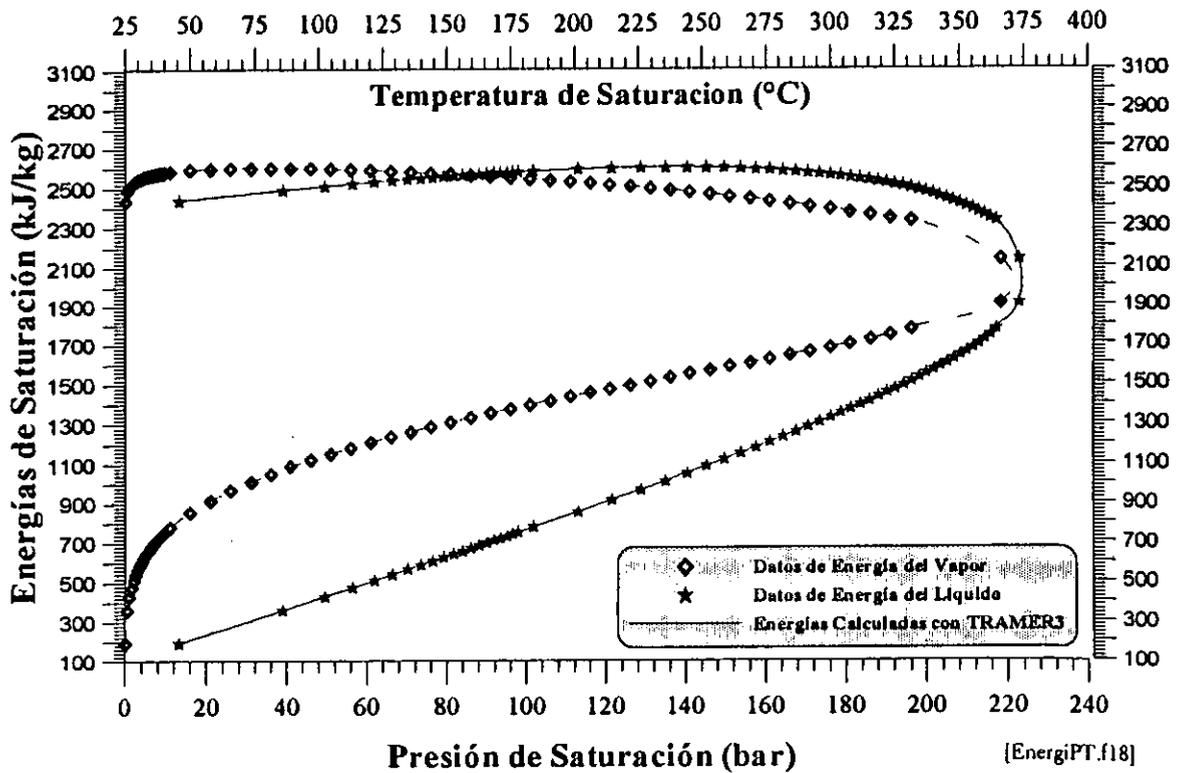


Fig. 19.- Entalpías en la Línea de Saturación con TRAMER3 ©

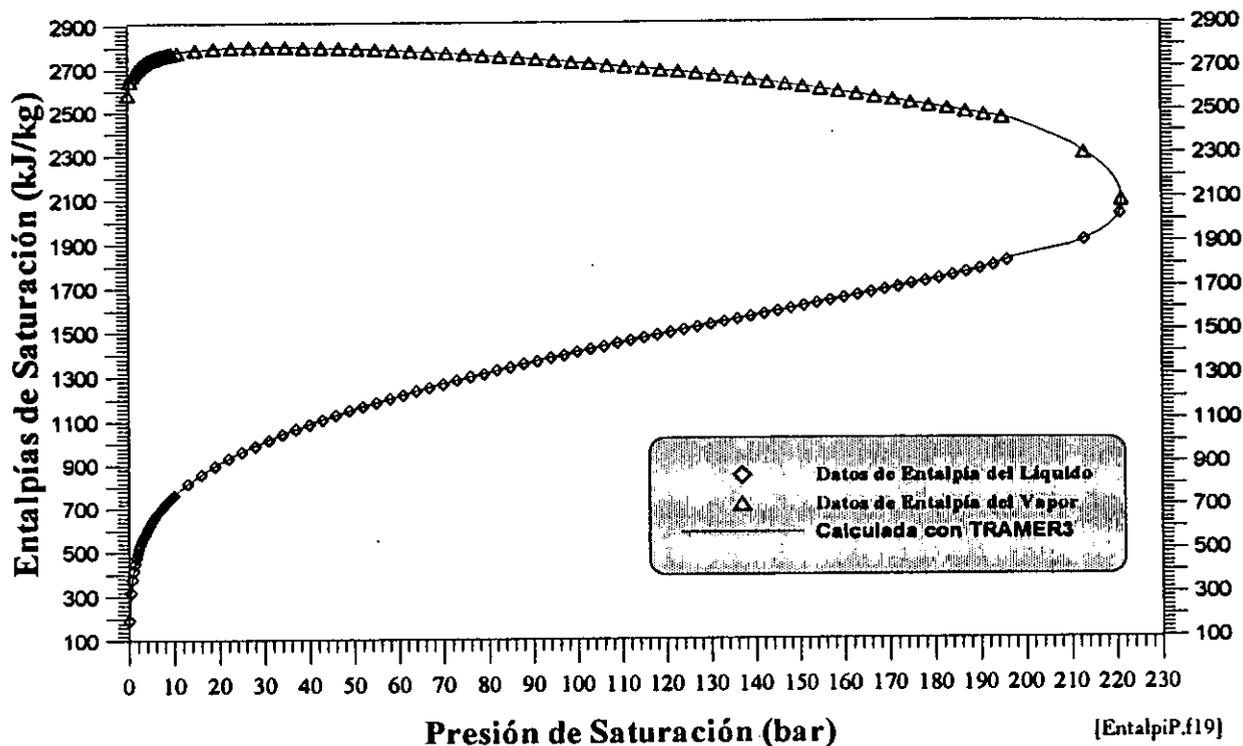


Fig. 20.- Entalpías en la Línea de Saturación con TRAMER3 ©

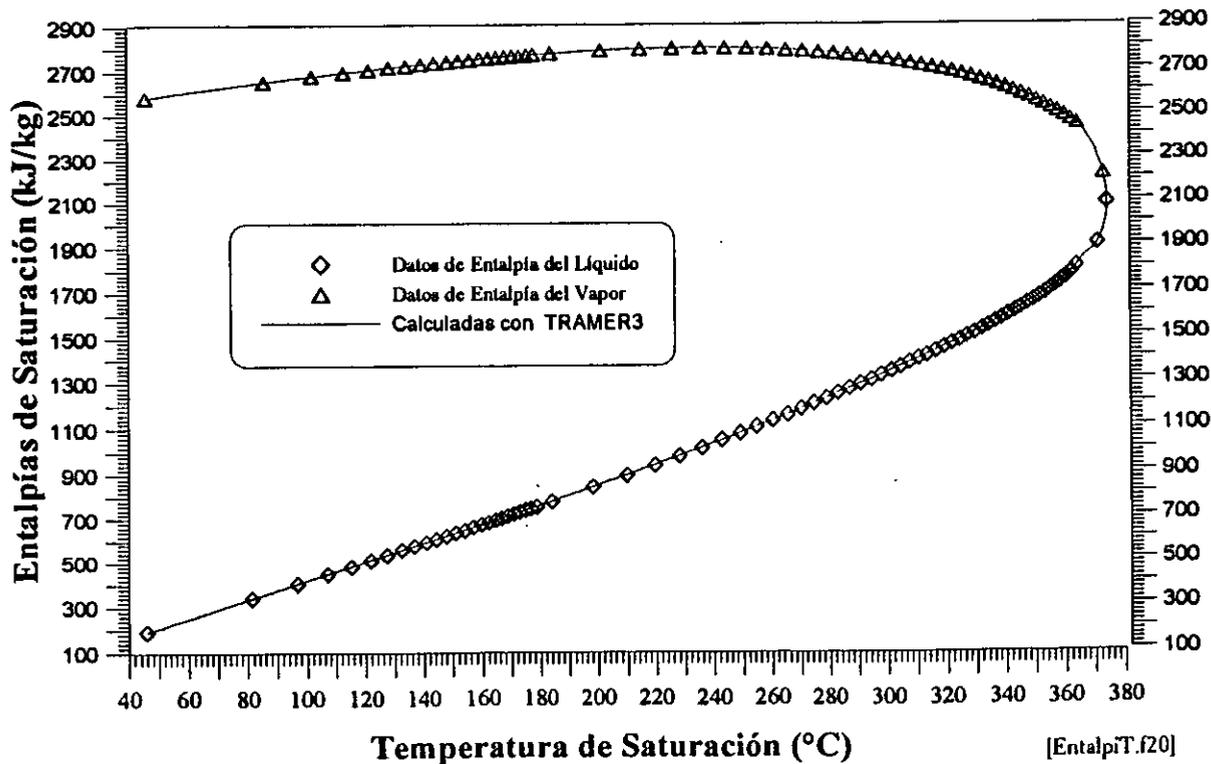


Fig. 21.- Densidades en la Línea de Saturación con TRAMER3 ©

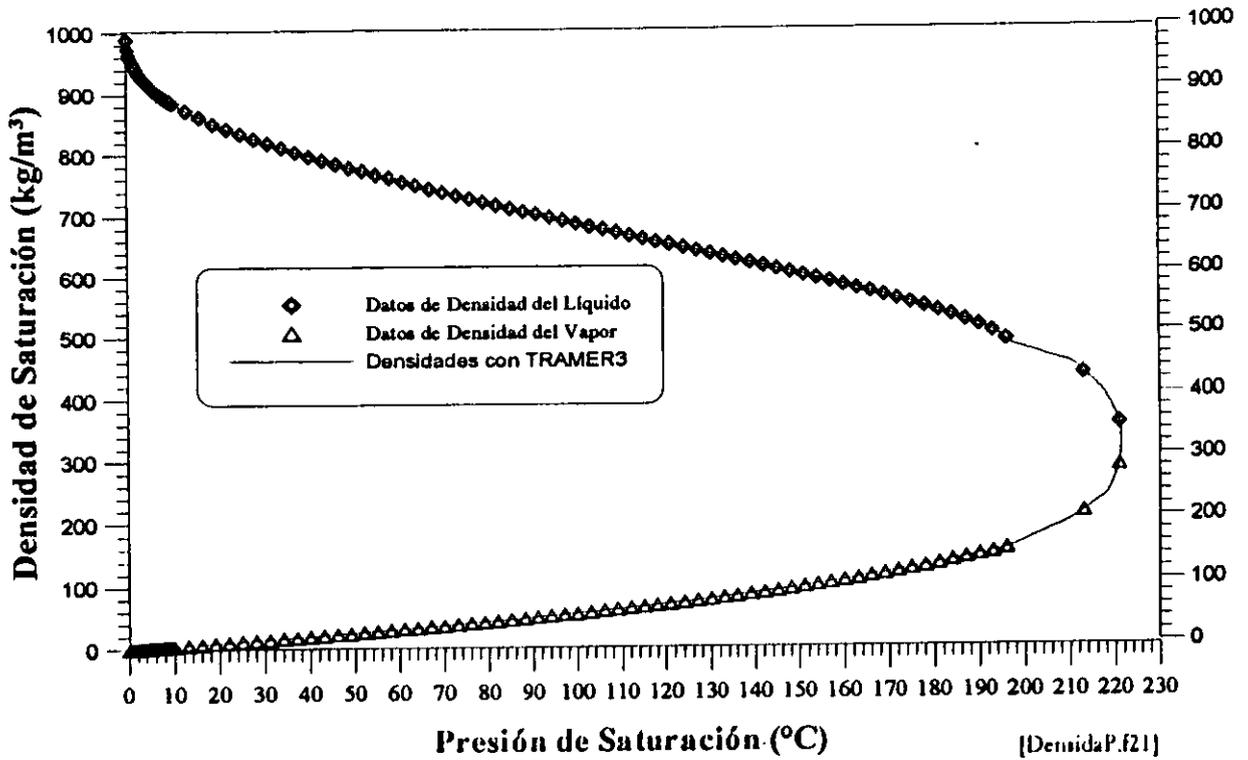


Fig. 22.- Densidades en la Línea de Saturación con TRAMER3 ©

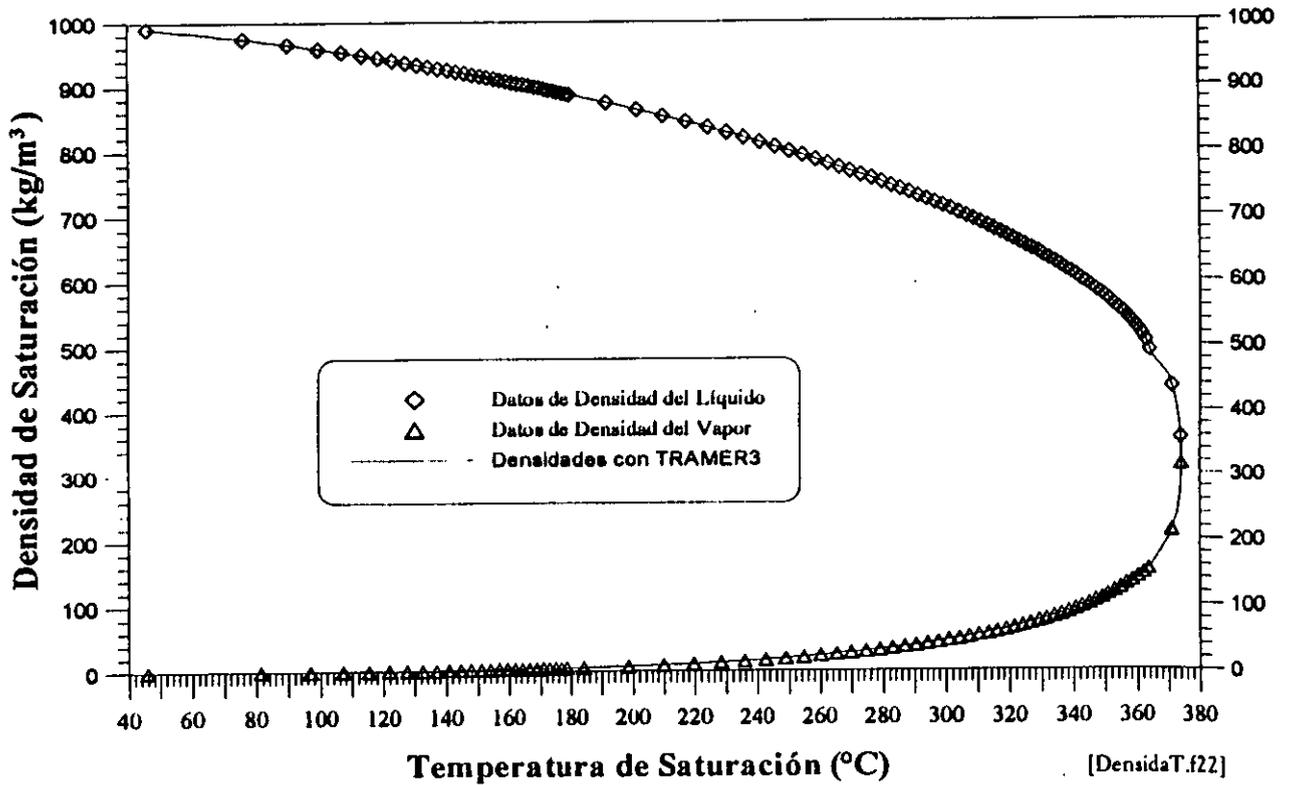


Fig. 23.- Capacidades Caloríficas en la Línea de Saturación con TRAMER3

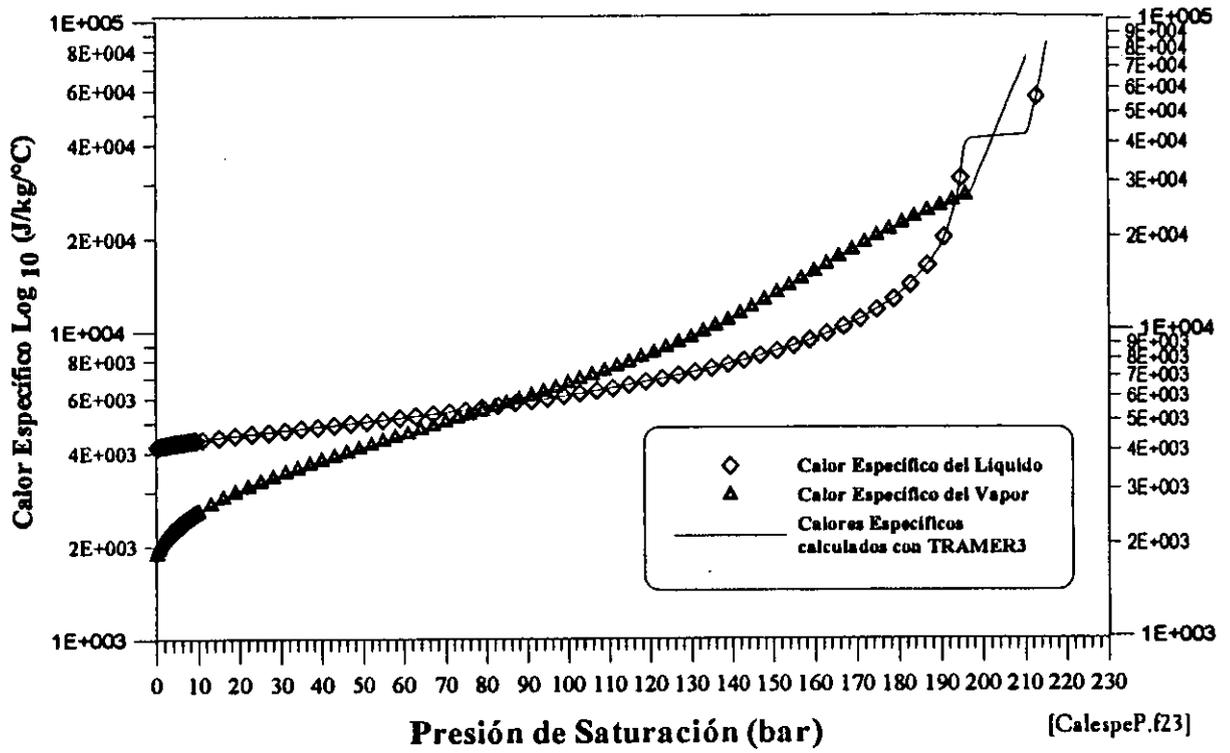


Fig. 24.- Capacidades Caloríficas en la Línea de Saturación con TRAMER3

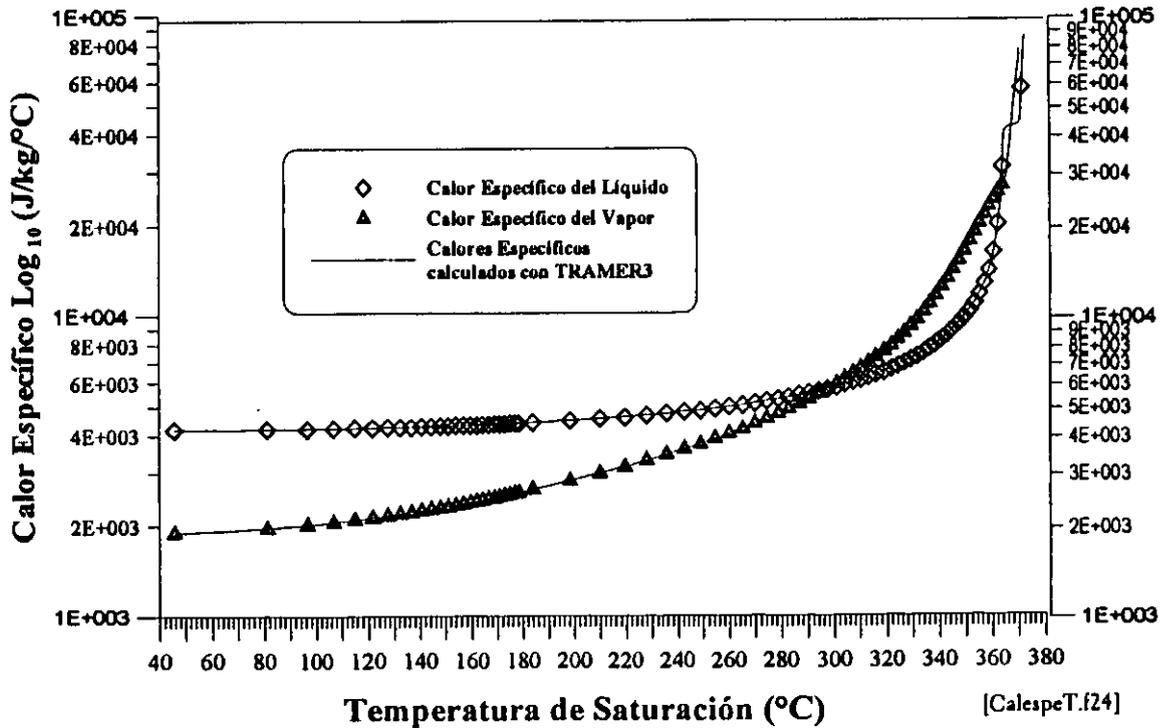


Fig. 25.- Conductividades Térmicas en Línea de Saturación con TRAMER3 ©

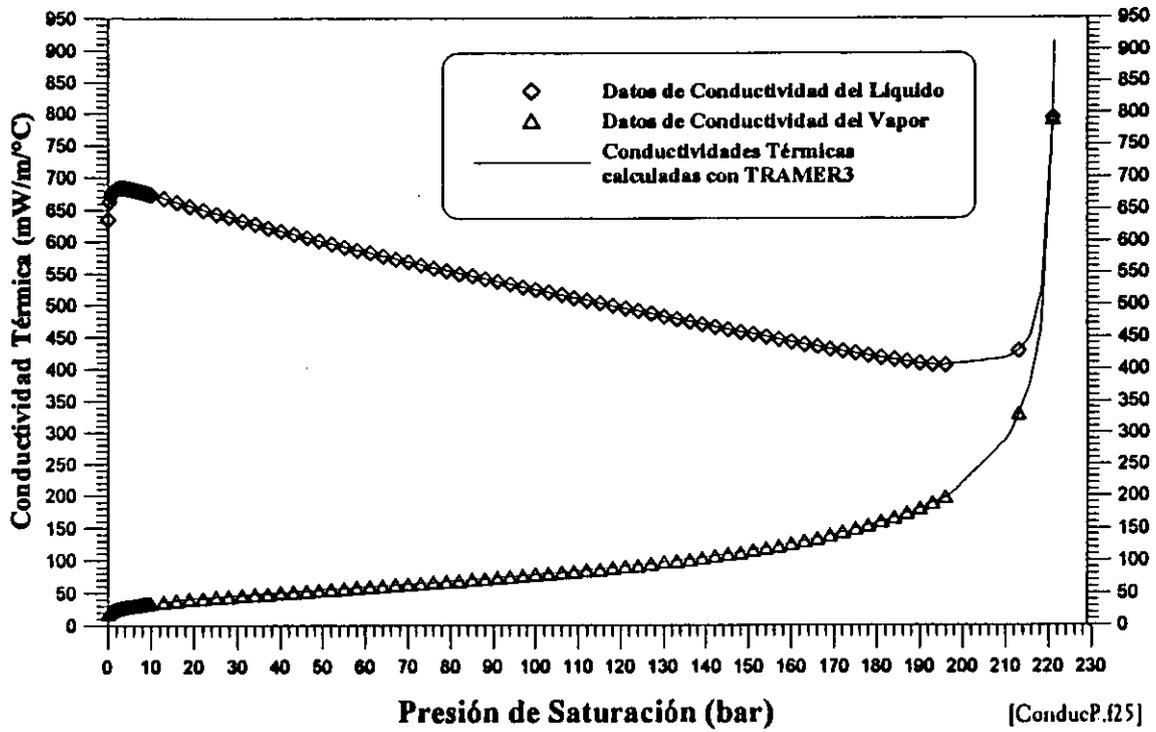


Fig. 26.- Conductividades Térmicas en la Línea de Saturación con TRAMER3 ©

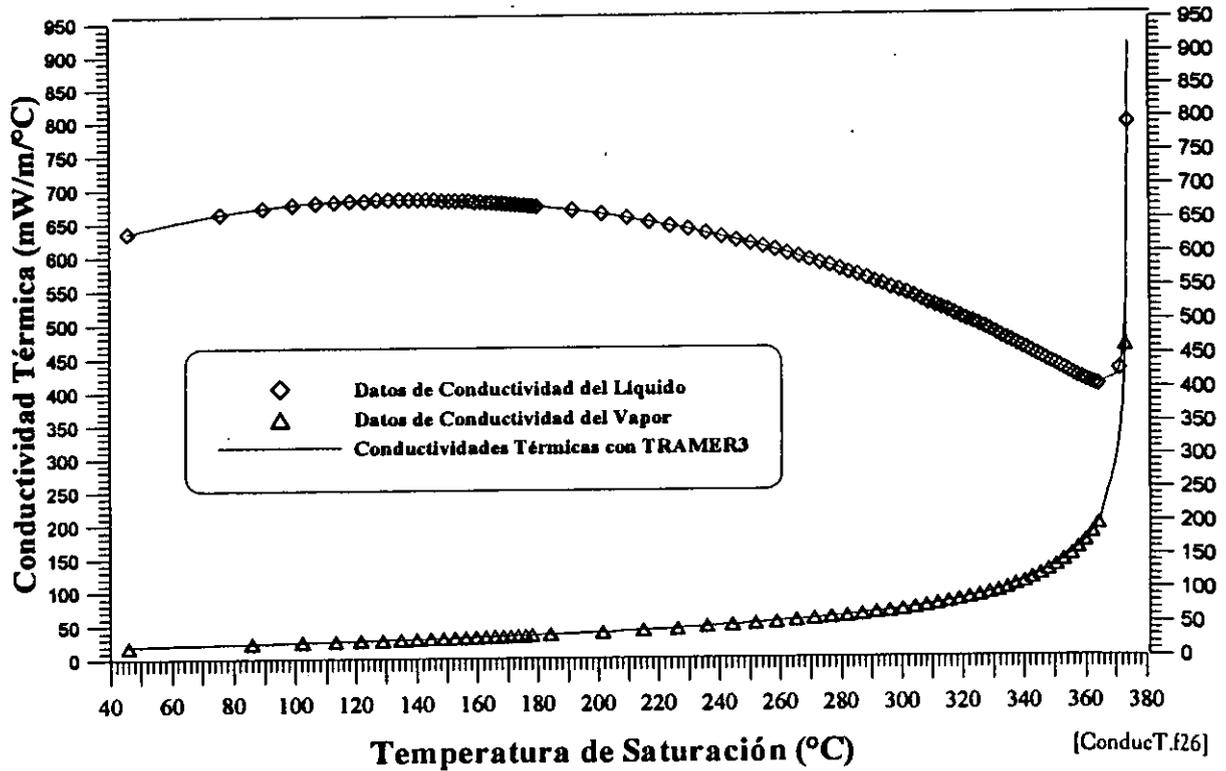


Fig. 27.- Viscosidad Dinámica en la Línea de Saturación con TRAMER3

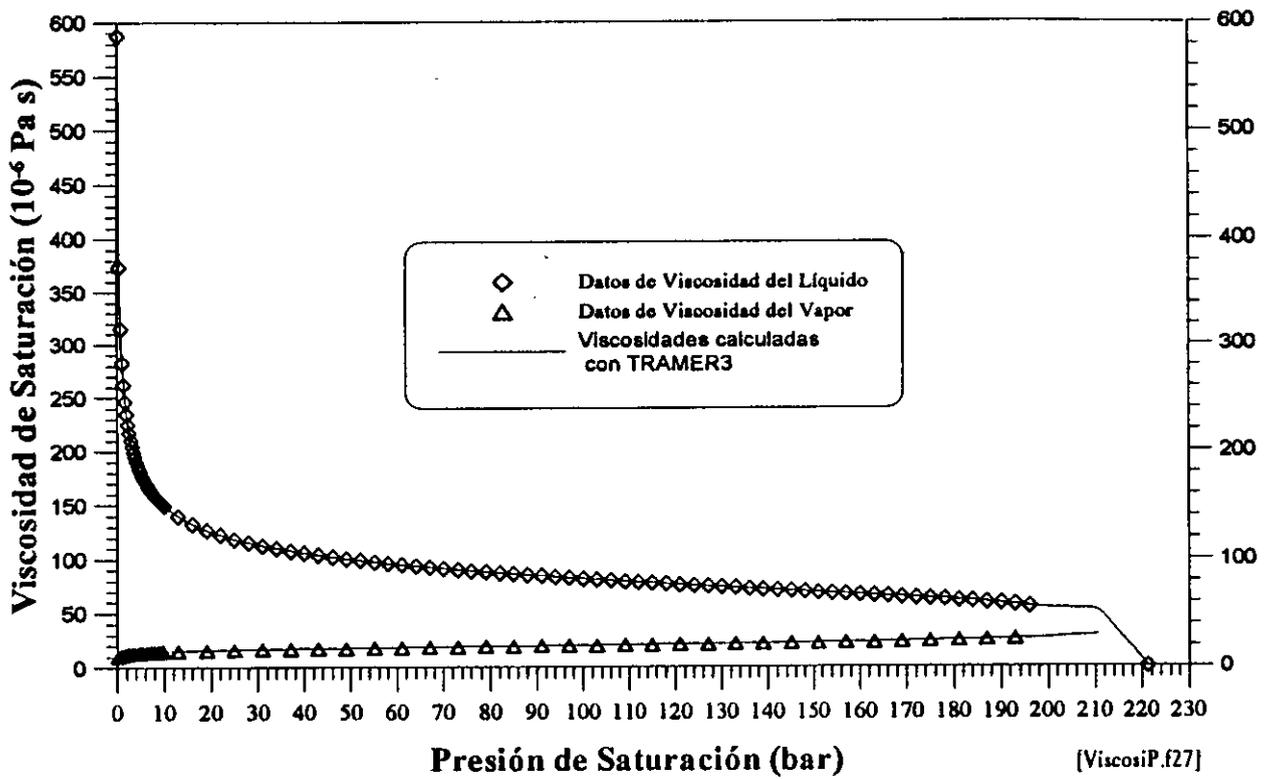


Fig. 28.- Viscosidad Dinámica en la Línea de Saturación con TRAMER3

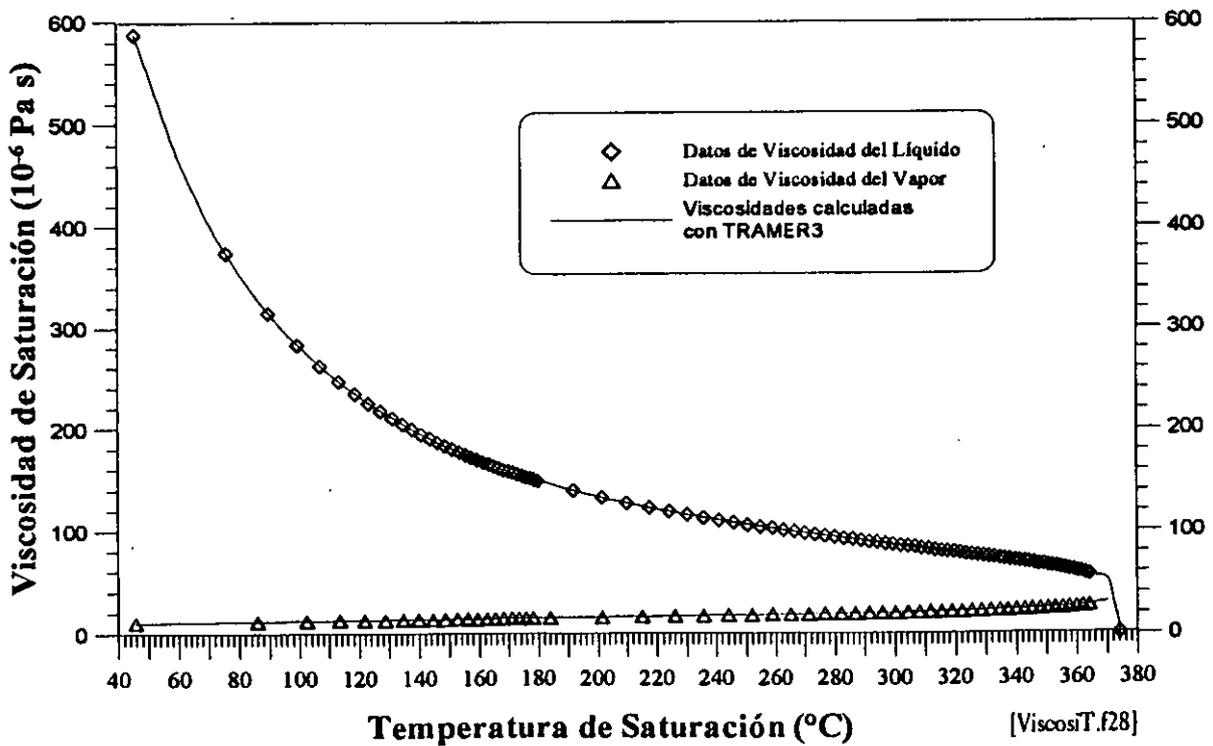


Fig. 29.- Tensión Superficial en la Línea de Saturación con TRAMER3

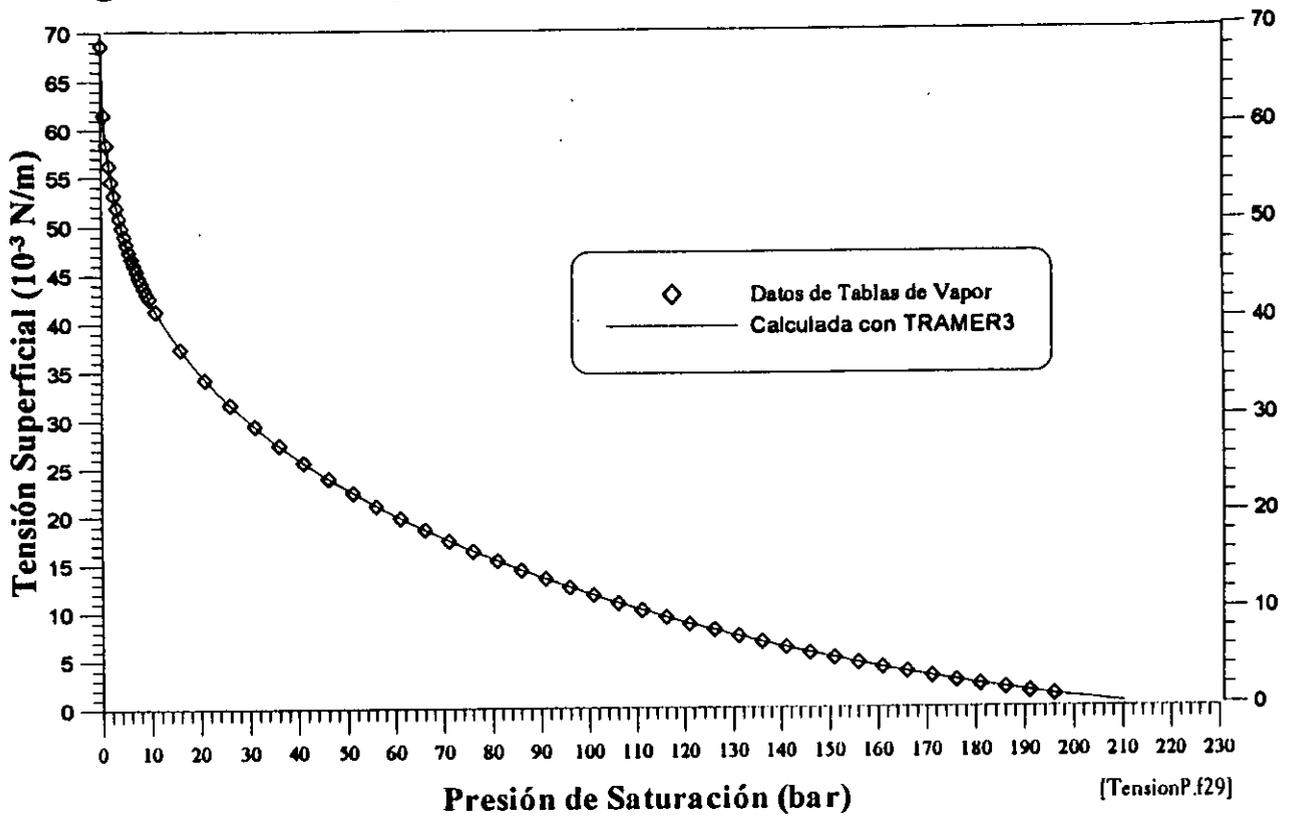


Fig. 30.- Tensión Superficial en Línea de Saturación con TRAMER3

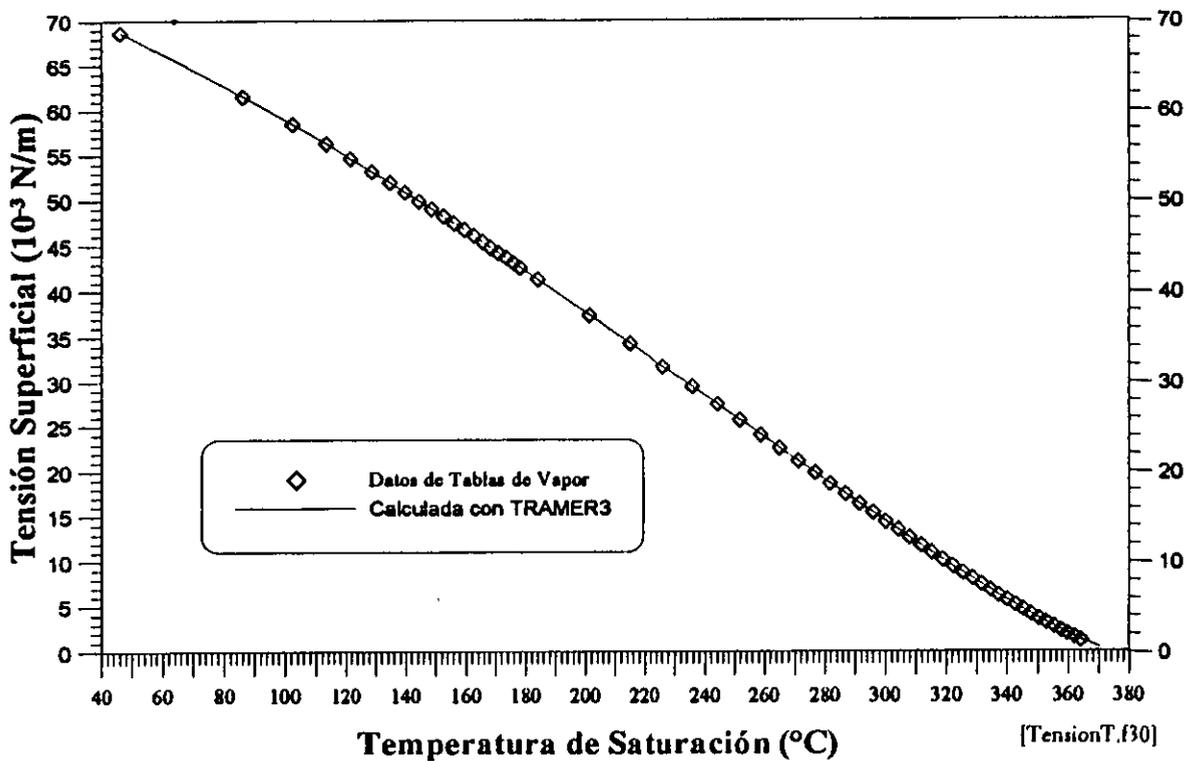


Fig. 31.- Energía del Fluido en Función de la Calidad del Vapor (TRAMER3)

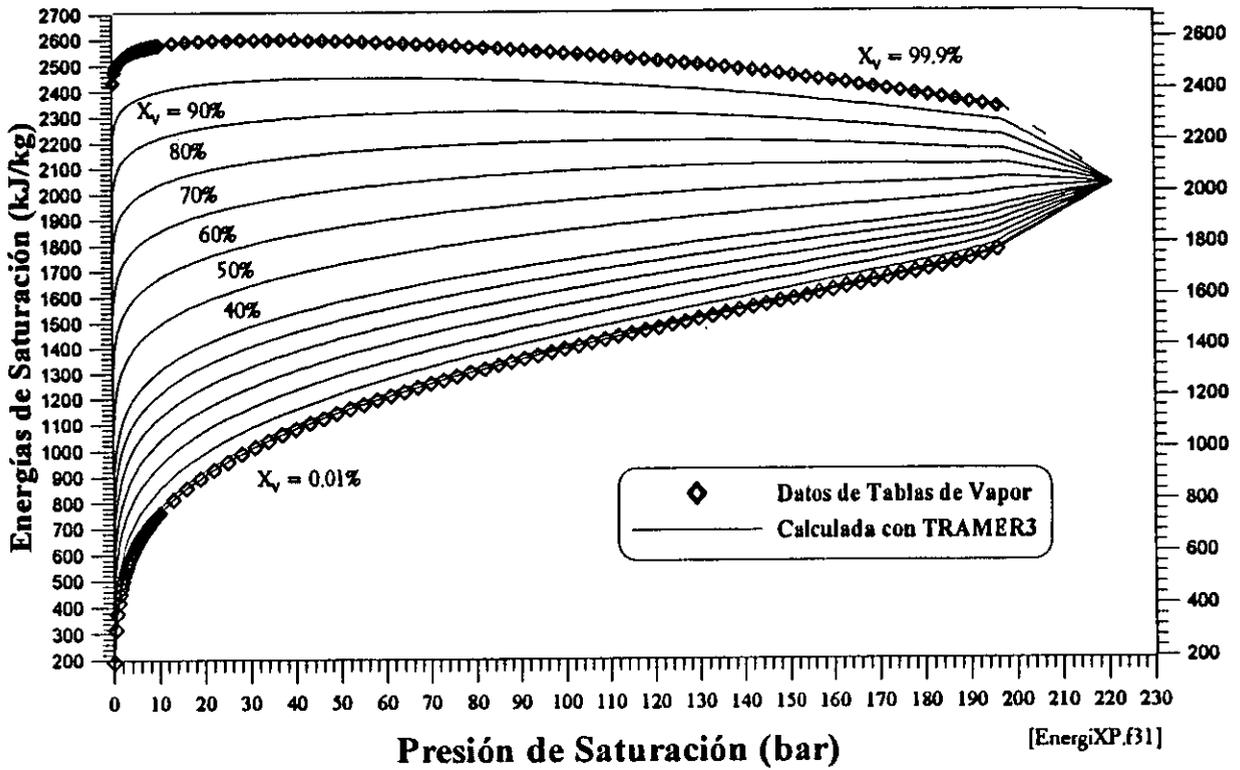


Fig. 32.- Entalpía del Fluido en Función de la Calidad del Vapor (TRAMER3)

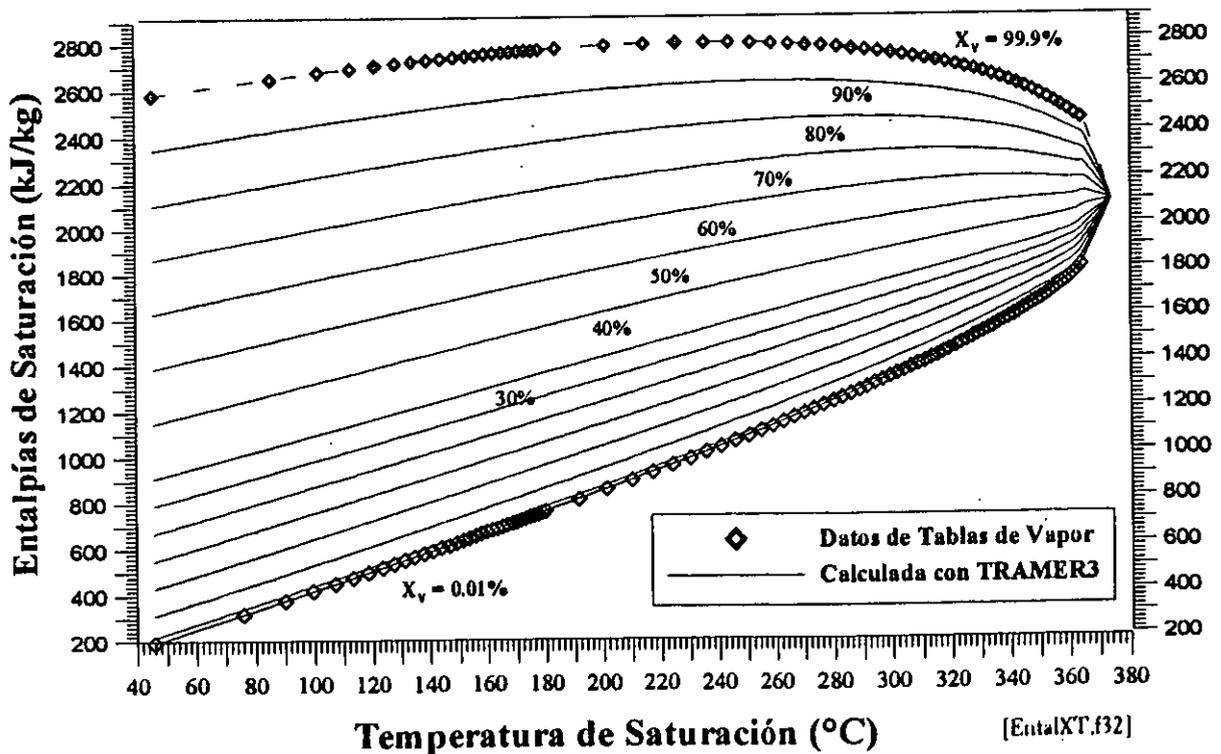


Fig. 33.- Densidad del Fluido en Función de la Calidad del Vapor (TRAMER3)

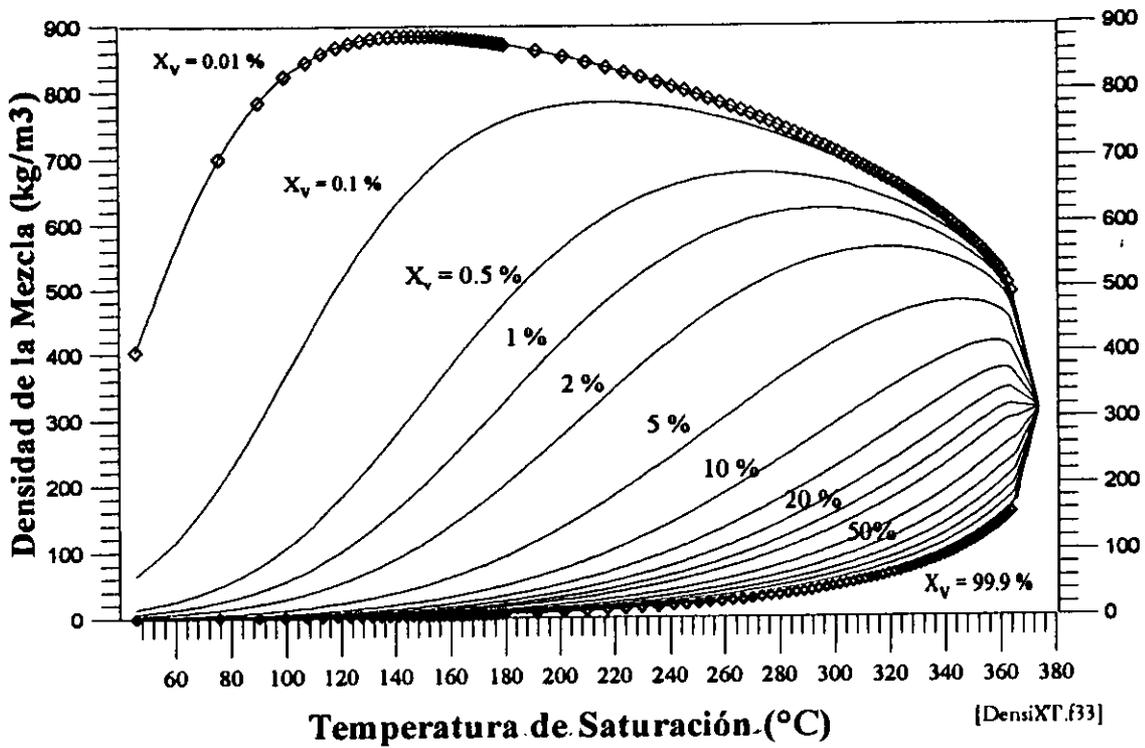
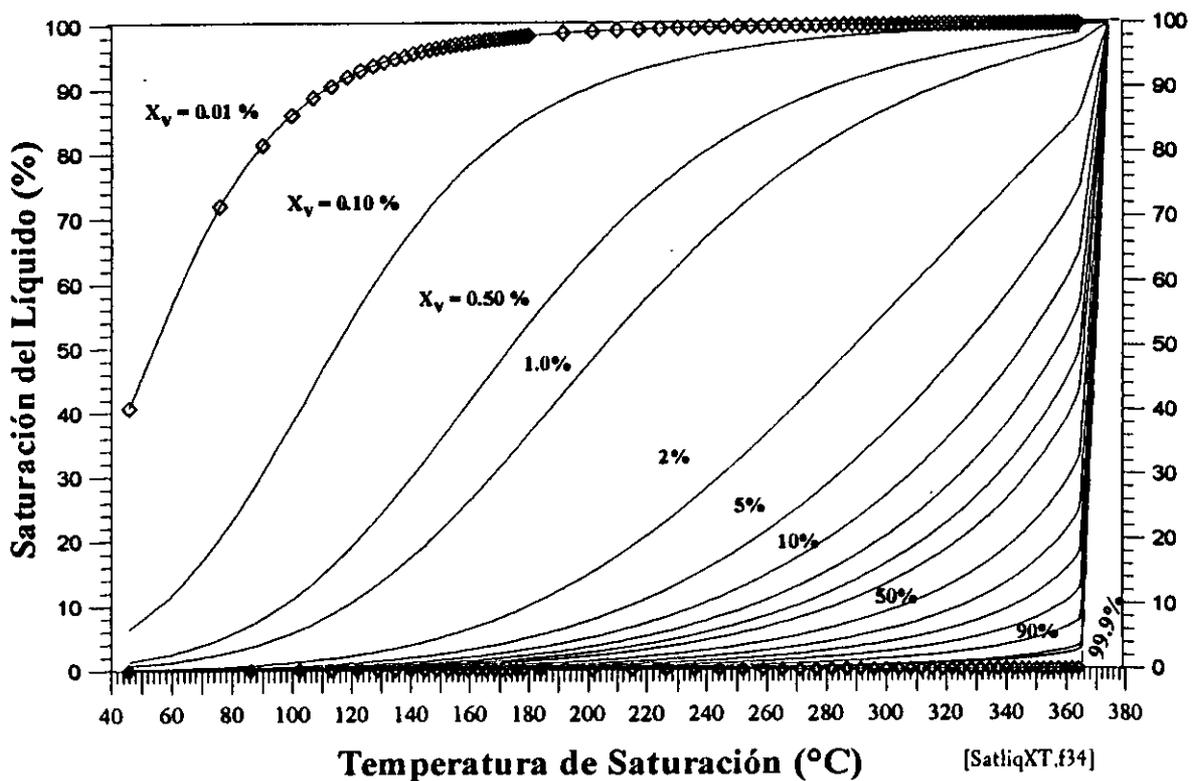


Fig. 34.- Saturación del Líquido en Función de la Calidad del Vapor (TRAMER3)



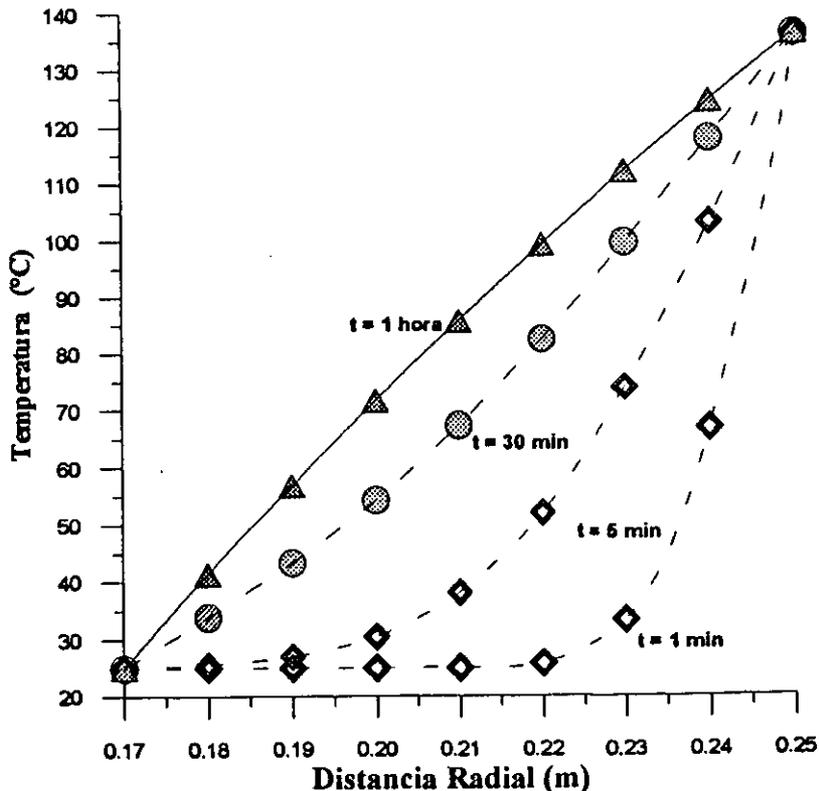
VIII.2.- FLUJO RADIAL Y VERTICAL DE CALOR EN POZOS GEOTÉRMICOS

Ilustro el uso del modelo descrito en VII.4.3 con dos aplicaciones. Primero presento el efecto de la transferencia de calor entre el tubo y la formación, calculando la distribución de temperaturas dentro del cemento. Una segunda aplicación se enfocó a los efectos verticales de pérdida de calor desde la zona de alimentación hasta el cabezal del pozo. Los parámetros del pozo y del reservorio corresponden al pozo Az-01 del campo geotérmico de Los Azufres, Mich.

VIII.2.1.- Transferencia Transiente de Calor entre el Tubo y el Cemento

El cemento usado para cementar un pozo, tiene como propósito principal el fijar y aislar el pozo de los fluidos del reservorio. Su objetivo no es aislarlo térmicamente. La conductividad térmica de los cementos no es constante y depende casi exclusivamente de su densidad (Nelson, 1990). Normalmente el cemento más ligero se emplea en zonas profundas calientes, mientras que el cemento más denso se emplea en zonas superficiales frías. Por consiguiente, la pérdida de calor radial es mayor en los estratos someros, donde la conductividad del cemento es mas alta y la temperatura de la formación es inferior, provocando un gradiente térmico mas elevado. La figura 35 muestra como se distribuye y evoluciona la temperatura dentro del cemento al circular fluido a 25°C dentro del tubo a la profundidad de 500 m.

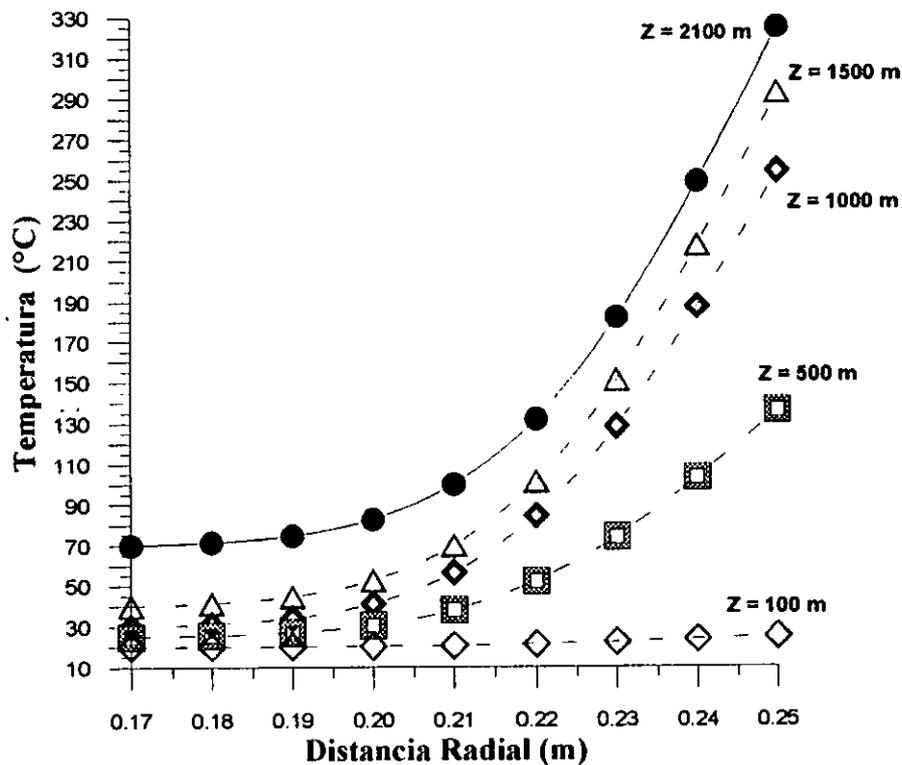
Fig. 35.- Distribución Radial de Temperaturas en el Cemento



VIII.2.2.- Distribución Radial de Calor en el Pozo en Función de la Profundidad

En la siguiente aplicación calculo la variación y distribución de temperaturas en la vecindad inmediata al tubo, en función de la profundidad Z . El flujo de calor en cada tramo Δz se calcula directamente de $Q = -K_T \partial T / \partial r$. La figura 36 muestra la propagación del disturbio térmico en la vertical, entre 100 y 2100 m de profundidad, después de media hora de estar extrayendo fluido, el cual se encontraba a una temperatura inicial de 20°C. La temperatura superior $T_0 = 15^\circ\text{C}$ a 100 m de profundidad, y la temperatura inferior $T_{II} = 330^\circ\text{C}$ a 2100 m de profundidad.

Fig. 36.- Temperatura del Cemento en Función de la Profundidad



VIII.3.- EL MODELO DE ADVONIN

Este modelo analítico clásico requiere pocos datos. Se considera el flujo lineal de agua caliente en estado líquido, prácticamente incompresible, inyectada dentro de un acuífero confinado. Ese fenómeno es descrito por el siguiente modelo en dos dimensiones (Advonin, 1964):

$$K_r \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho_r c_r \frac{\partial u}{\partial t}; \text{ para } z > 0 \text{ y } t > 0$$

$$K_S \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - v_L \rho_L c_L \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2K_r}{b} \frac{\partial u}{\partial z} = \rho_S c_S \frac{\partial u}{\partial t}; z = 0, x > 0 \text{ y } t > 0.$$
(175)

Ecuaciones sujetas a las condiciones :

$$u(x, t); u(x, 0) = 0, x > 0; u(0, t) = 1, z = 0, t \geq 0;$$

$$\lim_{(x^2+z^2) \rightarrow \infty} u = 0; \text{ donde } u = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \text{ es la temperatura normalizada.}$$
(176)

T_0 es la temperatura inicial, original del acuífero, T_1 es la temperatura del fluido inyectado y T es la temperatura de calentamiento del acuífero, debida a la inyección. Los subíndices se refieren a la roca (r), al líquido (L) y al sistema roca-agua (S) respectivamente. La solución analítica de este modelo es:

$$u(\xi, \tau) = \frac{\xi}{\sqrt{\pi \tau}} \int_0^1 \exp \left[- (s\gamma \sqrt{\tau} - \frac{\xi}{2s\sqrt{\tau}})^2 \right] \operatorname{erfc} \left[\frac{\alpha s^2 \sqrt{\tau}}{2\sqrt{1-s^2}} \right] \frac{ds}{s^2}$$
(177)

Donde las variables adimensionales empleadas son definidas así:

$$\xi = \frac{2x}{b}; \tau = \frac{4K_S t}{c_S \rho_S b^2}; \gamma = \frac{Q_a c_l \rho_l}{4K_S}; \alpha = \sqrt{\frac{K_r c_r \rho_r}{K_S c_S \rho_S}}$$
(178)

Q_a es la tasa de inyección de agua. Las gráficas 37 a 40 ilustran la aplicabilidad de TRAMER3 a este problema, comparando sus resultados con la solución exacta (177) y con TOUGH2 (Pruess, 1990). Para calcular efectivamente la variación de temperatura, la integral se resuelve numéricamente y se emplea la siguiente aproximación para la función error complementaria (Abramowitz 1970).

$$\operatorname{erfc}(y) = [0.3480242z - 0.0958798z^2 + 0.7478556z^3]e^{-z^2} + \epsilon(z)$$

$$\text{con } z = \frac{1}{1 + 0.47047y}; \text{ y el error: } |\epsilon(z)| \leq 2.5 \times 10^{-5}$$
(179)

Fig. 37.- Temperatura del Modelo de ADVONIN con TRAMER3

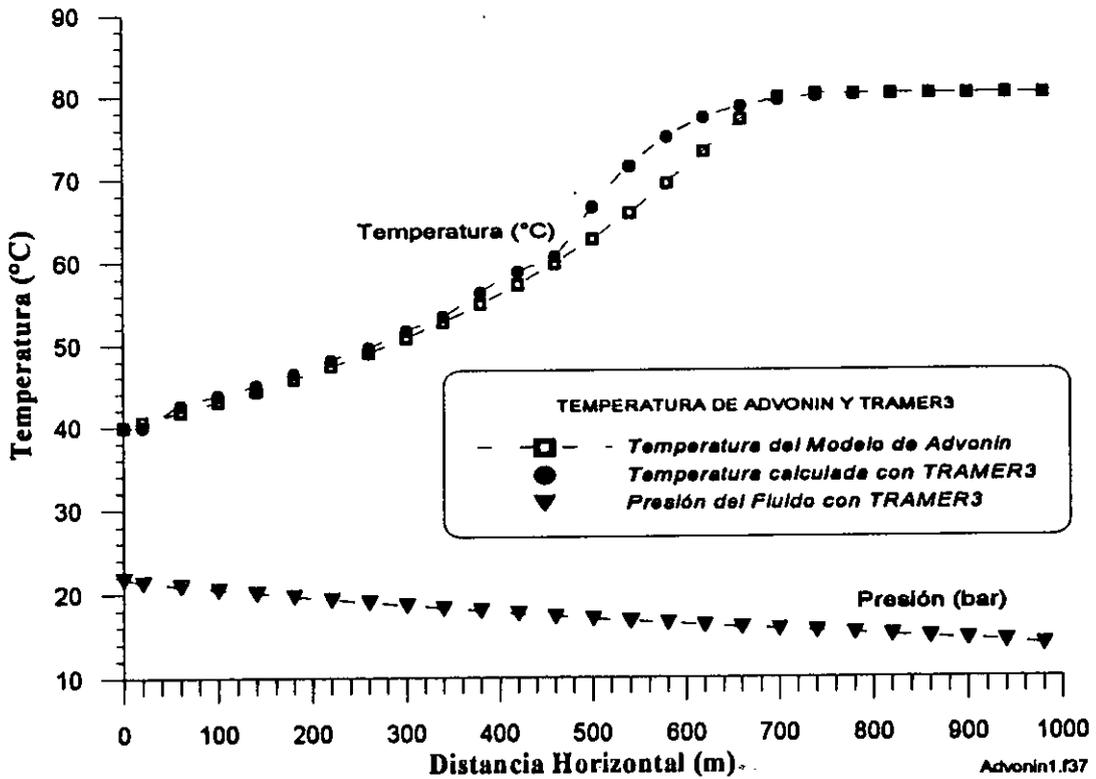


Fig. 38.- Distribución de Presión a las 5.6 Horas de Inyección

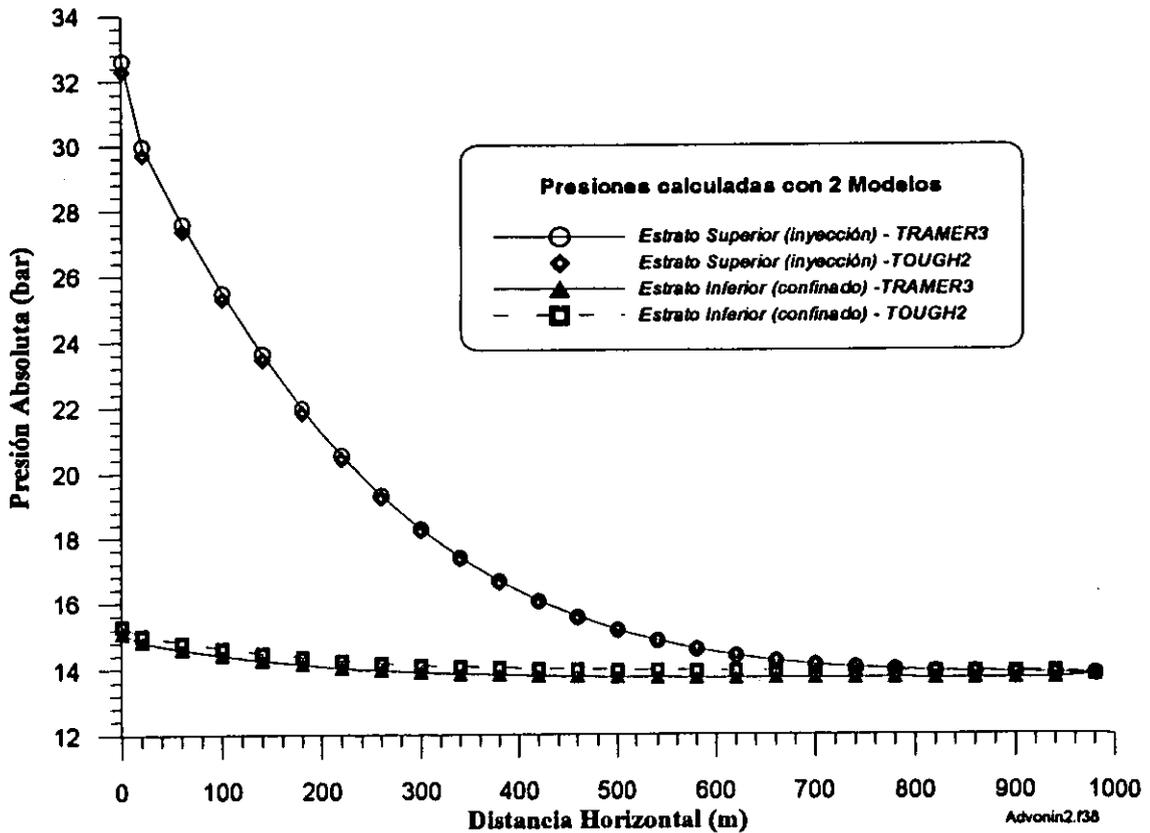


Fig. 39.- Distribución de Temperatura a las 5.6 Horas de Inyección

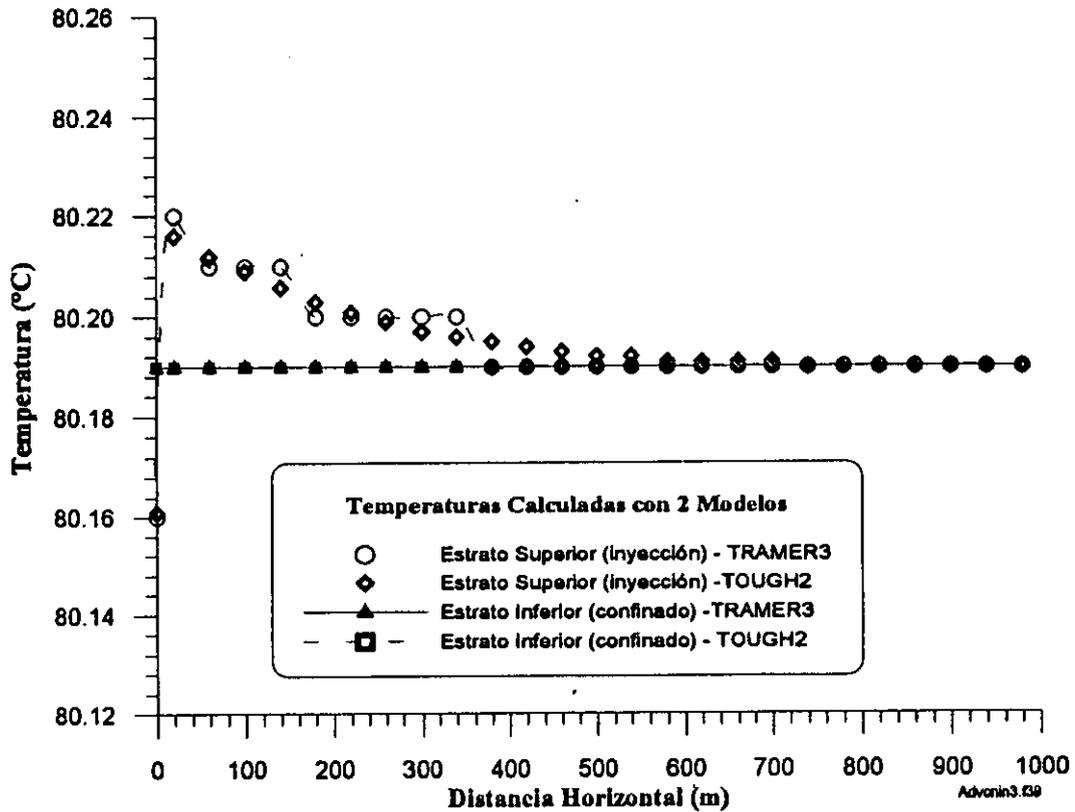
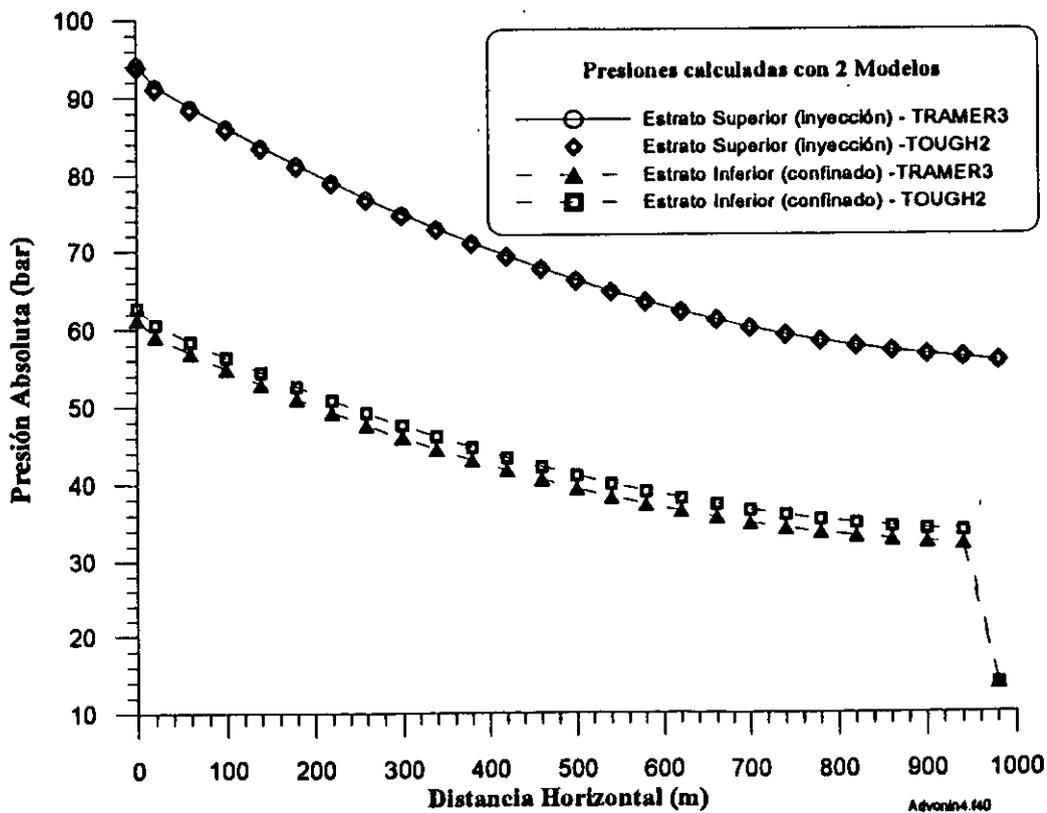


Fig. 40.- Distribución de Presión a las 78 Horas de Inyección



VIII.4.- ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN EN POZOS GEOTÉRMICOS

Las fracturas naturales en reservorios productores complican la interpretación de las pruebas de presión. Debido a que las fracturas son mucho más permeables que la matriz, los bloques de roca responden a las condiciones de la prueba mucho más lentamente que la red fracturada. Los modelos de doble porosidad fueron creados precisamente para analizar datos de pruebas de presión en pozos interceptando fracturas y bloques de matriz sana. En general, el tiempo de recuperación de la presión en el pozo será menor mientras más alta sea la permeabilidad en la formación fracturada y viceversa, mientras más baja sea la permeabilidad, el tiempo de recuperación será mayor. En esta sección analizo pruebas de inyección-recuperación en dos pozos de Los Humeros, Pue. mediante un método compuesto de doble porosidad y muestro la utilidad de TRAMER3 en su análisis numérico.

VIII.4.1.- Modelo Compuesto de Doble Porosidad / Permeabilidad

En el análisis empleo una variante simplificada del concepto general de doble porosidad, que me permitió crear un modelo semi-analítico adecuado especialmente para las características observadas en algunos pozos en ese campo geotérmico. Describo brevemente la metodología y el desarrollo del modelo construido, el cual divide a la zona de extracción en dos regiones concéntricas. La primera es la zona fracturada en contacto directo con el pozo y cuya permeabilidad y porosidad es por fracturas, presentando flujo lineal. La segunda zona es de porosidad simple y alimenta radialmente a la red de fracturas con una permeabilidad menor. El objetivo de este desarrollo es la comparación de los resultados numéricos obtenidos con el modelo TRAMER3. El modelo construido puede usarse de dos maneras, la primera mediante la construcción de curvas tipo específicas para Los Humeros, permite comparar y analizar cualquier prueba de campo que satisfaga las condiciones del modelo. Con la segunda, efectuando una aproximación para tiempos pequeños, es posible extrapolar la recta de pendiente 0.5 característica del flujo lineal en las cercanías del pozo fracturado, y estimar productos de parámetros clave como son número de fracturas, apertura de fracturas, permeabilidad global de la zona fracturada o el producto porosidad de fracturas por compresibilidad total de la zona fracturada. Con mediciones de campo, es posible despejar varios de estos parámetros y obtener por ejemplo el producto número de fracturas por permeabilidad.

Aunque Los Humeros es un yacimiento fracturado, se ha encontrado que su permeabilidad global es pequeña. Esto se debe a que hay poca continuidad y comunicación entre zonas fracturadas, muchas fracturas existentes están total o parcialmente selladas (Suárez, 1995) y casi no hay fallas regionales con gran penetrabilidad en el subsuelo. La excepción parece ser un corredor de fallas donde se encuentra permeabilidad local alta. Las buenas zonas productoras obviamente se encuentran donde hay fracturas abiertas bien comunicadas entre sí. El riesgo en este tipo de sistemas, es que la "buena" zona productora no tenga suficiente relación con zonas más extensas y quede restringida a un volumen efectivo

relativamente pequeño. La mala comunicación entre porciones amplias con fracturas, reduce la longevidad efectiva de todo el sistema tanto local como globalmente.

En Los Humeros la permeabilidad por fracturamiento importante, aparece asociada a fallas. Hay una zona de influencia en la vecindad de la falla con buena permeabilidad secundaria, formada por fisuras naturales generadas al momento de romperse la roca. Al aumentar la distancia a esta zona de influencia, la intensidad del fracturamiento y la permeabilidad disminuyen. Lejos de las fallas, los bloques de matriz sin fracturas aumentan de tamaño reduciéndose aún más la permeabilidad. En la superficie de algunas áreas se ha observado que el espaciamiento entre fracturas selladas va de 2 a 10 cm. Mientras que entre coladas existen aperturas de hasta 10 cm de ancho por 20 cm de longitud, pero estas zonas son puntuales y discontinuas. En otras zonas las fracturas aparecen en promedio cada metro sin presentar apertura. Si estas observaciones superficiales son representativas de lo que pasa a mayor profundidad, las fracturas del reservorio, pueden ser abundantes localmente, pero selladas por depositación de minerales y alteración hidrotermal.

Son de dos tipos las pruebas de presión efectuadas en Los Humeros: pruebas de inyección - recuperación y pruebas de incremento de presión. La prueba de incremento de presión a fondo de pozo, consiste simplemente en cerrar un pozo que esté produciendo y medir su presión en el fondo de manera continua. Para capturar la respuesta transitoria del reservorio en la inmediata formación vecina al pozo las mediciones deben hacerse antes y después del cierre del pozo. El tiempo de duración de la prueba depende de las características mismas de cada pozo así como de su disponibilidad. En Los Humeros, al parecer las pruebas se concluyeron en cuanto la presión pareció estabilizarse, aproximadamente a las 8 horas de iniciado el cierre, según los datos del campo. Las pruebas de inyección-recuperación consisten en bombear cierta cantidad de agua al pozo, hasta que se acaba el tanque con el agua de inyección, lo cual dura unas 3 horas. Entonces se detiene la inyección y se mide la presión de fondo al irse recuperando el pozo.

El análisis de este tipo de pruebas se efectúa tradicionalmente suponiendo un flujo radial o esférico en medio poroso, graficando los datos de la prueba y comparando con curvas tipo adimensionales hasta obtener una que se ajuste más o menos a los datos de campo. De ese ajuste resulta el despeje del producto kh , permeabilidad por espesor de la zona de alimentación. Extrapolando se puede deducir una presión media y hasta el volumen de drenaje del pozo. Análisis y resultados previos, han sido obtenidos con este tipo de modelos para el yacimiento de Los Humeros. Sin embargo, diversos trabajos recientes (López, 1995 y Suárez, 1995) indican que Los Humeros es un reservorio esencialmente fracturado, con baja permeabilidad global, pero cuya permeabilidad local puede ser importante. Resulta conveniente desarrollar y emplear modelos específicos que tomen en cuenta el fracturamiento real de la formación. Las condiciones de aplicabilidad del modelo desarrollado se basan en las siguientes observaciones:

- 1).- Los pozos analizados interceptan fracturas, muchas o pocas, cuya orientación es desconocida.
- 2).- El flujo cerca del pozo está restringido a trayectos definidos por esas fracturas.
- 3).- El flujo en la zona inmediatamente vecina al pozo, tiende a ser lineal, pues el área de flujo no cambia con la distancia radial al pozo, hasta un radio crítico r_F .
- 4).- El flujo alimentador proviene radialmente de una zona alejada del pozo.
- 5).- Ambas regiones son concéntricas y tienen un espesor común h .

Estas hipótesis dan por resultado un modelo conceptual compuesto lineal-radial (Fig. 39). Flujo lineal en las cercanías del pozo y flujo radial lejano alimentando a esta zona. Obviamente el fluido lejos del pozo, puede tener cualquier geometría, incluso ser transportado por fallas abiertas o fracturas interconectadas siguiendo algún patrón no convencional. Dada la compleja naturaleza de este yacimiento, escogí la hipótesis más simple, que es el modelo radial. El hecho de considerar ambas regiones como concéntricas (Fig. 39), implica que el flujo lineal hacia el pozo en la Zona 1, se alimenta de la Zona 2 de flujo radial, normalmente formada por bloques de matriz sanos, o con muy pocas fracturas, como parece ser el caso de Los Humeros. El modelo supone que el sistema de flujo en las zonas de los pozos considerados en este análisis es de doble porosidad formada por dos regiones concéntricas. La región 1 o interior, contiene un número N_f finito de fracturas induciendo un flujo lineal hacia el pozo; todas las fracturas presentes son aproximadamente verticales y tienen la misma apertura b . La región 2 o exterior, es un medio poroso simple que presenta flujo radial hacia la zona 1. Durante la corta duración de la prueba, no hay cambios apreciables de temperatura y el flujo de líquido se supone isotérmico entre ambas zonas. Así mismo los parámetros hidráulicos y petrofísicos en cada región son distintos y constantes. Ambas zonas se comunican sin ninguna restricción. Bajo estas hipótesis, las ecuaciones se simplifican (ver Anexo).

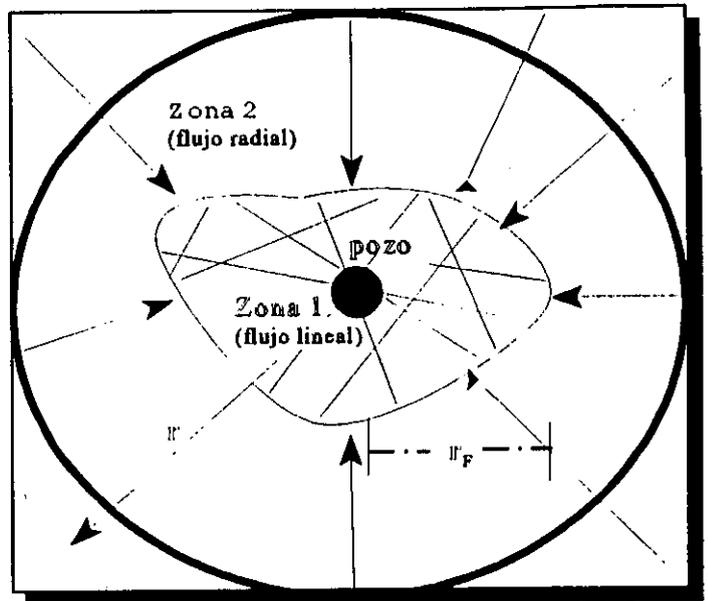


Fig. 41.- Esquema simplificado mostrando las zonas del modelo de flujo compuesto alimentando a un pozo, con doble porosidad/permeabilidad.

Modelo lineal para la Zona 1:

$$\nabla^2 p_f = \frac{\partial^2 p_f}{\partial r^2} = \frac{1}{\eta_f} \frac{\partial p_f}{\partial t} \quad (180)$$

Modelo radial para la Zona 2:

$$\nabla^2 p_m = \frac{\partial^2 p_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_m}{\partial r} = \frac{1}{\eta_m} \frac{\partial p_m}{\partial t} \quad (181)$$

El coeficiente de difusión hidráulica en cada zona es, por definición:

$$\eta_i = \frac{k_i}{\phi_i \mu_i C_{Ti}} ; \quad i = f, m \quad (182)$$

La condición inicial para ambas zonas es que, tanto la zona 1 como la zona 2, se encuentran a la misma presión inicial p_0 . Las condiciones de frontera son de tres clases:

- F1) En la formación en contacto con el pozo ($r = r_w$) el flujo darciano, dado por el cambio de presión, es proporcional al gasto extraído.
- F2) En la frontera de contacto entre ambas zonas ($r = r_f$), ambas presiones coinciden y el flujo que alimenta a la zona fracturada es igual al flujo que sale de la zona 2 radialmente.
- F3) La presión en regiones alejadas de la zona 2 ($r \sim \infty$) permanece constante e igual a p_0 .

Usando variables adimensionales adecuadas (ver Anexo), en términos del incremento o decremento de presión del modelo, la solución para la Zona 1 es:

$$\Delta P_{D1} = A_0^2 \int_0^{\infty} \text{Cos} \left(\frac{r_D - r_C}{\sqrt{\eta_C}} w \right) \cdot \frac{(1 - e^{-w^2 t_D})}{w^3 B_0^2(w)} dw , \quad \text{si } r_C \leq r_D \leq 1 \quad (183)$$

La solución para la Zona 2 es:

$$\Delta P_{D2} = A_0 \int_0^{\infty} [Y(w) J_0(w r_D) + J(w) Y_0(w r_D)] \times \frac{(1 - e^{-w^2 t_D})}{w^2 B_0^2(w)} dw , \quad \text{si } r_D > 1 \quad (184)$$

Las funciones auxiliares A_0 y $B_0(w)$ son dadas por:

$$A_0 = \sqrt{\frac{4\eta_D}{\pi^2}} ; B_0^2(w) = J^2(w) + Y^2(w) ; \text{ donde :}$$

$$J(w) = -\sqrt{\eta_D} J_1(w) \text{Cos}\left(\frac{1-r_C}{\sqrt{\eta_D}} w\right) + \beta_D J_0(w) \text{Sen}\left(\frac{1-r_C}{\sqrt{\eta_D}} w\right) \quad (185)$$

$$Y(w) = \sqrt{\eta_D} Y_1(w) \text{Cos}\left(\frac{1-r_C}{\sqrt{\eta_D}} w\right) - \beta_D Y_0(w) \text{Sen}\left(\frac{1-r_C}{\sqrt{\eta_D}} w\right)$$

El planteamiento y desarrollo del modelo están en el anexo técnico. Con las fórmulas (183) y (184) construí un programa llamado LINRAD2 para realizar los cálculos. El coeficiente η_D es la difusividad adimensional, ΔP_{D1} y ΔP_{D2} representan los incrementos o decrementos de presión adimensionales en cada zona, r_C es el radio crítico, r_D es el radio variable y β_D es una constante, los tres adimensionales. J_0 , J_1 , Y_0 y Y_1 son las funciones de Bessel de primera y segunda especie de orden 0 y 1 respectivamente. La variable muda w sirve para representar la integración. Ambos resultados son generales y válidos para cualquier tiempo adimensional t_D . Sin embargo, dada la corta duración de las pruebas reportadas, resulta conveniente y práctico, simplificar las ecuaciones anteriores para tiempos pequeños en la zona cercana al pozo. En el anexo se indican los detalles de esta simplificación. El flujo en la región 1, para tiempos cortos es dado por:

$$\Delta P_{D1} \approx \frac{2\sqrt{\eta_D t_D}}{\sqrt{\pi} \beta_D} , \quad \text{si } r_C \leq r_D \leq 1 \quad (186)$$

Es decir, una gráfica $\text{Ln}(P_{D1})$ vs $\text{Ln}(t_D)$ para tiempos cortos, será una recta de pendiente 0.5 y nos proporciona la siguiente información:

$$\text{Ln}(\Delta P_{D1}) = 0.69315 + \frac{1}{2} \text{Ln}\left(\frac{\eta_D}{\pi \beta_D^2}\right) + \frac{1}{2} \text{Ln}(t_D) \quad (187)$$

De aquí puede inferirse la diferencia de presiones ($p_0 - p$) para cualquier tiempo t_D , extrapolando la porción recta de la curva de pendiente 0.5. Esto es lo que se hace a continuación.

VIII.4.2.- Estimación de Parámetros de la Formación

El uso de la aproximación (187) para tiempos cortos, permite identificar la intersección con el eje de ordenadas en una gráfica $\text{Log}(\Delta P_{D1})$ vs $\text{Log}(t_D)$ y despejar los parámetros adimensionales η_D y β_D . Es decir, en los grupos de variables reales:

$$\Delta P_{DI} = (p_0 - p) \frac{2\pi k_2 \rho_2 h}{\mu_2 Q_V} \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\eta_1}{\eta_2}} \times \frac{2\pi r_f k_2 \rho_2 \mu_1}{N_f b k_1 \rho_1 \mu_2} \times \frac{\sqrt{\eta_2} \sqrt{t}}{r_f} \quad (188)$$

Se usa un gasto volumétrico [m³/s] porque es el reportado en la prueba. Se deduce que:

$$\Delta p \approx \frac{2 Q_V}{\sqrt{\pi} N_f b h} \sqrt{\frac{\mu_1}{k_1 \phi_1 C_1}} \times \sqrt{t} \quad (189)$$

calculando el logaritmo natural en ambos miembros de la ecuación anterior, se obtiene una recta de pendiente 0.5, típica del flujo lineal, cuya intersección con el de ordenadas permite deducir parámetros de la Zona 1:

$$\ln(\Delta p) \approx \ln\left(\frac{2 Q_V}{\sqrt{\pi} h}\right) + \ln\left(\sqrt{\frac{\mu_1}{N_f^2 b^2 k_1 \phi_1 C_1}}\right) + \frac{1}{2} \ln(t) \quad (190)$$

VIII.4.3.- Análisis del Pozo H-01

Los datos numéricos para el pozo H-01 reportados por el campo (CFE, 1988) y por Suárez (1995) son:

$Q_V = 1.67 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$	$p_0 = 108 \text{ bar}$
$h = 1200 \text{ m}$	$T_0 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$
$\phi = 0.123$	$\mu_1 = 86.7 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Donde h es el espesor promedio del reservorio y ϕ , su porosidad promedio. La presión es la que corresponde al inicio del flujo lineal. En la figura 42 se deduce que la intersección con el eje Y es igual a -0.38. Calculando el logaritmo natural en ambos miembros de la ecuación (190):

$$\begin{aligned} -0.38 &= \ln(1.57 \times 10^{-5}) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{86.7 \times 10^{-6}}{N_f^2 b^2 k_1 \phi_1 C_1}\right) \\ \Rightarrow N_f^2 b^2 k_1 \phi_1 C_1 &= 4.57 \times 10^{-14} \end{aligned} \quad (191)$$

Este es el grupo de parámetros que se puede deducir directamente de la prueba de inyección-recuperación. La apertura b de las fracturas es muy variable, oscilando entre centésimas de milímetro, hasta 5 milímetros. Según datos de producción, el pozo H-01 produce 84 T/h de fluido (66 T/h de agua

y 18 T/h de vapor), puede considerarse entonces buen productor. Suponiendo para este pozo una apertura de fracturas de 5 mm, obtenemos:

$$N_f^2 k_1 \phi_1 C_1 \approx 1.83 \times 10^{-9} \quad (192)$$

Hay que subrayar que la porosidad ϕ_1 corresponde a la porosidad efectiva de las fracturas, la cual representa apenas una fracción de la porosidad global de la zona. Las cuatro variables son incógnitas importantes que no se pueden despejar directamente con este modelo. Para resolver el problema, deben hacerse mediciones de campo por otros métodos. Sin embargo, se sabe que el producto porosidad-compresibilidad en la zona 1, se encuentra en un rango de valores determinado por los valores de cada factor. La compresibilidad del agua va de 10^{-9} Pa^{-1} para líquido comprimido a 10^{-6} Pa^{-1} correspondiente a fluido en dos fases. La porosidad de fracturas abarca un rango mas amplio, teniendo como limite hipotético superior casi el 100% para una falla abierta, que equivaldría a tener una infinidad de fracturas, hasta una zona amplia del 0.1 % con fracturas espaciadas. La tabla siguiente resume los posibles valores del producto $\phi_1 C_1$.

Tabla 19.- Rango Posible de Productos porosidad-compresibilidad en la Zona Fracturada:

$C_1 \text{ (Pa}^{-1}\text{)}$ $\phi_1 \text{ (ad)}$	10^{-9}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-6}
10^{-3}	10^{-12}	10^{-11}	10^{-10}	10^{-9}
10^{-2}	10^{-11}	10^{-10}	10^{-9}	10^{-8}
10^{-1}	10^{-10}	10^{-9}	10^{-8}	10^{-7}
1	10^{-9}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-6}

Para Los Humeros, el valor mas plausible de compresibilidad en la vecindad de pozos productores, es el correspondiente al fluido en dos fases. Entonces un promedio del producto $\phi_1 C_1$ para zonas intensamente fracturadas es $5.5 \cdot 10^{-7} \text{ Pa}^{-1}$. Suponiendo que el pozo intercepte entre 100 y 500 fracturas, obtenemos una estimación para la permeabilidad entre:

$$k_1 \approx \frac{1.83 \times 10^{-9}}{N_f^2 \cdot 5.5 \times 10^{-7}} ; \quad N_f \in [100, 500] \Rightarrow \quad (193)$$

$$k_1(100) \approx 3.3 \times 10^{-7} \text{ m}^2 ; \quad k_1(500) \approx 1.3 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

El rango de valores obtenidos sólo son aproximaciones burdas de la permeabilidad local, principal responsable de la producción del pozo. La permeabilidad global debe ser mucho mas baja, pues depende de la comunicación y extensión del fracturamiento.

VIII.4.4.- Análisis del Pozo H-28

Los datos numéricos para el pozo H-28 reportados por el campo (CFE, 1988) y de un reporte anterior (Suárez, 1995) son:

$$\begin{aligned} Q_v &= 3.67 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} & p_0 &= 140 \text{ bar} \\ h &= 1200 \text{ m} & T_0 &= 320 \text{ }^\circ\text{C} \\ \phi &= 0.123 & \mu_1 &= 79.7 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

La presión corresponde al inicio del flujo lineal a los 20 minutos de iniciada la recuperación. En la figura 43 se observa que la intersección con el eje Y es igual a -0.65. Reemplazando los datos en la ecuación (190) deduzco:

$$\begin{aligned} -0.65 &= \text{Ln}(1.04 \times 10^{-5}) + \frac{1}{2} \text{Ln} \left(\frac{79.7 \times 10^{-6}}{N_f^2 b^2 k_1 \phi_1 C_1} \right) \\ \Rightarrow N_f^2 b^2 k_1 \phi_1 C_1 &= 3.16 \times 10^{-14} \end{aligned} \tag{194}$$

Suponiendo una apertura $b = 2 \text{ mm}$:

$$N_f^2 k_1 \phi_1 C_1 \approx 10^{-10} \tag{195}$$

Tomando un promedio del producto $\phi_1 C_1 \approx 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$ y suponiendo que el pozo intercepte entre 100 y 1000 fracturas, se obtiene una estimación para la permeabilidad entre:

$$\begin{aligned} k_1 &\approx \frac{10^{-10}}{N_f^2 1 \times 10^{-6}} ; \quad N_f \in [100, 1000] \Rightarrow \\ k_1(100) &\approx 10^{-8} \text{ m}^2 ; \quad k_1(1000) \approx 10^{-10} \text{ m}^2 \end{aligned} \tag{196}$$

Un rango menor de permeabilidad en la zona fracturada que para el pozo anterior. Este rango de valores obtenidos sólo son representativos de la permeabilidad local. La baja productividad de este pozo puede deberse a fracturas cerradas y mala comunicación con otras redes de fracturas. La figura 44 muestra los incrementos de presión obtenidos con LINRAD2, y los compara con TRAMER3 para distintos β_1 .

Fig. 42.- Doble Logaritmo ($p_0 - p$) vs t - Pozo H-01
 (datos de la prueba de inyección del 01/10/81)

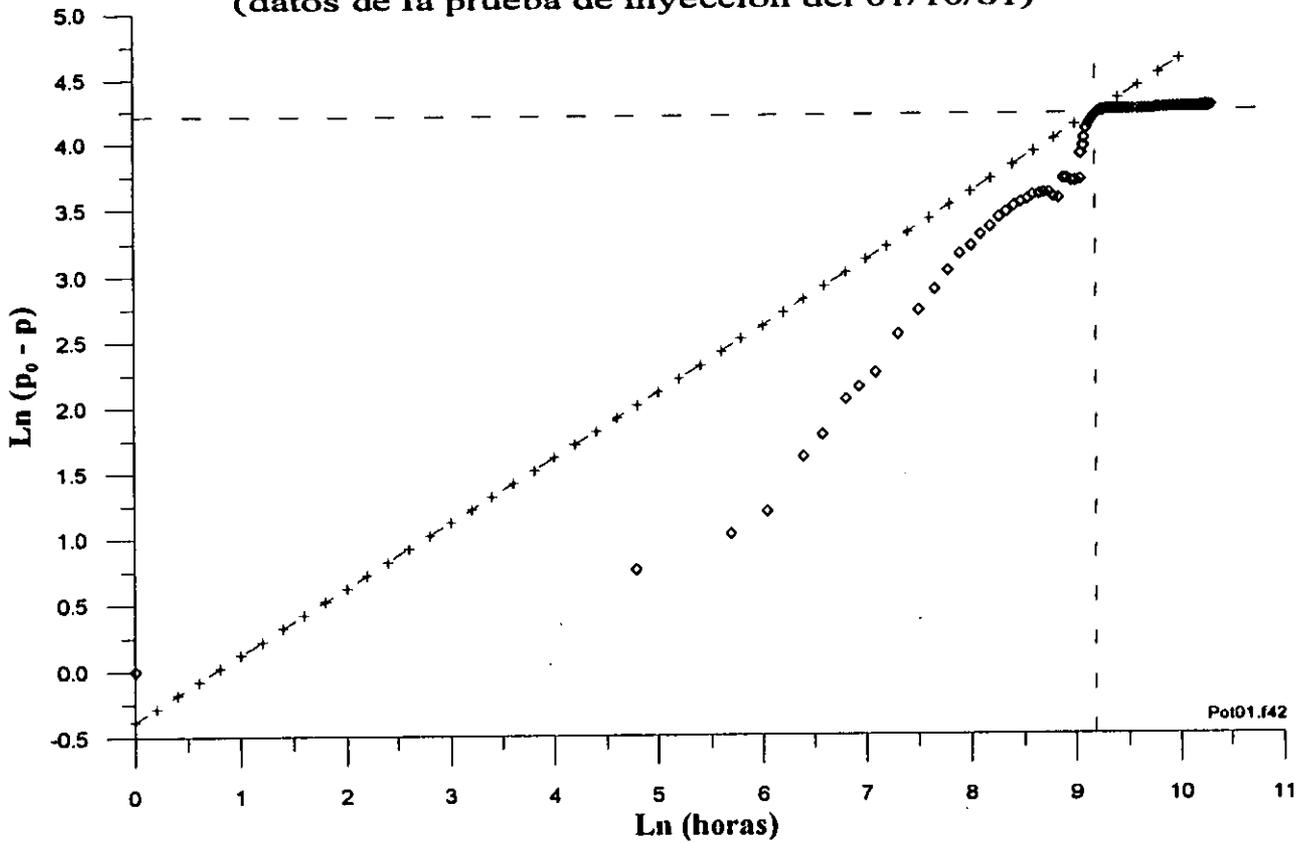


Fig. 43.- Doble Logaritmo ($p_0 - p$) vs t - Pozo H-28
 (datos de la prueba de inyección del 17/07/88)

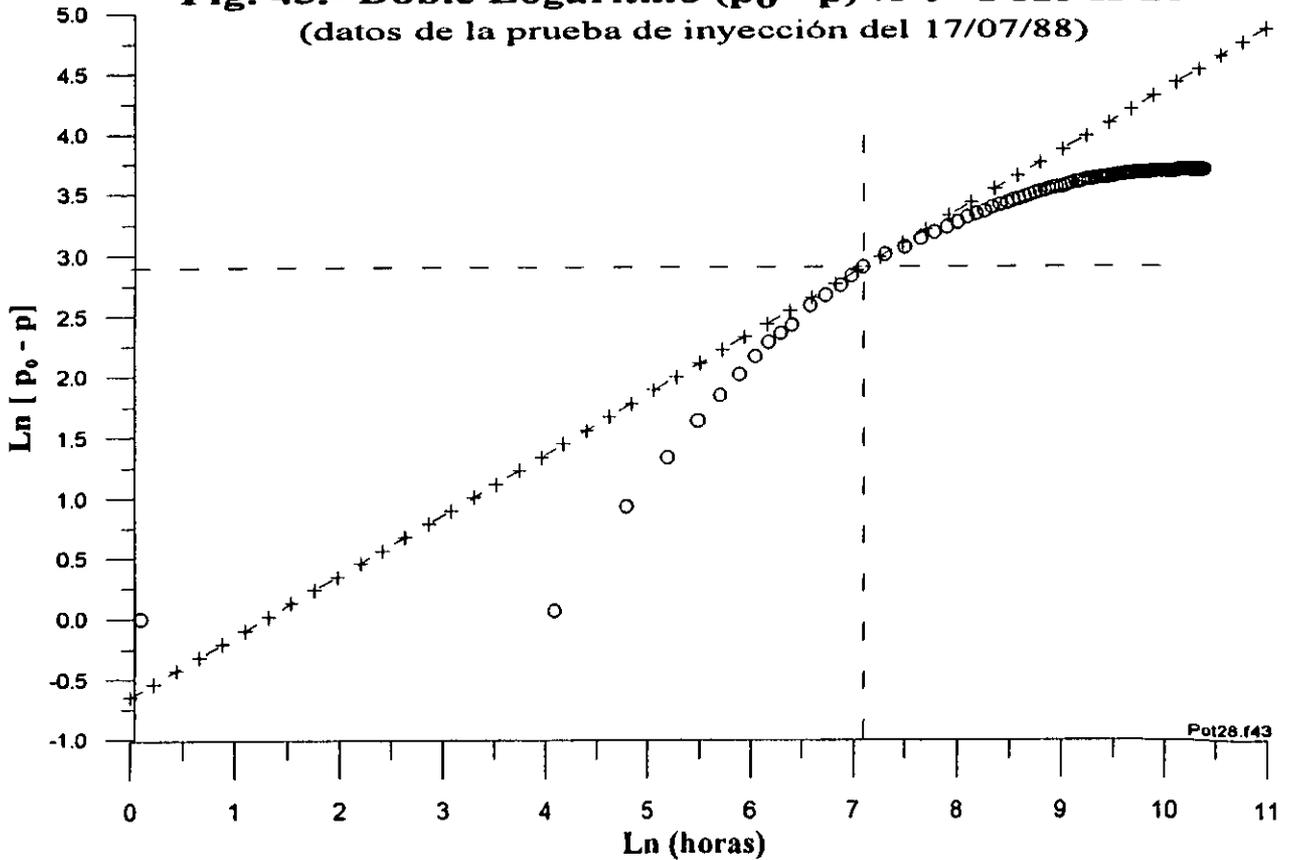
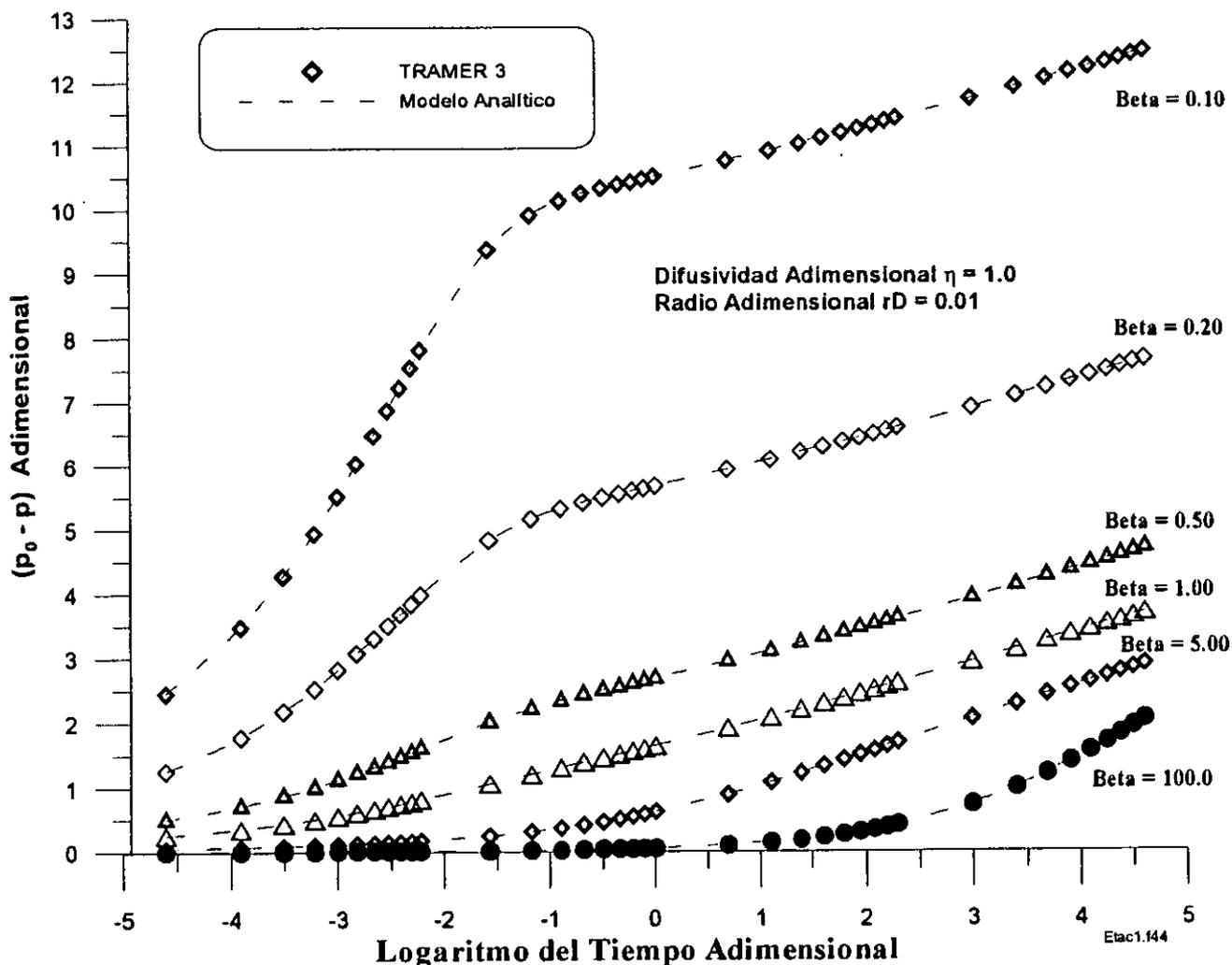


Fig. 44.- INCREMENTOS DE PRESION PARA DISTINTOS β_D ($p - p_0$) vs Log (t_D)



VIII.4.5.- Otros Modelos de Flujo para Analizar Pruebas de Presión con TRAMER3

TRAMER3 también contiene una subrutina llamada MAP4GF (Módulo de Análisis de Pruebas de Presión con 4 Geometrías de Flujo). Este programa genera mallas de geometría sencilla para el análisis de pruebas de presión en yacimientos geotérmicos bifásicos de porosidad simple. El código está en vías de desarrollo experimental, para mejorar y facilitar su uso. La geometría de flujo hacia el pozo puede ser radial, lineal, esférica o elíptica la cual es construida automáticamente con formatos de salida totalmente compatibles con el simulador TRAMER3. Está compuesto por 4 submódulos: 1) Malla para flujo sectorial o radial ($0 < \theta_0 \leq 2\pi$ rad). 2) Malla esférica, poniendo el ángulo θ_0 correspondiente en stereoradianes ($0 < \theta_0 \leq 4\pi$ str). 3) Malla para flujo lineal inclinado ($0 \leq \theta_0 \leq 2\pi$ rad) con la horizontal. 4) Malla para flujo elíptico. En el anexo se presenta el texto FORTRAN de este módulo.

VIII.5.- SIMULACIÓN DE UN PROCESO PURAMENTE CONVECTIVO CON TRAMER3

Con el propósito de verificar la correcta reproducción que hace TRAMER3 de procesos bifásicos, se resuelve un problema de convección unidimensional, simulando una columna de roca porosa, inicialmente saturada con agua en dos fases. La tabla siguiente condensa los datos petrofísicos y termodinámicos empleados en el problema.

Tabla 20.- Datos Petrofísicos del Problema de Convección

Tipo de Roca	Densidad	Porosidad	Permeabilidad Kz (m²)	Conductividad Térmica	Calor Específico
ATMOS	1800	0.2	$1.0 \cdot 10^{-17}$	0.1	500
CAPRK	2100	0.01	$1.0 \cdot 10^{-17}$	1.79	1165
HTPIP	2300	0.1	$50.0 \cdot 10^{-15}$	1.79	1165

La presión inicial homogénea es de 40 bar, la temperatura inicial es de 250°C y la saturación de vapor inicial es de 35%. Para las permeabilidades relativas uso las curvas de Corey con parámetros respectivos 0.30 y 0.05. Las dimensiones de la columna son como sigue (Fig. 45): Mil metros de espesor divididos en una capa sello en contacto con la atmósfera de 0 a 300 m de profundidad, definida por el tipo de roca CAPRK. Enseguida pegados a esta capa sello, hay 25 volúmenes cúbicos homogéneos, de iguales dimensiones, con 20 metros de lado, definidos por el tipo de roca HTPIP. No hay extracción ni inyección de masa, solamente se permite la entrada de energía por el fondo, en el último elemento, con un flujo de calor de 1 W/m^2 . La atmósfera en contacto con la capa sello se mantiene a condiciones termodinámicas constantes de 0.73 bar y a una temperatura de 15°C (presión atmosférica y temperatura media en Los Azufres). Las únicas fuerzas en juego son la gravedad (9.789 m/s^2) y el flujo de calor, el cual provoca aumento de temperatura en los elementos más profundos, modificación de la densidad del fluido y la generación de una corriente convectiva que altera totalmente las condiciones iniciales de la columna.

La evolución convectiva del perfil termodinámico para la saturación de vapor, la presión y la temperatura está ilustrada en las figuras 46, 47 y 48, con algunos tiempos simulados. Se observa que los perfiles para la presión y la temperatura pasan varias etapas de composición del fluido antes de estabilizarse. Hay una tendencia intermedia a producir un perfil hidrostático profundo, con un perfil quasi-vaporestático entre 400 y 800 m de profundidad, el perfil somero siendo de puro líquido. El perfil estable ocurre finalmente cuando, debido a la homogeneidad de la roca, el flujo de calor que entra por el fondo de la columna es igual al flujo de calor que se descarga en la atmósfera. En ese momento el perfil de presión y temperatura es totalmente bifásico-estático abajo de los 500 m de profundidad, mientras que entre la capa sello y esa profundidad, el perfil es monofásico de puro líquido.

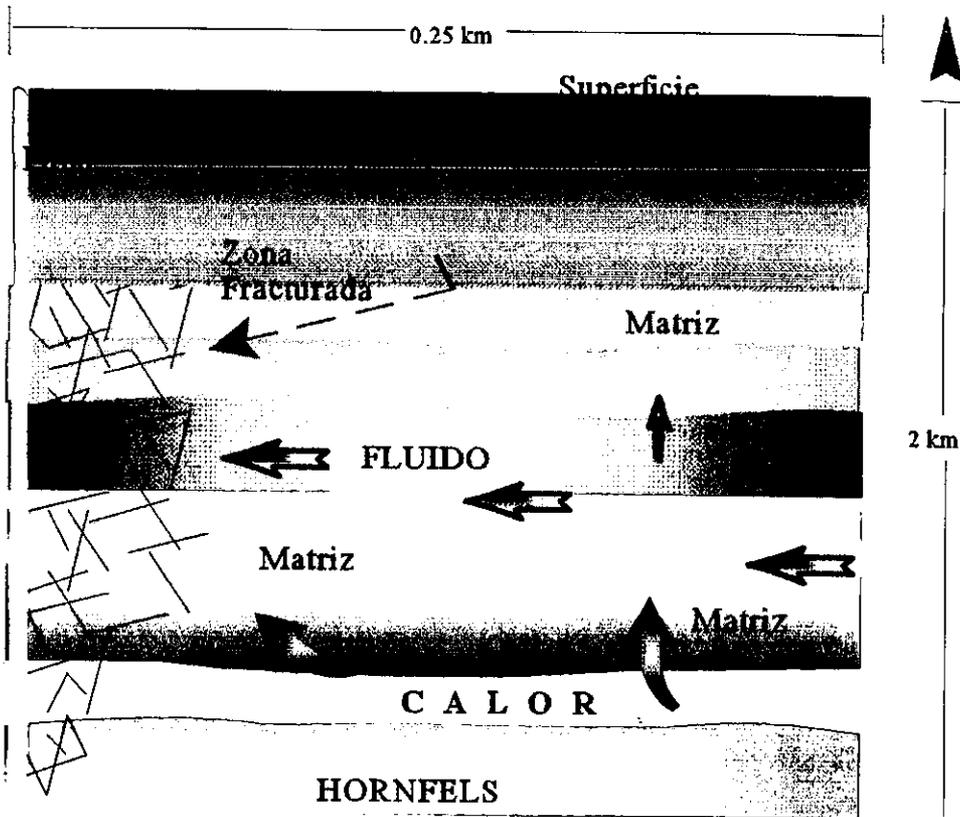


Fig. 45.- Corte Vertical de una Falla con red fracturada y bloques de Matriz, medio de Triple Porosidad/Permeabilidad

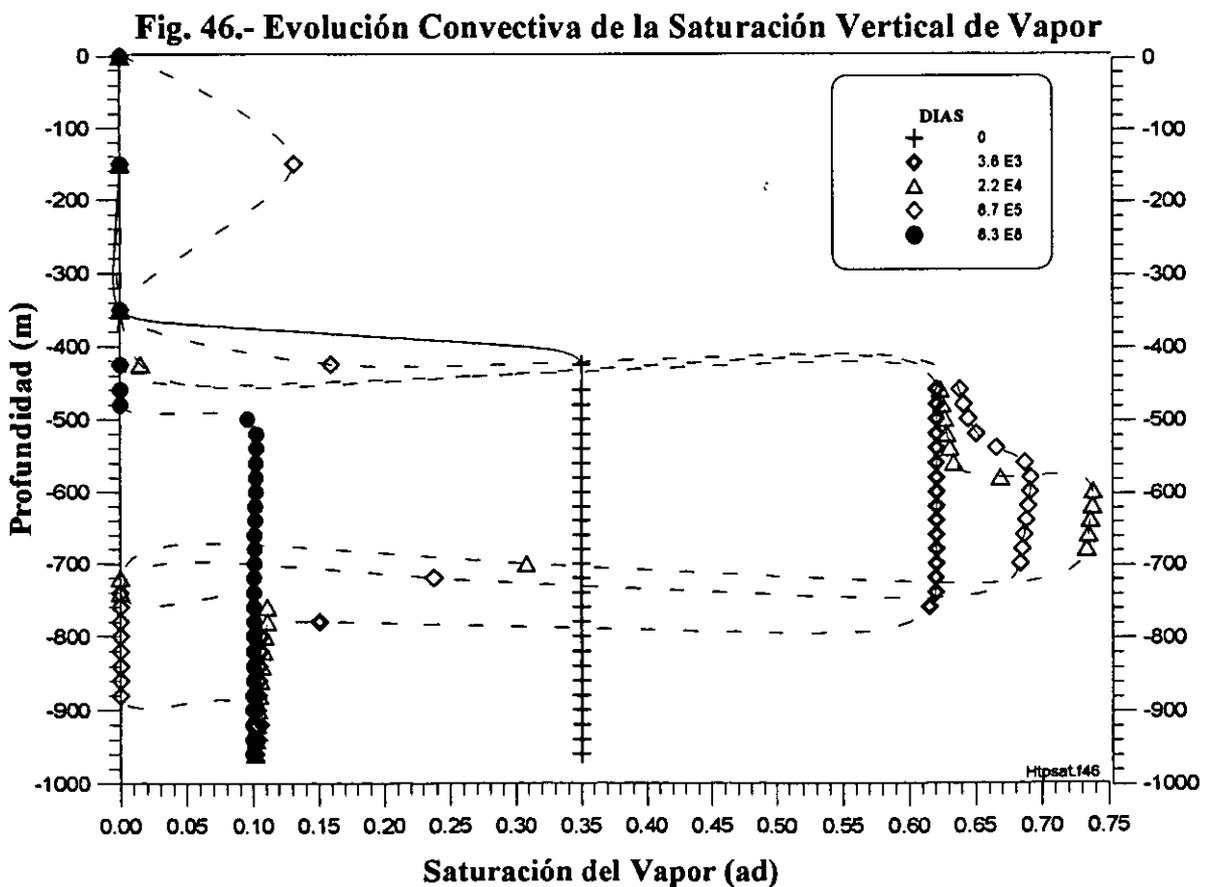


Fig. 47.- Evolución Convectiva del Perfil Vertical de Presiones

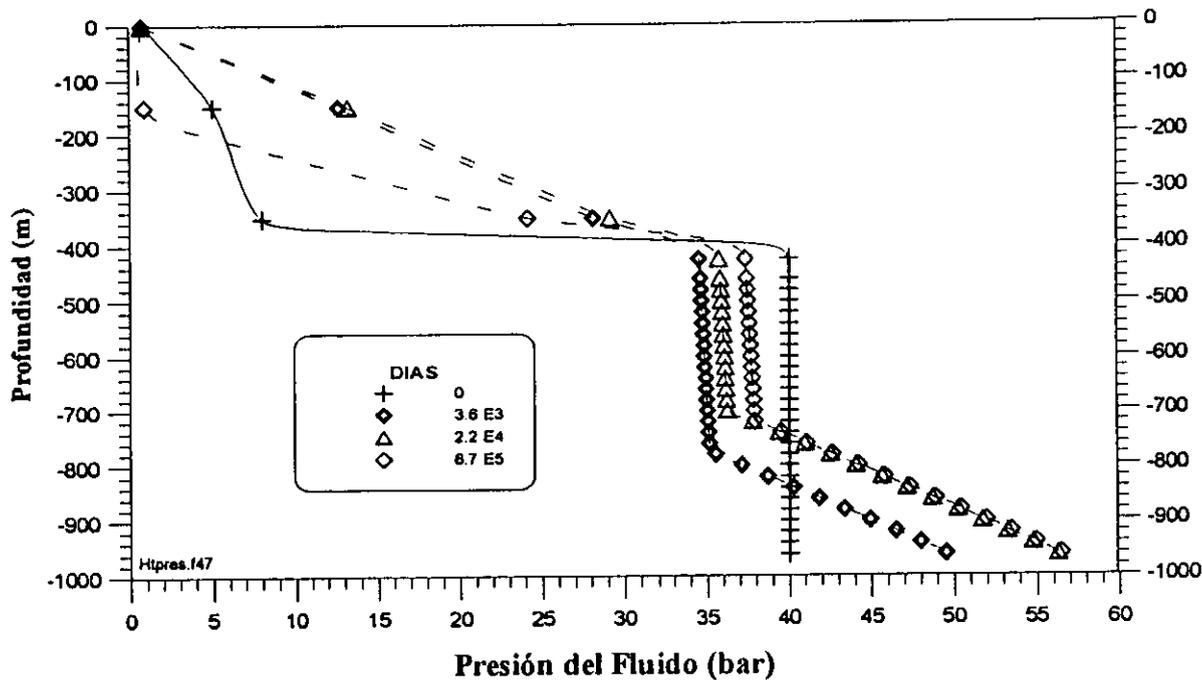
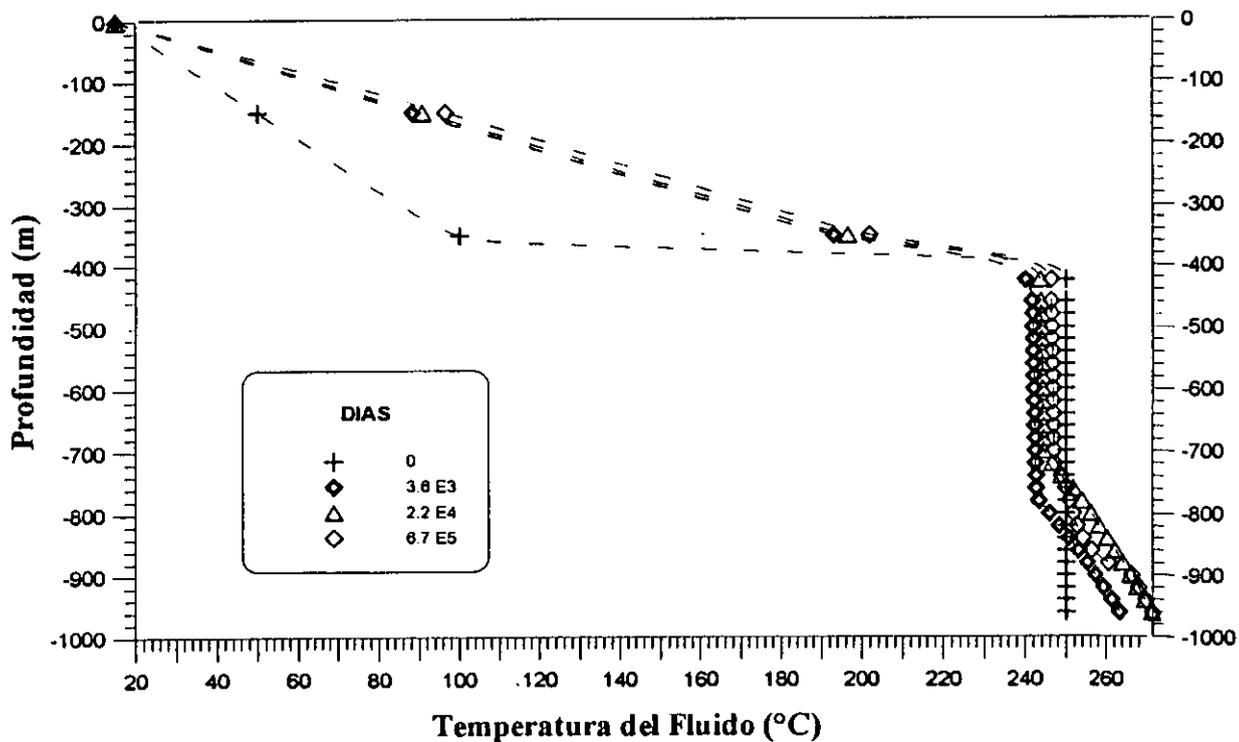


Fig. 48.- Evolución Convectiva del Perfil Vertical de Temperaturas



VIII.6.- APROXIMACIÓN NUMÉRICA AL FLUJO GEOTÉRMICO DE TRIPLE POROSIDAD

...“all things, events and phenomena are dynamic, changing every moment, nothing remains static. This momentarily changing nature of phenomena is like a built-in mechanism. And since it is the nature of all phenomena to change every moment, this indicates to us that all things lack the ability to endure, lack the ability to remain the same. And since all things are subject to change, nothing exists in a permanent condition, nothing is able to remain the same under its own independent power. Thus, all things are under the power or influence of other factors.”

Tenzin Gyatso, the 14th Dalai Lama, 1998

Las ideas generales precisadas por las ecuaciones del Capítulo IV, se aplican ahora al estudio numérico de algunos casos de triple porosidad - permeabilidad con geometrías simples, pero definiendo explícitamente cada continuo: falla, red de fracturas, bloques de matriz. Los cálculos se efectuaron para diferentes estados iniciales con extracción en la falla y varias condiciones de frontera. Para este caso se simuló explícitamente el espesor de la falla con una apertura de 0.01 m (Figura 0c).

VIII.6.1.- Precisiones sobre el Concepto de Triple Porosidad - Permeabilidad en Geotermia

El concepto de triple porosidad que aquí ejemplifico está basado en la observación experimental del comportamiento de yacimientos fracturados atravesados por grandes fallas o macrofracturas abiertas. En estos sistemas la intensidad del fracturamiento es alta cerca de la falla, casi nula o muy baja en la matriz e intermedia en la red fracturada, coexistiendo un marcado contraste de permeabilidades entre los bloques de matriz, las fracturas y las fallas. Las figuras 0b y 0c muestran un núcleo de 10 cm de diámetro, cortando una falla del campo geotérmico de Los Azufres a 2680 m de profundidad. En la foto se aprecia claramente la intensa red de fracturas alrededor de la falla, de ~1.5 cm de espesor, mientras que las fracturas muestran una apertura de ~0.1 cm. En Los Azufres y en Los Humeros, el comportamiento de pozos improductivos muestra que el fracturamiento disminuye lejos de las fallas a cualquier profundidad, lo cual implica que los bloques de matriz no-fracturada aumentan de tamaño encontrándose sólo microfracturas y fracturas aisladas cada vez mas espaciadas.

Desde un punto de vista práctico, es útil considerar el efecto del fracturamiento alrededor de la falla, solamente cuando los bloques de matriz están suficientemente espaciados entre sí, es decir, cuando la distancia media entre fracturas paralelas es mayor a un valor mínimo δ_m cuantificable (Suárez, 1995). En caso contrario no será posible distinguir entre la presión y la temperatura promedios del medio fracturado y del medio poroso simple, pues la velocidad de interacción matriz-fracturas en medios intensamente fracturados en distancias menores a este espaciamiento mínimo compensa, en promedio, las diferencias efectivas de estos parámetros entre ambos continuos. Por lo tanto, muy cerca de la falla, el medio puede considerarse de porosidad simple con permeabilidad alta, constituyendo una zona de transición entre los bloques de matriz fracturada y la falla.

El concepto de "*triple porosidad*" que aquí particularizo, considera que la difusividad del fluido geotérmico es mayor en la falla conductora que en la red de fracturas y mucho mayor en las fracturas que en la matriz. El flujo hacia los pozos ocurre de tal manera que la respuesta inicial en la zona de extracción es detectada inmediatamente en la falla, luego se hace notoria en las fracturas y mucho después en la roca no fracturada. Los tres medios, matriz, red de fracturas y falla se consideran, bajo este concepto, como tres continuos interactuantes a través de funciones especiales de transporte que dependen de la forma y tamaño de los bloques, de la intensidad del fracturamiento y su comunicación con la falla. La transferencia matriz-fracturas-falla es transitoria y debe depender de muchos factores incluyendo tortuosidad y mineralización.

Este medio de triple porosidad (Fig. 45) está formado por tres continuos interconectados, con características petrofísicas y termodinámicas distintas, coexistiendo en un solo espacio físico superpuesto a los ejes cartesianos del espacio euclidiano. En él tienen lugar flujos transitorios de masa y energía. Un medio de triple porosidad-permeabilidad conteniendo agua simple, puede ser representado teóricamente por dos ecuaciones pseudo-vectoriales contenidas en la formulación general del capítulo IV. En la matriz, generalmente las propiedades termodinámicas varían de manera continua y suave; mientras que en las fracturas esas mismas propiedades varían bruscamente con discontinuidad en los gradientes de presión/temperatura. Estas variaciones son más acentuadas en las fallas que de hecho constituyen canales abiertos y rugosos, en donde probablemente la ley de Darcy no es válida.

Para ilustrar su comportamiento en forma concreta, efectué cálculos para diferentes estados iniciales con extracción en la falla y varias condiciones de frontera. Simulé explícitamente el espesor de la falla con una apertura de 0.01 m (Figs. 0c y 45). La red fracturada es heterogénea, muy intensa en la inmediata vecindad de la falla en un radio de a hasta 5 metros. Enseguida hay una zona de transición de 10 metros con menor permeabilidad y menos fracturas, que se conecta a bloques regulares de matriz de diámetro creciente desde 20 m hasta 100 m de distancia a la falla. En el plano de falla (X,Z) hay un mínimo de 43 elementos en la dirección X.

Las distancias entre los distintos elementos formando la malla fracturada se construyeron en forma creciente según la sucesión geométrica normalizada: $d_N = d_{N-1} \cdot \sqrt[5]{10}$, $d_1 = d_0 \cdot \sqrt[5]{10}$. El parámetro inicial d_0 vale 0.01 m en la falla, y 1.0 m en la zona fracturada. De esta forma se pueden cubrir rápidamente distancias muy cortas, pasando a distancias grandes sin seguir una proporción regular. Esta técnica influye positivamente en la eficiencia del método de solución. Se efectuaron varias series de experimentos numéricos con los parámetros indicados en la tabla 21. No hay recarga de masa ni de calor por ninguna frontera, con el propósito de forzar una respuesta rápida de la zona de extracción. Enseguida describo dos de los ejemplos calculados con TRAMER3. Para mejor apreciar el comportamiento, se observa la evolución del medio entre la falla y una pequeña porción situada a 20 y 30 metros de distancia.

TABLA 21.- PARÁMETROS USADOS EN LAS SIMULACIONES NUMÉRICAS (*).

ROCA TIPO	ρ kg/m ³	ϕ	k_x (m ²)	k_z (m ²)	K_T W/m/C	C_p J/kg/K	P (bar)	T_1 (°C)	T_2 (°C)	η_i (m ² /s)
Falla	1355	0.75	10 ⁻¹¹	10 ⁻¹¹	0.62	3528	55	250	270	0.900
Fract.	2000	0.35	10 ⁻¹³	10 ⁻¹³	1.52	1992	55	250	270	0.300
Matriz	2251	0.01	10 ⁻¹⁶	10 ⁻¹⁸	2.00	1165	55	250	270	0.003

(*) T_1 es la temperatura inicial para el estado líquido; T_2 es la temperatura inicial para el fluido en dos fases con una saturación inicial de vapor del 30%. En todos los casos investigados, la presión inicial en el reservorio es $P = 55$ bar.

VIII.6.2- Falla Única en un Medio 3 Φ -3K Conteniendo Inicialmente Líquido

Las condiciones iniciales del yacimiento son de líquido comprimido (Tabla 21). Las gráficas 49, 51 y 53 resumen los resultados numéricos. Un pozo corta la falla de donde se extrae líquido. Hay una zona impermeable situada a 250 m. Se sienten de inmediato abatimientos de presión y temperatura en la falla y en las fracturas hasta una distancia de cinco metros, y mas lentamente en la matriz. La máxima caída de temperatura tiene lugar entre la falla y la red fracturada. Los efectos se perciben mas lentamente en la matriz. Durante el corto tiempo simulado (~ 100 días), la depresión es isotérmica en la matriz a partir de los 12 m de distancia de la falla (Fig. 51). Solo a muy largo plazo puede haber cambio de fase en la roca porosa. Se observa que en la vecindad de la falla, la temperatura y la presión son homogéneas, para cambiar abruptamente en la frontera fracturas-matriz. La expansión del fluido en la red fracturas-falla provoca la producción de vapor en un radio limitado a 18 m de distancia de esa zona (Fig. 53). Justo en la interface matriz-fracturas, la saturación de vapor alcanza un valor máximo que va decreciendo hacia la falla. En la zona de extracción hay menor cantidad de vapor porque la falla recibe un aporte de líquido de zonas mas profundas. El efecto de triple porosidad se aprecia claramente en la distribución de la temperatura y del vapor en la vecindad de la falla.

VIII.6.3.- Falla Única en un Medio 3 Φ -3K Inicialmente en Dos Fases

Se parte ahora de un estado bifásico, $p = 55$ bar, $T = 270^\circ\text{C}$ y una saturación inicial de vapor del 30%. La zona poco permeable situada a 250 m de distancia, está a presión constante. Otra vez el abatimiento de presión y temperatura alcanza valores mayores en las fracturas y en la falla que en la matriz sólida. La saturación de vapor alcanza rápidamente valores altos en la zona fracturada mientras que a 15 m en la matriz, permanece constante. En ambas variables se aprecia el efecto de la triple porosidad, distinguiéndose claramente la zona de falla de la red fracturada, especialmente en la saturación de vapor (Figs. 50, 52 y 54). En ambos casos se extraen 20 kg/s.

Fig. 49.- Evolución de la Presión en la Vecindad de la Falla
(líquido inicial, frontera impermeable derecha a 250 m)

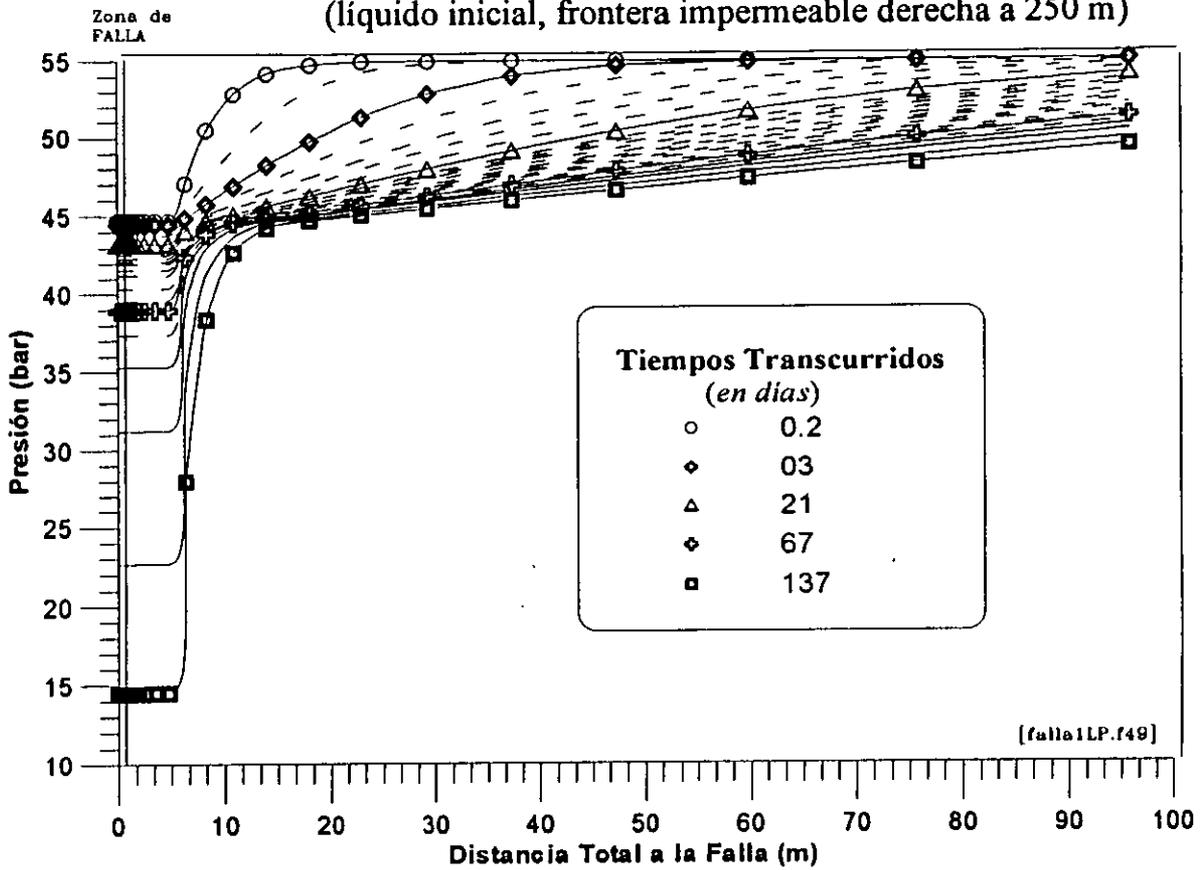


Fig. 50.- EVOLUCION DE LA PRESION EN LA VECINDAD DE LA FALLA
(inicialmente en 2 fases, saturación de vapor $S_v = 30\%$)

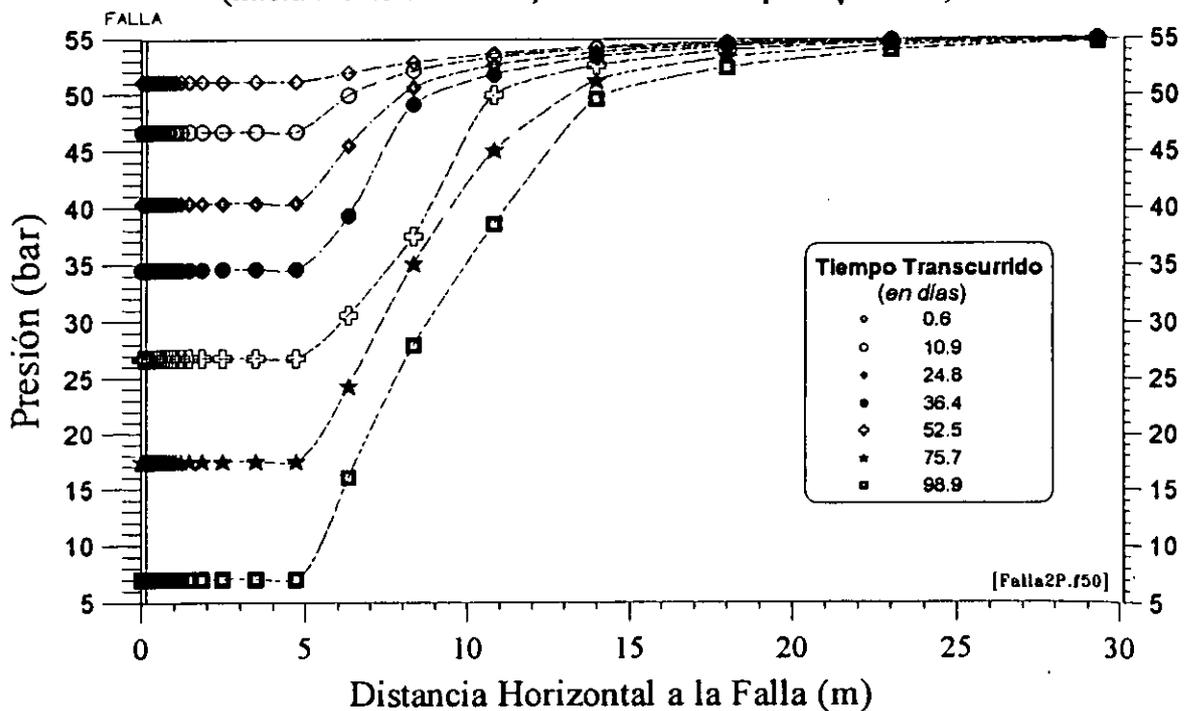


Fig. 52.- EVOLUCION DE LA TEMPERATURA EN LA VECINDAD DE LA FALLA
(inicialmente en 2 fases, saturación de vapor $S_v = 30\%$)

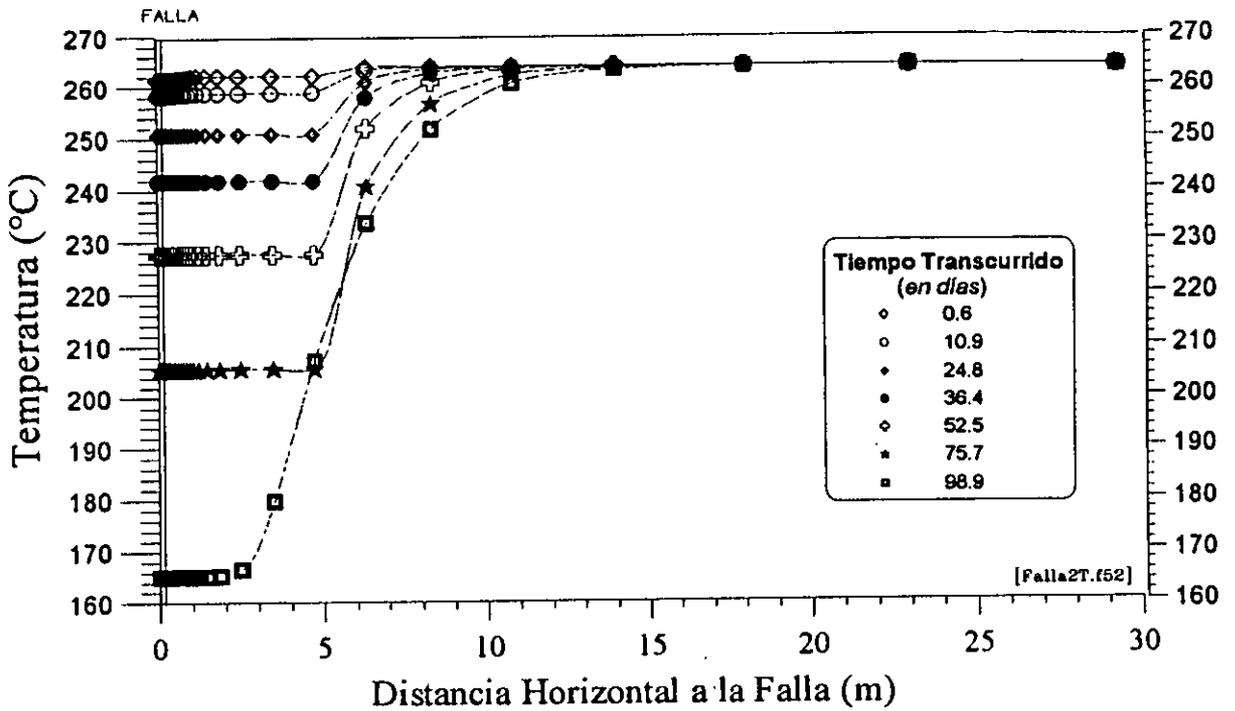


Fig. 51.- Evolución de la Temperatura en la Vecindad de la Falla
(líquido inicial, frontera impermeable derecha a 250 m)

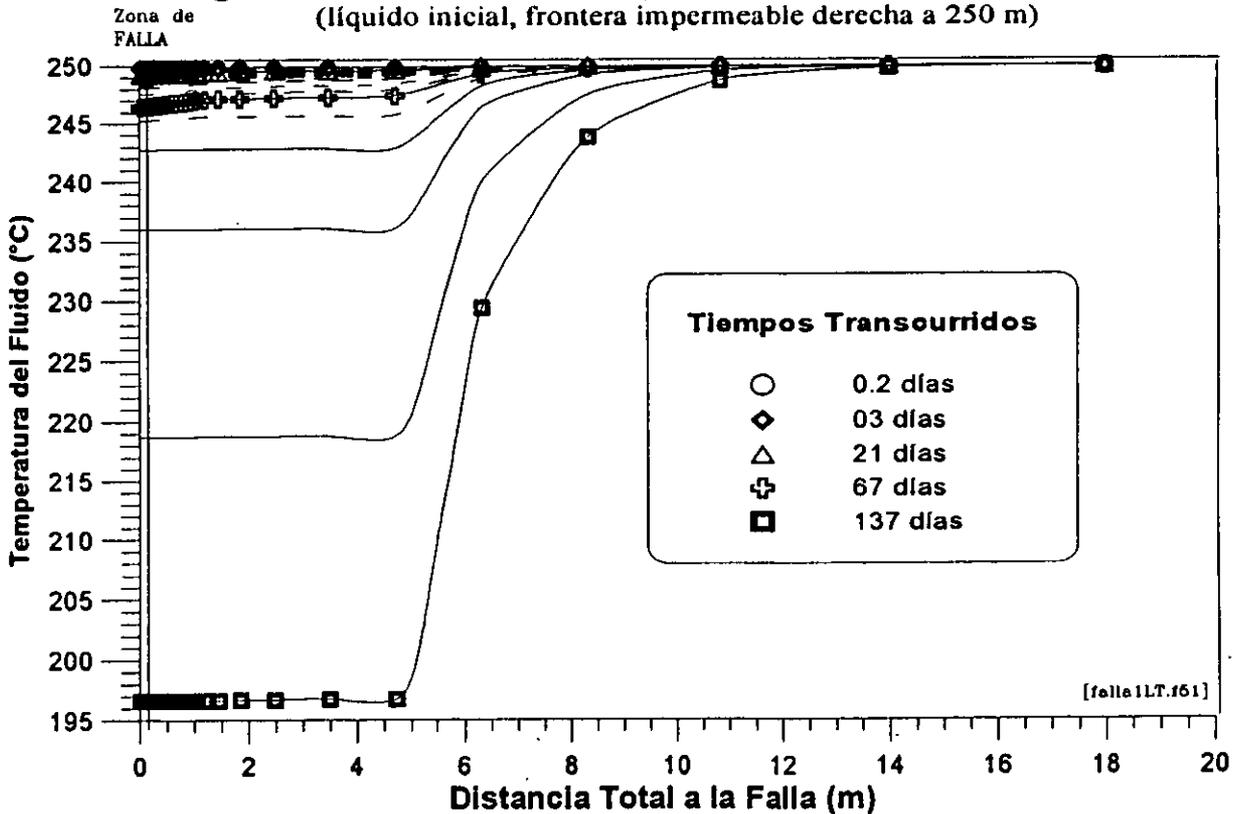


Fig. 53.- SATURACION DEL VAPOR EN LA VECINDAD DE LA FALLA
(líquido inicial, frontera derecha impermeable a 250 m)

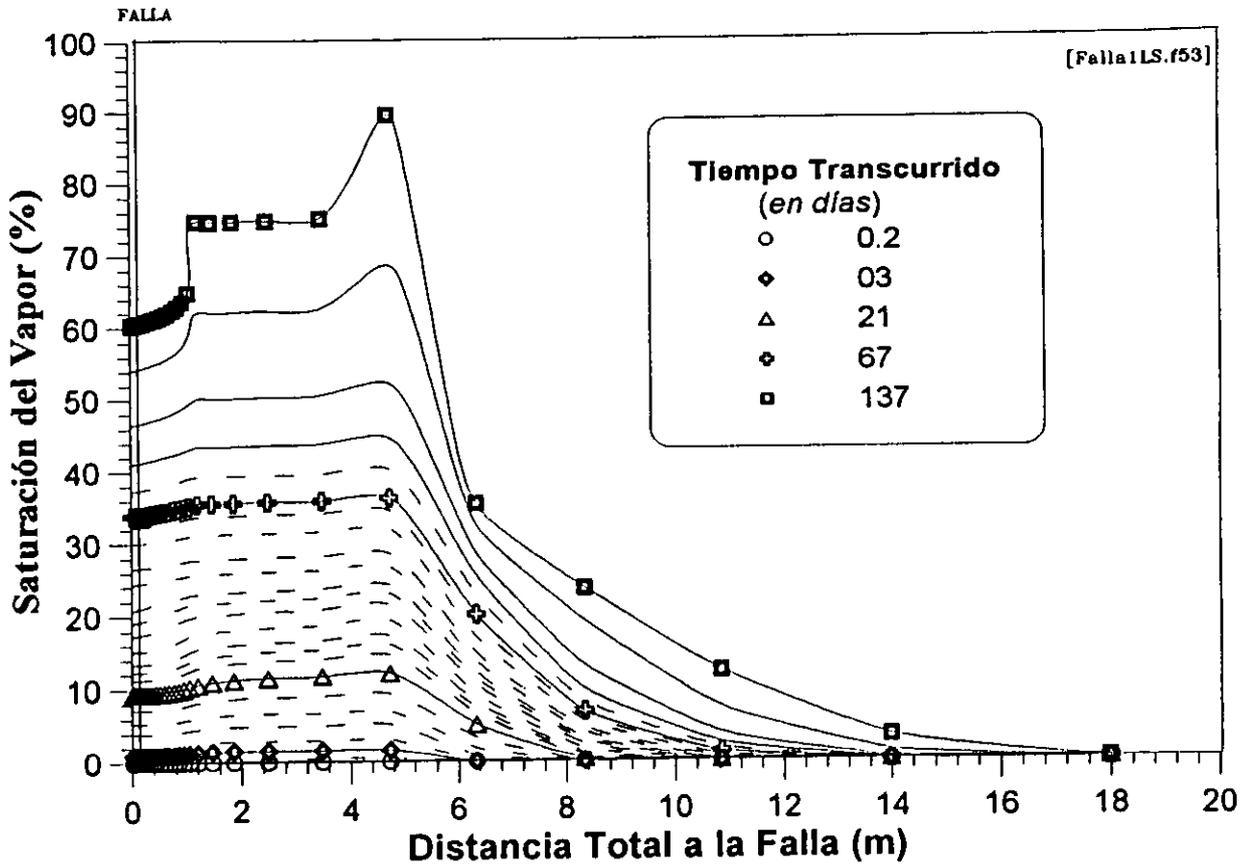
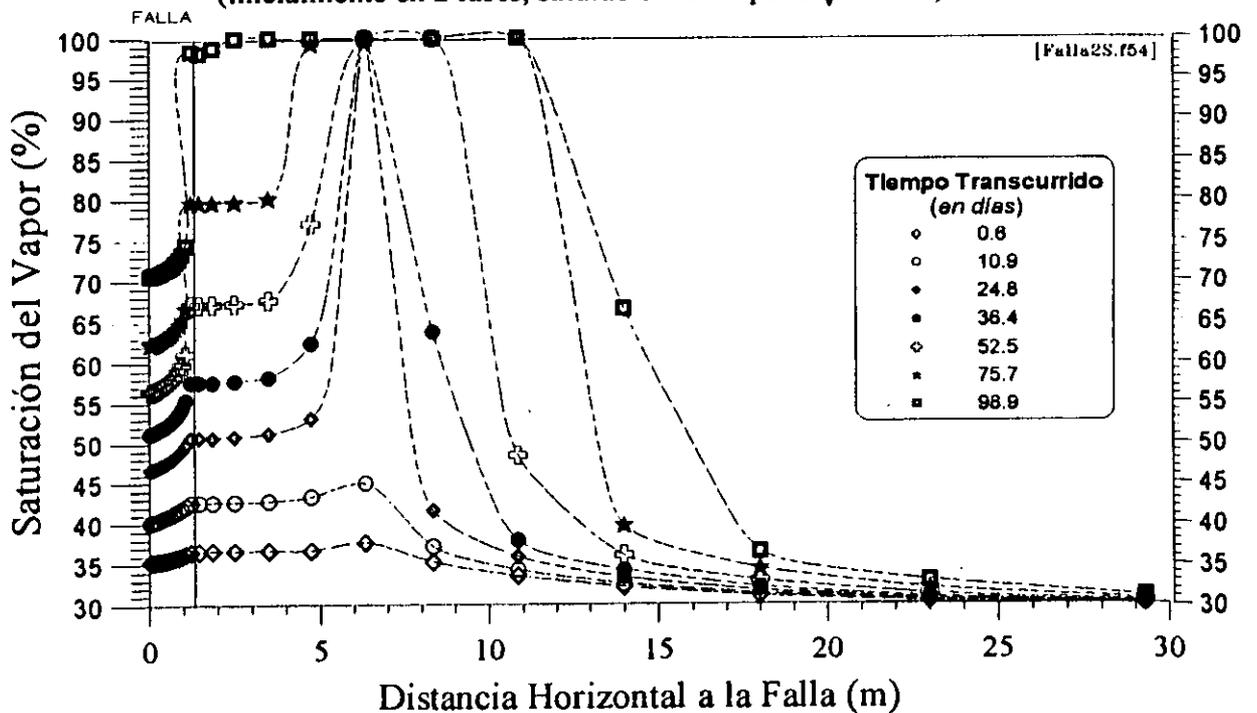


Fig. 54.- EVOLUCION DE LA SATURACION EN LA VECINDAD DE LA FALLA
(inicialmente en 2 fases, saturación de vapor $S_V = 30\%$)



VIII.7.- SOBRE LA VALIDEZ DE LA LEY DE DARCY EN LA FALLA

En un trabajo anterior (Suárez y Mañón, 1990), usando el Nitrógeno como trazador natural, estimamos que la velocidad promedio de desplazamiento del fluido en una zona de fallas intercomunicadas, varía entre 2.6×10^{-4} m/s y 0.53×10^{-5} m/s. Para que en la falla sea aplicable la ley de Darcy, el número de Reynolds debe ser inferior o igual a 10 (Bear, 1972). En una sección transversal unitaria de falla con una apertura de 0.01 m, saturada de agua en dos fases, estimamos el valor del número de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho d v}{\mu \phi} = \frac{412.6 \times 0.01}{6.3 \cdot 10^{-5} \times 0.2} v = 327460.3 v \leq 10 \iff v \leq 3.05 \times 10^{-5} \frac{m}{s} \quad (197)$$

Por lo tanto, el flujo en la falla probablemente no siga la ley de Darcy. Combinando otros valores plausibles dentro del número Re, encontramos que la velocidad oscila cerca de 10^{-5} m/s. Combinando estos parámetros con datos de campo, el coeficiente en la ecuación de Forchheimer es:

$$0.17 \frac{bar}{m} = - \frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k} v + \rho \beta v^2 \Rightarrow \beta = \left(- \frac{dp}{dx} - \frac{\mu}{k} v \right) \frac{1}{\rho v^2} =$$

$$\frac{\left(1.7 \times 10^4 - \frac{6.3 \times 10^{-5} \times 2.6 \times 10^{-4}}{10^{-12}} \right)}{412.6 \times (2.6 \times 10^{-4})^2} = 2.22 \times 10^7 m^{-1} \quad (198)$$

Entonces la parte no-darcyana en el gradiente de presión vale $\rho \beta v^2 = 0.006$ bar, que representa el 3.7% del gradiente total de presión estimado. A mayores velocidades en la falla es de esperarse una mayor caída de presión y coeficientes no darcianos cada vez mas altos.

VIII.8.- SUMARIO DEL CAPÍTULO VIII

Los sistemas con múltiple permeabilidad y múltiple porosidad, existen y constituyen una generalización natural de los medios de porosidad y permeabilidad simples y de los medios clásicos fracturados con doble porosidad. Presenté estos conceptos en su mas amplia generalidad e ilustré su aplicación con soluciones completas para distintos medios saturados con fluido ligeramente compresible y también para fluidos no-isotérmicos con cambio de fase. La naturaleza de las posibles soluciones son muy diferentes: analíticas para el primer caso y numéricas para el segundo. Mostré que hay diferencias esenciales en el comportamiento particular de sistemas $3\Phi-3K$ con fallas, con respecto a los sistemas de porosidad simple o doble. Debido a la diferente geometría y topología interna del espacio donde ocurren los procesos de transporte. Las funciones termodinámicas cambian bruscamente de valor en cada medio, presentando discontinuidades en sus gradientes. Los cambios detectados en las principales variables pueden tener una amplia variedad de formas y comportamientos. Estos cambios no ocurren solamente en la presión y la temperatura, sino que se traducen también en variaciones bruscas de los flujos de masa y energía, en la distribución de vapor y en la de los gases no condensables.

Al analizar la respuesta inicial de pozos geotérmicos terminados en zonas fracturadas y falladas de reservorios volcánicos, el efecto inicial de las fallas y fracturas en el comportamiento termodinámico del pozo tiene una influencia inmediata. Las estimaciones de la "*presión de yacimiento*" y "*temperatura de la formación*" son en realidad valores intermedios que resultan de la interacción múltiple entre roca porosa, microfracturas, fracturas y falla. Dichos valores representan solamente el promedio de lo que está ocurriendo en la zona inmediatamente afectada por la extracción. Los pozos en este tipo de sistemas tienen abatimientos fuertes de presión y temperatura acompañados, a veces, por una caída brutal en la producción de fluido. Las inversiones térmicas observadas en algunos pozos, la producción de vapor puro en zonas que se encuentran en condiciones termodinámicas de líquido comprimido, la producción continua de fluido en regiones que se encuentran en estado casi permanente durante años y la coexistencia de zonas de altísima permeabilidad con zonas de muy baja permeabilidad, reflejan fenómenos causados por mecanismos de triple porosidad/permeabilidad, o del tipo más general $m\Phi-nK$.

Como una primera aproximación, los resultados en los pozos estudiados, señalan que el pozo H-28 tiene una permeabilidad del orden de 100 darcys. Mientras que para el pozo es H-01 se deduce una posible permeabilidad del orden de miles de Darcy. Nuevas mediciones de campo y el empleo de otros métodos de detección, permitirán despejar algunas de las incógnitas y mejorar estas estimaciones. Son necesarios estudios mas detallados para investigar la ley de flujo que describe el comportamiento del fluido al entrar a la falla. Los resultados parciales obtenidos al respecto, sugieren que la velocidad del fluido en la falla abierta es turbulenta y no sigue la ley de Darcy.

Capítulo IX

*ANEXO TÉCNICO
PROPIEDADES FÍSICO - MATEMÁTICAS*

IX.0.- CONOCIMIENTO ACTUAL SOBRE LA DINÁMICA INTERNA DE LA TIERRA

La imagen deviene más complicada conforme aumentan las observaciones.

Bruce Buffet (Science, Junio 2000)

Esta primera parte del anexo técnico contiene un sumario simplificado del conocimiento actual (Junio de 2000) sobre la influencia del calor geotérmico en la dinámica interna de este planeta. En las secciones subsiguientes del mismo anexo planteo elementos auxiliares de matemáticas y física, para la mejor comprensión y lectura de esta tesis.

IX.0.1.- El Mecanismo Termal del Geodínamo Terrestre

El interior de la Tierra funciona como un geodínamo generando el campo magnético terrestre, producido por el movimiento del líquido en el núcleo externo. La Tierra es un cuerpo estratificado con un núcleo central de hierro formado por una parte interior sólida y una parte exterior líquida. Sobre el núcleo se sobrepone el manto compuesto por óxidos y silicatos (Fig. 1). El enfriamiento del núcleo externo provoca su solidificación y el crecimiento del núcleo interno cuyo diámetro aumenta 1 mm cada año. El fluido en el núcleo externo es suficientemente viscoso para permitir la ocurrencia de poderosas y continuas corrientes convectivas que ocurren parcialmente por enfriamiento del núcleo. El fraccionamiento de elementos ligeros dentro del líquido del núcleo externo origina fuerzas de flotación que también provocan convección. La rotación del planeta engendra flujos internos que generan, en parte, el campo magnético. El campo de velocidades del fluido en el núcleo alcanza unos 10 km por año (Buffet, 2000), originando el mecanismo del geodínamo. A su vez, el campo magnético retroalimenta a la convección complicando la predicción cuantitativa del fenómeno acoplado. La convección en el núcleo está ligada a su tasa de enfriamiento, influyendo directamente en el funcionamiento del geodínamo: El transporte de calor a través del manto es el mecanismo que proporciona potencia al geodínamo; también influye la tectónica de placas en la superficie de la corteza, según se explicó en la sección II.2.1.

Se sabe que existen interacciones termomecánicas entre el manto y el núcleo, pero no están claras sus mutuas influencias con el campo magnético terráqueo. También se sabe que el geodínamo, con variaciones, ha existido durante toda la evolución de este planeta. De ello se infiere la persistencia de la convección y del continuo enfriamiento del núcleo. Tal fenómeno no es regla en el Sistema Solar, por ejemplo en Marte hubo un campo magnético que temprano en su historia cesó de funcionar; y Venus no muestra actividad magnética en el presente, ni tampoco hay evidencias de que la tuvo en el pasado (Buffet, 2000). La sismología infiere que el núcleo líquido tiene una densidad alrededor del 10% menor a la del hierro puro, pero no se sabe exactamente cuáles son los elementos más ligeros que forman parte de él. En cambio, en el núcleo interno sólido debe haber menos elementos ligeros pues su densidad es más cercana a la del hierro puro. Esto permite inferir que los elementos más livianos flotan en el líquido del núcleo externo, mientras que los elementos más pesados se hunden y solidifican hacia el núcleo interior. Ambos procesos son la fuente para las fuerzas de flotación en la convección mecánica. La convección térmica en el núcleo también es muy importante, pero más compleja, debido a su interacción con el manto.

El manto extrae energía del núcleo haciendo el trabajo que mantiene el campo magnético y controla la tasa de enfriamiento del núcleo regulando la energía térmica que fluye a través de la frontera núcleo-manto llamada estrato "D". Esta regulación es muy importante porque el hierro tiene una alta conductividad térmica. La cantidad de calor conductivo que pasa por el núcleo debe ser equivalente a la energía total que fluye hacia la parte inferior del manto. El calor por conducción no contribuye a la convección, pero el exceso de calor sí influye en la generación del campo magnético. La energía térmica presente debe mezclarse y ser regresada hacia dentro del núcleo, mediante el mecanismo de "convección composicional" (*ibid.*), dispersando algo de calor del geodínamo. Si no fuera así, se

desarrollaría un estrato muy caliente en la parte superior del núcleo. La convección en el núcleo opera como un gigantesco motor térmico. Las fuerzas de flotación, termal y composicional, están interconectadas por la evolución térmica del núcleo. Se estima que la convección composicional contribuye con un 80% a la potencia del geodinamo (*ibid.*), mientras que la convección térmica contribuye con un 20% aproximadamente. En tiempos remotos en la historia de la Tierra, la convección composicional debió ser débil porque el núcleo interno era más pequeño.

IX.0.2.- El Calor Terrestre y la Tectónica de Placas

Un misterio que permanece luego de 30 años de intensa investigación, es el origen de la tectónica en la Tierra. Nuestros planetas vecinos, Marte y Venus no tienen tectónica. Este fenómeno es otro ejemplo de sistema complejo porque las rocas terrestres tienen una amplia reología, es decir, son capaces de presentar distintos mecanismos deformantes, desde fallamiento dúctil quebradizo hasta lentos deslizamientos viscosos. Tales deformaciones dependen de la presión, la temperatura, el esfuerzo diferencial y la historia pasada de la misma deformación. Estos mecanismos combinados no están bien comprendidos ni pueden cuantificarse con precisión (Tackley, 2000). El segundo gran misterio radica en la heterogénea composición geoquímica de los magmas expulsados por los volcanes y la forma en que estas mezclas se relacionan con los procesos convectivos del manto.

La tectónica de placas y la convección en el manto son mecanismos combinados, responsables de la transferencia neta de calor hacia afuera del interior del planeta. Sin embargo, tampoco el tectonismo se presenta en todos los planetas. A su vez, la convección en el manto de 2900 km de espesor casi sólido ⁽¹¹⁾ produce la tectónica de placas y otras actividades geológicas visibles en la superficie terrestre como los sismos, el vulcanismo, la deriva continental y las montañas. En realidad el tectonismo y a convección del manto forman un solo sistema; las placas oceánicas conforman la frontera superior fría del proceso global convectivo. El combustible que alimenta al lento movimiento del manto y de las placas tectónicas es el calor geotérmico descrito en el capítulo II y en los párrafos anteriores.

Las placas tectónicas son como tapas rocosas rígidas y móviles producto de procesos convectivos que ocurren debajo de ellas. El proceso geotermal activo que causa la deformación y convección del manto, deviene mas y mas lento conforme la temperatura decrece. La placa rígida superficial se forma porque la temperatura decae desde 1600°K en el manto, hasta 300°K en la superficie. La superficie de la Tierra no tiene una sola capa rígida, sino más bien varias. Debido a que la convección alcanza la superficie, las placas oceánicas conforman la frontera superior térmica que participa en el movimiento convectivo. Mecanismos adicionales de deformación rompen las tapas rígidas produciendo otras placas individuales separadas por fronteras débiles. De esta forma los continentes son formados por material flotante, de 300 km de espesor o menos, que ha cubierto un tercio de toda la superficie terrestre durante millones de años. Otro tipo mayor de ensamblajes continentales llamados supercontinentes han existido y se han formado muchas veces durante la historia de la Tierra, tal vez en forma cíclica (Tackley, 2000). La dinámica entre las placas y el manto también producen mezclado y diferenciación químicas (Sección II.2.2). Los productos de la diferenciación regresan al manto en zonas de subducción. Luego la convección del manto mezcla y homogeneiza las heterogeneidades químicas que reingresaron. Las placas oceánicas se producen en las crestas mesoceánicas y centros de dispersión y regresan al manto en zonas de subducción unos 200 millones de años más tarde (*ibid.*).

¹¹El manto es sólido con pocas excepciones; tiene viscosidades de $\sim 10^{21}$ Pa, deformándose como un fluido a lo largo de grandes escalas de tiempo. Las velocidades de convección en el manto son del orden de 1 cm por año, por consiguiente, un trayecto a su través dura unos 100 millones de años y una trayectoria completa de ida y vuelta dura al menos 200 millones de años. El flujo de calor superficial es de 0.08 W/m², mientras que la tasa de enfriamiento es de unos 100°K cada millón de años, según datos de Tackley (2000).

IX.1.- PROPIEDADES MATEMÁTICAS DE LA FÍSICA DEL MEDIO MULTIPOROSO

IX.1.1.- El Teorema del Valor Medio para Integrales en Dos y Tres Dimensiones

Definición.- Un conjunto \mathcal{E} es conexo si no puede ser representado como la unión de dos subconjuntos sin puntos en común, no vacíos y abiertos. Ejemplos elementales de conjuntos conexos de puntos son un intervalo en \mathbb{R} , un círculo, una elipse, un triángulo, un trapecio o un rectángulo en \mathbb{R}^2 , una esfera, un elipsoide, un tetraedro, un cubo o un paralelepípedo en \mathbb{R}^3 . En general todas las figuras clásicas de la geometría espacial son conjuntos conexos.

Uso el siguiente resultado del análisis matemático (ver por ejemplo Hassler *et al.*, 1970):

Lema: Sean dos funciones f y g acotadas sobre un intervalo $[a, b] \subset \mathbb{R}^3$ y continuas sobre un conjunto definido por $A = [a, b] - \mathcal{F}$, donde \mathcal{F} es un subconjunto de $[a, b]$ que tiene volumen nulo. Entonces si $f = g$ sobre A se cumple que:

$$\int_{[a, b]} f dV = \int_{[a, b]} g dV \quad (199)$$

TEOREMA 1.- Sea f una función continua sobre un conjunto $\mathcal{E} \subset \mathbb{R}^3$, donde el conjunto \mathcal{E} tiene volumen no nulo, $V(\mathcal{E}) > 0$, siendo su interior \mathcal{E}_1 un conjunto conexo. Entonces existe un punto $r_0 \in \mathcal{E}$ tal que:

$$\int_{\mathcal{E}} f dV = f(\bar{r}_0) V(\mathcal{E}) \quad (200)$$

Demostración.- Sean los números m y M definidos por: $m = \inf \{f(r) | r \in \mathcal{E}\}$ y $M = \sup \{f(r) | r \in \mathcal{E}\}$. Por hipótesis el conjunto de puntos reales \mathcal{E} es la unión disjunta de su frontera y de su interior: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_s \cup \mathcal{E}_1$. Como \mathcal{E} tiene volumen no nulo entonces el volumen de su frontera $V(\mathcal{E}_s) = 0$ y por tanto $V(\mathcal{E}) = V(\mathcal{E}_1)$. Sea el intervalo $[a, b] \subset \mathbb{R}^3$, tal que $\mathcal{E} \subset [a, b]$, aplicando el lema anterior:

$$\int_{\mathcal{E}} f dV = \int_{[a, b]} f_{\mathcal{E}} dV = \int_{[a, b]} f_{\mathcal{E}_1} dV = \int_{\mathcal{E}_1} f dV \quad (201)$$

Como f es integrable sobre el conjunto acotado \mathcal{E}_1 que tiene volumen no nulo entonces existe un número $n \in [m, M]$ tal que:

$$\int_{\mathcal{E}_1} f dV = n V(\mathcal{E}_1) \quad (202)$$

Aplicando el teorema del valor intermedio (Hassler *et al.*, 1970), existe $r_0 \in \mathcal{E}_1$ tal que $f(r_0) = n$, lo cual completa la prueba de este importante teorema. Al número $f(r_0)$ se le llama valor promedio de la función f sobre \mathcal{E} . \blacksquare

IX.1.2.- Lema Fundamental de la Física del Continuo

Sea f una función definida y continua en un dominio $\mathcal{E} \subset \mathbb{R}^n$, donde $n = 1, 2, 3$ el conjunto \mathcal{E} no es vacío ni está reducido a un solo punto. Sea $\mathcal{F} \subset \mathcal{E}$ un subconjunto arbitrario de \mathcal{E} .

$$\text{Si: } \int_{\mathcal{F}} f(\vec{r}) dV = 0, \quad \forall \mathcal{F} \subset \mathcal{E} \quad \text{entonces: } f(\vec{r}) = 0 \quad \forall \vec{r} \in \mathcal{E} \quad (203)$$

Demostración.- Sea $\vec{r}_0 \in \mathcal{E}$ un punto tal que $f(\vec{r}_0) > 0$. Como la función f es continua entonces existe un subconjunto $\mathcal{F} \subset \mathcal{E}$ que contiene a $\vec{r}_0 \in \mathcal{F} \subset \mathcal{E}$. Este subconjunto \mathcal{F} puede construirse de tal manera que $f(\vec{r}) > f(\vec{r}_0), \forall \vec{r} \in \mathcal{F}$. Por el teorema del valor medio:

$$\int_{\mathcal{F}} f(\vec{r}) dV > \int_{\mathcal{F}} f(\vec{r}_0) dV = f(\vec{r}_0) V(\mathcal{F}) > 0 \quad (204)$$

Contradicción con la propiedad original de que:

$$\int_{\mathcal{F}} f(\vec{r}) dV = 0, \quad \forall \mathcal{F} \subset \mathcal{E} \quad (205)$$

Por consiguiente la suposición de que $f(\vec{r}_0) > 0$ es falsa. Un razonamiento similar nos conduce a concluir que es igualmente falso suponer $f(\vec{r}_0) < 0$. Por lo tanto $f(\vec{r}) = 0 \quad \forall \vec{r} \in \mathcal{E}$. ▀

IX.1.3.- El Teorema General de STOKES

Sea ω una forma diferencial exterior y $d\omega$ su diferencial. Sea $\mathcal{E} \subset \mathbb{R}^n$, donde $n = 1, 2, 3$ un dominio de puntos reales, y $\partial\mathcal{E} \subset \mathbb{R}^{n-1}$ su frontera. Entonces se cumple que:

$$\int_{\mathcal{E}} d\omega = \int_{\partial\mathcal{E}} \omega \quad (206)$$

Este teorema es útil para reducir la dimensión de integrales sobre variedades n -dimensionales. Enseguida demuestro algunas aplicaciones útiles en ingeniería de reservorios fracturados. ▀

IX.1.4.- El Teorema de la Divergencia

En el teorema general fijemos $n = 2$ en el plano y sea $\omega = f dy - g dx$, donde f y g son funciones continuas de clase \mathcal{C}_1 sobre \mathcal{E} , entonces $d\omega = df \wedge dy - dg \wedge dx$, por consiguiente:

$$\int_{\mathcal{E}} \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \right) dx dy = \int_{\partial\mathcal{E}} (f dy - g dx) \quad (207)$$

En el resultado anterior si hacemos el cambio de variables:

$$f = u \frac{\partial v}{\partial x}, \quad g = u \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \text{donde } u, v \in \mathcal{C}^2(\mathcal{E}) \quad (208)$$

Considerando un punto en la frontera $\mathbf{r} \in \partial\mathcal{E}$, $\mathbf{r} = (x, y)$ con $d\mathbf{r} = (dx, dy)$ y $\mathbf{n} = (dy, -dx)/ds$, donde ds es el módulo de $d\mathbf{r}$. Aplicando el teorema (206):

$$\int_{\mathcal{E}} (u \nabla^2 v + \nabla u \cdot \nabla v) dV = \int_{\partial\mathcal{E}} u \frac{\partial v}{\partial n} dS \quad (209)$$

Haciendo otro cambio de variables:

$$f = v \frac{\partial u}{\partial x}, \quad g = v \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \text{obtendremos: } \int_{\mathcal{E}} (v \nabla^2 u + \nabla v \cdot \nabla u) dV = \int_{\partial\mathcal{E}} v \frac{\partial u}{\partial n} dS \quad (210)$$

Restando ambas expresiones (209) - (210):

$$\int_{\mathcal{E}} (u \nabla^2 v - v \nabla^2 u) dV = \int_{\partial\mathcal{E}} \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) dS \quad (211)$$

Expresión válida también en tres dimensiones. Por último si definimos al vector:

$$\vec{v} = \nabla v, \quad \text{y } \text{div } \vec{v} = \nabla^2 v, \quad \text{con: } u = 1 \quad (212)$$

Obtenemos la Fórmula de la Divergencia: ▀

$$\int_{\mathcal{E}} \text{div } \vec{v} dV = \int_{\partial\mathcal{E}} \vec{v} \cdot \vec{n} dS \quad (213)$$

IX.1.5.- Elementos de Análisis Tensorial para el Medio Multiporoso

Este anexo parte de las tres leyes fundamentales de la dinámica de un sólido poroso deformable, las cuales han sido ampliamente documentadas (Eringen, 1975). Primero demuestro algunas propiedades matemáticas útiles. Consideremos una roca multiporosa y elástica que ocupa un volumen espacial V . Hasta el instante $t = 0$ el sólido se encuentra en un estado no deformado, representado por una partícula material que ocupa el volumen diferencial dV_0 . Sus coordenadas en el estado inicial son (x_0, y_0, z_0) . La cantidad $dm = \rho_0 dV_0$ representa a la masa diferencial del volumen diferencial de ese material cuya densidad inicial es ρ_0 . En un instante $t > 0$, se aplican a la roca esfuerzos externos de origen mecánico y térmico, provocando su deformación. Los esfuerzos mecánicos exteriores son causados por W_{ext} , los térmicos por el calor conductivo Q . Entonces $dm = \rho dV$; donde ρ es la densidad del material deformado definido por $dV = dx dy dz$, siendo (x, y, z) las coordenadas de ese volumen diferencial en el estado deformado. Si dV_0 es el volumen diferencial del medio multiporoso en la llamada configuración inicial de Lagrange entonces a es

el vector que determina la posición de una partícula en este volumen. Sea dV el volumen diferencial deformado del mismo medio en la configuración de Euler y sea \mathbf{x} el vector que determina la posición de la misma partícula anterior en este volumen deformado. La relación entre ambas configuraciones es:

$$d\bar{\mathbf{x}} = \mathcal{F} \cdot d\bar{\mathbf{a}}, \text{ o bien: } dx_i = F_{ij} da_j \quad (214)$$

Donde el tensor de la deformación \mathcal{F} , también llamado transformación lineal-tangente, es definido por:

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} \partial x_1 / \partial a_1 & \partial x_1 / \partial a_2 & \partial x_1 / \partial a_3 \\ \partial x_2 / \partial a_1 & \partial x_2 / \partial a_2 & \partial x_2 / \partial a_3 \\ \partial x_3 / \partial a_1 & \partial x_3 / \partial a_2 & \partial x_3 / \partial a_3 \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial a_j} \right)_{(i,j=1,3)} \Rightarrow \mathcal{F}: dV_0 \rightarrow dV \quad (215)$$

y sirve formalmente para pasar del estado inicial no deformado dV_0 al estado deformado dV , ambos definidos por las relaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} dV_0 &= d\bar{\mathbf{a}} \cdot (d\bar{\mathbf{b}} \times d\bar{\mathbf{c}}) = \epsilon_{lmn} da_l db_m dc_n, \text{ y:} \\ dV &= d\bar{\mathbf{x}} \cdot (d\bar{\mathbf{y}} \times d\bar{\mathbf{z}}) = \epsilon_{ijk} dx_i dy_j dz_k \end{aligned} \quad (216)$$

por lo tanto:

$$dV = \epsilon_{ijk} dx_i dy_j dz_k = \epsilon_{ijk} F_{il} F_{jm} F_{kn} da_l db_m dc_n = \frac{1}{6} \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} F_{il} F_{jm} F_{kn} (\epsilon_{lmn} da_l db_m dc_n) \quad (217)$$

Pero el determinante de \mathcal{F} es el jacobiano de la transformación, dado tensorialmente por la fórmula:

$$J = \det \mathcal{F} = \frac{1}{6} \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} F_{il} F_{jm} F_{kn} \quad (218)$$

Donde el tensor alterno ϵ_{ijk} es definido por:

$$\epsilon_{ijk} = \begin{pmatrix} +1 & \text{si } i \neq j \neq k, \text{ con permutación par} \\ -1 & \text{si } i \neq j \neq k, \text{ con permutación impar} \\ 0 & \text{si algún índice se repite} \end{pmatrix} \quad (219)$$

Combinando (217) y (218):

$$dV = J dV_0 \quad (220)$$

Relación fundamental entre ambos volúmenes. De aquí podemos deducir fácilmente la expresión para el cambio en el tiempo del volumen deformado. Dado que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x_i}{\partial a_j} \right) = \frac{\partial v_i}{\partial a_j} = \frac{\partial v_i}{\partial x_\alpha} \frac{\partial x_\alpha}{\partial a_j} = \frac{\partial v_i}{\partial x_\alpha} F_{\alpha j} \quad (221)$$

Se deduce que:

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{1}{6} \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x_i}{\partial a_j} \frac{\partial x_j}{\partial a_m} \frac{\partial x_k}{\partial a_n} \right) = J \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right) \quad (222)$$

Por lo tanto:

$$\frac{d}{dt} (dV) = \frac{dJ}{dt} dV_0 = J \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right) dV_0 = \text{div } \vec{v} dV \quad (223)$$

TEOREMA 2.- Hemos demostrado entonces que si J es el determinante jacobiano de la transformación que lleva del estado no deformado dV_0 , al estado deformado dV , entonces una propiedad física w que se propague en V , satisface las siguientes relaciones diferenciales en ese medio:

$$J = \det \left(\frac{\partial x_i}{\partial a_j} \right), \quad dV = J dV_0, \quad \frac{dJ}{dt} = J \text{div}(\vec{v}) \quad (224)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = \frac{dw}{dt} + w \text{div}(\vec{v}), \quad \text{div}(\vec{v}) = \frac{\partial v_i}{\partial x_i}$$

El símbolo D/Dt define a la derivada material o convectiva de la propiedad $w(x, y, z, t)$.

IX.2.- DEDUCCIÓN HEURÍSTICA DE ECUACIONES FUNDAMENTALES EN RESERVORIOS $m\Phi$ -nK

IX.2.1.- Porosidad

El sistema físico, definido por el reservorio multiporoso y multipermeable, ocupa una región V del espacio. El volumen V es la unión del volumen ocupado por los poros y del volumen del sólido. Cuantitativamente:

$$V = V_\phi + V_s \quad (225)$$

V_ϕ comprende al volumen total de los poros en la matriz, al de las fracturas y al de las microfracturas. Es capaz de almacenar fluidos en una o mas fases. Esta propiedad queda determinada para cualquier pequeño elemento de volumen ΔV de masa Δm por la siguiente definición operativa:

$$\phi(\bar{r}, t) = \lim_{\Delta V \rightarrow \delta V} \frac{\Delta V_\phi}{\Delta V} = \frac{dV_\phi}{dV} \quad (226)$$

Donde ΔV_ϕ es el volumen de los huecos o poros en la muestra de roca ΔV y δV es el volumen representativo mas pequeño de roca porosa, de masa δm que sea posible medir en laboratorio. Para motivos prácticos $\delta V \approx 1 \text{mm}^3$ aproximadamente, correspondiendo a una masa de 0.0025 gramos para rocas de tipo volcánico. Con esta definición, cualquier elemento diferencial de volumen poroso en una roca de porosidad variable puede en principio calcularse mediante la relación:

$$dV_\phi = \phi(\bar{r}, t) dV \quad (227)$$

IX.2.2.- Densidad

Sea δV_f la porción mínima de materia en cualquier fase f (roca, líquido, gas) de masa δm_f . La densidad local de esta fase es dada por la definición operativa:

$$\rho_f(\bar{r}, t) = \lim_{\Delta V_f \rightarrow \delta V_f} \frac{\Delta m_f}{\Delta V_f} = \frac{dm_f}{dV_f} \quad (228)$$

Los demás términos son análogos a lo expresado para la porosidad local. Con esta definición, cualquier partícula o elemento diferencial de masa de la fase f, con densidad variable puede en principio calcularse mediante la relación:

$$dm_f = \rho_f(\bar{r}, t) dV_f \quad (229)$$

IX.2.3.- Saturación

Si varias fases coexisten como en un fluido bifásico, la saturación de la fase f es determinada por:

$$S_f(\bar{r}, t) = \lim_{\Delta V_f \rightarrow \delta V_f} \frac{\Delta V_f}{\Delta V_\phi} = \frac{dV_f}{dV_\phi} \quad (230)$$

La suma de saturaciones de todas las fases presentes será la unidad y la relación del volumen diferencial de la fase f con su saturación variable se expresa:

$$dV_f = S_f(\bar{r}, t) dV_\phi \quad (231)$$

Las tres definiciones anteriores para la porosidad, la densidad y la saturación tienen un sentido físico preciso, experimental y operativo, generalizando en forma moderna la definición intuitiva de partícula material esbozada por Leonhard Euler (1707-1783) hace 250 años.

IX.3.- ECUACIONES INTEGRALES DE MASA EN RESERVORIOS $m\Phi$ -nK

IX.3.1.- Masa del Fluido Bifásico

La masa total de la fase f contenida en el volumen V es dada por:

$$m_f = \int_{V_f} \rho_f dV_f = \int_V \rho_f S_f \phi dV \quad (232)$$

El cambio instantáneo de masa para cada fase f es debido a la entrada o salida de materia en el volumen V , así como a los cambios de fase internos a V , por ejemplo condensación o evaporación:

$$\frac{dm_f}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho_f S_f \phi dV = \int_V (q_f + \epsilon_f) dV \quad (233)$$

Por otra parte:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho_f S_f \phi dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f S_f \phi) dV + \int_V \bar{\nabla}(\rho_f S_f \phi) \cdot \bar{v}_f dV + \int_V \rho_f S_f \phi \operatorname{div} \bar{v}_f dV \quad (234)$$

Expresión derivada de las propiedades demostradas en IX.2. Se concluye que:

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f S_f \phi) + \operatorname{div} (\rho_f S_f \phi \bar{v}_f) \right] dV = \int_V (\epsilon_f + q_f) dV \quad (235)$$

La ecuación (235) proporciona información sobre la evolución de cada fase f del fluido contenido en el volumen V .

IX.3.2.- Masa de la Roca Multiporosa

La deducción es análoga a la anterior, haciendo notar que:

$$V = V_\phi + V_s \rightarrow \frac{dV_s}{dV} = 1 - \phi \quad (236)$$

La masa total de la roca contenida en el volumen V es dada por:

$$m_R = \int_{V_s} \rho_R dV_s = \int_V \rho_R (1 - \phi) dV \quad (237)$$

El cambio instantáneo de masa rocosa sólida es nulo en el volumen V :

$$\frac{dm_R}{dt} = 0 = \frac{d}{dt} \int_V \rho_R (1 - \phi) dV \quad (238)$$

Y por lo tanto:

$$\int_V \left(\frac{\partial}{\partial t} [\rho_R (1 - \phi)] + \operatorname{div} [\rho_R (1 - \phi) \bar{v}_R] \right) dV = 0 \quad (239)$$

La ecuación (239) determina la evolución de la densidad de la roca y la dependencia de la porosidad con el comportamiento poroelástico de la roca. Esta ecuación es fundamental para considerar la deformación de la matriz sólida termoporoelástica.

IX.4.- ECUACIONES INTEGRALES DE LA ENERGÍA EN RESERVORIOS $m\Phi$ - nK

IX.4.1.- Energía del Fluido

La primera ley de la termodinámica para el medio continuo multiporoso y multipermeable establece que:

$$E_f + K_f = W_f + Q_f \quad (240)$$

IX.4.2.- La 1ª Ley de la Termodinámica en la Fase f del Fluido

Sea dW_{ext} el trabajo elemental que realizan las fuerzas externas a V sobre una pequeña porción dV de ese medio en un pequeño intervalo de tiempo dt . Si al mismo tiempo la partícula sólida recibe una cantidad de calor dQ , entonces de acuerdo al primer principio de la termodinámica, la energía total interna E de ese sistema cambia según la relación diferencial:

$$\frac{DE}{Dt} = \frac{DE_f}{Dt} + \frac{DK_f}{Dt} = \frac{dW_{ext}}{dt} + \frac{dQ_f}{dt} \quad (241)$$

Siendo dE_f la energía potencial interna y dK_f la energía cinética del elemento dV . La potencia resultante de los esfuerzos exteriores (Eringen, 1975) es dada por:

$$\frac{dW_{f,ext}}{dt} = \int_{V_f} f_i v_i dV_f + \int_{\partial V_f} \sigma_{ij} n_j v_i dS = \int_V \{ \vec{f} \cdot \vec{v}_f + \text{div}(\sigma_f \cdot \vec{v}_f) \} | S_f \phi dV \quad (242)$$

$$\text{La tasa de calor es: } \frac{dQ_f}{dt} = - \int_{\partial V} \vec{q}_f \cdot \vec{n} dS \quad (243)$$

La energía interna y su potencial es:

$$\begin{aligned} E_f &= \int_{V_f} \rho_f e_f dV_f \rightarrow \frac{DE_f}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int_{V_f} \rho_f e_f dV = \\ &= \int_V \frac{D}{Dt} (\rho_f e_f S_f \phi dV) = \int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f e_f S_f \phi) + \text{div}(\rho_f e_f S_f \phi \vec{v}_f) \right] dV \end{aligned} \quad (244)$$

Mientras que la energía cinética y su potencial son dados por:

$$K_f = \int_{V_f} \rho_f \frac{\bar{v}_f \cdot \bar{v}_f}{2} dV_f \rightarrow \frac{DK_f}{Dt} = \int_V \frac{D}{Dt} \left[\rho_f \frac{\bar{v}_f \cdot \bar{v}_f}{2} S_f \phi dV \right] \quad (245)$$

Derivando el último miembro y aplicando las relaciones anteriores:

$$\frac{DK_f}{Dt} = \int_V \left[\rho_f S_f \phi \bar{v}_f \cdot \bar{a}_f + \frac{\bar{v}_f \cdot \bar{v}_f}{2} \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f S_f \phi) + \text{div} (\rho_f S_f \phi \bar{v}_f) \right) \right] dV \quad (246)$$

Reemplazando las ecuaciones anteriores en (241) y arreglando términos:

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f S_f \phi e_f) + \text{div} (\rho_f S_f \phi e_f \bar{v}_f) + \frac{\bar{v}_f \cdot \bar{v}_f}{2} (\epsilon_f + \text{div} \bar{q}_f) \right] dV = \int_V \left[\text{tr} (\sigma_f \cdot \bar{\nabla} \bar{v}_f) S_f \phi + q_f \right] dV \quad (247)$$

IX.4.3.- Energía de la Roca y la 1ª Ley de la Termodinámica

Sea dW_{ext} el trabajo elemental que realizan las fuerzas externas a \mathbf{V} sobre una pequeña porción dV_R de ese medio en un pequeño intervalo de tiempo dt . Si al mismo tiempo la partícula sólida recibe una cantidad de calor dQ_R , entonces de acuerdo al primer principio de la termodinámica, la energía total interna E_S del sólido cambia según la relación diferencial:

$$\frac{DE_S}{Dt} = \frac{DE_R}{Dt} + \frac{DK_R}{Dt} = \frac{dW_{\text{Rext}}}{dt} + \frac{dQ_R}{dt} \quad (248)$$

El razonamiento es totalmente análogo al precedente. Cambiando el subíndice f por R , se llega a la siguiente expresión para la evolución de la energía de la roca:

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_R (1 - \phi) e_R) + \text{div} (\rho_R (1 - \phi) e_R \bar{v}_R) \right] dV = \int_V \left[\text{tr} (\sigma_R \cdot \bar{\nabla} \bar{v}_R) (1 - \phi) + q_R \right] dV \quad (249)$$

En donde la energía cinética de la roca se supone despreciable. El campo de velocidades del reservorio multiporoso en las ecuaciones (62) y (64) se considera como una distribución :

$$\bar{v} = \begin{pmatrix} \bar{v}_R \text{ en } V_S \\ \bar{v}_f \text{ en } V_f \end{pmatrix} \quad \text{donde:} \quad \begin{pmatrix} \bar{v}_R = 0 \text{ en } V - V_S \\ \bar{v}_f = 0 \text{ en } V - V_f \end{pmatrix} \quad (250)$$

IX.5.- MODELO GENERAL BIFÁSICO, MEDIO MULTIPOROSO, FLUJO LAMINAR

En las ecuaciones integrales anteriores se aplica el lema fundamental de la Física del Continuo, obteniéndose de esta forma un sistema en derivadas parciales con las ecuaciones fundamentales del flujo de masa y calor en medios multiporosos y multipermeables. Este sistema fue deducido en forma original, a partir de las leyes generales de conservación de masa, momentum y energía total. El significado físico de esas ecuaciones se detalla a continuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f S_f \phi) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_f S_f \phi \bar{v}_f) = q_f + \epsilon_f \quad (251)$$

|
|
|
|

variación instantánea de la densidad fase f
|
flujo de masa por expansión/compresión
|
tasa de extracción/inyección de masa
|
transferencia de masa entre fases

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_r (1 - \phi)] + \bar{\nabla} \cdot [\rho_r (1 - \phi) \bar{v}_r] = 0 \quad (252)$$

|
|
|

variación instantánea de la densidad de roca
|
dilatación o compresión de la roca porosa
|
sin creación ni destrucción de masa rocosa

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_f S_f e_f) + \bar{\nabla} \cdot (\rho_f e_f \bar{v}_f) + \frac{\nu^2}{2} (q_f + \epsilon_f) = \phi S_f \Sigma_f \cdot \bar{\nabla} \bar{v}_f + \bar{\nabla} \cdot \alpha_f \quad (253)$$

|
|
|
|
|

variación instantánea de la energía fase f
|
Energía de deformación
|
Energía cinética
|
Disipación por transporte
|
Conducción de energía térmica

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_r (1 - \phi) e_r] + \bar{\nabla} \cdot [\rho_r (1 - \phi) e_r \bar{v}_r] = \Sigma_r \cdot \bar{\nabla} \bar{u}_r + \bar{\nabla} \cdot \bar{\alpha}_r \quad (254)$$

|
|
|
|

variación instantánea de la energía de la roca
|
energía de deformación poroelástica de la roca
|
energía de disipación por fricción interna
|
transferencia de energía térmica por conducción

IX.5.1.- Relaciones Útiles en el Flujo en Dos Fases

Esta sección contiene las fórmulas necesarias para trabajar con fluidos en dos fases. Todas están relacionadas y son deducibles unas de otras. Saturación de cada fase del fluido bifásico:

$$S_L = \frac{dV_L}{dV_0}, \quad S_V = \frac{dV_V}{dV_0}, \quad S_L + S_V = 1 \quad (255)$$

Calidad de cada fase del fluido bifásico:

$$X_L = \frac{dm_L}{dm_f}, \quad X_V = \frac{dm_V}{dm_f}, \quad X_L + X_V = 1 \quad (256)$$

Densidad del fluido en dos fases:

$$\rho_f = \rho_L S_L + \rho_V S_V \quad (257)$$

Relación entre saturaciones y densidades:

$$S_L = \frac{\rho_f - \rho_V}{\rho_L - \rho_V} \quad (258)$$

Energía del fluido bifásico:

$$\rho_f e_f = S_L \rho_L e_L + S_V \rho_V e_V = \rho_f h_f - p \quad (259)$$

Entalpía del fluido bifásico:

$$\rho_f h_f = S_L \rho_L h_L + S_V \rho_V h_V = \rho_f e_f + p \quad (260)$$

Relación entre entalpías y calidades del fluido bifásico:

$$h_f = X_L h_L + X_V h_V = h_L + X_V (h_V - h_L) \quad (261)$$

Calidad del vapor y entalpías:

$$X_V = \frac{h_f - h_L}{h_V - h_L} \quad (262)$$

Relación entre saturación de líquido, densidades y entalpías:

$$S_L = \frac{\rho_V (h_V - h_f)}{h_f(\rho_L - \rho_V) - \rho_L h_L + \rho_V h_V} \quad (263)$$

Inverso de la saturación de líquido, entalpías y calidades:

$$\frac{1}{S_L} = 1 - \frac{\rho_L (h_f - h_L)}{\rho_V (h_f - h_V)} = 1 + \frac{\rho_L}{\rho_V} \frac{X_V}{1 - X_V} \quad (264)$$

Calidades, densidades y saturaciones:

$$X_V = \frac{\rho_V (1 - S_L)}{\rho_f} = \frac{\rho_V}{\rho_f} S_V \quad (265)$$

$$\rho_f X_V = \rho_V S_V, \quad \rho_f X_L = \rho_L S_L \quad (266)$$

$$\rho_V X_L S_V = \rho_L X_V S_L \quad (267)$$

Todas estas relaciones son muy útiles en el cálculo práctico de fluidos bifásicos.

IX.6.- DESARROLLO DEL MÉTODO DE LOS VOLÚMENES FINITOS INTEGRADOS (VFI)

Los fenómenos de transporte en los reservorios fracturados ocurren siempre como una transferencia neta de masa, de momentum o de energía. También suceden como una combinación simultánea de estas propiedades, que son función del tiempo y del espacio. Sus características físicas son descritas por una ecuación general de propagación que engloba derivadas parciales, variaciones dentro de volúmenes y flujos a través de superficies. Para procesos reales, que involucren medios continuos en tres dimensiones y fronteras de formas arbitrarias, los métodos de resolución son esencialmente numéricos. Las técnicas numéricas tradicionales usadas en la resolución de este tipo de problemas de transporte, diferencias finitas DF y elementos finitos EF, tienen ventajas y desventajas bien conocidas (ver IV.3). Ambos son los métodos numéricos más importantes y extendidos para resolver ecuaciones en derivadas parciales.

Las primeras técnicas empleadas fueron las diferencias finitas, cuyo origen se remonta a los inicios del cálculo diferencial, donde los procedimientos de uso han sido ampliamente documentados desde hace muchas décadas. Además de las desventajas indicadas en IV.3, los defectos técnicos principales de las DF pueden resumirse en tres:

- 1) Hay un error geométrico considerable al aproximar regiones curvas con mallas rectangulares de DF.
- 2) Las DF carecen de un método unificado y eficiente para tratar condiciones de frontera internas.
- 3) Se presentan dificultades para construir esquemas DF de mayor o alta precisión.

MacNeal (1953) usó interpolaciones integrales para establecer las DF sobre redes irregulares, reduciendo de esta manera el error geométrico. Esto proporcionó, al mismo tiempo, un manejo eficaz de condiciones de frontera internas. Pero el problema de construir esquemas DF de alta precisión quedó sin resolver. Debido a ello, la teoría y práctica de los métodos basados en DF no alcanzó la perfección de los Elementos Finitos. En este trabajo de tesis introduzco una poderosa técnica numérica poco difundida en el mundo y casi desconocida en México, que ha sido empleada con éxito en problemas de hidrología subterránea y en la simulación de sistemas hidrotermales. Dicho método aligera notablemente las dificultades inherentes, tanto a las DF como a los EF, en el tratamiento de problemas de transporte.

Con la técnica de los **Volúmenes Finitos Integrados (VFI)** se *integran* los volúmenes discretizados del dominio espacial, en una, dos o tres dimensiones, dentro del cual tiene lugar el proceso de transporte a modelar. Por transformaciones de las integrales espaciales, se plantea un sistema de ecuaciones algebraicas que involucra a unos cuantos parámetros geométricos: volúmenes, áreas interfaciales y distancias internodales. Las coordenadas utilizadas son intrínsecas a la malla construida y por tanto no dependen de ningún sistema de referencia externo. El método une la potencia del EF con la simpleza de la DF; válido tanto en procesos altamente transitorios con intervalos de tiempo pequeños, como quasi-estacionarios para lapsos grandes. El método permite el manejo de heterogeneidades y discontinuidades entre elementos vecinos de forma sencilla e intuitiva. La técnica es aplicable a la transferencia de calor, al flujo en acuíferos, a la dispersión de contaminantes y al transporte simultáneo de líquido, gas y calor en yacimientos de petróleo y geotérmicos. Los elementos finitos, de desarrollo más reciente que las DF, constituyen otra técnica empleada en resolver las ecuaciones de transporte. Los usos del EF, desde luego, no se limitan a estos problemas, pues se aplica a una amplia gama brindando una riqueza de aplicaciones inigualable. Se calcula que existen una 8000 publicaciones anuales sobre el elemento finito en diferentes campos de la ciencia y la ingeniería. No obstante algunas dificultades en su uso, el principal atributo de los EF es su aparente generalidad, aunque se reconoce que ésta cualidad teórica a veces no concuerda con aspectos que en la práctica se resuelven mediante recetas empíricas (Gallagher, 1989).

Los VFI es un método menos conocido y ha sido poco documentado. Son llamados Diferencias Finitas Integrales (DFI) o Surface Integrated Finite Differences (SIFD) en la literatura anglosajona. Según Narasimhan y Witherspoon (1976), MacNeal (1953) fue el primer analista que empleó un esbozo de DFI para resolver problemas con valores en la frontera; Tyson-Weber (1964) y Cooley (1971) lo emplearon en problemas de flujo subterráneo; Dusiñberre (1961) y Edwards (1972) reportan algunos usos en problemas de transferencia de calor. En 1976, Narasimhan y Witherspoon describen por primera vez el método como una herramienta adecuada para estudiar el movimiento de fluidos en acuíferos. En 1978 Pruess y Schroeder (1979) lo incorporan al análisis de reservorios geotérmicos. El mismo Pruess (1988) lo utiliza para simular numéricamente el comportamiento de sistemas multicomponentes con

transferencia de calor, en medios porosos y fracturados. Suárez y de la Torre (1992) lo adaptan a un modelo bidimensional de flujo bicomponente con transporte de energía. El método VFI es aplicable a todos los fenómenos de transporte que satisfagan la ecuación general planteada abajo. De empleo muy intuitivo; su uso y puesta en ejecución resultan sencillos, aunando la potencia del elemento finito a la sencillez de la diferencia finita.

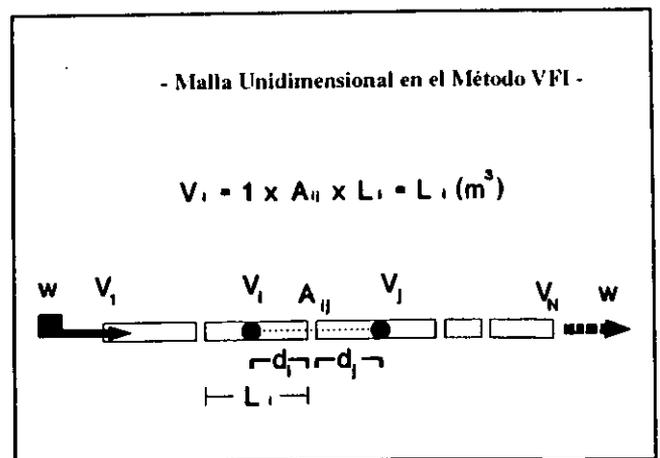


Fig. 55.- Malla - ejemplo 1D con el Método VFI.

IX.6.1.- Ecuación General de Transporte

Consideremos la ecuación general :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \alpha_w \bar{\nabla} \cdot (G_w \bar{\nabla} \omega) + \beta_w \bar{\nabla} \cdot (\omega \bar{v}) + q \tag{268}$$

Donde $w(x, y, z, t)$ es una propiedad física que se propaga en el espacio tridimensional definido por la región V . Las propiedades matemáticas que se piden para w es que sea continua por pedazos, derivable hasta el orden 2 e integrable en el sentido de Lebesgue. Los coeficientes α_w y β_w pueden ser o constantes o función de las coordenadas espaciales, pero no dependen del tiempo. G_w es un coeficiente que puede depender o no de las coordenadas; \bar{v} es el campo de velocidades, mientras que el término $q(x, y, z, t)$ representa la producción interna a V . Mas adelante se explicita el significado físico de cada término según sea el fenómeno representado por esta ecuación.

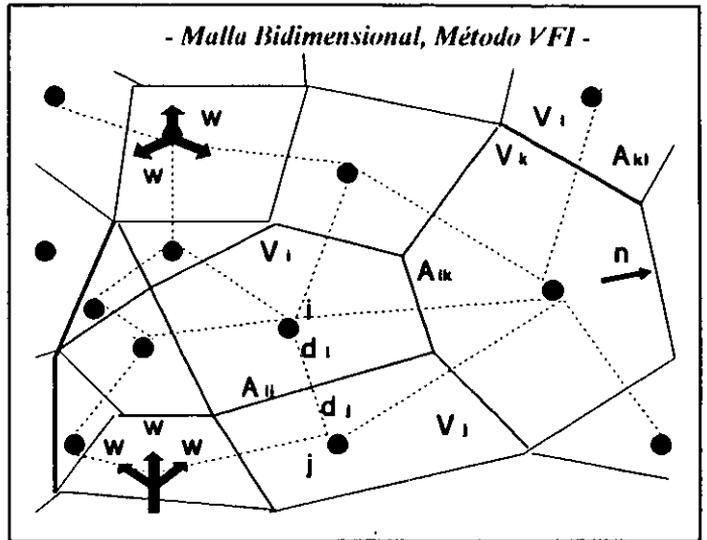


Fig. 56.- Malla-ejemplo 2D con el método VFI.

IX.6.2.- DISCRETIZACION INTEGRAL DE LA REGION V

Las figuras 53 y 54 ilustran las diferentes dimensiones de la región en donde puede ocurrir el transporte de w . El primer paso del método VFI consiste en discretizar en elementos mas pequeños, el volumen continuo V ocupado por la región en donde se define a w de modo que:

$$V = \bigcup_{n=1}^N V_n ; \text{ con: } V_n \cap V_j = \Phi_0, \quad \forall j \neq n \tag{269}$$

N es el número de elementos disjuntos V_n en que se subdivide a V . Enseguida se integra la ecuación sobre cada V_n :

$$\int_{V_n} \frac{\partial w}{\partial t} dV_n = \int_{V_n} \text{div}(\bar{F}) dV_n + \int_{V_n} q dV_n ; \quad \forall V_n \subseteq V \tag{270}$$

donde el vector de Flujo es:

$$\bar{F} = \bar{\alpha}_w (G_w \cdot \bar{\nabla} \omega) + \bar{\beta}_w (\omega \bar{v}) ; \quad \bar{\alpha}_w \text{ y } \bar{\beta}_w \text{ son promedios en } V_n \tag{271}$$

Por el teorema de la divergencia :

$$\int_{V_n} \frac{\partial w}{\partial t} dV_n = \int_{S_n} \bar{F} \cdot \bar{n} dS_n + \int_{V_n} q dV_n \quad (272)$$

Donde S_n representa la frontera del elemento volumétrico V_n . Supongamos que S_n tiene forma poliedral. Cada S_n tiene M_n interfaces S_{ni} que la separan de las demás fronteras:

$$S_n = \bigcup_{i=1}^{M_n} S_{ni}; \quad \text{con: } S_n \cap S_j = \Phi_0, \quad \forall j \neq n \quad (273)$$

La integral de superficie se escribe como la suma de integrales sobre las áreas interfaciales:

$$\int_{S_n} \bar{F} \cdot \bar{n} dS_n = \sum_{i=1}^{M_n} \int_{S_{ni}} \bar{F} \cdot \bar{n}_i dS_{ni} \quad (274)$$

La aplicación del teorema del valor medio, implica:

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} \cdot V_n = \sum_{i=1}^{M_n} \bar{F}_{ni} S_{ni} + \bar{q} \cdot V_n \quad (275)$$

Ecuación válida en cada volumen arbitrario V_n , dentro de los rangos de validez de los teoremas involucrados. Las barras superiores indican valores promedio en cada V_n . Las condiciones de aplicabilidad del teorema del valor medio para integrales exigen que el interior del espacio V_i (sin la frontera) sea un conjunto conexo. Esta condición lleva implícito un criterio para discretizar al volumen V : los elementos a emplearse en VFI deben ser figuras simples (rectángulos, círculos, esferas, elipses, cubos, triángulos, trapecios, poliedros, etc.), todos ellos conexos. ■

IX.6.3.- Aproximación Espacial

El tercer paso en los VFI es aproximar la ecuación anterior tanto en el espacio como en el tiempo. El vector flujo F usualmente deriva de un gradiente, por tanto F_{ni} , la componente normal de F a través de las interfaces, es una derivada en la dirección perpendicular a cada interface S_{ni} . Para simplificar el desarrollo, considero sólo el 1º miembro de F ; el 2º se trata de manera análoga, pues la velocidad también deriva usualmente de un gradiente, como por ejemplo, en la ecuación de Darcy. El flujo normal deviene:

$$\bar{F}_{ni} = \bar{\alpha}_i G_n \frac{dw_n}{dn_i} \approx \bar{\alpha}_{ni} G_{ni} \frac{w_i - w_n}{d_i + d_n} \quad (276)$$

Donde G_{ni} es un valor promedio apropiado de G entre V_i y V_n ; si se exige continuidad en el flujo al pasar de uno a otro volumen : $1/G_{ij} = (d_i/G_i + d_j/G_j)/(d_i + d_j)$ (secciones V.5, V.6). La ecuación aproximada en el espacio es:

$$\text{Sea } \Omega_{ni} = \frac{\bar{\alpha}_{ni} G_{ni} S_{ni}}{V_n (d_i + d_n)} \rightarrow \frac{\partial \bar{w}_n}{\partial t} = \sum_{j=1}^{M_i} \Omega_{ni} (w_j - w_n) + q_n \quad (277)$$

El coeficiente local Ω_{ni} , representa la "difusividad" generalizada de w al irse propagando en cada V_n .

IX.6.4.- Discretización en el Tiempo

Sea $\delta^{kt} = t^{k+1} - t^k$ el intervalo de tiempos considerados. Un algoritmo general estable para esta discretización es:

$$w_n^{k+1} - w_n^k = \sum_{i=1}^{M_n} \Omega_{ni} [\theta (w_i^{k+1} - w_n^{k+1}) + (1 - \theta) (w_i^k - w_n^k)] \delta^{kt} + q_n^k; \quad \forall n = 1, N \quad (278)$$

con: $0 \leq \theta \leq 1$; si se escoge $\theta = 0$, el algoritmo es totalmente explícito y la fórmula anterior es un conjunto simple de ecuaciones algebraicas, válido si los cambios en V son lentos. Si $\theta = 1/2$, se tiene un esquema tipo Crank-Nicolson para cambios más rápidos. En general para $\theta > 1/2$, el algoritmo es incondicionalmente estable, pudiendo emplearse δ^{kt} grandes o pequeños. Sin embargo, estas magnitudes son relativas al tipo de problema considerado y serán afectadas por el valor tanto de G_{ni} como de $q_i(t^k)$. Dependiendo del modo de aproximación en el tiempo que se use, para $\theta > 0$, surgirá siempre un sistema lineal con \mathbf{W}_n^{k+1} el vector de incógnitas en cada tiempo t^{k+1} . Las condiciones de no-flujo a través de algunos elementos o bien, coeficientes no-lineales con cambios de fase y flujo en fracturas, engendran matrices con muchos huecos (ceros). Enseguida describo una técnica reciente para el tratamiento eficaz del tipo de sistemas lineales que engendra el método VFI.

IX.7.- DIOMRES (k, m): MÉTODO VARIACIONAL CON ORTOGONALIZACIÓN INCOMPLETA Y REINICIO PARA LA SOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEALES DISPERSOS

Dependiendo del método empleado al discretizar la variación de funciones en el tiempo los VFI, al igual que las DF y los EF, pueden generar un sistema lineal de la forma $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$; donde el orden (n) del sistema es grande (mil elementos o más) y la matriz del sistema (a_{ij}) es dispersa, con pocos términos en cada ecuación y muchos ceros irregularmente distribuidos. En estas circunstancias, las técnicas iterativas suelen ser más adecuadas que las directas. Para completar la resolución de este tipo de problemas con TRAMER3, presento el método DIOMRES (k,m) desarrollado por Elí de la Torre (1992), como una nueva técnica de solución de sistemas lineales no simétricos, en donde la matriz puede ser muy dispersa. El algoritmo permite rapidez y estabilidad en el cálculo, con ahorro de memoria. Esta es una forma resumida del método (de la Torre, 1990 & 1991; Suárez y de la Torre, 1992).

DIOMRES (k,m) es un método iterativo, que permite aprovechar el conocimiento previo que se tenga sobre la solución, para seleccionar la aproximación inicial \mathbf{x}_0 , permitiendo además suspender los cálculos cuando la aproximación \mathbf{x}_n sea aceptable o bien, cuando la aproximación lograda asegure que la solución no va a satisfacer alguna restricción. Cada aproximación viene dada como una combinación lineal, de la forma:

$$\bar{\mathbf{x}}_n = \bar{\mathbf{x}}_0 + \sum_{j=1}^n \bar{\mathbf{v}}_j y_j = \bar{\mathbf{x}}_0 + \bar{\mathbf{V}}_n y_n \quad (279)$$

Esta expresión es determinada por la aproximación inicial, las coordenadas y_j y por n vectores v_j linealmente independientes (columnas de V_n), de modo que, en algunos casos, se puede asegurar que x_n será la solución si no hubo redondeos. DIOMRES selecciona las coordenadas que minimicen la norma cuadrada del residuo $r_n = b - A x_n$. Para ello se iguala a cero la derivada de $r_n^T r_n$ respecto a y_n y se llega a un sistema lineal para y_n :

$$V_n^T A^T A V_n y_n = V_n^T A^T r_0 \quad (280)$$

Para crear la base, DIOMRES (k,m) sigue el algoritmo de Arnoldi (de la Torre, 1990):

$$\bar{v}_1 = \frac{\bar{r}_0}{\|\bar{r}_0\|} \bar{v}_{n+1} = \frac{A \bar{v}_n - \sum_{i=1}^n h_{i,n} \bar{v}_i}{h_{n+1,n}} \quad (281)$$

los valores de $h_{i,n}$ se escogen de modo que cada vector v_n sea ortogonal a los anteriores y esté normalizado. De este modo, los vectores Av_i quedan en término de los mismos vectores v_j :

$$A V_n = V_{n+1} H_n^* ; \bar{r}_0 = \|\bar{r}_0\| V_{n+1} e_1 \quad (282)$$

donde e_1 es la primera columna de la matriz identidad y los elementos de H_n^* son los valores de $h_{i,n}$. Con esta propiedad y la ortonormalidad de la base, se puede reescribir la primera ecuación:

$$H_n^{*T} H_n^* y_n = \|\bar{r}_0\| H_n^{*T} e_1 \quad (283)$$

Enseguida, DIOMRES(k,m) multiplica a la matriz H_n^* por una matriz ortonormal Q_n de modo que $Q_n H_n^* = U_n^*$; donde U_n^* está compuesto por una matriz triangular superior U_n y un último renglón nulo. Debido a que, por construcción, $h_{ij} = 0$ cuando $i > j+1$, la matriz Q_n se puede construir mediante una sucesión de matrices de rotación:

$$\begin{pmatrix} +\cos \vartheta & +\text{sen } \vartheta \\ & \\ & \\ -\text{sen } \vartheta & +\cos \vartheta \end{pmatrix} ; \begin{aligned} \text{sen } \vartheta &= \frac{h_{n+1,n}}{\sqrt{h_{n,n}^2 + h_{n+1,n}^2}} \\ \cos \vartheta &= \frac{h_{n,n}}{\sqrt{h_{n,n}^2 + h_{n+1,n}^2}} \end{aligned} \quad (284)$$

al multiplicar los renglones $(n, n+1)$ van eliminando, sucesivamente, a los elementos $h_{n+1,n}$. Usando U_n^* y la ortogonalidad de Q_n : $Q_n^T Q_n = I$, la penúltima ecuación queda:

$$U_n^T U_n^* y_n = U_n^T z_n ; \text{ donde } : z_n = \|\bar{r}_0\| Q_n e_1 \quad (285)$$

y como U_n es invertible, las coordenadas óptimas quedan dadas por: $y_n = U_n^{-1} z_n$; mas fáciles de calcular. Además, el uso que se hizo de las matrices ortonormales permite conocer la norma del residuo desde antes de actualizar la aproximación

$$\| \bar{b} - A \bar{x}_n \| = |z_n(n+1)| \quad (286)$$

sustituyendo estas coordenadas se obtiene:

$$\bar{x}_n = \bar{x}_0 + V_n U_n^{-1} z_n = x_0 + W_n z_n \quad (287)$$

donde las columnas de W_n se pueden calcular fácilmente por que U_n es triangular superior:

$$w_n = (v_n - \sum_{i=1}^{n-1} u_{i,n} w_i) / u_{n,n} \quad (288)$$

De esta forma es posible actualizar la aproximación inmediatamente:

$$x_n = x_{n-1} + z_n w_n \quad (289)$$

El inconveniente de usar la ortogonalización completa es que, después de varias iteraciones, se requiere mucha memoria para almacenar a la base V_n y, además, no es necesaria cuando el sistema es simétrico ya que, en este caso, $h_{ij} = 0$ para $j > i + 1$. Pensando en esto, DIOMRES (k,m) sólo ortogonaliza a Av_n con los últimos k vectores v_j , de esta forma se reducen los requerimientos de memoria y el tiempo empleado en cada iteración.

Cuando k es menor a un cierto mínimo, que depende del caso, los métodos iterativos de la familia del gradiente conjugado tienden a perder su velocidad de convergencia y por ello resulta conveniente introducir el reinicio cada vez que esto ocurre. DIOMRES (k,m) reinicia cada m iteraciones, de modo que al emplear la pareja adecuada de parámetros (k,m), se puede reducir mucho el tiempo total que se emplee para resolver a un sistema. Si el sistema es simétrico, los parámetros adecuados son (2, n). Actualmente el autor del método está buscando la manera de facilitar la identificación de los parámetros óptimos para los casos no simétricos. A DIOMRES(k,m) se le puede incorporar la técnica del preconditionamiento del sistema para mejorar su velocidad de convergencia, siendo la forma mas adecuada el usarlo por la derecha (De la Torre, 1992).

IX.8.- EJEMPLOS DE APLICACIÓN - VERIFICACIÓN

IX.8.1.- La Solución de Línea Fuente ∞

Un pozo situado en el centro de un gran yacimiento homogéneo, isotrópico, isotérmico, está produciendo o inyectando agua líquida a una tasa q_v constante. Se supone que el flujo es laminar y radial; el agua es de una compresibilidad muy pequeña, los gradientes de presión bajos y las propiedades físicas de la roca constantes. El modelo del yacimiento en coordenadas cilíndricas es :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \eta \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{\eta}{r} \frac{\partial P}{\partial r}; \quad P(r,t)$$

$$\text{condición inicial: } P(r,0) = P_i, \quad \forall r$$

$$\text{condición de frontera: } \lim_{r \rightarrow \infty} P(r,t) = P_i$$

$$\text{en el pozo: } \lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = - \frac{q_v \mu}{2 \pi h K}$$

(290)

modelo cuya solución analítica es clásica:

$$p(r, t) = p_i + \frac{q_v \mu}{4 \pi h K} \cdot E_1 \left(\frac{r^2}{4 \eta t} \right)$$

(291)

donde q_v es el gasto volumétrico, η el coeficiente de difusividad, h el intervalo de producción y E_1 la función integral exponencial. Se programó esta solución, comparando sus resultados con los obtenidos por la técnica de VFI, para un esquema unidimensional radial, en donde los elementos V_i son círculos concéntricos de diámetros paulatinamente crecientes, pues los cambios importantes ocurren cerca del pozo. Los VFI proporcionan excelentes resultados casi idénticos a los exactos después de 15 m. No así, en la vecindad del pozo hay diferencias; sin embargo, es bien sabido que la solución de línea fuente infinita representa muy pobremente lo que ocurre realmente en el pozo. Los VFI, mejoran esta representación.

IX.8.2.- Desarrollo Teórico del Modelo Analítico del Flujo de Calor Radial - Vertical

Las temperaturas internas al cilindro hueco se conocen en cada tiempo t . La conducción radial transitoria en cada profundidad $Z > 0$ es dada por superposición de soluciones correspondientes a cilindros huecos infinitos, en un radio $r_a < r < r_b$, con temperaturas interna y externa $T_a(z)$, $T_b(z)$, independientes del radio, pero dependientes de la profundidad. Hay una distribución inicial de temperaturas entre r_a y r_b , dada por $T(r, z, 0) = F(r, z)$. A distancias mayores a r_b , la temperatura solamente depende de la profundidad y es estacionaria. La condición de frontera vertical superior en un plano arbitrario z_0 es T_0 y la condición de frontera inferior es T_1 . El desarrollo analítico del modelo práctico que estamos proponiendo, se deduce de la ecuación general en derivadas parciales que describe la conducción del calor en un cilindro, despreciando la variable angular:

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\eta} \frac{\partial T}{\partial t} (r, z, t) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

(292)

Con las siguientes condiciones en tiempo y espacio:

$$\begin{aligned}
 T(r, z, 0) &= F(r, z) \\
 T(r_a, z, t) &= T_a(z), \quad T(r_b, z, t) = T_b(z) \\
 T(r, z_0, t) &= T_0(r); \quad T(r, z_H, t) = T_H(r)
 \end{aligned}
 \tag{293}$$

La función incógnita $T(r, z, t)$ se descompone en:

$$T(r, z, t) = U(r) + V(r, t) + W(z) \tag{294}$$

Cada una de las funciones en (294) es a su vez solución de diferentes modelos simples: $U(r)$ es un modelo radial estacionario entre $r_a < r < r_b$, cuya solución es elemental:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dU}{dr} \right) &= 0; \quad U(r_a) = T_a, \quad U(r_b) = T_b \\
 U(r) &= T_a + \frac{T_b - T_a}{\ln(r_b/r_a)} \ln \left(\frac{r}{r_a} \right)
 \end{aligned}
 \tag{295}$$

$V(r, t)$ corresponde a un modelo radial transitorio, para $t > 0$, entre $r_a < r < r_b$:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\eta} \frac{\partial V}{\partial t} (r, t) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) \\
 V(r_a, t) &= V(r_b, t) = 0; \quad V(r, 0) = f(r)
 \end{aligned}
 \tag{296}$$

La solución del segundo modelo se realiza por similitud, integrando en una sola variable el radio y el tiempo. El siguiente cambio de función transforma la ecuación (296) en la ecuación diferencial de Bessel (297) de primera clase de orden 0.

$$\tau(r) = V(r, t) e^{\eta \alpha^2 t} \rightarrow r^2 \frac{d^2 \tau}{dr^2} + r \frac{d\tau}{dr} + (r \alpha)^2 \tau = 0 \tag{297}$$

Su solución general es:

$$\tau(r) = C J_0(\alpha r) + D Y_0(\alpha r) \tag{298}$$

Donde C y D son constantes a deducir de las condiciones de frontera y α es un parámetro relacionado a las raíces del producto cruzado de funciones de Bessel definido enseguida. De las dos condiciones de frontera en (296) :

$$\begin{aligned}
 0 &= V(r_a, t) = \tau(r_a) = C J_0(\alpha r_a) + D Y_0(\alpha r_a) \\
 0 &= V(r_b, t) = \tau(r_b) = C J_0(\alpha r_b) + D Y_0(\alpha r_b) \\
 &\rightarrow D = -C \frac{J_0(\alpha r_a)}{Y_0(\alpha r_a)} \\
 &\rightarrow J_0(\alpha r_a) \cdot Y_0(\alpha r_b) - J_0(\alpha r_b) \cdot Y_0(\alpha r_a) = 0
 \end{aligned} \tag{299}$$

La última ecuación en (299) es válida para cualquier constante C. Se deduce la existencia de la función producto cruzado de Bessel de orden 0 (Carslaw & Jaeger, 1959 y Abramowitz & Segun, 1972), definida por:

$$U_0(\alpha r) = J_0(\alpha r) \cdot Y_0(\alpha r_b) - J_0(\alpha r_b) \cdot Y_0(\alpha r) \tag{300}$$

Nótese que $U_0(\alpha r_a) = 0$ solamente si α es solución de (299), pero $U_0(\alpha r_b) = 0$ siempre. Dada la naturaleza de J_0 y Y_0 , las raíces de (300) son una infinidad. Cada solución es de la misma forma, excepto en el diferente valor de cada α_j . Aplicando el principio de superposición y reemplazando en (298):

$$\begin{aligned}
 \tau_j(r) &= -C_j \frac{U_0(\alpha_j r)}{Y_0(\alpha_j r_b)}; \quad j = 1, \infty \\
 \rightarrow V(r, t) &= \sum_{j=1}^{\infty} C_j \frac{U_0(\alpha_j r)}{Y_0(\alpha_j r_b)} e^{-\eta \alpha_j^2 t}
 \end{aligned} \tag{301}$$

Las constantes C_j se calculan usando la ortogonalidad de $U_0(\alpha r)$ y la condición inicial. Multiplicando por U_0 e integrando ambos lados de la ecuación entre r_a y r_b :

$$\begin{aligned}
 \int_{r_a}^{r_b} r f(r) U_0(\alpha_m r) dr &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{C_j}{Y_0(\alpha_j r_b)} \int_{r_a}^{r_b} r U_0(\alpha_j r) U_0(\alpha_m r) dr \\
 &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2 \delta_{jm} C_j}{Y_0(\alpha_j r_b)} \cdot \frac{J_0^2(\alpha_j r_a) - J_0^2(\alpha_j r_b)}{\pi^2 \alpha_j^2 J_0^2(\alpha_j r_a)}
 \end{aligned} \tag{302}$$

La serie final queda reducida a un solo término cuando $j = m$. De ahí pueden calcularse todas las constantes C_j :

$$C_j = \frac{\pi^2 \alpha_j^2 J_0^2(\alpha_j r_a) Y_0(\alpha_j r_b)}{2 |J_0^2(\alpha_j r_a) - J_0^2(\alpha_j r_b)|} \int_{r_a}^{r_b} r f(r) U_0(\alpha_j r) dr \tag{303}$$

Esta ecuación completa la solución dada por (294). $W(z)$ es un modelo vertical estacionario en $z_0 < z < z_H$. Por ejemplo, para el caso de un reservorio con fluido no isotérmico, o geotérmico, una solución apropiada fue propuesta por Donaldson (1968), mediante un modelo estacionario de flujo vertical de agua y calor en un medio poroso conteniendo líquido comprimido, con las condiciones de frontera indicadas en VIII.2.

IX.9.- PLANTEAMIENTO DEL MODELO COMPUESTO DE DOBLE POROSIDAD EN VARIABLES DE CAMPO

En este anexo desarrollo brevemente las ecuaciones del modelo propuesto en la sección VIII.4. Siguiendo lo descrito en el planteamiento del modelo y la figura 41, en el tiempo inicial, antes de cualquier prueba, todo el reservorio se encuentra a la misma presión p_0 en el espesor h . En la zona fronteriza de radio r_F las presiones entre ambas zonas coinciden en todo tiempo t . En la misma zona para que haya continuidad de flujo y de acuerdo con la ley de Darcy debe cumplirse que:

$$N_f b h \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial p_f}{\partial r} = 2 \pi r h \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial p_m}{\partial r} \quad (\text{si } r = r_F) \quad (304)$$

Por otra parte, en la vecindad del pozo la tasa de flujo másico por unidad de área es $\rho_f v$, mientras que el área de flujo es definida por el número de fracturas abiertas en todo el espesor h :

$$\begin{aligned} A \rho_f v &= -A \rho_f \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial p_f}{\partial r} = Q_M, \quad A = N_f b h \\ \rightarrow -N_f b h \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial p_f}{\partial r} &= \frac{Q_M}{\rho_f} = Q_V, \quad (\text{si } r = r_w) \end{aligned} \quad (305)$$

El modelo en la Zona 1, fracturada, con flujo lineal es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_f}{\partial r^2} &= \frac{1}{\eta_f} \frac{\partial p_f}{\partial t}, \quad \eta_f = \frac{k_f}{\phi_f \mu_f c_f} \\ \text{condición inicial: } p_f(r, 0) &= p_0 \quad (r_w \leq r \leq r_F) \quad \dots (a) \\ \text{frontera interna: } -N_f b h \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial p_f}{\partial r} &= Q_V = \frac{Q_M}{\rho_f} \quad (r = r_w) \quad (b) \\ \text{en la frontera externa: } p_f(r, t) &= p_m(r, t) \quad (r = r_F) \quad (c) \end{aligned} \quad (306)$$

Mientras que para la zona 2, porosa, con flujo radial el modelo es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_m}{\partial r} &= \frac{1}{\eta_m} \frac{\partial p_m}{\partial t} \\ \text{condición inicial: } p_m(r, 0) &= p_0 \quad (r_F \leq r \leq \infty) \quad (a) \\ \text{en la frontera interna: } p_m &= p_f \quad (r = r_F) \quad (b) \\ \text{y: } 2 \pi r \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial p_m}{\partial r} &= N_f b \frac{k_f}{\mu_f} \frac{\partial p_f}{\partial r} \quad (r = r_F) \quad (c) \end{aligned} \quad (307)$$

N_f es el número de fracturas, cada una de apertura b y h el espesor de la zona de aporte, su producto tiene unidades de área, a través de la cual ocurre el flujo total proveniente de las N_f fracturas que alimentan al pozo.

IX.9.1.- Definición de Variables Adimensionales

Para que la solución analítica del modelo no dependa explícitamente de ningún parámetro petrofísico ni de las variables reales de tiempo y espacio, es costumbre darle mayor generalidad a la solución presentándola en términos de variables adimensionales. Esta acción resulta particularmente útil cuando se dibujan curvas tipo, aplicables a cualquier caso particular, por simple ajuste del valor de las variables sin dimensiones. Para construir el grupo de variables adimensionales adecuado para nuestro modelo, dividí cada ecuación con su respectiva condición de frontera, entre combinaciones de parámetros, de manera que el resultado final tuviera las mismas unidades en el numerador y en el denominador. Por ejemplo, en la ecuación (307) restando en ambos miembros la presión inicial y multiplicando por la cantidad indicada:

$$2 \pi r_f^2 \frac{h}{Q_f} \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial^2 (p_0 - p_f)}{\partial r^2} = 2 \pi \frac{r_f^2}{\eta_m} \frac{h}{Q_f} \frac{k_m}{\mu_m} \frac{\eta_m}{\eta_f} \frac{\partial (p_0 - p_f)}{\partial t} \quad (308)$$

Expresión que permite definir los siguientes parámetros adimensionales:

$$\text{caída de presión adimensional: } \Delta P_D = \frac{2 \pi \rho_f k_m h}{\mu_m Q_M} (p_0 - p) \quad (309)$$

$$\text{radios adimensionales: } r_D = \frac{r}{r_f}; \quad r_C = \frac{r_w}{r_f}; \quad \text{el tiempo adimensional: } t_D = \frac{\eta_m t}{r_f^2}$$

Los parámetros de interacción entre ambas zonas son:

$$\eta_D = \frac{\eta_f}{\eta_m}; \quad \beta = \frac{N_f b}{2 \pi r_f} \frac{\phi_f c_f \eta_f}{\phi_m c_m \eta_m} \frac{N_f b}{2 \pi r_f} \frac{k_f \rho_f \mu_f}{k_m \rho_m \mu_m} \quad (310)$$

IX.9.2.- Planteamiento del Modelo en Variables Adimensionales

Recemplazando estas variables en las ecuaciones (306) y (307), obtengo un par de modelos para ambas zonas:

$$\frac{\partial^2 \Delta p_{D1}}{\partial r_D^2} - \frac{1}{\eta_D} \frac{\partial \Delta p_{D1}}{\partial t_D} \quad \dots \text{ (Zona 1)}$$

$$\frac{\partial^2 \Delta p_{D2}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \Delta p_{D2}}{\partial r_D} = \frac{\partial \Delta p_{D2}}{\partial t_D} \quad \dots \text{ (Zona 2)}$$

(311)

Ambas ecuaciones diferenciales están acopladas a través de las condiciones de frontera:

$$\begin{aligned}
 &C.I. \quad \Delta P_{D1}(r_D, 0) = 0, \quad (r_C \leq r_D \leq 1); \quad \Delta P_{D2}(r_D, 0) = 0, \quad (1 \leq r_D < \infty) \\
 &C.F1: \quad \Delta P_{D1} = \Delta P_{D2}, \quad (si \quad r_D = 1); \quad C.F2: \quad \frac{\partial \Delta P_{D1}}{\partial r_D} = -\frac{1}{\beta}, \quad (si \quad r_D = r_C) \\
 &C.F3: \quad \frac{\partial \Delta P_{D1}}{\partial r_D} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \Delta P_{D2}}{\partial r_D}, \quad (si \quad r_D = 1)
 \end{aligned} \tag{312}$$

IX.9.3.- Solución Empleando la Transformada de Laplace

Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones del modelo adimensional:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}[\Delta P_D(r_D, t_D)] &= \int_0^{\infty} e^{-st_D} \Delta P_D(r_D, t_D) dt_D = \vartheta(r_D, s). \\
 - \frac{d^2 \vartheta_1}{dr_D^2} &= \frac{s}{\eta_D} \vartheta_1 \quad \dots (1) \\
 \frac{d^2 \vartheta_2}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d\vartheta_2}{dr_D} &= s \vartheta_2 \quad \dots (2)
 \end{aligned} \tag{313}$$

Las condiciones de frontera transformadas en el espacio de Laplace \mathcal{L} son:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\vartheta_1}{dr_D} &= -\frac{1}{\beta s}, \quad (si \quad r_D = r_C) \\
 \vartheta_1(r_D, s) &= \vartheta_2(r_D, s), \quad y \quad \frac{d\vartheta_1}{dr_D} = \frac{1}{\beta} \frac{d\vartheta_2}{dr_D}, \quad (si \quad r_D = 1)
 \end{aligned} \tag{314}$$

Las ecuaciones anteriores son ecuaciones diferenciales ordinarias en \mathcal{L} . Sus soluciones son clásicas:

$$\begin{aligned}
 \vartheta_1(r_D, s) &= C_1 \text{Cosh} \left(\sqrt{\frac{s}{\eta_D}} r_D \right) + C_2 \text{Senh} \left(\sqrt{\frac{s}{\eta_D}} r_D \right) \quad \dots (1) \\
 \vartheta_2(r_D, s) &= D_1 I_0(\sqrt{s} r_D) + D_2 K_0(\sqrt{s} r_D) \quad \dots (2)
 \end{aligned} \tag{315}$$

En donde I_0 y K_0 son las funciones de Bessel modificadas de 1ra y 2da especie de orden 0 respectivamente. Dado que la solución debe ser un número finito, entonces la constante D_1 debe ser idénticamente 0, pues la función de Bessel I_0 crece infinitamente cuando r_D crece. Sustituyendo las condiciones dadas por las ecuaciones de, llegamos a la solución final en \mathcal{L} :

$$\varrho_1(r_D, s) = \frac{\sqrt{\eta_D}}{\beta s \sqrt{s}} \times \left[\frac{\sqrt{\eta_D} K_1(\sqrt{s}) \operatorname{Senh} \left(\sqrt{\frac{s}{\eta_D}} (1 - r_D) \right) + \beta K_0(\sqrt{s}) \operatorname{Cosh} \left(\sqrt{\frac{s}{\eta_D}} (1 - r_D) \right)}{\sqrt{\eta_D} K_1(\sqrt{s}) \operatorname{Cosh} \left(\sqrt{\frac{s}{\eta_D}} (1 - r_C) \right) + \beta K_0(\sqrt{s}) \operatorname{Senh} \left(\sqrt{\frac{s}{\eta_D}} (1 - r_C) \right)} \right] \quad \dots (1) \quad (316)$$

$$\varrho_2(r_D, s) = \frac{\sqrt{\eta_D} K_0(\sqrt{s} r_D) (s \sqrt{s})^{-1}}{\sqrt{\eta_D} K_1(\sqrt{s}) \operatorname{Cosh} \left(\sqrt{\frac{s}{\eta_D}} (1 - r_C) \right) + \beta K_0(\sqrt{s}) \operatorname{Senh} \left(\sqrt{\frac{s}{\eta_D}} (1 - r_C) \right)} \quad \dots (2)$$

Finalmente, invirtiendo las funciones anteriores (Abramovitz & Segun, 1972), regresamos al espacio del tiempo adimensional real.

Para la Zona 1:

$$\Delta P_{D1} = A_0^2 \int_0^{\infty} \operatorname{Cos} \left(\frac{r_D - r_C}{\sqrt{\eta_C}} w \right) \cdot \frac{(1 - e^{-w^2 t_D})}{w^3 B_0^2(w)} dw, \quad \text{si } r_C \leq r_D \leq 1 \quad (317)$$

Para la Zona 2:

$$\Delta P_{D2} = A_0 \int_0^{\infty} [Y(w) J_0(w r_D) + J(w) Y_0(w r_D)] \times \frac{(1 - e^{-w^2 t_D})}{w^2 B_0^2(w)} dw, \quad \text{si } r_D > 1 \quad (318)$$

Las funciones auxiliares A_0 , B_0 , J y Y , están dadas en la ecuación (185).

IX.9.4.- Aproximación para Tiempos Pequeños en la Zona 1

Para argumentos pequeños, la función de Bessel $K_n(z)$ se aproxima (*ibid.*) por:

$$K_n(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \cdot \left(1 + \frac{4n^2 - 1}{8z} + \operatorname{Error}(z^{-2}) \right), \quad n = 0, 1. \quad (319)$$

El término $\operatorname{Error}(z^{-2})$ indica que los términos de orden cuadrático en adelante se desprecian debido a que para argumentos z pequeños, la exponencial e^{-z} predomina sobre ellos. Por otra parte, dado que $r_C < 1$ siempre, obtenemos

la siguiente aproximación para ϕ_1 en la ecuación (315):

$$\phi_1(r_D, s) \approx \frac{\sqrt{\eta_D} \cdot e^{-\sqrt{\frac{s}{\eta_D}}(r_D - r_c)}}{\beta s \sqrt{s}} \times \left[1 - \frac{\sqrt{\eta_D} - \beta}{\sqrt{\eta_D} + \beta} \left(\zeta^{-2\sqrt{\frac{s}{\eta_D}}(1-r_D)} + \zeta^{-2\sqrt{\frac{s}{\eta_D}}(1-r_c)} \right) + \dots \right] \quad (320)$$

En la vecindad del pozo, $r_D \approx r_c$, entonces ahí la inversa de Laplace es:

$$\Delta P_{DI} = \mathcal{L}^{-1}[\phi_1(r_D, s)] \approx \frac{2\sqrt{\eta_D} t_D}{\sqrt{\pi} \beta} \times \left[1 - 2 \frac{\sqrt{\eta_D} - \beta}{\sqrt{\eta_D} + \beta} \left(e^{-\frac{(1-r_c)^2}{\eta_D t_D}} \right) + \dots \right] \quad (321)$$

Los términos después del 1, en el paréntesis rectangular, son muy pequeños debido a que t_D es pequeño, por consiguiente e^{-1/t_D} tiende a 0. De esto se deduce la aproximación para tiempos pequeños en la zona I fracturada con flujo lineal:

$$\Delta P_{DI} \approx \frac{2\sqrt{\eta_D} t_D}{\sqrt{\pi} \beta}, \quad \text{si } r_c \approx r_D < 1 \quad (322)$$

Lo cual completa la presentación del modelo. En la sección IX.10 se encuentra el texto del programa FORTRAN-77 escrito para codificar el modelo dado por las ecuaciones anteriores. Con él, se analizaron las pruebas de incremento de presión efectuadas en los pozos H-01 y H-28 de Los Humeros, Pue. Obviamente, el modelo y el programa desarrollado son aplicables a cualquier pozo de doble porosidad que satisfaga las condiciones del modelo.

La sección siguiente contiene algunas de las subrutinas escritas en FORTRAN-77 que conforman las partes analíticas de TRAMER3. Debido a su extensión, no fue posible incluir el listado completo del programa fuente.

IX.10.- Algunos Módulos Analíticos en FORTRAN-77 que Conforman a TRAMER3

```

*****
MODELO COMPUESTO DE DOBLE POROSIDAD CON UNA
SOLUCION LINEAL-RADIAL PARA EL ANALISIS DE PRUEBAS DE
INCREMENTO DE PRESION EN POZOS DEL CAMPO GEOTERMICO *
* DE LOS HUMEROS, PUEBLA. EL PROGRAMA PUEDE USAR
INDISTINTAMENTE LA PRESION DEL YACIMIENTO O LA CARGA
HIDRAULICA EN EL CALCULO DEL INCREMENTO. SOLO *
REQUIERE CAMBIAR LA DEFINICION DE LAS VARIABLES.
*
* ESTE PROGRAMA UTILIZA VARIABLES ADIMENSIONALES
no-CLASICAS Y ESTA FORMADO POR VARIOS MODULOS:
*
* -El primero lee los datos basicos de entrada en variable real.
* -El segundo transforma todas las variables normales a adimensionales.
* -El tercero calcula las soluciones explicitas para esas variables ad.
* -El cuarto resuelve las integrales infinitas para ambas zonas transientes *
*
* REFERENCIAS:
* 1.- Abramowitz y Segun (1972), HANDBOOK OF MATHEMATICAL
FUNCTIONS.
*
* 2.- Cinco Ley Heber. (1985) Notas del Curso de Ingenieria de Yacimientos
* Geotermicos.
*
* Idea Original y programa Desarrollados en Junio de 1999 por :
*
* MARIO CESAR SUAREZ-ARRIAGA. Version 1.0.
* Copyright MARCE @ 99
*****
program LINRAD1
parameter (Na=500)
implicit double precision(A-H,O-Z)
common/dau/d,rD,rw,rf,rc,alfac,beta,RA,aK2,pi2
common/pol/T0,T1,T2 ! Usa Polinomios de Tchebyshev recurrentes
character rs*1
dimension PDI(10),bet(10)
data bet/0.1,0.2,0.5,1.0,2.0,5.0,10.0,20.0,50.0,100.0
pi=3.14159265358979323846 ! Doble precision

```

```

pi2=pi**2
print('20x.a)', 'Calculo Manual de PD(D,rD,beta,alfac) <s.n> ?'
read*.rs
beta=1.0d0
if(rs.eq.'s'.or.rs.eq.'S') call manual
call TIMER (init)
call tit
call system('reloj')
call datos(N) ! leo datos iniciales
open(2,file='linrad0.dat',status='new')
write(2,'(a)') ID'B PDI PD2 PD3 PD4 PDS
&PD6 PD7 PD8 PD9 PD10'
***** I.- ZONA FRACTURADA CON FLUJO LINEAL ALREDEDOR
DEL POZO *****
***** II.- ZONA POROSA CON FLUJO RADIAL ALIMENTANDO A
LA ZONA I *****
CALCULO C.AIDA DE PRESION ADIMENSIONAL PDI(rD,tD,AlfaC,Beta)
PARA FLUJO LINEAL.
CONDICIONES DE FRONTERA EXTERIOR pD1 = pD2 en rD=1.
INTERNAS dPDI/drD=-1/beta
CONDICIONES INICIALES: pD1(rD,0)=pD2(rD,0)=0
ID=0.0d0 ! inicio de prueba en tiempo adimensional nulo
dt=0.01
DO WHILE (tD.lt.100.0) ! calcula para distintos incrementos de tiempo
if(tD.ge.0.1) dt=0.1
if(tD.ge.1.0) dt=1.0
if(tD.ge.20.0) dt=5.0
if(tD.ge.100.0) dt=100.0
tD=tD+dt
print('60x.a.f7.2'),'*****> tD = :tD

```

```

do 1 i=1,10
beta=bet(i)
if(rD.lt.1.0d0) PDI(i)=4.0d0*alfac*tchebi(N,1)*pi2 ! Zona 1
if(rD.gt.1.0d0) PDI(i)=2.0d0*dsqrt(alfac)*tchebi(N,2)*pi ! Zona 2
1 continue
print('40x.a.f7.2.a.e14.7'),'t = :tD; PD = :PDI(1)
write(2,'(f6.2,10f8.3)') ID,(PDI(i),i=1,10)
ENDDDO ! termino todos los tiempos
1001 call TIMER (ifin)
tiempo=REAL(ifin-init)/100.0
print ('6x.a.f7.2.a.6x.a') ,TERMINO CALCULOS DE ANALISIS EN :
&tiempo; segs.; FECHA; y HORA.
call system('reloj')
close(2,status='keep')
stop
end
subroutine manual
implicit double precision(A-H,O-Z)
common/dau/d,rD,rw,rf,rc,alfac,beta,RA,aK2,pi2
character rs*1
beta=0.0d0
call datos(N) ! leo datos iniciales
9 print('10x.a)'); ! Misma beta y misma alfac ? <s.n> ;
read*.rs
if(rs.eq.'s'.or.rs.eq.'S') goto 10
print ('10x.a)'); Coeficiente AlfaC ;
read*.alfac
print ('10x.a)'); Coeficiente beta ;
read*.beta
print ('10x.a)'); Radio adimensional ;
read*.rD
10 print ('10x.a)'); Tiempo adimensional ;

```



```

z=8.0d0/ax
y=z**2
xx=ax-2.556194491
j1=-dsqrt(0.636619772/ax)*(dcos(xx)*(p1-y*(p2+y*(p3-y*(p4+y*
*p5))))+z*d sin(xx)*(q1+y*(q2-y*(q3+y*(q4-y*(q5)))))*DSIGN(1.0d0,x)
endif
return
end

DOUBLE PRECISION FUNCTION Y0(x)
implicit double precision(A-H,O-Z)
REAL*8 J0
DATA p1,p2,p3,p4,p5/1.d0,-.10986286276d-2,.2734510407d-4,
*.2073370639d-5,.2093887211d-6/,q1,q2,q3,q4,q5/-.1562499995d-1,
*.1430488765d-3,-.6911147651d-5,.7621095161d-6,-.934945152d-7/,r1,
&r2,r3,r4,r5,r6,-.2957821389d0,7062834065d0,-.512359803d0,
&10879881.29d0,-86327.92757d0,228.4622733d0/,s1,s2,s3,s4,s5,s6
&140076544269d0,745249964.8d0,7189466.438d0,47447.26470d0,
&226.1030244d0,1.d0/

if(x.lt.8.0d0)then
y=x**2
Y0=(r1+y*(r2-y*(r3+y*(r4-y*(r5+y*(r6)))))/(s1-y*(s2+y*(s3+
*y*(s4+y*(s5+y*(s6+y*s7)))))-.636619772*(j1(x)*dlog(x)-1.0d0/x)
else
z=8.0d0/x
y=z**2
xx=x-2.556194491
Y1=-dsqrt(0.636619772/x)*(d sin(xx)*(p1+y*(p2-y*(p3-y*(p4
&y*p5))))+z*d cos(xx)*(q1-y*(q2-y*(q3-y*(q4-y*(q5))))
endif
return
END

subroutine datos(N)
implicit double precision(A-H,O-Z)
common dat/rD,rD,rw,rf,rc,alfa,beta,R.A,ak2,pi,pi2
character rs*1
call system('cls')

print('a.'): ESTE PROGRAMA CALCULA LA CAIDA DE PRESION
ADIMENS
&IONAL EN POZOS FRAC TURADOS CON DOBLE POROSIDAD'
if(beta.eq.0.0d0) goto 111 ; criterio datos iniciales y calculo manual
print('10x.a'): Profundidad total de los Pozos [m] :
read*,H
print('10x.a'): Presion Inicial en todo el reservorio :
read*,P0
print('10x.a'): Permeabilidad absoluta de la Zona No. 2 :
read*,ak2
print('10x.a'): Flujo de Agua por m3 por s [m3 s] :
read*,Q
111 print('10x.a'): Radio de la Zona No. 1 fracturada :
read*,r1
print('10x.a'): Radio adimensional :
read*,r

DATA r1,r2,r3,r4,r5,r6/-0.4900604943d13,0.1275274390d13,
*.05153438139d11,0.7349264551d9,-0.4237922726d7,0.8511937935d4/,s1
*.2,s3,s4,s5,s6,s7/0.249958057d14,0.4244419664d12,.3733650367d10,
*.0.2245904002d8,0.1020426050d6,0.3549632885d3,1.0d0/

if(x.lt.8.0d0)then
y=x**2
Y1=x*(r1+y*(r2-y*(r3-y*(r4-y*(r5+y*(r6)))))/(s1-y*(s2+y*(s3+
*y*(s4+y*(s5+y*(s6+y*s7)))))-.636619772*(j1(x)*dlog(x)-1.0d0/x)
else
z=8.0d0/x
y=z**2
xx=x-2.556194491
Y1=-dsqrt(0.636619772/x)*(d sin(xx)*(p1+y*(p2-y*(p3-y*(p4
&y*p5))))+z*d cos(xx)*(q1-y*(q2-y*(q3-y*(q4-y*(q5))))
endif
return
END

***** Defino principales variables adimensionales del pb:
RA=dsqrt(alfac)
rw=0.108 ; metros
rc=rw/rf
rD=r/rf
return
end
*****

Subroutine tit
call system('cls')
print('//.A.): *****
print('A.): *****
2 .....*
print ('//A.): ***** Programa LINRAD1 - Desarrollado en Junio de 1999.
3- (Versión-1.0) ***
print ('A.): ***** Para la Simulación del Flujo Compuesto Lineal-Rad
4ial en Pozos Geotérmicos ***
print ('A.): *****
6.....*
print ('A.): ***** MARIO CESAR SUAREZ-ARRI
7AGA **
print ('A.): *****
6.....*
print ('A.): ***** M A R C E Y A S O C I A D O S . S .
7A de C.V. ***
print ('A.): *****
8 .....*
print ('A.): ***** Derechos de Autor Reservados. Copyright
9 (C) MARCE@98 **
print ('A.): *****

```



```

closs(L,status='keep')
99      stop
      end

subroutine tcheq(Y) ! Calcula recurrentemente polinomios de Tchebyshev
implicit double precision (A-H,O-Z)
common/pol/T0,T1,T2
T2=2.*Y*T1-T0
T0=T1
T1=T2
return
end

subroutine F11(s) ! Integral de Avdonin
implicit double precision (A-H,O-Z)
common/T1,T2,a,b,Xd,Zd,Id,Pe,F
data a1,a2,a3,a4,a5/0.254829520d0,-0.2844967360d0,1.4214137410d0,
&-1.4531520270d0,1.0614054290d0/
Y=(Zd/a+b*s*s*dsqrt(td))/2.0d0/dsqrt(1.0d0-s**2)
I=1.0d0/(1.0d0+0.3275911d0*Y)
erfc=(a1*I+a2*I+a3*I**3+a4*I**4-a5*I**5)*Dexp(-Y**Y)
F=Dexp(-Xd/2.0d0/s/dsqrt(td))*Pe*s*dsqrt(td)**2*erfc*s
return
end

*****
SOLUCION RADIAL-VERTICAL-ESFERICA PARA EL ESTUDIO DE LA
CONDUCCION DEL CALOR
* en POZOS GEOTERMICOS. ESTE PROGRAMA ESTA COMPUESTO
POR VARIOS MODULOS:
* El primero resuelve el flujo de calor radial despreciando el radio del pozo.
* El segundo da la solucion del flujo radial para 0 < a < r < b.
* El tercero acopla la solucion anterior para el caso del cilindro finito que
* se encuentra acotado por los planos Z = 0 y Z = H. Todos son transientes.
*
* REFERENCIAS:
* 1.- Abramowitz y Segun (1972). HANDBOOK OF MATHEMATICAL
FUNCTIONS.
* 2.- Carslaw,H.S. & Jaeger,J.C. (1959). CONDUCTION OF HEAT IN
SOLIDS. 2nd Ed. Oxford Clarendon Press G.B. (510 p.)

```

* 3.- Press, W., Flannery, B., Teukolsky, S. & Vetterling, W. (1986).
* NUMERICAL RECIPES IN FORTRAN. Cambridge University Press, New York.

* Idea Original y programa Desarrollados entre Noviembre-98 y Enero-99 por:

* MARIO CESAR SUAREZ ARRIAGA.
Version 3.0 - Copyright MARCE @ 98-99 *

```

program HEATW3
parameter (Nn=500,mr=201,mz=100)
implicit double precision(A-H,O-Z)
real*8 Ko,J0,J1

```

```

logical imp,noroot
common/alfa/imp,noroot,lg
common/Ualf,Tbda,a,b
common raiz, Al(Na)
common vert Tc,Tw,dz,z0,zw,F,Cw
common dat/Ta,Tb,Ti,T0,Ko,Ro,Co,eta,dr,Zf:(10)
character rs*1
DIMENSION Tr(0:mr,mz),Fr(10),Qr(10),Qr(10)
data pi,3.14159265359d0/ ! Alta precision en Pi.

```

```

call tit
call datos(N0,Kt,Nt) ! leo datos iniciales
goto(1,2,2.2,5) Kt
*****
1- CILINDRO INFINITO. FLUJO TRANSIENTE
CALCULO DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS EN LA DIRECCION
RADIAL, BAJO CONDICIONES
* DE FRONTERA EXTERIOR A TEMPERATURA CONSTANTE T(r,t)
T(a,t)=Ta, T(r,0)=f(r) * DONDE t > 0 y 0 < r < a

```

```

1 Ni=Dnint(b/dr)
DO 11 j=1,Nt
10=Qj
do n=0,Nr ! calculo para radios crecientes
r=n*dr

```

Calculo coeficientes. Aí de la serie infinita, para f(r)-Ta = T0 constante

```

S0=0.0 ! Inicializo primera sumatoria transiente ...
NO es el Número de terminos en la serie infinita ...

```

```

do i=1,N0
call alpha (Alfa,i) ! calculo raiz Alfa de J0(-Alfa*b) = 0
Alfa=Alfa/b
Aj=2.0d0*T0/(Alfa*b**J1(Alfa*b))
S0=S0+Aj*J0(Alfa*r)*Dexp(-eta*Alfa*Alfa*10)
enddo ! termino suma "infinita"

```

```

Tr(nj)=Tb+S0
print(a,f5.1,a,f6.2,a,e12.5); r=',r', T=',Tr(nj)', en t=',i
enddo ! termino todos los radios
11 CONTINUE

```

```

do n=0,Nr ! imprimo para radios crecientes
r=n*dr
write(1,(3,1x,f6.1,10(1x,f6.2))) n,r,(Tr(nj),j=1,Nt)
enddo
goto 6

```

***** II- CILINDRO INFINITO HUECO. FLUJO TRANSIENTE
CALCULO DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS EN LA DIRECCION
RADIAL, BAJO CONDICIONES * DE FRONTERA INTERNA Y
EXTERNA A TEMPERATURAS CONSTANTES T(r,t), T(a,t) = Ta.
* T(b,t) = Tb, T(r,0)=F(r), DONDE t > 0 y 0 < a < r < b. EL CALCULO SE
BASEA EN LAS FUNCIONES CILINDRICAS PRODUCTO CRUZADO DE
BESSEL DEFINIDAS POR:

```

* U0(Alfa*r) = J0(Alfa*r)*Y0(Alfa*b) - J0(-Alfa*b)*Y0(Alfa*r)
2 CONTINUE
Ni=Dnint((b-a)/dr)
call Ualpha (N0) ! calculo N0 raices de U0(Alfa*r) = 0
if(Kt.eq.3) goto 3
if(Kt.eq.4) goto 4

```

* II-2- SEGUNDO CASO: La Distribucion Inicial de Temperaturas es
constante e
* igual a Ti en todo el intervalo a < R < b en t=0.
* Solucion diferente a II.1. T(a,t) = Ta(z) y T(b,t) = Tb(z). T(r,z,t)

```

Coeficientes A1 de la serie infinita, para F(r)=T1 constante y u(r) > 0:
3 CONTINUE
DO 22 j=1,N1 ! Avanzo en el tiempo...
  IO=(j)
  do n=0,Nr ! calculo para radios crecientes
    r=a-n*dr
    Tlog=(Ta*Dlog(b r)-Tb*Dlog(ra))/Dlog(b a)
    S1=0.0d0 ! Inicializo primeras sumatorias transientes ...
    S2=0.0d0
    do i=1,N0 ! N0 es el Numero de terminos en la serie infinita ...
      aJ0=J0(A(i)*a)
      bJ0=J0(A(i)*b)
      bY0=Y0(A(i)*b)
      Ext=Exp(-eta*A(i)*A(i)*O)
      A1=(aJ0*bY0)*(T1-(Tb*aJ0-Ta*bJ0))/(aJ0-bJ0)
      A2=aJ0*(T1-(Tb*aJ0-Ta*bJ0)/(aJ0-bJ0))/(aJ0-bJ0)
      if(lg.eq.1) A1=A1*bY0
      S1=S1-A1*U0a(A(i),r)*Ext ! suma para la Temperatura
      if(n.eq..Nr)
        & S2=S2-A1*U1a(A(i),b)*Ext ! suma para el Flujo de Calor
      enddo ! termino sumas "infinitas"
      Tr(n,j)=Tlog+pi*S1
      print(2(a,17,2),3,2(a,e12,5))! r = r, 1 = i(j), 3600.0.
      & j, T = Tr(n,j), S1 = S1
    enddo ! termino todos los radios
    Qr(j)=Ko*(Ta-Tb) b/Dlog(ba) ! porcion estacionaria del flujo
    Qt(j)=-pi*T1*Ko*S2 ! porcion transiente del flujo Q
    Fr(j)=2.d0*pi*b*(Qr(j)+Qt(j)) ! Energia por unidad de longitud
    print(3(a,e12,5))! Qr = ,Qt(j), Qt = ,Qr(j).
    & , Energia = ,Fr(j)
    pause
  22 CONTINUE
  GOTO 25
4 CONTINUE

```

```

* H.3- TERCER CASO: La Distribucion Inicial de Temperaturas no es
constante sino distribuida en forma logaritmica en el intervalo a ~ R ~ b
Coeficientes A1 de la serie infinita, para f(r)=A-B*log(r), y u(r) ~ 0:
5 CONTINUE
Nz=Dhinit(zv dz)
do k=0,Nz
  z=z0+k*dz
  Tz=Tc-(Tw-Tc)*(1.0d0-Exp(-F*Cv*z/Ko))/(1.0d0-Exp(-F*Cv*zv/Ko))
  write(1,111)k,z,Tz
enddo
goto 6
25 do n=0,Nr ! imprimo para radios crecientes
  r=a-n*dr
  write(1,111) n,r,(Tr(n,j),j=1,N1)
enddo
do j=1,N1
  write(1,(a,17,3,3(a,g12,5))) ! i = i(j), Qt = ,Qr(j).
  & , Qt = ,Qr(j), Flujo = ,Fr(j)
enddo
print(a,v) ! Cambio temperaturas en las fronteras, ? ,s,n>:
read(a1),rs
if(rs.eq.'s' or rs.eq.'S') then
  print(10,x,a) ! Temperatura en frontera interior r ~ a Ta :
  read*,Ta
  print(10,x,a) ! Temperatura frontera del Reservorio en b Tb:
  read*,Tb
  print(10,x,a) ! Temperatura Inicial de zona a - r < b Ti :
  read*,Ti
goto 3
endif
6 close(1 status='keep')
close(9 status='keep')
111 format(3,1,x,17,2,10(1,x,17,3))
stop
end

```

```

subroutine alpha(z,i)
implicit double precision(A-H,O-Z)
real*8 J0,J1
logical imp,noroot
common alfa imp,noroot,lg
dimension a(20)
data pi 3.14159265359d0 ! Maxima precision en Pi.
data a 2.4048255577d0,5.5200781103d0,8.6537279129d0,1.17915344391
&d1,1.49309177086d1,1.80710639679d1,2.12116366299d1,2.43524715
308d1,2.74934791320d1,3.06346064684d1,3.37758202136d1,3.6917098
3537d1,4.00584257646d1,4.31997917132d1,4.63411883717d1,4.948260
98974d1,5.26240518411d1,5.57655107550d1,5.89069839261d1,6.20184
691902d1
if(i.le.20) goto 1 ! Asigno raices exactas
z0=z-pi-0.2
z=z0
do while (dabs(J0(z))>.10d-8)
  z=z0-J0(z0)/J'(z0)
  z0=z
enddo
if(imp)
  & print(a,i3,1,x,2(a,1,x,17,6,10))! i = i, z = z, J0 = ,J0(z)
  return
! continue
  z=a+i
  if(imp) then
    print(a,i2,a,f1+1,0)! Raiz No,i: Alfai = ,a(i)
    pause
  endif
  return
end

```

Calcula esta subrutina, la raiz de la función de Bessel producto cruzado *definida por: $U_0(z) = J_0(z) * Y_0(\lambda b * z) - J_0(\lambda b * z) * Y_0(z)$, la cual mediante cambios adecuados de variables equivale a encontrar las raíces de la función * original: $U_0(\alpha a * r) = J_0(\alpha a * r) * Y_0(\alpha a * b) - J_0(\alpha a * b) * Y_0(\alpha a * r)$

```

subroutine U_alpha (N)
parameter(Na=500)
implicit double precision(A-H,O-Z)
logical noroot,imp
common:alf,imp,noroot,lg
common:U,alf,bda,a,b
common raiz,Al(N,a)
dimension dzi(4)
data dzi/1.0d-3,1.0d-2,1.0d-1,2.0d0

open(2,file='roots.alf',status='unknown')
bda=b/a ; defino lambda
if(bda.le.1.0d0) bda=1.01d0
***** z=alfa*a ; defino z a calcular para U(z)=0
        if(bda.gt.100.0) dz=dzi(1)
        if(bda.le.100.0.and.bda.ge.40.0) dz=dzi(2)
        if(bda.lt.040.0.and.bda.ge.03.0) dz=dzi(3)
        if(bda.lt.003.0.and.bda.ge.01.0) dz=dzi(4)
        dz=dzi(1)
        z0=dz
DO 1 i=1,N
a0=z0+dz ; busco cotas iniciales de <a,b>
if(U(a0).gt.0.0d0) then
b0=a0-dz
if(U(b0).lt.0.0d0) goto 3
do while(U(b0).gt.0.0d0)
b0=b0-dz
enddo
goto 3
endif
if(U(a0).le.0.0d0) then
b0=a0-dz
if(U(b0).gt.0.0d0) goto 3
do while(U(b0).le.0.0d0)
b0=b0-dz
enddo
goto 3
endif
3 call dicotom(z0,a0,b0) ; acoto raiz entre <a,b>

```

```

if(imp) then
print(a,f14.8,a,zf12.6): ENCONTRE RAIZ z = z0. a. b = ,a0,b0
endif
z=z0
U00=U(z)
do while (dabs(U00).ge.1.0d-6)
U00=U(z0)
z=z0-U00/U(z0)
z0=z
enddo
Al(i)=z a ; encuentre la i-esima raiz de U(z)
write(2,(f7.2,z,3(a,f16.8)))
&bda, 'zi=',z, 'Alfa=',Al(i), 'U0=',U00
if(imp) then
print(a,f6.2,1,x13.3(a,f12.8)):
& lambda='bda,i',alfa='Al(i)',z='z',U(z)='U(z)
endif
1 CONTINUE ; calculo la siguiente raiz
return
end

```

```

subroutine DICOTOM(x0,a,b)
implicit double precision(A-H,O-Z)
logical noroot,imp
common alf,imp,noroot,lg
common U,alf,bda,a,b1
data epsilon 1.0d-4
noroot=.false.
m=0 ; cuento numero de particiones de <a,b>
x0=(a+b)/2.0
if(U(x0).eq.0.0d0) return
4 m=m+1
if(m.gt.100) then
print('10x,a'):NO ENCONTRE RAIZ. <a,b> MAL DEFINIDO
print('10x,z(a,f14.8)):a = ,a', t = 'b
noroot=.true.
pause
return
endif

```

```

subroutine U0(a),H(0.0d0) then
b=x0
goto 5
endif
if(U0(x0)*U0(b).lt.0.0d0) a=x0
5 x0=(a+b)/2.0
if(dabs(U0(x0)).gt.epsilon) goto 4
return
end

```

Calcula esta subrutina. el valor de la funcion de Bessel producto cruzado *definida por:

$$U_0(\alpha r) = J_0(\alpha r) \cdot Y_0(\alpha r) - J_0(\alpha r) \cdot Y_0(\alpha r)$$

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION U0a(Ai,r)
implicit double precision(A-H,O-Z)
real*8 J0
common/U,alf/bda,a,b
U0a=J0(Ai*r)*Y0(Ai*b)-J0(-Ai*b)*Y0(Ai*r)
return
end

```

Calcula U0(x) la Funcion de Bessel Producto Cruzado

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION U0(r)
implicit double precision(A-H,O-Z)
real*8 J0
common/U,alf/bda,a,b
U0=J0(r)*Y0(bda*r)-J0(bda*r)*Y0(r)
return
end

```

Calcula U1(x) Derivada de la Funcion de Bessel Producto Cruzado

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION U1a(Ai,r)
implicit double precision(A-H,O-Z)
real*8 J0,J1
common/U,alf/bda,a,b
U1a=Ai*J0(Ai*b)*Y1(Ai*r)-J1(Ai*r)*Y0(Ai*b)
return
end

```

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION U1(r)
implicit double precision(A-H,O-Z)
real*8 J0,J1
common/Ualf/bda,a,b
U1=J1(r)*Y0(bda*r)-bda*J0(r)*Y1(bda*r)-bda*J1(bda*r)*Y0(r)+
&J0(bda*r)*Y1(r)
return
end

Calcula J0(x) Funcion de Bessel de Primera Clase de orden 0
DOUBLE PRECISION FUNCTION J0(x)
implicit double precision(A-H,O-Z)
DATA p1,p2,p3,p4,p5/1.d0,-.1098628627d-2,.2734510407d-4,
*.2073370639d-5,.2093887211d-6/, q1,q2,q3,q4,q5/-.1562499995d-1,
*.1430488765d-3,-.6911147651d-5,.7621095161d-6,-.934945152d-7/,
*r1,r2,r3,r4,r5,r6/.57568490574d0,-.13362590354d0,.6516196407d0,
*.1121442418d0,.77392.33017d0,-.184.9052456d0/.s1,s2,s3,s4,s5,s6/
*.57568490411.d0,.1029532985.d0,.9494680.718d0,.59272.64853d0,
*.267.8532712d0.1.d0/
if(dabs(x).lt.8.)then
y=x**2
J0=(r1-y*(r2+y*(r3-y*(r4+y*(r5+y*r6))))*(s1+y*(s2-y*(s3+y*(
&s5-y*s6))))
else
ax=dabs(x)
z=8.0d0/ax
y=z**2
xx=ax-.785398164
J0=dsqrt(.636619772/ax)*(dcos(xx)*(p1+y*(p2-y*(p3-y*(p4-y*p5))))+
&z*dsin(xx)*(q1-y*(q2+y*(q3+y*(q4+y*q5))))
endif
return
end

Calcula J1(x) Funcion de Bessel de Primera Clase de orden 1
DOUBLE PRECISION FUNCTION J1(x)
implicit double precision(A-H,O-Z)
DATA p1,p2,p3,p4,p5/1.0d0,.183105d-2,-.0.3516396496d-4,
*.2457520174d-5,-.240337019d-6/, q1,q2,q3,q4,q5/0.04687499995d0,
*.0.2002690873d-3,-.0.8449199096d-5,-.0.88228987d-6,-.0.105787412d-6/
DATA r1,r2,r3,r4,r5,r6,-.0.4900604943d13,.0.1275274390d13,
*.0.5153438139d11.0.7349264551d9,-.0.4237922726d7,0.8511937935d4/.s1
*.s2,s3,s4,s5,s6,s7/0.2499580570d14,0.4244419666d12,-.3733650367d10,
*.0.2245904002d8,0.1020426050d6,0.3549632885d3.1.0d0/
if(x.lt.8.0d0)then
y=x**2
Y1=x*(r1+y*(r2+y*(r3-y*(r4+y*(r5+y*r6))))*(s1+y*(s2+y*(s3+
*y*(s4-y*(s5+y*(s6+y*s7)))))+.636619772*(J1(x)*dlog(x)-1.0d0/x)
else
z=8.0d0/x
y=z**2
xx=x-2.356194491
Y1=dsqrt(.636619772/x)*(dsin(xx)*(p1+y*(p2-y*(p3-y*(p4
&-y*p5))))+z*dcos(xx)*(q1+y*(q2+y*(q3-y*(q4+y*q5))))
endif
return
END

subroutine datos(N0,kl,N1)
implicit double precision(A-H,O-Z)
real*8 Ko
character rs*1,ipof(5)*25,arch*10
logical imp,noroot
common/alfa/imp,noroot,lg
common/Ualf/bda,a,b
common/vert/Tc,Tw,dz,z0,zw,F,Cw
common/dat/Ta,Tb,Ti,T0,Ko,Ro,Co,eta,dr,Zfi(10)

```

```

data tipo*/1) FLUJO RADIAL 0 < R < a*/2) RADIAL a < R < b Ta= Tb'
3) a<R<b, Ta < Tb, Ti etc*/4) a< R < b, &Ti logaritmo*/5)
RADIAL-VERTICAL Z > 0.7
print(/9x.a) 'Muestro iteraciones del calculo F(z)=0 ? <s,n>:'
read*, rs
if(rs.eq.'s'.or.rs.eq.'S') imp= true.
lg=0
call system('cls')
print(/a./5/(9x.a25)) ' ESTE PROGRAMA CALCULA EL FLUJO DE
CALOR EN POZOS PARA LAS CONDICIONES: (tipo(i),i=1,5)
print(/10x.a) 'Introduzca tipo de Flujo a Calcular:'
read*, k1
if(k1.eq.5) then
arch='cilz.dat'
else
arch='cilor.dat'
endif
open(1,file=arch,status='new')
open(9,file='heat3.dat',status='unknown')
print(/9x.a) 'Cree un Archivo de Datos Nuevo ? <s,n>:'
read*, rs
print(/a) ' '
if(rs.eq.'n'.or.rs.eq.'N') goto 4
goto (1,2,2,3) k1
3 print(/10x.a) ' Profundidad total del Pozo [m] : '
read*, zw
print(/10x.a) ' Temperatura a fondo del Pozo Tw [°C] : '
read*, Tw
print(/10x.a) ' Temperatura en cabezal del Pozo Tc [°C] : '
read*, Tc
if(k1.eq.5) goto 11
2 print(/10x.a) ' Temperatura en frontera interior r < a Ta : '
read*, Ta
1 print(/10x.a) ' Temperatura frontera del Reservorio en b Tb : '
read*, Tb
print(/10x.a) ' Temperatura Inicial de zona a < r < b Ti : '
read*, Ti
print(/10x.a) ' Profundidad para calcular flujo radial : '
read*, Zf
print(/10x.a) ' Calculo U0 con A1*Y0(r) ? <s,n> : '
read*, rs
if(rs.eq.'s'.or.rs.eq.'S') lg=1
if(k1.ge.2) then
print(/10x.a) ' Radio Interior a < R , a considerar : '
read*, a
endif
print(/10x.a) ' Radio Exterior R < b a considerar : '
read*, b
print(/10x.a) ' Tamaño del espaciamiento radial : '
read*, dr
1 1 print(/10x.a) ' Tamaño del espaciamiento vertical : '
read*, dz
print(/10x.a) ' Conductividad Termica Roca [W/m/°C] : '
read*, ko
print(/10x.a) ' Densidad Total de la Roca [kg/m3] : '
read*, Ro
print(/10x.a) ' Calor Especifico de la Roca [J/kg/°C] : '
read*, Co
print(/10x.a) ' Calor Especifico del Agua [J/kg/°C] : '
read*, Cw
print(/10x.a) ' Mw Flujo de Agua por m2 por s [kg/m2/s] : '
read*, F
print(/10x.a) ' Numero de terminos en serie infinita : '
read*, N0
print(/10x.a) ' Numero de tiempos a simular (< 10) : '
read*, Ni
do i=1,Ni
print(/50x.a,12.a) 'Tiempo No. ',i,(s) : '
read*, ti(i)
enddo
write(9,5) Tc,Tw,Ta,Tb,Ti,F,ko,Co,Cw,zw,a,b,dr,dz,Zf,N0,Ni,lg
&(ti),i=1,10)
goto 44
4 read(9,5) Tc,Tw,Ta,Tb,Ti,F,ko,Co,Cw,zw,a,b,dr,dz,Zf,N0,Ni,lg
&(ti),i=1,10)
44 eta=ko/Ro/Co
T0=Ti-Tb
z0=0.0d0
if(lg.eq.1) noroot= true.
5 format(5(6.2,1x),e8.2,4(8.2,1x),6(8.2,1x),3i4,10(e10.5))
return
end

```

IX.11.- El Programa CREAM3 y la Subrutina AQUA0 en FORTRAN-77 que Conforman a TRAMER3

 CREAM3 ES UN PROGRAMA FORTRAN-77 QUE CREA EL ARCHIVO DE DATOS REQUERIDO POR EL CODIGO FORTRAN TRAMER3. El programa principal interactúa con el usuario directamente, leyendo información interactivamente en la pantalla. La pide secuencialmente al usuario detalladamente por cada elemento. Al terminar la captura de datos, CREAM3 escribe un archivo electrónico, definido por el usuario, conteniendo toda la información necesaria en formato compatible, lista para ser usada por TRAMER3 en la Simulación y solución del Problema. *
 * CREAM3 esta formado por varias Subrutinas:
 * El programa principal lee datos tal y como los proporciona el usuario, abre archivos, formatea y controla el proceso de creación de la malla. MXYZG3 crea la malla porosa y/o fracturada en 1, 2 o 3 dimensiones. Construye varios archivos (ELEM, CONNE, MALLA, AUXLA, AUXIB...) con la información pertinente representando al reservorio. POZOR3 hace la discretización fina de los elementos productores que tienen extracción/reinyección de masa o de calor en geometría radial y los deja listos para ser procesados por el simulador de pozo integrado en TRAMER3. La subrutina externa FALK.for se usa para interpolar parámetros que sean necesarios en base a la Teoría de Funciones Aleatorias Intrinsicas de Orden k. (Matheron, 1970). El subprograma TCHEBY3 interpola parámetros estacionarios en una base de polinomios de Tchebyshev de cualquier orden.

```

common/cordx(0:ne),y(0:ne),z(0:ne),sf(0:ne),yf(0:ne),zf(0:ne)
dimension c(m),yc(m),zc(m),v(m),No(m),Nv(m),P(m),T(m),F(
MM),IK(MC),DI(MC),D2(MC),S(MC),Cs(MC),NeI(MC),Ns2(MC),iv(8),
rk(5)
dimension ikx(m),iky(m),ikz(m),ikr(m),ikr(m),imo(m),iv(m),
&cid(m),ihf(m),ipr(m),alfa(8),Rw(NR)
CHARACTER*5 BLE(m),EL(m),E1(m),E2(m),EP,Pz,Ty
character rp*1,sp*1,ma*2,arc*12,roca*5,label(6)*5,coment*75,E12*10
data label/'GLOBA',ROCAS:'VOLUM','TINTER','PRODU','FINDAV/
data BL' /
call TTTI
call TIMER (init)
call itera(15000)
print(/5x,a/).
& 'Creo Archivo Nuevo <N> o Modifico uno Viejo <V>.'
read '(a)'.rp
if(rp.eq.'n'.or rp.eq.'N') goto 1000
print(/6x,a/)'Archivo Existente con Datos de la Malla <a12>.'
read '(a12)',ARC
open(1,file=ARC,status='unknown')
print(/8x,a.5(a5.2x),a/)'Modifico Cual Bloque:'.
& (label(L),L=1,5):'.
read(a5),roca
close(1) ! call LECTOR (futura mejora 22/08/98)
continue
1000 print(/6x,a/).
& 'ARCHIVO NUEVO para escribir Datos de esta Malla <a12>.'
read '(a12)',ARC
open(1,file=ARC,status='new')
call system('cls')
***** CONDICIONES GLOBALES DEL RESERVORIO PI, Ti o Hi
print(/11x,10(1H*),a.10(1H*)).
& 'CONDICIONES GLOBALES DEL RESERVORIO '
print(/6x,3(1H*),1x,a17,label(1)'/L-PARAMETROS'

```

 Idea Original y Desarrollo de MARIO CESAR SUAREZ ARRIAGA
 ----- Copyright @ 1997, 1998, 1999, 2000 ----- *
 PROGRAM CREAM3
 PARAMETER(NM=25,ME=1000,MC=5000,ne=15*10*10,NR=21)
 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
 real*8 K,KKY,KZ,Kr
 common arch,ARC
 common ipoz,'nd,inc,NRAD,NLOG,NSKIP,NELENT,NLAY',ny
 common pozo 'yp(NR),A(NR),D(NR),RC(NR),RLOG,DR,H(NR)
 common simu DI(NR),TL(NR),Ru(NR),Gm,PF,HF

```

common/cordx(0:ne),y(0:ne),z(0:ne),sf(0:ne),yf(0:ne),zf(0:ne)
dimension c(m),yc(m),zc(m),v(m),No(m),Nv(m),P(m),T(m),F(
MM),IK(MC),DI(MC),D2(MC),S(MC),Cs(MC),NeI(MC),Ns2(MC),iv(8),
rk(5)
dimension ikx(m),iky(m),ikz(m),ikr(m),ikr(m),imo(m),iv(m),
&cid(m),ihf(m),ipr(m),alfa(8),Rw(NR)
CHARACTER*5 BLE(m),EL(m),E1(m),E2(m),EP,Pz,Ty
character rp*1,sp*1,ma*2,arc*12,roca*5,label(6)*5,coment*75,E12*10
data label/'GLOBA',ROCAS:'VOLUM','TINTER','PRODU','FINDAV/
data BL' /
call TTTI
call TIMER (init)
call itera(15000)
print(/5x,a/).
& 'Creo Archivo Nuevo <N> o Modifico uno Viejo <V>.'
read '(a)'.rp
if(rp.eq.'n'.or rp.eq.'N') goto 1000
print(/6x,a/)'Archivo Existente con Datos de la Malla <a12>.'
read '(a12)',ARC
open(1,file=ARC,status='unknown')
print(/8x,a.5(a5.2x),a/)'Modifico Cual Bloque:'.
& (label(L),L=1,5):'.
read(a5),roca
close(1) ! call LECTOR (futura mejora 22/08/98)
continue
1000 print(/6x,a/).
& 'ARCHIVO NUEVO para escribir Datos de esta Malla <a12>.'
read '(a12)',ARC
open(1,file=ARC,status='new')
call system('cls')
***** CONDICIONES GLOBALES DEL RESERVORIO PI, Ti o Hi
print(/11x,10(1H*),a.10(1H*)).
& 'CONDICIONES GLOBALES DEL RESERVORIO '
print(/6x,3(1H*),1x,a17,label(1)'/L-PARAMETROS'

```



```

print('1.2.x.5(1H*).a.a.5): ROCA TIPO - ',roca
endif
goto 101
endif
if(ip.eq.2) then
print('5.x.a.i2.a): Funcion No. :iP.: Requiere 1 Exponente de
& Pickens:
read*, rk(1)
goto 101
endif
if(ip.eq.3) then
print('4.x.a.i2.a): Funcion No. :iP.: Requiere 4 Coeficientes
& de las dos Rectas:
read*, rk(1),rk(2),rk(3),rk(4)
goto 101
endif
if(ip.eq.4) then
print('3.x.a.i2.a): Funcion No. :iP.: Requiere 1 Parametro de
& Fatt & Klikoff:
read*, rk(1)
goto 101
endif
if(ip.eq.5 or ip.eq.6) then
if(ip.eq.5) print('3.x.a.i2.a): Funcion No. :iP.: Curvas de Corey
& (predeterminado: Sfr = 0.3. Srv = 0.05)
if(ip.eq.6) print('3.x.a.i2.a): Funcion No. :iP.: Curvas de Grant
& (predeterminado: Sfr = 0.3. Srv = 0.05)
rk(1)=0.30
rk(2)=0.05
goto 101
endif
if(ip.eq.7) then
print('2.x.a.i2.a): Funcion No. :iP.: Requiere 3 Parametros de
& Van Genuchten:
read*, rk(1),rk(2),rk(3)
goto 101
endif
print('1.2.x.5(1H*).a.a.5): ROCA TIPO - ',roca
WRITE*( '(6.x.AV) PROMEDIO-tipo EN MOVILIDADES krf muf <*>:
READ*, imo(n)
if(imo(n).eq.6) alfa(4)=2.0d0/3.0d0
WRITE*( '(6.x.AV) PROMEDIO-tipo EN VISCOSIDADES muf <*>:
READ*, ivf(n)
if(ivf(n).eq.6) alfa(5)=2.0d0/3.0d0
WRITE*( '(6.x.AV) PROMEDIO-tipo EN DENSIDADES DI. Dv <*>:
READ*, idf(n)
if(idf(n).eq.6) alfa(6)=2.0d0/3.0d0
WRITE*( '(6.x.AV) PROMEDIO-tipo EN ENTALPIAS HI. Hv <*>:
READ*, ihf(n)
if(ihf(n).eq.6) alfa(7)=2.0d0/3.0d0
PRINT('6.x.AV) PROMEDIO-tipo EN CONDUCTIVIDAD TERMICA
<*>:
READ*, ikt(n)
if(ikt(n).eq.6) alfa(8)=2.0d0/3.0d0
PRINT('5(1H*).3(4.x.a.0): PERMEABILIDADES RELATIVAS
DISPONIBLES:
1)- MOVILP 2)- PICKENS 3)- LINEAL 4)- FATT & KLIKOFF 5)-
CO
2REY)- GRANT 7)- SANDIA 8)- VERMA 9)- STANFORDI
10)-
3 STANFORD2
PRINT('2.x.a.i):
& INTRODUCZA No. de FUNCION de PERMEABILIDADES
RELATIVAS a usar:
READ*, iP
ipr(n)=iP
if(ip.eq.1) then
print('3.x.a.i1.a): Funcion No. :iP.: No Requiere Parametros.
& ambas fases son perfectamente móviles.

```

```

RESERVORIO
PRINT(////3x.5(1H*).a.5(1H*)): POZOS PRODUCTORES O
INYECTORE
&S DE MASA O DE CALOR
write(1,(a22)) label(5)/CCION E INYECCION
104 print(2x.5(1H*).1.x.a22).label(5)/CCION E INYECCION
print(7x.a.): No. de Pozos P 1 <i2>:
read (i2).NP
print(7x.a.i3.a):EL No. DE POZOS P 1 A INCLUIRSE ES .NP.
& ¿ correcto ? <s.n>:
read (a 1).rp
if(rp.eq.'n'.or rp.eq.'N') goto 104
if(NP.le.0) goto 300
DO 19 n=1,NP
190 print(7x.a.i2.a):Nombre del Elemento P 1 No. n. <a5>:
read (a5).EP
DO j=1,ME
IF(EP.eq.EL(j)) then
  ny=No(j)
  goto 191
endif
ENDDO
print( 7x.a.5.a).EP. NO ESTA DEFINIDO. LO CONSIDERO EN LA
EVOLU
&CION ? <s.n>:
read(a 1).rp
if(rp.eq.'s'.or rp.eq.'S') goto 190
print(6x.a.a.5.a).IGNORO .EP. COMO ELEMENTO DE
ENTRACCION/IN
&YECCION
goto 19
191 print(7x.a.): Nombre del Pozo P 1 <a5>:
read (a5).Pz
print(7x.a.):
read (a1).Ty
print(7x.a.): DISCRETILZO ESTE POZO ? <s.n>:
call system('cls')

***** REORDENO ahora la lista de elementos creada por MNYZG3
n=1
4 read(7,(a5.10x.a.5.E10.4)) EL(n).roca.V(n)
if(EL(n).eq.BL) goto 7
j=0
j=j+1
if(EL(n).eq.E(j)) then
  NV(n)=j ! ordeno segun j
  goto 6
endif
if(j.lt.NEL) goto 5
6 n=n-1
goto 4
7 NEE=n-1
if(NEE.ne.NEL) print(1x.2(a.i2)):ATENCCION, No. DE ELEMENTOS
DIF
&ERENTE EN MALLA (.NEL.) Y EN ELEME -->:NEE
***** POZOS PRODUCTORES O INYECTORES DE MASA O DE
CALOR *****
call system('cls')

RESERVORIO
read*.rp
if(rp.eq.'n'.or rp.eq.'N') goto 18
IP=1
call POZOR3(EP)
goto 19
18 print(7x.a.): Gasto del Pozo P 1/C <*>:
read*.Qt
if(Ty.eq.'T') then
print(7x.a.): Entalpia de Inyeccion <kJ/kg. *>:
read*.Hy
endif
IP=1
write(1,(a1.i3.1x.a.5.1x.a.5.2x.a.1.i4.2(1x.e10.4)))
&P'.ny.EP.Pz.Ty.IP.Qt.Hy
19 CONTINUE
print (14x.a.):ES CORRECTA TODA ESTA INFORMACION ? <s.n>:
read (a 1).rp
call system('cls')
if(rp.eq.'n'.or rp.eq.'N') goto 104
***** ESCRIBE PROPIEDADES DE LOS ELEMENTOS DEL
RESERVORIO *****
300 call system('cls')
PRINT(////3x.5(1H*).a.5(1H*)).ESCRIBO PROPIEDADES DE LOS
ELE
&MENTOS DEL RESERVORIO
write(1,(a24)) label(3)/ENES DEL RESERVORIO
print(2x.5(1H*).1.x.a24).label(3)/ENES DEL RESERVORIO
print(7x.a.):Roca homogenea en todo el reservorio <s.n>:
read(a 1).rp
if(rp.eq.'s'.or rp.eq.'S') NM=1
print(7x.a.):P-T-H homogeneas en todo el reservorio <s.n>:
read(a 1).rp
if(rp.eq.'n'.or rp.eq.'N') io=-33
do 8 n=1,NEL

```



```

if(abc(j).eq.'B'.and(i.ge.2.and(i.lt.nfx).front = FALSE.
if(k.eq.1.and.front) write(8.1112) 'ATM01'.abc(k).abc(j).i.ixyz(3)
&.1.e-10.d3(1).axy.beta
if(i.lt.nfx.and.front)
xwrite(8.111) abc(k).abc(j).i.abc(k).abc(j).i.ixyz(1).d1(1).d1(2).
xaxz
if(i.lt.nfx.and.front)
xwrite(8.111) abc(k).abc(j).i.abc(k).abc(j).i.ixyz(2).d2(1).d2(2).
xaxz
if(k.lt.nfx.and.front)
xwrite(8.111) abc(k).abc(j).i.abc(k-1).abc(j).i.ixyz(3).d3(1).d3(2).
xaxy.beta
if(k1.eq.nfx.and.front) write(8.112) abc(k1).abc(j).i.'OUT11'
&.ixyz(3).d3(2).500..axy.beta
if(i.eq.1.or.i.eq.nfx).and.j.gt.1.and.j.lt.nfy) then
mf=mf+1
Ef=Fm/abc(k)/abc(j)/s/char(i+48)
write(11.1(a5.i4)) Ef,mf
endif
if(abc(j).eq.'A'.or.abc(j).eq.abc(nfy)) and.i.gt.1.and.i.lt.nfx)
&
write(11.1(a5.i4)) Ef,mf
endif
120 CONTINUE
110 format(1HF.2A1.12.10X.A5.E10.4)
111 format(2(1HF.2A1.12).19X.11.4E10.4)
112 format(1HF.2A1.12.a5.19X.11.4E10.4)
1112 format(a5.1HF.2A1.12.19X.11.4E10.4)
Ni=(nx+1)*(ny+1)*(nz+1)
Nf=(nfx+1)*(nfy+1)*(nfz+1)
write(9.1(3(a.13)))
& ' Puntos en Frontera = ',Nf; Centros 1. en Frontera = ',Nfc
& ' Fronteras Conectadas=',mf
write(10.1(2(a.13)))
& ' Puntos en Malla = ',N; Centros de Inercia = ',Nc

```

```

do 1110 i=0.Ni-1
if(i.lt.Nf) write(9.1(3.3f10.2)) i.xf(i).yf(i).zf(i)
write(10.1(3.3f10.2)) i.x(i).y(i).z(i)
1110 continue
DO 2220 L=9.12
WRITE(L.1(A5)) BL ! línea en blanco para lectura
close(L,status='keep') ! Cierro archivos de escritura
2220
open(9,file='FRONT'.status='old')
open(10,file='MALLA'.status='old')
open(11,file='AUXLA'.status='old') ! ReAbro archivos para lectura
open(12,file='AUXIB'.status='old')
read(10,(a5)) Ef
*****
write(8.1(a)) ' ***** CONEXIONES CON LAS FRONTERAS
*****
print(9,x.a) '***** LEO ELEMENTOS FRONTERA .....
*
--> ALGORITMO MARCE-4
read(9,(a5)) Ef
do 198 i=1.Nfc ! Recorro fronteras y calculo distancias euclidianas
if(i)
read(9,(2a1.i2)) Fn.b.i
if(b.eq.abc(1)) then
xy='S'
print(11,x.a) ' Frontera Sur --> '
goto 097
endif
if(b.eq.abc(nfy)) then
xy='N'
print(11,x.a) ' Frontera Norte --> '
goto 097
endif
if(ii.eq.1) then
xy='W'
print(11,x.a) ' Frontera Oeste --> '
goto 097
endif
if(ii.eq.nfx) then
xy='E'
print(11,x.a) ' Frontera Este --> '
endif

```

```

xy='E'
print(11,x.a) ' Frontera Este --> '
endif
097 rewind(11)
front=.false.
do 098 j=1.mf
read(11,(a5)) Ef
IF(F(i).eq.E) THEN ! Bucle principal ...
if(xy.eq.'E'.or.xy.eq.'W') ik=1
if(xy.eq.'N'.or.xy.eq.'S') ik=2
if(xy.eq.'E'.or.xy.eq.'N') sig=-1.0
if(xy.eq.'W'.or.xy.eq.'S') sig=+1.0
print(2x.a.a5.a) 'No. de elementos conectados con ',F(i) :
read*(i2)) iy
if(iy.eq.0) goto 098
do 30 l=1.iy
666 print(5x.a.i2.a) 'elemento conectado (.1.) : '
read*(a5)) El
if(El.eq.' ') then
print(9,x.a) ' TERMINO CALCULOS SIN COMPLETAR ARCHIVO
!!
777 print(34x.a.a5.a) '
& '... NO HAY TAL elemento... 'El, ' CORREGIR ! '
rewind(10)
rewind(12) ! if an End of File is found
goto 666
888 do while (El.ne.El)
read(12,(a5.2x.i1).END=777) Ef,ikf
enddo
if(ikf.ne.ik) then
Ef='conex'
goto 888
endif
backspace(12)
read(12,(a5.2x.i1.2e10.4).END=777) Ef,ikf,Df,Af

```

Flujo de Fluidos No Isotérmicos en Reservorios Fracturados con Porosidad y Permeabilidad Múltiples

```

rewind(12)
do while (En.ne.EI)
  read(10,(a5).END=777) En
  enddo
  if(En.eq.EI) then
    backspace(10)
    read(10,(a5,i5.3F8.1)) En,n,x(n),y(n),z(n)
    else
      print(9x.a) 'NO ENCONTRE ELEMENTO CONECTADO !!'
      ENDIF
      rewind(10)
      call euclide (dS,i,n,ikf, sig)
      write(8,211) F(i),En,ikf,dS,Df,AF
      read(10,(a5)) Ef
30 continue
  front=.true.
  if(from) goto 198
098 continue
198 continue
211 format(2a5,19x,i1.3E10.4)

113 do 114 L=7,10
114 WRITE(L,(A5)) BL
  do 115 k=5,12
115 close(k,status='keep')

RETURN
END

CALCULO DISTANCIAS EUCLIDIANAS ENTRE BLOQUES
FRONTERA Y ELEMENTOS FRONTERIZOS ...

subroutine euclide (dS,i,n,ikf, sig)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  parameter(ne=15*10*10)
  character En*5,xy*1
  common/dist/vc(nc),yc(nc),z(nc),xf(nc),yf(nc),zf(nc),Df,xy,En
  print(1X,a5,i4,i3.6F7.1,a,F7.1,i,x,i1),En,n,i,x(n),y(n),z(n)
&x,xf(i),yf(i),zf(i),Df=.Df,ikf
  if(xy.eq.'S'.or.xy.eq.'N')
    & ds = dsqrt((xf(i)-xc(n))**2+(yf(i)-yc(n)-sig*Df)**2-(zf(i)-
    & zc(n))**2)
    if(xy.eq.'W'.or.xy.eq.'E')
    & ds = dsqrt((xf(i)-xc(n)-sig*Df)**2+(yf(i)-yc(n))**2+(zf(i)-
    & zc(n))**2)
    PRINT '(a,f7.2)': ds= ,ds
    return
  end
*****
*****ESTE SUBPROGRAMA GENERA UN REFINAMIENTO
RADIAL-VERTICAL PARA CADA UNO
* DE LOS ELEMENTOS PRODUCTORES(VECTORES DEFINIDOS EN
LA MALLA ORIGINAL DEL
* PROBLEMA DE SIMULACION. AL MISMO TIEMPO CONECTA LOS
ELEMENTOS EXTERNOS DEL
* POZO DE LA MALLA RADIAL CON LAS INTERFACES INTERNAS
CARTESIANAS DE Vn, LOS
* ARCHIVOS RESULTANTES SON: MESHR Y PRODI.
*****
*****
SUBROUTINE POZOR3(pozo)
  PARAMETER(NR=21)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  common/arch/ARC
  common/ipoz/vp(NR),A(NR),D(NR),RC(NR),RLOG,DR,H(NR)
  common/simu/Di(NR),TL(NR),Ru(NR),Gm,PF,HF
  character ARC*12,pozo*5,EP*5,PZ*5,TY*1,RP*1
  open(2,file='GPOZO')
  open(4,file='POZOS')
  190 print(/10x.a) 'Gasto Total de Mezcla <kg s.>:'
  read* ,Gm

```

```

read* RLOG
prim('5x.a'): Incremento Radial Inicial (DR en m):
read* DR
print('5x.a'): Numero de Estratos Productores del Pozo:
read* NLAY
print('5x.a'): Espesores sucesivos de esos Estratos:
read*(H(i),i=1,NLAY)

print('5x.a'): SON CORRECTOS ESTOS DATOS ? <sp>:
read (a) rp
if(rp.eq.'n'.or.'p'.sq.'n') goto 106

CALL RZ2D(pozo)
CALL WRZ2D(2) ! Genera la Malla-Pozos ordenada en Estratos

close(2)
close(4,status='keep')
open(4,file='POZOS,status=old') ! reabro POZOS para lectura

RETURN
END

SUBROUTINE RZ2D(pozo)
PARAMETER(NR=21)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
common /ipoz /nd,inc,nrad,nlog,nskip,nelemt,nlay,ny
common /pozo /p(nr),a(nr),d(nr),rc(nr),rlog,dr,h(nr)
common /simu /di(nr),tl(nr),ru(nr),gm,pt,hf
character*5 pozo
DATA pi/3.1415926535D0/

S(X)=X*(X**NLOG-1.0D0)/(X-1.0D0)

NRADC=0 ! Inicializa datos enteros del pozo
NLOGC=0
NINT=0
NEQUC=0
NINT=NINT+NRAD ! Datos para generar INTERFACES con distancias
NRADC=NRADC+NRAD ! de incremento quasi - Logaritmico
NLOGC=NLOGC+NLOG

```

```

IF(DR.EQ.0.D0) DR=RC(NINT)/RC(NINT-1)
IN=0
AM1=(RLOG-RC(NINT)) DR ! Calculo factor apropiado para
AN=FLOAT(NLOG) ! incrementar las distancias radiales
XM=AM/AN
IF(XM.EQ.1.D0) GOTO 40
IF(AM.GT.AN) THEN
NL=1.D0
NR=(AM-1.0D0)**(1.0D0/AN)
NR=MIN(NR,NM)
ELSE
NL=AM/(AM-1.0D0)
NL=MAX(NL,NM)
NR=1.0D0
ENDIF
41 XM=0.5D0*(NL+NR)
IF(XR.GT.2.0D0*NL),NM=DSQR(XL*NR) ! Factor de Incremento
SMID=S(XM) ! por biseccion iterativa
IN=IN+1
IF(IN.GE.1000) GOTO 43
IF(XR.NL.LE.NL*1.0D-10) GOTO 40
IF(SMID.LE.AM) NL=NM
IF(SMID.GE.AM) NR=NM
GOTO 41
40 RAT=NM
WRITE(2,(2x,a,fi2.8,a,fi3)) ! Halló Factor de INCREMENTO =RAT.
& en IN ITERACIONES
DO 223 I=1,NLOG
DR=DR*RAT
RC(NINT+I)=RC(NINT-1)-DR
223 continue
print('a,16e10.4'): RC=-(RC(i),i=1,NLOG)
NINT=NINT+NLOG

```

```

Y CALCULO SOBRE C U
DO 219 I=2,NLAY
IF(H(I).EQ.0.D0) H(I)=H(I-1)
219 IF(H(I).LT.0.D0) H(I)=0.0D0
IF(H(I).LT.0.D0) H(I)=0.0D0
NELEMT=NINT-1 ! Asigno todos los datos geometricos
DO 15 I=1,NELEMT ! a un estrato de espesor unitario (m)
A(I)=2.0D0*pi*RC(I-1)
D(I)=(RC(I-1)-RC(I))/2.0D0
Vp(I)=pi*(RC(I-1)-RC(I))*(RC(I-1)+RC(I))
15 continue
*===== IMPRIMO LA GEOMETRIA RADIAL DEL POZO
WRITE(2,19)
19 FORMAT('***** M E S H G E O M E T R Y *****2x,
N VOLUMEN Y AREA SON DATOS PARA I ALTURA = 1 METRO')
N'ELEM REL RCON D V
N' A'
DO 17 I=1,NELEMT
REL=RC(I-1)/D(I)
17 WRITE(2,18) I,REL,RC(I-1),D(I),Vp(I)
18 FORMAT('14.5(CX,E12.5))
REWIND 4
WRITE(2,20)
20 FORMAT(' ESCRIBO ARCHIVO *MESH* CON LOS DATOS')
WRITE(2,20)
WRITE(2,20)
3 FORMAT(ELEMENTOS DEL POZO-->:2,1x,a5,4f5,F10.5,F10.3)
RETURN
43 CONTINUE
WRITE(2,42) IN,XL,NR,NM,SMID,AM
42 FORMAT(' EN ITERACION',I3, ' NL=',E20.14, ' NR=',
.E20.14, ' XM=',E12.6, ' SMID=',E12.6, ' AM=',E12.6)
WRITE(2,44)

```

```

44 FORMAT(' LA CONVERGENCIA FALLO EN SUBROUTINA RZZD.
N° DETENER EJECUCION')
STOP
END
SUBROUTINE WRZZD(K)
PARAMETER(NR=21)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
CHARACTER NA(35)*1,NII*1,NIII*1,NOV*1,NOV1*1
DATA NA/1:2,3,4,5,6,7,8,9,
X'A',B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L,M,
X'N',O,P,Q,R,S,T,U,V,W,X,Y,Z/
common /ipoz/ Vp(NR),A(NR),D(NR),RC(NR),RLOG,DR,H(NR)
common /simu/ Di(NR),TL(NR),Ru(NR),Gm,PHF
NSKIP1=1
NSKIP2=2
NII=' '
NIII=' '
IF(K.EQ.2) GOTO 1
1 CONTINUE
Zl=H(1)/2.D0 ! Genero la Malla por estratos horizontales
DO 3 J=1,NLAY
MJ=MOD(J-1,35)-1
NOV=NA((J-1)/35+10)

```

* NOV va de A, B, C, ... para el 1ro, 2do, 3ro, ... Y hasta 35 estratos
 * (en general esto sera innecesario para discretizar un pozo que cuando mucho tenga 4 estratos productores. Se deja asi dimensionado para tener la posibilidad de generar mallas radiales absolutamente generales (r,z).

```

IF(J.GT.1) Zl=Zl-H(J)/2.D0-H(J-1)/2.D0
MI=' '
DO 3 I=NSKIP1,NLEMT
MI=MOD(I,100)
I1=I/100
IF(I1.GE.1) NII=NA(I1)
MII=MOD(I-1,100)
III=(I-1)/100
IF(III.GE.1) NIII=NA(III)
DO 8 J=1,NLAY
MJ=MOD(J-1,35)+1
NOV=NA((J-1)/35+10)
NOV va de A, B, C, ... para el 1ro, 2do, 3ro, ... de hasta 35 estratos
*
ALL=A(I-1)*H(J)
WRITE(4,9) NOV,MY,MII,NOV,MY,MI,D(I),DI,AIJ
8 CONTINUE
9 FORMAT(2(a1,2i2),19X,IH1,3E10,4)
IF(NLAY.LE.1) GOTO 42

```

*---ASIGNO CONEXIONES E INTERFACES HORIZONTALES

```

*---Asigno CONEXIONES Verticales.
NII=' '
DO 40 I=NSKIP1,NLEMT
MI=MOD(I,100)
I1=I/100
IF(I1.GE.1) NII=NA(I1)
AI=Vp(I)
DO 40 J=2,NLAY
J1=J-1
MJ=MOD(J-1,35)+1
NOV=NA((J-1)/35+10)
MJI=MOD(J1-1,35)+1
NOV1=NA((J1-1)/35+10)
D1=H(J1)/2.D0
D2=H(J)/2.D0
40 WRITE(4,41) NOV1,NA(MJI),NII,MI,NOV,NA(MJ),NII,MI,D1,D2,AI
41 FORMAT(3A1,12,3A1,12,19X,IH3,3E10,4,2H1.)
42 CONTINUE
WRITE(4,6)
6 FORMAT(' )
7 FORMAT('CONNE')
REWIND 4
RETURN
END

```



```

goto 4
3 INZ=3
  call likid(Ts,P0,H)
  call vapor(Ts,P0,H)
  N=(H0-H1)/(Hv-Hl) ! Xvapor
  S=Dv*(Hv-H0)/(H0*(Dl-Dv)-Dl*(Hl-Dv)*Hv) ! Sliq
  if(X.gs.1.0.or.X.le.0.0) then
    INZ=2 ! vapor ...
    T0=100.
    goto 1
  endif
  INZ=1 ! liquido ...
  RETURN
endif

if(S.gs.1.0.or.X.le.0.0) then
  T0=Ts
  Ps=P0
  RETURN
endif

SUBROUTINE DICOTOM (INZ)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON/prop/H0,T0,D0,U0,V0,Ps,Ts,SLX,vw,vs,cw,cs
COMMON/dico/H1,H2,T1,T2,H
data delta/1.0D2/

fa=H1-H0
fb=H2-H0

c if(im.eq.1) print(2/(a.e14.8,a.e14.8)); ENCONTRE INTERVALO
c &.INICIAL <a,b>=,T1,,T2, fa =,fa,, fb =,fb
c if(im.eq.1) pause
5 T0=(T1+T2)/2.0

if(INZ.eq.1) call likid(T0,P0,H)
if(INZ.eq.2) call vapor(T0,P0,H)
T0=H-H0

c if(im.eq.1) print(4/(a.f10.5),a.i3); H0=,H0/1.d3, H=,H/1.d3
c &.T=,T0; FT0=,FT0/1.0d3; Ni=,N
c if(im.eq.1) pause

if(T0.eq.0.0d0.or.dabs(FT0).le.delta) goto 6
n=n+1
if(n.gt.250) return
if(n.gt.250) then
  c if(n.gt.250) then
  c print(/10,x,a/);NO ENCONTRE RAIZ. <a,b> MAL DEFINIDO
  c return
  c endif
  if(T0*fa.lt.0.0d0) then
    T2=T0
    goto 5
  endif
  if(T0*fb.lt.0.0d0) T1=T0
  goto 5
6 RETURN
endif

CALCULA LA DERIVADA NUMERICA dh(T) DT PARA EL METODO
DE NEWTON RAPHSON

DOUBLE PRECISION FUNCTION dh(P,T)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON/der/IN
data dx/1.0d-1/

if(IN.eq.2) goto 2
1 call likid(T-dx*2.0d0,P,H)
fm2=H
call likid(T-dx,P,H)
fm1=H
call likid(T+dx,P,H)
fl=H
call likid(T+dx*2.0d0,P,H)
f2=H

2 dh=(fm2-8.0d0*fm1+8.0d0*f1-f2)/(dx*12.0d0)

RETURN
END

CALCULA la PRESION de Saturacion Ps a la TEMPERATURA T
! The K-Function or Saturation Line

SUBROUTINE PSAT(T,P)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(9)

D A T A
A=7.691234564D0-.2.608023696D1.-1.681706546D2.6.423285504D1.
B=1.189646225D2.4.167117320D0.2.097506760D1.1.1.0D9.6.0D0/

IF(T.LT.1.D0.OR.T.GT.5.D2) GOTO 10
TC=(T+2.7315D2)/6.473D2
SC=0.D0
DO 5 J=1,5
5 SC=SC+A(J)*(1.D0-TC)**J
PC=DEXP(SC/TC*(1.D0+A(6)*(1.D0-TC)+A(7)*(1.D0-TC)**2))
A=(1.D0-TC)/(A(8)*(1.D0-TC)**2+A(9)))
P=PC*2.212D7
RETURN
10 PRINT 1,T
1 FORMAT(16H TEMPERATURA =,E12.6,23H FUERA DE RANGO
RETURN
END

```

Flujo de Fluidos No Isoérmicos en Reservorios Fracturados con Porosidad y Permeabilidad Múltiples

```

* Aproxima la TEMPERATURA de Saturacion Ts a la PRESSION P
SUBROUTINE TSAT(P,Ts)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
**** Valor inicial burdo de T para comenzar aproximacion (Pruess, Ramey)
TX0=4.606D3/(2.402D1-DLOG(P)) - 2.7315D2
2 CONTINUE
Ts=FX0
DT=Ts*1.D-8
TSD=Ts+DT
1 CONTINUE
CALL PSAT(Ts,Ps)
IF(DABS((P-Ps)/P)/LE.1D-10) RETURN
TSD=Ts+DT
CALL PSAT(TSD,PsD)
Ts=Ts-(P-Ps)/DT/(PsD-Ps)
GOTO 1
END

SUBROUTINE Hliq(T,P,H)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
Real*8 Kf
COMMON/propl/DL,HL,UI,VLKI ! Mayo 2000
DIMENSION A(23),SA(12)

* LIQUID WATER DENSITY AND INTERNAL ENERGY AS FUNCTION OF
TEMPERATURE AND PRESSURE
D A T A
A/6.824687741D3,-5.422063673D2,-2.096666205D4,3.941286787D4,
&-6.733277739D9,9.023381028D4,-1.093911774D5,8.590841667D4,
&-4.511168742D4,1.418138926D4,-2.017271113D3,7.982692717D0,
&-2.616571843D-2,1.522411790D-3,2.284279054D-2,2.421647003D2,
&1.269716088D-10,2.074838328D-7,2.174020350D-8,1.105710498D-9,
&1.293441934D1,1.308119072D-5,6.047626338D-14
D A T A
SA/8.438375405D-1,5.362162162D-4,1.720000000D0,7.342278489D-2
&4.975858870D-2,6.537154300D-1,1.150D-6,1.51080D-5,
&1.41880D-1,7.002753165D0,2.995284926D-4,2.040D-1/

TKR=(T+2.7315D2)/6.473D2

PNMR=P/2.212D7
Y=1.D0-SA(1)*TKR*TKR-SA(2)/TKR**6
ZP=(SA(3)*Y*Y-2.D0*SA(4)*TKR+2.D0*SA(5)*PNMR)
IF(ZP.LT.0.D0) GOTO 1
Z=Y+DSQRT(ZP)
PAR1=A(12)*SA(5)/Z**(5.D0/17.D0)
PAR2=A(13)+A(14)*TKR+A(15)*TKR*TKR+A(16)*(SA(6)-TKR)**10+
A(17)/
A(SA(7)+TKR**19)
PAR3=(A(18)+2.D0*A(19)*PNMR+3.D0*A(20)*PNMR*PNMR)/(SA(8)
+TKR**11)
PAR4=A(21)*TKR**18*(SA(9)+TKR*TKR)*(-3.D0/(SA(10)+PNMR)**4
+SA(11))
PAR5=3.D0*A(22)*(SA(12)-TKR)*PNMR*PNMR+4.D0*A(23)/TKR**2
0*PNMR**3
VMKR=PAR1+PAR2-PAR3-PAR4+PAR5
VI=VMKR*3.17D-3
DI=1.D0/VI
YD=-2.D0*SA(1)*TKR+6.D0*SA(2)/TKR**7
SNUM=0.D0
DO 10 J=1,10
10 SNUM=SNUM+(I-2)*A(I-1)*TKR**(I-1)
PRT1=A(12)*(Z*(17.D0*(Z/29.D0-Y/12.D0)-5.D0*TKR*Y/D/12.D0)+S
A(4)
A*TKR-(SA(3)-1.D0)*TKR*Y*Y/D/Z**(5.D0/17.D0)
PRT2=PNMR*(A(13)-A(15)*TKR*TKR+A(16)*(9.D0*TKR+SA(6))*(SA
(6)-TKR)
A**9+A(17)*(20.D0*TKR**19+SA(7))/(SA(7)+TKR**19)**2)
PRT3=(12.D0*TKR**11+SA(8))/(SA(8)+TKR**11)**2*(A(18)*PNMR+
A(19)*
APNMR*PNMR+A(20)*PNMR*PNMR*PNMR)
PRT4=A(21)*TKR**18*(17.D0*SA(9)+19.D0*TKR*TKR)*(1.D0/(SA(1
0)+PNMR)
A**3+SA(11)*PNMR)
PRT5=A(22)*SA(12)*PNMR**3-21.D0*A(23)/TKR**20*PNMR**4
ENTR=A(1)*TKR-SNUM-I-PRT1-PRT2-PRT3-PRT4+PRT5
HI=ENTR*7.01204D4
UI=HI-P*VI
H=HI
RETURN
1 PRINT 2,T
2 FORMAT(15H TEMPERATURA = .E12.6,24H FUERA DE RANGO
EN LIKID)
RETURN
END

SUBROUTINE vapor(T,P,H)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
Real*8 Kf
INTEGER Z
COMMON/propv/Dv,Hv,Uv,Vv,Kv ! Mayo 2000

* (VAPOR DENSITY AND INTERNAL ENERGY AS FUNCTION OF
TEMPERATURE AND PRESSURE)
DIMENSION A(6),B(3,8),C(7),SB($),Z(3,8),S(3),R(3)
D A T A
A/1.683599274D1,2.856067796D1,-5.438923329D1,0.4330662834D0,
-0.6547711697D0,8.565182058D-2/
DATA B/6.670375918D-2,1.388983801D0,0.D0,8.390104328D-2,
2.614670893D-2,-3.373439453D-2,4.520918904D-1,1.069036614D-1,
0.D0,-5.975336707D-1,-8.847535804D-2,0.D0,5.958051609D-1,
-5.159303373D-1,2.075021122D-1,1.190610271D-1,-9.867174132D-2,
0.D0,1.683998803D-1,-5.809438001D-2,0.D0,6.552390126D-3,
-5.710218649D-4,0.D0/
DATAC/1.936587558D2,-1.388522425D3,4.126607219D3,-6.50821167
7D3,5.745984054D3,-2.693088365D3,5.235718623D2
DATA SB/7.633333333D-1,4.006073948D-1,8.636081627D-2,
-8.532329291D-1,3.460208861D-1/
DATA Z/13,3,0,18,2,1,18,10,0,25,14,0,32,28,24,12,11,0,24,18,0,24,
.14,0/

```

```

TK=(T-2.7315d2)/6.473D2
PK=P/2.212D7
EL1=4.260321148D0
X=DEXP(SB(1)*(1.D0-TK))
BEL=1.574373327D1-3.417061978D1*TK+1.931380707D1*TK**2
BELP=-3.417061978D1+2.D0*1.931380707D1*TK
SUM=EL1*TK/PK

DO 30 J=1,5
SC=0.D0
DO 20 K=1,3
SC=B(K,J)*X**Z(K,J)+SC
30 SUM=SUM+PK**((J-1)*SC

S(1)=(1.D0/PK**4-SB(2)*X**14)
S(2)=(1.D0/PK**5-SB(3)*X**19)
S(3)=(1.D0/PK**6-SB(4)*X**54+SB(5)*X**27)

DO 50 J=6,8
S2=0.D0
DO 40 K=1,3
S2=S2+B(K,J)*X**Z(K,J)*(1.D0*TK*(10.D0*BELP/BEL+(K-1)*SB(1)))*C(K)*X**(K-1)
HK=HK+PK*(PK/BEL)**10*S2
Hv=HK*7.01204D4
Uv=Hv.*P*Vv
H=Hv
RETURN
END

40 S2=S2+B(K,J)*X**Z(K,J)
50 SUM=SUM+S2/S(J-5)**2*(J-2)*PK**(1-J)
S2=0.D0

DO 60 K=1,7
60 S2=C(K)*X**(K-1)+S2

SUM=SUM+11.D0*(PK/BEL)**10*S2
Vv=SUM*3.17D-3
Dv=1.D0/Vv
HK=0.D0
HK=A(1)*TK

DO 70 K=1,5
70 HK=HK-A(K+1)*(K-2)*TK**(K-1)

DO 90 J=1,5
S2=0.D0
DO 80 K=1,3

```

! die kritischen Werte:
 $T_c = (T - 2.7315d2) / 6.47270d2$! die reduzierte Temperatur
 $V_c = D * 3.1470d-3$! das reduzierte Volumen
 $Se = 0.0d0$

do 1. k=0,3
 1 Se=Se+a(k)/Tc**k

eta0=(DSQRT(Tc)*1.0d-6)*Se ! kg/m/s
 Se=0.0d0
 do 3 i=0,5
 do 2 j=0,4
 2 Se=Se+b(i,j)*(1.0d0/Tc-1.0d0)**i*(Vc-1.0d0)**j
 3 continue

Vf=eta0*DEXP(Vc*Se) ! die Interpolationsgleichung: (0.800)°C & 1000 bar

RETURN
 END

** ECUACION PARA CALCULAR LA CONDUCTIVIDAD TERMICA DEL AGUA EN FUNCION DE LA TEMPERATURA Y LA DENSIDAD Kw(T,D). VALIDA ENTRE 5 Y 800 °C. INCLUYE UN MODELO PARA LA Tolerancia DE LAS TABLAS DE VAPOR (Schmidt & Grignull, 1979)
 ** PROGRAMADA EL 3 DE AGOSTO DE 1998. (MARCE @98).

SUBROUTINE TERA(T0,D,K)
 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
 REAL*8 K

a0,a1,a2,a3/1.028110D-2,2.996210D-2,1.561460D-2,-4.22464D-3/
 DATA b0,b1,b2,b3,b4/-3.97070D-1,4.003020D-1,1.060D0,
 &1.715870D-1,2.392190D0/
 ! B1=b3, B2=b4
 DATA C1,C2,C3,C4,C5,C6/6.428570D-1,-4.117170D0,-6.179370D0,
 &3.089760D-3,8.229940D-2,1.009320D1/
 DATA d1,d2,d3,d4/7.013090D-2,1.18520D-2,1.699370D-3,-1.020D0/
 D A T A

SUBROUTINE VISF(T,D,Vf)
 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
 dimension a(0:3),b(0:5,0:4)
 data a/18.15830d-3,177.6240d-4,105.2870d-4,-36.7440d-4/
 data b/501.9380d-3,162.8880d-3,-130.356d-3,907.919d-3,-551.119d-3,

&146.543d-3,235.622d-3,789.393d-3,673.665d-3,120.7552d-2,670.665d-4
 &,-84.337d-3,-274.6370d-3,-743.5390d-3,-959.4560d-3,-687.3430d-3,
 &-497.089d-3,195.286d-3,145.831d-3,263.129d-3,347.247d-3,213.486d-3
 &,100.754d-3,-32.9320d-3,-270.4480d-4,-253.0930d-4,-267.7580d-4,
 &-822.904d-4,602.2530d-4,-202.5950d-4/

* VISCOSITY OF LIQUID WATER AND VAPOR AS FUNCTION OF TEMPERATURE AND DENSITY
 * THIS INTERPOLATION EQUATION IS BASED ON THE ALEXANDROV FORMULA (ibid).
 * (Programada el 11/08/98, MARCE (@98))

Flujo de Fluidos No Isotermicos en Reservorios Fracturados con Porosidad y Permeabilidad Multiples

```

DATA TOS,RUS/6.4730D2,3.1770D2 : Kelvin,kg/m3
* THERMAL CONDUCTIVITY OF WATER & VAPOR AS FUNCTION OF
TEMPERATURE AND DENSITY
T=T0+2.7315D2
TR=T/T0S : Temperatura Reducida
DR=D/R0S : Densidad Reducida
DT=DABS/TR-1.0d0+C4 : T-Discriminante
Zerol=dsqrt(TR)*(a0+a1*TR-a2*TR*TR-a3*TR**3)
Proml=b0+b1*DR+a2*DENX/03*(DR-b4)**2)
Q=2.0d0+C5*DT**(-0.60)
R=Q*TR+1.0d0
i(CTR,ge,1.0d0) S=DT**(-1.0)
i(CTR,h,1.0d0) S=C6*DT**(-0.60)
DeHl=((d1*TR**(-10)-d2)*DR**1.80)*DENP/C1*(1.0d0-DR**2.80))-
&(d3*S*DR**Q)*DENP(Q*(1.0d0-DR**R)-R)-d4*DENP(C2*TR**1.50-
C3 DR**5)
N=(Zerol+Proml+DeHl)*1.0d3
RETURN
END
*****
* Zona para las formulas del Calor Especifico del Agua a Precision Constante
*****
*****
subroutine CP(T,P,gs)
implicit real*8 (a-h,o-z)
dimension a(0:22),am(12)
data a/6.824687741d3,-5.422063673D2,-2.096666205d4,
3.941286787d4,-6.733277739d4,9.902381028d4,-1.093911774d5,
8.590841667d4,-4.511168742d4,1.418138926d4,-2.017271113d3,
7.9826927717d0,-2.616571843d-2,1.523411790d-3,-2.384279054d-2,
2.421647003D2,1.269716088d-10,2.074838328d-7,2.174020350d-8,
1.105710498d-9,1.293441934D1,1.308119072d-5,6.047626338d-14/
data am/8.438375405d-1,5.362162162d-4,1.720d0,7.342278489d-2,
4.975838870d-2,6.537154300d-1,1.150d-6,1.510800d-5,1.418800d-1,
7.002753165d0,2.995284926d-1,2.040d-1/
data cp/108.3275143d0
te=(T+2.73150D2)/6.4730D2
be=p/22.120d6
y=1.0d0-(am(1)*te**2)-(am(2)*te**(-6))
zy=1.0d0-(am(3)*y**2)-(2.0d0*am(4)*te)-(2.0d0*am(5)*be))
dy=(-2.0d0*am(1)*te)+(6.0d0*am(2)*te**(-7))
dy2=(-2.0d0*am(1))*(-42.0d0*am(2)*te**(-8))
py=(am(3)*y**2)-(2.0d0*am(4)*te)-(2.0d0*am(5)*be)
dz=dy+((am(3)*y*dy)-am(4))*2*(py**(-1.50))
py=((am(3)*y*dy)-am(4))*2*(py**(-1.50))
dz2=dz-((am(3)*py**(-0.5))*dy**2+dy**2))-py
suma=0.0d0
do 1 i=0,7
1 suma=suma-(dbl((i+1)**(-2)))*ai(+3)*te**i)
a1=(a(0)*te**(-1))-suma
q=5.0d0/17.0d0
r=-22.0d0/17.0d0
sr=am(8)-(te**11)
psq=am(7)-(te**19)
a2=((12.0d0/29.0d0)*z)-(a1*(q)*dz2-q**2*(r)*dz**2)
a3=((24.0d0/29.0d0)*dz-2.0d0*dy)*z**(-q)*dz
a4=((17.0d0/29.0d0)*dz2-(17.0d0/12.0d0)*dy2)*z**(-12.0/17.0)
a5=2.0d0*a(4)+90.0d0*a(5)*(am(6)+te)**8
a6=722.0d0*a(6)*te**36*psq**(-3)
a7=342.0d0*a(6)*te**17*psq**(-2)
a8=242.0d0*te**20*sr**(-3)+110.0d0*te**9*sr**(-2)
a9=a(17)*be-a(18)*be**2-a(19)*be**3
a10=(a(20)*te**16*(306.0d0*am(9)+380.0d0*te**2)
a11=(am(10)+be)*te**(-3)-am(11)*be
a12=420d0*a(22)*te**(-22)*be**4
e1=a1+a(11)*(a2-a3+a4)-be*(a5-a6-a7)-a8*a9-a10*a11+a12
fi=4e1
cpw=fi*cf
return
end
*****
* Calor Especifico del Vapor a Precision Constante
*****
subroutine CPv(T,P,gs)
implicit real*8 (a-h,o-z)
dimension b9(0:6)
DATA b9/1.936587558D2,-1.388522425d3,4.126607219d3,
-6.508211677d3,5.745984054d3,-2.693088365d3,5.235718623D2/
DATA b0,b03,b04,b05,b1,b12,b21,b22,b23,b31,b32,b41,b42,b51,b52/
1.683599274D1,4.330662834d-1,-6.547711697d-1,8.565182058d-2,
6.670375918d-2,1.388983801d0,8.390104328d-2,2.614670893d-2,
-3.373439453d-2,4.520918904d-1,1.069036614d-1,-5.975336707d-1,
-8.847535804d-2,5.958051609d-1,-5.159303373d-1/
DATA a,b53,b61,b62,b71,b72,b81,b82,bm,bm61,bm71,bm81,bm82/
2.075021122d-1,1.190610271d-1,-9.867174133d-2,1.683998803d-1,
-5.809438001d-2,6.552390126d-3,5.710218649d-4,7.63333333d-1,
4.006073948d-1,8.636081627d-2,-8.53322921d-1,3.460208861d-1/
DATA a,ef,el,e1,e12/108.3275143d0,1.574373327D1,-3.417061978D1,
1.931380707D1/
te=(T+2.73150D2)/6.4730D2
be=p/22.120d6
bm2=bm*Bm
x=dsxp(bm*(1.0d0-te))
bl=el-e11*te+e12*te**2
F60=(b61*x**12+b62*x**11)*be**4
F70=(b71*x**24+b72*x**18)*be**5
F80=(b81*x**24+b82*x**14)*be**6
G70=1.0d0+bm61*x**14*be**4
G70=1.0d0+bm71*x**19*be**5
G80=1.0d0+(bm81*x**54+bm82*x**27)*be**6
F61=bm*(12.0d0*b61*x**12-11.0d0*b62*x**11)*be**4
F71=bm*(24.0d0*b71*x**24-18.0d0*b72*x**18)*be**5
F81=bm*(24.0d0*b81*x**24-14.0d0*b82*x**14)*be**6
G61=1.40d0*bm*bm61*x**14*be**4

```


Capítulo X

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

X.1.- BIBLIOGRAFÍA

- Abdassah, D. y Ershaghi, I. (1986). "Triple Porosity Systems for Representing Naturally Fractured Reservoirs". SPE Formation Evaluation, I(2), pp. 113-127.
- Abramowitz, Milton y Stegun, Irene (editores); 1972. "Handbook of Mathematical Functions". DOVER, Nueva York, 1046 págs.
- Acuña, J. (1993). "Numerical Construction and Fluid Flow Simulation in Networks of Fractures Using Fractal Geometry". Tesis de Doctorado, Ingeniería Petrolera, University of Southern California, 168 págs.
- Advonin, N.A.; 1964. "Some Formulas for Calculating the Temperature Field of a Stratum Subject to Thermal Injection". Neft'i Gaz, Vol.3 (pp. 37-41).
- Al-Ghamdi, A. y Ershaghi, I. (1996). Pressure Transient Analysis of Dually Fractured Reservoirs. SPE Journal 26959-P (pp. 93-100).
- Alonso, F. R. (1987) "*La Geotermia, Una Alternativa Energética*". Tesis de Lic. Ing., Facultad de Ingeniería - UNAM, México.
- Alonso, F. R., (1993). *Sistemas Geotérmicos de Roca Seca y Caliente: Una Fuente de Energía No Convencional*. Tesis de Maestría (UNAM), 215 p. 101 referencias.
- Anand, J., Somerton, W. y Goma, E., (1973). Predicting Thermal Conductivities of Formations from other known Properties. Soc. of Petroleum Engineers Journal, October, paper No. SPE - 4171, pp. 267-273.
- Anchor Books, (1976). Dictionary of Geological Terms. American Geological Institution. Anchor Press/Doubleday, New York.
- ASME - STEAM TABLES. (1983). Thermodynamic and Transport Properties of Steam. 5th Edition prepared by C. Meyer, R. McClintock, G. Silvestri y R. Spencer for The American Society of Mechanical Engineers, Committee on Properties of Steam. Calculated using the 1967 IFC Formulation for Industrial Use. (332 págs.). United Engineering Center, New York.
- Assens, G.E. (1976). "Derivation, by Averaging of the Equations of Heat, Mass and Momentum Transfer in a Geothermal Reservoir". Proceedings of the 2nd Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, (pp. 1-26), December 1-3, 1976, Stanford, California.
- Barenblatt, G., Zheltov, Y. & Kochina, I. (1960). "Basic Concepts in the Theory of Seepage of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks". Journal of Appl. Math. Mech., No. 24, pp. 1286-1303.
- Barton, C. y Hsieh, P.A. (1989). "Physical Hydrologic-Flow Properties of Fractures". Trip Guidebook T385. Presentado en el 28avo Congreso Internacional Geológico de la American Geophysical Union.
- Battistelli, A., Calore, C. y Pruess, K. (1997). The Simulator TOUGH2/EWASG for Modelling Geothermal Reservoirs with Brines and Non-Condensable Gas. Geothermics, Vol. 26, No. 4, pp. 437-464. Pergamon - Elsevier Science Inc. Great Britain.
- Bear, J. (1972). "Dynamics of Fluids in Porous Media". 1ra Edición Dover corregida (1988), 764 págs., Nueva York.
- Bear, J. y Bachmat, Y. (1984). "Transport Phenomena in Porous Media - Basic Equations" (3-61), en "Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media". Bear, J. y Corapcioglu, Y., editores, Vol. 82, 1003 págs. NATO ASI Series E: Applied Sciences, M. Nijhoff Publishers, Dordrecht.
- Bennett, C.O., Rosato, N.D. y Reynolds, A.C. (1983). "Influence of Fracture Heterogeneity and Wing Length on the Response of Vertically Fractured Wells". Society of Petroleum Engineers Journal, pp. 219-230 (Abril).
- Biot, M.A. (1941). "General Theory of Three-Dimensional Consolidation". J. of Applied Physics, Vol. 12, pp. 155-164.
- Biot, M.A. (1955). "General Solutions of the Equations of Elasticity and Consolidation for a Porous Material". Journal of Applied Mechanics, Vol. 27, pp. 91-96.

- Bodvarsson, G.S., O'Sullivan, M. & Tsang, Ch. (1980). "The Sensitivity of Geothermal Reservoir Behavior to Relative Permeability Parameters. Proceedings of the 6th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, (pp. 224-237), Stanford, California.
- Bourdet, D.P. y Gringarten, A.C. (1980). "Determination of Fissured Volume and Block Size in Fractured Reservoirs by Type-Curve Analysis". Paper No. 9293, SPE 55th Annual Technical Conference & Exhibition, (Dallas TX, Septiembre).
- Bowen, R.M. (1984). "Porous Media Model Formulations by the Theory of Mixtures". (63-119), en "Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media". Bear, J. y Corapcioglu, Y., editores, Vol. 82, 1003 págs. NATO ASI Series E: Applied Sciences, M. Nijhoff Publishers, Dordrecht.
- Brigham, W.E. y Morrow, W.B. (1974). "P/Z Behavior for Geothermal Steam Reservoirs". Paper No. SPE 4899 presented at SPE-AIME 44th Annual California Regional Meeting, S. Fco.
- Brownell, D.H., Garg, S.K. y Pritchett, J.W. (1975). "Computer Simulation of Geothermal Reservoirs". 45th Annual California Regional Meeting of the SPE of AIME, paper No. 5381, pp. 1-9.
- Buckley, S.E. y Leverett, M.C. (1942). Mechanism of Fluid Displacement in Sands. Transactions of AIME, Vol. 146, No. 107.
- Buffett, B.A. (2000). Earth's Core and the Geodynamo. Science Vol. 288, No. 5473, (pp. 2007-2012), AAAS.
- Cacas, M.C., Ledoux, E., de Marsily, G. y Tillie, B. (1990). "Modeling Fracture Flow With a Stochastic Discrete Fracture Network: Calibration and Validation 1.- The Flow Model; 2.- The Transport Model". Water Resources Research, Vol. 26, No. 3, pp. 479-500.
- Carbonell, R.G. y Whitaker, S. (1984). "Heat and Mass Transfer in Porous Media". (pp.121-198), en "Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media". Bear, J. y Corapcioglu, Y., editores, Vol. 82, 1003 págs. NATO ASI Series E: Applied Sciences, M. Nijhoff Publishers, Dordrecht.
- Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C. (1959). "Conduction of Heat in Solids". 2nd Edition, Oxford Clarendon Press G.B. 510 págs.
- CFE, Reportes Internos de la Comisión Federal de Electricidad (1988 -1998). Morelia, Mich., México
- Chen, H.Y., Teufel, L.W. y Lee, R.L.; (1995). "Coupled Fluid Flow and Geomechanics in Reservoir Study - I. Theory and Governing Equations". SPE 30752, pp. 507-519. Annual Technical Conference & Exhibition, Dallas, TX. Octubre 1995.
- Cinco Ley, H., Samaniego, F. y Dominguez, A. (1978). "Transient Pressure Behavior for a Well with a Finite Conductivity Vertical Fracture". Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 15, No. 5, pp. 253-264. AIME (Agosto 78).
- Cinco Ley, H. y Samaniego, F. (1981). "Transient Pressure Analysis for Fractured Wells ". Journal of Petroleum Technology, Vol. 33, pp 1749-1766 (Septiembre).
- Cinco Ley, H. y Samaniego, F. (1985). "The Pressure Transient Behavior for Naturally-Fractured Reservoirs with Multiple Block Size". Paper SPE 14168, 60th Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, Las Vegas, NV. (Sep).
- Cinco Ley, H. (1985)- Comunicación personal y Notas del Curso impartido en la CFE, Morelia, Mich, Junio-Agosto de 1985.
- Cinco Ley, H. y Meng, H.Z. (1988). "Pressure Transient Analysis of Wells with Finite Conductivity Fractures In Double Porosity Reservoirs". SPE 18172.
- Closmann, P.J.; (1975). "An Aquifer Model for Fissured Reservoirs". Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 15, No. 5, pp. 385-398.
- Clough, R. (1960). "The Finite Element in Plane Stress Analysis"; Proc. 2nd ASCE, Conf. Elec. Comp., Pittsburg, Pa.
- Coats, K.H., George, W.D. y Marcum, B.E. (1974). "Three-Dimensional Simulation of Steamflooding". Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 14, No. 6 (pp. 573-592).

- Coats, K. 1977. "Geothermal Reservoir Modelling". Ann. Fall Technical Conference, 52nd., Soc. Pet. Eng., Denver, Colorado. Paper No. 6892.
- Collazo, (1980). Diccionario Enciclopédico de Términos Técnicos. McGraw-Hill Co.
- Contreras, E., Domínguez, B., Iglesias, E., García, A. y Huitrón, R.; 1988. "Compendio de Resultados de Mediciones Petrofísicas en Núcleos de Perforación del Campo Geotérmico Los Azufres". Geotermia-Rev. Mex. de Geoenergía, Vol. 4, No. 2 (pp. 79-105).
- Contreras, E., Domínguez, B. y Rivera, O.; 1990. "Mediciones Petrofísicas en Núcleos de Perforación del Campo Geotérmico de Los Humeros". Geotermia-Revista Mexicana de Geoenergía, Vol. 6, No. 1 (pp. 7-42).
- Contreras, E., Guevara, M. y Rentería, D. (1994). "Estudio y Evaluación de Metodologías para Estimar Propiedades Termofísicas de Rocas a partir de Análisis Químicos y Estudios Petrográficos". Proyecto No. 5568, Inf. IIE/11/5568/101/F (180 págs.), Instituto de Investigaciones Eléctricas, Cuernavaca, Mor.
- Cooley, R. (1971). "A Finite Difference Method for Variably Saturated Porous Media: Application to a single pumping Well". Water Res. Research, Vol.7, No.6 (pp.1607-1625).
- Corapcioglu, M.Y. y Panday, S. (1991). "Compositional Multiphase Flow Models", (pp.1-59) en "Advances in Porous Media", Vol 1, Elsevier, New York, 309 pags.
- Corey, A.T., (1954). The interrelation Between Gas and Oil Relative Permeabilities. Producer's Monthly, No. 1, 19 (pp. 38-41).
- Da Prat, G., Cinco Ley, H. y Ramey, H. Jr. (1981). "Decline Curve Analysis Using Type Curves for Two-Porosity Systems", SPE Journal, AIME.
- Darcy, H. (1856). "*Les fontaines Publiques de la Ville de Dijon*". Dalmont, Paris, Francia.
- De la Torre E. (1990). "Solución de Sistemas Lineales Grandes y Huecos mediante Métodos Iterativos basados en los Espacios de Krylov"; Tesis de Licenciatura (Premio Sotero Prieto 1991 de la Soc. Matemática Mex.); Escuela de Ciencias Físico-Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; Morelia, Mich. Junio 1990.
- De la Torre, E. (1991). "Resolución de Grandes Sistemas Lineales Dispersos con Aplicación al Modelado de Yacimientos Hidrotermales". GEOTERMIA - Revista Mexicana de Geonergia, Vol. 7, No. 3.
- De la Torre, E. y Suárez, M.C. (1995). "DIOMRES(k, m): An Efficient Method based on Krylov Subspaces to solve Big, Dispersed, Unsymmetrical Linear Systems". Proceedings of the Second International Workshop on Multicomponent Systems, TOUGH'95, (pp. 299-304) . Lawrence Berkeley Laboratory, March 20-22, Berkeley, California.
- Delfiner, P., (1976). Linear Estimation of Non-stationary phenomena. Adv. Geost. In the Mining Industry. Reiled Pub. Co.
- Delhomme, J.P. (1976). Applications de la Théorie des Variables Régionalisées Dans les Sciences de l'Eau. Ph.D. Thesis. (p. 130+30). University of Paris VI, Pierre et Marie Curie. Paris, France.
- De Marsily, G. (1984). "Spatial Variability of Properties in Porous Media: A Stochastic Approach". (pp. 721-769) Parte 3 en Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media, editado por Jacob Bear y Yavuz Corapcioglu, NATO ASI Series E, No. 82, M.Nijhoff Publishers.
- De Swaan, A.; (1976). "Analytical Solutions for Determining Naturally Fractured Reservoir Properties by Well Testing". SPE Journal, Vol. 16, pp. 117-122. AIME.
- De Wiest, R. Editor. (1969). Flow Through Porous Media. Academic Press (530 págs.), New York.
- Dickson, L.E., (1939). "New First Course in the Theory of Equations". John Wiley & Sons, New York.
- DOE - US Department Of Energy (1980). Rules of Thumb for Geothermal Direct Applications. EG & G Idaho, under contract DE-AC07-76IDO1570. DOE Division of Geothermal Energy, Washington D.C.

- Donaldson, I.G. (1968). "The Flow of Steam Water Mixtures Through Permeable Beds: A Simple Simulation of a Natural Undisturbed Hydrothermal Region". New Zealand, Journal of Sci., 11, pp. 3-23.
- Donaldson, I.G. (1970). "The Simulation of Geothermal Systems with a Simple Convective Model". United Nations Symposium on the Development and Utilization of Geothermal Resources, Pisa, Italy, September 22 - October 1st.
- Dove, R., Hobbs, G. & Serra, O., (1989). "The Earth's Heat". Oilfield Review, Vol. 1, No. 1, Currents in Research and Technology, 54-61.
- Dullien, F.A. (1979). Porous Media, Fluid Transport and Pore Structure. Academic Press, New York, 396 págs.
- Dusinberre, G. (1961). "Heat Transfer Calculations by Finite Differences"; International Textbooks, Scranton, Pa.
- Edwards, A. (1972). "TRUMP: A Computer Program for Transient and Steady State Temperature Distributions in Multidimensional Systems"; Nat. B. of Std., Springfield, Va.
- Edwards, L., Chilingar, G., Rieke III, H., Fertl, W. (editores); 1982. "Handbook of Geothermal Energy". Gulf Publishing Company, Houston Texas (pp.457-459).
- Elder, J.W. (1966). "Heat and Mass Transfer in the Earth: Hydrothermal Systems". New Zealand Dept. of Scientific and Industrial Research, Bulletin No. 169.
- Eringen, A. Cemal, editor (1971-1975). Continuum Physics Volume I - Mathematics. (1971, 678 págs.), Volume II - Continuum Mechanics of Single Substance Bodies (1975, 616 págs.). Academic Press, New York.
- Ershaghi, I. y Aflaki, R. (1985). "Problems in Characterization of Naturally Fractured Reservoirs from Well Test Data". Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 25, pp. 445-450, (Junio).
- Faust, C.R. y Mercer, J.W. (1975). "Mathematical Modeling of Geothermal Systems". Proceedings (pp. 1635-1641) of the United Nations Meeting, San Francisco, CA.
- Firoozabadi, A. y Katz, D.L. (1977). "An Analysis of High Velocity Gas Flow Through Porous Media". SPE 6827. pp. 1-8. 52nd Annual Fall Tech. Conference, Denver, Co., October 9-12, 1977.
- Forchheimer, P. (1901). Wasserbewegung durch Boden. Zeit. Verlag deutsch Ing. Vol. 45, (pp. 1782-1788).
- Forchheimer, P. (1930). Hydraulik, 3ra Edición, Teubner, Leipzig, Berlín.
- Fridleifsson, I.B. (1996). "Present Status and Potential Role of Geothermal Energy in the World". Memorias del 4to Congreso Técnico de la Asociación Geotérmica Mexicana, pp. 1-6 (Noviembre, Guadalajara, Jal.)
- Gale, J.E. (1982). "Assessing the Permeability Characteristics of Fractured Rock". Recent Trends in Hydrogeology, pp. 163-181. The Geological Society of America. Special Paper 189.
- Gallagher, R. (1989). "Thirty years of Finite Element Analysis - Are There Issues yet to be Resolved ? "; Finite Elements in Analysis and Design, Vol.6, No.1. (pp.1-8); Elsevier Science Publishers B.V.
- Gallagher, R. y Appenzeller, T. (1999). "Beyond Reductionism", SCIENCE, Vol. 284, No. 5411, p. 79. - American Association for the Advancement of Science.
- García, A., Contreras, E. y Domínguez, B. 1991. "Estudios Petrofísicos en Cuatro Núcleos de Perforación del Campo Geotérmico La Primavera: Propiedades Térmicas". Geotermia-Revista Mexicana de Geoenergía, Vol. 7, No. 1 (pp. 59-68).
- García, G. (1999). Comunicación Personal, CFE.
- Gelhar, L.W. (1984). "Stochastic Analysis of Flow in Heterogeneous Porous Media". (pp. 673-717), Parte 3 en Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media, editado por Jacob Bear y Yavuz Corapcioglu, NATO ASI Series E, No. 82, M.Nijhoff Publishers.

- Goldenfeld, N. y Kadanoff, L.P. (1999). "Simple Lessons from Complexity ". SCIENCE, Vol. 284, No. 5411, p. 87-89. - American Association for the Advancement of Science.
- Goldstein, N.E., Holman, W.R. y Molloy, M.W. , editors (1982). Final Report of the Department of Energy Reservoir Definition Review Team for the Baca Geothermal Demonstration Project. Report No. LBL-14132 UC-66b. Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley Laboratory, University of California. USDOE, Contract No. DE-AC03-76SF00098 (June, 1982).
- Golf-Racht, Van, T.D. (1982). "Fundamentals of Fractured Reservoir Engineering". Elsevier Scientific Publishing Company, 710 pags. New York.
- Grant, M., Donaldson, I., Bixley, P., 1982. "Geothermal Reservoir Engineering". (369 págs); Academic Press, New York.
- Grijalva, Nicolás (1986). "Investigación de la Energía Geotérmica en la Depresión de Wagner en el Golfo de California. Latitud 31° 00' al 31° 15' y Longitud 113° 50' al 114° 10' ". Contrato CCP-CLS-002/86 con la Comisión Federal de Electricidad, Cerro Prieto, B.C. Fecha del 1er Reporte: 1/10/86. Fecha del 2do Reporte: 22/11/86.
- Gringarten, A.C. y Witherspoon, P.A., (1972). "A Method of Analyzing Pump Test Data from Fractured Aquifers". Symposium on Percolation in Fissured Rock, Proceedings, Vol. 3, pp. B1-B9. Int. Soc. Rock. Mechanics, Stuttgart.
- Gringarten, A.C. y Ramey, H. Jr. (1973). "The Use of Source and Green's Functions in Solving Unsteady-Flow Problems in Reservoirs". Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 13, No. 5, p. 285, AIME.
- Gringarten, A.C. y Ramey, H. Jr. (1974). "Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Horizontal Fracture, Partial Penetration, or Restricted Entry". Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 14, No. 4, pp. 413-426, AIME.
- Gringarten, A.C., Ramey, H. Jr. and Raghavan, R. (1974). "Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture". Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 14, No. 4, pp. 347-360, AIME.
- Gringarten, A.C. (1984). "Interpretation of Tests in Fissured and Multilayered Reservoirs with Double Porosity Behavior: Theory and Practice". Journal of Petroleum Technology SPE, pp. 549-564, AIME (Abril).
- Haaser, N.; LaSalle, J.; Sullivan, J. (1970). "Análisis Matemático Volumen 2"; Editorial Trillas, México, D.F.
- Harlow, F.H. y Pracht, W.E. (1972). "A Theoretical Study of Geothermal Energy Extraction". Journal of Geophysical Research, Vol. 77, No. 35, pp. 7033-7048.
- Hashin, Z. and Shtrikman, S.; (1962). "A Variational Approach to the Theory of the Effective Magnetic Permeability of Multiphase Materials". Journal of Applied Physics, Vol. 33, No.10, pp. 3125-3131.
- Hodgson, S., Suárez, M. C., Cataldi, R. y (1994). A Short Geothermal Dictionary. (In English, Spanish, Italian and Japanese languages). Ed. California Dpt. of Cons. Div. of Oil, Gas & Geothermal Resources.
- Hofmeister, A.M. (1999). "Mantle Values of Thermal Conductivity and the Geotherm from Phonon Lifetimes". SCIENCE, Vol. 283, No. 5408, pp. 1699-1706, AAAS.
- Holst, P.H. (1970). "A Theoretical and Experimental Investigation of Natural Convection in Porous Media". Ph. D. Thesis, Dept. of Chemical Engineering, University of Calgary, Alberta, Canada.
- Horne, R., Satik, C., Mahiya, G., Li, K., Ambusso, W., Tovar, R., Wang, C. Y Nassori, H. (2000). "Steam-Water Relative Permeability". Proceedings of the World Geothermal Congress 2000. Kyushu-Tohoku, Japan. May 28 - June 10, 2000.
- Houze, O.P., Horne, R. & Ramey, H. (1984). "Infinite Conductivity Vertical Fracture in a Reservoir With Double Porosity Behavior". SPE 12778. California Reg. Meeting, Long Beach. April 11-13, 1984.
- Hsieh, Chih-Hang. (1980). Vapor Pressure Lowering in Porous Media. Tesis para el grado de Doctor en Filosofía (Ph. D.). Department of Petroleum Engineering, Stanford University, University Microfilms International, (387 págs). August, 1980.

- Huttrer, G.W. (2000). The Status of World Geothermal Power Generation 1995-2000. Proceedings World Geothermal Congress 2000 (pp. 23-37), Kyushu-Tohoku, Japan, May 28 - June 10, 2000.
- JICA, (1989). La Primavera Geothermal Development Project in United Mexican States. Japan International Cooperation Agency, Final Report - February 1989.
- Journel, A. y Huijbregts, J. (1978). Mining Geostatistics, Academic Press, New York.
- Karasaki, K. (1986). "Well Test Analysis in Fractured Media". Tesis de Doctorado (LBL-21442), Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley Laboratory, Universidad de California, 329 pags.
- Kazemi, H. (1969). "Pressure Transient Analysis of Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution". Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. B246, pp. 451-462, AIME, (Diciembre).
- Kazemi, H. y Seth, M.S. (1969). "The Interpretation of interference Tests in Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution". Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 246, pp. 463-472, AIME, (Diciembre).
- Keenan, J. H. y Keyes, F. G. (1936). *Thermodynamic Properties of Steam Including Data for the Liquid and Solid Phases*, John Wiley & Sons, Inc., New York
- Kerr, (2000); "Looking Back to Early Mars, Deep Into Earth". New Focus, Science, Vol. 287, No. 5451, pp. 218-219
- Krauskopf, K. Y Bird, D. (1995). Introduction to Geochemistry. McGraw-Hill, Inc. (647 págs.), New York.
- Kreyszig, E., (1973). Estadística Matemática, (p.505) Ed. Limusa, México.
- Lai, C.H., Bodvarsson, G.S., Tsang, C.F. y Witherspoon, P.A. (1983). "A New Model for Well Test Data Analysis for Naturally Fractured Reservoirs". SPE California Regional Meeting, (Ventura CA, Marzo).
- Lam, S.T., Hunsbedt, A., Kruger, P. y Pruess, K. (1988). "Analysis of the Stanford Geothermal Reservoir Model Experiments Using the LBL Reservoir Simulator". Geothermics, Vol. 17, No. 4, pp. 595-605. Pergamon Press.
- Larousse, (1977). Lexis de la Langue Française. Librairie Larousse, Paris, Francia.
- Lasseter, T.J. (1975). "The Numerical Simulation of Heat and Mass Transfer in Multi-Dimensional Two-Phase Geothermal Reservoirs". Proceedings (pp. 1-13) of the Winter Annual Meeting of ASME, Heat Transfer Division, Houston, Texas, November 30 - December 4, 1975.
- Lee, B.Y.Q. y Tan, T.B.S. (1987). Application of a Multiple Porosity/Permeability Simulator in Fractured Reservoir Simulation. SPE No. 16009, pp. 181-194, 9th SPE Symposium on reservoir simulation, San Antonio, Texas, Feb. 1-4.
- Legras, J. (1971). Méthodes et Techniques de l'Analyse Numérique. (324 pp.), Ed. Dunod, Paris, France.
- Liu, Ciqun, (1980). "Exact Solution for the Compressible Flow Equations Through a Medium with Triple Porosity". Appl. Math. Mech., Vol. 2, No. 4, pp. 457-462.
- Liu, Ciqun, (1982). "The Unsteady Radial Flow of Compressible Liquid Through a Medium With Multiple Porosity". SPE 10580, International Meeting on Petroleum Eng. Beijing, China. March, 1982.
- Liu, M.X. y Chen, Z.X. (1990). "Exact Solution for Flow of Slightly Compressible Fluids Through Multiple-Porosity, Multiple-Permeability Media". Water Res. Research, Vol. 26, No. 7, pp. 3393-1400.
- Long, J.C. y Hestir, K. (1989). "An Analytical Expression for the Permeability of Random Two-Dimensional Poisson Fracture Networks". Lawrence Berkeley Laboratory, Earth Sciences Division, Annual Report, No. 45.
- López, D.L., Smith, L. y Sorey M.L. (1994). "Modeling Fluid Flow and Heat Transfer at Basin Range Faults: Preliminary Results For Leach Hot Springs, Nevada". Geothermal Resources Council Transactions, Vol. 18, pp. 11-16; October 1994.

- López, A.H. (1995). Estudio Geológico Estructural de las Rocas del Yacimiento del Campo Geotérmico de Los Humeros, Pue. Informe Técnico No. OGL-HU-014/95. Dpto. De Exploración - CFE, Julio de 1995.
- Lund, J.W. & Freeston, D.H. (2000). World-Wide Direct Uses of Geothermal Energy 2000. Proceedings World Geothermal Congress 2000, (pp. 1-21). Kyushu-Tohoku, Japan. May 28 - June 10, 2000.
- MacNeal, R. (1953). "An Asymmetric Finite Difference Network"; *Quart. Appl. Math.*, Vol. 2 (pp. 295-310).
- Mandelbrot, B. (1975). "Les Objets Fractals: Forme, Hasard et Dimension". Ed. Flammarion, 4ta edición de 1995, 208 pags., París, Francia.
- Mao Bai, Elsworth, D. and Roegiers, J-C. (1993). "Multiporosity/Multipermeability Approach to the Simulation of Naturally Fractured Reservoirs. *Water Res. Research*, Vol. 29, No. 6, pp. 1621-1633.
- Matheron, G., (1970). "The Theory of Regionalized Variables and its Applications. *Morphologie Mathématique*", Cahier No. 5, Fontainebleau, France.
- Matheron, G., (1973). "The Intrinsic Random Functions and their Applications. *Adv. In Applied Probability*". Vol. 5, No. 2 (pp. 439-468).
- Mavor, M.L. y Cinco Ley, H. (1979). "Transient Pressure Behavior of Naturally Fractured Reservoirs". Paper No. 7977, SPE California Regional Meeting, (Ventura CA, Abril).
- Mercado, S. (1990). "Manifestaciones Hidrotermales Marinas de Alta Temperatura (350 °C) Localizadas a 21°N, a 2600 m de Profundidad en la Elevación Este del Pacífico". *GEOTERMIA, Revista Mexicana de Geoenergía*, Vol. 6, No. 3, pp. 225-263.
- Mercado, S. (1993). "Geotermoquímica de Manifestaciones Hidrotermales Marinas de Alta Temperatura". *GEOTERMIA, Revista Mexicana de Geoenergía*, Vol. 9, No. 2, pp. 155-164.
- Mercer, J.W., Jr. y Pinder, G.F. (1973). "Galerkin Finite-Element Simulation of a Geothermal Reservoir". *Geothermics*, Vol. 2, Nos. 3-4 (pp. 81-89).
- Mercer, J.W. y Faust, C.R. (1975). "Simulation of Water and Vapor-Dominated Hydrothermal Reservoirs". Proceedings of the 50th Annual Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME. Paper Number 5520, Dallas, Texas, September 28 - October 1st.
- Mock, J. E., (1992). DOE Geothermal R & D Program Focused on Facilitating Long-Term, Cost-Effective Private Resource Development. 17th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University,.
- Moench, A.F. (1984). "Double-Porosity Models for a Fissured Groundwater Reservoir with Fracture Skin". *Water Resources Research Journal*, Vol. 20, No. 7, pp. 831-846, (Julio).
- Moridis, G.J. y Pruess, K. (1992). "TOUGH Simulations of Updegraff's Set of Fluid and Heat Flow Problems". Rep. No. LBL-32611 UC-800. Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley Laboratory, University of California.
- Muskat, M. (1937). *The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media*. International Series in Physics, McGraw-Hill, New York. 2nd Printing J.W. Edwards Inc., Ann Arbor, Michigan, ed. 1946 (763 págs.).
- Muskat, M., Wyckoff, R.D., Botset, H. y Meres, M. (1937). *Flow of Gas-Liquid Mixtures through Sands*. Transactions of AIME, No. 123, pp. 69-96.
- Nagel, E. y Newman, J. 1958. "Gödel's Proof". New York University Press.
- Najurieta, H.L. (1980). "A Theory for Pressure Transient Analysis in Naturally Fractured Reservoirs". *Journal of Petroleum Technology*, pp. 1241-1250, (Julio).
- Narasimhan, T. y Witherspoon, P. (1976). "An Integrated Finite Difference Method for Analyzing Fluid Flow in Porous Media"; *Water Res. Research*, Vol. 12, No.1, (pp. 57-64).

- Narasimhan, T.N. (1982). Numerical Modeling in Hydrogeology. Recent Trends in Hydrogeology, Special Paper No. 189, (pp. 273-293).. The Geological Society of America, ISBN 0-8137-2189-X.
- Nelson, E.B. (Editor), (1990). "Well Cementing". Schlumberger Educational Services, Dowell Sch., Houston, Texas, 450 pags.
- Neri, Marco. (1994). "La Cartografia Geologica e Tematica quale Elemento Fondamentale nella Pianificazione del Territorio". Seminari sugli Aspetti Normativi e Tecnico-Applicativi. Istituto Internazionale di Vulcanologia - C.N.R., Catania, Italia. Publicado en Morelia, Mich. Dic. 1994.
- Odeh, A.S., (1965). "Unsteady-State Behavior of Naturally Fractured Reservoirs". Society of Petroleum Engineers Journal, p. 43-51, AIME (Marzo).
- Okandan, E. (editor); 1988. "Geothermal Reservoir Engineering". NATO ASI Series E: Applied Sciences-Vol.150. Kluwer Academic Publishers, Holanda.
- Parzen, E. (1960). "Modern Probability Theory and its Applications". John Wiley & Sons, Inc. New York.
- Passmore, M.J. y Archer, J.S. (1985). Thermal Properties of Reservoir Rocks and Fluids. In Developments in Petroleum Engineering - 1, editado por Dawe R. Y Wilson, D. Pp. 265-290. Elsevier - Gran Bretaña.
- Peaceman, D.W. (1977). Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation. (176 pp.). Elsevier Sc. Pub. Co., New York.
- Pickens, J.F., Gillham, R.W. y Cameron, D.R. (1979). Finite Element Analysis of the Transport of Water and Solutes in Tile-Drained Soils. Journal of Hydrology, Vol. 40, pp. 243-264.
- Pinder, G.F. y Shapiro, A. (1982). "Physics of Flow in Geothermal Systems". Geological Society of America. Special Paper No. 189, pp. 25-30.
- Pritchett, J.W., (1995). NIGHTS: A Single-Phase Geothermal Reservoir Simulator. Proceedings of the World Geothermal Congress 1995 (pp. 2955-2958). ISBN 0-473-03123-X. Florence, Italy, 18-31 May 1995.
- Price, H.S., Cavendish, J.C. y Varga, R.S. (1968). "Numerical Methods of Higher-order Accuracy for Diffusion-Convection equations. Soc. Of Petroleum Engineers, J., Vol. 8, No. 3 (pp.293-303).
- Pruess, K. y Schroeder, R. (1979). SHAFT 79 User's Manual. Lawrence Berkeley Laboratory (LBL -10861), Berkeley, Ca.
- Pruess, K. y Narasimhan, T.N. (1985). "A Practical Method for Modeling Fluid and Heat Flow in Fractured Porous Media". SPE Journal pp. 14-26, February 1985.
- Pruess, K. (1988). "SHAFT, MULKOM, TOUGH: A Set of Numerical Simulators for Multiphase Fluid and Heat Flow". GEOTERMIA - Revista Mexicana de Geonergía, Vol. 4, No. 1, pp. 185-202.
- Pruess, K. (1987). TOUGH User's Guide. Prepared for the Division of Waste Management - US Nuclear Regulatory Commission, (78 pp.), NUREG/CR-4645, SAND86-7104, LBL-20700, UC-251, Lawrence Berkeley Laboratory, Berkeley Ca.
- Pruess, K. y Tsang, Y.W. (1989). "On Two-Phase Relative Permeability and Capillary Pressure of Rough-Walled Rock Fractures". Rep. No. LBL/DOE-274459, 42 pags. Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley Laboratory, University of California.
- Pruess, K. (1991). TOUGH2 - A General-Purpose Numerical Simulator for Multiphase Fluid and Heat Flow. Prepared for the US-DOE, Contract No. DE-AC03-76SF00098 (101 pp.), Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-29400, UC-251, Berkeley Ca.
- Pruess, K., editor (1995). TOUGH2 - A General-Purpose Numerical Simulator for Multiphase Fluid and Heat Flow. Proceedings of the TOUGH Workshop '95 (365 pp.), Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-37200, UC-1240. Berkeley Ca.
- Pruess, K., editor (1998). TOUGH2 - A General-Purpose Numerical Simulator for Multiphase Fluid and Heat Flow. Proceedings of the TOUGH Workshop '98 (331 pp.), Lawrence Berkeley National Laboratory, LBNL-41995, CONF-980559, Berkeley Ca.

- Quijano, J.L. y Gutiérrez Negrín, L.C.A. (2000). Geothermal Production and Development Plans in Mexico. Proceedings World Geothermal Congress 2000, (pp. 355-361). Kyushu-Tohoku, Japan. May 28 - June 10, 2000.
- Raghavan, R. (1977). "Pressure Behavior of Wells Intercepting Fractures". Proceedings of the International Well Testing Symposium, Berkeley, CA.
- Ramey, H. Jr. (1962). "Wellbore Heat Transmission". Journal of Petroleum Technology, 225, pp. 427-435.
- Ramey, H. (1970). "A Reservoir Engineering Study of the Geysers Geothermal Field". Trabajo presentado como evidencia Reich & Reich, Petitioners v. al Commissioner of Internal Revenue, 1969 Tax Court of the United States, 52,T.C., No. 74.
- Ramey, H. Jr., Brigham, W., Chen, H., Atkinson, P. y Arihara, N. (1974). Thermodynamic and Hydrodynamic Properties of Hydrothermal Systems. From the Proceedings of an NSF conference on "The Utilization of Volcano Energy", Hilo, Hawaii, Febrero 4-8. (Pp. 509-587).
- Ramey, Henry Jr. (1975). "The Birth of Geothermal Reservoir Engineering". Proceedings of the 1st Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford Geothermal Program, Stanford University.
- Real Academia Española, (1984). Diccionario de la Lengua Española. Edición No. 20.
- Richtmyer, R.D. y Morton, K.W., (1967). Difference Methods for Initial Value Problems. Interscience Publishers.
- Ritter, J.R. (1999). "Rising Through Earth's Mantle". Science, Vol. 286, No. 5446, pp. 1865-1866.
- Rosato, N. D., Bennett, O. y Reynolds, A.C. (1982). "Analysis of Short-Time Buildup Data for Finite Conductivity Fractures". Journal of Petroleum Technology, pp. 2413-2422 (Octubre).
- Sahimi, M. y Yortsos, Y.C. (1990). "Application of Fractal Geometry to Porous Media: A Review". SPE, Paper No. 20476, 65va Annual Conference and Exhibition, New Orleans, LA.
- Sánchez, U.P. (1990). "El Simulador de Pozos - SIMU89". Geotermia, Vol. 6, No.2, 141-153, Morelia, Mich., México.
- Sánchez Upton, P. (1995). " The Wellbore Simulator SIMU93". Proceedings of the WGC, Vol. 3, pp. 1741-1744. Florencia, Italia, 18-31 de Mayo.
- Satman, A. (1988). "Solutions of Heat and Fluid-Flow Problems in Naturally Fractured Reservoirs: Part 1 - Heat-Flow Problems & Part 2- Fluid-Flow Problems". SPE Production Engineering pp. 463-473. November 1988.
- Scheidegger, A.E.; (1974). "The Physics of Flow Through Porous Media". (353 pags.). University of Toronto Press
- Schmidt,E. & Grigull,U. (1979)."Properties of Water and Steam in SI-Units, 0-800 °C & 0-1000 bar". 2nd Edition, (190 pp). Springer-Verlag, Berlin.
- Science, 1999, Vol. 283, No. 5403, p. 757.
- Serra, K.V., Reynolds, A.C. y Raghavan, R. (1983). "New Pressure Transient Analysis Methods for Naturally Fractured Reservoirs". Journal of Petroleum Technology, pp. 2271-2283, (Diciembre).
- Simon & Schuster, (1973). Simon and Schuster's International Dictionary. New York.
- Smith, G.D. (1978). "Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods". 2nd edition, 304 págs. Clarendon Press - Oxford
- Smith, M., (1988). Hot Dry Rock Energy Systems. Geothermal Science and Technology, Vol.1, No.2, 125-163,.
- Smylie, D.E. (1999). "Viscosity Near Earth's Solid Inner Core". SCIENCE, Vol. 284, No. 5413, pp. 461-463, AAAS.

- Stehfest, H. (1970). "Algorithm 368, Numerical Inversion of Laplace Transforms [D5]", *Communication of the ACM*, Vol. 13, No. 1, pp. 47-49.
- Streltsova, T.D. (1983). "Well Pressure Behavior of a Naturally Fractured Reservoir". *Society of Petroleum Engineers Journal*, pp. 769-780, AIME, (Octubre).
- Suárez, M.C. (1981). "Sobre Dos Simuladores Numéricos de Geometría Sencilla (lineal y radial), para Modelar Yacimientos Geotérmicos Bifásicos. Aplicación a Los Azufres, Mich.". Reporte Interno inédito, Ofna. de Estudios Geotérmicos de la CFE, Morelia, Mich.
- Suárez, C.; (1982). "Ingeniería de Yacimientos Geotérmicos: Simulación Numérica". *Memorias del 8vo Congreso de la Academia Nacional de Ingeniería, Torreón, Coah.* (pp. 197-204).
- Suárez, M.C. (1983). "Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería de Yacimientos Geotérmicos: Técnicas de Resolución de Ecuaciones Diferenciales Parciales". Vol. I (210 pp.). Libro de texto editado por la Comisión Federal de Electricidad, Morelia, Michoacán.
- Suárez, M.C. (1984). *Técnicas Avanzadas de Interpolación y Aproximación. Vol. II. Notas del curso especial de matemáticas, Universidad Michoacana* (150 pages), Morelia, Mich., Mexico.
- Suárez, M.C. (1984). "Flujo de Fluidos y Calor en Pozos Geotérmicos". (120pp). Libro de texto editado por la Comisión Federal de Electricidad para curso en la DECFI, UNAM-OLADE, México, D.F.
- Suárez, M.C. (1986). "Sobre un Modelo Matemático General Para Yacimientos Geotérmicos en Dos Fases". *GEOTERMIA - Revista Mexicana de Geoenergía*, Vol. 2, No. 1, pp. 55-69.
- Suárez, M.C. (1987). "Análisis Geoestadístico de Información Geotérmica". *International Symposium on Development and Exploitation of Geothermal Resources. Inst. de Investigaciones Eléctricas y Comisión de Comunidades Europeas. Cuernavaca, Mor., Ed. IIE y CCE. Editor: Cristopher Heard* (pp.234-241).
- Suárez, M.C.; (1987). "Aplicación del Análisis de Riesgos a la Ingeniería de Yacimientos Geotérmicos". *Geotermia-Revista Mexicana de Geoenergía*, Vol. 3, No. 2; (pp.117-130).
- Suárez, M.C. (1988). "Procesos Estocásticos Homogéneos y No Estacionarios en Geotermia: Teoría Heurística". *GEOTERMIA, Rev. Mex. de Geoenergía*. Vol. 4, No.1 (pp.127-152), Morelia, Mich., México.
- Suárez, M.C., Pruess, K. y Lippmann, M. (1989). "Preliminary Modeling Studies on Los Azufres Geothermal Field". *Actas del Simposio en el Campo de la Energía Geotérmica. Convenio entre Comisión Federal de Electricidad de México y el U.S. Department of Energy. (1986-1989). San Diego, CA. (Trabajo presentado también en el 14th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, 1989 Stanford Geothermal Program - Stanford University).*
- Suárez, M.C. y Mañón, A.M. (1990). "Injection of Cold Water and Air into a Two-Phase Volcanic Hydrothermal System". *TOUGH Workshop-First International Symposium on Numerical Simulation of Multicomponent Systems, preprints.. Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley Laboratory, Berkeley, California, USA.*
- Suárez, M.C., Gutiérrez, H. y Moreno, J. (1991). "The use of Air as a natural Tracer in Fractured hydrothermal systems". *16th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford Geothermal Program, Stanford University.*
- Suárez, M.C., Tello, M. L., Del Rio, L. y Gutiérrez, H. (1992). "The Long Term Observed Effect of Air and Water Injection into a Fractured Hydrothermal System". *17th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford Geothermal Program, Stanford University.*
- Suárez, M.C. y De La Torre, E. (1992). "Diferencias Finitas Integrales: un Nuevo Método en la Solución de Problemas de Transporte en Medios Continuos". Ed. GEOS. *Boletín de la UGM*, Vol. 12, No. 3, Ensenada, Baja California.
- Suárez, M.C. y Viggiano, J.L. (1992). "Recovery Factors and Unused Energy in a Fractured Reservoir". *International Conference on Industrial uses of Geothermal Energy, Reykjavik, Iceland. September 2-4, 1992 ed. Federation of Icelandic Industries.*

- Suárez, M.C. (1993). "Rock Thermal Conductivity at the Caprock and Initial Conditions in Two-phase Volcanic Hydrothermal Systems". 18th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford Geothermal Program, Stanford University.
- Suárez, M.C. y Cataldi, R. (1993). "La Geotermia en Mesoamérica y Regiones Colindantes". Cap. 6. GEOTERMIA - Revista Mexicana de Geología, Vol. 9, No. 1, pp. 9-58.
- Suárez, M.C. y Samaniego, F.V. (1995). "Triple-Porosity/Permeability Flow in Faulted Geothermal Reservoirs: Two-Dimensional Effects". Proceedings of the Second International Workshop on Multicomponent Systems, TOUGH'95, (pp. 113-118). Lawrence Berkeley Laboratory, March 20-22, Berkeley, California.
- Suárez, M.C. y Cataldi, R. (1995). Cosmogony and Direct Uses of Geothermal Energy in Mesoamerica. Proceedings of the World Geothermal Congress 1995 (pp. 417-422). ISBN 0-473-03123-X. Florence, Italy, 18-31 May 1995.
- Suárez, M.C. (1995). "Modelo Conceptual Integrado del Yacimiento Geotérmico de Los Humeros, Puebla. Reporte Técnico Interno No. YI-HU1295, Dpto. de Yacimientos, Subgerencia de Estudios, CFE.
- Suárez, M. C. & Alonso, F. (1996). *Potentiality of 40 HDR Systems Detected in Mexico. A Preliminary Evaluation*. 3rd International HDR Forum, Proceedings (p. 117-118). May 13-16, 1996; Santa Fe, New Mexico, USA.
- Suárez, M. C. (1996). "Comparación entre Resultados de Diferentes Simulaciones y Comportamiento Observado en el Yacimiento Geotérmico de Los Azufres. Período 1981-1996". Rep. Técnico No. OIY-Az-031/96. Dpto. de Yacimientos, Comisión Federal de Electricidad.
- Suárez, M. C. (1997). "Simulación Numérica y Evaluación de Maritaro, Sector Norter del Campo Geotérmico de Los Azufres Mich.". Reporte Técnico No. OMM-Az-02/97. Dpto. de Exploración, Comisión Federal de Electricidad (Julio, 1997).
- Suárez M.C. y Samaniego, F. (1998). "FITH2 a Set of FORTRAN Interfaces to Process Tough2 Information, Data and Results". Proceedings of the TOUGH Workshop '98, pp. 19-24, editor K. Pruess. Earth Sciences Division, Lawrence Berkeley National Laboratory LBNL-41995, Mayo 4-6, Berkeley, California.
- Suárez M.C. y Samaniego, F. (1998) Intrinsic Random Functions of high order and their application to the Modeling of non-stationary Geothermal Parameters. Proceedings, 23rd Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University.
- Suárez, M.C., (1998). Deep Geothermal Systems in Mexico: An Integral Diversified Resource for the Energy of the Future. *Geothermal Resources Council*, Transactions, Vol. 22, pp. 327-331.
- Suárez M.C. y Samaniego, F. (1999). "A Practical Solution for the Radial-Vertical Heat Conduction in Geothermal Wells". Proceedings, 24th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University.
- Suárez M.C., Cataldi, R. y Hodgson S. (1999). "Cosmogony and Uses of Geothermal Resources in Mesoamerica". Chapter 31 in *STORIES FROM A HEATED EARTH: Our Geothermal Heritage* (pp. 499-516). Edited by Cataldi, R., Hodgson, S. and Lund, J., Geothermal Resources Council & International Geothermal Association, ISBN 0-934412-19-7, 569 p.
- Suárez-Bosché, N., Suárez-Bosché, K. y Suárez, M.C. (2000). "Submarine Geothermal Systems in Mexico". Proceedings of the World Geothermal Congress 2000 (pp. 3889-3893). Kyushu-Tohoku, Japan. May 28 - June 10, 2000.
- Tackely, P.J., (2000). Mantle Convection and Plate Tectonics: Toward an Integrated Physical and Chemical Theory. *Science* Vol. 288, No. 5473, (pp. 2002-2007), AAAS.
- Tello, Enrique. (1999)- Comunicación Personal - CFE.
- Tello, H. E., (2000). "Estado de Equilibrio Agua-Roca y Saturación de Minerales de Alteración en Sistemas Geotérmicos de Alta Entalpía de México". Tesis Doctoral (en prensa, 160 pp). Facultad de Ingeniería, DEPFI-UNAM. Morelia, Mich., México.
- Terzaghi, K., (1943). *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley, New York.
- Thauvin, F. Y Mohanty, K. (1997). "Modeling of Non-Darcy Flow Through Porous Media". SPE 38017, pp. 313-314.

- Toronyi, R.M. (1974). "Two-Phase, Two-Dimensional Simulation of a Geothermal Reservoir and the Wellbore System". PhD. Thesis, Pennsylvania State University, Pa., USA.
- Tsang, Ch.F., Tsang, Y. & Neretnieks, I. (1990). "Some Anomalous Features of Flow and Solute Transport Arising From Fracture Aperture Variability". *Water Resources Research*, Vol. 26, No. 10, pp. 2377-2391.
- Viggiano, J.C. y Gutiérrez-Negrín, L.C.A. (1988). Análisis Petrográficos Estadísticos de Núcleos en el Campo Geotérmico de Los Azufres, Mich. *Geotermia*, Vol. 4, No. 2, (pp. 7-37).
- Viggiano, J.C. (1998). Comunicación personal sobre Las Tres Virgenes, B.C.S. (CFE).
- Wackernagel, H., (1995). *Multivariate Geostatistics*. (256 p.) Springer-Verlag, Berlin Heidelberg Germany.
- Warren, J.R. & Root, P.J.; (1963). "The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs". *Soc. of Petroleum Engineers Journal*, Vol. 3, No. 3.
- Whiting, R.L. y Ramey, H. Jr. (1969). "Application of Material and Energy Balances to Geothermal Steam Production". *Journal of Petroleum Technology*, V. 21, pp. 893-900.
- Wind Power Monthly, (1999). *News Magazine*, Vol. 15, No. 10, Octubre 1999.
- Wolfram, S. (1993). *Mathematica*. A System for Doing Mathematics by Computer. Wolfram Research, 2nd Edition, Addison-Wesley Publishing Company (961 pp.), New York.
- Yu-Shu, Wu y Pruess, K. (1988). A Multiple-Porosity Method for Simulation of Naturally Fractured Petroleum Reservoirs. SPE No. 15129, pp. 327-336.
- Zhao, J. (1994). "Geothermal Testing and Measurements of Rock and Rock Fractures". *Geothermics*, Vol. 23, No. 3, pp. 215-231.
- Ziagos, J.P., Blackwell, D. y Mooser, F. (1985). "Heat Flow in Southern Mexico and the Thermal Effects of Subduction". *Journal of Geophysical Research*, Vol. 90, No. B7, pp. 5410-5420.
- Zierfuss, H. y Van der Vliet, G. (1956). Laboratory Measurements of Heat Conductivity of Sedimentary Rocks. *Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists*, Vol 10, No. 10, 2475.
- Zimmer, C. (1999). "Life After Chaos". *SCIENCE*, Vol. 284, No. 5411, p. 79. - American Association for the Advancement of Science.
- Zimmerman, R.W., Chen, G., Hadgu, T. & Bodvarsson, G.S. (1993). "A Numerical Dual-Porosity Model With Semianalytical Treatment of Fracture/Matrix Flow". *Water Resources Research*, Vol. 29, No. 7, pp. 2127-2137. July 1993.
- Zyvolosky, G. (1982). "Non-Darcy Flow in Geothermal Reservoirs". *Geothermal Resources Council Transactions*, Vol. 6, pp. 325-328; October 1982.

X.2.- INDICE DE FIGURAS**Página**

Figs. 0a, 0b.- Núcleos sin y con Fracturas del Pozo Az-48, Los Azufres, Mich.	18
Fig. 0c.- Núcleo del mismo pozo a 2679 m de prof. con Fracturas y falla	18
Fig. 0d.- Fracturamiento en Núcleos del campo de Los Humeros, Pue.	18a
Fig. 0e.- Fracturamiento en un escarpe de Falla, campo de Los Humeros, Pue.	18a
Fig. 0f.- Microfotografía mostrando red de microfracturas con fractura sellada	18b
Fig. 0g.- Microfotografía mostrando red de microfracturas y poros interconectados	18b
Fig. 1 - Composición Simplificada del Interior de la Tierra y Principales Dimensiones	23
Fig. 2.- Zona Hidrotermal Convectiva	27
Fig. 3 - Esquema Simplificado mostrando un Proyecto Geotermoelectrico	31
Fig. 4.- Mapa de México, Recursos Geotérmicos Convencionales y No	35
Fig. 5.- Mapa Regional del Golfo de California con Geotermia Submarina	35
Fig. 6.- Elemento Diferencial de un Medio Multiporoso	72
Fig. 7.- Ejemplo 3D de Discretización de un Reservorio por el método de VFI	80
Fig. 8.- Detalle de la Discretización Espacial del Medio DP por VFI en 2D	80
Fig. 9.- Formas Geométricas de Superficies de Contacto Capilar	103
Fig. 10.- Flujo Interporoso entre dos Continuos	121
Fig. 11.- Esfuerzos en un medio Poroso con una Fractura	128
Fig. 12.- Subregiones Termodinámicas para la Ecuación de Estado del Agua, Diagrama p-T	135
Fig. 13.- Acoplamiento entre TRAMER3 y CREAM3 con otros Módulos	154
Fig. 14.- Malla con Fronteras creada por CREAM3	155
Fig. 15.- Sección Simplificada de un Pozo Geotérmico	170
Fig. 16.- Curva de Entalpía vs Presión para diferentes Temperaturas calculada con TRAMER3	174
Fig. 17.- Función K o Línea de Saturación con TRAMER3	175
Fig. 18.- Energías, Presión y Temperatura en la Línea de Saturación con TRAMER3	175
Fig. 19.- Entalpías y Presión en la Línea de Saturación con TRAMER3	176
Fig. 20.- Entalpías y Temperatura en la Línea de Saturación con TRAMER3	176
Fig. 21.- Densidades y Presión en la Línea de Saturación con TRAMER3	177
Fig. 22.- Densidades y Temperatura en la Línea de Saturación con TRAMER3	177
Fig. 23.- Capacidad Calorífica y Presión en la Línea de Saturación con TRAMER3	178
Fig. 24.- Capacidad Calorífica y Temperatura en la Línea de Saturación con TRAMER3	178
Fig. 25.- Conductividad Térmica y Presión en la Línea de Saturación con TRAMER3	179
Fig. 26.- Conductividad Térmica y Temperatura en la Línea de Saturación con TRAMER3	179
Fig. 27.- Viscosidad Dinámica y Presión en la Línea de Saturación con TRAMER3	180
Fig. 28.- Viscosidad Dinámica y Temperatura en la Línea de Saturación con TRAMER3	180
Fig. 29.- Tension Superficial y Presión en la Línea de Saturación con TRAMER3	181
Fig. 30.- Tension Superficial y Temperatura en la Línea de Saturación con TRAMER3	181
Fig. 31.- Energía del Fluido en Función de la Calidad de Vapor y p_{sat} con TRAMER3	182
Fig. 32.- Entalpía del Fluido en Función de la Calidad de Vapor y T_{sat} con TRAMER3	182
Fig. 33.- Energía del Fluido en Función de la Calidad de Vapor y T_{sat} con TRAMER3	183
Fig. 34.- Saturación del Líquido en Función de la Calidad de Vapor y T_{sat} con TRAMER3	183
Fig. 35.- Distribución Radial de Temperaturas en el Cemento	184
Fig. 36.- Temperatura del Cemento en Función de la Profundidad	185

Fig. 37.- Temperatura del Modelo de Advonin con TRAMER3	187
Fig. 38.- Modelo de Advonin: Presión a las 5.6 horas de Inyección	187
Fig. 39.- Modelo de Advonin: Temperatura a las 5.6 horas de Inyección	188
Fig. 40.- Modelo de Advonin: Presión a las 78 horas de Inyección	188
Fig. 41.- Esquema Simplificado de las Zonas del Modelo de Flujo Compuesto DP	191
Fig. 42.- Grafica Doble Logaritmo del Pozo H-01	197
Fig. 43.- Grafica Doble Logaritmo del Pozo H-28	197
Fig. 44.- Curvas de Incremento de Presión para distintos Betas	198
Fig. 45.- Corte Vertical de una Falla con red fracturada y matriz, medio 3ϕ -3K	200
Fig. 46.- Evolución Convectiva de la Saturación vertical de Vapor	200
Fig. 47.- Evolución Convectiva del perfil vertical de Presiones	201
Fig. 48.- Evolución Convectiva del perfil vertical de Temperaturas	201
Fig. 49.- Evolución de la Presión en la vecindad de la Falla (líquido inicial)	205
Fig. 50.- Evolución de la Presión en la vecindad de la Falla (dos Fases)	205
Fig. 51.- Evolución de la Temperatura en la vecindad de la Falla (líquido inicial)	206
Fig. 52.- Evolución de la Temperatura en la vecindad de la Falla (dos Fases)	206
Fig. 53.- Evolución de la Saturación de Vapor en la vecindad de la Falla (líquido inicial)	207
Fig. 54.- Evolución de la Saturación de Vapor en la vecindad de la Falla (dos Fases)	207
Fig. 55.- Malla-ejemplo Unidimensional con el Método VFI	225
Fig. 56.- Malla-ejemplo Bidimensional con el Método VFI	226

X.3.- ÍNDICE DE TABLAS

Página

Tabla 1.- Capacidad Geotermoeléctrica Instalada en México (2000)	32
Tabla 2.- Capacidad Geotérmica Instalada en el Mundo (2000)	33
Tabla 3.- Potencial Energético de los Diferentes Sistemas Geotérmicos en México	38
Tabla 4.- Comparación de Costos de Generación Eléctrica entre varias Fuentes de Energía	39
Tabla 5.- Algunos Parámetros Petrofísicos en el yacimiento de La Primavera	108
Tabla 6.- Propiedades Petrofísicas Medidas en Núcleos de Los Humeros	110
Tabla 7.- Propiedades Petrofísicas Medidas en Núcleos de Los Azufres	111
Tabla 8.- Promedios Útiles en Reservorios Fracturados con Fluido Multicomponente	119
Tabla 9.- Parámetros Primarios del Reservorio para el Flujo de Masa y Energía	120
Tabla 10.- Promedios Calculados para algunos Parámetros en la Frontera entre 2 Zonas	120
Tabla 11.- Algunas Propiedades Petrofísicas de un Reservorio $m\phi$ -nk	122
Tabla 12.- Valores para el Flujo Interporoso en la Interface S_{a1}	122
Tabla 13.- Geoquímica del Fluido Extraído del Campo Geotérmico de Los Azufres	137
Tabla 14.- Coeficientes de la Curva de Saturación para $p_{sat}(T)$	140
Tabla 15.- Coeficientes del Potencial Reducido de Gibbs en la Región de Líquido	141
Tabla 16.- Coeficientes del Potencial Reducido de Gibbs en la Región de Vapor	142
Tabla 17.- Coeficientes para el Cálculo Numérico de la Viscosidad Dinámica del Agua	143
Tabla 18.- Coeficientes para el Cálculo Numérico de la Conductividad Térmica del Agua	144
Tabla 19.- Rango de Productos porosidad-compresibilidad en Zona Fracturada	195
Tabla 20.- Datos Petrofísicos del Problema de Convección	199
Tabla 21.- Parámetros Usados en las Simulaciones Numéricas de TP	204

X.4.- ÍNDICE TEMÁTICO

abatimiento de presión	16,71	arenas de sílice	101	cementación	170
aceite, aceite residual	28,29,51,94,105	areniscas, arenisca tobácea	94,95	cemento	170
aceleración de la gravedad	26,75	Argón	17	centros geométricos	155,156
ácido sulfhídrico	137	ASME	133	centros de masa	155
acoplamiento, a mediciones		aspectos económicos de la		CFE	32,52,71,167
de campo	16,62,96,167	energía geotérmica	38	chimeneas naturales	36
actividad magnética	211	Astenósfera	22	Ciencias de la Tierra	28,50
acuífero, confinado	21,27,44,54,58,186	atmósfera	24,40	cilindro hueco	170,233
adhesión de moléculas	101	bacterias quimiosintéticas	25	cilindros huecos infinitos	169,233
adsorción	101	barriles de petróleo crudo	31,37,41	Clapeyron, curva de	84
Advonin, modelo de	186	basalto	22,24	clave del método de VFI	81
agua, agua subterránea	15,24,37,82	bases, base polinomial	164	cloruros, Cloruro de Sodio	137,138
agua caliente subsuperficial	34,36	bióxido de carbono	32,137	código numérico	152
agua de enfriamiento	32	bloques de matriz	16,57,64,71	coeficiente de difusión hidráulica	64,192
agua irreducible	105	cabezal del pozo	38,151,184	coeficiente de Lamé	126
agua líquida	27,38,52,70,94	cadenas alimenticias	25	coeficiente de Laplace	133
agua marina	25,36,40	calcio	24	coeficiente de Forchheimer	206
agua pura, en dos fases	19,51,53,133	calidad del vapor	136	coeficientes de flujo	63,65,68,83
ahorro neto	32	caliza	24,105	coeficientes no-lineales	82
aire atmosférico	17,24	calor	15,25,36,61,73	cohesión	128
aleatoriedad	59,160	calor específico, a		colapso	97
algoritmo explícito		presión constante	27,76,77,94,95	combinación lineal	164
en el tiempo	89,90,91	calor interno	22,24,25,26	combustible	22,32,39
implícito	90,91	calor geotérmico	15,25,32	Comisión Federal de Electricidad	21
explícito-implícito	90	calor latente, de		Comisión de Energía Geotérmica	30
de Arnoldi	229	vaporización	22,26,27,93	compilador tipo LAHEY	152
algoritmos tipo Crank-Nicolson	91	calor radiogénico	25,26	complejidad, grado de	44,47,48,61
algoritmos tipo PPF	91	calor terrestre	15,22,24,25,26,28,38	complejidad, Modelo Conceptual	46,47
almacenamiento	56,62,63,68,71	calor ducto	94	componente radial	
alta entalpía	15,27,30	cambio de fase	16,27,53,57	del flujo de calor	171
alteración diagenética,		cambio instantáneo de		comportamiento poroelástico	220
hidrotermal	27,29,190	energía térmica	77	comportamiento del sistema	16,40,45
aluminio	24	cambio instantáneo de masa	75	composición de la Tierra	22,40
América, central, del sur	27	campo magnético terrestre	23,24,211	composición geoquímica	
análisis comparativo de costos	38	campo geotérmico	17,32,39	de los magmas	212
análisis matemático	213	Los Azufres	16,17,32,95,203	comprensión científica	161
análisis de pruebas de presión	189	Cerro Prieto	30,32,36,41	compresibilidad	98,195
análisis tensorial	216	Los Humeros	16,107,191,202	de un fluido	223
andesitas	95	La Primavera	34,107	volumen del poro	99
animaciones	159	Las Tres Vírgenes	34	de la fase sólida	99
anomalías termales	28	cantidad promediada	81	estructural de la	
apertura, de fracturas	189,191,236	capacidad del sistema	161	roca porosa	98,100
aproximación espacial	227	capacidad geotermoeléctrica		total	223
aproximación numérica explícita	88	instalada	32,33	volumétrica enchaquetada	98
aproximación para		capacidad eléctrica total	31	concepto de multiporosidad-	40
tiempos pequeños	189	capacidad	159	multipermeabilidad	92
aproximación lineal	82	capacidad calorífica,		concepto general $m\Phi$ -nK	71,151
archivos ASCII	159	de rocas saturadas	93,94	condensación	24,27,75
área diferencial	75	capilaridad	100	condición de frontera exterior	170
areas interfaciales	156,226	carbón	28	condiciones de frontera complejas	81
arena y cuarzo	24	carga litostática	15,129	condiciones iniciales	157
arenas no consolidadas	104	celda de convección	27	conducción	25,26,53,75

conducción radial transitoria	169,233	decaimiento radioactivo	15,25,40	Donaldson, modelo de	171
conducción del calor en la Tierra	25	decremento de presión	192	drenaje	104
conducción transiente de		deformación, de la roca	82,212	ebullición	94
calor en pozos	169	deformación de la matriz	83	ecuación de estado	82
conducción del calor	25,93,170	deformación poroelástica	125	de estado del agua	173
conductividad, media	25,30,93	Delfiner, funciones de	166	de Forcheimmer	19
conductividad térmica,		densidad, local	77,211,218	de Kelvin	103
de rocas saturadas	77,93	densidad de la roca	107	de Laplace	102
conductividad térmica del manto	26	depresión, isotérmica	99,204	diferencial no lineal	81
configuración inicial de Lagrange	215	depresión de Wagner	36,38	general de propagación	226
configuración de Euler	216	deriva continental	212	general de transporte	226
conjunto conexo	213	derivada material	127,217	matricial	89
conservación de la energía	77,79	descarga específica	74	ecuaciones en	
conservación de la masa	75	descargas volcánicas	24,26	derivadas parciales	77,160
constantes desconocidas	164	descomposición anaeróbica	28,29,41	ecuaciones no-lineales	91
contacto térmico	93	determinante	216	ecuaciones integrales de masa	219
contacto intergranular	94	detritos orgánicos	28	ecuaciones integrales	
continentes	24,212	diagénesis anaeróbica	28	de la energía	220
continua por pedazos	227	Diferencia Finita,		efecto de pepita	166
continuo	16,46,70	DF, posterior	79,80,88	efecto poroelástico	97
continuos interconectados	203	diferencia de presión	62	efectos de frontera	157
continuos interactuantes	16,40,203	diferenciación química	212	ejes coordenados	156
contornos 2D	159	diferencial	214	elasticidad lineal	124
convección composicional	23,211,212	diferencias finitas temporales		Elemento Finito, EF	51,80,225
en el manto	22,24,40,212	mezcladas	89	elementos frontera	156
hidrotermal	26,27,40,75,211	diferencias estacionarias,		internos	156
magmática	26,27	generalizadas	163	productores	153
mecánica	211	Diferencias Finitas Integrales	225	radiactivos o	
térmica	212	difusividad generalizada	229	radiogénicos	15,25,40
térmica en el núcleo	25,212	difusividad térmica	25,93,95	rectangulares	154
coordenadas de los nodos	156	difusividad del fluido	66,203	energía	15,16,32,40,44
coprocesador numérico	151	dilatación	97	cinética	221
cordilleras meso-oceánicas	23,27	dimensiones, radial y vertical	81,169	convencional	31
Corey, curvas de	148	dinámica	212	de la roca	76,222
correlación de Colebrook y White	168	dinámica interna de la Tierra	22,211	del fluido	220
correlación empírica de		DIOMRES (k,m)	230	eléctrica	31,39,45
Russel James	168	discontinuidad	77,121	eólica	40
correlaciones empíricas	94,135	discontinuidad en los gradientes	204	geotérmica	15,32,38
corriente convectiva	26,199,211	discretización en el tiempo	229	interna	24,74,133,221
corteza terrestre	15,22,23,24,25	discretización espacial	79,80,91	interna recuperable	45
corteza oceánica	24,25,36,40	discretización del modelo	81	por conducción	26,169
costo de la energía eléctrica	32	discretización fina	153	solar	40
costo del combustible	38	discretización integral	227	térmica	15,16,27,75,211
costos de producción	38	discretización temporal	90	enfriamiento del núcleo	25
costos mundiales promedio	40	distancia euclidiana	156	entalpía	17,77,152
costos de generación	32,39	distancia internodal	83,156,226	del fluido	27
covariancia, generalizada	162,164	distancia media entre		del fluido estancado	168
Crank-Nicolson	90,228	fracturas paralelas	203	de la mezcla	168
creación de hidrocarburos	28,41	distribución puntual de Dirac	123	de las andesitas	95
creación semi-automática		distribución de Heaviside	123	específica	76,133
de mallas fracturadas	153	distribución de temperaturas		libre reducida	140
Creador Automático de Mallas		en el cemento	184	entropía reducida	140
en 3 dimensiones	152	distribución espacial	161	equilibrio térmico instantáneo	79
CREAM3, descripción de	152,153	distribución de permeabilidades	160	escala	46,161
cuantificadores	46	distribución inicial		esfuerzos exteriores	221
curvas tipo adimensionales	190,236	de temperaturas	169	internos	96
daños estructurales	96	distribución radial de calor	185	principales	129
darcys	97	doble porosidad	20,71,92,152	térmicos	97

espaciamiento entre fracturas	190	homogéneo	168	función de Trust	147
espacio poroso	104	fluidos inmiscibles	102	determinística	165
espacios intergranulares	96	flujo de calor promedio	30	error complementaria	186
espectro termodinámico	152	de calor superficial	212	Gama	166
esperanza matemática	162	de masa bifásica	77	lineal	171
espesor cilíndrico	169	de masa monofásica	74	Función K	173
espesor de la falla	202,203	de masa y energía	74,75,77	funcional lineal	164
espesor de la corteza	22	de roca	76	funciones base	164
estacionario	92	en dos fases	224	funciones de Bessel	164,238
estadística clásica	162	estacionario	121	funciones de Grant	149
estado termodinámico	89	interporoso	16,40,62,67,71	funciones Lineales	148
estado inicial no deformado	216	laminar	74,78,222	funciones Producto Cruzado	
estado deformado	216	lineal	189,235	de Bessel	170
estimación de parámetros	158,193	no-darciano	16	funciones de Stanford	150
estimador	165	radial-vertical de calor,		funciones de Verma	149
estrato "F", "D"	22,211	transitorio	151,168,184,233,236	gas natural	28,32,94
estructura espacial	162,164	térmico conductivo	15,25	gases dañinos	32
evaluación del reservorio	45	total de masa	75	gases inertes	24
evaporación	75	Forchheimer, ecuación de	75	gases magmáticos	24
evaporación/condensación	219	formación	16,170	gases incondensables	101
evolución convectiva	199	formación fracturada	189	gasto volumétrico	194
del reservorio,		formación en contacto		generación de calor	25
del sistema	159	con la tubería	167	generación de electricidad	15
estacionaria	49	fórmula de integración eficiente	158	generación del campo magnético	211
posterior del sistema	159	fórmula de la divergencia	215	generación geotermoeléctrica	
expansión térmica	96	FORTTRAN 77, 90	136,151,152	actual	30,31,40
expansión del fluido	204	fracasos parciales	21	generadores de electricidad	30
expansividad de la roca	96	fracción volumétrica	104	generar nuevos datos	48
expansividad del fluido	96	fraccionamiento de		génesis del petróleo	28
explosiones volcánicas	26	elementos ligeros	211	geodínamo terrestre	24,211
explotación	45,76	fractura	16,71	geoestadística estacionaria	163
extrapolar	161	fracturamiento	71,203	geoestadística ordinaria	162
factor de fricción	130,168	frontera	16,214	geofísica del interior del planeta	22
factores de ignorancia	46	bloque/ fractura	62	geomecánica de la roca porosa	124
falla conductora	16,71,71,72,190,203	común	167	geometría	80
falla de San Andrés	34	curvilínea	80	geometría fractal	59
fallas activas	28	de contacto	16	geometría radial	63
fase líquida	74	del reservorio	153	geoquímica	24
mojante	102,104	del sistema	161	geotermia	15,32,71
no-mojante	106	elemento volumétrico	228	convencional	15,29
vapor	74	fracturas-matriz	204	no convencional	30,34
fases perfectamente móviles	148	interna, externa	167	profunda	30
fenómeno aleatorio	59	núcleo-manto	211	submarina	30
fenómenos de convección	26	fuerza de energía primaria	15	geotermoeléctrica	30
fenómenos de transporte	226	fuerzas de flotación, térmica		géysers	26
Física del medio multiporoso	213	y composicional	26,211,212	Golfo de California	30
fisuras naturales	27,57,96,190	fuerzas gravitacionales	23	Golfo de México	30,36
flexibilidad geométrica	167	fumarolas	26	gradiente	17,82,229
fluctuaciones de tipo aleatorio	160	función aleatoria intrínseca de		gradiente anómalo convectivo	30
fluido	17,19,26	orden k, FAIk	158,163,164	gradiente geotérmico, normal	15,27
bifásico o	19,20	de Dirac	166	gradiente de presión	104
en dos fases	16,40,74,78,101	de flujo	89	gradientes termodinámicos	152
de alta entalpía	15,30	de Gibbs	140	gradientes de temperatura	96
monofásico	74	del Laboratorio Sandia	148	gradientes espaciales	89
multifásico	77	de Leverett	148	GRAFEL2	153,159
newtoniano	96	de Milly	147	gráfica clásica de	
no Newtoniano	130	de Pickens	147	Entalpía - Presión	173
no isotérmico	27,71,92,170	de Ramey	147	gráficos de densidad	159

grandes escalas de tiempo	212	Japón	27	<i>Mathematica</i>	159
GRAPHER	159	kerógeno	29,37	matriz	17,20,52,55,56,62,63,71
gravedad	81	krigaje, kriging	162	matriz ortonormal	231
HEATW2	171	no estacionario	158	matriz poroelástica	16
heterogeneidad	161	por bloques	165	matriz sólida termoporoelástica	220
heterogeneidades del reservorio	80	Universal	158	mecanismo convectivo	26
hidrocarburos	28	Las Antillas	27	mecanismos de producción	45
hierro	22	lava	24	mecanismos deformantes	212
hierro puro	211	Lebesgue, integral de	226	medio continuo multiporoso	72,220
histéresis	104	lema fundamental de la		Uniporoso-Unipermeable	73
imbibición	104	Física del Continuo	214	Doble Porosidad-Unipermeable	73
incertidumbre original	161	lenguaje de programación	159	Doble Porosidad-	
incremento generalizado	164,165	ley de Darcy	74,78,208	Doble Permeabilidad	73
Indonesia	27	Kopp	94	Triple Porosidad-	
inestabilidad numérica	91	Fourier	74	Doble Permeabilidad	73
inestabilidades físicas	91	Forchheimer	74	Triple Porosidad-	
información incompleta	40	Young-Dupre	103	Triple Permeabilidad	73
ingeniería de reservorios	44,50,79	leyes fenomenológicas	45	Tetra Porosidad -	
fracturados	173	fundamentales	217	Tetra Permeabilidad	73
de yacimientos		generales de conservación	74	Quintuple o	
geotérmicos	16,19,47,51	no lineales	97	Séxtuple Porosidad	73
inicio de la vida	25	liberación de energía	27	$m\Phi-nK$	
integración de gastos de inyección	158	línea fuente	231	(m Porosidad-n Permeabilidad)	73,74
integral	213	linealmente independientes	164	memoria	91
integral de superficie	81,228	líquido	77	metales pesados	24
integral exponencial	232	comprimido	16	metales alcalinos	24
<i>Integrated Finite Difference</i>		del núcleo externo	211	metano	28
<i>Method</i>	80,225	isotérmico	121	metas generales del	
intensidad del		ligeramente compresible	61	modelado matemático	49
fracturamiento	71,72,190	litoral del Pacífico	30	método de interpolación	162
interacción entre matriz		litosfera	15,22	método VFI	80,224
y fracturas	62,152	lodos, de circulación	17,26	método iterativo	230
interacciones geoquímicas	27	longevidad	159	método de Krige	162
interacciones termo-mecánicas		longevidad efectiva	190	método variacional	230
entre manto y núcleo	211	longevidad comercial del recurso	45	métodos numéricos	77
intercambio de calor	93	lutitas	94	México	16,20,27,30,32,35,38,41,95
interface	16,81,82	macrofracturas	92,203	mezcla bifásica	168
interface líquido-vapor	102,133	macropermeabilidad	97	microdarcys	20,97
interferencia	17,30	madurez de hidrocarburos	28	microfractura	16,18b,20,53,71,72,203
intergranular	71	magma	22	microfracturas interconectadas	18b,96
interior de la Tierra	15,22,24,211	magnesio	22	microporos	101
<i>International Formulation</i>		magnetita	107	migración del fluido	97
<i>Committee, IFC</i>	134	malla	151,156	mineral anfíbol	27
interpolación lineal de Lagrange	114	malla interior	156	mineral cuarzo	27
interpolaciones óptimas	158	malla porosa fracturada	153,202	mineral epidota	27
interpolador lineal	165	MALLAF3	153	mineral zeolita	27
interpolación parámetros	153,161	manantiales calientes	26	minerales metálicos	24
intervalo	213	manto	15,22,25,93,211	minerales de alteración	
intrusiones magmáticas	15	MAP4GF	198	hidrotermal	27,109
inversa de Laplace	237	maquetas matemáticas	44	minerales de arcilla	24
inversión inicial	32	Mar de Cortés	36	mineralogía	16,26,61
inversiones térmicas	16	MARCE-1,-2, algoritmos	155,156	modelado	43,44,45,48
inyección	75	Marte	211	modelado de parámetros	
inyección de aire atmosférico	17	masa fluida disponible	45	no-estacionarios	161
inyección de fluidos fríos	96	masa diferencial	218	modelo	74,79
IRFk2	153,158,167	masa de roca multiporosa	219	analítico	168
isótopo	25	masa del fluido bifásico	218	analítico de Advonin	186
jacobiano de la transformación	216	matemática	44	compuesto de DP	189

conceptual	16,40,46,161	origen de la vida	25,36	potencia instalada	31
de Brailsford-Major	117	origen de la aleatoriedad	161	potencia geotermoelectrica	31
de Budiansky	116	ortogonalidad de U_0	234	potencial geopresurizado	37
de Hashin-Shtrikman	117	ortogonalización incompleta	230	potencial reducido de Gibbs	140,141
de pozo	151	óxidos de azufre	32	potencial geotérmico marino	36
de pozos SIMU89	167	oxígeno	28	potencial de los recursos	
de Waff	117	países geotérmicos	32	geotérmicos de México	37
de Walsh-Decker	118	paleotemperaturas	28	pozo	15,17,20,54,71
dispersivo de Maxwell	118	parafinas	28	pozo Pathé 1	30
en dos dimensiones	186	parámetro distribuido en 3D	158	POZOR3	153
en paralelo	115	parámetros adimensionales	193	pozos bifásicos	169
en serie	115	estacionarios	153	ficticios	157
general bifásico	222	geométricos	88	geotérmicos	170
geométrico	115	petrofísicos	16,20,93	petroleros	170
matemático	19,44,45,71	promedio en		productores	15,20
numérico	92	las interfaces	112	precisión del método	81
radial de DP	63	pared de la tubería	167	predicciones	161
radial del flujo de		parte no-darcyana	208	preprocesador de datos	151
múltiple porosidad	63	pasado-presente-futuro, algoritmo	91	presión	17,26,77,152
radial estacionario	232	Pathé El Grande	30	capilar	74,102
radial transitorio	233	PEMEX	36	confinante	93
vertical estacionario	232	pérdida de calor	184	de confinamiento	99
volumétrico	153	pérdidas de circulación	107	de equilibrio	101,102
modelos de flujo	198	perfiles de presión, temperatura	169	de labio	168
modelos generales de mezclas	115	perforación de pozos	159,169	de poro	93
modelos multicomponentes	59	permeabilidad	15,16	de saturación	102,139
modos traslacionales de Slichter	23	absoluta	78,96	del fluido	98
módulo de análisis de pruebas		efectiva	75,104	del poro	99
de presión (MAP4GF)	198	global	189	del vapor	102
mojabilidad preferencial	104	primaria	17	diferencial	98
momentum del fluido	74	por fracturamiento	190	efectiva	93
movilidades relativas	100	relativa	78,104	efectiva de compactación	99
movimientos virtuales	159	secundaria	190	inicial	192
multi-permeables	19	permeable	71	lateral de confinamiento	129
multiple interacting continua		petróleo	19,28	litostática confinante	99
(MINC)	54	pirita	107	media	190
múltiple permeabilidad/porosidad	17	placas oceánicas	212	primera ley de la termodinámica	220
multiplicadores de Lagrange	165	placas tectónicas	15,26	probabilidad	162
multi-porosidad	19,72,73	planeta	15,22,23,25	problema de convección	
MXYZG3	153	plantas convencionales	32	unidimensional	199
Nitrógeno	17,32	plantas geotermoelectricas	31,32	proceso de transporte	19
no isotérmico	92	plataformas marinas de perforación	36	estocástico	161
norma cuadrada del residuo	230	población muestral	162	geotermal activo	212
núcleo	15,23,95,211	Poisson, módulo de	120	no estacionario	163
núcleo de hierro	211	polinomio de orden k_A	163	puramente convectivo	199
núcleo exterior, interior	22,211	polinomios de Tchebyshev	157	procesos de convección	27
núcleo líquido	211	poroelasticidad, lineal	98,124	convectivos del manto	212
núcleos saturados	97	porosidad	96,218	estocásticos	160
núcleos de perforación	41	efectiva	107	geológicos impredecibles	161
número de Reynolds	130,168,206	efectiva de las fracturas	195	térmicos	100
número de fracturas	189,236	local	218	termoquímicos	24
Océano Pacífico	36	múltiple	72,92	producción	75
oceanografía	36	primaria	71	producto porosidad-	
océanos	22,24	simple	20,92	compresibilidad	189,195
ondas sismológicas	22	porosidad y permeabilidad		producto número de fracturas-	
orientación de la malla	157	múltiples	16,71,92	permeabilidad	189
origen absoluto	155	pos -procesamiento gráfico	151	profundidad	15,30
origen del calor terrestre	25,40	potencia	220	promedio aritmético simple	119

Flujo de Fluidos No Isotérmicos en Reservorios Fracturados con Porosidad y Permeabilidad Múltiples

en paralelo	119	con porosidad simple	51	sistemas complejos	16,59
en serie	119	reservorios convencionales	33	de masas de magma	34
general aritmético	119	reservorios de múltiple porosidad		en roca seca o húmeda caliente	30
general geométrico	119	/ permeabilidad	151	geotérmicos geopresurizados	34
general ponderado	119	reservorios fracturados con		hidrotermales	27
geométrico	119	Doble Porosidad	53	hidrotermales submarinos	25
geométrico ponderado	119	reservorios fracturados con		hidrotermales tradicionales	30
logaritmico	119	Triple Porosidad	56	lineales dispersos	230
por continuidad	119	geopresurizados	30	naturales	45,74
simple ponderado	119	geotérmicos volcánicos	40,71	volcánicos	92
propagación del disturbio térmico	185	hidrotermales	19	sodio	137
propiedades de sistemas		hidrotermales submarinos	34,36	software gráfico comercial	151,159
multicomponentes	115	isotérmicos fracturados con		solución analítica	186
estadísticas	162	Porosidad Múltiple	57	solución del problema	153
físicas	16	naturalmente fracturados	51,71	solución numérica	74
matemáticas	213	superficiales tradicionales	29	solución numérica por integración	81
petrofísicas y		respuesta inicial	203	splines lineales	171
termodinámicas	107,153	Reynolds, número de	74	subconjuntos	213
termo-mecánicas	93	riesgo financiero	33	subducción	27,212
termo-poroelásticas	19	roca húmeda caliente	36	subespacio funcional	89
pruebas de incremento de presión	190	roca multiporosa y elástica	216	subregiones	135
pruebas de inyección -		roca porosa fracturada	93	subsistemas acoplados	16
recuperación	189,190	roca porosa volcánica	17	sucesión geométrica normalizada	202
pruebas de presión	17,44,72	roca saturada	107	suelos vaporizantes	27
pseudo-parabólico	160	roca seca	107	supercontinentes	212
punto crítico	135	rocas deformables	16,92	superficie	15,81
punto triple	135	rocas ígneas	28	superficie de la corteza	211
radio de la Tierra	75	rocas volcánicas	76,95	superficie interfacial	102
radio medio de curvatura	102	rotación del planeta	211	superficies elementales disjuntas	81
radioelemento	25	rotaciones	157	superficies tridimensionales	159
Torio	25	rugosidad del metal	168	superposición de soluciones	169,233
Uranio	25	sales	101	<i>Surface Integrated Finite</i>	
Potasio	25	saturación	84,218	<i>Difference Method</i>	80
recarga natural	50,157	saturación de agua irreducible	104	SURFER	159
recuperación de energía	45	de equilibrio	104	susceptibilidad magnética	107
recuperación de petróleo	100	de la fase f	218	sustancias aromáticas	28
recurso renovable	15	del líquido	102,136	tasa de calor	221
recursos geotermales alternos	34	de vapor	94	tasa de enfriamiento del núcleo	211
red de fracturas	17,71,92,97,189,204	sedimentos	28	TCHEBY3	153
refinamientos de la malla	80	sedimentos orgánicos	28	técnicas estocásticas	160
reflectividad infrarroja	26	serie de Taylor	82	tectónica	34
reflexiones	157	silicatos	22	tectónica de placas	211,212
régimen tectónico	22	silice	24,137	tectonismo	36,212
región de vapor	142	similitud	234	tectonismo local	21
región de líquido	140	SIMU89	167	temperatura	15,17,26,76,152
regiones concéntricas	191	simulación numérica	152	temperatura de saturación	139
reinicio	230	simulador numérico	19,45	temperatura del manto	26
reinyección	97	simulador de pozos	19,167	temperatura interna	25
reinyección de líquido	17	simular	151	temperaturas de fondo	15
relación de Clapeyron	173	sismología	211	tendencia	165
relaciones excitación-respuesta	46	sismos	212	tensión superficial	102,133
reología	212	sistema complejo	73	tensión efectiva	99
reservas	31	de coordenadas	81	tensor alterno	217
reservorio	17	del Krigaje Universal	166	tensor de permeabilidad absoluta	75
geotérmico	73,77,95	diferencial pseudo-parabólico	88	tensor de la deformación	216
multiporoso		lineal	158	tensores de conductividad térmica	76
con fracturas	27,56,74,160	roca-fluido	79,96	teorema de la Divergencia	81,214
petrolero	28,73	Solar	211	teorema del Valor Medio	81,213

teorema general de Stokes	214	tres niveles de tiempo	91	viscosidad	77,97
teorema de Gödel	49	triple porosidad/ permeabilidad	20,71,72,92,202,203	viscosidad del estrato "F"	24
teoría de Matheron	158	tubo capilar	102	viscosidad del fluido	100,211
teoría geoestadística	162	turbinas	15	viscosidad dinámica	105,133
Teoría de Funciones Aleatorias		turbogenerador	21	volcanes	15
Intrínsecas de Orden k	153	turbulencia	16,19,75	volcánico	16
término genérico	88	turbulento	75	volumen	81
termodinámica	77	uso directo del calor	32	de drene	190
termodinámica, fluidos bifásicos	101	usos directos	31,32	de los océanos	24
termodinámica del pozo	168	utilidad del modelo matemático	47	del poro	98
termoeléctrica	32	validación de TRAMER3	173	del reservorio	31
termomecánica	92	validez de la ley de Darcy	206	del sólido	98
termporoelasticidad	51,128	valor promedio	82,163,213	diferencial	74,216,217
terrestre	15	valor real	166	elemental	82
tetra porosidad	20	valores muestrales	162	específico	133,168
tiempo	88	vapor	77	específico reducido	140
tiempo de recuperación	189	vapor condensado	32	estructural	98
tiempo adimensional	193	vapor de agua	24	global	98
Tierra	15,23	vapor puro	16	local	169
toba	107	variables adimensionales	186,235	nulo	213
tomografías	159	aleatorias independientes	162	volúmenes	226
tortuosidad	97,203	espaciales con tendencia	158	volúmenes de los elementos	156
TRAMER3	91,151,167,239	independientes	84	Volúmenes Finitos Integrados	
TRANSF2	153	reales	193	(Método VFI)	80,225,226
transferencia de calor	74	regionalizadas	162	vulcanismo	212
transferencia conductiva de calor	168	variancia del error	158,165	yacimiento	17
matriz-fracturas-falla	203	vecindad de la falla	190,204	yacimiento de aceite, petróleo	28
transformación	217	vector	215	yacimientos de roca seca caliente	34
transformaciones rígidas	157	vector normal	81	Young, módulo de	120
transformaciones posteriores		vector termodinámico	89	zona convectiva	30
de la malla	157	vector velocidad	17,74	zona de alimentación	184
transformada de Laplace	236,238	vegetación terrestre	29	zona de influencia	190
transitorio	92	velocidad promedio del fluido	206	zona de transición	204
transporte de calor	211	velocidades de convección	212	zona sísmica	36
transporte del calor terrestre	25	Venus	22,211	zonas de explotación	161
transporte de masa y energía	151	versión en C++	152	zonas de producción	17
transporte de calor profundo	27	VFI, método	80,226	zonas de subducción	24
traslaciones	157	vidas medias	25		
trayecto a través del manto	212				

X.5.- AGRADECIMIENTOS

La siguiente es una lista, en orden alfabético, exceptuando a mi tutor, de las personas e instituciones que, de una forma u otra, influyeron o contribuyeron directamente durante la elaboración de este trabajo. Para todos los autores y coautores mencionados en la bibliografía va un reconocimiento implícito, pues sus trabajos me sirvieron de base, apoyo e inspiración para desarrollar esta tesis.

Samaniego, Fernando - Fue quien dirigió mi tesis, la corrigió y contribuyó a su conformación final. Fernando me inspiró siempre con su sencillez y sapiencia durante la redacción correcta de numerosas secciones del trabajo. Su alta calidad humana y moral inspiran cualquier persona que lo trata. Su apoyo para asistir a congresos especializados y proporcionarme artículos importantes fue decisivo para poder culminar mi doctorado. Sin su ayuda desinteresada y apoyo personal, la culminación de esta tesis hubiera sido más difícil. Quedo en deuda con él sobretodo porque le aprendí sencillez y humildad.

Alonso, Faustino - Sus tesis de Licenciatura y de Maestría me sirvieron de amplias referencias y consulta general sobre diversos tópicos. Su trabajo exhaustivo condensó gran variedad de conocimiento geotérmico útil y práctico.

Camacho Velázquez, Rodolfo - Investigador y profesor universitario, realizó una de las más meticulosas revisiones de esta tesis. Sus agudas observaciones y críticas me ayudaron a mejorar el manuscrito final.

Cinco Ley, Heber - Tuve la suerte de tener como profesor a este gran científico y maestro mexicano. De él aprendí los primeros modelos útiles para estudiar yacimientos y la importancia de caracterizar correctamente reservorios fracturados. También me enseñó a tener claridad mental en el yacimiento y calidez en el trato humano.

Domínguez Vargas, Guillermo - En 1985 tuve como maestro a este importante ingeniero, actual subdirector de Tecnología y Desarrollo Profesional de PEMEX - Exploración y Producción (PEP). De él aprendí a darle su justa importancia a los simuladores numéricos y a valorar los datos de campo.

García Estrada, Gerardo - Su experiencia en cuestiones de flujo térmico y de geofísica aplicada, me fueron útiles para comprender los mecanismos de flujo de calor existentes en el interior de la Tierra.

Gutiérrez Negrín, Luis - Revisó cuidadosamente los capítulos primeros de esta Tesis haciendo varias correcciones y observaciones útiles para mejorar la calidad y precisión de la información geotérmica.

López, Aída - Compañera de trabajo en CFE durante muchos años, me enseñó los aspectos geológicos de fallas y fracturas y la forma de cuantificar sus características. Me proporcionó fotos que ilustran el fracturamiento real.

Merino de Ross, Milagros - Su ayuda y consejo en los múltiples trámites administrativos de la UNAM fueron invaluable para, al terminar esta tesis, cumplir pronto con todos los requisitos de la DEPFI.

Rodríguez de la Garza, Fernando - Brillante cotutor de esta tesis, actual Gerente de Administración de Yacimientos de PEP, de él escuché por vez primera que el transporte convectivo también ocurre en los reservorios petroleros. Me explicó la importancia de los modelos composicionales y me sugirió la posibilidad de aplicar TRAMER3 a sistemas convectivos de aceite y gas en yacimientos de PEMEX.

Sánchez Bujanos, José Luis - Contribuyó a clarificarme los procesos de transporte que ocurren en los reservorios petroleros y me hizo ver la posibilidad de aplicar TRAMER3 a sistemas de aceite y gas. Hizo sugerencias importantes para ampliar la aplicabilidad de esta tesis, incluyendo el flujo en microfracturas.

Sánchez Upton, Pedro.- Me ilustró sobre los procesos de transporte de masa y calor que ocurren en los pozos geotérmicos y su tratamiento práctico. Las principales subrutinas de su programa de cómputo SIMU89 son usadas en el acoplamiento del modelo de pozo al reservorio.

Tello, Enrique.- Su amplio conocimiento geoquímico y el facilitarme sus referencias me ayudaron a comprender la importancia de las interacciones químicas en la geotermia y en la dinámica de este planeta.

Tinoco Ruiz, Gerardo.- Compañero y amigo desde hace muchos años, actual director de la Escuela de Física y Matemáticas de la UMSNH, se tomó el tiempo para revisar esta tesis con cuidado, haciéndome varias observaciones útiles.

Viggiano, Julio César - Como amigo y compañero de trabajo me transmitió durante años, mucho de su conocimiento práctico geológico, petrográfico y geotérmico. De él aprendí que la petrología y la mineralogía son de vital importancia en la comprensión de cualquier reservorio geotérmico.

Comisión Federal de Electricidad.- En esta gran empresa mexicana me formé profesionalmente. La CFE me transmitió una gran cantidad de conocimientos prácticos, técnicos, políticos, sindicales y científicos. Me proporcionó generosamente los datos básicos de la geotermia. Aquí aprendí a analizar y sintetizar la información primaria con fines pragmáticos, útiles para la ingeniería de reservorios geotérmicos. En ella comprendí la importancia de los problemas técnicos reales del país y adquirí la capacidad y seguridad para resolverlos. A todos mis compañeros de la CFE dejo constancia de mi agradecimiento por haber compartido conmigo alguna parte de sus conocimientos y de su rica experiencia práctica.

Mi profundo agradecimiento para todos los organismos nacionales que influyen decisivamente en el desarrollo científico y tecnológico de México. Las siguientes Instituciones mexicanas proveyeron facilidades económicas y apoyo para el desarrollo de este Proyecto de Tesis de Doctorado.

- * **División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería - UNAM.**
- * **Departamento de Exploración de la GPG - Comisión Federal de Electricidad .**
- * **Escuela de Ciencias Físico-Matemáticas - Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.**
- * **Escuela de Ingeniería Mecánica - Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.**
- * **Gerencia de Ingeniería de Yacimientos Naturalmente Fracturados - PEMEX - PEP**
- * **Coordinación de Yacimientos Naturalmente Fracturados - PEMEX - PEP**
- * **Sistema Nacional de Investigadores - SNI - CONACYT**