

00365

4



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

"COMPLEJIDAD Y DINAMICA SOCIAL EN HORMIGAS".

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE:

MAESTRA EN CIENCIAS (MATEMATICAS)

P R E S E N T A:

NATALIA BARBARA MANTILLA BENIERS

DIRECTOR DE TESIS: OCTAVIO RAYMUNDO MIRAMONTES VIDAL

282404.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

"No todo lo que se ocurre es una idea"
- Hebert Rojas.

Agradecimientos

Quiero agradecer a Octavio Miramontes su sabia dirección de esta tesis, así como su apoyo tanto moral como económico. Pedro “Chicotito” Miramontes fue amigo, capataz y revisor minuciosísimo de mis primeros borradores, -amén de Biblioteca y Centro de Cómputo- pese al maremágnum de hijos propios que solicitaban tiempo y neuronas. También le estoy muy agradecida.

Gracias a Faustino y a Ana descubrí que las ecuaciones diferenciales podían no resolverse, llevando a análisis infinitamente más interesantes que los que yo antes conocía. Ese descubrimiento fue lo que me decidió a adentrarme en cuestiones de biomatemáticas y darme cuenta de lo que me estaba perdiendo. Para colmo, han revisado este trabajo y les agradezco sus comentarios. Faustino ha sido, también, gran apoyo y consejero cariñoso y respetuoso en muchas situaciones difíciles.

Agradezco a Germinal Cocho, Catherine García, Pablo Padilla y Ricardo Mansilla por su lectura de la tesis y sus sugerencias de mejora.

Mi mamá ha sido todo el tiempo porrista y ayuda moral y logística (aparte de que me parió, pero esa es otra historia). La otra parte de esa otra historia, mi papá, me dio cursos intensivos de Pascal y me prestó horrorosos pero útiles libros que completaron mis primeras letras en la materia. Mi hermano tuvo siempre la disposición y paciencia necesarias para enseñarme los vericuetos de Linux (...creo) y varias cosas más, además de que sufrió el terror de ver caerse a mi servidor. Muchas gracias, querida gente. Además, quiero agradecer al Dr. Harleston su apoyo -vital y oportuno como pocos.

En los agradecimientos de pocas tesis de matemáticas puede faltar Javier Páez, nuestro hado madriño, erudito de SWP y protector y escucha. Y con toda razón aparece en esta tesis, que le debe su forma final (cuando menos). Gracias también a Nato, que pacientemente ha deshecho mis entuertos.

Y claro, están los cuates, que me niego a enumerar y clasificar, pero que son esa solidaridad y apoyo crítico y esa sal de la vida.

Esta tesis se hizo con apoyo de una Beca de Proyecto del CONACYT.

Índice General

1	Introducción	3
1.1	El orden	8
1.2	Complejidad y sistemas complejos	12
1.3	El fenómeno social	16
1.4	Las hormigas	20
2	El fenómeno	23
2.1	Oscilaciones colectivas y caos	23
2.2	El Modelo	27
3	Complejidad	37
3.1	Complejidad algorítmica	37
3.2	Dinámica compleja	41
3.3	Híper-redes	50
4	Conclusiones	55
	Anexo A	59
	Anexo B	63
	Bibliografía	67

Capítulo 1

Introducción

El argumento en que se basa la ciencia para justificar una buena parte de las abstracciones que realiza para el estudio de un fenómeno es el de poder ignorar el efecto de un acontecimiento menor y distante -como puede ser el vuelo de una mariposa a muchos kilómetros del lugar donde sucede el fenómeno- al efectuar el análisis de los sucesos de interés. Incluso hace abstracciones más obvias y de manera más consciente, despreciando en unos casos la fricción y en otros la masa u otros rasgos de la física del fenómeno que obscurecerían y entorpecerían el análisis si se les considerara. Es gracias a este tipo de estudio que se han podido proporcionar modelos matemáticos del mundo físico. Y esta clase de abstracción no sólo ha tenido resultados en la ciencia, sino que también, en la vida diaria, los humanos utilizamos un método parecido para salir adelante en nuestras interacciones con el mundo, descartando los factores que nos parecen irrelevantes en las situaciones que enfrentamos.

Las leyes físicas que hoy por hoy nos proporcionan una visión estructurada del mundo tienen apenas unos siglos de existencia. En un principio, la humanidad se explicaba la existencia y razón de ser de los sucesos de que era testigo atribuyéndolas simplemente al designio divino. O, en todo caso, entendía la causa de un fenómeno observado desde la perspectiva de la función que le atribuía (pensando, por ejemplo, que los cerdos estaban *para* darnos su carne, que los árboles crecían *para* que tuviéramos sombra y madera, etcétera). Dentro de los acontecimientos que registraba se incluían también grandes desastres: hambrunas, sequías, derrumbes y toda suerte de fenómenos catastróficos con un origen oscuro, parte del devenir imprevisible del que la humanidad era víctima.

Gracias a la construcción de modelos matemáticos que se ajustaban a

las observaciones de movimiento de los cuerpos y que, posteriormente, permitían explicar un mayor número de los comportamientos observados, pudo establecerse una teoría, con carácter predictivo en más de una ocasión, que explicaba los mecanismos de lo antes insondeable. Uno de los instrumentos principales para la formulación de las leyes físicas fueron las ecuaciones diferenciales. Y, en vista de que bajo ciertas condiciones puede garantizarse la unicidad de solución de estas ecuaciones, se creyó que sería eventualmente posible conocer toda la evolución de un sistema dinámico con simplemente saber las ecuaciones que regían su comportamiento, además de su estado en un momento determinado. Esto presenta, sin embargo, ciertas dificultades. Una de ellas es la imposibilidad de medir con toda exactitud cada rasgo de un sistema en un momento dado. Dicha imposibilidad tiene, para la mayoría de los sistemas dinámicos, mayor relevancia de la que podría parecer a primera vista. La otra dificultad se refiere a un conjunto de situaciones simétricas en la física clásica para las que las leyes que la conforman no predicen el desenlace. Un ejemplo de ello es el caso de un choque simultáneo de tres partículas (aún considerándolas idealmente esféricas y elásticas). La mecánica clásica ofrece una descripción del sistema para el caso en que se dan choques sucesivos entre pares de partículas, pero no para el caso en que una partícula choca simultáneamente con otras dos. La dificultad a la que quiero referirme, sin embargo, es la primera.

Podría pensarse que un pequeño error de medición del estado de un sistema resultara en una pequeña diferencia entre su evolución observable y el comportamiento predicho por las ecuaciones. Y esto será así siempre que el sistema en cuestión sea lineal. En los sistemas lineales, el resultado que se obtiene para un valor inicial dado cambia en proporción con los cambios de dicho valor. A cambios pequeños, los resultados serán ligeramente distintos y sólo podremos obtener resultados muy diferentes si los valores iniciales proporcionados están muy separados. Además, en estos sistemas, la suma de dos soluciones (o de un múltiplo escalar de ellas) es una nueva solución. Sin embargo, para bien o para mal, la mayoría de los sistemas no cumplen con estas características. Esto es, son no lineales. Para un sistema no lineal puede suceder que alteraciones muy pequeñas produzcan resultados abismalmente distintos y también es posible que dos valores iniciales muy distantes lleven a resultados cercanos. Aunque podría pensarse que la razón de un comportamiento tan desconcertante estuviera en la complejidad de la expresión que lo presenta, esto no tiene por qué ser así. Basta con considerar una

expresión tan simple como

$$f(x) = \lambda x(x - 1)$$

y elegir $x_0 \in (0, 1)$, a partir de la que se obtienen los valores $x_1 = f(x_0)$, $x_2 = f(x_1), \dots, x_n = f(x_{n-1}), \dots$, que constituyen la historia dinámica de x_0 . Según el valor que se haya asignado a λ resultarán historias dinámicas diferentes. En algunos casos, x_n se acercará a un solo valor "especial" para n suficientemente grande. En otros, podrá oscilar entre dos valores distintos, o seguir una suerte de circuito que pasa cada vez más cerca de elementos sucesivos de un conjunto finito de valores. Pero también puede suceder que la x_0 dé la impresión de errar sin dirección tomando valores siempre distintos sin mostrar ningún patrón al hacerlo. A este comportamiento se le llama caótico y es posible demostrar que, para el parámetro λ que lo origina, dos valores iniciales x_0 y z_0 tan cercanos como se quiera presentarán evoluciones totalmente distintas tras un número suficientemente grande de iteraciones. Esto es, será posible exhibir una N para la cual x_N diste mucho de z_N . En este sentido, si reconsideramos la clase de abstracciones que realiza la ciencia al formular sus modelos, podemos cuestionar que el descarte de fenómenos menores o lejanos sea un método válido en todo rigor. Según lo que el ejemplo anterior muestra, variaciones leves en el modelo pueden conducir a dinámicas muy diferentes. Sin embargo, no es plausible incluir todos los factores que pudieran influenciar un fenómeno (y generalmente su efecto es, de hecho, despreciable), así que simplemente debemos considerar este hecho como una limitante para nuestro horizonte de predictibilidad.

El tipo de comportamiento que puede generar un sistema dinámico tiene una caracterización geométrica por medio de sus atractores. Los atractores son los conjuntos de puntos a los que convergen las soluciones del sistema con el transcurso del tiempo y pueden tomar cuatro formas esencialmente distintas: *i*) un solo punto, *ii*) ciclos cerrados, *iii*) atractores toroidales y *iv*) atractores extraños. Estos últimos corresponden a las dinámicas en régimen caótico. Los atractores extraños presentan detalles estructurales relevantes en todas las escalas y reflejan también la sensibilidad del sistema a las condiciones iniciales, ya que permiten evoluciones dinámicas muy diferentes para soluciones que se encuentran cerca en un instante dado. De manera aparentemente contradictoria, marcan cierta pauta en el comportamiento, puesto que toda solución tiende eventualmente a una zona limitada del espacio fase que queda definida por el atractor. Es por esta razón que, a la larga, diferencias iniciales importantes pueden no llevar a resultados sensiblemente distintos.

En vista de la sensibilidad a condiciones iniciales que presentan los sistemas caóticos, aquella capacidad predictiva de las leyes físicas, que originalmente aparecía como ilimitada, se ha visto reemplazada, en el caso de los sistemas en regímenes caóticos, por una capacidad predictiva más reducida. Asimismo, han surgido sospechas de que comportamientos de aspecto azaroso observables en la naturaleza y en lo social sean en realidad manifestaciones de leyes simples ubicadas en regímenes caóticos. Lo anterior ha servido como impulso para el estudio de estos comportamientos y ha llevado a proponer nuevas explicaciones. En particular, se ha propuesto que la complejidad de comportamiento observable en sistemas biológicos, económicos y de otras ciencias es la expresión de un fenómeno llamado *criticalidad auto-organizada*. Se ha encontrado que los sistemas complejos tienen tendencia a evolucionar hacia estados críticos, en los que su riqueza de comportamiento y sus capacidades adaptativas alcanzan un máximo. La mayor parte de las llamadas ciencias blandas estudian sistemas complejos, que son los formados por un número relativamente grande de elementos similares entre los que hay interacciones, y es posible que los eventos que aparecen como contingentes y que se incluyen en las descripciones que hacen estas ciencias de sus objetos de estudio como accidentes históricos, sean en realidad manifestaciones de la dinámica de un sistema complejo en un estado crítico. Esto abre la posibilidad de realizar un análisis considerablemente diferente del que ofrece el enfoque clásico de estas ciencias, ya que proporciona una posible explicación del funcionamiento de los sistemas que estudian en vez de limitarse a su descripción. Adicionalmente, plantea una situación dinámica totalmente diferente. En vez de que estos sistemas aparezcan como sistemas lineales en equilibrio, afectados ocasionalmente por eventos de magnitudes excepcionales y enormes consecuencias, se les entiende como sistemas ubicados en equilibrios *dinámicos*, no absolutos, en los que aquellos eventos susceptibles de provocar grandes cambios lo son por el estado en que se ubica el sistema, y no por su magnitud.

Pero revisemos un poco los conceptos que se han ido introduciendo en esta discusión. Uno de los rasgos que caracterizan un sistema complejo es, como ya se ha manejado implícitamente en lo anterior, que presentan estados distintos conforme transcurre el tiempo; que tienen una evolución. Este cambio es resultado de una dinámica no lineal que generalmente tiene dos componentes: una local (la que se refiere al estado de cada elemento del sistema y que depende del estado de los elementos con que interactúa) y otra global, que está limitada por las restricciones que impone el medio que habita

el sistema. Cada una de estas dinámicas puede verse afectada por la otra, de manera que estén en un equilibrio dinámico. Tal equilibrio no es único, sino que puede cambiar según las circunstancias internas y externas del sistema.

Una de las propiedades de los sistemas dinámicos es que son susceptibles de evolucionar de manera espontánea hacia estados críticos. Esta capacidad es la que se conoce como criticalidad autoorganizada, y en aquellos sistemas que la presentan coexiste una combinación de orden y desorden que permite la expresión de dinámicas complejas. A esto volveremos más adelante.

Los rasgos que definen a los sistemas complejos han dado origen a diversos modelos matemáticos en los que se combinan las acciones de las dinámicas local y global. Uno de estos modelos es el de las redes de mapeos acoplados. Con el fin de reflejar la estructura de interconexiones del fenómeno modelado, se toma como base del sistema una red. La idea es que los elementos del sistema estén representados por los nodos de la red y que la trama señale las conexiones entre los elementos que presentan interacción. La dinámica de cada elemento se describe por medio de una función sencilla elegida, frecuentemente, dentro de un régimen caótico. La dinámica global actúa sobre los estados de cada elemento del sistema, considerando en cada caso a los vecinos (aquellos elementos con los que está conectado). La función que rige la dinámica global produce el nuevo valor del sistema para cada instante y representa al proceso global de interacciones del fenómeno. Éste puede ser, por ejemplo, un proceso difusivo. La ejecución del modelo está compuesta por el cálculo sucesivo de la dinámica local y la global, y la repetición de este cálculo el número de veces que se desee (repetición que muestra la evolución temporal del sistema).

El modelo de redes de mapeos acoplados se caracteriza por considerar al tiempo como una cantidad discreta y a los estados como el resultado de funciones continuas. En cambio, otro modelo muy socorrido en el estudio de los sistemas complejos, el de los autómatas celulares, considera tanto al tiempo como al estado como cantidades discretas. Los autómatas celulares bidimensionales pueden pensarse como cuadrículas dibujadas en un plano -o, eventualmente, en un toro, a fin de homogeneizar las condiciones del sistema si está integrado por un número finito de elementos. Aquí, cada elemento está representado por un cuadro y se define un tipo de vecindad según el número promedio de elementos con los que interactúa cada individuo en el fenómeno que se modela o de acuerdo con la situación que mejor refleje la situación espacial que se observa. Asimismo, se asigna una "función de actualización" para cada objeto, que toma en consideración los valores de los integrantes

de su vecindad en un instante dado para producir su estado en el instante siguiente. El valor que puede asignar la función de actualización se elige de entre un número finito de estados. En particular, pueden considerarse sólo dos estados (en cuyo caso el autómata recibe el nombre de autómata celular booleano), representando así una opción de tipo encendido-apagado, presente-ausente, etcétera. La evolución del autómata celular en el tiempo puede pensarse como una sucesión (ordenada con la variable temporal) de cuadrículas, en las que cada cuadro contiene el número que corresponde a su estado en ese instante. Es posible generalizar el concepto de autómata celular a otras dimensiones, imaginando ahora a los cuadros como "cubos" en la dimensión correspondiente, y procediendo en lo demás de la misma manera que para el caso bidimensional.

Es importante señalar que las computadoras han sido un auxiliar vital en el estudio de la dinámica de lo no lineal. En particular, se les utiliza para la implementación de los modelos antes descritos, que requiere de cálculos tediosos y tan extensos que son irrealizables en términos prácticos para un humano. En el modelo que se analiza en este trabajo se presentan los resultados de múltiples ejecuciones de un programa que simula la actividad de las hormigas dentro de su nido por medio de un tipo especial de autómata celular (autómata celular móvil). Los cálculos que estas simulaciones requieren son sencillos, pero tan numerosos que el modelo perdería todo sentido si se tuviera que simular a mano. La matemática moderna se ha visto enriquecida en múltiples ocasiones por aportaciones de este tipo, pero no sólo, sino que también ha llegado a encontrar en las computadoras sugerencias de verdades matemáticas demostrables que pudieron no haberse ocurrido sin su auxilio. Probablemente el potencial apoyo que esta herramienta representa todavía no se aprecie en toda su valía. Si la matemática sin la computación es un campo fértil a la investigación, nos encontramos, con ella, ante un universo aún mayor por descubrir.

1.1 El orden

Diariamente constatamos la existencia de estructuras ordenadas de diversos grados de complejidad en la naturaleza. La explicación de su origen es un antiguo problema que ha preocupado a todas las ciencias. En particular, la física ha mostrado que existe una barrera importante que dificulta la explicación del origen del orden en la naturaleza. Las leyes de la termodinámica

predicen que el desorden (*entropía*), en un sistema cerrado, tenderá a incrementarse con el curso del tiempo. La explicación de esta ley se sigue casi inmediatamente de la definición de orden. Por principio, un estado ordenado es aquél en el que cada cosa ocupa "su" lugar; un lugar específico. Cuando cada cosa está en su lugar, sabemos sin duda cómo encontrarla, y es claro que basta con que algo esté fuera de su lugar, para que el sistema esté desordenado y que no podamos dar con este objeto cuando lo buscamos. Es fácil ver que hay muchísimas posibilidades de realización de un estado desordenado en un sistema y que, en vista de la unicidad del estado ordenado, resulta más probable que el sistema esté desordenado a que no lo esté.

Pensemos ahora en un sistema en movimiento, uno tal que la ubicación de sus elementos varíe continuamente con el paso del tiempo, como es el caso de las moléculas de un gas. De conocer la ubicación y velocidad de cada molécula en un momento dado y una regla determinista que describiera su movimiento, podríamos a fin de cuentas encontrar una molécula específica cuando la buscáramos. Pero resulta que el movimiento térmico de las moléculas en un gas es, también, desordenado. Eso significa que, aún sabiendo su ubicación en un instante dado, en la práctica no podemos predecir a dónde irá a parar, y que por tanto, según la definición de orden del párrafo anterior, nunca tendremos orden.

Ahora bien, podemos modificar las condiciones de un sistema para extraer cierto grado de orden a partir de un sistema desordenado. Puede, por ejemplo, traducirse la energía térmica que se produce en un motor de combustión, en energía mecánica. Para ello, se utiliza un pistón que "organiza" la energía térmica en forma de energía mecánica, orientándola en una dirección definida. De esta manera, donde antes había tres grados de libertad (los ejes del espacio donde la partícula puede moverse según su energía térmica), se obtiene un solo modo, dirigido, ordenado.

Otra manera de obtener orden es extraer del sistema la energía térmica. Un ejemplo claro de esto es la congelación del agua, que da origen a un cristal, el hielo, donde las moléculas están rígidamente ordenadas en un arreglo preciso. Aquí, dominan las fuerzas intermoleculares y brindan estructura al compuesto.

En otros casos, puede no cambiar la forma de agregación del sistema y generarse, sin embargo, una característica macroscópica significativamente distinta. Por ejemplo, cuando se calienta un imán hasta pasada una temperatura crítica ($774\text{ }^{\circ}\text{C}$), éste pierde su capacidad magnética totalmente. También podemos pensar en los superconductores, materiales que conducen

electricidad sin oponer resistencia alguna. Los superconductores resultan de una nueva organización microscópica de ciertos materiales cuando su temperatura es suficientemente baja. En esta nueva organización a nivel microscópico prevalece una fuerza que antes era secundaria. En el caso del imán, por ejemplo, por abajo de una temperatura crítica la fuerza que domina es la magnética y, por encima de ella, la energía térmica.

Aún así no está resuelto nuestro problema. La naturaleza no suele presentar barreras ordenadoras como los motores de combustión, y hay que recordar que sistemas tan obviamente estructurados como los seres vivos no suelen funcionar si uno baja mucho su temperatura. Entonces, ¿qué da origen al orden?

Hay un fenómeno ordenador que está muy bien ilustrado en el láser. Este fenómeno aporta nuevos elementos, ya que sucede en un sistema donde hay una alimentación constante de energía (o materia, según se elija) y no es producto de una baja de temperatura. Éstas son dos características nuevas respecto a los ejemplos antes expuestos en donde surge orden.

Para explicar el funcionamiento del láser, procederé primero a hablar de las lámparas de neón. La luz que emiten estas lámparas es resultado de la excitación de los electrones de los átomos de este gas (que están encerrados en un tubo de cristal) por medio de una corriente eléctrica. Al recibir energía, los electrones saltan de su órbita a una superior, pero tienen tendencia a regresar a su órbita original. Cuando esto sucede, liberan la energía que los hizo cambiar de órbita en forma de una onda luminosa. Así, alimentando una corriente suficientemente intensa al gas, se conseguirá excitar un número de electrones tal que la frecuencia con que emiten ondas luminosas sea alta, de manera que la lámpara de neón brinde una luz significativa.

En el láser se realiza una ligera modificación a este dispositivo: se colocan espejos en ambos extremos del tubo. Estos espejos buscan atrapar las ondas luminosas y retenerlas lo más posible para lograr que se intensifiquen, buscando que sumen el esfuerzo de muchos electrones. Esto no sucede inmediatamente, pues las ondas luminosas que emiten los electrones son de distinta clase, y no tienden a sumarse.

Otra modificación del láser respecto a las lámparas de neón está en el incremento de la corriente con que se bombardea a los electrones. Si bien en un rango amplio de estímulos eléctricos la luz emitida no cambia significativamente, llega un momento en que, en lugar de una multitud de ondas con una variedad de longitudes de onda, una longitud de onda específica se ve preferida por varios de los electrones y arrastra consigo a todos los demás,

reforzándose y convirtiéndose así en un tren de ondas totalmente regular y de longitud prácticamente infinita. Este rayo de luz no tiene nada que ver con la luz de la lámpara de neón de la que hablábamos antes. Es un "ordenador" del sistema y el orden que origina tiene implicaciones profundas. En vista de que este orden es espontáneo, de que no obedece a un esquema predeterminado, decimos que el sistema es *autoorganizado*.

Los dos tipos de luz que se mencionan arriba son fases distintas de un mismo sistema, y el paso de una a otra, el momento en que una onda empieza a verse favorecida, es la transición de fase. En la fase en la que la luz emitida está todavía desordenada decimos que estamos en una situación simétrica, en el sentido de que ninguna onda particular ha sido seleccionada. La luz láser es, entonces, resultado de una ruptura de simetría, en la que una sola longitud de onda se ve favorecida y predomina sobre las demás. Es importante resaltar que no hay una longitud de onda única que pueda verse favorecida al momento de la ruptura de simetría. De hecho, sabemos que hay un número de longitudes de onda que no tienen ninguna oportunidad de salir ganadoras. Sin embargo, hay unas pocas que están en igualdad de condiciones y la selección de una particular es prácticamente producto del azar.

Ahora bien, ¿qué nos lleva a la transición de fase?

Cuando hablamos de las leyes de la termodinámica mencionamos la tendencia de un sistema cerrado a alcanzar su entropía máxima. Un sistema cerrado es aquél que no tiene intercambios de energía ni materia con el exterior.

Decimos que el láser es un sistema abierto porque tiene una alimentación constante de energía (la corriente eléctrica) y la emite a su vez (como luz láser). Los ejemplos de sistemas ordenados naturales que vimos antes estaban en equilibrio térmico con su medio pues no intercambiaban energía. El láser, igual que los sistemas biológicos, está fuera del equilibrio térmico. Y es tanto por la alimentación constante de energía al sistema, como por la interacción ordenadora de sus componentes, que se alcanza una nueva fase. Ya no se trata, pues, de sistemas rígidos y en equilibrio térmico. Es por eso que el láser tiende un puente para la comprensión de la autoorganización en los sistemas biológicos.

Si detenemos el incremento de la corriente eléctrica en el momento mismo de la transición de fase, presenciaremos un estado muy especial del sistema: éste mostrará fluctuaciones en toda escala. Esto quiere decir, que en el momento de la transición se refuerzan ondas de todas las longitudes. Estas

fluctuaciones críticas son otro rasgo característico de las transiciones de fase. Una consecuencia importante de la existencia de este tipo de fluctuaciones es que le permiten al sistema visitar muy variadas posibilidades, "experimentar" con los distintos estados que tiene a su disposición.

1.2 Complejidad y sistemas complejos

Para el estudio de una gran variedad de fenómenos, entre los cuales podríamos ubicar al láser, se ha desarrollado el enfoque de las ciencias de la complejidad o de los sistemas complejos.

Un método muy socorrido en el análisis de un problema, así como en el estudio de un organismo o un sistema, es el de su disección en subsistemas o partes constituyentes, tras lo cual se procede a analizar las partes como unidades aisladas. A lo largo de la historia, el humano ha ido enfocando sus esfuerzos en el análisis de componentes cada vez más elementales. Yendo, por ejemplo, de los seres vivos a formas particulares, a órganos y a células. Un resultado claro de esta metodología es el surgimiento de áreas como la Biología Molecular y la Bioquímica, donde los objetos de estudio ya no son tanto los seres vivos como sus partes constitutivas, si bien el origen de estas áreas es el estudio de la vida misma.

Este método ha traído enormes avances en todas las áreas del conocimiento, y el principio de simplificación en que se basa es de gran importancia como forma de ataque de un problema. Sin embargo, si olvidáramos que un organismo es algo más que una colección de células puestas en un mismo paquete estaríamos dejando de lado una característica vital de nuestro objeto de estudio: estas células están en interacción, y es por vía de esta interacción que intercambian fluidos y eventualmente alteran su estado interno. Acciones, ambas, que las distinguen de los objetos inanimados. La interacción de los elementos es un rasgo cuyas repercusiones son poco obvias de primera instancia, pero la existencia de estructuras se debe en muchos casos a este intercambio de información entre los elementos constituyentes del sistema.

Desde el marco de las ciencias de la complejidad, el estudio de tales sistemas debe darse globalmente, por medio de modelos como los presentados al principio de este capítulo que incorporen a las interacciones de los elementos constituyentes para su análisis. Y como veremos, este enfoque ha brindado explicaciones directas a una variedad de fenómenos y es muy probable que su alcance interdisciplinario tenga aún muchos resultados que ofrecer. Los prin-

cipios antes expuestos en relación con el láser serán parte de lo que caracterice el comportamiento de sistemas complejos aparentemente muy dispares. Una de las características más poderosas de las ciencias de la complejidad es que, pese a la abundancia y variedad de sistemas complejos existentes, es posible distinguir propiedades genéricas que facilitan su estudio. Gracias a la existencia de interacciones entre los elementos que conforman estos sistemas ocurren conductas dinámicas comunes, entre las que podemos mencionar la existencia de leyes de escalamiento, el surgimiento de patrones autoorganizados y las conductas colectivas emergentes. A continuación se expondrá a qué se refiere cada una de ellas y, a fin de ilustrarlas, se verá un ejemplo.

Cuando se habla de leyes de escalamiento, se hace referencia a la distribución que siguen las magnitudes (espaciales o temporales) de los eventos, o de sus fluctuaciones, en relación con su frecuencia de ocurrencia. Para los sistemas complejos situados en regímenes críticos (en una transición de fase), tal distribución sigue una ley de potencias con exponentes característicos. Esto tiene una consecuencia importante: el fenómeno en cuestión se manifiesta y es válido en toda escala, expresando sus mismas particularidades siempre. Las distribuciones que normalmente se ajustan a los datos empíricos de diversos sistemas complejos tienden a descartar los datos extremos. Aquellos fenómenos de gran magnitud que ocurrieron "excepcionalmente" en algún momento, se explican haciendo un análisis detallado de sus causas, a fin de justificar su exclusión de la curva con argumentos de contingencia histórica. Con esto, una distribución gaussiana ofrece un buen ajuste (del resto) de los datos. La visión implícita del fenómeno al realizar este tipo de análisis es la de que se está frente a un sistema lineal, con un equilibrio estable, en un medio donde la magnitud de los fenómenos que lo afectan se distribuye de manera gaussiana y donde sólo en muy raras ocasiones existen sucesos ("despreciables") de gran magnitud. Sin embargo, la ley de potencias en que se distribuyen las frecuencias de ocurrencia de los fenómenos según los resultados de distintos modelos de sistemas complejos ofrece una posibilidad de incluir los datos -existentes en observaciones empíricas!- de eventos catastróficos. Al mismo tiempo, proporciona una visión distinta del tipo de equilibrio en que se encuentra el sistema.

Por medio del análisis de modelos muy sencillos de sistemas complejos, se ha podido observar que, cuando se sitúan dentro de regímenes llamados críticos, los eventos comunes son susceptibles de desencadenar consecuencias de cualquier magnitud. Esto es, de hecho, lo que expresa la distribución en ley de potencias antes mencionada: que la magnitud de un suceso no

guarda relación con la de su detonador. La perspectiva que entonces se abre es la de explicar el comportamiento de los sistemas biológicos, económicos y sociales como producto de su carácter complejo y de su ubicación en un estado crítico. Al hacer esto, no puede hablarse ya de equilibrios absolutos en estos sistemas. Antes bien, se adaptan y cambian con facilidad, colocándose en distintos equilibrios puntuales, evolucionando según su dinámica interna y su relación con el medio, que puede ocasionar cambios de la dinámica local.

Un planteamiento importante de este nuevo paradigma es que la ubicación de un sistema complejo en su régimen crítico sucede de manera natural, "autoorganizada". Se han realizado experimentos en los que es posible constatar la ocurrencia de tal evolución, en donde a partir de un estado inicial estable se llega a un punto de "saturación". Tal punto es el estado crítico y en él se presenta la situación ya descrita.

En cuanto a ejemplos en la naturaleza donde ocurra esta distribución en ley de potencias, tenemos que, a partir de los datos disponibles de las fechas de ocurrencia y magnitud de diversos temblores, se formuló la ley de Gutenberg-Richter. Toda persona que haya vivido en zona sísmica tendrá experiencia suficiente para coincidir con esto: los temblores muy grandes son infrecuentes, y los temblores pequeños suceden relativamente seguido. De hecho, no percibimos la mayoría de los temblores menores.

De acuerdo con la teoría de la tectónica de placas, la superficie terrestre es una costra sólida que flota en el centro líquido de la tierra, constituido por magma fluido. Tal costra no es un solo trozo; está dividida en *placas* que, siguiendo el flujo del magma, se mueven chocando y creando tensiones. La liberación repentina de las tensiones acumuladas se traduce en temblores. Cuando revisamos este panorama, podemos identificar un sistema complejo en el que las placas son los componentes elementales, cuya interacción es precisamente la dispersión de energía. Los temblores suceden según una ley de potencias. Pero el poder real de estas conclusiones reside en que esta ley de potencias es cierta en todas las escalas. Lo mismo si consideramos una región de un país, que al continente o al planeta entero, la distribución de la magnitud respecto a la frecuencia de ocurrencia de los temblores seguirá siendo la que describe esta ley de potencias. Y ciertamente, otro cuerpo del universo con actividad tectónica llevaría a una ley semejante.

En lo referente a los *patrones globales* que puede seguir la dinámica de un sistema complejo, un ejemplo ilustrativo es el láser, que se describió con anterioridad, y en el que surge una onda única con cualidades especiales de entre un desorden de ondas sin rasgos particulares. En general, puede ocurrir un

ordenamiento tanto temporal, en el que surja un ritmo definido donde antes no había un patrón distinguible, como espacial que consista en la aparición de dibujos claros en el espacio en donde antes no había estructura definida. Otros comportamientos globales incluyen la *autosimilitud*, en donde sigue encontrándose una misma estructura al cambiar de escala. En cualquiera de estos casos, se está en presencia de una *ruptura de simetría*: en una situación en la que no se ha optado por una dirección preferente, donde el panorama es homogéneo, hay simetría. Ésta se rompe ante la aparición de un patrón particular.

En relación con la emergencia de un *comportamiento colectivo*, recordemos nuevamente las fases anterior y posterior a una transición. En los principios que se han discutido aquí, un rasgo importante que ha representado un cambio sustancial es el que se refiere al orden. Se ha hablado de transiciones de fase; mientras que una de las fases presentaba un desorden máximo, la otra desplegaba una estructura rígida. Así, la transición de fase resulta ser un momento en el que coexisten el orden y el desorden. La ley de potencias presente aquí en la manera en que se distribuyen las frecuencias de ocurrencia de las fluctuaciones o los eventos en relación con su magnitud implica que los elementos cercanos -aquéllos con "comunicación" o intercambio directo de información- tendrán una fuerte influencia mutua, y que sólo en ocasiones más raras la alteración de la dinámica en un lugar afectará lo que ocurre en una zona alejada. Esta característica dio origen a la interpretación propuesta por C. Langton (1990), en el sentido de que los sistemas discretos interconectados ubicados en una transición de fase son susceptibles de efectuar cómputo complejo. A grandes rasgos, la idea de Langton es que un sistema complejo ubicado bien adentro de su fase desordenada no podría sostener una conducta compleja por su volatilidad, mientras que un sistema demasiado ordenado se vería impedido por su rigidez. Sólo en la transición de fase se presenta la combinación de estructura y variabilidad adecuada que posibilita la adaptación del sistema a todo tipo de cambios del medio, así como la manifestación de una riqueza de comportamiento.

Gracias a su visión integradora, la teoría de los sistemas complejos proporciona un puente muy importante entre niveles de descripción, útil para el estudio de diversos fenómenos que ocurren en prácticamente todas las áreas del conocimiento.

1.3 El fenómeno social

A partir de la observación de distintos grupos sociales es posible reconocer cierto tipo de logros que sólo se alcanzan precisamente por vía de un esfuerzo colectivo. El poder de la sociedad comparado con el de un individuo solitario se hace visible en situaciones tan simples como el acarreo de una presa grande por un grupo de insectos. Como éste hay muchos otros ejemplos de capacidades colectivas que están ausentes en individuos aislados.

Una de las preguntas que la existencia de grupos sociales abre es la que se refiere a su origen. Se han planteado distintas teorías en relación con la manera en que pudo haber comenzado el comportamiento social en el curso de la evolución. Dos de ellas se exponen a continuación.

La *ruta subsocial* planteada por Evans en 1958 lista trece pasos que pudieron haberse sucedido en la conformación de las primeras sociedades. A fin de justificar su planteamiento, Evans observa que para que pueda surgir un grupo social es necesario que haya un traslape de generaciones que permita a los adultos convivir con la cría. A continuación, sugiere la posibilidad de que sea en estas circunstancias cuando surge la cooperación entre miembros de una familia. Algunos de los pasos que llevan a la conformación de una sociedad según Evans son la construcción de un nido, su aprovisionamiento (que llegado cierto momento ya no se ve interrumpido, gracias al surgimiento de una especialización laboral con la que se permite al miembro o miembros encargados de la procreación dedicarse exclusivamente a esa tarea) y el cuidado de la cría por los adultos.

Por el otro lado, la *ruta parasocial* supone que desde el principio cohabitan un nido miembros de una misma generación que ya cooperan en el cuidado de la cría. Esta explicación se enfoca, más bien, a describir el surgimiento de relaciones de dominación.

En cualquier caso, es fácil ver que el nacimiento del comportamiento social en los insectos fue un evento de gran importancia en la historia de la evolución. Dicho comportamiento presenta ventajas en casi todos los sentidos respecto a la conducta no-social. En general, en una colonia los individuos tienen respuestas tanto a nivel colonial como individual, y en casi todos los aspectos no han perdido capacidad de acción como individuos, de manera que su poder como parte de una sociedad se viene a sumar a sus capacidades particulares.

Como resultado de la actividad que realizan colonias de insectos surgen diversos patrones espaciales y temporales. El grado de sofisticación que alcan-

zan estos patrones de conducta es particularmente llamativo por el tamaño de los individuos que los generan; parece imposible que bichos tan pequeños puedan desarrollar dinámicas tan complejas. Uno de los ejemplos más impresionantes lo proporcionan las termitas. Dentro de las colonias de termitas africanas, las *Macrotermes bellicosus* construyen en sus nidos cámaras donde cultivan hongos. Estas cámaras conforman un sistema de ventilación tal que la temperatura a la que están los hongos permanece casi invariable a lo largo del año, además de que las variaciones de dióxido de carbono son también mínimas. Las observaciones de grupos de obreras de *M. bellicosus* separadas de su colonia y provistas de material de construcción en un ambiente adecuado sustentan la idea de que las estructuras de sus nidos no son producto de una dirección central. De hecho, la cooperación parece iniciarse de manera casual, a partir de acciones individuales poco dirigidas. Pensar que una termita o una abeja solas tengan el discernimiento necesario para construir un nido o para ubicar la mejor fuente de alimentos nos lleva a cuestionarnos respecto a la forma en que obtienen la información para hacerlo (aprendizaje/material genético/...), así como a los mecanismos evolutivos que las llevaron a poder reproducir tales conductas, por no hablar de la manera en que cada individuo maneja información tan compleja. Existe, sin embargo, la posibilidad de explicar estas conductas no tanto como resultado de una gran complejidad individual, sino más bien enfatizando el papel de las interacciones entre los integrantes de una sociedad como formadoras de patrones. Este enfoque, que proviene de las ciencias de la complejidad, permite explicar diversas conductas complejas a partir de comportamientos individuales simples.

Entre los comportamientos que se han descrito con este enfoque se pueden mencionar: la elección de una buena fuente de alimentación (desechando las más lejanas, o las menos abundantes), el cuidado de la cría, la estructura de distribución de cría y alimentos en el nido, la construcción de los propios nidos, la distribución cambiante del número de insectos que se ocupan de cada labor, la ritmicidad en la actividad/inactividad a nivel de grupo y muchas otras, presentes en distintas clases de insectos sociales. Consideraremos el primero de éstos, la elección de un sitio de forrajeo en el caso de un grupo de termitas, a fin de ilustrar algunos de los mecanismos en que se basa.

A partir de una serie de experimentos realizados con termitas forrajeadoras de la especie *Linepithema humile* se obtuvieron datos que apoyan la idea de que las interacciones son las generadoras de una ruta óptima de forrajeo. En el primero de estos experimentos se observó que, cuando las fuentes de

alimento están situadas a una misma distancia, la selección de una de ellas es esencialmente producto del azar. En un principio, las termitas son susceptibles de llegar a cada una de estas fuentes con la misma probabilidad. La aleatoriedad con que se realiza la elección inicialmente hace que en algún momento una de las fuentes se vea preferida por un mayor número de individuos, de manera que el rastro de feromonas que dejan las termitas que transitan el camino hacia esa fuente se ve reforzado. Con ello, un mayor número de individuos se verá atraído por ese camino, contribuyendo a su vez a que se amplifique el efecto inicial y se fije una sola ruta. Ahora bien, cuando las fuentes de alimento que se ofrecen a las termitas están a distinta distancia, resulta seleccionada la más cercana de ellas. En este caso, el reforzamiento del rastro de feromonas que lleva a la fuente más cercana sucede simplemente porque el tiempo que toma completar este recorrido es menor que el de la más lejana. Con esto, un mayor número de termitas siguen el camino corto y fijan, a la larga, esa ruta. Es importante señalar que en el experimento en que inicialmente se ofreció a las termitas una sola fuente de alimentos, y después se abrió una segunda a una menor distancia, éstas no efectuaron el cambio a la nueva fuente. Aunque la fuente más cercana fue la seleccionada en el caso en que era una de dos candidatos posibles desde el principio del experimento, no fue la elegida cuando la ruta de forrajeo estaba ya establecida. Esto se debe a la fuerza con que está ya marcado el camino a la fuente de alimentos que primero se presentó.

En general, los mecanismos locales que llevan a diversas dinámicas colectivas en las sociedades incluyen una retroalimentación positiva, como la observada en el ejemplo anterior por medio de las feromonas, que permite amplificar alguna de las conductas desplegadas. Pero cuentan también con un tipo negativo de retroalimentación, con el que la tendencia positiva se balancea. Esta variante negativa está presente en las restricciones físicas del sistema, como pueden ser la competencia (aquí entre distintas fuentes) o la saturación, y contribuye a la formación de un patrón. Dos puntos que es importante resaltar son: el carácter aleatorio de la búsqueda que realizan los individuos (o de la expresión de un fenómeno en sus distintas versiones) y la importancia de que exista un número elevado de interacciones. La aleatoriedad contribuye a la exploración detallada del terreno en busca de una solución óptima. Por otro lado, en el ejemplo que se expuso, las interacciones suceden por medio del rastro de feromonas, y si no ocurren con una frecuencia relativamente elevada el rastro se pierde. Esto corresponde a un tipo de olvido que ocasiona que no se avance en la solución del problema.

Para evitar que ocurra, generalmente basta con que la densidad poblacional supere cierto umbral.

Debe añadirse, sin embargo, que a las interacciones se suman mecanismos biológicos que contribuyen a la organización de la actividad. Así, por ejemplo, ocasionalmente sí existe coordinador central (en algunas avispas, por ejemplo), que recibe y redistribuye la información entre las obreras. Se observa, también, el uso de gradientes naturales -de temperatura, humedad, feromonas u otros, como los que genera el cuerpo de un animal o una planta- para la regulación de ciertas actividades y es posible detectar cierta diversidad en los umbrales de respuesta a diversos estímulos que depende del genotipo de cada individuo. Estos umbrales pueden contribuir a la definición de una preferencia por una labor específica en el individuo y marcar con ello un principio estructurador en la colonia.

Por otro lado, en algunas especies debe tomarse en cuenta el papel del aprendizaje en las distintas labores que desarrollan. Éste viene a aportar una mayor complejidad a nivel individual, de manera que es interesante observar la forma en que se genera la selección de una ruta de forrajeo en una colonia en la que los individuos tienen una buena capacidad de aprendizaje. Algo que puede suceder en estos casos es que un individuo encuentre una fuente de alimento en sus primeras expediciones, de manera que al aprender de inmediato la ruta a esta fuente, su exploración no vaya más allá, ocasionando que eventualmente no se alcancen las soluciones que en otra situación habrían salido elegidas, sea por su cercanía o su abundancia. Es aquí cuando mejor puede apreciarse el papel del error en la conducta de los individuos. Sin embargo, la pronta localización de una fuente de forrajeo puede ser también un factor adaptativo cuando la colonia tiene pocos integrantes. En estos casos, la baja densidad poblacional puede ocasionar que este mecanismo, con una tasa de aprendizaje bajo, no genere nunca camino alguno. Y esta solución claramente no conviene, ya que los individuos estarán dedicados a reinventarse un camino nuevo cada vez, y a tomarse siempre un tiempo largo antes de encontrar algún alimento.

Es posible que la limitación que una densidad elevada impone sobre la capacidad de aprendizaje de sus forrajeadores haya sido uno de los factores que orillaron a las colonias grandes a fijar la conducta no especializada de sus individuos a lo largo de su evolución. Por otro lado, el proceso de aprendizaje puede verse como el paso de una conducta aleatoria a una especializada, ahora para el caso de un individuo solo. Por último, es importante notar que la verdadera plasticidad de la conducta no especializada se alcanza sólo si

la colonia es capaz de modular su respuesta y de transitar de una exploración aleatoria a un forrajeo ordenado de acuerdo con las situaciones que ya ha enfrentado. Sin una cierta memoria colectiva no puede alcanzarse una buena solución que se base en la experiencia.

1.4 Las hormigas

Las hormigas conforman una de las familias en donde el comportamiento social se presenta en su mayor riqueza. Su surgimiento en el Cretáceo (hace entre 140 y 65 millones de años) las coloca como iniciadoras del comportamiento social en los insectos, junto con las termitas y algunas abejas y avispas. Posiblemente gracias a esto es que han generado una gama tan amplia de conductas y que sus colonias toman formas tan diversas. Se estima que el número de especies de la familia Formicidae está entre 10,000 y 20,000, por lo cual no solamente es posible encontrarlas en prácticamente cualquier zona del globo terrestre, sino que también en todos los habitats. Además, sus colonias se presentan en casi cualquier tamaño, yendo desde colonias muy pequeñas, formadas por sólo 10 individuos, hasta verdaderas ciudades con más de 20 millones de integrantes. Dentro de sus modos de supervivencia se cuentan la depredación, la fitofagia y el cultivo de sus propios alimentos. Tal riqueza las vuelve particularmente adecuadas para el estudio del fenómeno social en la naturaleza. En el presente trabajo se hará referencia, en particular, al comportamiento de diversas especies del género *Leptothorax*.

Las hormigas *Leptothorax* están distribuidas por todo el mundo y aunque frecuentemente se les localiza en zonas arboladas y bosques, se les encuentra también en zonas de frío extremo (Alaska), o en el calor del trópico (Puerto Rico, la Florida, etcétera). Son de talla diminuta, cercana o incluso menor a los dos o tres milímetros. No muestran una división morfológica en castas. Cabe mencionar que en aquellos insectos sociales en los que sí se presentan castas distintas puede observarse una división del trabajo, especializándose cada casta en alguna labor. En el caso de las hormigas *Leptothorax* se ha observado que, aunque no exista una diferenciación morfológica, sí ocurre una cierta especialización vinculada a los distintos grupos de edad de la colonia. Sin embargo, tal división es flexible, pudiéndose presentar variaciones en la distribución de los trabajadores que se dedican a cada labor según las necesidades de la colonia. La mayoría de las hormigas son hembras; los machos tienen una función fertilizadora de los huevos y existen por periodos cortos

para ese fin. Las hembras se dividen en obreras y "reinas". Las primeras se encargan de llevar adelante el nido cotidianamente, dándole mantenimiento, defendiéndolo y cuidando a la cría. Las segundas se encargan de la reproducción.

Las colonias de hormigas pueden presentar varias (poliginia), una (monoginia) o ninguna reina en su estado natural. Si no tienen reina, las obreras tenderán a ocupar el papel reproductor, llegándose a producir en algunos casos un tipo de jerarquía, dominada por las más viejas, que son las que en estos casos se encargan de la reproducción. La posibilidad de que existan colonias sin reina alguna sugiere que éstas no son esenciales para el correcto funcionamiento cotidiano de la colonia.

La comunicación entre los integrantes de un grupo social juega siempre un papel muy importante en la conformación de la sociedad como tal. En el caso de las hormigas pueden distinguirse diversos métodos de comunicación, que varían en su capacidad y alcance. Ésta puede darse por vía del tacto (mecánicamente), el olfato (por vía de algún químico), la vista o el oído, sirve para comunicar alarma, permite el reconocimiento entre compañeras de un nido y su reclutamiento para labores de forrajeo; cumple un importante papel en la reproducción y también en el cuidado de la cría, entre otras funciones.

Sin embargo, para los fines de este trabajo, la división que más interés presenta es la que se refiere al alcance que tiene una señal. Por corto alcance se entenderá sólo la comunicación que ocurre cuerpo a cuerpo, por contacto directo. De acuerdo con esto, la comunicación de corto alcance se restringe al contacto por las antenas, la trofilaxis y el cuidado de la cría. Por el otro lado, la de largo alcance incluye a las feromonas, la estridulación y las señales visuales entre sus recursos (Miramontes, 1993).

Las hormigas *Leptothorax* conforman colonias compactas, en las que los individuos viven en contacto estrecho. Esto sugiere que sus métodos de comunicación son principalmente de corto alcance. En realidad, se ha observado que con gran frecuencia entran en contacto cuerpo a cuerpo. Lo anterior no quiere decir que sea ésa su única forma de comunicación. También presentan dos glándulas, cuya producción de químicos tiene una función en su comunicación, y se ha observado que utilizan asimismo la estridulación (el frotamiento de una zona rugosa de su abdomen, con lo que generan una vibración) y algunos otros métodos -menos claros que los anteriores. Sin embargo, en lo que se refiere al corto alcance, *Leptothorax* presenta una técnica de reclutamiento en "tándem" para la cual el contacto físico constante entre la guía y su recluta es indispensable.

Por último, cabe mencionar que las colonias de *Leptothorax* tienen un promedio de unas cien habitantes. Sin embargo, éste depende fuertemente de la edad de la colonia, pudiendo encontrarse algunas (en condiciones naturales), formadas por 10 individuos, así como colonias de 500 individuos (éstas últimas serán, presumiblemente, colonias maduras). Es muy probable que el tamaño de la colonia esté limitado por su funcionamiento como unidad auto-regulada. En su extenso libro sobre las hormigas, Hölldobler y Wilson (1990) sugieren que podría existir una correlación entre tamaño de la colonia y grado de elaboración y variedad de los sistemas de comunicación que emplea.

En el siguiente capítulo se revisarán los trabajos de Franks et al. (1987) y Cole (1991a y b) en relación con los ciclos de actividad observados en colonias de hormigas *Leptothorax*. Asimismo, se planteará el modelo propuesto por Miramontes et al. (1993a y b) y se expondrán los resultados de los trabajos posteriores que se desarrollaron en torno a dicho modelo (Miramontes 1995 y artículo en prensa, Solé et al 1993a y b, 1995).

Capítulo 2

El fenómeno

2.1 Oscilaciones colectivas y caos

Dentro de las sociedades de insectos hay rasgos de comportamiento para los que es posible observar cierta ciclicidad; algún tipo de repetición regular a lo largo del tiempo. Tales ciclos se manifiestan en muy diversas escalas temporales. Así, hay comportamientos que se repiten de manera anual, como la producción de individuos sexuados en una colonia, a partir de los cuales nacerán colonias nuevas. Otro ciclo anual es la hibernación, o bien la disminución en el ritmo de respiración observada en colonias de *Leptothorax unifasciatus*.

La existencia de los ciclos anuales se ha explicado de muy distintas maneras. En algunos casos, se atribuye a la temperatura ambiente, en otros a mecanismos endógenos. De hecho, suele ser difícil determinar sin lugar a dudas los mecanismos que los generan. Puede suceder, por ejemplo, que un estudio hecho bajo condiciones de laboratorio lleve a inferir que el origen de una conducta es endógeno porque se siguió presentando aún cuando un rasgo característico del paso de las estaciones, como es la temperatura, se haya mantenido constante durante el estudio. Sin embargo, la conclusión podría ser errónea si los individuos se guían por otro parámetro (como el cambio de la luz, o algún otro) que no está siendo controlado en el experimento.

A escalas temporales inferiores al año, pero superiores a un día, pueden encontrarse, por ejemplo, colonias de hormigas *Eciton burchelli* con periodos de sedentarismo seguidos de migraciones. Tales periodos han sido atribuidos al status reproductivo de la reina en cada momento, y ocurren en el transcurso

de dos o tres semanas.

En periodos de veinticuatro horas pueden realizarse actividades cotidianas en la vida de la colonia, como el forrajeo, o el cambio de algunos individuos de una actividad a otra. Se ha observado que grupos de hormigas siguen patrones temporales definidos en la búsqueda de su alimento. Las *Leptothorax* suelen buscarlo en las noches, y una hormiga que habita en los desiertos, *Cataglyphis bombycina*, hace un forrajeo intensivo en el momento del día en que la temperatura está entre los 46.3 y los 53.6 °C. Se atribuye el surgimiento de ciclos tan particulares a rasgos de comportamiento que resultan de una dinámica ecológica compleja y de los procesos evolutivos.

El cambio de actividad cíclico (es decir, el cambio de una tarea a otra determinada en un momento particular del día) sugiere una organización temporal bien desarrollada, y se encuentran también casos de ciclos endógenos en la distribución de la actividad a lo largo del día (en algunos casos, ésta se realiza principalmente al atardecer, por ejemplo).

Vale la pena resaltar, por otro lado, que la actividad de los individuos en colonias de hormigas no tiene generalmente la forma de un flujo ordenado y continuo. Y más aún, contrario a otro de los estereotipos en los que usualmente se encuadra a las hormigas, éstas no están incesantemente activas, sino más bien reposan por largos ratos.

Nigel Franks y Stephen Bryant (1987) mostraron la periodicidad que exhiben, en sus niveles de actividad, colonias de hormigas del género *Leptothorax*. El estudio, que considera cuatro colonias de *Leptothorax acervorum*, integradas por entre 34 y 43 individuos, se realiza con ayuda de una videocámara. Las colonias, colectadas de su hábitat y reubicadas luego en nidos artificiales (formados por un portaobjetos y su correspondiente cubreobjetos) eran mantenidas bajo condiciones controladas de laboratorio, y por medio de una luz suave colocada abajo de ellas se facilitaba la detección de movimiento y se les filmaba. La cámara estaba montada sobre un microscopio y estaba provista con un contador de tiempo que permitió llevar el control durante el análisis de la grabación.

El levantamiento de los datos a partir de la grabación se realizó por medio de acetatos. Deteniendo la imagen al cabo de cada minuto, se marcaban en un acetato las posiciones en que se encontraba y el nivel de actividad que había desplegado cada una de veinte hormigas determinadas. Este grupo de control estaba conformado por la(s) hormiga(s) reina de cada hormiguero, los parásitos que hubiera y un número de hormigas obreras -elegidas al azar-, con el que se completaban los veinte individuos. En cuanto al nivel de actividad

se distinguían sólo dos estados: activa o inactiva. Un individuo se clasificaba como inactivo cuando permanecía totalmente quieto o no presentaba movimiento más que de las antenas. De otra manera, caía en la categoría de "activo".

Si alguna obrera salía del nido durante el periodo muestra, se le reemplazaba, en el levantamiento, con la siguiente hormiga que entrara al nido.

La serie de tiempo generada abarcó 12,000 datos de cada hormiguero.

Por medio de análisis estándar de series de tiempo se detectaron las tendencias, ritmos y ciclos que reflejaban los datos. Una de las preguntas a responder era qué distribución seguían las frecuencias de actividad de n hormigas. Lo anterior, con el fin de entender si la actividad de cada hormiga estaba relacionada con la actividad de otras, o si cada individuo se activaba espontáneamente de manera independiente. La distribución de frecuencias que se obtendría en el caso de que las activaciones no estuvieran correlacionadas es la binomial. Sin embargo, la varianza de la distribución binomial-distribución que se estimó considerando las probabilidades de activación espontánea que se encontraron empíricamente no coincidió con la varianza de la distribución actividad-frecuencia que se obtuvo (también empíricamente) de las colonias del estudio. Además, se detectó que la actividad de los individuos de la colonia se presentaba generalmente de manera sincronizada. Más aún, la actividad mostraba un comportamiento aproximadamente periódico, con ciclos de 15.6 a 36 minutos, dependiendo de la colonia.

Es interesante notar que la aparición de dicha periodicidad no estuvo relacionada con el número de reinas existentes en cada colonia (que era, en los distintos nidos, de una, dos, ninguna y tres: una propia y dos parásitas).

En un estudio independiente, realizado en colonias de *Leptothorax allardycei*, B. Cole (1991a) mostró que, aunque la colonia presentara ciclos de actividad bastante regulares (de unos 26 minutos), los individuos, aislados, no presentaban ningún tipo de patrón temporal de actividad.

Su método de obtención de datos difería ligeramente del seguido por N. Franks y S. Bryant. En este caso, con ayuda de una filmación semejante, se tomaba el nivel de actividad como proporcional al número de píxeles que había de diferencia en imágenes congeladas sucesivas, separadas por 30 segundos.

En esta investigación se registró la actividad en grupos de distinto tamaño: una hormiga sola, dos individuos, cinco y siete, así como en colonias completas. El movimiento de los individuos aislados se daba de manera impredecible. Así como se activaban espontáneamente, podían permanecer en

reposo por largo rato. No se detectó ningún patrón.

En el caso del par aislado de hormigas se detectaron dos modos distintos en el cambio del número de pixeles. Uno, de 900 pixeles alterados, que se obtiene cuando una sola de las hormigas está en movimiento, y el otro, de 1,500 pixeles, que presumiblemente corresponde al movimiento simultáneo de las dos hormigas. La proporción de picos correspondientes al movimiento de un individuo respecto a los que corresponden a dos representa el grado de interacción que existe entre las hormigas del par. Con el fin de descartar que las coincidencias de actividad sean producto del azar, se comparó dicha proporción con la que resultaría de un evento aleatorio. Las pruebas que se obtuvieron fueron concluyentes a favor de que la proporción experimental era resultado de la interacción, y no del azar. Sin embargo, en este grupo no se llegaron a observar los ciclos de actividad que se presentan en la colonia completa.

Los grupos de cinco y siete hormigas permitieron observar una disminución en la variación del tamaño de los intervalos que separaban distintos picos de actividad -sin que ésta llegara a ser periódica. Esto proporciona un camino posible al desarrollo de la periodicidad observable en colonias completas.

En un artículo posterior, B. Cole (1991b) calculó la dimensión del atractor de la actividad exhibida por una hormiga aislada. El atractor resultó tener una dimensión pequeña y fraccional, del tipo que caracteriza al caos de baja dimensión. En contraposición, la actividad de la colonia completa dio como resultado una dimensión entera, acorde con la periodicidad encontrada anteriormente.

Como se mencionó en la introducción, hay una amplia gama de comportamientos sociales en comunidades de insectos. En vista de los resultados expuestos arriba, no parece absurdo pensar que también la ciclicidad de los movimientos que realizan las hormigas al interior del nido tenga su origen en la interacción entre individuos como entes sociales. Ya se ha comprobado que una hormiga activa puede llevar a movimiento a otras perturbándolas en su descanso. Por otro lado, la activación espontánea que ocurre en individuos aislados puede pensarse como un eventual principio de activación global en el nido. Con estas bases, O. Miramontes, R. Solé y B. Goodwin (1993a y referencias posteriores) buscaron abstraer las características fundamentales de comportamiento en *Leptothorax* y plantearon un modelo de la colonia que las incluyera. En principio, reproducir los comportamientos observados por vía del modelo llevaría a confirmar el carácter genérico y casi inevitable de las oscilaciones periódicas observadas. Se le expondría, así, como una

propiedad producto de la autoorganización, resultado de la interconexión de una colección de objetos similares. En el capítulo siguiente se describirá el modelo que plantearon.

2.2 El Modelo

El modelo propuesto por Miramontes et al. (1993a y posteriores) se basa en un conjunto de características comunes a las sociedades de hormigas del género *Leptothorax*. Los rasgos considerados son los siguientes:

- Ausencia de clases sociales
- Ausencia de organización jerárquica y de un control central ejercido por un individuo
- Existencia de cercanía física entre los miembros de la colonia
- Comunicación esencialmente por señales de corto alcance
- Existencia de activaciones espontáneas
- Existencia de activaciones por contacto

Tomando en consideración estos rasgos se generó un sistema "social" artificial. Miramontes et al. (1993b, 1995) comprobaron que el sistema resultante presentaba propiedades dinámicas semejantes a las observadas en sociedades de hormigas. Sin embargo, los individuos que conforman el modelo propuesto no tienen que pensarse siempre como hormigas. Pueden ser robots, células o insectos sociales. Siempre que queden razonablemente caracterizados por las seis propiedades enunciadas arriba, exhibirán el comportamiento que muestra el modelo. Más adelante se expondrán los argumentos con los que se sostiene que algunos rasgos de la conducta social obedecen a propiedades genéricas y robustas de los sistemas complejos -de los cuales las colonias de hormigas son sólo un ejemplo posible.

Los autómatas celulares móviles se definen a partir del concepto de autómatas celular. Como se expuso en la introducción, los autómatas celulares están formados por retículas regulares. Sus elementos son las celdas de la retícula, y éstas pueden estar en cualquier estado de un conjunto finito de estados posibles. Son sistemas dinámicos que actúan en tiempo discreto, de manera que cada celda toma un estado en $t + 1$ en función de los estados de las celdas de su vecindad al tiempo t . Para ello, sigue una *regla de actualización*, que es simplemente la fórmula a partir de la cual calcula su estado en cada instante.

En los autómatas celulares móviles se señala (se "marca") un conjunto

de celdas -generalmente, menor al total de celdas existentes-, que serán los individuos del modelo, y se permite su movimiento a cuadros de la vecindad que ocupan.

Para nuestro modelo consideraremos una cuadrícula bidimensional, donde la vecindad de cada cuadro estará formada por él mismo y los ocho que lo rodean. Denotaremos a la vecindad por M (ya que éstas son las llamadas vecindades de Moore). La colección de n elementos móviles, cada uno de los cuales se denotará a_i , recibirá a su vez el nombre de A . Los objetos de $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ estarán caracterizados por cuatro cantidades,

$$a_i = \{x_i, y_i, m_i, S_i\}$$

donde x_i, y_i son números enteros que indican las coordenadas de a_i en la cuadrícula; m_i es una función de Heaviside que describe la actividad de a_i y que depende del valor de S_i , y S_i representa, a su vez, el *nivel de actividad*, que se obtiene con una función continua. La S_i es precisamente la que actualiza el estado interno del elemento a_i .

El movimiento de los objetos $a_i \in A$ queda descrito por una caminata aleatoria. Cuando a_i está activo, es decir, cuando $m_i = 1$, entra en movimiento. Para ello, elige al azar alguno de los cuadros de su vecindad. En caso de que esté desocupado, procede a ocuparlo -esto es, cambia sus coordenadas originales por las del cuadro nuevo. De no ser así, hace una nueva elección. Si después de seis intentos no ha encontrado ninguna celda de M desocupada, permanecerá en su lugar.

Se eligió la caminata aleatoria para modelar el movimiento por considerarse que representaba la opción más simple. Por otro lado, con esta elección no se imponía de antemano un orden.

La variable m_i es 1 para $S_i > 0$, y es cero en caso contrario. Se considera que a_i está activa siempre que $m_i = 1$, en cuyo caso se mueve conforme a las reglas que se dieron antes. De otra manera, a_i está inactiva y permanece en su lugar.

La variable S_i , que determina el *valor de actividad* de a_i , se calcula asignando al objeto un campo local. Dicho campo lo genera la presencia de otros individuos $a_j \in M$ y puede incluir a la propia a_i si se incluye la autointeracción dentro del modelo. Al tiempo $t + 1$ la S_i se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$S_i^{t+1} = \text{Tanh} \left\{ g \left[\sum_{j=1}^k J_{ij} S_j^t + J_{ii} S_i^t \right] \right\}$$

en la que k es el número de vecinos de a_i y los J_{ij} denotan los coeficientes de acoplamiento. Estos coeficientes se obtienen de la matriz de interacciones C , dependiendo de los valores de actividad de a_i y a_j . La matriz (de 2×2) describe, por medio de sus entradas, el carácter de la interacción entre a_i y a_j . Con esto, permite considerar el nivel de actividad de los dos individuos dentro del cálculo de S_i^{t+1} , pesando distinto las interacciones entre elementos activos que aquellas en las que sólo uno está activo y que la que consiste en la coexistencia de dos individuos inactivos en una misma vecindad. En este trabajo se utilizará esta última. Cuando se expongan los resultados del modelo, se incluirá el resultado de dar distintos valores a las entradas de C . Dicha matriz se denota por

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix}$$

y sus entradas se seleccionan, dependiendo del caso en el que caigan a_i y a_j , conforme al siguiente cuadro

$S_i > 0$	$S_i \leq 0$	
c_1	c_2	$S_j > 0$
c_3	c_4	$S_j \leq 0$

La autointeracción que se mencionó con anterioridad -el término $J_{ii}S_i^t$ de la regla de actualización- tiene gran importancia en la dinámica de los individuos. Gracias a este término se considera el nivel de actividad del propio objeto a_i al tiempo t para calcular el que le corresponde al tiempo $t+1$. Funciona como una suerte de memoria del objeto que da "continuidad" a su valor de actividad (en ausencia de autointeracción, en el instante en que un individuo queda solo en su vecindad, interrumpe abruptamente su actividad).

El parámetro g permite regular la pendiente de la tangente hiperbólica en cero, y por lo tanto determina la tasa de activación y desactivación de los a_i . Por este motivo recibe el nombre de *ganancia* (de actividad). Su papel es muy importante en la dinámica del sistema, como se verá más adelante.

El uso de la tangente hiperbólica en el cálculo del valor de actividad obedece a dos razones que lo vuelven ideal para modelar a unidades excitables en sistemas biológicos. En primer lugar, que toma valores en $(-1, 1)$, de manera que, sin importar el valor de g ni el número de veces que se itere,

nunca se va a infinito. Esto concuerda con el hecho de que los individuos excitables no llegan a excitarse a niveles infinitos.

La segunda razón es que el cambio en la excitación se puede controlar por medio de un solo parámetro: la ganancia. Dependiendo del valor de g , los atractores serán puntos cercanos a los extremos del rango, o el cero.

Por último, incluiremos en el modelo las activaciones espontáneas que se observaron en los experimentos de Cole de los que se habló al principio de este capítulo. De esta manera, una hormiga inactiva y sin estímulo externo que la lleve a la actividad puede entrar en movimiento, alcanzando un *nivel de activación espontánea* que denotaremos por s_a . Esta activación tendrá lugar sólo si la variable aleatoria $r \in [0, 1]$, supera el umbral de probabilidad p_a (llamado *probabilidad de activación espontánea*).

Otra posibilidad de modelación de la activación espontánea es introducir un valor $x_t(n)$ para describir el estado interno del objeto a_n por medio de una función de dinámica caótica. Para ello se elige una función determinista continua que produce el estado interno del individuo en cada instante en el que éste se halla inactivo. Para el presente modelo basta considerar una función unidimensional $x_{t+1} = F_\mu(x_t)$, con $x_t \in \mathbb{R}^+$ una variable continua. Es conveniente elegir

$$x_{t+1} = x_t e^{\mu(1-x_t)},$$

que presenta un máximo localmente cuadrático. Este tipo de funciones tiene asociada una ruta al caos por doblamiento de periodo (May, 1976), de manera que para una μ adecuada ($\mu = 5.5$), la ecuación anterior modela un proceso de activación determinista, pero caótico. Por tanto, la regla determinista para la activación de hormigas inactivas (y sin contacto con otras activas) está descrita por

$$S_i^{t+1} = s_a \iff x_{t+1} > \theta,$$

donde $0 < \theta < \max_{x \in \mathbb{R}} \{F_\mu(x)\}$ es el nuevo umbral para la activación espontánea y s_a es, como antes, un nivel dado de actividad alcanzado.

La utilización de funciones deterministas caóticas para simular el comportamiento individual presenta una opción biológica razonable. Su dinámica es indistinguible de la de un fenómeno aleatorio, por lo que la distribución temporal de las activaciones de un individuo observada por Cole está descrita de manera equivalente por cualquiera de estos dos modelos. Por otro lado, el comportamiento caótico está presente en una gran variedad de fenómenos naturales, y en algunos casos puede interpretarse como un mecanismo adaptativo. Puede, en vista de que lleva al individuo a ubicarse en muy distintos

estados, servir para explorar una buena extensión de terreno en busca de alimento.

Según los resultados de Solé et al. (1993), la modelación alternativa de la dinámica individual por medio de una función determinista caótica (en vez de por vía de un proceso estocástico) no ocasiona cambios cualitativos en el comportamiento global resultante. Sin embargo, estas alternativas son sustancialmente diferentes: para el modelo determinista, la actividad del individuo es predecible en el corto alcance, cosa que no sucede en el modelo probabilista.

Una alternativa de modelación del fenómeno, planteada por los mismos autores, está basada en una variante de las redes neuronales que introduce la posibilidad de movimiento en sus componentes. Esta variante lleva el nombre de red neuronal fluida. Las redes neuronales clásicas son un tipo de autómatas celulares en el que las variables sólo admiten dos valores (es decir, son autómatas celulares booleanos). El tratamiento del fenómeno es bastante parecido en lo general al de los autómatas celulares móviles, de manera que no se darán detalles aquí. Sin embargo, con este enfoque se presenta también un modelo con el que se pueden simular más de dos estados de actividad. Si se piensa en los distintos estados como las diferentes labores (forrajeo, defensa del nido, cuidado de la cría, etc.) que desempeñan los individuos en una sociedad, este modelo permite estudiar la manera en que se distribuye la población de la colonia entre estas labores (Miramontes et al. 1993b). Este modelo tiene una contraparte experimental en las observaciones de Gordon (2000) y otros autores.

Con el fin de entender mejor la dinámica que se genera localmente a partir de las reglas establecidas, Miramontes (1993, tesis) analizó el comportamiento de autómatas con uno y dos elementos, estudiando el efecto, sobre la dinámica, de cambios en el parámetro de ganancia. El autómata con un solo individuo es un caso particularmente importante, ya que en autómatas con más elementos, algunas variantes en los parámetros del sistema permiten considerar a cada elemento como si estuviera aislado (provocando que se encuentre en aislamiento relativo), por lo cual su análisis puede reducirse a este caso.

Cuando $g > 1$, la función de actividad tiene tres puntos de equilibrio, el cero y dos valores simétricos $1 - \varepsilon$, $\varepsilon - 1$, que dependen de qué tan grande sea g . Los valores no nulos son atractores, de manera que cualquier activación hará al individuo eternamente activo, con un valor de actividad que se acercará al punto de equilibrio de signo positivo.

Si $g \leq 1$, el único punto de equilibrio finito, cero, será atractor. Por lo tanto, el valor de actividad de cualquier elemento tenderá al cero exponencialmente en tanto el individuo no reciba un estímulo. Por esta razón, los picos de actividad que origina este modelo en el caso de un individuo solo tienen una distribución aleatoria coincidente con las observaciones de Cole. Dicha distribución obedece al comportamiento de la variable aleatoria que determina las activaciones espontáneas.

El autómata celular móvil con dos individuos presenta interés porque permite comprender la dinámica local de las interacciones, así como comparar el nivel de actividad total de dos individuos con el de uno solo. Para ello, consideramos los valores que toma $S_1^t + S_2^t$ (la actividad total) para una retícula pequeña. Debido a las interacciones existentes, la actividad total no tiene un decaimiento exponencial a cero como el que exhibe cuando sólo hay un objeto en la retícula. En aislamiento relativo -cuando los objetos no están suficientemente cerca-, la actividad tiende a cero. Sin embargo, si llegan a compartir una vecindad, sus niveles de actividad se verán incrementados.

Una forma de hacer que el sistema se inmovilice es omitir la activación espontánea y ocasionar luego que no haya interacción. Esto último se puede hacer manipulando directamente la matriz de acoplamiento, o bien modificar g para lograr que el lapso promedio entre interacciones sea superior al tiempo que tarda un objeto en desactivarse. Esto tiene el efecto de un aislamiento relativo de los individuos. La modificación del lapso promedio entre interacciones también puede lograrse cambiando el tamaño de la retícula. De esto puede deducirse que, para obtener un sistema que no alcance nunca un valor de actividad cero, será suficiente incrementar el parámetro de ganancia (tomar $g \approx 1$), o modificar el tamaño de la retícula.

Si se calculan los exponentes de Lyapunov de las series de tiempo del sistema para distintos valores de g -considerando siempre el caso de dos individuos- permite detectar una variación cualitativa. El exponente de Lyapunov para g menor que un valor crítico $g_c \approx 0.57$, tiene un valor prácticamente constante de cero. A partir de g_c , sin embargo, toma valores no nulos y crece hasta ubicarse alrededor del 0.15. Así, el parámetro de ganancia funciona como una suerte de parámetro de bifurcación, con cuyo incremento aparece una dinámica caótica en las interacciones. Los valores de g para los que el exponente de Lyapunov es no nulo corresponden a aquéllos para los que el tiempo medio entre interacciones es suficientemente superior al tiempo de decaimiento a cero de la actividad, donde el sistema se mantiene activo siempre y tiene una dinámica caótica. Este hecho es interesante por sí solo,

puesto que es más frecuente esperar una dinámica caótica en sistemas donde participan tres o más elementos.

La existencia de actividad sostenida en sistemas de dos elementos para los que $g < 1$ es en sí un contraste con el caso de un individuo aislado, ya que señala un aumento de actividad que resulta de la interacción. Un aspecto interesante del comportamiento social es la posibilidad de que las interacciones originen o magnifiquen rasgos de comportamiento prácticamente inexistentes, o inexistentes del todo en los individuos. A este fenómeno se le llama *facilitación social*. Hay muy diversos ejemplos de facilitación social en grupos sociales de organismos. Uno está relacionado con el tiempo de supervivencia en termitas en condiciones de hambruna, que es superior en las termitas de un grupo que en las aisladas (Miramontes *et al* 1996). Otro, en hormigas, muestra una mayor eficacia en la realización de perforaciones de los individuos integrantes de un grupo sobre los individuos solos.

El autómata celular móvil presenta un tipo de facilitación social. Si se comparan niveles de actividad correspondientes a un mismo parámetro de ganancia para individuos solos y por pares, veremos que en estos últimos existe una suerte de transición de fase que no presentan los primeros. Esto es, para un valor de g cercano al 0.5, se da un cambio significativo en la serie de tiempo que describe el sistema. Para valores grandes de g , los objetos presentan una actividad sostenida que no tiene símil en un objeto aislado. La actividad para $g < 0.5$ es resultado tanto de activaciones espontáneas como de interacciones.

Miramontes (1993a) plantea otro método para detectar cambios del nivel de actividad como producto de la interacción. Para ello, propone comparar el número de veces que se presentó actividad en cada sistema durante un periodo determinado. Denotando con n_1 y n_2 el número obtenido para los autómatas con uno y dos individuos, respectivamente, calculó el cociente n_2/n_1 para distintos valores de g . En un sistema lineal, esta proporción debería ser dos -de manera que la actividad total del sistema sería, de hecho, la suma la actividad de dos individuos independientes. Esta comparación mostró un rango en el que el cociente es mayor que dos, y mostró una zona, que coincide con aquella de actividad sostenida, en la que el cociente es dos. Por lo tanto, se puede concluir que el proceso de activación por interacción es la causa última del surgimiento de la facilitación social en este modelo.

Para estudiar el comportamiento macroscópico del modelo, se consideraron variantes de sus distintos parámetros. Uno de los fenómenos que reproduce el modelo de autómatas celulares móviles (y que se observa en colonias

reales) es el de las oscilaciones de actividad periódicas. Como se vio en el caso de dos individuos, la cantidad de actividad que presenten está relacionada con el grado de aislamiento en que se encuentran. Es decir, con el número de vínculos o conexiones que tengan con otros individuos. Este número se puede alterar con la variación de distintas condiciones: el parámetro de ganancia y el grado de interacción existente. El grado de interacción dependiendo de la presencia de autointeracción, del tamaño de la latiz y de la relación entre los tiempos promedio de inactivación y contacto. Los últimos dos factores pueden traducirse en uno equivalente: la densidad.

Considerando una matriz de 10×10 , valores $g = 0.05$, $s_a = 0.01$, $p_a = 0.01$, y todos los coeficientes de acoplamiento iguales a 1, se asignaron de manera aleatoria los valores iniciales de actividad, al igual que las posiciones iniciales en la retícula, a los n elementos del autómata móvil. El valor de n se tomó igual a uno, 10, 20, 40, 60, 80 y 100. En el rango de las densidades medias (20 a 40), se observó el surgimiento de oscilaciones bien definidas. Las densidades más altas (80 a 100) presentaron oscilaciones de tipo claramente periódico, y entre 1 y 10 objetos se encontró un comportamiento sin orden temporal alguno.

Uno de los análisis presentado por Miramontes *et al* (1993a) fue la comparación de estos resultados con su equivalente para autómatas celulares clásicos (sin movimiento). El parecido de comportamiento entre los dos tipos de autómata se limita a los extremos de densidad: cuando hay un sólo individuo, la presencia o ausencia de movimiento no representa ninguna diferencia en el patrón de activaciones; cuando la densidad es muy alta, los individuos están parcial o totalmente inmovilizados por el hacinamiento, por lo que las series de tiempo son, nuevamente, muy parecidas.

En ambos casos aparecen, pues, oscilaciones periódicas. También para los dos modelos, su emergencia depende claramente de la densidad. En los dos la periodicidad de las oscilaciones es de carácter robusto, esto es, sucede para un rango de densidad amplio, por lo que puede retirarse cierto número de individuos sin que cambie sustancialmente el comportamiento global. Sin embargo, las oscilaciones periódicas aparecen a una densidad menor para el modelo móvil. Esto puede atribuirse a que el movimiento de los objetos en el sistema llega a dar lugar a un mayor número de conexiones que cuando los objetos permanecen en un solo sitio -en cuyo caso, sus posibilidades de interacción a lo largo del tiempo dependen estrictamente de su colocación inicial respecto a otros individuos.

Más aún, un análisis de los periodos que resultan a distintas densidades

para cada tipo de autómata muestra diferencias en los valores obtenidos para densidades (ρ) bajas. Alrededor de $\rho = 0.35$ los valores son obviamente diferentes (siendo muy superior el que corresponde al autómata clásico al del modelo con movimiento).

En relación con la autointeracción, su omisión de la regla de actualización tiene también un efecto en el nivel de actividad: para una misma densidad, el nivel de actividad es inferior en estos modelos al que exhiben los modelos que sí incluyen autointeracción. Los modelos sin interacción son menos robustos. Esto es un reflejo de la disminución en el número de conexiones con que cuenta cada individuo.

Ahora bien, en relación con el parámetro de ganancia, que controla tanto la tasa de desactivación de un objeto aislado, como la de activación de un objeto en interacción, puede observarse también que aumentos en g llevan a incrementos en el periodo de oscilación. Esta tendencia tiene un límite, ya que para valores de g muy grandes, se pierde la periodicidad de la actividad global del sistema.

La matriz de acoplamiento \mathbf{C} , tiene un papel importante. Puede pensarse que funciona como una asignación de pesos a los tipos de relación presentes en cada campo local. Por esa razón, su influencia en el valor de actividad es significativa.

El análisis cualitativo del efecto de las entradas c_i de la matriz de acoplamiento sobre el sistema llevó a Miramontes et al. (1993a) a concluir que la interacción activa-activa (descrita por c_1) era la de mayores consecuencias. Pudo verse que el periodo T decrece con c_1 siguiendo una relación de tipo $T = \alpha e^{c_1} + \beta$, en la que α y β dependen de otros valores del sistema (g , π y las otras c_i). Cuando $c_1 \approx 0$, el sistema presenta un cambio dinámico importante: surge una cuasi-periodicidad. Esto es consecuencia de la casi desaparición del vínculo entre objetos activos -que es un factor importante para el mantenimiento de la actividad- y la autointeracción.

El peso de otros parámetros, como la probabilidad de activación espontánea p_a en la dinámica global, es menor. En este caso, su incremento tiene el efecto de aumentar el número de objetos activos, pero no cambia el momento de aparición, ni el periodo, de las oscilaciones.

Capítulo 3

Complejidad

3.1 Complejidad algorítmica

La medición de la complejidad que se observa en un proceso o de la complejidad de descripción de un objeto se ha tratado con enfoques diversos. En lo que sigue, se describirá la complejidad definida en términos de la teoría de la información de Shannon, y posteriormente la formalización hecha por Kolmogorov.

La primera definición es producto de la necesidad de comunicar un mensaje de un emisor a un receptor, y supone que ambos cuentan con un mismo conjunto de mensajes susceptibles de transmitirse (que están de acuerdo en el lenguaje que permite la transmisión).

En este sentido, la información -la complejidad del mensaje- es una medida de la libertad del emisor para escoger cualquiera de los mensajes de que dispone. El tamaño de la duda que resuelve el envío de un mensaje depende de qué tantos mensajes se puedan mandar. Representa una elección, una singularización. Puede pensarse en el conjunto de mensajes que conforman el vocabulario común. En este vocabulario todos los mensajes tienen aproximadamente la misma dificultad de transmisión; la comunicación se da de manera no descriptiva, enviando sólo la palabra seleccionada. Es claro que en este tipo de intercambio no quedan capturados los detalles que requeriría cada proceso para ser descrito. Se trata sólo de nombres. Por eso no se puede decir que mida la complejidad intrínseca de un proceso. Así, lo que Kolmogorov va a buscar con su definición, es dar una medida objetiva del contenido de información de los procesos.

Como la información en el sentido de Shannon es una noción de conjunto, su definición se basa en la probabilidad de envío de un mensaje cualquiera (dentro del universo de mensajes). Considera al universo, S , y a una variable aleatoria X definida sobre S . Llama *entropía* a la cantidad

$$H(X) = \log_2 d(S),$$

donde $d(S)$ mide el tamaño de S para conjuntos finitos. Si S es infinito, entonces su entropía $H(S)$ se define como infinita. La entropía mide la incertidumbre existente en la elección de un mensaje, previa a la asignación de un valor para X . Una vez que se hace esta asignación, se produce una *información* $I = \log_2 d(S)$, que, de hecho, mide el número de bits $\hat{I} = \lceil \log_2 d(S) \rceil$ necesarios para transmitir la información en código binario.

Cuando se consideran mensajes de distintos universos S_i , donde cada conjunto de $\{S_i\}_{i=1}^k$ tiene respectivamente n_i elementos, con $i \in \{1, \dots, k\}$ y cada S_i cuenta con su respectiva variable aleatoria X_i , y donde el número de mensajes combinados posibles, tomando uno de cada universo, es $n = n_1 \cdot \dots \cdot n_s$, de manera que la entropía es

$$H(X_1, \dots, X_s) = \log_2 n_1 + \dots + \log_2 n_s = \log_2 n$$

Supongamos ahora que $S = \{a_1, \dots, a_s\}$, y que cada mensaje a_i ocurre k_i ocasiones dentro de la cadena de mensajes $x_1 x_2 \dots x_k$, con $k_1 + \dots + k_s = k$. Con un poco de álgebra combinatoria, se obtendrá el número de mensajes posibles para ciertas longitudes y frecuencias dadas, y usando la fórmula de Stirling¹ se llegará a una aproximación de la entropía para este caso, que sirve para fundamentar una definición de *entropía* en la que se incorpora la probabilidad de aparición de cada mensaje:

$$H(X) = - \sum p_i \log_2 p_i$$

donde las p_i denotan la probabilidad de aparición del mensaje a_i .

El objetivo de Kolmogorov al definir una cantidad de información era distinto del de Shannon. Aquí no se trataba del problema de transmisión de mensajes, de seleccionar con el envío de información algún mensaje particular de un conjunto. Su objetivo, más bien, era ampliar las posibilidades

¹Fórmula de J. Stirling
 $n! \sim (n/e)^n \sqrt{2\pi n}$

de comunicación hasta ser capaz de transmitir *cualquier* información; obtener una noción "absoluta" de información para cada objeto, aquella que lo describe sin dar lugar a confusiones.

Intuitivamente, puede verse que algunos objetos (o procesos) son más complicados que otros, esto es, que pueden distinguirse los que son *complejos*, que requieren de descripciones largas, de aquéllos de menor complejidad, cuya descripción es más simple. Así, el proceso de descripción de un objeto o proceso permite distinguir los complejos de los simples y asignar un valor a su complejidad. Supongamos, por ejemplo, que nuestros objetos son cadenas binarias de una longitud determinada n . Describir una cadena formada por n ceros resulta ser una tarea más sencilla que describir una cadena de la misma longitud pero sin regularidades evidentes.

Para transmitir información ampliando sustancialmente el tamaño del universo de mensajes transmisibles será necesario definir un método de descripción universal que produzca el objeto a partir de sus descripciones (puede tener varias). Tal vez esto dé la impresión de que ahora el contenido de información de cada objeto va a estar determinado por el proceso de descripción que se elija, y que nuevamente la complejidad intrínseca del objeto va a escapar a la medición. Pero veremos que este problema se puede resolver, e incluso impondremos otra condición: que el método de comunicación de los mensajes esté dado por aquella función de especificación que minimiza las longitudes de descripción de los objetos (o procesos) en la medida de lo posible.

Para lograr ambas cosas, se toma a todas las funciones de especificación y se define una relación de equivalencia. Esta relación refleja la similitud de dos funciones en términos de la longitud de descripción que asignan a cada uno de los objetos de interés (sean objetos materiales o procesos), y proporciona, a la vez, una manera de estructurarlas jerárquicamente. Dicha jerarquía será reflejo de la concisión descriptiva de las funciones de cada clase.

La noción que permite obtener una clase óptima es la de función recursiva, que está íntimamente ligada a la de computabilidad. Sin la restricción que impone esta noción no puede obtenerse una descripción óptima. Así, una vez que nos restringimos a considerar sólo aquellas funciones de especificación que sean *recursivas* podemos obtener un elemento único como mínimo de la jerarquía de clases, en la manera en que lo establece el Teorema de Invarianza (cf. Li, M. y Paul Vitányi, 1997, cap. 2).

Lo esencial del método universal de descripción es que, aunque su descripción no sea necesariamente la mejor (la más breve) para todos los objetos,

no es posible encontrar otro método que lo supere en un número infinito de casos.

La definición de complejidad de Kolmogorov está ahora al alcance de la mano: basta con elegir una función universal de descripción y asignar a cada objeto la longitud de la descripción que dicha función proporciona. En términos computacionales, este número describirá la longitud del programa mínimo que produce el objeto, del proceso que permite construirlo.

Un problema que presenta esta medida es que no existe un algoritmo que permita calcularla para cualquier objeto, en el sentido de que ningún algoritmo es capaz de obtener los programas mínimos que generan cada objeto. Sin embargo, en 1987, F. Kaspar y H.G. Schuster proporcionaron un algoritmo para obtener la medida de complejidad $c(n)$ propuesta por Lempel y Ziv (1976) por medio de la reducción de las operaciones que puede realizar el programa. Como fue demostrado por Lempel y Ziv, la complejidad de Kolmogorov está adecuadamente descrita por la medida $c(n)$.

Kaspar y Schuster se plantean el problema de calcular la complejidad de cadenas binarias. Para ello, buscan generar cada sucesión por medio de un programa y, contando los pasos del programa mínimo que la genera, obtener su complejidad. Ahora bien, no es posible dar un algoritmo general que determine el programa óptimo para todas las sucesiones. En cambio, si se limitan las operaciones que puede realizar el programa a dos, copiado e inserción de símbolos, sí puede darse un algoritmo. Si consideramos una cadena binaria cualquiera, la $c(n)$ medirá el número de inserciones que se utilizaron para generar esta sucesión en su segmento inicial abarcando hasta su n ésimo término.

El cálculo de $c(n)$ procede, a grosso modo, por comparación, a partir del último número insertado, de las palabras que le siguen en la cadena, con las que pueden generarse a partir del segmento anterior a la inserción. Primeramente, se toma solamente el símbolo que sigue al sitio de inserción y se le busca entre los símbolos del segmento previo. Si se le encuentra, se añade al segmento inicial como copia. Si no, como inserción. En caso de que haya sido copiado, se procede a considerar la palabra formada por este símbolo y el que le sigue, y se le busca dentro de las palabras de dos símbolos que conforman el vocabulario del segmento inicial ahora aumentado con la letra que se obtuvo por copia. Una vez más, si aparece, se añade por copia y si no, sólo se considera copiado el primer símbolo e insertado el segundo. Este procedimiento puede iterarse cuantas veces sea necesario. La complejidad c será el número de inserciones con que se generó la sucesión, más uno, en caso

de que la última operación haya sido copia. El programa que se utilizó para el cálculo de la complejidad puede verse en el Anexo B.

Un beneficio que resulta de utilizar esta medida es la sutileza con la que permite distinguir la formación de patrones. Consideremos las $x \in [0, 1]$, y $c(n)$ la complejidad de su representación binaria considerando su truncamiento en el n -ésimo lugar. Como ha sido observado por Lempel y Ziv (1976),

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (n / \log_2 n)$$

denotando $b(n) = n / \log_2 n$, podemos considerar los cocientes $c(n)/b(n)$, finitos, en lugar de la c .

A continuación veremos una de las virtudes de la definición de c , a saber, su capacidad para separar el componente aleatorio intrínseco, del ruido generado por una fuente "cargada" (tendenciosa). Consideremos una cadena generada por una fuente aleatoria en la que la probabilidad de obtener 1 es p , en este caso (según demostración de los mismos Lempel y Ziv),

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c(n) = h \lim_{n \rightarrow \infty} b(n)$$

donde $h = -[p \log_2 p + (1 - p) \log_2 (1 - p)] \leq 1$ es la entropía de la fuente, que alcanza su máximo cuando $p = 0.5$.

Así, puede determinarse el origen de desviaciones de $\lim_{n \rightarrow \infty} c(n)/b(n)$ del 1, distinguiendo cuando dicha desviación obedece a la tendencia entropía de la fuente -en cuyo caso la sucesión será todo lo azarosa que es posible, aunque no alcance el máximo de 1-, de cuando en realidad hay un patrón en la sucesión. La existencia de patrones lleva a que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c(n) < h \lim_{n \rightarrow \infty} b(n).$$

A continuación se expondrán algunos de los resultados de la dinámica macroscópica del modelo de autómatas celulares móviles (Miramontes et al. 1993). Su análisis por medio de las medidas de información expuestas en esta sección permitirá obtener una mejor visión de la complejidad de comportamiento del modelo.

3.2 Dinámica compleja

En distintos estudios teóricos se ha buscado ubicar el verdadero origen de las propiedades de cómputo que presentan algunos sistemas (siendo el cerebro

uno de sus ejemplos más evidentes). Estas propiedades se han resumido en tres fundamentales: la capacidad para almacenar información, la de procesamiento y la de transmisión.

Del concepto de información se habló en la sección anterior, y la discusión que ahí se presenta es ilustrativa de las sutilezas que encierra su definición. Ahora bien, sin perder de vista estas sutilezas, podemos mencionar algunas de las características que delimitan este concepto. En primer lugar, para que exista información se necesita un lenguaje en que ésta pueda expresarse -aunque no sea un idioma con toda su complejidad- y, para que exista intercambio de información, es indispensable tener un medio de transmisión. Los sonidos que emitimos al hablar son, de hecho, sólo una forma más de transmisión de información. El medio que posibilita su transmisión es esencialmente un sustento para el intercambio, y no es indispensable que éste se dé a través de ondas sonoras. Puede consistir en un intercambio de fluidos, o de cargas, o de símbolos y es susceptible de sustentarse en un medio líquido, una membrana, el aire, u otro. La sustancia de aquello que genera y transmite información y de lo que es la información misma es muy variable.

En lo que se refiere a la capacidad de almacenamiento, puede decirse que un objeto que recibe información sin ser capaz de almacenarla tiene pocas perspectivas de realizar cómputo. Si los datos que llegan a él se pierden, entonces su comportamiento es independiente de éstos, y se vuelve irrelevante que los haya recibido.

El procesamiento de datos es la otra cara del almacenamiento. Si un elemento nunca modifica la información que recibe, entonces está actuando como simple canal, y él mismo no aporta nada al cómputo como tal. Estaría ocupando el lugar del medio de transmisión, y para que el flujo de información sea significativo es necesario que su origen y su destino sean algo más que un medio. Sin procesamiento de datos, no puede hablarse de cómputo.

Un ejemplo menos obvio que el propio cerebro o una computadora, de un artefacto en que hay almacenamiento, transmisión y procesamiento de información (en la forma que esto quiera interpretarse) son los organismos vivos, en los que el ácido desoxirribonucleico o ADN es la base de datos que permite la conformación de un ser vivo -y algunas cosas más. Esta base de datos es susceptible de modificarse, y puede transmitirse.

La pregunta que se planteó al principio de la sección, en relación con el origen del cómputo, sigue abierta. ¿Será suficiente detectar en un sistema almacenamiento, transferencia y procesamiento de información, para afirmar que realiza cómputo? ¿Qué tipo de cómputo será este? Por lo pronto, diver-

Las líneas de investigación buscan determinar la existencia de las tres propiedades de las que hemos hablado en sistemas distintos de las computadoras y de la mente humana.

Los sistemas complejos de los que se habló en la introducción, aquéllos formados por muchos elementos similares entre los que existe interacción, se han mostrado como una base fértil para el sostenimiento de dinámicas complejas. Su conformación les permite adoptar distintos grados de orden, que dependen de los parámetros particulares que los rigen. Se ha observado que aquellos sistemas ubicados en la proximidad de transiciones de fase entre el orden y el caos son susceptibles de desarrollar las dinámicas de comportamiento más ricas. Un orden excesivo es inflexible y no es capaz de adaptarse a cambios del ambiente. Su contraparte, un desorden extremo, no puede sostener dinámicas de interés. Así, se especula que estos sistemas tienden a ubicarse en la zona de transición, que les da mayores capacidades de adaptación, al tiempo que les proporciona la posibilidad de almacenar, transmitir y procesar información. Esto es, que están ubicados, en el sentido dinámico, en una zona donde eventualmente pueden realizar cómputo.

Las colonias de insectos, en tanto colecciones de individuos similares e interactuantes, proporcionan una plataforma ideal para probar esta hipótesis. Así, el análisis que se presenta aquí, en relación con el modelo de la dinámica social en *Leptothorax* que se expuso en el capítulo anterior, busca determinar las condiciones (los parámetros) que llevarían al sistema a la zona de mayor riqueza dinámica, y cotejarlos con los resultados de investigaciones en nidos de hormigas naturales. Para comenzar este análisis, se calcularon los rangos de los parámetros que son coherentes con la biología del sistema. En vista de la proporción de su tiempo (del 50 al 75%) que emplean las hormigas *Leptothorax* en descansar, se estimó una probabilidad de activación -que correspondía al promedio observado- de $p_a = 0.01$, tras la que la actividad alcanzada s_a es 10^{-6} . La g se tomó en el rango $g \in [0.005, 0.5]$. Las combinaciones de parámetros que se utilizaron en las simulaciones por computadora llevaron siempre a un rango de inactividad coincidente con el 50 a 75% observado. Por otro lado, considerando que los resultados de B. Cole (1991b) en relación con la existencia de caos en la serie de tiempo de las activaciones de un solo individuo y con la aparición de oscilaciones periódicas para la colonia completa podían ser indicio de una relación entre la densidad de población al interior del nido y la periodicidad en las activaciones, se estudió el efecto de un cambio en la densidad poblacional en el nivel de actividad de la colonia.

Para valores g del rango mencionado, se calculó (Miramontes, 1995) el promedio de activaciones espontáneas per cápita, denotado C , así como el promedio de activaciones inducidas per cápita (A) y la capacidad básica de información promedio de la colonia, H , conforme a la entropía clásica de Shannon:

$$H(\rho) = - \sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i$$

donde N es la población total del nido y p_i es la probabilidad de encontrar a i hormigas activas en un tiempo dado. Estos cálculos se hicieron a partir de la simulación de la dinámica de actividad del nido por medio de un autómata celular fluido usando el programa que aparece en el Anexo A (Miramontes, 2000).

El promedio de activaciones espontáneas per cápita decae de manera monótona conforme aumenta la densidad. Las activaciones inducidas, A , en cambio, muestran un máximo para una densidad dada. En lo que se refiere a la entropía, H , también presenta un máximo en cierta densidad, que, dependiendo del parámetro de ganancia utilizado, puede, o no, coincidir con el máximo de A . Un sistema ubicado en la densidad en que se alcanza el máximo de la entropía estará en una transición de fase del orden al caos. Es claro que la H estará acotada, por abajo, por cero, y que su valor máximo, $H^{\text{máx}}(\rho) = \log_2(N)$ representará la situación en que todos los estados tienen la misma probabilidad de ocurrir. Los estados, en este caso, están definidos por el número de individuos activos, así que la $H^{\text{máx}}$ señala una dinámica en la que los grupos de distintos tamaños tienen todos una misma probabilidad de estar activos.

Este fenómeno puede interpretarse como sigue: cuando el nido está por debajo de una densidad especial ρ_c , las hormigas están, en general, demasiado separadas como para presentar un comportamiento correlacionado de largo alcance. En la práctica están aisladas, así que la colonia tiene un nivel de actividad que depende linealmente de la de los individuos, y las activaciones simultáneas de más de un individuo son producto de la casualidad. En realidad, cuando la densidad es muy baja no puede decirse que haya un comportamiento social como tal, ya que las interacciones son prácticamente inexistentes. El crecimiento de A es reflejo del surgimiento de cierta correlación en la colonia. En la misma manera, H crece gracias a que el surgimiento de la actividad correlacionada incrementa la probabilidad de activación de grupos de una mayor variedad de tamaños (donde antes la actividad la pre-

sentaban casi exclusivamente individuos solos).

Cuando la densidad alcanza el valor ρ_c , hay una percolación de actividad correlacionada en la colonia. Esto es, el efecto de la activación espontánea de un individuo puede ser la activación de un grupo tan grande como se quiera de sus compañeros. Las activaciones por interacción alcanzan un máximo, al tiempo que las activaciones espontáneas son todavía de cierta importancia en la dinámica. La máxima entropía se obtiene para la densidad que origina la mayor diversidad de estados de actividad. Es la frontera entre el orden y el caos.

Con el posterior incremento de la densidad, se tiene también el incremento de las correlaciones de largo alcance, que "someten" cada vez de manera más persistente a grandes grupos, o a la colonia completa, al mismo estado de actividad. La diversidad de estados decrece, y pesan en la entropía del sistema los dos extremos: la activación de la colonia completa, o la inactividad total. El decrecimiento de A se debe a que el mayor número de interacciones entre elementos activos ocasiona lapsos de actividad más largos en cada individuo. Esto lleva a que haya menos individuos que activar en cada momento. Conforme la densidad se acerca a 1, el comportamiento de la colonia se vuelve cada vez más predecible.

Como se mencionó con anterioridad, la coincidencia de los máximos de A y H depende del parámetro g . Los valores de ganancia muy pequeños ($g \approx 0.02$ y menores) ocasionan que el tiempo que dura activo cada individuo sea muy breve, de manera que sus desactivaciones son casi inmediatas a sus activaciones. Aunque existan activaciones inducidas, y su número, A , crezca con la densidad, la entropía puede no llegar a alcanzar su valor máximo de $\log_2 N$ para ninguna densidad. Esto quiere decir que para valores de ganancia muy chicos no existen fases distintas, en cuyo caso no se presentan oscilaciones periódicas de actividad.

Conforme $g \approx 0.035$, las oscilaciones periódicas aparecen a una densidad $\rho_c \approx 0.32$, y los máximos de A y H empiezan a coincidir. Cuando los valores están por encima de $g \approx 0.3$, el lapso de actividad de cada hormiga, incluso en aislamiento, es tan grande que aún a densidades bajas llega a coincidir con otra hormiga activa, adquiriendo una "recarga" de actividad. Así, las interacciones ocasionan que permanezca activa todo el tiempo, y no se presentan los ciclos colectivos de actividad antes observados. Esto no quiere decir que dejen de coincidir los valores máximos de A y H . Dicha coincidencia se presenta para una densidad baja $\rho_c \approx 0.12$ para los valores de g en el rango $[0.035, 0.3]$, y a densidades menores después de este rango. La disminución

de la entropía después de la densidad crítica obedece a que el sistema tiene mayores probabilidades de presentar actividad por grupos grandes y que difícilmente se observa que esté activa sólo una pequeña parte de la población. Esto ocasiona que se vuelva más ordenado. Por otro lado, la disminución de A refleja que las interacciones suceden cada vez con más frecuencia entre individuos que ya están activos, por lo que la actividad que se observa en el nido no cuenta como actividad inducida y no se traduce en incrementos de A .

Según estos resultados, los valores esperados de densidad en *Leptothorax* estarían en el intervalo $\rho_c \in [0.12, 0.32]$, con centro en $\rho_c = 0.2$. Las observaciones del grupo de Franks (Franks et al. 1992) las colonias de *Leptothorax* (*Myrafant*) *tubero - interruptus* (F.) se autoorganizan construyendo sus nidos de acuerdo al tamaño de la colonia y regulando el espacio interior para mantener constante la proporción entre el tamaño del nido y la población. Esta densidad tiene un valor promedio de 0.18 ± 0.04 , y un rango aproximado de 0.11 a 0.27, lo cual coincide bastante exactamente con la predicción antes hecha.

En resumen, la entropía de Shannon Kolmogorov permite separar la dinámica del sistema en cuatro comportamientos distintos. Por medio del espacio de parámetros (g, ρ) -para el que consideramos los puntos $(g, \rho) \in [0, 1] \times [0, 1]$ - pueden apreciarse los dominios donde el sistema presenta cada una de las posibles dinámicas (a saber, aleatoria, caótica, cíclica y estable). Los dos extremos en g originan sistemas en los que sólo existe una dinámica, independientemente del valor de la densidad. Valores pequeños de ganancia $g \in [0, 0.025]$ llevan a dinámicas aleatorias; valores altos (por encima de $g \approx 0.8$), a un estado estable que tampoco depende de la densidad.

La entropía máxima de un sistema está relacionada con la existencia de fluctuaciones críticas. En este caso, las fluctuaciones se dan en el número de individuos que están activos en cada momento. La entropía máxima señala que el sistema presenta un número de elementos activos del tamaño que se quiera (y que todos los tamaños suceden con igual probabilidad). Cuando el espectro de potencias de la frecuencia (f) tiene un escalamiento en leyes de potencias es señal de un comportamiento dinámico interesante. En particular, cuando la ley de potencias de la relación está dada por $P[f] = f^\alpha$ con $\alpha = -1$, se dice que el sistema tiene una dinámica de tipo $1/f$. En estos casos, los sistemas presentan al menos una de dos propiedades: i) Existencia de un *tiempo característico de relajación*, τ , que marca el lapso que transcurre entre cambios de estado. ii) Posible evolución dinámica a

un estado crítico, que puede ser una transición de fase caracterizada por fluctuaciones espaciotemporales autosimilares. Esto quiere decir, invariantes bajo cambios de escala (un ejemplo de esto, el de los temblores, se expuso en la introducción).

Las hormigas *Leptothorax* exhiben el tiempo de relajación entre actividad e inactividad que se menciona en (i). Además, como muestran los resultados experimentales (Franks et al., 1992) se autoorganizan para ubicarse en el rango de densidades donde sucede la transición de fase.

Más aún, los análisis espectrales -de las poblaciones reales y modeladas- de la frecuencia con que se encuentra a grupos de exactamente i hormigas activas, dan leyes de potencias claras y con exponentes α muy cercanos al -1 . Según reporta O. Miramontes (1995), una colonia de *Leptothorax acervorum* -que no presentaba ciclos periódicos de actividad, cosa que hacía sospechar que estaba en su fase desordenada- arrojó un espectro de potencias con exponente -1.02 . El modelo computacional estudiado (para el que se tomó una densidad inferior en un 20% a aquella en la que el sistema muestra oscilaciones periódicas) dio un exponente de -1.07 , y simulaciones posteriores, para distintos parámetros, llevaron a exponentes análogos.

Estos resultados constituyen una evidencia importante en el sentido de que los sistemas naturales se autoorganizan para ubicarse en la frontera entre el orden y el caos. Y más aún, sustentan la idea de que esta clase de fenómenos puede mostrar comportamientos colectivos complejos, que se desarrollan y operan cerca de los estados óptimos. Con esto se tiene que la autoorganización que lleva a densidades óptimas puede contribuir a la eficiencia de los mecanismos de transmisión de información y proporcionar plasticidad adaptativa a la colonia. Lo anterior no significa que ahora el nido permanezca sometido a una densidad particular. La población, y con ello la densidad, al interior del nido es variable. Las hormigas entran y salen del nido en cantidades variables, que dependen de las necesidades particulares de cada momento -pueden ser necesarios más, o menos, trabajadores que busquen alimento, según los rasgos del ambiente. Esto ocasiona que la colonia tenga una dinámica muy estructurada algunas veces, y que ésta sea estocástica en otras, lo que puede ayudar a explicar la manera en que surgen la riqueza, complejidad y diversidad de los comportamientos sociales que presentan las sociedades ubicadas en la proximidad de transiciones de fase.

Con el fin de caracterizar el flujo de información entre elementos del sistema, Solé et al (1995) utilizan la medida de información conjunta. Esta medida nos permitirá caracterizar el grado de intercambio de información

existente entre dos elementos del autómata. Para calcularla, consideraremos la evolución dinámica de cada uno de los elementos en un lapso de $r = 10^4$ "instantes". Denotamos dicha evolución por

$$O_{\beta}^i = \{S_i(t), \dots, S_j(t+r)\},$$

donde $\beta \equiv \{g, p_a, s_a, \rho\}$ son los parámetros particulares del sistema. A partir de O_{β}^i definimos las correspondientes A_{β}^i , dadas por

$$A_{\beta}^i = \{m_i(t), \dots, m_i(t+k)\},$$

en donde $m_i(t)$ es el estado de actividad del elemento i , descrito por la función de Heaviside

$$m_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } S_i(t) > 0 \\ 0 & \text{si } S_i(t) \leq 0 \end{cases}$$

Ahora consideramos la probabilidad $P_i(c)$ de que el elemento i se encuentre en el estado $c \in \{0, 1\}$, y definimos $P_{ij}(c, d)$ la probabilidad conjunta de encontrar al elemento i en el estado c cuando el elemento j se encuentra en el estado d . Esto es, $P_{ij}(c, d) = P\{\{m_i = c\} \cap \{m_j = d\}\}$. Las probabilidades de que se habla se calcularon considerando k instantes.

La transferencia de información entre los elementos i y j se calcula tomando

$$I_{\beta}(A_i, A_j) = H_{\beta}(A_i) + H_{\beta}(A_j) - H_{\beta}(A_i, A_j),$$

donde $H_{\beta}(A_i)$ denota la entropía de Shannon del elemento i , a saber

$$H_{\beta}(A_i) = - \sum_c P_i(c) \log_2 P_i(c)$$

y $H_{\beta}(A_i, A_j)$ denota la entropía conjunta,

$$H_{\beta}(A_i, A_j) = - \sum_c \sum_d P_{ij}(c, d) \log_2 P_{ij}(c, d).$$

Ahora, a partir del comportamiento de cualesquiera dos elementos, se calculan sus respectivas entropías y la transferencia de información que existe entre ellos. Los resultados reportados por Solé et al. (1995) muestran que para densidades bajas ($\rho \ll \rho_c$) las probabilidades de que los elementos estén

activos son muy inferiores a las de que estén inactivos ($P_i(1) \ll P_i(0)$). Lo anterior obedece a la escasez de las interacciones y la baja probabilidad de activación espontánea, que es prácticamente la única fuente de actividad del individuo. Esto origina que $H_\beta(A_i)$ sea baja. Conforme $\rho \rightarrow 1$ la relación entre las probabilidades se invierte, quedando $P_i(0) \ll P_i(1)$ cuando $\rho \approx 1$, (esto es consecuencia de las oscilaciones de actividad de la colonia, que ocasionan que los individuos permanezcan activos por periodos relativamente largos, e inactivos por corto tiempo).

Existe un valor crítico de densidad (distinto del que señala la transición de fase global) para el que $P_i(1) \approx P_i(0)$. Para esta densidad, ambos estados de actividad son igualmente probables. Esto ocasiona un máximo en la entropía del elemento i . Por otro lado, la entropía conjunta $H_\beta(A_i, A_j)$ va a alcanzar un máximo cuando todas las probabilidades conjuntas $P_{ij}(c, d)$ coincidan. Es claro, en primer lugar, que la probabilidad de activación conjunta $P_{ij}(1, 1) \rightarrow 1$ cuando $\rho \rightarrow 1$ como resultado de la mayor actividad colectiva, que lleva a los individuos a casi no abandonar el estado activo. Si se incluye, además, la observación de que, cerca de la transición de fase (que sucede en ρ_c), el sistema muestra una dinámica de tipo $1/f$, y con ello un tiempo característico τ de permanencia en cada estado de actividad, tendremos que en ρ_c las probabilidades $P_{ij}(1, 1)$ y $P_{ij}(0, 0)$ predominan, haciendo que $P_{ij}(1, 0)$ y $P_{ij}(0, 1)$ sean muy cercanas a cero. Así, un sutil equilibrio entre las entropías individuales y $H_\beta(A_i, A_j)$ lleva al máximo en la transferencia de información, que coincide con la transición de fase global y señala la emergencia de propiedades de cómputo.

Si se analiza con más detalle la relación entre el valor de la transferencia de información y la entropía individual $H_\beta(A_i)$, veremos que el máximo de I_β se alcanza en un valor $H_\beta^c \approx 0.42$. Para valores de entropía muy altos, ($H_\beta > H_\beta^c$) el flujo de información es difícil, ya que cada elemento desarrolla una dinámica cada vez más parecida al azar y, en cierto sentido, más independiente. En el extremo en que $H_\beta(A_i) = 1$, $P_i(0) = P_i(1)$ (esto es, cada individuo está activo o inactivo según el resultado de un volado). Por esta razón, el flujo de información I_β es, en realidad, muy bajo.

En el otro caso, cuando $H_\beta < H_\beta^c$, la baja entropía individual corresponde a una preferencia clara por alguno de los dos estados de actividad. Si predomina la inactividad, lo que se observa es consecuencia de la baja densidad de población y la subsecuente escasez de las interacciones. Si, en cambio, predomina la actividad, esto será provocado por el hacinamiento existente, que origina una suerte de memoria colectiva que vuelve fuertemente coherente la

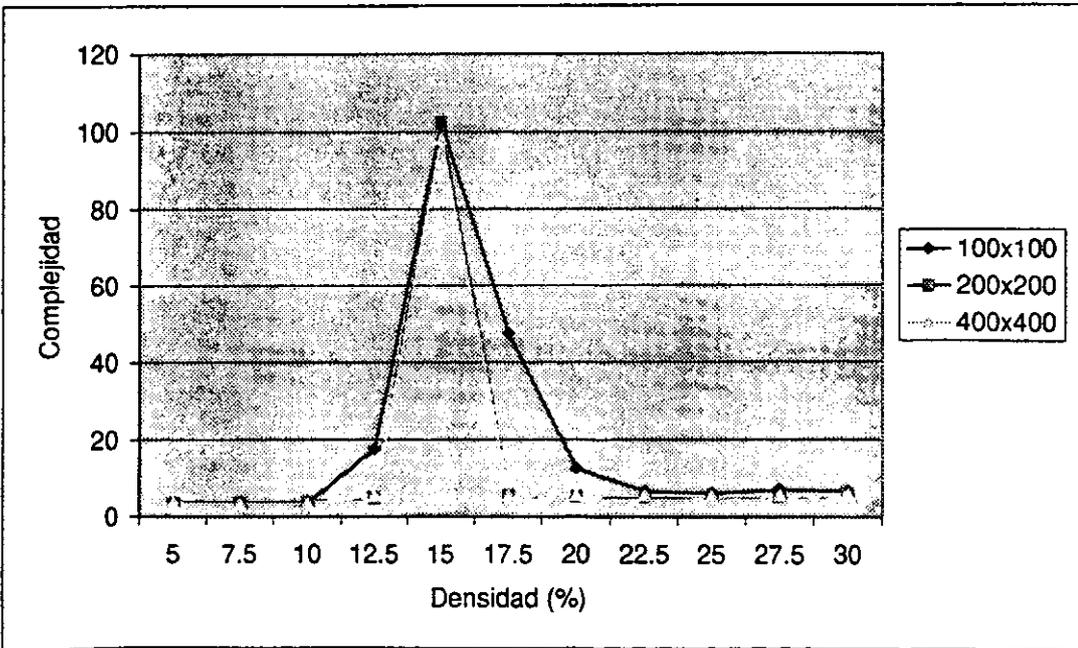
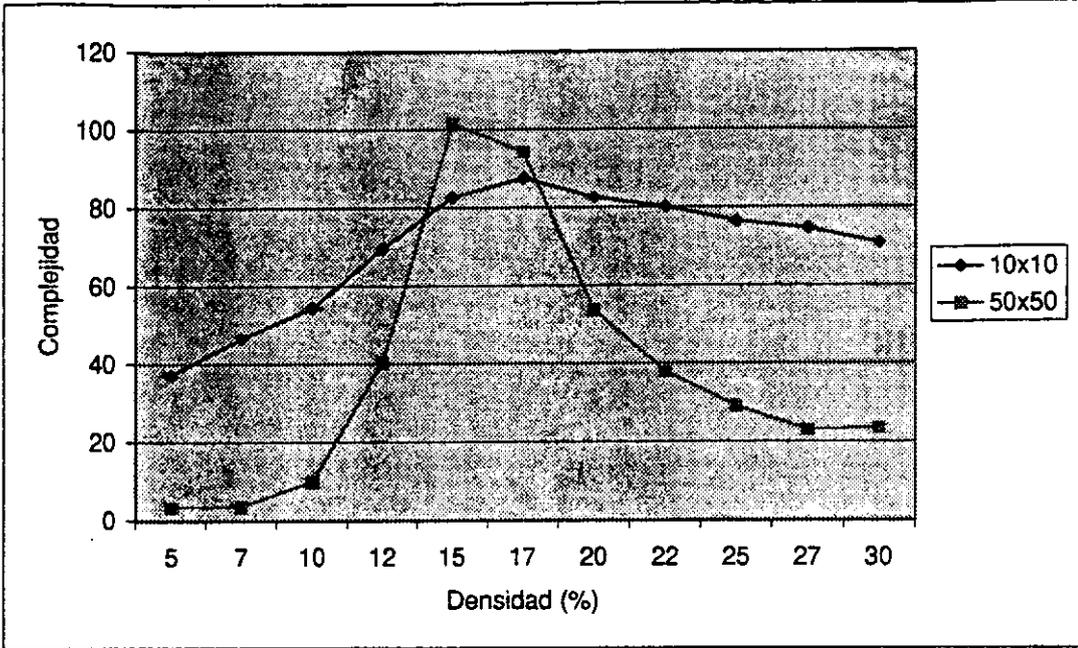
dinámica y menor la información que contiene el sistema.

Cuando $H_\beta = H_\beta^c$ (esto es, $\rho = \rho_c$), la entropía individual es lo suficientemente baja para permitir el almacenamiento de información, a la vez que lo suficientemente elevada para dar lugar a su propagación. Este es justamente el momento en que se habla de la existencia de propiedades de cómputo en el sistema. Los resultados experimentales mencionados con anterioridad, que prueban la existencia de colonias naturales con densidades poblacionales cercanas a la densidad crítica, aunados al anterior análisis, apoyan la tesis según la cual las colonias de hormigas son susceptibles de efectuar cómputo.

3.3 Híper-redes

A fin de estudiar las consecuencias que tendría un crecimiento en la población de la colonia sobre la dinámica de sus activaciones se utilizó el modelo de Miramontes *et al.* (1993b). Para ello, se consideraron retículas de diversos tamaños para el mismo programa empleado anteriormente (Anexo A). Manteniendo fijos tanto el parámetro de ganancia ($g = 0.1$) como la probabilidad de activación $p_a = 0.01$ y el valor de actividad alcanzado $s_a = 10^{-6}$, se consideraron retículas de 10×10 , 50×50 , 100×100 , 200×200 y 400×400 . En cada caso, se estudió su comportamiento tomando densidades entre 5 y 30%. Así, para cada combinación de valores de densidad/tamaño de la retícula se hicieron 10 corridas de 2,000 iteraciones cada una. De cada iteración se guardó el registro del número de individuos activos. El análisis de los resultados obtenidos se realizó generando una cadena de ceros y unos a partir de este registro. Para cada iteración, si el número de hormigas activas superaba a la mitad de la población del nido, se asignaba un uno. En caso contrario, se asignaba un cero. A continuación, se calculó la complejidad de cada sucesión utilizando el programa del Anexo B -que se basa en el algoritmo propuesto por Kaspar y Schuster (1987). Los valores de complejidad de las diez corridas se promediaron; son estos promedios los que se muestran en las gráficas (3.1 y 3.2) de la página siguiente.

Este tipo de análisis refleja la variabilidad en el número de individuos que están activos en cada instante. Si la complejidad de una cadena es muy baja, esto será señal de que hay un comportamiento muy regular. En este caso, deberá tratarse de una oscilación estrictamente periódica en la que los individuos activos



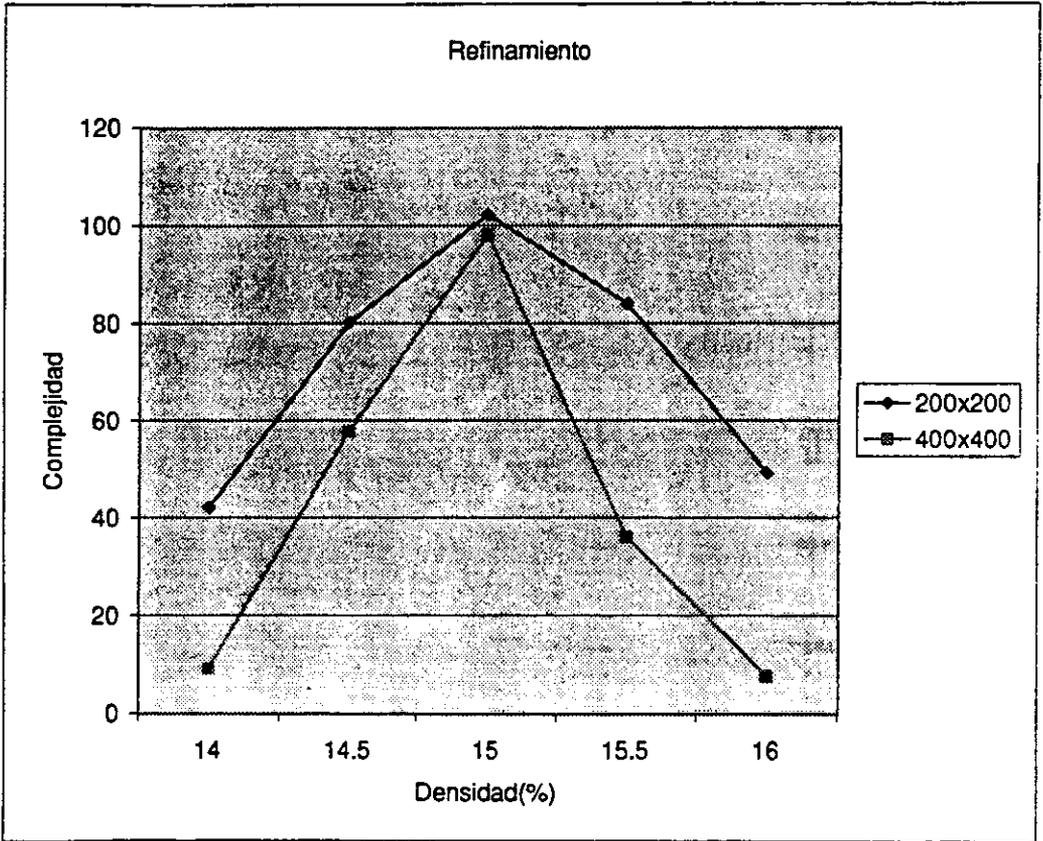
3.1 y 3.2 Los parámetros considerados fueron $g = 0.1$, $p = 0.01$, $s = 1E-6$. Cada punto representa el promedio de las complejidades de diez corridas distintas. Las corridas consideran 2,000 iteraciones.

sean menos de la mitad por un lapso dado y más de la mitad por otro lapso. O bien, de una situación en la que la mayor parte del tiempo el número de individuos activos permanezca a uno u otro lado del umbral establecido. Ambas situaciones reflejan regularidades que no se observan cuando la complejidad es mayor. Esto último es característico no sólo de una alternancia frecuente entre valores superiores e inferiores a la media de la población, sino también de que esta alternancia sucede sin un patrón distinguible.

Como puede observarse de las gráficas, la complejidad de la retícula más pequeña sufre un cambio más paulatino que la de las demás retículas. Asimismo, el intervalo de las densidades para las cuales se obtiene un valor de complejidad alto se reduce conforme crece la retícula, con lo que aparece un pico abrupto para el que la densidad pasa de un valor cercano a 5 al máximo de complejidad (alrededor de 100). Los experimentos realizados con retículas de 200×200 y 400×400 para densidades de 14, 14.5, 15, 15.5 y 16% mostraron que la transición es aún más abrupta en la mayor de las retículas. Esto puede observarse en la gráfica 3.3.

Según se mencionó con anterioridad, la población de una colonia de *Leptothorax* alcanza un máximo de unos 400 individuos en colonias naturales ya maduras. Un tamaño más frecuente es de alrededor de 100 hormigas. Apenas en condiciones estables de laboratorio se han reportado tamaños excepcionales de 780, 900 y 970 individuos. Esto podría tener como explicación el hecho de que, en colonias excepcionalmente grandes, la obtención y sostenimiento de una dinámica compleja se torna extremadamente sutil, ya que depende de la ubicación de la colonia en un rango muy pequeño de densidades. El rango de densidades para las cuales una colonia presenta valores de complejidad altos se vuelve más pequeño conforme la colonia crece, haciendo cada vez más difícil que la colonia se ubique en la densidad "óptima" (en términos de complejidad). Las observaciones de colonias naturales han mostrado que una vez que el número de individuos supera un valor crítico se presenta una fisión en la colonia. Las colonias resultantes tienen, de esta manera, tamaños que les permiten mantener valores de complejidad altos para densidades dentro de una ventana más amplia.

Esta tendencia a mantener rangos de población para los que el sistema se ubica más fácilmente en un régimen crítico apoya la teoría de que, en general, los sistemas complejos evolucionan hacia el borde del caos.



3.3 Cada punto es el promedio de las complejidades que se obtienen al correr diez veces el el programa. Éste realiza 2,000 iteraciones. Para esta gráfica se tomaron densidades entre 14 y 16% cada 0.5%. Los parámetros no variaron respecto a las gráficas anteriores.

Capítulo 4

Conclusiones

Al inicio de este trabajo se habló brevemente acerca de los sistemas complejos, de algunas de sus propiedades y de su importancia como método de estudio de diversos fenómenos. Se mencionó que uno de los rasgos que caracterizan a un sistema complejo es el de estar formado por un número relativamente elevado de elementos entre los que hay interacciones. En estos sistemas pueden presentarse dinámicas colectivas en escalas espaciales y temporales mayores a aquélla en la que ocurren las interacciones.

Los experimentos con hormigas *Leptothorax* realizados independientemente por el grupo de N. Franks (1987) y por B. Cole (1991a y b) dejaron ver la existencia de ciclos de actividad bien definidos. De esta manera, la actividad de cada hormiga al interior del nido se reveló sincronizada con la de las demás. Surgía entonces una división temporal regular, determinada por los lapsos de reposo de las hormigas, que estaban seguidos por brotes de actividad generalizada de duración razonablemente constante. A la vez, las observaciones de Cole en relación con lo irregular de la actividad de hormigas aisladas hicieron ver que el patrón temporal de la colectividad no podía explicarse como simple suma de la actividad que presentaban los individuos aislados.

La periodicidad de la actividad en el nido, visualizada desde la perspectiva de los sistemas complejos, se puede explicar como propiedad emergente de la dinámica de las hormigas al interior del nido. El modelo propuesto por Miramontes *et al* (1993b) integra, como un factor de peso en la actividad de los individuos, las interacciones. La manera en que las interacciones se encuentran incluidas en el modelo es por vía de los valores de actividad de cada elemento. Cuando dos de ellos se encuentran cerca, sus valores de

actividad se incrementan en caso de que alguno de ellos esté activo. Lo anterior es coherente en términos biológicos, ya que se ha observado que una hormiga en movimiento puede inducir a otra hormiga inactiva a moverse. La función que describe la evolución del valor de actividad hace que éste decrezca conforme el tiempo pasa, de manera que todo individuo en aislamiento se encuentre activo sólo por un pequeño periodo. Por otro lado, el modelo incluye la dinámica de actividad de los individuos aislados -dinámica que tiene apariencia estocástica- definiendo una probabilidad de activación espontánea p_a . Asimismo, se considera la movilidad de las hormigas, permitiendo que aquellos individuos que se encuentran activos se desplacen hacia otros lugares. Tal desplazamiento se realiza también de manera estocástica, procurando simular el comportamiento de hormigas reales. Todo esto, en el marco que proporcionan los autómatas celulares.

Esta colonia artificial reproduce las dinámicas de actividad que presenta la colonia natural para un cierto rango de densidades. El estudio de Miramontes *et al* considera poblaciones de magnitudes cercanas a las que se observan en la naturaleza. Para éstas, se observa que la activación espontánea de un individuo puede provocar la activación de un grupo tan extenso como se quiera. Esto es, las colonias artificiales conformadas por un número de individuos semejante al de una colonia natural presentan fluctuaciones críticas. Al principio del capítulo tres se expusieron los argumentos que llevan a sostener que la colonia es susceptible de realizar cómputo cuando presenta dichas fluctuaciones. Esto quiere decir que si la densidad observada en colonias artificiales se aproxima a la de colonias naturales -como, en efecto, sucede-, éstas podrían tener capacidades de cómputo.

En lo que se refiere a la forma de medir la complejidad de un objeto, el capítulo tres presenta también una breve discusión de los problemas subyacentes a dicha medición. Asimismo, introduce la complejidad de Kolmogorov, con la que se pretende dar una medida objetiva de complejidad. Dicha medida está dada por la longitud del menor programa de cómputo que simula el proceso. Desgraciadamente, la ventaja de tener definida una medida objetiva de la complejidad de un proceso se enfrenta con un problema importante: es imposible dar un algoritmo que genere tales programas. Sin embargo, no todo está perdido. Kaspar y Schuster proporcionan este algoritmo tras limitar las operaciones que puede realizar el programa a copias e inserciones. Con ello, se vuelve posible calcular la complejidad de cadenas binarias de manera algorítmica.

A continuación, se procede a explorar los efectos en términos de com-

plejidad que tiene sobre la colonia un aumento poblacional. Con base en la observación de que los nidos de *Leptothorax* en la naturaleza presentan poblaciones cercanas a los 100 individuos, se estudian los mencionados incrementos en busca de una explicación a esta cota. Como puede observarse en las gráficas obtenidas, los valores altos de complejidad, que en una retícula de 10x10 se presentaban para un rango amplio de densidades, se presentan para rangos de densidad cada vez más pequeños conforme crece la retícula. Si la tendencia de la colonia es a ubicarse en densidades que permiten una máxima riqueza de comportamiento, un crecimiento desmedido haría muy difícil que esto sucediera. De esta manera, una posible explicación a la fisión colonial que se observa cuando la población de un nido supera cierto umbral es la de este tipo de autoorganización hacia una situación de máxima complejidad.

Anexo A

(Programa Antcolony)

ESTA TESIS NO DEBE
SER DE LA BIBLIOTECA

(\$M 64000,0,65000)

program antcolony(input,output);

ANT.PAS
Este programa es un AC de dos dimensiones para simular comportamiento de
ants con funcion TANH

Programo: Octavio Miramontes (c)
Creacion: 01/11/91
Ult Mod: 16/08/00

-----}
const (MAXXMU es el maximo real en la ventana X)
maxxmu = 1001;
maxymu = 1001; (MAXYMU es el maximo real en la ventana Y)
conact = 1E-6; (conact es el valor de actividad inicial)
umbral_cero = 1E-16;
nant = (maxxmu-1)*(maxymu-1);
type
vector = (VECTOR es el vector de posiciones y estado para)
record
x, y: integer;
e: real; (cada una de las ants)
end;
var
ant: array [1..nant] of vector; (HORMIGA es cada individuo)
numit, num, maxx, maxy, maxit: integer; (NUMIT es numero de iteraciones)
i, j, k, movx, movy, suma: integer;
ran, g, pac: real;
binario, outfile: text;
grid: array [0..maxxmu, 0..maxymu] of real;
newstate: array [1..nant] of real;

{----- Funcion Tangente Hiperbolica -----}

function tanh(var u: real): real;
var ep:real;
begin
u:=u*g;
ep:=exp(2*u);
tanh:=(ep-1)/(ep+1);
end;

{----- Inicializacion de los puntos en la red -----}

procedure inicia;
begin
for i := 0 to maxxmu do
for j := 0 to maxymu do
grid[i, j] := -2.0;

for i := 1 to num do begin
repeat
ran:=random;
ant[i].x := trunc(Ran * maxx)+1;
ran:=random;
ant[i].y := trunc(Ran * maxy)+1
until grid[ant[i].x, ant[i].y] = -2.0;

ran:=random;

```

        if ran<0.5 then ant[i].e := conact else
        ant[i].e:=umbral_cero;
        grid[ant[i].x, ant[i].y] := ant[i].e;
    end
end; { inicia }

{----- Movimiento de las ants activas -----}
procedure mueve(i: integer);
begin
    if ant[i].e > umbral_cero then begin
        j := 0;
        repeat
            j := j + 1;
            repeat
                ran := random;
                movx:=trunc(ran*3)-1;

                until (ant[i].x + movx > 0) and (ant[i].x + movx <= maxx);
            repeat
                ran := random;
                movy:=trunc(ran*3)-1;
                until (ant[i].y + movy > 0) and (ant[i].y + movy <= maxy)
            until (grid[ant[i].x + movx, ant[i].y + movy] = -2.0) or (j = 6);
            if j < 6 then begin
                grid[ant[i].x, ant[i].y] := -2.0;
                ant[i].x := ant[i].x + movx;
                ant[i].y := ant[i].y + movy;
                grid[ant[i].x, ant[i].y] := ant[i].e
            end
        end
    end; { mueve }

{----- Calculo del campo promedio -----}
procedure calcampo(i: integer);
var
    coorx, coory, c, r: integer;
    field: real;
begin
    coorx := ant[i].x;
    coory := ant[i].y;
    field:=0;
    if grid[coorx, coory] > umbral_cero then
        c := 1;
    if grid[coorx, coory] <= umbral_cero then
        c := 2;
    for j := (coorx - 1) to (coorx + 1) do
        for k := (coory - 1) to (coory + 1) do
            if grid[j, k] >= -1 then begin
                if grid[j, k] > umbral_cero then
                    r := 1;
                if grid[j, k] <= umbral_cero then
                    r := 2;
                field := field + grid[j, k]
            end;
        newstate[i] := tanh(field);
        ran:=random;
        if ran <= pac then
            begin
                if newstate[i] <= umbral_cero then
                    newstate[i]:=conact;

```

```

                kmax := 1;
            end
        end
        else
            k := 1
        end;
    End;
    writeln('La complejidad de la cadena es ', c)
End;

Begin {principal}
    c := 1;
    j := 1;
    m := 1;
    x := 0;
    writeln('Este programa analiza la complejidad de cadenas binarias');
    assign(chain, 'grosso.dat');
    reset(chain);
    while (not eof(chain)) and (m <= N) do
        begin
            read(chain, R[m]);
            m := m+1
        end;
        R[m] := 0;
        long := m - 1 - t;
        For d := 1 to N+1-t do
            S[d] := R[d+t];
        i := 0;
        k := 1;
        kmax := 1;
        otravez(c,j,i,k,kmax,x);
    End.

```

Anexo B

(Programa Kolmogorov)

Program Kolmogorov;

```
{-----  
Este programa lee una cadena binaria del archivo miope.dat (que obtiene  
del programa antcolony (Anexo A)) y calcula su complejidad siguiendo el  
algoritmo propuesto por F. Kaspar y H.G. Schuster (1987).  
  
Programat: Natalia B. Mantilla Beniers  
Primera versi#n: 07/07/00  
Ultimas modificaciones: 07/08/00  
-----}
```

```
Const  
  N = 2000;           { Longitud de la cadena que analiza       }  
  t = 0;              { Longitud del truncamiento que se efectfa }  
                    { a la cadena (corta el principio) }  
Type
```

```
  Binario = 0..1;  
  Cadenal = Array [1..N+1] Of Binario;  
  Cadena2 = Array [1..N+1-t] Of Binario;
```

```
Var  
  chain : text;  
  R : cadenal;  
  S : cadena2;  
  c, j, long, m, x, d : integer;  
  i, k, kmax : integer;
```

```
Procedure otravez(var c, j, i, k, kmax, x : integer);
```

```
{          Busca patrones. Modifica el valor de c.          }
```

```
Begin  
  While j+k <= long do  
    begin  
      While (S[i+k] = S[j+k]) and (j+k <= long) do  
        begin  
          k := k+1;  
          if (j+k > long) then  
            begin  
              c := c+1;  
              x := c  
            end;  
          end;  
        end;  
      if (x = 0) then  
        begin  
          if kmax < k then  
            kmax := k;  
          i := i+1;  
          if i = j then  
            begin  
              c := c+1;  
              j := j+kmax;  
              if (j+1 > long) then  
                x := c  
              else  
                begin  
                  i := 0;  
                  k := 1;  
                end  
            end  
          end  
        end  
      end  
    end  
  end
```

```

                kmax := 1;
            end
        end
        else
            k := 1
        end;
    End;
    writeln('La complejidad de la cadena es ', c)
End;

Begin {principal}
    c := 1;
    j := 1;
    m := 1;
    x := 0;
    writeln('Este programa analiza la complejidad de cadenas binarias');
    assign(chain, 'grosso.dat');
    reset(chain);
    while (not eof(chain)) and (m <= N) do
        begin
            read(chain, R[m]);
            m := m+1
        end;
        R[m] := 0;
        long := m - 1 - t;
        For d := 1 to N+1-t do
            S[d] := R[d+t];
            i := 0;
            k := 1;
            kmax := 1;
            otravez(c, j, i, k, kmax, x);
        End.
    End.

```

Bibliografía

- Ash, Robert B.(1965) Information Theory Dover Publications, Inc., Nueva York, 339pp.
- Bak, P., M. Paczusi (1995), Complexity, contingency, and criticality, en Proc. Nal. Acad. Sci. USA, Vol. 92, julio, pp.6689-6696.
- Bonabeau, Eric et al (1997) "Self-organization in social insects" en Tree 12 No. 5, mayo, pp. 188-193.
- Cole, Blaine J. (1991a) "Short-Term Activity Cycles in Ants: Generation of Periodicity by Worker Interaction" en The American Naturalist 137 No. 2 pp. 244-263.
- Cole, Blaine J. (1991b) "Is Animal Behaviour Chaotic? Evidence from the activity of ants" en Proc. R. Soc. Lond. B 244 pp. 253-259.
- Deneubourg, J.L. et al (1986) "Random Behaviour Amplification Processes and Number of Participants: How They Contribute to the Foraging Properties of Ants" en Physica 22 D pp. 176-186.
- Deneubourg, J.L. et al (1991) "Collectively Self-solving Problems" en Self-Organization, Emerging Properties, and Learning editado por A. Babloyanz, Plenum Press, Nueva York pp. 176-186.
- Franks, Nigel y Stephen Bryant (1987) "Rhythmical Patterns of Activity within the Nests of Ants" en Eder/Rembold Chemistry and Biology of Social Insects pp. 122-123.
- García-Olivares, Antonio (1993) "Self-organization and Intermittency in Social Systems: Towards a Science of Complexity" en Kybernetes Vol. 22 No. 3, pp. 9-19.
- Gleick, James (1998), Chaos. The Amazing Science of the Impredictible, Vintage, Reading, xpp.
- Gordon, Deborah M. (1996) "The organization of work in social insect colonies" en Nature 380 No. 14, marzo, 1996, pp. 121-124.
- Gordon, Deborah M.(1999) "Close Encounters" en The Sciences, Vol. 39, No. 5, septiembre-octubre, pp. 24-28.

- Gould, Stephen J. (1983), Desde Darwin. Reflexiones sobre historia natural, Hermann Blume, Madrid, 313 pp.
- Haken, Hermann (1986), Fórmulas de éxito en la Naturaleza, Salvat, Barcelona, 221 pp.
- Haken, Hermann (1978), Synergetics. An Introduction, Springer, Berlin, 355 pp.
- Hennefeld, Julien (1989) Turbo Pascal con aplicaciones 3.0, 4.0 y 5.0 traducción de Ing. Alfonso Leal Guajardo, Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1989, 414pp.
- Hölldobler, B., E. O. Wilson (1990), The ants, Belknap, Massachusetts.
- Horgan, John (1993) "The death of proof" en Scientific American Octubre, 1993, pp. 74-82.
- Kaneko, Kunihiko (1993) "The coupled map lattice: introduction, phenomenology, Lyapunov analysis, thermodynamics and applications" en Theory and applications of coupled map lattices, John Wiley and Sons, Chichester et al pp. 1-49.
- Kaspar, F. y H. G. Schuster "Easily calculable measure for the complexity of spatiotemporal patterns" en Physical Review 36, No. 2, pp. 842-848.
- Kauffman, Stuart A. (1991) "Antichaos and Adaptation" en Scientific American Agosto 1991, pp. 64-70.
- Langton, Christopher G. (1990) "Computation at the Edge of Chaos: Phase Transitions and Emergent Computation" en Physics D 42, pp. 12-37.
- Lempel, A., J. Ziv (1976) "On the Complexity of Finite Sequences", IEEE Transactions on Information Theory, IT-22, 1, enero, pp. 75-81.
- Lewin, Roger (1996) "All for one, one for all" New Scientist, 14 de diciembre, pp.28-33.
- Lewontin, R.C., Rose, S. y L. Kamin (1991), No está en los genes, Grijalbo, México, 357 pp.
- Li, Ming y Paul Vitányi (1997) An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications, Springer, New York et al. 637pp.

- Miramontes, Octavio (1993a) Complexity and behaviour in Leptothorax ants
Tesis M Phil, Imperial College, Londres 58 pp.
- Miramontes, Octavio et al (1993b) "Collective behaviour of random-activated
mobile cellular automata" en PHYSICA D 63 pp. 145-160.
- Miramontes, Octavio (1995) "Order-Disorder Transitions in the Behavior of Ant
Societies" en Complexity pp.56-60
- Miramontes, Octavio (2000) "Orden y caos en la organización social de las
hormigas" por aparecer en Ciencias (en prensa).
- Penrose, Roger (1991), La nueva mente del emperador, Grijalbo Mondadori,
Barcelona, 597 pp.
- Ramírez, Santiago (coordinador) (1999), Perspectivas en las teorías de sistemas,
Siglo XXI, México, 109 pp.
- Rivlin, Theodore J. (1969) An Introduction to the Approximation of Functions
Dover Publications Inc., Nueva York, 150pp.
- Schroeder, Manfred (1991) Fractals, Chaos, Power Laws, W.H. Freeman and
Company, Nueva York, 429pp.
- Solé, Ricard V. et al (1993a) "Oscillation and Chaos in Ant Societies" en J. theor.
Biol. 161 pp. 343-357.
- Solé, Ricard V. et al (1993b) "Emergent Behavior in Insect Societies: Global
Oscillations, Chaos and Computation", en Interdisciplinary Approaches to
Nonlinear Complex Systems, Springer Series in Synergetics, Vol. 62,
Springer, Berlin et al. Pp. 77-88.
- Solé, Ricard V. y Octavio Miramontes (1995) "Information at the Edge of Chaos
in Fluid Neural Networks", Physica D, 80, pp. 171-180.
- Stewart, Ian (1990) Does God Play Dice? Penguin Books, London, 317pp.
- Stewart, Ian (1996), "Preface" de From Here to Infinity. A Guide to Today's
Mathematics, Oxford University Press, Nueva York, pp. VII - X.
- Wirth, Nicklaus (1976) Algorithms + Data Structures = Programs Prentice Hall,
Englewood Cliffs, 366pp.