



01190

FACULTAD DE
INGENIERIA



Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería

División de Estudios de Posgrado

Sección Mecánica

**Consideración de la Energía de Deformación para Evaluar el
Deterioro de Pavimentos Producido por Vehículos Pesados**

Tesis doctoral que presenta:

José Antonio Romero Navarrete

Director de Tesis: Dr. Alejandro Lozano Guzmán

281210

México, D.F., Julio 2000



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Consideración de la Energía de Deformación para Evaluar el Deterioro de Pavimentos Producido por Vehículos Pesados

Título en Inglés: Consideration of strain energy to evaluate pavement damage caused by heavy vehicles

Tesis doctoral de José Antonio Romero Navarrete

Resumen en Inglés

Prediction of road damage caused by the traversing heavy vehicles signifies a fundamental problem for planning road's conservation, requiring knowing the influence that several factors have on road deterioration. These factors are related with vehicles's mechanical characteristics and operating conditions, and with road construction methods and weather conditions, i.e., road deterioration depends on factors associated to both, vehicle and pavement. Vehicle factors include travelling speed, suspension type and loading level while pavement factors consider time of the day and road's stiffness and roughness characteristics.

The integral consideration of all of these factors - in order to make exact predictions about road deterioration - represents a significant research problem, involving taking into account certain characteristics such as pavement's visco-elasticity and vehicle's components non-linearity. It is important to mention that this is still an unresolved worldwide problem.

Contribution

In this work, the solution and development of an integral approach to evaluate the potential damaging effect of vehicles on pavements, is presented.

Procedure

The fundamentals of this integral approach are as follows:

1. Linear mathematical models are developed, for the group of vehicles approved by the Weight and Dimension Code prevailing in Mexico.
2. The pavement is considered as a set of discrete elements, which behave elastically.
3. Resulting equations of motion for the vehicles, are solved by applying State Transition Matrix Approach, which derives from the solution of a first order system:

$$\{ \dot{y}(t) \} = [A] \{ y(t) \} + [B] \{ Y(t) \}$$

where the elements of the $[A]$ y $[B]$ matrices are expressed in terms of the vehicle's properties (stiffness, damping, lengths, etc.). For this expression, $\{y(t)\}$ is the state vector (displacements and velocities of each of the vehicle's DOF). That is:

$$\{y(t)\} = \begin{Bmatrix} z(t)_i \\ \dot{z}(t)_i \\ \vdots \\ z(t)_L \\ \dot{z}(t)_L \end{Bmatrix} \text{ where } z(t)_L \text{ is, for example, the vehicle axle's vertical position. } \{Y(t)\} \text{ is a vector}$$

including all pavement's heights associated to its profile.

4. $\{y(t)\}$ provides the elements that correspond to the position of the axles of the vehicle, in order to obtain the tire load on pavement, according to the equation:

$$F(t) = (z(t)_L - Y(t)_L)k_L$$

where $z(t)_L$ is the position of the axle which load on pavement is to be calculated, and vector $Y(t)_L$ includes road height profile for the considered point.

5. Once $F(t)$ is calculated for each of the vehicle's axles, the displacement δ of the discrete element is determined, according to the following equation:

$$F(t) = k\delta$$

in which $k = AE_D / H$, being A the cross sectional area of the element, which is equivalent to the tire patch of the heavy vehicle. H is the pavement element height, E_D is the Elasticity Dynamic Modulus, which takes into account the characteristics of the pavement, as explained below.

6. Calculation of E_D proceeds according to the following equations:

$$E_D = E_{BASE} I^\gamma$$

where:

$$E_{BASE} = E_b \left[1 + (257.5 - 2.5VMA) / n(VMA - 3) \right]^n$$

where:

$$E_b = 1.157 \cdot 10^{-7} \cdot t_l^{-0.368} \cdot 2.718^{-PI^{(R)}} (T_{RB}^{(R)} - T_{asp})^5$$

with:

E_{BASE} : Original Dynamic Elasticity Modulus (Pa)

E_b : Bitumen Elasticity Modulus (Pa)

$T_{RB}^{(R)}$: Softening temperature for the asphalt binder ($^{\circ}$ C)

VMA : Percentage of voids in the asphalt mix

$$n = 0.83 \log \left[(4 \cdot 10^4) / E_b \right]$$

t_l : Loading time (sec)

I : Cycle of load repetition

γ : Work hardening constant (Dimensionless)

$PI^{(R)}$: Penetration Index for the asphalt binder (Dimensionless)

T_{asp} : Mix temperature ($^{\circ}$ C)

These equations were used by Cebon and Collop, and modified by the author in order to consider the hardening of the pavement as a result of compaction.

7. Considering the reference area, equivalent to the tire contact patch, calculation of the Stored Energy proceeds for every loading cycle.
8. For each discrete pavement element that is in contact with the vehicle, elastic deformation energy is calculated, using the following expression:

$$V = (1/2)E_D\sigma(t)^2$$

where:

$$\sigma(t) = F(t)/A$$

9. Strain energy calculated for each cycle considers elastic energy. Because of the repeated loading of many vehicles on the same point, the stored energy is accumulated, i.e., the elastic strain energy calculated for each cycle is summed up.
10. The level of strain energy at which pavement deterioration is observed, is calibrated to what it is reported in the experiments carried out by the *American Association of State Officials* (AASHO).
11. From the AASHO tests, the failure mode for the pavement is taken as rutting, which is the plastic deformation of pavement. Taking typical loads from AASHO single and double axles, it is calculated the strain energy for the same number of loading cycles and type of axle; being adjusted the sum of the strain energy to the rutting depth reported in AASHO test. For this, a single parameter γ is used, which is the work hardening constant for the pavement. This calibration procedure is carried out for only one single loading level and type of axle. For this value of γ , other curves of load repetition – rutting depth are reproduced, obtaining correlations of at least 0.9 for the typical loads reported in AASHO test.

12. Systematization the above described procedure, in order to consider real heavy vehicle flows, made necessary to use a parallel processing scheme, in a high performance computer. As an example of the speed up achieved with this scheme, a simulation is presented in which 1349 vehicles, having different properties, traverse a 2 km segment of road. In this case, the execution time in a Cray Computer EL-94, equipped with two processors, was 434.4 seconds, versus 2061.5 seconds that were necessary for the execution of the program in a high performance working station.

Conclusions

- The results reveal that the stored elastic strain energy within the pavement is strongly influenced by several vehicle and pavement related factors. Dynamic modulus of elasticity appears to be a good approximation to the real pavement's behavior as far as its deterioration is concerned.
- It is estimated that a scheme has been obtained for the massive simulation of pavement deterioration (depth of plastic deformation), caused by heavy vehicle traffic.

Resumen

La predicción del deterioro de las carreteras, producido por los vehículos pesados, representa un problema fundamental para la correcta planeación del mantenimiento de los caminos. Sobre este punto, se requiere conocer la influencia que diversos factores tienen sobre el deterioro de las carreteras. Estos factores están relacionados a las características mecánicas de los vehículos que circulan sobre la infraestructura, a los métodos de construcción de la misma y a las prácticas de operación de los vehículos pesados. Así, el deterioro de una carretera depende de la velocidad con la que circulan los diversos tipos de vehículos pesados, al tipo de suspensiones con que están equipados, al nivel de carga con que estén operando, a la hora del día a la que circulan por la carretera, etc. y desde luego, a las características de rigidez y rugosidad de la carretera.

El considerar de manera integral estos factores para hacer predicciones razonables sobre el deterioro de la carretera resulta un problema de enormes proporciones si se toman en cuenta características tales como la viscoelasticidad del pavimento o la no linealidad del comportamiento de los componentes de los vehículos. Este es un problema que a nivel mundial no se ha resuelto.

Aportación

En este trabajo se presenta un planteamiento y solución integral para evaluar el efecto que tiene el paso de vehículos pesados sobre una determinada carretera.

Procedimiento

La consideración integral del problema descrito en los antecedentes se desarrolló a partir de lo siguiente:

1. Se plantean modelos matemáticos lineales, basados en principios físicos de todos los vehículos autorizados por el reglamento de pesos y dimensiones de vehículos pesados, vigente en México.
2. El pavimento se considera formado por elementos discretos que se comportan elásticamente.

3. Las ecuaciones de movimiento resultantes de los vehículos se resuelven aplicando el Método de las Matrices de Transición de Estado, que se deriva de la solución de un sistema de primer orden, del tipo:

$$\left\{ \dot{y}(t) \right\} = [A] \{y(t)\} + [B] \{Y(t)\}$$

en donde los elementos de las matrices $[A]$ y $[B]$ quedan en función de las propiedades de los elementos del modelo de cada camión (constantes de rigidez y amortiguamiento y magnitud de las masas). En esta expresión, $\{y(t)\}$ es el vector de estado (desplazamientos y velocidades de cada

grado de libertad del modelo de vehículo), esto es, $\{y(t)\} = \begin{Bmatrix} z(t)_i \\ \dot{z}(t)_i \\ \cdot \\ \cdot \\ z(t)_L \\ \dot{z}(t)_L \end{Bmatrix}$ donde $z(t)_L$ corresponde a

la posición vertical de los ejes del vehículo. $\{Y(t)\}$ es el vector constituido por las alturas del perfil del pavimento (a manera de excitación), que varían a lo largo del tramo carretero considerado, conformando esta variación el perfil de la carretera empleada.

4. Una vez conocido $\{y(t)\}$, se toman de este vector los elementos que corresponden a la posición de los ejes del vehículo, con objeto de obtener las fuerzas sobre el pavimento a partir de la ecuación:

$$F(t) = (z(t)_L - Y(t)_L)k_L$$

donde $z(t)_L$ es la posición del eje considerado en la evaluación de la carga del vehículo sobre el pavimento y $Y(t)_L$ es el perfil de la carretera en el punto considerado.

5. Con la Fuerza $F(t)$ para cada eje del vehículo se calcula la deformación δ del elemento discreto de pavimento mediante la ecuación:

$$F(t) = k\delta$$

donde $k = AE_D / H$, donde A es el área del elemento considerado, equivalente a la huella de la llanta del vehículo pesado y H su altura. E_D es el Módulo Dinámico de Elasticidad que considera las características del pavimento.

6. El cálculo de E_D se hace mediante las ecuaciones siguientes:

$$E_D = E_{BASE} I^\gamma$$

donde:

$$E_{BASE} = E_b \left[1 + (257.5 - 2.5VMA) / n(VMA - 3) \right]^n$$

donde:

$$E_b = 1.157 \cdot 10^{-7} \cdot t_l^{-0.368} \cdot 2.718^{-PI^{(R)}} (T_{RB}^{(R)} - T_{asp})^5$$

con:

E_{BASE} : Módulo de Elasticidad Dinámico original (Pa)

E_b : Módulo de Elasticidad del Bitúmen (Pa)

$T_{RB}^{(R)}$: Temp. de suavización del aglutinante asfáltico recuperado ($^{\circ}C$)

VMA : Porcentaje de huecos en la mezcla asfáltica

$$n = 0.83 \log \left[(4 \cdot 10^4) / E_b \right]$$

t_l : Tiempo de aplicación de la carga (seg)

I : Número de ciclo de aplicación de la carga

γ : Constante de endurecimiento por trabajo (Adim)

$PI^{(R)}$: Índice de penetración del aglutinante asfáltico (Adim)

T_{asp} : Temperatura de la mezcla asfáltica ($^{\circ}C$)

Estas ecuaciones corresponden a las ecuaciones desarrolladas por Collop y Cebon y modificadas por el autor para considerar el endurecimiento del pavimento producto de su compactación.

7. Considerando el área A de referencia, equivalente a la huella de la llanta de un vehículo pesado, se procede a calcular la Energía de deformación por cada ciclo de paso de un vehículo pesado por ese elemento de pavimento.

8. Para cada elemento discreto de pavimento considerado en contacto con el vehículo, se calcula la energía de deformación elástica mediante la expresión:

$$V = (1/2)E_D\sigma(t)^2$$

donde:

$$\sigma(t) = F(t)/A$$

9. La energía de deformación calculada para cada ciclo se considera energía elástica. Debido al paso de muchos ejes de vehículos pesados por el mismo punto, se va acumulando el valor de la energía de deformación. La energía de deformación elástica registrada durante cada ciclo de carga se va sumando.

10. El nivel de energía de deformación en el que se presenta deterioro en el pavimento se calibra con respecto a lo reportado en los experimentos llevados a cabo por la *American Association of State Officials* (AASHO).

11. De las Pruebas AASHO, se toma como parámetro de deterioro la profundidad de la rodera, que corresponde a la deformación plástica del pavimento. Considerando cargas típicas de la Prueba AASHO para ejes simples y dobles, se calcula la energía de deformación para el mismo número de ciclos de carga y tipos de ejes, ajustándose la variación de la energía de deformación a la reportada por la Prueba AASHO mediante el parámetro γ (factor de endurecimiento del pavimento por trabajo). Este procedimiento de calibración se lleva a cabo para un solo nivel de carga y tipo de eje. Con el valor de γ obtenido, se reproducen otras curvas de energía de deformación contra número de ciclos de carga, obteniéndose correlaciones arriba de 0.9 para las cargas típicas reportadas por la Prueba AASHO.

12. La sistematización de este procedimiento, para considerar los flujos vehiculares reales en una carretera por la que circulen vehículos pesados, hizo necesario el empleo de procesamiento paralelo en una computadora de alta capacidad. Como ejemplo de la ventaja de usar procesamiento paralelo para el cálculo de la energía de deformación, se presenta el paso de 1349 vehículos de diferentes características por un tramo de 2 kms de longitud. Para este caso, el tiempo de ejecución en una Computadora Cray EL-94 con dos procesadores, fue de 434.4 segundos, contra 2061.5 segundos que requirió una estación de trabajo *Silicon Graphics Indy*.

Conclusiones

- De los resultados presentados en el trabajo, se estima que considerar la Energía de Deformación Elástica del Pavimento, tomando en cuenta el Módulo Dinámico de Elasticidad, permite obtener una buena aproximación del comportamiento real del pavimento en cuanto a su deterioro (considerando el deterioro como la profundidad de la rodera producida por el paso de los vehículos pesados).
- Se estima que se tiene un esquema de simulación masiva para analizar el deterioro (profundidad de la rodera), que se produciría en una carretera por el paso de un tráfico real de vehículos pesados.

Agradecimientos

El autor expresa su profundo agradecimiento a su tutor doctoral, Dr. Alejandro Lozano Guzmán, por su entusiasmo y orientación continuos durante el desarrollo de la presente investigación. Asimismo, el autor agradece los diversos y valiosos apoyos recibidos por parte del personal del Instituto Mexicano del Transporte y de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro, colegas todos. De manera especial, el autor agradece las valiosas orientaciones recibidas de parte de los Drs. Waiz Ahmed y Subhash Rakheja, profesores de *Concordia University*, y del Profesor Ellis Cumberbatch, del *Claremont Graduate School*.

El autor agradece los apoyos económicos recibidos de parte de las siguientes instituciones:

Instituto Mexicano del Transporte

Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

Consejo de Ciencia y Tecnología del Estado de Querétaro

Universidad Autónoma del Estado de Querétaro

Indice

	<i>Página</i>
Resumen	I
Agradecimientos	VI
Lista de Figuras	X
Lista de Tablas	XV
Capítulo 1. Introducción Revisión bibliográfica	1
1.1 Aspectos generales	1
1.2 Revisión de investigaciones anteriores	5
1.3 Alcance de la investigación	14
Capítulo 2. Modelos de los vehículos a simular	18
2.1 Introducción	18
2.2 Desarrollo del modelo cuarto de carro	19
2.3 Obtención de los modelos de los vehículos	21
2.4 Método de Solución	26
2.5 Cálculo de las fuerzas ejercidas sobre el pavimento por los vehículos	30

	<i>Página</i>
Capítulo 3. Enfoque energético a la deformación del Pavimento	31
3.1 Introducción	31
3.2 Descripción del modelo de interacción vehículo - pavimento	31
3.3 Secuencia de operación del modelo	36
Capítulo 4. Relación entre la energía elástica de deformación y el deterioro experimental observado experimentalmente en el pavimento	38
4.1 Introducción	38
4.2 Descripción de la Prueba AASHO	39
4.3 Energía elástica de deformación	44
4.4 Comparación	46
4.5 Discusión acerca de la naturaleza de la relación profundidad de la rodera - suma de energías elásticas	48
Capítulo 5. Análisis paramétrico y evaluación de modelos	49
5.1 Introducción	49
5.2 Análisis de la respuesta en frecuencia de los modelos de los vehículos	50
5.3 Análisis comparativo de la energía de deformación con otros indicadores del impacto de los vehículos sobre el pavimento	56

	<i>Página</i>
5.4 Efecto de parámetros asociados a los vehículos sobre la cantidad de energía almacenada en el pavimento	59
5.5 Efecto de parámetros asociados al pavimento	80
5.6 Distribución de la energía almacenada a lo largo del pavimento	83
5.7 Discusión	84
 Capítulo 6. Esquema de simulación masiva	 85
6.1 Introducción	85
6.2 Generalidades de supercómputo	87
6.3 Esquema de supercómputo con una Cray EL-94	88
6.4 Programa MULTI_TRAC	91
6.5 Ejemplo de aplicación	97
6.6 Potenciales aplicaciones del esquema propuesto	105
6.7 Observaciones	105
 Capítulo 7. Conclusiones	 106
7.1 Líneas de investigación a futuro	110
 Referencias	 111
Apéndice A. Diagramas de cuerpo libre y ecuaciones de movimiento	 117
Apéndice B. Método de las Matrices de Transición (MMT)	 125



Lista de Figuras

Figura

- 1.1 Dispersión de los niveles de carga medidos.
- 1.2 Número de vehículos a las distintas temperaturas, considerando una variación armónica de la temperatura a lo largo del día (Promedio de 12 °C y Amplitud de °6).
- 1.3 Distribución de frecuencias acumuladas de las velocidades de los vehículos, en el km 7 + 200 de la carretera Querétaro-Celaya [3].
- 1.4 Cuatro perfiles medidos [4].
- 1.5 Suspensión tipo balancín (walking beam)
- 2.1 Vehículo cuarto de carro.
- 2.2 Desplazamientos de las masas del cuarto de carro.
- 2.3 Diagramas de cuerpo libre de las masas del cuarto de carro.
- 2.4 Vehículo unitario tipo C2.
- 2.5 Vehículo unitario tipo C3.
- 2.6 Combinación vehicular tipo T2S1.
- 2.7 Combinación vehicular tipo T3S2.
- 2.8 Combinación vehicular T3S3.
- 2.9 Representación del tractor de una combinación tractor-semirremolque.
- 3.1 Modelo de pavimento compuesto de elementos no acoplados.
- 3.2 Secuencia de cálculo del modelo energético del deterioro del pavimento.
- 4.1 Disposición de la Prueba AASHO [49], en donde se destinó un carril para cada tipo y peso de eje.
- 4.2 Muestra de la dispersión de resultados y ajuste reportado en [49] para el paso de un eje sencillo cargado a 13.6 toneladas (30,000 libras).
- 4.3 Curvas ajustadas a partir de los resultados de la Prueba AASHO, para ejes sencillos a tres niveles de carga, reportadas por Carpenter [50].

- 4.4 Curvas ajustadas a partir de los resultados de la Prueba AASHO, para ejes tipo tándem, a tres niveles de carga, reportadas por Carpenter [50].
- 4.5 Curvas de la suma de energías almacenadas transitoriamente en el pavimento para el paso de ejes sencillos, de acuerdo al ajuste único de endurecimiento de la 4.7.
- 4.6 Curvas de la suma de energías almacenadas transitoriamente en el pavimento para ejes dobles o tándem, de acuerdo al ajuste único de endurecimiento de la 4.7.
- 4.7 Curva de variación del Módulo de Elasticidad en función del número de ciclos de carga, en valores absolutos y relativos.
- 4.8 Profundidad de rodera y suma de la energía almacenada para ejes sencillos, en función de la profundidad de rodera y energía a los cinco millones de ciclos de un eje sencillo cargado a 8.1 toneladas.
- 4.9 Profundidad de rodera y suma de la energía almacenada para ejes tándem, en función de la profundidad de rodera y energía a los cinco millones de ciclos de un eje sencillo cargado a 8.1 toneladas.
- 5.1 Suspensión tipo balancín (*walking beam*).
- 5.2 Densidades espectrales de fuerza. Vehículos cargados al 100% y circulando a 40 km/h por un camino con baja rugosidad (1.5 mm/m).
- 5.3 Densidades espectrales de fuerza. Vehículos descargados y circulando a 40 km/h por un camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).
- 5.4 Densidades espectrales de fuerza. Vehículos cargados al 100% y circulando a 80 km/h por un camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).
- 5.5 Densidades espectrales de fuerza. Vehículos descargados circulando a 80 km/h por un camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).
- 5.6 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo T3S2, descargado y cargado al 100 %, circulando a 80 km/h y 40 km/h por una camino con baja rugosidad (1.5 mm/m).
- 5.7 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo tipo C3 con suspensiones de diferente rigidez; cargado al 100 % y circulando a 40 km/h por una camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).
- 5.8 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo tipo C3 con diferentes longitudes entre ejes delantero y trasero (4,5, y 6 m), cargado al 100 % y circulando a 40 km/h por una camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).

- 5.9 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo tipo C3 con diferentes longitudes entre ejes del eje doble (0.9, 1.2 y 1.5 m), cargado al 100 % y circulando a 80 km/h por una camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).
- 5.10 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo tipo C3 con diferentes longitudes entre ejes del eje doble (0.9, 1.2 y 1.5 m), cargado al 100 % y circulando a 40 km/h por una camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).
- 5.11 Comparación del enfoque de la energía de deformación con el Coeficiente de Carga Dinámica (DLC), el Factor de Impacto (IF) y el Factor de Esfuerzo, como una función de la velocidad de un vehículo Cuarto de Carro que circula sobre un pavimento en regulares condiciones (IIR de 4.1 mm/m).
- 5.12 Comparación del enfoque de la energía de deformación con el Coeficiente de Carga Dinámica (DLC), el Factor de Impacto (IF) y el Factor de Esfuerzo, como una función del nivel de carga útil de un Cuarto de Carro que circula sobre un pavimento en regulares condiciones (IIR de 4.1 mm/m).
- 5.13 Efecto de la magnitud de la carga útil sobre la energía almacenada en el pavimento, medida en ejes equivalentes.
- 5.14 Efecto de la rigidez de la suspensión sobre la energía almacenada en el pavimento, para el tránsito sobre un pavimento en: (a) excelentes condiciones (IIR=1.5); (b) en buenas condiciones (IIR=2.5); y (c) en regulares condiciones (IIR = 4.1 mm/m).
- 5.15 Valores RMS de las variaciones entre valores consecutivos de la gráfica de la 5.14.
- 5.16 Efecto de la rigidez de las llantas sobre la energía almacenada en el pavimento, para el tránsito sobre un pavimento: (a) en excelentes condiciones (IIR=1.5 mm/m); (b) en buenas condiciones (IIR=2.5); y (c) en regulares condiciones (IIR= 4.1 mm/m).
- 5.17 Valores RMS de las variaciones entre valores consecutivos de la gráfica de la 5.16.
- 5.18 Efecto del amortiguamiento de las suspensiones de los vehículos sobre la energía almacenada en el pavimento, para pavimentos en: (a) excelente estado (IIR=1.5); (b) buen estado (IIR=2.5 mm/m); y (c) en regular estado (IIR=4.1 mm/m).
- 5.19 Efecto del Amortiguamiento de las llantas sobre la energía almacenada en el pavimento, para pavimentos en: (a) excelente estado (IIR = 1.5); (b) en buen estado (IIR = 2.5 mm/m); y (c) en regular estado (IIR = 4.1 mm/m).

- 5.20 Efecto de la longitud del camión (vehículos tipo C2 y C3) y del semirremolque (vehículos T2S1, T3S2 y T3S3), sobre la energía almacenada en el pavimento, al circular los vehículos por pavimentos en: (a) excelente estado, (IIR=1.5 mm/m); (b) buen estado (IIR=2.5 mm/m); y (c) en regular estado (IIR=4.1mm/m).
- 5.21 Efecto de la velocidad de los vehículos sobre la energía almacenada en el pavimento, al circular los vehículos por tres tipos de pavimentos: (a) en inmejorable estado (IIR=1.5 mm/m); (b) en buen estado (IIR=2.5 mm/m); y (c) en regular estado (IIR=4.1mm/m).
- 5.22 Vehículo C2. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. (Camino con IIR = 4.1mm/m)
- 5.23 Vehículo C3. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. (Camino con IIR = 4.1mm/m)
- 5.24 Vehículo T2S1. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. (Camino con un IIR de 4.1mm/m)
- 5.25 Vehículo T3S2. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. (Camino con un IIR de 4.1mm/m)
- 5.26 Vehículo T3S3. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. Camino con un IIR de 4.1 mm/m.
- 5.27 Efecto de la Rugosidad del Pavimento sobre la energía almacenada en el mismo.
- 5.28 Efecto de la Temperatura del Pavimento sobre la energía almacenada en el mismo. Vehículos circulando a 80 km/h sobre un pavimento en regular estado (IIR=4.1mm/m)
- 5.29 Resultados de la simulación del paso de un vehículo tipo C2 (2 ejes) por un camino en regular estado, para una temperatura del pavimento de 16 °C y un volumen de huecos del 10%.
- 5.30 Resultados de la simulación del paso de un vehículo tipo C2 (2 ejes) por un camino en regular estado, para una temperatura del pavimento de 16 °C y una velocidad del vehículo de 40 km/h.
- 5.31 Distribución de la Energía almacenada a lo largo del perfil del pavimento, para el paso de distintos vehículos por un camino en regular estado (IIR=4.1 mm/m).
- 5.32 Relación deformación - fuerza para una suspensión de hojas [17].
- 5.33 Relación deformación - rigidez para la relación fuerza - deformación de la 5.32.
- 6.1. Sistema vectorial paralelo para efectuar la suma de vectores con un pipeline de 5 etapas.
- 6.2 Código paralelizado automáticamente mediante autotasking
- 6.3 Programa **MULTI_TRAC** de cómputo paralelo para la ejecución de los programas de cálculo de los distintos vehículos (C2_PARA, C3_PARA, S1_PARA, S2_PARA y S3_PARA)
- 6.4 Algoritmo para la preparación de los archivos de datos de los programas ejecutados en paralelo

- 6.5 Distribución horaria del tránsito vehicular en la carretera Toluca-Palmillas [1].
- 6.6 Variación estimada de la temperatura a lo largo de un día del mes de Octubre de 1996, en Toluca, Edo. de México.
- 6.7 Número de vehículos a las distintas temperaturas
- 6.8 Dispersión de los niveles de carga.
- 6.9 Distribución de frecuencias acumuladas de las velocidades de los vehículos, en el km 7 + 200 de la carretera Querétaro-Celaya [3].
- 6.10 Distribución de la Energía almacenada a lo largo del perfil del pavimento, para cuatro tipos de vehículos pesados
- 6.11 Dispersión de energías almacenadas en el pavimento por el paso de los vehículos tipo C2.
- 6.12 Dispersión de energías almacenadas en el pavimento por el paso de los vehículos tipo C3.
- 6.13 Dispersión de energías almacenadas en el pavimento por el paso de los vehículos tipo T3S2.
- 6.14 Dispersión de energías almacenadas en el pavimento por el paso de los vehículos tipo T3S3.
- 6.15 Distribución horaria de la Energía almacenada por tipo de vehículo
- 6.16 Acumulación de energía a lo largo del día, total y para cada tipo de vehículo.

Lista de Tablas

- 5.1 Carga útil, tara y pesos brutos vehiculares máximos para los vehículos simulados.
- 5.2 Rangos de variación para la energía de deformación, para los distintos pavimentos considerados.
- 6.1 Tiempos asociados a la ejecución del programas MULTI_TRAC en distintas plataformas.

Capítulo 1

Introducción.

1.1 Aspectos Generales

La interacción vehículo pesado – pavimento se da en un contexto en el que los factores involucrados atienden tanto a los vehículos mismos como a las carreteras y al medio ambiente. Como factores asociados a los vehículos se tienen el tipo y características tanto del vehículo en su conjunto como de sus componentes, al igual que sus condiciones de operación (velocidad, nivel de carga). Por cuanto a las carreteras, los factores que mayormente afectan la interacción son el perfil de sus pavimentos y los materiales y métodos de construcción empleados. Adicionalmente, la temperatura a la que trabajan algunos de los materiales de construcción de las carreteras, en particular los asfálticos, determina de manera notable su desempeño.

Como ejemplo de las condiciones y situaciones en las que se da la interacción vehículo pesado - pavimento, las cuales dificultan de manera importante su análisis, en las Figuras 1.1 a la 1.4 se muestran algunas de estas condiciones y circunstancias, empleando para ello estadísticas de uso de las carreteras en México, reportadas en la literatura [1]. En particular, estas estadísticas corresponden al tránsito desde la Ciudad de Toluca hacia el entronque Palmillas, durante un día del mes de octubre de 1996, el cual consistió de un total de 1,357 vehículos pesados. Atendiendo a las configuraciones reglamentarias autorizadas en la reglamentación mexicana [2], los vehículos pueden ser rígidos (un solo cuerpo rodante, tipo C), o articulados (tractor y semirremolque, tipo TS). A su vez, los vehículos rígidos pueden ser de dos

ejes (tipo C2) o de tres ejes (tipo C3), mientras que los articulados pueden ser de tres o dos ejes en el tractor (denominados T3 o T2), y tener uno o varios ejes en el semirremolque (S1, S2, S3). De esta manera, un vehículo articulado T3S2 corresponde a uno con tres ejes en el tractor y dos ejes en el semirremolque.

En la Figura 1.1 se muestra la dispersión en los niveles de carga de los 1357 vehículos registrados, al presentarlos atendiendo la reglamentación vigente en México. Como puede observarse, el intervalo de variación para los niveles de carga va desde valores menores de 0.1 de su carga reglamentaria (vehículos vacíos), hasta casi el doble de su peso reglamentario.

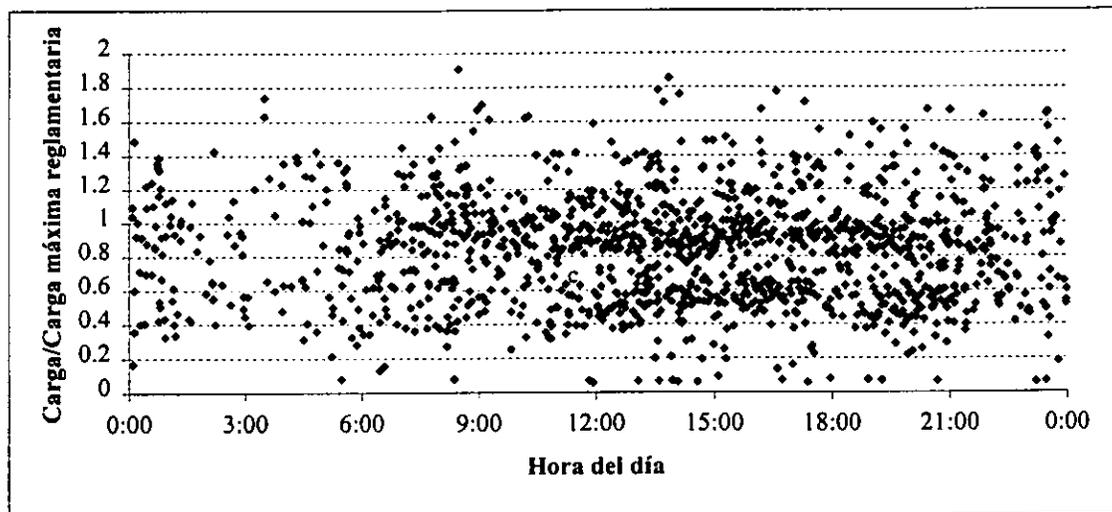


Figura 1.1 Dispersión de los niveles de carga medidos.

Considerando ahora una variación armónica para la temperatura del pavimento para ese día en el que fueron medidos los flujos vehiculares, asignando a esta variación un promedio de 12°C y una amplitud de 6°C , en la Figura 1.2 se muestran los vehículos que estarían circulando a cinco distintos intervalos de temperatura. Como se puede observar de esta figura, el número de vehículos que habrían circulado a las distintas temperaturas del pavimento varió, para el caso del vehículo tipo C2 por ejemplo, de 40 vehículos entre 8 y 10°C , hasta más de 250 para el intervalo entre 16 y 18°C .

Atendiendo la dispersión de la velocidad a la que circulan los vehículos pesados en México, tomando como ejemplo los flujos en otra carretera con las mismas especificaciones respecto a la referenciada en las Figuras 1.1 y 1.2, en la Figura 1.3 se muestra la variación de las velocidades instantáneas medidas en una muestra de tráfico [3].

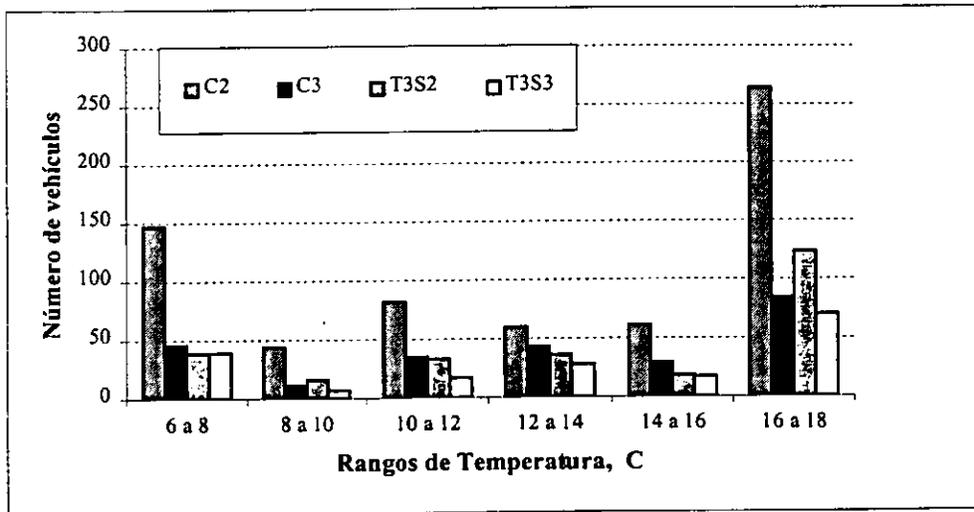


Figura 1.2 Número de vehículos a las distintas temperaturas, considerando una variación armónica de la temperatura a lo largo del día (Promedio de 12 °C y Amplitud de 6°).

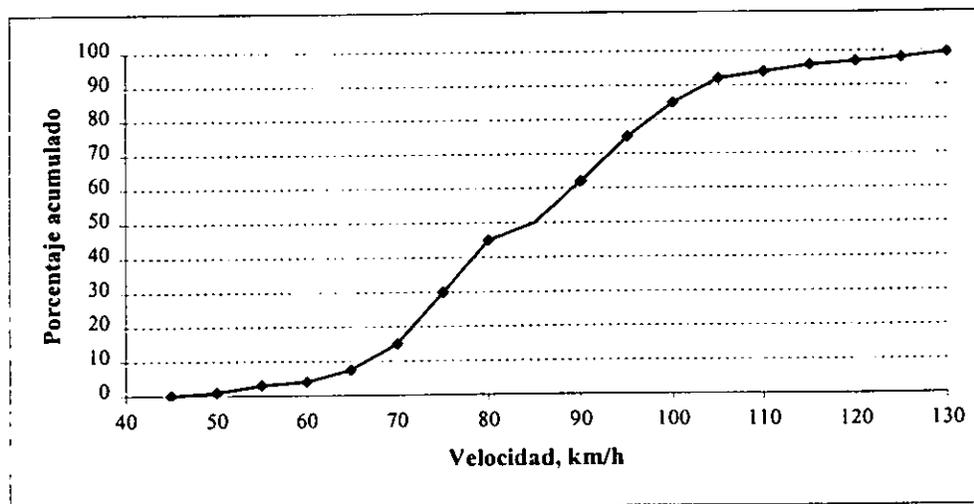


Figura 1.3 Distribución de frecuencias acumuladas de las velocidades de los vehículos, en el km 7 + 200 de la carretera Querétaro-Celaya [3].

Por cuanto a las condiciones del perfil de pavimento que es posible encontrar en México, en la Figura 1.4 se muestran cuatro perfiles [4], medidos en una carretera representativa del estado de deterioro que guarda la red carretera nacional [5]. Al respecto, por pequeñas que pudieran parecer las variaciones en la altura del pavimento observadas en la Figura 1.4, el efecto de estas pequeñas variaciones ha sido reconocido tanto sobre las cargas dinámicas que los vehículos ejercen sobre el pavimento [6,7,8] como en la suavidad de marcha del vehículo [9].

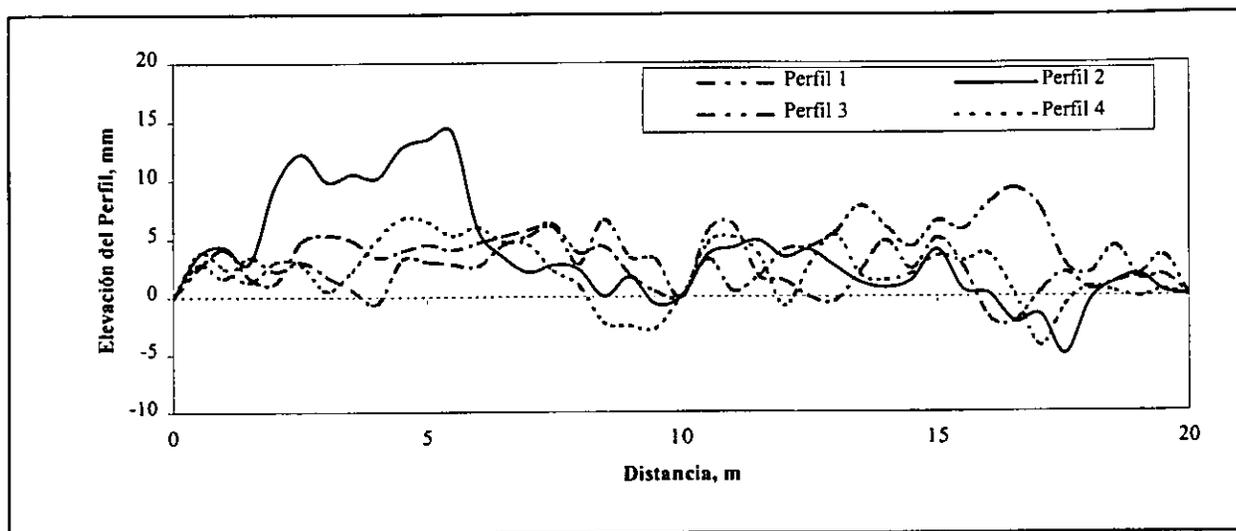


Figura 1.4 Cuatro perfiles medidos [4].

Recientemente y a escala mundial, importantes esfuerzos se han llevado a cabo con objeto de clarificar de manera integral la interacción vehículo pesado - pavimento. Estas aproximaciones, sin embargo, adolecen de importantes limitaciones por cuanto al número de factores a analizar, ya que las formulaciones empleadas imposibilitan la evaluación de flujos reales de vehículos en las grandes longitudes de las carreteras.

Aportación

En esta investigación se desarrolla un esquema de cálculo por medio del cual es posible analizar de manera masiva e integral la interacción de los vehículos pesados con el pavimento. Para ello se introduce una aproximación original en el contexto de este tipo de investigaciones, la cual consiste en relacionar el

deterioro del pavimento con la suma de la energía elástica de deformación la cual, de manera transitoria, se almacena en el pavimento por efecto del paso de los vehículos. Los modelos de respuesta dinámica de los distintos vehículos autorizados en México son desarrollados, así como un modelo de pavimento cuyas propiedades de rigidez son obtenidas de experimentos. La comprobación del enfoque propuesto se realiza mediante la comparación de los resultados de éste con resultados experimentales del deterioro de los pavimentos.

1.2 Revisión de investigaciones anteriores

La revisión de la literatura acerca de la interacción vehículo pesado - pavimento se ha dividido según los siguientes temas reportados en la literatura: artículos que definen parámetros para determinar la agresividad de los vehículos para con el pavimento, artículos y reportes que presentan modelos de predicción del comportamiento de los pavimentos a largo plazo, y reportes que contienen resultados de estudios globales.

1.2.1 Definición de parámetros para determinar la agresividad de los vehículos para con el pavimento

Teniendo en mente que el deterioro de los pavimentos no es algo que pueda medirse instantáneamente sino a través del tiempo [10,11], en esta sección se reportan las ideas asociadas a la definición de variables que se presentan en la interacción vehículo – pavimento, las cuales se consideran relacionadas con el deterioro de los pavimentos.

Sweatman [12] define en 1983 el Coeficiente de Carga Dinámica (*DLC* por sus siglas en inglés), el cual expresa como el cociente del valor de la raíz cuadrada del promedio de los cuadrados de las fuerzas aplicadas al pavimento en los *n* puntos medidos, valor *RMS*, entre el valor de la carga estática.

El Factor de Impacto Dinámico (*DIF* por sus siglas en inglés) se definió para proveer una medida cuantitativa de la variación de las fuerzas dinámicas de las llantas sobre el pavimento, y es definido por

Kulakowsky [13] de la misma manera que el *DLC* del párrafo anterior, salvo que el promedio no es entre los n puntos medidos sino entre $(n-1)$ puntos medidos, con lo que el efecto de una muestra pequeña es considerado [14]. Este mismo *DIF* es empleado por diversos autores para medir el potencial efecto de los vehículos sobre el pavimento (Papagiannakis [15], Lieh [16], Rakheja[17]).

El Factor de Impacto (*IF* por sus siglas en inglés) toma en cuenta los valores máximos de las fuerzas ejercidas por la llanta sobre el pavimento. Se expresa en por ciento referido a la carga estática, de la diferencia entre la carga máxima y la carga estática, para el análisis realizado. Este factor es reportado por Wang en 1992 [18].

La Ley de la Cuarta Potencia es un criterio que representa una manera simple de estimar el efecto potencial de las cargas aplicadas al pavimento sobre el estado de deterioro del mismo, y se derivó de los experimentos llevados a cabo por la AASHO entre 1958 y 1960 [19,20,21,22]. De estos estudios se dedujo que el estado de deterioro del pavimento, medido como el Índice de Servicio (*present service index*) [23], es una función de la carga estática elevada a la cuarta potencia.

El Factor de Esfuerzo del Camino (*road stress factor*) fue propuesto en su primera versión por Eisenmann en 1975 [24], a partir de la ley de la cuarta potencia descrita previamente. Este factor se define como el valor promedio de la cuarta potencia de la fuerza instantánea que produce la llanta y toma en cuenta la variación de las cargas aplicadas al pavimento, esto es, el Coeficiente de Carga Dinámica, explicado arriba. El mismo Eisenmann en 1987 [25] complementó su concepto de factor de esfuerzo del camino, al tomar en cuenta el tipo y presión de inflado de la llanta. Sin embargo, estos resultados fueron teóricos, que no validados experimentalmente. Adicionalmente, consideró que las cargas se distribuyen aleatoriamente a lo largo del perfil del pavimento, lo que se considera erróneo de acuerdo a lo que Sweatman sugirió desde 1983, acerca de que la severidad de las cargas puede ser mejor evaluada si se emplea un factor de impacto 95 percentil [12], con lo que el valor esperado (promedio) de la aproximación aleatoria, se sustituye por un valor mayor, que considera a la mayoría de los valores obtenidos. De esta manera, la no validación de estas ecuaciones de Eisenmann es su principal limitante [26,27,28].

1.2.2 Modelos de predicción del comportamiento de los pavimentos a largo plazo

Inicialmente se describe el modelo más completo reportado en la literatura, mismo que consiste de una formulación determinística de la interacción vehículo – pavimento (Andrew Collop, Universidad de Cambridge, Inglaterra, 1993) [29]. Para el desarrollo de su modelo, Collop partió de que ninguno de los modelos existentes hasta 1993 incluían algún tipo de variación en las propiedades de los pavimentos simulados, llamados “puntos débiles”, tampoco variaciones de las cargas dinámicas, que podrían generar “puntos calientes”. De acuerdo con esto es que el autor propone un modelo de comportamiento del pavimento el cual considera los efectos siguientes: temperatura del pavimento, perfil del pavimento, respuesta dinámica de los vehículos, la respuesta del pavimento (con propiedades de rigidez distintas a lo largo del camino), el envejecimiento del asfalto y las propiedades elásticas de la base. El modelo de temperatura del pavimento lo establece de la variación armónica de la temperatura ambiente para las diferentes estaciones del año; el perfil del pavimento lo caracteriza por el Índice Internacional de Rugosidad; el vehículo que emplea es un cuarto de carro, aunque señala que puede emplear modelos más realistas, validados; las propiedades del aglutinante asfáltico y de la mezcla asfáltica son establecidas a partir de valores experimentales, los cuales son introducidos en un modelo multicapas de pavimento desarrollado previamente (VESYS IIIA); el envejecimiento del asfalto se calcula de ecuaciones conocidas de difusión; las propiedades de resistencia de la subbase son tomadas de una expresión empírica; las propiedades de la subrasante son tomadas constantes; el deterioro por deformación plástica y fatiga es caracterizado empleando modelos mecanicísticos (regla de Miner del daño acumulativo), en los que la entrada es la deformación elástica de las capas de pavimento; finalmente, el modelo emplea un módulo de degradación del asfalto como una función de las deformaciones sufridas. El modelo global descrito permite entonces establecer las variaciones del perfil del camino por efecto de las deformaciones plásticas, así como el grado de degradación de pavimento (fatiga). Algunas observaciones al modelo son la dramática influencia de algunos exponentes asociados a las formulaciones empleadas, y la disminución transitoria inicial del Índice Internacional de Rugosidad, por efecto del “achatamiento” de los picos de alta frecuencia presentes en el perfil de pavimento. Acerca de este modelo, es preciso señalar que en él se aglutinan gran parte de las investigaciones hasta entonces realizadas y que es el único modelo de comportamiento a largo plazo publicado como tal. No obstante, y a pesar de lo completo que este modelo parece, algunos aspectos que falta por atender son los “micro” de la interacción vehículo – pavimento, esto

es, el comportamiento de la interfase llanta – pavimento, aparte de que el considerar que iguales deformaciones provocan iguales deterioros, podría constituir un error, según se explica en [7].

Otros modelos de comportamiento de los pavimentos partieron también del modelo multicapas, VESYS, desarrollado por la *Federal Highway Administration* (EUA) en 1977 [6]. Este es el caso de los modelos desarrollados por Brademeyer y Papagiannakis, siendo la principal limitación de ambos modelos el aspecto de las cargas de los vehículos, ya que el primero hace uso sólo de las cargas estáticas, mientras que el segundo emplea sólo algunos promedios estadísticos [29].

En una vertiente independiente por cuanto al modelo de pavimento empleado, Ullidtz actualizó en 1993 [30] su modelo de interacción vehículo - pavimento, el cual data de 1983 [31], mismo que está basado en las ecuaciones de Boussinesq. De esta manera, dicho modelo calcula esfuerzos de compresión en las distintas capas de pavimento, a partir de los cuales establece relaciones empíricas con la deformación plástica, la fisuración y con la variación de la rigidez por esta fisuración. Este modelo predice entonces, las variaciones del perfil en el tiempo como resultado de las condiciones de carga y del ambiente. Algunos aspectos importantes del modelo de Ullidtz son que emplea módulos aleatorios para las propiedades de rigidez del pavimento, y que establece un nivel en el que la pérdida de rigidez del pavimento (provocada por su fisuración) define la inutilidad del mismo. De entre las conclusiones notables de este trabajo de Ullidtz se tiene que la reducción en la rigidez de la llanta alarga la vida del pavimento, mientras que el disminuir el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión la reduce (si se reduce a la mitad el amortiguamiento, la vida se reduce en un 13%). Asimismo, que el efecto negativo de las cargas dinámicas sobre la vida del pavimento es del orden del 10%, y que el sustituir ejes estándar por ejes más ligeros provoca un alargamiento en la vida del pavimento, no obstante el mayor número de pasadas necesarias para transportar el mismo peso. De manera destacada, señala que es erróneo el enfoque de considerar el deterioro de los pavimentos como una función de la carga estática elevada a la cuarta potencia, dado que existen muchos otros factores a tomar en cuenta.

1.2.3 Reportes de estudios globales

Debido a la complicada naturaleza de la interacción de los vehículos pesados con el pavimento, y por la necesidad de homologar los tránsitos entre distintas naciones - aparte de distribuir los altos costos asociados a estas investigaciones - el estudio de esta interacción vehículo – pavimento ha sido abordado colectivamente, a partir de organizaciones pertenecientes a diferentes naciones [42]. Este es el caso del proyecto 1-25 [6], del *National Cooperative Highway Research Program*, (NCHRP, del *Transportation Research Board*, EUA, 1993) en el que con la Universidad de Michigan (EUA) colaboraron la Universidad de Cambridge (Inglaterra), la Universidad de Illinois y otras instituciones del sector privado fabricantes de equipo de transporte. Por parte de la Universidad de Michigan el encargado de las investigaciones fue T. Gillespie y por parte de la Universidad de Cambridge, D. Cebon. Ellos figuran como principales autores del documento de reporte final [6].

En otro esfuerzo multinacional para dilucidar algunos aspectos de la interacción vehículo pesado – pavimento, la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE) coordinó y patrocinó el *OECD DIVINE Programme* [7], en el que los diferentes países miembros participaron de manera especializada en los distintos temas que se describirán en los siguientes párrafos. Los principales autores del reporte final son P. Sweatman, W. Kenis, M. Huhtala, B. Jacob, B. Heywood, D. Cebon y J. De Pont.

En los siguientes párrafos se describen y analizan los objetivos y resultados de las investigaciones asociados a estos dos proyectos mencionados.

En lo que se refiere al proyecto 1-25 del NCHRP titulado "*Effects of Heavy-Vehicle Characteristics on Pavement Response and Performance*", en el documento de reporte final, se indica que el proyecto tuvo como objetivo proveer un panorama sistemático de las interacciones entre el camión, la llanta, el pavimento y el ambiente, con objeto de facilitar una regulación más racional del transporte, un diseño más informado de pavimentos por cuanto a factores del tráfico, y, a largo plazo, lograr una mejorada repartición de los costos para los usuarios de los caminos [6]. Estos objetivos globales fueron enfocados tanto a la determinación de las características de los vehículos que afectan mayormente el deterioro de los pavimentos, como a la obtención de algunas evidencias de los mecanismos de falla de los pavimentos. En

este proyecto, las propiedades de los vehículos consideradas en la evaluación de su efecto en el deterioro de los pavimentos incluyeron el peso bruto vehicular, el peso por eje, la configuración de los ejes (espaciamiento y localización), las propiedades de la suspensión (sencillas o en tándem), la repartición de la carga por eje en los grupos de ejes (tándem, tridem), los tipos de llanta y las condiciones de operación del vehículo (velocidades y aceleraciones y deceleraciones). Los aspectos de interés por lo que se refiere al pavimento incluyeron su tipo (rígido o flexible), la condición de la superficie (suave, rugosa, o segmentada), así como la geometría del camino.

Como conclusiones de este proyecto se reporta que lo que más contribuye al potencial efecto dañino de los vehículos sobre el pavimento, es la distribución de las cargas por eje de los grupos de ejes múltiples, lo cual se ubica como un efecto de primer orden. Como un efecto de segundo orden, este estudio ubica el aspecto de las cargas dinámicas de los vehículos sobre el pavimento, las cuales quedan como una función de la velocidad del vehículo y las características de la suspensión y del nivel de carga útil. Son identificados dos tipos de deterioro fundamentales, uno es la deformación plástica o generación de roderas, el otro la fatiga, indicando que la falla por fatiga dependerá de la carga por eje, mientras que la falla por deformación plástica dependerá del peso global del vehículo. En este estudio, la unidad empleada para la medición del deterioro es el Eje Equivalente, siendo éste el efecto que el paso de un eje sencillo con un peso de 18,000 libras (80,160 N) tiene sobre el deterioro de los pavimentos. Algunas cifras que se reportan de los distintos efectos son las siguientes:

- el daño por efecto de la respuesta de los vehículos al perfil del pavimento es por lo menos un 25 % mayor a aquél que se tendría en caso de que el pavimento estuviese perfectamente plano (al que correspondería un daño nominal), pudiéndose alcanzar hasta una proporción de cuatro a uno en caso de pavimentos con perfil defectuoso,
- las suspensiones tipo balancín (*walking beam*), Figura 1.5, pueden llegar a ser el doble de dañinas en comparación con las suspensiones de aire,
- los amortiguadores instalados en las suspensiones tipo balancín podrían disminuir sensiblemente los efectos dañinos de este tipo de suspensión,

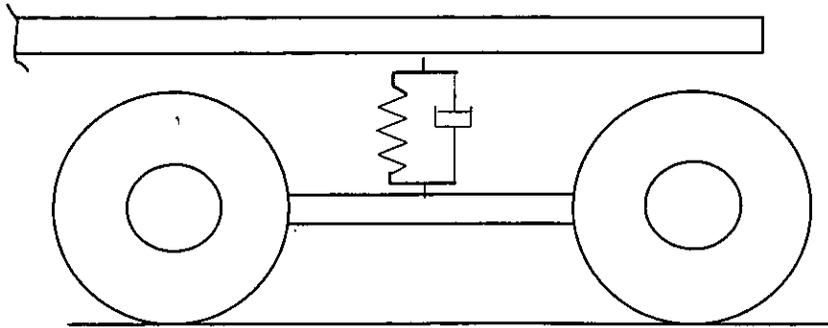


Figura 1.5 Suspensión tipo balancín (*walking beam*)

- la presión de inflado es otra característica fundamental que afecta los esfuerzos de contacto en el pavimento. No obstante, esta presión de inflado influye mínimamente en la respuesta dinámica de los vehículos al perfil del pavimento.

A partir de esta investigación de la NCHRP, se sugieren las siguientes investigaciones por cuanto a los pavimentos flexibles:

- mejorar el conocimiento del efecto de la temperatura en el deterioro del pavimento,
- mejorar el modelo de pavimento multi-capas empleado en esa investigación, dada la necesidad de tomar en cuenta la dinámica de la huella de la llanta en el pavimento,
- modelar posiciones de pavimento adyacentes a los costados (cuya falla es común),
- validar las formulaciones exponenciales empleadas para el análisis de la fatiga de los pavimentos flexibles, ya que se obtuvo que para exponentes pequeños (de 1 a 3), el efecto predominante es el peso global del vehículo, mientras que para exponentes elevados, el efecto predominante es el peso por eje,
- estudiar dinámicamente el comportamiento de las suspensiones de hojas,

- estudiar la repetibilidad espacial, o sea, los patrones de distribución de las cargas a lo largo del perfil de pavimento, y
- estudiar el efecto que distintas combinaciones de empleo de suspensiones de aire y hojas en los tractores o semirremolques, tienen sobre el deterioro de los pavimentos.

En el caso del Programa DIVINE, es pertinente indicar que fue creado con los siguientes objetivos por cuanto a pavimentos: evaluar los diferentes tipos de suspensión respecto al deterioro de la infraestructura, comparar resultados de pruebas bajo condiciones específicas, incluyendo su simulación por computadora, y revisar la existencia/incidencia de patrones de distribución espacial de las cargas dinámicas de los vehículos sobre la vida y desempeño de los pavimentos.

Como se puede observar, los objetivos del Programa DIVINE fueron más concretos, y de alguna forma, de acuerdo a la cronología de la realización de ambos estudios, el Programa NCHRP sirvió de base para el desarrollo del DIVINE. Un enfoque diferente entre ambos programas radica en el empleo de diferentes herramientas, ya que mientras que el NCHRP empleó herramientas de análisis teóricas, en el DIVINE se emplearon principalmente métodos experimentales.

Como conclusiones del DIVINE se indican las siguientes:

- la variación de las propiedades de los pavimentos debe ser considerada al investigar el potencial efecto de los vehículos sobre el pavimento,
- la suspensión de hojas genera mayores fuerzas dinámicas y por lo tanto causa mayor deterioro en el pavimento,
- el efecto de las cargas dinámicas de los vehículos, significa una diferencia del orden del 23 %, respecto a cargas estáticas,

- existe una liga importante entre los tipos de suspensión empleados en los tractores y semirremolques, y las cargas dinámicas que las combinaciones vehiculares generan sobre el pavimento,
- por efecto de la repetibilidad espacial, el deterioro de los pavimentos flexibles puede incrementarse entre un 30 y un 50 %.

1.2.4 Discusión

De lo señalado hasta ahora, es posible identificar diferentes vertientes para futuras investigaciones. Un aspecto es el de desarrollar una herramienta de análisis la cual permitiese el predecir el daño sufrido por los pavimentos con base al tránsito y a las condiciones ambientales, lo cual permitiría hacer más eficiente la administración del mantenimiento de los caminos. Otro aspecto sería el de contar con los medios para poder establecer recomendaciones por cuanto al uso de la infraestructura (tarifas, impuestos, pesos por eje, pesos brutos vehiculares, etc.). Al respecto, es importante señalar que de acuerdo al determinismo necesario en la evaluación del efecto potencial de los vehículos sobre el pavimento, es obligado considerar en forma realista tanto los flujos y características vehiculares, como las características de los caminos en el tramo a evaluar. A este respecto, es conveniente resaltar la necesidad de evaluar tramos largos de carretera.

De lo expuesto en el párrafo anterior, se identifica la conveniencia de contar con una herramienta de cálculo que incluya tanto los modelos de pavimento como de vehículos, permitiendo una simulación masiva de esta interacción. Revisando las posibilidades de este esquema en la perspectiva de lo que se ha reportado en la literatura, no existe una metodología que permita ello, dado que los modelos actualmente disponibles son sólo avances en los diferentes campos de acción. La metodología más completa encontrada - la desarrollada por Collop y Cebon [29] - carece en la actualidad de un esquema computacional independiente, ya que emplea como submódulos lo desarrollado en el programa VESYS. Asimismo, esta metodología acusa el error, ya señalado, de que a iguales deformaciones corresponden iguales deterioros, aparte de que no considera los aspectos "micro" de la interacción llanta-pavimento y de tener reconocidas restricciones computacionales para su aplicación [32].

A manera de conclusión se podría anotar que al darse la interacción de los vehículos con el pavimento en un contexto de variantes infinitas por cuanto a las condiciones de los vehículos, del pavimento y del ambiente, los esquemas de cómputo y metodologías actualmente disponibles no permiten un análisis realista de la interacción de los vehículos con el pavimento, ya que un enfoque de esta naturaleza involucraría la simulación de cientos de miles de vehículos diferentes, con varios niveles de carga, circulando a diferentes velocidades sobre diferentes perfiles de pavimento, y todo esto bajo condiciones ambientales cambiantes. Así, se requiere entonces de un esquema novedoso de análisis que partiendo de principios físicos y variables asociadas al deterioro potencial del pavimento, permita la simulación realista de la interacción vehículo – pavimento, entendiendo ésta como la simulación de flujos reales de vehículos circulando en longitudes de pavimento también reales, bajo condiciones ambientales cambiantes.

1.3 Alcance de la investigación

Atendiendo lo referente a las necesidades de investigación planteadas en la literatura y a las limitaciones de los enfoques hasta ahora aplicados, en esta sección se resume un conjunto de necesidades de investigación, ordenadas en forma estructural.

Como necesidad de más alto nivel se plantea el contar con una herramienta de cálculo, la cual permita efectuar estudios del potencial efecto dañino de los vehículos sobre las infraestructuras, considerando tanto flujos vehiculares como longitudes reales de pavimento. Para alcanzar este objetivo primario, es necesario cumplir metas de menor alcance, las cuales son:

- Contar con modelos matemáticos de la respuesta dinámica de los vehículos al perfil del pavimento, con objeto de predecir las fuerzas que estos vehículos ejercen sobre el pavimento.
- Contar con un modelo de pavimento el cual permita incorporar las propiedades más relevantes de desempeño del mismo, pero que a su vez no implique esquemas computacionales que impidan la consideración de longitudes reales de carreteras.

- Desarrollar una formulación mediante la cual se pueda establecer una conexión entre una variable física de la interacción vehículo pesado - pavimento y el deterioro mismo de los pavimentos, validando tal variable con resultados experimentales reconocidos mundialmente.
- Contar con un esquema que integre, en un solo programa de cálculo, las propiedades y las condiciones de operación tanto del vehículo como del pavimento, y que a su vez permita efectuar análisis paramétricos de la interacción vehículo pesado - pavimento. Estos análisis paramétricos pudiendo abarcar tanto aspectos del vehículo y sus condiciones de operación como de la carretera y temperatura de trabajo.

En el Capítulo 2 de este trabajo se presenta el desarrollo de los modelos matemáticos de los vehículos y el método de solución para obtener la respuesta dinámica de éstos al perfil del pavimento, el cual se basa en el Método de las Matrices de Transición de Estado. Las ecuaciones de movimiento de los vehículos se obtuvieron mediante un enfoque Newtoniano. El método de solución, llamado por brevedad en este trabajo, Método de las Matrices de Transición (*MMT*), considera la respuesta dinámica de un sistema de primer orden a una perturbación discreta dada, de tal manera que esta perturbación es expresada como una integral de convolución [43]. Esta respuesta al impulso es sumada a la respuesta libre del sistema, dando con ello una respuesta total. Los impulsos considerados, constituyen la perturbación discreta a los modelos de los vehículos, la cual está asociada a un perfil de pavimento. Los Apéndices “A” y “B” están ligados a este capítulo, en el primero se presentan los diagramas de cuerpo libre de las masas de los diferentes vehículos considerados, a partir de los cuales son obtenidas las ecuaciones de movimiento. En el Apéndice “B” se describe y desarrolla el Método de las Matrices de Transición. Asimismo, en este capítulo se explica la relación entre la respuesta dinámica de los vehículos al perfil del pavimento y las fuerzas dinámicas resultantes sobre el pavimento, mismas que serán aplicadas al modelo de pavimento desarrollado en el capítulo posterior.

En el Capítulo 3 se desarrolla el modelo y esquema de cálculo para el comportamiento del pavimento asfáltico considerado, introduciendo la evaluación de la energía de deformación elástica asociada a la deformación del mismo. El pavimento es considerado compuesto de elementos asfálticos no

acoplados, a los cuales se les aplican las fuerzas calculadas mediante los modelos de vehículos desarrollados en el capítulo anterior. En este capítulo se describen las fórmulas asociadas a la deformación elástica de los elementos, en donde las propiedades de rigidez de los materiales del pavimento son función tanto de factores intrínsecos a los pavimentos como de las condiciones de aplicación de la carga por cuanto al tiempo de permanencia del vehículo sobre los correspondientes bloques de pavimento. Se propone una relación entre los ciclos de aplicación de las cargas de los vehículos, y el endurecimiento o rigidización del material asfáltico que compone a los elementos de pavimento del modelo desarrollado. Como se presenta posteriormente en el Capítulo 4, este endurecimiento es empleado en el proceso de relacionar las sumas de las energías elásticas almacenadas transitoriamente en el pavimento con el deterioro del mismo por generación de roderas.

En el Capítulo 4 se aplica la formulación desarrollada en los capítulos anteriores, comparando los resultados de las energías elásticas con los obtenidos experimentalmente en la Prueba AASHO (*American Association of State Highway Officials*). Al respecto, a partir de una calibración hecha para un cierto nivel de carga, otras curvas, a otros niveles de carga, son predichas una aceptable exactitud, con lo que se considera comprobado el enfoque energético aplicado.

En el Capítulo 5 se presentan diversos análisis paramétricos de la interacción vehículo pesado – pavimento, en los que los niveles de energía de deformación elástica se obtienen como una función de la velocidad del vehículo, la rigidez y amortiguamiento de la suspensión, la rigidez y amortiguamiento de las llantas, la longitud del vehículo y el nivel de carga útil. Respecto al pavimento, se analiza el efecto que tienen la forma de su perfil y su temperatura. De manera previa a estos análisis energéticos, en este capítulo se incluye un análisis de la respuesta en frecuencia de los distintos vehículos considerados, resultados que, expresados en densidad espectral de fuerza, muestran tendencias y características esperados. Asimismo, el enfoque energético es comparado con otras variables empleadas para evaluar el efecto de los vehículos sobre el pavimento.

Empleando el esquema energético presentado en el Capítulo 3, y los modelos de vehículos desarrollados en el Capítulo 2, en el Capítulo 6 se presenta un esquema para la simulación masiva de la interacción de los vehículos pesados con el pavimento, lo cual atiende de alguna manera la necesidad de

contar con una herramienta de análisis integral de la interacción vehículo pesado – pavimento, planteada en el presente capítulo. Esta simulación masiva es posible dados los tiempos de cómputo de ejecución de los modelos, lo cual permite efectuar simulaciones de gran cantidad de vehículos a su paso por carreteras de longitudes considerables. Asimismo, el arreglo propuesto permite la consideración de esquemas de cómputo paralelo en uno o en varios procesadores.

Finalmente, en el Capítulo 7 se incluyen las conclusiones de este trabajo, las cuales se ubican en el contexto de las investigaciones reportadas sobre el tema, tomando en cuenta el modelo de análisis y los resultados presentados en esta tesis. Se plantean las limitantes del trabajo efectuado y se identifican líneas de investigación futura con relación a la interacción de los vehículos pesados con el pavimento.

Capítulo 2

Modelos de los vehículos a simular

2.1 Introducción

Una consideración fundamental de esta investigación es que la respuesta dinámica del vehículo al perfil de la carretera es independiente de la repuesta (deformación), sufrida por el pavimento por efecto del paso de los vehículos. La justificación para esto es que la deformación del pavimento y aquella sufrida por los componentes del vehículo, son de distinto orden de magnitud. Es importante destacar que esta consideración ha sido ampliamente aceptada en el contexto de este tipo de investigaciones [6,10], lo que implica que en la simulación de la interacción vehículo pesado – pavimento, se tengan dos sistemas, uno es el vehículo, el otro el pavimento, los cuales no están acoplados. Asimismo, el vehículo ha sido idealizado como un conjunto de masas rígidas acopladas por elementos flexibles carentes de masa, lo cual también es un enfoque generalizado y aceptado [18,13,33,34,35]. Asimismo, se supone que el modelo es lineal, dado que se considera que las perturbaciones a que son sometidos los vehículos no implican una alteración significativa del comportamiento lineal del vehículo. Al respecto, a finales del Capítulo 5 se presenta una sección en la que el efecto no lineal, para la amplitud de perturbaciones considerado, es despreciable. Con base en estas consideraciones, en este capítulo se presentan los aspectos físicos de la obtención de las ecuaciones de movimiento de los vehículos, haciendo referencia al método de solución empleado para la obtención de la respuesta dinámica de éstos al perfil del pavimento. El proceso de obtención de las ecuaciones de movimiento y su planteamiento de acuerdo al método de solución

empleado, es ejemplificado a través de la aplicación de este proceso, a la respuesta dinámica de un vehículo *cuarto de carro*. De la misma manera, se describen los vehículos simulados y se explican las ventajas computacionales que presenta el método de solución seleccionado.

Nomenclatura

k : constante de resorte (kN/m)

c : constante de amortiguamiento (kNs/m)

m : masas de los distintos componentes de los vehículos (kg)

Y_p : altura del perfil del pavimento (m)

Subíndices:

0 a 3 : los distintos ejes de los vehículos

c : cabina

L : llantas

s : suspensión

n : masa no suspendida, o eje

2.2 Desarrollo del modelo del cuarto de carro

Las ecuaciones de movimiento del vehículo cuarto de carro mostrado en la Figura 2.1, de acuerdo a los desplazamientos mostrados en la Figura 2.2 y según los diagramas de cuerpo libre de la Figura 2.3, son:

$$m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_n) - c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_n) \quad (2.1)$$

$$m_n \ddot{z}_n = k_s(z_s - z_n) + c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_n) - k_L(z_n - Y_p) - c_L(\dot{z}_n - \dot{Y}_p) \quad (2.2)$$

Reagrupando estas ecuaciones, se tiene que:

$$\ddot{z}_s = -(k_s / m_s)z_s + (k_s / m_s)z_n - (c_s / m_s)\dot{z}_s + (c_s / m_s)\dot{z}_n \quad (2.3)$$

$$\ddot{z}_n = (-k_s + k_L)/m_n z_n + (c_s/m_n)\dot{z}_s - ((c_s + c_L)/m_n)\dot{z}_n + (k_L/m_n)Y_p + (k_s/m_n)z_s + (c_L/m_n)\dot{Y}_p \quad (2.4)$$

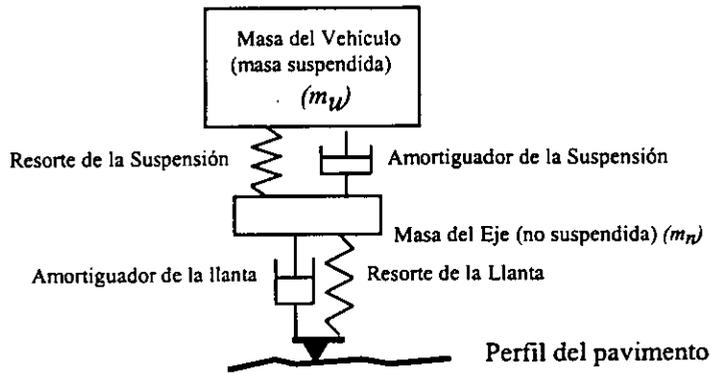


Figura 2.1 Vehículo cuarto de carro.

El proceso presentado, en el que las ecuaciones de movimiento (2.3) y (2.4) se obtuvieron a partir de la aplicación de la Segunda Ley de Newton al diagrama de cuerpo libre de las masas del vehículo cuarto de carro, es el mismo que ha sido empleado para la obtención de las ecuaciones de movimiento de los demás vehículos simulados.

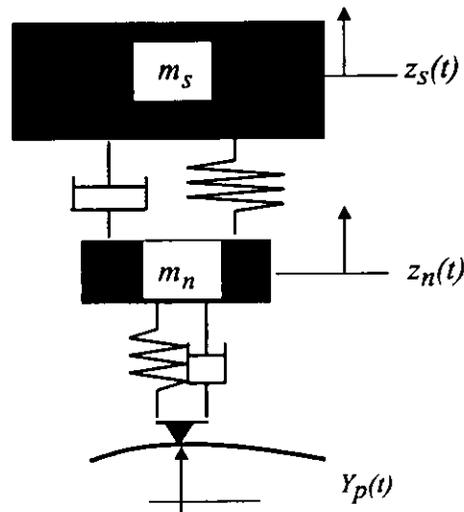


Figura 2.2 Desplazamientos de las masas del cuarto de carro.

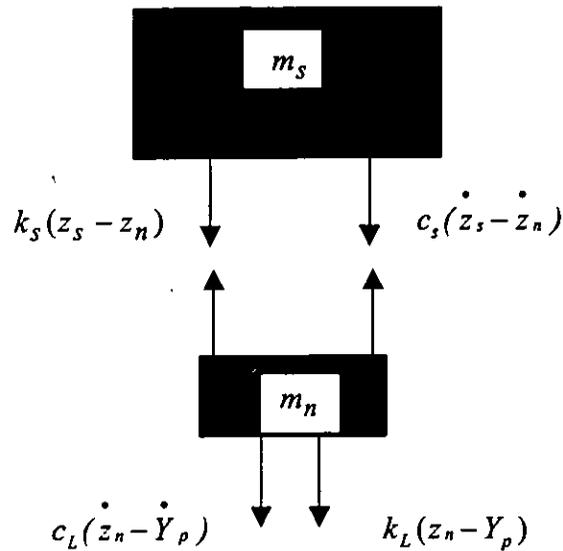


Figura 2.3 Diagramas de cuerpo libre de las masas del cuarto de carro.

2.3 Obtención de los modelos de los vehículos

Haciendo referencia a los apéndices respectivos, en esta sección se describe el proceso de obtención de las ecuaciones de movimiento de los distintos vehículos considerados. El laborioso desarrollo algebraico entre la aplicación de la Segunda Ley de Newton a los diagramas de cuerpo libre de las masas de los vehículos, y la expresión final de las ecuaciones de movimiento, se encuentra reportado aparte [36], mientras que en el Apéndice “A” se muestran los diagramas de cuerpo libre y ecuaciones de movimiento para cada tipo de vehículo simulado.

Es importante señalar que en el desarrollo de los modelos de vehículos, se ha considerado que el vehículo se mueve en línea recta, y que no hay diferencia de masa ni en propiedades entre las ruedas y suspensiones del lado izquierdo y las correspondientes del lado derecho. A continuación se describen los vehículos simulados.

Vehículo C2

En la Figura 2.4 se muestra el esquema correspondiente para el vehículo unitario con dos ejes, así como su diagrama de cuerpos rígidos acoplados por cuerpos flexibles. Este vehículo posee cuatro grados

de libertad, uno en cada uno de sus ejes (z_0 para el eje direccional y z_1 para el eje motriz), correspondiendo los otros dos, al desplazamiento vertical (z_T) y al "cabeceo" (ϕ) de la masa suspendida.

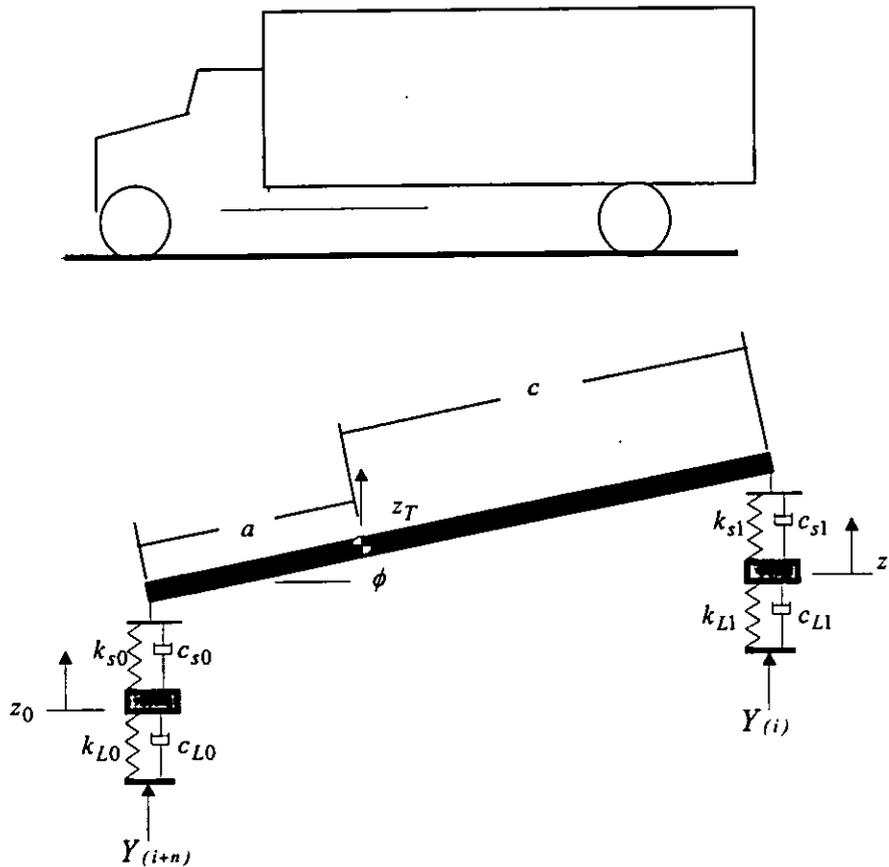


Figura 2.4 Vehículo unitario tipo C2.

Vehículo C3

En la Figura 2.5 se muestra el diagrama correspondiente para el vehículo unitario con tres ejes, así como su respectivo esquema de cuerpos rígidos acoplados por cuerpos flexibles. Este vehículo posee seis grados de libertad. Uno en cada eje del vehículo (z_0 para el eje direccional, z_3 para el eje delantero del tándem motriz y z_4 para el eje trasero del tándem motriz), otros en el desplazamiento vertical (z_T) y "cabeceo" (θ) de la masa suspendida, y el último en el giro del balancín de repartición de carga del tándem, α .

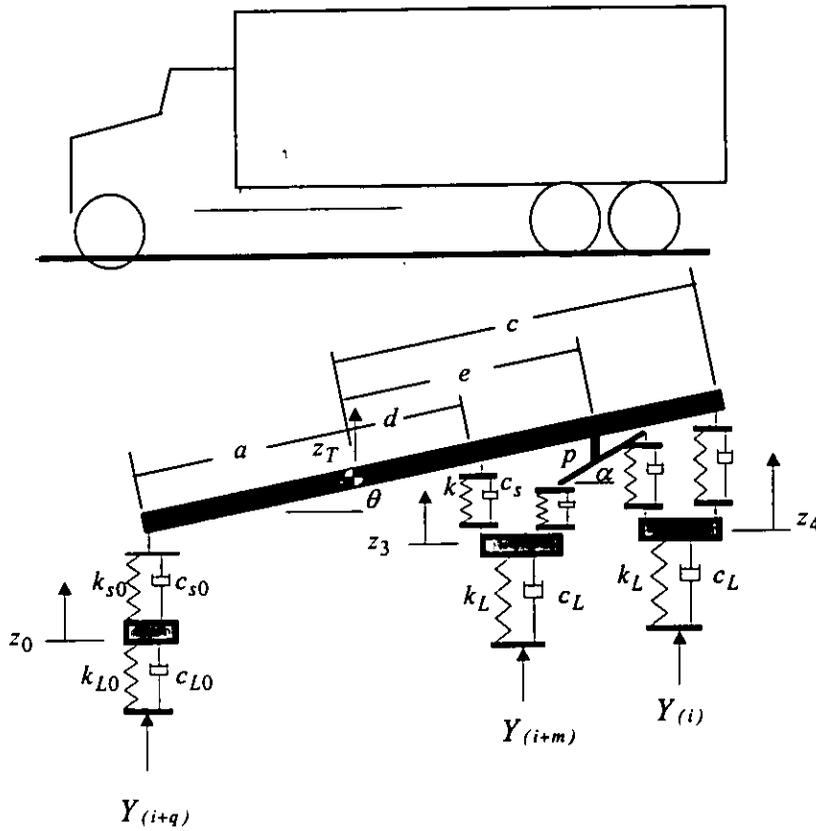


Figura 2.5 Vehículo unitario tipo C3.

Vehículo T2S1

En la Figura 2.6 se muestra el esquema correspondiente para la combinación vehicular consistente de un tractor con dos ejes y un semirremolque con un solo eje, así como su representación de cuerpos rígidos acoplados. Aunque de distinta naturaleza, este vehículo posee, al igual que el tipo C3, seis grados de libertad. Tres grados corresponden a los ejes (z_0 para el eje direccional, z_1 para el eje motriz y z_2 para el eje del semirremolque). Los otros tres grados corresponden al doble péndulo que se compone por los dos cuerpos acoplados (el del tractor y el del semirremolque). Esto es, la posición vertical y angular del tractor, z_T y ϕ , respectivamente, y la posición angular del semirremolque, θ .

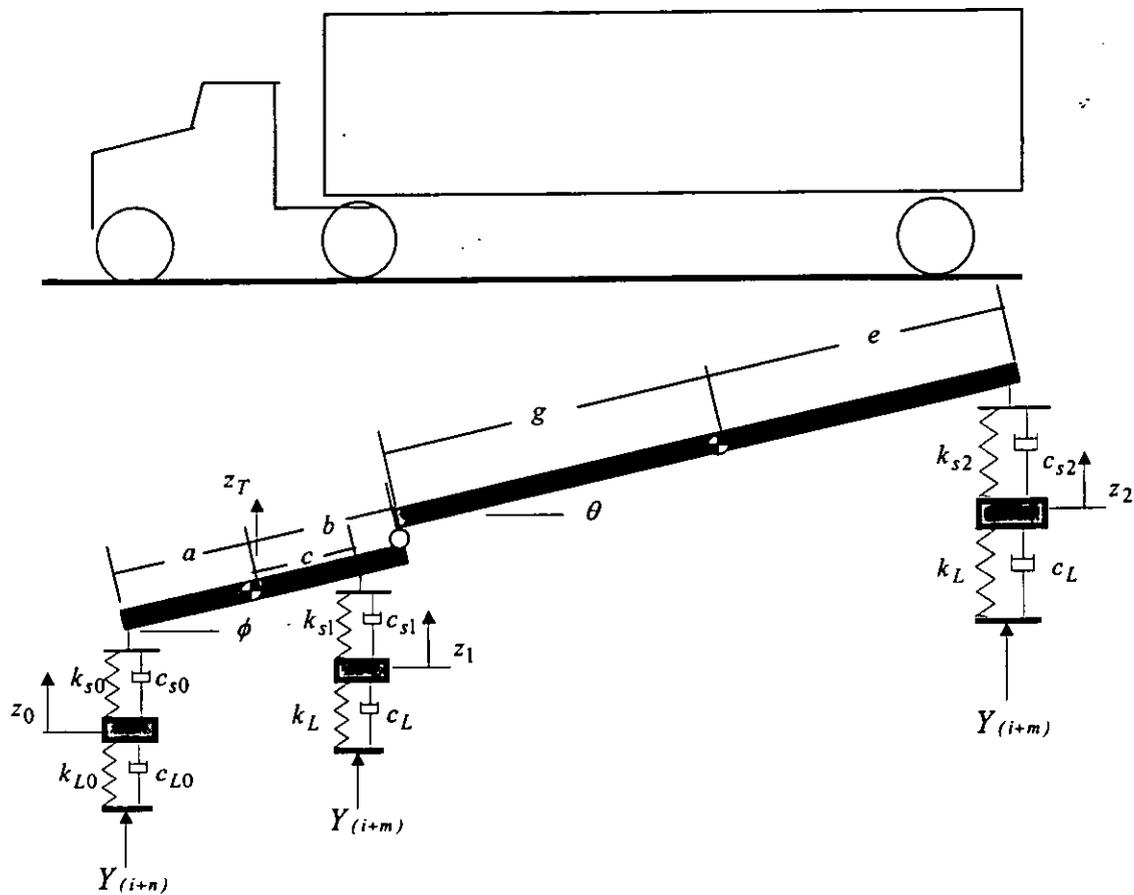


Figura 2.6 Combinación vehicular tipo T2S1.

Vehículo T3S2

En la Figura 2.7 se muestra el diagrama de la combinación vehicular que consiste de un tractor con tres ejes y un semirremolque con dos ejes. Bajo el esquema de cuerpos rígidos acoplados por elementos flexibles carentes de masa, este vehículo posee nueve grados de libertad. Tres grados de libertad corresponden directamente a los ejes (z_0 para el eje direccional y z_3 y z_4 para los ejes delantero y posterior del semirremolque, respectivamente). Dos grados de libertad corresponden a la viga de la suspensión de balancín (z_1 para la posición vertical, ω para la posición angular). Al igual que para el caso del vehículo T2S1, otros tres grados de libertad corresponden al doble péndulo formado por los cuerpos articulados del tractor y el semirremolque. El noveno grado de libertad está dado por el balancín de repartición de carga del tándem del semirremolque. Como se puede apreciar, diferentes tipos de

suspensiones han sido considerados para el tándem del tractor y el tándem del semirremolque. Esto es, para el tractor ha sido considerada una suspensión tipo viga oscilante o de balancín (*walking beam*) y para el semirremolque una de cuatro muelles.

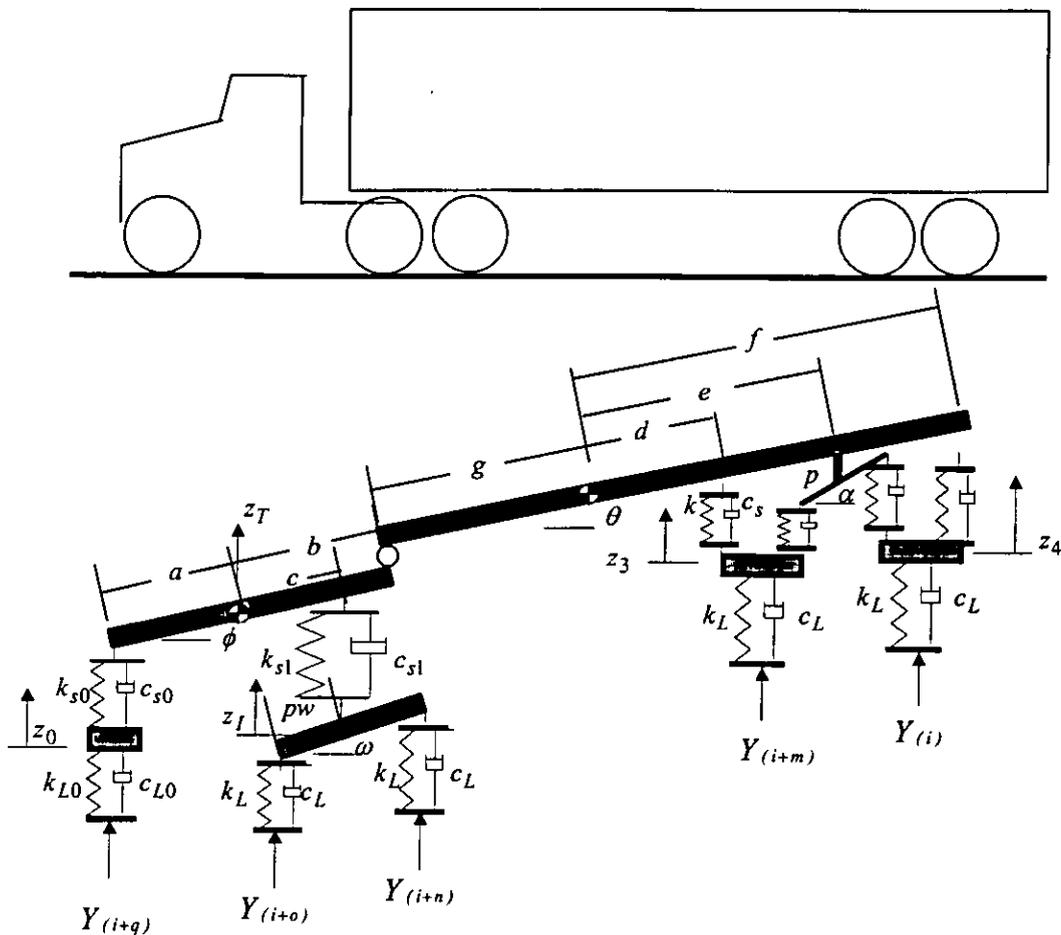


Figura 2.7 Combinación vehicular tipo T3S2.

Vehículo T3S3

En la Figura 2.8 se muestra el esquema de la combinación vehicular en la que tanto el tractor como el semirremolque tienen tres ejes. Asimismo, en esta figura se muestra su representación de cuerpos rígidos acoplados. Para esta combinación vehicular, se identifican once grados de libertad. Cuatro grados de libertad corresponden directamente a los ejes (z_0 para el eje direccional y z_3 , z_4 y z_5 para los ejes delantero, intermedio y posterior del semirremolque, respectivamente). Dos grados de libertad

corresponden a la viga de la suspensión de balancín (z_I para la posición vertical, ω para la posición angular). Al igual que para el caso de los vehículos T2S1 y T3S2, otros tres grados de libertad corresponden al doble péndulo formado por los cuerpos del tractor y del semirremolque (z_T y ϕ para el cuerpo del tractor, θ para el cuerpo del semirremolque). Los dos restantes grados de libertad son las posiciones angulares de los dos balancines de repartición de carga del eje triple del semirremolque (α y β).

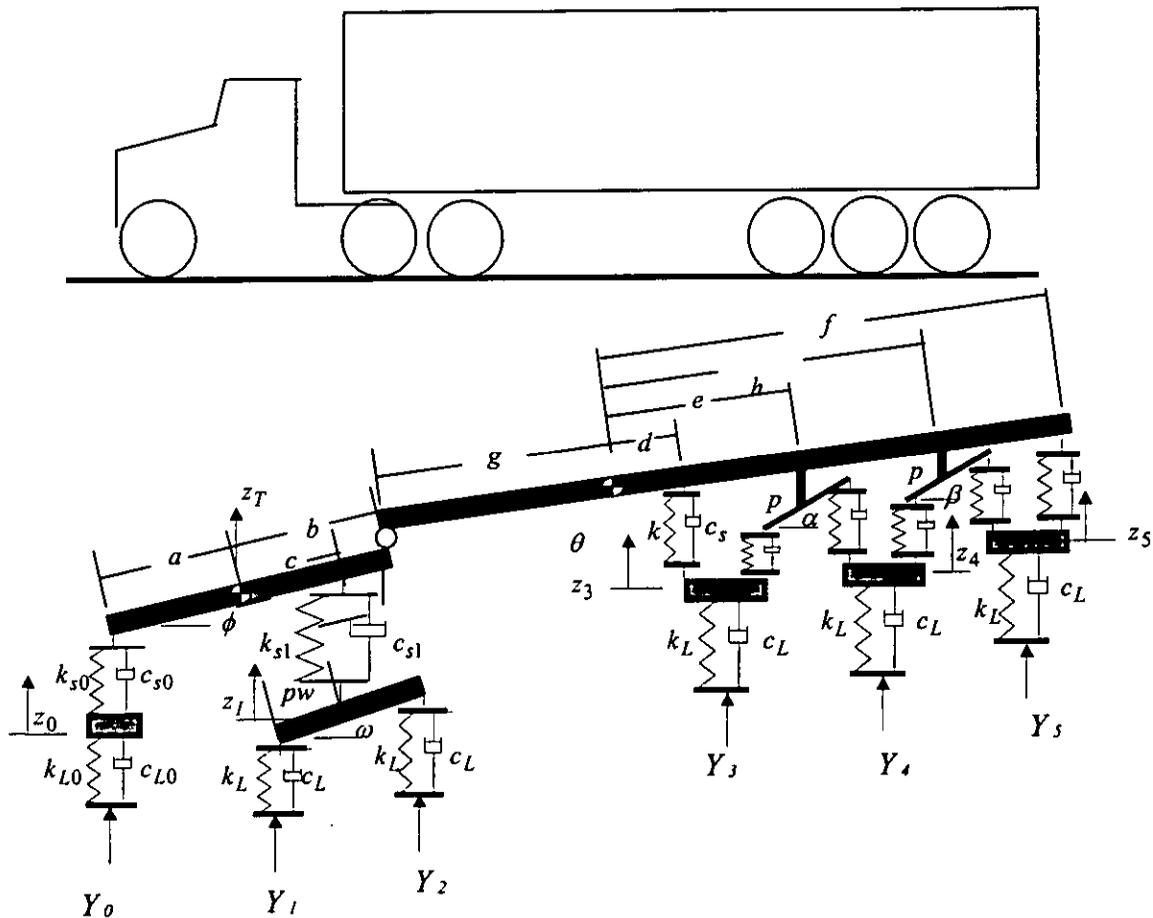


Figura 2.8 Combinación vehicular T3S3.

2.4 Método de solución

La solución de las ecuaciones de movimiento de los vehículos se ha efectuado empleando el Método de las Matrices de Transición (*MMT*), el cual fue primeramente empleado, en este mismo contexto, por Gillespie y Sayers [37,44]. Este método parte de la solución de un sistema de primer orden, aplicando el

mismo tipo de solución a sistemas de segundo orden, al expresar las ecuaciones de movimiento de estos últimos como un sistema de primer orden de variables de estado. El *MMT* se describe y desarrolla en el Apéndice "B".

2.4.1 Solución para el vehículo cuarto de carro

Expresando a las ecuaciones de movimiento (2.3) y (2.4) como un sistema de primer orden, se tiene que:

$$\left\{ \dot{y}(t) \right\} = [A]\{y(t)\} + [B]\{Y(t)\} \quad (2.5)$$

donde :

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(k_s/m_s) & -(c_s/m_s) & (k_s/m_s) & (c_s/m_s) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ (k_s/m_n) & (c_s/m_n) & -(k_s+k_L)/m_n & -(c_s+c_L)/m_n \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (k_L/m_n) & (c_L/m_n) \end{bmatrix}, \quad \{y(t)\} = \begin{Bmatrix} z_s \\ \dot{z}_s \\ z_n \\ \dot{z}_n \end{Bmatrix} \quad \text{y} \quad \{Y(t)\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ Y \\ \dot{Y} \end{Bmatrix}$$

Una vez obtenidas estas expresiones, se procede a aplicar el *MMT*.

Ecuaciones para los vehículos simulados

En el caso de los vehículos simulados, los tamaños de las matrices $[A]$ y $[B]$ son desde 8 x 8 en el caso del vehículo C2, hasta de 22 x 22 en el caso del vehículo T3S3.

2.4.2 Comprobación de la programación del método *MMT*

Con objeto de tener elementos para comprobar la programación efectuada del método *MMT*, se realizó la comparación de resultados con el Método Runge – Kutta de cuarto orden. Reconociendo que el método Runge - Kutta no es el más eficiente para resolver este problema, se admite que es un método numérico muy “robusto”, y se emplea en este caso sólo como medio para comprobar los resultados del método *MMT*. Para esto se ha empleado un vehículo de siete grados de libertad, tractor con cabina, mostrado en la Figura 2.9. Como se puede apreciar en ésta, los grados de libertad lineales son las posiciones verticales de las masas del eje delantero (z_0), de la cabina (z_C), de la suspensión de balancín (z_I) y del bastidor (z_T); los otros grados de libertad son las posiciones angulares del bastidor (ϕ), de la cabina (ψ) y de la suspensión de balancín (ω). En este caso, la única perturbación que se ha introducido es la posición y su derivada del apoyo del eje delantero, definida como:

$$\begin{aligned} Y_0 &= 0.02 \operatorname{sen}(6.28\omega t) \\ \dot{Y}_0 &= 0.02\omega \operatorname{sen}(6.28\omega t) \end{aligned} \tag{2.7}$$

donde ω es la velocidad angular (rad/s) y t es el tiempo (s).

Comparación de resultados

La comparación de resultados se ha efectuado a partir de la vibración de los distintos grados de libertad del vehículo, encontrándose que prácticamente no hubo diferencia entre los resultados entregados por ambos métodos [38]. Esto es, la diferencia se detectó hasta la quinta cifra significativa, al tabular los resultados en metros.

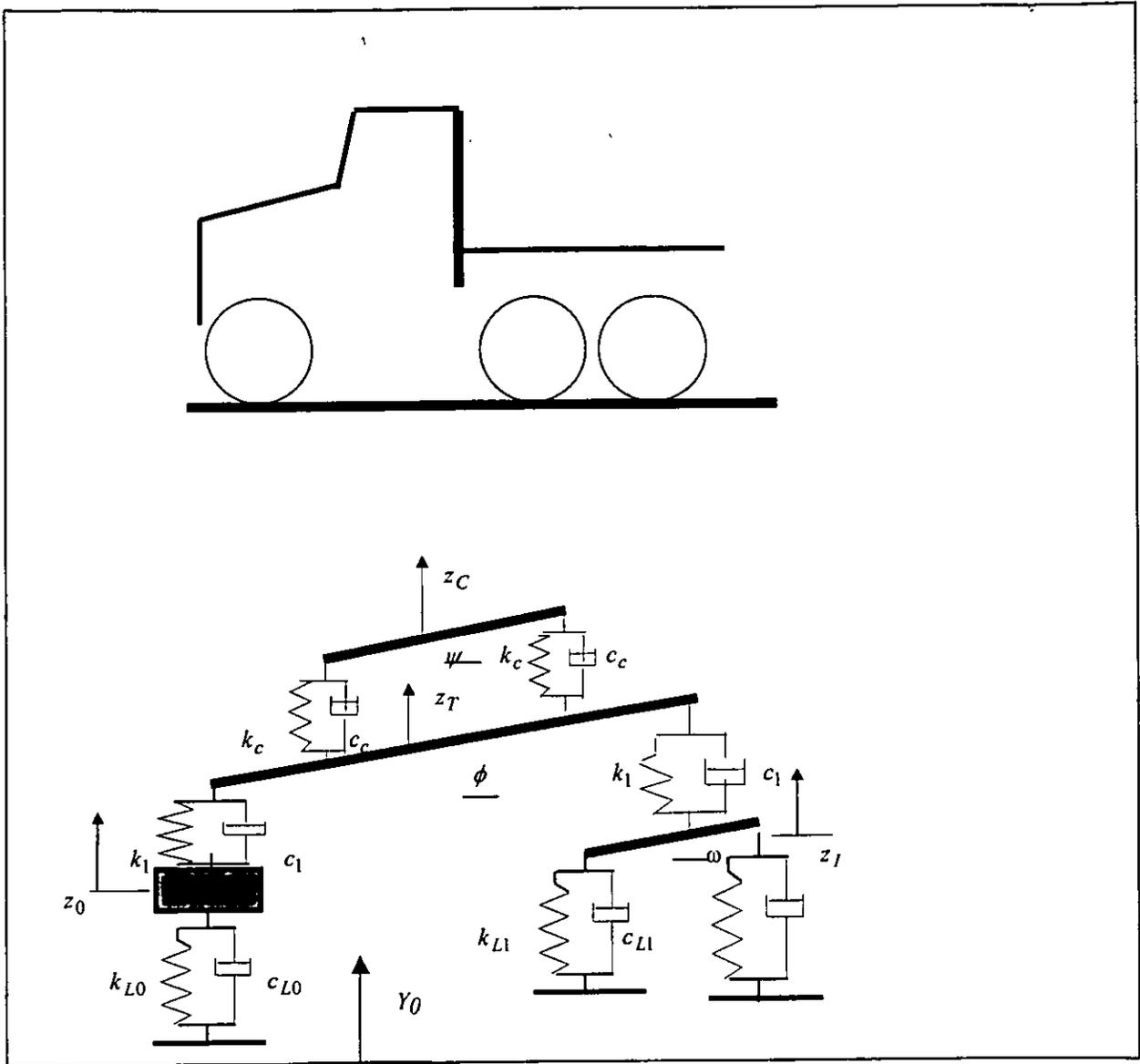


Figura 2.9 Representación del tractor de una combinación tractor-semirremolque.

2.5 Cálculo de las fuerzas ejercidas sobre el pavimento por los vehículos

Una vez conocidas las posiciones de los diferentes ejes en función del tiempo, dada la solución del vector de estado $\{y(t)\}$ de la ecuación (2.5), y tomando en cuenta la posición longitudinal a lo largo del perfil así como la altura de este perfil en la posición de las llantas, las fuerzas que los vehículos ejercen sobre el pavimento puede determinarse a partir de la siguiente ecuación general:

$$F(t) = (z(t)_L - Y(t)_L)k_L \quad (2.8)$$

donde $z(t)_L$ es la posición del eje considerado en la evaluación de la carga del vehículo sobre el pavimento y $Y(t)_L$ es el perfil de la carretera en el punto considerado.

Capítulo 3

Enfoque energético a la deformación del pavimento

3.1 Introducción

En este capítulo se introduce un enfoque energético al deterioro de los pavimentos asfálticos, se establece la ecuación para la energía de deformación y se aplica a un modelo de pavimento discreto no acoplado. El deterioro considerado del pavimento es el asentamiento que sufre éste por el paso de los vehículos. Es importante notar, que el modelo de pavimento es elástico y que la suma de la energía producida durante un cierto número de ciclos, se asocia a un nivel de asentamiento del pavimento (rodera) que se presenta en el mismo número de ciclos de carga. De esta manera, se establece una ecuación en la que el nivel de energía elástica se suma, correlacionándose el total de esta energía con la profundidad de rodera que se obtiene en el mismo número de ciclos en una prueba experimental. Este modelo incorpora una constante de calibración, la cual corresponde a un fenómeno físico experimentado por el material asfáltico, a saber, su endurecimiento por trabajo al soportar cargas repetidas.

3.2 Descripción del modelo de interacción vehículo – pavimento

El modelo propuesto en esta tesis para analizar la interacción de los vehículos pesados con el pavimento, es el resultado de un proceso de investigación en el que como primera etapa fueron desarrollados los modelos de respuesta dinámica de los vehículos pesados al perfil del pavimento.

Posteriormente se identificó la necesidad de definir una variable la cual reflejase el efecto potencial de los vehículos sobre el pavimento. Al estar ligado el aspecto computacional con estos desarrollos físico-matemáticos, el modelo resultante conjuga aspectos computacionales con los aspectos físicos de la formulación. En la Figura 3.1 se ilustra el modelo, en el que el eje del vehículo transita a una cierta velocidad v sobre un pavimento discretizado en bloques hechos de mezcla asfáltica no acoplados, los cuales descansan sobre una superficie infinitamente rígida.

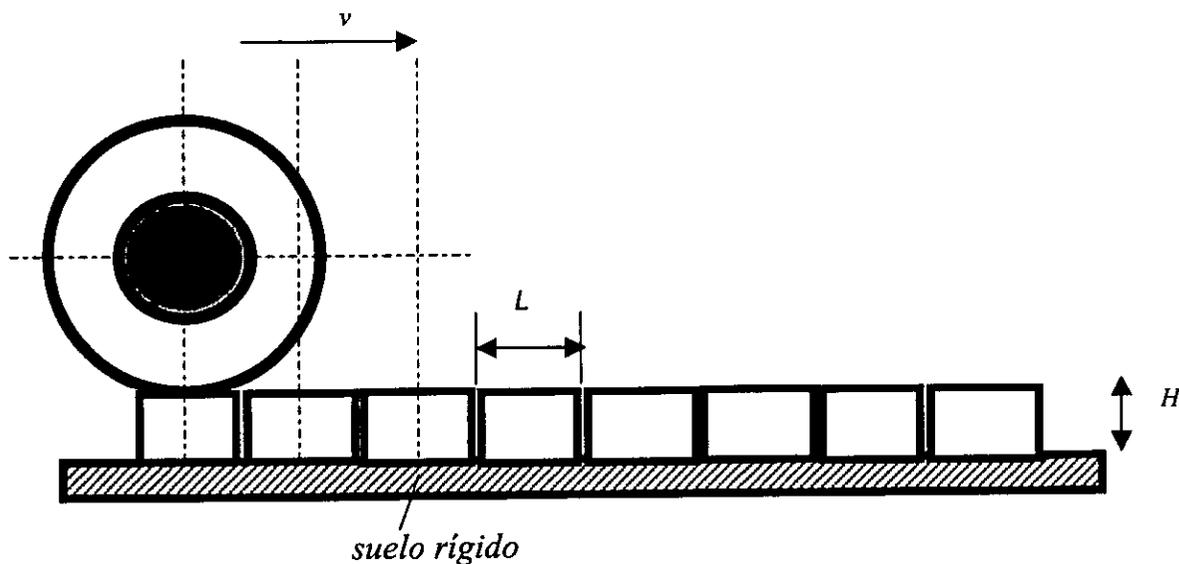


Figura 3.1 Modelo de pavimento compuesto de elementos no acoplados.

Las consideraciones para el establecimiento del modelo físico-computacional, son:

1. La llanta permanece en la superficie del elemento de pavimento, un tiempo igual al tiempo de evaluación (*time step*) del programa de cómputo, por lo que este tiempo es función de la longitud L de los elementos de pavimento, y de la velocidad de circulación del vehículo. Como consecuencia de esto, la fuerza que se aplica sobre los elementos de pavimento no varía durante el tiempo de evaluación o permanencia mencionado.
2. La sección transversal de los elementos de pavimento coincide con la "pisada" de la llanta, de tal manera que la fuerza que la llanta ejerce sobre los elementos de pavimento se distribuye uniformemente sobre el área del elemento de pavimento.

3. La llanta sólo se apoya sobre un elemento de pavimento a la vez.

Una vez que se ha descrito, mediante las tres consideraciones mencionadas, la mecánica general del modelo de interacción vehículo - pavimento, ahora se explicará el modelo de comportamiento del material asfáltico de que están compuestos los bloques de material del modelo presentado en la Figura 3.1.

Una vez hecho el cálculo, mediante la ecuación (2.9), de las fuerzas $F(t)$ que el vehículo ejerce sobre el pavimento en la posición de sus ejes, la deformación δ del elemento discreto de pavimento correspondiente, se establece mediante la ecuación:

$$F(t) = k \delta \quad (3.1)$$

para $k = A E_D / H \quad (3.2)$

donde A es el área del elemento considerado, equivalente a la huella de la llanta del vehículo pesado y H su altura. E_D es el Módulo Dinámico de Elasticidad que considera las características del pavimento y el número de ciclos de repetición de la carga de los vehículos.

La linealidad del comportamiento del pavimento expresada en (3.1), se justifica en atención a dos aspectos. Uno se basa en lo reportado en la literatura, en donde diversos autores aceptan este tipo de aproximación, al considerarse pequeñas las deformaciones involucradas en el pavimento (Cebon [10], Hopman [39], Collop [33], Gillespie[6]). En un segundo sentido, la justificación se da en la perspectiva de los objetivos planteados a partir de la necesidad descrita en el Capítulo 1, esto es, la de contar con una herramienta de cálculo que permita la consideración de flujos realistas de vehículos, en el contexto de longitudes también realistas de carreteras. De esta manera, por lo excesivo del tiempo de cálculo involucrado en un cálculo no lineal (aunque el cálculo fuese cuasi-estático), la consideración de este tipo de comportamiento implicaría la imposibilidad de considerar flujos reales de vehículos en longitudes reales de carretera.

En la ecuación (3.2), el Módulo Dinámico de Elasticidad E_D se expresa en función del número de ciclos y de un Módulo de Elasticidad Básico, E_{BASE} , de la siguiente manera:

$$E_D = E_{BASE} I^\gamma \quad (3.3)$$

donde E_D es el Módulo de Elasticidad presente, I es el número de ciclos aplicados (si I es diferente de cero, la ecuación (3.3) como está es válida, si $I =$ cero, la ecuación 3.1 queda $E_D = E_{BASE}$); γ es una constante que se obtiene de experimentos; E_{BASE} es el Módulo de Elasticidad original o "base" del material, esto es, el Módulo de Elasticidad correspondiente al material en su estado virgen. La justificación para la ecuación (3.3), en la que el material se va endureciendo por trabajo, se deriva de la evidencia experimental de que todos los materiales sufren este tipo de fenómeno.

Ahora se establecerán las ecuaciones para el Módulo Básico E_{BASE} de la ecuación (3.3). Este Módulo es dinámico en la medida en que depende del tiempo de aplicación de la carga, entre otras propiedades intrínsecas al material asfáltico.

La justificación para el empleo de este E_{BASE} se basa en la aceptación generalizada de este enfoque, a partir de su empleo en diversas aproximaciones reportadas en la literatura [40,33]. Este Módulo de Elasticidad Básico, también llamado Módulo de Rigidez, ha sido establecido de desarrollos experimentales, a partir de los cuales han sido construidos nomogramas. Así, esta propiedad de la mezcla asfáltica se ha establecido como una función tanto del porcentaje de huecos presentes en la mezcla, como del Módulo de Elasticidad o Rigidez del aglutinante asfáltico o bitumen. A su vez, el Módulo de Elasticidad del bitumen ha sido obtenido experimentalmente, y reportado también en la forma de un nomograma, mismo que permite obtener este módulo como una función de la *temperatura de suavización (TRB)* e *índice de penetración (IP)* del aglutinante asfáltico, de la temperatura de la muestra y del tiempo de aplicación de la carga [40].

Sin embargo, y ante la necesidad de facilitar la obtención de información de los nomogramas mencionados en el párrafo anterior, recientemente han sido desarrolladas ecuaciones que ajustan para ciertos rangos de aplicación de las propiedades de los aglutinantes y mezclas asfálticas.

La ecuación para el Módulo E_{BASE} , según lo reportado por Collop y Cebon [32], es:

$$E_{BASE} = E_b [1 + (257.5 - 2.5 \cdot VMA) / n(VMA - 3)]^n \quad (3.4)$$

donde :

E_b = módulo de rigidez del aglutinante

$$n = 0.83 \log[(4 \cdot 10^4) / E_b]$$

VMA = porcentaje de huecos en el agregado mineral.

siendo válida esta ecuación para cuando $12\% < VMA < 30\%$, aparte de que E_b sea mayor de 5 MPa.

En la ecuación (3.4), el Módulo E_b queda expresado de la siguiente manera, tal cual lo reporta también Collop y Cebon [32]:

$$E_b = 1.157 \cdot 10^{-7} \cdot t_i^{-0.368} \cdot 2.718^{-PI^{(R)}} \left(T_{RB}^{(R)} - T_{asp} \right)^5 \quad (3.5)$$

donde :

$T_{RB}^{(R)}$ = Temperatura de suavización del asfalto recuperado (TRB) ($^{\circ}C$).

T_{asp} = Temperatura de la muestra de asfalto ($^{\circ}C$).

$PI^{(R)}$ = Índice de penetración del asfalto recuperado (viscosidad) ($^{\circ}C$).

t_i = tiempo de aplicación de la carga (s).

Siendo esta ecuación, válida para cuando:

$$0.01 \text{seg} \leq t_i \leq 0.1 \text{seg}$$

$$-1 \leq PI^{(R)} \leq 1.0$$

$$20^{\circ} C \leq (T_{RB}^{(R)} - T_{asp}) \leq 60^{\circ} C$$

Como siguiente etapa del modelo energético propuesto en esta tesis se tiene el cálculo de la Energía Almacenada en los bloques de pavimento del esquema mostrado en la Figura 3.1. Para ello se parte de que la expresión para la energía almacenada V , al obtener una deformación ε al aplicar un esfuerzo σ , queda: $V = \frac{1}{2} \sigma(t) \varepsilon$ [41], de donde, si $\varepsilon = \sigma / E_D$, se tiene que:

$$V = \frac{1}{2} \sigma(t)^2 E_D \quad (3.6)$$

donde $\sigma = F(t) / A$, es el esfuerzo aplicado por la llanta del vehículo durante su permanencia sobre el bloque de pavimento correspondiente. Como ya fue anotado, este esfuerzo es función de la carga dinámica que un eje particular del vehículo, ejerce sobre el bloque de pavimento en turno.

Atendiendo lo expuesto hasta ahora, la energía de deformación calculada en cada uno de los elementos de pavimento, para cada ciclo de aplicación de la carga de los vehículos, se considera energía elástica. Debido al paso de muchos ejes de vehículos pesados por el mismo punto, se va acumulando el valor de la energía de deformación. Esto es, la energía de deformación elástica registrada durante cada ciclo de carga se va sumando.

La consideración de que el pavimento se deforma elásticamente en cada ciclo, permite el cálculo de la energía de deformación elástica. Esta energía de deformación elástica equivale a una energía potencial. Sobre este hecho, se ha propuesto [45,46,47] que esta energía elástica almacenada es la fuerza impulsora del crecimiento de grietas en el caso de materiales metálicos (el caso típico sería el de un resorte). De manera análoga, en este trabajo se supone que la suma de las energías elásticas almacenadas transitoriamente en el pavimento en un determinado número de ciclos, está relacionada con el deterioro de la carpeta asfáltica.

En el siguiente capítulo, el nivel de energía de deformación en el que se presenta deterioro en el pavimento, se calibra con respecto a lo reportado en los experimentos llevados a cabo por la *American Association of State Officials* (AASHO).

3.3 Secuencia de operación del modelo

En la Figura 3.2 se muestra una secuencia de los distintos cálculos asociados a la determinación del deterioro de los pavimentos. Esta secuencia consiste, primeramente, en la obtención de las fuerzas dinámicas que los vehículos ejercen sobre los distintos elementos discretos de pavimento. Posteriormente, se establece el valor, de acuerdo a la velocidad de aplicación de la carga y a las propiedades de la mezcla asfáltica, del Módulo Dinámico E_D del pavimento. Con estos dos resultados, se procede a calcular la cantidad de energía almacenada en el pavimento. La integración de esta secuencia de cálculo en un

contexto histórico de las deformaciones que va sufriendo el pavimento, complementa los cálculos efectuados.

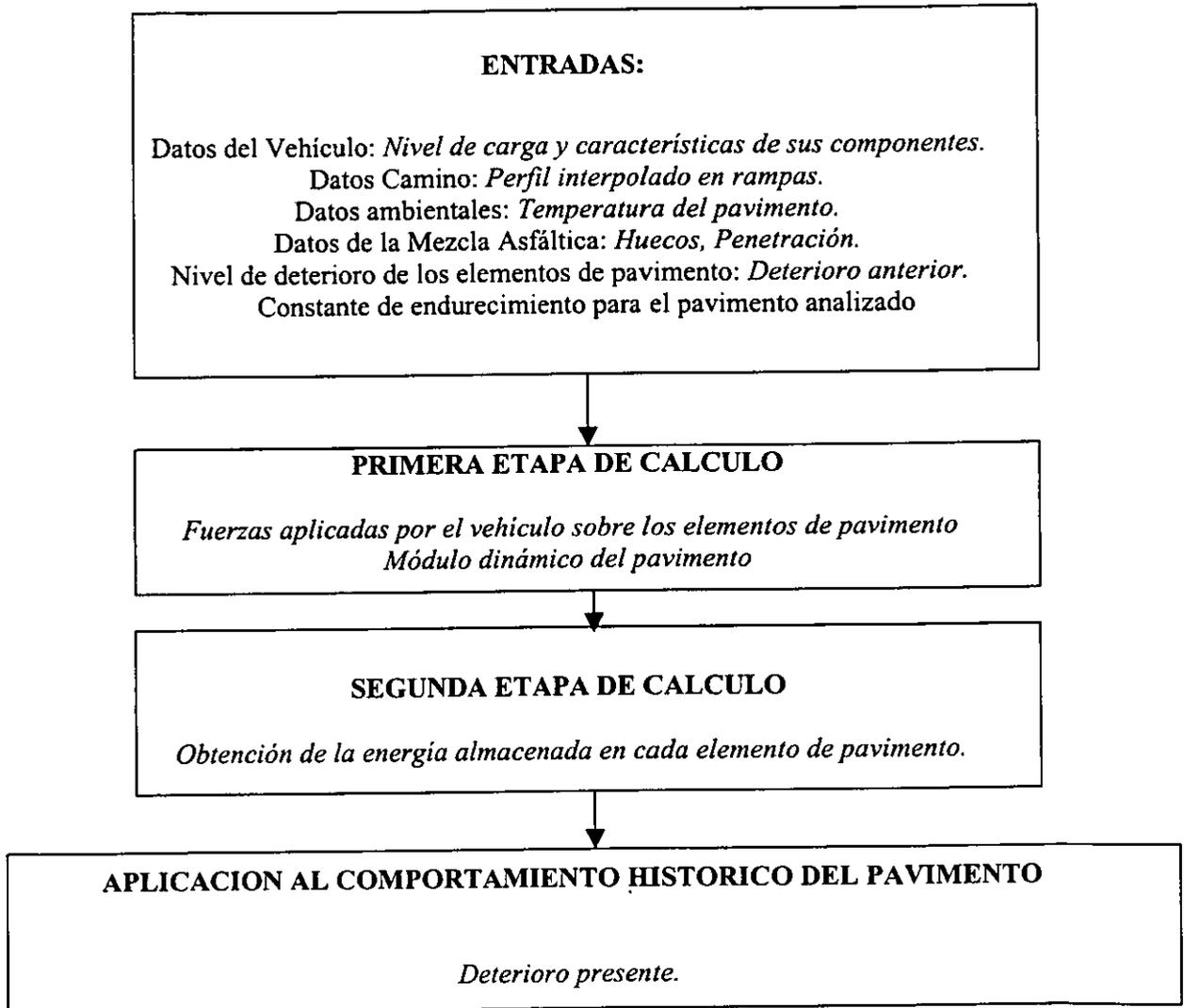


Figura 3.2 Secuencia de cálculo del modelo energético del deterioro del pavimento.

Capítulo 4

Relación entre la energía elástica de deformación y el deterioro observado experimentalmente en el pavimento

4.1 Introducción

En el capítulo precedente se ha planteado la aplicación del concepto de la energía de deformación para efectuar análisis del potencial efecto dañino de los vehículos sobre el pavimento. De esta manera, se introdujo el concepto de la energía elástica de deformación, mismo que evita la conocida limitación [7] de los enfoques tradicionales de que a iguales niveles de deformación corresponden iguales efectos sobre el pavimento. En este capítulo se analiza la relación que guarda la energía de deformación con el deterioro de los pavimentos asfálticos, buscando con ello evaluar la viabilidad del concepto propuesto en esta tesis, de que la energía elástica de deformación del pavimento puede ser empleada para evaluar el potencial efecto dañino de los vehículos sobre el pavimento. La comprobación de este planteamiento se efectúa a partir de resultados de la Prueba AASHO, los cuales constituyen, hasta la fecha, los más importantes y exhaustivos respecto al estudio del efecto que tienen tanto el nivel de carga como la configuración de los ejes, sobre el deterioro de los pavimentos. De esta forma, los resultados de la energía de deformación son calibrados. Esta calibración se hace ajustando una de las curvas obtenidas con los modelos, con su correspondiente

experimental reportada de los resultados de la prueba AASHO. Posteriormente, otras curvas, para otros niveles de carga, son exitosamente obtenidas aplicando la misma formulación energética y mismo valor de la constante de variación de la rigidez (Módulo de Elasticidad Dinámico, ED), obteniéndose en todos los casos coeficientes de correlación mayores a 0.9. Finalmente, y con objeto de redondear la idea propuesta en el contexto de los resultados de la Prueba AASHO, en este capítulo se presenta una discusión en la que se verifican las relaciones entre el nivel de carga aplicada, el número de ciclos que se aplica esta carga y la profundidad de la rodera que produce.

La relación entre el nivel de carga, el número de ciclos y la profundidad de la rodera, puede apreciarse fijando dos de estos tres parámetros y construyendo familias de curvas considerando el tercer parámetro a nivel constante. De los resultados de la Prueba AASHO, se puede establecer empíricamente que la variación del número de ciclos para producir un mismo nivel de profundidad de la rodera, para diferentes niveles de carga, varía aproximadamente en razón de la cuarta potencia del cociente de la carga aplicada y una carga nominal tomada como referencia.

En este capítulo se establece que las variaciones de los parámetros analizados (profundidad de la rodera, número de ciclos y nivel de carga aplicada), en la prueba AASHO, pueden observarse a partir de la obtención de la energía elástica de deformación, calculada con los modelos presentados en este trabajo.

4.2 Descripción de la Prueba AASHO

La denominada “Prueba AASHO” se llevó a cabo en el Estado de Illinois (EUA), entre los años de 1958 y 1960. AASHO es la *American Association of State Highway Officials*, la cual ha cambiado su nombre (1990) por AASHTO (*American Association of State Highway and Transport Officials*).

Esta prueba AASHO consistió en hacer pasar, sobre pavimentos de diferentes diseños, distintas configuraciones de ejes, cargados a varios niveles de carga. De esta manera, se circularon vehículos equipados con ejes sencillos y dobles sobre pavimentos de distintos espesores, midiendo el deterioro causado por el paso de los vehículos en términos del *PSI (present service index)*, el cual considera de manera global el deterioro del pavimento, esto es, tanto la deformación permanente como el agrietamiento

que este sufre. Al respecto, es importante señalar que las condiciones de circulación de los vehículos fueron constantes por cuanto a la velocidad de circulación, mientras que el efecto global se midió considerando las condiciones ambientales prevalecientes durante el tiempo en el que se llevó a cabo la prueba [48]. En la Figura 4.1 se muestran tres óvalos de la prueba AASHO, que corresponden al empleo de asfalto como material de construcción. En esta figura se indican los ejes que circularon por los distintos carriles (interior y exterior) de las tres espiras en las que se emplearon carpetas asfálticas de distintos espesores, como se indica en la figura. La longitud nominal de la pista fue de 2.9 km (1.8 millas), y la velocidad de circulación de los vehículos de 64 km/h (40 millas por hora).

Los resultados de la Prueba AASHO han sido ampliamente estudiados y a partir de ellos se han propuesto distintas formulaciones para predecir el comportamiento de los pavimentos durante las repeticiones de la carga. De entre las formulaciones desarrolladas reportadas en la literatura, en este trabajo se ha tomado una que atiende de manera global los distintos factores de la Prueba AASHO [50]. La justificación para proceder de esta manera, esto es, no tomar de primera mano los resultados de la Prueba AASHO sino tomar un ajuste válido reportado en la literatura, se deriva de la dispersión de los resultados de la Prueba, de donde es necesario trabajar con curvas simples ajustadas.

Como una muestra de la dispersión de los resultados de la Prueba AASHO, en la Figura 4.2 se muestran los correspondientes a una de las secciones de pruebas. Estos ajustes empleados de referencia toman la forma general [49]:

$$\varepsilon_p = AN^B \quad (4.1)$$

donde:

ε_p es la deformación permanente o profundidad de la rodera;

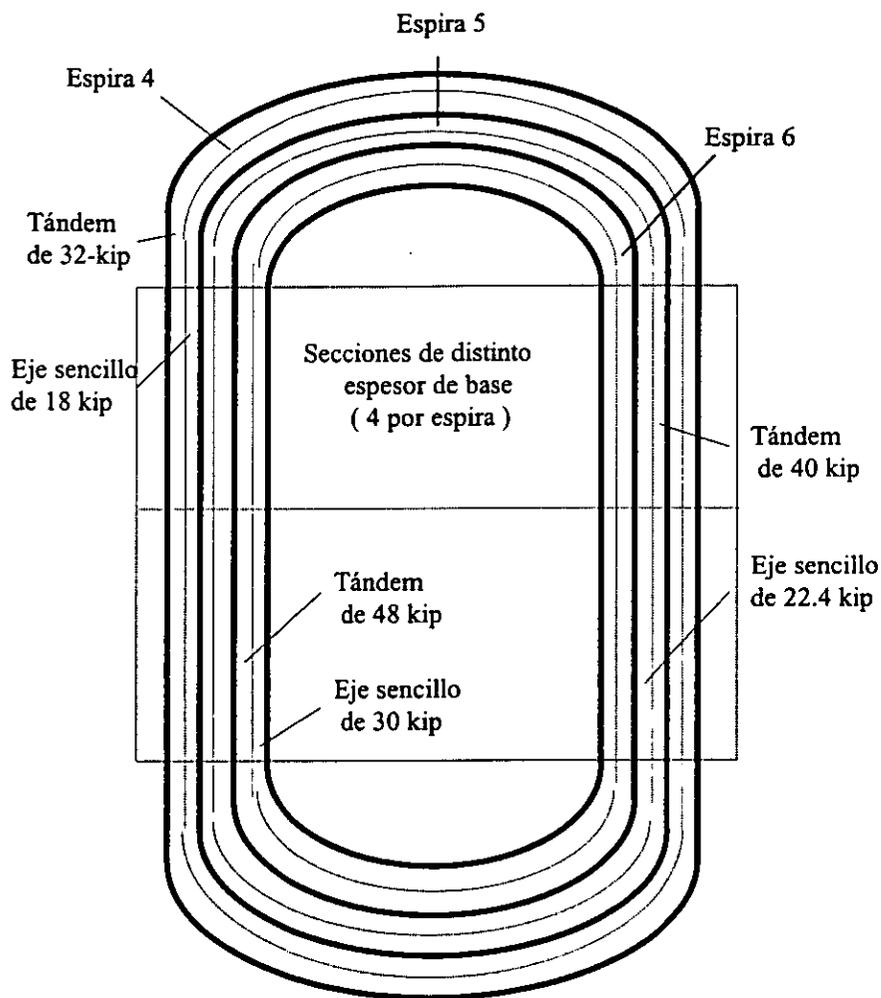
N es el número de ciclos de carga aplicados, y

A, B se reportan como propiedades del material, tabulados en la literatura [50].

De esta ecuación (4.1), la relación ε_p / N , se obtiene de la siguiente manera:

$$\varepsilon_p / N = AN^B / N$$

$$\varepsilon_p / N = A(N^{B-1})$$



Espesores de la base :

Espira 4 : 9, 7, 5 y 3 pulgadas

Espira 5 : 14.4, 11.1, 5.9 y 4.6 pulgadas

Espira 6 : 16.1, 12.4, 8.6 y 4.9 pulgadas

Espesores de la carpeta asfáltica :

Espira 4 : 3 pulg

Espira 5 : 3 pulg

Espira 6 : 4 pulg

Figura 4.1 Disposición de la Prueba AASHO [49], en donde se destinó un carril para cada tipo y peso de eje.

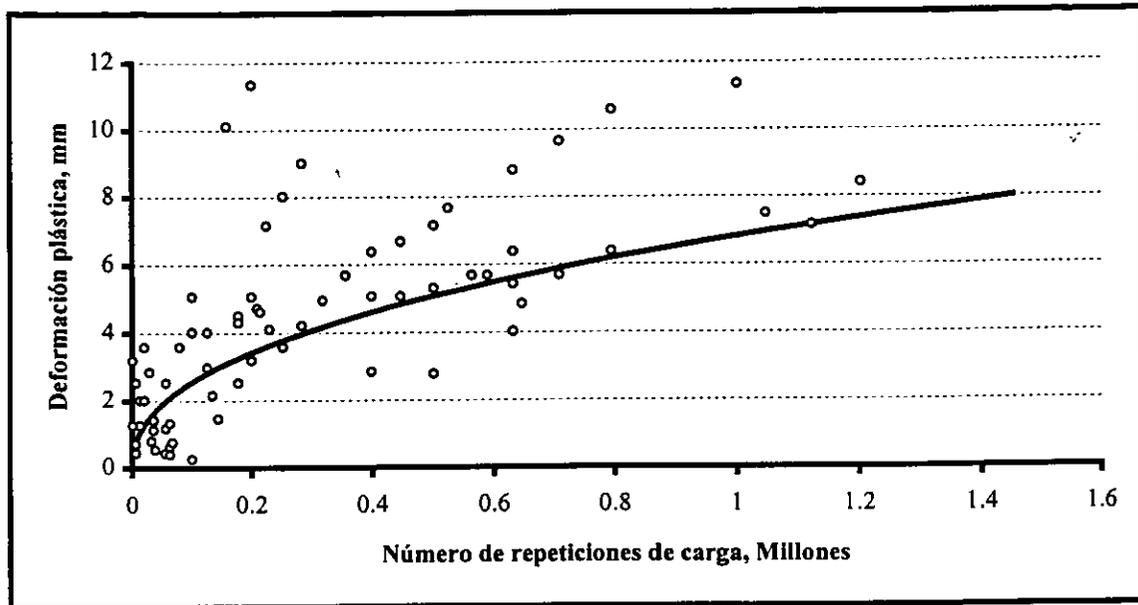


Figura 4.2 Muestra de la dispersión de resultados y ajuste reportado en [49] para el paso de un eje sencillo cargado a 13.6 toneladas (30,000 libras).

de donde:

$$\varepsilon_p / N = A (N^{B'}) \quad (4.2)$$

para $B' = B - 1$.

Como se puede observar de la Figura 4.1, cada espira tuvo un determinado espesor de carpeta asfáltica, no obstante que se tuvieron distintos espesores de base en cada una de las espiras. De esta forma, considerando los distintos espesores para las bases del pavimento, los valores reportados para A y la resta $(B-1)$ en la ecuación (4.2), varían para cada espira de la pista de pruebas AASHO [50].

En las Figuras 4.3 y 4.4 se presentan las curvas resultantes promedio para todas las espiras en las que fue empleado asfalto como material de construcción. Por consiguiente, las curvas mostradas representan el efecto global que el nivel de carga y la configuración de los ejes, tienen sobre el deterioro de los pavimentos asfálticos.

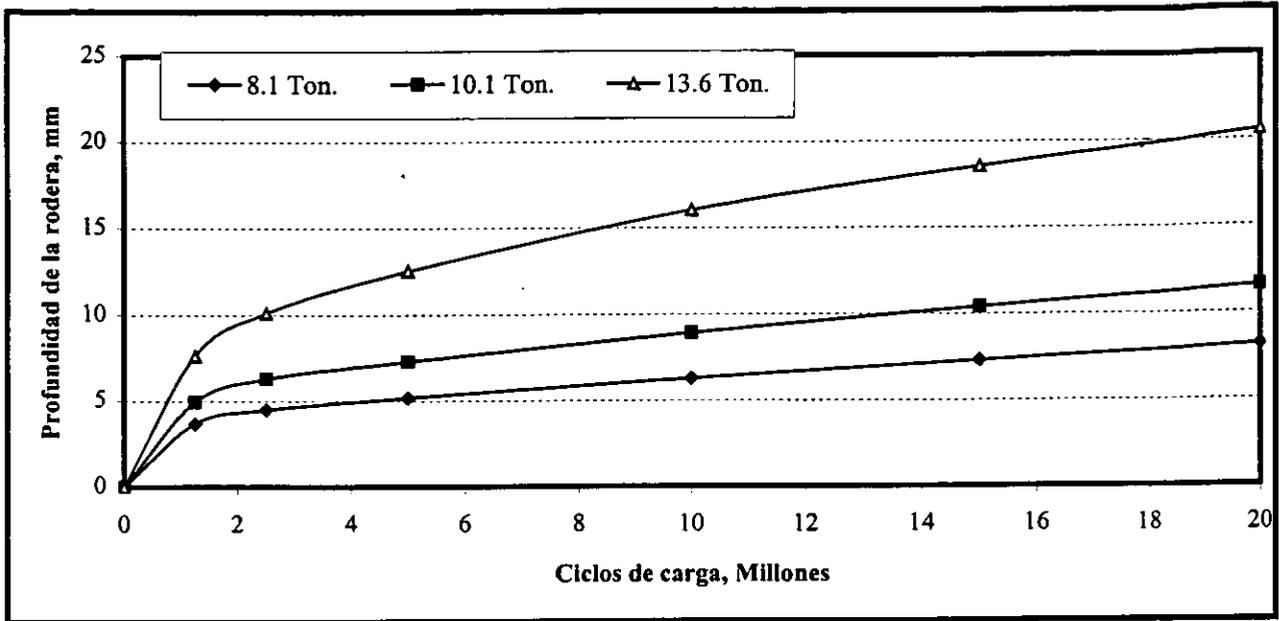


Figura 4.3 Curvas ajustadas a partir de los resultados de la Prueba AASHO, para ejes sencillos a tres niveles de carga, reportadas por Carpenter [50].

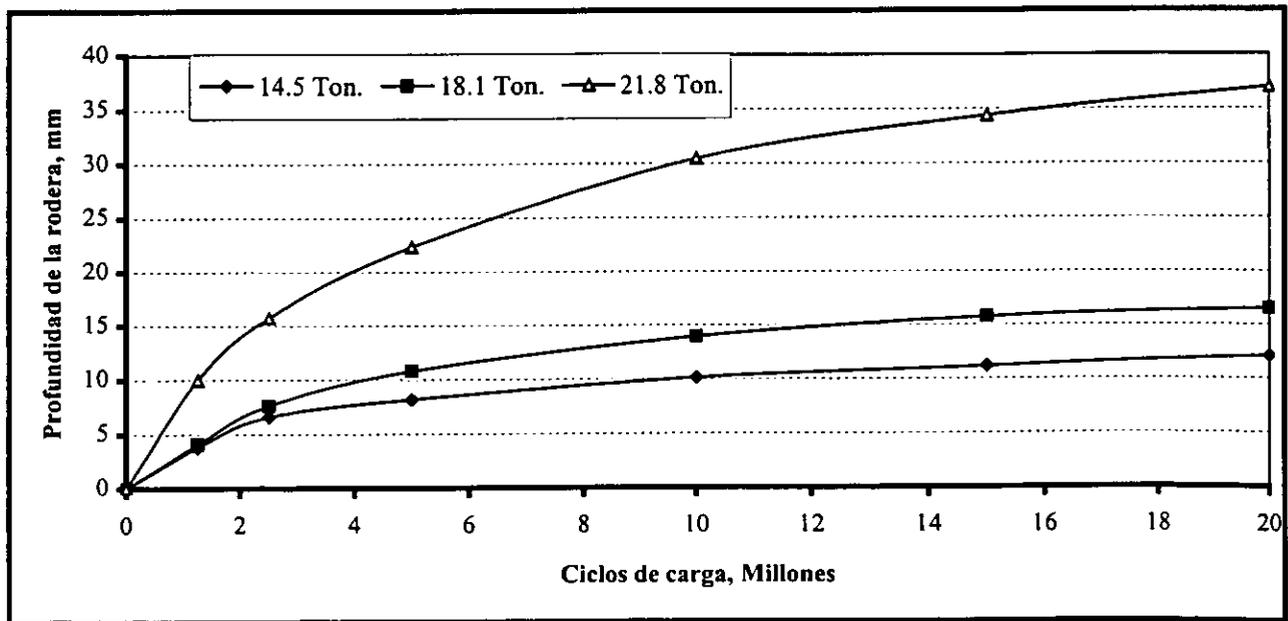


Figura 4.4 Curvas ajustadas a partir de los resultados de la Prueba AASHO, para ejes tipo tándem, a tres niveles de carga, reportadas por Carpenter [50].

4.3 Energía elástica de deformación

La aplicación del concepto de energía elástica de deformación al análisis del deterioro del pavimento, tiene ventajas en cuanto a que se pueden considerar diferentes condiciones de operación y parámetros de los vehículos y características del pavimento, incluyendo la temperatura ambiente.

La notable dispersión de los resultados de la Prueba AASHO, hace impráctico el considerar la validación de resultados del modelo energético, punto a punto, debido a la variabilidad de los parámetros involucrados. Por lo anterior, el modelo de la energía elástica acumulada, se ajusta a curvas promedio del proceso experimental. El ajuste del modelo de la energía elástica acumulada, se llevó a cabo como sigue:

- Se reprodujeron las curvas promedio de profundidad de la rodera contra número de ciclos reportados por Carpenter [50], con base a los resultados experimentales de AASHO.
- Tomando el mismo número de ciclos considerados en las curvas promedio de AASHO y empleando la formulación de la energía elástica, se obtuvieron las curvas promedio de energía elástica almacenada para los mismos niveles de carga reportados por AASHO.
- Empleando la curva de variación del Módulo de Elasticidad Dinámico, se ajustó una curva de referencia entre la obtenida con el modelo energético y la obtenida por AASHO. Tomando como base este ajuste, se obtuvieron las curvas de energía elástica para diferentes cargas y tipos de ejes.

Con objeto de tener una referencia común para determinar el efecto del número de ejes y el tipo de pavimento, se presentan en el siguiente apartado, curvas de profundidad de rodera y su equivalente en energía elástica almacenada, referidas al efecto (profundidad de la rodera y su correspondiente energía) que produce una carga de 8.1 toneladas en 5 millones de ciclos de carga.

En las Figuras 4.5 y 4.6 se muestran las curvas resultantes de aplicar la formulación presentada en el Capítulo 3, comparadas con las obtenidas experimentalmente para la profundidad de la rodera. Para la obtención de estas curvas fue empleada una variación única del Módulo de Elasticidad, presentada en la

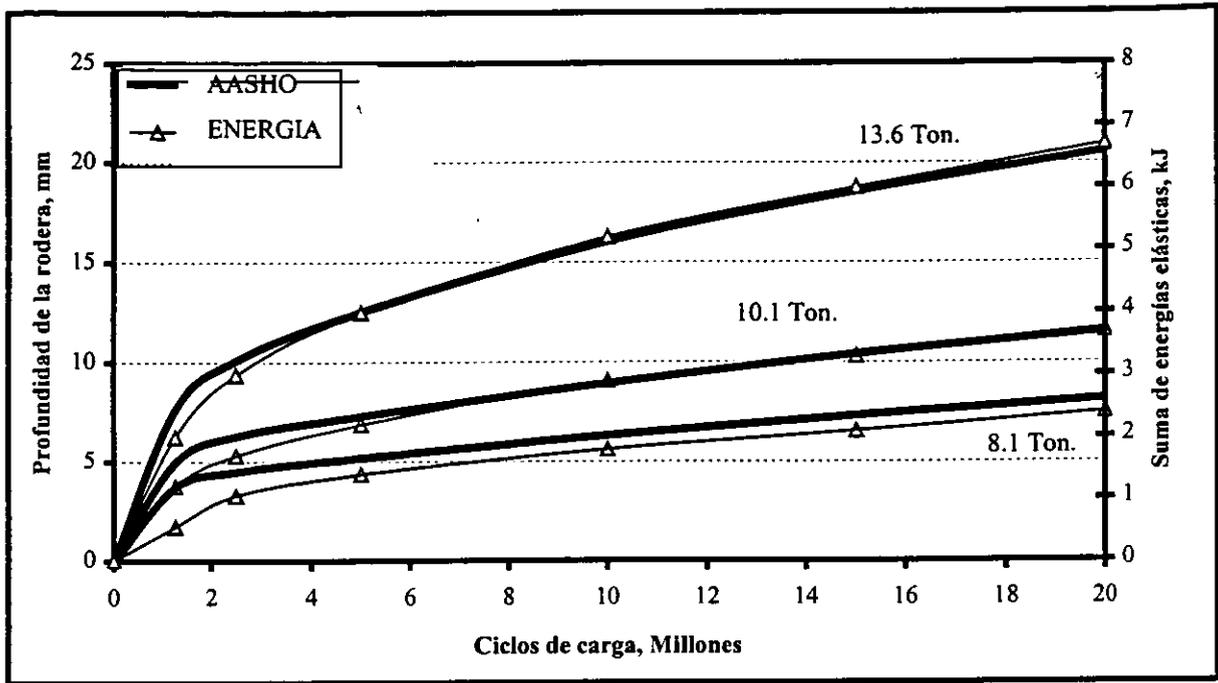


Figura 4.5 Curvas de la suma de energías almacenadas transitoriamente en el pavimento para el paso de ejes sencillos, de acuerdo al ajuste único de endurecimiento de la Figura 4.7.

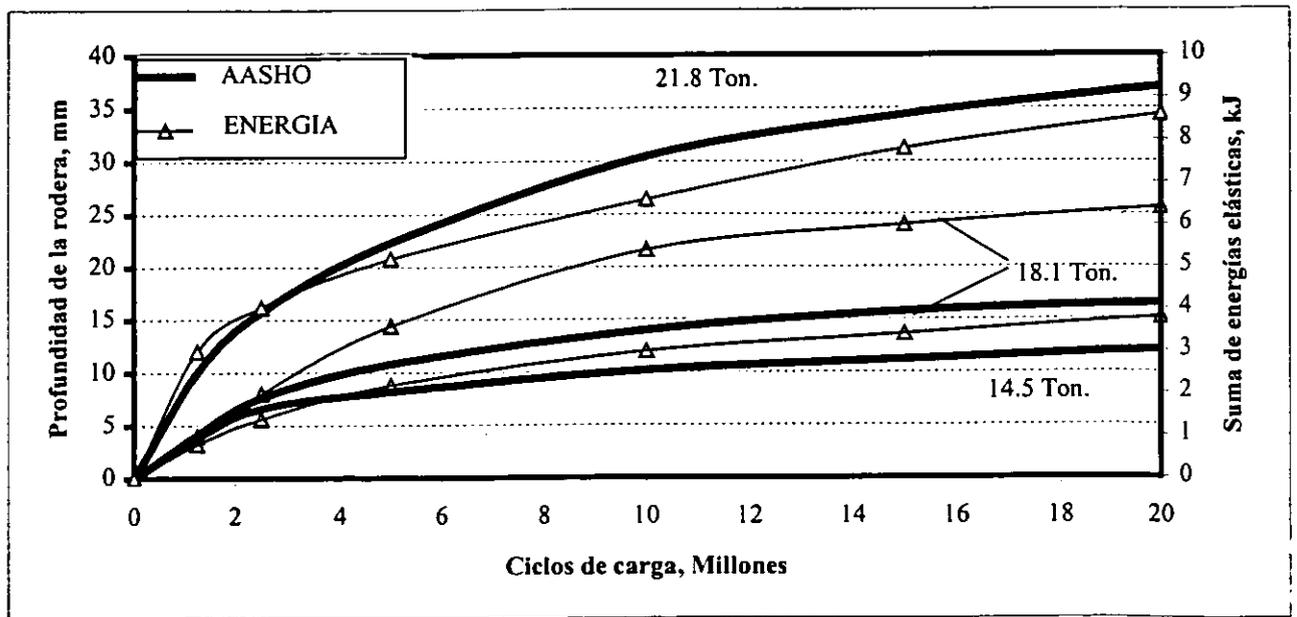


Figura 4.6 Curvas de la suma de energías almacenadas transitoriamente en el pavimento para ejes dobles o tándem, de acuerdo al ajuste único de endurecimiento de la Figura 4.7.

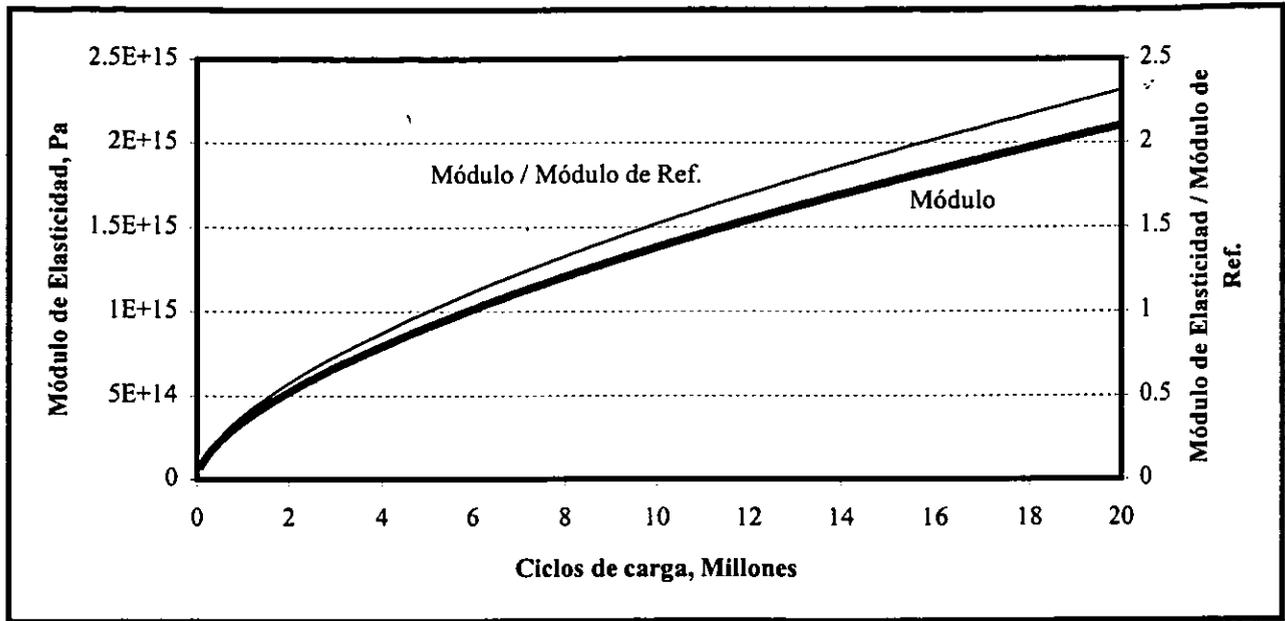


Figura 4.7 Curva de variación del Módulo de Elasticidad en función del número de ciclos de carga, en valores absolutos y relativos.

Figura 4.7. En esta misma figura se incluye la curva del Módulo de Elasticidad Dinámico, tomando como referencia el Módulo de Elasticidad del Material a 5 millones de ciclos de carga. Como es posible observar de esta figura, la variación fundamental de esta propiedad se da en los primeros miles de ciclos.

4.4 Comparación

La comparación de los resultados de la aproximación energética con los correspondientes a la Prueba AASHO, descritos en las secciones anteriores de este capítulo, se presenta ahora empleando valores de referencia para los distintos parámetros, de forma adimensional. De esta manera, se tomará como referencia el valor correspondiente tanto para el deterioro como para la suma de energía elástica almacenada transitoriamente, para un número de ciclos igual a cinco millones. En la Figura 4.8 se muestran las curvas para el caso de ejes sencillos, mientras que en la Figura 4.9 se muestran las curvas correspondientes para el caso de los ejes dobles (tipo tándem).

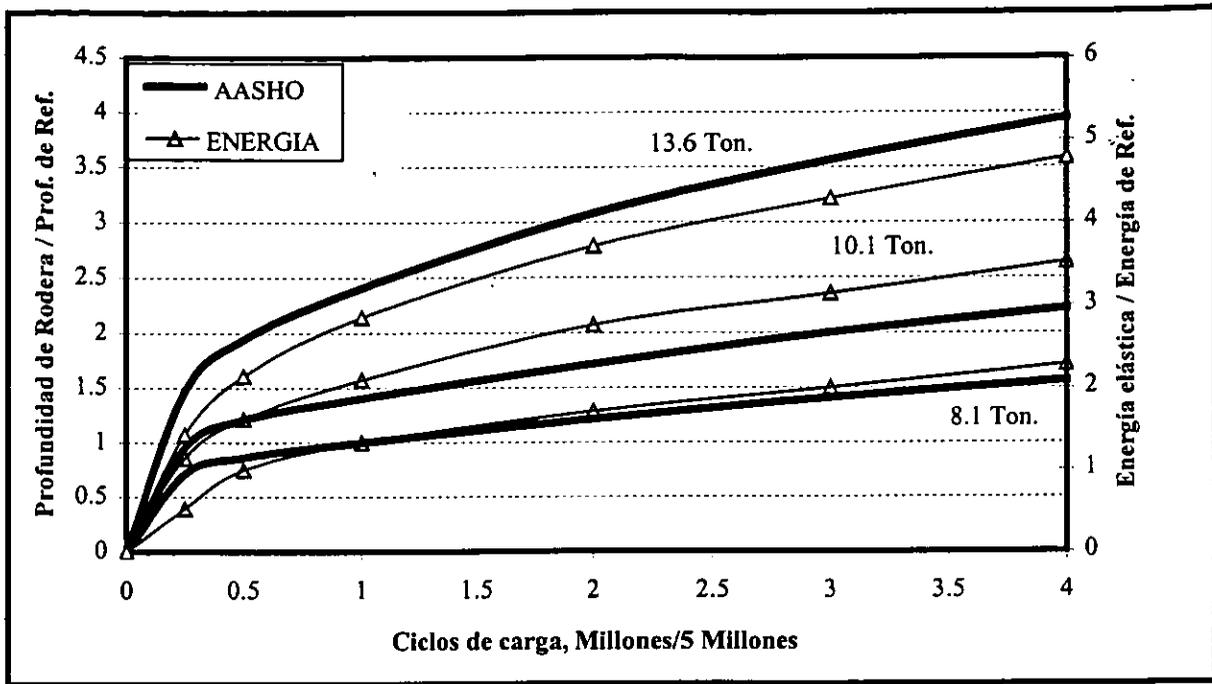


Figura 4.8 Profundidad de rodera y suma de la energía almacenada para ejes sencillos, en función de la profundidad de rodera y energía a los cinco millones de ciclos de un eje sencillo cargado a 8.1 toneladas.

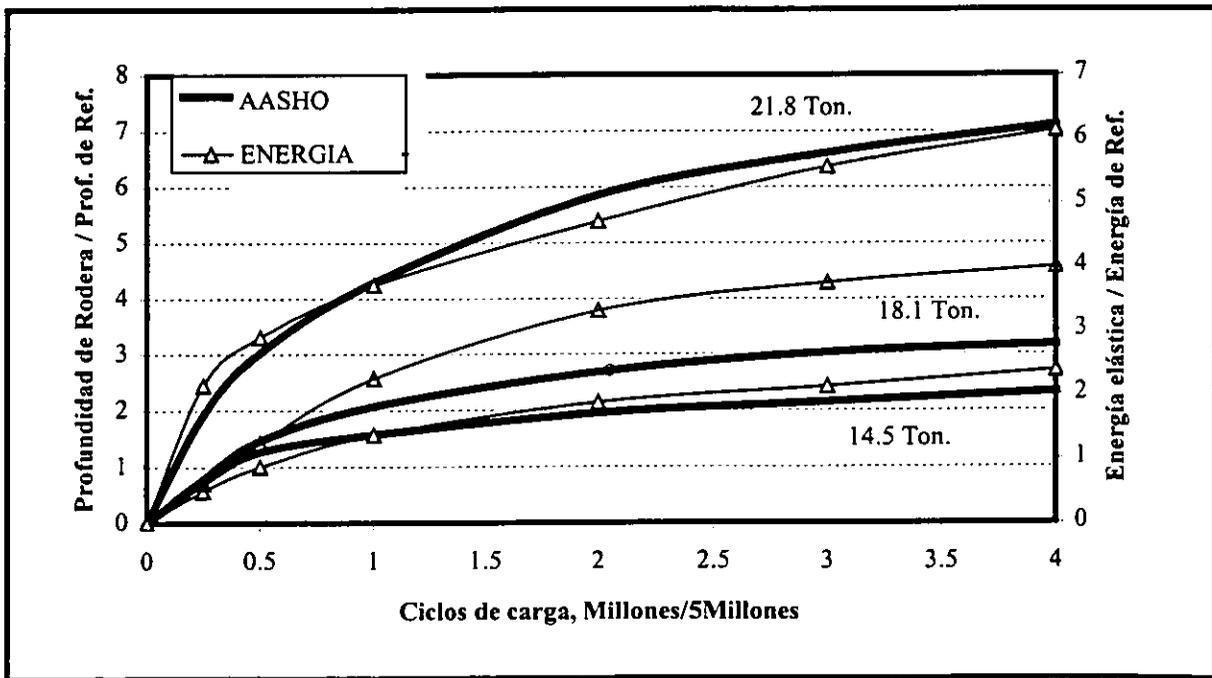


Figura 4.9 Profundidad de rodera y suma de la energía almacenada para ejes tándem, en función de la profundidad de rodera y energía a los cinco millones de ciclos de un eje sencillo cargado a 8.1 toneladas.

En el contexto del estudio del efecto que el paso de los vehículos pesados tiene sobre el nivel de deterioro del pavimento, es preciso señalar que la importancia de los resultados presentados hasta ahora en este trabajo radican en la posibilidad de predecir, sustentado en bases físicas, el deterioro de los pavimentos en la medida que se le aplican las cargas. También, que queda dada la posibilidad de efectuar diversos análisis del deterioro de los pavimentos, a partir de la formulación propuesta, esto es, diversos niveles de carga y diversas temperaturas.

A partir de lo presentado por cuanto a la alta correlación entre los resultados de la Prueba AASHO y aquellos del enfoque energético, en particular para el eje sencillo, se considera aquí que queda demostrado que la energía de deformación almacenada en el pavimento, está relacionada con el deterioro del mismo.

4.5 Discusión acerca de la naturaleza de la relación profundidad de la rodera - suma de energías elásticas

Se ha presentado una aproximación en la que se ha comprobado una suposición hecha al principio de esta investigación doctoral: que la energía elástica almacenada en el pavimento está relacionada con el efecto dañino de los vehículos sobre el mismo. Esta relación, la cual podría haber sido identificada como una observación de los resultados y no como una suposición al inicio de los trabajos, implica la conjunción de muchos aspectos físicos asociados al fenómeno. Sin embargo, la naturaleza de la relación estaría ligada a la movilidad que tienen las imperfecciones en la composición del material asfáltico. De esta manera, está claro que entre mayor sea la cantidad de energía de deformación elástica en un elemento, mayor será la probabilidad de que fallas en la estructura del material se desplacen plásticamente. De esta manera se establecería una semejanza entre el fenómeno de deformación plástica que ocurre en los materiales metálicos, y lo que ocurre con las mezclas asfálticas. Mientras que en los materiales metálicos las imperfecciones pueden estar ligadas a huecos y fallas de continuidad en la red cristalina, en el caso de materiales asfálticos estas fallas pueden estar asociadas a una mala adherencia del asfalto, a una granulometría relativamente gruesa o fina, etc.

Capítulo 5

Análisis paramétrico y evaluación de modelos

5.1 Introducción

Como se ha presentado en la última sección del capítulo precedente, los altos valores obtenidos para los coeficientes de correlación entre los resultados de la Prueba AASHO y los correspondientes al esquema energético, hacen ver la validez de la supuesta relación entre la energía almacenada en el pavimento y el deterioro de éste. Por lo tanto, resulta interesante analizar el efecto que distintos parámetros, tanto asociados al pavimento como a los vehículos, tienen sobre los montos de energía almacenada en el pavimento. De esta manera, en este capítulo se presenta, inicialmente, un análisis de la respuesta en frecuencia de los diferentes tipos de vehículos, con objeto de comprobar los modelos desarrollados por cuanto a tendencias y resultados esperados. Posteriormente, se presenta un estudio paramétrico del efecto que distintos factores, asociados tanto a los vehículos como a los pavimentos, tienen sobre la cantidad de energía almacenada en el pavimento, empleando para ello los métodos de cálculo presentados en los capítulos precedentes. Los parámetros estudiados por cuanto a los vehículos incluyen sus dimensiones, las rigideces y amortiguamientos de sus suspensiones y llantas, así como la magnitud de la masa suspendida (carga útil). Por cuanto a los pavimentos, se analiza el efecto de su temperatura y rugosidad. Las condiciones de operación de los vehículos consideran diferentes velocidades de circulación.

5.2 Análisis de la respuesta en frecuencia de los modelos de los vehículos

En esta sección se revisan los efectos que distintos parámetros asociados a los vehículos, tienen sobre la respuesta dinámica de éstos a los perfiles del pavimento. Estos análisis se efectúan con base a resultados obtenidos en términos de densidades espectrales de fuerza, para lo cual se empleó un programa desarrollado por el Prof. Subhash Rakheja [51]. Así, primeramente se presentan los resultados de todos los vehículos, considerando distintas velocidades y niveles de carga. Posteriormente, y para un tipo particular de vehículo, se presentan resultados que permiten analizar el efecto que la longitud del vehículo, la rigidez de la suspensión y la distancia entre ejes en grupos de ejes dobles, tienen sobre las densidades espectrales de fuerza. Los pesos y dimensiones de los vehículos considerados corresponden a la reglamentación vigente en México [2].

Los diferentes tipos de vehículos simulados van desde el rígido de dos ejes, denominado C2, hasta el articulado equipado con tres ejes en el tractor y tres ejes en el semirremolque, denominado T3S3.

Los vehículos articulados considerados están equipados con suspensión tipo viga oscilante o de balancín en el eje doble del tractor (vehículos T3S2 y T3S3). Este tipo de suspensión se denomina en inglés *walking beam*, Figura 5.1.

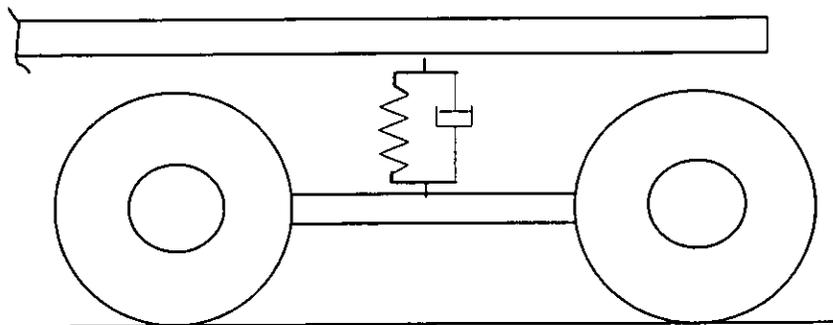


Figura 5.1 Suspensión tipo balancín (*walking beam*).

Análisis de resultados

En las Figuras 5.2 a la 5.5 se presentan los resultados para los distintos tipos de vehículos simulados, tanto cargados al 100 % como descargados, y circulando a 40 y a 80 km/h.

Para el caso de los vehículos articulados equipados con suspensión de balancín, es posible observar un comportamiento típico, el cual consiste de los picos en los rangos de 5 a 6 Hz, siendo este efecto altamente notable para el caso de estos vehículos articulados al circular a 40 km/h y descargados. Para todos los tipos de vehículos se presentan los picos correspondientes para la masa suspendida, entre 0 y 4 Hz. Como efecto generalizado se observa un corrimiento de los picos hacia la derecha como un efecto de la velocidad, y un corrimiento hacia la izquierda al incrementar la masa del vehículo. En forma generalizada también, es posible observar un distinto orden de magnitud para estas densidades espectrales, al circular el vehículo a mayor velocidad.

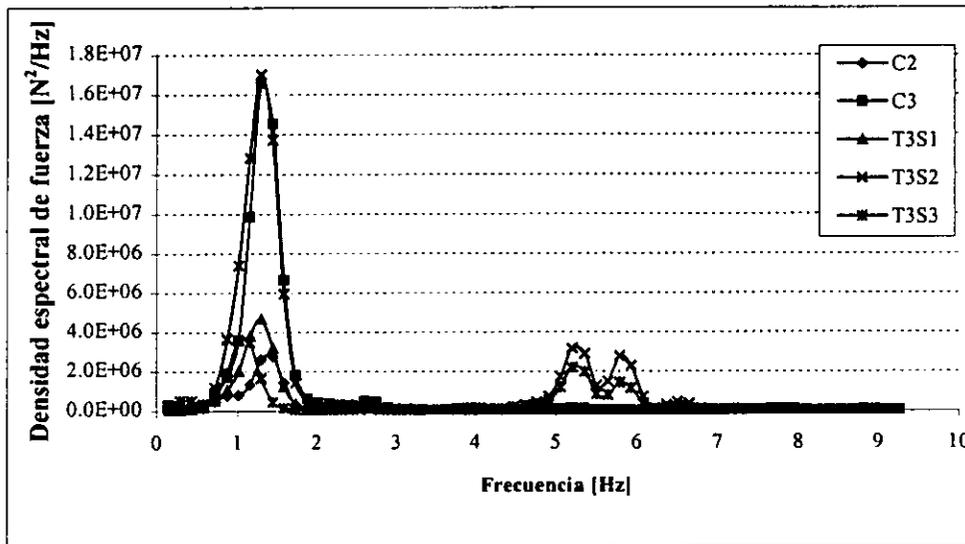


Figura 5.2 Densidades espectrales de fuerza. Vehículos cargados al 100% y circulando a 40 km/h por un camino con baja rugosidad (1.5 mm/m).

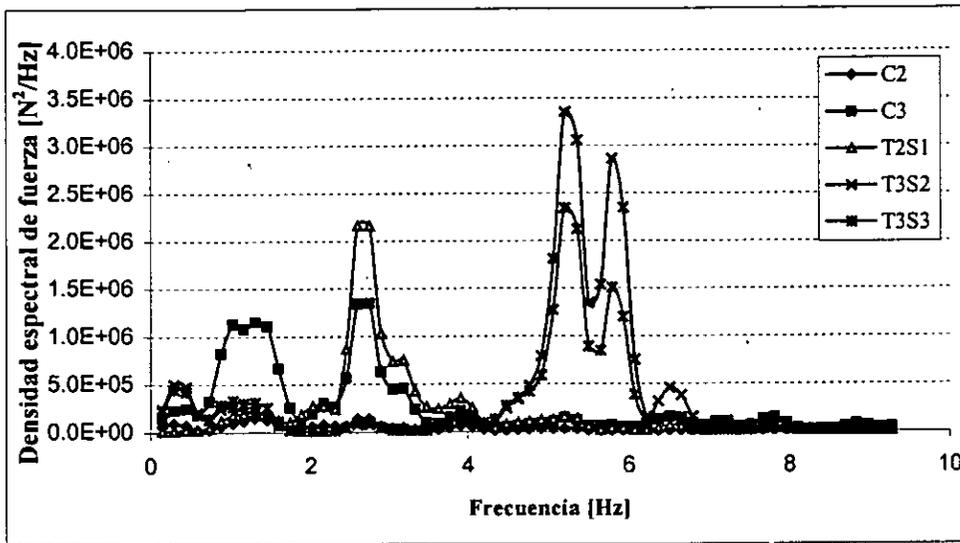


Figura 5.3 Densidades espectrales de fuerza. Vehículos descargados y circulando a 40 km/h por un camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).

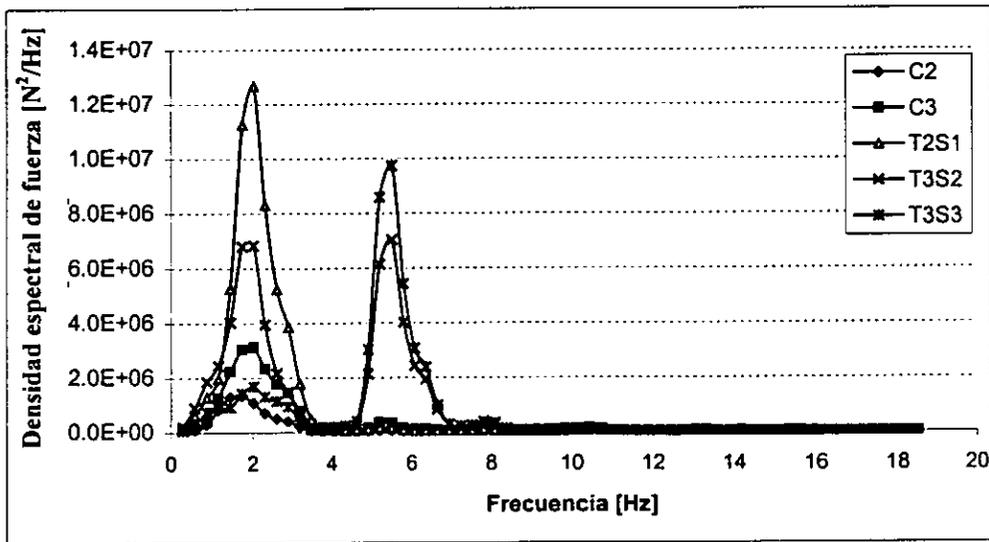


Figura 5.4 Densidades espectrales de fuerza. Vehículos cargados al 100% y circulando a 80 km/h por un camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).

Para analizar con mayor facilidad el efecto que el nivel de carga y la velocidad tienen sobre las densidades espectrales de fuerza, en la Figura 5.6 se muestran resultados integrados para el caso del vehículo T3S2. En forma notable, el contenido espectral por efecto de la suspensión de balancín se integra

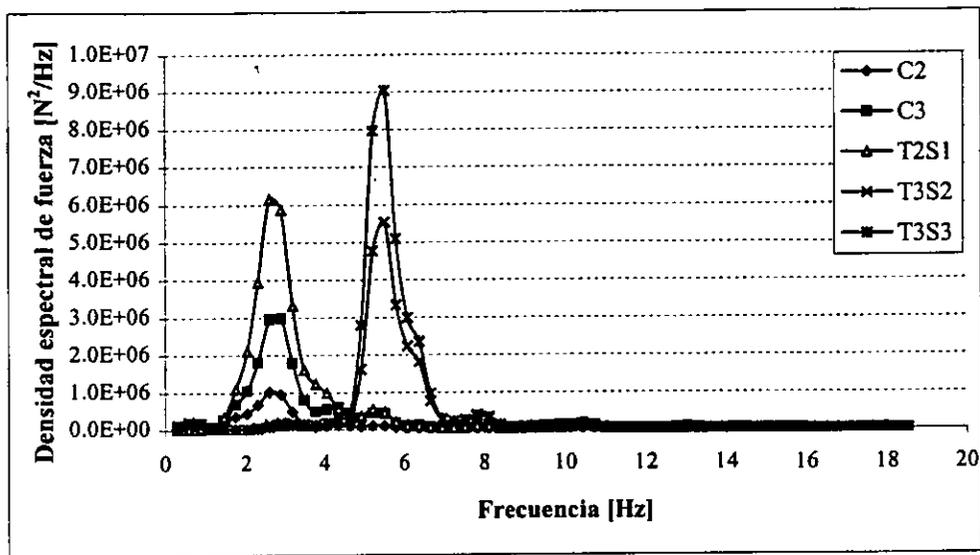


Figura 5.5 Densidades espectrales de fuerza. Vehículos descargados circulando a 80 km/h por un camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).

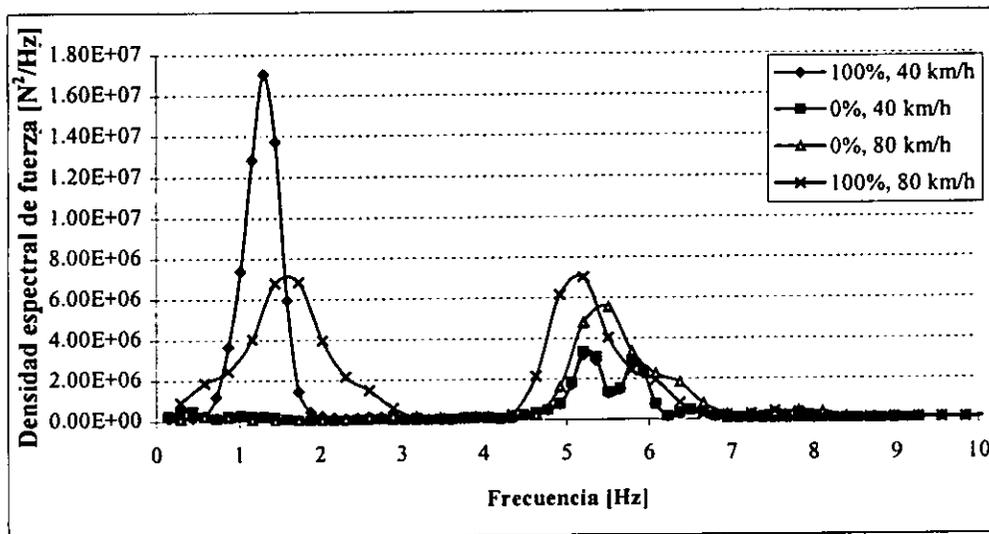


Figura 5.6 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo T3S2, descargado y cargado al 100 %, circulando a 80 km/h y 40 km/h por una camino con baja rugosidad (1.5 mm/m).

en un solo pico, corriéndose ligeramente a la izquierda, mientras que para baja velocidad el contenido espectral es el mismo por efecto de este tipo de suspensión, independientemente del nivel de carga.

Con objeto de mostrar el tipo de aplicación y la sensibilidad de la respuesta de los vehículos, las Figuras 5.7 a la 5.10 muestran el efecto que distintos parámetros del vehículo C3 tienen sobre el contenido espectral de las fuerzas ejercidas sobre el pavimento. Así, en la 5.7 se puede observar el efecto que sobre la frecuencia fundamental del vehículo, tiene la rigidez de la suspensión. En la Figura 5.8 se aprecia el muy pequeño efecto que sobre el contenido a baja frecuencia, tiene la variación de la distancia entre el eje delantero y posterior del vehículo. Finalmente, el efecto marginal de la distancia entre ejes del eje doble del vehículo puede observarse, para dos distintas velocidades de circulación (40 y 80 km/h), en las Figuras 5.9 y 5.10.

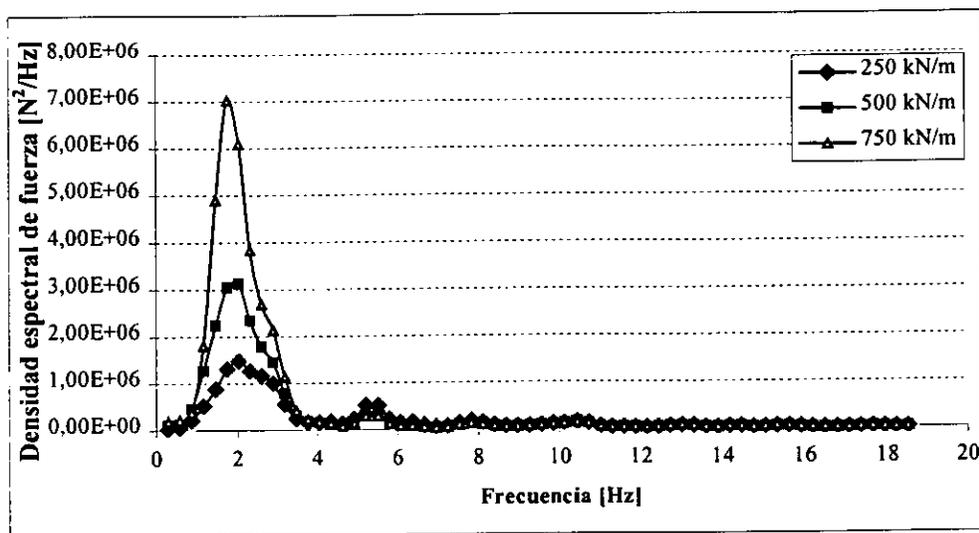


Figura 5.7 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo tipo C3 con suspensiones de diferente rigidez; cargado al 100 % y circulando a 40 km/h por una camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).

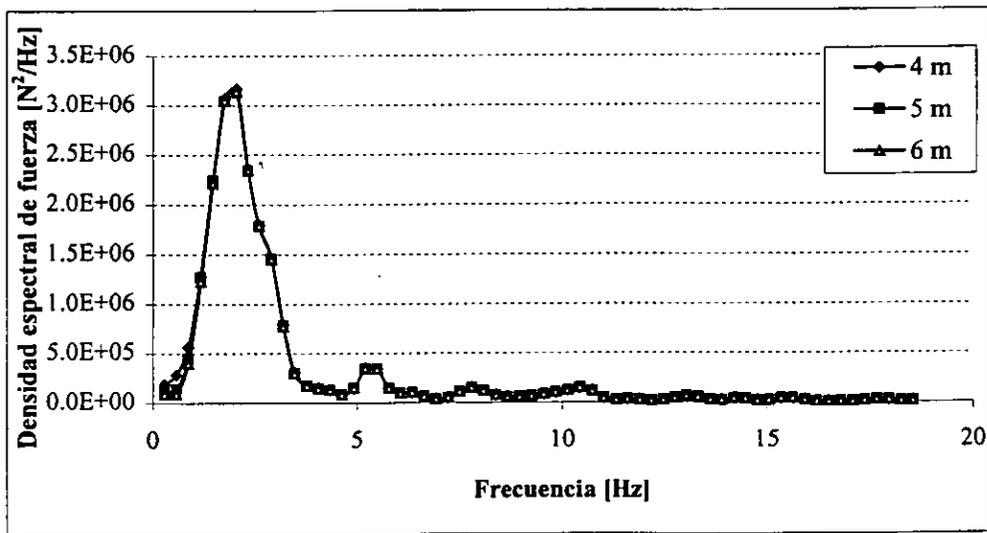


Figura 5.8 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo tipo C3 con diferentes longitudes entre ejes delantero y trasero (4,5, y 6 m), cargado al 100 % y circulando a 40 km/h por una camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).

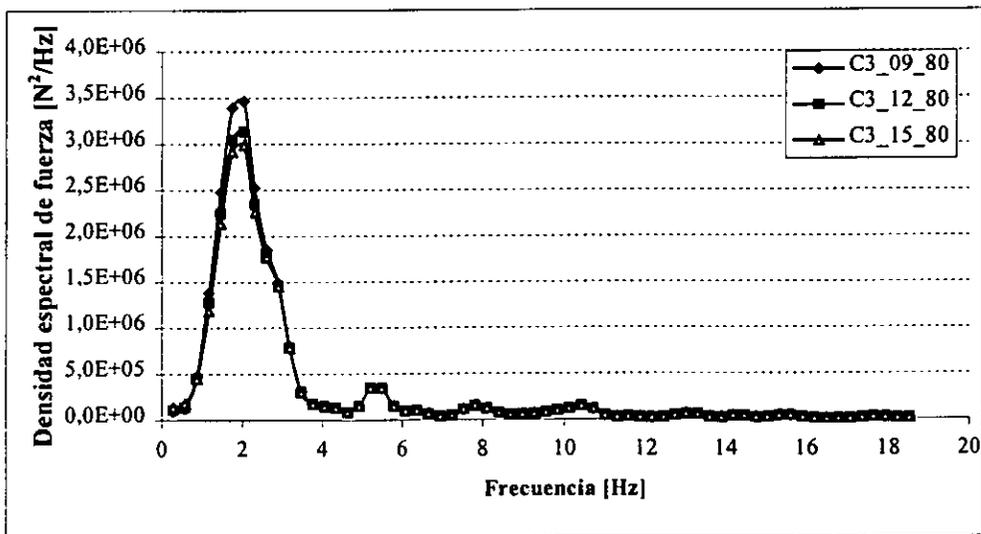


Figura 5.9 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo tipo C3 con diferentes longitudes entre ejes del eje doble (0.9, 1.2 y 1.5 m), cargado al 100 % y circulando a 80 km/h por una camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).

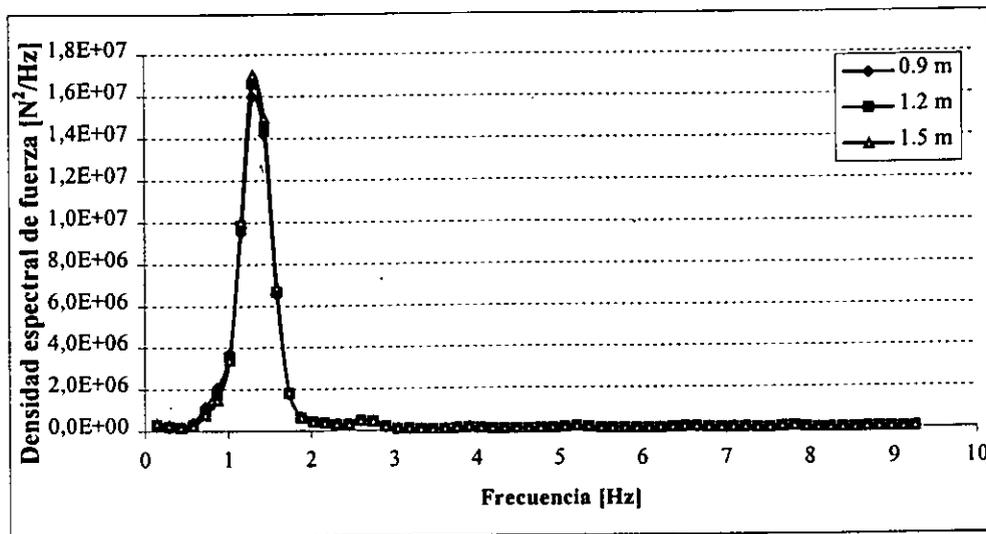


Figura 5.10 Densidades espectrales de fuerza. Vehículo tipo C3 con diferentes longitudes entre ejes del eje doble (0.9, 1.2 y 1.5 m), cargado al 100 % y circulando a 40 km/h por una camino de baja rugosidad (1.5 mm/m).

5.3 Análisis comparativo de la energía de deformación con otros indicadores del impacto de los vehículos sobre el pavimento

Coefficiente de Carga Dinámica (DLC), Factor de Impacto (IF) y Factor de Esfuerzo

En esta sub-sección se presenta un análisis comparativo de los diferentes enfoques aplicados para evaluar la amigabilidad de los vehículos hacia los pavimentos. Las variables contra las cuales se compara el concepto de la Energía de Deformación son las que han sido descritas en el Capítulo 2 de revisión bibliográfica, esto es, el Coeficiente de Carga Dinámica, el Factor de Impacto y el Factor de Esfuerzo

(*road stress factor*). El pavimento considerado en este caso, es uno en regular estado, teniendo un Índice de Rugosidad de 4.1 mm/m.

El vehículo empleado en estas comparaciones es un cuarto de carro, teniendo sus parámetros los siguientes valores: rigidez de la suspensión, 400 kN/m; rigidez de la llanta, 2 MN/m; masa del eje, 500 kg; valor nominal de la masa suspendida, 4500 kg, y un amortiguamiento para la suspensión, de 20 kNs/m. Estos valores para los parámetros de este vehículo cuarto de carro, corresponden a lo reportado por Collop y Cebon [41] como representativo de un vehículo típico, en el que las frecuencias de aplicación de las cargas se da en dos bandas, de 1.4 a 4 Hz (que corresponde a la masa suspendida) y entre 10 y 15 Hz (que corresponde a la masa de la suspensión). Los resultados se muestran en las Figuras 5.11 y 5.12.

Discusión de resultados

En las Figuras 5.11 y 5.12 se pueden observar distintos aspectos estrechamente relacionados con el deterioro de los pavimentos y con lo reportado en la literatura. Primeramente, en la Figura 5.11 se puede observar que un incremento en la velocidad del vehículo, al circular éste en un pavimento en regular estado, implica una disminución en la energía almacenada en el pavimento, esto es, un menor efecto dañino sobre el mismo. Esto coincide con lo reportado en distintas fuentes, acerca de que a mayor velocidad se observa, en general, una disminución del deterioro de los pavimentos, siempre y cuando éstos se encuentren en no muy mal estado [6,12,7,32], por lo que un pavimento dañado sufre una aceleración en su velocidad de deterioro. Así, mientras que los otros tres parámetros empleados en la medición del potencial deterioro del pavimento aumentan con la velocidad, la energía disminuye, al tener el pavimento una menor deformación por el menor tiempo de permanencia del vehículo en el punto considerado.

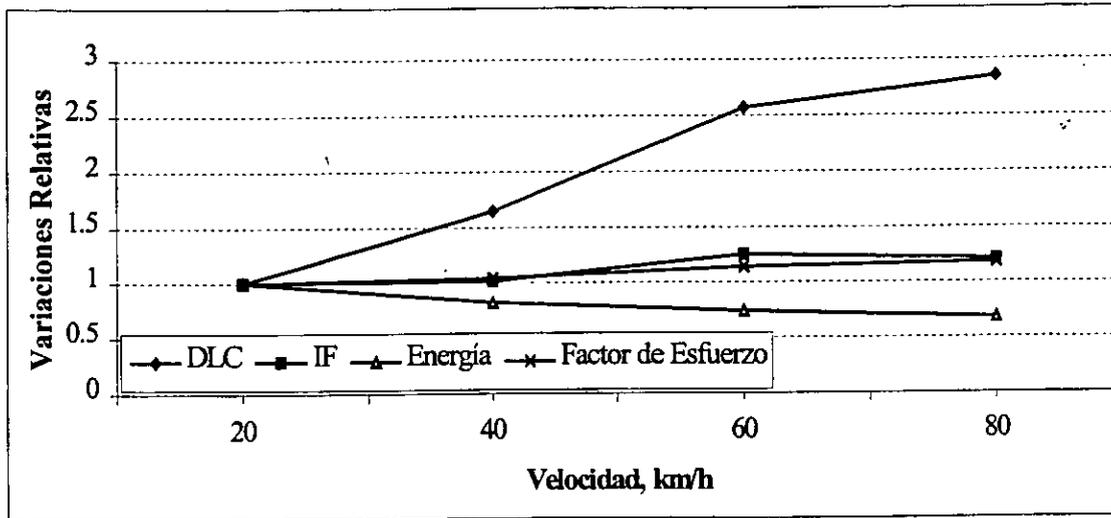


Figura 5.11 Comparación del enfoque de la energía de deformación con el Coeficiente de Carga Dinámica (*DLC*), el Factor de Impacto (*IF*) y el Factor de Esfuerzo, como una función de la velocidad de un vehículo Cuarto de Carro que circula sobre un pavimento en regulares condiciones (*IIR* de 4.1 mm/m).

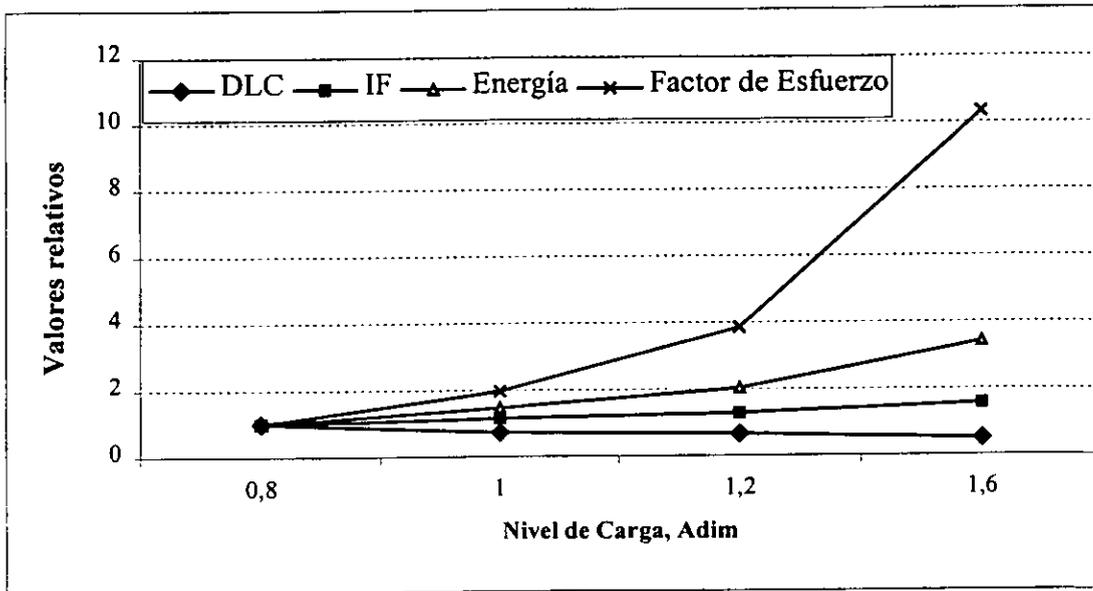


Figura 5.12 Comparación del enfoque de la energía de deformación con el Coeficiente de Carga Dinámica (*DLC*), el Factor de Impacto (*IF*) y el Factor de Esfuerzo, como una función del nivel de carga útil de un Cuarto de Carro que circula sobre un pavimento en regulares condiciones (*IIR* de 4.1 mm/m).

Respecto a la Figura 5.12, esto es, el efecto del nivel de la carga sobre los distintos parámetros empleados para la medición del deterioro de los pavimentos, se tiene que mientras que el *DLC* y el *IF* disminuyen, los niveles de Energía, al igual que el Factor de Esfuerzo, aumentan, lo cual también corresponde con lo que ha sido reportado en la literatura por cuanto al mayor efecto dañino de los vehículos al transportar mayor carga [6,7,12].

Finalmente, se puede observar en los resultados mostrados, que la variable que mayormente se aproxima al concepto de la energía de deformación, es el Factor de Esfuerzo, siguiendo en forma aproximada las mismas tendencias que la primera. Sin embargo, es necesario recalcar que mientras que la Energía de Deformación está basada en principios físicos, el Factor de Esfuerzo no. Por ello, se puede concluir que el nivel de deterioro potencial del pavimento es mejor estimado mediante el uso del concepto de la Energía de Deformación en comparación con el *DLC*, el *IF* o el *Factor de Esfuerzo*.

5.4 Efecto de parámetros asociados a los vehículos sobre la cantidad de energía almacenada en el pavimento

Empleando diferentes perfiles de pavimento, que corresponden a diferentes niveles de deterioro del mismo, en esta sección se presenta un análisis del efecto que sobre la energía almacenada en el pavimento, tienen distintos parámetros asociados a los vehículos. Los vehículos corresponden a las distintas configuraciones vehiculares descritas en el Capítulo 2, esto es, vehículos tipo C2, C3, T2S1, T3S2 y T3S3, cumpliendo sus características dimensionales y de peso con la reglamentación vigente en México [2]. En particular, los resultados referentes a la carga útil, son expresados en función de lo que se denomina comúnmente “Ejes Equivalentes”. Estos Ejes Equivalentes representan el efecto que un eje sencillo, equipado con cuatro llantas, tiene sobre el estado de deterioro de los pavimentos, y su empleo es una práctica común [52,53,54].

Los perfiles de pavimento empleados corresponden a levantamientos topográficos efectuados durante el desarrollo de esta investigación [4].

5.4.1 Energía asociada al paso de un Eje Equivalente

Para el cálculo de la energía almacenada debida al paso de un eje equivalente - cuya masa normalizada es de 8100 kg [53] - se ha considerado un pavimento perfectamente plano y de 125 m de longitud. Esta longitud se ha tomado en este caso y en el conjunto de simulaciones presentadas en este capítulo, debido a que en ella estarían contenidas las longitudes de onda más grandes del pavimento, que afectan la respuesta dinámica de los vehículos al perfil del mismo [44]. La energía asociada al paso de un eje equivalente, para la longitud indicada, ha sido de 36 Joules.

Tomando en cuenta el 95 percentil del acumulado de velocidades registradas en los vehículos que circulan por algunas de las más importantes carreteras de México [3], la velocidad del Eje Equivalente y, en general, en todas las pruebas para los distintos vehículos, ha sido tomada de 80 km/h, mientras que las características de la mezcla asfáltica han sido consideradas de la siguiente manera:

Temperatura : 10 °C

Contenido de Huecos de la mezcla asfáltica: 12 %

Índice de penetración del bitumen: -1

Temperatura de suavización del bitumen: 70 °C

Los valores para las últimas tres condiciones listadas son comunes de encontrar en pavimentos mexicanos [55], al igual que la temperatura considerada [56].

Es importante señalar que las mismas condiciones para la mezcla asfáltica fueron consideradas en todas las pruebas presentadas, salvo donde se indica lo contrario.

5.4.2 Efecto de la carga útil de los vehículos

Como una información importante para el análisis de los resultados mostrados, en la Tabla 5.1 se listan los pesos útiles y taras considerados en las simulaciones presentadas, así como los pesos brutos vehiculares máximos permitidos por la reglamentación vigente, para los distintos vehículos [2].

VEHÍCULO	TARA (kgs)	CARGA ÚTIL AL 100 % (kgs)	PESO BRUTO VEHICULAR MÁXIMO PERMITIDO (kgs)
C2	5000	12500	17500
C3	6000	20000	26000
T2S1	7000	20500	27500
T3S2	10000	34000	44000
T3S3	11000	37500	48500

Tabla 5.1 Carga útil, tara y pesos brutos vehiculares máximos para los vehículos simulados.

En la Figura 5.13 se muestra el efecto que la magnitud de la carga útil tiene sobre la energía almacenada en el pavimento, para los vehículos circulando a una velocidad de 80 km/h, sobre un pavimento en regular estado (IIR de 4.1 mm/m). Se puede observar que todas las curvas siguen una variación monotonícamente creciente respecto a la carga, lo cual se deriva de la relación cuadrática entre la fuerza ejercida y la energía almacenada (ecuación 3.6), siendo la fuerza ejercida la suma de la fuerza estática más el componente dinámico. Esto es, ante la ausencia de toda componente dinámica, la variación sería auténticamente cuadrática. Por ejemplo, se observa en esta Figura 5.13, que para el caso del vehículo tipo C3, una variación de 0.6 hasta 1.2 en el valor de la carga relativa, implica una variación de 2.12 a 5.48 en el número de ejes equivalentes correspondientes, guardando estos valores una relación de 2.54 entre ellos. Para este caso, una relación cuadrática pura (cero fuerza dinámica) implicaría una relación de 2.73, establecida a partir de los valores mostrados en la Tabla 5.1.

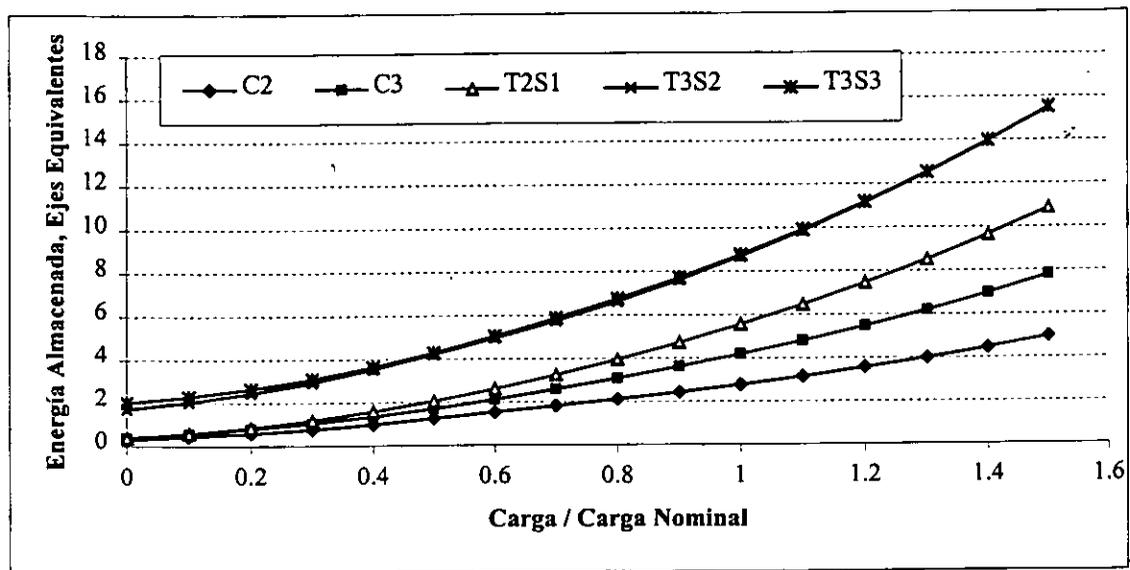


Figura 5.13 Efecto de la magnitud de la carga útil sobre la energía almacenada en el pavimento, medida en ejes equivalentes.

5.4.3 Estados del pavimento considerados en las pruebas paramétricas de rigidez, amortiguamiento y longitud

Los resultados presentados en las secciones que siguen, corresponden al tránsito de los vehículos sobre pavimentos cuyos estados de deterioro son diferentes. De esta manera, las partes (a) de estas figuras muestran los resultados para un pavimento en inmejorables condiciones, ya que representa a un pavimento cuyo nivel de planicidad es semejante a la de un aeropuerto o pista de carreras, con un Índice Internacional de Rugosidad de tan sólo 1.5 mm/m. El pavimento empleado en la parte (b) de estas figuras, corresponde a una carretera nueva, con un Índice Internacional de Rugosidad de 2.5 mm/m. Finalmente, en la parte (c) de cada una de estas figuras se muestran los resultados para el tránsito de los vehículos sobre un pavimento en regular estado, correspondiente a un camino secundario o de bajas especificaciones (IIR de 4.1 mm/m). Es importante señalar que este último estado del pavimento es el que de mejor manera describe el estado de la infraestructura carretera nacional [5].

Respecto al eje vertical de las gráficas de resultados mostradas en las secciones subsiguientes, los valores de energía nominal empleados corresponden al resultado de considerar los valores nominales de la propiedad que está siendo evaluada, esto es, la rigidez de la suspensión, rigidez de las llantas, etc. Respecto a estos valores nominales, éstos han sido establecidos de tablas reportadas en la literatura [84].

5.4.4 Efecto de la rigidez de la suspensión

Atendiendo lo indicado en la parte anterior por cuanto a los diferentes pavimentos empleados, las tres partes que componen la Figura 5.14 muestran el efecto que los valores de rigidez de la suspensión, tienen sobre los valores de la energía almacenada en el pavimento. Estos resultados corresponden a los cinco tipos de vehículos contemplados en este trabajo, estando cargados éstos a su máximo peso permitido por la reglamentación vigente.

Es importante destacar que los cambios en los valores de rigidez de la suspensión se han aplicado de manera general para todas las suspensiones de los vehículos, esto es, se han tomado incrementos porcentuales uniformes para cada suspensión de cada vehículo simulado, con lo que los cambios en los valores de la rigidez son cambios *globales*.

Análisis del efecto de la rigidez de la suspensión

En general, de las curvas mostradas en las tres partes que componen a la Figura 5.14, es posible inferir un efecto moderado de la rigidez de la suspensión sobre la energía almacenada, incrementándose este efecto al disminuir la planicidad del pavimento. Al respecto, es importante hacer notar que las variaciones porcentuales mostradas son coherentes con resultados experimentales de la evaluación del efecto sobre el pavimento de una suspensión suave (de aire) respecto a otra rígida (de hojas) [7].

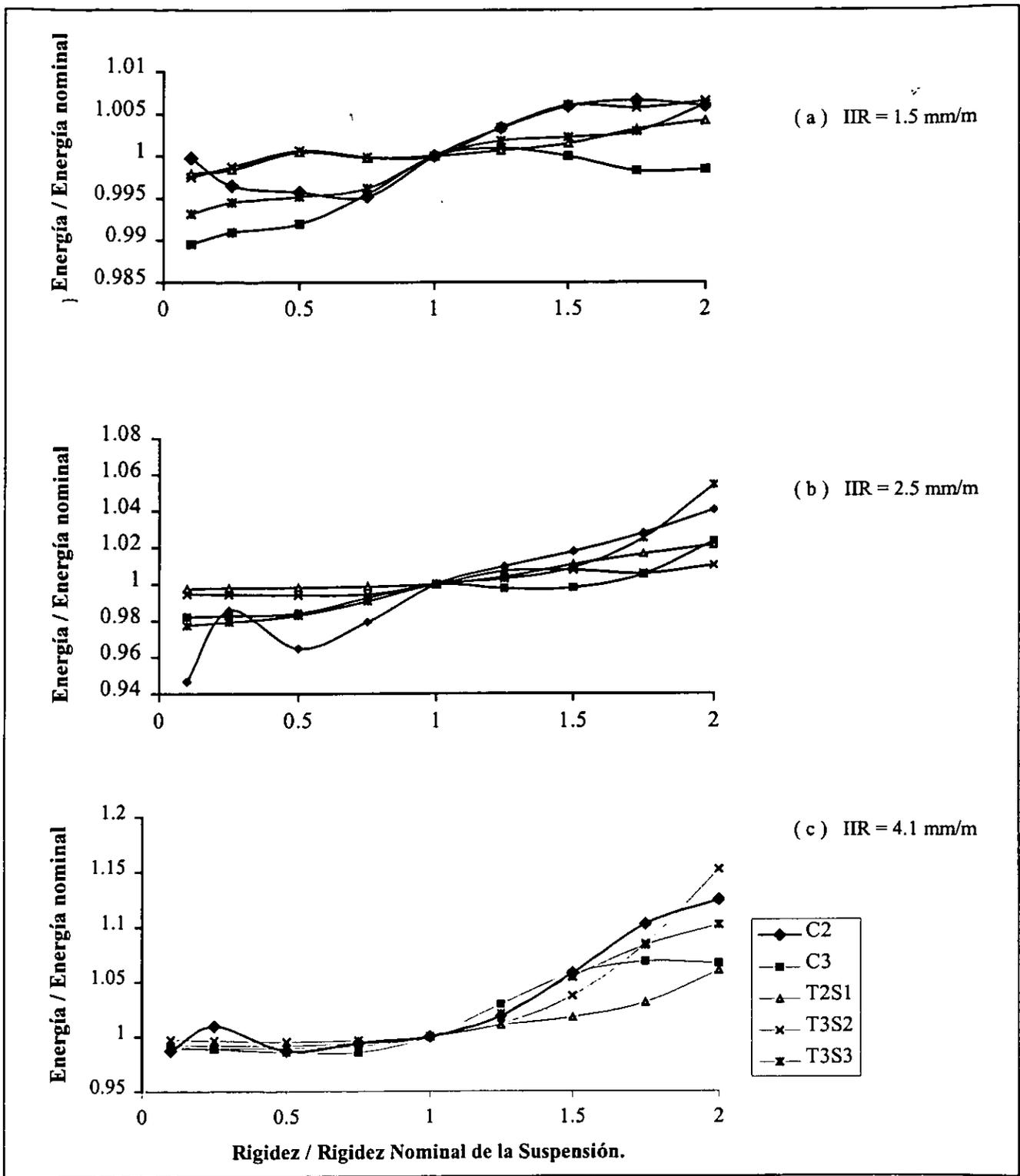


Figura 5.14 Efecto de la rigidez de la suspensión sobre la energía almacenada en el pavimento, para el tránsito sobre un pavimento en: (a) excelentes condiciones (IIR=1.5); (b) en buenas condiciones (IIR=2.5); y (c) en regulares condiciones (IIR = 4.1 mm/m).

Atendiendo, en general, la sensibilidad de la energía almacenada a la variación de la rigidez de las suspensiones de los vehículos, ésta puede cuantificarse calculando los rangos de variación (valor máximo menos valor mínimo) para los distintos pavimentos y vehículos considerados, lo cual se muestra en la Tabla 5.2. En esta tabla se lista también la relación de la variación para los distintos tipos de pavimento, en función del mínimo rango de variación obtenido (el correspondiente al pavimento 1).

	<i>Rango de variación</i>	<i>Respecto al pavimento 1</i>
<i>Pavimento 1, en inmejorable estado</i>	<i>0.016</i>	<i>1.0</i>
<i>Pavimento 2, en muy buen estado</i>	<i>0.110</i>	<i>5.875</i>
<i>Pavimento 3, en regular estado</i>	<i>0.170</i>	<i>10.62</i>

Tabla 5.2 Rangos de variación para la energía de deformación, para los distintos pavimentos considerados.

Mientras que el análisis anterior, mostrado en la Tabla 5.2, considera los límites de los valores reportados en la Figura 5.14, se puede identificar que otro elemento de análisis para cada tipo de vehículo, consiste en cuantificar la variación en la cantidad de energía almacenada por efecto de la variación de la rigidez de las suspensiones. Al respecto se puede intuir, al observar la Figura 5.14, que el tipo de vehículo que presenta una mayor sensibilidad es el C2. Esta observación se comprueba al calcular los valores RMS de las diferencias en la energía almacenada entre valores consecutivos de rigidez (se toma el valor RMS debido a que estas diferencias son positivas y negativas). Este segundo análisis se muestra en la Figura 5.15, en donde se observa que el vehículo C2 es el más sensible, seguido por los vehículos T3S3, C3, T2S1 y T3S2, mostrando este último una variación fuerte, irregular, para cuando el pavimento está en regular estado. Salvo en este caso, las posiciones relativas de los vehículos se mantienen como una función de la rugosidad del pavimento. Adicionalmente, se observa que los vehículos que mayor sensibilidad presentan son los vehículos con mayor y menor número de grados de libertad, esto es, el C2 (cuatro grados de libertad) y el T3S3 (11 grados de libertad).

Respecto a la sensibilidad “irregular” mostrada por el vehículo T3S2, mostrada en la Figura 5.15, al circular éste por un pavimento en regular estado, tal sensibilidad se explica como el

producto de la interacción de los cuerpos de la combinación vehicular y el perfil de pavimento considerado, de tal manera que la respuesta del tándem del tractor interactúa con la respuesta del tándem del semirremolque.

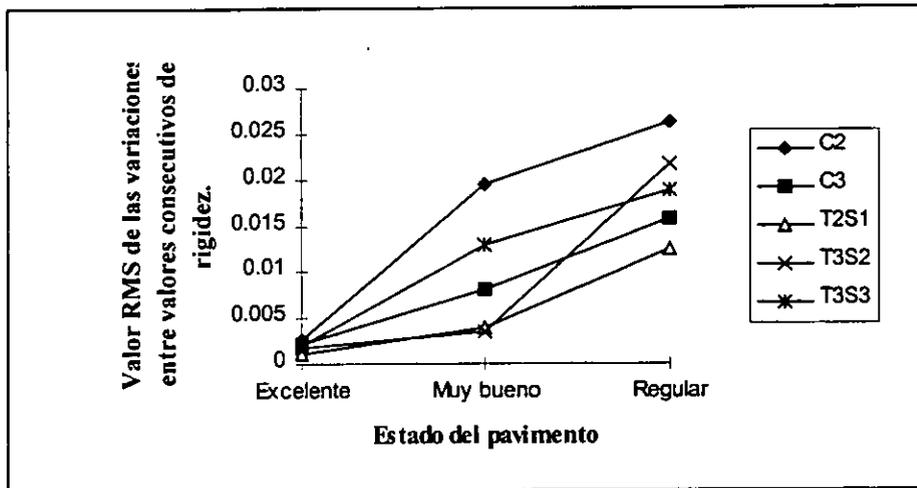


Figura 5.15 Valores RMS de las variaciones entre valores consecutivos de la gráfica de la Figura 5.14.

Discusión

Ciertamente, la interpretación de los resultados mostrados hasta ahora deberá tomar en cuenta la interacción de los componentes armónicos de la excitación, con los distintos grados de libertad de los vehículos y sus correspondientes superposiciones. De esta manera, un pavimento que tenga una rugosidad mayor, contendrá componentes armónicos de menor longitud de onda con lo que, para una cierta velocidad de tránsito, constituirá una excitación a mayor frecuencia. Combinado esto con la consideración de un vehículo cuyas suspensiones son más rígidas, tal cual se ha presentado en las simulaciones, se obtendrá que la operación del vehículo estará más próxima a su operación en resonancia de las masas suspendida y de los ejes de los vehículos. No obstante que en este caso la interpretación es directa, en la interpretación de los resultados habrá que tomar en cuenta que la interacción entre ambos cuerpos de los vehículos articulados es de gran importancia, lo cual ha sido reconocido hasta recientemente [57].

5.4.5 Efecto de la rigidez de las llantas

En las partes de la Figura 5.16 se muestra el efecto que el valor de la rigidez de las llantas tiene sobre la energía almacenada en el pavimento, para los vehículos circulando a 80 km/h sobre los tres tipos de pavimento considerados. De estos resultados, es posible observar una alta sensibilidad de la energía a esta variable, distinguiéndose el comportamiento de los vehículos articulados (equipados con suspensión de balancín) respecto a los no articulados (que ciertamente no están equipados con suspensión de balancín). De esta manera, y en la medida en que la rigidez de los neumáticos es incrementada, todos los vehículos provocan una mayor acumulación de energía en el pavimento, a excepción del vehículo tipo T3S3, el cual muestra una ligera disminución a altos valores de rigidez.

Por cuanto a los distintos comportamientos manifestados por los vehículos T3S2 y T3S3, esto es, que el vehículo T3S3 tiende a estabilizarse en valores relativamente bajos de energía en la medida que la rigidez nominal de las llantas aumenta, al contrario del vehículo T3S2, cuya respuesta tiende a incrementar la energía almacenada en la medida en que la rigidez de las llantas aumenta, la explicación para este efecto se deriva del reconocimiento de la interacción dinámica de los dos cuerpos vehiculares (tractor y semirremolque), en conjunción con el número de entradas que tienen cada uno de los vehículos desde el pavimento (tres ejes en el caso del tractor contra dos y tres ejes en el caso del semirremolque del T3S2 y T3S3, respectivamente). De esta manera, el mayor número de entradas desde el pavimento, que tiene el semirremolque del vehículo tipo T3S3 respecto al T3S2, implicaría la estabilización del primero respecto al segundo.

Atendiendo los resultados de manera global, éstos indican una gran agresividad de los vehículos para con los pavimentos, al circular éstos con llantas más rígidas, sobreinfladas por ejemplo. Al respecto, se reconoce asimismo, que llantas más rígidas implican también mayores niveles de vibración en los vehículos, lo cual se traduce igualmente en una pérdida sensible de la suavidad de marcha y en un posible daño a las mercancías transportadas [58].

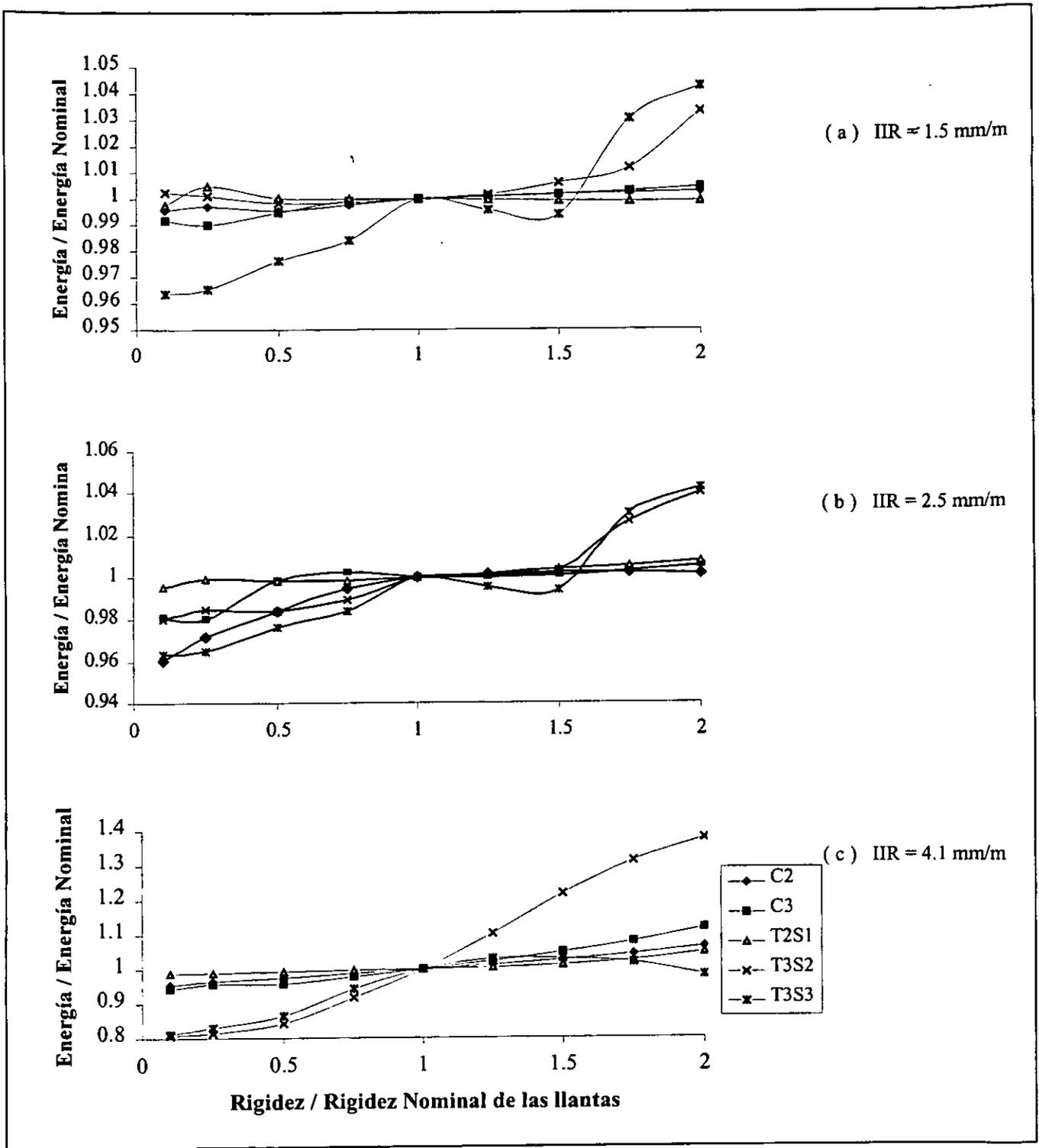


Figura 5.16 Efecto de la rigidez de las llantas sobre la energía almacenada en el pavimento, para el tránsito sobre un pavimento: (a) en excelentes condiciones (IIR=1.5 mm/m); (b) en buenas condiciones (IIR=2.5); y (c) en regulares condiciones (IIR= 4.1 mm/m).

Efectuando un análisis semejante al presentado en el caso del análisis del efecto de la rigidez de la suspensión, esto es, al restar el valor mínimo del valor máximo de la energía obtenida a lo largo del pavimento, se ha obtenido lo que se muestra en la Tabla 5.3. De acuerdo con estos resultados y como un producto de la rugosidad del pavimento, se tienen rangos de variación grandes para las energías máximas y mínimas resultantes a lo largo del pavimento. Al respecto, es importante señalar que a escala práctica, estos amplios rangos de variación implicarán un efecto espacial determinante, en el que el deterioro del pavimento será notablemente desigual, existiendo secciones del mismo cuyo deterioro sea varias veces mayor respecto a las secciones de menor energía.

	<i>Rango de variación</i>	<i>Respecto al pavimento 1</i>
<i>Pavimento 1, en inmejorable estado</i>	<i>0.0524</i>	<i>1.0</i>
<i>Pavimento 2, en muy buen estado</i>	<i>0.0821</i>	<i>1.56</i>
<i>Pavimento 3, en regular estado</i>	<i>0.5614</i>	<i>10.7</i>

Tabla 5.3 Rangos de variación para la energía de deformación, para los distintos pavimentos considerados.

Comparando los resultados de la Tabla 5.3 con aquellos de la rigidez de la suspensión, Tabla 5.2, se observa una distinta sensibilidad, en la que el pavimento en muy buen estado (el número 2) implica una mínima variación en el caso de la rigidez de las llantas, mientras que en el caso de la rigidez de la suspensión, este mismo pavimento implica variaciones importantes (de 5.875 contra 1.56), lo cual otra vez deberá interpretarse en la perspectiva de la dinámica de los dos cuerpos vehiculares y en las entradas desde el pavimento.

Por otro lado, y al igual que en análisis del efecto de la rigidez de la suspensión, esto es, efectuando un análisis de sensibilidad para cada tipo de vehículo, obteniendo los valores RMS de las diferencias en la energía almacenada entre valores consecutivos de rigidez de las llantas, en la Figura 5.17 se muestra una relación entre los tipos de vehículos y la sensibilidad. De esta forma, en esta figura se observa que el vehículo T3S3 presenta una mayor sensibilidad, seguido del vehículo tipo T3S2, que muestra una fuerte sensibilidad para pavimento en regular estado, así como los vehículos tipo C3 y C2, quedando como el menos sensible el vehículo articulado de tres ejes (T2S1).

Estos resultados pueden ser interpretados como una consecuencia de la interacción entre los diferentes cuerpos, afectando los resultados tanto el número de ejes del vehículo como si éste es articulado o no. Así, el vehículo T2S1 es el que muestra una sensibilidad menor, lo cual podría interpretarse como el balanceo entre las excitaciones en ambos extremos del par de cuerpos acoplados, esto es, el tractor recibe una excitación a una distancia aproximadamente igual a la mitad de distancia que la recibe el semirremolque, contando el eje delantero del tractor de un eje de dos llantas, mientras que el del semirremolque cuenta con cuatro llantas (el doble de rigidez).

Por cuanto a la mayor sensibilidad de los vehículos articulados, si bien el incremento con el número de ejes es notable, el vehículo T3S2 muestra una sensibilidad alta para pavimentos en regular estado, la cual puede interpretarse analizando la interacción entre ambos cuerpos articulados. De esta forma, el vehículo T3S3 cuenta, respecto al T3S2, con una excitación (entrada) más en la parte del semirremolque, lo que aparentemente provoca que la respuesta del vehículo se pondere, al “balancear” la importante respuesta de la suspensión de balancín con que está equipada el tractor de este vehículo, disminuyendo con ello la vibración de “cabeceo” de la caja, y por ende siendo menores las fuerzas dinámicas sobre el pavimento.

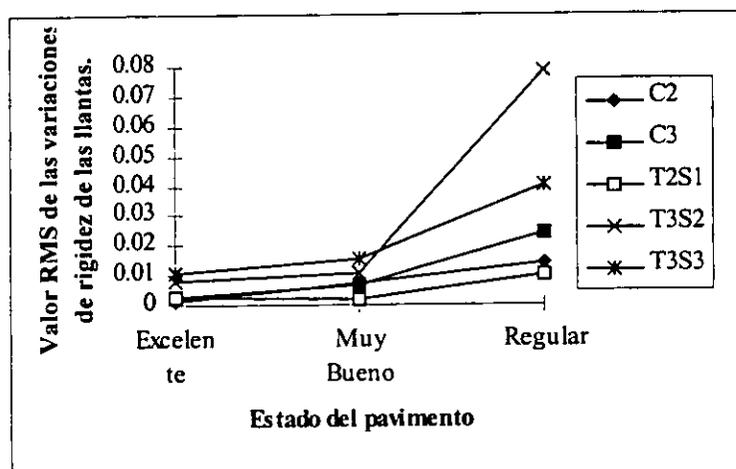


Figura 5.17 Valores RMS de las variaciones entre valores consecutivos de la gráfica de la Figura 5.16.

5.4.6 Efecto del amortiguamiento de la suspensión

En cada una de las tres partes de la Figura 5.18 se muestra el efecto que el valor del amortiguamiento de las suspensiones de los vehículos, tiene sobre la energía almacenada en el pavimento, para las tres condiciones del pavimento descritas previamente. En este caso los resultados muestran una gran sensibilidad de todos los vehículos para cuando el amortiguamiento es bajo, estabilizándose rápidamente a valores aproximadamente constantes de energía, siendo esta rapidez función del tipo de vehículo. De esta manera, el vehículo que comparativamente presenta una mayor sensibilidad es el C3, seguido por los vehículos tipo T3S3, C2, T2S1 y T3S2. Así, se observa una tendencia distinta respecto a lo anotado para el efecto de la rigidez de las llantas y de la suspensión. En este caso, el vehículo T3S3 resulta más sensible que el vehículo T3S2, lo cual hace notar la importancia de contar los equipos con los niveles de amortiguamiento adecuados. Esto es, en este caso un mayor número de ejes (del vehículo T3S3) provoca una mayor sensibilidad a la variación del amortiguamiento, lo cual es aplicable para el caso de los vehículos rígidos o no articulados, en el sentido de que el C3 tiene una mayor sensibilidad que el C2. No obstante, esta sensibilidad es función del estado del pavimento, observándose que entre mayor es la rugosidad del mismo, mayor es la sensibilidad de los vehículos al amortiguamiento de la suspensión.

Comentario

Respecto a los resultados mostrados, se señala aquí que las pequeñas variaciones obtenidas a partir de ciertos valores de amortiguamiento, que demuestran una baja sensibilidad de la energía almacenada una vez alcanzado un cierto nivel de amortiguamiento, habrían de ser consideradas en el contexto de los volúmenes de vehículos actualmente circulando por las principales carreteras, los cuales son del orden de decenas de miles [59]. Por lo anterior, se puede concluir que el efecto acumulado hace que las pequeñas variaciones obtenidas sean relevantes.

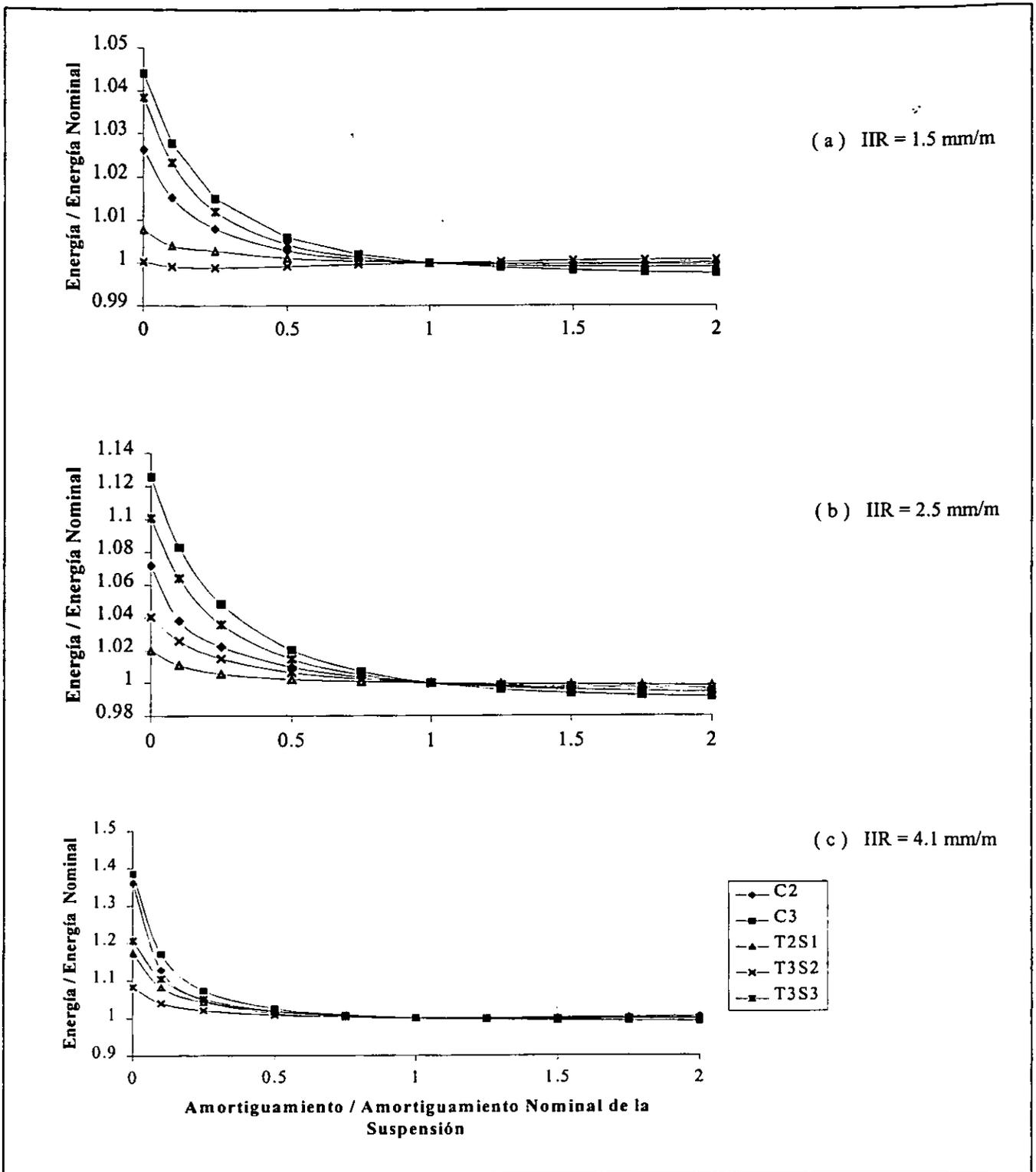


Figura 5.18 Efecto del amortiguamiento de las suspensiones de los vehículos sobre la energía almacenada en el pavimento, para pavimentos en: (a) excelente estado (IIR=1.5); (b) buen estado (IIR=2.5 mm/m); y (c) en regular estado (IIR=4.1 mm/m).

5.4.7 Efecto del amortiguamiento de las llantas

En las partes de la Figura 5.19 se muestra el efecto que el amortiguamiento de las llantas tiene sobre la energía almacenada en el pavimento, para los vehículos circulando a 80 km/h sobre un pavimento en inmejorable estado (IIR de 1.5 mm/m, Figura 5.19(a)); en buen estado (IIR de 2.5 mm/m, Figura 5.19(b)), y en regular estado (IIR de 4.1 mm/m, Figura 5.19 (c)). El nivel de carga en todos los casos es del 100 por ciento, esto es, según lo anotado en la Tabla 5.1.

En este caso se observa que los vehículos articulados, equipados con suspensiones tipo viga oscilante o de balancín y teniendo los mayores números de grados de libertad, muestran una gran sensibilidad a los valores de amortiguamiento de las llantas, mientras que los vehículos unitarios o no articulados, muestran una muy pequeña sensibilidad, por lo cual, para estos últimos vehículos, el efecto de este amortiguamiento sobre la respuesta del vehículo, ha de ser considerado en la perspectiva de los grandes flujos vehiculares existentes en los caminos. Sin embargo, se reconoce que el efecto es prácticamente despreciable para este tipo de vehículos, lo cual, aunque coincide en general con lo reportado en la literatura [6], podría interpretarse como una señal de que los modelos de llanta tendrían que ser refinados. Respecto a este efecto del amortiguamiento de las llantas, es importante señalar que éste es función de varios factores, de entre los cuales los más importantes son la presión de inflado y el tipo de construcción de la llanta (radial o de costados rígidos). Así, las llantas radiales presentan menores coeficientes de amortiguamiento, al tiempo que este amortiguamiento es extremadamente sensible a la presión de inflado, esto es, al duplicar la presión de inflado, el amortiguamiento de las llantas radiales podría disminuir a la mitad, mientras que en el caso de las llantas de costados rígidos, el amortiguamiento sólo disminuye ligeramente (10 por ciento) [60]. Otro efecto del amortiguamiento presente en las llantas, tiene que ver con la temperatura de operación de éstas, de tal manera que las llantas que presentan mayor amortiguamiento tendrán una temperatura de operación mayor, lo cual redundará ligeramente en la presión del aire de la llanta y, consecuentemente, en la rigidez de la misma [61].

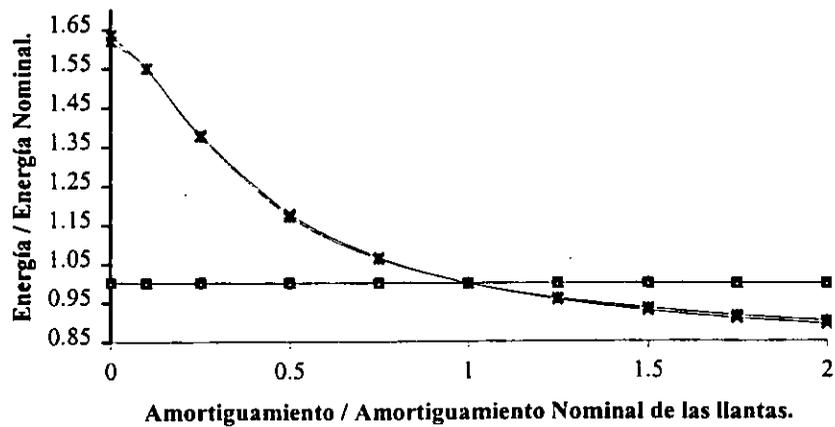
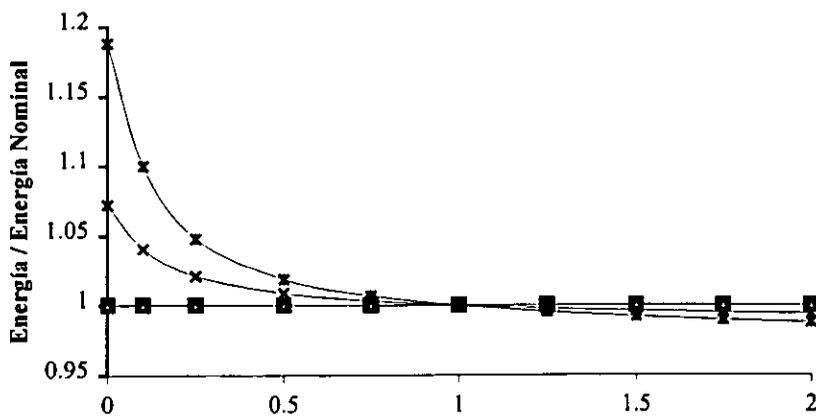
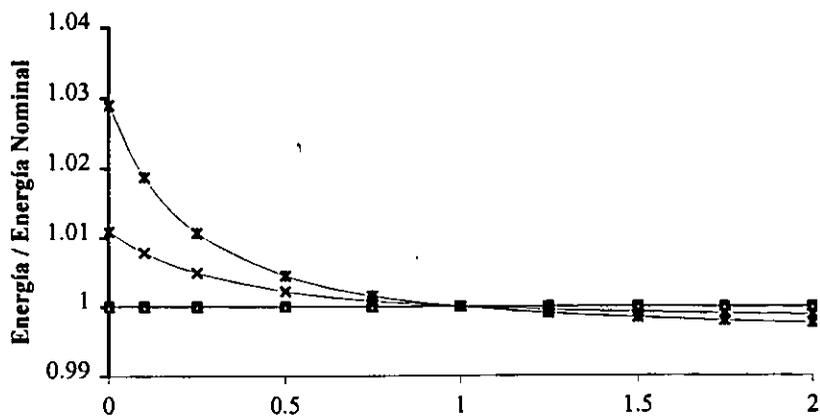


Figura 5.19 Efecto del Amortiguamiento de las llantas sobre la energía almacenada en el pavimento, para pavimentos en: (a) excelente estado (IIR = 1.5); (b) en buen estado (IIR = 2.5 mm/m); y (c) en regular estado (IIR = 4.1 mm/m).

5.4.8 Efecto de la longitud del vehículo

En la Figura 5.20 (a, b y c) se muestra el efecto que la longitud del vehículo tiene sobre el valor de la energía almacenada en el pavimento, para los vehículos circulando a 80 km/h sobre pavimentos en excelentes, muy buenas y regulares condiciones, respectivamente. Para esto, las variaciones en las longitudes de los vehículos se han tomado de 1 metro hacia arriba y hacia bajo respecto a la longitud nominal. Para el caso de las combinaciones vehiculares (T2S1, T3S2 y T3S3), la única longitud que se ha modificado es la de la caja o semirremolque. De acuerdo con los resultados mostrados, en general el efecto de la longitud puede ser considerado como pequeño (menor al 1.5 %), y dependiente tanto del tipo de vehículo analizado como del tipo de pavimento. De esta manera, en el caso del pavimento en regular estado, Figura 5.20 (c) (que mejor representa el estado actual de los pavimento nacionales), los vehículos equipados con grupos de ejes, tándem en el caso de los vehículos C3 y T3S2, y tridem y tándem en el caso del vehículo T3S3, muestran una mayor sensibilidad a su longitud, lo cual puede atribuirse al efecto combinado de la distancia entre los ejes delanteros y traseros del vehículo y la separación de los ejes tándem y tridem, al afectar estas distancias la perturbación que es recibida por el vehículo desde el pavimento, atenuándose algunas perturbaciones como resultado del filtrado por distancia entre ejes [2]. Por otro lado, para pavimentos en excelente y buen estado, los vehículos que mayor sensibilidad presentan son aquellos con mayores números de grados de libertad, tanto para vehículos unitarios (C3) como para articulados (T3S3).

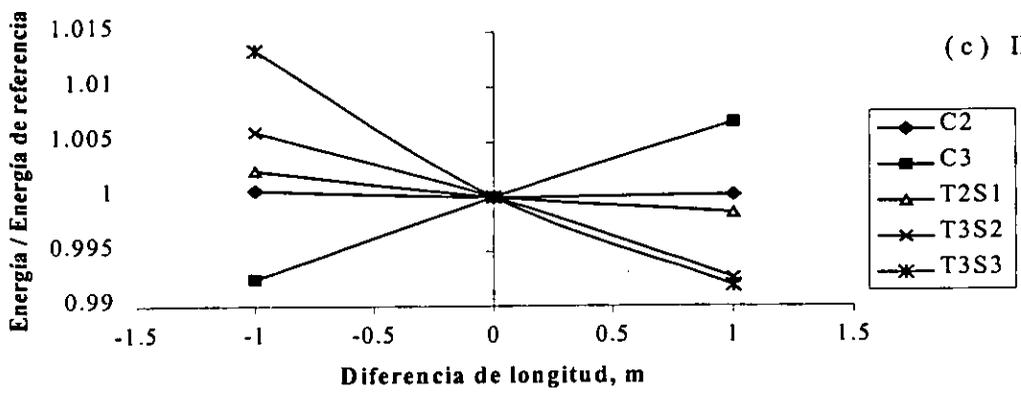
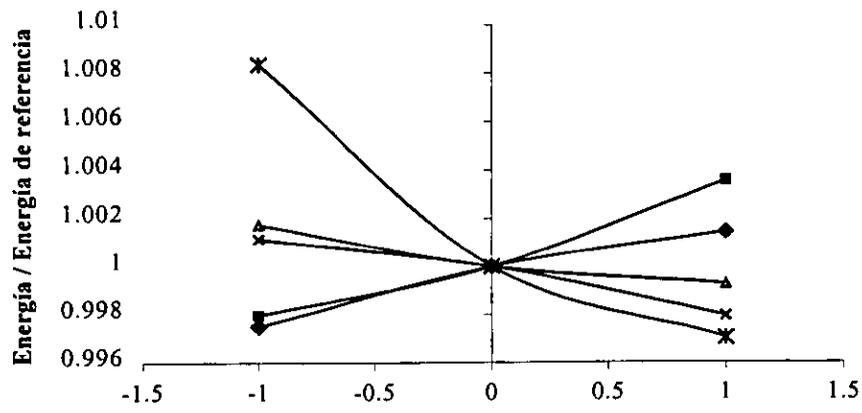
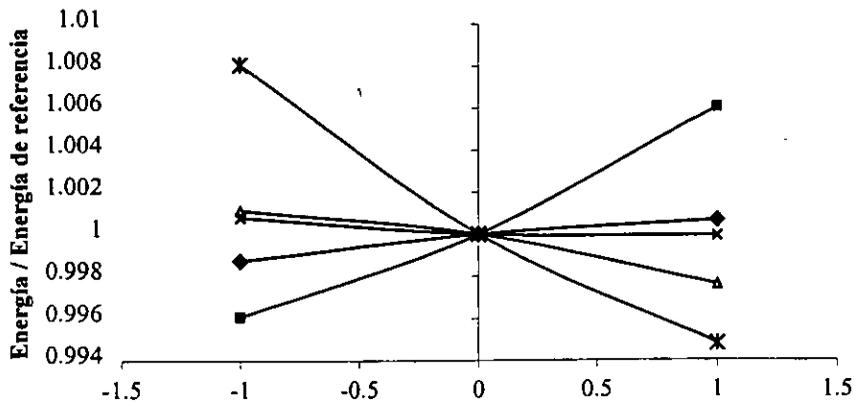


Figura 5.20 Efecto de la longitud del camión (vehículos tipo C2 y C3) y del semirremolque (vehículos T2S1, T3S2 y T3S3), sobre la energía almacenada en el pavimento, al circular los vehículos por pavimentos en: (a) excelente estado, (IIR=1.5 mm/m); (b) buen estado (IIR=2.5 mm/m); y (c) en regular estado (IIR=4.1mm/m).

5.4.9 Efecto de la velocidad del vehículo

Las diferentes partes de la Figura 5.21 muestran los resultados de la consideración del efecto que la velocidad de los vehículos tiene sobre la energía almacenada en el pavimento, para pavimentos en inmejorable estado (parte (a)), en muy buen estado (parte (b)), y en regular estado (parte (c)). El nivel de carga considerado para los vehículos en estas simulaciones corresponde al máximo permitido por la reglamentación vigente [2].

En las curvas mostradas puede observarse un efecto importante de la velocidad, al tenerse variaciones del orden del 10%, identificándose tendencias mixtas como una función del tipo de vehículo. De esta manera, la energía almacenada disminuye cuando la velocidad es aumentada en vehículos no articulados, y aumenta en el caso de vehículos articulados. Al respecto, en la literatura también se reconoce un efecto moderado de la velocidad de los vehículos sobre los pavimentos, aunque se hace notar que para caminos en excelente estado (muy baja rugosidad), el efecto tiende a disminuir con la velocidad [6,10].

Dadas las diferentes tendencias observadas en la respuesta de los vehículos cuando el perfil del pavimento corresponde a uno en regular estado (IIR de 4.1 mm/m, Figura 5.21 (c)), surge la necesidad de explorar más cuidadosamente la respuesta de los vehículos. De esta manera, se han efectuado gráficas de resultados eje por eje, las cuales se presentan en las Figuras de la 5.22 a la 5.26. En estas figuras se han incluido, como un elemento adicional para comprobar la consistencia de los resultados, aquellos que toman de base los coeficientes de carga dinámica (*DLC*). De esta manera, las Figuras 5.22 (a) y (b) presentan los resultados para la Energía Almacenada y el *DLC*, respectivamente, para el vehículo tipo C2, y así sucesivamente para todos los demás vehículos. Los resultados de estas figuras permiten observar la importancia que la respuesta dinámica de la suspensión tipo viga oscilante o balancín (*walking beam*) tiene sobre la respuesta global del vehículo.

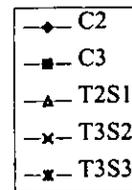
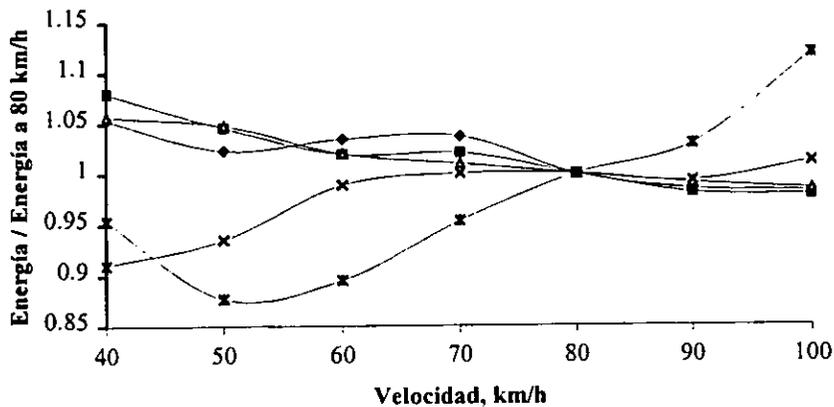
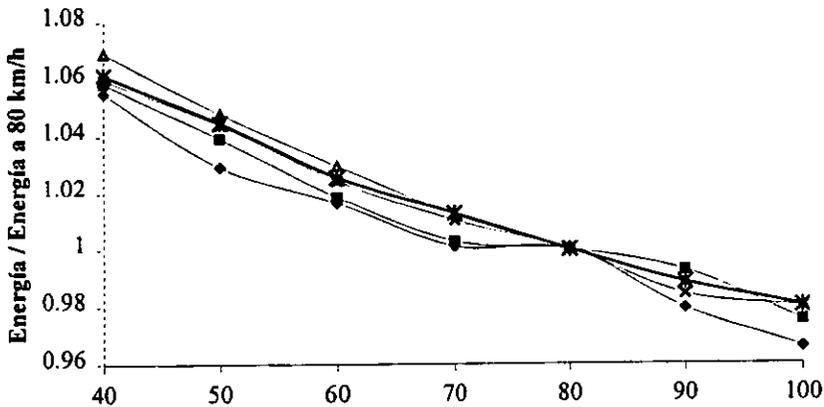
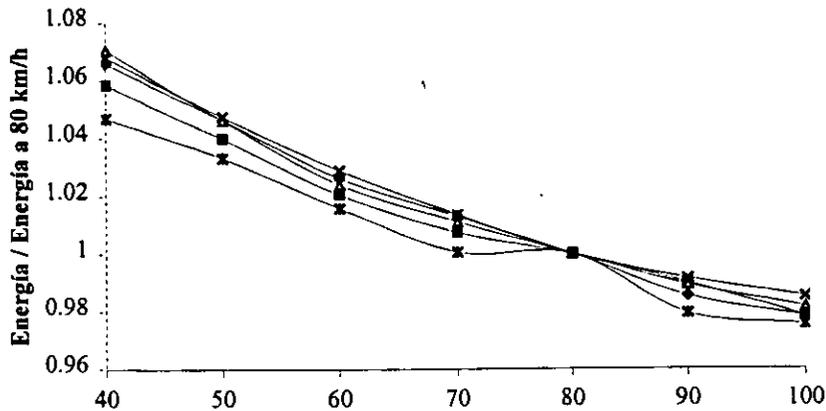
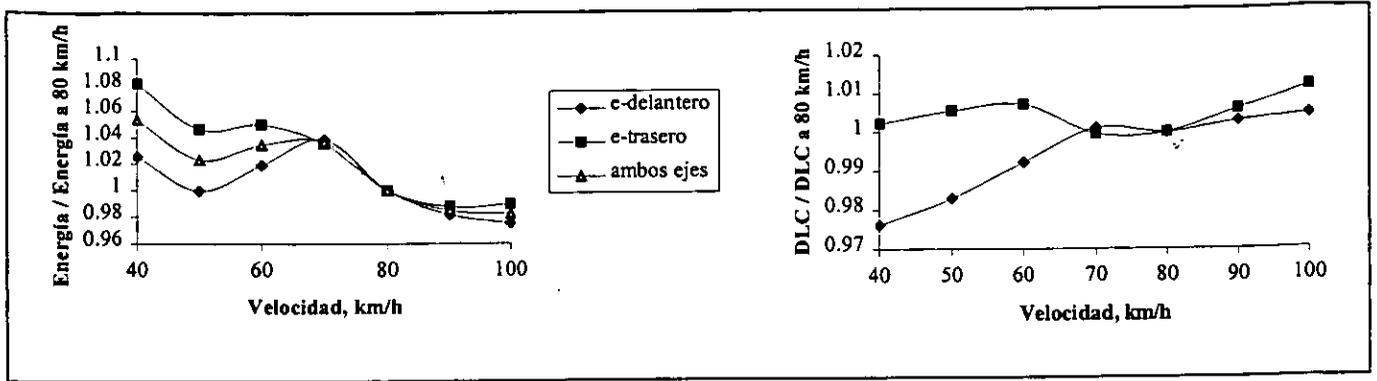


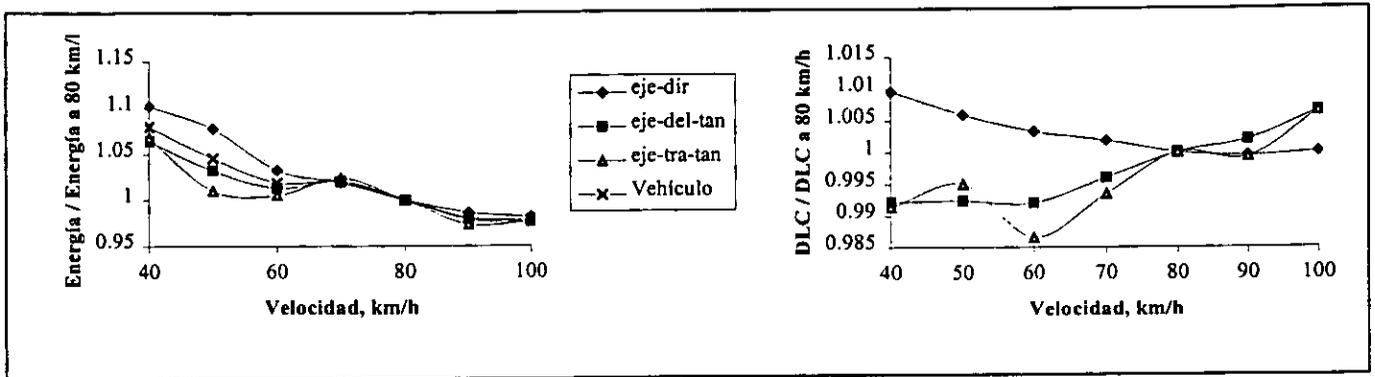
Figura 5.21 Efecto de la velocidad de los vehículos sobre la energía almacenada en el pavimento, al circular los vehículos por tres tipos de pavimentos: (a) en inmejorable estado (IIR=1.5 mm/m); (b) en buen estado (IIR=2.5 mm/m); y (c) en regular estado (IIR=4.1mm/m).



(a)

(b)

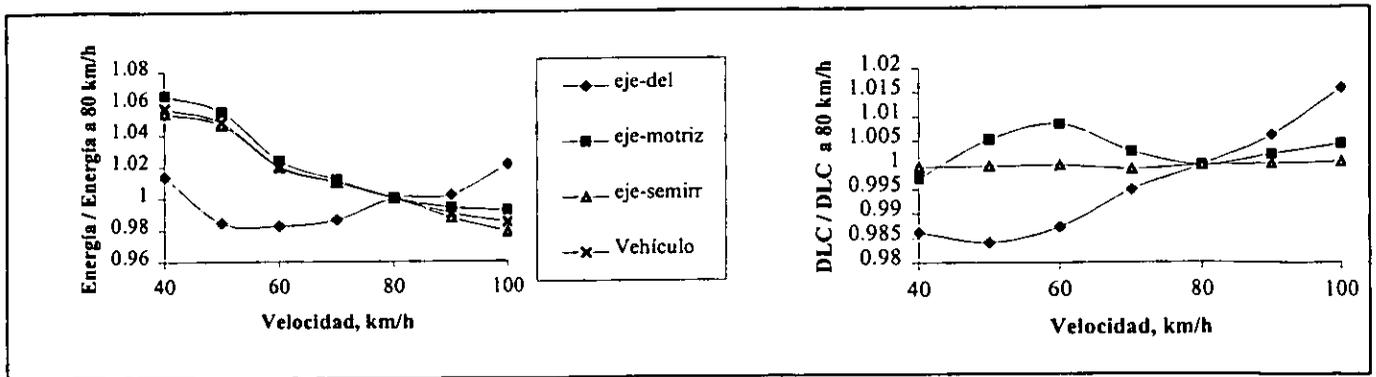
Figura 5.22 Vehículo C2. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. (Camino con IIR = 4.1mm/m)



(a)

(b)

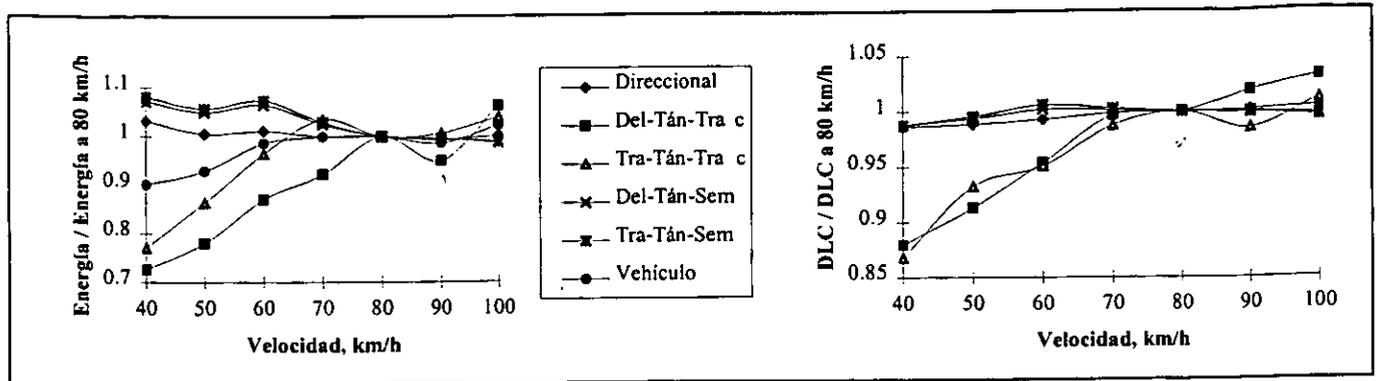
Figura 5.23 Vehículo C3. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. (Camino con IIR = 4.1mm/m)



(a)

(b)

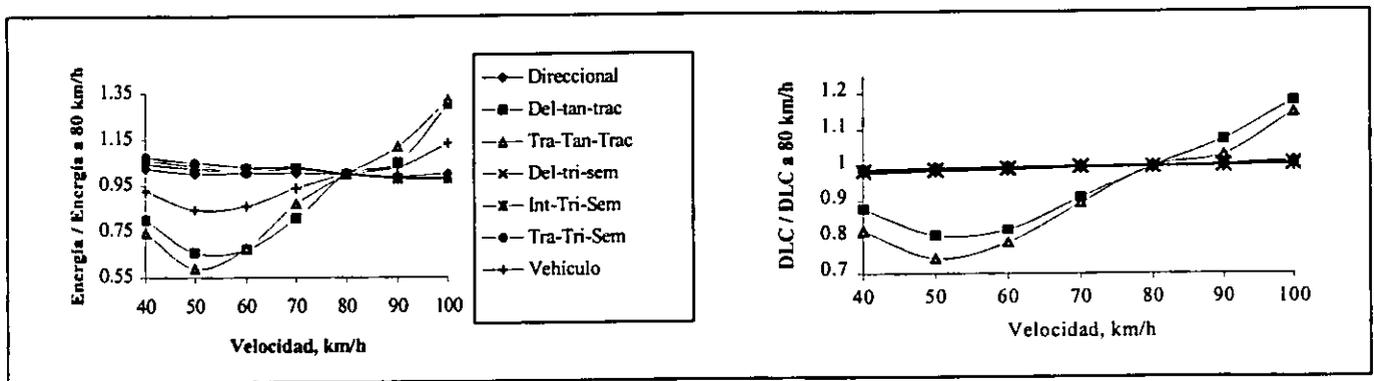
Figura 5.24 Vehículo T2S1. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. (Camino con un IIR de 4.1mm/m)



(a)

(b)

Figura 5.25 Vehículo T3S2. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. (Camino con un IIR de 4.1mm/m)



(a)

(b)

Figura 5.26 Vehículo T3S3. Efecto por ejes. a) Energía Almacenada, b) DLC. Camino con un IIR de 4.1 mm/m.

5.5 Efecto de parámetros asociados al pavimento

En esta sección se presentan los resultados de simulaciones efectuadas de la energía almacenada en el pavimento, como una función de la temperatura y de la rugosidad del mismo.

Efecto de la rugosidad del pavimento

En la Figura 5.27 se muestra el efecto que la rugosidad del pavimento tiene sobre el valor de la energía almacenada en éste, para los vehículos cargados al 100% de su carga nominal, y circulando a una velocidad de 80 km/h. Como se puede observar de las curvas resultantes mostradas, el efecto de la rugosidad implica un cambio importante, del orden de hasta el 20%, exhibiendo un incremento generalizado de la energía producto de un incremento en la rugosidad del camino, siendo los vehículos articulados más sensibles a este incremento. De esta manera, se puede concluir que el deterioro del pavimento de la propia carretera, manifestado por un alto Índice de Rugosidad, provoca que el efecto subsecuente se dé de manera acelerada, producto de esta misma rugosidad.

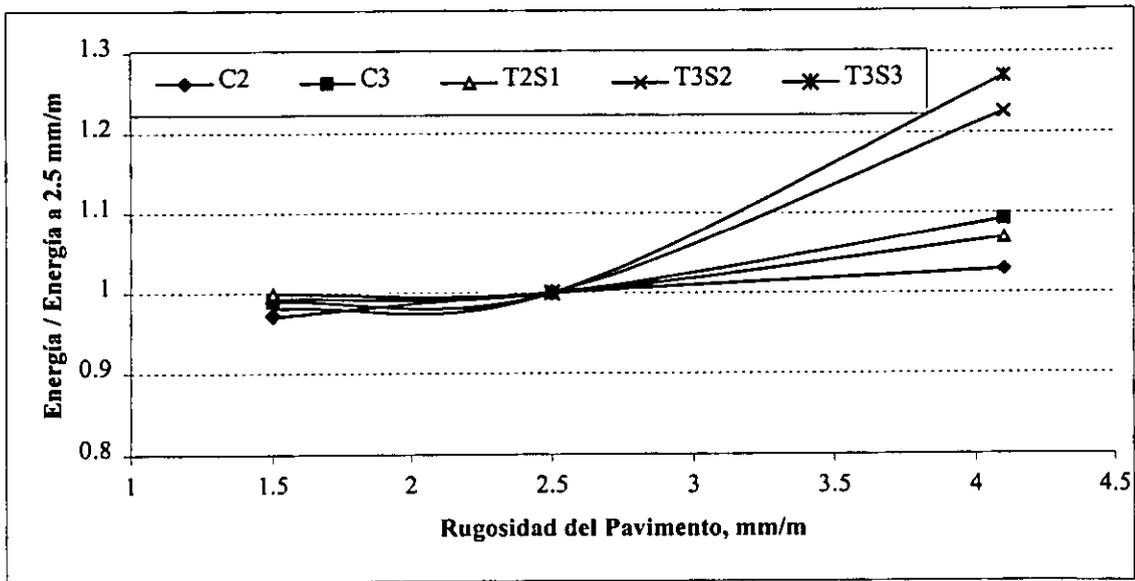


Figura 5.27 Efecto de la Rugosidad del Pavimento sobre la energía almacenada en el mismo.

Efecto de la temperatura del pavimento y condiciones de la mezcla asfáltica

En la Figura 5.28 se muestra el impacto que la temperatura del pavimento tiene sobre el valor de la energía almacenada en el mismo, considerando los vehículos circulando a 80 km/h y al 100% de su carga útil. El efecto observado podría calificarse de dramático, lo cual coincide plenamente con lo reportado en la literatura, esto es, que el deterioro de los pavimentos se da de manera aguda en los periodos estacionales en los que la temperatura promedio del pavimento es mayor [54].

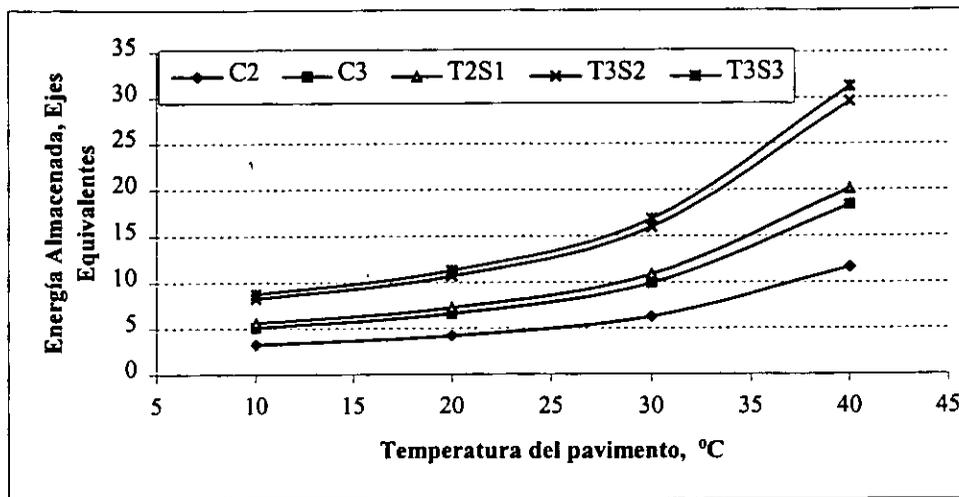


Figura 5.28 Efecto de la Temperatura del Pavimento sobre la energía almacenada en el mismo. Vehículos circulando a 80 km/h sobre un pavimento en regular estado (IIR=4.1 mm/m)

Con objeto de mostrar la sensibilidad de la energía almacenada, a distintos parámetros asociados al pavimento, en las Figura 5.29 y 5.30 se muestra el efecto que sobre esta energía tienen el índice de penetración del aglutinante asfáltico y el volumen de huecos de la mezcla, para distintas velocidades de aplicación de la carga. Las cargas en este caso se han tomado de la simulación del vehículo tipo C2 (ambos ejes). En los resultados mostrados se puede observar tendencias monotónicas para todas las variables consideradas.

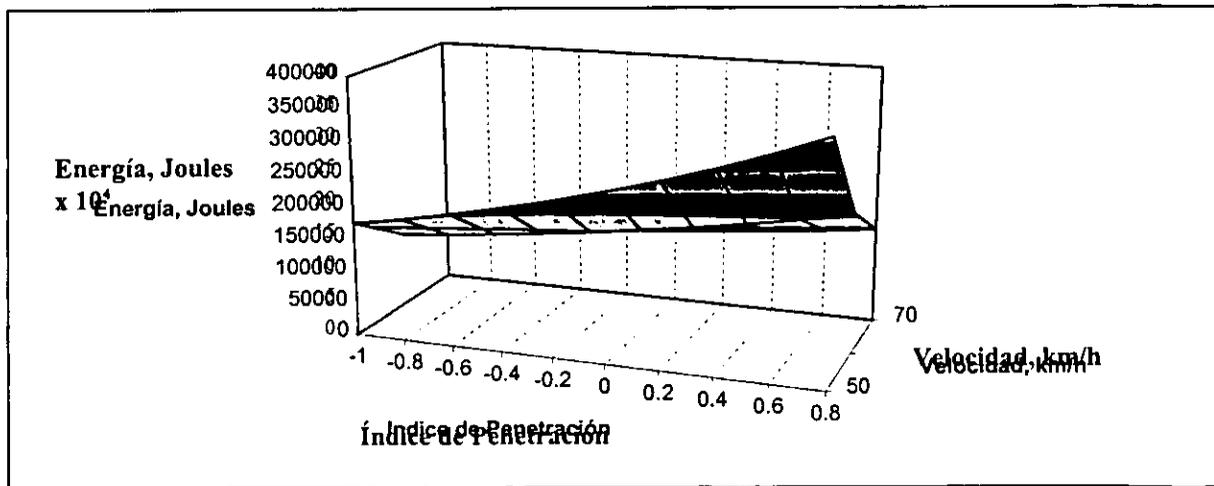


Figura 5.29 Resultados de la simulación del paso de un vehículo tipo C2 (2 ejes) por un camino en regular estado, para una temperatura del pavimento de 16 °C y un volumen de huecos del 10%.

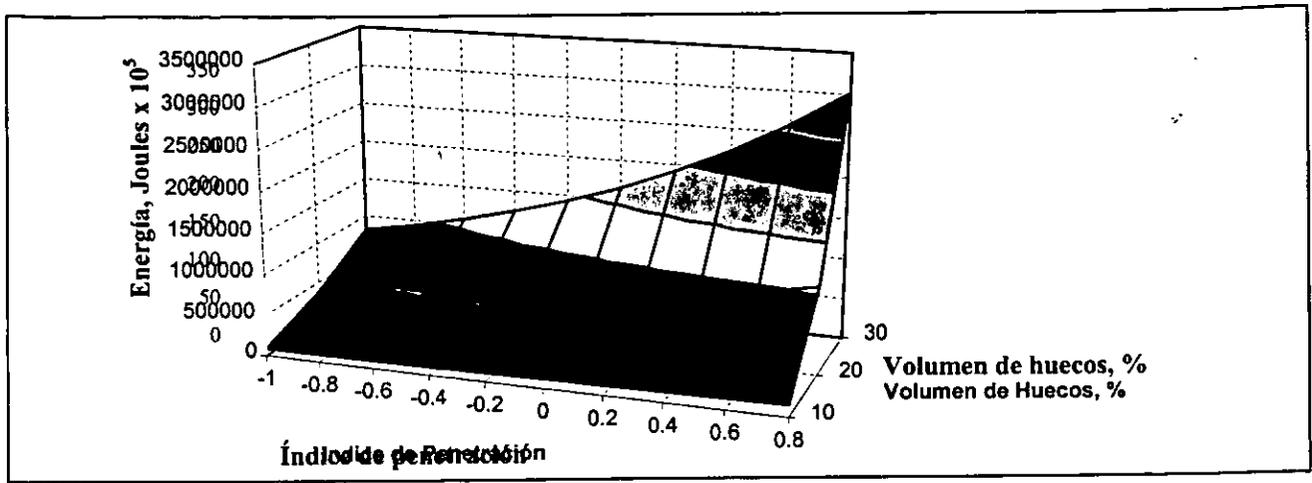


Figura 5.30 Resultados de la simulación del paso de un vehículo tipo C2 (2 ejes) por un camino en regular estado, para una temperatura del pavimento de 16 °C y una velocidad del vehículo de 40 km/h.

5.6 Distribución de la energía almacenada a lo largo del pavimento

En la Figura 5.31 se muestra la distribución de la energía almacenada a lo largo del perfil del pavimento, para los distintos tipos de vehículos analizados. Así, esta figura puede proporcionar alguna información respecto a las porciones del pavimento sometidas a un mayor efecto por parte de los vehículos.

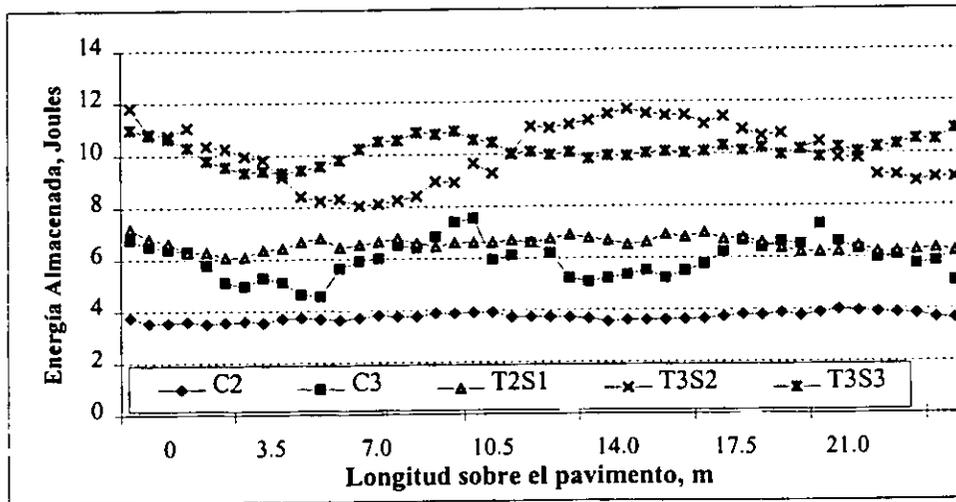


Figura 5.31 Distribución de la Energía almacenada a lo largo del perfil del pavimento, para el paso de distintos vehículos por un camino en regular estado (IIR=4.1 mm/m).

5.7 Discusión

Los resultados del estudio paramétrico presentado en este capítulo ilustran las potenciales aplicaciones de los modelos desarrollados para el análisis de la interacción vehículo pesado – pavimento, tomando en consideración tanto factores asociados a los vehículos como a los pavimentos. De entre los factores que podrían ser considerados como de mayor relevancia se tiene al nivel de carga y velocidad del vehículo, así como la rugosidad del pavimento. De esta manera, entre los efectos de menor importancia se tienen al amortiguamiento de las llantas y la longitud de los vehículos, representando el amortiguamiento de la suspensión un factor de importancia intermedia entre estos dos extremos identificados.

Por el lado de los pavimentos, un tratamiento lineal, como el aquí aplicado, ha sido considerado como aceptable por diversos autores, entre ellos Cebon [10] y Huang [40,62]. De esta manera, recordando el objetivo fundamental de esta investigación, esto es, el proporcionar una formulación que permita evaluar de manera masiva (realista) la interacción vehículo pesado – pavimento, una refinación de los modelos se observaría como innecesaria.

Capítulo 6

Esquema de simulación masiva

6.1 Introducción

En los capítulos precedentes se han expuesto los tres modelos desarrollados para atender de manera integral la interacción de los vehículos pesados con el pavimento. Estos modelos corresponden a la formulación de la respuesta dinámica de los vehículos al perfil del pavimento, al modelo discreto de pavimento flexible y al modelo de la energía de deformación, el cual evalúa el efecto de los vehículos sobre el pavimento. Al respecto y atendiendo las características de estos modelos, se identifican ciertas cualidades por cuanto a su desempeño computacional. Esto es, en el Capítulo 3 se han anotado las ventajas que desde este punto de vista tiene el esquema de elementos discretos de pavimento, mientras que en el Capítulo 2 se ha destacado el aspecto de que la respuesta dinámica de los vehículos al perfil del pavimento se puede analizar operando un conjunto de vectores y matrices.

Atendiendo ahora las variantes que la interacción vehículo pesado - pavimento puede presentar en la realidad y de lo antes expuesto, se puede vislumbrar un gran número de combinaciones, en las que distintas propiedades tanto de los vehículos como de los pavimentos, pudieran presentarse. De entre las propiedades de los vehículos a ser tomadas en cuenta se tiene el nivel de carga útil, la velocidad de tránsito y las propiedades de rigidez y amortiguamiento de la suspensión y llantas, entre otras características tales como la longitud de sus cuerpos y la posición de los centros de masa. De entre las propiedades de los pavimentos, contempladas ya en el modelo expuesto, se tiene la rugosidad del mismo y

algunas propiedades intrínsecas de la mezcla asfáltica, tales como el volumen de huecos presentes en la misma y la viscosidad y temperatura de suavización del aglutinante asfáltico. Como condición ambiental que fuertemente afecta al pavimento se tiene a la temperatura ambiente, de cuya magnitud depende la rigidez de la mezcla asfáltica.

Simulación realista

De acuerdo a lo anterior, una simulación que pretenda ser realista, deberá tomar en cuenta todas las variantes que se presentan en la interacción real vehículo pesado - pavimento. Esto es, cada vehículo forma con el pavimento un conjunto vehículo pesado - pavimento único, siendo las propiedades y condiciones de operación tanto del vehículo como del pavimento, distintas para cualquier otro conjunto vehículo - pavimento. Una simulación realista implicará entonces la simulación de cada conjunto individual vehículo - pavimento.

En este capítulo se presenta una aproximación *supercomputacional* al estudio de la interacción vehículo pesado - pavimento, necesaria en la perspectiva de simular cada conjunto vehículo - pavimento, tomando en cuenta las variantes que se presentan en esta interacción. Así, algunos aspectos generales del supercómputo son brevemente discutidos, describiendo la plataforma de cómputo específica empleada en los cálculos presentados. Posteriormente, se presenta la aplicación del esquema propuesto al análisis de una estadística de campo, la cual atiende los diferentes tipos de vehículos, la hora de circulación de los mismos y sus niveles de carga. De esta manera, la simulación de cada conjunto vehículo - pavimento es presentada, la cual incluye el efecto potencial de los vehículos sobre el pavimento, como una función de la temperatura ambiente, asociada a la hora del día, la velocidad de circulación y el nivel de carga de los vehículos.

Las ventajas del esquema propuesto y su utilidad para establecer políticas de uso racional de la infraestructura y sistemas predictivos del deterioro, son finalmente discutidas.

6.2 Generalidades de supercómputo

De manera general, un supercomputadora ha sido definida como “Una computadora que es mucho más rápida que las computadoras que la gente normalmente usa” [63]. La pertinencia de tal definición queda comprobada al atender los distintos esquemas que son conocidos para efectuar los cálculos de manera rápida. Así, los esquemas conocidos de supercómputo tienen inherentemente la capacidad de efectuar cálculos en paralelo, en distintas unidades de procesamiento. Una supercomputadora puede consistir de varios procesadores intercomunicados, que efectúen cálculos en paralelo de un mismo problema, o una supercomputadora puede ser una que, no obstante tener un sólo procesador, efectúe cálculos en paralelo en unidades de cálculo vectorial. Mientras que en el primer caso se tienen actualmente máquinas de hasta 1,000 procesadores [64], un ejemplo de supercomputadora equipada con un sistema paralelo de procesos vectoriales (*PVP*) es la primera Cray (Cray-1) desarrollada por Seymour Cray a principios de los años 70s, quien la desarrolló con objeto de evitar los problemas inherentes al manejo de muchos procesadores para un mismo problema. Esto es, como el mismo Cray lo anota: “*instead of doing things in parallel in separate mechanisms, to organize them in streams and do them in a vector mode*” [65].

“Pipeline” para cálculo vectorial paralelo

Lo que Cray desarrolló para hacer los cálculos en “torrentes”, se ilustra en la Figura 6.1. En esta figura se muestra la forma en que unidades de cálculo vectorial se combinan para hacer los cálculos en paralelo, a partir de registros vectoriales. La operación mostrada es una suma vectorial, y la *pipeline* mostrada tiene cinco etapas [66]. Estas cinco etapas se refieren a los procesos de decodificación y aproximación de los números a ser sumados, los cuales, en una máquina secuencial, son realizados en serie. En el proceso mostrado se tienen dos registros vectoriales, para los vectores x y y , y uno tercero para su suma $x + y$.

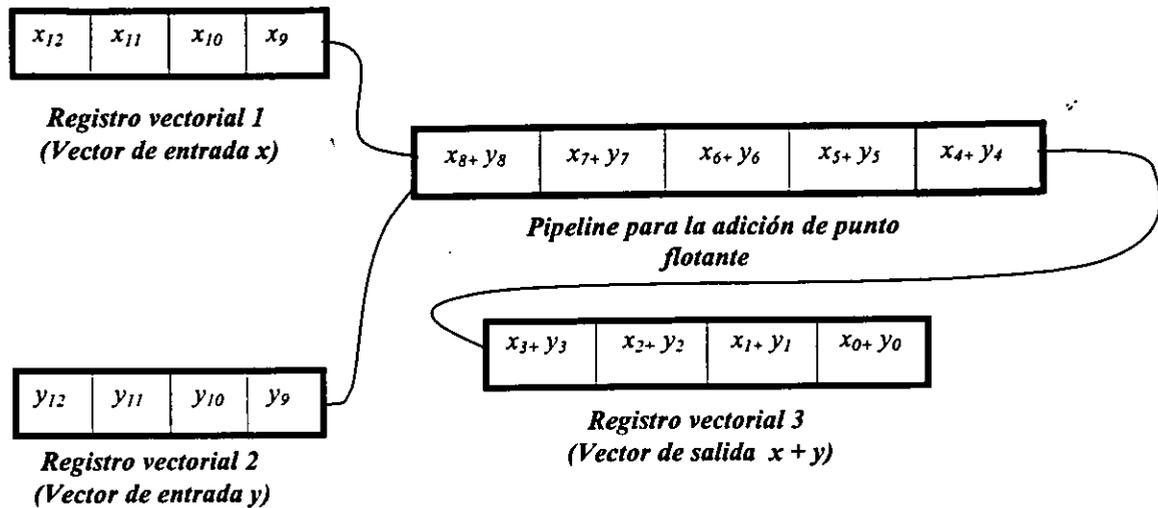


Figura 6.1. Sistema vectorial paralelo para efectuar la suma de vectores con un *pipeline* de 5 etapas.

Respecto a los distintos esquemas de supercómputo, es importante señalar que el autor del presente trabajo desarrolló una aplicación completamente paralela para la ejecución de los programas, bajo una plataforma de cientos de procesadores, en una máquina propiedad del *California Institute of Technology* [67]. En ese caso, dada la cantidad de procesadores disponibles, el cálculo se distribuyó separando los tránsitos horarios de los distintos vehículos, esto es, un procesador para cada hora del día y tipo de vehículo.

6.3 Esquema de supercómputo con una Cray EL-94

El Instituto Mexicano del Transporte es propietario de una supercomputadora Cray EL-94. Usando esta computadora es que se presenta el esquema para correr los programas de interacción vehículo pesado - pavimento. Esta máquina tiene las siguientes características [68]:

- Etapas de su arquitectura "*pipeline*": 5
- Capacidad máxima teórica, en Megaflops: 40
- Memoria en RAM: 512 MB
- Frecuencia del reloj: 33 MHz
- Número de procesadores: 2

En esta lista, *flop* es la unidad de medición de la rapidez de una máquina y significa operación de punto flotante por segundo [69]. La rapidez de algunas computadoras recientes es del orden 1.8 teraflops, esto es, 1,800,000,000,000 operaciones de punto flotante por segundo [69]. Como dato adicional, una máquina de 19.2 Gflops está clasificada en la posición 315 entre las computadoras más rápidas del mundo [70].

Para el caso particular de la simulación de la interacción vehículo pesado - pavimento en esta máquina Cray EL-94, el aprovechamiento de la capacidad de la misma se puede dar de dos maneras. Por un lado, atendiendo su capacidad vectorial, por el otro, sus dos procesadores. A continuación se explica una serie de características de optimización automática, inherentes a la máquina de referencia.

Autotasking

Dentro de las herramientas de optimización automática, *autotasking* es la distribución automática en varios procesadores, de procesos iterativos en bucles (“*loops*”) [71], estando dado el grado de ahorro de tiempo de cómputo en función del tamaño de las operaciones asociadas a los bucles. A manera de ejemplo, la Figura 6.2 muestra una parte de código de multiplicación de matrices, paralelizada automáticamente mediante *autotasking*. Para esta paralelización, el reporte del comando de compilación, dio el siguiente mensaje:

*CC-6419 cc: TASKING File = S3_PARA.c, Line = 847
A loop was tasked as part of the loop starting at line 845.*

```
845  for(j=1;j<23;j++){  
846      for(i=1;i<23;i++){  
847          A2[i][j]=0;  
848          for(k=1;k<23;k++){  
849              A2[i][j]=A2[i][j]+A1[i][k]*A[k][j]; } } }
```

Figura 6.2 Código paralelizado automáticamente mediante *autotasking*

La manera cómo se efectuó la paralelización automática en este caso, obedece a la posibilidad de obtener los elementos de la matriz producto $A2(i,j)$, mediante los productos individuales; renglón por columna, de manera paralela.

Vectorización

Como ya fue indicado, la máquina empleada tiene la capacidad de efectuar los cálculos de manera vectorial, de la forma indicada en la Figura 6.1. Es importante señalar que esta opción es automática en la máquina.

"Inlining"

Esta posibilidad de optimización automática implica la incorporación, dentro del programa principal, de las subrutinas que sean llamadas desde el mismo. Esto representa alguna ganancia en velocidad, por los tiempos involucrados al efectuar las llamadas a las subrutinas.

Resultados

La aplicación de los procedimientos automáticos de optimización tiene un efecto directo en el tiempo de ejecución del programa. De esta manera, en la siguiente tabla se muestran los tiempos resultantes (*real*, *user* y *system*) en segundos, aplicando o no la optimización:

	<i>real</i>	<i>user</i>	<i>system</i>
Optimizado	173.862037	169.101407	4.542868
No optimizado	202.451650	196.197882	6.124196
Silicon Graphics Indy	301.76	293.6	37.4

En esta tabla, los resultados de correr el programa en una estación de trabajo de alta eficiencia, han sido incluidos sólo como referencia. De esta manera, se puede observar que la economía lograda con el

programa optimizado es del 14.35 % respecto al no optimizado, mientras que correr el programa optimizado en la Cray, representa el 57.4 por ciento del tiempo asociado a correr el programa en la Silicon Graphics (SG). Esto es, correr el programa optimizado en la Cray, es 1.74 veces más rápido que en la SG.

Comando *fork()*

En la simulación llevada a cabo en este trabajo, diferentes programas fueron escritos para efectuar la simulación de los distintos tipos de vehículos, esto es, vehículo tipo C2, C3, T2S1, T3S2 y T3S3. De esta manera, no existió comunicación alguna entre los distintos programas individuales para los distintos tipos de vehículos, por lo que dichos programas fueron ejecutados por instrucciones dadas en un programa principal o ejecutivo; en el que los diferentes programas ejecutables de los vehículos fueron invocados. El comando para iniciar procesos en paralelo fue el *fork()* [72], mientras que el comando para ejecutar el programa, una vez abierto el proceso, fue *execcl(programa)* [72]. Como ya fue señalado, las posibilidades de la máquina, empleadas en la ejecución de los programas, incluyeron tanto la vectorización como la ejecución de los programas en paralelo, en los dos procesadores disponibles.

6.4 Programa MULTI_TRAC

Como se ha explicado en la sección 6.3, el concepto empleado en este trabajo para la simulación de la interacción vehículo – pavimento, ha consistido en que un programa principal "dispara" la ejecución de los programas "hijo" (rutinas *pro_hijo1*, *pro_hijo2*, ... *pro_hijo3*) mediante el comando *fork()*, habiendo sido cada programa ejecutable, compilado con las opciones de optimización automática, que comprende el *Autotasking*, el *Inlining* y la vectorización. El código ejecutivo se muestra en la Figura 6.3. Como es posible observar de esa figura, los programas hijo ejecutan (comando *execcl*) los siguientes programas: *C2_PARA*, *C3_PARA*, *S1_PARA*, *S2_PARA* y *S3_PARA*, que corresponden a los distintos tipos de vehículos. Estos programas *C2_PARA*, *C3_PARA*, etc., ejecutan la simulación del paso de los *n* vehículos correspondientes para cada tipo de vehículo.

Las condiciones de la simulación de los distintos vehículos, esto es, el nivel de carga, la velocidad de tránsito y la temperatura del pavimento, son leídas de un archivo que es generado por otro programa.

Este otro programa, llamado **INTER**, toma los tránsitos medidos en los Estudios de Pesos y Dimensiones que lleva a cabo el Instituto Mexicano del Transporte [73], y estima una temperatura del pavimento y una velocidad de los distintos vehículos. Estos archivos de datos son leídos por los distintos programas: C2_PARA, C3_PARA, S1_PARA, S2_PARA y S3_PARA. En la Figura 6.4 se muestra la secuencia de cálculos asociado al programa **INTER**. Cada tipo de vehículo considera su propio programa **INTER**.

En la serie de programas **INTER** se estima una temperatura del pavimento, como una función de la hora del día. Asimismo, se estima aleatoriamente una velocidad del vehículo. La temperatura ambiente es calculada empleando una formulación armónica, expresada por:

$$T(t) = T_p + T_R \text{Cos}(\omega t + \phi) \quad (6.1)$$

donde T es la temperatura a una determinada hora t , T_p es la temperatura promedio correspondiente para ese día, T_R es la amplitud de variación de la temperatura para ese día, ω es la frecuencia angular de la variación de la temperatura (tomando un ciclo de 24 horas) y ϕ es el ángulo de fase de acuerdo a la hora en la que la temperatura ambiente es mínima.

```

#include <stdio.h>
#define NUMPROCESSES 5

int i;

main()
{
    int return_pid;

    printf ("Parent PROCESS %d\n", getpid());

    if (fork() == 0)        pro_hijo1 ();
    if (fork() == 0)        pro_hijo2 ();
    if (fork() == 0)        pro_hijo3 ();
    if (fork() == 0)        pro_hijo4 ();
    if (fork() == 0)        pro_hijo5 ();

    for (i=1; i<=NUMPROCESSES; i++) {
        return_pid = wait(0);
        printf ("return_pid = %d\n", return_pid);
    }

    printf(" F I N  \n");
}

pro_hijo1 (){
printf ("PROCESO hijo %d\n", getpid());
execl("C2_PARA", "C2_PARA", NULL);
sleep(5); exit(1);}

pro_hijo2 (){
printf ("PROCESO hijo %d\n", getpid());
execl("C3_PARA", "C3_PARA", NULL);
    sleep(5); exit(1); }

pro_hijo3 (){
printf ("PROCESO hijo %d\n", getpid());
execl("S1_PARA", "S1_PARA", NULL);
    sleep(5); exit(1); }

pro_hijo4 (){
printf ("PROCESO hijo %d\n", getpid());
execl("S2_PARA", "S2_PARA", NULL);
    sleep(5); exit(1); }

pro_hijo5 (){
printf ("PROCESO hijo %d\n", getpid());
execl("S3_PARA", "S3_PARA", NULL);
    sleep(5); exit(1); }

```

Figura 6.3 Programa MULTI_TRAC de cómputo paralelo para la ejecución de los programas de cálculo de los distintos vehículos (C2_PARA, C3_PARA, S1_PARA, S2_PARA y S3_PARA)

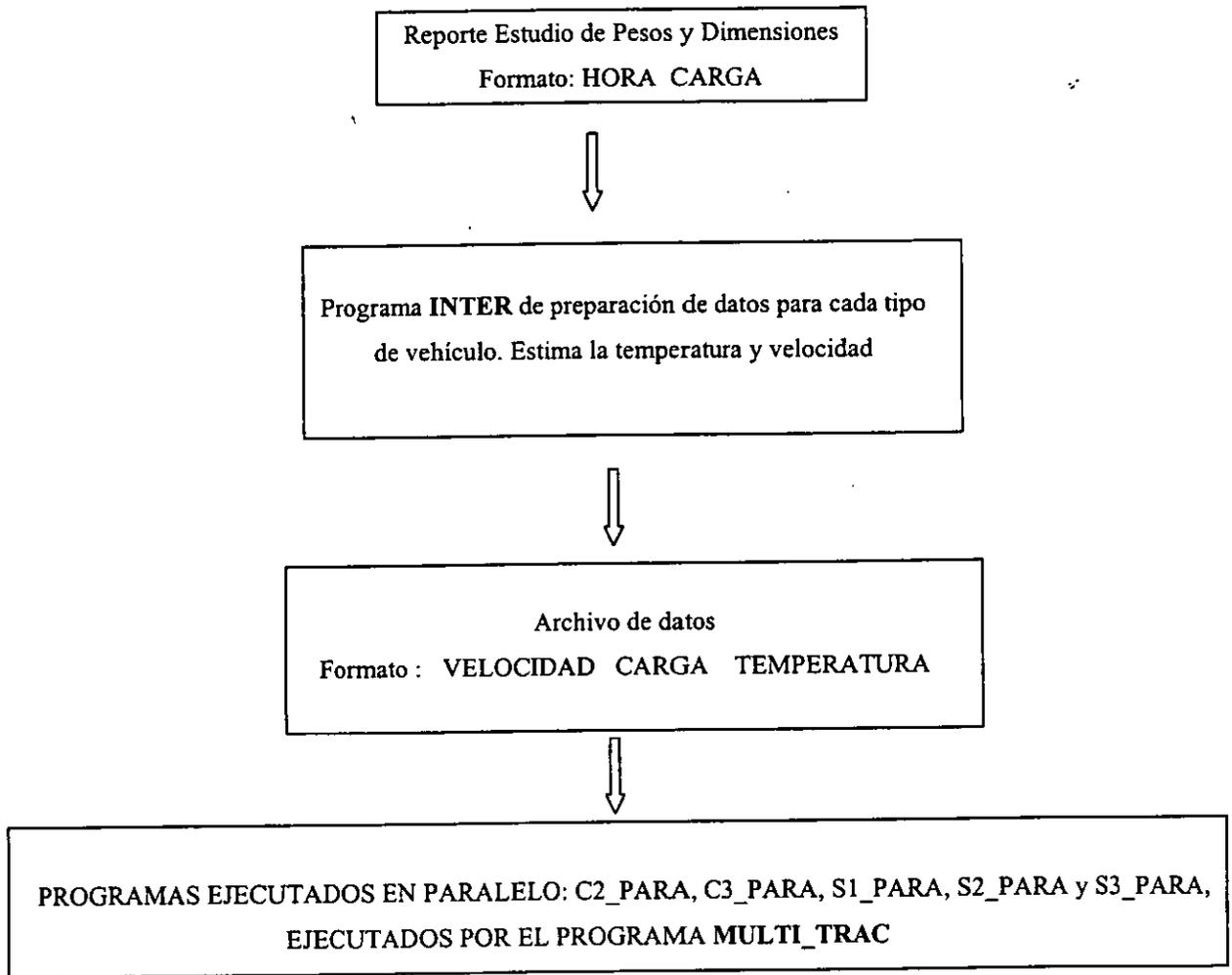


Figura 6.4 Algoritmo para la preparación de los archivos de datos de los programas ejecutados en paralelo

La velocidad es estimada aleatoriamente alrededor de una velocidad promedio considerada, esto es:

$$v_{Vi} = v_p + v_R \text{alea}(i) \quad (6.2)$$

donde v_{Vi} es la velocidad para el vehículo i , v_p es una velocidad promedio, v_R es el rango de variación de la velocidad y $\text{alea}(i)$ es un número aleatorio entre -1 y 1, calculado a partir de la función de generación de número aleatorios llamada *random()*.

Comparación de tiempos de ejecución

La ventaja computacional, por cuanto al tiempo de ejecución de los programas, derivada del empleo de la plataforma supercomputacional descrita, será mostrada en esta sección. De esta manera, los tiempos de ejecución asociados a la CRAY EL-94 serán comparados con los tiempos de ejecución en una estación de trabajo de alta eficiencia (*Silicon Graphics Indy*).

Las condiciones de simulación, por cuanto al número de los distintos tipos de vehículos simulados, son las siguientes:

Tipo C2:	667
Tipo C3:	246
Tipo T3S2:	266
Tipo T3S3:	178

Los datos para la simulación de los vehículos se muestran a continuación:

Longitud de recorrido de los vehículos: 2,000 m

Velocidad promedio de los vehículos: 60 km/h

Rugosidad del pavimento (IIR): 2.5 mm/m

Temperatura promedio: 16 °C

Rango de variación de la Temperatura: 6 °C

Los tiempos de cómputo asociados a la corrida del programa **MULTI_TRAC**, al emplear dos distintas plataformas, esto es, la Silicon Graphics (SG) y la Cray EL-94, se muestra la Tabla 6.1.

	Tiempos de ejecución (segundos)	
	CRAY EL-94	SILICON GRAPHICS INDY
<i>Real time</i>	434.403978	2061.56
<i>User time</i>	737.170370	1472.58
<i>System time</i>	43.975254	5.87

Tabla 6.1 Tiempos asociados a la ejecución del programas MULTI_TRAC en distintas plataformas.

Como se puede observar de esta tabla, la simulación en la Cray EL-94 es 4.74 veces más rápida que la estación de trabajo. Al respecto, es importante destacar en este momento, que esta diferencia en los tiempos de ejecución, incide directamente en una simulación realista o no de la interacción vehículo pesado – pavimento. Esto es, el considerar la simulación de los vehículos tan sólo a lo largo total del tramo carretero considerado, de unos 120 kms, involucraría tiempos de ejecución poco prácticos. Así, para este tramo carretero, la simulación implicaría 34.35 horas para la SG y 7.23 horas en la Cray.

Respecto al número de flops alcanzado durante la ejecución del programa, éste fue de 4.6 Millones, por lo que el algoritmo mostró una intensidad computacional aceptablemente alta [75].

Salidas del programa

Atendiendo los resultados arrojados por el programa, los archivos de salida consisten de las siguientes tabulaciones, para cada tipo de vehículo:

NÚMERO VELOCIDAD CARGA ENERGÍA ALMACENADA
(consecutivo)

6.5 Ejemplo de aplicación

Retomando los datos presentados en el Capítulo 1, y como una muestra representativa de las condiciones de operación en las que los vehículos son empleados, que provocan distintos efectos sobre el pavimento al circular a diferentes horas del día, en esta sección se presentan las estadísticas de uso de los vehículos y del pavimento, así como los resultados arrojados por el programa **MULTI_TRAC**. Para este efecto, se ha tomado el volumen de vehículos que un cierto día (el 31 de octubre de 1996) de las 0 a las 24 horas, circuló en el sentido Toluca - Palmillas, de la carretera Federal Palmillas – Querétaro. Este dato se ha tomado con base a que el tráfico por esta vía es representativo de lo que ocurre en el ámbito nacional [73]. El volumen de vehículos resultó de la siguiente manera: 667 vehículos tipo C2, 246 tipo C3, 266 tipo T3S2 y 178 vehículos T3S3 [1]. La distribución horaria de ese tránsito se muestra en la Figura 6.5.

Para estimar la temperatura del pavimento al momento en que circularon cada uno de los distintos tipos de vehículos, se ha considerado una variación armónica para la temperatura respecto al tiempo, tomando los datos característicos para la temperatura ambiente para ese lugar geográfico (Toluca) y ese mes del año [74]. En la Figura 6.6 se muestra la variación estimada de la temperatura a lo largo del día.

Considerando que la temperatura del pavimento está relacionada directamente con la temperatura ambiente y tomando tanto los tránsitos mostrados en la Figura 6.5 como la gráfica de la temperatura a lo largo del día mostrada en la Figura 6.6, la distribución resultante del número de vehículos que circularon a las distintas temperaturas que experimentó el pavimento a lo largo de ese día, se muestra en la Figura 6.7. De acuerdo al efecto distintivo que los distintos factores, tanto asociados al vehículo como al pavimento, tienen sobre el nivel de energía almacenada en el mismo, se puede identificar el diferente efecto que cada uno de los vehículos tendrá sobre el pavimento, dada su circulación a las distintas horas del día, con diferentes niveles de carga y velocidades de circulación.

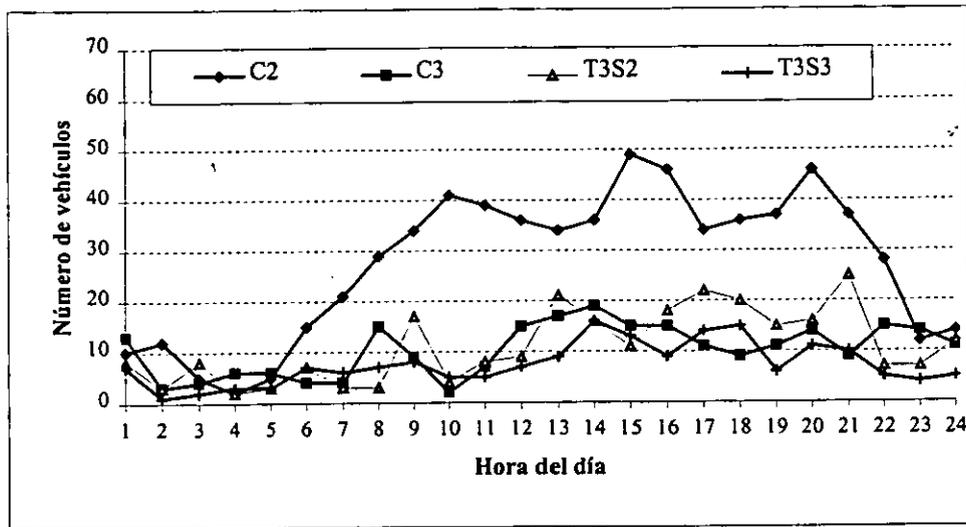


Figura 6.5 Distribución horaria del tránsito vehicular en la carretera Toluca-Palmillas [1].

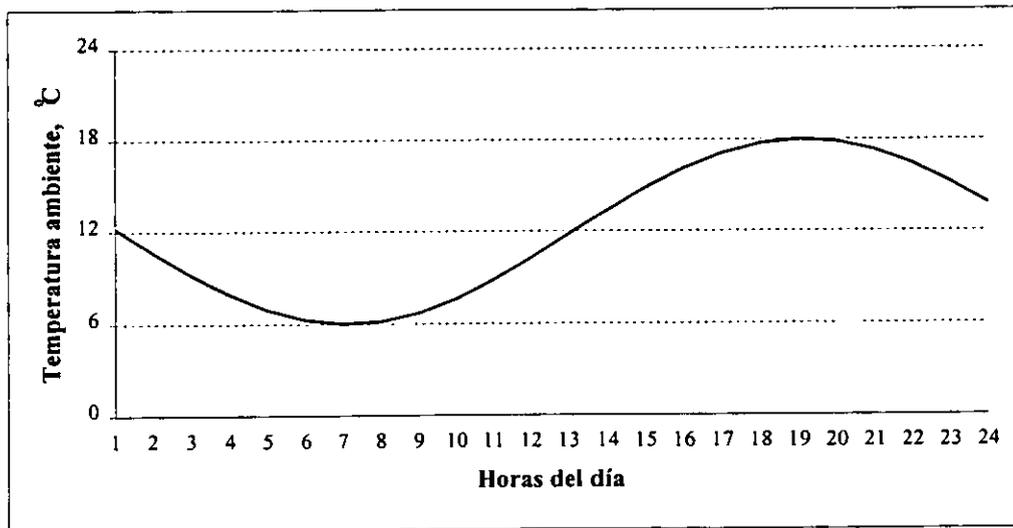


Figura 6.6 Variación estimada de la temperatura a lo largo de un día del mes de Octubre de 1996, en Toluca, Edo. de México.

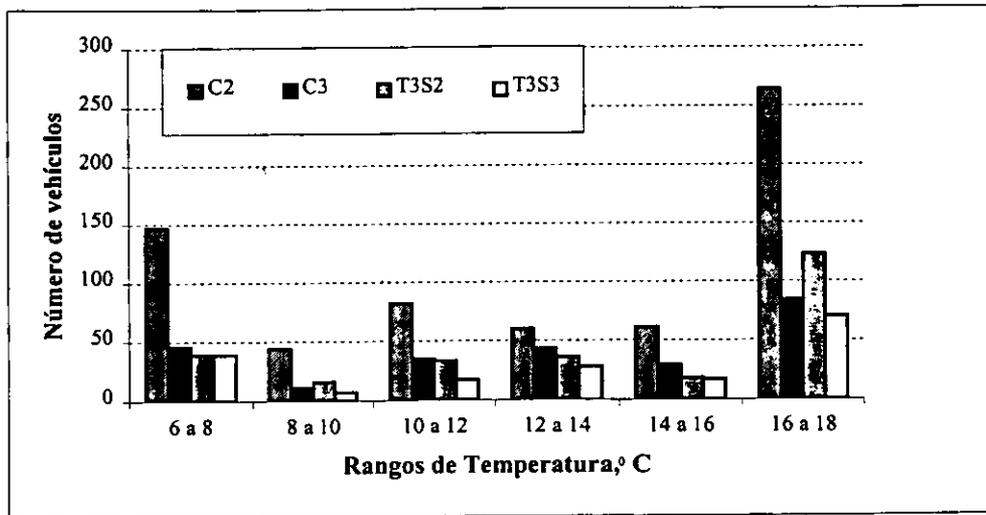


Figura 6.7 Número de vehículos a las distintas temperaturas

6.5.1 Condiciones de carga de los vehículos

En la Figura 6.8 se muestra la enorme dispersión en los valores del nivel de carga de los vehículos muestreados de la Figura 6.5. Esto es, el nivel de carga varía desde cero hasta 100 por ciento de sobrecarga.

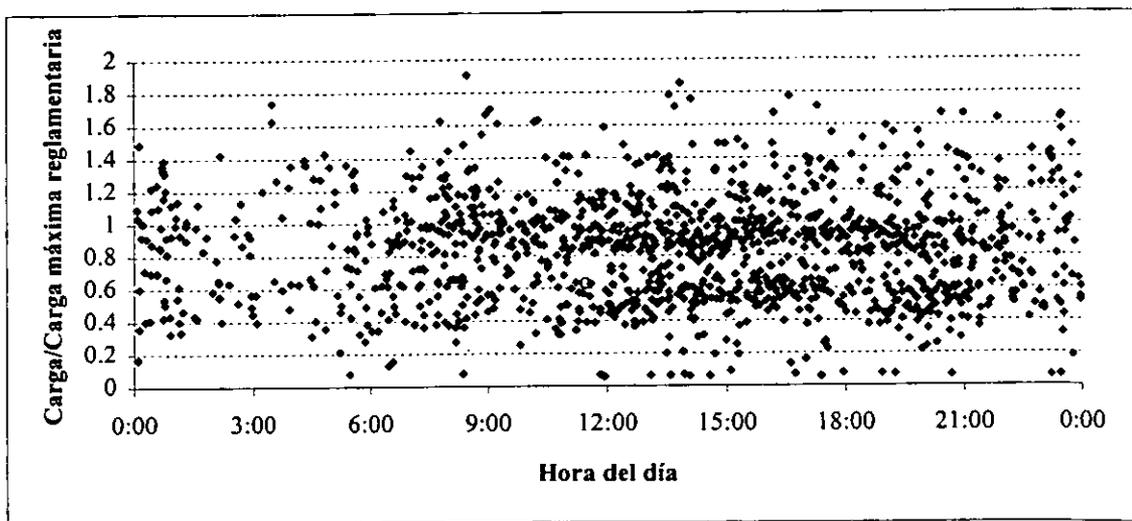


Figura 6.8 Dispersión de los niveles de carga.

6.5.2 Velocidad de los vehículos

Como una ilustración del rango de velocidades que los vehículos muestreados pudieran tener, en la Figura 6.9 se muestra el estudio de velocidades de circulación en un tramo de la carretera San Luis Potosí - Valles [3]. Aunque no corresponde exactamente al tramo en el que circularon los vehículos para los que la distribución horaria se muestra en la Figura 6.5 anterior, sí permite contar con una idea más o menos clara del amplio rango de dispersión de las velocidades de circulación de los vehículos pesados a lo largo de las carreteras nacionales.

6.5.3 Discusión

Hasta ahora, en este capítulo se ha mostrado la relativamente amplia variación en las condiciones reales de operación en las que puede darse la interacción de los vehículos pesados con la infraestructura. Asimismo, en los capítulos anteriores quedó implícita la importancia de evaluar las condiciones particulares de uso de las carreteras por los vehículos pesados. De esta manera, insistentemente, se reconoce que esto lleva inequívocamente a la necesidad de simular cada conjunto particular vehículo pesado – pavimento, considerando las condiciones correspondientes para el uso que el vehículo hace de la infraestructura. Con lo anterior se identifica la posibilidad de obtener perfiles de las energías almacenadas a lo largo del perfil del pavimento. De esta forma, estos perfiles agregados de las energías almacenadas en el pavimento, señalarían una distribución no uniforme del deterioro del pavimento, identificando los puntos donde el pavimento pudiera sufrir más daño. A manera de ejemplo de este fenómeno, producto de lo que se denomina *repetibilidad espacial* [76], en la Figura 6.10 se reproduce parcialmente la Figura 5.31 de capítulo cinco, donde se ha incorporado la suma de las energías almacenadas por todos los vehículos. Al respecto, se puede apreciar el carácter determinístico de las energías almacenadas respecto al perfil del pavimento, donde el deterioro no se distribuye uniformemente a lo largo del pavimento. Alrededor de esto, la conveniencia de mezclar los tráficos, empleando equipos cuya respuesta dinámica sea diferente, ha sido recomendada con objeto de desconcentrar el deterioro en ciertas porciones del pavimento [77,78].

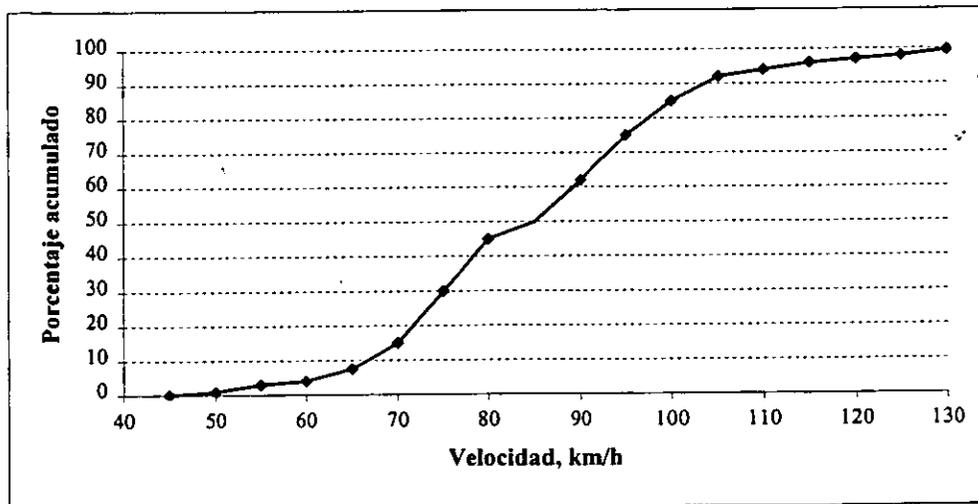


Figura 6.9 Distribución de frecuencias acumuladas de las velocidades de los vehículos, en el km 7 + 200 de la carretera Querétaro-Celaya [3].

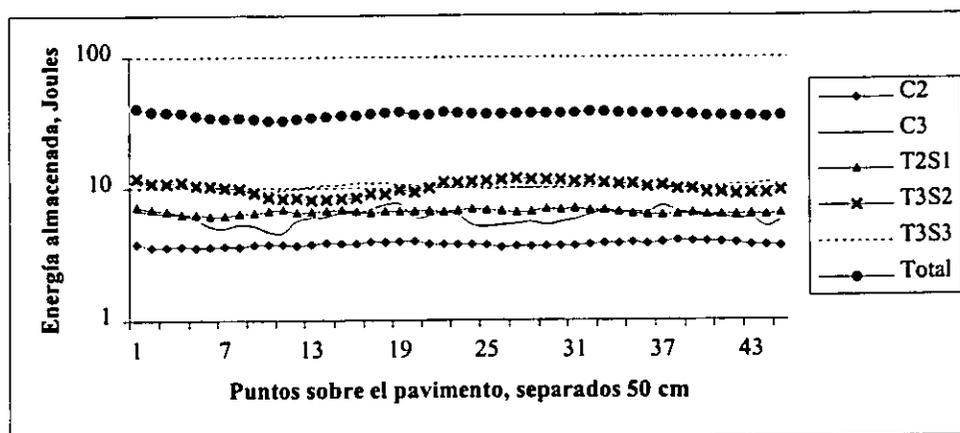


Figura 6.10 Distribución de la Energía almacenada a lo largo del perfil del pavimento, para cuatro tipos de vehículos pesados

6.5.4 Resultados

Las Figuras 6.11 a la 6.14 muestran las gráficas de resultados al ejecutar el programa **MULTI_TRAC**, considerando la energía almacenada en el pavimento y relacionándola con la mínima energía observada, que correspondió al vehículo C2 circulando sin carga, a una velocidad de 77.8 km/h sobre un pavimento cuya temperatura fue de 10.1 °C. De estas figuras es posible observar que existe un potencial ahorro en el deterioro del pavimento, dado que los tránsitos se dan, para todos los tipos de

vehículos, a las horas en que el pavimento está más susceptible de sufrir deformación permanente. Atendiendo la distribución horaria de la energía almacenada a lo largo del día, en la Figura 6.15 se muestra, para cada tipo de vehículo, la cantidad de energía almacenada como una función de la hora del día.

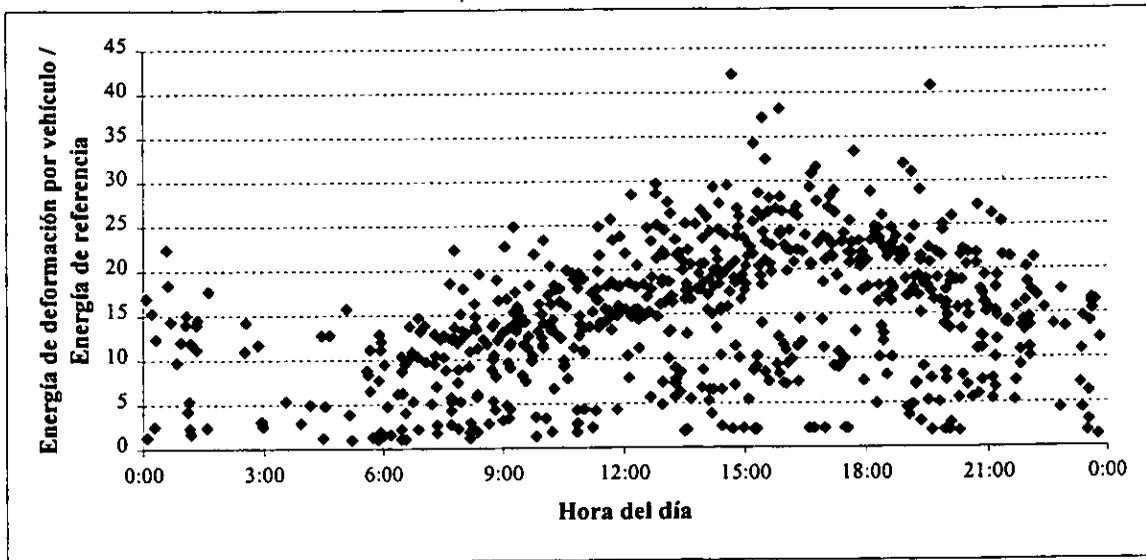


Figura 6.11 Dispersión de energías almacenadas en el pavimento por el paso de los vehículos tipo C2.

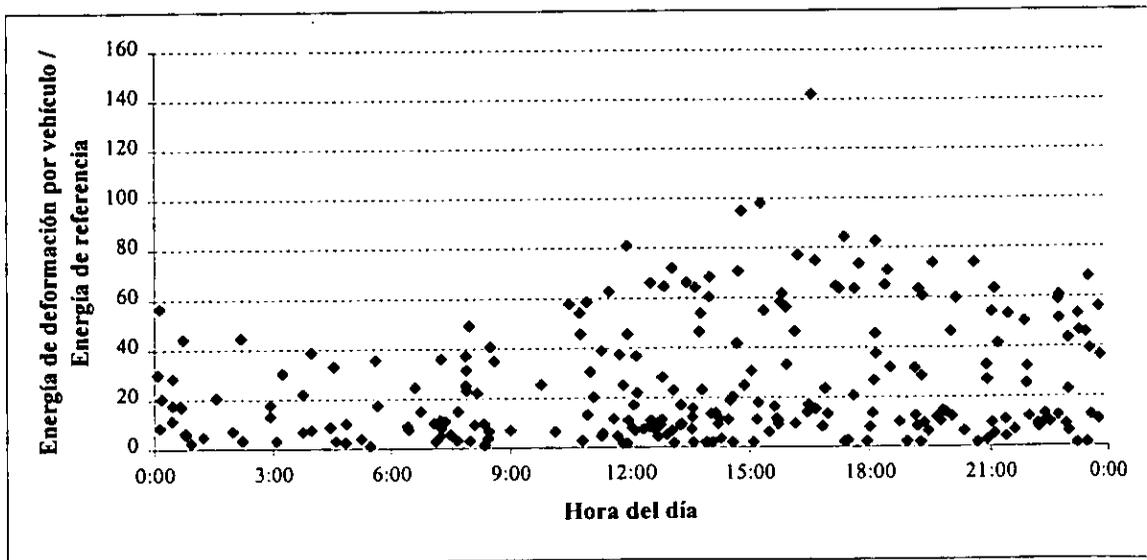


Figura 6.12 Dispersión de energías almacenadas en el pavimento por el paso de los vehículos tipo C3.

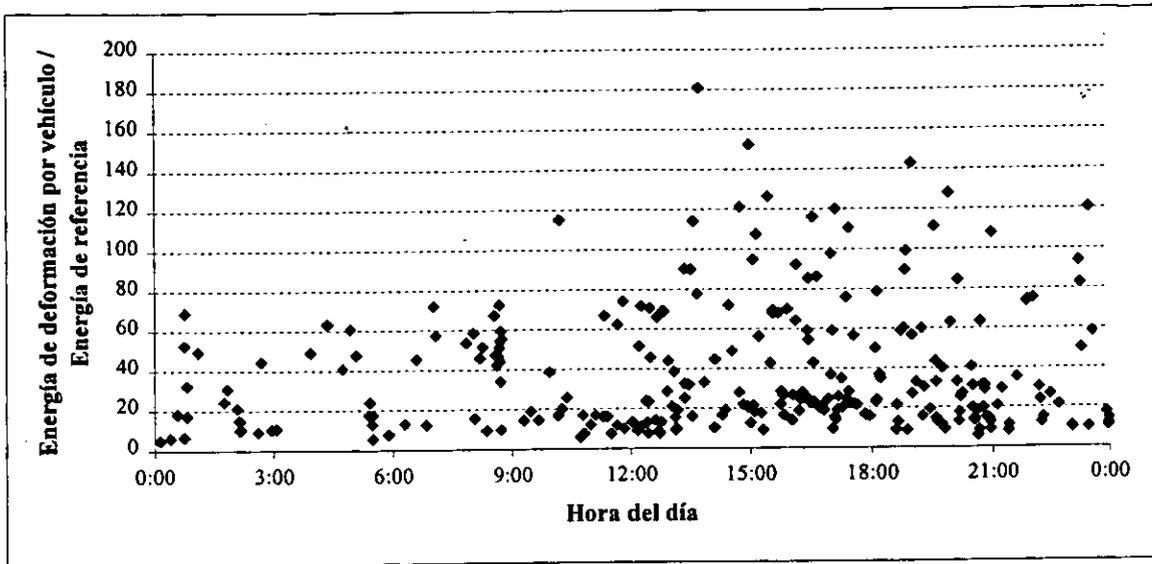


Figura 6.13 Dispersión de energías almacenadas en el pavimento por el paso de los vehículos tipo T3S2.

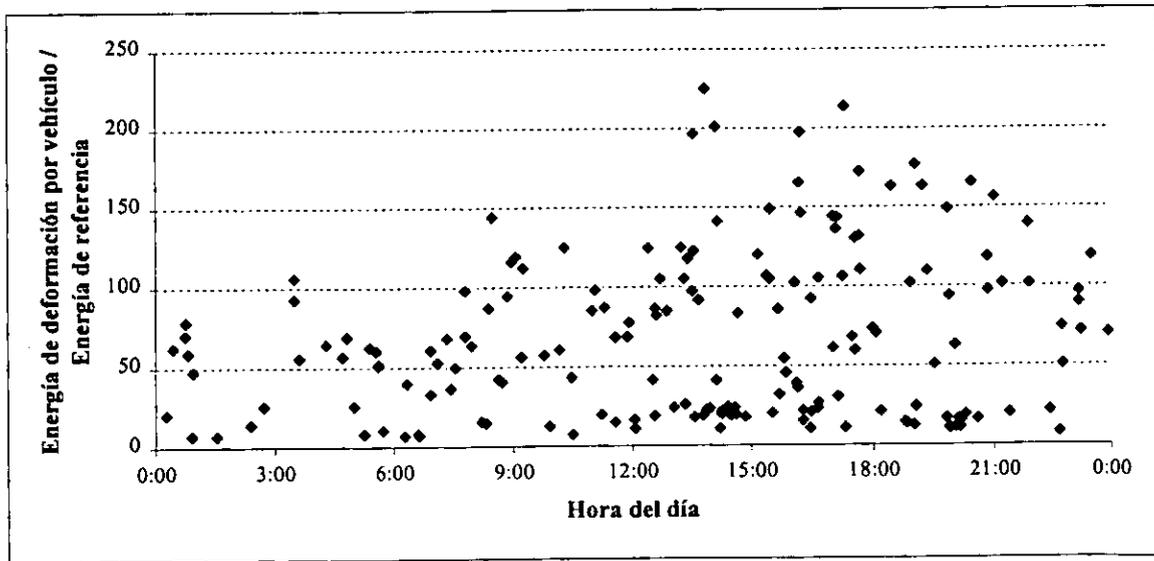


Figura 6.14 Dispersión de energías almacenadas en el pavimento por el paso de los vehículos tipo T3S3.

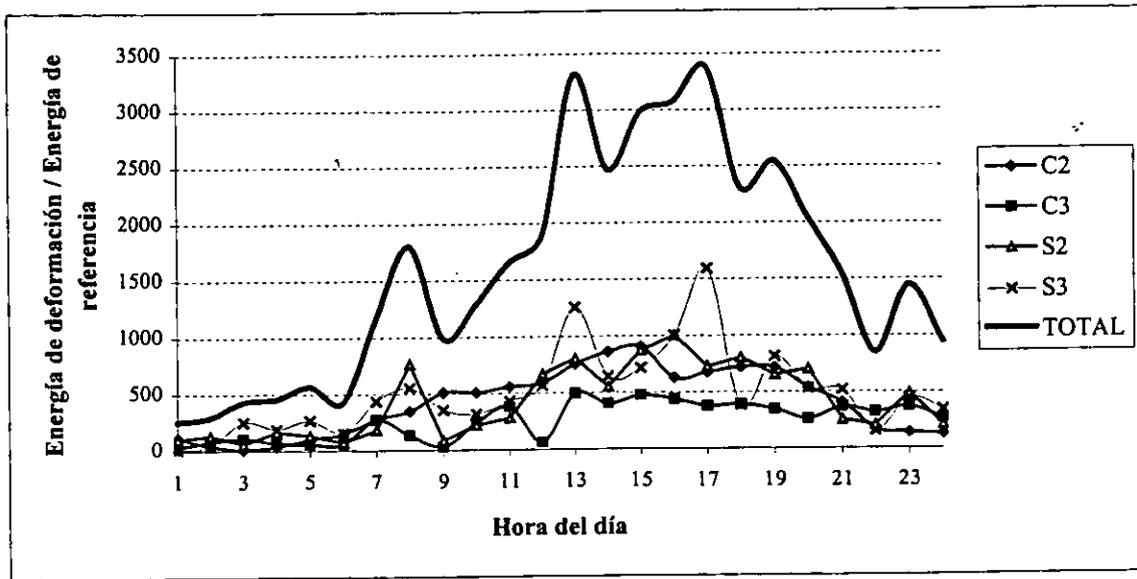


Figura 6.15 Distribución horaria de la Energía almacenada por tipo de vehículo

Finalmente, en la Figura 6.16, se presenta el acumulado de las energías almacenadas en el pavimento, como una muestra de los distintos análisis que es posible efectuar mediante la formulación presentada.

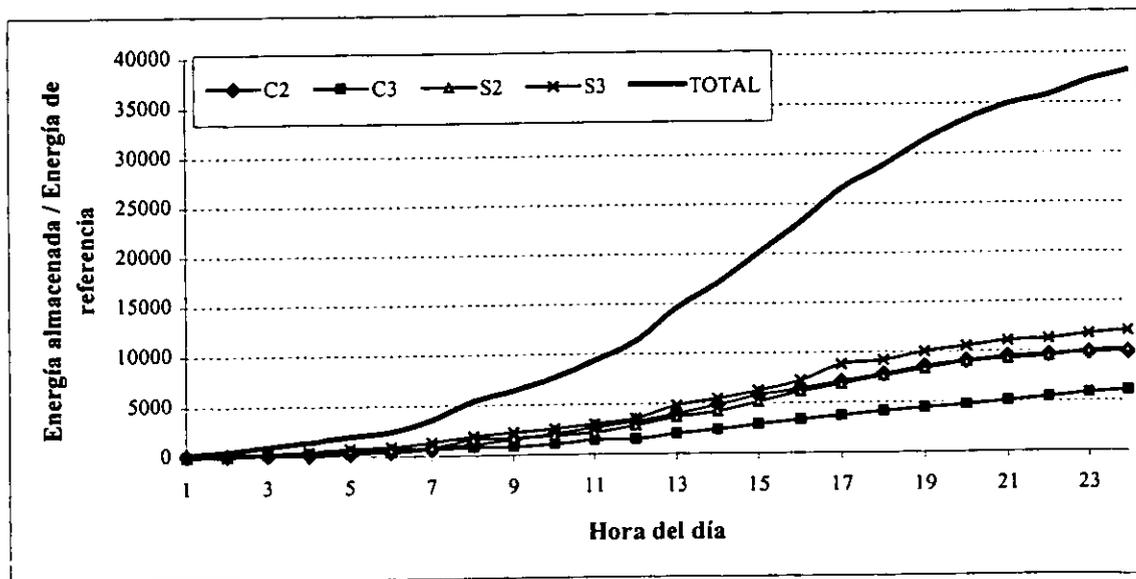


Figura 6.16 Acumulación de energía a lo largo del día, total y para cada tipo de vehículo.

6.6 Potenciales aplicaciones del esquema propuesto

Aparte de las dos aplicaciones mencionadas, por cuanto a la optimización del uso de la infraestructura y a la predicción de su deterioro, el esquema propuesto tendría otras vertientes de aplicación, todas enfocadas al aspecto normativo para el uso de la infraestructura, tomando en cuenta el deterioro de la misma. De esta manera, se pudieran estudiar los siguientes efectos:

- Efecto de incrementar la velocidad de tránsito de las carreteras.
- Efecto del empleo de ciertos tipos de componentes en los vehículos.
- Efecto de cambios en la reglamentación de pesos y dimensiones.
- Predicción del deterioro de la carretera.

6.7 Observaciones

El algoritmo establecido para la simulación de la interacción de los vehículos pesados con el pavimento, resulta altamente conveniente para usarse en una plataforma *supercomputacional tipo vectorial*, dado el tipo de operaciones efectuadas, basadas en el manejo de matrices y vectores.

El esquema planteado para la simulación de la interacción de los vehículos pesados con el pavimento constituye una herramienta realista y eficaz de análisis, útil tanto para normar de manera racional las políticas de uso de las infraestructuras, como para estimar el deterioro futuro de las mismas.

Es necesario anotar que este esquema, que considera la hora y temperatura a la que es empleada la infraestructura, resulta original en el contexto global del estudio de la interacción vehículo pesado – pavimento.

Capítulo 7

Conclusiones

En esta tesis se consideró integralmente la interacción de los vehículos pesados con el pavimento, tomando en cuenta tanto la respuesta dinámica de los vehículos al perfil de la carretera, como las características dinámicas de los pavimentos flexibles, obteniendo diversos análisis paramétricos del efecto que distintos factores, asociados tanto a los vehículos como a los pavimentos, tienen sobre la interacción. Al respecto, se introdujo una variable la cual, se demuestra mediante la comparación con resultados experimentales, está asociada con el efecto dañino de los vehículos sobre los pavimentos flexibles. Esta variable es la energía almacenada en el pavimento, misma que, en combinación con un modelo de pavimento discreto propuesto, permite la simulación numérica masiva de la interacción vehículo - pavimento, permitiendo ello evaluar de forma realista el efecto potencial de los vehículos sobre el pavimento. Se destaca aquí que se encontró esta relación entre el deterioro del pavimento y las energías almacenadas, sin atender de manera rigurosa el complicado fenómeno de deterioro del pavimento. Con esta variable se evita un defecto generalizado de las formulaciones hasta ahora aplicadas para el análisis de la interacción de los vehículos pesados con el pavimento, el cual consiste en asociar el deterioro del pavimento exclusivamente a las deformaciones presentadas por el mismo. También, el concepto de la energía de deformación es comparado con otras variables reportadas en la literatura para evaluar la agresividad de los vehículos para con el pavimento, arrojando como resultado el que el concepto propuesto mejora el análisis, al estar basado éste en principios físicos y tomar en cuenta, a diferencia de algunos otros esquemas existentes, la respuesta del pavimento. La simulación masiva se considera realista

al permitir el modelo tomar en cuenta la gran cantidad de variantes que se presentan en la interacción analizada, producto de la circulación de decenas de miles de vehículos con distintas características de diseño y operación, al tiempo de permitir el esquema la consideración de longitudes grandes de carretera. Esta aproximación original salva, de esta manera, las limitaciones de los modelos actualmente aplicados para analizar la interacción de los vehículos pesados con el pavimento, mismos que computacionalmente limitan el análisis a pequeñas longitudes y vehículos simples.

De entre los procesos más importantes de la formulación de la respuesta dinámica de los vehículos al perfil del pavimento, se tuvo la deducción de las ecuaciones de movimiento de los mismos, las cuales fueron obtenidas a partir de la aplicación de la Segunda Ley de Newton a los diagramas de cuerpo libre de los distintos cuerpos vehiculares asociados a los diferentes vehículos, tanto articulados como unitarios. Del análisis espectral de las fuerzas dinámicas que los vehículos ejercen sobre el pavimento, se comprobó la consistencia de los modelos de vehículo desarrollados y la correspondencia con resultados reportados en la literatura, en particular con relación al efecto perjudicial para el pavimento cuando suspensiones del tipo balancín son empleadas en los vehículos. En cuanto a la solución de estas ecuaciones de movimiento de los vehículos, ésta se obtuvo mediante la aplicación del método de las Matrices de Transición.

De las simulaciones presentadas se establece que entre los factores que mayormente afectan la energía almacenada en el pavimento, se cuentan al nivel de carga útil y velocidad de circulación del vehículo, así como la rugosidad y temperatura del pavimento. De esta manera, mientras que una mayor velocidad provoca una menor energía almacenada en el pavimento, el nivel de carga tiene un efecto cuadrático sobre el monto de energía almacenada, al existir una relación de esta naturaleza entre los esfuerzos inducidos en el pavimento y la energía almacenada en el mismo. De la misma manera, de los resultados obtenidos se observa una relación específica entre el perfil de energía almacenada a lo largo del pavimento y el perfil físico de éste, de donde se deduce la importancia de efectuar análisis como el presentado (con respuestas en el tiempo) para cada conjunto vehículo - pavimento existente. Como resultado de esta relación específica, se identifican porciones del pavimento que eventualmente podrían sufrir mayor daño respecto de otras.

A partir de la significativa reducción de los tiempos asociados a la ejecución de los programas de cómputo desarrollados al emplear una plataforma supercomputacional, consistente de dos procesadores vectoriales paralelos, se establece la pertinencia del uso de este tipo de plataforma para la formulación desarrollada, dado que esta última consiste en operaciones vectoriales y matriciales. De esta manera, los ahorros en los tiempos de ejecución son del orden de 4.74 a 1, al comparar la plataforma computacional empleada, con otra consistente en una estación de trabajo de alta eficiencia.

Los resultados del desarrollo presentado en esta tesis, se resumen a continuación:

- Que el nivel de rugosidad del pavimento afectará hasta en un treinta por ciento la cantidad de energía almacenada en el pavimento.
- Que el nivel de rigidez de las llantas afectará hasta en un treinta por ciento la cantidad de energía almacenada en el pavimento, siendo estos porcentajes una función de la rugosidad del pavimento y del tipo de vehículo. Particularmente, el nivel de rigidez afecta a los vehículos equipados con suspensiones tipo balancín.
- Que el nivel de rigidez de la suspensión afectará hasta en un quince por ciento la cantidad de energía almacenada en el pavimento, siendo este efecto función del nivel de rugosidad del pavimento.
- Que el nivel de amortiguamiento de la suspensión representará elevaciones hasta del cuarenta por ciento en la cantidad de energía almacenada en el pavimento, para el caso de cero amortiguamiento de las suspensiones de vehículos articulados.
- Que el nivel de amortiguamiento de las llantas implicará incrementos de energía de hasta del sesenta por ciento en el caso de los vehículos articulados, esto es, aquellos que se han considerado equipados con suspensión tipo balancín.

- Que las longitudes de los cuerpos vehiculares de carga no implicarán diferencias notables en los niveles de energía almacenada en el pavimento. Esto es, para variaciones moderadas en las longitudes (del orden de un metro), se tienen variaciones de centésimos de por ciento en las energías almacenadas.
- Que la velocidad tiene un efecto del orden del diez por ciento en las cantidades de energía almacenada en el pavimento, disminuyendo monótonicamente con la velocidad, al circular los vehículos por pavimentos que se encuentran con niveles bajos de rugosidad. Para niveles altos de rugosidad, cierto tipo de vehículo (el T3S3) incrementa, en estos órdenes de porcentaje, la cantidad de energía almacenada en el pavimento.
- Que los distintos tipos de suspensión tienen efectos distintivos sobre la cantidad de energía almacenada en el pavimento. Así, la suspensión con mayor sensibilidad dinámica es la tipo balancín, presentando variaciones, en función de la velocidad, del orden del treinta por ciento.
- Que existe una estrecha interacción entre los distintos cuerpos vehiculares, manifestándose ello al comparar las respuestas de vehículos articulados, al estar equipados éstos con distintos números de ejes.
- Que existe la posibilidad de estudiar la distribución espacial de la energía a lo largo del pavimento, con lo que se puede predecir qué secciones y áreas del pavimento pudieran resentir un mayor deterioro relativo.

De esta manera, el esquema planteado para la simulación masiva de la interacción vehículo pesado - pavimento, constituye una herramienta útil que, con base en principios físicos, puede ser empleada para el establecimiento de normas y políticas racionales de uso de las infraestructuras, así como para estimar el deterioro del pavimento por efecto del paso de los vehículos.

7.1 Líneas de investigación a futuro

Un modelo de predicción del deterioro del pavimento puede ser creado a partir del modelo conceptual propuesto, sin embargo, el tipo específico de deterioro requiere ser calibrado con los resultados de la formulación propuesta. De esta manera, esta calibración, empleando mediciones de campo de los Sistemas de Administración de Pavimentos actualmente en uso, puede desarrollarse al corto plazo. Asimismo, el modelo propuesto permite incorporar en el análisis, de manera directa, el esfuerzo de tracción de las ruedas motrices de los vehículos, por lo que el análisis presentado puede ser enriquecido con esta aproximación, la cual constituiría una importante contribución al estudio de esta importante interacción vehículo pesado - pavimento.

Referencias

1. Instituto Mexicano del Transporte, Estudio de Pesos y Dimensiones, Tramo Toluca-Palmillas, Disco del 31 de Octubre de 1996.
2. Secretaria de Comunicaciones y Transportes, 1997, **Reglamento sobre peso, dimensiones y capacidad de los vehículos de autotransporte que transitan en los caminos y puentes de jurisdicción federal**, Dirección General de Autotransporte Federal.
3. Chavarría Vega, J.M., 1995, "Algunas medidas para mejorar la seguridad vial en las carreteras nacionales". *Tesis de Maestría*. Universidad Autónoma de Chihuahua.
4. Romero, J.A., Villagómez, J.E., y Perales, M.J., 1996, "Levantamiento de un perfil de carretera mediante nivel y estatal", *Reporte Interno*, Instituto Mexicano del Transporte.
5. Lozano, A., y Romero, J.A., 1997, "Potencial de ahorro de deterioro de la red carretera nacional". Simposium la investigación en el estado de Querétaro", CONCYTEQ.
6. Gillespie, T.D., et al, 1993, "Effects of heavy vehicle characteristics on pavement response and performance", *Reporte 353*, TRB, NRC.
7. OECD, 1997, *Dynamic interaction of heavy vehicles with road and bridges*. OECD DIVINE Programme. Final Report. 155 Pp.
8. De Pont, J., Pidwerbesky, B., y Steven, B., 1995, "The influence of vehicle dynamics on pavement life". Artículo presentado en la conferencia Vehicle-Infrastructure Interaction IV. Junio 1996. San Diego. 15pp.
9. Woodrooffe, J.H.F., LeBlanc, P.A., y Papagiannakis, A.T., 1988, "Suspension dynamics, Experimental findings and regulatory implications". *SAE paper 881847*.
10. Cebon, D., 1993, "Interaction between heavy vehicles and roads", *SAE paper SP-951*.
11. Ghojel, J.O. y Watson, H.C., 1995, "Relationship between road track cost and heavy vehicle fuel consumption", *Fourth International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions*, Ann Arbor, Illinois, pp 31-38.
12. Sweatman, P.F., 1983, "A study of dynamic wheel forces in axle group suspensions of heavy vehicles". Australian Road Research Board Special Report 27. 65 pp.
13. Hsu, K.M., Streit, D. A., y Kulakowski, B.T., 1995, "Analytical and experimental comparison of heavy vehicle loads on pavements". *Transportation Research Record 1473*. TRB. NRC. Pp 101-107.

14. Montgomery, D.C., "Simple comparative experiments". Capítulo 2 de *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons, Inc. N.Y. Pp 9 - 42.
15. Papagiannakis, A.T., Gujarathi, M.S., 1997, "Roughness model describing heavy vehicle-pavement interaction", *Transportation Research Record 1501*, TRB. NRC. Pp 50-59.
16. Lieh, J, y Qi, W, 1995, "Simulation of dynamic truck loading on pavement using measured road profile", *Transportation Research Record 1501*, TRB, NRC, pp 13-21.
17. Rakheja, S. y Woodrooffe, J., 1994, "Role of suspension damping in enhancement of road friendliness of heavy vehicles", Aceptado para su publicación, *Int. J. of Vehicle Design*.
18. Wang, T.L., Shahawy, M, Huang, D.Z., 1992, "Dynamic response of highway trucks due to roads surface roughness". *Computers and Structures*. Vol. 49. No. 6. Pp 1055-1067.
19. Carey, W.N., Jr., y Irick, P.E.. 1962, "Relationships of AASHO road test pavement performance to design an load factors". Special Report 73. Highway Research Board NAC-NRC. Pp 198-207.
20. Kenis, W.J., Sherwood, J.A. y McHanon, T.F., 1982, "Verification and application of the VESYS structural subsystem", *Memorias, 5th Int. Conf. On Struc. Design of asphalt pavements*, Vol 1, pp 333-345.
21. Frith, B.A., Mitchell, C.G.B., y Newton , W.H., 1995, "Impacts of increased goods vehicle weight limits: A European case study", *Memorias, Fourth International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions*, Ann Arbor, Illinois, pp 55-66.
22. Huhtala, M, 1995, "The effect of wheel loads on pavements", *Fourth International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions*, Ann Arbor, Illinois, pp 235-241.
23. OECD, 1992, **Dynamic loading of pavements. Road Transport Research.**
24. Eisenmann, J., 1975, "Dynamic wheel load fluctuations". *Strasse und Autobahn*, No. 4. Pp 127-128.
25. Eisenmann, J., Birman, D., y Hilmer, A., 1987, "Effects of commercial vehicle design on road stress ù research results relating to roads". *Strasse und Autobahn*, Vol 37(6). Pp 238-244. (traducido al inglés por el TRRL como WP/V&ED/87/29).
26. Mitchell, C.G.B., y Addis, R.R., "Dynamic pavement loads and road wear: Scientific questions the OECD DIVINE project is intended to answer", *Fourth International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions*, Ann Arbor, Illinois, pp 341-350.
27. De Pont, J, y Pidwerbesky, 1995, "The impact of vehicle dynamics on pavement performance". *Fourth International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions*. Pp 323-332.

28. Kulakowski, B.T., Streit, D.A., Wolliyg, R.J., y Kenis, W., 1995, "A study of dynamic wheel loads conducted using a 4 post road simulator", *Memorias, Fourth International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions*, Ann Arbor, Illinois, pp 301-308.
29. Collop, A.C., 1993, **Effects of traffic and temperature on flexible pavement wear**. Tesis Doctoral. Universidad de Cambridge. 265 pp.
30. Ullidtz, P. y Larsen, B.K., 1983, "Mathematical model for predicting pavement performance", *Transportation Research record 949*, pp 45-55.
31. Ullidtz, P., 1993, "Mathematical model of pavement performance under moving wheel load", *Transportation Research Record 1384*, TRB, NRC, pp 94-99.
32. Collop, A.C., y Cebon, D., 1995, "Parametric study of factors affecting flexible-pavement performance", *Journal of Transportation Engineering*, Vol 121, No. 6, pp 485-494.
33. Collop, A.C., Cebon, D., y Cole, D.J., 1996, "Modeling the effects of spatial repeatability on pavement life". Artículo presentado en la conferencia Vehicle-Infrastructure Interaction IV. Junio 1996. San Diego.
34. Fancher, P.S., y Mathew, A., 1987, "A vehicle dynamics handbook for single units and articulated heavy trucks", *DOT HS 807-185*. US Department of Transportation. National Highway Traffic Safety Administration.
35. Gillespie, T. D., 1985, "Heavy Truck Ride". *SAE paper 850001*.
36. Romero J. A. y Lozano, A., 1995. "Modelado matemático de la interacción dinámica vehículo pesado - pavimento". Reporte Interno. Instituto Mexicano del Transporte. 78 Pp.
37. Sayers, M.W., 1995, "On the calculation of International Roughness Index from longitudinal road profile", *Transportation Research Record 1501*, pp 13-21.
38. Romero, J.A., 1996, "Tractor con cabina. Apuntes de deducción de ecuaciones de movimiento". *Reporte interno*. Instituto Mexicano del Transporte.
39. Hopman, 1996, "VEROAD. A viscoelastic multilayer computer program". *Transportation Research Record 1539*. TRB. NRC. Pp 72-80.
40. Huang., Y.H., 1993, *Fundamentals of Pavement Design and Analysis*, McGraw Hill. N.Y.
41. Cole, D.J., y Cebon. D., 1994, "Truck suspension design to minimise road damage". *Technical Report CUED/C-MECH/TR64*, Cambridge University Engineering Department.

42. Horn, B., 1995, "International Co-operation on infrastructure and heavy freight vehicles within OECD", *Fourth International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions*, Ann Arbor, Illinois, pp 3-8.
43. Sayers, M., Gillespie, T.D., y W.D. Paterson, 1986, "Guidelines for conducting and calibrating road roughness", *World Bank Technical Paper 46*.
44. Sayers, M.W., Gillespie, T.D., y Queiroz, C., 1986, "International experiment to establish correlations and standard calibration methods for road roughness measurements". World Bank Technical Paper 45. 230 Pp.
45. González, J.L., 1999, **Mecánica de Fractura**. Limusa Noriega Editores. México. 150 pp.
46. Dieter, G.E., 1986, **Mechanical Metallurgy**, 3ra ed. McGraw-Hill Book Company.
47. Juvinall, R.C., 1996, **Fundamentos de diseño para ingeniería mecánica**. LIMUSA.
48. Highway Research Board, 1962, "The AASHO Road Test", *Special report 73*, National Academy of Sciences, NRC.
49. Thompson, M. R., y Nauman, D., 1993, "Rutting rate analyses of the AASHO road test flexible pavement", *Transportation Research Record*, National Academy Press, NRC.
50. Carpenter, S., 1992, "Load equivalency factors and rutting rates: The AASHO road test", *Transportation Research Record*, TRB, NRC.
51. Rakheja, S., 1994, "Computer Programs for Linear PSD Calculation". Programas fuente proporcionados por el autor.
52. Lilli, F.J., y Lockhart, J.M., 1995, "Ejes equivalentes para el diseño de pavimentos flexibles". Sociedad de ingeniería de Bolivia.
53. Rico, A., y Del Castillo, H., 1989, **La Ingeniería de Suelos en las Vías Terrestres**, Vol 2, Limusa. México.
54. Matthews, J.M., y Monismith, C.L., 1993, "Direct tension and simple stiffness tests-tool for the fatigue design of asphalt concrete layers", *Transportation Research Record 1388*, TRB, NRC, pp182-199.
55. Centro SCT Querétaro, "Reporte de laboratorio de concretos asfálticos", Junio 1996.
56. Lozano, A., Carrion, F., Vázquez, D y Escamilla, L., "Heavy duty vehicles road interaction. Experimental assessment", *7th World Conference on Transport Research*, Sidney, Australia.

57. Cole, D.J. y Cebon, D., 1996, "Influence of tractor-trailer interaction on assessment of road damaging performance". Sometido para publicación como memorias del ImechE. *Journal of Automobile Engineering*, Julio 1996.
58. De Pont, J., Thakur, K, y Costache, M., 1995, "Simulating in-service heavy vehicle suspension dynamics", *Fourth International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions*, Ann Arbor, Illinois, pp 415-424.
59. SCT. Subsecretaria de Infraestructura, "Rangos de volumen 1997", *Reporte Técnico*, DGST.
60. Wong, J.Y., 1978, **Theory of ground vehicles**, John Wiley and Sons.
61. "Radial-belted aircraft tire dynamic stiffness characteristics aid tire manufacturer's design." http://sdb-www.larc.nasa.gov/SDB/Research/data/Davis_10_94_Narr.html
62. Sayers, M., Gillespie, T., 1994, "The effect of suspension system nonlinearities on heavy vehicle vibration", *International Symposium on Vehicles on Road and Track*.
63. Tanenbaum, A., 1996, "What is a supercomputer", Vrije Universiteit and Advanced School for Computing and Imaging http://www.cs.vu.nl/~ast/ast_home_page/talks/asci-97/tsld002.html
64. "Sandia Joins R&D Effort To Bring Teraflop Supercomputing On-Line" <http://www.cs.sandia.gov/teraflop.html>.
65. "Seymour Cray Interview", National Museum of American History, Smithsonian Institution, Transcripción de una video-entrevista con Seymour Cray, 1995. <http://innovate.si.edu/history/cray/craytoc.htm>.
66. Carolyn J. C. Schauble, 1997, "A pipeline for floating-point addition of the elements of two vectors, x and y", <http://www.cs.colorado.edu/~schauble/HPSC/SubHTMLs/VectorAddPipe.html>.
67. Romero, J.A, 1996, "A supercomputer scheme for the simulation of flexible pavement - heavy duty - environment interaction", *Reporte de estancia de investigación*, Claremont Graduate School.
68. "Cray's affordable vector monster", *Sun World Review*, Julio 1994, <http://fbp.icm.edu.pl/sunworldonline/asm-07-1994/asm-07-cray.html>.
69. "Sandia Joins R&D Effort To Bring Teraflop Supercomputing On-Line", <http://www.cs.sandia.gov/teraflop.html>.
70. Patrizio, Andy, 1998, "Alpha + Linux = Supercomputer For Less", *Technology News* <http://www.techweb.com/wire/story/TWB19980706S0015>.
71. Cray Research, "Autotasking Tools Performance Tools", <http://www.navo.hpc.mil/usersupport/MANUAL/Ch6.UM.html>.

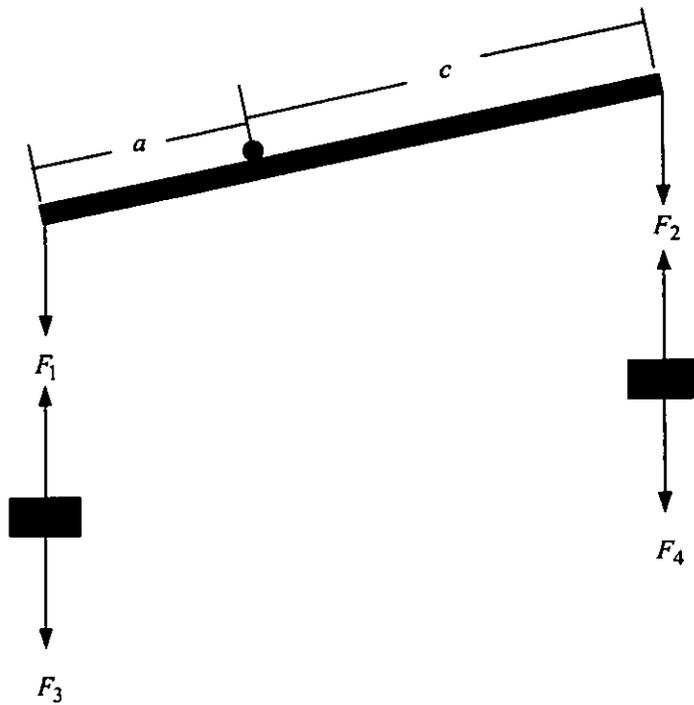
72. Cray Research, 1994, *Cray C/C++ Reference Manual*, Publicación SR-2179.
73. Mendoza, A. y Reyes, G., 1995, "Estudio de pesos y dimensiones de los vehículos que circulan sobre las carreteras nacionales. Impactos económicos de la reglamentación y el control de pesos 1993". *Publicación Técnica 51*. Instituto Mexicano del Transporte. México.
74. Comisión Nacional del Agua. Servicio Meteorológico Nacional, 1998, Página <http://smn.cna.gob.mx/productos/automati/tacubaya.html>.
75. Romero, J.A., 1998, "Evaluación mediante *Jumpview* de la intensidad computacional del programa S3_PARA", *Reporte Interno*. Coordinación de Equipamiento. Instituto Mexicano del transporte.
76. LeBlanc, P.A. y Woodrooffe, 1995, "Spatial correlation of dynamic wheel loads". *Memorias. Road Transport Technology-4*. Ann Arbor, 25-29 junio, 1995. Pp 281. 290.
77. Moran, T., Sullivan, M, Mahoney, J, y Chatti, K, 1995, "A demonstration of the theory of spatial repeatability". *Memorias. Road Transport Technology-4*. Ann Arbor, 25-29 junio, 1995. Pp 291-300.
78. Papagiannakis, A.T., y Gujarathi, M.S., 1994, "Pavement roughness characteristics affecting the dynamic loads of heavy vehicles", *74th Annual Transportation Research Board Meeting*, Washington, D.C.
79. Meirovitch, L., 1986, **Elements of vibration analysis**. Capítulo 1. Mc Graw Hill Int., 2da ed., pp 1-44.
80. Friedlans, B., 1987, **Control system design**, Capítulo 3. McGraw-Hill, pp 58-111.
81. Rodríguez R., F.J., 1989, **Dinámica de sistemas**, Capítulo V, Trilla, pp 339-496.
82. Gerald, C.F., 1991, **Matemáticas Avanzadas para Ingeniería**, Capítulo 15, Limusa, pp 763-790.
83. Wylie, C.R., 1982, **Matemáticas superiores para ingeniería**, Capítulo 1, Mc Graw-Hill, 4ta. ed. pp 1-43.
84. Fancher, P.S., Ervin, R.D., Winkler, C.B., y Gillespie, T.D., 1986, "A factbook of the mechanical properties of the components for single unit and articulated heavy vehicles", University of Michigan Transportation Research Institute, Ann arbor, Michigan. Final Report UMTRI-86-12.

Apéndice A

Diagramas de Cuerpo Libre y Ecuaciones de Movimiento

A.1 Diagramas de cuerpo libre

En las Figuras A.1 a la A.5 se muestran los diagramas de cuerpo de los vehículos simulados.



donde :

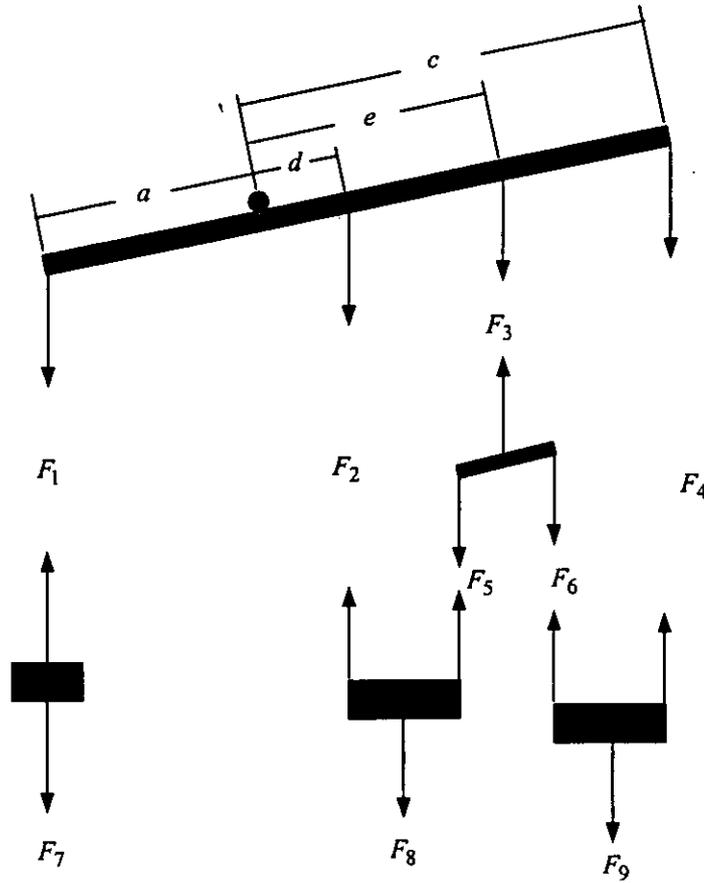
$$F_1 = k_0(z_T - z_0 - a\phi) + c_0(\dot{z}_T - \dot{z}_0 - a\dot{\phi})$$

$$F_2 = k_1(z_T - z_1 + c\phi) + c_1(\dot{z}_T - \dot{z}_1 + c\dot{\phi})$$

$$F_3 = k_{L0}(z_0 - Y_0) + c_{L0}(\dot{z}_0 - \dot{Y}_0)$$

$$F_4 = k_{L1}(z_1 - Y_1) + c_{L1}(\dot{z}_1 - \dot{Y}_1)$$

Figura A.1 Diagramas de cuerpo libre del vehículo C2



donde :

$$F_1 = k_0(z_T - z_0 - a\theta) + c_0(\dot{z}_T - \dot{z}_0 - a\dot{\theta})$$

$$F_2 = k(z_T - z_3 + d\theta) + c_s(\dot{z}_T - \dot{z}_3 + d\dot{\theta})$$

$$F_3 = k(z_T + e\theta - z_3 - p\alpha) + k(z_T + e\theta - z_4 + p\alpha) + c_s(\dot{z}_T + e\dot{\theta} - \dot{z}_3 - p\dot{\alpha}) + c_s(\dot{z}_T + e\dot{\theta} - \dot{z}_4 + p\dot{\alpha})$$

$$F_4 = k_1(z_T - z_4 + c\theta) + c_s(\dot{z}_T - \dot{z}_4 + c\dot{\theta})$$

$$F_5 = k(z_T - z_3 + e\theta - p\alpha) + c_s(\dot{z}_T - \dot{z}_3 + e\dot{\theta} - p\dot{\alpha})$$

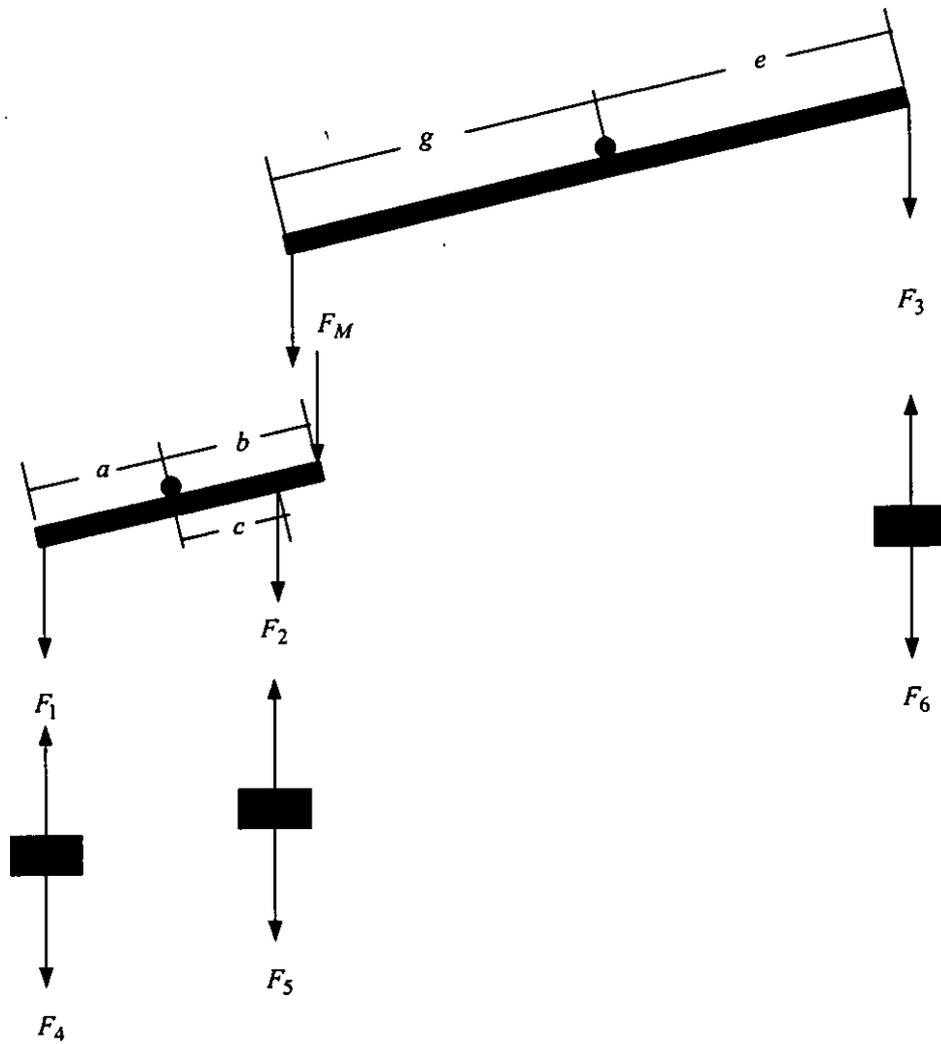
$$F_6 = k(z_T - z_4 + e\theta + p\alpha) + c_s(\dot{z}_T - \dot{z}_4 + e\dot{\theta} + p\dot{\alpha})$$

$$F_7 = k_{L0}(z_0 - Y_0) + c_{L0}(\dot{z}_0 - \dot{Y}_0)$$

$$F_8 = k_L(z_3 - Y_3) + c_L(\dot{z}_3 - \dot{Y}_3)$$

$$F_9 = k_L(z_4 - Y_4) + c_L(\dot{z}_4 - \dot{Y}_4)$$

Figura A.2 Diagramas de cuerpo libre del vehículo C3



donde :

$$F_1 = k_0(z_T - z_0 - a\phi) + c_0(\dot{z}_T - \dot{z}_0 - a\dot{\phi})$$

$$F_2 = k_1(z_T - z_1 + c\phi) + c_1(\dot{z}_T - \dot{z}_1 + c\dot{\phi})$$

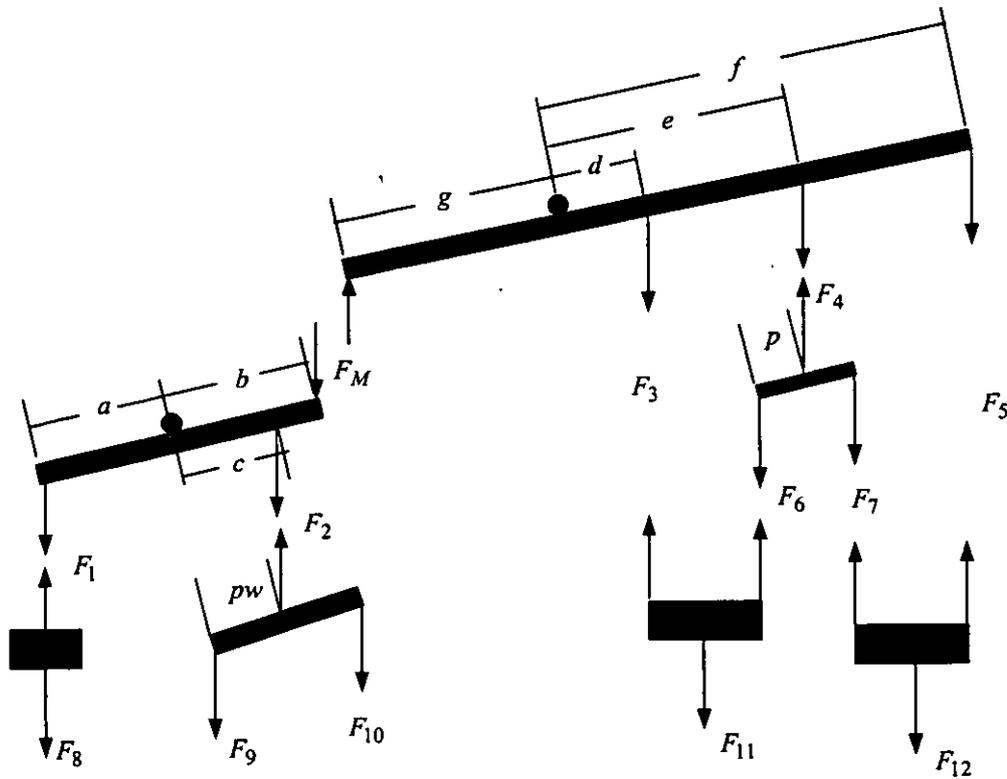
$$F_3 = k_2(z_T + b\phi + g\theta - z_2 + e\theta) + c_2(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} - \dot{z}_2 + e\dot{\theta})$$

$$F_4 = k_{L0}(z_0 - Y_0) + c_{L0}(\dot{z}_0 - \dot{Y}_0)$$

$$F_5 = k_L(z_1 - Y_1) + c_L(\dot{z}_1 - \dot{Y}_1)$$

$$F_6 = k_L(z_2 - Y_2) + c_L(\dot{z}_2 - \dot{Y}_2)$$

Figura A.3 Diagrama de cuerpo libre del vehículo T2S1



donde :

$$F_1 = k_0(z_T - z_0 - a\phi) + c_0(\dot{z}_T - \dot{z}_0 - a\dot{\phi})$$

$$F_2 = k_1(z_T - (z_1 + z_2)/2 + c\phi) + c_1(\dot{z}_T - (\dot{z}_1 + \dot{z}_2)/2 + c\dot{\phi})$$

$$F_3 = k(z_T + b\phi + g\theta + d\theta - z_3) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + d\dot{\theta} - \dot{z}_3)$$

$$F_4 = k(z_T + b\phi + g\theta + e\theta - z_3 - p\alpha) + k(z_T + b\phi + g\theta + e\theta - z_4 + p\alpha) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + e\dot{\theta} - \dot{z}_3 - p\dot{\alpha}) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + e\dot{\theta} - \dot{z}_4 + p\dot{\alpha})$$

$$F_5 = k(z_T + b\phi + g\theta + f\theta - z_4) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + f\dot{\theta} - \dot{z}_4)$$

$$F_6 = k(z_T + b\phi + g\theta + e\theta - z_3 - p\alpha) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + e\dot{\theta} - \dot{z}_3 - p\dot{\alpha})$$

$$F_7 = k(z_T + b\phi + g\theta + e\theta - z_4 + p\alpha) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + e\dot{\theta} - \dot{z}_4 + p\dot{\alpha})$$

$$F_8 = k_{L0}(z_0 - Y_0) + c_{L0}(\dot{z}_0 - \dot{Y}_0)$$

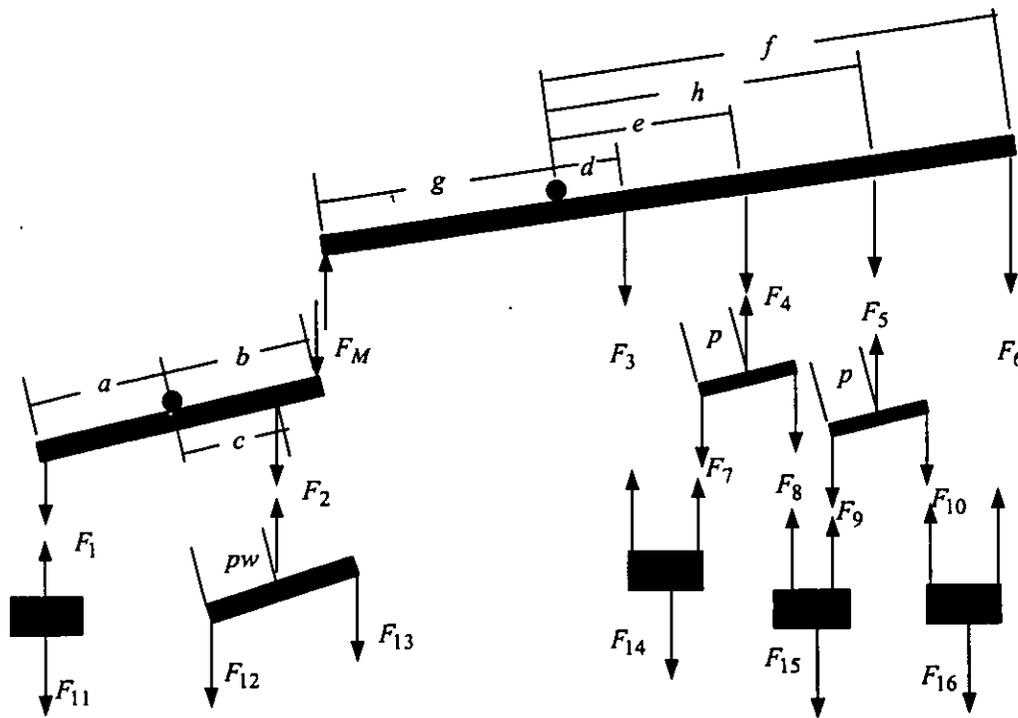
$$F_9 = k_L(z_T + c\phi - p_w\omega - Y_1) + c_L(\dot{z}_T + c\dot{\phi} - p_w\dot{\omega} - \dot{Y}_1)$$

$$F_{10} = k_L(z_T + c\phi + p_w\omega - Y_2) + c_L(\dot{z}_T + c\dot{\phi} + p_w\dot{\omega} - \dot{Y}_2)$$

$$F_{11} = k_L(z_3 - Y_3) + c_L(\dot{z}_3 - \dot{Y}_3)$$

$$F_{12} = k_L(z_4 - Y_4) + c_L(\dot{z}_4 - \dot{Y}_4)$$

Figura A.4 Diagramas de cuerpo libre del vehículo T3S2



donde:

$$F_1 = k_0(z_T - z_0 - a\phi) + c_0(\dot{z}_T - \dot{z}_0 - a\dot{\phi}); F_2 = k_1(z_T - (z_1 + z_2)/2 + c\phi) + c_1(\dot{z}_T - (\dot{z}_1 + \dot{z}_2)/2 + c\dot{\phi})$$

$$F_3 = k(z_T + b\phi + g\theta + d\theta - z_3) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + d\dot{\theta} - \dot{z}_3);$$

$$F_4 = k(z_T + b\phi + g\theta + e\theta - z_3 - p\alpha) + k(z_T + b\phi + g\theta + e\theta - z_4 + p\alpha) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + e\dot{\theta} - \dot{z}_3 - p\dot{\alpha}) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + e\dot{\theta} - \dot{z}_4 + p\dot{\alpha})$$

$$F_5 = k(z_T + b\phi + g\theta + h\theta - z_4 - p\beta) + k(z_T + b\phi + g\theta + h\theta - z_5 + p\beta) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + h\dot{\theta} - \dot{z}_4 - p\dot{\beta}) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + h\dot{\theta} - \dot{z}_5 + p\dot{\beta})$$

$$F_6 = k(z_T + b\phi + g\theta + f\theta - z_5) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + f\dot{\theta} - \dot{z}_5);$$

$$F_7 = k(z_T + b\phi + g\theta + e\theta - z_3 - p\alpha) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + e\dot{\theta} - \dot{z}_3 - p\dot{\alpha});$$

$$F_8 = k(z_T + b\phi + g\theta + e\theta - z_4 + p\alpha) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + e\dot{\theta} - \dot{z}_4 + p\dot{\alpha});$$

$$F_9 = k(z_T + b\phi + g\theta + h\theta - z_4 - p\beta) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + h\dot{\theta} - \dot{z}_4 - p\dot{\beta});$$

$$F_{10} = k(z_T + b\phi + g\theta + h\theta - z_5 + p\beta) + c_s(\dot{z}_T + b\dot{\phi} + g\dot{\theta} + h\dot{\theta} - \dot{z}_5 + p\dot{\beta});$$

$$F_{11} = k_{L0}(z_0 - Y_0) + c_{L0}(\dot{z}_0 - \dot{Y}_0); F_{12} = k_L(z_T + c\phi - p_w\omega - Y_1) + c_L(\dot{z}_T + c\dot{\phi} - p_w\dot{\omega} - \dot{Y}_1)$$

$$F_{13} = k_L(z_T + c\phi + p_w\omega - Y_2) + c_L(\dot{z}_T + c\dot{\phi} + p_w\dot{\omega} - \dot{Y}_2); F_{14} = k_L(z_3 - Y_3) + c_L(\dot{z}_3 - \dot{Y}_3)$$

$$F_{15} = k_L(z_4 - Y_4) + c_L(\dot{z}_4 - \dot{Y}_4); F_{16} = k_L(z_5 - Y_5) + c_L(\dot{z}_5 - \dot{Y}_5)$$

Figura A.5 Diagramas de cuerpo libre del vehículo T3S3

A.2 Ecuaciones de movimiento

En esta sección se incluyen las ecuaciones de movimiento de los distintos tipos de vehículos considerados, obtenidos a partir de los diagramas de cuerpo libre presentados en la sección A.1. Respecto al valor de las constantes que aparecen en las ecuaciones de movimiento, éstas se encuentran reportadas en un Reporte Interno elaborado por el autor del presente trabajo [36].

Vehículo tipo C2

Las ecuaciones de movimiento son:

$$\ddot{z}_0 = \pi_1 z_0 + \pi_2 z_T + \pi_3 \phi + \pi_{1A} \dot{z}_0 + \pi_{2A} \dot{z}_T + \pi_{3A} \dot{\phi} + \pi_A \dot{Y}_0 \quad (\text{A.1})$$

$$\ddot{z}_1 = (\pi_4 - \pi_5) z_1 + \pi_5 z_T + \pi_6 \phi + (\pi_{4A} - \pi_{5A}) \dot{z}_1 + \pi_{5A} \dot{z}_T + \pi_{6A} \dot{\phi} + \pi_B \dot{Y}_0 \quad (\text{A.2})$$

$$\ddot{z}_T = \pi_7 z_T + \pi_9 z_0 + \pi_8 \phi + \pi_{10} z_1 + \pi_{7A} \dot{z}_T + \pi_{9A} \dot{z}_0 + \pi_{8A} \dot{\phi} + \pi_{10A} \dot{z}_1 \quad (\text{A.3})$$

$$\ddot{\phi} = \pi_{11} z_T + \pi_{14} z_0 + \pi_{13} \phi + \pi_{12} z_1 + \pi_{11A} \dot{z}_T + \pi_{14A} \dot{z}_0 + \pi_{13A} \dot{\phi} + \pi_{12A} \dot{z}_1 \quad (\text{A.4})$$

Vehículo tipo C3

Las ecuaciones resultantes son:

$$\ddot{z}_T = \pi_7 z_T + \pi_2 \theta + \pi_3 z_3 + \pi_3 z_4 + \pi_4 z_0 + \pi_{7A} \dot{z}_T + \pi_{2A} \dot{\theta} + \pi_{3A} \dot{z}_3 + \pi_{3A} \dot{z}_4 + \pi_{4A} \dot{z}_0 \quad (\text{A.5})$$

$$\ddot{\theta} = \pi_5 z_T + \pi_6 \theta + \pi_7 z_3 + \pi_3 z_4 + \pi_4 z_0 + \pi_{5A} \dot{z}_T + \pi_{6A} \dot{\theta} + \pi_{7A} \dot{z}_3 + \pi_{3A} \dot{z}_4 + \pi_{4A} \dot{z}_0 \quad (\text{A.6})$$

$$\ddot{z}_0 = \pi_{10} z_0 + \pi_{11} z_T + \pi_{12} \theta - \pi_{11} z_0 + \pi_{10} Y_0 + \pi_{10A} \dot{z}_0 + \pi_{11A} \dot{z}_T + \pi_{12A} \dot{\theta} - \pi_{11A} \dot{z}_0 + \pi_{10A} \dot{Y}_0 \quad (\text{A.7})$$

$$\ddot{z}_3 = \pi_{13} z_3 + \pi_{14} z_T + \pi_{15} \theta + \pi_{16} \alpha - \pi_{23} Y_3 + \pi_{13A} \dot{z}_3 + \pi_{14A} \dot{z}_T + \pi_{15A} \dot{\theta} + \pi_{16A} \dot{\alpha} - \pi_{23A} \dot{Y}_3 \quad (\text{A.8})$$

$$\ddot{z}_4 = \pi_{17} z_4 + \pi_{18} z_T + \pi_{19} \theta + \pi_{20} \alpha - \pi_{24} Y_4 + \pi_{17A} \dot{z}_4 + \pi_{18A} \dot{z}_T + \pi_{19A} \dot{\theta} + \pi_{20A} \dot{\alpha} - \pi_{24A} \dot{Y}_4 \quad (\text{A.9})$$

$$\ddot{\alpha} = \pi_{21} z_3 - \pi_{21} z_4 + \pi_{22} \alpha + \pi_{21A} \dot{z}_3 - \pi_{21A} \dot{z}_4 + \pi_{22A} \dot{\alpha} \quad (\text{A.10})$$

Vehículo tipo T2S1

Las ecuaciones resultantes son:

$$\ddot{z}_0 = -\pi_{42}z_0 - \pi_{43}z_T + \pi_{44}\dot{\phi} + \pi_Y Y_0 - \pi_{42A}\dot{z}_0 - \pi_{43A}\dot{z}_T + \pi_{44A}\dot{\phi} + \pi_{YA}\dot{Y}_0 \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}_T = & \pi_{27}z_0 - \pi_{24}z_T + \pi_{28}z_1 + \pi_{25}\dot{\phi} + \pi_{29}z_2 - \pi_{26}\dot{\theta} + \pi_{27A}\dot{z}_0 - \pi_{24A}\dot{z}_T + \pi_{28A}\dot{z}_1 + \pi_{25A}\dot{\phi} \\ & + \pi_{29A}\dot{z}_2 - \pi_{26A}\dot{\theta} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\ddot{z}_1 = \pi_{46}z_T - \pi_{45}z_1 + \pi_{47}\dot{\phi} + \pi_V Y_1 + \pi_{46A}\dot{z}_T - \pi_{45A}\dot{z}_1 + \pi_{47A}\dot{\phi} + \pi_{VA}\dot{Y}_1 \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} = & -\pi_{38}z_0 + \pi_{36}z_T - \pi_{39}z_1 - \pi_{37}\dot{\phi} + \pi_{40}z_2 - \pi_{41}\dot{\theta} - \pi_{38A}\dot{z}_0 + \pi_{36A}\dot{z}_T - \pi_{39A}\dot{z}_1 - \pi_{37A}\dot{\phi} \\ & + \pi_{40A}\dot{z}_2 - \pi_{41A}\dot{\theta} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\ddot{z}_2 = \pi_{49}z_T + \pi_{50}\dot{\phi} - \pi_{48}z_2 + \pi_{51}\dot{\theta} + \pi_W Y_2 + \pi_{49A}\dot{z}_T + \pi_{50A}\dot{\phi} - \pi_{48A}\dot{z}_2 + \pi_{51A}\dot{\theta} + \pi_{WA}\dot{Y}_2 \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = & -\pi_{34}z_0 + \pi_{30}z_T - \pi_{35}z_1 - \pi_{31}\dot{\phi} + \pi_{33}z_2 - \pi_{32}\dot{\theta} - \pi_{34A}\dot{z}_0 + \pi_{30A}\dot{z}_T - \pi_{35A}\dot{z}_1 - \pi_{31A}\dot{\phi} \\ & + \pi_{33A}\dot{z}_2 - \pi_{32A}\dot{\theta} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Vehículo tipo T3S2

Las ecuaciones resultantes son:

$$\begin{aligned} \ddot{\omega} = & -\pi_{66}\omega + \pi_{64}z_1 + \pi_{67}\dot{\phi} + \pi_{65}z_T + \pi_{203}Y_1 + \pi_{202}Y_2 - \pi_{66A}\dot{\omega} + \pi_{64A}\dot{z}_1 + \pi_{67A}\dot{\phi} + \pi_{65A}\dot{z}_T \\ & + \pi_{203A}\dot{Y}_1 + \pi_{202A}\dot{Y}_2 \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\ddot{z}_1 = -\pi_{61}\omega - \pi_{62}z_1 + \pi_{63}\dot{\phi} + \pi_{60}z_T + \pi_{201}Y_2 - \pi_{61A}\dot{\omega} - \pi_{62A}\dot{z}_1 + \pi_{63A}\dot{\phi} + \pi_{60A}\dot{z}_T + \pi_{201A}\dot{Y}_2 \quad (\text{A.18})$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} = & -\pi_{52}z_1 - \pi_{53}\omega - \pi_{50}\dot{\phi} - \pi_{51}z_0 + \pi_{49}z_T + \pi_{54}z_3 + \pi_{55}z_4 - \pi_{56}\dot{\theta} \\ & - \pi_{52A}\dot{z}_1 - \pi_{53A}\dot{\omega} - \pi_{50A}\dot{\phi} - \pi_{51A}\dot{z}_0 + \pi_{49A}\dot{z}_T + \pi_{54A}\dot{z}_3 + \pi_{55A}\dot{z}_4 - \pi_{56A}\dot{\theta} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$$\ddot{z}_0 = -\pi_{59}\dot{\phi} - \pi_{57}z_0 + \pi_{58}z_T + \pi_{200}Y_0 - \pi_{59A}\dot{\phi} - \pi_{57A}\dot{z}_0 + \pi_{58A}\dot{z}_T + \pi_{200A}\dot{Y}_0 \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}_T = & \pi_{37}\omega + \pi_{38}z_1 + \pi_{34}\dot{\phi} + \pi_{36}z_0 - \pi_{33}z_T + \pi_{39}z_3 + \pi_{40}z_4 - \pi_{35}\dot{\theta} \\ & - \pi_{37A}\dot{\omega} + \pi_{38A}\dot{z}_1 + \pi_{34A}\dot{\phi} + \pi_{36A}\dot{z}_0 - \pi_{33A}\dot{z}_T + \pi_{39A}\dot{z}_3 + \pi_{40A}\dot{z}_4 - \pi_{35A}\dot{\theta} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$$\ddot{z}_3 = \pi_{70}\dot{\phi} + \pi_{69}z_T - \pi_{68}z_3 - \pi_{72}\alpha + \pi_{71}\dot{\theta} + \pi_{70A}\dot{\phi} + \pi_{69A}\dot{z}_T - \pi_{68A}\dot{z}_3 - \pi_{72A}\dot{\alpha} + \pi_{71A}\dot{\theta} \quad (\text{A.22})$$

$$\ddot{\alpha} = -\pi_{77}z_3 - \pi_{78}\alpha + \pi_{77}z_4 - \pi_{77A}\dot{z}_3 - \pi_{78A}\dot{\alpha} + \pi_{77A}\dot{z}_4 \quad (\text{A.23})$$

$$\ddot{z}_4 = \pi_{75}\dot{\phi} + \pi_{74}z_T + \pi_{76}\alpha - \pi_{73}z_4 + \pi_{76}\dot{\theta} + \pi_{75A}\dot{\phi} + \pi_{74A}\dot{z}_T + \pi_{76A}\dot{\alpha} - \pi_{73A}\dot{z}_4 + \pi_{76A}\dot{\theta} \quad (\text{A.24})$$

$$\ddot{\theta} = -\pi_{47}\dot{\omega} - \pi_{48}z_I - \pi_{42}\dot{\phi} - \pi_{46}z_0 + \pi_{41}z_T + \pi_{44}z_3 + \pi_{45}z_4 - \pi_{43}\dot{\theta} - \pi_{47A}\dot{\omega} - \pi_{48A}z_I - \pi_{42A}\dot{\phi} - \pi_{46A}z_0 + \pi_{41A}z_T + \pi_{44A}z_3 + \pi_{45A}z_4 - \pi_{43A}\dot{\theta} \quad (\text{A.25})$$

Vehículo tipo T3S3

Las ecuaciones resultantes son:

$$\ddot{z}_4 = \kappa_1 z_4 + \kappa_2 z_T + \kappa_4 \theta + \pi_3 \dot{\phi} - \kappa_5 \alpha + \kappa_5 \beta + \kappa_1 \dot{z}_4 + \kappa_2 \dot{z}_T + \kappa_4 \dot{\theta} + \kappa_3 \dot{\phi} - \kappa_5 \dot{\alpha} + \kappa_5 \dot{\beta} \quad (\text{A.26})$$

$$\ddot{z}_T = \kappa_4 z_4 - \kappa_{33} \kappa z_T - \kappa_{35} \theta + \pi_{34} \dot{\phi} + \kappa_{36} z_0 + \kappa_{38} z_I + \kappa_{37} \omega + \kappa_{39} z_3 + \kappa_Z z_5 + \kappa_{4A} \dot{z}_4 - \kappa_{33A} \dot{z}_T - \kappa_{35A} \dot{\theta} + \pi_{34A} \dot{\phi} + \kappa_{36A} \dot{z}_0 + \kappa_{38A} \dot{z}_I + \kappa_{37A} \dot{\omega} + \kappa_{39A} \dot{z}_3 + \kappa_{ZA} \dot{z}_5 \quad (\text{A.27})$$

$$\ddot{\theta} = \kappa_{45} z_4 + \kappa_{41} z_T - \kappa_{43} \theta - \pi_{42} \dot{\phi} - \kappa_{46} z_0 - \kappa_{48} z_I - \kappa_{47} \omega + \kappa_{44} z_3 + \kappa_{ZZ} z_5 + \kappa_{45A} \dot{z}_4 + \kappa_{41A} \dot{z}_T - \kappa_{43A} \dot{\theta} - \pi_{42A} \dot{\phi} - \kappa_{46A} \dot{z}_0 - \kappa_{48A} \dot{z}_I - \kappa_{47A} \dot{\omega} + \kappa_{44A} \dot{z}_3 + \kappa_{ZZA} \dot{z}_5 \quad (\text{A.28})$$

$$\ddot{\phi} = \kappa_{55} z_4 + \kappa_{49} z_T - \kappa_{56} \theta - \pi_{50} \dot{\phi} - \kappa_{51} z_0 - \kappa_{53} z_I - \kappa_{52} \omega + \kappa_{54} z_3 + \kappa_{XX} z_5 + \kappa_{55A} \dot{z}_4 + \kappa_{49A} \dot{z}_T - \kappa_{56A} \dot{\theta} - \pi_{50A} \dot{\phi} - \kappa_{51A} \dot{z}_0 - \kappa_{53A} \dot{z}_I - \kappa_{52A} \dot{\omega} + \kappa_{54A} \dot{z}_3 + \kappa_{XXA} \dot{z}_5 \quad (\text{A.29})$$

$$\ddot{z}_0 = \kappa_{58} z_T - \kappa_{59} \theta - \kappa_{57} z_0 + \pi_{200} Y_0 + \kappa_{58A} \dot{z}_T - \kappa_{59A} \dot{\theta} - \kappa_{57A} \dot{z}_0 + \pi_{200A} \dot{Y}_0 \quad (\text{A.30})$$

$$\ddot{z}_I = \kappa_{60} z_T - \kappa_{63} \dot{\phi} - \kappa_{62} z_I - \kappa_{61} \omega + \pi_{201} Y_2 + \kappa_{60A} \dot{z}_T - \kappa_{63A} \dot{\phi} - \kappa_{62A} \dot{z}_I - \kappa_{61A} \dot{\omega} + \pi_{201A} \dot{Y}_2 \quad (\text{A.31})$$

$$\ddot{\omega} = \kappa_{65} z_T + \kappa_{67} \dot{\phi} + \kappa_{64} z_I - \kappa_{66} \omega + \pi_{203} Y_1 + \pi_{202} Y_2 + \kappa_{65A} \dot{z}_T + \kappa_{67A} \dot{\phi} + \kappa_{64A} \dot{z}_I - \kappa_{66A} \dot{\omega} + \pi_{203A} \dot{Y}_1 + \pi_{202A} \dot{Y}_2 \quad (\text{A.32})$$

$$\ddot{z}_3 = \kappa_{69} z_T + \kappa_{71} \theta + \kappa_{70} \dot{\phi} - \kappa_{68} z_3 - \kappa_{72} \alpha + \kappa_{69A} \dot{z}_T + \kappa_{71A} \dot{\theta} + \kappa_{70A} \dot{\phi} - \kappa_{68A} \dot{z}_3 - \kappa_{72A} \dot{\alpha} + \pi_{204} Y_3 + \pi_{204A} \dot{Y}_3 \quad (\text{A.33})$$

$$\ddot{z}_5 = \kappa_{74} z_T + \kappa_{76} \theta + \kappa_{75} \dot{\phi} - \kappa_{73} z_5 + \kappa_{7XX} \beta + \kappa_{74A} \dot{z}_T + \kappa_{76A} \dot{\theta} + \kappa_{75A} \dot{\phi} - \kappa_{73A} \dot{z}_5 - \kappa_{7XXA} \dot{\beta} + \pi_{205} Y_5 + \pi_{205A} \dot{Y}_5 \quad (\text{A.34})$$

$$\ddot{\alpha} = \pi_{77} z_4 - \pi_{77} z_3 - \pi_{78} \alpha + \pi_{77A} \dot{z}_4 - \pi_{77A} \dot{z}_3 - \pi_{78A} \dot{\alpha} \quad (\text{A.35})$$

$$\ddot{\beta} = -\kappa_6 z_4 - \kappa_6 z_5 - \kappa_7 \beta - \kappa_{6A} \dot{z}_4 - \kappa_{6A} \dot{z}_5 - \kappa_{7A} \dot{\beta} \quad (\text{A.36})$$

Apéndice B

Método de las Matrices de Transición (MMT)

En este apéndice se describe el método de las matrices de transición para la solución de ecuaciones de movimiento de los vehículos.

B.1 Solución de la ecuación diferencial de movimiento de un sistema de primer orden

El sistema mostrado en la Figura B.1(a) es un sistema mecánico compuesto de un resorte y un amortiguador, donde la constante de resorte es k N/m y la constante de amortiguamiento viscoso es c Ns/m. La ecuación de movimiento correspondiente, obtenida de aplicar la Segunda Ley de Newton al diagrama de cuerpo libre de la Figura B.1(b), es:

$$c \dot{z}(t) + kz(t) = F(t) \quad (\text{B.1})$$

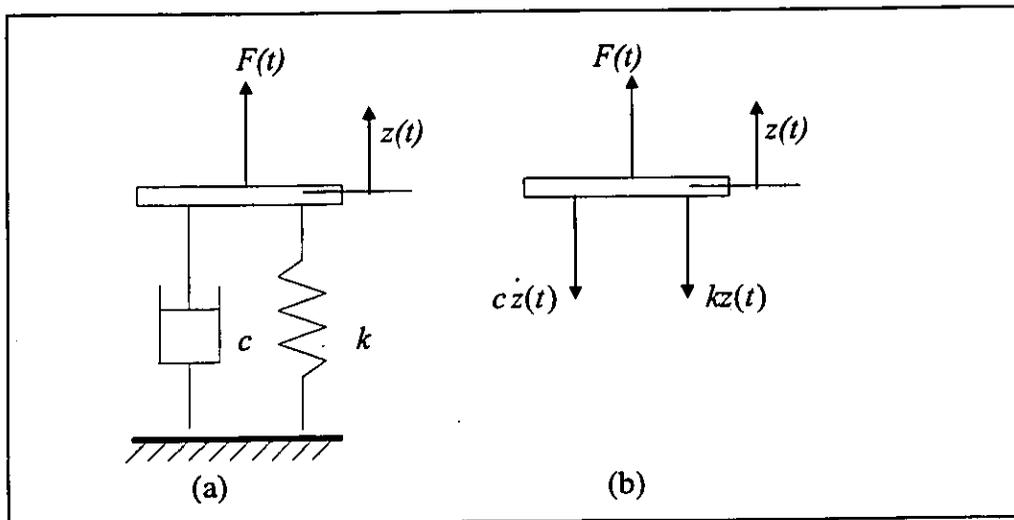


Figura B.1 (a) Esquema de un sistema de primer orden, (b) diagrama de cuerpo libre.

La expresión (B.1) es un caso particular de la ecuación general de primer orden:

$$F(x)\frac{dy}{dx} + G(x)y = H(x) \quad (\text{B.2})$$

expresada como:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \quad (\text{B.3})$$

cuya solución se expresa por [39]:

$$y = \exp\left[-\int P(x)dx\right] \int Q(x) \exp\left[\int P(x)dx\right] dx + c \exp\left[-\int P(x)dx\right] \quad (\text{B.4})$$

Esta ecuación (B.4) es la forma general de la solución de una ecuación del tipo (B.1), con la diferencia de que en (B.1) los coeficientes son constantes (k y c). A continuación se analizarán las soluciones homogénea y particular de un sistema de primer orden, las cuales están implícitas en la ecuación (B.4).

Solución homogénea de un sistema de primer orden

La forma homogénea de la ecuación (B.1) es

$$c \dot{z}(t) + kz(t) = 0 \quad (\text{B.5})$$

que se puede expresar como

$$\dot{z}(t) + (k/c)z(t) = 0 \quad (\text{B.6})$$

De la ecuación (B.4), la solución de (B.6) queda de la siguiente manera:

$$z(t) = Ce^{-(k/c)t} \quad (\text{B.7})$$

donde el valor de la constante C puede calcularse al sustituir las condiciones iniciales, esto es, $z(0) = z_0$, por lo que la solución homogénea queda de la siguiente manera:

$$z(t) = z_0 e^{-(k/c)t} \quad (\text{B.8})$$

Solución particular para un sistema de primer orden

En el caso de la solución particular de la ecuación (B.1) a una perturbación $F(t)$ arbitraria, la solución se considera como compuesta de la suma de impulsos, que corresponden al primer término de la ecuación (B.4), esto es [79]:

$$z(t) = \int_0^t F(\tau)g(t-\tau)d\tau \quad (\text{B.9})$$

donde $g(t-\tau)$ es la respuesta al impulso, conociéndose esta ecuación como *integral de convolución* [83].

En el caso de un sistema de primer orden, ecuación (B.1), la respuesta al impulso está dada por [79]:

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{c}e^{-t/\tau} & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

Variables de estado para sistemas de un grado de libertad

Las variables que aparecen en un sistema de ecuaciones de primer orden son llamadas *variables de estado*, definidas como las variables que describen el estado del sistema en un determinado momento [80,81]. Así, las variables de estado dependen de las necesidades del modelo, pero siempre serán una función y su derivada [79]. Para el sistema de un grado de libertad mostrado en la Figura B.1(a), las variables de estado pueden expresarse como un *vector de estado* $\{y(t)\}$, de la siguiente forma [79,82]:

$$\{y(t)\} = \begin{Bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

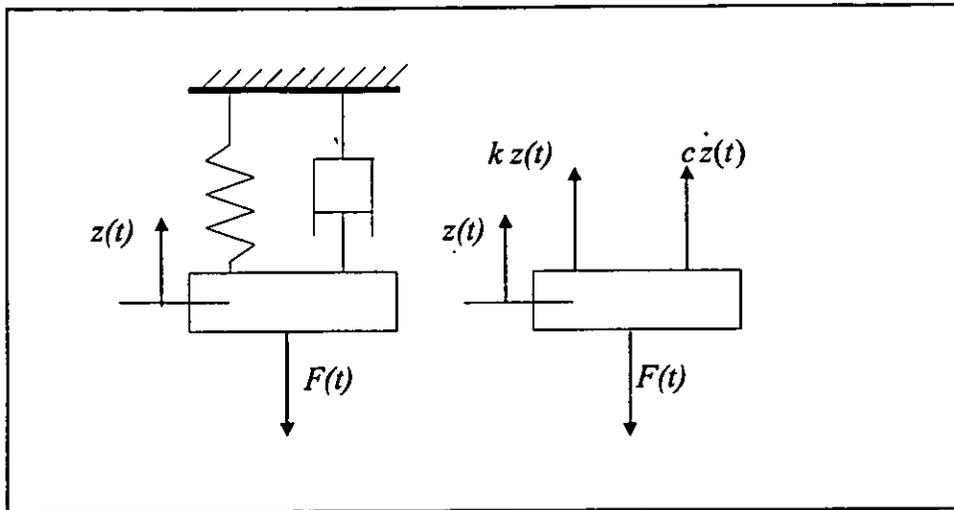


Figura B.2 Sistema mecánico de segundo orden

B.2 Sistemas de segundo orden resueltos como sistemas de primer orden

Ahora se resuelven sistemas de segundo orden, tratados como sistemas de primer orden. En la Figura B.2 se muestra un sistema de segundo orden, masa - resorte, cuya ecuación diferencial es:

$$m\ddot{z}(t) = -F(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) \quad (\text{B.12})$$

Esta ecuación puede expresarse, en función de variables de estado, como un sistema de primer orden, esto es:

$$\{\dot{y}(t)\} = [A]\{y(t)\} + [B]\{Y(t)\} \quad (\text{B.13})$$

donde :

$$\{\dot{y}(t)\} = \begin{Bmatrix} \dot{z}(t) \\ \ddot{z}(t) \end{Bmatrix}, \{y(t)\} = \begin{Bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{Bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k/m & c/m \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/m \end{bmatrix}$$

$$\{Y(t)\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -F(t) \end{Bmatrix}.$$

De acuerdo a la ecuación (B.12), la solución homogénea de este sistema de segundo orden, expresado como un sistema de primer orden, ecuación (B.13), es:

$$\{y(t)\} = e^{[A]t} \{y(0)\} \quad (\text{B.13})$$

donde $e^{[A]t}$ puede ser calculada mediante la siguiente serie:

$$e^{[A]t} = [1] + t[A] + \frac{t^2}{2!}[A]^2 + \frac{t^3}{3!}[A]^3 + \dots + \frac{t^n}{n!}[A]^n \quad (\text{B.14})$$

Existen ventajas computacionales para calcular el exponencial de la EB. (B.13) mediante (B.14), aunque se conocen otros métodos para su determinación [82].

Respecto a la solución particular del sistema de segundo orden, y en correspondencia con las ecuaciones (3.46) y (3.47), se tiene lo siguiente:

$$\{y(t)\} = \int_0^t e^{[A](t-\tau)} [B] \{Y(\tau)\} d\tau \quad (\text{B.15})$$

De las ecuaciones (B.9) y (B.10), la solución completa del sistema de segundo orden expresado en la ecuación (3B.12), queda [79]:

$$\{y(t)\} = e^{[A]t} \{y(0)\} + \int_0^t e^{[A](t-\tau)} [B] \{Y(\tau)\} d\tau \quad (\text{B.16})$$

Sistemas de primer orden discretos en el tiempo

La integral de la ecuación B.15 es fácilmente integrable sólo en caso de que la expresión para $Y(\tau)$ sea accesible. Así, ante la necesidad de simular sistemas (vehículos) sometidos a perturbaciones arbitrarias (perfil del pavimento), el recurso empleado ha sido la discretización de la perturbación (pavimentos), de tal manera que la perturbación durante un intervalo de tiempo sea constante, y $Y(\tau)$ pueda ser extraída de la integral (B.15). La ecuación (B.16) para sistemas discretos es [79]

$$\{y(k+1)\} = [\Phi]\{y(k)\} + [\Gamma]\{Y(k)\}, k = 0,1,2\dots \quad (\text{B.17})$$

donde:

$$[\Gamma] = \int_0^T e^{[A]t} dt [B] \quad \text{y} \quad [\Phi] = e^{[A]T}$$

De esta manera, las ecuaciones (B.16) y (B.17) son la base para la aplicación del método conocido como Matrices de Transición de Estado o simplemente Método de las Matrices de Transición (MMT), para resolver las ecuaciones de movimiento de los vehículos considerados [79].