

5



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DISEÑO Y ANALISIS ESTRUCTURAL DE LA CELDA
PARA EL ESPEJO PRIMARIO DEL TELESCOPIO TIM,
USANDO EL METODO DEL ELEMENTO FINITO.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO

P R E S E N T A

ALEJANDRO FARAH SIMON



DIRECTOR DE TESIS: DR. ELFEGO RUIZ SCHNEIDER

MEXICO, D. F.

28/1/30

2000



Universidad Nacional
Autónoma de México

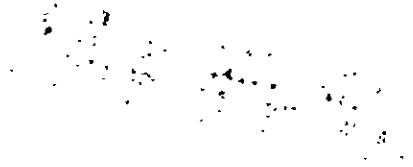


UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



A mis padres

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México, que fundó en mí el amor a la patria y al conocimiento; a la Facultad de Ingeniería, uno de sus más sólidos pilares; al Instituto de Astronomía, fuente inagotable de grandes logros.

Al Fondo TIM, al Sistema Nacional de Investigadores (SNI) y al Programa de Becas Tesis de Licenciatura (PROBETEL) por el apoyo que dieron a este proyecto.

A Elfego, una gran persona que me mostró una forma diferente de entendimiento. A Irene Cruz-González y a Erika Sohn por su dinamismo contagioso. A Fernando compañero de este viaje. A María Pedrayes y a Roberto Gómez por todos sus consejos.

A mi hermana Zeta que en muchas ocasiones me animó para continuar adelante. Te admiro.

A mi padre por todas las noches en que me ofrecía su ayuda para estudiar y por su manera de pensar, chukran ia fata.

A mi madre que me vió nacer, y que ha sido firme apoyo de mis convicciones.

A mi alma gemela, Bibi.

A aquella noche, que asomado por un sencillo balcón, aprendí que en Pascua siempre la Luna iba a ser llena, gracias Abuelita Soco.

A Lord Arreola, a Chris, a Maurits y a Charlie, con quienes he compartido un sin fin de grandes momentos

A Vero, por soportarme como amigo, por ayudarme a siempre querer ser mejor y por mostrarme su luz.

A mi primo Elie por su confianza y constante interés por que me recibiera.

A mi familia Simón y mi familia Farah.

A todos mis compañeros y amigos de la facultad por todos los recuerdos presentes y vendederos.

Al 2 de julio que hizo vibrar a un México lleno de esperanzas.

Al Telescopio Azul, que no tan solo soportó el embate dentro de cajuelas y taxis, sino que también me enseñó que las estrellas no solo están en el cielo.

... eppur si muove

Índice Temático

I.	INTRODUCCIÓN	1
I.1	Antecedentes: historia de la astronomía en México y el mundo	2
I.2	Astronomía Moderna: evolución	4
I.3	Astronomía en México Contemporáneo	8
I.4	Telescopios de Nueva Tecnología	9
I.5	Telescopio Óptico Infrarrojo de Nueva Tecnología, <i>TIM</i>	10
II.	MARCO DE REFERENCIA: LOS TELESCOPIOS	13
II.1	Cómo funciona el telescopio	13
II.2	Monturas y sistemas coordinados	16
II.3	Tendencias modernas de los telescopios astronómicos: óptica activa y adaptativa	19
II.4	Grandes telescopios segmentados	22
II.4.1	Telescopios Keck	22
II.4.2	Gran Telescopio de Canarias (<i>GRANTECAN</i>)	24
II.5	Justificación del proyecto <i>TIM</i>	27
II.6	Justificación de la tesis	29
III.	MARCO TEÓRICO	31
III.1	Los pasos a seguir en el proceso de un Diseño Conceptual	31
III.1.1	Etapas del diseño	33
III.2	Breve descripción de la Mecánica de Sólidos	36
III.2.1	Esfuerzo	37
III.2.2	Deformación	39
III.2.3	Definición matemática de deformación	39
III.2.4	Ley de Hooke	42
III.2.5	Relación de Poisson	44
III.3	Introducción al Método del Elemento Finito (<i>MEF</i>) asistido por computadora	45
III.3.1	Aplicaciones del Elemento Finito a la Mecánica de Sólidos	52

III.4	Diseño Asistidos por Computadora e Ingeniería Asistida por Computadora	53
III.4.1	AutoCAD	54
III.4.2	ALGOR	56
IV.	DISEÑO CONCEPTUAL DE LA CELDA	57
IV.1	El telescopio <i>TIM</i> : diseño conceptual	57
IV.2	Necesidad que impulsa al diseño de la estructura y definición del problema: Diseño Conceptual	60
IV.3	Cargas ejercidas sobre la celda	
IV.4	Conceptualización en dos dimensiones (<i>2D</i>)	66
IV.4.1	Geometrías para la celda en dos dimensiones (<i>2D</i>)	66
IV.4.2	Análisis por <i>MEF</i> , de las diferentes geometrías en <i>2D</i>	74
IV.4.3	Comparación de resultados y elección de geometrías en <i>2D</i>	76
IV.4.4	Optimización de las geometrías que presentan un mejor comportamiento	80
IV.5	Conceptualización en tres dimensiones (<i>3D</i>)	86
IV.6	Dibujo de estructuras en <i>3D</i> , basándose en los resultados en <i>2D</i>	87
IV.7	Evaluación de las estructuras en <i>3D</i> por el <i>MEF</i> con ALGOR	90
V.	RESULTADOS Y CONCLUSIONES	95
V.1	Resultados	95
V.2	Comparación de resultados entre los modelos en <i>3D</i> y elección del mejor modelo	96
V.3	Optimización del modelo elegido	98
V.4	Factibilidad dados los requerimientos del <i>TIM</i>	105
VI.	CONCLUSIONES	107
Apéndice A: Características del Zerodur.		
B: Datos técnicos de los segmentos (Schot).		
C: Resultados del análisis por el <i>MEF</i> del modelo electo.		

I. Introducción.

Se designa con el nombre de *universo* al conjunto de todos los cuerpos celestes; estrellas, planetas, galaxias, y demás objetos que se encuentran en el espacio. El fin de la astronomía es ofrecer una descripción de los mismos, de sus elementos, componentes, y de las diversas relaciones que vinculan a unos con otros. La astronomía es considerada como la más antigua de las ciencias. Los hombres primitivos observaban la posición y el movimiento de los astros con propósitos diversos como; rituales, premoniciones, medición del tiempo, establecimiento de fechas para labores agrícolas, predicción de fenómenos astronómicos, etcétera.

A diferencia de otras ciencias como la física y la química, en las cuales es posible realizar exhaustivamente experimentos bajo condiciones controladas de laboratorio, la astronomía sólo puede estudiar los procesos que efectúa la naturaleza por sí misma, siendo, por consiguiente, imposible para el hombre modificar lo que ocurre en los astros. De esta manera toda la información es obtenida a través de las observaciones. Éstas son realizadas con instrumentos especiales, los telescopios, que forman parte del equipo corriente de los observatorios astronómicos. Un telescopio es un instrumento que nos permite concentrar la luz proveniente de objetos luminosos o de objetos que la reflejan. Durante su corta existencia los telescopios han tenido gran importancia en el campo de la astronomía, ya que nos ha permitido observar el universo más allá de lo que nuestra visión lo permite.

Los primeros telescopios eran construidos de manera artesanal en comparación con los actuales, y la calidad de la imagen que ofrecían era de baja calidad debido al deficiente pulido de su óptica. Otro problema que presentaban era el de las vibraciones; un telescopio para poder dar una imagen firme y nítida, requiere de una estructura rígida y estable que lo soporte. Conforme la tecnología lo permitió se desarrollaron telescopios más grandes y poderosos con una mayor calidad óptica y mecánica, que desentrañaron aún más los misterios del universo. Sin embargo los problemas continuaban y eran cada vez más difíciles de predecir y controlar. En la actualidad se fabrican telescopios para aficionados, que presentan una imagen de mayor calidad que las que obtuvo Galileo Galilei; y telescopios grandes, con fines científicos, han llegado a tener un diámetro de poco más de 10 metros. La complejidad que implica la fabricación de un telescopio de estas magnitudes es colosal, y para poder llevarse a cabo requiere del uso de tecnologías modernas, e incluso de innovaciones tecnológicas.

La Universidad Nacional Autónoma de México, *UNAM*, tratando de estar a la vanguardia y permanecer en su nivel competitivo en el ámbito mundial, está diseñando un telescopio de nueva tecnología, que pueda proporcionar imágenes sumamente nítidas, estables y de tan sólo décimas de segundo de arco. Un telescopio como este, requiere de un diseño conceptual profundo, sustentado con el uso de las más recientes tecnologías. Con ayuda de sistemas de diseño y manufactura asistidos por computadora. El presente trabajo se enfoca en el diseño y análisis por el Método del Elemento Finito de una propuesta para la estructura que sustentará el espejo primario segmentado del telescopio universitario.

1.1 Antecedentes: Historia de la Astronomía en México y el mundo.

México Prehispánico: La arqueoastronomía, es un área del conocimiento que se enfoca en el estudio de los conocimientos astronómicos que lograron los pueblos mesoamericanos antes de la conquista, y la influencia que tenían estos en la sociedad. Culturas tales como la *maya*, *mixteca* y



Figura 1.1 Piedra del Sol; calendario azteca.

del altiplano central, en sus códices dejaron representaciones y registros de fenómenos astronómicos, con información de gran importancia. La medición y el transcurrir del tiempo fueron registrados en la antigua América de manera excepcional; su vigencia actual demuestra la maestría con la que fueron calculados (Figura 1.1). Su precisión es comparable con la que se tiene hoy en día, y para lograrla fue necesario realizar durante siglos meticulosas observaciones astronómicas. El tiempo, y su medición fue una de las temáticas de mayor interés de los pueblos

precolombinos, la duración de los períodos de traslación de la Tierra (365.2422 días) y de Venus (583.92 días) alrededor del Sol estaban establecidos con precisión. Sylvanus G. Morley (1915) demostró que las correcciones que se aplican al Calendario Maya lo hacen un diezmilésimo más exacto que el Calendario Gregoriano que utilizamos actualmente; calendario que fue propuesto hace 400 años.

Es importante hacer notar que la tendencia a la unificación de conocimientos y principios se hace presente desde tiempos remotos, Seler y Thompson [1] han establecido la identidad que existe entre

los calendarios náhuatl en el *Códice Borgia* y el calendario maya en el *Códice de Dresde*, expresión del acervo cultural común a todos los pueblos que crearon la civilización en este continente.

Mundo Antiguo: Los escritos astronómicos más antiguos que se conocen pertenecen a la cultura mesopotámica, que se desarrolló en el medio oriente, hace 5000 años aproximadamente. Los mesopotámicos fueron excelentes observadores, establecieron con bastante precisión la duración del año y del mes lunar. Otra cultura antigua que desarrolló de manera intensa la astronomía fue la egipcia. Estas dos culturas ubicadas en una zona geográfica próxima, llegaron a su decadencia y fueron conquistadas por los persas, abriendo el paso a la cultura griega, a la que debemos, entre muchas cosas, el nacimiento del “pensamiento científico”.

Griegos como Tales de Mileto¹; quien predijo un eclipse de sol por primera vez; Pitágoras²; quien fue el primero en afirmar la esfericidad de la Tierra; Eudoxo³; con su teoría heliocéntrica; lograron con su nueva forma de pensar, *filosofía*, introducir una actitud diferente ante el Universo en la cual se le presupone como inteligible y regido por leyes simples y alcanzables por el intelecto humano.

La biblioteca más grande de la época en la ciudad de Alejandría, construida en Egipto por Alejandro de Macedonia (mejor conocido como Alejandro “Magno”, Figura 1.2) alrededor del año de 332



Figura 1.2 Moneda con la imagen de Alejandro Magno.

a.C., *habrá de sustituir a Atenas como centro del desarrollo intelectual, en particular, durante los siguientes 500 años todos los grandes astrónomos (excepto Hiparco de Nicea), han de trabajar y vivir en ella* [2, p.48]. Uno de los astrónomos más ingeniosos, de la escuela de Pitágoras, que trabajó en esta biblioteca (281 a.C.) fue Aristarco. De su obra sólo nos ha llegado un corto tratado llamado *Sobre las dimensiones y las distancias del Sol y la Luna*, en el cual describe algunas metodologías utilizadas para hacer mediciones astronómicas, que fueron para su época innovadoras.

Posterior a la declinación de la civilización griega se extendió un manto oscuro sobre el pensamiento humano, el desarrollo de la astronomía en la edad media, no tan solo se vio frenado, sino que incluso sufrió retrocesos incongruentes con el pensamiento griego.

¹ Algunos investigadores citan la fecha de su nacimiento en el año de 624 a.C. y otros en 640 a.C.

² Nacido en Samos, Grecia, hacia el año 580 a.C.

³ (408 a.C. - 355 a.C.)

El medio oriente o mundo árabe en pleno auge hacia el año de 765 d.C., tiene ansia por el saber, así para el año de 835 d.C. el proceso culmina con la creación de la “Casa de la Cultura” por el califa Al-Mamún. *Bagdad habrá de ser la “Nueva Atenas” hasta el fin del milenio y, en particular, en ella ha de preservarse y extenderse el conocimiento astronómico* [2 p.59]. La astronomía se enriqueció, y nuevos descubrimientos y términos fueron incluidos en el acervo astronómico; estrellas como Aldebarán, Altair y Mizar fueron bautizadas; el zenit y el nadir fueron definidos por primera vez; y hasta el nombre de la Biblia astronómica medieval: el *Almagesto*, fue un presente de la cultura árabe.

Hacia fines del milenio, la situación comienza a cambiar en Europa; hay paz, mayor productividad agrícola, el comercio crece, el conocimiento es aceptado y enseñado en múltiples universidades, sin embargo la astronomía griega, en particular las ideas recopiladas por Tolomeo⁴ en lo que hoy conocemos como el *Almagesto*, perduran y no son superadas hasta después de un siglo más.

El conocimiento ha sido y será un claro reflejo de la sociedad que lo genera, en palabras textuales de Miguel León-Portilla, en el artículo “*Astronomía y cultura en Mesoamérica*”: *....Lo extraordinario de “la astronomía”, “el calendario” y “la matemática” en esta área cultural es su rigor extremo, pero no como saber por sí mismo, sino en función plena de los requerimientos de su visión del mundo y de sus necesidades de subsistencia* [3].



Figura 1.3 *Nicolas Copérnico (1473-1543).*

1.2 Astronomía Moderna: evolución.

En el siglo XV renace el conocimiento astronómico. El polaco Nicolas Copérnico, nacido en Torún (Figura 1.3), propuso un sistema para explicar el movimiento planetario, considerando al Sol en el centro del sistema. La Tierra también la considera un planeta que giraba en torno del Sol cada 24 horas y se trasladaba en torno al Sol en un año. Este modelo *no difiere en concepción al propuesto 1800 años antes por Aristarco de Samos, pero Copérnico no tan sólo propone la idea, sino que elaboró totalmente el modelo matemático para describir los movimientos planetarios basado en un sistema heliocéntrico* [4, p.60].

⁴ Vivió entre los años de 127 y 141 a.C.

El más grande astrónomo de la segunda mitad del siglo XVI fue sin duda Tycho Brahe (1546-1601). Tycho se dio cuenta que era fundamental disponer de muy buenas observaciones astronómicas si se pretendía hacer un buen modelo matemático para describir el movimiento. Tycho empezó por elaborar un catálogo de posiciones precisas de 777 estrellas e hizo observaciones sistemáticas del planeta Marte. Tycho muere prematuramente y su legado científico, queda en manos de su ayudante Kepler, a quien pide en momentos de agonía; ...*Haz que mi vida no haya sido en vano.*



Figura 1.4 Johannes Kepler.

Johanes Kepler (1571-1630) era uno de los más grandes matemáticos de todos los tiempos (Figura 1.4), de talentos teóricos muy superiores a los de Tycho pero cuya habilidad instrumental era muy limitada. Por lo tanto fue una situación muy afortunada la que puso a Kepler en el camino de Tycho Brahe, y así la retroalimentación que tuvieron estos dos grandes de la astronomía desentrañó el secreto de los movimientos planetarios.

Contemporáneo de Kepler, físico, matemático y astrónomo, Galileo Galilei (Figura 1.5), nacido en Italia, le correspondió hacer un valioso aporte a la ciencia de comienzos del siglo XVII, el establecimiento definitivo del sistema heliocéntrico. En uno de sus viajes a Venecia, en 1609, Galileo se entera de que Hans Lipershey, fabricante de anteojos holandeses, construyó un instrumento que tenía la capacidad de aumentar de tamaño los objetos lejanos cuando se miraba a través de él. Gracias a esto Galileo tuvo la idea de usar arreglos de lentes para observar objetos celestes. Observó la luna, estrellas y finalmente un día observó Júpiter, descubriendo que tenía 4 pequeños satélites que lo orbitaban. Hallazgo tan asombroso tenía que darse a conocer, para ello, escribió un panfleto titulado *Sidereus Nuncius (Mensajero de las estrellas)*, que salió a la luz en marzo de 1610. La inquisición obligó a Galileo a retractarse de sus afirmaciones astronómicas, ya que iban según ellos en contra de la sagrada escritura. El resto de su vida, como castigo impuesto por los inquisidores, permaneció en arresto domiciliario.

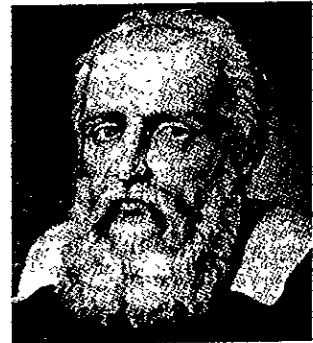


Figura 1.5 Galileo Galilei (1564-1642).

En la historia de la humanidad existen quienes son considerados por sus capacidades mentales como genios, este es el caso de Isaac Newton (Figura 1.6). A los 18 años decide estudiar matemáticas con Isaac Barrow en el Trinity College de Cambridge, donde obtuvo el grado de Bachiller en Artes en 1655. Ese mismo año se declara una epidemia -- la peste bubónica -- que obliga a cerrar la escuela, y



Figura 1.6 Sir Isaac Newton (1642-1727).

así Newton, obligado a tomar dos años de vacaciones, empezó uno de los momentos culminantes de la historia científica cuando en estos dos años desarrolla los conocimientos de la física clásica, del cálculo infinitesimal, de la gravitación universal y de la espectroscopia, todo esto lo hizo antes de cumplir 25 años!

En vista de los serios problemas de los telescopios a base de una lente objetiva, como los de Galileo, Isaac Newton propuso un modelo alternativo que utilizaba espejos, hechos con metales pulidos, en vez de vidrios, provocando una explosión evolutiva de los telescopios.

La historia del telescopio es una de las más interesantes e importantes en la trayectoria de la evolución de la ciencia. Gracias a este instrumento se han logrado descubrimientos científicos asombrosos. El desarrollo de los telescopios se enfocó hacia el perfeccionamiento de la calidad de los componentes del mismo; nuevos materiales, mecanismos más precisos, espejos de superficie menos rugosa, de mayor tamaño, etcétera, pero el principio teórico era básicamente el mismo en todos los casos (Tabla 1.1).

Posteriormente el interés sobre el telescopio se despertó intensamente tan pronto se le descubrió, ya que permitía al hombre ver cosas más allá de lo que nos deparaba la tierra misma. A continuación se ve en la Tabla 1.2 un resumen a grandes rasgos el desarrollo histórico y la evolución de los telescopios.

Tabla 1.1 Desarrollo de la óptica para los telescopios.

Diseñador	Año	Descubrimiento
Aristóteles	424 a.C.	Primera lente, con fines astronómicos.
Fraille Roger Bacon	1200 d.C.	Lentes tallados, para amplificar caracteres.
Alexandro della Spina	1285	Armazón para lentes de aumento de la vista.
Giambattista della Porta	1589	Descripción de lo que son unos lentes de aumento.
Hans Lippershey	1608	Construcción del primer telescopio rústico.
Galileo Galilei Linceo	1609	Implementa y logra usar por primer vez el telescopio (de Lippershey).
Johannes Kepler	1610	Escribe el tratado de óptica geométrica, Dioptrice.
James Gregory	1663	Descripción de un espejo parabólico.
Sir Isaac Newton	1672	Diseño del primer telescopio reflector (o Newtoniano).
John Hadley	1722	Primer telescopio de alta calidad de pulido.

Tabla 1.2 Desarrollo histórico y evolución de los telescopios.

Observatorio	Localización	Año	Diámetro (cm)
REFRACTORES			
US Naval Observatory	Washington, D.C.	1873	66
Leander McCormick Observatory	Charlottesville, Virginia	1883	67
Old Royal Observatory	Greenwich, England	1894	71
Archenhold-Sternwarte	Berlin, East Germany	1896	68
Yerkes Observatory	Williams Bay, Wisconsin	1897	102
Allegheny Observatory	Pittsburg, Pennsylvania	1914	76
Republic Observatory	Johannesburg, S. Africa	1925	67
REFLECTORES			
Palomar Observatory	Palomar Mountain, California	1948	510
Lick Observatory	Mount Hamilton, California	1959	300
Cerro Tololo Inter-American O.	Cerro Tololo, Chile	1974	400
European Southern Observatory	Cerro la Silla, Chile	1976	360
Special Astrophysical Observatory	Zelenchukskaya, U.S.S.R.	1976	600
Fred L. Whipple Observatory	Mount Hopkins, Arizona	1979	450
La Palma Observatory	Islas Canarias	1987	420
Keck Observatory	Mauna Kea, Hawaii	1991	1000

Como conclusión, pese al interés demostrado desde la antigüedad, el desarrollo como investigación sistemática del universo no se inició sino hasta el siglo XVI. Así, Copérnico (1543) publica, en el año de su muerte, la hipótesis heliocéntrica sobre el movimiento de los planetas, y Tycho Brahe (SXVI) confecciona sus catálogos estelares; Johannes Kepler (1618) descubre las leyes de los movimientos de los planetas, dadas a conocer los años 1609 y 1619; Galileo Galilei (1609) construye el primer telescopio; e Isaac Newton (1687) enuncia, la ley de gravitación universal. Estos hechos trascendentales modifican el concepto vigente hasta entonces de la astronomía y constituyen las bases científicas de su ulterior evolución. El desarrollo de la astronomía, como de la ciencia en general, ha sido paulatino, constante y cada vez con más rapidez. Los temas y panoramas que abarca hoy en día la astronomía contemporánea son tantos y tan diversos que difícilmente alguien los conoce todos.

La incursión hecha en el campo de la manufactura de los telescopios ha orillado a una limitante, la tecnología, que ya no permite hacer telescopios de mayor eficacia. En los últimos años se ha ido dando una *sinergia* de las diversas áreas de la ciencia, con el fin de innovar y así seguir avanzando.

1.3 Astronomía en México Contemporáneo.

La astronomía mexicana cuenta con prestigio en el ámbito internacional, gracias a las aportaciones que ha dado a esta área del conocimiento. Existen varios centros de investigación astronómica en el país, entre los que destacan el Instituto de Astronomía, de la *UNAM (IAUNAM)* y el Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica, *INAOE*, de la Secretaría de Educación Pública, *SEP* y del Consejo Nacional para la Ciencia y la Tecnología, *CONACYT*. El *IAUNAM*, cuenta con una larga trayectoria de gran calidad que se remonta a su fundación, como Observatorio Nacional, en 1876. En él se cultivan áreas como: medio interestelar, astronomía estelar, astronomía galáctica, astronomía extragaláctica, cosmología, instrumentación astronómica, sistema planetario, arqueoastronomía e historia de la astronomía y efemérides astronómicas (Figura 1.7). En lo que se refiere a desarrollo tecnológico, la astronomía nacional ha tenido un historial igualmente destacado. El desarrollo mismo de toda la infraestructura operativa del Observatorio Astronómico Nacional, *OAN*, ubicado en la Sierra de San Pedro Mártir, B.C., durante la década de los setentas, es un claro ejemplo (Figura 1.8). Durante esos años se diseñaron y pulieron las superficies ópticas para los espejos primarios del telescopio de 84 centímetros, del *OAN*, y el telescopio de 2.1 metros del *INAOE*, situado en Cananea. La astronomía ha sido históricamente la principal promotora del desarrollo óptico en México [5, pg12].

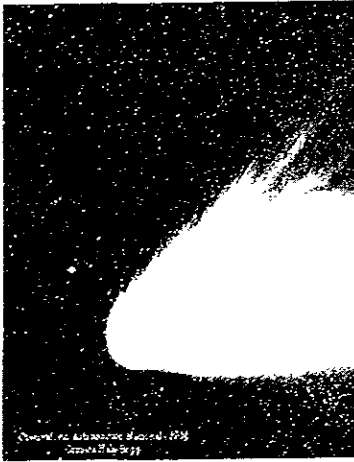


Figura 1.7 Imagen del cometa Hale-Bopp, OAN (1997).

La astronomía en México se ha caracterizado por proporcionar impulso a otras áreas del conocimiento, como son las ingenierías. El OAN es un observatorio que ha servido a gran cantidad de investigadores que quieren hacer innovación tecnológica para resolver una cierta necesidad; el diseño mecánico y la campana de aluminizado, la consola de control, detectores, espectrógrafos y demás instrumentos para el telescopio de 2.1 metros del OAN son un ejemplo.

El antecedente más importante para demostrar el impacto científico de la astronomía observacional mexicana es la del análisis de la producción científica de un laboratorio o, en este caso, del OAN, medida tanto en número de publicaciones de calidad (con arbitraje internacional) como en juicios subjetivos sobre su importancia e impacto en el tema considerado. Desde 1974 hasta finales de 1995 se han publicado más de 200 artículos arbitrados internacionalmente basados total o parcialmente en datos obtenidos en el OAN (fragmento del proyecto TIM [5]).

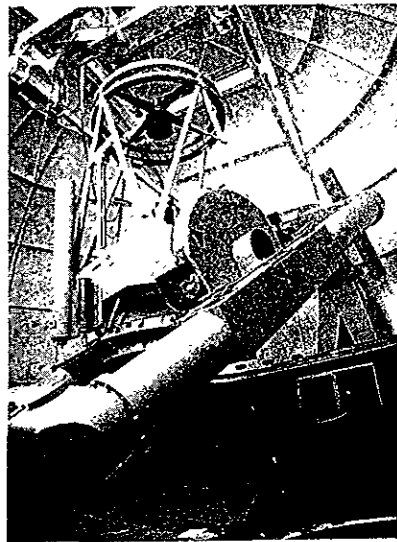


Figura 1.8 Telescopio 2.1m, OAN.

I.4 Telescopios de Nueva Tecnología: TIM.

El desarrollo tecnológico y el avance científico han permitido al ser humano alcanzar logros cada vez mayores en un menor tiempo, a tal grado que la ciencia-ficción apenas ha podido describirlos. Conforme la técnica y el conocimiento científico lo permitieron, los telescopios fueron evolucionando, pasando de ser; lentes de unos centímetros hasta de más de un metro; de espejos del

diámetro de una taza hasta del diámetro de una alberca; de control manual a electrónico; de monolíticos a segmentados⁵; de ser simples telescopios a ser telescopios de nueva tecnología.

Desde el punto de vista político y económico, la experiencia histórica ha demostrado que las sociedades que han estado a la cabeza en el desarrollo tecnológico son las más avanzadas, debido a que no se puede concebir el desarrollo global de una nación sin una ciencia sólida. Actualmente existe un abismo tecnológico entre los países desarrollados y el resto del mundo, y la única manera de disminuir esta brecha es con un impulso fuerte y competitivo en todas las ramas de la ciencia. En particular, la astronomía, - sobre todo en México - ha impulsado el desarrollo de la electrónica, la óptica, la física del estado sólido, la computación y las telecomunicaciones, fundamentales en el desarrollo económico de un país. El trabajo realizado hasta ahora por la astronomía mexicana y el impacto tecnológico que se ha derivado de éste, revelan el potencial que tiene el desarrollo y el fortalecimiento de una ciencia básica para México (fragmento tomado del proyecto TIM [5]).

México ha sido siempre un gran pilar en el ámbito astronómico internacional, con su visión, siempre previendo el futuro, ha logrado mantenerse competitivo a nivel mundial. Hoy en día, en nuestro país, se está desarrollando el proyecto del Telescopio Óptico-Infrarrojo Mexicano, *TIM*, con fines astronómicos y de innovación tecnológica.

1.5 Telescopio Óptico-Infrarrojo Mexicano, *TIM*.

Uno de los tres mejores lugares para realizar observaciones astronómicas es en la Sierra de San Pedro Mártir, Baja California, México, lugar donde se planea ubicar el *TIM*; los otros lugares están en Hawái y Chile.

El *TIM*, es un telescopio segmentado (actualmente en diseño) de 7.8 metros de diámetro, su espejo primario va estar compuesto por 19 segmentos de vidrio tipo Zerodur (véase Apéndice A). El intervalo espectral de la luz en el que va a funcionar este telescopio es el visible y el infrarrojo; las tolerancias espaciales de la posición relativa de un segmento con respecto a los demás, para que

⁵ Que su óptica está compuesta por varios espejos con radios de curvatura muy específicos, que al estar alineados uno con respecto al otro, pueden funcionar como uno solo.

conformen una sola superficie óptica, son de apenas 150 nanómetros, o dicho de otra manera 150 millonésimas de un milímetro. Si dicha restricción no se logra la imagen que se obtendría del objeto visualizado sería una mancha sin forma ni utilidad alguna.

El control para mover los segmentos requiere de una medición constante de la posición relativa de los mismos, para que en caso de estar fuera de tolerancia, un complejo sistema de actuadores, pistones, cámaras neumáticas, lazos electrónicos de control y otros, rectifiquen ese error. La forma en que se miden 150 nanómetros no es simple, y se hace por; medios ópticos, capacitivos, inductivos o diferenciales; y la precisión y exactitud del sistema debe ser tal que funcione ininterrumpidamente durante todo el movimiento del telescopio al seguir un astro por largos períodos de exposición.

Por si fuera poco, cualquier tipo de vibraciones, expansiones térmicas, aberraciones⁶ y turbulencias, deben ser minimizadas, ya que afectan la calidad de la imagen. Esto se logra con ayuda de dos técnicas ópticas muy modernas; *óptica activa* y *óptica adaptativa*; la primera sirve para corregir problemas intrínsecos del telescopio, la segunda para perturbaciones atmosféricas (capas de aire); ambas funcionan deformando los vidrios que conforman la superficie óptica. El proyecto se encuentra en su fase de diseño conceptual, la cual se estima dure un año y medio.

REFERENCIAS

-
- [1] Séjourné, L., *El Pensamiento Náhuatl Cifrado por los Calendarios*, SXXI editores, S.A., México, 1981.
 - [2] Fierro Julieta, Herrera Miguel, A., *La Familia del Sol*, Fondo de Cultura Económica, México, 1988.
 - [3] *Simposio de Historia de la Astronomía en México*, Instituto de Astronomía, Ensenada, Baja California, México, 1982.
 - [4] Maza José, *Astronomía Contemporánea*, editorial universitaria, Chile, 1988.
 - [5] *Proyecto del Telescopio Óptico-Infrarrojo Mexicano de Nueva Tecnología TIM*, UNAM, 1998.
 - [6] Kaufmann, W., *Universe*, W. H. Freeman and Company, tercera edición, New York, E.U.A., 1991.

⁶ Imperfecciones en el pulido de los espejos o bien interferencias atmosféricas, que provocan que la imagen que forma el telescopio no sea de la calidad esperada.

II. Marco de referencia:

Los telescopios.

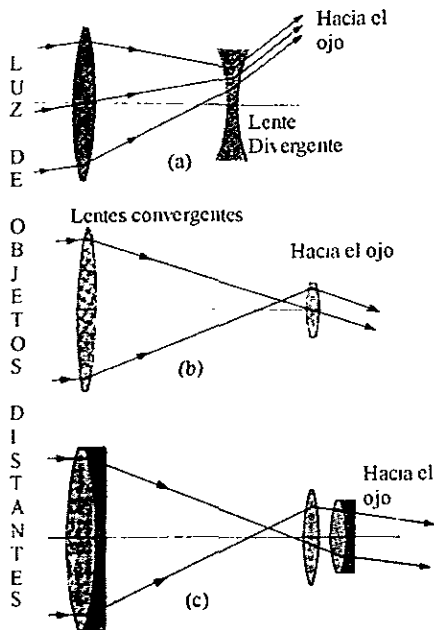


Figura 2.1 Arreglos de lentes; refracción de la luz. a) convergente-divergente, b) convergente-convergente, c) refractor astronómico moderno.

II.1 Como funciona el telescopio.

Espejos curvos y lentes convexas han sido usados desde tiempos muy remotos para concentrar la luz que nos llega del sol y así crear fuego; como es el caso de un lente de rocas cristalinas encontrado en excavaciones en Nimrud, ciudad real de los asirios. Los escritos más antiguos conocidos acerca de la luz tienen que ver con la refracción; desviamiento de los haces de luz al atravesar un líquido o un vidrio, y con la reflexión; rebote de un haz de luz al encontrarse con una superficie lisa como un espejo.

Antes de poder comprender el funcionamiento básico de un telescopio, es necesario conocer cierta terminología. Los telescopios se dividen en dos tipos; refractores, que su funcionamiento se basa en el uso de lentes exclusivamente (Figura 2.1); y reflectores que utilizan un espejo

para concentrar la luz; a su vez ambos tipos se dividen en diferentes modelos, (Figura 2.2). El componente óptico principal de un telescopio, si es refractor se conoce como *objetivo* o si es reflector como *espejo primario*. En los telescopios reflectores, el espejo más pequeño que hace converger la luz, se conoce como diagonal o simplemente como secundario [1].

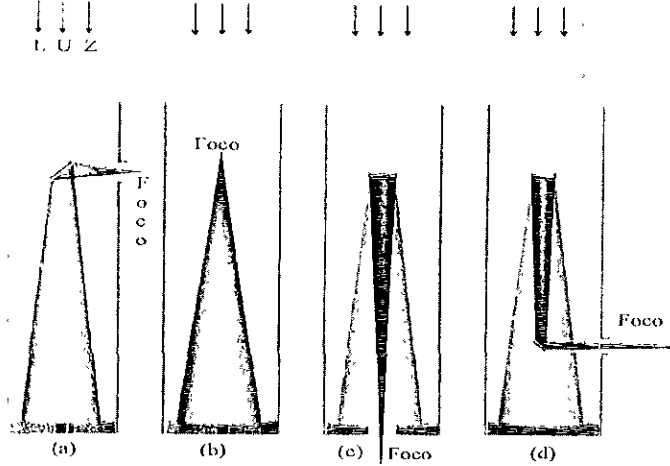
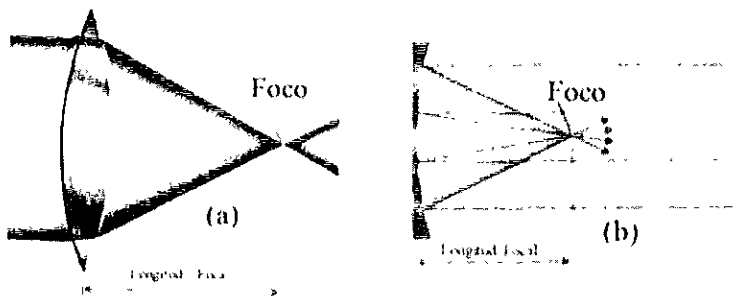


Figura 2.2 Telescopios Reflectores: Cuatro de los más populares diseños ópticos, (a) foco Newtoniano, (b) foco primario, (c) foco Cassegrain y (d) foco Coude.

La *apertura* de un telescopio es el diámetro del haz de luz que entra en él, que eventualmente llega al punto de observación (*foco*). La apertura es normalmente del mismo diámetro que el objetivo o espejo primario del telescopio. La distancia entre el objetivo o el espejo primario y su foco es conocida como la *distancia focal* (f). La forma curva de las superficies ópticas determina la distancia focal, Figura 2.3. Una notación compacta y muy recurrente para describir la distancia focal de un telescopio es la razón que existe entre la distancia focal y el diámetro del telescopio, que se expresa como f (*número de la razón*). Por ejemplo un telescopio de 15 cm de apertura y una distancia focal de 120 cm, tiene una razón focal de 8 y su espejo es $f/8$.

Figura 2.3 Focos y distancias focales. un lente convergente (a) o un espejo cóncavo



(b) causan que los haces paralelos de luz converjan al foco.

Los astrónomos usan combinaciones de pequeños lentes para examinar la imagen que se forma en los telescopios. Estos lentes, son acoplados en elementos metálicos, y se denominan por el nombre de oculares. Los oculares son intercambiables, según las necesidades del observador. Los telescopios modernos que se usan con fines de investigación no utilizan oculares simples, sino que son arreglos muy complejos de lentes, electrónica y piezas mecánicas, que por lo general ya no se denominan oculares, pueden ser: espectógrafos, fotómetros, cámaras CCD (Charge Coupled Device), etcétera (Figura 2.4). Este tipo de instrumentos tienen relaciones muy concretas de distancias focales.

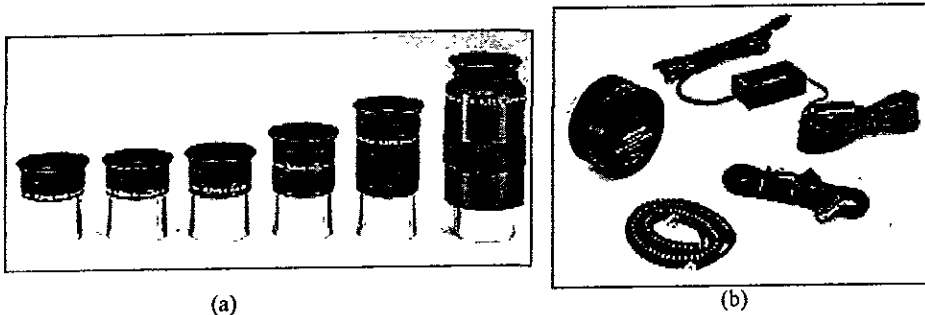


Figura 2.4 (a) oculares comerciales para telescopios pequeños; (b) equipo CCD.

La pupila de nuestro ojo puede variar de dimensión de 5 a 7 mm, cuando uno se asoma por un telescopio, directamente por su ocular, y el diámetro de la pupila de salida del telescopio es mayor a este intervalo, el ojo no capta toda la luz. La magnificación, en el caso de telescopios que usan oculares simples para la visualización de objetos celestes, se da por la simple razón que existe entre la distancia focal del telescopio (en su objetivo o espejo primario) y la distancia focal de su ocular. Al ser los oculares intercambiables, se pueden lograr varias magnificaciones con el mismo telescopio. Un dato interesante de los componentes ópticos (lentes y espejos), es que tienen una eficiencia menor al 100 %, no toda la luz que incide en ellos es reflejada al foco, por lo que la magnificación se ve limitada por; el número de lentes por los que la luz pasa; la calidad con la que están hechos; el tipo de vidrio; etcétera.

La historia de los telescopios muestra un tema recurrente: diseños existentes se han encontrado con limitaciones de alguna manera (calidad de la imagen, dimensiones, costo, etc.), un nuevo desarrollo en el diseño de los telescopios ocurrió entonces para superar a los ya existentes. Hemos visto a lo largo de la historia, los primeros refractores, después los primeros reflectores, refractores de nuevo,

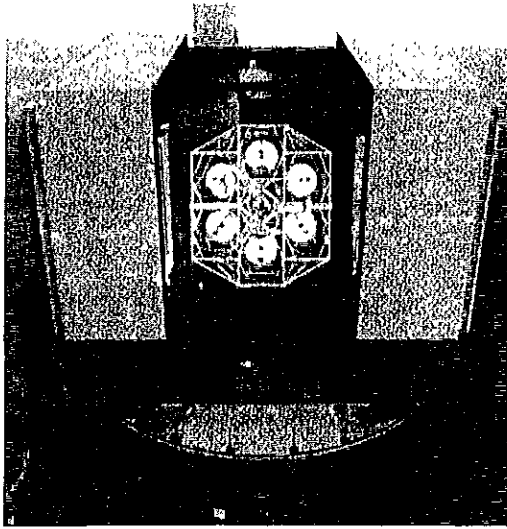


Figura 2.5 *Multiple Mirror Telescope; esta fotografía aérea muestra los seis espejos primarios de 1.8-m que juntos constituyen el primer telescopio multiple. El área total reflectora equivale a un espejo de 4.5-m.*

y más recientemente reflectores de nuevo. La limitación actual que presentan estos últimos es la dificultad de fabricar espejos grandes, aunque algunos telescopios tienen espejos primarios convencionales de más de 8 metros de diámetro, que es el límite posible que nos permite nuestra tecnología actual.

El nuevo desarrollo, lo hemos podido ver desde su principio, es el de telescopios con multi-espejos. El primero de este tipo, fue el *Multiple Mirror Telescope* ubicado en Mount Hopkins, Arizona, que usa seis espejos primarios de 1.8 m de diámetro convencional Cassegrain, pero en una sola montura y alimentando a un mismo foco, véase Figura 2.5 Aunque este telescopio equivale a uno de 4.4 metros de diámetro

en área efectiva y su costo fue menor, no tuvo gran éxito práctico. Más recientemente el telescopio segmentado de 10 metros Keck, en Mauna Kea, Hawaii, ha entrado en operación con mucho mayor éxito.

II.2 Monturas y Sistemas Coordinados.

Movimientos aparentes de la Tierra

En la actualidad sabemos que la tierra se mueve alrededor del sol, como lo hacen los demás planetas, y además que tiene otros movimientos como son el de rotación, precesión y nutación¹. Estos movimientos provocan un continuo cambio de la ubicación de las estrellas en el cielo. La esfera celeste es la representación convencional del cielo como una envoltura esférica sobre la que aparecen proyectados los astros. El centro de dicha esfera corresponde al punto en el que se encuentra ubicado el observador. Cada cuerpo celeste tiene una posición aparente en la esfera celeste.

¹ Movimientos regidos por las Leyes de Kepler.

El zenit o cenit es el punto de la esfera celeste situado en la proyección de la vertical del lugar; se obtiene de la prolongación de la línea de la plomada. El punto opuesto se denomina nadir. El

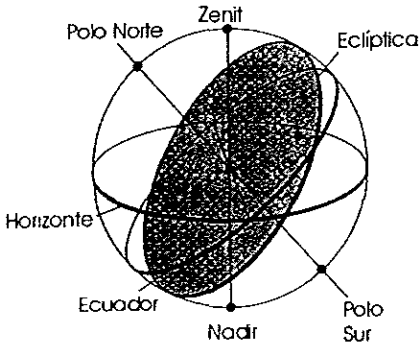


Figura 2.6 Representación convencional de la esfera celeste.

horizonte es el círculo máximo de la esfera celeste situado a 90° del cenit y del nadir. Se le indica, asimismo, como el plano definido por las aguas del mar sin movimiento. Dos puntos importantes en la esfera celeste son el polo sur celeste y el polo norte celeste. Equidistante de ambos está el ecuador celeste, proyección del ecuador terrestre sobre la esfera, véase la Figura 2.6. La rotación y traslación de la Tierra no se encuentran en el mismo plano, existe una inclinación entre ellas de poco más de 23° , la eclíptica es el plano en el cual la Tierra órbita al Sol.

Monturas y sistemas coordenados:

La posición de un astro en la esfera celeste queda perfectamente determinada mediante un sistema de coordenadas esféricas, similares a las que se emplean para ubicar un punto en la superficie terrestre (latitud y longitud). Se han ideado diversos sistemas de coordenadas esféricas que toman en consideración un plano fundamental distinto. Los sistemas correspondientes se designan como sistema horizontal, ecuatorial y eclíptico.

a) **Sistema horizontal (o alta-acimutal):** Este sistema es basado en el plano del horizonte, en el

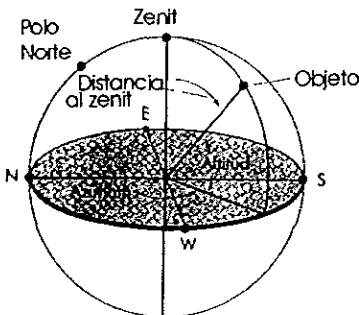


Figura 2.7 Sistema coordenado alta-acimutal.

cual se mide una de las coordenadas, el acimut. El acimut de una estrella, que se indica con A , es la distancia angular medida de 0° a 360° sobre el horizonte desde el punto cardinal sur, contada hacia el oeste, hasta la intersección del círculo vertical que pasa por el astro. La altura h es la distancia angular comprendida entre el horizonte y el astro observado, Figura 2.7. Se mide desde el horizonte, de 0° a 90° . Un cuerpo en el cenit tiene una altura de $h = 90^\circ$.

b) **Sistema ecuatorial:** la eclíptica y el ecuador se interceptan en dos puntos. El punto en donde la trayectoria del sol cruza el ecuador de sur a norte se denomina equinoccio vernal o punto vernal. En el sistema ecuatorial el punto vernal es el punto de referencia del sistema coordenado. La declinación δ se define como la distancia en grados comprendida entre el ecuador y el astro, se

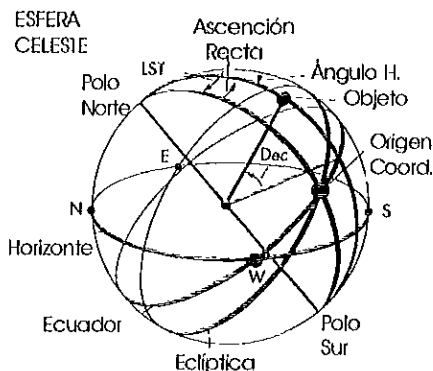


Figura 2.8 Sistema coordenado ecuatorial.

mide sobre el círculo que pasa por los polos celestes y por conveniencia es positiva en el hemisferio norte y negativa en el sur. La otra coordenada, ascensión recta, que se indica con α , se mide desde el equinoccio vernal hacia el este en horas, minutos y segundos de tiempo hasta el astro. El ángulo horario, t , sirve para ubicar un astro en la esfera celeste en cualquier parte de la Tierra, a cualquier hora y en cualquier época del año, Figura 2.8. Se define a partir de la diferencia entre la ascensión recta y la hora sideral² de un astro, véase [2].

c) **Sistema eclíptico:** sobre este plano se mide de 0° a 360° la longitud eclíptica λ , a partir del punto vernal hacia el este. Perpendicular a la eclíptica se mide la latitud eclíptica β , de 0° a 90° . Se indica con el signo + cuando la medida es hacia el polo eclíptico norte y con el signo - hacia el polo eclíptico sur. Este sistema coordenado es el menos común.

Existen relaciones matemáticas entre los tres sistemas coordenados para llevar las coordenadas de un sistema a otro [3]. Hay una gran variedad de monturas para telescopios, a continuación se muestran esquemáticamente:

² Se define como el tiempo que se ha desplazado un astro entre la posición que ocuparía en el punto vernal y la posición que ocuparía en otra época del año.

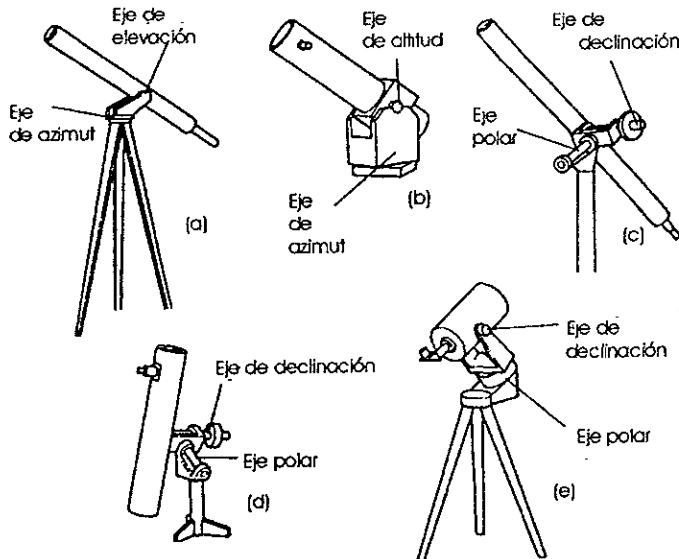


Figura 2.9 Diferentes tipos de monturas.

- (a) Alta - acimut, para un telescopio refractor (véase el tema de desarrollo telescópico).
- (b) Dobsniana alta - acimut, para un telescopio newtoniano.
- (c) Montura ecuatorial alemana, para refractor.
- (d) Ecuatorial alemana, para un reflector.
- (e) Montura ecuatorial, para un telescopio catadióptrico.

II.3 Tendencias modernas de los telescopios astronómicos: óptica activa y adaptativa.

Conforme la astronomía lo requirió, el diámetro de los espejos primarios fue creciendo, por lo que su manufactura se hacía cada vez más difícil. La fabricación de un elemento óptico de tales características implica procesos largos de manufactura, tales como: fundición del vidrio, enfriado, acabado, pulido, y por si fuera poco requiere de infraestructura especial. Con el objetivo de hacer más rápidos y económicos los procesos de manufactura las formas de los grandes espejos fueron evolucionando con el tiempo (en las últimas cuatro décadas), pasando de ser: espejos monolíticos con espesores de un sexto del diámetro a tener un décimo del diámetro; de ser totalmente macizos a tener estructuras internas que minimizaran su masa total (espejos con estructura de panel, Figura 2.10); de ser espejos monolíticos a ser espejos monolíticos de membrana (su espesor llega a ser del 2% de su diámetro), como el caso del telescopio *Subaru*; de ser simples espejos monolíticos a ser espejos segmentados.

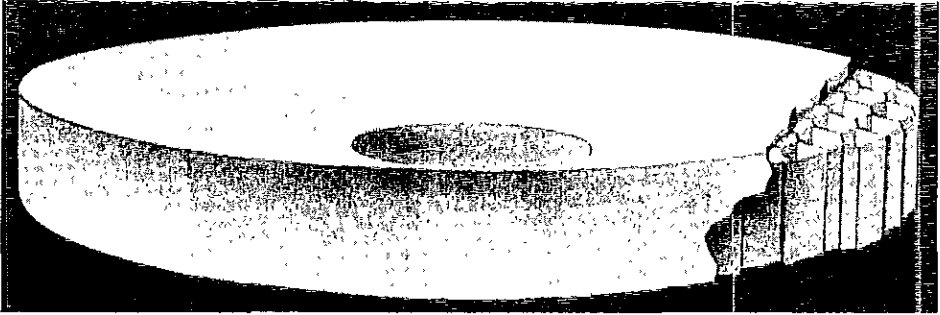


Figura 2.10 Espejo con estructura de panel.

La tendencia global en el desarrollo de Grandes Telescopios es el uso de espejos primarios segmentados, llegando a tener actualmente hasta 10 metros de diámetro. La ventaja principal que tiene un espejo segmentado sobre los demás es que al estar compuesto por varios espejos menores su manufactura es más simple, sin embargo su desventaja es que el pulido y alineación de estos segmentos es una tarea que aún no ha sido refinada.

Sistemas de control activo y adaptativo

La historia de los telescopios muestra que el mayor de los problemas al que se ha enfrentado es el de lograr que la calidad de la imagen no sea afectada por imperfecciones inherentes a la fabricación de los mismos. Un espejo como el de los Grandes Telescopios, no tan solo tiene defectos en el

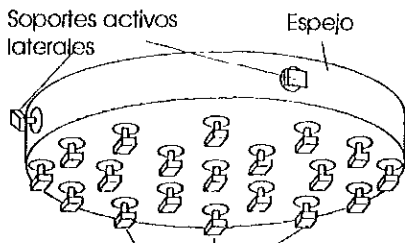


Figura 2.11 Sistema de soporte activo para un espejo primario.

pulido (aberraciones), sino que también al estar sometido a la acción de la gravedad su forma parabólica se ve deformada. La *óptica activa*, consiste básicamente en corregir imperfecciones en la forma parabólica de un espejo por medio de actuadores, con el objetivo de que la calidad de la imagen sea mejorada (Figura 2.11). Para esto es necesario que los espejos tengan un espesor lo

suficientemente delgado para que los actuadores, desde la parte posterior del espejo, lo puedan deformar sutilmente. En el instituto de astronomía de la UNAM, se desarrolló un sistema de óptica activa para el telescopio de San Pedro Mártir [4], que logró mejorar de manera notoria la concentración de la luz en el foco, véase Figura 2.12.

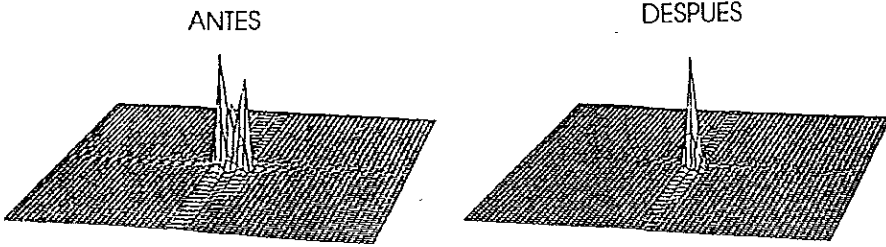


Figura 2.12 Cantidad de fotones recolectados por el telescopio de 2.1-m antes y después de la colocación del sistema activo de soporte.

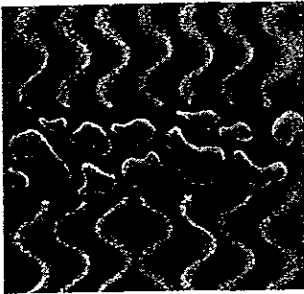


Figura 2.13 Frente de onda antes y después de entrar a la atmósfera.

La astronomía actualmente ha llegado hasta el espacio, el telescopio espacial *Hubble* es el máximo exponente de esta triunfal conquista. Pero ¿por qué fue necesario hacer esto?: la luz proveniente de una misma fuente desde el espacio viaja en frentes de onda muy regulares, esto es que todos los haces de luz se encuentran en fase. La atmósfera de la Tierra sufre variaciones constantes de temperatura, lo que provoca que tenga un comportamiento turbulento y que la luz proveniente del espacio sea afectada por ello, sufriendo defasamientos, por ende la calidad de la imagen que se forma en un telescopio terrestre decrece (Figura 2.13).

El costo que implica poner en órbita un telescopio es muy elevado y los posibles problemas que se presenten durante su vida útil podrían ser irreparables e impredecibles. La solución al dilema costo-desempeño para los telescopios es lograr que funcionen en la Tierra como si se encontraran en el espacio. Para esto se ha implementado una moderna técnica que se conoce como óptica adaptativa. Consiste en la lectura de la deformación que sufre un frente de onda al pasar por una determinada zona de la atmósfera, para posteriormente con un sistema de actuadores variar la forma espacial de un espejo terciario y poner nuevamente en fase a todo el conjunto de haces de luz antes de llegar al foco.

En conclusión la tendencia actual de los Grandes Telescopios, para poder competir con los telescopios espaciales, es tener espejos primarios segmentados que cuente con sistemas de control activo y adaptativo.

II.4 Grandes telescopios segmentados.

El estudio realizado por muchos países sobre mecánica, electrónica y computación, aplicado a la astronomía y en particular a los telescopios, permite cada vez un avance más rápido y seguro en el desarrollo de los mismos. Por eso es necesario, en este y otros trabajos, apoyarse en proyectos e ideas que ya han sido estudiadas. A continuación se van a describir brevemente los telescopios *KECK*, *GRATECAN* y *SUBARU* que debido a sus características se vinculan con el desarrollo del proyecto *TIM*. El enfoque de estas descripciones es mecánico, especialmente en el área de diseño e ingeniería asistidos por computadora (véase el capítulo IV).

II.4.1 Telescopios *Keck*.

Ubicados a 4205 m de altura en Mauna Kea, Hawaii, los telescopios gemelos *Keck* y *Keck II* se han desarrollado desde 1985, véase la Figura 2.14. Las instituciones responsables del observatorio son: la Universidad de California, la NASA y el Instituto de Tecnología de California. Tienen 10 m de diámetro en su espejo primario y fueron de los primeros gigantes con espejos segmentados. Treinta y seis espejos hexagonales montados lado a lado los conforman. Las dimensiones de cada segmento son aproximadamente las de un hexágono circunscrito en un círculo de 1.8 m de diámetro, con un espesor de 7.5 cm y un peso aproximado de 400 kg, su forma básica es hiperbólica, y están

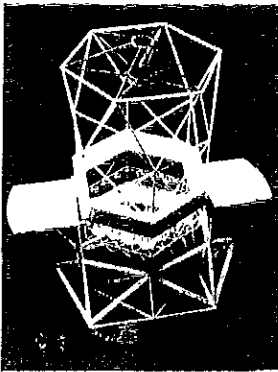
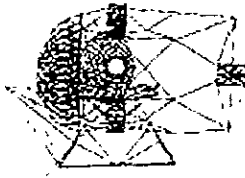
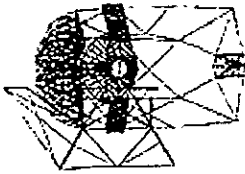


Figura 2.14 Maqueta del Telescopio *Keck*.

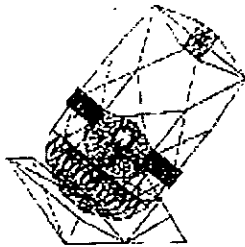
fabricados con Zerodur material vitrocerámico de baja expansión (véase el apéndice A). Estos segmentos son similares a los que se planean usar para el telescopio *TIM*. Cada uno de los 36 segmentos es controlado electrónicamente para mantener en conjunto la forma hiperbólica del espejo primario, las tolerancias espaciales relativas entre cada segmento no pueden ser mayores a 50 nanómetros. La calidad de la imagen del telescopio depende críticamente del funcionamiento correcto del sistema de control activo. Este sistema puede posicionar una resolución espacial de 4 nanómetros, significativamente mejor de la necesaria [5]. El *TIM* requiere de un sistema de control similar al usado por el telescopio *Keck* ya que los espejos segmentados de ambos telescopios tienen las mismas características.



a) Tubo al horizonte, deflexiones por la gravedad



b) Respuesta dinámica, modo de vibrar asociado con la rotación de la estructura en el eje de acimut, $f = 8.33$ Hz.



c) Modelo del telescopio Keck (elevación - ángulo desde el zenith 40°).

Figura 2.15 Diferentes modelos del telescopio Keck simulados por elementos finitos.

Durante el diseño del telescopio *Keck* se establecieron algunos criterios para el desarrollo de las estructuras mecánicas del telescopio. El diseño de las estructuras que sirvieron para acoplar la óptica del telescopio se restringió principalmente por las deflexiones y/o rotaciones que sufrirían los materiales debido a las cargas externas y al peso mismo de la estructura y en muy pocas ocasiones los esfuerzos máximos permisibles fueron la restricción más importante [6]. Sin embargo los esfuerzos pueden cambiar de dirección y sentido, por lo que se debe diseñar a tracción y compresión. Adicionalmente, el movimiento de los telescopios tiende a excitar todas las frecuencias de vibración de una estructura, por lo que se vuelve importante conocer la resonancia natural de la misma para evitar vibraciones parásitas y movimientos no deseados. Los gradientes térmicos, que provocan deformaciones importantes en los materiales, se estimaron y se estudió la forma en que afectarían al desempeño del telescopio [4].

En el caso del *Keck* las diferentes estructuras, en forma de modelos paramétricos hechos con elementos finitos, se optimizaron al ir variando las propiedades del material, sección del tubo y las dimensiones de la estructura, optimizando así el diseño, Figura 2.15. El análisis por el método de los elementos finitos fue hecho inicialmente con el programa *SAP IV finite element software* y el diseño final fue modelado usando *ALGOR*. El análisis desarrollado involucró muchos modelos: un modelo completo de la estructura (Figura 2.16 a), un modelo de la mitad de la estructura, un modelo de la celda (Figura 2.16b) y varios subsistemas. Algunos datos estadísticos interesantes del modelo de la estructura completa y de la celda del espejo primario se muestran en la Tabla 2.2.

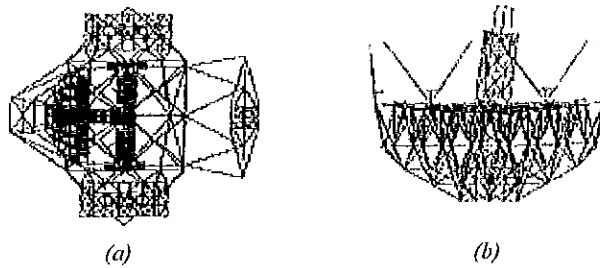


Figura 2.16 (a) Modelo por elementos finitos para computadora del Telescopio Keck: este modelo por computadora, desarrollado y analizado bajo esfuerzos y vibraciones con el software para FEA ALGOR, tiene 525 nodos y 7529 elementos (Plate/Shell). (b) modelo de la celda.

Tabla 2.2 Datos estadísticos del análisis por el MEF.

Número de elementos:	placa (4178)
	viga (2845)
	otros (146)
Total de elementos:	7529
Número de nodos:	4525
Número de grados de libertad:	26153
Tiempo de proceso estático:	20,8 horas
Espacio de disco requerido:	1 Gigabyte

II.4.2 Gran Telescopio de Canarias (*GRANTECAN*).

Para desarrollar el proyecto del Gran Telescopio de Canarias, el Instituto de Astrofísica de Canarias, *IAC*, creó la empresa *GRANTECAN S.A.* que tiene por objetivo directo la construcción e instalación del telescopio, así como la vinculación industria y ciencia. El sitio donde se va encontrar el telescopio es en el Observatorio Roque de los Muchachos en La Palma, España. Algunos proyectos de investigación astronómica que se pretenden desarrollar con este instrumento son [7]; planetas fuera de nuestro sistema solar, fuentes estelares débiles, objetos protoestelares, formación de estrellas, agujeros negros, cosmología entre otros.

Este futuro telescopio, según su diseño conceptual, va a contar con un sistema de soporte para el espejo primario, similar en concepción al usado por el telescopio *Keck* [8,9] (véase Figura 2.17 [5]).

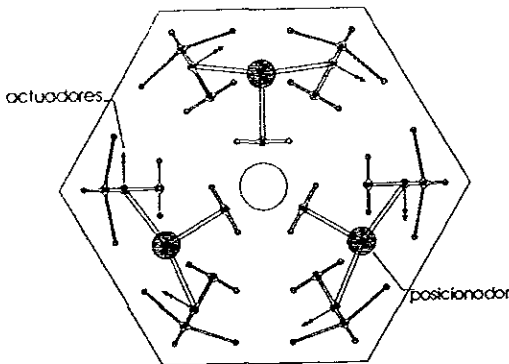


Figura 2.17 Sistema de soporte activo del Telescopio GRANTECAN

La elección de parámetros básicos como la longitud focal del espejo primario, la longitud efectiva focal del telescopio y la longitud posterior del foco (Figura 2.18) fue determinada por criterios mecánicos, que tienen una importante influencia en el costo [5, pg 56-57].

En general los principales criterios del diseño mecánico para la estructura del telescopio fueron [5, pg 95-120]:

- ⇒ El telescopio debe ser tan compacto como sea posible para minimizar dimensiones y costos del domo.
- ⇒ El telescopio deberá por eso tener una montura convencional alta-acimutal no solo por ser compacta, sino también por su simplicidad y desempeño.
- ⇒ La rigidez del telescopio debe ser maximizada, pero sin llegar a pesos excesivos. Las deformaciones en la estructura no deben causar desalineamientos ópticos que no puedan ser compensados por el sistema de control activo.
- ⇒ La estructura del telescopio debe permitir un flujo suave de aire alrededor y a través de los elementos, especialmente de los localizados cerca del espejo primario, y crear una mínima de turbulencia del aire en esta área.
- ⇒ La mecánica del telescopio debe permitir movimiento en tres grados de libertad (acimut, elevación y campo de rotación) con gran precisión y exactitud.

La celda para el espejo primario será uno de los más importantes y complejos elementos estructurales ya que esta tiene que soportar cada uno de los segmentos que conforma el espejo primario, junto con su sistema de control. Además de su propio peso, la celda deberá cargar el espejo primario (16560 kg), sistemas de soporte activo y pasivo (5100 kg), la platina (6000 kg) y el espejo terciario (750 kg), que son un total de 28410 kg. Está formada de tres niveles: el superior, el cual soportará el espejo primario y su sistema de soporte tendrá tres nodos de interface para cada segmento hexagonal del primario correspondiendo a los tres posicionadores de cada segmento. Este nivel por lo general tiene el radio de curvatura aproximado al del espejo primario; el nivel medio, tendrá sus nodos distribuidos en una malla hexagonal que corresponde con la proyección de los

segmentos del espejo; y el nivel inferior, que permite el acceso al foco Cassegrain. La celda tendrá un diámetro externo máximo de 11.46 m y una altura total de 4.15 m (Figura 2.19).

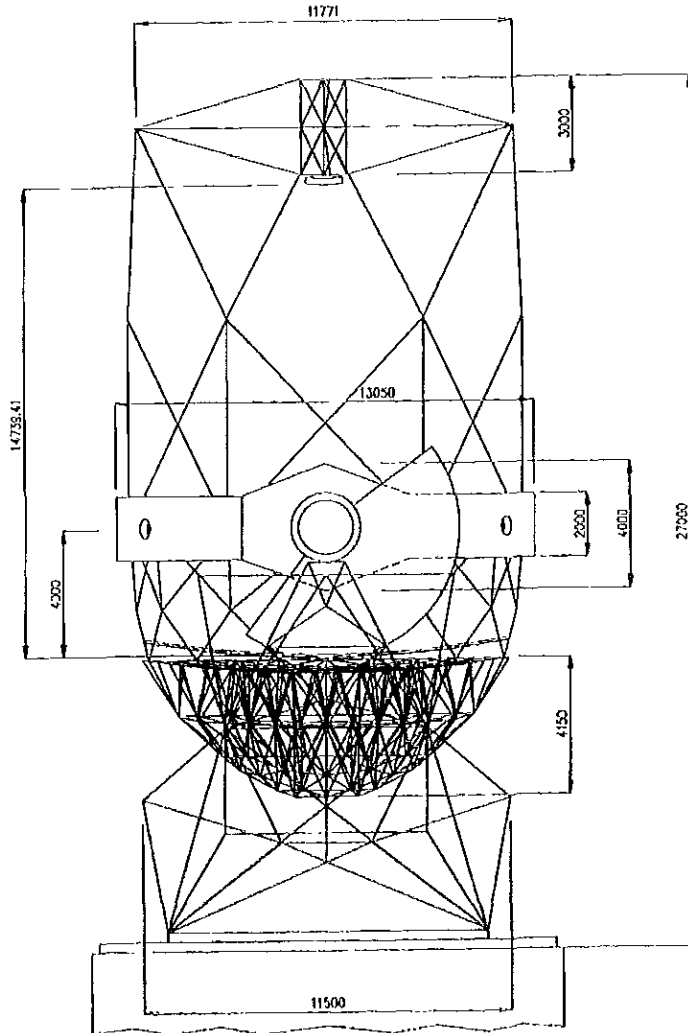


Figura 2.18 Telescopio GRANTECAN, dimensiones aproximadas

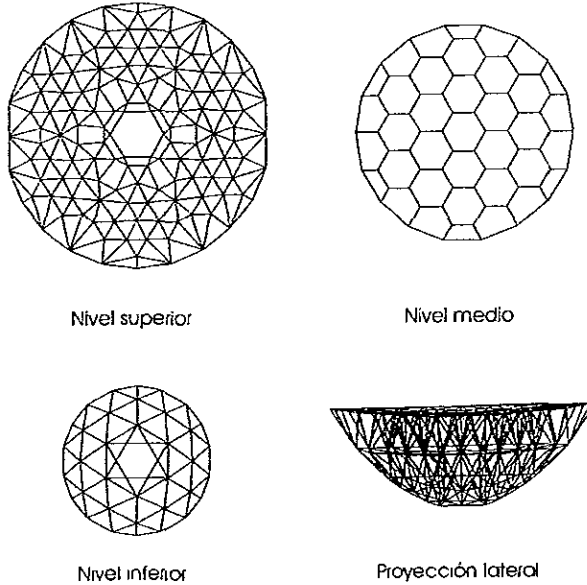


Figura 2.19 Niveles de la celda y proyección lateral.

El desempeño dinámico de la estructura del telescopio deberá fundamentalmente no responder a excitaciones naturales como el viento, ni ser excitado por el ruido producido por las diferentes partes de los subsistemas.

II.5 Justificación del proyecto *TIM*.

El laboratorio más importante de la astronomía en México es el Observatorio Astronómico Nacional en San Pedro Mártir, B.C. (OAN/SPM), cuyas características como sitio astronómico lo colocan entre los tres mejores observatorios del hemisferio norte, véase Figura 2.20. El OAN/SPM cuenta actualmente con tres telescopios, dos de ellos construidos a fines de la década de los 60, y el mayor, con un espejo primario de 2.1 m de diámetro, inaugurado en 1979. Estos telescopios se han ido modernizando con recursos humanos y económicos de la UNAM con sistemas de control e instrumentación novedosos, incrementándose notablemente sus capacidades. Sin embargo, el tiempo de observación disponible en los dos mayores telescopios no satisface la demanda. Concretamente, y como ejemplo, en el primer semestre Enero-Junio de 1996, el telescopio de 2.1 m fue asignado a 40 proyectos de investigación con la participación de 50 investigadores, lo que

significa un promedio de 3.5 noches asignadas por proyecto. Con este número de noches, difícilmente se concluyen proyectos de investigación en tiempos razonables. Es importante destacar que el OAN/SPM está disponible a todos los astrónomos mexicanos dado su carácter de Observatorio Nacional. Por otra parte, con la incorporación de instrumentos con nuevas



capacidades, complementarias a las de los ya existentes, el OAN/SPM está en una situación en la que no está aprovechando al máximo su potencial observacional debido a un déficit en lo que se refiere a telescopios, particularmente los de mayor tamaño. De lo anterior se desprende que la astronomía mexicana requiere ya de un nuevo telescopio en el OAN/SPM [10 pg 1-2].

Figura 2.20 *Observatorio Astronómico Nacional en la sierra de San Pedro Mártir, B.C.*

El desempeño de un telescopio está en función de la cantidad de fotones que logre coleccionar de esta manera los grandes telescopios tienen un mejor desempeño. Hace un lustro un telescopio de 2 m servía para realizar investigación de frontera. Hoy día, es sumamente difícil competir contra telescopios con diámetros que duplican por mucho al mayor del OAN/SPM. Los telescopios modernos han llegado a tener hasta 10 m de diámetro, siendo mucho más eficientes. En ellos se realizará investigación de frontera en astronomía, al menos durante la primera mitad del nuevo siglo. El Proyecto TIM, que contempla el diseño y fabricación de un telescopio de casi 8 m de diámetro, permitirá a la astronomía mexicana estar en el campo de batalla internacional. De no ser así, puede que esta rama de investigación se estanque durante las próximas décadas en nuestro país.

Este proyecto se plantea como un proyecto nacional con colaboraciones internacionales. Además de su valor estrictamente académico y vital para el desarrollo de la astronomía mexicana, representa la posibilidad de un genuino desarrollo tecnológico en diversas áreas y disciplinas.

Los miembros de la comunidad mexicana de astrónomos, ópticos, ingenieros e instrumentistas que han mostrado gran interés en participar activamente en los estudios de factibilidad, diseño y construcción de un telescopio de gran diámetro, están adscritos a las siguientes instituciones: UNAM (Instituto de Astronomía, Instituto de Ingeniería, Facultad de Ingeniería, Coordinación de Vinculación, Centro de Instrumentos, Instituto de Investigación en Materiales), Instituto Nacional

de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE), Centro de Investigación en Óptica (CIO), Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) y Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP). Los colaboradores internacionales pertenecen a las instituciones siguientes: Consorcio del Telescopio HET (U. Texas, U. Penn State), Consorcio del Telescopio Nacional Español, Universidad de Arizona y Consorcio del Telescopio Keck (Estados Unidos y Alemania). Esta colaboración incluirá también a grupos de la universidad de Hawaii, los Observatorios de Marcella, Grenoble y Niza en Francia, con quienes hay proyectos de colaboración desde hace muchos años; la organización AURA (E.U.) de la cual el IA-UNAM es miembro, e inclusive, grupos de Moscú, San Petesburgo y Tomsk en Rusia, Ohio State University (E.U.) con quienes se ha iniciado el contacto para posibles proyectos conjuntos (Ref 10 pg 3).

De esta manera se puede concluir que el Proyecto *TIM*, no tan solo tendría un gran impacto en la astronomía de México, sino que generaría todo una gama de desarrollos tecnológicos y científicos, así como de recursos humanos.

II.6 Justificación de la tesis.

El Telescopio *TIM* es uno de los proyectos más importantes del Instituto de Astronomía de la UNAM, actualmente se está trabajando en el diseño conceptual de este telescopio. Como parte del diseño se van a simular por el Método de los Elementos Finitos asistido por computadora, diferentes partes del telescopio. Una de las más importantes de la estructura, es el soporte del espejo primario. Esta sub-estructura se encuentra bajo esfuerzos, causando deformaciones en el espejo primario; estas deformaciones no deben ser mayores a 40 nanómetros, que es la tolerancia máxima permisible.

El espejo primario segmentado del *TIM* debe tener el mejor cofaceo de su óptica, para lograr así un desempeño óptimo. Como parte del proyecto *TIM*, la tesis en el área de mecánica que aquí se plantea tiene por objetivo, que el diseño conceptual de la estructura que sustentará al espejo primario segmentado sea lo más rígida posible, y cumpla con las restricciones impuestas. La justificación de este trabajo como tesis de ingeniería mecánica a nivel licenciatura en marca el uso de la teoría general de la Mecánica de Materiales, el Método del Diseño Conceptual y el análisis por el Método de los Elementos Finitos.

REFERENCIAS

-
- [1] Malacara, *Telescopios y Estrellas*, Fondo de Cultura Económica, México, 1996.
 - [2] Kitchin C. R., *Telescopes and Techniques*, editorial Springer, Gran Bretaña, 1995.
 - [3] Peralta, *Astronomía de Posición*, Argentina, 1992.
 - [4] I.. Salas, L. Gutiérrez, M. H. Pedrayes, J. Valdez, *Active Primary Mirror Support for the 2.1 m Telescope at the San Pedro Mártir Observatory*, Applied Optics, Vol. 36 No. 16, 1997.
 - [5] Jerry F. Nelson, *An Overview of the performance of the W.M. Keck observatory*, SPIE (The International Society for Optical engineering) Proceedings, Advanced Technology Optical Telescopes V, Vol. 2199, pg 82 – 93, 1994.
 - [6] Bruce C. Bigelow, *Determinate space-frame structure for the Keck II echellette spectrograph and imager (ESI)*, Observatories of the Carnegie Institution of Washington.
 - [7] *Gran Telescopio CANARIAS Conceptual Design*, Instituto de Astrofísica de Canarias.
 - [8] Meng, J.D., Franck, J., Gabor, G, *Displacement Sensors for the Primary Mirror of the W. M. Keck Telescope*, SPIE (The International Society for Optical engineering) Proceedings, Advanced Technology Optical Telescopes V, Vol. 1236, 1990.
 - [9] Minor, R.H., Arthur, A.A., Gabor, G, *Position Actuator for the Primary Mirror of the W.M. Keck Telescope*, SPIE (The International Society for Optical engineering) Proceedings, Advanced Technology Optical Telescopes V, Vol. 1236, 1990.
 - [10] *Proyecto del Telescopio Óptico-Infrarrojo de Nueva Tecnología*, IA-UNAM, 1998.

III. Marco teórico.

III.1 Los pasos a seguir en el proceso de un diseño conceptual.

¿Qué es un diseño conceptual? , si buscamos una respuesta a ésta pregunta, encontraríamos tantas definiciones como diseños hay. Tal vez la razón de esto es que el proceso de diseñar es una experiencia humana común. En el diccionario *Webster* [1] dice que el diseño es “la creación después de una planeación” (to fashion after a plan), pero ésta definición deja fuera el hecho esencial de que diseñar es crear, de una u otra manera, algo que nunca lo ha sido antes. Ciertamente un ingeniero practica el diseño por definición, pero también lo hace un artista, un escultor, un compositor, o cualquier otro miembro creativo de nuestra sociedad.

Diseñar es poner junto algo nuevo o acomodar cosas existentes de manera nueva para satisfacer una necesidad que tiene la sociedad. Nosotros vamos a adoptar la definición formal de diseño como: “*diseñar es establecer y definir soluciones estructuradas para problemas no resueltos antes, o nuevas soluciones a problemas que han sido previamente resueltos de una manera diferente*” [1]. La habilidad de diseñar implica ciencia y arte; la ciencia puede ser aprendida a través de técnicas y procedimientos; el arte solamente se aprende diseñando.

Diseño no debe ser confundido con *descubrimiento*. Descubrimiento es obtener por primera vez la señal de algo que ya existía. Un *diseño* es el producto de la planeación y el trabajo, y tiene el objetivo de satisfacer una necesidad. Debemos recalcar que un diseño puede, o no, involucrar una invención.

Un buen diseño requiere de *análisis* y *síntesis*. Para diseñar algo debemos poder calcular y prever su comportamiento usando las disciplinas apropiadas y las herramientas necesarias, este análisis usualmente envuelve la simplificación del mundo real a modelos. La síntesis abarca el ensamble de todos los elementos que contempla el diseño como un todo. Los problemas reales que el diseño espera poder resolver, abarcan muchas disciplinas técnicas como; mecánica de sólidos, mecánica de fluidos, electromagnetismo, entre muchas otras; y disciplinas tales como; economía, finanzas, derecho, etcétera. Los datos de entrada deben ser fragmentados lo mejor posible, para así resolver el problema de una manera más sencilla y rápida.

Frecuentemente se habla de diseñar un sistema. Por sistema entendemos una entera combinación de hardware, información y recursos humanos que tienen una misión en específico. Un sistema puede ser la red de distribución de energía eléctrica de una región o país, o bien, una combinación de los pasos a seguir en la producción de partes para automóviles. Un sistema grande por lo general es dividido en *subsistemas*, los cuales se conforman por *componentes*. No existe una secuencia universal de pasos a seguir para trabajar sobre un diseño, diferentes autores o diseñadores han enmarcado al diseño desde 5 hasta 25 pasos, uno de los primeros autores en escribir acerca del proceso de diseño fue Morris Asimow¹, quien menciona que el proceso de diseño consiste de los elementos de la Figura 3.1.

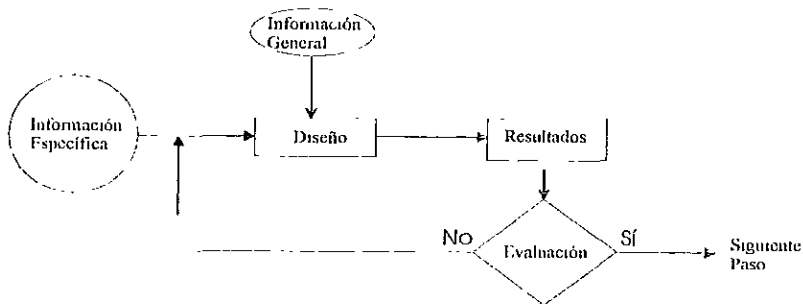


Figura 3.1 Módulos básicos en el proceso del diseño.

El proceso de diseño sin embargo consiste de muchas operaciones, como son; 1) exploración de los posibles sistemas que pueden satisfacer la necesidad específica, 2) formulación de modelos matemáticos del mejor sistema conceptual, 3) especificación de partes que componen un subsistema y 4) selección de materiales para la construcción de las diferentes partes. Cada operación requiere de información, algunos de forma general, técnica o comercial, la adquisición de ésta es muy difícil en el proceso de diseño, pero afortunadamente con el tiempo se vuelve más fácil (lo que se conoce como experiencia).

¹ M. Asimov, "Introduction to design", Prentice-Hall, N.J., 1962.

Una vez con la información necesaria recabada, el diseñador (o equipo de diseñadores) comienza con la operación de diseño utilizando técnicas apropiadas y herramientas computacionales y/o experimentales. En ésta etapa tal vez sea necesaria la construcción de un modelo matemático y simular su comportamiento con ayuda de computadoras. O tal vez el diseño requiera de la elaboración de un prototipo (modelo a escala) para someterlo a pruebas extremas y así prever su comportamiento. Si la evaluación descubre deficiencias, la operación de diseño debe ser repetida, y la información del diseño anterior sirve de retroinformación para el siguiente modelo. La necesidad de regresar y tratar de nuevo no debe ser considerada como una falla o debilidad personal. Diseñar es un proceso creativo, y todas las nuevas creaciones de la mente son el resultado de la prueba y el error. La naturaleza iterativa del diseño provee la oportunidad de innovar, y de esta manera buscar la mejor condición técnica, el máximo desempeño y el menor peso y costo.

III.1.1 Etapas del diseño:

Las etapas del diseño se pueden dividir básicamente en las siguientes:

1. Reconocer la necesidad.
2. Definición del problema.
3. Recabar información.
4. Conceptualización.
5. Evaluación.
6. Comunicación entre etapas.

1. Reconocer la necesidad.

Por lo general, la necesidad surge de la insatisfacción que causa alguna situación. Reconocer la necesidad lo más concreta y exactamente posible, nos permite saber que tan factible es resolver el problema. Por ejemplo, la necesidad de todos los seres vivos de beber agua pura, no nos da la información concreta de quien la va a ingerir, ya que la calidad de la misma es diferente según el ser vivo que la consume. Un diseño parte siempre de las premisas que la necesidad le impone, por lo que éstas deben estar muy bien enfocadas y estructuradas, sin dejar lugar a interpretaciones, para que el diseño realmente resuelva el problema y así la necesidad se vea satisfecha.

2. Definición del problema.

Probablemente la parte más crítica en el proceso de diseño es la definición del problema. El verdadero problema no siempre se ve a flote. Mientras mejor se le defina se podrán dislumbrar soluciones inusuales, y así innovar. La definición de un problema debe incluir un escrito formal que lo describa, tan específicamente como sea posible, para que el diseño intente de resolverlo. En este se deben incluir objetivos y metas, definiciones de cualquier término técnico, las restricciones a las que está sometido el diseño y el criterio que va a ser usado para evaluar el diseño. Tal vez la mejor manera de desarrollar la definición de un problema, sea de forma iterativa; no tratar de hacerlo de un solo intento, sino que exista una retroalimentación y una generación de información en cada iteración (Figura 3.2).

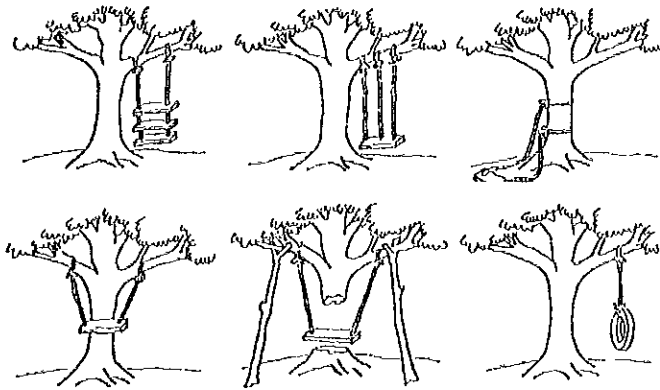


Figura 3.2 Ejemplo de como el Diseño Conceptual depende drásticamente de la forma en que se defina el problema.

3. Recabar información.

La falta de información es una de las decepciones más grandes con las que se encuentra un diseñador. Un punto muy importante a contemplar en el desarrollo de un diseño, es que la información necesaria casi siempre es diferente a la que se da en las aulas de clase. Libros de texto y artículos técnicos publicados en los periódicos escolares usualmente son de una menor importancia. En cambio reportes técnicos publicados como resultado de estudios de compañías, patentes, catálogos, y *handbooks* así como literatura publicada por vendedores, suplementos de material, manuales y equipo son importantes fuentes de información.

Al buscar información siempre se deben tener presentes las siguientes preguntas:

⇒ ¿Dónde puedo encontrar eso?

- ⇒ ¿Cómo puedo obtenerla?
- ⇒ ¿Qué tan confiable es esa información?
- ⇒ ¿Cómo debe ser interpretada la información dadas mis necesidades específicas?
- ⇒ ¿Cuánta información requiero?
- ⇒ ¿Qué decisiones tomar dada la información?

4. Conceptualización.

La conceptualización sirve para determinar elementos, mecanismos, procesos o configuraciones que combinados o que de alguna forma satisfacen la necesidad. Este es el paso más inventivo y creativo en todo el diseño. Muy a menudo la conceptualización envuelve la formulación de modelos experimentales o analíticos, ambos con igual importancia. Un aspecto vital de la conceptualización es la síntesis. Síntesis es el proceso de tomar los elementos del concepto y arreglarlos en el orden apropiado, dimensionarlos y ajustarlos. Síntesis es un proceso creativo y está presente en todo diseño.

Diseñar es una acción muy individualizada. No existen reglas fijas para enseñar a diseñar exitosamente, y desafortunadamente muy poco ha sido escrito acerca de la conceptualización, que es la parte medular del proceso de diseño. A continuación se mencionan algunas recomendaciones para realizar un diseño:

- ⇒ No seguir los procedimientos del diseño tradicional (para siempre tratar de innovar) a menos de que se hayan examinado otras opciones y encontrado que estas no son buenas.
- ⇒ A menudo el diseñador debe complicar el diseño de un componente para simplificar el diseño global del sistema.
- ⇒ Tener siempre en cuenta los descubrimientos científicos y demás diseños para alimentar la posible solución del diseño en desarrollo.
- ⇒ Apoyarse en la ciencia y en el análisis, sin tratar en todo momento de hacer una invención o descubrimiento.

5. Evaluación.

La evaluación de un diseño envuelve un análisis completo, envuelve cálculos detallados, así como cálculos por computadora, del desempeño del diseño usando modelos analíticos. En otros casos la evaluación puede involucrar pruebas experimentales a modelos o prototipos.

En general, hay dos tipos de análisis; matemático e ingenieril. Dentro de la evaluación de un diseño hay que realizar, durante todo el proceso, revisiones exhaustivas de los resultados. Las técnicas de optimización son muy usadas durante el proceso de evaluación de un diseño para seleccionar así los mejores y más adecuados parámetros. La toma de decisiones como; hasta donde optimizar o donde detener el diseño; dependen de consideraciones de tiempo y dinero.

6. Comunicación entre etapas.

Debemos tener muy claro que el propósito de un diseño es el satisfacer la necesidad de un consumidor o cliente. Así, el diseño finalizado debe ser bien comunicado, o perderá mucho de su impacto o significado. Recientes estudios indican que los diseñadores invierten un 60% del tiempo de su trabajo en preparar reportes, conferencias y documentos sobre su diseño, y el resto del tiempo se lo lleva el diseño mismo. Dibujos detallados, programas de cómputo y modelos son frecuentemente parte de la “entrega”. La comunicación entre el diseñador y el cliente, así como entre los mismos diseñadores, debe ser de manera continua para evitar de una manera más rápida posibles errores en el diseño.

III.2 Breve descripción de la Mecánica de Sólidos.

El problema fundamental de un análisis estructural es el comportamiento de los componentes trabajando bajo condiciones reales de carga y calor. Las bases para resolver esto son el cálculo de índices tales como; esfuerzo (fuerza por unidad de área), y deformación (deformación por unidad de longitud); que sirven para ser comparados con valores permisibles preestablecidos.

Los valores permisibles para estos parámetros son determinados a partir de; pruebas experimentales de los diversos componentes, por las limitaciones del material (esfuerzos de fluencia, esfuerzo último, esfuerzo de fatiga, etcétera) y por el factor de seguridad que el diseño amerite. Los cálculos en la mecánica de materiales se basan en conceptos de equilibrio de fuerzas, propiedades de los materiales y en la cinemática. En esta simple forma, las soluciones surgen de relaciones lineales entre las componentes de esfuerzo y deformación (las deformaciones elásticas del cuerpo son tan pequeñas, con respecto a las dimensiones del elemento, que las relaciones lineales se conservan). Este modelo lineal elástico del comportamiento estructural es la herramienta más usada hoy en día para resolver este tipo de problemas.

La geometría de las estructuras se simplifica, para su estudio, a la forma para la cual existe una solución exacta viable, ejemplos de tales estructuras simplificadas son; vigas, placas rectangulares, placas circulares, caparazones cilíndricos y caparazones esféricos. Cuando se presentan componentes geométricos que no pueden ser simplificados apropiadamente, o casos en los que las interconexiones de los elementos generan modelos complicados, las ecuaciones que rigen su

comportamiento son resueltas por métodos numéricos. Existen muchas clases de métodos usados, pero el procedimiento predominante para la solución de éstos problemas de la “Mecánica de Materiales” es el Método de los Elementos Finitos [2], véase la Figura 3.3.

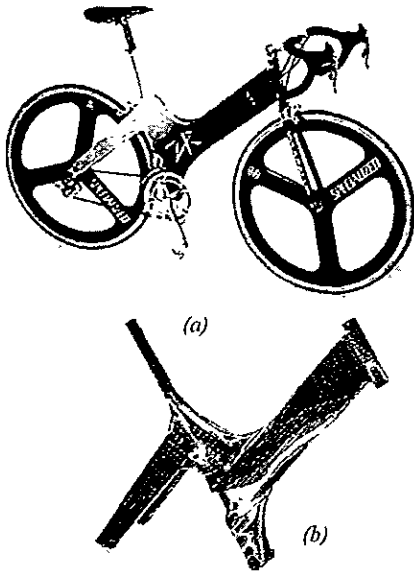


Figura 3.3 (a) bicicleta de ruta, que fue diseñada con ayuda del Método de los Elementos Finitos asistidos por computadora; (b) modelo de la bicicleta en elementos finitos, nótese las configuraciones rectangulares que conforman su geometría

III.2.1 Esfuerzo.

Esfuerzo, es definido como la fuerza aplicada por unidad de área actuando sobre un plano perpendicular del cuerpo. Las unidades ingenieriles del esfuerzo más frecuentes son, newton sobre metros cuadrados (sistema internacional) y libras sobre pulgada cuadrada (sistema inglés). Si la fuerza es normal al plano sobre el que actúa, se conoce como de *tracción*, cuando el cuerpo se alarga, o de *compresión*, cuando se acorta. Si la fuerza actúa paralela al plano, el esfuerzo se define como cortante, el resultado que provoca este esfuerzo es el

desplazamiento de los planos unos con respecto a los otros. Estas fuerzas son de naturaleza vectorial y mantienen en equilibrio a las fuerzas exteriormente aplicadas. En la mecánica de materiales es particularmente importante la determinación de la intensidad de estas fuerzas sobre las diversas porciones de una sección transversal, pues la resistencia a la deformación y a las fuerzas depende de dichas intensidades [3].

Una descripción de las fuerzas internas (distribución de esfuerzos) requiere que el esfuerzo se defina en tres caras perpendiculares de un elemento interior de una estructura. En la Figura 3.4 se observa un elemento infinitesimal, los esfuerzos resultantes que actúan sobre cada cara de éste se

pueden considerar que lo hacen sobre el centro del área. El tipo de esfuerzo es descrito por σ , esfuerzo normal; ó τ , esfuerzo cortante; y la dirección por los subíndices x, y, z , el primer subíndice indica el plano perpendicular al eje, y el segundo designa la dirección de la componente de esfuerzo.

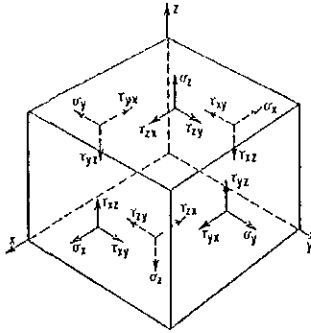


Figura 3.4 Elemento infinitesimal con sus componentes de esfuerzos.

Esfuerzos normales

$$\sigma_{xx} \equiv \sigma_x$$

$$\sigma_{yy} \equiv \sigma_y$$

$$\sigma_{zz} \equiv \sigma_z$$

Esfuerzos cortantes

$$\sigma_{xy} \equiv \tau_{xy} \quad \sigma_{yz} \equiv \tau_{yz}$$

$$\sigma_{xz} \equiv \tau_{xz} \quad \sigma_{zx} \equiv \tau_{zx}$$

$$\sigma_{yx} \equiv \tau_{yx} \quad \sigma_{zy} \equiv \tau_{zy}$$

en forma tensorial, las componentes del esfuerzo son:

$$[\sigma_y] = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{yz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

El esfuerzo es positivo si actúa en la dirección positiva del eje coordenado. Si consideramos que el cuerpo está en equilibrio tenemos que, $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ y $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ (matriz simétrica). Por lo tanto para especificar un estado general tridimensional de esfuerzos se necesitan de seis componentes. Existe un caso especial de orientación del esfuerzo en el espacio en el que todas las componentes cortantes son cero. Cuando un elemento tiene esta orientación particular, las normales a las caras corresponden a las direcciones principales y los esfuerzos asociados a estas normales se conocen como principales. Dado que hay seis caras, hay tres direcciones principales y por tanto tres esfuerzos principales σ_1, σ_2 y σ_3 [4].

III.2.2 Deformación.

El análisis de deformación, en específico para esta tesis y en general, tiene una gran relevancia. Un cuerpo sólido sometido a un cambio de temperatura o a una carga externa se deforma, por ejemplo en un telescopio, las variaciones de la temperatura durante la noche provocan que se deforme, variando sus dimensiones y provocando que la calidad de la imagen no sea como la esperada, por sí fuera poco, el telescopio al moverse, ocasiona que las monturas que soportan a la óptica se deformen debido al peso.

Si l_0 es la longitud de medición original (antes de la deformación) y l es la longitud observada después de aplicar la carga, el alargamiento total será $\Delta l = l - l_0$. La deformación ingenieril, ε , es por tanto el alargamiento por unidad de longitud:

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3.2)$$

y se conoce como *deformación lineal*. Esta relación es usada para el caso de deformaciones relativamente pequeñas (< del 0.1 %). En el caso de deformaciones grandes es necesario introducir la llamada *deformación real*, que se define como:

$$\bar{\varepsilon} = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} = \ln(1 + \varepsilon) \quad (3.3)$$

III.2.3 Definición matemática de la deformación.

Dado que por lo general las deformaciones varían de un punto a otro, las definiciones de deformación deben relacionarse a un elemento infinitesimal. Considere una deformación lineal como la que se observa en la Figura 3.5 (a). Algunos puntos como los A y B se desplazan a las posiciones A' y B' respectivamente.

El punto A experimenta un desplazamiento u y el punto B , además de sufrir el desplazamiento de cuerpo rígido, u , sufre un alargamiento Δu dentro del elemento, y por lo que su desplazamiento total es $u + \Delta u$. Por lo que se puede definir a la deformación lineal como:

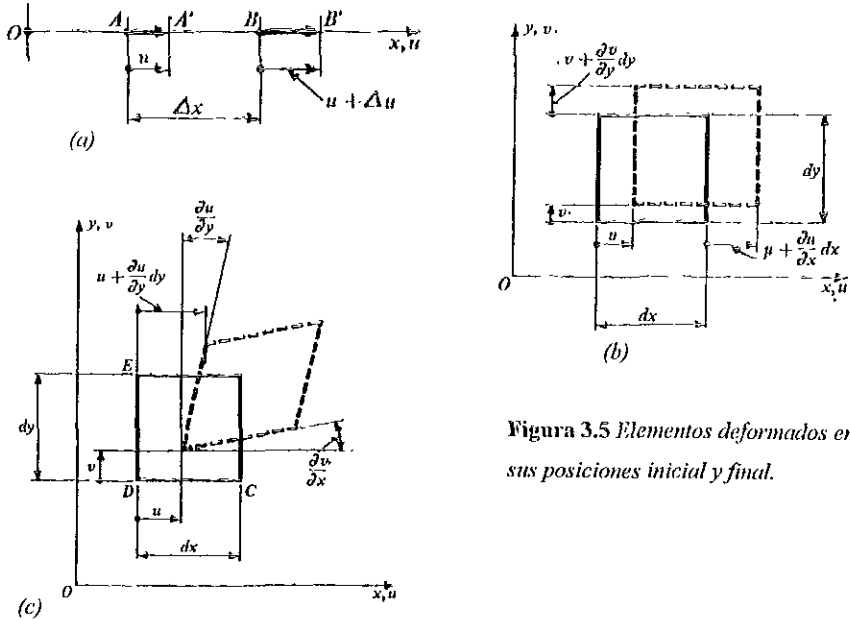


Figura 3.5 Elementos deformados en sus posiciones inicial y final.

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (3.4)$$

Si un cuerpo se deforma en direcciones perpendiculares, Figura 3.5 (b), se pueden utilizar subíndices para englobar la deformación ε . De esta manera se llega a una definición más general de deformación, si en un punto de un cuerpo se desplaza, u , v y w componentes vectoriales, en las direcciones x , y y z respectivamente, las definiciones básicas de *deformación lineal* se convierten en:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} ; \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} ; \quad \varepsilon_z = \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.5)$$

se pueden utilizar dobles subíndices, análogos a los de los esfuerzos, donde uno de los subíndices indica la dirección del elemento lineal y el otro la del desplazamiento.

Además de las deformaciones lineales, un elemento también puede experimentar una deformación angular como se observa en la Figura 3.5 (c). Tal deformación inclinará los lados del elemento deformado, en relación con los ejes coordenados. En la Figura, v es el desplazamiento en la dirección y , a medida que se avanza en la dirección x , $\delta v/\delta x$ es la pendiente del lado inicialmente horizontal del elemento infinitesimal. Análogamente, el lado vertical se inclina $\delta u/\delta y$. Con base en ello el ángulo CDE , inicialmente recto es $\delta v/\delta x + \delta u/\delta y$. Por lo tanto, para variaciones angulares pequeñas la definición de *deformación angular*, relacionada con los planos cartesianos xy , xz y yz es:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad ; \quad \gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad ; \quad \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.6)$$

Las ecuaciones 3.5 y 3.6 dependen únicamente de tres desplazamientos, por lo que no son independientes. Es posible desarrollar tres ecuaciones independientes que indiquen las relaciones entre ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{zz} , γ_{xy} , γ_{yz} y γ_{zx} ; conocidas como ecuaciones de compatibilidad, para más información consultar, teoría de la elasticidad de los cuerpos [4].

Las deformaciones lineales y angulares se pueden expresar de forma tensorial. Sin embargo es necesario realizar una modificación para las deformaciones provocadas por cortante a fin de tener un tensor, que debe respetar ciertas leyes de transformación [2].

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Este tensor también es simétrico. Como en el caso de un estado tridimensional de esfuerzos (III.2.1), se pueden definir las deformaciones principales ϵ_1 , ϵ_2 y ϵ_3 , definidas a partir de los tres esfuerzos principales [4].

III.2.5 Relación de Poisson.

Por experimentos realizados se sabe que además de la deformación de los materiales en la dirección del esfuerzo normal aplicado, ocurre una deformación perpendicular a éste, ya sea a expansión o contracción dependiendo del sentido del esfuerzo aplicado (véase la Figura 3.6)

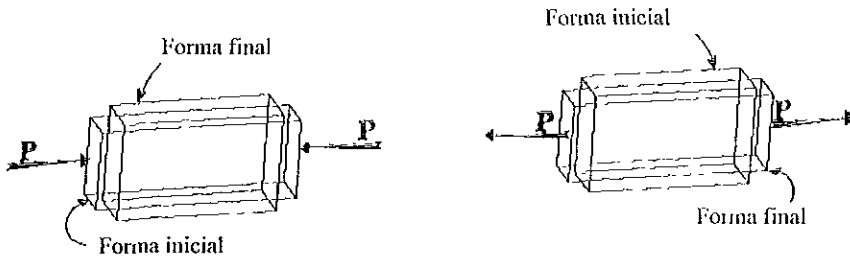


Figura 3.6 Contracción y expansión laterales de cuerpos sólidos sometidos a fuerzas axiales (efecto de Poisson).

Es necesario para una teoría general considerar estas deformaciones laterales con base en la deformación por unidad de longitud de la dimensión transversal. La razón del valor de la deformación lineal en dirección lateral a la deformación lineal en dirección axial es la *relación de Poisson*, que es:

$$\nu = \frac{\text{deformación lateral}}{\text{deformación axial}} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \quad (3.13)$$

Cabe resaltar que esta definición se aplica sólo a deformaciones lineales causadas por un esfuerzo uniaxial. La superposición es aplicable a situaciones de esfuerzo multiaxial; los efectos de deformación separados o individuales originados por cada esfuerzo se suman en la dirección requerida [2].

Esta matriz de constantes A_{ij} (*de proporcionalidad*), es simétrica por lo que el número de constantes independiente es de 21. La ley de Hooke (Ecuaciones 3.9) es aplicable a materiales anisotrópicos homogéneos. Para materiales isotrópicos homogéneos el problema se simplifica, ya que las propiedades del material son las mismas en todas direcciones, simplificándose las ecuaciones anteriores, ya que $A_{11} = A_{22} = A_{33}$, $A_{12} = A_{13} = A_{23}$ y $A_{44} = A_{55} = A_{66}$.

Experimentalmente se pueden determinar las constantes de proporcionalidad, las cuales son:

$$A_{11} = \frac{1}{E} \quad ; \quad A_{12} = \frac{-\nu}{E} \quad ; \quad A_{44} = \frac{1}{2G} \quad (3.10)$$

y por lo tanto tenemos que

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad ; \quad \varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad ; \quad \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad ; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad ; \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad (3.11)$$

El coeficiente E es conocido como *módulo de elasticidad* ó *módulo de Young*³, que es diferente para cada material. La constante de proporcionalidad G se llama *módulo de elasticidad al corte* ó *módulo de rigidez* (las unidades de E y G son las mismas). La constante ν recibe el nombre de *relación de Poisson*, que se describirá más adelante.

Para materiales isotrópicos tenemos que existe una relación entre ellas:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.12)$$

³ Thomas Young, científico inglés (1773 – 1829).

III.2.5 Relación de Poisson.

Por experimentos realizados se sabe que además de la deformación de los materiales en la dirección del esfuerzo normal aplicado, ocurre una deformación perpendicular a éste, ya sea a expansión o contracción dependiendo del sentido del esfuerzo aplicado (véase la Figura 3.6).

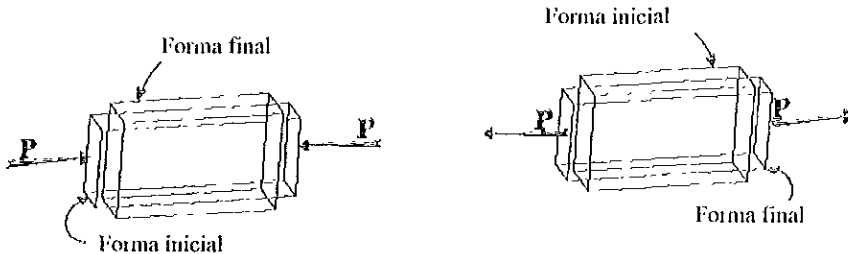


Figura 3.6 Contracción y expansión laterales de cuerpos sólidos sometidos a fuerzas axiales (efecto de Poisson).

Es necesario para una teoría general considerar estas deformaciones laterales con base en la deformación por unidad de longitud de la dimensión transversal. La razón del valor de la deformación lineal en dirección lateral a la deformación lineal en dirección axial es la *relación de Poisson*, que es:

$$\nu = \frac{\text{deformación lateral}}{\text{deformación axial}} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \quad (3.13)$$

Cabe resaltar que esta definición se aplica sólo a deformaciones lineales causadas por un esfuerzo uniaxial. La superposición es aplicable a situaciones de esfuerzo multiaxial; los efectos de deformación separados o individuales originados por cada esfuerzo se suman en la dirección requerida [2].

III.3 Introducción al Método del Elemento Finito (*MEF*) asistido por computadora.

Método del Elemento Finito.

El *Método del Elemento Finito (MEF)*, es una técnica matemática que se utiliza para encontrar soluciones numéricas, que representan la respuesta de un sistema físico ante excitaciones externas. El origen del método es vago, pero sus aplicaciones son claras, el método se aplica fácilmente a objetos de forma irregular, con diversos materiales y que tienen condiciones de frontera entrelazadas.

Es conocido que el *MEF* empezó, se desarrolló y, de cierta manera, maduró con investigación aplicada a problemas de mecánica de sólidos. Las primeras aplicaciones en ésta área fueron a estructuras (de naturaleza discreta, sistemas conformados por elementos unidimensionales). La aplicación del método a sólidos continuos usando la discretización fue introducida por Hrennikoff, McHenry, Argyris and Turner⁴. El término de elemento finito fue usado por primera vez por R. W. Clough para el análisis de problemas en planos de esfuerzos en mecánica de sólidos [5].

El concepto de método del elemento finito, en la forma de soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales y de estimaciones de área y volumen de ciertas figuras geométricas, data de tiempos más remotos de los citados anteriormente. Desde la década de los años cincuenta, el *MEF* ha sido aplicado a problemas en mecánica de sólidos mucho más que a cualquier otra disciplina en ciencias e ingeniería. Dada la diversidad existente de problemas, algunos autores los clasifican en diversas categorías; lineales y no lineales; estáticos y dinámicos; elementos gruesos y delgados; inestables; viscoelástico; compuesto; entre muchas más. Teniendo cada caso en especial un nivel de

-
- ⁴ 1. Hrennikoff, A., "A solution of Problems in Elasticity by the Frame Work Method", *J. Appl. Mech.*, 1941.
 2. McHenry, D., "A Lattice Analogy for the Solution of Plane Stress Problems", *J. Inst. Civ. Eng.*, 1943.
 3. Argyris, J. H., "Energy Theorem and Structural Analysis", *Aircraft Eng.*, 26:347-356, 1954.
 4. Turner, J. J., R. W. Clough, H. C. Martin and L. J. Topp, "Stiffness and Deflection Analysis of Coupled Structures", *J. Aero. Sci.*, 23:805-823, 1956.

complejidad diferente y muy variado, es necesario elegir la técnica del *MEF* ha utilizai, basándose en algunos criterios como:

- 1) La definición de cada región del problema lo mejor posible.
- 2) El modelado de cada región lo más aproximado a la definición.
- 3) Elección o desarrollo del software más recomendable para cada región. Es muy importante saber que en el mercado comercial existen muchos tipos de software especializados, y que todos cuentan con limitaciones específicas, por eso se debe tener cuidado en la elección de los mismos para una aplicación dada.

La mejor forma de resolver un problema físico, que se rija por ecuaciones diferenciales (como es el caso de la deformación), es obteniendo la solución analítica. Sin embargo existen casos en los que éstas son difíciles de obtener o peor aún imposibles. Cuando una solución analítica no puede ser desarrollada se pueden usar métodos numéricos para obtener soluciones aproximadas. El *MEF* es un método que nos ayuda a resolver problemas matemáticos o físicos que se puedan describir por ecuaciones de cálculo como: diferenciales, integrales, íntegro - diferenciales o variacionales.

El esquema de solución para un problema por el *MEF* sigue los siguientes pasos básicamente⁵:

Paso 1: Definición del problema y su dominio: en los métodos que usan los elementos finitos, existen principalmente tres fuentes de aproximación. La primera es la definición del dominio, tanto físico como geométrico; y las otras dos son la discretización y los algoritmos de solución. La aproximación usada para definir las características físicas de las diferentes regiones del dominio es en ocasiones el verdadero problema a resolver. La definición geométrica del dominio, siempre debe estar relacionada con un *sistema de coordenadas globales* que rige la posición de ciertos puntos, conocidos como *nodos*, los cuales definen las ecuaciones de las líneas y superficies que conforman el dominio.

Paso 2: Discretización del dominio: El problema se define como un dominio continuo, lo que nos permite hacer la idealización de un dominio formado por elementos finitos discretos interconectados de diferentes tamaños y formas, que modelan una geometría aproximada a la que se desea estudiar (véase la Figura 3.7).

⁵ En los pasos que aparezca el símbolo \square , se estará indicando que el software utilizado en esta tesis lo realiza internamente.

III.3 Introducción al Método del Elemento Finito (*MEF*) asistido por computadora.

Método del Elemento Finito.

El *Método del Elemento Finito (MEF)*, es una técnica matemática que se utiliza para encontrar soluciones numéricas, que representan la respuesta de un sistema físico ante excitaciones externas. El origen del método es vago, pero sus aplicaciones son claras, el método se aplica fácilmente a objetos de forma irregular, con diversos materiales y que tienen condiciones de frontera entrelazadas.

Es conocido que el *MEF* empezó, se desarrolló y, de cierta manera, maduró con investigación aplicada a problemas de mecánica de sólidos. Las primeras aplicaciones en ésta área fueron a estructuras (de naturaleza discreta, sistemas conformados por elementos unidimensionales). La aplicación del método a sólidos continuos usando la discretización fue introducida por Hrennikoff, McHenry, Argyris and Turner⁴. El término de elemento finito fue usado por primera vez por R. W. Clough para el análisis de problemas en planos de esfuerzos en mecánica de sólidos [5].

El concepto de método del elemento finito, en la forma de soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales y de estimaciones de área y volumen de ciertas figuras geométricas, data de tiempos más remotos de los citados anteriormente. Desde la década de los años cincuenta, el *MEF* ha sido aplicado a problemas en mecánica de sólidos mucho más que a cualquier otra disciplina en ciencias e ingeniería. Dada la diversidad existente de problemas, algunos autores los clasifican en diversas categorías; lineales y no lineales; estáticos y dinámicos; elementos gruesos y delgados; inestables; viscoelástico; compuesto; entre muchas más. Teniendo cada caso en especial un nivel de

-
- ⁴ 1. Hrennikoff, A., "A solution of Problems in Elasticity by the Frame Work Method", J. Appl. Mech., 1941.
 2. McHenry, D., "A Lattice Analogy for the Solution of Plane Stress Problems", J. Inst. Civ. Eng., 1943.
 3. Argyris, J. H., "Energy Theorem and Structural Analysis", Aircraft Eng., 26:347-356, 1954.
 4. Turner, J. J., R. W. Clough, H. C. Martin and L. J. Topp, "Stiffness and Deflection Analysis of Coupled Structures", J. Aero. Sci., 23:805-823, 1956.

complejidad diferente y muy variado, es necesario elegir la técnica del *MEF* ha utilizar, basándose en algunos criterios como:

- 1) La definición de cada región del problema lo mejor posible.
- 2) El modelado de cada región lo más aproximado a la definición.
- 3) Elección o desarrollo del software más recomendable para cada región. Es muy importante saber que en el mercado comercial existen muchos tipos de software especializados, y que todos cuentan con limitaciones específicas, por eso se debe tener cuidado en la elección de los mismos para una aplicación dada.

La mejor forma de resolver un problema físico, que se rija por ecuaciones diferenciales (como es el caso de la deformación), es obteniendo la solución analítica. Sin embargo existen casos en los que éstas son difíciles de obtener o peor aún imposibles. Cuando una solución analítica no puede ser desarrollada se pueden usar métodos numéricos para obtener soluciones aproximadas. El *MEF* es un método que nos ayuda a resolver problemas matemáticos o físicos que se puedan describir por ecuaciones de cálculo como: diferenciales, integrales, íntegro – diferenciales o variacionales.

El esquema de solución para un problema por el *MEF* sigue los siguientes pasos básicamente⁵:

Paso 1: Definición del problema y su dominio: en los métodos que usan los elementos finitos, existen principalmente tres fuentes de aproximación. La primera es la definición del dominio, tanto físico como geométrico; y las otras dos son la discretización y los algoritmos de solución. La aproximación usada para definir las características físicas de las diferentes regiones del dominio es en ocasiones el verdadero problema a resolver. La definición geométrica del dominio, siempre debe estar relacionada con un *sistema de coordenadas globales* que rige la posición de ciertos puntos, conocidos como *nodos*, los cuales definen las ecuaciones de las líneas y superficies que conforman el dominio.

Paso 2: Discretización del dominio: El problema se define como un dominio continuo, lo que nos permite hacer la idealización de un dominio formado por elementos finitos discretos interconectados de diferentes tamaños y formas, que modelan una geometría aproximada a la que se desea estudiar (véase la Figura 3.7).

⁵ En los pasos que aparezca el símbolo \square , se estará indicando que el software utilizado en esta tesis lo realiza internamente.

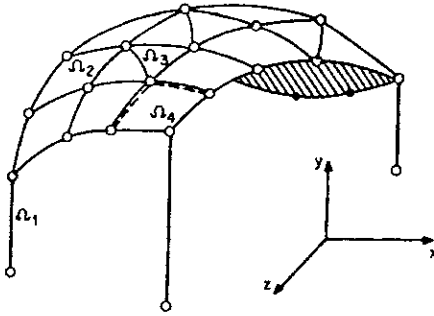


Figura 3.7 Discretización del dominio con varios elementos finitos un cuerpo;
 Ω_1 = elemento prismático lineal
 Ω_2 = elemento cuadrático curvo
 Ω_3 = elemento triangular curvilíneo
 Ω_4 = elemento cuadrilateral lineal

Las secciones con mayor interés de estudio deben ser lo mejor discretizadas posible y modelarse con un mallado⁶ más concentrado, teniendo en cuenta que esto producirá un mayor número de ecuaciones a resolver y la exactitud de los resultados decrece. Al hacer esto ya estamos haciendo nuestra primera aproximación, los resultados dependen directamente de que tan buena es nuestra idealización con el dominio discreto.

Procesos adaptativos ó refinamientos de mallado y generación automática de malla son algunas técnicas relevantes para lograr una mejor discretización del dominio [4].

Los elementos finitos pueden ser rectos o curvos, su aproximación geométrica es controlada a partir del número de nodos utilizados en el exterior del elemento para definir su forma. La aproximación física es controlada por el número total de nodos, tanto exteriores como interiores, utilizados en la definición de *función de forma* para el estado variable de cada elemento finito. En general, los elementos finitos son líneas rectas, triángulos, prismas, cuadrados y cubos. Actualmente estos elementos pueden ser de cualquier forma y tamaño, conocidos como isoparamétricos.

Paso 3: Identificar las variables de estado: en esta etapa se debe hacer una descripción matemática del fenómeno físico, para conocer las variables de estado que contiene la formulación. Estas variables son relacionadas unas con otras por las *ecuaciones constitutivas* representando una expresión matemática de una ley física. En la Tabla 3.1 se presentan varios problemas físicos con sus variables de estado asociadas y las ecuaciones constitutivas que las interrelacionan. Los programas de software que resuelven problemas por el *MEF*, ya tienen estas relaciones definidas internamente, así el usuario lo único que debe hacer es escoger el tipo de análisis (flujo de fluidos, transferencia de calor, deformación, torsión, magnetismo, etcétera) y darle a la computadora ciertas

⁶ Término utilizado para designar al conjunto de elementos finitos que definen una geometría.

características y propiedades del sistema. En esta etapa, de ser necesario, se introducen los valores de las condiciones de frontera, en los elementos que lo requieran.

☐ **Paso 4: Formulación del problema:** La mejor forma de encontrar la solución a un problema con valores de frontera, que se rija por un conjunto de ecuaciones diferenciales ó integrales, es obteniendo la solución analítica de las mismas. Sin embargo existen ocasiones en las que estas ecuaciones tienen una solución analítica difícil o imposible de encontrar.

Tabla 3.1 Clasificación de problemas físicos.

Problema Físico	Principio de Conservación	Variable de Estado	Flujo	Constantes del material	Ecuación constitutiva
Def. de un cuerpo elástico	Equilibrio de fuerzas	Desplazamiento o fuerzas	Esfuerzo o deformación	Módulos de Poisson y de elasticidad	Ley de Hooke
Red eléctrica	Equilibrio de corrientes	Voltaje o amperaje	Flujo eléctrico	Conductividad eléctrica	Ley de Kirchhoff
Torsión	Energía potencial	Función de esfuerzos	Razón de giro	Esfuerzo de corte	Ley de Hooke
Transferencia de calor	Energía térmica	Temperatura	Flujo de calor	Conductividad térmica	Ley de Fourier
Flujo de fluidos	Momento	Velocidad	Esfuerzo cortante	Viscosidad	Ley de Stokes
Flujo a través de un medio poroso	Masa	Gasto hidráulico	Razón de flujo	Permeabilidad	Ley de Darcy
Electrostática	Flujo eléctrico	Potencial eléctrico	Flujo eléctrico	Permitividad	Ley de Coulomb
Magnetostática	Potencial magnético	Potencial magnético	Flujo magnético	Permeabilidad magnética	Ley de Maxwell

En estos casos se procede al uso de métodos numéricos, como es el *MEF*, para encontrar una solución aproximada. Muchos problemas físicos pueden ser formulados por un conjunto de *ecuaciones diferenciales*

$$Lu = f \text{ en el dominio } \Omega \quad (3.14)$$

donde L es el operador diferencial, u la variable de estado y f es una función, con sus respectivas condiciones de frontera, o bien, por una ecuación integral (una funcional, función de funciones)

$$\pi = \int_{\Omega} G(x, y, z, u) d\Omega + \int_{\Gamma} g(x, y, z, u) d\Gamma \quad (3.15)$$

sujeta a requerimientos estacionarios (máximos y mínimos). La ecuación (3.14) está referida en forma operacional, mientras que la (3.15) está de forma variacional⁷. La solución que arrojan ambas ecuaciones debe ser la misma. Los métodos de resolución para cada caso en particular pueden ser clasificados como: 1) el método de los residuos pesados y 2) el método variacional, que son los dos más usados por el *MEF*. Las matemáticas involucradas para la resolución de problemas por estos métodos son de alto nivel, sin embargo los programas actuales de cómputo que los aplican ya vienen de forma depurada, brindando al usuario la posibilidad de usarlos aun sin conocerlos.

1) Método de los residuos pesados:

En este método se supone una variable de estado, u^* , aproximada a la real, compuesta por una sumatoria de coeficientes desconocidos, c_i , que multiplica cada uno a una función propuesta, f_i , lo cual se expresa:

$$u^* = \sum c_i f_i \quad (3.16)$$

donde u^* debe cumplir con las condiciones de frontera.

En el *MEF*, las funciones propuestas para la resolución aproximada por el método de los residuos pesados son las funciones de forma de cada elemento finito en particular. A la cual posteriormente se le aplique el operador diferencial:

$$Lu^* = f^* \quad (3.17)$$

y es entonces cuando al realizar la diferencia entre f^* y f obtenemos el residuo pesado ε :

$$\varepsilon = f^* - f = Lu^* - Lu \quad (3.18)$$

El siguiente paso a realizar es el producto escalar entre los vectores ε y w_i , donde w_i son las funciones de peso desconocidas, que deben proponerse siguiendo alguna metodología matemática establecida.

⁷ Para mayor información acerca del tema consultar [4].

$$\int_{\Omega} \epsilon w_i d\Omega = 0 \quad (3.19)$$

La forma de elegir w_i se puede hacer en base a los métodos; de colocación, de Galerkin, del subdominio, mínimos cuadrados, entre otros.

El *método de Galerkin* es uno de los más usados hoy en día para la aproximación discreta por el *MEF*, ya que este método propone, que las funciones de forma de los elementos finitos sean las mismas que las funciones de peso. En este trabajo no se describen otros métodos para proponer funciones de peso, para mayor información consultar [4].

$$w_i = f_i \quad \text{Método de Galerkin} \quad (3.20)$$

2) *Método variacional:*

El objetivo principal del cálculo de variaciones consiste en encontrar el mínimo o máximo (valor extremo) de un funcional. Generalmente el funcional se representa mediante una integral definida cuyo valor numérico depende de las funciones del integrando. Es un método muy recurrido, sin embargo no es el más usado. La descripción de este método puede ser encontrada en la referencia [6].

☐ **Paso 5: Establecimiento del sistema de coordenadas:** Existen dos razones principales para escoger un sistema coordenado para cada elemento en adición. La primera es que facilita la construcción de las ecuaciones del elemento y la segunda es que facilita la integración de los elementos. Sin embargo, como los elementos deben estar ensamblados con respecto al sistema global de coordenadas, este paso introduce cálculos de cómputo adicionales en forma de *transformaciones coordenadas*. Dependiendo de la forma de cada elemento, se escoge el tipo de sistema coordenado, ya sea cartesiano o curvilíneo, al cual va estar referida la ecuación matricial del elemento. El establecimiento del sistema coordenado lo hace internamente la computadora, sin embargo en ocasiones es necesario seguir cierta lógica para la discretización del sistema para que el programa realice correctamente este paso.

☐ **Paso 6: Construcción de las funciones para los elementos:** Una vez que se tiene las variables de estado y se ha elegido el sistema local de coordenadas, las funciones deben ser aproximadas, existen varias formas de hacer esto. Hay que recordar que son dos los tipos de función que deben ser aproximadas, las funciones físicas (variables de estado) y las funciones geométricas. En este paso es donde se modelan las funciones matriciales característica de cada elemento.

☐ **Paso 7: Cálculo de las matrices y de las ecuaciones:** en esta etapa la formulación y la discretización que modelan al sistema deben estar completas. De manera interna la computadora realiza estos cálculos, con ayuda de métodos numéricos para resolver de la mejor manera posible las ecuaciones resultantes, y así obtener matrices simplificadas de cada elemento.

☐ **Paso 8: Transformación de coordenadas:** dado que no siempre todos los elementos se encuentran referenciados con el mismo sistema coordenado, es necesario transformar a un solo sistema todo el dominio en estudio. Cabe resaltar que los algoritmos de programación actuales por lo general llevan todos sus elementos al sistema global de coordenadas, haciéndolo depuradamente.

☐ **Paso 9: Suma ordenada o ensamble de la matriz característica:** el ensamble de las ecuaciones de la matriz característica es hecho acorde a una configuración topológica de los elementos una vez que se encuentran todos en el sistema global de referencia. El ensamble es hecho

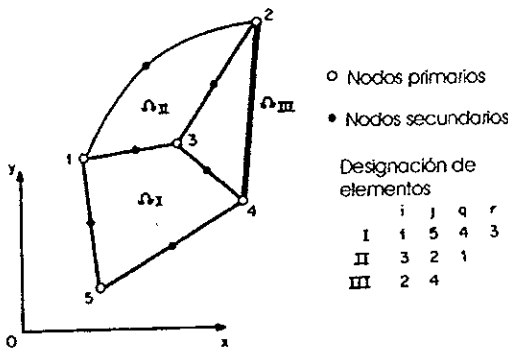


Figura 3.8 Suma ordenada de tres elementos.

a través de los nodos que comparten los elementos, sumándolos gracias al principio de superposición en la matriz característica del sistema. Esta matriz es simétrica dada la naturaleza de su ensamble, y debe ser la misma sin importar el método previo utilizado para encontrar las matrices de cada elemento finito (Figura 3.8).

☐ **Paso 10: Introducción de las condiciones de frontera:** los valores de las condiciones de frontera, desde el punto de vista usuario, se proporcionan al software en la etapa 3, sin embargo es hasta este momento en que la computadora los va a requerir, introduciéndolos a la ecuación matricial del sistema.

↳ **Paso 11: Solución final del arreglo de ecuaciones simultáneas:** hasta este paso no se ha mencionado si las ecuaciones son lineales o no lineales, y la solución matemática depende directamente de la capacidad del software elegido. Los procedimientos para encontrar la solución de las ecuaciones simultáneas pueden ser, en general, categorizados en tres: *directo*, *iterativo* y *estocástico* [4].

III.3.1 Aplicaciones del Elemento Finito a la Mecánica de Sólidos.

En los temas anteriores se fundamentó la teoría básica de la mecánica de sólidos, así como se ilustró la metodología que sigue el Método de los Elementos Finitos. El *MEF* resuelve ecuaciones diferenciales ó integrales (según la forma en la que se requiera), la mecánica de sólidos describe el comportamiento de un cuerpo a partir de este tipo de ecuaciones (véase la Tabla 3.1), que pueden ser clasificadas en tres categorías [7]:

- Condiciones de equilibrio (estático y/o dinámico).
- Ecuaciones constitutivas.
- Condiciones geométricas (relaciones entre deformación-desplazamiento).

La matriz generada sobre el dominio en estudio por el *MEF* recibe su nombre según el tipo de análisis al que se le aplique, en el caso de la mecánica de sólidos esta matriz se conoce como la *matriz de rigideces*. El conocer las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de los sólidos y entender la forma en que se desarrollaron las mismas, nos ayudan a aplicar el *MEF*. Y así junto con; la elección del software adecuado, con las subrutinas indicadas; la secuencia de conexión entre elementos que conforman la geometría del dominio; las condiciones de frontera (cargas, temperatura y momentos) ubicadas lo más apegado a la realidad en el modelo; las propiedades de los materiales (constantes del material y densidad); y la interpretación de los datos que arroja el programa; son las armas básicas que se deben conocer para resolver un problema de mecánica de sólidos asistido por la computadora.

III.4 Diseño Asistidos por Computadora (*CAD*) e Ingeniería Asistida por Computadora (*CAE*).

Los modelos por computadora son modelos matemáticos de un objeto real. La computadora manipula numéricamente el modelo y muestra una imagen gráfica de la información contenida por estos números [8]. Por décadas en la industria se utilizaron modelos hechos por *CAD*⁸ en dos dimensiones (*2D*), los ingenieros llevaban un objeto imaginario de *3D* a proyecciones en *2D*, para posteriormente fabricarlo. Durante esta tarea, se cometían muchos errores de interpretación provocando que los procesos de diseño y de fabricación fueran lentos. Actualmente existen un sin fin de programas para *CAD*, que trabajan tanto en *2D* como en *3D*, lo que permite al diseñador tener una visión mucho más clara y concisa del objeto.

Los modelos por computadora en *3D* se pueden dividir en tres tipos básicos; estructuras de alambre, superficies y sólidos. Cada tipo contiene elementos en las tres dimensiones (*x*, *y*, *z*). Pero más allá de esta similitud tienen diferencias marcadas. Las estructuras de alambre, representan un objeto definiendo sus orillas. El modelo matemático se puede definir a partir de elementos geométricos como; líneas, arcos, círculos y polilíneas. Sin embargo se presentan muchas limitantes y desventajas al representar un modelo de esta manera. Al no tener espesor los elementos no pueden ocultar nada detrás de ellos; no definen una superficie; si el modelo tiene mucha información no se tiene buena visibilidad: se producen ilusiones ópticas como en la Figura 3.9.

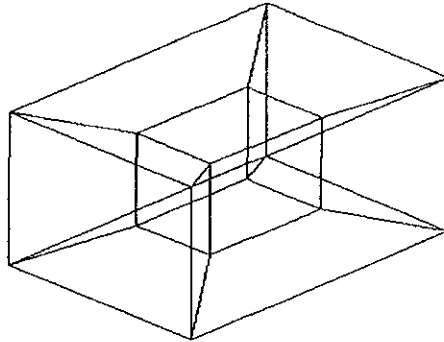


Figura 3.9 Modelo ambiguo hecho con estructura de alambre.

⁸ Del inglés: *CAD*, *Computer Aided Design* y *CAE*, *Computer Aided Engineering*.

Los modelos de superficie se definen, como su nombre lo dice, a través de modelos matemáticos de superficies, incluyendo las orillas. La representación gráfica de estos modelos, define de manera más real a un modelo de $3D$, ya que las superficies permiten ocultar los elementos no visibles por el observador, facilitando la tarea del diseñador. Las superficies no tienen espesor, por lo que los modelos de superficie son como conchas vacías, y no se puede obtener información acerca de la masa ni de la inercia de los objetos.

Los modelos sólidos definen el volumen completo ($3D$ espacio) que el objeto ocupa, incluyendo sus superficies exteriores y sus orillas. Esto nos da la misma utilidad que nos brindan los objetos modelados con estructuras de alambre y con superficies, con la ventaja de tener información acerca del interior del modelo.

El *CAD* es una herramienta poderosa para el diseñador, ya que crea un modelo matemático del objeto, que sirve para visualizar el prototipo virtualmente, que a su vez puede traducirse a un modelo con elementos finitos y ser analizado por el *MEF*. Ingeniería asistida por computadora, ó *CAE*, es la forma moderna de referirse a este tipo de interfaces [5].

III.4.1 AutoCAD.

AutoCAD es un software para diseño asistido por computadora, es muy versátil ya que puede ser ejecutado en casi cualquier computadora *PC*. Fue desarrollado en la década de los ochentas por *Autodesk Inc.*, Sausalito, California.

AutoCAD es un sistema de dibujo interactivo que permite al usuario diseñar o editar en el monitor de la computadora. Este programa es análogo a un procesador de texto, excepto que en este caso lo que está siendo procesado es un dibujo.

Un dibujo hecho con *AutoCAD* está compuesto por entidades. Éstas pueden ser entidades gráficas primitivas como líneas, arcos, círculos y texto o por bloques, que son grupos de entidades. Las entidades gráficas son definidas en términos geométricos por un sistema de coordenadas normal cartesiano (sistema de la mano derecha). Con él se pueden generar diversas geometrías en $2D$ y $3D$. Sus herramientas básicas son; de dibujo para líneas, arcos, círculos, polilíneas, rectángulos, etcétera; de modificación de elementos, para crear arreglos polares y rectangulares simétricos, copias múltiples, borrar, cortar, alargar, etcétera; de sólidos, para elementos extruídos, de revolución,

esferas, cubos, etcétera; de propiedades, que permite modificar ciertas características de los elementos, de render, que permite dar un acabado artístico a un modelo.

El formato que maneja este software tiene la extensión *dwg*, aunque también tiene la posibilidad de formatos alternos como el *dxf*, que fue usado como interface con *ALGOR*.

Las razones por las que se eligió este programa para el modelado son entre otras, que es uno de los softwares más comerciales y usados en México, que se contaba con él y que tiene utilidades, como el uso de diversas capas de dibujo, y librerías necesarias para el diseño tridimensional.

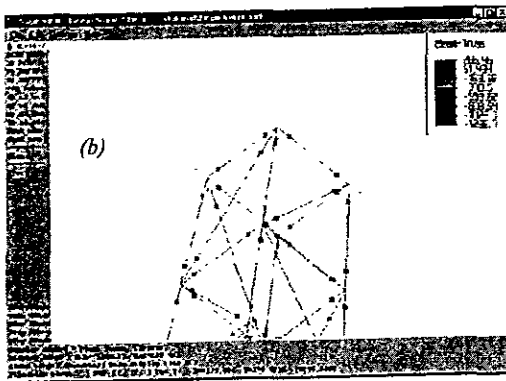
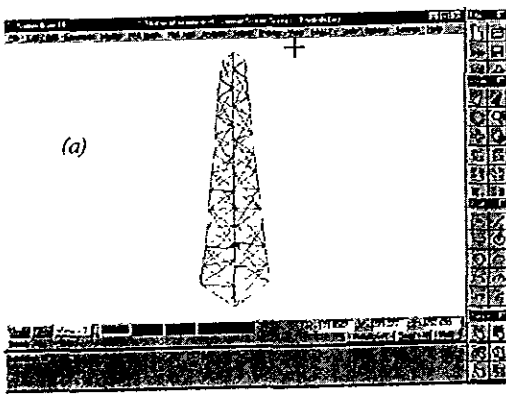


Figura 3.10 (a) modelo de una torre en la etapa de pre-procesamiento; (b) visualización de resultados en *SuperView*, post-procesamiento.

III.4.2 ALGOR.

Muchas diferentes herramientas para modelado y análisis están disponibles para el diseño mecánico porque también existen muchos diferentes tipos de problemas y ninguna de estas herramientas puede manejar todas las situaciones. *ALGOR* es un software para *CAD* y *CAE*, con la ventaja de tener un visualizador eficiente [9].

El uso de este programa se puede dividir en tres etapas:

I.- Pre-procesamiento, que consiste básicamente en dibujar el modelo (2D ó 3D) a analizar, el nombre del módulo que cumple con esta función en *ALGOR*, se llama *SuperDraw*, Figura 3.10 (a), que al igual que *AutoCAD* es un editor para dibujar, dentro de esta misma etapa se especifican las condiciones de frontera, fuerzas y momentos, así como las

propiedades del material y de la sección para el caso de modelos tubulares, *ALGOR* presenta un módulo que ayuda a editar de manera amigable vigas y tubos (Beam Design Editor)

II.- La segunda y más importante para un análisis por el *MEF*, es el **procesamiento**, momento en el que el procesador de la computadora genera, en el caso de nuestro análisis mecánico, la matriz de rigideces para cada elemento finito y posteriormente la matriz global del sistema, la cual es resuelta con ayuda de los métodos antes expuestos, usando el proceso matemático determinado para cada tipo de problema en específico, y finalmente arrojando los resultados del análisis.

III.- Post-procesamiento, La tercer etapa, desarrollada últimamente, permite visualizar (módulo *SuperView*), los resultados del análisis por el *MEF* gráficamente, Figura 3.10 (b).

Este software cubre con los requerimientos del análisis estructural estático; procesador para esfuerzos y deformaciones lineales.

REFERENCIAS

-
- [1] Dieter, George E., *ENGINEERING DESIGN A Materials and Processing Approach*, U. De Chicago, 1991.
 - [2] Rothbart, *Mechanical Design and Systems*, Handbook, 2ª edición, University of Cambridge, E.U.A., 1985.
 - [3] Popov Egor, P., *Introducción a la Mecánica de Sólidos*, primera edición, editorial Limusa, México, 1976.
 - [4] Shigley and Mischke, *Mechanical Engineering Design*, quinta edición, McGraw-Hill, E U.A., 1989.
 - [5] Hayrettin Kardstuncer (editor jefe), *Finite Element Handbook*, McGraw-Hill, México 1987.
 - [6] Segerlind Larry, *Applied Finite Element Analysis*, 2ª edición, editorial John Wiley & Sons, E.U.A., 1984
 - [7] Pilkey Walter, D., *Mechanics of structures: Variational and Computational Methods*, CRC Press, Inc., Florida, E.U.A., 1994.
 - [8] Leigh Ronald, W., *Solid Modeling with AutoCAD*, 2ª edición, editorial Ventana Press, E.U.A., 1992.
 - [9] Logan, D., *A First Course in the Finite Element Method using Algor*, editorial Publishing Company, E.U.A., 1997.

IV. Diseño Conceptual de la Celda.

En este capítulo pretendo explicar la forma en que se desarrolló el avance de la tesis, como parte del proyecto *TIM*. Se describe, de forma muy general, al telescopio y los sistemas que lo componen. El *diseño conceptual* de las posibles formas estructurales para la celda del espejo primario, es propuesto y analizado por el *MEF*. La optimización de las geometrías, se realiza iterativamente utilizando Tablas comparativas. Finalmente se modelan con ayuda de elementos finitos los modelos en *3D*, para su posterior análisis por el *MEF*.

IV.1 El telescopio *TIM*: diseño conceptual.

Objetivos:

El diseño de cualquier elemento mecánico, requiere estar fundamentado por alguna necesidad. El diseño del telescopio *TIM* se fundamenta en los proyectos de investigación astronómica que se planean realizar y en la derrama tecnológica que ocasionaría. Los principales objetivos que persigue el diseño del *TIM* son [1, p.10.1]:

1. Proveer a la comunidad astronómica mexicana de un telescopio infrarrojo y óptico que le permita realizar investigación competitiva y de alto nivel en el intervalo de $0.3 \mu\text{m}$ a $35 \mu\text{m}$ de la longitud de onda de la luz.
2. Presentar un proyecto acorde con los recursos disponibles en México para grandes proyectos de investigación científica.
3. Promover la formación de recursos humanos (licenciatura, maestría y doctorado) en las áreas y disciplinas siguientes: óptica, electrónica, mecánica, control, física aplicada, computación, ingeniería térmica, neumática, hidráulica, eléctrica y civil, así como en astronomía, participando en uno de los proyectos de desarrollo tecnológico más importantes de la UNAM.
4. Promover la participación de científicos mexicanos especialistas en otras áreas del conocimiento: electrónica, óptica, ingeniería civil y mecánica, computación, comunicaciones etcétera. En un proyecto tecnológico avanzado que produciría desarrollos muy importantes.
5. Realizar un proyecto que promueva una mayor participación de la industria nacional en la construcción del telescopio, propiciando un mayor impacto en lo que se refiere a derramas tecnológicas para el país.

6. Realizar un proyecto atractivo para la participación de instituciones extranjeras en diversos aspectos del mismo, y en particular en áreas de poca experiencia en México.

Etapas del Proyecto.

El proyecto tiene las siguientes etapas a lo largo de un periodo de 5 a 6 años:

1. Diseño conceptual y estudio de factibilidad (6 meses a un año).
2. Diseño Detallado (un año).
3. Preparación del sitio y cimentación (1 año).
4. Construcción del telescopio y su edificio (1 año).
5. Integración del telescopio y su edificio (1 año).
6. Construcción e instalación de la instrumentación de primera luz (4 años).
7. Puesta en operación, pruebas de funcionamiento y pruebas astronómicas (1 año).

Actualmente, el proyecto se encuentra en su primer etapa, en la que se ha procurado vincular los avances en el diseño conceptual al análisis de su factibilidad[1, p.10.2]. Un estudio de factibilidad abarca costos, posibilidades tecnológicas y recursos humanos, y es de suma importancia realizarlo cuando se habla de grandes proyectos, ya que de esta manera se reducen riesgos.

Descripción del TIM.

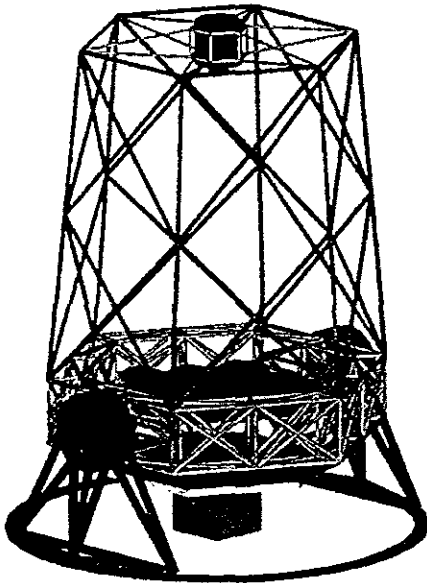
Parte óptica: La óptica principal consta de dos elementos primordiales; un espejo primario compuesto por 19 segmentos hexagonales, fabricados por Schott Glass Werke, Alemania (véase el apéndice B); y un espejo secundario, que proyectará las imágenes en el foco Cassegrain (localizado por debajo del espejo primario). Se pretende que el TIM tenga un control activo en su espejo primario para que en conjunto, sus 19 segmentos, conformen una sola superficie óptica (parabólica o hiperbólica), la razón focal de éste sea $f/1.5$ y el diámetro mayor total es de 7.8 m, mientras que el área colectora de fotones efectiva es equivalente a un espejo circular de 6.5 m de diámetro (Tabla 4.1). El espejo secundario va a tener una suspensión compuesta por un arreglo de actuadores que brinda hasta 5 grados de libertad de movimiento para realizar la alineación óptica automáticamente, tendrá una razón focal de $f/15$ y un diámetro de 93.5 cm.

Tabla 4.1 Especificaciones ópticas (tipo Cassegrain).

Diámetro mayor del espejo primario	7868 mm
Razón focal del primario	$f/1.5$
Número de segmentos	19
Diámetro mayor del segmento	1.805 m
Diámetro del agujero central	786 mm
Radio de curvatura primario	23.664 m
Razón focal del espejo secundario	$f/15$
Tamaño del campo	750 mm
Radio de curvatura secundario	2895.4 mm
Separación del primario y el secundario	10529.1
Diámetro del espejo secundario	935.4 mm
Separación del primario a la imagen	2500 mm
Distancia focal efectiva	118320 mm

Parte mecánica: El *TIM* es un telescopio que contempla una montura de estructuras tubulares, alta-acimutal, rígida, compacta y de bajo costo [1]. Cada eje de movimiento, será impulsado por 4 motores acoplados con rodillos de fricción, evitando el uso de los tradicionales engranajes, eliminando el error periódico y el ruido mecánico que estos generan. El movimiento del telescopio debe ser sumamente fino y preciso para no demeritar la calidad óptica, el uso de zapatas

hidrostáticas, motores de gran calidad y sensores de posición, es la forma de lograrlo. Las estructuras que soportan al espejo primario y al secundario deben ser lo más rígidas posible.



El plan de trabajo para las estructuras mecánicas que componen el telescopio sigue la siguiente lógica; diseño conceptual, simulación numérica y análisis detallado por el método de los elementos finitos, diseño mecánico, fabricación, ensamble, pruebas e integración (véase Figura 4.1).

Figura 4.1 Modelo del *TIM* simulado por computadora.

Parte electrónica: La tarea titánica para controlar un telescopio de las dimensiones del TIM abarca el desarrollo de muchos lazos de control. El seguimiento de un astro, el soporte activo y adaptativo de la óptica, la posición relativa de cada segmento con respecto a los demás, la rotación del edificio, la adquisición de datos, el acondicionamiento térmico y las interfaces, son algunos de los sistemas a controlar. El uso de electrónica, como lógica difusa, control digital y analógico, son las herramientas básicas a utilizar. Los sistemas de control son los responsables del desempeño global del telescopio (véase Figura 4.2).

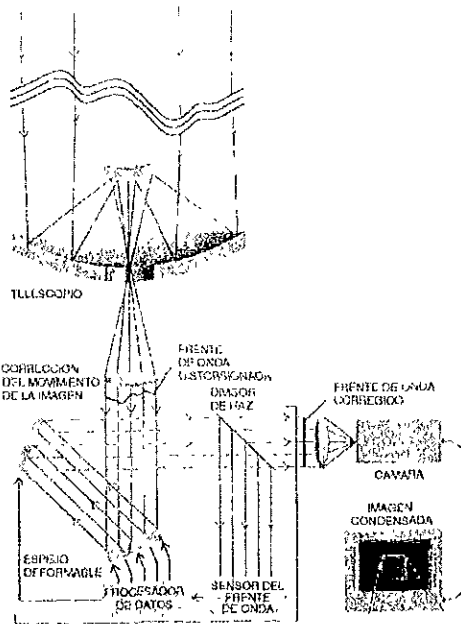


Figura 4.2. Sistema de óptica adaptativa.

IV.2 Necesidad que impulsa al diseño de la estructura y definición del problema: diseño conceptual.

Necesidad: Que el espejo primario segmentado del Telescopio Óptico Infrarrojo Mexicano tenga el mejor cofaceo de su óptica, para lograr así un desempeño óptimo. El objetivo es que el diseño de la estructura que sustentará al espejo primario segmentado sea lo más rígida posible, y cumpla con las restricciones impuestas.

Definición del problema: El Nivel a, Figura 4.3, de la estructura para el espejo primario no debe desplazarse por deformación, por su propio peso y por el peso de los componentes que carga, más de 150 micrómetros en ninguna posición en las que el telescopio va a trabajar (rango permisible entre -5° a 75° con respecto a la vertical).

- Las restricciones dimensionales son:

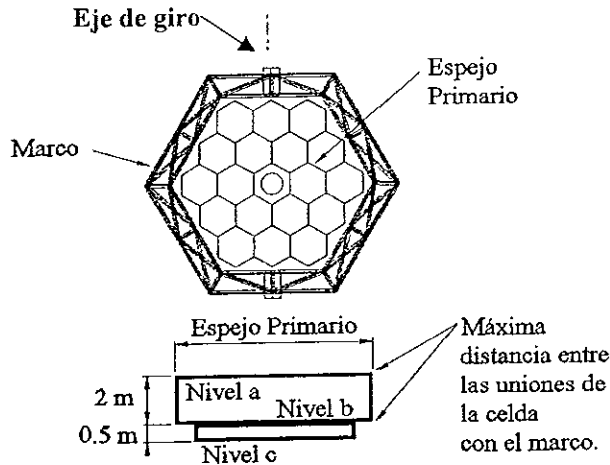
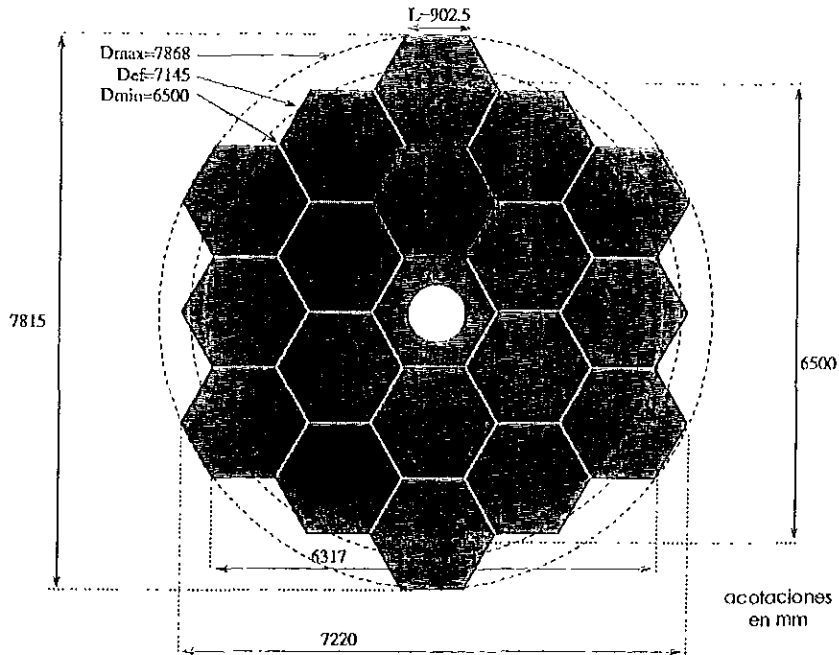


Figura 4.3 Restricciones dimensionales de la celda.

- La parte superior de la estructura deberá tener un radio de curvatura de 23.66 metros aproximadamente igual al radio de curvatura del espejo primario, con el objetivo de lograr una primera aproximación.
- Las uniones con la montura del telescopio serán puntuales, se realizarán en la sección exterior de la estructura, teniendo 2 metros de separación máxima entre ellas, como se observa en la Figura 4.3.
- Cada segmento y sus sistemas de control descansan sobre tres puntos (*hardpoints*), los cuales van unidos a la estructura (27 en total).
- El mantenimiento del TIM se hará dos veces al mes, por lo que la estructura debe permitir un libre acceso a todos los componentes del telescopio.

IV.3 Cargas ejercidas sobre la celda.

Espejo primario: La geometría y las dimensiones aproximadas del espejo pueden verse en la Figura 4.4. El peso aproximado es de 400 kg por segmento.



Total 19 segmentos: 7600 kg.

Figura 4.4 Dimensiones de espejo segmentado del TIM.

Sistema activo de soporte: El sistema activo de soporte se define en dos niveles. El primero corresponde a la suspensión individual activa de cada segmento, la cual está compuesta de 19 actuadores neumáticos que permiten la deformación controlada de los segmentos, con el fin de corregir flexiones y aberraciones residuales del pulido, así como de proveer una base donde se puede distribuir uniformemente el peso del segmento. El segundo nivel corresponde al alineamiento requerido para que los espejos segmentados funcionen como una sola superficie parabólica/hiperbólica. Éste está compuesto por 3 actuadores nanométricos y 3 actuadores

micrométricos que definen la posición relativa de cada segmento en el arreglo, obteniéndose así un sistema con tres grados de libertad en cada segmento (tip, tilt y pistón), véase la Figura 4.5. Para mantener el alineamiento óptico de los segmentos, se usará un arreglo de sensores capacitivos diferenciales axiales en cada vértice del hexágono, que tienen una resolución submicrométrica, similares a los usados por el telescopio Keck

Actuador neumático: 1.5 ¹ kg	Actuadores nanométricos: 8 kg
Por segmento: 28.5 kg	Por segmento: 24 kg
Total 19 segmentos: 541.5 kg	Total 19 segmentos. 456 kg
Actuadores milimétricos: 8 kg	Sensores capacitivos: 1 kg
Por segmento: 24 kg	Por segmento: 6 kg
Total 19 segmentos: 456 kg	Total 19 segmentos: 114 kg

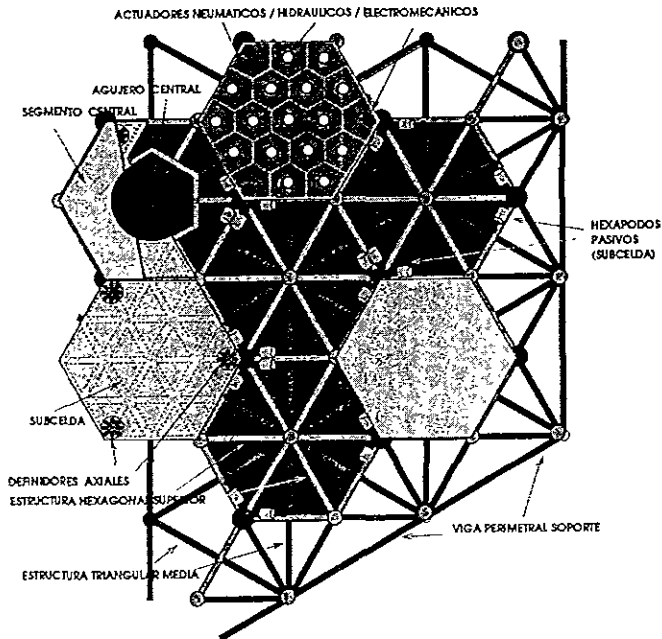


Figura 4.5 Sistema activo de soporte.

¹ Todas las estimaciones de peso incluyen cableados.

Placa de acero reforzada (subcelda): Es una plataforma pasiva de forma hexagonal, que sirve de soporte a cada uno de los 19 segmentos del espejo primario por independiente. Consiste básicamente de una placa de acero estructural (Tabla 4.2) con maquinados para su acoplamiento con los actuadores y sensores. La placa tiene costillas en la parte posterior para darle una mayor rigidez. Cuenta con unos topes mecánicos para la protección de los segmentos en caso de una falla del sistema o de un temblor. La subcelda brinda una mayor seguridad para remover los segmentos para su alumínización.

Tabla 4.2

Placa de acero (densidad = 7830 kg/m ³)	Área (m ²)	Volumen (m ³)	Peso (kg)	Peso total (kg)
	2 11591125	0 014811379	115 9730956	231 9461912

Placa de acero: 232 kg

Total 19 segmentos: 4407 kg

Hexápodos pasivos de la subcelda: Permiten la unión entre la celda y la subcelda, se unen de los puntos de apoyo en la celda, a tres de los vértices de la placa de acero de la subcelda (véase Figura 4.5). Bridas roscadas, nipples y tuercas, son los elementos mecánicos básicos, empleados para posicionar aproximadamente los 19 segmentos a la forma de un espejo primario monolítico con la curvatura deseada.

Cada uno de los seis hexápodos: 5 kg

Hexápodo: 30 kg

Total 19 segmentos: 570 kg

Puntos de apoyo (*hardpoints*): Los puntos de apoyo, 27 en total, son elementos mecánicos, que se unen a la celda de manera permanente, y la función que desempeñan es la de permitir la unión de la celda con el soporte activo.

Punto de apoyo: 35 kg

Total 19 segmentos: 945 kg

Posicionadores laterales: Este sistema está compuesto por; un motor, para aplicar un par; barras metálicas, para transmitir la fuerza generada por medio de brazos de palanca; almohadillas de sujeción para los segmentos; elementos de unión. El peso estimado del sistema se consultó con las

personas que están desarrollando el diseño conceptual del mismo. La ubicación por segmento de los posicionadores es de uno en tres de los lados alternos del hexágono.

Posicionadores laterales: 40 kg

Total 19 segmentos: 2280 kg

Platina: La platina se coloca en el lugar geométrico donde está calculado que el telescopio tenga su foco óptico, y tiene por objetivo cargar los instrumentos astronómicos utilizados para la investigación científica, que pueden ser; interferómetros; espectógrafos; cámaras CCDs; entre otros. El peso promedio de la platina, que se ha usado en el Observatorio Astronómico Nacional, es de 350 kg. Existe la posibilidad dentro del diseño conceptual general del TIM que la platina este o no unida a la celda del espejo primario, por lo que en el estudio realizado en ésta tesis se presupone que no está unida a la celda.

A continuación se presenta en la Tabla 4.3 la suma de todas las cargas que soportará la estructura del espejo primario, así como la carga distribuida en los 27 puntos de apoyo.

Tabla 4.3 Carga total y por punto de apoyo.

	Por segmento (kg)	Total (kg)
Espejo primario	400	7600
Actuador neumático	28.5	541.5
Actuador milimétrico	24	456
Actuador nanométrico	24	456
Sensor capacitivo	6	114
Placa de acero	232	4407
Hexápodos pasivos	30	570
Puntos de apoyo	35	945
Posicionadores laterales	40	2280
	819	17389
Puntos de apoyo		27.00
Peso por punto de apoyo, kg		643.31
Peso por punto de apoyo, N		6310.91

IV.4 Conceptualización en dos dimensiones (2D).

IV.4.1 Geometrías para la celda en dos dimensiones (2D).

Los grandes telescopios actuales, están conformados por estructuras tubulares en su gran mayoría (incluyendo la celda del primario), por lo que la primera decisión para esta conceptualización es que todas las formas geométricas propuestas estén formadas por este tipo de elementos estructurales.

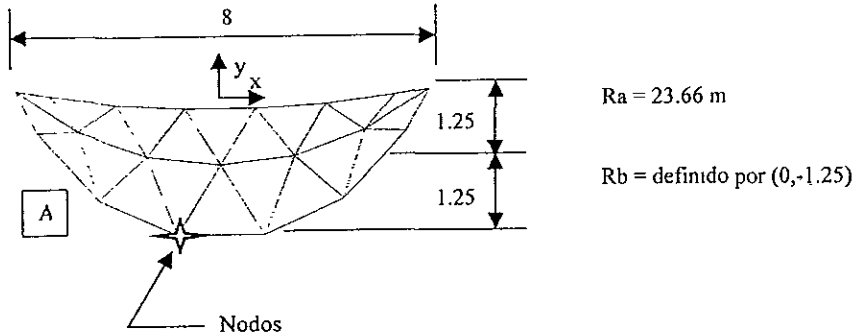
Una celda estructural, con las dimensiones que requiere la del *TIM*, es difícil de visualizar dado el número de elementos que la componen. En la primera etapa del diseño conceptual se propondrá una síntesis de formas geométricas en *2D*, suponiendo que el comportamiento que tengan al ser analizadas comparativamente por el *MEF*, sea una aproximación a la que tendrían los elementos en *3D*.

El movimiento de la mayoría de los grandes telescopios se hace de la manera más uniforme y sin ruido posible, la ubicación del centro de gravedad del sistema se encuentra en la intersección imaginaria de los ejes de rotación y como el arreglo de espejos segmentados es simétrico, la geometría general de un telescopio es simétrica con respecto al eje vertical. El desarrollo de la celda para el espejo primario se hará pensando siempre en configuraciones simétricas, conservando así el planteamiento anterior.

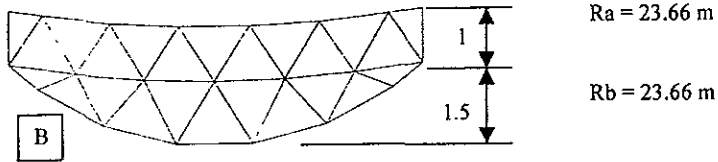
Basados en las geometrías de las celdas vistas de perfil de otros telescopios y de un conjunto de ideas originales todos los modelos en *2D* que resultaron del diseño conceptual se muestran a continuación. Los modelos *Q* y *R* son el resultado de una conceptualización posterior, ya que se trató durante todo el proceso de seguir buscando nuevas ideas.

El origen se encuentra ubicado como se aprecia en el modelo A. Cada modelo tiene varios niveles, que están conceptualizados de acuerdo a la indicación que se encuentra a su costado; cuando se indique con una *R* el nivel tiene un radio de curvatura igual al que se indique o bien definido por el punto (x, y) y cuando tenga una *L* indica que es una línea paralela.

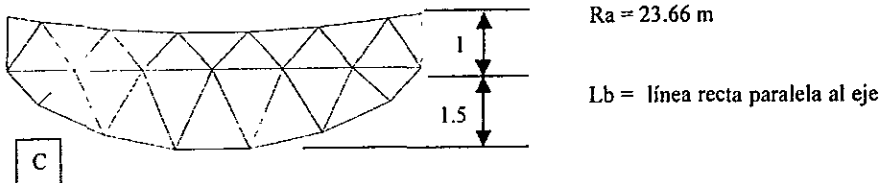
MODELOS CONCEPTUALES EN 2D

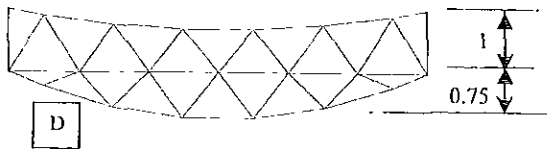


La idea de nodos puntuales en los extremos, modelo A, se tomó de la celda que utiliza el telescopio *Keck*. Los radios de curvatura, sin embargo, son diferentes a los que proponen, ya que estos son para un telescopio de mayores dimensiones.



La diferencia entre los modelos B y C es que el nivel medio de B es una curva con un radio de curvatura ($R_b = 23.66$), igual al del nivel uno, y para el nivel medio de C es una línea horizontal.

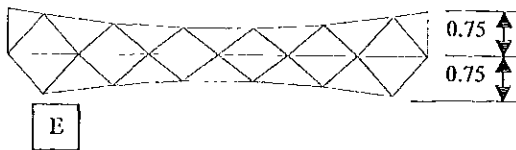




Ra = 23.66 m

Lb = línea recta paralela al eje

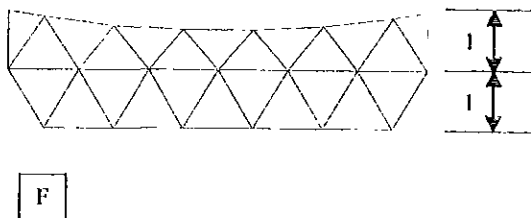
El modelo D es una variante del modelo C, ya que la distancia entre los niveles dos y uno es diferente.



Ra = 23.66 m

Lb = línea recta paralela al eje

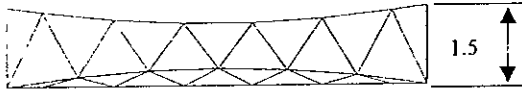
La tracción y la compresión que sufre la celda al ser cargada fue el motivo para proponer este modelo. Este modelo tiene un volumen menor.



Ra = 23.66 m

Lb = línea recta paralela al eje

La manufactura, transporte y ensamble de una estructura como la del modelo *F*, se facilita con respecto a las demás ya que presenta en los niveles dos y tres paralelismo con el eje *x*.

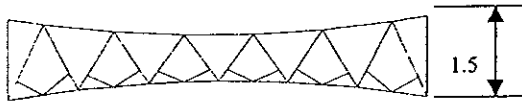


$$R_a = 23.66 \text{ m}$$

$$R_b = 23.66 \text{ m}$$

G

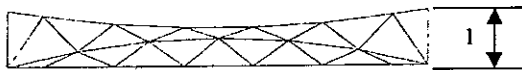
El tercer nivel de *G*, que es horizontal, se acopla al segundo por medio de un arco. Los radios R_a y R_b tienen el mismo valor, pensando en optimizar la fabricación de la celda haciéndola más económica.



$$R_a = 23.66 \text{ m}$$

H

El modelo *H* presenta únicamente dos niveles, y la forma de unión entre estos es completamente diferente a la presentada anteriormente.

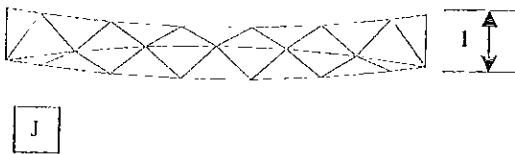


$$R_a = 23.66 \text{ m}$$

$$R_b = \text{definido por } (0, -0.5)$$

I

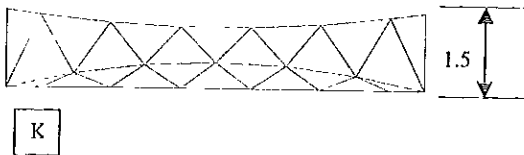
La dimensión lateral de *I* se asignó con el propósito de ver que comportamiento diferente presenta con respecto al modelo *G*.



$R_a = 23.66 \text{ m}$

$R_b = \text{definido por } (0, -0.7)$

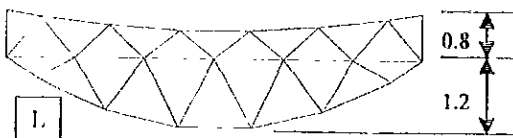
En el modelo *J*, al igual que en *E*, se pretende eliminar los desplazamientos de la celda utilizando la tensión y compresión en los diferentes niveles.



$R_a = 23.66 \text{ m}$

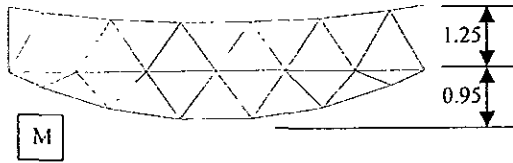
$R_b = \text{definido por } (0, -1)$

Los modelos *K* y *L* presentan variaciones dimensionales, con respecto a los modelos *G* y *C*, con el objetivo de ver la influencia de esta dimensión en el desplazamiento.



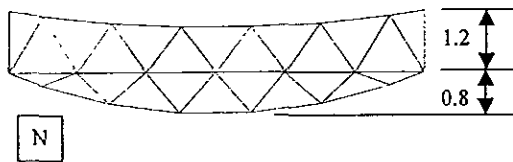
$R_a = 23.66 \text{ m}$

$R_b = \text{definido por } (0, -0.8)$



$R_a = 23.66 \text{ m}$

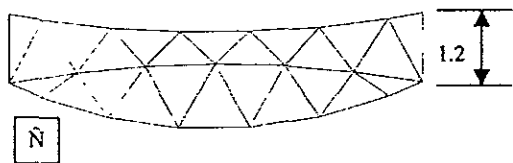
$R_b = \text{línea recta paralela al eje}$



$R_a = 23.66 \text{ m}$

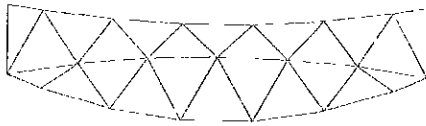
$L_b = \text{línea recta paralela al eje}$

Al igual que en el caso del modelo L , se hicieron variaciones dimensionales para ver los efectos que inducía.



$R_a = 23.66 \text{ m}$

$R_b = 23.66 \text{ m}$



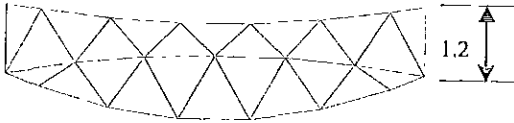
O



Ra = 23.66 m

Rb = 23.66 m

Los modelos \tilde{N} , O y P son similares al J , variando los radios de curvatura del tercer nivel, definido por un punto.



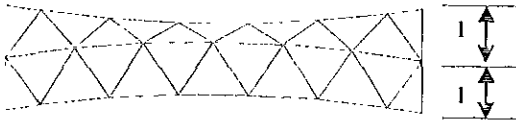
P



Ra = 23.66 m

Rb = 23.66 m

Los modelos Q y R tienen en todos sus niveles el mismo radio de curvatura, con la característica de que los últimos son contrarios al primero.

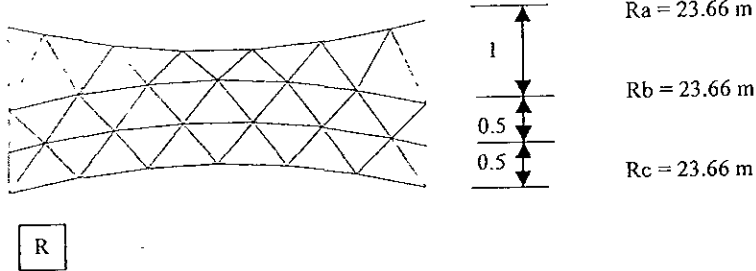


Q



Ra = 23.66 m

Rb = 23.66 m



Los modelos anteriores no se encuentran dibujados a escala en este trabajo (son puramente ilustrativos), se modelaron con ayuda del procesador *SuperDraw* del software *ALGOR*, fueron hechos con elementos viga, con dos nodos cada uno de ellos. Las dimensiones que tienen, conservan las restricciones impuestas para el diseño conceptual de la celda (véase figura 5.3). La mayoría son ideas originales a las que se llegó después de un conjunto mayor de propuestas que fueron desechadas.

En el primer nivel de todos los modelos, el más cercano a la óptica, se definieron seis nodos, con la idea que sean los puntos donde se va a colocar la carga virtual para el análisis por el *MEF*. La lógica con la que fueron modelados fue la misma, lo único que fue variando fue la geometría y tamaño de alguna de sus dimensiones.

IV.4.2 Análisis por *MEF*, de las diferentes geometrías en *2D*.

El objetivo de la simulación del comportamiento de los diferentes modelos en *2D*, es obtener una pauta para los modelos en *3D*. Como parte del diseño conceptual se hicieron constantes modificaciones, que no alteraban la esencia del modelo, para conceptualizar mejores ideas. *ALGOR*, permite llevar las imágenes creadas en *SuperDraw* al editor de vigas, *Bedit* (véase III.4.2), esto se hizo para cada modelo en específico, Figura 4.6. Para la simulación por el *MEF* de los modelos en *2D* se van a utilizar;

- Material usado en la simulación: propiedades mecánicas del Acero Estructural²

Módulo de Young = $E = 200 \text{ Gpa}$

Módulo de Poisson = $\nu = 0.33$

Densidad Masa = 7830 kg / m^3

- Los tipos de sección que se van a utilizar son tres, Tabla 4.4.
- Las excitaciones externas en los 6 nodos superiores, de 2000 N cada una, simulan el peso que carga la estructura en contra de la gravedad, la cual es 9.81 m/s^2 . Las estructuras tienen apoyos fijos (empotramientos) en los extremos.

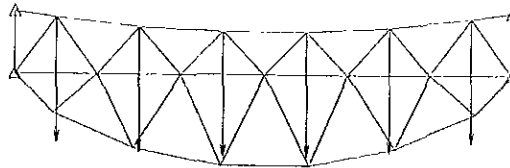


Figura 4.6 Modelo C, sometido a restricciones y excitaciones.

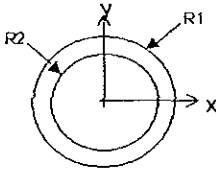
² Propiedades que presenta el software *ALGOR* para un acero estructural, los valores se encuentran dentro de los rangos de la norma *ASME* (American Society of Mechanical Engineers) para dicho acero.

Tabla 4.4

Calculos de propiedades de las diferentes secciones:
Sistema Internacional*

TIPO I Sección circular:

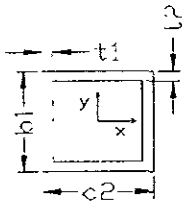
TUBO. Radio uno = 0.050 Area = 2.8274E-03
Radio dos = 0.040 Resistencia torsional (J) = 5.7962E-06



Momentos de Inercia
I2 = 3.9270E-06
I3 = 3.9270E-06

TIPO II Sección circular.

TUBO. Radio uno = 0.040 Area = 2.1991E-03
Radio dos = 0.030 Resistencia torsional (J) = 2.7489E-06



Momentos de Inercia
I2 = 2.0106E-06
I3 = 2.0106E-06

TIPO III Sección cuadrada:

PRISMA: b2=Ancho= 0.050 Area = 9.0000E-04
b1=Largo = 0.050 Ancho int.= 0.040000 Resistencia torsional (J) = 6.4000E-07
Largo int.= 0.040000 Momentos de Inercia
t2=espesor= 0.010000 I2 = I3 = 3.0750E-07
t1=espesor= 0.010000

* La unidad para radio, ancho, largo y espesor es metro; para área es metros cuadrados; para la resistencia torsional y el momento de inercia es metros cuartos.

IV.4.3 Comparación de resultados y elección de geometrías en 2D.

La primera parte del análisis se hizo con los tres tipos de sección, con el vector de gravedad en la dirección, $(x, y, z) = (0, -1, 0)$. A continuación se muestran los resultados¹ de dos de los modelos, graficados con ayuda del módulo *Superdraw* de *ALGOR*. La Figura 4.7 (a) muestra, en los costados superiores derechos de cada modelo, un resumen de los desplazamientos en los nodos sufridos por las estructuras, por su propio peso y por la carga a la que esta sometida; la Figura 4.7 (b) muestra las mismas estructuras pero deformadas, la escala está exagerada. La visualización de los resultados con ayuda del procesador gráfico, ayuda de manera sustancial.

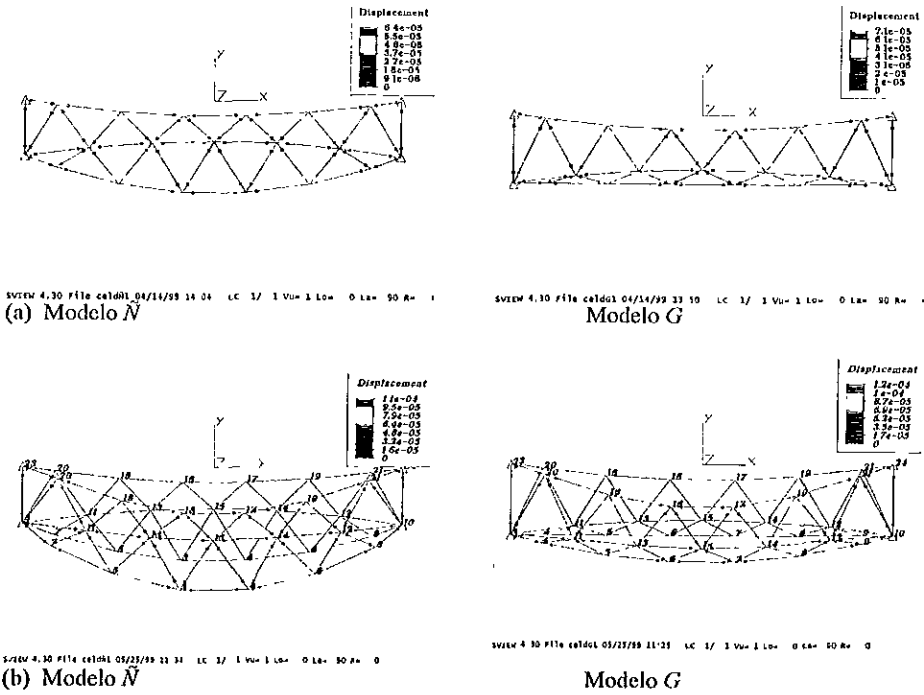


Figura 4.7 Modelos vistos a través de Superview (ALGOR), después de haber sido analizados por el MEF.

¹ Las unidades que se manejan en este trabajo están dadas en el sistema internacional.

En la Tabla 4.5 se presentan el número total de nodos y elementos así como el desplazamiento máximo en los nodos para cada tipo de sección.

Tabla 4.5 Elementos, nodos y desplazamientos máximos, modelos en 2D.

MODELO	Num. Elem.	Num. Nodos	Desplazamientos Máximos		
			Tipo I (m)	Tipo II (m)	Tipo III (m)
A	41	25	1.06E-04	1.26E-04	2.46E-04
B	44	27	9.95E-05	1.16E-04	2.16E-04
C	44	27	9.83E-05	1.14E-04	2.11E-04
D	47	27	1.31E-04	1.54E-04	2.94E-04
E	44	27	2.14E-04	2.52E-04	4.87E-04
F	44	27	1.18E-04	1.37E-04	2.54E-04
G	47	27	1.21E-04	1.42E-04	2.72E-04
H	57	39	1.35E-04	1.60E-04	3.20E-04
I	44	27	1.89E-04	2.22E-04	4.27E-04
J	44	27	1.58E-04	1.86E-04	3.58E-04
K	44	27	1.14E-04	1.33E-04	2.54E-04
L	44	27	1.27E-04	1.49E-04	2.85E-04
M	44	27	1.08E-04	1.26E-04	2.37E-04
N	44	27	1.16E-04	1.36E-04	2.56E-04
N	44	27	1.11E-04	1.30E-04	2.44E-04
O	44	27	1.18E-04	1.38E-04	2.62E-04
P	44	27	9.69E-05	1.12E-04	2.09E-04
Q	48	29	9.09E-05	1.05E-04	1.99E-04
R	68	36	7.79E-05	8.89E-05	1.58E-04

Mientras menor sea el volumen de una estructura su costo es menor, sin embargo, su rigidez disminuye también. La forma de comparar los modelos va a ser a partir del indicador i que es igual al *desplazamiento* por el *volumen*, esto es debido a que la estructura debe sufrir un menor desplazamiento con el menor volumen posible, así la que presente el menor indicador i cumple con esta propiedad. Para cada tipo de sección se generó una matriz de decisión en la cual se pueden ver los desplazamientos y volúmenes, el indicador i y el lugar que ocupa cada modelo con respecto a los demás, estos resultados se resumen en las Gráficas 4.1-4. En la Tabla 4.6 se pueden apreciar de manera más concreta los resultados de las posiciones relativas de los modelos para cada tipo de sección, al igual que se muestra la primera elección de modelos, los cuales fueron *A*, *B*, *C*, *K*, *P* y *Q*. La eliminación de los demás modelos se hizo por tres causas principales; 1) que presentaban similitud geométrica con un modelo que ocupa una mejor posición; 2) que su posición relativa excediera el sexto lugar y 3) que su forma geométrica elevará el costo de manera sustancial, complicará la fabricación y el mantenimiento.

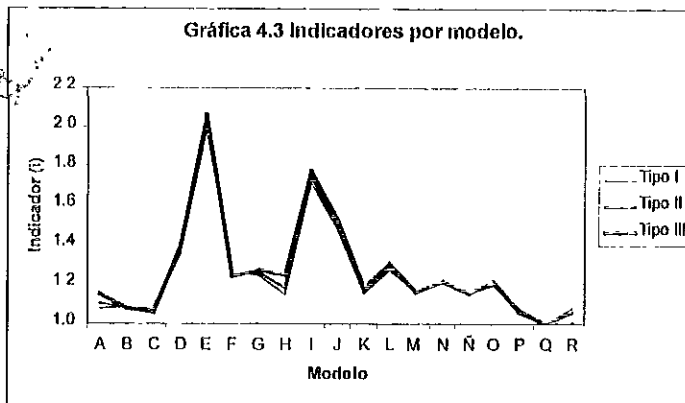
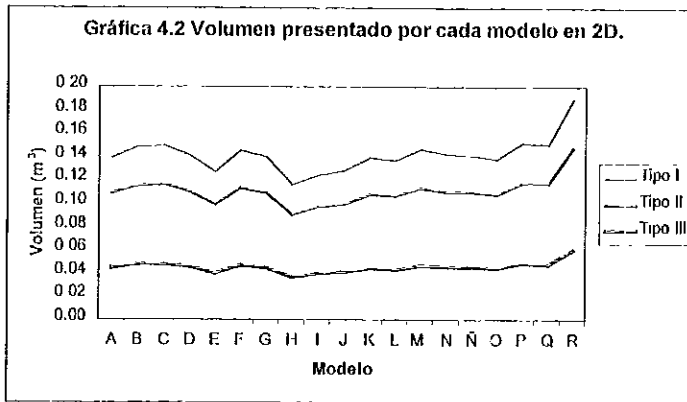
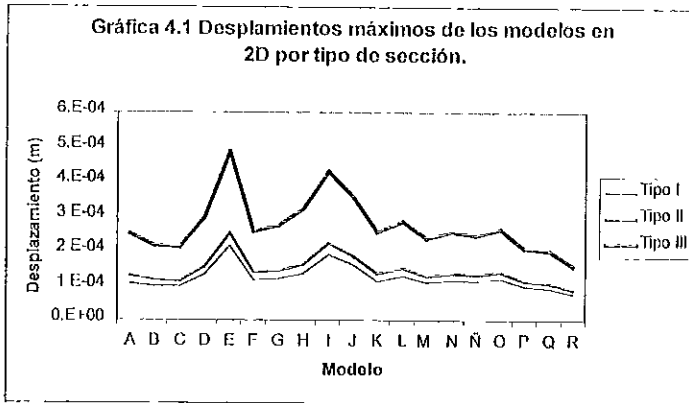
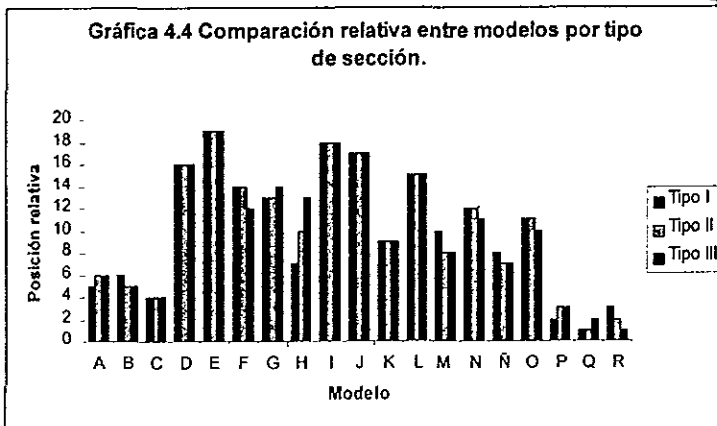


Tabla 4.6 Posición relativa de cada modelo por tipo de sección.

	Tipo I	Tipo II	Tipo III	Decisión
A	5	6	6	A
B	6	5	5	B
C	4	4	4	C
D	16	16	16	N.P
E	19	19	19	N.P.
F	14	14	12	N.P.
G	13	13	14	N.P
H	7	10	13	N.P
I	18	18	18	N.P
J	17	17	17	N.P
K	9	9	9	K
L	15	15	15	N.P.
M	10	8	8	S. a C
N	12	12	11	S. a C
Ñ	8	7	7	S. a P
O	11	11	10	S. a P
P	2	3	3	P
Q	1	1	2	Q
R	3	2	1	N.P.

N.P. = No permisible
S = Similar

Un resultado interesante es que el tipo de sección no afecta de manera significativa la posición relativa de los modelos, se puede decir que tienen un comportamiento casi lineal, o sea, que si se varía el tipo de sección se debe esperar que los resultados comparativos, por medio del indicador i , entre los modelos sean similares (Gráfica 4.4). El modelo H , que tiene una geometría con conceptos de diseño diferentes a los de los demás modelos, es el único que muestra, en los tres tipos de sección, posiciones relativas incongruentes. Para la siguiente parte, optimización de las geometrías en 2D, se toma en cuenta este resultado y los cálculos se realizaron únicamente para el tipo I de sección.



ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

IV.4.4 Optimización de las geometrías que presentan un mejor comportamiento.

Para la optimización de los modelos electos, se hizo un análisis por el *MEF*, variando las dimensiones geométricas que definen su forma. A continuación se muestran, en la Tabla 4.7, la variación geométrica para cada modelo, y en la Tabla 4.8, el indicador *i* y la posición relativa del modelo consigo mismo y con respecto a todos los modelos. Los seis modelos que presentaron las mejores características se ilustran en la Tabla 4.9. En el caso de los modelos *B*, *K* y *Q*, no se seleccionó la opción con el menor indicador *i*. Los modelos *Bii* y *Qii*, fueron las opciones con mejor comportamiento, sin embargo, la elección de los modelos *B* y *Q* se hizo dada la similitud de los radios de curvatura de los diferentes niveles de la estructura, y la facilidad de manufactura que esto implica. Por su parte el modelo *Kvi*, que presentó el mejor indicador, se deshecho por razones de accesibilidad para el mantenimiento, eligiéndose el modelo *Kv*. Las geometrías finales en *2D* optimizadas se modelaron en *3D*.

Tabla 4.7 Variaciones geométricas de los modelos electos.

	Rb	Rc	Posición de Rb
P	25 m	(0,-2.5)	(0,-1.2)
Pi	25 m	(0,-2.5)	(0,-1.1)
Pii	25 m	(0,-2.5)	(0,-1.3)
Piii	25 m	(0,-2.5)	(0,-1.4)
Piv	25 m	(0,-2.5)	(0,-1.45)
Pv	25 m	(0,-2.5)	(0,-1.5)

	Rb	Lc
K	(0,-1)	en y=1.5
Ki	(0,-1)	en y=2
Kii	(0,-1.1)	en y=2
Kiii	(0,-0.9)	en y=2
Kiv	(0,-0.8)	en y=2
Kv	(0,-0.7)	en y=2
Kvi	(0,-0.6)	en y=2
Kvii	(0,-0.5)	en y=2

	Rb	Rc
A	(0,-1.25)	(0,-2.5)
Ai	(0,-1.2)	(0,-2.5)
Aii	(0,-1.3)	(0,-2.5)
Aiii	(0,-1.2)	(0,-2.3)

	Lb	Rc
C	en y=1	(0,-2.5)
Ci	en y=1.1	(0,-2.5)
Cii	en y=0.9	(0,-2.5)

	Rb	Rc
Q	25 m	25 m
Qi	24 m	24 m
Qii	26 m	26 m
Qiii	línea	línea

	Rb	Rc	Posición de Rb
B	25 m	(0,-2.5)	(0,-1)
Bi	26 m	(0,-2.5)	(0,-1.1)
Bii	27 m	(0,-2.5)	(0,-0.9)

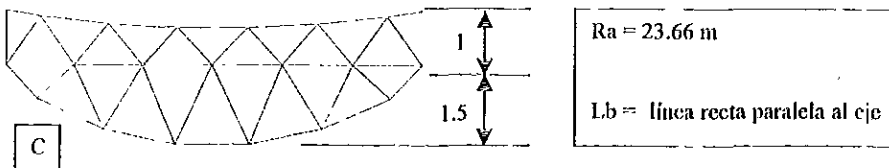
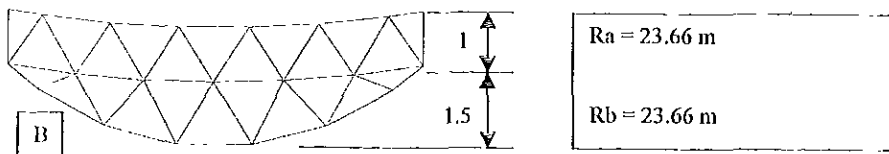
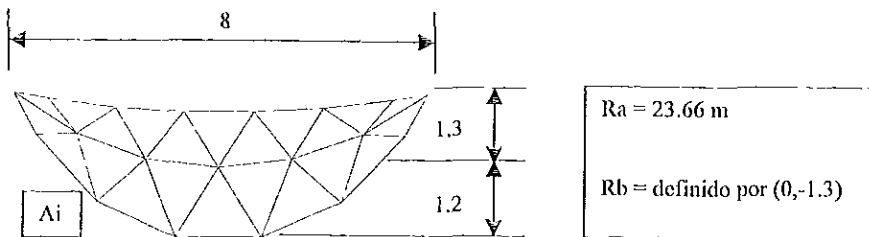
Tabla 4.8 Resultados de los modelos optimizados a 0°.

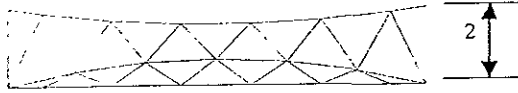
Análisis a cero grados de inclinación de los mejores modelos en 2D					Normalizado	Normalizado	
0°	Desp. (m)	Normalizado	Vol. (m ³)	Normalizado	<i>i</i>	modelo	general
P	9.69E-05	1.806	1.51E-01	1.000	1.47E-05	1.784	1.784
P _I	5.74E-05	1.069	1.56E-01	1.029	8.93E-06	1.087	1.087
P _{II}	5.39E-05	1.065	1.52E-01	1.007	8.22E-06	1.000	1.000
P _{III}	5.37E-05	1.000	1.54E-01	1.015	8.24E-06	1.003	1.003
P _{IV}	5.37E-05	1.001	1.54E-01	1.020	8.29E-06	1.008	1.008
P _V	5.39E-05	1.005	1.55E-01	1.024	8.35E-06	1.017	1.017
C	9.83E-05	1.000	1.50E-01	1.016	1.47E-05	1.000	1.792
C _I	9.87E-05	1.005	1.49E-01	1.014	1.48E-05	1.002	1.796
C _{II}	1.03E-04	1.047	1.47E-01	1.000	1.52E-05	1.030	1.845
B	9.95E-05	1.0000	1.48E-01	1.009	1.48E-05	1.000	1.797
B _I	9.98E-05	1.0026	1.50E-01	1.019	1.50E-05	1.012	1.819
B _{II}	1.00E-04	1.0082	1.47E-01	1.000	1.48E-05	0.999	1.796
A	1.06E-04	1.093	1.39E-01	1.047	1.47E-05	1.011	1.793
A _I	1.08E-04	1.119	1.37E-01	1.032	1.49E-05	1.021	1.811
A _{II}	1.06E-04	1.095	1.37E-01	1.033	1.46E-05	1.000	1.774
A _{III}	1.12E-04	1.151	1.33E-01	1.000	1.48E-05	1.018	1.805
K	1.14E-04	1.449	1.38E-01	1.000	1.57E-05	1.289	1.914
K _I	8.47E-05	1.081	1.55E-01	1.116	1.31E-05	1.073	1.593
K _{II}	8.81E-05	1.124	1.55E-01	1.116	1.36E-05	1.115	1.656
K _{III}	8.20E-05	1.046	1.55E-01	1.118	1.27E-05	1.040	1.544
K _{IV}	7.99E-05	1.019	1.55E-01	1.120	1.24E-05	1.016	1.508
K _V	7.84E-05	1.000	1.56E-01	1.124	1.22E-05	1.000	1.484
K _{VI}	7.72E-05	0.986	1.56E-01	1.129	1.27E-05	0.990	1.470
K _{VII}	7.87E-05	1.004	1.57E-01	1.136	1.24E-05	1.014	1.506
Q	9.09E-05	1.004	1.50E-01	1.001	1.36E-05	0.999	1.661
Q _I	9.09E-05	1.004	1.50E-01	1.000	1.36E-05	0.999	1.660
Q _{II}	9.08E-05	1.004	1.50E-01	1.002	1.37E-05	1.000	1.662
Q _{III}	9.05E-05	1.000	1.55E-01	1.033	1.40E-05	1.027	1.707

- 1 Se escoge B dada semejanza de Ra y Rb.
- 2 Se escoge K_v dada la necesidad de acceder fácilmente
- 3 Se escoge Q dada su más fácil fabricación.

El comportamiento de una estructura puede variar según la inclinación con respecto al vector gravedad. Para tener un análisis completo de los mejores modelos en 2D, se estudió el comportamiento de las estructuras a treinta y sesenta grados de inclinación por elMEF. Los valores de la cargas y del vector gravedad a estas inclinaciones se muestran en la Tabla 4.10. En la Figura 4.8 se puede ver el modelo C con la representación Gráfica de la dirección de los vectores de carga y gravedad a treinta y sesenta grados de inclinación.

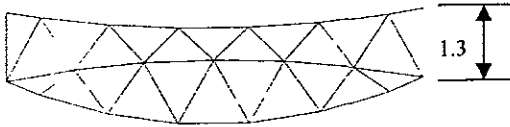
Tabla 4.9 Mejores modelos en 2D.





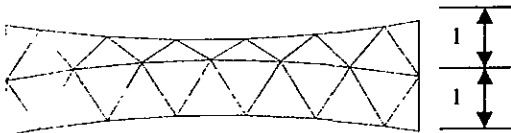
Kv

$R_a = 23.66 \text{ m}$
 $R_b = \text{definido por } (0, -0.7)$



Pii

$R_a = 23.66 \text{ m}$
 $R_b = 23.66 \text{ m}$



Q

$R_a = 23.66 \text{ m}$
 $R_b = 23.66 \text{ m}$

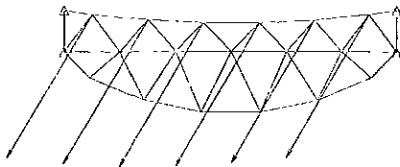
Tabla 4.10 Cargas y vector gravedad a 0°, 30° y 60°.

Cargas

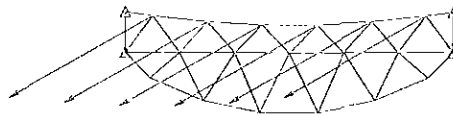
Angulo	X	Y	Z
0	0.00	-6310.91	0
30	-1000.00	-1732.05	0
60	-1732.05	-1000.00	1

Gravedad

Angulo	X	Y	Z
0	0.00	-1.00	0
30	-0.50	-0.87	0
60	-0.87	-0.50	1



Modelo C a 30°



Modelo C a 60°

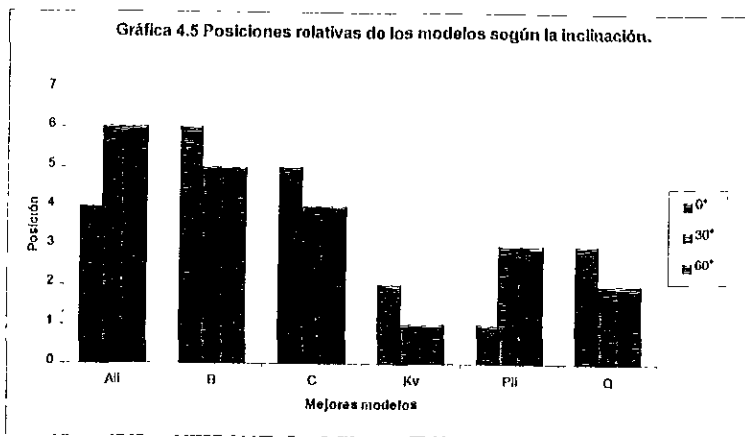
Figura 4.8 Representación Gráfica de los vectores de carga y gravedad (Bedit).

Los resultados que arrojó el análisis por el *MEF*, a 30° y 60°, se resumen en la Tabla 4.11. Las posiciones preliminares de los modelos a 0° se vieron afectadas, el modelo *Piii*, que obtuvo el menor indicador en esta inclinación, no lo hizo en los otros dos casos, quedando en segundo superado por el modelo *Kv* (véase la Gráfica 4.5).

Tabla 4.11 Resultados de los modelos optimizados a 30° y 60°.

Análisis a treinta grados de inclinación de los mejores modelos en 2D.						Normalizado	Normalizado
30°	Desp. (m)	Normalizado	Vol. (m ³)	Normalizado	<i>i</i>	modelo	general
P	8.45E-05	1.014	1.51E-01	1.000	1.28E-05	1.006	1.200
PI	8.96E-05	1.074	1.56E-01	1.029	1.39E-05	1.096	1.308
Pii	8.35E-05	1.001	1.52E-01	1.007	1.27E-05	1.000	1.193
Piii	8.32E-05	0.998	1.54E-01	1.015	1.28E-05	1.005	1.199
Piv	8.34E-05	1.000	1.54E-01	1.020	1.29E-05	1.011	1.207
Pv	8.38E-05	1.004	1.55E-01	1.024	1.30E-05	1.020	1.217
C	8.64E-05	1.000	1.50E-01	1.016	1.29E-05	1.000	1.215
CI	8.69E-05	1.005	1.49E-01	1.014	1.30E-05	1.003	1.218
Cii	9.05E-05	1.048	1.47E-01	1.000	1.33E-05	1.031	1.252
B	8.82E-05	1.0000	1.48E-01	1.009	1.31E-05	1.000	1.228
Bi	8.84E-05	1.0030	1.50E-01	1.019	1.33E-05	1.013	1.243
Bii	1.05E-04	1.1926	1.47E-01	1.000	1.55E-05	1.182	1.451
A	9.85E-05	1.009	1.39E-01	1.047	1.37E-05	1.022	1.286
AI	9.94E-05	1.018	1.37E-01	1.032	1.36E-05	1.017	1.279
Aii	9.76E-05	1.000	1.37E-01	1.033	1.34E-05	1.000	1.259
Aiii	1.06E-04	1.084	1.33E-01	1.000	1.41E-05	1.049	1.321
K	9.88E-05	1.451	1.38E-01	1.000	1.37E-05	1.285	1.283
Ki	7.39E-05	1.085	1.55E-01	1.116	1.14E-05	1.072	1.071
Kii	7.67E-05	1.128	1.55E-01	1.116	1.19E-05	1.114	1.112
Kiii	7.15E-05	1.051	1.55E-01	1.118	1.11E-05	1.040	1.039
Kiv	6.98E-05	1.025	1.55E-01	1.120	1.08E-05	1.017	1.015
Kv	6.85E-05	1.006	1.56E-01	1.124	1.07E-05	1.001	1.000
Kvi	6.81E-05	1.000	1.56E-01	1.129	1.06E-05	1.000	0.999
Kvi	7.05E-05	1.035	1.57E-01	1.136	1.11E-05	1.041	1.040
Q	7.93E-05	1.004	1.50E-01	1.001	1.19E-05	1.001	1.118
Qi	7.94E-05	1.004	1.50E-01	1.000	1.19E-05	1.000	1.117
Qii	7.93E-05	1.003	1.50E-01	1.002	1.19E-05	1.002	1.119
Qiii	7.90E-05	1.000	1.55E-01	1.033	1.22E-05	1.029	1.149
Análisis a sesenta grados de inclinación de los mejores modelos en 2D.							
60°	Desp. (m)	Normalizado	Vol. (m ³)	Normalizado	<i>i</i>	Normalizado	Normalizado
P	5.11E-05	1.011	1.51E-01	1.000	7.74E-06	1.004	1.172
PI	5.61E-05	1.109	1.56E-01	1.029	8.74E-06	1.133	1.323
Pii	5.06E-05	1.000	1.52E-01	1.007	7.71E-06	1.000	1.167
Piii	5.06E-05	1.000	1.54E-01	1.015	7.77E-06	1.008	1.177
Piv	5.08E-05	1.004	1.54E-01	1.020	7.83E-06	1.016	1.186
Pv	5.11E-05	1.009	1.55E-01	1.024	7.91E-06	1.027	1.198
C	5.32E-05	1.000	1.50E-01	1.016	7.98E-06	1.000	1.208
CI	5.34E-05	1.004	1.49E-01	1.014	7.99E-06	1.001	1.210
Cii	5.53E-05	1.039	1.47E-01	1.000	8.16E-06	1.023	1.235

B	5.51E-05	1.0000	1.48E-01	1.009	8.17E-06	1.000	1.238
Bi	5.53E-05	1.0046	1.50E-01	1.019	8.29E-06	1.014	1.255
Bii	5.54E-05	1.0055	1.47E-01	1.000	8.14E-06	0.996	1.233
A	6.73E-05	1.001	1.39E-01	1.047	9.36E-06	1.013	1.418
AI	6.74E-05	1.003	1.37E-01	1.032	9.25E-06	1.001	1.401
Aii	6.72E-05	1.000	1.37E-01	1.033	9.24E-06	1.000	1.399
Aiii	7.19E-05	1.070	1.33E-01	1.000	9.56E-06	1.035	1.448
K	5.78E-05	1.346	1.38E-01	1.000	8.00E-06	1.212	1.212
KI	4.43E-05	1.031	1.55E-01	1.116	6.84E-06	1.036	1.036
KII	4.57E-05	1.064	1.55E-01	1.116	7.06E-06	1.069	1.069
KIII	4.32E-05	1.007	1.55E-01	1.118	6.69E-06	1.013	1.013
KIV	4.26E-05	0.992	1.55E-01	1.120	6.61E-06	1.000	1.000
KV	4.24E-05	0.988	1.56E-01	1.124	6.60E-06	1.000	1.000
KVI	4.29E-05	1.000	1.56E-01	1.129	6.71E-06	1.017	1.017
KVII	4.47E-05	1.041	1.57E-01	1.136	7.03E-06	1.064	1.064
Q	4.82E-05	1.009	1.50E-01	1.001	7.24E-06	1.001	1.007
Qi	4.83E-05	1.011	1.50E-01	1.000	7.25E-06	1.002	1.008
Qii	4.81E-05	1.007	1.50E-01	1.002	7.24E-06	1.000	1.006
Qiii	4.78E-05	1.000	1.55E-01	1.033	7.41E-06	1.024	1.122



IV.5 Conceptualización en tres dimensiones (3D).

Una estructura en 2D, nos proporciona poca información acerca de una que tiene tres dimensiones. La unión entre niveles, la forma geométrica (circular, plana, rectangular, etcétera), la extensión, la

distribución de cargas, la manufactura y la complejidad, son parámetros totalmente diferentes entre éstas. La celda para el espejo primario del *TIM*, tiene una forma hexagonal (véase Figura 4.3), con un ancho máximo de 2.5 metros, una distancia máxima entre acoplamientos con el marco de 2 metros, en su parte superior (o primer nivel) debe contener puntos de apoyo para los actuadores (o en el caso de un diseño asistido por computadora, nodos) con un radio de curvatura semejante al radio de curvatura del espejo, debe conservar la simetría con respecto al eje vertical de rotación, entre otras restricciones mencionadas anteriormente en la sección IV.2. Dada la forma hexagonal de los segmentos del espejo primario, y observando las celdas de otros telescopios; 1) generaremos la estructura a partir de hexágonos, partiendo del hecho que el espejo primario se conforma de 19 segmentos hexagonales, como se ve en la Figura 4.4; 2) Las secciones estructurales las consideraremos de tubo circular, de las cuales propondremos varios diámetros para ver el comportamiento; 3) Sobre la celda en tres puntos de cada hexágono se apoya la subcelda, 4) La unión entre niveles la realizamos a partir de elementos viga. Del nivel uno, a partir de los puntos de apoyo, en tres direcciones separadas por el mismo ángulo, surgen tres traves (a excepción de los casos más externos) que se apoyan en el segundo nivel, conservando al máximo la forma simétrica de la estructura, estos nuevos elementos, que parten de un mismo nodo del nivel uno, se conectan con el tercer nivel en el nodo donde se proyecte el nodo común (visto desde la parte superior) de manera más cercana al nodo “punto de apoyo” (véase la Figura 4.9).

IV.6 Dibujo de estructuras en 3D, basándose en los resultados en 2D.

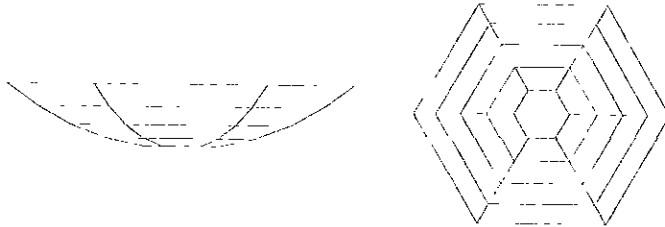
Para la elaboración de los modelos en 3D se utilizó el paquete de cómputo *AutoCAD R14*, utilizando múltiples capas² para cada nivel y para cada conjunto de traves entre los niveles. Las formas hexagonales, con el radio de curvatura deseado, se lograron a partir de superficies de revolución (cuencos) generadas con tabuladores³, que en el caso de la celda fueron 6 segmentos en la periferia (forma hexagonal) y de 10 a lo largo de la curva, Figura 4.9 (a), esto para lograr proyección de todos los puntos de apoyo en la celda de manera simétrica. Posteriormente, con ayuda de las intersecciones de los segmentos del cuenco y de arreglos polares, se dibujó encima de

² Del inglés “layer”.

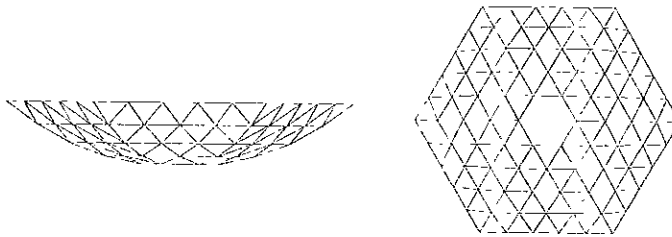
³ Función que permite definir el número de elementos a generar durante, la revolución de una superficie, en el perímetro externo de la superficie y a lo largo de la curva.

los cuencos, con elementos viga (o línea en el caso de *AutoCAD*) cada nivel en específico, logrando así conservar los radios de curvatura deseados, Figura 4.9 (b).

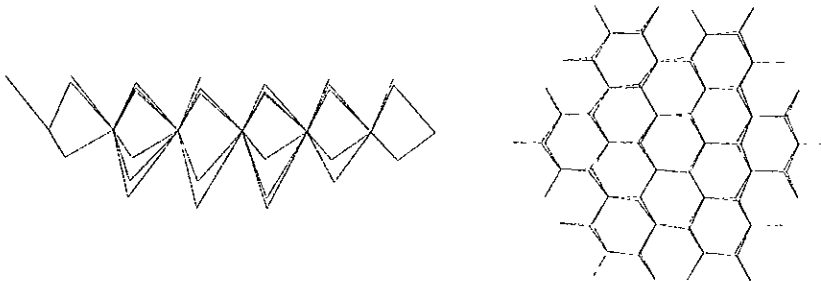
Figura 4.9 Desarrollo de los modelos en 3D en *AutoCAD*.



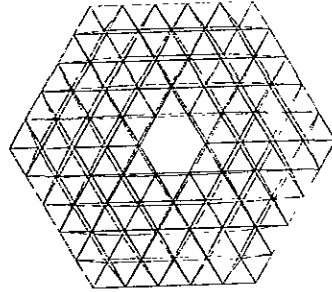
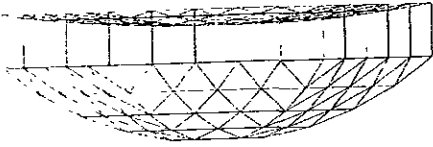
(a) Superficies de revolución, generada a partir de la geometría del modelo *C* en dos dimensiones (nivel tres, R_c = definido por $x = 0$ y $y = -2.5$).



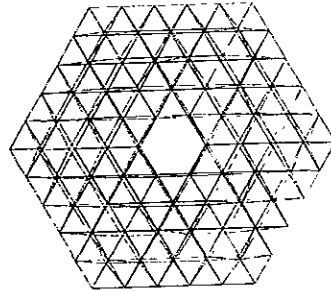
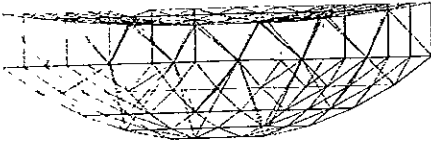
(b) Nivel tres del modelo *C*, generado con ayuda de la superficie de revolución. Las geometrías triangulares que conforman la estructura sirven para hacerla más rígida.



(c) La unión entre los niveles se logró gracias a través que van de los puntos de apoyo en el nivel uno al nivel dos (tres elementos a 120° cada uno) y unidos en el tercer nivel justo en la proyección de los puntos de apoyo en éste.

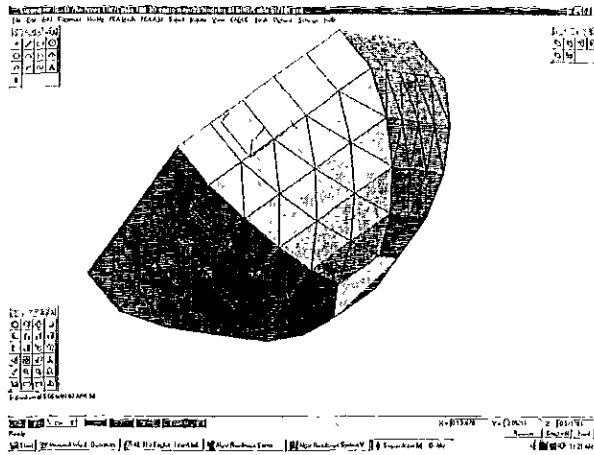


(d) Aquí se aprecian los diferentes niveles del modelo *C*, sin la unión entre ellos.

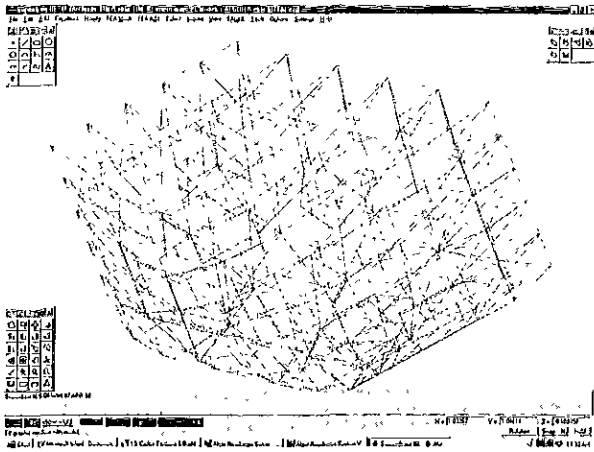


(e) Se muestra el modelo *C* completo.

ALGOR, como la gran mayoría de los softwares para *CAD*, tiene traductores, esto es que son capaces de llevar un dibujo de un paquete a otro. Las limitantes por lo general son múltiples, pero en el caso de la traducción de elementos línea (*AutoCAD*) a elementos viga (*ALGOR*) no hubo problemas. Los dibujos en *3D* generados se pudieron apreciar más concretamente con el módulo *Superdraw*, la visualización se pudo hacer desde cualquier ángulo y con diferentes opciones de visibilidad de elementos (Figura 4.10). Estos modelos posteriormente se van a simular.



(a)



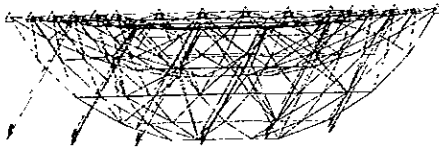
(b)

Figura 4.10 (a) Modelo C visualizado con ayuda de SuperDraw. (b) Modelo Aii, visto desde una posición en la que se aprecia el grado de complejidad del dibujo.

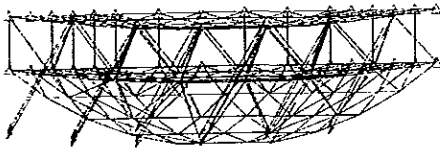
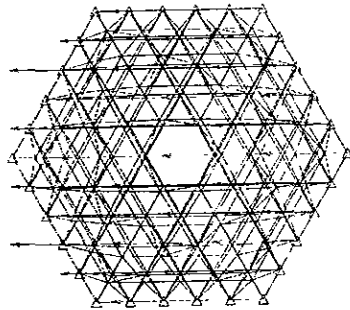
IV.7 Evaluación de las estructuras en 3D por el MEF con ALGOR.

Los modelos generados en *AutoCAD*, e importados a *SuperDraw*, se pueden editar al igual que lo hicimos con los modelos en 2D. Para este análisis vamos a suponer en un principio; 1) El tipo de sección uno, Tabla 4.4; 2) Las propiedades de un acero estructural; 3) Vamos a suponer que el

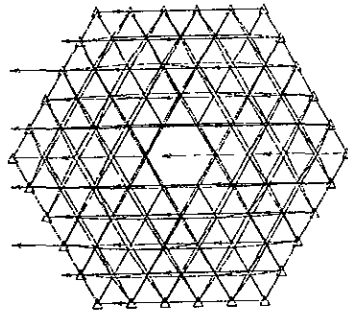
marco al que está sujeta la celda es totalmente rígido, por lo cual en los apoyos externos de cada modelo se van a simular las condiciones de frontera de empotramientos, que todos los modelos tienen el mismo número en el borde exterior, esto es para poder hacer un análisis comparativo; 4) el vector de gravedad, como las cargas, se simulan en las tres direcciones antes mencionadas, 0° , 30° y 60° . A continuación se muestran los modelos con los empotramientos simulados y con las cargas respectivas a 30° . Cada modelo tiene un gran número de elementos y de nodos, el de menor valor es el *modelo A* con un total de 218 nodos y 750 elementos.

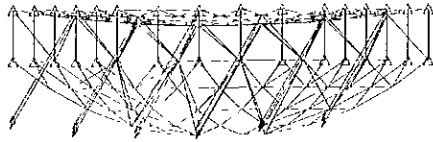


Modelo A

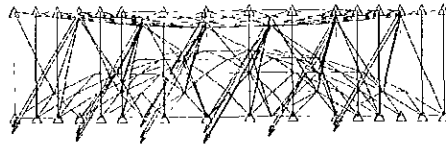
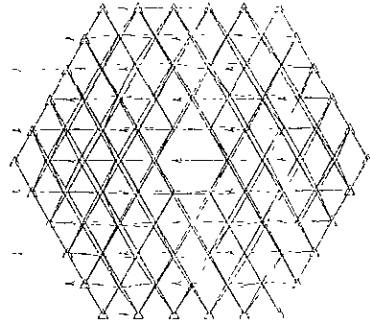


Modelo B

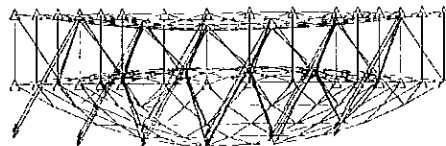
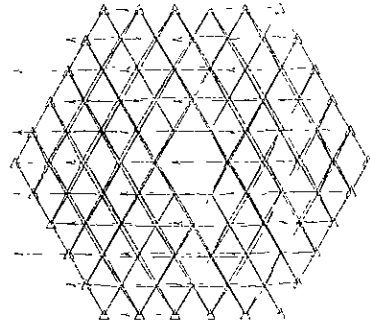




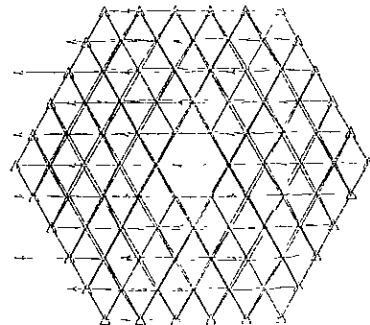
Modelo C

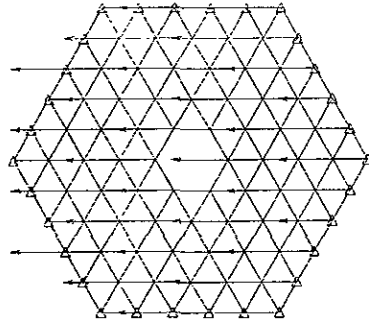
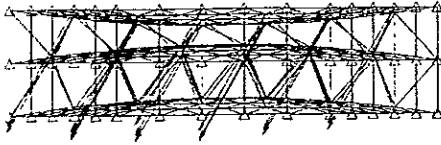


Modelo Kv



Modelo Pii





Modelo Q

REFERENCIAS

- [1] *Proyecto del Telescopio Óptico-Infrarrojo Mexicano de Nueva Tecnología TIM*, UNAM, 1998.
- [2] E. Ruiz, E. Sohn, I. Cruz-González, L. Salas, M.H. Pedrayes and G. Sierra, "Mirror Cell and Active Support System of the Mexican Infrared-Optical Telescope (TIM)", SPIE International Society for Optical Engineering, Symp. Astron. Telescopes & instrumentation.
- [3] L. Salas, E. Ruis, I. Cruz-González, E. Luna, S. Cuevas, M. Pedrayes, G. Sierra, E. Sohn, G. Koenigsberger, J. Valdez, O. Harris, F. Cobos, C. Tejada, L. Gutierrez, A. Iriarte, "Mexican Infrared-Optical New Technology Telescope (TMI) Project", SPIE International Society for Optical Engineering, Symp. Astron. Telescopes & Instrumentation vol.3352,1998.

V. Resultados.

V.1 Resultados.

Un ejemplo de los resultados arrojados por el cálculo con elementos finitos asistido por computadora se puede apreciar en el Apéndice C. En la Tabla 5.1, se da el resumen de masa, peso, volumen, número de nodos y elementos, posición de los centros de gravedad momentos de inercia.

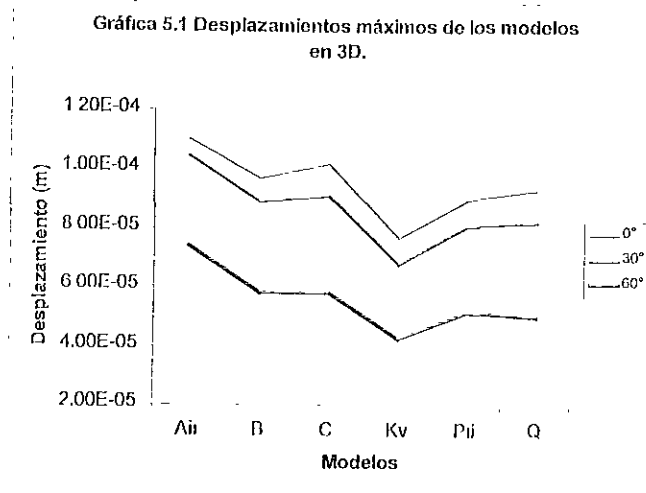
Tabla 5.1 Resumen de resultados.

TIPO I			Volumen	Peso	Masa
MODELO	Num. Elem.	Num. Nodos	m ³	N	kg
Aii	750	218	1.94E+00	148700	15158
B	828	246	2.08E+00	160130	16323
C	827	246	2.07E+00	159360	16245
Kv	828	246	2.20E+00	168730	17200
Pii	828	246	2.11E+00	162310	16545
Q	906	276	2.24E+00	171900	17523

MODELO	Centros de Gravedad			Momentos de Inercia		
	Xc (m)	Yc (m)	Zc (m)	Ix (m ⁴)	Iy (m ⁴)	Iz (m ⁴)
Aii	-3.68E-07	-7.25E-01	2.11E-07	6.58E+04	1.04E+05	6.58E+04
B	6.43E-08	-9.90E-01	-1.64E-09	8.17E+04	1.17E+05	8.17E+04
C	-1.34E-03	-9.43E-01	2.31E-03	7.96E+04	1.16E+05	7.96E+04
Kv	3.33E-08	-1.13E+00	-2.08E-08	9.55E+04	1.28E+05	9.55E+04
Pii	3.35E-08	-1.03E+00	-4.61E-08	8.51E+04	1.19E+05	8.51E+04
Q	1.98E-08	-9.57E-01	7.18E-09	9.06E+04	1.34E+05	9.06E+04

El número de nodos y de elementos está directamente relacionado con el peso total de la estructura, a mayor número de éstos mayor peso. El costo va en función directa del peso, la estructura que presenta el mayor peso o masa es la Q, por lo que es la que tiene un mayor costo por materia prima. Las restricciones impuestas para el diseño conceptual de la celda hasta el momento han sido satisfechas por todos los modelos. Los motores que dan el movimiento de altitud requieren que el centro de masa del telescopio se ubique sobre el eje de rotación y al centro del mismo (entre los motores). Los centros de gravedad de los modelos (véase Tabla 5.1) se encuentran ubicados muy cerca de la posición requerida, las coordenadas Xc y Zc son casi nulas, esto es debido a la simetría. Los valores de los momentos de inercia de la celda sirven como parámetro de referencia, ya que para el cálculo de la potencia requerida de los motores para dar movimiento, son necesarios los momentos de inercia del telescopio entero.

La Gráfica 5.1 muestra los resultados comparativos por modelo e inclinación de los desplazamientos máximos obtenidos y están referenciados con respecto a su posición inicial.



Los desplazamientos presentados, en las tres inclinaciones, fueron menores a 150 micrómetros. Una ventaja en este análisis es que la celda en la posición horizontal, una vez deformada por su propio peso y el de sus componentes, se puede considerar como el punto de referencia, los sistemas activos de la óptica son capaces de corregir estos desplazamientos iniciales debidos a las deformaciones de la celda, y así considerar a esta posición de los nodos como la referencia, teniendo siempre una ventaja con respecto a las posiciones de los nodos antes de la deformación.

V.2 Comparación de resultados entre los modelos en 3D y elección del mejor modelo.

Los resultados que se obtuvieron por el *MEF* de los modelos de la celda en *3D* se van a comparar por medio del indicador i (volumen por desplazamiento), al igual que se hizo con los modelos en *2d*, Gráfica 5.2. En la Tabla 5.2 se presentan los valores de i para cada modelo, en las diferentes inclinaciones, 0° , 30° y 60° grados, y la posición relativa que ocupan. El modelo *Kv* fue el que presentó en sus tres inclinaciones los mejores resultados, y el modelo *Aii*, similar al de la celda del *telescopio Keck*, fue la peor opción.

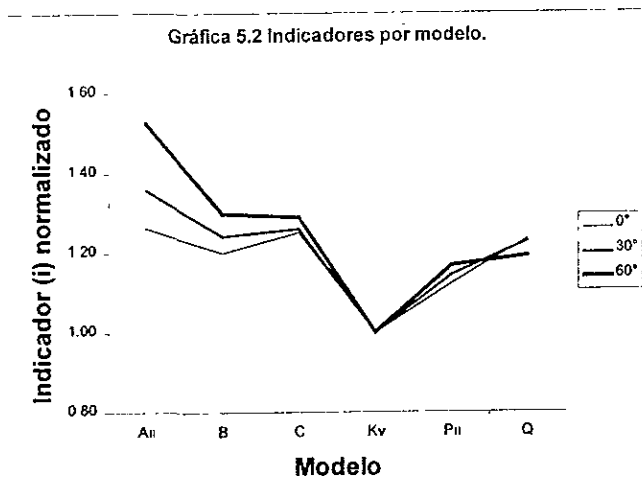


Tabla 5.2 Matrices de decisión a 0° , 30° y 60° .

Matriz de Decisión (3D) a cero grados de inclinación.

TIPO I	Desp. (m)	Normalizado	Vol. (m ³)	Normalizado	<i>i</i>	Normalizado	Posición
Aii	1.10E-04	1.43	1.936	1.00	2.13E-04	1.26	6
B	9.71E-05	1.26	2.085	1.08	2.02E-04	1.20	3
C	1.02E-04	1.33	2.075	1.07	2.11E-04	1.25	5
Kv	7.69E-05	1.00	2.197	1.13	1.69E-04	1.00	1
Pii	8.96E-05	1.17	2.113	1.09	1.69E-04	1.12	2
Q	9.29E-05	1.21	2.238	1.16	2.08E-04	1.23	4

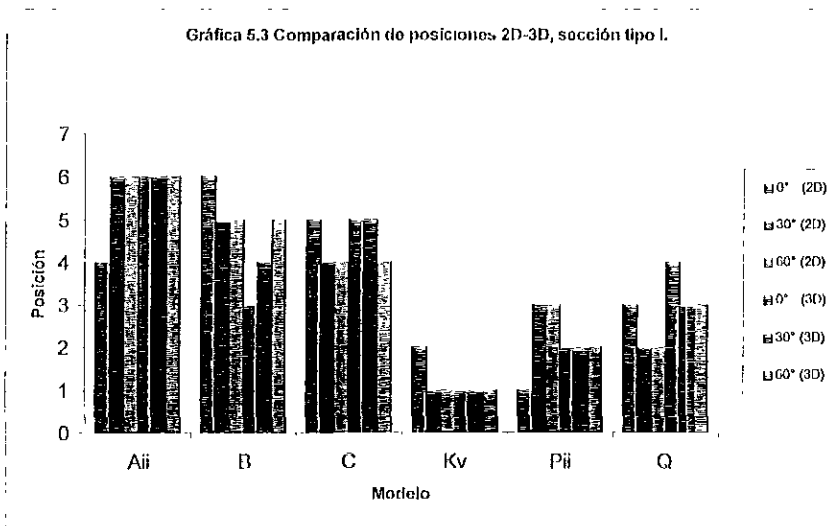
Matriz de Decisión (3D) a treinta grados de inclinación.

TIPO I	Desp. (m)	Normalizado	Vol. (m ³)	Normalizado	<i>i</i>	Normalizado	Posición
Aii	1.05E-04	1.54	1.936	1.00	2.02E-04	1.36	6
B	8.88E-05	1.31	2.085	1.08	1.85E-04	1.24	4
C	9.06E-05	1.33	2.075	1.07	1.88E-04	1.26	5
Kv	6.79E-05	1.00	2.197	1.13	1.49E-04	1.00	1
Pii	8.07E-05	1.19	2.113	1.09	1.71E-04	1.14	2
Q	8.18E-05	1.20	2.238	1.16	1.83E-04	1.23	3

Matriz de Decisión (3D) a sesenta grados de inclinación.

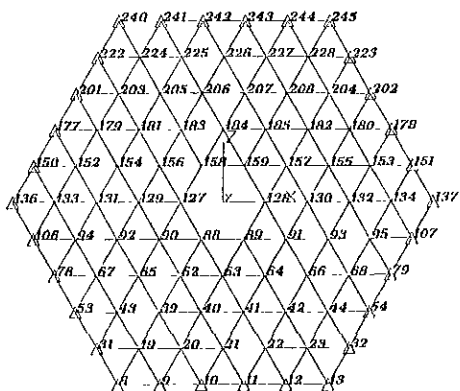
TIPO I	Desp. (m)	Normalizado	Vol. (m ³)	Normalizado	<i>i</i>	Normalizado	Posición
Aii	7.37E-05	1.73	1.936	1.00	1.43E-04	1.53	6
B	5.83E-05	1.37	2.085	1.08	1.21E-04	1.30	5
C	5.81E-05	1.37	2.075	1.07	1.21E-04	1.29	4
Kv	4.25E-05	1.00	2.197	1.13	9.34E-05	1.00	1
Pii	5.17E-05	1.21	2.113	1.09	1.09E-04	1.17	2
Q	4.98E-05	1.17	2.238	1.16	1.11E-04	1.19	3

La posición relativa de los modelos en 2D y 3D presentó un comportamiento parecido (véase la Gráfica 5.3), a excepción del caso en 2D a cero grados de inclinación el mejor modelo fue Kv.



Dados estos resultados, el modelo elegido es el Kv. En lo que resta de esta tesis se trabajó en la optimización de este modelo, con el fin de minimizar peso y maximizar la rigidez de estructural.

V.3 Optimización del modelo elegido.



SVIEW 4.30 File:KV 05/12/99 11 44 (C 1/ 1 Wu- 2 Lo- 0 Lo- 0 R- 0

Figura 5.1 Nodos del modelo Kv visualizado con ayuda de Sview.

Los nodos del nivel uno de la celda Kv se aprecian en la Figura 5.1, sus desplazamientos en las tres inclinaciones se aprecian en las Gráficas 5.4 y 5.5 (la extensión de los resultados es amplia por lo que se muestran de manera resumida los nodos del primer nivel). En estas gráficas se puede apreciar la diferencia del desplazamiento entre los nodos superiores cuando se mide con respecto

a su posición inicial y cuando ésta se hace con respecto a la inclinación de cero grados una vez hecha la corrección óptica. Como se previó anteriormente, en la Gráfica 5.5, este desplazamiento es menor.

Para optimizar el peso de la estructura es necesario variar el ancho de su sección. El tipo I de sección tiene un diámetro externo de 10 cm y un cm de espesor, la primera decisión es utilizar una sección comercial, con un diámetro y espesor menores. Se usaron para el análisis por el *MEF* dos tipos de sección de acero estructural mexicano, en la Tabla 5.3 se dan los valores del fabricante.

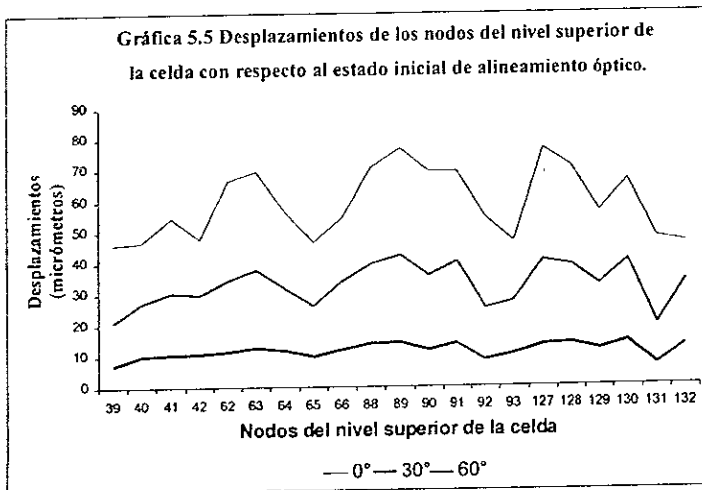
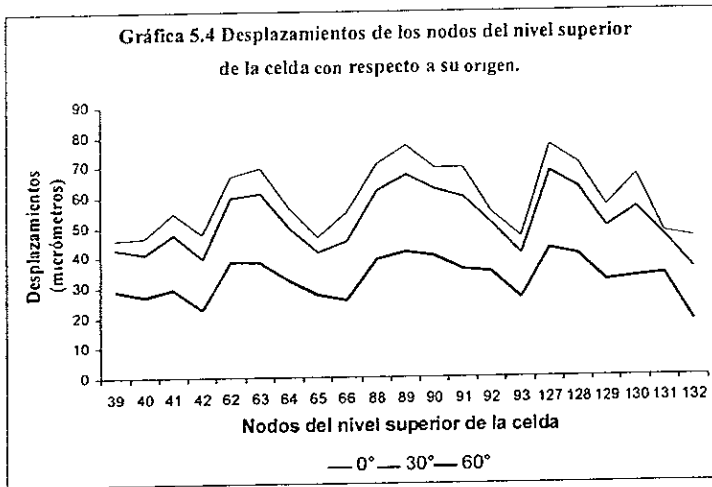
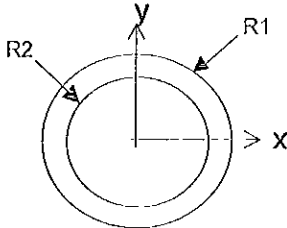


Tabla 5.3 Propiedades de tubos de acero según el fabricante.

TIPO Kv1

Sección circular:

TUBO:	Radio uno =	0.030	Area =	1.4000E-03
	Radio dos =	0.024		
	Resistencia torsional (J) =			7.5119E-07



Momentos de Inercia	
I 2 =	4.8400E-07
I 3 =	4.8400E-07

TIPO Kv2

Sección circular:

TUBO:	Radio uno =	0.024	Area =	9.2000E-04
	Radio dos =	0.017		
	Resistencia torsional (J) =			3.8996E-07

Momentos de Inercia	
I 2 =	2.0100E-07
I 3 =	2.0100E-07

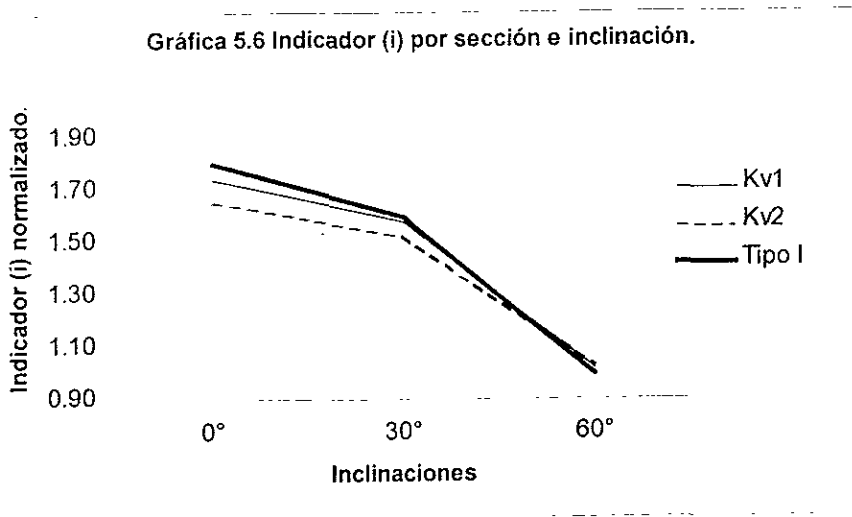
* La unidad para radio, ancho, largo y espesor es metro; para área es metro cuadrado, resistencia torsional y el momento de inercia es metro

Para la elección de los modelos, se consideró que estuvieran dentro de las restricciones impuestas por el diseño, dando preferencia a los que presentaban un menor volumen (o peso). En la Tabla 5.4 se ven los resultados del análisis por el *MEF* de las nuevas secciones, así como el tipo I de sección.

Tabla 5.4 Máximos desplazamientos, volúmenes e indicador de Kv.

Sección	Inclinación	Max.Desp. (m)	Normalizado	Vol. (m ³)	Normalizado	<i>i</i>	Normalizado
<i>Kv1</i>	0°	1.50E-04	3.52	1.0878	1.52	1.63E-04	1.74
<i>Kv1</i>	30°	1.36E-04	3.19	1.0878	1.52	1.48E-04	1.58
<i>Kv1</i>	60°	8.78E-05	2.06	1.0878	1.52	9.55E-05	1.02
<i>Kv2</i>	0°	2.17E-04	5.10	0.7149	1.00	1.55E-04	1.65
<i>Kv2</i>	30°	1.99E-04	4.68	0.7149	1.00	1.42E-04	1.52
<i>Kv2</i>	60°	1.34E-04	3.15	0.7149	1.00	9.58E-05	1.03
Tipo I	0°	7.69E-05	1.81	2.1966	3.07	1.69E-04	1.81
Tipo I	30°	6.79E-05	1.60	2.1966	3.07	1.49E-04	1.60
Tipo I	60°	4.25E-05	1.00	2.1966	3.07	9.34E-05	1.00

Los máximos desplazamientos son notoriamente diferentes, el tipo *Kv2* de sección presenta en la inclinación a 30° un incremento casi del triple con respecto al Tipo I, este valor se encuentra más allá de las restricciones, por lo que esta sección es descartada. El indicador *i* que presentan los modelos tienen un gran parecido, se puede decir que existe proporcionalidad entre la variación del volumen y el desplazamiento, como en el caso de 2D (Gráfica 5.6) La sección *Kv1* presenta un menor volumen que el tipo I, y se encuentra dentro de las restricciones impuestas, los indicadores *i* de ambos tipos de sección en las diferentes inclinaciones conservan aquella semejanza antes descrita. La elección del tipo de sección es la *Kv1*.



Todas las celdas antes expuestas tienen un tamaño menor al deseado, esto es que el espejo primario es de mayor tamaño y las celdas no son capaces de abarcarlo (diseño conceptual comparativo). Esta decisión fue tomada porque todo el análisis realizado es comparativo y geométrico, facilitándose el dibujo de los modelos. La celda electa *Kv1* escalada a las dimensiones del espejo primario se muestra en la Figura 5.2 (véase la Figura 4.4). El eje de rotación de altitud del telescopio se encuentra apoyado en dos puntos ubicados en la montura, la distancia entre éstos debe ser la menor posible, para que las dimensiones de todo el sistema se minimicen.

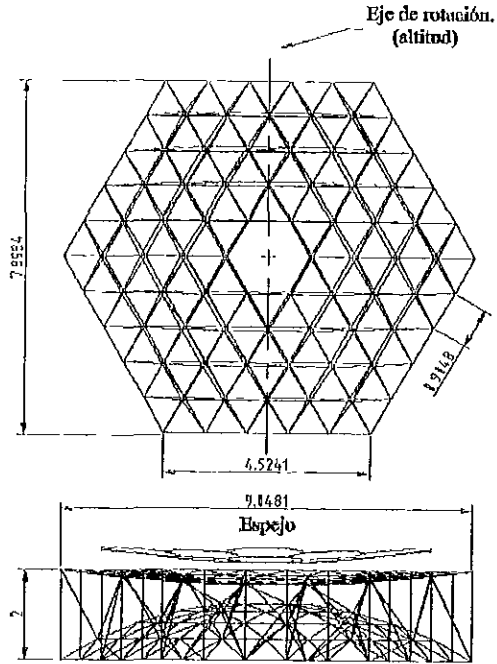


Figura 5.2 Celda Kv1 escalada al tamaño del espejo primario.

La celda Kv1 tiene 7.8984 m entre las caras del hexágono, que es la menor distancia perpendicular vista de planta, se propone que el eje de giro de altitud sea en esa dirección.

La forma ideal para hacer rotar el espejo primario del telescopio en su eje de altitud, minimizando las dimensiones del sistema, es haciéndolo de forma perpendicular a las caras del hexágono. Al comparar las dimensiones de la celda Kv1 y el espejo primario, se aprecia que el giro se está realizando de arista a arista del espejo y de cara a cara de la celda, situación no óptima.

A continuación se muestra una modificación que se le hizo a la celda Kv1 para que el eje de rotación de la celda y del espejo coincidieran y fueran de cara a cara. El nuevo modelo se obtuvo a partir de la proyección del espejo en la celda, eliminando los elementos que sobresalían (véase Figura 5.3).

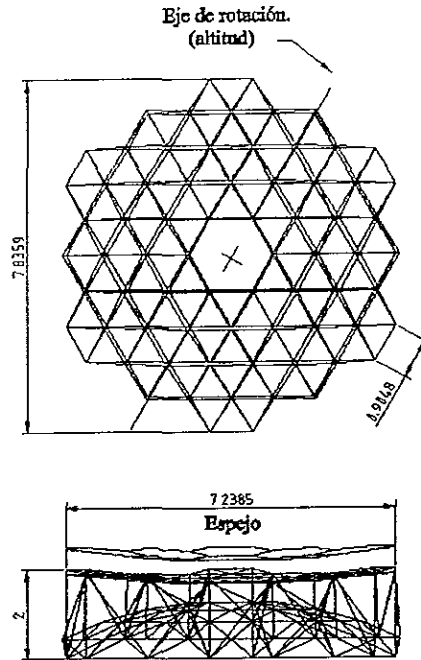


Figura 5.3 Celda *Kvl* escalada al tamaño del espejo primario y ajustada.

En este nuevo modelo¹ se distribuyen los puntos de apoyo de igual forma que en el anterior. La sección del nivel 2 al ser cortada ya no termina en el nivel 3, por lo que fue necesario agregar 6 elementos que la unieran. En la Tabla 5.5 se aprecia una comparación entre los dos modelos anteriores.

Los resultados obtenidos muestran que la celda *Kvlce* presenta desplazamientos que exceden las restricciones, para obtener menores desplazamientos se tendría que variar el diámetro de la sección. El modelo *Kvlse* tiene varias ventajas; menor volumen, menores desplazamientos (dada la cercanía de los puntos de apoyo a la montura) y por lo tanto un menor indicador. La decisión tomada es elegir al modelo *Kvlse*.

¹ Al modelo escalado al espejo se le llamará *Kvlce*, y al modelo escalado y ajustado como *Kvlse*.

Tabla 5.5 Comparación de desplazamientos máximos e indicadores entre *KvIce* y *KvIse*. (en este análisis se incluyen las cargas)

Inclinación	<i>KvIce</i>		<i>KvIse</i>	
	desp. (m)	<i>i</i>	desp. (m)	<i>i</i>
0°	2.09E-04	2.50E-04	1.59E-04	1.57E-04
25°	1.95E-04	2.33E-04	1.49E-04	1.48E-04
50°	1.45E-04	1.74E-04	1.22E-04	1.21E-04
75°	8.75E-05	1.05E-04	7.08E-05	7.02E-05
Volumen m ³	1.1970 (828 elementos)		0.99126 (689 elementos)	

Para visualizar de un mejor manera el comportamiento de la celda *KvIse* hizo un análisis comparativo con *KvIce*, bajo las siguientes consideraciones:

⇒ op1: influencia del peso mismo de la celda.

⇒ op2: la estructura interna del nivel 3 se modeló con hexágonos en vez de triángulos.

⇒ op3: los empotramientos del nivel 3 son liberados (no tienen ninguna restricción de movimiento).

⇒ op4: los empotramientos del nivel 3 de op2 son liberados.

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 5.6. Ambas celdas presentaron un comportamiento similar, mientras mayor sea la inclinación de la celda es menor su desplazamiento, las deformaciones que causa las cargas en la celda son aproximadamente iguales a las que ocasiona su propio peso (op1). En el caso de *KvIce* las estructuras hexagonales del nivel 3 funcionan de una manera positiva, los indicadores *i* decrecen de manera significativa (op2), sin embargo en el caso de *KvIse* paso lo contrario. Los porcentajes de deformación causados por la liberación de los empotramientos del nivel 3 son coherentes con los esperados, y su valor oscila de alrededor de un 50% (op3 y op4).

Tabla 5.6 Desplazamientos máximos e indicadores de Kv/ce y Kv/se bajo las consideraciones op1, op2, op3 y op4.

Kv/ce Ind-racon	Con cargas		op1		op2		op3		op4	
	i		i		i		i		i	
0°	2.08E-04	2.50E-04	1.09E-04	1.30E-04	2.09E-04	2.15E-04	2.80E-04	3.36E-04	3.43E-04	3.63E-04
25°	1.96E-04	2.33E-04	9.97E-05	1.19E-04	1.95E-04	2.01E-04	2.71E-04	3.25E-04	3.28E-04	3.38E-04
50°	1.49E-04	1.74E-04	7.13E-05	8.54E-05	1.49E-04	1.50E-04	2.15E-04	2.57E-04	2.53E-04	2.61E-04
75°	8.75E-05	1.05E-04	3.86E-05	4.60E-05	8.60E-05	8.86E-05	1.61E-04	1.93E-04	1.68E-04	1.73E-04
Volumen (m³)	1.1970 (828 elementos)				1.0298 (696 elementos)					

Kv/se Ind-racon	Con cargas		op1		op2		op3		op4	
	i		i		i		i		i	
0°	1.59E-04	1.57E-04	9.42E-05	9.33E-05	1.10E-03	9.38E-04	1.97E-04	1.95E-04	1.15E-03	9.84E-04
25°	1.49E-04	1.48E-04	8.63E-05	8.55E-05	1.02E-03	8.67E-04	1.91E-04	1.89E-04	1.07E-03	9.15E-04
50°	1.22E-04	1.21E-04	6.19E-05	6.14E-05	7.57E-04	6.47E-04	1.66E-04	1.64E-04	8.06E-04	6.87E-04
75°	7.09E-05	7.02E-05	3.68E-05	3.65E-05	3.62E-04	3.09E-04	1.09E-04	1.08E-04	3.90E-04	3.34E-04
Volumen (m³)	0.99126 (689 elementos)				0.8545 (581 elementos)					

Dados estos resultados se decide escoger la celda Kv/se sin ninguna modificación en sus estructuras internas.

V.4 Factibilidad dados los requerimientos del TIM.

En el Instituto de Astronomía (Ensenada), se están desarrollando, como parte del proyecto TIM, el diseño de algunas partes de la estructura del telescopio, como son: la celda, el marco y el resto del tubo para el telescopio (dada la complejidad de este ensamble en esta tesis solamente se ejemplifica), Figura 5.4.

El ensamble de los diferentes subsistemas (síntesis), se realizó con el software ALGOR, con el objetivo de ser analizados posteriormente por el MEF. Los resultados que se obtengan servirán para ubicar, entre otras cosas; el centro de masa, la carrera mínima necesaria de los actuadores, los problemas inherentes de la óptica debidos a la estructura mecánica que los sustenta, las frecuencias naturales de vibración y la masa total del telescopio; finalmente este análisis servirá para hacer un análisis cualitativo y cuantitativo del funcionamiento de esta estructura para el telescopio.

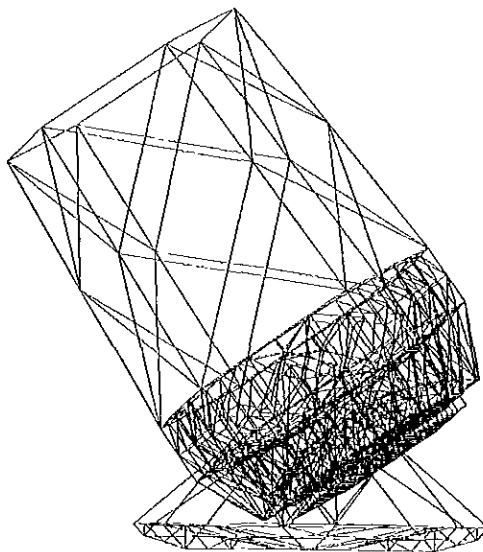


Figura 5.4 Síntesis del telescopio TIM.

VI Conclusiones.

La metodología del Diseño Conceptual y la aplicación del Método del Elemento Finito permitieron desarrollar el diseño geométrico para la celda del *TIM*. Finalmente, la geometría que presentó de entre todos los modelos los menores desplazamientos con un menor peso (o volumen), fue la *KvIse* (Figura 5.5), por lo que es el modelo propuesto para ser el patrón geométrico para la celda del espejo primario del Telescopio Óptico-Infrarrojo Mexicano. Este modelo cumplió con las restricciones impuestas para el diseño conceptual: es una estructura simétrica con respecto al eje vertical; el desplazamiento máximo, aproximadamente de 160 micrómetros, se presentó solamente en tres nodos, y por eso se consideró que era permisible; el radio de curvatura del nivel superior es similar al del espejo primario; todos los puntos de apoyo (27 en total) fueron ubicados en la celda; y el marco y la celda, junto con el espejo primario pudieron ser ensamblados con el resto del telescopio para su posterior análisis.

La optimización interna de las estructuras que conforman a la celda propuesta debe hacerse con variaciones del tipo de sección, utilizando varios en un solo análisis. Las diferencias térmicas que se pueden presentar en un lugar como San Pedro Mártir pueden llegar a ser de hasta 20°C en el mismo día. Por eso, otro problema que debe ser analizado en la estructura es el debido a las expansiones del material debido a los cambios de temperatura. Se debe realizar un estudio sobre la mejor forma de unir las vigas estructurales, ya que en algunos de los nodos de la celda se presentan hasta 12 de estos elementos.

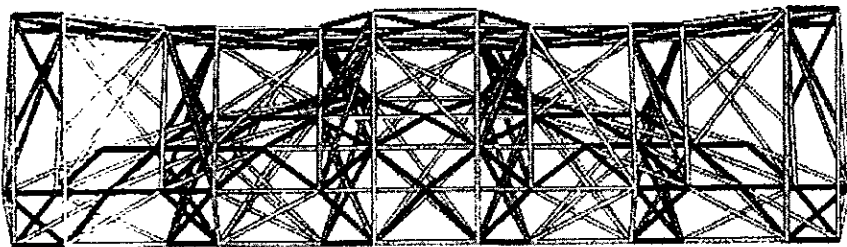
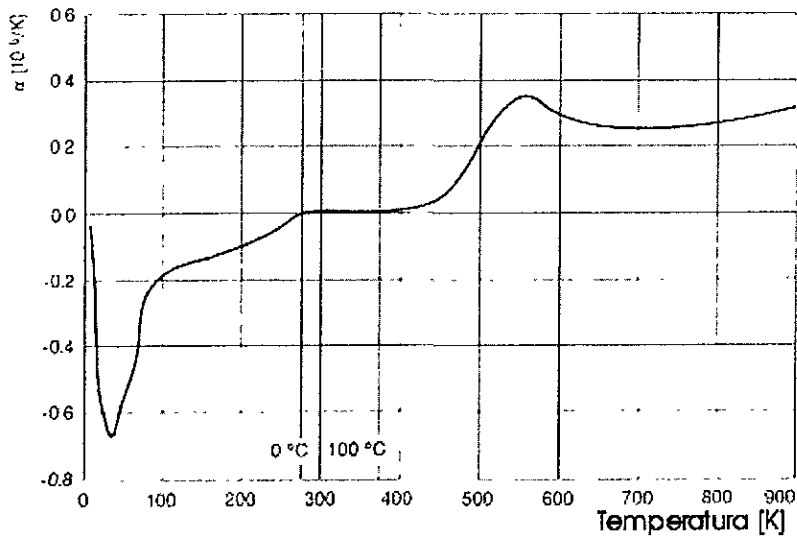


Figura 5.5 Modelo propuesto por esta tesis para la celda del *TIM*.

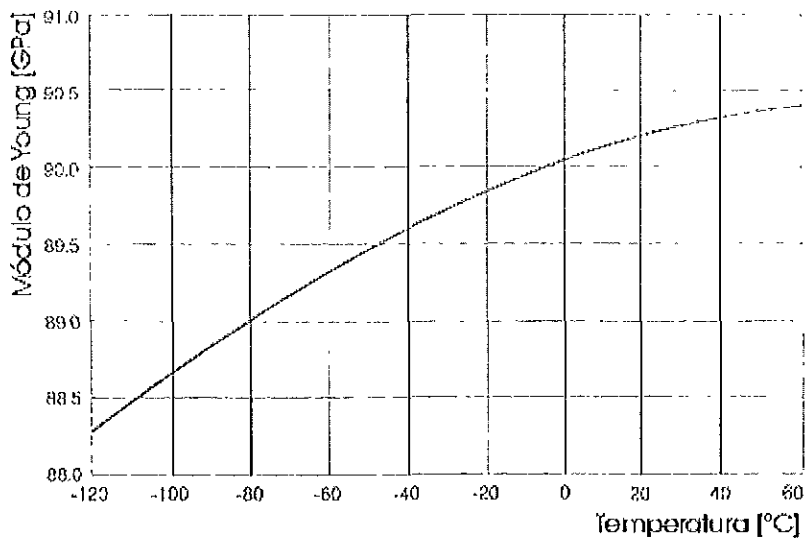
Apéndice A

ZERODUR®

Este material forma parte de la familia de los vitrocerámicos, ha sido desarrollado para aplicaciones ópticas, opto-electrónicas y de ingeniería de alta precisión. Aproximadamente del 70 % al 78 % de su peso se encuentra en fase cristalina con alto contenido de estructuras de cuarzo, lo que hace que el ZERODUR tenga un coeficiente de expansión térmica extremadamente pequeño (véase la Gráfica A.1). El módulo de Poisson del ZERODUR es 0.243 y su densidad (ρ) de 2.53 g/cm^3 . El módulo de Young se muestra en la Gráfica A 2.



Gráfica A.1 Coeficiente de expansión térmica en función de la temperatura del ZERODUR.



Gráfica A.2 Módulo de Young del ZERODUR en función de la temperatura.

Apéndice B

ESPECIFICACIONES TECNICAS DEL TIM

SEGMENTOS DEL ESPEJO PRIMARIO

Número de segmentos: El espejo constará de 19 segmentos, uno tipo 0 (central), 6 tipo I (lateral), 6 tipo II (lateral) y 6 tipo III (lateral).

Material: Vitro-cerámica con coeficiente de expansión térmica de $0.00 \pm 0.05 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, con homogeneidad mejor que $0.02 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. Módulo de elasticidad mayor que $9.0 \times 10^4 \text{MPa}$ y con variaciones menores que $0.2 \times 10^4 \text{MPa}$ en un intervalo de temperaturas de -20°C a 20°C . Densidad menor o igual a 2.56g/cm^3 . Razón de Poisson de 0.24. Construcción monolítica.

Dimensiones: Los segmentos tienen aproximadamente una forma hexagonal cilíndrica. Distancia máxima entre vértices de 1805 milímetros (caso 0), 1808 mm (caso I), 1817 mm (caso II y III). Espesor final depende de la opción que se siga para el maquinado de la cara posterior.

Maquinado: Se maquina la superficie anterior como una parábola fuera de eje con radio de curvatura de 23664.0 milímetros, con una precisión mejor que 10 micras RMS. Las especificaciones de la cara anterior incluyen posición de cada vértice y una ecuación que describe la forma de la superficie en el sistema de referencia con origen en el centro del segmento. Véanse diagramas anexos.

Maquinado adicional: El segmento tipo 0 contará con un agujero central de 786 mm de diámetro. La cara posterior se maquina con 100 micras RMS de precisión de acuerdo a una de las dos opciones siguientes: 1) Como una superficie convexa de radio de curvatura -23739.0 milímetros de tal forma que se mantenga un espesor constante de aproximadamente 75 milímetros, o 2) Como una superficie plana llegando a un espesor máximo de 75 milímetros en los vértices (ver plano constructivo opción 2). Bisel perimetral y/o perforaciones posteriores. Se maquina un bisel perimetral al hexágono de acuerdo a planos constructivos opciones A) curvo, o B) recto, o en su lugar (opción C) un conjunto de perforaciones posteriores de diferentes diámetros y profundidades. Cotizar estas tres opciones individualmente. En todos los casos, se realizarán adicionalmente 24 perforaciones posteriores de 10 milímetros de diámetro por 40 milímetros de profundidad, cerca de la periferia de los hexágonos.

Se anexan 4 diagramas constructivos describiendo las caras anteriores de los segmentos, dos diagramas para las opciones 1) y 2) describiendo la superficie posterior y 3 diagramas para opciones A), B) y C) para el bisel perimetral y/o perforaciones posteriores.

Segmento tipo 0 (central)

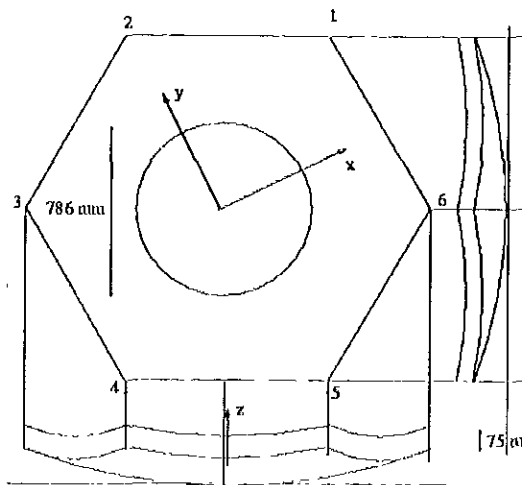
Posición de los vértices (mm). Sistema de referencia al centro del espejo;

Vértice	x	y	z
1	781.588	451.250	17.210
2	0.000	902.500	17.210
3	-781.588	451.250	17.210
4	-781.588	-451.250	17.210
5	0.000	-902.500	17.210
6	781.588	-451.250	17.210

Ecuación que describe la superficie anterior cóncava en mm:

$$z = A(x^2 + y^2)$$

donde $A = 2.11291413 \cdot 10^{-5}$.



Segmento tipo I (lateral)

Posición de los vértices (mm). Sistema de referencia al centro del segmento;

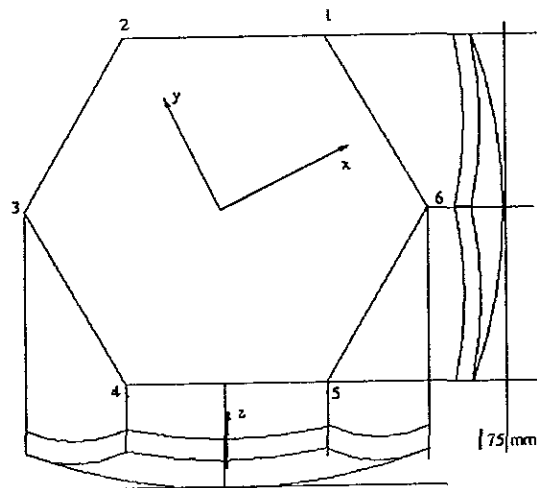
Vértice	x	y	z
1	784.442	451.250	17.172
2	1.138	902.500	17.172
3	-782.164	451.250	17.172
4	-782.164	-451.250	17.172
5	1.138	-902.500	17.172
6	784.440	-451.250	17.172

Distancia del origen del segmento al centro del espejo en el plano xy: 1568.1758~mm.

Ecuación que describe la superficie anterior cóncava en mm:

$$z = \frac{Ax^2 + By^2}{Cx + D}$$

donde A=0.993449, B=0.997811, C=0.131668, D=47328.0



Segmento tipo II (lateral)

Posición de los vértices (mm). Sistema de referencia al centro del segmento;

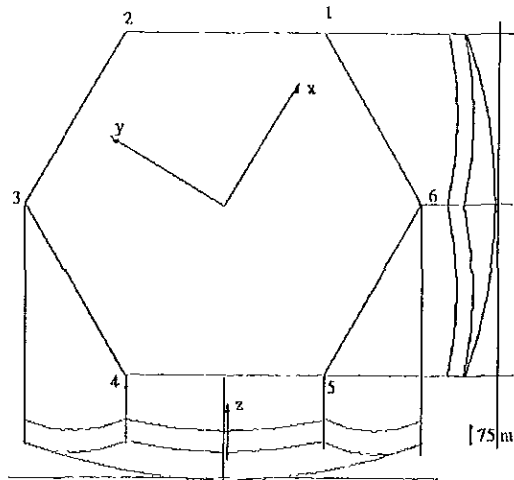
Vértice	x	y	z
1	910.388	0.000	17.097
2	456.175	781.588	17.097
3	-452.250	781.588	17.097
4	-906.463	0.000	17.097
5	-452.250	-781.588	17.097
6	456.175	-781.588	17.097

Distancia del origen del segmento al centro del espejo en el plano xy: 2716.1602~mm.

Ecuación que describe la superficie anterior cóncava en mm:

$$z = \frac{Ax^2 + By^2}{Cx + D}$$

donde A=0.9805587, B=0.9934771, C=0.225097, D=47328.0



Segmento tipo III (lateral)

Posición de los vértices(mm). Sistema de referencia al centro del segmento;

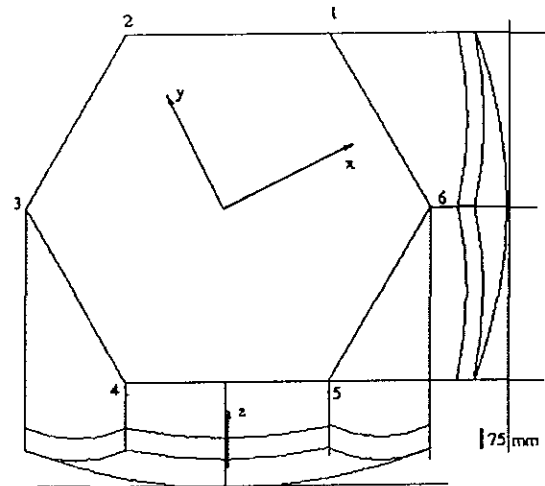
Vértices	x	y	z
1	790.684	451.250	17.061
2	2.261	902.500	17.061
3	-786.162	451.250	17.061
4	-786.162	-451.250	17.061
5	2.261	-902.500	17.061
6	790.684	-451.250	17.061

Distancia del origen del segmento al centro del espejo en el plano xy: 3136.3517~mm.

Ecuación que describe la superficie anterior cóncava en mm:

$$z = \frac{Ax^2 + By^2}{Cx + D}$$

donde A=0.9742179, B=0.991331, C=0.258239, D=47328.0




```

205 1 1 1 1 1 1 1 567E+00 3.619E+00 -1.200E+00 0.000E+00
206 1 1 1 1 1 1 0.000E+00 -1.000E+14 0.000E+00 0.000E+00
207 1 1 1 1 1 1 -1.000E+14 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
208 1 1 1 1 1 1 1.000E+14 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
209 1 1 1 1 1 1 0.000E+00 1.000E+14 0.000E+00 0.000E+00
210 1 1 1 1 1 1 0.000E+00 0.000E+00 1.000E+14 0.000E+00
**** PRINT OF EQUATION NUMBERS SUPPRESSED

```

I**** BEAM ELEMENTS

```

number of beam elements = 689
number of area property sets = 5
number of fixed end force sets = 0
number of materials = 1
number of intermediate load sets = 0

```

I**** MATERIAL PROPERTIES

```

INDEX E MU MASS WEIGHT THERMAL EXPANSION REFERENCE
DENSITY DENSITY X Y Z TEMPERATURE
-----
1 2.00E+11 330 7.83E+03 7.68E+04 0.00E+00 0.00E+00 0.00E+00 0.000E+00

```

I**** AREA PROPERTIES

```

INDEX -----AREAS----- TORSION --FLEXURAL INERTIAS--
AXIAL SHEAR SHEAR
A(1) A(2) A(3) I(1) I(2) I(3)
-----
1 1.400E-03 0.000E+00 0.000E+00 7.512E-07 4.840E-07 4.840E-07
2 1.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 1.400E-01 8.333E-02 8.333E-02
3 1.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 1.400E-01 8.333E-02 8.333E-02
4 1.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 1.400E-01 8.333E-02 8.333E-02
5 1.400E-03 0.000E+00 0.000E+00 7.512E-07 4.840E-07 4.840E-07

```

I**** STRESS PROPERTIES

```

INDEX --SECTION MODULI--
S(2) S(3)
-----

```

```

1 4.333E-02 4.333E-02
2 4.333E-02 4.333E-02
3 4.333E-02 4.333E-02
4 4.333E-02 4.333E-02
5 1.600E-05 1.600E-05

```

I**** ELEMENT LOAD FACTORS

```

CASE A CASE B CASE C CASE D
-----
X-DIR 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
Y-DIR 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
Z-DIR 0.000E+00 -1.000E+00 0.000E+00 0.000E+00

```

I**** ELEMENT CONNECTIVITY DATA

NODE NUMBER	LOAD CASE	X-AXIS FORCE	Y-AXIS FORCE	Z-AXIS FORCE	X-AXIS MOMENT	Y-AXIS MOMENT	Z-AXIS MOMENT
-------------	-----------	--------------	--------------	--------------	---------------	---------------	---------------

135	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
136	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
139	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
140	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
147	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
148	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
155	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
156	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
159	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
160	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
167	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
168	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
171	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
172	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
177	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
178	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
183	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
184	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
187	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
188	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
193	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
196	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
197	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
198	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
199	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
204	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
205	1	0.000E+00	0.000E+00	-6.311E+03	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00

1**** ELEMENT LOAD MULTIPLIERS

load case	case A	case B	case C	case D
-----------	--------	--------	--------	--------

i	0.000E+00	1.000E+00	0.000E+00	1.000E+00
---	-----------	-----------	-----------	-----------

**** EQUATION PARAMETERS

Number of equations	=	864
Minimum bandwidth	=	1
Maximum bandwidth	=	186
Average bandwidth	=	108
Storage required (KB)	=	739
Total memory allocated (KB)	=	48797
Total memory free (KB)	=	48783

**** Proceeding with in-core fast solver . .

1**** STIFFNESS MATRIX PARAMETERS

minimum non-zero diagonal element	=	9.8867E+05
maximum diagonal element	=	1.2780E+09
maximum/minimum	=	1.2927E+03
average diagonal element	=	3.4510E+08

**** Begin in-core solution
 **** load case # 1
 **** End in-core solution

!**** STATIC ANALYSIS

LOAD CASE = 1

Displacements/Rotations(degrees) of nodes

NODE number	X- translation	Y- translation	Z- translation	X- rotation	Y- rotation	Z- rotation
1	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
2	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
3	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
4	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
5	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
6	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
7	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
8	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
9	-5.9825E-07	-2.3669E-06	-4.7970E-05	-2.1133E-03	2.0817E-03	2.4560E-05
10	1.3009E-11	-2.6298E-06	-6.7331E-05	-4.1085E-03	1.0254E-09	-7.9047E-11
11	5.9826E-07	-2.3669E-06	-4.7970E-05	-2.1133E-03	-2.0817E-03	-2.4561E-05
12	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
.
.
.
.
.
.
205	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
206	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
207	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
208	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
209	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
210	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

!**** TEMPORARY FILE STORAGE (MEGABYTES)

```
-----
UNIT NO. 7 : .007
UNIT NO. 8 : .010
UNIT NO. 9 : .000
UNIT NO. 10 : .000
UNIT NO. 11 : .040
UNIT NO. 12 : .007
UNIT NO. 13 : .007
UNIT NO. 14 : .002
UNIT NO. 15 : .000
UNIT NO. 17 : .000

TOTAL : .073 Megabytes
```

!**** END OF FILE