



01165

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

TESIS

**Efectos de componentes horizontales de
movimientos sísmicos en la respuesta estructural**

PRESENTADA POR:

Raquel Diana Machicao Barrionuevo

PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRA EN INGENIERIA
(Estructuras)**

DIRIGIDA POR:

Dr. Ernesto Heredia Zavoni

Ciudad Universitaria, Mayo 2000

280797



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



RESUMEN

Se analizan los efectos de los componentes horizontales del movimiento sísmico del terreno en la respuesta estructural. El movimiento del terreno se modela mediante las funciones de densidad espectral y de coherencia obtenidas a partir de los registros del sismo del 09 de octubre de 1995 obtenidos en la Ciudad de México en estaciones ubicadas en suelo blando y firme. Se consideran sistemas asimétricos lineales de un nivel. Con base en la teoría de vibraciones aleatorias se deducen expresiones para el cálculo de la varianza de los desplazamientos y giro del sistema estructural en la dirección de los grados de libertad, así como las correspondientes covarianzas.

Se llevan a cabo análisis paramétricos de la relación entre las desviaciones estándar de las fuerzas cortantes en elementos resistentes producto de la combinación de componentes horizontales de excitación y de las respectivas fuerzas que resultan de incidencias únicamente en la dirección principal. Se estudia la influencia de diversos parámetros relativos a la estructura como la relación de aspecto de la planta, las excentricidades nominales del sistema y la relación entre las frecuencias desacopladas en rotación y traslación.

Dedicatoria

A Rubén Gabriel por su apoyo, comprensión y por todo el amor que me ha dado desde que nació.

A mis padres por todo el enorme cariño y por el esfuerzo que significa para ellos tenernos tan lejos.

Agradecimientos

Al Dr. Ernesto Heredia por su dedicación y apoyo en este trabajo; por su amistad y por el tiempo que dedicó a la revisión de esta tesis.

A los Dres. Luis Esteva, Roberto Meli, Mario Ordaz y José Alberto Escobar por la revisión crítica de esta tesis y por sus comentarios y sugerencias.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACYT por la beca de maestría auspiciada con recursos del proyecto 27521U.

A mis amigos y compañeros del Instituto de Ingeniería les agradezco su invaluable amistad, sus consejos y asesorías, especialmente a Sandra, Antonio y Fernando.

INDICE

	Página
Resumen	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Indice de figuras	vii
Indice de tablas	x
Notación	xi
Capítulo 1	Introducción
	1
Capítulo 2	Respuesta estructural
2.1	Ecuación de movimiento
2.2	Respuesta dinámica
	4
	5
	9
Capítulo 3	Modelado del movimiento sísmico del terreno
3.1	Funciones de densidad espectral
3.2	Espectros de coherencia
	15
	18
	21

Capítulo 4	Análisis de resultados	26
4.1	Sistemas de igual asimetría	27
	Efectos de la rigidez torsional	32
	Efectos de la asimetría	36
	Efectos de la relación de aspecto	39
4.2	Sistemas con diferente asimetría	41
4.3	Comparación de los resultados obtenidos con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Distrito Federal (NTC-DDF, 1995)	44
Capítulo 5	Conclusiones y recomendaciones	49
Apéndices		53
Bibliografía		56

INDICE DE FIGURAS

Figura	Nombre de la Figura	Página
2.1	Modelo estructural	4
2.2	Eje de resistencia lateral a analizar	12
3.1	Ubicación de las estaciones acelerométricas	16
3.2	Funciones de densidad espectral promedio normalizadas; suelo blando	19
	a. Componente radial	
	b. Componente transversal	
3.3	Funciones de densidad espectral promedio normalizadas; suelo firme	19
	a. Componente radial	
	b. Componente transversal	
3.4	Función de densidad espectral; suelo blando	21
	a. Componente radial	
	b. Componente transversal	
3.5	Función de densidad espectral; suelo firme	21
	a. Componente radial	
	b. Componente transversal	
3.6	Espectro de coherencia promedio; suelo blando	25
3.7	Espectro de coherencia promedio; suelo firme	25
4.1	Sistema torsionalmente flexible; suelo blando	28
	a. Borde rígido	
	b. Borde flexible	

4.2	Sistema torsionalmente rígido; suelo firme	28
	a. Borde rígido	
	b. Borde flexible	
4.3	Relación de varianzas entre componentes horizontales; sistema torsionalmente flexible sobre suelo firme	29
	a. $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2 = 0.7$	
	b. $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2 = 1.0$	
	c. $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2 = 1.5$	
4.4	Relación de varianzas entre componentes horizontales; sistema torsionalmente rígido sobre suelo firme	30
	a. $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2 = 0.7$	
	b. $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2 = 1.0$	
	c. $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2 = 1.5$	
4.5	Efectos de la coherencia; suelo blando	31
	a. Sistema torsionalmente flexible	
	b. Sistema torsionalmente rígido	
4.6	Efectos de la coherencia; suelo firme	31
	a. Sistema torsionalmente flexible	
	b. Sistema torsionalmente rígido	
4.7	Sistema torsionalmente flexible	32
	a. Suelo blando	
	b. Suelo firme	
4.8	Sistema torsionalmente rígido	33
	a. Suelo blando	
	b. Suelo firme	
4.9	Efectos de la rigidez torsional; suelo blando	35
	a. Sistema torsionalmente flexible	
	b. Sistema torsionalmente rígido	
4.10	Efectos de la rigidez torsional; suelo firme	36
	a. Sistema torsionalmente flexible	
	b. Sistema torsionalmente rígido	

4.11	Efectos de la asimetría; suelo blando	37
4.12	Efectos de la asimetría; suelo firme	38
4.13	Efectos de la relación de aspecto; suelo blando	40
	a. Base rectangular	
	b. Base cuadrada	
	c. Base rectangular	
	d. Base cuadrada	
4.14	Efectos de la relación de aspecto; suelo firme	41
	a. Base rectangular	
	b. Base cuadrada	
	c. Base rectangular	
	d. Base cuadrada	
4.15	Efectos de la asimetría; suelo blando	42
4.16	Efectos de la asimetría; suelo firme	43
4.17	Comparación de respuestas; suelo blando	47
4.18	Comparación de respuestas; suelo firme	47

INDICE DE TABLAS

Tabla	Nombre de la Tabla	Página
3.1	Características de los sismos considerados	15
3.2	Estaciones consideradas; suelo blando	17
3.3	Estaciones consideradas; suelo firme	18
3.4	Relación de varianzas promedio de los sismos estudiados	20
4.1	Respuestas máximas; sistemas torsionalmente flexibles	34

Notación

e_x, e_y	excentricidades del sistema con respecto a las direcciones X y Y, respectivamente
a, b	dimensiones en planta de la estructura en las direcciones X y Y, respectivamente
r	relación de aspecto de la planta, $r = b / a$
α_x, α_y	excentricidades nominales normalizadas en las direcciones X y Y, respectivamente
K_x	rigidez lateral del sistema estructural en la dirección X
K_y	rigidez lateral del sistema estructural en la dirección Y
λ	relación de rigideces traslacionales, $\lambda = K_y / K_x$
m	masa del sistema estructural
J	momento polar de inercia del sistema estructural
$[M]$	matriz de masa del sistema estructural
$[K]$	matriz de rigidez del sistema estructural
$\{X\}$	vector de desplazamientos del sistema estructural
x, y, θ	grados de libertad del sistema
$[M^*]$	matriz de masa generalizada
$\{F\}$	vector de fuerzas equivalentes
ω_x, ω_y	frecuencias naturales de traslación desacopladas en las direcciones X y Y, respectivamente
ω_θ	frecuencia natural de rotación desacoplada
Ω	relación de frecuencias desacopladas de rotación y traslación del sistema

u_x, u_y	desplazamientos del terreno en la base del sistema en las direcciones X y Y, respectivamente
A_1, A_2, A_3, A_4	coeficientes de la ecuación característica para determinar las frecuencias modales ω_i
$\{Z\}$	vector de respuestas de osciladores modales o coordenadas generalizadas
ω_i	frecuencia modal
ξ_i	coeficiente de amortiguamiento crítico modal
ϕ	vector de formas modales
$[\Phi]$	matriz de formas modales
$H_i(\omega)$	función de transferencia modal
V	fuerza cortante en la dirección Y considerando excitación sísmica en las dos direcciones de análisis
V_y	fuerza cortante considerando sólo la excitación en la dirección principal
k_y	rigidez del eje de resistencia lateral a analizar
δ	desplazamiento relativo del eje de resistencia lateral a analizar
σ_δ^2	varianza del desplazamiento relativo considerando excitaciones en las dos direcciones de análisis
$\sigma_{\delta_y}^2$	varianza del desplazamiento relativo considerando excitación en la dirección Y

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Los daños y pérdidas ocurridas en sismos recientes en diferentes lugares del mundo reiteran la necesidad de revisar y mejorar algunos criterios de análisis y diseño planteados en los códigos sismorresistentes que existen en la actualidad. Para ello, es indispensable estudiar y reinterpretar diferentes aspectos de la respuesta sísmica haciendo uso de mejores herramientas analíticas. Uno de estos aspectos es el relativo al efecto de los componentes horizontales de excitación para estructuras asimétricas. Debido al acoplamiento entre la traslación y rotación, los efectos de torsión en la respuesta de estas estructuras pueden ser importantes.

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Distrito Federal (DDF, 1995) especifican que *'los efectos de ambos componentes horizontales del movimiento del terreno se combinarán tomando, en cada dirección en que se analice la estructura, el 100% de los efectos del componente que obra en esa dirección y el 30% de los efectos del que obra perpendicularmente a ella'*. Algunos estudios han servido de base para este tipo de recomendación. Por ejemplo, el de Rosenblueth y Contreras (1977), en el que usando modelos de procesos aleatorios, se desarrolla un procedimiento para calcular los efectos de la combinación de varias componentes horizontales de excitación simultáneas y se concluye que las seis componentes del movimiento sísmico del terreno pueden ser importantes para el análisis de respuesta de sistemas estructurales lineales cimentados sobre suelo firme. Estudios recientes basados en el análisis de respuesta de edificios de concreto reforzado cimentados en suelo rígido, con comportamiento elástico, concluyen que es recomendable

amplificar en un orden del 40% las respuestas obtenidas del análisis en la dirección principal para considerar adecuadamente los efectos de la bidireccionalidad en la respuesta estructural del sistema (Fernández-Dávila et al, 2000). Otros estudios en los que se analiza el comportamiento de estructuras elásticas e inelásticas, sujetas a excitaciones en las direcciones principales de análisis, confirman que los métodos con base en la regla de combinación de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS por sus siglas en inglés) y usando una contribución del 30% para el componente transversal son inapropiados y proponen considerar un aporte del componente transversal de excitación del orden del 45% (Zaghlool et al, 2000).

El presente trabajo tiene como objetivo estudiar los efectos de los componentes horizontales ortogonales del movimiento sísmico del terreno en la respuesta dinámica de sistemas estructurales simples asimétricos. Se considerará un sistema lineal de tres grados de libertad sometido a excitaciones en sus dos direcciones principales. El sistema estructural tendrá asimetría en las dos direcciones principales, por lo que los tres grados de libertad a considerar se encuentran acoplados. Se analizará y procesará, mediante técnicas espectrales, registros de aceleraciones sísmicas de la Ciudad de México para determinar los modelos de función de densidad espectral que se utilizarán para suelos blando y firme. Se procesarán registros de componentes ortogonales para estimar espectros de coherencia y proponer un modelo para la función de coherencia. Esto permitirá tomar en cuenta la correlación entre los componentes horizontales ortogonales de excitación en el análisis de respuesta. Se analizará la influencia de algunas propiedades estructurales, como la relación de frecuencias de rotación y traslación, el período fundamental de la estructura y la relación de aspecto, así como el grado de correlación entre componentes ortogonales y el tipo de terreno en el que se desplanta la estructura para determinar el aporte del componente transversal de la excitación en la respuesta del sistema.

En el segundo capítulo se presenta el modelo estructural. Se deducen las ecuaciones de movimiento del sistema sometido a la acción simultánea de los dos componentes horizontales ortogonales de excitación. Las ecuaciones se resuelven haciendo uso de la descomposición modal. La excitación se modela como un proceso estocástico y con base en la teoría de vibraciones aleatorias se obtienen expresiones para evaluar los elementos de la matriz de covarianza de los desplazamientos y giro del sistema estructural. Se consideran luego ejes de resistencia lateral y se formulan las expresiones para el cálculo de la varianza del desplazamiento relativo.

En el tercer capítulo se describe las características de la excitación sísmica del terreno. Se analizan registros en suelos blando y firme de la Ciudad de México obtenidos durante los sismos del 19 de septiembre de 1985, el 25 de abril de 1989 y el 09 de octubre de 1995 y se definen los modelos de funciones de densidad espectral y de coherencia entre los componentes ortogonales de aceleración.

En el cuarto capítulo se estudia los efectos de bidireccionalidad en la respuesta estructural. Se evalúa la relación entre la desviación estándar de la fuerza cortante en un eje de resistencia lateral del sistema considerando aceleraciones sísmicas del terreno en las dos direcciones principales de análisis y la desviación estándar de dicha fuerza cuando sólo se toma en cuenta la aceleración del terreno en la dirección principal. Se analiza la influencia del tipo de suelo y de algunos parámetros estructurales en los efectos de bidireccionalidad y se comentan y discuten los resultados. Finalmente, en el quinto capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones surgidas del trabajo realizado.

Capítulo 2

RESPUESTA ESTRUCTURAL

Consideremos un sistema estructural con comportamiento elástico de un nivel que consiste de una losa rígida en su plano apoyada sobre elementos de resistencia lateral (columnas y/o muros) de dimensiones a y b , sometido a excitación sísmica en sus dos direcciones principales como se muestra en la Figura 2.1.

Se supone que la masa de los elementos de resistencia lateral es despreciable comparada con la de la losa. La rigidez del sistema estructural en las direcciones laterales la suministran las columnas y muros; el sistema es asimétrico en ambas direcciones de análisis.

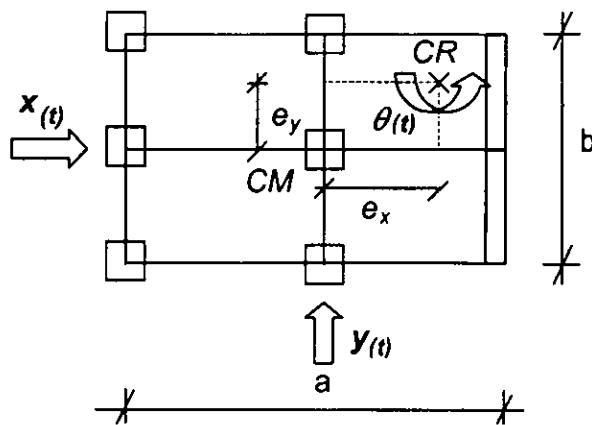


Figura. 2.1 Modelo estructural.

Los tres grados de libertad del sistema son los desplazamientos laterales $x(t)$, $y(t)$ de la losa en las direcciones X y Y , respectivamente, y su giro $\theta(t)$, alrededor del eje vertical que pasa por el centro de masa. Sean N_x y N_y el número de elementos de resistencia lateral en las direcciones X y Y , respectivamente, y k_{xi} , $i = 1, 2, \dots, N_x$; k_{yj} , $j = 1, 2, \dots, N_y$ sus correspondientes rigideces laterales. Las rigideces

laterales equivalentes del sistema estructural en las direcciones X y Y , K_x y K_y , son iguales a:

$$K_x = \sum_{i=1}^{N_x} k_{xi} \quad K_y = \sum_{i=1}^{N_y} k_{yi} \quad (2.1)$$

y la rigidez torsional es:

$$K_\theta = \sum_{i=1}^{N_x} k_{xi} y_i^2 + \sum_{j=1}^{N_y} k_{yj} x_j^2 \quad (2.2)$$

donde x_j y y_i son las coordenadas de los elementos resistentes medidas con respecto al centro de masa. Las frecuencias naturales desacopladas de traslación ω_x , ω_y y rotación, ω_θ del sistema están dadas por las siguientes expresiones:

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_x}{m}}; \quad \omega_y = \sqrt{\frac{K_y}{m}}; \quad \omega_\theta = \sqrt{\frac{K_\theta}{J}} \quad (2.3)$$

donde m es la masa y J es el momento polar de inercia de la losa, el cual se puede expresar en función de la masa y de la relación de aspecto, $r = b/a$, de la siguiente manera:

$$J = \frac{1}{12} m a^2 (1+r^2) \quad (2.4)$$

2.1 Ecuación de movimiento

Denotemos por $\{ X \}$ al vector de desplazamientos cuyas componentes son los desplazamientos del sistema en las direcciones X y Y , y el giro θ , sea $\{ F \}$ el vector de fuerzas equivalentes debidas a las componentes horizontales de excitación sísmica en las direcciones X y Y ,

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{Bmatrix} \quad \{F\} = -m \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Para simplificar la notación se omitirá el parámetro tiempo en las ecuaciones que se deducen a continuación. Planteando equilibrio de fuerzas de acuerdo con el Principio de D'Alembert, se obtiene la ecuación de movimiento del sistema que se presenta en forma matricial de la siguiente manera:

$$[M] \{ \ddot{X} \} + [K] \{ X \} = \{ F \} \quad (2.6)$$

donde cada punto sobrescrito indica una derivada con respecto al tiempo. Las matrices de masa $[M]$ y de rigidez $[K]$ del sistema estructural son, respectivamente:

$$[M] = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{a^2}{12}(1+r^2) \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x & 0 & -K_x e_y \\ 0 & K_y & K_y e_x \\ -K_x e_y & K_y e_x & K_\theta \end{bmatrix} = K_y \begin{bmatrix} K_x/K_y & 0 & -K_x/K_y e_y \\ 0 & 1 & e_x \\ -K_x/K_y e_y & e_x & K_\theta/K_y \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

donde e_x y e_y son las excentricidades del sistema con respecto a las direcciones X y Y , respectivamente.

Definamos los siguientes parámetros:

$$\Omega = \frac{\omega_\theta}{\omega_y}, \quad \text{como la relación de frecuencias desacopladas de rotación y traslación en el eje } Y$$

$\lambda = \frac{k_y}{k_x}$, como la relación de rigideces de traslación

$\alpha_x = \frac{e_x}{a}$, $\alpha_y = \frac{e_y}{b} = \frac{e_y}{ar}$, como las excentricidades nominales normalizadas

Reemplazando en (2.7) se obtiene:

$$[K] = \omega_y^2 m \begin{bmatrix} 1/\lambda & 0 & -\alpha_y ar/\lambda \\ 0 & 1 & \alpha_x a \\ -\alpha_y ar/\lambda & \alpha_x a & \Omega^2 \frac{a^2}{12} (1+r^2) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Sustituyendo (2.7) y (2.8) en la ecuación de movimiento (2.6):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{a^2}{12} (1+r^2) \end{bmatrix} \left\{ \ddot{X} \right\} + \omega_y^2 \begin{bmatrix} 1/\lambda & 0 & -\alpha_y ar/\lambda \\ 0 & 1 & \alpha_x a \\ -\alpha_y ar/\lambda & \alpha_x a & \Omega^2 \frac{a^2}{12} (1+r^2) \end{bmatrix} \left\{ X \right\} = - \begin{bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Sea $\{Z\}$ el vector de coordenadas generalizadas y $[\Phi]$ la matriz modal:

$$\{X\} = [\Phi] \{Z\} \quad (2.10)$$

Las frecuencias modales y los correspondientes modos de vibración se encuentran de la solución del problema de vibración libre. Las frecuencias modales son las raíces de la ecuación característica que se obtiene de igualar a cero el determinante del sistema en vibración libre, $|[K] - \omega^2 [M]| = 0$. Usando (2.9) se obtiene que la ecuación característica es:

$$A_1 \omega^6 + A_2 \omega^4 + A_3 \omega^2 + A_4 = 0 \quad (2.11)$$

donde,

$$\begin{aligned}
 A_1 &= -\frac{1}{12}(1+r^2) \\
 A_2 &= \omega_x^2 \left[\frac{1}{12}(1+r^2) \right] (1+\lambda+\Omega^2 \lambda) \\
 A_3 &= \omega_x^4 \left[\left(\alpha_x^2 \lambda^2 + \alpha_y^2 r^2 \right) - \left[\frac{1}{12}(1+r^2) \right] \lambda (1+\Omega^2 + \lambda \Omega^2) \right] \\
 A_4 &= \omega_x^6 \lambda \left[\Omega^2 \lambda \left[\frac{1}{12}(1+r^2) \right] - \left(\alpha_x^2 \lambda + \alpha_y^2 r^2 \right) \right]
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

La solución de (2.11) permite obtener las frecuencias modales ω_1 , ω_2 y ω_3 , a partir de las cuales se determinan los modos de vibrar. Cabe mencionar que para que las raíces sean reales, los valores de A_1 y A_3 , deben ser siempre negativos, mientras que A_2 y A_4 toman valores positivos. Para garantizar que esto suceda se debe cumplir que:

$$\Omega^2 > \frac{12(\alpha_x^2 \lambda + \alpha_y^2 r^2)}{\lambda(1+r^2)} \tag{2.13}$$

Las formas modales ϕ se obtienen de la solución del sistema $([K] - \omega^2 [M]) \phi = 0$. Resolviendo este sistema, se obtiene que las componentes del vector

$\phi_i = \{ \phi_{1i}, \phi_{2i}, \phi_{3i} \}$ se relacionan de la siguiente manera:

$$\phi^{(i)} = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ \frac{\alpha_x \lambda (\omega_x^2 - \omega_i^2)}{\alpha_y r (\omega_x^2 \lambda - \omega_i^2)} \\ \frac{(\omega_x^2 - \omega_i^2)}{\omega_x^2 \alpha_y r a} \end{array} \right\} \quad (2.14)$$

Las formas modales ϕ dependen de las excentricidades nominales normalizadas del sistema estructural α_x , α_y , de las frecuencias naturales del sistema ω_i , de la frecuencia desacoplada de traslación ω_x , de la relación de rigideces traslacionales λ y de la relación de aspecto r . Cuando la relación de rigideces traslacionales es igual a la unidad ($\lambda = 1$), se observa que la segunda frecuencia natural del sistema es igual a la frecuencia traslacional ω_x ($\omega_2 = \omega_x$)¹; en este caso se obtendrá que para el segundo modo:

$$\phi^{(2)} = \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & \frac{\alpha_y}{\alpha_x} r & 0 \end{array} \right\} \quad (2.15)$$

2.2 Respuesta dinámica

Sustituyendo la transformación de la ecuación (2.10) en la ecuación de movimiento (2.6) y haciendo uso de las propiedades de ortogonalidad de las matrices de masa y de rigidez con respecto a la matriz modal, obtenemos la siguiente ecuación para las coordenadas generalizadas:

$$\ddot{z}_i + 2 \xi \omega_i \dot{z}_i + \omega_i^2 z_i = f_i \quad i=1,2,3 \quad (2.16)$$

donde,

¹ Ver APENDICE 1

$$f_i = \frac{\phi^T F(t)}{m_i^*} = -\frac{1}{m_i^*} (\phi_{1i} \ddot{u}_x(t) + \phi_{2i} \ddot{u}_y(t)) \quad (2.17)$$

y m_i^* es el término i -ésimo en la diagonal de la matriz de masas generalizada. En la ecuación (2.16) se ha incluido un amortiguamiento modal ξ_i con el objetivo de tomar en cuenta el efecto del amortiguamiento estructural.

Supongamos que las fases intensas de los movimientos del terreno en los apoyos de los elementos resistentes se pueden modelar como segmentos de procesos aleatorios, gaussianos, con media cero, conjuntamente estacionarios, y con una duración suficientemente larga para que la respuesta del sistema estructural alcance su fase estacionaria. Sea $z_i(t)$ la respuesta del modo i , definida de la siguiente manera:

$$z_i = \int h_i(t-\tau) f_i(\tau) d\tau \quad (2.18)$$

donde $h_i(t)$ es una función modal de respuesta a impulsos unitarios. La función de correlación cruzada entre las respuestas modales $z_i(t)$ y $z_j(t)$, $R_{ij}(\tau)$, está dada por:

$$R_{ij}(\tau) = E[z_i(t+\tau) z_j(t)] = \iint h_i(\theta_1) h_j(\theta_2) E[f_i(t+\tau-\theta_1) f_j(t-\theta_2)] d\theta_1 d\theta_2 \quad (2.19)$$

Utilizando (2.17) se obtiene la función de correlación cruzada entre $f_i(t+\tau-\theta_1)$ y $f_j(t-\theta_2)$:

$$E[f_i(t+\tau-\theta_1) f_j(t-\theta_2)] = \frac{1}{m_i^* m_j^*} (\phi_{1i} \phi_{1j} R_{xx}(\tau-\theta_1+\theta_2) + \phi_{1i} \phi_{2j} R_{xy}(\tau-\theta_1+\theta_2) + \phi_{2i} \phi_{1j} R_{yx}(\tau-\theta_1+\theta_2) + \phi_{2i} \phi_{2j} R_{yy}(\tau-\theta_1+\theta_2)) \quad (2.20)$$

donde $R_{xx}(\tau)$ y $R_{yy}(\tau)$ son las funciones de autocorrelación de las excitaciones en las dos direcciones principales, \ddot{u}_x y \ddot{u}_y , y $R_{xy}(\tau)$ es la función de correlación

cruzada entre ambas componentes. De acuerdo con la propiedad de simetría de la función de correlación cruzada se tiene que

$$R_{yx}(\tau - \theta_1 + \theta_2) = R_{xy}(-(\tau - \theta_1 + \theta_2)) \quad (2.21)$$

Si se sustituye (2.21) en (2.20) se obtiene

$$E[f_i(t + \tau - \theta_1) f_j(t - \theta_2)] = \frac{1}{m_i \cdot m_j} (\phi_{1i} \phi_{1j} R_{xx}(\tau - \theta_1 + \theta_2) + \phi_{1i} \phi_{2j} R_{xy}(\tau - \theta_1 + \theta_2) + \phi_{1j} \phi_{2i} R_{xy}(-(\tau - \theta_1 + \theta_2)) + \phi_{2i} \phi_{2j} R_{yy}(\tau - \theta_1 + \theta_2)) \quad (2.22)$$

Las funciones de densidad espectral de las aceleraciones del terreno en ambas direcciones, $S_{xx}(\omega)$, $S_{yy}(\omega)$, y la función de densidad espectral cruzada entre dichas componentes, $S_{xy}(\omega)$, se relacionan con las funciones de correlación, $R_{xx}(\tau)$, $R_{yy}(\tau)$ y $R_{xy}(\tau)$ por medio de la transformada de Wiener-Khintchine:

$$R_{xx}(\tau - \theta_1 + \theta_2) = \int S_{xx}(\omega) e^{i\omega(\tau - \theta_1 + \theta_2)} d\omega \quad (2.23)$$

$$R_{yy}(\tau - \theta_1 + \theta_2) = \int S_{yy}(\omega) e^{i\omega(\tau - \theta_1 + \theta_2)} d\omega \quad (2.24)$$

$$R_{xy}(\tau - \theta_1 + \theta_2) = \int S_{xy}(\omega) e^{i\omega(\tau - \theta_1 + \theta_2)} d\omega \quad (2.25)$$

Reemplazando las ecuaciones (2.23) a (2.25) en las ecuaciones (2.22) y (2.19) se obtiene:

$$R_{ij}(\tau) = \frac{1}{m_i \cdot m_j} \int \left[\phi_{1i} \phi_{1j} S_{xx}(\omega) + \phi_{1i} \phi_{2j} S_{xy}(\omega) + \phi_{2i} \phi_{2j} S_{yy}(\omega) \right] H_i(\omega) H_j^*(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega + \int \phi_{1j} \phi_{2i} S_{xy}(\omega) H_i^*(\omega) H_j(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (2.26)$$

En (2.26) el superíndice asterisco indica la conjugada compleja y $H_i(\omega)$ y $H_j(\omega)$ son las funciones de transferencia modal de un sistema de un grado de libertad con frecuencia y amortiguamiento ω_i y ξ_i :

$$\int h_i(\theta_1) e^{-i\omega\theta_1} d\theta_1 = H_i(\omega) = \frac{1}{\omega_i^2 - \omega^2 + 2i\xi_i\omega\omega_i} \quad (2.27)$$

Los desplazamientos o giro del sistema, dados por (2.10), se pueden escribir como:

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^3 \phi_{ki} z_i(t) \quad (2.28)$$

Por definición, la función de correlación cruzada entre estas respuestas es:

$$E[x_m(t+\tau) x_k(t)] = R_{x_k x_m}(\tau) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \phi_{ki} \phi_{mj} R_{ij}(\tau) \quad (2.29)$$

Consideremos ahora los ejes de resistencia lateral en los bordes del sistema en la dirección Y, con una rigidez lateral igual a k_y , como se indica en la Figura 2.2

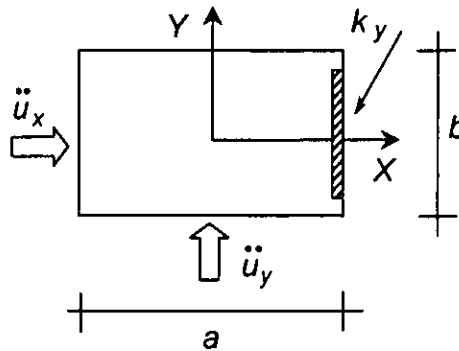


Figura 2.2 Eje de resistencia lateral a analizar

El desplazamiento relativo del eje a analizar, δ , se puede escribir en función del desplazamiento en el eje Y y el desplazamiento debido al giro θ .

$$\delta = y + \frac{a}{2} \theta \quad (2.30)$$

La varianza del desplazamiento relativo calculado en (2.30) se puede obtener con la siguiente expresión:

$$\text{var} [\delta] = \text{var} [y] + \frac{a^2}{4} \text{var} [\theta] + a \text{cov} [y, \theta] \quad (2.31)$$

Usando (2.29), cada término en (2.31) es igual a ²:

$$\text{var}[y] = R_{x_2 x_2}(0) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \phi_{2i} \phi_{2j} R_{ij}(0) \quad (2.32)$$

$$\text{var}[\theta] = R_{x_3 x_3}(0) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \phi_{3i} \phi_{3j} R_{ij}(0) \quad (2.33)$$

$$\text{cov}[y, \theta] = R_{x_2 x_3}(0) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \phi_{2i} \phi_{3j} R_{ij}(0) \quad (2.34)$$

La fuerza cortante se puede modelar como un proceso aleatorio, estacionario, de media cero y varianza constante. En el eje de resistencia lateral a analizar se puede expresar en función de la rigidez lateral, k_y , y del desplazamiento relativo, δ , de la siguiente manera:

$$V = k_y \delta \quad (2.35)$$

La desviación estándar de la fuerza cortante en (2.35) es igual a:

$$\sigma_v = k_y \sigma_\delta \quad (2.36)$$

donde $\sigma_\delta = \sqrt{\text{var}[\delta]}$, es la desviación estándar del desplazamiento relativo δ del eje de resistencia.

Definamos por V_y a la fuerza cortante en el eje cuando sólo se considera la excitación en la dirección Y , \ddot{u}_y y σ_{v_y} como su desviación estándar. Esta desviación puede ser expresada siguiente manera:

$$\sigma_{v_y} = k_y \sigma_{\delta_y} \quad (2.37)$$

donde σ_{δ_y} es la desviación estándar del desplazamiento relativo del eje cuando sólo actúa la componente de excitación \ddot{u}_y .

² Ver Apéndice 2

El cociente entre las desviaciones estándar de las fuerzas cortantes se puede calcular entonces como el cociente entre las desviaciones estándar de los desplazamientos relativos correspondientes:

$$\frac{\sigma_V}{\sigma_{V_y}} = \frac{\sigma_\delta}{\sigma_{\delta_y}} \quad (2.38)$$

Si se supone que el cociente de los factores pico asociados con las fuerzas cortantes V y V_y son aproximadamente iguales, entonces el cociente σ_V/σ_{V_y} en (2.38) se puede interpretar como el cociente entre las fuerzas cortantes máximas esperadas $V_{m\acute{a}x}/V_{y\acute{m}a}x$.

Capítulo 3

MODELADO DEL MOVIMIENTO SISMICO DEL TERRENO

Para la determinación del modelo de densidad espectral de la aceleración sísmica del terreno se analizaron los registros de los sismos ocurridos en la República Mexicana el 19 de septiembre de 1985, el 25 de abril de 1989 y el 09 de octubre de 1995. Estos eventos fueron elegidos debido a que sus intensidades fueron las mayores registradas en los últimos 15 años. Las características de los eventos se muestran en la Tabla 3.1.

Fecha	Magnitud Ms	Ubicación		Profundidad km
		Longitud	Latitud	
19 sep 85	8.1	102.942	18.081	15
25 abr 89	6.9	99.40	16.603	19
09 oct 95	7.3	104.67	18.740	5

Tabla 3.1 Características de los sismos considerados

Se utilizaron los registros de aceleraciones obtenidos en la Ciudad de México. Desde un punto de vista geotécnico, la ciudad está dividida en tres zonas: a) zona de lago, compuesta por arcilla con un alto contenido de humedad que reposa sobre depósitos profundos formados por muchas capas rígidas de arenas consolidadas, b) zona de lomas, formada por cenizas volcánicas y flujos de lava, y c) zona de transición, compuesta por estratificaciones erráticas de depósitos

arenosos aluviales y capas sedimentadas intercaladas con capas de arcilla (Taboada et al, 1999). En la Figura 3.1 se observa la distribución de estas zonas.

Para los tres eventos sísmicos considerados se analizaron registros de estaciones ubicadas en la zona de lago (suelo blando) y zona de lomas (suelo firme). La ubicación de las estaciones consideradas en ambas zonas se muestra en la Figura 3.1.

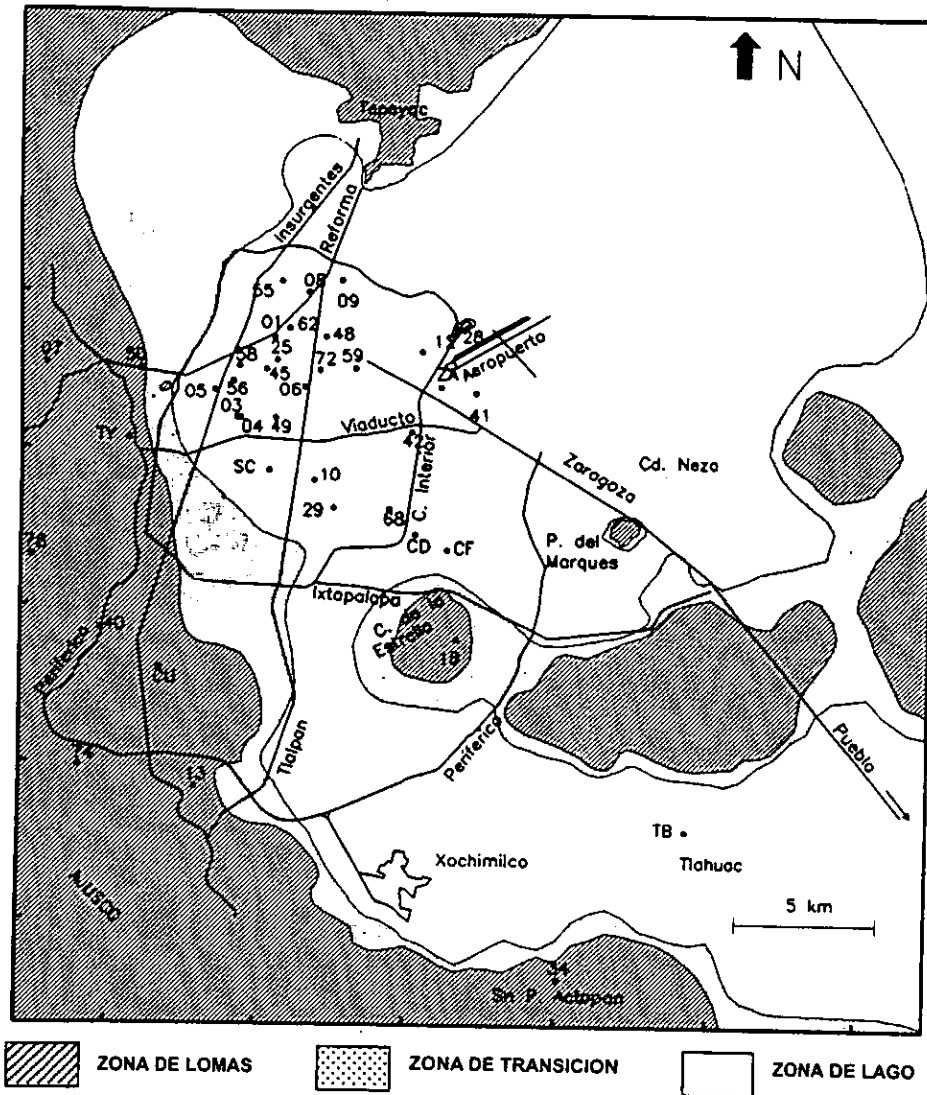


Figura 3.1 Ubicación de las estaciones acelerométricas

La Tabla 3.2 muestra las estaciones en suelo blando consideradas y su ubicación indicando los eventos para los que se contó con registros. La Tabla 3.3 presenta las estaciones utilizadas en suelo firme. Debido a los daños y pérdidas ocurridas en el sismo del 19 de septiembre de 1985, se instaló una red acelerográfica a fin de conocer con más detalle el comportamiento de los diferentes suelos de la ciudad de México; por ésto en los otros dos sismos considerados para el análisis (25 de abril de 1989 y 09 de octubre de 1995) se contó con una mayor cantidad de registros.

Estación	Ubicación		19 sep 85	25 abr 89	09 oct 95
	longitud	latitud			
AL01	99.1453	19.4356		✓	
CJ03	99.1567	19.4097		✓	✓
CJ04	99.1566	19.4098			✓
CI05	99.1653	19.4185		✓	✓
XP06	99.1353	19.4198			✓
EX08	99.1336	19.4500		✓	✓
VG09	99.1225	19.4539		✓	
PE10	99.1318	19.3899			✓
DM12	99.0963	19.4312			✓
PC25				✓	
VM29	99.1253	19.3811		✓	✓
HA41					✓
PD42					✓
BL45	99.1481	19.4253		✓	✓
RM48	99.1280	19.4359		✓	✓
BA49	99.1450	19.4097		✓	✓
TL55				✓	
CO56	99.1590	19.4215		✓	✓
LI58	99.1569	19.4263			✓
CA59	99.1183	19.4258		✓	
SC60	99.1470	19.3930			
GA62	99.1401	19.4385		✓	✓
CD66	99.0983	19.3728			
AP68	99.1068	19.3889		✓	✓
HJ72	99.1301	19.4251		✓	✓
CF	99.0880	19.3680	✓		
TB	99.0080	19.2790	✓		
Total de estaciones consideradas :			4	16	18

Tabla 3.2 Estaciones consideradas; suelo blando

Estación	Ubicación		19 sep 85	25 abr 89	09 oct 95
	longitud	latitud			
TE07	99.2217	19.4269		✓	
TP13	99.1708	19.2922		✓	✓
CE18	99.0847	19.3398		✓	✓
CP28	99.0839	19.4385			✓
PA34	99.0499	19.2029		✓	✓
IM40	99.2032	19.3428			✓
MT50	99.1900	19.4253		✓	✓
FJ74	99.2100	19.2990		✓	✓
CS78	99.2262	19.3656		✓	✓
CU	99.1830	19.3300	✓	✓	✓
IP	99.1830	19.3300	✓		
TY	99.1940	19.4030	✓	✓	✓
Total de estaciones consideradas :			3	9	9

Tabla 3.3 Estaciones consideradas; suelo firme

3.1 Funciones de densidad espectral

Se estimaron las funciones de densidad espectral de los registros rotados en las direcciones radial y transversal usando una ventana espectral tipo Hamming con un ancho equivalente $b = 0.2 \text{ Hz}$ (Santa Cruz, 2000). La Figura 3.2 muestra el promedio de dichas funciones para los componentes radial y transversal normalizadas con respecto a su área para el caso de suelo blando. Se observa que el movimiento sísmico del terreno es un proceso de banda angosta definido aproximadamente en el intervalo $[0.2, 0.8] \text{ Hz}$ para los tres eventos. La frecuencia predominante promedio es de 0.45 Hz .

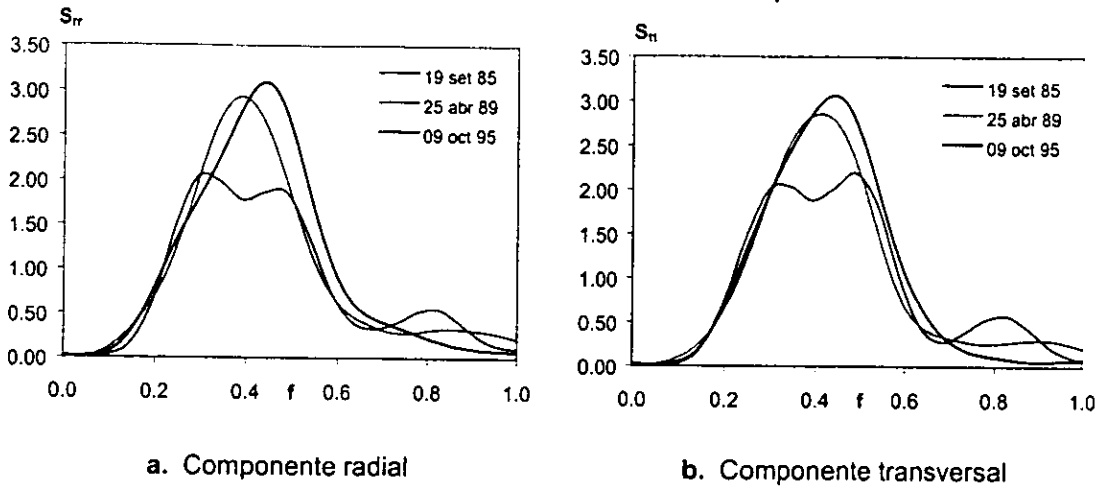


Figura 3.2 Funciones de densidad espectral promedio normalizadas; suelo blando

La Figura 3.3 muestra dichas funciones para el caso de suelo firme. Se observa que el movimiento sísmico del terreno es un proceso de banda ancha, con una amplitud normalizada máxima de aproximadamente 1.5 para los tres eventos.

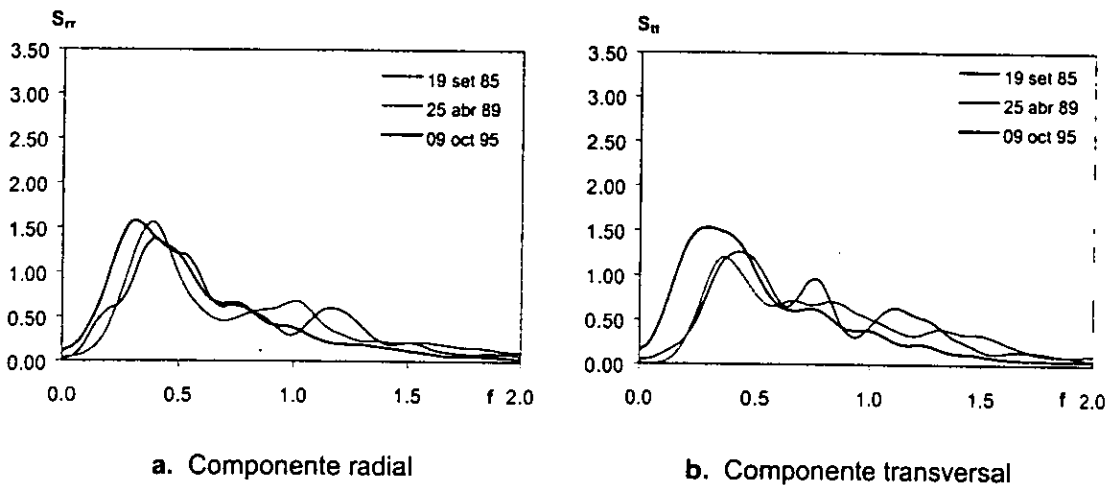


Figura 3.3 Funciones de densidad espectral promedio normalizadas; suelo firme

La Tabla 3.4 muestra la relación de varianzas promedio de los componentes radial y transversal de aceleración de los tres eventos estudiados. Para el caso de suelo blando la relación de varianzas es aproximadamente igual a 1.0. En el caso de suelo firme, esta relación tiene una mayor variabilidad y toma valores en el intervalo de [0.7, 1.5].

19 sep 85	25 abr 89	9 oct 95
Blando	Blando	Blando
σ_t^2 / σ_r^2	σ_t^2 / σ_r^2	σ_t^2 / σ_r^2
0.89	1.02	1.06
Firme	Firme	Firme
σ_t^2 / σ_r^2	σ_t^2 / σ_r^2	σ_t^2 / σ_r^2
0.84	1.50	0.68

Tabla 3.4 Relación de varianzas promedio de los sismos estudiados

Con base en estos resultados, se decidió modelar las funciones de densidad espectral de los componentes radial y transversal de la aceleración sísmica del terreno con las densidades estimadas de los registros del sismo del 09 de octubre de 1995 debido a que presentan las amplitudes normalizadas más importantes. Las Figuras 3.4 y 3.5 muestran las funciones de densidad espectral para dicho sismo estimadas con base en registros rotados considerando diferentes ángulos de incidencia. En dichas figuras 0° corresponde al caso en que el tren de ondas en las direcciones radial y transversal coincide con las direcciones principal y transversal de la estructura, respectivamente; los demás ángulos denotan el ángulo de incidencia medido con respecto a la dirección transversal. Se observa

que no hay una variación significativa en la forma y ordenadas de las funciones de densidad espectral de ambas componentes radial y transversal para los diferentes ángulos de incidencia.

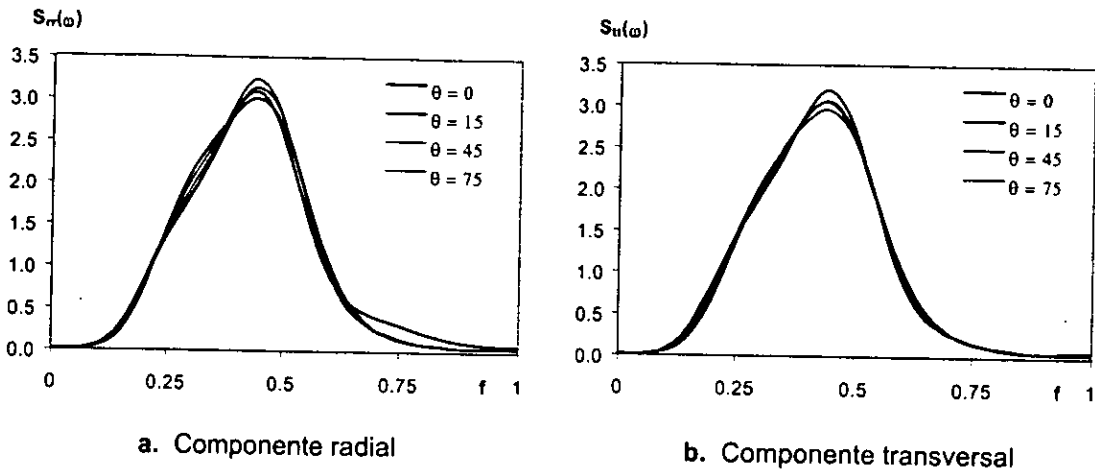


Figura 3.4 Función de densidad espectral; suelo blando

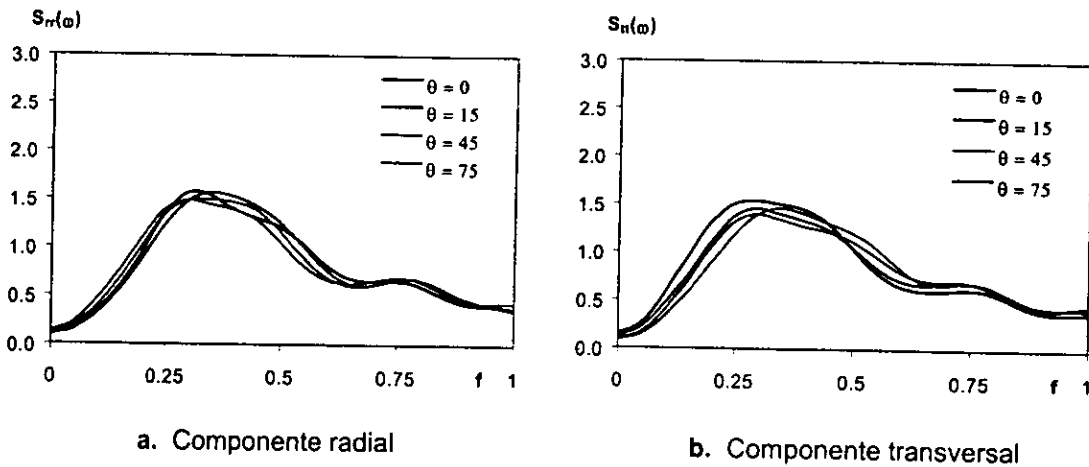


Figura 3.5 Función de densidad espectral; suelo firme

3.2 Espectros de coherencia

El espectro de coherencia es una función compleja de la frecuencia que describe la correlación que existe entre las aceleraciones del terreno $z_i(t)$ y $z_j(t)$ en los

puntos x_i y x_j . Se define en términos de la función de densidad espectral cruzada de las aceleraciones del terreno, $S_{z_i z_j}$, de la siguiente manera:

$$\gamma_{z_i z_j}(f) = \frac{S_{z_i z_j}(f)}{\sqrt{S_{z_i z_i}(f) S_{z_j z_j}(f)}} \quad (3.3.1)$$

donde $S_{z_i z_i}$ y $S_{z_j z_j}$ son las funciones de densidad espectral de $z_i(t)$ y $z_j(t)$, respectivamente. La ecuación (3.3.1) se puede escribir en forma polar como:

$$\gamma_{z_i z_j}(f) = \left| \gamma_{z_i z_j}(f) \right| e^{i\phi_{z_i z_j}(f)} \quad (3.3.2)$$

En (3.3.2) $\left| \gamma_{z_i z_j}(f) \right|$ se conoce como función de coherencia y $\phi_{z_i z_j}(f)$ es el espectro de fase. Si se dispone de registros de aceleración el espectro de coherencia se estima con la expresión:

$$\hat{\gamma}_{z_i z_j}(f) = \frac{\hat{S}_{z_i z_j}(f)}{\sqrt{\hat{S}_{z_i z_i}(f) \hat{S}_{z_j z_j}(f)}} \quad (3.3.3)$$

donde $\hat{S}_{z_i z_j}(f)$ es el estimador suavizado de la densidad espectral cruzada:

$$\hat{S}_{z_i z_j}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(g) S_{z_i z_j}(f-g) dg \quad (3.3.4)$$

y $W(f)$ es la ventana espectral. En (3.3.3) $\hat{S}_{z_i z_i}(f)$, $\hat{S}_{z_j z_j}(f)$ son los estimadores suavizados de las densidades espectrales de las aceleraciones correspondientes.

En la estimación de espectros de coherencia con base en registros, el ancho de banda de la ventana espectral, b , determina la suavidad y resolución de las curvas estimadas. El ancho de la ventana espectral se puede definir mediante el concepto de ancho equivalente (Jenkins y Watts, 1968):

$$b = \left[\int_x w^2(\tau) d\tau \right]^{-1} \quad (3.3.5)$$

donde $w(\tau)$ conocida como *ventana de tiempo* es la transformada de Fourier inversa de la ventana espectral $W(f)$. Existen varios tipos de ventanas espectrales. La ventana tipo Hamming se define de la siguiente manera:

$$w_H(\tau) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{\pi(\tau-d)}{M}\right), & |\tau-d| \leq M \\ 0, & |\tau-d| > M \end{cases} \quad (3.3.6)$$

y su correspondiente ventana espectral tiene un ancho equivalente $b = 1.26 / M$. En (3.3.6) d es el valor de τ para el cual la función de correlación cruzada entre los registros $z_i(t)$ y $z_j(t)$ tiene su valor máximo y M es un parámetro que controla el grado de suavizado de la ventana.

La varianza del estimador de la función de coherencia, $\left| \hat{\gamma}_{z_i z_j}(f) \right|$ depende de: (1) el tipo y ancho de la ventana espectral usada, (2) la función de coherencia real, $\left| \gamma_{z_i z_j}(f) \right|$; y (3) la duración de los registros. En Jenkins y Watts (1968) se demuestra que $\tanh^{-1}\left(\left| \hat{\gamma}_{z_i z_j}(f) \right| \right)$ es una variable aleatoria con una distribución aproximadamente normal y varianza constante e igual a:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2bT} \quad (3.3.7)$$

donde T es la duración de los registros y b es el ancho equivalente de la ventana espectral. Se puede demostrar que el intervalo de confianza de 95% de la función

de coherencia promedio es $\left[|\hat{\gamma}| - \frac{1.96 \lambda}{\sqrt{2 b T}}, |\hat{\gamma}| + \frac{1.96 \lambda}{\sqrt{2 b T}} \right]$, donde λ es un parámetro

que depende de la correlación entre las estimaciones que se obtienen usando los pares de registros que participan en el promedio. En el caso de correlación perfecta, la varianza de la función de coherencia promedio es la misma que la de las coherencias individuales entre los pares de registro, $\frac{1}{2 b T}$, y se obtienen los límites superior máximo e inferior mínimo del intervalo de confianza.

Considerando que el ángulo de desfase entre los componentes radial y transversal es idealmente nulo y tomando un ancho de ventana espectral $b = 0.2 \text{ Hz}$, se calculó los espectros de coherencia entre componentes horizontales usando los registros del sismo del 09 de octubre de 1995. En la Figura 3.6 se muestra la función de coherencia promedio obtenida con dichos espectros en suelo blando, así como los límites superior e inferior del intervalo de confianza de 95% considerando correlación perfecta entre las estimaciones. El eje de abscisas se muestra a partir de $b = 0.2 \text{ Hz}$ y los resultados se consideran válidos hasta 0.8 Hz ya que para frecuencias más altas la estimación del espectro de coherencia no es confiable debido a la poca potencia de la función de densidad espectral (Santa Cruz, 2000). En la gráfica se observa que las ordenadas de la función de coherencia promedio toman valores que pueden considerarse constantes y aproximadamente iguales a 0.3 , con un límite superior de 0.5 .

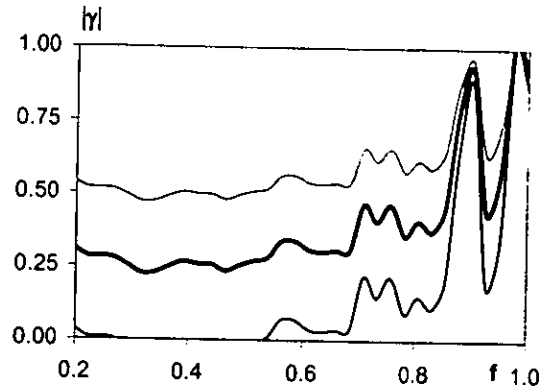


Figura 3.6 Espectro de coherencia promedio; suelo blando

En la Figura 3.7 se muestra la función de coherencia promedio obtenida para suelo firme, así como los límites superior e inferior del intervalo de confianza de 95%. Los valores de coherencia entre los componentes radial y transversal son bajos y se encuentran en el intervalo de $[0.25, 0.40]$, con un valor promedio de 0.3 y un límite superior entre 0.5 y 0.6 .

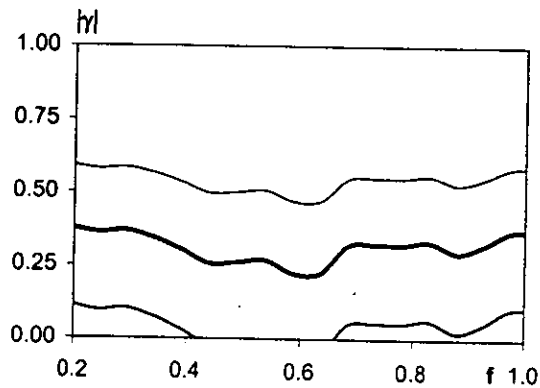


Figura 3.7 Espectro de coherencia promedio; suelo firme

Se concluye que para efectos del análisis estructural, la función de coherencia en ambos tipos de suelo se puede modelar como una función constante de la frecuencia. En este estudio se consideran valores para $|\hat{\gamma}|$ iguales a 0.3 , 0.4 y 0.5 .

Capítulo 4

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se calcula el cociente de desviaciones estándar de las fuerzas cortantes (2.38) en ejes de la planta en la dirección principal considerando sistemas estructurales con un coeficiente de amortiguamiento del 5% para cada uno de los modos de vibración. Se analiza como primer caso sistemas con igual asimetría en las dos direcciones principales de análisis, considerando excentricidades nominales iguales a $a/10$, $a/8$, $a/6$ y $a/4$. En el segundo caso se analiza sistemas con diferente asimetría en ambas direcciones; el valor de la excentricidad en la dirección transversal se considera constante e igual a $a/6$ mientras que en la dirección principal las excentricidades son iguales a $a/10$, $a/8$, $a/6$ y $a/4$.

Se analiza estructuras con relación de frecuencias desacopladas de rotación y traslación en la dirección principal $\Omega = 0.7, 0.9, 1.2$ y 1.4 , con planta rectangular ($r = 0.5$) o cuadrada ($r = 1.0$), desplantadas en suelos blando o firme en la Ciudad de México. Un valor elevado de Ω para un edificio implica que éste es torsionalmente rígido con elementos resistentes cercanos al perímetro de la planta del edificio. Por otro lado, un valor pequeño de Ω indica que el edificio es torsionalmente flexible con un núcleo central rígido y un perímetro flexible. Comúnmente se considera como límite entre estructuras torsionalmente flexibles y rígidas cuando éstas tienen un valor de Ω igual a 1.0 . Para la mayoría de edificios el intervalo varía entre $[0.8, 1.5]$ (De la Llera y Chopra, 1995). Las funciones de densidad espectral para cada componente horizontal de excitación se toman como las densidades espectrales promedio obtenidas de los registros del sismo del 09 de octubre de 1995. Se considera que los componentes radial y transversal de la excitación coinciden con las direcciones principal y transversal del sistema

estructural (ejes Y y X , respectivamente). Para ambos tipos de suelo, las funciones de densidad espectral cruzada de los componentes horizontales fueron calculadas considerando valores de coherencia promedio, $|\hat{\gamma}|$, iguales a 0.3, 0.4 y 0.5.

4.1 Sistemas de igual asimetría

Las gráficas que se presenta a continuación muestran en el eje de ordenadas la relación entre las desviaciones estándar de las fuerzas cortantes, σ_V/σ_{V_Y} , y en el eje de abscisas el período de traslación desacoplado en la dirección principal de análisis Y , T_Y . Las Figuras 4.1 y 4.2 muestran la variación de la respuesta en el borde rígido y el flexible, de sistemas torsionalmente flexibles y rígidos cimentados en suelo blando, para diferentes períodos de traslación desacoplados en la dirección transversal, T_x . Se consideran sistemas con una relación de aspecto igual a 0.5. En general, la respuesta debida a los efectos de bidireccionalidad es más importante en el borde rígido que en el flexible. Resultados similares se obtienen para otros valores de relación de frecuencias desacopladas de rotación y traslación, Ω , y diferentes excentricidades nominales normalizadas, α_x y α_y , cimentados en suelo blando o firme. En aquellos períodos donde los efectos de bidireccionalidad son importantes, el incremento de respuesta en el borde rígido es hasta cuatro veces el correspondiente al borde flexible. A continuación sólo se calcula la relación de desviaciones estándar de las fuerzas cortantes para el borde rígido por ser esta respuesta la más desfavorable.

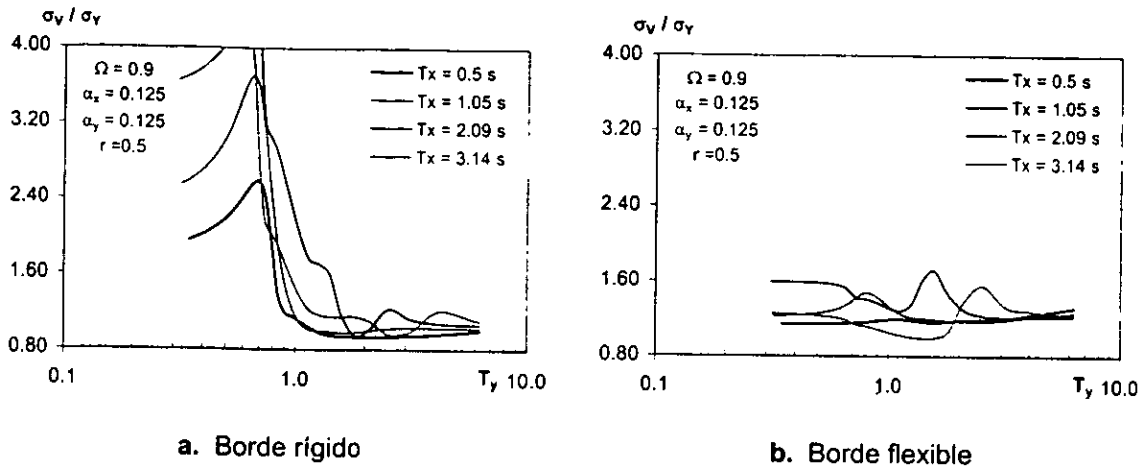


Figura 4.1 Sistema torsionalmente flexible; suelo blando

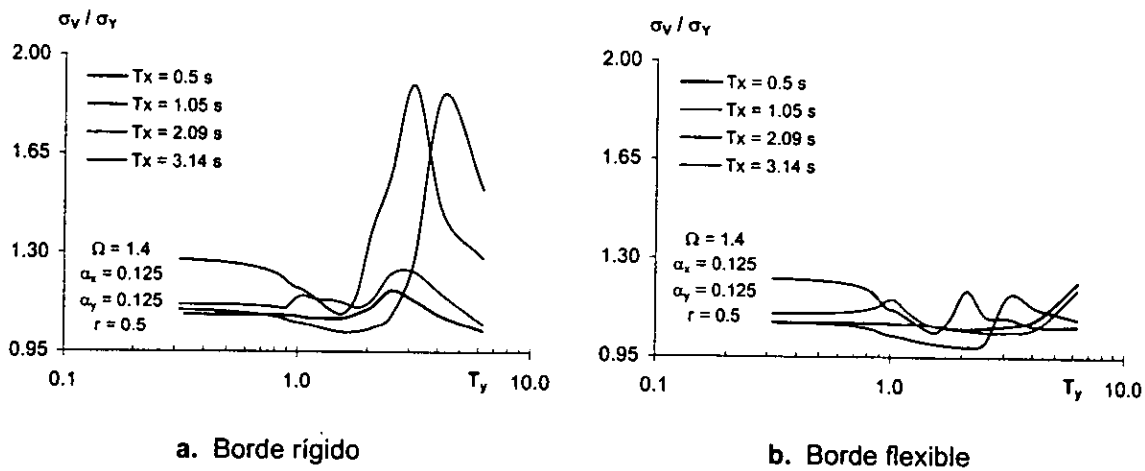


Figura 4.2 Sistema torsionalmente rígido; suelo blando

La Tabla 3.4 muestra que para suelo firme la relación de varianzas entre los componentes horizontales de excitación, $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2$, varía en el intervalo de $[0.7, 1.5]$. Por otro lado, las ecuaciones (A2.5) y (A2.6), del Apéndice 2, indican que el cociente de desviaciones estándar de las fuerzas cortantes se incrementa a medida que disminuye la relación de varianzas $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2$. La Figura 4.3 muestra la respuesta de sistemas torsionalmente flexibles para relaciones de varianzas iguales a 0.7, 1.0 y 1.5. En efecto, se observa que: (1) El incremento de la relación de varianzas no modifica la forma de la respuesta sino las amplitudes de la misma; y (2) los incrementos máximos de respuesta se producen cuando la relación de varianzas es igual a 0.7, es decir cuando la varianza del componente

de excitación en la dirección transversal es mayor que la correspondiente a la de la dirección de análisis.

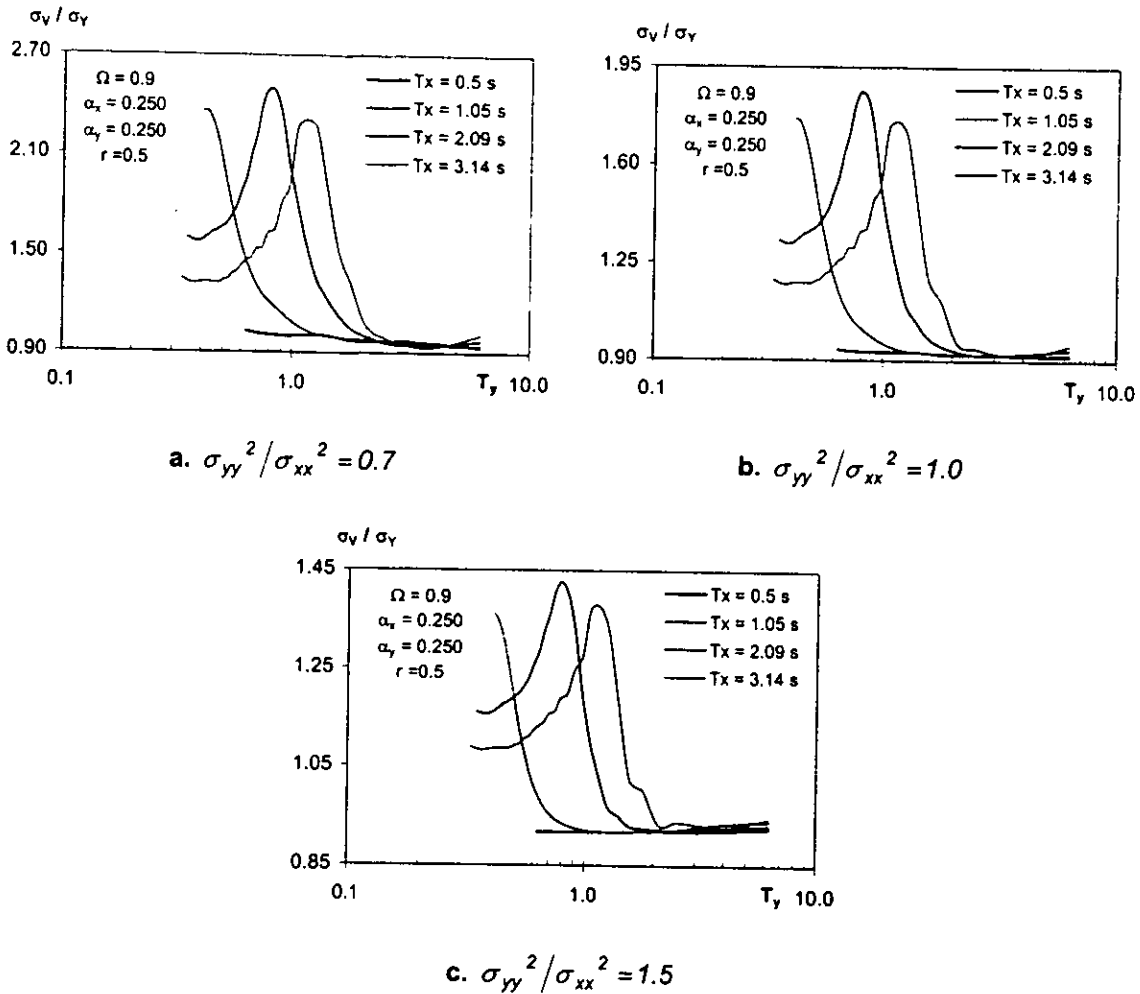


Figura 4.3 Relación de varianzas entre componentes horizontales; sistema torsionalmente flexible sobre suelo firme

La Figura 4.4 muestra el caso de estructuras torsionalmente rígidas. Nuevamente se observa que las mayores respuestas se presentan cuando la relación entre la varianza del componente de excitación en la dirección de análisis y la correspondiente a la dirección transversal es menor, es decir, cuando las aceleraciones en la dirección transversal tienen una potencia mayor que aquellas en la dirección principal. A medida que la varianza en la dirección principal, σ_y , es mucho menor que la varianza en la dirección transversal, σ_x , y la relación entre

éstas tiende a cero, el error en el cálculo de la respuesta se incrementa. En el caso extremo en el que no existiera excitación en la dirección principal, la varianza de la fuerza cortante calculada con base en esta componente sería nula y el error en el cálculo de la respuesta sin considerar la bidireccionalidad sería importante. A partir de estos resultados, los efectos debidos a la combinación de componentes horizontales de excitación para estructuras cimentadas en suelo firme se calcularán para el caso más desfavorable, es decir para una relación de varianzas entre componentes horizontales de excitación, $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2$, igual a 0.7. En suelo blando se considerará, de acuerdo con la Tabla 3.4, que dicha relación es igual a 1.0.

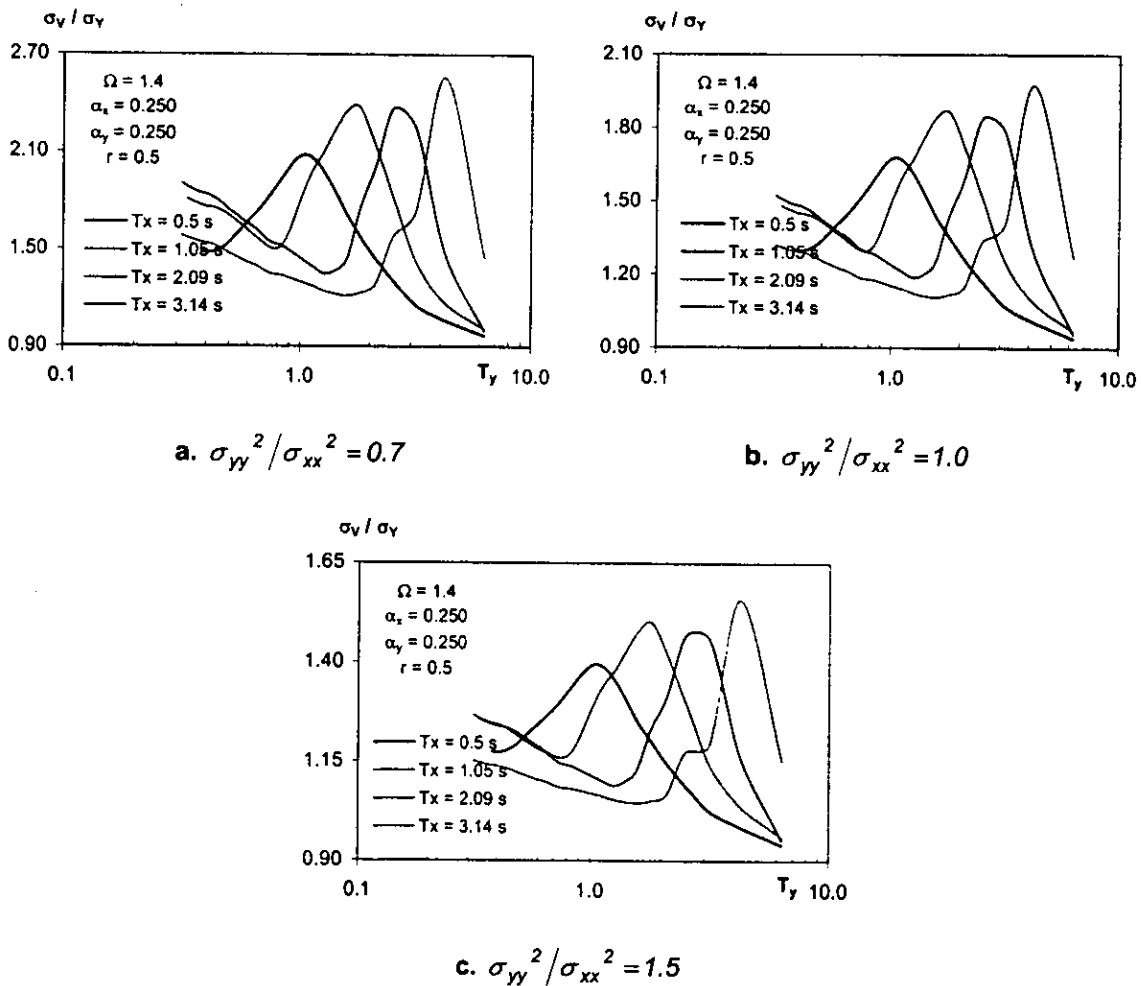


Figura 4.4 Relación de varianzas entre componentes horizontales; sistema torsionalmente rígido sobre suelo firme

Las Figuras 4.5 y 4.6 muestran la variación de la respuesta en función de la coherencia entre componentes horizontales para sistemas torsionalmente flexibles ($\Omega = 0.7$) y rígidos ($\Omega = 1.2$) considerando un período de traslación desacoplado en la dirección transversal igual a 2.0 s. Se puede observar que la coherencia entre los componentes horizontales de excitación tiene poca influencia en los efectos de bidireccionalidad para los dos tipos de suelo. Resultados similares se obtienen para diversos períodos en la dirección transversal para sistemas torsionalmente flexibles o rígidos, con diferentes excentricidades nominales. Con base en éstos, el efecto de la bidireccionalidad se evaluó considerando un valor de coherencia promedio entre los componentes radial y transversal igual a 0.4.

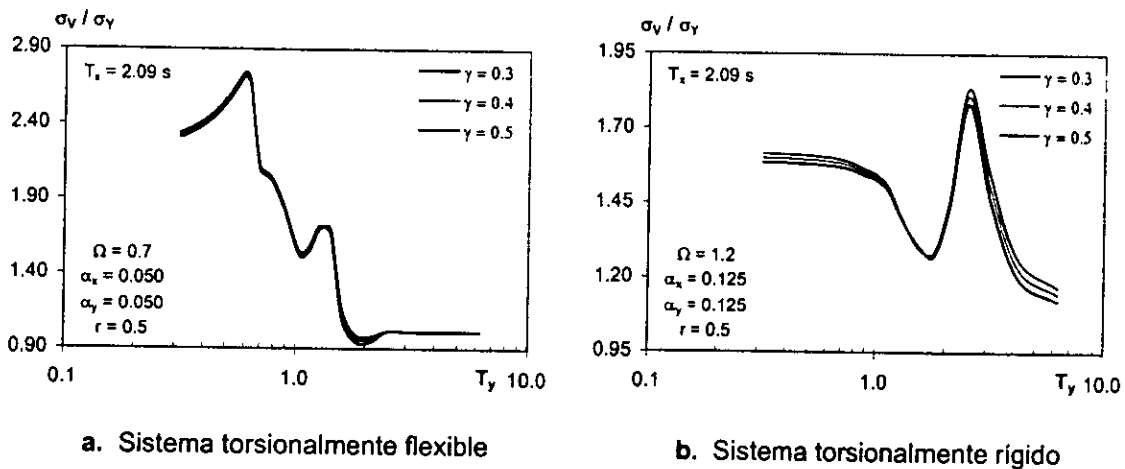


Figura 4.5 Efectos de la coherencia; suelo blando

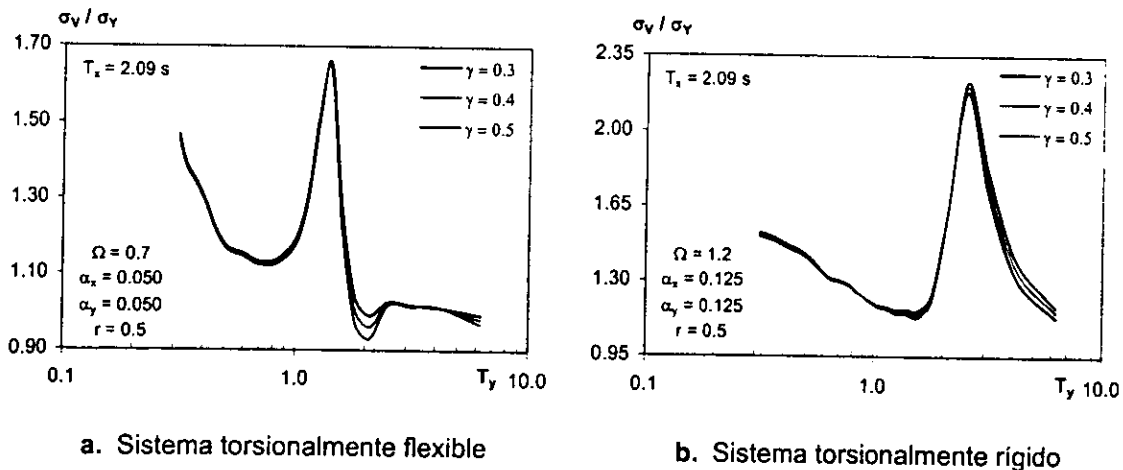


Figura 4.6 Efectos de la coherencia; suelo firme

Efectos de la rigidez torsional

Las Figuras 4.7 y 4.8 muestran la variación de la respuesta en función de las traslaciones desacopladas en las direcciones X y Y, para estructuras cimentadas en suelo blando y firme. Se presenta el caso de sistemas torsionalmente flexibles y rígidos, respectivamente. Se observa que las estructuras torsionalmente flexibles presentan respuestas máximas para sistemas más rígidos a traslación con períodos desacoplados menores a 1.5 s en la dirección principal de análisis; estas respuestas pueden llegar a tomar valores mayores al doble de lo que se obtiene si se considera una sola componente horizontal. La relación entre las desviaciones estándar obtenida en suelo blando para un mismo período es siempre mayor que la obtenida en suelo firme; así, en el caso de estructuras torsionalmente flexibles el efecto de bidireccionalidad es más importante si el sistema está cimentado en suelo blando que en suelo firme.

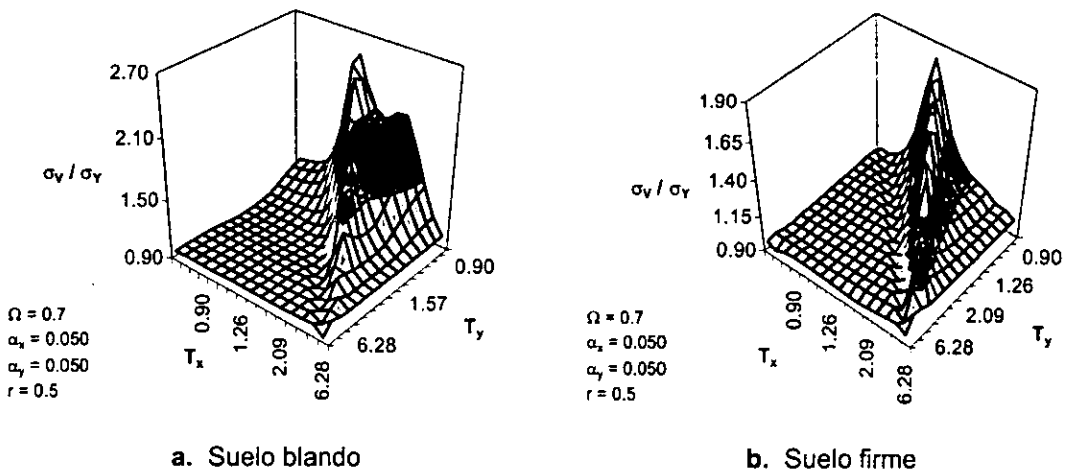


Figura 4.7 Sistema torsionalmente flexible

Las estructuras torsionalmente rígidas, con períodos de traslación desacoplados menores que 1.5 s son poco sensibles a los efectos de bidireccionalidad; los incrementos en la respuesta son del orden del 20%. Para períodos largos se observa que la relación entre las desviaciones estándar puede sufrir incrementos cercanos al 60%. Los incrementos máximos de respuesta se presentan cuando

los periodos desacoplados de traslación en ambas direcciones de análisis son aproximadamente iguales entre sí.

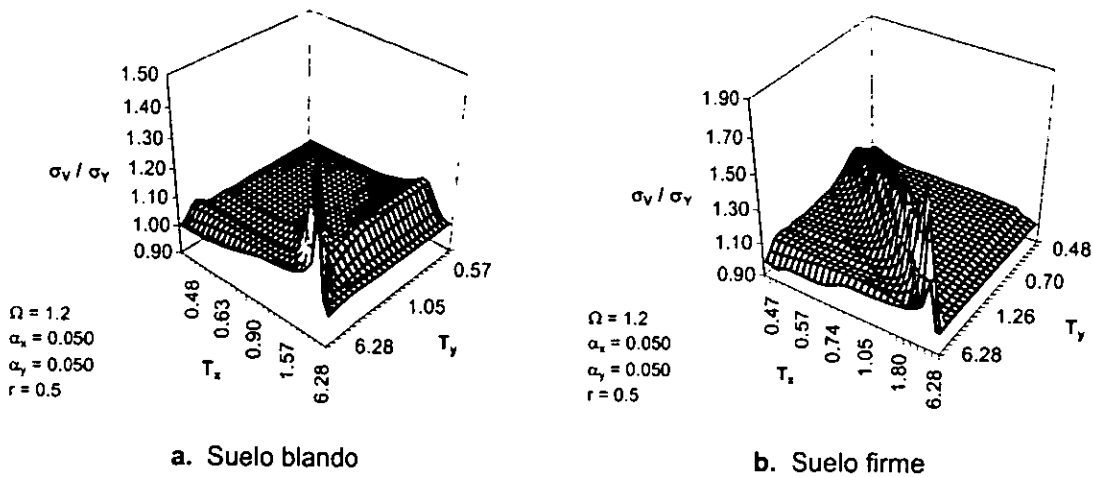


Figura 4.8 Sistema torsionalmente rígido

Es importante observar que contrariamente a lo que sucede en las estructuras torsionalmente flexibles, en este caso el efecto de bidireccionalidad en la respuesta obtenida en suelo firme es siempre mayor que la obtenida en suelo blando para un mismo período de traslación desacoplado. Esto se debe a que la relación de varianzas entre los componentes horizontales de excitación, $\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2$, es menor en suelo firme que en suelo blando. En el caso de sistemas torsionalmente flexibles, la respuesta es mayor en suelo blando debido a que el efecto de la rigidez torsional es más importante que el de la relación de varianzas entre las componentes horizontales de excitación como se muestra en la Tabla 4.1 donde se presenta los incrementos máximos de respuesta para ambos tipos de suelo.

		$\sigma_{yy}^2 / \sigma_{xx}^2$		
		Suelo blando	Suelo firme	
		1.0	0.7	1.0
σ_y / σ_x	$\Omega = 0.7$	2.703	1.837	1.513
	$\Omega = 0.9$	1.411	1.252	1.134

Tabla 4.1 Respuestas máximas; sistemas torsionalmente flexibles

La Figura 4.9 muestra la variación de la respuesta versus el período desacoplado en la dirección de análisis, T_y , en función de los períodos de traslación desacoplados en la dirección transversal, T_x , para suelo blando. Se presenta el caso de estructuras torsionalmente flexibles ($\Omega = 0.7$) y rígidas ($\Omega = 1.2$), con una excentricidad nominal normalizada igual a 0.050. El efecto de bidireccionalidad es diferente en sistemas torsionalmente flexibles y rígidos. Para el caso de estructuras torsionalmente flexibles, los sistemas con período corto, digamos T_y menor que 1.5, son más sensibles al efecto de la bidireccionalidad. Se presentan incrementos máximos de respuesta para períodos de traslación desacoplados aproximadamente iguales al período fundamental del suelo. Las estructuras torsionalmente rígidas son poco sensibles a estos efectos para períodos de traslación desacoplados en la dirección de análisis menores que 1.5 s, pudiéndose obtener incrementos máximos del orden del 20%. Los mayores incrementos de respuesta debidos a los efectos de bidireccionalidad se presentan para sistemas más flexibles a traslación ($T_y > 1.5$ s), observándose valores del orden de 45%.

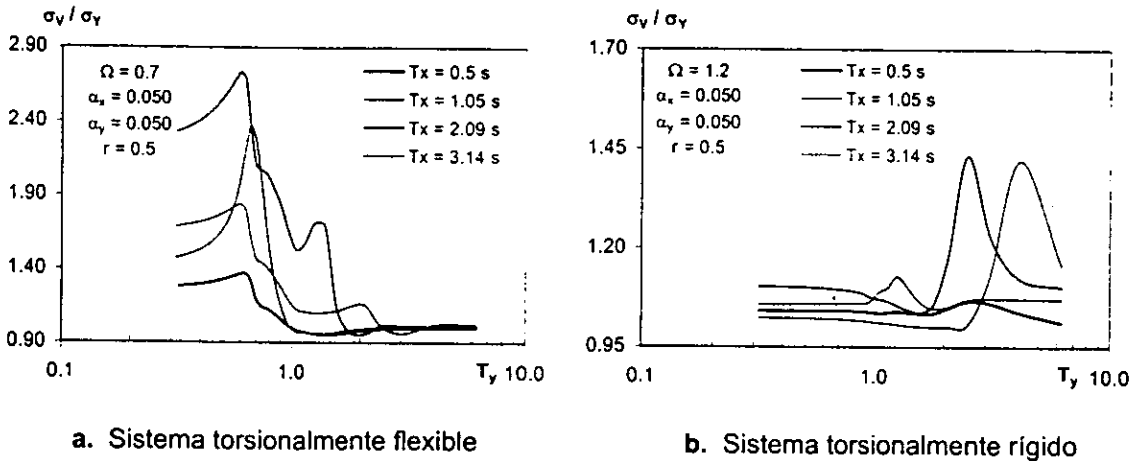


Figura 4.9 Efectos de la rigidez torsional; suelo blando

La Figura 4.10 muestra resultados para el caso de suelo firme. Los sistemas torsionalmente flexibles muestran un decremento progresivo en la respuesta a medida que aumenta el período desacoplado en la dirección transversal, T_x ; por el contrario, en el caso de sistemas torsionalmente rígidos la respuesta se incrementa en la medida en que aumenta dicho período. Se concluye que para sistemas torsionalmente flexibles el efecto de la combinación de las componentes horizontales de excitación es importante si el sistema es más rígido en traslación en sus direcciones principales, mientras que para sistemas torsionalmente rígidos el incremento de respuesta debido a la bidireccionalidad es mayor para estructuras más flexibles en traslación. En general, los efectos más importantes por componentes horizontales se observan para el caso de sistemas torsionalmente flexibles.

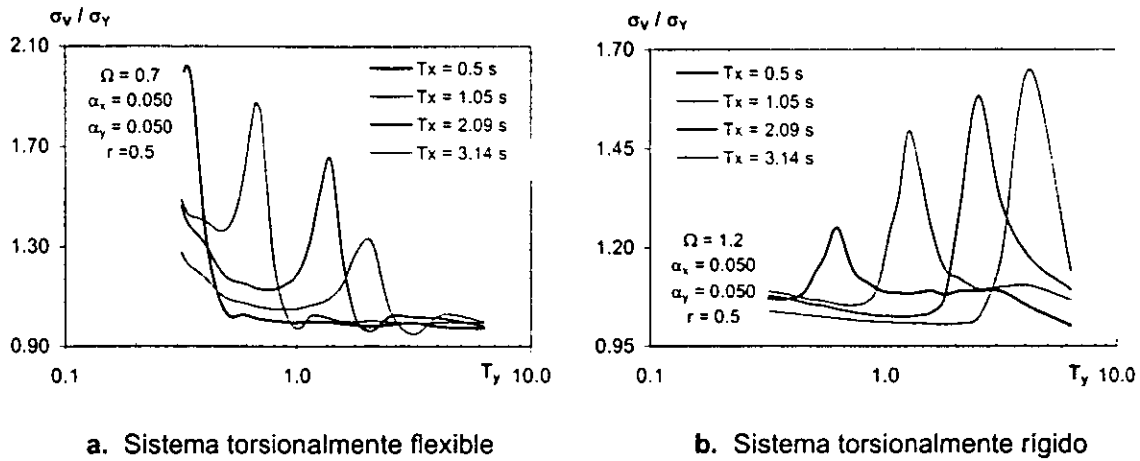


Figura 4.10 Efectos de la rigidez torsional; suelo firme

Efectos de la asimetría

Las Figuras 4.11 y 4.12 muestran resultados para diferentes valores de excentricidad nominal normalizada, considerando un período de traslación desacoplado en la dirección transversal igual a 2.0 s, en estructuras de base rectangular cimentadas en suelo blando y firme, respectivamente. En general se observa que los efectos de bidireccionalidad disminuyen a medida que disminuye la excentricidad nominal normalizada. En el caso extremo de sistemas nominalmente simétricos no existiría acoplamiento entre la traslación y el giro del sistema y el efecto de las componentes horizontales de excitación no habría de intervenir en cada dirección de análisis para efectos de la respuesta de interés en este trabajo. Sin embargo, se sabe que debido a otras fuentes tales como la incertidumbre en la rigidez lateral y en la distribución de masa, incluso los sistemas nominalmente simétricos presentan excentricidades que generan acoplamiento.

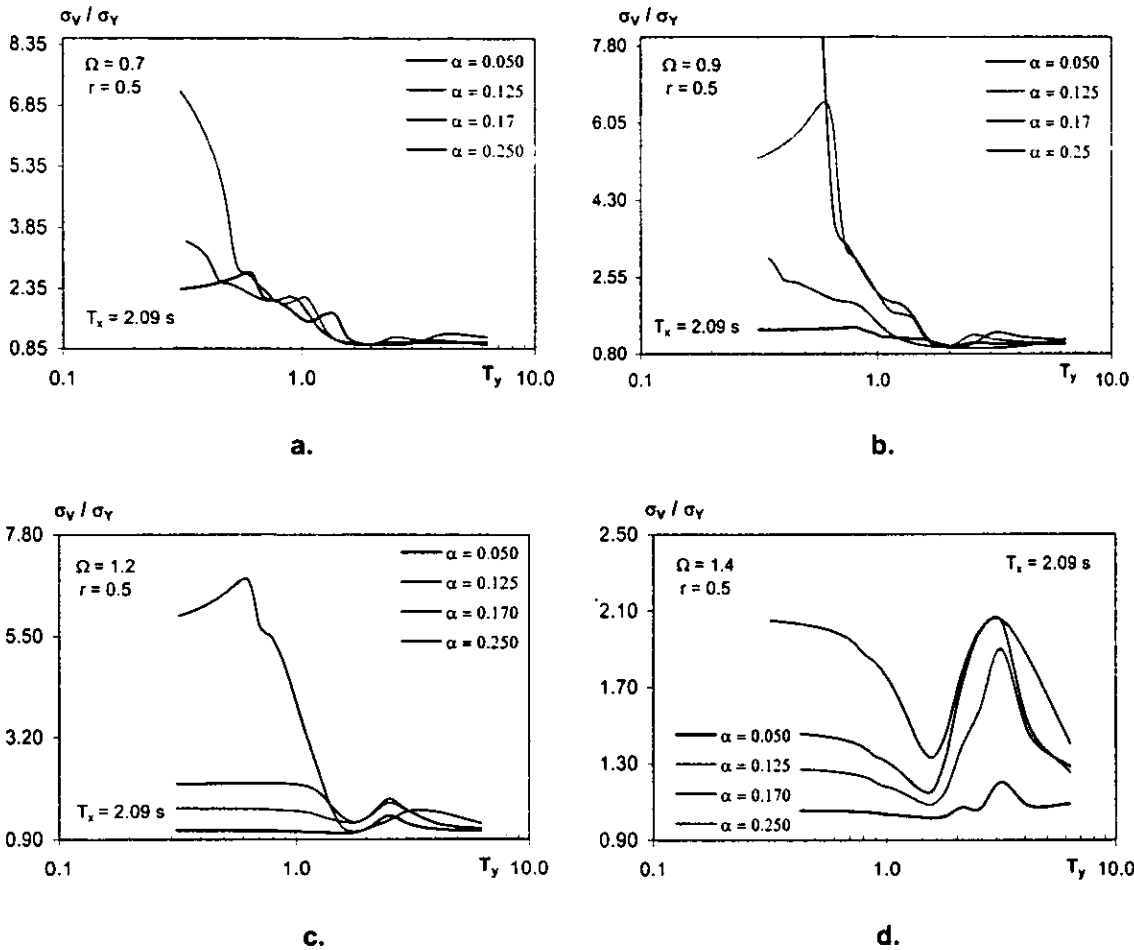


Figura 4.11 Efectos de la asimetría; suelo blando

En el caso de sistemas con un alto grado de asimetría nominal se puede presentar incrementos importantes en la respuesta producto de la contribución de ambas componentes horizontales de excitación. Por ejemplo, para sistemas torsionalmente rígidos ($\Omega = 1.4$) estos incrementos pueden llegar a ser mayores al 100%. Para diferentes valores de período de traslación desacoplado en la dirección transversal se obtuvo resultados similares.

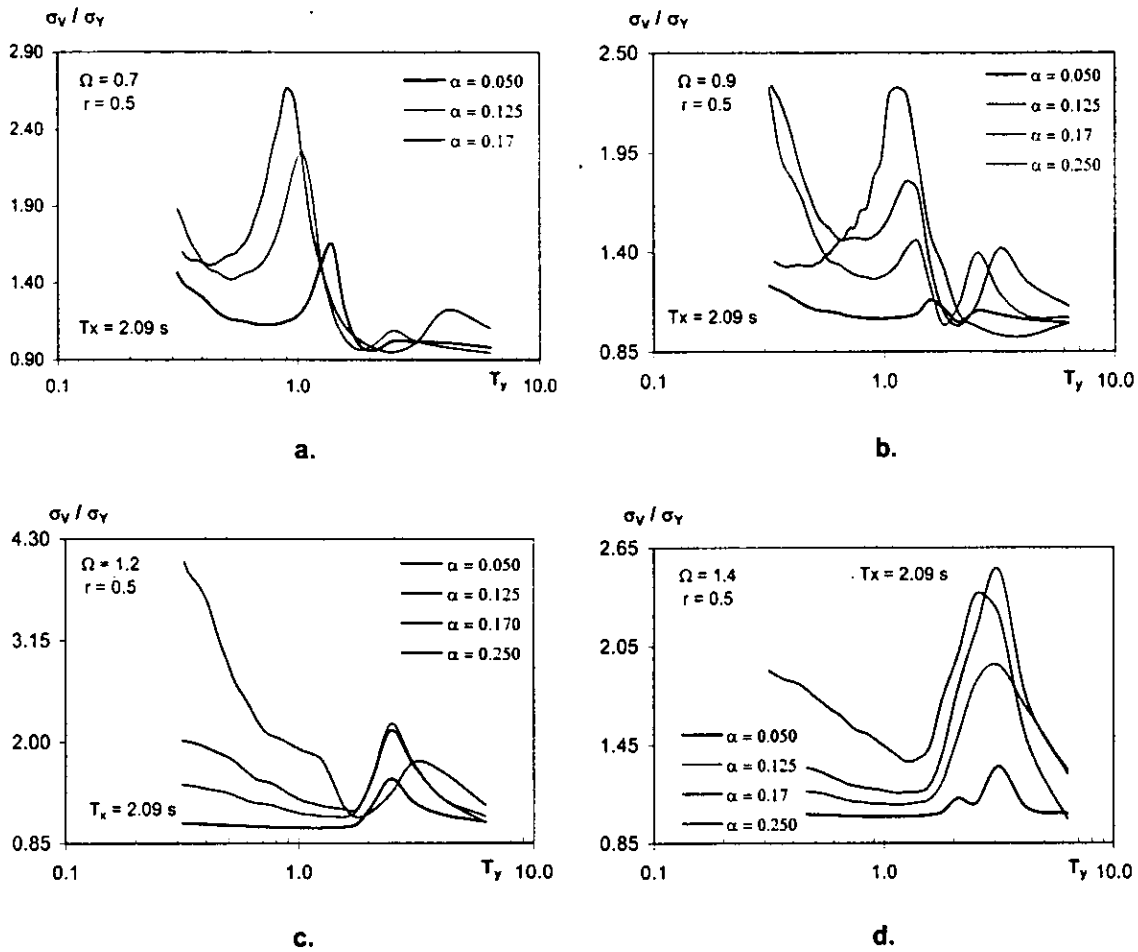


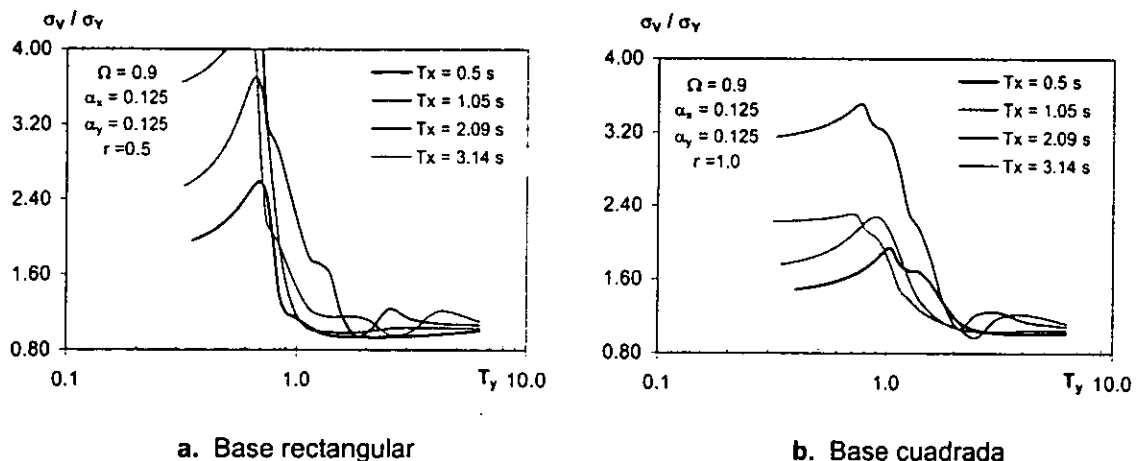
Figura 4.12 Efectos de la asimetría; suelo firme

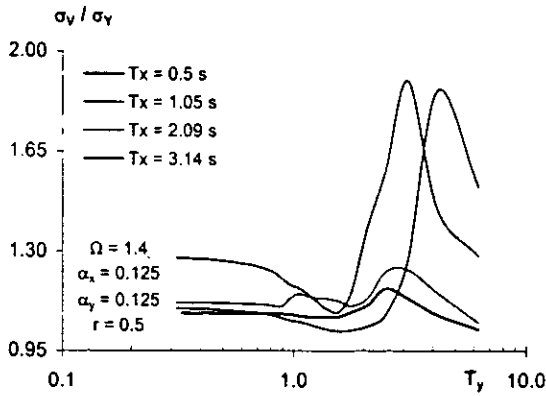
Es interesante observar que dependiendo de la relación de frecuencias desacopladas, existen valores de excentricidad nominal para los cuales los efectos de bidireccionalidad son críticos, por ejemplo cuando $\Omega = 1.2$ y $\alpha = 0.250$. En la medida que la relación de frecuencias de rotación y traslación, Ω , aumenta, estos incrementos críticos se obtienen para valores cada vez mayores de excentricidad nominal. Dado que se está analizando sistemas para los cuales la frecuencia desacoplada de traslación en la dirección transversal prácticamente coincide con la frecuencia fundamental del suelo analizado, se presentan efectos de resonancia que generan los incrementos de respuesta observados.

Efectos de la relación de aspecto

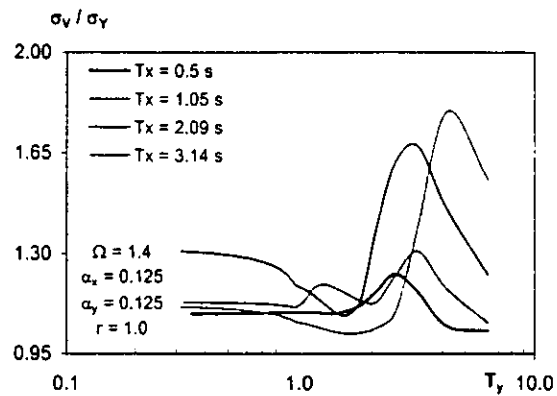
La Figura 4.13 muestra el caso de estructuras torsionalmente flexibles y rígidas, con base rectangular y cuadrada, desplantadas en suelo blando. Ambas plantas tienen la misma dimensión b en la dirección principal, lo que implica que la dimensión en la dirección transversal es igual a a para el caso de plantas cuadradas e igual a $2a$ para plantas rectangulares.

En el caso de estructuras flexibles en torsión y traslación con períodos mayores de 2 s, la relación de aspecto no es un parámetro importante ya que estos sistemas son poco sensibles a la bidireccionalidad. El efecto de la relación de aspecto empieza a ser más significativo para períodos menores que 2 s. En estructuras rígidas en traslación, con períodos menores que 1 s y planta rectangular, los incrementos de respuesta por bidireccionalidad son mayores que en el caso de planta cuadrada. En el caso de estructuras torsionalmente rígidas las diferencias entre sistemas con plantas rectangulares y cuadradas son del orden del 10% y por lo tanto se puede considerar que no son significativas.





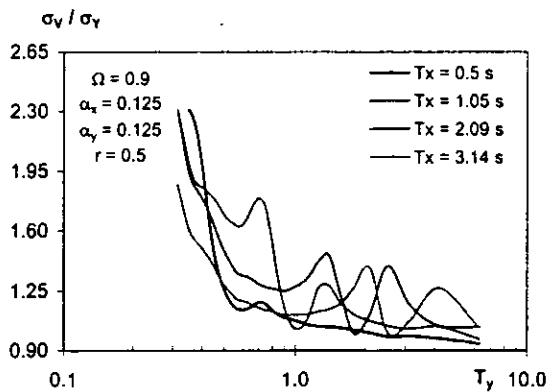
c. Base rectangular



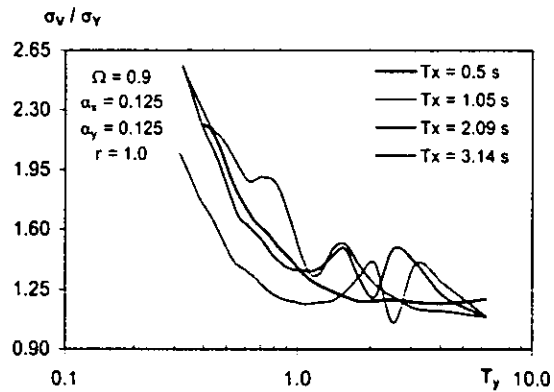
d. Base cuadrada

Figura 4.13 Efectos de la relación de aspecto; suelo blando

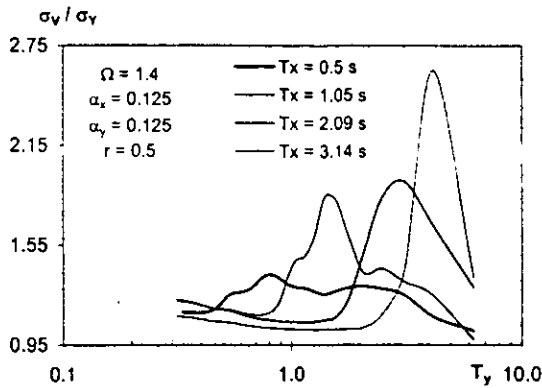
La Figura 4.14 muestra el caso de estructuras desplantadas en suelo firme. La respuesta de los sistemas torsionalmente flexibles con base cuadrada es por lo general mayor que aquellas con base rectangular. Para períodos de traslación cortos, digamos menores que 0.5 s, se presentan incrementos de respuesta mayores al 100%, independientemente del tipo de base de la estructura. En sistemas torsionalmente rígidos la relación de aspecto no influye de manera significativa en la respuesta en la mayoría de los casos. Sin embargo, para estructuras muy flexibles en traslación en ambas direcciones, los sistemas con plantas rectangulares pueden tener respuestas mayores que los de plantas cuadradas en un orden del 25%.



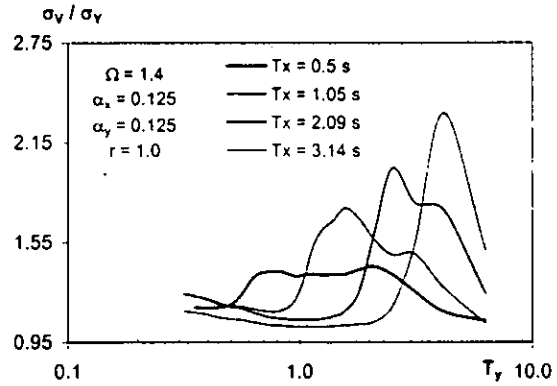
a. Base rectangular



b. Base cuadrada



c. Base rectangular



d. Base cuadrada

Figura 4.14 Efectos de la relación de aspecto; suelo firme

4.2 Sistemas con diferente asimetría

A continuación se muestran los resultados de los análisis de respuesta de sistemas con excentricidad nominal igual a $a/6$ en la dirección transversal y con diferentes valores de excentricidad nominal en la dirección principal. Las Figuras 4.15 y 4.16 corresponden a estructuras torsionalmente flexibles y rígidas, cimentadas en suelo blando y firme, considerando un período de traslación desacoplado en la dirección transversal igual a 2.0 s. En general, los efectos debidos a la combinación de las componentes horizontales de excitación aumentan a medida que aumenta la excentricidad nominal en la dirección principal de análisis. Comparando estos resultados con los obtenidos para sistemas de igual asimetría se observa que el incremento de respuesta por efectos de la bidireccionalidad es mayor cuando aumenta la excentricidad nominal en las dos direcciones que cuando se incrementa la asimetría en una sola dirección. Por ejemplo, para estructuras torsionalmente flexibles en suelo blando, el incremento de respuesta por bidireccionalidad en el caso de sistemas con igual asimetría puede llegar al orden del 70%, mientras que en sistemas con diferente asimetría es del orden del 40%.

Cuando la excentricidad en la dirección principal tiende a ser nula, la relación de desviaciones estándar de la respuesta tiende a la unidad ya que el desplazamiento en la dirección transversal se desacopla. Sin embargo, esta tendencia no es uniforme con el periodo de traslación en la dirección principal. Por ejemplo, para estructuras rígidas en torsión, cimentadas en suelo blando y con una excentricidad nominal en la dirección principal igual a 0.050, los máximos incrementos de respuesta pueden llegar a ser del orden del 40%; mientras que en el caso de suelo firme éstos son del orden de 60%.

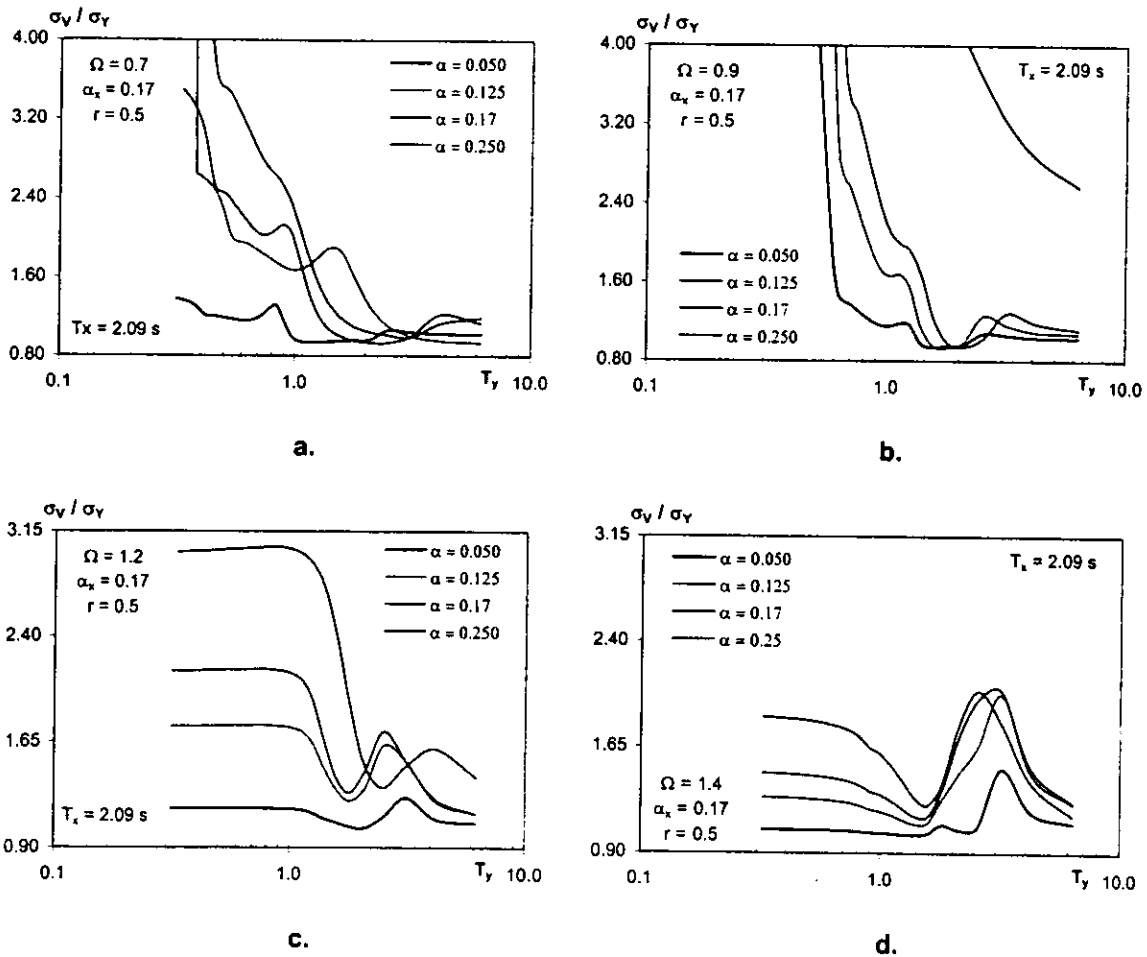


Figura 4.15 Efectos de la asimetría; suelo blando

En sistemas torsionalmente flexibles con $\Omega = 0.9$, el incremento de respuesta por bidireccionalidad es significativamente alto en suelo blando, incluso para excentricidades nominales del 5%, si el sistema es rígido en traslación, digamos

$T_y < 1$ s. En dicho intervalo del período de traslación, la desviación estándar de la fuerza cortante cuando sólo se aplica excitación en la dirección principal es muy pequeña comparada con la obtenida cuando se considera excitación en las dos direcciones de análisis; esto se debe a que la contribución de la aceleración transversal es mucho mayor que la correspondiente a la principal. Se debe tener en cuenta además que los resultados corresponden a un período de traslación desacoplado transversal aproximadamente igual al período fundamental del suelo.

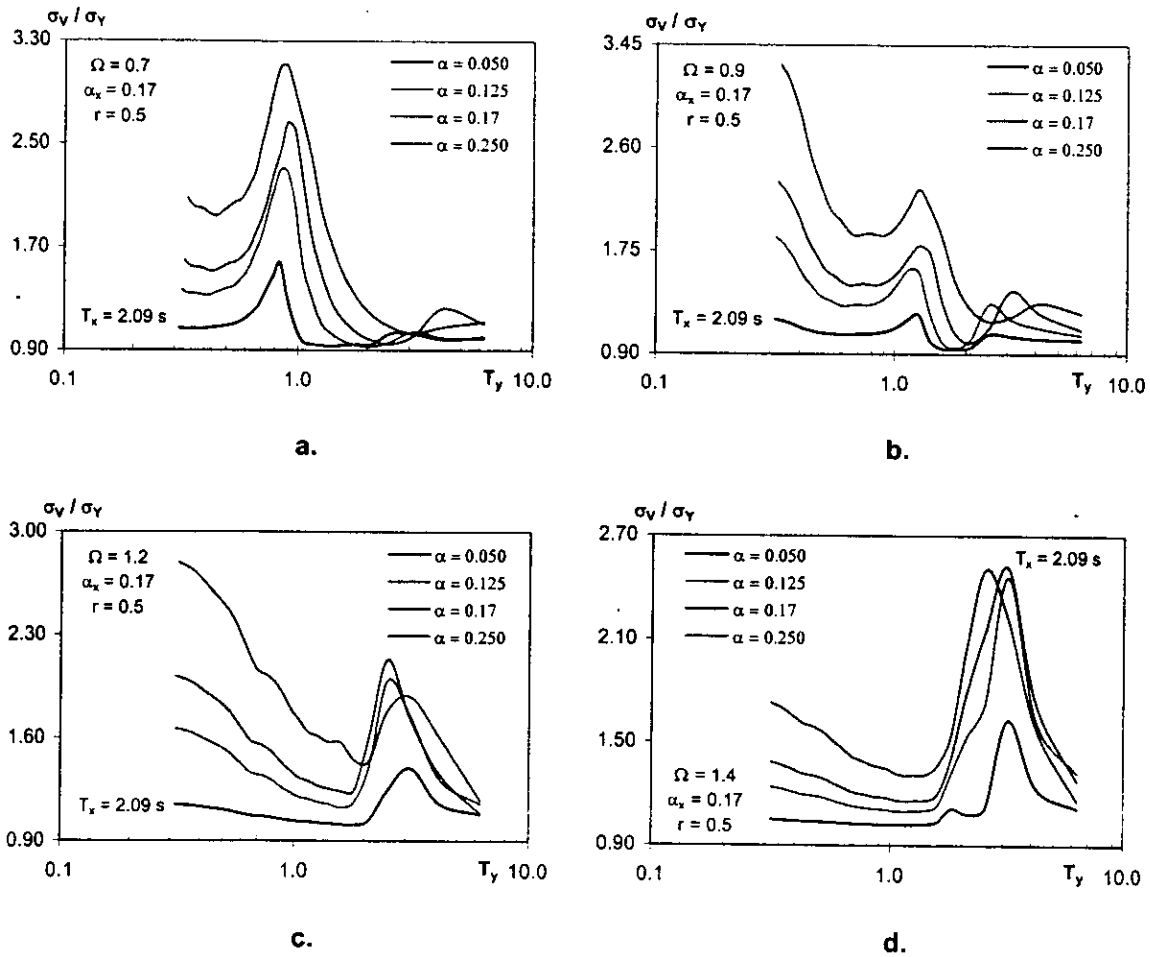


Figura 4.16 Efectos de la asimetría; suelo firme

Los resultados de estos análisis muestran cómo algunas características estructurales del sistema pueden variar de manera significativa la respuesta debida a los efectos de bidireccionalidad. En particular, es importante considerar la relación de rigideces a la rotación y traslación, Ω , las excentricidades nominales

normalizadas, α_x y α_y , así como el tipo de terreno en el que la estructura se encuentra cimentada. De acuerdo a estos parámetros se debe determinar adecuadamente el aporte del componente transversal de la excitación sísmica en el análisis de la respuesta estructural del sistema.

4.3 Comparación de los resultados obtenidos con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Distrito Federal (NTC-DDF, 1995)

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Distrito Federal (NTC-DF, 1995) especifican que los efectos de ambos componentes horizontales del movimiento del terreno sean considerados tomando el 100% de los efectos del componente principal y el 30% de los efectos del componente en la dirección transversal al análisis. Sin embargo, en este estudio se ha mostrado que los efectos de bidireccionalidad en la respuesta pueden variar significativamente dependiendo de las propiedades de rigidez y geometría de la estructura, así como de las características de los suelos en las que se encuentran cimentadas. En los resultados se observó incrementos máximos de respuesta importantes para las dos condiciones de suelo consideradas.

Para propósitos de comparación con las especificaciones del código de diseño sísmico se evaluó el cociente entre la desviación estándar de la fuerza cortante obtenida según las normas técnicas y la correspondiente al análisis dinámico según el procedimiento desarrollado en el Capítulo 2 de esta tesis. Para evaluar la desviación de la fuerza cortante según el reglamento en cada tipo de suelo se consideraron los mismos modelos de excitación aleatoria que se utilizaron en esta tesis para el estudio de efectos de bidireccionalidad (Capítulo 3). Las Figuras 4.17 y 4.18 muestran dicho cociente calculado con base en el valor máximo de las dos combinaciones entre componentes ortogonales sugeridas por el reglamento:

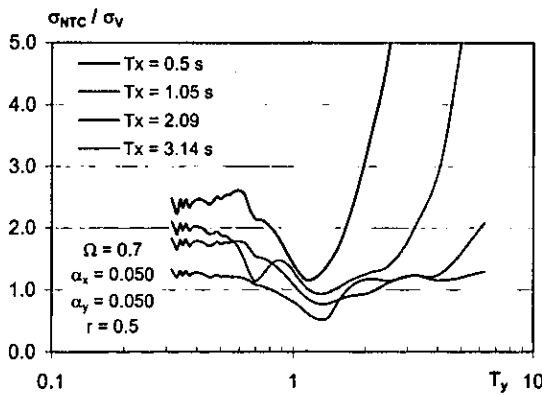
$\sigma_{Y_{NTC}} + 0.3 \sigma_{X_{NTC}}$ y $0.3 \sigma_{Y_{NTC}} + \sigma_{X_{NTC}}$. En estas expresiones $\sigma_{Y_{NTC}}$ es la desviación

estándar de la fuerza cortante calculada según el código sísmico, considerando el componente de excitación en la dirección principal y $\sigma_{x_{NTC}}$ es la calculada considerando el componente de excitación en la dirección transversal. Se presenta el caso de sistemas torsionalmente flexibles ($\Omega = 0.7$) y rígidos ($\Omega = 1.2$), con excentricidades nominales normalizadas iguales a 0.05 y 0.17, cimentados sobre suelos blando o firme para diferentes períodos de traslación desacoplados en la dirección transversal.

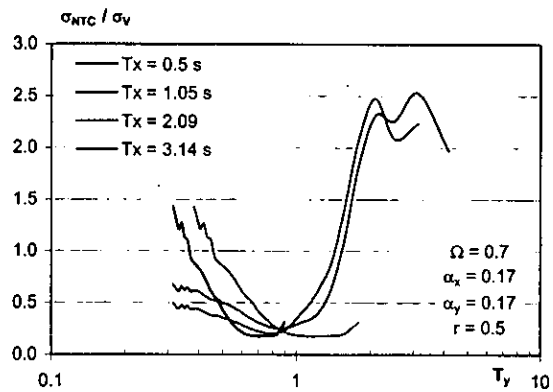
En sistemas torsionalmente flexibles con un bajo nivel de asimetría, cimentados en suelo blando, la relación entre las desviaciones estándar de las fuerzas cortantes es en general mayor que la unidad, es decir, las respuestas obtenidas del reglamento resultan del lado de la seguridad. Sin embargo en el intervalo de períodos de traslación desacoplados en la dirección principal entre [0.8, 2.0] s, la respuesta debida al análisis dinámico puede ser mayor que la calculada con la especificación de las normas técnicas para algunos períodos de traslación en la dirección principal. Las estructuras cimentadas sobre suelo firme, con períodos de traslación largos en la dirección principal, presentan una sobre estimación en el cálculo de la desviación estándar de la fuerza cortante utilizando el reglamento que puede ser mayor al 200% si en la dirección transversal el sistema es rígido en traslación. En algunos intervalos de períodos en la dirección principal se observa que las normas técnicas subestiman la respuesta.

Para el caso de sistemas con un alto grado de asimetría nominal, cimentados en suelos blando o firme, se observa que las respuestas debidas a la combinación de componentes horizontales del reglamento es inapropiada para estructuras con un período de traslación desacoplado en la dirección principal menor a 1.5 s. Las normas técnicas resultan en respuestas que pueden llegar a ser hasta 2 veces menores que las del análisis dinámico correspondiente. Para períodos mayores, la combinación del código sísmico tiende a sobre estimar la desviación estándar de la fuerza cortante; el procedimiento de la norma es más conservador en la medida en que el sistema sea más flexible a traslación en la dirección principal.

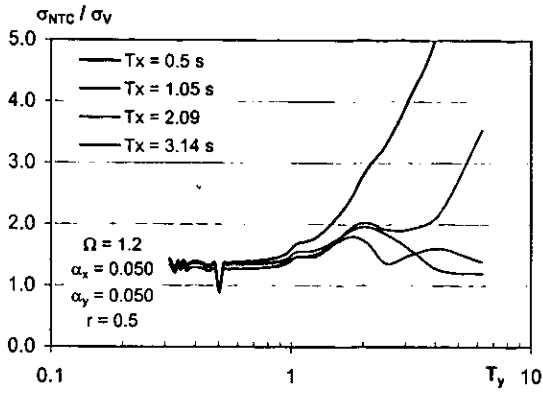
En el caso de sistemas torsionalmente rígidos, cimentados en suelos blando o firme, la especificación de las normas técnicas produce fuerzas cortantes del lado de la seguridad. Sin embargo, estas fuerzas pueden ser excesivamente conservadoras. Por ejemplo, en el caso de sistemas con excentricidades del 5% para ambos tipos de suelo, se obtienen incrementos de respuesta que crecen con el período en la dirección principal por encima de 200%, para sistemas rígidos en traslación en la dirección transversal. Para sistemas flexibles a traslación la sobre estimación es en promedio del orden de 50% para todos los períodos de traslación desacoplados en la dirección principal. En el caso de sistemas con excentricidades altas, digamos 17%, desplantados sobre terreno blando, las fuerzas calculadas según el diseño sísmico son al menos el doble que las correspondientes al análisis dinámico para todos los periodos de traslación desacoplados en la dirección principal y un amplio intervalo de periodos en la dirección transversal. En el caso de suelo firme dicha sobre estimación es en general mayor que 50% en sistemas con periodos de traslación en la dirección principal menores a 2 s.



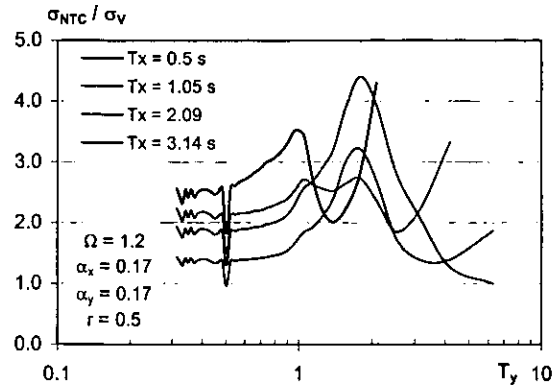
a.



b.

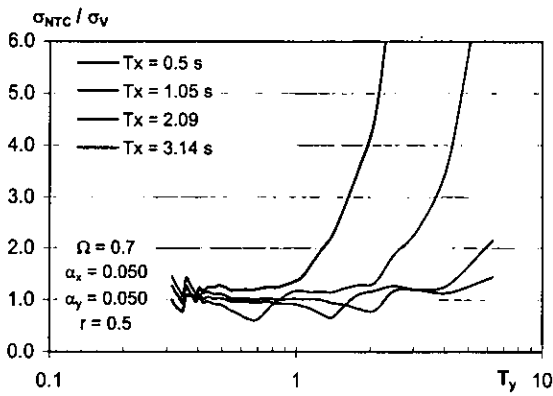


c.

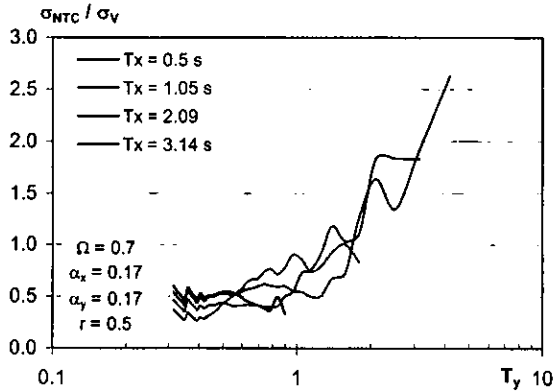


d.

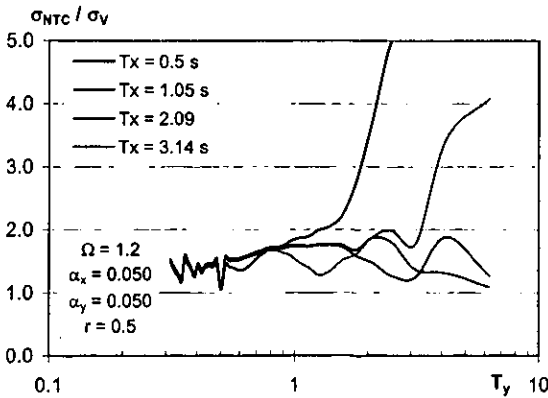
Figura 4.17 Comparación de respuestas; suelo blando



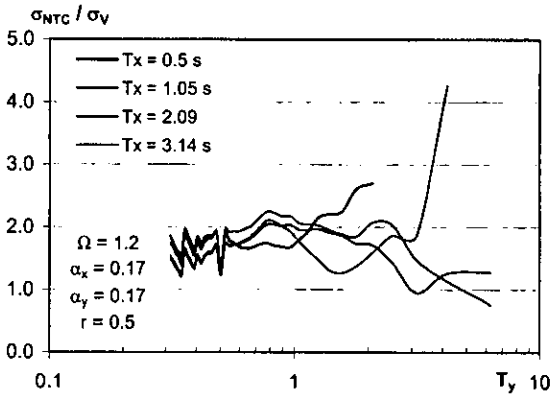
a.



b.



a.



b.

Figura 4.18 Comparación de respuestas suelo firme

Estos resultados señalan que el procedimiento especificado por las normas técnicas puede resultar en demandas de esfuerzos por debajo de los que sería esperable se presentasen durante excitaciones tales como las usadas en los análisis. Por otro lado, dicho procedimiento puede ser también excesivamente conservador en la evaluación de la respuesta para diseño sísmico. Si bien la especificación de efectos de bidireccionalidad del reglamento es relativamente fácil de aplicar en la práctica profesional, tiene la limitante de no reconocer que dichos efectos dependen considerablemente de algunas propiedades estructurales, tal como se ha mostrado en esta tesis.

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se estudiaron los efectos de la combinación de componentes horizontales ortogonales de excitación sísmica en la respuesta estructural de sistemas asimétricos lineales de un nivel. Se plantearon las ecuaciones de movimiento respectivas y se resolvieron para los desplazamientos y giro del sistema. Las excitaciones en la dirección principal y transversal se modelaron como procesos aleatorios con media cero, conjuntamente estacionarios y correlacionados.

Con base en la teoría de vibraciones aleatorias, se obtuvo expresiones para calcular la varianza del desplazamiento relativo de un eje de resistencia lateral del sistema en la dirección principal en función de las varianzas del desplazamiento y giro del sistema estructural, y de la covarianza entre éstos. Se consideró como respuesta la relación entre la desviación estándar de la fuerza cortante en dicho eje considerando las aceleraciones sísmicas del terreno en las dos direcciones principales de análisis y la desviación estándar de dicha fuerza cuando únicamente se considera la aceleración del terreno en la dirección principal.

Con el objetivo de modelar la función de densidad espectral y la función de coherencia entre los componentes ortogonales de excitación, se analizaron registros en suelo blando y firme de la Ciudad de México obtenidos durante los sismos del 19 de septiembre de 1985, 25 de abril de 1989 y 9 de octubre de 1995. El movimiento del terreno se modeló con los registros del sismo ocurrido el 9 de octubre de 1995; para suelo blando se utilizó una función de densidad espectral de banda angosta con una frecuencia predominante igual a 0.45 Hz ; para el suelo firme se consideró una función de densidad espectral de banda ancha. Se estudió la influencia del ángulo de incidencia en la variación de las funciones de densidad

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

espectral de ambas componentes radial y transversal; se encontró que no hay una variación importante en la forma y ordenadas de dichas funciones para los diferentes ángulos de incidencia. En los dos tipos de suelo, la función de correlación entre los componentes horizontales de excitación del terreno se modeló como una función constante de la frecuencia con valores entre 0.3 y 0.5.

Se analizaron sistemas con diferentes relaciones de frecuencia desacopladas de rotación y traslación, periodos de traslación, grados de asimetría nominal y relaciones de aspecto. En general, la respuesta debida a la combinación de los componentes horizontales de excitación es más importante en el borde rígido que en el flexible por lo que la relación de desviaciones estándar entre las fuerzas cortantes sólo se calculó para este borde. Los efectos de bidireccionalidad de la excitación en la respuesta de estructuras cimentadas en suelo firme se calcularon para el caso más desfavorable, es decir para una relación de varianzas entre componentes horizontales de aceleración del terreno igual a 0.7. En suelo blando se consideró dicha relación igual a 1.0.

La coherencia entre los componentes horizontales de excitación tiene poca influencia en el efecto de bidireccionalidad en la respuesta para ambos tipos de suelo. Para sistemas torsionalmente flexibles desplantados en suelo blando, la respuesta cuando sólo se considera el componente horizontal en la dirección principal de análisis se puede incrementar en más del doble debido a la bidireccionalidad. Los efectos de bidireccionalidad son más importantes en suelo blando que en suelo firme; esto se debe a que en el caso de sistemas sobre suelo blando el efecto de la rigidez torsional es dominante sobre el de la relación de varianzas entre los componentes horizontales de excitación. Por el contrario, la respuesta de sistemas torsionalmente rígidos en suelo firme es siempre mayor que la obtenida en suelos blandos debido al efecto de la relación de varianzas; la respuesta en suelo firme puede llegar a ser 25% mayor que la obtenida en suelo blando.

Con respecto a la influencia de la rigidez torsional del sistema, se concluyó que el efecto de bidireccionalidad es mayor en las estructuras torsionalmente flexibles que en las torsionalmente rígidas. Sin embargo, tales efectos pueden ser significativos inclusive en estructuras torsionalmente rígidas con un alto grado de asimetría nominal. Como era de esperar, el efecto de los componentes horizontales en la respuesta disminuye a medida que disminuye la excentricidad nominal. En general, los efectos de bidireccionalidad en sistemas torsionalmente flexibles son importantes para estructuras rígidas en traslación, mientras que para sistemas torsionalmente rígidos dichos efectos son mayores para estructuras flexibles en traslación.

En el caso de sistemas torsionalmente flexibles y rígidos en traslación, el efecto de los componentes horizontales de excitación es mayor en estructuras de planta rectangular que en las de planta cuadrada: El incremento de respuesta por bidireccionalidad en estructuras de planta rectangular puede ser mayor al 100% que el incremento correspondiente en estructuras de planta cuadrada. En el caso de estructuras torsionalmente rígidas la relación de aspecto no influye significativamente en el efecto de bidireccionalidad en la respuesta; las diferencias entre sistemas con diferente relación de aspecto son del orden del 10%.

Para el caso de sistemas con diferente asimetría en sus direcciones principales, los efectos de la combinación de los componentes horizontales de excitación aumentan a medida que aumenta la excentricidad nominal en la dirección principal. El efecto del incremento de la excentricidad en ambas direcciones genera una mayor respuesta que en el caso en que la asimetría se incrementa en una sola dirección.

En conclusión, es necesario considerar el tipo de terreno donde la estructura se encuentra cimentada y las propiedades estructurales que pueden modificar de manera importante el efecto de los componentes horizontales de excitación en la respuesta, tales como la relación de frecuencias desacopladas de rotación y

traslación, y la excentricidad nominal. Con base en estos parámetros se puede determinar el aporte efectivo del componente transversal de la excitación sísmica para el cálculo de la respuesta estructural del sistema.

Los resultados de análisis dinámicos considerando ambos componentes de la excitación se compararon con los obtenidos de acuerdo con la especificación de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Distrito Federal (NTC-DDF, 1995) sobre efectos de bidireccionalidad. Se concluyó que el procedimiento especificado por el código sísmico puede resultar en demandas de esfuerzos menores a las esperadas para excitaciones tales como las usadas en los análisis, además puede ser también considerablemente conservador en la evaluación de la respuesta para diseño sísmico. Para considerar el efecto de las componentes horizontales de excitación, las normas técnicas deben depender de las propiedades dinámicas de la estructura y del suelo donde se encuentra cimentada. Se debe tomar en cuenta que esta comparación con el código sísmico se realiza a nivel de fuerzas elásticas. Sin embargo, las fuerzas cortantes correspondientes a los análisis estático y dinámico modal se deben reducir según el código, mediante el factor de comportamiento sísmico Q para considerar la ductilidad y el período predominante de la estructura. Teniendo en cuenta que los códigos de diseño aceptan que las estructuras incurrieren en el intervalo de respuesta inelástica y acumulen daño bajo la acción de sismos de moderada y alta intensidad, sería recomendable analizar en futuros estudios la respuesta de sistemas estructurales inelásticos debida a la combinación de los componentes horizontales de excitación.

Apéndice 1.

Considerando que el determinante $\left| [K] - \omega^2 [M] \right| = 0$, e igualando $\omega = \omega_x$, se tiene de la ec. (2.9) que:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{12}(1+r^2)\omega_x^6 + \omega_x^6 \left[\frac{1}{12}(1+r^2) \right] (1+\lambda + \Omega^2) + \omega_x^6 \left[(\alpha_x^2 \lambda + \alpha_y^2 r^2) \right] - \\ & - \left[\frac{1}{12}(1+r^2) \right] (\lambda + \Omega^2 + \lambda \Omega^2) + \omega_x^6 \lambda \left[\Omega^2 \left[\frac{1}{12}(1+r^2) \right] - (\alpha_x^2 \lambda + \alpha_y^2 r^2) \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{A1.1})$$

Si $\lambda = 1$ cuando $\omega_x = \omega_y$, entonces:

$$-\frac{1}{12}(1+r^2) + \frac{1}{12}(1+r^2)(2+\Omega^2) - \frac{1}{12}(1+r^2)(1+2\Omega^2) + \frac{1}{12}(1+r^2)\Omega^2 = 0 \quad (\text{A1.2})$$

Eliminando el término $(1+r^2)$, se obtiene que:

$$-1+2+\Omega^2 - 1-2\Omega^2 + \Omega^2 = 0 \quad (\text{A1.3})$$

$$0 = 0$$

Esto demuestra que para el caso en que $\lambda = 1$ una de las frecuencias modales es siempre igual a ω_x .

Apéndice 2.

Evaluando la ecuación (2.25) para $\tau = 0$ se obtiene:

$$R_{ij}(0) = \frac{1}{m_i^* m_j^*} \int (\phi_{1i} \phi_{1j} S_{xx}(\omega) + \phi_{1i} \phi_{2j} S_{xy}(\omega) + \phi_{2i} \phi_{2j} S_{yy}(\omega)) H_i(\omega) H_j^*(\omega) d\omega + \int \phi_{1j} \phi_{2i} S_{xy}(\omega) H_i^*(\omega) H_j(\omega) d\omega \quad (\text{A2.1})$$

La parte imaginaria de $S_{xy}(\omega)$ y $H_i(\omega) H_j^*(\omega)$ son funciones asimétricas de la frecuencia. Por otro lado, $S_{xx}(\omega)$ y $S_{yy}(\omega)$ son funciones reales y simétricas.

Sea:

$$Q_{ij}(\omega) = H_i(\omega) H_j^*(\omega) \quad (\text{A2.2})$$

Sustituyendo (A2.2) en (A2.1), se obtiene:

$$R_{ij}(0) = \frac{1}{m_i^* m_j^*} \left(\int \phi_{1i} \phi_{1j} S_{xx}(\omega) \text{Re}[Q_{ij}(\omega)] d\omega + \int \phi_{2i} \phi_{2j} S_{yy}(\omega) \text{Re}[Q_{ij}(\omega)] d\omega + \int (\phi_{1i} \phi_{2j} + \phi_{1j} \phi_{2i}) \text{Re}[S_{xy}(\omega)] \text{Re}[Q_{ij}(\omega)] d\omega + \int (\phi_{1j} \phi_{2i} - \phi_{1i} \phi_{2j}) \text{Im}[S_{xy}(\omega)] \text{Im}[Q_{ij}(\omega)] d\omega \right) \quad (\text{A2.3})$$

Las funciones de densidad espectral de las aceleraciones obtenidas están normalizadas con respecto a su varianza. Sea $\sigma_{yy}^2 = \psi^2 \sigma_{xx}^2$; entonces:

$$s_{xx}(\omega) = \frac{S_{xx}(\omega)}{\sigma_{xx}^2} \quad s_{yy}(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{\psi^2 \sigma_{xx}^2}$$

$$s_{xy}(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{\sigma_{xx} \sigma_{yy}} = \gamma_{xy} \sqrt{s_{xx}(\omega) s_{yy}(\omega)} \quad (\text{A2.4})$$

Sustituyendo (A2.4) en (A2.3) se obtiene:

$$\begin{aligned} R_{ij}(0) = & \frac{1}{m_i^* m_j^*} \sigma_{xx}^2 \left(\int \phi_{1i} \phi_{1j} s_{xx}(\omega) \operatorname{Re} [Q_{ij}(\omega)] d\omega + \int \phi_{2i} \phi_{2j} \psi^2 s_{yy}(\omega) \operatorname{Re} [Q_{ij}(\omega)] d\omega + \right. \\ & + \int (\phi_{1i} \phi_{2j} + \phi_{1j} \phi_{2i}) \psi \operatorname{Re} [s_{xy}(\omega)] \operatorname{Re} [Q_{ij}(\omega)] d\omega + \\ & \left. + \int (\phi_{1j} \phi_{2i} - \phi_{1i} \phi_{2j}) \psi \operatorname{Im} [s_{xy}(\omega)] \operatorname{Im} [Q_{ij}(\omega)] d\omega \right) \quad (\text{A2.5}) \end{aligned}$$

Cuando se considera la excitación horizontal sólo en la dirección principal:

$$R_{ij}(0) = \frac{1}{m_i^* m_j^*} \sigma_{xx}^2 \int (\phi_{2i} \phi_{2j} \psi^2 s_{yy}(\omega) \operatorname{Re} [Q_{ij}(\omega)]) d\omega \quad (\text{A2.6})$$

Bibliografía

NTC-DDF (1995), Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, Gaceta Oficial del DDF, México DF.

De la Llera, J.C. y Chopra, A. K. 'Estimation of Accidental Torsion Effects for Seismic Design of Buildings'. Journal of Structural Engineering, Vol. 121, N° 1, pp. 102, 114.

Fernández-Dávila, I., Cominetti, S. y Cruz, E. 'Considering the Bi-Directional Effects and the Seismic Angle Variations in Building Design'. 12th World Conference on Earthquake Engineering. 2000.

Harichandran, R. S. (1985). "Space-time variation of earthquake ground motion". Ph. D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Boston.

Jenkins, G. M. y Watts, D.G. (1968). "Spectral Analysis and its Applications". Holden-Day.

Rosenblueth E. y H. Contreras(1977). "Approximate Design for Multicomponent Earthquakes", Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 103, N° EM5, pp. 881-893.

Santa Cruz, S. (2000). "Simulación Condicional de Campos Aleatorios: Aplicaciones al Movimiento Sísmico". Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México.

Taboada, V. M., Martínez, H. And Romo, M.P. (1999). "Evaluation of Dynamic Soil Properties in Mexico City Using Downhole Array Records". Journal of Japanese Geotechnical Society, Vol. 39, N° 5.

Wadsworth, G.P. & Bryan, J.G. (1979). "Aplicaciones de la Teoría de Probabilidades y Variables Aleatorias". Ed. Mc. Graw-Hill.

Zaghlool, B. S., Carr, A.J. y Moss, P.J. 'Inelastic Behavior of Three-Dimensional Structures Under Concurrent Seismic Excitations'. 12th World Conference on Earthquake Engineering. 2000.