

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE IMÁGENES  
EN EL ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**INGENIERO PETROLERO**

P R E S E N T A

**RAFAEL JESÚS PEÑA CRUZ**



ASESOR: ING. NÉSTOR MARTÍNEZ ROMERO

MÉXICO, D.F.

MAYO DEL 200

188812



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## FACULTAD DE INGENIERÍA

### T E S I S

#### APLICACIÓN DEL MÉTODO DE IMÁGENES EN EL ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN

**REALIZADA POR:**

RAFAEL JESÚS PEÑA CRUZ

**NÚMERO DE CUENTA:**

8700250-6

**JURADO:**

**PRESIDENTE:** M.I. MARIO BECERRA ZEPEDA

**SECRETARIO:** ING. MANUEL VILLAMAR VIGUERAS

**VOCAL:** M.I. NÉSTOR MARTÍNEZ ROMERO

**1<sup>ER</sup> SUPLENTE:** ING. CARLOS JAVIER LIRA SIL

**2<sup>DO</sup> SUPLENTE:** M.I. MAXIMINO MEZA MEZA





UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-I-035

**SR. RAFAEL JESUS PEÑA CRUZ**  
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Ing. Néstor Martínez Romero y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero

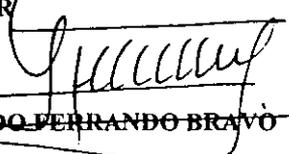
**APLICACION DEL METODO DE IMAGENES EN EL ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION**

- RESUMEN
- INTRODUCCION
- I** TEORIA BASICA DE FLUJO DE FLUIDOS EN MEDIOS POROSOS
- II** METODO DE IMAGENES
- III** PROGRAMA DE COMPUTO
- IV** APLICACIONES DE CAMPO
- V** CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
- NOMENCLATURA
- REFERENCIAS

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Ciudad Universitaria, a 13 de enero del 2000  
EL DIRECTOR

  
ING. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFR\*RLLR\*gtg

R

Para Papá Dios; porque todo es su creación; y este trabajo no es la excepción, gracias por el soplo de vida que transforma lo inerte en frutos fecundos para deleite tuyo y nuestro.

Para Guadalupe Maria y Benjamín; mis padres, que con diario ejemplo, demuestran, que el amor existe como plenitud de la vida.

Para Diana Carmen, Esperanza Gabriela y Gracia Edith; mis inigualables hermanas, fuentes de inquietud y superación, siempre compartiendo la vida, los tropiezos y los logros; porque aprendemos de todos y velamos por todos.

Para Isaura Guadalupe; mi motivación de lo posible y lo imposible, al enseñarme que luchar no basta, hace falta entregar todo y después de esto volverlo ha entregar, sin buscar una ganancia, porque el hecho de entregarse, lleva implícita la recompensa.

Para todos los amigos y los que no lo son; porque siempre se han preocupado por encontrar todos los errores que cometo, gracias por su tenaz labor y por demostrar que la sazón de la existencia no tiene etiquetas ni lugares reservados, todos somos lo que hemos trabajado y carecemos de lo que no necesitamos.

Para todos y cada uno de los profesores; que formaron e informaron del mundo que se esconde en la realidad y que las escuelas sintetizan y concretan en sus aulas, con el fin de facultar a todos sus integrantes para el reto que implica pensar, como un ser conciente de sus carencias y habilidades, para que triunfe en la felicidad que implica crecer y desarrollarse; a todas ellas y ellos, que enseñaron como el poder los ciega y domina, en especial a los que demostraron como se vive con el poder y se sigue siendo mortal, siempre gracias por sus enseñanzas.

Para la **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**; porque soy orgullosamente universitario y la Universidad es de quien reconoce que no sabe y lucha por salir de la ignorancia a pesar de sus creencias y busca la verdad como fin, con el riesgo de caer en la manipulación y el extremismo, porque si algo se aprende al estudiar es que todas las verdades son relativas y todos aquellos que presumen de tener la única razón y la solución a todo, no son más que vendedores de agua de río en el delta del mismo.

Para la **FACULTAD DE INGENIERÍA**; fuente de inspiración hacia la vida y la superación, escuela gracias a la cuál, caí en la cuenta, de que no basta con hacer las cosas, siempre hay que hacer las cosas de la mejor forma posible, porque al final, los hechos son los que hablan de manera irrefutable de toda nuestra persona.

Atentamente, Rafael Jesús

Último Mayo Del Siglo XX, Año 2000

	<b>CONTENIDO</b>
	página
<b>RESUMEN.</b>	1
<b>INTRODUCCIÓN.</b>	2
<b>CAPÍTULO I. - TEORÍA BÁSICA DEL FLUJO DE FLUIDOS EN MEDIOS POROSOS.</b>	6
1. Ecuación de difusión.	6
2. Solución de la ecuación de difusión.	9
3. Factores que afectan las pruebas de presión.	16
1. Efecto de llenado.	16
2. Factor de daño.	17
4. Aplicaciones para encontrar la distribución de la presión en un yacimiento.	18
1. Técnica de Miller, Dyes y Hutchinson.	18
2. Técnica de Matthews, Brons y Hazebroek.	22
5. Regímenes de flujo.	24
6. Principio de superposición.	25
1. Aplicaciones del principio de superposición, en tiempo y en espacio.	26
A. Superposición en tiempo.	27
B. Superposición en espacio.	28
<b>CAPÍTULO II. - MÉTODO DE IMÁGENES.</b>	31
1. Bases.	31

## CONTENIDO

2. Caídas de presión en formas de drenes cuadradas y rectangulares con un pozo en su interior colocado en cualquier ubicación y con fronteras cerradas.	32
A. Consideraciones.	32
B. Desarrollo.	34
3. Caídas de presión en formas de drenes hexagonal con un pozo en el centro y con fronteras cerradas.	40
A. Consideraciones.	41
B. Desarrollo.	41
4. Caídas de presión en formas de drenes cuadradas y rectangulares con un pozo en su interior colocado en cualquier ubicación con fronteras a presión constante.	44
A. Consideraciones.	44
B. Desarrollo.	44
5. Ecuación de corrección de Matthews, Brons y Hazebroek.	51
<b>CAPÍTULO III. - PROGRAMA DE CÓMPUTO.</b>	<b>53</b>
1. Descripción del programa de cómputo.	53
2. Manejo de archivos e introducción de las características del yacimiento y propiedades PVT de los fluidos.	57
3. Selección de la forma del área de drenes.	61
4. Cálculo de la presión promedio, permeabilidad y factor de daño.	64
5. Diseño de una prueba de incremento de presión.	65
6. Gráfica del diseño de una prueba de presión.	66
1. Descripción de la pantalla.	67

## CONTENIDO

2. Descripción del menú de edición.	67
3. Ampliación de una región de la gráfica.	70
7. Impresión de las características del yacimiento y propiedades PVT de los fluidos, de la presión promedio del yacimiento, del diseño de las pruebas de incremento de presión y de la gráfica.	71
8. Ayuda de Tezcatlipoca "Espejo Negro".	72
9. Anexo.	76
1. Conclusiones.	77
<b>CAPÍTULO IV. - APLICACIONES DE CAMPO.</b>	<b>87</b>
1. Ejemplo de aplicación del pozo Cactus 35.	87
2. Ejemplo de aplicación de un yacimiento que contiene cuatro pozos.	95
<b>CAPÍTULO V. - CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.</b>	<b>97</b>
<b>NOMENCLATURA.</b>	<b>99</b>
<b>REFERENCIAS.</b>	<b>102</b>

## RESUMEN

En este trabajo, se presenta la aplicación de la teoría del método de imágenes al diseño de pruebas de incremento de presión, en yacimientos homogéneos, para generar caídas de presión en áreas de drenaje cuadradas, rectangulares y hexagonales, con fronteras cerradas y a presión constante; se explica el procedimiento para ubicar el pozo en cualquier posición dentro del área de drenaje (con excepción del área hexagonal). También se incluye el uso del modelo analítico para un área de drenaje circular, con el pozo ubicado en el centro.

Se explica el procedimiento para obtener fronteras cerradas, fronteras a presión constante e intercambiarlas para una misma área de drenaje.

Se automatiza computacionalmente la corrección de presión ( $p_{DMBH}$ ) expuesta por Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup> para ejecutar los cálculos necesarios para estimar la presión promedio, y se explica la relación que mantiene con los factores de forma ( $C_A$ ).

Se desarrolla un programa de cómputo, que simula pruebas de incremento de presión y proporciona la gráfica del comportamiento esperado.

El programa de cómputo, está basado en la información teórica que se presenta a lo largo del trabajo. La funcionalidad del programa intenta cubrir varios aspectos, como la facilidad de uso, el rápido despliegue de resultados y una gama de características variables que influyen directamente sobre los resultados.

---

<sup>3</sup> Las referencias se encuentran al final del trabajo.

## INTRODUCCIÓN

Por naturaleza, el hombre ha buscado siempre la manera de simplificar el trabajo, más aún si éste presenta una marcada repetición de procedimientos que pueden ser enumerados y ordenados de tal manera que sin tener los conocimientos necesarios, el seguir o aplicar los procedimientos permita tener un resultado deseado.

El desarrollo tecnológico que ha envuelto al hombre en este fin de siglo, marca un avance en relación con la calidad de vida que gracias a éste se ha proporcionado, porque se han delegado tareas repetitivas y de reiteración que para el hombre se vuelven tediosas, poco prácticas, costosas y nada atractivas; muchas de éstas, buscan una precisión que sin las herramientas adecuadas, su objetivo se ve imposibilitado o restringido y se aleja de la realidad.

El ahorro de tiempo, la simplificación del trabajo de cálculo y el encontrar valores precisos, son algunas de las razones de la Tesis que aquí se presenta. Por esta razón, se reúne la información necesaria para: simular una prueba de incremento de presión; calcular la presión promedio, la permeabilidad de un yacimiento y el factor de daño en un pozo.

Toda la información anterior se analiza y se ordena, de modo que una computadora con el programa desarrollado, siga los procedimientos necesarios y realice las operaciones pertinentes para dar como resultado las incógnitas establecidas, empleando para su propósito el método de imágenes.

Un aspecto importante que no se debe descuidar en el desarrollo de los modelos de simulación numérica de yacimientos, es que entre más sofisticados y sensibles sean; es imprescindible conocer con mejor precisión las propiedades de los fluidos y las características de la roca.

Los resultados del análisis de los datos obtenidos en las pruebas de presión, son de gran importancia en la calidad de las predicciones de los simuladores de yacimientos.

También estas predicciones, juegan un papel importante en comprender el comportamiento del yacimiento ante diferentes políticas de explotación lo cual conlleva a su optimización.

Principalmente, los parámetros que en general son desconocidos son: la presión promedio del yacimiento, los volúmenes de drene por cada pozo y la separación por fallas o las zonas impermeables. Estos datos son útiles en la determinación de la distribución de la presión en el yacimiento y en la detección del movimiento de los fluidos.

Se tiene entonces que el objetivo esencial en los análisis de pruebas de presión en pozos, es determinar en forma indirecta una o más de las propiedades del yacimiento.

La libertad que se busca en la Tesis, es la de tener una simulación de una prueba de incremento de presión, variando las condiciones de las fronteras (cerradas o a presión constante) y del área de drene (cuadrada, rectangular,

hexagonal y circular), incluyendo la posición relativa que guarda el pozo dentro del área de drene (sólo para las formas cuadradas y rectangulares), con la finalidad de diseñar y analizar las pruebas de campo.

Se construyen las gráficas de los datos de la simulación, en escalas semi-logarítmicas, doble-logarítmicas y cartesianas, para que se pueda apreciar el comportamiento de la prueba.

Cabe hacer mención que la forma cuadrangular y hexagonal fueron simuladas mediante el método de imágenes; en tanto que la forma circular, se calcula analíticamente, lo cual se comenta en detalle en los siguientes capítulos.

También, la Tesis propone un cálculo de la presión promedio del yacimiento, aplicando el concepto del factor de corrección de presión ( $p_{DMBH}$ ); se calcula la permeabilidad y el factor de daño, a presión promedio, con el método de Horner y el análisis de Miller, Dyes y Hutchinson<sup>6</sup>. Los datos anteriores son sumamente importantes para el control de la recuperación primaria, secundaria y mejorada, pero también, se requieren en el cálculo de las reservas de hidrocarburos.

- En el CAPÍTULO I, se expone la teoría básica que permite predecir el comportamiento del flujo de fluidos que tiene lugar en el yacimiento; se hacen las consideraciones pertinentes para aplicar la ecuación de continuidad y se explican algunos métodos como los de Miller, Dyes y Hutchinson<sup>6</sup>; Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup>; también se aborda el tema del principio de superposición y se definen algunos conceptos.

- En el CAPÍTULO II, se desarrolla a detalle, el método de imágenes, se explican sus bases, las consideraciones y su aplicación para diversas áreas de drene, así como la generación de fronteras cerradas o a presión constante, además se explica la metodología para cambiar la posición del pozo dentro del área de drene.
  
- En el CAPÍTULO III, se encuentra la información necesaria generada para utilizar el simulador desarrollado, contiene las instrucciones de uso, las ventajas de su empleo en la generación de pruebas de presión; sus alcances se limitan a las que presenta el método de imágenes y a las formas de área de drene contenidas.
  
- En el CAPÍTULO IV, se realizan corridas del simulador "Tezcatlipoca" para una prueba de campo del pozo Cactus 35<sup>17</sup> y para un yacimiento que contiene cuatro pozos, el análisis que se tiene de estas corridas, incluye la comparación de resultados y el ajuste de la simulación se hace al modificar la forma del área de drene, el tipo de fronteras y/o la posición del pozo.
  
- En el CAPÍTULO V, se llega a conclusiones referentes a la aplicación y utilidad que tiene en el análisis de pruebas de presión, el método de imágenes, además de la aportación que se hace con el desarrollo del simulador "Tezcatlipoca".

## I TEORÍA BÁSICA DEL FLUJO DE FLUIDOS EN MEDIOS POROSOS

### I.1. ECUACIÓN DE DIFUSIÓN

La expresión que representa el flujo de fluidos en un medio poroso, es una ecuación diferencial conocida como ecuación de difusión, y es el resultado de una combinación de la ley de conservación de masa (ecuación de continuidad), de la ley de Darcy (ecuación de movimiento) y de una ecuación de estado.

A continuación se explica el procedimiento de la combinación de las tres ecuaciones anteriores.

#### ➤ Ecuación de continuidad:

El principio de conservación es un enunciado que postula que algunas propiedades físicas\* se conservan, es decir, que no pueden crearse ni destruirse, sólo transformarse de una forma a otra. En el caso del flujo de fluidos en medios porosos, la cantidad física más importante es la conservación de la masa; el principio de conservación de masa aplicado a una región arbitraria, es simplemente:

(cantidad de masa que entra) menos (cantidad de masa que sale) más (cantidad neta de masa que se introduce por fuentes o sumideros) igual (incremento de masa en la región).

La expresión matemática equivalente, es:

---

\*Las propiedades físicas han sido clasificadas en intensivas y extensivas. Una propiedad intensiva es independiente de la masa y una propiedad extensiva varía directamente con la masa del sistema en cuestión. Se puede citar como propiedades intensivas a: la densidad, la presión, la temperatura, entre otras; y como propiedades extensivas a: la masa, el volumen, la energía, la cinética entre otras.

$$-\nabla(p\nu) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho) \quad 1.1$$

➤ Ecuación de movimiento:

La ley de Darcy nos expresa el hecho de que la velocidad de un fluido en un medio poroso es proporcional al gradiente de presión e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido. La aplicación de esta ley se realiza sólo en el caso de que se tenga flujo con régimen laminar, y su expresión matemática para el flujo radial, despreciando los efectos de gravedad, es:

$$\nu = -\frac{k}{\mu}\nabla p \quad 1.2$$

El signo negativo en la Ec. 1.2, indica que si se toma el flujo positivo en la dirección positiva de  $r$ , la presión disminuye en esa dirección y la pendiente  $\nabla p$  es negativa.

➤ Ecuación de estado:

Existe una gran variedad de ecuaciones de estado que pueden ser empleadas, la solución idónea depende del tipo de fluido que contenga el yacimiento en estudio, particularmente para este trabajo, se hará la suposición de que, el flujo que se tiene es isotérmico, por lo que la ecuación de estado dependerá únicamente de la variación de la presión, además de corresponder a un fluido ligeramente compresible. La ecuación de estado que se utiliza, especifica la dependencia de la densidad del fluido con la presión y la temperatura, siendo ésta:

$$\rho = \rho_0 e^{c_1(p-p_0)} \quad 1.3$$

Combinando las ecuaciones (1.1), (1.2) y (1.3) se obtiene:

$$\nabla^2 p = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad 1.4$$

que es la forma general de la ecuación de difusión.

De la ecuación anterior se obtiene la forma más conocida para flujo radial:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad 1.5$$

La ecuación 1.5 es lineal y puede ser resuelta para diferentes condiciones de frontera.

Las suposiciones hechas en la deducción de la ecuación de difusión son:

1. Flujo radial isotérmico en un pozo abierto al flujo en todo el espesor de la formación.
2. Medio poroso homogéneo, isotrópico, de espesor uniforme y constante.
3. Permeabilidad constante (independiente de la presión).
4. Fluido de una compresibilidad pequeña y constante, que satura al 100% el medio poroso.
5. Viscosidad del fluido constante.

6. Gradientes de presión de pequeños y despreciables.

7. Fuerzas gravitacionales despreciables.

## I.2. SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE DIFUSIÓN

Hasta este momento se ha descrito la ecuación de difusión en coordenadas radiales, y se puede discutir que es una ecuación diferencial, parcial, lineal, homogénea, de segundo orden y que para encontrarle solución, necesitamos condiciones iniciales y condiciones de frontera.

Generalmente se consideran tres casos básicos de interés:

Yacimiento infinito:

Caso en el que se supone que el pozo está situado en un medio poroso con una extensión radial infinita.

A. Yacimiento cilíndrico limitado:

Caso en el que se supone que el pozo está localizado en el centro de un yacimiento de forma cilíndrica, sin flujo a través de su frontera externa.

B. Yacimiento con presión constante en la frontera externa:

Caso en el que se supone que el pozo está situado en el centro de un área cilíndrica con presión constante a lo largo de su frontera externa.

Prácticamente se han considerado dos condiciones de frontera externa.

➤ Frontera externa a presión constante (frontera permeable):

Representa la frontera o límite a lo largo de la cual la presión del yacimiento se mantiene sin cambio, es decir, mantiene su valor inicial. Para que se tenga esta condición, generalmente ocurre una afluencia de agua que proviene de un acuífero asociado.

➤ Frontera externa cerrada (frontera impermeable):

Representa la frontera o límite a lo largo de la cual no se tiene una penetración de fluidos externos al área de drena. Las fronteras sin flujo, son resultado de barreras geológicas tales como cambios de facies y/o fallas.

Para el caso de yacimientos infinitos se ha desarrollado una ecuación muy conocida, y aplicable a los yacimientos homogéneos, ya que estos se comportan como infinitos en su etapa inicial, en tanto que las perturbaciones por los efectos de frontera, no se lleguen a manifestar.

Tenemos una condición inicial y dos condiciones de frontera.

i) Condición inicial,  $p(r,t) = p_i$ , cuando  $t = 0$  para toda  $r$ .

Corresponde a tener al tiempo cero un valor de presión igual a la presión inicial, para cualquier valor del radio.

ii) Condición de frontera interna,  $\left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\frac{q\mu}{2\pi kh}$ ,  $t > 0$

Corresponde a tener un gasto constante en el pozo, se obtiene a partir de la forma radial de la ecuación de Darcy.

iii) Condición de frontera externa,  $\lim_{r \rightarrow \infty} p(r, t) = p_i, t > 0$

Corresponde al concepto de yacimiento infinito.

La forma más sencilla de resolver el problema<sup>8</sup> es aproximando la condición ii) y obtener el límite cuando el radio tiende a cero, con lo cual se obtiene:

$$p = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[ -\frac{1}{2} \text{Ei} \left( \frac{\phi \mu c_r r^2}{4kt} \right) \right] \quad 1.6$$

En el desarrollo se consideran unidades darcy; [cm<sup>3</sup>/seg], [atm], [cm], [darcys], [seg], [cp] y [atm<sup>-1</sup>].

Esta ecuación es conocida como la "solución de línea fuente" o "solución fuente lineal", para el caso de un pozo en un yacimiento infinito. Se basa en la suposición de que el radio del pozo tiende a ser una línea recta.

Esta solución define un comportamiento teórico de la presión y además es una aproximación al caso de un yacimiento infinito, sin embargo, cuando se evalúa para valores prácticos de radio y tiempo, proporciona resultados casi idénticos a los obtenidos por la solución para pozos finitos.

Con esta ecuación es posible conocer el comportamiento de la presión dentro del yacimiento a cualquier radio y tiempo, si se conocen los demás parámetros.

Van Everdingen y Hurst<sup>2</sup> publican soluciones que simulan la inyección de agua en yacimientos cilíndricos; este problema es matemáticamente idéntico al agotamiento de la presión en yacimientos cilíndricos con arreglos de un pozo en el centro, de tal forma que la solución que proponen, puede ser utilizada para desarrollar el agotamiento de yacimientos. En el análisis, consideran que la compresibilidad del fluido es pequeña y constante, de tal manera que el flujo es regido por la ecuación de difusión.

Si se tiene una producción constante de un cierto gasto  $q$ , que inicie a un tiempo llamado cero, Van Everdingen y Hurst<sup>2</sup> demuestran que la inestabilidad de la distribución de presiones para los sistemas finito e infinito, puede expresarse utilizando variables adimensionales de presión, definidas como:

$$p_b(r_b, t_b) = \frac{2\pi kh(p_i - p)}{q\mu} \quad 1.7$$

$$r_b = \frac{r}{r_w} \quad 1.8$$

$$t_b = \frac{kt}{\phi\mu c_i r_w^2} \quad 1.9$$

Si el radio del pozo se considera muy pequeño,  $r_w$  tiende a cero, y en este caso, si se considera el sistema infinito se puede emplear la solución de línea fuente.

$$p_b(r_b, t_b) = -\frac{1}{2} \text{Ei} \left( \frac{-\phi\mu c_i r^2}{4kt} \right) = -\frac{1}{2} \text{Ei} \left( \frac{-r_b^2}{4t_b} \right) \quad 1.10$$

Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup> demostraron que soluciones tales como la ecuación de línea fuente (Ec. 1.10) se pueden superponer para generar el comportamiento de caídas de presión para varias formas geométricas; introducen el concepto de "pozos imagen", que propone la superposición de una combinación de soluciones, aprovechando las propiedades de la ecuación de difusión en una forma adimensional, y con esto logran generar el comportamiento de formas geométricas regulares con un pozo en su interior, sin importar su ubicación dentro de ésta; es decir que se genera el comportamiento de un sistema con un pozo agregándose las perturbaciones de presión ocasionadas por un conjunto apropiado de un número infinito de pozos colocados a "imagen" del pozo a representar.

Muskat<sup>13</sup> desarrolló una ecuación analítica para formas de drenaje circular, con un pozo colocado en el centro, y permite obtener una respuesta precisa al comportamiento de la presión, al poner un pozo en producción en un cierto tiempo:

$$p_i = p + \frac{q\mu}{4\pi kh} \left\{ \frac{3}{2} - 2\text{Ln} \frac{R_b}{r_w} - \frac{r_w^2}{R_b^2} - \frac{4kt}{\phi\mu c_t R_b^2} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left[ \frac{x_n r_w}{R_b} \right] \exp \left[ -\frac{x_n^2 kt}{\phi\mu c_t R_b^2} \right]}{x_n^2 J_0^2(x_n)} \right\} \quad 1.11$$

Reacomodando la ecuación, tenemos:

$$p_i = p + \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[ \text{Ln} \frac{\gamma \phi \mu c_t r_w^2}{4kt} + Y(t) \right] \quad 1.12$$

donde:

$$Y(t) = \frac{3}{2} - 2 \operatorname{Ln} \frac{R_b}{r_w} - \frac{r_w^2}{R_b^2} - \frac{4kt}{\phi \mu c_1 R_b^2} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left[ \frac{x_n r_w}{R_b} \right] \exp \left[ - \frac{x_n^2 kt}{\phi \mu c_1 R_b^2} \right]}{x_n^2 J_0^2(x_n)} - \operatorname{Ln} \frac{\gamma \phi \mu c_1 r_w^2}{4kt} \quad 1.13$$

Transformando estas ecuaciones en una forma adimensional, para simplificar su complejidad y adecuarlas a este estudio, tenemos que:

$$p_D = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{Ln} \frac{1.7810}{4t_{DA}} + Y(t) \right] \quad 1.14$$

y

$$Y(t) = \frac{3}{2} - 2 \operatorname{Ln}(r_D) - \frac{1}{r_D} - 4\pi t_{DA} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left[ \frac{x_n}{r_D} \right] \exp \left[ -x_n^2 \pi t_{DA} \right]}{x_n^2 J_0^2(x_n)} - \operatorname{Ln} \frac{1.7810}{4t_{DA}} \quad 1.15$$

donde:

$$A = \pi R_b^2$$

$$r_D = \frac{R_b}{r_w}$$

$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi \mu c_1 A}$$

$$\operatorname{Ln}(\gamma) = 0.5772$$

La Función Jo de Bessel<sup>10,11</sup>, se resuelve usando las siguientes aproximaciones polinomiales.

Cuando:

$$-3 \leq x \leq 3$$

$$J_0 = 1 - 2.2499997 \left(\frac{x}{3}\right)^2 + 1.2656208 \left(\frac{x}{3}\right)^4 - 0.3163866 \left(\frac{x}{3}\right)^6 \\ + 0.0444479 \left(\frac{x}{3}\right)^8 - 0.0039444 \left(\frac{x}{3}\right)^{10} + 0.00021 \left(\frac{x}{3}\right)^{12} \quad 1.16$$

$$3 \leq x < \infty$$

$$J_0 = x^{-\frac{1}{2}} f_0 \cos(\theta_0) \quad 1.17$$

$$f_0 = 0.79788456 - 0.00000077 \left(\frac{3}{x}\right) - 0.0055274 \left(\frac{3}{x}\right)^2 - 0.00009512 \left(\frac{3}{x}\right)^3 \\ + 0.00137237 \left(\frac{3}{x}\right)^4 - 0.00072805 \left(\frac{3}{x}\right)^5 + 0.00014476 \left(\frac{3}{x}\right)^6 \quad 1.18$$

$$\theta_0 = x - 0.78539816 - 0.04166397 \left(\frac{3}{x}\right) - 0.00003954 \left(\frac{3}{x}\right)^2 \\ + 0.00262573 \left(\frac{3}{x}\right)^3 - 0.00054125 \left(\frac{3}{x}\right)^4 - 0.00029333 \left(\frac{3}{x}\right)^5 \\ + 0.00013558 \left(\frac{3}{x}\right)^6 \quad 1.19$$

Las Raíces de Bessel<sup>10,11</sup> de la Función  $J_1$  para los valores de  $x_n$ , se estiman con la expansión de Mc Mahon<sup>10</sup>.

$$x_n = j_{v,s} \approx \beta\beta - \frac{\mu\mu - 1}{8\beta\beta} - \frac{4(\mu\mu - 1)(7\mu\mu - 31)}{3(8\beta\beta)^3} - \frac{32(\mu\mu - 1)(83\mu\mu^2 - 982\mu\mu + 3779)}{15(8\beta\beta)^5} \\ - \frac{64(\mu\mu - 1)(6949\mu\mu^3 - 153855\mu\mu^2 + 1585743\mu\mu - 6277237)}{105(8\beta\beta)^7} \quad 1.20$$

donde:

$$\mu\mu = 4v^2 \quad 1.21$$

$$\beta\beta = \left( s + \frac{1}{2}v - \frac{1}{4} \right) \pi \quad 1.22$$

$$\text{con } v = 1 \text{ y } s = 1, 2, \dots, \infty$$

Las ecuaciones anteriores, proporcionan la solución de manera analítica a la caída de presión en un área de drenaje circular, con un pozo en su interior colocado en el centro.

### I.3. FACTORES QUE AFECTAN LAS PRUEBAS DE PRESIÓN

En las pruebas de presión, se tienen presentes dos factores que afectan directamente la confianza de las mediciones, estos factores son el efecto de llenado y el factor de daño.

Como alteran directamente a la producción del yacimiento, se deben considerar para encontrar el verdadero comportamiento que presenta la presión a lo largo de su vida productiva.

#### I.3.1. EFECTO DE LLENADO

El efecto de llenado o de almacenamiento, se tiene al considerar los resultados que ocasiona la expansión o compresión del fluido en el pozo; en la práctica se ha demostrado que el volumen finito del pozo y el fluido dentro de éste, afectan las presiones medidas. Si se tiene un pozo que se cierra en la superficie, el gasto que se venía manifestando del yacimiento al interior del pozo, no se detiene inmediatamente y el fluido continúa entrando al agujero,

hasta que la presión ejercida por los fluidos que se van almacenando, es tal que puede contrarrestar efectivamente, el flujo que la formación tiene. Este concepto fue descrito originalmente por Van Everdingen y Hurst<sup>2</sup>.

Algunas veces el llenado del pozo se refiere a una post-producción o una descarga. Ambos términos son apropiados, y son empleados para especificar la situación que se tenga; ya que la post-producción se refiere al flujo del yacimiento al interior del pozo, durante la condición de cierre; en tanto, que la descarga, se refiere a una liberación del fluido durante el decremento de presión.

### I.3.2. FACTOR DE DAÑO

Durante la perforación y terminación de los pozos, es posible que se pueda desarrollar una zona donde la permeabilidad natural se vea afectada o alterada, creando alrededor de las paredes del pozo, una obstrucción de flujo.

Van Everdingen y Hurst<sup>2</sup> introducen el concepto de factor de daño para denominar esta zona de restricción de fluidos y señalan que las presiones medidas en los pozos frecuentemente no se ajustan a las soluciones ideales calculadas, encontraron que la información real, parecía estar desfasada por una constante, de las soluciones teóricas.

Proponen que la diferencia entre las mediciones y los cálculos, era una caída adicional de presión, causada por restricciones al flujo, encontrándose éstas muy cercanas al pozo.

El factor de daño, también puede ser cero o negativo, por lo que si se tiene un factor de daño positivo, indica que la permeabilidad cercana a la pared del agujero ha sido reducida, en tanto que un factor de daño negativo, indica un incremento en la permeabilidad y por último, un factor de daño de cero, indica que la permeabilidad no ha sido alterada.

#### I.4. APLICACIONES PARA ENCONTRAR LA DISTRIBUCIÓN DE LA PRESIÓN EN UN YACIMIENTO

Para llevar a cabo el análisis de las presiones registradas en una prueba de presión, es importante seleccionar u obtener una expresión matemática adecuada que pueda emplearse para la interpretación y el diseño.

En la obtención de esta expresión matemática se tienen que emplear las leyes físicas adecuadas para el caso, y resolverlas simultáneamente de acuerdo con las condiciones del problema en cuestión, tal como se ha planteado anteriormente en esta Tesis.

##### I.4.1. TÉCNICA DE MILLER, DYES Y HUTCHINSON<sup>6</sup>

Aunque Muskat<sup>13</sup> fue el primero en proponer una teoría para relacionar el cambio de la presión con parámetros del yacimiento, Miller, Dyes y Hutchinson<sup>6</sup> enfocaron su estudio a los mecanismos que dictan el comportamiento de la presión, para sistemas de un pozo.

Su estudio propone un método que permite la estimación de las presiones y la permeabilidad del yacimiento, a partir del incremento de la presión de fondo debida al cierre. La presión promedio del yacimiento se estima al encontrar la

solución a la ecuación de difusión que describe la corriente de flujo en un yacimiento cilíndrico.

Al no haber flujo y tener una presión constante en las fronteras del yacimiento, las soluciones que se encuentran, se grafican con respecto al tiempo (Fig.1.1).

La Fig. 1.1 es conocida en la industria petrolera como *Gráfica de Horner* o *Método de Horner*, ésta se obtiene con la siguiente expresión:

$$P_{ws} = p_i - m \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} \quad 1.23$$

Como se observa, en la Ec. 1.23, esta describe una línea recta con ordenada al origen  $p_i$  con una pendiente  $-m$ , donde  $m = 162.4 \frac{q\mu B}{kh}$ . En la Fig. 1.1, el valor de las abscisas se ha invertido por comodidad, para que la recta crezca hacia la derecha.

La Ec. 1.23 establece que un valor estimado de presión inicial,  $p_i$ , puede ser obtenido al extrapolar la línea recta de la Fig. 1.1 para un valor de tiempo infinito, pero este valor extrapolado no es un buen valor de  $p_i$ , y entonces recibe el nombre de presión falsa ( $p^*$ ), entonces cambiamos el valor de  $p_i$  y colocamos el de  $p^*$  en la Ec. 1.23, resultando:

$$P_{ws} = p^* - m \ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} \quad 1.24$$

La técnica de Miller, Dyes y Hutchinson<sup>6</sup>, consiste en considerar que  $\Delta t$  es demasiado pequeña en comparación al tiempo  $t$ , en este caso  $t + \Delta t \approx t$ :

$$\ln \frac{t + \Delta t}{\Delta t} \approx \ln t - \ln \Delta t \quad 1.25$$

también consideran que  $\Delta t = 1$  hr, y la Ec. 1.24 se convierte en:

$$p_{1h} = p^* - m \ln t \quad 1.26$$

Substituyendo en la Ec. 1.24, las ecuaciones 1.25 y 1.26, resulta lo siguiente:

$$p_{ws} = p_{1h} + m \ln \Delta t \quad 1.27$$

Para el cálculo de la permeabilidad y de la presión promedio se supone que los pozos fueron cerrados en la cara del yacimiento y que éstos producen de una formación uniforme que contiene un fluido compresible y homogéneo.

Para los casos que la presión se considere constante, al aplicarse esta solución a los datos de campo, se encuentra en todos ellos una diferencia de gran importancia en el final de la curva de presión, haciéndose necesario realizar una estimación del volumen del fluido que es drenado a través de las fronteras del yacimiento.

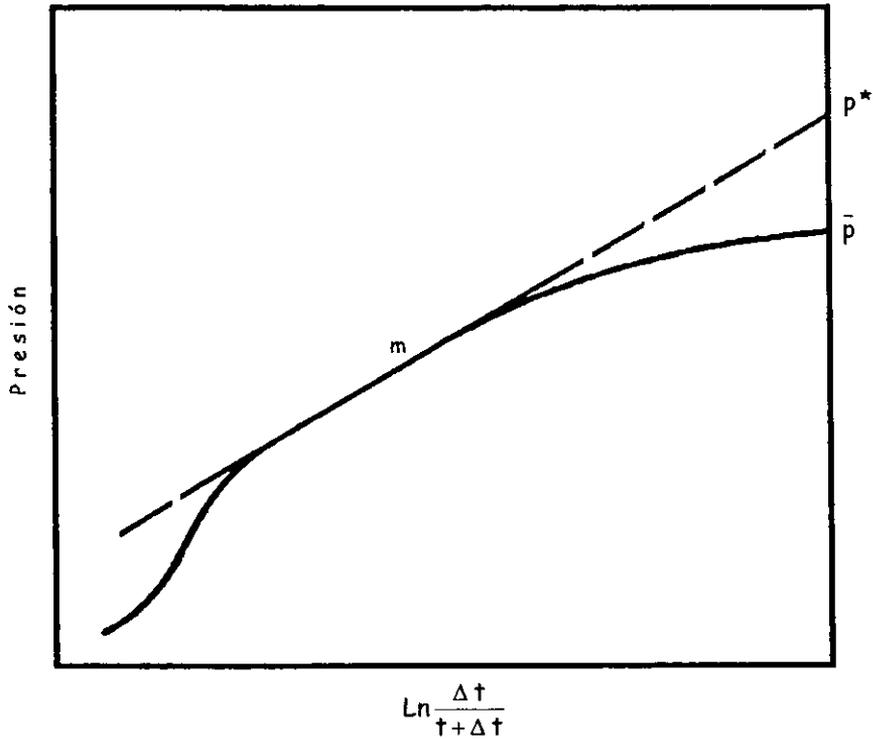


Figura 1.1. Curva de Incremento de Presión Típica.

Así, se concluye, que para altos gastos de producción y bajas permeabilidades, aumenta la incertidumbre del resultado que se encuentra al aplicar este procedimiento.

Para llegar a esta conclusión se realizó un trabajo de laboratorio, que indicó, que los efectos después del tiempo de llenado, ocasionan una desviación de las ecuaciones desarrolladas, sin embargo, esta desviación, se encontró significativa sólo en una porción de tiempo muy temprana de la curva de incremento.

También encontraron que las zonas de alta o baja permeabilidad, alrededor del pozo, pueden ser estimadas al comparar la permeabilidad leída de la curva con la que se determinó el índice de productividad utilizando la recta de Darcy.

#### I.4.2 TÉCNICA DE MATTHEWS, BRONS Y HAZEBROEK<sup>3</sup>

Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup> ampliaron y complementaron el trabajo de Miller, Dyes y Hutchison<sup>6</sup> para el cálculo de la presión promedio en las fronteras del yacimiento. Su estudio resuelve el problema que se presenta debido al hecho de que, en muchos yacimientos, la presión promedio no se alcanza durante el tiempo de la prueba de campo. La presión promedio del yacimiento obtenida de la extrapolación de los datos de campo puede, por lo tanto, ser incorrecta.

Otra consideración que hacen, es que en un yacimiento se tienen varios pozos que pueden cerrarse por tiempos arbitrarios, lo que implica un ascenso de presión en su área de drene y si el tiempo es suficiente, se manifiesta también en sus fronteras, lo que afecta directamente en el cálculo de la presión promedio del yacimiento.

El método presentado por Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup> considera un yacimiento horizontal, homogéneo, isotrópico y de espesor uniforme que contiene un fluido ligeramente compresible. Desarrollan un método que describe el comportamiento del incremento de presión, para un yacimiento circular, con un pozo en el centro.

Generalizan el método para obtener soluciones de varias formas de drenaje, haciéndose necesario emplear el método de imágenes para simular formas simétricas de áreas de drenaje. Este método se ocupa para restringir las trayectorias de la corriente del fluido a distancias arbitrarias fijas, requiriéndose planos de simetría, a través de los cuales se reflejan los pozos imagen.

En el estudio de Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup> se consideran yacimientos con arreglos de varios pozos, para obtener de estos la presión promedio, se cierran los pozos, lo que provoca que la presión se incremente y llegue a una cierta estabilización al aproximarse a las fronteras de drenaje; cuando esto ocurre el régimen de flujo es pseudo estacionario y se emplea la función de corrección de presión ( $p_{DMBH}$ ), para cada uno de los pozos en conjunto con las  $p^*$ , se construye la curva con pendiente ( $m$ ), y tiempo de cierre adimensional (Fig. 1.1).

Estas presiones promedio son entonces volumétricamente ponderadas para obtener la presión promedio verdadera del yacimiento ( $\bar{p}$ ).

Este estudio proporciona la base para el análisis transitorio de presión, como se denomina en la actualidad. En numerosas publicaciones sobre este tema, ninguna ha alterado significativamente los principios fundamentales propuestos por estos autores. La deficiencia básica de todos estos métodos, es su incapacidad de precisar áreas de drenaje irregulares.

Para el caso de la corrección de Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup> se emplea la siguiente ecuación analítica:

$$P_{\text{DMBH}} = \frac{p^* - \bar{p}}{\frac{q\mu}{4\pi kh}} = 4\pi t_{\text{DA}} + Y(t) \quad 1.28$$

agrupando los términos con logaritmo y aprovechando que  $\frac{r_w^2}{R_b^2} \approx 0$  y

$Jo = \left(\frac{x_n r_w}{R_b}\right) \approx 1$ , tenemos una ecuación más accesible.

$$P_{\text{DMBH}} = \frac{3}{2} + \text{Ln} \frac{4\pi t_{\text{DA}}}{\gamma} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-x_n^2 \pi t_{\text{DA}})}{x_n^2 Jo^2(x_n)} \quad 1.29$$

### I.5. REGÍMENES DE FLUJO

El flujo de fluidos en medios porosos, registra tres tipos distintos de regímenes de flujo, que se diferencian según las características que cada uno presentan en forma particular.

#### ➤ Flujo transitorio:

Hasta que la onda de presión alcance las fronteras del yacimiento o se tenga influencia de algún pozo, el yacimiento se comportará como si fuera infinito, durante este último período el régimen de flujo es llamado de transición.

#### ➤ Flujo en estado pseudo estacionario:

Cuando la zona productora quede sin flujo en las fronteras, se tiene el estado pseudo estacionario. Este régimen se produce en el yacimiento cuando no existe flujo en las fronteras.

➤ Flujo en estado estacionario:

Cuando la zona productora es afectada por alguna presión constante en alguna frontera, el flujo llega a comportarse como en estado estacionario. Este tipo de flujo se tiene en un yacimiento que produce bajo un casquete de gas o que en la relación de movibilidades, la movilidad del agua es mayor en comparación con la del aceite.

Entonces, cuando se alcanza la estabilización, bajo la condición de frontera cerrada, se le conoce como flujo en estado pseudo estacionario. Este flujo resulta de un agotamiento de la presión de los pozos productores, como consecuencia de la declinación de la presión del yacimiento.

Y para cuando se alcanza la estabilización, en el caso de frontera a presión constante, al flujo se le conoce como flujo en estado estacionario. Los pozos que producen bajo estas condiciones, no experimentan agotamiento de presión, ya que la presión del yacimiento permanece constante.

Las pruebas de pozo, casi siempre se realiza en un régimen de flujo transitorio, aunque algunas fronteras sean alcanzadas.

## I.6. PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

Las consideraciones que se han realizado respecto a tener sistemas con un pozo produciendo a un gasto constante son hasta cierto punto irreales.

Los sistemas con los que se enfrenta la ingeniería de yacimientos, generalmente contienen varios pozos operando a gastos variables, por lo que se ve la necesidad de contar con una técnica más general para estudiar los problemas asociados con las pruebas de transmisión de presión.

Los problemas de pozos múltiples y gastos variables pueden ser considerados mediante la aplicación del principio de superposición. Este principio establece que una combinación lineal de soluciones lineales para una ecuación diferencial es también una solución de dicha ecuación diferencial.

Como se ha mencionado, el flujo de fluidos ligeramente compresibles en un medio poroso uniforme, es descrito por la ecuación de difusión, y como se discutió anteriormente, la ecuación de difusión es lineal y homogénea, por lo cual el principio de superposición puede aplicarse.

Cuando las condiciones de frontera son dependientes del tiempo (por ejemplo a gasto constante), el principio muestra que la presencia de una condición de frontera no afecta la respuesta a otra condición de frontera o inicial; es decir, que no hay interacción entre las respuestas. De lo que se concluye que el efecto total es la suma de cada uno de los efectos individuales.

### I.6.1. APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN, EN TIEMPO Y EN ESPACIO

El principio de superposición puede ser considerado como una técnica que nos muestra el comportamiento de presión en cualquier tiempo y ubicación, como la

suma de las historias de cada uno de los efectos que pueden estar manifestándose en la solución.

### I.6.1.A. SUPERPOSICIÓN EN TIEMPO

Esta extensión del principio de superposición, se utiliza para analizar los cambios de gasto que sufre un pozo a partir de la solución para el caso de un gasto constante.

Para explicar la superposición en tiempo, tomaremos un caso sencillo, considérese un pozo el cual tiene una producción a dos gastos diferentes (ver Fig. 1.2), en este caso, el pozo produjo a un gasto  $q_1$  desde un tiempo  $t=0$  hasta  $t_1$  y a un gasto  $q_2$  de  $t_1$  en adelante; la caída de presión en el pozo a un tiempo  $t$  menor que  $t_1$ , es:

$$\Delta p = \frac{q_1 \mu B}{2\pi kh} p_D(1, t_D) \quad 1.30$$

donde

$t_D$ : es el tiempo adimensional calculado al tiempo  $t$ .  
 $p_D(r_D, t_D)$  es la ecuación 1.10.

También se puede utilizar para calcular la caída de presión a un tiempo  $t$  mayor que  $t_1$ , entonces el pozo puede ser visualizado como, si se tuvieran dos pozos colocados exactamente en el mismo lugar, uno produciendo a un gasto  $q_1$  desde  $t=0$  hasta  $t_1$  y el otro pozo produciendo a un gasto  $(q_2 - q_1)$  empezando en  $t_1$  y continuando por un período  $(t - t_1)$ . Así, el gasto neto después de  $t_1$  es  $q_1 + (q_2 - q_1) = q_2$ .

Aplicando el principio de superposición para los dos pozos, se obtiene que, la caída de presión en el pozo para un tiempo  $t$  mayor que  $t_1$  está dado por:

$$\Delta p = \frac{q_1 \mu B}{2\pi kh} p_b(1, t_b) + \frac{(q_2 - q_1) \mu B}{2\pi kh} p_b(1, t - t_1 |_{D}) \quad 1.31$$

Esta ecuación también es aplicable para los casos en los que  $q_2 = q_1$ ;  $q_2 < q_1$ ;  $q_2 = 0$ ;  $q_2 > 0$ . Y de la misma forma se pueden ir agregando una variedad infinita de situaciones, que serán resueltas siguiendo el mismo procedimiento.

#### I.6.1.B. SUPERPOSICIÓN EN ESPACIO

Esta aplicación del principio de superposición, se emplea para conocer la caída de presión en cualquier punto que se encuentre afectado por más de un pozo en un yacimiento.

Esta extensión es muy importante, ya que es la base principal de las pruebas de interferencia.

Consideremos un sistema infinito de tres pozos como el que se tiene en la Fig.1.3. En el tiempo  $t=0$  el pozo 1 comienza a producir a un gasto  $q_1$  y el pozo 2 comienza a producir a un gasto  $q_2$ .

Si se desea calcular la caída de presión total en el pozo cerrado (pozo 3), se tiene que sumar la caída de presión en el pozo 3 causada por el pozo 1, más la caída de presión en el pozo 3 causada por el pozo 2, esto se puede escribir como:

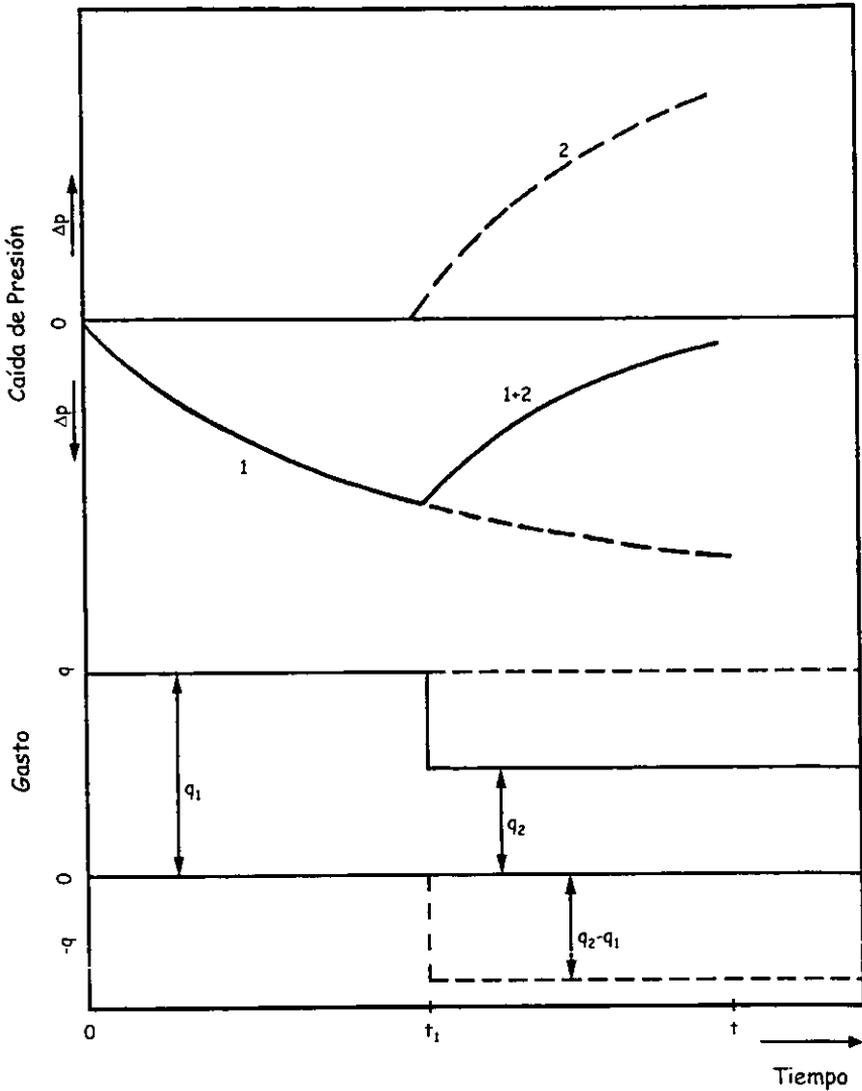


Figura 1.2. Diagrama esquemático del principio de superposición en tiempo para el caso de un pozo que produce a dos gastos.

$\Delta p$  pozo #3 =  $\Delta p$  evaluada en el Pozo 3 debido al gasto  $q_1$  en el Pozo 1  
 +  $\Delta p$  evaluada en el Pozo 3 debido al gasto  $q_2$  en el Pozo 2

La ecuación que describe la caída de presión, es:

$$\Delta p = \frac{q\mu B}{2\pi kh} p_b(r_b, t_b) \quad 1.32$$

Substituyendo la ecuación de la caída de presión (Ec. 1.32) para los casos de la igualdad anterior, se tiene que:

$$\Delta p_{t_1} = \frac{q_1\mu B}{2\pi kh} p_b(r_{D1}, t_D) + \frac{q_2\mu B}{2\pi kh} p_b(r_{D2}, t_D) \quad 1.33$$

Donde  $r_{D1}$  y  $r_{D2}$  son la distancia adimensional del Pozo 1 y del Pozo 2 al punto de interés que en este caso es el Pozo 3, respectivamente.

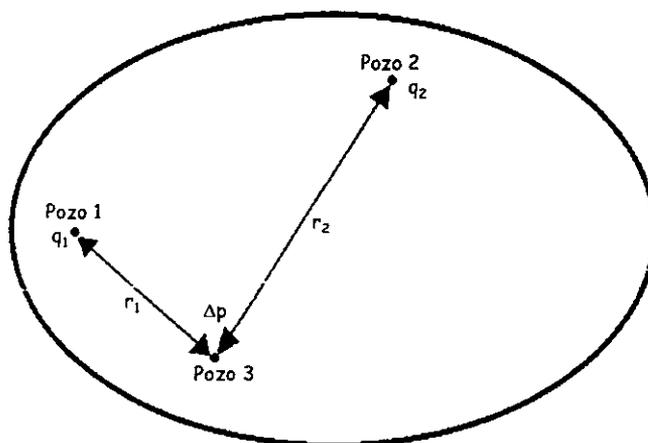


Figura 1.3. Diagrama para la explicación del principio de superposición en el espacio.

## II MÉTODO DE IMÁGENES

Como se mencionó en el capítulo anterior, el concepto de pozo imagen lo introducen Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup>, en este capítulo se aplica para arreglos cuadrangulares, con un pozo en su interior, que ocupe cualquier posición; también se expone la metodología para cambiar el tipo de las fronteras, para tener arreglos con fronteras a presión constante (permeables) o fronteras cerradas (impermeables), e incluso tener arreglos mixtos, según se desee o necesite. Se desarrolla también, una forma hexagonal regular de drene, pero ésta tiene el pozo en el centro y todas sus fronteras son cerradas.

### II.1. BASES

La simulación aplicando el método de imágenes se logra al considerar un sistema que en su interior contiene un pozo que produce a gasto constante. Se emplea el principio de superposición, que analíticamente puede representarse así:

$$P_D(x_D, y_D, t_{DA}) = \sum_{i=1}^{\infty} P_D(a_{iD}^2, t_{DA}) \quad 2.1$$

$$a_{iD} = \frac{a_i}{\sqrt{A}} \quad 2.2$$

$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi \mu c_t A} = t_D \left( \frac{r_w^2}{A} \right) \quad 2.3$$

El valor en la sumatoria inicia desde que "i=1", esto es porque se refiere al mismo pozo dentro de la región.

Un arreglo de las distancias  $a_i$  se muestran en la Fig. 2.1, y se proponen los ejes coordenados  $x_D$ ,  $y_D$  en el centro del rectángulo de la misma figura.

El tener un tiempo adimensional con base en el área de drene es conveniente para cualquier tipo de forma (a excepción de la forma circular), ya que permite considerar de manera indirecta los efectos de la forma del área de drene. En todo caso cualquier tiempo adimensional es equivalente a un tiempo real.

## II.2. CAÍDAS DE PRESIÓN EN FORMAS DE DRENE CUADRADAS Y RECTANGULARES CON UN POZO EN SU INTERIOR COLOCADO EN CUALQUIER UBICACIÓN Y CON FRONTERAS CERRADAS

La forma de drene propuesta por Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup>, es una forma cuadrangular, de ésta se parte para explicar el método de imágenes, y después se aplica en una forma de drene hexagonal.

### II.2.A. CONSIDERACIONES

El problema que se considera inicialmente, es el agotamiento de una región de drene cuadrada, sin flujo en los límites exteriores y con un pozo en el centro. Se considera una formación ideal de espesor delgado, isotrópica, horizontal y homogénea que contiene un fluido en una sola fase, de viscosidad y compresibilidad constante. Los gradientes de presión se consideran pequeños tales que sus términos, pueden desprejarse. Las fuerzas gravitacionales son de igual manera desprejadas. Para generar primero una región de drene cuadrada, se aplica el método de superposición que emplearon Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup>. Por esto, la Ec. 2.1 es transformada y tenemos:

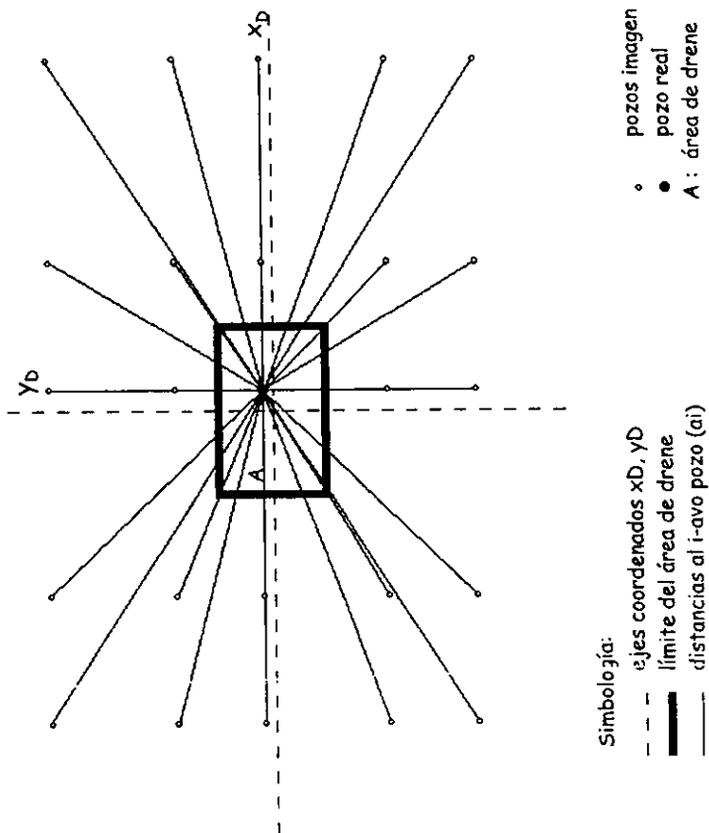


Figura 2.1. Arreglo de la distribución de las distancias "ai" para un arreglo rectangular.

$$P_D(x_D, y_D, t_{DA}) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} E_i \left( \frac{-a_{iD}^2}{4t_{DA}} \right) \quad 2.4$$

## II.2.B. DESARROLLO

La Ec. 2.4 es la base para los cálculos de la presión adimensional; para encontrar una solución, se tienen que estimar las distancias  $a_{iD}$ , las cuales representan las longitudes del pozo real a los pozos imagen, estas distancias y su distribución se observan en la Fig. 2.2.

Como se aprecia en la Fig. 2.2, el pozo real, es el ubicado en el cuadrángulo con línea continua, en tanto que los cuadrángulos con línea entrecortada son los referentes a los pozos imagen, estos producirán a un mismo gasto  $q$ , idéntico al gasto del pozo real, el número de estos pozos imagen es infinito, esto se explica a continuación.

- i. Un pozo imagen, es un pozo imaginario, idéntico a un pozo real, en cuanto a características, propiedades y comportamiento, si un pozo real es explotado a un cierto ritmo, un pozo imagen, adopta el mismo ritmo, el pozo imagen se convierte en espejo del pozo real.
  
- ii. Partimos de la suposición de que si tenemos un yacimiento con un pozo, éste sería drenado exclusivamente por él (Fig. 2.3.a).

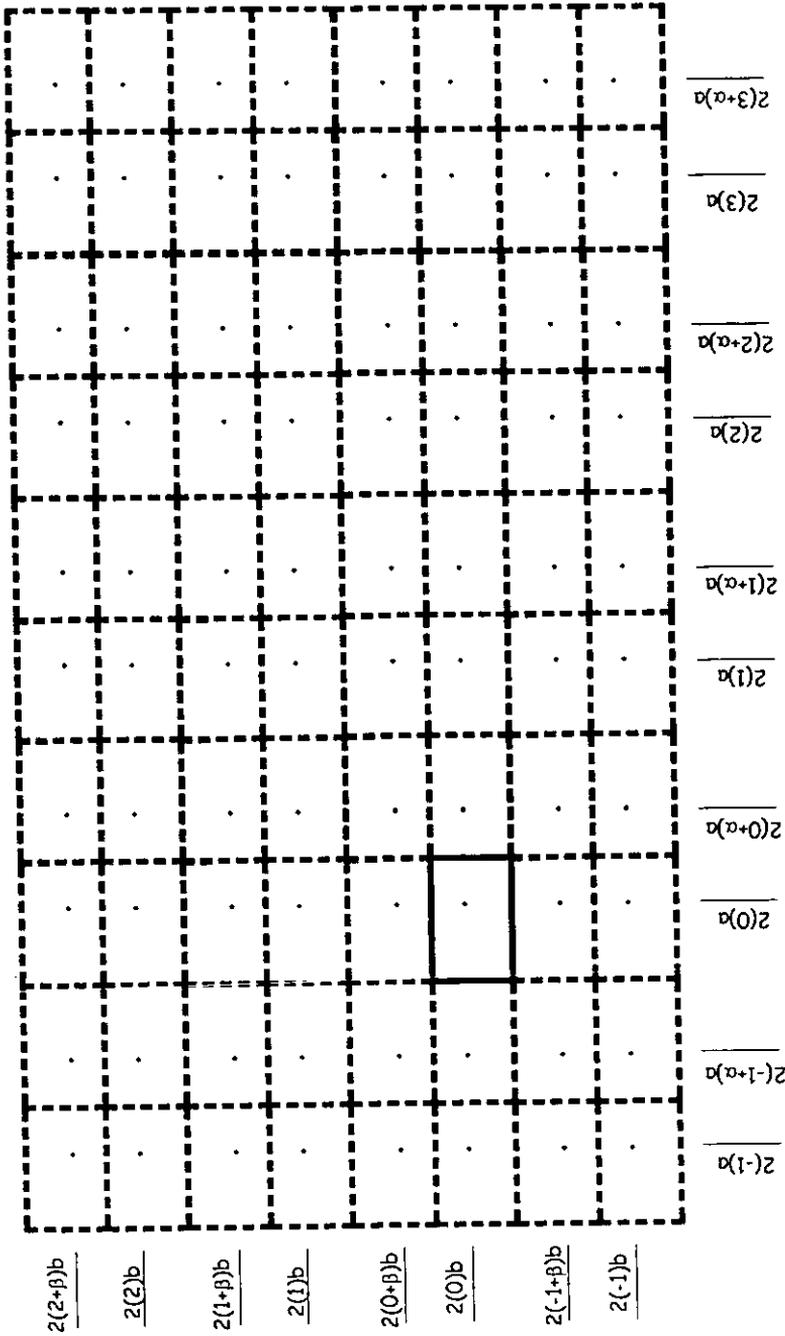
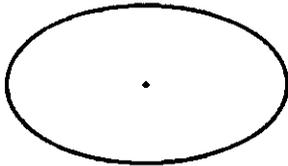
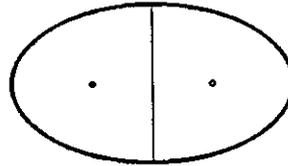


Figura 2.2. Representación de la distribución de los pozos imagen en un arreglo cuadrangular, en donde la posición del pozo real puede ser diferente del centro.

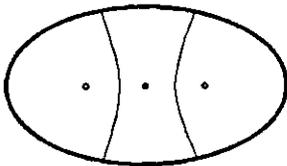
- iii. Si se agrega un pozo más al sistema; es decir, si se coloca un pozo imagen en el yacimiento, éste es drenado en volúmenes iguales por los dos pozos, esta es la premisa fundamental del método de imágenes que es imprescindible para su desarrollo; generalizando ésta, los pozos imagen contenidos en un arreglo y el pozo real, se reparten equitativamente el yacimiento, sin importar su número.
- iv. Con estos dos pozos, el real y el imagen, se crea una barrera sin flujo, justo a la mitad de la distancia que los separe, así lo muestra la Fig. 2.3.b, donde la barrera se encuentra a la derecha del pozo real.
- v. Si analizamos con detenimiento esta barrera, se puede ver que delimita al yacimiento en dos partes iguales, lo que se traduce en dos yacimientos, por lo que se restringe el paso de los fluidos de un lado de la barrera al otro, esto permite simular una frontera recta cerrada al flujo a la derecha del pozo, a cualquier distancia que se quiera.
- vi. Para simular la siguiente barrera, se coloca un pozo imagen a la misma distancia que el anterior, pero éste a la izquierda, de los ya existentes (Fig. 2.3.c).
- vii. Por lógica se puede deducir que la segunda frontera recta se encuentra ya presente, pero no es así, esto es debido a que al agregar un nuevo pozo, éste causará perturbaciones en el flujo del primer pozo, pero también en el segundo, al distribuirse equitativamente el yacimiento, por esto pierde la verticalidad la barrera que se había conseguido y la nueva no lo es,



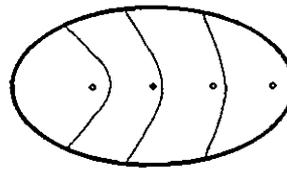
2.3.a. Yacimiento con un pozo.



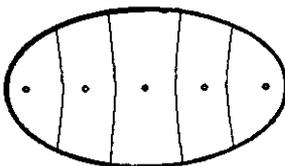
2.3.b. Yacimiento con una barrera impermeable.



2.3.c. Yacimiento con tres pozos, los cuales muestran las perturbaciones de presión de las fronteras, afectando la verticalidad de estas.



2.3.d. Yacimiento con cuatro pozos en donde se observa que los pozos se reparten equitativamente el yacimiento, perdiendo por completo la verticalidad de las fronteras.



2.3.e. Yacimiento con un arreglo horizontal de pozos imagen, se aprecia que las fronteras se apegan más a la vertical por la existencia de un nuevo pozo imagen.

- Simbolos:
- pozo imagen
  - pozo real
  - | barrera impermeable
  - yacimiento

Figura 2.3. Representación de la formación de las fronteras cerradas con el uso de pozos imagen.

entonces se necesita colocar un nuevo pozo para contrarrestar las nuevas perturbaciones, éste es alineado a la derecha y a la misma distancia que los anteriores (Fig. 2.3.d).

- viii. Así se pierde completamente la verticalidad de las fronteras, porque se hacen presentes nuevas perturbaciones, de tal manera que para tener las fronteras rectas necesitamos equilibrar el sentido de las perturbaciones, haciéndose necesario el agregar un pozo imagen más (Fig. 2.3.e).
- ix. Analizando la Fig. 2.3.e, podemos concluir que se necesita un número infinito de pozos imagen alineados para que las barreras tiendan a ser verticales, porque cada vez que se agrega un nuevo pozo imagen, éste trae consigo perturbaciones que van permitiendo a las barreras ser cada vez más rectas que las anteriores.
- x. Al aumentar un nuevo pozo imagen, éste tiene cada vez una distancia mayor, el efecto sobre las demás fronteras se va minimizando, hasta que llega a una separación tal que sus efectos son despreciables y podemos prescindir de él, sin que esto tenga consecuencias en los cálculos; cuando se llega a este caso, las dos fronteras que se tienen son prácticamente verticales,
- xi. Con el procedimiento anterior, se han creado dos fronteras verticales, y como lo que se pretende es construir una forma cuadrangular igual a la de la Fig. 2.2, nos faltan dos barreras más, por lo que se procede de la forma anterior, sólo que esta vez colocaremos los pozos imagen arriba y por

debajo del pozo real, haciendo dos barreras perpendiculares a las ya existentes.

- xii. Para que las nuevas fronteras sean realmente rectas y perpendiculares a las ya existentes, tenemos que agregar tanto arriba como abajo del pozo real un número infinito de pozos imagen, y como es obvio, se afecta nuevamente a las barreras rectas obtenidas anteriormente, debido a la propagación de las perturbaciones que cada pozo imagen nuevo produce en el flujo de los demás pozos.
- xiii. Para contrarrestar este efecto, como se explicó, se recurre a colocar un número infinito de pozos imagen, en un arreglo tanto horizontal como vertical, hasta crear una cuadrícula infinita de pozos imagen, como la mostrada en la Fig. 2.2.

En la Fig. 2.2, también podemos apreciar que el pozo no se encuentra al centro de la figura, sino que se encuentra ubicado ligeramente arriba y hacia la derecha del centro, este movimiento se puede representar con la nomenclatura propuesta, los pozos imagen hacia la derecha del pozo a representar tienen la siguiente posición:

$$a_{id} = \frac{2(R + S \alpha)a}{\sqrt{ab}} \quad 2.5$$

donde

a: base del cuadrángulo

b: altura del cuadrángulo

$\alpha$ : distancia recta del pozo a la frontera derecha

R: toma el valor dos veces de 0, 1, 2, ..., n

S: alterna 0 y 1

Como se puede apreciar, la distribución de las distancias de los pozos imagen son simétricas (por ser reflejo del pozo real), las distancias hacia la izquierda, hacia arriba y hacia abajo se generan exactamente igual, lo que cambia es la nomenclatura y se agregan signos y la letra griega  $\beta$  (según las distancias a generar) que es la distancia recta del pozo a la frontera superior.

Si se analiza la Ec. 2.5, tenemos que es función de las dimensiones del cuadrángulo y de las variables nombradas  $\alpha$  y  $\beta$ , estas son la posición que guarda el pozo en el área de drene, por lo que al variar éstas, se está moviendo la posición del pozo, lo que permite de la manera más simple variar la ubicación del pozo dentro del área de drene.

### II.3. CAÍDAS DE PRESIÓN EN FORMAS DE DRENE HEXAGONAL CON UN POZO EN EL CENTRO Y CON FRONTERAS CERRADAS

Esta forma se desarrolla, para ilustrar el método de imágenes, con un arreglo geométrico diferente al cuadrangular.

También se pretende ampliar la gama de áreas de drene ya publicadas (en gráficas) en las referencias 3 y 7; en el Capítulo III, se anexan algunas gráficas y tablas, con las cuales se comprueba la veracidad del simulador desarrollado más adelante.

### II.3.A. CONSIDERACIONES

El desarrollo se efectúa con las consideraciones que se realizaron en el subcapítulo II.2.A. y sólo cabe mencionar que la forma hexagonal es la única figura con más de cuatro lados que puede ser generada por el método de imágenes, porque para su desarrollo se necesita crear una malla de forma hexagonal y ésta se acomoda perfectamente, sin dejar huecos de una arista a otra (ver Fig. 2.4); esta cualidad se presentó porque la base de construcción de un hexágono regular, es un triángulo equilátero, también conocido como triángulo notable por ciertas características que lo definen.

### II.3.B. DESARROLLO

Se parte de la ecuación propuesta por Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup> Ec. 2.4, que permite realizar los cálculos necesarios para encontrar la presión adimensional; como se dijo oportunamente, la solución de la Ec. 2.4 se obtiene al estimar las distancias  $a_{ib}$ , que en esta ocasión tienen un orden diferente, porque tenemos seis fronteras que construir y las distancias a los pozos imagen cambian como se puede observar en la Fig. 2.4.

Colocamos dos ejes que pasan por el centro del hexágono con una línea continua, los ángulos que forman al interceptarse son, de  $60^\circ$  y de  $120^\circ$ ; se puede ver esto representado en la Fig. 2.4, en donde también se tiene el pozo real que se encuentra en el centro de la figura.

De los ejes formados, parte una nomenclatura del centro hacia los extremos con un arreglo que cuenta con un número par y las letras "ap", que es la apotema del hexágono; la distancia del pozo real a los pozos imagen, que se

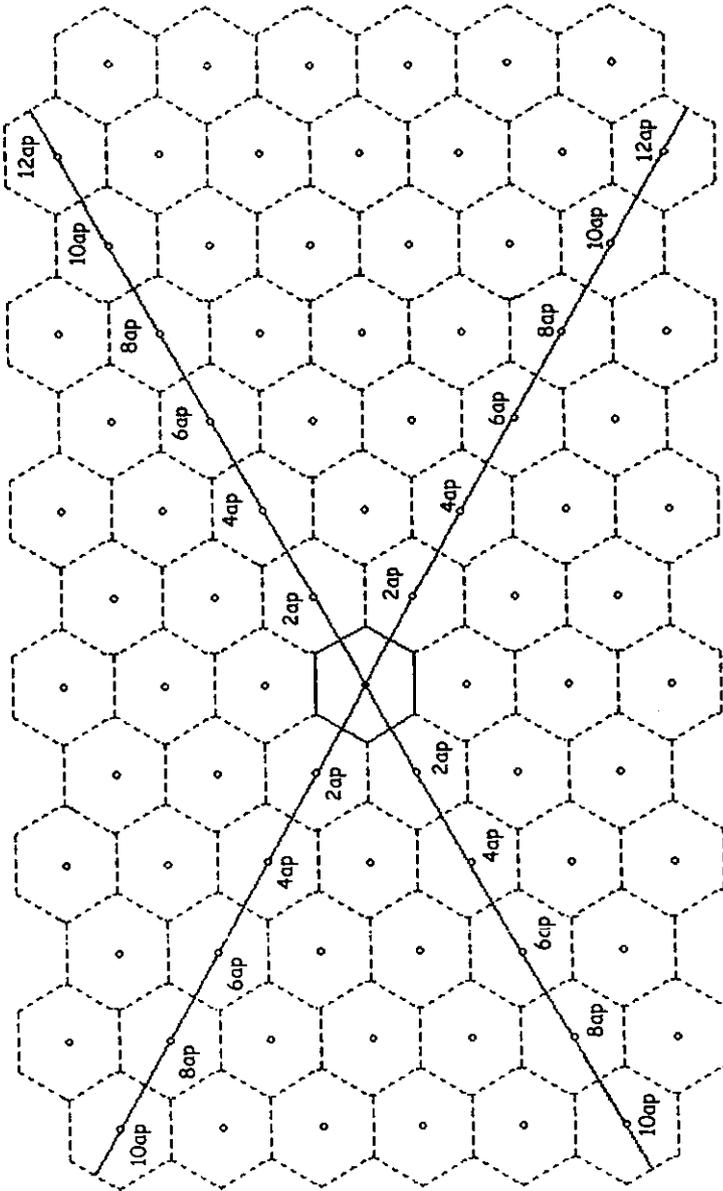


Figura 2.4. Representación de la distribución de los pozos imagen para un arreglo hexagonal.

encuentran sobre los ejes es, primero de dos veces el apotema, después cuatro y así hasta el infinito.

Se puede ver a los hexágonos con línea entrecortada, éstos son referentes a los pozos imagen, el número de estos pozos imagen es infinito como se explicó anteriormente, la única diferencia es que ahora en vez de formar una malla cuadrada, la malla es hexagonal.

Las distancias a los pozos imagen alineados en los ejes trazados, se encuentran con la siguiente expresión:

$$a_{id} = \frac{2J ap}{\sqrt{3L ap}} \quad 2.6$$

donde:

ap: apotema del hexágono

J: 1, 2, 3, ..., n

L: lado del hexágono

Las distancias a los pozos imagen, que no están en los ejes, pueden calcularse, basándose en las que se encontraron con el arreglo anterior, debido a que los ejes forman cuatro cuadrantes y la distancia de los pozos se encuentran por medio de triángulos oblicuángulos.

## II.4. CAÍDAS DE PRESIÓN EN FORMAS DE DRENE CUADRADAS Y RECTANGULARES CON UN POZO EN SU INTERIOR COLOCADO EN CUALQUIER UBICACIÓN CON FRONTERAS A PRESIÓN CONSTANTE

La generación de fronteras de formas regulares se desarrolla con el método de imágenes como se ha visto, pero en este apartado se explica la manera de generar fronteras a presión constante.

Se discute además la manera de alternar las fronteras, es decir, de tener un área de drene con cuatro fronteras cerradas, a tener una, dos, tres o incluso cuatro fronteras a presión constante, lo que cambia no es el concepto, si no que cambia el planteamiento que se realiza para el cálculo.

### II.4.A. CONSIDERACIONES

Tenemos un área de drene de forma cuadrada con un pozo, las fronteras que se tienen son a presión constante, lo que quiere decir que son fronteras permeables que permiten el paso de fluidos en la misma cantidad en la que se están produciendo, de tal manera que se mantiene la presión en las fronteras.

Como se puede ver, se parte de las consideraciones hechas en el subcapítulo II.2.A., y lo que se aportará son las fronteras a presión constante.

### II.4.B. DESARROLLO

La ecuación que dicta el comportamiento de la presión cuando se pone en producción un pozo en forma adimensional, como hemos dicho con anterioridad, es la ecuación nombrada Ec. 2.4.

Sin embargo, esta ecuación determina la caída de presión cuando las fronteras del yacimiento son cerradas. Examinando los regímenes de flujo se observa al inicio, el transitorio, conforme transcurre el tiempo, se tiene un régimen de flujo en estado pseudo estacionario; este régimen se mantiene con las fronteras cerradas, en tanto no se alcancen los efectos de frontera, al manifestarse los efectos de frontera, el régimen cambia a estado estacionario, lo que ocurre en pozos con fronteras a presión constante.

Recordamos lo anterior, para tener en cuenta que empleamos la Ec. 2.4 para fronteras cerradas, si tenemos fronteras a presión constante, el régimen es otro, pero al principio de la explotación el régimen es el mismo, sólo es diferente cuando el flujo alcance las fronteras.

Se puede ver gráficamente lo anterior en la Fig. 2.5: el comportamiento que se tiene al inicio de la explotación, es el de la solución de línea fuente, mientras que la onda de presión, no alcance los efectos de frontera. En el momento en que los efectos se alcanzan, se obtiene una desviación de la curva, aquí es importante saber si las fronteras que tiene el área de drene son cerradas o a presión constante, ya que si son cerradas las caídas de presión son mayores para un mismo intervalo de tiempo, por lo contrario, si son a presión constante, las fronteras son permeables, lo que permite a la curva comportarse de tal forma que las caídas de presión sean menores incluso, que si no se hubieran alcanzado los efectos de frontera.

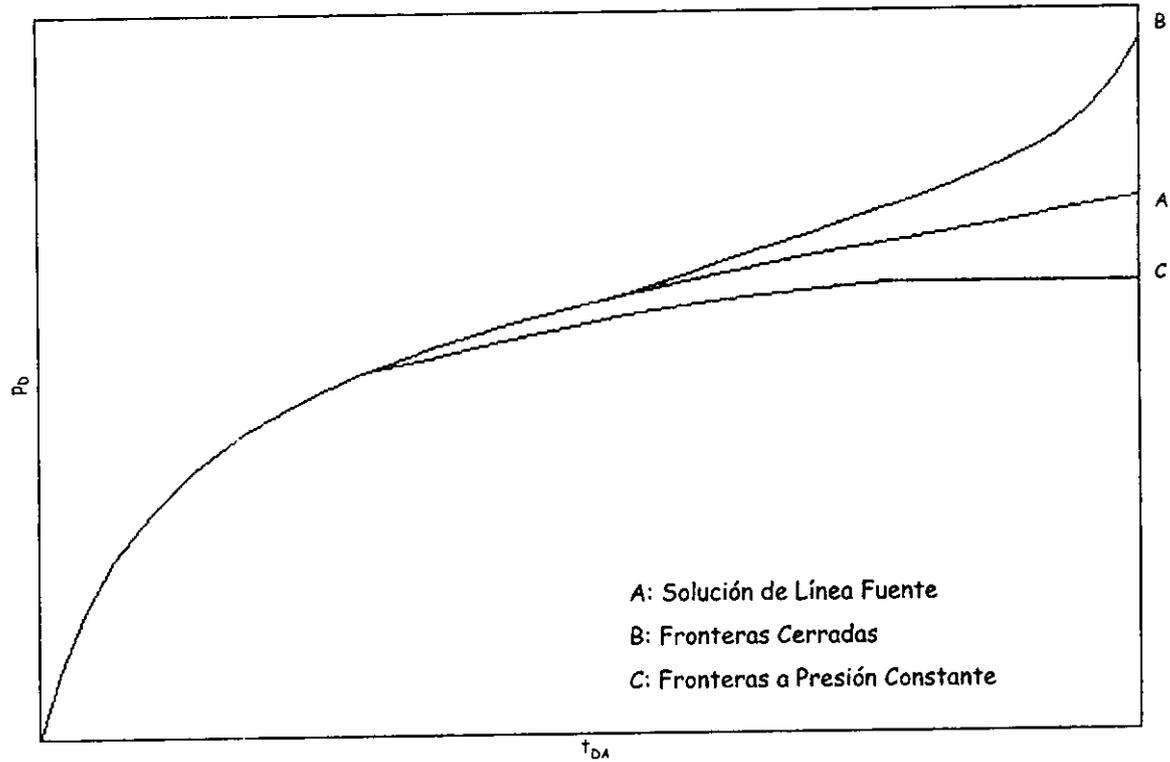


Figura 2.5. Comportamiento de la Solución de Línea Fuente, yacimiento finito con fronteras a presión constante y cerradas al flujo.

Esto es físicamente posible en campos en donde se tenga una fuerte entrada de energía, natural por un acuífero asociado y/o artificialmente por la inyección de algún fluido.

Recordando lo que se ha visto, se tiene que cuando se quiere simular una frontera cerrada, se coloca un pozo imagen enfrente de éste, el cual producirá exactamente el mismo gasto que el pozo real, si se quieren simular cuatro fronteras, se generan un número infinito de pozos imagen alrededor del pozo real, donde cada uno de éstos se reparte en partes iguales el yacimiento, lo que hace que produzcan todos el mismo gasto.

Si ahora, lo que se quiere es simular fronteras a presión constante, de igual manera se coloca un pozo imagen enfrente del pozo real, pero para este caso, el pozo en lugar de producir el mismo gasto, inyecta el mismo gasto, en una magnitud idéntica a la que produce el pozo real, esto es, si se quiere simular una frontera a presión constante de un pozo real que produce un gasto  $q$ , el pozo imagen produce a un gasto de  $-q$ .

Al delimitar un área de drene de forma cuadrangular con fronteras cerradas, se crea una red infinita de pozos imagen productores, si las fronteras son a presión constante, se crea también una red infinita de pozos imagen, pero la mitad serán productores y la otra mitad serán inyectores.

La Fig. 2.6 muestra el arreglo de los pozos imagen para el sistema de la Fig. 2.2 con tres fronteras cerradas y una a presión constante "A". La decisión de que el pozo imagen es productor o inyector se explica a continuación:

- Para tener una frontera a presión constante, se coloca enfrente del pozo real (1), un pozo imaginario inyector (2). Como fronteras restantes son cerradas, enfrente de estas se colocan pozos imagen productores como el (3).
- El pozo inyector (2), se manifiesta en la frontera "B" como pozo inyector (4), este no cambia a productor, debido a que atraviesa primero una frontera a presión constante "A" y después una cerrada "B".
- El pozo productor (3), se manifiesta en la frontera "A" como pozo inyector (5), este cambia de productor a inyector, debido a que atraviesa primero una frontera cerrada "B" y después una a presión constante "A".
- El pozo inyector (4), se manifiesta en la frontera "A" como pozo productor (6), este cambia de inyector a productor, debido a que atraviesa primero una frontera cerrada "B" y después una a presión constante "A".
- Generalizando, se tiene que el pozo inyector (5), se manifiesta en la frontera "B" como inyector y el pozo productor (6), se manifiesta en la frontera "B" como productor, por la razón que al pasar de una frontera a presión constante a una cerrada, el pozo imagen conserva el carácter de producción, si es productor pasa como productor y si es inyector, pasa como inyector, mientras que si el pozo imagen pasa de una frontera cerrada a una a presión constante, el pozo cambia el carácter de producción, si es productor cambia a inyector y si es inyector cambia a productor, esto permite el equilibrio entre el número de pozos productores e inyectores.

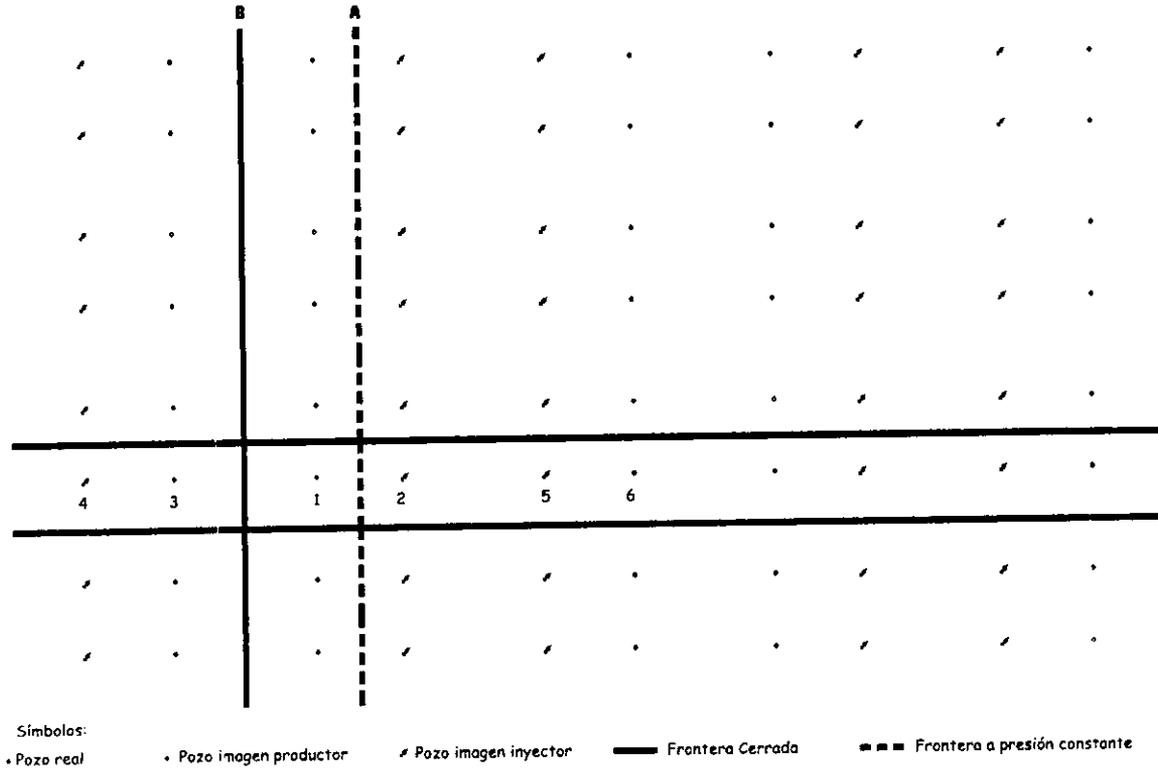


Figura 2.6. Localización de los pozos imagen para un arreglo rectangular con tres fronteras cerradas y una a presión constante.

- Los pozos imagen arriba de las fronteras cerradas horizontales, se manifiestan siempre con el carácter de producción que tienen los pozos que se generaron anteriormente, porque pasan de una frontera cerrada a otra igual, por lo que sus perturbaciones se contrarrestan unas con otras.

Cabe hacer mención que el número de pozos imagen productores, debe ser el mismo que el de inyectores, porque si no se cumple esto, las fronteras no serán del todo rectas y se combarán a medida que el desequilibrio persista; no importa el número de fronteras a presión constante que se generen, exactamente la mitad de los pozos imagen deben ser productores y la otra inyectores. El arreglo del carácter de producción, depende del número de fronteras cerradas o a presión constante que se simule.

Como se comentó, si las fronteras son a presión constante, estas permiten el paso de fluidos a través de ellas, en un valor igual al que se produce en el pozo que resguardan, ésta es otra premisa del método de imágenes, y lo podemos enunciar como: *"para generar una frontera a presión constante, se necesita que se coloque un pozo imagen igual al real, pero con gasto negativo"*.

De la forma anterior tenemos creada sólo una frontera permeable, necesitamos extender el arreglo según la distribución del tipo de fronteras, en tal caso, los arreglos se forman con las bases que aquí se presentaron, en la Fig. 2.6, vemos el arreglo que tiene un yacimiento con tres fronteras cerradas y una a presión constante.

## II.5. ECUACIÓN DE CORRECCIÓN DE MATTHEWS, BRONS Y HAZEBROEK ( $p_{DMBH}$ )

El artículo que publican Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup>, discute una técnica para obtener la presión media del yacimiento, por medio de la definición de una presión que se conoce como  $p_{DMBH}$ . Esta función de presión involucra propiedades del yacimiento y un cambio de presión ( $\Delta p$ ), que permite de manera indirecta corregir la presión extrapolada o presión falsa ( $p^*$ ) de los datos del incremento de presión.

$$p_{DMBH}(r_{wD}, t_{DA}) = \frac{2\pi kh(p^* - \bar{p})}{q\mu} \quad 2.7$$

donde  $p^*$  es la presión obtenida al extrapolar los datos de una prueba de incremento de presión (Fig. 1.1). Los datos en régimen transitorio resultan en una línea recta con pendiente "m", si ésta se prolonga hasta el infinito, esto es

$$\frac{t + \Delta t}{\Delta t} \approx 1, \text{ se define } p^*.$$

Si aplicamos las definiciones de tiempo adimensional, discutidas en el Capítulo 1, tenemos que la Ec. 2.7 puede representarse como:

$$p_{DMBH} = 4\pi t_{DA} + \sum_{i=2}^{\infty} Ei\left(\frac{-a_{iD}^2}{4t_{DA}}\right) \quad 2.8$$

Al examinar la Ec. 2.8, se aprecian dos términos, el primero se refiere a la caída de presión que ocurre en el pozo, mientras el segundo representa el

resto del yacimiento, mediante la contabilidad de los pozos imagen que sirven para representar estas caídas. El valor de la sumatoria inicia en un valor de "i=2", debido a que  $a_i$ , no puede ser igual a  $r_w$ . Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup> presentan resultados gráficos, para una amplia variedad de formas de yacimientos (cuadrados, rectangulares, etc.).

Otra aplicación de la función  $p_{DMBH}$  (función de presión de Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup>) es determinar el factor de forma, cuando el régimen de flujo es el de estado pseudo estacionario. Brons y Miller demostraron que es posible asignar los factores de forma " $C_A$ " para una variedad de áreas de drene, siempre y cuando, el régimen de flujo sea pseudo estacionario, para este caso, la Ec.2.8 se escribe:

$$p_{DMBH} = \ln(C_A t_{DA}) \quad 2.9$$

Así, el logaritmo natural del factor de forma puede determinarse desde los valores calculados de  $p_{DMBH}$  y la unidad del tiempo adimensional  $t_{DA}$ , si el régimen de flujo es pseudo estacionario. De otra manera, se necesita de una extrapolación cuando  $t_{DA}=1$ . Algunos factores de forma se presentan en el Capítulo III y en las Ref. 7 y 12 se tiene una mayor variedad.

### III PROGRAMA DE CÓMPUTO

El programa que se presenta, se realizó en lenguaje Visual Basic 6 de Microsoft®. Proporciona salidas en la pantalla, en disco e impresora, lo constituyen: una pantalla de datos, tres tablas de resultados (una para cada forma del área de drene: cuadrangular, hexagonal y circular) y una gráfica para cada forma de área de drene.

#### III.1. DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DE CÓMPUTO

El programa de cómputo desarrollado tiene como fin, el proporcionar una herramienta rápida, confiable y completa para el cálculo de la presión promedio del yacimiento y la simulación de pruebas de incremento de presión mediante la aplicación del método de imágenes, para diferentes geometrías de las áreas de drene.

La versatilidad de este programa radica en su uso sencillo y a que permite la simulación de una gran variedad de áreas de drene entre las cuales se puede elegir: cuadradas, rectangulares, hexagonales y circulares. Estas dos últimas áreas de drene tienen la posición del pozo en el centro de la figura, y sus fronteras son cerradas.

Para las áreas de drene de forma cuadrada y rectangular, se tiene la opción de intercambiar el tipo de fronteras. Esto es, se tiene la potencialidad de simular todas las fronteras a presión constante o combinarlas entre sí, teniendo la opción de decidir cuáles son cerradas y que otras son a presión constante; lo anterior permite tener un buen número de escenarios posibles del yacimiento.

La selección de la geometría de drenaje y tipos de frontera, se puede generar fácilmente, a través de un click con el "mouse"; también es posible cambiar la posición del pozo y además se pueden cambiar las dimensiones del área de drenaje, e incluso la forma de ésta.

La modificación de la posición del pozo, influye directamente en la curva del comportamiento de la presión, ya que si se coloca cerca de alguna barrera, los efectos se manifiestan más rápido; los efectos cambian si la frontera es cerrada o a presión constante, mientras por un lado, una influye a declinar la presión más rápido, la otra aporta una cantidad de energía adicional, que si bien no contrarresta totalmente la declinación, sí retarda sus consecuencias.

La Fig. 3.1 presenta la pantalla de inicio del programa llamado "Tezcatlipoca, es decir "Espejo Negro", este nombre se adoptó por la razón de que el método de imágenes, se basa en los reflejos que de un pozo se tienen para crear fronteras, entonces los reflejos, se obtienen gracias a un "espejo" y como se desarrolló para pozos de petróleo, cuyo producto es generalmente de color oscuro, o "negro", entonces el "Espejo Negro" es la imagen de pozos petroleros.

La pantalla principal del programa, muestra un menú, una barra de herramientas, una barra de estado y el cuerpo general.

- El menú está formado por siete opciones, de las cuales dos se encuentran desactivadas, al inicio de la corrida: Análisis y Graficar.

Espejo Negro "Tezcatlipoca" [Nuevo]

Archivo Datos Características del Pozo

Datos de las Características del Pozo

Nombre del Campo	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Nombre del Pozo	<input type="text"/>	<input type="text" value="cp"/>
Compartile	<input type="text"/>	<input type="text" value="mD"/>
Analista	<input type="text"/>	<input type="text" value="pies"/>
Profundidad	<input type="text" value="psi"/>	<input type="text" value="Fracción"/>
Yacimiento	<input type="text"/>	<input type="text" value="psi-1"/>
Tiempo de Producción	<input type="text" value="h"/>	<input type="text" value="pies"/>
Qo	<input type="text" value="bpd"/>	<input type="text"/>

Estado 11:49 a.m. 31/03/00

Figura 3.1. Pantalla de inicio del programa de cómputo.

- La barra de herramientas tiene diez botones, que simplifican el acceso a ciertas instrucciones, que se ocupan con gran frecuencia. Cabe destacar los botones que contienen tres formas geométricas, en estas figuras se representa a las áreas de drene que pueden generarse.

En la misma barra de herramientas se tiene un botón con la letra "H", que permita introducir los datos que el método de Horner, emplea en el cálculo de la presión promedio.

- La barra de estado, proporciona la fecha y la hora en que se está utilizando el programa, además indica la actividad que se encuentra en proceso de cálculo en el instante que se lleva acabo; por ejemplo, si el simulador tiene la orden de diseñar una prueba de presión, en la barra de estado se indica *"Calculando la prueba de presión"*, si la actividad que se desarrolla es la de graficar, en la barra de estado aparecerá *"Preparando la pantalla para presentar la gráfica de Pwf Vs. Tiempo"*.
- El cuerpo general, es el módulo en donde se introducen y almacenan las características del yacimiento y las propiedades PVT de los fluidos, este módulo aparece de forma automática al iniciar el simulador, cualquier corrida que se realice más adelante, tomará la información que contenga, por lo que si se desea realizar una simulación con diferentes características del yacimiento, sólo tendrá que modificar la información de este módulo.

### III.2. MANEJO DE ARCHIVOS E INTRODUCCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL YACIMIENTO Y PROPIEDADES PVT DE LOS FLUIDOS

El programa "Tezcatlipoca" es capaz de ejecutar datos recién almacenados o información existente en una unidad de disco; también permite cambiar propiedades, valores y unidades ya establecidas.

Contiene además, un manejo de archivos, el cual permite abrir, guardar y cerrar proyectos, según requiera el operador, aunque sólo permite tener un análisis activo a la vez, por lo que si se abre un nuevo análisis, borrará el que hasta ese momento se tenía como existente.

➤ *Captura para un análisis inicial.*

Al iniciar el programa, se activa la pantalla principal o módulo general, en la cual se encuentran las ventanas de datos necesarios para efectuar el cálculo de la presión promedio y el diseño de una prueba de incremento de presión. La introducción de los datos puede efectuarse en varias unidades; si los valores se tienen en unidades diferentes a las etiquetadas, se permite cambiarlas accionando los combos de la derecha.

➤ *Guardar un análisis.*

Si se decide guardar la información de un análisis, el programa plantea la opción de almacenarlo en una unidad de disco, con el propósito de que la información que contiene, esté disponible para nuevas estimaciones, o simplemente como resguardo del análisis que se desarrolló.

Para guardar un análisis, se selecciona el menú "Archivo" y luego "Guardar" (también se puede hacer click\* en la barra de herramientas sobre el botón con un disco o se puede tener el acceso abreviado oprimiendo las teclas Alt+G).

Al seleccionar la opción "Guardar", se despliega una forma Fig. 3.2, que permite introducir el nombre del archivo de datos y la ubicación dentro de una unidad de disco. Los archivos de "Espejo Negro" se guardan con la extensión ".ent".

También existe la opción "Guardar como...", útil si se quiere guardar un archivo con otro nombre, esto es práctico, cuando se hacen pequeñas modificaciones de un análisis, y se necesitan guardar éstas para realizar comparaciones.

Si al momento de guardar un proyecto, el programa detecta un homónimo, desplegará una pantalla para confirmar el reemplazo que ocurrirá si se confirma el nombre y la ubicación del archivo.

➤ Abrir un análisis existente.

Si con anterioridad se guardó un análisis en un archivo, éste puede ser consultado para trabajar en él. Lo único que se necesita es saber el nombre y la ubicación del archivo.

---

\* Todos los "click", que se mencionen en este trabajo, se realizan con el botón izquierdo del "mouse".



Figura 3.2. Pantalla para abrir un proyecto de una unidad de disco.

Para abrir el proyecto, se selecciona el menú "Archivo" y luego "Abrir" (también se puede hacer click en la barra de herramientas sobre el botón con un folder amarillo y una flecha, o se puede tener el acceso abreviado oprimiendo las teclas Alt+A), inmediatamente se despliega una nueva pantalla, ver Fig. 3.2, que permite teclear el nombre y la ubicación del archivo por recuperar.

➤ Nuevo análisis.

Si se desea comenzar un nuevo análisis y se tiene uno abierto, lo mejor es indicarle al programa que inicie una nueva corrida, esto se puede hacer mediante el menú "Archivo" luego "Nuevo", también se puede hacer click en la barra de herramientas sobre el botón con una hoja en blanco o se puede tener el acceso abreviado oprimiendo las teclas Alt+N, e inmediatamente despliega la pantalla principal con los datos en blanco, listo para recibir la nueva información.

➤ Cerrar un análisis existente.

Para cerrar un análisis, el programa cerrará todas las pantallas que hasta el momento tenga habilitadas y dejará sólo lo indispensable para tener un nuevo análisis o abrir un archivo existente o salir definitivamente del programa; para cerrar un proyecto, se selecciona el menú "Archivo" y luego "Cerrar".

➤ Salir del programa

Para terminar la ejecución, se selecciona el menú "Archivo" y luego "Salir", también se puede hacer click en la barra de herramientas sobre el botón

con un disco rojo o se puede tener el acceso abreviado oprimiendo las teclas Alt+S.

### III.3. SELECCIÓN DE LA FORMA DEL ÁREA DE DRENE

Para elegir el área de drenaje, se selecciona el menú "Datos", después "Forma" y a continuación elegir entre "Cuadrángulo", "Círculo" o "Hexágono"; la selección también se puede realizar con los botones de la barra de herramientas directamente con la figura que los identifica. Posteriormente el usuario deberá proceder a introducir las dimensiones del área de drenaje. La forma cuadrangular necesita el largo y ancho, la hexagonal requiere de un lado y el apotema, mientras que la circular sólo necesita el radio.

Al seleccionar el área de drenaje, se observa que el menú "Horner" se habilita, lo mismo pasa con el botón de la barra de herramientas con una "H".

#### ➤ Área de drenaje cuadrangular.

Al seleccionar el área de drenaje cuadrangular, se desplegará en el cuerpo general, un apartado con la figura y la posición del pozo dentro de la forma cuadrangular.

Las dimensiones de largo y de ancho se introducen en los lugares así señalados, cuando se tecldea el valor del largo y se seleccionan las unidades, el programa solicita que se confirme esta información, mediante el recuadro que aparece a continuación de las unidades, al seleccionar éste, se activa el valor que tiene la etiqueta "x", que es la distancia de la abscisa que guarda la posición del pozo. Inmediatamente después que se confirmen los datos

recién ingresados, gráficamente el pozo del recuadro, se mueve hacia el valor recién confirmado, lo mismo ocurre al introducir y confirmar el ancho, ya que se activa el valor que tiene la etiqueta "y", que es la distancia de la ordenada del pozo, y de igual forma, el pozo se mueve hacia la posición que se confirme. Al realizar todas las confirmaciones, se activa el menú "Análisis". Si se quiere cambiar algún valor, sólo se tiene que hacer click en el cuadro correspondiente, lo que desactiva el menú "Análisis", pero al confirmar nuevamente, éste se activa.

El cambio de las fronteras se realiza con el botón izquierdo del "mouse", posicionado encima de la frontera, al iniciar un análisis, todas las fronteras son cerradas, esto se denota con la línea continua, si se hace click, sobre éstas, inmediatamente, la línea cambia de continua a discontinua, lo que el programa reconoce como una frontera a presión constante; para regresar a la frontera cerrada, se repite el click y la línea vuelve a ser continua.

➤ Área de drene hexagonal.

Si se elige la forma hexagonal como la que representa el área de drene, se desplegará un apartado en el cuerpo general con la figura hexagonal y pedirá el valor del lado y el apotema de la figura, en esta forma las fronteras son cerradas y el pozo se encuentra ubicado en el centro de la figura.

Al teclear el valor del lado del hexágono y sus unidades, el programa solicita confirmación, mediante un click sobre el cuadro adjunto, posteriormente el programa calcula automáticamente el apotema que dicho valor de lado tiene

y confirma éste, habilitando el menú "Análisis"; si el dato que se tiene es del apotema, se tiene que hacer nuevamente click en el cuadro de confirmar, pero esta vez se hace sobre el apotema, lo cual habilita la caja donde se teclea el valor del apotema y de igual manera como el caso anterior; al confirmar la máquina calcula automáticamente el valor del lado que se tiene para este valor del apotema recién confirmado.

➤ Área de drene circular.

Al seleccionar la forma circular, se despliega como en los casos anteriores, un apartado en el cuerpo general que indica la figura que se ha seleccionado. Se puede observar, que por default, el pozo se encuentra en el centro del círculo y se pide el radio del yacimiento; como se mencionó anteriormente, en esta forma las caídas de presión se calculan analíticamente, y sus fronteras son cerradas.

Como en las formas anteriores, hasta que se confirme el valor del radio del yacimiento, el menú "Análisis", se activará.

Se ha insistido en que el menú "Análisis" se encuentre activado, debido a que es el que permite realizar los cálculos de la presión promedio o del análisis para diseño de pruebas de presión; para realizar estos análisis es necesario introducir además de los datos de las características del yacimiento y propiedades PVT de los fluidos, seleccionar un área de drene y sus dimensiones.

### III.4. CÁLCULO DE LA PRESIÓN PROMEDIO, PERMEABILIDAD Y FACTOR DE DAÑO

La presión promedio se calcula mediante la corrección de presión propuesta por Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup>, empleando como base el método de Horner<sup>8</sup> y el desarrollo de Miller, Dyes y Hutchinson<sup>6</sup>; otros cálculos adicionales son la permeabilidad y el factor de daño.

Para que el simulador calcule la presión promedio, necesita que se cuente con la información requerida en la pantalla principal o módulo general; para este cálculo no se utiliza la información de la presión del yacimiento ni de la permeabilidad que se introducen en este módulo; por lo que se puede dejar sin introducir. El análisis de la presión promedio, incluye un cálculo de estos elementos y para un diseño de pruebas, se puede almacenar esta información, con los resultados que se despliegan en este cálculo.

Antes de acceder al cálculo de la presión promedio, se necesita seleccionar el área de drene y sus dimensiones, posteriormente se selecciona, el menú "Datos" y a continuación "Horner", o de la barra de herramientas, directamente se hace click en el botón con la letra "H". Esta acción despliega un nuevo apartado que necesita información adicional para el cálculo de la presión promedio. La información complementaria que requiere es: la pendiente (m), la presión a una hora ( $p_{1h}$ ) y la presión extrapolada ( $p^*$ ), obtenidas de la gráfica semilogarítmica de  $\frac{t + \Delta t}{\Delta t}$  contra  $P_{ws}$ .

Para llenar esta información, primero hay que introducir la pendiente de la recta que se obtiene en el análisis de Horner (no incluido en este programa) y confirmar su valor, después hay que introducir la presión a una hora ( $p_{1h}$ ), la presión falsa ( $p^*$ ) y la presión de fondo cerrado ( $P_{ws}$ ); inmediatamente después, se activa en el menú "Análisis" y luego "Presión Promedio"; al seleccionar esta última opción se calcula y despliega una pequeña tabla de resultados, donde se incluye la presión promedio, la permeabilidad y el factor de daño.

### III.5. DISEÑO DE UNA PRUEBA DE INCREMENTO DE PRESIÓN

En este simulador, se puede diseñar una prueba de incremento de presión y/o el cálculo de la presión promedio, sin importar el orden que se elija para el cálculo, siempre y cuando se cuente con la información necesaria en cada uno de estos procedimientos, debido a que estos cálculos no son consecuentes.

Si de la información que se solicita en la pantalla principal o módulo general se desconoce la presión del yacimiento y/o la permeabilidad, no se puede hacer el diseño de la simulación. Se tiene que efectuar antes, el cálculo de la presión promedio incluido en el simulador y copiar la presión del yacimiento y/o la permeabilidad que se muestra en las casillas de la pantalla de Horner, una explicación más detallada la puede encontrar en el inciso anterior.

Para que se realice la simulación, se selecciona el menú "Análisis", a continuación "Diseño de Pruebas" y automáticamente se realiza el despliegue de la prueba diseñada, esta operación puede tardar algunos segundos que dependen de la forma seleccionada, al terminar se muestra una pantalla nueva

con la tabulación de tiempo contra Pwf. Para observar el comportamiento gráfico se debe activar el menú "Gráfica".

Para cada área de drene, se despliega una tabla de resultados en forma individual, éstas se pueden ver simultáneamente o cada una en especial al accionar el menú "Ventana".

### III.6. GRÁFICA DEL DISEÑO DE UNA PRUEBA DE PRESIÓN

La instrucción que permite graficar una prueba de presión se encuentra en el menú "Gráfica", seleccionamos ésta dando un click y a continuación se necesita el número de ciclos que se quiera ver en ésta; se recomienda que sean cuatro ciclos, pero se puede escoger cualquier otro número, después de esto, aparece la pantalla que muestra la gráfica en escala semilogarítmica, la escala puede cambiarse, mediante el primer botón del menú de edición, llamado "Tipo de Gráfica".

Al iniciar el programa, el menú "Gráfica", se encuentra deshabilitado, para habilitarlo, se necesita que se introduzcan los datos generales, se escoja el tipo del área de drene y sus dimensiones y por último se diseñe una prueba de incremento de presión. Al desplegar este diseño, de forma inmediata, se habilita el menú e indica que el simulador cuenta con la información necesaria para realizar la gráfica.

El menú "Gráfica" tiene las siguientes opciones: Un ciclo, Dos ciclos, Tres ciclos, Cuatro ciclos y Seis ciclos. Estas opciones se refieren al número de ciclos logarítmicos que pueden graficarse en el eje de las abscisas o del tiempo.

Se selecciona el número de ciclos que se considere necesario para el análisis en cuestión y de manera inmediata el programa inicia los cambios necesarios en la pantalla para mostrar la gráfica, este procedimiento se indica en la barra de estado.

### III.6.1. DESCRIPCIÓN DE LA PANTALLA.

En la parte superior izquierda, se tienen tres íconos, cada uno de éstos, representa el menú de edición, que permite manipular diferentes aspectos de la presentación de la gráfica (Fig. 3.3).

En la parte central superior, se tiene un descriptor de actividades, que indica la acción a realizar mediante la posición que guarde el puntero del "mouse", de tal manera, que cuando el puntero se encuentre dentro del área de los ejes, el mensaje que se muestra es "Opción de ampliación ...", si se mueve y se coloca fuera de éstos, el mensaje que muestra será "Edición de Letreros, de Ejes y en General ..." (Fig. 3.3).

Por último, en la parte superior izquierda, se muestran un par de coordenadas (x,y), éstas corresponden a la posición que tiene el puntero del "mouse" dentro de los ejes de la gráfica (Fig. 3.3).

### III.6.2. DESCRIPCIÓN DEL MENÚ DE EDICIÓN.

El menú de edición, cuenta con tres íconos o botones que a su vez contienen características acerca de la presentación de la gráfica, en la parte superior y de izquierda a derecha son los siguientes: "Tipo de Gráfica", "Herramientas" y "Salir de la gráfica" (Fig. 3.3).

### ➤ Tipo de Gráfica

El tipo de Gráfica permite seleccionar el tipo de escala que se emplea en la generación de la gráfica, y tiene las siguientes opciones:

- ◆ Cartesiana
- ◆ Semilog en X
- ◆ Semilog en Y
- ◆ Doble Log

### ➤ Herramientas

Las Herramientas, permiten seleccionar o cambiar la apariencia que presenta la gráfica por default, estas características son y contiene:

#### ◆ Malla

Presenta o no el rallado o malla de la gráfica.

#### ◆ Tipo de puntos

Cambia la forma de los puntos que se tienen, y se puede seleccionar entre:

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| • Sin marcas       | • Hexágono         |
| • Círculos         | • Rombo            |
| • Círculos llenos  | • Estrella         |
| • Triángulo abajo  | • Moño             |
| • Triángulo arriba | • Unidos con línea |
| • Cuadrado         | • Sin línea        |
| • Cuadrado lleno   |                    |

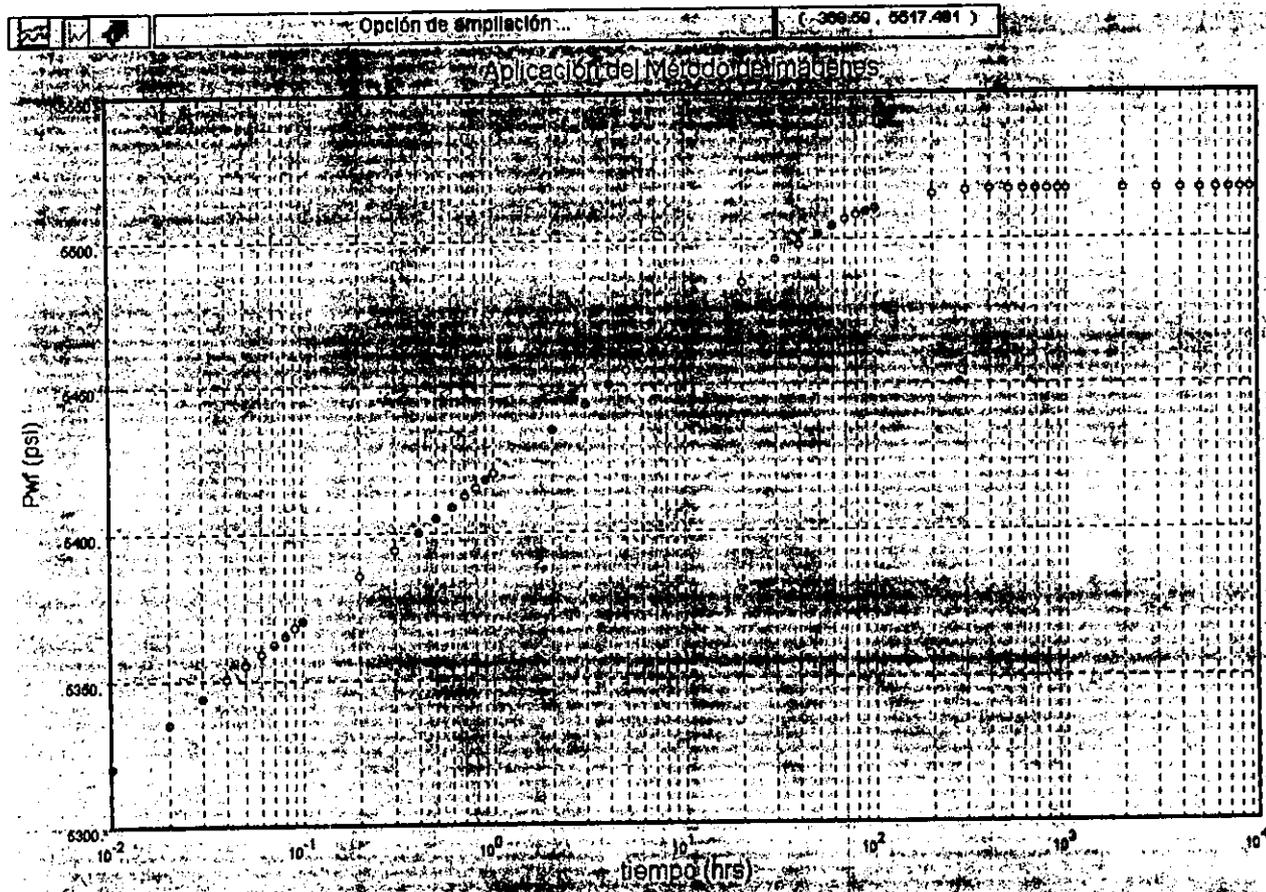


Figura 3.3. Gráfica de un diseño de una prueba de incremento de presión.

- ◆ Preferencias

Cambia el color de la gráfica.

- Color de fondo
- Color de la gráfica

- ◆ Copiar Clipboard

Permite copiar la gráfica en el portapapeles de Windows, para pegarla en algún editor de imágenes.

➤ Salir de la gráfica

Cierra la pantalla actual y regresa a la pantalla que contiene los datos tabulados.

### III.6.3. AMPLIACIÓN DE UNA REGIÓN DE LA GRÁFICA.

Un acercamiento o ampliación de una región de la gráfica se necesita en ocasiones para observar a detalle el comportamiento que identifica una tendencia específica dentro de una gráfica, muchas veces son de mayor importancia los puntos de inflexión, en donde la curva generada cambia de pendiente, porque la posición de éstos marcan el inicio o la terminación de algunas propiedades o características, como los efectos de frontera.

Cuando el descriptor de actividades muestra el mensaje "Opción de ampliación ...", indica que el puntero del "mouse" ésta activado para hacer un acercamiento, a través de una ventana; esta ventana se crea con dos puntos, el primero se indica con un click del botón izquierdo, sin soltarlo y moviéndose hasta el segundo punto de interés, lo que crea una ventana con líneas punteadas, al soltar el botón, automáticamente se amplía la región que se acaba de seleccionar.

La pantalla, al realizar un acercamiento, muestra un nuevo botón, colocado debajo del menú de edición, éste tiene la figura de una flecha hacia arriba, lo que indica que en la pantalla se tiene una ampliación de una región en especial, y que se puede volver a la gráfica completa al hacer click en él.

### III.7. IMPRESIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL YACIMIENTO Y PROPIEDADES PVT DE LOS FLUIDOS, DE LA PRESIÓN PROMEDIO DEL YACIMIENTO, DEL DISEÑO DE LAS PRUEBAS DE INCREMENTO DE PRESIÓN Y DE LA GRÁFICA.

Si se desea tener en papel la información de los datos, o los cálculos realizados por el simulador, se necesita tener una impresora conectada al equipo de cómputo.

El simulador permite elegir una impresora, de entre las que se encuentren dadas de alta en la configuración del sistema. Además pregunta por el número de juegos que quiera imprimir.

La pantalla que permite seleccionar la impresora a utilizar es la que se encuentra en la Fig. 3.4.

El comando de imprimir, se encuentra en el menú "Archivo" y luego "Imprimir" (también se puede hacer click en la barra de herramientas sobre el botón con una impresora, o se puede tener el acceso abreviado oprimiendo las teclas Alt+P), inmediatamente se despliega en la pantalla de selección de la impresora, se escoge ésta y se le pide imprimir (ver Fig. 3.4).

Después de aceptar la impresora, se recibirán en la bandeja de salida de impresión, dos hojas, ambas contarán con nombre del simulador, fecha, hora y número de hoja.

Si se desea imprimir la gráfica que se construyó con el "Diseño de Pruebas", el simulador tiene programada una instrucción que permite pegar la gráfica en el portapapeles de Windows, esta instrucción es "Copiar Clipboard". La gráfica se pega en el portapapeles para que desde éste, se pueda pegar la gráfica en algún paquete de imágenes, para que desde ahí sea mandado a impresión.

Para poder acceder a la instrucción que copia la gráfica, se necesita tener activada la gráfica que se quiera imprimir, estas instrucciones se explicaron en el subtema III.6.: se hace click en el segundo botón del menú de edición llamado "Herramientas" y después en "Copiar Clipboard", automáticamente la imagen se copia en el portapapeles de Windows.

### III.8. AYUDA DE TEZCATLIPOCA "ESPEJO NEGRO"

En el simulador se incluye un archivo de ayuda para el manejo del programa de cómputo, cada sección se enfoca de manera específica a temas muy particulares que puede encontrar al usar el simulador "Tezcatlipoca"; si la ayuda aquí presentada no es suficiente, se escribe una dirección de correo electrónico para que se puedan hacer consultas y aclaraciones referentes al manejo y desarrollo de este simulador:

[rjpcruz@hotmail.com](mailto:rjpcruz@hotmail.com) y [rjpcruz@starmedia.com](mailto:rjpcruz@starmedia.com)

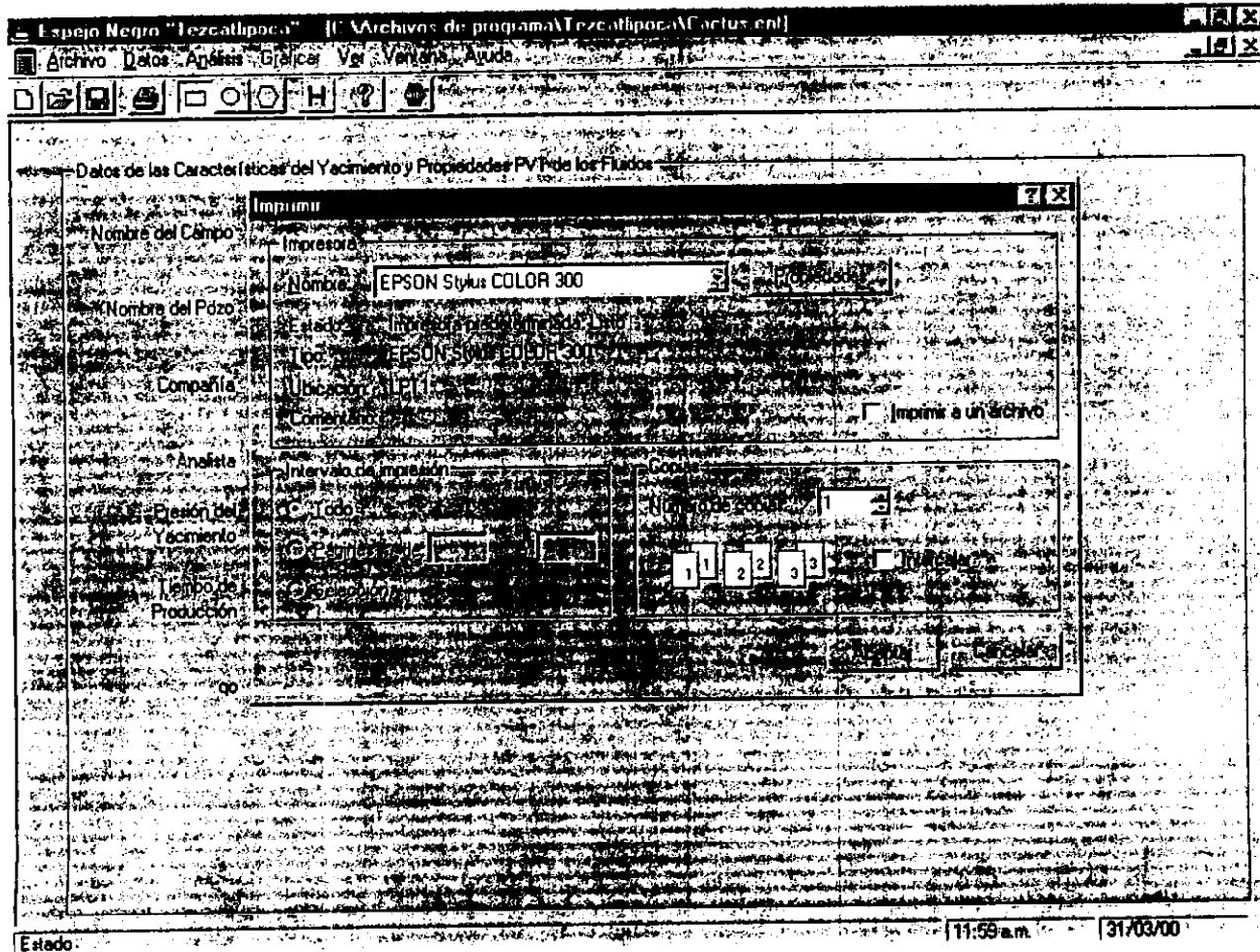


Figura 3.4. Pantalla de la selección de la impresora.

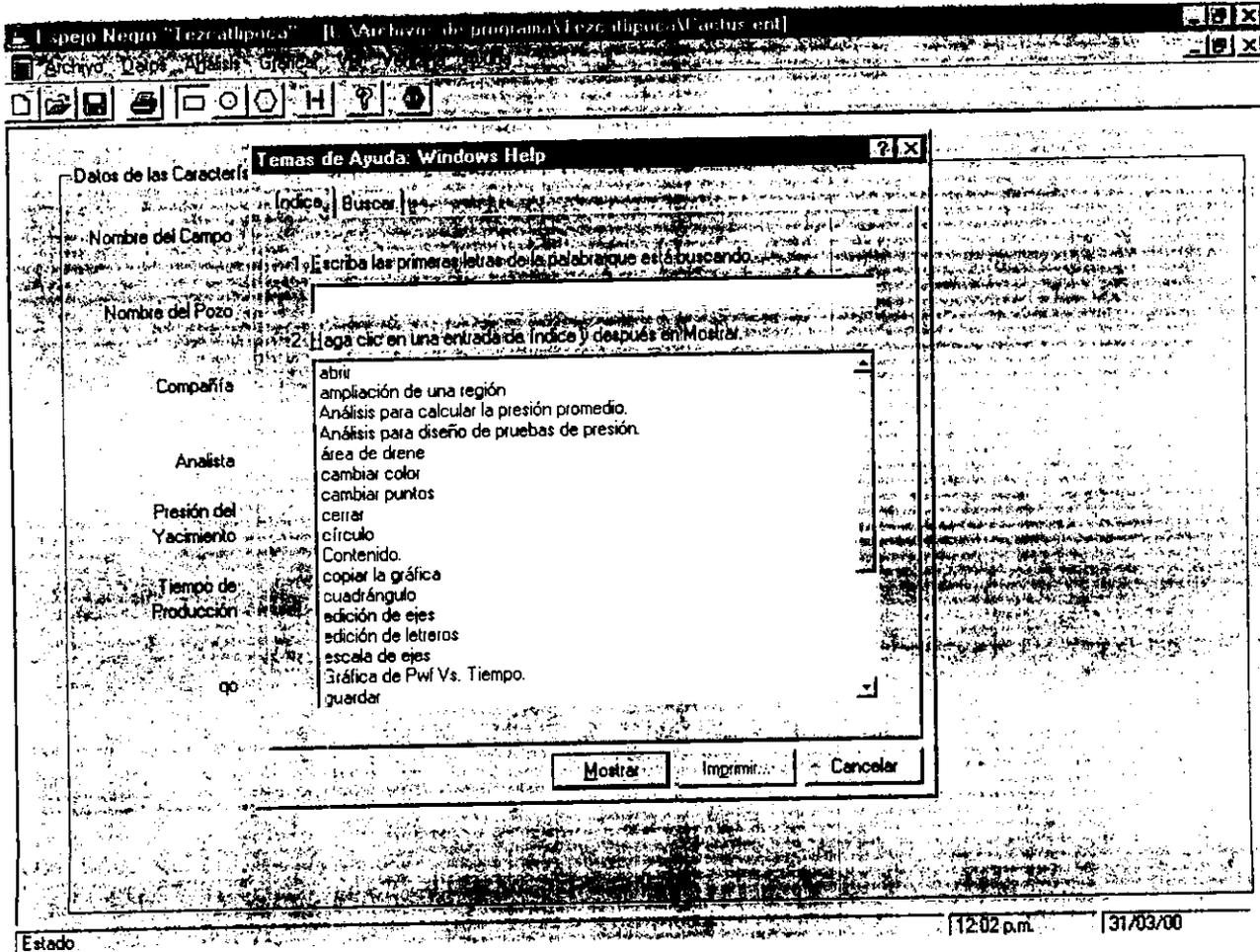


Figura 3.5. Pantalla principal del módulo de ayuda.

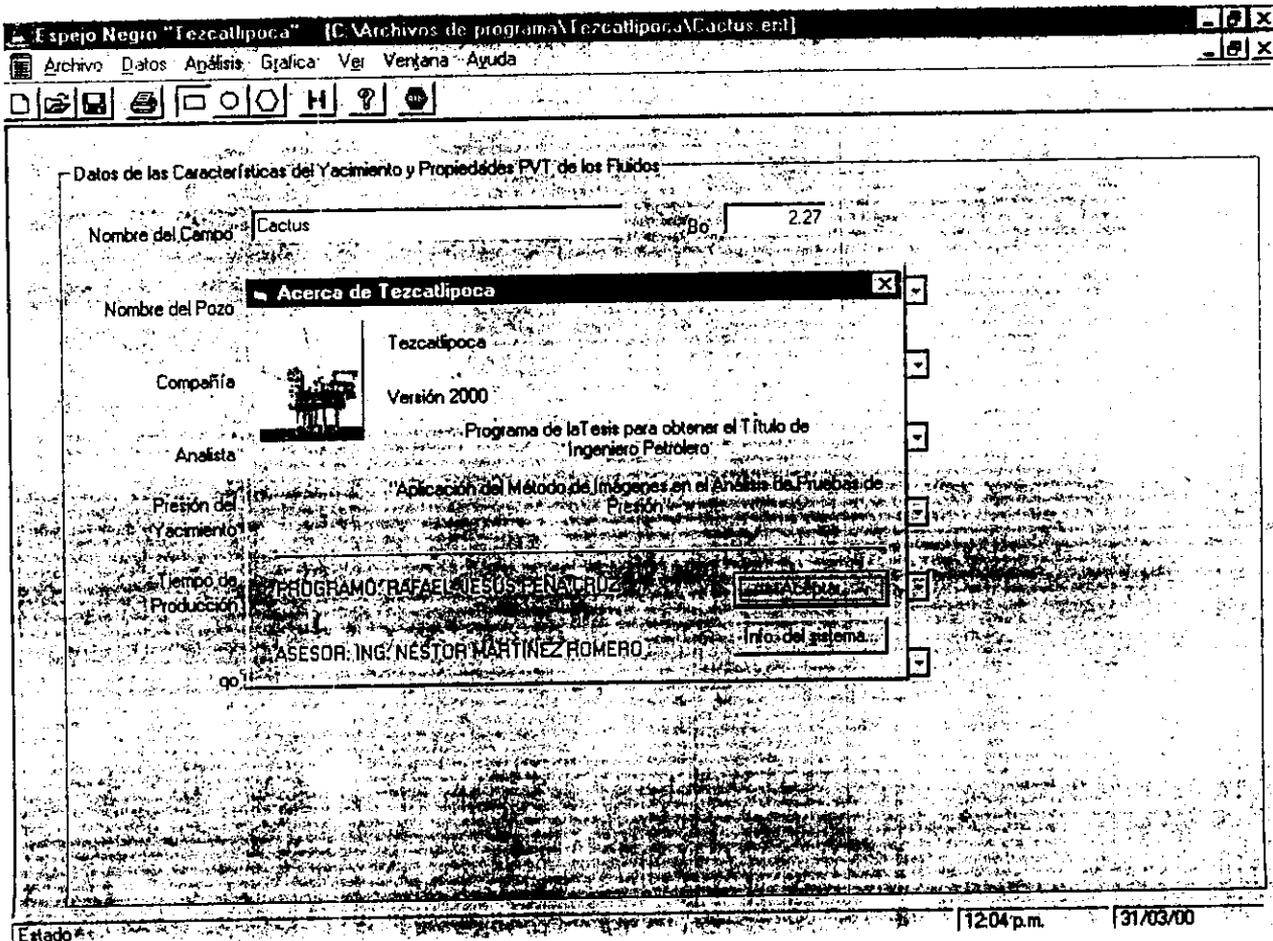


Figura 3.6. Pantalla Acerca de ...

Para activar la ayuda del programa, se selecciona el menú "Ayuda", en el se encontrarán dos opciones, "Buscar Ayuda acerca de ..." y "Acerca de Tezcatlipoca ...", la primera carga el programa de ayuda que se muestra en la Fig. 3.5, mientras que la segunda activará una forma de información acerca del simulador "Tezcatlipoca" (ver Fig. 3.6); (también se puede cargar el archivo de ayuda haciendo click en la barra de herramientas sobre el botón con un signo de interrogación amarillo, o se puede tener el acceso abreviado oprimiendo la tecla F1, inmediatamente se despliega la pantalla ayuda del programa).

### III.9. ANEXO

Los cálculos que obtiene el programa "Tezcatlipoca", comparados gráficamente y con tablas publicadas en la literatura, demuestran la certeza que el simulador tiene en todos los procesos que realiza, para el despliegue de los resultados que proporciona.

La literatura relacionada a la industria petrolera, en diversas publicaciones distribuye información en artículos, tablas o en gráficas que varios autores o investigadores, han comprobado o utilizado en sus trabajos o estudios e incluso se publica información de congresos o seminarios de especialización, lo que ayuda a la globalización de la técnica petrolera y de otras áreas.

La importancia de recurrir a la literatura especializada radica en el fundamento de todos los trabajos de investigación o desarrollo, debido a que se busca no repetir soluciones que con anterioridad estén publicadas y comprobadas, para no replantear trabajos innecesarios y retardar el tiempo de solución de los problemas petroleros, que muy frecuentemente son urgentes.

Se presentan, tablas y gráficas que se han publicado y que sirvieron de base para la programación del simulador, se comparan éstas con las que calcula el simulador.

### III.9.1. CONCLUSIONES

Los valores calculados con "Tezcatlipoca" comparados con los publicados en la literatura, contienen el siguiente valor de error porcentual:

No. de Tabla	Error porcentual
3.1.	4.2700000
3.2.	0.0000786
3.3.	0.7450000
3.4.	0.0003140
3.5.	0.6270000
3.6.	0.92100000
3.7.	0.98052867

Por lo que se puede estar seguro de que los cálculos que realiza "Tezcatlipoca" están dentro de un muy buen rango con respecto a los valores que se manejan en la literatura, para comparar los valores de la Tabla 3.6., se hizo la lectura correspondiente de la Fig. 3.7., tomando sólo dos decimales y estos datos son los que se comparan con los que calcula el programa.

La Fig. 3.8. se proporciona también para que se corrobore con dos fuentes los valores de la Tabla 3.3., demostrando con esto que existen varias fuentes en la literatura y que no sólo son valores tabulados los que se pueden encontrar, sino que también existen gráficas que pueden ser empleadas.

Tabla 3.1. Valores de la función integral exponencial  $Ei$ .

x	$-Ei(-x)$	
	Ref. 12	Tezcatlipoca
0.1	1.82292	1.82292
0.2	1.22265	1.22265
0.3	0.90568	0.90568
0.4	0.70238	0.70238
0.5	0.55977	0.55977
0.6	0.45438	0.45438
0.7	0.37377	0.37377
0.8	0.31060	0.31060
0.9	0.26018	0.26018
1.0	0.21938	0.21938
1.1	0.18599	0.18599
1.2	0.15841	0.15841
1.3	0.13545	0.13545
1.4	0.11622	0.11622
1.5	0.10002	0.10002
1.6	0.08631	0.08631
1.7	0.07465	0.07465
1.8	0.06471	0.06471
1.9	0.05620	0.05620
2.0	0.04890	0.04890
2.1	0.04261	0.04261
2.2	0.03719	0.03719
2.3	0.03250	0.03250
2.4	0.02844	0.02844
2.5	0.02491	0.02491
2.6	0.02185	0.02185
2.7	0.01918	0.01918
2.8	0.01686	0.01686
2.9	0.01482	0.01482
3.0	0.01305	0.01305
3.1	0.01149	0.01149
3.2	0.01013	0.01013
3.3	0.00894	0.00894
3.4	0.00789	0.00789

x	$-Ei(-x)$	
	Ref. 12	Tezcatlipoca
3.5	0.00697	0.00697
3.6	0.00616	0.00616
3.7	0.00545	0.00545
3.8	0.00482	0.00482
3.9	0.00427	0.00427
4.0	0.00378	0.00378
4.1	0.00335	0.00335
4.2	0.00297	0.00297
4.3	0.00263	0.00263
4.4	0.00234	0.00234
4.5	0.00207	0.00207
4.6	0.00184	0.00184
4.7	0.00164	0.00164
4.8	0.00145	0.00145
4.9	0.00129	0.00129
5.0	0.00115	0.00115
5.1	0.00102	0.00102
5.2	0.00091	0.00091
5.3	0.00081	0.00081
5.4	0.00072	0.00072
5.5	0.00064	0.00064
5.6	0.00057	0.00057
5.7	0.00051	0.00051
5.8	0.00045	0.00045
5.9	0.00040	0.00040
6.0	0.00036	0.00036
6.1	0.00032	0.00032
6.2	0.00029	0.00029
6.3	0.00026	0.00026
6.4	0.00023	0.00023
6.5	0.00020	0.00020
6.6	0.00018	0.00018
6.7	0.00016	0.00016
6.8	0.00014	0.00014

x	$-Ei(-x)$	
	Ref. 12	Tezcatlipoca
6.9	0.00013	0.00013
7.0	0.00012	0.00012
7.1	0.00010	0.00010
7.2	0.00009	0.00009
7.3	0.00008	0.00008
7.4	0.00007	0.00007
7.5	0.00007	0.00007
7.6	0.00006	0.00006
7.7	0.00005	0.00005
7.8	0.00005	0.00005
7.9	0.00004	0.00004
8.0	0.00004	0.00004
8.1	0.00003	0.00003
8.2	0.00003	0.00003
8.3	0.00003	0.00003
8.4	0.00002	0.00002
8.5	0.00002	0.00002
8.6	0.00002	0.00002
8.7	0.00002	0.00002
8.8	0.00002	0.00002
8.9	0.00001	0.00001
9.0	0.00001	0.00001
9.1	0.00001	0.00001
9.2	0.00001	0.00001
9.3	0.00001	0.00001
9.4	0.00001	0.00001
9.5	0.00001	0.00001
9.6	0.00001	0.00001
9.7	0.00001	0.00001
9.8	0.00001	0.00001
9.9	0.00000	0.00000
10.0	0.00000	0.00000

Tabla 3.2. Valores de la función  $J_0$  y raíces de  $J_1$  de Bessel.

x	$J_0(x)$	
	Ref. 10	Tezcatlipoca
0.0	1.000000000000	1.000000000000
0.1	0.99750156207	0.99750156239
0.2	0.99002497224	0.99002497349
0.3	0.97762624654	0.97762624914
0.4	0.96039822666	0.96039823077
0.5	0.93846980724	0.93846981273
0.6	0.91200486350	0.91200486992
0.7	0.88120088861	0.88120089528
0.8	0.84628735275	0.84628735882
0.9	0.80752379812	0.80752380270
1.0	0.76519768656	0.76519768882
1.1	0.71962201853	0.71962201784
1.2	0.67113274426	0.67113274027
1.3	0.62008598956	0.62008598217
1.4	0.56685512037	0.56685510978
1.5	0.51182767174	0.51182765830
1.6	0.45540216764	0.45540215180
1.7	0.39798485945	0.39798484158
1.8	0.33998641104	0.33998639136
1.9	0.28181855937	0.28181853783
2.0	0.22389077914	0.22389075546
3.0	-0.26005195490	-0.26005200000
4.0	-0.39714980986	-0.39714980971
5.0	-0.17759677131	-0.17759677122
6.0	0.15064525725	0.15064525800
7.0	0.30007927052	0.30007926983
8.0	0.17165080714	0.17165080452
9.0	-0.09033361118	-0.09033361183
10.0	-0.24593576445	0.24593576378
11.0	-0.17119030041	-0.17119030138
12.0	0.47689310797	0.04768930855
13.0	0.20692610238	0.20692610150
14.0	0.17107347611	0.17107347731
15.0	-0.01422447283	-0.01422447130
16.0	-0.17489907398	-0.17489907346
17.0	-0.16985425215	-0.16985425201
17.5	-0.10311039823	-0.10310574652

n	$x_n$	
	Ref. 11	Tezcatlipoca
1	2.4048256	3.8317564
2	5.5200781	7.0155871
3	8.6537279	10.1734682
4	11.7915344	13.3236919
5	14.9309177	16.4706301
6	18.0710640	19.6158585
7	21.2116366	22.7600844
8	24.3524715	25.9036721
9	27.4934791	29.0468285
10	30.6346065	32.1896799
11	33.7758202	35.3323076
12	36.9170984	38.4747662
13	40.0584258	41.6170942
14	43.1997917	44.7593190
15	46.3411884	47.9014609
16	49.4826099	51.0435352
17	52.6240518	54.1855536
18	55.7655108	57.3275254
19	58.9069839	60.4694578
20	62.0484692	63.6113567
21	65.1899648	66.7532267
22	68.3314693	69.8950718
23	71.4729816	73.0368952
24	74.6145006	76.1786996
25	77.7560256	79.3204872
26	80.8975559	82.4622599
27	84.0390908	85.6040194
28	87.1806298	88.7457671
29	90.3221726	91.8875043
30	93.4637188	95.0292318
31	96.6052680	98.1709507
32	99.7468199	101.3126618
33	102.8883743	104.4543658
34	106.0299309	107.5960633
35	109.1714896	110.7377548
36	112.3130503	113.8794408
37	115.4546127	117.0211219
38	118.5961766	120.1627983
39	121.7377421	123.3044705
40	124.8793089	126.4461387

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Tabla 3.3. Valores del factor de corrección de Matthews, Brons y Hazebroek<sup>3</sup> (pDMBH).

rDA	0.5 0.5		0.25 0.5		0.25 0.25		0.5 0.125		0.5 0.5		0.5 0.25		0.25 0.5		0.25 0.25		0.125 0.5		
	Ref. 1	Tezca.	Ref. 1	Tezca.	Ref. 1	Tezca.	Ref. 1	Tezca.	Ref. 1	Tezca.	Ref. 1	Tezca.	Ref. 1	Tezca.	Ref. 1	Tezca.	Ref. 1	Tezca.	
0.0010	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126	0.0126
0.0015	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188	0.0188
0.0020	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251	0.0251
0.0025	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0311	0.0311	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314	0.0314
0.0030	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0368	0.0368	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377
0.0040	0.0503	0.0503	0.0503	0.0503	0.0503	0.0503	0.0503	0.0460	0.0460	0.0503	0.0503	0.0502	0.0502	0.0503	0.0503	0.0502	0.0502	0.0502	0.0502
0.0050	0.0628	0.0628	0.0628	0.0628	0.0628	0.0628	0.0628	0.0517	0.0517	0.0628	0.0628	0.0626	0.0626	0.0628	0.0628	0.0626	0.0626	0.0626	0.0626
0.0060	0.0754	0.0754	0.0754	0.0754	0.0754	0.0754	0.0754	0.0537	0.0537	0.0754	0.0754	0.0745	0.0745	0.0754	0.0754	0.0745	0.0745	0.0745	0.0745
0.0070	0.0880	0.0880	0.0880	0.0880	0.0879	0.0879	0.0879	0.0524	0.0524	0.0880	0.0880	0.0858	0.0858	0.0880	0.0880	0.0858	0.0858	0.0858	0.0858
0.0080	0.1005	0.1005	0.1005	0.1005	0.1004	0.1004	0.1004	0.0483	0.0483	0.1005	0.1005	0.0963	0.0963	0.1005	0.1005	0.0963	0.0963	0.0962	0.0963
0.0090	0.1131	0.1131	0.1130	0.1130	0.1128	0.1129	0.0422	0.0422	0.1131	0.1131	0.1059	0.1059	0.1131	0.1131	0.1059	0.1059	0.1050	0.1059	
0.0100	0.1257	0.1257	0.1254	0.1254	0.1251	0.1251	0.0345	0.0345	0.1257	0.1257	0.1145	0.1145	0.1257	0.1257	0.1145	0.1145	0.1144	0.1145	
0.0150	0.1885	0.1885	0.1854	0.1854	0.1823	0.1823	-0.0162	-0.0162	0.1884	0.1884	0.1149	0.1149	0.1884	0.1884	0.1149	0.1149	0.1145	0.1145	
0.0200	0.2513	0.2513	0.2402	0.2402	0.2287	0.2288	-0.0700	-0.0700	0.2508	0.2508	0.1601	0.1601	0.2505	0.2505	0.1598	0.1598	0.1589	0.1595	
0.0250	0.3141	0.3141	0.2852	0.2852	0.2630	0.2632	-0.1181	-0.1181	0.3119	0.3119	0.1678	0.1677	0.3107	0.3107	0.1663	0.1663	0.1641	0.1649	
0.0300	0.3769	0.3769	0.3333	0.3333	0.2864	0.2867	-0.1584	-0.1584	0.3708	0.3708	0.1723	0.1723	0.3676	0.3677	0.1683	0.1683	0.1492	0.1506	
0.0400	0.5016	0.5016	0.4108	0.4108	0.3087	0.3091	-0.2166	-0.2166	0.4804	0.4804	0.1812	0.1812	0.4686	0.4687	0.1657	0.1658	0.1224	0.1240	
0.0500	0.6237	0.6237	0.4791	0.4791	0.3099	0.3106	-0.2512	-0.2512	0.5785	0.5785	0.1955	0.1955	0.5511	0.5513	0.1593	0.1594	0.0862	0.0880	
0.0600	0.7415	0.7415	0.5413	0.5413	0.3002	0.3010	-0.2694	-0.2694	0.6667	0.6667	0.2169	0.2169	0.6167	0.6170	0.1513	0.1515	0.0626	0.0642	
0.0700	0.8537	0.8537	0.5991	0.5991	0.2856	0.2866	-0.2766	-0.2766	0.7471	0.7471	0.2450	0.2450	0.6683	0.6686	0.1428	0.1432	0.0437	0.0457	
0.0800	0.9597	0.9597	0.6531	0.6531	0.2700	0.2711	-0.2765	-0.2765	0.8217	0.8217	0.2787	0.2787	0.7085	0.7088	0.1346	0.1351	-0.0028	-0.0007	
0.0900	1.0592	1.0592	0.7038	0.7038	0.2553	0.2565	-0.2716	-0.2716	0.8917	0.8917	0.3167	0.3167	0.7398	0.7402	0.1269	0.1274	-0.0512	-0.0490	
0.1000	1.1624	1.1624	0.7514	0.7516	0.2427	0.2440	-0.2633	-0.2633	0.9581	0.9581	0.3581	0.3581	0.7642	0.7647	0.1198	0.1204	-0.1004	-0.0981	
0.1500	1.5364	1.5364	0.9583	0.9583	0.2226	0.2243	-0.1951	-0.1951	1.2524	1.2524	0.5864	0.5864	0.8261	0.8270	0.0954	0.0965	-0.3232	-0.3295	
0.2000	1.8217	1.8212	1.1314	1.1314	0.2637	0.2656	-0.1027	-0.1027	1.4987	1.4987	0.8106	0.8106	0.8476	0.8487	0.0873	0.0886	-0.5189	-0.5160	
0.2500	2.0439	2.0439	1.2854	1.2854	0.3412	0.3433	0.0025	0.0024	1.7064	1.7064	1.0104	1.0104	0.8629	0.8644	0.0923	0.0939	-0.6580	-0.6548	
0.3000	2.2267	2.2262	1.4257	1.4257	0.4365	0.4386	0.1129	0.1129	1.8830	1.8830	1.1841	1.1841	0.8829	0.8845	0.1087	0.1104	-0.7555	-0.7522	
0.4000	2.5139	2.5139	1.6720	1.6720	0.6400	0.6421	0.3300	0.3300	2.1678	2.1678	1.4674	1.4674	0.9447	0.9465	0.1687	0.1707	-0.8547	-0.8512	
0.5000	2.7570	2.7370	1.6797	1.6797	0.8321	0.8343	0.5268	0.5268	2.3905	2.3905	1.6899	1.6899	1.0299	1.0319	0.2537	0.2558	-0.8671	-0.8635	
0.6000	2.9493	2.9193	2.0563	2.0563	1.0028	1.0051	0.6994	0.6994	2.5728	2.5728	1.8722	1.8722	1.1280	1.1301	0.3518	0.3541	-0.8284	-0.8247	
0.7000	3.0735	3.0735	2.2083	2.2083	1.1527	1.1549	0.8494	0.8499	2.7269	2.7269	2.0263	2.0263	1.2307	1.2329	0.4545	0.4568	-0.7620	-0.7583	
0.8000	3.2070	3.2070	2.3411	2.3410	1.2847	1.2869	0.9821	0.9820	2.8605	2.8605	2.1599	2.1599	1.3329	1.3351	0.5567	0.5590	-0.6820	-0.6783	
0.9000	3.3249	3.3248	2.4586	2.4586	1.4019	1.4040	1.0994	1.0993	2.9782	2.9784	2.2776	2.2776	1.4315	1.4337	0.6552	0.6576	-0.5969	-0.5932	
1.0000	3.4302	3.4301	2.5638	2.5638	1.5070	1.5092	1.2045	1.2045	3.0836	3.0836	2.3830	2.3830	1.5252	1.5274	0.7489	0.7514	-0.5115	-0.5077	
2.0000	4.1234	4.1233	3.2569	3.2569	2.2000	2.2022	1.6976	1.6975	3.7768	3.7769	3.0762	3.0763	2.2002	2.2025	1.4239	1.4265	0.1507	0.1545	
4.0000	4.8166	4.8164	3.9501	3.9501	2.8933	2.8953	2.5908	2.5907	4.4701	4.4705	3.7695	3.7699	2.8932	2.8956	2.1170	2.1199	0.8436	0.8474	
8.0000	5.5099	5.5096	4.6435	4.6432	3.5867	3.5885	3.2842	3.2838	5.1633	5.1644	4.4627	4.4638	3.5866	3.5891	2.8103	2.8138	1.5370	1.5410	
10.0000	5.7331	5.7327	4.8667	4.8663	3.8098	3.8116	3.5073	3.5069	5.3865	5.3873	4.6859	4.6868	3.8098	3.8128	3.0335	3.0368	1.7601	1.7647	

Tabla 3.4. Valores de  $p_D$  con una y dos fronteras a presión constante.

Cuadrado con 1 frontera a presión constante

tDA	Ref. 16	Tezca.
0.002	4.898135	4.898153
0.003	5.100868	5.100881
0.004	5.244708	5.244719
0.005	5.356279	5.356289
0.006	5.447441	5.447449
0.008	5.591281	5.591289
0.010	5.702852	5.702860
0.012	5.794014	5.794020
0.014	5.871091	5.871095
0.016	5.937854	5.937860
0.018	5.996748	5.996752
0.020	6.049425	6.049432
0.030	6.252186	6.252190
0.040	6.396268	6.396275
0.050	6.508720	6.508725
0.060	6.601823	6.601827
0.080	6.753709	6.753715
0.100	6.879065	6.879064
0.120	6.988900	6.988903
0.140	7.088397	7.088398
0.160	7.180238	7.180246
0.180	7.265984	7.265990
0.200	7.346577	7.346588
0.300	7.689547	7.689555
0.400	7.955454	7.955479
0.500	8.162995	8.163039
0.600	8.325137	8.325191
0.800	8.550832	8.550877
1.000	8.688604	8.688657
1.200	8.772722	8.772772
1.400	8.824069	8.824123
1.600	8.855394	8.855473
1.800	8.874564	8.874613
2.000	8.886208	8.886297
3.000	8.902967	8.903058
4.000	8.904350	8.904479
5.000	8.904490	8.904600
6.000	8.904480	8.904610
10.000	8.904480	8.904611

Cuadrado con 2 fronteras a presión constante

tDA	Ref. 16	Tezca.
0.002	4.898153	4.898153
0.003	5.100881	5.100881
0.004	5.244719	5.244719
0.005	5.356289	5.356289
0.006	5.447449	5.447449
0.008	5.591289	5.591289
0.009	5.650180	5.650180
0.010	5.702860	5.702860
0.015	5.905591	5.905591
0.020	6.049431	6.049432
0.025	6.161002	6.161003
0.030	6.252163	6.252164
0.040	6.396004	6.396004
0.050	6.507567	6.507568
0.060	6.598684	6.598685
0.070	6.675615	6.675616
0.080	6.742037	6.742037
0.090	6.800269	6.800270
0.100	6.851860	6.851861
0.150	7.040070	7.040070
0.200	7.153196	7.153197
0.250	7.222111	7.222111
0.300	7.264165	7.264170
0.400	7.305514	7.305522
0.500	7.320932	7.320933
0.600	7.326676	7.326677
0.700	7.328812	7.328818
0.800	7.329616	7.329616
0.900	7.329906	7.329914
1.000	7.330024	7.330025
1.500	7.330086	7.330090
2.000	7.330086	7.330090
2.500	7.330093	7.330090
3.000	7.330101	7.330090
4.000	7.330086	7.330091
5.000	7.330086	7.330091
6.000	7.330093	7.330091
9.000	7.330093	7.330090
10.000	7.330086	7.330090

Tabla 3.5. Valores de  $p_D$  y de  $p_{DMBH}$  para un área de drene hexagonal.

tDA	$p_D$		$p_{DMBH}$	
	Ref. 16	Tezcatlipoca	Ref. 16	Tezcatlipoca
0.0010	4.5515954	4.5515954	0.012566371	0.012566371
0.0015	4.7543175	4.7543176	0.018849556	0.018849556
0.0020	4.8981533	4.8981534	0.025132741	0.025132741
0.0025	5.0097220	5.0097220	0.031418927	0.031415927
0.0030	5.1008807	5.1008807	0.037699112	0.037699112
0.0040	5.2447191	5.2447192	0.050265482	0.050265482
0.0050	5.3562893	5.3562894	0.062831853	0.062831853
0.0060	5.4474490	5.4474491	0.075398224	0.075398224
0.0070	5.5245236	5.5245237	0.087964594	0.087964594
0.0080	5.5912888	5.5912888	0.100530960	0.100530965
0.0090	5.6501799	5.6501799	0.113097340	0.113097336
0.0100	5.7028598	5.7028598	0.125663710	0.125663706
0.0150	5.9055913	5.9055914	0.188495560	0.188495558
0.0200	6.0494319	6.0494320	0.251327200	0.251327202
0.0250	6.1610056	6.1610057	0.314154620	0.314154618
0.0300	6.2521827	6.2521827	0.376953430	0.376953426
0.0400	6.3962760	6.3962760	0.502112090	0.502112096
0.0500	6.5089779	6.5089779	0.625515250	0.625515262
0.0600	6.6030385	6.6030386	0.745378980	0.745379032
0.0700	6.6855739	6.6855739	0.860122480	0.860122555
0.0800	6.7608730	6.7608732	0.968719300	0.968719050
0.0900	6.8316024	6.8316025	1.070707100	1.070707060
0.1000	6.8994391	6.8994392	1.166057900	1.166057879
0.1500	7.2213763	7.2213762	1.555967000	1.555967299
0.2000	7.5363316	7.5363315	1.842056800	1.842057188
0.2500	7.8505721	7.8505722	2.065037800	2.065037775
0.3000	8.1647396	8.1647397	2.247342800	2.247342887
0.4000	8.7930592	8.7930593	2.535022700	2.535022719
0.5000	9.4213779	9.4213775	2.758166000	2.758166922
0.6000	10.0496960	10.0496961	2.940487900	2.940488364
0.7000	10.6780150	10.6780148	3.094639000	3.094638653
0.8000	11.3063330	11.3063334	2.228170100	3.228169752
0.9000	11.9346520	11.9346519	3.345953400	3.345952829
1.0000	12.2562970	12.5629707	3.451314500	3.451312926
1.5000	15.7045620	15.7045629	3.856779800	3.856778973
2.0000	18.8461550	18.8461549	4.144462300	4.144462175
2.5000	21.9877470	21.9877481	4.367606300	4.367604726
3.0000	25.1293390	25.1293406	4.549929100	4.549926590
4.0000	31.4125240	31.4125251	4.837612300	4.837610183
5.0000	37.6957090	37.6957107	5.060757100	5.060753131
6.0000	43.9788930	43.9788955	5.243079900	5.243075700
7.0000	50.2620780	50.2620810	5.397232200	5.397226043
8.0000	52.5452630	56.5452659	5.530764300	5.530758198
9.0000	62.8284470	62.8284509	5.648549300	5.648541837
10.0000	68.1116320	69.1116363	5.753910500	5.753902231

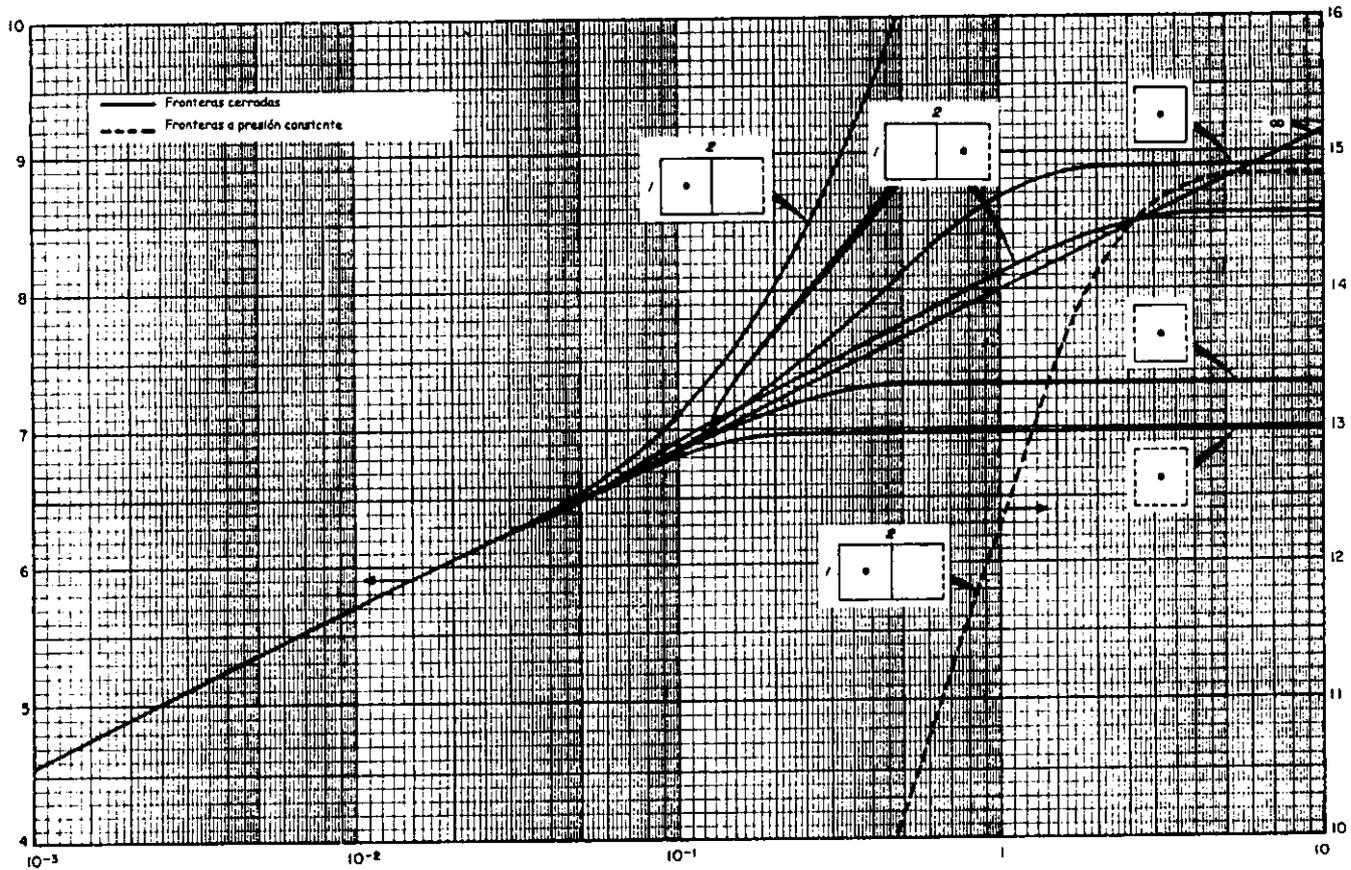


Fig. 3.7. Comportamiento de la presión adimensional en áreas de drenaje cuadrangulares con un pozo y fronteras a presión constante, sin efecto de almacenamiento ni factor de daño, Ref. 15.

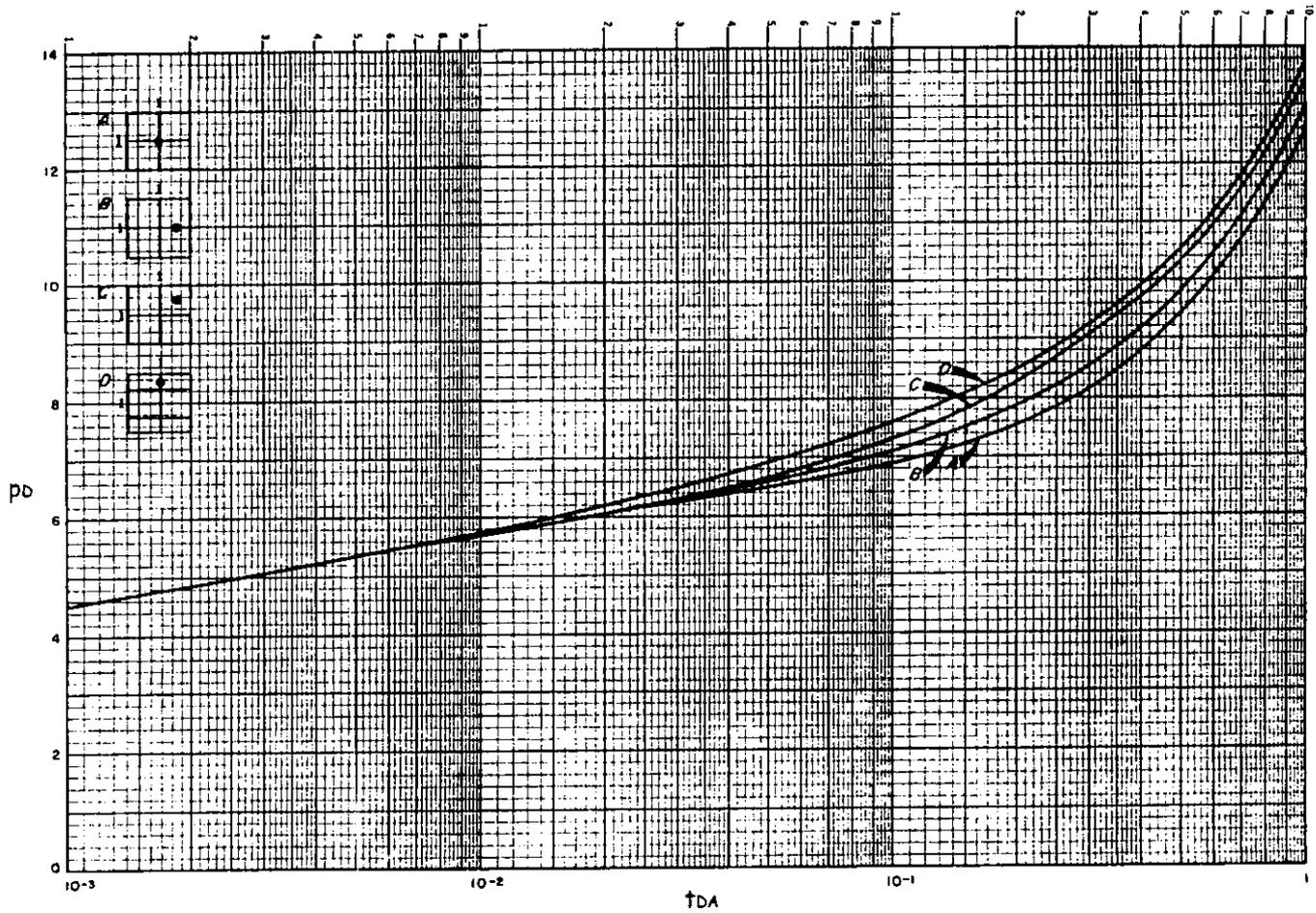


Fig. 3.8. Comportamiento de la presión adimensional en áreas de dreno cuadradas con un pozo y fronteras cerradas, sin efecto de almacenamiento ni factor de daño, Ref. 15.

Tabla III.6. Valores de  $p_D$  con todas las fronteras a presión constante.

Cuadrado con fronteras a presión constante

tDA	$p_D$
0.0010	4.5515954
0.0015	4.7543176
0.0020	4.8981534
0.0025	5.0097220
0.0030	5.1008807
0.0040	5.2447192
0.0050	5.3562894
0.0060	5.4474491
0.0070	5.5245237
0.0080	5.5912888
0.0090	5.6501799
0.0100	5.7028598
0.0150	5.9055913
0.0200	6.0494313
0.0250	6.1609950
0.0300	6.2521119
0.0400	6.3954643
0.0500	6.5052880
0.0600	6.5926085
0.0700	6.6632464
0.0800	6.7208452
0.0900	6.7679830
0.1000	6.8066235
0.1500	6.9175970
0.2000	6.9589481
0.2500	6.9743599
0.3000	6.9801038
0.4000	6.9830428
0.5000	6.9834511
0.6000	6.9835077
0.7000	6.9835154
0.8000	6.9835163
0.9000	6.9835164
1.0000	6.9835164
2.0000	6.9835173
4.0000	6.9835163
8.0000	6.9835166
10.0000	6.9835169

Rectángulo con una frontera a presión constante

tDA	$p_D$
0.0010	4.5515954
0.0015	4.7543176
0.0020	4.8981534
0.0025	5.0097220
0.0030	5.1008807
0.0040	5.2447192
0.0050	5.3562894
0.0060	5.4474491
0.0070	5.5245237
0.0080	5.5912889
0.0090	5.6501800
0.0100	5.7028600
0.0150	5.9056044
0.0200	6.0495668
0.0250	6.1615733
0.0300	6.2536830
0.0400	6.4013030
0.0500	6.5188895
0.0600	6.6174705
0.0700	6.7025424
0.0800	6.7772589
0.0900	6.8437002
0.1000	6.9033209
0.1500	7.1304103
0.2000	7.2850732
0.2500	7.4000469
0.3000	7.4913501
0.4000	7.6341186
0.5000	7.7474513
0.6000	7.8434143
0.7000	7.9268091
0.8000	8.0000975
0.9000	8.0646984
1.0000	8.1217764
2.0000	8.4297064
4.0000	8.5454746
8.0000	8.5561530
10.0000	8.5562596

Tabla 3.7. Valores del logaritmo del factor de forma ( $\ln(C_\lambda)$ ).

Forma	Ref. 18	Tezcatlipoca
	3.45	3.45
	3.45	3.45
	3.43	3.43
	1.52	1.51
	3.12	3.08
	2.38	2.38
	1.58	1.53
	0.73	0.75

## IV APLICACIONES DE CAMPO

Con el programa "Tezcatlipoca", se llevan a cabo todas las simulaciones y aplicaciones de campo que integran este capítulo, además se analizan y se comparan los diseños simulados con los datos de campo de una prueba real de incremento de presión del pozo Cactus 35: también se agrega un ejercicio de un yacimiento que contiene cuatro pozos con diferentes áreas de drene, con lo que se corrobora la confiabilidad del método de imágenes y más aún, la veracidad de las simulaciones del programa "Tezcatlipoca".

### IV.1. EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL POZO CACTUS 35

A continuación se muestran los datos de las características del yacimiento y propiedades PVT de los fluidos referentes al pozo Cactus 35, además de una prueba de incremento de presión real del mismo, con la que se ajusta el simulador.

Tabla 4.1. Características del yacimiento y propiedades PVT de los fluidos:

Presión del yacimiento : 5517 lb/pg <sup>2</sup>	Permeabilidad de la formación : 16.51 mD
Tiempo de producción : 2400 h	Espesor de la formación : 213.25 pies
Gasto de aceite : 2160.55 bpd	Porosidad de la formación : 0.05
Factor de volumen del aceite : 2.27	Compresibilidad total : $2.587 \times 10^{-5} (\text{lb/pg}^2)^{-1}$
Viscosidad del aceite : 0.22 cp	Radio del pozo : 0.145 pies

Tabla 4.2. Los datos de la prueba de incremento de presión, son:

tiempo hrs	Pws lb/pg <sup>2</sup>
0.00	4192.0
0.03	4295.5
0.07	4399.3
0.10	4503.1
0.13	4606.9
0.17	4722.1
0.25	4817.4
0.33	4914.0
0.50	5093.2
0.67	5278.1
0.83	5354.9
1.00	5393.3
1.25	5424.5
2.00	5474.3
3.00	5492.8
4.00	5501.3
6.00	5504.2
8.00	5515.5
12.00	5515.5
14.50	5515.5

Tabla 4.3. Como información adicional para el cálculo de la presión media y de la permeabilidad se añade:

Pendiente : 48.46 (lb/pg <sup>2</sup> )/~	Presión falsa : 5600 lb/pg <sup>2</sup>
Presión a una hora : 5458 lb/pg <sup>2</sup>	Presión de fondo estática : 4192 lb/pg <sup>2</sup>

Tabla 4.4. El primer caso considera un área de drene circular con un radio de 10000 pies y el diseño arroja la siguiente información:

Presión promedio 5571.8 lb/pg<sup>2</sup>

tiempo	Pwf	tiempo	Pwf	tiempo	Pwf
hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>
0.01	5245.6	0.40	5325.4	7.00	5387.3
0.02	5260.6	0.50	5330.3	8.00	5390.2
0.03	5269.4	0.60	5334.2	9.00	5392.7
0.04	5275.6	0.70	5337.5	10.00	5395.0
0.05	5280.5	0.80	5340.4	20.00	5409.8
0.06	5284.4	0.90	5343.0	30.00	5418.5
0.07	5287.7	1.00	5345.3	40.00	5424.5
0.08	5290.6	2.00	5360.2	50.00	5429.2
0.09	5293.2	3.00	5369.0	60.00	5433.0
0.10	5295.5	4.00	5375.2	70.00	5436.2
0.20	5310.5	5.00	5380.0	80.00	5439.0
0.30	5319.2	6.00	5384.0	90.00	5441.4

Tabla 4.5. Como segundo caso, el área de drene es hexagonal con un valor de apotema de 8660.3 pies y de lado 10000 pies, dando el siguiente diseño.

Presión promedio 5567.9 lb/pg<sup>2</sup>

tiempo	Pwf	tiempo	Pwf	tiempo	Pwf
hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>
0.01	5245.2	0.40	5322.8	7.00	5384.6
0.02	5259.1	0.50	5327.6	8.00	5387.4
0.03	5267.5	0.60	5331.6	9.00	5390.0
0.04	5273.5	0.70	5334.9	10.00	5392.2
0.05	5278.2	0.80	5337.8	20.00	5407.1
0.06	5282.1	0.90	5340.3	30.00	5415.7
0.07	5285.4	1.00	5342.6	40.00	5421.7
0.08	5288.2	2.00	5357.6	50.00	5426.4
0.09	5290.7	3.00	5366.3	60.00	5430.2
0.10	5293.0	4.00	5372.5	70.00	5433.4
0.20	5307.9	5.00	5377.3	80.00	5436.1
0.30	5316.6	6.00	5381.2	90.00	5438.5

Tabla 4.6. En las siguientes simulaciones, el área de drene es un rectángulo, la variación que se realiza es la de las fronteras, en primer caso es con todas las fronteras cerradas.

Presión promedio 5630.4 lb/pg<sup>2</sup>

tiempo	Pwf	tiempo	Pwf	tiempo	Pwf
hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>
0.01	5053.3	0.40	5132.6	7.00	5194.6
0.02	5068.0	0.50	5137.4	8.00	5197.8
0.03	5076.7	0.60	5141.4	9.00	5200.6
0.04	5082.9	0.70	5144.7	10.00	5203.2
0.05	5087.7	0.80	5147.6	20.00	5222.1
0.06	5091.6	0.90	5150.1	30.00	5234.5
0.07	5095.0	1.00	5152.4	40.00	5243.8
0.08	5097.9	2.00	5167.3	50.00	5251.1
0.09	5100.4	3.00	5176.0	60.00	5257.2
0.10	5102.7	4.00	5182.2	70.00	5262.3
0.20	5117.6	5.00	5187.1	80.00	5266.7
0.30	5126.4	6.00	5191.1	90.00	5270.5

Tabla 4.7. Ahora la simulación se realizó cuando todas las fronteras son a presión constante.

Presión promedio 5330.3 lb/pg<sup>2</sup>

tiempo	Pwf	tiempo	Pwf	tiempo	Pwf
hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>
0.01	5320.8	0.40	5400.2	7.00	5462.1
0.02	5335.6	0.50	5405.0	8.00	5465.0
0.03	5344.3	0.60	5408.9	9.00	5467.5
0.04	5350.5	0.70	5412.3	10.00	5469.8
0.05	5355.3	0.80	5415.2	20.00	5484.6
0.06	5359.2	0.90	5417.7	30.00	5492.8
0.07	5362.5	1.00	5420.0	40.00	5498.0
0.08	5365.4	2.00	5435.0	50.00	5501.7
0.09	5367.9	3.00	5443.8	60.00	5504.4
0.10	5370.2	4.00	5450.0	70.00	5506.5
0.20	5385.2	5.00	5454.8	80.00	5508.2
0.30	5394.0	6.00	5458.8	90.00	5509.5

Al proponer una frontera a presión constante se tiene:

➤ Tabla 4.8. Frontera superior

Presión promedio 5306.2 lb/pg<sup>2</sup>

tiempo	Pwf	tiempo	Pwf	tiempo	Pwf
hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>
0.01	5169.7	0.40	5249.0	7.00	5311.6
0.02	5184.4	0.50	5253.9	8.00	5314.8
0.03	5193.1	0.60	5257.8	9.00	5317.7
0.04	5199.3	0.70	5261.1	10.00	5320.4
0.05	5204.1	0.80	5264.0	20.00	5340.1
0.06	5208.1	0.90	5266.6	30.00	5353.3
0.07	5211.4	1.00	5268.9	40.00	5363.4
0.08	5214.3	2.00	5283.8	50.00	5371.5
0.09	5216.8	3.00	5292.6	60.00	5378.4
0.10	5219.1	4.00	5298.9	70.00	5384.2
0.20	5234.1	5.00	5303.9	80.00	5389.4
0.30	5242.8	6.00	5308.0	90.00	5394.0

➤ Tabla 4.9. Frontera derecha

Presión promedio 5330.3 lb/pg<sup>2</sup>

tiempo	Pwf	tiempo	Pwf	tiempo	Pwf
hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>
0.01	5169.7	0.40	5249.0	7.00	5311.6
0.02	5184.4	0.50	5253.9	8.00	5314.8
0.03	5193.1	0.60	5257.8	9.00	5317.7
0.04	5199.3	0.70	5261.1	10.00	5320.4
0.05	5204.1	0.80	5264.0	20.00	5340.1
0.06	5208.1	0.90	5266.6	30.00	5353.3
0.07	5211.4	1.00	5268.9	40.00	5363.4
0.08	5214.3	2.00	5283.8	50.00	5371.5
0.09	5216.8	3.00	5292.6	60.00	5378.4
0.10	5219.1	4.00	5298.9	70.00	5384.2
0.20	5234.1	5.00	5303.9	80.00	5389.4
0.30	5242.8	6.00	5308.0	90.00	5394.0

Si son dos las fronteras que se tienen a presión constante, entonces:

➤ Tabla 4.10. Frontera superior e inferior

Presión promedio 5376.7 lb/pg<sup>2</sup>

tiempo	Pwf	tiempo	Pwf	tiempo	Pwf
hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>
0.01	5345.5	0.40	5424.9	7.00	5486.2
0.02	5360.3	0.50	5429.7	8.00	5488.7
0.03	5369.0	0.60	5433.7	9.00	5490.9
0.04	5375.2	0.70	5437.0	10.00	5492.8
0.05	5380.0	0.80	5439.9	20.00	5503.0
0.06	5383.9	0.90	5442.4	30.00	5507.3
0.07	5387.3	1.00	5444.7	40.00	5509.6
0.08	5390.1	2.00	5459.7	50.00	5511.1
0.09	5392.7	3.00	5468.5	60.00	5512.1
0.10	5394.9	4.00	5474.6	70.00	5512.9
0.20	5409.9	5.00	5479.3	80.00	5513.5
0.30	5418.7	6.00	5483.1	90.00	5513.9

➤ Tabla 4.11. Frontera derecha e izquierda

Presión promedio 5306.3 lb/pg<sup>2</sup>

tiempo	Pwf	tiempo	Pwf	tiempo	Pwf
hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>	hrs	lb/pg <sup>2</sup>
0.01	5273.1	0.40	5352.5	7.00	5414.4
0.02	5287.9	0.50	5357.3	8.00	5417.3
0.03	5296.6	0.60	5361.2	9.00	5419.8
0.04	5302.7	0.70	5364.6	10.00	5422.1
0.05	5307.6	0.80	5367.5	20.00	5437.3
0.06	5311.5	0.90	5370.0	30.00	5446.7
0.07	5314.8	1.00	5372.3	40.00	5453.9
0.08	5317.7	2.00	5387.3	50.00	5459.8
0.09	5320.2	3.00	5396.1	60.00	5464.9
0.10	5322.5	4.00	5402.3	70.00	5469.4
0.20	5337.5	5.00	5407.1	80.00	5473.3
0.30	5346.2	6.00	5411.0	90.00	5476.9

Al analizar las tablas de los resultados de la simulación, se tiene que la mejor aproximación es cuando se tiene un área de drene rectangular con las fronteras superior e inferior a presión constante (Tabla 4.10.), por lo que estos datos graficados se muestran en la Fig. 4.1.

En esta gráfica se puede observar que la estabilización de la presión comienza para el tiempo 100 hrs. y el valor al que se aproxima es el de 5517 lb/pg<sup>2</sup>.

Cabe hacer mención, que el simulador no toma en cuenta los factores de almacenamiento, ni el factor de daño, pero aún así proporciona un buen valor para el tiempo en que la presión del yacimiento alcanza la estabilización y la presión promedio de éste.

El comportamiento de la curva, tiene la forma de la curva de presión típica de incremento de presión, por las consideraciones que se hicieron para su desarrollo y se pueden leer directamente de ésta los valores de la presión para un tiempo determinado, además si se imprime en acetato.

La gráfica se realizó con los cálculos que se presentan en la Tabla 4.10. y además se utilizaron más valores de tiempo, que se calcularon también con "Tezcatlipoca", esto se hizo para apreciar mejor la porción de la curva cuando se alcanza la estabilización de la presión.

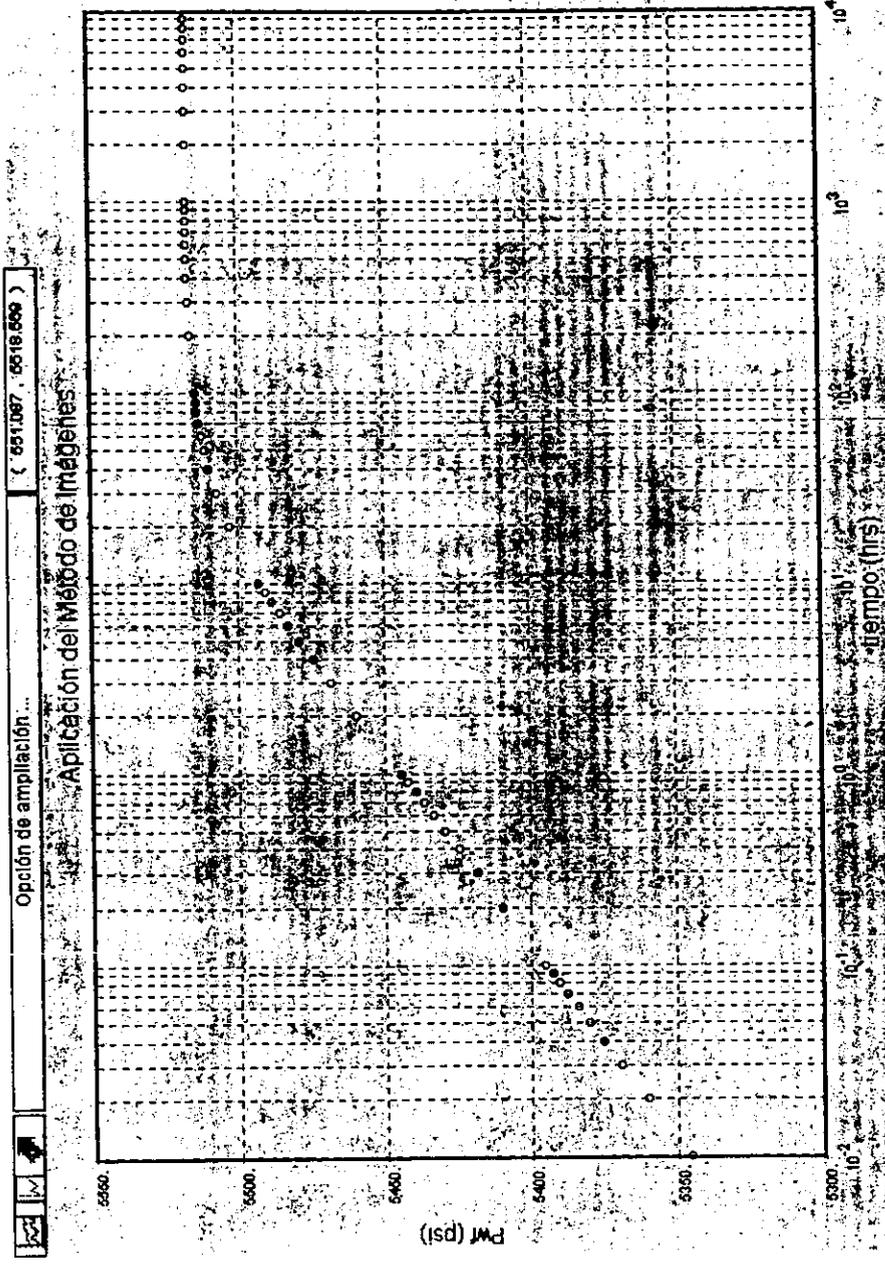


Figura 4.1. Gráfica del diseño de la prueba de incremento de presión con las fronteras superior e inferior a presión constante.

IV.2. EJEMPLO DE APLICACIÓN DE UN YACIMIENTO QUE CONTIENE CUATRO POZOS

Los siguientes análisis son de cuatro pozos contenidos en un yacimiento, del cual se quiere calcular la presión promedio mediante la información de los pozos contenidos en él.

Tabla 4.12. Datos de los cuatro pozos.

Pozo	Forma	Gasto [bpd]	Espesor [pies]	Tiempo [hrs]	p* [lb/pg <sup>2</sup> ]	m [lb/pg <sup>2</sup> /~]
1	⊞	47.7	24	9080	1997	130
2	⊙	80.5	19	5800	1853	140
3	⊞	52.6	18	8700	1945	120
4	⊞	90.5	16	5350	1505	162

Otros datos tomados como constantes en todo el yacimiento, son:

Bo=1.31                      μ=0.515 cp                      φ=16.4%                      c<sub>t</sub>=14×10<sup>-6</sup> (lb/pg<sup>2</sup>)<sup>-1</sup>

Este ejemplo se desarrolla con los cálculos del programa "Tezcatlipoca"; primero se almacenan los datos generales por pozo, luego, los referentes al área de drenaje, a continuación se pide el cálculo de la presión promedio y la permeabilidad para cada uno de los cuatro pozos, los resultados se presentan en la Tabla 4.13.

Las presiones promedio que se tienen calculadas, son las correspondientes al área de drenaje, estas no son la presión promedio del yacimiento, a continuación se describe el procedimiento para obtener esta.

Tabla 4.13. Resultado de la aplicación del programa "Tezcatlipoca" para los datos de los pozos de la Tabla anterior.

Pozo	Permeabilidad [mD]	Presión promedio por pozo [lb/pg <sup>2</sup> ]
1	1.68	1914.2
2	3.32	1706.4
3	2.67	1894.2
4	3.83	1395.8

Para calcular la presión promedio del yacimiento, se emplean los gastos de los cuatro pozos y las presiones promedio previamente calculadas, que llamaremos  $\bar{p}_i$ , recurrimos a la expresión analítica  $\bar{p} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{q_t} \bar{p}_i$ , que al substituir los valores para el ejemplo, resulta que la  $\bar{p} = 1675.7 \text{ lb/pg}^2$ .

## V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se concluye que la herramienta desarrollada, programa "Tezcatlipoca", apoya eficientemente al analista en los cálculos de presión promedio por la técnica de MBH y permite diseñar e interpretar pruebas de incremento de presión a gasto constante.

El trabajo desarrollado representa una recopilación de información técnica de gran utilidad práctica y académica.

La estructura de la programación del simulador, permite que éste sea una buena base para un futuro desarrollo, debido a su versatilidad y gran potencial, además de que el método en que se basa, es generado con muy buena aproximación mediante un equipo de cómputo.

Características del simulador "Tezcatlipoca":

- Puede ser empleado para calcular la presión promedio, la permeabilidad y el factor de daño.
  
- Permite generar varios diseños de pruebas de presión, cambiando las características del área de drenaje, dando por resultado un gran número de escenarios posibles entre los que se puede escoger el más representativo.

Para llevar a cabo un análisis de pruebas de presión, mediante un simulador que arroje valores reales o considerados veraces, se necesita:

- Que la información con la que se cuente sea de la mejor calidad y muy representativa de la porción de roca o fluidos que se estén evaluando.
  
- Hay que tener presente las consideraciones que se hicieron en el desarrollo del simulador, para no caer en el error de aplicar rigurosamente los resultados que se obtienen; ya que muchas de las consideraciones en el desarrollo, limitan o establecen un rango de aplicación para que se pueda tener una buena simulación.

## NOMENCLATURA

- a** : longitud horizontal de un cuadrángulo (largo)  
**a<sub>i</sub>** : distancia al i-avo pozo en el punto (xD, yD)  
**a<sub>iD</sub>** : distancia adimensional al i-avo pozo referente al área de drenaje  
**ap** : apotema del hexágono  
**A** : área de drenaje [pies<sup>2</sup>]  
**b** : longitud vertical de un cuadrángulo (ancho)  
**B** : factor de volumen  
**c<sub>t</sub>** : compresibilidad total del sistema roca-fluidos [psi<sup>-1</sup>]  
**C<sub>A</sub>** : factor de forma  
**Ei** : integral exponencial,  $Ei(-x) = - \int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$   
**fo** : función numérica definida para calcular Jo  
**h** : espesor neto de la formación [pies]  
**j<sub>v,s</sub>** : raíces de la función de Bessel de primera clase y orden v  
**J** : variable que toma el valor de 1, 2, 3, ..., n  
**J<sub>1</sub>** : función de Bessel de primera clase y orden cero  
**J<sub>0</sub>** : función de Bessel de primera clase y orden cero  
**k** : permeabilidad [mD]  
**L** : lado del hexágono [pies]  
**p** : presión [lb/pg<sup>2</sup>]  
**p\*** : presión falsa, extrapolación de la porción recta semilogarítmica a un tiempo infinito [lb/pg<sup>2</sup>]  
**p̄** : presión promedio del yacimiento [lb/pg<sup>2</sup>]

$p_D$	:	presión adimensional
$p_{DMBH}$	:	presión adimensional definida por Matthews, Brons y Hazebroek
$p_i$	:	presión inicial [lb/pg <sup>2</sup> ]
$p_o$	:	presión de referencia [lb/pg <sup>2</sup> ]
$p_{wf}$	:	presión de fondo fluyendo [lb/pg <sup>2</sup> ]
$q$	:	gasto [bpd]
$r$	:	distancia radial [pies]
$r_D$	:	radio adimensional
$r_w$	:	radio del pozo [pies]
$r_{wD}$	:	radio del pozo adimensional
$R$	:	variable que toma el valor dos veces de 0, 1, 2, ..., n
$R_b$	:	radio del yacimiento [pies]
$s$	:	número de raíces para la función de Bessel de primer grado
$S$	:	variable que alterna los valores de 0 y 1
$t$	:	tiempo [horas]
$t_D$	:	tiempo adimensional
$t_{DA}$	:	tiempo adimensional basado en el área de drené
$v$	:	velocidad del fluido [cm/seg]
$x$	:	variable numérica definida para calcular $J_0$
$x_D, y_D$	:	coordenadas adimensionales convenientes
$x_n$	:	raíces de la función de Bessel de primera clase y primer orden
$\alpha$	:	distancia horizontal del pozo a la frontera vertical derecha
$\beta$	:	distancia vertical del pozo a la frontera horizontal superior
$\beta\beta$	:	función definida por Mc Mahon
$\gamma$	:	$e^{0.5772}$
$\Delta p$	:	caída de presión [lb/pg <sup>2</sup> ]

$\Delta t$	:	intervalo de tiempo
$\theta_0$	:	función numérica definida para calcular $J_0$
$\mu$	:	viscosidad [cp]
$\mu\mu$	:	función definida por Mc Mahon
$\nu$	:	número de orden de la función de Bessel
$\pi$	:	constante = 3.141592654
$\rho$	:	densidad [g/cm <sup>3</sup> ]
$\rho_0$	:	densidad a una presión de referencia $p_0$
$\phi$	:	porosidad
$\sim$	:	número de ciclos
$\nabla$	:	gradiente
$\nabla p$	:	gradiente de presión igual a $\frac{\partial p}{\partial r}$

## REFERENCIAS

1. Earlougher, Jr. R.C., Ramey, Jr. H.J., Miller, F.G. y Mueller, T.D.  
"Pressure Distributions in Rectangular Reservoirs"  
Transactions, AIME (1968) Volumen 243.
2. Van Everdingen, A.F. y Hurst, W.  
"The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs"  
Transactions, AIME (1949) Volumen 186.
3. Matthews, C.S., Brons, F. y Hazebroek, P.  
"A Method for Determination of Average Pressure in a Bounded Reservoir"  
Transactions, AIME (1954) Volumen 201.
4. Bourdarot, G.  
"Well Testing: Interpretation Methods"  
Editions Technip and Institut Français du Pétrole  
Francia 1998.
5. Taylor, T.  
"A New Method for Determining Average Reservoir Pressure From a Single Well Buildup Test"  
University Microfilms Inc, Ann Arbor Michigan 1979.
6. Miller, C.C., Dyes, A.B. y Hutchinson, Jr. C.A.  
"The Estimation of Permeability and Reservoir Pressure from Bottom Hole Pressure Build-up Characteristics"  
Transactions, AIME (1950) Volumen 189.
7. Lee, J.  
"Well Testing"  
SPE Text Book Series Vol. 1  
USA 1982.

8. Valderrabano, H.A., Rayón, C.R., Osorno, M.J. y Rodríguez, N.R.  
"Apuntes de Evaluación de la Producción"  
Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, División de Ingeniería en Ciencias de la Tierra, Departamento de Explotación del Petróleo.  
UNAM, Facultad de Ingeniería, 1982.
9. Castillo, T.F.J. y Castañeda, O.J.M.  
"Teoría y Análisis de Pruebas en Pozos"  
Tesis para obtener el Título de Ingeniero Petrolero  
Asesor M. En I. José I. García Rivera  
UNAM, Facultad de Ingeniería, 1980.
10. Abramowitz, M. y Stegun, I.A.  
"Hand book of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables"  
4<sup>ta</sup> Impresión, Ed. National Bureau of Standards Applied Mathematics Series 55, Washington D.C., 1965.
11. Watson, G.N.  
"A Treatise on the Theory of Bessel Functions"  
2<sup>da</sup> ed., Cambridge at the University Press  
Gran Bretaña, 1966.
12. Craft, B.C. y Hawkins, M.  
"Applied Petroleum Reservoir Engineering"  
2<sup>da</sup> ed. Ed. Prentice Hall PTR  
NJ, 1991.
13. Muskat, M.  
"The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media"  
5<sup>ta</sup> ed, 2<sup>da</sup> Impresión, Ed. Edwards Brothers, Inc. 1946.
14. Samaniego, V.F. y Pazmiño, U.J.  
"Aspectos Prácticos del Análisis Moderno de Pruebas de Presión en Pozos"  
Notas inéditas.

15. Earllougher, R.C. Jr.  
"Advances in Well Test Analysis"  
SPE Monograph Vol. 5, Doherty Series  
USA 1977.
16. Ramey, H.J.Jr, Kumar, A. Y Gulati, M.S.  
"Gas Well Test Analysis Under Water-Drive Conditions"  
AGA, Arlington, Virginia, 1977.
17. Información proporcionada por Petróleos Mexicanos.
18. Dietz, D. N.  
"Determination of Average Reservoir Pressure From Build-Up Surveys"  
SPE 1156, USA 1965.
19. Heyman, M.S.  
"La Esencia de Visual Basic 4"  
Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.  
México, 1996.
20. Perry, G.  
"Aprendiendo Visual Basic 6 en 21 días"  
Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.  
México, 1999.