

01168



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE
MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**“Solución del problema de localización de
servicios multiobjetivo”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA
(INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES)

PRESENTA:

ADELIA GUADALUPE COPAS OSIO

Directores: **Dr. Ricardo Aceves García**
Dr. Manuel Ordorica Mellado

Ciudad Universitaria 2000





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Dedico este trabajo a todos mis maestros.
A los de ayer, a los de hoy, a los de siempre,
y especialmente a mis padres.**

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
ÍNDICE GENERAL	i
ÍNDICE DE FIGURAS	iv
ÍNDICE DE TABLAS	v
RESUMEN	vi
INTRODUCCIÓN	vii
I. INVESTIGACION DE OPERACIONES	1
1.1. Arte y ciencia de la investigación de operaciones	2
1.2. Principal instrumento de la investigación de operaciones	3
1.3. Problemas tácticos y estratégicos	4
1.4. Limitaciones de la investigación de operaciones	7
1.5. Sistemas de información geográfica en investigación de Operaciones	9
II. PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN DE SERVICIOS.....	12
2.1. Formulación del problema de localización de servicios.....	14
2.1.1. Caso continuo.....	14
2.1.2. Caso en redes.....	17
2.1.3. Caso discreto.....	19
2.2. Áreas de aplicación.....	21
2.3. Limitaciones.....	23
2.4. Areas de mejoramiento mediante sistema de información geográfica (SIG).....	24

III. LOCALIZACIÓN DE SERVICIOS MULTIOBJETIVO.....	27
3.1. Análisis del problema de localización multiobjetivo.....	27
3.1.1. Programación de metas.....	29
3.1.2. Formulación del modelo.....	31
3.1.3. Ventajas y desventajas de la programación de metas.....	36
3.2. Formulación general del problema de localización multiobjetivo.....	38
3.3. Algoritmo para resolver el problema de localización de servicios multiobjetivo.....	47
3.3.1. Complejidad computacional.....	52
3.3.2. Convergencia del algoritmo.....	53
3.3.3. Análisis de sensibilidad.....	54
3.4. Aplicaciones.....	61
IV. EL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN MULTIOBJETIVO Y LOS SISTEMAS DE INFORMACIÓN GEOGRÁFICA.....	83
4.1. Conceptos básicos del sistemas de información geográfica (SIG).....	83
4.2. Metodología de la construcción del sistema de información geográfica.....	87
4.3. Análisis técnica de capas de información.....	99
4.4. Integración del modelo, algoritmo y sistemas de información geográfica.....	103
4.5. Diagrama de bloques de la interface.....	106
4.6. Análisis de resultados.....	108
V. CONCLUSIONES Y EXTENSIONES.....	112
REFERENCIAS.....	119
APENDICE A: Definiciones.....	126

APENDICE B: Demostraciones de los teoremas.....	127
APENDICE C: Evolución de los Sistemas de Información Geográfica (SIG).....	131

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Distancia rectangular.....	16
Figura 2. Distancia euclidiana.....	17
Figura 3. Capas de información.....	26
Figura 4. Diagrama general del algoritmo.....	51
Figura 5. Subsistemas de un sistema de información geográfica.....	98
Figura 6. Sobreposición de capas de información.....	100
Figura 7. Diagrama de integración.....	105
Figura 8. Diagrama de bloques de la interface.....	107

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Construcción de las desviaciones.....	45
Tabla 2. Tabla de metas múltiples.....	48
Tabla 3. Inicio del algoritmo.....	62
Tabla 4. Primer paso del algoritmo.....	65
Tabla 5. Aplicación del método simplex y actualización de θ	67
Tabla 6. Detección de la solución óptima.....	69
Tabla 7. Solución completa del problema.....	71
Tabla 8. Distribución y demanda.....	76
Tabla 9. Costo por unidad del producto.....	78
Tabla 10. Valores óptimos de ejemplo 2.....	109
Tabla 11. Análisis de las metas.....	110

RESUMEN

El problema de localización de servicios se presenta en muchas organizaciones grandes y pequeñas, públicas y privadas; que tienen la necesidad de ubicar geográficamente algún tipo de servicio. Para este problema de gran importancia práctica, se han propuesto varios puntos de vista para resolverlo. Inicialmente, los intentos fueron a través del uso de procedimientos heurísticos; con el propósito de optimizar al problema, se ha usado un proceso de ramificación y acotamiento, en donde las consideraciones de cálculo han ido en contra de la solución de problemas relativamente grandes. La investigación de operaciones apoya fuertemente con la técnica de programación de metas, a través de la cual, el problema puede ser analizado como un problema de localización de servicios multiobjetivo. Estructura que permite el uso de técnicas y métodos de solución muy eficientes.

La estrategia para resolver el problema de localización de servicios multiobjetivo se basa en la incorporación de los principios de la programación de metas, en donde a cada meta se le considera como una capa de información proporciona el sistema de información geográfica; y lo que se busca es minimizar las desviaciones entre las diferentes metas, esto se logra con la ayuda del algoritmo propuesto y la interface que se desarrolló unificando en un mismo esquema de solución. Hecho que permite obtener un método de solución sencillo y eficiente, y que aún no se encuentra en la literatura.

El principal propósito de este trabajo de investigación es analizar y modelar el problema de localización de servicios para el caso continuo como uno de programación de metas multiobjetivo, implantar un algoritmo de solución y desarrollar la interface para incorporar el modelo a un Sistema de Información Geográfica.

INTRODUCCIÓN

El problema de localización de servicios se presenta en muchas organizaciones grandes y pequeñas, públicas y privadas; que tienen la necesidad de ubicar geográficamente algún tipo de servicio, por ejemplo: escuelas, almacenes, estaciones de gasolina, clínicas de salud, sucursales bancarias, etc. Para este problema de gran importancia práctica, se han propuesto varios puntos de vista para resolverlo. Inicialmente, los intentos fueron a través del uso de procedimientos heurísticos; con el propósito de optimizar al problema, se ha usado un proceso de ramificación y acotamiento, en donde las consideraciones de cálculo han ido en contra de la solución de problemas relativamente grandes. La investigación de operaciones apoya fuertemente con las técnicas de programación de metas, a través de las cuales, el problema puede ser analizado como un problema de localización de servicios multiobjetivo. Estructura que permite el uso de técnicas y métodos de solución muy eficientes.

La formulación matemática que ha sido de gran beneficio para la obtención de algoritmos de solución eficientes, es el denominado "Función de Distancia". Y la estrategia de solución más prometedora hasta la fecha, es el uso de "programación de metas" en su forma primal.

El principal propósito de este trabajo de investigación es analizar y modelar el problema de localización de servicios para el caso continuo como uno de programación de metas multiobjetivo, implementar un algoritmo de solución y desarrollar la interface para incorporar el modelo a un Sistema de Información Geográfica.

La estrategia de solución al problema de localización de servicios multiobjetivo se basa en la incorporación de los principios de la programación de metas. Para plantear el modelo que permita dar solución al problema propuesto, cada meta se considera importante como una capa de información proporcionado por el sistema de información geográfica; esto se logra con la ayuda del algoritmo y la interface que se unifican en un mismo esquema de solución. Hecho que permite obtener un método de solución sencillo y eficiente, y que aún no se encuentra en la literatura.

Este trabajo se desarrolla como sigue: En el primer capítulo, se presenta un panorama general de la investigación de operaciones, se explica brevemente el problema de localización de servicios, que es el de ubicar geográficamente algún tipo de servicio, de tal forma que se optimicen los costos de traslado de las unidades de servicio a los centros de demanda. Enunciando las ventajas y desventajas que presenta la investigación de operaciones; y a su vez se propone una alternativa de solución para las limitaciones que se tienen, utilizando modelación matemática y la información que proporcionan los sistemas de información geográfica, para que las decisiones que se tomen sean más objetivas.

En el segundo capítulo, se presenta el problema de localización de servicios y se analiza desde tres diferentes formulaciones; el primero es el *caso continuo* (planares), que generalmente tienen soluciones que son simples, comprensibles y reveladoras en la estructura del problema. El segundo es el *caso en redes*, esta formulación generalmente se presenta en una estructura reticular y tiene la ventaja de que se puede adaptar a un gran número de aplicaciones y son fácilmente conceptualizados. Sin embargo, las grandes debilidades de estos modelos, han sido la poca variedad de funciones de costo para las cuales se ha analizado. Y el tercero es el *caso discreto*, o modelos discretos, a este tipo de modelos han atraído fuertemente el interés porque en ellos generalmente se tiene un balance

entre simplicidad y verosimilitud. Sin embargo, una debilidad en estos modelos es que su solución puede ser un asunto difícil y complejo, con frecuencia revela poco acerca del problema. Para las áreas de mejoramiento de las formulaciones anteriores se puede lograr al considerar los principios de la programación de metas para múltiples objetivos, lo cual se conoce como el problema de localización de servicios multiobjetivo, y también manejar los sistemas de información geográfica. Este panorama servirá como punto de partida para el presente trabajo de investigación, enfocándose principalmente al caso continuo.

En el tercer capítulo, se presenta los elementos teóricos necesarios para la formulación del problema de localización de servicios multiobjetivo en el espacio de soluciones continuo, es decir, se describe el problema de localización de servicios multiobjetivo, considerando los principios de programación de metas y realizando las modificaciones correspondientes en la modelación del problema, posteriormente se presenta la estructura del algoritmo, ya que con ello se propone una nueva estrategia para la solución del problema, basada en la unificación de las estrategias de programación de metas y el algoritmo de solución, la modelación de los problemas y la aplicación del algoritmo, se puede observar en la parte de aplicaciones, donde precisamente se modelan los problemas y se aplica el algoritmo de solución paso a paso.

En el cuarto capítulo, se presenta la aplicación de los conceptos teóricos del capítulo anterior del problema de localización de servicios multiobjetivo, estableciendo la relación que existe entre la modelación y los sistemas de información geográfica, es decir, se presenta el algoritmo junto con la interface que se encarga de manejar el sistema de información geográfica, para presentar los diferentes niveles de información, cada nivel representa una meta del problema, con la interface se analiza los resultados de los problemas propuestos y se

determina la experiencia computacional del interface demostrando la superioridad del mismo.

En el quinto capítulo, se establecen las conclusiones del trabajo y se presentan algunas sugerencias de acuerdo a los resultados obtenidos en los capítulos anteriores.

I. INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

Existe hoy en día, una variedad bastante extensa de herramientas que permiten incrementar la posibilidad de tomar mejores decisiones en cualquier organización. Cabe mencionar que entre esta gama de herramientas se encuentra por ejemplo, los sistemas de información, los métodos estadísticos, las técnicas tradicionales de la ingeniería industrial, la evaluación económica, el procesamiento de datos, la investigación de operaciones, entre otras.

Este capítulo únicamente se enfocará a la investigación de operaciones. No es fácil definir qué es investigación de operaciones; existen diversas definiciones en los textos, pero se podría establecer que la investigación de operaciones es un enfoque científico interdisciplinario para la solución de problemas, que envuelve la iteración compleja, dinámica y subjetiva de recursos, métodos y sistemas, a los cuales, en algunos casos, no se les puede proporcionar una solución exacta por medio de los procedimientos matemáticos o por medio de técnicas de ensayo y error. Investigación de operaciones utiliza modelos matemáticos como un recurso primario, está diseñada para cuantificar y acotar estos problemas dentro de un marco de restricciones específicas, medidas objetivas y variables, de tal forma que se busquen controles óptimos de operación, decisiones, niveles y soluciones. O como la define (Churchman, Ackoff y Arnoff, 1957), la investigación de operaciones es la aplicación, por grupos interdisciplinarios, del método científico a problemas con el control de las organizaciones o sistemas (hombre-máquina) a fin de que se produzcan soluciones que mejor sirvan a los objetivos de toda la organización.

1.1. Arte y ciencia de la investigación de operaciones

La investigación de operaciones aspira determinar el mejor curso de acción (óptimo) de un problema de decisión con la restricción de recursos limitados. El término investigación de operaciones muy a menudo está asociado casi en exclusiva con la aplicación de técnicas matemáticas, para representar por medio de un modelo y analizar problemas de decisión.

La investigación de operaciones se debe de visualizar como una **ciencia** y como un arte; el aspecto de la ciencia radica en ofrecer técnicas y algoritmos matemáticos para resolver problemas de decisión adecuados. La investigación de operaciones es un **arte**, debido a que el éxito que se alcanza en todas las fases anteriores y posteriores a la solución de un modelo matemático, depende en forma apreciable de la creatividad y la habilidad personal de los analistas encargados de tomar las decisiones.

Actualmente la investigación de operaciones no sólo se aplica en el sector privado (Industrias, sistemas de comercialización, sistemas financieros, transportes, sistemas de salud etc.) sino también en el sector de los servicios públicos, tanto en los países desarrollados como en los países del tercer mundo. En la actualidad se han diseñado programas profesionales y de postgrado en la especialidad de investigación de operaciones.

La investigación de operaciones se aplica a todas las áreas del conocimiento, al igual que la filosofía, sólo que esta maneja conceptos e ideas teóricas, mientras que la investigación de operaciones es la herramienta práctica para la toma de decisiones. Dicha área todavía se encuentra en una edad incipiente y hay mucho por hacer en el desarrollo de este campo, tanto en su teoría como en su aplicación.

1.2. Principal herramienta de la investigación de operaciones

La piedra angular de la investigación de operaciones es el modelo que debe representar al fenómeno en estudio y del cual se obtendrá la solución al problema. Si dicha solución satisface o resuelve al problema existente en la realidad, la representación del modelo habrá sido satisfactoria, pero si por el contrario, al llevarse a la práctica los resultados no resuelven el problema, el modelo no corresponde a la realidad.

Un modelo matemático es un conjunto de ecuaciones, que describen un sistema o problema. El modelo matemático generalmente contiene tres clases de ecuaciones: (1) La función de efectividad, (2) las restricciones y (3) las condiciones de no-negatividad; como se muestra a continuación:

$$\text{óptimizar } Z = CX \quad (1)$$

Sujeto a:

$$Ax \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} b \quad (2)$$

$$X \geq 0 \quad (3)$$

Debe recordarse que un modelo es una aproximación de un sistema real. Por consiguiente, todas las variables pueden no estar incluidas en el modelo. Esto a veces es mal interpretado por personas no familiarizadas con el enfoque de la investigación de operaciones. Ningún especialista de investigación de operaciones reclamará que su modelo incluye todas las posibles variables o que las repuestas obtenidas a partir del modelo son infactibles cuando se aplican a un sistema real en estudio. Cualquier procedimiento está sujeto a algún error. Lo que se pretende es hacer el error tan pequeño como sea posible.

En un modelo se debe aclarar qué variables son importantes y qué datos son necesarios para el análisis de un sistema. Una vez que se plantea el modelo correcto, el problema consiste en optimizar la función objetivo. La función objetivo o función económica, es aquella parte del modelo que representa, por ejemplo, el tiempo que tarda el proyecto, el costo de realización de algún bien o servicio, las utilidades de una empresa. Esta función objetivo o función económica es una función de varias variables. La optimización de esta función consiste en maximizar o minimizar dicha función según el caso (Lizárraga 1973). Ya que un modelo es una aproximación de un sistema real o problema, la solución óptima del modelo no garantiza una solución óptima del problema real.

1.3. Problemas tácticos y estratégicos

Desde sus inicios, la investigación de operaciones se ha aplicado a una gran variedad de problemas. Sin embargo, la mayoría de éstos, han sido de naturaleza táctica más que estratégica. La diferencia entre problemas tácticos y estratégicos no es sencilla, debido a que se basa cuando menos, en tres características, cada una de las cuales implica una cuestión de magnitud.

1.- Un problema es más táctico que otro si el efecto de su solución es de menor duración, es decir, si su solución puede modificarse o anularse fácilmente. Por lo cual, cuanto mayor es la duración del efecto de la solución en el problema, éste es más estratégico; entonces por ejemplo, un problema táctico consiste en establecer lo que producirá mañana y uno estratégico, es referente al lugar dónde se deberá construir una planta adicional. La investigación de operaciones se ha aplicado con más frecuencia a problemas de corto plazo, que a largo plazo. Refiriéndonos a esta característica del problema, como su rango.

2.- Un problema es más estratégico, cuando mayor sea la parte de la organización afectada directamente por su solución. Por lo tanto, un problema que asocie la selección de un convenio contable, es aparentemente más táctico que, por ejemplo, el presupuesto de la empresa. Esta característica del problema puede referirse como su alcance.

3.- Un problema es más estratégico en cuanto más implica la determinación de fines, metas u objetivos. Todos los problemas comprenden la selección de medios para alcanzar los resultados deseados, pero muchos consideran los resultados deseados como datos proporcionados. En la medida en que lo hacen, son tácticos. De aquí que la planeación de la empresa, que debe establecer metas y objetivos en la organización es más estratégico, que un problema que trate de minimizar los costos de transporte, en el que dicha minimización se considera como resultado conveniente. Esta característica del problema puede referirse como su orientación a fines.

No hay puntos de separación definidos en la escala, que representan estas características que distinguen los problemas tácticos de los estratégicos. Por esta razón, lo más que se puede establecer de un problema, que tanto más estratégico es que otro, en función de las características anteriores.

Una importante consecuencia de la aplicación de la investigación de operaciones a una amplia variedad de problemas tácticos, derivada de la práctica, es que se han identificado un grupo de problemas con ciertas características comunes y que además se requieren modelar. Debido a la frecuencia de ocurrencia de éstos, se ha desarrollado técnicas para modelarlos y obtener soluciones de los mismos. Estos problemas prototipos son los siguientes: Inventario, reemplazo, líneas de espera (teoría de colas), secuencia y coordinación, transporte, competencia (teoría de juegos), teoría de localización etc.

En este trabajo de investigación se enfocará únicamente al problema de localización de servicios o teoría de localización, dado que en el objetivo se planteo el análisis del mismo; posteriormente se modelara dicho problema.

A continuación se describirá brevemente el problema de localización de servicios.

Localización de servicios

Una técnica importante pero poco conocida, es la denominada teoría de localización de servicios, la cual ha ofrecido y ofrece un gran potencial para la solución de problemas, donde se tenga que localizar uno o más servicios, que a su vez deban atender o satisfacer a un conjunto de usuarios o centros de demanda, es decir, el problema de localización de servicios busca encontrar la solución geográfica de una instalación de tal forma que los costos de distribución a un cierto número de clientes sean minimizados.

Por instalación, se entiende cualquier servicio público (hospitales, estaciones de bomberos o de policía, bancos, oficinas gubernamentales, escuelas, bibliotecas, estadios deportivos, plantas generadoras de eléctrica, estaciones de gasolina, plantas de tratamiento de basura, aeropuerto, etc.).

Por distribución de la demanda de los servicios se entiende la manera de asignar el espacio físico a los diversos componentes de una instalación; por ejemplo, máquinas y herramientas en una planta, las coordenadas de una planta. Las coordenadas de un plano bidimensional nos auxilian en la localización.

Los problemas de localización se presentan cuando los encargados de tomar decisiones deben seleccionar el sitio en que ubicarán una o varias instalaciones o servicios.

Los problemas de localización se dirigen a investigar la decisión de dónde localizar una o unas servicios centrales, que a su vez satisfacen los puntos de demanda o clientes; por lo general se hacen mención de sistemas de distribución o sistemas logísticos. Por ejemplo, un sistema en el cual se tienen fábricas (F_i) que distribuyen su producto, y se deben localizar los depósitos (D_i) para que finalmente se haga entrega del producto a los clientes asignados.

En el capítulo dos, se plantearán las principales formulaciones del problema de localización de servicios.

1.4. Limitaciones de la investigación de operaciones

Las principales limitaciones que se presenta en el área de investigación de operaciones, son las siguientes:

- 1). Los modelos generalmente minimizan o maximizan una sola función objetivo; en el mundo real generalmente se tiene que considerar varias metas.
- 2). Por desgracia no todo los modelos matemáticos de la investigación de operaciones poseen algoritmos (métodos) de solución que converjan al nivel óptimo.
- 3). La mayoría de los problemas reales son de naturaleza estocástico o de total incertidumbre, multivariables, no lineales, dinámicos y con objetivos múltiples,

muchas veces conflictivos, la investigación de operaciones se ha desenvuelto sobre todo en el campo básico, por ejemplo, porque este es más fácil de resolverlo.

4). La limitada experiencia computacional esta asociada con cada uno de los modelos.

5). Los problemas de decisión suelen incluir importantes factores intangibles que no se pueden traducir directamente en términos del modelo matemático; el principal entre estos factores es la presencia del elemento humano en casi todos y cada uno de los entornos de decisión. En realidad, se ha reportado situaciones de decisión donde el efecto de la conducta humana ha ejercido tanta influencia en el problema de decisión, que la solución obtenida a partir del modelo matemático se considera impráctica.

Actualmente se conoce algunos sistemas de cómputo que ayuda a la solución de los problemas de la investigación de operaciones, pero aun no son suficientes.

De lo anterior, surge la necesidad de buscar nuevas alternativas de vinculación a los modelos de investigación de operaciones, es decir, modelar el problema de acuerdo a las normas de la investigación de operaciones y crear una interface computacional que nos ayude a simplificar las operaciones matemáticas, pero a su vez, la interface nos ayudará a encontrar la mejor solución, para tomar la mejor decisión. Esto se puede lograr con la incorporación de herramientas, como los sistemas de información geográfica a los modelos de la investigación de operaciones para fortalecer y eliminar algunas de las limitaciones que tiene la investigación de operaciones

1.5. Sistemas de información geográfica en investigación de operaciones

Con el continuo avance tecnológico de las computadoras, hoy en día se puede realizar un trabajo de investigación, donde se conjunta los algoritmos de investigación de operaciones y las herramientas que proporciona los sistemas de información geográfica.

Un sistema de información geográfica esta basado en herramientas computacionales, que analizan, manipulan y despliegan datos en forma digitalizada.

Sistemas de información geográfica (SIG)

Los sistemas de información geográfica se define como "un grupo de procedimientos que proporciona datos y mapas que sirven como insumos a las actividades de toma de decisiones en la organización".

Existen algunos otros sistemas como: los sistemas de administración, de bases de datos (DBMS), mapeo automatizado y administración de instalaciones (AM/FM), sistemas de posicionamiento global (GPS), sistemas de información espacial, entre otros.

En general, los sistemas de información utilizan tecnología que va desde el uso de interfaces y "touch screens" hasta herramientas de simulación y animación.

Asimismo, utilizan teorías tales como las relaciones con redes neuronales, inteligencia artificial y programación orientada a objetos.

Uso de los sistemas de información geográfica

En la administración pública: Planeación regional, infraestructura municipal, administración de impuestos, planeación y ejecución de los servicios de emergencia.

En el medio ambiente, seguridad y salud: Estudios sobre el medio ambiente administración y manejo de desperdicios, emisión de contaminantes en el aire, calidad del agua, análisis de procesos de alto riesgo, etc.,

Planeación de recurso: Dinámica de los recursos naturales, administración forestal, de la vida silvestre, etc.

Industria y comercio: Planeación del desarrollo urbano, investigación de mercado, bienes raíces, administración y control de operaciones, evaluación de la localización de proveedores/consumidores/competidores, toma de decisiones relacionada con el mantenimiento y supervivencia de la organización, elaboración de estrategias de crecimiento, etc.

Como se puede observar, la aplicación que tiene el sistema de información geográfica es muy amplio tanto en el sector público y privado, por tal razón consideramos que es de suma importancia incorporar los sistemas de información geográfica en la solución de problemas de investigación de operaciones; considerando los posibles niveles de información que proporciona el sistema de información geográfica. Para empezar a subsanar las limitaciones que se

presentaron anteriormente, se manejará la información en forma global o integral, la cual facilita más el proceso, que si se analizara en forma independiente.

Hay que tener mucho cuidado, no caer en el error de considerar como una estrategia la adquisición de los avances tecnológicos y en equipo, esto es, cambios en los procesos tecnológicos, nuevos dispositivos para maquinarias y el descubrimiento de nuevas y mejores formas de materias primas; tener una tecnología de punta no significa que se sabe optimizar, porque la tecnología simplemente se utiliza como una herramienta.

En síntesis, el propósito de este trabajo es eliminar las limitaciones de la investigación de operaciones definidas anteriormente, esto se puede lograr utilizando programación de metas y los sistemas de información geográfica, manejando diferentes niveles o capas de información que se requiera en un determinado problema.

II. EL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN DE SERVICIOS

El problema de localización de servicios es muy antiguo en la literatura matemática, Cavalieri en 1647 consideró el problema de determinar un punto, cuya suma de sus distancias a tres puntos dados, sea mínima, demostró que cada lado deberá tener un ángulo menor a 120 grados, que el punto dado. Fagnano en 1775 demostró, que el punto para el cual la suma de las distancias a los vértices de un cuadrilátero, es mínima, esta dada por la intersección de los diagonales. Tedenat en 1810 encontró para el caso de *n* puntos, la siguiente condición necesaria: la suma de los cosenos de los ángulos entre alguna línea arbitraria en el plano y el conjunto de líneas que une los *n* puntos, con el punto mínimo, debe ser igual a cero. Finalmente Steirner probó en 1837, que la condición necesaria y suficiente, es que la suma de los cosenos y senos de los ángulos anteriormente mencionados debe ser igual a cero.

En 1929 Alfred Weber en su estudio clásico, presenta una caracterización de la localización triangular y la discusión del concepto de punto mínimo. En 1956 Walter Isard en su estudio de localización industrial menciona el problema de una multiplicidad de productores, pero lo restringe al caso de varias áreas de mercado, considerando a cada una de ellas con un sólo productor. Lo que reduce el problema de localización, a uno de una sola fuente para cada área de demanda, evitando el problema de determinar la localización de varias fuentes simultáneamente. Sin embargo, fue hasta los trabajos de Kuhn en 1963, que al problema se le considera completamente tratado y resuelto. En la actualidad el problema de localización se ha vinculado fuertemente con las técnicas de optimización, debido a los diferentes contextos en los que surge, pudiéndose

utilizar en su análisis y solución, a la programación lineal, la programación dinámica, la programación no lineal, la programación entera, la programación de metas, etc.

El presente trabajo trata más hacia los modelos prescriptivos de la investigación de operaciones, porque se quiere localizar los servicios de forma óptima, mientras que los modelos descriptivos son característicos de la geografía y de las ciencias regionales; estas ciencias generalmente quieren explicar o predecir la interacción entre las unidades de servicios y los centros de demanda.

El principal problema es optimizar el costo, utilidad, presupuesto, etc. es decir, la forma más natural de asignación es aquella que establece atender la demanda por el servicio más cercano y óptimo en su conjunto. De esta forma en nuestro estudio no se utilizará la forma descriptiva que frecuentemente usan los geógrafos y analistas regionales; porque ciertos problemas de localización del sector público y privado tienen varias metas que desean que se cumplan en su totalidad, esto generalmente complica la modelación; por lo tanto requieren otro método de solución. Sin embargo, este tipo de problemas más complejos tienden a ser asociados con situaciones en las cuales, las decisiones son tomadas desde oficinas gubernamentales y los modelos de investigación de operaciones pueden ser una guía para sus planes y programas, además de introducir cierta racionalidad en la solución de problemas, tanto en el sector público como privado.

El problema general de localización de servicios, se puede establecer como: "Dada la localización de cada usuario, su demanda y los costos (tiempo, distancia, utilidad, presupuesto, etc.) de transporte en la región de interés. Determinar el número de servicios, la ubicación geográfica y la capacidad de cada uno de ellos, de tal forma que se optimicen costos de transporte, costos de funcionamiento, costos fijos de instalación, etc."

Este tipo de formulación de gran importancia práctica, puede ser analizado desde otro punto de vista, es decir, como *dos subproblemas interrelacionados*: El subproblema de encontrar la localización de mínimo costo para los servicios, y el subproblema de distribuir a costo mínimo, la demanda a los servicios. Estructura que permite el uso de técnicas y métodos de solución muy eficientes.

Subproblema de Localización.

Si los centros de demanda son agrupados según el número de Unidades de Servicio que se desean instalar, entonces sólo se tendrá un conjunto de M subproblemas de localización de un solo servicio.

Subproblema de Distribución.

Dada la localización fija para cada una de las M unidades de servicio, el subproblema de distribución es encontrar la asignación de la demanda a las unidades de servicio.

Para modelar el problema de localización de servicios planteado, se divide en tres grandes bloques, de acuerdo al espacio de solución que se maneja; 1) caso continuo, 2) caso en redes y 3) caso discreto. A continuación se describirá brevemente la formulación de cada uno de estos casos.

2.1. Formulación del problema de localización de servicios

2.1.1. Caso continuo

Los modelos cuantitativos analíticos que tratan a los modelos continuos, generalmente son de tipo normativo, es decir, prescriben un curso de acción que optimiza una función dada.

Los modelos continuos generalmente tienen soluciones que son simples y reveladoras de la estructura del problema y permiten localizar a los servicios en cualquier parte del plano.

Para medir distancias se puede lograr con la norma rectangular, o bien una euclidiana. La primera tiene mayor aplicación en ciudades grandes, con trazos rectos perpendiculares paralelos de calles y avenidas, donde la distancia entre dos puntos no puede medirse como la recta que los une, sino como el mínimo número de calles que existe entre ambos. En contrapartida la norma euclidiana dice que la distancia entre dos puntos, es la recta que los une; esta norma tiene sentido en las zonas rurales y urbanas con trazo irregular de calles.

A continuación se presenta el modelo matemático del problema de localización de servicios del caso continuo.

$$\text{Min}_x \cdot z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w_{1ij} l_p(X_i, a_j) + \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{r=i+1}^m w_{2ir} l_p(X_i, X_r)$$

donde:

m : número de servicios a ser localizados,

n : número de puntos de demanda,

w_{1ij} : factor de peso entre puntos de demanda y fuentes de servicio,

w_{2ir} : factor de peso entre servicios,

$X_i = (x_1, \dots, x_m)$: coordenadas de localización de los nuevos servicios,

$a_j = (a_{j1}, a_{j2})$: coordenadas de localización de los puntos de demanda,

$l_p(X_i, a_j)$: medida de distancia entre puntos de demanda y fuentes de servicio,

$l_p(X_i, X_r)$: medida de distancia entre servicios,

Para el caso de la norma euclidiana, el problema consiste en encontrar las coordenadas de X_j , $j = 1, \dots, n$ tal que

$$\text{mín. } w(x) = l_p(X_j, a_j) = \left[|x_1 - a_1|^p + |x_2 - a_2|^p \right]^{1/p}, \quad p \geq 1$$

donde: (x_1, x_2) coordenadas de localización para el servicio.

(a_1, a_2) coordenadas de ubicación de los puntos de demanda.

Si $p=1$, se tiene la medida de distancia rectangular, apropiada para el análisis de algunas localizaciones urbanas, donde los viajes ocurren en un conjunto ortogonal de calles. Además para algunas oficinas en donde el conjunto de caminos es paralelo a las paredes de los edificios.

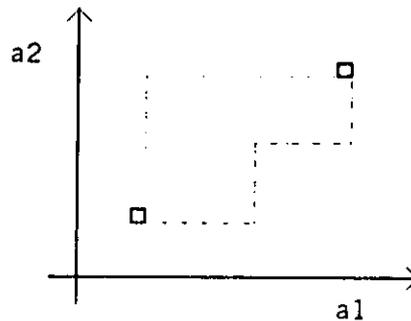


Figura 1. Distancia rectangular

Si $p=2$ se tiene la medida de distancia euclidiana, la cual es apropiada para ciertos problemas como: tendido de tubería, cables eléctricos, telefónicos, rutas marítimas y aéreas, etc.

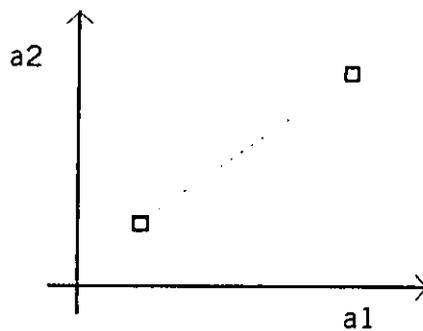


Figura 2. Distancia euclidiana

Este caso se ha resuelto por el método de aproximación hiperbólica, la dificultad que se presenta con esta técnica, es la solución de una sola función objetivo.

En el siguiente caso se analizará el problema de localización de servicios en redes.

2.1.2. Caso en redes

La localización de servicios con frecuencia toma lugar en el contexto de un sistema de comunicaciones, transporte o transmisión, los cuales pueden ser representados para propósitos analíticos como redes, donde los nodos pueden representar poblaciones, terminales, etc. y los arcos carreteras, tuberías, calles, cableado, etc.

Los modelos de localización en redes tienen la ventaja de que su estructura se puede adaptar a un gran número de aplicaciones y son fácilmente conceptualizados, además de que la medida de distancia utilizada es la

denominada ruta más corta, la cual le viene bien a un gran número de aplicaciones.

El problema de localización de servicios, modelado como la ruta más corta se puede formular de la siguiente forma:

Sea una red de transporte compuesto por las estaciones $A_0, A_1, \dots, A_n, A_{n+1}$ y las comunicaciones que unifican algunos de esos puntos. Las longitudes de las comunicaciones $A_i A_j$ se suponen conocidos e iguales a $C_{i,j}$. Si las estaciones A_i y A_j no se une entre si, entonces se supone que $C_{i,j} = \infty$. Desde A_0 hasta A_{n+1} se puede ir por caminos diferentes que pasan por estaciones intermedias. Se plantea entonces, encontrar el camino más corto desde A_0 a A_{n+1} . La formulación matemática se plantea de la siguiente forma:

$$\text{Min.} \quad Z = \sum_{i=0}^{n+1} \sum_{j=0}^{n+1} C_{i,j} X_{i,j}$$

sujeto a:

$$\sum_{i=0}^{n+1} X_{i,j} - \sum_{j=1}^{n+1} X_{i,j} = 0 \quad \Rightarrow \text{la comunicación que entra es la que sale}$$

$$\sum_{i=0}^{n+1} X_{0,j} - \sum_{j=0}^{n+1} X_{i,0} = 1 \quad \Rightarrow \text{garantiza que sale de la estación } A_0$$

$$\sum X_{n+1,j} - \sum X_{j,n+1} = -1 \quad \Rightarrow \text{garantiza que llego de la estación } A_{n+1}$$

$$0 \leq X_{i,j} \leq 1, \quad (i,j = 0, n+1)$$

donde $X_{i,j}$ = la cantidad de flujo del nodo i al nodo j (o entre A_i y A_j)

$C_{i,j}$ = unidad de costo del flujo del nodo i al nodo j

El problema de la ruta más corta es un caso particular del problema del flujo de costo mínimo.

2.1.3. Caso discreto.

Los modelos discretos han atraído fuertemente el interés porque en ellos generalmente se tiene un buen trabajo entre simplicidad y verosimilitud, son flexibles porque permiten elegir cualquier medida de distancia y cualquier conjunto finito de sitios que parezcan buenos, como localizaciones factibles.

Para formalizar, considere el problema en el cual un número finito de m sitios están disponibles y en los cuales es posible establecer unidades de servicio para atender a una cierta población de usuarios, concentrada en n puntos discretos, cada uno con demanda b_j . Cuando una localización i en particular es seleccionada, un costo fijo f_i es incurrido por el establecimiento del servicio y un costo variable $C_{ij}x_{ij}$ es realizado por atender la fracción de la demanda x_{ij} , del punto j .

La formulación matemática del problema como uno de programación entera, ha sido provechosa para la obtención de métodos de solución y la clase de problema entero-mixto que en particular ha sido de gran beneficio, es el denominado *Problema de Cargo Fijo*, el cual puede ser expresado como:

$$\text{Min. } CX + fY$$

s. a.

$$A_1 X \geq b_1,$$

$$-IX + MY \geq 0,$$

$$-A_2 Y \geq -b_2,$$

$$X \geq 0, Y = 1, 0,$$

Donde: los vectores C, f, b y las matrices M, A_1, A_2 son conocidos (as) y conformables. Los vectores X, Y son los que se deben determinar.

Formulación general que ha sido de gran significancia práctica, ya que puede ser usada en numerosas aplicaciones, tanto en el sector público como en el privado. Una utilidad que se le ha dado es para formular el *Problema de Localización de Servicios o El Problema de Selección de Sitios*, el cual tiene aplicaciones tan diversas como las mencionadas inicialmente, y que pueden ser modelados a partir de alguna de las formulaciones siguiente:

- *Localización de Servicios sin Restricciones (LSS).*
- *Localización de Servicios con Restricciones de Capacidad (LSC).*
- *Localización de Servicios con Restricciones Adicionales (LSCA).*
- *Localización de Servicios con Multiactividad, etc.*

*Uno de los problemas que se presenta con los casos analizados hasta este momento es la minimización o maximización de una sola función objetivo, muchos problemas prácticos que existen en el mundo real se debe de considerar varios objetivos o metas, que hay que optimizar, por tal razón consideramos que la **localización de servicios con metas múltiples**, es una área fértil e importante para realizar el análisis que se pretende, y establecer la eficiencia computacional del algoritmo de investigación.*

El primer caso es de suma importancia para el presente trabajo de investigación, por el espacio de soluciones que manejan.

2.2. Areas de aplicación

Existe un gran número de situaciones en donde las organizaciones grandes y pequeñas, públicas y privadas, se enfrentan ante decisiones como: ¿dónde localizar los servicios?, ¿cuántos se deben localizar?, ¿qué capacidad deben tener cada uno de ellos?, ¿qué utilidad van a obtener?, entre otras. Estas situaciones son posibles de analizar y resolver con los resultados teóricos y el algoritmo de solución, que se analizará en el presente trabajo de investigación. Algunas áreas típicas de aplicación donde se presentan este tipo de problemas podrían ser:

Servicios de Emergencia. Los servicios como estaciones de bomberos, policía, urgencias médicas, rescate de accidentes. Tienen el problema de localizar las unidades de respuesta, puesto que el tiempo de traslado es el componente más importante del criterio de costo.

Comunicación. Localizar centros de operación en una red de comunicaciones para optimizar los costos de transmisión. Localizar servicios de computación o de software en una red de computadoras, para minimizar los costos de transmisión y de almacenamiento anual, son el tipo de problemas que han sido resueltos.

Servicios Públicos. Localizar servicios públicos para maximizar el beneficio o minimizar el costo de usuario, también pueden ser formulado. Por ejemplo minimizar el costo de transporte de los habitantes de una región o colonia,

mediante la ubicación de un centro comercial, un mercado, una oficina de pagos, etc.

Paradas de Autobuses y Buzones de Correos. El problema de localizar paradas de autobuses y buzones de correos, consiste en ubicar geográficamente a un conjunto de ellos, de tal forma, que la distancia máxima que el usuario debe recorrer, sea minimizada. O localizar el número mínimo de estos servicios, tal que, la distancia máxima que un usuario deba recorrer, sea menor a un determinado valor.

Servicios Educativos. El problema de localizar nuevas escuelas o de ampliar las ya existentes, en los diferentes niveles educativos, es sustancial y puede ser resuelto con esta técnica. Lo mismo que el problema de construir un edificio de salones en el campus de un colegio.

Aplicaciones Militares. Muchos problemas de logística militar consideran la localización de sitios de abastecimiento de municiones y armas. Y como el problema de traslado es un elemento importante en estos problemas, es fundamental la ubicación geográfica de los mismos.

En Interiores. Para el interior de edificios, casas, fabricas, almacenes, etc., también se tiene la necesidad de realizar algún tipo de localización como por ejemplo: Sitios para fuentes de agua y máquinas copiadoras en los edificios para las oficinas, un nuevo aparato para la cocina de una casa, un nuevo torno en un proceso de manufactura, un nuevo componente en un panel de control, un andén de carga en un almacén, etc.

Como se puede apreciar el campo de aplicaciones del problema de localización de servicios es muy amplio, aunque también hay que considerar que no todos los problemas que se presenten se pueden resolver por este camino.

2.3. Limitaciones

Los casos planteados en la sección 2.1 generalmente tienen algunas limitaciones.

1. La definición de la función objetivo, que generalmente localiza el sitio o sitios, minimiza una función de costo.
2. Vollman y Buffa establecen que minimizar ciegamente una función de costos puede producir resultados absurdos.
3. El caso en redes, suele ser impráctico con problemas complejos (varias variables, múltiples metas).
4. Generalmente los algoritmos de solución son difíciles y complejos.
5. Algunos problemas generan una estructura combinatoria complicada.
6. No existen algoritmos eficientes que ayuden a resolver dichos problemas combinatorios.

El factor común en cada uno de los casos más complicados, es el planteamiento de una sola función objetivo, el incremento de: *el número de*

variables y el número de restricciones lineales, y/o no lineales. Por tal motivo, este problema se puede subsanar con la programación de metas; la cual nos permite tener una serie de metas, conflictivas e inconmensurables y una gran escala de manejo de variables.

Por la medida de distancia que se utiliza en el modelado del problema y el espacio de solución, este trabajo de investigación únicamente se enfocará el caso continuo.

2.4. Areas de mejoramiento mediante sistema de información geográfica

Como se ha establecido, los problemas de localización son muy comunes en la práctica, además de que a través de ellos es posible considerar afirmaciones razonables del medio ambiente y de las decisiones asociadas con tales problemas, por lo que es posible estudiar combinación de situaciones como: varios periodos, multiservicios, multiactividad, tamaño variable de las unidades de servicio, problemas donde tiene varias metas, conflictivos e inconmensurables, etc., casos en donde estas disposiciones son la regla y no la excepción. Sin embargo, la práctica muestra que estos casos han sido muy poco considerados y mucho menos las combinaciones de ellos.

En esta sección el propósito es establecer un punto de partida para el trabajo de investigación que se pretende realizar, se utilizará el algoritmo más significativo para resolver el **problema de localización con metas múltiples**, el cual propone una nueva estrategia para la solución del problema, basada en la unificación de los sistemas de información geográfica y las técnicas de modelado

de programación de metas múltiples, en un mismo esquema. Estrategia que cuando se aplica al problema de localización, resulta de gran utilidad; además, con este enfoque se explota simultáneamente los datos que tienen los sistemas de información geográfica y las técnicas de investigación de operaciones, lo que trae como consecuencia la precisión y confiabilidad de los resultados y la solución del problema sea satisfactorio.

Por otra parte, debido a la complejidad del problema, se hace necesario realizar un estudio del sistema de información geográfica, que permita determinar la factibilidad y el número de sitios o áreas disponibles para la ubicación y determinar la localización óptima, a través de técnicas y modelos matemáticos.

Los sistema de información geográfico, incorpora e integra un sistema georreferenciado, datos espaciales adquiridos en diferentes escalas, tiempo y formato. Además, según sea el problema de localización en particular; se incorporará el número, la ubicación y de los servicios existentes para la región de estudio.

En el mejor de los casos, se contará con información básica general sobre el uso y tendencia de la tierra, recursos naturales (agua), tipo de clima, topografía, servicios existentes, y si es posible las leyes estatales sobre ecología e infraestructura de comunicación. Además de la información cartográfica necesaria.

En la figura 3 se presenta el uso de esta técnica para la solución de problemas de localización.

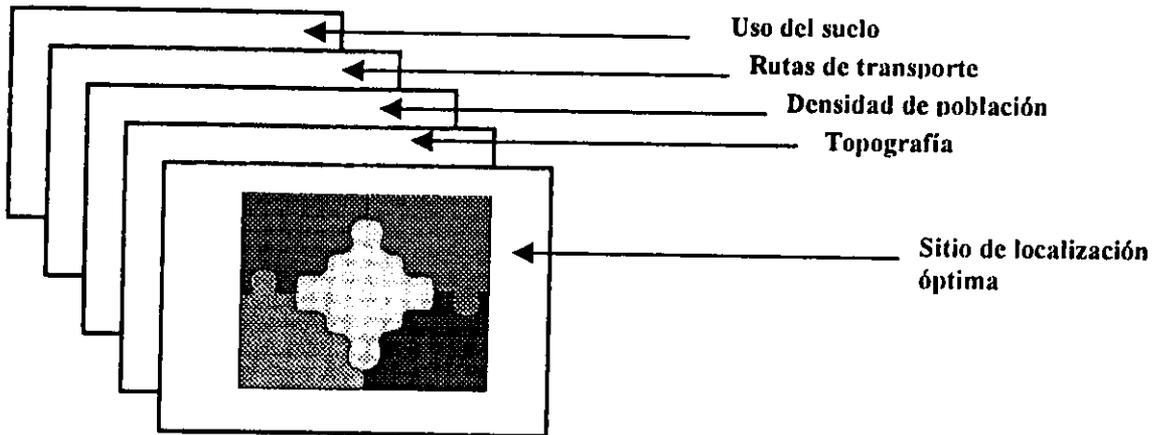


Figura 3. Capas de Información.

De esta forma será posible tratar con los problemas de localización del sector público, en los cuales los objetivos son variados y frecuentemente conflictivos entre ellos, tomando en consideración además de la distancia, información económica y social que se requiere para un mejor análisis.

En el siguiente capítulo se plantea la estructura general del problema de localización de servicios multiobjetivo y las etapas del algoritmo de solución.

III. LOCALIZACIÓN DE SERVICIOS MULTIOBJETIVO

En el capítulo anterior se presentaron varios modelos, que son importantes y aplicables cuando únicamente se desea optimizar una función objetivo; el encanto se rompe cuando los problemas no son tan simples, es decir, intervienen varios objetivos que hay que optimizar, pero además pueden ser objetivos conflictivos, y por lo tanto hay que buscar otras metodologías de solución.

3.1. Análisis del problema de localización de servicios multiobjetivo

En esta sección se analizarán algunas estrategias utilizadas en la solución de problemas de localización de servicios multiobjetivo.

Determinar donde localizar o ubicar un servicio, está definido por el espacio de solución continuo, el planteamiento de este problema se puede encontrar en Cooper (1963, 1972) y Geoffrion (1978). Usualmente la función objetivo de un problema de localización es minimizar costos o distancia, que esta determinando por un número finito de sitios.

Para el análisis de la localización de un servicio, se tiene que considerar más de un objetivo; este tipo de problema, es importante para comparar y tomar la decisión de la ubicación geográfica, considerando el costo del terreno para la localización del servicio, costo de la construcción, impuestos de la localidad, costo

del trabajo, costo del material, costo del servicio, y costo de transporte del producto final, destinado al mercado. Desafortunadamente, no existen muchas técnicas que ayude a resolver el problema en forma global, sino por el contrario, las técnicas existentes se enfocan únicamente a resolver un solo objetivo con sus respectivas restricciones, esto implica, que la solución que se obtiene es parte del problema, pero no el conjunto; por ejemplo, el método de transporte puede comparar costos de transporte entre servicios, dicha técnica proporciona información basándose en una sola función objetivo, Lee y Franz (1979).

En consecuencia, el análisis de localización de servicios, depende de una serie de factores tangibles e intangibles que son únicos del problema. Por lo cual muchos autores concluyen que sus resultados contemplan la situación, los problemas que involucran criterios múltiples y que además manejan el buen juicio. Algunas consideraciones importantes en el costo permanente, la tendencia y la consecuencia del futuro, incluyendo la situación social, psicológica, y la satisfacción pública, es decir, esta orientado a cuestiones no económicos. Una aproximación más comprensiva de las necesidades es analizar el orden de varias metas en conflicto que envuelve el problema de localización de servicios. Los resultados de un análisis del desarrollo de ejecutivos industriales que manifiestan la necesidad de la modelación con múltiples criterios, incluyen los siguientes factores en el orden de importancia: trabajo, sitios y aproximación de mercado, Lynch(1967, revisión); consideraciones del medio ambiente, calidad del trabajo y abastecimiento, y utilidad del trabajo, Lynch(1972, revisión).

El trabajo realizado por Lee(1981) presenta un análisis aproximado del modelo de múltiples criterios del problema de localización de servicios, con objetivos múltiples y conflictivos, el cual se resolvió por ramificación y acotamiento de programación de metas entera, que aproxima la solución del problema de localización; dicho problema, también ha sido aproximado por optimización y por

búsqueda de procedimientos óptimos. La formulación entera de metas mixtas se ha aplicado en investigaciones, donde involucran funciones como distribuciones de demanda; en otras investigaciones se ha aplicado programación dinámica para solucionarlo, dicho problema también se ha formulado como un problema heurístico para buscar la solución óptima.

Hasta ahora se a enfatizado sobre los problemas de localización y la complejidad de los algoritmos. Programación de metas es una técnica prometedora para la solución de los problemas de localización de servicios, porque permite la relajación de los objetivos más importantes.

3.1.1 Programación de metas

La formulación de un modelo de programación de metas es similar a la formulación de un modelo de programación lineal. El primer paso es definir las variables de decisión. Después se deben especificar y clasificar todas las metas gerenciales en orden de prioridad. Aun cuando la administración no sea capaz de relacionar todas las metas en una escala cardinal, normalmente puede suministrar una clasificación ordinal para cada una de sus metas y objetivos. Así, una característica fundamental de la programación de metas es que proporciona soluciones para los problemas de decisión que tenga objetivos múltiples, conflictivos e inconmensurables arreglados de acuerdo a la estructura prioritaria de la administración.

La programación de metas se originó en el trabajo de Charnes y Cooper (1961), quienes visualizaron una manera de resolver los problemas de programación lineal no factibles, que se originaban en interacciones de

restricciones meta-recurso. Tales interacciones ocurren cuando las metas son conflictivas. Por ejemplo, considere que existen organizaciones que desean (a) maximizar utilidades y aumentar los salarios pagados a los empleados; (b) mejorar la calidad del producto y reducir el costo del mismo; (c) pagar mayores dividendos a los accionistas y retener ganancias para crecimiento, (d) incrementar el control sobre canales de distribución y reducir las exigencias de capital de trabajo, y (e) reducir las pérdidas por crédito y aumentar las ventas; a este tipo de problema se considera como objetivos, múltiples y conflictivos; básicamente el método de la programación de metas consiste en formular una función objetivo en que la optimización "llegan tan cerca como sea posible" a las metas especificadas. Tanto Ijiri (1965) como Jaaskelainen (1969) han extendido y refinado la técnica de programación de metas. Una variedad de aplicaciones de la programación de metas se puede encontrar en Lee (1972).

La programación de metas es capaz de manejar problemas de decisión con una sola meta o con metas múltiples. En situaciones la toma de decisiones; la programación de metas es un proceso de satisfacción, debido a que el tomador de decisiones trata de alcanzar un nivel "satisfactorio" para múltiples objetivos en vez del mejorar el resultado para un solo objetivo.

La noción fundamental de la programación de metas, pretende incorporar todas las metas gerenciales en la formulación del modelo. En la programación de metas, en vez de minimizar o maximizar la función objetivo directamente, como la programación lineal (no lineal), se minimizan las desviaciones entre las metas y los límites logrables dictados por el conjunto dado de restricciones. Estas variables de desviación que se denominan de "holgura" en programación lineal, toman un nuevo significado en la programación de metas; ellas se dividen en desviaciones positivas y negativa para cada una de las metas. El objetivo se convierte entonces,

en la minimización de estas desviaciones, dentro de la estructura prioritaria asignada a estas desviaciones.

3.1.2 Formulación del modelo

Las suposiciones básicas que caracterizan al modelo de programación lineal se aplican igualmente al modelo de programación de metas. La diferencia principal en la estructura es que la programación de metas no intenta minimizar o maximizar la función objetivo como lo hace el modelo de programación lineal. El objetivo o función de preferencia de un modelo de programación de metas es expresado en términos de las desviaciones de las metas a que se apunta. Esto es, las variables de holgura de las restricciones se colocan en la función objetivo y deben minimizarse.

El modelo general de la programación de metas puede expresarse matemáticamente como:

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & d(f(x), b_i) \\ \text{s. a :} & \\ & x \in X \end{array} \quad (1)$$

Donde: $d(\cdot)$ es la función de distancia asociado con una selección métrica y

$b_i = (b_1, b_2, \dots, b_p)$ denota la meta.

El propósito es encontrar una solución próxima a la meta, dado por el problema; dicha solución se obtiene calculando las desviaciones entre las restricciones, y el siguiente lema refuerza lo anterior.

Lema: sean d_i^- y d_i^+ vectores en R^p , entonces considere el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & g(d_i^-, d_i^+) \\ \text{s.a.} \quad & \\ & f(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i \\ & d_i^+, d_i^- \geq 0 \\ & x \in X \end{aligned} \tag{2}$$

Donde: $g(d_i^-, d_i^+)$ es una función de distancia, $f(x)$ es una función continua y d_i^- y d_i^+ representa las desviaciones de sublogro y sobrelogro de la meta; y suponga que la función g es monótonamente creciente con respecto a los elementos d_i^- y d_i^+ , y además monótonamente y estrictamente creciente entre d_i^- o d_i^+ para cada $i (1 \leq i \leq p)$. Entonces, la solución de d_i^- y d_i^+ del procedimiento satisface el problema.

En algunas partes de la literatura, el problema (2) también se puede formular como se muestran a continuación:

$$\text{Min. } Z = \left[\sum_{i=1}^m (d_i^+, d_i^-)^p \right]^{1/p}, \quad p \geq 1$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} g_j(x) &\leq 0, & j &= 1, \dots, k \\ f_i(x) + d_i^+ - d_i^- &= b_i, & i &= 1, \dots, m \\ d_i^+, d_i^- &\geq 0, & \forall i \\ d_i^+ d_i^- &= 0, & \forall i \end{aligned}$$

Donde: b_i representa el vector de disponibilidades, d_i^- y d_i^+ representa las desviaciones de sublogro y sobrelogro de las metas, p esta basado en función de la utilidad del decisor y $g_j(x)$ y $f_j(x)$ son funciones continuas no lineales.

La siguiente formulación matemática, muestra otra forma de modelar el problema de programación de metas

$$\begin{aligned} \text{Min. } z &= p d \\ \text{s.a.} \\ Ax + R &= b \\ x, d &\geq 0 \end{aligned} \tag{4}$$

Donde: $d = (d_1^-, d_2^-, \dots, d_m^-, d_1^+, d_2^+, \dots, d_m^+)$ es un vector con $2m$ variables continuas que miden las desviaciones de m metas previamente definidas, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ es un vector de n variables continuas de decisión, p es un vector de prioridades con $2m$ componentes, A es una matriz de $(m) (2m)$ coeficientes tecnológicos,

$$R = [r_{ij}] = \begin{cases} +1, \text{ si } d_i^- > 0 \\ 0, \text{ si } d_i^- = d_i^+ = 0 & i = 1, \dots, m \\ -1, \text{ si } d_i^+ > 0 & j = 1, \dots, 2m \end{cases}$$

es una matriz de $(m)(2m)$ coeficientes binarios (negativos y positivos) y b es un vector de disponibilidad de recursos con m componentes.

La formulación (4) puede tener cinco variantes, cada una de ellas con un significado diferente, que se discuten a continuación.

Caso 1

$$\text{Min.} \quad \sum_{i=1}^m (d_i^- + d_i^+)$$

Este tipo de funciones objetivo obedecen a una restricción de la forma

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i, \quad i = 1, \dots, m$$

La minimización de $\sum_{i=1}^m (d_i^- + d_i^+)$ reduce al máximo el valor absoluto de

$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i, \quad \forall i$. En otras palabras, la función objetivo busca que se cumpla

$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j = b_i, \quad \forall i$. Como debe cumplirse $d_i^- \cdot d_i^+ = 0$, entonces $\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j > b_i$ implica

$d_i^- = 0$ y $d_i^+ = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i$, mientras que $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j < b_i$ implica $d_i^+ = 0$ y

$d_i^- = b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$. Es obvio que si $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i$, entonces $d_i^+ = d_i^- = 0$.

Caso 2

$$\text{Min.} \quad \sum_{i=1}^m d_i^-$$

Esta función objetivo busca el valor del vector de las x tal que se cumpla la restricción $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i, i = 1, \dots, m$. Si no se pueden obtener todas las $d_i^- = 0$,

entonces el modelo encuentra el vector x que minimiza $\left(b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \right), i = 1, \dots, m$.

Caso 3

$$\text{Min.} \quad \sum_{i=1}^m d_i^+$$

Es la contraparte del caso 2, es decir, se busca el valor del vector x , tal que se cumpla la restricción $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m$. Si no se pueden obtener todas las

$d_i^+ = 0$, entonces el modelo encuentra el vector x que minimiza

$$\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i \right), i = 1, \dots, m.$$

Caso 4

$$\text{Min.} \quad \sum_{i=1}^m (d_i^- - d_i^+)$$

La función objetivo tiene, en este caso, el mismo efecto que maximizar $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$. Este es un caso raramente utilizado, ya que se pueden obtener los mismos resultados el caso 2 con valores de b_i bastante grandes, donde $i = 1, \dots, m$.

Caso 5

$$\text{Min.} \quad \sum_{i=1}^m (d_i^+ - d_i^-)$$

La función objetivo tiene, en este caso, el mismo efecto que minimizar $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$. Al igual que el caso anterior, este tipo de funciones objetivo se emplea poco, ya que se pueden obtener los mismos resultados utilizando el caso 3 con valores de b_i bastante grandes, donde $i = 1, \dots, m$.

3.1.3. Ventajas y desventajas de programación de metas

A continuación se hace un análisis de las principales ventajas y desventajas que tienen la programación de metas.

Ventajas

- 1) Programación de metas, generalmente se resuelve tomando en consideración el orden de las metas, establecido por el decisor, por ejemplo, la meta número uno es más importante que la meta número dos, por tal razón primero se debe de resolver la meta uno con sus respectivas restricciones, por eso se dice que se resuelve por bloques, es simple, fácil de entender, práctica y muy aplicable; esta formulación es una presentación de programación lineal y naturalmente se puede construir el modelo basándose en el conocimiento y experiencia de programación lineal.
- 2) La programación de metas es muy extensa en sus aplicaciones, puede ayudar a modelar y solucionar diferentes problemas, por ejemplo, en la planeación de la producción, decisiones financieras entre otras, y también es muy aceptada en los textos.
- 3) Programación de metas fundamenta su filosofía en la "satisfacción", esto se puede ver como una expresión técnica de su amplio conocimiento de paradigma.
- 4) La programación de metas, resuelve problemas con objetivos múltiples, conflictivos e inconmensurables.

La eficiencia, simplicidad y facilidad en el manejo de la metodología constituye una parte del conjunto de conocimientos y la validación teórica de la programación de metas.

A continuación se analizan las principales desventajas que se tienen en una formulación de programación de metas.

Desventajas

1. Definir valores de penalización, esto es; establecer valores para que en función de ellos se considere la aceptación de un sobrelogro o un sublogro de la meta.
2. Definir un orden de prioridad en las metas, en ocasiones es difícil que el decisor establezca un orden de prioridad, por que las exigencias del problema no son obvias.
3. Los pesos ponderados, generalmente se utiliza para resolver un problema lexicográfico, porque respeta el orden de prioridad.

3.2. Formulación general del problema de localización multiobjetivo

Para efectos de nuestro estudio utilizaremos el modelo matemático (4) y considerando el primer caso, como se muestra en el siguiente modelo.

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & Z = \sum_{i=1}^m p_i(d_i^+, d_i^-), \\ \text{s.a.} \quad & \sum a_{ij}x_j + Id_i^+ - Id_i^- \leq b_i, \quad \forall i \\ & x_j, d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad \forall j \\ & d_i^+ d_i^- = 0 \quad \forall i \end{aligned} \tag{5}$$

Donde: Z es la suma de las desviaciones de las m metas, x_i representa una variable de decisión, p_i representa las ponderaciones (ordinal o cardinal) asignadas a cada una de las metas, I es la matriz de identidad, y d_i^+ y d_i^- representa el grado de sobrelogro y sublogro de la meta, respectivamente.

Puesto que al mismo tiempo no podemos tener un sublogro y sobrelogro de la meta, o una o ambas de estas variables, debe ser igual a cero. Esto es $d_i^+ \cdot d_i^- = 0$; también, el requisito de no negatividad se aplica a estas variables como a las variables de programación lineal.

La administración debe analizar cada una de las metas en el modelo para determinar si el sublogro o sobrelogro de la meta es satisfactorio. En programación de metas, la meta más importante, se "optimiza" hasta donde sea posible antes de considerar una segunda meta. Este procedimiento se sigue dentro de las restricciones del problema hasta que todas las metas se cumplan al máximo posible.

Con base a la formulación anterior, es posible representar al problema de localización de servicios multiobjetivo, por medio de ciertas transformaciones, los cuales deben considerar los siguientes factores: trabajo, material, utilidad y costo del transporte.

Antes de plantear el problema de localización de servicios multiobjetivo, como uno de metas múltiples, se requiere definir a las siguientes variables, parámetros, restricciones y función objetivo.

Variables

$x_i^{L,M,U}$ = número de unidades en k-ésimo tipo de trabajo(L), material(M) y utilidad(U).

y_{ij} = número de unidades del producto finalizado para el i-ésimo origen y el j-ésimo destino de demanda por período.

d_i^+, d_i^- = variables de desviación.

Para todos los casos, se especifica $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ y todas las variables son no negativas.

Parámetros

p_i = nivel de prioridad.

$b^{L,M,U}$ = número máximo de unidades: trabajo, material y utilidad por periodo, respectivamente.

$\hat{b}_k^{L,M,U}$ = número mínimo de unidades del k-ésimo tipo de: trabajo, material y utilidad por período, respectivamente.

b^* = producto requerido en unidades.

$\hat{b}_i^s \left(\hat{b}_j^D \right)$ = demanda estimada de productos terminados requeridos en el i-ésimo origen de abastecimiento, y j-ésimo demanda (destino).

$B^{L,M,U,T}$ = todos los gastos de trabajo, material, utilidad y costo de transporte(T), respectivamente.

$c_k^{L,M,U}$ = costo por unidad para cada k-ésimo tipo de trabajo, material, y utilidad, respectivamente.

c_{ij}^T = costo por unidad del producto terminado para cada i-ésimo origen de abastecimiento y j-ésima demanda(destino).

c_k^s = los coeficientes de productividad entre recursos sustituibles

$r_k^{L,M,U}$ = suma de cada k-ésimo tipo de trabajo, material y utilidades usadas del producto.

Restricciones

Las restricciones se pueden agrupar en tres categorías principalmente:

1). La primera categoría de restricciones representa las metas que necesitan satisfacer y asegurar la igualdad en la comparación de alternativas de localización de servicios; considerando el máximo y el mínimo en la capacidad requerida de la nueva planta.

$$x_k^{L,M,U} - d_k^{L,M,U+} = b_k^{L,M,U}, \quad \text{para } k = 1, \dots, K \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^K x_k^{L,M,U} + d_k^{L,M,U-} = b^{L,M,U} \quad (7)$$

La ecuación (6) supone los requerimientos mínimos necesarios para cada k-ésimo trabajo, material y utilidad; la ecuación (7) representa la suma total de los requerimientos mínimos utilizados en el modelo.

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} + d_i^- - d_i^+ = \hat{b}_i \quad \text{para } i = 1, \dots, m \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^m y_{ij} + d_i^- - d_i^+ = \hat{b}_j \quad \text{para } j = 1, \dots, n \quad (9)$$

Con las ecuaciones (8) y (9) se construye el modelo del análisis del costo de transporte del producto terminado. La ecuación (8) representa cada j-ésimo destino abastecida y la ecuación (9) cada i-ésimo origen demandado. Los valores de \hat{b}_i y \hat{b}_j son obtenidos por pronósticos de la información histórica.

$$\sum_{k=1}^K (r_k^L x_k^L + r_k^M x_k^M + r_k^U x_k^U) + d_i^- - d_i^+ = b^s \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^K (r_{kq}^L x_{kq}^L + r_{kq}^M x_{kq}^M + r_{kq}^U x_{kq}^U) + d_q^- - d_q^+ = b_q^s \quad \text{para } q = 1, \dots, Q \quad (11)$$

La ecuación (10) representa el producto requerido en unidades b^s para un solo artículo. Esta ecuación representa cada meta de manufactura del producto requerido, y la ecuación (11) representa el producto requerido en unidades para Q artículos, donde $(q=1,2,\dots,Q)$, los subíndices kq representan al tipo k del producto q .

2). **La segunda categoría de restricciones** construye el modelo de intercambio de recursos sustituibles, la conversión de la restricción puede ser formulada tomando en cuenta el trabajo, material, utilidad y costo de transporte.

$$x_k - c_k^s x_k + d^- - d^+ = 0, \quad \text{para } k, k' = 1, \dots, K \quad (12)$$

La ecuación (12) representa el k-ésimo recurso x_k , sustrayendo desde el coeficiente de productividad c_k^t y el número de unidades, de un k-ésimo recurso sustituible x_k . La meta de la ecuación es establecer la posibilidad de sustituir recursos en el modelo de decisión.

3). La tercera categoría de restricciones representa el costo actual de cada una de las áreas con el presupuesto estimado, el costo del presupuesto estimado fue obtenido en las primeras categorías del análisis del problema de localización de servicios.

$$\sum_{k=1}^K c_k^{LM,U} x_k^{LM,U} + d^- - d^+ = B^{LM,U} \quad (13)$$

En consecuencia, la ecuación (13) examina el costo total del tipo de trabajo; dado como suma de los costos por unidad de cada k-ésimo trabajo c_k^t , por el número de unidades de trabajo requerido x_k^t , para k-ésimo tipo de trabajo, comprado con el total del presupuesto B^L . Si el costo de trabajo es más que el presupuesto o si el costo es menos del presupuesto, la diferencia será reflejada en las variables de desviación. Similarmente hay una restricción para la comparación entre el material actual y el costo actual y la suma total del presupuesto B^M , y entre el costo y la utilidad actual B^U .

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^T y_{ij}^T + d^{T-} - d^{T+} = B^T \quad (14)$$

La ecuación (14) representa la suma de todo el costo de transporte para cada i-ésimo origen demandado y j-ésimo demanda-destino, en la ecuación del costo de transporte presupuestado. La diferencia entre el costo de transporte

actual y el costo del presupuesto esta representado por las variables de desviación.

Función objetivo

La función objetivo para la generalización de un modelo de programación de metas multiobjetivo es entendido mejor por la descripción de las metas del modelo, donde la prioridad p_1 se puede interpretar como la minimización de las desviaciones desde el máximo estado del trabajo, material y utilidad, es decir, minimiza la producción requerida y también minimiza las desviaciones de recursos demandados. p_2 reorganiza la conversión entre los recursos sustituibles, etc.

La formulación del problema de localización de servicios multiobjetivo, se modela de acuerdo a las metas que se persiguen en la solución de un problema de localización de servicios, por lo tanto, es muy importante conservar la estructura del modelo presentado, esto implica que no importa el número de metas que se tenga ni en el número de restricciones.

La construcción de las prioridades de cada meta p_i , se obtiene de acuerdo al orden de prioridades de las metas, es decir, $p_1 > p_2 > p_3 > \dots > p_n$. Y para la construcción de las desviaciones se muestra en la tabla 1.

Tipo de meta	Desviaciones a minimizar
$f(x) \geq b$	d^-
$f(x) \leq b$	d^+
$f(x) = b$	d^-, d^+
$f(x)$ no restringida	d^- ó d^+ segun el caso

Tabla 1. Construcción de las desviaciones

Resumiendo, la primera categoría de restricciones y el primer nivel de prioridad, maximiza y minimiza la capacidad de restricciones que será reorganizada en la solución final. La segunda categoría de restricciones y el segundo nivel de prioridad permite la conversión de recursos sustituibles y la tercera categoría de restricciones consisten en reforzar la solución exacta para las variables del modelo de costo mínimo; las desviaciones minimizadas en estos niveles son importantes para optimizar la función objetivo.

El modelo que se va resolver es el siguiente:

$$\text{Min.} \quad Z = \sum_{i=1}^m p_i (d_i^+, d_i^-),$$

s.a.

Meta 1

$$x_k^{LM,U} - d_k^{LM,U+} = b_k^{LM,U}, \quad \text{para } k = 1, \dots, K$$

$$\sum_{k=1}^K x_k^{LM,U} + d_k^{LM,U-} = b^{LM,U}$$

Meta 2

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} + d_i^- - d_i^+ = \hat{b}_i \quad \text{para } i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m y_{ij} + d_i^- - d_i^+ = \hat{b}_j \quad \text{para } j = 1, \dots, n$$

Meta 3

$$\sum_{k=1}^K (r_k^L x_k^L + r_k^M x_k^M + r_k^U x_k^U) + d_i^- - d_i^+ = b^{\pi}$$

$$\sum_{k=1}^K (r_{kq}^L x_{kq}^L + r_{kq}^M x_{kq}^M + r_{kq}^U x_{kq}^U) + d_q^- - d_q^+ = b_q^{\pi}$$

Meta 4

$$x_k - c_k^s x_{k'} + d^- - d^+ = 0, \quad \text{para } k, k' = 1, \dots, K$$

Meta 5

$$\sum_{k=1}^K c_k^{L,M,U} x_k^{L,M,U} + d^- - d^+ = B^{L,M,U}$$

Meta 6

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^T y_{ij}^T + d^{T-} - d^{T+} = B^T$$

$$x_j, y_{ij}, d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad \forall j$$

$$d_i^+ \cdot d_i^- = 0 \quad \forall i$$

El modelo anterior presenta ciertos problemas, si se pretende resolverlo manualmente, pero con la tecnología que se tiene actualmente, dichos problemas se minimizan considerablemente, es decir, con la ayuda de las computadoras, los cálculos requeridos en cada proceso se pueden calcular rápidamente. Además, para este trabajo se pretende utilizar la información que se manejan en los Sistemas de Información Geográfica. Cada meta es representada en un plano de información espacial.

Para que el modelo anterior sea más fácil de resolver, el siguiente paso es presentar un algoritmo de solución, que nos ayudará a crear la interface entre el modelo de localización de servicios y los sistemas de información geográfica.

3.3. Algoritmo para resolver el problema de localización de servicios multiobjetivo

El algoritmo que se explica en esta sección es una pequeña variante del método simplex, dichas variaciones se explican en la tabla 2. El propósito en cualquier programa con metas múltiples es minimizar las desviaciones de las metas propuestas. Como ya se mencionó anteriormente existen funciones objetivo donde se minimizan costos o tiempo y se maximizan ganancias o beneficios. Los factores de prioridad $p_1 > p_2 > p_3 > \dots > p_n$ toman el lugar de los coeficientes de costos c_i de la programación lineal, donde $i = 1, \dots, n$. Por esta razón no se puede utilizar el criterio del método simplex para elegir los vectores que entran a la base en cada iteración.

La tabla del algoritmo que se utiliza para la solución del problema de localización con metas múltiples tiene la siguiente estructura:

Vector de disponibilidad de recursos	C_j			$X_1 \dots X_n$	$d_1^- \dots d_m^-$	$d_1^+ \dots d_m^+$	Norm. de vars. Continuas y de desviación en exceso y defecto
Vars. en la base A	P_B	V_B	b	$0 \dots 0$	$p_1 \alpha_1^- \dots p_m \alpha_m^-$	$p_1 \alpha_1^+ \dots p_m \alpha_m^+$	Coeficientes en la función objetivo de las variables continuas y de desviación en exceso y defecto
Coef. en la fun. objetivo de las vars. base	$p_1 \alpha_1^-$	d_1^-	b_1	$a_{11} \dots a_{1n}$	Matriz de coef. tecnológicos	Matriz de coef. tecnológicos	
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots			
	$p_m \alpha_m^-$	d_m^-	b_m	$a_{m1} \dots a_{mn}$			
Coef. de jerarquización	$z_1 - c_1$	P_n	θ	Matriz de valores	Matriz nula	$p_{B_j} \cdot a_{j1} - c_j$	
	\vdots	\vdots					
Indicadores de optimalidad	$z_j - c_j$	P_1		$z_j - c_j$			

Tabla 2. Tabla de metas múltiples.

Etapas del algoritmo

Paso 1. La tabla inicial supone que $x_i = 0, \forall i$. Esto origina que todas las variables de desviación en efecto estén en la base y que los indicadores de optimalidad se calculen en función al logro o no, de las metas propuestas.

Para calcular la matriz $z_j - c_j$ se considera que los coeficientes de jerarquización no necesariamente tienen las mismas unidades dimensionales. Las c_j representan las componentes del vector p , mientras que z_j son productos de la suma de las c_j veces "constantes o coeficientes". Los componentes de $A = A_{ij}$, $p_B = p_{Bj}$, $p = c_j$, $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2, \dots, n$ se asocia

con las variables x_i y la columna z_j-c_j será igual a los coeficientes del vector.

$$p_{Ri} \cdot a_{ij} = p_i \cdot a_{ij}$$

Paso 2. Determinación de la variable que entra a la base.

- a) Se examina el coeficiente de prioridad más alto que tenga un valor distinto de cero en el vector de indicadores de optimalidad (θ). En esta fila se escoge el mayor coeficiente de z_j-c_j .
- b) Los empates se pueden decidir analizando los coeficientes de las z_j-c_j en el siguiente nivel de prioridad.
- c) Si persiste el empate, se puede romper éste arbitrariamente.

Paso 3. Determinación de la variable que sale de la base. Sean b_1, b_2, \dots, b_n las componentes del vector b y sea a_j la columna j de la matriz A que se ha seleccionado para entrar a la base. Entonces la variable que sale se elige como se muestra a continuación:

$$\text{Min} \quad \left\{ \begin{array}{l} b_i \\ a_{ij} \end{array} \mid a_{ij} > 0 \right\} \quad i = 1, \dots, m$$

Paso 4. Determinación de la nueva tabla.

- a) El pivote se hace 1 y el resto de esa columna se hace cero, utilizando para ello operaciones elementales, similares al método simplex.
- b) Las operaciones elementales se realizan para el vector b y la matriz A , se exceptúa a la matriz z_j-c_j (cuyos nuevos valores se deberán calcular de manera similar al paso 2) y el vector (θ) (cuyos valores se determinan con los nuevos niveles de las variables x_j).

Paso 5. Detección de la solución óptima.

- a) Se actualiza los valores de $z_j - c_j$ de la nueva tabla, de manera similar al paso 1.
- b) Si el valor de (θ) es nulo (todas sus componentes son cero) la tabla es óptima.
- c) Si el vector (θ) no es nulo y existe por lo menos un componente positivo, se analiza $z_j - c_j$ de esa fila.
- d) Si existe una $z_j - c_j > 0$ en esa fila, se analiza $z_j - c_j$ de esa columna para coeficientes de mayor jerarquía. Si estos son negativos la solución es óptima. En caso contrario, la tabla no es óptima y regresa al paso 2.

Diagrama de Bloques

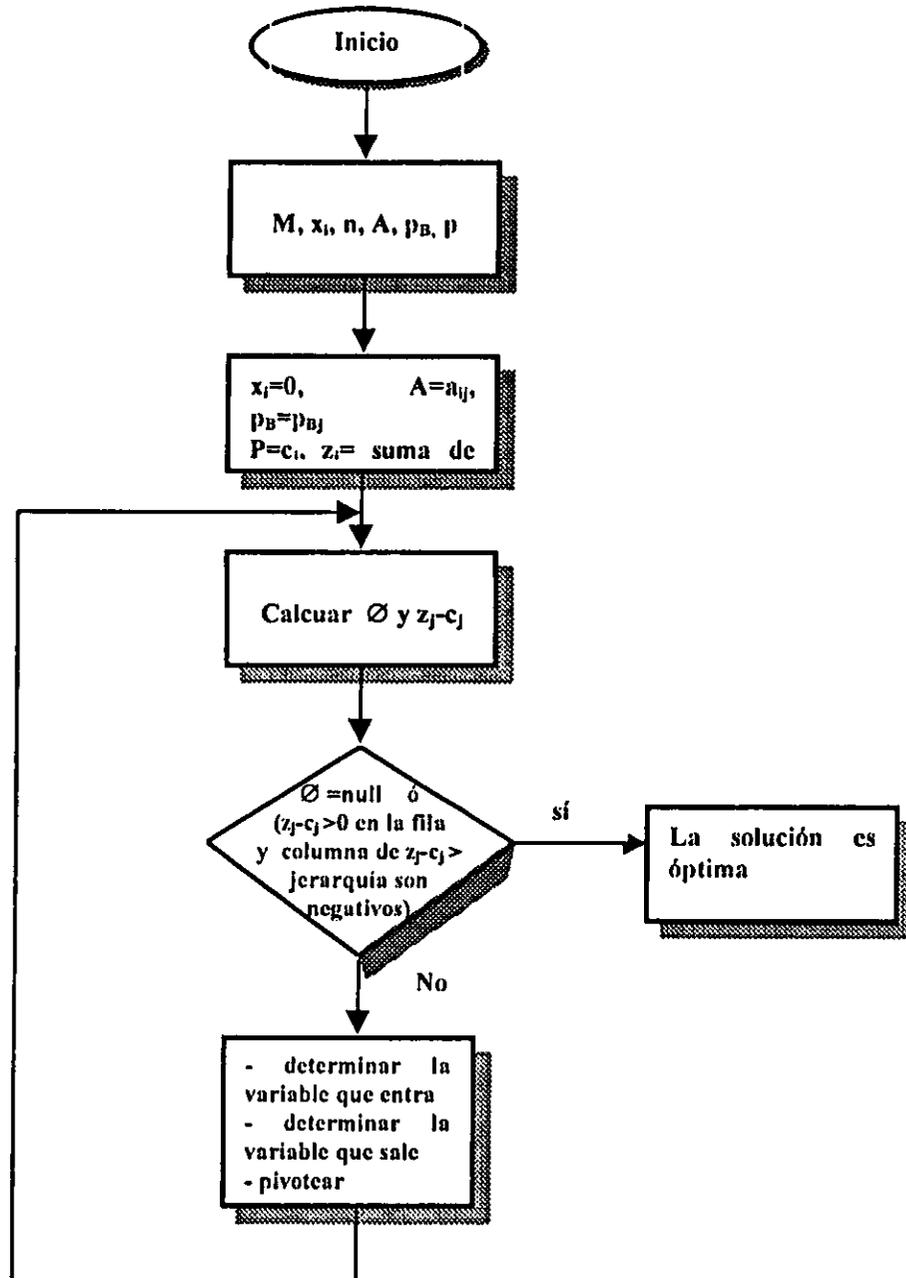


Figura 4. Diagrama general del algoritmo

3.3.1. Complejidad Computacional

La complejidad computacional se puede definir como: un algoritmo que se realiza etapa por etapa para resolver problemas en un tiempo finito de cálculo. Es práctica y además comúnmente aceptado, caracterizar algoritmos por una medida relacionada a su función de complejidad del tiempo, lo cual expresa el número máximo de operaciones elementales. Dichas operaciones elementales son las siguientes: sumas, multiplicaciones y comparaciones; ejecutadas por el algoritmo para resolver algún problema de tamaño P .

Puesto que esta definición involucra a todos los problemas, es posible establecer que un algoritmo es polinomial o exponencial en el peor de los casos. Y un problema para el cual existe un algoritmo polinomial, es referido como bien resuelto.

La complejidad computacional del método simplex depende del número total de iteraciones y el número de operaciones elementales requeridas en cada iteración. El método simplex original requiere cerca de $m(n - m + 1)$ sumas en cada iteración con un orden de $o(mn)$. Como se sabe, la esencia del método simplex es la búsqueda de la solución óptima en los puntos extremos de un poliedro convexo, es decir, este método y sus variantes, saltan desde un punto extremo a otro punto extremo cercano.

Dado que el algoritmo de solución para problemas de localización de servicios multiobjetivo, se basa fuertemente en los principios del método simplex, entonces se deduce que tiene la misma complejidad dado que la estructura es similar, aunque se introducen las variables de desviación, finalmente, tiene que quedar solamente una de ellas, porque el producto interno entre las variables de

desviación debe ser igual a cero. Por lo tanto, dicho algoritmo es determinístico y el tiempo de ejecución es polinomial (tiempo acotado), o bueno, o rápido, o eficiente, es decir, la gran ventaja de este algoritmo es que, en el caso promedio, el algoritmo tiene un tiempo de ejecución polinomial.

Lo principal de este algoritmo es que después de ciertas iteraciones se encuentra el óptimo, es decir, converge a un óptimo.

3.3.2. Convergencia del Algoritmo

El procedimiento del algoritmo termina en un número finito de iteraciones, al considerar que el método simplex es finito en su forma pura.

La base de este algoritmo, es que parte de una solución factible básica y que la tabla correspondiente a $AX = b$ está en forma canónica para dicha solución, como se define en el teorema 1; las iteraciones que se realizan posteriormente consisten en mejorar la solución, hasta llegar al punto óptimo dado por el teorema 2, en un número finito de iteraciones; también hay que considerar el análisis del vector de optimalidad y la matriz $z_j - c_j$, como se muestra en la tabla 2, donde interviene precisamente el análisis de las desviaciones de las metas y determina el logro de las mismas.

Por otra parte, también se puede determinar si las metas son conflictivas, entre ellas analizando las variables de desviación y la matriz $z_j - c_j$, considerando el orden de prioridad de las metas.

Teorema 1. (mejora de la solución factible básica). Dada una solución factible básica no degenerada con valor objetivo correspondiente z_0 . Supóngase que para

alguna j se cumple $z_j - c_j < 0$. Entonces hay una solución factible con valor objetivo $z < z_0$. Si la columna a_j se puede sustituir para un vector de la base original y generar una nueva solución factible básica, esta nueva solución tendrá $z_j - c_j < 0$. Si a_j no se puede sustituir para generar una solución factible básica, entonces el conjunto solución k no está acotada y la función objetivo puede hacer arbitrariamente pequeña (tendiendo a menos infinito).

La demostración se puede ver en el apéndice B.

Teorema de la condición de optimalidad 2. Si existe una solución factible básica $z_j - c_j \geq 0$ para cualquier j , entonces esa solución es óptima.

La demostración se puede ver en el apéndice B.

3.3.3. Análisis de Sensibilidad

Una vez que se haya resuelto un problema de localización de servicios multiobjetivo, puede darse el caso de que uno o varios parámetros de la formulación original, tales como los precios unitarios o la disponibilidad de ciertos recursos cambien, dando origen a un nuevo problema. ¿Es necesario en ese caso volver a resolver el problema desde el principio?

La respuesta es, afortunadamente no. Se dice afortunadamente, porque en términos de iteraciones y por consiguiente en tiempo de computadora existen métodos, llamados de *análisis de sensibilidad*, que permiten ahorrar muchas iteraciones, al resolver el nuevo problema partiendo de la solución óptima del problema original. El ahorrar iteraciones implica un ahorro considerable en los costos de utilización de una computadora.

problema original. El ahorrar iteraciones implica un ahorro considerable en los costos de utilización de una computadora.

Dentro de la literatura disponible, se han enfocado principalmente en la modificación de los pesos, es decir, penaliza los pesos que tiene cada meta, la cual se refleja en la minimización de las variables de desviación.

Retomando la formulación matemática (5) de la sección 3.2, se puede observar que en este problema, se puede variar p_i , dado que dicho parámetro afecta directamente a la meta correspondiente; a esto se le conoce como **análisis de sensibilidad** de los coeficientes de la función objetivo.

Considere el siguiente problema de programación de metas con coeficientes de la función objetivo perturbado.

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & \sum_{j=1}^n \left(\hat{p}_j + \gamma_j p'_j \right) X_j \\ \text{s. a:} \quad & \\ & AX = b \\ & X \geq 0 \end{aligned} \tag{15}$$

Donde: p'_j tiene unos valores específicos, γ_j son parámetros que multiplica a p'_j ; se seleccionó a p'_j como el principal parámetros perturbado o modificado, por otra parte, se considera que $p'_j = \hat{p}_j$, de aquí se interpreta que γ_j es un porcentaje de desviación de los valores de \hat{p}_j

Como $p_j = \hat{p}_j$, lo cual representa los pesos o las prioridades de cada meta, es decir, p_j^+ o p_j^- y X_j representa las variables de desviación de p_j^+ o p_j^- .

En alguna parte de la literatura también se puede encontrar como se muestra en la siguiente formulación matemática.

$$\begin{aligned} \text{Min.} \quad & \left\{ \sum_{j=1}^k (p_j^+ d_j^+ + p_j^- d_j^-) \right\} \\ \text{s. a:} \quad & x \in M \end{aligned} \tag{*}$$

De la formulación anterior se asume que los pesos son fijos y no negativos, p_j^+ y p_j^- , que esta en este intervalo ($1 \leq j \leq p$) y su suma es igual a uno; y

$$M = \left\{ \begin{array}{l} x \in R^{n+2k} \mid x \geq 0, x = (x; d_j^+, d_j^-); \\ g'x - d_j^+ + d_j^- = b_j, \text{ para } 1 \leq j \leq p; \\ Ax \leq b; \text{ donde } A \text{ es de } mxn \end{array} \right\}$$

Donde: g' es un vector renglón de coeficientes de las metas.

Se introduce una nueva variable que llama S , $S = \{x \geq 0 \mid Ax \leq b\}$, lo cual se refiere a la región factible principal de (*) y M se refiere a la región factible aumentada de (*). Reorganizando S es una proyección n-dimensional de M , el punto \bar{x} en la región factible principal corresponde al punto $\bar{x} = (\bar{x}; d_j^+, d_j^-)$.

Para efectos de nuestro estudio utilizaremos la formulación matemática número (15), por simplificación de términos.

En particular, si podemos especificar con precisión algunos valores de los coeficientes de la función objetivo, entonces podemos suprimir algunos de sus valores por $p_j' = 0$ para tales coeficientes. Cuando no se puede asignar valores precisos a los coeficientes, entonces se puede especificar alguna región o intervalo para encontrar el valor requerido. Definiendo a $\gamma_j = (\gamma_{j1}, \gamma_{jn})$ a este conjunto se denota como Γ y se asume que Γ es un politopo. Si se conoce que los coeficientes de (15), son no negativos y su suma es 1, dicha condición se puede expresar de la siguiente forma: $\sum_{j=1}^n \hat{p}_j = 1$. Si esto se cumple, entonces Γ queda como sigue

$$\Gamma = \left\{ \gamma : \sum_{j=1}^n \gamma_j p_j' = 0, \quad \hat{p}_j + \gamma_j p_j' \geq 0 \text{ para } j = 1, \dots, n \right\} \quad (16)$$

En resumen, si en la suma podemos especificar la no negatividad inferior y superior para cada coeficiente en (15), entonces la formulación (16) se puede expresar de la siguiente forma:

$$\Gamma = \left\{ \gamma : \sum_{j=1}^n \gamma_j p_j' = 0, \quad p_j \leq \hat{p}_j + \gamma_j p_j' \leq \bar{p}_j \text{ para } j = 1, \dots, n \right\} \quad (17)$$

Como se puede observar, el primer caso ocurre cuando los pesos de penalización son no negativos y su suma es uno. El otro caso, ocurre cuando se pueden especificar intervalos para los pesos de penalización; todos los valores que se encuentra dentro del intervalo, se llamarán **tolerancia admisible**.

Decimos que τ es finito, no negativo si esta en una tolerancia admisible para los coeficientes de la función objetivo perturbado o modificado, si la base B es óptima para (15), a lo largo de $\gamma \in \Gamma$ y el valor absoluto para cada parámetro γ_j no exceda a τ , entonces un número τ finito, no negativo es una tolerancia admisible si y solo si, para cada $k \in K$.

$$\left. \begin{array}{l} \gamma \in \Gamma \\ \|\gamma\|_{\infty} \leq \tau \end{array} \right\} \Rightarrow \gamma \in H_k \geq (p') \quad (18)$$

donde: $\|\cdot\|_{\infty}$ denota la norma de Tchebycheff y

$$H_k \geq (p') \equiv \left\{ \gamma : \hat{p}_k + \sum_{j=1}^m \gamma_j B_i^{-1} A_k - \hat{p}_B B^{-1} A_k \geq 0 \right\}$$

Definimos la **tolerancia máxima** como τ^* de los coeficientes de la función objetivo como $\sup \{ \tau : \tau \text{ satisface (18) para } k \in K \}$.

Para determinar τ^* nos apoyaremos en tres teoremas, las cuales muestran que esto es simplemente se tiene que resolver un conjunto problemas de programación lineal.

Simplificando la notación $H_k = (p')$, lo cual, permite denotar la desigualdad " \geq " en la definición de $H_k \geq (p')$, que es reemplazado por una igualdad; por último, para cada $k \in K$, se define $\tau_k \equiv \sup \{ \tau : \tau \text{ satisface (18) para } k \in K \}$. Esto se cumple cuando τ satisface a la formulación (18) y τ_k es finito.

Teorema 3: si $K = 0$ entonces $\tau^* = \infty$; por otra parte el número τ^* (posiblemente infinito) es igual a $\sum_{k \in K} \tau_k$.

De acuerdo al teorema, esto significa que únicamente se necesita obtener τ_k para cada $k \in K$, lo cual, implica que hay que determinar si o no τ_k es finito.

La demostración se puede ver en el apéndice B.

Teorema 4: El número τ_k es infinito si el ínfimo de:

$$\inf \gamma_k p'_k - \sum_{i=1}^m \gamma p'_i B_i^{-1} A_k \quad (19)$$

s.a :

$$\gamma \in \Gamma$$

es mayor o igual a $\hat{p}_B B_i^{-1} A_k - \hat{p}_B$.

Como se puede observar la formulación (19) es un problema lineal, ahora cuando τ_k es finito aún se necesita calcular sus valores y determinar que simplemente se trata de resolver un programa matemática.

La demostración se puede ver en el apéndice B.

Teorema 5: si τ_k es finito entonces $\tau_k = \|\gamma^*\|_{\infty}$ donde γ^* es una solución óptima a:

$$\text{Min } \|\gamma^*\|_{\infty} \quad (20)$$

s.a :

$$\gamma \in \Gamma \cap H_k = (p')$$

La demostración se puede ver en el apéndice B.

El hecho de utilizar el valor absoluto del problema (20) conduce a resolver un problema de programación lineal.

La ventaja de este proceso es que los pesos se pueden modificar de 1 en 1 o simultáneamente. Dicho proceso ha proporcionado buenos resultados.

Para resolver el problema lineal que se genera en el teorema 3, generalmente se auxilia en un algoritmo computacional llamado ADBASE.

3.4. Ejemplos de aplicación

El siguiente ejemplo muestra la aplicación del modelo de programación de metas y la obtención de la solución por medio del algoritmo planteado, en la sección anterior.

Ejemplo 1

Una compañía textil produce 2 tipos de material. La producción en la planta es de 1000 metros por hora, para cualquiera de los productos. Con los turnos de trabajo diario. La planta opera a una capacidad de 80 horas por semana. El departamento de ventas pueden vender semanalmente, como máximo, 70 mil metros de un producto y 45 mil del otro. La ganancia es de \$2.50 metros del producto más fino y \$1.50 metros del otro.

La empresa se ha fijado los siguientes objetivos en orden de importancia.

- a) Evitar la subutilización de la capacidad de producción.
- b) No emplear más de 10 horas semanales de tiempo extra.
- c) Vender el máximo estimado por el departamento de ventas, es decir 70 mil metros semanales de un producto y 45 mil del otro producto.
- d) Minimizar los tiempos extras de la planta.

Sea

x_i = tipo de artículos

p_i = nivel de prioridad de cada meta

d_i^- o d_i^+ = variables de desviación

Modelación

El problema a resolver es:

$$\text{Minimizar } z = p_1 d_1^- + p_2 d_4^+ + 5p_3 d_2^- + 3p_3 d_3^- + p_4 d_1^+$$

s. a:

$$x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

$$x_1 + d_2^- = 70$$

$$x_2 + d_3^- = 45$$

$$d_1^+ + d_4^- - d_4^+ = 10$$

Solución

Paso 0

Establecer el modelo en la tabla 1, para aplicar el método simplex de programación de metas multiobjetivo.

			x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
p_B	VB	b	0	0	p_1	$5p_3$	$3p_3$	0	p_4	p_2
p_1	d_1^-	80	1	1	1	0	0	0	-1	0
$5p_3$	d_2^-	70	1	0	0	1	0	0	0	0
$3p_3$	d_3^-	45	0	1	0	0	1	0	0	0
0	d_4^-	10	0	0	0	0	0	1	1	-1
$z_j - c_j$	p_4	d								
	p_3	c								
	p_2	b								
	p_1	a								

Tabla 3. Inicio del algoritmo.

Paso 1

La primera meta es evitar la subutilización de la capacidad de la producción semanal de 80 horas, como $x_1 = x_2 = 0$; no se cumple este objetivo, y se subutiliza precisamente en 80 horas, por lo tanto $a = 80$.

La segunda meta es evitar la utilización de más de 10 horas a la semana, como esta meta se cumple, por lo tanto, en la columna de optimalidad $b = 0$.

La tercera meta es vender 70 mil metros de un producto con prioridad $5p_3$ y 45 mil de otro, con prioridad $3p_3$, dicha meta no se cumple porque $(5)(70) + (3)(45) = 485$, por lo tanto en la columna de optimalidad $c = 485$.

La última meta es minimizar los tiempos extras, esta meta se cumple por lo tanto $d = 0$.

$$A = a_{ij}$$

$$p_B = p_{Bj}$$

$$p = c_j$$

$$z_j = \text{suma de productos de las } c_j \text{ veces}$$

la columna $j = 1$ y asocia a la variable x_1 con $c_1 = 0$ y la columna $z_1 - c_1 = 0$ será igual a los coeficientes del siguiente vector

Para la columna de x_1

$$p_{B1} \cdot a_{11} = (p_1)(1) = p_1$$

$$p_{B2} \cdot a_{21} = (5p_3)(1) = 5p_3$$

$$p_{B3} \cdot a_{31} = (3p_3)(0) = 0$$

$$p_{B4} \cdot a_{41} = (0)(0) = 0$$

Por lo tanto se pone un 1 en el renglón asociado a p_1 , columna 1 (asociado a x_1) de la matriz $z_1 - c_1$ y un 5 en el renglón asociado a p_3 , columna 1 de dicha matriz. El resto de los elementos de esa columna son cero.

Para la columna de x_2

$$\begin{aligned} p_{B1} \bullet a_{12} &= (p_1)(1) = p_1 \\ p_{B2} \bullet a_{22} &= (5p_3)(0) = 0 \\ p_{B3} \bullet a_{32} &= (3p_3)(1) = 3p_3 \\ p_{B4} \bullet a_{42} &= (0)(0) = 0 \end{aligned}$$

Para las columnas $d_1^-, d_2^-, d_3^-, d_4^-$ que son vectores unitarios de la matriz A , los elementos de $z_1 - c_1$ son nulos, tal como se ilustra a continuación:

$$\begin{aligned} p_{B1} \bullet a_{13} - c_3 &= (p_1)(1) - p_1 = 0 \\ p_{B2} \bullet a_{24} - c_4 &= (5p_3)(1) - 5p_3 = 0 \\ p_{B3} \bullet a_{35} - c_5 &= (3p_3)(1) - 3p_3 = 0 \\ p_{B4} \bullet a_{46} - c_6 &= (0)(1) - 0 = 0 \end{aligned}$$

Para la columna d_1^+ se tiene

$$\begin{aligned} p_{B1} \bullet a_{17} - c_7 &= (p_1)(-1) - p_4 = -p_1 - p_4 \text{ (no se puede restar)} \\ p_{B4} \bullet a_{47} - c_7 &= (0)(1) - p_4 = -p_4 \end{aligned}$$

Por lo que se pone un -1 en renglón p_1 , y en la columna d_1^+ y un -1 en el renglón p_4 , de la columna d_1^+ .

Para la columna d_4^+ se tiene

$$p_{B4} \cdot a_{48} - c_8 = (0)(-1) - p_2 = -p_2$$

Por lo que se coloca un -1 en el renglón p_2 , columna d_4^+ de la matriz $z_j - c_j$, con el resto de los elementos en esa columna igual a cero.

			x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
p_B	VB	b	0	0	p_1	$5p_3$	$3p_3$	0	p_4	p_2
p_1	d_1^-	80	1	1	1	0	0	0	-1	0
$5p_3$	d_2^-	70	(1)	0	0	1	0	0	0	0
$3p_3$	d_3^-	45	0	1	0	0	1	0	0	0
0	d_4^-	10	0	0	0	0	0	1	1	-1
$z_j - c_j$	p_4	$d=0$	0	0	0	0	0	0	-1	0
	p_3	$c=485$	5	3	0	0	0	0	0	0
	p_2	$b=0$	0	0	0	0	0	0	0	-1
	p_1	$a=80$	1	1	0	0	0	0	-1	0

Tabla 4. Primer paso del algoritmo.

Paso 2: Determinación de la variable que entra.

La prioridad más alta del vector de optimalidad es p_1 , en esa fila los mayores coeficientes de $z_j - c_j$ se encuentra en la columna x_1 y x_2 (ambos son 1);

Como en la jerarquía p_3 , x_1 tiene un coeficiente 5 y x_2 un coeficiente 3, entonces se elige a x_1 porque tiene un coeficiente mayor en $z_j - c_j$ que el x_2 , por lo tanto, la variable que entra es x_1 .

Paso 3: Determinación de la variable que sale.

$$\text{Minimizar } \left\{ \frac{b_i}{a_{ij}} \mid a_{ij} > 0 \right\} \quad i = 1, \dots, m$$

La variable que entra es la x_1 y la que sale es la correspondiente a d_2^- ya

que *Minimizar* $\left\{ \frac{80}{1}, \frac{70}{1} \right\} = 70$, con este elemento se define el pivote.

Paso 4: Determinación de la nueva tabla.

El pivote se hace 1 y el resto se hace 0, utilizando operaciones matriciales elementales igual como en el método simplex, incluyendo al vector b y la matriz A ; excepto la matriz $z_j - c_j$.

Para actualizar el vector de optimalidad se tiene que hacer una multiplicación de coeficiente de p_R por b , es decir $\theta = (p_R)(b)$, por lo tanto

$$\begin{aligned} p_1 &= (1)(10) = 10 & \therefore a &= 10 \\ p_2 &= (0)(70) = 0 & \therefore b &= 0 \\ p_3 &= (3)(45) = 135 & \therefore c &= 135 \\ p_4 &= (0)(10) = 0 & \therefore d &= 0 \end{aligned}$$

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos del paso 4 y el cálculo del vector de optimalidad.

			x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
p_B	VB	b	0	0	p_1	$5p_3$	$3p_3$	0	p_4	p_2
p_1	d_1^-	10	0	1	1	-1	0	0	-1	0
$5p_3$	x_1	70	1	0	0	1	0	0	0	0
$3p_3$	d_3^-	45	0	1	0	0	1	0	0	0
0	d_4^-	10	0	0	0	0	0	1	1	-1
$z_j - c_j$	p_4	$d=0$	0	0	0	0	0	0	-1	0
	p_3	$c=135$	5	3	0	0	0	0	0	0
	p_2	$b=0$	0	0	0	0	0	0	0	-1
	p_1	$a=10$	1	1	0	0	0	0	-1	0

Tabla 5. Aplicación del método simplex y actualización de θ .

Paso 5: Detección de la solución óptima.

Se actualiza la matriz $z_j - c_j$ de la nueva tabla, la cual es similar al paso 1

Para la columna de x_1

$$p_{B1} \bullet a_{11} = (p_1)(0) = 0$$

$$p_{B2} \bullet a_{21} = (0)(1) = 0$$

$$p_{B3} \bullet a_{31} = (0)(0) = 0$$

$$p_{B4} \bullet a_{41} = (0)(0) = 0$$

Para la columna de x_2

$$\begin{aligned} p_{B1} \cdot a_{12} &= (p_1)(1) = p_1 \\ p_{B2} \cdot a_{22} &= (0)(0) = 0 \\ p_{B3} \cdot a_{32} &= (3p_3)(1) = 3p_3 \\ p_{B4} \cdot a_{42} &= (0)(0) = 0 \end{aligned}$$

Para las columnas $d_1^-, d_2^-, d_3^-, d_4^-$

$$\begin{aligned} p_{B1} \cdot a_{13} - c_3 &= (p_1)(1) - p_1 = 0 \\ p_{B1} \cdot a_{14} - c_4 &= (p_1)(-1) - 5p_3 = -p_1 - 5p_3 \\ p_{B3} \cdot a_{35} - c_5 &= (3p_3)(1) - 3p_3 = 0 \\ p_{B4} \cdot a_{46} - c_6 &= (0)(1) - 0 = 0 \end{aligned}$$

Para las columnas d_1^+ y d_4^+

$$\begin{aligned} p_{B1} \cdot a_{17} - c_7 &= (p_1)(-1) - p_4 = -p_1 - p_4 \text{ (no se puede restar)} \\ p_{B4} \cdot a_{48} - c_8 &= (0)(1) - p_2 = -p_2 \end{aligned}$$

Actualizando la matriz de las $z_j - c_j$ que se muestra a continuación:

			x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
p_B	VB	b	0	0	p_1	$5p_3$	$3p_3$	0	p_4	p_2
p_1	d_1^-	10	0	1	1	-1	0	0	-1	0
$5p_3$	x_1	70	1	0	0	1	0	0	0	0
$3p_3$	d_3^-	45	0	1	0	0	1	0	0	0
0	d_4^-	10	0	0	0	0	0	1	1	-1
$z_j - c_j$	p_4	d=0	0	0	0	0	0	0	-1	0
	p_3	c=135	0	3	0	-5	0	0	0	0
	p_2	b=0	0	0	0	0	0	0	0	-1
	p_1	a=10	0	1	-1	1	0	0	-1	0

Tabla 6. Detección de la solución óptima.

Con la actualización de esta tabla se concluye la primera iteración, las siguientes tres iteraciones se obtiene de igual forma.

Para concluir este ejemplo presentaremos la tabla completa y la explicación de la solución.

			x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
P_R	VB	b	0	0	p_1	$5p_3$	$3p_3$	0	p_4	p_2
p_1	d_1^-	80	1	1	1	0	0	0	-1	0
$5p_3$	d_2^-	70	(1)	0	0	1	0	0	0	0
$3p_3$	d_3^-	45	0	1	0	0	1	0	0	0
0	d_4^-	10	0	0	0	0	0	1	1	-1
$z_j - c_j$	p_4	$d=0$	0	0	0	0	0	0	-1	0
	p_3	$c=485$	5	3	0	0	0	0	0	0
	p_2	$b=0$	0	0	0	0	0	0	0	-1
	p_1	$a=80$	1	1	0	0	0	0	-1	0
p_1	d_1^-	10	0	(1)	1	-1	0	0	-1	0
0	x_1	70	1	0	0	1	0	0	0	0
$3p_3$	d_3^-	45	0	1	0	0	1	0	0	0
0	d_4^-	10	0	0	0	0	0	1	1	-1
$z_j - c_j$	p_4	$d=0$	0	0	0	0	0	0	-1	0
	p_3	$c=135$	0	3	0	-5	0	0	0	0
	p_2	$b=0$	0	0	0	0	0	0	0	-1
	p_1	$a=10$	0	1	-1	1	0	0	-1	0

			x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
p_B	VB	b	0	0	p_1	$5p_3$	$3p_3$	0	p_4	p_2
	x_2	10	0	1	1	-1	0	0	-1	0
	x_1	70	1	0	0	1	0	0	0	0
$3p_3$	d_3^-	35	0	0	-1	1	1	0	1	0
0	d_4^-	10	0	0	0	0	0	1	(1)	-1
$z_j - c_j$	p_4	$d=0$	0	0	0	0	0	0	-1	0
	p_3	$c=105$	0	0	-3	-2	0	0	3	0
	p_2	$b=0$	0	0	0	0	0	0	0	-1
	p_1	$a=0$	0	0	-1	1	0	0	0	0
	x_2	20	0	1	1	-1	0	0	0	10
	x_1	70	1	0	0	1	0	0	0	0
$3p_3$	d_3^-	25	0	0	-1	1	1	0	0	1
0	d_4^-	10	0	0	0	0	0	1	1	-1
$z_j - c_j$	p_4	$d=10$	0	0	0	0	0	1	0	-1
	p_3	$c=75$	0	0	-3	-2	0	-3	0	3
	p_2	$b=0$	0	0	0	0	0	0	0	-1
	p_1	$a=0$	0	0	-1	0	0	0	0	0

Tabla 7. Solución completa del problema.

La última tabla es óptima, porque aunque θ no es nulo; tiene un $z_j - c_j$ positivo en la fila 3 y columna d_4^+ y la $z_j - c_j$ de esa misma columna para una jerarquía más importante a p_3, p_2 , es negativa.

Como $x_1 = 70$ mil metros esto implica que semanalmente se debe producir esa cantidad y $x_2 = 20$ metros del segundo, dado que estas dos metas son las más importantes y se cumple, por lo tanto, $p_1 = p_2 = 0$; por la siguiente explicación:

- a) No se subutiliza la capacidad de producción semanal $d_1^- = 0$
- b) No se emplea más de 10 horas semanales de tiempo extra $d_4^+ = 0$

Sin embargo, al cumplir con las dos metas más importante no permite que se alcancen las metas 3 y 4, es decir, $(p_3 = 75, p_4 = 10)$.

Al tener $d_3^- = 25$, significa que se dejarán de producir semanalmente 25 metros de material sobre la meta fijada de 115 mil metros (70+45).

Por último, $d_4^+ = 10$, significa que los tiempos extras de fabricación no sobrepasan las 10 horas semanales. Sin embargo, para poder conseguir las dos metas más importantes, la planta debe incurrir en no más de 10 horas semanales de tiempo extra de producción.

De la tabla óptima se desprende que existen metas conflictivas en este ejemplo. Observando las columnas d_3^- y d_4^+ , las $z_j - c_j$ positivas y negativas indican conflictos entre la tercera y la cuarta meta y entre la segunda y la tercera meta, respectivamente. Acercarse a una de esas metas significa alejarse simultáneamente las que están en conflicto y viceversa.

En síntesis, con el ejemplo 1, se ilustró la mecánica del algoritmo para problemas de programación de metas multiobjetivo y la interpretación de la solución. La función principal del algoritmo es la minimización de las desviaciones entre las metas, de acuerdo al orden de las prioridades, como se puede observar en el ejemplo, en la tabla 6 y en especial en la última iteración, la columna de optimalidad no es igual a cero en su totalidad, es decir, las primeras dos metas son iguales a cero, esto significa que las metas se cumplieron satisfactoriamente, mientras que la tercera y la cuarta meta no son iguales a cero, pero con la ayuda de las columnas d_4^- y d_4^+ , se dedujo que son conflictivas entre la tercera y la cuarta meta y de igual forma la segunda y la tercera meta. Acercarse a una de estas metas significa alejarse simultáneamente de las que están en conflicto y viceversa.

A continuación, se presenta un problema de localización de servicios, el modelado se realiza de acuerdo a los parámetros de un problema de localización de metas múltiples.

Ejemplo 2

El problema consiste en comparar dos localizaciones de servicios. Cada servicio puede estar modelado por separado, para ejemplificar únicamente se modelara el primer sitio; con cambios menores en los coeficientes y los valores requeridos se puede modelar el segundo servicio.

Las tres categorías de restricciones del análisis de localización de servicios, proporcionan la siguiente información:

- 1) la nueva planta producirá 1100 unidades por semana
- 2) minimización de recursos para la producción del servicio, económicamente tiene que estar determinado
- 3) maximización de la capacidad de requerimientos para el trabajo, material y utilidad
- 4) conversión de capacidades entre recursos que se tienen que investigar
- 5) costo total del presupuesto para el trabajo, material, utilidad y costo del transporte

La información anterior se tiene que utilizar para la modelación de una de las metas.

Restricciones de trabajo

La planta debe tener un mínimo de 100 unidades de eficiencia de trabajo x_1^L y 300 unidades de ineficiencia del trabajo x_2^L en la operación económica. La maximización del número de unidades de trabajo que se puede utilizar en la planta es de 600 para el primer servicio y únicamente 500 unidades para el segundo servicio (el segundo servicio en gran parte esta restringido por la falta de trabajo).

$$x_1^L - d_1^{L+} = 100$$

$$x_2^L - d_2^{L+} = 300$$

$$x_1^L + x_2^L + d_3^{L-} = 600 \quad (500 \text{ para el servicio 2})$$

Restricción de material

El servicio que se produce en la planta requiere dos tipos de materia prima; minimizar el uso de la primera materia x_1^M de 1000 unidades por semana, y minimizar el uso del segundo material x_2^M es de 2000. La maximización del número de unidades del material que se utiliza en la planta es de 3500 unidades.

$$x_1^M - d_1^{M+} = 1000$$

$$x_2^M - d_2^{M+} = 2000$$

$$x_1^M + x_2^M + d_3^M = 3500$$

Restricciones de utilidad

La planta utiliza dos tipos de carbón en la operación de producción. En primer lugar minimiza el carbón x_1^U , que es de 1000 unidades por semana y en segundo lugar minimiza el uso del carbón x_2^U , que es de 5000 unidades por semana. El máximo número de unidades de carbón que se puede utilizar en la planta es de 10000 unidades por semana, para el primer servicio se restringe a 9000 unidades por semana.

$$x_1^U - d_1^{U+} = 1000$$

$$x_2^U - d_2^{U+} = 5000$$

$$x_1^U + x_2^U + d_3^{U+} = 9000(10000 \text{ para el segundo servicio})$$

Restricciones de transporte

El nuevo servicio es la suma de dos operaciones comunes de las plantas. Las tres plantas abastecerán a 4 centros de distribución, de acuerdo con la demanda que se muestra en la tabla 8. Las restricciones de transporte pueden estar formuladas como:

Plantas de producción	Centros de distribución	Abastecimiento
1	y_{71} y_{72} y_{73} y_{74}	1500
2	y_{81} y_{82} y_{83} y_{84}	1800
3	y_{91} y_{92} y_{93} y_{94}	1100
Demanda	1400 1100 900 1000	4400

Tabla 8. Distribución y demanda

$$y_{71} + y_{72} + y_{73} + y_{74} + d_1^{T-} - d_1^{T+} = 1500$$

$$y_{81} + y_{82} + y_{83} + y_{84} + d_2^{T-} - d_2^{T+} = 1800$$

$$y_{91} + y_{92} + y_{93} + y_{94} + d_3^{T-} - d_3^{T+} = 1100$$

$$y_{71} + y_{81} + y_{91} + d_4^{T-} - d_4^{T+} = 1400$$

$$y_{72} + y_{82} + y_{92} + d_5^{T-} - d_5^{T+} = 1100$$

$$y_{73} + y_{83} + y_{93} + d_6^{T-} - d_6^{T+} = 900$$

$$y_{74} + y_{84} + y_{94} + d_7^{T-} - d_7^{T+} = 1000$$

Restricción de producción

La nueva planta espera generar 1000 unidades del producto terminado por semana. Esto toma 0.09 unidades de x_1^L , 0.40 unidades de x_2^L , 0.10 unidades de x_1^M , 0.04 unidades de x_2^M , 0.10 unidades de x_1^U , y 0.08 unidades de x_2^U .

$$0.09x_1^L + 0.40x_2^L + 0.10x_1^M + 0.04x_2^M + 0.10x_1^U + 0.08x_2^U + d_1^{P-} - d_1^{P+} = 1100$$

Restricciones de conversión

La productividad de los trabajos eficientes se representa por x_1^L , el 40% de productos ineficientes se representa por x_2^L . La planta permitirá la sustitución de trabajos eficientes por trabajos ineficientes de acuerdo a la siguiente restricción.

$$x_1^L - 1.4x_2^L + d_4^{L-} - d_4^{L+} = 0$$

También se determinó el primer tipo de carbón que es x_1^U , el segundo tipo de carbón abastecerá el 20% de energía. La planta permitirá la sustitución del primer tipo de carbón por el segundo tipo de carbón de acuerdo a la siguiente restricción.

$$x_1^U - 1.2x_2^U + d_4^{U-} - d_4^{U+} = 0$$

Restricciones de presupuesto

El costo por unidad de trabajo, material y utilidad están representados en la tabla 9. El presupuesto total de trabajo, material y utilidades por semana es de \$2600, \$110 y \$290 respectivamente.

Localización del servicio o sitio	Trabajo		Material		Utilidad	
	x_1^L	x_2^L	x_1^M	x_2^M	x_1^U	x_2^U
1	5.00	400	0.05	0.03	0.07	0.03
2	6.50	4.50	0.04	0.03	0.09	0.04

Tabla 9. Costo por unidad del producto

$$5x_1^L + 4x_2^L + d_5^{L-} - d_5^{L+} = 2600$$

$$6.5x_1^L + 4.5x_2^L + d_5^{L-} - d_5^{L+} = 2600(\text{únicamente para el segundo servicio})$$

$$0.05x_1^M + 0.03x_2^M + d_4^{M-} - d_4^{M+} = 110$$

$$0.04x_1^M + 0.03x_2^M + d_4^{M-} - d_4^{M+} = 110(\text{únicamente para el segundo servicio})$$

$$0.07x_1^U + 0.03x_2^U + d_5^{U-} - d_5^{U+} = 290$$

$$0.09x_1^U + 0.04x_2^U + d_5^{U-} - d_5^{U+} = 290(\text{únicamente para el segundo servicio})$$

El costo de transporte por unidad entre los tres fuentes de abastecimiento y los 4 centros de demanda cambia de sitio a sitio. El costo por unidad terminada desde la nueva planta del servicio 1, cada una de los 4 centros de distribución es \$0.30, \$0.50 \$0.40 y \$0.20 respectivamente. El costo de trabajo, terminada desde la nueva planta del servicio 2, cada uno de los 4 centros de distribución es \$0.40, \$0.60, \$0.10 y \$0.30 respectivamente. El costo total de transporte es de \$2100 por semana.

$$\begin{aligned}
 &0.4y_{71} + 0.6y_{72} + 0.3y_{73} + 0.5y_{74} + 0.9y_{81} + 1.0y_{82} + 0.3y_{83} + 0.8y_{84} \\
 &+ 0.3y_{91} + 0.5y_{92} + 0.4y_{93} + 0.2y_{94} + d_8^{T-} - d_8^{T+} = 2100 \\
 &0.4y_{71} + 0.6y_{72} + 0.3y_{73} + 0.5y_{74} + 0.9y_{81} + 1.0y_{82} + 0.3y_{83} + 0.8y_{84} \\
 &+ 0.4y_{91} + 0.6y_{92} + 0.1y_{93} + 0.3y_{94} + d_8^{T-} - d_8^{T+} = 2100(\text{segundo servicio})
 \end{aligned}$$

Función objetivo

La función objetivo que se puede usar para ambos servicios se presenta a continuación:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar } z = & p_1(d_1^{L+} + d_2^{L+} + d_3^{L-} + d_1^{M+} + d_2^{M+} + d_3^{M-} + d_1^{U+} + d_2^{U+} + d_3^{U-}) \\
 & + p_1 \sum_{i=1}^7 (d_i^{T+} + d_i^{T-} + d_i^{P-}) + p_2(d_4^{L+} + d_4^{L-} + d_4^{U+} + d_4^{U-}) \\
 & + p_3(d_5^{L+} + d_5^{L-}) + p_4(d_4^{M+} + d_4^{M-}) \\
 & + p_5(d_5^{U+} + d_5^{U-}) + p_6(d_8^{T+} + d_8^{T-})
 \end{aligned}$$

Resumiendo, el modelo para la primer sitio queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar } z = & p_1(d_1^{L+} + d_2^{L+} + d_3^{L-} + d_1^{M+} + d_2^{M+} + d_3^{M-} + d_1^{U+} + d_2^{U+} + d_3^{U-}) \\
 & + p_1 \sum_{i=1}^7 (d_i^{T+} + d_i^{T-} + d_i^{P-}) + p_2(d_4^{L+} + d_4^{L-} + d_4^{U+} + d_4^{U-}) \\
 & + p_3(d_5^{L+} + d_5^{L-}) + p_4(d_4^{M+} + d_4^{M-}) \\
 & + p_5(d_5^{U+} + d_5^{U-}) + p_6(d_8^{T+} + d_8^{T-})
 \end{aligned}$$

sujeto a:

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Meta 1

Restricciones de trabajo

$$x_1^L - d_1^{L+} = 100$$

$$x_2^L - d_2^{L+} = 300$$

$$x_1^L + x_2^L + d_3^{L-} = 600$$

Restricciones de material

$$x_1^M - d_1^{M+} = 1000$$

$$x_2^M - d_2^{M+} = 2000$$

$$x_1^M + x_2^M + d_3^{M-} = 3500$$

Restricciones de utilidad

$$x_1^U - d_1^{U+} = 1000$$

$$x_2^U - d_2^{U+} = 5000$$

$$x_1^U + x_2^U + d_3^{U-} = 9000$$

Restricciones de transporte

$$y_{71} + y_{72} + y_{73} + y_{74} + d_1^{T-} - d_1^{T+} = 1500$$

$$y_{81} + y_{82} + y_{83} + y_{84} + d_2^{T-} - d_2^{T+} = 1800$$

$$y_{91} + y_{92} + y_{93} + y_{94} + d_3^{T-} - d_3^{T+} = 1100$$

$$y_{71} + y_{81} + y_{91} + d_4^{T-} - d_4^{T+} = 1400$$

$$y_{72} + y_{82} + y_{92} + d_5^{T-} - d_5^{T+} = 1100$$

$$y_{73} + y_{83} + y_{93} + d_6^{T-} - d_6^{T+} = 900$$

$$y_{74} + y_{84} + y_{94} + d_6^{T-} - d_6^{T+} = 1000$$

Restricciones de producción

$$0.90x_1^L + 0.40x_2^L + 0.10x_1^M + 0.04x_2^M + 0.10x_1^U + 0.08x_2^U + d_1^{P-} - d_1^{P+} = 1100$$

Meta 2

Restricciones de conversión

$$x_1^L - 1.4x_2^L + d_4^{L-} - d_4^{L+} = 0$$

$$x_1^U - 1.2x_2^U + d_4^{U-} - d_4^{U+} = 0$$

Meta 3

Restricciones del presupuesto de trabajo

$$5x_1^L + 4x_2^L + d_5^{L-} - d_5^{L+} = 2600$$

Meta 4

Restricciones de presupuesto (material)

$$0.05x_1^M + 0.03x_2^M + d_4^{M-} - d_4^{M+} = 110$$

Meta 5

Restricciones de presupuesto (utilidad)

$$0.07x_1^U + 0.03x_2^U + d_5^{U-} - d_5^{U+} = 290$$

Meta 6

Restricciones de presupuesto (transporte)

$$0.4y_{71} + 0.6y_{72} + 0.3y_{73} + 0.5y_{74} + 0.9y_{81} + 1.0y_{82} + 0.3y_{83} + 0.8y_{84} \\ + 0.3y_{91} + 0.5y_{92} + 0.4y_{93} + 0.2y_{94} + d_8^{T-} - d_8^{T+} = 2100$$

$$x_j, y_{ij}, d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad \forall j \\ d_i^+ \cdot d_i^- = 0 \quad \forall i$$

Para la formulación del segundo sitio es muy similar a la modelación del primer.

Dada la complejidad del problema, los resultados de éste se expondrán de acuerdo a los resultados que se obtengan con el sistema de cómputo, en el siguiente capítulo.

El resultado que se obtenga, se basa en el algoritmo planteado, y además se integra al sistema de información geográfica.

IV. EL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN MULTIOBJETIVO Y LOS SISTEMAS DE INFORMACIÓN GEOGRÁFICA

En este capítulo se plantea la estructura básica que utiliza los sistemas de información geográfica, posteriormente se procede a resolver el problema de localización de servicios multiobjetivo de acuerdo al algoritmo, la interface y el sistema de información geográfica.

4.1. Definición del Concepto de sistemas de información geográfica

El término sistemas de información, se define como: "Base de datos computarizada que contiene información espacial". Otra definición sería: "Un conjunto de herramientas para reunir, introducir, almacenar, recuperar transformar y cartografiar datos espaciales sobre el mundo real para un conjunto particular de objetivos". La definición más adecuada para el estudio es formulada por la NCGIA (National Center for Geographic Information and Analysis): "Un sistema de hardware, software y procedimientos elaborados para facilitar la obtención, gestión manipulación, análisis, modelado, representación y salida de datos espacialmente referenciados, para resolver los problemas complejos de planificación y gestión".

Aronoff define al sistema de información geográfica como: "Un sistema computacional que provee cuatro funciones básicas la entrada de información, la consulta y manipulación de los datos, el análisis de la información y la salida impresa o digital".

Esta variedad de definiciones de sistemas de información geográfica es consecuencia de: El intenso debate académico acerca de la actividad principal que realiza un sistema de información geográfica, por ejemplo los sistemas de diseño asistido por computadora, los administradores de base de datos, la cartografía automatizada y la administración en redes son programas capaces de manejar datos geográficos.

La diferencia entre los sistemas de información geográfica y estos otros es en: "La habilidad del sistema de información geográfica consiste en integrar los datos incluyendo la búsqueda de información espacial y la sobre posición de capas de información". Estas funciones permiten realizar análisis de zonas de influencia y la sobre posición de distintos usos del suelo, es decir, la función principal del sistema de información geográfica es la de crear nuevos datos por medio de la integración de distintos mapas, mostrando la información original desde otro punto de vista.

Existen otros sistemas como el Land Information System que es un tipo especial del sistema de información geográfica, el cual se refiere a: "Sistemas que incluyen información sobre el dueño de la tierra. Utilizando principalmente en catastro el cual es definido como el reconocimiento legal de la propiedad de la tierra registrando su cantidad y valor comercial.

La información geográfica supone un grado mayor de complejidad en el manejo de los datos geográficos. La información geográfica responde a las preguntas de "quién, qué, cuándo, dónde y cuántos". El conocimiento a su vez, responde a la pregunta compleja de "cómo" y la interpretación de "por qué".

Los datos se convierten en información cuando pueden responder a las preguntas antes señaladas, una vez que se han procesado, interrelacionado entre

sí, interpretado y analizado. Los datos pueden ser apropiados o inapropiados para un determinado problema, pero sin duda, no se puede generar buena información si los datos de partida son inexactos y erróneos.

Existen dos tipos del sistema de información geográfica, el de tipo vectorial y el raster o rejilla. El primero maneja la información por medio de pares de coordenadas "X" y "Y", el segundo sistema maneja la información por medio de matrices donde cada renglón y columna representan un atributo de la superficie terrestre.

Sistemas de información geográfica vectorial

Una definición más formal del sistema de información geográfica vectorial es la siguiente: "Un sistema de información geográfica vectorial está basado en la representación vectorial del componente espacial de los datos geográficos, donde los objetos espaciales están representados de modo explícito y junto con la descripción de sus características espaciales, llevan asociados un conjunto de aspectos temáticos" (Bosque, 1992).

Por lo general están compuestos por un elemento que maneja la base de datos espacial y otro que maneja la temática, denominado sistemas de información híbrido; nombrado así por unir una base de datos relacional para los aspectos temáticos, con una base de datos topológicos para las espaciales.

Es necesario definir conceptualmente las relaciones entre los diversos elementos que la integran. Existen muchos métodos para llevar a cabo este análisis de datos, pero el más conocido es el enfoque llamado de entidad relación.

Sistema de información geográfica raster

Un sistema de información geográfica raster consiste en: "Un conjunto de mapas individuales, todos referenciados a la misma zona del espacio y representados digitalmente en forma raster; es decir; utilizando una rejilla de rectángulos regulares y de igual tamaño" (Bosque, 1992).

Un elemento esencial es el tamaño de la rejilla o pixel, y asociado con él, el número total de filas y columnas de la cuadrícula. El tamaño de pixel establece la escala del mapa, es decir, la relación que existe entre una longitud o superficie de la realidad (terreno) y su representación en el mapa.

Por ello, cuanto más pequeño sea el pixel más precisa será la representación de la realidad en el mapa, es decir, aspectos de menor tamaño de la realidad tendrán su contrapartida exacta en el mapa. Pero, al mismo tiempo, cuanto más pequeño sea el elemento base; mayor número de filas y columnas se necesitará para representar una misma posición del terreno.

La definición de la escala de un mapa raster es el siguiente: La longitud del pixel o unidad base de la rejilla raster, debe ser la mitad de la longitud más pequeña que sea necesaria representar, existentes en la realidad. Esto obliga, en primer lugar, a determinar cuanto mide la "unidad mínima cartografiable", de este valor se deduce el tamaño del elemento necesario para incluir en la base de datos.

La organización de la base de datos raster es más simple que la utilizada en el sistema de información geográfica vectorial, debido a que los aspectos espaciales y temáticos se registran de modo simultáneo. De esta forma se organiza la información en archivos independientes cuidando que contengan el

mismo tamaño de pixel y el mismo número de filas y columnas; utilizando cualquiera de los dos métodos existentes: enumeración exhaustiva o codificación run length.

El procedimiento de análisis en el sistema de información geográfica raster, los datos considera, en alguna medida la representación espacial. Este último, se divide en herramientas que operan sobre el conjunto total del mapa y los que actúan sobre algunas localizaciones especiales, que es posible diferenciar entre el pixel, la vecindad y la zona.

Entre los procedimientos de análisis en el sistema de información geográfica raster ésta el análisis por tipo de localización, donde se realiza un análisis estadístico de todos los valores temáticos incluidos en el conjunto, llevando a cabo las siguientes acciones: a) obtener el valor temático más representativo de los que tienen los pixeles incluidos en el conjunto, b) hallar el valor temático menos representativo de todos los existentes y c) establecer la variedad o variabilidad de los valores temáticos del conjunto de pixeles.

El análisis operativo se refiere a la reclasificación de valores temáticos en un mapa, la superposición de ellos, el cálculo de distancias y de "conectividad" o camino más corto entre puntos y el filtrado de mapas.

4.2. Metodología en la construcción del sistema de información geográfica

La construcción y operación de un sistema de información geográfica es un proceso a largo plazo, el cual se inicia con el descubrimiento del paquete y termina

con el sistema en operación. Sin embargo, el éxito o fracaso en la construcción de un sistema de información geográfica no depende solamente del hardware o software, depende también del factor humano. Por ejemplo, en el sistema de información geográfica es posible diseñar un mapa y reproducirlo cuantas veces sea necesario previniendo los múltiples problemas técnicos durante el proceso, en cambio el comportamiento de las personas es más difícil de predecir y controlar.

Esto se debe a que las personas están influenciadas no solo por las circunstancias que rodean a la tecnología, sino también por el contexto de la situación en que están envueltos. Por ejemplo, las decisiones que toman los políticos para el desarrollo de las regiones están influenciadas por intereses externos.

Tomando en cuenta estos factores es importante definir los objetivos y metas que se desean cumplir utilizando el sistema de información geográfica. A este proceso se le conoce como la implementación del sistema de información geográfica, la cual se define como la etapa en donde la tecnología y las personas se retroalimentan. Sin embargo, este proceso es demasiado lento debido a su carácter político determinado por la incorporación implícita de la empresa por parte de las personas involucradas en el aprendizaje del sistema de información geográfica.

Una vez establecida esta retroalimentación, comienzan a generarse los primeros flujos de información dentro de la misma organización, surgiendo así los primeros intentos de controlar dichos flujos, su uso y su distribución. Se practica entonces el llamado "poder de la información" influenciado por el concepto de "la información es poder" y fluye a través de la organización, quien determina el aumento de los recursos financieros a esta área.

De esta forma la herramienta computacional se convierte en una herramienta política, ya que ejerce un control sobre la información e incrementa el poder de los administradores y técnicos expertos en el funcionamiento del sistema de información geográfica. Por esta razón existe una fuerte tendencia de cada agencia a tener un estricto control de su información.

La implementación de un sistema de información geográfica se divide en seis etapas:

1. Descubrimiento
2. Definición de los requerimientos del sistema de información
3. Evaluación del sistema
4. Desarrollo y elaboración de un plan para el uso del sistema de información geográfica
5. Compra e inicio del sistema
6. Fase operacional

Descubrimiento

El personal de la empresa descubre las potencialidades del sistema de información geográfica y los posibles beneficios para la organización. La información sobre esta tecnología se filtra en la empresa por diversos medios, pero dependiendo de la posición del emisor dentro de la organización se establece la importancia de su idea.

El flujo de información de estas ideas viajan de tres formas diferentes: Primero de los niveles más altos de la empresa a las esferas más bajas; segundo, de las más bajas a los niveles altos y finalmente por la intervención de terceras

personas. En el primer flujo la principal ventaja es que la administración y asignación de los recursos se otorgan al desarrollo del sistema más fácilmente.

En segundo flujo de información las personas encargadas de desarrollar el trabajo son las que proporciona las ideas sobre el sistema de información geográfica y tienen ventajas de conocer realmente las limitaciones y capacidades del sistema. Finalmente, el último flujo se orienta por los consejos de vendedores del sistema de información geográfica o por colegas ajenos a la institución o por un tercer grupo dentro de la misma organización que tiene las mismas necesidades. Sin embargo, su principal problema reside en la competencia de los departamentos involucrados en el proyecto por el control del sistema de información geográfica.

Entre los principales problemas encontrados en la fase de implementación están los siguientes:

1. La información espacial es escasa y obsoleta.
2. La información espacial no esta disponible en un formato digital o estandarizado.
3. La definición de la información espacial no es consistente.
4. Los datos no están disponibles para el público en general.
5. Las técnicas de almacenamiento y consulta de los datos es inadecuada.
6. Las necesidades de los usuarios no se pueden resolver con los recursos actuales.

Definición de los requerimientos del sistema de información

La idea de los beneficios para la empresa es asimilada por el personal involucrado en el proyecto y se inicia un proceso formal y sistemático en la

recolección de información para alimentar el sistema de información geográfica. Al mismo tiempo comienza una etapa de análisis de las necesidades de los usuarios potenciales del sistema de información geográfica.

Paralelamente se inicia un periodo crítico en el desarrollo del sistema de información geográfica, ya que la influencia por parte de los distintos grupos que intervienen en este proceso es muy fuerte debido a su deseo de dar prioridad a sus necesidades.

Evaluación del sistema

Se proponen y evalúan sistemas alternativos. Dicho proceso toma en cuenta los resultados del análisis de las necesidades del usuario determinados en la etapa anterior. Al final de esta fase se toma la decisión formal de adquirir o no el sistema de información geográfica.

Este proceso se divide en dos fases: primero se recolecta información sobre los distintos sistemas de información geográfica en el mercado por medio del material impreso o recomendación de otras personas; posteriormente se evalúa si cumple con los objetivos establecidos en la fase anterior por medio de parámetros, como el manejo de la información y la calidad de los productos de salida.

Estos objetivos permiten establecer las funciones básicas del sistema de información geográfica, los requerimientos de información y los formatos de salida de los datos. Munro establece que se debe dividir esta fase en tres categorías: hardware, software y facilidad de manejo para el usuario, identificando los problemas más comunes de los sistemas de información geográfica.

1. Los métodos de enseñanza del sistema de información geográfica son pobres.
2. La documentación que acompaña al paquete es escasa.
3. El desempeño del software no cumple con las expectativas.
4. La asistencia técnica es lento e ineficiente.
5. La incorporación de la información es más costosa de lo previsto.
6. Se incrementa los precios en las actualizaciones del paquete.
7. El software no permite su modificación de acuerdo a las necesidades.

En segundo lugar, se seleccionan dos sistemas distintos y se les alimenta con información del propio usuario, procesándose con funciones establecidas en base a las necesidades del cliente. De preferencia, los datos usados para evaluar el sistema no deben ser conocidos por el vendedor y deben ser datos reales utilizados por el comprador.

Desarrollo y elaboración de un plan para el uso del sistema de información geográfica

Una vez seleccionado el sistema de información geográfica que se desea adquirir, es preciso establecer la estrategia para la asignación de responsabilidades, la capacitación del personal y los cambios administrativos que se requieran.

El plan debe ser desarrollado por las personas que están involucradas con el análisis, diseño, implementación y operación del sistema, ya que permite una justificación racional en la adquisición del sistema de información geográfica e influye en su futuro desempeño y en la asignación de recurso para su crecimiento.

Por otro lado, es preciso realizar un análisis de costos y beneficios de los resultados esperados por medio del sistema de información geográfica. Generalmente se han identificado cinco beneficios inmediatos:

1. Permite el almacenamiento y actualización de los datos de manera fácil y rápida.
2. Agiliza la manipulación de la información.
3. Aumenta la posibilidad de producir nuevos datos.
4. Se puede evaluar múltiples alternativas y análisis.
5. Permite tomar mejores decisiones

En la implementación del plan se debe describir cómo la tecnología, la información y las personas se integran en un sistema de información operativa, siendo el principal desafío lograr que dichos factores trabajen en conjunto. Para llevar a cabo este objetivo, es necesario intervenir recursos financieros y tiempos en cada uno de los elementos del plan.

Compra e inicio del sistema

Una vez que el sistema es adquirido e instalado, comienzan las sesiones de entrenamiento del personal. Al mismo tiempo empieza la construcción de las bases de datos y se establecen las primeras estrategias de operación del sistema. Por lo general, este proceso es lo más caro en la construcción del sistema de información geográfica. En consecuencia, es indispensable establecer controles de calidad de la información y los procesos alternativos para su actualización.

Además, es necesario delimitar las responsabilidades del proveedor del sistema de información geográfica en materia de asesoría técnica, capacitación y número de personas involucradas en el proyecto. Por otro lado, el usuario debe de

contar, dentro de su organización, con un mínimo de personal que sean capaces de manejar el sistema de información geográfica.

Fase operacional

En esta fase, los procedimientos técnicos se enfocan en mantener la accesibilidad del sistema de información geográfica y su actualización con el fin de facilitar los cambios en la información que la organización requiera, manteniendo los niveles de calidad en la producción cartográfica.

Se puede considerar que un sistema de información geográfica ha alcanzado su fase operacional, cuando el usuario es capaz de hacer uso racional y eficiente del sistema y cuando es capaz de solucionar problemas como el intercambio de información entre paquetes de forma eficiente y sistemática. Otro factor importante es la capacitación constante del personal que administra y maneja el sistema de información geográfica para que responda a las necesidades de los usuarios de manera responsable.

La información elaborada por medio del sistema de información geográfica presenta otro reto adicional: asignar la responsabilidad de las consecuencias originadas por la distribución de dicha información para el administrador del sistema de información geográfica. Esta responsabilidad del experto en sistema de información geográfica recae en cuatro aspectos fundamentales: la exactitud del contenido de la información, la exactitud en el contexto en donde están insertos los datos, el formato de intercambio entre las distintas fuentes de información y, finalmente, el enfrentar los problemas para cambiar distintos elementos estadísticos en la base original.

Por otra parte, un sistema de información geográfica concebido según la arquitectura abierta deberá cumplir con los siguientes conceptos:

- Implementarse en cualquier plataforma de hardware.
- Utilizarse en cualquier sistema operativo.
- Comunicarse a través de cualquier red
- Interactuar con los usuarios a través de una interface común.
- Accesar a cualquier sistema o Manejador de bases de datos (SMBD) que trabaje con cualquier formato de almacenamiento.

Se trata de un sistema compuesto por procedimientos algorítmicos funcionales genéricos para capturar, seleccionar, acceder, analizar, transformar, actualizar y desplegar elementos de una estructura o base de datos espacial, lo cual es uno de los objetivos de este trabajo de investigación.

La diferencia con las estructuras anteriores radica en la neutralidad del sistema con respecto a los formatos de los datos, opciones de las interfaces, modelos de periféricos y sistemas operativos, etc. el objetivo de esta concepción es integrar datos de diversas fuentes y naturaleza en un solo Manejador, para poder usar de múltiples formas y bajo un amplio rango de aplicaciones y llegar a niveles superiores de conocimiento e interpretaciones.

Existen cuatro elementos básicos dentro del sistema de información geográfica y son los siguientes:

Introducción de datos

Convierte los datos de su forma original a otra, puede ser interpretado por el sistema de información geográfica. Los datos georeferenciados provienen por lo

general de mapas en papel, hojas de cálculo, archivos electrónicos de mapas y sus datos asociados, fotoaéreas e imágenes de satélite. Este procedimiento es el más delicado y fundamental en la implementación del sistema de información geográfica, la construcción de grandes bases de datos pueden ser muy costoso, más que el hardware y software para el sistema de información geográfica.

De tal forma se debe considerar el tiempo que se piensa invertir en la captura y conversión de datos, de otro modo se sacrifica la calidad de la información, por otra parte, todos los datos deben de ser elegidos cuidadosamente al inicio del proyecto, evaluados en términos del procedimiento a realizar, la exactitud que desea obtener y el tipo de salida de la información.

Administración de los datos

Este componente del sistema de información geográfica incluye a aquellas funciones que permiten el almacenamiento y consulta de la información de la base de datos. Los métodos seleccionados para ejercer estas funciones influirán en la eficiencia del sistema de información geográfica al realizar operaciones con los datos; además es necesario establecer los alcances a corto y mediano plazo de los usuarios para definir la prioridad de la información dentro del sistema de información geográfica.

Manipulación y análisis de datos

La manipulación de los datos y las funciones de análisis, determinan la información que puede ser producida por el sistema de información geográfica. El usuario debe de determinar la manera en que los datos van a ser procesados e

involucrarse en el desarrollo del sistema de información geográfica para satisfacer sus necesidades.

Salida de la Información

Las funciones de salida son determinadas por los propios usuarios y pueden ser en formato digital, impresión en papel o en reporte estadístico. Sin embargo, se debe de considerar las necesidades del proyecto y las expectativas del usuario, con el fin de señalar las metas más reales en la emisión de resultados.

La función esencial del sistema de información geográfica es poder crear nuevos objetos o mapas en base a otros datos, como por ejemplo los polígonos Thiessen que son objetos definidos a partir de un punto o centroide siendo útiles en los análisis geográficos de la distribución o área de influencia.

La figura 5 resume los subsistemas de un sistema de información geográfica.

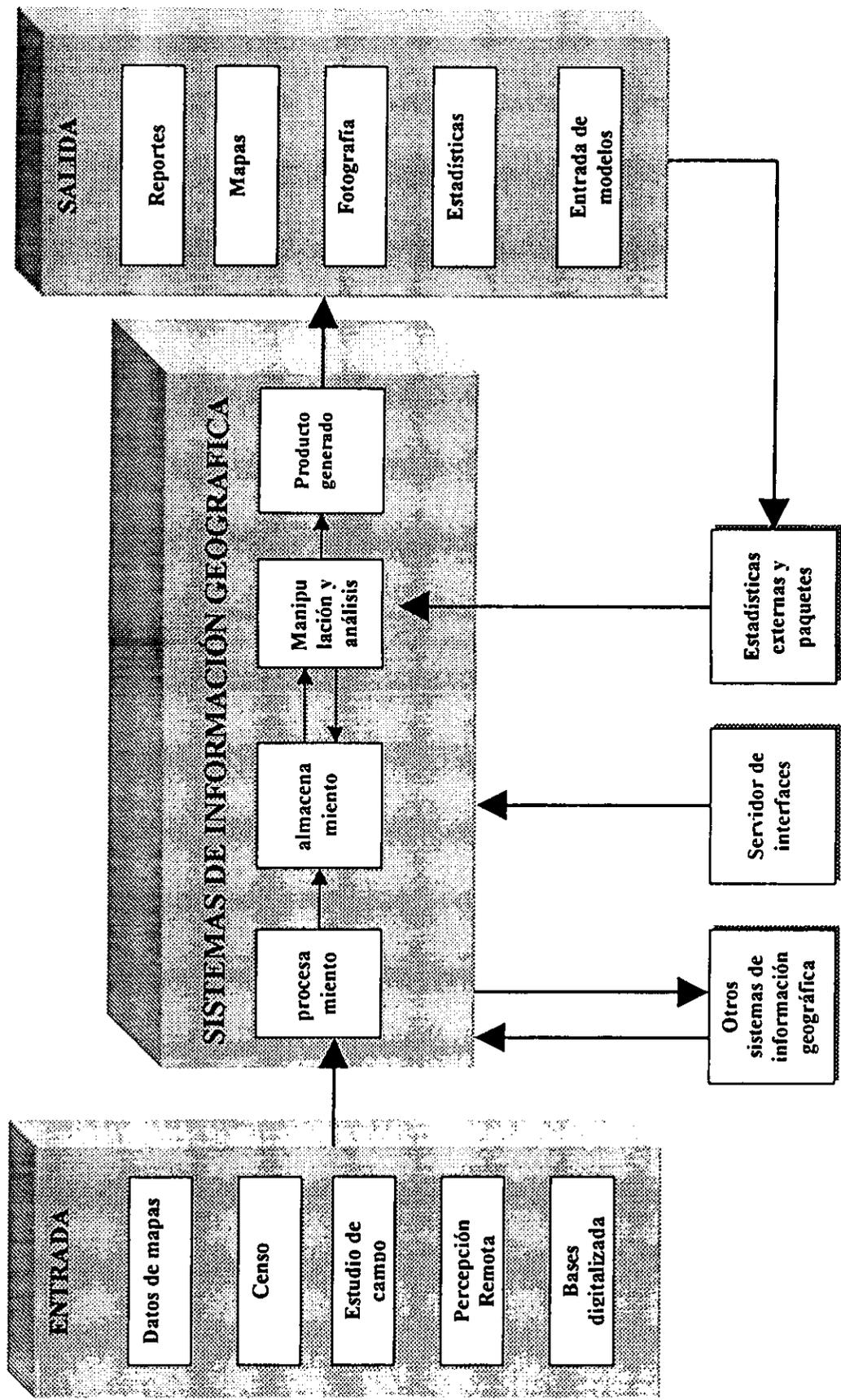


Figura 5. Subsistemas de un sistema de información geográfica

4.3. Análisis técnica de capas de información

Un ves que se haya recopilado los datos es necesario registrarlos en una base de datos común del mapa. El análisis técnico de los sistemas de información geográfica incluye el análisis de capas, modelación, áreas de influencia o limites y análisis de redes de los datos.

Análisis de capas o sobreposición de información

La habilidad de analizar los datos espaciales y los sistemas de información geográfica, desde la base de datos espacial, es muy importante la ayuda de un equipo de cómputo, desde el principio del diseño, diferentes paquetes, mapas, etc., los datos está definidos tal que cada capa de información contiene únicamente un simple atributo o etiqueta; cada una de las capas es seleccionado apropiadamente, para producir algún mapa que se desea. Cada dato es único de la capa de información que se derivó de la base de datos.

El número de datos requeridos serán rápidamente detectados si esta fuera de control, es decir, es una aproximación que realizan los sistemas de información geográfica; con esta habilidad de los sistemas de información se crean nuevas capas de información o dato de dos o más capas, como la que se muestra en la figura 6.

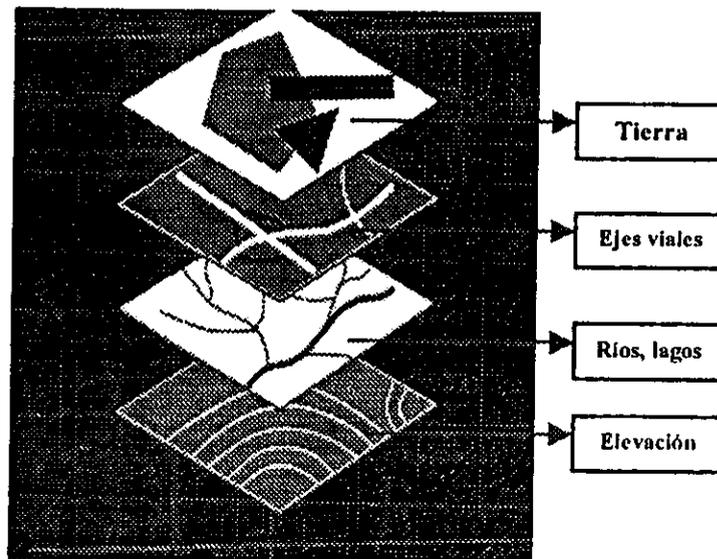


Figura 6. Sobreposición de capas de información

La habilidad para extraer información espacial desde una capa de datos, para combinar con otra información u otra capa de datos depende del uso del álgebra Booleana. Este procedimiento envuelve el uso de los operadores AND, OR, XOR y NOT; la manipulación de los datos espaciales se da por la calificación de falso o verdadero. Es posible la combinación de diferentes capas de datos formando nuevas capas. El concepto de sobreposición de capas de datos logra la precisión de la información.

El análisis de sobreposición de información, en general se puede dividir en dos categorías: operaciones de punto y operaciones de región. Las operaciones de punto pueden ser desde operaciones booleanas como simples multiplicaciones de funciones por un escalar. En suma, en las operaciones de punto se pueden

involucrar muchas funciones complejas como grupo, el análisis de discriminación, análisis de los componentes principales y otros como técnicas las estadísticas.

La vecindad o región de operaciones difiere de las operaciones de punto es que ellas obtienen un punto en su vecindad o a una región específica. Estos procesos son mucho más complicados que las operaciones de punto, porque involucra el uso de los componentes espaciales de los datos en orden del operando. En esta vecindad de operaciones su utilidad es real a través del sistema de información geográfica. La medida de correlación los diversifica como sería la inclinación y los aspectos de operaciones de vecindad, este tipo de operaciones proporcionan mayor información acerca de la vecindad o la región de operaciones.

Modelación

La palabra modelo puede medir diferentes tipos de cosas o diferentes personas. Estos aspectos de modelación de información espacial, serán discutidos en esta sección: modelación cartográfica, simulación (aproximación) y modelos predictivos.

El primer aspecto de modelación es llamado "modelación cartográfica", en esta aproximación, el uso de la información espacial es representado con un problema, el responsable será cauteloso en la terminación del proyecto. Instantáneamente, en la modelación cartográfica, sugiere detalladamente el flujo característico de los datos y se planea cuidadosamente planeado a decidir que dato es importante que serán usados.

La modelación de aproximación; en este caso, se prueba la simulación como fenómenos complejos usando una combinación espacial e información no espacial.

Estas aproximaciones generalmente requieren un experto quien conoce la base de la construcción de la simulación o el modelo. Por ejemplo, uno mide el uso de la siguiente información espacial, vegetación, elevación, aspectos de inclinación, carreteras, ríos, etc., esta información será combinada en algún modelo con ciertos pesos usado la prioridad más importante en cada capa de la información. En suma se calcula la distancia (es decir, distancia desde caminos, distancia de ríos) y las medidas de diversidad están incluidas en el modelo.

El ultimo aspecto de la modelación son las técnicas estadísticas, que se utilizan para construir un modelo que sea capaz de predecir el uso de la información espacial. La herramienta estadística que se usa en la construcción del modelo, es el análisis de regresión. El primer paso de este es la recopilación de la información acerca del fenómeno que uno desea modelarlo. El conjunto de esta información se usará para la construcción estadística del modelo. La construcción del modelo es ejecutada para buscar cada capa de la información espacial y cada componente de la información espacial, esto se analiza con la correlación del fenómeno que se desea predecir.

Zonas de influencia o limites

El término de zonas de influencia se introdujo en las ciencias ambientales. Este significado es útil en áreas de la tierra entre alguna competencia de industria y residencia. Generalmente la zona de influencia se puede definir como un área de influencia alrededor de un punto, línea o polígono. El sistema de información geográfica ofrece la capacidad de definir una distancia fija.

Análisis de redes

El análisis de redes es una técnica, la cual representa el flujo por medio de una línea que conecta a ciertos nodos u objetos a través del área; esto es especialmente útil en hidrología, transporte y otras disciplinas que estudia el flujo de un objeto.

En suma, se recomienda el uso de los sistemas de información geográfica como una herramienta para la toma de decisión; lo cual existe una fuerte conexión con las herramientas computacionales y el conocimiento teoría de los modelos matemáticos, que ayudan a resolver los problemas con una cierta congruencia con la realidad.

4.4. Integración del modelo, algoritmo y sistemas de información geográfica

En esta sección se trata de mostrar gráficamente y en forma explícita el procedimiento que se siguió, para solucionar el problema de localización de servicios multiobjetivo, así como, la importancia que tienen los sistemas de información geográfica.

Los primeros 3 capítulos de este trabajo se encargaron de explicar la estructura del problema, junto con la transformación del problema de localización de servicios a uno de programación de metas multiobjetivo, la modelación del mismo y la modificación del algoritmo de solución.

El primer paso fue establecer el punto de partida, para el trabajo de investigación, abordando el área de investigación de operaciones, así mismo, se

analizó las limitaciones que tiene dicha área. Posteriormente, se definió las características principales que tiene un problema de localización de servicios del caso continuo, y también se encontraron ciertas limitaciones y se superó transformando, dicho problema a uno de localización de servicios multiobjetivo, pero aún existe la inquietud de que la solución que se obtenga con el algoritmo sigue siendo una resolución teórica o matemática, entonces surge la pregunta ¿cómo lograr que esta solución sea más congruente con la realidad?, la respuesta a esta pregunta se soluciona con la integración de los sistemas de información geográfica.

Los sistemas de información geográfica tienen los datos como el censo, mapas digitalizadas, campo de estudio, datos espaciales, etc., cada uno de estos, esta respaldado por un conjunto de base de datos. La base de datos es muy importante, porque de ahí es donde se accesa la información para el sistema, lo cual, se utiliza para resolver el problema de localización de servicios multiobjetivo.

La información que proporcionan los sistemas de información geográfica aún no se ha explotado apropiadamente, porque no es tan fácil de homogeneizar los datos y con ello crear sistemas que nos ayuden a manejar apropiadamente la información, junto con los modelos matemáticos, todo esto con la finalidad de que el decisor tenga mayor herramienta para la toma de decisión en el sector publico o privado y en cualquier otro ámbito que se requiera tomar alguna decisión.

En la siguiente figura muestra la integración de los cuatro capítulos de este trabajo de investigación, así como, el flujo de la información de la modelación del problema de localización de servicios multiobjetivo, así como la herramienta computacional, para la construcción de la interface.

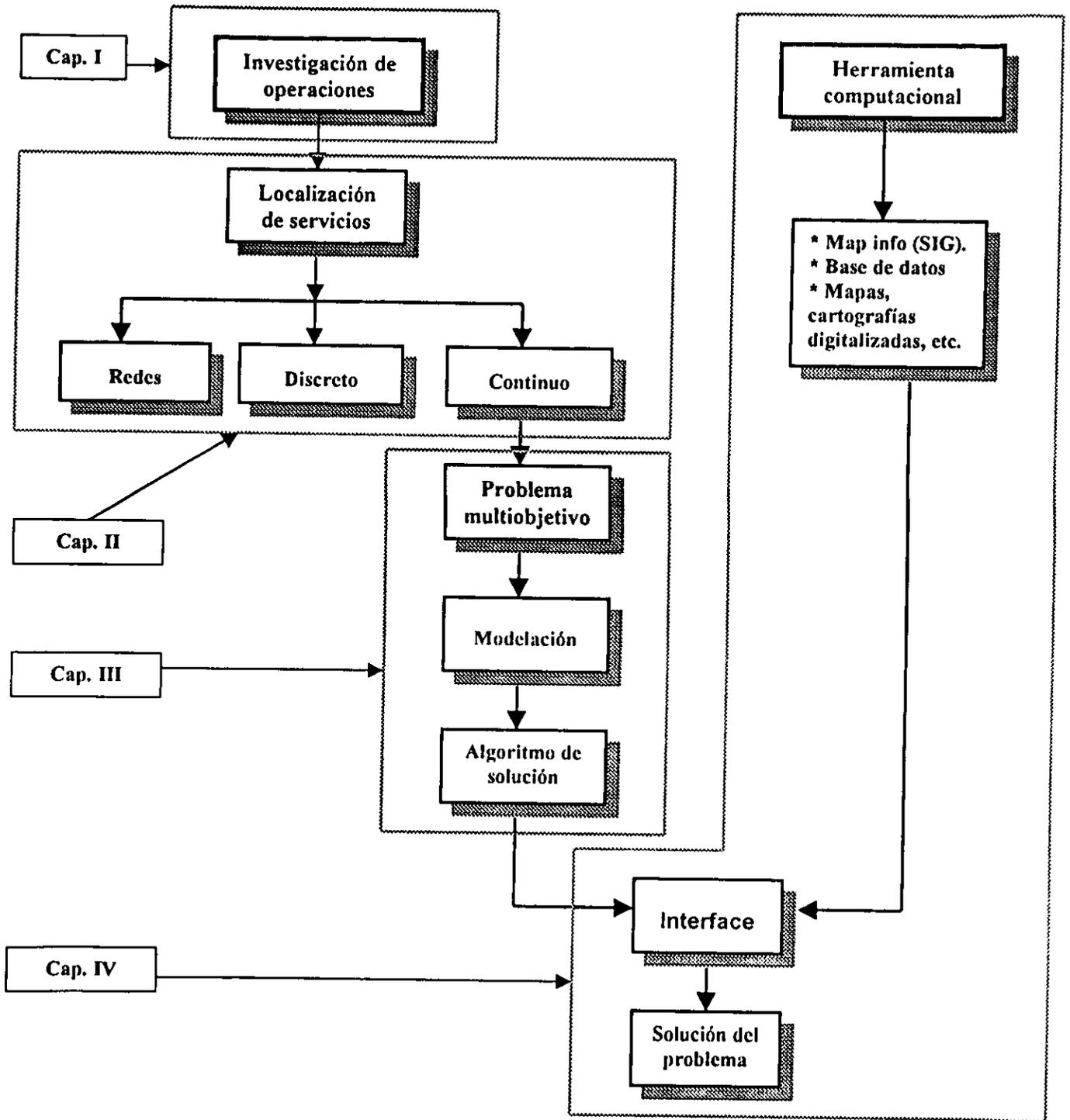


Figura 7. Diagrama de integración.

4.5. Diagrama de bloques de la interface

En el siguiente diagrama de bloques se establece los componentes principales que se requiere para la construcción de la interface y la "optimización" del problema de localización de servicios multiobjetivo, retomando todo el fundamento teórico que se estableció en los capítulos anteriores, con ello se resalta la tabla 2, 3 y la figura 4 y 5.

La tabla 2, 3 y la figura 5 muestran los datos de entrada que se requiere para alimentar la interface, sin estos datos será imposible obtener alguna solución que satisfaga las metas planteadas en el modelo.

La figura 4, establece la estructura lógica del algoritmo que resuelve el problema de localización de servicios multiobjetivo, relacionando los datos con el sistema de información geográfica, las bases de datos que se utiliza, para la solución del problema de localización de servicios multiobjetivo, son los siguientes:

Ejes viales

Nivel de ingreso por AGPS (por manzana)

Población

lo cual, se interpreta que cada meta es una capa de información que se maneja en el sistema, es decir, si una de las metas es minimizar el costo de transporte entonces, la capa de información que se accesa es la de ejes viales y así sucesivamente.

La interacción de la interface se realizó el análisis, el diseño y se programo para poder incorporar los datos, se probó con los ejemplos que se plantearon en la sección 3.4, dichos resultados se exponen en la siguiente sección.

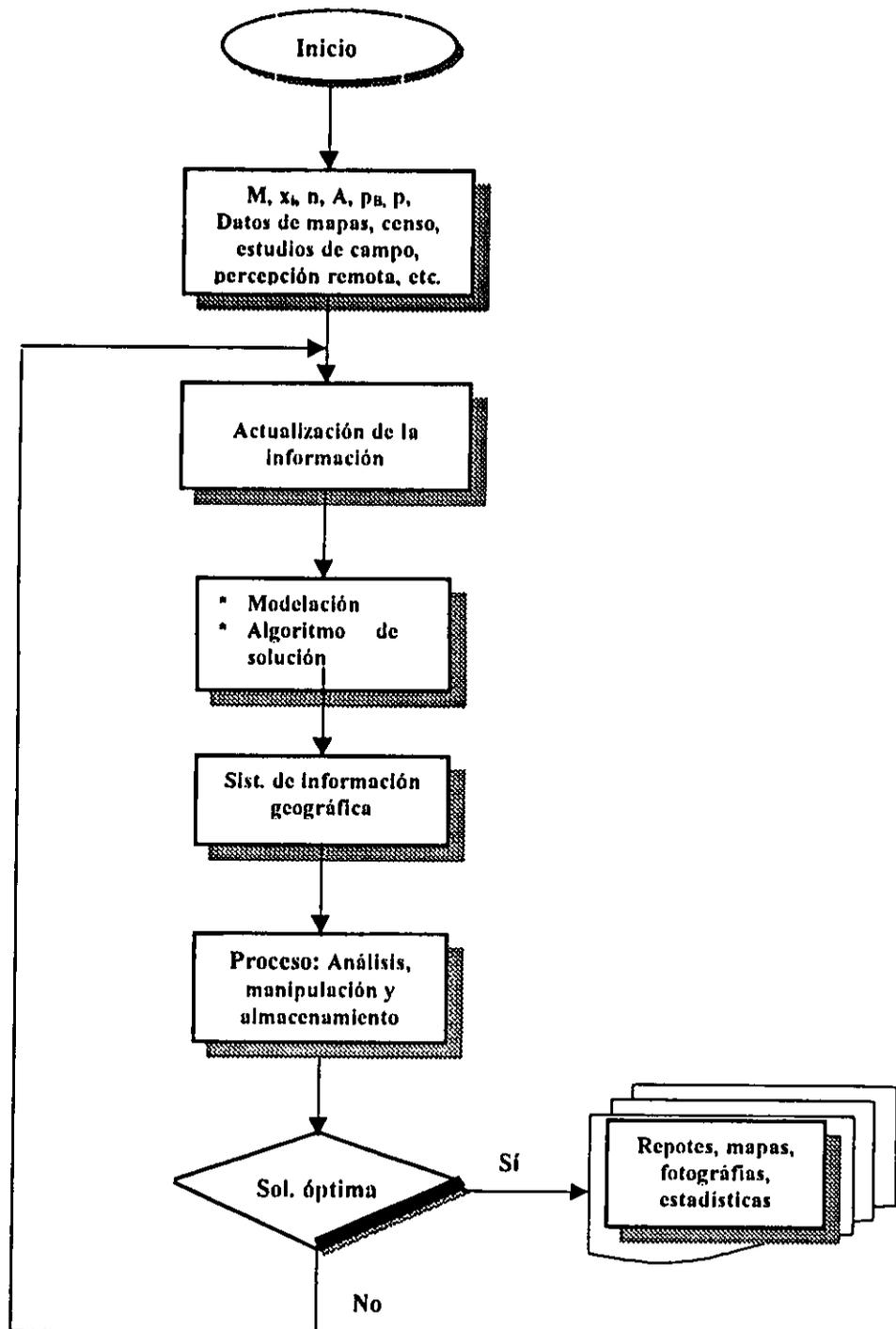


Figura 8. Diagrama de bloques de la interface.

El análisis de resultados que se presenta a continuación, esta basado en los principios de programación de metas, y utilizando los sistemas de información geográfica,

4.6. Análisis de resultados

El procedimiento que se aplicó para resolver el problema es el mismo algoritmo que se presentó en la sección 3.3, dicho algoritmo esta basado en el algoritmo de Lee.

El ejemplo prueba que se presenta fue planteada en la sección 3.4, como ejemplo 2, en dicha sección se planteo el modelo, lo cual quedo indicado para resolverlo con la interface; los resultados se muestran en la tabla 10 y 11. Posteriormente, se explica detalladamente los resultados, y la interpretación que tiene, de acuerdo con el problema planteado.

Variables	Sitio 1	Sitio 2	Descripción
x_1^L	300	200	Unidades de tipo 1 (trabajo)
x_2^L	300	300	Unidades de tipo 2 (trabajo)
x_1^M	1500	1500	Unidades de tipo 1 (material)
x_2^M	2000	2000	Unidades de tipo 2 (material)
x_1^U	3230	3320	Unidades de tipo 1 (utilidad)
x_2^U	5000	5000	Unidades de tipo 2 (utilidad)
y_{71}	1300	1400	Excelente ubicación de la planta 1 al centro de distribución 1
y_{72}	200	100	Excelente ubicación de la planta 1 al centro de distribución 2
y_{82}	900	900	Excelente ubicación de la planta 2 al centro de distribución 2
y_{83}	900	900	Excelente ubicación de la planta 2 al centro de distribución 3
y_{91}	100	--	Excelente ubicación de la planta 3 al centro de distribución 1
y_{92}	--	100	Excelente ubicación de la planta 3 al centro de distribución 2
y_{94}	1000	1000	Excelente ubicación de la planta 3 al centro de distribución 4
d_1^{L+}	200	100	Sobreutilización de trabajo tipo 1, más allá del mínimo de unidades requeridos.
d_1^{M+}	500	500	Sobreutilización de material tipo 1, más allá del mínimo de unidades requeridos.
d_1^{U+}	2230	2320	Sobreutilización de utilidades (carbón) tipo 1, más allá del mínimo de unidades requeridos.
d_3^{U-}	1770	2680	Subutilización de máxima capacidad entre tipos de carbón
d_4^{L-}	120	220	Subutilización mínima de trabajo de la meta por unidad
d_4^{U-}	900	900	Subutilización mínima de utilidad de la meta por unidad
d_5^{L+}	100	50	Exceso de trabajo del costo de presupuesto
d_4^{M+}	25	10	Exceso de material del costo de presupuesto
d_5^{U+}	86.1	208.8	Exceso de utilidades del costo de presupuesto
d_8^{T+}	40	50	Exceso del costo de transporte

Tabla 10. Valores óptimos de ejemplo 2

Prioridad	Meta	Sitio 1	Sitio 2
1	Capacidad de requerimientos	4700	5600
2	Requerimientos de conversión	1020	1120
3	Presupuesto de trabajo	100	50
4	Presupuesto de material	25	10
5	Presupuesto de utilidades	86.1	208.8
6	Presupuesto de transporte	40	50

Tabla 11. Análisis de las metas

Examinando las variables en conexión con el análisis con sus respectivos metas proporciona la siguiente información. El propósito de p_1 fue creado en un intervalo de soluciones maximizando requerimiento y minimizando la capacidad de requerimiento para la nueva planta adheriendo a la solución. Estos parámetros fueron cumplidos para ambos sitios de localización. La suma de las desviaciones refleja los hechos que especifica un valor dentro del intervalo (es decir, 4700, 5600) fue escogida y así se necesita la generación de alguna desviación. La interpretación de estas desviaciones no implica que la meta falto satisfacerse, p_2 busca lograr una localización ideal entre los recursos sustituibles, en el caso de trabajo, puede ser buscado el exceso entre capacidad máxima y el trabajo mínimo requerido, lo cual, fue ubicado lo más alto posible, pero productivamente deseable y experto en el trabajo, x_1^L , debido a la conversión de la restricción. Similarmente la moda de las utilidades fue localizada, aunque la máxima disponibilidad de los tipos de carbón nunca fue totalmente utilizado. Las primeras dos propiedades tienen una pequeña comparación de valores para el costo, contra el presupuesto, sin embargo

el mejor de p_3 , p_4 , p_5 y p_6 es estrictamente para costos de comparación, la suma de las desviaciones para estas prioridades proviene el valor del dinero que puede ayudar en la selección del costo mínimo del sitio de localización. Estas prioridades representan la cantidad de dinero sobre el presupuesto del trabajo, utilidad, y los costos de transporte respectivamente, para el primer sitio el total es de \$1251.10 y para el segundo sitio es de \$318.80. El primer sitio, el presupuesto es menos desbordante, por lo tanto es más preferible. Estos costos están por encima o por debajo de los costos de construcción, sitio de taxis y la tierra misma se agregará al total por encima de cada sitio. Estos sobrepasan todas las medidas que se proporcionan para tomar las decisiones con costos específicos estimados, reflejando las consideraciones simultaneas de conversión y sustitución de recursos, será una restricción local que puede significar en la última solución.

El procedimiento de la aplicación se demostró que el modelo de programación por metas, lo cual es útil en el problema de localización de servicios multobjetivo, la entrada del modelo proporciona la cantidad total del dinero excedente del presupuesto para cada uno de los cuatro mejores elementos estudiados. Estos costos excedieron en tiempo de ejecución tomando en consideración el beneficio posible, en intercambios simultáneos de sustitución de recursos que existe en la decisión del medio. La inclusión de las consideraciones simultaneas del intercambio de recursos permite tomar los modelos superiores a las técnicas comunes de selección de sitios que enfoca en un análisis de un solo extensión del elemento como el tiempo.

Resumiendo, el problema de localización de servicios se ha resuelto en forma completa, ya el algoritmo de solución ha sido eficiente y la interface con los sistemas de información geográfica, permite obtener una solución más congruente con la realidad.

V. CONCLUSIONES Y EXTENSIONES

En esta sección trataremos de enfatizar los elementos más importantes que se obtuvieron en la realización de este trabajo de investigación.

Como se explicó, el problema de localización de servicios multiobjetivo esta compuesto por un conjunto de metas que son conflictivas e inconmensurables, es decir, las metas tienen distintas unidades de medición, por ejemplo, en una empresa se puede plantear como objetivos minimizar los costos y maximizar la calidad de los servicios, o maximizar el beneficio y minimizar el impacto ambiental. Posteriormente se le asocia a cada alternativa, un criterio u objetivo con un grado de deseabilidad; se busca, mediante cualquier técnica, una solución o un conjunto de posibles soluciones alternativas. Dichas soluciones posibles son aquellas que satisfacen las restricciones y los deseos o preferencias, las cuales se efectúan sobre las metas planteadas.

1. Como nos podemos dar cuenta, a través de este trabajo, se establecen las desventajas que tiene al utilizar técnicas básicas de investigación de operaciones, para la solución de problemas multiobjetivos, es decir, se tiene un conjunto de objetivos que se tienen que maximizar o minimizar.
2. La programación de metas es una técnica blanda, ya que relaja los objetivos, por tal razón, se denomina metas, y se introduce el término de deseabilidad.
3. La programación de metas ayuda a resolver problemas, donde se tiene un conjunto de metas que se tienen que satisfacer, y con ello ayuda a tomar una mejor decisión en cualquier ámbito.

4. En este trabajo de investigación se analizó la principal estructura de la modelación de un problema de localización de servicios y la transformación de dicho problema a un problema de programación de metas múltiples, como el que se presentó en el capítulo 3, es muy útil y sencillo de modelarlo, ya que en dicha sección se especificó cada uno de los componentes del modelo.
5. Otra característica primordial, es la estructura del modelo, lo cual, permite utilizar un gran número de metas y también de variables, lo único que se recomienda es conservar el esquema del modelado.
6. En el problema de localización de servicios multiobjetivo, no se tiene ninguna función objetivo, en lugar de ello se introducen las variables de desviación, ya que con ello se minimizan las distancias que existen entre las metas, y a su vez se multiplica por una constante que se le denomina nivel de prioridad de la meta.
7. Con la programación de metas se resuelve en forma completa el problema de localización de servicios multiobjetivo, en la sección 3.4, del ejemplo 2.
8. En este trabajo de investigación se realizó la modelación y se analizó el algoritmo más significativo para resolver **el problema de localización de servicios con metas múltiples**, el cual propone una nueva estrategia para la solución del problema, basada en la unificación de los sistemas de información geográfica y las técnicas de modelado de programación de metas múltiples, en un mismo esquema. Estrategia que cuando se aplica al problema de localización, resulta de gran utilidad. Además, con este enfoque se explota simultáneamente los datos que tienen los sistemas de información geográfica y las técnicas de investigación de operaciones, lo que trae como consecuencia la precisión y confiabilidad de los resultados y la solución del problema sea satisfactoria.

9. Los sistemas de información geográfica son muy importantes, porque permiten relacionar y conectar la solución teórica a una solución más congruente con la realidad, porque a su vez los decisores pueden interpretar los resultados obtenidos de una forma más simple.

10. El principal problema que tienen los sistemas de información geográfica en nuestro país, es la carencia de una metodología racionalizada que permita obtener el mayor provecho de esta herramienta en el análisis de los fenómenos espaciales. Dicho problema se agudiza aún más por la nula homogeneidad en las fuentes de información cartográfica, ya que se trabajan distintas escalas o procesos de digitalización en su elaboración. Es menester organizar la información producida por las instituciones públicas, académicas y privadas con el fin de no duplicar el trabajo y crear un sistema de información más acorde con las necesidades que requiere la población.

11. Es urgente que los sistemas de información geográfica se establezcan a corto plazo como una disciplina teórica, que analice los fenómenos territoriales, y que permita el manejo de modelos matemáticos, con el fin de solucionar el problema y proporcionar alternativas para el decisor.

12. La interface se programó en Visual Basic, y también se utilizó el sistema de información geográfica, conocido como Mapinfo, donde está almacenado todos los datos, con la cual se trabajó para obtener la solución del ejemplo prueba.

Extensiones

Entre los problemas que se deben analizar como extensión de este trabajo se tienen los siguientes:

Planificación de la producción:

Estos problemas generalmente son difíciles de modelar en la planificación agregada de la producción y la fluctuación de la demanda en función del tiempo. Generalmente se han utilizado las siguientes estrategias, en forma individual o combinada, para hacerle frente a este problema:

- a) Ajuste de la fuerza laboral despidiendo o contratando personal.
- b) Ajuste de los niveles de maquilación, manteniendo constante el nivel de producción interno.
- c) Ajuste de los niveles de inventario.

Además de la variación de la demanda existen otros factores que complican más la modelación de la planificación de la producción como son: la variación de los costos de insumos, los factores estacionales, el grado de exactitud en los pronósticos de ventas, entre otros. Los modelos tradicionales de planificación de la producción adolecen de muchas fallas, ya que no se puede adaptar el análisis simultáneo de todos los factores anteriores. Sin embargo, un modelo que permite el cambio de metas empresariales, también permite analizar las diferentes alternativas de planificación de la producción. Un modelo con estas características es la programación con metas múltiples. Esta meta se refieren principalmente al nivel de:

- a) Producción
- b) Empleo

c) Inventario.

Intercambiando prioridades de cada una de estas metas se pueden formular modelos de planificación de la producción, viables de ser operados.

Decisiones financieras

En el análisis de los sistemas financieros se establecen metas de:

- a) Estructura de capital.
- b) Política de pago de dividendos a los accionistas.
- c) Incremento de las ganancias.

Estas metas pueden ser incompatibles en muchos casos. Los métodos financieros tradicionales no pueden abarcar a las 3 metas propuestas en forma simultánea; en cambio los modelos de programación con metas múltiples sí pueden.

Suponga una compañía que renta equipo de construcción a compañías constructoras. Esta empresa busca las 3 metas propuestas anteriormente.

El incremento de sus ganancias y de los dividendos a sus accionistas se pueden generar únicamente mediante la inversión en equipo nuevo de construcción. Por lo tanto, se puede hablar de variables continuas (no necesariamente enteras), ya que una unidad de equipo de construcción no representa necesariamente un incremento apreciable en las ganancias y dividendos.

La meta financiera más importante de esta empresa es poder pagar a sus accionistas un dividendo mínimo anual. La segunda meta es incrementar las

ganancias de la empresa en un 20% anual (índice de incremento). La tercera meta es pagar dividendos extras a los accionistas (además del pago mínimo de dividendo), equivale al 50% de las ganancias netas anuales. Obviamente esta meta puede no cumplirse, si se requiere obtener tasas mayores de crecimiento (reversión).

Las ganancias se pueden incrementar sólo si se mantiene un nivel suficiente de inversión. Existen 3 fuentes para la generación de fondos de inversión:

- a) Préstamos para la compra de equipo nuevo.
- b) Deuda subordinada (emisión de acciones).
- c) Autofinanciamiento (ahorro).

No se contempla la emisión futura de nuevas acciones de la empresa en la Bolsa de Valores en los próximos 4 años. Una parte de los fondos de inversión se generan a través de la depreciación de equipo y reservas provenientes de la deducción de impuestos. Sin embargo, estas fuentes no son suficientes y se debe recurrir al préstamo. Los préstamos por compra de equipo no pueden representar más del 80% del valor total de la nueva inversión y deben pagarse en un periodo de 15 años. El total del préstamo no puede exceder al doble de la suma del activo más la deuda subordinada (emisión de acciones) en cualquier periodo de tiempo. Por lo tanto, es necesario retener ganancias para incrementar ganancias y pagar altos dividendos.

Se establece, como cuarta y última meta, que durante en cuarto año se puede incrementar la deuda subordinada (emisión de nuevas acciones) hasta en un 43% del valor del activo al principio de ese periodo menos la deuda subordinada anterior.

La programación con metas múltiples resuelve problemas lineales con metas múltiples, conflictivas e inconmensurables.

El problema de localización de servicios multiobjetivo lineal al transformarlo a un problema no lineal; podría ser otro trabajo de investigación, dado que existen muchos problemas de la realidad que son no lineales y además incompatibles entre las metas. Lo cual se considera un trabajo de investigación posterior.

REFERENCIAS

- Aceves, G. R., 1996, "Un algoritmo para resolver el problema de localización de servicios con restricciones de demanda y adicionales", Tesis doctoral, UNAM
- Aronoff, Stan, 1989, "Geographic information systems: a management perspective", WDL Publications, pág. 39.
- Arenas, Parra M. Mar, 1997, "Programming model for evaluating hospital service performace", Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Series, vol. 455, págs. 57-65.
- Armstrong, P. Marc and Densbam, J. Paul, 1992, "Demain descomposition for parallel processing of spatial problems", Comput. Environ. and Urban Systems, vol. 16, págs, 497-513.
- Bosque, S. Joaquin, 1992, "Sistema de información geográfica", Rialp, S. A.
- Campbell, Heather, 1992, "The impact of geographic information systems on british local government", Comput. Environ. and Urban Systems, vol. 16, págs, 531-541.
- Clarke Graham, 1997, "Applied spatial modelling for business and service planning", Comput. Environ. and Urban Systems, vol. 21, no. 6, págs, 373-376.
- Charnes, A. and Cooper, W. W., 1961, "Management models and industrial applications of linear programming", vol. 1, New York, págs. 210-223, 288-325.
- L. Cooper, 1963, "Location-allocation problems", Ops. Res. 11, 331-343
- L. Cooper, 1972, "The transportation-location problem", Ops. Res. 20, 94-108

Churchman, C. W. Ackoff, R. L. y Arnoff, E. L., 1957, "Introduction to operations research", John Wiley & Sons.

Copas, O. A. Gpe. 1996, "La programación no lineal en la solución del problema de localización", Tesis, UNAM.

Dangermond, Jack, 1988, "Trends in gis and comments", Comput. Environ. And Urban Systems, vol. 12, págs, 137-159.

Ding, Yuemin, Baveja and Batta, Rajan, 1994, "Implementing larson and sadia's location in a geographic information system", Comput. Ops. Res., vol. 21, no. 4 págs. 447-454.

Douglas, J. William, 1995, "Environmental GIS application to industrial facilities", Mapping Sciences Series.

Ecker, J. G. and Kouada, I. A., 1975, "Finding efficient points for linear multiple objective programs", Mathematical Programming, no. 8, págs. 375-377.

Evans, J. P. and Steuer, Ralph E., 1973, "A revised simplex method for linear multiple objective programs", Mathematical Programming, no. 5, págs. 54-72.

Fischer, M. Manfred, 1994, "From conventional to knowledge-based geographic informational systems", Comput. Environ. and Urban Systems, vol. 18, no. 4, págs, 233-242.

Francis, R. L. and J. M. Goldstein, 1974, "Location teory". A selective Bibliography. Orsa.

Francis, R. L. and White, John A., 1974, "Facility layout an analytical approach", Ed. Cliffis, N. Y., Prentice-Hall.

Gass, I. Saul, 1996, "On the education of a multi-criteria resercher: a personal view", Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Series, vol. 455, págs. 5-27.

Ghosh, Avijit and Gerard, Rushton, 1988, "**Reviews**", *Comput. Environ. and Urban Systems*, vol. 12, págs. 273-475.

Goeffrion, A. and McBride, R., 1978, "**Lagrangean relaxation applied the capacitated facility location problem**", *AIIE Transaction*, no. 10, págs. 40-74

Grimshaw, J. David, 1994, "**Bringing geographical information systems into business**", Copublished in the United States, John Wiley & Sons Inc. New York.

Hwang, Ching-Lai, Abu Syed, Mod. Masud., *** "**Multiple objective decision making-method and applicatios, a state of art**", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Series*, vol. 164, págs. 45-101.

Ignizio, P. James, 1981, "**Generalized goal programming**", *Comput. Ops. Res.*, vol. 10, no. 4. págs. 277- 289

Ignizio, P. James, 1981, "**Technical note, comments on the special volume: mathematical programming with multiple objectives**", *Comput. & Ops. Res.*, vol 8, No. 4, págs. 355-356.

Ijiri, V., 1965, "**Management goal and accounting for control**", Amsterdam: North-holland Publishing.

Ignizio, P. James, 1981, "**The determination of a subset of efficient solutions via goal programming**", *Comput. & Ops. Res.*, vol 8, págs. 9-16.

Ignizio, P. James, 1985, "**multiobjective mathematical programming via the multiplex model and algorithm**", *European Journal of Operational Research*, no. 22, págs. 338-346.

James, W. Robert and Alcorn, A. Paul, 1991, "**A guide to facility planning**", Prentice Hall, Hispanoamericana S. A.

Jaaskelainen, V., 1969, **"Accounting and mathematical programming"**, Helsinki: Research Institute for Business and Economics.

Josvanger, Crowder Lee and Sposito, V. A., 1991, **"sequential linear goal programming: implementation via MPSX/370E"**, *Comput. & Ops. Res.*, vol 18, no. 3, págs. 291-296.

Keown, J. Arthur, Taylor, W. Bernard and Pinkerton, M. John, 1981, **"Multiple objective capital budgeting within the university"**, *Comput. & Ops. Res.*, vol 8, págs. 59-70.

Le Duc, Michael-Charles, 1992, **"A design methodology for geoinformatic systems"**, *Comput. Environ. and Urban Systems*, vol. 16, no. 4, págs, 403-413.

Lee, Sang M., Green, I. Gary and Kim, S. Chang, 1981, **"A multiple criteria model for the location-allocation problem"**, *Comput. & Ops. Res.*, vol 8, págs. 1-8.

Lee, Sang M., 1972, **"Goal programming dor decision analysis"**, Auerbach, Philadelphia.

Lee, Sang M. and I. S. Franz, 1979, **"Optimizing the location-allocation problem with multiple objectives"**, *Int. J. Phys. Distribution and Matl. Management*, 9, págs. 245-255.

Lemus P. Raúl, 1997, **"Aplicación de un sistema de información geográfica y de percepción remota en la planificación urbana y regional"**, Tesis, División de Estudios de Posgrado e Investigación, Facultad de Arquitectura, UNAM.

Lizarraga, G. Ignacio M., **"Iniciación a la investigación de operaciones"**, Ed. Consejo Nacional para la Cultura y las Artes.

Lyon G. John and McCarthy Jack, 1995, **"Wetland and environmental applications of GIS"**, Lewis Publisher is an Imprint of CRC Press LLC.

- Lynch, A. A., 1972, "Environment and labor quality take top priority in site selection", *Industrial development* 142, págs. 13-15.
- Mandow, I. and E. Millán, 1996, "Goal programming and heuristic search", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Series*, vol. 455, págs. 48-56.
- Masser, Ian, Campbell, Heather and Gradia, Massimo, 1996, "GIS diffusion, the adaptation and use of geographical information systems in local government in Europe" *GISDATA 3*, Taylor & Francis.
- Melvin, I. Greenhut, 1956, "Plant location in theory and in practice the economics of space", Chapel Hill.
- Mirchadimi, Pitu B., Francis, Richard L., 1990, "Discrete location theory", Ed. Wiley
I. Intercien: Series
- Nakayama, Hirotaka and Kayaku, Naoko, 1996, "Pattern classification by linear goal programming and its applications", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Series*, vol. 455, págs. 38-47.
- O'Leary, E. Daniel and O'Leary H. James, 1985 "The use of conjoint analysis in the determination of goal programming weights for a decision support system", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Series*, vol. 242, págs. 286-299.
- Parker, R. Barnett, 1983, "A program selection/resource allocation model for control of malaria and related parasitic diseases", *Comput. & Ops. Res.*, vol. 10, no. 4, págs. 375-389.
- Sawaragi, Yoshikazu, Nakayama, Hirotaka and Tanimoto, Tetsuzo, 1985, "Theory of multiobjective optimization", *Mathematics in Science and Engineering*, vol. 176.
- Serek-Hanssen, Jan, 1970, "Optimal patterns of location", North-Holland Publishing Company Amsterdam-Londo.

Soung-Hie, Kim, Byeong-Seok and Sang-Hyun Choi, 1997, "An efficient force planning system using multi-objective linear goal programming", *Comput. Ops. Res.*, vol. 24, no. 6, Págs. 569-580.

Spronkl Jaap, 1981, "Interactive Multiple Goal Programming Applications to Financial Planning", *International Series in Management Science/Operations Research*.

Star, Jeffrey, Estes John, 1990, "Geographic information system an introduction", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Steuer, Ralph E., "1976", "Multiple objective linear programming with interval criterion weights", *Management Science*, vol. 23, no. 3, págs. 305-316.

Steuer, Ralph E, 1979, "Goal programming sensitivity analysis using interval penalty weights", *Mathematical Programming*, no. 17, págs.16-31.

Tamiz, M. and Jones D. F., 1997, "An example of good modelling practice in goal programming: means for overcoming incommensurability", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Series*, vol. 455, págs. 198-211.

Tamiz, M. and Jones D. F., 1997, "An overview of current solution methods and modelling practices in goal programming", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Series*, vol. 432, págs. 198-211.

Wendell, E. Richard, 1985, "Goal programming sensitivity analysis the tolerance approach", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Series* vol. 242, págs. 300-307.

Wendell, E. Richard, 1984, "Using bounds on the data in linear programming: the tolerance approach to sensitivity analysis", *Mathematical Programming*, no. 29, págs. 304-322.

Wendell, E. Richard, 1985, "The tolerance aproach to sensitivity analysis in linear programming", *Mathematical Programming*, vol. 31, no. 5, págs. 565-578.

Worrall Les, 1994, "The role of gis-based spatial analysis in strategic management in local government", *Comput. Environ. and Urban Systems*, vol. 18, no. 5, págs, 323-332.

APÉNDICE A: Definiciones

Definición 1

Problemas P: Es el conjunto de todos los problemas que pueden resolverse para algoritmos determinísticos. Por determinístico entendemos que en cualquier tiempo, sin importar que está haciendo el algoritmo, sólo existe una actividad subsecuente. Por no determinístico entendemos que un algoritmo se enfrenta a la selección de varias opciones y que tiene el poder de "adivinar" la opción correcta.

Definición 2

Problemas NP: (donde NP se entiende por polinomio no determinístico). Es el conjunto de todos los problemas que se pueden resolver por algoritmos no determinísticos en tiempo polinomial, cualquier problema P pertenece a NP. Para probar que un problema está en NP solo necesitamos encontrar un algoritmo de tiempo polinomial para verificar que dada una solución (la que se adivinó) es válida.

APÉNDICE B: Demostraciones de los teoremas

Teorema 1: Mejora de la solución factible.

Demostración

Sea $(x_1, x_2, \dots, x_m, 0, 0, \dots, 0)$ una solución factible básica con valor objetivo z_0 y supóngase que $c_{m+1} - z_{m+1} < 0$. Entonces siempre se pueden construir nuevas soluciones factibles de la forma $(x'_1, x'_2, \dots, x'_m, x'_{m+1}, 0, 0, \dots, 0)$ con $x'_{m+1} > 0$. Al sustituir esta solución en $z - z_0$ resulta lo siguiente:

$$z - z_0 = (c_{m+1} - z_{m+1})x'_{m+1} < 0$$

donde: $z < z_0$ para cualquiera de las soluciones. Se desea hacer x'_{m+1} lo más grande posible. Al aumentar x'_{m+1} , las otras componentes aumentan, permanecen constantes o disminuyen. Así, x'_{m+1} puede aumentar hasta que una $x'_i = 0$, $i \leq m$, en cuyo caso se obtiene una nueva solución factible básica o si ninguna de las x'_i disminuye, x'_{m+1} puede aumentar sin ninguna cota que indique un conjunto solución no acotado y un valor objetivo sin cota inferior. ■

Teorema 2: Condición de optimalidad.

Demostración

Si utilizamos la siguiente formulación se demuestra directamente el teorema

$$z = c^T x = z_0 + (c_{m+1} - z_{m+1})x_{m+1} + (c_{m+2} - z_{m+2})x_{m+2} + \dots + (c_n - z_n)x_n < 0$$

porque cualquier otra solución factible debe tener $x_i \geq 0$ para cualquier i , de que el valor z de la función objetivo satisfaga $z - z_0 \geq 0$. ■

Teorema 3: si $K = 0$ entonces $\tau^* = \infty$; por otra parte el número τ^* (posiblemente infinito) es igual a $\sum_{k \in K} \tau_k$.

Demostración

Si $K = 0$ entonces la implicación de (18) es trivial para toda τ tal que $\tau^* = +\infty$. La otra parte de la demostración es cuando $K \neq 0$. Desde la definición de τ^* y τ_k se tiene que $\tau^* \leq \tau_k$ para cada $k \in K$ y, por consiguiente, $\tau^* \leq \text{Min}_{k \in K} \tau_k$. Si $\tau^* = +\infty$ la igualdad es obvio. En otro caso, existe una h y una secuencia de (τ^L, γ^L) donde $\tau^L \Rightarrow \gamma^L$, entonces $\|\gamma^L\|_\infty \leq \tau^L$ y $\tau^L \in H_h > (p^i)$. Esto implica que $\tau_h \leq \tau^*$ tal que $\text{Min}_{k \in K} \tau_k \leq \tau^*$. ■

Teorema 4: El número τ_k es infinito si el ínfimo de:

$$\inf \gamma_k p^i_k - \sum_{i=1}^m \gamma p_j B_i^{-1} A_k \tag{19}$$

s.a :

$$\gamma \in \Gamma$$

es mayor o igual a $\hat{p}_B B_i^{-1} A_k - \hat{p}_B$.

Demostración

Desde la definición de τ_k se observa que $\tau_k = +\infty$ si y solo si $\gamma \in \Gamma \Rightarrow \gamma \in H_k \geq (\hat{p})$, con esto se sostiene el ínfimo de (19) es mayor o igual que $\hat{p}_B B^{-1} A_k - \hat{p}$. ■

Teorema 5: si τ_k es finito entonces $\tau_k = \|\gamma^*\|_\infty$ donde γ^* es una solución óptima a:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \|\gamma^*\|_\infty & (20) \\ \text{s.a:} \quad & \gamma \in \Gamma \cap H_k = (p') \end{aligned}$$

Demostración

Si τ_k es finito, entonces al menos existe una solución factible que satisface a la formulación matemática (19); posteriormente, se tiene lo siguiente $\tau_k \geq \|\gamma^*\|_\infty$. Ahora suponemos que $\tau_k > \|\gamma^*\|_\infty$. Desde, que τ_k es finito, entonces se puede seleccionar como $\gamma \in \Gamma \cap H_k < (p')$. En particular, esto implica que $\gamma \neq \gamma^*$.

Considere la solución $\alpha\gamma + (1-\alpha)\gamma^*$, donde $\alpha \equiv \text{Min} \left\{ 1, \frac{\tau_k - \|\gamma^*\|_\infty}{\|\gamma - \gamma^*\|_\infty} \right\}$

Note que $\tau_k > \|\gamma^*\|_\infty$ garantiza que $\alpha > 0$. Así mismo, $\alpha\gamma + (1-\alpha)\gamma^* \in \Gamma$.

También, $\|\alpha\gamma + (1-\alpha)\gamma^*\|_\infty \leq \|\gamma^*\|_\infty + \alpha\|\gamma - \gamma^*\|_\infty \leq \|\gamma^*\|_\infty + \tau_k - \|\gamma^*\|_\infty = \tau_k$.

Desde la definición de τ_k se tiene lo siguiente $\alpha\gamma + (1-\alpha)\gamma^* \in H_k \geq (p^*)$. En otro caso, $\alpha > 0$, $\gamma \in H_k < (p^*)$, y $\gamma^* \in H_k = (p^*)$, esto implica que $\alpha\gamma + (1-\alpha)\gamma^* \in H_k < (p^*)$, lo cual, es una contradicción. ■

APÉNDICE C: Evolución de los Sistemas de Información Geográfica (SIG)

La historia de los sistemas de información geográfica (SIG) es fragmentada y parcial; la evolución que ha tenido a través del tiempo se han detectado en diversos países. Sin embargo en las regiones se han identificado cuatro fases que son comunes en el desarrollo de los SIG.

El primer periodo, definido como la frontera de la investigación, duro de 1950 a 1975 en los Estados Unidos y el Reino Unido; fue un periodo individualista desde el punto de vista tecnológico y no hubo contactos internacionales para intercambiar experiencias.

El segundo periodo estuvo inserto dentro de un marco de investigación formal y fue ampliamente financiado por el gobierno estadounidense desde 1973 hasta 1980, surgiendo departamentos, centros de investigación y agencias que se dedicaron a experimentar con las capacidades del SIG. Sin embargo, los avances y experiencias seguían sin compartirse, lo que ocasionaba un desperdicio de recursos humanos y financieros. Durante esta época surgió una rápida comercialización de esta herramienta gestándose en 1982 una fuerte competencia entre los distribuidores.

Las últimas dos fases son similares, se comenzó a tener acceso a computadoras más veloces permitiendo el intercambio de complejas bases de datos y se permitió la comunicación entre redes. Las características más importantes de estas etapas fue la superación de la práctica del ensayo y error

continuo de las primeras dos fases, llegando a los procedimientos que son comunes en cualquier sistema de información actual.

Además, en este periodo surge la necesidad de tener la mayor cantidad de información cartográfica y estadística con un grado de precisión realmente alto y accesible para la población.

En materia de planeación urbana, las aplicaciones de SIG se orientan a la localización industrial (Cowen, Mitchell y Meyer en 1990); a la detección de mercados y su distribución de bienes y servicios (Gurd 1990) y a la zonificación de la ciudad (Sullivan y Chow 1990).

El periodo identificado por varios autores como el nacimiento de los sistemas de información geográfica es la década de los 50. Entre los autores más importantes se encuentra Aangebrug que señala: "El SIG surgió por primera vez en la Universidad de Washington en 1950, donde geógrafos e ingenieros desarrollaron métodos cuantitativos en los estudios de transporte".

Aangebrug señala a Garrison y Horwood como los principales responsables de desarrollar estos métodos, además de fundar la asociación conocida como "Urban and Regional Information Systems Association" en 1963. El objetivo principal de la asociación era desarrollar nuevos métodos y herramientas de análisis que facilitaran el estudio de los fenómenos urbanos en Estados Unidos.

En la década de 1960 surge la discusión sobre el papel de la información, donde se trataba de determinar si las computadoras eran útiles para realizar las actividades cotidianas de las oficinas gubernamentales, ya que los adelantos tecnológicos en materia de computación crecían demasiado rápido. Considero que

esta discusión epistemológica es una etapa fundamental en la consolidación del SIG.

En base a esta discusión, la primera institución que comenzó a utilizar una computadora para procesar datos fue la oficina recaudadora de impuestos de Estados Unidos en 1965, quien llevó un registro de los títulos de prioridad de la ciudad con el fin de cuantificar el uso del suelo (Cook y Kennedy 1966).

A pesar de que funcionó bien, se dieron cuenta de que el hecho de actualizar la información requería necesariamente de un eslabón que permitiera vincular las distintas fuentes de datos de diversas organizaciones. Se hizo énfasis en realizar este experimento con algún tipo de información que necesariamente tuviera una referencia geográfica seleccionándose los códigos postales de los Estados Unidos.

El encargado de realizar esta tarea fue Caby Smith quien a su vez reclutó un equipo conformado por profesionales que hubiesen tenido alguna experiencia o investigación en el análisis espacial. La primera demostración de comparar y vincular datos, cartografía digital y un modelaje espacial rudimentario se realizó en 1967 llevando el nombre de New Haven Census Use Study.

Este sistema siguió funcionando hasta 1973 y trajo una explotación en las investigaciones de las aplicaciones sobre este tipo de tecnologías, surgiendo el primer programa llamado Address Matching Software (ADMATCH) con mucha aceptación en los medios académicos y gubernamentales en Estados Unidos.

De estas experiencias se identifican tres factores que ayudaron a la creación de los sistemas de información geográfica:

- a) El refinamiento en la técnica cartográfica
- b) El rápido desarrollo de los sistemas digitales de computación
- c) La revolución cuantitativa en el análisis espacial.

El SIG se fortaleció como una herramienta de análisis, surgiendo nuevas aplicaciones de esta tecnología.

En 1969 Ian McHarg formalizó el concepto de Land suitability/capability analysis SCA. Ésta es una técnica en la cual un dato concerniente al uso del suelo de un lugar será estudiado íntegramente dentro de un SIG analógico o digital. Estos programas SCA son usados para comparar y combinar distintos tipos de datos vía un modelo determinístico para producir un plano general.

Si el modelo es aplicado cuidadosamente y los datos están disponibles, el mapa es consistente con las clases del uso del suelo y las limitaciones impuestas por características naturales y culturales.

A finales de los años 60 la Universidad de Washington en Seattle, realizó importantes contribuciones en las áreas de análisis de transporte, planeación y renovación urbana. Las aplicaciones en planeación florecieron con el desarrollo de este género de herramientas y para 1968 treinta y cinco agencias de planeación urbana y regional en los Estados Unidos utilizaban sistemas automatizados.

El primer sistema en ser reconocido como un sistema de información geográfica fue realizado en Canadá llamado CGIS o "Canadian Geographical Information System", diseñado específicamente para la Agencia de Rehabilitación y Desarrollo Agrícola en conjunto con el gobierno canadiense.

Su principal propósito, era el análisis de los datos del inventario Canadiense de Tierras, que fueron recogidos para clasificar las tierras marginadas del país y fue puesto en marcha en 1964.

En 1967 se crea en Estados Unidos el Sistema de Información Geográfica de Uso del Subsuelo y Recursos Naturales de Nueva York. En 1969 se instala el Sistema de Información para la Administración de la Tierra en Minnessota. Sin embargo, los altos costos y las dificultades técnicas para implementar dichos sistemas provocaron que sólo algunas agencias del gobierno federal y estatal pudieran solventar el desarrollo de estos sistemas.

En 1970 se alcanzan desarrollos significativos en sistemas de procesamiento de imágenes, principalmente el Laboratorio para Aplicaciones de Percepción Remota de la Universidad de Purdue.

En resumen, el desarrollo de los Sistemas de Información Geográfica tiene todavía amplias perspectivas en términos de conceptos fundamentales y de tecnologías, pero es importante señalar que la metodología para la construcción de un SIG es la parte fundamental para la planeación urbana.

Disponibilidad de sistemas de Información Geográfica en el Mercado Mexicano

Un factor importante en el diseño de un sistema de información geográfica consiste en elegir el software y el hardware que se adapten mejor a las necesidades del estudio. Los usuarios de estos sistemas deben conceder de suma importancia a la elaboración de pruebas de calidad, soporte técnico y programas de capacitación.

Otro de los aspectos importantes que se deben tomar en cuenta son: El tipo de interface con el usuario, el administrador de las bases de datos, las facilidades de manipulación y análisis, la calidad en la generación de productos y la presentación de datos además de la facilidad de manejo.

En México los paquetes han sido introducidos recientemente; en cambio, en los Estados Unidos y Canadá en 1993 existen cerca de 200 paquetes con todo tipo de características y precios que caen dentro de tres rangos: aquellos que cuestan menos de mil dólares, de seis mil dólares y arriba de veinte mil dólares. Los dos primeros corren en PC y los últimos en estaciones de trabajo.

Algunas universidades ofrecen paquetes de SIG a precios más accesibles y algunas compañías tienen convenios con otras instituciones disminuyendo el costo del software. A continuación se presenta algunos paquetes más comerciales en el mercado mexicano.

Arc Info

- 1) Producido por Environmental System Research Institute ESRI. Distribuido en México por Geocentro.

- 2) La estructura de datos que maneja es en formato raster, vector topológico, vector no topológico, quadtree y redes irregulares.
- 3) También incluye la referencia geográfica en latitud y longitud, cambios de proyección de mapas, paquetes de digitalización de mapas.
- 4) Requerimientos en hardware: PC 486 coprocesador matemático y disco duro de 40 megas.

Genemap

- 1) Producido por Genasys II Inc. Distribuido en México por Control Data de México S.A. de C. V.
- 2) La estructura de datos que maneja es en formato raster, vector topológico, vector no topológico y TIN.
- 3) También incluye la referencia geográfica en latitud y longitud, cambios de proyección de mapas, paquetes de digitalización de mapas.
- 4) Requerimientos en hardware: PC 386, tarjeta gráfica, monitor de alta resolución y 2 megas en RAM.

Infocad

- 1) Producido por Digital Matrix Services, Inc. Distribuido en México por Alta Dirección S. A. de C. V.
- 2) La estructura de datos que maneja es en formato raster, vector topológico y vector no topológico.
- 3) También incluye la referencia geográfica en latitud y longitud, cambios de proyección de mapas y paquetes de digitalización de mapas.
- 4) Requerimientos en hardware: Estación de trabajo gráfica, Dec, IBM, Sun Station.

Mapinfo

- 1) Producido por Mapinfo Corp. Distribuido por Seco S. A.
- 2) La estructura de datos que maneja es vector no topológico.
- 3) Incluye referencias geográficas en latitud y longitud, además de las proyecciones más usuales como UTM cónica de Lambert y otras.
- 4) Requerimientos en hardware: PC 486 o Pentium con mínimo 4 megas en RAM.

MGE

- 1) Es producido por Intergraph Corp. Es distribuido por Intergraph de México, S. A. de C. V.
- 2) La estructura de datos que maneja es en formato raster, vector topológico, vector no topológico, TIN.
- 3) Requerimientos en hardware, estación de trabajo Intergraph.

Spans

- 1) Es producido por Tydac Technologies Corp. Distribuido por Intellimap S.A. de C. V.
- 2) La estructura de datos que maneja es en formato raster, vector no topológico, quadtree, TIN.
- 3) Requerimientos mínimos de hardware: PC 386 con procesador matemático, 4 megas de memoria RAM.