



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

OPTIMIZACION DE LA TRAYECTORIA DE UN MANIPULADOR DEDICADO AL TRANSPORTE DE DISCOS DE SILICIO EN AMBIENTE LIMPIO

T E S I S

PARA OBTENER EL TITULO DE: INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A N:

BEATRIZ PEREZ ORTIZ
RAFAEL RAMIREZ MORALES

INGENIERO EN COMPUTACION

P R E S E N T A:

SILVESTRE VARGAS SOTO

277567

ASESOR: M. I. IGNACIO JUAREZ CAMPOS





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A todos mis corazones por creer en mi.

zea

A Dios porque en su viña existen todas las posibilidades creativas.

A mi amada familia.

A mis dos reinitas, Elizabeth y Karen.

Un reconocimiento especial a todos los que creyeron en mi,

Gracias a todos mis amigos.

Rafael

A ti.

Silvestre

Un elogio especial a Nacho...
porque basta una gota de agua para imaginar la posibilidad del mar.

CONTENIDO

	<u>Página</u>
<i>NOMENCLATURA</i>	iii
<i>INTRODUCCIÓN.</i>	1
1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.	2
1.1 <i>Descripción de Hipótesis Fundamentales.</i>	
1.2 <i>Objetivos.</i>	
2. INVESTIGACIÓN DOCUMENTAL.	3
2.1 <i>Definición de Robot.</i>	
2.2 <i>Elementos de un Robot Industrial.</i>	
2.3 <i>Especificaciones de diseño</i>	
2.4 <i>Clasificación general</i>	
2.5 <i>Aplicaciones</i>	
2.6 <i>Descripción del Manipulador P-R-R-R..</i>	
3. MODELACIÓN MATEMÁTICA.	12
3.1 <i>Modelación Cinemática Directa.</i>	
3.2 <i>Modelación Cinemática Inversa.</i>	
3.2.1 <i>Existencia y Unicidad de Soluciones.</i>	
4. REGIONES GEOMÉTRICAS DE SOLUCIÓN.	23
4.1 <i>Regiones geométricas requeridas.</i>	
4.2 <i>Regiones geométricas para la configuración 1.</i>	
4.3 <i>Regiones geométricas para la configuración 2.</i>	
4.4 <i>Regiones de solución universal.</i>	
4.5 <i>Regiones de solución de velocidad.</i>	
4.6 <i>Regiones de solución de aceleración.</i>	
5. GENERACIÓN DE TRAYECTORIA.	35
5.1 <i>Diferentes perfiles de trayectoria.</i>	
5.1.1 <i>Perfil Trapezoidal.</i>	
5.1.2 <i>Perfil Quíntico.</i>	
5.1.3 <i>Aplicación de diferentes periodos estacionarios.</i>	
5.1.4 <i>Comparación entre perfiles, ventajas y desventajas.</i>	
5.2 <i>Lugares geométricos.</i>	
5.2.1 <i>Recta.</i>	
5.2.2 <i>Arcos.</i>	
5.3 <i>Criterios de optimización.</i>	

6.	DINÁMICA.	67
6.1	<i>Formulación de Newton-Euler.</i>	
6.2	<i>Formulación de Lagrange.</i>	
6.3	<i>Identificación de parámetros dinámicos.</i>	
7.	DISEÑO DEL SOFTWARE.	78
8.	SIMULACIÓN.	82
9.	RESULTADOS Y CONCLUSIONES.	109
10.	ANEXOS.	
	<i>A) Manual de Usuario del Software Desarrollado.</i>	<i>A-1</i>
	<i>B) Planos de Detalle del Manipulador.</i>	<i>B-1</i>
	<i>C) Cálculo de Masas y Matrices de Inercia</i>	<i>C-1</i>
	<i>D) Sistema de transmisión.</i>	<i>D-1</i>
	<i>E) Actuadores Yaskawa.</i>	<i>E-1</i>
	<i>F) Cuartos Limpios.</i>	<i>F-1</i>
11.	BIBLIOGRAFÍA.	G-1

NOMENCLATURA.

α, β, γ	Angulos planos.
${}^{i+1}F_{i+1}$	Fuerza aplicada en el centro de gravedad del eslabón $i+1$ respecto al sistema de referencia $i+1$.
m_{i+1}	masa del eslabón $i+1$.
g	Aceleración debida a la gravedad.
v_c	aceleración del centro de masa .
N	Momento de inercia.
J	Momento polar de inercia.
${}^{c+i+1}I_{i+1}$	Matriz de inercia del eslabón $i+1$ respecto al sistema de referencia que se encuentra en el centro de gravedad del eslabón $i+1$.
iF_i	Suma de fuerzas sobre el eslabón i respecto al sistema de referencia i .
iI_i	Suma de momentos sobre el eslabón i respecto al sistema de referencia i .
cI	Tensor de inercia visto desde $\{c\}$.
\forall	Para cualquier valor.
\otimes	Producto cruz.
\bullet	Producto punto.
q_r	Recorrido total.
${}^iP_{i+1}$	Vector de posición que mide el origen del sistema de referencia $i+1$ medido en el sistema de referencia i .
${}^{i+1}\omega_{i+1}$	Velocidad angular con que viaja el eslabón $i+1$ medido en el sistema de referencia $i+1$.
1OT_x	Posición del órgano terminal en x visto desde el sistema de referencia 1
${}^{i+1}R_i$	Matriz de rotación del sistema de referencia i respecto al sistema de referencia $i+1$.
d_{i+1}	Velocidad lineal con que viaja el eslabón $i+1$.
${}^iP_{i+1}$	Vector de posición que mide el origen del sistema de referencia $i+1$ medido en el sistema de referencia i .

${}^{i+1}p_{C_{i+1}}$	Aceleración con que viaja el centro de gravedad del eslabón $i+1$ respecto al sistema de referencia $i+1$.
${}^{i+1}P_{C_{i+1}}$	Vector de posición del origen de un sistema de referencia ubicado en el centro de gravedad del eslabón $i+1$ medido en el sistema de referencia $i+1$.
k	Energía cinética
p	Energía potencial
m	Masa
q, \dot{q}, \ddot{q}	Posición, velocidad y aceleración del órgano terminal.
x, \dot{x}, \ddot{x}	Posición, velocidad y aceleración de la coordenada x
y, \dot{y}, \ddot{y}	Posición, velocidad y aceleración de la coordenada y
z, \dot{z}, \ddot{z}	Posición, velocidad y aceleración de la coordenada z
$d_1, \dot{d}_1, \ddot{d}_1$	Posición, velocidad y aceleración de la 1ª articulación, prismática
$\theta_1, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1$	Posición, velocidad y aceleración de la 2ª articulación, rotacional
$\theta_2, \dot{\theta}_2, \ddot{\theta}_2$	Posición, velocidad y aceleración de la 3ª articulación, rotacional
$\theta_3, \dot{\theta}_3, \ddot{\theta}_3$	Posición, velocidad y aceleración de la 4ª articulación, rotacional
f_1	Fuerza utilizada por la 2ª articulación, prismática
τ_2	Torque utilizado por la 2ª articulación, rotacional
τ_3	Torque utilizado por la 3ª articulación, rotacional
τ_4	Torque utilizado por la 4ª articulación, rotacional

Introducción.

Los wafers u obleas de silicio son la materia prima para la fabricación de circuitos integrados. La evolución en el manejo de wafers, en la industria del semiconductor, ha estado regida por los requisitos técnicos, la economía y la tecnología disponible.

Hasta finales de los 80s, los wafers fueron manejados manualmente. Con la tendencia de la miniaturización de los circuitos integrados, la contaminación por partículas de los wafers se volvió un problema. Fue necesario, entonces, eliminar el manejo manual. Surgiendo así dispositivos tales como pinzas y varas de vacío, así como sistemas de automatización, los cuales consistían en bandas transportadoras con motores de pasos y elevadores de cassettes. Así se logró una mejora en la rotura del wafer, pero esto no contribuyó en gran medida en la disminución de contaminación por partículas.

El desarrollo de la automatización y control creó una disponibilidad tecnológica, la cual junto con las necesidades y la economía propiciaron una tecnología robótica para el manejo de wafers. Ésta consiste en la aplicación de robots con efectores finales de vacío para manipular wafers. Los componentes de control de movimiento modernos, servocontroles y servomotores, mejoran el transporte de wafers/hr.

La manufactura de circuitos integrados (IC) requiere de condiciones ultralimpias debido a la sensibilidad que presentan los productos ante cualquier defecto. Los defectos pueden ser causados por el propio proceso o por condiciones no óptimas entre los pasos del proceso. Las salas empleadas para la fabricación de semiconductores se denominan cuartos limpios, en ellos se tiene un control de la concentración de partículas aerotransportadas hasta ciertos límites específicos.

En los inicios de la manufactura de semiconductores fue aceptable un cuarto limpio^{*} clase 100, sin embargo, en la actualidad, debido a la miniaturización y precisión requerida en los Circuitos Integrados, la tendencia es emplear un medio ambiente de alta pureza para producir semiconductores de alto rendimiento.

Los humanos son la mayor fuente de contaminación en las operaciones de un cuarto limpio, ya que emiten gran cantidad de partículas por minuto (aire que exhalan, desprenden células de piel, cabello, cosméticos, fibras de tejido, transportan partículas de polvo, etc.). Por tanto la industria de semiconductores representa un campo de aplicación para robots que realicen tareas ultralimpias. Sin embargo, a menos que cuenten con un diseño especial, un robot puede ser una fuente potencial de contaminación de un cuarto limpio.

En el presente trabajo se realizará la optimización de la trayectoria de un robot manipulador dedicado al transporte de discos de silicio en ambiente limpio. Una de las características de operación de los manipuladores para ambientes limpios, es que deben moverse adecuadamente, esto es, con movimientos lentos, suaves y tratando de producir las menores vibraciones y aceleraciones para evitar a lo máximo la producción de partículas contaminantes. Dada esta característica se requieren perfiles adecuados de velocidad y aceleración, donde no existan grandes pendientes.

1. Definición del Problema.

En el Centro de Diseño y Manufactura (CDM) de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M., se desarrolla un robot manipulador de discos de silicio para ambientes limpios. La tarea específica es transportar los discos entre cassettes, los cuales se encuentran ubicados en la periferia del volumen de trabajo del robot. Entre otras características que se pretende tenga el robot es su alta productividad, que se puede traducir como el mayor número de discos de silicio transportados por unidad de tiempo. Para lograr este objetivo es importante tomar en cuenta las características dinámicas a que se somete el robot y las cualidades de él para desarrollarlas. Las características dinámicas son precisamente el perfil de trayectoria y el lugar geométrico por donde circula el órgano terminal (OT) del robot que transporta al disco de silicio. Mientras que las cualidades dinámicas del robot son su inercia, rigidez de eslabones y articulaciones y par motriz ejercido por sus actuadores.

En este trabajo se determina el perfil de tiempo y lugar geométrico de la trayectoria óptimos, teniendo como única limitante el par motriz de cada actuador.

1.1 Descripción de Hipótesis Fundamentales.

Dadas las características físicas y mecánicas del manipulador, así como sus restricciones se plantea que:

- *"Debe existir una trayectoria donde el movimiento de los elementos del manipulador consuman menos energía y, por tanto, se aproveche al máximo el par motriz de los actuadores".*
- *"La operación del órgano terminal en regiones cercanas de singularidad involucra altos pares motrices".*

1.2 Objetivos.

- Optimizar el perfil de posición, velocidad y aceleración con respecto al tiempo de la trayectoria que debe seguir un disco de silicio transportado por un manipulador de arquitectura P-R-R-R.
- Determinar el lugar geométrico adecuado que debe seguir el disco dentro del espacio de trabajo del manipulador.
- Desarrollar un software que permita simular el movimiento del manipulador. Dicho software debe presentar la evolución de las condiciones dinámicas de la tarea (espacio operacional) y las condiciones dinámicas de las variables articulares (espacio de articulaciones). Es importante que el programa a desarrollar sea bastante flexible, esto significa que se pueda acceder diferentes datos de parámetros dinámicos como matrices de inercia, longitudes de eslabón, diferentes tipos de perfiles temporales, lugares geométricos, etc.
- Planeación automática óptima de la trayectoria del manipulador para ambiente limpio.

2. INVESTIGACIÓN DOCUMENTAL.

2.1 Definición de Robot.

El escritor checo Karel Capek usó por primera vez la palabra robot en su obra R.U.R. (los Robots Universales de Rossum) escrita en 1921. La palabra robot, se deriva del vocablo Checo "robota" que significa trabajador, labor forzada o siervo. El término Robótica fue acuñado por el científico y escritor americano (nacido ruso) Isaac Asimov para describir la teoría de robots. ^[1]

El concepto de robot seguía siendo ciencia-ficción hasta 1961, cuando Unimation Inc. ^[2] instaló el primer robot industrial del mundo en EE.UU. Hoy en día el término robot tiene varios significados, no hay ninguna definición regularizada, aunque los esfuerzos están encaminados a unificar criterios y a desarrollar una definición común.

A continuación se presenta la definición de robot según dos de los principales organismos internacionales:

DEFINICIÓN ISO (International Organization for Standardization):

"Un robot es un manipulador controlado en posición reprogramable, polivalente, con varios grados de libertad, capaz de manipular materiales, herramientas y dispositivos programados para la ejecución de una gran variedad de tareas". ^[3]

DEFINICIÓN JIRA (Japan Industrial Robot Association):

"Un robot es una máquina capaz de realizar movimientos versátiles similares a los de las extremidades superiores del humano, con cierta capacidad sensorial y de reconocimiento y que puedan controlar su comportamiento". ^[4]

2.2 Elementos de un robot industrial.

Robot Industrial {

- Manipulador : cuerpo, brazo, muñeca y efector final
- Controlador
- Mecanismos de entrada y salida de datos
- Dispositivos especiales

Manipulador. Está compuesto por un arreglo de eslabones unidos entre sí por articulaciones y por una muñeca, el objetivo es posicionar y orientar el órgano terminal en el espacio, respectivamente. Además cuenta con un órgano terminal, que es un dispositivo que tiene la finalidad de realizar una tarea específica (fig. 2.1).

Existen dos categorías de efector final (OT): pinzas y herramientas.

Las pinzas han sido diseñadas para que el robot cargue y descargue objetos, transporte materiales y ensamble piezas. Los tipos de pinzas más comunes de acuerdo al movimiento que presentan los dedos, pertenecen al tipo llamado pivotante. Los dedos de la pinza giran en relación con

los puntos fijos del pivote, de esta manera, la pinza se abre y se cierra. Otro tipo de pinzas se denomina de movimiento lineal, en este caso, los dedos se abren y se cierran ejecutando un movimiento paralelo entre sí. Existen otros tipos de pinzas, por ejemplo:

- Ventosas. Se utilizan para sujetar superficies planas, grandes y limpias, típicamente están hechas de caucho suave o plástico, y tienen forma redonda u oval.
- Pinzas magnéticas. Se utilizan para objetos ferrosos, sólo requieren una superficie para sujetar. Pueden ser electroimanes o imanes permanentes.
- Pinzas adhesivas. Se utilizan para manejar tejidos y otros materiales ligeros. Son básicamente una superficie pegajosa en el extremo del robot.
- Cucharas. Se utilizan para manejar fluidos, polvos, pellets o material granular.

Cuando un robot manipula una herramienta, ésta se fija en su muñeca y se convierte así en el órgano terminal, por ejemplo: pistola de soldadura de puntos, herramientas de soldadura de arco (con sus respectivos mecanismos auxiliares), pistola de pintura en aerosol, taladro, etc.



Fig. 2.1 Elementos del robot manipulador P-R-R-R.

Controlador. Dirige cada uno de los movimientos del manipulador, guarda sus posiciones, recibe y envía señales a otras máquinas-herramientas (por medio de señales de entrada/salida) y almacena programas.

Mecanismos de entrada y salida. Son los mecanismos tales como: teclado, monitor y caja de comandos (teach pendant), estos dispositivos permiten introducir y, a su vez, monitorear los datos. Para mandar instrucciones al controlador y para dar de alta programas de control, comúnmente se utiliza una computadora adicional. Las señales de entrada y salida se obtienen mediante tarjetas electrónicas instaladas en el controlador del robot las cuales le permiten tener comunicación con otras máquinas-herramientas.

Dispositivos especiales. Entre los dispositivos especiales se encuentran los ejes que facilitan el movimiento transversal del manipulador y las estaciones de ensamble, que son utilizadas para sujetar las distintas piezas de trabajo. [5], [6], [7]

2.3 Especificaciones de diseño.

GRADOS DE LIBERTAD. Son el número de movimientos independientes que puede realizar el robot respecto a un sistema de referencia fijo. Para obtener el grado de libertad de un robot bastará con sumar el número de grados de libertad que cada articulación aporta al sistema.

VELOCIDAD Y TIEMPO DE RESPUESTA. Se refiere a la velocidad máxima que alcanza el órgano terminal (velocidad lineal máxima de la muñeca) ó a la velocidad rotatoria máxima de las articulaciones. Este valor no es exacto en la mayoría de los robots, y presenta variaciones en el volumen de trabajo debido a que la geometría del robot cambia. Por ejemplo, el Robot 4000 de Westinghouse, tiene una velocidad en la herramienta de 92 mm/s, mientras que el Adept One SCARA, posee una velocidad en la herramienta de 9000 mm/s^[8]. Por lo tanto, una mejor medida del desempeño de un robot es su tiempo de respuesta, y a su vez mientras más grande es el valor de esta característica más costoso es el equipo.

CARGA. Se refiere al peso máximo que el robot puede manipular manteniendo exactitud y velocidad. A veces los fabricantes del robot especifican dos cargas, una para la máxima velocidad y una para la mínima velocidad.

VOLUMEN DE TRABAJO (ENVOLVENTE DE TRABAJO). Son todos aquellos puntos en el espacio que pueden ser alcanzados por el órgano terminal del manipulador. El volumen de trabajo depende del tamaño del robot, configuración geométrica, y rango de movimiento de sus articulaciones. En la figura 2.2 se ilustra el volumen de trabajo para el manipulador P-R-R-R.

A los tres primeros ejes del brazo del manipulador se le denominan ejes principales, ya que de éstos depende la posición de la muñeca en el espacio; a los ejes restantes se les llaman ejes menores, debido a que sólo le proporcionan la orientación al órgano terminal. Las uniones flexibles típicas entre eslabones son las articulaciones prismáticas y las articulaciones rotacionales.

La combinación de todos los movimientos generados por este tipo de uniones, da como resultado la geometría de la envolvente de trabajo. Del total de combinaciones posibles (8), cinco son las más utilizadas, las cuales se resumen en la tabla 2.1. En un análisis matemático del espacio de trabajo, resultan más sencillas de modelar las uniones lineales que las rotatorias, de tal forma que la combinación más compleja de modelar es aquella en que las tres articulaciones son del tipo rotacionales.

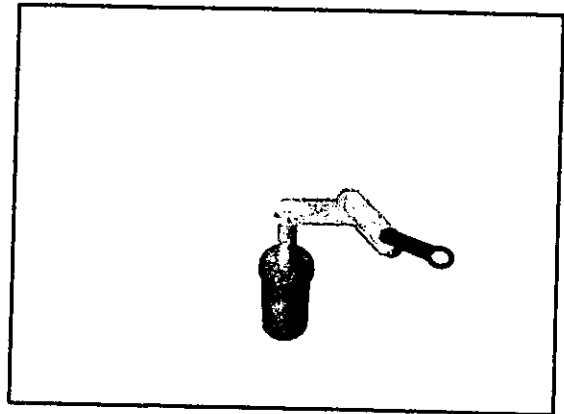


Fig. 2.2 Volumen de trabajo del manipulador.

CONFIGURACIÓN	EJE ₁	EJE ₂	EJE ₃
Lineal	P	P	P
Lineal	R	P	P
Lineal	R	R	P
Lineal	R	R	P
Lineal	R	R	R

TABLA 2.1 Combinaciones más usadas de uniones.

PRECISIÓN DE MOVIMIENTO. Depende de los siguientes factores:

- *Resolución espacial.* Determina el incremento más pequeño de movimiento que puede ser ejecutado por el robot. Depende de la resolución del controlador, así como de las inexactitudes mecánicas en uniones y articulaciones. Es decir, la resolución espacial es la suma de la resolución de control y de las inexactitudes mecánicas. Entre los factores que determinan la resolución de control se encuentran:
 - El rango de movimiento del brazo.
 - La capacidad de almacenamiento en la memoria de control para cada movimiento.
 - Los grados de libertad.
- *Exactitud.* Es la capacidad del robot para posicionar el extremo de su muñeca (o una herramienta adjunta a la muñeca) en un punto determinado dentro su volumen de trabajo. La habilidad del robot para alcanzar un punto particular en el espacio depende de su capacidad de dividir sus movimientos comunes en incrementos pequeños, es decir, depende de su resolución espacial. La exactitud es también afectada por inexactitudes mecánicas, tal como deflexión de sus componentes, holguras de engranes, ajustes entre piezas, etc.
- *Repetibilidad.* Es una medida de la diferencia entre movimientos sucesivos a la misma posición programada. En general, la repetibilidad es mejor que la exactitud. Las inexactitudes mecánicas en el brazo del robot y en los componentes de la muñeca son las principales causas de errores de repetibilidad. ^{[5], [6], [7]}

2.3 Clasificación.

Los robots se pueden clasificar de acuerdo a varios criterios, algunas clasificaciones son las siguientes:

1. Por su configuración geométrica.

- *Configuración cartesiana, (fig. 2.3):*

Posee tres articulaciones prismáticas cuyos ejes son ortogonales entre sí, es decir, tiene tres grados de libertad, los cuales corresponden a los movimientos localizados en los ejes X, Y y Z. Debido a su geometría sencilla es ideal para ejecutar movimientos lineales. La estructura cartesiana ofrece buena rigidez mecánica. La exactitud es constante en el volumen de trabajo, pero debido a que todas las articulaciones son prismáticas la estructura tiene destreza baja. El volumen de trabajo es el espacio delimitado por un paralelepípedo rectangular. Los manipuladores cartesianos se emplean para manejar objetos de gran dimensión y peso, así como para ensamble.

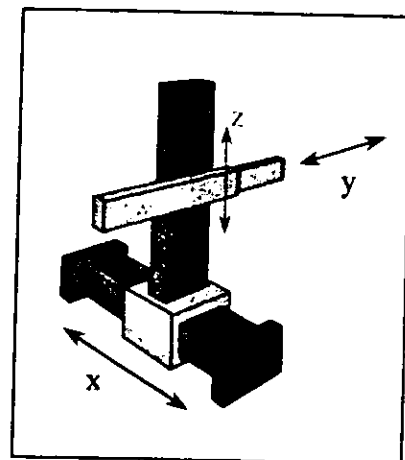


Fig. 2.3 Configuración cartesiana.

- *Configuración cilíndrica, (fig. 2.4):*

Difiere de la cartesiana en que la primera articulación prismática es reemplazada con una articulación rotacional, es decir, puede realizar dos movimientos lineales y uno rotacional, o sea, que presenta tres grados de libertad. La estructura cilíndrica ofrece una buena rigidez mecánica, pero la exactitud decrece con el aumento de carrera horizontal. El volumen de trabajo es una porción de un cilindro hueco. La articulación prismática hace a la muñeca del manipulador capaz de acceder a cavidades horizontales. Los manipuladores de este tipo son empleados principalmente para mover objetos de grandes dimensiones.

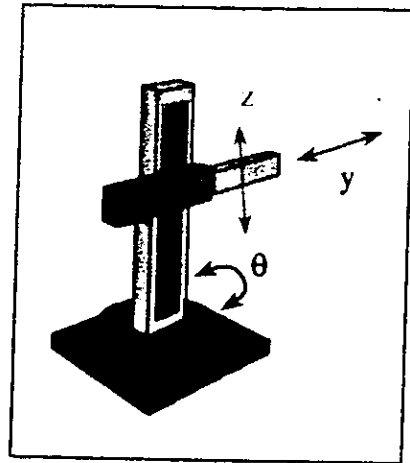


Fig. 2.4 Configuración cilíndrica.

- *Configuración esférica (polar), fig. 2.5:*

Los robots esféricos tienen varias articulaciones, cada una de ellas puede realizar un movimiento distinto: rotacional, angular y lineal. La rigidez mecánica es más baja comparada con las dos geometrías anteriores y la construcción mecánica es más compleja. La exactitud disminuye con el incremento de golpe radial, tiene buen alcance, y puede encajar en los espacios firmes, pero su movimiento vertical está limitado. Su volumen de trabajo describe una porción de una esfera hueca. Se emplean para cargar y descargar herramientas de máquinas.

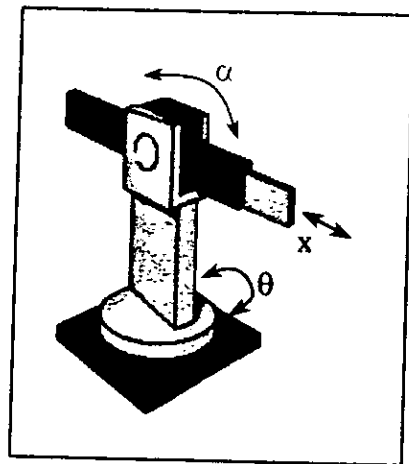


Fig. 2.5 Configuración esférica.

- *Configuración angular, (fig. 2.6):*

Todas sus articulaciones son rotacionales, por lo que esta configuración es la más flexible. Debido a la rigidez del robot y el peso más bajo en el antebrazo, el efector final puede moverse más rápidamente y con mayor precisión. Una desventaja de esta estructura es la reducción en la habilidad llevando carga cuando el brazo está en su máxima capacidad de alcance. El volumen de trabajo corresponde a una porción de una esfera (fig. 2.7).

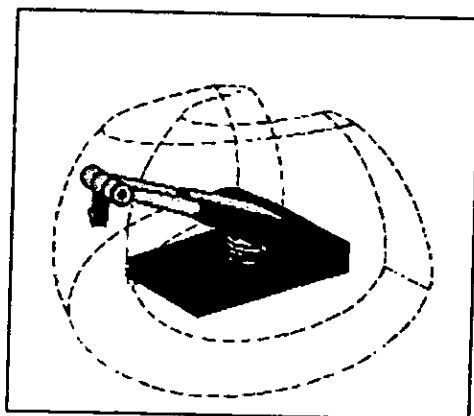


Fig. 2.7 Volumen de trabajo de la configuración angular.

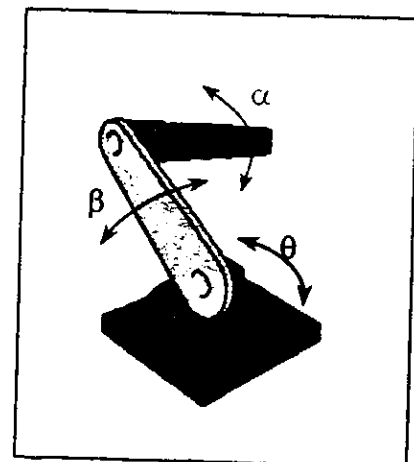


Fig. 2.6 Configuración angular.

- *Configuraciones llamadas no clásicas*

El ejemplo más común de una configuración no clásica lo representa el robot tipo SCARA (Selective Compliance Robot Arm). Este brazo puede realizar movimientos horizontales de mayor alcance debido a sus dos articulaciones rotacionales. El robot de configuración SCARA también puede hacer un movimiento lineal. Esta estructura ofrece alta rigidez a las cargas verticales.

2. Por los métodos de control de su trayectoria.

- *Método de control punto a punto.* La herramienta se mueve en una secuencia a un conjunto de puntos discretos en su envolvente de trabajo. La trayectoria del movimiento no se controla explícitamente por el usuario. Este tipo de movimiento es útil en tareas como soldadura por puntos, barrenado y remachado, así como montaje y manipulación.
- *Método de control en trayectoria continua.* Llamada también *trayectoria controlada*. En donde se controla la trayectoria de la herramienta terminal a lo largo de un espacio tridimensional; en donde la velocidad puede variar y por lo tanto el proceso de control es más sofisticado. Este tipo de movimiento en trayectoria continua es útil en tareas como en la aplicación de largos cordones de soldadura, aplicación de pegamento o sellador y aplicación de pintura en aerosol.

3. Por el tipo de plataforma.

Se refiere al tipo de base del robot. La mayoría de los robots tiene una base fija y se limita a tareas que involucran objetos que ellos pueden alcanzar. Si un robot debe moverse para realizar sus tareas, entonces el robot debe localizarse en una base móvil o vehículo. Tres tipos de bases móviles están actualmente en uso:

- **GANTRY**

Un robot gantry está montado de cabeza, normalmente en el techo, se desplaza a lo largo de pistas o rieles, y puede moverse encima de un ambiente desordenado. El brazo del robot se desplaza de la base móvil para recoger y mover un objeto, especialmente objetos pesados. Por ejemplo, puede usar un electroimán para mover barras de acero.

- **AGVs**

Un AGV (Automated Guided Vehicle) es un pequeño camión que mueve material alrededor de la planta o almacén siguiendo un determinado camino. La mayoría de AGVs se diseñan para detenerse ante algún obstáculo, y ellos deben esperar hasta que un operador limpie el trayecto. Algunos AGVs en fase experimental, pueden reconocer y esquivar un obstáculo.

- **ROBOTS MÓVILES**

La aplicación de robots móviles se localiza en las fábricas, un robot móvil puede programarse para viajar en cualquier parte de la planta.

4. Por el tipo de arquitectura.

- **Serie:** este tipo de Robots tratan de semejarse al brazo humano, ésto se logra mediante la estructura de una serie de conectores (eslabones) y articulaciones en forma serial formando cadenas. Uno de los extremos de la cadena está fijo a una base que tiene la función de ser el soporte del brazo, el otro extremo de la cadena soporta el órgano terminal (efector final) del Robot, mediante este órgano es posible realizar diferentes tareas. El Robot serial más popular es el PUMA construido por Unimation y el T3 de Cincinnati Milacron.
- **Paralelo:** este tipo de Robot se usa para proveer soporte adicional, reducir la carga en las articulaciones, incrementar el nivel de carga y reducir la deformación en los eslabones. Las desventajas de este tipo de Robot son que tienden a ser más complicados y que tienen una envolvente de trabajo menor respecto a la de un Robot serial. Algunas de las aplicaciones de este tipo de Robot es el desarrollo de máquinas deslizantes tales como arañas para el espacio, carros de transporte, entre otras.
- **Modulares:** la modalidad es un concepto que rápidamente ha ganado aceptación en la industria debido a que este tipo de arquitectura prevee la obsolescencia. Este tipo de Robots son fabricados de módulos básicos tales como hombro, codo y muñecas los cuales son desarrollados individualmente. El desarrollo de este tipo de Robots lo ha realizado Robotics Research Inc., Carnegie Mellon University y The University of Austin at Texas.
- **Duales:** se utilizan en operaciones de ensamble complicado, en el manejo de materiales y en operaciones de mantenimiento; básicamente están constituidos por dos Robots seriales que comparten la misma envolvente de trabajo.
- **Duales con torso:** Robotics Research Inc. construyó un sistema modular de 17 grados de libertad, este consiste en dos brazos seriales cada uno con 7 grados de libertad conectado a un torso de tres grados de libertad. Este tipo de sistemas robotizados se aplican en operaciones de ensamble de alta complejidad.
- **Gantry:** este Robot consiste en una estructura y un carro deslizante. La estructura tiene la función de soporte y guía del carro, sobre el cual se encuentra fijo un Robot serial. Tiene aplicación en operaciones de alta carga como grúas aéreas, operaciones de medición en mesa de coordenadas y en el pintado automotriz.
- **SCARA:** el Robot SCARA (Selective Compliance Robot Arm) tiene cuatro grados de libertad. Se mueve libremente en un plano XY mediante sus dos primeras articulaciones rotacionales con ejes verticales y paralelos entre sí, lo que permite una alta deformabilidad en el plano XY. Este tipo de Robot tiene un volumen de trabajo comparable al humano. Cuenta con un movimiento vertical a lo largo del eje z, el cual está restringido y solo puede desarrollarse en su órgano terminal. Posee un cuarto movimiento de rotación alrededor del eje z. Las principales aplicaciones de este Robot son para operaciones llamadas de Pick and Place las cuales se desarrollan en planos paralelos, tal como puede ser el ensamble de tarjetas electrónicas.

5. Por el ambiente de operación.

El ambiente de trabajo de un robot depende del tipo de tarea que debe realizar. Generalmente los manipuladores se utilizan en medios tóxicos, peligrosos e insalubres; donde pueden encontrarse altas temperaturas y aire contaminado. Uno de ellos es el transportador de materiales radiactivos, pintura en aerosol, soldadura y transporte de carga pesada. También existen manipuladores que trabajan en cuartos limpios, en la industria de semiconductores. En ambientes como éstos, la temperatura, la humedad y la presión se controlan, por lo que los Robots deben incluir sistemas limpiadores de micropartículas originadas por la fricción de sus partes móviles o de sus lubricantes. ^[9]

2.3 Aplicaciones.

Los primeros robots industriales modernos fueron desarrollados por George Devol y Joe Engelberger a finales de los años 50's y a principios de los años 60's. En 1956 Devol patenta por primera vez un manipulador programable. En 1958 Engelberger inscribe el primer proyecto de Robot industrial, en la firma UNIMATION^[2], concibiéndose el primero de ellos en el año 1961, y un conjunto de ellos en 1965 en General Motors de los Estados Unidos de Norteamérica. Como resultado, Engelberger se ha llamado el padre de la robótica. Posteriormente en la década de los 70's, fue creado un robot diseñado especialmente para manejar partes pequeñas en el montaje de instrumentos y motores, llamado PUMA (Máquina Universal Programable para Montajes). A principios y hasta mediados de los 80's la industria del robot creció rápidamente debido a las grandes inversiones realizadas por la industria automotriz. Los prototipos de robots que están actualmente en proceso de desarrollo en centros de investigación se caracterizan por presentar un mayor número de articulaciones así como diferentes tipos de configuraciones y controles inteligentes que les permitirán tomar sus propias decisiones.

Aunque la inmensa mayoría de robots se aplican en el sector industrial (automotriz y metal-mecánica, predominantemente), los adelantos en tecnología han permitido a los robots automatizar muchas tareas en sectores no industriales como agricultura, construcción, cuidado de salud y otros servicios. ^[10]

Actualmente la aplicación de los robots, está enfocada a la realización de tareas simples, repetitivas, tediosas y peligrosas. Los robots industriales trabajan con otras máquinas-herramientas (transportadores, máquinas de control numérico, dispositivos de fijación, etc.) integrando células de trabajo.

Las tareas predominantes son:

- Manejo de materiales (carga y descarga, suministro de materia prima a alimentadores automáticos, empaque en tarimas o pallets, transporte, manejo de sustancias tóxicas).
- Soldadura (de puntos, de arco).
- Pintura en aerosol.
- Ensamble automatizado de elementos mecánicos y electrónicos.
- Aplicación de resinas.

- Operaciones de mecanizado (eliminación del exceso de material, ensambles, remachados, estampados, corte por chorro de agua).
- Sistemas de medición.
- Pruebas e inspección.
- Así como robots móviles para ser utilizados en ambientes hostiles para el ser humano.

La implantación de robots en los procesos industriales genera ventajas, tales como:

- Una mayor calidad en los productos elaborados.
- Menor tiempo invertido en ciertas tareas.
- Incremento de la productividad.
- Reducción de la mano de obra y de los costos asociados a ésta.
- Seguridad: trabajos peligrosos e insalubres.

Así mismo algunos aspectos que deben evaluarse y preverse para la adquisición de éstos son:

- Los costos de adquisición del equipo.
- Costos de instalación.
- Costos de capacitación.
- Costos de mantenimiento.

2.4 Descripción del manipulador P-R-R-R.

El robot manipulador de discos de silicio tiene una arquitectura prismático-rotacional-rotacional-rotacional (P-R-R-R), ver tabla 2.4. Sin embargo, aunque el manipulador presenta cuatro ejes de movimiento, es clasificado como de tres grados de libertad, debido a que la cuarta variable articular θ_3 depende de las dos anteriores (θ_1 y θ_2 , respectivamente). El órgano terminal (OT), presenta la particularidad de ser siempre radial al eje 1.

La tarea a realizar es transportar discos de silicio entre cassettes ubicados en la periferia del volumen de trabajo del manipulador (fig. 2.8). El robot debe ser capaz de operar en alto rango de manipulaciones.

Las especificaciones de los componentes se proporcionan en los planos anexos.

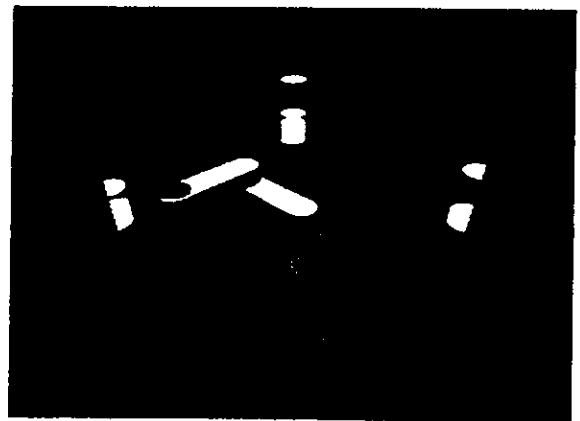


Fig. 2.8 Movimiento de Discos de Silicio.

Eje	Notación	Descripción
1	P	Movimiento lineal en dirección de un eje
2	R	Movimiento rotatorio alrededor de un eje
3	R	Movimiento rotatorio alrededor de un eje
4	R	Movimiento rotatorio alrededor de un eje

Tabla 2.4 Arquitectura del Manipulador de Discos de Silicio.

3. MODELACIÓN MATEMÁTICA.

El modelado cinemático en un manipulador está basado en las ecuaciones de movimiento de cuerpo rígido. El principal objetivo en el modelado cinemático es encontrar las características de movimiento que describen el comportamiento del robot. Estas características son: posición, velocidad y aceleración. En la mayoría de los casos, dichos parámetros están referidos a movimientos angulares. Recordando que en este tipo de análisis sólo las características de movimiento son de interés, y no las causas y efectos del movimiento, es por eso, que en el estudio cinemático del manipulador se refiere a sus propiedades geométricas y a las propiedades de sus movimientos con respecto al tiempo.

En este capítulo se considera el problema *cinemático directo* y *cinemático inverso* del manipulador; el primero se plantea como sigue: "Dados los valores de los grados de libertad los cuales satisfacen la posición y orientación dada, calcular la posición y orientación del órgano terminal del manipulador" mientras que el modelado cinemático inverso se plantea: "Dada la posición y orientación del órgano terminal del manipulador, calcular todos los valores de los grados de libertad los cuales satisfacen la posición y orientación dada". [5], [11]

3.1 Modelación Cinemática Directa.

El número de grados de libertad que posee un manipulador, es el número de posiciones variables independientes las cuales están especificadas en orden para localizar todas las partes del mecanismo.

La posición y orientación del sistema de referencia del órgano terminal en el espacio depende de las posiciones de cada una de las articulaciones del robot. El problema de la cinemática directa es encontrar la posición y orientación del órgano terminal, con respecto a la base cero, dados los valores de las variables articulares.

El manipulador puede ser modelado como una sucesión de eslabones rígidos unidos por articulaciones (prismáticas o rotacionales), para analizar su movimiento es necesario definir la posición y orientación relativa que guardan entre sí (encontrar las transformaciones de coordenadas entre ellos).

PARÁMETROS DE ESLABONAMIENTO Y MATRIZ DE DENAVIT-HARTENBERG.

Cualquier robot puede ser descrito cinemáticamente por medio de la notación de Denavit-Hartenberg: dados dos eslabones consecutivos $i-1$ e i unidos por una determinada articulación, se anclan a ellos bases $\{i-1\}$, $\{i\}$ tal que la matriz transformación ${}^{i-1}T_i$ entre ambos es función de cuatro parámetros de eslabonamiento, en otras palabras, se puede localizar un sistema de referencia con respecto al sistema de referencia del eslabón precedido empleando los valores de los parámetros de eslabonamiento. Donde el parámetro a es conocido como la longitud del eslabón, α es la torsión del eslabón, θ es el ángulo de eslabonamiento, y d es la distancia entre eslabones; de los cuales a y α describen al propio eslabón, y θ y d describen la conexión del eslabón con un eslabón vecino.

La matriz transformación que relaciona las bases $\{i\}$ e $\{i-1\}$ es la llamada matriz de Denavit-Hartenberg:

$${}^{i-1}T_i = f(a_i, \alpha_i, d_i, \theta_i)$$

(3.1)

Se puede definir el *sistema de referencia i* trazando los ejes respectivos a cada articulación de eslabones consecutivos (el eje i coincide al eslabón $i-1$ con el eslabón i) y aplicando la convención de Denavit-Hartenberg (fig. 3.1).

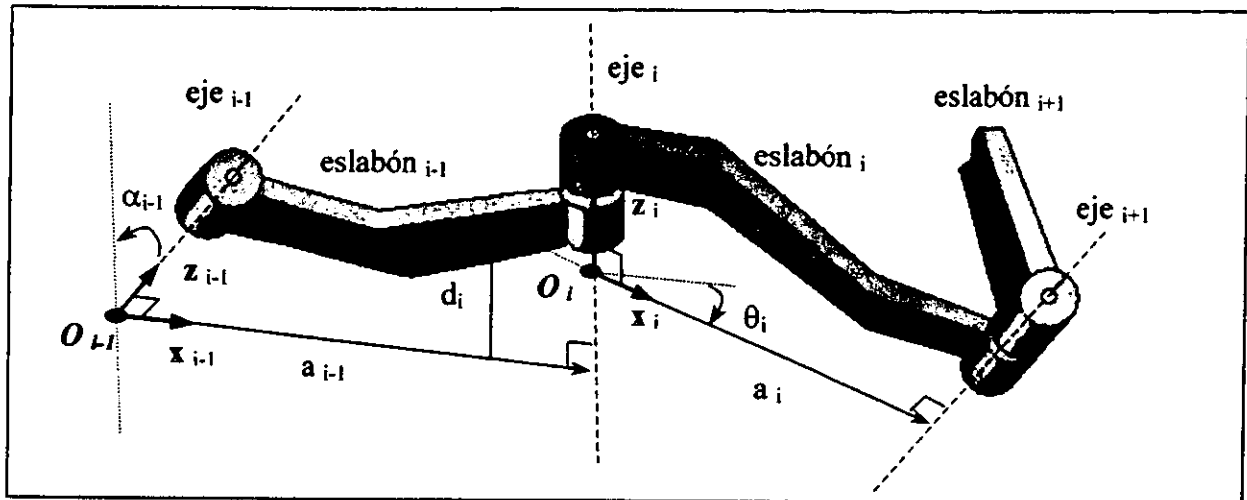


Fig. 3.1 Parámetros de eslabonamiento de Denavit-Hartenberg.

Donde:

- a_{i-1} Es la distancia más corta entre el eje $i-1$ y el eje i , se llama longitud real del eslabón $i-1$, y como vector tiene su sentido desde donde a_{i-1} corta al eje $i-1$ hasta donde a_{i-1} corta al eje i .
- α_{i-1} Es la torsión del eslabón $i-1$, ángulo empleado en llevar el positivo del eje $i-1$ al positivo de la proyección del eje i en el punto donde a_{i-1} corta al eje $i-1$. La magnitud angular se mide según la regla de la mano derecha tomando al vector a_{i-1} .
- d_i Es la distancia entre los eslabones $i-1$ y el eslabón i , d_i se encuentra sobre el eje i delimitado por el corte de a_{i-1} con el eje i y por el corte de a_i con el eje i , como vector tiene sentido desde el 1º hasta el 2º.
- θ_i Es el ángulo empleado en llevar la prolongación de a_{i-1} hacia la proyección de a_i en el punto donde a_{i-1} corta al eje i , se mide según la regla de la mano derecha alrededor de d_i .

El eje z_{i-1} se localiza sobre el eje $i-1$.

El origen O_{i-1} se localiza en la intersección de la normal común (a_{i-1}) a los ejes $i-1$ e i con el eje $i-1$.

El eje x_{i-1} se localiza a lo largo de la normal común a los ejes $i-1$ e i (a_{i-1}) con dirección del eje $i-1$ al eje i .

El eje y_{i-1} se coloca según la regla de la mano derecha.

Para el sistema de referencia O_0 , sólo la dirección del eje z_0 se especifica; entonces pueden escogerse O_0 y x_0 arbitrariamente, es decir, el sistema de referencia O_0 , puede localizarse en el z_0 del eje de la articulación de tal forma que la intersección apunte con el común perpendicular al eje z_1 , por consiguiente, el parámetro d_1 será cero.

El origen del sistema de referencia final O_f es el único sistema que no tiene que ser localizado en un eje de la articulación, éste se fija en el órgano terminal y puede escogerse de tal forma que los parámetros d , a y α sean cero si la articulación es rotacional, o los parámetros θ , a y α sean cero si la articulación es prismática.

El parámetro d_i tiene valor algebraico y puede ser negativo. Es constante si la articulación es rotacional y variable cuando la articulación es prismática.

El parámetro a_i siempre es constante y positivo.

θ_i es variable cuando la articulación es rotacional, y constante cuando la articulación es prismática.

Si el eje z_{i-1} y el eje z_i se intersectan, el parámetro a_i es cero, y la dirección de x_i es arbitraria.

Si los ejes z_{i-1} y z_i son paralelos, el ángulo α_i es cero.

Si la común perpendicular a z_{i-1} y el z_i (a_{i-1}) corta a z_{i-1} en el origen del sistema O_{i-1} , entonces el d_i es cero.

Si la articulación i es prismática solo la dirección del eje z_{i-1} se determina.

Para determinar la transformación que define al sistema de referencia i con respecto al sistema de referencia $i-1$, y dado que dicha transformación es función de los cuatro parámetros de eslabonamiento, se puede subdividir a ésta en cuatro transformaciones, siendo cada una de ellas una función de un sólo parámetro del eslabón.^{[5], [11]} En la fig. 3.2 se pueden observar tres sistemas de referencia intermedios (p , r y t) a cada eslabón.

Donde:

El sistema de referencia r difiere del sistema de referencia $i-1$ sólo por la rotación α_{i-1} .

Es sistema de referencia t difiere del sistema de referencia r sólo por una translación a_{i-1} .

El sistema de referencia p difiere del sistema de referencia t sólo por una rotación θ_i .

El sistema de referencia i difiere del sistema de referencia p sólo por una translación d_i .

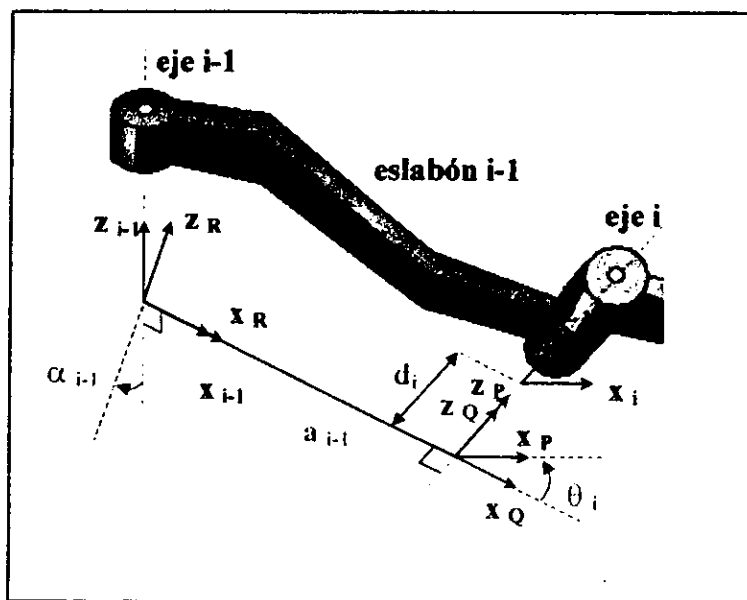


Fig. 3.2 Localización de los sistemas de referencia p , t y r .

La matriz transformación que relaciona la base $\{i\}$ con respecto la base $\{i-1\}$ es:

$${}^{i-1}T = {}^{i-1}T^r T^t T^p T^i \quad (3.2)$$

Considerando cada una de estas transformaciones, la ecuación anterior se puede escribir como:

$${}^{i-1}T = R_x(\alpha_{i-1})D_x(a_{i-1})R_z(\theta_i)D_z(d_i) \quad (3.3)$$

Donde:

$$R_x(\alpha_{i-1})D_x(a_{i-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i-1} \\ 0 & c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_z(\theta_i)D_z(d_i) = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Resultando:

$${}^{i-1}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

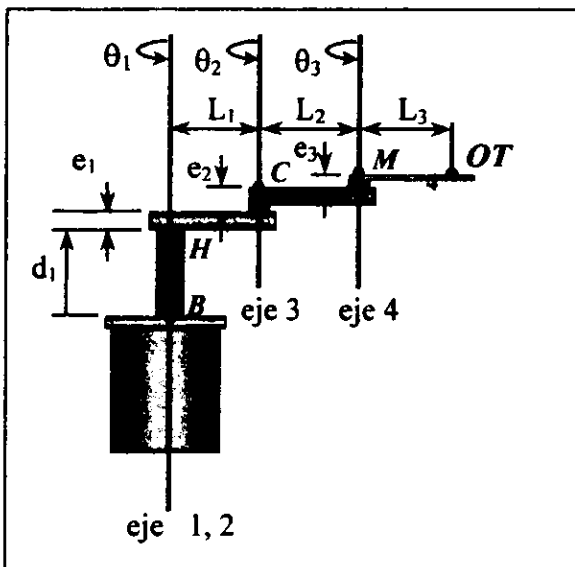


Fig. 3.3 Ubicación de los parámetros de eslabonamiento del manipulador P-R-R-R.

Una descripción matemática de un robot manipulador, normalmente se da como una tabla de parámetros llamados Denavit-Hartenberg. La tabla contiene una fila de cuatro parámetros para cada sistema de referencia del eslabón. Partiendo de los criterios anteriores, se pueden identificar en la tabla 3.1 y en la fig. 3.3 los parámetros de eslabonamiento del manipulador P-R-R-R.

Eslabón <i>i</i>	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i	Rango	
					Configuración 1	Configuración 2
1	0	0°	d_1	0	$0 \leq d_1 \leq 150 \text{ mm}$	$0 \leq d_1 \leq 150 \text{ mm}$
2	0	0°	0	θ_1	$0^\circ \leq \theta_1 \leq 360^\circ$	$0^\circ \leq \theta_1 \leq 360^\circ$
3	L_1	0°	$e_1 + e_2$	θ_2	$180^\circ \leq \theta_2 \leq 360^\circ$	$0^\circ \leq \theta_2 \leq 180^\circ$
4	L_2	0°	e_3	θ_3	$0^\circ \leq \theta_3 \leq 180^\circ$	$180^\circ \leq \theta_3 \leq 360^\circ$

Tabla 3.1 Parámetros de eslabonamiento del manipulador P-R-R-R.

La matriz transformación ${}^{i-1}_i T$ es una matriz en función de las variables articulares. Así, de las ecuaciones de transformación, se puede encontrar el sistema de referencia del órgano terminal (base 5) con respecto al sistema de referencia cero (base 0):

$${}^0_n T = {}^0_1 T {}^1_2 T {}^2_3 T \dots {}^{n-1}_n T \quad (3.5)$$

Para obtener la posición y orientación que guarda cada sistema de referencia en el manipulador P-R-R-R, se realiza una descripción espacial de la siguiente manera: los parámetros de eslabonamiento de la tabla 3.1 se substituyen en la ecuación 3.4, de tal forma que se encuentran a cada una de las transformaciones individuales para cada sistema de referencia. Dicha situación queda visualizada en la figura 3.4 y expresada en cada una de las siguientes ecuaciones:

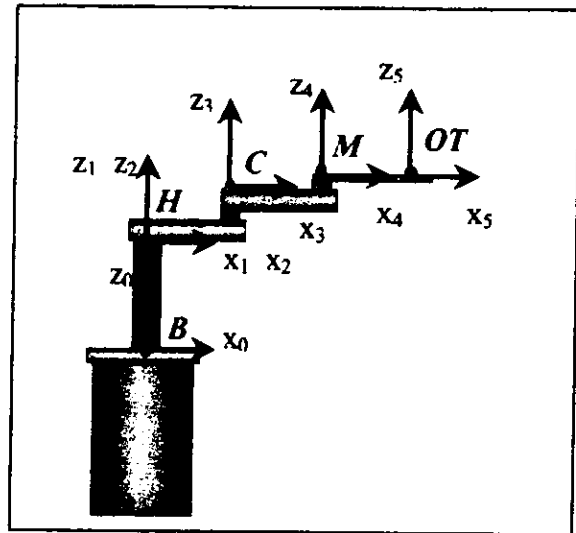


Fig. 3.4. Ubicación de los sistemas de referencia del manipulador P-R-R-R.

$${}^0_1 T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$${}^1_2 T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$${}^2_3 T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & L_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & e_1 + e_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & L_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & e_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$${}^4_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

La matriz transformación que relaciona al sistema de referencia del órgano terminal con respecto al sistema de referencia 0, resulta ser:

$${}^0_5T = \begin{bmatrix} c(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & -s(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & 0 & c(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)L_3 + c(\theta_1 + \theta_2)L_2 + c\theta_1L_1 \\ s(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & c(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & 0 & s(\theta_1 + \theta_2)L_2 + s\theta_1L_1 \\ 0 & 0 & 1 & e_1 + e_2 + e_3 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Por lo que se cumple con el objetivo de la modelación cinemática directa: "Dados los valores de los grados de libertad los cuales satisfacen la posición y orientación dada, calcular la posición y orientación del órgano terminal del manipulador".

3.2 Modelación Cinemática Inversa.

El problema cinemático inverso no es simple, porque las ecuaciones cinemáticas son no lineales, su solución no es siempre fácil o posible de encontrar, la existencia o inexistencia de la solución cinemática define el espacio de trabajo del manipulador, partiendo de que se conoce la ubicación del órgano terminal (OT), es indispensable hacer un análisis de las articulaciones involucradas para conocer los valores de sus grados de libertad, tanto en posición, velocidad y aceleración. A continuación se presenta el análisis para las variables articulares (d_1 , θ_1 , θ_2 y θ_3) del manipulador P-R-R-R.^[12]

Análisis de la Primera Variable Articular (d_1).

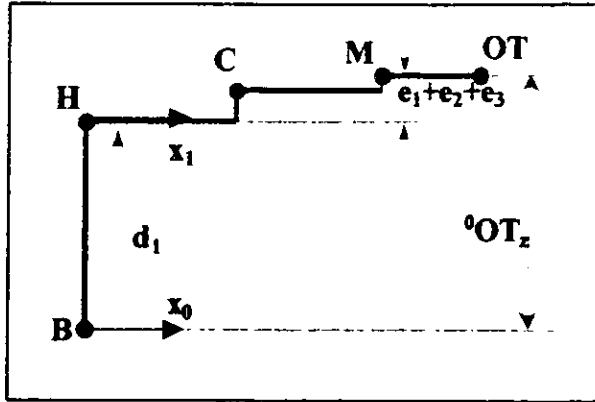


Fig.3.5 Ubicación de la 1ª variable articular (d_1).

La primera variable articular (d_1), es una variable lineal, delimitada por los sistemas de referencia 0 y 1, gráficamente se puede observar en la fig. 3.5.

Posición. La posición de la variable d_1 , con respecto al sistema de referencia 0, está determinada por la ecuación siguiente:

$$d_1 = {}^0 OT_z - (e_1 + e_2 + e_3) \quad (3.12)$$

Velocidad. Diferenciando la expresión anterior, la velocidad resulta ser:

$$\dot{d}_1 = {}^0 v_{OT_z} \quad (3.13)$$

Aceleración. Para determinar la aceleración con la que viaja la articulación d_1 , se deriva la ecuación anterior y se obtiene:

$$\ddot{d}_1 = {}^0 a_{OT_z} \quad (3.14)$$

Análisis de la Segunda Variable Articular (θ_1).

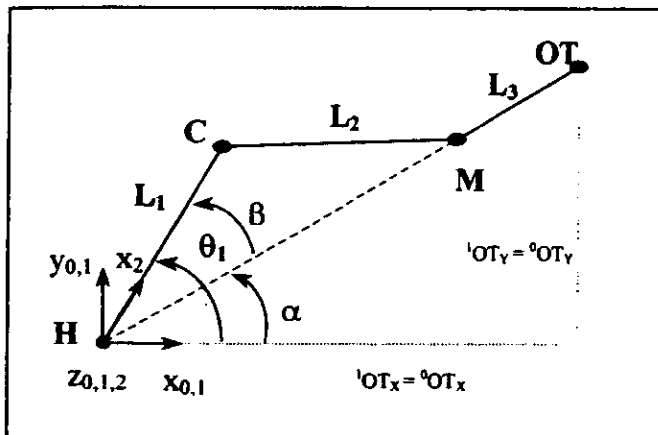


Fig. 3.6 Ubicación de la 2ª variable articular (θ_1).

La segunda variable articular (θ_1), es una variable angular que se encuentra definida alrededor del eje 2, y delimitada por X_0 ó X_1 hasta X_2 , gráficamente se puede visualizar en la figura 3.6.

Posición. La posición de la variable θ_1 , con respecto al *sistema de referencia 0*, está determinada por la ecuación (3.15) siguiente:

$$\theta_1 = \alpha + \beta \quad (3.15)$$

Donde:

El valor de α dependerá del lugar geométrico en el que se localice el órgano terminal (OT), teniendo:

$${}^0OT_x < 0 \quad y \quad {}^0OT_y > 0 \quad \alpha = \text{atan}({}^0OT_y, {}^0OT_x) \quad (3.16)$$

$${}^0OT_x < 0 \quad y \quad {}^0OT_y > 0 \quad \alpha = 180^\circ + \text{atan}({}^0OT_y, {}^0OT_x) \quad (3.17)$$

$${}^0OT_x < 0 \quad y \quad {}^0OT_y < 0 \quad \alpha = 180^\circ + \text{atan}({}^0OT_y, {}^0OT_x) \quad (3.18)$$

$${}^0OT_x > 0 \quad y \quad {}^0OT_y < 0 \quad \alpha = 360^\circ + \text{atan}({}^0OT_y, {}^0OT_x) \quad (3.19)$$

$${}^0OT_x > 0 \quad y \quad {}^0OT_y = 0 \quad \alpha = 0^\circ \quad (3.20)$$

$${}^0OT_x = 0 \quad y \quad {}^0OT_y > 0 \quad \alpha = 90^\circ \quad (3.21)$$

$${}^0OT_x < 0 \quad y \quad {}^0OT_y = 0 \quad \alpha = 180^\circ \quad (3.22)$$

$${}^0OT_x = 0 \quad y \quad {}^0OT_y < 0 \quad \alpha = 270^\circ \quad (3.23)$$

El valor de β es igual a:

$$\beta = \text{aCos} \left[\frac{L_1^2 + (\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - L_3)^2 - L_2^2}{2L_1(\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - L_3)} \right] \quad (3.24)$$

Velocidad. La velocidad angular con la que se mueve la segunda articulación, se obtiene derivando la ecuación 3.15:

$$\dot{\theta}_1 = \frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} \quad (3.25)$$

Aceleración. Para determinar la aceleración con la que viaja la articulación angular θ_1 , se deriva la ecuación 3.25:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{d^2\beta}{dt^2} \quad (3.26)$$

Análisis de la Tercera Variable Articular (θ_2).

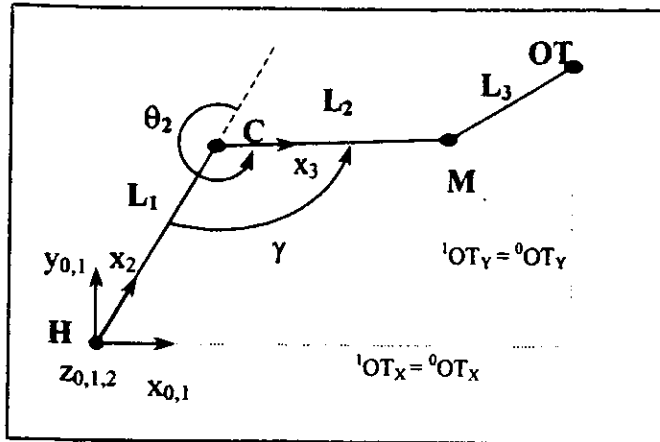


Fig. 3.7 Ubicación de la 3ª variable articular (θ_2).

La tercera variable articular (θ_2), es una variable angular definida alrededor del eje 3, y delimitada por la prolongación de X_2 hasta X_3 , gráficamente se puede visualizar en la fig. 3.7.

Posición. La posición de la variable θ_2 , con respecto al sistema de referencia 0, está determinada por la ecuación siguiente:

$$\theta_2 = 180^\circ + \gamma \tag{3.27}$$

Donde:

$$\gamma = \arccos \left[\frac{L_1^2 + L_2^2 - (\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - L_3)^2}{2L_1L_2} \right] \tag{3.28}$$

Velocidad. La velocidad angular con la que se mueve la tercera articulación, se obtiene derivando la ecuación 3.27.

$$\dot{\theta}_2 = \dot{\gamma} \tag{3.29}$$

Aceleración. Para determinar la aceleración con la que viaja la articulación angular θ_2 , se deriva la ecuación 3.29 y se obtiene:

$$\ddot{\theta}_2 = \ddot{\gamma} \tag{3.30}$$

Análisis de la Cuarta Variable Articular (θ_3).

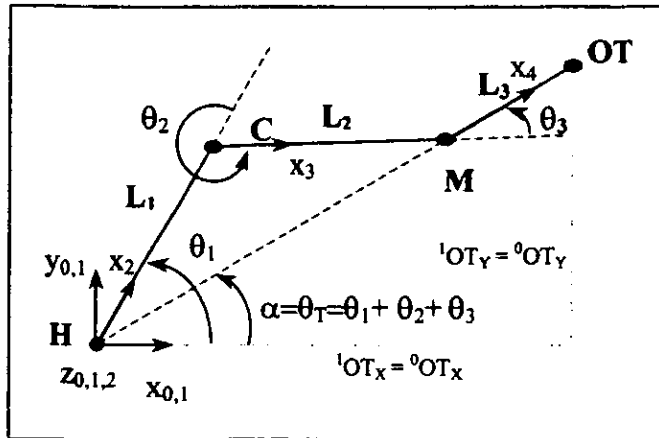


Fig. 3.8 Ubicación de la 4ª variable articular (θ_3).

La cuarta variable articular (θ_3), es una variable angular, definida alrededor del eje 4, y delimitada por la prolongación de X_3 hasta X_4 . Una de las características de esta variable es que siempre se mantiene el vector formado por el segmento $[M-OT]$ radial al eje 2, por lo que esta variable es dependiente de las dos variables anteriores (θ_1 y θ_2), gráficamente la podemos visualizar en la siguiente figura (3.8).

Posición. La posición de la variable θ_3 , con respecto al sistema de referencia 0, está determinada por la ecuación siguiente:

$$\theta_3 = \alpha - \theta_1 - \theta_2 \quad (3.31)$$

Velocidad. La velocidad angular con la que se mueve la cuarta articulación, se obtiene derivando la ecuación 3.31.

$$\dot{\theta}_3 = \frac{d\alpha}{dt} - \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2 \quad (3.32)$$

Aceleración. Para determinar la aceleración con la que viaja la articulación angular θ_3 , se deriva la ecuación 3.32 y se obtiene:

$$\ddot{\theta}_3 = \ddot{\alpha} - \ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2 \quad (3.33)$$

3.3 Existencia y Unicidad de Soluciones.

El problema de la cinemática inversa consiste en la determinación de las variables articulares correspondientes dadas posición y orientación del órgano terminal. La complejidad de este problema se origina de la naturaleza de las ecuaciones de transformación que son no lineales.

Se presentan dos problemas al resolver estas ecuaciones: la existencia de soluciones y las soluciones múltiples. Una solución sólo puede existir si el punto de meta especificado queda dentro del volumen de trabajo del órgano terminal del manipulador.

Para que una solución exista, ésta debe estar contenida en el volumen de trabajo. Por otro lado, el número de soluciones depende del número de articulaciones del manipulador, pero es también una función de los parámetros de eslabonamiento y del rango permisible de movimiento de las articulaciones, es decir, el problema de soluciones múltiples depende no sólo del número de grados de libertad sino también del número de parámetros no nulos de Denavit-Hartenberg. En general, para un mayor número de parámetros no nulos, mayor es el número de soluciones admisibles.

El problema de soluciones múltiples obliga a establecer criterios para seleccionar una solución. Un manipulador será considerado como solucionable, si las variables articulares pueden ser determinadas por un algoritmo que permita determinar todos los parámetros asociados partiendo de una posición y orientación dada.

Existen dos métodos para resolver el problema de la cinemática inversa: soluciones de forma cerrada y soluciones numéricas. Debido a su naturaleza iterativa, las soluciones numéricas son más lentas que las soluciones de forma cerrada, pero, para algunas configuraciones es muy difícil encontrar una solución de forma cerrada.^{[5], [11]}

Las razones por lo que el problema de cinemática inversa es más complejo son:

- Las ecuaciones a resolver son en general no lineales, y por lo tanto no es siempre posible encontrar una solución de forma cerrada.
- Pueden existir múltiples soluciones.
- Pueden existir soluciones infinitas.
- Pueden ser soluciones no admisibles, en vista de la estructura cinemática del manipulador.

En la fig. 3.9 se muestran tres diferentes puntos de meta, los cuales deben ser alcanzados por el órgano terminal del manipulador P-R-R-R. De dicha figura se observa lo siguiente:

El punto 1 se encuentra dentro del volumen de trabajo, y es perfectamente alcanzable por el órgano terminal, tanto en posición como en orientación.

El punto 2 no es alcanzable por el órgano terminal, debido a que se encuentra fuera del volumen de trabajo del manipulador.

El punto 3 se encuentra dentro del volumen de trabajo, y es alcanzable en posición pero inalcanzable en orientación por el órgano terminal.

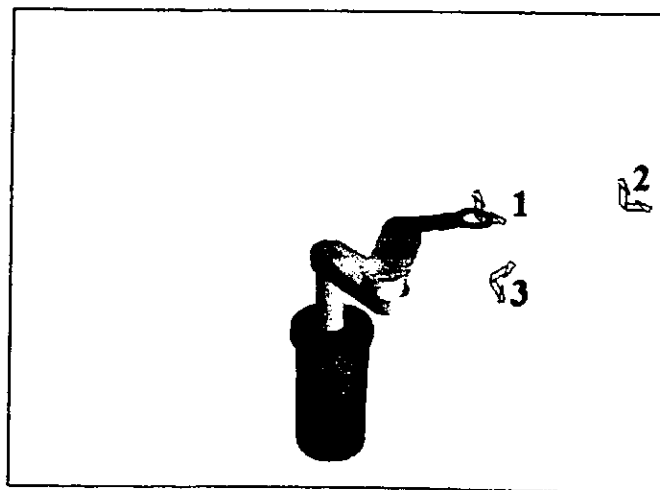


Fig. 3.9 Ubicación del punto de meta.

4. REGIONES GEOMÉTRICAS DE SOLUCIÓN.

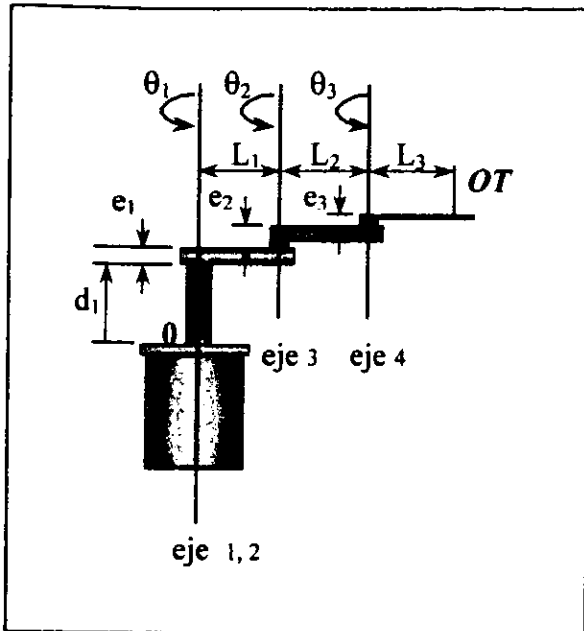


Fig. 4.1 Diagrama cinemático del manipulador P-R-R-R.

El espacio dentro del cual el manipulador puede mover libremente su órgano terminal (OT) se conoce como volumen de trabajo. El volumen de trabajo está determinado por la configuración física, las dimensiones de los elementos y los límites de movimiento de las articulaciones del manipulador.

4.1 Regiones geométricas requeridas.

Partiendo del diagrama cinemático del manipulador P-R-R-R se pueden establecer los límites geométricos del volumen de trabajo (fig. 4.1).

La regiones de movimiento del órgano terminal (OT), está definida por las siguientes ecuaciones:

$$\text{Plano X Y: } r_i^2 \leq OT_x^2 + OT_y^2 \leq r_e^2 \quad (4.1)$$

$$\text{Eje Z: } e_1 + e_2 + e_3 \leq OT_z \leq d_1 + e_1 + e_2 + e_3 \quad (4.2)$$

Como se puede observar en la fig. 4.2, el volumen de trabajo del manipulador está comprendido entre dos cilindros de igual longitud, el primero con radio igual a r_i y el segundo con radio igual a r_e .

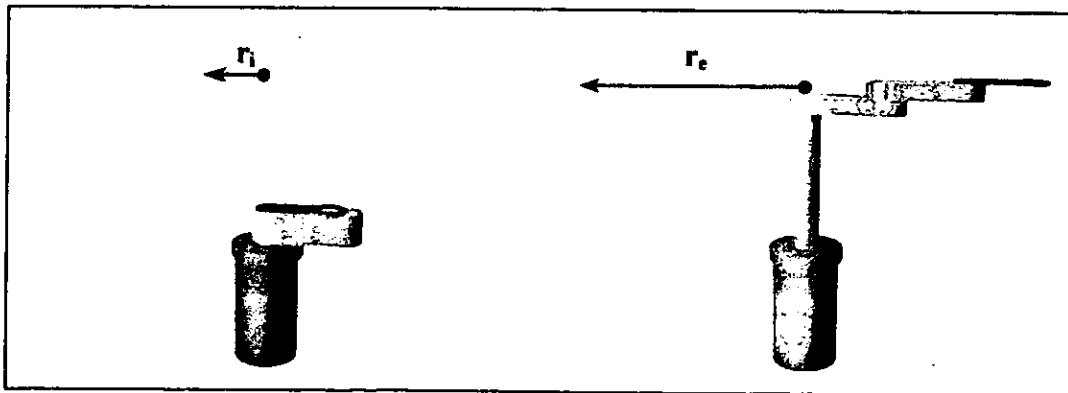


Fig. 4.2 Volumen de trabajo del manipulador P-R-R-R.

Partiendo de las configuraciones que puede adoptar el manipulador P-R-R-R, es decir, variando la longitud de sus eslabones dos, tres y cuatro (L_1 , L_2 , y L_3 respectivamente), es posible encontrar las soluciones particulares a la ecuación 4.1, ver tabla 4.1.

	Condición	$r_1 \geq$	$r_e \leq$
1	$L_1 > L_2 > L_3$	$L_1 - L_2 + L_3$	$L_1 + L_2 + L_3$
2	$L_1 > L_2 < L_3$		
3	$L_1 > L_2 = L_3$		
4	$L_1 < L_2 > L_3$	$-L_1 + L_2 + L_3$	$L_1 + L_2 + L_3$
5	$L_1 < L_2 < L_3$		
6	$L_1 < L_2 = L_3$		
7	$L_1 = L_2 > L_3$	L_3	$L_1 + L_2 + L_3$
8	$L_1 = L_2 < L_3$		
9	$L_1 = L_2 = L_3$		

Tabla 4.1 Configuraciones del manipulador P-R-R-R.

4.2 Regiones geométricas para la configuración 1.

El órgano terminal del manipulador P-R-R-R, puede alcanzar un determinado punto (x, y, z) con dos posibles configuraciones. En la fig. 4.3 se ilustra la configuración 1 y la configuración 2, con línea continua y discontinua respectivamente. Se puede apreciar que se forman dos triángulos simétricos con respecto al segmento de línea formado desde el origen del sistema de referencia 2 ($2'$) al origen del sistema de referencia 4 ($4'$). Teniendo así, un triángulo formado por L_1 , L_2 y el segmento HM y otro triángulo formado por L'_1 , L'_2 y el segmento HM.

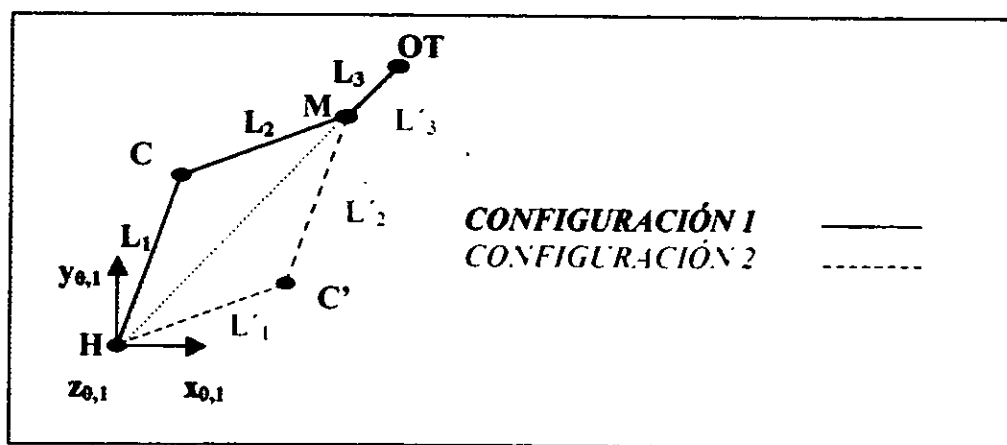


Fig. 4.3 Configuraciones validas del manipulador P-R-R-R.

En la *configuración 1* se observa que el eje x del sistema de referencia *1* es utilizado para definir el ángulo θ_1 con respecto al eje x del sistema de referencia *0*; de igual forma los ángulos θ_2 y θ_3 son producto de la posición natural de las siguientes articulaciones.

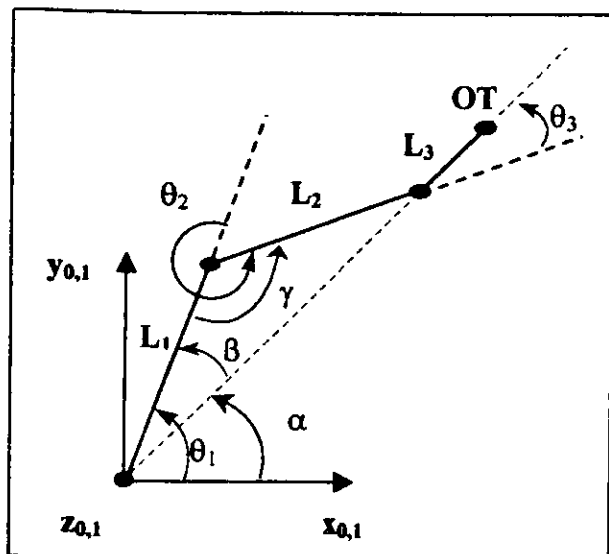


Fig. 4.4 Configuración 1 del manipulador P-R-R-R.

$$\theta_1 = \alpha + \beta \quad (4.3)$$

$$\theta_2 = 180^\circ + \gamma \quad (4.4)$$

$$\theta_3 = \alpha - \theta_1 - \theta_2 \quad (4.5)$$

$$d_1 = {}^0 OT_2 - (e_1 + e_2 + e_3) \quad (4.6)$$

Los valores de α , β y γ , son los definidos en el apartado de cinemática inversa del capítulo anterior.

Para garantizar la existencia de soluciones, es necesario que el punto de meta satisfaga la posición y orientación del órgano terminal del manipulador. En la tabla 4.2 se muestran los rangos de movimiento admisibles para el manipulador P-R-R-R, y en la fig. 4.5 se muestra el volumen de trabajo para dicha configuración.

Rangos de movimiento para la configuración 1
$0 \leq d_1 \leq 150 \text{ mm}$
$0^\circ \leq \theta_1 \leq 360^\circ$
$180^\circ \leq \theta_2 \leq 360^\circ$
$0^\circ \leq \theta_3 \leq 180^\circ$

Tabla 4.2 Rangos de movimiento para la configuración 1 del manipulador P-R-R-R.

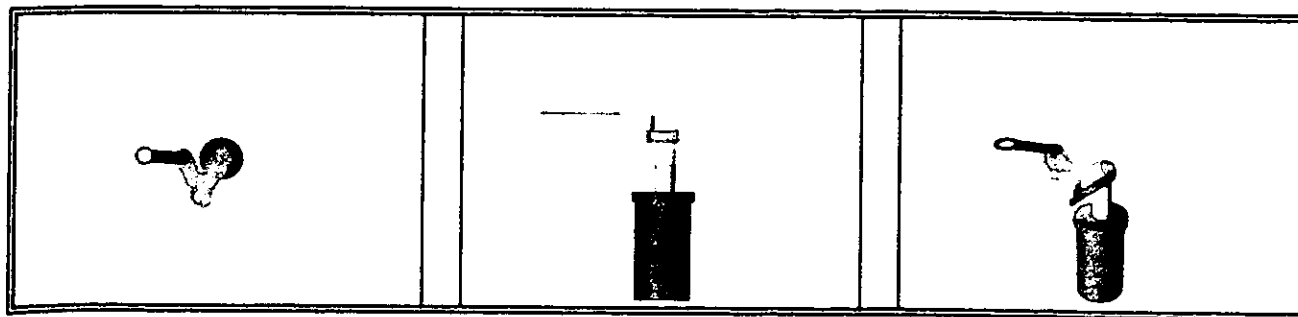


Fig. 4.5 Vista superior, frontal e isométrica del volumen de trabajo para la config. 1 del manipulador P-R-R-R.

4.3 Regiones geométricas para la configuración 2.

La configuración 2 es un espejo de la configuración 1 con respecto a una línea imaginaria que parte del origen del sistema de referencia 0 al origen del sistema de referencia 3, (fig. 4.6).

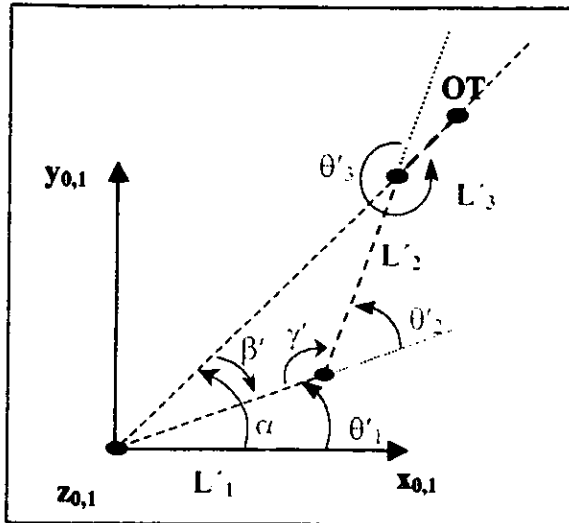


Fig. 4.6 Configuración 2 del manipulador P-R-R-R.

$$\theta'_1 = \alpha - \beta' \quad (4.7)$$

$$\theta'_2 = 180^\circ - \gamma' \quad (4.8)$$

$$\theta'_3 = \alpha - \theta'_1 - \theta'_2 \quad (4.9)$$

$$d_1 = {}^0 OT_z - (e_1 + e_2 + e_3) \quad (4.10)$$

Donde: $\beta' = -\beta$
 $\gamma' = -\gamma$

De las figuras 4.4 y 4.6, se deduce que θ'_2 y θ_2 son ángulos suplementarios y en consecuencia $\theta'_2 + \theta_2 = 360^\circ$; de igual forma $\theta'_3 + \theta_3 = 360^\circ$. Al igual que en la configuración 1, el volumen de trabajo del manipulador P-R-R-R describe una forma cilíndrica (fig. 4.7), cuyos límites están establecidos por los movimientos permitidos de acuerdo con su configuración (tabla 4.3).

Rangos de movimiento para la configuración 2
$0 \leq d_1 \leq 150 \text{ mm}$
$0^\circ \leq \theta'_1 \leq 360^\circ$
$0^\circ \leq \theta'_2 \leq 180^\circ$
$180^\circ \leq \theta'_3 \leq 360^\circ$

Tabla 4.3 Rangos de movimiento para la configuración 2 del manipulador P-R-R-R.

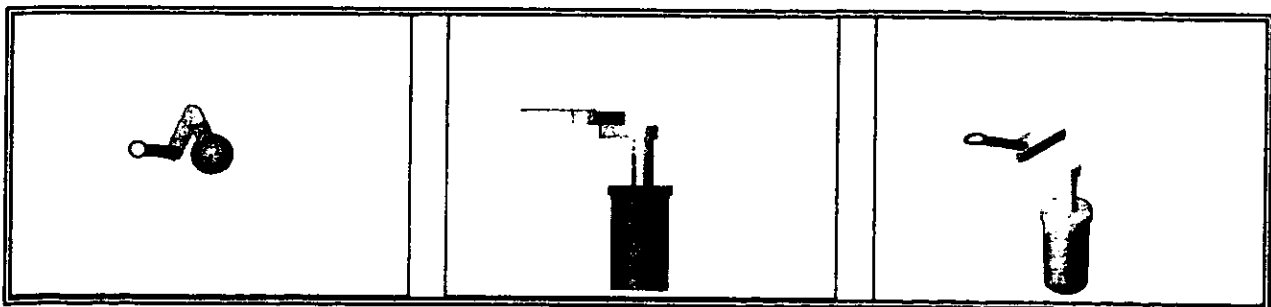


Fig. 4.7 Vista superior, frontal e isométrica del volumen de trabajo para la config. 2 del manipulador P-R-R-R.

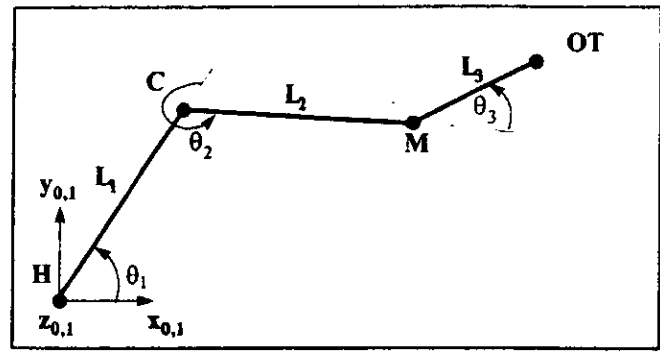
4.4 Regiones de solución universal.

Las posibles soluciones hasta ahora descritas, han estado referidas exclusivamente con relación a la posición que guarda el órgano terminal del manipulador, es decir, basándose sólo en restricciones geométricas, sin embargo, es necesario tomar en cuenta tanto la velocidad como la aceleración del órgano terminal con el objeto de encontrar el espacio operacional correspondiente a dichos parámetros. En los siguientes apartados se obtendrán las regiones de solución de velocidad y aceleración, utilizando el concepto de matriz jacobiana (Jacobiano); para poder concluir así con la obtención de una región de solución universal, donde condiciones geométricas y cinemáticas pueden coexistir.

4.5 Regiones de solución de velocidad.

El jacobiano constituye una de las herramientas más importantes de la caracterización del manipulador y depende de la configuración del mismo.

En el caso particular de la configuración 1 del manipulador P-R-R-R (fig. 4.8), la posición del órgano terminal puede ser descrita en función de las variables articulares, $f(d_1, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$, dando como resultado la ecuación 4.11. ^[12]



$$f(d_1, \theta_1, \theta_2, \theta_3) = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ L_1 \operatorname{sen} \theta_1 + L_2 \operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ d_1 + e_1 + e_2 + e_3 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Matemáticamente, la velocidad de un cuerpo rígido o de un sistema de referencia es la derivada de su posición con respecto al tiempo.

La velocidad del órgano terminal puede relacionarse con las velocidades articulares usando una matriz de derivadas parciales conocida como Jacobiano. El Jacobiano (J) depende de las variables d_1 , θ_1 y θ_2 . (ecuación 4.12).

$$J(d_1, \theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial d_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial d_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial d_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}$$

$$J(d_1, \theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} 0 & -L_1 s \theta_1 - L_2 s(\theta_1 + \theta_2) - L_3 s(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & -L_2 s(\theta_1 + \theta_2) - L_3 s(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ 0 & L_1 c \theta_1 - L_2 c(\theta_1 + \theta_2) + L_3 c(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & L_2 c(\theta_1 + \theta_2) + L_3 c(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

El jacobiano es una transformación lineal variante en el tiempo, que relaciona las velocidades articulares con las velocidades cartesianas del órgano terminal del manipulador.

$${}^0v_{OT} = J(d_1, \theta_1, \theta_2) \dot{\theta} \quad (4.13)$$

Donde :

${}^0v_{OT}$ = es el vector de vel. cartesiana del órgano terminal.

$\dot{\theta}$ = es el vector de velocidad articular.

Por otra parte, si el jacobiano es una matriz invertible es una matriz no singular, y por lo tanto la ecuación 4.13 puede ser expresada como:

$$\dot{\theta}(t) = J^{-1}(t) {}^0v_{OT} = \frac{\text{adj } J(t)}{\det J(t)} {}^0v_{OT} \quad (4.14)$$

La ecuación anterior es una relación importante que se aplica cuando se desea que el órgano terminal del manipulador se mueva con determinada velocidad en un espacio cartesiano, así como para calcular las velocidades articulares en cada instante a lo largo de una trayectoria.^[11]

La mayoría de los robots tienen valores de θ donde el jacobiano se hace singular, tales puntos son llamados singularidades del mecanismo. Existen dos clases de singularidades:

- Singularidades de frontera: ocurren cuando el manipulador está completamente extendido o contraído, por lo cual el órgano terminal está posicionado cerca o en el límite del volumen de trabajo. Todos los manipuladores con articulaciones rotacionales presentan singularidades en el límite de su volumen de trabajo.
- Singularidades en el interior del volumen de trabajo: son causadas generalmente por el alineamiento de dos o más ejes de movimiento.

De la ecuación 4.14 se deduce que la matriz inversa del jacobiano, J^{-1} , existe sólo si el determinante del Jacobiano es diferente de cero. De no cumplirse, físicamente quiere decir que no habrá alguna velocidad del órgano terminal v_{OT} lograble para cualquier θ .

Para obtener los puntos singulares de la configuración 1 del manipulador P-R-R-R, se obtiene el determinante de la ecuación 4.12 y se iguala con cero:

$$\det J(d_1, \theta_1, \theta_2) = \begin{vmatrix} 0 & -L_1s\theta_1 - L_2s(\theta_1 + \theta_2) - L_3s(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & -L_2s(\theta_1 + \theta_2) - L_3s(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ 0 & L_1c\theta_1 - L_2c(\theta_1 + \theta_2) + L_3c(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & L_2c(\theta_1 + \theta_2) + L_3c(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$\det J(d_1, \theta_1, \theta_2) = L_1L_2s\theta_2 + L_1L_3s(\theta_2 + \theta_3) = 0 \quad (4.15)$$

Matemáticamente, la ecuación (4.15) tiene solución cuando $\theta_2=0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ con $\theta_3=0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$. Estos valores se alcanzan cuando el órgano terminal (OT) se encuentra en los límites del volumen de trabajo.

La singularidad del mecanismo depende directamente de las variables articulares θ_2 y θ_3 ; y en consecuencia, la singularidad es función de las posibles configuraciones que el manipulador P-R-R-R puede adoptar, es decir, la singularidad depende de la proporción existente entre los eslabones que conforman el brazo. En la tabla 4.4 se puede observar, que las n configuraciones posibles pueden ser agrupadas en tres casos generales, según la longitud de los eslabones 2 y 3 (L_1 y L_2 respectivamente) sin importar la longitud del órgano terminal, es decir, para cualquier longitud del eslabón 4 (L_3).

		CONDICIÓN	CASO
1	$L_1 > L_2 > L_3$	$L_1 > L_2$ $\forall L_3$	A
2	$L_1 > L_2 < L_3$		
3	$L_1 > L_2 = L_3$		
4	$L_1 < L_2 > L_3$	$L_1 < L_2$ $\forall L_3$	B
5	$L_1 < L_2 < L_3$		
6	$L_1 < L_2 = L_3$		
7	$L_1 = L_2 > L_3$	$L_1 = L_2$ $\forall L_3$	C
8	$L_1 = L_2 < L_3$		
9	$L_1 = L_2 = L_3$		

Tabla 4.4 Posibles configuraciones del manipulador P-R-R-R según la dimensión de los eslabones.

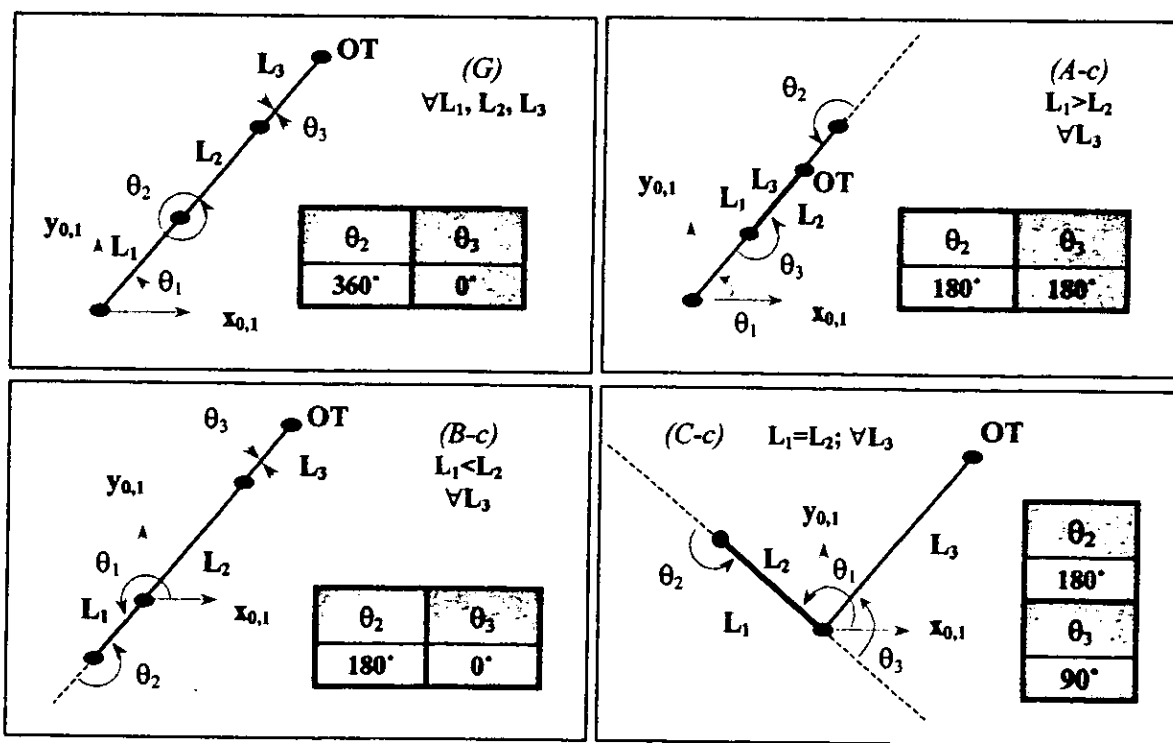


Fig. 4.9 Puntos singulares de la configuración 1 del manipulador P-R-R-R.

En los casos (G), (A-c) y (B-c) de la fig. 4.9 se observa claramente la singularidad del mecanismo, ya que para los valores dados de θ_2 y θ_3 se pierde un grado de libertad y por consiguiente el movimiento del órgano terminal es sólo posible en una dirección del espacio cartesiano.

El caso (G) representa singularidad del mecanismo cuando éste se encuentre totalmente extendido, válida para cualquier configuración del brazo, se presenta cuando $\theta_2=360^\circ$ y $\theta_3=0^\circ$.

En el caso (A-c), se puede observar que cuando existe la condición de que $L_1 > L_2$ el brazo adopta la siguiente configuración: el eslabón 3 (L_2) se encuentra plegado sobre el eslabón 2 (L_1) y a su vez el eslabón 4 (L_3) se encuentra plegado sobre el eslabón 3 (L_2), por lo que físicamente el brazo está totalmente contraído, presentando singularidad cuando $\theta_2=180^\circ$ y $\theta_3=180^\circ$.

En el caso (B-c), se puede observar que cuando existe la condición de que $L_1 < L_2$ el brazo adopta la siguiente configuración: el eslabón 3 (L_2) se encuentra plegado sobre el eslabón 2 (L_1), presentando singularidad cuando $\theta_2=180^\circ$ y $\theta_3=0^\circ$.

En el caso (C-c), ver fig. 4.9, se puede observar que cuando existe la condición de que $L_1=L_2$ el brazo adopta la siguiente configuración: el eslabón 3 (L_2) se encuentra plegado sobre el eslabón 2 (L_1), formando un ángulo $\theta_2=180^\circ$ y L_3 es radial en todo instante, con lo cual se forma un ángulo $\theta_3=90^\circ$, ésto indica que para la configuración dada no existe singularidad del mecanismo, lo cual se puede comprobar sustituyendo valores en la ecuación 4.15.

Las singularidades representan configuraciones de las que ciertas direcciones de movimiento pueden ser inalcanzables. Con el objeto de hacer evidente la existencia o no de singularidad en la configuración del caso (C-c), a continuación se realizará un análisis del mecanismo despreciando el eslabón 4 (órgano terminal).

Por lo tanto, la posición del punto M (figura 4.10) puede ser descrita en función de las variables articulares, $h(d_1, \theta_1, \theta_2)$, dando como resultado la ecuación 4.16.

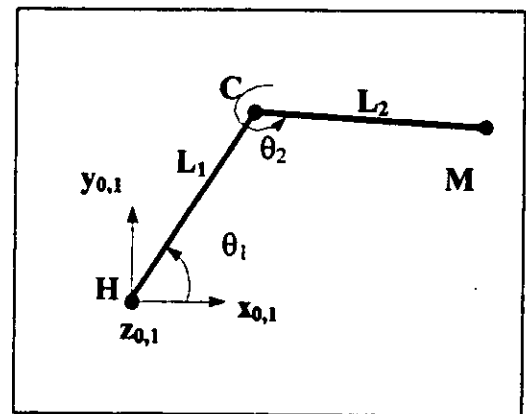


Fig. 4.10 Posición del punto M del manipulador P-R-R-R.

$$h(d_1, \theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \operatorname{sen} \theta_1 + L_2 \operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2) \\ d_1 + e_1 + e_2 + e_3 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

El jacobiano resulta ser (ecuación 4.17):

$$J_h(d_1, \theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} 0 & -L_1 s\theta_1 - L_2 s(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 s(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & L_1 c\theta_1 - L_2 c(\theta_1 + \theta_2) & L_2 c(\theta_1 + \theta_2) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Para encontrar los puntos singulares se iguala el determinante del jacobiano con cero, obteniendo así la ecuación 4.18:

$$\det J_h(d_1, \theta_1, \theta_2) = L_1 L_2 s\theta_2 = 0 \quad (4.18)$$

Se deduce que el mecanismo presenta singularidad cuando $\theta_2=180^\circ$ y 360° . Físicamente, cuando $\theta_2=360^\circ$ el brazo se encuentra totalmente extendido (Caso D-e) y cuando $\theta_2=180^\circ$ el brazo está totalmente contraído (Caso D-c), fig. 4.11.

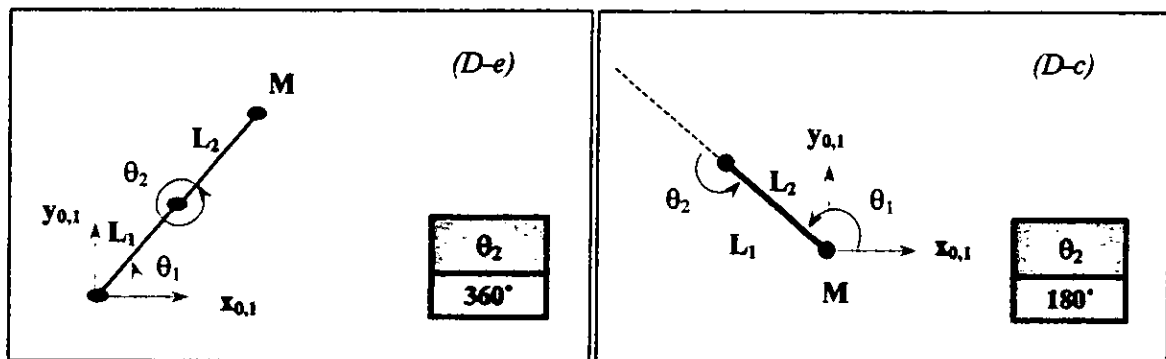


Fig. 4.11 Puntos singulares de la configuración 1 del mecanismo.

Análogamente, para la determinación de singularidad de la configuración 2 del manipulador P-R-R se sigue el desarrollo anterior. Partiendo del determinante del jacobiano, ecuación 4.19 se pueden obtener los puntos singulares. Existiendo éstos cuando $\theta'_2=0^\circ, 180^\circ$ y 360° con $\theta'_3=0^\circ, 180^\circ$ y 360° .

$$\det J(d'_1, \theta'_1, \theta'_2) = \begin{vmatrix} 0 & -L'_1 s\theta'_1 - L'_2 s(\theta'_1 + \theta'_2) - L'_3 s(\theta'_1 + \theta'_2 + \theta'_3) & -L'_2 s(\theta'_1 + \theta'_2) - L'_3 s(\theta'_1 + \theta'_2 + \theta'_3) \\ 0 & L'_1 c\theta'_1 - L'_2 c(\theta'_1 + \theta'_2) + L'_3 c(\theta'_1 + \theta'_2 + \theta'_3) & L'_2 c(\theta'_1 + \theta'_2) + L'_3 c(\theta'_1 + \theta'_2 + \theta'_3) \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$\det J(d'_1, \theta'_1, \theta'_2) = L'_1 L'_2 s\theta'_2 + L'_1 L'_3 s(\theta'_2 + \theta'_3) = 0 \quad 4.19$$

En la fig. 4.12 de la misma forma se muestran los puntos singulares correspondientes para la configuración 2, casos (G'), (A-c') y (B-c'). Así como la inexistencia de singularidad en el caso (C-c').

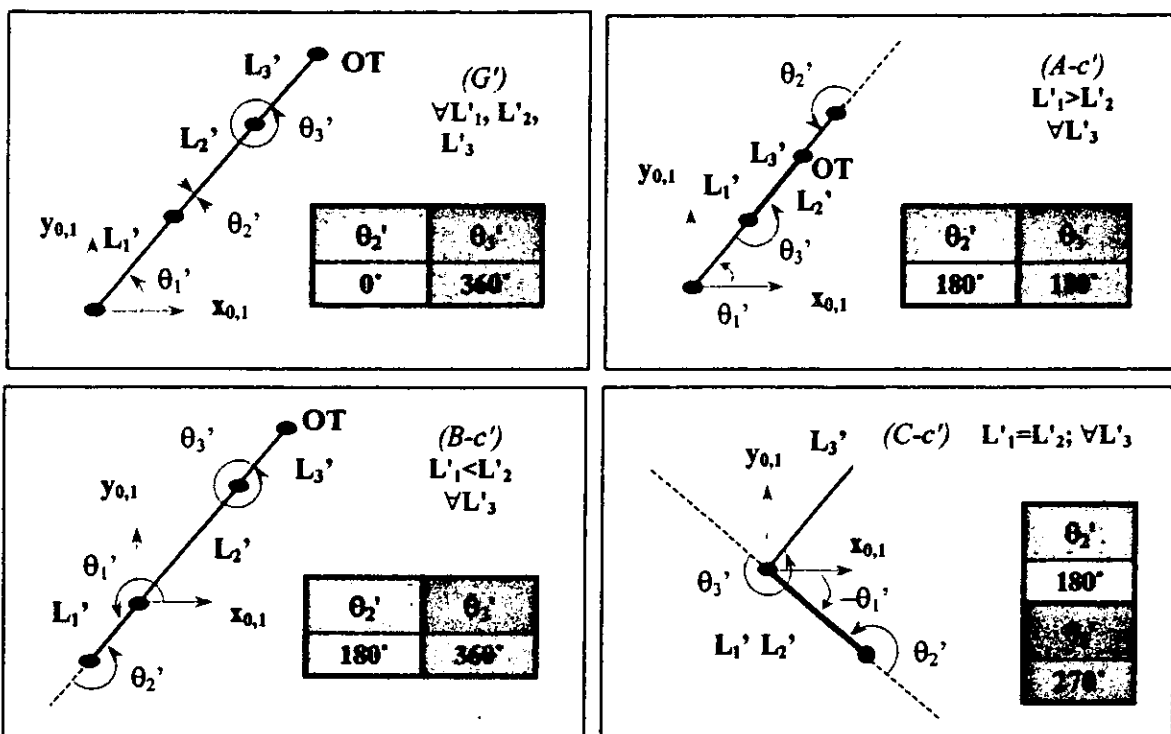


Fig. 4.12 Puntos singulares de la configuración 2 del manipulador P-R-R-R.

En la figura 4.13 se muestra el comportamiento del determinante del Jacobiano con respecto a la tercer variable articular θ_2 , para ambas configuraciones, la tabla 4.4 contiene los datos de las variables involucradas.

			PI	Pf	$\Delta/\Delta t$	
CASOS	A	$L_1=100$	x	299.99	140.01	0-10
		$L_2=80$	y	0	0	0.1
		$L_3=120$	z	200	200	
	B	$L_1=80$	x	299.99	140.01	0-10
		$L_2=100$	y	0	0	0.1
		$L_3=120$	z	200	200	
	C	$L_1=90$	x	299.99	120.01	0-10
		$L_2=90$	y	0	0	0.1
		$L_3=120$	z	200	200	
	D	$L_1=90$	x	179.99	0.01	0-10
		$L_2=90$	y	0	0	0.1
			z	200	200	

Tabla 4.5 Parámetros utilizados para el cálculo de det. J.

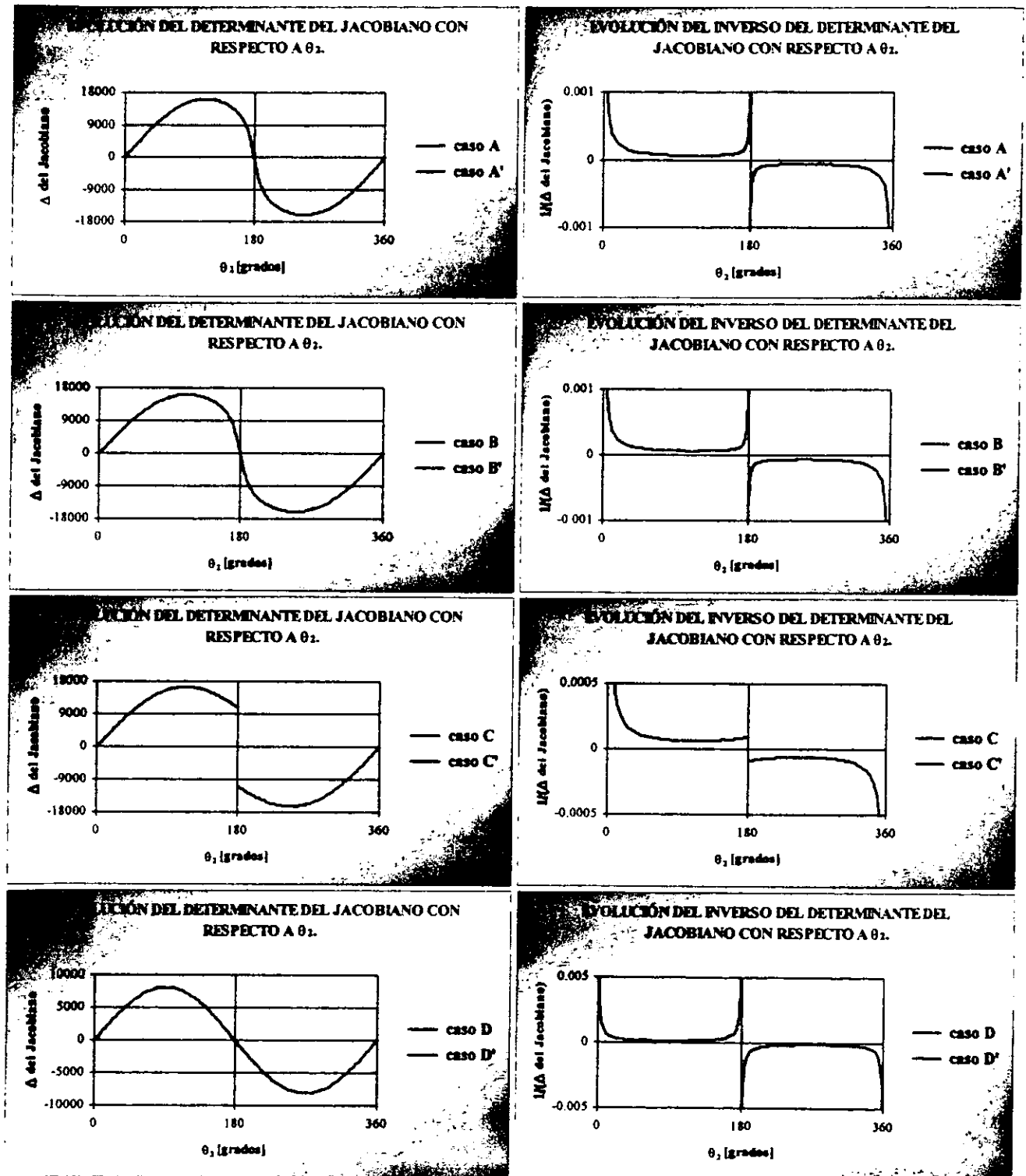


Fig. 4.13 Evolución del determinante y del inverso del determinante del Jacobiano con respecto a θ_2 .

4.4.2 Regiones de solución de aceleración.

Las singularidades son configuraciones en las que la movilidad de la estructura se encuentra reducida, es decir, no es posible imponer un movimiento arbitrario al órgano terminal, ya que aceleraciones pequeñas en el espacio operacional pueden causar aceleraciones grandes en el espacio de las articulaciones. Y por consiguiente no existirá una aceleración del órgano terminal lograble para cualquier θ ".

Derivando la ecuación 4.14 con respecto al tiempo se obtiene:

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{d}{dt} (J^{-1}(t) {}^0v_{OT})$$

$$\ddot{\theta}(t) = \left(\frac{{}^0v_{OT}}{\det J(t)} \right) \left(\frac{d(\text{adj}J(t))}{dt} \right) + \left(\frac{{}^0a_{OT}}{\det J(t)} \right) \text{adj}J(t) - \left(\frac{{}^0v_{OT}}{\det^2 J(t)} \right) \text{adj}J(t) \left(\frac{d(\det J(t))}{dt} \right) \quad (4.20)$$

En la figura 4.13 se muestra el comportamiento del inverso del determinante del Jacobiano con respecto a la tercer variable articular θ_2 , para ambas configuraciones. Se observa singularidad cuando $\theta_2=0^\circ, 180^\circ$ y 360° con $\theta_3=0^\circ, 180^\circ$ y 360° .

Del análisis anterior, se puede concluir con la obtención de la región de solución universal para ambas configuraciones. La cual está dada por las siguientes ecuaciones (tabla 4.6):

CASO	PLANO XY	EJE Z
A, B	$r_i^2 < OT_x^2 + OT_y^2 < r_e^2$	$e_1 + e_2 + e_3 \leq OT_z \leq d_1 + e_1 + e_2 + e_3$
C	$r_i^2 \leq OT_x^2 + OT_y^2 < r_e^2$	

Tabla 4.6 Ecuaciones de solución.

5. GENERACIÓN DE LA TRAYECTORIA.

Los movimientos que el manipulador realiza para desplazarse de un punto a otro contenidos dentro del volumen de trabajo, se definen como trayectoria. Normalmente, son deseables movimientos suaves del manipulador, ya que los movimientos ásperos o accidentados pueden causar tensiones y momentos innecesarios que pueden generar desgaste y vibraciones de elementos.

Generalmente, la trayectoria del órgano terminal en el espacio está determinada por los requerimientos de la tarea de manipulación. El problema de generación de trayectoria es generar la correspondiente trayectoria como una función del tiempo.

La trayectoria de un manipulador se compone de dos elementos:

- **Perfil de Trayectoria.** Describe la posición, velocidad y aceleración del órgano terminal (OT), a lo largo del recorrido.
- **Lugar Geométrico de la Trayectoria.** Identifica los puntos (x,y,z) en el espacio operacional, por donde se desplazará el órgano terminal, durante el recorrido.

5.1 Diferentes perfiles de trayectoria.

El movimiento del manipulador se asigna típicamente en el espacio operacional en términos de parámetros de trayectoria como posición inicial y final del órgano terminal, posibles posiciones intermedias y el tiempo de recorrido a lo largo de lugares geométricos particulares. Esto permite verificar directamente, si las velocidades y aceleraciones resultantes pueden ser soportadas físicamente por el manipulador.

A continuación se presenta el análisis de los perfiles de trayectoria: Trapezoidal y Quintico, utilizando diferentes períodos estacionarios; entendiéndose como período estacionario al tiempo que transcurre la velocidad sin variación.

5.1.1 Perfil Trapezoidal.

El perfil de velocidad trapezoidal consta de una zona de aceleración constante en la fase de inicio, una velocidad de crucero, y una desaceleración constante en la fase final. La trayectoria resultante está formada por un segmento lineal conectado por dos segmentos parabólicos en las posiciones iniciales y finales.

El comportamiento que describe la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo de recorrido, se muestra en la siguiente figura (fig. 5.1).

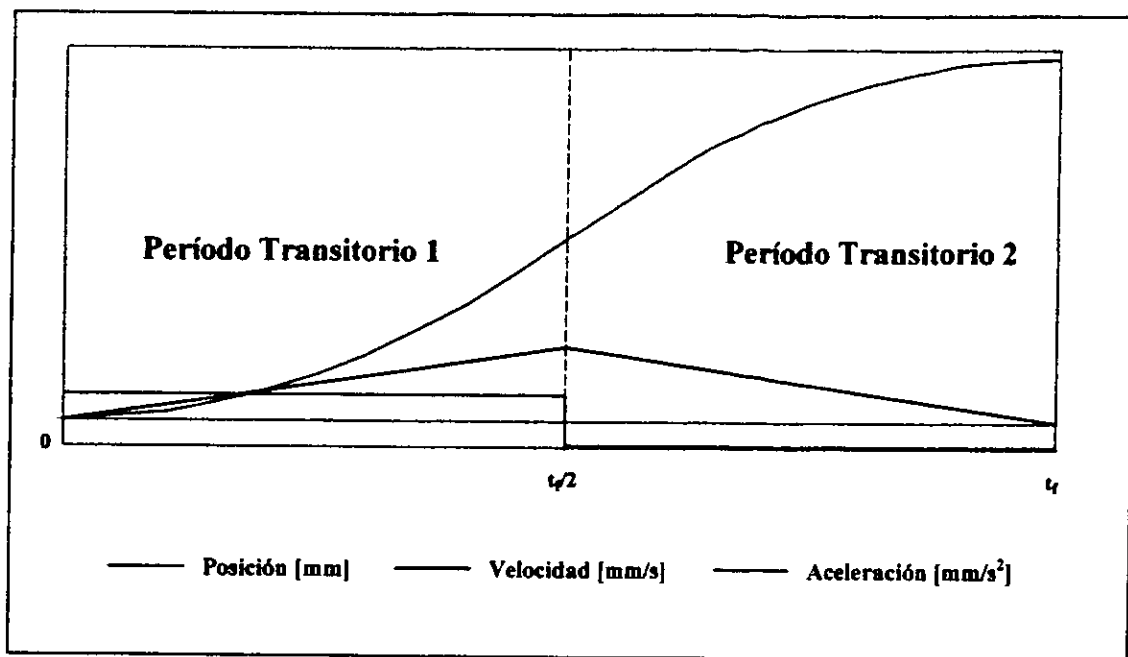


Fig. 5.1 Evolución en el tiempo de la posición, velocidad y aceleración del perfil Trapezoidal.

El análisis matemático del comportamiento del perfil Trapezoidal, es el siguiente^[12]:

Velocidad.

Período Transitorio 1.

Tomando en cuenta que la velocidad presenta linealidad en el período comprendido de 0 a $t_f/2$, se puede representar con la ecuación de la línea recta donde:

$$\dot{q}(t) = mt + b \tag{5.1}$$

Resolviendo el sistema de dos ecuaciones, que surge al evaluar la ecuación anterior para $t=0$ y $t=t_f/2$, se tiene que:

$$\dot{q}(t) = \left[\frac{2\dot{q}_{max}}{t_f} \right] t; \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \tag{5.2}$$

Período Transitorio 2.

De forma similar, para el período comprendido entre $t_f/2 \leq t \leq t_f$ la velocidad presenta linealidad y puede ser representada por la ecuación:

$$\dot{q}(t) = mt + b \tag{5.3}$$

Evaluando la función para $t = t_f/2$ y para $t = t_f$ se tiene un sistema de 2 ecuaciones, mismo que tiene como solución:

$$\dot{q}(t) = 2\dot{q}_{max} \left[1 - \frac{t}{t_f} \right]; \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \quad (5.4)$$

Posición.

Período Transitorio 1.

Integrando la ecuación 5.2, se tiene:

$$q(t) = \left(\frac{2\dot{q}_{max}}{t_f} \right) \int t dt = \left(\frac{\dot{q}_{max}}{t_f} \right) t^2 + c \quad (5.5)$$

El valor de la constante c , es nulo, se comprueba al evaluar la función para $t=0$, de tal forma que:

$$q(t) = \left(\frac{\dot{q}_{max}}{t_f} \right) t^2; \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \quad (5.6)$$

Período Transitorio 2.

Integrando la ecuación 5.4 se obtiene:

$$q(t) = 2\dot{q}_{max} \left(\int dt - \frac{1}{t_f} \int t dt \right) = 2\dot{q}_{max} \left(t - \frac{t^2}{2t_f} \right) + c \quad (5.7)$$

Donde el valor de la constante c , es la solución del sistema de ecuaciones formado al evaluar en $t=t_f/2$ las ecuaciones 5.6 y 5.7, de tal forma que la posición en el 2º periodo transitorio está dada por:

$$q(t) = \dot{q}_{max} \left(2 \left(t - \frac{t^2}{2t_f} \right) - \frac{t_f}{2} \right); \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \quad (5.8)$$

Aceleración.

Período Transitorio 1.

La aceleración se obtiene al derivar la velocidad (ec. 5.2 para el 1er. Período y ec. 5.4 para el 2º. Período), de tal forma que:

$$\ddot{q}(t) = \left(\frac{2\dot{q}_{max}}{t_f} \right); \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \quad (5.9)$$

Período Transitorio 2.

Y para el 2º. Período:

$$\ddot{q}(t) = -\left(\frac{2\dot{q}_{max}}{t_f}\right); \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \quad (5.10)$$

Como:

$$\dot{q}(t) = 2\frac{q_f}{t_f}$$

Se obtiene la posición, velocidad y aceleración que describe el órgano terminal para el perfil Trapezoidal, en función del desplazamiento y del tiempo total de recorrido.

Posición.

$$q(t) = 2q_f \left[\frac{t}{t_f} \right]^2; \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \quad (5.11)$$

$$q(t) = 2\left(\frac{q_f}{t_f}\right) \left(2\left(t - \frac{t^2}{2t_f}\right) - \frac{t_f}{2} \right); \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \quad (5.12)$$

Velocidad.

$$\dot{q}(t) = 4q_f \left[\frac{t}{t_f} \right]; \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \quad (5.13)$$

$$\dot{q}(t) = 4\frac{q_f}{t_f} \left[1 - \frac{t}{t_f} \right]; \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \quad (5.14)$$

Aceleración.

$$\ddot{q}(t) = 4q_f \left(\frac{1}{t_f^2} \right); \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \quad (5.15)$$

$$\ddot{q}(t) = -4q_f \left(\frac{1}{t_f^2} \right); \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \quad (5.16)$$

5.1.2 Perfil Quintico.

A diferencia del perfil Trapezoidal, el perfil Quintico presenta suavizadas las velocidades y aceleraciones como se puede apreciar en la siguiente figura (5.2).

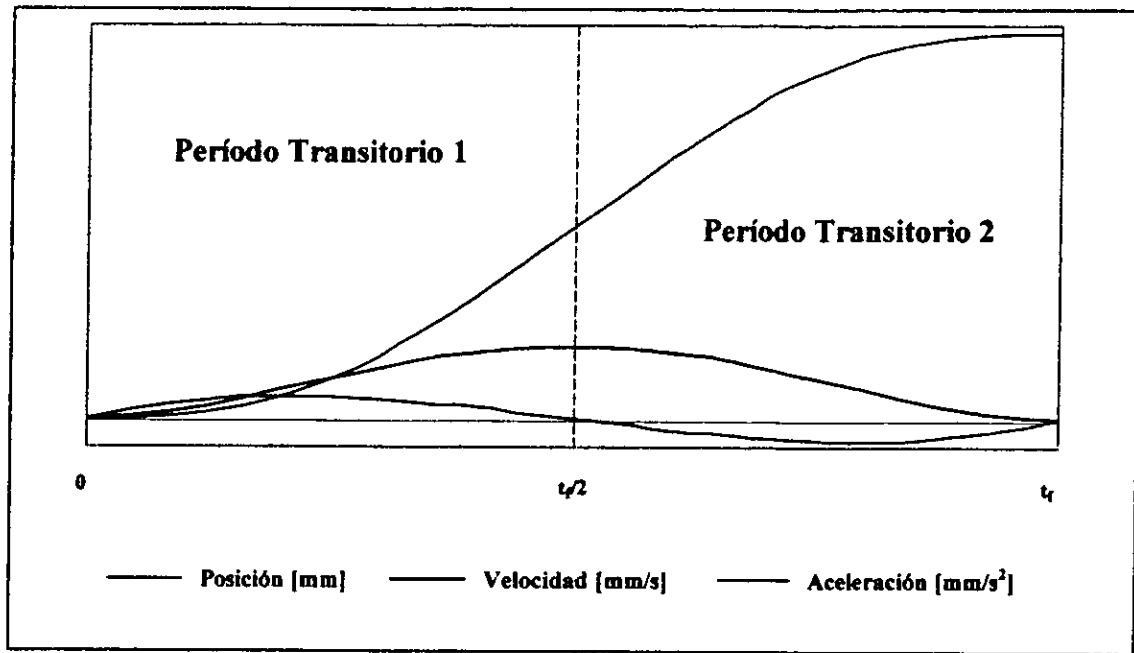


Fig. 5.2 Evolución en el tiempo de la posición, velocidad y aceleración del perfil Quintico.

Este perfil es generado por un polinomio de quinto grado, de la forma: ^[12]

$$q(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (5.17)$$

Donde su velocidad y aceleración están dadas por su 1ª y 2ª derivadas:

$$\dot{q}(t) = \frac{dq(t)}{dt} = a_1 + a_2t + a_3t^2 + a_4t^3 + a_5t^4 \quad (5.18)$$

$$\ddot{q}(t) = \frac{d^2q(t)}{dt^2} = 2a_2 + 6a_3t + 12a_4t^2 + 20a_5t^3 \quad (5.19)$$

La posición, velocidad y aceleración que describe el perfil Quintico, se obtiene al resolver el sistema de ecuaciones anterior, relacionando el desplazamiento total del órgano terminal (OT) y el tiempo de recorrido.

Posición.

$$q(t) = q_f \left\{ 10 \left(\frac{t}{t_f} \right)^3 - 15 \left(\frac{t}{t_f} \right)^4 + 6 \left(\frac{t}{t_f} \right)^5 \right\} \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (5.20)$$

Velocidad.

$$\dot{q}(t) = q_f \left\{ 30 \left(\frac{t^2}{t_f^3} \right) - 60 \left(\frac{t^3}{t_f^4} \right) + 30 \left(\frac{t^4}{t_f^5} \right) \right\} \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (5.21)$$

Aceleración.

$$\ddot{q}(t) = q_f \left\{ 60 \left(\frac{t}{t_f} \right)^3 - 180 \left(\frac{t}{t_f} \right)^4 + 120 \left(\frac{t}{t_f} \right)^5 \right\} \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (5.22)$$

5.1.3 Aplicación de diferentes períodos estacionarios.

Se pretende hacer una combinación de períodos en el perfil de trayectoria, de tal forma que la distribución sea la siguiente: en el inicio un Período Transitorio; seguido de un Período Estacionario, el cual se logra cuando el sistema alcanza la velocidad máxima y la mantiene constante (no existe aceleración), y para concluir otro Período Transitorio.

Esta distribución está controlada asignando a cada período un intervalo de tiempo definido, teniendo así (fig. 5.3):

Período	Tiempo Asignado	Donde:
Transitorio 1	$(1/n)t_f$	$n \geq 2$ Parámetro de control de tiempo. t_f Tiempo total del recorrido.
Estacionario	$(n-2)/t_f$	
Transitorio 2	$(1/n)t_f$	

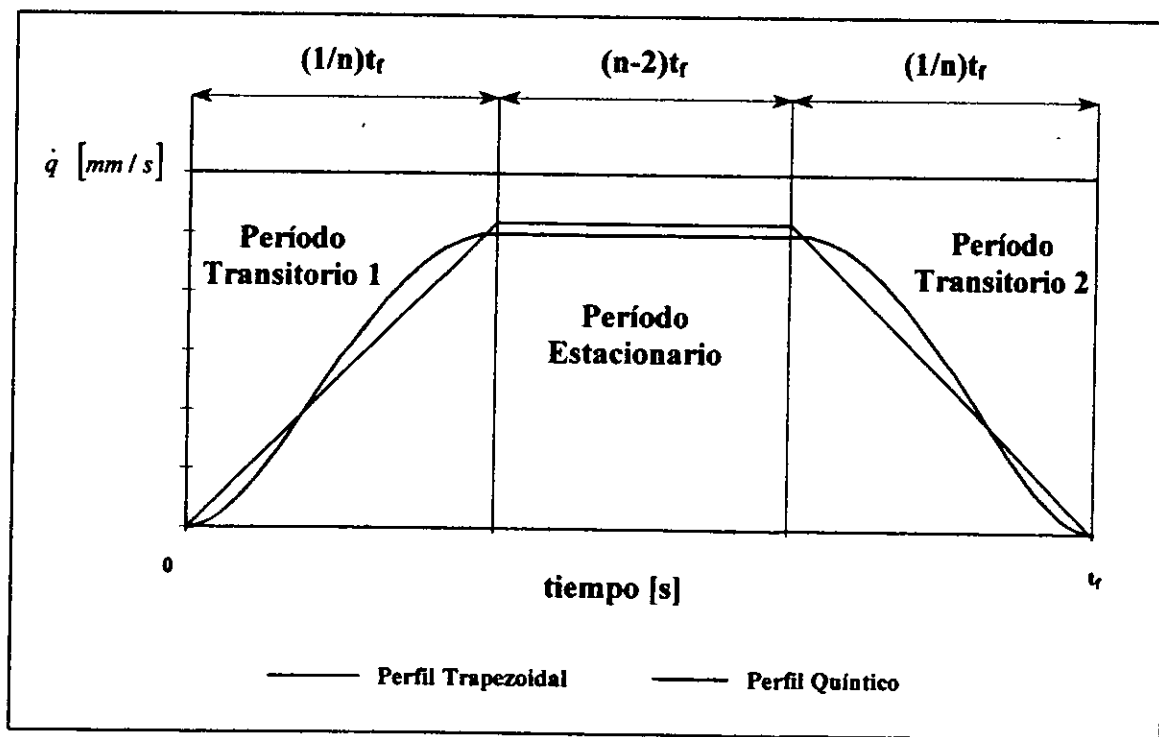


Fig. 5.3 Representación del período estacionario en el Perfil de Velocidad Trapezoidal y Quintico.

El período estacionario no existirá cuando “n” sea igual a 2. Las ecuaciones que definen la posición, velocidad y aceleración de los perfiles Trapezoidal y Quintico aplicando diferentes períodos estacionarios (n=2,3,4... 10) se definen a continuación.

Perfil Trapezoidal.

Posición.

$$q(t) = \frac{q_f}{2} \left[\frac{n^2}{n-1} \left[\frac{t}{t_f} \right]^2 \right]; \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \quad (5.23)$$

$$q(t) = \left(\frac{q_f}{t_f} \right) \left(\frac{nt - 0.5t_f}{n-1} \right); \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n} t_f \quad (5.24)$$

$$q(t) = \left(\frac{q_f}{t_f} \right) \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(2 \left[t - \frac{n-2}{n} t_f \right] - \left[\frac{n \left(t - \frac{n-2}{n} t_f \right)^2}{4t_f} \right] - \frac{t_f}{n} \right) + q_f \left(\frac{n-2}{n-1} \right); \quad \forall t, \quad \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \quad (5.25)$$

En la gráfica de la figura 5.4 se muestra la evolución de la posición con respecto al tiempo para diferentes períodos estacionarios.

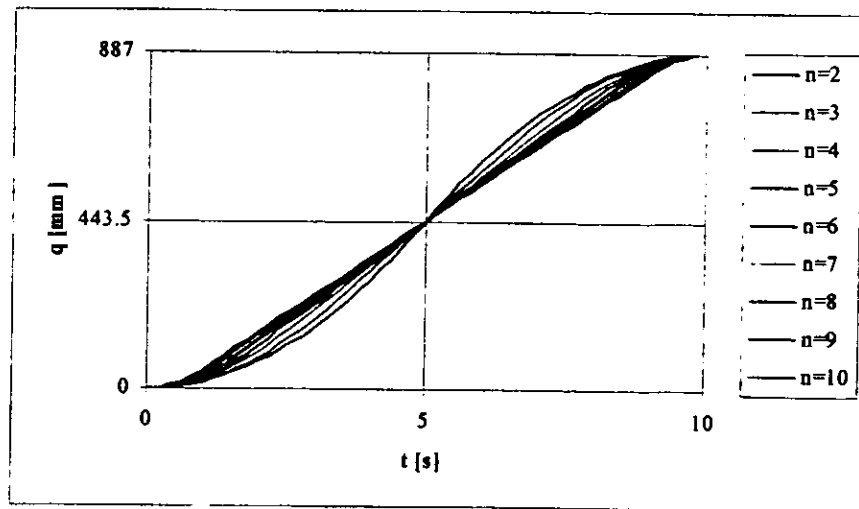


Fig. 5.4 Evolución de la Posición del órgano terminal en el perfil Trapezoidal.

Velocidad.

$$\dot{q}(t) = q_f \left[\frac{n^2}{n-1} \right] \left[\frac{t}{t_f^2} \right]; \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \quad (5.26)$$

$$\dot{q}(t) = \left(\frac{q_f}{t_f} \right) \left(\frac{n}{n-1} \right); \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n} t_f \quad (5.27)$$

$$\dot{q}(t) = \left(\frac{q_f}{t_f} \right) \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(2 \left(1 - \frac{n \left[t - \frac{n-2}{n} t_f \right]}{2 t_f} \right) \right); \quad \forall t, \quad \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \quad (5.28)$$

En la gráfica de la figura 5.5 se muestra la evolución de la velocidad con respecto al tiempo para diferentes períodos estacionarios.

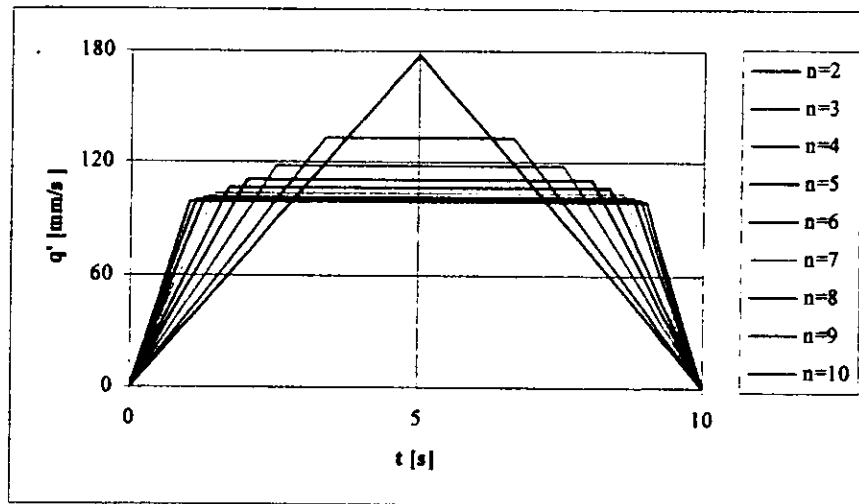


Fig. 5.5 Evolución de la Velocidad del órgano terminal en el perfil Trapezoidal.

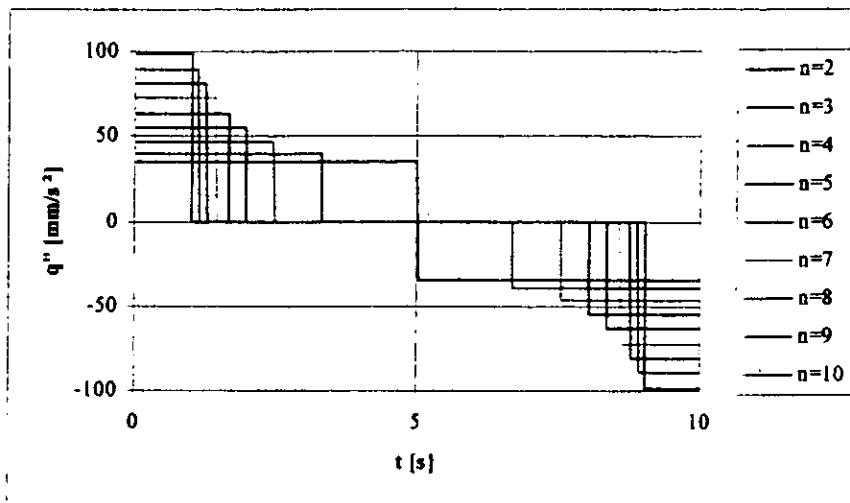
Aceleración.

$$\ddot{q}(t) = q_f \left[\frac{n^2}{n-1} \right] \left[\frac{1}{t_f^2} \right]; \quad \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \quad (5.29)$$

$$\ddot{q}(t) = 0; \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n} t_f \quad (5.30)$$

$$\ddot{q}(t) = -q_f \left(\frac{n^2}{n-1} \right) \left(\frac{1}{t_f^2} \right); \quad \forall t, \quad \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \quad (5.31)$$

En la gráfica de la figura 5.6 se muestra la evolución de la aceleración con respecto al tiempo para diferentes periodos estacionarios.



5.6 Evolución de la Aceleración del órgano terminal en el perfil Trapezoidal.

Perfil Quintico.

Posición.

$$q(t) = \left\{ q_f \left(1 - \frac{30(n-2)}{32 + 30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left(\frac{10}{2^3} \right) \left(\frac{t}{t_f} \right)^3 - n^4 \left(\frac{15}{2^4} \right) \left(\frac{t}{t_f} \right)^4 + n^5 \left(\frac{6}{2^5} \right) \left(\frac{t}{t_f} \right)^5 \right\};$$

$$\forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \quad (5.32)$$

$$q(t) = q \left(\frac{t_f}{n} \right) + \dot{q} \left(\frac{t_f}{n} \right) \left\{ t - \frac{t_f}{n} \right\}; * \left\{ n^3 \left(\frac{10}{2^3} \right) \left(\frac{t}{t_f} \right)^3 - n^4 \left(\frac{15}{2^4} \right) \left(\frac{t}{t_f} \right)^4 + n^5 \left(\frac{6}{2^5} \right) \left(\frac{t}{t_f} \right)^5 \right\};$$

$$\forall t, \quad \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n} t_f \quad (5.33)$$

$$q(t) = \left\{ q_f \left(1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left(\frac{10}{2^3} \right) \left(\frac{t - \left(\frac{n-2}{n} \right) t_f}{t_f} \right)^3 - n^4 \left(\frac{15}{2^4} \right) \left(\frac{t - \left(\frac{n-2}{n} \right) t_f}{t_f} \right)^4 + n^5 \left(\frac{6}{2^5} \right) \left(\frac{t - \left(\frac{n-2}{n} \right) t_f}{t_f} \right)^5 \right\} + \dot{q} \left(\frac{t_f}{n} \right) \left(\frac{n-2}{n} t_f \right);$$

$$\forall t, \quad \frac{n-1}{n} t_f \leq t \leq t_f \quad (5.34)$$

En la gráfica de la figura 5.7 se muestra la evolución de la posición con respecto al tiempo para diferentes periodos estacionarios.

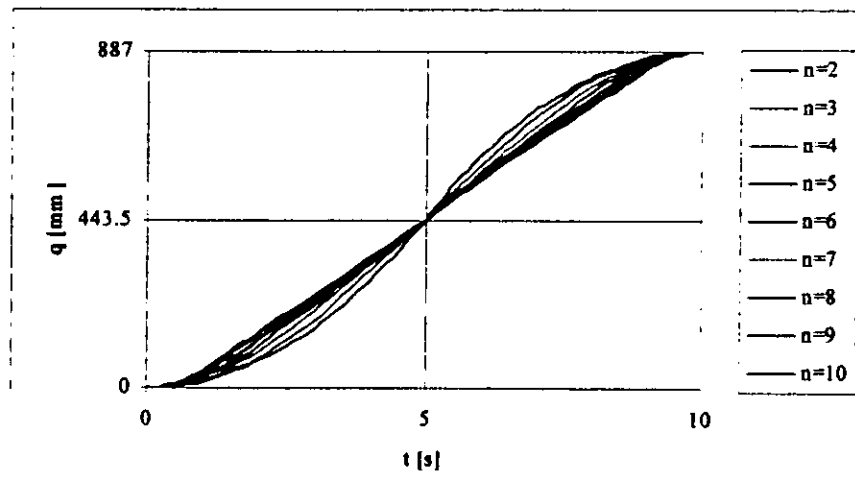


Fig. 5.7 Evolución de la Posición del órgano terminal en el perfil Quintico.

Velocidad.

$$\dot{q}(t) = \left\{ q_f \left(1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left(\frac{30}{2^3} \right) \left(\frac{t^2}{t_f^3} \right) - n^4 \left(\frac{60}{2^4} \right) \left(\frac{t^3}{t_f^4} \right) + n^5 \left(\frac{30}{2^5} \right) \left(\frac{t^4}{t_f^5} \right) \right\};$$

$$\forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \quad (5.35)$$

$$\dot{q}(t) = \dot{q}\left(\frac{t_f}{n}\right); \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n}t_f \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned} \dot{q}(t) = & \left\{ q_f \left(1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left(\frac{30}{2^3} \right) \left(\frac{t - \left(\frac{n-2}{n} \right) t_f}{t_f} \right)^2 \right. \\ & \left. - n^4 \left(\frac{60}{2^4} \right) \left(\frac{t - \left(\frac{n-2}{n} \right) t_f}{t_f} \right)^3 + n^5 \left(\frac{30}{2^5} \right) \left(\frac{t - \left(\frac{n-2}{n} \right) t_f}{t_f} \right)^4 \right\} \\ & \forall t, \quad \frac{n-1}{n}t_f \leq t \leq t_f \quad (5.37) \end{aligned}$$

En la gráfica de la figura 5.8 se muestra la evolución de la velocidad con respecto al tiempo para diferentes periodos estacionarios.

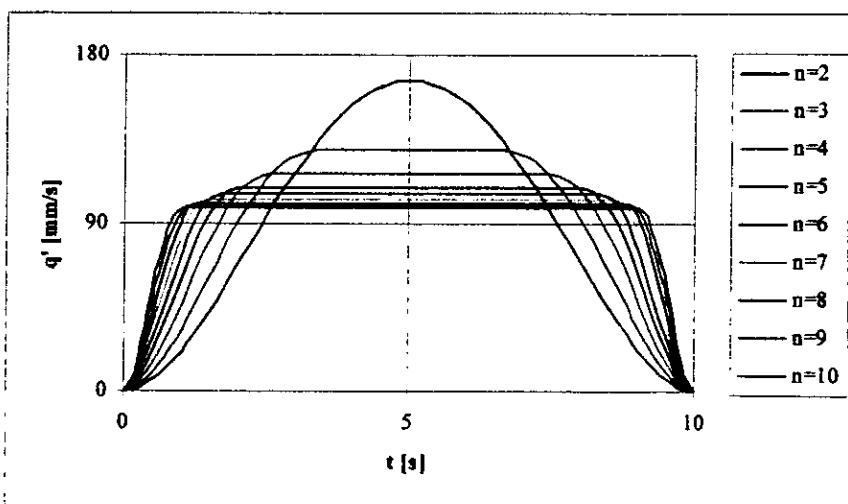


Fig. 5.8 Evolución de la Velocidad del órgano terminal en el perfil Quintico.

Aceleración.

$$\begin{aligned} \ddot{q}(t) = & \left\{ q_f \left(1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left(\frac{60}{2^3} \right) \left(\frac{t}{t_f} \right) - n^4 \left(\frac{180}{2^4} \right) \left(\frac{t^2}{t_f^2} \right) + n^5 \left(\frac{120}{2^5} \right) \left(\frac{t^3}{t_f^3} \right) \right\}; \\ & \forall t, \quad 0 \leq t \leq \frac{t_f}{n} \quad (5.38) \end{aligned}$$

$$\ddot{q}(t) = 0; \quad \forall t, \quad \frac{t_f}{n} \leq t \leq \frac{n-1}{n}t_f \quad (5.39)$$

$$\ddot{q}(t) = \left\{ q_f \left(1 - \frac{30(n-2)}{32+30(n-2)} \right) \right\} * \left\{ n^3 \left(\frac{60}{2^3} \right) \left(\frac{t - \left(\frac{n-2}{n} \right) t_f}{t_f} \right) - \right.$$

$$\left. - n^4 \left(\frac{180}{2^4} \right) \left(\frac{t - \left(\frac{n-2}{n} \right) t_f}{t_f} \right)^2 + n^5 \left(\frac{120}{2^5} \right) \left(\frac{t - \left(\frac{n-2}{n} \right) t_f}{t_f} \right)^3 \right\}$$

$$\forall t, \quad \frac{n-1}{n}t_f \leq t \leq t_f \quad (5.40)$$

En la gráfica de la figura 5.9 se muestra la evolución de la aceleración con respecto al tiempo para diferentes periodos estacionarios.

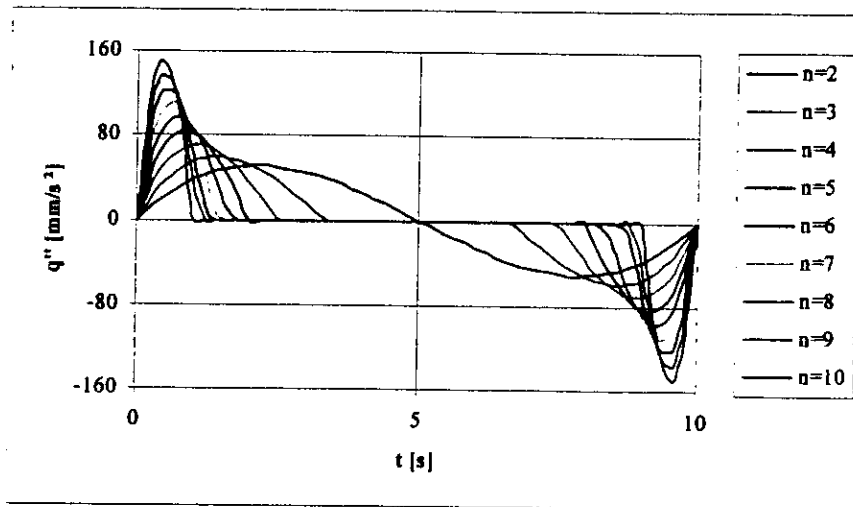
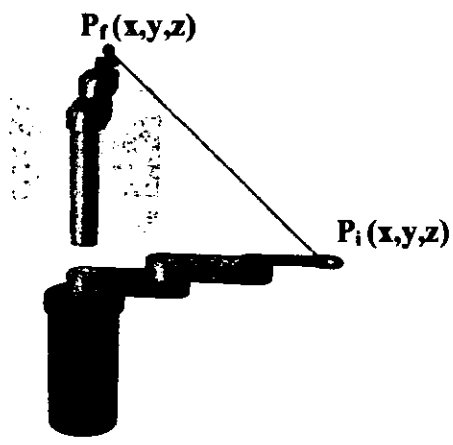


FIG. 5.9 Evolución de la Aceleración del órgano terminal en el perfil Quintico.

5.1.4 Comparación entre perfiles, ventajas y desventajas.

Para poder realizar una comparación entre perfiles, es necesario establecer las características de operación particulares del manipulador P-R-R-R. La tarea principal del manipulador es transportar discos de silicio entre cassettes que se encuentran situados cerca del límite del volumen de trabajo. Y por lo tanto, el comportamiento que presentan la velocidad y aceleración toma gran importancia cuando el órgano terminal se sitúa cerca de las regiones de singularidad, ya que a mayores valores de las variables operacionales, las velocidades y aceleraciones articulares se incrementan considerablemente.

Con el objeto de tener un punto de comparación entre los *perfiles de trayectoria* *quintico* y *trapezoidal*, se simulará una trayectoria que parte de puntos próximos al volumen de trabajo, y que su evolución está dada por los parámetros mostrados en la tabla 5.1.

 <p>Diagrama que muestra un manipulador P-R-R-R. Un punto inicial $P_i(x,y,z)$ está etiquetado en la parte superior derecha, y un punto final $P_f(x,y,z)$ está etiquetado en la parte superior izquierda. Una línea recta conecta los dos puntos, representando el lugar geométrico de la trayectoria.</p>	<p>Tabla 5.1 Parámetros utilizados en la simulación.</p> <p>Lugar geométrico: Línea recta</p> <p>Punto inicial (478.4,0,113.2)</p> <p>Punto final (-339.3,339.3,163.1)</p> <p>Tiempo total de recorrido = 10 seg.</p> <p>$n = 2, \dots, 10$</p>
---	---

En las gráficas de las siguientes figuras (5.10-5.62) se muestra una comparación de la evolución de la posición, velocidad y aceleración con respecto al tiempo de los perfiles *quintico* y *trapezoidal* aplicando diferentes periodos estacionarios; además se muestra la diferencia existente entre dichos parámetros.

Período Estacionario nulo (n=2).

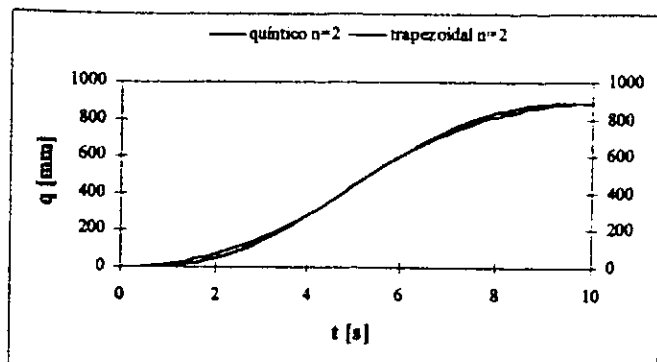


Fig. 5.10 Evolución de la posición para n=2.

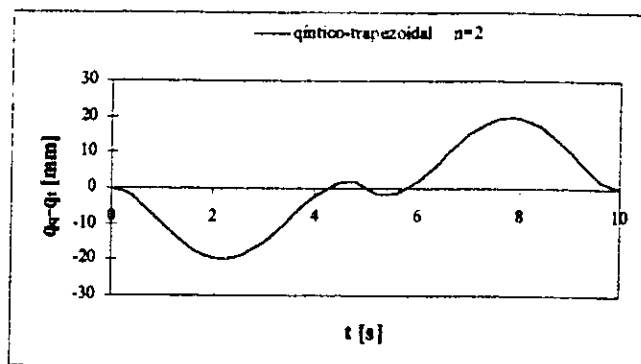


Fig. 5.11 Diferencia de la posición entre perfiles.

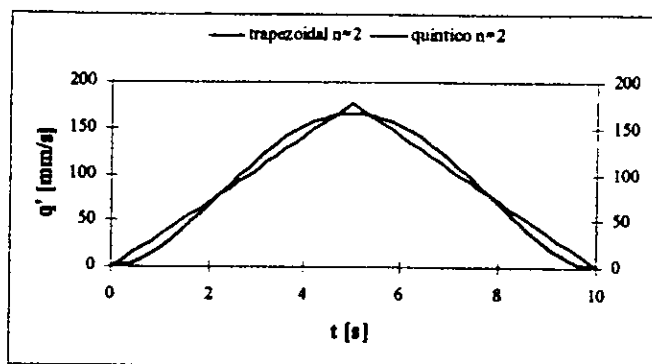


Fig. 5.12 Evolución de la velocidad para n=2.

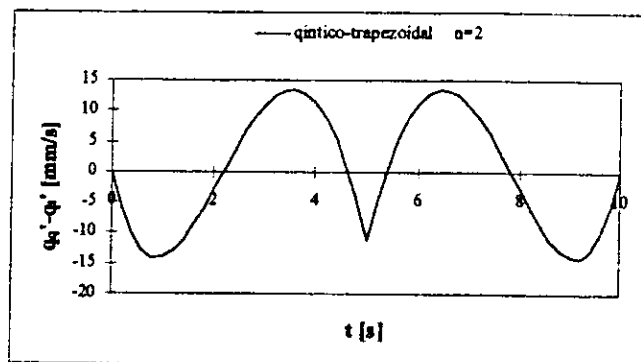


Fig. 5.13 Diferencia de la velocidad entre perfiles.

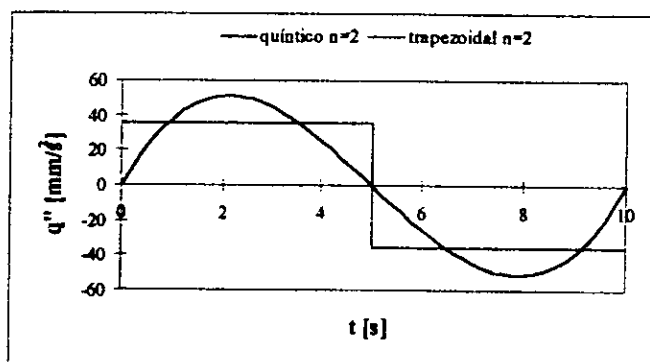


Fig. 5.14 Evolución de la aceleración para n=2.

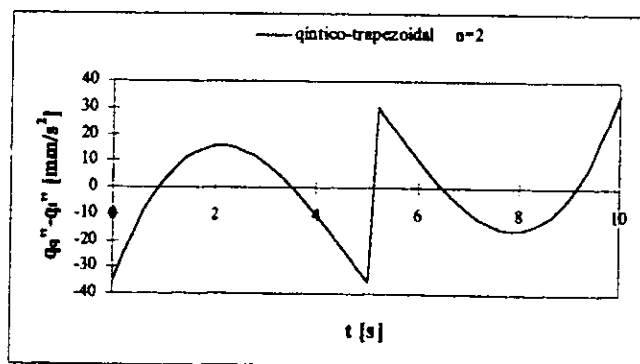


Fig. 5.15 Diferencia de la aceleración entre perfiles.

P. QUÍNTICO

P. TRAPEZOIDAL

velocidad máx.	166.7	177.3	[mm/s]
aceleración máx.	51.2	35.5	[mm/s ²]

Período Estacionario igual a 1/3 (n=3).

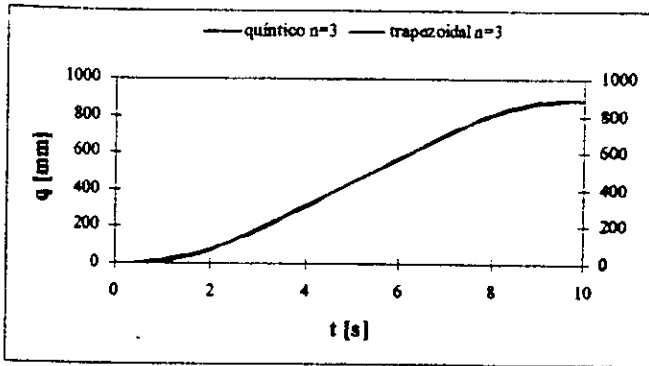


Fig. 5.16 Evolución de la posición para n=3.

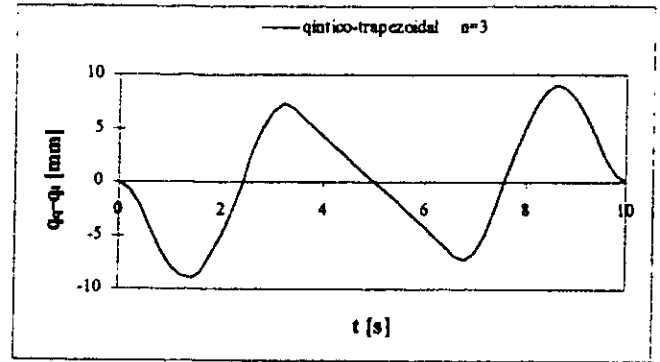


Fig. 5.17 Diferencia de la posición entre perfiles.

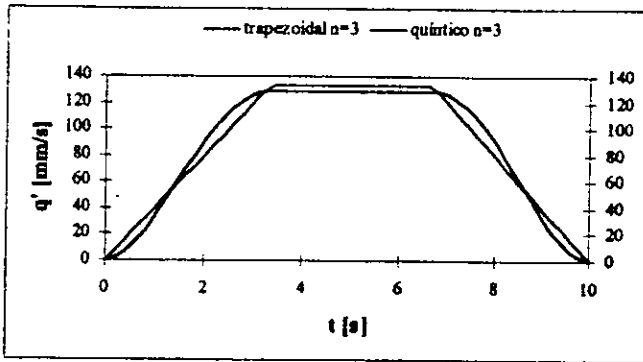


Fig. 5.18 Evolución de la velocidad para n=3.

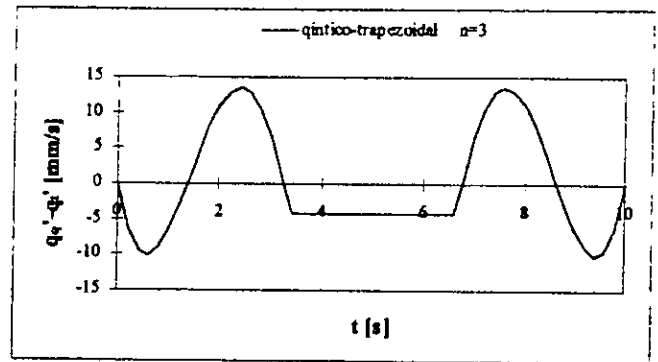


Fig. 5.19 Diferencia de la velocidad entre perfiles.

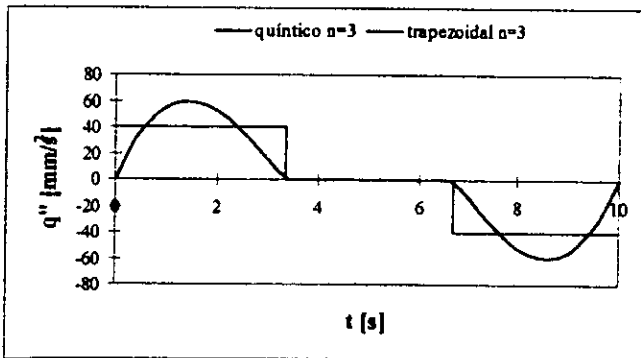


Fig. 5.20 Evolución de la aceleración para n=3.

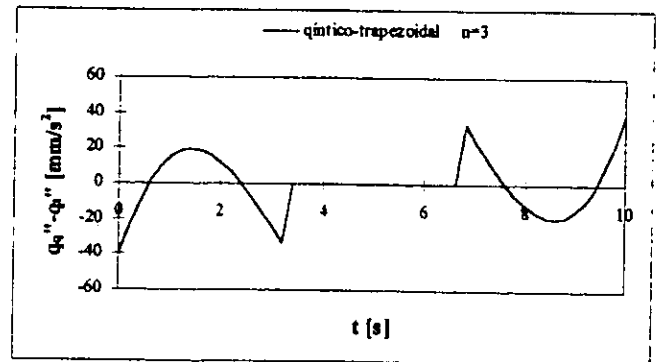


Fig. 5.21 Diferencia de la aceleración entre perfiles.

	P. QUÍNTICO	P. TRAPEZOIDAL	
velocidad máx.	128.7	133.0	[mm/s]
aceleración máx.	59.4	39.9	[mm/s ²]

Período Estacionario igual a 1/2 (n=4).

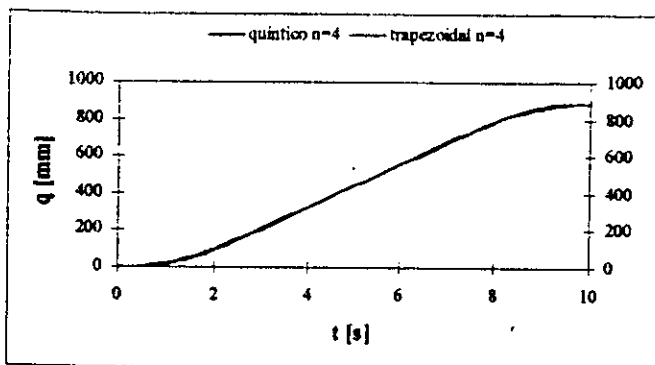


Fig. 5.22 Evolución de la posición para n=4.

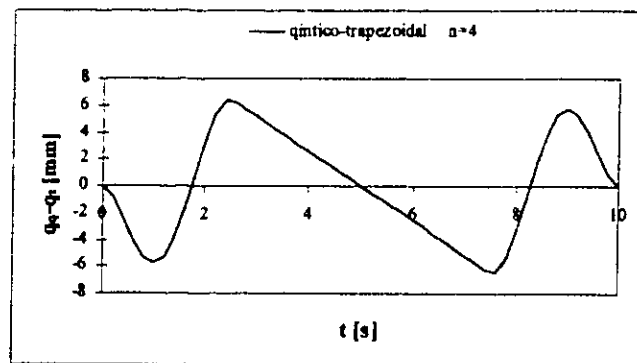


Fig. 5.23 Diferencia de la posición entre perfiles.

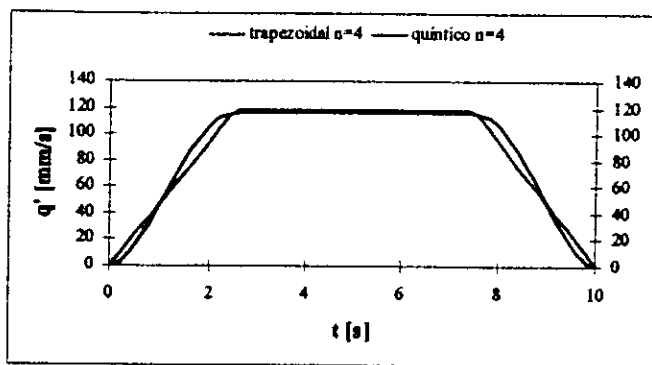


Fig. 5.24 Evolución de la velocidad para n=4.

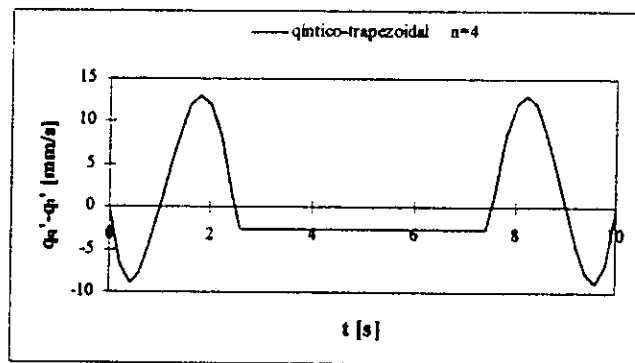


Fig. 5.25 Diferencia de la velocidad entre perfiles.

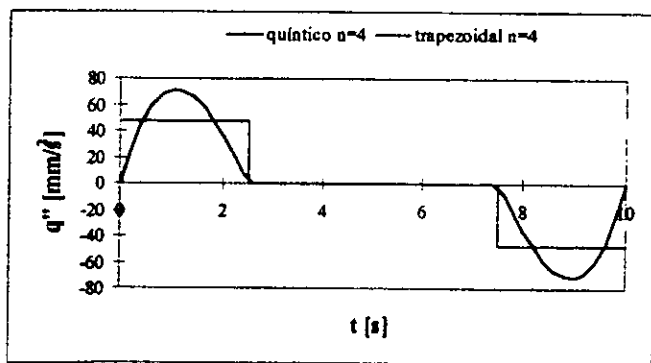


Fig. 5.26 Evolución de la aceleración para n=4.

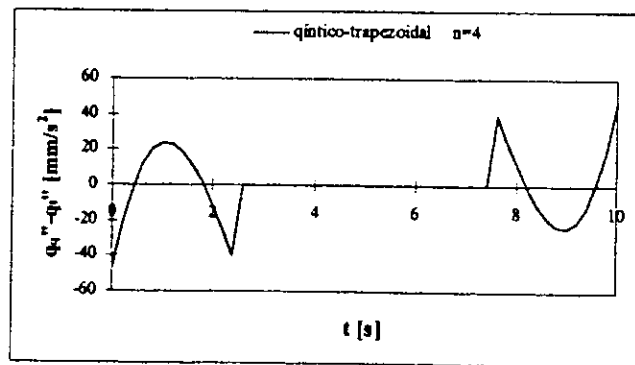


Fig. 5.27 Diferencia de la aceleración entre perfiles.

	P. QUÍNTICO	P. TRAPEZOIDAL	
velocidad máx.	115.7	118.2	[mm/s]
aceleración máx.	71.2	47.3	[mm/s ²]

Período Estacionario igual a 3/5 (n=5).

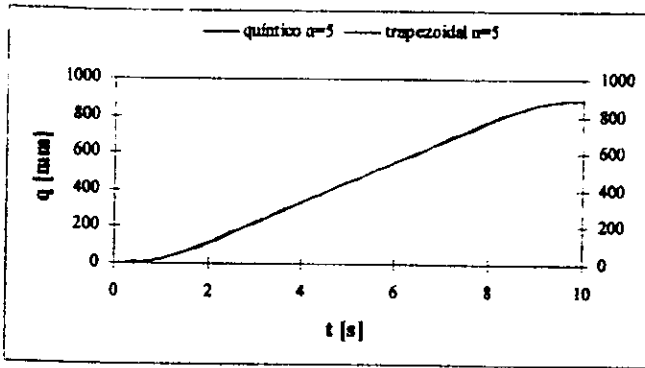


Fig. 5.28 Evolución de la posición para n=5.

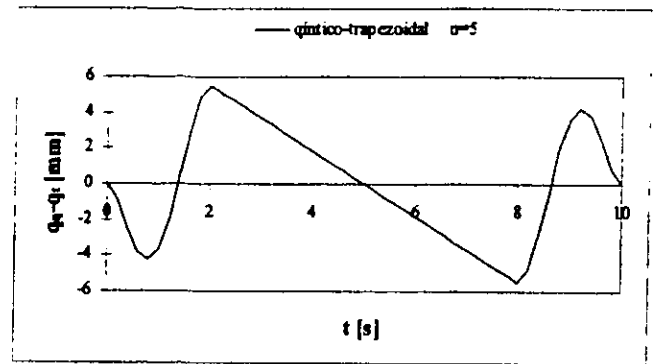


Fig. 5.29 Diferencia de la posición entre perfiles.

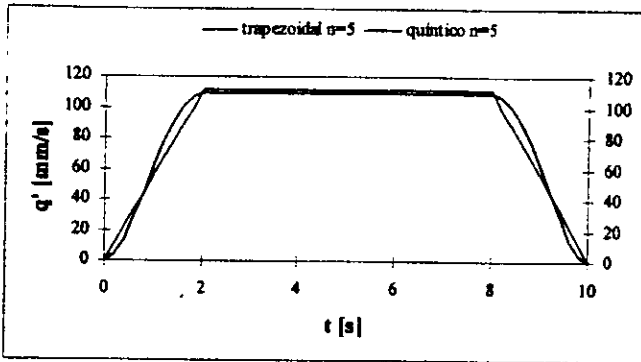


Fig. 5.30 Evolución de la velocidad para n=5.

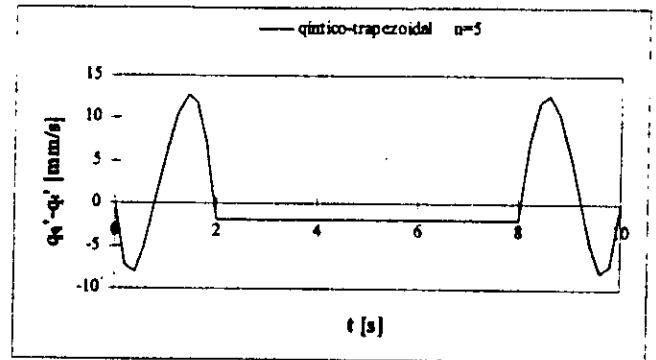


Fig. 5.31 Diferencia de la velocidad entre perfiles.

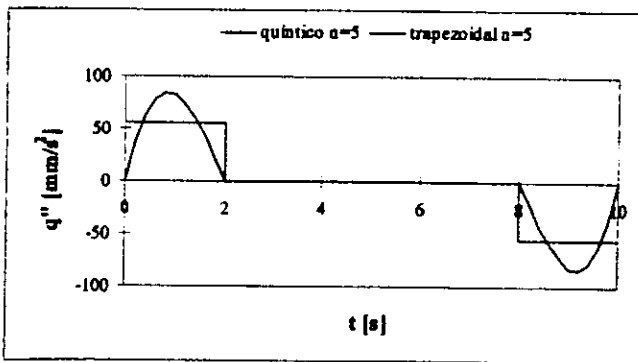


Fig. 5.32 Evolución de la aceleración para n=5.

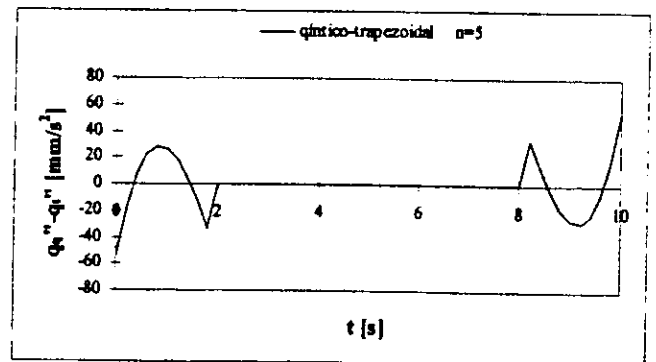


Fig. 5.33 Diferencia de la aceleración entre perfiles.

	P. QUÍNTICO	P. TRAPEZOIDAL	
velocidad máx.	109.0	110.8	[mm/s]
aceleración máx.	83.9	55.4	[mm/s ²]

Período Estacionario igual a 2/3 (n=6).

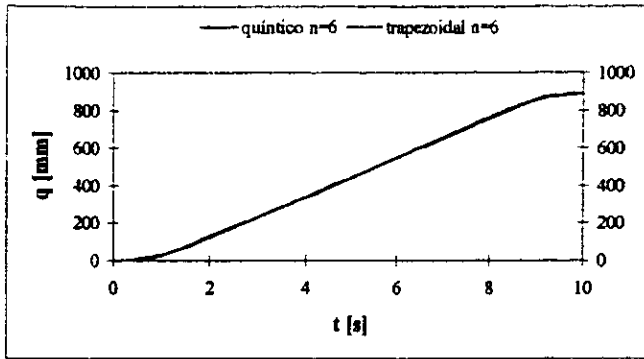


Fig. 5.34 Evolución de la posición para n=6.

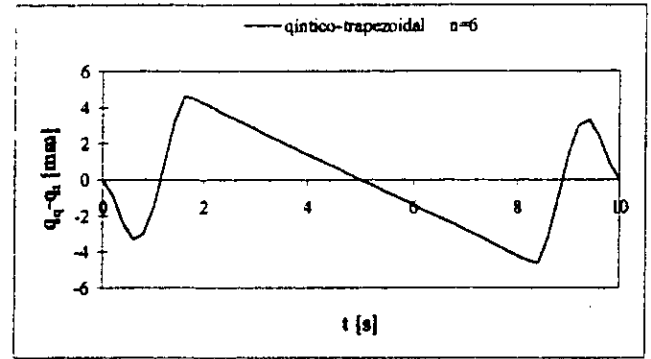


Fig. 5.35 Diferencia de la posición entre perfiles.

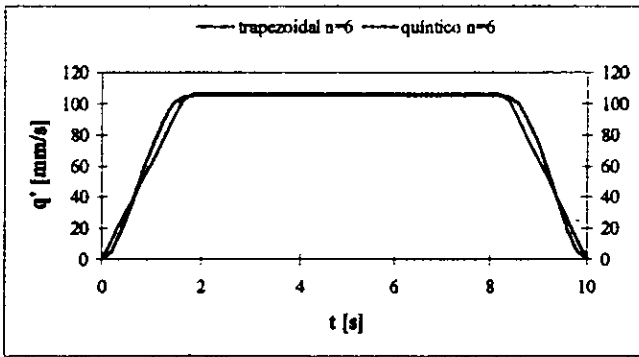


Fig. 5.36 Evolución de la velocidad para n=6.

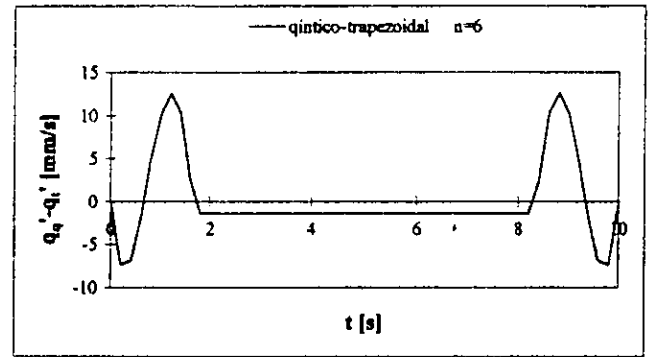


Fig. 5.37 Diferencia de la velocidad entre perfiles.

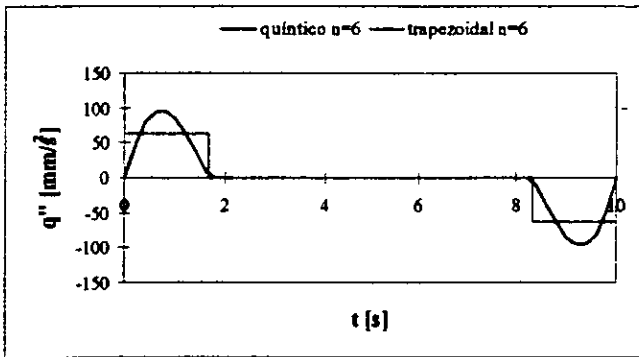


Fig. 5.38 Evolución de la aceleración para n=6.

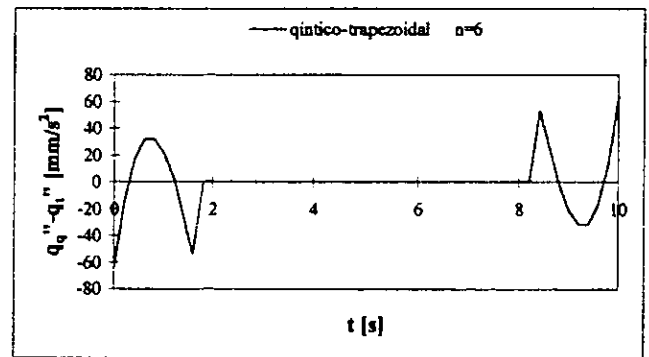


Fig. 5.39 Diferencia de la aceleración entre perfiles.

	P. QUÍNTICO	P. TRAPEZOIDAL	
velocidad máx.	105.0	106.4	[mm/s]
aceleración máx.	97.0	63.8	[mm/s ²]

Período Estacionario igual a 5/7 (n=7).

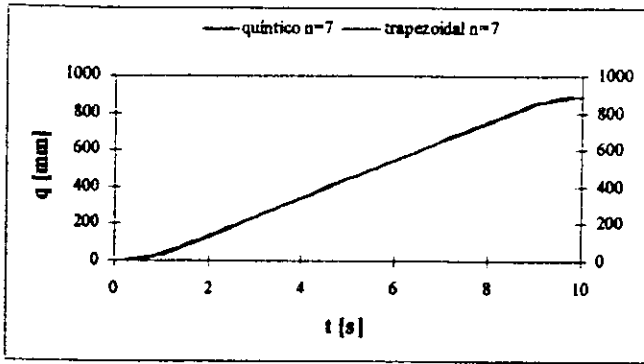


Fig. 5.40 Evolución de la posición para n=7.

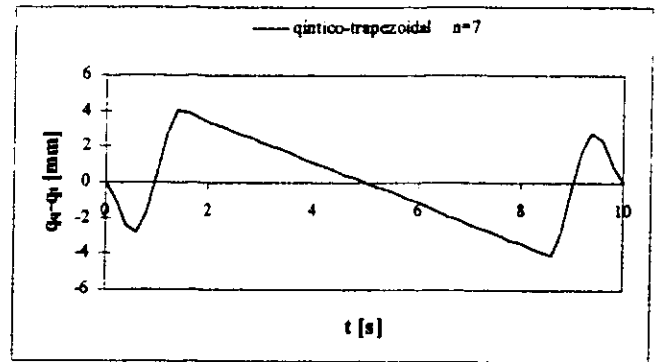


Fig. 5.41 Diferencia de la posición entre perfiles.

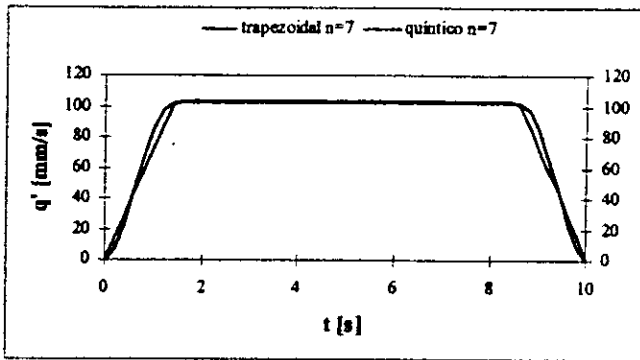


Fig. 5.42 Evolución de la velocidad para n=7.

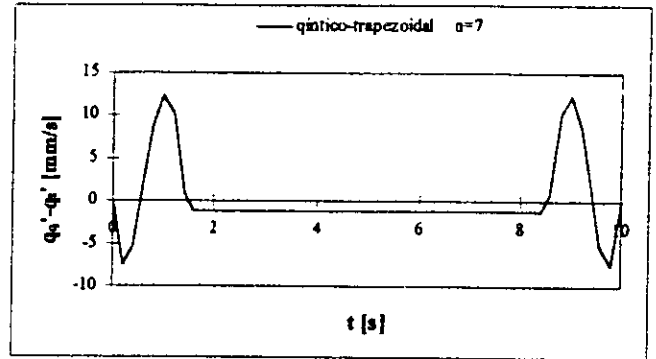


Fig. 5.43 Diferencia de la velocidad entre perfiles.

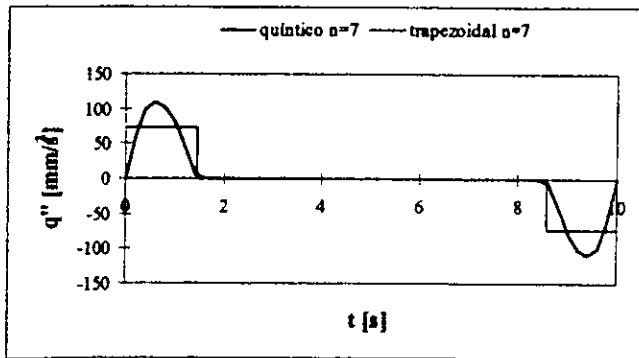


Fig. 5.44 Evolución de la aceleración para n=7.

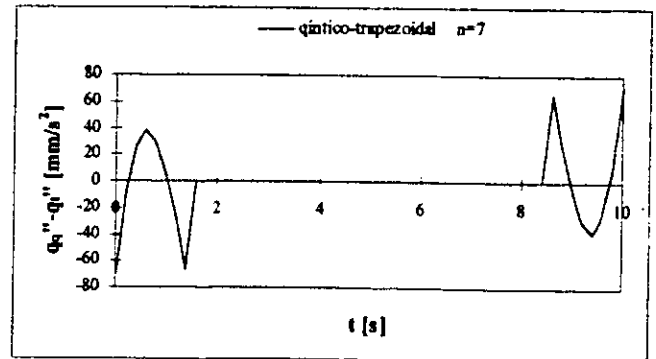


Fig. 5.45 Diferencia de la aceleración entre perfiles.

	P. QUÍNTICO	P. TRAPEZOIDAL	
velocidad máx.	102.3	103.4	[mm/s]
aceleración máx.	110.3	72.4	[mm/s ²]

Período Estacionario igual a 3/4 (n=8).

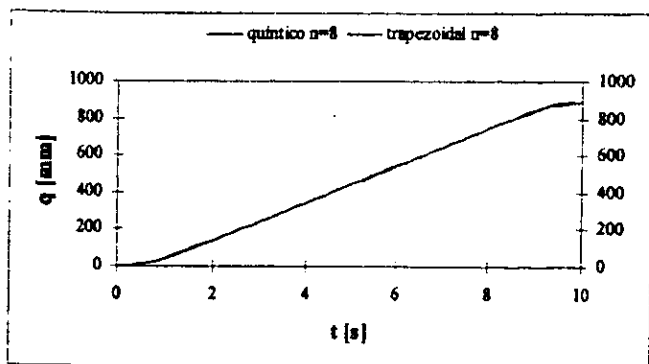


Fig. 5.46 Evolución de la posición para n=8.

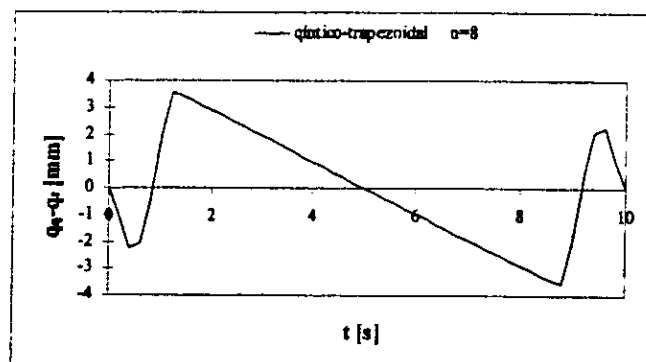


Fig. 5.47 Diferencia de la posición entre perfiles.

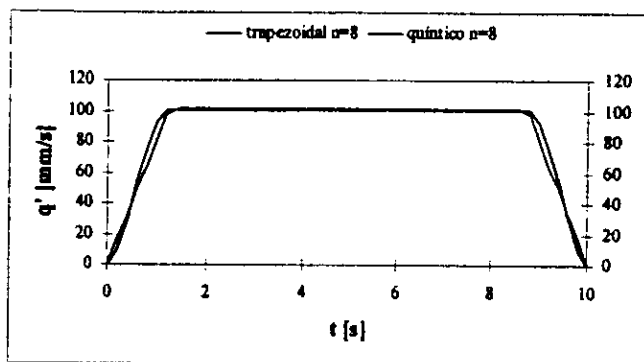


Fig. 5.48 Evolución de la velocidad para n=8.

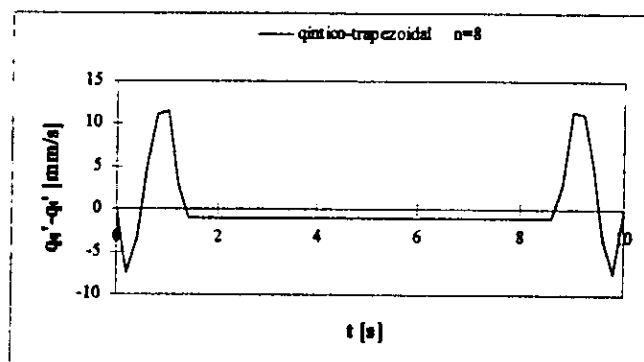


Fig. 5.49 Diferencia de la velocidad entre perfiles.

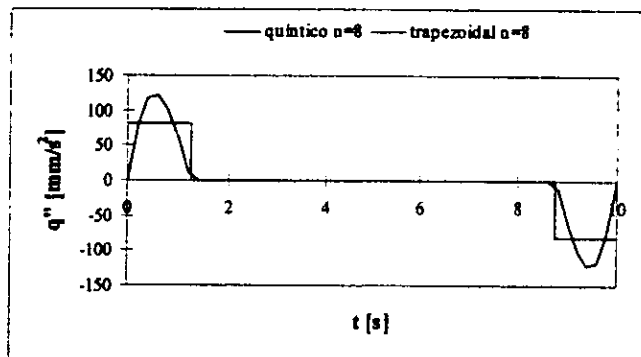


Fig. 5.50 Evolución de la aceleración para n=8.

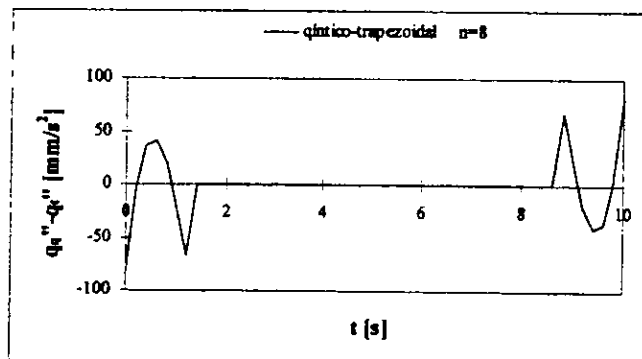


Fig. 5.51 Diferencia de la aceleración entre perfiles.

P. QUÍNTICO

P. TRAPEZOIDAL

velocidad máx.	100.4	101.3	[mm/s]
aceleración máx.	123.6	81.1	[mm/s ²]

Período Estacionario igual a 7/9 (n=9).

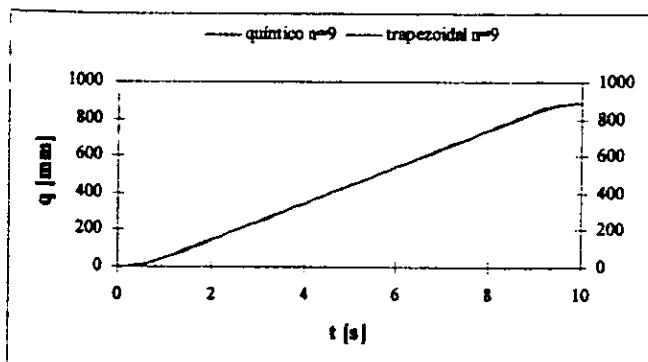


Fig. 5.52 Evolución de la posición para n=9.

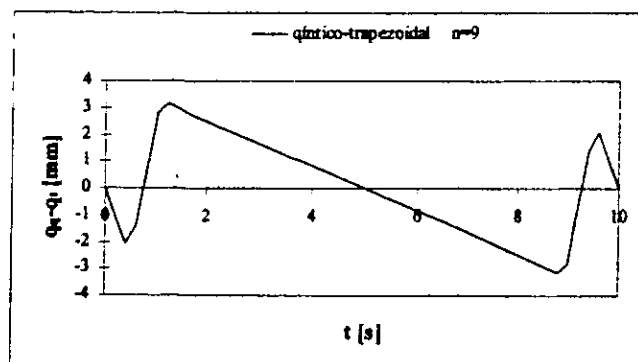


Fig. 5.53 Diferencia de la posición entre perfiles.

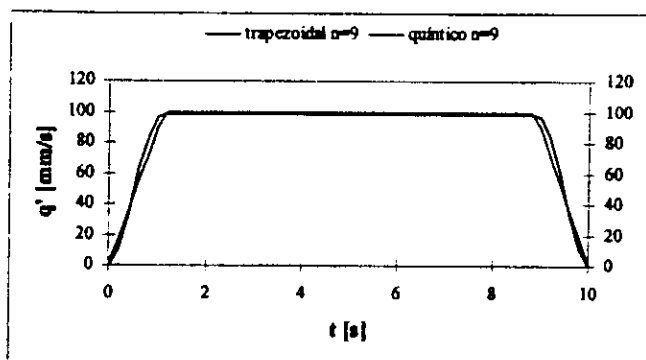


Fig. 5.54 Evolución de la velocidad para n=9.

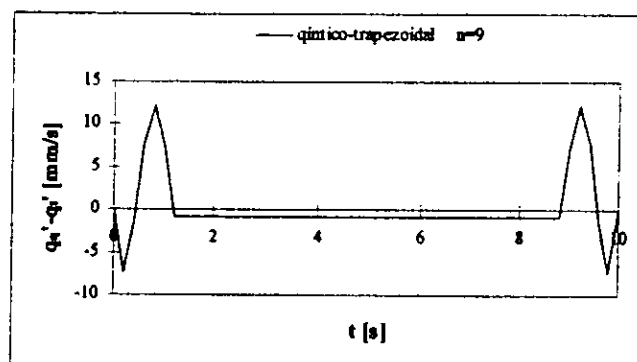


Fig. 5.55 Diferencia de la velocidad entre perfiles.

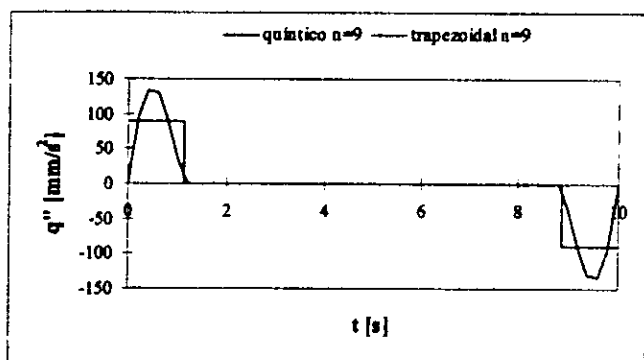


Fig. 5.56 Evolución de la aceleración para n=9.

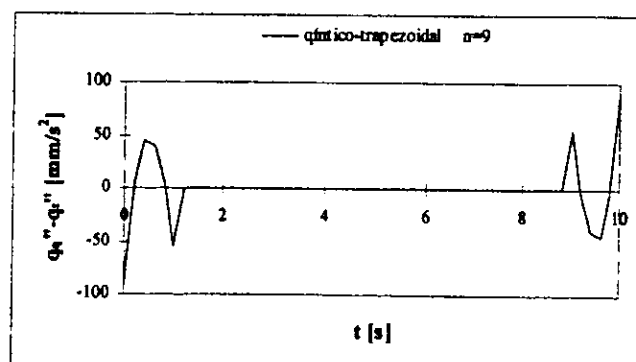


Fig. 5.57 Diferencia de la aceleración entre perfiles.

	P. QUÍNTICO	P. TRAPEZOIDAL	
velocidad máx.	98.9	99.7	[mm/s]
aceleración máx.	137.0	89.8	[mm/s ²]

Período Estacionario igual a 4/5 (n=10).

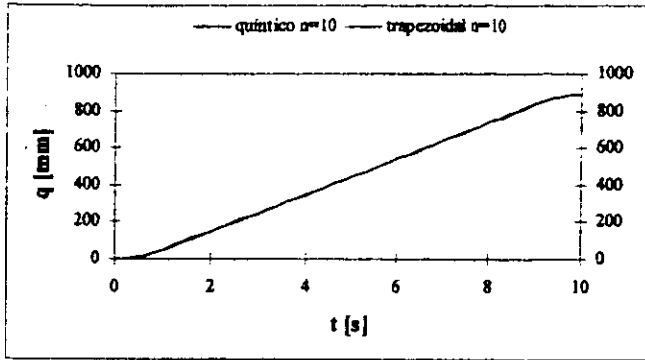


Fig. 5.58 Evolución de la posición para n=10.

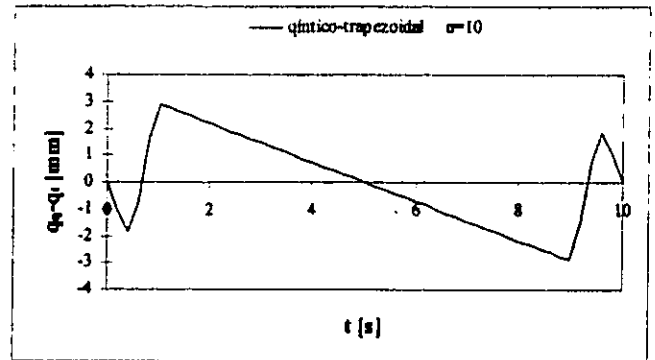


Fig. 5.59 Diferencia de la posición entre perfiles.

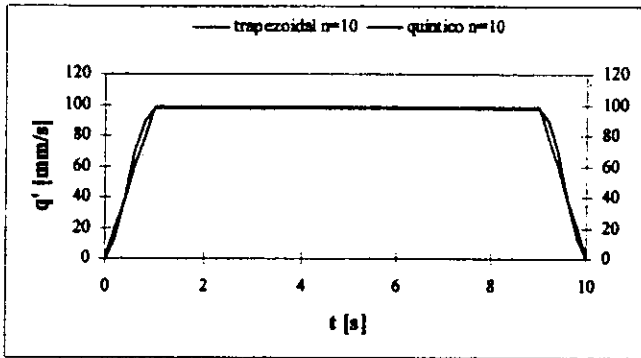


Fig. 5.60 Evolución de la velocidad para n=10

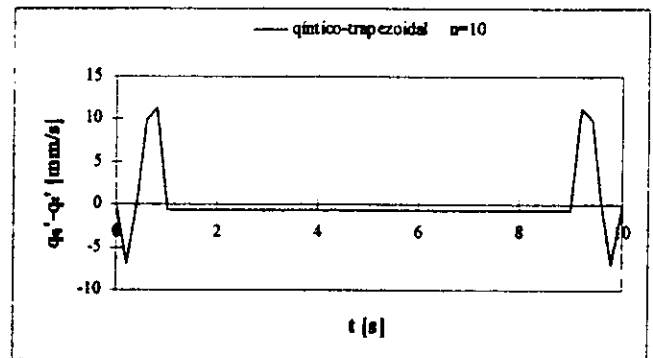


Fig. 5.61 Diferencia de la velocidad entre perfiles.

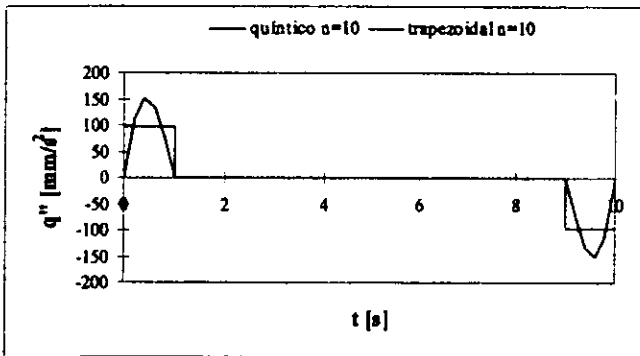


Fig. 5.61 Evolución de la aceleración para n=10.

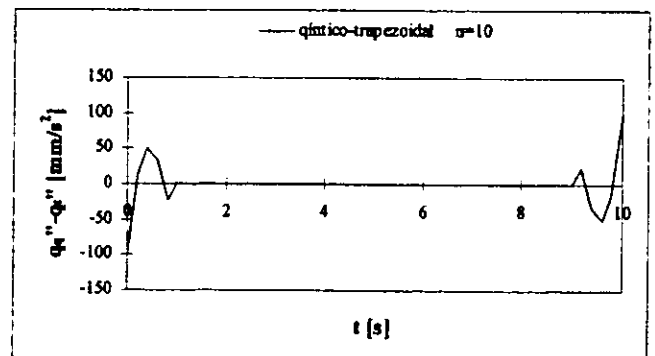


Fig. 5.62 Diferencia de la aceleración entre perfiles.

	P. QUÍNTICO	P. TRAPEZOIDAL	
velocidad máx.	97.8	98.5	[mm/s]
aceleración máx.	150.6	98.5	[mm/s ²]

La comparación entre la diferencia de velocidad y aceleración entre el perfil quintico y el perfil trapezoidal para diferentes períodos estacionarios, se puede apreciar en las figuras 5.63 y 5.64, respectivamente.

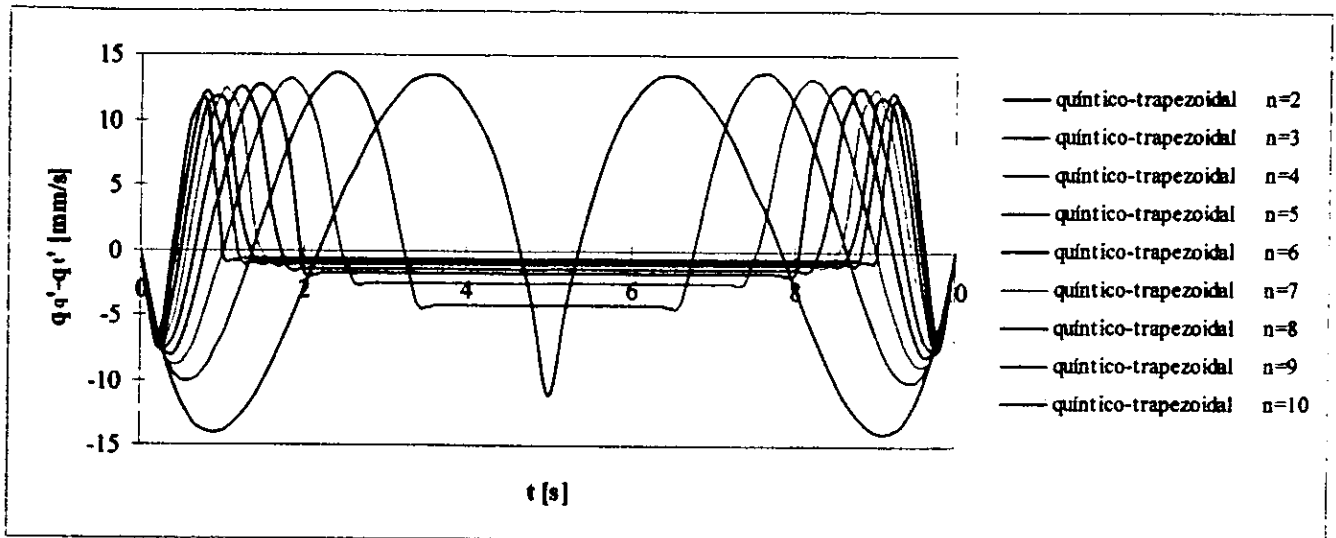


Fig. 5.63 Comparación de la diferencia de velocidad entre el perfil quintico y el perfil trapezoidal.

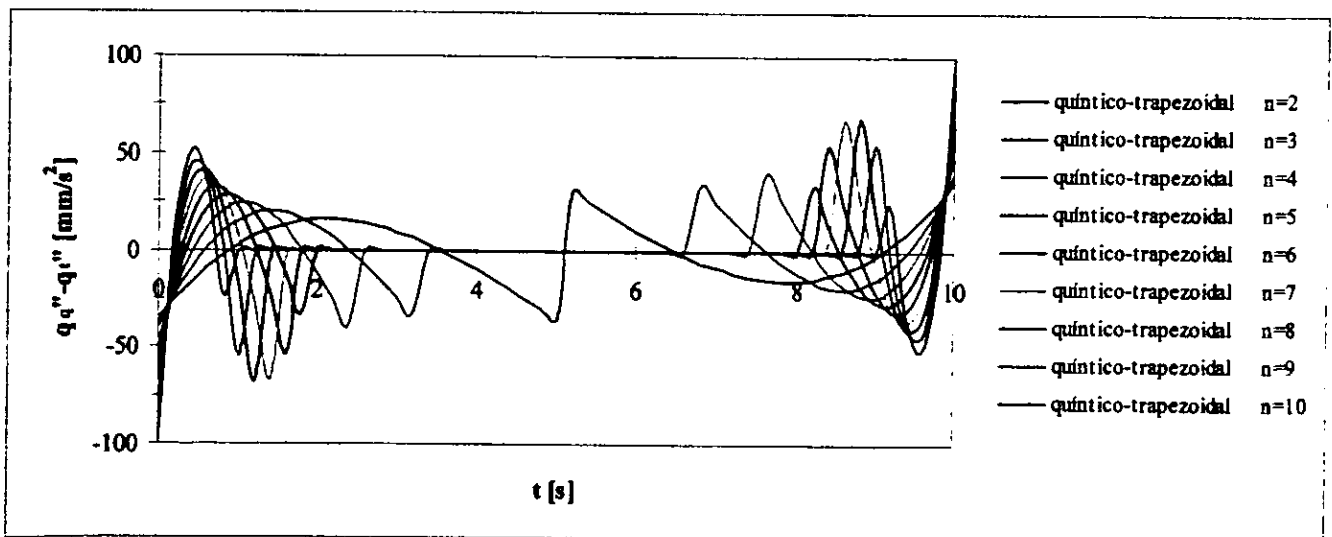


Fig. 5.64 Comparación de la diferencia de aceleración entre el perfil quintico y el perfil trapezoidal.

El parámetro n asigna el tiempo de cada uno de los períodos involucrados en el recorrido. Por lo tanto, entre mayor es el parámetro n menor es el tiempo correspondiente a los períodos transitorios. Al graficar los valores máximos absolutos de velocidad y aceleración para el perfil quintico y el perfil trapezoidal con respecto al parámetro n , se obtiene la figura 5.65. De la cual se desprenden los siguientes puntos:

- Velocidad:

Con lo que respecta a éste parámetro, el comportamiento entre el perfil quintico y el perfil trapezoidal presenta muy poca variación.

- Aceleración:

Con lo que respecta a este parámetro, es de gran importancia caracterizarlo cuantitativa y cualitativamente, ya que la magnitud por si sola no representa un punto suficiente de comparación entre perfiles, y por lo tanto, es necesario conocer la forma en que se desarrolla la aceleración a lo largo del recorrido. Así se tiene que, los valores máximos absolutos del perfil trapezoidal no superan a los valores máximos absolutos del perfil quintico; y por otro lado, el perfil de velocidad trapezoidal en los períodos transitorios es de forma lineal, lo cual implica que en dichos periodos se tendrá una aceleración constante y en el caso del perfil de velocidad quintico, en los períodos transitorios describe un polinomio de grado igual a 4, lo que involucra que para alcanzar el máximo valor absoluto se tendrá una variación de pendiente.

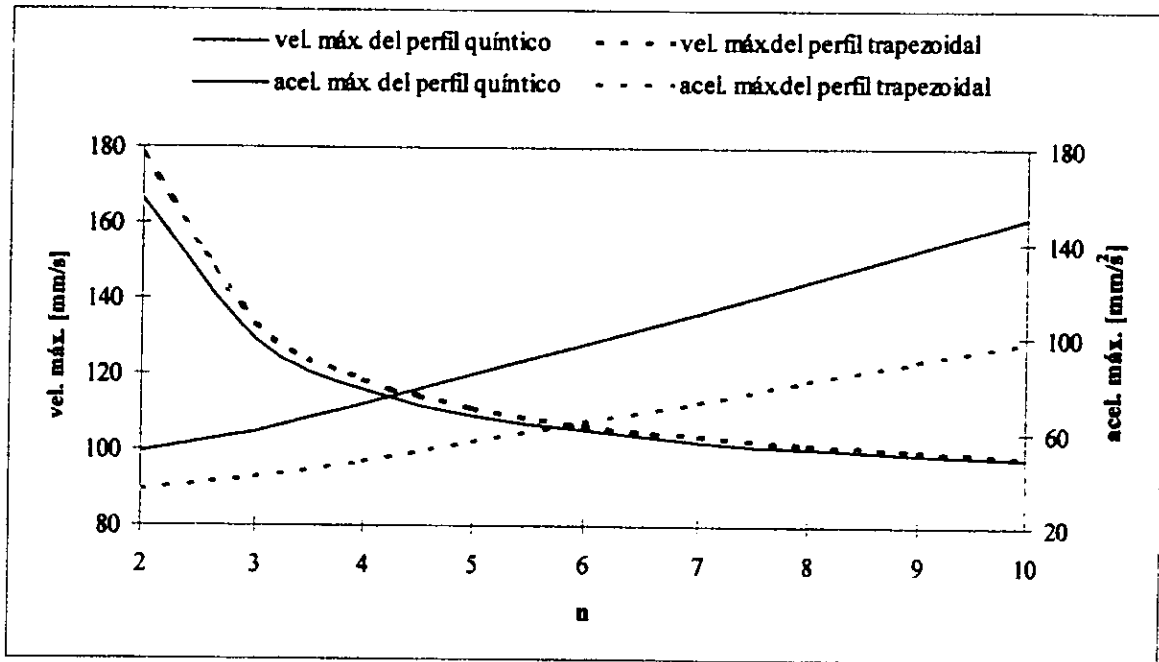


Fig.5.65 Valores máximos de velocidad y aceleración para el perfil quintico y el perfil trapezoidal.

Las ventajas de un perfil con respecto a otro están determinadas por la tarea a realizar. De manera general, se puede decir que el perfil trapezoidal proporciona máxima aceleración al inicio y fin del recorrido, y que el perfil quintico presenta cambios suaves de pendiente al inicio y fin del recorrido.

En el caso particular del manipulador P-R-R-R, el perfil de trayectoria óptimo para utilizarse en regiones de singularidad es el perfil quintico, aunque se debe tomar en cuenta que el perfil trapezoidal podría ser aprovechando en regiones intermedias del volumen de trabajo dado sus características de máxima aceleración al inicio y fin de recorrido.

5.2 Lugares geométricos.

Se denomina como lugar geométrico de la trayectoria, al conjunto de puntos descritos por el órgano terminal del manipulador en el espacio operacional de acuerdo a la ejecución de un determinado movimiento asignado (perfil de trayectoria).

Un lugar geométrico de trayectoria es una pura descripción geométrica de movimiento y puede ser considerado como una descripción espacial de curvas, definiendo a ésta última como una trayectoria finita en el espacio cartesiano.

Existen varias formas de definir una curva en el espacio, las curvas pueden ser tan simples como una línea recta (polinomio de orden 1) o tan complicadas que se requiera de una descripción polinómica de alto orden. En el presente trabajo se contemplan sólo dos tipos de curvas (lugares geométricos), los cuales son:

- a) La Línea recta. Definida por 2 puntos (inicial - final).
- b) El Arco. Definida por 3 puntos (inicial - intermedio - final).

5.2.1 Recta.

La ecuación paramétrica que describe a la línea recta en el espacio (fig. 5.66) está dada por:

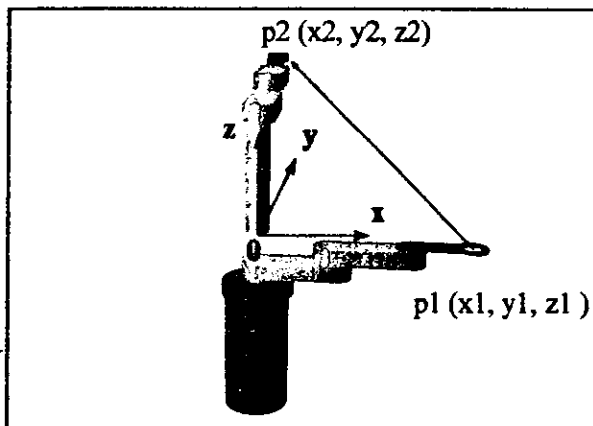


Fig. 5.66 Línea Recta en el espacio.

$$x = x_1 + a k; \quad y = y_1 + b k; \quad z = z_1 + c k \quad (5.41)$$

donde:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \right) \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Al definir un punto contenido en la línea recta, el parámetro k es la distancia que existe desde el punto p_1 , hasta un punto dado p de la recta.

Al relacionar el desplazamiento en función del tiempo, $k = q(t)$, donde el desplazamiento total (q_f) es igual a la distancia entre ambos puntos, se enlaza el perfil de trayectoria (quintico o trapezoidal), con el lugar geométrico, teniendo así la posición, velocidad y aceleración del órgano terminal, evolucionando en el tiempo.

Posición.

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} q(t) \quad (5.43)$$

Velocidad.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \dot{q}(t) \quad (5.44)$$

Aceleración.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \\ \ddot{z}(t) \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \ddot{q}(t) \quad (5.45)$$

5.2.2 Arcos.

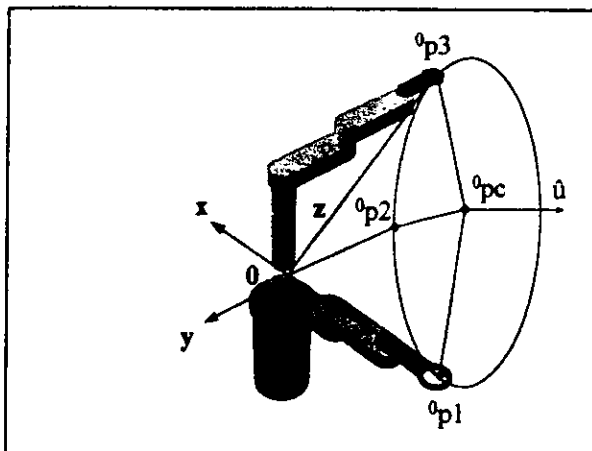


Fig. 5.67 Arco en el espacio definido por 3 puntos.

Los requerimientos mínimos, para realizar el desplazamiento del manipulador describiendo un arco de circunferencia, es conocer 3 puntos contenidos en el trayecto, es decir, p_1 , p_2 y p_3 respectivamente. El recorrido inicia en el punto p_1 , hasta llegar al punto p_3 , siendo p_2 un punto intermedio de la trayectoria, (fig. 5.67).

El procedimiento utilizado para conocer la evolución de las variables operacionales a lo largo del recorrido es el siguiente:

a) Encontrar el centro de la circunferencia, (figura 5.68).

Los parámetros de entrada son los tres puntos P_1 , P_2 y P_3 , teniendo como única restricción que no deben ser colineales, por lo tanto:

$$\text{Si } \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad P_1, P_2 \text{ y } P_3 \text{ son colineales.} \quad (5.46)$$

La ecuación del plano (Π) definido por tres puntos no colineales está dada por:

$$\Pi = (\bar{P} - \bar{P}_1) \bullet (\bar{n}) = 0$$

donde :

$$\begin{aligned} \bar{n} &= u_1 \otimes u_2 \\ u_1 &= (x_2, y_2, z_2) - (x_1, y_1, z_1) \\ u_2 &= (x_3, y_3, z_3) - (x_1, y_1, z_1) \end{aligned} \quad (5.47)$$

Si los vectores n y w son perpendiculares entre sí, se tiene:

$$\begin{aligned} (\bar{n}) \bullet (\bar{w}_1) &= 0 \\ (\bar{n}) \bullet (\bar{w}_2) &= 0 \end{aligned} \quad (5.48)$$

donde :

$$\begin{aligned} \bar{n} &= u_1 \otimes u_2 \\ w_1 &= (xm_1, ym_1, zm_1) - (Pc_x, Pc_y, Pc_z) \\ w_2 &= (xm_2, ym_2, zm_2) - (Pc_x, Pc_y, Pc_z) \end{aligned}$$

Como el punto Pc está contenido en el plano Π , debe satisfacer la ecuación 5.47, teniendo:

$$n_x Pc_x + n_y Pc_y + n_z Pc_z = n_x x_1 + n_y y_1 + n_z z_1 = d_1 \quad (5.49)$$

Resolviendo las ecuaciones 5.48, se tiene:

$$ux_1Pc_x + uy_1Pc_y + uz_1Pc_z = ux_1xm_1 + uy_1ym_1 + uz_1zm_1 = d_1 \quad (5.50)$$

$$ux_2Pc_x + uy_2Pc_y + uz_2Pc_z = ux_2xm_2 + uy_2ym_2 + uz_2zm_2 = d_3 \quad (5.51)$$

Al resolver el sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas (5.49-51) para X_c , Y_c y Z_c , se tiene:

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \\ u_{x2} & u_{y2} & u_{z2} \\ u_{x3} & u_{y3} & u_{z3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

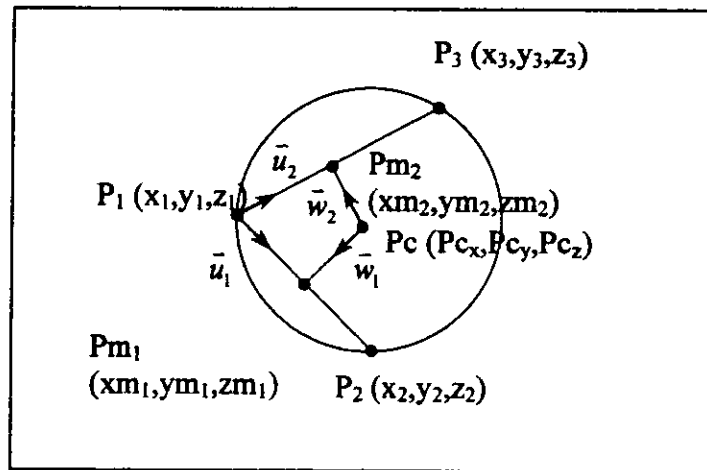


Fig. 5.68 Identificación de parámetros.

- b) Establecer la Transformación espacial entre el sistema de referencia 0 y el plano que describe la circunferencia, (fig. 5.69).

El vector posición que describe la ubicación se obtiene al hacer coincidir el centro del círculo, con el origen del sistema de referencia 0. La rotación que describen ambos sistemas entre sí es producto de ubicar con la misma dirección y sentido al vector diferencia entre los vectores 0p_1 y 0p_c con el eje x_0 , el eje z_0 será paralelo al vector normal al plano que describe la circunferencia (\hat{u}), mientras que el eje y_0 coincidirá con el vector natural formado por el producto cruz de los dos anteriores.

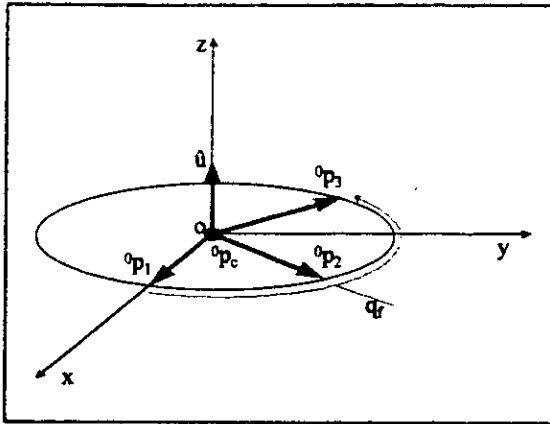


Fig. 5.69 Aplicación de la transformación espacial.

El análisis matemático descrito anteriormente es el siguiente.

$${}^0u = {}^0P_1P_c \otimes {}^0P_2P_c \quad (5.53)$$

En forma desarrollada.

$${}^0u = \begin{bmatrix} z_c(y_2 - y_1) + y_c(z_1 - z_2) + (y_1z_2 - z_1y_2) \\ x_c(z_2 - z_1) + z_c(x_1 - x_2) + (z_1x_2 - x_1z_2) \\ y_c(x_2 - x_1) + x_c(y_1 - y_2) + (x_1y_2 - y_1x_2) \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

Por otro lado:

$${}^0P_1P_c = {}^0P_1 - {}^0P_c \quad (5.55)$$

Normalizando ambos vectores se tiene:

$${}^0\hat{u} = \frac{{}^0u}{\|{}^0u\|}; \quad {}^0\hat{P}_1P_c = \frac{{}^0P_1P_c}{\|{}^0P_1P_c\|} \quad (5.56)$$

La matriz rotacional, esta formada por:

$${}^0_cR = \begin{bmatrix} {}^0\hat{x}_c & {}^0\hat{y}_c & {}^0\hat{z}_c \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

donde:

$${}^0\hat{x}_c = {}^0\hat{P}_1P_c; \quad {}^0\hat{z}_c = {}^0\hat{u}; \quad \text{y} \quad {}^0\hat{y}_c = {}^0\hat{z}_c \otimes {}^0\hat{x}_c = {}^0\hat{u} \otimes {}^0\hat{P}_1P_c \quad (5.58)$$

Por lo tanto la descripción del sistema {c}, con respecto al sistema de referencia {0} es:

$${}^0\{c\} = \{{}^0_cR; {}^0P_c\} \quad (5.59)$$

Y la transformación de los vectores de un sistema de referencia a otro se obtiene mediante las siguientes dos ecuaciones:

$${}^0 p_i = {}^0 p_c + {}^0 R^c p_i \quad (5.60)$$

$${}^c p_i = {}^0 R^T ({}^0 p_i - {}^0 p_c) \quad (5.61)$$

c) Relacionar el perfil de la trayectoria con el lugar geométrico.

En los cálculos del perfil de trayectoria, un parámetro utilizado es el recorrido total (q_f), cuando se utiliza el arco como lugar geométrico el recorrido total esta dado por:

$$q_f = {}^c p_1 \varepsilon \quad (5.62)$$

donde:

ε Es el ángulo formado entre los vectores ${}^c p_1$ y ${}^c p_3$.

Partiendo de las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración dadas por el perfil de trayectoria (quintico o trapezoidal), al implementarlas a lo largo del lugar geométrico se tiene:

Posición.

La posición del órgano terminal medido en el sistema de referencia $\{c\}$ esta dada por:

$${}^c p(t) = \begin{bmatrix} {}^c x(t) \\ {}^c y(t) \\ {}^c z(t) \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

donde:

$${}^c y(t) = \|{}^c p_1\| \sin\left(\frac{q(t)}{\|{}^c p_1\|}\right); \quad {}^c x(t) = \|{}^c p_1\| \cos\left(\frac{q(t)}{\|{}^c p_1\|}\right); \quad {}^c z(t) = 0 \quad (5.64)$$

Y la posición en el sistema de referencia $\{0\}$, se obtiene al aplicar la transformación:

$${}^0 p(t) = {}^0 p_c + {}^0 R^c p(t) \quad (5.65)$$

Velocidad.

La velocidad del órgano terminal medido en el sistema de referencia $\{c\}$ esta dada por:

$${}^c v_p(t) = \begin{bmatrix} {}^c v_{px}(t) \\ {}^c v_{py}(t) \\ {}^c v_{pz}(t) \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

donde:

$${}^c v_{px}(t) = -{}^c p_y(t) \left(\frac{\dot{q}(t)}{\|{}^c p_l\|} \right); \quad {}^c v_{py}(t) = {}^c p_x(t) \left(\frac{\dot{q}(t)}{\|{}^c p_l\|} \right); \quad {}^c v_{pz}(t) = 0 \quad (5.67)$$

Y la velocidad en el sistema de referencia $\{0\}$, se obtiene al aplicar la transformación:

$${}^0 v_p(t) = {}^0 R^c v(t) \quad (5.68)$$

Aceleración.

La aceleración del órgano terminal medido en el sistema de referencia $\{c\}$ es:

$${}^c a_p(t) = \begin{bmatrix} {}^c a_{px}(t) \\ {}^c a_{py}(t) \\ {}^c a_{pz}(t) \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

donde:

$${}^c a_{px}(t) = -{}^c p_y(t) \left(\frac{\ddot{q}(t)}{\|{}^c p_l\|} \right) - {}^c p_x(t) \left(\frac{\dot{q}(t)}{\|{}^c p_l\|} \right); \quad {}^c a_{py}(t) = {}^c p_x(t) \left(\frac{\ddot{q}(t)}{\|{}^c p_l\|} \right) - {}^c p_y(t) \left(\frac{\dot{q}(t)}{\|{}^c p_l\|} \right)^2; \quad {}^c a_{pz}(t) = 0 \quad (5.70)$$

Y la aceleración en el sistema de referencia $\{0\}$, se obtiene al aplicar:

$${}^0 a_p(t) = {}^0 R^c p(t) \quad (5.71)$$

5.3 Criterios de optimización.

Las aplicaciones de los robots industriales pueden ser divididas en dos tareas específicas:

- Movimientos punto-a-punto, el objetivo es alcanzar el punto final con precisión, este tipo de movimiento se observa en operaciones tales como: manejo de partes, soldadura de puntos y montaje.
- Movimientos de trayectoria controlada, el objetivo es recorrer la trayectoria con precisión a las velocidades especificadas, este tipo de movimiento se observa en las operaciones de corte a láser, soldadura de arco, distribución de pegamento y pintura en aerosol.

Por otra parte dadas las características de un problema, se puede determinar qué tipo de trayectoria es aplicable.

Existen, en general, restricciones de obstáculo, es decir, existen puntos en el espacio que se encuentran ocupados y por lo tanto el robot no puede atravesar, y restricciones de trayectoria, que por lo común son puntos en el recorrido que el robot debe seguir.

Las restricciones de trayectoria son:

Puntos intermedios inalcanzables. Aunque el punto inicial y final de la trayectoria del manipulador se encuentren dentro del volumen de trabajo, es posible que algún punto intermedio generados no esté contenido él.

Proporciones articulares altas. Existen posiciones en el volumen de trabajo del manipulador donde es imposible escoger proporciones articulares finitas con rendimiento de velocidad deseada. Por consiguiente, hay ciertas trayectorias que son imposibles de ejecutar para el manipulador. Por ejemplo, si un manipulador al seguir una determinada trayectoria se acerca a una configuración singular del mecanismo, una o más velocidades articulares puede aumentar y tender hacia infinito. Una posible solución a este fenómeno es reducir la velocidad global en la trayectoria a una velocidad donde todas las velocidades articulares se quedan dentro de sus capacidades de velocidad.

Restricciones Cinemáticas y Dinámicas. Las velocidades y aceleraciones articulares logrables están limitadas por los torques y fuerzas disponibles del actuador, de acuerdo a las ecuaciones de movimiento. También, las variables articulares, normalmente, se restringen a un rango dentro de límites mínimos y máximos.

El desempeño del robot puede ser medido con los siguientes parámetros:

- Tiempo de recorrido.
- Velocidad de eslabones o velocidad de articulaciones.
- Energía.
- Fuerza del actuador.

Criterio de optimización.

Existen varias posibles trayectorias para cumplir con una determinada tarea satisfaciendo las restricciones anteriores. Algunos criterios utilizados para la optimización son:

- minimización de tiempo de recorrido.
- minimización de distancia de recorrido.
- minimización de energía.

Generalmente cuando se presenta el problema de alta productividad, es deseable que las velocidades sean óptimas con el objeto de reducir el tiempo de movimiento y así minimizar tiempos de ciclo. Considerando como velocidades altas a aquellas que garanticen la exactitud del movimiento.

6. DINÁMICA.

Hasta ahora, tan solo se ha hablado de la cinemática de movimiento, sin tomar en cuenta las fuerzas que se requieren para producir esos movimientos. La dinámica del manipulador se refiere al estudio de los torques o fuerzas requeridos en cada articulación, necesarios para realizar el movimiento del manipulador. Las ecuaciones de la dinámica para cualquier manipulador dependen de los parámetros siguientes: la masa de cada eslabón, el tensor de inercia de cada eslabón, la longitud de cada eslabón, el tipo articulación (prismático o rotacional), la configuración del manipulador, así como de la posición, velocidad y aceleración a lo largo de la trayectoria.

Las ecuaciones de movimiento son necesarias para dos aplicaciones principales:

- Control: dado el movimiento deseado del manipulador (punto de trayectoria, θ , θ' y θ''), se desea encontrar los torques y fuerzas requeridas en el actuador.
- Simulación: dado el torque/fuerza del actuador, se desea encontrar el movimiento resultante del manipulador.

Existen dos métodos para realizar el cálculo de los torques de los actuadores:

- El método de Newton-Euler. Que relaciona las fuerzas y los pares con las masas, inercias y aceleraciones.
- El método de Lagrange. Utiliza el enfoque de energía.

6.1 Formulación de Newton-Euler.

Si se considera a cada eslabón del manipulador como un cuerpo rígido, pueden derivarse las ecuaciones de movimiento de dos ecuaciones fundamentales: la ecuación de Newton y la ecuación de Euler.

Ecuación de Newton:

$$F = m\dot{v}_c$$

Ecuación de Euler:

$$N = {}^c I \dot{\omega} + \omega \otimes {}^c I \omega$$

Donde :

F = fuerza

m = masa

\dot{v}_c = aceleración del centro de masa

N = momento

${}^c I$ = tensor de inercia visto desde $\{c\}$

$\dot{\omega}$ = aceleración angular

La formulación de Newton-Euler, se basa en un balance de todas las fuerzas que actúan sobre las articulaciones del manipulador, asumiendo que se conoce la posición, velocidad y aceleración de los grados de libertad ($d_1, \theta_1, \theta_2, \theta_3$). El método puede dividirse en dos partes.^[12]

Recursión hacia adelante ($i=0,1,2,3$). Se analiza el comportamiento que tienen las velocidades y aceleraciones tanto angulares como lineales en cada articulación para conocer las fuerzas y pares aplicados en los centros de masa de cada eslabón, el proceso tiene inicio en el primer eslabón, y termina hasta el eslabón n. Las ecuaciones que definen esta parte del método son:

Velocidad angular del eslabón $i+1$.

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}R^i \omega_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{z}_{i+1} \quad (6.1)$$

Aceleración angular el eslabón $i+1$.

Si la articulación es rotacional:

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}R^i \dot{\omega}_i + {}^{i+1}R^i \omega_i \otimes \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{z}_{i+1} \quad (6.2)$$

Si la articulación es prismática:

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}R^i \dot{\omega}_i \quad (6.3)$$

Aceleración lineal del eslabón $i+1$.

Si la articulación es rotacional.

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}R^i \left({}^i\dot{\omega}_i \otimes {}^i p_{i+1} + {}^i\omega_i \otimes ({}^i\omega_i \otimes {}^i p_{i+1}) + {}^i\dot{v}_i \right) \quad (6.4)$$

Si la articulación es prismática.

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}R^i \left({}^i\dot{\omega}_i \otimes {}^i p_{i+1} + {}^i\omega_i \otimes ({}^i\omega_i \otimes {}^i p_{i+1}) + {}^i\dot{v}_i \right) + 2{}^{i+1}\omega_{i+1} \otimes \dot{d}_{i+1} {}^{i+1}\hat{z}_{i+1} + \ddot{d}_{i+1} {}^{i+1}\hat{z}_{i+1} \quad (6.5)$$

Aceleración lineal del centro de gravedad del eslabón $i+1$.

$${}^{i+1}\dot{v}_{c_{i+1}} = \left({}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \otimes {}^{i+1}p_{c_{i+1}} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \otimes ({}^{i+1}\omega_{i+1} \otimes {}^{i+1}p_{c_{i+1}}) + {}^{i+1}\dot{v}_{i+1} \right) \quad (6.6)$$

Fuerza aplicada en el centro de gravedad del eslabón $i+1$ (2ª Ley de Newton).

$${}^{i+1}F_{i+1} = m_{i+1} {}^{i+1}\dot{v}_{c_{i+1}} \quad (6.7)$$

Par aplicado en el centro de gravedad del eslabón $i+1$ (Ley de Euler).

$${}^{i+1}N_{i+1} = \left({}^{c_{i+1}}I_{i+1} {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \otimes {}^{c_{i+1}}I_{i+1} {}^{i+1}\omega_{i+1} \right) \quad (6.8)$$

Recursión hacia atrás ($i=4, 3, 2, 1$). Consiste en hacer el balance de fuerzas y momentos del manipulador, teniendo como resultado las fuerzas y torques aplicados en las articulaciones, el proceso inicia en el último eslabón y termina en el primer eslabón, figura 6.1. Las ecuaciones utilizadas son:

La suma de fuerzas sobre el eslabón i .

$${}^i f_i = {}^i R^{i+1} f_{i+1} + {}^i F_i \quad (6.9)$$

La suma de momentos sobre el eslabón i .

$${}^i n_i = {}^i N_i + {}^i R^{i+1} n_{i+1} + {}^i p_{ci} \otimes {}^i F_i + {}^i p_{i+1} \otimes {}^i R^{i+1} f_{i+1} \quad (6.10)$$

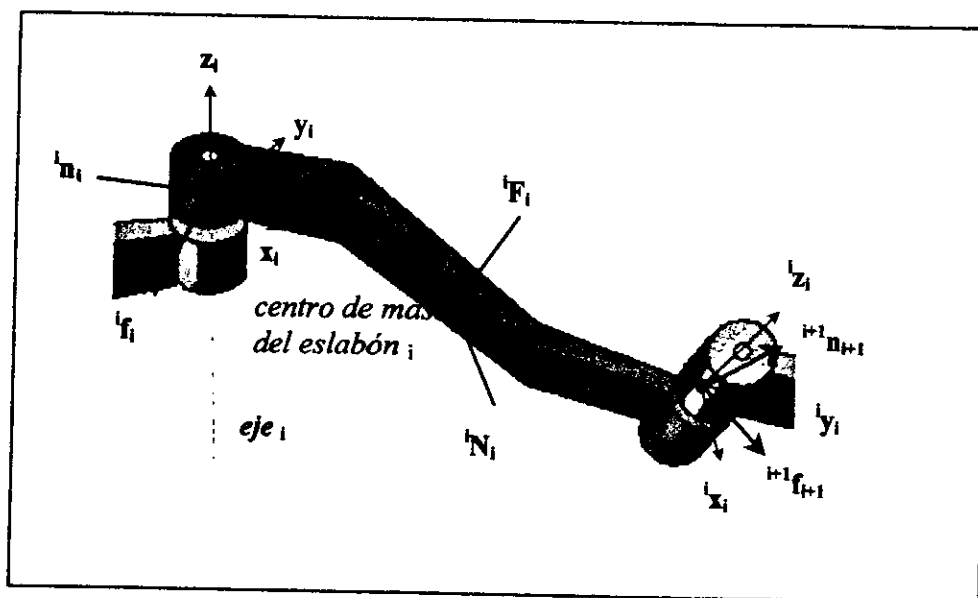


Fig. 6.1 Balance de Fuerzas y Momentos aplicados en el eslabón.

Al aplicar el método de Newton-Euler, en el caso particular del manipulador P-R-R-R se tiene:

Recursión hacia adelante ($i=0,1,2,3$):

Velocidad angular.

$${}^1 \omega_1 = 0 \quad (6.11)$$

$${}^2 \omega_2 = [0 \ 0 \ \dot{\theta}_1]^T \quad (6.12)$$

$${}^3 \omega_3 = [0 \ 0 \ (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)]^T \quad (6.13)$$

$${}^4 \omega_4 = [0 \ 0 \ (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)]^T \quad (6.14)$$

Aceleración angular.

$${}^1\dot{\omega}_1 = 0 \quad (6.15)$$

$${}^2\dot{\omega}_2 = [0 \ 0 \ \ddot{\theta}_1]^T \quad (6.16)$$

$${}^3\dot{\omega}_3 = [0 \ 0 \ (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)]^T \quad (6.17)$$

$${}^4\dot{\omega}_4 = [0 \ 0 \ (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)]^T \quad (6.18)$$

Aceleración lineal.

$${}^1\dot{v}_1 = [0 \ 0 \ (\ddot{d} - g)]^T \quad (6.19)$$

$${}^2\dot{v}_2 = [0 \ 0 \ (\ddot{d} - g)]^T \quad (6.20)$$

$${}^3\dot{v}_3 = \begin{bmatrix} s\theta_2\ddot{\theta}_1l_1 - c\theta_2\dot{\theta}_1^2l_1 \\ s\theta_2\dot{\theta}_1^2l_1 + c\theta_2\ddot{\theta}_1l_1 \\ \ddot{d}_1 - g \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

$${}^4\dot{v}_4 = \begin{bmatrix} c\theta_3(-(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2l_2 + s\theta_2\ddot{\theta}_1l_1 - c\theta_2\dot{\theta}_1^2l_1) + s\theta_3((\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)l_2 + s\theta_2\dot{\theta}_1^2l_1 + c\theta_2\ddot{\theta}_1l_1) \\ -s\theta_3(-(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2l_2 + s\theta_2\ddot{\theta}_1l_1 - c\theta_2\dot{\theta}_1^2l_1) + c\theta_3((\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)l_2 + s\theta_2\dot{\theta}_1^2l_1 + c\theta_2\ddot{\theta}_1l_1) \\ \ddot{d}_1 - g \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

Aceleración lineal del centro de gravedad.

$${}^1\dot{v}_{c_1} = [0 \ 0 \ (\ddot{d} - g)]^T \quad (6.23)$$

$${}^2\dot{v}_{c_2} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^{22}p_{c_{2x}} - \ddot{\theta}_1^{22}p_{c_{2y}} \\ -\dot{\theta}_1^{22}p_{c_{2y}} + \ddot{\theta}_1^{22}p_{c_{2x}} \\ \ddot{d}_1 - g \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

$${}^3\dot{v}_{c_3} = \begin{bmatrix} -(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)^3p_{c_{3y}} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2{}^3p_{c_{3x}} + s\theta_2\ddot{\theta}_1l_1 - c\theta_2\dot{\theta}_1^2l_1 \\ (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)^3p_{c_{3x}} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2{}^3p_{c_{3y}} + s\theta_2\ddot{\theta}_1l_1 - s\theta_2\dot{\theta}_1^2l_1 \\ \ddot{d}_1 - g \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

$${}^4\dot{v}_{c_4} = \begin{bmatrix} -(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)^4p_{c_{4y}} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2{}^4p_{c_{4x}} + {}^4\dot{v}_{4x} \\ (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)^4p_{c_{4x}} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2{}^4p_{c_{4y}} + {}^4\dot{v}_{4y} \\ \ddot{d}_1 - g \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

Fuerza aplicada en el centro de gravedad.

$${}^1F_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_1(\ddot{d}_1 - g) \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

$${}^2F_2 = \begin{bmatrix} m_2(\dot{\theta}_1^{22} p_{c_{2x}} - \ddot{\theta}_1^{22} p_{c_{2y}}) \\ m_2(-\dot{\theta}_1^{22} p_{c_{2y}} + \ddot{\theta}_1^{22} p_{c_{2x}}) \\ m_2(\ddot{d}_1 - g) \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

$${}^3F_3 = \begin{bmatrix} m_3(-(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)^3 p_{c_{3y}} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 p_{c_{3x}} + s\theta_2 \ddot{\theta}_1 l_1 - c\theta_2 \dot{\theta}_1^2 l_1) \\ m_3((\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)^3 p_{c_{3x}} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 p_{c_{3y}} + s\theta_2 \ddot{\theta}_1 l_1 - s\theta_2 \dot{\theta}_1^2 l_1) \\ m_3(\ddot{d}_1 - g) \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

$${}^4F_4 = \begin{bmatrix} m_4(-(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)^4 p_{c_{4y}} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 p_{c_{4x}} + {}^4\dot{v}_{4x}) \\ m_4((\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)^4 p_{c_{4x}} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 p_{c_{4y}} + {}^4\dot{v}_{4y}) \\ m_4(\ddot{d}_1 - g) \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Par aplicado en el centro de gravedad.

$${}^1N_1 = \bar{0} \quad (6.31)$$

$${}^2N_2 = \begin{bmatrix} {}^{c2}I_{y2} \dot{\theta}_1^2 - {}^{c2}I_{x2} \ddot{\theta}_1 \\ -{}^{c2}I_{x2} \dot{\theta}_1^2 - {}^{c2}I_{y2} \ddot{\theta}_1 \\ {}^{c2}I_{z2} \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

$${}^3N_3 = \begin{bmatrix} {}^{c3}I_{y3} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - {}^{c3}I_{x3} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\ -{}^{c3}I_{x3} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - {}^{c3}I_{y3} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\ {}^{c3}I_{z3} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

$${}^4N_4 = \begin{bmatrix} {}^{c4}I_{y4} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 - {}^{c4}I_{x4} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \\ -{}^{c4}I_{x4} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 - {}^{c4}I_{y4} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \\ {}^{c4}I_{z4} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

Recursión hacia atrás ($i=4, 3, 2, 1$):

Suma de fuerzas sobre cada eslabón.

$${}^4f_4 = \begin{bmatrix} m_4 \left(-(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)^4 p_{c4y} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 {}^4p_{c4x} + {}^4\dot{v}_{4x} \right) \\ m_4 \left((\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)^4 p_{c4x} - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 {}^4p_{c4y} + {}^4\dot{v}_{4y} \right) \\ m_4(\ddot{d}_1 - g) \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

$${}^3f_3 = \begin{bmatrix} c\theta_3 {}^4F_{4x} - s\theta_3 {}^4F_{4y} + {}^3F_{3x} \\ s\theta_3 {}^4F_{4x} + c\theta_3 {}^4F_{4y} + {}^3F_{3y} \\ {}^4F_{4z} + {}^3F_{3z} \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

$${}^2f_2 = \begin{bmatrix} c\theta_2 {}^3f_{3x} - s\theta_2 {}^3f_{3y} + {}^2F_{2x} \\ s\theta_2 {}^3f_{3x} + c\theta_2 {}^3f_{3y} + {}^2F_{2y} \\ {}^3f_{3z} + {}^2F_{2z} \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

$${}^1f_1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 {}^2F_{2x} - s\theta_1 {}^2f_{2y} \\ s\theta_1 {}^2F_{2x} + c\theta_1 {}^2f_{2y} \\ {}^2f_{2z} + {}^1F_{1z} \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

Suma de momentos sobre cada eslabón.

$${}^4n_4 = \begin{bmatrix} {}^4N_{4x} + {}^4p_{c4y} {}^4F_{4z} - {}^4p_{c4z} {}^4F_{4y} \\ {}^4N_{4y} + {}^4p_{c4z} {}^4F_{4x} - {}^4p_{c4x} {}^4F_{4z} \\ {}^4N_{4z} + {}^4p_{c4x} {}^4F_{4y} - {}^4p_{c4y} {}^4F_{4x} \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

$${}^3n_3 = \begin{bmatrix} {}^3N_{3x} + c\theta_3 {}^4n_{4x} - s\theta_3 {}^4n_{4y} + {}^3p_{c3y} {}^3F_{3z} - {}^3p_{c3z} {}^3F_{3y} - e_3(s\theta_3 {}^4F_{4x} + c\theta_3 {}^4F_{4y}) \\ {}^3N_{3y} + s\theta_3 {}^4n_{4x} + c\theta_3 {}^4n_{4y} + {}^3p_{c3z} {}^3F_{3x} - {}^3p_{c3x} {}^3F_{3z} + e_3(c\theta_3 {}^4F_{4x} - s\theta_3 {}^4F_{4y}) - l_2 {}^4F_{4z} \\ {}^3N_{3z} + {}^4n_{4z} + {}^3p_{c3x} {}^3F_{3y} - {}^3p_{c3y} {}^3F_{3x} + l_2(s\theta_3 {}^4F_{4x} + c\theta_3 {}^4F_{4y}) \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

$${}^2n_2 = \begin{bmatrix} {}^2N_{2x} + c\theta_2 {}^3n_{3x} - s\theta_2 {}^3n_{3y} + {}^2p_{c2y} {}^2F_{2z} - {}^2p_{c2z} {}^2F_{2y} - (e_1 + e_2)(s\theta_2 {}^3f_{3x} + c\theta_2 {}^3f_{3y}) \\ {}^2N_{2y} + s\theta_2 {}^3n_{3x} + c\theta_2 {}^3n_{3y} + {}^2p_{c2z} {}^2F_{2x} - {}^2p_{c2x} {}^2F_{2z} + (e_1 + e_2)(c\theta_2 {}^3f_{3x} - s\theta_2 {}^3f_{3y}) - l_1 {}^3f_{3z} \\ {}^2N_{2z} + {}^3n_{3z} + {}^2p_{c2x} {}^2F_{2y} - {}^2p_{c2y} {}^2F_{2x} + l_1(s\theta_2 {}^3f_{3x} + c\theta_2 {}^3f_{3y}) \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

$${}^1n_1 = \begin{bmatrix} {}^1N_{1x} + c\theta_1 {}^2n_{2x} - s\theta_1 {}^2n_{2y} + {}^1p_{c1y} {}^1F_{1z} \\ {}^1N_{1y} + s\theta_1 {}^2n_{2x} + c\theta_1 {}^2n_{2y} - {}^1p_{c1x} {}^1F_{1z} \\ {}^1N_{1z} + {}^2n_{2z} \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

Al extraer el elemento z, de la fuerza si la articulación es prismática y de los momentos si es rotacional, se tiene:

1ª. Articulación prismática.

$$f_1 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)(\ddot{d}_1 - g) \quad (6.43)$$

2ª. Articulación rotacional.

$$\tau_2 = {}^2N_{2z} + {}^3n_{3z} + {}^2p_{c2x} {}^2F_{2y} - {}^2p_{c2y} {}^2F_{2x} + l_1(s\theta_2 {}^3f_{3x} + c\theta_2 {}^3f_{3y}) \quad (6.44)$$

3ª. Articulación rotacional.

$$\tau_3 = {}^3N_{3z} + {}^4n_{4z} + {}^3p_{c3x} {}^3F_{3y} - {}^3p_{c3y} {}^3F_{3x} + l_2(s\theta_3 {}^4F_{4x} + c\theta_3 {}^4F_{4y}) \quad (6.45)$$

4ª. Articulación rotacional.

$$\tau_4 = {}^4N_{4z} + {}^4p_{c4x} {}^4F_{4y} - {}^4p_{c4y} {}^4F_{4x} \quad (6.46)$$

6.2 Formulación de Lagrange.

Con la formulación de Lagrange^[13] las ecuaciones de movimiento pueden ser derivadas de un modo sistemático independientemente del sistema coordinado de referencia, se seleccionan las variables que describen las posiciones del eslabón de un grado de libertad n, para manipular el lagrangeano del sistema mecánico. A continuación se realiza el análisis de Lagrange del manipulador de discos de silicio con arquitectura P-R-R-R.

Eslabón 1.

Posición.

$$d_1 = {}^0OT_z - (e_1 + e_2 + e_3) \quad (6.47)$$

Velocidad.

$$\dot{d}_1 = {}^0V_{OT_z} \quad (6.48)$$

Energía cinética.

$$k_1 = \frac{1}{2} m_1 ({}^0V_{OT_z})^2 \quad (6.49)$$

Energía potencial.

$$p_1 = m_1 g d_1 \quad (6.50)$$

Eslabón 2.

Posición.

$$\theta_1 = \alpha + \beta \quad (6.51)$$

donde:

α y β se encuentran definidas en las ecs. 3.7 a la 3.15

Velocidad.

$$\dot{\theta}_1 = \frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} \quad (6.52)$$

donde:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{{}^0v_{OT_y} {}^0OT_x - {}^0v_{OT_x} {}^0OT_y}{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} \quad (6.53)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = -\frac{\frac{{}^0v_{OT_x} {}^0OT_x - {}^0v_{OT_y} {}^0OT_y}{l_1 \sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{l_1^2 + (\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - l_3)^2 - l_2^2}{2l_1(\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - l_3)} \right)^2}} * \frac{l_2^2 - l_1^2 + (\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - l_3)^2}{2(\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - l_3)^2} \quad (6.54)$$

Energía cinética.

$$k_2 = \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} \right)^2 \quad (6.55)$$

Energía potencial.

$$p_2 = m_2 g (d_1 + e_1) \quad (6.56)$$

Eslabón 3.

Posición.

$$\theta_2 = 180^\circ + \gamma \quad (6.57)$$

donde:

$$\gamma = \text{aCos} \left[\frac{l_1^2 + l_2^2 - (\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - l_3)^2}{2l_1 l_2} \right] \quad (6.58)$$

Velocidad.

$$\dot{\theta}_2 = \frac{\left(\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - l_3\right) \left({}^0v_{OT_x} {}^0OT_x + {}^0v_{OT_y} {}^0OT_y\right)}{l_1 l_2 \sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - \left(\sqrt{{}^0OT_x^2 + {}^0OT_y^2} - l_3\right)^2}{2l_1 l_2}\right)^2}} \quad (6.59)$$

Energía cinética.

$$k_3 = \frac{1}{2} m_3 \dot{\theta}_2^2 \quad (6.60)$$

Energía potencial.

$$p_3 = m_3 g (d_1 + e_1 + e_2) \quad (6.61)$$

Eslabón 4.

Posición.

$$\theta_3 = \alpha - \theta_1 - \theta_2 \quad (6.62)$$

Velocidad.

$$\dot{\theta}_3 = \frac{d\alpha}{dt} - \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2 \quad (6.63)$$

Energía cinética.

$$k_4 = \frac{1}{2} m_4 \dot{\theta}_3^2 \quad (6.64)$$

Energía potencial.

$$p_4 = m_4 g (d_1 + e_1 + e_2 + e_3) \quad (6.65)$$

Realizando la suma de energías cinéticas y energías potenciales se obtiene la energía cinética total (K) y la energía potencial total (P) y dado que el lagrangiano se define como:

$$L = K - P \quad (6.66)$$

donde:

$$K = \sum_{i=1}^4 k_i \quad (6.67)$$

y

$$P = \sum_{i=1}^4 p_i \quad (6.68)$$

Los torques se calculan a partir de la expresión:

$$\tau_n = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_n} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_n} \quad (6.69)$$

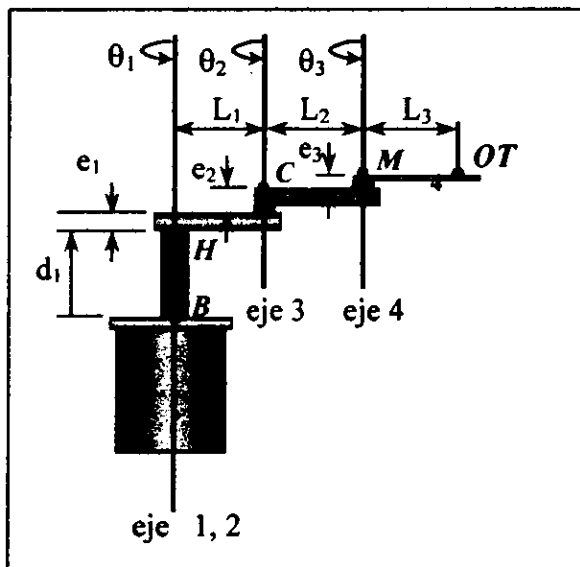
6.3 Identificación de parámetros dinámicos.

La formulación recursiva de Newton-Euler se empleó como método para el monitoreo de las variables operacionales del robot, obteniendo así, la evolución que presenta las velocidades, aceleraciones, fuerzas y momentos con respecto al tiempo.

Los parámetros dinámicos involucrados en las ecuaciones de movimiento son:

- Los parámetros de eslabonamiento. (Definen las dimensiones del manipulador).
- Centros de Gravedad de los eslabones.
- Matrices de Inercia de los eslabones.

Parámetros de eslabonamiento y características articulares:



PARÁMETROS DE ESLABONAMIENTO	DIMENSIÓN [mm]
d_1	150.00
L_1	150.00
L_2	150.00
L_3	180.00
e_1	30.00
e_2	25.00
e_3	8.00

ESLABÓN	MASA [kg]	ARTICULACIÓN
1	5.6220	Prismática
2	0.4165	Rotacional
3	0.3252	Rotacional
4	0.0690	Rotacional

Centros de Gravedad de los eslabones:

$$\begin{aligned}
 {}^1P_{c1} &= ({}^1P_{c1x}, {}^1P_{c1y}, {}^1P_{c1z}) &= & (0.219432, -1.32e-08, 97.4511) & \text{[mm]} \\
 {}^2P_{c2} &= ({}^2P_{c2x}, {}^2P_{c2y}, {}^2P_{c2z}) &= & (78.3251, -2.00e-07, 12.0490) & \text{[mm]} \\
 {}^3P_{c3} &= ({}^3P_{c3x}, {}^3P_{c3y}, {}^3P_{c3z}) &= & (85.1063, 5.76e-04, 11.4474) & \text{[mm]} \\
 {}^4P_{c4} &= ({}^4P_{c4x}, {}^4P_{c4y}, {}^4P_{c4z}) &= & (374.972, -1.89e-15, 294.932) & \text{[mm]}
 \end{aligned}$$

Matrices de Inercia de los eslabones

$${}^c1I_1 = \begin{bmatrix} 90,534.8 & 1.0446e-12 & 36.5926 \\ 1.0446e-12 & 96,176.9 & -3.439e-07 \\ 36.5926 & -3.439e-07 & 9,602.67 \end{bmatrix} \quad \text{[kg mm}^2\text{]}$$

$${}^c2I_2 = \begin{bmatrix} 341.210 & -1.88817e-05 & 390.497 \\ -1.88817e-05 & 4,469.11 & 3.0607e-07 \\ 390.497 & 3.0607e-07 & 4,616.37 \end{bmatrix} \quad \text{[kg mm}^2\text{]}$$

$${}^c3I_3 = \begin{bmatrix} 171.669 & 0.013982 & 323.105 \\ 0.013982 & 3,625.46 & 3.8999e-04 \\ 323.105 & 3.8999e-04 & 3,661.69 \end{bmatrix} \quad \text{[kg mm}^2\text{]}$$

$${}^c4I_4 = \begin{bmatrix} 4.849 & -1.013e-14 & 0.943 \\ -1.013e-14 & 271.004 & 9.198e-16 \\ 0.943 & 9.198e-16 & 275.502 \end{bmatrix} \quad \text{[kg mm}^2\text{]}$$

Los parámetros de eslabonamiento están referidos a los planos de detalle del manipulador, los cuales se encuentran contenidos en el anexo B del capítulo 10. Por otra parte, el anexo C contiene el procedimiento ilustrativo para la obtención de los parámetros dinámicos.

7. DISEÑO DEL SOFTWARE.

En el desarrollo de sistemas computacionales, es recomendable seguir un enfoque sistemático, en la figura 8.1 se ilustra la metodología seguida para el diseño del software.

En el presente capítulo se exponen únicamente los siguientes módulos:

- Diseño Conceptual.
- Evaluación y selección del software.
- Diseño del Programa.

Una vez planteadas las necesidades y objetivos (Capítulo 1) se procede al desarrollo del sistema, teniendo como característica el estar conformado por módulos independientes pero que se acoplen entre sí.

Para iniciar el diseño del sistema, es necesario definir dos aspectos primordiales como son:

- Las consideraciones de diseño.
- Los procesos a realizar por el sistema.

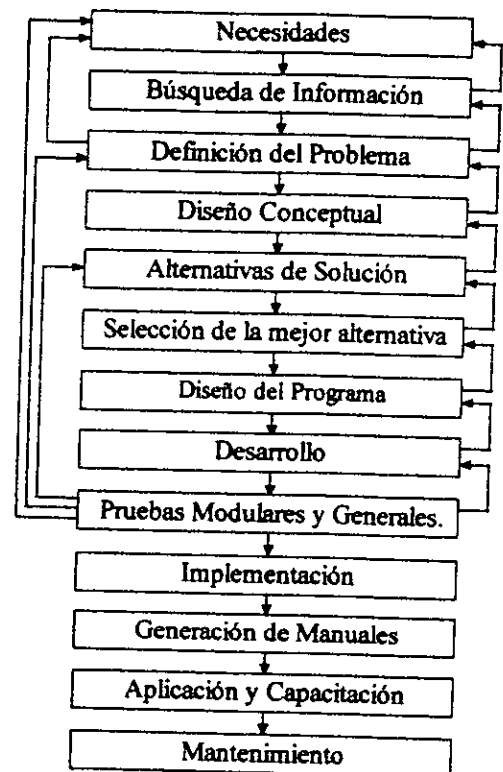


Fig. 8.1 Metodología para el Diseño de Software.

Las consideraciones de diseño. Son las características esenciales que presenta el manipulador, tales como:

- a) La arquitectura P-R-R-R será invariable y el último eslabón siempre tendrá una posición radial con respecto al origen del sistema de referencia 0.
- b) La configuración será única, siendo ésta la configuración 1.
- c) A lo largo de la simulación, el órgano terminal del manipulador jamás podrá exceder la envolvente que limita su volumen de trabajo.

Los procesos a realizar por el sistema son:

- a) Ser capaz de acceder diferentes datos de parámetros dinámicos, (matrices de inercia, centros de gravedad, masas, etc.) parámetros de eslabonamiento, y diferentes tipos de trayectoria.
- b) Presentar la evolución que tienen a lo largo de la trayectoria las variables dinámicas operacionales (f_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4) y las variables articulares (d_1 , θ_1 , θ_2 , θ_3).
- c) Identificar la mejor trayectoria que presenta el manipulador al realizar una tarea.

Diseño Conceptual.

Con la información presentada hasta el momento, ya se ha delineado física y funcionalmente todas las partes, componentes y limitantes del manipulador de discos de Silicio, por lo que es conveniente recapitular en un diagrama de bloques la estructura del diseño conceptual del software a desarrollar. Este diagrama se observa en la figura 8.2.

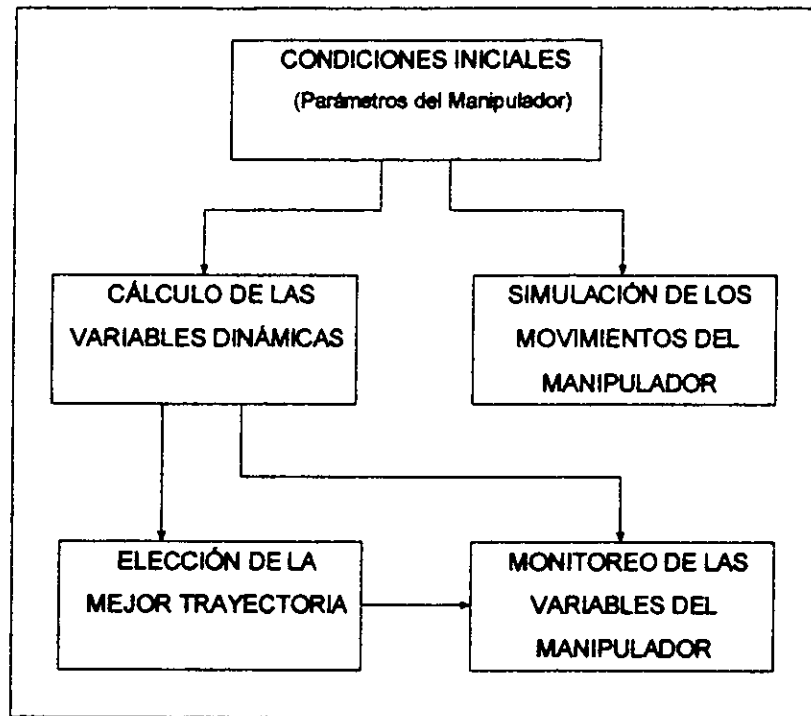


Fig. 8.2 Diseño Conceptual de Programa.

Evaluación y selección del software utilizado.

Realizando una búsqueda de los lenguajes de programación en el mercado, los cuales deberían satisfacer las siguientes características:

- Poder desarrollar programas en diferentes plataformas.
- Compatibilidad y portabilidad versión a versión.
- Optimización del código máquina generado.
- Manejo de Bases de Datos, Gráficos, Ecuaciones matemáticas y Comunicaciones.
- Disponibilidad.
- Facilidad de interacción con el usuario.

Los siguientes lenguajes fueron analizados: Basic, Visual Basic, C++, Visual C++ y D'base. Incliniéndose la elección por Visual C++, a continuación se presentan las características principales del lenguaje de programación seleccionado:

- Por disponibilidad (versión 2.0 de C++).
- Se pueden desarrollar aplicaciones de 32 bits, teniendo flexibilidad de utilizar plataformas como DOS, Windows, Windows NT para Intel y RISC, Windows 95 y Macintosh.
- Las aplicaciones escritas son totalmente compatibles con otras versiones, sólo necesitan ser compiladas de nuevo con el compilador específico.
- Incluye soporte que permite:
 - Integración de Datos con otras aplicaciones (DDE- Dynamic Data Exchange).
 - Incrustar y Enlazar Objetos que permiten manipular información de otras aplicaciones Windows (OLE- Object Linking and Embedding).
 - Establecer enlaces con Windows y con rutinas escritas en otros lenguajes (DLL- Dynamic link libraries).
 - Creación de Objetos Windows tales como ventanas, cajas de diálogo, mensajes, controles, objetos graficos (GDI- Graphic Device Interface)
 - Conectarse con diferentes bases de datos (ODBC- Open Database Connectivity).
- Generación de código p, (código empaquetado - packed). Reduce el código resultante para una aplicación en un 40% aproximadamente.

Diseño del Programa.

Los procesos fueron mencionados con anterioridad y se decidió por facilidad de diseño se respetarían para manejarse como módulos del sistema a desarrollar. Los cuales se muestran en la figura 8.3 y se describen a continuación.

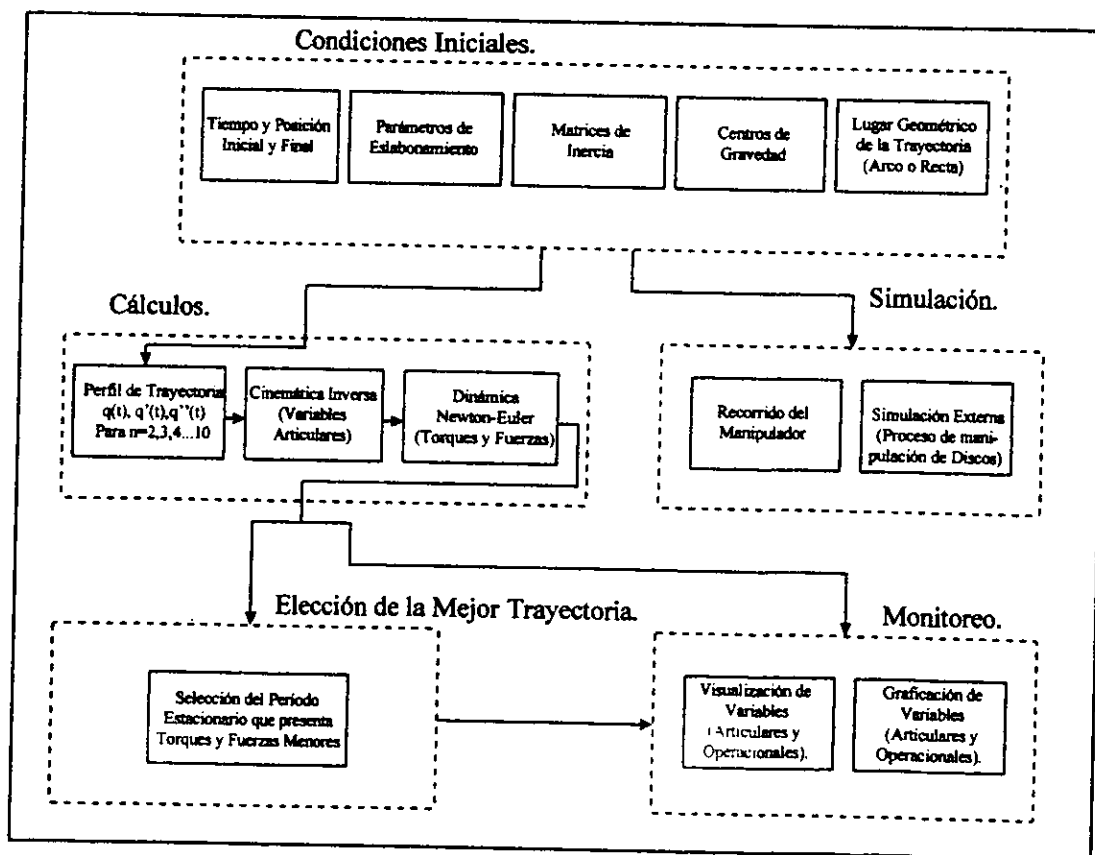


Fig. 8.3 Diagrama Descriptivo de la estructura del Programa.

a) Condiciones Iniciales.

Como parámetros de entrada se tienen: el tiempo total de recorrido, el rango de muestreo, tipo de lugar geométrico, punto inicial y final del recorrido, matrices de inercia, centros de gravedad, masas, longitudes, etc. De esta forma puede evaluarse el comportamiento de cualquier manipulador de tipo P-R-R-R.

b) Cálculo de las variables dinámicas.

Se utilizó el método de Newton-Euler, para determinar la carga sobre los actuadores al efectuarse una tarea con el manipulador, ya que en esta forma se pueden ser monitoreadas fácilmente las variables articulares y operacionales del manipulador. Se utilizan diferentes períodos estacionarios (haciendo variar el parámetro "n" de 2 a 10) y perfiles de trayectoria (quintico y trapezoidal), de esta forma se tiene un arreglo de 18 posibles soluciones al problema.

c) Monitoreo de Variables (Articulares y Operacionales).

La información obtenida, puede ser visualizada gráficamente o desplegada en la pantalla, de tal forma que se puede tener una fácil manipulación de ella, pudiéndola integrar a otros sistemas de manipulación de datos (Word, Excel, Dbase, etc.).

d) Elección de la mejor trayectoria (Optimización).

La optimización de la manipulación de discos de silicio, es producto de seleccionar la trayectoria que presenta menores momentos angulares y fuerzas lineales a lo largo del recorrido. La selección de un intervalo de muestreo adecuado, es necesaria para evitar errores en la determinación de la mejor trayectoria.

e) Simulación.

Los movimientos que realizan las articulaciones del manipulador a lo largo de la trayectoria seleccionada, pueden ser visualizadas. Se incluye una simulación del manipulador en el proceso de manipulación de Discos de Silicio realizada utilizando el paquete 3D-Studio ver. 4.0, debido a su disponibilidad y a que en el se pueden importar archivos realizados en AutoCad.

8. SIMULACIÓN.

El objetivo principal de este trabajo, es identificar la trayectoria óptima para el desplazamiento del manipulador en una tarea específica. El robot está clasificado con un nivel de limpieza de clase 1, es decir no se pueden presentar en su ambiente de trabajo más de una partícula de tamaño superior a $0.5 \mu\text{m}$ por ft^3 .

Se desarrolló un software llamado "optimiza", el cual permite simular el movimiento del manipulador para una tarea determinada. Dicho sistema presenta la evolución de las condiciones dinámicas de la tarea (espacio operacional) y las condiciones dinámicas de las variables articulares (espacio de articulaciones), se puedan acceder diferentes datos de parámetros dinámicos como matrices de inercia, longitudes de eslabón, perfiles temporales, lugares geométricos, torques, etc.

El simulador considera únicamente los perfiles de trayectoria:

- Quintico y
- Trapezoidal.

Los lugares geométricos:

- La línea recta (Definida por 2 puntos; posición inicial y final)
- Un segmento de arco (Definido por 3 puntos; posición inicial, intermedia y final)

Y los períodos estacionarios evaluados son: ($n=2,3,4,5,6,7,8,9$ y 10)

- $0, 1/3, 2/4, 3/5, 4/6, 5/7, 6/8, 7/9,$ y $8/10$ del tiempo total de recorrido.

La simulación realizada comprende 1,000 manipulaciones en una hora. A continuación se muestran los parámetros de entrada para la simulación 1 y la simulación 2. Dichas simulaciones se distinguen entre sí por el lugar geométrico de la trayectoria (fig. 8.1), siendo ésta una línea recta (LR) para la simulación 1 y un segmento de arco (SA) para la simulación 2.

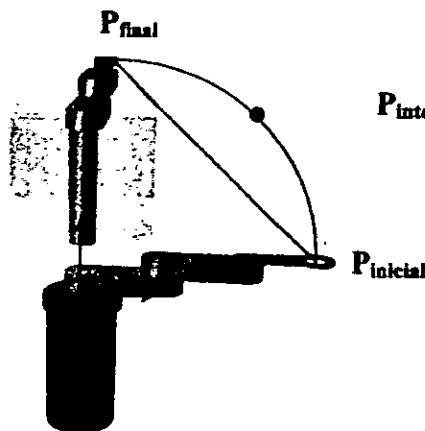


Fig. 8.1 Trayectorias recorridas en la simulación.

Perfil de Trayectoria:	Trapezoidal y Quintico.
Parámetro Estacionario n :	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10
Tiempo total de recorrido:	1.8 seg.
Intervalo de muestreo:	0.01 seg.
Simulación 1:	Lugar Geométrico: Línea Recta.
Punto Inicial:	(478.4 , 0 , 113.2) mm.
Punto Final:	(-339.3 , 339.3 , 163.1) mm.
Simulación 2:	Lugar Geométrico: Seg. De Arco.
Punto Inicial:	(478.4 , 0 , 113.2) mm.
Punto Interm.:	(73.2 , 171.2 , 208.0) mm.
Punto Final:	(-339.3 , 339.3 , 163.1) mm.

La simulación del proceso permite analizar la evolución a lo largo de la trayectoria de las siguientes variables:

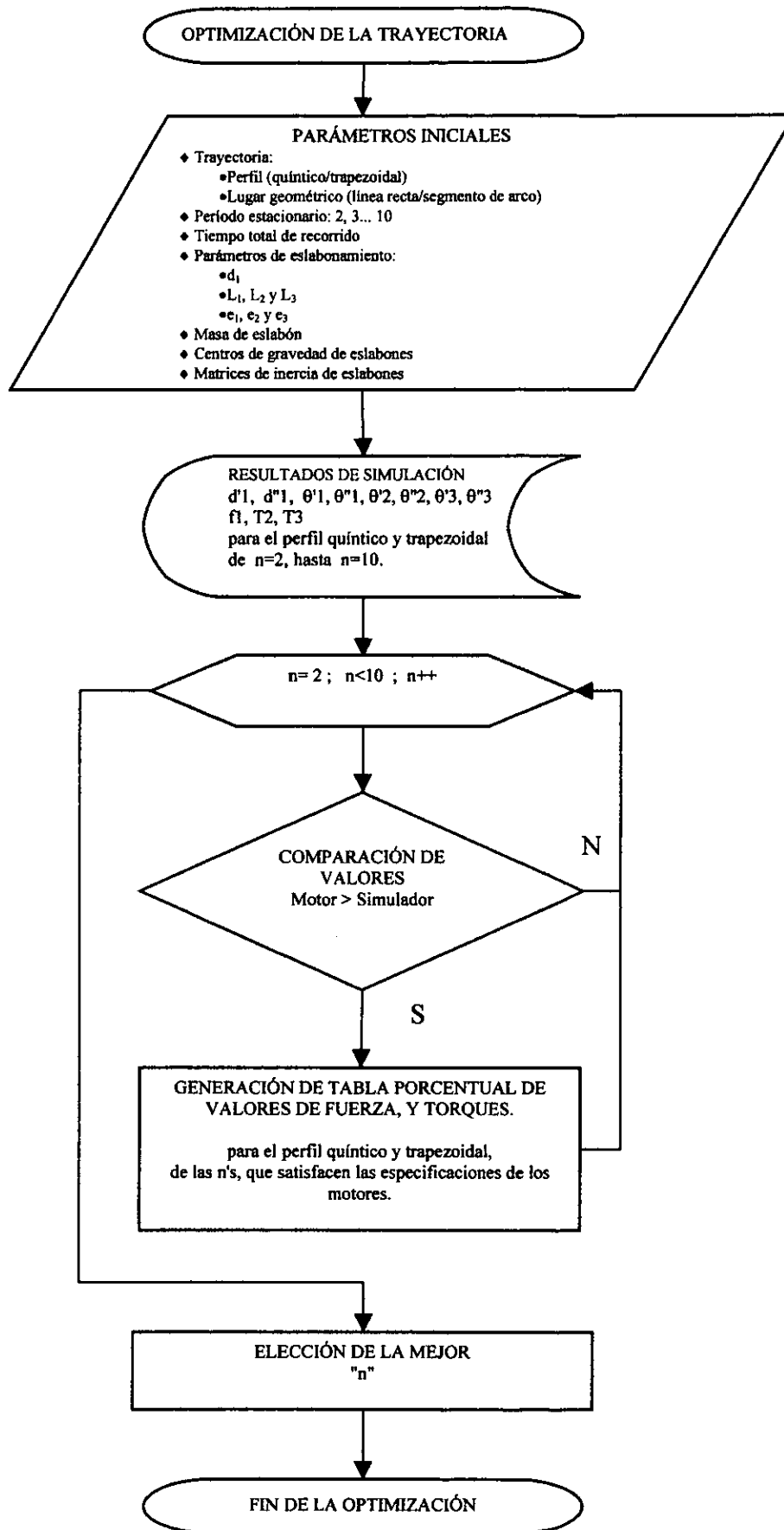
q, q', q''	Variación de la Posición, Velocidad y Aceleración del órgano terminal.
x, x', x''	Variación de la Posición, Velocidad y Aceleración de la coordenada x.
y, y', y''	Variación de la Posición, Velocidad y Aceleración de la coordenada y.
d_1, d_1', d_1''	Variación del desplazamiento, Velocidad y Aceleración de la 1ª. Variable articular.
$\theta_1, \theta_1', \theta_1''$	Variación angular de Posición, Velocidad y Aceleración de la 2ª. Variable articular.
$\theta_2, \theta_2', \theta_2''$	Variación angular de Posición, Velocidad y Aceleración de la 2ª. Variable articular.
$\theta_3, \theta_3', \theta_3''$	Variación angular de Posición, Velocidad y Aceleración de la 3ª. Variable articular.
f_1	Fuerza requerida para desarrollar el movimiento de la 1ª. articulación.
τ_2	Par motriz requerido para desarrollar el movimiento de la 2ª. articulación
τ_3	Par motriz requerido para desarrollar el movimiento de la 3ª. articulación
τ_4	Par motriz requerido para desarrollar el movimiento de la 4ª. articulación

A continuación se muestran gráficamente los resultados de la simulación:

- Simulación 1. Corresponde a la línea recta, gráficas de la 8.2 a la 8.57.
- Simulación 2. Corresponde al segmento de arco, gráficas de la 8.58 a la 8.113.

El criterio de optimización de la trayectoria utilizado es:

- *Minimización de los pares motrices.* Toma como parámetros iniciales las características de los motores usados (velocidad, aceleración y torques) los cuales son comparados con los datos arrojados por el simulador tanto para el perfil quíntico y trapezoidal de $n=2$ hasta $n=10$, de dicha comparación se discriminaran las trayectorias que no cumplan los límites de seguridad del sistema. De los valores restantes se genera una tabla porcentual de fuerzas y torques, de la cual se elige el parámetro "n" de menor valor numérico que representa el menor gasto energético. Dicho procedimiento se ilustra en el siguiente diagrama:



Recorrido de trayectoria del órgano terminal.

LR - q, \dot{q}, \ddot{q}

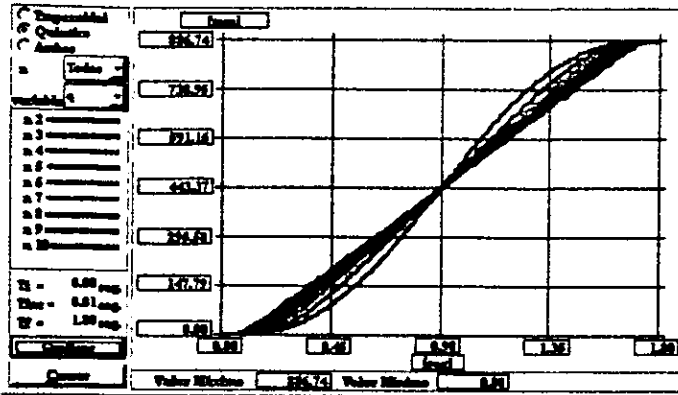


Fig. 8.2 Evolución del perfil de posición quintico.

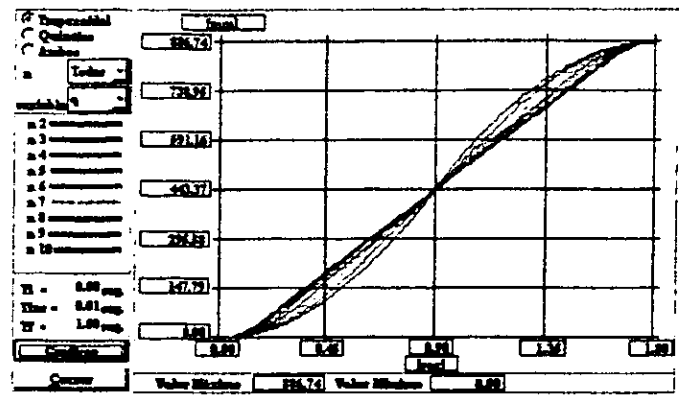


Fig. 8.3 Evolución del perfil de posición trapezoidal.

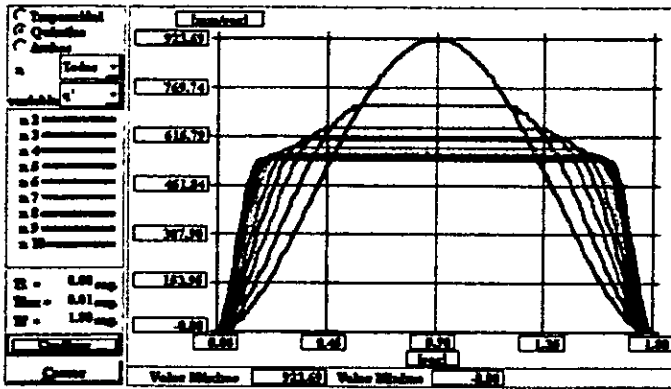


Fig. 8.4 Evolución del perfil de velocidad quintico.

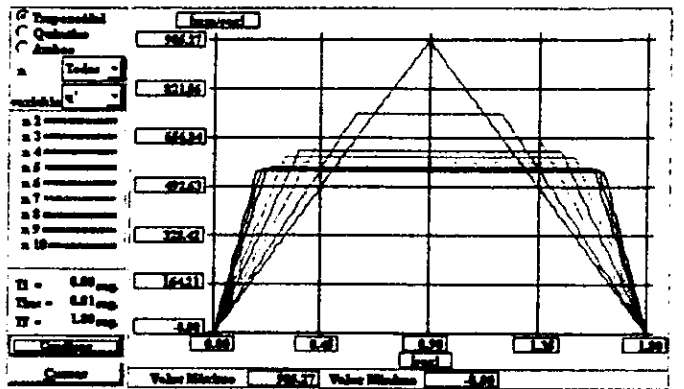


Fig. 8.5 Evolución del perfil de velocidad trapezoidal.

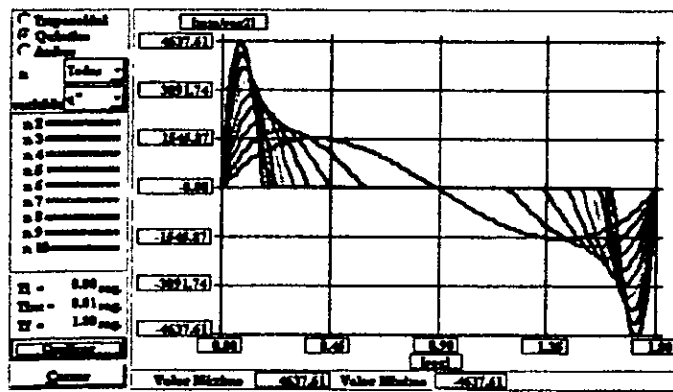


Fig. 8.6 Evolución del perfil de aceleración quintico.

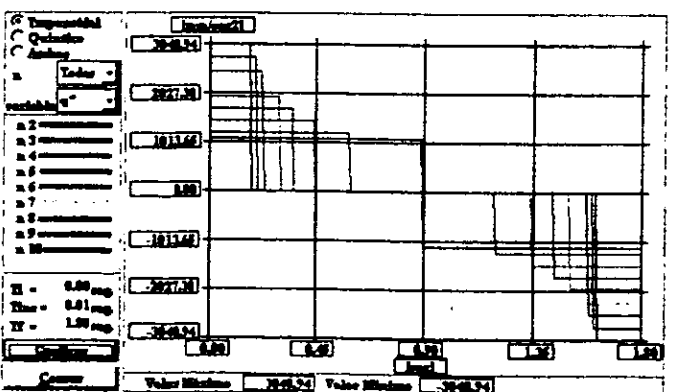


Fig. 8.7 Evolución del perfil de aceleración trapezoidal.

LR - x, \dot{x}, \ddot{x}

Evolución del órgano terminal (coordenada x).

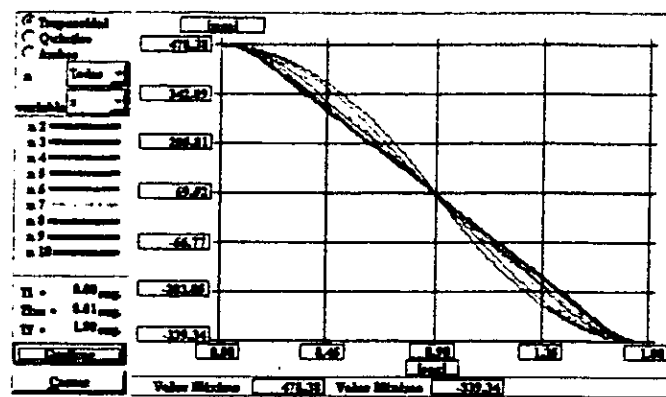
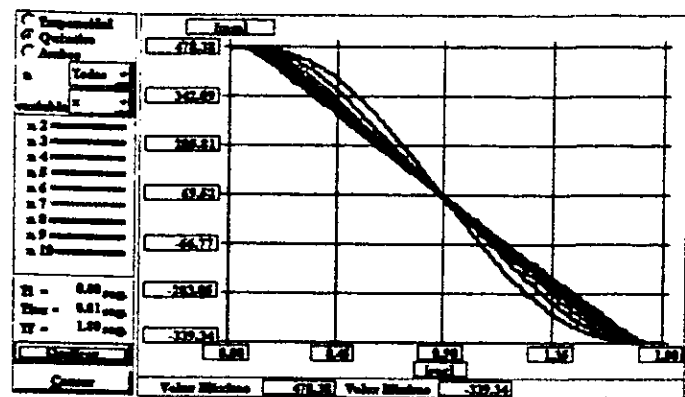


Fig. 8.8 Posición de la coordenada x, perfil quintico.

Fig. 8.9 Posición de la coordenada x, perfil trapezoidal.

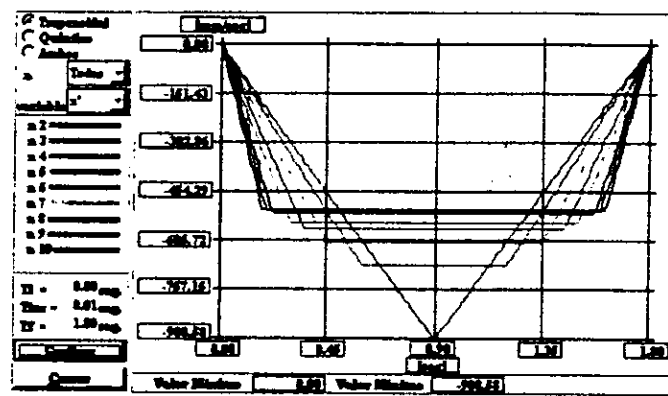
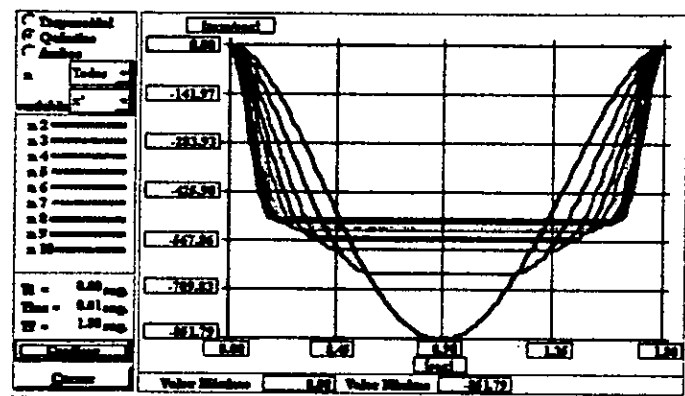


Fig. 8.10 Velocidad de la coordenada x, perfil quintico.

Fig. 8.11 Vel. de la coordenada x, perfil trapezoidal.

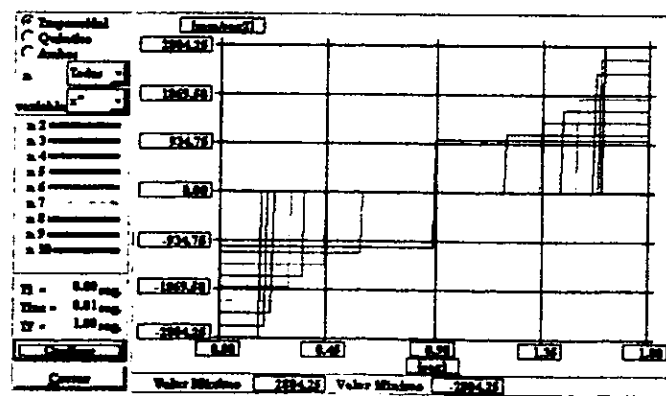
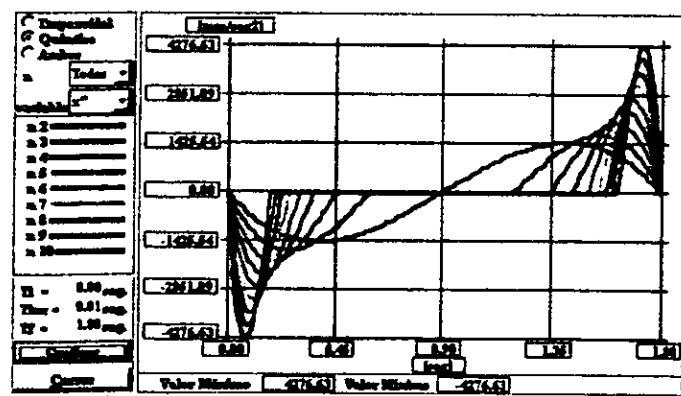


Fig. 8.12 Acel. de la coordenada x, perfil quintico.

Fig. 8.13 Acel. de la coordenada x, perfil trapezoidal.

Evolución del órgano terminal (coordenada y).

LR - y, \dot{y}, \ddot{y}

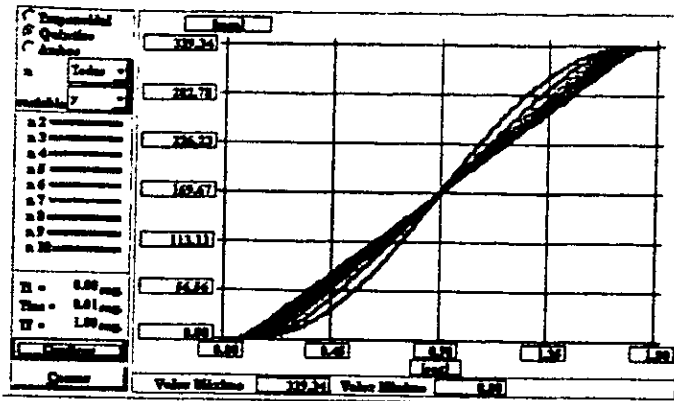


Fig. 8.14 Posición de la coordenada y, perfil quintico.

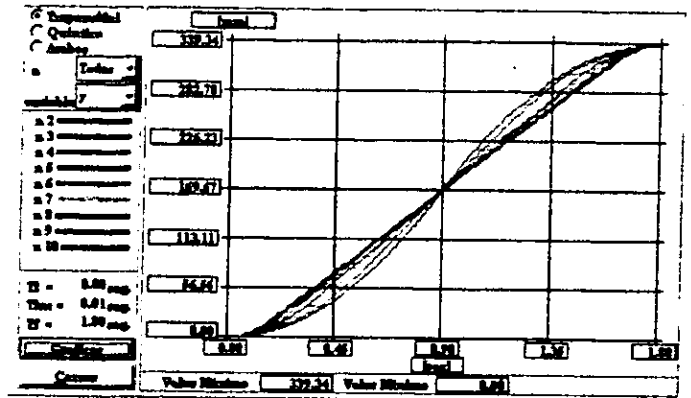


Fig. 8.15 Posición de la coordenada y, perfil trapezoidal.

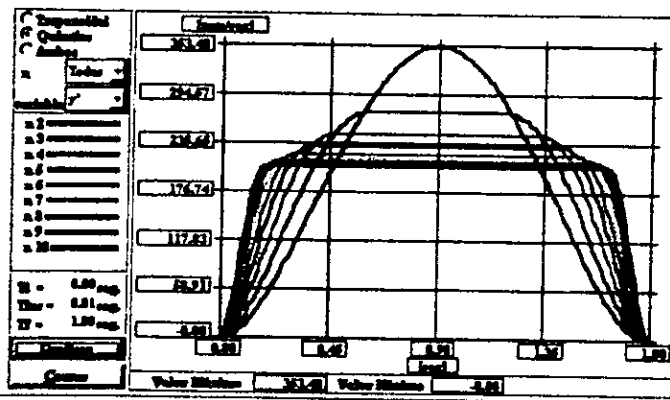


Fig. 8.16 Velocidad de la coordenada y, perfil quintico.

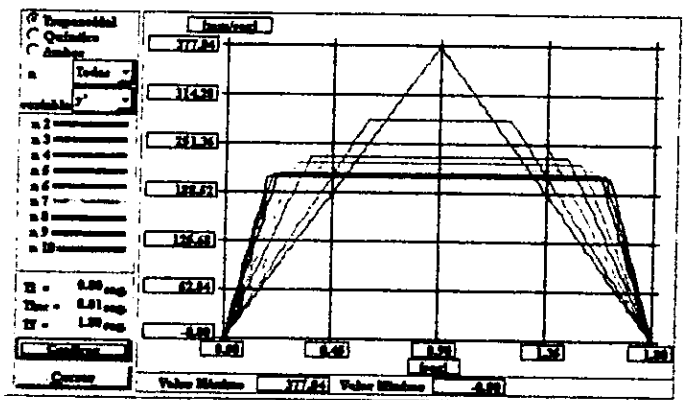


Fig. 8.17 Vel. de la coordenada y, perfil trapezoidal.

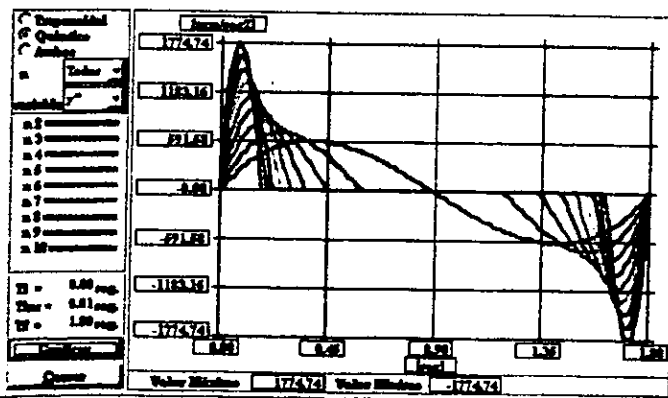


Fig. 8.18 Acel. de la coordenada y, perfil quintico.

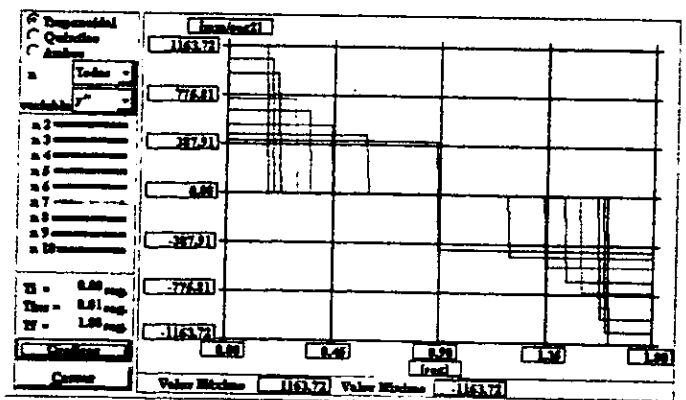


Fig. 8.19 Acel. de la coordenada y, perfil trapezoidal.

LR - z, \dot{z} , \ddot{z}

Evolución del órgano terminal (coordena z).

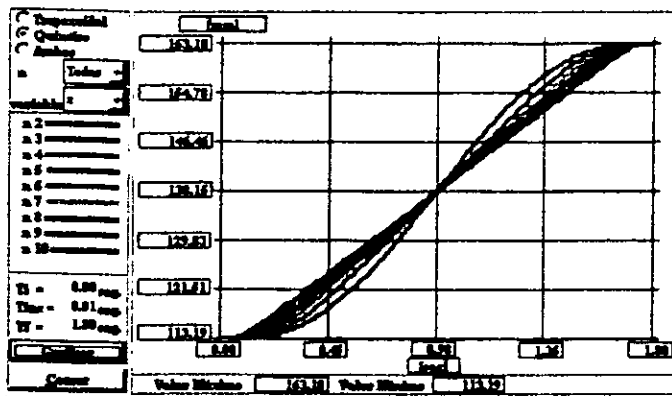


Fig. 8.20 Posición de la coordenada z, perfil quintico.

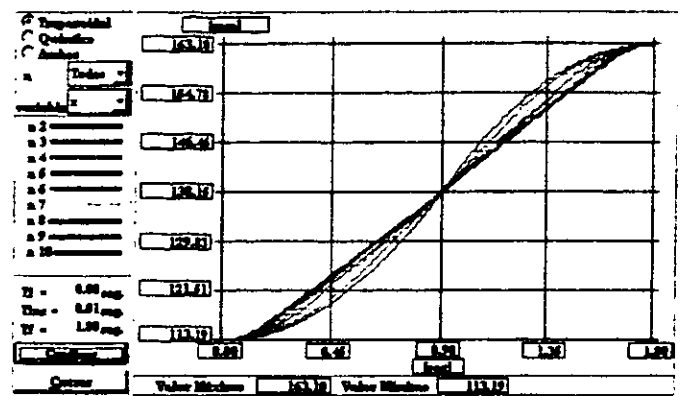


Fig. 8.21 Posición de la coordenada z, perfil trapezoidal.

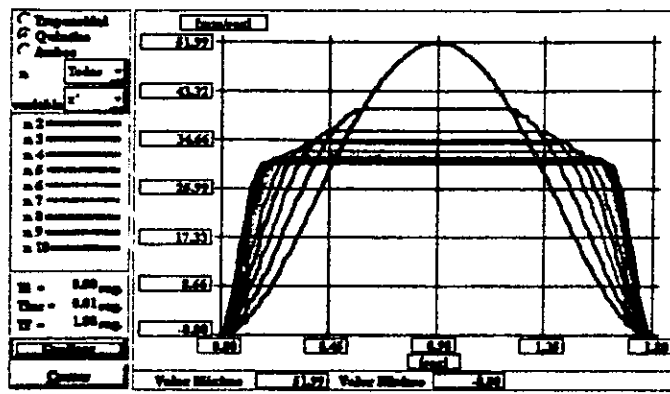


Fig. 8.22 Velocidad de la coordenada z, perfil quintico.

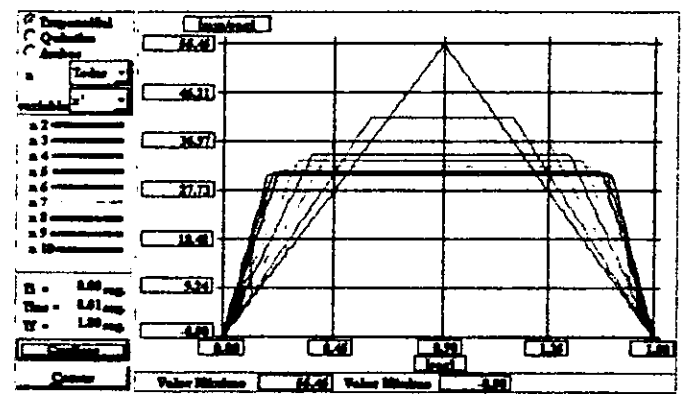


Fig. 8.23 Vel. de la coordenada z, perfil trapezoidal.

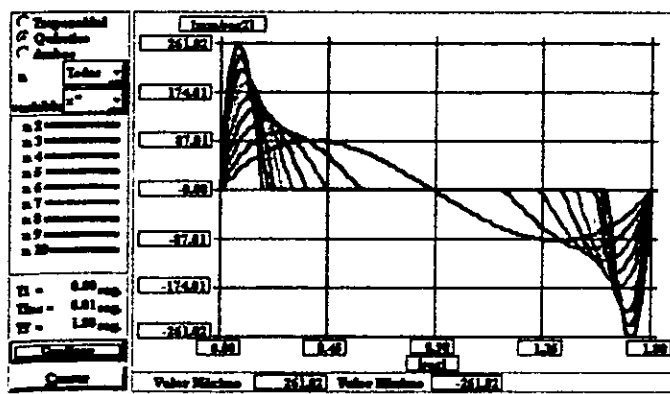


Fig. 8.23 Acel. de la coordenada z, perfil quintico.

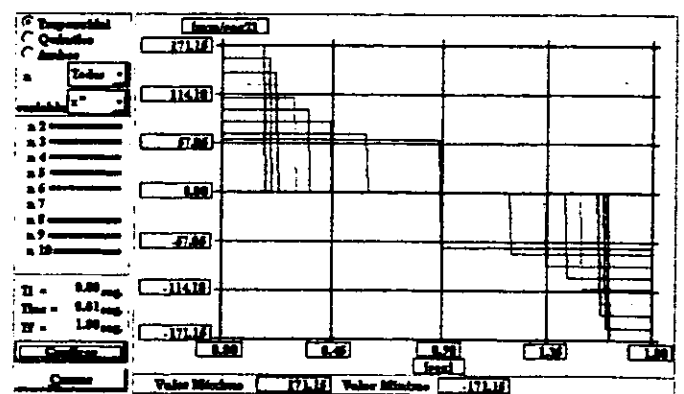


Fig. 8.24 Acel. de la coordenada z, perfil trapezoidal.

Primera Articulación Prismática (d_1).

$$LR - d_1, \dot{d}_1, \ddot{d}_1$$

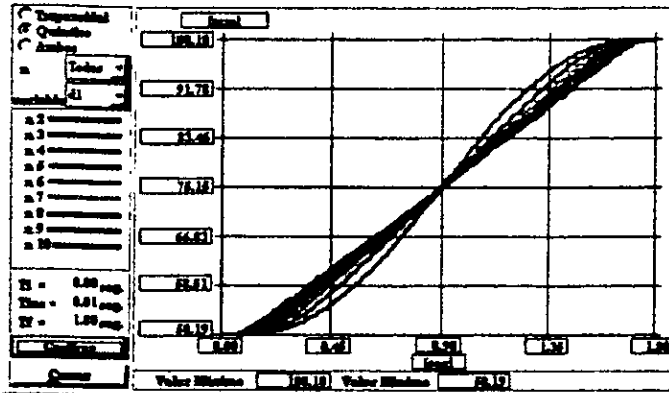


Fig. 8.26 Desplazamiento lineal en el perfil quintico.

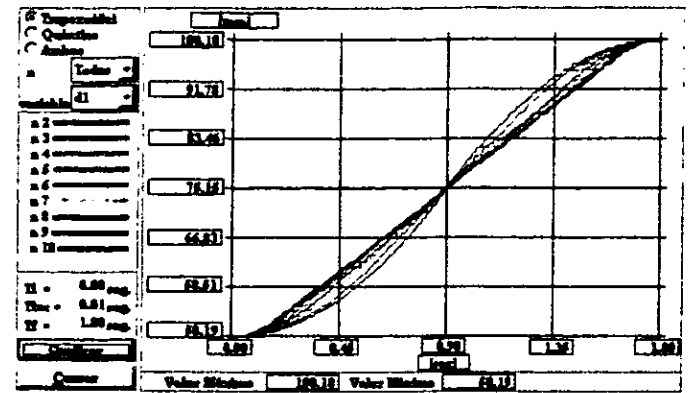


Fig. 8.27 Desplazamiento lineal en el perfil trapezoidal.

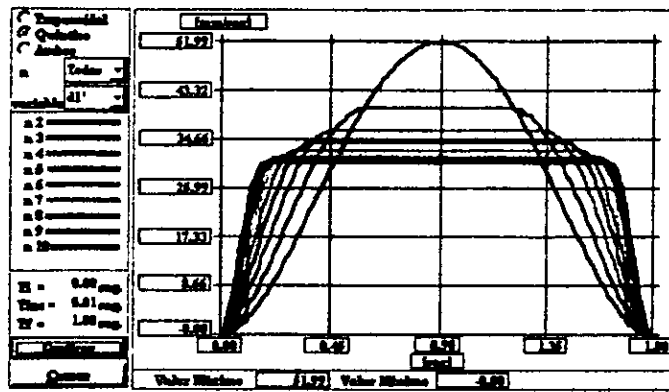


Fig. 8.28 Evolución de la Vel. en el perfil quintico.

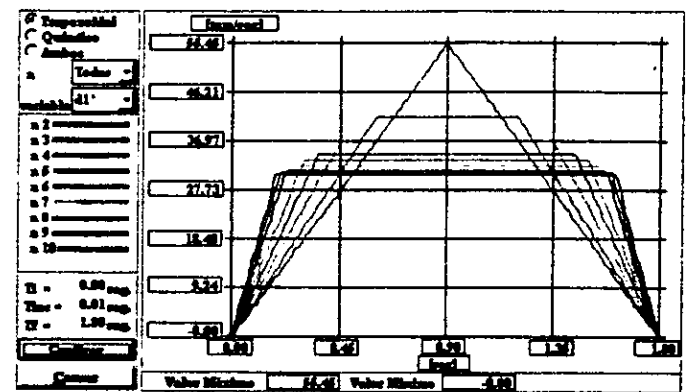


Fig. 8.29 Evolución de la Vel. en el perfil trapezoidal.

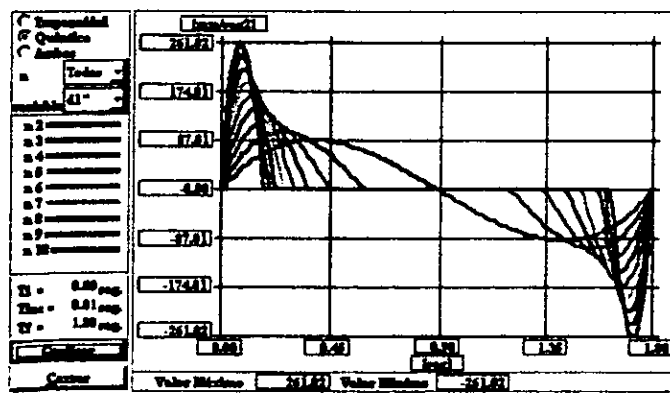


Fig. 8.30 Evolución de la Acel. en el perfil quintico.

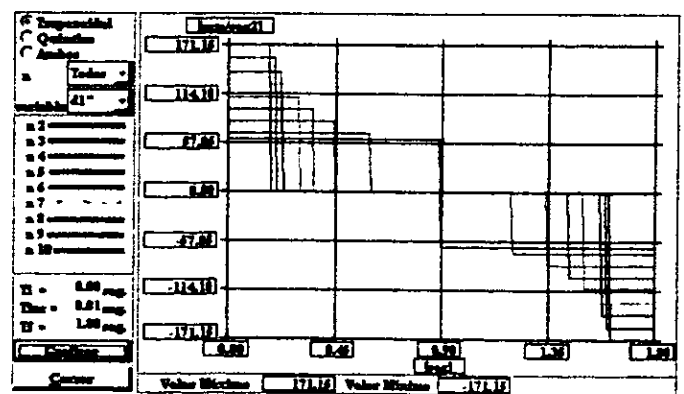


Fig. 8.31 Evolución de la Acel. en el perfil trapezoidal.

Segunda articulación rotacional (θ_1).

$$LR - \theta_1, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1$$

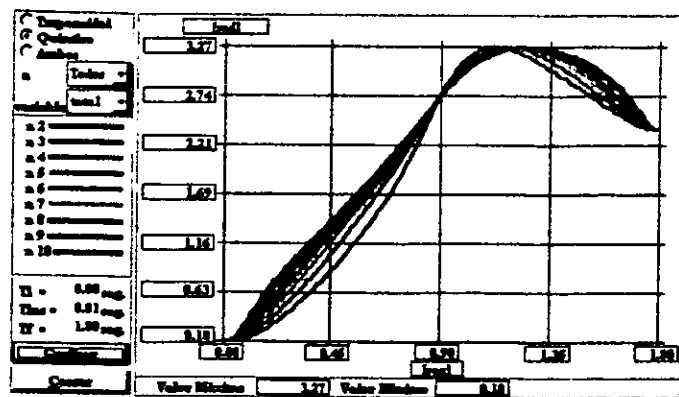


Fig. 8.32 Variación de θ_1 en el perfil quintico.

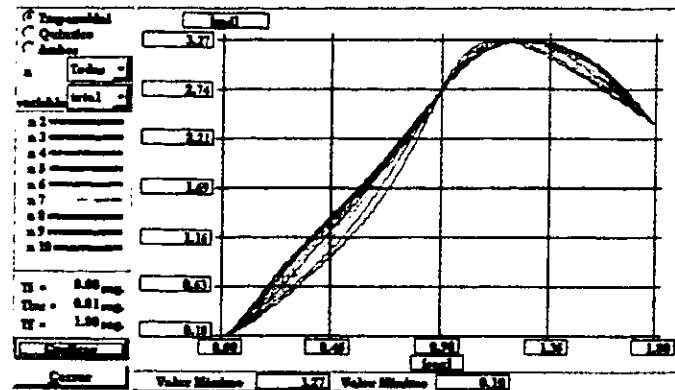


Fig. 8.33 Variación de θ_1 en el perfil trapezoidal.

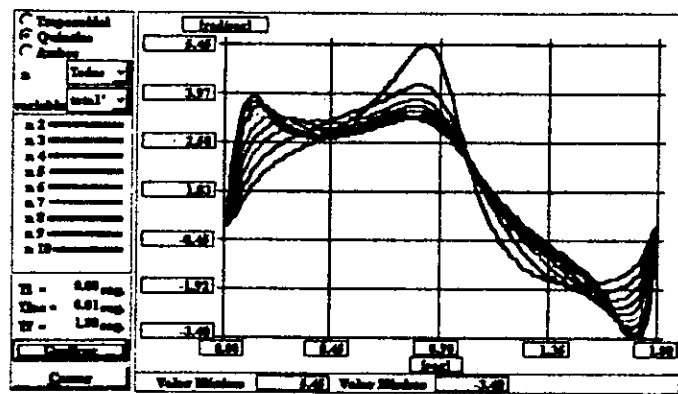


Fig. 8.34 Variación de θ'_1 en el perfil quintico.

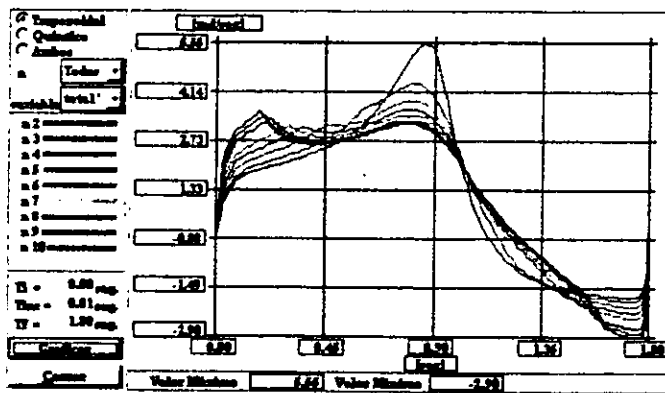


Fig. 8.35 Variación de θ'_1 en el perfil trapezoidal.

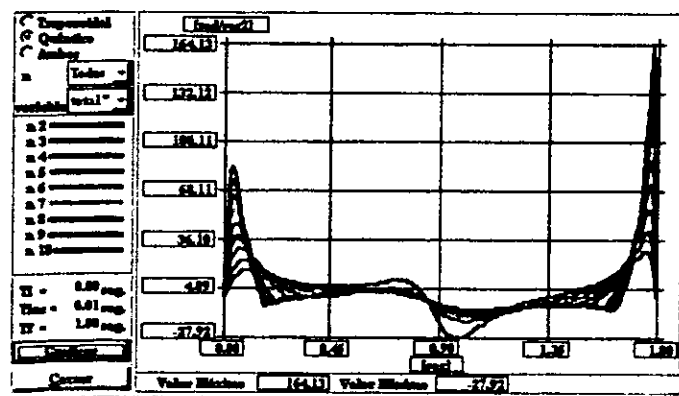


Fig. 8.36 Variación de θ''_1 en el perfil quintico.

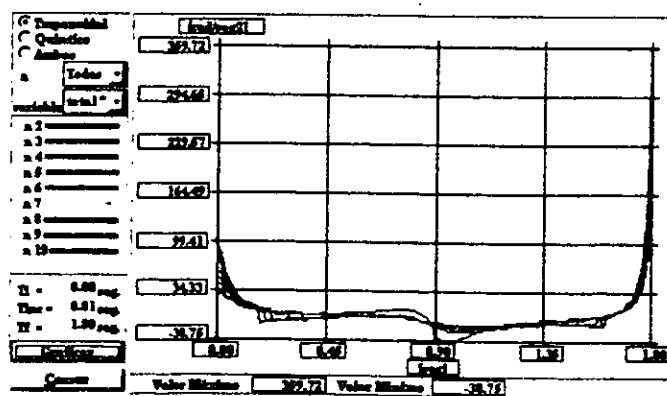


Fig. 8.37 Variación de θ''_1 en el perfil trapezoidal.

$$LR - \theta_2, \dot{\theta}_2, \ddot{\theta}_2$$

Tercera articulación rotacional (θ_2).

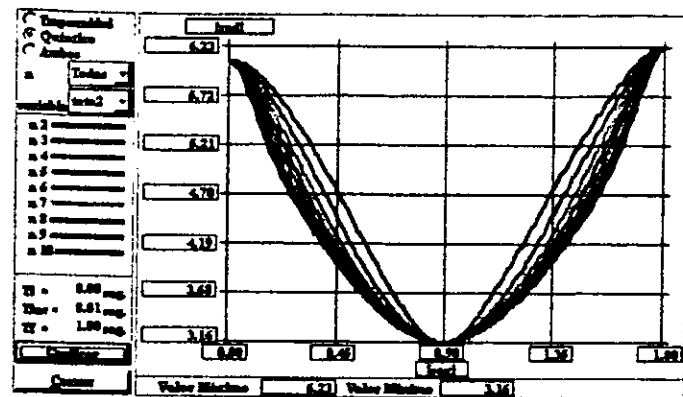


Fig. 8.38 Variación de θ_2 en el perfil quintico.

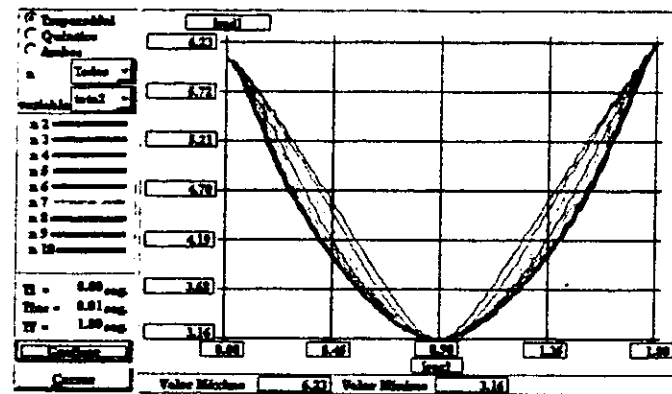


Fig. 8.39 Variación de θ_2 en el perfil trapezoidal.

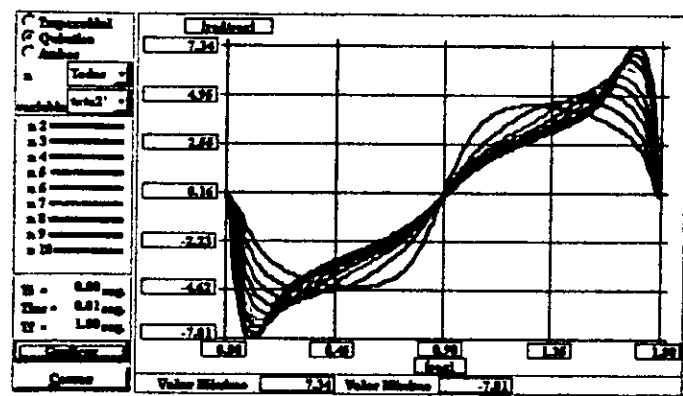


Fig. 8.40 Variación de θ_2' en el perfil quintico.

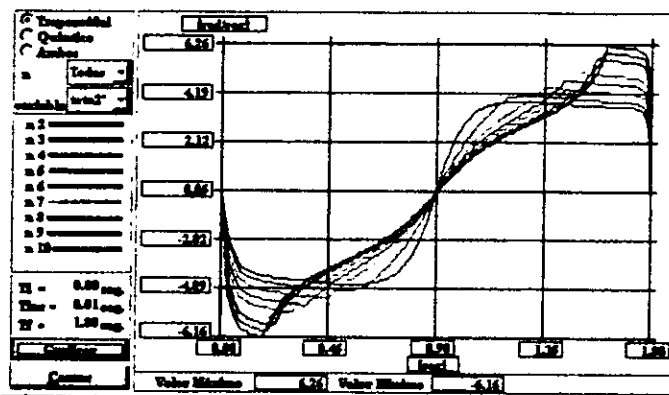


Fig. 8.41 Variación de θ_2' en el perfil trapezoidal.

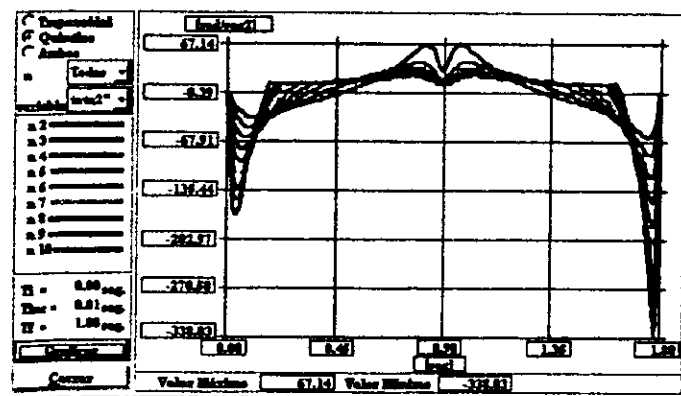


Fig. 8.42 Variación de θ_2'' en el perfil quintico.

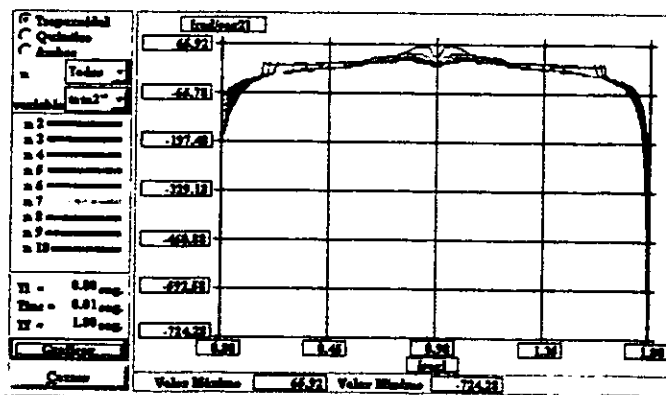


Fig. 8.43 Variación de θ_2'' en el perfil trapezoidal.

$$LR - \theta_3, \dot{\theta}_3, \ddot{\theta}_3$$

Cuarta articulación rotacional (θ_3).

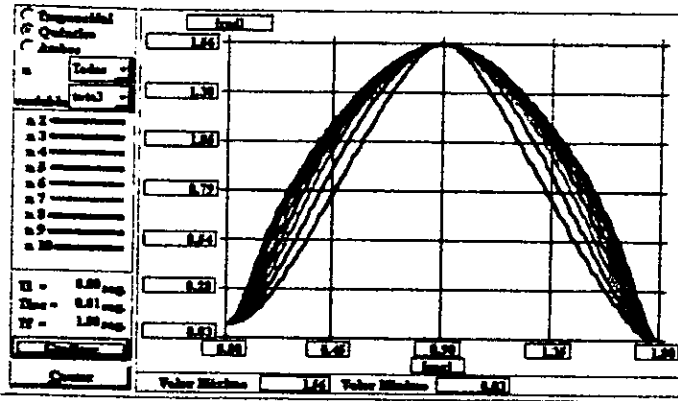


Fig. 8.44 Variación de θ_3 en el perfil quintico.

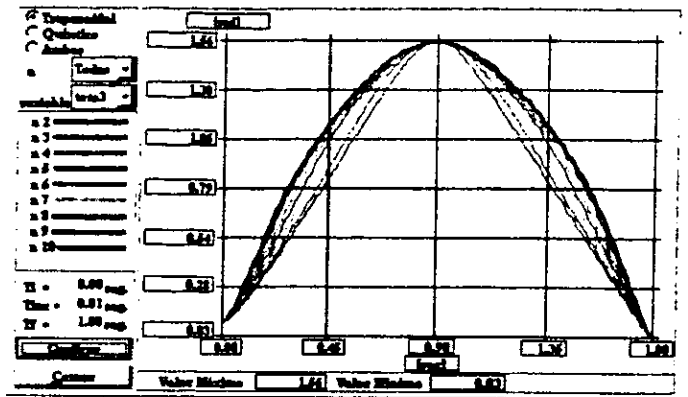


Fig. 8.45 Variación de θ_3 en el perfil trapezoidal.

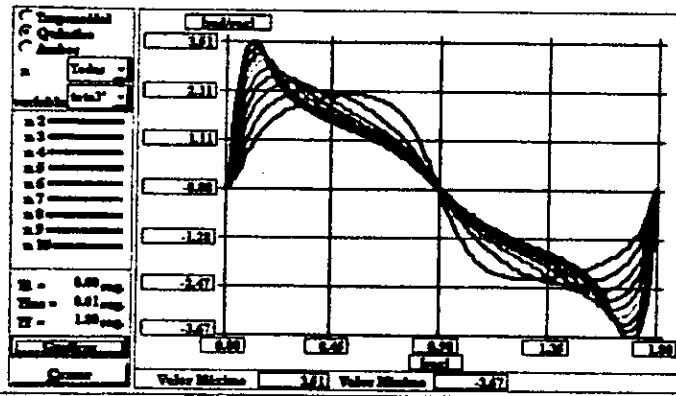


Fig. 8.46 Variación de θ_3' en el perfil quintico.

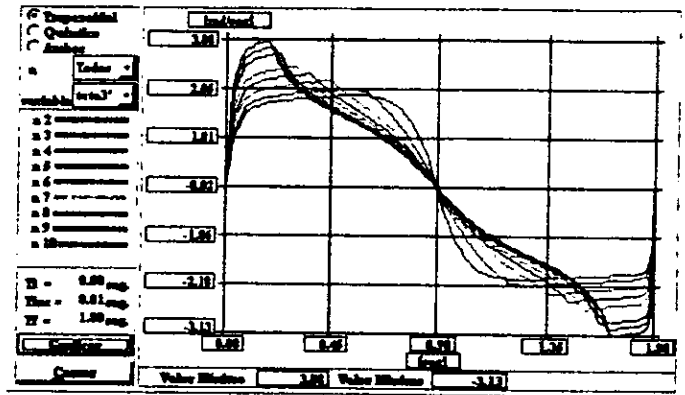


Fig. 8.47 Variación de θ_3' en el perfil trapezoidal.

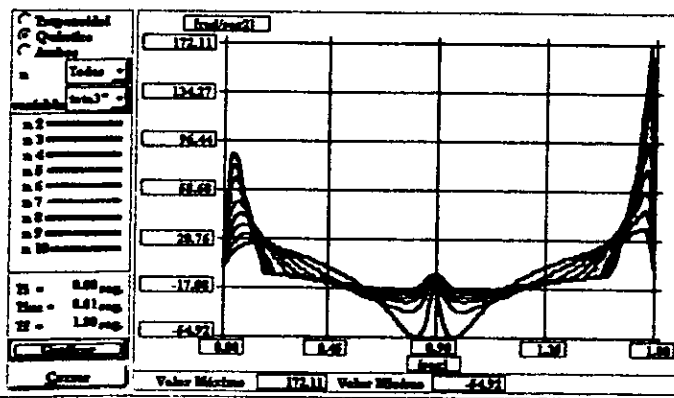


Fig. 8.48 Variación de θ_3'' en el perfil quintico.

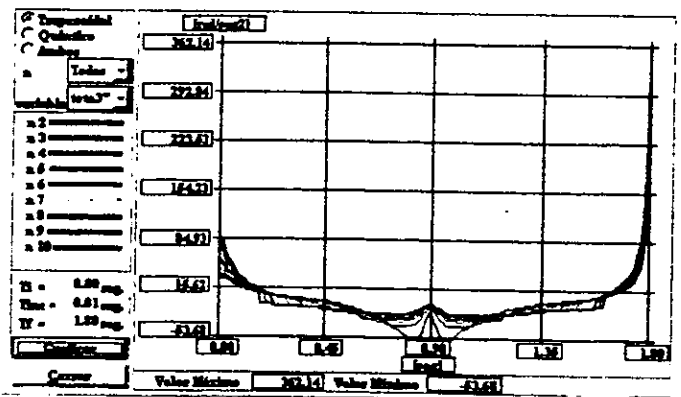


Fig. 8.49 Variación de θ_3'' en el perfil trapezoidal.

LR - f_1

1ª Articulación (f_1).

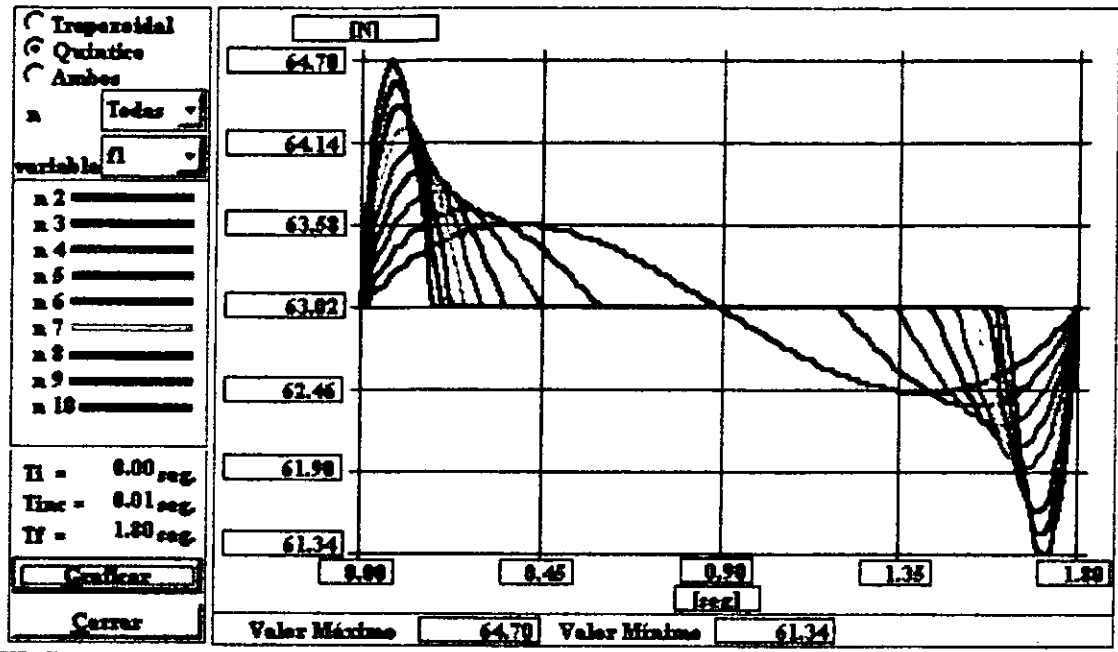


Fig. 8.50 Fuerza requerida en el perfil quintico.

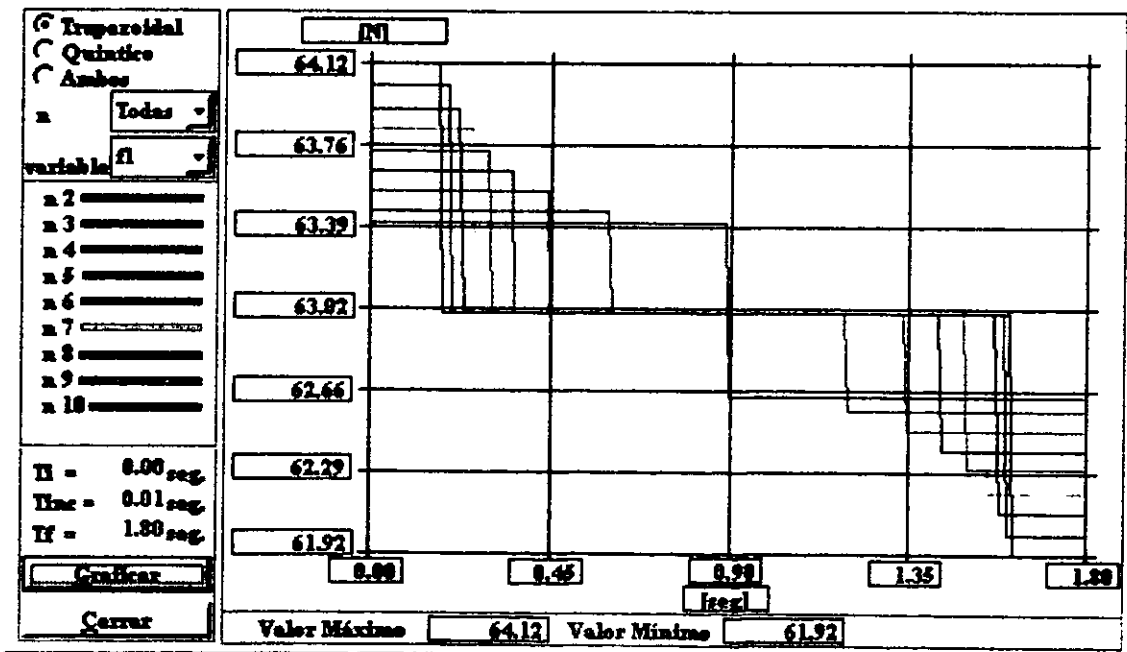


Fig. 8.51 Fuerza requerida en el perfil trapezoidal.

LR- τ_2

2ª Articulación (τ_2).

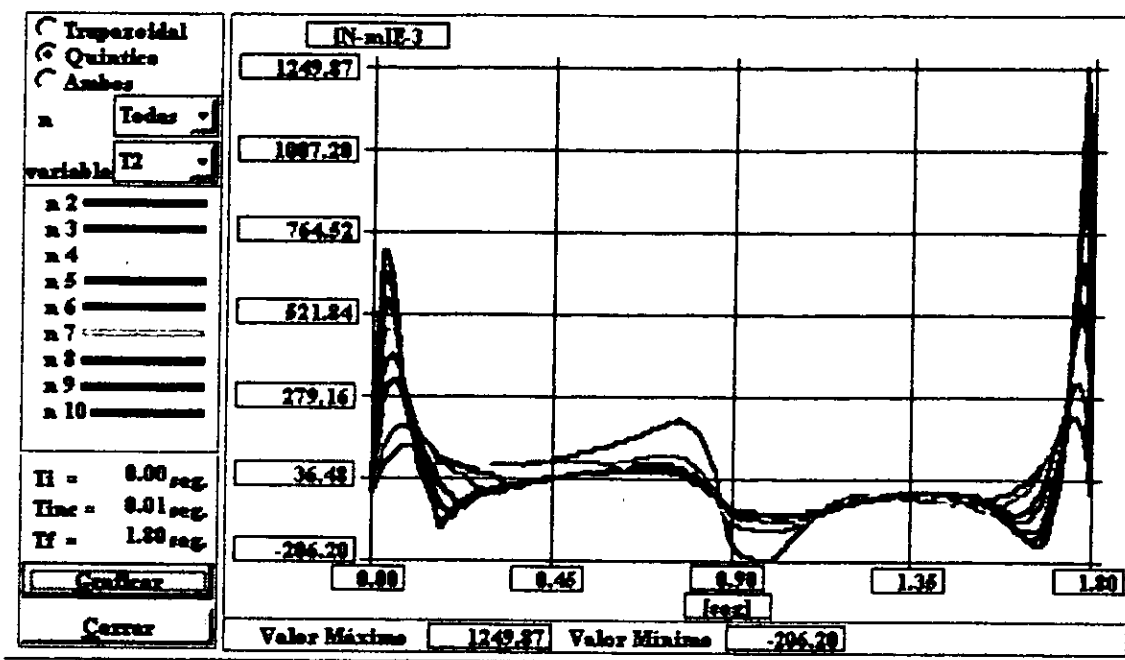


Fig. 8.52 Par motriz requerido en el perfil quintico.

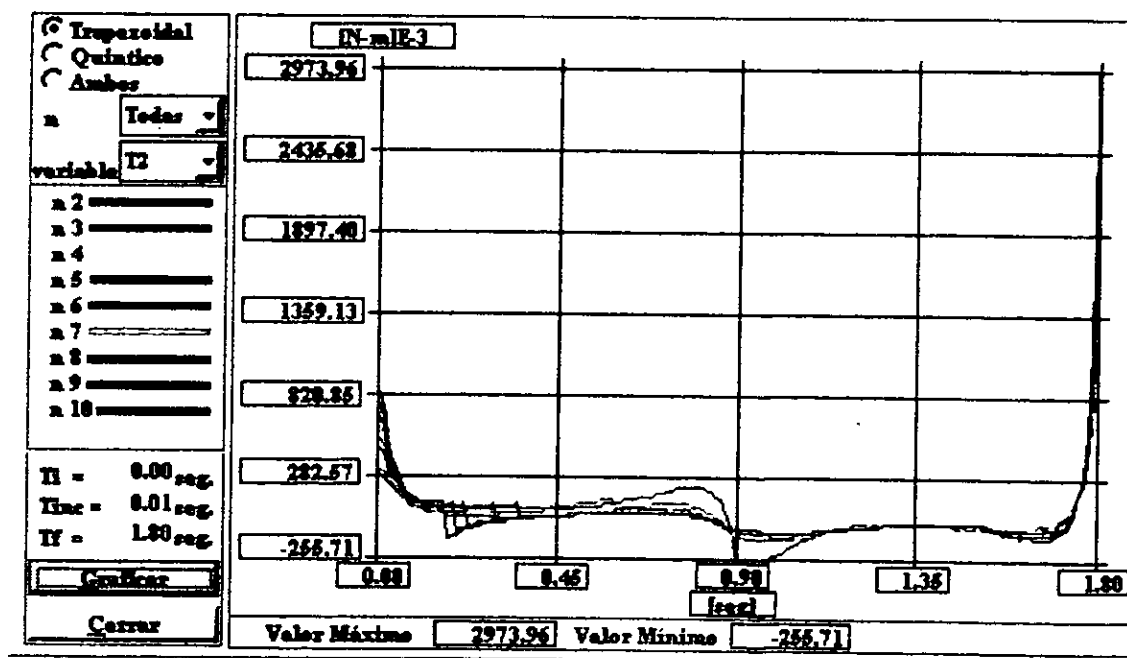


Fig. 8.53 Par motriz requerido en el perfil trapezoidal.

LR - τ_3

3ª Articulación (τ_3).

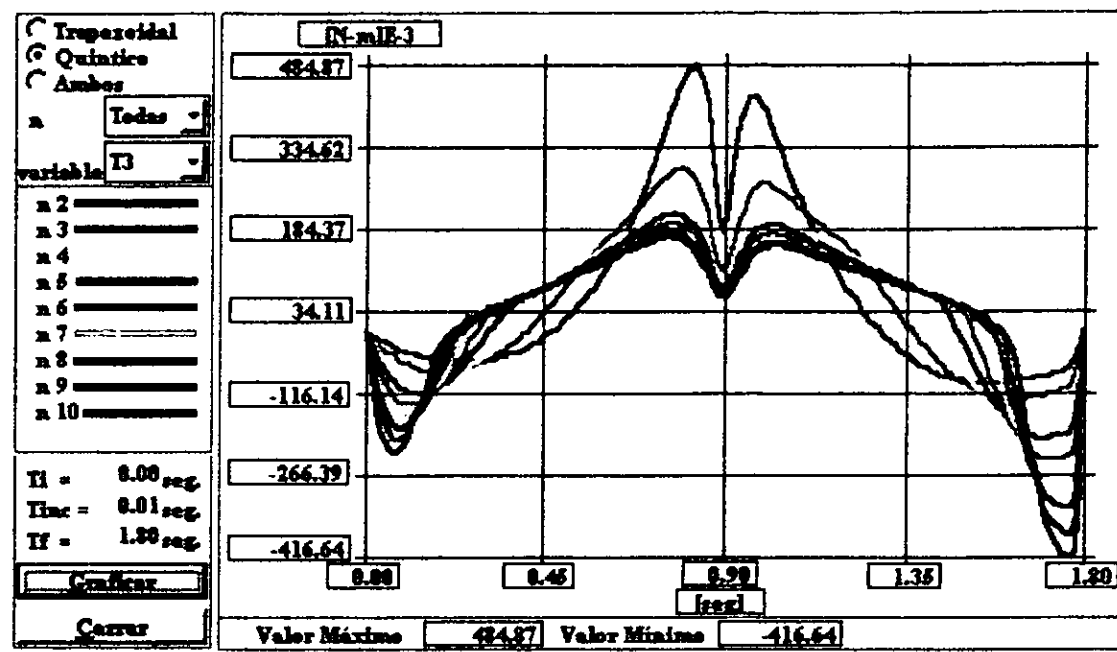


Fig. 8.54 Par motriz requerido en el perfil quintico.

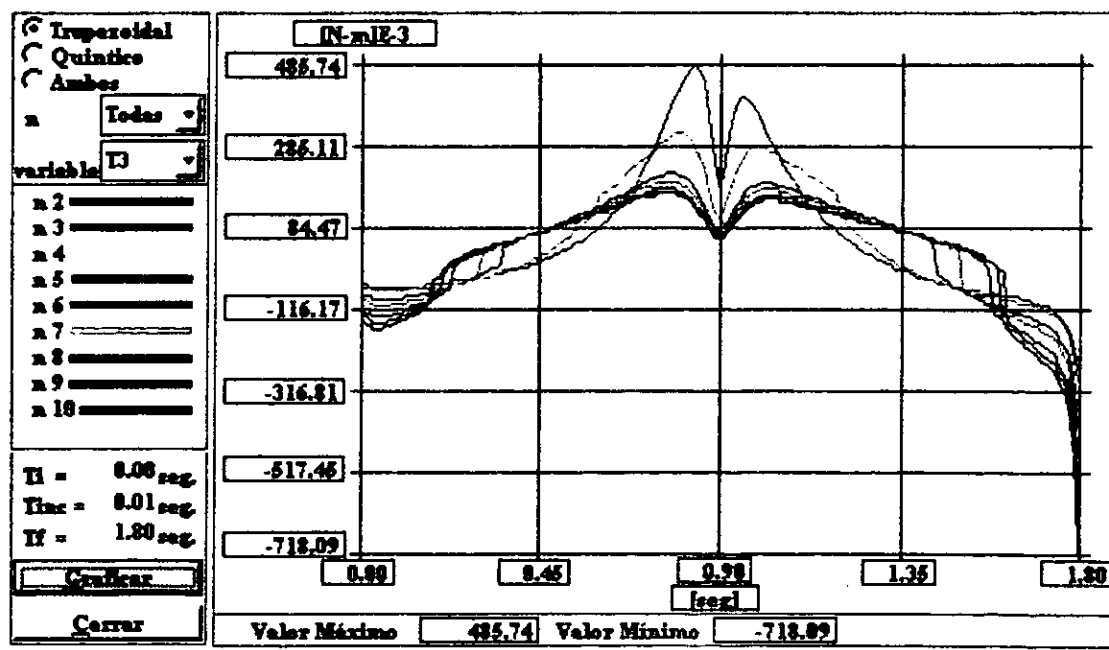


Fig. 8.55 Par motriz requerido en el perfil trapezoidal.

LR - τ_4

4ª Articulación (τ_4).

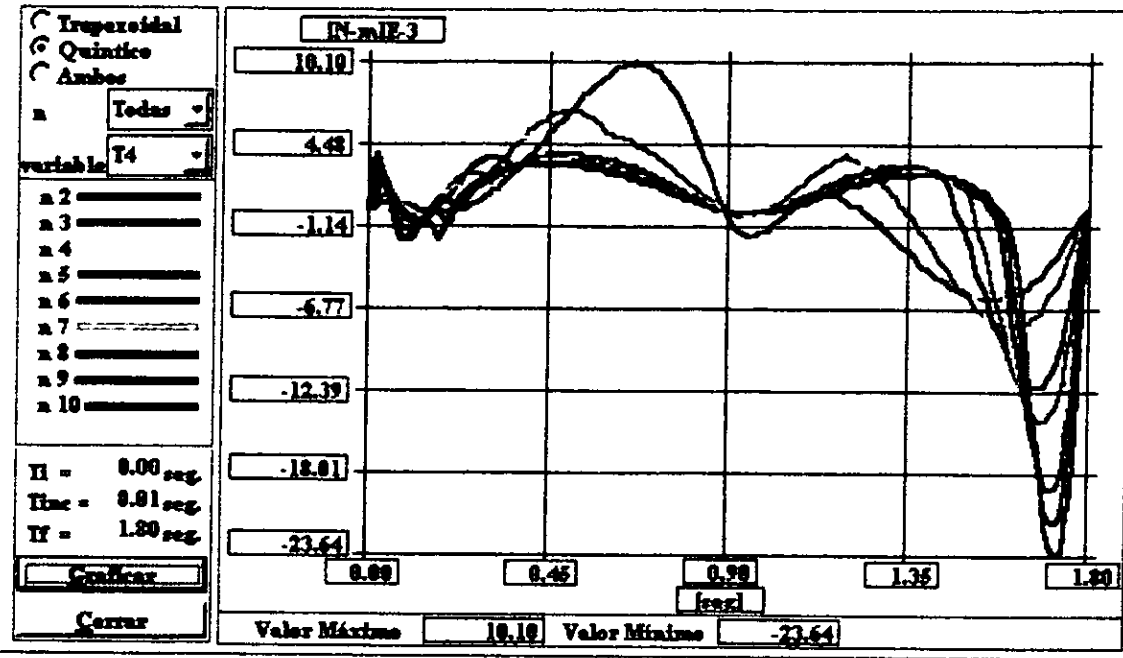


Fig. 8.56 Par motriz requerido en el perfil quintico.

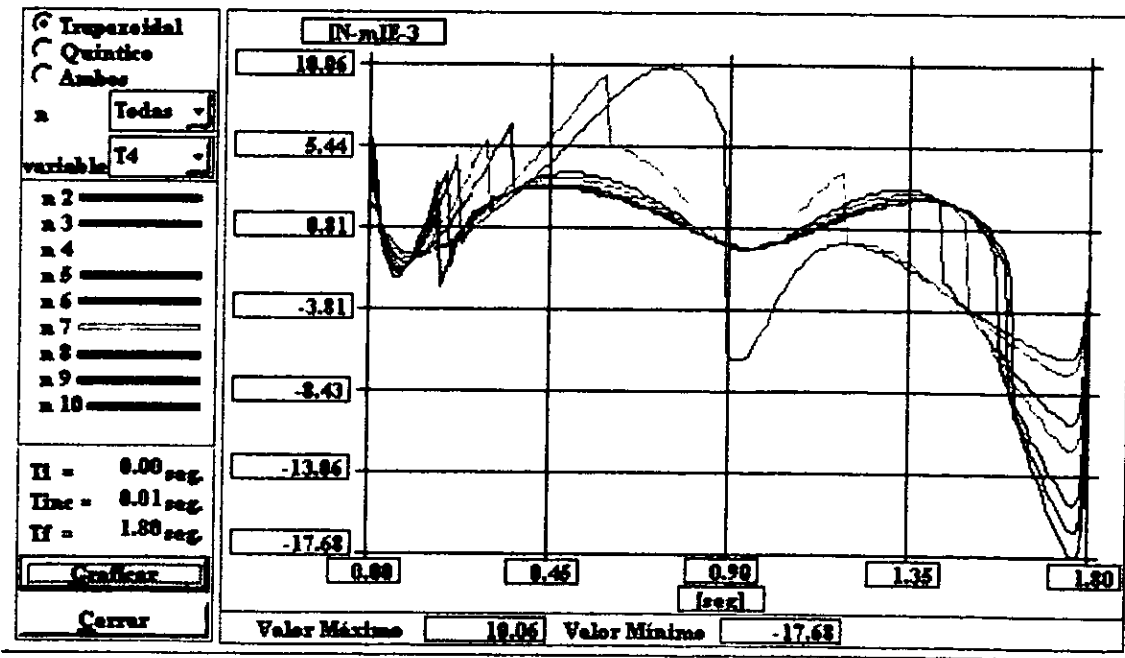


Fig. 8.57 Par motriz requerido en el perfil trapezoidal.

Recorrido de trayectoria del órgano terminal.

$SA - q, \dot{q}, \ddot{q}$

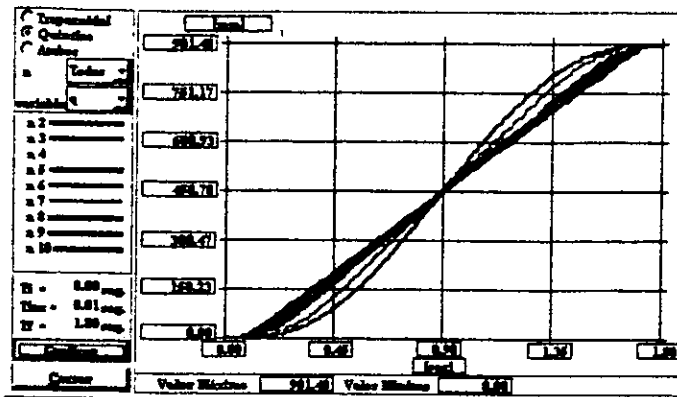


Fig. 8.58 Evolución del perfil de posición quintico.

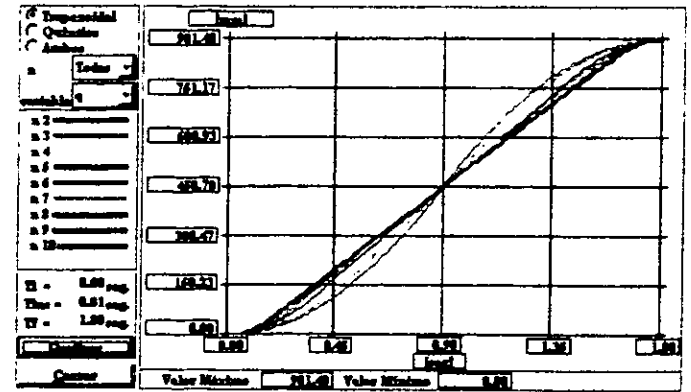


Fig. 8.59 Evolución del perfil de posición trapezoidal.

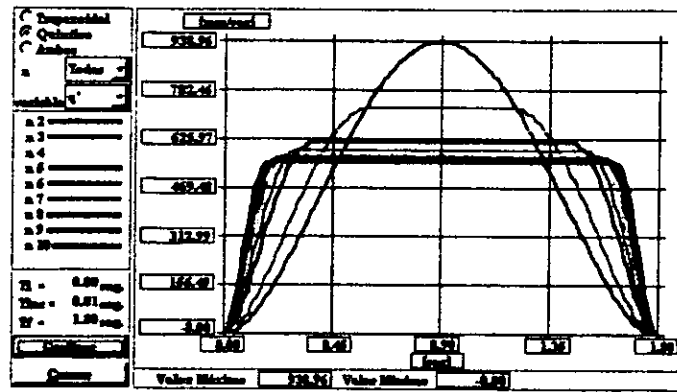


Fig. 8.60 Evolución del perfil de velocidad quintico.

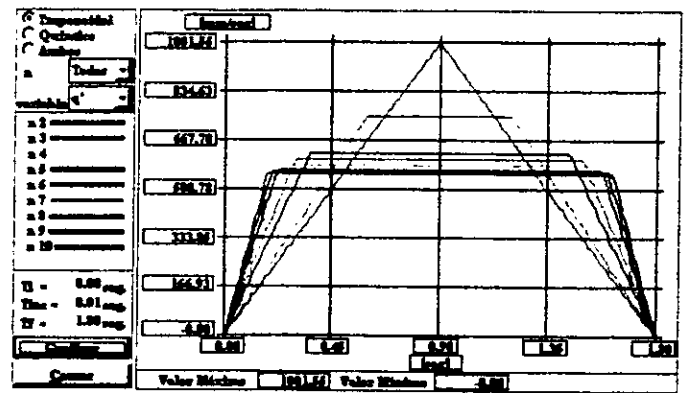


Fig. 8.61 Evolución del perfil de velocidad trapezoidal.

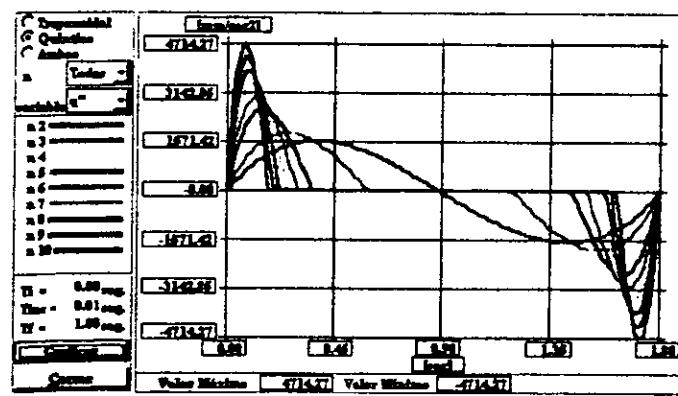


Fig. 8.62 Evolución del perfil de aceleración quintico.

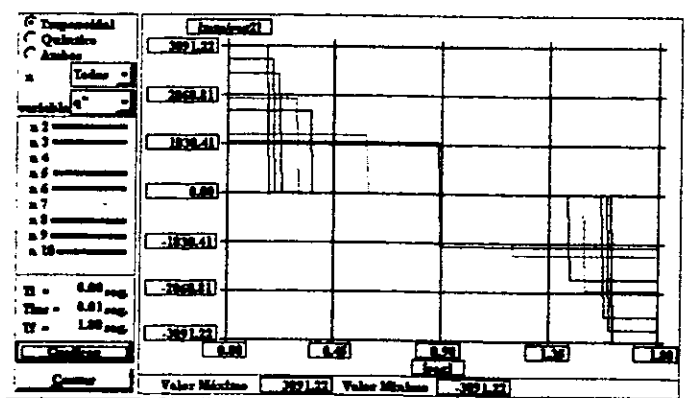


Fig. 8.63 Evolución del perfil de aceleración trapezoidal.

Evolución del órgano terminal (coordenada x).

SA - x, \dot{x}, \ddot{x}

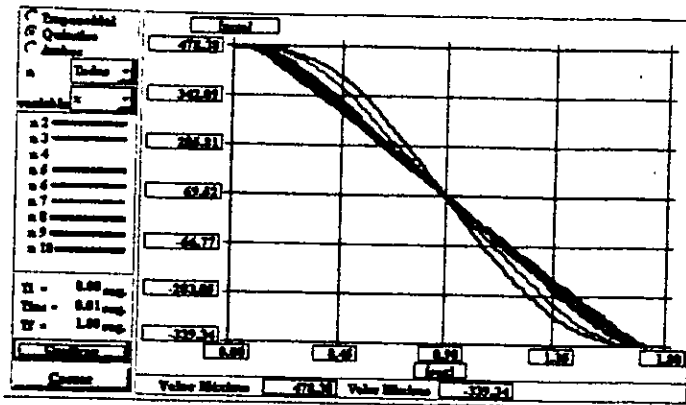


Fig. 8.64 Posición de la coordenada x, perfil quintico.

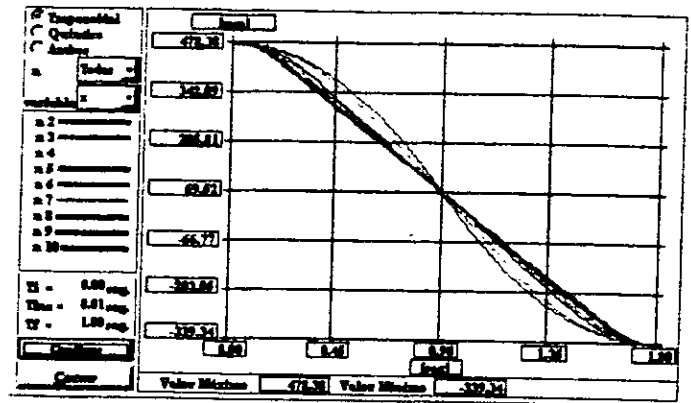


Fig. 8.65 Posición de la coordenada x, perfil trapezoidal.

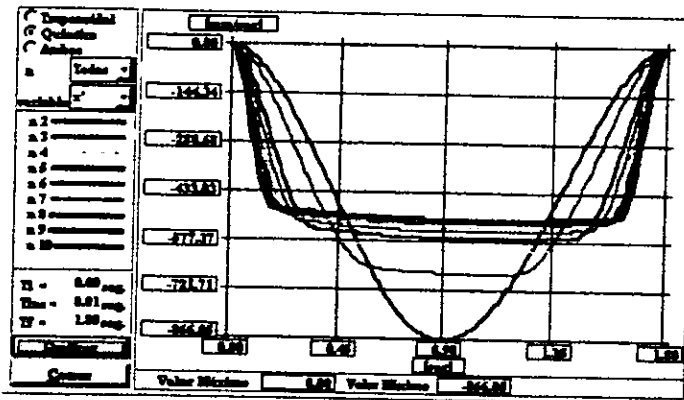


Fig. 8.66 Velocidad de la coordenada x, perfil quintico.

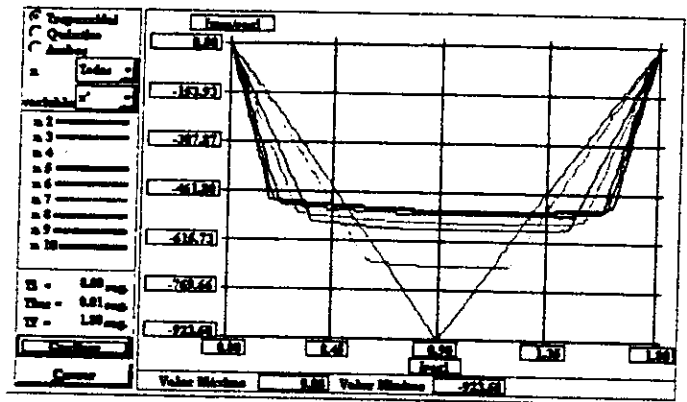


Fig. 8.67 Vel. de la coordenada x, perfil trapezoidal.

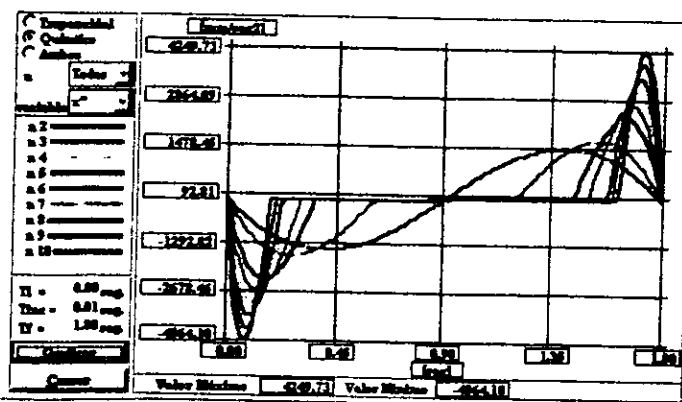


Fig. 8.68 Acel. de la coordenada x, perfil quintico.

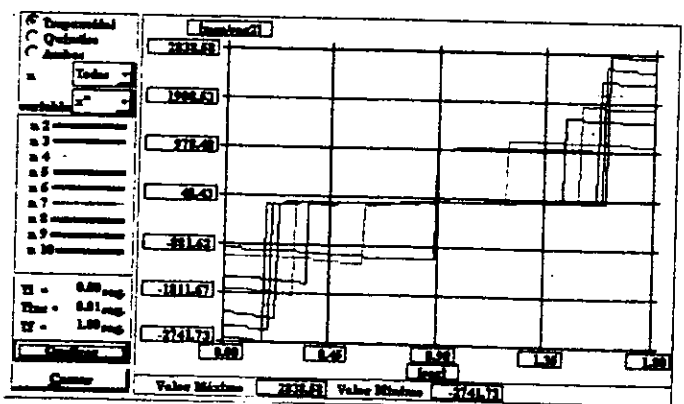


Fig. 8.69 Acel. de la coordenada x, perfil trapezoidal.

Evolución del órgano terminal (coordenada y).

SA - y, \dot{y}, \ddot{y}

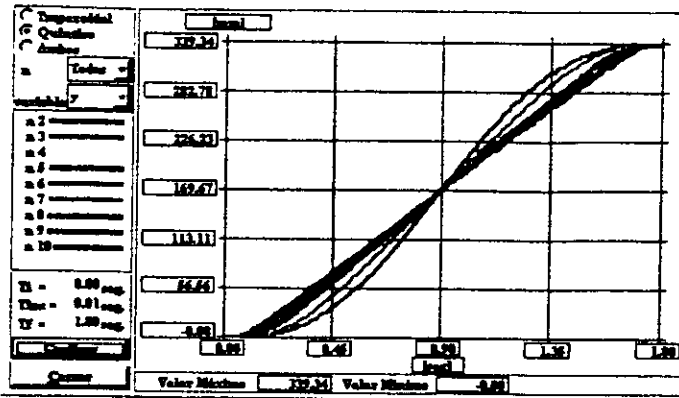


Fig. 8.70 Posición de la coordenada y, perfil quintico.

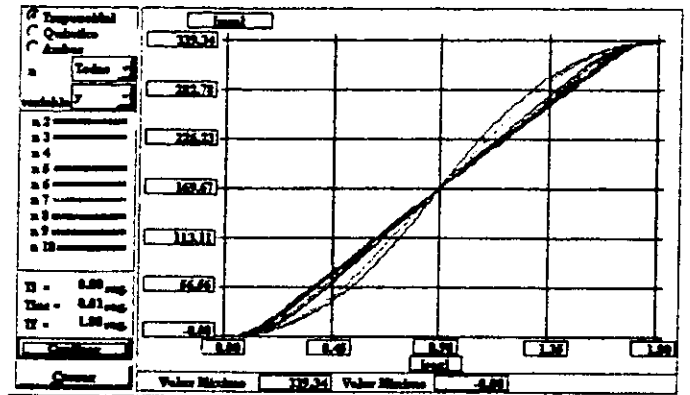


Fig. 8.71 Posición de la coordenada y, perfil trapezoidal.

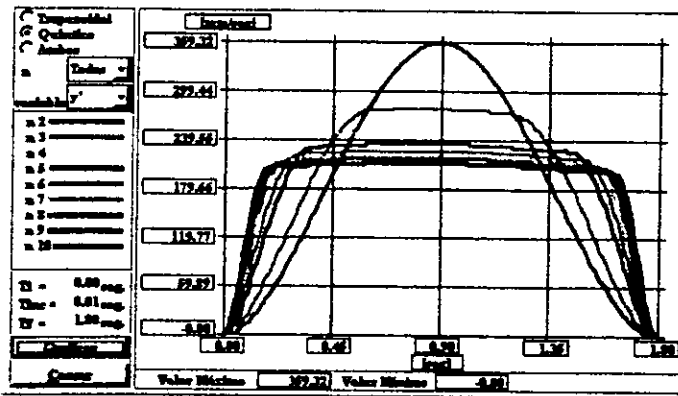


Fig. 8.72 Velocidad de la coordenada y, perfil quintico.

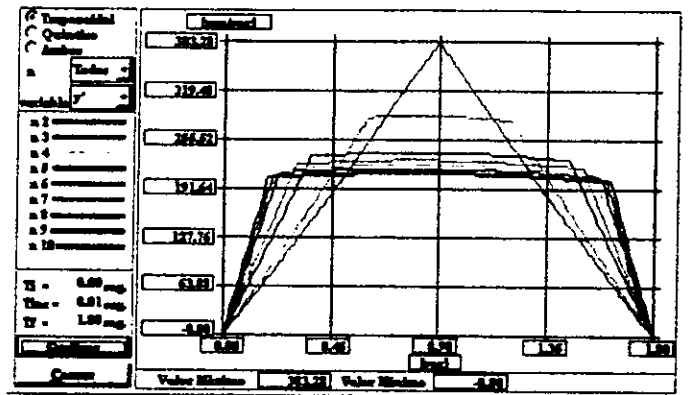


Fig. 8.73 Vel. de la coordenada y, perfil trapezoidal.

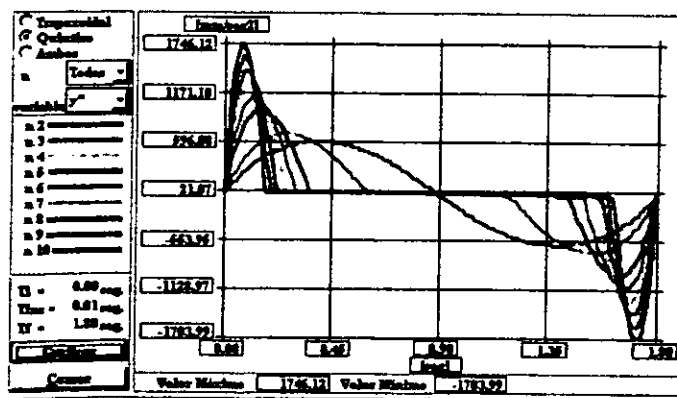


Fig. 8.74 Acel. de la coordenada y, perfil quintico.

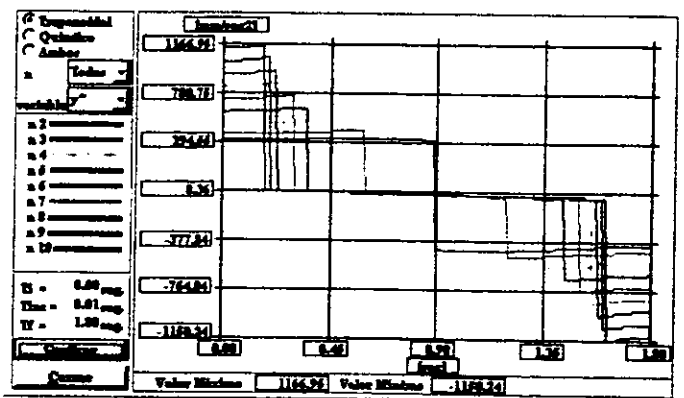


Fig. 8.75 Acel. de la coordenada y, perfil trapezoidal.

SA - z, \dot{z}, \ddot{z}

Evolución del órgano terminal (coordena z).

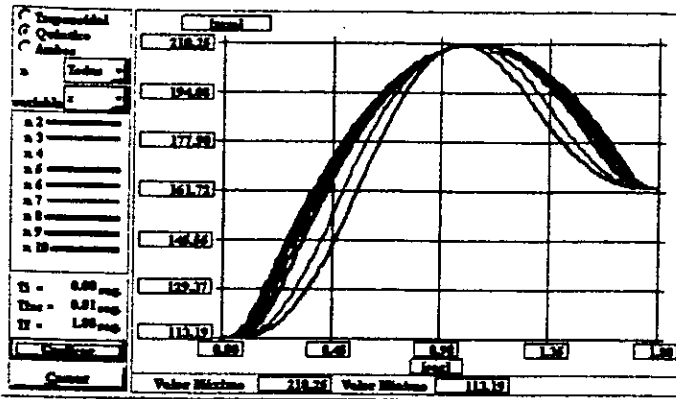


Fig. 8.76 Posición de la coordenada z, perfil quintico.

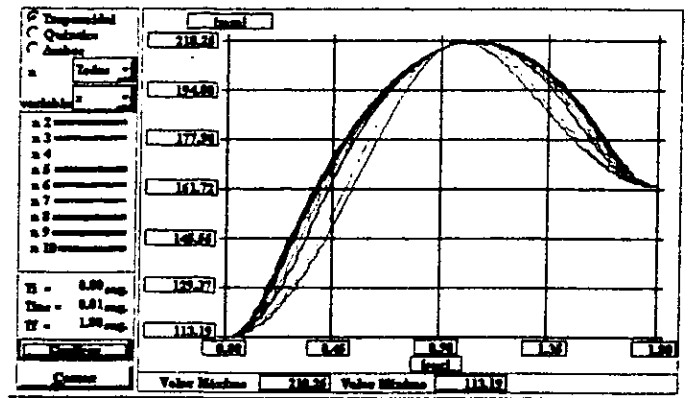


Fig. 8.77 Posición de la coordenada z, perfil trapezoidal.

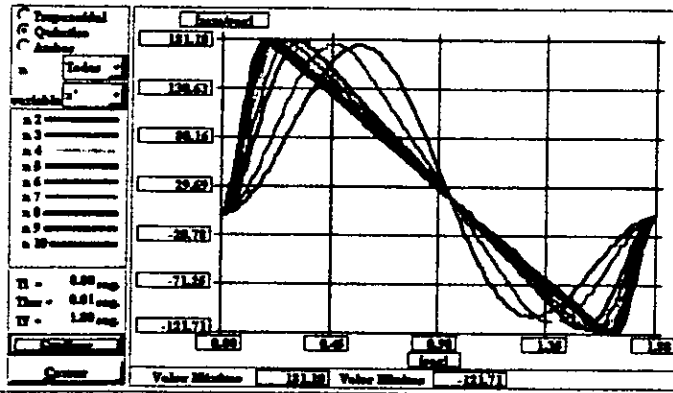


Fig. 8.78 Velocidad de la coordenada z, perfil quintico.

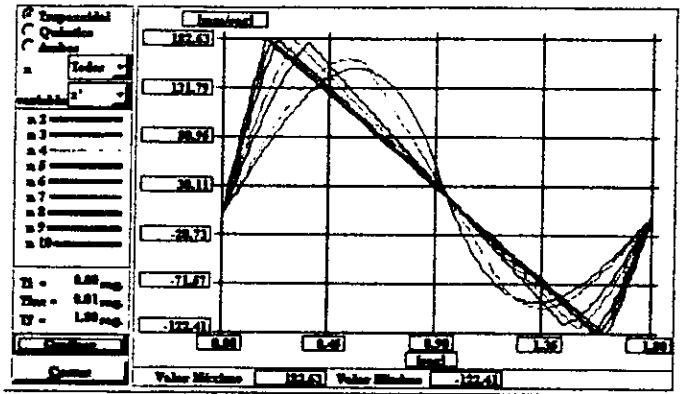


Fig. 8.79 Vel. de la coordenada z, perfil trapezoidal.

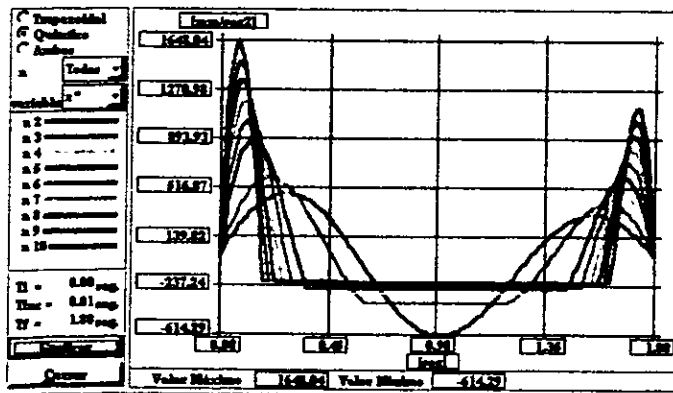


Fig. 8.80 Acel. de la coordenada z, perfil quintico.

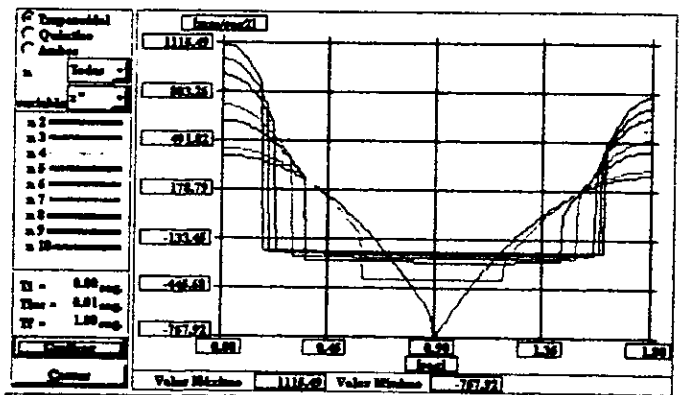


Fig. 8.81 Acel. de la coordenada z, perfil trapezoidal.

Primera Articulación Prismática (d_1).

$$SA - d_1, \dot{d}_1, \ddot{d}_1$$

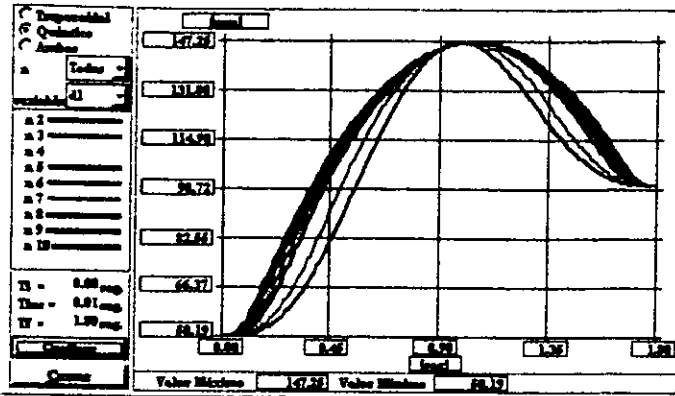


Fig. 8.82 Desplazamiento lineal en el perfil quintico.

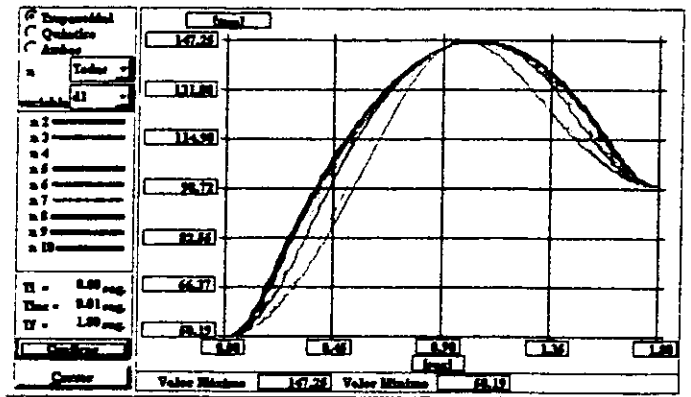


Fig. 8.83 Desplazamiento lineal en el perfil trapezoidal.

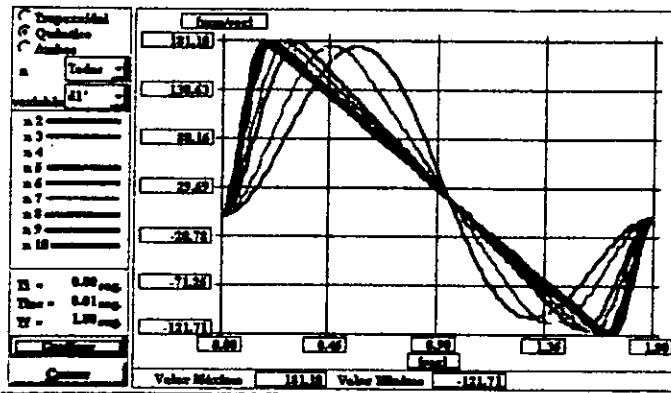


Fig. 8.84 Evolución de la Vel. en el perfil quintico.

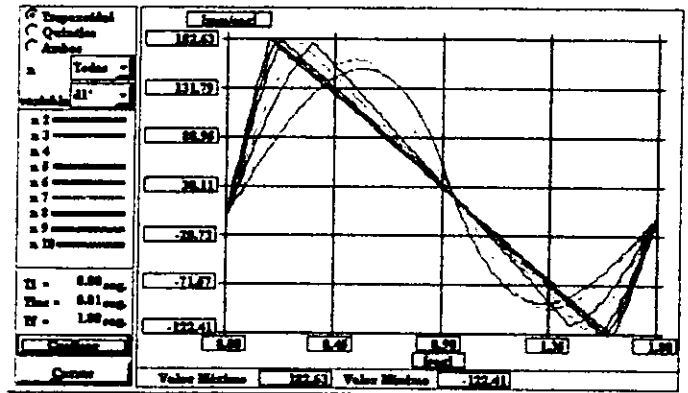


Fig. 8.85 Evolución de la Vel. en el perfil trapezoidal.

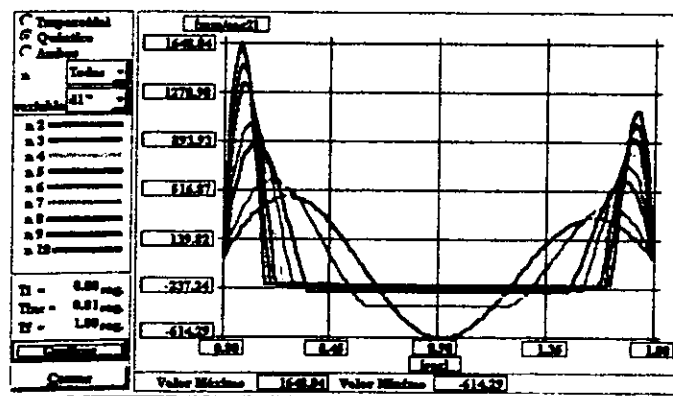


Fig. 8.86 Evolución de la Acel. en el perfil quintico.

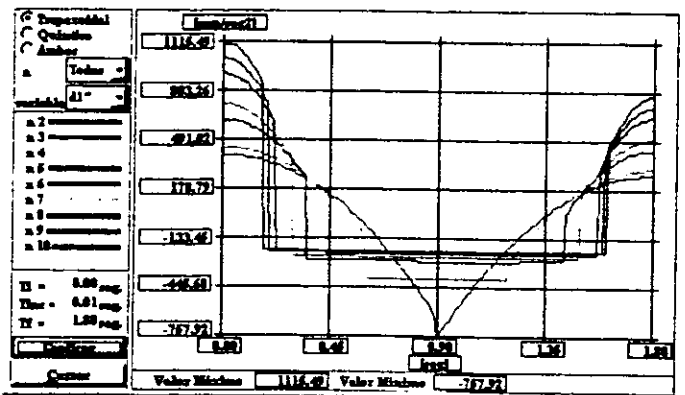


Fig. 8.87 Evolución de la Acel. en el perfil trapezoidal.

$$SA - \theta_1, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1$$

Segunda articulación rotacional (θ_1).

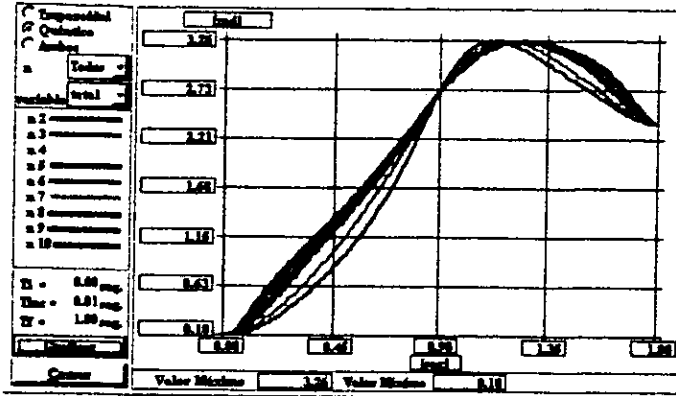


Fig. 8.88 Variación de θ_1 en el perfil quintico.

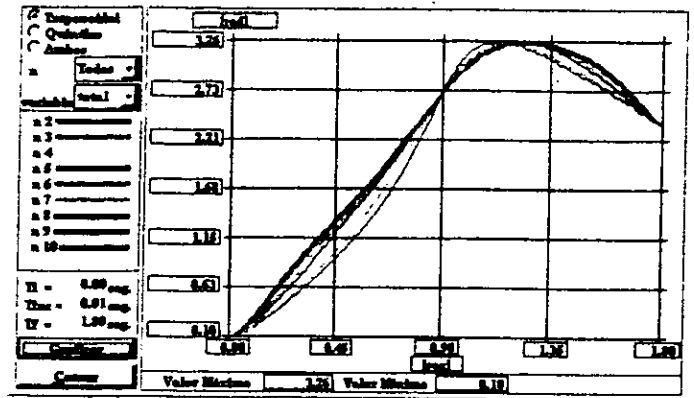


Fig. 8.89 Variación de θ_1 en el perfil trapezoidal.

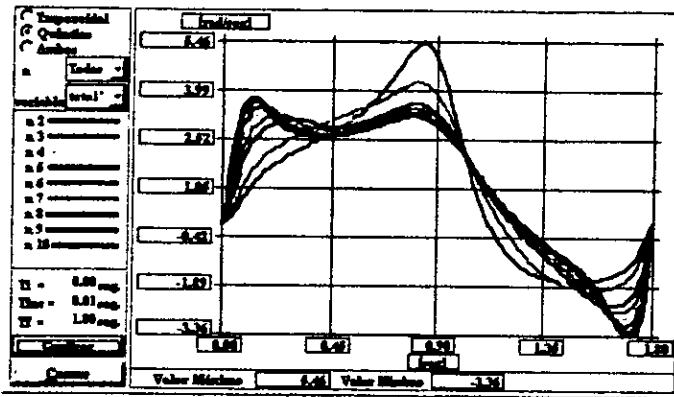


Fig. 8.90 Variación de θ'_1 en el perfil quintico.

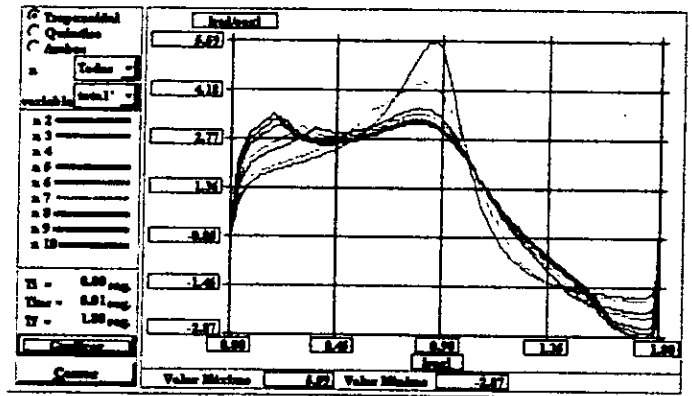


Fig. 8.91 Variación de θ'_1 en el perfil trapezoidal.

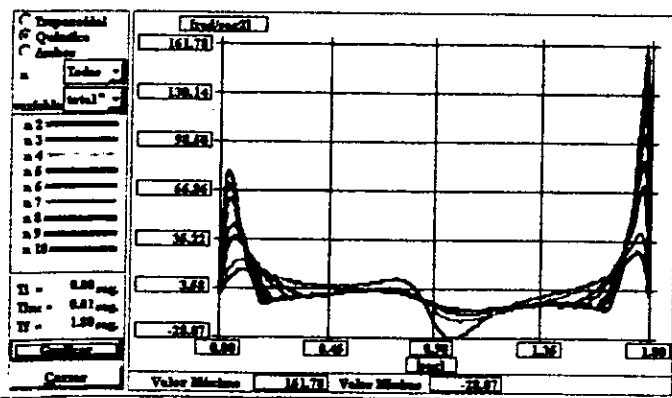


Fig. 8.92 Variación de θ''_1 en el perfil quintico.

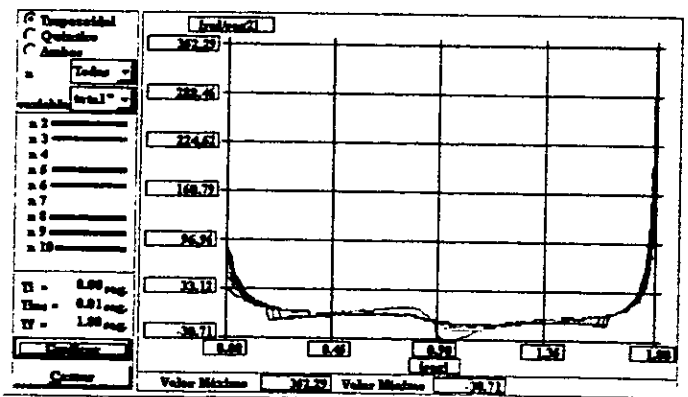


Fig. 8.93 Variación de θ''_1 en el perfil trapezoidal.

$$SA - \theta_2, \dot{\theta}_2, \ddot{\theta}_2$$

Tercera articulación rotacional (θ_2).

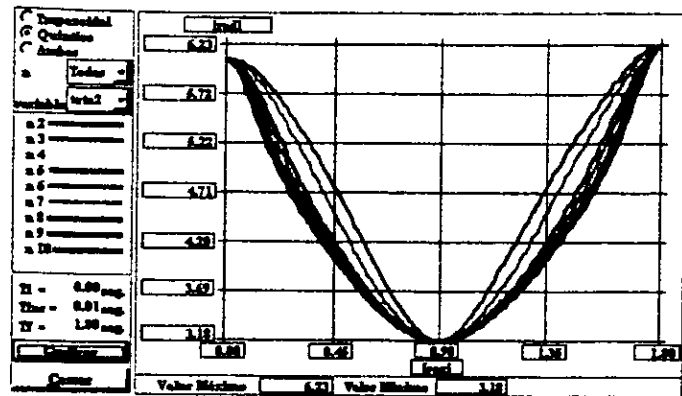


Fig. 8.94 Variación de θ_2 en el perfil quintico.

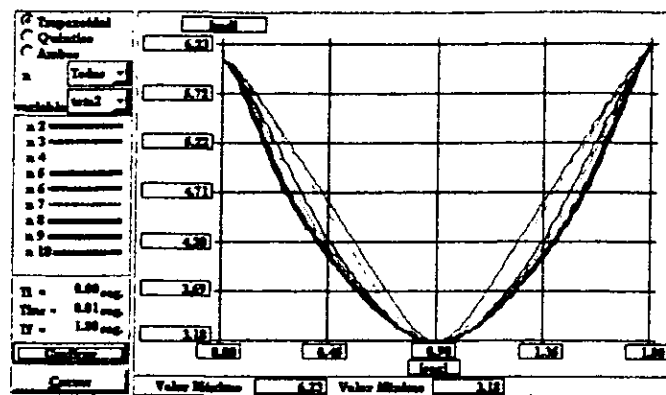


Fig. 8.95 Variación de θ_2 en el perfil trapezoidal.

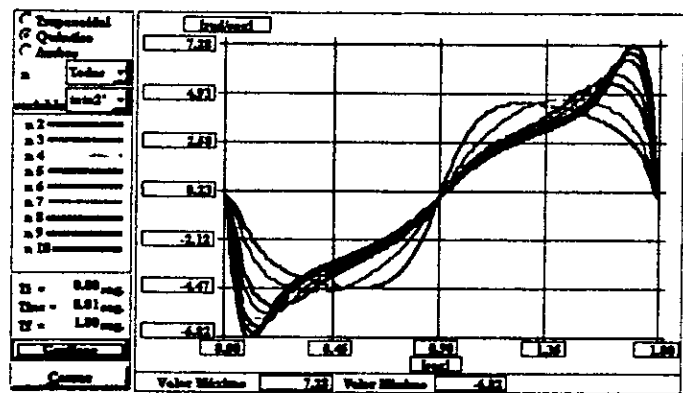


Fig. 8.96 Variación de θ_2' en el perfil quintico.

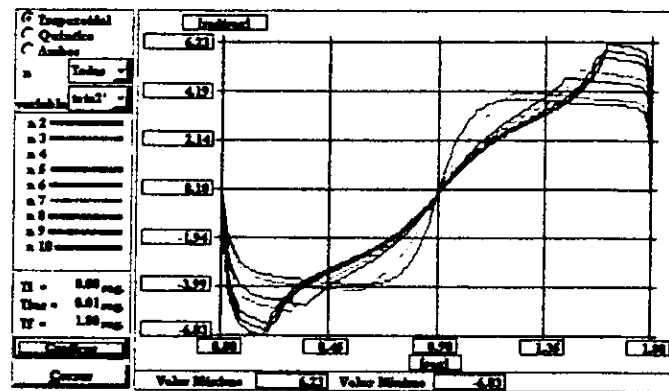


Fig. 8.97 Variación de θ_2' en el perfil trapezoidal.

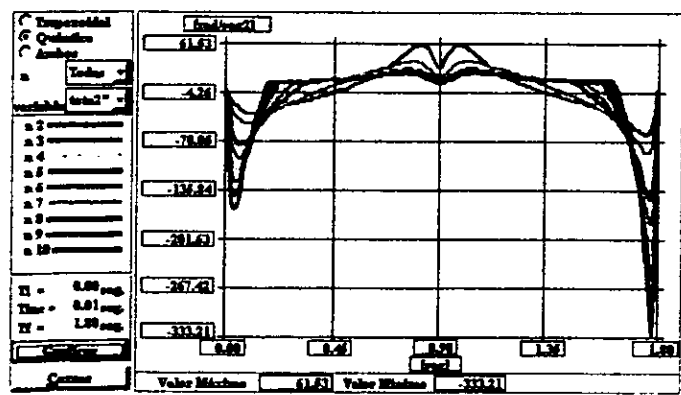


Fig. 8.98 Variación de θ_2'' en el perfil quintico.

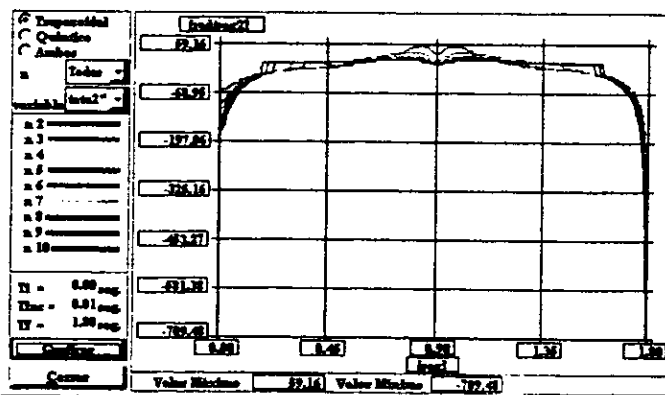


Fig. 8.99 Variación de θ_2'' en el perfil trapezoidal.

$$SA - \theta_3, \dot{\theta}_3, \ddot{\theta}_3$$

Cuarta articulación rotacional (θ_3).

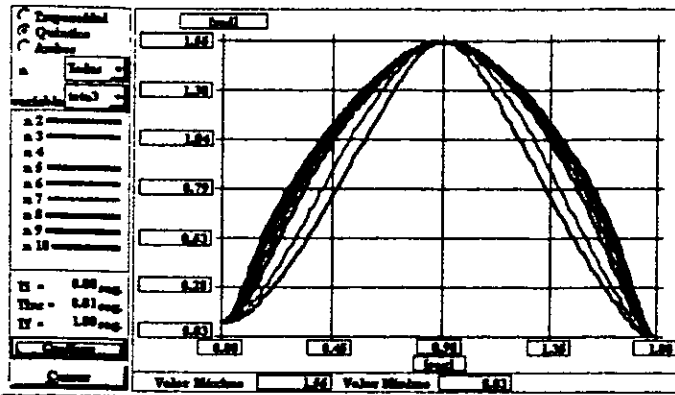


Fig. 8.100 Variación de θ_3 en el perfil quintico.

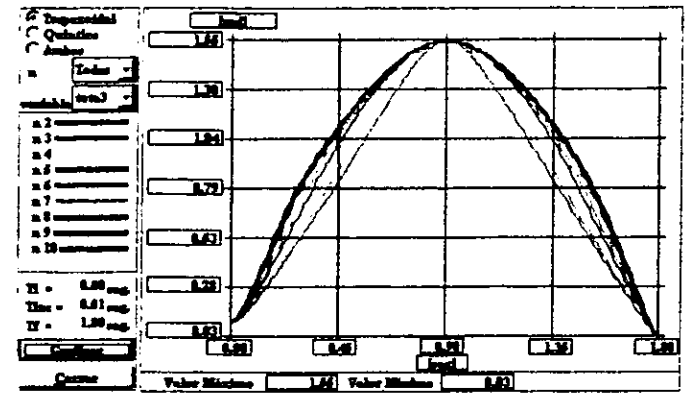


Fig. 8.101 Variación de θ_3 en el perfil trapezoidal.

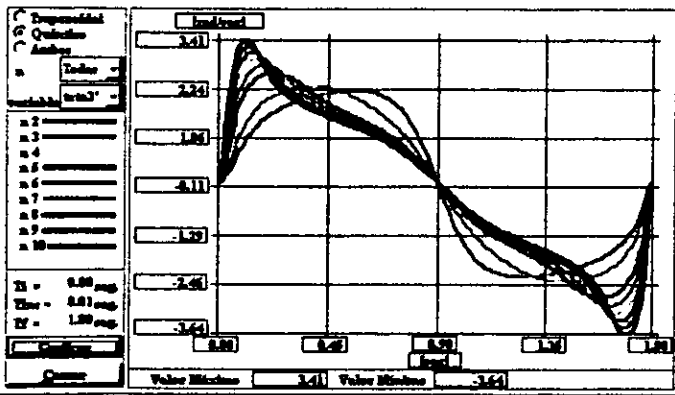


Fig. 8.102 Variación de θ_3' en el perfil quintico.

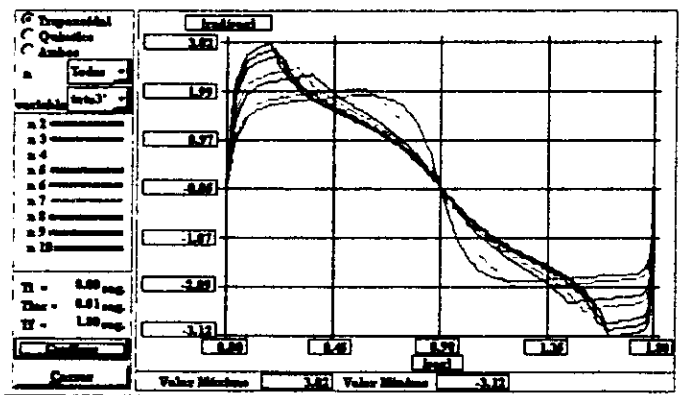


Fig. 8.103 Variación de θ_3' en el perfil trapezoidal.

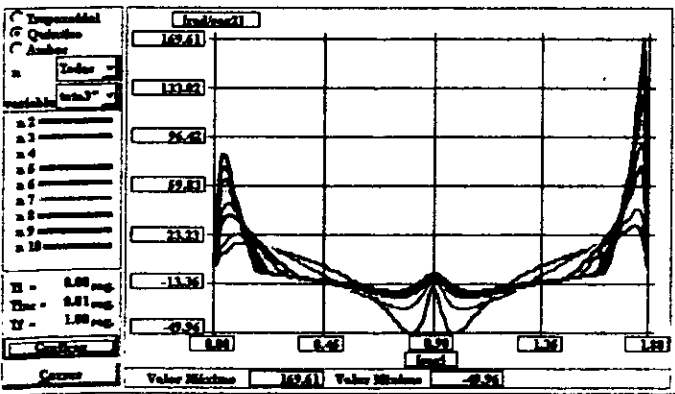


Fig. 8.104 Variación de θ_3'' en el perfil quintico.

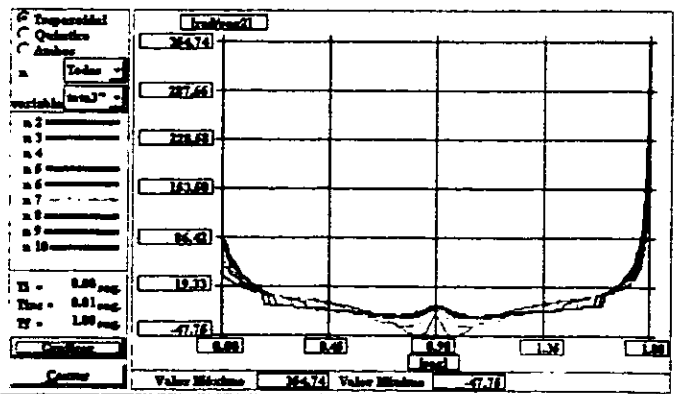


Fig. 8.105 Variación de θ_3'' en el perfil trapezoidal.

SA - f_1

1ª Articulación (f_1).

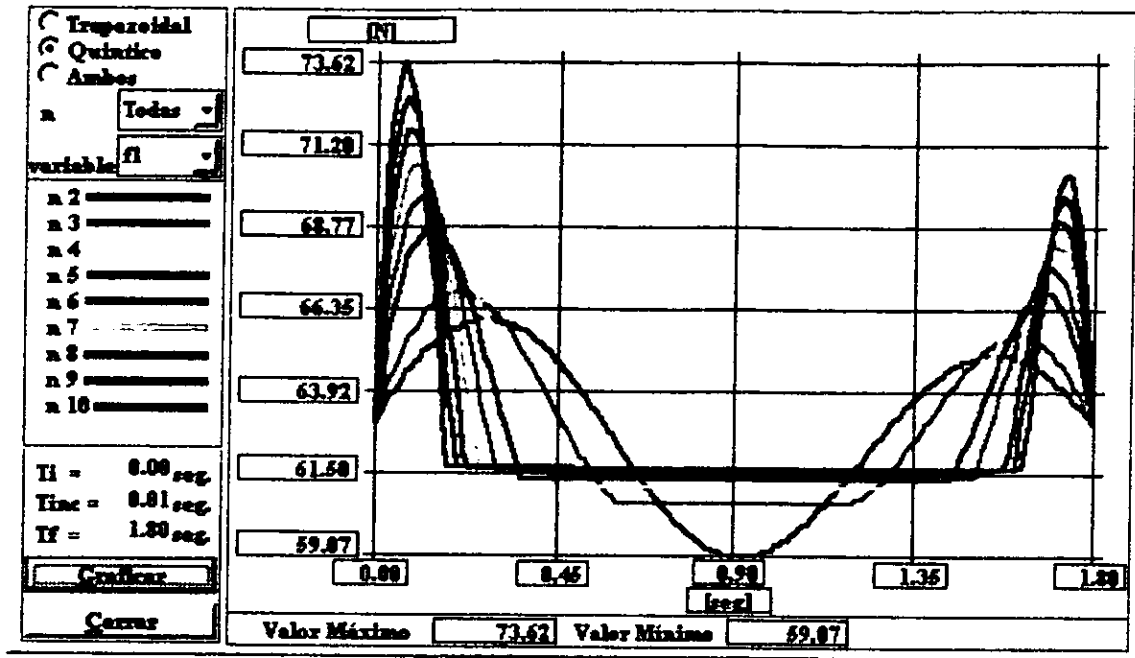


Fig. 8.106 Fuerza requerida en el perfil quintico.

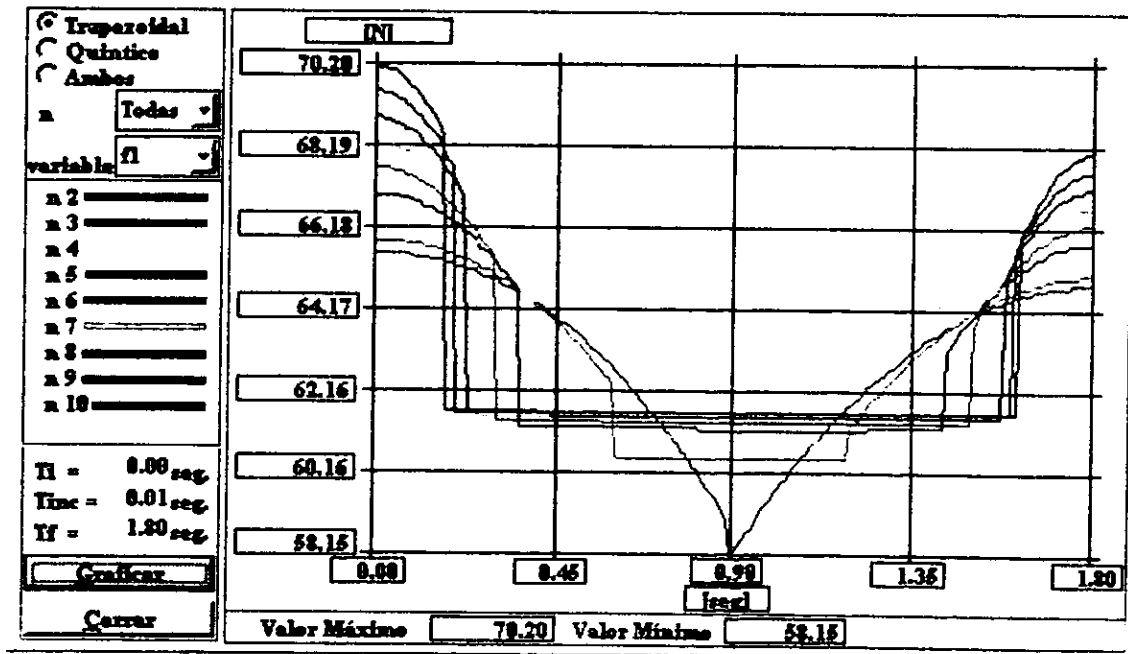


Fig. 8.107 Fuerza requerida en el perfil trapezoidal.

LR - τ_2

2ª Articulación (τ_2).

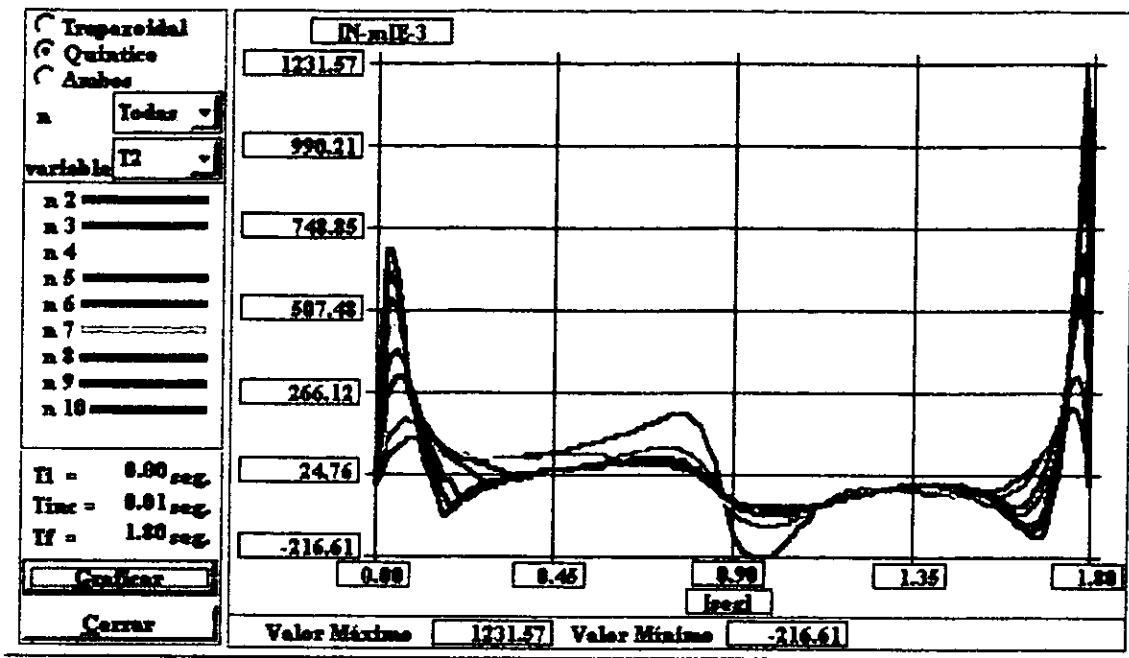


Fig. 8.108 Par motriz requerido en el perfil quintico.

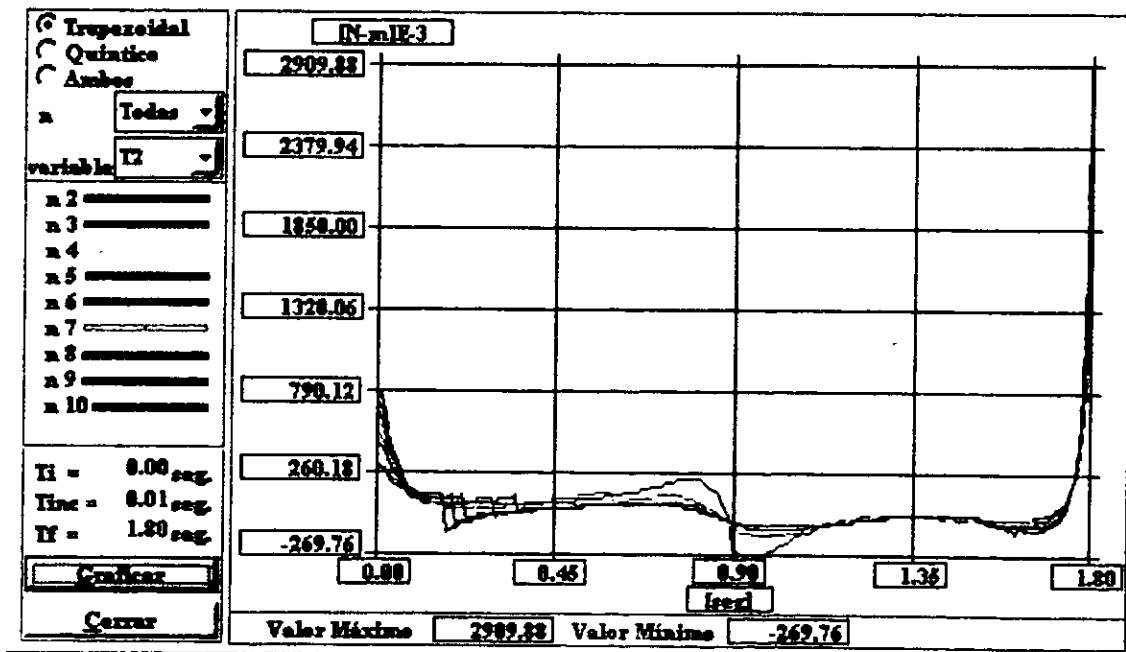


Fig. 8.109 Par motriz requerido en el perfil trapezoidal.

3ª Articulación (τ_3).

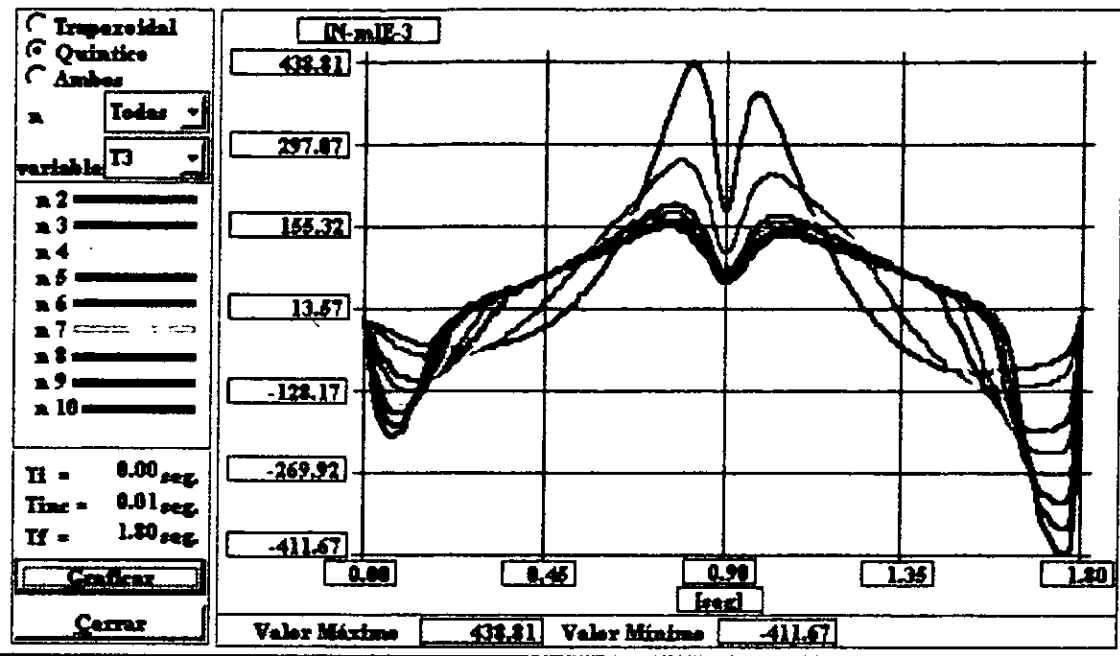


Fig. 8.110 Par motriz requerido en el perfil quintico.

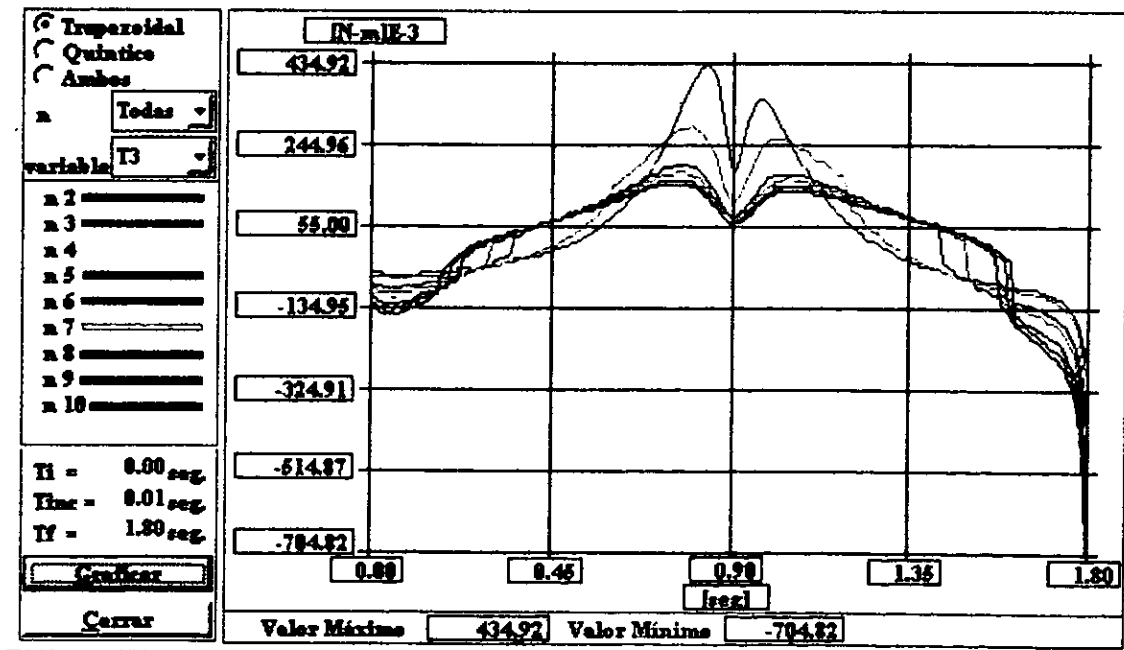


Fig. 8.111 Par motriz requerido en el perfil trapezoidal.

SA - τ_4

4ª Articulación (τ_4).

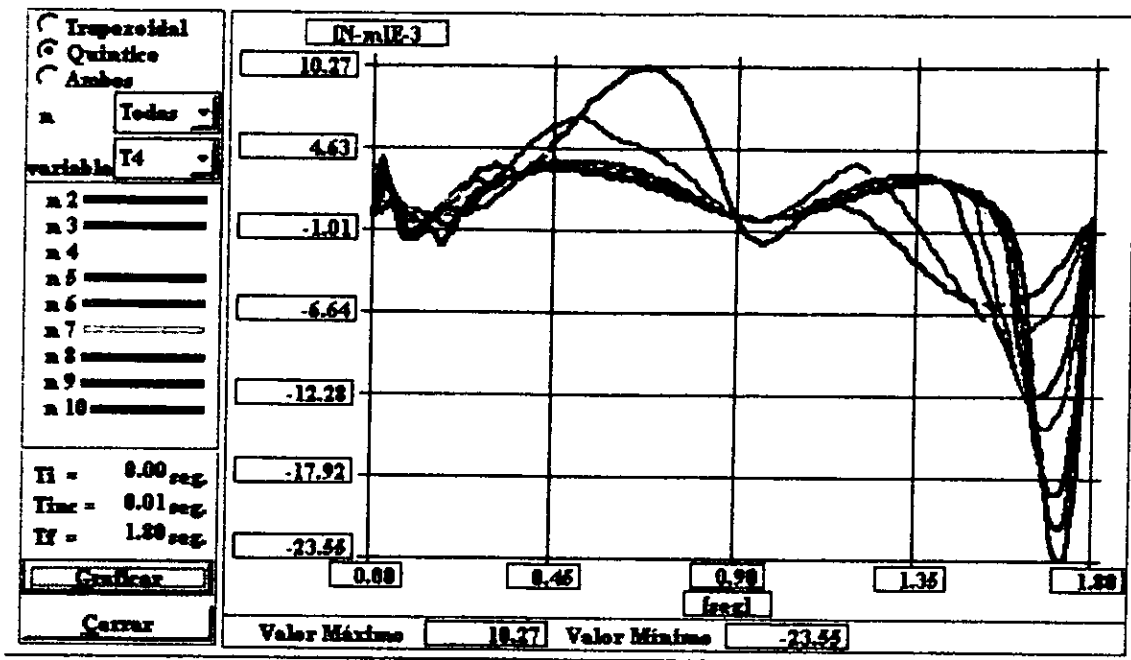


Fig. 8.112 Par motriz requerido en el perfil quintico.

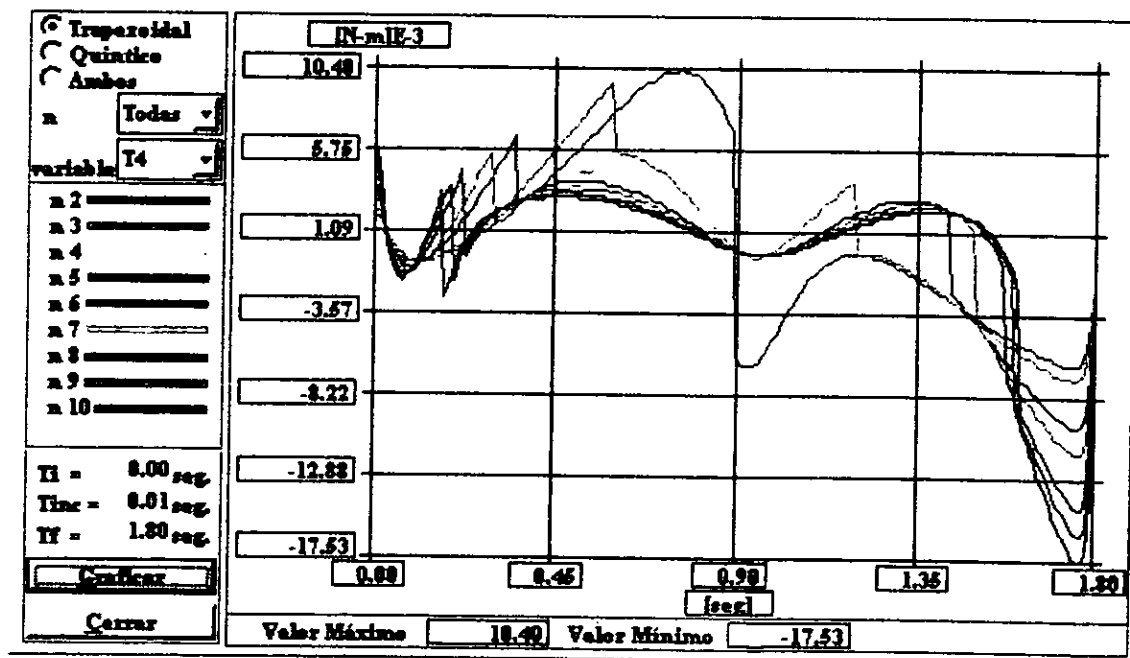


Fig. 8.113 Par motriz requerido en el perfil trapezoidal.

9. RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Resultados.

La optimización de la trayectoria del manipulador de discos de silicio (P-R-R-R), en ambiente limpio clase 1, fue realizada con base al algoritmo "minimización de los pares motrices" descrito en el capítulo 8. A continuación se presentan los resultados de dicho análisis:

- El simulador presenta tanto la evolución de las condiciones dinámicas de una tarea específica, así como la evolución las condiciones dinámicas de las variables articulares. Esta característica es útil para monitorear la carga ejercida sobre las articulaciones del manipulador al efectuar una tarea determinada; es decir, se pueden conocer los valores de la fuerza requerida para el movimiento de la 1ª articulación (f_1) y los valores de los pares motrices requeridos para desarrollar el movimiento de la 2ª, 3ª y 4ª articulación (τ_2 , τ_3 y τ_4 , respectivamente). En la tabla 9.1 y tabla 9.2, se presentan los valores máximos de las fuerzas y torques obtenidos para la simulación 1 (trayectoria: línea recta) y 2 (trayectoria: segmento de arco).

	Línea					
	Quintico	Trapezoidal	Quintico	Trapezoidal	Quintico	Trapezoidal
	f_1 [N]	f_1 [N]	T_2 [Nme ³]	T_2 [Nme ³]	T_3 [Nme ³]	T_3 [Nme ³]
n2	63.59	63.42	228.11	1070.63	484.87	485.74
n3	63.69	63.47	320.95	1204.45	299.43	319.67
n4	63.82	63.55	440.28	1427.50	241.72	344.68
n5	63.96	63.64	555.40	1672.85	214.82	403.92
n6	64.11	63.74	686.63	1927.13	235.34	465.32
n7	64.25	63.83	834.84	2185.86	277.73	527.79
n8	64.40	63.93	979.50	2447.14	322.57	590.88
n9	64.55	64.03	1118.31	2710.03	369.16	654.36
n10	64.70	64.12	1249.87	2973.96	416.64	718.09

Tabla 9.1 Rangos máximos de f_1 , T_2 y T_3 para la simulación 1.

	Segmento de arco					
	Quintico	Trapezoidal	Quintico	Trapezoidal	Quintico	Trapezoidal
	f_1 [N]	f_1 [N]	T_2 [Nme ³]	T_2 [Nme ³]	T_3 [Nme ³]	T_3 [Nme ³]
n2	66.08	65.61	224.40	1047.56	438.80	434.92
n3	66.86	69.93	316.23	1178.50	272.21	290.58
n4	67.77	66.47	433.31	1396.74	219.85	229.64
n5	68.72	67.06	447.02	1636.81	195.28	396.46
n6	69.68	67.67	674.79	1885.60	232.95	456.73
n7	70.67	68.30	821.08	2138.76	274.75	518.05
n8	71.65	68.93	964.03	2324.41	318.87	579.97
n9	72.64	69.56	1101.33	2651.62	364.99	642.27
n10	73.62	70.20	1231.57	2909.88	411.67	704.82

Tabla 9.2 Rangos máximos de f_1 , T_2 y T_3 para la simulación 2.

- Al monitorear la carga ejercida sobre las articulaciones del manipulador y detectar los valores máximos absolutos, es posible seleccionar un actuador que permita realizar la tarea dada; o bien, se puede determinar si las características propias de un determinado actuador permite generar el movimiento deseado al ejecutar dicha tarea. En la siguiente tabla se muestran los actuadores utilizados para la simulación.

	MOTOR	T[Nm]
Articulación 1	Yaskawa SMG-A3	0.159
Articulación 2	Yaskawa SMG-A5	0.159
Articulación 3	Yaskawa SMG-A3	0.095

¹ Ver anexo E para mayor información

- Tomando en cuenta el sistema de transmisión del manipulador P-R-R-R (ver anexo D para mayor detalle), en la tabla 9.3 y tabla 9.4 se muestran los valores máximos de las fuerzas y torques resultantes.

	Línea					
	Quintico f_i [N]	Trapezoidal f_i [N]	Quintico T_i [Nme ³]	Trapezoidal T_i [Nme ³]	Quintico T_i [Nme ³]	Trapezoidal T_i [Nme ³]
n2	152.65	152.24	7.34	34.44	15.60	15.63
n3	152.89	152.36	10.32	38.75	9.63	10.28
n4	153.20	152.55	14.16	45.92	7.78	11.09
n5	153.54	152.77	17.87	53.81	6.91	12.99
n6	153.90	153.01	22.09	61.99	7.57	14.97
n7	154.23	153.22	26.86	70.32	8.93	16.98
n8	154.59	153.46	31.51	78.72	10.38	19.01
n9	154.95	153.70	35.97	87.18	11.88	21.05
n10	155.31	153.92	40.21	95.67	13.40	23.10

Tabla 9.3 Valores máx. de fuerzas y torques de la simulación 1 tomando en cuenta el sistema de transmisión.

	Segmento de arco					
	Quintico f_i [N]	Trapezoidal f_i [N]	Quintico T_i [Nme ³]	Trapezoidal T_i [Nme ³]	Quintico T_i [Nme ³]	Trapezoidal T_i [N]
n2	158.63	157.50	7.22	33.70	14.12	13.99
n3	160.50	167.87	10.17	37.91	8.76	9.35
n4	162.68	159.56	13.94	44.93	7.07	7.39
n5	164.96	160.98	14.38	52.65	6.28	12.75
n6	167.27	162.44	21.71	60.66	7.49	14.69
n7	169.64	163.95	26.41	68.80	8.84	16.66
n8	172.00	165.47	31.01	74.77	10.26	18.66
n9	174.37	166.98	35.43	85.30	11.74	20.66
n10	176.73	168.52	39.62	93.61	13.24	22.67

Tabla 9.4 Valores máx. de fuerzas y torques de la simulación 2 tomando en cuenta el sistema de transmisión.

- Los valores contenidos en las tablas anteriores representan los valores necesarios que necesitan proporcionar los actuadores para poder efectuar la tarea; es decir, dichos valores no deben sobrepasar las características que ofrecen los actuadores (tabla 9.5 y tabla 9.6).

Motor Yaskawa	T [Nm]	F [N]
Articulación 1	0.159	199.80

Tabla 9.5 Actuador de la articulación 1.

Motor Yaskawa	T [Nm]
Articulación 2	0.1595
Articulación 3	0.095

Tabla 9.6 Actuador de la articulación 2 y 3.

- En la tabla 9.6 y tabla 9.7, se muestran los resultados de la correlación porcentual entre f_{1m} , τ_{2m} , τ_{3m} y f_1 , τ_2 , τ_3 ; es decir, correlación entre valores de fuerza y torques de motor contra rangos máximos de fuerza y torques resultado de la simulación (incluye la relación de transmisión).

	Línea					
	Quintico	Trapezoidal	Quintico	Trapezoidal	Quintico	Trapezoidal
	f_1 [%]	f_1 [%]	τ_2 [%]	τ_2 [%]	τ_3 [%]	τ_3 [%]
n2	76.43	76.23	4.56	21.41	16.16	16.19
n3	76.55	76.29	6.42	24.09	9.98	10.66
n4	76.71	76.38	8.81	28.55	8.06	11.49
n5	76.88	76.49	11.11	33.46	7.16	13.46
n6	77.06	76.61	13.73	38.54	7.84	15.51
n7	77.22	76.72	16.70	43.72	9.26	17.59
n8	77.40	76.84	19.59	48.94	10.75	19.70
n9	77.58	76.96	22.37	54.20	12.31	21.81
n10	77.76	77.07	25.00	59.48	13.89	23.94

Tabla 9.6 Correlación porcentual entre parámetros para la simulación 1.

	Arco					
	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal
	f_1 [%]	f_1 [%]	T_2 [%]	T_2 [%]	T_3 [%]	T_3 [%]
n2	79.42	78.86	4.49	20.95	14.63	14.50
n3	80.36	84.05	6.32	23.57	9.07	9.69
n4	81.45	79.89	8.67	27.93	7.33	7.65
n5	82.60	80.60	8.94	32.74	6.51	13.22
n6	83.75	81.33	13.50	37.71	7.77	15.22
n7	84.94	82.09	16.42	42.78	9.16	17.27
n8	86.12	82.85	19.28	46.49	10.63	19.33
n9	87.31	83.61	22.03	53.03	12.17	21.41
n10	88.49	88.49	24.63	58.20	13.72	23.49

Tabla 9.7 Correlación porcentual entre parámetros para la simulación 2.

- En la tabla 9.8, se muestra la sumatoria de los valores porcentuales de los parámetros involucrados, tanto para la simulación 1 como para la simulación 2. De lo cual se desprende que para valores mínimos porcentuales existe una "n" óptima.

	Simulación 1		Simulación 2	
	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal
	%	%	%	%
n2	97.15	113.83	98.54	114.31
n3	92.95	111.03	95.76	117.31
n4	93.57	116.42	97.45	115.48
n5	95.14	123.41	98.05	126.55
n6	98.63	130.66	105.01	134.27
n7	103.18	138.03	110.52	142.13
n8	107.75	145.48	116.03	148.67
n9	112.26	152.97	121.50	158.05
n10	116.65	160.48	126.84	170.18

Tabla 9.8 Sumatoria de valores porcentuales de parámetros para la simulación 1 y simulación 2.

Los parámetros cinéticos articulares deben mantenerse inferiores a los parámetros cinéticos que proporcionan los actuadores, esto con el objeto de poder generar el movimiento necesario. A continuación, se muestran las gráficas de las variables (d_1' , d_1'' , f_1), (θ_1' , θ_1'' , τ_2) y (θ_2' , θ_2'' , τ_3) resultado de la simulación 1 y la simulación 2. Cabe hacer notar que dichas gráficas conservan la numeración presentada en el capítulo 8 (Simulación) sólo con fines prácticos.

$$LR - \ddot{d}_1, \ddot{d}_1, f_1$$

Simulación 1: línea recta

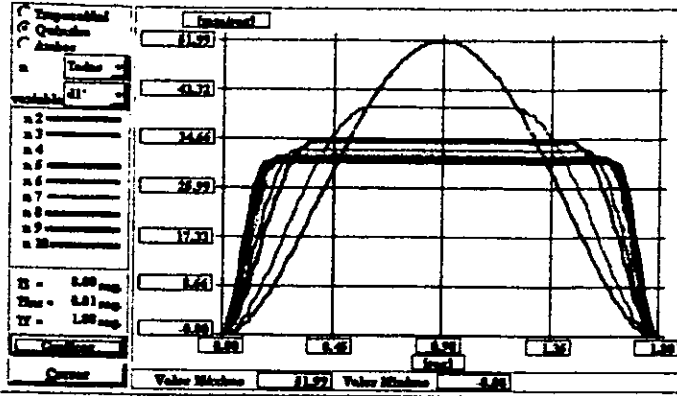


Fig. 8.28 Evolución de la Vel. en el perfil quintico.

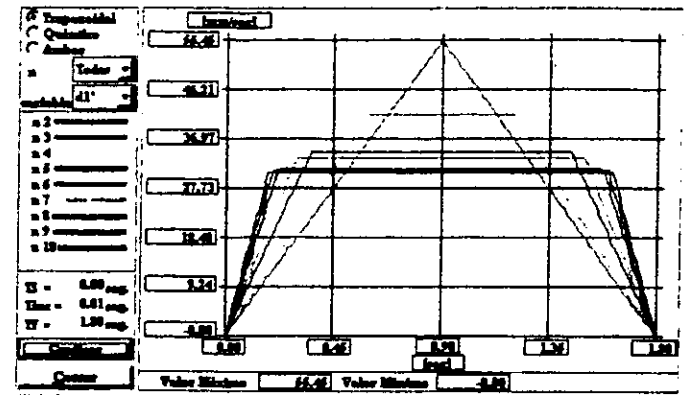


Fig. 8.29 Evolución de la Vel. en el perfil trapezoidal

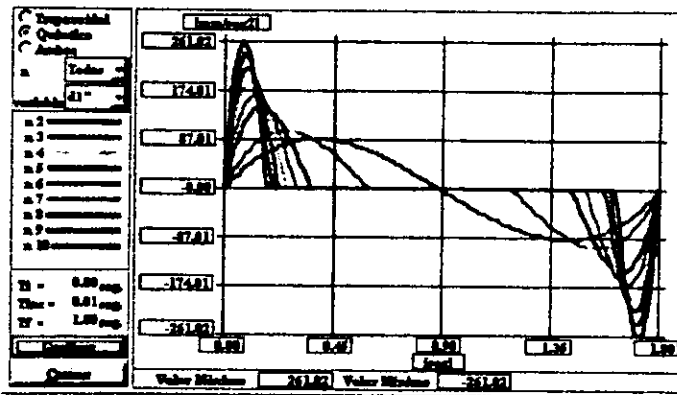


Fig. 8.30 Evolución de la Acel. en el perfil quintico.

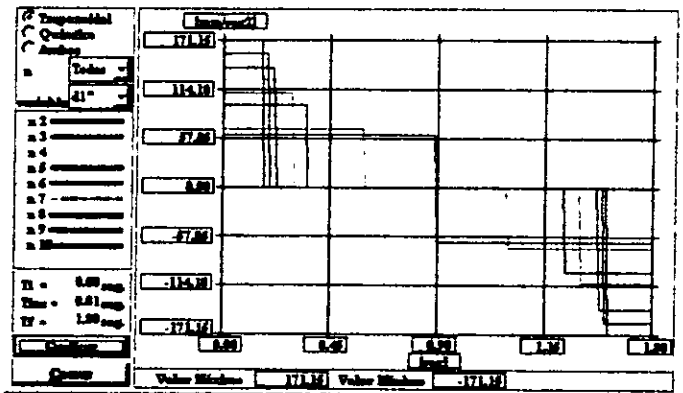


Fig. 8.31 Evolución de la Acel. en el perfil trapezoidal.

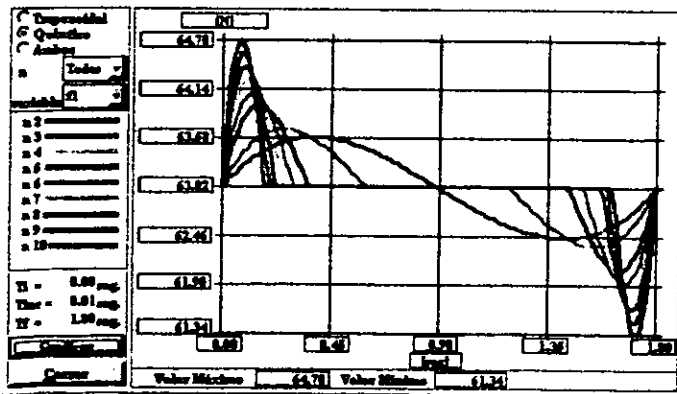


Fig. 8.50 Fuerza requerida en el perfil quintico.

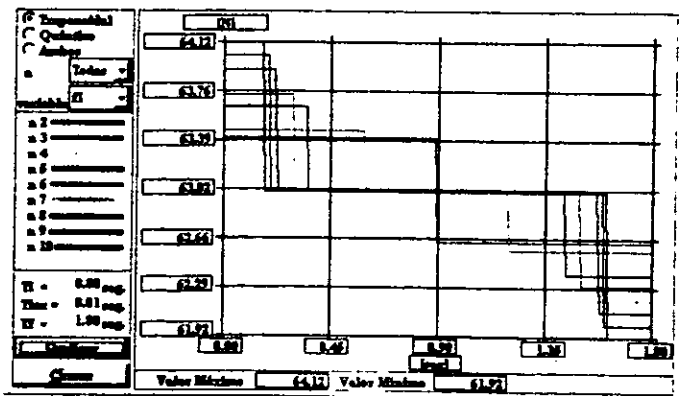


Fig. 8.51 Fuerza requerida en el perfil trapezoidal.

$$SA - \ddot{d}_1, \dot{d}_1, f_1$$

Simulación 2: Segmento de arco.

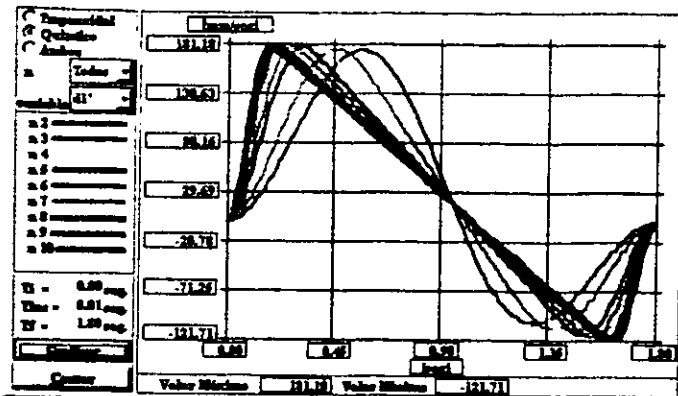


Fig. 8.84 Evolución de la Vel. en el perfil quintico.

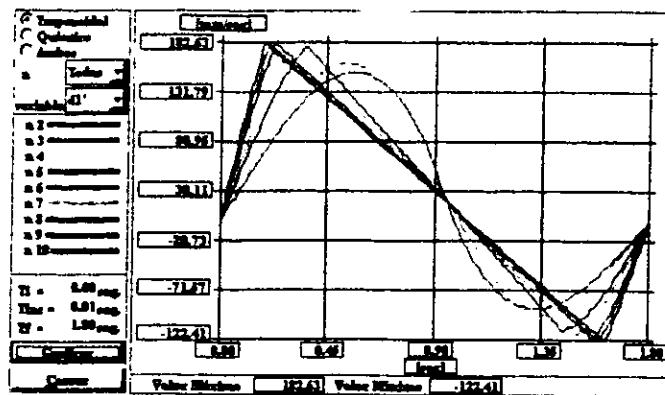


Fig. 8.85 Evolución de la Vel. en el perfil trapezoidal

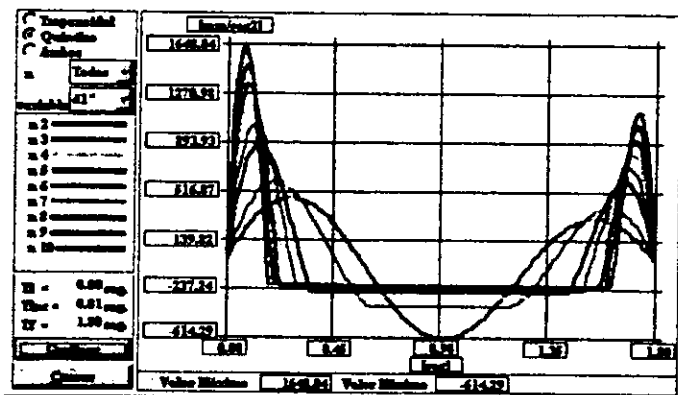


Fig. 8.86 Evolución de la Acel. en el perfil quintico.

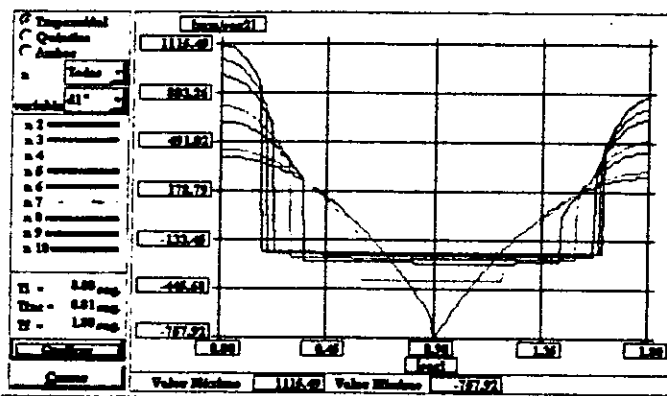


Fig. 8.87 Evolución de la Acel. en el perfil trapezoidal.

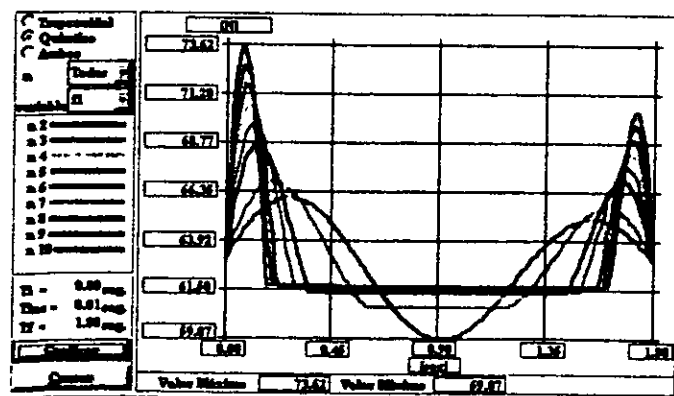


Fig. 8.106 Fuerza requerida en el perfil quintico.

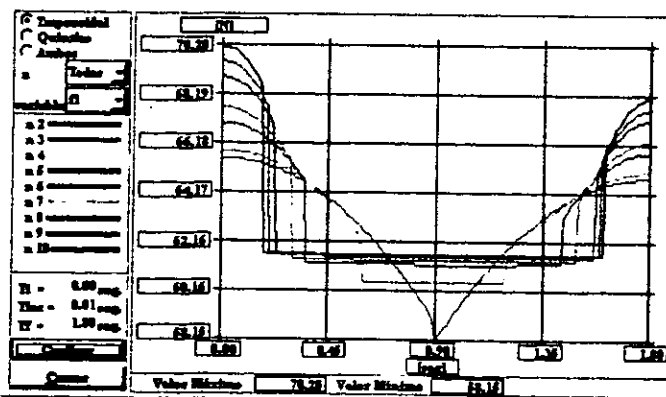


Fig. 8.107 Fuerza requerida en el perfil trapezoidal.

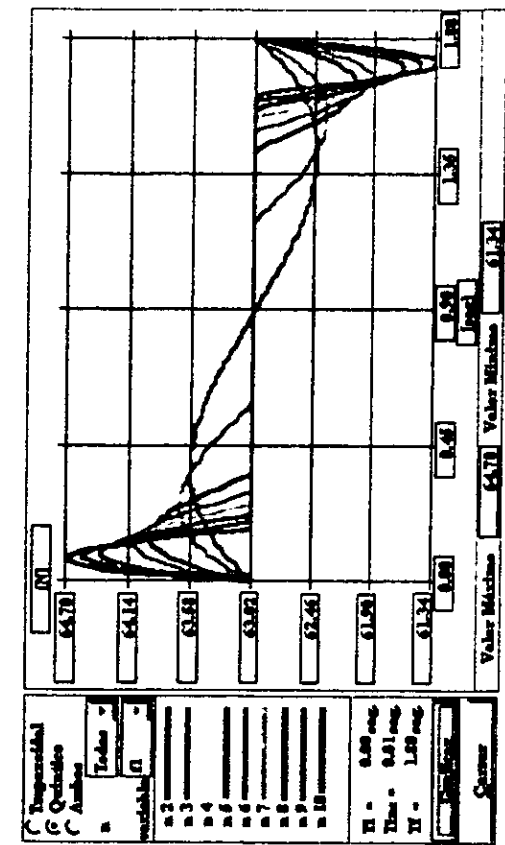


Fig. 8.50 Fuerza requerida en el perfil trapezoidal.

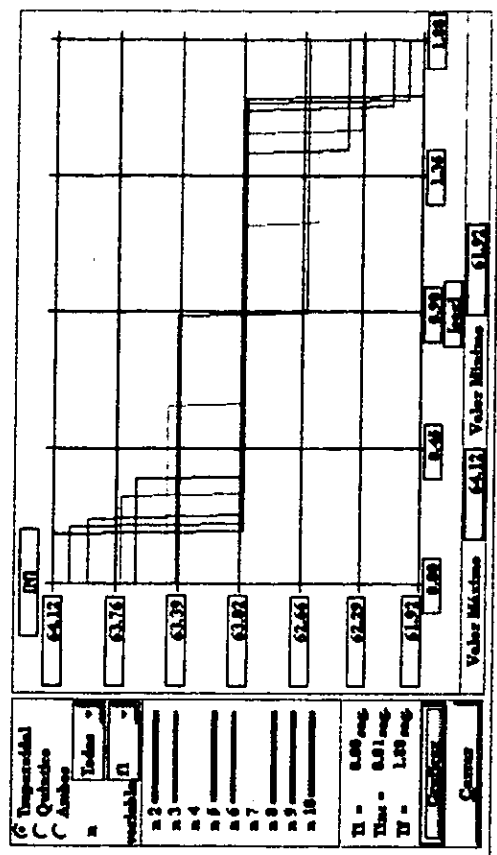


Fig. 8.51 Fuerza requerida en el perfil trapezoidal.

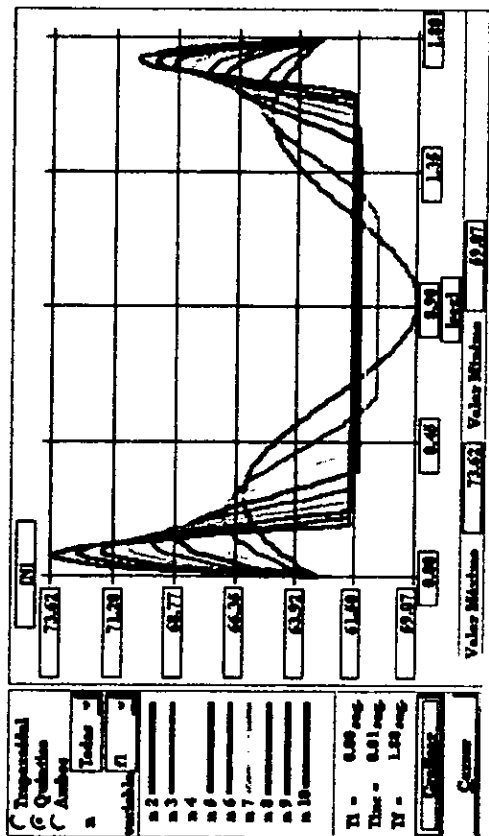


Fig. 8.106 Fuerza requerida en el perfil trapezoidal.

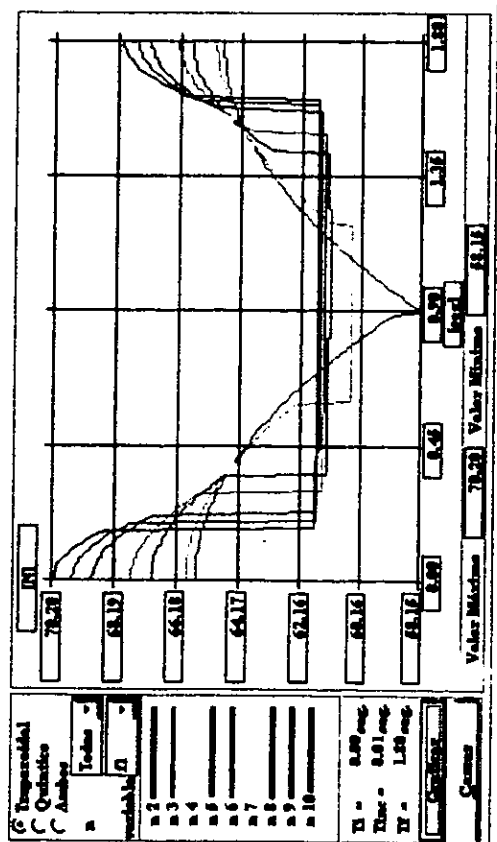


Fig. 8.107 Fuerza requerida en el perfil trapezoidal.

$$LR - \ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1, \tau_2$$

Simulación 1: línea.

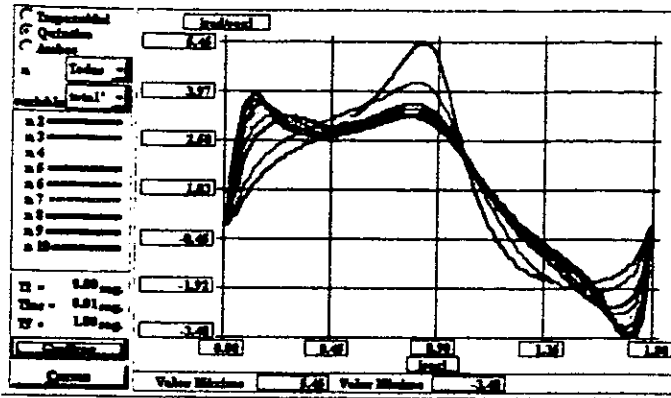


Fig. 8.34 Variación de θ' , en el perfil quintico.

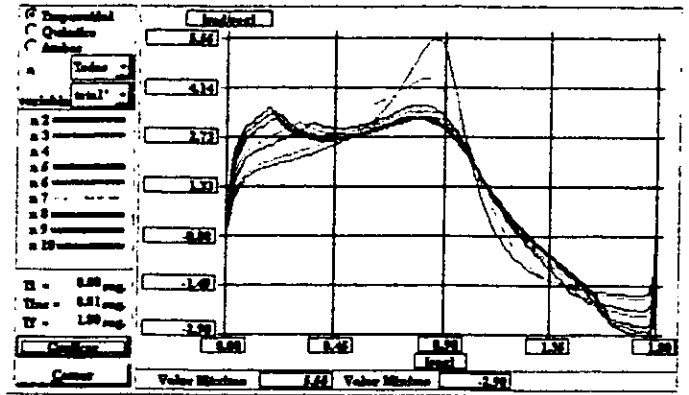


Fig. 8.35 Variación de θ' , en el perfil trapezoidal.

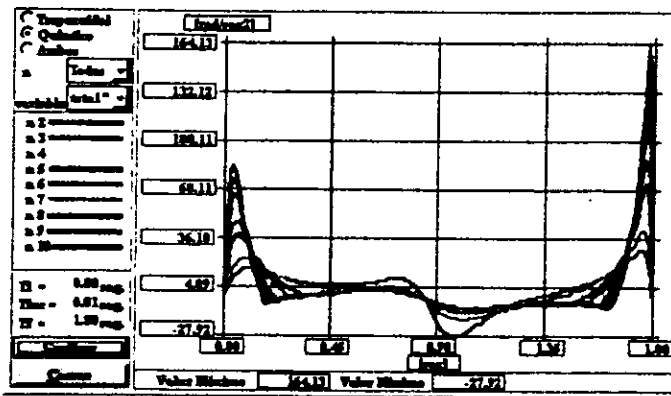


Fig. 8.36 Variación de θ'' , en el perfil quintico.

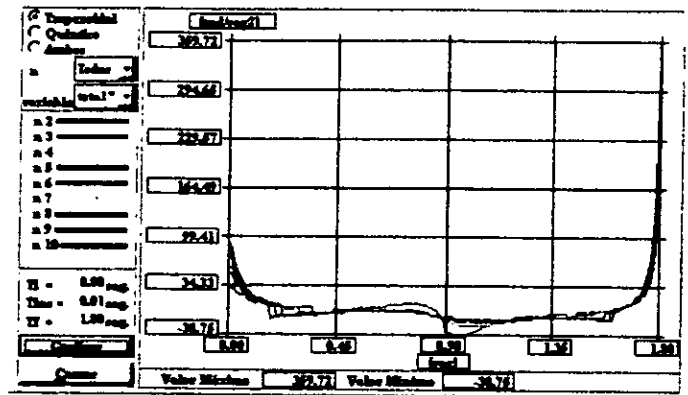


Fig. 8.37 Variación de θ'' , en el perfil trapezoidal.

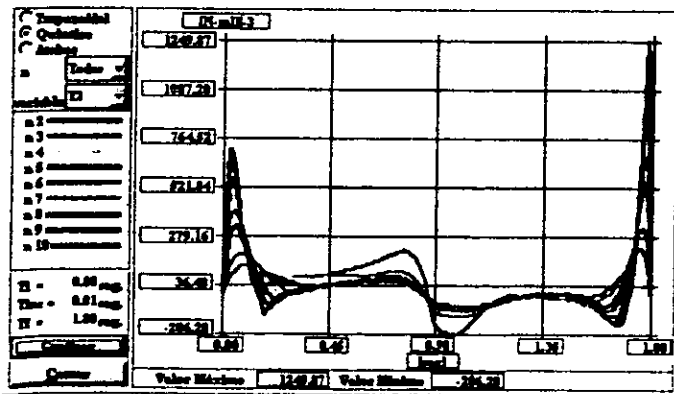


Fig. 8.52 Par motriz requerido en el perfil quintico.

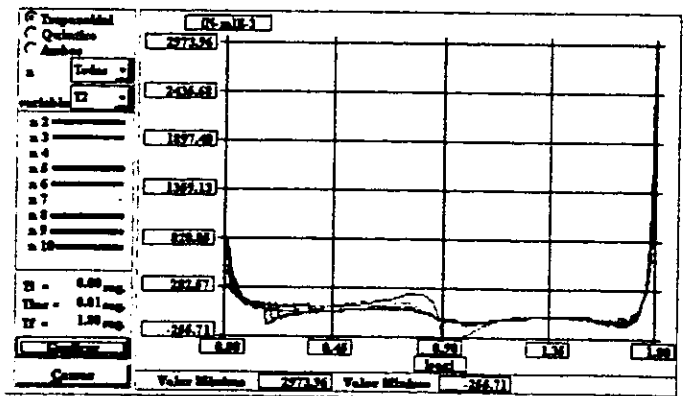


Fig. 8.53 Par motriz requerido en el perfil trapezoidal.

$$SA - \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1, \tau_2$$

Simulación 2: segmento de arco.

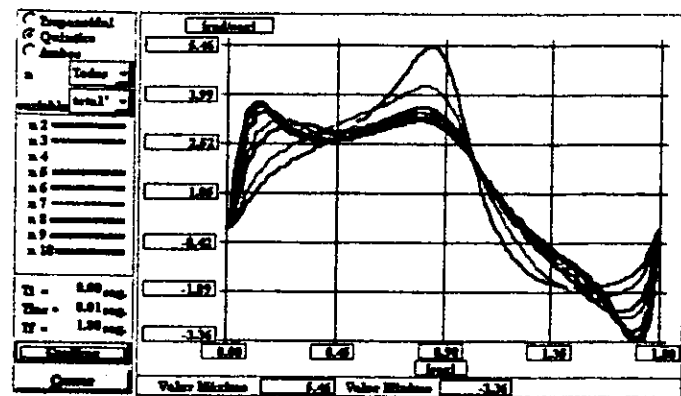


Fig. 8.90 Variación de θ' , en el perfil quintico.

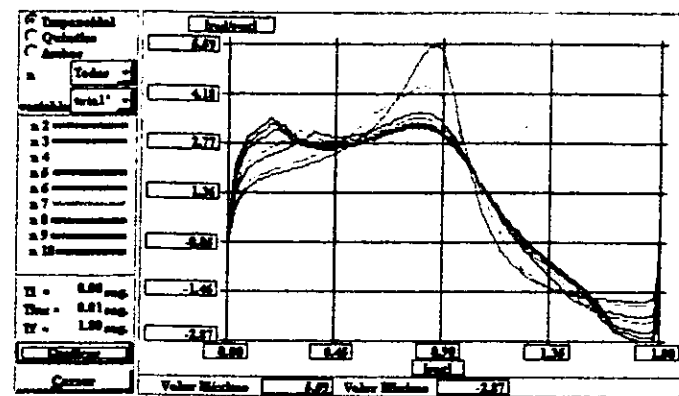


Fig. 8.91 Variación de θ' , en el perfil trapezoidal.

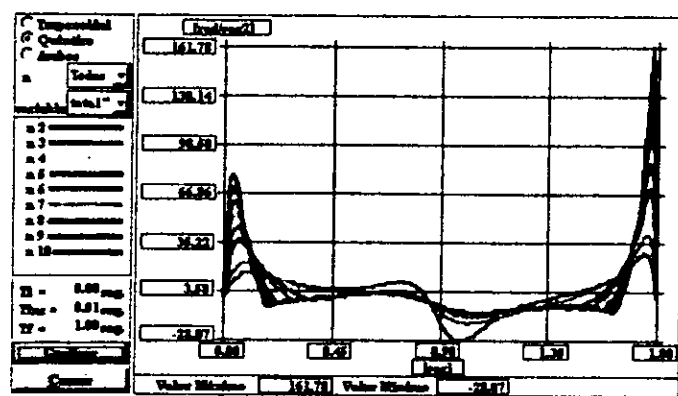


Fig. 8.92 Variación de θ'' , en el perfil quintico.

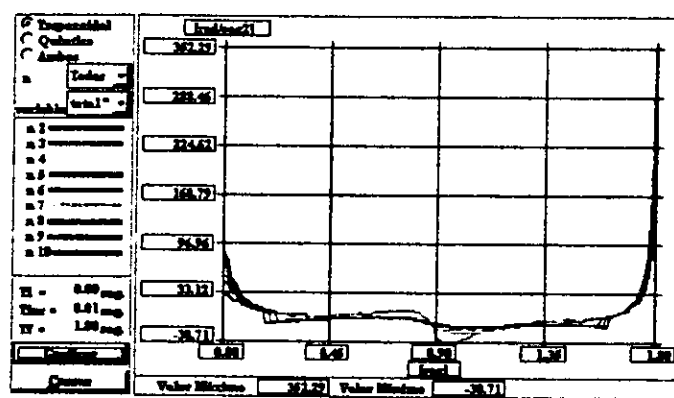


Fig. 8.93 Variación de θ'' , en el perfil trapezoidal.

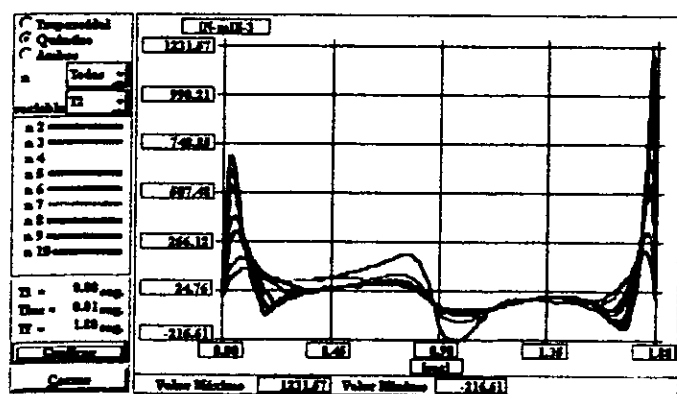


Fig. 8.108 Par motriz requerido en el perfil quintico.

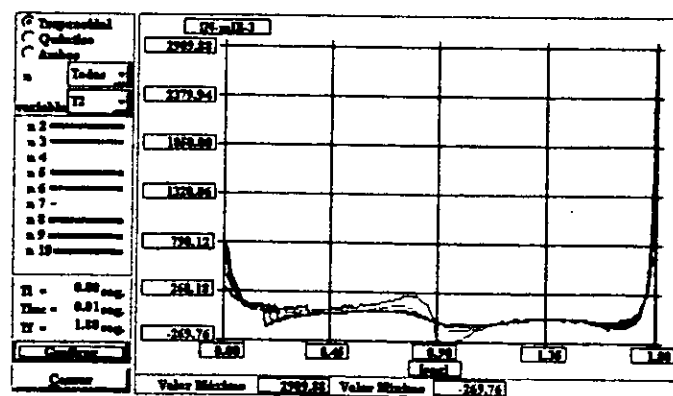


Fig. 8.109 Par motriz requerido en el perfil trapezoidal.

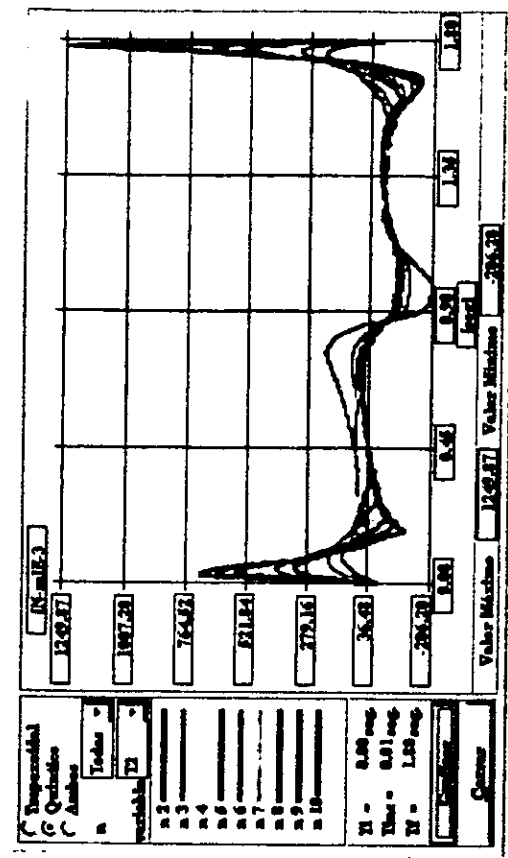


Fig. 8.52 Par metros req. write en el perfil q. úntico.

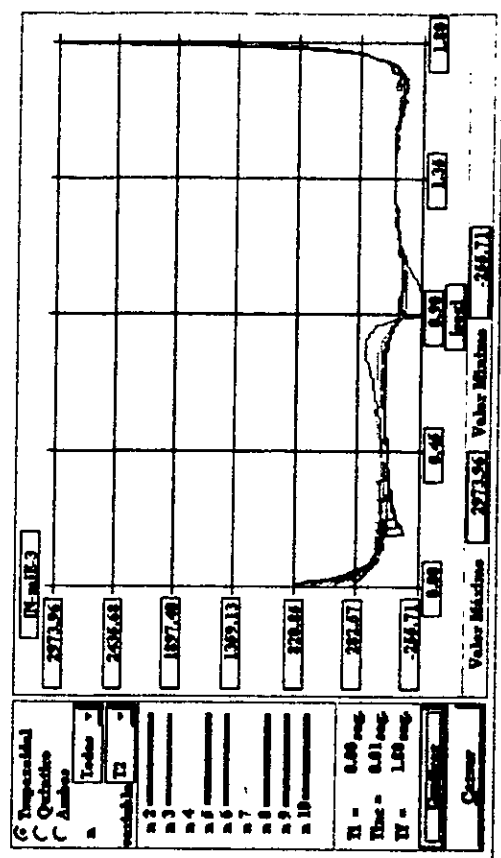


Fig. 8.53 Par metros req. write en el perfil trap con Mal.

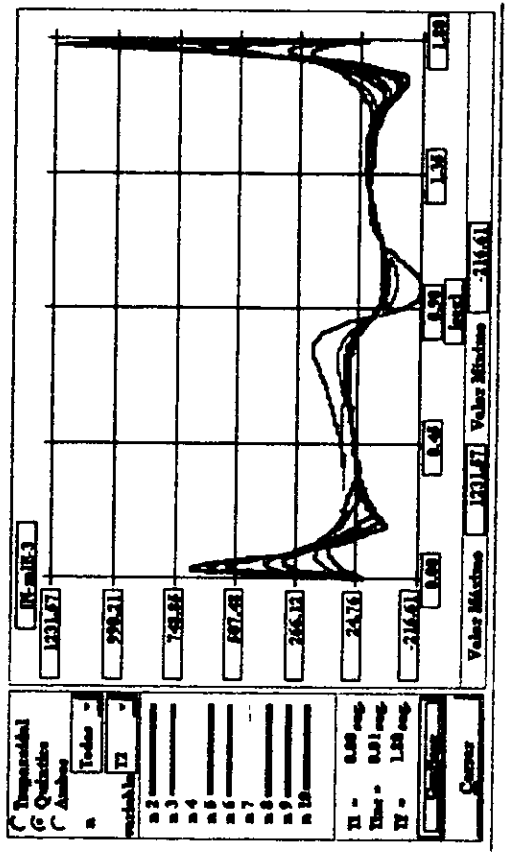


Fig. 8.108 Par metros requerido en el perfil q. úntico.

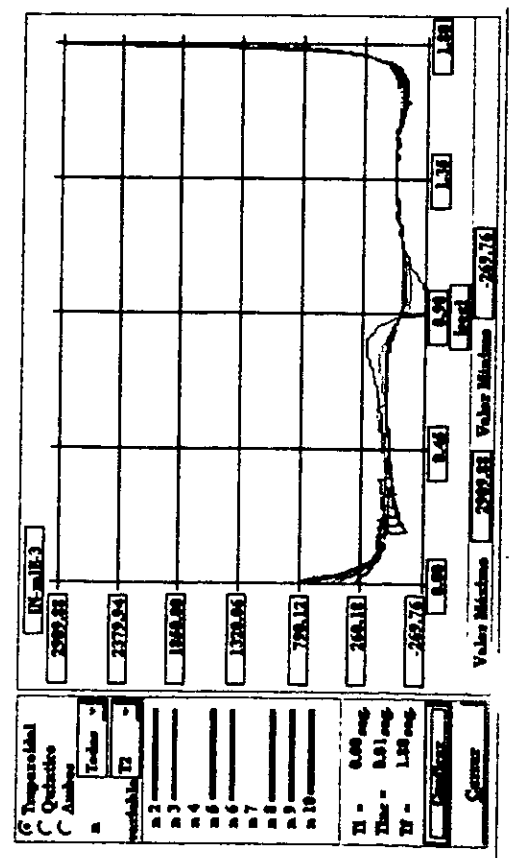


Fig. 8.109 Par metros requerido en el perfil trap con Mal.

$$LR - \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_2, \tau_3$$

Simulación 1: línea.

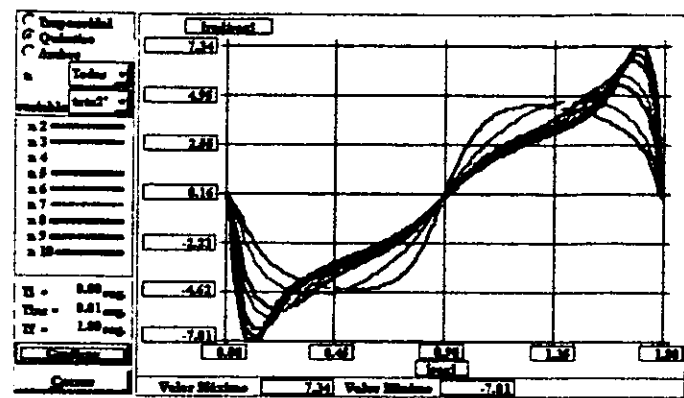


Fig. 8.40 Variación de θ''_2 en el perfil quintico.

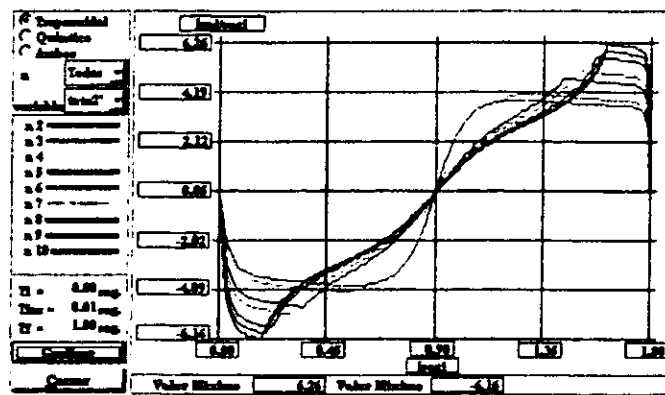


Fig. 8.41 Variación de θ''_2 en el perfil trapezoidal.

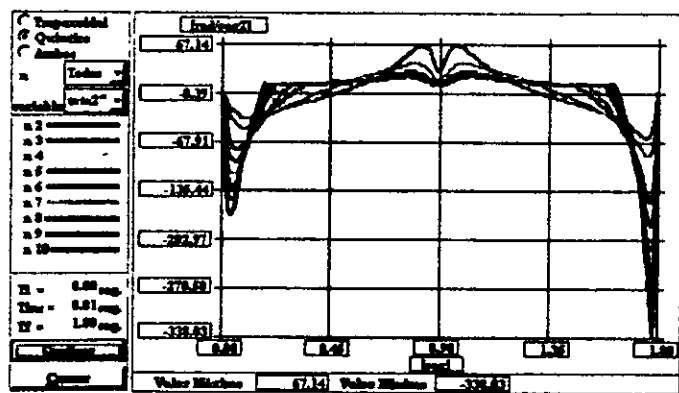


Fig. 8.42 Variación de θ''_2 en el perfil quintico.

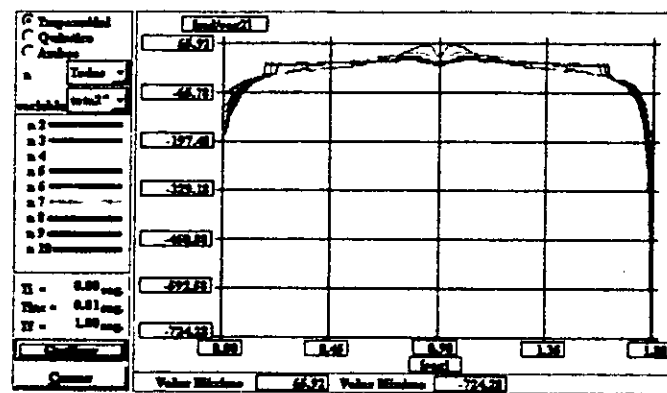


Fig. 8.43 Variación de θ''_2 en el perfil trapezoidal.

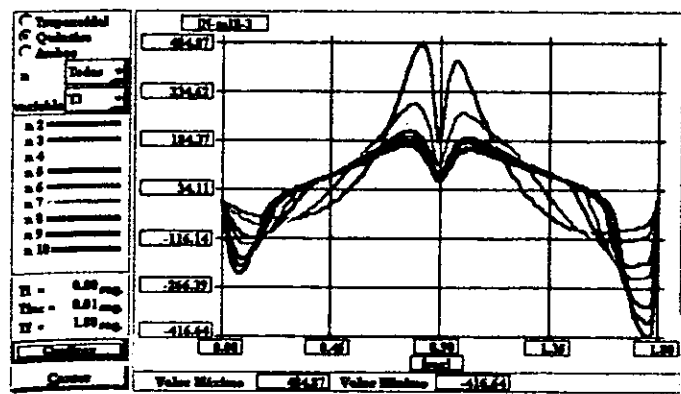


Fig. 8.54 Par matriz requerido en el perfil quintico.

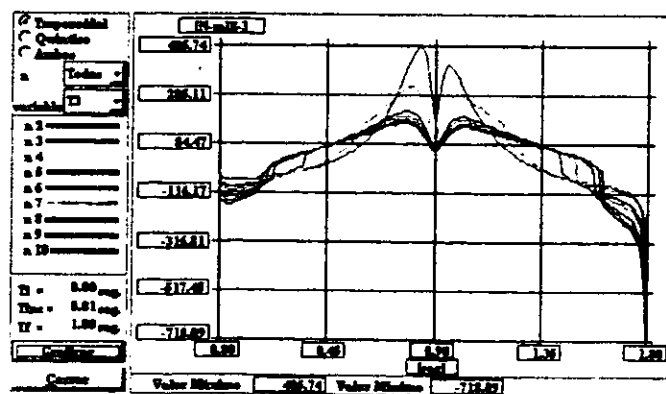


Fig. 8.55 Par matriz requerido en el perfil trapezoidal.

$$SA - \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3, \tau_3$$

Simulación 2: segmento de arco.

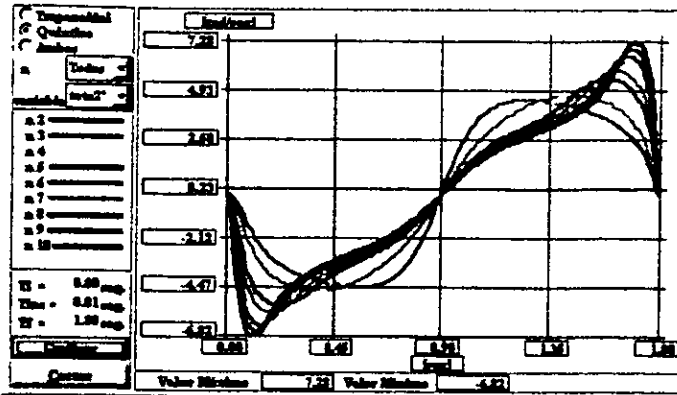


Fig. 8.96 Variación de θ'_2 en el perfil quintico.

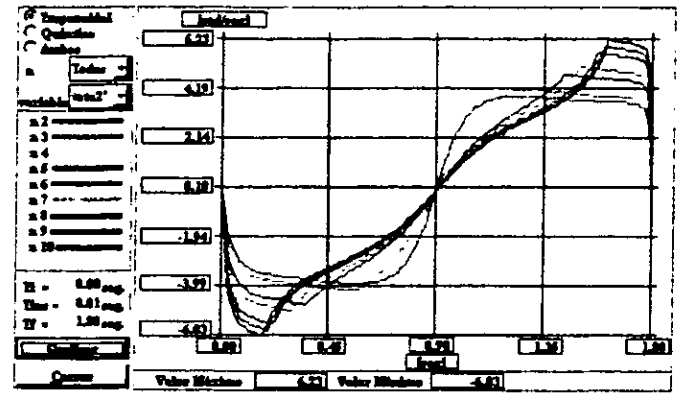


Fig. 8.97 Variación de θ'_2 en el perfil trapezoidal.

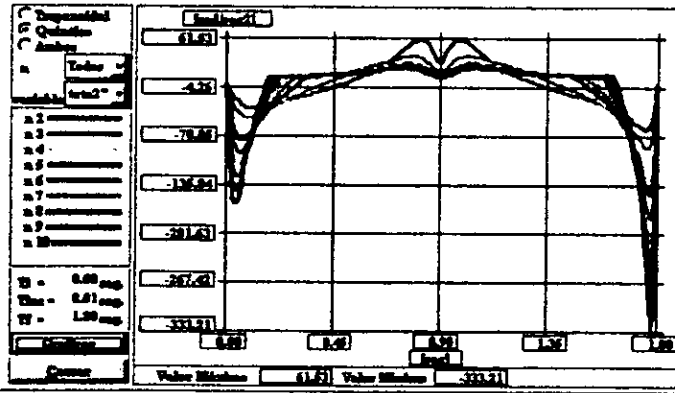


Fig. 8.98 Variación de θ''_2 en el perfil quintico.

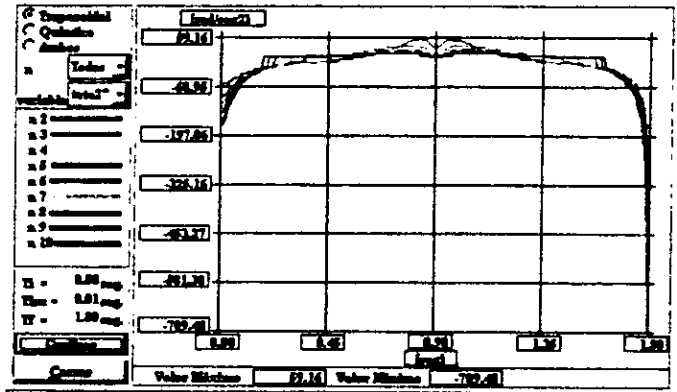


Fig. 8.99 Variación de θ''_2 en el perfil trapezoidal.

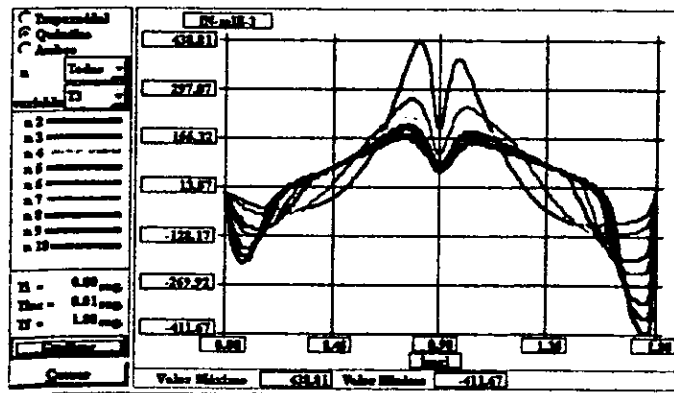


Fig. 8.110 Par motor requerido en el perfil quintico.

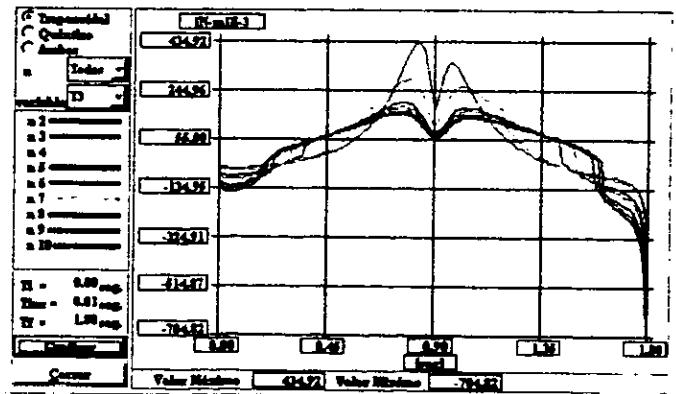


Fig. 8.111 Par motor requerido en el perfil trapezoidal.

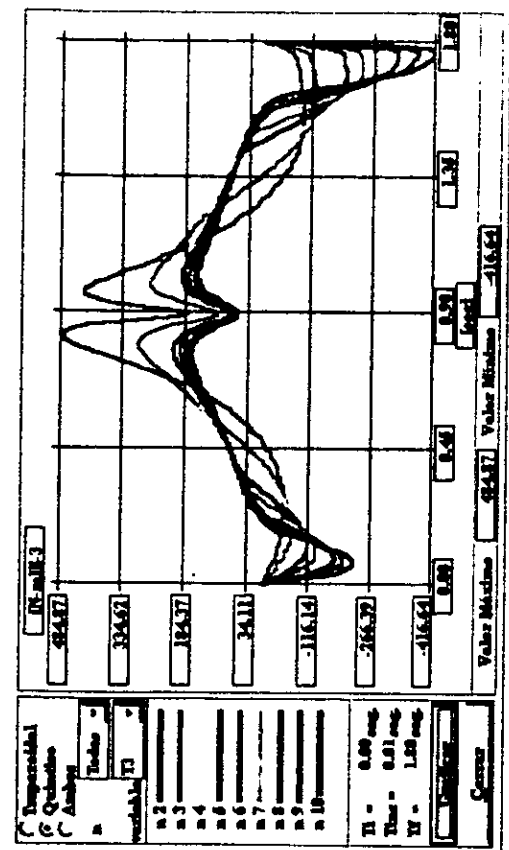


Fig. 8.54 Par matrix required on the profile and statistics.

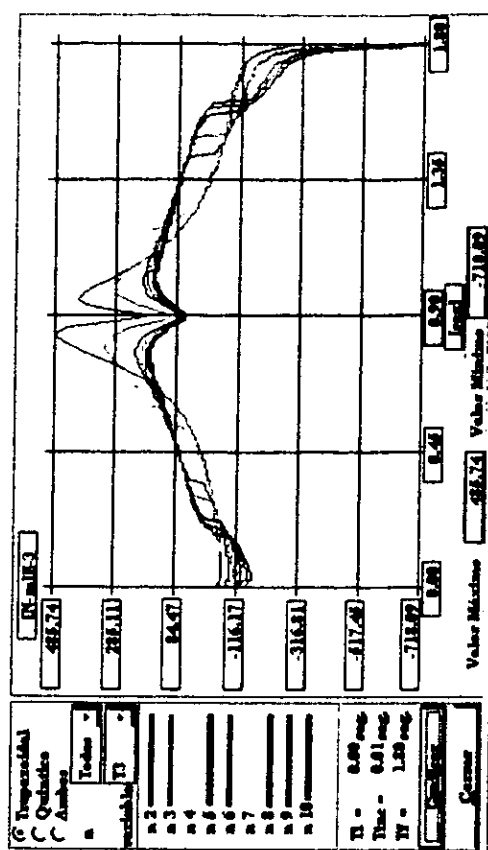


Fig. 8.55 Par matrix required on the profile and statistics.

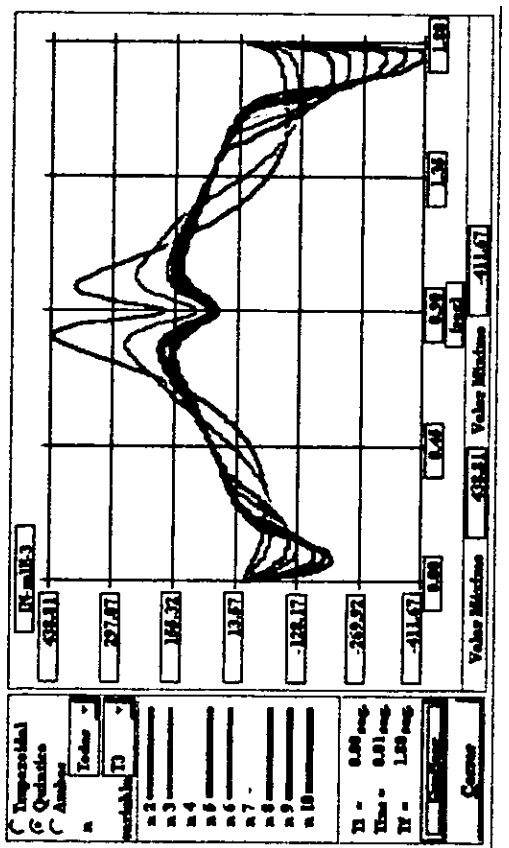


Fig. 8.10 Par matrix required on the profile and statistics.

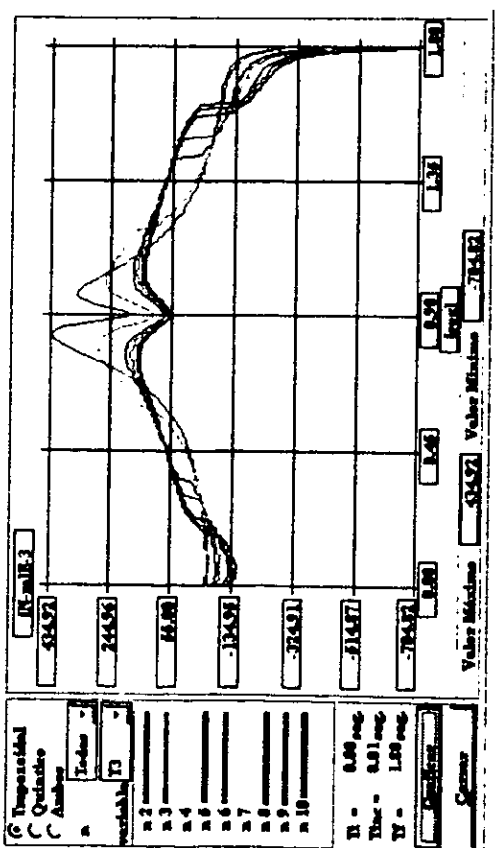


Fig. 8.11 Par matrix required on the profile and statistics.

Conclusiones.

PROGRAMA DE SIMULACIÓN.

En el campo de la robótica, una disciplina que involucra conceptos subjetivos y poco comprensibles a primera instancia, es de utilidad contar con un recurso material que sirva como una herramienta que ayude a comprender y visualizar el comportamiento del manipulador. Por lo cual se crea OPTIMIZA, un programa amigable de fácil dominio y que en su perfil cuenta con las siguientes características:

- Interacción con programas de manipulación de información. (Hojas de cálculo, Bases de datos, Lenguajes de programación, etc.).
- Portabilidad de información, para el análisis en diferentes plataformas (OS/DOS, MS/DOS, UNIX, etc).
- Fácil manejo de los diferentes módulos del programa.
- Trabajar con diferentes parámetros dinámicos de entrada y salida, para la arquitectura establecida (P-R-R-R).
- Evaluación de los diferentes perfiles de trayectoria y lugar geométrico establecidos, proporcionando la trayectoria óptima para la manipulación propuesta.

SIMULACIÓN.

Con lo que respecta a las simulaciones realizadas, las conclusiones son las siguientes:

Dado que el simulador permite conocer la evolución de las condiciones dinámicas al realizar una tarea específica, se pueden obtener los valores máximos de la fuerza requerida para el movimiento de la 1ª articulación así como los valores de los pares motrices requeridos para desarrollar el movimiento de la 2ª y 3ª articulación. Obteniendo, por lo tanto, los siguientes valores:

Simulación 1 (trayectoria: línea recta):

	Línea					
	Quintico f_1 [N]	Trapezoidal f_1 [N]	Quintico T_2 [Nme ²]	Trapezoidal T_2 [Nme ²]	Quintico T_3 [Nme ²]	Trapezoidal T_3 [Nme ²]
n2	63.59	63.42	228.11	1070.63	484.87	485.74
n3	63.69	63.47	320.95	1204.45	299.43	319.67
n4	63.82	63.55	440.28	1427.50	241.72	344.68
n5	63.96	63.64	555.40	1672.85	214.82	403.92
n6	64.11	63.74	686.63	1927.13	235.34	465.32
n7	64.25	63.83	834.84	2185.86	277.73	527.79
n8	64.40	63.93	979.50	2447.14	322.57	590.88
n9	64.55	64.03	1118.31	2710.03	369.16	654.36
n10	64.70	64.12	1249.87	2973.96	416.64	718.09

Rangos máximos de f_1 , T_2 y T_3 .

Simulación 2 (trayectoria: segmento de arco):

	Segmento de arco					
	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal
	f_1 [N]	f_1 [N]	T_2 [Nme ³]	T_2 [Nme ³]	T_3 [Nme ³]	T_3 [Nme ³]
n2	66.08	65.61	224.40	1047.56	438.80	434.92
n3	66.86	69.93	316.23	1178.50	272.21	290.58
n4	67.77	66.47	433.31	1396.74	219.85	229.64
n5	68.72	67.06	447.02	1636.81	195.28	396.46
n6	69.68	67.67	674.79	1885.60	232.95	456.73
n7	70.67	68.30	821.08	2138.76	274.75	518.05
n8	71.65	68.93	964.03	2324.41	318.87	579.97
n9	72.64	69.56	1101.33	2651.62	364.99	642.27
n10	73.62	70.20	1231.57	2909.88	411.67	704.82

Rangos máximos de f_1 , T_2 y T_3 para la simulación 2.

El simulador monitorea la carga ejercida sobre las articulaciones, lo cual permite determinar las características necesarias que deben presentar los actuadores para poder desarrollar una determinada tarea. Los actuadores para desarrollar el movimiento de la 1ª, 2ª y 3ª articulación tienen las siguientes características:

Motor Yaskawa	T [Nm]
Articulación 1	0.159*
Articulación 2	0.1595
Articulación 3	0.095

* La fuerza axial resultante del sistema es 199.8 N

Como resultado final, al aplicar el algoritmo de minimización de los pares motrices, se obtiene la tabla de sumatoria de valores porcentuales de parámetros para la simulación 1 y simulación 2.

	Linea		Arco	
	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal
	%	%	%	%
n2	97.15	113.83	98.54	114.31
n3	92.95	111.03	95.76	117.31
n4	93.57	116.42	97.45	115.48
n5	95.14	123.41	98.05	126.55
n6	98.63	130.66	105.01	134.27
n7	103.18	138.03	110.52	142.13
n8	107.75	145.48	116.03	148.67
n9	112.26	152.97	121.50	158.05
n10	116.65	160.48	126.84	170.18

Sumatoria de valores porcentuales de parámetros para la simulación 1 y simulación 2.

La tabla anterior muestra el porcentaje de gasto energético global para las trayectorias en línea recta y segmento de arco, para todos los parámetros estacionarios n , y para el perfil trapezoidal y el perfil quintico. Llegando así a los siguientes resultados:

- *Simulación 1 (Línea Recta)*

Se propone como trayectoria óptima la representada por la variable de parámetro estacionario $n=3$, ya que esta trayectoria presenta el menor gasto energético global del sistema.

- *Simulación 2 (Segmento de Arco)*

Se propone como trayectoria óptima la representada por la variable de parámetro estacionario $n=3$, ya que esta trayectoria presenta el menor gasto energético global del sistema.

- Con lo que respecta al perfil de velocidad, el perfil trapezoidal presenta en su fase inicial y final de su recorrido un mayor cambio de velocidad con respecto al perfil quintico y por consiguiente altas aceleraciones. Este perfil no es adecuado para realizar trabajos en los cuales existan cambios articulares en regiones próximas a puntos de singularidad.

Debido a que la tarea específica del robot manipulador es transportar discos de silicio entre cassettes, los cuales se encuentran ubicados en la periferia de su volumen de trabajo, las trayectorias de las simulaciones realizadas están próximas a regiones de singularidad. Lo cual permite comprobar que cambios bruscos de velocidad y aceleración en estas zonas, involucran altos torques en las articulaciones del manipulador. Dicho de otra forma, "la operación del órgano terminal en regiones cercanas de singularidad involucran altos pares motrices."

Con base a lo anterior y dado que el programa desarrollado permite simular el movimiento del manipulador, y una de sus características es el ser flexible (puede acceder diferentes datos de parámetros dinámicos). Es necesario destacar, que al variar la longitud del eslabón 2 y 3, se presenta con esta acción lo siguiente:

- La singularidad del manipulador P-R-R-R depende de las variables articulares θ_2 y θ_3 , y es también función de las longitudes de los eslabones que lo componen, partiendo de esto se tiene lo siguiente:

1. Para los casos donde se cumple la siguiente condición: $L_1 \neq L_2, \forall L_3$, se puede comprobar que existen puntos de singularidad en los límites internos y externos del volumen de trabajo, ver fig. 9.1, lo cual se verifica fácilmente al evaluar la ecuación 4.15.

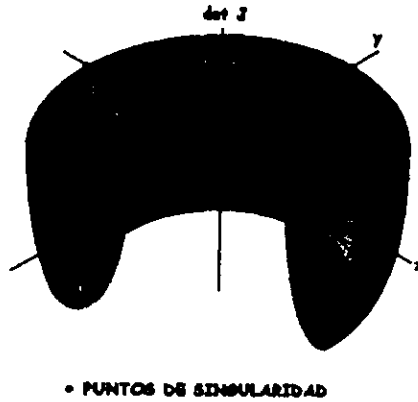


Fig. 9.1 det J para $L_1 \neq L_2, \forall L_3$.

2. Para los casos en donde se cumple la siguiente condición: $L_1 = L_2, \forall L_3$, se comprueba que existen puntos de singularidad sólo en los límites externos del volumen de trabajo, lo cual se verifica con la ecuación 4.15. En la figura 9.2 se muestra la trayectoria que sigue el órgano terminal, la cual cuenta con la característica de que en los extremos está próxima a regiones de singularidad ($\det J=0$) y en la parte media del recorrido se encuentra cercana al volumen interno de trabajo ($\det J \neq 0$).

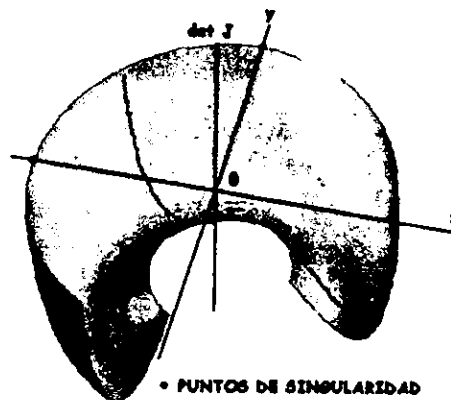


Fig. 9.2 det J para $L_1 = L_2, \forall L_3$.

10. ANEXOS.

A) *Manual de Usuario del Software Desarrollado.*

Introducción.

El Sistema desarrollado, tiene como objetivo fundamental identificar las Fuerzas y Torques mínimos empleados por el manipulador de discos de Silicio de arquitectura P-R-R-R y poder monitorear el comportamiento de sus variables articulares a lo largo de la trayectoria definida; se contempla la modificación de los parámetros del manipulador (Masas, Matrices de Inercia, Centros de Gravedad, Parámetros de Eslabonamiento, etc.) con la finalidad utilizar el sistema con diferentes manipuladores que presenten la misma arquitectura.

Tomando en cuenta las características del manipulador, se presentan las siguientes restricciones:

- El órgano terminal siempre guardará una orientación radial con respecto al centro del manipulador.
- El órgano terminal del manipulador jamás podrá ubicarse en el límite del volumen de trabajo, por ser éste un espacio de singularidad.
- La configuración de posición empleada es la configuración 1, (descrita en el cap.4), el manipulador no podrá presentar otra configuración que no sea ésta.



Por otra parte, se emplearon los perfiles de trayectoria Quíntico y Trapezoidal, y los lugares geométricos que pueden elegirse son:

- Línea recta, cuyos parámetros de entrada son 2 puntos ("P₁" posición inicial y "P₂" posición final).
- Segmento de arco, cuyos parámetros de entrada son tres puntos ("P₁" posición inicial, "P₂" un punto intermedio y "P₃" posición final).

Requerimientos.

Se utilizó el lenguaje de programación Visual C, ver. 1.0, en el se pueden desarrollar aplicaciones de 32 bits, teniendo flexibilidad de utilizar plataformas como DOS, Windows, Windows NT para Intel y RISC, Windows 95 y Macintosh. Las aplicaciones escritas son totalmente compatibles con otras versiones, sólo necesitan ser compiladas de nuevo en el compilador y seleccionar la plataforma de uso.

Los requerimientos mínimos para el buen funcionamiento del software son:

- Computadora con procesador 486 o superior.
- Memoria RAM mínima 8 Mb.
- Espacio mínimo libre de 1.72 Mb en Disco Duro.
- Alguno de los Sigüientes sistemas operativos DOS, Windows, Windows NT para Intel y RISC, Windows 95 o Macintosh.
- Programa ejecutable compilado en la plataforma utilizada y archivos necesarios para su buen funcionamiento.

Instalación del programa.

Debido a que el programa puede funcionar en diferentes plataformas, no se describirá su instalación en forma específica.

Es conveniente reservar un espacio específico (subdirectorio), para almacenar los siguientes archivos:

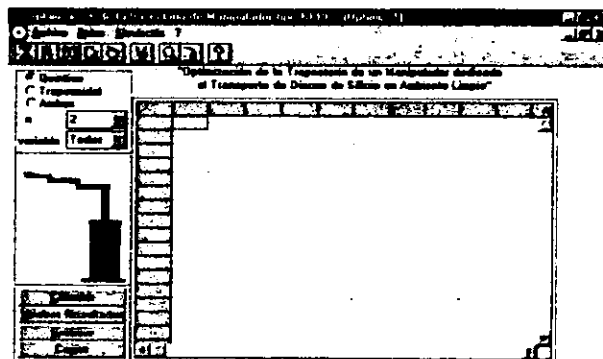
Optimiza.exe	Programa ejecutable principal.
Aaplay.exe	Programa ejecutable secundario.
Datos.dat	Archivo de datos
Simu.fli	Archivo FLI
Librerías usadas por el sistema operativo utilizado.	

Uso del Programa.

Para ejecutar el programa sólo basta invocar el archivo "Optimiza.exe". Inmediatamente se visualizará la siguiente pantalla:

En ella pueden apreciarse claramente tres elementos:

- *Menús de cortina.*
- *Barra de Herramientas y*
- *Área de Trabajo.*



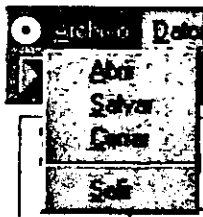
A continuación se describirán su funcionamiento y uso.

Menús de cortina.

Lo componen los siguientes cuatro elementos:

- Archivo - Datos - Simulación y - ?

- **Archivo.** En esta sección se contempla la manipulación de archivos, los elementos que lo componen son:



Elemento

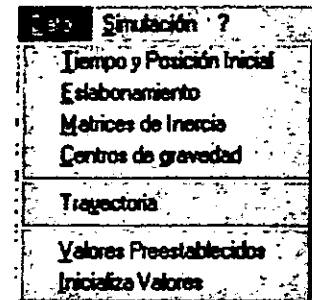
Acción.

Abrir.
Salvar.
Cerrar.
Salir.

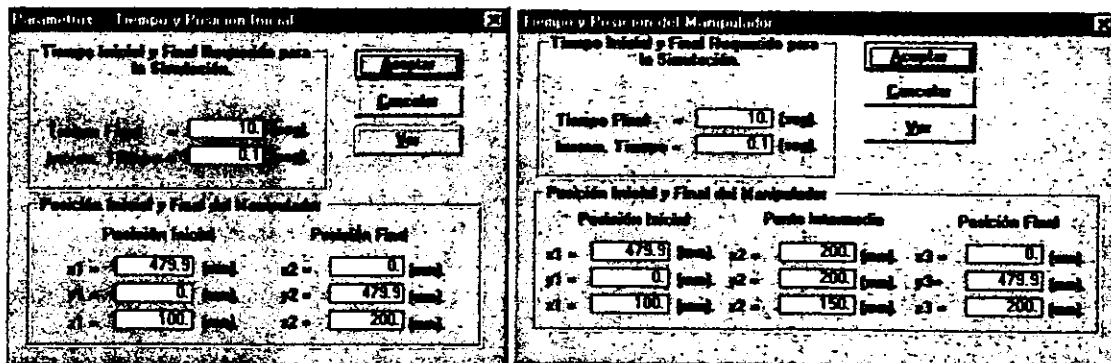
Abre un archivo existente.
Respalda la información actual del sistema.
Cierra el archivo en uso.
Termina la aplicación.

Al abrir o salvar archivos debe especificarse el directorio o ubicación de los archivos, de lo contrario se toma por omisión el directorio en el que se encuentra instalado el programa.

- **Datos.** En esta sección se establecen los valores iniciales que describen el recorrido a seguir y las características propias del manipulador. Los parámetros establecidos en el programa describen estrictamente al manipulador estudiado. Al analizar el comportamiento de otro manipulador que presente la misma arquitectura PRRR se debe introducir los parámetros que describan a dicho manipulador.



Tiempo y posición Inicial. Se establece el tiempo total de recorrido así como el incremento de muestreo y se fijan los puntos que describen el lugar por donde el órgano terminal se desplazará.



Si el lugar geométrico es la línea recta se debe introducir el punto inicial (p1) y final (p2) de esta, en el caso de ser el lugar geométrico el arco se debe introducir el inicio de recorrido (p1), un punto intermedio (p2), y el punto final del recorrido (p3). La opción de "Ver" se explica en las siguientes secciones.

Parámetros de Eslabonamiento del manipulador P-R-R-R

L1 = 150 mm	L2 = 150 mm	L3 = 180 mm	L4 = 25 mm	L5 = 23.5 mm	L6 = 5 mm
-------------	-------------	-------------	------------	--------------	-----------

i	a _{i-1}	alfa _{i-1}	d _i	beta _i	Rango
1	0	0°	d1	0	De= d1 a= 234.70
2	0	0°	0	beta 1	beta 1 = ±300°
3	L1	0°	d2=a2	beta 2	beta 2 = ±180°
4	L2	0°	a3	beta 3	beta 3 = ±180°
5	L3	0°	0	0°	

Eslabon	Perfil	Dist. Est.	Dist. Int.	Longitud	Material	Masa
1	Tubular	40	30	234.70	Aluminio	3.534
2	Tubular	40	30	150	Aluminio	0.464
3	Tubular	40	30	150	Aluminio	0.373
4	Tubular	40	30	180	Aluminio	5.06-002

Calcular Aceptar

Parámetros de Eslabonamiento. Son las variables que describen la arquitectura del manipulador como son: las longitudes de las articulaciones, distancias entre sistemas de referencia, rangos de desplazamiento y para el caso de simular manipuladores ideales, los diámetros internos y externos de los perfiles tubulares.

Matrices de Inercia. Se considera que se realizó un calculo preliminar de estos valores y deben ser introducidos al tratarse de otro manipulador que presente la arquitectura P-R-R-R, esto es, si se realizan modificaciones en las dimensiones del manipulador debe introducirse los elementos de las matrices de inercia que describen dichos cambios.

Matrices de Inercia

c1	86271.011 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²
	0 kg mm ²	90505.053 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²
	0 kg mm ²	0 kg mm ²	8503.968 kg mm ²	0 kg mm ²
c2	389.955 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²
	0 kg mm ²	5486.143 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²
	0 kg mm ²	0 kg mm ²	5640.951 kg mm ²	0 kg mm ²
c3	210.797 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²
	0 kg mm ²	4670.454 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²
	0 kg mm ²	0 kg mm ²	4687.023 kg mm ²	0 kg mm ²
c4	3.585 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²
	0 kg mm ²	557.971 kg mm ²	0 kg mm ²	0 kg mm ²
	0 kg mm ²	0 kg mm ²	561.273 kg mm ²	0 kg mm ²

Calcular Aceptar

Centros de Gravedad

	X	Y	Z
c1	10.263 mm	0 mm	35.032 mm
c2	75.059 mm	0 mm	12.951 mm
c3	83.731 mm	0 mm	14.891 mm
c4	77.32 mm	0 mm	0.141 mm

Calcular Aceptar

Centros de Gravedad. Al igual que en las matrices de inercia, los valores preestablecidos describen al manipulador estudiado, por lo que al tratarse de otro manipulador deben calcularse los nuevos centros de gravedad e introducirse.

Trayectoria. En esta parte debe seleccionarse el tipo de lugar geométrico utilizado, ya sea línea recta o un segmento de una circunferencia (Arco)

Tipos de Trayectoria

Perfil de Trayectoria:

- Trayectoria Definitiva

Lugar Geométrico de la Trayectoria:

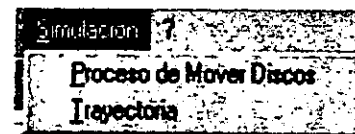
- Línea Recta
- Arco

Calcular Aceptar

Valores Prestablecidos. Inicializa todos los valores y parámetros de tal forma que se describa al manipulador en estudio.

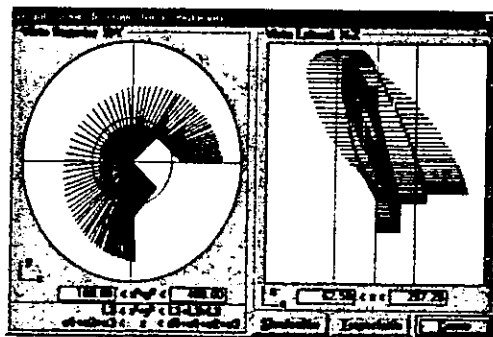
Inicializa Valores. Inicializa todos los valores a cero.

- **Simulación.** Se contemplan dos formas de simulación de los movimientos del manipulador:
 - Simulación del proceso de manipulación de discos de silicio.
 - Simulación del movimiento de las articulaciones y de la trayectoria descrita por el órgano terminal.

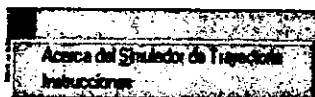


Proceso de Mover Discos. Es una simulación fija y preestablecida de los movimientos generados por el manipulador, nos permite visualizar los movimientos del manipulador en un proceso real de trabajo.

Trayectoria. Esta opción también puede accesarse desde la ventana de Trayectoria y posición inicial del menú de Datos, el objetivo de esta simulación es visualizar el movimiento de las articulaciones del manipulador que presentará al realizar los movimientos seleccionados anteriormente. Pueden apreciarse claramente en ella los límites del volumen de trabajo y la configuración del manipulador.

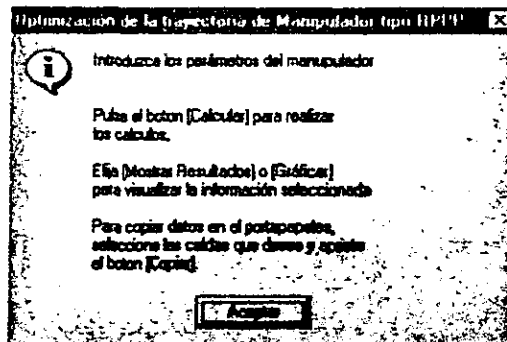
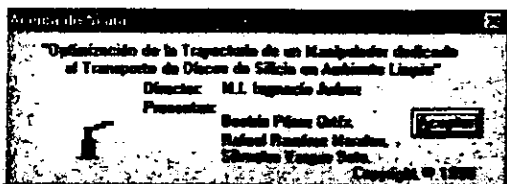


- **?** (Ayuda). Es un sistema de ayuda muy elemental, dado que el programa no presenta un grado complejidad alto, se cuentan con dos opciones:



- Acerca del simulador de Trayectoria.
- Instrucciones.

Acerca del simulador de trayectoria.
Muestra información referente al programa.
Instrucciones. Presenta la información mínima necesaria para poder utilizar el



Barra de Herramientas.

Son los botones situados en la parte inferior de los menús de cortina, su funcionamiento se ilustra a continuación:

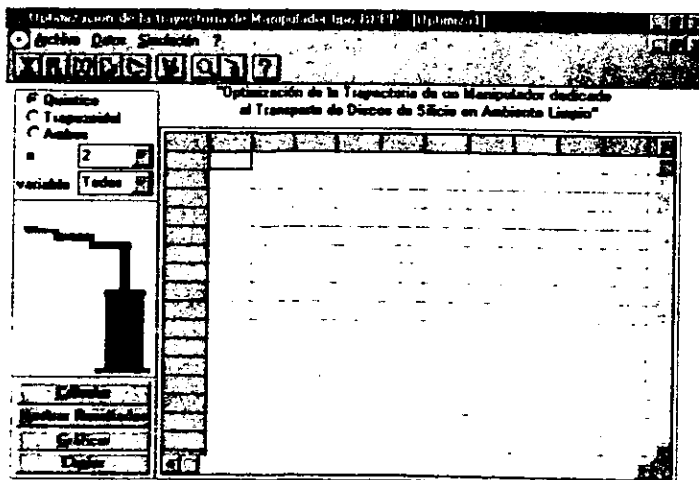
- | | | |
|--|-------------------|---------------------------------------|
| | Invoca al comando | Datos/Tiempo y Posición Inicial |
| | Invoca al comando | Datos/Eslabonamiento |
| | Invoca al comando | Datos/Matrices de Inercias |
| | Invoca al comando | Datos/Centros de Gravedad |
| | Invoca al comando | Datos/Trayectoria |
| | Invoca al comando | Datos/Valores Preestablecidos |
| | Invoca al comando | Simulación/Trayectoria |
| | Invoca al comando | Simulación/Proceso de Mover Discos |
| | Invoca al comando | ?/Acerca del Simulador de Trayectoria |

Área de Trabajo.

Es la pantalla principal del programa, se encuentra compuesta por una parte de selección y por una de visualización de resultados.

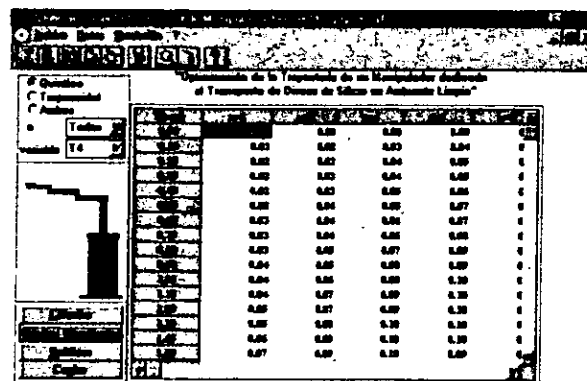
La operación del programa involucra los botones:

- Calcular.
- Mostrar Resultados.
- Graficar.
- Copiar.



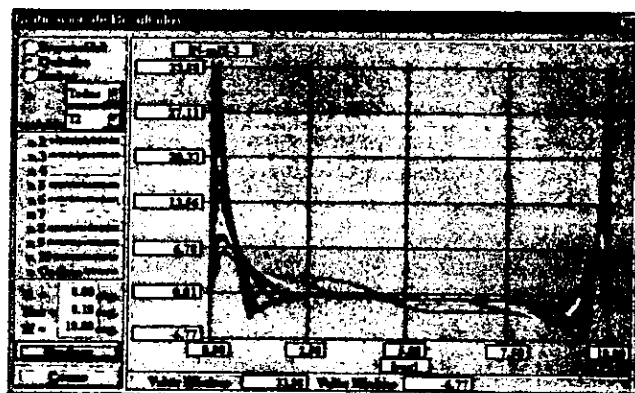
Calcular. Realiza el cálculo del comportamiento de las variables articulares y dinámicas que presentan a lo largo de la trayectoria. Se recomienda antes de realizar esta acción establecer correctamente todos los parámetros y valores que definen al manipulador y al lugar geométrico por el cual realizara los movimientos.

Mostrar Resultados. Una vez realizados los cálculos se habilita este botón, la acción asociada a el es la de mostrar en el área de visualización la información calculada de acuerdo a la selección de las variables que se tenga contemplada mostrar. En la siguiente figura se ilustra la evolución en el tiempo y en el perfil quintico de la variable T4 “Torque de la 4ª. Articulación”, observando que el parámetro “n” evoluciona de 2 a 10. Este botón se deshabilita cuando se realicen cambios en algún parámetro o variable que modifiquen la arquitectura del manipulador o su trayectoria.



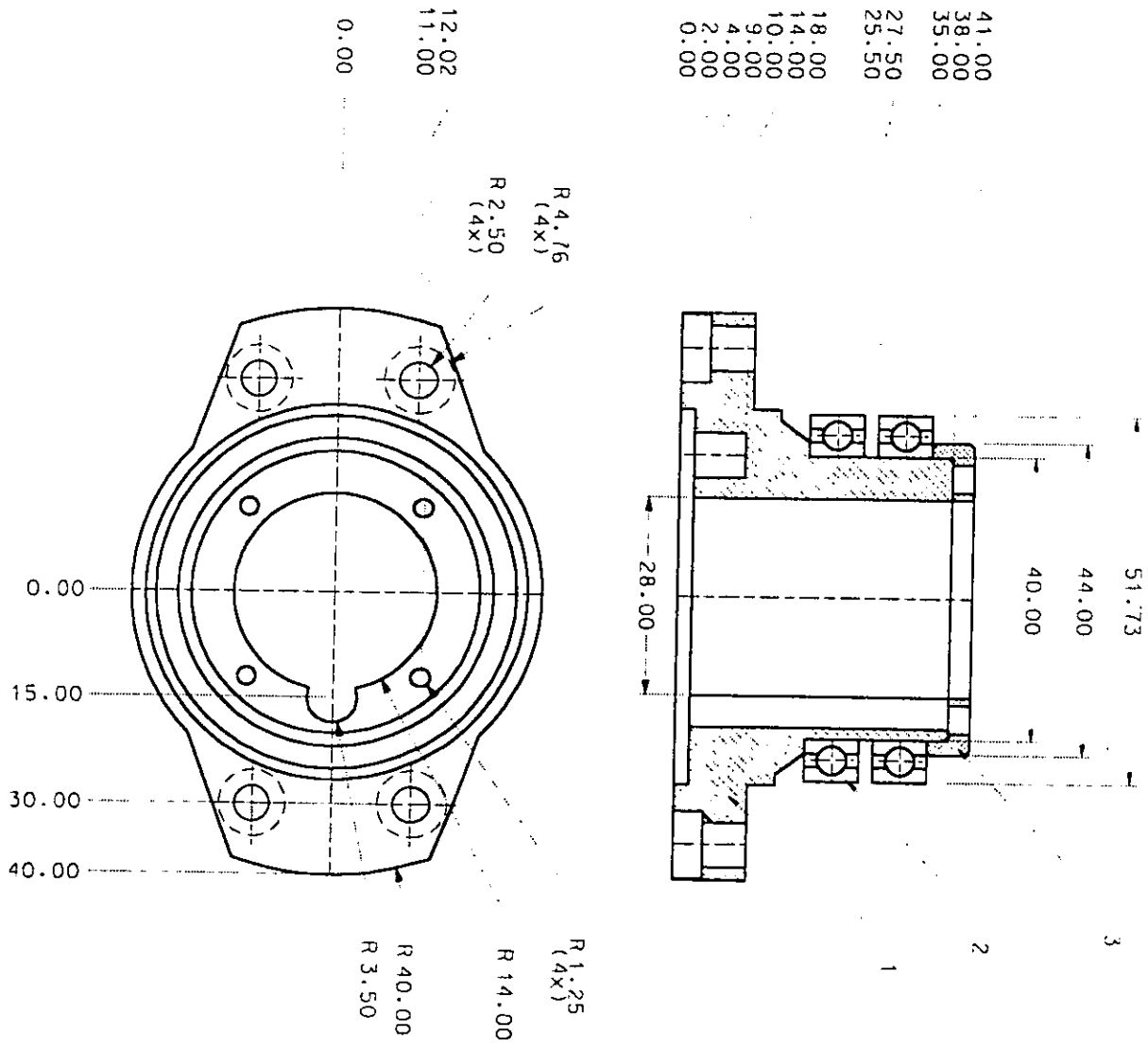
Copiar. Se utiliza para exportar los datos seleccionados y marcados a algún sistema de manipulación de información (Word, Excel, Porta Papeles, etc.).


Graficar. Al igual que el botón anterior se deshabilita cuando se realice alguna modificación y se habilita cuando se hayan invocado al botón calcular. Tiene la función de mostrar en forma gráfica la información calculada y seleccionada.

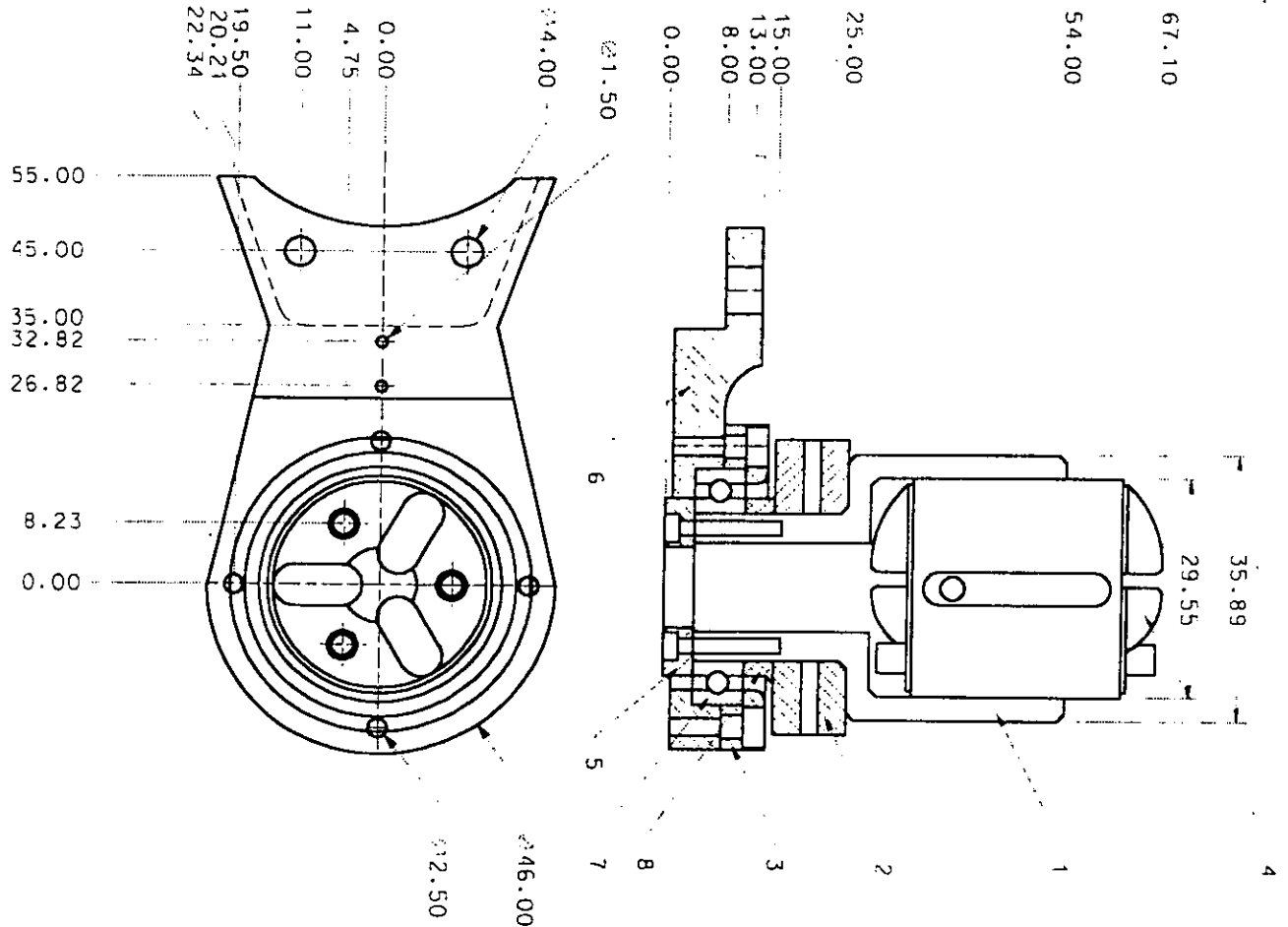


B) Planos de Detalle del Manipulador.

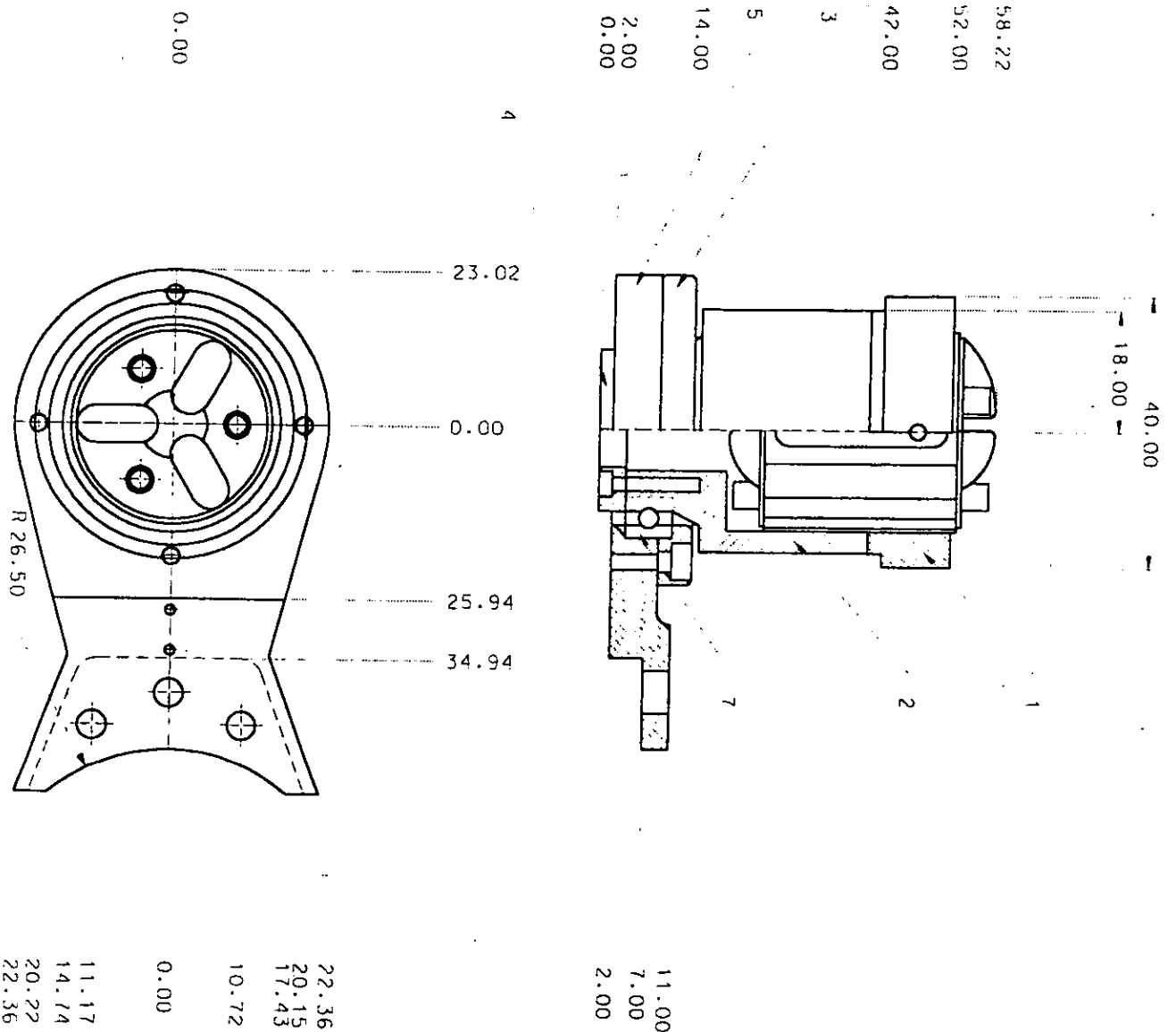
1. Eslabón 1, Cople de las placas en la tuerca.
2. Eslabón 1, Placa deslizante derecha, plano de ensamble.
3. Eslabón 1, Placa deslizante izquierda, plano de ensamble.
4. Eslabón 1, Cilindro externo, plano de ensamble.
5. Eslabón 1, Cilindro interno, plano de ensamble.
6. Eslabón 2, Cubierta del brazo, plano de ensamble.
7. Eslabón 2, Codo, plano de ensamble.
8. Eslabón 3, Cubierta del antebrazo, plano de ensamble.
9. Eslabón 3, Muñeca, plano de ensamble.
10. Eslabón4, Mano.
11. Plano de conjunto, detalle de la unión entre los eslabones 1 y 2.
12. Plano de conjunto, detalle de la unión entre los eslabones 2 y 3.
13. Plano de conjunto, detalle de la unión entre los eslabones 3 y 4.
14. Plano de conjunto.
15. Eslabón 3, Brazo, plano de conjunto.
16. Eslabón 3, Antebrazo, plano de conjunto.



3	Soporte del rodamiento	Acero 1018
2	Rodamiento	61804 SKF
1	Cople	Acero 1018
No.	Nombre	Observaciones
1/5	cople.dwg	Escala: 1 : 1 Acotaciones: mm
Proyección:		Cople de las placas en la tuerca
		Eslabón No. 1



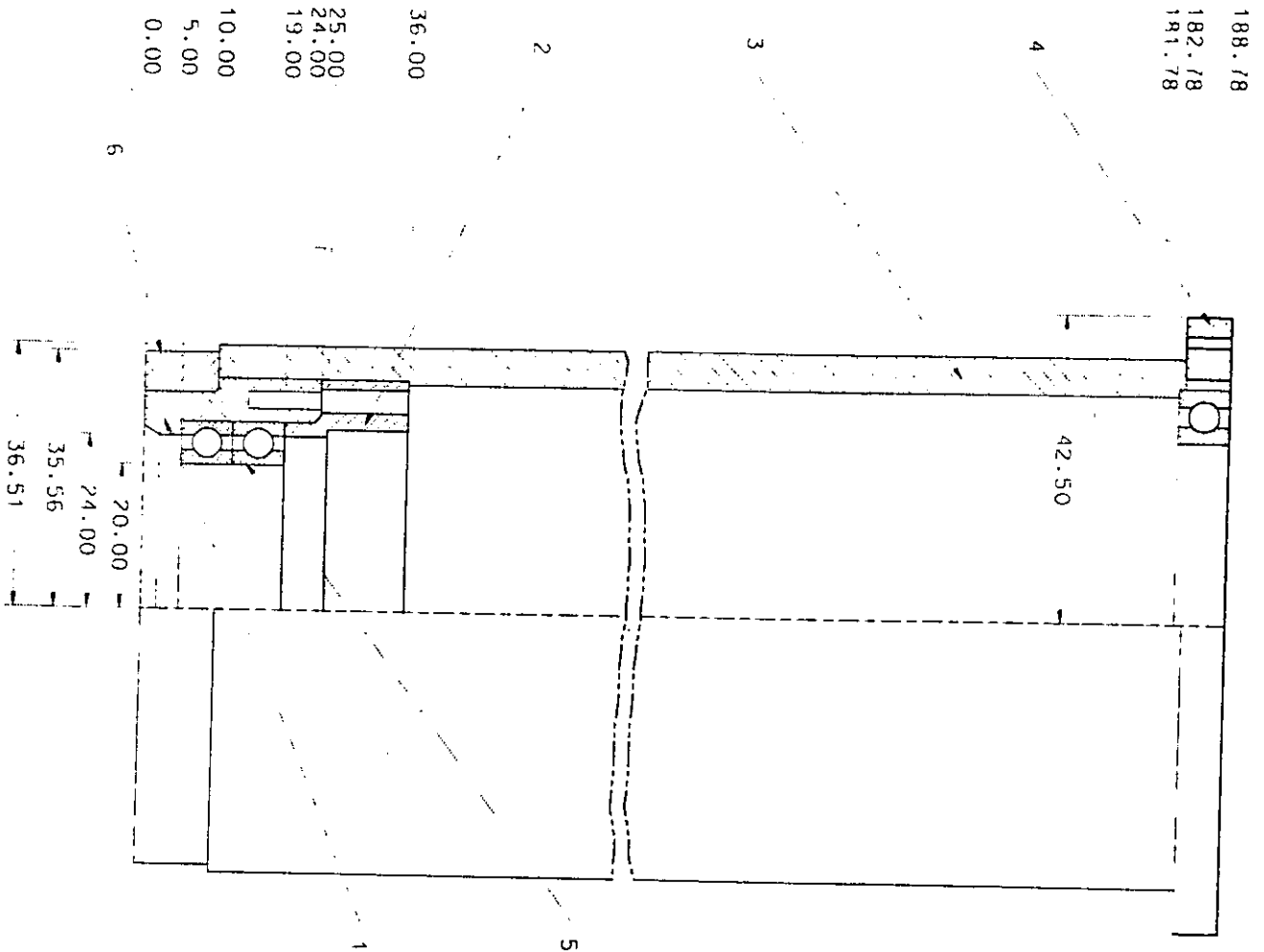
8	Anillo	Acero 1018
7	Rodamiento	61804 SKF
6	Placa deslizante derecha	Acero 1018
5	Soporte inferior del rodamiento	Acero 1018
4	Eje guía	Thomson
3	Soporte superior del rodamiento	Acero 1018
2	Polea	Aluminio
1	Copa	Acero 1018
No.	Nombre	Observaciones
2/5	pdd.dwg	Escala: 1 : 1
		Acotaciones: mm
Proyección:		Placa deslizante derecha plano de ensamble Eslabón No. 1



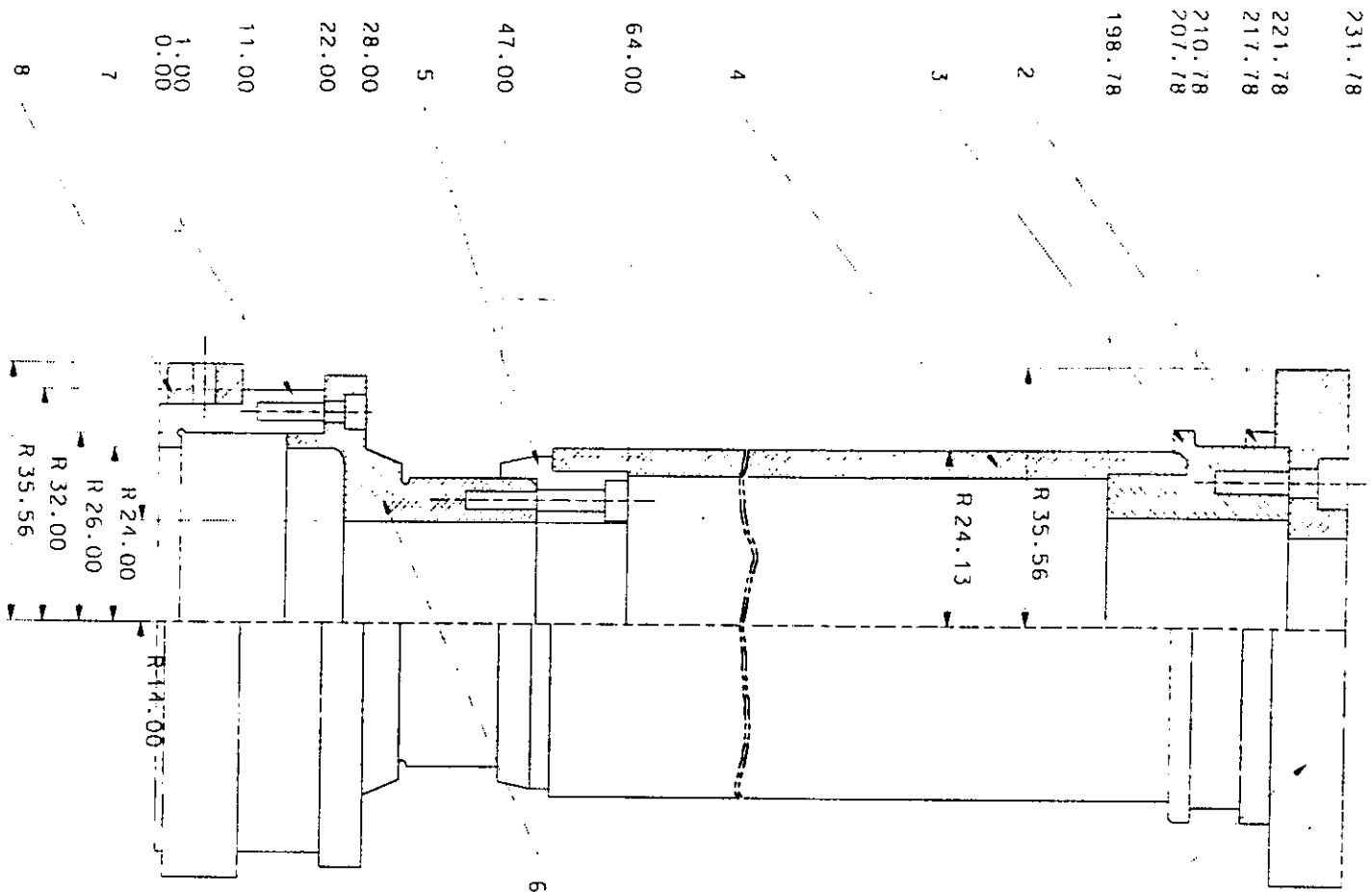
0.00	22.36	11.00
11.17	20.15	7.00
14.74	17.43	2.00
20.22	10.72	
22.36	0.00	

No.	Nombre	Observaciones
7	Rodamiento	61804 SKF
6	Eje guía	Inomson
5	Placa deslizante izquierda	Acero 1018
4	SopORTE inferior del rodamiento	Acero 1018
3	SopORTE superior del rodamiento	Acero 1018
2	Copa	Acero
1	Polea	Aluminio

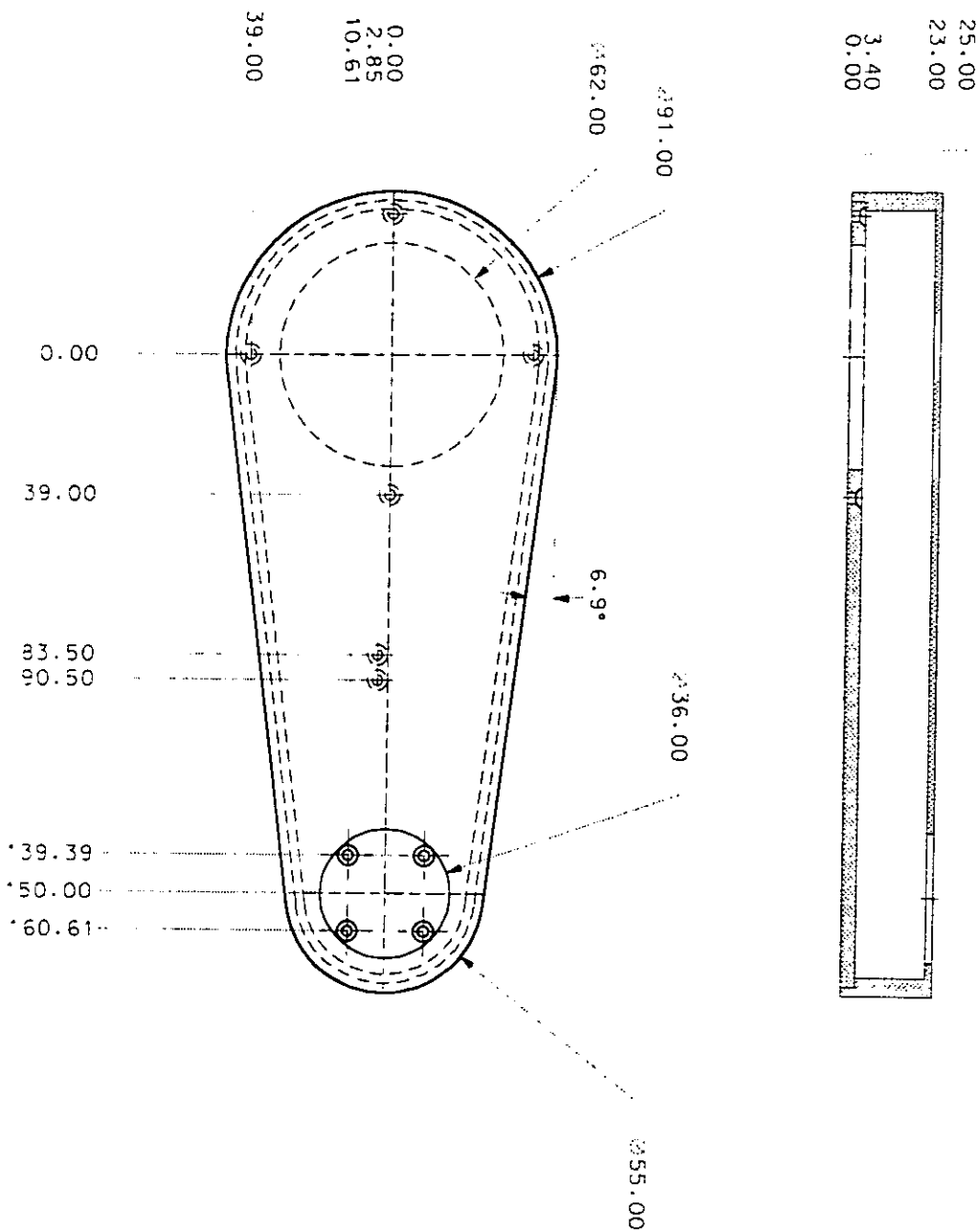
3/5	odi.dwg	Escala: 1 : 1	Acotaciones: mm
Proyección:		Placa deslizante izquierda plano de ensamble Estación No. 1	



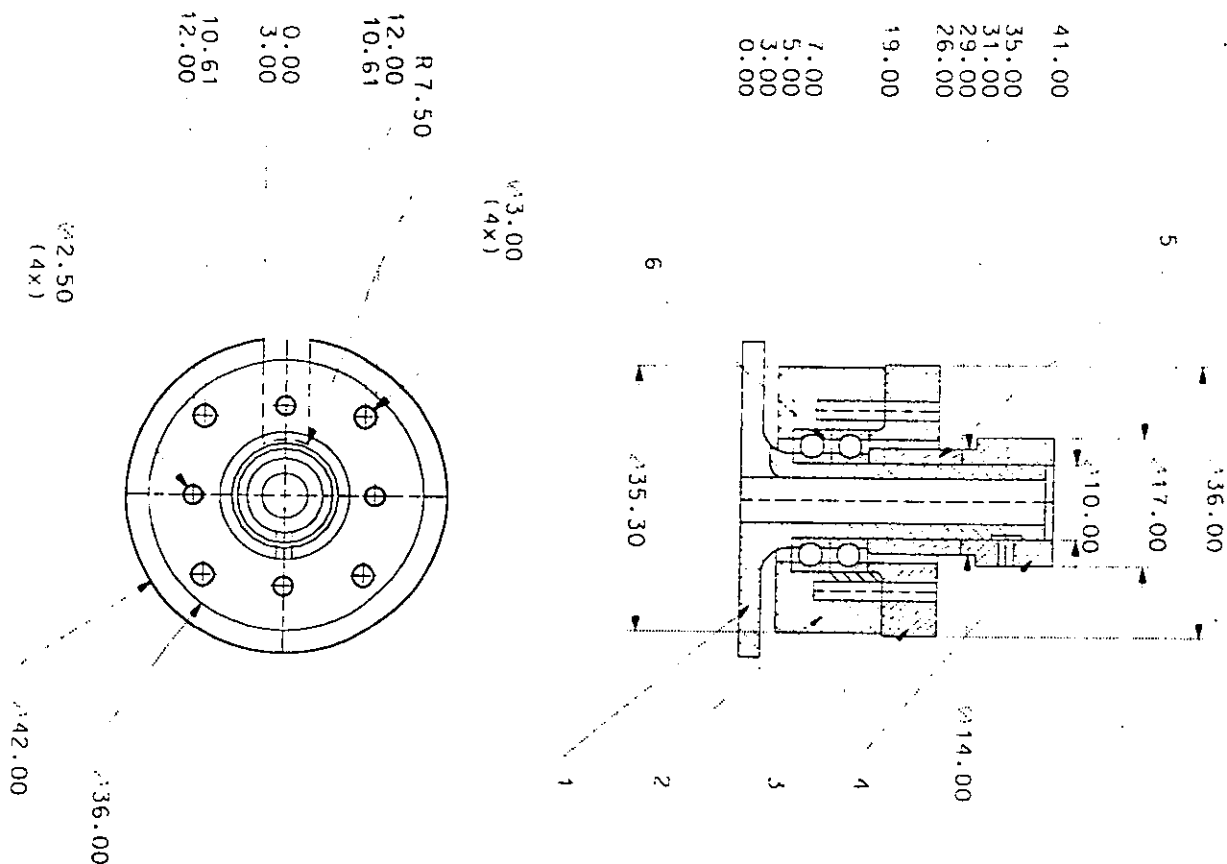
6	Polea	Aluminio
5	Rodamiento	61808 SKF
4	Mamelón	Acero 1018
3	Cilindro externo	Acero inoxidable 304
2	Soporte superior	Acero 1018
1	Cople balero cilindro externo	Acero 1018
No.	Nombre	Observaciones
4/5	ext.dwg	Escala: 1 : 1
		Acotaciones: mm
Proyección:		Cilindro externo Plano de ensamble Eslabón No. 1



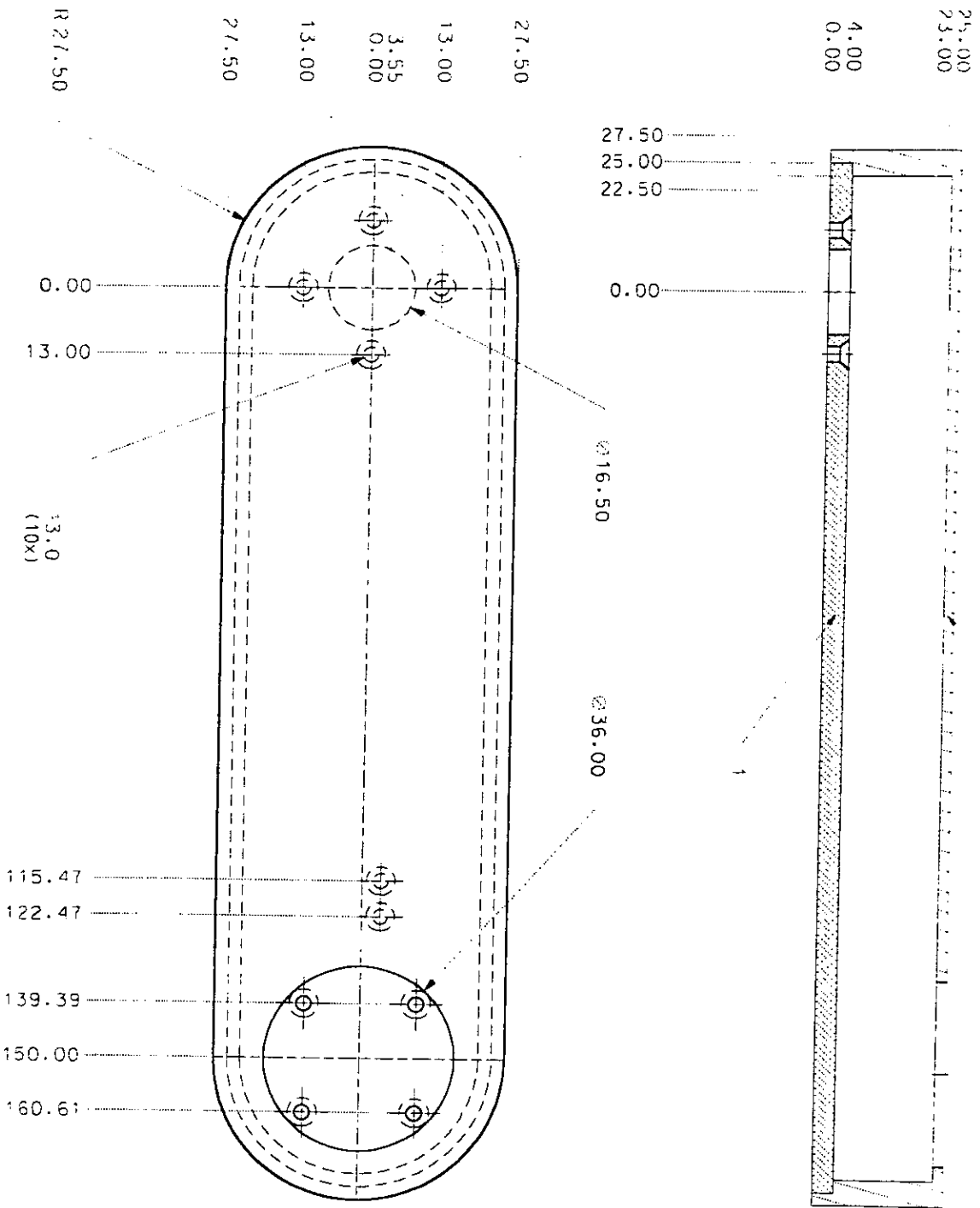
9	Rodamiento	61810 SKF
8	Polea cilindro interior	Aluminio
7	Cople polea-Cilindro interior	Acero 1018
6	Cople del rodamiento	Acero 1018
5	Cople soporte del rodamiento	Acero 1018
4	Cilindro interior	Acero inoxidable 304
3	Mamelón	Acero 1018
2	Anillo	Acero 1018
1	Polea brazo-Cilindro interno	Aluminio
No.	Nombre	Observaciones
5/5	int.dwg	Escala: : 1 Acotaciones: mm
Proyección:		Cilindro interno Plano de ensamble Eslabón No. 1



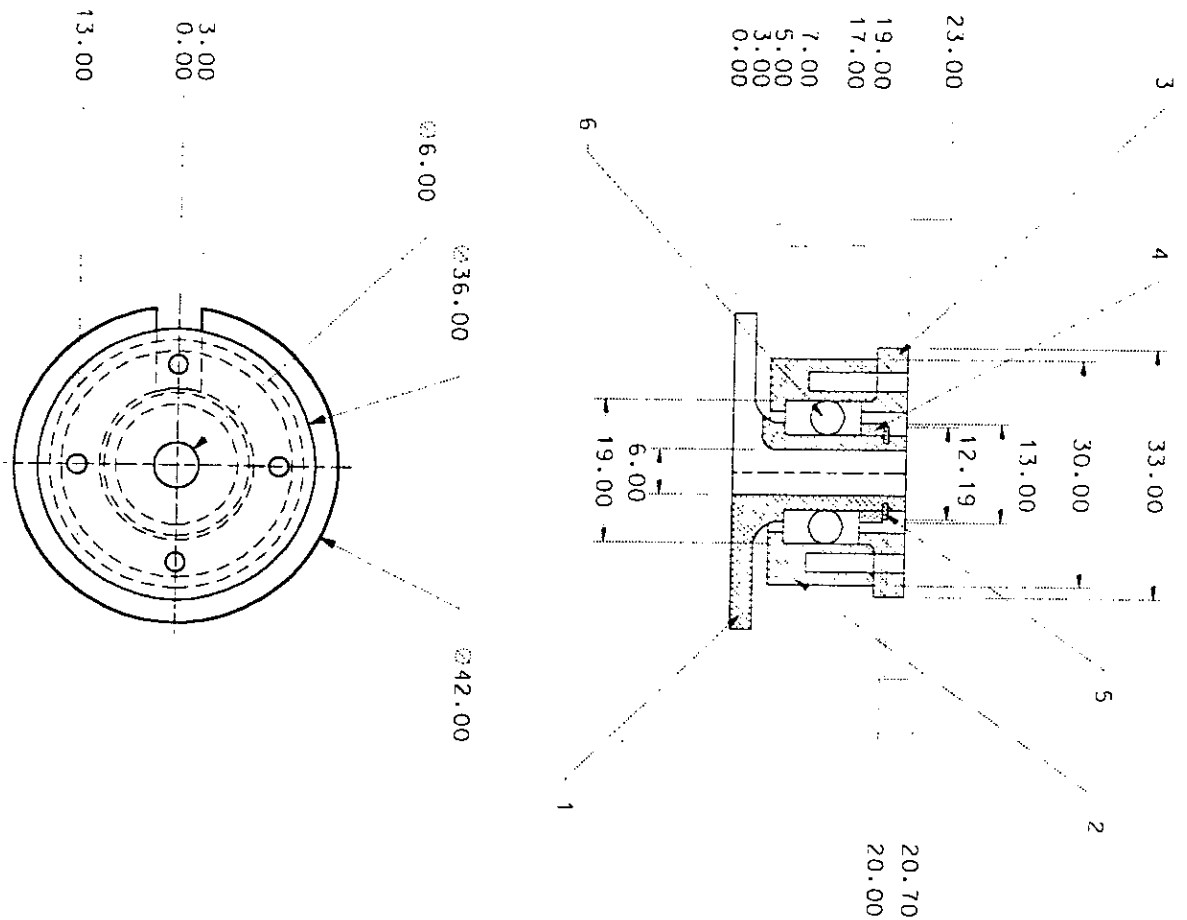
2	Cubierta del brazo	Aluminio
1	Base del brazo	Aluminio
No.	Nombre	Observaciones
1/2	brazo.dwg	Escala: Aclaraciones: mm
Proyección:		Cubierta del brazo Plano de ensamble Eslabón No. 2



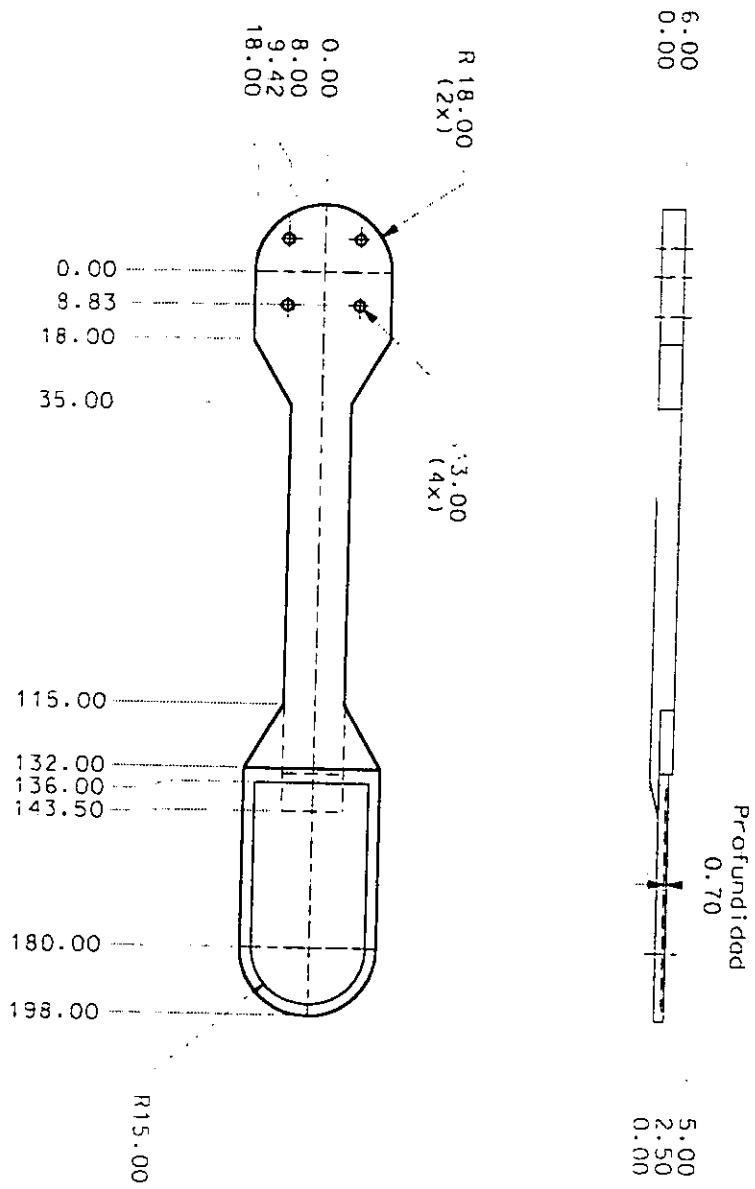
6	Rodamiento	61800 SKF
5	Soporte superior interno	Acero 1018
4	Polea codo-muneca	Thomson
3	Soporte superior del rodamiento	Acero 1018
2	Polea	Aluminio
1	Base del codo	Acero 1018
No.	Nombre	Observaciones
2/2	codo.dwg	Escala: 1:1 Aclaraciones: mm
Proyección:		Codo Plano de ensamble Estación No. 2



2	Cubierta del antebrazo	Aluminio
1	Base del antebrazo	Aluminio
No.	Nombre	Observaciones
1/2	antebrazo.dwg	Escala: 1 : 1.25 Acotaciones: mm
Proyección:		Cubierta del antebrazo Plano de ensamble Eslabón No. 3

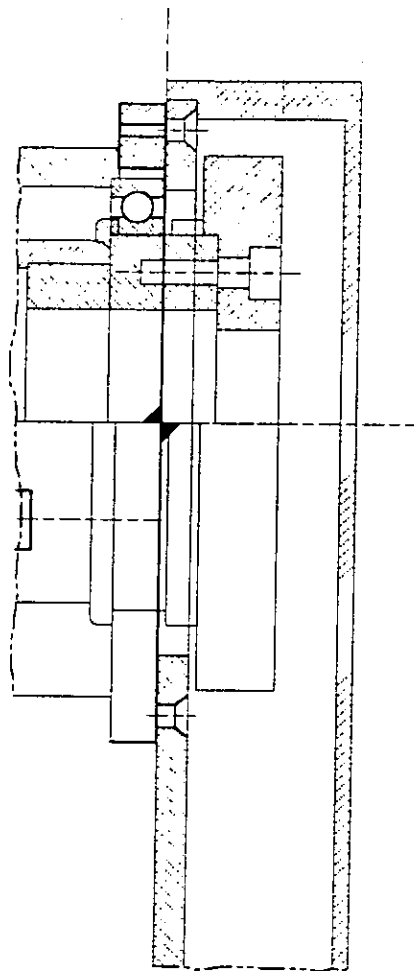


6	Rodamiento	61800 SKF
5	Seguro E 0 1/8"	Comercial
4	Anillo	Acero 1018
3	Soporte superior del rodamiento	Acero 1018
2	Polea de la muñeca	Aluminio
1	Base de la muñeca	Acero 1018
No.	Nombre	Observaciones
2/2	muñeca.dwg	Escala: 1 : 1 Acotaciones: mm
Proyección:		Muñeca Plano de ensamble Eslabón No. 3

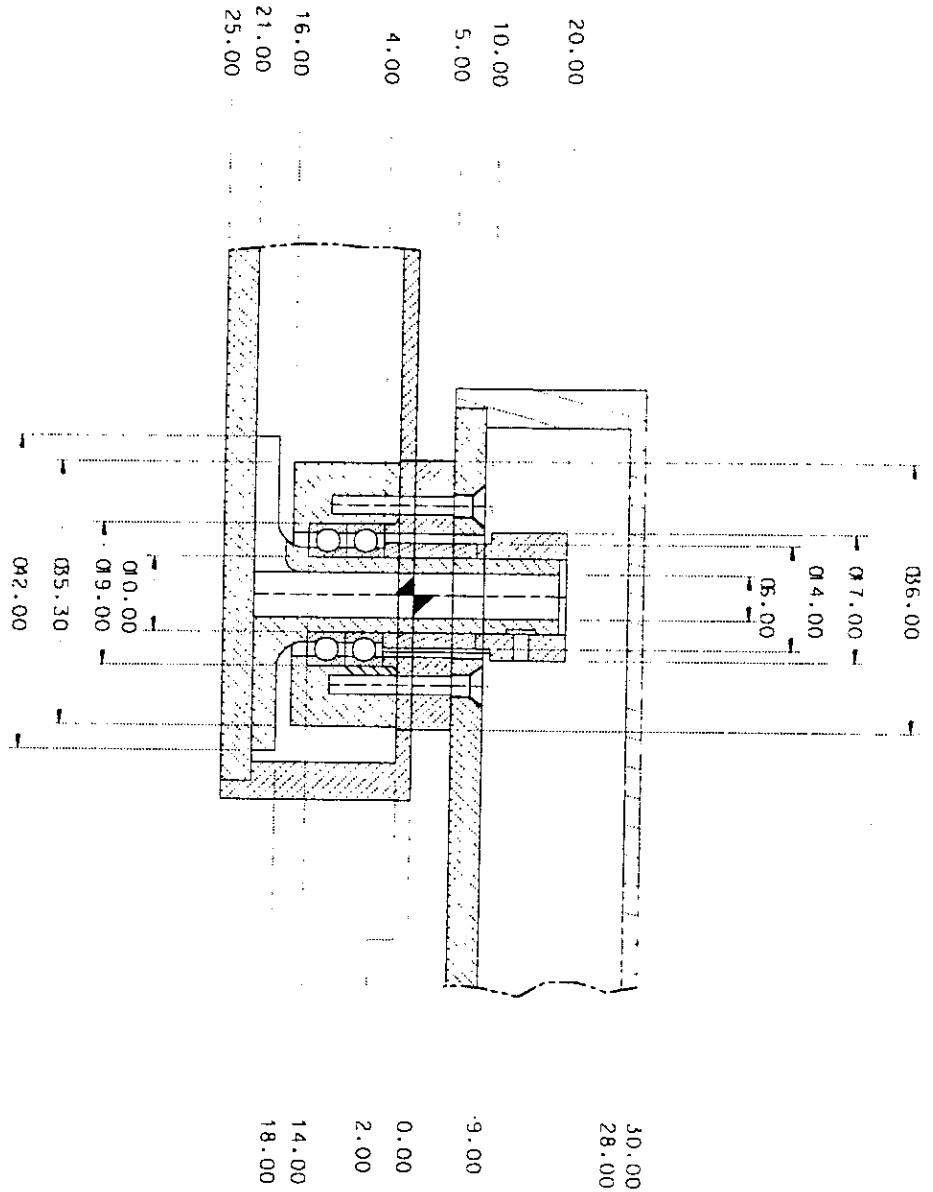


1	Mano	Aluminio
No.	Nombre	Observaciones
1/1	mano.dwg	Escala: 1 : 2 Adiciones: mm
Proyección:	Mano Estación No. 4	

25.00
 15.00
 4.00
 0.00
 6.00

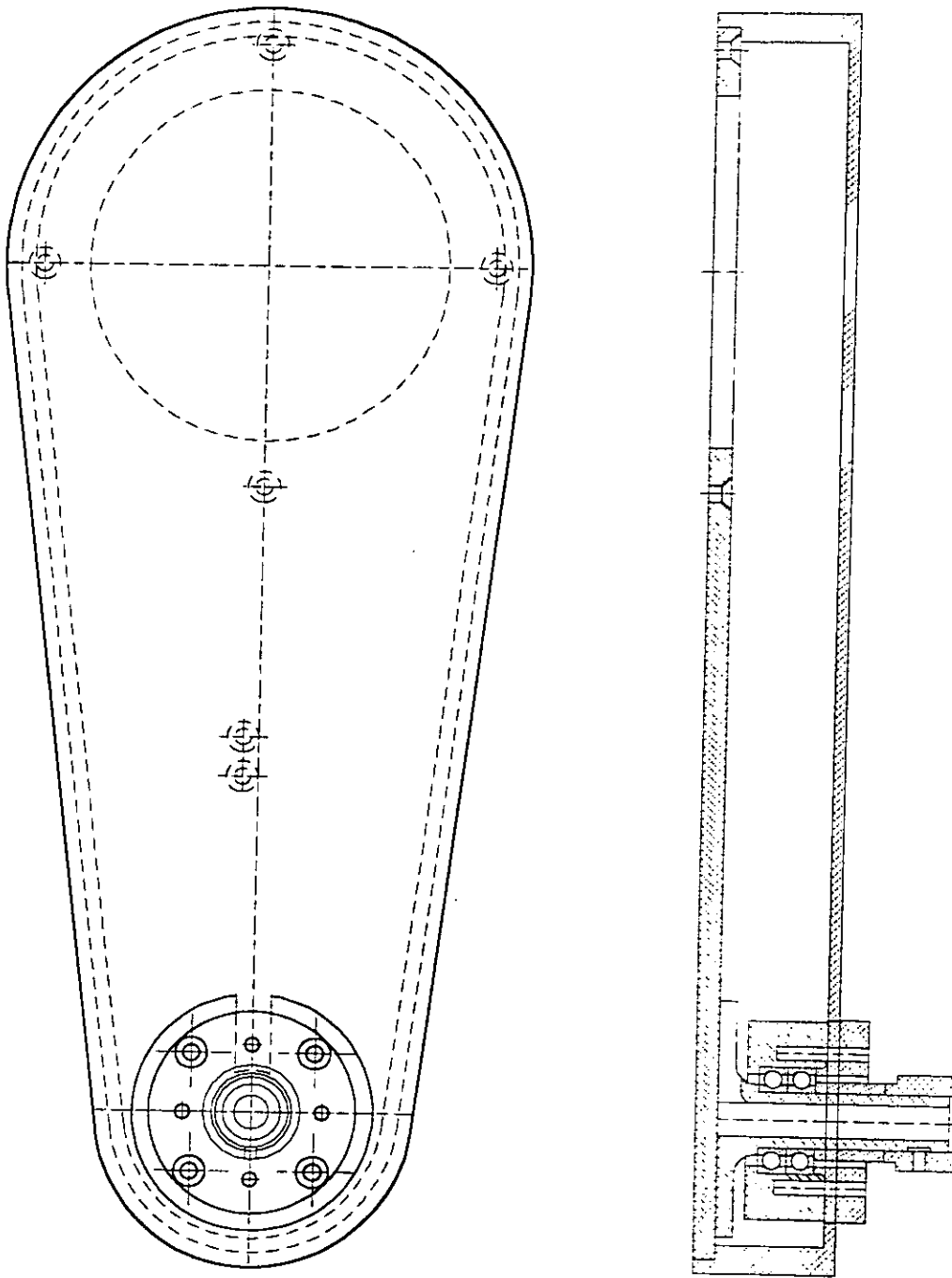


1			
No.	Nombre	Observaciones	
	Ensg.dwg	Escala: 1 : 1	Unidades: mm
Proyección:		Detalle de la unión entre los ejes 1 y 2 Plano de conjunto	

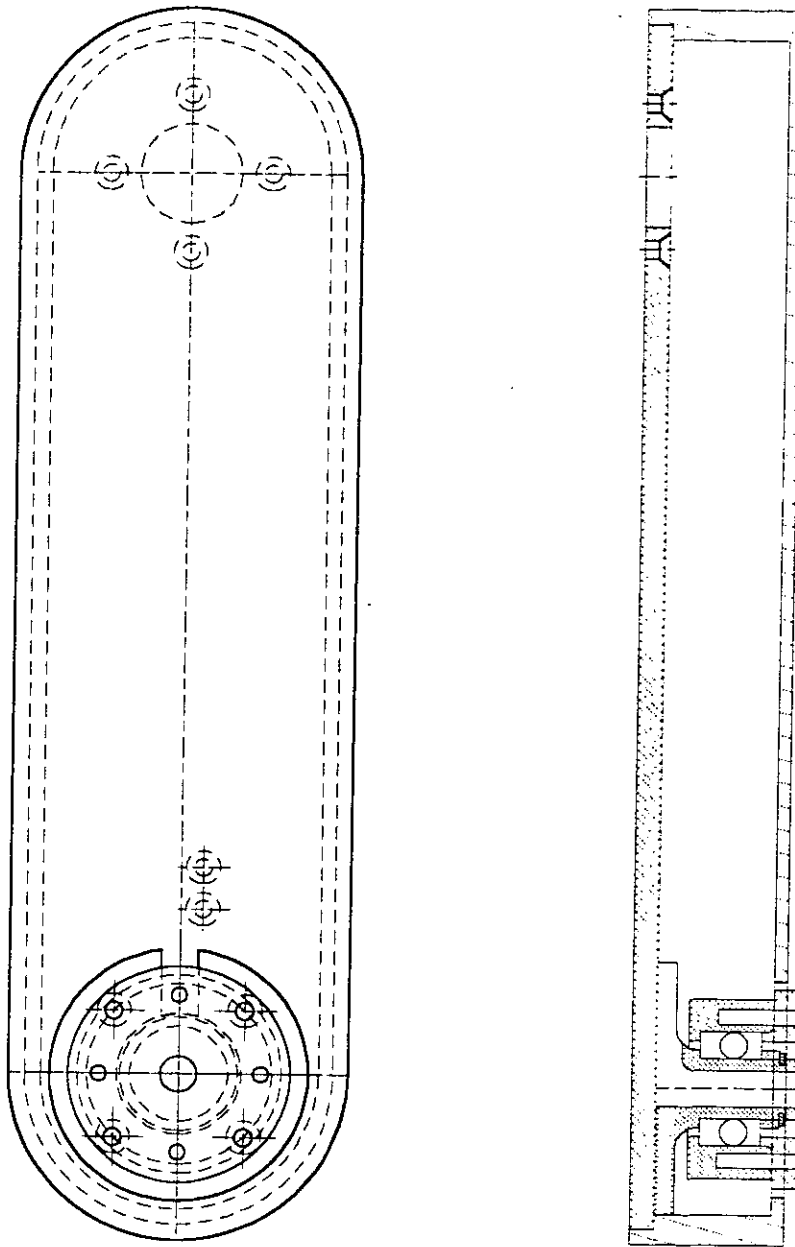



1			
No.	Nombre	Observaciones	
	Ensc.dwg	Escala: 1 : 1	Acorchaciones: mm
Proyeccion:		Detalle de union entre los eslabones 2 y 3 Plano de conjunto	





1			
No.	Nombre		Observaciones
	Ensa. cwg	Escala: 1 : 1	Acotaciones: ---
Proyección:		Estación 2 Brazo Plano de conjunto	



No.	Nombre	Observaciones	
	Ensa.dwg	Escala: 1 : 1	Acotaciones: ---
Proyección:		Eslabón 3 Antebrazo Plano de conjunto	
			

C) *Cálculo de masas y matrices de inercia.*

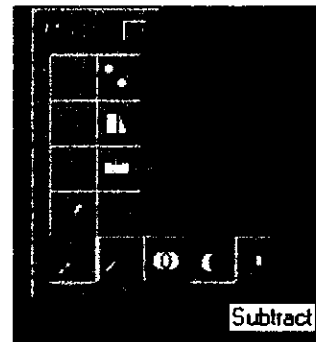
La obtención de los parámetros dinámicos, de cada uno de los eslabones que integran al manipulador P-R-R-R, se llevó a cabo mediante el programa AutoCad ver. 13 de Autodesk (incluye el módulo AME).

Con el objeto de ilustrar el procedimiento para la obtención de los parámetros dinámicos, a continuación se describirá la metodología para el cálculo de la masa, centro de gravedad y matriz de inercia del eslabón 4 del manipulador.

Partiendo de copias duras, se procede a la generación de sólidos para cada uno de los elementos principales que integran al eslabón. Esto se logra mediante la aplicación de las herramientas de sólido y operaciones booleanas de AutoCad (fig. C.1). En las páginas C-1 y C-2 se presenta el plano de conjunto; en él, se puede observar el marco de referencia correspondiente a cada uno de los eslabones que componen al manipulador.

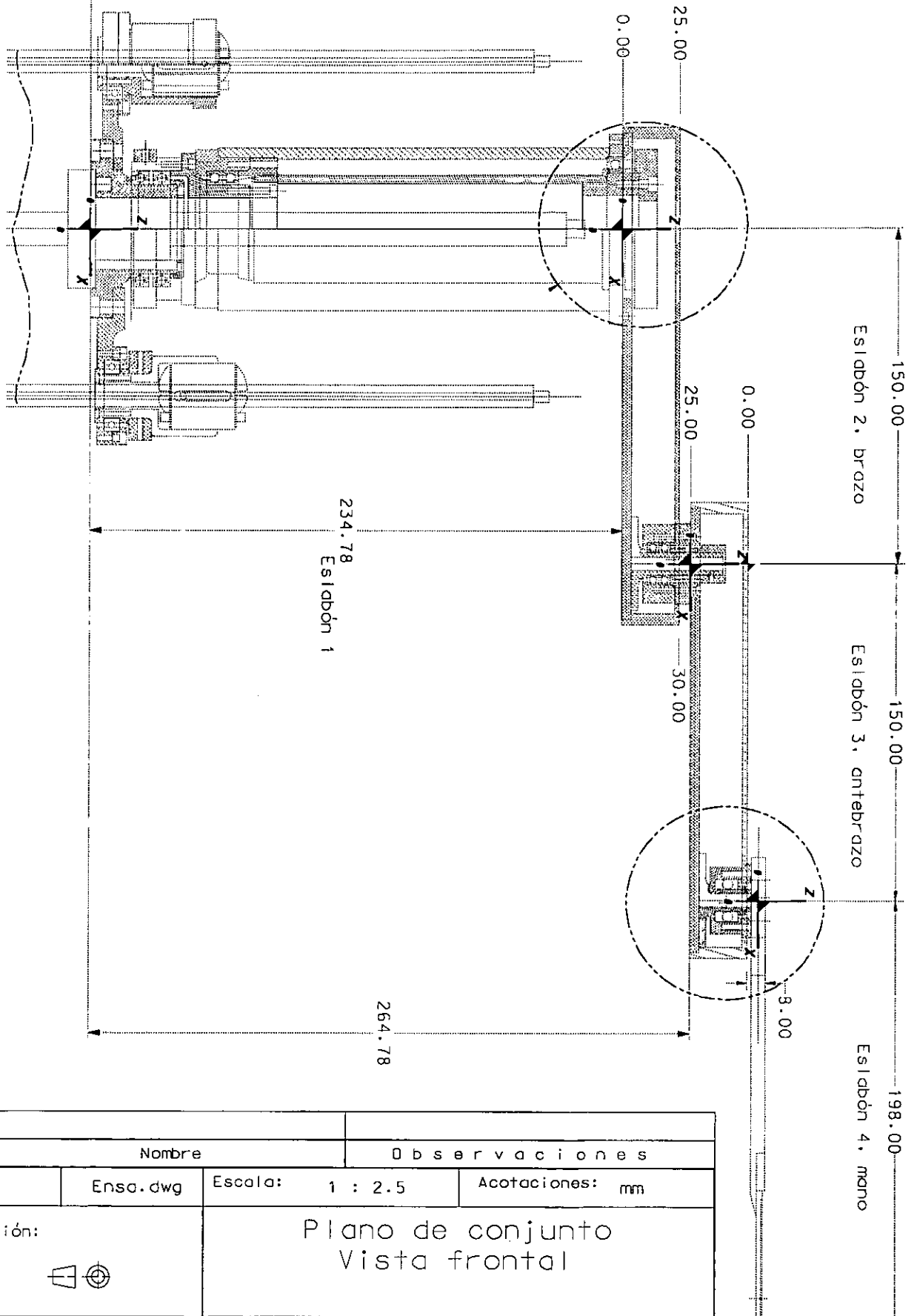


Fig. C.1 Operaciones de sólidos y operaciones Booleanas de AUTOCAD

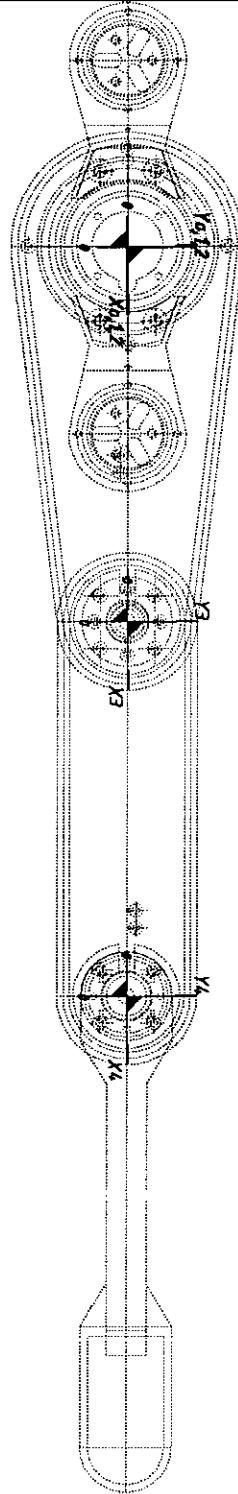


Los sólidos de los elementos principales conforman un eslabón en particular. Como ejemplo, en la figura C.2 se muestra un explosivo de los elementos principales que integran al eslabón 3.

Una vez que el ensamble de cada eslabón es terminado, se procede a calcular las masas, momentos de inercia y centros de gravedad por medio del comando MASSPROP de Autocad (fig. C.3). Por simplicidad de proceso, se presenta el desarrollo para el eslabón 4, éste debido a que contiene en su geometría sólo una entidad (fig. C.4). Para los eslabones restantes, se entiende que la forma de proceder es semejante, presentando la diferencia que deben ser seleccionados todos los elementos que estén contenidos en el ensamble, y obviamente, el resultado final será la suma de los resultados parciales.



1			
No.	Nombre	Observaciones	
	Ensa.dwg	Escala: 1 : 2.5	Acotaciones: mm
Proyección:		Plano de conjunto Vista frontal	



1			
No.	Nombre	Observaciones	
	Ensa.dwg	Escala: 1 : 3	Acotaciones: mm
Proyecci3n:		Plano de conjunto Visat de planta	

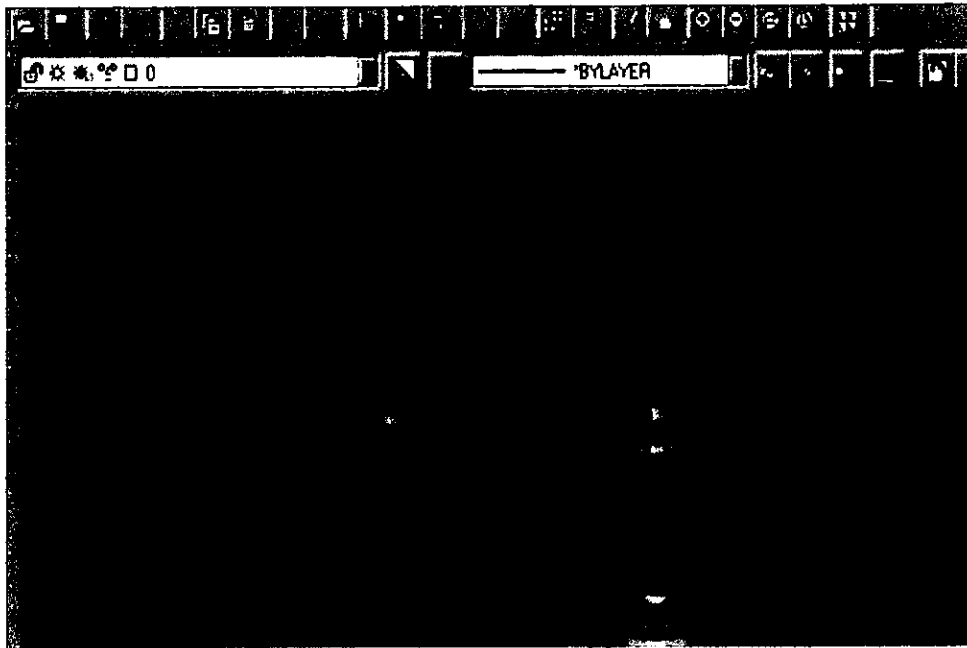


Fig. C.2 Ensamble de los elementos principales del eslabón 3.

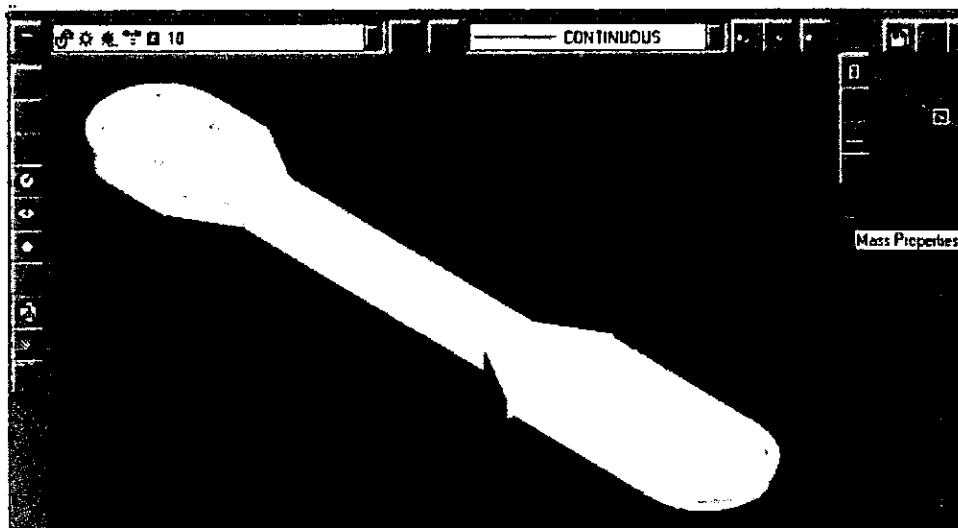


Fig. C.3 Cálculo de parámetros dinámicos del Eslabón 4.

A continuación se muestra el resultado generado por este comando, cabe mencionar que la información generada se almacena en archivo ASCII. Finalmente, se obtienen los valores de los parámetros dinámicos (masa, centro de gravedad y matriz de inercia) del eslabón 4, necesarios para realizar la simulación.

```
----- SOLIDS -----  
  
Volume: 25555.6 Cubic mm  
Surface Area: 13978 Square mm  
  
Mass Per Volume: 2.7e-006kg/mm3  
Mass: 0.0690002 kg  
  
Centroid: (374.972, -1.89066e-015, 294.932)  
  
Moments of Inertia: (4.84983, 271.004, 275.502)  
Products of Inertia IXY: -1.01329e-014 IXZ: 0.942571, IYZ 9.19781e-016  
  
Principal Moments: 4.84654 (0.999994, -3.80588e-017, 0.00348252)  
Principal Moments: 271.004 (3.73198e-017, 1, 2.12272e-016)  
Principal Moments: 275.506 (-0.00348252, -2.12141e-016, 0.999994)
```


D) Sistema de transmisión.

Los actuadores son dispositivos que se utilizan para producir trabajo mecánico, por ejemplo: motores eléctricos y cilindros hidráulicos. Al sistema o mecanismo que sirve para convertir la salida de un actuador en forma apropiada se le llama drive, por ejemplo: sistema de engranes y mecanismos para convertir movimiento lineal en movimiento rotatorio o viceversa.

El sistema de transmisión tiene las siguientes funciones:

Cambiar el torque y velocidad del actuador.

Convertir el movimiento rotatorio en movimiento lineal o viceversa.

Transferir una determinada fuerza o torque del actuador a la articulación.

En el caso de un tren de poleas se denomina polea motriz o conductora a aquella que transmite la fuerza y a la polea que la recibe se le denomina polea impulsada o conducida. Para una potencia dada, la velocidad y el torque varían inversamente. Se verifica la siguiente proporción para las velocidades de las poleas y el diámetro de las mismas (fig. D.1):

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

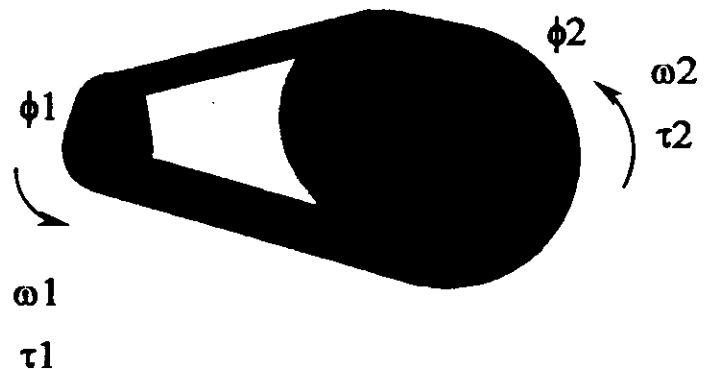


Fig. D.1 Diagrama de poleas.

Donde:

ϕ = diametro de la polea

ω = velocidad angular

τ = torque

Suponiendo que existe un arreglo de más de dos poleas, se tiene:

$$\frac{\text{producto } \phi \text{ poleas impulsadas}}{\text{producto } \phi \text{ poleas motrices}} = \frac{\text{producto } \omega \text{ poleas motrices}}{\text{producto } \omega \text{ poleas impulsadas}}$$

En el movimiento giratorio, el principio de conservación de la energía puede expresarse en términos de la conservación de la potencia, donde a su vez, la potencia se expresa en términos del momento de fuerza τ y la rapidez angular ω , (fig. D.2).

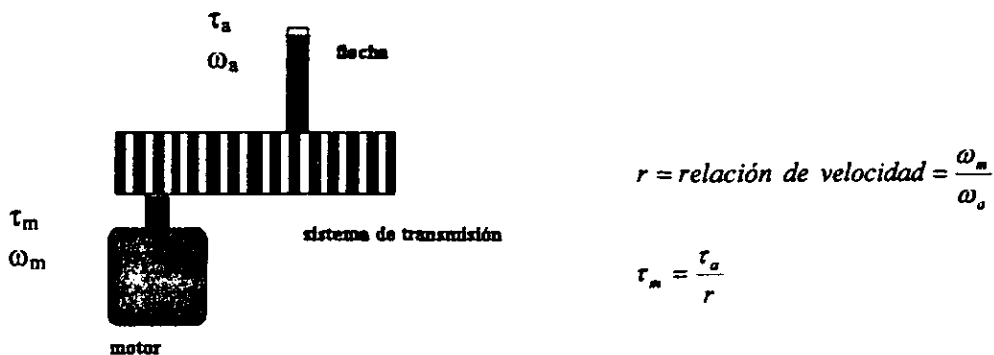


Fig. D.2 Par motriz por accionamiento de banda.

Donde:

- ω_m = velocidad angular del motor
- ω_a = velocidad angular de la flecha
- τ_m = torque del motor
- τ_a = torque de la flecha

Frecuentemente es necesario convertir un movimiento rotatorio y torque en un movimiento lineal y fuerza. En el caso del robot P-R-R-R, se utiliza un tornillo de bolas para lograr dicha transformación. El torque resultante de convertir el movimiento rotacional en lineal (fig. D.3), tomando una relación de velocidades de uno, es:



$$\tau = \frac{F \cdot l}{\eta \cdot 2\pi}$$

- F = carga axial
- l = paso
- η = eficiencia del tornillo

Fig. D.3 Transformación de movimiento rotatorio en lineal.

Con lo que respecta al robot manipulador P-R-R-R su sistema de transmisión está compuesto por un arreglo de poleas y bandas como se muestra en la siguiente figura D.4.

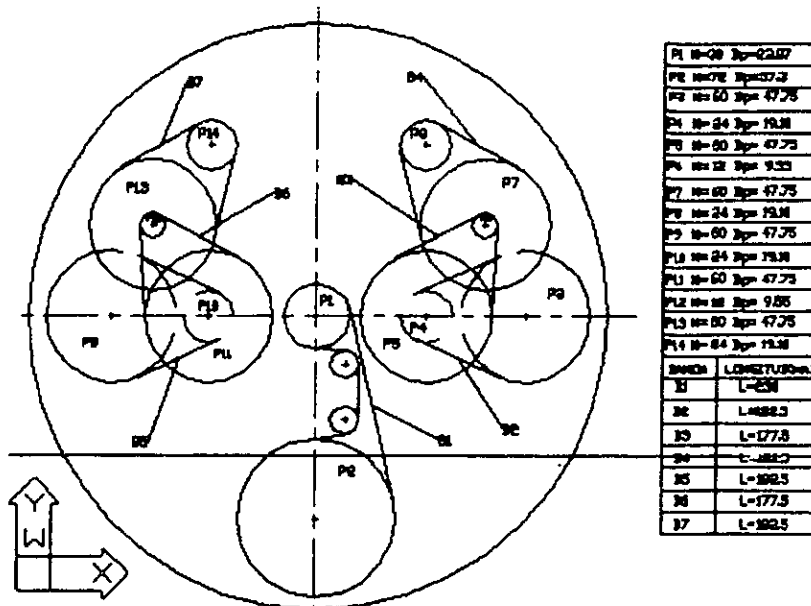


Fig. D.4 Sistema de transmisión de potencia del manipulador P-R-R-R.

Con base al arreglo de poleas y bandas anterior, se puede determinar que el sistema de transmisión para la articulación 1 y para la articulación 2 es el mismo. Por lo tanto, en el caso de la articulación 2 y 3 (τ_2 y τ_3 , respectivamente) se tiene:

POLEA MOTRIZ	DIÁMETRO (mm)	POLEA IMPULSADA	DIÁMETRO (mm)
P14	19.10	P13	47.75
P12	9.55	P11	47.75
P10	19.10	P9	47.75

Dando como resultado:

$$r=31.09 \quad \omega_m = r\omega_a$$

$$r^{-1}=0.032 \quad \tau_m = \tau_a/r$$

Y en el caso particular de la articulación 1, se tiene:

POLEA MOTRIZ	DIÁMETRO (mm)	POLEA IMPULSADA	DIÁMETRO (mm)
P2	57.3	P1	23.87

Dando como resultado:

$$r= 0.42 \quad \omega_m = r\omega_a$$

$$r^{-1}= 2.4 \quad \tau_m = \tau_a/r$$

Al realizar una simulación, es posible monitorear la carga ejercida sobre los actuadores al efectuar una determinada tarea, es decir, se pueden conocer los valores de la fuerza requerida para el movimiento de la 1ª articulación (f_1) y los valores de los pares motrices requeridos para desarrollar el movimiento de la 2ª y 3ª articulación. En la siguiente tabla (D.1) se presentan los valores máximos de las fuerzas y torques obtenidos para la simulación 1, es decir los valores máximos de f_1 , τ_2 y τ_3 , respectivamente:

	Línea					
	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal
	f_1 [N]	f_1 [N]	T_2 [Nme ⁻³]	T_2 [Nme ⁻³]	T_3 [Nme ⁻³]	T_3 [Nme ⁻³]
n2	63.59	63.42	228.11	1070.63	484.87	485.74
n3	63.69	63.47	320.95	1204.45	299.43	319.67
n4	63.82	63.55	440.28	1427.50	241.72	344.68
n5	63.96	63.64	555.40	1672.85	214.82	403.92
n6	64.11	63.74	686.63	1927.13	235.34	465.32
n7	64.25	63.83	834.84	2185.86	277.73	527.79
n8	64.40	63.93	979.50	2447.14	322.57	590.88
n9	64.55	64.03	1118.31	2710.03	369.16	654.36
n10	64.70	64.12	1249.87	2973.96	416.64	718.09

Tabla D.1 Valores máximos de fuerzas y torques obtenidos en la simulación 1.

En la tabla D.2 se presentan los valores máximos para la 1ª, 2ª y 3ª articulación (f_1 , τ_2 y τ_3 , respectivamente) tomando en cuenta el sistema de transmisión. Estos valores representan el rango real de operación de los actuadores.

	Línea					
	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal	Quíntico	Trapezoidal
	f_1 [N]	f_1 [N]	T_2 [Nme ⁻³]	T_2 [Nme ⁻³]	T_3 [Nme ⁻³]	T_3 [Nme ⁻³]
n2	152.65	152.24	7.34	34.44	15.60	15.63
n3	152.89	152.36	10.32	38.75	9.63	10.28
n4	153.20	152.55	14.16	45.92	7.78	11.09
n5	153.54	152.77	17.87	53.81	6.91	12.99
n6	153.90	153.01	22.09	61.99	7.57	14.97
n7	154.23	153.22	26.86	70.32	8.93	16.98
n8	154.59	153.46	31.51	78.72	10.38	19.01
n9	154.95	153.70	35.97	87.18	11.88	21.05
n10	155.31	153.92	40.21	95.67	13.40	23.10

Tabla D.2 Valores máx. de fuerzas y torques tomando en cuenta el sistema de transmisión.

En la siguiente tabla (D.3) se presentan los valores máximos de las fuerzas y torques obtenidos para la simulación 2, es decir los valores máximos de f_1 , τ_2 y τ_3 .

Simulación de disco					
	Trapezoidal	Quintico	Trapezoidal	Quintico	Trapezoidal
	f_1 [N]	τ_2 [Nm]	τ_3 [Nm]	f_1 [N]	τ_2 [Nm]
66.08	65.61	224.40	1047.56	438.80	434.92
66.86	69.93	316.23	1178.50	272.21	290.58
67.77	66.47	433.31	1396.74	219.85	229.64
68.72	67.06	447.02	1636.81	195.28	396.46
69.68	67.67	674.79	1885.60	232.95	456.73
70.67	68.30	821.08	2138.76	274.75	518.05
71.65	68.93	984.03	2324.41	318.87	579.97
72.64	69.56	1101.33	2651.62	364.99	642.27
73.62	70.20	1231.57	2909.88	411.67	704.82

Tabla D.3 Valores máximos de fuerzas y torques obtenidos en la simulación 2.

De igual forma, en la siguiente tabla (D.4) se presentan los valores máximos para la 1ª, 2ª y 3ª articulación (f_1 , τ_2 y τ_3 , respectivamente) tomando en cuenta el sistema de transmisión para la simulación 2.

158.63	157.50	7.22	33.70	14.12	13.99
160.50	167.87	10.17	37.91	8.76	9.35
162.68	159.56	13.94	44.93	7.07	7.39
164.96	160.98	14.38	52.65	6.28	12.75
167.27	162.44	21.71	60.66	7.49	14.69
169.64	163.95	26.41	68.80	8.84	16.66
172.00	165.47	31.01	74.77	10.26	18.66
174.37	166.98	35.43	85.30	11.74	20.66
176.73	168.52	39.62	93.61	13.24	22.67

Tabla D.4 Valores máx. de fuerzas y torques tomando en cuenta el sistema de transmisión.

Los valores contenidos en las tablas D2 y D4 representan los valores que no deben ser sobrepasados por las características que ofrecen los actuadores. Haciendo un resumen de las características de los actuadores se tiene:

Articulación 1	0.159	199.80
El valor de F es debido al paso del tornillo de bolas (p=5mm)		

$$F = T \left(\frac{2\pi}{l} \right) \eta$$

$$F = 0.159 [N \cdot m] \left(\frac{rev}{5[mm]} \right) \left[\frac{2\pi}{1rev} \right] \left[\frac{1000mm}{1m} \right]$$

$$F = 199.8 [N]$$

Articulación 2	0.1595
Articulación 3	0.095

E) Catálogo de actuadores Yaskawa.

SGM Servo System (Standard)



Go to SGM Servo
(Standard) Menu

Ratings and Specifications

Time Rating: Continuous

Insulation: Class B

Vibration: 1.5µm or less

Withstand Voltage: 1500 VAC

Insulation Resistance: 500 VDC

10 MΩ or more

Enclosure: Totally Enclosed Self Cooled

Ambient Temperature: 0 to 40 °C

Ambient Humidity: 20 to 80 %

(Non-Condensing)

Rated Rotation Speed: 3000 RPM

Max Rotation Speed: 4500 RPM

Excitation: Permanent Magnet

Drive Method: Direct Drive

Mounting: Flange-mounted

Applicable Encoder:

Incremental encoder 2048 P/R

Absolute encoder 12 bit 1024 P/R

30 (0.04)	0.095	13.5	0.29	40.5	0.42	1.3	45200	4.36
50 (0.07)	0.159	22.6	0.48	67.7	0.6	1.9	61200	9.63
100 (0.13)	0.318	45.1	0.96	135	0.87	2.8	79500	25.4
200 (0.27)	0.637	90.1	1.91	270	2.0	6.0	51600	32.8
400 (0.53)	1.27	181	3.82	542	2.6	8.0	66600	84.6
750 (1.01)	2.39	336	7.1	1010	4.4	13.9	35600	85.1
30 (0.04)	0.095	13.5	0.29	40.5	0.63	2.0	45200	4.36
50 (0.07)	0.159	22.6	0.48	67.7	0.9	2.9	61200	9.63
100 (0.13)	0.318	45.1	0.96	135	2.2	7.1	79500	25.4
200 (0.27)	0.637	90.1	1.91	270	2.7	8.4	51600	32.8
300 (0.40)	0.95	135	3.72	527	3.7	14.8	49700	47.3

* Indicates values when servomotor is combined with SGDA servo amplifier.

0.021	0.268	0.030	0.408	0.045	0.64	0.054	0.76	0.63	8.8
0.026	0.368	0.035	0.488	0.051	0.72	0.059	0.84	0.78	11.0
0.040	0.576	0.049	0.696	0.066	0.928	0.074	1.05	1.20	17.0
0.123	1.74	0.181	2.56	0.147	2.09	0.206	2.91	3.69	52.2
0.191	2.70	0.249	3.53	0.216	3.06	0.274	3.88	3.82	54.1
0.671	9.52	0.811	11.5	0.697	9.87	0.840	11.9	13.4	189
0.021	0.268	0.030	0.408	0.045	0.64	0.054	0.76	0.63	8.8
0.026	0.368	0.035	0.488	0.051	0.72	0.059	0.84	0.78	11.0
0.040	0.576	0.049	0.696	0.066	0.928	0.074	1.05	1.20	17.0
0.123	1.74	0.181	2.56	0.147	2.09	0.206	2.91	3.69	52.2
0.191	2.70	0.249	3.53	0.216	3.06	0.274	3.88	5.73	81.1

*1: Values show types of incremental encoders. When "with absolute encoder with brake" is applied, values may be varied.

*2: Allowable load inertia shows the range requiring no exterior regenerative unit. When these values are exceeded, application may be restricted or a regenerative unit may be required.

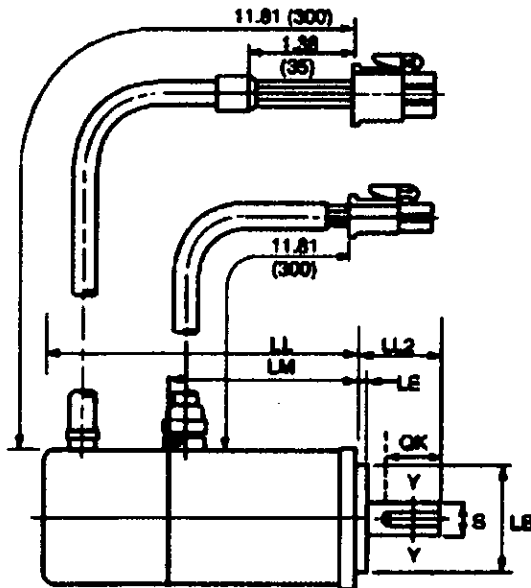
SGM Servo System (Standard)



Go to SGM Servo
 (Standard) Menu



Dimensional Drawings



Notes:

Reference Dimensions only! For precise dimensions and tolerances, please refer to the appropriate outline drawings.

SGM-03 dimensions are identical to SGM-04 dimensions.

The dimensions shown are for motors with 2048 ppr incremental encoders. Motors with 1024 ppr absolute encoders are longer. For motors with absolute encoders, add the following to dimension LL:

- SGM-A3/A5/01 without brake: 1.04 in (26.5 mm).
- SGM-A3/A5/01 with brake: 0.93 in (23.5 mm).
- SGM-02/04/08: 0.91 in (23mm).

SGM Servomotor (Side) Dimensions in inches (mm)

SGM-A3_3B4L	2.74 (69.5)	3.98 (101)	0.98 (25)	1.44 (36.5)	0.10 (2.5)	0.24 (6)	1.18 (30)	0.55 (14)	0.66 (300)
SGM-A5_3B4L	3.03 (77)	4.27 (108)	0.98 (25)	1.73 (44)	0.10 (2.5)	0.24 (6)	1.18 (30)	0.55 (14)	0.88 (400)
SGM-01_3B4L	3.72 (94.5)	5.31 (135)	0.98 (25)	2.42 (61.5)	0.10 (2.5)	0.31 (8)	1.18 (30)	0.55 (14)	1.10 (500)
SGM-02_3B4L	3.80 (96.5)	5.35 (136)	1.18 (30)	2.46 (62.5)	0.12 (3)	0.55 (14)	1.97 (50)	0.79 (20)	2.43 (1100)
SGM-04_3B4L	4.90 (124.5)	6.46 (164)	1.18 (30)	3.56 (90.5)	0.12 (3)	0.55 (14)	1.97 (50)	0.79 (20)	3.75 (1700)
SGM-08_3B4L	5.71 (145)	7.46 (189.5)	1.57 (40)	4.37 (111)	0.12 (3)	0.63 (16)	2.76 (70)	1.18 (30)	7.5 (3400)

F) Cuartos limpios.

Los cuartos limpios son de particular importancia en la manufactura de semiconductores, ya que se requieren sistemas para manipular obleas, discos, LCDs (Liquid Crystal Displays), MLCs (Multilayer Ceramic), y para el ensamble de drives y otros subsistemas especiales, que garanticen la limpieza del proceso. En ellos se tiene un control de la concentración de partículas aerotransportadas hasta ciertos límites específicos.

Estándar Internacional de Cuartos Limpios.

U.S. Federal Standard 209E define las clases de cuartos limpios por el número de partículas permisibles aerotransportadas presentes por ft³ de aire de la siguiente manera:

Tamaño de Partícula (micrómetros)	M 1.5	M 3.5	M 7.5	M 15	M 30	M 100
0.5	35	75	300	1000	7	
0.3		75	300	1000	70	
0.1			300	1000	700	

Por lo tanto un cuarto limpio clase 100 puede tener no más de 100 partículas de 0.5 µm por ft³ de aire, y un cuarto limpio clase 1 puede tener no más de 1 partícula de 0.5 µm por ft³ de aire. Sin embargo los contaminantes presentan diferentes tamaños de partícula, por ejemplo, un cuarto limpio clase 10 puede tener no más de 10 partículas de 0.5 µm por ft³ de aire, no más de 30 partículas de 0.3 µm por ft³ de aire, y no más de 350 partículas de 0.1 µm por ft³ de aire.

El Comité técnico 209 de la Organización Internacional para Estandarización (ISO), actualmente está por completar su trabajo en las nuevas normas de cuartos limpios, las cuales su principal función es desplazar a la Norma federal americana 209E. ISO/TC209 propone diez documentos que conformarán la norma de cuartos limpios del sistema ISO.

Por su parte, el ISO 14644-1 define las clases de cuartos limpios de la siguiente manera:

Tamaño de Partícula (micrómetros)	2	5	10	20	35
0.1	24	10	4	2	1
0.3	237	102	35	15	7
1.0	2,370	1,020	352	152	72
3.0	23,700	10,200	3,520	1,520	720
5.0	237,000	102,000	35,200	15,200	7,200
10.0	2,370,000	1,020,000	352,000	152,000	72,000

La siguiente tabla muestra una comparación entre el estándar FED STD 209E y el estándar ISO 14644-1.

1		
2		
3	1	M1.5
4	10	M2.5
5	100	M3.5
6	1,000	M4.5
7	10,000	M5.5
8	100,000	M6.5
9		

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Schilling, Robert J. *Fundamentals of robotics*. Ed. Prentice Hall, New Jersey USA. 1990.
- [5] Sciavicco, Lorenzo y Siciliano, Bruno. *Modeling and control of robot manipulator*. Mc Graw-Hill. 1996.
- [6] C. Burns, Janet Evans Worthington. *Practical robotis*. Englewood Cliffs. New Jersey. 1986.
- [7] Parkin, Robert E. *Applied robotics analisis*. Prentice Hall
- [9] Jon Hoshizaki, Emily Bopp. *Robot applications desing manual*. 1ª edición. John Wiley and Sons, Inc. USA. 1990.
- [11] Craig, John J. *Introduction to robotics mechanics and control*. Second edition. Addison-Wesley.
- [12] Juárez Campos, Ignacio. *Reporte de seminario de investigación doctoral I*. DEPFI-UNAM. Semestre 97-1.
- [13] McCloy, D. *Robótica, una introducción*. Editorial Limusa. 1993.
- [14] Parkinson, Paul. *Robot manipulator: mathematics, programming and control*. The MIT Press. 1981.
- [15] Gene F, Feedback. *Control of dynamic system*. Addison-Wesley. New York. 1986.
- [16] Aho, Sethi. *Compiladores, principios, técnicas y herramientas*. Ullman. 1990.
- [17] Lehmann, Charles H. *Geometría analítica*. Editorial Hispano Americana. 1953.
- [18] Lamers, Jim. *3D Studio versión 4*. Printice Hall. 1996.

REFERENCIAS:

- [2] www.ar2.com/unimate.html
- [3] www.iso.ch/infoe/
- [4] www.jara.com
- [8] www.nimbl.com/famljr_spec.html
- [10] www.secofi.gob.mx
- [19] www.yaskawa.com
- [20] www.airclean.co.uk/