

89



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"FLUJO DE CANALES CON
CURVATURA HORIZONTAL."

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A:

VICTOR RODRIGUEZ DIAZ

DIRECTOR DE TESIS:

ING. JAVIER GUTIERREZ REYNOSO

276748

MEXICO, D. F.

2000



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVANZADA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-016/97-

Señor
VICTOR RODRIGUEZ DIAZ
Presente.

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor ING. JAVIER GUTIERREZ REYNOSO, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"FLUJO EN CANALES CON CURVATURA HORIZONTAL"

INTRODUCCION.

- I. GENERALIDADES**
- II. CANALES CON CURVATURA HORIZONTAL EN REGIMEN SUBCRITICO**
- III. CANALES CON CURVATURA HORIZONTAL EN REGIMEN SUPERCRITICO**
- IV. MEDIDAS DE MITIGACION**
- V. EJEMPLOS Y APLICACIONES**
- VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

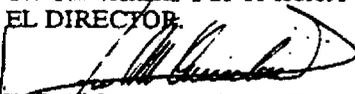
Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cd. Universitaria a 28 de febrero de 1997.

EL DIRECTOR.


ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS/GMP*lmf

Por la formación humanística y social
agradezco a perpetuidad a mi Alma
Mater: la Universidad Nacional
Autónoma de México.

Agradezco a la Facultad de Ingeniería
la formación profesional.

Por su importante y clarificante apoyo
en la realización de esta tesis,
agradezco al Iro, Javier
Gutiérrez Reynoso.

Agradezco a todas las personas
que tuvieron a bien apoyarme
en desarrollar el presente
trabajo.

A la memoria de mi padre el Prof. Luis Rodríguez Flores,
a mi madre por su infinito amor y ejemplo de vida,
a mis hermanos Juan, Elena, Armando, Ernesto,
Alejandro, Raúl y Rosa por su invaluable
apoyo y comprensión.

Al tiempo en que soy cuando estoy en mí.

CONTENIDO

Página

INTRODUCCIÓN

Problemática.....	1
Objetivos.....	4

CAPÍTULO I

GENERALIDADES

I.1 Tipos de Flujos.....	5
Flujo permanente.....	6
Flujo variado.....	9
Flujo gradualmente variado.....	10
Flujo rápidamente variado.....	11
Flujo en régimen subcrítico.....	11
Flujo en régimen supercrítico.....	12
Flujo rotacional.....	12

CAPÍTULO II

CANALES CON CURVATURA HORIZONTAL EN RÉGIMEN SUBCRÍTICO

II.1 Características básicas.....	14
II.2 Efectos de la curvatura horizontal.....	16
II.2.1 Sobreelevación de la superficie libre del agua	
Criterio de la ley del movimiento del vórtice libre.....	17
Criterio de la segunda ley de Newton.....	18
II.2.2 Flujo espiral.....	21
II.2.3 Distribución de velocidad.....	24
II.2.4 Pérdidas de energía.....	27
II.2.5 Perfil longitudinal del agua.....	33

CAPÍTULO III
CANALES CON CURVATURA HORIZONTAL
EN RÉGIMEN SUPERCRÍTICO

	Página
III.1 Características básicas.....	35
III.2 Efectos de la curvatura horizontal	
III.2.1 Sobreelevación de la superficie libre del agua.....	36
III.2.2 Flujo espiral.....	44
III.2.3 Distribución de velocidad.....	45
III.2.4 Pérdidas de energía.....	46
III.2.5 Perfil longitudinal del agua.....	46

CAPÍTULO IV
MEDIDAS DE MITIGACIÓN

IV.1 Régimen subcrítico	
IV.1.1 Medidas de diseño hidráulico y geométrico	
Peralte de plantilla.....	48
Curvas compuestas.....	51
IV.1.2 Consideraciones de diseño estructural	
Empuje del agua sobre el muro exterior.....	52
IV.2 Régimen supercrítico	
IV.2.1 Medidas de diseño hidráulico y geométrico	
Peralte de plantilla.....	59
Curvas compuestas.....	61
Curvas espirales.....	62
Muros divisorios longitudinales.....	65
Umbrales de fondo.....	65

	Página
IV.2.2 Consideraciones de diseño estructural	
Empuje del agua sobre el muro exterior.....	67
Riesgo de cavitación.....	68

CAPÍTULO V

EJEMPLOS Y APLICACIONES

V.1 Curvatura horizontal trabajando con flujo en régimen subcrítico

Canal de sección transversal rectangular.....	70
Canal de sección transversal trapecial.....	82

V.2 Curvatura horizontal trabajando con flujo en régimen supercrítico

Canal de sección transversal rectangular (obra de toma de la Presa Tepetitlán).....	101
--	-----

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Curvas trabajando con flujo en régimen subcrítico

Conclusiones.....	135
Recomendaciones.....	136

Curvas trabajando con flujo en régimen supercrítico

Conclusiones.....	136
Recomendaciones.....	137

Recomendaciones de carácter general.....	138
--	-----

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	140
---------------------------------	-----

INTRODUCCIÓN

Problemática

El territorio de México se encuentra constituido predominantemente por formaciones montañosas en donde se localizan sus principales ríos, esta condición topográfica del país establece situaciones especiales en la realización de obras de aprovechamiento hidráulico como los son las conducciones a superficie libre o canales que pueden encontrarse - por mencionar solo algunos ejemplos inmediatos- como obras de toma o como obras de excedencias en presas, también durante el proceso constructivo de estas estructuras como obras de desvío, como conductos intercomunicantes en sistemas lagunarios, como canales de riego en sistemas de irrigación o como obras de protección de poblaciones en el encauzamiento de corrientes naturales. Debido a la situación expuesta en un principio, cuando se proyecta alguna de estas estructuras hidráulicas en ocasiones no es posible lograr un trazo recto del eje central horizontal del canal y es necesario brindar un cambio de dirección por medio del trazo de alguna curvatura, pero a diferencia del comportamiento que presenta el flujo en canales con alineamiento horizontal recto, en un canal con curvatura horizontal suceden en el flujo los siguientes fenómenos:

- Generación de corrientes transversales a la dirección principal del flujo siguiendo trayectorias helicoidales.
- Ascenso del nivel del agua sobre la margen izquierda y descenso de este nivel sobre la margen derecha para una misma sección transversal de canal.
- Aumento de los niveles de agua al comienzo de la curvatura.
- Distribución irregular de la velocidad en toda la longitud de desarrollo de la curvatura para una misma sección transversal.
- Pérdidas de energía tan considerables como tan forzado sea el cambio de dirección.
- Aparición de ondas transversales de gravedad u ondas cruzadas en flujos en régimen supercrítico.
- Eventualmente, una separación del flujo de agua de la margen izquierda al final de la curvatura en flujos con grandes velocidades.

La intensidad de estos fenómenos depende del régimen en que se encuentre el flujo y evidentemente las alteraciones son más severas para el caso de flujo en régimen supercrítico. En el año de 1964 sobre el río Jaltepec en el municipio de San Felipe del Progreso, Estado de México; se construyó la Presa de almacenamiento Tepetitlán con una obra de toma constituida por un canal con curvatura horizontal trabajando a régimen

supercrítico (véase fotografías No. 1 y 2), actualmente los efectos del comportamiento del flujo se observan claramente sobre las superficies de contacto de la estructura. En la fotografía No. 3 aparecen la plantilla y la pared de la margen izquierda con rasgos evidentes de erosión, llamando la atención, el grado de erosión de la plantilla que supone la ocurrencia de cavitación. La fotografía No. 4 muestra el aspecto que tiene la pared de la margen izquierda, donde el poder erosivo del flujo a destruido el recubrimiento de la pared y se aprecia el acero de refuerzo de la estructura.

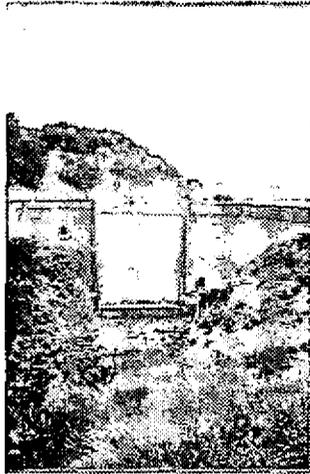


Foto No. 1 Presa de almacenamiento Tepetitlán

Otro caso documentado de los efectos del comportamiento del flujo fue el sucedido en el mes de septiembre de 1993 en el canal de desvío de la Presa Huites en Cd. Obregón, Sonora, constituido aguas arriba y aguas abajo por curvaturas horizontales. Debido al paso del huracán Lidia, en esta fecha se presentó una avenida extraordinaria con un gasto máximo de $6,730.0 \text{ m}^3/\text{s}$ y el flujo en el canal de desvío se encontró en régimen supercrítico provocando derrumbes por socavación en la ataguía de aguas arriba y aguas abajo por efecto de las ondas cruzadas y el flujo espiral.

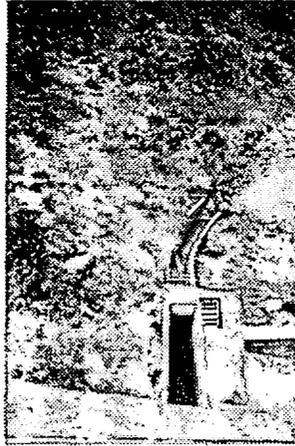


Foto No. 2. Obra de toma de la Presa Tepetitlán



Foto No.3. Vista de las condiciones actuales de la plantilla del canal en la curvatura de la obra de toma de la Presa Tepetitlán

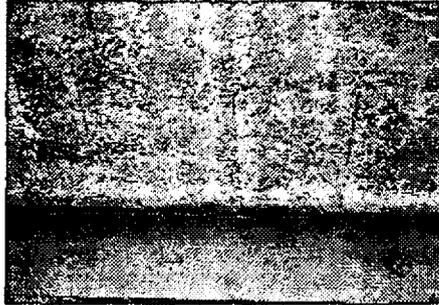


Foto No. 4. Condiciones de la pared de la margen exterior del canal de la Obra de Toma.

Objetivos

Expuesta la problemática relacionada con el flujo en canales con curvatura horizontal, los objetivos que persigue la presente tesis son los siguientes:

- Presentar el tema del flujo en canales con curvatura horizontal por medio de la recopilación de estudios realizados acerca del tema.
- Elaborar una herramienta de ayuda para el diseño de este tipo de canales.

Para alcanzar estos objetivos, la tesis se encuentra estructurada en cinco capítulos, uno inicial que se refiere a la definición de los distintos tipos de flujo, esto; con el propósito de identificar y ubicar la naturaleza del flujo en curvaturas horizontales. El segundo y tercer capítulo tratan respectivamente, el comportamiento del flujo en régimen subcrítico y supercrítico, presentando los distintos métodos de cálculo para la determinación de las magnitudes de cada característica del flujo. En el capítulo IV se presentan las medidas de mitigación de los fenómenos del flujo, luego finalmente; en el capítulo último ó V, se desarrollan tres ejemplos de diseño, dos hipotéticos y uno real, aplicando los métodos estudiados en los capítulos anteriores a éste.

Es importante mencionar que la presente tesis no se concibió como un estudio teórico-experimental por lo que las conclusiones y observaciones generadas se sustentan de los estudios experimentales consultados y de los ejemplos propuestos.

CAPITULO I

GENERALIDADES

La existencia de un cambio de dirección en toda conducción hidráulica construida por el hombre y que repose sobre la superficie de la tierra se debe a las condiciones topográficas del terreno, así encontramos los codos en conductos cerrados o tuberías y las curvas en conducciones a superficie libre o canales. Respecto a éstos últimos; estructuras de excedencias y obras de toma en presas, obras de desvío de escurrimientos naturales, canales de riego, de desagüe, entre muchos otros; son ejemplos de conductos a superficie libre cuyo trazo horizontal de su eje puede presentar tramos curvos o ser completamente curvo. En cualquiera que sea el caso, la conducta y las características que identifican al flujo del agua en un canal de trazo curvo son diferentes a las que comúnmente ocurren y se conocen en un canal de trazo recto. Como se estudiará más adelante, en un canal con alineamiento curvo se generan y se pronuncian efectos que en un canal con alineamiento recto no se producen o se manifiestan con tan baja intensidad que en general no representan un factor preponderante a considerar en el diseño del conducto. Estos efectos son, a grandes rasgos, deformación de la superficie libre del agua que se caracteriza por la formación de una pendiente transversal en el plano de agua (sobreelevación), presencia de corrientes transversales al movimiento general del flujo que propician la aparición contundente del flujo espiral (que también existe en los canales de trazo recto aunque se produce con menor magnitud), aumento repentino del tirante de agua al comienzo del cambio de dirección (efecto semejante a un remanso), variaciones notables de las velocidades longitudinales en puntos de una misma sección transversal, posibilidad de separación de flujo a la salida de la curva y generación de ondas transversales o cruzadas. La intensidad y la presencia de cada uno de estos efectos depende, en gran medida, del régimen de flujo que puede presentarse, siendo evidente, la naturaleza tridimensional del problema, entonces; con la finalidad de situar el problema del flujo en canales con curvatura horizontal, se considera un punto importante la identificación de los posibles tipos de flujo que pueden ocurrir en esta clase de conducciones.

1.1 Tipos de flujos

En una primera aproximación, el flujo del agua en canales con curvatura horizontal conserva constante la velocidad en el tiempo en cada punto ocupado por el fluido y presenta distintas condiciones hidráulicas de una sección a otra, esto lo clasifica, obviamente, como **flujo permanente no uniforme**. Dicha no uniformidad de las condiciones hidráulicas puede darse en forma continua o brusca, si es de manera continua (situación muy frecuente), el flujo se identifica como **gradualmente variado** y si ocurre de forma brusca (situación eventual), se clasifica como **rápidamente variado**. En ambas situaciones, la existencia de corrientes transversales le dan al flujo un carácter de tridimensionalidad y siendo que estas corrientes viajan en trayectorias circulares, el flujo es catalogado, además, como **rotacional**.

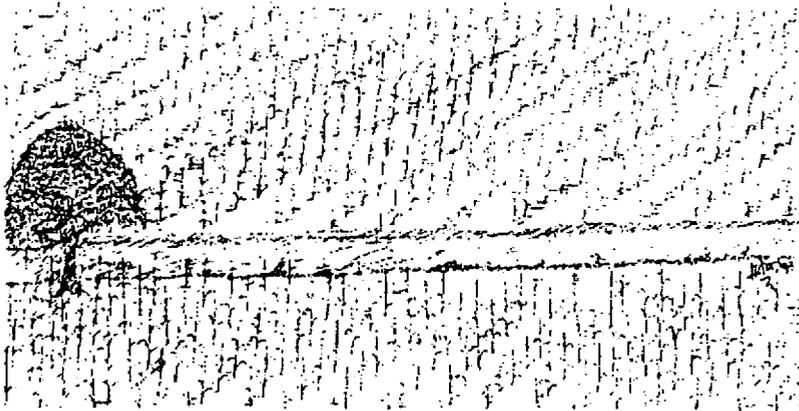
Con objeto de precisar la definición y las características de cada uno de los tipos de flujo mencionados anteriormente, en las siguientes páginas que constituyen este capítulo se presenta una descripción detallada e inusual de cada uno de ellos.

Flujo permanente

El sol despierta al paisaje rural, sus espigados maizales apenas si recuerdan el viento vespertino del día anterior pues afortunados son, al encontrarse rodeados por unas angostas construcciones de concreto llamadas canales, los cuales transportan la sutil música del agua que humedece las tierras de ese lugar.

Al oeste, allá donde la caída del sol anuncia el advenimiento de la noche, se encuentra el ramal principal del sistema de riego, en uno de sus extremos una marchita hoja de capulín cae sobre la superficie del agua, sobre la *superficie libre del agua*, y comienza a ser transportada a lo largo del canal de sección rectangular.

A unos cuantos metros, Leandro, un niño campesino, observa con atención el viaje de la hoja en el agua, se acerca y a paso veloz, casi corriendo, la sigue por una de las orillas del canal hasta que una bifurcación le impide continuar con su persecución. En ese momento, mientras mira como se aleja la seca y ya mojada hoja, se pregunta si su pequeña perra Renata, la que entonces se encontraba entre el maizal ladrando a una parvada de pájaros que cruzaba por los cielos el lugar, puede correr más rápido que la hoja seca de capulín. La interrogante lo hace planear una investigación para llegar a saberlo: decide tomar del suelo una tiesa caña de maíz y caminar hacia el árbol de capulín que se erigió robusto junto al canal, una vez que llegó a su destino con dirección al norte, es decir; de donde venía, caminó de nuevo pero esta vez lo hizo contando sus pasos. En el trigésimo paso paró y apoyando en cada orilla del canal dejó la caña de maíz, o sea; perpendicular a las orillas de éste. - *Que pequeño puente* -, exclamó.



El segundo paso de su investigación fue desprender una hoja seca del árbol de capulín, la que apenas alcanzó, la cogió entre sus manos y se colocó a la orilla del canal, con la vista se alineó al árbol y se inclinó, estirando su brazo derecho abrió su pequeña mano y dejó caer la hoja sobre la superficie del agua, sobre la *superficie libre del agua*, e inmediatamente comenzó a contar sin perder de vista a la hoja: - *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis...* - cuando terminaba de pronunciar dieciséis, en ese instante la hoja cruzó el pequeño puente como Leandro lo había bautizado.

- *Dieciséis* -, se decía Leandro. Con una varita, en un pedazo descubierto de tierra húmeda cerca al canal, Leandro grabó el número 16, luego se acercó a la caña de maíz y con la misma vara grabó en el suelo, del lado del canal donde continuaba ladrando Renata y el árbol de capulín, una larga línea alineada a la caña, algo así como una extensión terrenal ficticia de ésta.

Renata se encontraba varios metros antes del árbol y Leandro sabía que si la llamaba la perra acudiría hacia él, aunque estaba temeroso acerca de esto, pues en los últimos días Renata había estado muy desobediente, sin embargo; decidió probar suerte y culminar con la última parte de su investigación. Colocándose a una distancia corta atrás de la línea que minutos antes había grabado en el húmedo suelo, gritó dos veces - *¡ Renata!*, *¡ Renata!* -, pero la perra no escuchó y Leandro volvió a gritar - *¡ Renata!*, *¡ Renata!* -, y esta vez la perra acudió al llamado. Apenas había cruzado el capulín cuando Leandro ya comenzaba a contar - *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once* - y en once Renata cruzaba la línea y mientras Leandro abrazaba a su perra, entendía que ella era más veloz que la hoja seca de capulín.

En los siguientes días, a pesar de los reproches de su madre relacionados con su gusto a estar ausente, Leandro regresó al lugar donde estaba el árbol de capulín y el ramal principal del sistema de riego. Desprendía hojas verdes o secas del árbol y las dejaba caer a la superficie libre de agua y cada vez que lo hacía contaba hasta que cruzaran el puente que continuaba estando en el mismo lugar, siempre lo hacían en la cuenta de dieciséis. Renata corría entre los maizales y ladraba a los pájaros.

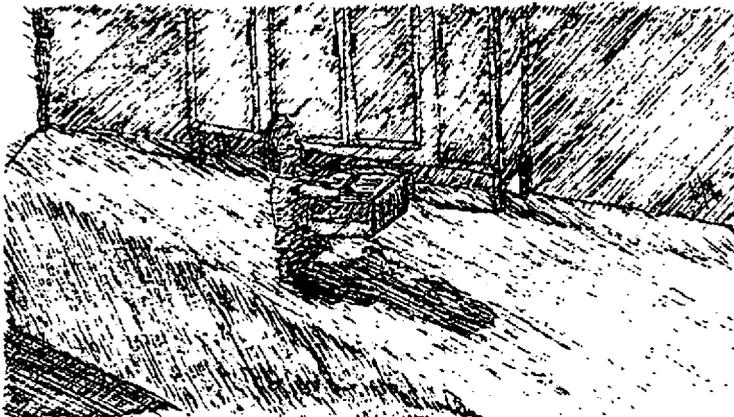
En una de sus tantas visitas al lugar, a su canal como ya le decía, Leandro al observar la hoja correr con el agua, se preguntó - *¿Porqué el agua corre igual siempre?* - refiriéndose a la velocidad del flujo, y mientras realizaba la búsqueda mental por encontrar explicación a esto, recordó que alguna vez su abuelo Eustaquio, el cual tenía un par de años de haber fallecido víctima de cáncer, le había mencionado que en su juventud él había participado en los trabajos de construcción del sistema de riego - ahora orgullo de la comunidad y por tanto infaltable en los discursos políticos - y que llegó a entablar una muy buena relación con el ingeniero proyectista, quien al observar el interés que la obra había despertado en Eustaquio, le obsequio un libro sobre el tema.

Después de venir ese recuerdo a su memoria, Leandro se dirigió hacia su casa con Renata y con la decisión de encontrar ese libro. Tenía la certeza que en aquella polvorienta caja de

cartón que yacía debajo del viejo ropero debía de estar, pues aunque sus padres nunca se lo habían mencionado, él sabía que en esa caja se encontraban papeles que su abuelo siempre guardo y que por alguna mística razón, sus padres conservaban.

Abriendo con suavidad el pequeño portal de cedro, Leandro entró a su casa, cruzó el amplio pasillo de tierra que dividía a la casa de una sola planta y viró a su derecha con dirección a los dormitorios, en esos momentos, para su fortuna, su madre se encontraba en un cuarto junto a la cocina desgranando unas pocas mazorcas de maíz y su padre desde la mañana que no volvía de la cabecera municipal. Se encontraba ya enfrente de aquel viejo ropero, bajó la mirada y vio la caja, se acercó e inclinándose colocó sus manos en cada uno de los extremos de ésta y con fuerza jaló hacia él logrando desplazarla de su lugar. Su corazón latía más de lo normal – como dicen algunos escritores -, la tenue luz del atardecer reflejaba en el suelo de concreto una larga y delgada sombra de él, tenía la caja enfrente y por unos segundos dudó en abrirla, pero nunca retuvo en su mente alguna interrogante sin respuesta y esta vez no podía ser la excepción. De pronto, casi inconscientemente, había abierto la caja, en ella había muchos papeles con sellos, otros muy maltratados y añejos y debajo de todos ellos, estaba el libro, era el único, el resto seguía siendo polvo y legajos y más legajos con cada vez menos importancia para él, pues tenía ya en sus manos el libro, sus ojos centelleaban de excitación. El libro era de mediano tamaño, grueso y con endebles y gastadas pastas, las orillas de sus hojas conservaban polvo y olor a decadente papel, en la portada el título versaba: "*Fundamentos de Hidráulica*".

A lo lejos se escuchaban pasos, Renata, que se había quedado al pie de la puerta, comenzaba a agitarse, alguien se aproximaba. Leandro dejó a un lado el libro y cerró rápidamente la caja y con los pies la empujó hacia su posición original, tomó el libro y corrió hacia donde se encontraba su catre y lo echó abajo de él. Pronto se reunió en el patio con Renata, allí se percató que había sido su madre la que merodeaba el lugar, ella había salido un momento al delgado pero energético patio a tomar un trapo del tendedero. Minutos más tarde llegó su padre, justo cuando la noche comenzaba a oscurecer al enjabelgado pueblo.



Al día siguiente, después de regresar de la escuela, Leandro tomó secretamente el libro de su escondite y junto con Renata se encaminó a su canal. Una vez que se hallaba en el lugar, bajo la sombra del capulín, se sentó a leer por vez primera el libro. No sabía ni siquiera el significado de las palabras del título, pero por alguna razón, la sola palabra *Hidráulica* lo seducía, sabía que tenía algo que ver con el agua, así que comenzó a hojear sus páginas, en ellas había extrañas palabras y extraños dibujos, sin embargo; le llamó la atención un dibujo que a su percepción, semejaba a su canal y entonces comenzó a leer en voz alta las líneas que seguían al dibujo:

" Un conducto que transporta agua y que deja expuesta a la atmósfera una superficie de ésta, se dice que es una conducción a superficie libre; tal es el caso de un canal".

- *Entonces mi canal es una conducción a superficie libre* -, se dijo Leandro a sí mismo y continuó:

" El flujo en donde la velocidad se conserva constante en el tiempo en cada punto ocupado por el fluido, se le conoce como flujo permanente".

Después de leer estas líneas, Leandro reflexivo cerró el libro y se acercó a su canal, por varios minutos fijó la mirada en el agua y luego la dirigió hasta donde se encontraba la bifurcación y exclamó: - *Mi canal tiene flujo permanente* -, sonrió y tomó del suelo una hoja seca de capulín, la colocó en la superficie libre del agua y contó, la hoja una vez más cruzó el puente de caña a la cuenta de dieciséis y volvió a exclamar: - *Mi perra es más veloz que el flujo permanente de mi canal pero a ambos los quiero por igual* -. Llamó a Renata la que esta vez miraba hacia el cielo queriendo encontrar pájaros a quien ladrar y sentado a la orilla del canal la acarició mientras observaba, con un gesto de alegría, fluir el agua y los cuatro: Leandro, Renata, el Capulín y el Canal, permanecieron así hasta que la puesta de sol se posó en sus cuerpos.

Flujo variado

Si camináramos en sentido contrario a la corriente del canal de Leandro, así como una especie de salmón terrestre, después de casi cuatro horas de soportar un incesante sol y una sensible pero perpetua contrapendiente, llegaríamos a un amplio lago rodeado por múltiples y coloridas flores a las cuales se debe su nombre: Lago Flores. Su área ocupa el equivalente a seis supermercados y tiene comunicación con unas cuantas angostas y serpenteantes corrientes que lo alimentan de agua dulce producto de la precipitación pluvial y el deshielo de los montes cercanos a él durante las primeras semanas de primavera.

En el extremo opuesto a la boca del canal por donde llegaríamos, se encuentra otro canal artificial de concreto, que si hiciéramos un corte transversal de él, veríamos que presenta una sección de forma trapecial. Su longitud es de 3 km., el ancho de superficie de 5 m y comunica al Lago Flores con el majestuoso embalse de la presa Zapata, que a su vez, es

alimentado por múltiples y tendidas corrientes que forman la cuenca hidrológica del río Pipila donde yace la presa.

El canal comunicador, que llamaremos canal Flores-Zapata, tiene una apenas perceptible inclinación longitudinal de plantilla a favor del embalse y en él suceden cosas peculiares. Durante casi todo el año, debido a las numerosas aportaciones de agua de las corrientes naturales, el nivel del agua del embalse es superior al que presenta el del Lago Flores, lo que provoca que casi constantemente el lago esté recibiendo volúmenes considerables de agua del embalse, eventualmente; cuando la demanda del líquido al embalse es grande y el nivel desciende hasta que el del lago lo supera, entonces la situación es contraria, el Lago Flores aporta volúmenes de agua y suponiendo que podemos colocar algún instrumento u objetos que nos ayuden a medir la profundidad del agua del canal en puntos aleatorios a lo largo de éste en un mismo instante de tiempo, no encontraríamos una misma profundidad de agua y entonces concluiríamos que la profundidad del agua presenta variaciones con respecto a la distancia, es decir; estaremos hablando de un **flujo variado o no uniforme**, que persistiría hasta que ambos niveles, tanto el del lago como el del embalse, se establezcan o sean prácticamente los mismos.

Flujo gradualmente variado

De la complicidad de los montes Xico y Atltepec nace el río Lindo que se extiende cautelosamente hacia tierras bajas con sus 8 m de ancho promedio llevando consigo un provechoso caudal de agua fresca, el río prácticamente tiene una pendiente suave, suficiente para que sus aguas fluyan con una aparente tranquilidad, sin embargo; a 14 km. de su nacimiento, una extensa barrera artificial de tierra y roca interrumpe su curso, es la cortina de la presa Zapata que las incita a un cautivo almacenamiento.

Si aguas arriba del almacenamiento, en el primer kilómetro, para precisar un punto, nos sumergimos hasta el fondo de las aguas del río Lindo, con un equipo de buceo adecuado, claro; y fijamos la atención en el piezómetro del equipo notaremos una cierta presión de agua, conforme vayamos buceando en sentido de la corriente y sin despegarnos del fondo, la presión se incrementará hasta que lleguemos a la zona del almacenamiento donde será la mayor, esto nos indicará que durante los casi 14 km. de recorrido, la profundidad del río era cada vez más grande, esto es, que el flujo del río Lindo es **gradualmente variado**, pues su tirante o profundidad presenta cambios graduales con respecto a la distancia.

Flujo rápidamente variado

En la cimentación de la presa Zapata existe un pasaje en forma de herradura por donde un considerable volumen de agua almacenada le es permitido cruzar la cortina de la presa, en su andar por el conducto llamado obra de toma, el agua libra distintos obstáculos que

ciertamente no le representa gran dificultad debido a la inmensa energía cinética traducida en presión y velocidad que lleva consigo. Primeramente se ve asediada por una formación de barras metálicas separadas de forma precisa que en su conjunto forman la denominada rejilla, cuyo cometido es el de retener en ellas objetos ajenos al agua y que pudieran representar algún problema al funcionamiento hidráulico del conducto. Enseguida el agua observa por encima de ella una y dos gruesas placas de acero llamadas compuertas de emergencia o de control que siempre amenazan con detener su paso, luego continúa corriendo ferozmente hasta el final del conducto, la parte última de su huida pero la más asombrosa y difícil, en esa zona la plantilla del canal presenta una suave pendiente que asemeja a una rampa que luego cambia a terreno plano y culmina con un escalón, esta "rampa" y este escalón provocan un esfuerzo del agua que termina desgastando su energía por medio de un fenómeno muy especial y único, el llamado salto hidráulico. El agua, hasta antes de la "rampa", presenta un tirante o profundidad no cambiante, empero, al momento de llegar a ella, ésta provoca una "caída" del agua y con ello una disminución gradual de su nivel y una mayor velocidad de la misma, continuando así hasta que se "topa" con el escalón que la refracta contra su sentido provocándole una violenta agitación y un súbito incremento de su nivel tanto como sea capaz de salvar el escalón, después viene una fase de tranquilización o estabilización del agua, a partir de ese momento se reúne con su curso natural y el ahora río mantiene el nivel gestado en el fenómeno con una velocidad baja, propia de un río, propia del río Lindo cuyas aguas, hacia tierras bajas, mantienen fértiles las parcelas, verdes los suelos.

Como en este caso, específicamente en la zona donde se presenta el salto hidráulico mejor conocida como disipador de energía, el tirante del flujo cambia rápidamente con respecto a una distancia relativamente corta, se dice entonces que se trata de un **flujo rápidamente variado**.

1.2 Flujo en régimen subcrítico

De la invención y convenio humano mi nombre debo
y su inusitado acecho científico conmigo llevo.

Soy del agua un espíritu abstracto:
pues cuando su velocidad
es menor a su celeridad,
me presento en el acto.

De las fuerzas, la pronunciada es la de gravedad
y es de mi un *Froude* menor a la unidad.

Me voy con el canto de la corriente
y su secreto permeable casi palpable, casi sonriente,

para darle la razón de ser como el sueño esperado:
lento, desparramado, profundo y consumado.

1.3 Flujo en régimen supercrítico

Ya no sé que hacer, que decir, que pensar; dices que te provocan, que mi forma te hace ser así, que es parte de tu naturaleza. Me desesperas, me desconciertas.

Recuerdo cuando te conocí, tu altivo caminar y tu húmeda presencia me forzaron a fijarme en ti, yo tenía apenas unos pocos días de haber sido creado y ya tenía que encauzarte, ya tenía que soportarte, sí, ya lo sé, ésa es mi función, pero si al menos hubieras tenido un poco de compasión, un poco de sensibilidad. Si hubieras sido menos indiferente conmigo.

Segundo a segundo alardeas de ti, que eres muy veloz, que tu velocidad es mayor a la *celeridad*, que siempre tienes un *Froude* mayor a uno, que la mayor de tus fuerzas es la de *inercia*, que esto, que el otro. cosas que no entiendo, yo lo único que entiendo es que tus perpetuas llegadas y partidas me han dañado mucho. Todo siempre ha sido un simple: ¡ hola ! ¿ cómo estás ? ; adiós !, ¡ hola ! ¿ cómo estás ? ; adiós !, y de todo, lo que más duele es que siempre llegas oliendo a alguien más, ¡ ay *flujo* !, ¡ qué cruel has sido !, sin embargo y a pesar de todo, te amo. Adoro como me seduces repentina y constantemente, me encanta que humedezcas mi superficie toda en un fulminante arrebató por conquistarme, nunca te has separado de mí y aunque sé que flujos como tú andan en ríos, *caídas*, canales y otros tipos de *conductos* que no recuerdo en estos momentos sus nombres, tú eres único para mí, eres mi razón de ser y lo aceptes o no, también yo soy parte de ti.

Nunca me has dado la oportunidad para hablar, claro, siempre llevas tanta prisa, pero hoy lo tuve que hacer porque sabes, esta situación lleva mucho tiempo ya y temo decirte que te has llevado contigo mi juventud, me has fatigado. Nunca te he pedido algún favor y ahora lo hago, sé que no va ser difícil para ti. Quiero pedirte, por todos estos años, que me lleves, que me lleves contigo, mi amado *flujo*.

Y el canal fue desecho tristemente por el agua y cada pedazo de él fue arrastrado por la corriente hasta el fin de su curso.

1.4 Flujo rotacional

- Siempre ha sido difícil para mí poder presentarme, pues sabe usted, no soy un tipo común.
- ¿ Ah si ?.
- Mire usted señor...

- Caballo, señor Caballo.-

- Pues bien señor Caballo, como le venía diciendo, a diferencia del resto de flujos yo soy tridimensional o por lo menos así se me considera ya que mis características varían en el espacio. En otras palabras, mis gradientes existen en las tres direcciones. Me llaman Flujo Rotacional o secundario porque precisamente tengo un movimiento circular alrededor de un eje paralelo al flujo o corriente primaria, que a su vez es una traslación del fluido en la dirección longitudinal. En términos más abstractos; el campo rotacional de velocidad en algunos de mis puntos adquiere valores distintos de cero.

- Eres extraño, señor Flujo Rotacional.

- Sí, ya lo creo, la verdad es que no ocurro con frecuencia en los problemas de la práctica y si no fuera por la presencia de singularidades vorticosas que en general son causadas por escalones y cambios en las formas de los canales y en las formas naturales de los ríos, yo no existiría.

- Realmente es usted muy extraño señor Flujo Rotacional, agradezco su educación para conmigo, pero honestamente no comprendo lo que usted dice, sin embargo; me parece usted alguien muy interesante. Yo soy un joven caballo que pertenece a la hacienda *Galeana*, por las tardes corro por sus campos junto con otros seres de mi especie y de todos, yo soy el más veloz, creo que eso me hace especial.

- Interesante señor Caballo. Comprendo la opinión que usted tiene de mi persona, como anteriormente lo mencioné, siempre me ha sido difícil poder presentarme con alguien, lo único que busco es ser gentil pero, si usted lo desea, podría tratar de rephrasing lo que usted no entiende de mí.

- No se moleste en hacerlo señor Flujo Rotacional.

- No es ninguna molestia, estimado señor Caballo.

- Agradezco su interés y atención, en realidad me basta saber que produce usted un canto muy vigoroso y que puedo platicar con alguien especial cada vez que me alimente cerca del meandro del río al cual usted pertenece.

- Es usted muy amable señor Caballo.

- Trato de ser honesto señor Flujo Rotacional. Por cierto, tanto sol y tanta charla me han producido mucha sed, ¿podría beber de usted ?.

- Adelante, será para mí un placer poder apaciguar su sed, solo le pido que tenga cuidado, no soy fácil de beber.

- Muy bien, gracias y con permiso...

CAPITULO II

CANALES CON CURVATURA HORIZONTAL EN RÉGIMEN SUBCRÍTICO

II.1 Características básicas

La mayor parte de los diseños hidráulicos de canales se busca que la conducción conserve al flujo en régimen subcrítico, debido principalmente a las nobles condiciones hidráulicas que éste ofrece al funcionamiento del conducto, sin embargo; cuando el flujo con ese régimen se encuentra circulando por la curva de un canal, su comportamiento es drásticamente modificado, como consecuencia de la complejidad que adopta dicho comportamiento, el flujo en superficie libre en curvas horizontales es ocasionalmente desconocido o, en el peor de los casos, ignorado. Este comportamiento se identifica por los siguientes fenómenos:

- Perceptible aumento y disminución del nivel del agua en la margen exterior e interior del canal respectivamente, fenómeno conocido como sobreelevación. (véase fig. 1.b).
- Aparición de corrientes con trayectoria helicoidal alrededor de la dirección principal del flujo.
- Presencia de corrientes transversales al sentido general del flujo, llamadas también corrientes secundarias. (véase fig. 1.b).

Como consecuencia de estos fenómenos, existen pérdidas de energía tan importantes y significativas como tan forzado sea el cambio de dirección, distorsiones en la regularidad de la distribución de velocidad en cada sección, efectos perturbantes en los perfiles de flujo como la disminución de las velocidades y el aumento de los niveles de agua en la entrada a la curva del canal, característica especial que se distingue con el nombre de *efecto de remanso* (véase fig. 1.c), y condiciones propicias para la erosión y la sedimentación en las márgenes exterior e interior de la curva respectivamente.

Históricamente este fenómeno ha sido abordado por numerosos autores, se sabe que el primer autor que se ocupó sistemáticamente del estudio de los codos curvos fue *J. Weisbach*, quien publicó los resultados de sus trabajos en el *Lehrbuch der Ingenieurie* Nr. 1 en 1845. Sus investigaciones se redujeron al estudio de la pérdida de carga en el codo, habiendo llegado a conclusiones limitadas en sus aplicaciones prácticas, pero abriendo el camino a nuevas investigaciones que se desarrollaron inicialmente en Francia con *Saint Venani* y *Boussinesq*, en Inglaterra con *J. Thompson* y posteriormente, en Alemania y los EE.UU.

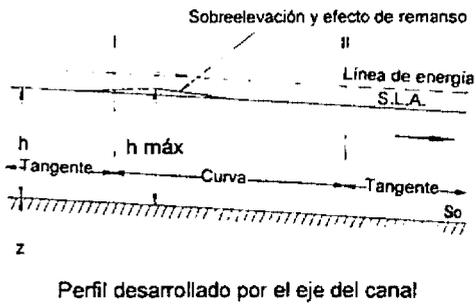
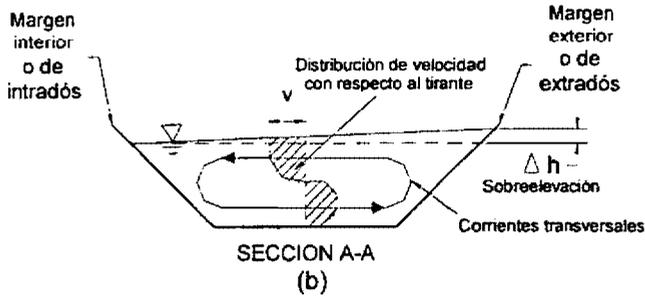
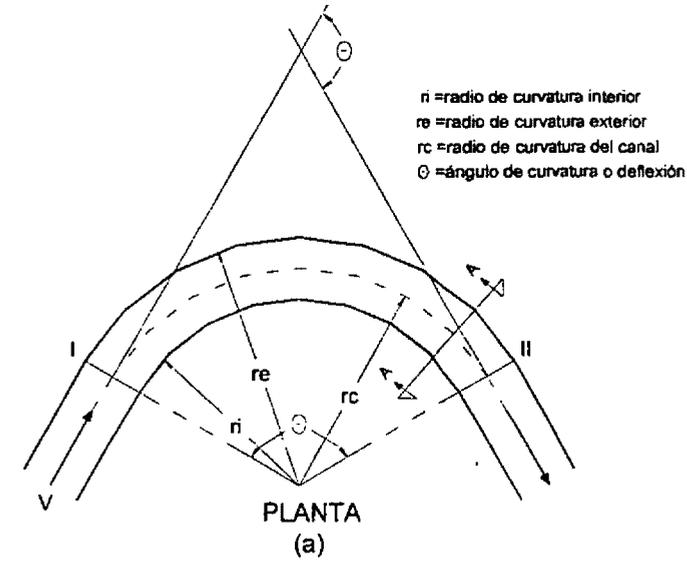


Figura 1. Comportamiento del flujo en régimen subcrítico en la curvatura de un canal.

J. Thompson(*) en Inglaterra trata por vez primera el flujo espiral al estudiar el movimiento del agua en ríos y canales en el año de 1876, proponiendo en sus hipótesis el efecto de corrientes secundarias transversales. Los estudios fueron confirmados por *Engels*, *Schoklitsch* y otros, sobre todo; para explicar la formación de meandros en los cauces naturales.

Entre los muchos investigadores que se han ocupado del problema en los últimos cuarenta años se encuentran *Ippen*, *Knapp*, *Shukry*, *Chang*, *Jin*, *Steffler*, *Reinauer* y *Hager*, quienes han proporcionado elementos de análisis de gran valor para llegar a una interpretación teórica del problema.

En este capítulo, se expondrán y estudiarán los métodos existentes para calcular cada uno de los aspectos mencionados en los párrafos anteriores referentes al flujo en canales con curvatura horizontal en régimen subcrítico. La aplicación de los métodos se discutirán en el Capítulo V del presente trabajo.

II.2 Efectos de la curvatura horizontal

Los efectos generados en el flujo de agua de un canal de trazo curvo trabajando a régimen subcrítico son producto de la combinación de dos características fundamentales: la acción de la fuerza centrífuga sobre la masa de flujo y el cambio de trayectoria de las líneas de corriente. Esta combinación de características asociada a la configuración geométrica del canal y de la curva misma, arroja como resultado los fenómenos mencionados anteriormente. Por consiguiente, es de especial interés conocer la magnitud de cada uno de estos efectos, así como las consideraciones que deben de tomarse en cuenta en el diseño de este tipo de canales.

II.2.1 Sobreelevación de la superficie libre del agua.

El fenómeno de la sobreelevación es el resultado de la combinación de efectos primarios. esto es; cuando el agua transita por la curva de un canal, las líneas de corriente presentan trayectorias curvas que al verse influenciadas por la acción de la resultante de la fuerza centrífuga, provocan un aumento del nivel del agua sobre la margen izquierda o de extradós y una disminución de éste sobre la margen derecha o de intradós por todo el desarrollo de la curva (véase fig. 1.b), a esta diferencia transversal de niveles de la superficie libre del agua, que en esencia es distinta en cada sección de la curvatura, se le denomina sobreelevación.

Los estudios encaminados a determinar la sobreelevación se han fundamentado concretamente en dos leyes fundamentales: la ley del vórtice libre y la segunda ley de movimiento de Newton.

* Citada por i en *Te Chow* en su libro: *Open Channels Hydraulics*, Mc Gray-Hill Book Co. (1959).

- **Criterio de la ley del movimiento del vórtice libre**

La ley del movimiento del vórtice libre se desprende de la teoría del flujo con potencial. Esta ley asemeja el caso más simple del movimiento de partículas de flujo en trayectorias curvas sobre planos paralelos a la plantilla del canal y a partir de ella se ha establecido la siguiente expresión para la obtención de la velocidad principal del agua, válida para flujo subcrítico y en donde se considera aplicable la ley de distribución de velocidades:

$$V = \frac{C_c}{r_c} \dots (2.1.1)$$

En donde:

V = velocidad media del agua

r_c = radio de curvatura al eje central del canal

C_c = constante de circulación

En la teoría del vórtice libre, la constante de circulación representa al flujo a lo largo de una curva cerrada, donde las líneas de corriente son círculos concéntricos a un cilindro y al fluir entre cada dos líneas de corrientes consecutivas un mismo caudal, las circunferencias van aumentando de radio y distanciándose cada vez más, se dice entonces, que el valor de la constante de circulación define la intensidad del vórtice que se forma.

Partiendo de la ec. (2.1.1) se ha desarrollado el siguiente análisis para la determinación de la sobreelevación en canales de sección transversal **rectangular**:

Sabiendo que E es la energía específica en cualquier sección de un canal definida como:

$$E = h + \frac{V^2}{2g} \dots (2.1.2)$$

Y tomando en cuenta la ec. (2.1.1) y despejando el tirante h , la ec. (2.1.2) adquiere la forma siguiente:

$$h = E - \frac{C_c^2}{2gr_c^2} \dots (2.1.3)$$

Por otra parte, calculando la velocidad media transversal en cualquier sección de la curva del canal y teniendo en cuenta que r_e y r_i son los radios de curvatura para las márgenes de extradós e intradós respectivamente, obtenemos:

$$V_m = \frac{\int_{r_i}^{r_e} \left(\frac{C_c}{r_c} \right) dr}{r_e - r_i} = \frac{C_c}{r_e - r_i} \ln \frac{r_e}{r_i} \dots (2.1.4)$$

Tomando las mismas consideraciones que con la velocidad media transversal, el tirante medio transversal es:

$$h_m = \frac{\int_{r_i}^{r_e} h dr}{r_e - r_i} = \frac{\int_{r_i}^{r_e} \left(E - \frac{C_c^2}{2gr_e r} \right) dr}{r_e - r_i}$$

$$h_m = E - \frac{C_c^2}{2gr_e r_i} \dots (2.1.5)$$

Entonces, conocida la velocidad y el tirante medio transversal en cualquier sección de la curva, se puede obtener el gasto, es decir:

$$Q = V_m h_m (r_e - r_i) = C_c \left(E - \frac{C_c^2}{2gr_e r_i} \right) \ln \frac{r_e}{r_i} \dots (2.1.6)$$

Por otro lado, la diferencia de niveles entre la correspondiente h para el radio de curvatura r y el del interior de la curva h_i , es el siguiente:

$$h - h_i = \frac{C_c^2}{2g} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e} \right) \dots (2.1.7)$$

Finalmente, la diferencia de tirantes entre el lado exterior y el interior de la curva es:

$$\Delta h = h_e - h_i = \frac{C_c^2}{2gr_e^2 r_i} (r_e^2 - r_i^2) \dots (2.1.8)$$

Que es la expresión que permite evaluar la sobreelevación en cualquier sección recta de la curva para canales de sección transversal rectangular.

La constante de circulación C_c se puede determinar por medio de la ec. (2.1.6). Por su parte, la velocidad y el tirante medio transversal para cualquier radio de curvatura r pueden determinarse con las ecs. (2.1.4) y (2.1.5) respectivamente.

- **Criterio de la segunda ley de Newton**

Con base a la segunda ley de Newton, los análisis para determinar la sobreelevación han sido sencillos y generales, no obstante: su valor práctico es de importancia y permiten establecer un rango de comparación entre ellos y el fundamentado en la ley del vórtice libre.

Considerando que todas las líneas de velocidad en la curva son iguales a la velocidad media del flujo V y que todas ellas tienen un radio de curvatura al eje central del canal r_c , la sobreelevación puede obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$\Delta h = \frac{V^2 b}{g r_c} \dots (2.1.9)$$

Donde b es el ancho del canal de sección transversal **rectangular**.

El análisis desarrollado por *Woodward* para calcular la sobreelevación en canales de sección **rectangular**, consiste en asumir que la velocidad de las líneas de corriente cercanas a las márgenes del canal es nula y que en el centro de la sección alcanza un valor máximo equivalente a la velocidad media V , con ello y basándose en la segunda ley de Newton, el investigador encontró que la variación de la velocidad entre esas dos fronteras es de tipo parabólico, determinando así, que la sobreelevación se determina por medio de la siguiente ecuación:

$$\Delta h = \frac{V^2}{g} \left[\frac{20}{3} \frac{r_c}{b} - 16 \frac{r_c^3}{b^3} + \left(\frac{4r_c^2}{b^2} - 1 \right)^2 \ln \frac{2r_c + b}{2r_c - b} \right] \dots (2.1.10)$$

Las ecs. (2.1.8) a (2.1.10), según distintos autores (referencias 1 y 9), pueden determinar la sobreelevación Δh en canales de sección transversal **trapezoidal** sustituyendo el ancho de plantilla b por el de la superficie libre del agua antes de la curva (que como se verá más adelante, esto se justifica si tomamos en cuenta que este ancho determina el radio de curvatura mínimo), o bien; puede aplicarse la fórmula obtenida por *Grashof* para el cálculo de Δh en conductos naturales o artificiales, cuyo razonamiento teórico es el siguiente:

En cualquier sección transversal de un canal curvo (fig.2), la fuerza centrífuga en la superficie libre del agua es:

$$F = \frac{W}{g} \frac{V_s^2}{r} \dots (2.1.11)$$

Siendo W el peso del agua, g la aceleración de la gravedad, V_s la velocidad superficial del flujo y r el radio de curvatura.

Como la superficie libre debe ser perpendicular a la resultante de la fuerza centrífuga y del peso, entonces su pendiente transversal $\frac{dz}{dx}$ deberá ser igual a la relación entre la fuerza centrífuga y el peso, es decir:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{W}{g} \frac{V_s^2}{r} \dots (2.1.12)$$

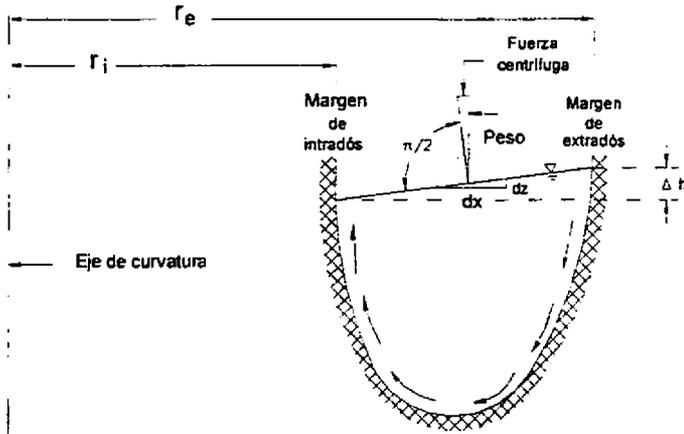


Figura 2. Variables involucradas en la sobreelevación del nivel del agua según *Grashof*.

Que es también igual a:

$$gz = V_s^2 \frac{dr}{r} \dots (2.1.13)$$

Integrando ésta última ecuación diferencial se tiene:

$$gz = V_s^2 \log r + cte \dots (2.1.14)$$

Determinando la constante de integración por medio de las condiciones de frontera en el punto A, es decir; si $z=0 \Rightarrow r=r_i$ y la constante vale:

$$cte = -V_s^2 \log \frac{r}{r_i} \dots (2.1.15)$$

Sustituyendo la ec. (2.1.15) en la ec. (2.1.14), tenemos:

$$z = \frac{V_s^2}{g} \log \frac{r}{r_i} \dots (2.1.16)$$

Finalmente, teniendo en cuenta que el valor de la velocidad superficial V_s puede tomarse como el correspondiente a la velocidad media del flujo V antes de la curva, la diferencia de niveles entre las márgenes del canal será:

$$\Delta h = h_e - h_i = \frac{V^2}{g} \ln \frac{r_e}{r_i} \dots (2.1.17)$$

Que es la ecuación de *Grashof* para determinar la sobreelevación Δh en canales de cualquier sección transversal.

En resumen, la figura de la página 23 ilustra cuales han sido los planteamientos elaborados para los modelos teóricos de sobreelevación de la superficie libre del agua en canales con curvatura horizontal trabajando con flujo en régimen subcrítico.

II.2.2 Flujo espiral

En las proximidades del fondo de un canal curvo, la velocidad de las partículas de agua se encuentra influenciada por la resistencia de la pared provocándole una disminución de su magnitud, mientras que en la superficie, por el contrario; la velocidad de las partículas es mayor produciéndoles una fuerza de inercia igualmente mayor a la que tienen las del fondo. Mientras esto ocurre, las aletargadas partículas del fondo son obligadas a recorrer trayectorias de gran curvatura para establecer un equilibrio entre las fuerzas centrífugas y las de presión. Haciendo valer la ley de la continuidad en la masa de líquido, se genera un flujo ascendente desde el fondo y a lo largo de la pared interior que se ve forzado a descender a la pared exterior continuando así a través de trayectorias helicoidales, según la dirección general del movimiento, y desglosándose en componentes normales y transversales de velocidad en el plano de la sección transversal del canal. La componente transversal de velocidad crea el denominado flujo secundario y al fenómeno de flujo antes descrito es identificado como flujo espiral.

Diversos estudios han identificado las causas del fenómeno del flujo espiral, siendo las principales las que se enlistan a continuación:

- La fricción de las paredes del canal que disminuye la velocidad de las partículas cercanas a ellas respecto a las que se mueven por el centro.
- La fuerza centrífuga que desvía a las partículas de agua de su movimiento rectilíneo.
- La distribución vertical no uniforme de la velocidad en las secciones de canal próximas a la curva y en la propia curva, que inicia con el movimiento espiral en el flujo.

Observando hacia aguas abajo, un canal con curva hacia la derecha produce un flujo espiral en sentido contrario a las manecillas del reloj, mientras tanto, un canal con curva hacia la izquierda origina un flujo espiral en sentido de las manecillas del reloj. Se sabe, además; que si la curva es seguida por una tangente prolongada, el flujo espiral desarrollado en la curva persiste en una cierta distancia de esta tangente hacia aguas abajo.

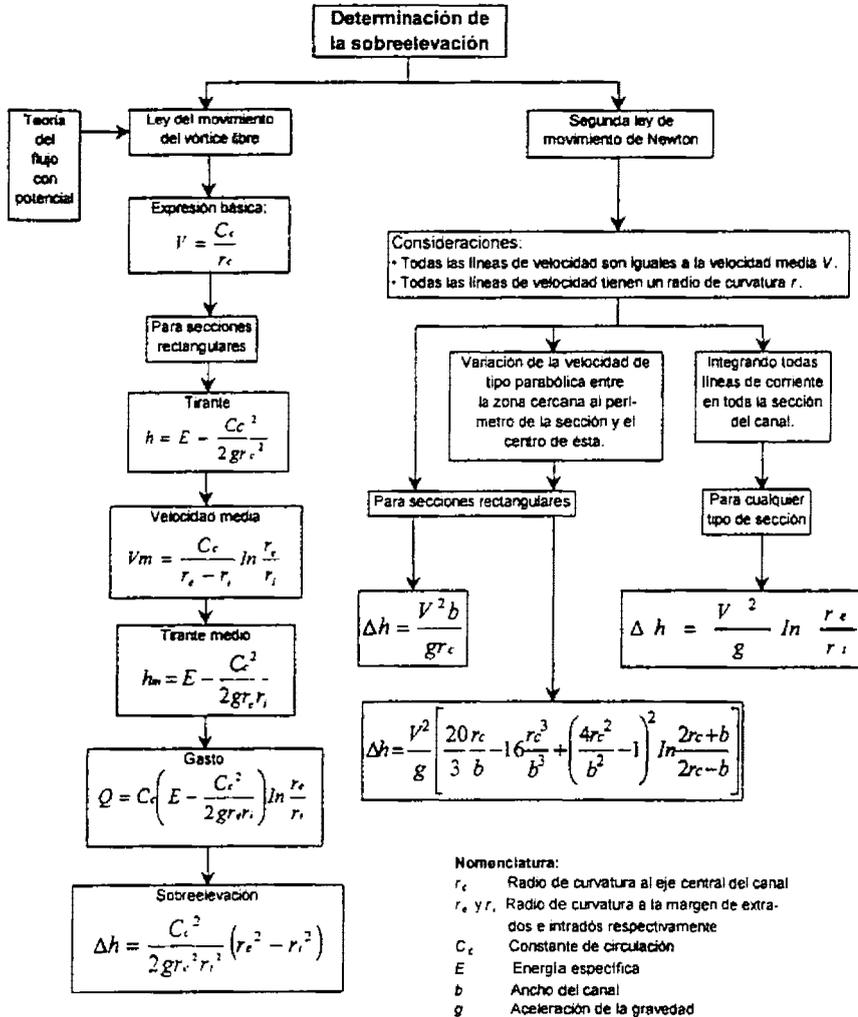


Figura 3. Planteamiento de los modelos para calcular la sobreelevación (Δh).

El flujo espiral aparece tanto en canales curvos como en rectos, no obstante; en el primer caso el flujo espiral es más pronunciado e irregular y su trayectoria es más compleja debido a la influencia de la fuerza centrífuga y a la interferencia del flujo espiral originado en el canal recto con el flujo espiral producido en el canal curvo. Las corrientes transversales de mayor magnitud usualmente aparecen cerca de la margen de intradós al comienzo de la curva, en donde luego cambia gradualmente su dirección y posición aproximándose a la margen de extradós con una inclinación ascendente hasta que alcanza el final de la curva.

Shukry (1936) evaluó la magnitud y el efecto del flujo espiral en diferentes curvas bajo condiciones variadas de flujo, creando el término de *intensidad del flujo espiral*, definiéndolo como la relación en porcentaje de la energía cinética principal del movimiento lateral y la energía cinética total del flujo en una sección transversal determinada. Los estudios de Shukry encontraron que la energía cinética del flujo es el cuadrado de la velocidad del flujo. Así pues, sea un canal de sección rectangular con curvatura horizontal y sea s una sección perpendicular al eje longitudinal de ese canal (véase fig. 4), entonces; la intensidad del flujo espiral en la sección s será:

$$F_s = \frac{V_s^2}{V^2} \times 100 \dots (2.2.1)$$

Donde:

F_s = intensidad del flujo espiral en porcentaje

V_s = proyección de la velocidad media del flujo en cualquier sección perpendicular al eje longitudinal del canal.

V = velocidad media del flujo

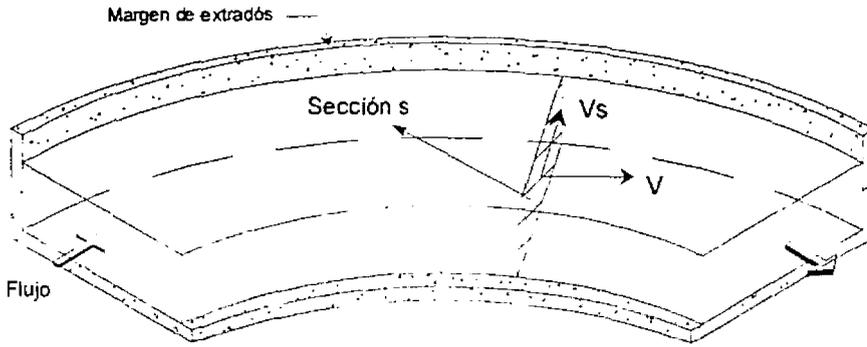


Figura 4. Intensidad del flujo espiral en una sección cualesquiera s según Shukry.

De la ec. (2.2.1), para un flujo con todas sus líneas de corriente paralelas al eje del canal $F_s = 0$.

Estudios en modelos experimentales realizados por *Shukry* (1936), *Chang* (1984) y *Jin-Steffler* (1993), han puntualizado las siguientes observaciones referentes al flujo espiral en canales tanto de sección transversal **rectangular** como **trapezoidal**:

- La intensidad del flujo secundario varía por todo el desarrollo de la curva y ese aumento o disminución de intensidad depende de la acción de la fuerza centrífuga y de la resistencia de las paredes del canal a dicho movimiento.
- El movimiento transversal del flujo y sus efectos pueden desarrollarse completamente en curvas prolongadas o en curvas con ángulos de deflexión θ grandes.
- La intensidad del flujo espiral disminuye gradualmente con incrementos en la relación r_c/b , produciendo efectos mínimos en relaciones $r_c/b \geq 3$.
- La resistencia de las paredes dejan de tener influencia en la disminución de la intensidad del flujo espiral en relaciones $b/h \geq 5$.
- La distribución de presión es hidrostática en relaciones h/r_c pequeñas.

Las anteriores observaciones permiten concluir que para abatir los efectos del flujo espiral es necesario considerar lo siguiente:

- Cuando el cambio de dirección deba ser prolongado, se tendrá que evitar el trazo de curvas circulares simples y dependiendo de las condiciones físicas del terreno, así como de la importancia del conducto, el trazo se deberá realizar por medio de curvas circulares compuestas o mediante curvas espirales.
- Con relaciones $r_c/b \geq 3$ la intensidad del flujo espiral es mínima.
- La resistencia de las paredes del canal contribuyen a reducir la magnitud de la componente transversal de velocidad si la relación $b/h < 5$.
- Entre más grande sea la longitud del radio de curvatura respecto al tirante de agua, mayor será la tendencia a conservar hidrostática la distribución de presión del flujo.

II.2.3 Distribución de velocidad

Como anteriormente se mencionó, la distribución de velocidad del agua a su paso por la curvatura de un canal padece de notorias irregularidades generadas por la influencia de diversos factores, los cuales han sido identificados a través de la experiencia práctica y experimental como los siguientes:

- La fricción interna del flujo debida al cambio de trayectoria de las líneas de corriente.
- La acción de la fuerza centrífuga sobre la masa de agua o "volumen de control".
- La presencia de corrientes transversales al movimiento general del flujo.

Con respecto a los estudios enfocados al análisis de la distribución de velocidad del agua en canales artificiales con curvatura horizontal, existe un método de aplicación práctica que determina la velocidad transversal del flujo sobre el eje central del canal elaborado por Chang (1984). En su desarrollo, el método no considera los efectos generados por las paredes del canal, por lo que solo es aplicable en canales con relaciones $b/h \geq 5$, no obstante; puede utilizarse en canales tanto de sección transversal rectangular como trapecial trabajando con flujo a régimen subcrítico.

Considerando una sección transversal de un canal con alineamiento curvo (véase fig. 5), Chang determinó que la expresión de velocidad para esa sección, despreciando sus componentes transversal y vertical y definida en términos de la velocidad media del flujo V , es la siguiente:

$$\frac{dv}{ds} + \frac{k}{h} \frac{f}{2} v = \frac{f}{2} \left(\frac{10}{3} - \frac{15}{k} \frac{f}{9} \right) \frac{V}{r_c} \dots (2.3.1)$$

En donde:

- v = velocidad transversal superficial en el eje central del canal
- r_c = radio de curvatura al eje central del canal
- f = factor de fricción de *Darcy-Weisbach*
- k = constante de *Kármán* cuyo valor es de 0.4 para fluidos homogéneos
- h = tirante de agua antes de la curva
- s = coordenada curvilínea

La cual es una ecuación diferencial de primer orden en donde V es la variable dependiente y los coeficientes están en función de la variable independiente s , entonces; la solución de esta ecuación aplicando condiciones de frontera es:

$$v = \left[v_i + \int \frac{f}{2} \left(\frac{10}{3} - \frac{15}{k} \frac{f}{9} \right) \frac{V}{r_c} \exp \left(\int \frac{k}{h} \frac{f}{2} ds \right) ds \right] \exp \left(- \int \frac{k}{h} \frac{f}{2} ds \right) \dots (2.3.2)$$

Siendo v_i la velocidad transversal inicial del flujo al comienzo de la curva.

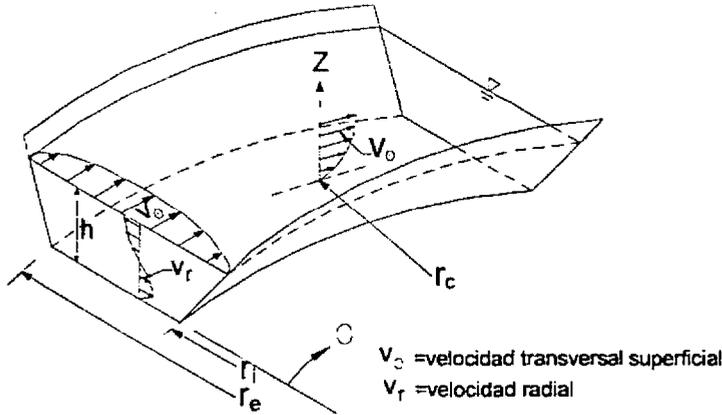


Figura 5. Distribución de velocidad del flujo en un canal curvo según Chang.

Por último, si la velocidad transversal inicial v_j tiene en el punto j un valor igual a v_j , entonces la velocidad transversal superficial en un punto $j+1$ situado a una distancia Δs aguas abajo será:

$$v_{j+1} = \left[v_j + \sqrt{\frac{f}{2}} \left(\frac{10}{3} - \frac{1.5}{k} \sqrt{\frac{f}{2}} \right) \frac{\bar{V}}{r_c} \exp\left(\frac{k}{h} \sqrt{\frac{f}{2}} \Delta s \right) \Delta s \right] \exp\left(-\frac{k}{h} \sqrt{\frac{f}{2}} \Delta s \right) \dots (2.3.3)$$

Que es finalmente la expresión que permite evaluar la velocidad transversal superficial sobre el eje central del canal de una sección transversal a otra con espaciamientos constantes iguales a Δs . Durante el procedimiento de cálculo, inicialmente se considera una velocidad transversal nula y se recomienda que con el propósito de lograr una consistencia y precisión aceptables, el tamaño del espaciamiento Δs sea tal que $\Delta s \leq 2h$.

De la observación en modelos experimentales, Chang y Jin-Steffler (1993) encontraron el siguiente comportamiento referente a la distribución de velocidad:

- La disminución de las componentes transversales de la velocidad está relacionada directamente con la rugosidad del canal e inversamente con el tirante de agua.
- Las componentes transversales de la velocidad comienzan a aumentar a partir de la entrada a la curva y comienza a disminuir en la tangente de salida.
- Las componentes transversales de la velocidad no se desarrollan completamente en longitudes de curvatura pequeñas.
- En longitudes de curvatura pequeñas, las componentes longitudinales de la velocidad alcanzan primero un valor máximo en las cercanías a la **margen de intradós** en la

entrada a la curva, después su distribución por el canal tiende a ser ligeramente uniforme y luego comienzan a aumentar en la zona próxima a la **margen de extradós**, alcanzando nuevamente un máximo poco antes de la salida de la curva y continuando con valores altos hasta una distancia considerable de la tangente de salida.

Entonces, partiendo de las observaciones anteriores y buscando mitigar las posibles alteraciones que la distribución irregular de la velocidad puede generar al funcionamiento del conducto, se expresan las siguientes recomendaciones:

- Las paredes de los márgenes de intradós y extradós en la entrada y en la salida de la curva respectivamente, deberán reforzarse para evitar futuros problemas de erosión.
- Cuando se tenga que realizar un cambio de dirección prolongado, una vez más se recomienda realizar el trazo por medio de curvas circulares compuestas o mediante curvas espirales.

II.2.4 Pérdidas de energía

Como se ha mencionado en párrafos anteriores, los efectos generados en un canal curvo son similares a los producidos en uno recto, sin embargo; en el primero las pérdidas de energía son mayores aún teniendo ambos, el recto y el curvo, las mismas condiciones hidráulicas de velocidad, tirante y superficie rugosa. Este aumento de pérdidas de energía en la curvatura del canal se atribuye a las siguientes causas:

- La fricción interna del agua producto de la presencia del flujo secundario.
- La resistencia de las paredes del canal asociada al cortante vertical.
- La suma de las pérdidas ocasionadas por la separación del flujo en cambios forzados de dirección.
- La adición de las pérdidas originadas por el “brinco” repentino de bajos a altos números de Froude.

Las pérdidas de energía en canales con trazo curvo están relacionadas con el número de Reynolds (Re), el número de Froude (F_r) y las características geométricas del canal y de la curva misma. Usualmente las pérdidas de energía en canales se han expresado en términos de la carga de velocidad como:

$$\Delta E = f \frac{V^2}{2g} \dots (2.4.1)$$

Donde:

V = velocidad media del flujo

f = factor de fricción de *Darcy-Weisbach*

El factor f es función del número de Reynolds (\Re), de la relación radio de curvatura-ancho del canal (r_c/b), de la relación tirante del agua-ancho del canal (h/b) y del ángulo de desarrollo de la curva θ , en otras palabras; $f = \Phi(\Re, r_c/b, h/b, \theta/180^\circ)$.

Con relación a las pérdidas de energía originadas por el movimiento transversal del flujo, se conoce que éstas son directamente proporcionales al número de Froude (F_r), a la relación h/r_c y a la rugosidad del canal. Se ha encontrado, además; que la relación de dichas pérdidas con las totales producidas por efecto del cambio de dirección, es directamente proporcional a la relación h/r_c e inversamente proporcional a la rugosidad del canal.

La influencia de la separación de las paredes sobre las pérdidas de energía transversales es tal, que para anchos de plantilla pequeños dichas pérdidas se ven disminuidas tanto como la magnitud de las componentes transversales de la velocidad. Respecto a esto último, como se estudió en el subcapítulo anterior, la magnitud de las componentes transversales de la velocidad son menores que la magnitud de las componentes longitudinales de la velocidad, sin embargo; para el caso de las pérdidas de energía, las producidas por el movimiento transversal pueden llegar a ser del mismo orden de magnitud que las asociadas al movimiento longitudinal o principal del flujo. *Chang* (1983) encontró que para canales con relaciones h/r_c grandes o con rugosidades bajas o aquellos con ambas situaciones, las pérdidas transversales pueden exceder del 50% del total de las pérdidas en la curvatura, es decir; que las pérdidas transversales pueden llegar a ser más grandes que las correspondientes relacionadas a la circulación longitudinal del flujo.

Acerca de los métodos de cálculo de las pérdidas de energía en canales con alineamiento curvo con flujo en régimen subcrítico se presenta un procedimiento aplicable solo a canales de sección transversal rectangular con relaciones $r_c/b \geq 1$. Este método fue elaborado por *Pacheco-Ceballos* (1983), su propuesta de cálculo se basa en que para canales con relaciones $r_c/b \geq 1$ existe una sección transversal en donde el flujo de agua se presenta el tirante máximo y mínimo (la cual nombraron sección transversal d), siendo posible establecer una correlación entre la velocidad media V , el tirante de agua h y el radio de curvatura al eje central del canal r_c , permitiendo aplicar la ley del movimiento del vórtice libre (véase fig.6). Así pues, partiendo de la ec. (2.1.1), la velocidad media para la sección transversal d , siendo r_e el radio de curvatura a la margen de extradós y r_i el correspondiente a la margen de intradós del canal, es la siguiente:

$$V_d = \frac{C_c}{b} \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right) \dots (2.4.2)$$

Que en forma de carga de velocidad es:

$$\frac{1}{r_e - r_i} \int_{r_i}^{r_e} \frac{C_c^2}{2gr^2} dr = \frac{C_c^2}{2gr_e r_i} \dots (2.4.3)$$

Siendo entonces la energía específica en la sección transversal d , la siguiente:

$$E_d = h_m + \frac{C_c^2}{2gr_e r_i} \dots (2.4.4)$$

En donde h_m es el tirante medio en la sección transversal d .

Suponiendo que el canal tuviera trazo recto, siendo V_1 y h_1 la velocidad media y el tirante de agua en la sección d respectivamente, la pérdida de energía generada por el cambio de dirección es la siguiente:

$$\Delta E = h_1 + \frac{V_1^2}{2g} - \left(h_m + \frac{C_c^2}{2gr_e r_i} \right) \dots (2.4.5)$$

Entonces, tomando en cuenta esta expresión en la ec. (2.4.1), el factor de fricción para canales con alineamiento curvo es representado matemáticamente como:

$$f = \left(h_1 - h_m + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{C_c^2}{2gr_e r_i} \right) \frac{2.50}{\frac{V^2}{2g}} \dots (2.4.6)$$

Aplicando el principio de continuidad, el gasto que pasa por la sección d es $Q = bh_m V_d$, entonces; tomando en cuenta este nuevo valor en la ec. (2.4.2), el tirante medio en la sección transversal d queda definido como:

$$h_m = \frac{Q}{C_c \ln \frac{r_e}{r_i}} \dots (2.4.7)$$

Sustituyendo esta expresión en la ec. (2.4.6), tenemos:

$$f = h_1 - h_m + \frac{V_1^2}{2g} - \left[\frac{Q^2}{2gh_m^2 \left(\ln \frac{r_e}{r_i} \right)^2 r_e r_i} \right] \frac{2.50}{\frac{V^2}{2g}} \dots (2.4.8)$$

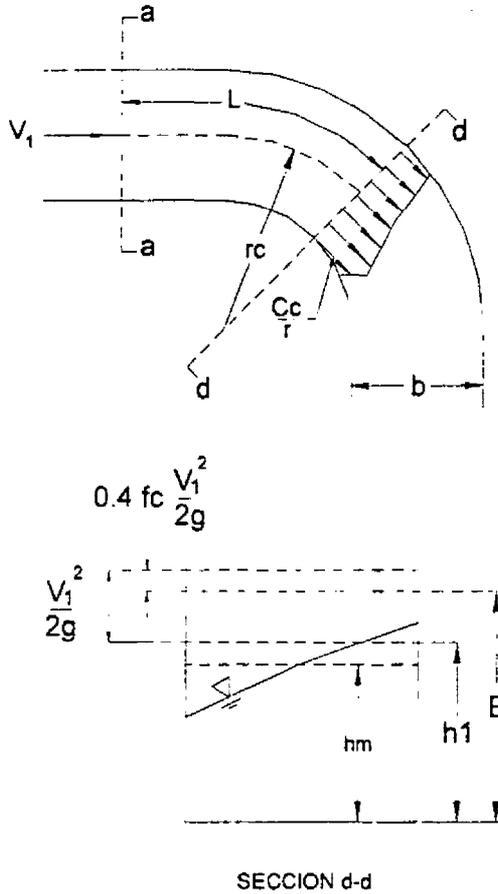


Figura 6. Planteamiento esquemático de la conducta del flujo en régimen subcrítico según Pacheco-Ceballos.

Si sabemos que $Q = Vbh$, obtenemos que:

$$f = \left(h_1 - h_m + \frac{V_1^2}{2g} - N \frac{h^2 V^2}{h_m^2 2g} \right) \frac{2.50}{\frac{V^2}{2g}} \dots (2.4.9)$$

Donde:

$$N = \frac{1}{\left(\ln \frac{r_e}{r_i} \right)^2 \frac{r_e r_i}{b b}} \dots (2.4.10)$$

En la ec. (2.4.9) la variable desconocida es el tirante medio de la sección d (h_m). Para obtener su valor se relacionó al tirante de agua h_1 y mediante ensayos experimentales para distintas condiciones de velocidad, se obtuvo que la diferencia de niveles h_1-h_m con respecto a la velocidad media V obedece a la siguiente ecuación geométrica:

$$\log(h_1 - h_m) = AV + \log B \dots (2.4.11)$$

Que es la ecuación de una recta a escala semilogarítmica donde A es la pendiente con valor igual a 2.11 [s/m] y B es un coeficiente que se determina con la siguiente expresión:

$$\log B = -\Phi(\theta) - 0.70 \frac{r_c}{b} + 0.06 \left(\frac{r_c}{b} \right)^2 - h \dots (2.4.12)$$

Válida solo para canales con relaciones $r_c/b \leq 6$ y donde el término $\Phi(\theta)$ se obtiene a partir del ángulo de deflexión θ y haciendo uso de la figura 7.a. Por ejemplo; para una curva con $\theta = 90^\circ$, la ec. (2.4.11) queda definida como:

$$\log(h_1 - h_m) = 2.11V - \left[2.70 + 0.70 \frac{r_c}{b} - 0.06 \left(\frac{r_c}{b} \right)^2 + h \right] \dots (2.4.13)$$

Para curvas cerradas o forzadas, es decir; para curvas con longitudes de desarrollo cortas y grandes ángulos de curvatura, el coeficiente de fricción (f) no puede determinarse mediante la ec. (2.4.9), dado que en la deducción de la expresión se asume al flujo como irrotacional, entonces; para este caso la velocidad promedio en la sección transversal d es la siguiente:

$$V_d = \frac{Q}{h_m b} \dots (2.4.14)$$

Y la magnitud del coeficiente de fricción (f) para curvas forzadas se determina finalmente como:

$$f = \left(h_1 - h_m + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_d^2}{2g} \right) \frac{2.50}{V^2} \dots (2.4.15)$$

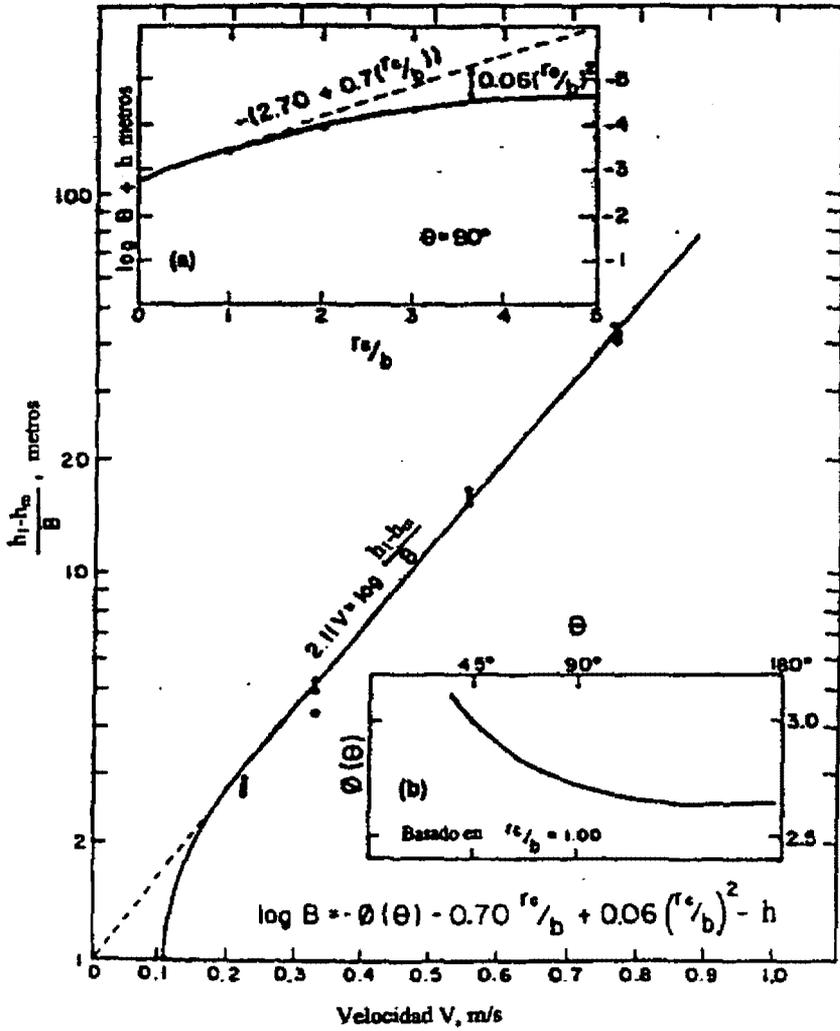


Figura 7. Relaciones entre el parámetro $(h_1 - h_m)/B$ y la velocidad V según experimentos de Pacheco-Ceballos.

II.2.5 Perfil longitudinal del agua

Como parte final del capítulo, se presenta a continuación un método de cálculo del perfil longitudinal del agua que desarrolló *Chang* (1983) paralelamente a sus estudios de la determinación de la velocidad transversal (v).

El propósito de identificar el perfil longitudinal del agua en un canal con alineamiento curvo, es el de evaluar el *efecto de remanso* que se presenta en esta clase de canales debido a la fricción interna del flujo, caracterizándose por una disminución de la velocidad y un aumento del tirante de agua en una zona aguas abajo de la entrada de la curva (véase fig. 1.c). Este fenómeno representa la acumulación de energía potencial generada por la disipación excesiva de energía en la curvatura y su intensidad es más pronunciada en curvas con longitudes de desarrollo cortas y con ángulos de deflexión grandes, por consiguiente; deben de evitarse, en lo posible, estos tipos de cambios de dirección.

En su forma general, el perfil del agua en cualquier canal es definido como:

$$\frac{d}{ds} \left(z + h + \alpha \frac{V^2}{2g} \right) = -S_r \dots (2.5.1)$$

Donde:

- s = coordenada curvilínea en el eje central del canal
- z = elevación de la plantilla del canal
- h = tirante de agua
- α = coeficiente de energía o de *Coriollis*
- V = velocidad principal del agua
- S_r = gradiente total de energía
- g = aceleración de la gravedad

Para el caso de una curva, el gradiente total de (S_r) en la ecuación anterior se constituye por una componente longitudinal (S_l) y otra transversal (S_t). La magnitud del gradiente longitudinal de energía (S_l) puede obtenerse aplicando alguna expresión que calcule pérdidas de energía, por ejemplo:

$$S_l = \frac{fV^2}{8gR} \dots (2.5.2)$$

En donde f es el factor de fricción de *Darcy-Weisbach* y R es el radio hidráulico.

Por su parte, el gradiente de energía transversal (S_t), se obtiene evaluando la cantidad de energía disipada por la fricción interna del flujo y por la resistencia de las paredes a la circulación transversal del flujo, entonces; para un canal de largo unitario, es decir

$ds = rd\theta = 1$, la cantidad de pérdida de energía generada por la circulación transversal del flujo despreciando la componente vertical de velocidad, es:

$$\gamma Q S_i = \int V \cdot dF = \int_A \rho \left(\frac{v \bar{u}^2}{r_c} \right) dA$$

$$\gamma Q S_i = \rho \left(\frac{v \bar{u}^2}{r_c} \right) A \dots (2.5.3)$$

Donde:

- V = vector de la velocidad transversal
- F = vector de la fuerza centrífuga
- u = velocidad longitudinal superficial en el eje central del canal
- v = velocidad transversal superficial en el eje central del canal
- A = área transversal que ocupa el agua
- γ = peso específico del agua
- ρ = densidad del agua
- Q = gasto

En la ec. (2.5.3) se ha comprobado satisfactoriamente (Kikkawa 1976 y Odgaard 1981), que el valor de la velocidad longitudinal superficial (u) puede tomarse como el de la velocidad media del flujo (V). La velocidad transversal superficial (v) es la obtenida por la ec. (2.3.3).

Finalmente y con base a la ecuación inicial (2.5.1), sea un punto j sobre el eje central del canal con sus características hidráulicas conocidas, entonces; esas mismas características hidráulicas para un punto $j+1$ situado aguas arriba del primer punto, se obtiene como sigue:

$$z_j + h_j + \alpha \frac{V_j^2}{2g} = z_{j+1} + h_{j+1} + \alpha \frac{V_{j+1}^2}{2g} + (\bar{S}_j + \bar{S}_i) \Delta s \dots (2.5.4)$$

Siendo la expresión que define el perfil longitudinal del agua en la curvatura horizontal de un canal de un punto j a otro $j+1$ localizado aguas arriba del primero con espaciamientos constantes iguales a Δs . Como se mencionó anteriormente, el procedimiento de cálculo se realiza de aguas abajo hacia aguas arriba y es evidente que la solución final se obtiene mediante aproximaciones sucesivas. De la misma forma que para la determinación de la velocidad transversal en el subcapítulo II.2.3, se recomienda que el tamaño del espaciamiento Δs sea tal que $\Delta s \leq 2h$.

CAPITULO III

CANALES CON CURVATURA HORIZONTAL EN RÉGIMEN SUPERCRÍTICO

III.1 Características básicas

El flujo del agua en canales de alineamiento curvo trabajando en régimen supercrítico constituye un problema muy complejo de flujo gradual y espacialmente variado. Las características que identifican su conducta son las mismas que describen la forma de comportarse del flujo en régimen subcrítico en las curvas horizontales de los conductos abiertos (que se abordaron en el capítulo anterior), solo que en este caso, todas ellas se magnifican y esa exaltación incita la presencia de otras dos características más: las ondas transversales de gravedad u ondas cruzadas y una eventual separación de flujo de la margen de intradós a la salida de la curva.

Las ondas transversales de gravedad modifican el perfil de la superficie libre y alteran la distribución de velocidades a todo lo largo del canal. Dichas ondas son provocadas porque la componente longitudinal de la velocidad no sigue el alineamiento horizontal del canal y este no-seguimiento produce además una fuerte asimetría del flujo.

En flujos con altos números de *Froude*, tirantes pequeños y radios de curvatura grandes, puede llegar a presentarse una separación del mismo en una zona próxima a la salida de la curva creando, además, una zona de estancamiento y vorticidad. Esta separación es ocasionada por el repentino y forzado cambio de dirección de la velocidad longitudinal y la intensa aparición de la fuerza centrífuga sobre el flujo. La separación de flujo ocurre sobre la margen interior del canal, llega a tener un máximo alejamiento y ya sobre la tangente de aguas abajo, comienza a disminuir hasta que el flujo de agua vuelve a estar en contacto con ambas márgenes. Transversalmente, el perfil de la superficie libre es severamente modificado, de acuerdo a las experiencias de *Reinauer-Hager* (1997) en un canal de sección rectangular, el perfil de la superficie libre en la zona de separación llega a tener una forma triangular.

Respecto a las velocidades longitudinales, *Ramos* (1983) observó que ésta fluctúa por todo el desarrollo de la curva y tiende a aumentar hacia aguas abajo pero sin que el régimen llegue a normalizarse, es decir; de no existir la curva, el flujo gradualmente variado se manifestaría como el flujo en un canal con pendiente de fondo pronunciada, que buscaría normalizarse luego de haber alcanzado un desarrollo suficiente para convertirse en régimen uniforme (perfil longitudinal de la superficie libre del tipo S2). *Ramos* encontró además, que algunas definiciones clásicas como el número de *Froude* en el tramo recto del canal, dejan de tener sentido, pues al relacionar los tirantes y las velocidades correspondientes a las márgenes y al centro, se encuentran variaciones notables en el valor numérico de este parámetro para una misma sección recta. Lo anterior, orilla a concluir a *Ramos* que: "*la asimetría del régimen, a pesar de la simetría geométrica del canal, obliga a establecer*

criterios diferentes a los usuales, relacionados con un tirante medio y una velocidad media en una sección recta".

Los párrafos anteriores ponen en evidencia la complejidad del problema que representa el flujo en régimen supercrítico en canales curvos. Después de consultar la bibliografía existente al respecto, podemos afirmar que sobre el conocimiento de la mecánica íntima del flujo en las curvas de los canales con régimen supercrítico se han logrado notables progresos, sin embargo; quedan muchos aspectos de inmediato interés por desentrañar. La relativamente baja frecuencia en la que se enfrenta el problema en la práctica y la necesidad de contar con tecnología instrumental adecuada, han sido, en repetidas ocasiones, los principales obstáculos en los desarrollos científicos acerca del tema. Así, aspectos como la influencia de la rugosidad de las paredes, los efectos de la pendiente de fondo, la intensidad de la fuerza centrífuga, la magnitud de las componentes transversales de la velocidad, la cantidad de pérdida de energía debidas al cambio de dirección del flujo, entre otros; han quedado al margen de los estudios teóricos y experimentales hasta el momento realizados.

III.2 Efectos de la curvatura horizontal

Un comportamiento inestable, bajos tirantes y grandes velocidades, son características que definen al flujo en régimen supercrítico y éste ocurre casi exclusivamente en canales hechos por el hombre, tal es el caso de las estructuras de excedencias y las obras de toma de las presas. En estos conductos, un elemento importante lo constituye el trazo geométrico de su eje central, el cual, frecuentemente puede ser curvo, motivo que origina en el flujo una intensificación de la sobreelevación, grandes variaciones de la distribución longitudinal de la velocidad de una margen a otra para una misma sección transversal, generación de ondas cruzadas por la tendencia de las líneas de corriente a conservar su trayectoria rectilínea, incremento en la intensidad de la componente transversal de velocidad de hasta casi del mismo orden de magnitud que su correspondiente componente longitudinal, mayor probabilidad de ocurrencia de separación de flujo a la salida de la curva y severos problemas de erosión en las paredes del canal, esencialmente sobre la perteneciente a la margen de extrados.

III.2.1 Sobre elevación de la superficie libre del agua

En régimen supercrítico el fenómeno de la sobre elevación se presenta en toda su última, intensa y compleja expresión, pues la aparición de ondas transversales de gravedad y la naturaleza inestable del flujo, elevan el problema de definir cuantitativamente la conducta y los efectos del fenómeno en el diseño y funcionamiento general de la conducción, no obstante; los no tan frecuentes pero diversos desarrollos científicos relativos al tema, han puntualizado expresiones y parámetros de gran utilidad y ayuda para el proyectista que se ha encontrado con esta problemática.

Para la situación de flujo en régimen supercrítico, el fenómeno de la sobreelevación se encuentra asociado con el comportamiento de las ondas cruzadas o transversales, específicamente con los aspectos del primer frente de ondas que se origina al comienzo de la curvatura. Las ondas cruzadas forman perturbaciones en las trayectorias de las líneas de corriente y son causadas por el efecto del cambio de dirección de las paredes del canal. En un canal de sección transversal rectangular, la conducta de las ondas cruzadas es como se aprecia en la figura 8.a de la página 40: cuando el flujo de agua entra a la curva se originan en ella frentes de onda con una dirección angular β y trayectoria oblicua, uno aparece en el punto *A* sobre la margen de extradós (frente positivo) y otro en el punto *B* sobre la margen de intradós (frente negativo).

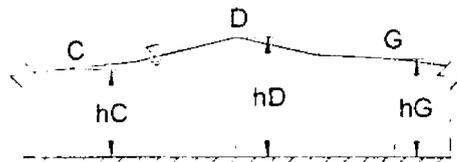
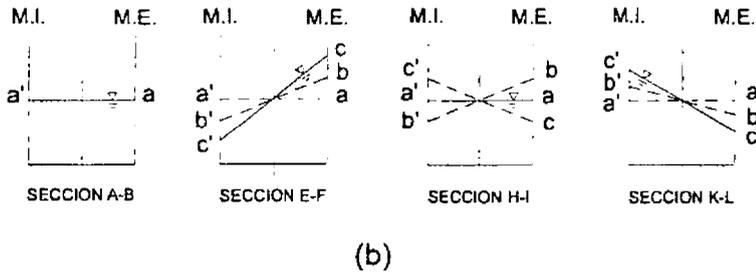
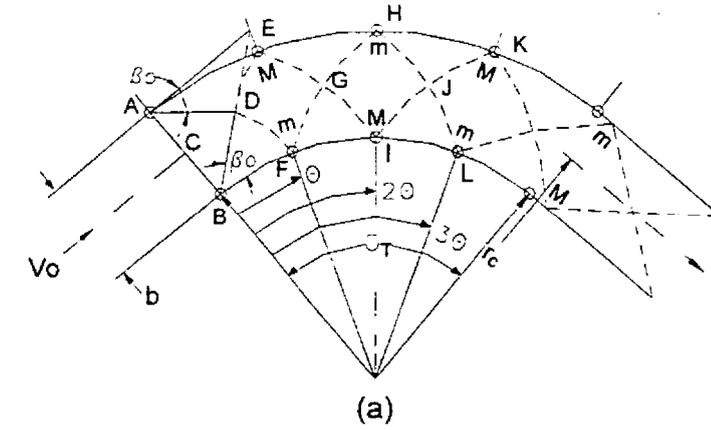
El primero es refractado en el punto *F* de la margen de intradós a un desarrollo angular θ , mismo donde también es refractado el frente negativo pero en el punto *E* de la margen contraria. Luego de ser refractados por primera vez, los frentes de onda continúan viajando de la misma forma por todo el desarrollo de la curva para después recorrer una extensa longitud de la tangente de salida, donde el régimen tiende a normalizarse. Entre cada punto de refracción sucede un cruce o intersección de los frentes de onda, siendo ésta, la razón por la que a las ondas transversales de gravedad se le conoce también como ondas cruzadas.

En el comienzo de la curva, el perfil transversal de la superficie libre se mantiene sin alteración alguna, tal como se muestra en el perfil *a-a'* de la sección *A-B* de la figura 8.b, pero después de una longitud angular θ , sobre la margen de extradós se presenta el primer ascenso máximo del nivel del agua (punto *E*), mientras que sobre la margen de intradós ocurre el primer descenso mínimo (punto *F*), ésta situación se esquematiza con el perfil *b-b'* de la sección *E-F*. *Ippen-Knapp* (1936) experimentalmente encontraron que para canales con secciones transversales rectangulares, con distintas condiciones geométricas de curvatura y de números de Froude; la sobreelevación máxima en la sección *E-F* entre los niveles de las márgenes de extradós y de intradós es el doble de la que resulta para régimen subcrítico, es decir:

$$\Delta h = \frac{2V_o^2 b}{g r_c} \dots (3.1.1)$$

Los análisis experimentales de *Ramos* (1983) en canales de sección transversal rectangular con curvatura circular simple y espiral y con un intervalo de números de Froude $1 < Fr \leq 7$, muestran que en la margen de extradós el nivel del agua comienza a sobre elevarse a partir del comienzo de la curvatura en una región tal que la sobre elevación llega a duplicar el valor del tirante medio del flujo al tomar la curva. Esta región la denominó de "máxima fuerza centrífuga", porque precisamente en esta zona la fuerza centrífuga se manifiesta con mayor intensidad.

Regresando a la figura 8.a. a un desarrollo 2θ , el descenso mínimo del nivel del agua se presenta en esta ocasión sobre la margen de extradós del canal y el ascenso máximo sucede sobre la margen de intradós (perfil *c-c'*), pero debido al efecto de la sobre elevación sobre las ondas cruzadas y según mediciones experimentales hechas por *Ramos*, el perfil de la superficie libre en la sección *H-I* es una combinación del perfil *a-a'* y *b-b'*.



CORTE LONGITUDINAL C-D-G
($h_C < h_G < h_D$)

Figura 8. Comportamiento del flujo de agua en canales de alineamiento curvo trabajando en régimen supercrítico.

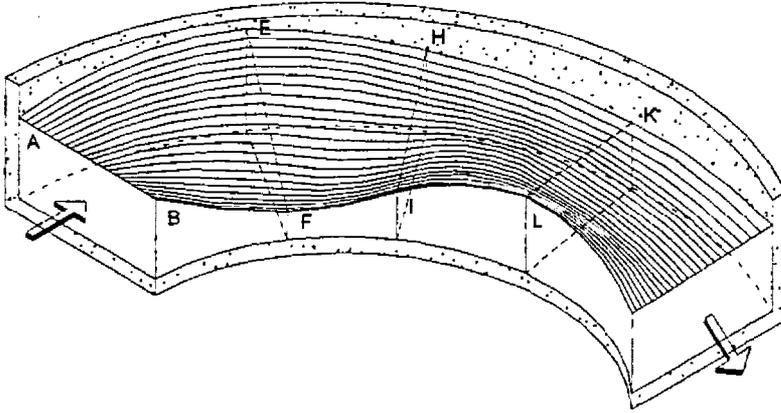


Figura 9. Aspecto tridimensional del comportamiento flujo en régimen supercrítico por efecto de la curvatura.

La situación antes descrita, se hallará nuevamente a una distancia angular 4θ , 6θ , etc., mientras que el estado del perfil de la superficie libre del agua en la sección $E-F$ volverá a presentarse a un ángulo de desarrollo igual a 3θ , 5θ , etc. De lo anterior, se concluye que teóricamente los frentes de onda de máximo ascenso y mínimo descenso del nivel del agua, se ubican en secciones de la curva del canal en donde el ángulo de curvatura es igual a $j\theta$, siendo j un valor numérico entero.

Longitudinalmente, el perfil de la superficie libre en la curva se comporta como se indica en la figura 8.c: el tirante de agua h_C es menor al tirante h_G que se presenta después de la primera refracción de ondas y que a su vez, es menor al tirante h_D que el flujo de agua tiene después de originarse las ondas cruzadas en el comienzo de la curva. Citando nuevamente los resultados obtenidos por Ramos, se encontró que durante la serie de fluctuaciones que sufre el nivel del agua, no existe en ningún otro lugar un tirante mayor al que se presenta en la región de máxima fuerza centrífuga. Esto fue ratificado más tarde por los trabajos experimentales realizados por Reinauer-Hager (1997).

Con respecto a las características de las ondas, Knapp (1951) encontró que en flujos con números de Froude menores o iguales a 1.5 ($F_{rc} \leq 1.5$), las ondas cruzadas presentan una inestabilidad transitoria, esto es, la trayectoria de las ondas en la superficie son ondulares y no son capaces de sostener su propio peso y "caen".

El estudio de la sobreelevación por medio de la conducta de las ondas cruzadas se fundamenta en la teoría de las perturbaciones pequeñas y su magnitud se consigue determinando el valor de la relación existente entre el tirante medio del flujo antes de la curva (h_a) y el tirante o profundidad de la onda (h) a una posición angular θ (véase fig. 8.a). Según Knapp, para canales de sección transversal rectangular con números de Froude mayores a 1.5 ($F_{rc} > 1.5$) y considerando constante la velocidad en toda la curva, el valor de dicha relación se consigue a través de la siguiente expresión:

$$Y = \frac{h}{h_0} = F_{r_0}^2 \operatorname{sen}^2 \left(\beta_0 \pm \frac{1}{2} \theta \right) \dots (3.1.2)$$

Donde:

$\beta_0 = 1/\sqrt{F_{r_0}^2 - 1}$ = ángulo que forma la trayectoria original de la onda respecto a la margen del canal [rad]

θ = ángulo de desarrollo de la onda hasta su primera refracción [rad]

$F_{r_0} = V_0/\sqrt{gh_0}$ = número de *Froude* antes de la curva

V_0 = velocidad media del flujo antes de la curva

g = aceleración de la gravedad

Siendo la posición angular θ igual a:

$$\tan \theta = \frac{\rho_0}{\left[1 + \left(\frac{1}{2} \right) \rho_0 \right] \tan \beta_0} \dots (3.1.2)$$

En donde:

$\rho_0 = b/r_c$ = relación de curvatura

b = ancho de plantilla del canal

r_c = radio de curvatura al eje central del canal

Para obtener el tirante de agua sobre la margen de extradós, es decir; en el punto *E* de la figura 8.a, en la ec. (3.1.2) se tiene que sumar la mitad del ángulo θ al ángulo β_0 , mientras que para calcular el nivel de la superficie libre sobre la margen de intradós (punto *F*, fig. 8.a), se deberá de realizar la operación contraria y finalmente, la sobreelevación Δh en la sección *E-F* ubicada en el ángulo θ será la diferencia entre los dos niveles ($h_E - h_F$).

Cuando la curvatura es relativamente pequeña ($\theta < 15^\circ$), la relación de tirantes se define con la siguiente ecuación establecida por *Knapp* (1951):

$$Y = \frac{h}{h_0} = F_{r_0}^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{1}{F_{r_0}} \pm \left(\frac{1}{2} \right) \theta \right] \dots (3.1.3)$$

Y la localización angular θ es:

$$\tan \theta = \frac{\rho_0 \cdot (F_{r_0}^2 - 1)}{\left[1 + \left(\frac{1}{2} \right) \rho_0 \right]} \dots (3.1.4)$$

Si se trata de curvas pequeñas con grandes números de *Froude* y con $\tan \theta \cong \theta \cong \operatorname{sen} \theta$, entonces es posible simplificar las ecs. (3.1.4) y (3.1.5), obteniéndose:

$$Y = \frac{h}{h_o} = \left[1 \pm \left(\frac{1}{2} \right) \rho_o F_{ro}^2 \right]^2 \dots (3.1.5)$$

Expresión válida solo para valores de $B < \sqrt{2}$, siendo B un parámetro denominado número de curvatura que asocia las características geométricas de la curva con las características hidráulicas del flujo y es definido como:

$$B = \rho_o^{1/2} F_{ro} \dots (3.1.6)$$

Con este parámetro relacionado a la relación de tirantes Y , *Reinauer-Hager* (1997) definen la magnitud y la localización angular de los tirantes máximo y mínimo en canales de sección rectangular, los cuales corresponden a las primeras ondas generadas al comienzo de la curva. Las expresiones de cálculo propuestas por los autores para el tirante máximo (subíndice M) son:

$$Z_M = 0.40 B^2 \text{ para } B \leq 1.5 \dots (3.1.7)$$

$$Z_M = 0.60 B \text{ para } B > 1.5 \dots (3.1.8)$$

En donde:

$$Z_M = Y_c^{1/2} - 1 = \left(\frac{h_c}{h_o} \right)^{1/2} - 1 \dots (3.1.9)$$

Siendo Z un parámetro que asocia el perfil de la onda (Y) con el número de curvatura (B) y h_c el tirante de agua sobre la margen de extradós.

Localizándose en un ángulo θ_M igual a:

$$\tan \theta_M = F_{ro} \rho_o \text{ para } F_{ro} \rho_o \leq 0.35 \dots (3.1.10)$$

$$\tan \theta_M = 0.60 \sqrt{F_{ro} \rho_o} \text{ para } F_{ro} \rho_o > 0.35 \dots (3.1.11)$$

Mientras que el tirante mínimo (subíndice m) será:

$$Z_m = 0.5 B^2 \dots (3.1.12)$$

Siendo:

$$Z_m = 1 - Y_i^{1/2} = 1 - \left(\frac{h_i}{h_o} \right)^{1/2} \dots (3.1.13)$$

Donde h_i es el tirante de agua sobre la margen de intradós.

Y su correspondiente ángulo de localización θ_m será:

$$\tan \theta_m = \sqrt{2} F_{ro} \rho_b \dots (3.1.14)$$

Por último, respecto a los canales de sección transversal **trapezoidal**, se sabe que los taludes de las paredes favorecen tanto a la sobreelevación, al grado de adquirir magnitudes de hasta diez veces a los determinados con la ec. (3.1.1), consecuentemente; no se recomienda diseñar secciones trapezoidales para esta situación de flujo. En secciones rectangulares, como es posible apreciar en los métodos de cálculo presentados en este subcapítulo, la influencia del radio de curvatura sobre la sobreelevación es notoria y existe entre ellos una relación inversamente proporcional, es decir; a mayor radio de curvatura menor sobreelevación, entonces; durante el diseño se sugiere brindar un radio de curvatura lo más grande posible con el propósito de disminuir la magnitud de la sobreelevación.

Con respecto a los efectos ocasionados por las ondas cruzadas, éstos se ven **disminuidos** en curvaturas con relaciones $r_c/b > 4F_{ro}^2$, (Sotelo 1981).

A manera de resumen, en la página 43 se presenta un diagrama para la determinación de la sobreelevación Δh para la condición de flujo en régimen supercrítico en canales de sección transversal rectangular para distintas situaciones de diseño.

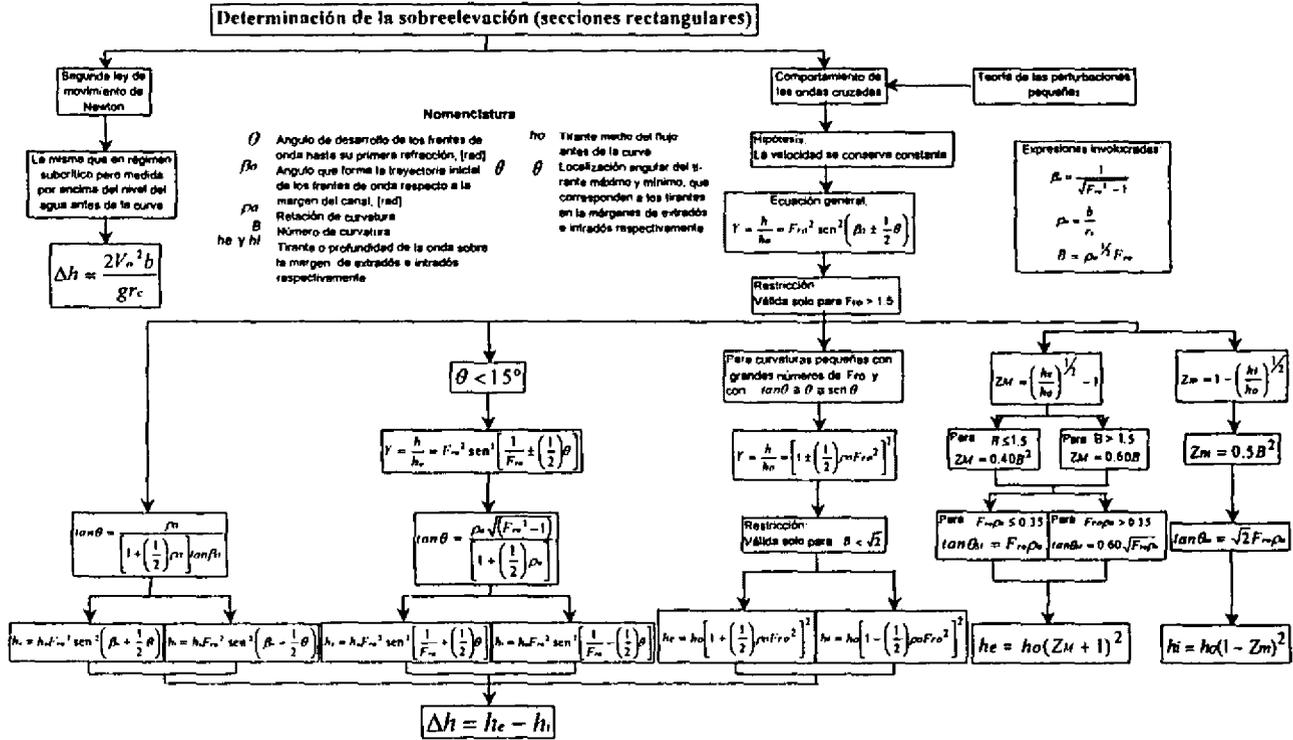


Figura 10. Planteamiento de los modelos para calcular la sobreelevación Δh para flujo en régimen supercrítico.

III.2.2 Flujo espiral

La elevada velocidad del flujo provoca un aumento de la magnitud de la fuerza centrífuga, cuya acción sobre la masa de agua sumada a la distribución de presión no hidrostática, genera (además de la sobreelevación), una intensificación de las corrientes transversales que al viajar sobre trayectorias circulares alrededor del movimiento principal del flujo, el cual es perturbado por la presencia de las ondas cruzadas, engendran un flujo espiral con gran poder erosivo.

Debido a las numerosas variables que intervienen en el comportamiento del flujo espiral en régimen supercrítico, el conocimiento que de éste se tiene, ha sido adquirido fundamentalmente de la observación experimental. Por este medio se sabe que la intensidad del flujo espiral depende esencialmente del radio de curvatura, del número de *Froude* y de la configuración geométrica de la sección transversal del canal, por tanto; al igual que en régimen subcrítico, **grandes radios de curvatura** propician mejores condiciones de flujo y entre **mayor** sea el valor de la relación r_c/b , menor será la magnitud del flujo espiral.

La longitud de desarrollo de la curva también es un elemento geométrico que interviene en la conducta del flujo espiral, de manera que grandes longitudes de curvatura favorecen las perturbaciones ligadas a este movimiento, en consecuencia; para proyectar cambios de dirección prolongados, deberá de preferirse trazar **curvas circulares compuestas o curvas espirales** que motivan un desarrollo pausado e incompleto del flujo espiral.

Un aspecto importante que debe tenerse presente, es que la presencia en baja intensidad del flujo espiral sobre las paredes del tramo recto del canal antes de la curvatura, contribuye en el desarrollo y comportamiento de éste mismo flujo en la curva. Lo anterior significa que de no tener la curva una tangente de entrada, se reducirían las alteraciones asociadas al flujo espiral. Efectivamente, Ramos (1983) halló sensibles mejoras en el funcionamiento global de los canales trazados completamente curvos respecto a los que presentan la tangente de entrada. En conclusión, en canales que vayan a trabajar con flujo a régimen supercrítico y cuyo eje central deba tener algún cambio de dirección (como ocasionalmente sucede con las estructuras de excedencias de las presas), se recomienda realizar el trazo de su eje central **totalmente curvo**.

Respecto a la influencia de la geometría de la sección transversal del canal, se sabe que en secciones **trapeziales**, los taludes de las paredes facilitan la evolución del flujo espiral, por lo que desde la expectativa de mitigar los efectos del flujo espiral, se desecha la posibilidad de brindar este tipo de secciones en las curvas de los canales con flujo a régimen supercrítico.

III.2.3 Distribución de velocidad

En régimen supercrítico, de forma más evidente, la oposición de la componente longitudinal de la velocidad a no seguir el alineamiento del canal, provoca una fuerte desproporción en las características del flujo así como las ondas cruzadas, las cuales; junto con la presencia patente y extrema de las componentes transversales de la velocidad, son las causantes de perturbar severamente la distribución de velocidad en todo el desarrollo de la curva.

Debido a que las partículas de agua se desplazan con trayectorias helicoidales inestables en el tiempo y en el espacio y cuya descripción geométrica y analítica resultan muy difíciles de precisar, la determinación de las magnitudes de las componentes transversales y longitudinales de la velocidad del flujo en régimen supercrítico, solo ha sido posible a través de la modelación experimental.

Las experiencias de *Ramos* (1983) en canales de concreto de sección rectangular con curvaturas con trazo circular y espiral, ambas con ángulos de deflexión de 60° y con intervalo de números de *Froude* de $1 < Fr \leq 7$; señalan los siguientes resultados:

- Existe una región comprendida en los primeros ángulos de desarrollo de la curva, donde la fuerza centrífuga se manifiesta con mayor intensidad.
- Las velocidades longitudinales sobre la margen de extradós tienden a aumentar hacia aguas abajo del cambio de dirección.

Por su parte, ensayando en un canal de sección rectangular con curvatura circular de ángulo de deflexión igual 50° y con valores de número de *Froude* de 4 y 6, *Reinauer-Hager* (1997) hallaron lo siguiente:

- La dirección de las componentes longitudinales de la velocidad es tangencial al alineamiento curvo del canal en casi toda su longitud de desarrollo.
- En las proximidades a las crestas de las ondas cruzadas, las componentes transversales de la velocidad llevan una dirección hacia el centro de curvatura y su magnitud es menor a las presentadas en otras zonas.

Los resultados anteriores conducen a las siguientes conclusiones:

- Las primeras longitudes de arco de la pared que constituye la margen de extradós del canal curvo se encuentran más expuestas a los efectos erosivos de las altas velocidades del flujo en sus dos direcciones.
- Después de la curvatura deberá existir alguna estructura disipadora de energía cinética (como un tanque amortiguador o una cubeta deflectora), antes de que el agua pase finalmente a su cauce natural.

III.2.4 Pérdidas de energía

Con respecto a las pérdidas de energía en flujo en régimen supercrítico, el conocimiento que se tiene es solo cualitativo y hasta cierto punto teórico. En principio, evidentemente, las pérdidas de energía totales en régimen supercrítico son mucho más grandes que las generadas en régimen subcrítico debido, esencialmente; a las elevadas magnitudes de las componentes transversales.

Análogamente a la situación de flujo en régimen subcrítico, existen variables asociadas a la fricción del canal que también influyen en la cantidad de pérdida de energía generada por el cambio de dirección, tales variables son: el número de *Reynolds* (aún para números de *Froude* grandes), el ángulo de deflexión de la curva θ y las relaciones r_c/b y h/b . El grado de influencia de estas variables sobre la disminución o el aumento de las pérdidas de energía se desconoce, aunque es de esperarse una reducción de las pérdidas de energía en curvas con ángulos de deflexión θ pequeños, radios de curvatura grandes y anchos de plantilla cortos.

III.2.5 Perfil longitudinal del agua

El perfil longitudinal de la superficie libre del agua en la curva es irregular en el espacio por la presencia de las ondas cruzadas, sin embargo y para efectos de diseño; en canales de sección rectangular es posible idealizar un perfil longitudinal normalizado del flujo sobre la margen de extradós a partir del tirante máximo que se presenta en dicha margen. Lo anterior fué planteado por *Reinauer-Hager* (1997), encontrando que para curvaturas con ángulo de deflexión total $\theta_r \geq 50^\circ$, el perfil longitudinal normalizado para el tirante h localizado a un ángulo de desarrollo θ es:

$$\sigma_M = \frac{(h - h_o)}{(h_e - h_o)} \dots (3.5.1)$$

Donde:

$$\sigma_M = \left[\text{sen} \left(\frac{\theta}{\theta_r} \right) \right]^{1.5} \dots (3.5.2)$$

Siendo h_o el tirante medio del agua antes de la curva, h_e el tirante máximo sobre la margen de extradós calculado por la ec. (3.1.8) ó (3.1.9), según sea el caso, y θ_r la posición angular donde se presenta el tirante h_e determinado con la ec. (3.1.10) ó (3.1.11).

CAPITULO IV

MEDIDAS DE MITIGACIÓN

En los capítulos anteriores se ha descrito la situación del flujo en canales con curvatura horizontal trabajando tanto en régimen subcrítico como en régimen supercrítico y se han presentado expresiones que permiten cuantificar la magnitud de los fenómenos característicos del flujo en esta clase de canales. Durante el estudio de cada fenómeno se han formulado ciertas consideraciones para reducir los trastornos asociados a la curvatura horizontal y siendo que esto es de gran importancia y utilidad, es necesario proponer además una serie de medidas que mitiguen y/o contengan dichos trastornos.

En este capítulo se formulan lineamientos de diseño de medidas de mitigación abarcando aspectos propiamente hidráulicos y geométricos, se definen las solicitaciones para el diseño estructural y se señalan las ventajas y/o desventajas, así como las consideraciones constructivas especiales para cada medida.

IV.1 Régimen subcrítico

En flujo en régimen subcrítico las perturbaciones más indeseables al funcionamiento del canal lo constituyen el aumento del nivel del agua sobre la margen de extradós y la erosión y sedimentación en las márgenes de extradós e intradós respectivamente. Como el aumento del nivel del agua esta referido a la magnitud de la sobreelevación, así como la erosión y la sedimentación al desarrollo del flujo espiral en la curva, las medidas para abatir dichas perturbaciones se concentran en brindar condiciones geométricas al canal que eviten o atenúen la generación de estos fenómenos de flujo.

IV.1.1 Medidas de diseño hidráulico y geométrico

Las medidas de mitigación referentes al diseño hidráulico y geométrico de las curvaturas horizontales trabajando a flujo en régimen subcrítico son las siguientes:

- Peralte de plantilla
- Curvas compuestas

La selección de alguna de estas medidas dependerá de las condiciones físicas del terreno, de las ventajas y desventajas constructivas del diseño y de la magnitud e importancia del proyecto.

Es importante señalar que la aplicación de las medidas de mitigación antes enlistadas es más obligada y necesaria en curvaturas con flujo en régimen supercrítico, por lo que volverán a tratarse en el respectivo subcapítulo.

- **Peralte de plantilla**

Según *Henderson* (1984), en canales de sección transversal **rectangular** la sobreelevación del nivel del agua en la margen de extradós y el aumento de la velocidad en la margen de intradós al inicio de la curvatura se deben a una concentración del gasto unitario q en las cercanías de la última, entonces; si se desconcentra el gasto q de la margen de intradós y se distribuye uniformemente en toda la sección por medio de una apropiada inclinación transversal de la plantilla del canal, es posible eliminar esa sobreelevación del tirante y ese aumento de la velocidad para **cualquier estado de flujo**.

Recurriendo nuevamente a la teoría del movimiento del vórtice libre, teniendo en cuenta que $q=Vh$ es una constante y considerando la ec. (2.1.1), se tiene lo siguiente:

$$\frac{q}{C_c} = \frac{h}{r} = \text{cte} \dots (4.1.1)$$

Es decir:

$$\frac{dh}{dr} = \frac{h}{r} \dots (4.1.2)$$

Lo cual implica que la energía específica E referida al nivel de plantilla antes de la curva es constante (véase fig. 11), por lo que:

$$\frac{dE}{dr} = \frac{d}{dr} \left(z + h + \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{dz}{dr} + \frac{dE}{dh} = 0 \dots (4.1.3)$$

Por otra parte, la expresión diferencial que define las condiciones del estado del flujo es la siguiente:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - Fr^2 \dots (4.1.4)$$

Tomando en cuenta la ec. (4.1.4) en la ec. (4.1.3), se obtiene:

$$\frac{dz}{dr} + \frac{dE}{dh} \frac{dh}{dr} = \frac{dz}{dr} + (1 - Fr^2) \frac{dh}{dr} = 0 \dots (4.1.5)$$

Mediante la cual se deriva que:

$$\frac{dz}{dr} = (F_r^2 - 1) \frac{dh}{dr} = (F_r^2 - 1) \frac{h}{r} \dots (4.1.6)$$

En esta ecuación el término h/r será siempre positivo, por lo que para régimen subcrítico ($F_r < 1$) $dz/dr < 0$, lo cual significa que la pendiente de la plantilla debe ascender hacia la pared interna, mientras que para régimen supercrítico ($F_r > 1$) $dz/dr > 0$ y la plantilla del canal debe descender hacia la pared interna (véase fig. 11).

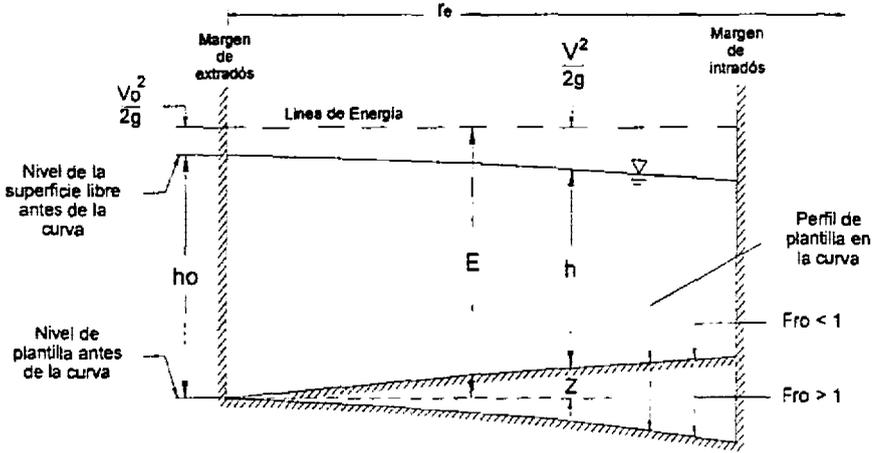


Figura 11. Perfil necesario de la plantilla para mantener constante el gasto q a través de la sección transversal de canal con curvatura.

Adicionalmente, siendo h_0 y V_0 el tirante y la velocidad al inicio de la curva, r_e el radio de curvatura a la margen exterior del canal y E la energía específica referida al nivel de plantilla al comienzo de la curva, tenemos:

$$E = z + h + \frac{V^2}{2g} = h_0 + \frac{V_0^2}{2g} \dots (4.1.7)$$

Despejando el tirante h de la ec. (4.1.1), obtenemos:

$$h = \frac{qr}{C_c} \dots (4.1.8)$$

Mientras que de la ec. (2.1.1) resulta que:

$$C_c = Vr = V_0 r_e \dots (4.1.9)$$

Sustituyendo las ecs. (4.1.8) y (4.1.9) en la ec. (4.1.7), se consigue lo siguiente:

$$z = E - \left(h + \frac{V^2}{2g} \right) = E - \left(\frac{qr}{V_o r_e} + \frac{V_o^2 r_e^2}{2gr^2} \right)$$

$$z = E - h_o \left(\frac{r}{r_e} + \frac{F_{ro}^2 r_e^2}{2 r^2} \right) \dots (4.1.10)$$

Que es la expresión que define el perfil transversal de la plantilla del canal y en donde F_{ro} es el número de Froude al inicio de la curva.

Considerando que el flujo en régimen subcrítico puede llegar a alcanzar el valor del régimen crítico ($F_r=1$) cuando viaja por la curva, debido a que el número de Froude sobre la margen de intradós es siempre mayor al correspondiente parámetro del flujo al inicio de la curva, es necesario identificar las condiciones para cuando sucede ésta situación de manera que pueda evitarse desde la etapa de diseño. Siendo así, la ec. (4.1.10) definida para la margen de intradós es la siguiente:

$$\frac{E - z_i}{h_o} = \frac{r_i}{r_e} + \frac{F_{ro}^2 r_e^2}{2 r_i^2} \dots (4.1.11)$$

Además, tenemos que:

$$E - z_i = h_i + \frac{V_i^2}{2g} = h_i \left(1 + \frac{V_i^2}{2gh_i} \right) = h_i \left(1 + \frac{F_{ri}^2}{2} \right) \dots (4.1.12)$$

Reemplazando $F_{ri}=1$ en la ec. (4.1.12) y aplicando el principio de la ec. (4.1.1), conseguimos la siguiente ecuación:

$$\frac{E - z_i}{h_o} = \frac{3}{2} \frac{h_i}{h_o} = \frac{3}{2} \frac{r_i}{r_e} \dots (4.1.13)$$

Sustituyendo esta última expresión en la ec. (4.1.11) y haciendo las simplificaciones necesarias, obtenemos:

$$\frac{r_i}{r_e} = F_{ro}^{2/3} \dots (4.1.14)$$

Siendo r_c el radio de curvatura al eje central del canal, la ec. (4.1.14) también puede ser expresada como:

$$\frac{r_c - b/2}{r_c + b/2} = F_{ro}^{2/3} \dots (4.1.15)$$

Finalmente, despejando la relación r_c/b de la ec. (4.1.15), resulta que:

$$\frac{r_c}{b} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + F_{ro}^{2/3}}{1 - F_{ro}^{2/3}} \right) \dots (4.1.16)$$

Las ecs. (4.1.14) y (4.1.16) permiten calcular las relaciones entre radios de curvatura con las que se presenta el régimen crítico sobre la margen de intradós de una curva a pesar de que el flujo al comienzo de la misma se encuentra en régimen subcrítico ($F_{ro} < 1$), por lo tanto; para evitar ésta situación, en el diseño la relación r_c/b deberá ser mayor a la determinada por la ec. (4.1.16).

En la práctica esta medida de mitigación ha sido aplicada en los diseños de Presas. La obra de toma de la Presa Tepetitlán en el Edo. de México consta de un canal con curvatura horizontal que trabaja con flujo en régimen supercrítico y cuya plantilla fue diseñada con pendiente transversal. De su funcionamiento se sabe que efectivamente mejora las condiciones del flujo mientras el canal opera con el gasto de diseño o superior, pero para condiciones inferiores a las de diseño se producen estancamientos en la margen de intradós que es donde se encuentra la depresión de la plantilla.

• Curvas compuestas

El objeto del trazo de curvas compuestas en flujo con régimen subcrítico es propiciar un desarrollo parcial y paulatino del flujo espiral y disminuir el efecto de la sobre elevación. El trazo de curvas compuestas se recomienda, sobre todo, en el diseño de prolongados cambios de dirección, es decir, en curvaturas con grandes longitudes de desarrollo. Naturalmente que el trazo de curvas compuestas puede combinarse con el peralte de plantilla, lográndose mejores resultados.

El procedimiento de trazo de curvas compuestas según *Ippen y Knapp* (1936), consiste en proyectar una curva circular simple base de radio r_c y ángulo de θ' antecedida y seguida por arcos de curvas circulares de transición de radio igual a $2r_c$ y ángulo de deflexión θ , siendo θ el ángulo obtenido luego de sustituir $2r_c$ en vez de r_c en la ec. (3.1.2) (véase fig. 12).

Observando la figura 12 se puede apreciar que el valor del ángulo de desarrollo θ' de la curva intermedia, es el necesario para completar el ángulo de desarrollo total θ que requerirá el cambio de dirección, es decir: $\theta' = \theta - 2\theta$.

IV.1.2 Consideraciones de diseño estructural

Durante el diseño estructural de los canales de trazo recto, generalmente se considera un empuje hidrostático del agua sobre sus paredes o muros, pero para un canal con curvatura horizontal trabajando con flujo en régimen subcrítico, el empuje que ejerce el flujo sobre el muro exterior se debe a la cantidad de movimiento de las partículas de agua que esta asociada a la distribución de velocidad, entonces; este empuje es el que se debe de considerar en el diseño del muro exterior del canal.

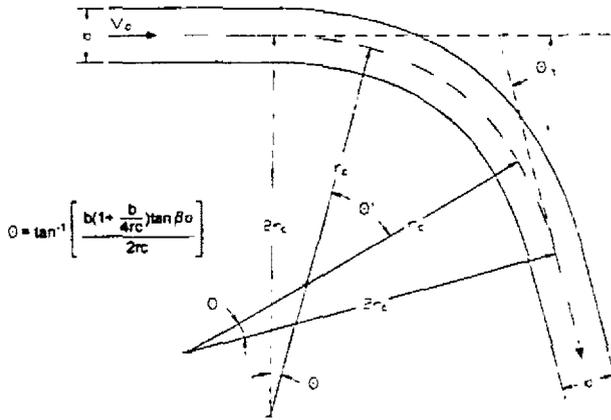


Figura 12. Trazo de una curva compuesta según *Ippen y Knapp*.

En este subcapítulo se presenta la forma de calcular el empuje del agua generado por la circulación del agua y un procedimiento para cuantificar el área necesaria de acero de refuerzo para esta sollicitación.

• Empuje del agua sobre el muro exterior

El empuje del flujo de agua es la resultante de las fuerzas que actúan sobre el muro exterior del canal y su magnitud se calcula haciendo uso de la ley del impulso.

En concordancia con las observaciones y conclusiones vistas en los subcapítulos relacionados con las distribución de velocidades, se considera para fines de diseño estructural que la magnitud de la componente longitudinal de velocidad es mayor a la magnitud de la componente transversal debido, entre otras razones, a que ésta componente se encuentra más expuesta a los efectos friccionantes de las paredes del canal, entonces; asumiendo que la trayectoria de las componentes longitudinales de la velocidad es tangencial a la geometría curva del canal (*Chang 1983 y Jin-Steffler 1993*), tal como se muestra en la figura 13, el empuje que ejerce la circulación longitudinal \bar{F} sobre el muro exterior es el siguiente:

$$\bar{F} = \frac{\gamma}{g} Q(V_o) \dots (4.1.17)$$

En donde:

\bar{F} = Empuje del agua sobre el muro exterior del canal, [kg]

V_o = velocidad media del flujo antes de la curvatura, [m/s]

Q = gasto que pasa en la sección transversal donde se quiere obtener el empuje, [m³/s]

γ = densidad del agua, [kg/m³]
 g = aceleración de la gravedad, [m/s²]

Que está aplicado como carga uniformemente distribuida sobre el muro exterior del canal. Considerando que la sobre-elevación del nivel del agua sobre la margen de extradós alcanza la corona del muro (véase fig.14), la carga uniformemente distribuida producida por el empuje del agua \bar{F} para un canal de sección transversal rectangular es:

$$\omega = \frac{F}{L} \dots (4.1.18)$$

Donde:

ω = carga uniformemente distribuida, [kg/cm]
 L = altura del muro exterior del canal [cm]

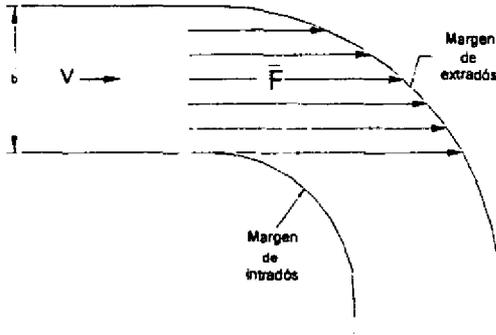


Figura 13. Empuje del agua sobre la margen de extradós en una curvatura con flujo en régimen subcrítico.

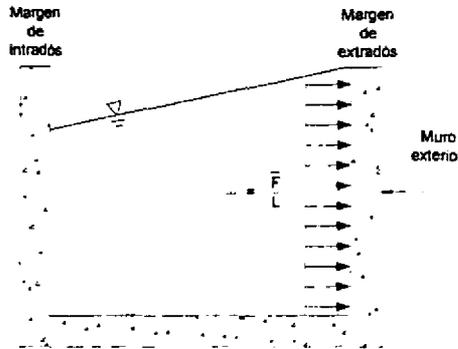


Figura 14. Carga uniformemente distribuida ω producto del empuje del agua \bar{F} , en un canal de sección transversal rectangular.

Mientras que para el caso de canal con sección transversal trapecial (fig.15), la carga uniforme ω es la siguiente:

$$\omega = \frac{F}{\left[h + \left(\frac{\Delta h}{2} \right) \sqrt{m^2 + 1} \right]} \dots (4.1.19)$$

Siendo m el talud de la pared exterior del canal.

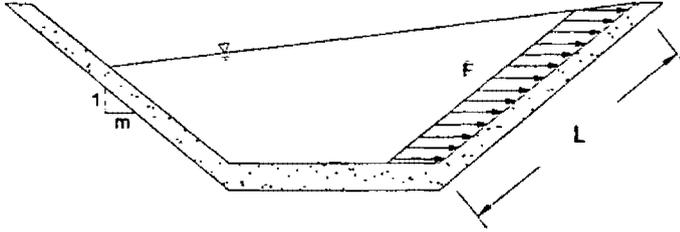


Figura 15. Carga uniformemente distribuida ω producto del empuje del agua \bar{F} , en un canal de sección transversal trapecial.

Suponiendo que el muro trabajará estructuralmente empotrado a la plantilla, ésta carga distribuida produce un momento flexionante máximo M , que para canales de sección rectangular es igual a:

$$M = \frac{\omega L^2}{2} \dots (4.1.20)$$

Y para canales de sección trapecial es:

$$M = \frac{\omega \left[\left(h + \frac{\Delta h}{2} \right) \sqrt{m^2 + 1} \right]^2}{2} \dots (4.1.21)$$

Con este momento flexionante es posible cuantificar el área de acero de refuerzo A_s , por efecto del empuje del agua para una sección rectangular de concreto de ancho b igual a 100 cm ó 1 m de longitud de muro. Esta área es igual a:

$$A_s = \rho b d = \rho (100) d \dots (4.1.22)$$

En donde:

ρ = porcentaje de acero

d = peralte efectivo de la sección, [cm]

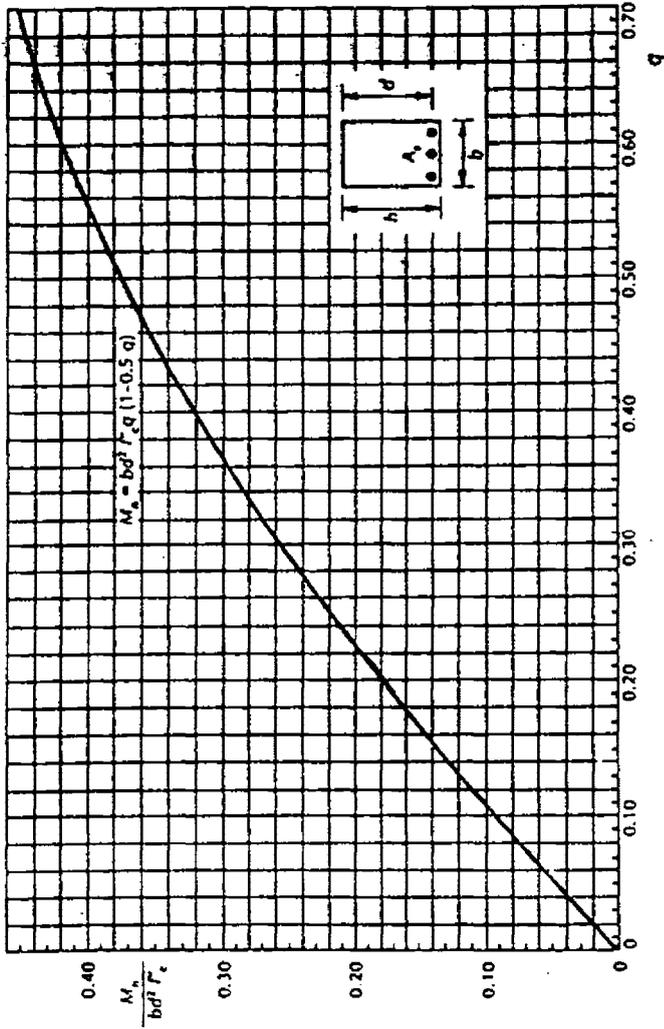
Para determinar la cuantía o porcentaje de acero ρ existen dos posibles métodos de diseño: el de estados limite o esfuerzos últimos y el de esfuerzos permisibles. En este trabajo se

Finalmente, la separación entre varillas s para cada 100 cm de longitud de muro se calcula con la siguiente expresión:

$$s = \frac{bA_b}{A_s} = \frac{100A_b}{A_s} \text{ [cm]} \dots (4.1.25)$$

En donde A_b es el área transversal de cada varilla en cm.

En la figura 17 se presenta un diagrama resumen de las medidas de mitigación para régimen subcrítico tratadas en este subcapítulo.



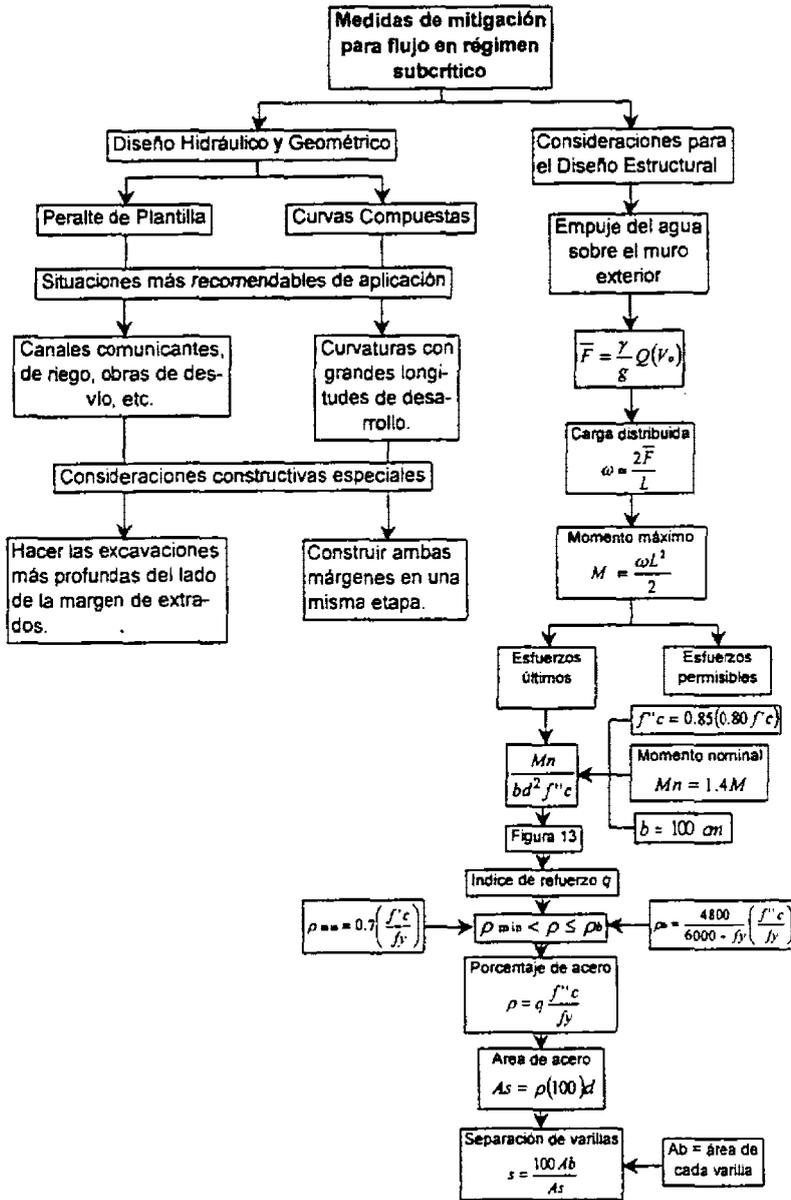


Figura 17. Medidas para mitigar las perturbaciones asociadas a la curvatura horizontal para flujo en régimen subcrítico

IV.2 Régimen supercrítico

Dado que en régimen supercrítico las curvas circulares simples no ofrecen características geométricas ni propician condiciones hidráulicas que reduzcan la evidente sobreelevación del tirante de agua sobre la margen de extradós, que disminuyan el riesgo inminente de erosión de las superficies de contacto y que contengan el considerable empuje que producen las ondas cruzadas sobre las paredes; es necesario formular medidas de diseño que complementen las recomendaciones hechas en el capítulo III y atenúen estos trastornos asociados al cambio de dirección del canal.

La experiencia experimental y práctica ha establecido diversas medidas de mitigación referidas al diseño hidráulico y geométrico de la curva. Naturalmente, dependiendo de las condiciones del proyecto, algunas serán más recomendables que otras. Respecto al diseño estructural de la curva, debe considerarse los efectos relacionados con las altas velocidades del flujo, como son el empuje que ejerce el agua sobre la pared exterior del canal y el riesgo de cavitación por efecto de irregularidades en las superficies de contacto.

IV.2.1 Medidas de diseño hidráulico y geométrico

Las medidas de diseño hidráulico y geométrico para flujo en régimen supercrítico son las enlistadas a continuación:

- Peralte de plantilla
- Curvas compuestas
- Curvas espirales
- Muros divisorios longitudinales
- Umbrales de fondo

En general, las medidas más recomendables son las dos primeras, o mejor aún, la combinación de las dos. La tercera alternativa es recomendable para ciertas estructuras hidráulicas, como son los vertedores de las presas, y las dos últimas solo se recomiendan para corregir diseños inadecuados de curvas ya **construidas**, pues como se verá más adelante, son medidas un tanto imprácticas que implican grandes costos.

El procedimiento de diseño de cada una de estas medidas de mitigación, se presenta en los siguientes párrafos.

• Peralte de plantilla

La intensidad de la sobreelevación de la superficie libre del agua sobre la margen de extradós, puede reducirse si se diseña una adecuada inclinación transversal de la plantilla hacia la pared interna de la curva, de manera que se genere una fuerza lateral que

contrarreste la acción de la fuerza centrífuga sobre la masa de agua. Esta adecuada inclinación puede ser obtenida mediante la ec. (4.1.10), o bien; calculando el valor de la pendiente que formaría dicha inclinación. Esta pendiente debe propiciar que la resultante del peso W del agua y de la fuerza centrífuga sea perpendicular a la plantilla del canal (véase fig. 18), es decir:

$$\tan\theta = \frac{\frac{W}{g} \frac{V_o^2}{r_c}}{W} \dots (4.2.1)$$

Donde la pendiente transversal $S_t = \tan\theta$, entonces:

$$S_t = \frac{V_o^2}{gr_c} \dots (4.2.2)$$

Que es el peralte o la pendiente transversal que debe tener la plantilla del canal.

Para evitar cambios bruscos en las características del flujo, *Knapp* (1956) recomienda proporcionar gradualmente la pendiente transversal a lo largo de la curva. La figura 19 muestra la forma recomendable de dosificar la pendiente transversal S_t . Al comienzo de la curva la pendiente transversal es nula y comienza a crecer linealmente por la región de *máxima fuerza centrífuga*, hasta llegar a un máximo localizado en el ángulo de desarrollo θ determinado por la ec. (3.1.3). A partir de ese punto, la pendiente máxima se mantiene constante y luego debe disminuir gradualmente hasta cero al final de la curva a una longitud de arco que corresponda también al valor del ángulo θ previamente calculado, de tal forma que la región de pendiente transversal constante corresponderá a un ángulo de deflexión $\theta_r - 2\theta$, siendo θ_r el ángulo de desarrollo total de la curva.

La pendiente transversal S_t se recomienda para canales que trabajan próximos o con las condiciones de gasto de diseño, pues cuando no es así, la pendiente pierde efectividad al propiciar la acumulación de agua sobre la margen donde se encuentre la depresión de la plantilla.

Constructivamente, la pendiente transversal de la plantilla se justifica en estructuras importantes o en situaciones en donde sea necesario un cambio de dirección grande con una longitud de desarrollo corta, de ser este el caso, se deben hacer las excavaciones más profundas del lado de la margen interior durante la etapa constructiva.

Se recomienda además la modelación matemática y física en función de la magnitud e importancia de la estructura.

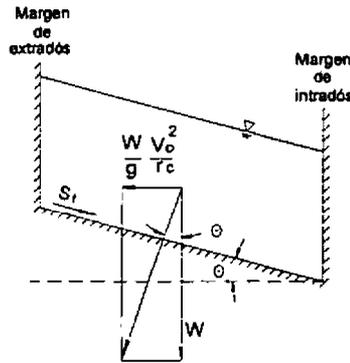


Figura 18. Inclinación apropiada de la plantilla de un canal con alineamiento curvo según Knapp.

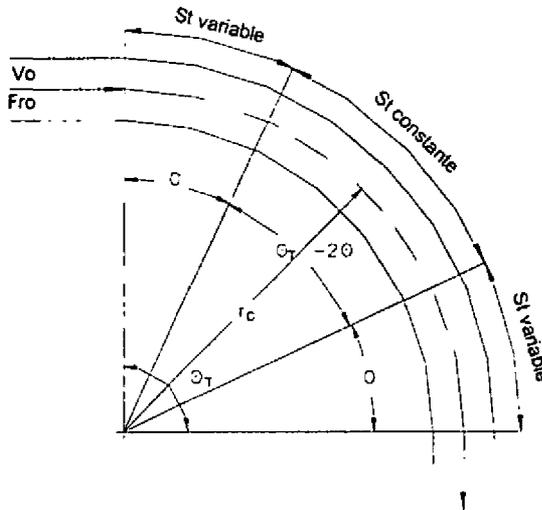


Figura 19. Diseño de una curva simple con peralte de plantilla propuesto por Knapp.

- **Curvas compuestas**

Las curvas compuestas propician un cambio de dirección gradual de las líneas de corriente, disminuyendo la sobre elevación de la superficie libre por efecto de las ondas cruzadas y evitando el completo desarrollo del flujo espiral. Las curvas compuestas son de aplicación general, siendo más adecuadas y eficientes en cambios de dirección prolongados.

El procedimiento de diseño de las curvas compuestas para flujo en régimen supercrítico, es el mismo que se describió en la página 53 para régimen subcrítico.

- **Curvas espirales**

En el diseño de estructuras que vayan a operar con el gasto cercano al de diseño o un poco superior (10%), *Ramos* (1983) sugiere el empleo de curvas con trazo en espiral, debido a que reproducen condiciones de flujo menos variadas que los canales trazados en curva circular. Adicionalmente, siempre y cuando la topografía lo permita y sea el diseño de un canal de descarga de una estructura de excedencias, en obras de riego u otros fines, resulta deseable trazar todo el canal en curva, es decir; sin los tramos rectos que constituyen las tangentes de entrada y de salida, pues este diseño presenta mejores condiciones de flujo con relación a ese mismo canal trazado con las tangentes de entrada y de salida (véase fig.20). Si se trata de curvas circulares, trazar todo el canal en curva significa aumentar el radio de curvatura, lo que contribuye a mejorar las condiciones del flujo, mientras que si se trata de curvas espirales la mejoría resulta más evidente, dado que el radio de entrada corresponde inicialmente al radio de circunferencia de la curva circular y el radio de salida final resulta ser todavía mayor.

El procedimiento de diseño de curvas espirales propuesto por *Ramos* consiste en adecuar el trazo a una espiral logarítmica que obedece a la siguiente ecuación en coordenadas polares:

$$\rho = ae^{0.11513\theta} \dots (4.2.3)$$

Donde ρ es el radio vector medido a partir de un polo fijo u origen, a es un factor de longitud o extensión, expresado en metros y cuyo valor define si la espiral es mayor o menor pero conservando constantes siempre todas las demás propiedades geométricas, e es la base de los logaritmos naturales y θ es el ángulo que define la posición del radio vector expresado en radianes y comprendido entre $8\pi \leq \theta \leq 10\pi$, es decir; una vuelta completa de la espiral a partir de la cuarta revolución.

El primer paso a seguir es definir si las condiciones topográficas del lugar permiten trazar todo el canal en curva, si esto es posible y una vez definidas las secciones de entrada y de salida con sus respectivos ejes, se lleva este trazo sobre la espiral definida por la ec. (4.2.3) graficada a la misma escala hasta hacer coincidir los ejes de entrada y de salida con tangentes al tramo de la espiral. Sobre ella se medirán los radio vectores de comienzo y de final, así como el valor del ángulo de deflexión. Para el caso en que la curva deba ser trazada entre dos tangentes, se procede de la misma manera haciendo coincidir los ejes de los tramos rectos de entrada y de salida con tangentes a la espiral y obteniendo el valor de las variables mencionadas anteriormente.

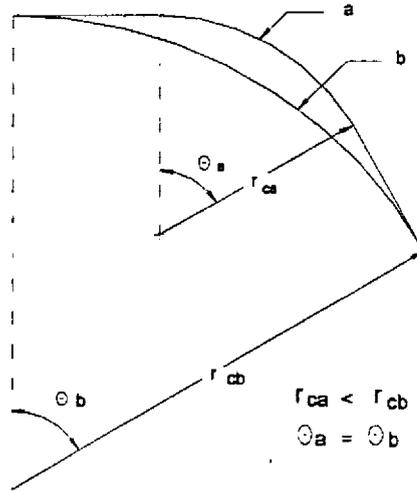


Figura 20. Posibilidades de trazo de un canal curvo: a) dos tramos rectos y uno curvo y b) todo el canal en curva.

Una vez determinada la porción de curva que se adapta a cada caso específico, se procederá a determinar las constantes de la espiral en el terreno natural. Como puede apreciarse en la ec. (4.2.3), el valor del factor a tiene una influencia directamente proporcional al valor de ρ , por consiguiente; una cuestión fundamental será determinar este valor. Por ejemplo, suponiendo que el trazo mejor adaptado tiene las condiciones siguientes:

$$\rho_1 = 110.00 \text{ m}$$

$$\rho_2 = 122.61 \text{ m}$$

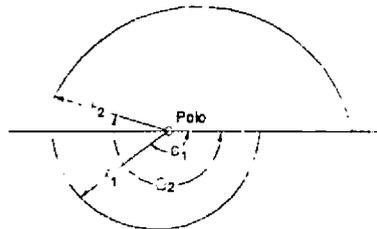


Figura 21

$$\theta_1 = 143^\circ = \frac{143\pi}{180} \text{ rad}$$

$$\theta_2 = 197^\circ = \frac{197\pi}{180} \text{ rad}$$

$$\Delta\theta = 54^\circ$$

Entonces para $a=1$ y $\theta = 8\pi + 143^\circ$, de la ec. (4.2.3) tenemos:

$$\rho = e^{0.11513 \left(\frac{1440+143}{180} \pi \right)}$$

$$\rho = e^{3.181}$$

$$\rho = 24.07 \text{ m}$$

Ahora bien, si la topografía del terreno nos impone un radio de entrada ρ_1 igual a 110.00 m, se tiene que:

$$a = \frac{110.00}{24.07} = 4.57$$

Y entonces toda la curva se trazará con base a la ecuación:

$$\rho = 4.57e^{0.11513\theta} \text{ para } \frac{1583}{180} \pi \leq \theta \leq \frac{1637}{180} \pi$$

Siendo el radio vector de salida ρ_2 igual a:

$$\rho_2 = 4.57e^{0.11513 \left(\frac{1637}{180} \pi \right)}$$

$$\rho_2 = 122.61 \text{ m}$$

Para poder trazar con precisión la curva se deben determinar valores intermedios entre los radios de entrada y de salida.

Por otro lado, es necesario proporcionar la longitud del arco de la curva y las posibilidades de trazo a partir de la cuerda, para ello, la expresión que permite calcular la longitud del arco de la espiral es la siguiente:

$$S = (\rho_2 - \rho_1) \frac{\sqrt{1+m^2}}{m} \dots (4.2.4)$$

Siendo m el coeficiente del argumento de la exponencial cuyo valor para la espiral propuesta es de 0.11513. Ahora bien, se recomienda descomponer este arco en tramos rectos, señalando que la precisión en las cifras es un factor importante a considerar, pues un mal manejo de ellas puede ocasionar una variación del ángulo en algunos minutos de arco.

Cabe precisar que el coeficiente m ocasiona que la espiral se abra más aprisa cuanto mayor sea su valor y naturalmente distintos valores de m reproducen distintas espirales no solo en tamaño, sino en forma.

Por otra parte, las curvas espirales representan exigencias constructivas, pues al no construir en una misma etapa ambas márgenes del canal, se derivan algunos pequeños problemas de continuidad.

- **Muros divisorios longitudinales**

En canales ya existentes cuyo trazo de la curva es inadecuado y no existen posibilidades geométricas ni hidráulicas de mejorar su funcionamiento, una alternativa para hacer palidecer los efectos adversos de la sobre elevación y las ondas transversales es la colocación de muros concéntricos que dividan longitudinalmente el ancho del canal en una serie de angostos canales curvos (véase fig. 22). El método es imposible de aplicar en conductos que arrastren en sus aguas objetos más grandes que el ancho de los canales divisorios y ciertamente no es del todo práctico, pues requiere de un continuo mantenimiento, no obstante; ya que es una medida correctiva, no se debe descartar la posibilidad de aplicarse en ciertas situaciones especiales de importancia y exigencia.

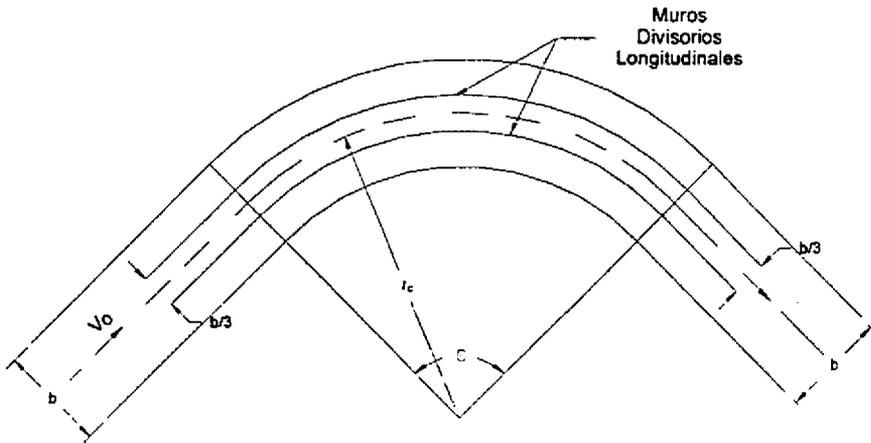


Figura 22. Canal curvo con muros divisorios longitudinales.

- **Umbrales de fondo**

Otra medida correctiva para curvas con trazo circular simple o algún otro alineamiento curvo inconveniente en canales ya construidos, es la construcción de barras diagonales en el fondo o plantilla del canal antes y después de la curva (véase fig. 23).

El objeto de los umbrales de fondo es producir efectos en el flujo que contrarresten los asociados a las ondas cruzadas, así como reducir la sobreelevación.

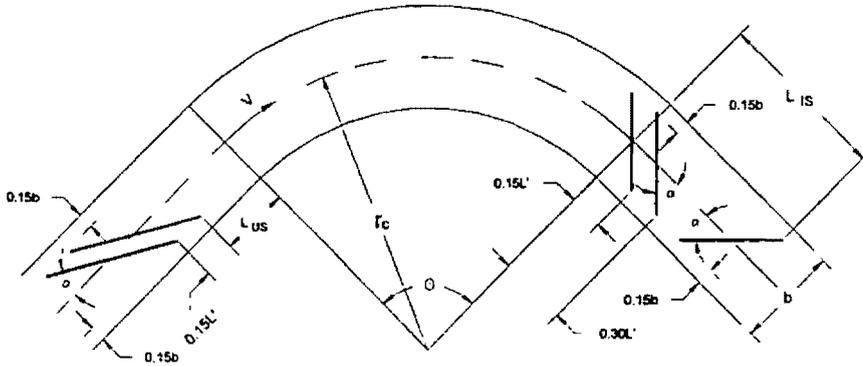


Figura 23. Localización de los umbrales de fondo en un canal curvo.

Experimentalmente se obtuvo que el ángulo óptimo α del durmiente es de 30° y la distancia L_{US} en la figura 23, es la siguiente (Chow 1972):

$$L_{US} = \frac{Cb}{\tan\beta} \dots (4.2.5)$$

Siendo C un coeficiente que para situaciones normales tiene un intervalo de valores de entre 0.9 y 1.15. De la figura 23 la longitud L_{IS} es:

$$L_{IS} = 0.30L' + \frac{b}{\tan\alpha} \dots (4.2.6)$$

Donde L' es la mitad de la longitud de la onda transversal, es decir:

$$L' = \frac{b}{\tan\beta} \dots (4.2.7)$$

Las principales desventajas de utilizar durmientes diagonales son los altos costos de mantenimiento, la posibilidad de ocurrir cavitación a grandes velocidades de flujo y graves disturbios en la estructura para gastos pequeños.

Por lo anterior, es recomendable la modelación física y matemática de la eficiencia de esta medida de mitigación para la condición particular de proyecto.

IV.2.2 Consideraciones de diseño estructural

En régimen supercrítico, las consideraciones para diseño estructural de las curvas horizontales son esencialmente dos: la magnitud del empuje que el flujo ejerce sobre el muro exterior del canal producto de la acción de las ondas cruzadas y el riesgo de cavitación por efecto de las elevadas velocidades.

- **Empuje del agua sobre el muro exterior**

El empuje de agua es la resultante de las fuerzas actuantes sobre el muro del canal, entonces; considerando que la velocidad que lleva el flujo antes del "choque" con el muro es la velocidad media del flujo antes de la curva V_0 , el empuje del agua \bar{F} a considerar en el diseño estructural será:

$$\bar{F} = \frac{\gamma}{g} Q(V_0) \dots (4.2.8)$$

Que estará incidiendo sobre el muro exterior a un ángulo de desarrollo de curvatura igual a θ (véase fig. 24).

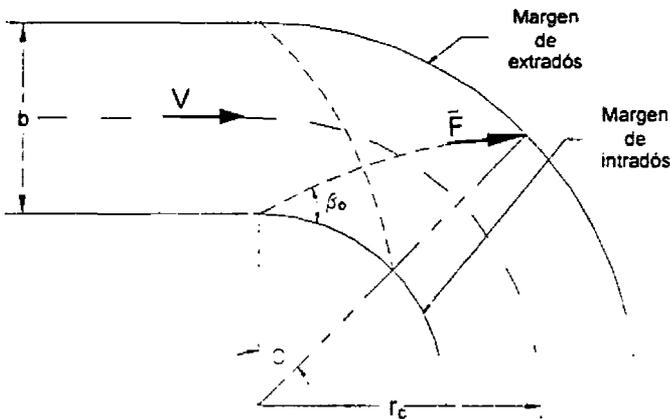


Figura 24. Empuje del agua sobre el muro exterior por efecto de las ondas cruzadas.

Con respecto al área necesaria de acero de refuerzo para esta sollicitación, el procedimiento de cuantificación puede realizarse mediante el método de esfuerzos permisibles o el de esfuerzos últimos o estados límite que se describió en las páginas 52 a la 56 para la situación de flujo en régimen subcrítico.

- **Riesgo de cavitación**

La rugosidad del concreto, la presencia de escalones, de ranuras o algún otro tipo de irregularidad en la superficie de contacto con el agua, pueden generar zonas de baja presión y generar cavitación y dañar severamente la superficie expuesta si la velocidad media del flujo excede los 12 m/s (Echávez 1987).

La importancia de considerar la posibilidad de cavitación en el diseño estructural de la curvatura horizontal, reside en que de llegar a ocurrir este fenómeno, el elemento estructural estará sometido a grandes esfuerzos de compresión y un bajo $f'c$ del concreto tendría como resultado la erosión de su superficie.

Existen tres formas de evitar o atenuar los problemas de la cavitación, una es manejar los caudales de la obra hidráulica a niveles que no causen daños cuando la misma operación lo permita, otra es introducir aire en el flujo (aireación) y una tercera alternativa es brindar a las superficies expuestas resistencias de concreto $f'c \geq 200 \text{ kg/cm}^2$ (Arreguín y Ruiz, 1990).

Finalmente en la página 70 se presenta un diagrama resumen de las alternativas de diseño para mitigar los fenómenos del flujo en régimen supercrítico.

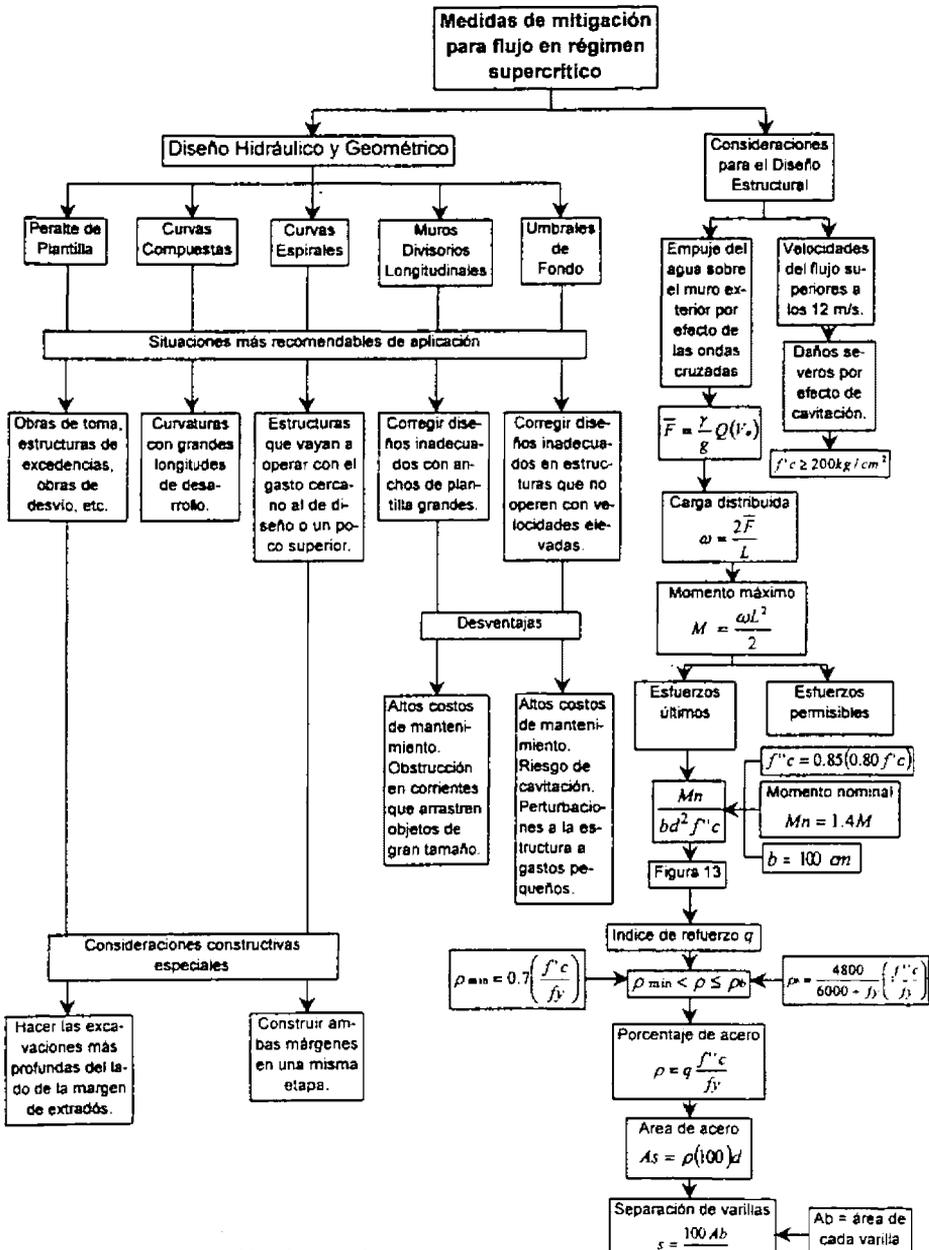


Figura 25. Medidas para mitigar las perturbaciones asociadas a la curvatura horizontal para flujo en régimen supercrítico.

CAPITULO V

EJEMPLOS Y APLICACIONES

Una vez definido el comportamiento del flujo en canales con curvatura horizontal trabajando tanto en régimen subcrítico como supercrítico y planteado las medidas de mitigación de las perturbaciones generadas por el trazo curvo del eje central del conducto, se analizan las características del flujo en condiciones hipotéticas y reales de diseño con la aplicación de los métodos de cálculo descritos en los capítulos anteriores.

Conforme a la estructuración que del tema se ha establecido en este trabajo, en el presente capítulo se desarrollan tres ejemplos de diseño de curvaturas horizontales: dos que abordan la situación del flujo en régimen subcrítico y uno relacionado con el estado de flujo en régimen supercrítico.

Cabe señalar que las observaciones y/o conclusiones generadas en este capítulo son establecidas a partir de los resultados analíticos de los ejemplos, por lo que en definitiva, no son de carácter general.

V.1 Curvatura horizontal trabajando con flujo en régimen subcrítico

Canal de sección transversal rectangular

Se plantea un canal de sección transversal rectangular con las siguientes características:

Ancho de plantilla $b = 7.00$ m
 Pendiente longitudinal de la plantilla $S_0 = 0.0008$
 Coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0.015$
 Bordo libre B.L. = 0.60 m

En este canal se requiere diseñar una curva horizontal de 70° que brinde el mejor funcionamiento hidráulico para un gasto de diseño $Q = 78.00$ m³/s.

Desarrollo

Como primer paso, se calculará el tirante de agua en el canal mediante la aplicación de la ecuación de Manning, que para secciones rectangulares puede expresarse de la forma siguiente:

$$Q = \frac{bh}{n} \left(\frac{bh}{b+2h} \right)^{2/3} S^{1/2}$$

Sustituyendo valores tenemos que:

$$78.00 = \frac{7h}{0.015} \left(\frac{7h}{7+2h} \right)^{2/3} \times (0.0008)^{1/2}$$

Iterando valores de h , obtenemos que el valor del tirante de agua h que satisface la igualdad es:

$$h = 3.92 \text{ m}$$

Entonces, de acuerdo con lo establecido en el subcapítulo II.2.2:

$$\frac{b}{h} = \frac{7.00}{3.92}$$

$$\frac{b}{h} = 1.79 < 5.$$

Por lo tanto, las paredes del canal contribuirán a disminuir la intensidad del flujo espiral.

Enseguida, se procede a determinar las características hidráulicas del canal.

Área hidráulica:

$$A = bh = (7.00)(3.92)$$

$$A = 27.44 \text{ m}^2$$

Perímetro mojado:

$$P = b+2h = 7.00 + 2(3.92)$$

$$P = 14.84 \text{ m}$$

Radio hidráulico:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{27.44}{14.84}$$

$$R = 1.85 \text{ m}$$

Velocidad media:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{78.00}{27.44}$$

$$V = 2.84 \text{ m/s}$$

Energía específica:

$$E = h + \frac{V^2}{2g} = 3.92 + \frac{(2.84)^2}{2(9.81)}$$

$$E = 4.33 \text{ m}$$

Verificando el régimen del flujo, tenemos que:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gh}} = \frac{2.84}{\sqrt{9.81(3.92)}}$$

$$Fr = 0.46 < 1 \therefore \text{régimen subcrítico}$$

Ahora, se establecerá el radio de curvatura del cambio de dirección.

De acuerdo a lo señalado en el subcapítulo II.2.2, la magnitud del flujo espiral es mínima para relaciones $r_c/b \geq 3$, es decir, que el radio de curvatura mínimo aceptable al eje central del canal para este caso será de:

$$r_c = 3b = 3(7.00)$$

$$r_c = 21.00 \text{ m}$$

Siendo el radio de curvatura a la margen de extradós (r_e) igual a 24.50 m y el correspondiente a la margen de intradós (r_i) igual a 17.50 m.

A partir de los datos anteriores, se procede a calcular la sobreelevación aplicando cada una de las fórmulas expresadas en el subcapítulo II.2.1.

De la ec. (2.1.6) tenemos:

$$78.0 = Cc \left[4.33 - \frac{Cc^2}{2g(24.5)(17.5)} \right] \ln \frac{24.5}{17.5}$$

Iterando, el valor de la constante* de circulación Cc que satisface la igualdad es:

$$Cc = 59.25$$

Entonces, de la ec. (2.1.8):

$$\Delta h = \frac{(59.25)^2}{2g(24.5)^2(17.5)^2} (24.5^2 - 17.5^2)$$

$$\Delta h = 0.286 \text{ m}$$

Si este valor de sobreelevación se divide en dos partes iguales, se obtiene la elevación de tirante sobre la margen de extradós y entonces es posible evaluar el porcentaje que ésta elevación representa con respecto al bordo libre (B.L.), es decir:

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.143 \text{ m} \Rightarrow 23.83\% \text{ del B.L.}$$

Por otro lado, de la ec. (2.1.9) tenemos que:

$$\Delta h = \frac{V^2 b}{g r_c} = \frac{2.84^2 (7.0)}{9.81 (21.0)}$$

$$\Delta h = 0.274m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.137m \Rightarrow 22.83\% \text{ del B.L.}$$

Aplicando la expresión (2.1.10) se obtiene que:

$$\Delta h = \frac{(2.84)^2}{9.81} \left[\frac{20}{3} \left(\frac{21}{7} \right) - 16 \left(\frac{21}{7} \right)^3 + \left(\frac{4(21)^2}{7^2} - 1 \right)^2 \ln \left(\frac{2(21)+7}{2(21)-7} \right) \right]$$

$$\Delta h = 0.147m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.073m \Rightarrow 12.23\% \text{ del B.L.}$$

Finalmente, haciendo uso de la ecuación de *Grashof*, se tiene que:

$$\Delta h = \frac{V^2}{g} \ln \frac{r_e}{r_i} = \frac{2.84^2}{9.81} \times \ln \left(\frac{24.5}{17.5} \right)$$

$$\Delta h = 0.277m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.138m \Rightarrow 23.05\% \text{ del B.L.}$$

Como puede observarse, el valor de la sobreelevación obtenido con las expresiones basadas en la ley del movimiento del vórtice libre, es decir las ecs. (2.1.6) y (2.1.8), es igual al calculado con la ec. (2.1.9) que pertenece a las expresiones fundamentadas en la segunda ley de movimiento de *Newton*. La expresión propuesta por *Woodward* ó ec. (2.1.10) subestima analíticamente la magnitud de la sobreelevación proporcionando un valor de aproximadamente 54.0% menos al determinado con las ecs. (2.1.8) y (2.1.9). Respecto a la ecuación de *Grashof* ó ec. (2.1.17), la magnitud de la sobreelevación que se obtuvo es ligeramente mayor a la determinada con las dos primeras ecuaciones (aproximadamente 1.0% más).

Para disminuir la magnitud de la sobreelevación se debe aumentar el radio de curvatura, entonces; si $r_c = 30.00$ m tenemos el siguiente valor de la sobreelevación.

Según la ec. (2.1.6):

$$C_c = 85.00$$

Y en consecuencia:

$$\Delta h = 0.196m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.098m \Rightarrow 16.35\% \text{ del B.L. (reducción del 6.84\%)}$$

Según la expresión de *Woodward* o ec. (2.1.10):

$$\Delta h = 0.103m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.051m \Rightarrow 8.54\% \text{ del B.L. (reducción del 3.89\%)}$$

Y según *Grashof*, ec. (2.1.17):

$$\Delta h = 0.193m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.096m \Rightarrow 16.06\% \text{ del B.L. (reducción del 6.99\%)}$$

Dando distintos radio de curvatura y siguiendo el proceso de cálculo anterior, obtenemos la gráfica de la fig. 26 que relaciona el radio de curvatura contra la sobreelevación (r_c vs Δh) para cada método.

Observando la gráfica de la fig. 26 encontramos que a partir del radio de curvatura mínimo (o $r_c = 21.00$ m) hacia adelante, las ecuaciones de cálculo (2.1.8), (2.1.9) y (2.1.17) producen las mismas magnitudes de sobreelevación, por lo que para este caso específico, la aplicación de cualquiera de ellas es satisfactorio. Respecto a la expresión de *Woodward* o ec. (2.1.10), encontramos que los resultados que genera se encuentran por abajo de las magnitudes obtenidas con el resto de las expresiones de cálculo y dicha diferencia disminuye gradualmente en cuanto más grande es el radio de curvatura, esto permite afirmar que ésta alternativa de cálculo no brinda resultados satisfactorios para este caso en particular y es preferible aplicar cualquiera de los otros criterios vistos en este trabajo.

Referente a la distribución de velocidad del flujo, ésta no es posible determinarla dado que el método de *Chang* presentado en el subcapítulo II.2.3 es solo aplicable a canales con relaciones $b/h \geq 5$. En el ejemplo siguiente se verá la aplicación de este método.

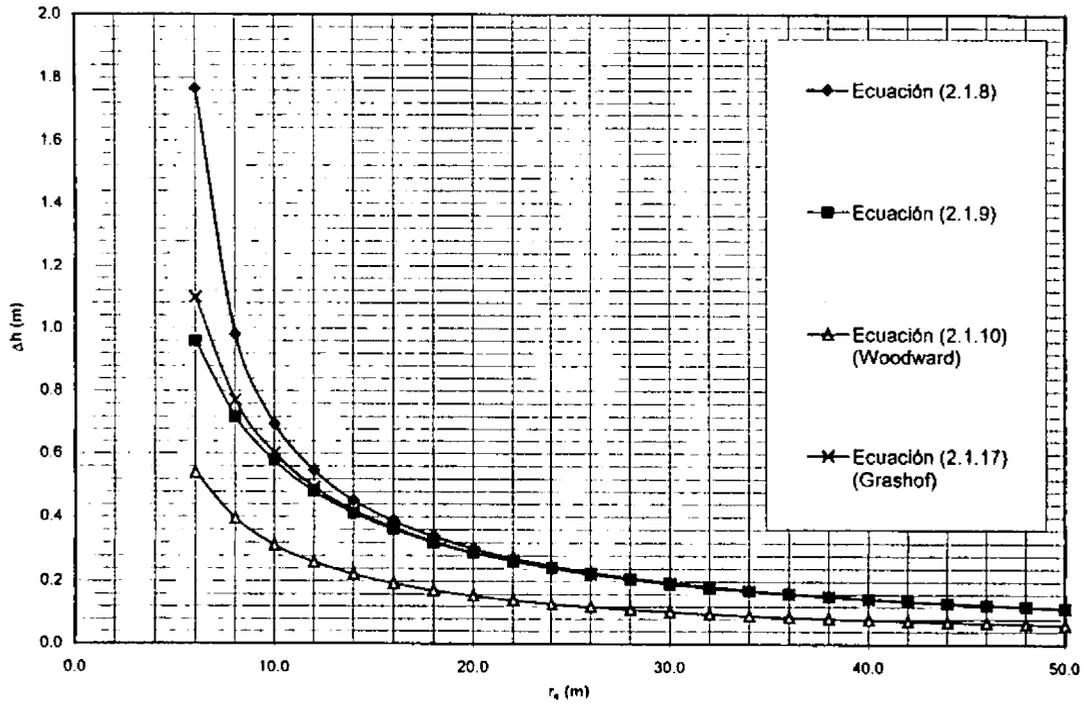


Figura 26. Gráfica Δh vs r_c según los distintos métodos de cálculo para el ejemplo de canal rectangular con flujo en régimen subcrítico

Tomando como adecuado el radio de curvatura $r_c = 30.00$ m, se propone proyectar el cambio de dirección por medio de curvas compuestas, para lo cual, se debe determinar el radio de curvatura de los arcos de transición. Así pues, según la figura 12 tenemos que:

$$2r_c = 2(30.00) = 60.00 \text{ m}$$

Siendo su ángulo de desarrollo θ :

$$\theta = \frac{\theta r}{4} = \frac{70}{4} = 17.5^\circ$$

Mientras que el respectivo ángulo de la curva circular simple (curva intermedia) es:

$$\begin{aligned}\theta' &= \theta r - 2\theta = 70 - 2(17.5) \\ \theta' &= 35^\circ\end{aligned}$$

Suponiendo que no es posible aumentar el radio de curvatura de los arcos de transición y que su dimensión obligada es precisamente 21.00 m, entonces se recomienda diseñar una pendiente transversal o peralte en la plantilla del canal. El desarrollo de este diseño se presenta en las próximas líneas.

Según *Henderson*, de la ec. (4.1.10) tenemos que:

$$\begin{aligned}Z &= 4.33 - 3.92 \left[\frac{r}{24.50} + \frac{(0.46)^2 (24.50)^2}{2r^2} \right] \\ Z &= 4.33 - 3.92 \left[\frac{r}{24.50} + \frac{(11.27)^2}{2r^2} \right]\end{aligned}$$

Revisando el riesgo de presentarse régimen crítico en la zona de la margen de intradós, según la ec. (4.1.16):

$$\frac{r_c}{b} = \frac{1}{2} \left[\frac{1 + 0.46 \left(\frac{2}{3}\right)}{1 - 0.46 \left(\frac{2}{3}\right)} \right]$$

$$\frac{r_c}{b} = 1.97 < 3 \therefore \text{no se presentará régimen crítico en}$$

la zona de la margen de intradós.

Volviendo a la ecuación inicial, dando valores distintos de radio r , obtenemos la siguiente tabla:

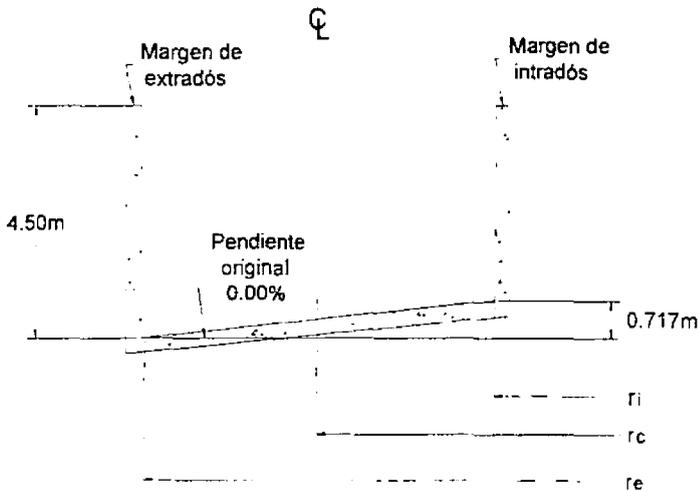
r (m)	Z (m)
r_i = 17.5	0.717
18.0	0.682
18.5	0.643
19.0	0.600
19.5	0.555
20.0	0.508
20.5	0.458
r_c = 21.0	0.405
21.5	0.351
22.0	0.296
22.5	0.238
23.0	0.179
23.5	0.119
24.0	0.058
r_e = 24.5	0.000

Siendo la pendiente transversal de la plantilla igual a:

$$S_t = \frac{0.717}{7.00}$$

$$S_t = 0.102$$

Esquemáticamente, tenemos el siguiente resultado:



Entre tanto, aplicando el razonamiento de *Knapp*, ec. (4.2.2), se obtiene lo siguiente:

$$St = \frac{V_o^2}{g r_c} = \frac{(2.84)^2}{9.81(21.00)}$$

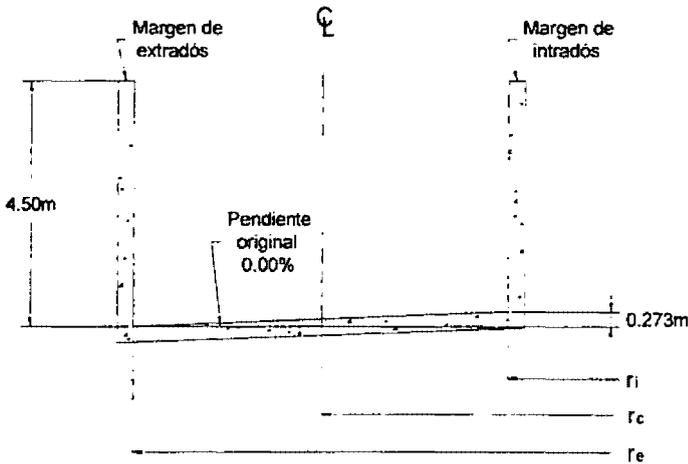
$$St = 0.039$$

Que corresponde a un valor de Z total igual a:

$$Z_T = 0.039(7.00)$$

$$Z_T = 0.273m$$

Esquemáticamente, el resultado es el siguiente:



Los cálculos anteriores muestran que la pendiente transversal determinada por medio de la expresión de *Knapp* es 38.2% menor a la sugerida por el método de *Henderson* y es además, aproximadamente igual a la magnitud de la sobreelevación. Respecto a esto último, la pendiente determinada con el método de *Henderson* es prácticamente 2.5 veces mayor al valor de la sobreelevación.

Pérdidas de Energía

Ahora se determinará la magnitud de las pérdidas de energía producidas por el trazo curvo del canal.

Aplicando el método de *Pacheco-Ceballos*, de la fig. 7(b) tenemos que la ec. (2.4.13) para $\theta = 70^\circ$ es la siguiente:

$$\log(h_1 - h_m) = 2.11V - \left[2.80 + 0.70 \frac{r_c}{b} - 0.06 \left(\frac{r_c}{b} \right)^2 + h \right]$$

Sustituyendo valores considerando que la relación r_c/b del canal es de 3, tenemos:

$$\log(h_1 - h_m) = 2.11(2.84) - [2.80 + 0.70(3) - 0.06(3)^2 + 3.92]$$

$$\log(h_1 - h_m) = -2.29$$

$$h_1 - h_m = 10^{-2.29}$$

$$h_1 - h_m = 0.0052$$

$$h_1 = 0.0052 + h_m$$

En esta expresión, el valor del tirante medio h_m es determinado por medio de la ec. (2.4.7), es decir:

$$h_m = \frac{Q}{Cc \ln \frac{r_c}{r_i}} = \frac{78.00}{(59.25) \ln \left(\frac{24.5}{17.5} \right)}$$

$$h_m = 3.91m$$

Entonces, el tirante de agua h_1 es igual a:

$$h_1 = 0.0052 + 3.91$$

$$h_1 = 3.92m$$

Que es el tirante normal, por tanto:

$$V_1 = \frac{Q}{bh_1} = \frac{78.00}{7.00(3.92)}$$

$$V_1 = 2.84 \text{ m/s}$$

De los datos anteriores, es posible obtener el factor de fricción f . Así, a partir de la ec. (2.4.10):

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

$$N = \frac{1}{\left[\ln \left(\frac{24.5}{17.5} \right) \right]^2 \left(\frac{24.5}{7.0} \right) \left(\frac{17.5}{7.0} \right)}$$

$$N = 1.009$$

Y de la ec. (2.4.9):

$$f = \left[3.92 - 3.91 + \frac{(2.84)^2}{2(9.81)} - (1.009) \frac{(3.92)^2 (2.84)^2}{(3.91)^2 (2 \times 9.81)} \right] \frac{2.50}{(2 \times 9.81)}$$

$$f = 0.0254$$

Finalmente, de la ec. (2.4.1), las pérdidas de energía totales generadas por la curvatura son:

$$\Delta E_T = f \frac{V^2}{2g} = (0.0254) \left[\frac{(2.84)^2}{(2 \times 9.81)} \right]$$

$$\Delta E_T = 0.010m$$

Que representan un 0.24% del total de energía del flujo.

Diseño Estructural

En el aspecto estructural, el empuje de agua (\bar{F}) que estará soportando el muro exterior del canal será, según la ec. (4.1.17):

$$\bar{F} = \frac{1000}{9.81} (78.00)(2.84)$$

$$\bar{F} = 22,581.04 \text{ kg}$$

De acuerdo con la ec. (4.1.18) y considerando una altura del muro exterior de 4.50 m, el empuje de agua actúa como carga uniformemente distribuida con magnitud igual a:

$$\omega = \frac{(22,581.04)}{4.50}$$

$$\omega = 5,018.01 \text{ kg/m}$$

Que genera un momento flexionante máximo, según la ec. (4.1.20), de:

$$M = \frac{5,018.01(4.50)^2}{2}$$

$$M = 50,807.35 \text{ kg}\cdot\text{m}$$

Y de acuerdo con la ec. (4.1.24), el momento nominal M_n es igual a:

$$M_n = 1.4(50,807.35)$$

$$M_n = 71,130.29 \text{ kg}\cdot\text{m}$$

Para obtener el porcentaje de acero ρ , primero se necesita obtener el índice de refuerzo q de la fig. 16, para lo cual, se debe determinar el valor de la siguiente relación:

$$\frac{M_n}{bd^2 f''c} = \frac{71,130.29}{100(40)^2 (0.85 \times 0.80 \times 200)}$$

$$\frac{M_n}{bd^2 f''c} = 0.0033$$

Y de la fig. 16 se obtiene que el índice de refuerzo q es igual a:

$$q = 0.003$$

De la ec. (4.1.23), el porcentaje de acero ρ que deberá tener el muro es:

$$\rho = 0.003 \frac{(0.85 \times 0.80 \times 200)}{4200}$$

$$\rho = 0.0001 < \rho_{\min} = 0.7 \left(\frac{\sqrt{f''c}}{f_y} \right) = 0.7 \left(\frac{\sqrt{200}}{4200} \right) = 0.0024$$

Como el porcentaje de acero ρ es menor al mínimo requerido, entonces se toma el valor de éste último que es igual a 0.0024 y en consecuencia, el área de refuerzo para 100 cm de longitud de muro es igual a:

$$A_s = 0.0024(100)(40)$$

$$A_s = 9.43 \text{ cm}^2$$

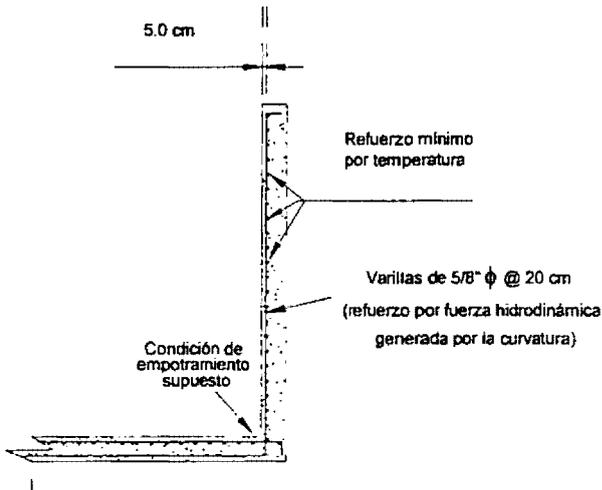
Si se elige colocar 5 varillas de $5/8'' \phi$, entonces el área de acero será de:

$$A_s = 9.90 \text{ cm}^2$$

Y de la ec. (4.1.25), la separación de las varillas será de:

$$s = \frac{100(1.98)}{9.90}$$

$$s = 20.10 \approx 20.00 \text{ cm}$$



Canal de sección transversal trapecial

Esta vez se expondrá un problema de diseño de curvatura horizontal para un canal de sección transversal trapecial con pendiente en los taludes de $m=1.25$. Con el propósito de establecer una comparación con los resultados del ejemplo planteado anteriormente, correspondiente a un canal de sección transversal rectangular, el área hidráulica para este caso será la misma que la del ejemplo anterior, es decir $A = 27.44 \text{ m}^2$. Así también, el gasto de diseño, pendiente longitudinal de plantilla, rugosidad del concreto, bordo libre y el ángulo de curvatura total son los mismos que en el ejemplo anterior ($Q = 78.00 \text{ m}^3/\text{s}$, $S_o = 0.0008$, $n = 0.015$, $B.L. = 0.60 \text{ m}$ y $\theta r = 70^\circ$).

Desarrollo

Primeramente y de acuerdo al proceso de cálculo del ejemplo anterior, se establece la ecuación de *Manning*:

$$78.0 = \frac{A}{0.015} \left(\frac{A}{P} \right)^{2/3} (0.0008)^{1/2}$$

Donde:

$$A = bh + mh^2 = bh + 1.25h^2 = 27.44m^2$$

$$P = b + 2h\sqrt{m^2 + 1} = b + 2h\sqrt{(1.25)^2 + 1}$$

Si de la ecuación para determinar el área hidráulica despejamos el ancho de plantilla b y lo sustituimos en la ecuación de cálculo del perímetro mojado, tenemos lo siguiente:

$$b = \frac{27.44 - 1.25h^2}{h}$$

$$P = \left(\frac{27.44 - 1.25h^2}{h} \right) + 2h\sqrt{(1.25)^2 + 1}$$

$$P = \left(\frac{27.44 - 1.25h^2}{h} \right) + 3.20h$$

Sustituyendo el valor del área hidráulica e integrando esta última ecuación del perímetro mojado en la ecuación inicial de *Manning*, obtenemos:

$$78.0 = \left(\frac{27.44}{0.015} \right) \left[\frac{27.44}{\left(\frac{27.44 - 1.25h^2}{h} \right) + 3.20h} \right]^{2/3} (0.0008)^{1/2}$$

$$1.51 = \left[\frac{27.44}{\left(\frac{27.44 - 1.25h^2}{h} \right) + 3.20h} \right]^{2/3}$$

Iterando el valor del tirante de agua, se encuentra que el valor de h que satisface la igualdad es:

$$h = 3.24m$$

Entonces el ancho de plantilla b del canal será:

$$b = \frac{27.44 - 1.25(3.24)^2}{3.24}$$

$$b = 4.42m$$

Si tomamos un ancho de plantilla igual a 4.50 m, entonces el tirante de agua definitivo será de:

$$78.0 = \frac{27.44}{0.015} \left[\frac{27.44}{4.50 + 2h\sqrt{(1.25)^2 + 1}} \right]^{2/3} (0.0008)^{1/2}$$

$$1.851 = \frac{27.44}{4.50 + 2h\sqrt{(1.25)^2 + 1}}$$

$$8.329 + 3.702h\sqrt{(1.25)^2 + 1} = 27.44$$

$$5.926h = 27.44 - 8.329$$

$$h \cong 3.22m$$

Por lo que las características hidráulicas del canal son las que aparecen a continuación.

Ancho de la superficie libre del agua:

$$B = b + 2mh = 4.50 + 2(1.25)(3.22)$$

$$B = 12.55m$$

Perímetro mojado:

$$P = b + 2h\sqrt{m^2 + 1} = 4.50 + 2(3.22)\sqrt{(1.25)^2 + 1}$$

$$P = 14.81m$$

Radio hidráulico:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{27.44}{14.81}$$

$$R = 1.85m$$

Velocidad media:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{78.00}{27.44}$$

$$V = 2.84m$$

Energía específica:

$$E = h + \frac{V^2}{2g} = 3.22 + \frac{(2.84)^2}{2(9.81)}$$

$$E = 3.63m$$

Revisando el régimen del flujo, tenemos:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gh}} = \frac{2.84}{\sqrt{9.81(3.22)}}$$

$$Fr = 0.51 < 1 \therefore \text{régimen subcrítico}$$

Ahora se determinará el radio de curvatura mínimo del cambio de dirección.

El radio de curvatura mínimo será aquel en que comiencen a disminuir las perturbaciones por efecto del flujo espiral, es decir; de acuerdo con lo recomendado en el subcapítulo II.2.2 y sustituyendo el ancho de plantilla (b) por el ancho de la superficie libre del agua (B):

$$r_c = 3B = 3(12.56)$$

$$r_c = 37.65 \text{ m}$$

La sustitución del ancho de plantilla (b) por el ancho de la superficie libre del agua (B) se justifica dado que el radio de curvatura resultante es mayor al que se obtendría con el ancho de plantilla (b), lo cual significa que las partículas de agua que se encuentren por debajo de la superficie libre tendrán perturbaciones todavía menores, presentándose la condición crítica precisamente en la superficie libre. Lógicamente si se tomara el ancho de plantilla (b) la situación sería la contraria.

Regresando al cálculo, si se toma el radio de curvatura como $r_c = 38.00$ m, el radio de curvatura a la margen de extradós (r_e) es igual a:

$$r_e = r_c + \left(\frac{B}{2}\right)$$

$$r_e = 38.00 + \left(\frac{12.55}{2}\right)$$

$$r_e = 44.28m$$

Y para el radio de curvatura a la margen de intradós (r_i) es:

$$r_i = r_c - \left(\frac{B}{2}\right)$$

$$r_i = 38.00 - \left(\frac{12.55}{2}\right)$$

$$r_i = 31.73m$$

Con estos datos, es posible determinar la sobreelevación generada en el flujo, entonces; de la ec. (2.1.6):

$$78.0 = Cc \left[3.63 - \frac{Cc^2}{2g(44.28)(31.73)} \right] \ln \left(\frac{44.28}{31.73} \right)$$

Iterando, el valor de la constante de circulación Cc que satisface la igualdad es:

$$Cc = 67.56$$

Y de la ec. (2.1.8):

$$\Delta h = \frac{(67.56)^2}{2g(44.28)^2(31.73)^2} (44.28^2 - 31.73^2)$$

$$\Delta h = 0.112m$$

Que representa respecto al bordo libre (B.L.):

$$\frac{\Delta h}{2} = \frac{0.112}{2} = 0.056m \Rightarrow 9.33\% \text{ del B.L.}$$

Mientras que de la ec. (2.1.9) resulta que:

$$\Delta h = \frac{V^2 B}{g r_c} = \frac{2.84^2 (12.55)}{9.81(38.00)}$$

$$\Delta h = 0.272m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = \frac{0.261}{2} = 0.136m \Rightarrow 22.63\% \text{ del B.L.}$$

De la ec. (2.1.10) la magnitud de la sobreelevación es:

$$\Delta h = \frac{(2.84)^2}{9.81} \left[\frac{20}{3} \left(\frac{38.00}{4.50} \right) - 16 \left(\frac{38.00}{4.50} \right)^3 + \left(\frac{4(38.00)^2}{4.50^2} - 1 \right)^2 \ln \left(\frac{2(38.00) + 4.50}{2(38.00) - 4.50} \right) \right]$$

$$\Delta h = 0.052m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.026m \Rightarrow 4.33\% \text{ del B.L.}$$

Y por último, según la ec. (2.1.17):

$$\Delta h = \frac{(2.84)^2}{9.81} \times \ln \left(\frac{44.28}{31.73} \right)$$

$$\Delta h = 0.274m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.137m \Rightarrow 22.83\% \text{ del B.L.}$$

En resumen, se nota de forma evidente que tanto la expresión basada en la teoría del vórtice libre o ec. (2.1.8) y la sugerida por *Woodward* o ec. (2.1.10), determinan para este ejemplo una magnitud de sobreelevación muy inferior a la obtenida con las expresiones (2.1.9) y (2.1.17). En la tabla de la fig. 26 aparecen las magnitudes de sobreelevación en el canal de sección transversal rectangular y trapecial para el radio de curvatura mínimo. Como puede observarse, las magnitudes de sobreelevación en el canal de sección transversal trapecial son menores a las que se presenten en la sección transversal rectangular y la sobreelevación calculada por las ecs. (2.1.9) y (2.1.17) es aproximadamente similar para los dos tipos de sección transversal.

Ecuación	Δh (m)	
	Sección rectangular	Sección trapecial
(2.1.8)	0.286	0.112
(2.1.9)	0.274	0.272
(2.1.10)	0.147	0.052
(2.1.17)	0.277	0.274

Fig.26 Magnitud de sobreelevación para el radio de curvatura mínimo en el ejemplo de canal en sección transversal rectangular y trapecial.

Proponiendo un radio de curvatura $r_c = 50.00$ m y siguiendo el proceso de cálculo anterior, obtenemos los siguientes resultados:

De la ec. (2.1.8):

$$\Delta h = 0.084m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.042m \Rightarrow 7.00\% \text{ del B.L.}$$

De la ec. (2.1.9):

$$\Delta h = 0.206m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.103m \Rightarrow 17.20\% \text{ del B.L.}$$

De la ec. (2.1.10):

$$\Delta h = 0.039m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.020m \Rightarrow 3.27\% \text{ del B.L.}$$

Y de la ec. (2.1.17):

$$\Delta h = 0.207m$$

$$\frac{\Delta h}{2} = 0.104m \Rightarrow 17.29\% \text{ del B.L.}$$

En consecuencia, de acuerdo a los métodos de cálculo vistos, para cada radio de curvatura la correspondiente sobreelevación será determinada por las gráficas r_c vs Δh , que se muestran en la gráfica de la página siguiente.

Como se puede observar en esta gráfica, para el ejemplo expuesto las ecuaciones (2.1.9) y (2.1.17) brindan magnitudes similares de sobreelevación, lo mismo sucede con las ecs. (2.1.8) y (2.1.10) pero solo para radios de curvatura mayores al mínimo, sin embargo; la diferencia de magnitudes entre el primer par de ecuaciones y éstas últimas es muy grande.

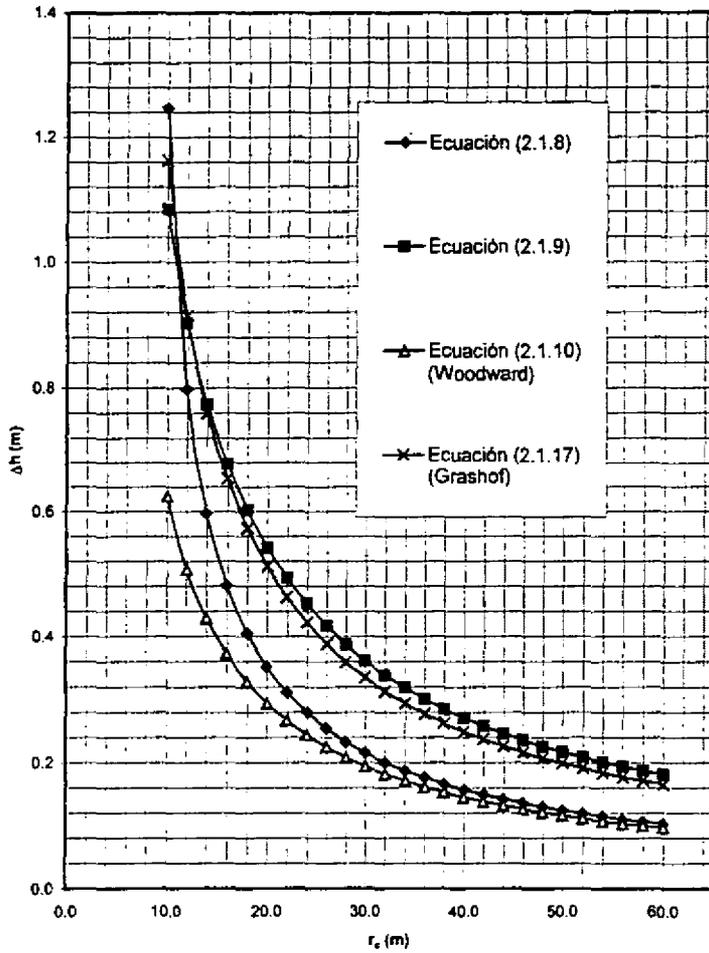
Suponiendo que no es posible aumentar el radio de curvatura mínimo, con el propósito de reducir la sobreelevación y la magnitud del flujo espiral, se recomienda trazar curvas compuestas, siendo el radio de curvatura de los arcos de transición según la fig. 12:

$$2r_c = 2(38.00) = 76.00m$$

Donde su ángulo de desarrollo θ es igual a:

$$\theta = \frac{\theta r}{4} = \frac{70^\circ}{4} = 17.5^\circ$$

Y el correspondiente ángulo de la curva circular simple (curva intermedia) es:

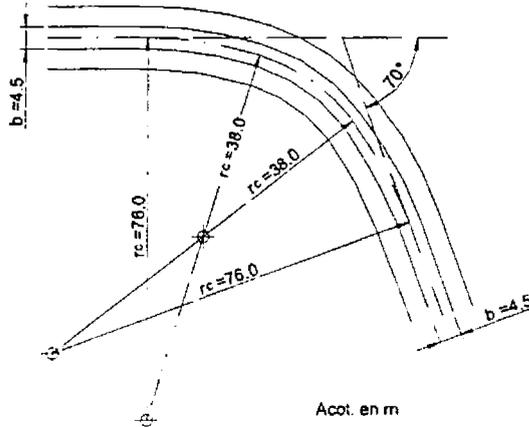


Gráfica Δh vs r_c según los distintos métodos de cálculo para el ejemplo de canal trapecial con flujo en régimen supercrítico.

$$\theta' = \theta_r - 2\theta = 70 - 2(17.5)$$

$$\theta' = 35^\circ$$

Esquemáticamente la alternativa de solución es la siguiente:



Otra alternativa o adicional al trazo de curvas compuestas, es proporcionar una pendiente transversal o peralte en la plantilla del canal cuyo diseño se describe en los siguientes párrafos.

Con base a la teoría del gasto unitario de *Henderson*, de la ec. (4.1.10) para un $r_c = 38.00$ m tenemos que en la plantilla del canal:

$$Z = 3.63 - 3.22 \left[\frac{r}{40.25} + \frac{(0.51)^2 (40.25)^2}{r^2} \right]$$

$$Z = 3.63 - 3.22 \left[\frac{r}{40.25} + \frac{(421.38)^2}{2r^2} \right]$$

Revisando el riesgo de presentarse régimen crítico en la zona de la margen de intradós, según la ec. (4.1.16):

$$\frac{r_c}{B} = \frac{1}{2} \left[\frac{1 + 0.51 \left(\frac{2}{3}\right)}{1 - 0.51 \left(\frac{2}{3}\right)} \right]$$

$$\frac{r_c}{B} = 2.26 < 3 \therefore \text{no se presentará régimen crítico en la zona de la margen de intradós}$$

Introduciendo valores de radio de curvatura r en la ecuación inicial, se obtiene la siguiente tabla:

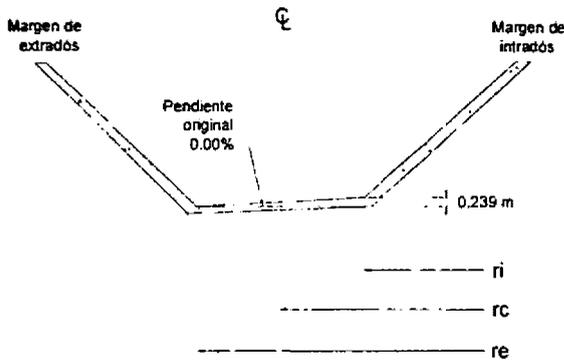
r (m)	Z (m)
$r_i = 35.75$	0.239
36.00	0.227
36.50	0.201
37.00	0.174
37.50	0.148
$r_c = 38.00$	0.120
38.50	0.092
39.00	0.064
39.50	0.035
40.00	0.006
$r_e = 45.0$	0.000

Siendo la pendiente transversal de la plantilla igual a:

$$St = \frac{0.239}{4.50}$$

$$St = 0.0531 = 5.31\%$$

Esquemáticamente se tiene el siguiente resultado:



Mientras que de acuerdo con *Knapp*, de la ec. (4.2.2) obtenemos que la pendiente transversal es de:

$$S_t = \frac{V_o^2}{g r c} = \frac{(2.84)^2}{9.81(38.00)}$$

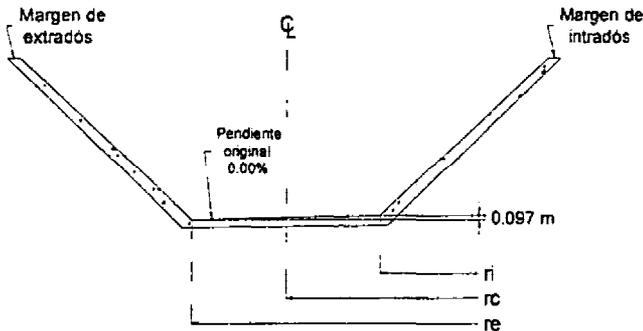
$$S_t = 0.0216 = 2.16\%$$

Que corresponde a un valor de Z total igual a:

$$Z_T = 0.0216(4.50)$$

$$Z_T = 0.097 \text{ m}$$

Esquemáticamente el resultado es el siguiente:



Con relación a la magnitud de las pérdidas de energía por efecto de la curvatura, éstas no pueden ser determinadas por el método propuesto por *Pacheco-Ceballos*, debido a que este método solo es aplicable a canales de sección rectangular. Por otra parte, dado que no se encontró algún método de cálculo de pérdidas de energía para canales de sección trapecial en la bibliografía consultada, no es posible desarrollar el cálculo de pérdidas de energía para este ejemplo.

Respecto a la velocidad transversal del flujo, si la longitud de desarrollo de la curvatura al eje central del canal es igual a:

$$l = \frac{\pi}{180} = (38.00)(70) = 46.43 \text{ m}$$

Entonces la velocidad transversal sobre el eje central del canal a 4.64 m de distancia del inicio de la curvatura, que es menor a dos veces el tirante de agua al inicio de la curva ($\Delta s \leq 2h$), es según la ec. (2.3.3).

$$v_1 = \left\{ 0 + \sqrt{\frac{0.0144}{2}} \left[\frac{10}{3} - \left(\frac{1}{0.4} \right) \left(\frac{5}{9} \right) \sqrt{\frac{0.0144}{2}} \right] \frac{V_0}{38.00} \times \exp \left[\frac{0.4}{h_0} \left(\sqrt{\frac{0.0144}{2}} \right) 4.64 \right] 4.64 \right\} \exp \left[- \frac{0.4}{h_0} \sqrt{\frac{0.0144}{2}} (4.64) \right]$$

$$v_1 = \left\{ 0 + \sqrt{\frac{0.0144}{2}} \left[\frac{10}{3} - \left(\frac{1}{0.4} \right) \left(\frac{5}{9} \right) \sqrt{\frac{0.0144}{2}} \right] \frac{2.84}{38.00} \times \exp \left[\frac{0.4}{3.22} \left(\sqrt{\frac{0.0144}{2}} \right) 4.64 \right] 4.64 \right\} \exp \left[- \frac{0.4}{3.22} \sqrt{\frac{0.0144}{2}} (4.64) \right]$$

$$v_1 = 0.095 \text{ m/s}$$

La velocidad transversal para la siguiente sección de estudio o sección 2 (localizada a 4.64 m de la primera), se obtiene como:

$$v_2 = \left\{ 0.095 + \sqrt{\frac{0.0144}{2}} \left[\frac{10}{3} - \left(\frac{1}{0.4} \right) \left(\frac{5}{9} \right) \sqrt{\frac{0.0144}{2}} \right] \frac{V_1}{38.00} \times \exp \left[\frac{0.4}{h_1} \left(\sqrt{\frac{0.0144}{2}} \right) 4.64 \right] 4.64 \right\} \exp \left[- \frac{0.4}{h_1} \sqrt{\frac{0.0144}{2}} (4.64) \right]$$

Dado que $V_1 = Q/A_1 = [78.00/(4.5h_1 \times 1.25h_1^2)]$, la simplificación de la ecuación anterior queda como:

$$v_2 = \left[0.095 + \frac{21.294}{38(4.5h_1 \times 1.25h_1^2)} \times \exp \left(\frac{0.157}{h_1} \right) 4.64 \right] \exp \left(\frac{-0.157}{h_1} \right)$$

Como puede observarse, para conocer la velocidad transversal en la sección 2 es necesario determinar el valor del tirante medio en la sección 1, dicho valor se obtiene de establecer la ec. (2.5.4) entre cada sección de estudio aplicada desde aguas abajo hacia aguas arriba, por ejemplo; entre las secciones 10 y 9. Al respecto:

$$0.033 + h_9 + \frac{V_9^2}{2g} = 0.037 + h_{10} + \frac{V_{10}^2}{2g} + (0.0008 + S_{110})4.64$$

Si consideramos que en la sección 10 la magnitud de tirante es igual a 3.22 m y si sabemos que $V_9 = Q/A_9$ donde $A_9 = 4.5h_9 + 1.25h_9^2$, entonces:

$$0.033 + h_9 + \frac{78.0^2}{2g(4.5h_9 + 1.25h_9^2)^2} = 0.037 + 3.22 + \frac{2.84^2}{19.62} + (0.0008 + S_{110})4.64 \dots (1)$$

Por otro lado, si despejamos la pendiente transversal S_{110} de la ec. (2.5.3):

$$S_{110} = \frac{Q\rho v_{10}}{r_c \gamma A_{10}}$$

Sustituyendo valores conocidos, obtenemos que:

$$S_{110} = \frac{78.0(101.683)v_{110}}{38.0(1000)(4.5h_{10} + 1.25h_{10}^2)}$$

$$S_{110} = 0.209 \frac{v_{110}}{[4.5 \times 3.22 + 1.25(3.22)^2]}$$

$$S_{110} = 0.0076v_{110}$$

Sustituyendo esta expresión en la ec. (1), obtenemos lo siguiente:

$$0.033 + h_9 + \frac{6084}{2g(4.5h_9 + 1.25h_9^2)^2} = 0.037 + 3.22 + \frac{2.84^2}{19.62} + (0.0008 + 0.0076v_{110})4.64$$

$$0.033 + h_9 + \frac{6084}{2g(4.5h_9 + 1.25h_9^2)^2} = 3.672 + 0.0353v_{110} \dots (2)$$

En donde:

$$v_{110} = \left[v_9 + \frac{21.294}{38.0(4.5h_9 + 1.25h_9^2)} \times \exp\left(\frac{0.157}{h_9}\right) 4.64 \right] \exp\left(-\frac{0.157}{h_9}\right) \dots (3)$$

Como se puede notar la solución de la ec. (2) depende de dos variables desconocidas: h_9 y v_9 , siendo v_9 una variable que depende de v_8 . Evidentemente, como las velocidades transversales se encuentran correlacionadas entre sí, la magnitud de la velocidad transversal en una sección depende de la magnitud de la velocidad transversal de la sección anterior. Esta situación establece un sistema integral de ecuaciones, en donde las variables conocidas son el tirante de agua antes y después del cambio de dirección y la velocidad transversal del flujo antes de la curvatura, que para nuestro ejemplo son respectivamente h_0 , v_0 y h_{10} .

Lo anterior nos conduce al siguiente planteamiento para la determinación de la velocidad transversal y el tirante medio en cada sección de estudio:

1. Partiendo desde aguas abajo hacia aguas arriba, se definen las ecuaciones que resulten de aplicar las ecs. (2.5.4) y (2.5.3) entre las secciones de estudio.
2. Desde aguas arriba hacia aguas abajo, se define la expresión que resulte de aplicar la ec. (2.3.3) en cada sección de estudio.
3. Establecidas las ecuaciones involucradas, el cálculo se inicia con un valor inicial de tirante medio en cada una de las secciones.
4. Se satisfacen las igualdades de las ecuaciones iniciando con el tramo que definen la penúltima y última sección (recuérdese que el cálculo del tirante medio es de aguas abajo hacia aguas arriba).

5. Encontrado el valor del tirante que satisface las ecs. (2.5.4), (2.5.3) y (2.3.3) para el tramo inicial, se procede a realizar el mismo proceso en los tramos de curva restantes.

Para nuestro ejemplo y siendo que la curvatura la tenemos dividida en 10 secciones transversales (véase fig. 28), nuestro tramo inicial corresponde a las secciones 9 y 10, entonces para ese tramo los puntos 1 y 2 se encuentran definidos en las anteriormente establecidas ecuaciones (2) y (3) respectivamente.

Los puntos 3, 4 y 5 se desarrollaron en una hoja de cálculo para todos lo tramos y secciones de curva, obteniéndose los resultados que aparecen en el siguiente cuadro resumen:

Sección	Localización (m)	Cota Z (m)	Tirante h (m)	Perímetro (m)	Área (m ²)	Radio hid. (m)	V (m/s)	St	v (m/s)	v/V (%)
0	0.00	0.000	3.220	14.81	27.45	1.85	2.84	0.0000	0.000	0.00
1	4.64	0.004	3.517	15.76	31.29	1.99	2.49	0.0006	0.095	3.80
2	9.28	0.007	3.601	15.71	31.08	1.98	2.51	0.0012	0.174	6.92
3	13.92	0.011	3.480	15.84	30.80	1.97	2.53	0.0017	0.250	9.85
4	18.56	0.015	3.455	15.56	30.47	1.96	2.56	0.0022	0.323	12.61
5	23.20	0.019	3.426	15.47	30.09	1.95	2.59	0.0027	0.394	15.19
6	27.84	0.022	3.395	15.37	29.69	1.93	2.63	0.0033	0.462	17.60
7	32.48	0.026	3.358	15.25	29.21	1.92	2.67	0.0038	0.529	19.81
8	37.12	0.030	3.317	15.12	28.68	1.90	2.72	0.0043	0.594	21.83
9	41.76	0.033	3.272	14.98	28.11	1.88	2.78	0.0049	0.657	23.67
10	46.40	0.037	3.220	14.81	27.45	1.85	2.84	0.0055	0.718	25.28

Figura 27. Tabla resumen para el ejemplo de canal de sección transversal trapecial en régimen subcrítico.

Como podrá verse, la velocidad transversal va aumentando proporcionalmente conforme se va desarrollando la curvatura y al final de ésta, dicha velocidad adquiere un valor de 0.718 m/s que representa un 25.28% o poco más de una cuarta parte de la velocidad media del flujo antes de la curva.

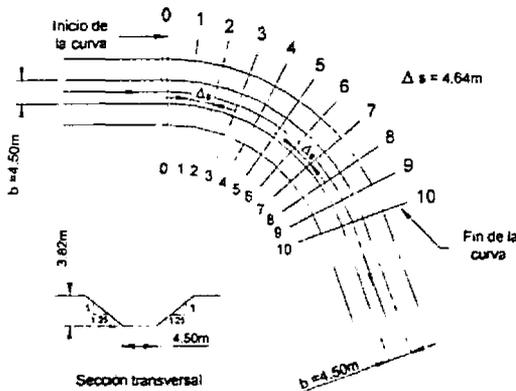


Figura 28. Secciones de estudio para el ejemplo de canal de sección transversal trapecial.

Respecto a lo que sucede con la velocidad transversal después de la curvatura, si se plantea la ecuación de continuidad entre la sección 10 y otra que llamaremos sección A y que se encuentra alejada a una distancia aguas abajo igual a 6.44 m, es decir, dos veces el tirante medio del agua antes de la curva, se obtiene lo siguiente:

$$3.22 + \frac{2.84^2}{19.62} = 0.0052 + h_A + \frac{Q^2}{2g(4.5h_A + 1.25h_A^2)^2} + \left(\frac{Qn}{AR^{2/3}} \right)^2 L$$

$$3.631 = 0.0052 + h_A + \frac{6084}{19.62(4.5h_A + 1.25h_A^2)^2} + \left[\frac{78.0 \times 0.015}{(4.5h_A + 1.25h_A^2) \left(\frac{4.5h_A + 1.25h_A^2}{4.5 + 2h_A\sqrt{1.25^2 + 1}} \right)} \right]^2 \quad (6.44)$$

$$3.631 = 0.0052 + h_A + \frac{6084}{19.62(4.5h_A + 1.25h_A^2)^2} + \left[\frac{1.17}{(4.5h_A + 1.25h_A^2) \left(\frac{4.5h_A + 1.25h_A^2}{4.5 + 3.202h_A} \right)} \right]^2 \times 6.44$$

Iterando llegamos a que:

$$h_A = 3.206m$$

Entonces, basándonos de la ec. (2.3.3) considerando un radio de curvatura infinitamente grande, la velocidad transversal en la sección A es igual a:

$$v_A = (v_{10} + 0) \exp\left(-\frac{k}{h_{11}} \sqrt{\frac{f}{2}} \Delta s\right)$$

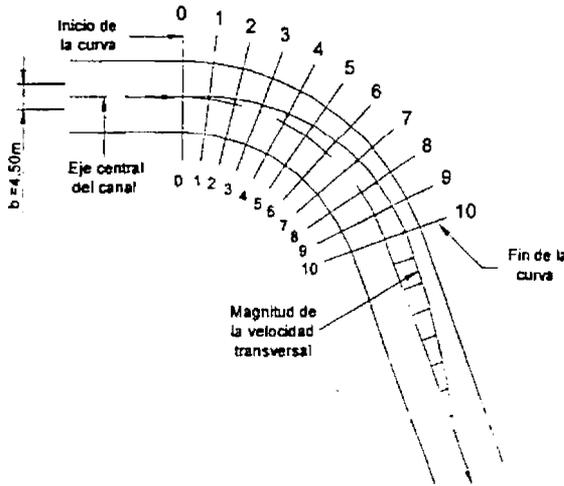
$$v_A = (0.708) \exp\left[-\frac{0.40}{3.206} \sqrt{\frac{0.0144}{2}} (6.44)\right]$$

$$v_A = 0.661m/s$$

Que representa una disminución del 7.94% respecto a la velocidad transversal en la sección 10.

Como se observa la velocidad transversal al final de la curva comienza a disminuir en proporción directa a la reducción de tirante de agua. En este esquema, si consideramos que dicha reducción es constante e igual a 7.94%, encontramos que la distancia en donde la velocidad transversal es teóricamente nula es de aproximadamente 315.0 m, es decir, más de 6 veces la longitud de la curvatura.

Gráficamente, las magnitudes de las velocidades transversales se encuentran ilustradas en la figura siguiente:



De la misma secuencia de cálculo para obtener el valor de la velocidad transversal se obtuvo el valor del tirante medio del agua para cada sección de estudio, cuyos resultados son presentados numéricamente en el cuadro resumen de la fig. 27 y gráficamente en la fig. 29. De estos resultados observamos que la máxima elevación del nivel del agua sucede en la sección 1 con una magnitud de 3.517 m que representa un incremento de 30 cm, es decir, 9.22% respecto al tirante de agua en la sección 0 de la curva.

Respecto al diseño estructural, el empuje de agua \bar{F} sobre el muro exterior del canal es según la ec. (4.1.17):

$$\bar{F} = \frac{1000}{9.81} (78.00)(2.84)$$

$$F = 22,581.0 \text{ kg}$$

Que actúa como carga uniformemente distribuida de magnitud, según la ec. (4.1.19) y considerando una altura del muro exterior de 4.92 m, igual a:

$$\omega = \frac{(22,581.0)}{(2.70 + 0.131)\sqrt{1.25^2 + 1}}$$

$$\omega = 4,982.78 \text{ kg/m}$$

Que produce un momento flexionante máximo, según la ec. (4.1.21), de:

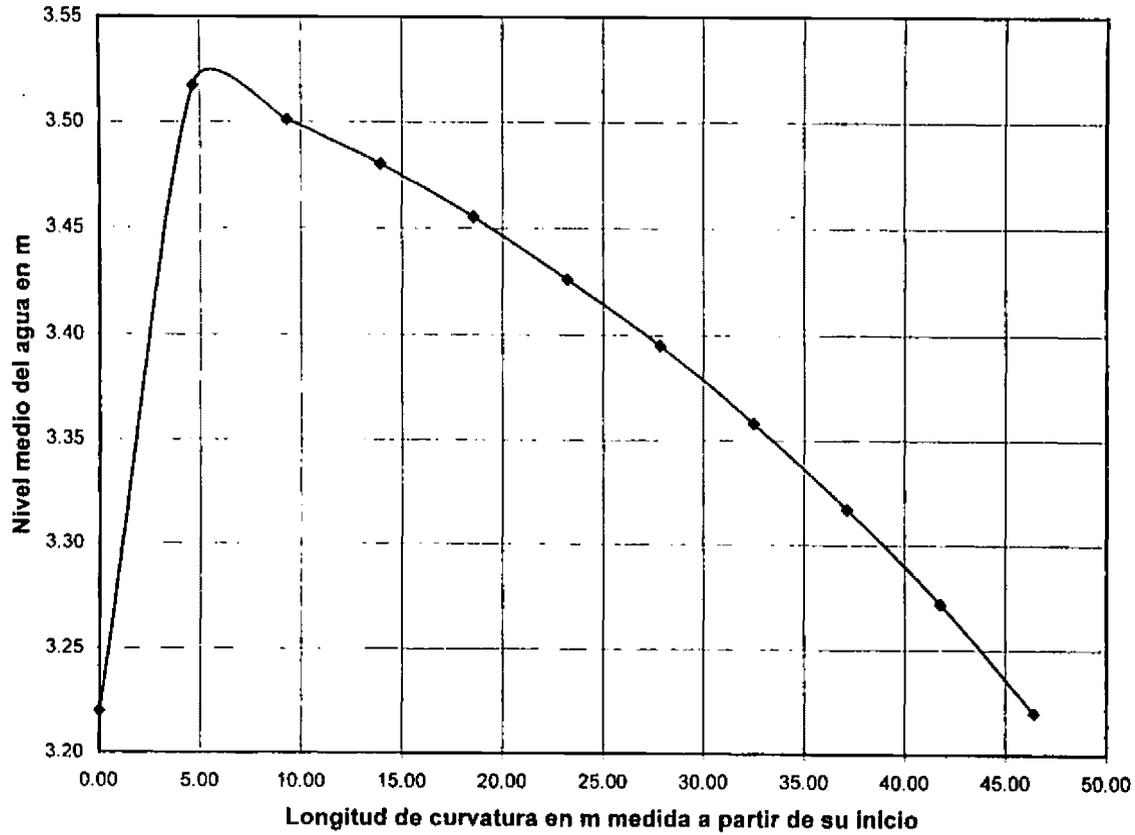


Figura 27. Gráfica longitud de curvatura vs nivel medio del agua para el ejemplo de canal de sección trapecial, según método de Chang.

$$M = \frac{4,982.78 \left[(2.70 + 0.131) \sqrt{(1.25)^2 + 1} \right]^2}{2}$$

$$M = 51,166.41 \text{ kg}\cdot\text{m}$$

Siendo el momento nominal M_n es igual a:

$$M_n = 1.4(51,166.41)$$

$$M_n = 71,633.00 \text{ kg}\cdot\text{m}$$

Y el valor de la relación $M_n/bd^2f''c$ para obtener el índice de refuerzo q es:

$$\frac{M_n}{bd^2f''c} = \frac{71,633.00}{100(40)^2(0.80 \times 0.85 \times 200)}$$

$$\frac{M_n}{bd^2f''c} = 0.003$$

Entonces, de la fig. 16 se obtiene que:

$$q = 0.003$$

El porcentaje de acero ρ que deberá tener el muro es, según la ec. (4.1.23):

$$\rho = 0.003 \frac{(0.85 \times 0.80 \times 200)}{4200}$$

$$\rho = 0.0001 < \rho_{\min} = 0.7 \left(\frac{\sqrt{200}}{4200} \right) = 0.0024$$

Como es menor al mínimo porcentaje de acero, se tomará el valor de éste último resultando que el área de acero de refuerzo que llevara el muro es de:

$$A_s = 0.0024(100)(40)$$

$$A_s = 9.6 \text{ m}^2$$

Eligiendo 5 varillas de $5/8'' \phi$, tenemos que:

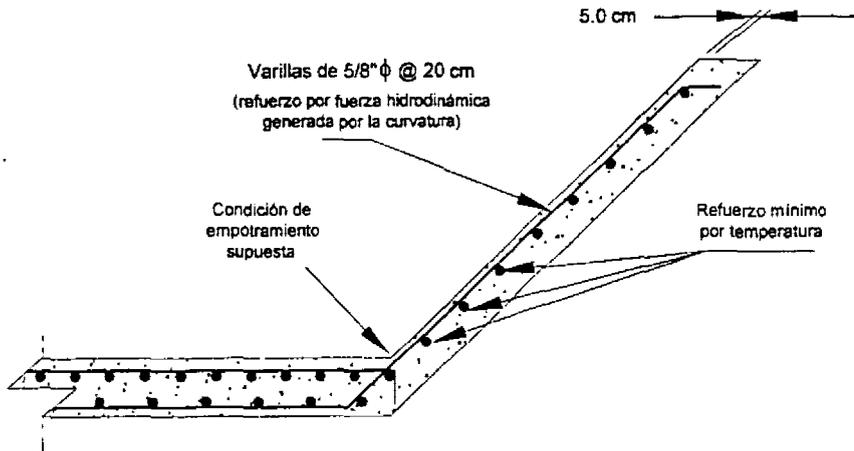
$$A_s = 9.90 \text{ m}^2$$

Y de la ec. (4.1.25), la separación de las varillas será de:

$$s = \frac{100(1.98)}{(9.90)}$$

$$s = 20.0 \text{ cm}$$

Finalmente el diseño estructural resultante es representado esquemáticamente en el siguiente dibujo:



V.1 Curvatura horizontal trabajando con flujo en régimen supercrítico

El ejemplo que se expone en este subcapítulo se trata del análisis del flujo de agua de la obra de toma de la Presa Tepetitlán ubicada en el Estado de México y cuya corriente de alimentación es el río Jaltepec. La Presa Tepetitlán es una estructura construida en 1962 y fue elegida para este ejemplo dado que su obra consiste de un canal de sección transversal rectangular trabajando a flujo en régimen supercrítico con una curva horizontal de radio igual a 25.00 m y un ángulo de desarrollo total de 34.38°; el resto de detalles geométricos se muestran en la fig.26 y los datos de diseño son los mencionados a continuación:

Gasto de diseño $Q = 10.00 \text{ m}^3/\text{s}$

Nivel de Aguas Máximas de Operación N.A.M.O. = 2592.00 msnm

Ancho de plantilla $b = 2.00 \text{ m}$

Coefficiente de rugosidad actual de Manning n (estimado) = 0.018

El inicio del análisis del flujo consistirá en realizar el funcionamiento hidráulico de la obra de toma considerando que no existe curvatura, es decir, que el trazo horizontal del canal es completamente recto. El funcionamiento se hará a partir del N.A.M.O. para distintos valores de gasto menores o iguales al de diseño. La obra de toma se ha dividido en 6 secciones transversales de estudio (1, 2, A, B, C y D) cuya localización se muestra en la fig.31.

Desarrollo

Comenzando con el gasto de diseño ($Q = 10.00 \text{ m}^3/\text{s}$), de la fig.30 tenemos que la altura de apertura de la compuerta se determina como se describe enseguida:

Sabiendo que el gasto de agua que pasa por un orificio es determinado por la siguiente ecuación:

$$Q = CdA\sqrt{2g\Delta h} = CdA\sqrt{2g(H - h)}$$

Entonces el nivel h de agua en la descarga sumergida (fig. 30), se obtiene de la manera siguiente:

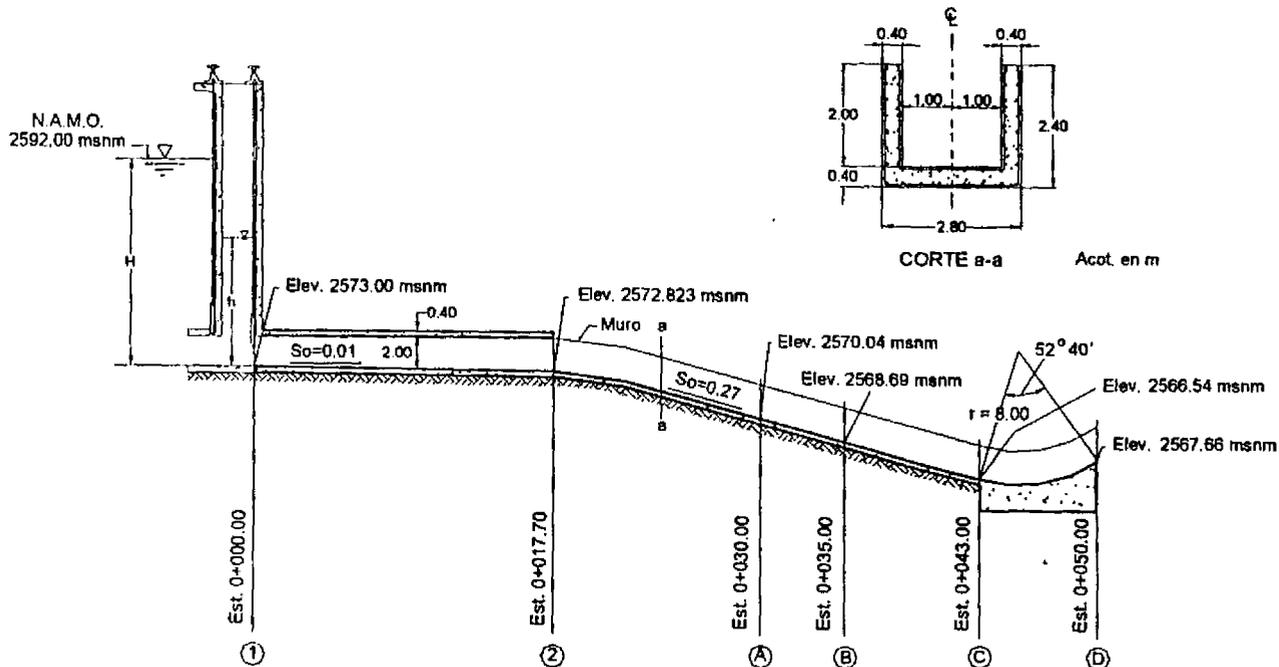
$$H = 2592.00 - 2573.00$$

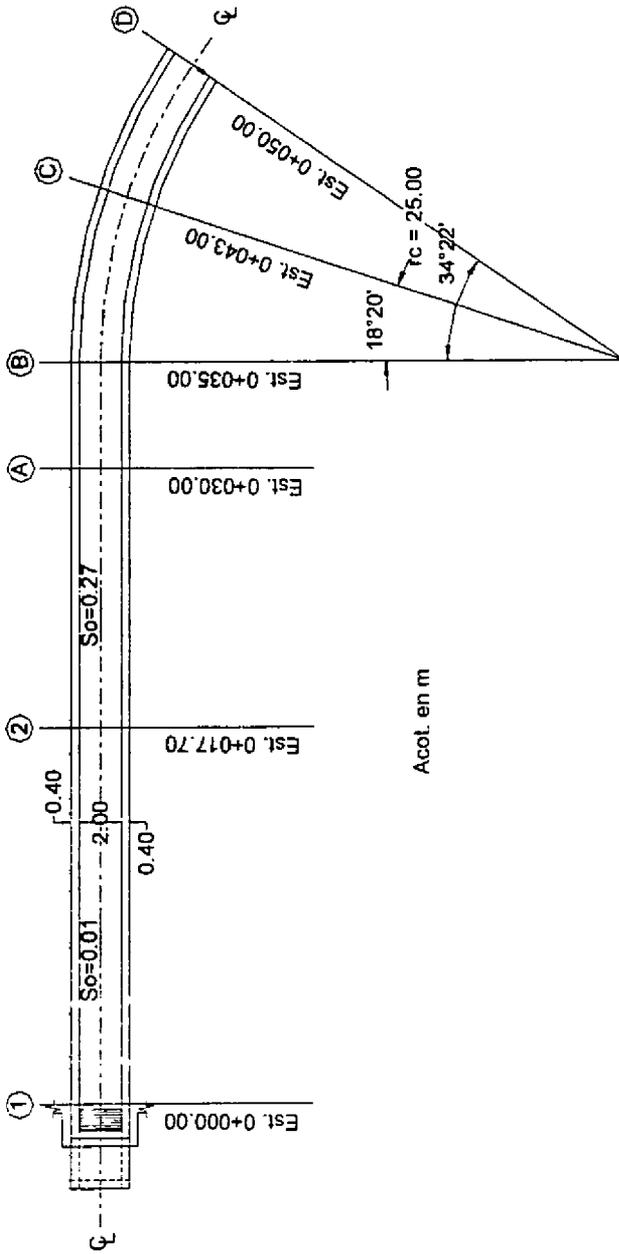
$$H = 19.00\text{m}$$

$$Cd = 0.56 \rightarrow \text{Coeficiente de descarga}$$

$$A = 4.0\text{m}^2 \text{ (dato)}$$

$$Q = 10.00\text{m}^3/\text{s}$$





$$10.00 = 0.56(4.00)\sqrt{19.62(19.00 - h)}$$

$$h = 17.98m$$

Mientras que la altura de apertura en la compuerta (sección 1 h_1), se obtiene como:

$$h_1 = \frac{Q}{Cd\sqrt{2ghb}}$$

Sustituyendo valores:

$$h_1 = \frac{10.0}{0.60\sqrt{2(9.81)(17.98)(2.00)}}$$

$$h_1 = 0.44m$$

Siendo la velocidad correspondiente:

$$V_1 = \frac{Q}{A} = \frac{10.0}{(0.44)(2.00)}$$

$$V_1 = 11.27m/s$$

Revisando el régimen del flujo:

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gh_1}} = \frac{11.27}{\sqrt{9.81(0.44)}}$$

$$Fr_1 = 5.40 > 1 \therefore \text{régimen supercrítico}$$

El perfil de la superficie libre del flujo aguas abajo de la sección 1 es definido aplicando la Ecuación Dinámica del flujo general, que para secciones transversales rectangulares es expresada diferencialmente como:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_0 - S}{1 - Fr^2} \dots (5.2.1)$$

Siendo S_0 la pendiente longitudinal de la plantilla del canal y S la pendiente hidráulica del flujo o pendiente de la línea de energía.

Entonces, de la ecuación de *Manning* la pendiente hidráulica en la sección 1 es:

$$S_1 = \left(\frac{V_m}{R_1^{2/3}} \right)^2$$

Siendo:

$$R_1 = \frac{A_1}{P_1} = \frac{(0.44 \times 2.00)}{2 + 2(0.44)} = 0.306m$$

Sustituyendo valores encontramos que:

$$S_1 = 0.1996 \therefore S_1 > S_0$$

Adicionalmente, el tirante crítico que puede presentarse en el flujo es el siguiente:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

Donde q es el gasto unitario definido como $q = Q/b$, entonces:

$$q = \frac{10.00}{2.00} = 5.00m^3 / s / m$$

Y:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{(5.00)^2}{9.81}} = 1.366m > h_1$$

Donde la velocidad y el radio hidráulico son los siguientes:

$$V_c = \frac{10.00}{(1.366 \times 2.00)}$$

$$V_c = 3.66m / s$$

$$R_c = \frac{A_c}{P_c} = \frac{(1.366 \times 2.00)}{2 + 2(1.366)} = 0.577m$$

En consecuencia, la pendiente hidráulica crítica S_c será:

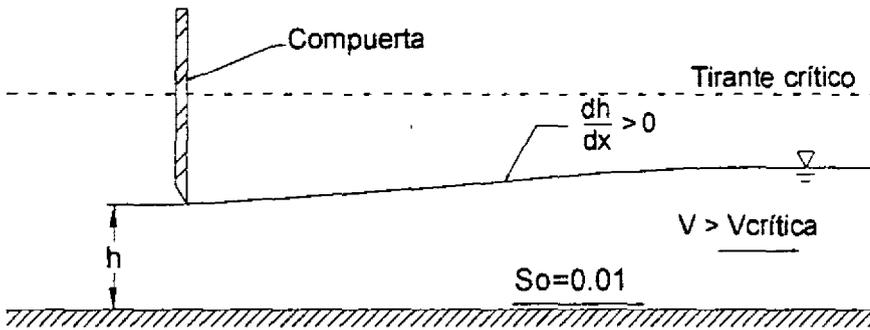
$$S_c = \left[\frac{3.66(0.018)}{(0.577)^{2/3}} \right]$$

$$S_c = 0.00903$$

Finalmente, de la ec. (5.2.1) obtenemos que:

$$\frac{dh}{dx} > 0$$

Y como $S_1 > S_0 > S_c$, entonces el resultado es la formación de una "rápida" entre las secciones 1 y 2 sin llegar a presentarse salto hidráulico. Esquemáticamente, el perfil longitudinal del flujo tiene la forma siguiente:



Teniendo en cuenta lo anterior, se procede a calcular el tirante del agua en la sección 2 por medio de la utilización de la ecuación de la energía a través de una pendiente hidráulica media \bar{S} entre la sección 1 y 2, es decir:

$$\Delta x S_0 + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \bar{S} \Delta x$$

Despejando Δx :

$$\Delta x (S_0 - \bar{S}) = h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

$$\Delta x = \frac{h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}}{S_0 - \bar{S}} \dots (5.2.2)$$

La aplicación de esta expresión se describe a continuación:

Se precisa una diferencia entre las velocidades V_1 y V_2 por ejemplo una diferencia del 27% y entonces:

$$h_2 = h_1 \times 1.27 = 0.444 \times 1.27 = 0.564m$$

$$V_2 = \frac{10.00}{(0.564 \times 2.00)} = 8.87m/s$$

Calculando la pendiente hidráulica media:

$$\bar{h} = \frac{0.444 + 0.564}{2} = 0.504m$$

$$\bar{V} = \frac{11.27 + 8.87}{2} = 10.07m/s$$

$$\bar{R} = \frac{\bar{A}}{\bar{P}} = \frac{\bar{h} \times b}{b + 2\bar{h}} = 0.335m$$

$$\bar{S} = \left(\frac{\bar{V}_n}{\bar{R}^{2/3}} \right)^2 = \left[\frac{10.07 \times 0.018}{(0.335)^{2/3}} \right]^2$$

$$\bar{S} = 0.1412$$

Sustituyendo valores en la ec. (5.2.2):

$$\Delta x = \frac{(0.564 - 0.444) + \frac{(8.87)^2 - (11.27)^2}{2(9.81)}}{(0.01 - 0.1412)}$$

$$\Delta x = 17.86m$$

Iterando la diferencia en porcentaje de las velocidades, encontramos que para la distancia $\Delta x = 17.70m$ la magnitud del tirante en la sección 2 es:

$$h_2 = 0.563m$$

Que corresponde a una diferencia de velocidades igual al 26.80%, siendo la energía específica igual a:

$$E_2 = 4.59m$$

El tirante en la sección A se calcula por medio de la ecuación de la energía. Así, entre la sección 2 y la sección A tenemos la siguiente igualdad:

$$Elev.2 + h_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} = Elev.A + h_A + \frac{Q^2}{2gA_A^2} + \left(\frac{Qn}{A_A R_A^{2/3}} \right)^2 L$$

Sustituyendo valores conocidos:

$$2572.823 + 0.563 + \frac{(10.00)^2}{2(9.81)(2.00 \times 0.563)^2} = 2570.04 + h_A + \frac{(10.00)^2}{2(9.81)(2h_A)^2} + \left[\frac{10.00(0.018)}{2h_A \left(\frac{2h_A}{2+2h_A} \right)^{2/3}} \right]^2 \times 12.30$$

$$7.366 = h_A + \frac{25.00}{19.62h_A^2} + \left[\frac{0.18}{2h_A \left(\frac{2h_A}{2+2h_A} \right)^{2/3}} \right]^2 \times 12.30$$

Por medio de tanteos, se encuentra que el valor de h_A que satisface la igualdad anterior es:

$$h_A \approx 0.498m$$

Entonces, la energía específica en la sección A es igual a:

$$E_A = 0.498 + \frac{(10.00)^2}{2(9.81)(2 \times 0.498)^2}$$

$$E_A = 5.63m$$

Planteando la ecuación de la energía entre las secciones A y B tenemos:

$$2575.67 = 2568.69 + h_B + \frac{(10.00)^2}{2gA_B^2} + \left[\frac{(10.00 \times 0.018)}{A_B R_B^{2/3}} \right]^2 \times 5.18$$

Iterando, se encuentra que el valor de h_B que satisface la igualdad es:

$$h_B \approx 0.473m$$

Siendo la energía específica en la sección:

$$EB = 0.473 + \frac{(10.00)^2}{2(9.81)(2.00 \times 0.473)^2}$$

$$EB = 6.16m$$

De igual forma, planteando la ecuación de la energía entre las secciones *B* y *C*, el tirante de agua en la sección *C* es igual a:

$$h_C \approx 0.449m$$

Presentando una energía específica de:

$$EC = 6.77m$$

Para el cálculo del tirante en la sección *D*, se plantea la ecuación de energía que para cubetas de lanzamiento tiene la forma siguiente:

$$ED = hD \cos \beta + \frac{Q^2 hD}{gAD^2 r} + \frac{Q^2}{2gAD^2}$$

Donde *r* es el radio de curvatura del arco de curva vertical o "cubeta", β es el ángulo de despegue del arco de curvatura vertical y *L* en este caso es la longitud de arco de la cubeta de lanzamiento, (véase fig. 32).

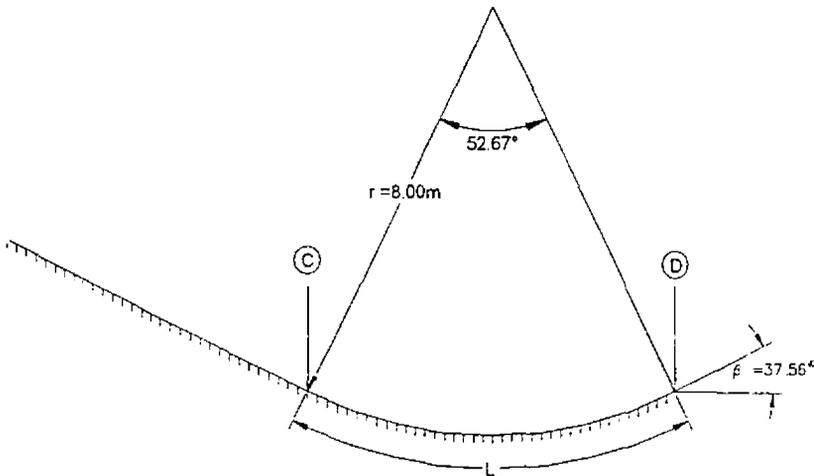


Figura 32

Planteando la ecuación de energía entre las secciones C y D, tenemos que:

$$2566.54 + 6.77 = 2567.66 + h_D \cos 37.56^\circ + \frac{(10.0)^2 h_D}{9.81(2h_D)^2 (8.00)} + \frac{(10.0)^2}{19.62(2h_D)^2} + \left[\frac{10.0(0.018)}{(2h_D)^2 \left(\frac{2h_D}{2+2h_D} \right)^{2/3}} \right]^2 \times 7.35$$

Donde el valor de h_D que satisface la igualdad es igual a:

$$h_D = 0.561m$$

Entonces la energía específica en ésta sección es de:

$$E_D = 0.561(\cos 37.56^\circ) + \frac{3.125}{9.81(0.561)} + \frac{25.0}{19.62(0.561)^2}$$

$$E_D = 5.06m$$

Por otra parte y revisando las condiciones del flujo para que se produzca el “despegue” del agua en la cubeta, la energía que deberá tener el flujo tiene que ser mayor a la energía mínima que corresponde al tirante crítico en la sección, el cual se determina según *Franco* (1994, ref. 22) con la siguiente expresión:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{b} \left[\frac{\cos \beta}{\left(\frac{A+2h}{r} \right) + 1} \right]$$

Que sustituyendo valores toma la forma siguiente:

$$\frac{(10.00)^2}{9.81} = \frac{(2h_{crit})^3}{2.00} \left[\frac{\cos 37.56^\circ}{\left(\frac{h_{crit}}{2.00} \right) + 1} \right]$$

En donde el valor del tirante crítico es igual a:

$$h_{crit} = 1.833m$$

Calculando la energía específica correspondiente al tirante crítico, tenemos que:

$$E_{\min} = h_{crit} \times \cos \beta + \frac{Q^2 h_{crit}}{g A_{crit}^2 r} + \frac{Q^2}{2 g A_{crit}^2}$$

$$E_{\min} = 1.833(\cos 37.56^\circ) + \frac{10^2(1.833)}{9.81(2 \times 1.833)^2(8.00)} + \frac{10^2}{19.62(2 \times 1.833)^2}$$

$$E_{\min} = 2.01m$$

Entonces, como la energía específica en la sección *D* es mayor a 2.01 m, se produce el despegue del flujo de agua en la cubeta.

Realizando el mismo proceso de cálculo anterior para distintos gastos de descarga, tenemos como resultados los presentados en la tabla de la fig. 33.

Una vez realizado el funcionamiento hidráulico de la obra de toma considerando que no existe curvatura horizontal, se procederá a realizar el funcionamiento del conducto considerando ahora la existencia de la curva horizontal. Como la curvatura inicia en la sección *B*, los tirantes de agua hasta esta sección son los mismos a los calculados en el funcionamiento anterior. Así, debido a la presencia de la sobreelevación, el tirante en la sección *C* es representado como el tirante medio que se define como:

$$\bar{h}_c = h_{ci} + \left(\frac{h_{ce} - h_{ci}}{2} \right) \dots (5.5.3)$$

Donde h_{ci} y h_{ce} son los tirantes en la sección *C* sobre la margen de intradós y extradós respectivamente (véase fig.30) y los cuales son determinados por cualquiera de los métodos vistos en el Capítulo III para el cálculo de la sobreelevación. La aplicación de cada uno de ellos conduce a los desarrollos matemáticos que se presentan a continuación.

Según la ec. (3.1.2) y sabiendo que la sección *C* se encuentra localizada a un ángulo de desarrollo de curvatura igual a 18.34° ó 0.32 rad, tenemos que el tirante sobre la margen de extradós es el siguiente:

$$h_{ce} = h_B Fr_B^2 \operatorname{sen}^2 \left[\left(\frac{1}{\sqrt{Fr_B^2 - 1}} \right) + \frac{1}{2} \theta \right]$$

Donde:

$$Fr_B = \frac{VB}{\sqrt{gh_B}} = \frac{Q}{AB\sqrt{gh_B}} = \frac{10.00}{(2.00 \times 0.473)\sqrt{9.81 \times 0.473}} = 4.907$$

**FUNCIONAMIENTO HIDRAULICO
OBRA DE TOMA, PRESA TEPETITLAN**

Elev. Fondo = 2573.00 msnm n = 0.018
 A com. sum. = 4.00 m² S₀ = 0.01
 b (ancho) = 2.00 m S₀ = 0.27
 C_{d_{sum}} = 0.56
 C_{d_{sum}} = 0.60

Elev. Vaso (msnm)	Q (m ³ /s)	Nivel H (m)	Nivel h (m)	Altura 1 (m)	h2 (m)	Elev. 2 (msnm)	E2 (1) (m)	Elev. A (2) (msnm)	hA (m)	EA (3) (msnm)	Elev. B (4) (msnm)	hB (m)	EB (5) (msnm)	Elev. C (6) (msnm)	hC (m)	EC (7) (msnm)	Elev. D (8) (msnm)	hD (m)	ED (m)	Emin (m)
2592.00	10.00	19.00	17.98	0.44	0.563	2572.82	4.588	2570.04	0.50	5.83	2568.69	0.47	6.16	2566.54	0.45	6.77	2567.66	0.56	6.06	2.01
2592.00	8.00	19.00	18.35	0.35	0.489	2572.82	4.181	2570.04	0.42	5.10	2568.69	0.40	5.57	2566.54	0.38	6.09	2567.66	0.48	4.41	1.70
2592.00	6.00	19.00	18.63	0.26	0.379	2572.82	3.579	2570.04	0.34	4.36	2568.69	0.32	4.79	2566.54	0.31	5.21	2567.66	0.40	3.40	1.37
2592.00	4.00	19.00	18.84	0.17	0.293	2572.82	2.673	2570.04	0.25	3.40	2568.69	0.24	3.73	2566.54	0.23	4.08	2567.66	0.32	2.36	1.02
2592.00	2.00	19.00	18.96	0.09	0.213	2572.82	1.337	2570.04	0.18	2.07	2568.69	0.15	2.37	2566.54	0.13	3.00	2567.66	0.21	1.35	0.63

Figura 33. Funcionamiento hidráulico de la obra de toma de la Presa Tepetitlán considerando inexistencia de curvatura horizontal.

Entonces tenemos que:

$$h_{ce} = 0.473(4.907)^2 \operatorname{sen}^2 \left[\left(\frac{1}{\sqrt{(4.907)^2 - 1}} \right) + \frac{1}{2}(0.32) \right]$$

$$h_{ce} = 1.475 \text{ m}$$

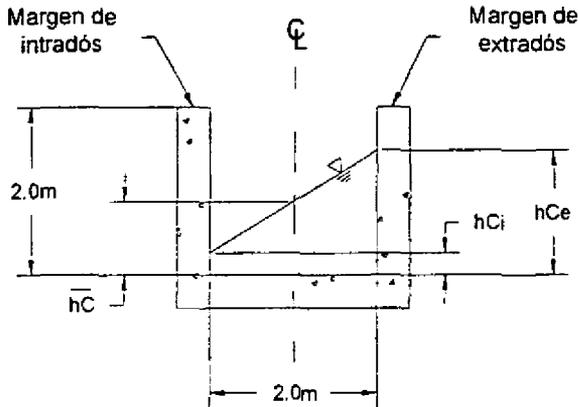


Figura 34

Mientras que el tirante sobre la margen de intradós en la misma sección es igual a:

$$h_{ci} = 0.473(4.907)^2 \operatorname{sen}^2 \left[\left(\frac{1}{\sqrt{(4.907)^2 - 1}} \right) - \frac{1}{2}(0.32) \right]$$

$$h_{ci} = 0.026 \text{ m}$$

Por tanto, aplicando la ec. (2.5.3), el tirante medio en la sección C es igual a:

$$\bar{h}_C = h_{ci} + \left(\frac{h_{ce} - h_{ci}}{2} \right)$$

$$\bar{h}_C = 0.751 \text{ m} \quad (58.77\% \text{ mayor que } h_B)$$

Si ahora se determina el tirante medio en la sección C por medio de la ec. (3.1.3), se obtiene lo siguiente:

$$h_{ce} = h_B Fr B^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{1}{Fr B} + \left(\frac{1}{2} \right) \theta \right]$$

$$h_{ce} = 0.473(4.907)^2 \operatorname{sen}^2 \left[\left(\frac{1}{4.907} \right) + \frac{1}{2}(0.32) \right]$$

$$h_{ce} = 1.442m$$

Y el tirante sobre la margen de intradós:

$$h_{ci} = h_B Fr B^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{1}{Fr B} - \left(\frac{1}{2} \right) \theta \right]$$

$$h_{ci} = 0.022m$$

Teniendo que el tirante medio es igual a:

$$\bar{h}_c = h_{ci} + \left(\frac{h_{ce} - h_{ci}}{2} \right)$$

$$\bar{h}_c = 0.732m \text{ (54.76\% mayor que } h_B \text{)}$$

Para el tirante medio calculado por medio de la ec. (3.1.2) se tienen las siguientes características hidráulicas en la sección C de estudio.

Velocidad:

$$\bar{v}_c = \frac{Q}{A_c} = \frac{10.00}{(2.00 \times 0.751)}$$

$$\bar{v}_c = 6.66m/s$$

Revisando el régimen del flujo:

$$Fr_c = \frac{\bar{v}_c}{\sqrt{g h_c}} = \frac{6.66}{\sqrt{9.81(0.751)}}$$

$$Fr_c = 2.45 > 1 \Rightarrow \text{régimen supercrítico}$$

Energía específica:

$$E_c = \bar{h}_c + \frac{\bar{v}_c^2}{2g} = 0.751 + \frac{(6.66)^2}{2(9.81)}$$

$$E_c = 3.012m$$

Planteando la ecuación de la energía entre las secciones *B* y *C*, es posible definir una aproximación de la cantidad de pérdidas de energía generadas en ese tramo de la curvatura, o sea:

$$Elev.B + EB = Elev.C + EC + \Delta hf_B - C$$

$$\Delta hf_B - C = (Elev.B - Elev.C) + (EB - EC)$$

$$\Delta hf_B - C = (2568.69 - 2566.54) + (6.16 - 3.01)$$

$$\Delta hf_B - C = 5.30m$$

La sección *D* se encuentra al final de la curvatura, es decir, a una longitud de desarrollo igual a $l = r\theta = 25.00(0.60) = 15.00m$ y una posición angular de 0.60 rad ó 34.38° . Entonces, para poder determinar el tirante medio en la sección *D*, es necesario definir primero la localización angular y la magnitud de la sobreelevación máxima del flujo en la curvatura. Dicho lo anterior, el valor de estas características según las ecuaciones del subcapítulo III.2.1 son los siguientes:

De la ec. (3.1.1):

$$\Delta h = \frac{2 \left[\frac{10.0}{(2 \times 0.473)} \right]^2 (2.00)}{9.81 \times 25.00}$$

$$\Delta h = 1.823m$$

Que ocupa aproximadamente un 70% del B.L.

Calculando la localización de los tirantes extremos (θ), de la ec. (3.1.3) tenemos que:

$$\beta_0 = \frac{1}{\sqrt{(4.907)^2 - 1}} = 0.252$$

$$\tan \beta_0 = \tan \left[\frac{1}{\sqrt{Fro^2 - 1}} \right] = \tan \left[\frac{1}{\sqrt{(4.907)^2 - 1}} \right] = 0.211 \text{ rad} = 12.10^\circ$$

$$\rho\alpha = \frac{b}{rc} = \frac{2.0}{25.0} = 0.08$$

$$\tan \theta = \frac{0.08}{\left[1 + \frac{1}{2}(0.08)\right](0.211)}$$

$$\tan \theta = 0.36$$

$$\theta = 20.03^\circ = 0.35 \text{ rad}$$

$$L\theta = \theta r_c = 0.35(25.00) = 8.74 \text{ m}$$

Ahora, el tirante máximo que se presenta sobre la margen de extradós tiene una magnitud, según la ec. (3.1.2), igual a:

$$h_e = hBFr_o^2 \operatorname{sen}^2 \left(\beta_o + \frac{1}{2}\theta \right)$$

$$h_e = 0.473(4.907)^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{1}{\sqrt{(4.907)^2 - 1}} + \frac{1}{2}(0.35) \right]$$

$$h_e = 1.592 \text{ m (que ocupa un 32% del B.L.)}$$

Mientras que el tirante mínimo que se presenta sobre la margen de intradós tiene una magnitud de:

$$h_i = 0.473(4.907)^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{1}{\sqrt{(4.907)^2 - 1}} - \frac{1}{2}(0.35) \right]$$

$$h_i = 0.013 \text{ m}$$

En consecuencia, la sobreelevación máxima Δh del flujo en la curvatura es:

$$\Delta h = h_e - h_i = 1.592 - 0.013$$

$$\Delta h = 1.579 \text{ m (que ocupa un 29.8% del B.L.)}$$

Considerando que la curva es pequeña ($\theta r = 34.38^\circ$), de acuerdo a la ec. (3.1.4) los tirantes extremos son:

$$h_e = 0.473(4.907)^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{1}{4.907} + \frac{1}{2}(0.35) \right]$$

$$h_e = 1.557m \text{ (ocupa un 26.2\% del B.L.)}$$

$$h_i = 0.473(4.907)^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{1}{4.907} - \frac{1}{2}(0.35) \right]$$

$$h_i = 0.009m$$

Dando como resultado una sobreelevación máxima Δh igual a:

$$\Delta h = h_e - h_i = 1.557 - 0.009$$

$$\Delta h = 1.548m$$

Que es 0.031 m menor a la determinada con la expresión (3.1.2) (es decir un 24.67% del B.L.) y se presenta, según la ec. (3.1.5), a un ángulo de desarrollo de curvatura igual a:

$$\tan \theta = \frac{0.08 \sqrt{(4.907)^2 - 1}}{\left[1 + \left(\frac{1}{2} \right) 0.08 \right]}$$

$$\tan \theta = 0.37$$

$$\theta = 20.28^\circ = 0.35 \text{ rad}$$

Localización ligeramente distinta a la obtenida con la ec. (3.1.3).

Ahora, definiendo el valor del parámetro B , de la ec. (3.1.7) tenemos que:

$$B = (0.08)^{1/2} (4.907) = 1.39 < \sqrt{2}$$

Que es menor a la raíz cuadrada de 2, por tanto, se puede determinar la sobreelevación máxima Δh por medio de la ec. (3.1.6), o sea:

$$h_e = (0.473) \left[1 + \left(\frac{1}{2} \right) (0.08)(4.907)^2 \right]^2$$

$$h_e = 1.823m \text{ (ocupa un 70.49\% del B.L.)}$$

$$h_i = (0.473) \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right) (0.08)(4.907)^2 \right]^2$$

$$h_i = 0.0006m$$

$$\Delta h = h_e - h_i = 1.823 - 0.0006$$

$$\Delta h = 1.822m$$

Magnitud de sobreelevación que ocupa un 70.40% del B.L. con una localización angular igual a la determinada con la ec. (3.1.5), es decir, $\theta = 20.28^\circ = 0.35rad$.

Aplicando el método de *Reinauer-Hager*, los tirantes extremos y sus localizaciones angulares son los siguientes:

De la ec. (3.1.8):

$$Z_M = 0.40B^2 = 0.40(1.39)^2$$

$$Z_M = 0.77$$

Y de la ec. (3.1.10):

$$0.77 = \left(\frac{h_e}{h_B}\right)^{1/2} - 1$$

$$h_e = (1.77)^2 (0.473)$$

$$h_e = 1.483m \text{ (que ocupa 13.83\% del B.L.)}$$

Que es el tirante de agua máximo sobre la margen de extrados a un ángulo de desarrollo de curvatura igual al determinado a continuación:

Determinando el valor del parámetro *Fro ρ* :

$$Fro\rho = 4.907(0.08) = 0.39 > 0.35$$

Entonces, de la ec. (3.1.12):

$$\tan\theta_M = 0.60\sqrt{Fro\rho} = 0.60\sqrt{0.39}$$

$$\tan\theta_M = 0.38$$

$$\theta_M = 20.60^\circ = 0.36rad$$

Para el tirante mínimo, tenemos de la ec. (3.1.13) que:

$$Z_m = 0.5B^2 = 0.5(1.39)^2$$

$$Z_m = 0.966$$

Y de la ec. (3.1.14):

$$0.966 = 1 - \left(\frac{h_i}{hB} \right)^{1/2}$$

$$h_i = hB(1 - Z_m)^2$$

$$h_i = 0.473(1 - 0.966)^2$$

$$h_i = 0.0005m$$

Que es el tirante de agua mínimo sobre la margen de intradós localizado a un ángulo de desarrollo de curvatura igual al indicado por la ec. (3.1.15), es decir:

$$\tan \theta_m = \sqrt{2} Froppa = \sqrt{2}(4.907)(0.08)$$

$$\tan \theta_m = 0.555$$

$$\theta_m = 29.04^\circ = 0.51rad$$

Como se puede notar, indistintamente del método aplicado, la sobreelevación máxima ocurre antes del final de la curva, o sea; antes de la sección *D*. Siendo esta la situación y con base al comportamiento teórico de las ondas transversales, es de esperarse que en dicha sección el nivel del agua sobre la margen de extradós ahora disminuya y en la margen de intradós, por el contrario, aumente. Debido a que los métodos de cálculo para determinar la sobreelevación y los tirantes de agua sobre las márgenes del canal vistos en el Capítulo III, solo se refieren al comportamiento del flujo hasta que sucede la primera refracción de las ondas transversales y como el planteamiento de la ecuación de energía entre las secciones *C* y *D* a partir de tirantes medios conduce a expresiones cuyas soluciones son matemáticamente indefinidas, no es posible definir el tirante de agua en la sección *D* de la curvatura.

De los cálculos realizados en páginas anteriores, se produce el esquema de la fig.35 acerca del comportamiento del flujo en la curvatura del canal que constituye la obra de toma de la Presa Tepetitlán.

Para culminar con el análisis hidráulico de la obra de toma, la secuencia de cálculo anterior se realiza para distintos gastos de diseño, obteniéndose los resultados que se muestran en la tabla de la fig.36, de donde se derivan las gráficas de las figuras 36a y 36b.

De toda la gama de resultados obtenidos se concluye lo siguiente:

- La presencia de la curvatura produce un aumento del tirante de agua en la sección *C* de aproximadamente 67.0% respecto al tirante de agua que presenta el flujo sin la existencia de la curva horizontal.

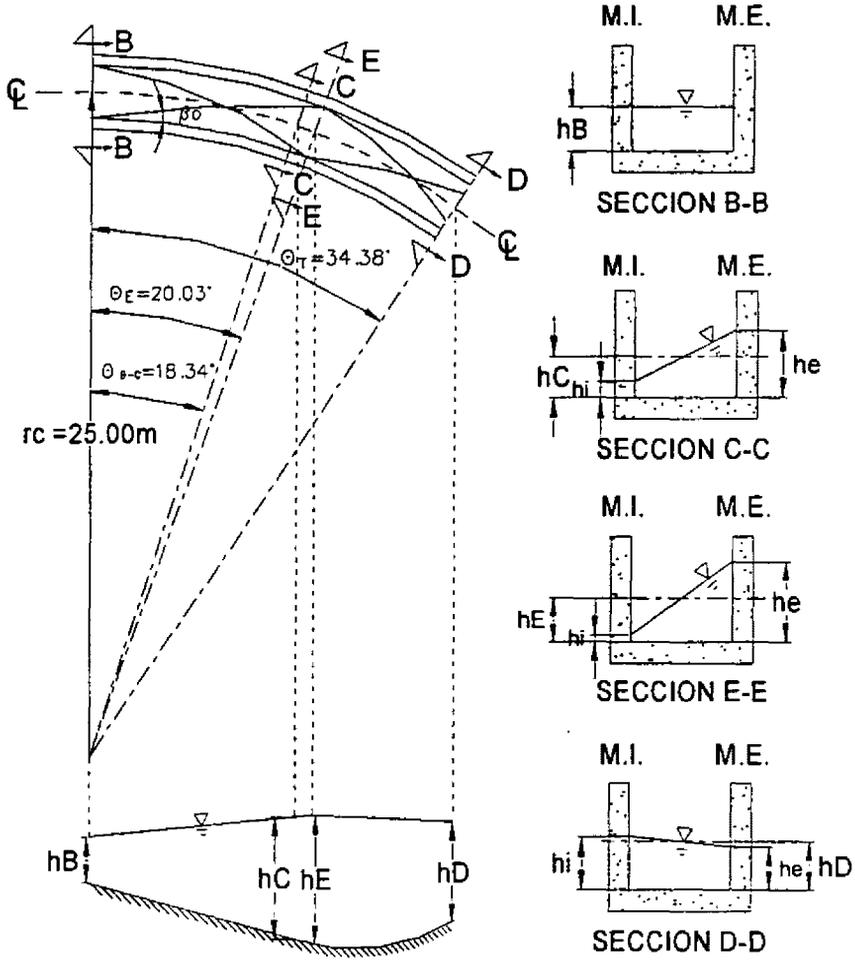


Figura 35

CALCULO DE LA SOBREELEVACION

Elevación del Vaso (mm)	Gasto Q (m³/s)	Tirante hB (m)	VB (m/s)	F·VB	F·VB²	Δh=2V ² /g·grc (m)	Knapp (ecuación general)						Knapp (curvatura pequeña)						Retzius-Hager (tirante máximo y mínimo)														
							β ₀ (rad)	β ₀ (°)	tanβ	θ (rad)	θ (°)	h ₀ (m)	h ₁ (m)	Δh ₁ (m)	tanθ	θ (rad)	θ (°)	h ₀ (m)	h ₁ (m)	Δh ₁ (m)	B	ZM	Zm	F/B ₀	tanβM	θM (rad)	θM (°)	tanβm	θm (rad)	θm (°)	h ₀ (m)	h ₁ (m)	Δh ₁ (m)
							2592 00	10 0	0 473	10 56	4 90	24 07	1 83	0 27	11 84	0 36	0 35	19 98	1 59	0 01	1 57	0 37	0 35	20 26	1 57	0 01	1 56	1 39	0 83	0 86	0 39	0 38	0 36
2582 00	8 0	0 397	10 07	5 10	26 04	1 88	0 20	11 45	0 38	0 36	20 80	1 43	0 00	1 43	0 38	0 37	21 05	1 42	0 00	1 42	1 44	0 87	1 04	0 41	0 38	0 37	20 97	0 86	0 82	30 00	1 38	0 00	1 38
2592 00	8 0	0 320	9 36	5 28	27 00	1 43	0 19	11 05	0 39	0 38	21 51	1 23	0 00	1 23	0 40	0 38	21 75	1 22	0 00	1 22	1 49	0 90	1 12	0 42	0 39	0 37	21 31	0 80	0 54	30 86	1 15	0 00	1 15
2592 00	4 0	0 241	8 30	5 40	29 17	1 12	0 19	10 80	0 40	0 38	21 87	0 87	0 00	0 87	0 41	0 39	22 21	0 86	0 00	0 86	1 53	0 92	1 17	0 43	0 39	0 38	21 52	0 61	0 55	31 43	0 88	0 01	0 88
2582 00	2 0	0 152	6 60	5 41	29 27	0 71	0 18	10 78	0 40	0 38	22 01	0 81	0 00	0 81	0 41	0 39	22 24	0 81	0 00	0 81	1 53	0 82	1 17	0 43	0 39	0 38	21 54	0 61	0 55	31 47	0 60	0 00	0 60

Figura 36. Cálculo de la sobreelevación para distintos gastos de diseño, según los métodos en estudio.

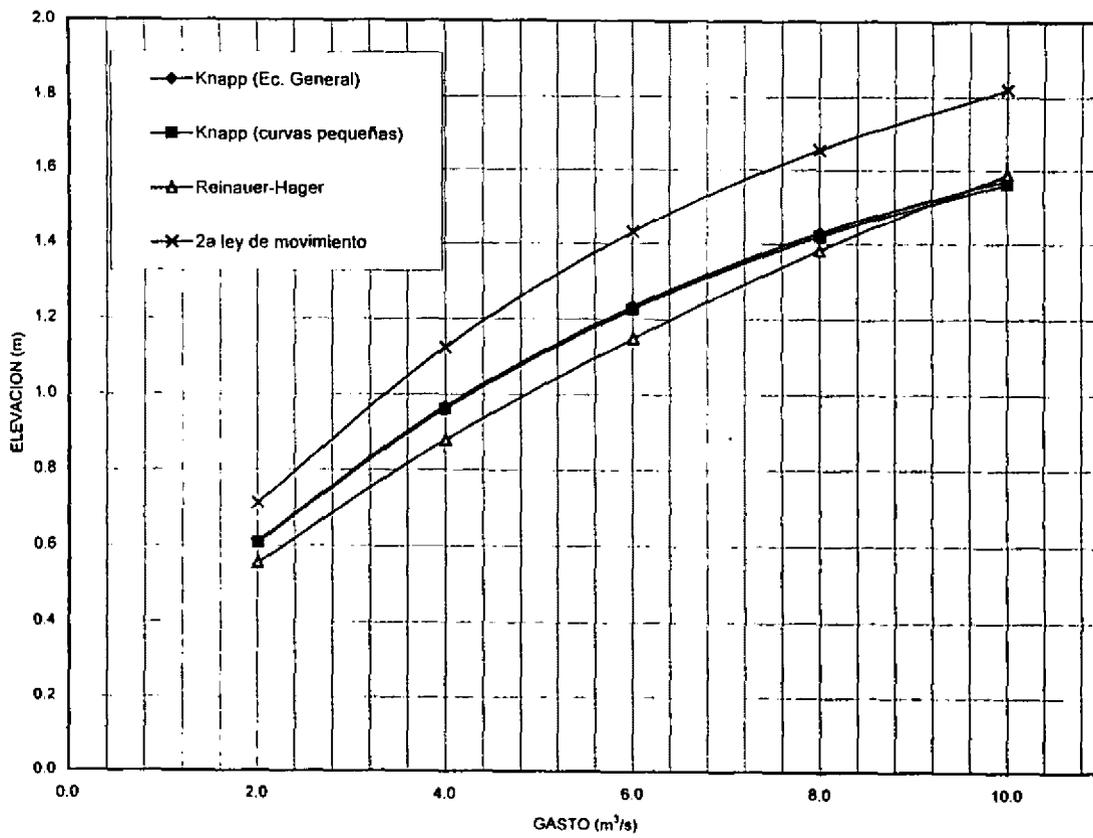


Figura 36a. Sobre elevación del tirante de agua para distintos gastos, según los métodos en estudio.

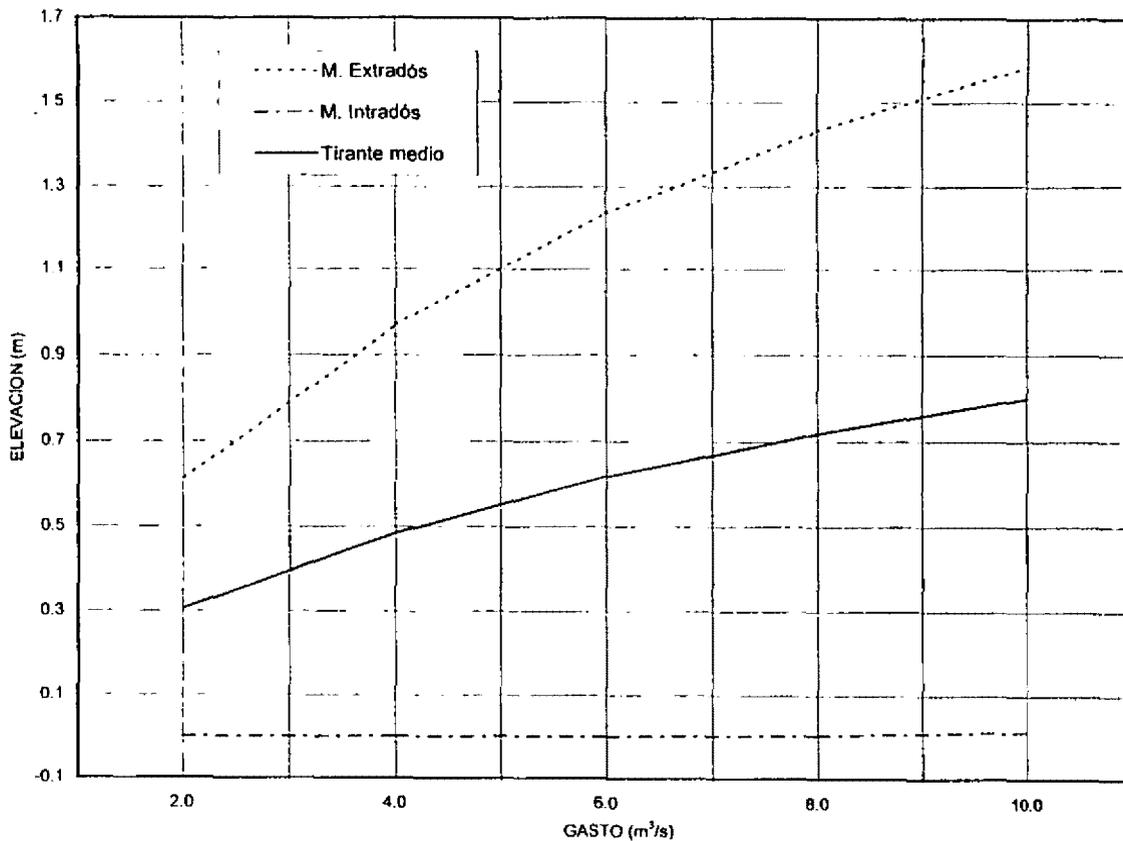


Figura 36b. Tirante de agua sobre las márgenes de extradós e intradós para distintos gastos.

- A menor gasto mayor el ángulo de desarrollo en que ocurre la máxima sobreelevación.
- Los métodos para determinar los tirantes extremos generan resultados notoriamente distintos. Las ecuaciones (3.1.2) y (3.1.4) presentan una diferencia promedio entre ellas de 0.03 m, lo que representa un 6.6% del tirante de agua antes de la curva, es decir; del tirante de agua en la sección B. Las ecs. (3.1.1) y (3.1.6) llegan a resultados muy similares pero elevados, encontrándose que el valor resultante de la sobreelevación es aproximadamente 0.26 m mayor al valor promedio de la sobreelevación determinada por las ecs. (3.1.2) y (3.1.4). Respecto al método desarrollado por *Reinauer-Hager*, el tirante máximo que resulta de su aplicación es menor al calculado por las expresiones anteriormente mencionadas.
- La sobreelevación aumenta proporcionalmente con el incremento de gasto de agua.
- Para los distintos gastos de operación, el aumento máximo del nivel de la superficie libre del agua sobre la margen de extradós es de más del doble de magnitud que el tirante de agua antes de la curvatura.
- Evidentemente, en una misma sección transversal de la curva se presenta una fuerte variación del número de *Froude*, encontrándose que de la margen de extradós a la margen de intradós esta variación es de manera ascendente.
- Para el gasto de diseño la máxima sobreelevación ocupa, por lo menos, más de una cuarta parte del bordo libre (B.L.) y casi tres cuartas partes como máximo.
- Las expresiones (3.1.1) y (3.1.6) conducen a iguales resultados a pesar de tener fundamentos distintos, esto se debe a que en ambas ecuaciones se encuentran involucrados los mismos elementos. Lo anterior se comprueba sustituyendo los elementos involucrados en la ec. (3.1.6) por las variables que las definen, o sea; tenemos que la ec. (3.1.6) es definida como:

$$\frac{h}{h_0} = \left[1 \pm \left(\frac{1}{2} \right) \rho \alpha Fr^2 \right]^2$$

Si $\rho \alpha = b/rc$ y $Fr = V_0 / \sqrt{gh_0}$, entonces:

$$h = h_0 \left[1 \pm \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{b}{rc} \right) \left(\frac{V_0^2}{gh_0} \right) \right]^2$$

$$h = h_0 \left[1 \pm \frac{V_0^2 b}{2gh_0 rc} \right]^2$$

Para el tirante sobre la margen de extradós, se tiene que:

$$h_e = h_o \left[1 + \frac{V_o^2 b}{2ghorc} \right]^2$$

Desarrollando el polinomio cuadrado perfecto:

$$h_e = h_o \left(1 + \frac{V_o^2 b}{ghorc} + \frac{V_o^4 b^2}{4g^2 h_o^2 r c^2} \right)$$

Simplificando:

$$h_e = h_o + \frac{V_o^2 b}{g r c} + \frac{V_o^4 b^2}{4g^2 h_o r c^2}$$

De igual forma, para el tirante sobre la margen de intradós se tiene que:

$$h_i = h_o - \frac{V_o^2 b}{g r c} + \frac{V_o^4 b^2}{4g^2 h_o r c^2}$$

Ahora bien, si la sobreelevación Δh es expresada como la diferencia entre el tirante sobre la margen de extradós y el tirante sobre la margen de intradós, entonces:

$$\Delta h = h_e - h_i = \left(h_o + \frac{V_o^2 b}{g r c} + \frac{V_o^4 b^2}{4g^2 h_o r c^2} \right) - \left(h_o - \frac{V_o^2 b}{g r c} + \frac{V_o^4 b^2}{4g^2 h_o r c^2} \right)$$

$$\Delta h = \frac{2V_o^2 b}{g r c} \quad q. e. d.$$

Que es exactamente la ec. (3.1.1).

Respecto al perfil longitudinal del flujo, de acuerdo al método de *Reinauer-Hager* y suponiendo la inexistencia de la cubeta deflectora o curvatura vertical, se determina por medio de las ecs. (3.5.1) y (3.5.2), es decir:

$$\text{sen}^{1.5} \left(\frac{\theta}{\theta_M} \right) = \frac{(h - h_B)}{(h_e - h_B)}$$

$$\text{sen}^{1.5} \left(\frac{\theta}{0.36} \right) = \frac{(h - 0.473)}{(1.483 - 0.473)}$$

$$h = \text{sen}^{1.5} \left(\frac{\theta}{\theta_M} \right) (h_e - h_B) + h_B$$

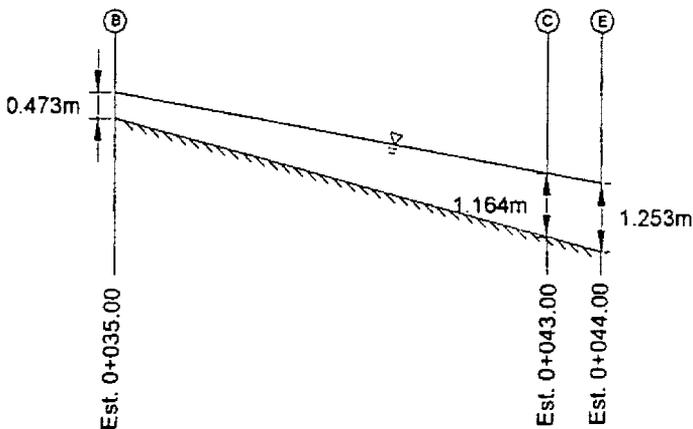
$$h = \text{sen}^{1.5} \left(\frac{\theta}{0.36} \right) (1.483 - 0.473) + 0.473$$

$$h = \text{sen}^{1.5} \left(\frac{\theta}{0.36} \right) (1.01) + 0.473 \dots (5.5.4)$$

Entonces, dando distintos valores de θ se genera la tabla siguiente:

θ (rad)	h (m)
0.00	0.473
0.04	0.510
0.08	0.578
0.16	0.758
0.20	0.860
0.24	0.964
0.28	1.067
0.32	1.164
0.36	1.253

Gráficamente, el perfil longitudinal “normalizado” del flujo es el siguiente:



Una vez conocida la magnitud de la sobreelevación determinada por los distintos métodos de cálculo, se definirá la adecuada medida que mitigue este fenómeno. Lógicamente, la primera medida que se propone es brindarle a la plantilla del canal una pendiente transversal o peralte.

$$h = \text{sen}^{1.5} \left(\frac{\theta}{\theta M} \right) (h_e - h_B) + h_B$$

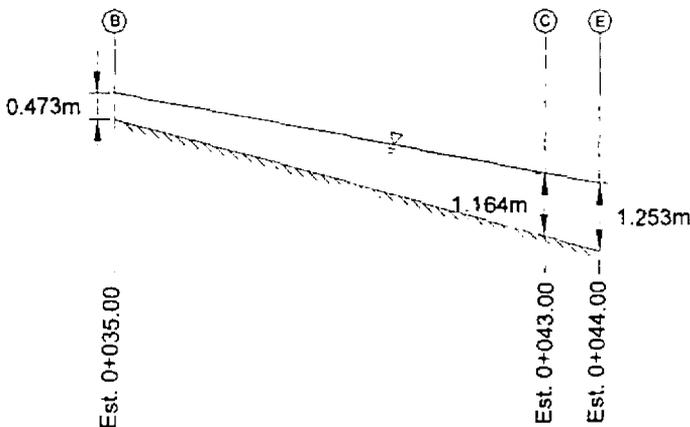
$$h = \text{sen}^{1.5} \left(\frac{\theta}{0.36} \right) (1.483 - 0.473) + 0.473$$

$$h = \text{sen}^{1.5} \left(\frac{\theta}{0.36} \right) (1.01) + 0.473 \dots (5.5.4)$$

Entonces, dando distintos valores de θ se genera la tabla siguiente:

θ (rad)	h (m)
0.00	0.473
0.04	0.510
0.08	0.578
0.16	0.758
0.20	0.860
0.24	0.964
0.28	1.067
0.32	1.164
0.36	1.253

Gráficamente, el perfil longitudinal "normalizado" del flujo es el siguiente:

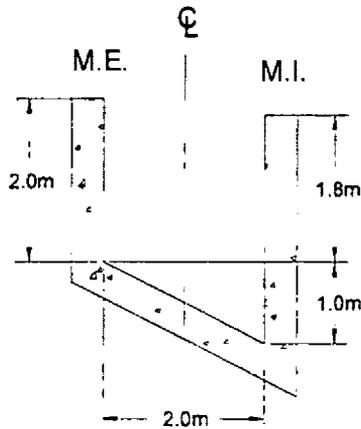


Una vez conocida la magnitud de la sobreelevación determinada por los distintos métodos de cálculo, se definirá la adecuada medida que mitigue este fenómeno. Lógicamente, la primera medida que se propone es brindarle a la plantilla del canal una pendiente

transversal o peralte. Como se estudió en el Capítulo IV, existen dos métodos para determinar el valor de esta pendiente: el de la teoría de gasto unitario de *Henderson* y el desarrollado por *Knapp*. Es preciso señalar que en el proyecto original del canal que constituye la obra de toma de la Presa Tepetitlán, la plantilla en la curvatura presenta un peralte con una pendiente del 50% con la depresión hacia la margen de intradós (véase fotografía y esquema de la fig. 37).



Sección transversal del canal (vista desde aguas abajo)



Sección transversal del canal (esquema)

Figura 37

Los siguientes cálculos justificarán o contradirán la pendiente de diseño del peralte del canal.

Pendiente del peralte de plantilla mediante el método de *Henderson*

Como se trata de régimen supercrítico, la posibilidad de que se presente flujo en régimen crítico no existe, por lo que no se realiza esta revisión. Así, de acuerdo a la ec. (4.1.10), tenemos la siguiente ecuación.

$$Z = E - h_0 \left(\frac{r}{r_c} + \frac{Fro^2 r_c^2}{2 r^2} \right)$$

$$Z = 6.16 - 0.473 \left(\frac{r}{26.0} + \frac{(4.907)^2 (26.0)^2}{2 r^2} \right)$$

$$Z = 6.16 - 0.473 \left(\frac{r}{26.0} + \frac{(127.582)^2}{2 r^2} \right)$$

Dando distintos valores de la variable r se obtiene la tabla siguiente:

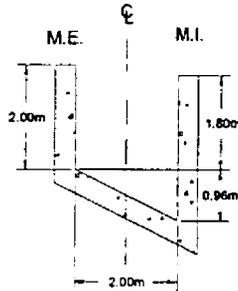
r (m)	Z (m)
$r_c = 26.0$	-0.0076
25.8	-0.093
25.6	-0.180
25.4	-0.269
25.2	-0.360
$r_c = 25.0$	-0.454
24.8	-0.550
24.6	-0.649
24.2	-0.853
$r_c = 24.0$	-0.960

Siendo la pendiente del peralte de plantilla igual a:

$$Sf = \frac{0.96}{2} = 0.48$$

$$Sf = 48.0\%$$

Esquemáticamente se tiene:



Ahora bien, de acuerdo con la ec. (4.2.2) la pendiente del peralte de plantilla Sr es igual a:

$$Sr = \frac{V_o^2}{g r c} = \frac{Q^2}{g r c A^2}$$

$$Sr = \frac{(10.0)^2}{[9.81 \times 25.0(0.473 \times 2)^2]}$$

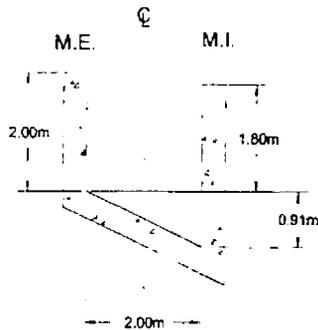
$$Sr = 0.456 = 45.6\%$$

Es decir que la depresión (d) hacia la margen de intradós es de:

$$d = 0.456(2.0)$$

$$d = 0.911m$$

Esquemáticamente se obtiene el siguiente resultado:



Como puede notarse, la pendiente del peralte de plantilla calculada por los dos métodos es ligeramente inferior a la que tiene el proyecto original, no obstante; esta ligera diferencia debe responder a razones constructivas y como es mayor al determinado por cualquiera de los métodos, el margen de seguridad es mayor también.

Otra observación más es que la magnitud de la depresión del fondo de la plantilla hacia el margen de intradós es, en promedio, menor al valor de la sobreelevación máxima Δh (aproximadamente 0.10m).

Siguiendo las recomendaciones de *Knapp*, la pendiente transversal de la plantilla deberá de proporcionarse gradualmente en la curva hasta el ángulo de desarrollo de curvatura donde se presenta la sobreelevación máxima, es decir; $\theta = 20.6^\circ$, pero como el ángulo de desarrollo total de la curva es de 34.8° , la graduación de la pendiente se propone hacerla dentro de un ángulo igual a 10.0° solo al principio de la curvatura, tal como se muestra en la fig.38.

Complementariamente a las medidas de mitigación anteriores, se recomienda el trazo del cambio de dirección por medio de curvas compuestas: un arco de círculo intermedio de ángulo de desarrollo θ' y radio de curvatura r_c y dos arcos de círculo en los extremos con un ángulo de desarrollo θ y radio de curvatura $2r_c$. En otras palabras, de la ec. (3.1.3) para un radio de curvatura $2r_c$, las curvas extremas tendrán un ángulo θ igual a:

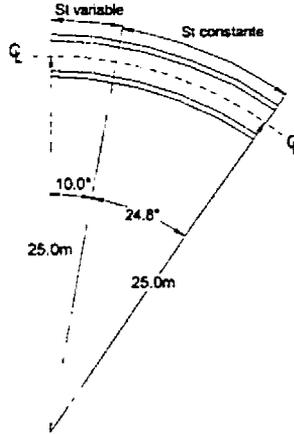


Figura 38

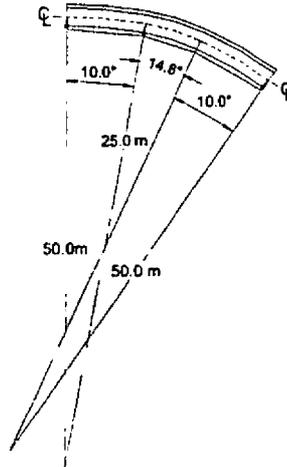
$$\tan\theta = \frac{\left(\frac{2.0}{2.0 \times 25.0}\right)}{\left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2.0}{2.0 \times 25.0}\right)\right]} (0.211)$$

$$\tan\theta = 0.186$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.186)$$

$$\theta = 10.53^\circ = 0.18\text{rad}$$

Para fines prácticos θ será de 10.0° , esquemáticamente se obtiene el trazo siguiente.



Otra opción de trazo del cambio de dirección es la curva espiral logarítmica regida por la ec. (4.2.3), o sea:

$$\rho = ae^{0.11513\theta} \text{ para } 8\pi \leq \theta \leq 10\pi$$

Entonces, si tomamos un valor unitario del factor de longitud a para una posición angular $\theta = 8\pi$, el radio vector inicial ρ_1 es igual a:

$$\rho_1 = e^{0.11513\theta} \left(\frac{1440+0}{180} \pi \right)$$

$$\rho_1 = e^{2.894}$$

$$\rho_1 = 18.06\text{m}$$

Y si consideramos un valor del radio vector inicial $\rho_1 = 25.00\text{m}$, la ecuación que define la curvatura espiral para el ejemplo es:

$$a = \frac{25.00}{18.06} = 1.384$$

$$\Rightarrow \rho = 1.38e^{0.11513\theta} \text{ para } \frac{1440}{180}\pi \leq \theta \leq \left(\frac{1440 + 34.34}{180}\right)\pi$$

Donde el radio vector de salida ρ_2 tiene un valor igual a:

$$\rho_2 = 1.38e^{0.11513\left(\frac{1440+34.34}{180}\pi\right)}$$

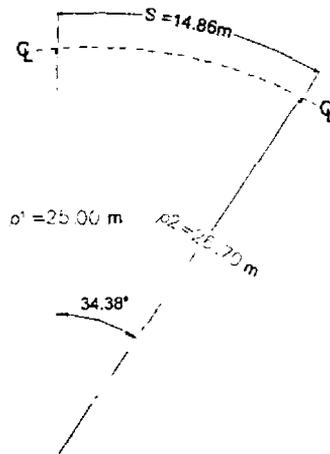
$$\rho_2 = 26.70m$$

Como dato complementario, la longitud del arco de la espiral desde su inicio hasta su término sobre el eje central del canal es según la ec. (4.2.4):

$$s = (26.70 - 25.00) \frac{\sqrt{1 + (0.11513)^2}}{0.11513}$$

$$s = 14.86m$$

Esquemáticamente la curva espiral logarítmica propuesta para el diseño de este ejemplo es la que aparece a continuación:



Finalmente, se calculará el empuje del agua sobre el muro exterior.

Según la ec. (4.2.8):

$$\rho = q \frac{f'c}{f_y} = 0.075 \left(\frac{0.85 \times 0.80 \times 200}{4200} \right) = 0.075 \left(\frac{136}{4200} \right)$$

$$\rho = 0.0024$$

Y el área de acero de refuerzo para cada 100 cm de longitud de muro es igual a:

$$A_s = \rho b d = \rho (100) d = 0.0024 (100) (40)$$

$$A_s = 9.6 \text{ cm}^2 \rightarrow 5 \text{ varillas de } 5/8" \phi$$

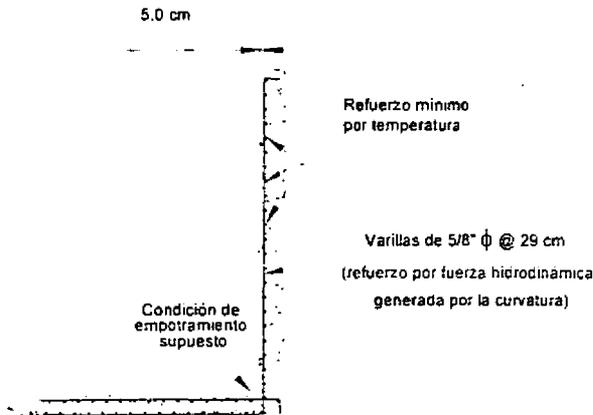
$$5 \text{ varillas de } 5/8" \phi = 9.90 \text{ cm}^2$$

Donde la separación entre varillas será de:

$$s = \frac{100 A_b}{A_s} = \frac{100 (2.85)}{9.90}$$

$$s = 28.8 \text{ cm} \cong 29.0 \text{ cm}$$

Esquemáticamente el diseño estructural del muro exterior del canal por fuerza hidrodinámica es el siguiente:



CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Finalmente se presentan a continuación las conclusiones y recomendaciones generadas por la presente tesis, separadas en curvas trabajando con flujo en régimen subcrítico y curvas trabajando con flujo en régimen supercrítico:

Curvaturas trabajando con flujo en régimen subcrítico

Conclusiones

El comportamiento del flujo en curvatura horizontal es complejo, siendo en mayor medida de complejidad para el régimen supercrítico.

Existen aún muchas incertidumbres en la valoración del comportamiento hidráulico, sobre todo en régimen supercrítico.

Para canales de sección transversal rectangular, el radio de curvatura mínimo a brindar será tal que $r_c = 3b$, es decir, tres veces mayor al valor del ancho de plantilla. A su vez, para canales de sección transversal trapecial, el radio de curvatura mínimo será tres veces mayor al valor del ancho de la superficie libre del agua.

En canales de sección transversal trapecial, el cálculo de la sobreelevación solo se puede realizar aplicando ya sea la ec. (2.1.9) (tomando el ancho de la superficie libre de agua y no el de plantilla), o la expresión definida por *Grashof* ó ec. (2.1.7). Las demás expresiones son solo aplicables a canales de sección transversal rectangular.

En canales de sección transversal rectangular la resistencia de las paredes reducen la magnitud de la componente transversal de velocidad si la relación b/h es menor a 5 (o sea $b/h < 5$). De igual forma, para canales de sección transversal trapecial la relación B/h deberá ser menor a 5 (es decir $B/h < 5$).

A mayor radio de curvatura, menor sobreelevación de la superficie libre de agua y mayor la tendencia a conservar hidrostática la distribución de presión del flujo.

El método de *Pacheco-Ceballos* es una satisfactoria alternativa para el cálculo de pérdidas de energía en canales de sección transversal rectangular.

En ángulos de desarrollo de curvatura pequeños, radios de curvatura grandes y anchos de plantilla cortos (con respecto al tirante de agua), el porcentaje de pérdidas de energía es menor.

De acuerdo con el método de *Chang* para el cálculo de la magnitud de la componente transversal de velocidad, a mayor longitud de desarrollo de curvatura mayor velocidad transversal. En otras palabras, existe una relación directamente proporcional entre el ángulo de desarrollo de curvatura, el radio de curvatura y la componente transversal de velocidad.

Para el caso de la sobreelevación la expresión de *Ippen-Knapp* o ec. (3.1.1) brinda resultados similares a la expresión de *Knapp* para curvaturas pequeñas y grandes números de *Froude* o ec. (3.1.6), no obstante; las magnitudes de sobreelevación que ambas ecuaciones definen son mayores a las que resultan de aplicar las demás expresiones estudiadas.

Recomendaciones

Cuando el cambio de dirección deba ser prolongado, se tendrá que evitar el trazo de curvas circulares simples y dependiendo de las condiciones físicas del terreno así como de la importancia de la estructura, el trazo se deberá de realizar por medio de curvas circulares compuestas o curvas espirales, esto con la finalidad de evitar que el flujo espiral se desarrolle completamente.

Cuando el trazo de la curvatura se encuentre topográficamente limitado y no sea posible aumentar el radio de curvatura a más del mínimo ($r_c = 3b$), se recomienda diseñar en la plantilla del canal la pendiente transversal o peralte que resulte de aplicar el método de *Knapp* o el de *Henderson*.

La ec. (3.1.2) o expresión general de cálculo de la sobreelevación de *Knapp* y la ec. (3.1.4) o expresión de *Knapp* para curvaturas relativamente pequeñas, proporcionan magnitudes similares de sobreelevación, que con respecto al grupo de métodos estudiados, se identifican como las expresiones favorables para diseño.

Las paredes que componen los márgenes de intradós y extradós en la entrada y en la salida de la curva respectivamente, deberán reforzarse para resistir las acciones generadas por el comportamiento del flujo.

Curvaturas trabajando en régimen supercrítico

Conclusiones

La magnitud de la sobreelevación es más del doble del valor del tirante de agua antes de la curvatura.

Para el cálculo de la sobreelevación, el método propuesto por *Reinauer-Hager* presenta resultados ligeramente por abajo del resto de resultados obtenidos con las expresiones (3.1.2) y (3.1.4) además de definir diferente localización de los tirantes

máximo y mínimo, empero; para flujos con grandes números de *Froude*, su aplicación arroja resultados aceptables para el diseño de curvaturas horizontales. La localización angular donde ocurre la máxima sobreelevación aumenta conforme disminuye el gasto de agua.

El peralte de plantilla determinado tanto con el método de *Knapp* como con el método de *Henderson* brindan una depresión de la plantilla hacia la margen de intradós ligeramente menor a la magnitud de la sobreelevación máxima, sin embargo; ambos métodos definen pendientes similares y para diseño se puede aplicar cualquiera de los dos.

Las primeras longitudes de arco de la pared que constituye la margen de extradós se encuentran más expuestas a los efectos erosivos de las altas velocidades del flujo.

En ángulos de desarrollo de curvatura pequeños, radios de curvatura grandes y anchos de plantilla cortos (con respecto al tirante de agua), el porcentaje de pérdidas de energía es menor.

Estructuralmente, el muro de la margen de extradós se encuentra sometido a la acción del empuje del agua generado por la cantidad de movimiento de las partículas del flujo y para la situación de flujo en régimen supercrítico, esta sollicitación es de magnitudes tales que llega a regir el diseño estructural del muro.

Recomendaciones

Mientras las condiciones topográficas lo permitan, es conveniente combinar medidas de mitigación con el fin de obtener mejores condiciones de flujo, como el trazo de curvas circulares compuestas con peralte de plantilla o la proyección en curva espiral de toda la longitud del canal también con peralte de plantilla.

Durante el diseño de curvaturas horizontales debe tomarse en cuenta que para cualquier situación de régimen de flujo, grandes radios de curvatura propician mejores características de flujo y entre mayor sea el valor de la relación r_c/b menor será la intensidad del flujo espiral.

No debe de diseñarse secciones transversales trapeciales, pues esta característica geométrica propicia la evolución del flujo espiral e incrementos notorios en la sobreelevación, por tanto; las alteraciones en el funcionamiento del conducto resultan más severas.

Es recomendable que después de la curvatura exista alguna estructura disipadora de energía como lo es un tanque amortiguador o una cubeta deflectora, antes de que el agua pase a su cauce natural, amén de que estas estructuras no deben alterar el flujo, sino mejorar sus condiciones.

El peralte de plantilla se recomienda para canales que trabajen próximos o con las condiciones de gasto de diseño, pues cuando no es así, la pendiente pierde efectividad al propiciar la acumulación de volumen de agua sobre la margen donde se encuentre la depresión de la plantilla.

En canales donde la velocidad del flujo esté cercana o mayor a los 12 m/s, las superficies de concreto expuestas deberán tener una resistencia $f'c \geq 200 \text{ kg/cm}^2$ con la finalidad de que soporte los grandes esfuerzos de compresión generados por la alta velocidad del flujo y – eventualmente - por efecto de cavitación.

Recomendaciones de carácter general

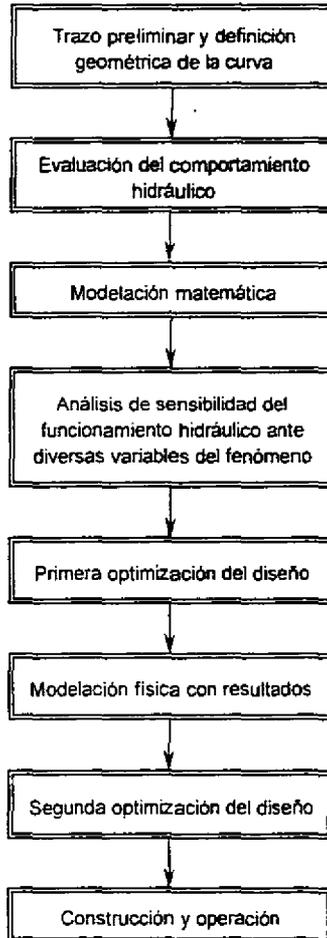
Desarrollar métodos sofisticados y con uso de nuevas tecnologías (métodos matemáticos computacionales), que permitan evaluar el fenómeno y realizar análisis de sensibilidad.

Dependiendo de la magnitud de la obra hidráulica, modelar matemáticamente y posteriormente físicamente el fenómeno, para que a partir de esas actividades, pueda llegar a optimizarse el diseño desde el punto de vista hidráulico y constructivo.

No olvidar que a largo plazo, un buen diseño vale mucho más que un mal diseño. Los costos del proyecto nunca se podrán comparar con los costos constructivos o con los costos de reparación que a su tiempo pudieron haberse evitado.

Por último y con el fin de redondear este capítulo último, en el diagrama de la página siguiente se propone el proceso general de diseño de los canales con curvatura horizontal, señalando que dentro de este proceso de diseño, el presente trabajo cubre el procedimiento del recuadro achurado.

PROCESO GENERAL DE DISEÑO DE CURVAS HORIZONTALES



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LIBROS

- 1.-Chow, Ven Te. Open Channel Hydraulics, New York, ed. Mc Graw-Hill Book, Co., 1959, pp. 439 - 459.
- 2.-Gardea, Villegas Humberto, Hidráulica de Canales, México, D.F., Facultad de Ingeniería, UNAM, 1995, pp. 3 - 5.
- 3.-González y Robles, Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado, Tercera Edición, México, D.F., Limusa Noriega Editores, 1995.
- 4.-Henderson, F.M., Open Channel Flow, New York, Macmillan Publishing Co., 1966, pp. 250-258.
- 5.-Ramos, Salinas J., Una Propuesta de Diseño de Canales de Alineamiento Curvo en Régimen Supercrítico Estudio Teórico y Experimental, México, D.F., Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1983.
- 6.-Roberson y Crowe, Mecánica de Fluidos, 2ª Edición, México, D.F., ed. Mc Graw-Hill, 1980, pp. 125 - 128.
- 7.-Sánchez, Bribiesca José L., Escorrentamiento en Canales con Régimen Casi Crítico y Curvas Numerosas, México, D.F., Tesis de Maestría, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1964.
- 8.-Schmidt, M., Gerinnehydraulik, Weisbaden, Berlin, 1957, pp. 143 - 153.
- 9.-Sotelo, Avila G. Apuntes de Hidráulica II, México, D.F., Facultad de Ingeniería, UNAM, 1985, pp. 360-403.
- 10.-Streeter y Wylie, Mecánica de Fluidos, 8ª Edición, México, D.F., ed. Mc Graw-Hill, 1988.

PUBLICACIONES

- 11.-Chang, Howard H., "Energy Expenditure in Curved Open Channels", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 109, No. 7, July, 1983, pp. 1012 - 1022.
- 12.-Chang, Howard H., "Variation of Flow Resistance Through Curved Channels", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 110, No. 12, December, 1984, pp. 1772 - 1782.
- 13.-Hicks, F.E. et. al., "Flow Near Sloped Bank in Curved Channel", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 116, No. 1, January, 1990, pp. 55 - 70.

- 14.-Jin, Yee-Chung et al., "Roughness Effects on Flow and Shear Stress Near Outside Bank of Curved Channel", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 116, No. 4, April, 1990, pp. 563 – 577.
- 15.-Jin y Steffler, "Predicting Flow in Curved Open Channels by Depth-Averaged Method", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 119, No.1, January, 1993, pp. 109 - 124.
- 16.-Kikkawa, H. et al., "Flow and Bed Topography in Curved Open Channels", Journal of the Hydraulics Division, Vol. 102, No. HY9, September, 1976, pp. 1327 – 1342.
- 17.-Odgaard, Jacob A., "Transverse Bed Slope In Alluvial Channel Bends", Journal of the Hydraulics Division, Vol. 107, No. HY12, December, 1981, pp. 1677-1694.
- 18.-Pacheco y Ceballos, "Energy Losses and Shear Stresses in Channel Bends", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 109, No. 6, June, 1983, pp. 881 - 896.
- 19.-Reinauer y Hager, "Supercritical Bend Flow", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 123, No. 3, March, 1997, pp. 208 - 218.
- 20.-Yen, Chin-lien, "Bed Evolution in Channel Bends", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 116, No. 4, April, 1990, pp. 544 – 562.

CONGRESOS

- 21.-Franco, Victor et al., "Gasto de Despegue en Cubetas de Lanzamiento", Asociación Mexicana de Hidráulica A.C., 11º Congreso Nacional de Hidráulica, Tomo III, Zacatecas, Zac., México, 1990, pp. 213-224.
- 22.-Echávez, et. al

OTRAS PUBLICACIONES

- 23.-"Funcionamiento Hidráulico del Canal de Desvío de la Presa Huites Durante la Avenida Provocada por el Huracán Lidia (12, 13 y 14 de septiembre de 1993)", Gerencia Regional del Noroeste, Comisión Nacional del Agua, Cd. Obregón, Sonora, 27 de septiembre de 1993.
- 24.-John F. Ripken, "Fundamentals of Cavitation", Edit. J. Paul Tullis, Fort Collins, Control of Flow in Closed Conduits, Colorado, 1971, pp. 353 – 378.