



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
CUAUTITLAN

"DESPACHO ECONOMICO DE ENERGIA  
ELECTRICA".

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A :

ARTURO AVILA VAZQUEZ

ASESOR: ING. OSCAR CERVANTES TORRES.

CUAUTITLAN IZCALLI, EDO. DE MEXICO.

1999.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

274795



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN  
UNIDAD DE ADMINISTRACION ESCOLAR  
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES

UNAM  
FACULTAD DE ESTUDIOS  
SUPERIORES CUAUTITLAN

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS

DR. JUAN ANTONIO MONTARAZ CRESPO  
DIRECTOR DE LA FES-CUAUTITLAN  
P R E S E N T E.

SECRETARÍA DE  
EXAMENES PROFESIONALES

ATN.: Q. M. DEL CARMEN GARCIA MIJARES  
JEFE DEL DEPARTAMENTO.

Con base al articulo 28 del Reglamento General de Exámenes,  
nos permitimos comunicar a Usted que revisamos el TRABAJO  
de TESIS con el nombre de:

"Despacho Económico de Energía Eléctrica".

que presenta el pasante:

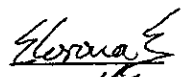

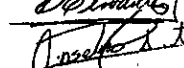

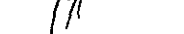
AVILA VAZQUEZ ARTURO

con número de cuenta : 8806433-6 para obtener el Título de :

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos  
necesarios para ser discutida en el EXAMEN PROFESIONAL  
correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

A T E N T A M E N T E.  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cuautilán Izc., México, a 9 de Febrero de 1999

- Presidente ING. ESTEBAN CORONA ESCAMILLA 
- Vocal ING. RAMON OSORIO GALICIA 
- Secretario ING. OSCAR CERVANTES TORRES 
- 1er. Sup. ING. ANSELMO ANGOA TORRES 
- 2do. Sup. ING. VICTOR HUGO LANDA OROZCO 

## **AGRADECIMIENTOS**

**A DIOS:** Alabado sea el que nos permite vivir con deseos y esperanza.

**A MIS PADRES:** Porfirio Avila y Rosa Ma. Vázquez  
“Benditos sacrificios de los padres que hacen posible que un hijo se sienta realizado.”

**A MIS HERMANOS:** Miguel Angel, Porfirio, Oscar Octavio y Rosa Ma. Avila Vázquez.  
“Ayuda y motivación se recibe de una familia unida.”

**A TODOS LOS PROFESORES DE LA CARRERA DE INGENIERIA MECÁNICA ELÉCTRICA DE LA FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN, EN ESPECIAL A LOS ESTIMADOS PROFESORES DE LA SECCIÓN ELÉCTRICA.**

**A TODOS LOS COMPAÑEROS TRABAJADORES DEL ALMACÉN VICTORIA BAJAS DE LUZ Y FUERZA.**

# DESPACHO ECONÓMICO DE ENERGÍA ELÉCTRICA



## **OBJETIVO:**

- Entender y desarrollar los métodos y procedimientos que se utilizan para el despacho económico de energía eléctrica entre unidades generadoras de un sistema de potencia.

# INDICE

PRESENTACIÓN.....	I
AGRADECIMIENTOS .....	II
TITULO Y OBJETIVO.....	III
INDICE.....	IV
INTRODUCCIÓN.....	1
<b>CAPITULO 1</b>	
FUENTES NATURALES DE ENERGÍA.....	5
FLUJO SOLAR.....	5
Combustibles Fósiles de Origen Solar.....	6
Otras Utilizaciones de la Radiación Solar.....	6
POTENCIA DE LAS MAREAS.....	7
GEOTERMIA.....	7
FISIÓN NUCLEAR .....	8
FUSIÓN NUCLEAR.....	9
ENERGÍAS PRIMARIAS, MOTORES PRIMARIOS, DEFINICIONES.....	10
Características de las Fuentes Naturales de Energía.....	10
GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA.....	12
SISTEMA TÍPICO DE POTENCIA ELÉCTRICA.....	16
<b>CAPITULO 2</b>	
CENTRALES ELÉCTRICAS.....	19
DEMANDA DE UN SISTEMA ELÉCTRICO.....	19
UBICACIÓN DE LAS CENTRALES GENERADORAS.....	20
TIPOS DE CENTRALES ELÉCTRICAS.....	21
EQUILIBRIO DE POTENCIA ENTRE GENERADOR Y CARGA.....	21
VENTAJAS DE UN SISTEMA INTERCONECTADO.....	24
Estabilidad.....	25
Continuidad del Servicio.....	26
Economía.....	26
CONDICIONES DURANTE UN CORTE.....	27
CENTRALES HIDROELÉCTRICAS.....	28
Potencia Disponible.....	29
Tipos de Centrales Hidroeléctricas.....	29
Estructura de una Central Hidroeléctrica.....	30
Selección del Sitio para la Instalación de una Central Hidroeléctrica.....	33
Centrales de Bombeo.....	33
CENTRALES TERMOELÉCTRICAS.....	35
Composición de una Central Termoeléctrica.....	37
CENTRALES NUCLEARES.....	40
Energía Liberada por la Fisión Atómica.....	40
Reacción en Cadena.....	41
Selección del Sitio para la Instalación de una Central Nuclear.....	43
<b>CAPITULO 3</b>	
FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UNA UNIDAD GENERADORA.....	44
CONCEPTO DE DESPACHO ECONÓMICO.....	44

CARACTERÍSTICA “GENERACIÓN Y CONSUMO”	
DE UNA UNIDAD GENERADORA.....	46
COSTO DE GENERACIÓN DE UNA UNIDAD GENERADORA.....	51
FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UNA UNIDAD GENERADORA.....	54
ERROR ESTÁNDAR DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA.....	61

#### **CAPITULO 4**

##### **DESPACHO DE ENERGÍA ENTRE UNIDADES GENERADORAS DE UNA MISMA**

CENTRAL.....	64
DESPACHO ECONÓMICO ENTRE DOS UNIDADES GENERADORAS.....	64
DESPACHO ECONÓMICO ENTRE VARIAS UNIDADES GENERADORAS.....	73
DESPACHO ECONÓMICO POR MÉTODO GRÁFICO.....	82
COMBINACIÓN ECONÓMICA ENTRE UNIDADES GENERADORAS.....	86
COSTO ESPECÍFICO DE GENERACIÓN.....	88
Factores No Económicos que Intervienen en la Determinación de la Capacidad de Generación que debe Operarse.....	95

#### **CAPITULO 5**

##### **DESPACHO ECONÓMICO ENTRE CENTRALES ELÉCTRICAS Y PÉRDIDAS POR TRANSMISIÓN.....**

COEFICIENTES “B” O DE PÉRDIDA.....	97
DESPACHO ECONÓMICO ENTRE CENTRALES ELÉCTRICAS.....	110
SOLUCIÓN A UN PROBLEMA DE DESPACHO ECONÓMICO CON PÉRDIDAS DE TRANSMISIÓN.....	121

#### **CAPITULO 6**

CENACE.....	136
CENTRO NACIONAL DE CONTROL DE ENERGÍA.....	136
Sistemas de Información y Administración de la Energía.....	140
SISTEMA ELÉCTRICO NACIONAL (SEN).....	144
Datos Estadísticos del SEN.....	148

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES.....	151
BIBLIOGRAFÍA.....	154

## INTRODUCCIÓN

En lugares civilizados, comienza un nuevo día y todos se preparan para iniciar sus actividades cotidianas; desapercibidamente, al levantarse, uno enciende la luz de la recámara, el sanitario, el pasillo, la cocina, etc. para permitirse mejor visibilidad del ambiente material. Distrae la tranquilidad del amanecer una sinfonía de ruidos, secadora, licuadora, batidora, lavadora, que se mezclan con la voz del locutor que nos entera de los problemas más trascendentes y la situación del clima en el noticiero matutino.

Todas esas maravillas y comodidades que hacen más fácil el trabajo cotidiano se consiguen sólo con enchufar un cable al contacto o con apretar un botón de encendido. Al instante la energía eléctrica está a nuestro alcance y en el momento que se necesita para apoyar las actividades diarias.



- Debido a la energía eléctrica la sociedad ha alcanzado su actual desarrollo material. La multiplicación de la fuerza mediante el aprovechamiento de los energéticos, el transporte, las comunicaciones, máquinas o dispositivos eléctricos que crean la posibilidad de hacer grandes obras, el control del ambiente o clima, etcétera, se debe a la energía eléctrica.

El hombre utiliza y depende de la energía eléctrica en casi todas sus actividades, algunas de ellas vitales; pero pocos, muy pocos, se imaginan el gran esfuerzo que desempeñan las empresas encargadas del suministro para que en cada instante se tenga la cantidad, calidad y continuidad correcta del preciado energético en los contactos de la casa, la escuela, la fábrica, la oficina, etc., al más bajo costo.

Los objetivos primordiales que se deben fijar como empresa suministradora son los siguientes:

- asegurar en todo tiempo y en todo lugar el suministro de las potencias activas y reactivas que demandan los usuarios, dentro de los límites de los contratos,
- mantener una tasa de falla inferior a 10 h por año;
- asegurar una duración media entre dos fallas superior a 1000 h;
- garantizar los voltajes entre 95% y 105% de sus valores nominales;
- garantizar la frecuencia entre el 99% y 101% de su valor nominal;
- evitar que las perturbaciones debidas a un usuario repercutan sobre los demás;
- asegurar un costo mínimo, teniendo en cuenta las restricciones precedentes.

La energía eléctrica es invisible y únicamente se puede deducir su presencia observando el trabajo que desarrolla sobre una máquina o en el recibo mensual de la luz, también es una fuente de energía limpia que no contamina. Otras características de esta energía, es que no se encuentra directamente disponible en la naturaleza y no es posible

almacenarla en cantidad, en consecuencia, cada instante y al mismo tiempo se debe producir, transmitir, distribuir y contabilizar la energía que utilizan los consumidores.

El costo mínimo del suministro de energía eléctrica se alcanza manteniendo una relación razonable entre lo que paga el consumidor por kilowatt-hora y lo que le cuesta a la compañía su producción y suministro, frente a los precios constantemente crecientes de combustibles, mano de obra, materiales, mantenimiento y costos de operación. Una acción operativa del sistema de potencia que repercute ampliamente en el costo del kilowatt-hora suministrado es el despacho o reparto de carga entre centrales y unidades generadoras; esto es, al operar un sistema para una condición dada de carga, debe determinarse la contribución más económica de cada central o planta generadora y, dentro de cada una de éstas, la de cada unidad, de forma que el costo de la energía suministrada sea un mínimo.

Las centrales eléctricas producen la energía eléctrica a partir de la transformación de una fuente primaria o natural de energía (petróleo, carbón, gas natural, energía hidráulica, nuclear, el viento, las mareas, el sol, etc.). y es transmitida y distribuida por un sistema de líneas eléctricas, torres, transformadores, postes, interruptores, etc., hasta el consumidor que la utiliza para obtener de ella trabajo, calor, luz, reacciones químicas endotérmicas, señales, etc

El objeto de esta tesis es explicar los métodos y estrategias que utilizan las empresas suministradoras para despachar la energía eléctrica al consumidor al menor costo considerando la eficiencia y gastos de producción en centrales y unidades de generación. El primer capítulo contempla los diferentes tipos de energías primarias o fuentes naturales que se utilizan para la conversión a energía eléctrica. El segundo capítulo consiste en el estudio de las centrales eléctricas, que se diferencian, por el tipo de energía primaria que

procesan para la producción de la energía eléctrica. Se explican sólo las centrales eléctricas de más participación en la producción de energía, las Centrales Termoeléctricas, Hidroeléctricas y Nucleares. El tercer capítulo explica el desarrollo del método estadístico de mínimos cuadrados para la obtención de la función de transferencia característica correspondiente a una unidad generadora determinada. Esta característica matemática, propia de una unidad generadora, se obtiene en base a la relación que guarda el consumo o costo de generación con valores de generación especificados. En el cuarto capítulo se analiza el método de costos incrementales para el despacho económico de energía eléctrica entre dos y más unidades generadoras, funcionando en paralelo, sin considerar pérdidas por transmisión, es decir, unidades dentro de una central eléctrica conectadas a un mismo bus. También se refiere a la determinación de la combinación más económica entre unidades generadoras para la producción de potencia eléctrica. El quinto capítulo analiza el despacho económico entre centrales eléctricas considerando las pérdidas por transmisión. Los coeficientes "B" o de pérdida es un método válido para el tratamiento de las pérdidas por transmisión. En el sexto y último capítulo se explica brevemente el Despacho Económico de Energía Eléctrica en México.

## CAPÍTULO 1

### FUENTES NATURALES DE ENERGÍA

El principio de la conservación de la masa dice: “la masa no se crea ni se destruye, solamente se transforma”; y un prestigioso científico alemán Alberto Einstein, demostró la proporcionalidad entre la masa de un cuerpo y la energía. Esto es, la masa es energía y en masa se puede transformar la energía. Por eso, en cualquier proceso energético la energía no se creará, ni se destruirá sólo se transformará y manifestará de forma diferente.

La energía eléctrica es la transformación de una masa en energía o de otra forma de energía más elemental. Es importante conocer las fuentes naturales o primarias de energía que el hombre ha sido capaz de manipular y transformar a manifestaciones de energía más productivas, como es la energía eléctrica. La energía eléctrica, básicamente, se obtiene de la conversión de energía mecánica; pero la energía mecánica se obtiene de alguna fuente natural de energía.

### FLUJO SOLAR

La principal fuente de energía de la que depende toda la vida sobre la tierra es el Sol. La potencia térmica emitida por el Sol bajo la forma de radiaciones se estima  $390 \times 10^{15}$  GW. Esta energía proviene principalmente de la fusión nuclear y corresponde a una pérdida de la masa de aproximadamente  $4 \times 10^6$  toneladas por segundo.

En la proximidad de la órbita terrestre, el flujo de energía solar es del orden de  $1400 \text{ W/m}^2 = 1.4 \text{ GW/km}^2$ . La Tierra recibe aproximadamente  $180\,000\,000 \text{ GW}$  de los que un tercio se refleja directamente por las capas superiores de la atmósfera y dos tercios alcanzan

la superficie del globo. Una parte mínima, aproximadamente el 1%, se absorbe por fotosíntesis. El resto se vuelve a enviar al universo por reflexión y radiación, produciendo a su paso fenómenos meteorológicos (vientos, evaporación, precipitaciones).

### **Combustibles fósiles de origen solar.**

La parte de la energía solar transformada en materia combustible por fotosíntesis al pasar por los reinos vegetal y animal se estima en aproximadamente 200 000 GW. Estas materias se transforman lentamente en productos combustibles: leña, turba, lignito, carbón, petróleo, gas natural.

### **Otras utilizaciones de la radiación solar.**

La energía solar se puede dominar directa o indirectamente por diferentes medios:

- utilización de recursos hidráulicos (molinos de agua, turbinas hidráulicas).
- captación directa de la radiación solar, transformación en energía térmica (calefacción de locales, calentamiento de agua), transformación en energía mecánica (motor Stirling, turbina de vapor), transformación en energía eléctrica (celdas de silicio); la potencia térmica puede alcanzar  $1000 \text{ W/m}^2$  en la media;
- utilización en la potencia de los vientos (molinos de viento, energía eólica).

También se piensa en aprovechar la potencia de las olas.

La característica principal de estos recursos naturales es que dependen de las condiciones meteorológicas y que su disponibilidad es aleatoria.

## **POTENCIA DE LAS MAREAS**

Las mareas provienen de un fenómeno más complejo que el simple juego de la atracción de la Luna y el Sol. La masa de agua de ciertas cuencas marinas entra en resonancia con la frecuencia de la atracción lunar aproximadamente 2 veces por día, con una armónica o una subarmónica.

Se ha buscado evaluar la potencia teórica máxima que se podría obtener de las mareas y se le estima en aproximadamente 60 GW, que permitirá obtener, en promedio, una potencia eléctrica de 6 a 9 GW.

El principio de funcionamiento se basa principalmente en llenar una cuenca con ayuda de turbinas durante la marea alta y vaciarla mediante las mismas turbinas, girando en sentido inverso durante la marea baja. Se pueden utilizar los mismos grupos turbina-generador en operación inversa, esto es, como motor-bomba y acumular así la energía en forma hidráulica durante las horas de bajo consumo de energía eléctrica.

El mar da lugar a otros fenómenos. Se puede utilizar la diferencia de temperaturas entre la superficie y el fondo, las olas, la marejada o incluso las corrientes marinas. Estas formas de energía, tomadas indirectamente de la energía solar, parecen muy difíciles de explotar para que representen un interés económico real.

## **GEOTERMIA.**

El centro del globo terrestre es el asiento de fenómenos nucleares radiactivos y de fisión. Allí se produce un flujo térmico que atravieza la corteza terrestre. Se estima ese flujo

en 35 000 GW, lo que a primera vista parece enorme, pero es cinco mil veces más débil que la potencia solar recibida por el globo.

En promedio, eso representa 0.00 007 GW/km<sup>2</sup> en el suelo, a medio día en el Ecuador de la Tierra.

La energía geotérmica sólo resulta interesante en ciertos puntos del globo, donde las condiciones hidrogeológicas producen una gran concentración de calor con producción de vapor a presión. Esta forma de energía parece destinada a instalaciones limitadas geográficamente y a menudo limitada a usos térmicos, tales como la calefacción de locales y la producción de agua caliente. Para producir energía eléctrica, sólo se utilizan los yacimientos con temperaturas superiores a 500 °K.

## **FISIÓN NUCLEAR**

Cuando electrones golpean átomos de uranio 235, éste se enciende en dos o más núcleos de masa atómica media liberando una gran cantidad de energía térmica; a este fenómeno se le conoce como fisión nuclear.

La energía térmica que se libera por la fisión nuclear se utiliza para abastecer el vapor destinado a producir finalmente energía eléctrica y, con el tiempo, para satisfacer las necesidades de calefacción a distancia.

Esos procesos tienen lugar en los reactores nucleares, cuyo funcionamiento ha presentado nuevos problemas que no tienen precedente en la historia de los medios de producción de energía. Los técnicos que desarrollaron los reactores nucleares, los

fabricantes, quienes los operan y los gobiernos responsables, se dieron cuenta desde el principio de los peligros que entraña la radiactividad producida. Se trata sobre todo de los desechos radiactivos y de diversas emisiones gaseosas y líquidas que acompañan el funcionamiento de las centrales.

Se distinguen principalmente los reactores de agua hirviente (BWR), los reactores de agua a presión (PWR), los reactores de gas a alta temperatura y los sobregeneradores que, además de la producción de energía, transforman el uranio 238 no fisionable y el torio 232 en uranio 233. Como el uranio 238 es 140 veces más abundante que el uranio 235, se comprende fácilmente el interés que presentan los sobregeneradores.

## **FUSIÓN NUCLEAR**

La fusión nuclear es la reunión de núcleos de átomos ligeros de hidrógeno (deuterio, tritio) que origina átomos más pesados. Esta reacción tiene lugar en forma natural en el Sol y constituye su principal fuente de energía. Pero resulta difícil provocar esta reacción en una instalación que permita a la vez controlar su desencadenamiento, mantenerla en forma continua o repetitiva y, finalmente, transformar la energía liberada en calor y radiaciones a otra forma más cómoda de energía. La principal dificultad consiste en confinar la reacción en un recinto capaz de soportar una temperatura cercana a  $10^8$  K. El confinamiento del plasma en el que la reacción se debe realizar está asegurado por campos magnéticos muy intensos, del orden de 10 teslas.



Si se llega a dominar esta forma de energía, los recursos energéticos disponibles a partir de ella serán prácticamente inagotables. El problema será limitar el consumo global de energía, de manera que no se perturben las condiciones de vida sobre la Tierra.

### **ENERGÍAS PRIMARIAS, MOTORES PRIMARIOS: DEFINICIONES**

En este trabajo de investigación, se designan como fuentes naturales de energía o energías primarias aquellas formas de la energía que se captan de la naturaleza o que se dispone de ellas sin modificar su naturaleza fundamental. El petróleo y los productos petrolíferos se consideran energías primarias, así como el mineral de uranio, las barras de uranio enriquecido y las corrientes de agua que se aprovechan. Desde ese punto de vista, la energía eléctrica jamás será considerada como una fuente natural de energía.

Un motor primario es un motor alimentado directamente (diesel) o indirectamente (turbina de vapor) por una fuente natural de energía y destinado a poner en movimiento un generador eléctrico.

En lo que se refiere al transporte y almacenamiento de las formas naturales de energía, los que más fácil se pueden transportar son el uranio, petróleo, el gas natural y el carbón; los más fácilmente almacenables son el uranio, el carbón, el petróleo y la energía hidráulica.

### **Características de las Fuentes Naturales de Energía**

El estudioso de la energía puede presentar las principales fuentes naturales de energía como sigue:

- los combustibles clásicos, tales como el carbón, lignita, turba, petróleo, el gas natural que cubren actualmente la mayor parte de la producción de la energía eléctrica en el mundo. Esos combustibles son relativamente fáciles de transportar y también fáciles de almacenar (excepto el gas),
- los combustibles nucleares extraídos de los minerales de uranio y torio. Son muy fáciles de transportar y de almacenar en vista de su pequeño volumen, pero implican la construcción de grandes centrales de 0.1 a 1 GW;
- la energía hidráulica, que cubre aproximadamente un cuarto de la producción de energía eléctrica en el Mundo. Sólo está disponible en ciertas regiones privilegiadas y se puede almacenar en una presa, pero no se le puede transportar a grandes distancias;
- otras fuentes naturales de energía, tales como la madera, las energías geotérmica y eólica, las mareas, el gas de la quema de basura, sólo se podrán aprovechar localmente,
- la radiación solar podría tener una función importante para la obtención de energía controlada. Sin embargo, la extensión y el costo de los captadores solares y de los sistemas de almacenamiento indispensables hacen de ella, por el momento, una de las fuentes más costosas de energía;
- si se alcanza a dominar la fusión nuclear, podrá constituir una fuente de energía prácticamente ilimitada en cuanto a potencia y duración. Requerirá ciertamente de unidades de producción de muchos GW e inversiones a escala internacional.

## GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA

En la actualidad y por muchos años más, la energía eléctrica será vital en la vida de las personas y en progreso industrial y económico de una nación; su indisponibilidad puede causar inconvenientes graves, como pérdidas materiales, económicas y humanas. Es interesante conocer el origen de la energía eléctrica como conversión de la energía, de una forma natural, a la forma de energía eléctrica.

La energía eléctrica se produce íntimamente en máquinas electromagnéticas llamadas generadores eléctricos. Los generadores convierten energía mecánica (producida por alguna fuente natural de energía) en energía eléctrica; y son la fuente principal de toda energía eléctrica que se consume. Son las máquinas convertidoras de energía más grandes que existen y su funcionamiento se basa en un principio elemental del electromagnetismo, “La Ley de Inducción de Faraday” que según el autor bibliográfico Irving L. Kosow, dice: “La magnitud de voltaje inducido en una espira única de conductor es proporcional a la velocidad de cambio de las líneas de fuerza que pasan a través de (o que están enlazadas con) esa espira.”, de manera más simple es “siempre que exista movimiento relativo entre un conductor y un campo magnético se inducirá en ese conductor una fuerza electromotriz o voltaje”. Este voltaje inducido es alterno y se expresa matemáticamente por la expresión:

$$e = \phi / t$$

donde:

la fuerza electromotriz generada FEM ( $e$ ) es directamente proporcional a la rapidez de cambio de los eslabonamientos de flujo

$\phi$  es el flujo magnético.

$t$  es el tiempo en el cual se enlaza el flujo magnético

En el generador elemental de corriente alterna (Fig. 1.1) de una sola espira el conductor AB está continuamente haciendo contacto con la escobilla  $E_2$  mediante el anillo  $A_2$  y el conductor CD está continuamente haciendo contacto con la escobilla  $E_1$  mediante el anillo  $A_1$ ; en esas condiciones la espira al dar la primera media vuelta en sentido de las manecillas del reloj, los conductores AB y CD cortan las líneas de flujo producidas por los polos, induciéndose así una fuerza electromotriz ( $fem$ ) que presenta su polaridad positiva en la escobilla  $E_1$ . Esta acción se comprueba aplicando la regla de la mano derecha para generador. Al dar la siguiente media vuelta cambia el sentido de la fem inducida en cada uno de los conductores AB y CD, sólo que en este caso la polaridad positiva de la fem se presenta en la escobilla  $E_2$ . De esta forma se produce la corriente alterna; su magnitud dependerá principalmente de la intensidad del campo magnético y del número de veces que cambia de sentido en un segundo (frecuencia). La frecuencia dependerá de la velocidad de rotación de la espira.

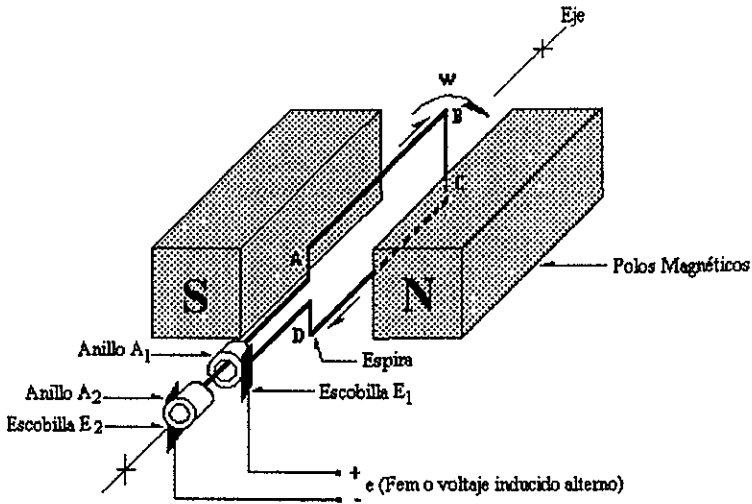


FIG. 1.1. Generador Elemental.

En la figura anterior, las flechas continuas sobre la espira representan el sentido de la fem inducida para la primera media vuelta de velocidad  $w$ , para la segunda media vuelta, el sentido de la fem y de las flechas se invierte. Así se produce la energía eléctrica en su forma de corriente alterna (que es la que más se utiliza) y se representa esquemáticamente por una onda sinusoidal (Fig. 1.2):

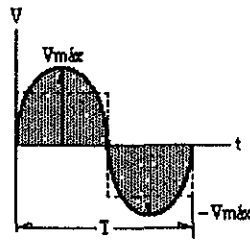


FIG. 1.2. Onda sinusoidal de c.a.

Donde  $V_{máx}$  es la amplitud de onda y  $T$  es el período de la onda. Para la primera vuelta de la espira se obtiene el  $V_{máx}$  positivo, para la otra media vuelta se obtiene el  $V_{máx}$  negativo.

Para un par de polos una vuelta de la espira es un período y el período es el recíproco de la frecuencia:  $T = 1/\text{frecuencia}$ .

Como se explicó, anteriormente, la energía eléctrica como corriente alterna se produce en un generador por la ley básica de inducción electromagnética. Esto es simplemente la conversión de energía mecánica, que se manifiesta en una velocidad y un par que se le proporciona al generador, en energía eléctrica que se manifiesta como un voltaje y una corriente eléctrica.

Para el suministro de energía eléctrica a grandes consumidores se utilizan los generadores síncronos o alternadores con devanados trifásicos que produce voltajes trifásicos. El alternador se construye con polos magnéticos rotatorios o estacionarios, con armaduras de devanados trifásicos. Las mejores características de operación del alternador se tienen cuando es de polos magnéticos rotatorios y armadura estacionaria. Los polos magnéticos para alternadores de gran capacidad son fuertes electroimanes excitados con corriente directa. Por eso, el alternador es una máquina eléctrica que funciona en base a la manipulación de corriente alterna y corriente directa. El alternador se acciona por medio de un primotor, que hace girar al rotor a la velocidad llamada "síncrona", en la medida que gira el rotor se inducen en el devanado de armadura un voltaje trifásico, cuyo valor depende de la velocidad de rotación y de la intensidad del campo magnético producido por la corriente directa de excitación en los devanados de polo magnético.

Es obvio, que el voltaje trifásico inducido en el alternador se transmite y distribuya también por redes trifásicas a la carga o al consumidor. Muchos se preguntarán ¿porqué la energía eléctrica que se consume, se genera, se transmite y se distribuye en su modalidad de corriente alterna y en circuitos y redes trifásicas?

## SISTEMA TÍPICO DE POTENCIA ELÉCTRICA

Los sistemas eléctricos de potencia, aún sin manifestarse en forma implícita, forman parte del sistema de vida de las personas en cada país; es decir, se acepta como algo natural dada la importancia de la energía eléctrica para las actividades cotidianas. Los sistemas eléctricos de potencia sirven para producir, transmitir y distribuir la energía eléctrica entre los diferentes consumidores; y están compuestos, elementalmente, por centrales eléctricas, líneas de transmisión, redes de distribución, transformadores, torres, postes, herrajes, etc.

Los sistemas eléctricos de potencia se dividen en cuatro etapas básicas de operación y se interrelacionan para satisfacer las demandas de energía de los consumidores conectados al sistema. Estas etapas son:

1. La **generación** es el proceso de convertir energía de alguna forma primaria o natural (mecánica, química, térmica, radiante, nuclear, cinética, etc.) en energía eléctrica mediante un proceso que se conoce como conversión de energía electromagnética. Este proceso se realiza en las centrales eléctricas.
2. La **transmisión** es el proceso mediante el cual la energía se transfiere, en general a distancias relativamente grandes, mediante líneas de transmisión, desde el punto de generación hasta determinada zona donde se ha de distribuir y emplear la energía.
3. La **distribución** es el proceso mediante el cual se suministra energía, en forma local, a diversas estaciones de distribución en una zona dada, desde una o más estaciones de transmisión.

4. La **utilización o consumo** es el proceso mediante el cual la energía eléctrica se conduce al punto en el cual se aprovecha, es decir, se convierte de energía eléctrica, por máquinas y aparatos eléctricos, a alguna otra forma de energía como calor, luz, energía mecánica o química.

En la figura 1.3 se muestra un diagrama lineal de un Sistema Típico de Potencia en c.a. con sus etapas de generación, transmisión, distribución y utilización de la energía eléctrica.

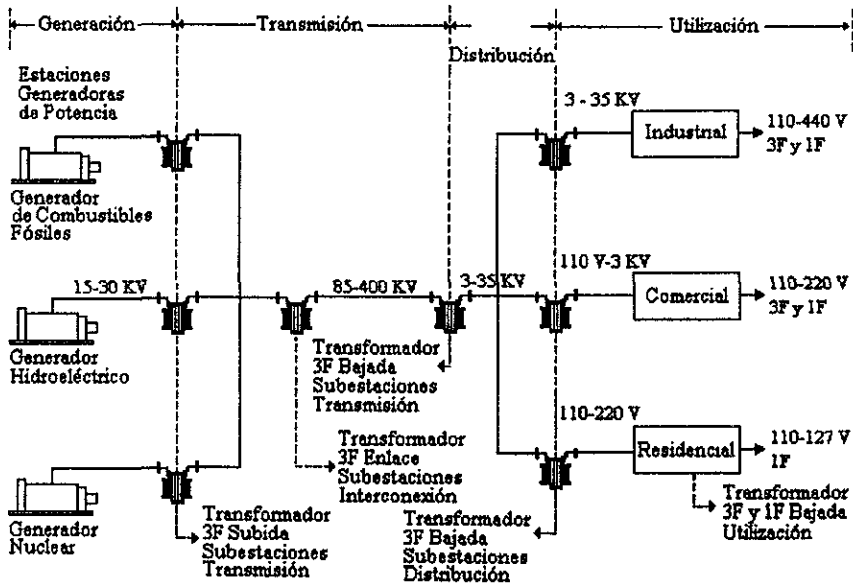


FIG. 1.3. Diagrama lineal de un sistema típico de potencia eléctrica

En las primeras etapas del desarrollo de los sistemas eléctricos, las centrales eléctricas, por lo general, eran de baja capacidad y operaban alimentando sus propias cargas, o bien, alimentando a grupos de cargas a través de sus propias redes, pero con la característica de que los sistemas operaban aislados, uno de otro. Después de algún tiempo



los sistemas eléctricos de gran capacidad comenzaron a surgir, cuando los pequeños sistemas individuales se interconectaron por medio de redes eléctricas; y quedaron en posibilidad de operar en paralelo, de manera que, los sistemas eléctricos individuales por entrar en operación, se conectaron a los ya existentes, formando así, los grandes Sistemas Eléctricos de Potencia.

La tendencia generalizada a combinar los distintos sistemas eléctricos, de manera que operen en forma interconectada, ofrece grandes ventajas.

## **CAPÍTULO 2**

### **CENTRALES ELÉCTRICAS**

Las centrales eléctricas convierten las distintas fuentes naturales de energía en energía eléctrica. Una central eléctrica se compone, en su concepto más elemental, de una turbina y un generador, y se clasifican según el tipo de fuente natural (combustibles fósiles, alturas de agua, uranio, sol, viento, etc.) que utilizan para la conversión.

#### **DEMANDA DE UN SISTEMA ELÉCTRICO.**

La potencia total solicitada por los consumidores o clientes a un gran sistema fluctúa dentro de amplios márgenes según sea la estación del año y la hora del día. A lo largo del año existe una demanda que nunca es inferior a un valor determinado, y se considera ésta la carga base del sistema. Existen también, demandas de carga de punta e intermedias; las cargas de punta son suministradas en períodos muy cortos de tiempo, y las cargas intermedias en períodos regulares.

Estos bloques de potencia originan tres tipos de centrales generadoras.

1. Centrales Base, que suministran toda su potencia en todo momento. Las centrales nucleares y las de carbón se adaptan bien para este servicio.
2. Centrales Intermedias, que pueden responder con relativa rapidez a las variaciones de la demanda, normalmente poniendo en marcha o parando una o más unidades generadoras. Las centrales hidroeléctricas se adaptan bien a este objeto.

3. Centrales de Punta, que suministran potencia durante breves períodos a lo largo del día, estas centrales deben ponerse en marcha muy rápidamente, y en consecuencia están accionadas por motores primarios tales como diesel, turbinas de gas, motores de aire comprimido o turbinas de bombeo que pueden ponerse en marcha en pocos minutos. Bajo este punto de vista cabe mencionar que una central termoeléctrica de gas o de carbón necesita de 4 a 8 horas para su puesta en marcha, mientras que una central nuclear requiere varios días, por lo que evidentemente tales centrales no pueden emplearse para cubrir las puntas.

#### **UBICACIÓN DE LAS CENTRALES GENERADORAS.**

Para llegar a una solución aceptable y económica del costo de la electricidad debe estudiarse cuidadosamente la localización de las centrales, líneas y subestaciones.

A veces se puede situar la central junto a la fuente natural de energía empleando líneas de transporte hasta los centros de consumo. Cuando esto no es posible, o resulta antieconómico debe transportarse la fuente natural (carbón, gas, aceite, etc.) a la central generadora, por barco, ferrocarril, oleoductos, etc. En este caso la central puede estar próxima o alejada de los consumidores. Existen algunos obstáculos, como montañas, ríos, lagos, ciudades, desiertos, zonas costeras, atmósfera corrosiva, etc. que impiden que las líneas sigan el camino más corto. Debido a estos obstáculos, tanto físicos como legales, muchas veces las líneas han de seguir un trayecto en zig-zag desde la central hasta el último usuario.

## **TIPOS DE CENTRALES ELÉCTRICAS**

En gran parte del mundo, la contribución mayoritaria para la producción de energía eléctrica la han tenido los combustibles fósiles y recursos hidráulicos. Aun cuando se puede aprovechar la energía del viento, de las mareas y la solar, todas ellas representan sólo una pequeña parte del total necesario. Parece que gradualmente la producción de energía eléctrica se dirige a la era de la energía nuclear y solar, ya que las reservas de petróleo fósil se van agotando a un ritmo acelerado. Por esta razón, se concentra el análisis sólo a las centrales que más contribuyen a la producción de energía eléctrica:

1. Centrales Termoeléctricas
2. Centrales Hidroeléctricas
3. Centrales Nucleares

## **EQUILIBRIO DE POTENCIA ENTRE GENERADOR Y CARGA.**

La energía consumida por un usuario debe ser suplida inmediatamente por las unidades generadoras, ya que la energía eléctrica no se puede almacenar. ¿Cómo se puede mantener este equilibrio casi instantáneo entre la demanda y la generación?. Para responder esta pregunta supongamos una central hidroeléctrica única alimentando una carga regional (Figura 2.1). El agua procedente de la presa circula por la turbina haciéndola girar conjuntamente con el generador de c.a.

La potencia mecánica  $P_t$  desarrollada por la turbina depende exclusivamente de la apertura de las compuertas que regulan el paso del agua. Cuanto más abiertas están, más agua pasa a la turbina, y este exceso de potencia se transmite inmediatamente al generador.

Por otra parte, la potencia eléctrica  $P_e$  tomada del generador depende exclusivamente de la carga. Cuando la potencia mecánica  $P_t$  entregada al rotor es igual a la potencia eléctrica  $P_e$  consumida por la carga, el generador está en equilibrio dinámico y su velocidad se mantiene constante. Se dice que el sistema eléctrico es estable.

Pero se sabe que la demanda fluctúa continuamente, por lo que la potencia eléctrica  $P_e$  será a veces mayor y a veces menor que la potencia mecánica  $P_t$ . Si  $P_e$  es mayor que  $P_t$ , la unidad generadora (turbina y generador de c.a.) empezará a perder velocidad, pero si  $P_e$  es menor que  $P_t$  la aumentará.

La variación de velocidad es un excelente indicador del equilibrio entre  $P_t$  y  $P_e$  y por lo tanto de la estabilidad del sistema. Si baja la velocidad deberá abrirse el paso del agua, y si aumenta deberá cerrarse para mantener continuamente el equilibrio entre  $P_t$  y  $P_e$ . Aun cuando se podría regular manualmente el paso del agua observando la velocidad, siempre se emplea la regulación automática.

Los reguladores de velocidad son dispositivos extraordinariamente sensibles que pueden detectar variaciones tan pequeñas como del 0.02 %. Es decir, que si un alternador pasa de 1500 a 1500.30 rpm, el regulador empieza actuar sobre la válvula de paso del agua. Si súbitamente aumenta la carga, la velocidad baja momentáneamente, pero el regulador repone rápidamente la velocidad nominal. Cuando la carga desaparece súbitamente actúa también el regulador en forma análoga.

Es evidente que cualquier variación de velocidad motiva la correspondiente variación en la frecuencia, siendo por tanto ésta un buen indicador de la estabilidad. Un sistema es estable mientras la frecuencia sea constante.

Los reguladores de las centrales termoeléctricas y nucleares actúan de la misma forma, regulando las válvulas de paso enviando más o menos vapor a las turbinas. La variación resultante en el consumo de vapor debe ir acompañada de una variación en el ritmo de combustión. Así, en el caso de una caldera de carbón se deberá reducir la combustión tan pronto se cierre la válvula, pues en el caso contrario la presión superaría rápidamente el límite de seguridad.

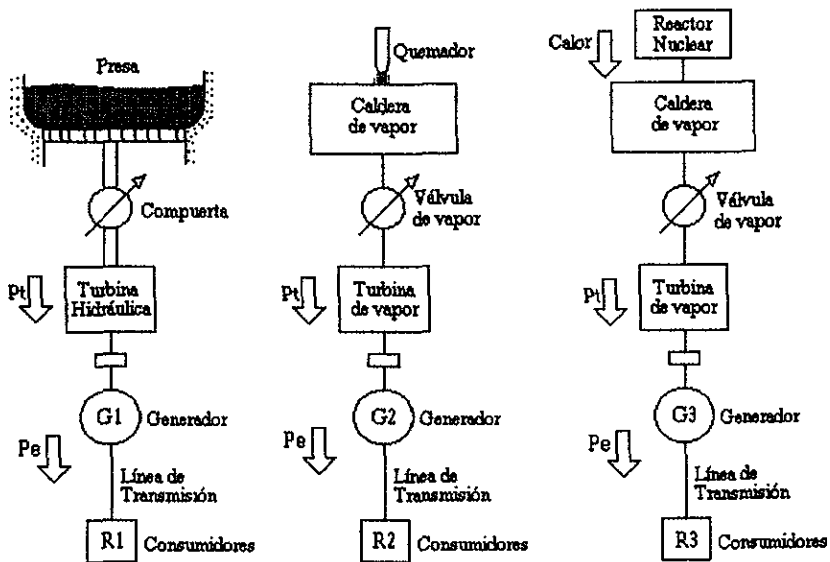


FIG. 2.1. Suministro de potencia a tres regiones independientes

## **VENTAJAS DE UN SISTEMA INTERCONECTADO.**

Consideremos las tres centrales generadoras de la figura 2.1, conectadas a sus respectivas cargas R1, R2 y R3. No estando conectadas entre sí, cada uno de estos tres sistemas puede trabajar a su propia frecuencia y una perturbación en uno de ellos no afecta a los demás. No obstante, la tendencia generalizada de combinar los distintos sistemas eléctricos, de manera que operen en forma interconectada, ofrece grandes ventajas; si se compara con el antiguo criterio de operar los sistemas eléctricos con centrales eléctricas aisladas o con bajo nivel de interconexión.

Algunas de las principales ventajas son:

- 1 Aprovechamiento óptimo de los recursos de generación y transmisión.
2. Asistencia mutua en caso de emergencia y contingencia.
3. Aprovechamiento de la diversidad de las cargas para satisfacer mejor la demanda máxima del sistema.
4. El despacho económico es centralizado, logrando así el más bajo costo de producción global.
5. Asegura más continuidad del servicio.
6. Mejoramiento en la estabilidad del conjunto.

En la figura 2.2 se muestran cuatro líneas de conexión que enlazan tanto las centrales entre sí como las zonas de consumo.

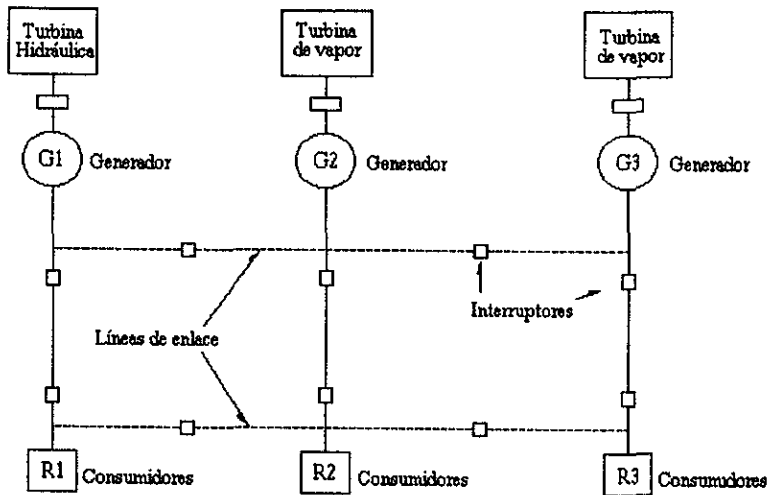


FIG. 2.2 Tres redes conectadas mediante cuatro líneas de enlace.

A continuación se explicarán, ampliamente, las ventajas más importantes de un sistema interconectado (red).

### 1. Estabilidad.

Los sistemas interconectados tienen más potencia de reserva que los que trabajan solos. Efectivamente, un sistema grande está más capacitado para soportar una perturbación y por tanto es más estable. Si por ejemplo la carga aumenta súbitamente en la región R1, inmediatamente recibe energía de G2 y G3 a través de las líneas de conexión. Una carga fuerte se reparte entre las tres centrales en lugar de tener que ser soportada por una sola.



## **2. Continuidad del Servicio.**

Si una de las centrales se avería o si hay que sacarla de servicio para revisión o reparación, los consumidores a los que sirve podrán ser atendidos por las otras dos. La energía que circula por las líneas de interconexión se mide con contadores, a efectos de pasar los cargos o abonos a la central correspondiente

## **3. Economía.**

Cuando están interconectadas distintas regiones, se puede repartir la carga entre distintas centrales de forma que el costo total del servicio sea el mínimo. Por ejemplo, en lugar de trabajar las tres centrales durante la noche con carga reducida, cuando hay poca demanda, se puede parar completamente una de ellas y suministrar toda la energía con las otras dos. De esta forma se reduce a cero el costo de producción de una de las centrales al mismo tiempo que mejora el rendimiento de las otras dos, ya que trabajan próximas a su capacidad nominal.

Por lo anteriormente expuesto, las compañías están interesadas en agrupar sus recursos a través de una red de líneas de interconexión. Un despacho central de control distribuye la carga entre las varias compañías y centrales de forma que se minimice el costo. Debido a la complejidad de algunos sistemas, las decisiones en este sentido se toman muchas veces con ayuda de computadoras. El despacho central debe prever también las variaciones de carga diarias y estacionales y dirigir la puesta en marcha y paro de los grupos generadores para mantener la estabilidad de la grande y complicada red.

Aun cuando todo el sistema interconectado debe trabajar necesariamente a la misma frecuencia, se puede repartir la carga entre las distintas centrales de acuerdo con un programa preestablecido. Si un generador debe dar mayor potencia, se ajusta el regulador del motor para que éste ceda mayor potencia al mismo generador. La mayor salida eléctrica de este generador motiva un descenso equivalente de la potencia total engendrada por todos los demás generadores.

### **CONDICIONES DURANTE UN CORTE.**

Una perturbación importante en un sistema crea un estado de emergencia que obliga a tomar decisiones para que no se propague a otras regiones. La pérdida repentina de una carga importante, o un cortacircuito en la línea de transporte, son ejemplos de perturbaciones graves.

Si repentinamente se pierde una gran carga, las turbinas empiezan a acelerarse, aumentando la frecuencia en toda la red. Por otra parte, si se desconecta un generador, los demás pierden velocidad, pues entre todos deberán soportar la carga total. La frecuencia disminuye, a veces hasta 5 Hz por segundo si la pérdida de potencia ha sido grande. En estas condiciones no se puede perder tiempo: si los medios clásicos de regulación no son capaces de restituir la frecuencia a su valor normal, deberá desconectarse alguna o algunas cargas. Esta supresión de cargas se realiza mediante relés sensitivos a la frecuencia, que abren los interruptores de los circuitos seleccionados cuando decae la frecuencia. Por ejemplo, pueden estar regulados los relés para eliminar el 15 % de la carga del sistema cuando la frecuencia baje a 59.4 Hz, otro 15 % cuando llegue a 59.1 Hz y un 30 % final si desciende a 58.4 Hz.

La eliminación de cargas debe hacerse en menos de un segundo para “salvar” las cargas consideradas de primera necesidad. Por lo que a los consumidores conectados se refiere, tales cortes crean serios problemas. Los ascensores quedan detenidos entre dos pisos, los hornos de arco empiezan a enfriarse, los semáforos no funcionan, etc. Es evidente el interés que hay en evitar las interrupciones del servicio. La experiencia de muchos años demuestra que la mayor parte de los cortocircuitos en un sistema son muy breves. Son debidos a rayos, polución en los aisladores, ramas de árboles o sobretensiones producidas por el cierre y apertura de los interruptores. Generalmente, estas perturbaciones producen cortocircuitos entre dos fases o entre una fase y el neutro. los cortocircuitos trifásicos son muy raros. Cuando se desconecta una línea cortocircuitada, el arco se extingue casi inmediatamente y podemos volver a cerrar el circuito sin temor de que se reproduzca el arco. Debido a esta circunstancia se puede evitar normalmente un corte mayor, abriendo simplemente la línea en cortocircuito y volviéndola a cerrar rápidamente. Naturalmente esta apertura y cierre rápido del interruptor se realiza automáticamente, ya que todo ello tiene lugar en cuestión de unos pocos ciclos.

## **CENTRALES HIDROELÉCTRICAS**

Las centrales hidroeléctricas convierten la energía del agua en movimiento en energía eléctrica mediante una turbina hidráulica acoplada a un generador de c.a.

## **Potencia Disponible.**

La potencia que se puede beneficiar de un salto de agua depende de su altura y de su caudal. La envergadura y localización de una central hidroeléctrica depende por lo tanto de estos dos factores.

La potencia disponible puede calcularse mediante la ecuación

$$P = 9.8 q h$$

siendo:

P = potencia disponible en el agua (W)

q = caudal de agua (m<sup>3</sup>/s)

h = desnivel del agua (m)

Debido a las pérdidas por rozamiento en los conductos de agua, en la caja de la turbina y en la turbina misma, la potencia mecánica a la salida de la turbina es algo inferior a la calculada según la fórmula anterior. Sin embargo, el rendimiento de las turbinas grandes está comprendido entre el 90 y el 94 %. El rendimiento del generador es mayor, estando entre el 95 y el 98 %.

## **Tipos de Centrales Hidroeléctricas**

Las centrales hidroeléctricas se pueden clasificar en tres grupos, según sea el desnivel del agua:

1. De gran desnivel.
2. De desnivel medio.
3. De poco desnivel.

Las instalaciones de gran desnivel tienen desniveles de más de 300 m, y se emplean en ellas turbinas Pelton rápidas. Estas centrales se hallan normalmente en regiones montañosas, siendo el caudal relativamente poco.

Las de desnivel medio tienen desniveles comprendidos entre 30 y 300 m, empleándose turbinas Francis de velocidad media, alimentándose de agua almacenada por una presa construida normalmente en el lecho de un río en zonas relativamente montañosas. Detrás de la presa queda almacenada una gran cantidad de agua

Las instalaciones de bajo desnivel tienen desniveles inferiores a los 30 m, empleándose turbinas Kaplan o Francis lentas. Estas centrales se alimentan normalmente de las aguas fluyentes de un río. Las turbinas están diseñadas para trabajar con grandes volúmenes de agua a baja presión, no existiendo embalse.

### **Estructura de una Central Hidroeléctrica.**

Una central consta de presa, canales y tuberías que retienen y dirigen el agua hacia las turbinas. Estos elementos, más otros que se citarán seguidamente, constituyen la base de una central hidroeléctrica Ver figura 2.3.

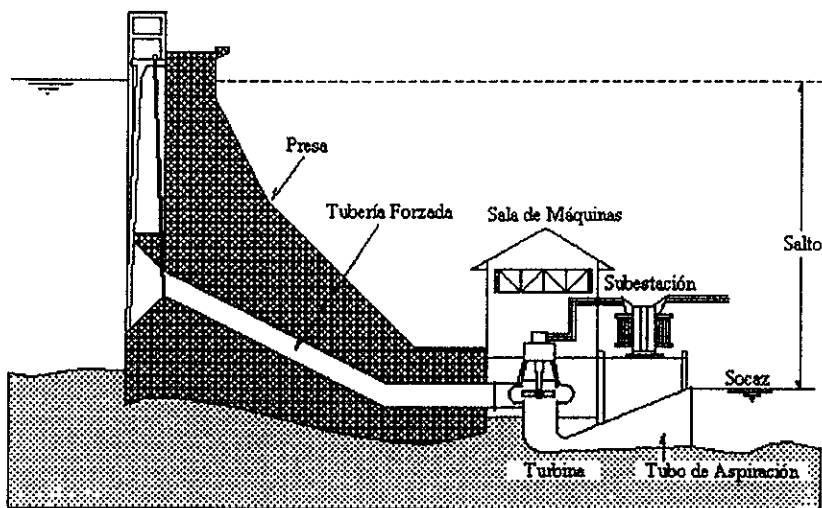


FIG. 2.3. Vista en sección de una central hidroeléctrica de salto medio.

Las presas de tierra o de cemento se construyen en el lecho de los ríos para canalizar el agua hacia la central y para crear depósitos de reserva. Con esta reserva se compensan las escasas precipitaciones durante las estaciones secas con las anormales aportaciones de chubascos y fusión de nieve. De esta forma las presas regulan el caudal del agua durante todo el año para que la central pueda trabajar en todo momento a su plena capacidad.

Junto a la presa se disponen aliviaderos para descargar el agua cuando el nivel de embalse sea excesivo. Se ha visto que la demanda varía considerablemente durante el día y se mantiene reducida durante la noche. En consecuencia no siempre se puede aprovechar toda el agua disponible para suministrar potencia al sistema. Si el embalse es pequeño, o casi inexistente (como en las centrales de agua fluyentes), no hay más remedio que dejar perder el agua por el aliviadero sin hacer uso de ella.

Muchas veces las presas cumplen un doble objetivo: para riego y navegación y para la producción de energía.

En las instalaciones grandes, unos canales conducen el agua desde la presa hasta la central. Pueden ser canales a cielo abierto o túneles excavados en la roca y desde ellos se alimenta una o más tuberías forzadas de acero que dirigen el agua hasta las turbinas individuales. Unas grandes válvulas, en ocasiones de hasta varios metros de diámetro, permiten cortar la circulación del agua.

Las tuberías forzadas conducen el agua hasta el interior de una carcasa que envuelve la parte móvil de la turbina de forma que queda distribuida alrededor de toda ella. Unas paletas de guía regulan la circulación del agua de forma que pase sin brusquedades a los álabes del rodete. Las paletas de guía abren o cierran mediante un mecanismo hidráulico gobernado por el propio regulador de la turbina.

Una vez que el agua ha pasado por el rodete pasa a un canal vertical cuidadosamente diseñado, denominado tubo de aspiración, que mejora el rendimiento de la turbina. Este tubo desemboca en el socaz, devolviendo el agua al cauce inferior del río.

En la central propiamente dicha están contenidos los generadores de c.a. transformadores, interruptores, etc. así como los aparatos de control correspondientes. Los instrumentos, relés y aparatos de medición están ubicados en una sala de control desde donde se puede controlar y gobernar todo el conjunto. Finalmente, completan la central otros muchos dispositivos demasiado numerosos para mencionarlos todos

## Selección del Sitio para la Instalación de una Central Hidroeléctrica.

- 1.- Disponibilidad del agua.
- 2.- Almacenamiento del agua.
- 3.- Caída (altura).
- 4.- Distancia al centro de carga.
- 5.- Accesibilidad del sitio.
- 6.- Costo de la obra.

## Centrales de Bombeo.

Se ha visto que son necesarias las centrales de punta para complementar la demanda variable de un sistema. Para comprender las distintas formas de cubrir las puntas o picos consideremos una red única en la que la demanda diaria varíe entre 100 y 160 MW según la representación de la figura 2.4. Una solución sencilla consistiría en instalar una central de base de 100 MW y un grupo de 60 MW para las puntas, accionado por turbina de gas.

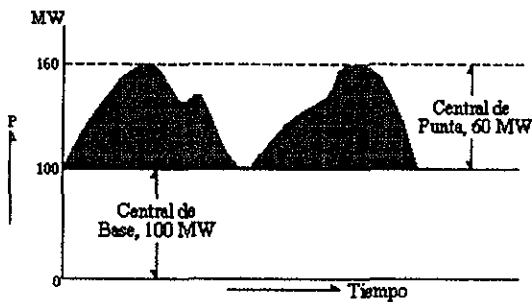


FIG. 2.4. Una central de base de 100 MW y otra de punta de 60 MW pueden satisfacer la demanda de la red.

Otra solución puede ser la de instalar la unidad base de 130 MW y la de punta de 30 MW, pero siendo esta última capaz de absorber o ceder los 30 MW de potencia eléctrica. Durante



los períodos de poca carga (señalados con el signo “-” en la figura 2.5.), la central de punta recibe y almacena energía procedente de la central base, que devuelve durante los períodos de carga fuerte (señalados por el signo “+”).

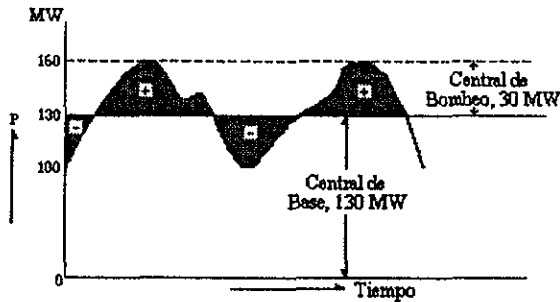


FIG. 2.5. Una central de base de 130 MW y otra de bombeo de 30 MW pueden también satisfacer la demanda anterior.

Este último procedimiento tiene dos ventajas:

1. La central base es mayor y por tanto de mejor rendimiento.
2. La central de punta es mucho más pequeña y en consecuencia de menor costo.

El almacenamiento de grandes cantidades de energía sólo puede conseguirse mecánicamente y para ello se emplea frecuentemente el sistema de bombeo, que consiste en dos embalses, uno superior y otro inferior, comunicados por una tubería forzada a través de una estación generadora y de bombeo. Durante las horas de punta de consumo la estación trabaja como una central hidroeléctrica normal, suministrando energía eléctrica al pasar el agua del embalse superior al inferior. Durante los períodos de poca demanda se invierte el

proceso; el generador trabaja como motor síncrono accionando la turbina que funciona a manera de bomba. El agua pasa ahora desde el embalse inferior al superior, almacenando energía que queda disponible para la próxima punta.

El ciclo de generación-bombeo se repite una o dos veces por día, dependiendo del régimen de carga del sistema. Los generadores empleados para este objeto son de potencia comprendida entre los 50 y 500 MW, y son reversibles, ya que debe invertirse el sentido de rotación para que la turbina actúe de bomba. La repetitiva puesta en marcha de tan grandes motores síncronos carga fuertemente las líneas, por lo que deben emplearse procedimientos especiales para acelerarlos. Se emplean muchos motores auxiliares, pero actualmente están ganando terreno los cambiadores de frecuencia electrónicos.

La combinación de una planta nuclear y otra de bombeo resulta muy atractiva, pues la primera tiene su máximo rendimiento cuando trabaja con carga constante.

## **CENTRALES TERMOELÉCTRICAS**

Las centrales termoeléctricas generan electricidad a partir del calor liberado en la combustión de carbón, petróleo o gas natural. Muchas de estas centrales son de potencia comprendida entre 200 y 1500 MW a fin de beneficiarse del alto rendimiento y la economía de las grandes instalaciones. Ha de verse una de estas centrales para formarse una idea de su complejidad y volumen.

El vapor es un medio importante para producir energía mecánica, y tiene la ventaja de que se produce a partir del agua; para esto, se requiere transformar primero la energía que posee un combustible en calor que aplicado al agua produce el vapor. El vapor acciona las turbinas para producir la energía mecánica necesaria para que el alternador la transforme en energía eléctrica.

Normalmente, se instalan estas centrales frente a un lago, un río o el propio mar, debido a la gran cantidad de agua de refrigeración que se necesita para condensar el vapor de escape de las turbinas.

En casi todos los países, los recursos hidráulicos están ya casi totalmente explotados, por lo que hay que recurrir a las centrales termoeléctricas y nucleares para ir cubriendo el crecimiento de la demanda de la energía eléctrica.

Las centrales termoeléctricas se pueden clasificar por el tipo de turbina que adoptan en su proceso de generación:

- Centrales con turbinas de vapor.
- Centrales con turbinas de gas.
- Centrales con motores de combustión interna (diesel y gasolina).
- Centrales geotérmicas.

La selección del tipo de turbina que se debe adoptar en una central termoeléctrica depende, en modo particular, del tipo de combustible a usar, de la potencia de la unidad, de la flexibilidad en operación de la instalación y del rendimiento. Naturalmente, también se deben considerar los elementos técnicos y económicos, como el costo del KW instalado y costos de producción, principalmente

## Composición de una Central Termoeléctrica

En la figura 2.6 puede verse la estructura básica y los principales componentes de una central termoeléctrica. A continuación se describen:

- Una gran caldera (1). Transfiere el calor producido por la combustión del petróleo a una serie de tubos de agua  $S_1$  que envuelven completamente las llamas. Una bomba  $P_1$  mantiene la circulación del agua por los tubos.
- Un depósito cilíndrico (2) que contiene vapor y agua a alta presión, de donde se toma el vapor necesario para las turbinas. Asimismo, recibe el agua que le envía la bomba de alimentación  $P_3$ . El vapor circula por las turbinas de alta presión HP después de pasar por el recalentador  $S_2$ , compuesto de un conjunto de tubos rodeados por el fuego y que elevan la temperatura del vapor hasta unos 200 °C, con lo que se asegura que el vapor esté completamente seco, mejorando el rendimiento total de la instalación.
- Turbina de alta presión (3) que convierte la energía térmica en mecánica permitiendo la expansión del vapor al circular por los álabes de la misma. La temperatura y la presión a la salida es menor que en la entrada. Para aumentar el rendimiento térmico evitando una condensación prematura, el vapor pasa a través de otro recalentador  $S_3$  formado por un tercer conjunto de tubos.
- Turbina de media presión MP (4), similar a la anterior pero más grande para que el vapor pueda expansionarse más.

- Turbina de baja presión LP (5), formada de dos partes idénticas, y que extrae el resto de la energía disponible en el vapor. El vapor de salida de esta turbina se expansiona en el vacío casi perfecto creado por el condensador.
- Condensador (6) en donde se condensa el vapor al circular por los tubos de enfriamiento, entre los cuales circula una corriente de agua fría procedente del exterior, que arrastra y elimina el calor. Una bomba  $P_2$  recoge el agua tibia condensada y la envía a través del calentador (7) hacia la bomba de alimentación (8).
- El calentador (7) es un cambiador de calor. Recibe vapor caliente derivado de la turbina de alta presión HP, calentando el agua de alimentación. Estudios termodinámicos han demostrado que el rendimiento térmico global se aumenta más al derivar algo de vapor por este procedimiento que dejándolo seguir su curso normal a través de las turbinas.
- Bomba de alimentación (8) que introduce el agua de alimentación en el recipiente (2), completando el ciclo térmico.
- Los generadores (9) suministran y regulan la cantidad de gas, petróleo o carbón inyectado. El carbón se pulveriza antes de ser inyectado y análogamente el aceite pesado se precalienta y se inyecta en forma de chorro atomizado para aumentar la superficie de contacto (y de combustión) con el aire.
- Un potente ventilador (10) suministra la gran cantidad de aire necesario para la combustión.
- Otro ventilador aspirador (11) envía los gases y otros productos de la combustión a los aparatos de limpieza de los mismos, y de allí a la chimenea y al exterior. El

generador G acoplado directamente a las tres turbinas convierte la energía mecánica en energía eléctrica.

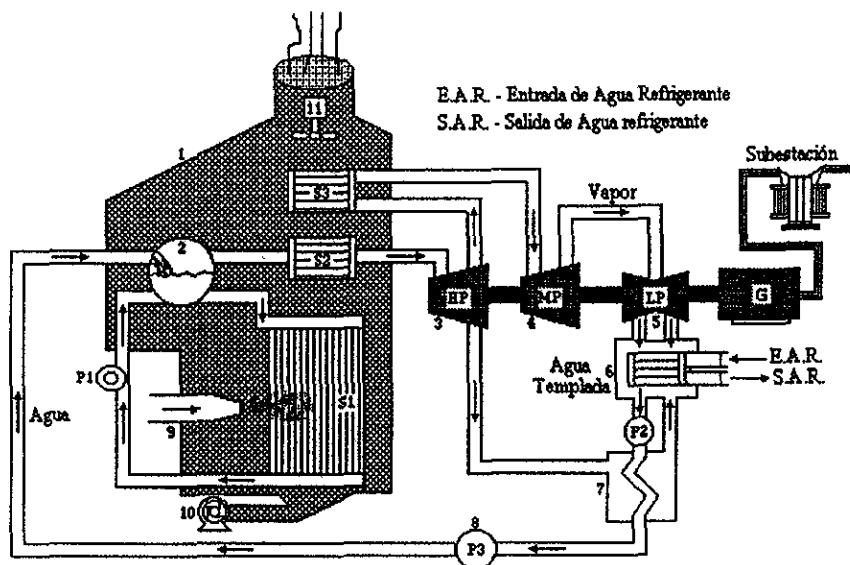


FIG. 2.6. Principales componentes de una central termoeléctrica.

En la práctica, una central termoeléctrica tiene centenares de otros componentes y accesorios para conseguir un buen rendimiento, seguridad y economía. Por ejemplo, las válvulas que regulan el paso del vapor a las turbinas; purificadores de agua para mantener la limpieza y la composición química requerida del agua de alimentación; bombas de aceite para el engrase de cojinetes, etc. Sin embargo, los componentes básicos son suficientes para comprender el funcionamiento de la central y algunos de los problemas que se presentan.

## CENTRALES NUCLEARES

Las centrales nucleares producen electricidad a partir del calor liberado por una reacción nuclear. Cuando el núcleo pesado de un átomo se divide en dos o en varios núcleos más livianos (proceso denominado fisión) se libera una gran cantidad de energía. Obsérvese que una reacción química, tal como la combustión del carbón, produce sólo una nueva disposición de los átomos sin afectar en forma alguna sus núcleos.

Una central nuclear es idéntica a una central termoeléctrica, excepto en que la caldera queda sustituida por un reactor nuclear que contiene el material fisible que generará el calor. Por tanto, una central nuclear contiene generador, turbina de vapor, condensador, etc., similares a los de una central termoeléctrica clásica. El rendimiento global también es similar (entre el 30 y el 40 %) y debe preverse un sistema de refrigeración, por lo que se ubican siempre junto a un río o un lago, y si está en zona de agua escasa se instalan torres de refrigeración. Debido a estas similitudes se limitará a exponer únicamente los principios de funcionamiento del reactor.

### **Energía Liberada por la Fisión Atómica.**

Cuando se produce la fisión del núcleo de un átomo, queda dividido en dos. La masa total de los átomos formados de esta manera es normalmente inferior a la del átomo original, y si se ha perdido masa debe haberse liberado energía de acuerdo con la ecuación de Einstein:

$$E = mc^2$$

siendo:

$E$  = energía liberada (J)

$m$  = pérdida de masa (kg)

$c$  = velocidad de la luz ( $3 \times 10^8$  m/s)

La energía liberada es muy grande, ya que una pérdida de masa de tan sólo  $1 \mu\text{g}$  produce  $9 \times 10^{10}$  J, lo que es equivalente al calor dado por la combustión de tres toneladas de carbón. El Uranio es precisamente uno de los elementos que pierden masa al fusionarse. El Uranio 235 es más fisionable que el 238, por lo que existen plantas para separar las moléculas que contienen uno de ellos de las que contienen el otro

### **Reacción en Cadena.**

¿Cómo se puede provocar la fisión del átomo de Uranio? Un procedimiento consiste en bombardear su núcleo con neutrones. Un neutrón constituye un excelente proyectil, ya que no es repelido al acercarse al núcleo y si su velocidad no es muy grande tiene muchas probabilidades de dar en el blanco. Si el impacto es suficientemente fuerte, el núcleo se dividirá en dos, liberando energía. La fisión es una reacción muy violenta a escala atómica produciendo un efecto secundario importante: expulsa 2 o 3 neutrones que salen despedidos a gran velocidad del núcleo roto. Estos neutrones colisionan con otros átomos de uranio, formándose así una reacción en cadena, liberando una enorme cantidad de calor.

Este es el principio que origina la explosión de una bomba atómica.



En el caso del reactor nuclear, hay que frenar los neutrones para aumentar la probabilidad de que golpeen a otros núcleos. Con este fin se sumergen en un moderador pequeñas cantidades de una composición de uranio fisionable (por ejemplo  $UO_2$ ). El moderador puede ser agua normal, agua pesada, grafito o cualquier otro material capaz de frenar los neutrones sin absorberlos. Mediante una distribución geométrica apropiada del uranio en el moderador, se puede reducir la velocidad de los neutrones hasta la necesaria para iniciar otras fisiones. Únicamente entonces se producirá la reacción en cadena.

Tan pronto comienza esta reacción en cadena, la temperatura sube rápidamente, y para mantenerla dentro de límites aceptables se hace circular por el reactor un gas o un líquido que elimine el calor. El elemento refrigerante puede ser agua natural o pesada, sodio líquido o un gas, tal como el helio o el anhídrido carbónico. El refrigerante, ya caliente circula por un circuito cerrado en el que está incluido el cambiador de calor, que a su vez transfiere el calor a un generador de vapor para accionar las turbinas. Figura 2.7.

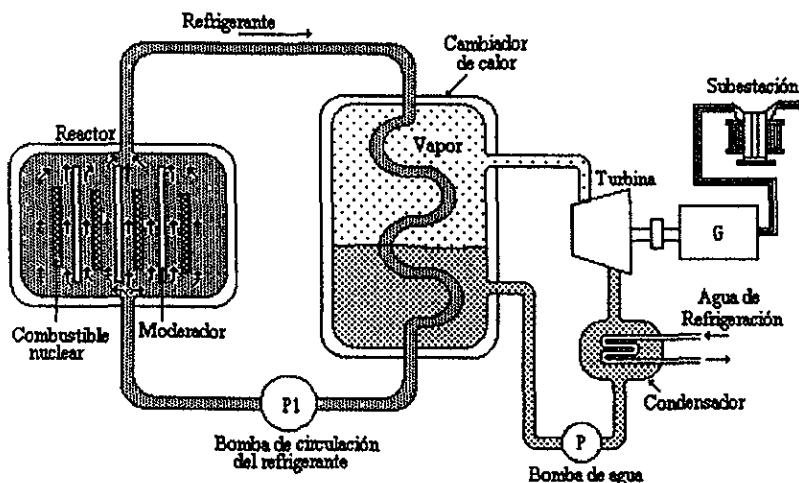


FIG. 2.7. Esquema de una central nuclear.

Las características principales de las centrales nucleares son las siguientes.

1.- Las centrales nucleares resultan más económicas en la medida que aumenta su capacidad.

2.- Las cantidades de combustible requeridas son muy pequeñas, por lo que no existen problemas de transporte.

3.- Estas centrales se pueden localizar, relativamente, cercanas a los centros de carga con lo que se reduce los costos de transmisión.

4.- Los costos de capital son muy altos, pero los costos de operación son relativamente bajos e independientes del valor de la carga; por lo que estas centrales son útiles para operar una carga base.

5.- El control de la potencia de salida es bastante flexible

#### **Selección del Sitio para la Instalación de una Central Nuclear.**

1.- Disponibilidad de un suministro adecuado de agua de enfriamiento.

2.- Disponibilidad de un terreno adecuado.

3.- Seguridad en el área para los peligros.

4.- Accesibilidad al sitio por carretera, ferrocarril y eventualmente transportes marítimos.

5.- Disponibilidad de suficiente espacio, para el depósito de los desechos radioactivos.

## **CAPÍTULO 3**

### **FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UNA UNIDAD GENERADORA.**

#### **CONCEPTO DE DESPACHO ECONÓMICO.**

Como se sabe, la energía eléctrica es producida por generadores eléctricos de c.a. que operan dentro de las centrales eléctricas. Los generadores de c.a. operan bajo el proceso de conversión de energía electromecánica, esto es, la conversión de energía mecánica en energía eléctrica. La energía mecánica que se le suministra al generador de c.a. es producida por dispositivos de impulsión (turbinas, motores de combustión, reactores, etc.) que convierten alguna fuente natural o primaria de energía (combustibles fósiles, alturas de agua, sol, viento, uranio, etc.) en energía mecánica (velocidad y par).

El despacho económico en un Sistema de Potencia es muy importante para recuperar y obtener beneficios del capital que se invierte. Las tarifas que fijan las instituciones reguladoras y la explotación irracional de fuentes naturales de energía presionan a las compañías suministradoras a alcanzar la eficiencia máxima posible. La máxima eficiencia *minimiza el costo del kilowatt-hora a los consumidores* y también el costo que representa a la compañía el suministro de este kilowatt-hora ante el alza constante de precios de los combustibles, mano de obra, materia prima y mantenimiento. Por tal motivo, es necesaria la elaboración de programas económicos de producción de energía eléctrica.

La mayor parte de la energía eléctrica que se consume en el mundo proviene de la conversión energética de los combustibles fósiles y de las alturas de agua contenidas en las presas. Es dominante la producción de energía a base de combustibles fósiles y alturas de

agua, por encima de cualquier fuente natural de energía, esto continuará por varios años más, hasta que un mayor número de centrales nucleares estén en funcionamiento y otras fuentes naturales (sol, viento, mareas, presiones del subsuelo, etc) demuestren su superioridad y capacidad para asumir la totalidad de la producción.

Al operar un Sistema de Potencia para la producción de energía eléctrica y, a la vez para condiciones de carga específicas del sistema, debe calcularse la contribución de energía de cada central o planta generadora y, dentro de cada una de éstas, la de cada unidad generadora, de forma que el consumo de fuentes naturales de energía y, por tanto, el costo de generación sea el mínimo; esto es lo que se entiende por despacho económico de energía y atañe a la Ingeniería Eléctrica la solución de este problema

El despacho económico no es más que la formulación de una pregunta: ¿Cuál de todas las unidades que están en operación consume menos energéticos para producir un aumento determinado de potencia?. Una forma antigua de dar solución a este problema era la de suministrar energía a pequeñas cargas desde la central o la unidad generadora de mejor rendimiento. Al producirse un incremento de carga, la energía debía ser suministrada desde la central de mejor rendimiento hasta alcanzar el punto de rendimiento óptimo. Al seguir aumentando la carga había que comenzar a suministrar la energía a la carga desde de la segunda central o unidad generadora de mejor rendimiento, no entrando la tercera hasta alcanzar el punto de rendimiento óptimo de la segunda. Sin embargo, aun cuando no se consideren las pérdidas por transmisión, este método fallaba en la reducción del costo de generación al mínimo.

## **CARACTERÍSTICA “GENERACIÓN Y CONSUMO” DE UNA UNIDAD GENERADORA.**

Es importante, para establecer la repartición óptima o económica de energía que demanda una carga determinada del sistema, entre varias unidades generadoras que funcionan en paralelo, la obtención de la característica “generación y consumo”, también conocida como característica de “salida y entrada”. Esta característica es la relación que existe entre la generación de energía eléctrica con la fuente natural de energía (combustibles fósiles, alturas de agua, etc.) que consume la unidad generadora.

Cabe señalar, que por unidad generadora se debe entender al complejo de dispositivos que convierten las fuentes naturales de energía en energía eléctrica. Por ejemplo: la caldera, turbina, alternador y accesorios que forman una unidad generadora y que influyen en el rendimiento de la conversión de energía.

La característica “generación y consumo” de una unidad generadora, se determina experimentalmente, manteniendo la generación a un valor fijo y midiendo el consumo de energéticos naturales (combustible, gasto de agua, uranio, etc.) en un tiempo determinado, correspondiente a esa generación. La medición del consumo de energéticos naturales se repite para distintos valores de la generación y se obtienen así una serie de puntos que permiten trazar la curva de “generación y consumo” (salida contra entrada). Esta característica se puede obtener en cualquier tipo de central eléctrica. En este análisis se considerará las centrales que más contribuyen a la producción de energía eléctrica; centrales termoeléctricas y centrales hidroeléctricas.

Para centrales termoeléctricas, la característica “generación y consumo” se determina midiendo el consumo de combustible por hora (kilocalorías por hora, Btu por hora, barriles de combustible por hora, etc.) para diferentes valores de generación (watts, kilowatts o megawatts) en cada unidad generadora. Para la central hidroeléctrica la obtención de la característica “generación y consumo” es similar a la central termoeléctrica, pero en este caso se considera como consumo el gasto de volúmenes de agua ( $m^3/s$  o  $m^3/hr$ ); y son estos consumos, los parámetros que se debe minimizar para el despacho económico.

El operador del sistema tiene como función primordial velar por que las cargas (clientes o consumidores) sean lo continuo, seguro y económicamente suministrados de energía eléctrica. Por lo que el suministro o la generación de energía eléctrica depende de las necesidades de los clientes pero, en base, a los registros estadísticos y estimaciones en la producción, se logran obtener niveles de generación predeterminados. Esto implica, que la generación de energía eléctrica sea una variable controlada por el operador y que el consumo de energéticos sea una variable aleatoria dependiente de la generación.

Con los pares de mediciones de generaciones y consumos obtenidos experimentalmente, y con la aclaración de que el consumo es función de la generación, se puede obtener la curva característica “generación y consumo” de la unidad respectiva.

Por ejemplo: se realizan pruebas de generación y consumo de vacío a plena carga a dos unidades generadoras A y B; ambas unidades generadoras tienen 100 MW como carga máxima; la unidad A se encuentra en una central termoeléctrica y consume millones de

Btu/hr para producir una potencia determinada; la unidad B es de característica hidroeléctrica y su consumo de energía es el gasto de agua en m<sup>3</sup>/hr para determinada generación de potencia.

Se seleccionaron ciertos intervalos de generación (MW) de vacío a plena carga y se midió el consumo correspondiente (millón Btu/hr) para la unidad A. Ver Tabla 3.1.

UNIDAD A	
GENERACIÓN EN MW	CONSUMO DE CONBUSTIBLE Millón BTU/hr
0	83.3
10	169
20	260
30	355.7
40	456.3
50	562
60	672.7
70	788
80	908.7
90	1034
100	1164.7

TABLA 3.1. Característica de generación de potencia contra consumo de combustible de la unidad A.

Con los datos anteriores, obtenidos experimentalmente, se puede elaborar la curva característica “generación y consumo” de la unidad A. Ver figura 3.1.

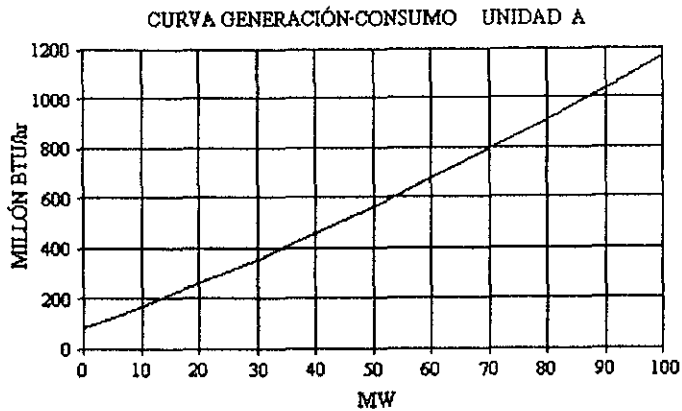


FIG. 3.1. Curva característica de generación (Megawatts) contra consumo de combustible (millón de Btu/hr).

Es fácil observar que la curva “generación y consumo” de la unidad A no presenta un comportamiento lineal y en alguno de sus puntos tiene pendiente mínima, es decir, el punto donde el inverso de la pendiente representa la mayor eficiencia de la unidad A.

Para la unidad B, que opera en una central hidroeléctrica, se considera como consumo el gasto de agua ( $m^3/hr$ ). Los siguientes pares de puntos se obtuvieron, experimentalmente, midiendo el gasto de volúmenes de agua para diferentes intervalos de generación (MW) y se muestran en la Tabla 3.2.



UNIDAD B	
GENERACIÓN EN MW	GASTO DE AGUA EN m <sup>3</sup> /hr
0	125
10	225
20	337.5
30	462
40	599
50	748.5
60	910.5
70	1085
80	1271.5
90	1471
100	1682.5

TABLA 3.2. Característica de generación de potencia contra gasto de agua de la unidad B.

La Figura 3.2 muestra, gráficamente, la relación que existe entre los datos tabulados en la Tabla 3.2.

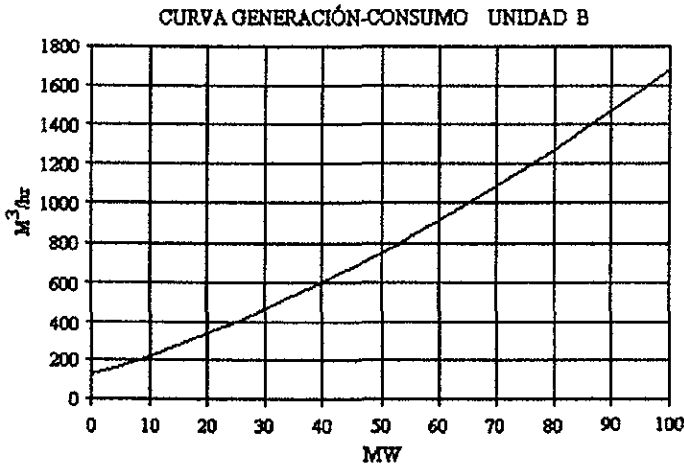


FIG. 3.2. Curva característica de generación de potencia (Megawatts) contra gasto de agua (m<sup>3</sup>/hr) de la unidad B.

Una unidad generadora de potencia comercial puede tener una capacidad tan alta como 650 MW, o sea, 650 millones de watts a factor de potencia unidad. Es difícil cargar eléctricamente un generador de éstos para determinar sus características de “generación y consumo”; y para obtener esta carga habría que pedir prestada una ciudad de gran tamaño. Además, si se construye la unidad en una central eléctrica y se le quiere emplear con determinadas turbinas de vapor o hidroeléctricas, no está garantizada la disponibilidad de primotores en las cercanías de la central que sean lo suficientemente grandes para dar movimiento a la unidad generadora a su potencia nominal.

Por tanto, se acostumbra probar las dinamos de gran capacidad mediante una técnica convencional sin carga que reproduzca o simule las condiciones de carga. Esta técnica emplea sólo una fracción de la potencia, en comparación con la carga directa que necesitaría, para el cálculo de las resistencias, reactancias, pérdidas y eficiencia de la unidad. El método de impedancia sincrónica con sus pruebas de circuito abierto y cortocircuito podría ser una técnica aceptable.

#### **COSTO DE GENERACIÓN DE UNA UNIDAD GENERADORA.**

En centrales termoeléctricas, el precio de combustible puede ser variado, dependiendo del tipo de combustible que consuman y de su localización. En centrales hidroeléctricas el costo del gasto de agua también varía en función de la disponibilidad del líquido. Ambas centrales explotan diferentes fuentes naturales de energía, por lo que no se puede realizar un análisis comparativo tomando como referencia los tipos de energía que

utilizan para la generación. Por esto, es necesario para el estudio preciso de despacho económico, multiplicar el consumo de combustible o gasto de volúmenes agua por su costo correspondiente en unidades monetarias (\$). En esta forma se obtiene la característica de generación de potencia (MW) contra costo de combustible o costo de volumen de agua (\$/hr); que independientemente del tipo de unidad, esta característica incluye todos los costos de producción de la central y se le conoce como “costo de generación”. Por medio del costo de generación se puede realizar un análisis comparativo de rendimientos económicos entre unidades generadoras de diferentes centrales. La comparación de los costos de generación (\$/hr) de cada unidad hace posible el despacho económico de energía eléctrica.

Volviendo al ejemplo de las unidades A y B, donde la unidad A consume combustible y la B gasta agua, se pueden obtener sus curvas de costo de generación. Dado que los precios de combustibles y el gasto de volúmenes de agua son variables, de cálculo complicado y fuera de este estudio, se estima a manera de ejemplo, que la unidad A consume millones de Btu como combustible y tiene un costo de 3 \$/Millón de Btu; la unidad B que gasta volúmenes de agua en la central hidroeléctrica tiene un costo de \$ 2 por metro cúbico de agua. Multiplicando el consumo de combustible o volumen de agua por su costo correspondiente obtenemos los datos de los costos de generación para cada unidad. Ver tabla 3.3.

GENERACIÓN EN (MW)	UNIDAD A	UNIDAD B
	COSTO DE COMBUSTIBLE \$/hr	COSTO POR GASTO DE AGUA \$/hr
0	250	250
10	507	450
20	780	675
30	1067	924
40	1369	1198
50	1686	1497
60	2018	1821
70	2364	2170
80	2726	2543
90	3102	2942
100	3494	3365

TABLA 3.3. Costos de generación de la  
unidad A y la unidad B.

La Figura 3.3. muestra las curvas del costo de generación de la unidad A y la unidad B en el mismo plano debido, a que ambas se expresan en \$/hr contra generación en MW. Si se dibuja una línea por el origen a cualquier punto sobre la curva de costo de generación, el inverso de la pendiente es la salida de la potencia por la entrada en (MW-hr)/\$, ó la razón de la energía de salida al costo de su generación. Esta relación es la eficiencia de la unidad generadora. La eficiencia máxima ocurre en el punto en que la pendiente de la línea desde el origen a un punto sobre la curva es mínima, es decir, el punto donde la línea es tangente a la curva. Este punto de eficiencia máxima se obtiene derivando la curva de costo de generación e igualando a cero.

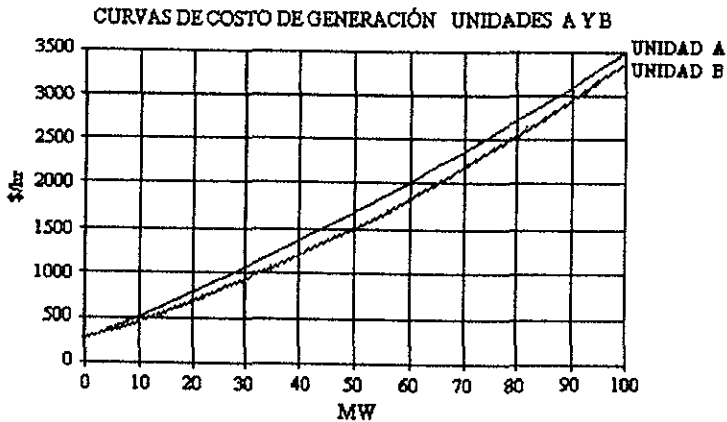


FIG. 3.3. Curvas de costo de generación de la unidad A y la unidad B.

Nota. \$ es Unidad Monetaria.

Obsérvese en la figura anterior, que la unidad B es más eficiente que la unidad A.

### **FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UNA UNIDAD GENERADORA**

El despacho económico se obtiene cuando se calcula el mínimo costo posible de una combinación de costos de generación de varias unidades, para una carga total determinada. Un mínimo de costo, es un punto crítico, que se obtiene a través de la derivada de la curva que define el de costo de generación. Para poder derivar la curva que define el costo de generación de una unidad, es necesario representarla como una función matemática. Esta función matemática es la función de transferencia de la unidad generadora y define algebraicamente el costo de generación  $C$  como función de la generación  $P$ . Así, la función de transferencia es una función algebraica aproximada que representa, en el plano  $P$ - $C$ , la

curva de costo de generación. Esta función, se puede obtener con la aplicación del método estadístico de “mínimos cuadrados” de regresión no lineal, y consiste en tratar de manera simultánea las dos cantidades:

variable ordinaria  $P =$  Generación de potencia (MW)

variable aleatoria  $C =$  Costo de generación por hora (\$/hr)

donde  $C$  depende de  $P$ .

Como se ha explicado con anterioridad, se selecciona primero  $n$  valores de generación  $P_1, P_2, \dots, P_n$  de  $P$ , y luego, para cada  $P_i$  seleccionada, obtenemos un valor de costo observado  $C_i$  de  $C$ , para  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ . Entonces, tenemos una muestra de  $n$  parejas de valores:

$$(P_1, C_1), (P_2, C_2), \dots, (P_n, C_n)$$

Con el fin de tener una primera impresión, se pueden graficar las  $n$  parejas como puntos en el plano  $P$ - $C$  en la forma usual como se muestra en la Figura 3.4. Así, se obtiene la curva de costo de generación que, estadísticamente, se le conoce como curva de regresión de los valores de la muestra de  $C$  con base en los valores de la muestra de  $P$  y se utiliza para predecir valores de  $C$  de alguna  $P$  dada que interese, de tal manera que se obtenga alguna idea de los valores de  $C$  que se esperan para esa  $P$ .

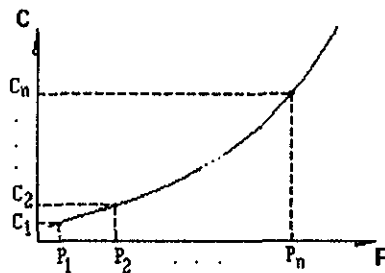


FIG. 3.4. Regresión de costo  $C$  dependiendo de la generación  $P$ .

Para conocer el comportamiento matemático que defina con más exactitud la función de transferencia  $C = f(P)$  que dependa sólo de los puntos y que de un resultado único, se utiliza el método de mínimos cuadrados desarrollado por Gauss.

Que dice:

La curva debe ajustarse a los puntos dados de manera que la suma de los cuadrados de las distancias de estos puntos hasta la curva sea mínima, en donde la distancia se mide en la dirección vertical (en la dirección de  $C$ ).

Según muestra la Figura 3.5.

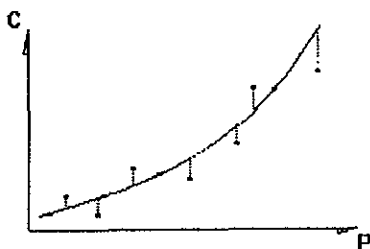


FIG. 3.5. Distancia vertical de los puntos dados a una curva.

Los puntos de  $P$ :  $P_1, P_2, \dots, P_n$  de la muestra  $(P_1, C_1), (P_2, C_2), \dots, (P_n, C_n)$  no son todos iguales.

La curva de costo de generación de una unidad generadora, es suficientemente válido, aproximarla al comportamiento matemático de un polinomio de segundo orden  $C = b_0 + b_1P + b_2P^2$ . Este polinomio es utilizado como función de transferencia de la unidad generadora. Si se requiere mayor aproximación puede aumentarse el grado del polinomio. La distancia vertical de un punto  $(P_i, C_i)$  hasta la curva  $C = b_0 + b_1P + b_2P^2$ , es como se muestra en la Figura 3.6:

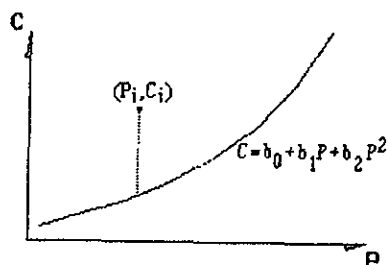


FIG. 3.6. Distancia vertical de un punto  $(P_i, C_i)$  a la curva  $C = b_0 + b_1 P + b_2 P^2$ .

$$(C_i - C) = C_i - (b_0 + b_1 P + b_2 P^2) = C_i - b_0 - b_1 P - b_2 P^2$$

Por lo tanto, los cuadrados de las distancias verticales de los  $n$  puntos de la muestra a la curva  $C = b_0 + b_1 P + b_2 P^2$  tienen la suma:

$$q = \sum_{i=1}^n (C_i - C)^2$$

$$q = \sum_{i=1}^n (C_i - b_0 - b_1 P_i - b_2 P_i^2)^2$$

Entonces,  $q$  tiene un mínimo para los valores  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$  que satisfacen las condiciones:

$$\frac{\delta q}{\delta b_0} = 0 \quad , \quad \frac{\delta q}{\delta b_1} = 0 \quad , \quad \frac{\delta q}{\delta b_2} = 0$$

Al derivar  $q$  parcialmente, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales.



$$\delta q / \delta b_0 = -2 \sum (C_i - b_0 - b_1 P_i - b_2 P_i^2) = 0$$

$$\delta q / \delta b_1 = -2 \sum P_i (C_i - b_0 - b_1 P_i - b_2 P_i^2) = 0$$

$$\delta q / \delta b_2 = -2 \sum P_i^2 (C_i - b_0 - b_1 P_i - b_2 P_i^2) = 0$$

La igualdad a cero se cumple sólo si:

$$\sum C_i - \sum b_0 - \sum b_1 P_i - \sum b_2 P_i^2 = 0$$

$$\sum C_i P_i - \sum b_0 P_i - \sum b_1 P_i^2 - \sum b_2 P_i^3 = 0$$

$$\sum C_i P_i^2 - \sum b_0 P_i^2 - \sum b_1 P_i^3 - \sum b_2 P_i^4 = 0$$

La sumatoria  $\sum b_0$  es igual a  $nb_0$ , dado que  $b_0$  es constante; despejando términos se obtiene:

$$b_0 n - b_1 \sum P_i - b_2 \sum P_i^2 = \sum C_i$$

$$b_0 \sum P_i - b_1 \sum P_i^2 - b_2 \sum P_i^3 = \sum P_i C_i$$

$$b_0 \sum P_i^2 - b_1 \sum P_i^3 - b_2 \sum P_i^4 = \sum P_i^2 C_i$$

Donde todas las sumatorias son de  $i = 1$  hasta  $n$ .

La solución al sistema de ecuaciones lineales anterior da los resultados de los valores deseados de los coeficientes  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$ .

Para ejemplificar este método, obtengamos las funciones de transferencia de las muestras de potencias generadas y costos de generación de las unidades A y B. Ver Tablas 3.4 y 3.5 respectivamente.

Cálculo de la función de transferencia de la unidad A:

UNIDAD A							
n	P <sub>i</sub>	C <sub>i</sub>	P <sub>i</sub> <sup>2</sup>	P <sub>i</sub> <sup>3</sup>	P <sub>i</sub> <sup>4</sup> x 10 <sup>3</sup>	P <sub>i</sub> C <sub>i</sub> x 10 <sup>3</sup>	P <sub>i</sub> <sup>2</sup> C <sub>i</sub> x 10 <sup>3</sup>
1	0	250	0	0	0	0	0
2	10	507	100	1000	10	5.07	50.7
3	20	780	400	8000	160	15.6	312
4	30	1067	900	27000	810	32.01	960.3
5	40	1369	1600	64000	2560	54.76	2190.4
6	50	1686	2500	125000	6250	84.3	4215
7	60	2018	3600	216000	12960	121.08	7264.8
8	70	2364	4900	343000	24010	165.48	11583.6
9	80	2726	6400	512000	40960	218.08	17446.4
10	90	3102	8100	729000	65610	279.18	25126.2
11	100	3494	10000	1000000	100000	349.4	34940
n	Σ P <sub>i</sub>	Σ C <sub>i</sub>	Σ P <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Σ P <sub>i</sub> <sup>3</sup>	Σ P <sub>i</sub> <sup>4</sup>	Σ P <sub>i</sub> C <sub>i</sub>	Σ P <sub>i</sub> <sup>2</sup> C <sub>i</sub>
11	550	19363	38500	3025000	253330	1324.96	104089.4

TABLA 3.4. Cálculo de sumatorias para la obtención de la función de transferencia de la unidad A por mínimos cuadrados.

El sistema de ecuaciones resultante es:

$$\begin{aligned}
 11 b_0 + 550 b_1 + 38500 b_2 &= 19363 \\
 550 b_0 + 38500 b_1 + 3025000 b_2 &= 1324960 \\
 38500 b_0 + 3025000 b_1 + 253330000 b_2 &= 104089400
 \end{aligned}$$

Se resuelve el sistema y se obtienen los resultados siguientes:

$$b_0 = 249.930$$

$$b_1 = 25.003$$

$$b_2 = 0.074$$

Por lo tanto, la función de transferencia que define, aproximadamente, la relación entre el costo y la generación de la unidad A es:

$$C_A = 249.930 + 25.003 P + 0.074 P^2$$

Cálculo de la función de transferencia de la unidad B:

UNIDAD B							
n	P <sub>i</sub>	C <sub>i</sub>	P <sub>i</sub> <sup>2</sup>	P <sub>i</sub> <sup>3</sup>	P <sub>i</sub> <sup>4</sup> x 10 <sup>3</sup>	P <sub>i</sub> C <sub>i</sub> x 10 <sup>3</sup>	P <sub>i</sub> <sup>2</sup> C <sub>i</sub> x 10 <sup>3</sup>
1	0	250	0	0	0	0	0
2	10	450	100	1000	10	4.5	45
3	20	675	400	8000	160	13.5	270
4	30	924	900	27000	810	27.72	831.6
5	40	1198	1600	64000	2560	47.92	1916.8
6	50	1497	2500	125000	6250	74.85	3742.5
7	60	1821	3600	216000	12960	109.26	6555.6
8	70	2170	4900	343000	24010	151.9	10633
9	80	2543	6400	512000	40960	203.44	16275.2
10	90	2942	8100	729000	65610	264.78	23830.23
11	100	3365	10000	1000000	100000	336.5	33650
n	Σ P <sub>i</sub>	Σ C <sub>i</sub>	Σ P <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Σ P <sub>i</sub> <sup>3</sup>	Σ P <sub>i</sub> <sup>4</sup>	Σ P <sub>i</sub> C <sub>i</sub>	Σ P <sub>i</sub> <sup>2</sup> C <sub>i</sub>
11	550	17835	38500	3025000	253330	1234.37	97749.9

TABLA 3.5. Cálculo de sumatorias para la obtención de la función de transferencia de la unidad B por mínimos cuadrados.

El sistema de ecuaciones resultante es:

$$11 b_0 + 550 b_1 + 38500 b_2 = 17835$$

$$550 b_0 + 38500 b_1 + 3025000 b_2 = 1234370$$

$$38500 b_0 + 3025000 b_1 + 253330000 b_2 = 97749900$$

Se resuelve el sistema y se obtienen los resultados siguientes:

$$b_0 = 250.258$$

$$b_1 = 18.730$$

$$b_2 = 0.124$$

Por lo tanto, la ecuación que define, aproximadamente, la relación del costo y la generación de la unidad B es:

$$C_B = 250.258 + 18.730 P + 0.124 P^2$$

### **ERROR ESTÁNDAR DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA.**

La función de transferencia se obtiene de la línea de regresión por mínimos cuadrados, representa la mejor base para predecir los costos de generación C a partir de los valores de generación P. Casi siempre existirán, cuando se obtiene la función de transferencia, desviaciones o diferencias entre los valores medidos experimentalmente de costo de generación C' y valores calculados por la función de transferencia C, para determinados valores de generación P. Esto es:

C' : valores medidos experimentalmente en la unidad generadora \$/hr.

C : valores calculados por la función de transferencia (línea de regresión) obtenida por mínimos cuadrados \$/hr.

C' - C : desviaciones de los valores respecto a la línea de regresión

Las desviaciones C'-C representan los errores de predicción. La suma algebraica de estas desviaciones con respecto a la línea de regresión es igual a cero.

Ahora, si elevamos al cuadrado y sumamos las desviaciones de los valores con respecto a la línea de regresión  $\Sigma(C' - C)^2$ , se tendría una base para calcular la varianza con respecto a la misma línea:

$$S_c^2 = \frac{\Sigma(C' - C)^2}{n}$$

La desviación estándar con respecto a la línea de regresión es llamada también “error estándar de la estimación”.

$$S_c = \sqrt{\frac{\Sigma(C' - C)^2}{n}}$$

Este valor de desviación mide la dispersión de los datos con respecto a la línea de regresión.

Como ejemplo, se calcula el error estándar que se tiene debido a las diferencias que existen entre los valores medidos experimentalmente y los valores estimados por la función de transferencia de las unidades de generación A y B analizadas anteriormente. En la Tabla 3.6 se observan las desviaciones de cada unidad.

GENERACIÓN MEGAWATTS	UNIDAD A			UNIDAD B		
	C' EXPERIMENTAL \$/hr	C DE ECUACIÓN \$/hr	DIFERENCIA (C'-C) <sup>2</sup> \$/hr	C' EXPERIMENTAL \$/hr	C DE ECUACIÓN \$/hr	DIFERENCIA (C'-C) <sup>2</sup> \$/hr
0	250	249.93	0.0049	250	250.258	0.0666
10	507	507.36	0.1296	450	449.958	0.0018
20	780	779.59	0.1681	675	674.458	0.2938
30	1067	1066.62	0.1444	924	923.758	0.0586
40	1369	1368.45	0.3025	1198	1197.858	0.0202
50	1686	1685.08	0.8464	1497	1496.758	0.0586
60	2018	2016.51	2.2201	1821	1820.458	0.2938
70	2364	2362.74	1.5876	2170	2168.958	1.0858
80	2726	2723.77	4.9729	2543	2542.258	0.5506
90	3102	3099.6	5.7600	2942	2940.358	2.6962
100	3494	3490.23	14.2129	3365	3363.258	3.0346
n=11	-----	-----	$\Sigma(C'-C)^2$ 30.3494	-----	-----	$\Sigma(C'-C)^2$ 8.1606

TABLA 3.6. Cálculo de desviaciones entre valores medidos y estimados

de la unidad A y la unidad B.

Se obtiene el error estándar de la unidad A:

$$S_A = \sqrt{\frac{30.3494}{11}}$$

$$S_A = 1.661$$

De la unidad B:

$$S_B = \sqrt{\frac{8.1606}{11}}$$

$$S_B = 0.861$$

Las unidades de  $S_A$  y  $S_B$  son \$/hr. Estos valores de desviación (errores estándar de la función de transferencia) miden la dispersión promedio de los datos medidos con respecto a la línea de regresión.

## **CAPÍTULO 4**

### **DESPACHO DE ENERGÍA ENTRE UNIDADES GENERADORAS DE UNA MISMA CENTRAL**

En el presente capítulo se estudiará el despacho económico de energía eléctrica de unidades generadoras dentro de una central eléctrica. Todas las terminales de las unidades generadoras y cargas se conectan a una sola barra colectora o "bus". Esto conduce a un análisis de despacho de energía en redes de impedancia cero. El método por desarrollarse también se aplica a la programación económica de las salidas de centrales eléctricas para una cargabilidad dada del sistema sin considerar las pérdidas por transmisión

#### **DESPACHO ECONÓMICO ENTRE DOS UNIDADES GENERADORAS**

Se considera primero el caso más sencillo, el de dos unidades generadoras conectadas al mismo bus, alimentando una carga determinada.

Repetidas veces se ha dicho que en la operación de los sistemas eléctricos de potencia, se busca reducir el costo de generación de energía al mínimo posible, dicho en otras palabras, ¿Cuál de todas las unidades que están funcionando en paralelo consume menos o cuesta menos para producir un aumento determinado de potencia eléctrica?.

Esto lleva a relacionar el incremento de costo de generación  $\Delta C$  que requiere, un determinado incremento de generación de potencia eléctrica  $\Delta P$ .

La variación del costo de generación en una unidad generadora para una salida de potencia determinada es el límite de la relación entre el incremento en el costo de generación

y el correspondiente incremento de potencia, cuando el incremento de potencia tiende a cero.

$$\lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta P} = \frac{dC}{dP}$$

En el capítulo anterior, se mencionó que la función de transferencia de una unidad generadora define, aproximadamente, el costo de generación  $C$  como función de la generación  $P$ . Realmente, la variación del costo de generación se determina midiendo la pendiente de la curva de costo de generación de la unidad generadora. Esto es, la derivada de la función de transferencia  $C = f(P)$ , respecto a  $P$ :

$$\lambda = \frac{dC}{dP}$$

El coeficiente  $\lambda$  llamado variación de costo de generación, también es conocido como costo incremental de generación y representa la variación de la inversión de unidades monetarias por unidades de generación.

Supongamos que la salida total de una central es suministrada por dos unidades generadoras, y que la carga se divide entre estas dos, de tal forma que el costo incremental de generación de una es mayor que la de la otra. Si parte de la carga se transfiere de la unidad con costo incremental más alto a la otra; la disminución de carga en la unidad con costo incremental mayor dará lugar a una reducción de costo mayor que el incremento del costo por adición de la misma carga a la unidad con costo incremental más bajo. La transferencia de carga de una unidad a la otra puede continuar con una reducción en el costo total de generación hasta que el costo incremental en las unidades sea igual. Matemáticamente, se puede demostrar lo anterior:



En la figura 4.1, se tienen dos unidades generadoras, 1 y 2 que suministran  $P_1$  y  $P_2$  respectivamente a la carga total  $P_T$ . Siendo  $C_1$  y  $C_2$  las funciones de transferencia que definen el costo de generación de cada unidad y  $C_T$  el costo total de generación.

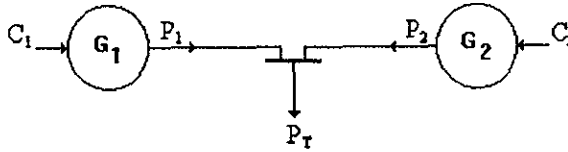


FIG. 4.1 Dos unidades generadoras y una carga conectadas al mismo bus

Generación  $P_T = P_1 + P_2$

Costo de generación  $C_T = C_1 + C_2$

donde  $C_1 = f(P_1)$  y  $C_2 = f(P_2)$

Un aumento de  $P_1$  corresponde a una disminución de  $P_2$  cuando la generación total  $P_T$  es constante, esto es  $\Delta P_1 = -\Delta P_2$ .

La condición para encontrar el valor mínimo de costo de generación se obtiene igualando a cero la primera derivada de la función que representa el costo total  $C_T$  con respecto a la generación de cualquier unidad  $P_1$  o  $P_2$ .

Derivando  $C_T$  respecto a  $P_1$ :

$$C_T = C_1 + C_2$$

$$\frac{dC_T}{dP_1} = \frac{d(C_1 + C_2)}{dP_1} = 0$$

$$\frac{dC_T}{dP_1} = \frac{dC_1}{dP_1} + \frac{dC_2}{dP_1} = 0$$

$$\frac{dC_T}{dP_1} = \frac{dC_1}{dP_1} + \frac{dC_2}{dP_2} \frac{dP_2}{dP_1} = 0$$

donde  $P_2 = P_T - P_1$ . Y se prosigue a la obtención de  $dP_2 / dP_1$ .

$$\frac{dP_2}{dP_1} = \frac{d(P_T - P_1)}{dP_1}$$

$$\frac{dP_2}{dP_1} = \frac{dP_T}{dP_1} - \frac{dP_1}{dP_1}$$

Como la carga total se considera constante el diferencial  $dP_T = 0$ . Y

$$\frac{dP_1}{dP_1} = 1$$

entonces,

$$\frac{dP_2}{dP_1} = \frac{d(-P_1)}{dP_1} = -1$$

Por lo tanto, sustituyendo  $dP_2 / dP_1$  en la expresión de  $dC_T / dP_1$ , se obtiene:

$$\frac{dC_T}{dP_1} = \frac{dC_1}{dP_1} + \frac{dC_2}{dP_2}(-1) = 0$$

$$\frac{dC_T}{dP_1} = \frac{dC_1}{dP_1} - \frac{dC_2}{dP_2} = 0$$

La ecuación anterior se resuelve cuando:

$$\frac{dC_1}{dP_1} = \frac{dC_2}{dP_2}$$

o sea:

$$\lambda_1 = \lambda_2$$

Que demuestra, que el costo mínimo de generación de las dos unidades, funcionando en paralelo para una carga total determinada, se obtiene cuando estas dos operan a igual costo incremental o que tienen la misma variación de costo de generación.

Retornando a las unidades A y B analizadas en el capítulo anterior, se desea calcular el despacho económico entre estas dos unidades, si se requiere alimentar una carga de 110 MW. La generación máxima de cada unidad es de 100 MW.

Las funciones de transferencia de cada unidad que representan el costo de generación como una función de la generación, se obtuvieron en el capítulo anterior por el método de mínimos cuadrados, y se anuncian a continuación:

$$C_A = 249.930 + 25.003 P_A + 0.074 P_A^2 \quad \$/hr$$

$$C_B = 250.258 + 18.730 P_B + 0.124 P_B^2 \quad \$/hr$$

Como el objetivo es la determinación de la repartición óptima de la carga entre las dos unidades, de manera que el costo de generación sea el mínimo, ambas unidades deben funcionar al mismo costo incremental de generación ( $\lambda_A = \lambda_B$ ). En la Figura 4.2 se muestran las curvas de costo de generación de las dos unidades; puede verse que la unidad B es más eficiente que la unidad A, a cualquier carga, ya que para cualquier valor de generación el costo de generación de la unidad B es siempre menor que el de la unidad A. Sin embargo, la forma más económica de distribuir la carga entre las dos unidades no consiste, como podría suponerse, en cargar primero la unidad más eficiente hasta plena carga y después la unidad menos eficiente, como se ha de demostrar.

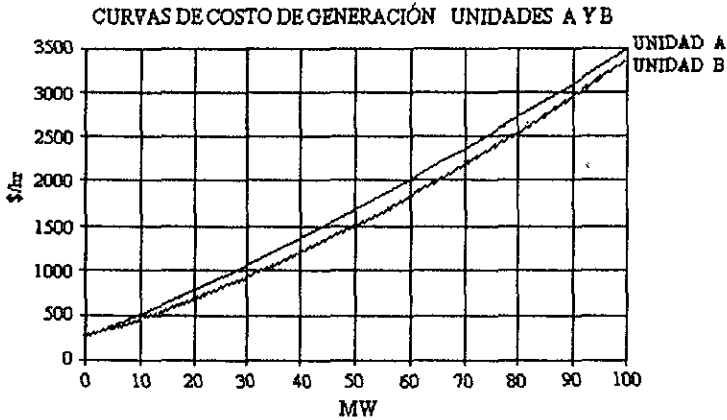


FIG. 4.2. Curvas de costo de generación de las unidades A y B.

Nota. \$ es Unidad Monetaria

Derivando las funciones de transferencia de las unidades A y B con respecto a la generación, se obtienen las expresiones de los costos incrementales de generación de cada unidad.

$$\frac{dC_A}{dP_A} = 25.003 + 0.148 P_A \quad \$/\text{MW-hr}$$

$$\frac{dC_B}{dP_B} = 18.730 + 0.248 P_B \quad \$/\text{MW-hr}$$

Como:

$$\lambda = \frac{dC}{dP} \quad \$/\text{MW-hr}$$

la repartición más económica de carga entre las dos unidades generadoras se obtiene resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas sujeto a la restricción de que la suma de las generaciones de A y B es igual a 110 MW.

$$25.003 + 0.148 P_A = \lambda$$

$$18.730 + 0.248 P_B = \lambda$$

$$P_A + P_B = 110$$

Igualando las dos primeras ecuaciones y sustituyendo  $P_B = 110 - P_A$ :

$$25.003 + 0.148 P_A = 0.248 (110 - P_A) + 18.730$$

$$P_A = 53.048 \text{ MW}$$

$$P_B = 56.952 \text{ MW}$$

Estos resultados se pueden comprobar con el siguiente análisis. En la Tabla 4.1 se muestra el costo total de generación de 110 MW, para distintas reparticiones de la carga entre las dos unidades, en unidades monetarias por hora (\$/hr); y en las figuras 4.3 y 4.4 se han trazado las gráficas de este costo total de generación en función de la generación de la unidad A y la unidad B, respectivamente.

UNIDAD A		UNIDAD B		A + B	
GENERACIÓN MW	COSTO DE GENERACIÓN \$/hr	GENERACIÓN MW	COSTO DE GENERACIÓN \$/hr	GENERACIÓN TOTAL MW	COSTO TOTAL DE GENERACIÓN \$/hr
10	507	100	3365	110	3872
20	780	90	2942	110	3722
30	1067	80	2543	110	3610
40	1369	70	2170	110	3539
50	1686	60	1821	110	3507
60	2018	50	1497	110	3515
70	2364	40	1198	110	3562
80	2726	30	924	110	3650
90	3102	20	675	110	3777
100	3494	10	450	110	3944

TABLA 4.1 Cálculo del costo total de generación por hora para distintas reparticiones de la carga entre las unidades A y B.

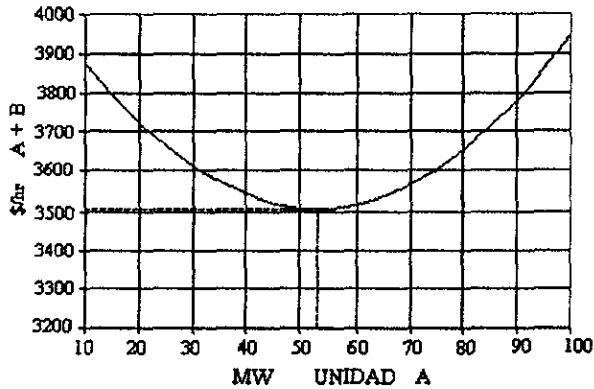


FIG. 4.3 Costo total de generación de las unidades A y B en función de la generación de la unidad A, para una carga de 110 MW.

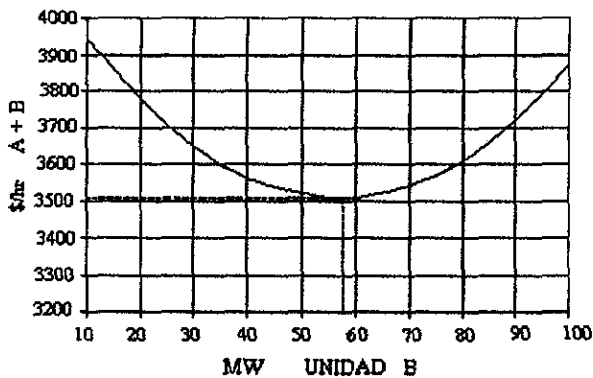


FIG. 4.4 Costo total de generación de las unidades A y B en función de la generación de la unidad B, para una carga de 110 MW.

Como se calculó y como se observa en las gráficas anteriores, el costo mínimo de generación de cada unidad se obtiene en el punto mínimo de la curva respectiva; es decir, aquel punto donde la derivada del costo total de generación, respecto a la generación de cada unidad, es cero; sujeto a la restricción  $P_A + P_B = 110$ . Estos puntos se obtienen cuando

a la unidad A se le asigna una generación  $P_A = 53.048$  MW y a la unidad B una generación  $P_B = 56.952$  MW.

El costo total mínimo para la generación de 110 MW es la suma de los costos parciales de generación de cada unidad,  $C_A + C_B$ . El costo de generación de cada unidad se obtiene evaluando la potencia generada de la unidad A y la unidad B en su función de transferencia.

$$C_A = 249.930 + 25.003 P_A + 0.074 P_A^2 \quad \$/hr$$

$$C_B = 250.258 + 18.730 P_B + 0.124 P_B^2 \quad \$/hr$$

$$C_A = 249.930 + 25.003 (53.048) + 0.074 (53.048)^2 \quad \$/hr$$

$$C_B = 250.258 + 18.730 (56.952) + 0.124 (56.952)^2 \quad \$/hr$$

$$C_A = 1784.532 \quad \$/hr$$

$$C_B = 1719.167 \quad \$/hr$$

El costo total de generación mínimo es:

$$C_A + C_B = 1784.532 + 1719.167 = 3503.699 \quad \$/hr$$

Este valor de costo mínimo de generación se puede observar en las gráficas de las figuras 4.3 y 4.4 para la generación de cada unidad.

Vale hacer la observación, de que si se hubiese cargado la unidad B, que es la más eficiente, a plena carga (100 MW) y la unidad A con los 10 MW restantes, para completar la carga total de 110 MW, el costo total de generación hubiera sido:

$$C_{A\ 10\ MW} + C_{B\ 100\ MW}$$

$$C_{A\ 10\ MW} = 249.930 + 25.003 (10) + 0.074 (10)^2 \quad \$/hr$$

$$C_{B\ 100\ MW} = 250.258 + 18.730 (100) + 0.124 (100)^2 \quad \$/hr$$

$$C_{A\ 10\ MW} + C_{B\ 100\ MW} = 507.36 + 3363.258 = 3870.618 \quad \$/hr$$

Lo que significa, que si la carga se mantiene constante, un exceso en el costo de generación de  $3870.618 \text{ \$/hr} - 3503.699 \text{ \$/hr} = 366.919 \text{ \$/hr}$  al cargar la unidad B con 100 MW y la unidad A con los 10 MW restantes; equivale a perder, sino se hace un despacho económico, la cantidad de  $8,806.056 \text{ \$}$  en 24 horas o  $3,214,210.44 \text{ \$}$  en un año.

## DESPACHO ECONÓMICO ENTRE VARIAS UNIDADES GENERADORAS

El mismo razonamiento que se aplicó para dos unidades, es generalizado para el despacho económico entre más de dos unidades generadoras. Así pues, el criterio para el despacho económico de energía entre varias unidades, es que todas las unidades deben de funcionar con el mismo costo incremental de generación. Si es preciso aumentar la generación global, el costo incremental a que funciona cada unidad aumentará, pero conservándose igual para todas ellas.

El método que se ha desarrollado, puede determinarse matemáticamente. Sea un sistema con  $k$  unidades generadoras funcionando en paralelo, alimentando una carga total  $P_T$ . Se sabe, que la suma de las generaciones de las unidades tiene que ser igual a la carga total  $P_T$ . Por lo tanto, puede escribirse:

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k = \sum_{i=1}^k P_i$$

$$P_T = g(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$$

donde  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$  son, respectivamente, las generaciones de las unidades 1, 2, 3, ..., k.



Por otra parte, se ha visto que el costo por hora de generación de cada unidad generadora puede expresarse en función de la generación de cada unidad. Esto es:

$$C_1 = f_1(P_1)$$

$$C_2 = f_2(P_2)$$

$$C_3 = f_3(P_3)$$

...

$$C_k = f_k(P_k)$$

donde  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_k$  son los costos de generación de las unidades 1, 2, 3, ..., k. El costo total de generación  $C_T$  de las k unidades es:

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_k = \sum_{i=1}^k C_i$$

$$C_T = f_1(P_1) + f_2(P_2) + f_3(P_3) + \dots + f_k(P_k)$$

$$C_T = f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$$

El problema del despacho económico de energía eléctrica consiste en distribuir la generación entre las unidades, que están funcionando en paralelo alimentando la carga total  $P_T$ , de manera que el costo total  $C_T$  de generación sea mínimo, cumpliendo al mismo tiempo la condición de que la suma de las generaciones de las k unidades sea igual a la carga total  $P_T$ .

Este problema se resuelve encontrando el extremo mínimo de la función de costo total de generación  $C_T = f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$  sujeta a la restricción  $P_T = g(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$ . Para encontrar la solución se aplica el método matemático de los multiplicadores de Lagrange, que dice: Sea  $C_T = f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$  y  $P_T = g(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$  dos funciones con primeras derivadas parciales continuas tales que  $f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$  tiene

un extremo mínimo en  $f(P_1 \text{ mín}, P_2 \text{ mín}, P_3 \text{ mín}, \dots, P_k \text{ mín})$  sujeto a la restricción  $g(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k) = 0$

En el extremo mínimo  $f(P_1 \text{ mín}, P_2 \text{ mín}, P_3 \text{ mín}, \dots, P_k \text{ mín})$ , las funciones  $f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$  y  $g(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$  tienen los mismos planos tangentes y rectas normales. Por lo tanto, si  $f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$  y  $g(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k)$  se representan como superficies de nivel:

$$f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k) = 0$$

$$g(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k) = 0$$

de las funciones  $f$  y  $g$ , entonces los gradientes  $\nabla f$  y  $\nabla g$  serán paralelos en el extremo o punto de contacto. En otras palabras, en el extremo o punto de contacto se puede encontrar un escalar  $\lambda$  tal que:

$$\nabla f = \lambda \nabla g$$

es decir:

$$\frac{\delta(C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_k)}{\delta P_1} = \lambda \frac{\delta(P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k)}{\delta P_1}$$

$$\frac{\delta(C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_k)}{\delta P_2} = \lambda \frac{\delta(P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k)}{\delta P_2}$$

$$\frac{\delta(C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_k)}{\delta P_3} = \lambda \frac{\delta(P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k)}{\delta P_3}$$

⋮

$$\frac{\delta(C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_k)}{\delta P_k} = \lambda \frac{\delta(P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k)}{\delta P_k}$$

$$\frac{\delta(C_1)}{\delta P_1} = \lambda \frac{\delta(P_1)}{\delta P_1}$$

$$\frac{\delta(C_2)}{\delta P_2} = \lambda \frac{\delta(P_2)}{\delta P_2}$$

$$\frac{\delta(C_3)}{\delta P_3} = \lambda \frac{\delta(P_3)}{\delta P_3}$$

⋮

$$\frac{\delta(C_k)}{\delta P_k} = \lambda \frac{\delta(P_k)}{\delta P_k}$$

donde  $\lambda$  es un multiplicador de Lagrange que recibe el nombre de variación de costo de generación o costo incremental de generación.

Cada una de las derivadas parciales se convierte en derivada total, puesto que el costo de generación de una unidad varía sólo si la salida de potencia de esa unidad cambia.

$$\frac{dC_1}{dP_1} = \lambda, \quad \frac{dC_2}{dP_2} = \lambda, \quad \frac{dC_3}{dP_3} = \lambda, \quad \dots, \quad \frac{dC_k}{dP_k} = \lambda$$

y así todas las unidades deben funcionar al mismo costo incremental de generación para obtener el costo mínimo de generación en unidades monetarias (\$).

El sistema de ecuaciones anterior indica:

- El multiplicador  $\lambda$  que se ha llamado variación de costo de generación o costo incremental de generación, es igual a la primera derivada del costo de generación expresado como una función de la generación. Como se explicó en el capítulo anterior, se puede establecer una característica de costo incremental de generación a partir de la derivada de la función de transferencia.

- Para que el costo de generación sea el mínimo, todas las unidades deben de funcionar al mismo valor de costo incremental de generación, y este valor debe ser tal, que las sumas de las generaciones correspondientes de cada unidad sea igual a la carga total.

Por lo tanto, el reparto económico de la carga total  $P_T$  entre  $k$  unidades generadoras funcionando en paralelo se obtiene, resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas:

$$\frac{dC_1}{dP_1} = \lambda, \quad \frac{dC_2}{dP_2} = \lambda, \quad \frac{dC_3}{dP_3} = \lambda, \quad \dots, \quad \frac{dC_k}{dP_k} = \lambda$$

y la ecuación de restricción  $g(P_1, P_2, P_3, \dots, P_k) = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k - P_T = 0$ .

Entonces son  $k + 1$  ecuaciones simultáneas que se deben de resolver para obtener el despacho económico entre  $k$  unidades generadoras funcionando en paralelo.

Se ejemplificará el análisis anterior.

En la figura 4.5, se tienen cuatro unidades generadoras en una central funcionando en paralelo. Se mide el costo de generación de cada unidad a intervalos desde vacío hasta plena carga y se obtienen sus funciones de transferencia. La carga máxima de las unidades 1 y 2 es de 100 MW, la unidad 3 tiene una carga máxima de 32 MW y la unidad 4 de 80 MW. Supóngase que la carga total conectada a las cuatro unidades es de 85 MW. Se desea determinar el despacho económico de energía entre las cuatro unidades, de manera que el costo total de generación sea el mínimo.

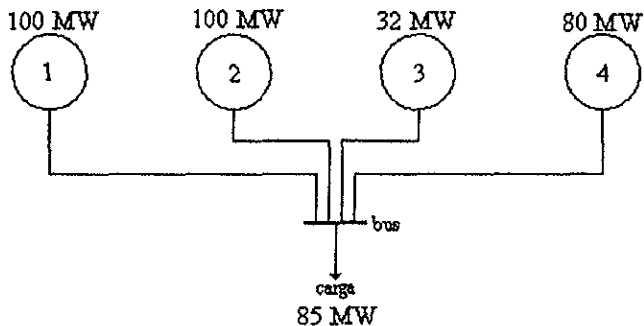


FIG. 4.5. Cuatro unidades generadoras conectadas al mismo bus y a una carga de 85 MW.

Las mediciones de generación y costo de generación de vacío a plena carga para cada unidad se representan en la Tabla 4.2 y en la figura 4.6 se muestran las curvas de costo de generación de las mismas.

UNIDAD 1		UNIDAD 2		UNIDAD 3		UNIDAD 4	
MW	\$/hr	MW	\$/hr	MW	\$/hr	MW	\$/hr
0	250	0	250	0	350	0	460
10	450	10	507	5	400	5	520
20	675	20	780	10	480	10	590
30	924	30	1067	12.5	540	15	690
40	1198	40	1369	15	610	20	810
50	1497	50	1686	15.5	620	24.5	930
60	1821	60	2018	17	670	28	1040
70	2170	70	2364	18.75	725	31.25	1140
80	2543	80	2726	20.75	780	34.75	1280
90	2942	90	3102	22	850	38	1400
100	3365	100	3494	23.75	930	41.25	1540
				25.25	1000	44.75	1680
				26.75	1070	48.25	1840
				28.5	1160	51.5	2000
				30	1240	55	2210
				31.5	1330	58.5	2390
				32	1340	63	2660
						68	2980
						73	3310
						78	3660
						80	3810

TABLA 4.2. Características de costo de generación contra generación de las unidades generadoras 1, 2, 3 y 4.

CURVAS DE COSTO DE GENERACIÓN DE LAS UNIDADES 1, 2, 3 Y 4

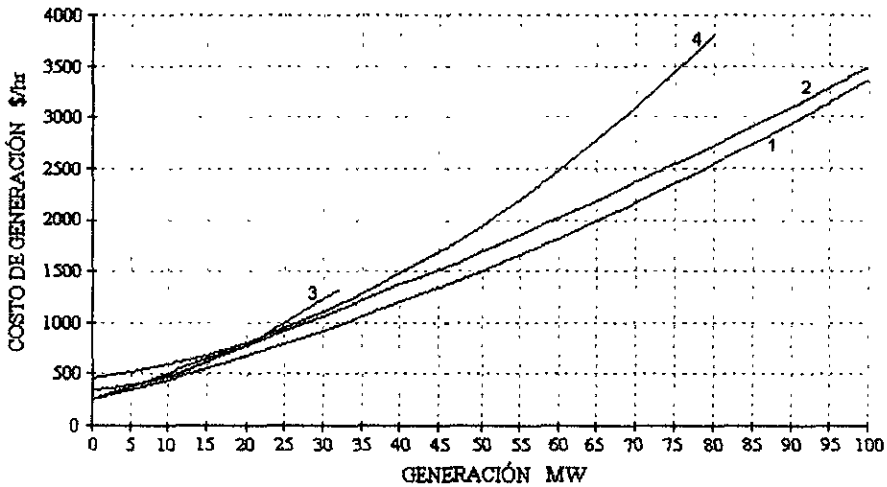


FIG. 4.6 Curvas de costo de generación de las unidades 1, 2, 3 y 4.

Para la solución de este problema, se obtienen las funciones de transferencia de cada unidad generadora por el método de mínimos cuadrados, explicado en el capítulo anterior.

$$\text{Unidad 1 } C_1 = 250.258 + 18.730 P_1 + 0.124 P_1^2 \quad \$/\text{hr}$$

$$\text{Unidad 2 } C_2 = 249.930 + 25.003 P_2 + 0.074 P_2^2 \quad \$/\text{hr}$$

$$\text{Unidad 3 } C_3 = 353.019 + 4.322 P_3 + 0.839 P_3^2 \quad \$/\text{hr}$$

$$\text{Unidad 4 } C_4 = 462.775 + 8.975 P_4 + 0.411 P_4^2 \quad \$/\text{hr}$$

El error estándar de la estimación para cada unidad es:

$$\text{Unidad 1 } S_1 = 0.861 \quad \$/\text{hr}$$

$$\text{Unidad 2 } S_2 = 1.661 \quad \$/\text{hr}$$

$$\text{Unidad 3 } S_3 = 7.087 \quad \$/\text{hr}$$

$$\text{Unidad 4 } S_4 = 6.345 \quad \$/\text{hr}$$

La unidad 1 es la que presentó el mínimo error y, por lo tanto, su función de transferencia se aproxima más que cualquier otra unidad a su característica original de costo de generación.

Para que la energía que deben generar las cuatro unidades sea al menor costo, es necesario que éstas funcionen al mismo costo incremental de generación  $\lambda$ . El despacho económico se obtiene resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas:

$$\begin{aligned}\frac{dC_1}{dP_1} &= \lambda_1 \\ \frac{dC_2}{dP_2} &= \lambda_2 \\ \frac{dC_3}{dP_3} &= \lambda_3 \\ \frac{dC_4}{dP_4} &= \lambda_4 \\ P_1 + P_2 + P_3 + P_4 &= P_T\end{aligned}$$

Donde  $P_T$  es la carga total que deben generar las cuatro unidades. Se obtienen las derivadas correspondientes que determinan los costos incrementales  $\lambda$  de cada unidad. La condición de despacho económico es que todos los costos incrementales sean iguales:

$$\begin{aligned}\lambda &= \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 \\ dC_1/dP_1 &= 18.730 + 0.248 P_1 = \lambda \quad \$/MW-hr \\ dC_2/dP_2 &= 25.003 + 0.149 P_2 = \lambda \quad \$/MW-hr \\ dC_3/dP_3 &= 4.322 + 1.678 P_3 = \lambda \quad \$/MW-hr \\ dC_4/dP_4 &= 8.975 + 0.822 P_4 = \lambda \quad \$/MW-hr\end{aligned}$$

Obtenidas las ecuaciones anteriores se despeja  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  y  $P_4$  de cada ecuación y se sustituyen en la ecuación  $P_T = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$ .

$$P_1 = (\lambda - 18.730) / 0.248$$

$$P_2 = (\lambda - 25.003) / 0.149$$

$$P_3 = (\lambda - 4.322) / 1.678$$

$$P_4 = (\lambda - 8.975) / 0.822$$

$$P_T = (\lambda - 18.730) / 0.248 + (\lambda - 25.003) / 0.149 + (\lambda - 4.322) / 1.678 + (\lambda - 8.975) / 0.822$$

Si  $P_T = 85$  MW es posible calcular el valor de  $\lambda$  por álgebra elemental:

$$\lambda = 27.224 \text{ \$/MW-hr}$$

Conocido  $\lambda$  se puede calcular  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  y  $P_4$  sustituyendo en su ecuación correspondiente.

$$P_1 = (27.224 - 18.730) / 0.248 = 34.216 \text{ MW}$$

$$P_2 = (27.224 - 25.003) / 0.149 = 14.950 \text{ MW}$$

$$P_3 = (27.224 - 4.322) / 1.678 = 13.643 \text{ MW}$$

$$P_4 = (27.224 - 8.975) / 0.822 = 22.191 \text{ MW}$$

$$P_1 = 34.216 \text{ MW}$$

$$P_2 = 14.950 \text{ MW}$$

$$P_3 = 13.643 \text{ MW}$$

$$P_4 = 22.191 \text{ MW}$$

Para la generación de cada unidad se obtiene su costo correspondiente a través de su función de transferencia. Así, se podrá obtener el costo total de generación necesario para la producción de 85 MW por las cuatro unidades.

$$\text{Unidad 1 } C_1 = 250.258 + 18.730 (34.216) + 0.124 (34.216)^2 = 1036.298 \text{ \$/hr}$$

$$\text{Unidad 2 } C_2 = 249.930 + 25.003 (14.950) + 0.074 (14.950)^2 = 640.263 \text{ \$/hr}$$



$$\text{Unidad 3 } C_3 = 353.019 + 4.322 (13.643) + 0.839 (13.643)^2 = 568.159 \text{ \$/hr}$$

$$\text{Unidad 4 } C_4 = 462.775 + 8.975 (22.191) + 0.411 (22.191)^2 = 864.319 \text{ \$/hr}$$

Donde el costo total de generación es  $C_T = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 3,109.039 \text{ \$/hr}$

## DESPACHO ECONÓMICO POR MÉTODO GRÁFICO

El método gráfico para el despacho económico de energía eléctrica entre unidades generadoras que funcionan en paralelo, requiere que se trace la curva de costos incrementales del conjunto de las unidades.

Este método se ilustra aplicándolo al reparto de carga entre las unidades A y B que deberían generar en su conjunto 110 MW. Este problema se resolvió al inicio del capítulo por el método de costos incrementales para dos unidades generadoras. Ambas unidades funcionan en paralelo y tienen un intervalo de generación de 0 a 100 MW cada una. La función de transferencia de cada unidad es:

$$\text{Unidad A } C_A = 249.930 + 25.003 P_A + 0.074 P_A^2 \quad \text{\$/hr}$$

$$\text{Unidad B } C_B = 250.258 + 18.730 P_B + 0.124 P_B^2 \quad \text{\$/hr}$$

De estas ecuaciones se obtienen las características de costo incremental de generación derivando el costo de generación (definido por la función de transferencia) respecto a la generación de cada unidad:

$$dC_A/dP_A = 25.003 + 0.149 P_A \quad \text{\$/MW-hr}$$

$$dC_B/dP_B = 18.730 + 0.248 P_B \quad \text{\$/MW-hr}$$

En la Figura 4.7 se grafican las características de costo incremental de generación de cada unidad. En la Figura 4.8 se ha obtenido la característica de costo incremental del

conjunto o total de las unidades, sumando para cada valor de costo incremental, las abscisas o generaciones correspondientes de las curvas de los costos incrementales de la unidad A y la unidad B. Una vez obtenida esta curva, puede leerse en la Figura 4.8 el valor de la generación total. Esto es, para una generación total de 110 MW, en la Figura 4.8 el costo incremental correspondiente es 32.854 \$/MW-hr; para este valor de costo incremental, en la Figura 4.7 a la unidad A le corresponde generar 53.048 MW y a la unidad B 56.952 MW.

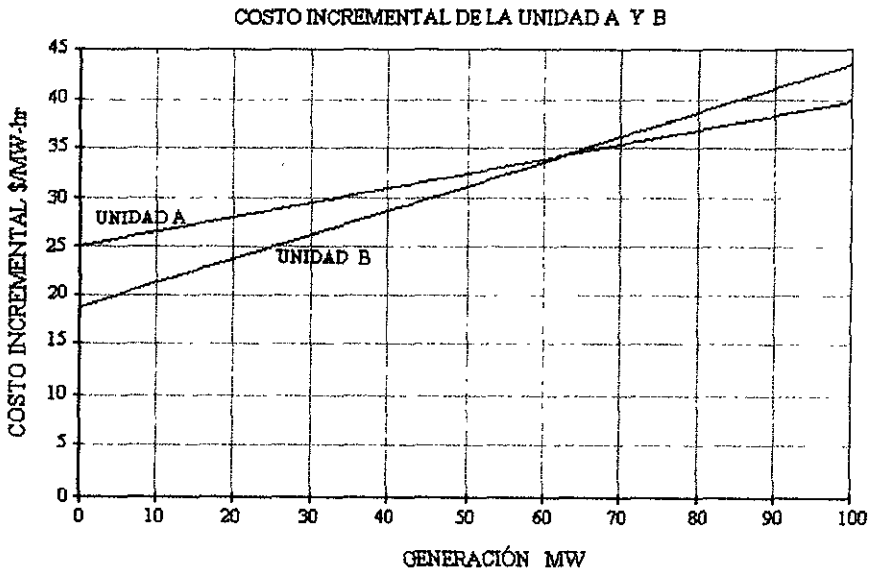


FIG. 4.7. Característica de costo incremental de las unidades A y B.

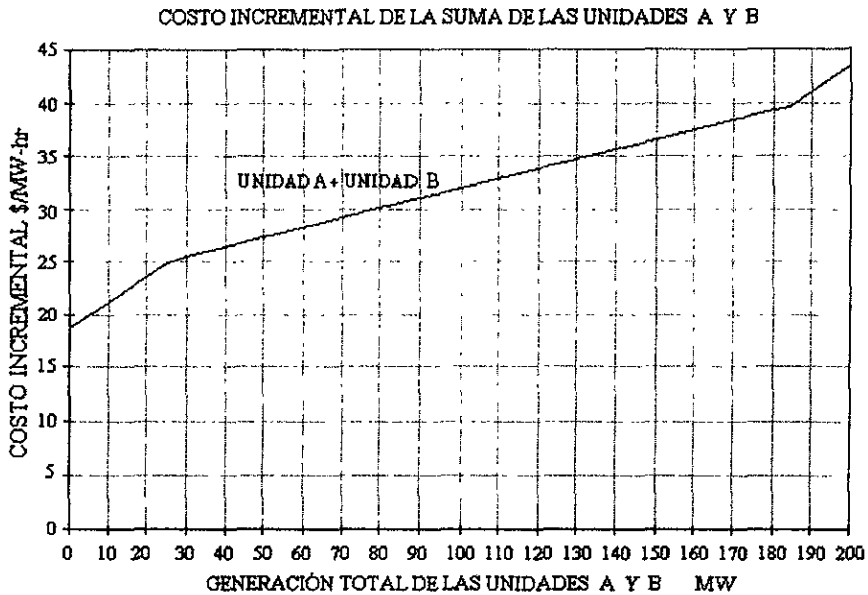


FIG. 4.8. Característica de costo incremental del total de las unidades A y B.

La repartición de carga entre las dos unidades en función de la carga total, se obtiene identificando el costo incremental para esa carga total en la Figura 4.8, a este costo incremental le corresponde un valor de generación de cada unidad en la Figura 4.7. Así, para una carga total determinada se obtiene un costo incremental, y posteriormente, los valores de generación de cada unidad. La generación de cada unidad en función de la carga total se muestra en la Figura 4.9

### REPARTICIÓN DE CARGA ENTRE LAS UNIDADES A Y B

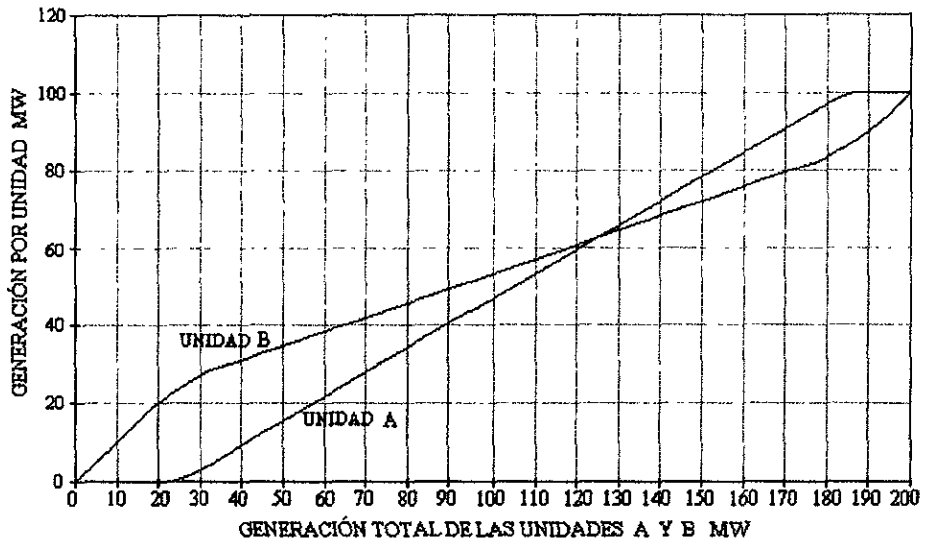


FIG. 4.9. Repartición de carga entre las unidades A y B.

Este método gráfico puede aplicarse a cualquier número de unidades en paralelo.

## COMBINACIÓN ECONÓMICA ENTRE UNIDADES GENERADORAS

Hasta el momento, se ha expuesto el problema de determinar el despacho económico de carga entre varias unidades generadoras, funcionando en paralelo, de manera que el costo total de generación sea mínimo. A continuación, se abordará el problema de determinar que unidades generadoras deben ponerse en servicio y en que orden deben entrar a generar, desde el punto de vista de conseguir el funcionamiento más económico. La determinación de la combinación más económica de capacidad de generación que debe operarse en un momento dado se basa en una comparación del costo total de generación para las distintas combinaciones posibles de unidades generadoras. Naturalmente, para una capacidad de generación en servicio, el despacho económico de la carga entre las unidades se obtiene cuando funcionan al mismo costo incremental.

En el ejemplo anterior, se determinó el despacho económico de la carga entre cuatro unidades generadoras, funcionando en paralelo, para una carga de 85 MW. Si las políticas y estrategias de producción no obligan el funcionamiento de las cuatro unidades y se pudiera elegir sólo alguna o algunas de las unidades para la generación, se podría llegar a la obtención de un costo de generación mucho menor. Esto es, para una carga determinada, el costo de generación puede variar para diferentes combinaciones de funcionamiento de las unidades generadoras. El funcionamiento de un par de unidades puede ser más económico que el funcionamiento de tres o más de ellas. Por ejemplo, obsérvese en la Tabla 4.3 el costo de generación por unidad generadora y costo total de generación de las diferentes combinaciones de las unidades 1, 2, 3 y 4 para la generación de 85 MW.

Al comparar los costos de generación de las diferentes combinaciones de unidades para la producción de 85 MW, en la Tabla 4.3 se observa claramente, que el menor costo de generación se obtiene cuando sólo se utilizan las unidades 1 y 2, excluyendo las unidades 3 y 4.

UNIDADES	GENERACIÓN DE CADA UNIDAD MW	COSTO DE CADA UNIDAD \$/hr	COSTO TOTAL \$/hr
1	34.216	1036.298	3109.390
2	14.950	640.263	
3	13.643	568.159	
4	22.191	864.319	
2	41.930	1428.376	3072.264
3	16.023	637.671	
4	27.048	1006.217	
1	44.530	1330.188	2894.768
3	15.168	611.594	
4	25.302	952.986	
1	38.798	1163.613	2919.945
2	22.629	853.602	
4	23.573	902.730	
1	42.075	1257.853	2870.275
2	28.120	1011.518	
3	14.805	600.904	
3	29.809	1227.380	3437.409
4	55.191	2210.029	
2	55.507	1865.775	2950.745
4	29.493	1084.970	
2	66.785	2249.805	2959.925
3	18.215	710.121	
1	56.182	1693.951	2756.685
4	28.818	1062.735	
1	66.574	2046.777	2764.280
3	18.426	717.503	
1	47.609	1423.022	2711.310
2	37.391	1288.288	
1	85	2738.208	2738.208
2	85	2909.835	2909.835
3	-	-	-
4	-	-	-

TABLA 4.3. Costo total de las diferentes combinaciones de las unidades 1, 2, 3 y 4

que deberán generar 85 MW.

En resumen, si no existieran restricciones en el funcionamiento de las unidades generadoras, es más económico generar 85 MW con las unidades 1 y 2 que con las cuatro unidades juntas.

Para realizar esta comparación del costo total de generación para diferentes combinaciones de unidades y cualquier nivel de carga, conviene definir una nueva característica de las unidades generadoras: la característica de costo específico de generación, que se deriva también de la característica de costo de generación.

#### **COSTO ESPECÍFICO DE GENERACIÓN.**

Se puede definir el costo específico de generación como el cociente resultante de dividir el costo de generación por hora de una unidad generadora entre su generación correspondiente.

En la Tabla 4.4 se muestra el método para calcular la característica de costo específico de generación para el caso de las unidades 1 y 2 que funcionan en paralelo. El costo específico de la combinación de las unidades 1 y 2 se obtiene a partir de la metodología siguiente:

- Obtener el total de generación que suman ambas unidades. Las unidades 1 y 2 suman entre ambas un total de generación de 200 MW.
- Seccionar en intervalos convenientes el total de generación. Para las unidades 1 y 2 se seleccionan intervalos de 10 MW en 10 MW.
- Determinar el despacho económico entre las unidades generadoras, por el método de costos incrementales, para cada intervalo de generación seleccionado.
- Obtener el costo total de generación sumando los costos de cada unidad.
- Dividir el costo total de generación entre la generación correspondiente.

En la figura 4.10 se presenta la curva característica del costo específico de generación de las unidades 1 y 2.

UNIDADES 1 + 2						
GENERACIÓN TOTAL MW	GENERACIÓN UNIDAD 1 MW	COSTO DE GENERACIÓN UNIDAD 1 \$/hr	GENERACIÓN UNIDAD 2 MW	COSTO DE GENERACIÓN UNIDAD 2 \$/hr	COSTO TOTAL DE GENERACIÓN 1+2 \$/hr	COSTO ESPECÍFICO DE GENERACIÓN \$/MWhr
10	10	449.96	0	249.93	699.89	69.99
20	20	674.46	0	249.93	924.39	46.22
30	27.05	847.71	2.95	324.26	1171.97	39.07
40	30.79	944.52	9.21	486.47	1430.99	35.77
50	34.53	1044.79	15.47	654.50	1699.29	33.99
60	38.27	1148.53	21.73	828.32	1976.85	32.95
70	42.00	1255.73	28.00	1007.96	2263.68	32.34
80	45.74	1366.39	34.26	1193.39	2559.78	32.00
90	49.48	1480.52	40.52	1384.63	2865.15	31.84
100	53.21	1598.11	46.79	1581.68	3179.79	31.80
110	56.95	1719.17	53.05	1784.53	3503.70	31.85
120	60.69	1843.69	59.31	1993.19	3836.87	31.97
130	64.43	1971.67	65.57	2207.65	4179.32	32.15
140	68.16	2103.12	71.84	2427.91	4531.03	32.36
150	71.90	2238.03	78.10	2653.98	4892.01	32.61
160	75.64	2376.41	84.36	2885.85	5262.26	32.89
170	79.38	2518.25	90.62	3123.53	5641.78	33.19
180	83.11	2663.55	96.89	3367.02	6030.57	33.50
190	90	2940.36	100	3490.23	6430.59	33.85
200	100	3363.26	100	3490.23	6853.49	34.27

TABLA 4.4. Obtención del costo específico de generación de las unidades 1 y 2.

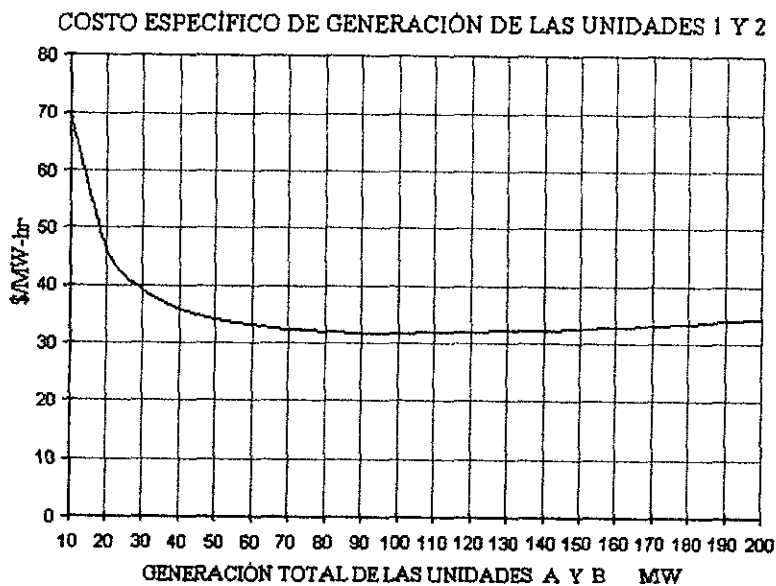


FIG. 4.10 Curva característica de costo específico de generación de las unidades 1 y 2.



Obsérvese en la Tabla 4.4, que para una generación total de 10 MW y 20 MW, no procede el despacho económico entre las dos unidades y sólo la unidad 1 es utilizada para generar esa carga. Esto se debe, a que la unidad 1 tiene menor costo incremental de generación que la unidad 2 en el intervalo de 0 a 25.003 MW. Arriba de este intervalo, conviene repartir, económicamente, la carga entre las dos unidades, hasta un valor de generación de 185 MW donde la unidad 2 alcanza su máxima carga. Por encima de los 185 MW, la unidad 2 se mantendrá en su carga máxima de 100 MW y la unidad 1 podrá generar 15 MW más antes de alcanzar su máxima carga de 100 MW. Ambas unidades funcionando a su máxima carga pueden generar un total de 200 MW.

De la misma manera, como se muestra en la Tabla 4.5, se calcula el costo específico de generación para todas las combinaciones posibles de las unidades 1, 2, 3 y 4. En la Figura 4.11 se han trazado las curvas de costo específico de generación para todas las combinaciones posibles de las mismas unidades. En los casos en que se tiene más de una unidad en servicio, la generación se reparte entre las máquinas por el método de la igualdad de los costos incrementales, de manera que el costo de generación sea mínimo.

En Figura 4.12 se trazan, únicamente, los costos específicos de generación menores del total de generación de la combinación de las cuatro unidades. Es decir, la combinación de unidades generadoras que nos produce un costo específico de generación mínimo, para un valor de carga determinado. Por ejemplo, para cargas menores de 83 MW conviene generar, únicamente, con la unidad 1 ya que tiene los menores costos de generación. De 83 MW a 167 MW se minimiza el costo utilizando las unidades 1 y 2. De 167 MW a 220 MW es conveniente generar con las unidades 1, 2 y 4. Para cargas mayores de 220 MW deben funcionar las cuatro unidades generadoras.

POSIBLES COMBINACIONES DE LAS UNIDADES GENERADORAS 1, 2, 3 Y 4.

1+2+3+4		2+3+4		1+3+4		1+2+3		3+4		2+4		2+3		1+4		1+3		1+2		2		3		4				
MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh	MW	\$/MWh			
10	141.3	10	116.3	10	109.4	10	97.89	10	91.35	10	84.36	10	78.01	10	84.39	10	72.89	10	69.99	10	43.00	10	50.74	10	48.01	10	59.36	
20	78.54	20	66.03	20	64.30	20	59.00	20	53.54	20	52.83	20	48.98	20	51.80	20	46.50	20	46.27	20	33.72	20	38.98	20	38.75	20	40.33	
30	58.86	30	51.10	30	50.53	30	46.76	30	42.77	30	43.78	30	41.56	30	41.61	30	38.43	30	39.07	30	30.79	30	35.55	30	41.26	30	36.73	
40	49.45	40	44.65	40	43.20	40	41.17	40	38.77	40	39.57	40	38.19	40	36.99	40	34.93	40	35.77	40	29.95	40	34.21	40	36.98	40	36.98	
50	44.15	50	41.03	50	39.15	50	38.07	50	37.47	50	37.50	50	36.44	50	34.60	50	33.26	50	33.99	50	29.94	50	33.70	50	38.78	50	38.78	
60	40.89	60	38.81	60	36.73	60	36.14	60	37.52	60	35.99	60	35.90	60	35.33	60	32.51	60	32.95	60	30.34	60	33.61	60	36.00	60	41.35	
70	38.71	70	37.39	70	35.25	70	34.90	70	38.35	70	35.24	70	35.03	70	32.69	70	32.29	70	32.34	70	30.96	70	33.75	70	37.00	70	44.36	
80	37.17	80	36.47	80	34.35	80	34.07	80	39.66	80	34.83	80	34.84	80	32.45	80	32.38	80	32.00	80	31.78	80	34.05	80	34.05	80	47.64	
90	36.07	90	35.89	90	33.84	90	33.52	90	41.29	90	34.65	90	34.85	90	32.47	90	32.70	90	31.84	90	31.84	90	34.44	90	34.44	90	80	47.64
100	35.26	100	35.54	100	33.61	100	33.55	100	33.18	100	34.63	100	34.99	100	32.68	100	33.17	100	31.80	100	31.80	100	34.90	100	34.90	100		
110	34.67	110	35.35	110	33.57	110	33.23	110	32.97	110	45.58	110	34.73	110	33.22	110	33.03	110	33.75	110	31.85	110		110		110		
120	34.25	120	35.30	120	33.68	120	33.03	120	32.87	120	120	34.92	120	33.54	120	33.47	120	34.42	120	31.97	120		120		120			
130	33.95	130	35.34	130	33.91	130	32.92	130	32.86	130	130	35.17	130	36.37	130	34.00	130	35.39	130	32.15	130		130		130			
140	33.76	140	35.47	140	34.22	140	32.89	140	32.91	140	140	35.50	140	35.50	140	140	34.58	140	32.36	140		140		140				
150	33.64	150	35.65	150	34.61	150	32.93	150	33.01	150	150	36.20	150	36.20	150	150	34.35	150	32.61	150		150		150				
160	33.58	160	35.88	160	35.06	160	33.00	160	33.15	160	160	37.32	160	37.32	160	160	36.53	160	32.89	160		160		160				
170	33.58	170	36.52	170	35.57	170	33.12	170	33.33	170	170	38.80	170	38.80	170	170	33.19	170	33.19	170		170		170				
180	33.63	180	37.02	180	36.31	180	33.27	180	33.54	180	180	40.56	180	40.56	180	180	39.86	180	33.50	180		180		180				
190	33.71	190	37.93	190	37.26	190	33.45	190	33.77	190					190	190	33.85	190	33.85	190		190		190				
200	33.82	200	39.07	200	38.44	200	33.66	200	34.03	200					200	200	34.27	200	34.27	200		200		200				
210	33.96	210	40.50	210	39.89	210	33.88	210	34.30	210					210	210	34.64	210	34.64	210		210		210				
220	34.12					220	34.12	220	34.64	220					220	220	35.18	220	35.18	220		220		220				
230	34.30					230	34.30	230	35.18	230					230	230	35.71	230	35.71	230		230		230				
240	34.50					240	34.50	240	35.17	240					240	240	35.71	240	35.71	240		240		240				
250	34.72					250	34.72	250	35.90	250					250	250	36.88	250	36.88	250		250		250				
260	35.00					260	35.00	260	36.88	260					260	260	38.09	260	38.09	260		260		260				
270	35.33					270	35.33	270	36.88	270					270	270	38.09	270	38.09	270		270		270				
280	35.81					280	35.81	280	38.09	280					280	280	38.09	280	38.09	280		280		280				
290	36.45					290	36.45	290	38.09	290					290	290	38.09	290	38.09	290		290		290				
300	37.26					300	37.26	300	38.09	300					300	300	38.09	300	38.09	300		300		300				
310	38.28					310	38.28	310	38.09	310					310	310	38.09	310	38.09	310		310		310				

TABLA 4.5. Costo específico de generación para las posibles combinaciones de las unidades 1, 2, 3 y 4.

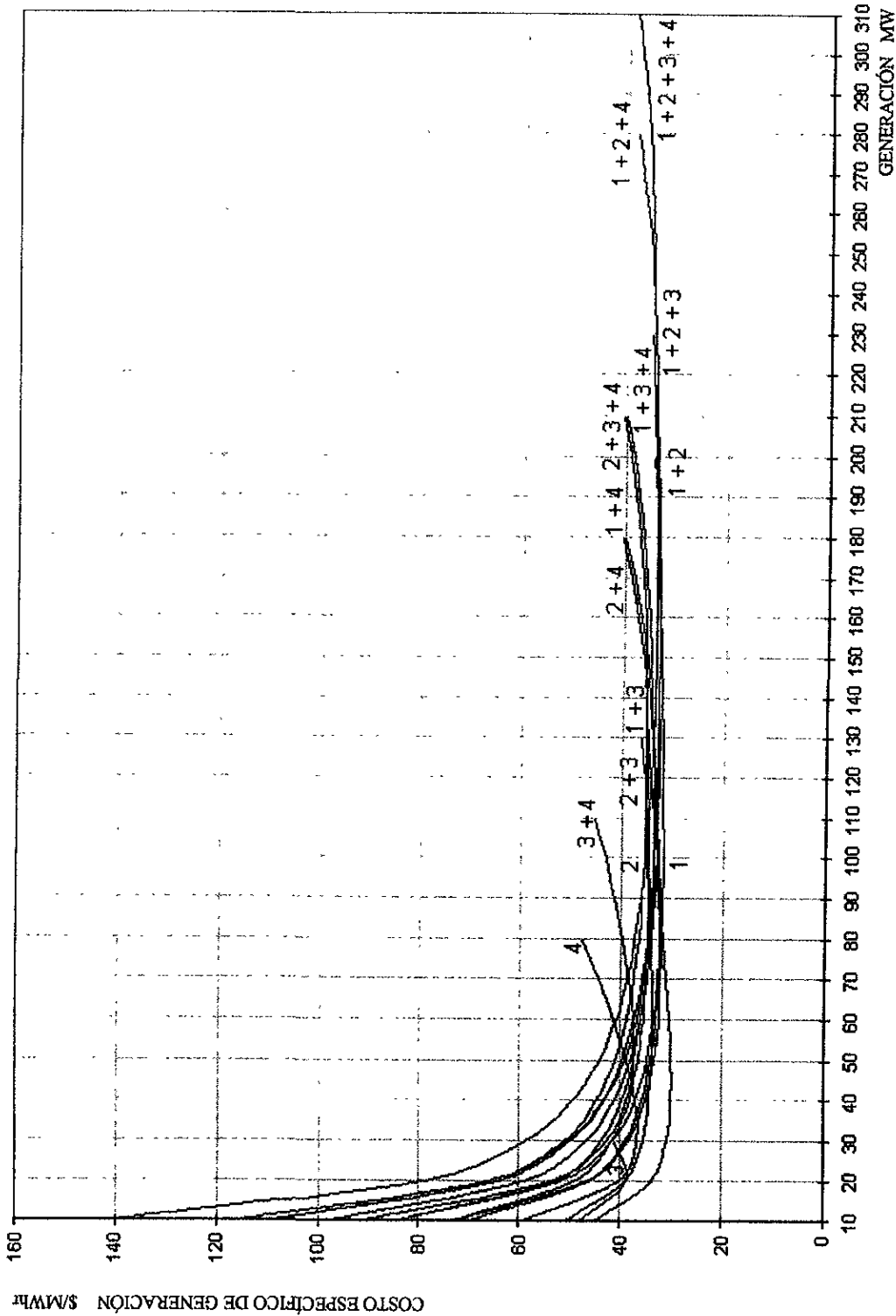


Fig. 4.11 Característica de costo específico de generación de las posibles combinaciones de las unidades 1, 2, 3 y 4.

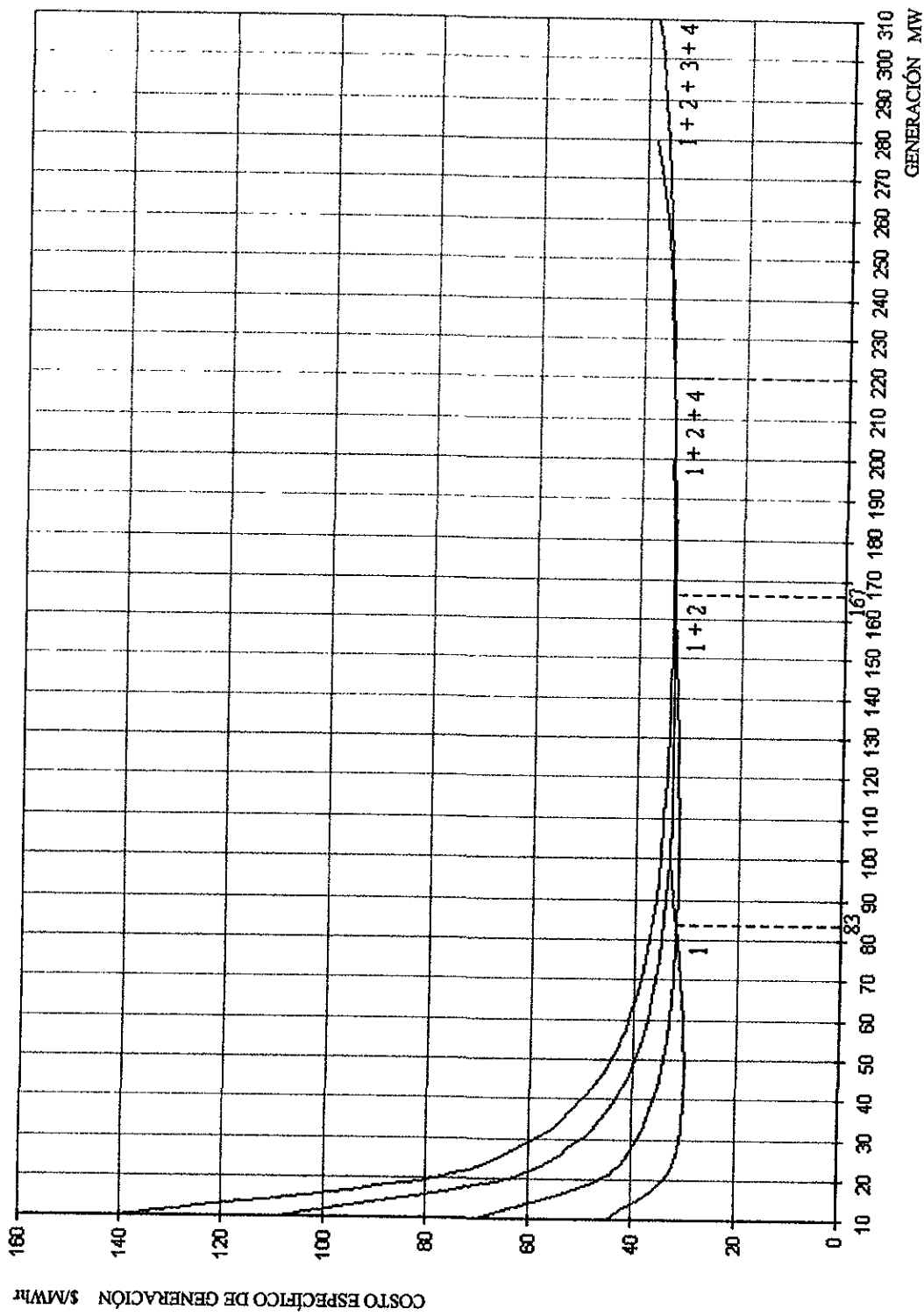


Fig. 4.12 Característica de costo específico de generación de la combinación de unidades más económica.

En la Tabla 4.6 se resume esta información.

GENERACIÓN TOTAL	UNIDADES QUE DEBEN PONERSE EN SERVICIO
DE 0 MW A 83 MW	1
DE 83 MW A 167 MW	1+2
DE 167 MW A 220 MW	1+2+4
DE 220 MW A 312 MW	1+2+3+4

TABLA 4.6. Combinación de unidades en servicio para la generación que se especifica.

Al determinar la combinación más económica de unidades generadoras para alimentar una carga determinada, hay que considerar en ocasiones, si resulta económico retirar del servicio una unidad por un período determinado de tiempo. Este estudio puede realizarse comparando el costo total de generación durante ese período de tiempo de todas las unidades en servicio, con el costo total de generación de la o las unidades en cuestión fuera de servicio, pero incluyendo en este último caso, el costo de puesta en *marcha o arranque de la o las unidades*.

Dado que la carga total del sistema de potencia varía a lo largo del día y alcanza un valor pico diferente de un día para otro, la compañía suministradora tiene que decidir previamente cuáles unidades generadoras deben arrancar y cuándo deben conectarse a la red ( y la secuencia en que las unidades que se encuentran operando deben ser apagadas y por cuánto tiempo). El procedimiento computacional para tomar esas decisiones se conoce con el nombre de "demanda de una unidad" y cuando una unidad se programa para conexión se dice que está comprometida.

A diferencia de los despachos económicos que distribuyen económicamente la carga real del sistema conforme se eleva a las diferentes unidades que ya están en operación, la demanda de unidades planea cuál es el mejor conjunto de unidades disponibles para

alimentar la carga predicha o estimada del sistema en un determinado período de tiempo.

**Factores no económicos que intervienen en la determinación de la capacidad de generación que debe operarse.**

Existen una serie de factores, aparte de los económicos, que condicionan la elección de las unidades generadoras que deben ponerse en servicio. Los principales son:

- Reserva rodante de generación para hacer frente rápidamente a la pérdida de alguna unidad generadora.
- Necesidad de aumentar rápidamente la generación para hacer frente a aumentos repentinos de carga.
- Generación de potencia reactiva para controlar adecuadamente el voltaje del sistema.
- Necesidad de inyectar generación en ciertos puntos para evitar la sobrecarga de alguna línea o algún transformador.
- El extenso tiempo y esfuerzo de la puesta en marcha de unidad generadora.

Frecuentemente, estos factores no económicos impiden seleccionar la combinación de unidades generadoras en servicio más económica. De cualquier manera, para un número determinado de unidades generadoras en servicio, el costo mínimo de operación para esa combinación de unidades se logra cuando todas las unidades funcionan al mismo costo incremental.

## CAPITULO 5

### DESPACHO ECONÓMICO ENTRE CENTRALES ELÉCTRICAS Y PÉRDIDAS POR TRANSMISIÓN.

Las centrales eléctricas son plantas donde se produce la energía eléctrica y generalmente se intenta instalarlas en lugares próximos a los abastecimientos de combustibles o en los lugares geográficos más convenientes. En ocasiones, las centrales eléctricas y los centros de consumo de energía o de carga se encuentran separados por grandes distancias. Las centrales eléctricas y los centros de carga se unen entre sí por una red eléctrica de potencia compuesta por líneas de transmisión trifásicas. Para el despacho económico de energía entre centrales eléctricas es necesario considerar las pérdidas que se producen en las líneas de transmisión que componen la red de potencia.

Aunque la variación del costo de generación en el "bus" o barra colectora de una central pueda ser inferior que en el "bus" de otra central para una distribución dada de la carga entre las centrales, la central cuya variación de costo de generación sea inferior podrá estar mucho más alejada del centro de carga. Las pérdidas por transmisión desde la central con variación de costo menor, pueden ser tan grandes que un despacho económico aconseje disminuir la generación en la central con variación del costo menor y aumentarla en la central con mayor variación del costo de generación.

Para determinar el despacho económico de energía eléctrica entre centrales eléctricas considerando las pérdidas por transmisión, es preciso que se exprese la pérdida total de energía por transmisión de un sistema de potencia en función de la generación de las centrales.

## COEFICIENTES “B” O DE PÉRDIDA.

Las pérdidas en función de las generaciones de las centrales eléctricas pueden calcularse por el método de los Coeficientes “B” o de Pérdida. Este método es fácilmente entendible y lo suficientemente válido para dar un tratamiento bastante adecuado de las pérdidas por transmisión en el despacho económico de energía eléctrica entre centrales.

Para generalizar los principios que intervienen en la expresión de las pérdidas en función de la energía suministrada por las centrales a través de una red de enlace, se determinarán dichas pérdidas para un número indefinido de centrales y cargas eléctricas. Se considera un sistema de potencia compuesto por  $m$  centrales eléctricas y  $n$  cargas y la representación de la red de transmisión por la matriz de impedancia de red.

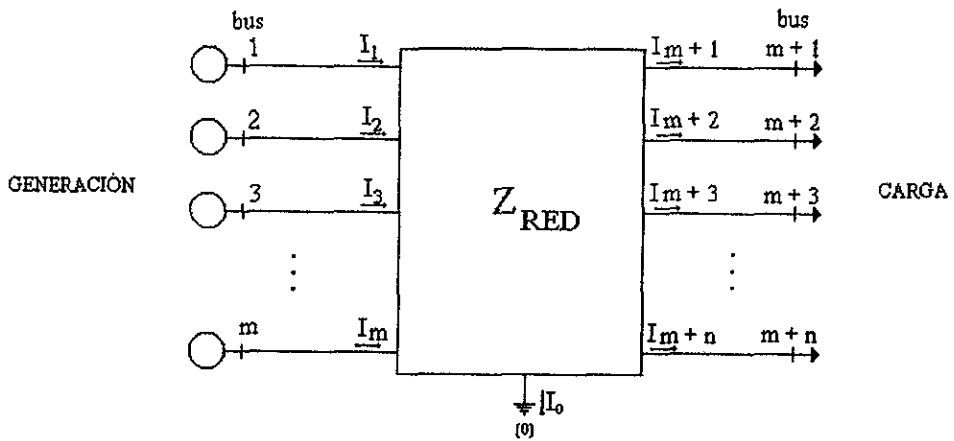
La obtención de la ecuación de pérdidas por Coeficientes “B”, se lleva a cabo en dos etapas:

1.- Expresar las pérdidas únicamente en términos de las  $m$  corrientes de generación.

2.- Transformar las  $m$  corrientes de generación en las potencias de salida de las centrales eléctricas.

Empieza la formulación mediante el sistema de las  $m + n$  barras colectoras (bus) de un sistema de potencia; como el mostrado en la Fig. 5.1, donde los nodos 1, 2, 3, ...,  $m$  pertenecen a barras generadoras, los nodos  $m + 1$ ,  $m + 2$ ,  $m + 3$ , ...,  $m + n$  pertenecen a barras de carga y el nodo 0 es el neutro del sistema.





$m$  - número de centrales

$n$  - número de cargas

$m + n$  - número de bus o barras colectoras

FIG: 5.1 Red General de Potencia.

Las inyecciones de corriente  $I_{m+1}, I_{m+2}, I_{m+3}, \dots, I_{m+n}$  en las barras de carga de la Fig.

5.1, se combinan para formar la carga total  $I_D$  del sistema de potencia.

$$I_D = I_{m+1} + I_{m+2} + I_{m+3} + \dots + I_{m+n}$$

Suponiendo que cada carga es una fracción constante de la carga total, se establece:

$$I_{m+1} = d_{m+1} I_D$$

$$I_{m+2} = d_{m+2} I_D$$

$$I_{m+3} = d_{m+3} I_D$$

...

$$I_{m+n} = d_{m+n} I_D$$

donde las fracciones "d" suman la unidad.

$$d_{m+1} + d_{m+2} + d_{m+3} + \dots + d_{m+n} = 1$$

Se selecciona ahora el nodo (0) de la Fig. 5.1 como referencia para la obtención de las ecuaciones nodales (representadas en forma matricial).

$$\begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{c}
 V_{10} \\
 V_{20} \\
 V_{30} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 V_{m0} \\
 V_{(m+1)0} \\
 V_{(m+2)0} \\
 V_{(m+3)0} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 V_{(m+n)0}
 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccccccccccc}
 Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \dots & Z_{1m} & Z_{1(m+1)} & Z_{1(m+2)} & Z_{1(m+3)} & \dots & Z_{1(m+n)} \\
 Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & & Z_{2m} & Z_{2(m+1)} & Z_{2(m+2)} & Z_{2(m+3)} & & Z_{2(m+n)} \\
 Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & & Z_{3m} & Z_{3(m+1)} & Z_{3(m+2)} & Z_{3(m+3)} & & Z_{3(m+n)} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 Z_{m1} & Z_{m2} & Z_{m3} & \dots & Z_{mm} & Z_{m(m+1)} & Z_{m(m+2)} & Z_{m(m+3)} & \dots & Z_{m(m+n)} \\
 Z_{(m+1)1} & Z_{(m+1)2} & Z_{(m+1)3} & & Z_{(m+1)m} & Z_{(m+1)(m+1)} & Z_{(m+1)(m+2)} & Z_{(m+1)(m+3)} & & Z_{(m+1)(m+n)} \\
 Z_{(m+2)1} & Z_{(m+2)2} & Z_{(m+2)3} & & Z_{(m+2)m} & Z_{(m+2)(m+1)} & Z_{(m+2)(m+2)} & Z_{(m+2)(m+3)} & & Z_{(m+2)(m+n)} \\
 Z_{(m+3)1} & Z_{(m+3)2} & Z_{(m+3)3} & & Z_{(m+3)m} & Z_{(m+3)(m+1)} & Z_{(m+3)(m+2)} & Z_{(m+3)(m+3)} & & Z_{(m+3)(m+n)} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 Z_{(m+n)1} & Z_{(m+n)2} & Z_{(m+n)3} & \dots & Z_{(m+n)m} & Z_{(m+n)(m+1)} & Z_{(m+n)(m+2)} & Z_{(m+n)(m+3)} & \dots & Z_{(m+n)(m+n)}
 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c}
 I_1 \\
 I_2 \\
 I_3 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 I_m \\
 I_{m+1} \\
 I_{m+2} \\
 I_{m+3} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 I_{m+n}
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Al expandir la primera fila de la ecuación matricial anterior, se obtiene:

$$V_{10} = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{13} I_3 + \dots + Z_{1m} I_m + Z_{1(m+1)} I_{m+1} + Z_{1(m+2)} I_{m+2} + Z_{1(m+3)} I_{m+3} + \dots + Z_{1(m+n)} I_{m+n}$$

Sustituyendo  $I_{m+1} = d_{m+1} I_D$ ,  $I_{m+2} = d_{m+2} I_D$ ,  $I_{m+3} = d_{m+3} I_D$ , ...,  $I_{m+n} = d_{m+n} I_D$  en la ec. de

$V_{10}$  y despejando  $I_D$  se obtiene:

$$\begin{aligned}
 V_{10} = & Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{13} I_3 + \dots + Z_{1m} I_m + Z_{1(m+1)} d_{m+1} I_D + Z_{1(m+2)} d_{m+2} I_D + Z_{1(m+3)} d_{m+3} I_D + \dots \\
 & + Z_{1(m+n)} d_{m+n} I_D
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{10} = & Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{13} I_3 + \dots + Z_{1m} I_m + I_D (Z_{1(m+1)} d_{m+1} + Z_{1(m+2)} d_{m+2} + Z_{1(m+3)} d_{m+3} + \dots \\
 & + Z_{1(m+n)} d_{m+n})
 \end{aligned}$$

Haciendo:

$$\beta = Z_{1(m+1)} d_{m+1} + Z_{1(m+2)} d_{m+2} + Z_{1(m+3)} d_{m+3} + \dots + Z_{1(m+n)} d_{m+n}$$

$$V_{10} = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{13} I_3 + \dots + Z_{1m} I_m + I_D(\beta)$$

$$I_D = V_{10}/\beta - Z_{11} I_1/\beta - Z_{12} I_2/\beta - Z_{13} I_3/\beta - \dots - Z_{1m} I_m/\beta$$

Cuando  $V_{10}$  es constante y no se tiene presencia de carga es apreciable la inyección de una corriente constante  $I_{00}$  en el nodo (0) del sistema. Esta corriente es llamada corriente de carga nula y se determina por la siguiente expresión:

$$I_{00} = -V_{10}/Z_{11}$$

La  $I_{00}$  se llama corriente de carga nula o sin carga porque, si se quitara toda la generación de la carga del sistema y se aplicara el voltaje  $V_{10}$  en la barra 1 sólo fluiría la corriente  $I_{00}$  a través de las conexiones en paralelo que tiene el nodo 0. Esta corriente es normalmente pequeña y relativamente constante porque está determinada por la impedancia del Thévenin  $Z_{11}$ , que incluye las altas impedancias de las trayectorias asociadas con las corrientes de carga de línea y magnetizantes del transformador, pero no de la carga.

Sustituyendo.

$$I_D = V_{10}/\beta (Z_{11}/Z_{11}) - Z_{11} I_1/\beta - Z_{12} I_2/\beta - Z_{13} I_3/\beta - \dots - Z_{1m} I_m/\beta$$

$$I_D = -I_{00} Z_{11}/\beta - Z_{11} I_1/\beta - Z_{12} I_2/\beta - Z_{13} I_3/\beta - \dots - Z_{1m} I_m/\beta$$

Resultando una ec. de  $I_D$  (carga total) que se expresa sólo en función de las corrientes de generación de las centrales eléctricas.

Haciendo:

$$t_1 = Z_{11}/\beta$$

$$t_2 = Z_{12}/\beta$$

$$t_3 = Z_{13}/\beta$$

...

$$t_m = Z_{1m}/\beta$$

y sustituyendo en la ec. de  $I_D$  se obtiene:

$$I_D = -t_1 I_1 - t_2 I_2 - t_3 I_3 - \dots - t_m I_m - t_1 I_{00}$$

Sustituyendo  $I_D$  en las ecuaciones  $I_{m+1} = d_{m+1} I_D$ ,  $I_{m+2} = d_{m+2} I_D$ ,  $I_{m+3} = d_{m+3} I_D$ , ...,  $I_{m+n} = d_{m+n} I_D$  que suponen la carga de cada central como una fracción de la carga total del sistema; se obtiene.

$$I_{m+1} = d_{m+1} (-t_1 I_1 - t_2 I_2 - t_3 I_3 - \dots - t_m I_m - t_1 I_{00})$$

$$I_{m+2} = d_{m+2} (-t_1 I_1 - t_2 I_2 - t_3 I_3 - \dots - t_m I_m - t_1 I_{00})$$

$$I_{m+3} = d_{m+3} (-t_1 I_1 - t_2 I_2 - t_3 I_3 - \dots - t_m I_m - t_1 I_{00})$$

..

$$I_{m+n} = d_{m+n} (-t_1 I_1 - t_2 I_2 - t_3 I_3 - \dots - t_m I_m - t_1 I_{00})$$

$$I_{m+1} = -d_{m+1} t_1 I_1 - d_{m+1} t_2 I_2 - d_{m+1} t_3 I_3 - \dots - d_{m+1} t_m I_m - d_{m+1} t_1 I_{00}$$

$$I_{m+2} = -d_{m+2} t_1 I_1 - d_{m+2} t_2 I_2 - d_{m+2} t_3 I_3 - \dots - d_{m+2} t_m I_m - d_{m+2} t_1 I_{00}$$

$$I_{m+3} = -d_{m+3} t_1 I_1 - d_{m+3} t_2 I_2 - d_{m+3} t_3 I_3 - \dots - d_{m+3} t_m I_m - d_{m+3} t_1 I_{00}$$

...

$$I_{m+n} = -d_{m+n} t_1 I_1 - d_{m+n} t_2 I_2 - d_{m+n} t_3 I_3 - \dots - d_{m+n} t_m I_m - d_{m+n} t_1 I_{00}$$

De esta forma se logran obtener expresiones de las corrientes de carga  $I_{m+1}$ ,  $I_{m+2}$ ,  $I_{m+3}$ , ...,  $I_{m+n}$  que estén sólo en función de las corrientes de generación de las centrales eléctricas  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , ...,  $I_m$ ,  $I_{00}$ . Las ecuaciones anteriores se pueden considerar como la transformación de las corrientes de red  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , ...,  $I_m$ ,  $I_{m+1}$ ,  $I_{m+2}$ ,  $I_{m+3}$ , ...,  $I_{m+n}$  en un conjunto de nuevas corrientes  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , ...,  $I_m$ ,  $I_{00}$ . Esto se puede representar en forma matricial como:

$$\begin{array}{c}
 I_1 \\
 I_2 \\
 I_3 \\
 \vdots \\
 I_m \\
 I_{m+1} \\
 I_{m+2} \\
 I_{m+3} \\
 \vdots \\
 I_{m+n}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{cccccc}
 1 & & & & & \\
 & 1 & & & & \\
 & & 1 & & & \\
 & & & \ddots & & \\
 & & & & 1 & \\
 -t_1 d_{m+1} & -t_2 d_{m+1} & -t_3 d_{m+1} & \dots & -t_m d_{m+1} & -t_1 d_{m+1} \\
 -t_1 d_{m+2} & -t_2 d_{m+2} & -t_3 d_{m+2} & & -t_m d_{m+2} & -t_1 d_{m+2} \\
 -t_1 d_{m+3} & -t_2 d_{m+3} & -t_3 d_{m+3} & & -t_m d_{m+3} & -t_1 d_{m+3} \\
 & & & \ddots & & \\
 & & & & & \\
 -t_1 d_{m+n} & -t_2 d_{m+n} & -t_3 d_{m+n} & \dots & -t_m d_{m+n} & -t_1 d_{m+n}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 I_1 \\
 I_2 \\
 I_3 \\
 \vdots \\
 I_m \\
 I_0
 \end{array}$$

Esto es:  $I_{RED} = C_1 I_{(NUEVA)}$

donde la matriz  $C_1$  es llamada matriz de transformación 1.

Para obtener la ecuación de las pérdidas de la red es necesario transformar las corrientes  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_m, I_0$  en expresiones que estén en función de las potencias de generación  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_m$ . Se supondrá que cada unidad generadora opera a factor de potencia constante en el periodo de tiempo de interés; esto significa que la potencia reactiva  $Q$  sea una fracción constante  $\phi$  de la potencia real  $P$  y así, se tiene

$$\begin{aligned}
 P_1 + jQ_1 &= (P_1 + jQ_1) P_1 / P_1 = (1 + j\phi_1) P_1 \\
 P_2 + jQ_2 &= (P_2 + jQ_2) P_2 / P_2 = (1 + j\phi_2) P_2 \\
 P_3 + jQ_3 &= (P_3 + jQ_3) P_3 / P_3 = (1 + j\phi_3) P_3 \\
 &\dots \\
 P_m + jQ_m &= (P_m + jQ_m) P_m / P_m = (1 + j\phi_m) P_m
 \end{aligned}$$

obviamente,  $\phi_1 = Q_1 / P_1, \phi_2 = Q_2 / P_2, \phi_3 = Q_3 / P_3, \dots, \phi_m = Q_m / P_m$  y son números reales.

El producto  $S_L = V I^*$  determina la potencia aparente en una barra o "bus". Por lo tanto, la corriente de generación correspondiente a una central eléctrica, es

$$V_1 I_1^* = (1 + j\phi_1) P_1$$

$$V_2 I_2^* = (1 + j\phi_2) P_2$$

$$V_3 I_3^* = (1 + j\phi_3) P_3$$

...

$$V_m I_m^* = (1 + j\phi_m) P_m$$

En las ecs. anteriores, para despejar la corriente es necesario eliminar su conjugación; esto se logra al cambiar de cuadrante (signo) los dos términos de la igualdad conjugando el voltaje y cambiando el signo del componente complejo  $j\phi_m$ . Así, se obtiene:

$$I_1 = ((1 - j\phi_1) P_1) / V_1^* = \alpha_1 P_1$$

$$I_2 = ((1 - j\phi_2) P_2) / V_2^* = \alpha_2 P_2$$

$$I_3 = ((1 - j\phi_3) P_3) / V_3^* = \alpha_3 P_3$$

...

$$I_m = ((1 - j\phi_m) P_m) / V_m^* = \alpha_m P_m$$

donde  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_m$  tienen definiciones obvias. Las corrientes de generación  $I_1, I_2, I_3, \dots,$

$I_m, I_{00}$  se pueden expresar, a partir de las ecuaciones anteriores, en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_m \\ I_{00} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \alpha_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \alpha_3 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha_m & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha_m & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_m \\ 1 \end{pmatrix}$$

Esto es:  $I_{(NUEVA)} = C_2 P_{GENERACION}$

De esta forma, se obtienen ecuaciones que determinan las corrientes de red  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_m, I_{m+1}, I_{m+2}, I_{m+3}, \dots, I_{m+n}$  en función de las potencias de generación.

Según las ecuaciones obtenidas:

$$I_{RED} = C_1 I_{(NUEVA)1}$$

$$I_{(NUEVA)1} = C_2 P_{GENERACIÓN}$$

Al sustituir la segunda en la primera:

$$I_{RED} = C_1 C_2 P_{GENERACIÓN}$$

donde se mencionó que  $C_1 C_2$  son matrices de transformación. Utilizando matrices, la ecuación que define las corrientes de red ( $I_{RED}$ ) en función de las potencias de generación, es:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c}
 I_1 \\
 I_2 \\
 I_3 \\
 \vdots \\
 I_m \\
 I_{m+1} \\
 I_{m+2} \\
 I_{m+3} \\
 \vdots \\
 I_{m+n}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c}
 1 \\
 \\
 \\
 \ddots \\
 1 \\
 -t_1 d_{m+1} \quad -t_2 d_{m+1} \quad -t_3 d_{m+1} \quad \dots \quad -t_m d_{m+1} \quad -t_1 d_{m+1} \\
 -t_1 d_{m+2} \quad -t_2 d_{m+2} \quad -t_3 d_{m+2} \quad \dots \quad -t_m d_{m+2} \quad -t_1 d_{m+2} \\
 -t_1 d_{m+3} \quad -t_2 d_{m+3} \quad -t_3 d_{m+3} \quad \dots \quad -t_m d_{m+3} \quad -t_1 d_{m+3} \\
 \vdots \\
 -t_1 d_{m+n} \quad -t_2 d_{m+n} \quad -t_3 d_{m+n} \quad \dots \quad -t_m d_{m+n} \quad -t_1 d_{m+n}
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 \alpha_1 \\
 \alpha_2 \\
 \alpha_3 \\
 \vdots \\
 \alpha_m \\
 \vdots \\
 I_{00}
 \end{array}
 \begin{array}{|c}
 P_1 \\
 P_2 \\
 P_3 \\
 \vdots \\
 P_m \\
 I
 \end{array}
 \end{array}$$

Ahora, la expresión para la pérdida de potencia real se deduce de la potencia aparente  $S_L$  de la red. Utilizando matrices se tiene:

$$S_L = V^T I^*$$

donde:

$S_L$  - Vector de potencia aparente de la red.

$V^T$  - Vector transpuesto de voltajes de red.

$I^*$  - Vector conjugado de corrientes de red.

Según la Ley de Ohm:  $V=ZI$  y  $V^T=I^T Z^T$ , sustituyendo en la ec. anterior.

$$S_L = I^T Z^T I^*$$

$Z$  es la matriz de impedancias de red (compuesta por su resistencia  $R$  y reactancia  $X$ ).

La potencia aparente  $S_L$  es un vector, que tiene como componente real la potencia real  $P_L$  y como componente compleja la potencia reactiva  $Q_L$ . Por lo tanto:

$$S_L = I^T Z^T I^* = P_L + jQ_L$$

Si calculamos el complejo conjugado de la transpuesta de la ecuación anterior obtenemos una segunda ecuación válida para crear un sistema de dos ecuaciones:

$$S_L^{T*} = I^T Z^* I^* = P_L - jQ_L$$

Ambas ecuaciones de  $S_L$  y  $S_L^{T*}$  se suman para encontrar la solución del sistema de ecuaciones:

$$I^T Z^T I^* = P_L + jQ_L$$

$$I^T Z^* I^* = P_L - jQ_L$$

---

$$I^T Z^T I^* + I^T Z^* I^* = P_L + jQ_L + P_L - jQ_L$$

$$I^T (Z^T + Z^*) I^* = 2P_L$$

La matriz de impedancia de red  $Z$  es una matriz simétrica, esto justifica que  $Z^T = Z$ .

$$P_L = (I^T (Z^T + Z^*) I^*) / 2$$

La matriz de impedancia de red es  $Z = R + jX$  al sumarla con su conjugado  $Z^* = R - jX$  se anulan los componentes complejos y se obtiene dos veces el componente real, es decir:

$$P_L = (I^T (R + jX + R - jX) I^*) / 2 = (I^T 2 R I^*) / 2$$



$$P_L = I^T R I^*$$

donde:  $I^T$  es la matriz transpuesta de las corrientes de red.

$I^*$  es la matriz conjugada de las corrientes de red

$R$  es la matriz de resistencias de red (parte real de la matriz de impedancias de red)

Esta última ecuación explica que sólo el componente real (resistivo) de la impedancia de red contribuye a las pérdidas de potencia real.

Como se analizó, las corrientes de red son  $I_{RED} = C_1 C_2 P_{GENERACIÓN}$  y al sustituirla en la ecuación de  $P_L$  que definirá las pérdidas reales del sistema, se obtiene:

$$P_L = (C_1 C_2 P_{GENERACIÓN})^T R (C_1 C_2 P_{GENERACIÓN})^*$$

$$P_L = P_{GENERACIÓN}^T \underbrace{C_2^T C_1^T R C_1 C_2}_{M} P_{GENERACIÓN}^*$$

La ecuación de  $M$  está formada por matrices que en sus productos conjuntan una nueva matriz especial llamada “hermitiana”, debido a que tiene la propiedad de ser igual al complejo conjugado de su propia transpuesta.

$$M = M^{*T}$$

Cada elemento  $m_{ij}$  fuera de la diagonal de una matriz hermitiana es igual al complejo conjugado del elemento  $m_{ji}$  correspondiente y todos los elementos en la diagonal son números reales. Como las pérdidas que se consideran son reales, es válido sumar la matriz  $M$  con su respectivo conjugado y dividirlo entre dos, para cancelar las partes imaginarias fuera de la diagonal principal y obtener el doble de la parte real simétrica de  $M$  que se denotará por:

$$(M + M^*)/2 = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \dots & B_{1m} & B_{10}/2 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & & B_{2m} & B_{20}/2 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & & B_{3m} & B_{30}/2 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ B_{m1} & B_{m2} & B_{m3} & & B_{mm} & B_{m0}/2 \\ B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{30}/2 & \dots & B_{m0}/2 & B_{00} \end{pmatrix}$$

Los símbolos  $B_{10}/2, B_{20}/2, B_{30}/2, \dots, B_{m0}/2$  se utilizan para estar en conformidad con las prácticas industriales

Así se obtendrá solo la parte real simétrica de la matriz hermitiana  $M$ , que definirá la pérdida de potencial real y como la parte imaginaria se canceló, la pérdida de potencia reactiva se despreciará. Por tanto, sustituyendo la ecuación  $(M + M^*)/2$  que define solo la parte real de  $M$  en la ec de  $P_L$  se obtiene:

$$P_L = P_{\text{GENERACIÓN}}^T \frac{(M + M^*)}{2} P_{\text{GENERACIÓN}}^*$$

$$P_L = P_{\text{GENERACIÓN}}^T \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \dots & B_{1m} & B_{10}/2 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & & B_{2m} & B_{20}/2 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & & B_{3m} & B_{30}/2 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ B_{m1} & B_{m2} & B_{m3} & & B_{mm} & B_{m0}/2 \\ B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{30}/2 & \dots & B_{m0}/2 & B_{00} \end{pmatrix} P_{\text{GENERACIÓN}}^*$$

Dado que  $P_{\text{GENERACIÓN}}$  es un vector de potencia de números reales, el vector conjugado

$P_{\text{GENERACIÓN}}^*$  es igual al vector  $P_{\text{GENERACIÓN}}$ .

$$P_L = \begin{pmatrix} P_1 & P_2 & P_3 & \dots & P_m & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \dots & B_{1m} & B_{10}/2 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & & B_{2m} & B_{20}/2 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & & B_{3m} & B_{30}/2 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ B_{m1} & B_{m2} & B_{m3} & & B_{mm} & B_{m0}/2 \\ B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{30}/2 & \dots & B_{m0}/2 & B_{00} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_m \\ 1 \end{pmatrix}$$

En donde  $B_j = B_{ji}$ . Expandiendo la ecuación anterior al multiplicar filas por columnas, se tiene:

$$P_L = P_1^2 B_{11} + 2P_1 P_2 B_{12} + P_2^2 B_{22} + 2P_1 P_3 B_{13} + P_3^2 B_{33} + 2P_2 P_3 B_{23} + \dots + 2P_1 P_m B_{1m} + 2P_2 P_m B_{2m} + 2P_3 P_m B_{3m} + \dots + P_1 B_{10} + P_2 B_{20} + P_3 B_{30} + \dots + P_m B_{m0} + B_{00}$$

$$P_L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m P_i B_{ij} P_j + \sum_{i=1}^m B_{i0} P_i + B_{00}$$

que puede ser arreglada en forma equivalente:

$$P_L = \begin{vmatrix} P_1 & P_2 & P_3 & \dots & P_m \end{vmatrix} \begin{vmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \dots & B_{1m} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & & B_{2m} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & & B_{3m} \\ \vdots & & & \ddots & \\ B_{m1} & B_{m2} & B_{m3} & & B_{mm} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P_1 & P_2 & P_3 & \dots & P_m \end{vmatrix} \begin{vmatrix} B_{10} \\ B_{20} \\ B_{30} \\ \vdots \\ B_{m0} \end{vmatrix} + B_{00}$$

o en forma de vector-matriz más general:

$$P_L = P^T B P + P^T B_0 + B_{00}$$

A los términos B se les llama coeficientes B o coeficientes de pérdida y la matriz cuadrada B de m x m, que siempre es simétrica, se conoce simplemente como matriz B. La unidad de los coeficientes de pérdida es el megawatt recíproco (1/W) cuando las potencias trifásicas  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_m$  se expresan en megawatts, en cuyo caso,  $P_L$  también estará en megawatts. Las unidades de  $B_{00}$  son iguales a las de  $P_L$  mientras  $B_{i0}$  es adimensional. En la práctica se utilizan valores en por unidad (p.u.).

Si una central eléctrica se compone de más de una unidad generadora se pueden considerar barras ficticias dentro de la central correspondientes a cada unidad; esto implica, que la matriz de coeficientes "B" se expanda para incluir una fila y una columna por barra ficticia con idénticos elementos dentro y fuera de la diagonal a los de la fila y columna de la barra de la central. Y se agrega en el vector de potencia P los escalares correspondientes a esas unidades generadoras. Por ejemplo; si en el sistema de potencia de la figura 5.1 la central m está compuesta por tres unidades generadoras, la matriz de coeficientes debe expandirse para incluir los elementos correspondientes a dos unidades. En la figura 5.2 se muestran las barras ficticias m + 1 y m + 2 de dos unidades de tres que componen la central m. Una unidad se considera en la barra m.

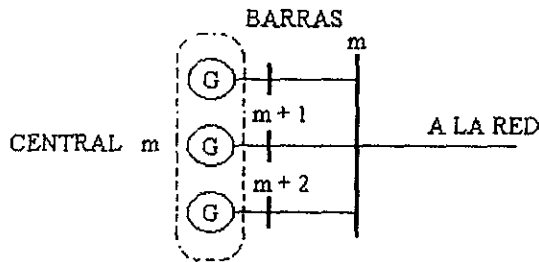


FIG. 5.2 Barras ficticias m + 1 y m + 2 en la barra m.

La matriz de coeficientes "B" resultante es:

$$P_L = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & P_3 & \dots & P_m & 1 & P_{m+1} & P_{m+2} \end{bmatrix}$$

$B_{11}$	$B_{12}$	$B_{13}$	...	$B_{1m}$	$B_{10}/2$	$B_{1m}$	$B_{1m}$	$P_1$
$B_{21}$	$B_{22}$	$B_{23}$		$B_{2m}$	$B_{20}/2$	$B_{2m}$	$B_{2m}$	$P_2$
$B_{31}$	$B_{32}$	$B_{33}$		$B_{3m}$	$B_{30}/2$	$B_{3m}$	$B_{3m}$	$P_3$
$B_{m1}$	$B_{m2}$	$B_{m3}$		$B_{mm}$	$B_{m0}/2$	$B_{mm}$	$B_{mm}$	$P_m$
$B_{10}/2$	$B_{20}/2$	$B_{30}/2$	...	$B_{m0}/2$	$B_{00}$	$B_{m0}/2$	$B_{m0}/2$	1
$B_{m1}$	$B_{m2}$	$B_{m3}$		$B_{mm}$	$B_{m0}/2$	$B_{mm}$	$B_{mm}$	$P_{m+1}$
$B_{m1}$	$B_{m2}$	$B_{m3}$		$B_{mm}$	$B_{m0}/2$	$B_{mm}$	$B_{mm}$	$P_{m+2}$

Obsérvese, que las filas y las columnas que se incluyeron son idénticas a las filas y columnas de la barra original  $m$  dado que las tres unidades generadoras tienen la misma sensibilidad de las pérdidas respecto al cambio incremental en la salida de la central  $m$ . Así, la ecuación de las pérdidas obtenida para  $m$  centrales eléctricas puede extenderse para las  $k$  unidades generadoras del sistema.

Para el sistema del que se obtuvieron los coeficientes  $B$ , se tienen las pérdidas exactas solamente para esa carga en particular y para las condiciones de operación usadas en el desarrollo. Los coeficientes  $B$  son constantes conforme  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_m$  varían, solamente mientras los voltajes en las barras de carga y de las centrales mantengan una magnitud constante, al igual que los factores de potencia de las plantas. Por fortuna, el uso de valores constantes para los coeficientes de pérdida da resultados razonablemente aproximados cuando se calculan para algunas condiciones de operación promedio y si no ocurren defasamientos extremadamente grandes de la carga entre las plantas o en la carga total. En la práctica, los grandes sistemas se cargan económicamente usando conjuntos diferentes de coeficientes de pérdidas calculados para diversas condiciones de carga

## **DESPACHO ECONÓMICO ENTRE CENTRALES ELÉCTRICAS**

En la distribución económica de carga entre centrales eléctricas, que generalmente se encuentran separadas por grandes distancias, es necesario considerar las pérdidas en las líneas de transmisión y coordinarlas para la programación de salida de cada central, de manera que se tenga la máxima economía a un nivel dado de carga del sistema.

En la Figura 5.1 se muestra un sistema de  $m$  centrales eléctricas y  $n$  cargas, suponiendo que entre las  $m$  centrales se tiene un número  $k$  de unidades generadoras, el costo total de generación del sistema es:

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_k = \sum_{i=1}^k C_i$$

donde  $C_T$  es la función que define el costo total de generación del sistema y es la suma de los costos de generación de las unidades individuales  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_k$ . La entrada total de potencia en megawatts a la red desde todas las unidades generadoras en las centrales eléctricas es la suma dada por:

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_k = \sum_{i=1}^k P_i$$

donde  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$  son las salidas individuales de las unidades generadoras de las centrales eléctricas. El costo total de generación  $C_T$  del sistema es una función de todas las salidas de potencia de las unidades de las centrales. La ecuación de restricción del valor mínimo de  $C_T$  está dada por el balance de potencia siguiente:

$$\text{Pot. generada} = \text{Pot carga} + \text{Pot pérdidas}$$

$$\sum_{i=1}^k P_i = \sum_{i=1}^n \gamma_i + P_L$$

donde:

- $\sum_{i=1}^k P_i \rightarrow$  Potencia total generada por las " $k$ " unidades generadoras
- $\sum_{i=1}^n \gamma_i \rightarrow$  Potencia total recibida por las " $n$ " cargas
- $P_L \rightarrow$  Pérdidas por transmisión.

El objetivo es obtener un costo total  $C_T$  mínimo para una carga total fija del sistema, sujeta a la restricción de balance de potencia anterior. El procedimiento de solución de minimización es el mismo que se utilizó en el capítulo anterior; el método de los multiplicadores de Lagrange.

La nueva función del costo  $C$  se forma al combinar el costo total de generación y la restricción de balance de potencia:

$$C = \sum_{i=1}^k C_i + \lambda \left( \sum_{i=1}^n \gamma_i + P_L - \sum_{i=1}^k P_i \right)$$

A la función aumentada de costo  $C$  se le llama frecuentemente “lagrangiano” y  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange y es conocido como el costo efectivo incremental de generación del sistema cuando se toman en cuenta las pérdidas de las líneas de transmisión. Cuando  $C_i$  se da en unidades monetarias (\$) por hora, y  $P_i$  está en megawatts,  $C$  y  $\lambda$  se expresan en \$/hr y en \$/MW-hr, respectivamente. El problema original de minimizar la  $C$ , que está restringida por la ecuación de balance de potencia, se transforma por medio de la ecuación anterior en un problema sin restricciones en el que se requiere minimizar  $C$  con respecto a  $\lambda$  y a las salidas del generador  $P_i$ . Por lo tanto, para que se tenga el costo mínimo se requiere derivar  $C$  con respecto a cada  $P_i$ , e igualar el resultado a cero; así:

$$\frac{\partial C}{\partial P_i} = \frac{\partial}{\partial P_i} \left[ \sum_{i=1}^k C_i + \lambda \left( \sum_{i=1}^n \gamma_i + P_L - \sum_{i=1}^k P_i \right) \right] = 0$$

Como

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i$$

, que es la sumatoria de cargas del sistema, esta fija (una constante) y el costo de generación de cualquier unidad varía sólo si la salida de potencia de esa unidad cambia (el costo de generación  $C_i$  depende únicamente de  $P_i$ ), la ecuación anterior resultaría en una ecuación general que define la  $\lambda$  del sistema:

$$\frac{\delta C}{\delta P_i} = \frac{\delta C_i}{\delta P_i} + \lambda \left[ \frac{\delta P_i}{\delta P_i} - 1 \right] = 0$$

para cada una de las salidas de las unidades generadoras  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$ . Debido a que  $C_i$  sólo depende de  $P_i$ , la derivada parcial de  $C_i$  se puede reemplazar por la derivada total, y la ecuación anterior resulta:

$$\frac{\delta C}{\delta P_i} = \frac{dC_i}{dP_i} + \lambda \left[ \frac{\delta P_i}{\delta P_i} - 1 \right] = 0$$

$$\lambda \left[ 1 - \frac{\delta P_i}{\delta P_i} \right] = \frac{dC_i}{dP_i}$$

$$\lambda = \left[ \frac{1}{1 - \frac{\delta P_i}{\delta P_i}} \right] \frac{dC_i}{dP_i}$$

para cada valor de  $i$ . Esta ecuación se escribe frecuentemente en la forma.

$$\lambda = L_i \frac{dC_i}{dP_i}$$

$$L_i = \left[ \frac{1}{1 - \frac{\delta P_i}{\delta P_i}} \right]$$



donde  $L_i$  se llama factor de penalización de la central donde se encuentra la unidad  $i$ .

El resultado de la ecuación  $\lambda = L_i \frac{dC_i}{dP_i}$  significa que el costo mínimo de

generación se tiene cuando el costo incremental de generación de cada unidad multiplicado por su factor de penalización es el mismo para todas las unidades generadoras del sistema.

Los productos  $L_i(dC_i/dP_i)$  son iguales a  $\lambda$  (llamada la  $\lambda$  del sistema), que es aproximadamente el costo en unidades monetarias por hora para incrementar la carga total entregada en 1 MW. Para un sistema de 3 unidades generadoras (no necesariamente en la misma central eléctrica), la expresión para  $\lambda$  sería:

$$\lambda = L_1 \frac{dC_1}{dP_1} = L_2 \frac{dC_2}{dP_2} = L_3 \frac{dC_3}{dP_3}$$

El factor de penalización  $L_i$  depende de  $\delta P_i / \delta P_i$ , que es una medida de la variación de las pérdidas por transmisión del sistema debida a los cambios en  $P_i$  únicamente. Las unidades generadoras conectadas a la misma barra dentro de una central eléctrica en particular tienen igual acceso al sistema de transmisión y así, el cambio en las pérdidas del sistema debe ser el mismo para un pequeño cambio en la salida de cualquiera de esas unidades. Eso significa que los factores de penalización son los mismos para las unidades localizadas en la misma central eléctrica. Por lo tanto, para una central que tenga, por ejemplo 3 unidades generadoras con las salidas  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ , los factores de penalización  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$  son iguales.

Lo que demuestra que:

$$\frac{dC_1}{dP_1} = \frac{dC_2}{dP_2} = \frac{dC_3}{dP_3}$$

así, para unidades conectadas a una barra común dentro de la misma central eléctrica el factor de penalización en cada central es la unidad y la  $\lambda$  del sistema se calcula como en el capítulo anterior.

La ecuación  $\lambda = L_i \frac{dC_i}{dP_i}$  gobierna la coordinación de las pérdidas de transmisión

en el problema de la cargabilidad económica de las unidades en las centrales que están geográficamente dispersas a través del sistema. En concordancia con esto, los factores de penalización de las diferentes centrales necesitan ser determinados, lo cual requiere que, en primer lugar, se expresen las pérdidas totales de transmisión del sistema como una función de las generaciones de las centrales eléctricas. (Ver Coeficientes B).

Definidas las pérdidas totales de transmisión como una función de las generaciones de las centrales eléctricas del sistema, la estrategia del despacho económico se determina iterativamente al resolver las ecuaciones no lineales de coordinación representadas por la ecuación general que define la  $\lambda$  del sistema:

$$\frac{\delta C}{\delta P_i} = \frac{dC_i}{dP_i} + \lambda \left[ \frac{\delta P_T}{\delta P_i} - 1 \right] = 0$$

$$\frac{dC_i}{dP_i} + \lambda \frac{\delta P_T}{\delta P_i} - \lambda = 0$$

donde:

- El término de la derivada parcial  $\delta P_T / \delta P_i$  de la ecuación, llamado la pérdida incremental, es una medida de sensibilidad de las pérdidas del sistema con respecto al cambio incremental en la salida de la unidad  $i$  cuando se mantienen fijas las salidas de las otras unidades

- El término de la derivada total  $dC_i/dP_i$  representa el costo incremental lineal  $\lambda$  de generación de la unidad  $i$ . Recuérdese, que la función de transferencia que expresa el costo de generación de una unidad es un polinomio de segundo orden de la forma  $C = b_0 + b_1 P + b_2 P^2$ . (Ver capítulo tercero “Función de Transferencia de una Unidad Generadora”). La derivada de una función de segundo orden es una función lineal.

La ecuación general de pérdidas de transmisión de un sistema de  $m$  centrales eléctricas en función de los coeficientes “B” o de pérdida, es:

$$P_L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m P_i B_{ij} P_j + \sum_{i=1}^m B_{i0} P_i + B_{00}$$

Ya que entre las  $m$  centrales eléctricas se tienen varias unidades generadoras, la ecuación de  $P_L$  puede extenderse para incluir las  $k$  unidades generadoras del sistema. Es importante hacer la observación de que todas las unidades conectadas a una misma central tienen la misma variación de pérdidas por transmisión.

$$P_L = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k P_i B_{ij} P_j + \sum_{i=1}^k B_{i0} P_i + B_{00}$$

y la pérdida incremental  $\delta P_L/\delta P_i$  de la unidad  $i$ , y de todas las unidades que se encuentren en la misma central, es:

$$\frac{\delta P_L}{\delta P_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k 2 B_{ij} P_j + 2 B_{ii} P_i + B_{i0}$$

La derivada del costo de generación respecto a la generación de la unidad  $i$ ,  $dC_i/dP_i$  es una función lineal de la forma:

$$\frac{dC_i}{dP_i} = b_{1i} + 2 b_{2i} P_i$$

Sustituyendo las dos últimas ecuaciones en la ecuación general que define la lambda del

sistema  $\frac{dC_i}{dP_i} + \lambda \frac{\delta P_L}{\delta P_i} - \lambda = 0$  se obtiene:

$$b_{1i} + 2 b_{2i} P_i + \lambda \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k 2 B_{ij} P_j + 2 B_{ii} P_i + B_{i0} \right) - \lambda = 0$$

Dividiendo la ecuación entre  $\lambda$  y agrupando términos, se obtiene:

$$\frac{b_{1i}}{\lambda} + \frac{2 b_{2i} P_i}{\lambda} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k 2 B_{ij} P_j + 2 B_{ii} P_i + B_{i0} - 1 = 0$$

$$2 \left( \frac{b_{2i}}{\lambda} + B_{ii} \right) P_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k 2 B_{ij} P_j = 1 - B_{i0} - \frac{b_{1i}}{\lambda}$$

Esta es la ecuación general para la unidad  $i$ . Al hacer que  $i$  varíe de 1 a  $k$ , se obtiene un sistema de ecuaciones lineales para todas las  $k$  unidades generadoras del sistema, que toman la forma:

$$\begin{bmatrix} 2\left(\frac{b_{21}}{\lambda} + B_{11}\right) & 2B_{12} & 2B_{13} & \dots & 2B_{1k} \\ 2B_{21} & 2\left(\frac{b_{22}}{\lambda} + B_{22}\right) & 2B_{23} & \dots & 2B_{2k} \\ 2B_{31} & 2B_{32} & 2\left(\frac{b_{23}}{\lambda} + B_{33}\right) & \dots & 2B_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2B_{k1} & 2B_{k2} & 2B_{k3} & \dots & 2\left(\frac{b_{2k}}{\lambda} + B_{kk}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - B_{10} - \frac{b_{11}}{\lambda} \\ 1 - B_{20} - \frac{b_{12}}{\lambda} \\ 1 - B_{30} - \frac{b_{13}}{\lambda} \\ \vdots \\ 1 - B_{k0} - \frac{b_{1k}}{\lambda} \end{bmatrix}$$

Es importante mencionar, que si en una central se tienen tres unidades generadoras con idénticas funciones de transferencia, también se tendrán tres ecuaciones lineales iguales correspondientes a cada unidad en el sistema de ecuaciones anterior; dando como resultando, valores de generación igual para cada unidad.

La estrategia del despacho económico consiste en resolver las  $k$  ecuaciones para aquellos valores de potencia de salida que también satisfacen la ecuación de balance de potencia:

$$\text{Pot. pérdidas} + \text{Pot carga} + \text{Pot generada} = 0$$

Sustituyendo el valor de  $P_i$  en la ecuación de balance de potencia, se obtiene:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k P_i B_{ij} P_j + \sum_{i=1}^k B_{i0} P_i + B_{00} + \sum_{i=1}^n \gamma_i + \sum_{i=1}^k P_i = 0$$

que es el requisito de balance de potencia para el sistema total en términos de los coeficientes  $B$ , la carga total y la potencia generada por las unidades.

Hay varias maneras de resolver las dos últimas ecuaciones para despachar, económicamente, un sistema de potencia con las incógnitas  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$  y  $\lambda$ . Cuando se selecciona un valor inicial de  $\lambda$  en el sistema de ecuaciones que va de 1 a  $k$ , el conjunto de ecuaciones resultantes se hace lineal. Se pueden encontrar los valores de  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$  a través de cualquiera de las técnicas de solución (tal como invertir la matriz de coeficientes), dentro del siguiente proceso iterativo:

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i$$

1. Especificar el nivel de carga del sistema
2. Seleccionar, para la primera iteración, valores iniciales de la  $\lambda$  del sistema. (Una manera de hacer esta selección inicial es suponer que las pérdidas son cero y calcular los valores iniciales de  $\lambda$  como en el capítulo anterior.)
3. Sustituir el valor de  $\lambda$  en el sistema de ecuaciones de las  $k$  unidades generadoras y resolverlo para los valores de  $P_i$  mediante algún método eficiente.
4. Calcular las pérdidas de transmisión de la ecuación de  $P_L$  por medio de los valores de  $P_i$  obtenidos en la etapa 3.

$$\sum_{i=1}^k P_i - P_L$$

5. Comparar la cantidad: (Potencia generada menos las pérdidas) con

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i$$

(carga total) para verificar el balance de potencia. Si no se alcanza el balance de potencia dentro de alguna tolerancia especificada, actualizar la  $\lambda$  del sistema estableciendo:

$$\lambda^{(x+1)} = \lambda^{(x)} + \Delta\lambda^{(x)}$$

Una posible ecuación para el incremento  $\Delta\lambda^{(x)}$  es.

$$\Delta\lambda^{(x)} = \frac{\lambda^{(x)} - \lambda^{(x-1)}}{\sum_{i=1}^k P_i^{(x)} - \sum_{i=1}^k P_i^{(x-1)}} \left[ \sum_{i=1}^n L_i + P_L^{(x)} - \sum_{i=1}^k P_i^{(x)} \right]$$

En las dos últimas ecuaciones el superíndice  $(x + 1)$  indica la siguiente iteración a iniciarse, el superíndice  $(x)$  indica la iteración que se ha completado y  $(x - 1)$  indica la iteración precedente.

6.- Regresar a la etapa 3 y continuar con los cálculos de las etapas 3, 4 y 5 hasta que alcance la convergencia final.

## SOLUCIÓN A UN PROBLEMA DE DESPACHO ECONÓMICO CON PÉRDIDAS DE TRANSMISIÓN.

En la figura 5.3 se muestra el diagrama de un sistema de potencia sencillo. Las centrales eléctricas se conectan a las barras 1 y 2, mientras las cargas se localizan en las barras 3 y 4. Los valores base para el sistema de transmisión son 100 MVA y 230 KV. Los datos de líneas de la tabla 5.1 dan las impedancias serie y las susceptancias de carga de la línea en por unidad para los circuitos equivalentes nominales  $\pi$  de las cuatro líneas identificadas por las barras en las que terminan. Los datos de barras en la tabla 5.2 enlistan los voltajes en las barras de generación y la potencia real y reactiva en las barras de carga. Los valores de potencia reactiva en la carga se calculan a partir de los valores de potencia real correspondientes bajo el supuesto de un factor de potencia de 0.85. La barra 1 se asigna como barra de compensación y la barra 2 es de voltaje controlado. La tabla 5.3 muestra la función de transferencia y la cantidad de las unidades generadoras que componen cada central eléctrica:

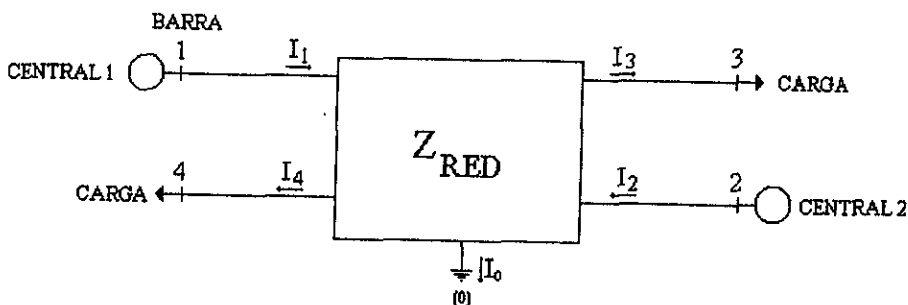


FIG. 5.3. Sistema de potencia de dos centrales eléctricas.



DATOS DE LÍNEAS			
DE BARRA A BARRA	Z SERIE		Y PARALELO
	RESISTENCIA R	REACTANCIA X	SUSCEPTANCIA B
1 - 4	0.00744	0.0372	0.0775
1 - 3	0.01008	0.0504	0.1025
2 - 3	0.00744	0.0372	0.0775
2 - 4	0.01272	0.0636	0.1275

Todos los valores están en por unidad sobre una base de 230 KV y 100 MVA. Se desprecia la conductancia de la línea.

TABLA 5.1. Datos de líneas.

DATOS DE BARRAS						
BARRA	GENERACIÓN			CARGA		OBSERVACIONES
	P <sub>G</sub>	V	∠δ°	P <sub>C</sub>	Q <sub>C</sub>	
1		1.0	0			DE COMPENSACIÓN
2		1.0				DE VOLTAJE CONTROLADO
3				1.20	0.7437	DE CARGA INDUCTIVA
4				1.30	0.8057	DE CARGA INDUCTIVA

Todos los valores están en por unidad sobre una base de 230 KV y 100 MVA.

TABLA 5.2. Datos de barras.

DATOS DE LAS CENTRALES ELÉCTRICAS					
BARRA	CENTRAL	No. DE UNIDADES	FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE LA UNIDAD	CARGA	
				MIN.	MÁX.
1	1	2	$C = 462.775 + 8.975 P + 0.411 P^2$	0	0.8
2	2	2	$C = 250.258 + 18.730 P + 0.124 P^2$	0	1.0

Todos los valores están en por unidad sobre una base de 230 KV y 100 MVA.

TABLA 5.3. Datos de las centrales eléctricas.

Calcular el despacho económico entre las unidades generadoras y la cargabilidad de cada central si se requiere cumplir con una carga total de consumo de 250 MW, repartida en las barras 3 y 4 según la tabla 5.2.

## SOLUCIÓN:

Para el cálculo de despacho económico entre centrales es necesario definir las pérdidas del sistema en función de los coeficientes "B" y aplicar el método de despacho analizado anteriormente.

Para obtener la matriz de coeficientes "B" que definan las pérdidas del sistema se deben calcular, a través de un estudio de flujos de potencia, los voltajes y sus ángulos en cada una de las barras. También se debe obtener la matriz de impedancia de barra del sistema. Para iniciar el estudio de flujos de potencia, es igualmente, necesario conocer la potencia real que suministra a la red la central 2 en la barra 2 de voltaje controlado, para esto es suficientemente válido, realizar un despacho económico entre unidades generadoras sin considerar las pérdidas de transmisión. El valor de generación de la central 2, calculado por despacho económico sin pérdidas, hace posible el cálculo de los voltajes en las barras y la obtención de la matriz de coeficientes "B" válida para el análisis de despacho económico con pérdidas de transmisión.

Al realizar el despacho económico entre las unidades del sistema, sin considerar las pérdidas (capítulo 4), se obtuvieron los siguientes resultados mostrados en la tabla 5.4:

NO. DE CENTRAL	NO. DE UNIDADES GENERADORAS	GENERACIÓN DE CADA UNIDAD POR DESPACHO ECONÓMICO	GENERACIÓN DE LA CENTRAL
1	2	0.380888	0.761776
2	2	0.869112	1.738224

CARGA DEL SISTEMA 2.5

Todos los valores están en por unidad sobre una base de 230 KV y 100 MVA.

TABLA 5.4. Resultados del despacho económico sin pérdidas.

Se utiliza, para el estudio de flujos de potencia, la potencia generada por la central 2 en la barra 2, dado que el único dato en esta barra es el voltaje. A la central 1, en la barra de compensación, se le asignan las pérdidas al término del estudio de flujos de potencia. Se

utilizará el método de Gauss-Seidel para el cálculo de los voltajes de las barras y los flujos de potencia real y reactiva en las ramas de la red, basado en las ecuaciones de barras (o de nodos). Para esto, primeramente, se parte de las impedancias de las ramas de la red para calcular las admitancias propias y mutuas de la matriz de admitancias de barra.

De las impedancias de las ramas, dadas en la tabla 5.1., se pueden calcular las admitancias propias y mutuas mediante la siguiente expresión:

$$\text{Admitancia serie } Y = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = G - jB$$

donde G es la conductancia serie y la B la susceptancia serie, ambas en por unidad.

En la tabla 5.5 se presentan los resultados del cálculo de las admitancias de las ramas.

DE BARRA A BARRA	Z SERIE		Y PARALELO
	G	B	Y/2
1 - 4	5.169561	-25.847809	0.03875
1 - 3	3.815629	-19.078144	0.05125
2 - 3	5.169561	-25.847809	0.03875
2 - 4	3.023705	-15.118528	0.06375

Todos los valores están en por unidad sobre una base de 230 KV y 100 MVA.

TABLA 5.5. Admitancias de ramas.

Cada línea de transmisión se representa con su circuito equivalente  $\pi$  con la mitad de la susceptancia Y en paralelo de línea al neutro en ambos extremos.

Partiendo de estos datos, la matriz de admitancia de barra  $Y = G + jB$  es:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{G}_{\text{barra}} = & \begin{array}{c} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{array} \begin{array}{c} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{array} \begin{array}{c} 8.985190 \\ 0 \\ -3.815629 \\ -5.169561 \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ 8.193268 \\ -5.169561 \\ -3.023706 \end{array} \begin{array}{c} -3.815629 \\ -5.169561 \\ 8.985190 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} -5.169561 \\ -3.023706 \\ 0 \\ 8.193268 \end{array} \\
 \mathbf{B}_{\text{barra}} = j & \begin{array}{c} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{array} \begin{array}{c} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{array} \begin{array}{c} -44.835953 \\ 0 \\ 19.078144 \\ 25.847809 \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ -40.863838 \\ 25.847809 \\ 15.118529 \end{array} \begin{array}{c} 19.078144 \\ 25.847809 \\ -44.835953 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 25.847809 \\ 15.118529 \\ 0 \\ -40.863838 \end{array}
 \end{aligned}$$

**Método iterativo Gauss-Seidel.** La barra 1 se eligió como barra de referencia, en la que se especifica la magnitud y el ángulo de voltaje en por unidad:

$$V_1 = 1.0 + j 0.0$$

El método iterativo se inicia en la barra 2 con un voltaje controlado en módulo igual a:

$$V_2 = 1.0 \angle 8^\circ$$

Los valores iniciales de los voltajes desconocidos en las barras de carga 3 y 4 se estiman, como primera aproximación, iguales a:

$$V_3 = 1.0 + j 0.0$$

$$V_4 = 1.0 + j 0.0$$

Partiendo de los valores supuestos de los 4 voltajes de barra se inicia la primera iteración para calcular el valor corregido del voltaje en la barra 2, mediante la siguiente expresión general.

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[ \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right]$$

donde  $j \neq i$  y  $n$  es el número de barras. Para la barra 2,  $i = 2$ .

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^4 Y_{2j} V_j \right]$$

El valor corregido de voltaje en la barra 2 se utiliza para calcular en forma similar el valor corregido del voltaje en la barra 3. El proceso se repite en cada barra, y así, se completa la primera iteración.

Partiendo de los valores de los  $n$  voltajes obtenidos en la primera iteración, se repite todo el proceso todas las veces que sea necesario, hasta que la diferencia de los voltajes de cada

barra calculados en dos iteraciones sucesivas sea menor que una tolerancia  $\epsilon$  predeterminada.

En la barra 2 en la que se ubica la central 2, donde se conoce la potencia real y el módulo del voltaje, debe calcularse la potencia reactiva mediante la siguiente expresión:

$$Q_i = -\text{Im} \left[ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right]$$

donde Im significa "parte imaginaria de". Para la barra 2 se obtiene:

$$Q_2 = -\text{Im} \left[ V_2^* \sum_{j=1}^4 Y_{2j} V_j \right]$$

En cada iteración, se calcula la potencia reactiva  $Q_2$  mediante la ecuación anterior, partiendo de los valores disponibles de todos los voltajes para encontrar una nueva aproximación del voltaje  $V_2$ .

El estudio de flujos de potencia, para  $\epsilon = 1 \times 10^{-6}$ , finalizó con los siguientes resultados mostrados en la tabla 5.6:

BARRA	GENERACIÓN		CARGA		VOLTAJE	
	$P_G$	$Q_G$	$P_C$	$Q_C$	V	$\angle \delta^\circ$
1	0.784051	0.792283	.	.	1.0	0
2	1.738223	0.491814	.	.	1.0	1.584674
3	.	.	1.2	0.743693	0.980040	-0.425546
4	.	.	1.3	0.805668	0.976250	-1.011276
TOTAL:	2.522274	1.284097	2.5	1.549361	PERDIDA: 0.022274	

Todos los valores están en por unidad sobre una base de 230 KV y 100 MVA.

Tabla 5.6 Resultados del estudio de flujos de potencia.

A continuación, se obtiene la matriz de impedancias de barra por inversión de la matriz de admitancias de barra utilizando el método de Gauss-Jordan.

$$\mathbf{R}_{\text{barra}} = \begin{array}{c} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{array} \left| \begin{array}{cccc} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ 2.923162 & -1.775440 & -0.783842 & -0.061007 \\ -1.775440 & 2.944128 & -0.061007 & -1.289745 \\ -0.783842 & -0.061007 & 2.923162 & -1.775440 \\ -0.061007 & -1.289745 & -1.775440 & 2.944128 \end{array} \right| \times 10^{-3}$$

$$\mathbf{X}_{\text{barra}} = \mathbf{j} \begin{array}{c} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{array} \left| \begin{array}{cccc} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ -2.582886 & -2.606323 & -2.601381 & -2.597785 \\ -2.606323 & -2.582785 & -2.597785 & -2.603900 \\ -2.601381 & -2.597785 & -2.582886 & -2.606323 \\ -2.597785 & -2.603900 & -2.606323 & -2.582785 \end{array} \right|$$

### Aplicación del Método de Coeficientes “B” para el cálculo de las pérdidas:

De los resultados del flujo de potencia, las corrientes de carga son:

$$I_3 = (P_3 - jQ_3) / V_3^* = (-1.2 + j 0.743693) / 0.980040 \angle 0.4255461^\circ = 1.440518 \angle 147.7861^\circ$$

$$I_4 = (P_4 - jQ_4) / V_4^* = (-1.3 + j 0.805668) / 0.976250 \angle 1.011276^\circ = 1.566618 \angle 147.2004^\circ$$

Nota: Convencionalmente, se consideran las salidas de potencia de la red como negativas.

Los parámetros  $d_i$  fracciones de carga, son:

$$d_3 = I_3 / (I_3 + I_4) = 0.479033 + j 0.002551$$

$$d_4 = I_4 / (I_3 + I_4) = 0.520967 - j 0.002551$$

A partir de  $d_3$ ,  $d_4$  y de los elementos de la fila 1 de la matriz de impedancia, se calculan las cantidades  $t_1$  y  $t_2$  en la forma:

$$t_1 = Z_{11} / (d_3 Z_{13} + d_4 Z_{14}) = 0.993605 + j 0.001277$$

$$t_2 = Z_{12} / (d_3 Z_{13} + d_4 Z_{14}) = 1.002621 - j 0.000529$$

Con base en los resultados anteriores se calculan los términos  $-d_3 t_1$ ,  $-d_3 t_2$ ,  $-d_4 t_1$ , y  $-d_4 t_2$  para obtener la matriz de transformación 1 de corrientes  $C_1$ :

$$-d_3 t_1 = -0.475966 - j 0.003147$$

$$-d_3 t_2 = -0.480290 - j 0.002304$$

$$-d_4 t_1 = -0.517639 + j 0.001870$$

$$-d_4 t_2 = -0.522332 + j 0.002834$$

$$C_1 = \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{0} \\ \textcircled{1} & 1 & & \\ \textcircled{2} & & 1 & \\ \textcircled{3} & -0.475966 - j 0.003147 & -0.480290 - j 0.002304 & -0.475966 - j 0.003147 \\ \textcircled{4} & -0.517639 + j 0.001870 & -0.522332 + j 0.002834 & -0.517639 + j 0.001870 \end{matrix}$$

Entonces se encuentra el producto  $C_1^T R_{\text{barra}} C_1^*$  es:

$$C_1^T R_{\text{barra}} C_1^* = \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{0} \\ \textcircled{1} & 4.308770 + j 0.0 & -0.088946 - j 0.002799 & 0.980935 - j 0.002352 \\ \textcircled{2} & -0.088946 + j 0.002799 & 4.936868 + j 0.0 & 1.278176 + j 0.001165 \\ \textcircled{0} & 0.980935 + j 0.002352 & 1.278176 - j 0.001165 & 0.576288 + j 0.0 \end{matrix} \times 10^{-3}$$

Por medio de los resultados del flujo de potencia, se obtiene la matriz de transformación 2 de corrientes  $C_2$  a través del cálculo de los parámetros  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y la corriente sin carga  $I_{00}$  en por unidad:

$$\alpha_1 = (1 - j \varphi_1) / V_1^* = (1 - j (0.792283 / 0.784051)) / 1.0 \angle 0^\circ = 1 - j 1.0105$$

$$\alpha_2 = (1 - j \varphi_2) / V_2^* = (1 - j (0.491814 / 1.738223)) / 1.0 \angle -1.584674^\circ = 1.007442 - j 0.255178$$

$$I_{00} = -V_1 / Z_{11} = -(1.0 + j 0.0) / (2.923162 \times 10^{-3} - j 2.582886) = -0.000438 - j 0.387163$$

$$C_2 = \begin{matrix} \alpha_1 & . & . \\ . & \alpha_2 & . \\ . & . & I_{00} \end{matrix} = \begin{matrix} 1 - j 1.0105 & . & . \\ . & 1.007442 - j 0.255178 & . \\ . & . & -0.000438 - j 0.387163 \end{matrix}$$

Con estos resultados se define la matriz hermitiana  $M$  como:

$$M = C_2^T C_1^T R_{\text{barra}} C_1^* C_2^*$$

$$M = \begin{matrix} 8.708497 + j 0.0 & -0.114678 + j 0.064310 & 0.384262 + j 0.379307 \\ -0.114678 - j 0.064310 & 5.332092 + j 0.0 & 0.125259 + j 0.498803 \\ 0.384262 - j 0.379307 & 0.125259 - j 0.498803 & 0.086383 + j 0.0 \end{matrix} \times 10^{-3}$$

Sólo la parte real de los elementos respectivos de  $M$  forman la matriz de los coeficientes "B" de pérdida en por unidad.

$$\begin{matrix} B_{11} & B_{12} & B_{10}/2 \\ B_{21} & B_{22} & B_{20}/2 \\ B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{00} \end{matrix} = \begin{matrix} 8.708497 & -0.114678 & 0.384262 \\ -0.114678 & 5.332092 & 0.125259 \\ 0.384262 & 0.125259 & 0.086383 \end{matrix} \times 10^{-3}$$

De la cual se calcula la pérdida de potencia en función de las generaciones de las centrales:

$$P_L = \begin{vmatrix} P_{G1} & P_{G2} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{10}/2 \\ B_{21} & B_{22} & B_{20}/2 \\ B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{00} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$P_L = \begin{vmatrix} 0.784051 & 1.738223 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 8.708497 & -0.114678 & 0.384262 \\ -0.114678 & 5.332092 & 0.125259 \\ 0.384262 & 0.125259 & 0.086383 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0.784051 \\ 1.738223 \\ 1 \end{vmatrix} \times 10^{-3}$$

$$P_L = 0.022275 \text{ por unidad}$$

Para obtener las pérdidas de transmisión en función de las potencias de las unidades generadoras, es necesario extender la matriz de coeficientes "B" incluyendo dos renglones y dos columnas más para igualar el número de coeficientes con el número de unidades. Las unidades de una misma central deberán tener coeficientes idénticos.

$$\begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{0} & \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ \textcircled{1} & B_{11} & B_{12} & B_{10}/2 & B_{11} & B_{12} \\ \textcircled{2} & B_{21} & B_{22} & B_{20}/2 & B_{21} & B_{22} \\ \textcircled{0} & B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{00} & B_{10}/2 & B_{20}/2 \\ \textcircled{1} & B_{11} & B_{12} & B_{10}/2 & B_{11} & B_{12} \\ \textcircled{2} & B_{21} & B_{22} & B_{20}/2 & B_{21} & B_{22} \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{0} & \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ \textcircled{1} & 8.708497 & -0.114678 & 0.384262 & 8.708497 & -0.114678 \\ \textcircled{2} & -0.114678 & 5.332092 & 0.125259 & -0.114678 & 5.332092 \\ \textcircled{0} & 0.384262 & 0.125259 & 0.086383 & 0.384262 & 0.125259 \\ \textcircled{1} & 8.708497 & -0.114678 & 0.384262 & 8.708497 & -0.114678 \\ \textcircled{2} & -0.114678 & 5.332092 & 0.125259 & -0.114678 & 5.332092 \end{matrix} \times 10^{-3}$$

Las barras con el número ① que corresponden a las dos unidades generadoras de la central 1, tienen idénticos elementos en renglones y columnas. Lo mismo sucede para las barras con número ② de las unidades de la central 2. En la matriz de coeficientes "B" extendida, las pérdidas se calculan a partir de las generaciones individuales de cada unidad. Por tanto, los vectores de



potencias de generación se extienden en  $P_{11}$  y  $P_{12}$ , para las dos unidades de la central 1 y  $P_{21}$  y  $P_{22}$  para las dos unidades de la central 2.

$$P_L = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{21} & 1 & P_{12} & P_{22} \end{pmatrix} \begin{array}{ccc|ccc} 8.708497 & -0.114678 & 0.384262 & 8.708497 & -0.114678 & P_{11} \\ -0.114678 & 5.332092 & 0.125259 & -0.114678 & 5.332092 & P_{21} \\ \hline 0.384262 & 0.125259 & 0.086383 & 0.384262 & 0.125259 & 1 \\ 8.708497 & -0.114678 & 0.384262 & 8.708497 & -0.114678 & P_{12} \\ -0.114678 & 5.332092 & 0.125259 & -0.114678 & 5.332092 & P_{22} \end{array} \times 10^{-3}$$

Donde:

$P_{11} = 0.392026$	Unidades generadoras de la central 1
$P_{12} = 0.392026$	
$P_{21} = 0.869112$	Unidades generadoras de la central 2
$P_{22} = 0.869112$	

$$P_L = 0.022275 \text{ por unidad}$$

Esta es la pérdida por transmisión del sistema para las condiciones de operación de la tabla 5.6. Se esperaba que el resultado anterior de pérdida de potencia calculado por coeficientes “B” fuera igual a las pérdidas calculas por el estudio de flujos de potencia, debido a que se utilizaron las mismas condiciones de operación del sistema para ambos métodos. Existen pequeños errores al utilizar los coeficientes “B” del ejemplo anterior para calcular las pérdidas del sistema para niveles de carga diferentes. En la práctica, se recalculan los coeficientes de pérdida y se actualizan sobre una base periódica mediante los datos adquiridos del sistema de potencia física.

La matriz de coeficientes “B” obtenida se utiliza en un proceso iterativo de despacho económico para volver a calcular las potencias de salida de las unidades generadoras de cada central, y así, obtener nuevas condiciones de operación que minimicen el costo de generación total del sistema.

El proceso iterativo que permita calcular la cargabilidad de cada central eléctrica y por tanto de cada unidad generadora, es.

1.- Nivel de carga del sistema: Carga total = 2.5 en por unidad.

2.- Valor inicial del costo incremental de generación:  $\lambda^{(1)} = 40.28398$  del despacho económico sin pérdidas.

3.- Con base en valor inicial de  $\lambda^{(1)}$ , se calculan las salidas de las unidades generadoras  $P_{11}$ ,

$P_{12}$ ,  $P_{21}$  y  $P_{22}$  de la ecuación:

$$\begin{pmatrix} 82.2/\lambda + 2B_{11} \times 10^{-3} & -2B_{12} \times 10^{-3} & -2B_{11} \times 10^{-3} & -2B_{12} \times 10^{-3} \\ -2B_{21} \times 10^{-3} & 24.8/\lambda + 2B_{22} \times 10^{-3} & -2B_{21} \times 10^{-3} & -2B_{22} \times 10^{-3} \\ -2B_{11} \times 10^{-3} & -2B_{12} \times 10^{-3} & 82.2/\lambda + 2B_{11} & -2B_{12} \times 10^{-3} \\ -2B_{21} \times 10^{-3} & -2B_{22} \times 10^{-3} & -2B_{21} \times 10^{-3} & 24.8/\lambda + 2B_{22} \times 10^{-3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{11} \\ P_{21} \\ P_{12} \\ P_{22} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1-2B_{10} \times 10^{-3} - 8.975/\lambda \\ 1-2B_{20} \times 10^{-3} - 18.73/\lambda \\ 1-2B_{10} \times 10^{-3} - 8.975/\lambda \\ 1-2B_{20} \times 10^{-3} - 18.73/\lambda \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2.057930 & -0.000229 & 0.017416 & -0.000229 \\ -0.000229 & 0.626293 & -0.000229 & 0.010664 \\ 0.017416 & -0.000229 & 2.057930 & -0.000229 \\ -0.000229 & 0.010664 & -0.000229 & 0.626293 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{11} \\ P_{21} \\ P_{12} \\ P_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.775670 \\ 0.534550 \\ 0.775670 \\ 0.534550 \end{pmatrix}$$

Observe que el valor de la derivada del tercer término de la función de transferencia  $d(b_2 P_i^2)/dP_i$  de una unidad se usa en por unidad en este cálculo, porque todas las otras cantidades están en por unidad. Para resolver esta ecuación se utiliza el método de Gauss-Jordan obteniendo los siguientes resultados de  $P_{11}$ ,  $P_{12}$ ,  $P_{21}$  y  $P_{22}$  de la primera iteración:

$$P_{11}^{(1)} = 0.373940$$

$$P_{12}^{(1)} = 0.373940$$

$$P_{21}^{(1)} = 0.839493$$

$$P_{22}^{(1)} = 0.839493$$

4 - A partir de los resultados anteriores y de los valores de los coeficientes B dados, la pérdida de potencia del sistema se calcula de la siguiente manera:

$$P_L = P_{11}^2 B_{11} + 2P_{11} P_{12} B_{12} + 2P_{11} P_{21} B_{11} + 2P_{11} P_{22} B_{21} + P_{12}^2 B_{22} + 2P_{12} P_{21} B_{21} + \\ 2P_{22} P_{12} B_{22} + P_{21}^2 B_{11} + 2P_{22} P_{21} B_{12} + P_{22}^2 B_{22} + P_{11} B_{10} + P_{12} B_{20} + P_{21} B_{10} + \\ P_{22} B_{20} + B_{00}$$

Dado que las unidades generadoras de una central tienen características similares, es decir, la misma función de transferencia, la ecuación anterior se puede reducir en la forma:

$$P_L = 4P_{11}^2 B_{11} + 4P_{22}^2 B_{22} + 8P_{11} P_{22} B_{12} + 2P_{11} B_{10} + 2P_{22} B_{20} + B_{00}$$

$$P_L = 4(0.373940)^2 B_{11} + 4(0.839493)^2 B_{22} + 8(0.373940)(0.839493) B_{12} + 2(0.373940) B_{10} + \\ 2(0.839493) B_{20} + B_{00}$$

$$P_L = 0.020696$$

5.- Verificando el balance de potencia para una Carga total = 2.5 por unidad, se encuentra:

$$\text{Carga total} + P_L - (P_{11} + P_{12} + P_{21} + P_{22}) = 2.520696 - 2.426865 = 9.383069 \times 10^{-2}$$

que excede a  $\varepsilon = 10^{-6}$  y, por tanto, se debe dar un nuevo valor de  $\lambda$ . El cambio incremental en  $\lambda$  se calcula a partir de:

$$\Delta\lambda^{(1)} = (\lambda^{(1)} - \lambda^{(0)}) \left[ \frac{\text{Carga total} + P_L^{(1)} - (P_{11}^{(1)} + P_{12}^{(1)} + P_{21}^{(1)} + P_{22}^{(1)})}{(P_{11}^{(1)} + P_{12}^{(1)} + P_{21}^{(1)} + P_{22}^{(1)}) - (P_{11}^{(0)} + P_{12}^{(0)} + P_{21}^{(0)} + P_{22}^{(0)})} \right]$$

Como esta es la primera iteración,  $\lambda^{(0)}$  y  $P_{11}^{(0)} + P_{12}^{(0)} + P_{21}^{(0)} + P_{22}^{(0)}$  son iguales a cero, lo que da:

$$\Delta\lambda^{(1)} = (40.28398 - 0) \left[ \frac{0.093831}{2.426865 - 0} \right] = 1.557513$$

y la  $\lambda$  actualizada es entonces,

$$\lambda^{(2)} = (\lambda^{(1)} + \Delta\lambda^{(0)}) = 40.28398 + 1.557513 = 41.8415$$

6 - Ahora, hay que regresar al punto 3 y repetir los cálculos anteriores usando  $\lambda^{(2)}$  para la segunda iteración y así sucesivamente.

La solución convergente final para la  $\lambda$  del sistema y para la cargabilidad económica de las cuatro unidades generadoras es:

$$\lambda = 41.23808 \text{ \$/MW-hr}$$

$$P_{11} = 38.5194 \text{ MW}$$

$$P_{12} = 38.5194 \text{ MW}$$

$$P_{21} = 87.5977 \text{ MW}$$

$$P_{22} = 87.5977 \text{ MW}$$

La cargabilidad económica de las centrales es:

$$\text{Central 1} = P_{11} + P_{12} = 38.5194 + 38.5194 = 77.0388 \text{ MW}$$

$$\text{Central 2} = P_{21} + P_{22} = 87.5977 + 87.5977 = 175.1954 \text{ MW}$$

Con el fin de ejemplificar se utilizó un criterio de convergencia de  $\varepsilon = 10^{-6}$ , pero esa exactitud no se garantiza en la práctica.

La pérdida de transmisión calculada a partir de los valores encontrados de  $P_{11}$ ,  $P_{12}$ ,  $P_{21}$  y  $P_{22}$  es de  $P_L = 2.234226 \text{ MW}$  en el punto 4 de la iteración final, por lo que la generación total de las cuatro unidades es de  $252.234226 \text{ MW}$  para las cargas y pérdidas.

Las pérdidas incrementales de las unidades generadoras son:

$$\text{Central 1} \quad \frac{\delta P_L}{\delta P_{11}} = \frac{\delta P_L}{\delta P_{12}} = 2(P_{11} B_{11} + P_{21} B_{21} + P_{12} B_{11} + P_{22} B_{21} + B_{10}/2)$$

$$\text{Central 1} \quad \frac{\delta P_L}{\delta P_{11}} = \frac{\delta P_L}{\delta P_{12}} = 0.013785$$

$$\text{Central 2 } \frac{\delta P_L}{\delta P_{21}} = \frac{\delta P_L}{\delta P_{22}} = 2(P_{22} B_{22} + P_{11} B_{21} + P_{21} B_{22} + P_{12} B_{21} + B_{20}/2)$$

$$\text{Central 2 } \frac{\delta P_L}{\delta P_{21}} = \frac{\delta P_L}{\delta P_{22}} = 0.018757$$

Y así los factores de penalización están dados por

$$\text{Central 1 } L_{11} = L_{12} = \frac{1}{1 - \delta P_L / \delta P_{11}} = 1.013978$$

$$\text{Central 2 } L_{21} = L_{22} = \frac{1}{1 - \delta P_L / \delta P_{22}} = 1.019116$$

Los costos incrementales de generación en las barras de cada unidad generadora se calculan como:

$$\text{Central 1 } \frac{dC_{11}}{dP_{11}} = \frac{dC_{12}}{dP_{12}} = b_1 + 2b_2 P = 8.975 + 0.822 (38.5194) = 40.637947 \text{ \$/MW-hr}$$

$$\text{Central 2 } \frac{dC_{21}}{dP_{21}} = \frac{dC_{22}}{dP_{22}} = b_1 + 2b_2 P = 18.730 + 0.248 (87.5977) = 40.454230 \text{ \$/MW-hr}$$

Obsérvese, que en el ejemplo la central 2 tiene el costo incremental de generación más bajo en su barra y absorbe la carga más grande de los 250 MW. Se puede confirmar que el costo incremental efectivo del suministro a la carga (frecuentemente llamado costo incremental de la potencia suministrada), concuerda con los cálculos de:

$$\lambda = L_{11} \frac{dC_{11}}{dP_{11}} = L_{12} \frac{dC_{12}}{dP_{12}} = L_{21} \frac{dC_{21}}{dP_{21}} = L_{22} \frac{dC_{22}}{dP_{22}} = 41.23808 \text{ \$/MW-hr}$$

Nota: Las pequeñas diferencias que existan en la igualdad anterior son originadas por el redondeo en el excesivo número de cálculos.

En resumen: Si no existe una base periódica de datos del sistema de las condiciones de operación para el nivel de carga en cuestión, la solución al problema se inicia con un análisis de despacho económico sin pérdidas por transmisión para obtener una primera aproximación de los valores de generación de las unidades generadoras en las centrales

eléctricas. Manteniendo fija la generación de una central, es decir, de sus dos unidades y asignando las pérdidas del sistema a la otra, se continúa con un estudio de flujos de potencia que permitirá calcular las condiciones de operación del sistema. Las condiciones de operación del sistema obtenidas por el método de Gauss-Seidel a través del flujo de potencia se muestran en la Tabla 5.6. Dadas estas condiciones de operación se calcula la matriz de coeficientes "B", para posteriormente, recalculer los valores de generación por despacho económico de las unidades generadoras, centrales eléctricas y pérdidas por transmisión del sistema.

En la tabla 5.7 se muestran las condiciones de operación que se obtuvieron a través del análisis de flujos de potencia y por despacho económico con pérdidas.

Distribución de carga	Generación MW			Pérdidas del sistema MW	Costo de Generación \$/hr		
	Central 1	Central 2	Total del sistema		Central 1	Central 2	Total del sistema
Flujos de Potencia	0.784051	1.738223	2.522274	0.022275	2892.518	5629.487	8522.006
Coefficientes "B"	0.770388	1.751954	2.522342	0.022342	2836.611	5684.918	8521.529

Tabla 5.7 Comparación de los costos de generación para condiciones de operación diferentes del sistema.

Es importante, hacer la comparación de los costos de generación de las centrales eléctricas y los costos totales de generación del sistema para las reparticiones de carga que se muestra en la tabla 5.7. Obsérvese en la misma tabla, que las pérdidas de transmisión a pesar de ser mayores para la distribución de carga por despacho económico el costo total de generación es menor que el costo que se obtiene de la distribución de carga por flujo de potencia con pérdidas de transmisión menores. Esto demuestra la importancia de despachar económicamente la carga entre las centrales del sistema.

## **CAPITULO 6**

### **CENACE**

### **CENTRO NACIONAL DE CONTROL DE ENERGÍA**

En México los principales energéticos que contribuyen en gran escala a la economía nacional son el petróleo y la electricidad, y son conducidos por las empresas públicas más importantes del país, Petróleos Mexicanos (PEMEX) y Comisión Federal de Electricidad (CFE).

En el caso particular de CFE y derivado de la nacionalización de la industria eléctrica en 1960, de la necesidad de aprovechar los recursos hidroeléctricos del país localizados a grandes distancias de los centros de consumo, la unificación de frecuencias y la interconexión de los sistemas, se hizo necesario crear una entidad encargada de la operación, control y coordinación de los incipientes sistemas eléctricos de ese entonces. Es así, que hace 35 años se creó la Oficina de Operación Nacional de Sistemas y las Oficinas de Operación Sistema en varias partes del país, que es el antecedente de lo que hoy conocemos como Centro Nacional de Control de Energía (CENACE).

La forma en que los fundadores de esta entidad lograron vislumbrar el futuro es impresionante, se anticiparon a su época y sentaron las bases de una forma superior de control de un sistema eléctrico; así por ejemplo, vemos como en la actualidad las empresas eléctricas americanas convergen lentamente hacia este modelo. Los fundadores del CENACE fueron capaces de dominar la técnica de su tiempo, de capacitar y orientar los recursos humanos y obtener los recursos técnicos y financieros para lograr su objetivo.

El CENACE es un organismo creado por la CFE con la misión de:

Administrar la operación y el control del Sistema Eléctrico Nacional, el despacho económico de energía, las transacciones con las unidades de negocios de CFE y con permisionarios externos, el acceso a la red de

transmisión eléctrica y los servicios de información, investigación y desarrollo; para lograr la mejora permanente de la continuidad, seguridad, calidad y economía del servicio público de energía eléctrica.

Los objetivos básicos del CENACE son:

- Mantener la continuidad en el suministro.
- Calidad en el servicio.
- Seguridad en la Operación.
- Economía global.

Respetando siempre las restricciones ambientales.

La **continuidad** consiste en la acción de suministrar ininterrumpidamente el servicio de energía eléctrica a los usuarios de acuerdo con la normatividad y reglamentos vigentes aplicables.

La **calidad** implica mantener el suministro de energía eléctrica dentro de los estándares internacionales en los valores de voltaje y frecuencia.

La **seguridad** obliga a mantener las condiciones del Sistema Eléctrico de Potencia dentro de los márgenes operativos que eviten o minimicen la ocurrencia de disturbios.

La **economía** implica satisfacer en todo momento la demanda de energía eléctrica al más bajo costo de producción global en base, a las disponibilidades de unidades generadoras, disponibilidad de energéticos primarios, escurrimientos hidráulicos y restricciones en la red de transmisión.

La estructura orgánica actual del CENACE se observa en la tabla 6.1 y consta de cuatro niveles jerárquicos, cada uno con funciones específicas que debe llevar a cabo, siempre en



forma coordinada; los tres primeros dependientes de la Subdirección de Transmisión, Transformación y Control (STTyC), y el cuarto dependiente de la Subdirección de Distribución.

Nivel	Centro de Operación	Autoridad y Responsabilidad	Subdirección
1°	CENAL	Sistema Eléctrico Nacional	STTyC
2°	Áreas de Control	Instalaciones en la Áreas de Control	
3°	Subáreas de Control	Instalaciones en las Subáreas de Control	
4°	Módulos de Operación	Instalaciones de: - Centros de Distribución - Módulos de Control	Distribución

Tabla 6.1 Estructura orgánica del CENACE.

El Primer nivel jerárquico está constituido por un Centro Nacional (CENAL), que planea, coordina y supervisa la generación de energía y la seguridad de la red troncal nacional. La seguridad, la calidad de la frecuencia y la programación económica de unidades generadoras del Sistema Eléctrico Nacional (SEN) son los objetivos básicos atendidos en este nivel. El CENAL tiene autoridad técnica y administrativa sobre los subsecuentes niveles.

El Segundo nivel lo constituyen ocho áreas de control, en que se ha dividido el SEN, para su mejor coordinación y administración. En la figura 6.1 se muestran las áreas de control y a cada una de ellas les corresponde supervisar la generación y mantener la seguridad, la continuidad y la calidad en la red de transmisión y subtransmisión, en un ámbito geográfico determinado.

El Tercer nivel lo conforman 25 subáreas de control, que atienden la calidad del voltaje y la continuidad del servicio, operando y supervisando la red eléctrica de subtransmisión que está bajo su responsabilidad

## Áreas de Control del CENACE

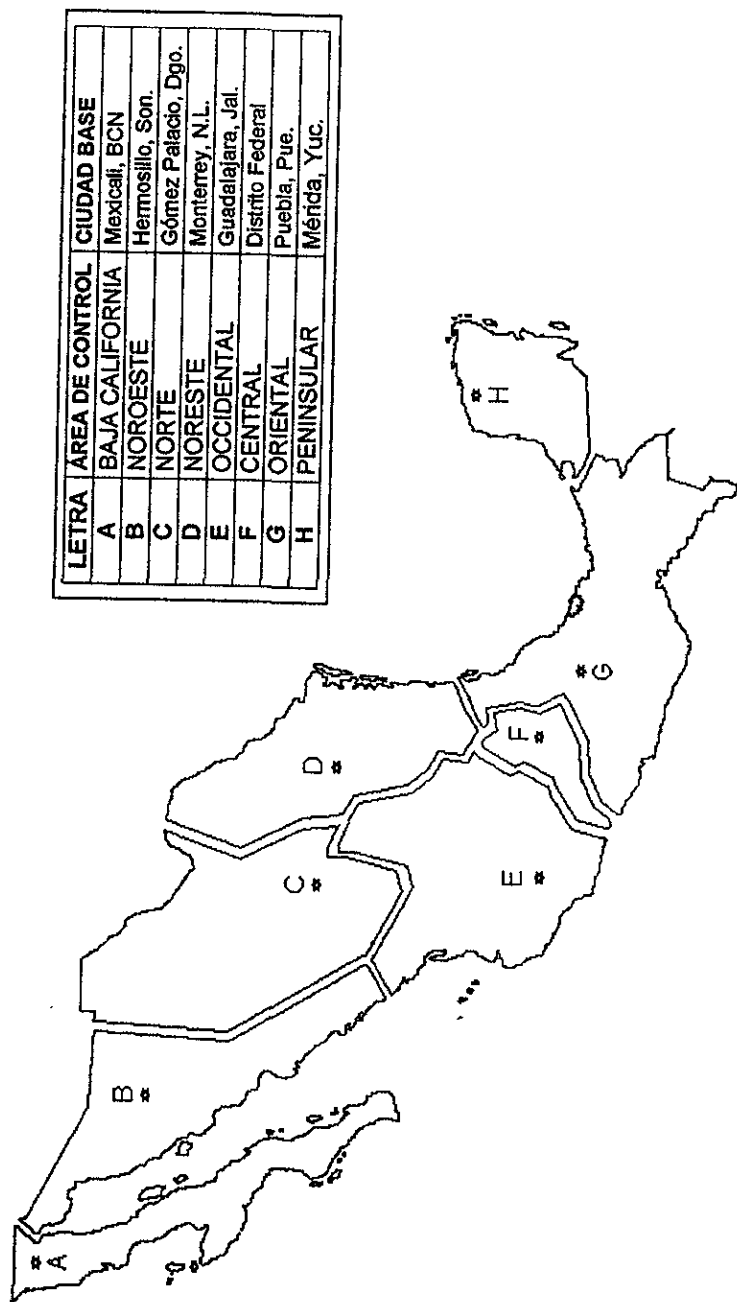


FIG. 6.1. Áreas de Control en que está dividido el Sistema Eléctrico Nacional.

El Cuarto nivel está constituido por las subestaciones de potencia, centrales eléctricas, generadores independientes, módulos de distribución, en general toda la infraestructura y mecanismos que se relacionan directamente con la continuidad, seguridad y calidad del suministro de energía eléctrica.

En la figura 6.2 se observa el flujo de información entre los diferentes niveles jerárquicos que constituyen el CENACE:

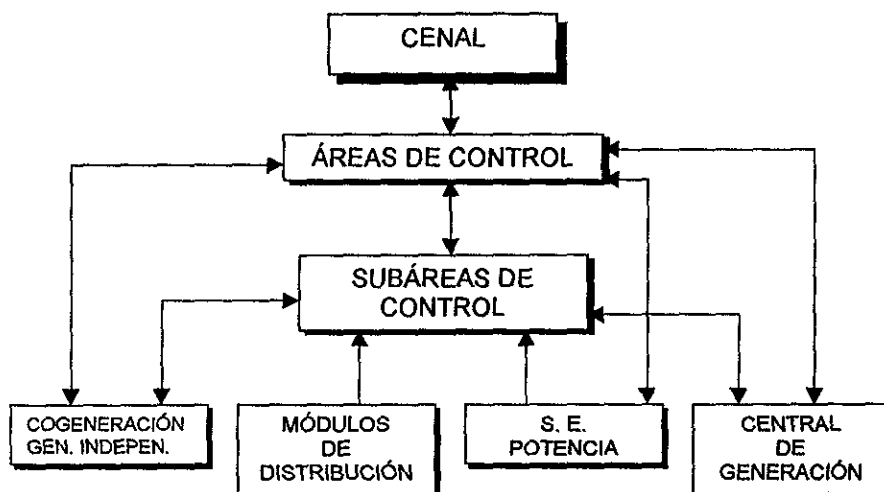


FIG. 6.2. Flujo de Información del CENACE.

### Sistemas de Información y Administración de la Energía

La operación de un sistema eléctrico de potencia requiere de sistemas de información y control y demás herramientas de estudio que permitan optimizar cada uno de los procesos del control. El CENACE cuenta con sofisticados sistemas de cómputo que sirven para la realización de las tareas que tiene encomendadas. Entre estos sistemas se desatacan:

- *Sistema Integral de Planeación de la Operación a Mediano Plazo (SIPO).*

Este sistema se encarga de planificar la operación del SEN en el mediano plazo (horizontes de 1 a 2 años), con el objetivo de minimizar el costo global de operación.

Los resultados que se obtienen son: Necesidades energéticas por tipos de combustibles (agua, combustóleo, gas, carbón, diesel, etc.), estrategias de operación de grandes centrales hidroeléctricas e información del mantenimiento de unidades generadoras.

Este sistema se encuentra en explotación desde principios de la década de los 80.

- *Sistema de planeación de la Operación en el Corto Plazo-Coordiación Hidrotérmica (CHT).*

El sistema entró en operación en 1992, y realiza la función de obtener el plan óptimo de operación a corto plazo (horizontes de 1 a 7 días), minimizando los costos globales por consumo de combustibles, restricciones ambientales y de red, pronósticos de demanda, curvas de régimen térmico, etc. Los programas de análisis corren en estaciones de trabajo ALFA, conectadas en red e interconectadas a la red de SIPAAE. Entre los principales resultados se tienen: La asignación de unidades, predespacho horario de generación, necesidades energéticas a corto plazo, costos marginales regionales y nodales y costos de producción.

- *Sistema de Información y Control en Tiempo Real (SICTRE).*

El Sistema de Información en Tiempo Real (SICTRE) es un sistema que auxilia a los operadores de subáreas y áreas de control, y a los supervisores del CENAL en la toma de decisiones durante la operación el SEN. Este sistema se encuentra en servicio desde 1984 y sus alcances y funcionalidad fueron especificadas por ingenieros del CENACE a

finés de los años 70, actualmente se encuentra en una etapa de actualización tecnológica tanto en "hardware" como "software".

Dentro de su contenido destacan entre otros: la Adquisición Automática de Datos (SCADA), el Sistema de Análisis de Seguridad, el Despacho Económico Restringido, el Control Automático de Generación, el Monitor de Reserva, la Programación y Control de Intercambios de Energía, el Sistema Generador de Reportes, el Cálculo de Costos de Producción y el Sistema de Administración de Energía.

- *Sistema de Análisis de la Confiabilidad (SAC).*

Se encuentra en servicio desde mediados de 1995. Permite medir la confiabilidad del sistema a través de indicadores de comportamiento del sistema de potencia, como son: disponibilidad promedio de unidades generadoras, comportamiento de reservas rodantes, etc. También tiene la capacidad de determinar el costo marginal esperado dado que considera el tiempo de duración de falla y tiempo entre fallas para cada elemento del sistema de potencia (generador, línea de transmisión y transformador).

- *Sistema de Información para la Administración, Análisis y Estudios (SIPAAE).*

El Sistema de Información para la Administración, Análisis y Estudios (SIPAAE), en el que se integran las funciones sustantivas que el personal de operación tiene encomendadas; entre las que figuran: Relatorio, Licencias, Hojas de Producción, Consumo de Combustibles, Demandas y en sí, todos los resultados de la operación diaria del SEN, para su explotación estadística. Este sistema se implantó en 1993 en estaciones de trabajo conectadas en redes locales ethernet (LAN) y nacionales (WAN).

- *Sistema Interactivo de Sistemas de Potencia (SISP).*

El Simulador Interactivo de Sistemas de Potencia (SISP), diseñado totalmente por ingenieros del grupo de investigación y desarrollo de CENACE, consiste de una serie

de programas interactivos de computadora para análisis de seguridad. Este sistema permite el cálculo de parámetros de líneas de transmisión, análisis de flujos de carga, análisis de fallas para determinar niveles de corto circuito, estabilidad transitoria y estabilidad dinámica, con dependencia del tiempo y la frecuencia. Se encuentra en servicio desde principios de los 80 y actualmente se tiene instalado en computadoras personales.

- *Simulador para Entrenamiento de Operadores (SENOP).*

El Simulador para Entrenamiento de Operadores (SENOP), es una herramienta que permite capacitar y adiestrar en la operación diaria a los supervisores del CENAL, a los operadores de subáreas y áreas de control. El simulador proporciona un ambiente similar al del SEN y en él se pueden simular desde condiciones de rutina en estado estable hasta condiciones de emergencia de una manera controlada. El SENOP se encuentra en explotación desde fines de 1994 en cuatro áreas de control y desde mediados de 1995 en el CENAL.

- *Sistema de Análisis y Control de Indicadores de Gestión.*

El Sistema de Análisis y Control de Indicadores de Gestión data de 1993 y permite medir la gestión operativa del CENACE a través de indicadores de gestión, que muestran el grado de cumplimiento de los objetivos estratégicos del CENACE; de esta manera se cuenta con indicadores que miden la seguridad en la operación, la continuidad en el suministro de energía, la calidad en el servicio y la economía en la operación.

- *Sistema de Medición y Comunicación para Transmisión de Datos.*

Su finalidad es medir los intercambios entre los procesos de generación, transmisión y

distribución, los intercambios entre áreas y subáreas de control, así como la generación bruta y neta de CFE y productores independientes.

En la figura 6.3 se muestra el proceso de producción económica según los sistemas de control de energía en el CENACE:

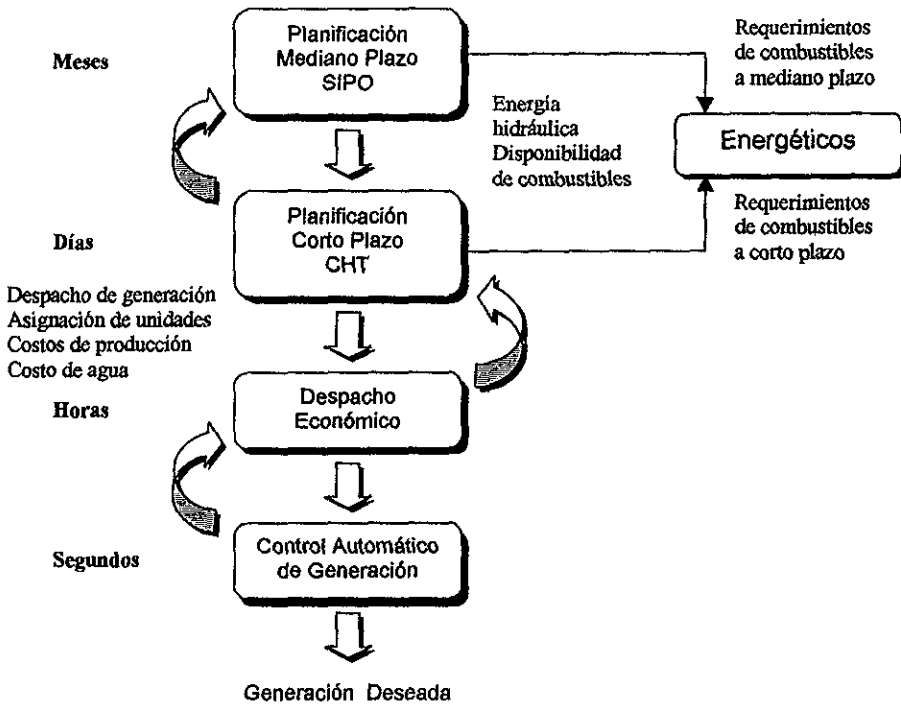


FIG. 6.3. Proceso de producción económica.

## SISTEMA ELÉCTRICO NACIONAL (SEN)

Los principales centros de consumo se localizan en la parte central del país, destacando las ciudades de México, Monterrey, Guadalajara, Veracruz, Puebla y Tijuana.

En la ciudad de México y zona conurbada se concentra cerca del 25% de la demanda total del país. En la figura 6.4 se muestran los centros más importantes de consumo de energía del país.

En el SEN la demanda de energía es dinámica, cambia a cada instante en forma horaria, diaria, semanal y estacionalmente. Dado que la demanda cambia a cada instante es necesario variar continuamente la energía que producen las unidades generadoras, controlando las características de voltaje y frecuencia, además de conservar los límites de operación de cada uno de los elementos del sistema (generadores, transformadores, líneas, etc.) vigilando que se cumplan los objetivos básicos de la operación.

Para la producción de energía eléctrica se aprovechan las fuentes primarias de energía o naturales de energía de que se dispone (hidrocarburos, agua, carbón, nuclear, geotérmica y vientos), coordinando su operación para la producción del KWh al más bajo costo. En México la mayor cantidad de energía eléctrica que se consume es producida en Centrales Termoeléctricas que queman hidrocarburos, como el combustóleo; en la tabla 6.2 y la figura 6.5 se muestra la proporciones en la producción de energía eléctrica de las principales centrales del Sistema Eléctrico Nacional.

Debido a la gran distancia entre los centros de generación y los centros de consumo, es necesario contar con una red de transmisión que nos permita enlazarlos y a la vez dar flexibilidad de asignar la generación más conveniente para satisfacer la demanda. En la tabla 6.3 se muestran las características de las líneas de transmisión que integran el SEN.

El SEN está conformado por la red troncal del Sistema Interconectado (SI), que integra a las áreas de control Central (CEL), Oriental (ORI), Occidental (OCC), Norte (NTE), Noreste (NES) y Peninsular (PEN); el Sistema del Área Noroeste (NOR) opera generalmente en forma aislada y solo se interconecta en forma esporádica con el resto del



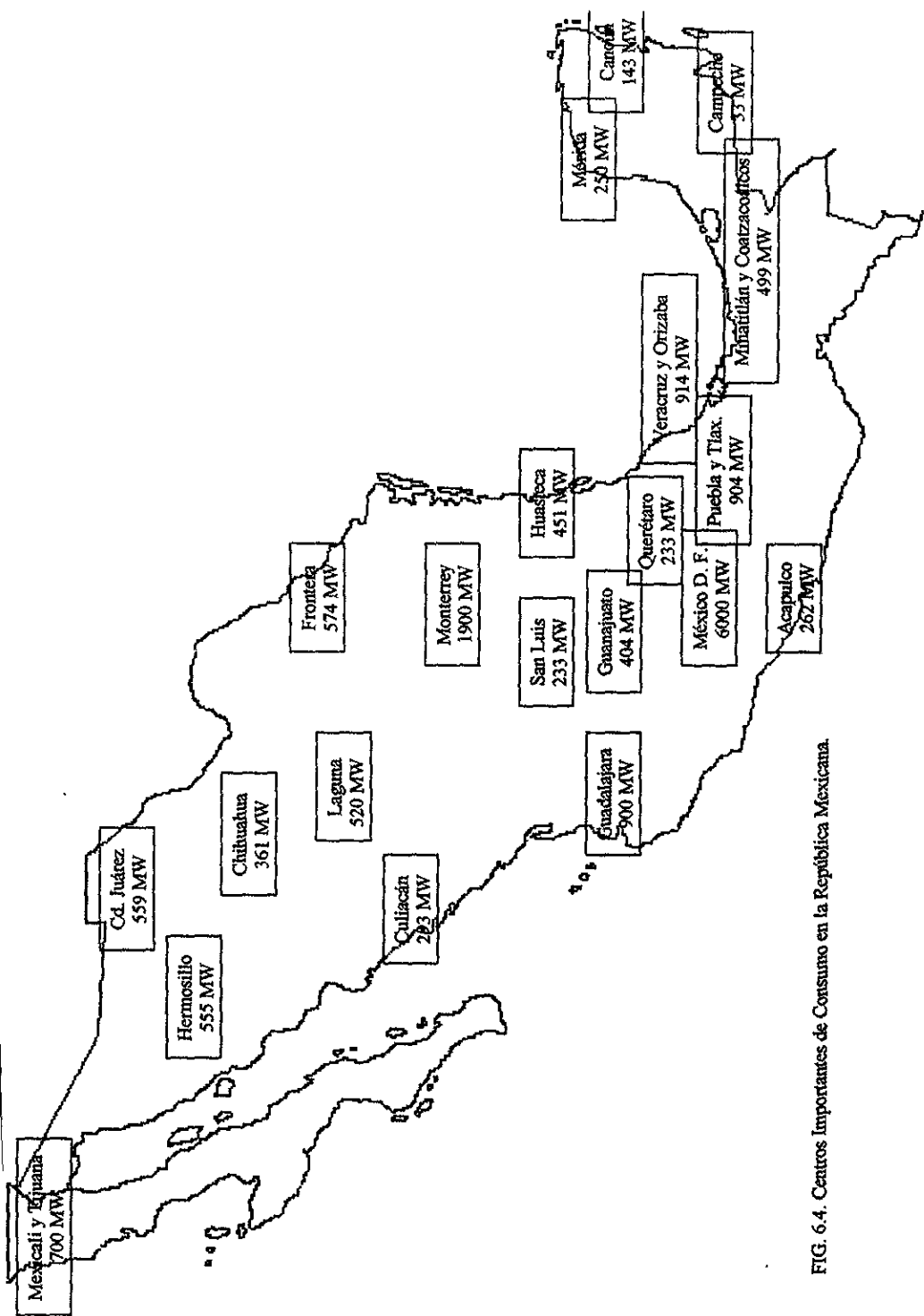


FIG. 6.4. Centros Importantes de Consumo en la República Mexicana.

conjunto y la red de los sistemas aislados Norte y Sur del Área de Control Baja California (BCA)

CENTRAL	CAPACIDAD MW	%
TERMOELÉCTRICA	19,394.8	58.71
HIDROELÉCTRICA	9,329.0	28.24
CARBOELÉCTRICA	2,250.0	6.81
NUCLEAR	1,309.1	3.96
GEOTÉRMICA	752.9	2.28
EÓLICAS	1.6	0.005

Capacidad instalada en el SEN 33,037 MW, año 1995

Tabla 6.2.

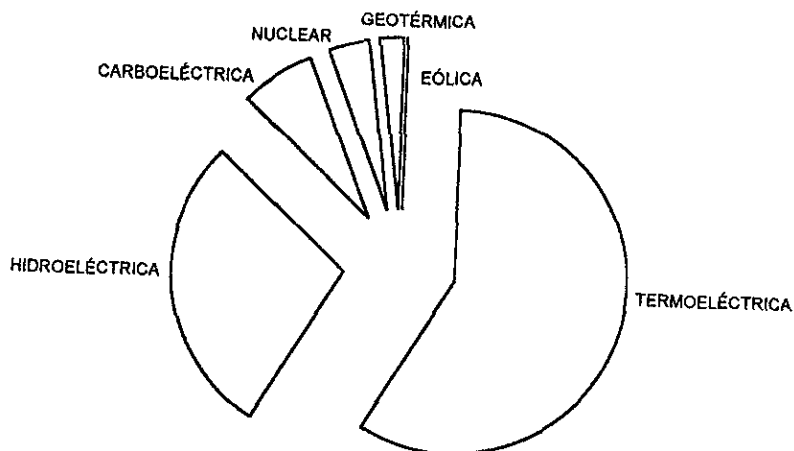


FIG. 6.5. Producción de energía eléctrica por tipo de central eléctrica.

LINEAS DE TRANSMISIÓN EN LA RED TRONCAL (CIRCUITOS)		
400 KV	230 KV	161, 150, 138, 115 KV
101 líneas	393 líneas	766 líneas
11,367 KM	19,529 KM	22,056 KM

TABLA 6.3 Líneas de transmisión del SEN.

La red nacional mantiene enlaces con otras redes de Estados Unidos de Norteamérica y Belice: Estados Unidos está interconectado en forma permanente a la red de Baja California Norte mediante 2 líneas de 230 KV; en forma aislada del Sistema Interconectado lo hace mediante 3 líneas de 138 KV y 2 de 115 KV en las Áreas Noreste y Norte respectivamente, con Belice se tiene una interconexión a través de una línea de 34.5 KV.

El SEN tiene las características típicas de un sistema longitudinal y presenta la siguiente problemática:

- Cargabilidad en líneas de transmisión.
- Control del perfil de voltaje en la red troncal.
- Estabilidad transitoria.
- Dinámica de la frecuencia en islas eléctricas.
- Colapso de voltaje.

En base a los problemas típicos de operación, ubicación de centros de consumo, centros de generación y topología de la red troncal, se tienen definidos los siguientes criterios de operación:

- Seguridad ante primera contingencia.
- Seguridad contra economía.
- Acciones de control de emergencia.

### **Datos Estadísticos del SEN**

La operación de un sistema eléctrico de potencia implica disponer de datos y parámetros que permitan cumplir satisfactoriamente con esta tarea. Una parte importante de estos valores son recuperados, ordenados y procesados para convertirlos en estadísticas de la operación del SEN.

Dentro de esta estadística, destaca la producción de energía del SEN al 31 de Enero de 1995 y el pronóstico y programa de la generación para la demanda máxima instantánea del SEN al Viernes 6 de Junio de 1997. Ver Tablas 6.4 y 6.5, respectivamente.

<b>CENACE</b>				
<b>El Sistema Eléctrico Nacional</b>				
al 31 de Diciembre de 1995.				
Usuarios (millones)	20.3			
Superficie Cubierta (millones de km <sup>2</sup> )	2.0			
Poblaciones Eléctrificadas	75,804			
Capacidad Efectiva Instalada (MW)	33,037.3			
Demanda Máxima	MWh/h		MW	
Sistema Interconectado (*)	18,836		19,213	
Área Noroeste (NOR)	1,911		1,921	
Área Baja California (BCN)(***)	1,159		1,172	
Subárea La Paz (BCS)	153		155	
Energía Bruta Producida (GWh)	142,344.3			
Tasa de Crecimiento en la Producción (%)	3.5			
Importación de Energía (GWh)	1,158.9			
Productores Externos a CFE (GWh)	332.8			
Exportación de Energía (GWh)	1,945.5			
<b>Plantas Generadoras</b>				
TIPO	PLANTAS	UNIDADES GENERADORAS	MW	GWh
Vapor	29	95	13,594.5	68,948.4
Turbogás	34	85	1,682.1	455.3
Ciclo Combinado	6	27	1,889.7	10,399.3
Combustión Interna (**)	12	106	128.5	364.0
Hidroeléctrica	77	214	9,329.0	27,527.8
Carboeléctrica	2	7	2,250.0	14,478.8
Dual	1	6	2,100.0	6,053.0
Nuclear	1	2	1,309.1	8,443.0
Geotermia	5	28	752.9	5,668.7
Eólica	1	7	1.6	6.0
<b>Total</b>	<b>168</b>	<b>577</b>	<b>33,037.3</b>	<b>142,344.3</b>
Consumo Bruto de Energía (GWh)	141,890.5			
Tasa de Crecimiento en Consumo Bruto (%)	3.5			

Notas: Fuente: CENACE, Estadística – Elaborada el 960119, incluye datos de CFE y LyF.

(\*) Incluye las 6 áreas (CEL, ORI, OCC, NTE, NES y PEN) interconectadas permanentemente.

La demanda máxima para el sistema interconectado, en MWh/h y MW, ocurrió 950717.

Para el Noroeste ambas ocurrieron el 950808, en Baja California (BCN) ambas ocurrieron el 950809 y en la Subárea La Paz (BCS) el 950830.

(\*\*) Incluye plantas aisladas.

(\*\*\*) No incluye la Subárea La Paz.

TABLA 6.4. Producción de energía del SEN al 31 de Enero de 1995.



00+  
0 0  
0 0  
000 0  
0 0  
0 0  
00+

SUBGERENCIA DE OPERACION+  
DEPARTAMENTO DE OPERACION Y DESPACHO

PARA EL MONITORIO Y PROGRAMA DE LA TRANSMISION EN LA DEMANDA MAXIMA INSTANTANEA DEL SISTEMA ELECTRICO NACIONAL

TABLEA 6.5

FECHA: a970606 VIERNES

AREA	AREAS						S I N	AREAS AISLADAS	
	CEL	ORI	OCC	NTE	NES	PEN		NOR	BCN
CAPACIDAD DISPONIBLE	2930	7788	6995	1476	4041	743	23973	2773	1300
RESERVA FRIA	73	556	1680	164	375	120	2968	226	130
CAPACIDAD RODANTE	2857	7232	5315	1312	3666	623	21005	2547	1170
RESERVA RODANTE	60	761	235	0	250	63	1369	562	-80
ENLACE NETO	2663	-2371	-420	468	-76	100	364	-135	60
DEMANDA	5460	4100	4660	1780	3340	660	20000	1850	1310
DIESEL	0	0	0	92	0	100	192	0	0
GAS	250	0	0	0	0	0	250	0	0

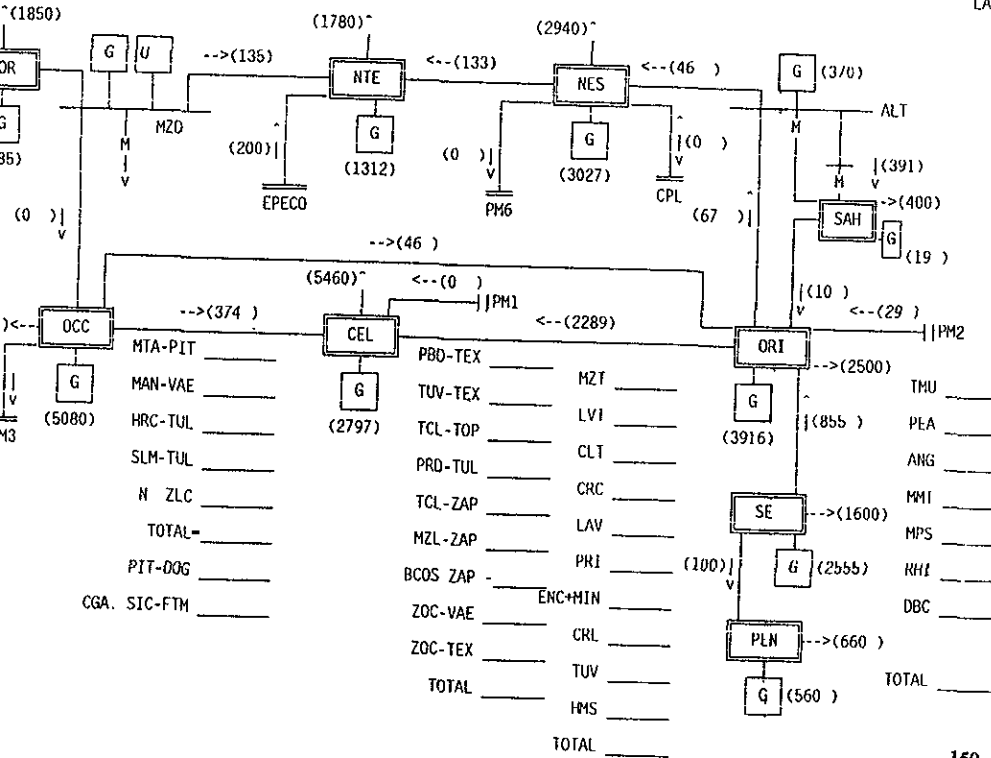
INFORMACION DE LA RESERVA CM

LA RODANTE SE UBICA

- INF 60
- TUV 60
- PRI 39
- CRL 95
- MZT 50
- MMT 247
- ANG 120
- MPS 90
- PEA 60
- MAM 80
- MND 40
- VDR 25
- AGM 90
- REC 60
- CBD 40
- KIB 20
- MTY 85
- RIB 30
- JER 15
- MJA 29
- LRA 6
- NCH 4
- VAV 4
- VAD 10
- DIE-PEN 10

LA FRIA SE UBICA EN:

- TCC 73
- PRI 39
- CRC 37
- MMT 300
- MPS 180
- MAM 280
- PEO 1400
- GAS-NTE 70
- DIE-NTE 94
- ALT 238
- JER 37
- GAS-NES 50
- DIE-NES 50
- DIE-PEN 120



## COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

El desarrollo económico y social de un país está fuertemente vinculado a su patrón de consumo energético. Es así, que en el mundo entero el desarrollo económico y social se debe en buena medida a los avances obtenidos por los sectores que manejan los principales energéticos (Petróleo y Energía Eléctrica). En lo que se refiere a la producción, transmisión, distribución y consumo de la energía eléctrica han surgido nuevos programas económicos que hacen posible alcanzar mayores rendimientos de energía a menores costos.

La producción óptima de la energía eléctrica en las centrales representa un factor importante en la racionalización de los recursos naturales, por eso, la construcción de unidades generadoras más eficientes, la investigación de métodos efectivos para conocer su comportamiento y la invención de programas de despacho económico de carga son de gran importancia para que el sector eléctrico aporte grandes beneficios a la economía de un país. El despacho económico de carga consiste en la determinación de la potencia de salida (generación) de las centrales eléctricas, y dentro de ellas, de las diferentes unidades generadoras para la satisfacción de un nivel de carga especificado originando el menor costo de generación. Los despachos económicos distribuyen económicamente la carga real del sistema conforme se eleva a las diferentes unidades que ya están en operación. El ahorro efectuado por el despacho económico de carga justifica el que se tengan mecanismos para controlar la carga de cada unidad generadora de manera automática.

Hoy en día todos los países han cambiado, han caído los viejos modelos económicos y surgido las economías globalizadas; el estado y el sector privado de la economía jugarán nuevos roles dentro del Sector Eléctrico de acuerdo al marco regulatorio vigente. Pero lo

que no ha cambiado es que, la evolución de un país depende de un adecuado y oportuno suministro del energético. Más aún, en este contexto la importancia relativa de la energía eléctrica se ha incrementado. Estos principios establecen un nuevo reto, la creación de un organismo capaz de administrar y controlar la operación del sistema eléctrico, el despacho económico, las transacciones de bloques de energía con permisionarios exteriores, etc. que permitan lograr la mejora permanente de la continuidad, seguridad, calidad y economía del servicio de energía eléctrica.

En México, el Sector Eléctrico está conformado, básicamente, por las dos empresas suministradoras de energía C.F.E. y Luz y Fuerza. Este Sector tiene la característica de ser sumamente estratégico y prioritario en el desarrollo del país. En la actualidad sufre continuamente intentos de privatización cada vez con mayor agresividad.

Para los años posteriores la capacidad instalada de generación no será suficiente para satisfacer las demandas de una población que aumenta geoméricamente. Se estima una fuerte inversión de capital para la ampliación y modernización de todo el Sector Eléctrico Nacional, para que de esta forma sea capaz de enfrentarse a las nuevas necesidades de un pueblo mexicano cada vez más sediento de progreso. Según los analistas, invertir gran parte del presupuesto en el Sector Eléctrico, sería desproteger sectores tan importantes como la Salud y la Educación. El Ejecutivo Federal soluciona este problema con la inversión de capitales privados; que han de concluir en reformas a la Constitución y Privatización de las empresas suministradoras de energía eléctrica. Privatizar una empresa es evitarse compromisos y subsidios, pero también es atentar contra las garantías de una clase trabajadora y la soberanía de un pueblo entero.



En México ya existen empresas que producen su propia energía eléctrica, y otras debido a una privatización, surgirán y pronto alcanzarán niveles de generación adecuados para la comercialización y la competencia capitalista en el Sector Eléctrico se hará presente, y la calidad y el costo de la energía eléctrica deberán “mejorar”. El Estado deberá fungir como órgano regulador y despachador entre los productores de energía eléctrica más económicos.

El tema de la privatización es delicado y necesita de un amplio análisis, pero vislumbra la importancia del despacho económico entre los productores particulares que competirán por producir el kilowatt-hora más económico.

## **BIBLIOGRAFÍA:**

**1. Operación de Sistemas de Potencia Eléctrica**  
Salvador Cisneros Chavez  
C. F. E. Vol-25 2da. Ed.

**2. Sistemas Eléctricos de Potencia.**  
Syed A. Nasar, Ph. D.  
Mc Graw-Hill.

**3. Líneas de Transmisión y Redes de Distribución de Potencia Eléctrica.**  
Gilberto Enriquez Harper  
Vol. 1 y 2.  
Ed. Limusa.

**4. Power System Operation**  
Robert H. Miller  
Mc Graw-Hill Book Company.

**5. Electric Power Systems**  
B. M. Weedy  
Ed. John Wiley & Sons

**6. Tecnología de los Sistemas Eléctricos de Potencia.**  
Theodore Wildi  
Editorial Hispano Europea S. A.  
España.

**7. Redes Eléctricas**  
Jacinto Viqueira Landa  
Vol. 1 y 3  
Representaciones y Servicios de Ingeniería S. A.  
México 3 Edición.

**8. Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia**

William D. Stevenson, Sr.

Mc Graw-Hill

2 Edición.

**9. Introducción al Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia.**

Gilberto Enríquez Harper

Ed. Limusa

3 Edición México.

**10. Energía Eléctrica**

Michel Aguet & Jean-Jacques Morf

Ed. Limusa

**11. Máquinas Eléctricas y Transformadores**

Irving L. Kosow Ph. D.

Ed. Prentice Hall

2 Edición

**12. Introducción a la Estadística Matemática "Principios y Métodos"**

Erwin Kreyszig

Ed. Limusa

México

**13. El Cálculo con Geometría Analítica**

Louis Leithold

Ed. Harla

4 Edición.

**14. Folleteria y Asesorías**

Centro Nacional de Control de Energía (CENACE)

C.F.E.