



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

FILTROS DIGITALES DE ONDA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO MECANICO - ELECTRICISTA

Area Eléctrica - Electrónica

P R E S E N T A

JOSE PABLO FLORES PEREZ

DIRECTOR: DR. BOHUMIL PSENICKA



MEXICO, D. F.

1999

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

274145



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PAGINACION

DISCONTINUA.

# Agradecimientos.

A todos mis maestros, que me dieron las bases para iniciar el camino sin fin del conocimiento.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ingeniería, por la oportunidad de aprender.

Agradesco especialmente al Dr. Bohumil Pšenička por su continuo interés, paciencia y valiosos conocimientos, que guiaron este trabajo.

Al jurado:

Dr. Francisco García Ugalde.

Dr. Miguel Moctezuma Flores.

Dr. Jesús Savage Carmona.

Ing. Jesús Reyes García.

# Dedicatoria.

A mi mamá Ma. Elia Pérez Guerra.  
Por su dedicación y cariño.  
Por sus consejos y apoyo.

A mis hermanos  
Cándida Lizbeth Flores Pérez.  
Fernando Iván Flores Pérez.  
por su tolerancia y buenos deseos.

A Naza, por sus cuidados.

A mis abuelos  
Cándida Guerra y Celerino Pérez  
por sus sabios consejos.

A mi familia ...

# Contenido

0.1	Introducción. . . . .	2
<b>1</b>	<b>Teoría de los Filtros Digitales de Onda.</b>	<b>5</b>
1.1	Introducción. . . . .	5
1.2	Adaptadores de $n$ Puertas. . . . .	6
1.2.1	Adaptador Paralelo. . . . .	6
1.2.2	Adaptador Serie. . . . .	8
1.3	Equivalencias Entre Adaptadores Serie y Paralelo. . . . .	10
1.3.1	Equivalencias Básicas. . . . .	10
1.3.2	Transformación por Medio de Equivalencias Básicas. . . . .	12
1.4	Adaptadores Elementales. . . . .	12
1.5	Adaptadores Combinados con Transformadores. . . . .	20
1.6	Realización por Medio de Adaptadores Elementales. . . . .	21
1.6.1	Adaptadores Paralelos. . . . .	21
1.6.2	Adaptador Serie. . . . .	24
1.7	Reemplazo de los Elementos Analógicos. . . . .	24
<b>2</b>	<b>Transformaciones Para los Filtros Analógicos.</b>	<b>29</b>
2.1	Introducción. . . . .	29
2.2	Transformación de Filtro Paso Bajas a otros. . . . .	31
2.2.1	Transformación de Pasa Bajas Normalizado a Pasa Bajas. . . . .	34
2.2.2	Transformación de Pasa Bajas Normalizado a Pasa Altas. . . . .	35
2.2.3	Transformación de Pasa Bajas Normalizado a Pasa Banda. . . . .	36
2.2.4	Transformación de Pasa Bajas Normalizado a Supresor de Banda. . . . .	38
2.2.5	Tabla de transformaciones. . . . .	40
<b>3</b>	<b>Aproximaciones para los Filtros Analógicos.</b>	<b>43</b>
3.1	Aproximación de la Función Característica Ideal Pasa Bajas. . . . .	43
3.2	Síntesis de los Filtros Butterworth. . . . .	46
3.3	Síntesis de los Filtros Chebyshev. . . . .	52
3.4	Síntesis de los Filtros Cauer (Elípticos). . . . .	60
3.5	Ejemplos. . . . .	63
<b>4</b>	<b>Análisis de los Filtros de Onda Pasa Bajas, Pasa Altas y Supresores de Banda.</b>	<b>75</b>
4.1	Introducción. . . . .	75
4.1.1	Introducción para la Obtención de las Funciones de Transferencia. . . . .	75
4.2	Análisis del Filtro de Onda Pasa Bajas. . . . .	76

4.2.1	Introducción . . . . .	76
4.2.2	Análisis del Adaptador Serie Elemental con Inductor (FPBJ). . . . .	77
4.2.3	Análisis del Adaptador Serie con Inductor (FPBJ). . . . .	79
4.2.4	Análisis del Adaptador Paralelo Elemental con Capacitor (FPBJ). . . . .	81
4.2.5	Análisis del Adaptador Paralelo con Capacitor (FPBJ). . . . .	81
4.3	Análisis del Filtro de Onda Pasa Altas. . . . .	83
4.3.1	Introducción. . . . .	83
4.3.2	Análisis del Adaptador Serie Elemental con Capacitor (FPA). . . . .	84
4.3.3	Análisis del Adaptador Serie con Capacitor (FPA). . . . .	86
4.3.4	Análisis del Adaptador Paralelo Elemental con Inductor (FPA). . . . .	87
4.3.5	Análisis del Adaptador Paralelo con Inductor (FPA). . . . .	88
4.4	Análisis del Filtro de Onda Supresor de Banda. . . . .	89
4.4.1	Introducción . . . . .	89
4.4.2	Análisis del Adaptador Serie Elemental con Capacitor e Inductor en Paralelo (FSB). . . . .	90
4.4.3	Análisis del Adaptador Paralelo Elemental con Capacitor e Inductor en Serie (FSB). . . . .	93
<b>5</b>	<b>Simulación de los Filtros de Onda Pasa Bajas, Pasa Altas, y Supresores de Banda.</b>	<b>95</b>
5.1	Introducción. . . . .	95
5.1.1	Obtención de los Filtros Pasa Baja de Referencia . . . . .	95
5.1.2	Cálculo de las impedancias de las redes digitales. . . . .	96
5.1.3	Convenciones para las Ecuaciones a Implantar en el Microcontrolador. . . . .	97
5.2	Introducción a la Síntesis del Filtro Pasa Bajas. . . . .	97
5.2.1	Con inductor en serie. . . . .	98
5.2.2	Con capacitor en paralelo. . . . .	98
5.3	Adaptador Serie Elemental con Inductor (FPBJ). . . . .	99
5.3.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro. . . . .	99
5.3.2	Realización con MatLab. . . . .	100
5.3.3	Realización con Simulador de TMS320C25. . . . .	100
5.4	Adaptador Serie con Inductor (FPBJ). . . . .	105
5.4.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro. . . . .	105
5.4.2	Realización con MatLab. . . . .	107
5.4.3	Realización con Simulador de TMS320C25. . . . .	107
5.5	Adaptador Paralelo Elemental con Capacitor (FPBJ). . . . .	115
5.5.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro. . . . .	115
5.5.2	Realización con MatLab. . . . .	115
5.5.3	Realización con Simulador de TMS320C25. . . . .	115
5.6	Adaptador Paralelo con Capacitor (FPBJ). . . . .	120
5.6.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro. . . . .	120
5.6.2	Realización con MatLab. . . . .	123
5.6.3	Realización con Simulador de TMS320C25. . . . .	123
5.7	Filtros Pasa Altas. . . . .	128
5.8	Introducción a la Síntesis del Filtro Pasa Altas. . . . .	128
5.8.1	Con capacitor en serie. . . . .	128
5.8.2	Con inductor en paralelo. . . . .	130
5.8.3	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro. . . . .	130

5.9	Adaptador Serie Elemental con Capacitor (FPA).	131
5.9.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.	131
5.9.2	Realización con MatLab.	132
5.9.3	Realización con Simulador de TMSC320C25.	132
5.10	Adaptador Serie con Capacitor (FPA).	137
5.10.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.	137
5.10.2	Realización con MatLab.	140
5.10.3	Realización con Simulador de TMSC320C25.	140
5.11	Adaptador Paralelo Elemental con Inductor (FPA).	147
5.11.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.	147
5.11.2	Realización con MatLab.	147
5.11.3	Realización con Simulador de TMSC320C25.	148
5.12	Adaptador Paralelo con Inductor (FPA).	153
5.12.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.	153
5.12.2	Realización con MatLab.	155
5.12.3	Realización con Simulador de TMSC320C25.	155
5.13	Filtros Supresores de banda.	160
5.14	Introducción Síntesis del Filtro de Onda Pasa Supresor de Banda.	160
5.14.1	Sustitución de inductor en serie.	160
5.14.2	Sustitución del capacitor en paralelo.	164
5.15	Adaptador Serie Elemental con Capacitor e Inductor en Paralelo (FSB).	165
5.15.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.	165
5.15.2	Realización con MatLab.	165
5.15.3	Realización con Simulador de TMSC320C25.	165
5.16	Adaptador Paralelo Elemental con Capacitor e Inductor en serie (FSB).	170
5.16.1	Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.	170
5.16.2	Realización con MatLab.	173
5.16.3	Realización con Simulador de TMSC320C25.	173



## 0.1 Introducción.

El objetivo del presente trabajo es contribuir en la búsqueda de nuevas estructuras para realizar filtros digitales de baja sensibilidad en este caso los llamados filtros de onda, la teoría de filtros de onda fué desarrollada por Fettweiss ([Fettweis 71, Feb.]) en 1971, a pesar de ello los artículos encontrados referentes al desarrollo e implantación de filtros digitales de onda, presentan resultados obtenidos en base a las funciones de transferencia, pero es necesario obtener la realización física de dicha función de transferencia implantada en un microcontrolador, y es por ello que se encamina este trabajo a la obtención de los programas que se puedan implantar en un microcontrolador, se escogió el TMS320C25 por contar con el simulador para dicho microcontrolador y porque sus características técnicas nos permiten implantar dichos algoritmos, no se sabe si la precisión con la que maneja los números este microcontrolador es la adecuada para la implantación de los filtros de onda.

Para poder llegar a cumplir los objetivos, es necesario empezar con la teoría de los filtros de onda, que se basa en la obtención de la red analógica de filtrado con las características deseadas, por medio de alguna aproximación, como por ejemplo Butterworth, Chebyshev, Cauer, Bessel; para después, de esta red obtener el filtro digital de onda, que conservará las características del filtro analógico.

Lo más significativo de la teoría de onda para nuestros fines es la parte que deduce las reglas para la transformación de la red analógica a digital en ella se propone la transformación de cada elemento (inductor, capacitor, resistor, etc. ) de la red analógica a un componente de la red digital que será llamado adaptador. Dicho adaptador de la red digital será obtenido tomando en cuenta el elemento (inductor, capacitor, etc.) al que le sustituya de la red analógica y a la forma en que está conectado en ella (serie, paralelo).

En el capítulo 1 del presente trabajo se presenta la teoría de los filtros de onda y sus fundamentos. Se finaliza con las equivalencias entre componentes analógicos usados en los filtros a estudiar y los componentes que los sustituyen en la implantación de filtros digitales de onda. Después se presenta en el segundo y tercer capítulos el diseño de los filtros analógicos. En el capítulo dos se obtienen las transformaciones, usando la teoría de filtrado y la teoría de circuitos, para poder transformar un filtro pasa bajas normalizado en un filtro pasa bajas, pasa banda, supresor de banda o pasa altas. En el capítulo 3 se presentan las aproximaciones de los filtros analógicos usando como base el filtro pasa bajas ideal normalizado, para después dar paso al desarrollo de los diferentes tipos de filtros con base en las aproximaciones a la característica ideal, se seleccionaron por su comportamiento muy útil en la práctica y por su simplicidad las aproximaciones Butterworth, Chebyshev y Cauer; en el capítulo 3 se finaliza con una sección de ejemplos de diseño de filtros analógicos usando las aproximaciones y la técnica de desnormalización. En los capítulos cuatro y cinco se hace el diseño de filtros analógicos pasa bajas, pasa altas, pasa banda y supresor de banda, después se convierten a filtros digitales y se realiza el análisis para los adaptadores digitales usando el método matricial propuesto en ([Pšenička 95]) para obtener la función de transferencia del filtro de onda digital.

Una vez obtenida la función de transferencia de los filtros digitales se obtiene, la respuesta a impulso para cada filtro digital, y en base a esta, la respuesta en frecuencia, con

la inspección de la respuesta en frecuencia se asegura que el circuito digital hace la función para la que fué diseñado. Para asegurar que el programa en ensamblador elaborado, no tiene errores y corresponde a el diagrama de flujo del circuito digital que se implantó, se obtiene la respuesta a impulso de cada filtro de dos formas, por un lado se obtiene de ejecutar el programa en ensamblador con el simulador para el microcontrolador TMSC320C25, y por separado se obtiene con la función de transferencia digital y el programa Matlab, otra vez la respuesta a impulso y la respuesta en frecuencia; una vez obtenidos los resultados por los dos métodos se realiza una comparación y un análisis de resultados para obtener posteriormente las conclusiones. Se propone el uso de Matlab, porque puede manejar números con mayor cantidad de dígitos significativos que el microcontrolador usado y por tener ya implantadas las funciones necesarias para calcular la respuesta a impulso y la respuesta en frecuencia de una función de transferencia digital.



# Capítulo 1

## Teoría de los Filtros Digitales de Onda.

### 1.1 Introducción.

En 1971 Fettweis [Fettweis 71, Feb.] introdujo un nuevo método de diseño de filtros digitales de baja sensibilidad. Este método está basado en la simulación digital de los filtros LC de tiempo continuo.

Existe una clase de filtros LC, llamados estructuras LC doblemente terminadas que cuando son apropiadamente diseñadas, muestran una sensibilidad muy baja en la banda de paso, con respecto a la variación de los valores de los elementos eléctricos, que las componen. La explicación de ello está basada en los conceptos de máxima potencia disponible y de acoplamiento perfecto de impedancia. Cuando una estructura de filtro digital, es construida para simular un prototipo de red LC, como el anteriormente descrito, ésta hereda la propiedad de baja sensibilidad en la banda de paso. Además, debido a la pasividad inherente del prototipo LC, el filtro digital es también pasivo en cierto sentido, y esto puede ser aprovechado para suprimir las oscilaciones en el límite de ciclo <sup>1</sup>.

Los filtros digitales de onda, son derivados de los filtros analógicos, que son realizados mediante componentes eléctricos como lo son las resistencias, capacitores e inductores. Estos filtros pueden ser diseñados mediante las fórmulas que se desarrollarán en capítulos posteriores mediante el uso de cualquiera de las aproximaciones tratadas en este trabajo o algún otro. Los filtros analógicos de los cuales se derivan los filtros de onda digitales son llamados filtros de referencia.

En un filtro de onda los sumadores y multiplicadores pueden ser agrupados en bloques de  $n$  puertas, a estos bloques se les llama adaptadores. Estos adaptadores son los principales componentes que conforman un filtro digital de onda. Existen dos tipos de adaptadores, en primer lugar, están los adaptadores paralelos que sirven para simular los elementos del circuito analógico del filtro de referencia conectados en paralelo, y en segundo lugar, los adaptadores serie que simulan a los elementos del circuito analógico de referencia, que se encuentran conectados en serie en el filtro de referencia. Un adaptador general de  $n$  puertas requiere  $n - 1$  multiplicadores. Sin embargo, si se satisface una condición especial, una de las puertas se convierte en una puerta libre de reflexión y el número de multiplicadores requeridos se vuelve  $n - 2$ .

---

<sup>1</sup>"limit cycle oscillations"

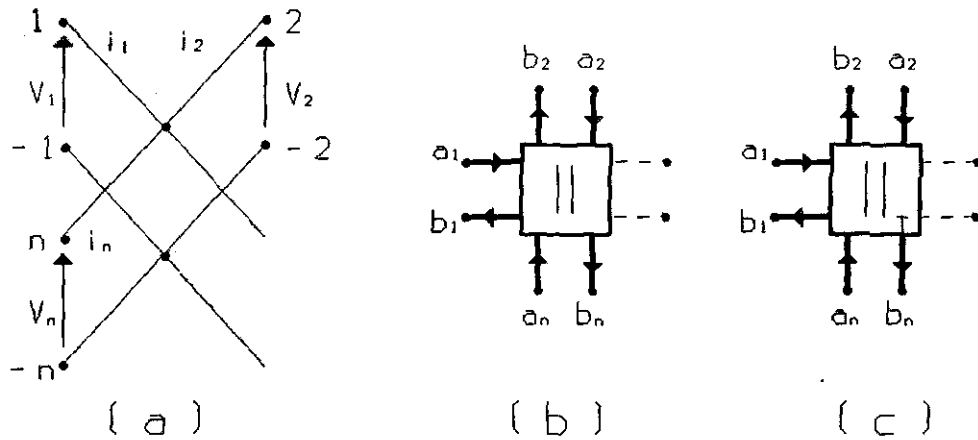


Figura 1.1: a) Conexión paralela de  $n$  puertas. b) Adaptador paralelo correspondiente al inciso a) de  $n$  puertas. c) Adaptador paralelo cuyo puerta  $n$  esta libre de reflexión.

Existen equivalencias que permiten reemplazar un adaptador serie por uno paralelo, en un filtro de onda digital y viceversa. Como resultado de ello, si un filtro de onda digital contiene  $n$  adaptadores, existen  $2^{n+1}$  formas diferentes de realizar una función de transferencia determinada, todas estas formas diferentes de realizar el filtro de onda digital tienen el mismo valor en los coeficientes de los multiplicadores, ya que se derivan del mismo filtro analógico de referencia.

En las secciones siguientes se presentan las fórmulas, para el cálculo de los coeficientes de los multiplicadores de los adaptadores generales paralelo y serie para  $n$ -puertas, y para cuando tienen una puerta libre de reflexión; los adaptadores generales son aquellos que pueden usarse para simular alguno de los elementos del filtro de referencia, el elemento que simulen variará de acuerdo a lo que se haya conectado en una de las puertas del adaptador, como se observa más adelante.

## 1.2 Adaptadores de $n$ Puertas.

### 1.2.1 Adaptador Paralelo.

Un adaptador paralelo, representado simbólicamente en la figura 1.1b, sirve para simular la conexión en paralelo que se muestra en la figura 1.1a de puertas  $v = 1$  a  $n$ , y con resistencias de puerta  $R_v$ . Las ondas incidentes  $a_v$  y las ondas reflejadas  $b_v$  están relacionadas a los voltajes  $v_v$  y corrientes  $i_v$  por

$$a_v = v_v + R_v i_v, \quad b_v = v_v - R_v i_v \quad (1.1)$$

De las igualdades  $v_1 = v_2 = \dots = v_n$  e  $i_1 + i_2 + \dots + i_n = 0$ , se obtienen para el adaptador las ecuaciones

$$b_v = (\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_n a_n) - a_v \quad (1.2)$$

donde

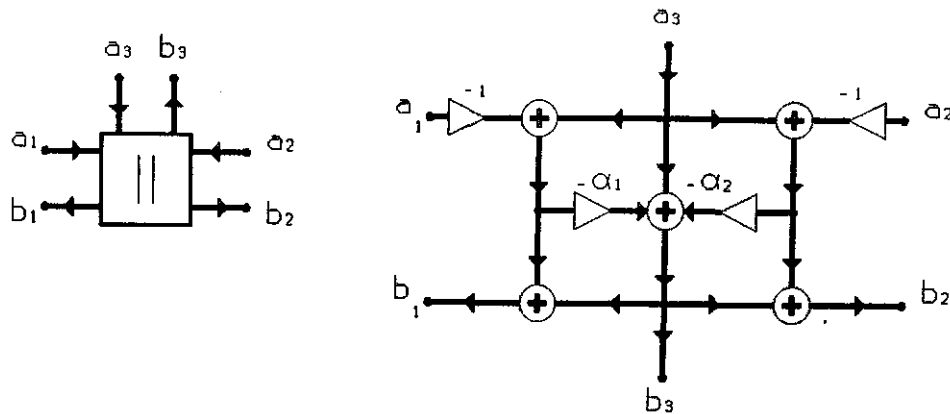


Figura 1.2: a) Adaptador paralelo de tres puertas, b) Diagrama de flujo correspondiente al adaptador paralelo de tres puertas, con la puerta número 3 como puerta dependiente.

$$\alpha_v = \frac{2G_v}{G_1 + G_2 + \dots + G_n} \quad ; \quad G_v = \frac{1}{R_v} \quad (1.3)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 2 \quad (1.4)$$

Al usar (1.4), el coeficiente  $\alpha_v$  de una de las puertas se puede eliminar, a esta puerta se le llama puerta dependiente. El proceso de eliminación, debe ser realizado de tal forma que, el número de adiciones en las ecuaciones resultantes sean minimizadas. Si se escoge la puerta  $n$  como dependiente, se puede escribir la ecuación (1.2) como

$$b_n = a_n - \sum_{v=1}^{n-1} \alpha_v (a_n - a_v) \quad (1.5)$$

$$b_v = b_n + (a_n - a_v), \quad v = 1 \text{ a } n - 1 \quad (1.6)$$

Hasta ahora no se ha hecho ninguna suposición en particular sobre  $R_v$ , para hacer explícito este hecho, se llama al adaptador paralelo de una forma más específica, se le llama adaptador paralelo general. De acuerdo a (1.5), un adaptador paralelo general de  $n$  puertas requiere  $n - 1$  multiplicaciones y  $3n - 3$  adiciones. El diagrama de flujo correspondiente a  $n = 3$ , del adaptador representado en la figura 1.2a se muestra en la figura 1.2b; el número de adiciones es entonces igual a seis, ya que uno de los cinco sumadores tiene tres entradas. De particular interés son los adaptadores paralelos para los que una de sus puertas, la puerta  $n$ , está libre de reflexión. En este caso, deben ser válidas las ecuaciones (1.7) y (1.8)

$$\alpha_n = 1 \quad (1.7)$$

$$G_n = G_1 + G_2 + \dots + G_{n-1} \quad (1.8)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_{n-1} = 1 \quad (1.9)$$

$$\alpha_v = \frac{G_v}{G_n} \quad (1.10)$$

y también la ecuación (1.2), para  $v = n$ , entonces es independiente de  $a_n$ . La ecuación (1.8) expresa que la impedancia de entrada determinada en la puerta  $n$  es igual a la suma de las impedancias de todas las demás puertas, con todas las demás puertas terminadas por sus respectivas resistencias de puerta, entonces la impedancia de la puerta  $n$  es igual a la resistencia de puerta  $R_n$ . La ausencia de reflexión es representada simbólicamente en la figura 1.1c, por la señal en forma de "T" a la salida de la puerta  $n$ . De acuerdo con (1.9), cualquier puerta diferente de la puerta  $n$ , puede ser escogida como puerta dependiente. Si se selecciona a la puerta  $n - 1$  como puerta dependiente, las ecuaciones (1.5) y (1.6) se reemplazan por

$$b_0 = - \sum_{v=1}^{n-2} \alpha_v (a_{n-1} - a_v) \quad (1.11)$$

$$b_{n-1} = b_0 + a_n \quad (1.12)$$

$$b_n = b_0 + a_{n-1} \quad (1.13)$$

$$b_v = b_{n-1} + (a_{n-1} - a_v), \quad v = 1 \text{ a } n - 2 \quad (1.14)$$

que requieren  $n - 2$  multiplicaciones y  $3n - 5$  adiciones.

## 1.2.2 Adaptador Serie.

Un adaptador serie, representado simbólicamente en la figura 1.3b, sirve para simular las conexiones en serie se muestran en la figura 1.3a de  $n$  puertas, numeradas  $v = 1$  a  $n$  y teniendo resistencias de puerta  $R_v$ . Las ondas incidente y reflejada son dadas por la ecuación (1.1). De las igualdades  $v_1 + v_2 + \cdots + v_n = 0$  e  $i_1 = i_2 = \cdots = i_n$ , se obtienen de las ecuaciones

$$b_v = a_v - \alpha_v (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) \quad (1.15)$$

donde

$$\alpha_v = \frac{2R_v}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} \quad (1.16)$$

cumpliéndose todavía (1.4).

La puerta dependiente es otra vez aquella para la cual el multiplicador  $\alpha_v$ , es eliminado por medio de (1.4). Si se escoge a la puerta  $n$  como dependiente, otra forma de escribir las ecuaciones es

$$a_0 = a_1 + a_2 + \cdots + a_n \quad (1.17)$$

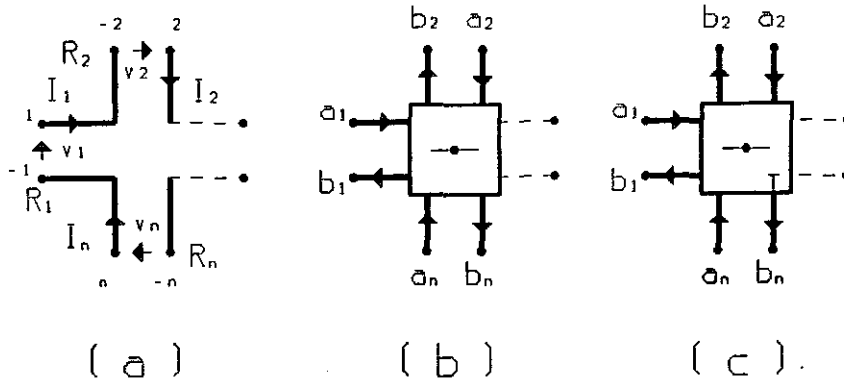


Figura 1.3: a) Conexión serie de  $n$  puertas. b) Adaptador serie general de  $n$  puertas. c) Adaptador serie cuyo puerta  $n$  esta libre de reflexión.

$$b_v = a_v - \alpha_v a_0, \quad v = 1 \text{ a } n - 1 \quad (1.18)$$

$$b_n = -(b_1 + b_2 + \dots + b_{n-1} + a_0). \quad (1.19)$$

De acuerdo con estas ecuaciones, un adaptador serie general de  $n$  puertas requiere  $n - 1$  multiplicaciones y  $3n - 3$  adiciones, lo mismo que un adaptador paralelo general. El diagrama de flujo para  $n = 3$  se muestra en la figura 1.4b; el número de adiciones requeridas es igual a seis, porque dos de los tres sumadores tienen tres entradas.

Se observa que los diagramas de flujo de señal de las figuras 1.2b y 1.4b pueden ser derivados uno del otro al aplicar simplemente el principio de Mason de flujo en dirección contraria, seguido por una inversión de signos en cada una de las terminales de salida resultantes. Esta es una consecuencia de la propiedad, de que una transposición elemental transforma a un adaptador paralelo en un adaptador serie, y viceversa, excepto por una inversión de signo en cada una de las terminales de salida o en cada una de las terminales de entrada.

Para los adaptadores serie libres de reflexión en una de sus puertas, la puerta  $n$ , son válidas las siguientes ecuaciones

$$\alpha_n = 1 \quad (1.20)$$

$$R_n = R_1 + R_2 + \dots + R_{n-1} \quad (1.21)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{n-1} = 1, \quad \alpha_v = \frac{R_v}{R_n} \quad (1.22)$$

La ecuación (1.15), para  $v = n$ , es entonces independiente de  $a_n$ . La ecuación (1.21) expresa que la impedancia de entrada determinada en la puerta  $n$  (con las demás puertas terminadas por sus respectivas resistencias de puerta), es igual a la resistencia de puerta  $R_n$ . La ausencia de reflexión se representa simbólicamente en la figura 1.3c por una señal en forma de "T" a la salida de la puerta  $n$ .



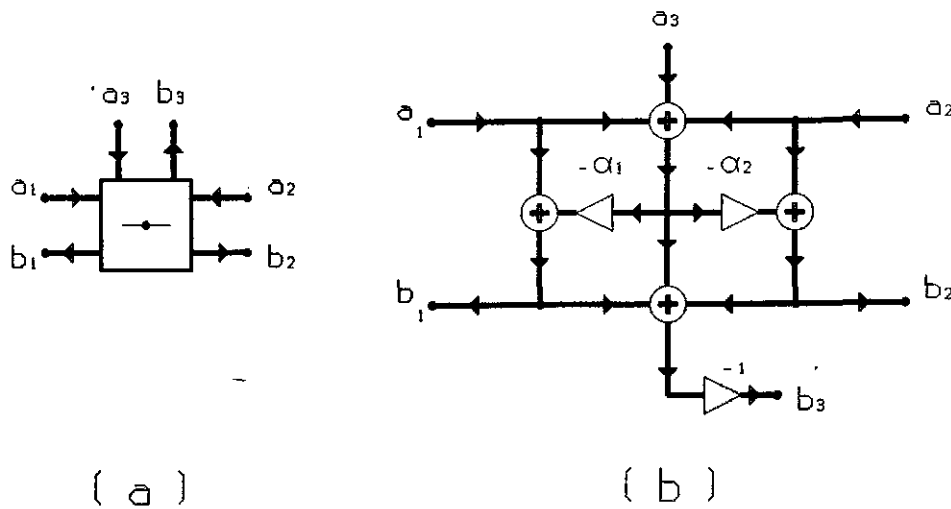


Figura 1.4: a) Adaptador serie de 3 puertas. b) Diagrama de flujo del adaptador serie de 3 puertas, con la puerta 3 como la puerta dependiente.

Si se elige a la puerta  $n - 1$  como la puerta dependiente, las ecuaciones (1.17), (1.18) y (1.19) pueden ser reemplazadas por

$$b_n = -(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{n-1}) \quad (1.23)$$

$$a_0 = a_n - b_n \quad (1.24)$$

$$b_v = a_v - \alpha_v a_0, \quad v = 1 \text{ a } n - 2 \quad (1.25)$$

$$b_{n-1} = -(b_1 + b_2 + \dots + b_{n-2} + a_n). \quad (1.26)$$

que requieren  $n - 2$  multiplicaciones y  $3n - 5$  adiciones, al igual que para el adaptador paralelo correspondiente.

## 1.3 Equivalencias Entre Adaptadores Serie y Paralelo.

### 1.3.1 Equivalencias Básicas.

Si se define  $a'_v$  y  $b'_v$  por

$$a'_v = \alpha_v a_v, \quad b'_v = \alpha_v b_v$$

la ecuación (1.2) puede ser escrita como

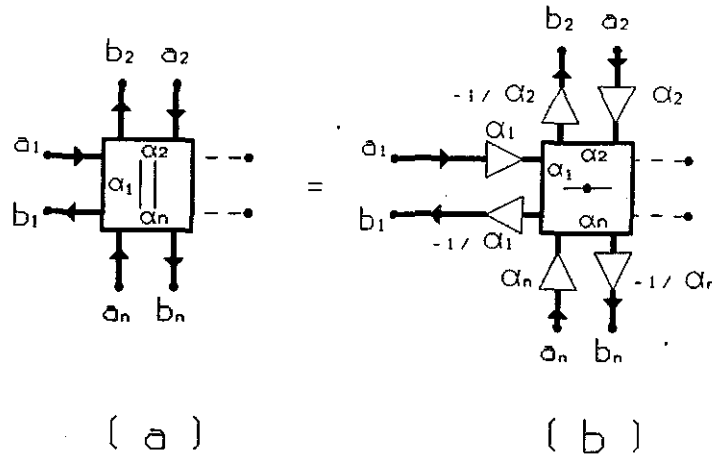


Figura 1.5: a) Adaptador paralelo de  $n$  puertas. b) Arreglo equivalente a un adaptador paralelo de  $n$  puertas, usando un adaptador serie de  $n$  puertas.

$$b'_v = \alpha_v(a'_1 + a'_2 + \dots + a'_n) - a'_v$$

Excepto por la inversión de signos, esta ecuación tiene la misma forma que (1.15), entonces se concluye que un adaptador paralelo es equivalente a un adaptador serie con (en cada puerta  $v$ ) multiplicadores  $\alpha_v$  y  $-1/\alpha_v$  apareciendo en cascada con las terminales de entrada y salida respectivamente. Esto se muestra en la figura 1.5. Análogamente, si se define  $a'_v$  y  $b'_v$  por

$$v' = \frac{a_v}{\alpha_v}, \quad b'_v = \frac{b_v}{\alpha_v}$$

La ecuación (1.15) puede escribirse en la forma

$$b'_v = a'_v - (\alpha_1 a'_1 + \alpha_2 a'_2 + \dots + \alpha_n a'_n)$$

Excepto por la inversión de signo, esta ecuación tiene la misma forma que (1.2). Un adaptador serie es entonces, equivalente a un adaptador paralelo con (en cada puerta  $v$ ) multiplicadores  $1/\alpha_v$  y  $-\alpha_v$  apareciendo en cascada con las terminales de entrada y salida respectivamente, como se muestra en la figura 1.6. Claramente, en lugar de ser derivadas independientemente, las equivalencias de las figuras 1.5 y 1.6 se pueden derivar una de la otra por las propiedades elementales de los sistemas lineales.

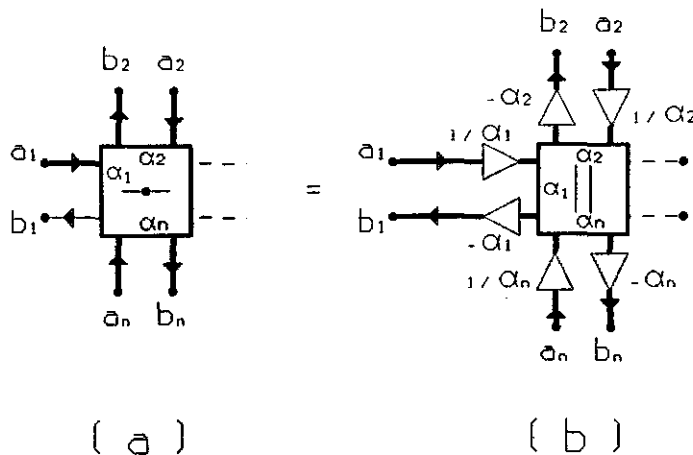


Figura 1.6: a) Adaptador serie de  $n$  puertas. b) Arreglo equivalente que involucra un adaptador paralelo de  $n$  puertas.

Debe ser enfatizado que en las equivalencias de las figuras 1.5 y 1.6 los coeficientes de los multiplicadores siguen siendo los mismos en los adaptadores serie y paralelo (para señalar este hecho, los coeficientes de los multiplicadores se muestran en sus respectivas puertas, dentro de los adaptadores). En particular, la puerta libre de reflexión es preservada. Cada par de multiplicadores inversos  $\alpha$  y  $1/\alpha$  puede ser interpretado como un transformador ideal.

### 1.3.2 Transformación por Medio de Equivalencias Básicas.

Algunas equivalencias sencillas existen para pares de multiplicadores inversos en redes lineales, si  $N$  es lineal y tiene una puerta, el par de multiplicadores inversos  $\alpha$  y  $1/\alpha$  se muestran en la figura 1.7a no tienen efecto alguno, por ejemplo, el circuito de la figura 1.7a es equivalente al circuito de la figura 1.7b que es  $N$  de una puerta. Análogamente, si  $N$  es lineal y tiene  $n$  puertas, un par de multiplicadores inversos  $\alpha$  y  $1/\alpha$  apareciendo en una puerta de  $N$  podrán simplemente ser intercambiados en  $N$ , por ejemplo, los arreglos de las figuras 1.8a y 1.8b son equivalentes. Por medio de estas equivalencias, se puede demostrar que en un Filtro de Onda Digital (WDF por sus siglas en Inglés) cualquier adaptador paralelo puede ser reemplazado por un adaptador serie, y viceversa. Esto se mantiene por lo menos mientras que los adaptadores formen estructuras como de árbol que es el caso de los Filtros de Onda Digitales derivados de filtros de referencia con configuraciones de cruz <sup>2</sup> o escalera <sup>3</sup>.

## 1.4 Adaptadores Elementales.

A los adaptadores que contienen sólo un multiplicador se les llama *elementales*. Estos adaptadores son de particular importancia en el diseño de los Filtros Digitales de Onda. Si se

<sup>2</sup>"lattice" en inglés

<sup>3</sup>"ladder" en inglés

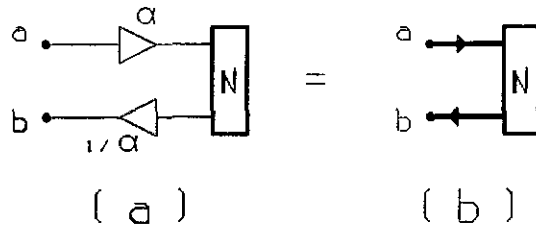


Figura 1.7: a) y b). Equivalencias sencillas válidas para N lineal y de una puerta.

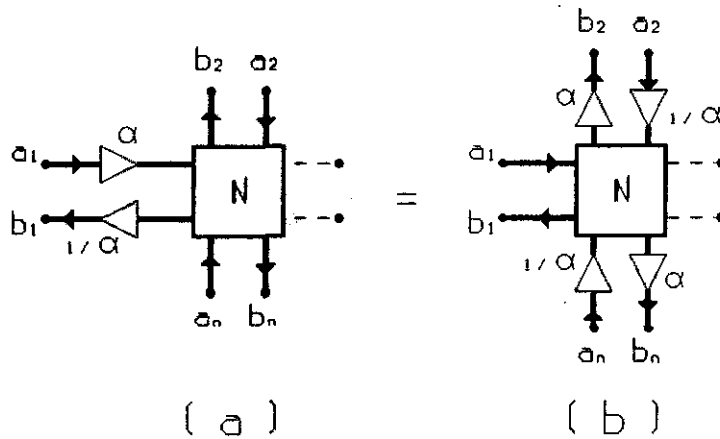


Figura 1.8: a) y b). Equivalencias sencillas válidas para N lineal y de  $n$  puertas.

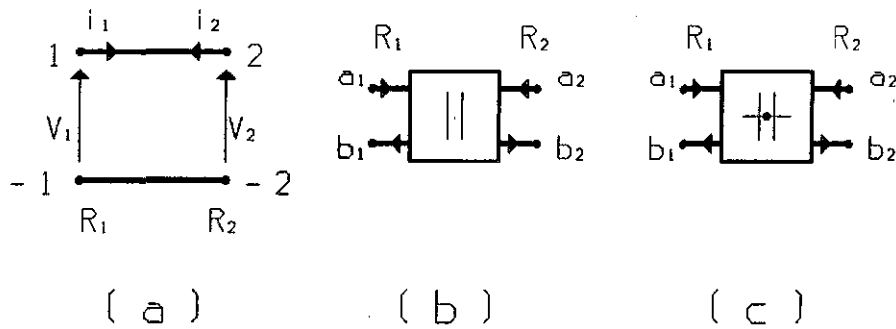


Figura 1.9: a) Conexión paralela de dos puertas con resistencias de puerta  $R_1$  y  $R_2$  respectivamente. b) y c) Dos representaciones equivalentes del adaptador paralelo.

considera la conexión en paralelo de dos puertas con resistencias  $R_1$  y  $R_2$ , como se muestra en la figura 1.9a, el adaptador paralelo correspondiente (figura 1.9b), donde las resistencias de cada puerta se indican explícitamente, está definido por las siguientes ecuaciones, obtenidas de las ecuaciones (1.3), (1.5) y (1.6):

$$b_2 = a_2 - \alpha_1(a_2 - a_1), \quad b_1 = b_2 + (a_2 - a_1) \quad (1.27)$$

$$b_1 = a_1 - \alpha_2(a_1 - a_2), \quad b_2 = b_1 + (a_1 - a_2) \quad (1.28)$$

$$\alpha_1 = \frac{2R_2}{R_1 + R_2} \quad (1.29)$$

$$\alpha_2 = \frac{2R_1}{R_1 + R_2} \quad (1.30)$$

donde (1.27) y (1.28) corresponden respectivamente a las puertas 1 y 2 escogidas como puertas dependientes. Otra manera más simétrica, de escribir estas ecuaciones es

$$b_1 = a_2 + \alpha(a_2 - a_1) \quad (1.31)$$

$$b_2 = a_1 + \alpha(a_2 - a_1) \quad (1.32)$$

$$\alpha = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}, \quad (1.33)$$

y también se tiene

$$\alpha = 1 - \alpha_1 = \alpha_2 - 1$$

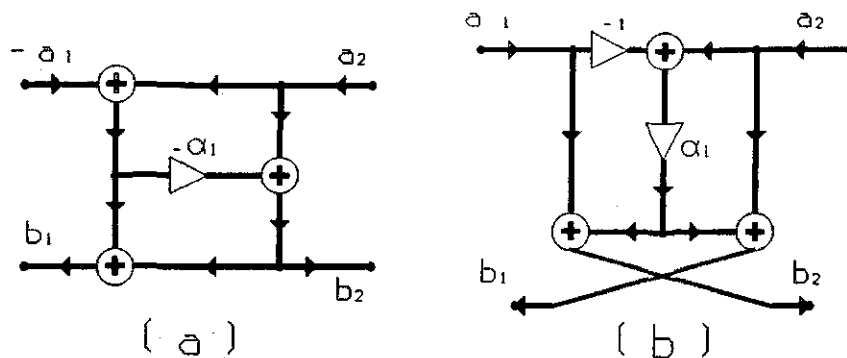


Figura 1.10: Diagramas de flujo para un adaptador paralelo de dos puertas: a) Para la puerta 2 escogida como la puerta dependiente y b) Para una configuración más simétrica.

Cada uno de los conjuntos de ecuaciones (1.27), (1.28), y (1.31) y (1.32) requieren para su implantación una multiplicación y tres adiciones. El escoger alguna de las tres representaciones debe ser entonces hecha de acuerdo a cual de los coeficientes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , o  $\alpha$  admite la representación más simple para la precisión requerida. Los diagramas de flujo correspondientes a las ecuaciones (1.27), y (1.31) y (1.32) se muestran en las figuras 1.10a y 1.10b respectivamente.

Como dos puertas conectadas en paralelo pueden ser también consideradas conectadas en serie, el adaptador de la figura 1.9b ha sido también representado como se muestra en la figura 1.9c. Debe ser notado, sin embargo, que para una conexión serie como en la figura 1.3a, la orientación de una puerta, la puerta 2, debe ser invertida como en la figura 1.11a; esto corresponde a cambiar los signos de  $v_2$  e  $i_2$ , y por lo tanto de  $a_2$  y  $b_2$ . Entonces, el adaptador serie de dos puertas 1.11b es equivalente al arreglo de la figura 1.11c. De aquí en adelante, el valor de  $\alpha$  es definido por la expresión (1.33), pero los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  se obtienen, de acuerdo con (1.16), mediante

$$\alpha_1 = \frac{2R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\alpha_2 = \frac{2R_2}{R_1 + R_2}$$

y se tiene que

$$\alpha = \alpha_1 - 1 = 1 - \alpha_2$$

Si se aplica al adaptador paralelo de la figura 1.9b la equivalencia de la figura 1.5, y al adaptador serie resultante la equivalencia expresada por la figura 1.11b y 1.11c, se obtiene otra equivalencia útil es la que se muestra en la figura 1.12. Esta muestra, que un adaptador de dos puertas es equivalente a un arreglo que involucra otra vez a un adaptador de dos puertas, pero con  $\alpha$  reemplazado por  $-\alpha$ .

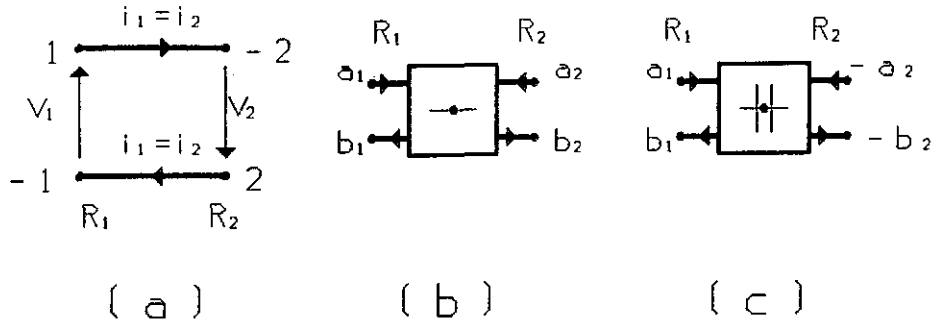


Figura 1.11: a) Conexión en serie de dos puertas con resistencias de puerta  $R_1$  y  $R_2$  respectivamente y, b) y c) Dos representaciones equivalentes del adaptador serie.

Para un adaptador paralelo de tres puertas, cuya puerta 3 está libre de reflexión, y para el cual  $G_3 = G_1 + G_2$  (figura 1.13a y 1.13b), se obtiene de (1.9), (1.10), (1.11), (1.12), (1.13), y (1.14)

$$b_0 = -\alpha_1(a_2 - a_1) \quad (1.34)$$

$$b_2 = b_0 + a_3 \quad (1.35)$$

$$b_1 = b_2 + (a_2 - a_1) \quad (1.36)$$

$$b_3 = b_0 + a_2 \quad (1.37)$$

$$b'_0 = -\alpha_2(a_1 - a_2) \quad (1.38)$$

$$b_1 = b'_0 + a_3 \quad (1.39)$$

$$b_2 = b_1 + (a_1 - a_2) \quad (1.40)$$

$$b_3 = b'_0 + a_1 \quad (1.41)$$

$$\alpha_1 = \frac{R_3}{R_1}, \quad \alpha_2 = \frac{R_3}{R_2}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (1.42)$$

en donde (1.34), (1.35), (1.36), y (1.37) corresponden a la puerta 2 escogida como dependiente, y (1.38), (1.39), (1.40), y (1.41) a la puerta 1 escogida como dependiente. El diagrama de flujo correspondiente a (1.34), (1.35), (1.36), y (1.37), se muestra en la figura 1.13c y se requieren una multiplicación y cuatro adiciones, para implantarlo. Para un adaptador serie de tres puertas, cuya puerta 3 está libre de reflexión, y para el cual  $R_3 = R_1 + R_2$  (figura 1.14a y 1.14b), se obtiene de (1.22), (1.23), (1.24), (1.25), (1.26), y (1.27)

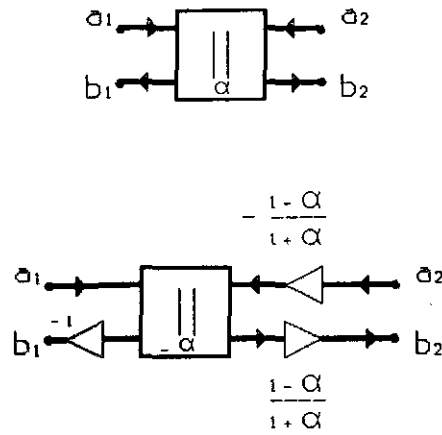


Figura 1.12: Equivalencia entre un adaptador de dos puertas y, un arreglo equivalente que involucra otro adaptador de dos puertas, pero con  $\alpha$  reemplazado por  $-\alpha$ .

$$B_3 = -(a_1 + a_2), \quad a_0 = a_3 - b_3, \quad (1.43)$$

$$b_1 = a_1 - \alpha_1 a_0, \quad b_2 = -(b_1 + a_3), \quad (1.44)$$

$$b_2 = a_2 - \alpha_2 a_0, \quad b_1 = -(b_2 + a_3), \quad (1.45)$$

$$\alpha_1 = \frac{R_1}{R_3}, \quad \alpha_2 = \frac{R_2}{R_3}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (1.46)$$

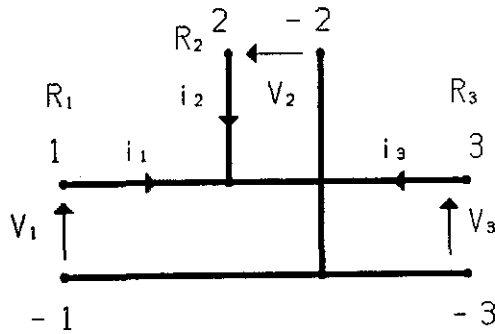
en donde (1.43) con (1.44) corresponden a la puerta 2 elegida como la puerta dependiente; y (1.43) con (1.45) a la puerta 1 escogida como la puerta dependiente. El diagrama de flujo correspondiente a (1.43) y (1.44), requiriendo una multiplicación y cuatro adiciones, se muestra en la figura 1.14c. Los dos diagramas de flujo de las figuras 1.13c y 1.14c pueden ser otra vez derivados uno del otro mediante inversión de flujo, combinada con una inversión de signo a la salida, como se explicó con respecto a las figuras 1.2b y 1.4b.

Si en el arreglo que se muestra en la figura 1.13a, se abre la puerta 3, este se reduce al que se muestra en la figura 1.9a. El circuito abierto corresponde a  $b_3 = a_3$ . Entonces, el arreglo de la figura 1.15a es equivalente a los adaptadores de las figuras 1.9b y 1.9c; y es realizable ya que el cerrar la puerta 3, que es libre de reflexión, no crea un lazo cerrado. Al comparar  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , definidas por (1.42), con (1.33), se encuentra que

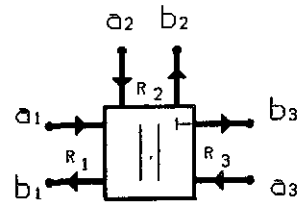
$$\alpha = 1 - 2\alpha_1 = 2\alpha_2 - 1$$

Si en el arreglo de la figura 1.14a, se cortocircuita la puerta 3, dicho arreglo se reduce al arreglo de la figura 1.11a. El corto circuito corresponde a  $b_3 = -a_3$ . Entonces, el arreglo de

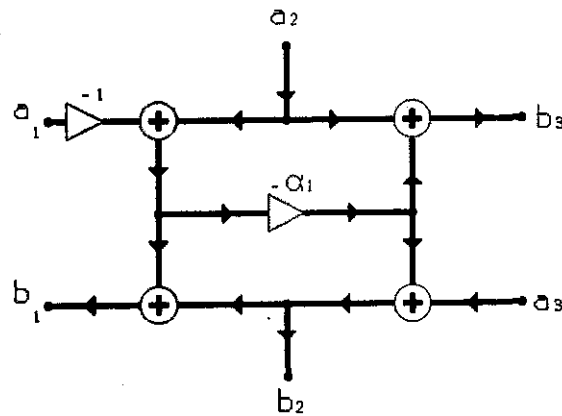




( a )

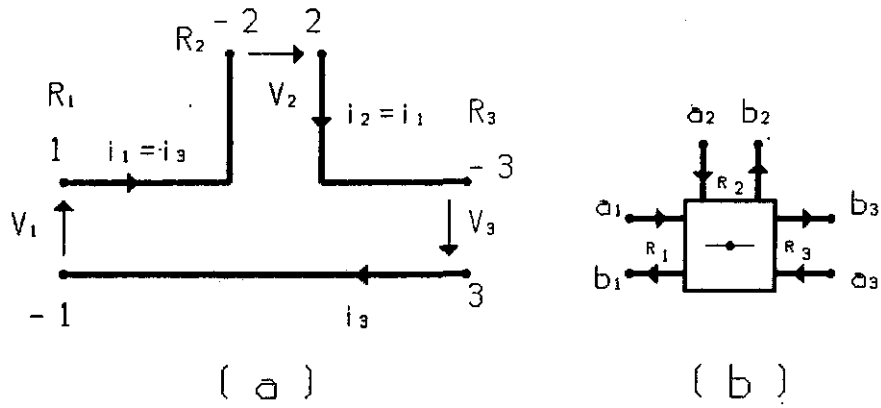


( b )



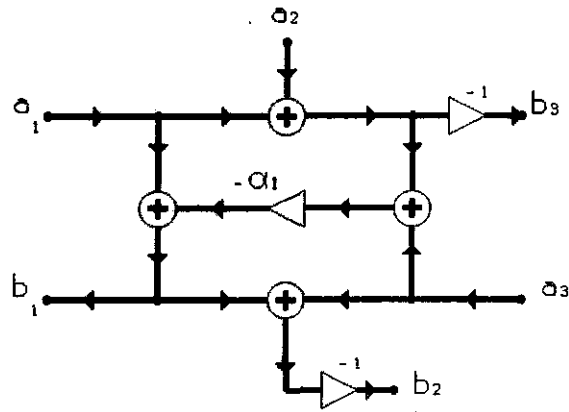
( c )

Figura 1.13: a) Conexión paralela de tres puertas. b) Adaptador para  $G_3 = G_1 + G_2$ . c) Diagrama de flujo correspondiente al adaptador del inciso b) con la puerta 2 escogida como la puerta dependiente.



( a )

( b )



( c )

Figura 1.14: a) Conexión serie de tres puertas. b) Adaptador para cuando  $R_3 = R_1 + R_2$ . c) Diagrama de flujo del adaptador que se muestra en el inciso b), con la puerta 2 escogida como la puerta dependiente.

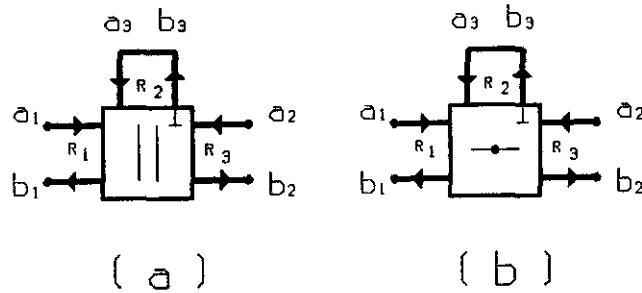


Figura 1.15: a) y b) Arreglos equivalentes a los adaptadores de las figuras 1.9b y 1.11b, respectivamente.

la figura 1.15b es equivalente a los adaptadores de la figuras 1.11b y 1.11c; y es realizable. Al comparar  $\alpha$  definida por (1.33) con (1.46), se obtiene

$$\alpha = 1 - 2\alpha_2 = 2\alpha_1 - 1$$

## 1.5 Adaptadores Combinados con Transformadores.

En un Filtro de Onda Digital, es frecuentemente útil en relación con el escalamiento, el hacer uso de transformadores ideales. Con el fin de no introducir problemas para la realización, estos son preferentemente realizados por medio de un par de multiplicadores inversos, de coeficientes  $k$  y  $1/k$ . Para la aritmética binaria, estos coeficientes son usualmente escogidos en potencias de 2, uno de ellos es un entero  $k$  y otro es un número fraccionario  $1/k$ . Por lo que el coeficiente entero  $k$  posee mucho menos problemas que  $1/k$ . Por lo tanto, bajo condiciones adecuadas de operación, en aritmética módulo dos el multiplicador de coeficiente  $k$ , no requiere ser chequeado por si se presenta sobreflujo en su entrada, tampoco produce ruido de redondeo. Por las características que presenta el coeficiente  $k$ , existe interés en poder reemplazar al coeficiente  $1/k$  por otro coeficiente  $k$ . Esto puede ser logrado algunas veces en la práctica. Para esto, se considera un adaptador paralelo de tres puertas, precedido en su puerta 1 por un transformador ideal (figura 1.16a). Un diagrama de flujo concordante con el arreglo anteriormente expuesto es el que se muestra en la figura 1.16b, esto puede ser fácilmente verificado por medio de la figura 1.2b, si se recuerda que el corrimiento a través de un nodo (ya sea un nodo donde hay bifurcación o un nodo de suma), un multiplicador de coeficiente  $k$  localizado en cierta bifurcación, equivale a introducir un multiplicador de coeficiente  $1/k$  en todas las otras bifurcaciones que tienen la misma orientación con respecto al nodo de la bifurcación original, y un multiplicador de coeficiente  $k$  en todas las bifurcaciones restantes que son incidentes con ese nodo.

Un tipo similar de equivalencia vale si el transformador ideal es conectado a la puerta 2. Esto es debido a que las puertas 1 y 2 son no dependientes. Para la puerta dependiente,

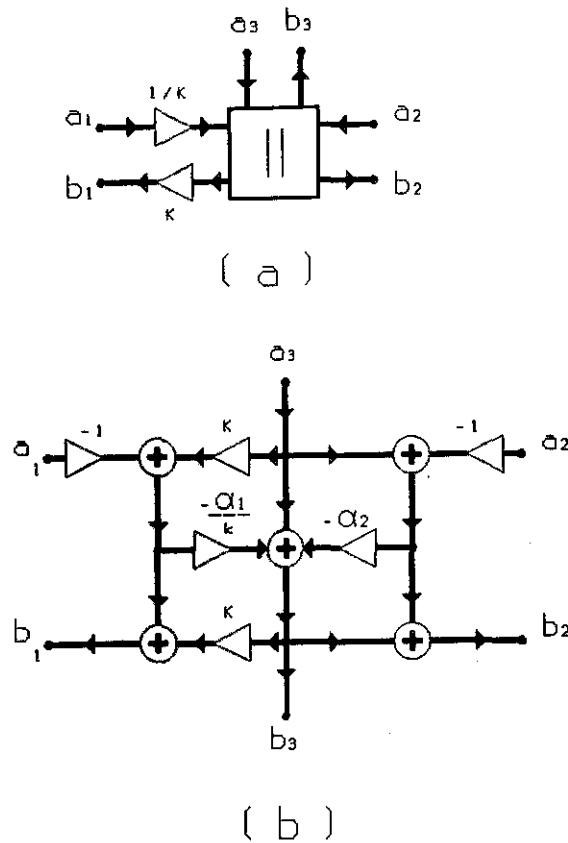


Figura 1.16: a) Adaptador paralelo de tres puertas con un par de multiplicadores inversos en la puerta 1. b) Diagrama de flujo correspondiente que involucra un par de multiplicadores con coeficientes idénticos.

en este caso la puerta 3 en la figura 1.2b, la situación es más difícil en el sentido que el número de multiplicadores también se incrementará. Este resultado es válido también para los adaptadores paralelos con más de tres puertas, como puede verificarse por medio de las ecuaciones (1.11), (1.12), (1.13), y (1.14). Para adaptadores paralelos con una puerta libre de reflexión, el método no es aplicable si contienen transformadores ideales en la puerta libre de reflexión y/o la puerta dependiente. Una equivalencia adecuada para el caso de tres puertas es dada en la figura 1.17.

La situación es completamente análoga para los adaptadores serie. Dos equivalencias adecuadas para adaptadores serie de tres puertas son dadas en las figuras 1.18 y 1.19.

## 1.6 Realización por Medio de Adaptadores Elementales.

### 1.6.1 Adaptadores Paralelos.

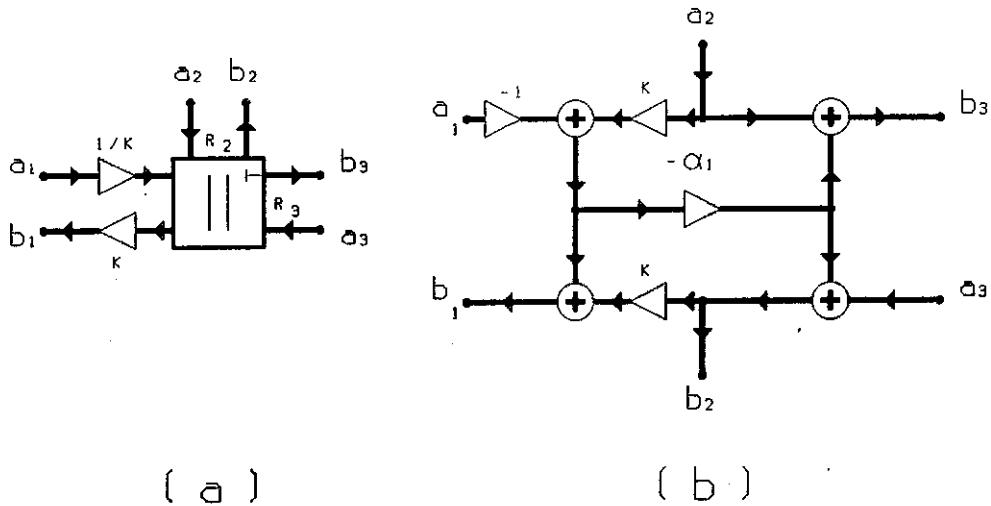


Figura 1.17: a) Adaptador paralelo de tres puertas cuya puerta 3 está libre de reflexión y cuya puerta 1 es precedida por un par de multiplicadores inversos y b) Diagrama de flujo correspondiente que involucra un par de multiplicadores con coeficientes idénticos.

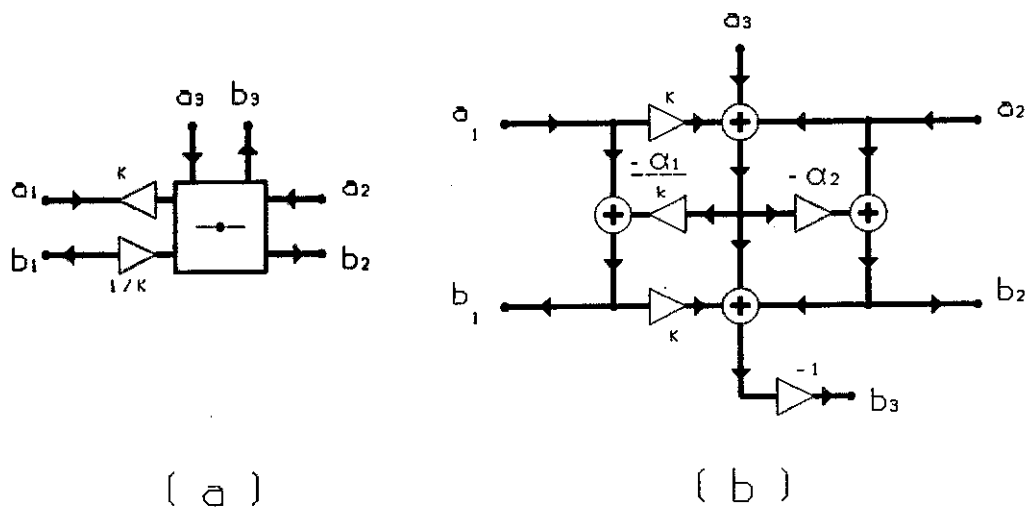


Figura 1.18: a) Adaptador serie de tres puertas con un par de multiplicadores inversos en la puerta 1. b) Diagrama de flujo del inciso a), que involucra un par de multiplicadores con coeficientes idénticos.

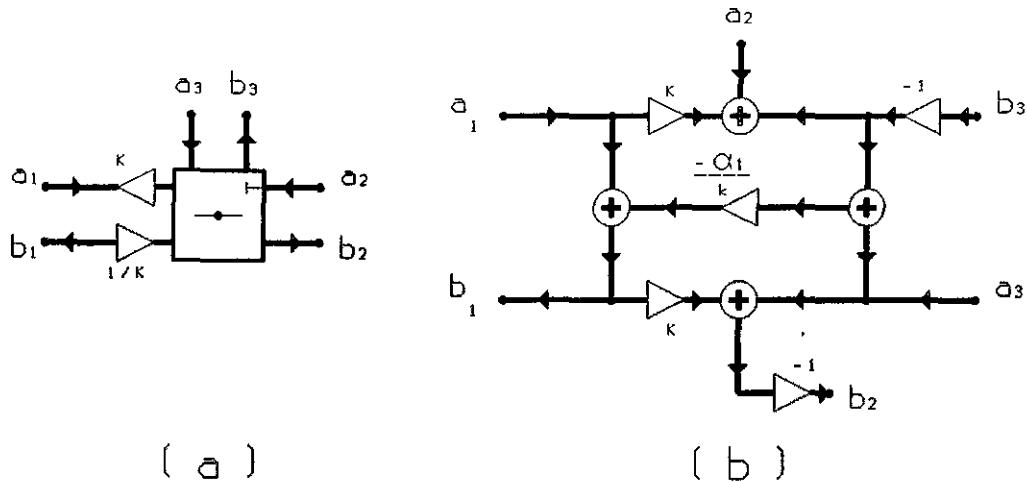


Figura 1.19: a) Adaptador serie de tres puertas cuya puerta 3 está libre de reflexión y cuya puerta 1 es precedida por un par de multiplicadores inversos. b) Diagrama de flujo del inciso a), que involucra un par de multiplicadores con coeficientes idénticos.

Los adaptadores elementales de tres puertas pueden servir como bloques básicos para construir cualquier otro adaptador. En la sección 1.4 esto se ha demostrado para adaptadores de dos puertas, y ahora será probado para adaptadores con cualquier número de puertas.

Introduciendo  $n - 2$  puertas auxiliares con resistencias de puerta  $R'_1$  a  $R'_{n-2}$ , la conexión paralela de  $n$  puertas de la figura 1.1a puede ser representada como se muestra en la figura 1.20a. Si se eligen las resistencias  $R'_v = 1/G'_v$  de forma tal que

$$G'_1 = G_1 + G_2 \text{ y } G'_v = G'_{v-1} + G_{v+1} \text{ para } v = 2 \text{ a } n - 2 \quad (1.47)$$

el arreglo de la figura 1.20a da origen al diagrama de flujo de onda de la figura 1.20b, que contiene  $n - 2$  adaptadores elementales de tres puertas  $N_1$  a  $N_{n-2}$  y un adaptador de dos puertas  $N_{n-1}$ . Debido a la expresión (1.47), las puertas del lado derecho de los adaptadores paralelos están libres de reflexión; esto garantiza que el arreglo sea realizable, entonces, la figura anterior es equivalente al adaptador paralelo de la figura 1.1b. De acuerdo con la expresión (1.47), las  $R'_v$  son positivas si las  $R_v$  son también positivas.

Una vez que se conocen las  $R'_v$ , los coeficientes de  $N_1$  a  $N_{n-1}$  pueden ser determinados. El número total de multiplicaciones requeridas, sigue siendo  $n - 1$ , pero el número de adiciones se incrementa a  $4(n - 2) = 4n - 5$ .

Si la conexión paralela de  $n$  puertas debe dar origen a un adaptador cuya puerta  $n$  está libre de reflexión (figura 1.1c), la ecuación  $R_v = 1/G_v$  debe satisfacer (1.8). Es entonces suficiente introducir  $n - 3$  puertas auxiliares, como se muestra en la figura 1.21a. Esto lleva al arreglo de la figura 1.21b, conteniendo  $n - 2$  adaptadores paralelos elementales de tres puertas. Las terminales del lado derecho de las  $n - 3$  primeras puertas de estos adaptadores, están libres de reflexión si las  $G'_v$  son otra vez dadas por la expresión (1.47), pero con el límite superior de  $v$  igual a  $n - 3$ . Esto fija los valores de todas las resistencias auxiliares de las puertas. Sin embargo, debido a (1.8), se tiene también que  $G_n = G'_{n-3} + G_{n-1}$ , en

consecuencia la puerta del lado derecho de  $N_{n-2}$  esta entonces automáticamente libre de reflexión. El número de multiplicaciones requeridas por el arreglo de la figura 1.21b sigue siendo  $n - 2$ , pero el número de adiciones se incrementa a  $4n - 8$ .

## 1.6.2 Adaptador Serie.

Si se considera la figura 1.3a, es preferible invertir primero la orientación de todas las segundas puertas, empezando con la puerta 3. Se introducen otra vez  $n - 2$  puertas auxiliares, con resistencias de puerta  $R'_1$  a  $R'_{n-2}$ , pero alternando orientaciones. Como se muestra en la figura 1.22a, (dibujado para  $n$  par), entonces se obtienen circuitos cerrados consecutivos, tales que, todas las puertas pertenecientes al mismo circuito cerrado tienen la misma orientación, se hace

$$R'_1 = R_1 + R_2, \text{ y } R'_v = R'_{v-1} + R_{v+1} \text{ para } v = 2 \text{ a } n - 2 \quad (1.48)$$

y se obtiene de la figura 1.22a el arreglo realizable de adaptadores de la figura 1.22b, requiriendo  $n - 1$  multiplicaciones y  $4n - 5$  adiciones. Con el objeto de hacer este arreglo completamente equivalente al adaptador serie de la figura 1.3b, todavía se debe completar la inversión de las orientaciones de las puertas. Por las razones ya explicadas en relación con la figura 1.11c, se tienen que agregar inversores de signo (de la misma forma que para las terminales de la puerta 2 en la figura 1.11c) a todas las terminales de las puertas 3, 5, 7, etc.

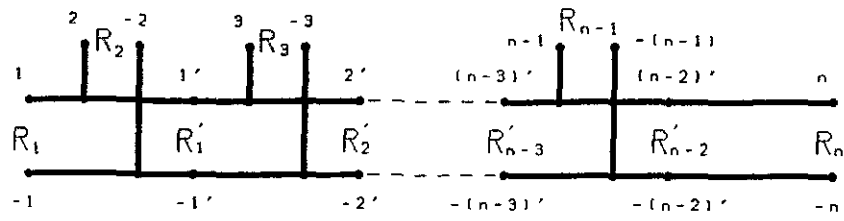
Si la puerta  $n$  está libre de reflexión, las  $R_v$  deben satisfacer (1.21). Entonces si se omite la última puerta auxiliar, la puerta  $n$  debe recibir la misma orientación que la puerta  $n - 1$ , independientemente de si  $n$  es par o impar. El arreglo de adaptadores resultante, es el que se muestra en la figura 1.23, que requiere  $n - 2$  multiplicaciones y  $4n - 8$  adiciones. Las resistencias de las puertas auxiliares son nuevamente computadas con la expresión (1.48), pero el límite superior de  $v$  será igual a  $n - 3$ . El arreglo de la figura 1.23 se vuelve equivalente al adaptador de la figura 1.3c después de compensar, al igual que antes, para todos los cambios en la orientación de las puertas, esto es, después de agregar los inversores de signo a todas las terminales de las puertas numeradas con números impares 3, 5,  $\dots$ , hasta  $n - 2$  si  $n$  es impar, así como a la puerta  $n$  si  $n$  es par.

## 1.7 Reemplazo de los Elementos Analógicos.

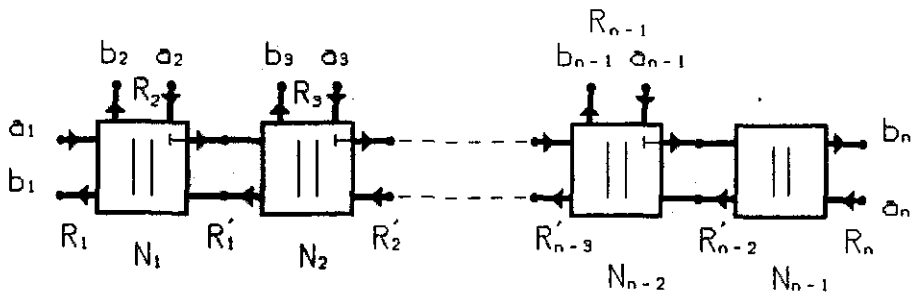
En las secciones anteriores se ha desarrollado la teoría básica de los adaptadores para el filtro de onda, pero no se ha mencionado como es que estos logran reemplazar un determinado elemento del filtro analógico de referencia, es claro que para simular las conexiones en serie o paralelo se usan los adaptadores correspondientes, pero para simular el elemento conectado en un filtro de onda debe conectarse en la puerta adecuada del adaptador un circuito que realice la simulación.

La obtención de dichos circuitos no se presentará en este trabajo, pero puede ser consultada en [Fettweis 71, Feb.]<sup>4</sup>, existen otros trabajos que presentan también equivalencias para otros elementos o conjuntos de ellos, como [Lacroix 88]. Las equivalencias más útiles para el diseño de filtros de onda basados, como ya se dijo, en los filtros analógicos, son los que se muestran en las tablas 1.1 y 1.2.

<sup>4</sup>Alfred Fettweis es quien desarrolla varios de los artículos más importantes en el estudio filtros de onda digitales, y proporcionan toda la base teórica.

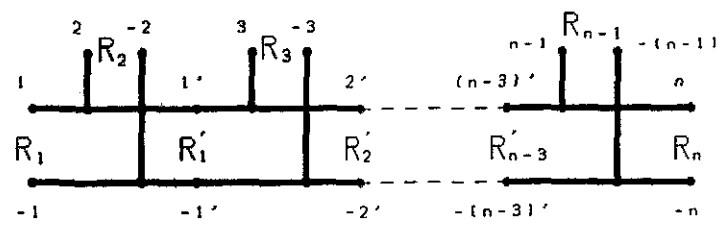


( a )

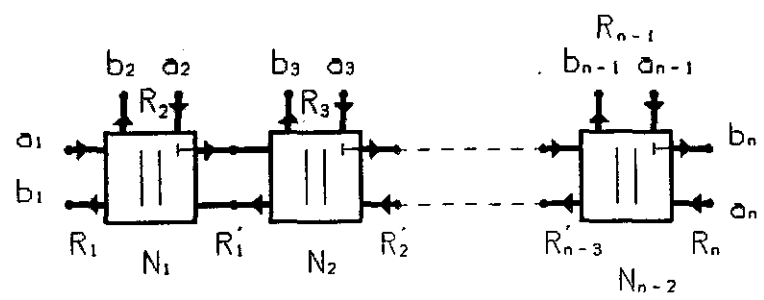


( b )

Figura 1.20: a) Conexión paralela de  $n$  puertas, con  $n - 2$  puertas auxiliares introducidos con propósito de separación. b) Arreglo de adaptadores derivados del inciso a) y equivalente al adaptador de la figura 1.1b, pero que requiere sólo adaptadores elementales.



( a )



( b )

Figura 1.21: a) Conexión paralela de  $n$  puertas, con  $n - 3$  puertas auxiliares introducidos con el propósito de aislar. b) Arreglo derivado del inciso a), que es un adaptador equivalente a la figura 1.1c (puerta  $n$  libre de reflexión), pero que requiere sólo adaptadores paralelos elementales de tres puertas.



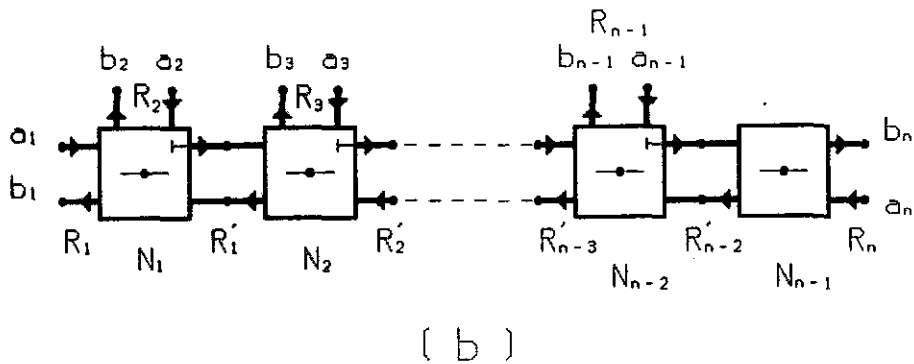
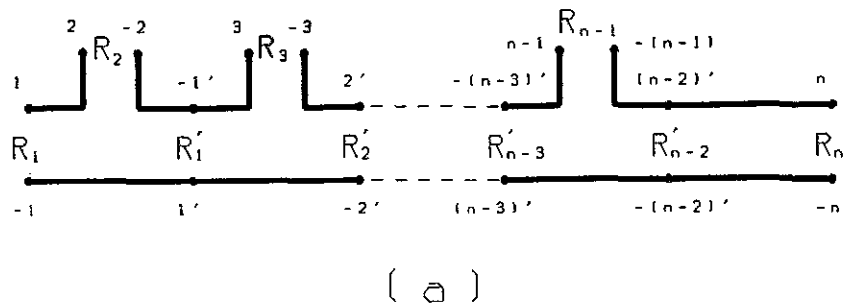


Figura 1.22: a) Conexión en serie de  $n$  puertas, con la orientación de las puertas de orden impar, empezando con la puerta 3 invertida y con  $n$  puertas auxiliares introducidos para aislar (dibujado para  $n$  par). b) Arreglo derivado del inciso a) que requiere sólo adaptadores elementales; es equivalente al adaptador serie de la figura 1.3b, excepto por los inversores de signo introducidos en ambas terminales de todas las puertas cuya orientación ha sido invertida.

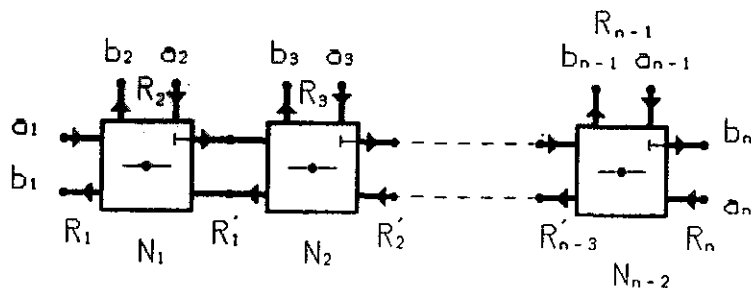


Figura 1.23: Arreglo de adaptadores correspondiente al de la figura 1.21b, pero sólo válido si la puerta  $n$  está libre de reflexión; es equivalente al adaptador de la figura 1.3c (puerta  $n$  libre de reflexión) excepto, por los inversores de signo introducidos en ambas terminales, de todas las puertas en las que se ha invertido la orientación.

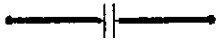
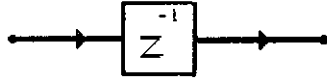


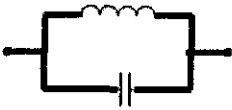
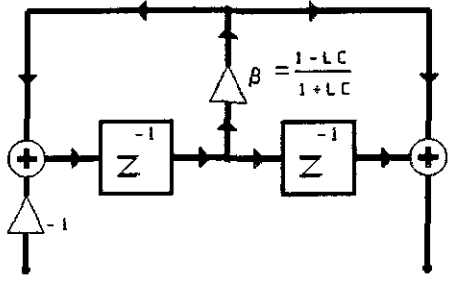

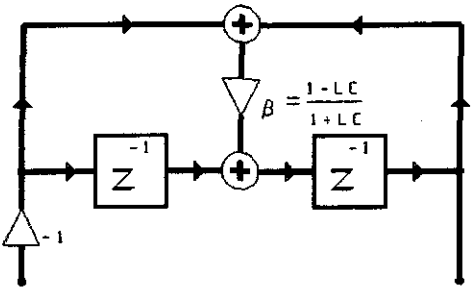
Circuito Analógico.	Circuito Digital Equivalente
	
	
	
	

Tabla 1.1: Tabla de transformaciones


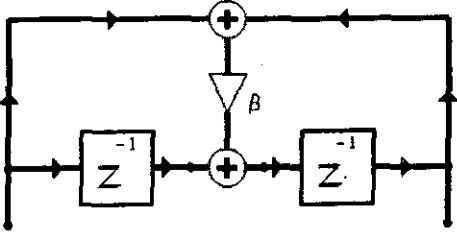

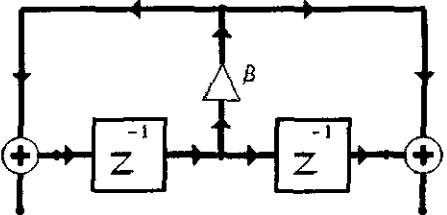
Circuito Analógico.	Circuito Digital Equivalente
	
	

Tabla 1.2: Tabla de transformaciones (Continuación).

# Capítulo 2

## Transformaciones Para los Filtros Analógicos.

### 2.1 Introducción.

Un filtro ideal es un dispositivo que permite dejar salir sin atenuación señales deseadas que se encuentran dentro de un rango de frecuencias, la señal que no tenga un valor de frecuencia dentro de ese rango debe ser totalmente detenida por el filtro, es decir su salida será cero. Si se piensa en la funcionalidad del filtro ideal la manera más conveniente de expresar su comportamiento es mediante el uso de una gráfica que relacione de alguna forma el voltaje de entrada y salida contra los valores de frecuencia de la señal, a continuación se describe el comportamiento del filtro ideal. Un filtro ideal pasa bajas, es aquel que deja pasar a la señal íntegramente cuando su frecuencia  $\omega$  está dentro del rango  $0 \leq \omega < \omega_c$  y que detiene a la señal en el rango de frecuencias  $\omega_c < \omega < \infty$ . Es necesario definir de manera más apropiada la relación entre el voltaje de entrada y el de salida, si se denomina a el voltaje de la señal a la entrada  $V_1$  y al voltaje a la salida  $V_2$ , se puede definir la relación de estos voltajes con

$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right| \quad (2.1)$$

el filtro ideal deja pasar a la señal íntegramente si se cumple que  $V_1 = V_2$ , esto es cuando

$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right| = 1 \quad (2.2)$$

y que detiene a la señal cuando  $V_2 = 0$ , entonces

$$\left| \frac{V_2}{V_1} \right| = 0 \quad (2.3)$$

si se grafica la relación de voltajes antes descrita contra los valores de frecuencia, se obtiene una gráfica como la que se muestra en la figura 2.1. Esta gráfica corresponde al comportamiento de un filtro ideal pasa bajas.

A este filtro se le llama ideal porque su comportamiento, tal y como se muestra en la gráfica 2.1 no puede ser realizada por un circuito real debido a las razones que se exponen en el siguiente capítulo. Por el momento basta con saber que en un filtro realizable, no es posible que la señal no se vea afectada en un determinado rango de frecuencias y sea

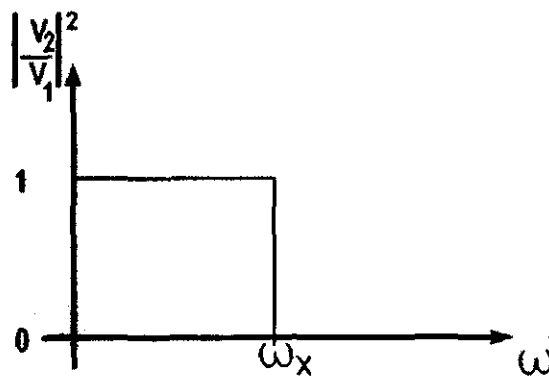


Figura 2.1: Gráfica de la respuesta ideal de un filtro pasa bajas.

eliminada por completo fuera de ese rango, lo que si es posible es que la señal sea atenuada de forma mínima en un rango de frecuencias y, que sea, más atenuada (hasta un valor que se considere suficiente) fuera de ese rango de frecuencias, tampoco es posible que el valor de la atenuación cambie de forma tan abrupta para prácticamente el mismo valor de frecuencia ( $\omega_x$ ), pero es posible que la atenuación disminuya hasta un valor aceptable dentro de otro rango de frecuencias.

Para un filtro realizable, se especifican más detalles del comportamiento que se desea que dicho dispositivo cumpla, no basta con especificar sólo un rango de frecuencias en los que el voltaje de entrada sea igual al de la salida y que para todas las demás frecuencias el voltaje a la salida sea cero, es necesario especificar las características del filtro, que son los valores de atenuación ( del voltaje a la salida respecto a el de la entrada) , que se desean obtener en determinados rangos de frecuencias. Normalmente las características que debe tener el filtro se expresan en forma gráfica, a esta gráfica se le denomina plantilla de diseño del filtro o simplemente plantilla del filtro. La plantilla del filtro se representa en una plano cartesiano, el eje de las abscisas representa la frecuencia  $\omega$  y el de las ordenadas la atenuación  $a$ . La frecuencia generalmente se especifica en Hertz, pero para facilitar la manipulación matemática de la función que representa la respuesta en frecuencia del filtro, se usa también como unidad a los radianes sobre segundo . La atenuación puede expresarse en decibeles o en nepers, para el presente trabajo se toma como convención expresar la atenuación en decibeles y además se invierte el sentido positivo para el eje de las ordenadas (atenuación), de tal forma que el valor positivo de este eje se incrementa hacia abajo en lugar de hacia arriba, está inversión es realizada debido a que es más fácil visualizar el comportamiento en frecuencia de los diferentes tipos de filtros que existen, se hablará de la clasificación de los filtros después de identificar las diferentes regiones que componen a la plantilla del filtro realizable.

En la plantilla del filtro realizable, existen 3 regiones de frecuencias, que son: la de la banda de paso, la banda o bandas de supresión y la región de transición. La banda de paso, es el rango de frecuencias de la señal en las que el voltaje de salida es igual o casi igual al de la entrada es decir la señal no es atenuada (la atenuación es cero decibeleles) o en el peor de los casos es atenuada  $a_c$  decibeleles. La banda o bandas de supresión son aquellos rangos de frecuencias en los que la señal debe ser atenuada al menos  $a_a$  decibeleles. La región de transición es el o los rangos de frecuencias en donde existe una transición de la atenuación de

la señal, entre una banda de paso y una banda de supresión, o viceversa. Las características que se dan para el diseño normalmente son, la frecuencia a partir de la cual se debe filtrar, que es llamada frecuencia de corte  $\omega_c$  y generalmente corresponde a una atenuación  $a_c$  de 3dB en la magnitud del voltaje de la señal a la salida, con respecto a la magnitud del voltaje a la entrada del filtro, el otro parámetro es la frecuencia  $\omega_a$  a la cual se obtiene como mínimo la atenuación  $a_a$  en decibeles, es decir, la atenuación deseada en la banda de supresión. Una vez que se conocen las características de diseño, es necesario resolver el problema de la aproximación, que consiste en encontrar una función para representar el sistema tal que, por un lado aproxime la curva dada con las tolerancias especificadas en la plantilla de diseño y, sea realizable por una red de la forma deseada.

En el ejemplo del filtro ideal se considera el caso en el que se desea que pasen las frecuencias menores a  $\omega_x$  y que las frecuencias mayores a este valor sean eliminadas, a este tipo de filtro se le llama pasa bajas porque deja pasar a las partes de la señal con frecuencias que se encuentran por debajo de un umbral determinado y elimina a las partes de la señales cuya frecuencia está por arriba del umbral. Al igual que el filtro pasa bajas, los demás filtros obtienen su nombre de acuerdo con su comportamiento, los otros tipos de filtros son: los pasa altas que dejan pasar señales con frecuencias por arriba de un valor determinado y eliminan a las señales con frecuencias inferiores a ese valor, los pasa banda que sólo permiten el paso de señales cuya frecuencia esté dentro de un determinado rango o banda de frecuencias y elimina a las señales con frecuencias fuera de ese rango, y el supresor de banda que tiene un comportamiento inverso al pasa banda.

Por ser el filtro pasa bajas uno de los más sencillos de describir matemáticamente, es el que se usa para aplicar las aproximaciones y obtener funciones realizables. Existen tablas que contienen los valores que deben tener los elementos de la red que implemente alguna de esas aproximaciones para obtener un filtro pasa bajas. El hacer uso de la función del filtro pasa bajas no es una restricción, ya que existen una serie de transformaciones en la frecuencia que permiten que, la aproximación de la función del filtro pasa bajas, sea convertida a una función que represente un filtro pasa altas, pasa banda o supresor de banda, lo mismo es posible para los valores de los elementos de la red. Para que todos estos cálculos no pierdan generalidad, se usa un filtro pasa bajas normalizado, que tiene las características que se muestran en la figura 2.2.

En el resto de este capítulo se deducen las transformaciones necesarias para convertir un filtro pasa bajas normalizado en filtros sin normalizar del tipo que se requiera.

## 2.2 Transformación de Filtro Paso Bajas a otros.

La presente sección fué tomada en su mayoría de las notas sobre transformaciones escritas por el Dr. Ing. Bohumil Pšenička, a lo largo de varios años de trabajo.

Es necesario el uso de diferentes tipos de filtros, para poder de esta manera cumplir con los requerimientos de cada aplicación; en algunos casos se requiere filtrar (atenuar lo más posible) las frecuencias mayores a la frecuencia de corte, es entonces cuando se usa un filtro pasa bajas (FPBJ). Cuando se necesita filtrar las frecuencias menores a la frecuencia de corte se usa un filtro pasa altas (FPA). Cuando sólo se desea que pase un rango de frecuencias que están entre dos valores (entre dos frecuencias de corte) se usa un filtro pasa banda (FPB). Cuando se requiere filtrar sólo un rango de frecuencias (también contenido

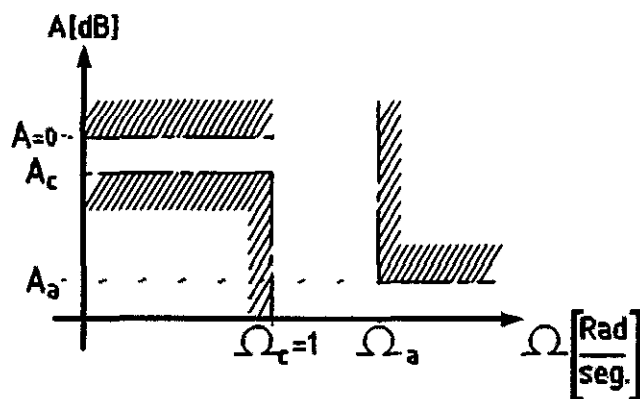


Figura 2.2: Gráfica características de un filtro pasa bajas normalizado.

entre dos frecuencias de corte) se usa un filtro supresor de banda (FSB). Las plantillas de características gráficas de diseño de los cuatro tipos de filtros mencionados anteriormente se muestran en la figura 2.3.

En casi todos los trabajos se realiza la síntesis y se presentan tablas sólo para los filtros pasa bajas normalizados (FPBN), por lo que es necesario transformarlos a no normalizados para que cumplan con las frecuencias y con las impedancias que se necesite, y posteriormente transformarlos para obtener el tipo de filtro que se desee.

Si se quieren expresar las características en decibels, se aplica la siguiente expresión, a los voltajes de entrada  $V_1$  y de salida  $V_2$

$$a = 20 \log \left( \frac{V_2}{V_1} \right) [dB] \quad (2.4)$$

En las siguientes subsecciones (a menos que se especifique lo contrario) se toma como convención el utilizar las letras mayúsculas para denotar el valor de los elementos normalizados y las letras minúsculas para los valores de los elementos no normalizados, tal y como se define a continuación:

$r_L$  Es la resistencia de terminación del filtro no normalizado.

$\omega_c$  Es la frecuencia de corte no normalizada a una atenuación  $a_{max}$ .

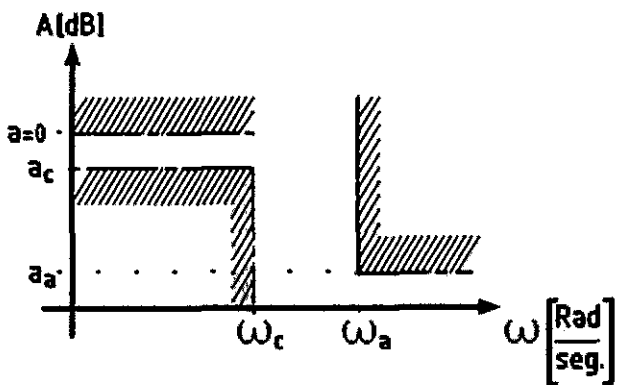
$\omega_a$  Es la frecuencia no normalizada a la que se desea la atenuación  $a_{min}$ .

$\Omega_c$  Es la frecuencia de corte normalizada a una atenuación  $A_{max}$ .

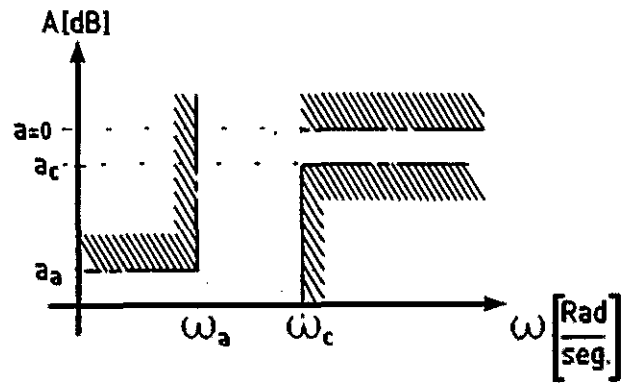
$\Omega_a$  Es la frecuencia normalizada en la que se desea la atenuación  $A_{min}$ .

$i$  Es el subíndice que indica el número del elemento.

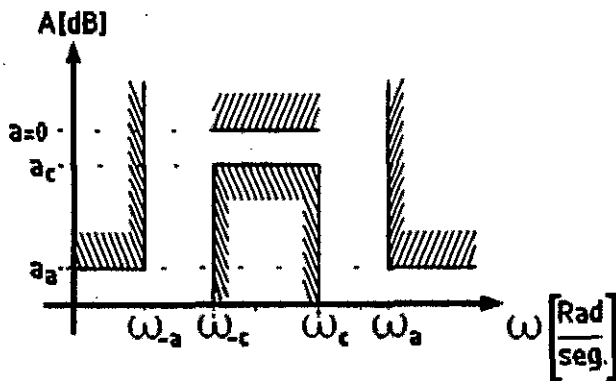
La frecuencia  $\omega$  mayúscula o minúscula se calcula con



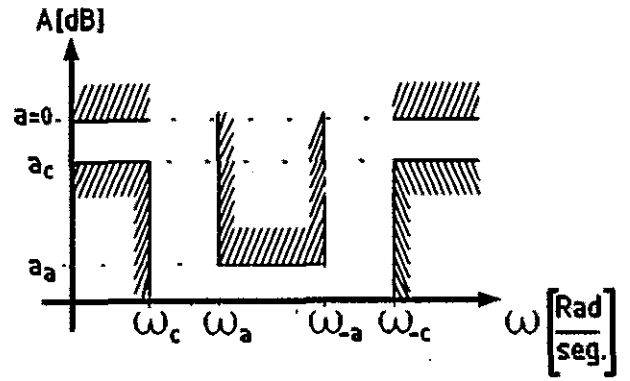
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2.3: Plantillas de diseño para los cuatro tipos de filtros: a)Pasa bajas, b)Pasa Altas, c)Pasa banda, d)Supresor de banda.



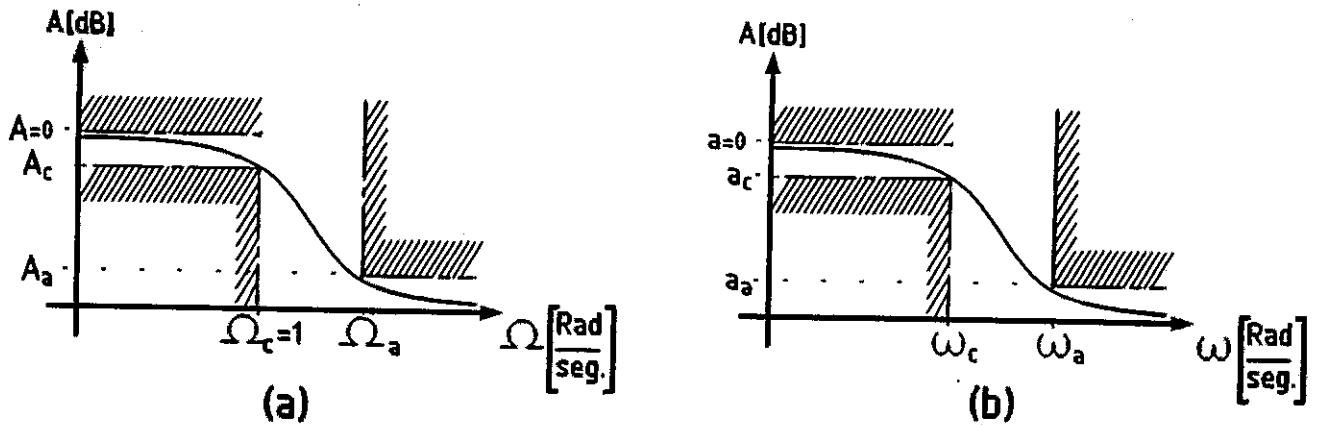


Figura 2.4: a) Plantilla de diseño del filtro pasa bajas normalizado. b) Plantilla de diseño del filtro pasa bajas no normalizado.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (2.5)$$

donde  $f$  es la frecuencia expresada en Hertz y al aplicarle la ecuación anterior queda expresada en radianes sobre segundo.

### 2.2.1 Transformación de Pasa Bajas Normalizado a Pasa Bajas.

En esta subsección se obtienen las fórmulas para realizar la transformación de un filtro pasa bajas normalizado a un filtro pasa bajas no normalizado. Si se toma en cuenta la nomenclatura de la figura 2.4 para el inductor normalizado se tiene que su impedancia se define por

$$Z = j\Omega L \quad (2.6)$$

Si en la ecuación (2.6) se sustituye la transformación correspondiente, que es

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_c} \quad (2.7)$$

se obtiene

$$Z = j \frac{\omega}{\omega_c} L = j\omega l \quad (2.8)$$

si se toma en cuenta la resistencia de terminación del filtro no normalizado  $r_L$  y sólo la reactancia de la impedancia expresada en (2.8), el valor del inductor normalizado  $L$  se transforma al del inductor no normalizado  $l$ , por medio de

$$l_i = \frac{L_i r_L}{\omega_c} \quad (2.9)$$

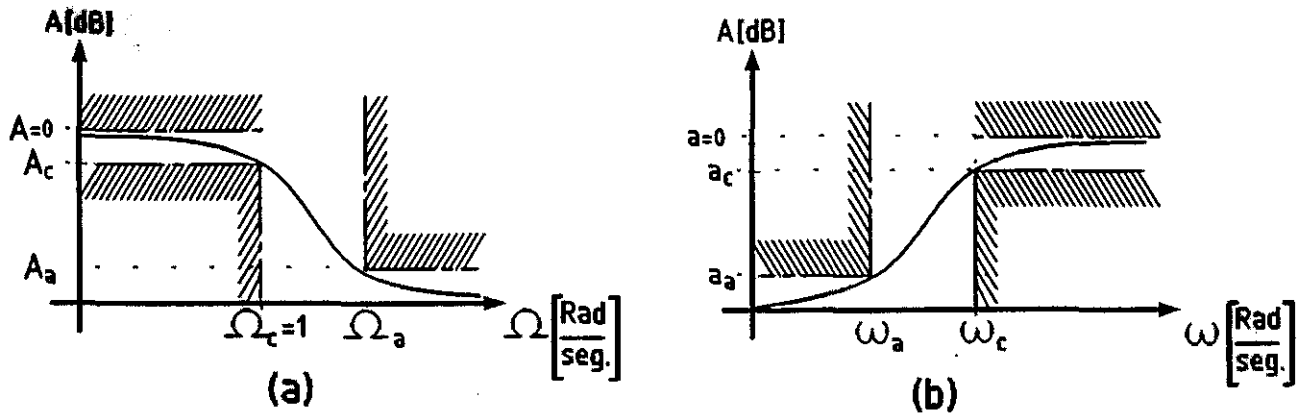


Figura 2.5: a) Plantilla para un filtro pasa bajas normalizado. b) Plantilla para un filtro pasa altas no normalizado.

donde el subíndice  $i$  es un entero que indica el número del elemento, como ya se dijo. Para el capacitor normalizado se tiene que la admitancia es

$$Y = j\Omega C \quad (2.10)$$

si se sustituye en (2.10) la expresión (2.7) se obtiene

$$Y = j\frac{\omega}{\omega_c}C = j\omega c \quad (2.11)$$

si se toma la susceptancia y se despeja de la expresión (2.11) el valor del capacitor no normalizado, y se incluye el efecto de la resistencia de terminación  $r_L$ , se tiene que

$$c_i = \frac{C_i}{\omega_c r_L} \quad (2.12)$$

Es importante aclarar que sólo deben cambiarse los valores normalizados por los no normalizados para obtener las características deseadas, y la estructura de la red se mantiene igual que la normalizada. Para mejor comprensión de las fórmulas aquí presentadas se incluyen varios ejemplos en la última sección del capítulo siguiente.

## 2.2.2 Transformación de Pasa Bajas Normalizado a Pasa Altas.

Para la transformación de filtro pasa bajas normalizado a filtro pasa altas no normalizado de acuerdo con la nomenclatura de los esquemas de la figura 2.5, se tiene que el inductor normalizado se transforma en un capacitor no normalizado de acuerdo con el siguiente desarrollo

$$Z = j\Omega L \quad (2.13)$$

si se sustituye en la ecuación (2.13)

$$\Omega = -\frac{\omega_c}{\omega} \quad (2.14)$$

se obtiene

$$Z = -j \frac{\omega_c}{\omega} L = \frac{\omega_c L}{j\omega} = \frac{1}{j\omega c} \quad (2.15)$$

entonces, el valor del capacitor no normalizado  $c$ , que se debe sustituir por el inductor del filtro pasa bajas normalizado  $L$ , para obtener el filtro pasa altas no normalizado, incluyendo el escalamiento producido por la resistencia de terminación no normalizada  $r_L$  y al tomar en cuenta la reactancia de la impedancia en (2.15), es

$$c_i = \frac{1}{\omega_c L_i r_L} \quad (2.16)$$

Los capacitores normalizados se transforman en inductores no normalizados, para iniciar el desarrollo se toma la impedancia del capacitor normalizado

$$Y = j\Omega C \quad (2.17)$$

si se sustituye en la ecuación (2.17) la expresión (2.14), se obtiene

$$Y = -j \frac{\omega_c}{\omega} C = \frac{\omega_c C}{j\omega} = \frac{1}{j\omega l} \quad (2.18)$$

si se despeja  $l$  al tomar la susceptancia de la admitancia en (2.18) y considerar la resistencia  $r_L$ , el valor del inductor no normalizado  $l$ , que se debe sustituir por el capacitor normalizado  $C$ , para obtener un filtro pasa altas es

$$l_i = \frac{r_L}{\omega_c C_i} \quad (2.19)$$

$i$  representa el número del elemento, los ejemplos de aplicación de las fórmulas desarrolladas están en la última sección del siguiente capítulo.

### 2.2.3 Transformación de Pasa Bajas Normalizado a Pasa Banda.

Para la transformación de filtro pasa bajas normalizado a filtro pasa banda no normalizado se usa la nomenclatura de los esquemas de la figura 2.6, si se observa la figura 2.6b se percibe que existen dos frecuencias de corte  $\omega_c$  y  $\omega_{-c}$  y dos frecuencias a partir de las cuales se debe cumplir la atenuación mínima  $a_a$  que son  $\omega_a$  y  $\omega_{-a}$ , si se toma en cuenta la figura 2.6a se puede ver que el filtro pasa bajas normalizado se define completamente con sólo una frecuencia de corte  $\Omega_c$  y una frecuencia  $\Omega_a$ , a la que se debe lograr la atenuación mínima, entonces se debe elegir alguna de las dos frecuencias de corte y alguna de las dos frecuencias a las que se debe presentar la atenuación mínima del filtro pasa bandas; para realizar una decisión correcta primero se realizan las siguientes sustracciones

$$\Delta_{-1} = \omega_{-c} - \omega_{-a} \quad \Delta_1 = \omega_a - \omega_c \quad (2.20)$$

se escogen para ser usadas en los cálculos del filtro pasa bajas normalizado, las frecuencias involucradas en la operación cuyo resultado  $\Delta_{-1}$  o  $\Delta_1$  sea el menor, con esto se garantiza que se usa la pendiente más pronunciada de las dos regiones de transición del filtro pasa banda.

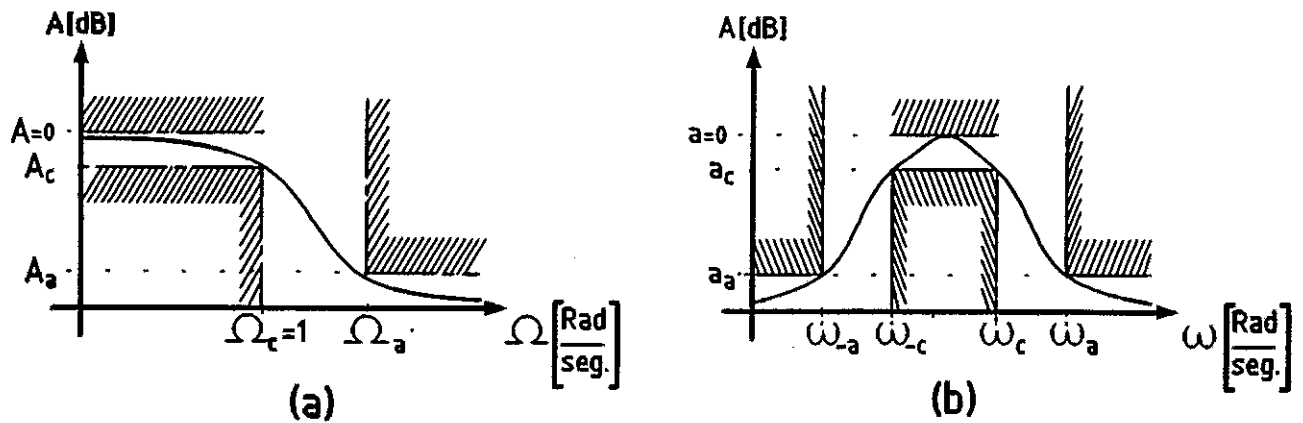


Figura 2.6: a) Plantilla para un filtro pasa bajas normalizado. b) Plantilla para un filtro pasa banda no normalizado.

Una vez obtenida la plantilla del filtro pasa bajas normalizado y los valores de los elementos de la red que le corresponden se aplica la transformación a pasa banda, en el caso del inductor normalizado  $L$ , se tiene que la representación de su impedancia es

$$Z = j\Omega L \quad (2.21)$$

si se sustituye

$$\Omega = \frac{\omega^2 - \omega_c \omega_{-c}}{\omega(\omega_c - \omega_{-c})} \quad (2.22)$$

de la expresión (2.21), se obtiene

$$Z = jL \frac{\omega^2 - \omega_c \omega_{-c}}{\omega(\omega_c - \omega_{-c})} \quad (2.23)$$

si se desarrolla y simplifica la ecuación anterior

$$Z = \frac{j\omega L}{\omega_c - \omega_{-c}} + \frac{L\omega_c \omega_{-c}}{j\omega(\omega_c - \omega_{-c})} \quad (2.24)$$

al agrupar los términos de manera conveniente

$$Z = j\omega \frac{L}{\omega_c - \omega_{-c}} + \frac{1}{j\omega} \frac{1}{\frac{\omega_c - \omega_{-c}}{L\omega_c \omega_{-c}}} = j\omega l + \frac{1}{j\omega c} \quad (2.25)$$

se puede ver claramente que la impedancia descrita en (2.25) es la de dos elementos en serie, esto indica que al inductor del filtro pasa bajas normalizado  $L$ , se le sustituye por dos elementos no normalizados que son un inductor  $l$  y un capacitor  $c$  conectados en serie, para obtener el filtro pasa banda no normalizado, y que estos elementos no normalizados, si se toma en cuenta la resistencia de terminación  $r_L$ , tienen los valores

$$l_i = \frac{L_i r_L}{\omega_c - \omega_{-c}} \quad c_i = \frac{\omega_c - \omega_{-c}}{L_i r_L \omega_c \omega_{-c}} \quad (2.26)$$

Se necesita saber con que reemplazar a los capacitores del filtro pasa bajas normalizado, se sabe que la admitancia del capacitor normalizado  $C$  es

$$Y = j\Omega C \quad (2.27)$$

si se sustituye en la expresión de la admitancia del capacitor (2.27) la ecuación (2.22) se obtiene

$$Y = jC \frac{\omega^2 - \omega_c \omega_{-c}}{\omega(\omega_c - \omega_{-c})} \quad (2.28)$$

si se efectúan las operaciones y se simplifica

$$Y = \frac{j\omega C}{\omega_c - \omega_{-c}} + \frac{c\omega_c \omega_{-c}}{j\omega(\omega_c - \omega_{-c})} = \frac{j\omega C}{\omega_c \omega_{-c}} + \frac{1}{j\omega \frac{\omega_c - \omega_{-c}}{C\omega_c \omega_{-c}}} \quad (2.29)$$

se puede ver que la admitancia resultante en (2.29) es la de dos elementos en paralelo, por eso se debe sustituir al capacitor normalizado del filtro pasa bajas  $c$ , por un inductor  $L$  y un capacitor  $C$  conectados en paralelo, para obtener al filtro pasa banda no normalizado, si se toma en cuenta la resistencia de terminación del filtro no normalizado  $r_L$ , se obtienen los valores de los elementos con

$$c_i = \frac{C_i}{r_L(\omega_c - \omega_{-c})} \quad c_i = \frac{r_L(\omega_c - \omega_{-c})}{C_i \omega_c \omega_{-c}} \quad (2.30)$$

para mayor claridad ver los ejemplos al final del siguiente capítulo.

## 2.2.4 Transformación de Pasa Bajas Normalizado a Supresor de Banda.

Esta transformación es similar a la anterior, si se usa la nomenclatura de los esquemas que se muestran en la figura 2.7, y se observa la figura 2.7b se distingue que existen dos frecuencias de corte  $\omega_c$  y  $\omega_{-c}$  y dos frecuencias a partir de las cuales se debe cumplir la atenuación mínima  $a_a$  que son  $\omega_a$  y  $\omega_{-a}$ , como el filtro pasa bajas normalizado se define completamente con sólo una frecuencia de corte  $\Omega_c$  y una frecuencia  $\Omega_a$  a la que se debe lograr la atenuación mínima, se debe elegir alguna de las dos frecuencias de corte y alguna de las dos frecuencias a las que se debe presentar la atenuación mínima del filtro supresor de banda, para saber cuales valores escoger primero se realizan las sustracciones (estas sustracciones se mantienen igual que para el pasa banda porque el signo menos de los subíndices de los valores de frecuencia se invirtió)

$$\Delta_{-1} = \omega_{-c} - \omega_{-a} \quad \Delta_1 = \omega_a - \omega_c \quad (2.31)$$

se escogen para ser usadas, en el filtro pasa bajas normalizado, las frecuencias involucradas en la operación cuyo resultado  $\Delta_{-1}$  o  $\Delta_1$  sea el menor, con esto se garantiza que se usa la pendiente más pronunciada de las dos regiones de transición del filtro supresor de banda.

Ahora, una vez que se obtiene la plantilla del filtro pasa bajas normalizado y los valores de los elementos de la red que le corresponden, se aplica la transformación a supresor de banda, en el caso del inductor normalizado  $L$ , su impedancia es definida por

$$Z = j\Omega L \quad (2.32)$$

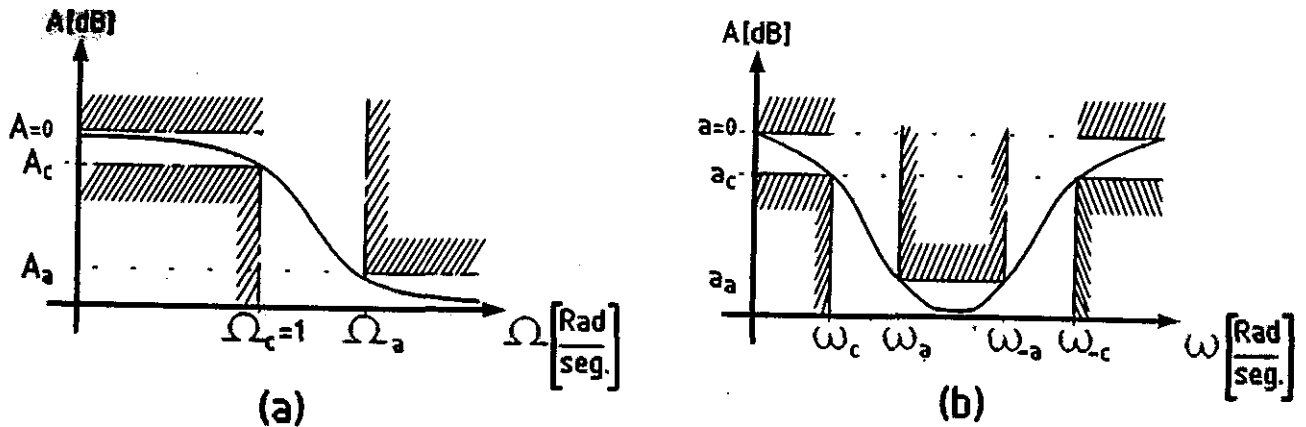


Figura 2.7: a) Plantilla para un filtro pasa bajas normalizado. b) Plantilla para un filtro supresor de banda no normalizado.

si se sustituye en

$$\Omega = -\frac{\omega(\omega_c - \omega_{-c})}{\omega^2 - \omega_c\omega_{-c}} \quad (2.33)$$

de la expresión (2.32), se obtiene

$$Z = -jL \frac{\omega(\omega_c - \omega_{-c})}{\omega^2 - \omega_c\omega_{-c}} \quad (2.34)$$

si se desarrolla y simplifica la ecuación anterior se obtiene

$$Z = \frac{-1}{\frac{\omega^2 - \omega_c\omega_{-c}}{j\omega L(\omega_c - \omega_{-c})}} \quad (2.35)$$

al agrupar los términos de manera conveniente

$$Z = \frac{1}{\frac{j\omega}{L(\omega_c - \omega_{-c})} + \frac{\omega_c\omega_{-c}}{j\omega L(\omega_c - \omega_{-c})}} \quad (2.36)$$

se puede ver que la impedancia expresada por (2.36) representa dos elementos conectados en paralelo, en este caso al inductor normalizado  $L$  del filtro pasa bajas se sustituye por un inductor  $l$  y un capacitor  $c$  conectados en paralelo, para obtener el filtro supresor de banda no normalizado, y si se toma en cuenta la resistencia de terminación  $r_L$  del filtro no normalizado, los elementos no normalizados tienen los valores

$$l_i = \frac{L_i r_L (\omega_c - \omega_{-c})}{\omega_c \omega_{-c}} \quad c_i = \frac{1}{L_i r_L (\omega_c - \omega_{-c})} \quad (2.37)$$

Ahora es necesario saber con que reemplazar a los capacitores, siguiendo un procedimiento similar al del inductor, la ecuación de la admitancia del capacitor y la ecuación de transformación (2.33); se determina que el capacitor normalizado  $C$  se sustituye por una conexión en serie de un inductor  $l$  con un capacitor  $c$ , para obtener un filtro supresor de

banda, los valores de estos nuevos elementos no normalizados, incluyendo a la resistencia de terminación  $r_L$  son

$$l_i = \frac{r_L}{C_i(\omega_c - \omega_{-c})} \quad c_i = \frac{C_i(\omega_c - \omega_{-c})}{\omega_c \omega_{-c} r_L} \quad (2.38)$$

para mayor claridad ver los ejemplos al final del capítulo siguiente.

### 2.2.5 Tabla de transformaciones.

Consultar la tabla 2.1



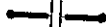











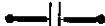

FPBFN a	Elemento Normalizado	Elemento no normalizado
FPBJ	$L_i$ 	 $l_i = \frac{L_i r_L}{\omega_c}$
	$C_i$ 	 $c_i = \frac{C_i}{r_L \omega_c}$
FPA	$L_i$ 	 $c_i = \frac{1}{\omega_c L_i r_L}$
	$C_i$ 	 $l_i = \frac{r_L}{\omega_c C_i}$
FPB	$L_i$ 	 $l_i = \frac{L_i r_L}{\omega_c - \omega_c}$ $c_i = \frac{\omega_c - \omega_c}{r_L \omega_c \omega_c L_i}$
	$C_i$ 	 $l_i = \frac{(\omega_c - \omega_c) r_L}{\omega_c \omega_c C_i}$ $c_i = \frac{C_i}{(\omega_c - \omega_c) r_L}$
FSB	$L_i$ 	 $l_i = \frac{(\omega_c - \omega_c) r_L L_i}{\omega_c \omega_c}$ $c_i = \frac{1}{(\omega_c \omega_c - \omega_c) r_L L_i}$
	$C_i$ 	 $l_i = \frac{r_L}{(\omega_c - \omega_c) C_i}$ $c_2 = \frac{(\omega_c - \omega_c) C_i}{\omega_c \omega_c r_L}$

Tabla 2.1: Tabla de transformaciones





# Capítulo 3

## Aproximaciones para los Filtros Analógicos.

### 3.1 Aproximación de la Función Característica Ideal Pasa Bajas.

La característica ideal de magnitud, de un filtro pasa bajas normalizado, que se muestra en la figura 3.1. Es un gráfica de la función de magnitud normalizada ( $H(j\Omega) = H(p)$ ) elevada al cuadrado, contra valores positivos y reales de la frecuencia normalizada  $\Omega$ .

De acuerdo con la gráfica de la figura 3.1 todas las señales con frecuencias en la banda de paso  $0 \leq \Omega < 1$  son transmitidas sin pérdidas, y las señales cuyas frecuencias son  $\Omega > 1$  dan una salida de cero.

Se sabe que dicha función característica, por ser igual a cero sobre un rango de frecuencias diferentes de cero, es irrealizable por una red, por eso es necesario aproximarla.

La función de aproximación debe tomar el valor de una constante en cada uno de los siguientes rangos, para  $0 \leq \Omega < 1$  debe valer la unidad <sup>1</sup>, y para  $\Omega > 1$  debe valer cero.

Para el desarrollo de las aproximaciones, se usarán las ecuaciones básicas definidas en seguida.

La ecuación característica se define como

$$G(p)G(-p) = 1 + \varepsilon^2 \varphi(p)\varphi(-p) \quad (3.1)$$

o de otra forma

$$|G(p)|^2 = 1 + \varepsilon^2 |\varphi(p)|^2 \quad (3.2)$$

donde  $p$  es una variable compleja, que relaciona a la frecuencia normalizada

$$\Omega = \omega/\omega_c \quad (3.3)$$

de acuerdo con

$$p = j\Omega \quad (3.4)$$

---

<sup>1</sup>Debe mencionarse que se puede aceptar una constante más general en la banda de paso, sin embargo, es más conveniente para el análisis, considerar que ha sido normalizada. No se pierde generalidad al tomar esta consideración.

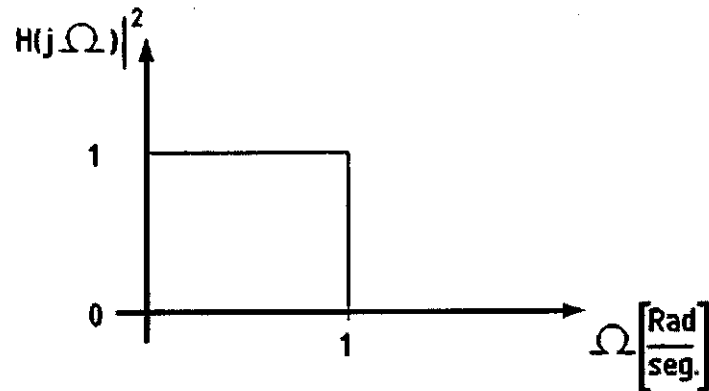


Figura 3.1: Característica ideal de un filtro pasa bajas normalizado.

ya que todo el desarrollo se hace con la frecuencia normalizada, se usa  $p$  en vez de la tradicional  $s = j\omega$ , para remarcar el hecho de que se trabaja con funciones normalizadas. En la ecuación (3.2) a  $\varphi(p)$  se le llama función característica y puede ser cualquier función real positiva (por ejemplo la función de Butterworth, la de Chebyshev, etc.), si se cumple con estas condiciones se asegura que la función resultante  $G(p)$  es realizable y es una función de transferencia.

En este desarrollo se usa la función de transferencia de potencia definida por

$$G_W(p) = \frac{\sqrt{V_1 I_1}}{\sqrt{V_2 I_2}} \quad (3.5)$$

otras funciones de transferencia son: la de voltajes

$$G_U(p) = \frac{V_1}{V_2} \quad (3.6)$$

y la de corrientes

$$G_I(p) = \frac{I_1}{I_2} \quad (3.7)$$

donde los voltajes  $V_1$  y  $V_2$  y las corrientes  $I_1$  y  $I_2$  se muestran en la figura 3.2. Nótese en la figura que  $R_0$  puede ser diferente de  $R_L$ , por lo que las funciones de transferencia definidas, no son las llamadas funciones de transferencia de pérdidas por inserción.

Para medir las ganancias  $g$  producidas por las redes, se usan los decibeles dB, entonces es necesario recordar su definición

$$g_{dB} = 10 \text{Log} \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = 10 \text{Log} \left( \frac{V_2^2/Z_L}{V_1^2/Z_0} \right) \quad (3.8)$$

en donde  $P_2$ ,  $V_2$ ,  $Z_L$  son la potencia, el voltaje y la impedancia de salida de la red del filtro, respectivamente; y  $P_1$ ,  $V_1$ ,  $Z_0$  son la potencia, el voltaje y la impedancia de entrada de la red del filtro, respectivamente.

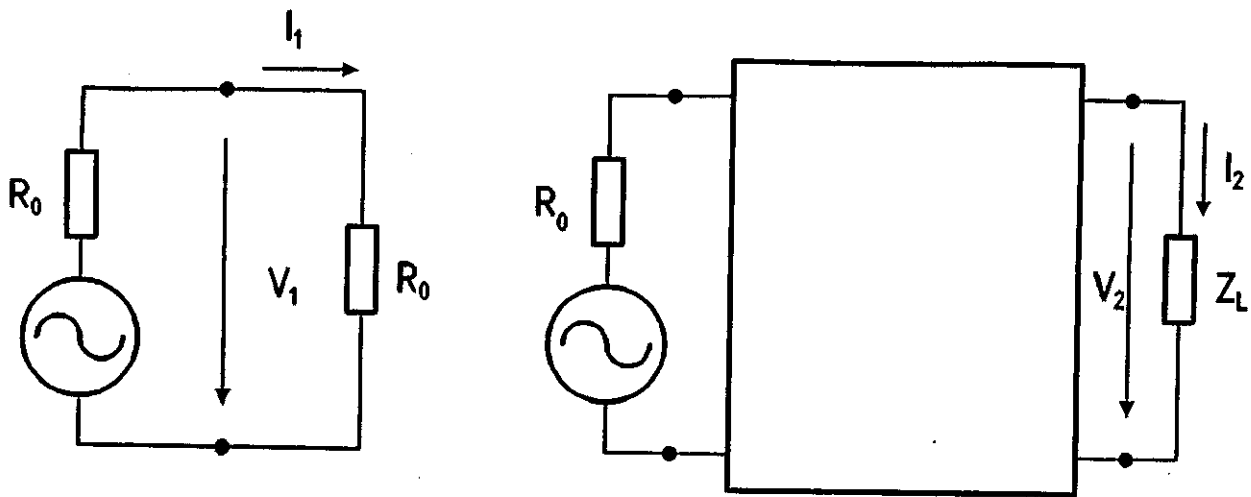


Figura 3.2: Redes que se usaron para definir las funciones de transferencia.

Se quiere relacionar la ganancia  $g$  con la función  $G(p)$  que es una función que involucra potencias, ya que  $G(p)$  definida en (3.5) contiene relaciones de potencias. Recordando la definición de decibel (3.8) se puede decir que

$$\frac{P_2}{P_1} = 10^{g_{dB}/10} \quad (3.9)$$

como los filtros pasivos sólo pueden atenuar y la atenuación  $A_{dB}$  en decibeles es considerada como ganancia negativa ( $g_{dB} = -A_{dB}$ )

$$\frac{P_1}{P_2} = 10^{-g_{dB}/10} = 10^{A_{dB}/10} \quad (3.10)$$

ya que  $G(p)$  involucra una relación de potencia de entrada entre potencia de salida, se puede decir con base en la ecuación anterior (3.10) que

$$|G(p)|^2 = 10^{A_{dB}/10} \quad (3.11)$$

La función de transferencia del filtro  $H(p)$  (que es la función de transferencia no normalizada a implantar) es el inverso de la función de transferencia  $G(p)$ , es decir

$$H(p) = \frac{1}{G(p)} \quad (3.12)$$

y la magnitud al cuadrado de la función de transferencia normalizada del filtro, de acuerdo con la ecuación característica (3.2) es

$$|H(p)|^2 = \frac{1}{|G(p)|^2} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 |\varphi(p)|^2} \quad (3.13)$$

Esta última ecuación es la que normalmente se usa en el desarrollo de las aproximaciones por autores de los Estados Unidos de Norte América, mientras que el uso de  $G(p)$  es más usual entre los autores Europeos.

En las siguientes secciones se presentan las fórmulas necesarias para implantar los filtros con las aproximaciones Butterworth, Chebyshev, y elíptica o de Cauer; pero no se presentan

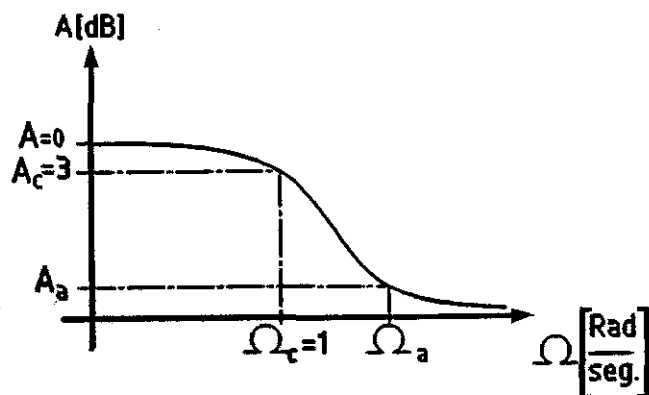


Figura 3.3: Gráfica característica de un filtro pasa bajas normalizado usando la aproximación de Butterworth.

todos los desarrollos de dichas fórmulas por no ser el objetivo de este trabajo; si se desea mayor información sobre este tema, se puede consultar [Weinberg 62].

### 3.2 Síntesis de los Filtros Butterworth.

Es necesario aclarar que las fórmulas presentadas, se usan para el filtro pasa bajas normalizado, si se desea diseñar algún otro tipo de filtro debe aplicarse la transformación correspondiente (se pueden consultar en la tabla 2.1).

Cuando se pide diseñar un filtro, generalmente se dan las características que debe cumplir el filtro en una forma gráfica (plantilla de diseño), y lo primero que se debe determinar, es el orden mínimo  $n$  de la función de transferencia que cumpla con las características pedidas.

En el caso de la aproximación Butterworth (figura 3.3), generalmente la atenuación  $A_c$ , que se presenta a la frecuencia de corte normalizada  $\Omega_c = 1$ , es fijada a tres decibeles, pero esto es una limitante, por lo que, la expresión que se obtiene después del siguiente desarrollo tiene incluida la variable de atenuación  $A_c$  que puede ser fijada al valor necesario, eliminando la limitante antes mencionada.

Si se elige

$$|\varphi(p)|^2 = \varepsilon^2 p^{2n} \quad (3.14)$$

y se sustituye la expresión (3.14) en (3.2) se obtiene la ecuación característica para el filtro Butterworth normalizado, que es

$$|G(p)|^2 = 1 + \varepsilon^2 (-1)^n p^{2n} \quad (3.15)$$

si se sustituye en (3.15) la igualdad (3.4) se obtiene

$$|G(p)|^2 = 1 + \varepsilon^2 (-1)^n \Omega^{2n} \quad (3.16)$$

si se toma en cuenta la ecuación (3.11) y se considera  $n$  par (sin perder por esta consideración generalidad, ya que la fórmula que se obtiene para el orden del filtro sirve para  $n$  par o impar), se puede decir que

$$1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n} = 10^{A/10} \quad (3.17)$$

Para  $\Omega = \Omega_c = 1$ , es decir para la frecuencia de corte normalizada y la atenuación  $A = A_c$  se tiene que

$$1 + \varepsilon^2 = 10^{A_c/10} \quad (3.18)$$

se despeja  $\varepsilon$  de la ecuación (3.18), y se obtiene

$$\varepsilon = \sqrt{10^{A_c/10} - 1} \quad (3.19)$$

Si ahora se hace  $\Omega = \Omega_a$  y la atenuación normalizada  $A = A_a$ , entonces la expresión (3.2) se puede escribir como

$$1 + \varepsilon^2 \Omega_a^{2n} = 10^{A_a/10} \quad (3.20)$$

si se despeja, se tiene

$$\frac{10^{A_a/10} - 1}{\varepsilon^2} = \Omega_a^{2n} \quad (3.21)$$

si se sustituye en la ecuación (3.21) la expresión (3.19), se obtiene

$$\Omega_a^{2n} = \frac{10^{A_a/10} - 1}{10^{A_c/10} - 1} \quad (3.22)$$

si se despeja el orden  $n$  de la ecuación (3.22), se obtiene la fórmula para calcular el orden mínimo necesario, es decir

$$n = \frac{\text{Log} \frac{10^{A_a/10} - 1}{10^{A_c/10} - 1}}{2 \text{Log} \Omega_a} \quad (3.23)$$

para esta fórmula, las atenuaciones están expresadas en decibeles y

$$\Omega_a = \frac{\omega_a}{\omega_c}$$

Debe tomarse el valor entero mayor o igual al obtenido con la expresión (3.23), para asegurar que se cumple con la atenuación mínima  $A_a$  indicada para la banda de supresión.

Una vez obtenido el orden del filtro que se requiere para cumplir con las condiciones de la plantilla, es necesario conocer la función de transferencia que modela el filtro.

Si se supone que se requiere, además de máxima monotonía <sup>2</sup>, que todos los ceros de la función de transferencia estén en el infinito, en otras palabras, se restringe al recíproco de la función de transferencia a ser un polinomio simple. Entonces se obtiene una aproximación maximamente plana.

Si por conveniencia se especifica ahora que la función sea igual a 1/2 cuando  $\Omega = 1$ , se tiene la función de Butterworth de orden  $n$ .

<sup>2</sup>En inglés "maximal flatness". No se incluye en este trabajo el desarrollo de esta propiedad para la función de transferencia, este puede consultarse en [Weinberg 62, páginas 491-493]

Se puede decir que la Función de Butterworth es óptima, en el sentido, de que es una función de transferencia cuyo numerador es constante y cuya magnitud es monótona en la banda de paso, la función de Butterworth da la curva más plana posible en el origen. También es cierto que mientras más grande sea el valor de  $n$  (o lo que es equivalente, mientras mayor número de elementos se usen en la realización de la red), mayor será el grado de máxima monotonía posible; pero para una  $n$  fija, el ajuste óptimo de monotonía se obtiene cuando se cumple la condición de curva maximamente plana.

Es interesante notar que la función de Butterworth automáticamente da una aproximación de máxima monotonía en la banda de supresión, esto es, cerca de cero cuando  $p = \infty$ . De hecho, cualquier función cuyo recíproco sea un polinomio posee esta propiedad.

Para obtener los polos de la función de transferencia normalizada  $H(p)$ , se necesita antes obtener los valores para los cuales la expresión (3.15) sea igual a cero, expresado matemáticamente esto es

$$|G(p)|^2 = 1 + \varepsilon^2(-1)^n p^{2n} = 0 \quad (3.24)$$

es decir los ceros de  $|G(p)|^2 = G(p)G(-p)$ , considerando  $n$  par la expresión (3.24) se convierte en

$$1 + \varepsilon^2 p^{2n} = 0 \quad (3.25)$$

despejando se obtiene

$$p^{2n} = \frac{-1}{\varepsilon^2} \quad (3.26)$$

ya que  $p$  es una variable compleja se puede expresar a  $-1$  como un número complejo, si se usa

$$-1 = e^{j\pi(2k+1)} = \cos(\pi(2k+1)) + j\text{sen}(\pi(2k+1)) \quad \text{con } k = 0, 1, \dots \quad (3.27)$$

y se sustituye en la ecuación (3.26), se obtiene

$$p_k^{2n} = \frac{e^{j\pi(2k+1)}}{\varepsilon^2} \quad \text{con } k = 0, 1, \dots, 2n-1 \quad (3.28)$$

si se iguala  $\varepsilon = 1$ , la expresión (3.28) se convierte en

$$p_k^{2n} = e^{j\pi(2k+1)} \quad \text{con } k = 0, 1, \dots, 2n-1 \quad (3.29)$$

y si se despeja  $p_k$ , se tiene que

$$p_k = e^{j\frac{\pi(2k+1)}{2n}} \quad \text{con } k = 0, 1, \dots, 2n-1 \quad (3.30)$$

si se expresa (3.30) en forma rectangular, se obtiene la fórmula para el cálculo de los polos  $p_k$  de  $|H(p)|^2 = H(p)H(-p)$  para  $n$  par

$$p_k = \cos\frac{\pi(2k+1)}{2n} + j \text{sen}\frac{\pi(2k+1)}{2n} \quad \text{con } k = 0, 1, \dots, 2n-1 \quad (3.31)$$

La expresión anterior permite calcular los polos de  $H(p)$  que se encuentran en la parte izquierda del eje imaginario (ver figura 3.4) y de  $H(-p)$  que se encuentran en la parte derecha

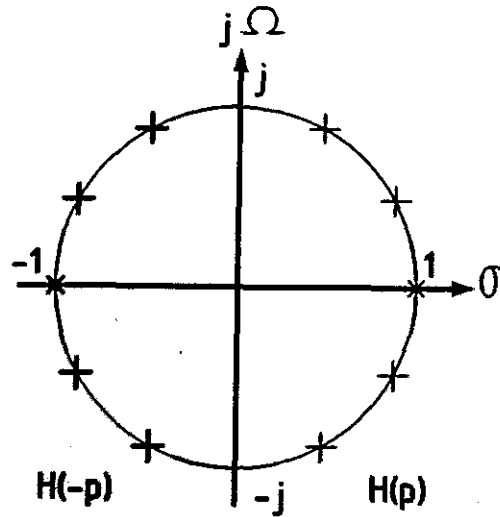


Figura 3.4: Localización de los polos de  $H(p)$  usando la aproximación de Butterworth

del eje imaginario (ver figura 3.4); pero interesan sólo los polos de  $H(p)$  ya que sólo ésta es realizable, para la obtención de estos con  $n$  par se usa

$$p_k = \cos \frac{\pi(2k+1)}{2n} + j \operatorname{sen} \frac{\pi(2k+1)}{2n} \quad \text{con } k = n/2, \dots, (3n/2) - 1 \quad (3.32)$$

Para  $n$  impar la ecuación (3.24) se puede escribir como

$$1 - \varepsilon^2 p^{2n} = 0 \quad (3.33)$$

despejando se obtiene

$$p^{2n} = \frac{1}{\varepsilon^2} \quad (3.34)$$

ya que  $p$  es una variable compleja se puede expresar a 1 como un número complejo, si se usa

$$1 = e^{j2\pi k} = \cos(2\pi k) + j \operatorname{sen}(2\pi k) \quad \text{con } k = 0, 1, \dots \quad (3.35)$$

y tomando en cuenta la igualdad anterior, la ecuación (3.34) se puede expresar como

$$p_k^{2n} = \frac{e^{j2\pi k}}{\varepsilon^2} \quad \text{con } k = 0, 1, \dots, 2n - 1 \quad (3.36)$$

si se hace  $\varepsilon = 1$  la expresión (3.36) se convierte en

$$p_k^{2n} = e^{j2\pi k} \quad \text{con } k = 0, 1, \dots, 2n - 1 \quad (3.37)$$

y si se despeja  $p_k$ , se tiene

$$p_k = e^{j\frac{2\pi k}{n}} \quad \text{con } k = 0, 1, \dots, 2n - 1 \quad (3.38)$$



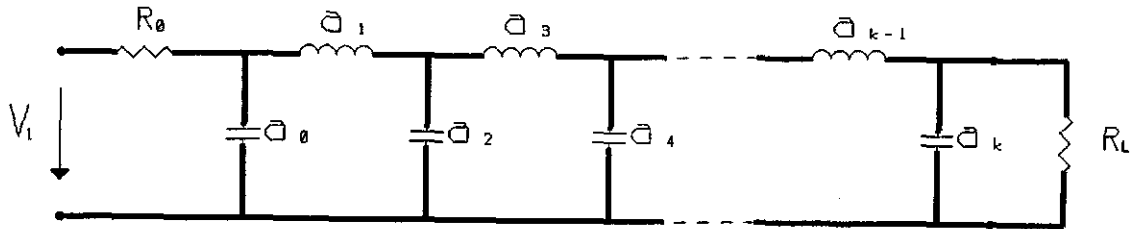


Figura 3.5: Red general en escalera, para un filtro pasa bajas normalizado.

si se expresa (3.38) en forma rectangular, se obtiene la fórmula para el cálculo de los polos  $p_k$  de  $|H(p)|^2 = H(p)H(-p)$  para  $n$  impar, que es

$$p_k = \cos \frac{k\pi}{n} + j \operatorname{sen} \frac{k\pi}{n} \quad \text{con } k = 0, 1, \dots, 2n - 1 \quad (3.39)$$

La expresión anterior permite calcular los polos de  $H(p)$  que se encuentran en la parte izquierda del eje imaginario (ver figura 3.4) y de  $H(-p)$  que se encuentran en la parte derecha del eje imaginario (ver figura 3.4); pero interesan sólo los polos de  $H(p)$  ya que sólo ésta es realizable, para la obtención de estos con  $n$  impar se usa

$$p_k = \cos \frac{k\pi}{n} + j \operatorname{sen} \frac{k\pi}{n} \quad \text{con } k = ((n-1)/2) + 1, \dots, ((n-1)/2) + n \quad (3.40)$$

Las ecuaciones anteriores sirven para calcular los polos de la función de transferencia normalizada  $H(p)$ , y debido a la suposición de que  $\varepsilon = 1$ , dan los valores para  $A_c = 3$  dB, si se desea realizar el cálculo para otra atenuación, se debe sustituir la variable compleja  $p$  de la función de transferencia calculada para 3 dB por

$$p_{Ac} = p \sqrt[2n]{10^{A_c/10} - 1} \quad (3.41)$$

En la tabla 3.1 se presentan los valores de los polos para la función de transferencia normalizada  $H(p)$  para diferentes valores de  $n$  y con  $A_c = 3$  dB.

Los polos de la función de transferencia normalizada para la aproximación de Butterworth están localizados igualmente espaciados, siempre sobre el círculo unitario en el plano complejo. Cuando el orden es impar siempre hay un polo que sólo tiene parte real y los demás son complejos conjugados, y cuando el orden es par todos los polos son complejos conjugados. En la tabla 3.1 se aprecia que el número de polos es el mismo que el orden del filtro  $n$ , y que los valores de los mismos dependen del orden. El siguiente paso es obtener el valor de los elementos de la red en escalera que se utiliza para la realización, hay que notar que los valores de los elementos se obtienen normalizados (para  $\Omega_c = 1$ , y la resistencia de terminación igual a la unidad), por lo que es necesario aplicarles la transformación de la tabla 2.1, que les corresponda. Las redes para la realización de la función de transferencia normalizada de orden  $n$  par se muestra en la figura 3.5, y para el orden impar se muestra en la figura 3.6.

Los valores de los elementos normalizados  $a_i$  (designados con minúsculas, para esta sección) para la aproximación Butterworth se calculan con

Orden $n$	Polos
1	-1.0
2	$-0.7071067812 \pm j0.7071067812$
3	-1.0 $-0.5 \pm j0.8660254038$
4	$-0.3826834324 \pm j0.9238795325$ $-0.9238795325 \pm j0.3826834324$
5	-1.0 $-0.3090169944 \pm j0.9510565163$ $-0.8090169944 \pm j0.5877852523$
6	$-0.2588190451 \pm j0.9659258263$ $-0.7071067812 \pm j0.7071067812$ $-0.9659258263 \pm j0.2588190451$
7	-1.0 $-0.222520934 \pm j0.9749279122$ $-0.6234898019 \pm j0.7818314825$ $-0.9009688679 \pm j0.4338837391$
8	$-0.195090322 \pm j0.9807852804$ $-0.555570233 \pm j0.8314696123$ $-0.8314696123 \pm j0.555570233$ $-0.9807852804 \pm j0.195090322$
9	-1.0 $-0.1736481777 \pm j0.984807753$ $-0.5 \pm j0.8660254038$ $-0.7660444431 \pm j0.6427876097$ $-0.9396926208 \pm j0.3420201433$
10	$-0.156434465 \pm j0.9876883406$ $-0.4539904997 \pm j0.8910065242$ $-0.7071067812 \pm j0.7071067812$ $-0.8910065242 \pm j0.4539904997$ $-0.9876883406 \pm j0.156434465$

Tabla 3.1: Tabla de polos para la función de transferencia normalizada usando la aproximación Butterworth con  $A_c = 3$  dB.

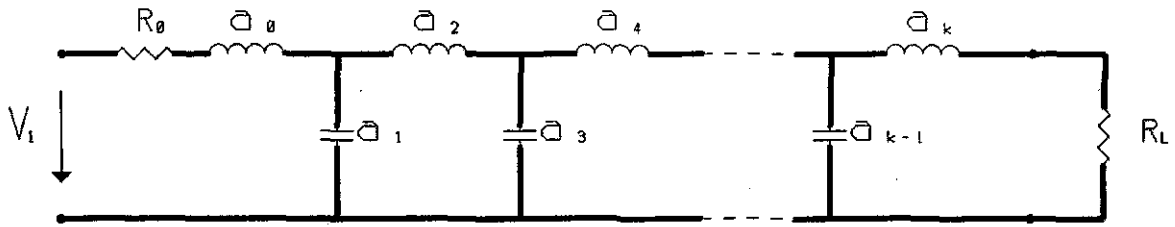


Figura 3.6: Red general alterna en escalera, para un filtro pasa bajas normalizado.

$$a_i = 2 \operatorname{sen} \frac{2i+1}{2n} \pi \quad \text{para } i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1 \quad (3.42)$$

donde  $a_i$  da el valor normalizado de la inductancia  $L_i$  (en Henrys) o de la capacitancia  $C_i$  (en Farads), esta fórmula es válida para el orden  $n$  par o impar y para una atenuación  $A_c=3$  dB y para cuando la resistencia de entrada  $R_0$  es igual a la de carga  $R_L$ , si se desean los valores para otro valor de atenuación máxima se usa la fórmula

$$a_{i,A_c} = a_i \sqrt[2n]{10^{A_c/10} - 1} \quad (3.43)$$

donde  $a_{i,A_c}$  es el valor normalizado en frecuencia del elemento  $a_i$  a la atenuación  $A_c$ , deseada en la frecuencia de corte; hay que recordar aplicar las transformaciones para obtener el valor de los elementos del filtro no normalizado.

Para visualizar la aplicación de las fórmulas presentadas en esta sección es conveniente leer los ejemplos realizados al final del capítulo.

### 3.3 Síntesis de los Filtros Chebyshev.

Al igual que en la sección anterior, todas las expresiones son normalizadas, y son válidas para filtros pasa bajas. Por lo que se necesita aplicar la transformación correspondiente de acuerdo a la tabla 2.1.

Una aproximación óptima para una función característica ideal del filtro pasa bajas es una del menor orden posible, con una función característica de magnitud que no exceda una máxima desviación dada para la banda de paso, y tenga la tasa más rápida de corte fuera de la banda de paso. Una manera equivalente de decir la última parte del requerimiento anterior es, que el intervalo de transición para alcanzar una atenuación deseada sea mínimo, y que la atenuación en la banda de supresión nunca sea menor a la deseada. En términos de los símbolos usados en la figura 3.7, la atenuación en la banda de paso no es mayor a  $A_c$  y en la banda de supresión no menor  $A_s$ , y en el intervalo de transición  $\Omega_a - 1$  es un mínimo, y además se requiere una función de transferencia de orden mínimo.

Ya que se consideran funciones óptimas para el filtro pasa bajas normalizado, estas funciones serán también óptimas para los otros tipos de filtros obtenidos por las transformaciones de la tabla 2.1. Se deben distinguir dos clases de funciones óptimas. Cuando la función de

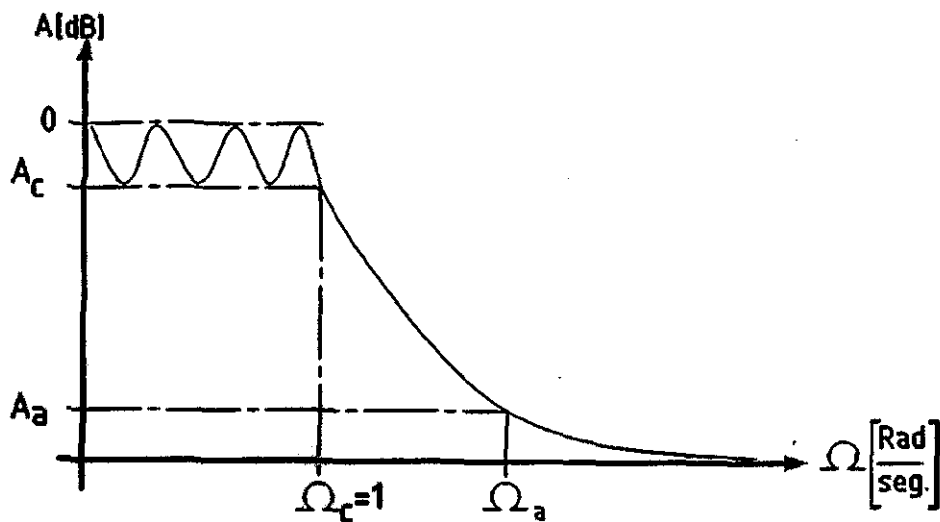


Figura 3.7: Función característica de un filtro pasa bajas normalizado usando la aproximación de Chebyshev.

transferencia esta restringida a tener todos sus ceros en el infinito, esto es, se requiere que la función característica  $\varphi$  de la expresión (3.2) sea un polinomio, entonces la función óptima está dada por los polinomios de Chebyshev. En este caso  $\varphi$  se hace igual a  $\varepsilon^2 T_n^2(\Omega)$ . Donde

$$T_n(\Omega) = \cos(n \arccos(\Omega)) \quad (3.44)$$

Entonces la función característica tiene rizados simétricos en la banda de paso y es monótona en la banda de supresión como se muestra en la figura 3.7. Por eso, de todas las funciones de transferencia posibles, cuyos ceros están en el infinito, la función de transferencia obtenida usando los polinomios de Chebyshev es óptima en el sentido de que es la función de menor orden para lograr una desviación máxima dada en la banda de paso y la más rápida razón de corte<sup>3</sup> fuera de la banda de paso.

Cuando se permite que la función de transferencia  $H(p)$  tenga ceros finitos, esto es que  $\varphi$  sea una función racional general, entonces la función óptima se convierte en la función racional de Chebyshev, y la función característica tiene rizados simétricos en la banda de paso y también en la de supresión; esta función no se tratará en este trabajo.

Se puede demostrar que estos polinomios y funciones racionales son únicos, dando por consecuencia que ningún otro polinomio o función racional con sus respectivas propiedades óptimas existen. El conocer estas propiedades de los polinomios de Chebyshev es muy útil, pues se pueden utilizar para comparar otras aproximaciones y evitar el buscar otros polinomios del mismo orden para aproximaciones que tengan un mejor desempeño (en su función de magnitud). La definición de los polinomios de Chebyshev dada en (3.44) puede ser puesta en una forma polinomial reconocible. Si se hace

$$\phi = \arccos(\Omega) \quad (3.45)$$

así

<sup>3</sup>En inglés "rate of cutoff".

$n$	$T_n(\Omega)$
1	$\Omega$
2	$2\Omega^2 - 1$
3	$4\Omega^3 - 3\Omega$
4	$8\Omega^4 - 8\Omega^2 + 1$

Tabla 3.2: Tabla de polinomios de Chebyshev.

$$\cos(\phi) = \Omega \quad (3.46)$$

sustituyendo la variable anterior en la expresión (3.44) y realizando las manipulaciones necesarias, se obtiene

$$T_n = \cos(n\phi) = \Re(e^{jn\phi}) = \Re(\cos(\phi) + j\sin(\phi))^n \quad (3.47)$$

ahora sustituyendo a  $\Omega$  por  $\cos(\phi)$  y a  $\sqrt{1-\Omega^2}$  por  $\sin(\phi)$  y si se usa la expansión binomial resulta que

$$\begin{aligned} T_n &= \Re(\Omega + j\sqrt{1-\Omega^2})^n \\ &= \Omega^n - \frac{n(n-1)}{2!}\Omega^{n-2}(1-\Omega^2) + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}\Omega^{n-4}(1-\Omega^2)^2 - \dots \end{aligned} \quad (3.48)$$

la ecuación (3.48) es un polinomio, este mismo polinomio puede ser obtenido mediante fórmulas de recurrencia, si se aplica (3.48) se obtienen los polinomios de Chebyshev mostrados en la tabla 3.2.

Algunas de las características de los polinomios de Chebyshev son: que son funciones pares o impares para  $n$  par o impar, respectivamente. Todos los coeficientes son enteros, siendo el coeficiente del término del orden más alto  $2^{n-1}$ . Para  $n$  par el valor absoluto de cada polinomio es unitario para  $\Omega = 0$  y  $\Omega = \pm 1$ , y en el rango  $-1 \leq \Omega \leq 1$  todos los polinomios tienen la propiedad de rizados simétricos, variando entre un máximo de 1 y un mínimo de -1. El uso de algunas sustituciones trigonométricas permiten obtener una relación entre el polinomio de Chebyshev de orden  $2n$  y el cuadrado del polinomio de Chebyshev de orden  $n$  que es

$$T_n^2(\Omega) = \frac{T_{2n}(\Omega) + 1}{2} \quad (3.49)$$

Ya que los polinomios toman valores positivos y negativos con un valor absoluto máximo igual a la unidad en la banda de paso  $-1 \leq \Omega \leq 1$ , no son capaces por sí mismos de aproximar la función característica de magnitud con un valor unitario en la banda de paso. Es necesario usar un factor de rizo  $\epsilon^2$  que multiplica el cuadrado del polinomio de Chebyshev, con el propósito de limitar la amplitud de su oscilación. Para obtener la función par que es requerida para la representación de la función característica de magnitud, se puede usar el cuadrado del polinomio de Chebyshev o polinomios de orden  $2n$  para  $n = 1, 2, \dots$  ya que es lo mismo de acuerdo con la expresión (3.49). El uso de la segunda opción puede causar que la curva oscile más allá de la unidad, por lo que se ha preferido usar el cuadrado

de un polinomio de Chebyshev de tal forma que la magnitud al cuadrado de la función de transferencia de un filtro pasa bajas normalizado tiene la forma dada en (3.13).

El número total de cimas y depresiones para  $\Omega$  positiva es igual al orden  $n$ , o alternativamente, el número de cimas en la banda de paso es igual al orden  $n$ , y el de depresiones a  $n - 1$ ; fuera de la banda de paso la magnitud decrece monotónamente. En el borde de la banda de paso, esto es a la frecuencia de corte normalizada  $\Omega_c = 1$ , la magnitud pasa a través de un punto mínimo (en el caso de la aproximación Butterworth este punto se ha hecho igual a 3 dB). Mientras mayor sea el factor de rizo  $\epsilon$  la atenuación será mayor para un mismo orden  $n$ .

Es necesario saber como calcular el orden mínimo para cumplir con la plantilla de diseño propuesta, para ello se toma la definición de la función de Chebyshev, que es equivalente a la de la ecuación (3.44)

$$\begin{aligned} \varphi(\Omega) &= \cos(n \arccos(\Omega)) && \text{para } \Omega \leq 1 \\ \varphi(\Omega) &= \cosh(n \operatorname{arccosh}(\Omega)) && \text{para } \Omega > 1 \end{aligned} \quad (3.50)$$

y se sustituye la expresión (3.50) (para  $\Omega > 1$ ) en (3.2), se obtiene la ecuación característica para el filtro Chebyshev normalizado, es decir

$$|G(\Omega)|^2 = 1 + \epsilon^2 \cosh^2(n \operatorname{arccosh}(\Omega)) \quad (3.51)$$

si se considera la ecuación (3.11) y se usa la definición de la función para  $\Omega > 1$ , se puede escribir la ecuación anterior como

$$|G(\Omega)|^2 = 1 + \epsilon^2 \cosh^2(n \operatorname{arccosh}(\Omega)) = 10^{A/10} \quad (3.52)$$

Para  $\Omega = \Omega_c = 1$ , es decir para la frecuencia de corte normalizada la atenuación  $A = A_c$  y entonces se tiene que

$$1 + \epsilon^2 \cosh^2(n \operatorname{arccosh}(\Omega)) = 10^{A_c/10} \quad (3.53)$$

para  $\Omega = 1$

$$\operatorname{arccosh}(1) = 0 \text{ y } \cosh^2(0) = 1$$

y la expresión (3.53) queda

$$1 + \epsilon^2 = 10^{A_c/10} \quad (3.54)$$

si se despeja  $\epsilon$  de la ecuación (3.18), se obtiene

$$\epsilon = \sqrt{10^{A_c/10} - 1} \quad (3.55)$$

Si ahora se hace  $\Omega = \Omega_a$  a la ganancia  $A = A_a$ , entonces la expresión (3.2) se puede escribir como

$$1 + \epsilon^2 \cosh^2(n \operatorname{arccosh}(\Omega_a)) = 10^{A_a/10} \quad (3.56)$$

y si se despeja

$$\frac{10^{A_a/10} - 1}{\epsilon^2} = \cosh^2(n \operatorname{arccosh}(\Omega_a)) \quad (3.57)$$

$$\cosh(n \operatorname{arccosh}(\Omega_a)) = \sqrt{\frac{10^{A_a/10} - 1}{\epsilon^2}} \quad (3.58)$$

si después, se sustituye en la ecuación (3.58), la expresión (3.55), se obtiene

$$\cosh(n \operatorname{arccosh}(\Omega_a)) = \sqrt{\frac{10^{A_a/10} - 1}{10^{A_c/10} - 1}} \quad (3.59)$$

se despeja el orden  $n$  de la ecuación (3.59), y se obtiene la fórmula para calcular el orden mínimo necesario, es decir

$$n \geq \frac{\operatorname{arccosh} \sqrt{\frac{10^{A_a/10} - 1}{10^{A_c/10} - 1}}}{\operatorname{arccosh}(\Omega_a)} \quad (3.60)$$

en esta ecuación las atenuaciones son expresadas en decibeles y

$$\Omega_a = \frac{\omega_a}{\omega_c}$$

El valor que se obtenga mediante la expresión (3.60) debe redondearse al entero inmediato superior, para asegurar que se cumple con la atenuación mínima  $A_a$  pedida en la banda de supresión.

Una vez obtenido el orden del filtro que se requiere para cumplir con las condiciones de la plantilla, es necesario conocer la función de transferencia que modela el filtro.

Para obtener los polos de la función de transferencia normalizada  $H(p)$ , se necesita antes obtener los valores para los cuales la expresión obtenida de (3.2) y (3.50) (para  $\Omega \leq 1$ ), que es

$$|G(\Omega)|^2 = 1 + \epsilon^2 \cos^2(n \arccos(\Omega)) \quad (3.61)$$

es igual a cero, matemáticamente esto es

$$|G(\Omega)|^2 = 1 + \epsilon^2 \cos^2(n \arccos(\Omega)) = 0 \quad (3.62)$$

y usando la sustitución  $p = j\Omega$  se obtienen los ceros de  $|G(p)|^2 = G(p)G(-p)$ , para ello se considera

$$\arccos(\Omega) = \phi_1 + j\phi_2 \quad (3.63)$$

si se considera que

$$\cos(\arccos(\Omega)) = \Omega$$

y se aplican identidades trigonométricas

$$\Omega = \cos(\phi_1 + j\phi_2) = \cos(\phi_1) \cosh(\phi_2) + j \operatorname{sen}(\phi_1) \operatorname{senh}(\phi_2) \quad (3.64)$$

si se sustituye en (3.62) el valor de  $\Omega$  se obtiene

$$1 + \varepsilon^2 \cos^2(n(\phi_1 + j\phi_2)) = 0 \quad (3.65)$$

si se despeja

$$\cos^2(n(\phi_1 + j\phi_2)) = \frac{-1}{\varepsilon^2} \quad (3.66)$$

al simplificar

$$\cos(n(\phi_1 + j\phi_2)) = \frac{j}{\varepsilon} \quad (3.67)$$

y si se usa la igualdad (3.64) pero, considerando  $n$ , la expresión (3.67) queda como

$$\cos(n\phi_1) \cosh(n\phi_2) + j \operatorname{sen}(n\phi_1) \operatorname{senh}(n\phi_2) = \frac{j}{\varepsilon} \quad (3.68)$$

se puede escribir la ecuación (3.68), como dos ecuaciones si se iguala la parte real e imaginaria correspondientes, resultando

$$\cos(n\phi_1) \cosh(n\phi_2) = 0 \quad (3.69)$$

$$\operatorname{sen}(n\phi_1) \operatorname{senh}(n\phi_2) = \frac{\pm 1}{\varepsilon} \quad (3.70)$$

Si se analiza la expresión (3.69), y se toma

$$\cosh(n\phi_2)$$

Esta función nunca es cero, por lo tanto no es necesario considerarla para obtener los ceros, y se usa sólo

$$\cos(n\phi_1) = 0$$

los valores del argumento para los cuales la función es cero se obtiene con

$$n\phi_1 = \frac{2k+1}{2} \pi$$

si se despeja el valor de  $\phi_1$ , se tiene



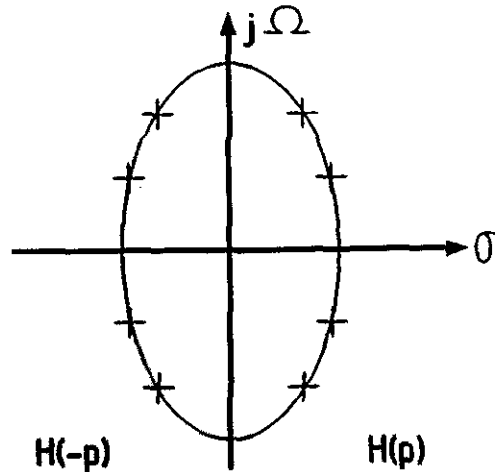


Figura 3.8: Localización de los polos de la función de transferencia  $H(p)$  en el plano complejo  $p$ , para la aproximación Chebyshev y  $n=4$ .

$$\phi_1 = \frac{2k+1}{2n}\pi \quad (3.71)$$

si se sustituye (3.71) en la expresión (3.70), se obtiene

$$\text{sen}\left(n\frac{2k+1}{2n}\pi\right) \text{senh}(n\phi_2) = \frac{\pm 1}{\varepsilon} \quad (3.72)$$

con

$$\pm \text{senh}(n\phi_2) = \pm \frac{1}{\varepsilon} \quad (3.73)$$

se despeja, y se obtiene

$$n\phi_2 = \text{arcsenh}\frac{1}{\varepsilon} \quad (3.74)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{n}\text{arcsenh}\frac{1}{\varepsilon} \quad (3.75)$$

de la expresión (3.64), y recordando que  $p = j\Omega$ , los polos de la función de transferencia normalizada usando la aproximación de Chebyshev están dados por

$$p_k = -\text{sen}(\phi_1) \text{senh}(\phi_2) + j\cos(\phi_1) \text{cosh}(\phi_2) \text{ con } k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (3.76)$$

para calcular  $\phi_1$  se usa la expresión (3.71) y para  $\phi_2$  la ecuación (3.75), y para  $\varepsilon$  (que permite controlar el tamaño del rizo) la expresión (3.55). Es necesario decir, que los polos obtenidos por medio de la fórmula (3.76) son los localizados a la izquierda del eje imaginario.

Los polos de la función de transferencia normalizada  $H(p)$  para la aproximación Chebyshev se localizan sobre una elipse, como se muestra en la figura 3.8

Ahora es necesario obtener las fórmulas para calcular los valores normalizados de los elementos de la red (figuras 3.9a y 3.9b) para realizar el filtro normalizado de Chebyshev, para calcular el primer elemento se usa

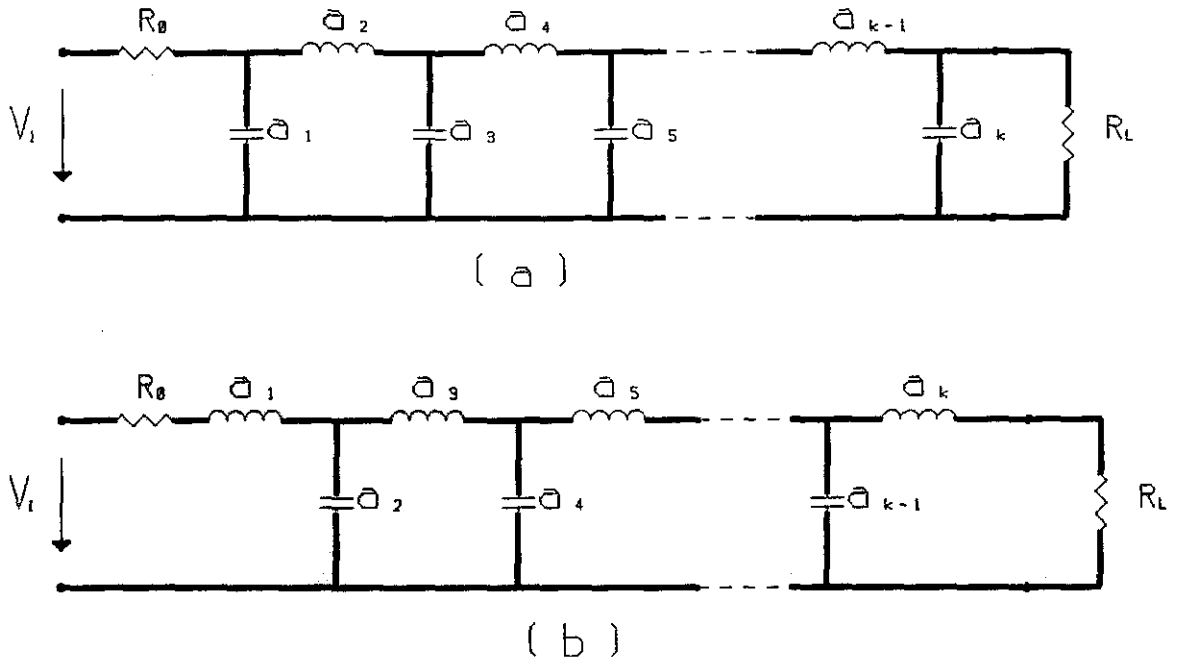


Figura 3.9: a) Red eléctrica para el filtro Chebyshev y b) Circuito equivalente.

$$a_1 = \frac{2S_1}{R_L[(k - k^{-1}) - (h - h^{-1})]} \quad (3.77)$$

para calcular los valores de los demás elementos  $a_i$  se tiene la siguiente expresión

$$a_i a_{i+1} = \frac{4S_{2i-1} S_{2i+1}}{b_i(k - k^{-1}, h - h^{-1})} \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.78)$$

notese que para calcular el elemento  $a_{i+1}$ , es necesario usar el valor del elemento calculado anteriormente  $a_i$ . También se necesitan las siguientes expresiones para calcular los valores de los elementos

$$b_i = (k - k^{-1})^2 - C_{2i}(k - k^{-1})(h - h^{-1}) + (h - h^{-1})^2 + S_{2i}^2 \quad (3.79)$$

y

$$S_i = 2 \operatorname{sen} \left( \frac{\pi i}{2n} \right) \quad (3.80)$$

$$C_i = 2 \operatorname{cos} \left( \frac{\pi i}{2n} \right) \quad (3.81)$$

$$k = \left( \sqrt{\frac{1}{\epsilon^2} + 1} + \frac{1}{\epsilon} \right)^{1/n} \quad (3.82)$$

$$h = \left[ \sqrt{1 + \frac{1-A}{\epsilon^2}} + \sqrt{\frac{1-A}{\epsilon^2}} \right]^{1/n} \quad (3.83)$$

para resolver las expresiones anteriores se usa la fórmula (3.55) para calcular  $\epsilon$

$$\epsilon = \sqrt{10^{A_c/10} - 1} \quad (3.84)$$

El valor de  $A$  está limitado a  $0 < A \leq 1$ , y es determinado por

$$A = \frac{4R_0R_L}{(R_0 + R_L)^2} \quad (3.85)$$

Ya que se han presentado todos los elementos necesarios para la síntesis de los filtros Chebyshev se sugiere leer los ejemplos presentados al final de este capítulo.

### 3.4 Síntesis de los Filtros Cauver (Elípticos).

Los filtros Cauver tienen un comportamiento como el que se muestra en la figura 3.10, y su ecuación característica se define por (3.2), pero ahora la función característica  $\varphi(p)$  no es un polinomio sino una función racional (cociente de polinomios), por lo que la función de transferencia  $H(p)$  tendrá polos y ceros finitos. En esta sección todas las fórmulas que se dan son para calcular filtros Cauver de orden impar, por ser los más sencillos de calcular y los más usados; de acuerdo con la nomenclatura de la figura 3.10 se puede calcular la frecuencia de corte con

$$\Omega_0 = \sqrt{\Omega_1\Omega_2} \quad (3.86)$$

el orden mínimo se obtiene con la siguiente expresión, cuando las atenuaciones se expresan en decibeles

$$n = \frac{\ln(e^{0.23A_{max}} - 1) - 0.23A_{min} - 2.77}{\ln(q)} \quad (3.87)$$

para calcular el orden con las atenuaciones dadas en nepers se usa la siguiente fórmula

$$n = \frac{\ln(e^{2A_{max}} - 1) - 2A_{min} - 2.77}{\ln(q)} \quad (3.88)$$

para las fórmulas (3.87) y (3.88),  $q$  se calcula con

$$q = \frac{k^2}{16} \left[ 1 + 2 \left( \frac{k}{4} \right)^2 + 15 \left( \frac{k}{4} \right)^4 + 150 \left( \frac{k}{4} \right)^6 \right]^4 \quad (3.89)$$

con  $k = \Omega_1/\Omega_2$

Hay que recordar que se debe escoger el entero impar, próximo superior al  $n$  obtenido con la fórmula (3.89). Los ceros de la función característica para  $n$  impar se calculan con

$$\Omega_{os} = 2\sqrt{q} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{2s}{2n}\pi\right) - q^2 \operatorname{sen}\left(\frac{6s}{2n}\pi\right) + q^6 \operatorname{sen}\left(\frac{10s}{2n}\pi\right)}{1 - 2q \cos\left(\frac{2s}{n}\pi\right) + 2q^4 \cos\left(\frac{4s}{n}\pi\right)} \quad (3.90)$$

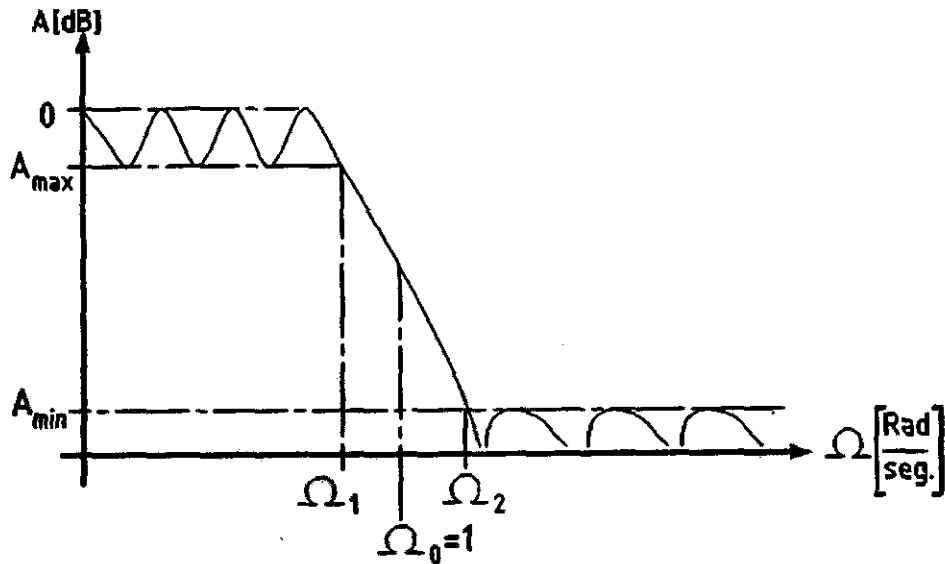


Figura 3.10: Gráfica de la función característica del filtro Cauer pasa bajas normalizado.

y los polos de la función característica se calculan con

$$\Omega_{rs} = 2\sqrt{q} \frac{\text{sen}\left(\frac{2s-1}{2n}\pi\right) - q^2 \text{sen}\left(\frac{3(2s-1)}{2n}\pi\right) + q^6 \text{sen}\left(\frac{5(2s-1)}{2n}\pi\right)}{1 - 2q \cos\left(\frac{2s-1}{n}\pi\right) + 2q^4 \cos\left(\frac{2(2s-1)}{n}\pi\right)} \quad (3.91)$$

Los ceros de la inversa de la función de transferencia normalizada, designada por  $G(p)$ , se calculan usando las siguientes fórmulas.

Cuando el orden  $n$  es impar, existe un polo que sólo tiene parte real, éste se calcula con

$$\alpha_0 = 2\sqrt{q} \frac{\text{senh}(W) - q^2 \text{senh}(3W) + q^6 \text{senh}(5W)}{1 - 2q \cosh(2W) + 2q^4 \cosh(4W)} \quad (3.92)$$

cuando las atenuaciones están en decibeles se usa

$$W = \frac{1}{2n} \left[ \ln \left| \frac{2}{0.115 A_{max}} \right| + \frac{(0.11 A_{max})^2}{12} + \dots \right] \quad (3.93)$$

y cuando se expresan en nepers

$$W = \frac{1}{2n} \left[ \ln \left| \frac{2}{A_{max}} \right| + \frac{A_{max}^2}{12} + \dots \right] \quad (3.94)$$

la parte real de los ceros complejos se calcula con

$$\alpha_s = \frac{\alpha_0 \sqrt{1 - \Omega_{os}^2 \left(k + \frac{1}{k} - \Omega_{os}^2\right)}}{1 + \alpha_0^2 \Omega_{os}^2} \quad (3.95)$$

la parte imaginaria de los ceros complejos se calcula con

$$\beta_s = \pm \frac{\Omega_{os} \sqrt{1 + \alpha_0^2 \left(k + \frac{1}{k} + \alpha_0^2\right)}}{1 + \alpha_0^2 \Omega_{os}^2} \quad (3.96)$$

tanto en la fórmula (3.95) como en la (3.96)

$$s = 1, 2, \dots, n - 1 \quad \text{para } n \text{ impar}$$

Los valores de los elementos del filtro Cauver se calculan de la siguiente manera, primero se obtiene la función característica  $\varphi(p)$ , usando

$$\varphi(p) = H \cdot p \prod_{s=1}^{\nu} \frac{p^2 + \Omega_{os}^2}{\omega_{os}^2 \cdot p^2 + 1} \quad (3.97)$$

donde,  $\nu = \frac{n-1}{2}$ , y para calcular  $H$  se usa alguna de las siguientes dos fórmulas dependiendo de la unidad de las atenuaciones, si las atenuaciones están en nepers

$$H = \frac{\sqrt{e^{2A_{max}} - 1}}{L} \quad (3.98)$$

y, si están en decibels se usa

$$H = \frac{\sqrt{e^{0.23A_{max}} - 1}}{L} \quad (3.99)$$

y  $L$  se obtiene de

$$L = \sqrt{k} \prod_{s=1}^{\nu} \Omega_{os}^2 \quad (3.100)$$

Una vez obtenida  $\varphi(p)$ , se obtienen las siguientes funciones de impedancia

$$Z_{11} = \frac{g_I + f_I}{g_P + f_P} \quad (3.101)$$

y

$$Z_{12} = \frac{h}{g_P + f_P} \quad (3.102)$$

donde

$g_I$  son los términos de orden impar del numerador de  $G(p)$  normalizada (términos de mayor orden, con coeficiente igual a 1).

$g_P$  son los términos de orden par del numerador de  $G(p)$  normalizada.

$f_I$  son los términos de orden impar del numerador de  $\varphi(p)$  normalizada.

$f_P$  son los términos de orden par del numerador de  $\varphi(p)$  normalizada.

$h$  es el denominador de  $\varphi(p)$  normalizada.

Se usa un método para la obtención de redes a partir de las funciones anteriormente obtenidas basado en las funciones de impedancia y admitancia, por la complejidad del método, no se presenta en su forma general, sino sólo en el ejemplo 3 al final del presente capítulo. Siempre es preferible usar las tablas para la obtención de los valores de los elementos de la red Cauver, por ser más rápido.

### 3.5 Ejemplos.

1). Obtener la función de transferencia de un filtro butterworth de orden  $n = 3$  para: a) Una atenuación de  $a_c = 3$  dB. b) Una atenuación de  $a_c = 0.1$  dB. Solución.

a) Para obtener la función de transferencia es necesario primero obtener los polos, como el orden es impar se usa la expresión (3.40)

$$p_k = \cos \frac{k\pi}{n} + j \operatorname{sen} \frac{k\pi}{n} \quad \text{con } k = ((n-1)/2) + 1, \dots, ((n-1)/2) + n \quad (3.103)$$

para  $n = 3$  la expresión anterior queda

$$p_k = \cos \frac{k\pi}{3} + j \operatorname{sen} \frac{k\pi}{3} \quad \text{con } k = 2, \dots, 4 \quad (3.104)$$

al desarrollar la expresión (3.104) para los diferentes valores de  $k$

$$\begin{aligned} p_2 &= \cos \frac{2\pi}{3} + j \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} = -0.5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \\ p_3 &= \cos \frac{3\pi}{3} + j \operatorname{sen} \frac{3\pi}{3} = -1 \\ p_4 &= \cos \frac{4\pi}{3} + j \operatorname{sen} \frac{4\pi}{3} = -0.5 - j \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (3.105)$$

entonces, la función de transferencia será:

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{1}{(s-p_2)(s-p_3)(s-p_4)} \\ &= \frac{1}{(s+0.5-j\frac{\sqrt{3}}{2})(s+1)(s+0.5+j\frac{\sqrt{3}}{2})} \\ &= \frac{1}{\left[ (s+0.5)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \right] (s+1)} \end{aligned} \quad (3.106)$$

al realizar las operaciones, la función de transferencia simplificada es

$$H(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} \quad (3.107)$$

b) Para obtener la función de transferencia para una atenuación  $a_c = 0.1$  dB se usa la expresión (3.41), es decir

$$s_{a_c} = s \sqrt[2n]{10^{a_c/10} - 1} \quad (3.108)$$

sustituyendo los valores correspondientes se obtiene

$$s_{0.1} = s \sqrt[6]{10^{0.1/10} - 1} = 0.534405s \quad (3.109)$$

al tomar la función de transferencia a 3 dB de la expresión (3.107) del inciso anterior

$$H(s)_{0.1} = \frac{1}{s_{0.1}^3 + 2s_{0.1}^2 + 2s_{0.1} + 1} \quad (3.110)$$

sustituyendo la ecuación (3.109)

$$H(s)_{0.1} = \frac{1}{(0.534405s)^3 + 2(0.534405s)^2 + 2(0.534405s) + 1} \quad (3.111)$$

entonces la función de transferencia para la atenuación propuesta es

$$H(s)_{0.1} = \frac{1}{0.1526204s^3 + 0.57117837s^2 + 1.0688109s + 1} \quad (3.112)$$

2) Calcule la función de transferencia de un filtro Chebyshev,  $n=3$  para  $a_c=2$  dB.  
Solución.

Al usar la fórmula (3.55), para  $a_c=2$  dB, se obtiene

$$\varepsilon = \text{sqr}(10^{a_c/10} - 1) = \text{sqr}(10^{2/10} - 1) = 0.764783 \quad (3.113)$$

en seguida se aplica la expresión (3.76), que es

$$p_k = -\text{sen}(\phi_1) \text{senh}(\phi_2) + j\text{cos}(\phi_1) \text{cosh}(\phi_2) \text{ con } k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (3.114)$$

y de (3.71) y (3.75) se obtiene

$$\phi_1 = \frac{2k+1}{2n}\pi \quad (3.115)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{n} \text{arcsenh} \frac{1}{\varepsilon} \quad (3.116)$$

sustituyendo en las ecuaciones (3.114), (3.115) y (3.116) el valor obtenido en (3.113), para:

$k = 0$ , se tiene

$$\phi_1 = \frac{1}{6}\pi \quad (3.117)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{3} \text{arcsenh} \frac{1}{0.764783} = \frac{1.083052}{3} = 0.361017 \quad (3.118)$$

$$p_0 = -\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) \text{senh}(0.361017) + j\text{cos}\left(\frac{\pi}{6}\right) \text{cosh}(0.361017) \quad (3.119)$$

$$p_0 = -0.184455 + j0.923076 \quad (3.120)$$

$k = 1$ , se tiene

$$\phi_1 = \frac{1}{2}\pi \quad (3.121)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{3} \operatorname{arcsenh} \frac{1}{0.764783} = \frac{1.083052}{3} = 0.361017 \quad (3.122)$$

$$p_1 = -\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) \operatorname{senh}(0.361017) + j \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \operatorname{cosh}(0.361017) \quad (3.123)$$

$$p_1 = -0.368910 \quad (3.124)$$

$k = 2$ , se tiene

$$\phi_1 = \frac{5}{6}\pi \quad (3.125)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{3} \operatorname{arcsenh} \frac{1}{0.764783} = \frac{1.083052}{3} = 0.3610171 \quad (3.126)$$

$$p_2 = -\operatorname{sen}\left(\frac{5}{6}\pi\right) \operatorname{senh}(0.361017) + j \cos\left(\frac{5}{6}\pi\right) \operatorname{cosh}(0.361017) \quad (3.127)$$

$$p_2 = -0.184455 - j0.923076 \quad (3.128)$$

para obtener la función de transferencia  $H(s)$  se multiplican las raíces  $p_0$ ,  $p_1$  y  $p_2$ , queda

$$G(s) = (s + 0.368910)(s + 0.184455 - j0.923076)(s + 0.184455 + j0.923076)k \quad (3.129)$$

$$G(s) = (s + 0.368910)(s^2 + 0.36891s + 0.8860929)k \quad (3.130)$$

$$G(s) = (s^3 + 0.73783s^2 + 1.022187488s + 0.3268885317)k \quad (3.131)$$

y ahora, se saca la inversa de  $G(s)$ , y se obtiene

$$H(s) = \frac{0.3268885317}{s^3 + 0.73783s^2 + 1.022187488s + 0.3268885317} \quad (3.132)$$

es la función de transferencia.

3) Calcular el filtro Cauer conociendo las especificaciones de plantilla que se muestran en la figura 3.11.

Primero se calcula la frecuencia  $\omega_0$  con la fórmula (3.86)

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{3400 \cdot 5100} = 4164.1326 \quad (3.133)$$

en seguida se normalizan las frecuencias



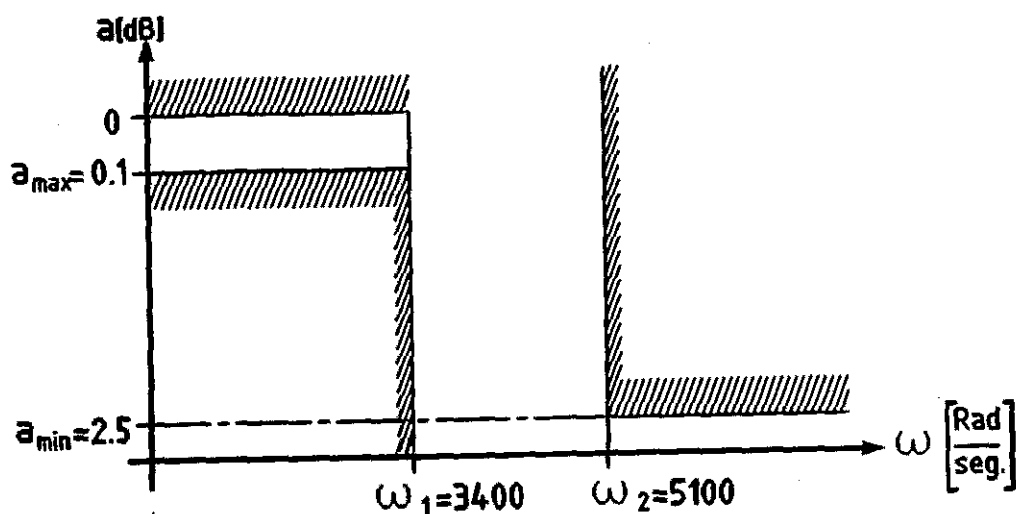


Figura 3.11: Plantilla de especificaciones para el ejemplo 3.

$$\Omega_0 = \frac{4164.1326}{4164.1326} = 1$$

$$\Omega_1 = \frac{3400}{4164.1326} = 0.816$$

$$\Omega_2 = \frac{5100}{4164.1326} = 1.224$$

entonces la plantilla normalizada es la que se muestra en la figura 3.12

para calcular el orden *mínimo* se necesita, antes de usar la fórmula (3.88) y de calcular  $q$  con la fórmula (3.89), se debe obtener  $k$  con

$$k = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{0.816}{1.224} = 0.66\bar{6} \quad (3.134)$$

y si se usa (3.89)

$$q = \frac{k^2}{16} \left[ 1 + 2 \left( \frac{k}{4} \right)^2 + 15 \left( \frac{k}{4} \right)^4 + 150 \left( \frac{k}{4} \right)^6 \right]^4$$

$$= \frac{0.44\bar{4}}{16} \left[ 1 + 2 \left( \frac{0.66\bar{6}}{4} \right)^2 + 15 \left( \frac{0.66\bar{6}}{4} \right)^4 + 150 \left( \frac{0.66\bar{6}}{4} \right)^6 \right]^4$$

$$= 0.0364579 \quad (3.135)$$

y al usar (3.88), finalmente, se obtiene el orden *mínimo*

$$n = \frac{\ln(e^{2A_{max}} - 1) - 2A_{min} - 2.77}{\ln(q)}$$

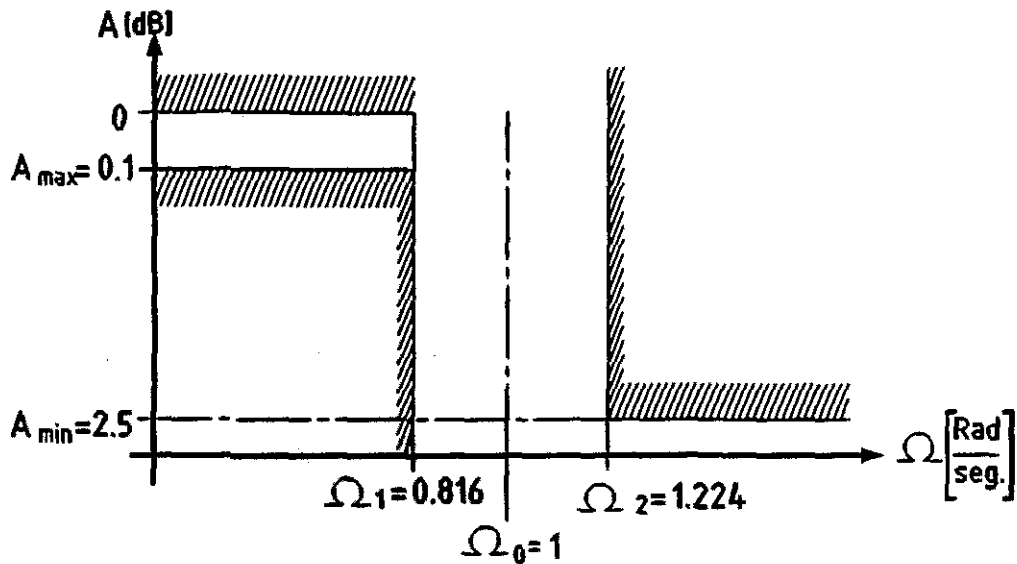


Figura 3.12: Plantilla normalizada del ejemplo 3.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\ln(e^{2 \cdot 0.1} - 1) - 2 \cdot 2.5 - 2.77}{\ln(0.0364579)} \\
 &= 2.8 \qquad (3.136)
 \end{aligned}$$

por lo que se elige  $n = 3$ . El siguiente paso es obtener la función de transferencia, para ello se obtienen los polos y los ceros de la función característica, se calculan los polos de acuerdo con (3.90), se tiene

$$\begin{aligned}
 \Omega_{o1} &= 2\sqrt[3]{q} \frac{\text{sen}(\frac{2s}{2n}\pi) - q^2 \text{sen}(\frac{6s}{2n}\pi) + q^6 \text{sen}(\frac{10s}{2n}\pi)}{1 - 2q \cos(\frac{2s}{n}\pi) + 2q^4 \cos(\frac{4s}{n}\pi)} \\
 &= 2\sqrt[3]{0.0364579} \frac{\text{sen}(\frac{2}{6}\pi) - (0.0364579)^2 \text{sen}(\frac{6}{6}\pi) + (0.0364579)^6 \text{sen}(\frac{10}{6}\pi)}{1 - 2 \cdot 0.0364579 \cos(\frac{2}{3}\pi) + 2 \cdot (0.0364579)^4 \cos(\frac{4}{3}\pi)} \\
 &= 0.730226 \qquad (3.137)
 \end{aligned}$$

y el polo se calcula con (3.91)

$$\begin{aligned}
 \Omega_{r1} &= 2\sqrt[3]{q} \frac{\text{sen}(\frac{2s-1}{2n}\pi) - q^2 \text{sen}(\frac{3(2s-1)}{2n}\pi) + q^6 \text{sen}(\frac{5(2s-1)}{2n}\pi)}{1 - 2q \cos(\frac{2s-1}{n}\pi) + 2q^4 \cos(\frac{2(2s-1)}{n}\pi)} \\
 &= 2\sqrt[3]{0.0364579} \frac{\text{sen}(\frac{1}{6}\pi) - (0.0364579)^2 \text{sen}(\frac{3}{6}\pi) + (0.0364579)^6 \text{sen}(\frac{5}{6}\pi)}{1 - 2 \cdot 0.0364579 \cos(\frac{1}{3}\pi) + 2 \cdot (0.0364579)^4 \cos(\frac{2}{3}\pi)} \\
 &= 0.4535 \qquad (3.138)
 \end{aligned}$$

Ahora se calculan los polos y ceros de la función  $G(s)$ ; el polo real se calcula con (3.92), pero antes se debe calcular  $W$  con (3.93)

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{1}{2n} \left[ \ln \left| \frac{2}{A_{max}} \right| + \frac{A_{max}^2}{12} + \dots \right] \\
 &= \frac{1}{6} \left[ \ln \left| \frac{2}{0.1} \right| + \frac{0.1^2}{12} \right] \\
 &= 0.499
 \end{aligned} \tag{3.139}$$

al aplicar (3.92)

$$\begin{aligned}
 \alpha_0 &= 2\sqrt[3]{q} \frac{\sinh(W) - q^2 \sinh(3W) + q^6 \sinh(5W)}{1 - 2q \cosh(2W) + 2q^4 \cosh(4W)} \\
 &= 2\sqrt[3]{0.0364579} \frac{\sinh(0.449) - 0.0364579^2 \sinh(3 \cdot 0.449) + 0.0364579^6 \sinh(5 \cdot 0.449)}{1 - 2 \cdot (0.0364579) \cosh(2 \cdot 0.449) + 2(0.0364579)^4 \cosh(4 \cdot 0.449)} \\
 &= 0.5096
 \end{aligned} \tag{3.140}$$

en seguida, se calcula la parte real del cero complejo mediante (3.95)

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{\alpha_0 \sqrt{1 - \Omega_{o1}^2 \left( k + \frac{1}{k} - \Omega_{o1}^2 \right)}}{1 + \alpha_0^2 \Omega_{o1}^2} \\
 &= \frac{0.5096 \sqrt{1 - 0.7302268^2 \left( 0.66\bar{6} + \frac{1}{0.66\bar{6}} - 0.7302268^2 \right)}}{1 + 0.5096^2 \cdot 0.7302268^2} \\
 &= 0.1607691
 \end{aligned} \tag{3.141}$$

y la parte imaginaria del cero complejo, se obtiene con

$$\begin{aligned}
 \beta_s &= \pm \frac{\Omega_{os} \sqrt{1 + \alpha_0^2 \left( k + \frac{1}{k} + \alpha_0^2 \theta \right)}}{1 + \alpha_0^2 \Omega_{os}^2} \\
 &= \pm \frac{0.7302268 \sqrt{1 + (0.5096)^2 \left( 0.66\bar{6} + \frac{1}{0.66\bar{6}} + 0.5096^2 \right)}}{1 + 0.5096^2 \cdot 0.7302268^2} \\
 &= 0.8189
 \end{aligned} \tag{3.142}$$

con estos valores se puede obtener al función de transferencia del filtro  $H(s)$

$$\begin{aligned}
 G(s) &= (s + 0.5096) \frac{(s + 0.1607)^2 + (0.8189)^2}{s^2 \cdot \Omega_{o1}^2 + 1} \\
 &= (s + 0.5096) \frac{s^2 + 0.3214s + 0.6964}{0.53323s^2 + 1} \\
 &= 5.2 \frac{s^3 + 0.83s^2 + 0.865s + 0.35}{s^2 + 1.87}
 \end{aligned} \tag{3.143}$$

si se saca la inversa, se obtiene la función de transferencia

$$H(s) = 0.1923 \frac{s^2 + 1.87}{s^3 + 0.83s^2 + 0.865s + 0.35} \quad (3.144)$$

Una vez obtenida la función de transferencia, se puede obtener el valor de cada uno de los elementos de la red que realizan dicha función, para ello se debe primero calcular la función característica con (3.97), pero hay que calcular antes la constante  $H$ , antes se calcula  $L$ , con (3.100)

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{k} \prod_{s=1}^{\nu} \Omega_{\alpha_s}^2 \\ &= \sqrt{0.666} \prod_{s=1}^1 \Omega_{\alpha_1}^2 \\ &= \sqrt{0.666} \cdot (0.4535)^2 \\ &= 0.1371 \end{aligned} \quad (3.145)$$

con este resultado se puede calcular  $H$ , por medio de (3.98)

$$\begin{aligned} H &= \frac{\sqrt{e^{2ac} - 1}}{L} \\ &= \frac{\sqrt{e^2 - 1}}{0.1371} \\ &= 2.8162 \end{aligned} \quad (3.146)$$

ahora ya se puede calcular  $\varphi(p)$ , con (3.97)

$$\begin{aligned} \varphi(p) &= H \cdot p \prod_{s=1}^{\nu} \frac{p^2 + \Omega_{\alpha_s}^2}{\omega_{\alpha_s}^2 \cdot p^2 + 1} p^{\frac{p^2 + \Omega_{\alpha_1}^2}{p}} \\ &= 5.2521 \frac{p^3 + 0.534596p}{p^2 + 1.87057} \end{aligned} \quad (3.147)$$

El siguiente paso es calcular las funciones de impedancia como se indica en (3.101) y (3.102), con:

$$\begin{aligned} g_I &= p^3 + 0.865p \\ f_I &= p^3 + 0.533p \\ g_p &= 0.83p^2 + 0.35 \\ f_p &= 0 \\ h &= p^2 + 1.87 \end{aligned} \quad (3.148)$$

se obtiene

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{g_I + f_I}{g_p + f_p} \\ &= \frac{2p^3 + 1.398p}{0.83p^2 + 0.35} \end{aligned} \quad (3.149)$$

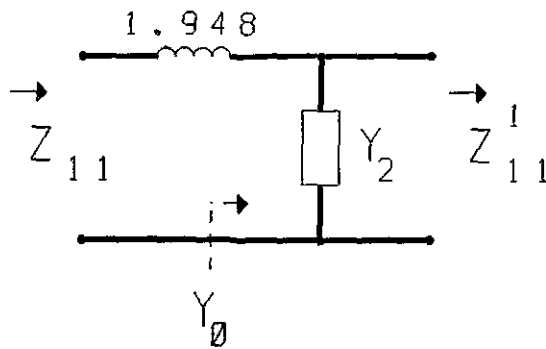


Figura 3.13: Circuito parcial del ejemplo 3.

$$\begin{aligned} Z_{12} &= \frac{h}{g_p + f_p} \\ &= \frac{p^2 + 1.87}{0.83p^2 + 0.35} \end{aligned} \quad (3.150)$$

en seguida, para obtener el valor del primer elemento de la red se debe obtener su impedancia  $Z_1$ , para ello se despeja el valor de  $p^2$  de la función  $h$  de la expresión (3.148), y se obtiene

$$p^2 = -1.87 \quad (3.151)$$

la impedancia  $Z_1$  se obtiene al evaluar la función  $Z_{11}$ , con el valor obtenido en (3.151), es decir

$$Z_1 = p \frac{2p^2 + 1.398}{0.83p^2 + 0.35} \Big|_{p^2 = -1.87} = 1.948p \quad (3.152)$$

esta expresión representa la impedancia de un inductor con valor  $l = 1.948$ , esto se representa en la figura 3.13

de acuerdo con la notación de la figura anterior, se calcula

$$\begin{aligned} Z_0 &= Z_{11} - 1.948p \\ &= \frac{2p^3 + 1.398p}{0.83p^2 + 0.35} - 1.948p \\ &= \frac{2p^3 + 1.398p - 1.61684p^3 - 0.6818p}{0.83p^2 + 0.35} \\ &= \frac{0.38316p^3 + 0.7162p}{0.83p^2 + 0.35} \end{aligned} \quad (3.153)$$

de aquí se obtiene la admitancia

$$\begin{aligned}
 Y_0 &= \frac{0.83p^2 + 0.35}{0.38316p^3 + 0.7162p} \\
 &= \frac{0.83p^2 + 0.35}{0.38316p(p^2 + 1.87)}
 \end{aligned} \tag{3.154}$$

de acuerdo con el circuito 3.13, se puede decir que

$$\begin{aligned}
 Y_0 &= Y_2 + \frac{1}{Z_{11}^1} \\
 &= \frac{Ap}{p^2 + 1.87} + \frac{1}{Z_{11}^1}
 \end{aligned} \tag{3.155}$$

se iguala (3.155) con (3.154), se obtiene

$$\begin{aligned}
 Y_0 &= \frac{Ap}{p^2 + 1.87} + \frac{1}{Z_{11}^1} \\
 &= \frac{0.83p^2 + 0.35}{0.38316p(p^2 + 1.87)}
 \end{aligned} \tag{3.156}$$

se despeja  $A$ , y se iguala  $p^2 = -1.87$  al sustituir  $h$  de la expresión (3.148), se obtiene

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{0.83p^2 + 0.35}{0.38316p^2} \Big|_{p^2 = -1.87} \\
 &= \frac{-1.5521 + 0.35}{-0.7165092} \\
 &= 1.6777
 \end{aligned} \tag{3.157}$$

entonces, se escribe  $Y_2$  de una forma conveniente, esto es

$$\begin{aligned}
 Y_2 &= \frac{1.6777p}{p^2 + 1.87} \\
 &= \frac{1}{\frac{p}{1.6777} + \frac{1.87}{1.6777}} \\
 &= \frac{1}{0.596p + \frac{1}{0.897}}
 \end{aligned} \tag{3.158}$$

la impedancia  $Y_2$  puede ser representada por un capacitor y un inductor en serie, entre ellos y en paralelo con el primer inductor, los valores de estos dos elementos son  $l = 0.596$  y  $c = 0.897$ , la conexión antes descrita se muestra en la figura 3.14

Para obtener el último elemento se realizan los siguientes cálculos

$$\frac{1}{Z_{11}} = \frac{0.83p^2 + 0.35}{0.38316p(p^2 + 1.87)} - \frac{1.6777p}{p^2 + 1.87}$$

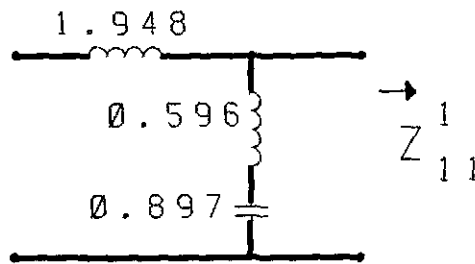


Figura 3.14: Circuito parcial del ejemplo 3

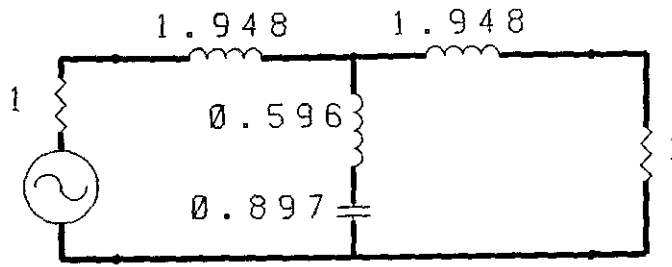
$$\begin{aligned}
 &= \frac{0.83p^2 + 0.35 - 0.64281p^2}{0.38316p(p^2 + 1.87)} \\
 &= \frac{0.18718p^2 + 0.35}{0.38316p(p^2 + 1.87)} \\
 &= \frac{0.18718(p^2 + 1.87)}{0.38316p(p^2 + 1.87)} \\
 &= \frac{1}{2.047p}
 \end{aligned} \tag{3.159}$$

así la impedancia es

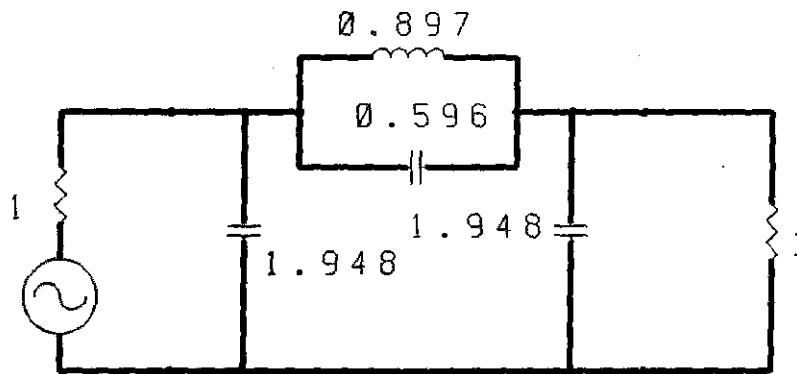
$$Z_{11} = 2.047p \tag{3.160}$$

para un filtro Cauet de tercer orden el valor del primer elemento debe ser igual al valor del último elemento, en este caso el cálculo realizado tiene errores de truncamiento en los decimales que hacen que los números no coincidan, pero si se aproximan bastante. Para obtener la red a realizar se considera que el valor del último elemento debe ser igual al del primero, y además se deben transformar las admitancias en impedancias, esto afecta al circuito 3.14, y así de esta manera se obtiene el circuito que se muestra en la figura 3.15a, en este circuito los valores de los elementos están normalizados.

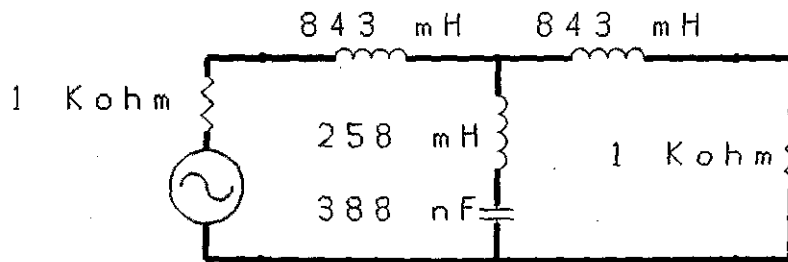
Para obtener el filtro que cumple las especificaciones de la plantilla 3.11, es necesario desnormalizar los valores obtenidos en el circuito que se muestra en 3.15a. El circuito del filtro desnormalizado es el que se muestra en la figura 3.15c.



( a )



( b )



( c )

Figura 3.15: a) Circuito resultante de resolver el ejemplo 3, con elementos normalizados.  
 b) Circuito equivalente al mostrado en el inciso a), resultante de resolver el ejemplo 3.  
 c) Circuito resultante de resolver el ejemplo 3, con elementos no normalizados.





## Capítulo 4

# Análisis de los Filtros de Onda Pasa Bajas, Pasa Altas y Supresores de Banda.

### 4.1 Introducción.

El objetivo del presente capítulo es aplicar las técnicas de análisis de filtros digitales a los filtros de onda, el resultado de aplicar dichas técnicas es la obtención de ecuaciones matemáticas que caracterizan el comportamiento del filtro digital de onda.

En el presente trabajo pueden diferenciarse dos principales tipos de ecuaciones matemáticas que caracterizan al sistema, la primera de ellas y la más poderosa es la Función de Transferencia, de la cual se puede obtener la respuesta del sistema para diferentes señales de entrada, tanto en el dominio del tiempo digital (denominado  $n$ ) como en el de la frecuencia (denominada  $\Omega$ ). El segundo tipo de ecuación es la que se implementará en algún procesador que al llevar a cabo las operaciones descritas en esta ecuación se convertirá en la implementación del Filtro Digital de Onda, estas ecuaciones son obtenidas en el siguiente capítulo.

Los resultados de este capítulo permiten realizar la síntesis de los filtros de onda más adelante.

#### 4.1.1 Introducción para la Obtención de las Funciones de Transferencia.

En el presente capítulo se obtienen las funciones de transferencia digitales  $H(Z)$  para los diferentes tipos de filtros. Como ya se expuso, los filtros de onda digitales se obtienen a partir de filtros analógicos, a estos filtros analógicos que se usan como modelo para construir al filtro digital se les denominan filtros de referencia. Para obtener el filtro de referencia analógico se toma un filtro pasa bajas normalizado y se le aplican las transformaciones necesarias para obtener el tipo de filtro que se requiera (pasa bajas, pasa altas, pasa banda o supresor de banda), con las características de frecuencia y atenuación necesarias. Para este capítulo se usará como filtro base, un filtro analógico Butterworth pasa bajas normalizado de orden  $n = 1$ , el circuito de dicho filtro se muestra en la figura 4.1a (la red alternativa para el mismo filtro se muestra en la figura 4.1b).

Después de determinar cuales son las posibles redes para un filtro de referencia, se obtiene

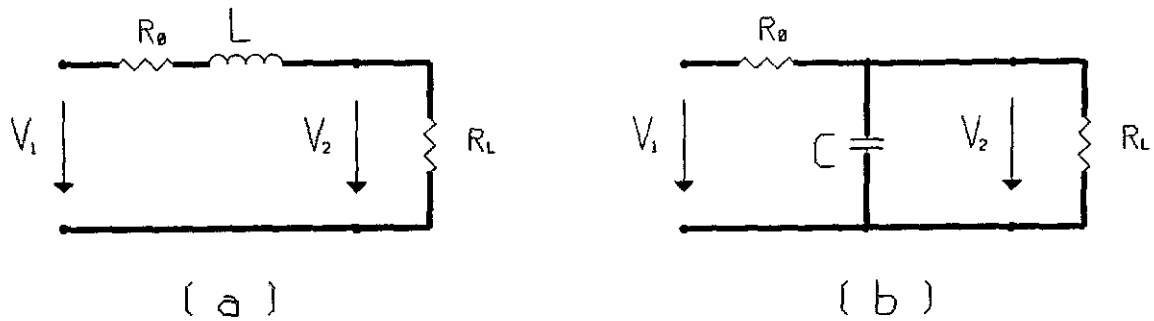


Figura 4.1: a) Red del filtro Butterworth normalizado de primer orden (Inductor en serie).  
b) Red alterna del filtro Butterworth normalizado de primer orden (Capacitor en paralelo).

un diagrama de bloques del filtro digital de onda, primero se determinan los elementos que incluyen los circuitos analógicos y como están estos conectados, en seguida se sustituyen los elementos analógicos por el adaptador digital de onda (serie o paralelo) que corresponda a como están conectados en el circuito analógico. Para el caso de las redes en escalera (que es el tipo de red de todos los filtros analógicos discutidos en este trabajo) se usan adaptadores de onda de tres puertas, este adaptador equivale a la conexión en serie o en paralelo del elemento analógico, pero todavía hace falta encontrar la equivalencia del elemento analógico en el filtro digital, para ello se conecta en la puerta 2 del adaptador de onda, los elementos digitales que correspondan al elemento analógico en cuestión de acuerdo con las equivalencias mostradas en las tablas 1.1 y 1.2.

Al diagrama cuya obtención se describe en el párrafo anterior, se le llama "diagrama de bloques del filtro digital de onda" porque en el se representa a los adaptadores por su notación simbólica y no por su diagrama de flujo, al diagrama en el que se ha sustituido el símbolo del adaptador por su correspondiente diagrama de flujo, es al que se le denomina "diagrama de flujo del filtro digital de onda".

El diagrama de flujo del filtro de onda es la base para obtener la función de transferencia del filtro de onda digital  $H(Z)$ , para obtenerla se aplica el método matricial propuesto en [Pšenička 95]. Hecho esto, se da por concluido el análisis del filtro de onda y se puede proceder a sintetizar el filtro, esto se lleva a cabo en el siguiente capítulo.

Antes de continuar es necesario aclarar, que en lugar de escribir "adaptador serie elemental de onda con los elementos digitales que equivalen a un inductor analógico conectados en una de sus puertas", se simplifica a "adaptador serie elemental con inductor", esta simplificación se usa con los diferentes tipos de adaptadores y nombres de elementos analógicos.

## 4.2 Análisis del Filtro de Onda Pasa Bajas.

### 4.2.1 Introducción

Para obtener el diagrama de flujo del filtro digital de onda, primero se propone el filtro analógico de referencia, si se toma el circuito de la figura 4.1a y se le aplica la transformación de pasa bajas normalizado a pasa bajas de acuerdo con la tabla 2.1, se obtiene el circuito

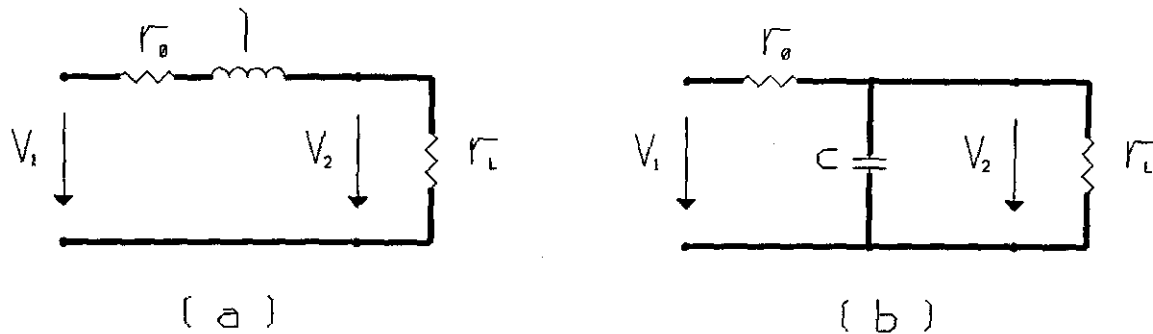


Figura 4.2: a) Circuito del filtro pasa bajas analógico desnormalizado con inductor en serie. b) Circuito alterno del filtro pasa bajas analógico desnormalizado con capacitor en paralelo.

del filtro pasa bajas desnormalizado que se muestra en la figura 4.2a, y si se aplica la misma transformación al circuito alterno del filtro pasa bajas normalizado que se muestra en la figura 4.1b, se obtiene el circuito del filtro pasa bajas desnormalizado alterno que se muestra en la figura 4.2b.

Ambos circuitos analógicos sirven para implantar un filtro pasa bajas, por lo que se consideran las dos opciones como filtros de referencia para éste análisis. Se deben obtener los diagramas de flujo del filtro de onda digital correspondiente a cada uno de los circuitos analógicos del filtro pasa bajas que se muestran en las figuras 4.2a y 4.2b. Por inspección de dichos circuitos, se determina que es necesario usar en la construcción de los filtros de onda correspondientes, adaptadores serie y paralelo, y de acuerdo con lo expuesto en el capítulo 1 se presentan dos formas de adaptadores serie y dos del paralelo, que son la forma no elemental y la elemental.

Considerando las diversas formas de los adaptadores de onda y los circuitos analógicos del filtro pasa bajas, se tienen cuatro diagramas de bloque que se muestran en la figura 4.3 que relacionan al adaptador de onda (línea continua) con el circuito analógico (línea discontinua).

Si además se consideran las tablas 1.1 y 1.2, que indican la forma de sustituir al elemento analógico, por su equivalente digital, se puede obtener el diagrama de flujo del filtro de onda digital, a partir del mismo, se obtienen las funciones de transferencia de los filtros de onda pasa bajas. Este es el procedimiento que se expone en las siguientes subsecciones para obtener las funciones de transferencia digitales.

#### 4.2.2 Análisis del Adaptador Serie Elemental con Inductor (F-PBJ).

Usando como base el diagrama de bloques de la figura 4.3a y las sustituciones de las tablas 1.1 y 1.2, se obtiene el diagrama de flujo para este adaptador, el cual se muestra en la figura 4.4

Al diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.4, se le aplica el método matricial para obtener la función de transferencia digital del filtro de onda. La matriz de flujo de estados que se obtiene es

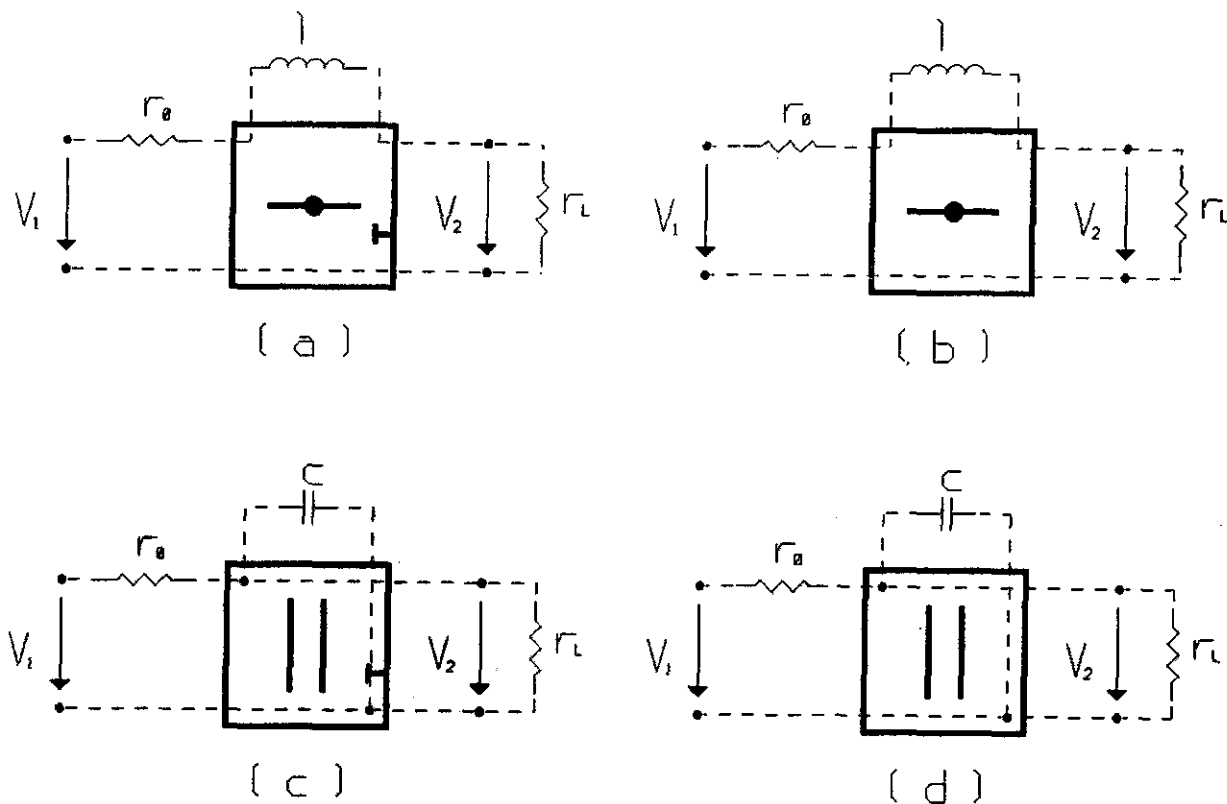


Figura 4.3: Filtros pasa bajas analógicos y sus adaptadores de onda correspondientes al tipo de conexión del elemento analógico (línea continua remarcada) y circuitos analógicos correspondientes (línea discontinua).

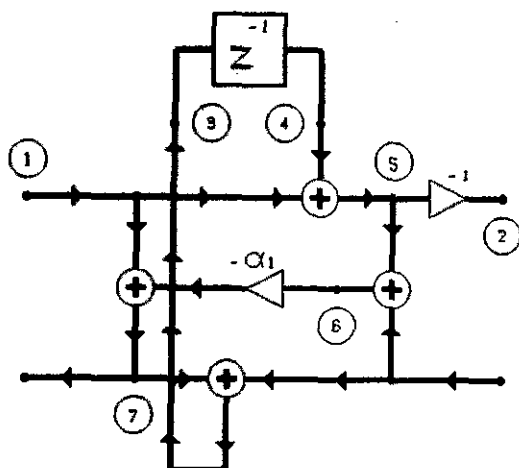


Figura 4.4: Diagrama de flujo para el filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie elemental con inductor.

$$N^7 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & Z^{-1} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

reduciendo la matriz

$$N^6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 0 & Z^{-1} & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$N^5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 0 & Z^{-1} & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$N^4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 - \alpha_1 & 0 & -1 & -\alpha_1 \\ 0 & 0 & Z^{-1} & -1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -Z^{-1} \\ 1 - \alpha_1 & 0 & -1 - \alpha_1 Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$N^2 = \begin{bmatrix} \frac{1 + \alpha_1 Z^{-1} + Z^{-1}(1 - \alpha_1)}{-1 - \alpha_1 Z^{-1}} & -1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

finalmente se obtiene la función de transferencia del filtro pasa bajas de onda

$$H(Z) = \frac{1 + Z^{-1}}{-1 - \alpha_1 Z^{-1}} \quad (4.7)$$

### 4.2.3 Análisis del Adaptador Serie con Inductor (FPBJ).

Para el análisis se usa el diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.5 y el método matricial para la obtener la función de transferencia, la matriz de flujo es

$$N^7 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

reduciendo la matriz

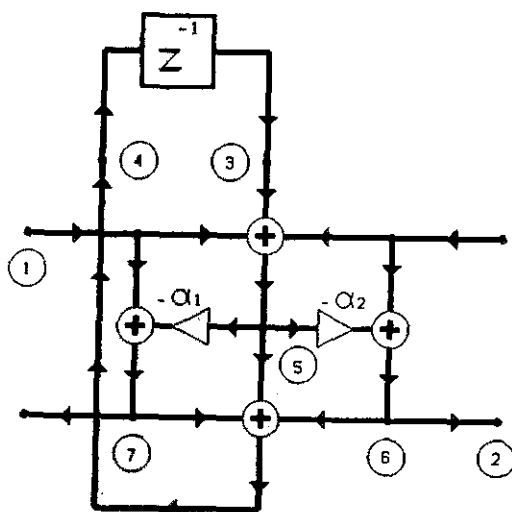


Figura 4.5: Diagrama de flujo de un adaptador serie con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que equivale a un inductor.

$$N^6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 - \alpha_1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_2 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$N^5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -\alpha_2 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 - \alpha_1 - \alpha_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$N^4 = \begin{bmatrix} -\alpha_2 & -1 & -\alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} \\ 2 - \alpha_1 - \alpha_2 & 0 & 1 - \alpha_1 - \alpha_2 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} -\alpha_2 & -1 & -\alpha_2 \\ (2 - \alpha_1 - \alpha_2)Z^{-1} & 0 & -1 + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

entonces, resulta la función de transferencia

$$H(Z) = \frac{\alpha_2 - \alpha_2 Z^{-1}(1 - \alpha_1 - \alpha_2) + \alpha_2 Z^{-1}(2 - \alpha_1 - \alpha_2)}{-1 + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)Z^{-1}} \quad (4.13)$$

si se desarrollan las multiplicaciones

$$H(Z) = \frac{\alpha_2 - \alpha_2 Z^{-1} + \alpha_1 \alpha_2 Z^{-1} + \alpha_2^2 Z^{-1} + 2\alpha_2 Z^{-1} - \alpha_2 \alpha_1 Z^{-1} - \alpha_2^2 Z^{-1}}{-1 + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)Z^{-1}} \quad (4.14)$$

finalmente se obtiene la función de transferencia

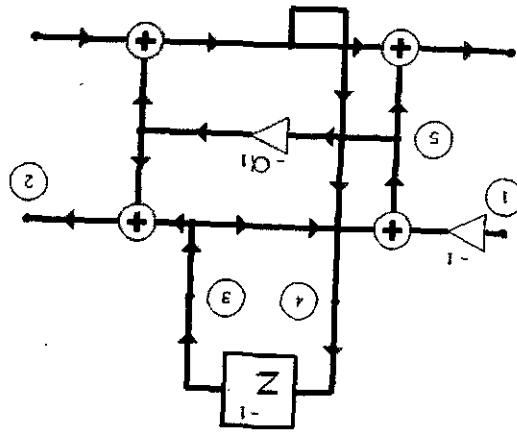


Figura 4.6: Diagrama de flujo de un adaptador elemental paralelo con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que equivale a un Capacitor.

$$H(Z) = \alpha_2 \frac{1 + Z^{-1}}{-1 + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)Z^{-1}} \quad (4.15)$$

#### 4.2.4 Análisis del Adaptador Paralelo Elemental con Capacitor (FPBJ).

Para el análisis se usa el diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.6, y el método de la matriz de estado para obtener la función de transferencia, la matriz es

$$N^5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -\alpha_1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

se reduce la matriz para obtener la función de transferencia

$$N^4 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -1 & 1 - \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} \\ \alpha_1 & 0 & -\alpha_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$N^3 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -1 & 1 - \alpha_1 \\ \alpha_1 Z^{-1} & 0 & -1 - \alpha_1 Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

entonces la función de transferencia es

$$H(Z) = \alpha_1 \frac{1 + Z^{-1}}{1 + \alpha_1 Z^{-1}} \quad (4.19)$$

#### 4.2.5 Análisis del Adaptador Paralelo con Capacitor (FPBJ).

Para el análisis se usa el diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.7, y el método matricial se usa para la obtención de la función de transferencia, de acuerdo con dicho método la matriz es



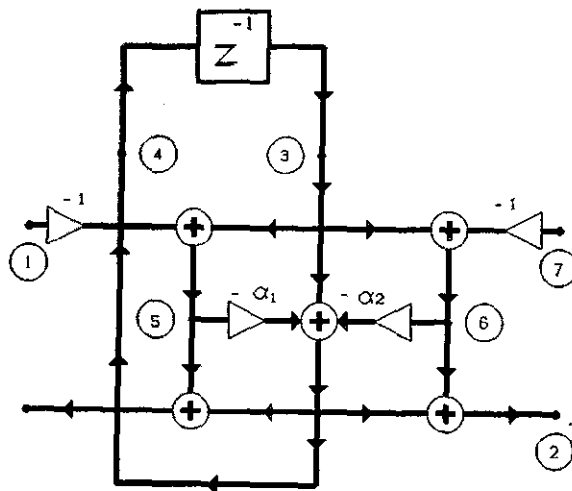


Figura 4.7: Diagrama de flujo de un adaptador paralelo con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que equivale a un capacitor.

$$N^7 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

reduciendo la matriz para obtener la función de transferencia

$$N^6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\alpha_1 & -\alpha_2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$N^5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \alpha_2 & -1 & -\alpha_1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$N^4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} \\ \alpha_1 & 0 & 1 - \alpha_2 - \alpha_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -1 & 2 - \alpha_2 - \alpha_1 \\ \alpha_1 Z^{-1} & 0 & -1 + Z^{-1}(1 - \alpha_2 - \alpha_1) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

la función de transferencia es

$$H(Z) = \frac{-\alpha_1 + \alpha_1 Z^{-1}(1 - \alpha_1 - \alpha_2) - \alpha_1 Z^{-1}(2 - \alpha_1 - \alpha_2)}{-1 + (1 - \alpha_2 - \alpha_1)Z^{-1}} \quad (4.25)$$

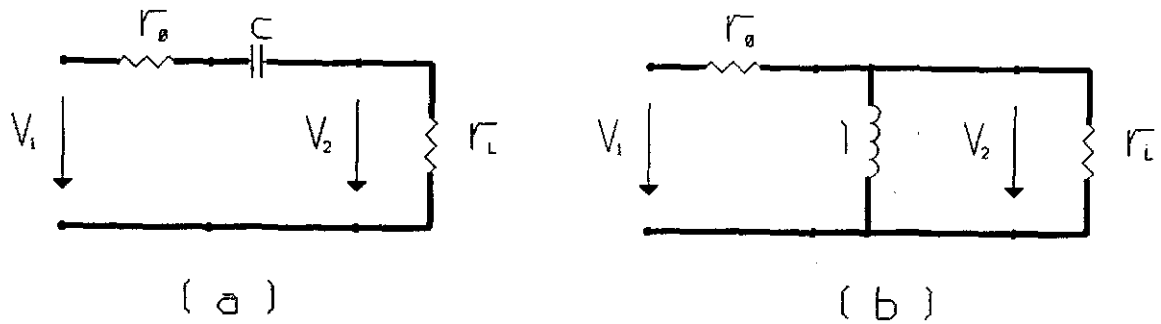


Figura 4.8: a) Circuito del filtro pasa altas analógico desnormalizado con capacitor en serie.  
b) Circuito alternativo del filtro pasa altas analógico desnormalizado con inductor en paralelo.

efectuando las multiplicaciones

$$H(Z) = \frac{-\alpha_1 + \alpha_1 Z^{-1} - \alpha_1 \alpha_2 Z^{-1} - \alpha_1^2 Z^{-1} - 2\alpha_1 Z^{-1} + \alpha_1 \alpha_2 Z^{-1} + \alpha_1^2 Z^{-1}}{-1 + (1 - \alpha_2 - \alpha_1) Z^{-1}} \quad (4.26)$$

simplificando

$$H(Z) = \frac{-\alpha_1 - \alpha_1 Z^{-1}}{-1 + (1 - \alpha_2 - \alpha_1) Z^{-1}} \quad (4.27)$$

que también se puede escribir como

$$H(Z) = \alpha_1 \frac{1 + Z^{-1}}{1 - (1 - \alpha_2 - \alpha_1) Z^{-1}} \quad (4.28)$$

## 4.3 Análisis del Filtro de Onda Pasa Altas.

### 4.3.1 Introducción.

Para obtener el diagrama de flujo del filtro digital de onda, primero se propone el filtro analógico de referencia, si se toma el circuito de la figura 4.1a y se le aplica la transformación de pasa bajas normalizado a pasa altas de acuerdo con la tabla 2.1, se obtiene el circuito del filtro pasa altas desnormalizado de la figura 4.8a, y si se aplica la misma transformación al circuito alternativo del filtro pasa altas normalizado 4.1b, se obtiene el circuito del filtro pasa altas desnormalizado alternativo, que se muestra en la figura 4.8b.

Ambos circuitos analógicos sirven para implantar un filtro pasa altas, por lo que se consideran las dos opciones como filtros de referencia para éste análisis. Se deben obtener los diagramas de flujo del filtro de onda digital correspondiente a cada uno de los circuitos analógicos del filtro pasa altas que se muestran en las figuras 4.8a y 4.8b. Por inspección de dichos circuitos, se determina que es necesario usar en la construcción de los filtros de onda correspondientes adaptadores serie y paralelo, y de acuerdo con lo expuesto en el capítulo 1

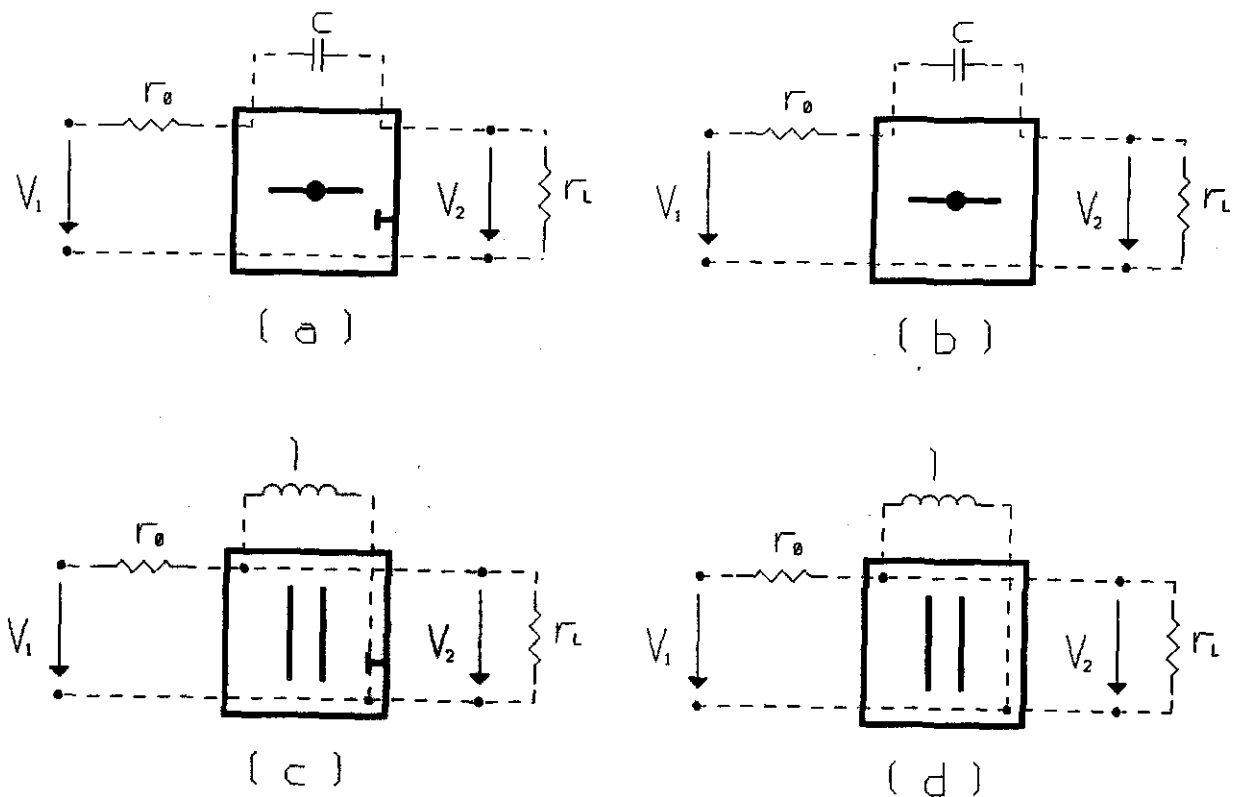


Figura 4.9: Filtros pasa alta y sus adaptadores de onda correspondientes al tipo de conexión del elemento analógico (línea continua remarcada), y circuitos analógicos correspondientes (línea discontinua).

se presentan dos formas del adaptador serie y dos del adaptador paralelo, que son la forma no elemental y la elemental.

Considerando las diversas formas de los adaptadores de onda y los circuitos analógicos del filtro pasa altas, se tienen cuatro diagramas de bloque que se muestran en la figura 4.9 y que relacionan al adaptador de onda (línea continua) con el circuito analógico (línea discontinua).

Si además se consideran las tablas 1.1 y 1.2, que indican la forma de substituir a los elementos analógicos, por su equivalente digital, se obtiene el diagrama de flujo del filtro de onda digital, a partir del diagrama, se obtienen las funciones de transferencia de los filtros de onda pasa altas. Este es el procedimiento que se expone en las siguientes subsecciones para obtener las funciones de transferencia digitales.

### 4.3.2 Análisis del Adaptador Serie Elemental con Capacitor (F-PA).

Para el análisis se usa el diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.10, y el método matricial para obtener la función de transferencia, de acuerdo con dicho método y si se usa la siguiente matriz de estado

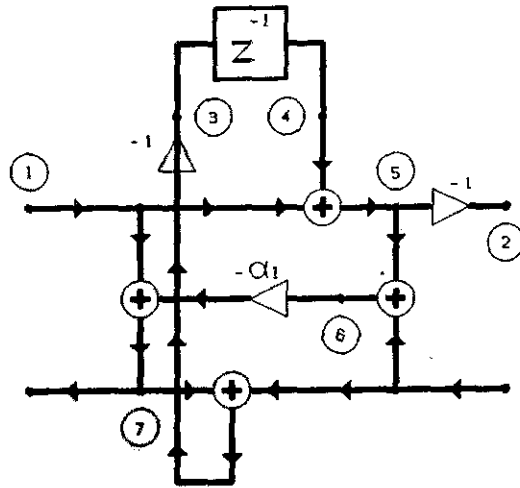


Figura 4.10: Diagrama de flujo de un adaptador serie elemental con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que equivale a un capacitor.

$$N^7 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & Z^{-1} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

se reduce la matriz para obtener la función de transferencia

$$N^6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & \alpha_1 \\ 0 & 0 & Z^{-1} & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$N^5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & \alpha_1 \\ 0 & 0 & Z^{-1} & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$N^4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 + \alpha_1 & 0 & -1 & \alpha_1 \\ 0 & 0 & Z^{-1} & -1 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -Z^{-1} \\ 1 + \alpha_1 & 0 & -1 + \alpha_1 Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$N^2 = \left[ \frac{1 - \alpha_1 Z^{-1} - Z^{-1} + Z^{-1} \alpha_1}{-1 + \alpha_1 Z^{-1}} \quad -1 \right] \quad (4.34)$$

finalmente se obtiene la función de transferencia

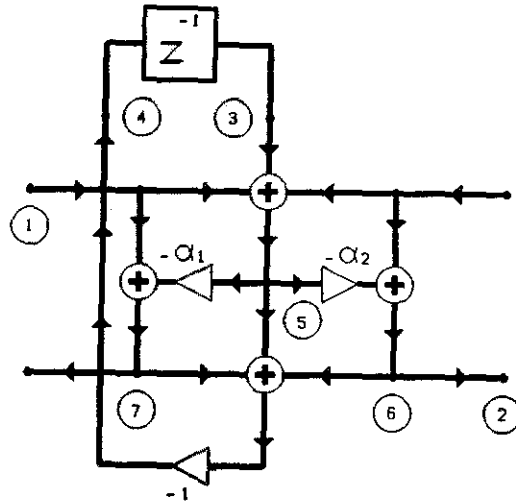


Figura 4.11: Diagrama de flujo de un adaptador serie con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que equivale a un capacitor.

$$H(Z) = \frac{1 - Z^{-1}}{-1 + \alpha_1 Z^{-1}} \quad (4.35)$$

### 4.3.3 Análisis del Adaptador Serie con Capacitor (FPA).

Aplicando el método matricial se puede obtener la función de transferencia basándose en el diagrama de flujo 4.11

$$N^7 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

se reduce la matriz para obtener la función de transferencia

$$N^6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 + \alpha_1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_2 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

$$N^5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -\alpha_2 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 + \alpha_1 + \alpha_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

$$N^4 = \begin{bmatrix} -\alpha_2 & -1 & -\alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} \\ -2 + \alpha_1 + \alpha_2 & 0 & -1 + \alpha_1 + \alpha_2 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

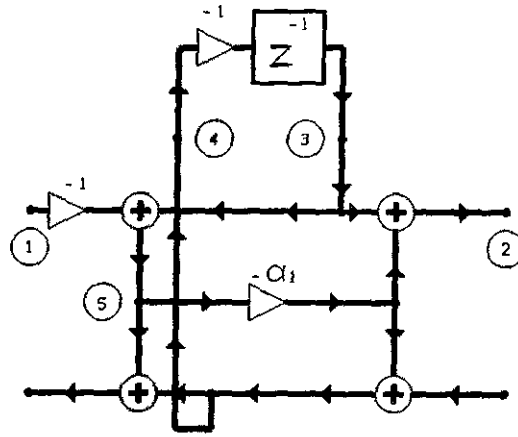


Figura 4.12: Diagrama de flujo de un adaptador paralelo elemental con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que equivale a un Inductor.

$$N_3 = \begin{bmatrix} -\alpha_2 & -1 & -\alpha_2 \\ (-2 + \alpha_1 + \alpha_2)Z^{-1} & 0 & -1 + (-1 + \alpha_1 + \alpha_2)Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

de la matriz (4.40) se obtiene la función de transferencia, que resulta ser

$$H(Z) = \frac{\alpha_2 - \alpha_2 Z^{-1}}{-1 + (-1 + \alpha_1 + \alpha_2)Z^{-1}} \quad (4.41)$$

#### 4.3.4 Análisis del Adaptador Paralelo Elemental con Inductor (FPA).

Para el análisis se usa el diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.12, y el método de la matriz de estado para obtener la función de transferencia, la matriz de estado es

$$N^5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 0 & -1 & -Z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -\alpha_1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

se reduce la matriz

$$N^4 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -1 & 1 - \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -Z^{-1} \\ \alpha_1 & 0 & -\alpha_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$$N^3 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -1 & 1 - \alpha_1 \\ -\alpha_1 Z^{-1} & 0 & -1 + \alpha_1 Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

la función de transferencia es

$$H(Z) = \alpha_1 \frac{-1 + Z^{-1}}{-1 + \alpha_1 Z^{-1}} \quad (4.45)$$

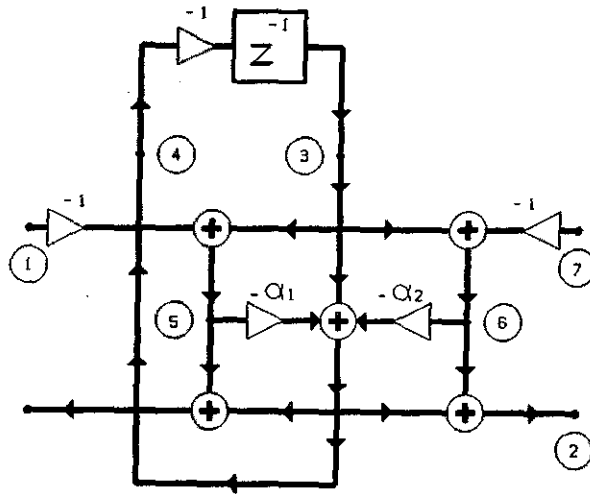


Figura 4.13: Diagrama de flujo de un adaptador paralelo con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que equivale a un Inductor.

### 4.3.5 Análisis del Adaptador Paralelo con Inductor (FPA).

Para usar el método de la matriz de flujo, se obtiene la matriz de estado del diagrama de la figura 4.13

$$N^7 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -Z^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

se reduce la matriz para obtener la función de transferencia

$$N^6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -Z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\alpha_1 & -\alpha_2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$$N^5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -Z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \alpha_2 & -1 & -\alpha_1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$$N^4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -Z^{-1} \\ \alpha_1 & 0 & 1 - \alpha_2 - \alpha_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -1 & 2 - \alpha_2 - \alpha_1 \\ -\alpha_1 Z^{-1} & 0 & 1 - Z^{-1}(1 - \alpha_2 - \alpha_1) \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

la función de transferencia que se busca es

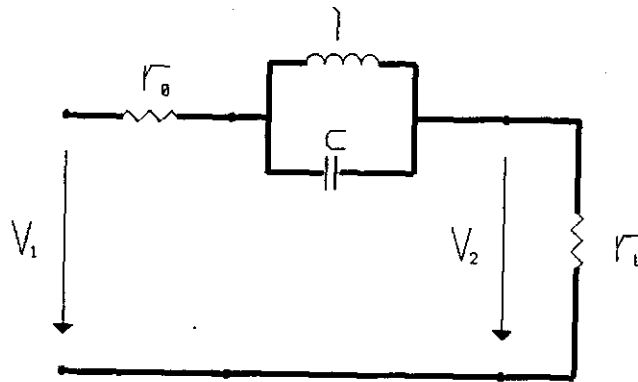


Figura 4.14: Circuito del filtro supresor de banda analógico desnormalizado con conexión serie de un capacitor e inductor en paralelo.

$$H(Z) = \frac{\alpha_1(-1 - Z^{-1}(1 - \alpha_2 - \alpha_1)) + \alpha_1 Z^{-1}(2 - \alpha_2 - \alpha_1)}{-1 - (1 - \alpha_2 - \alpha_1)Z^{-1}} \quad (4.51)$$

simplificando se obtiene

$$H(Z) = \frac{-\alpha_1 - \alpha_1 Z^{-1} + \alpha_1 \alpha_2 Z^{-1} + \alpha_1^2 Z^{-1} + 2\alpha_1 Z^{-1} - \alpha_1 \alpha_2 Z^{-1} - \alpha_1^2 Z^{-1}}{-1 - (1 - \alpha_2 - \alpha_1)Z^{-1}} \quad (4.52)$$

$$H(Z) = \frac{-\alpha_1 + \alpha_1 Z^{-1}}{-1 - (1 - \alpha_2 - \alpha_1)Z^{-1}} \quad (4.53)$$

que también se puede escribir como

$$H(Z) = \alpha_1 \frac{1 - Z^{-1}}{1 + (1 - \alpha_2 - \alpha_1)Z^{-1}} \quad (4.54)$$

## 4.4 Análisis del Filtro de Onda Supresor de Banda.

### 4.4.1 Introducción

Para obtener el diagrama de flujo del filtro digital de onda, primero se propone el filtro analógico de referencia, si se toma el circuito de la figura 4.1a y se le aplica la transformación de pasa bajas normalizado a supresor de banda de acuerdo con la tabla 2.1, se obtiene el circuito del filtro supresor de banda desnormalizado de la figura 4.14 y si se aplica la misma transformación al circuito alterno del filtro pasa bajas normalizado que se muestra en la figura 4.1b, se obtiene el circuito del filtro supresor de banda desnormalizado alterno que se muestra en la figura 4.15.

Ambos circuitos analógicos sirven para implantar un filtro supresor de banda, por lo que se consideran las dos opciones como filtros de referencia para éste análisis. Se obtienen los diagramas de flujo del filtro de onda digital correspondientes a cada uno de los circuitos analógicos del filtro supresor de banda que se muestran en las figuras 4.14 y 4.15. Por



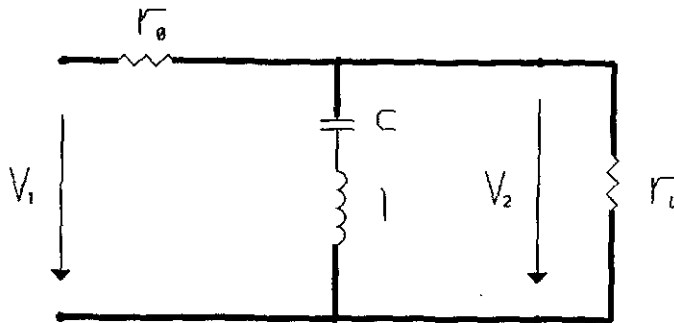


Figura 4.15: Circuito alterno del filtro supresor de banda analógico desnormalizado con conexión en paralelo de un capacitor y un inductor en serie.

inspección de dichos circuitos, se determina que es necesario usar en la construcción de los filtros de onda correspondientes, adaptadores serie y paralelo, y de acuerdo con lo expuesto en el capítulo 1 se presentan dos formas de adaptadores serie y dos del paralelo, que son la forma no elemental y la elemental. Para el caso de los filtros supresores de banda se toman en cuenta para el presente trabajo los adaptadores elementales.

Al considerar las diversas formas de los adaptadores de onda y los circuitos analógicos del filtro supresor de banda, se tienen cuatro diagramas de bloque que se muestran en la figura 4.16 que relacionan al adaptador de onda (línea continua) con el circuito analógico (línea discontinua).

Si además se toman en cuenta las tablas 1.1 y 1.2, que indican la forma de substituir los elementos analógicos por su equivalente digital, se obtiene el diagrama de flujo del filtro de onda digital, a partir del diagrama, se obtienen las funciones de transferencia de los filtros de onda supresores de banda. Este es el procedimiento que se expone en las siguientes subsecciones para obtener las funciones de transferencia digitales.

#### 4.4.2 Análisis del Adaptador Serie Elemental con Capacitor e Inductor en Paralelo (FSB).

Para el análisis se usa el diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.17, empleando el método matricial para la obtención de la función de transferencia y con la matriz de estado

$$N^s = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \beta & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

se reduce la matriz

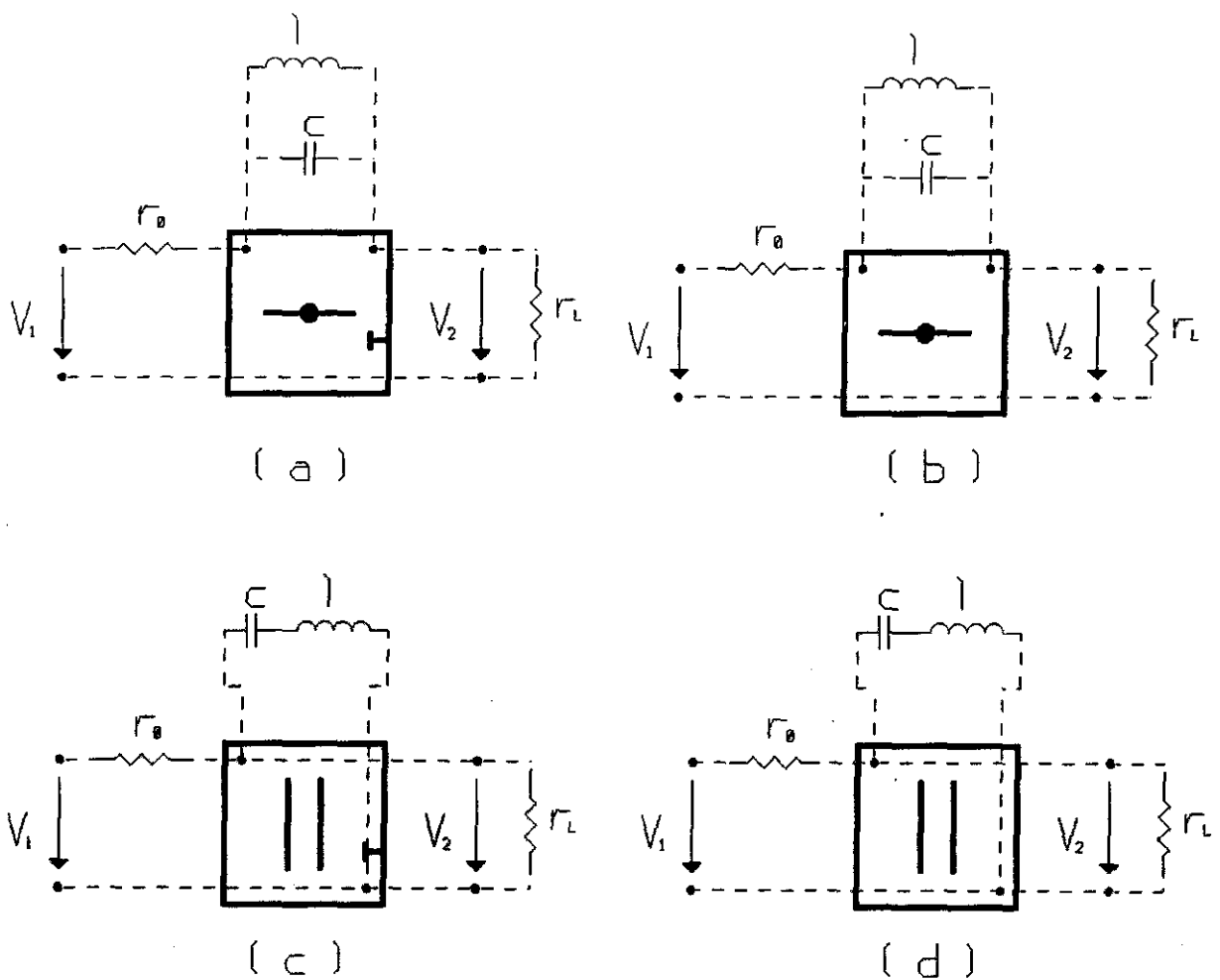


Figura 4.16: Filtros supresores de banda analógicos y sus adaptadores de onda correspondientes al tipo de conexión del elemento analógico (línea continua remarcada) y circuitos analógicos correspondientes (línea discontinua).

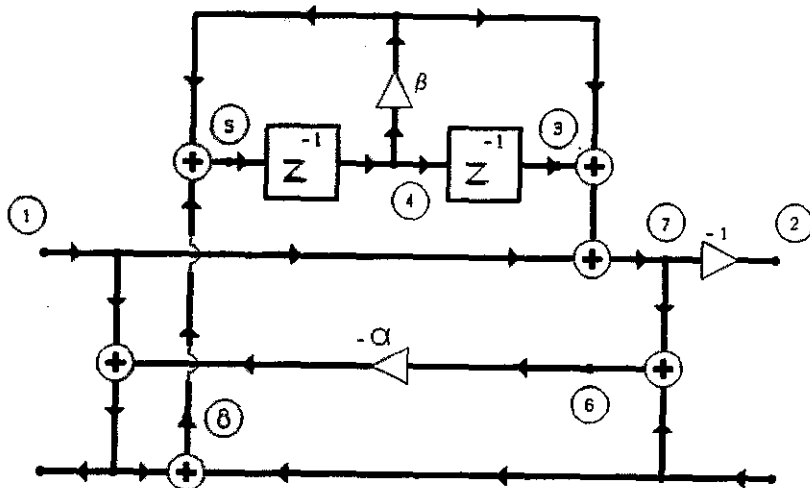


Figura 4.17: Diagrama de flujo de un adaptador elemental serie con el arreglo correspondiente en el puerto dos que equivale a el paralelo de un inductor y un capacitor.

$$N^7 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \beta & -1 & -\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \beta & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

$$N^6 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \beta & -1 & -\alpha_1 \\ 1 & 0 & 1 & \beta & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

$$N^5 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -\beta & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & Z^{-1} \\ 1 - \alpha_1 & 0 & -\alpha_1 & \beta - \beta\alpha_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

$$N_E = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -\beta \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} - 1 \\ (1 - \alpha_1)Z^{-1} & 0 & -\alpha_1 Z^{-1} & -1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

$$N^3 = \begin{bmatrix} \frac{1 - (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1} + \beta(1 - \alpha_1)Z^{-1}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} & -1 & \frac{1 - (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1} - \alpha_1\beta Z^{-1}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} \\ \frac{-(1 - \alpha_1)Z^{-2}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} & 0 & \frac{1 - (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

se desarrollan las operaciones y se simplifica, para obtener

$$N^3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} & -1 & \frac{1 - \beta Z^{-1}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} \\ \frac{\alpha_1 Z^{-2} - Z^{-2} + \alpha_1 Z^{-2}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} & 0 & \frac{1 - \beta Z^{-1} + \alpha_1\beta Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

El elemento (1,1) de la siguiente matriz producida por la reducción, es la función de transferencia

$$H(Z) = \frac{\frac{1}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} \cdot \frac{1 - \beta Z^{-1} + \alpha_1\beta Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} - \frac{-Z^{-2} + \alpha_1 Z^{-2}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}} \cdot \frac{1 - \beta Z^{-1}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}}}{\frac{1 - \beta Z^{-1} + \alpha_1\beta Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2}}{-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}}} \quad (4.62)$$

se simplifica

$$H(Z) = \frac{1 - \beta Z^{-1} + \alpha_1\beta Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2} - [-Z^{-2} + \beta Z^{-3} + \alpha_1 Z^{-2} - \alpha_1\beta Z^{-3}]}{[-1 + (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1}] \cdot [1 - \beta Z^{-1} + \alpha_1\beta Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2}]} \quad (4.63)$$

nuevamente se desarrollan las operaciones y se obtiene finalmente la función de transferencia

$$H(Z) = \frac{1 + Z^{-2}}{1 - (\beta - \alpha_1\beta)Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2}} \quad (4.64)$$

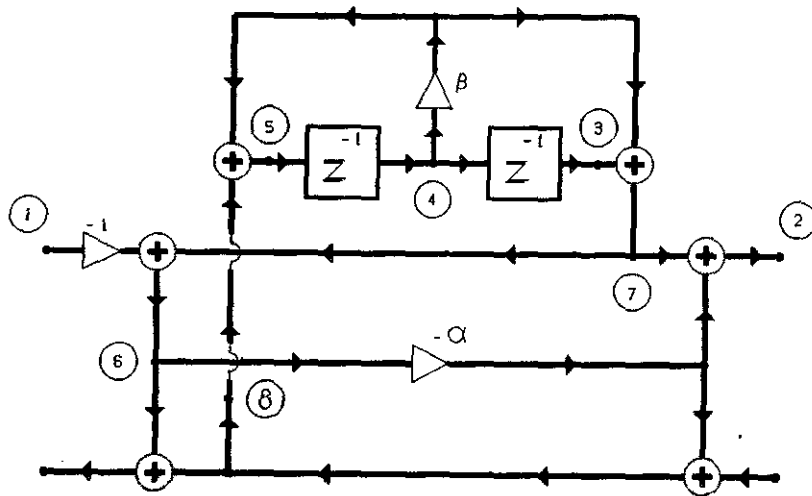


Figura 4.18: Diagrama de flujo de un adaptador paralelo elemental con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que equivale a la conexión serie de un inductor y un capacitor.

#### 4.4.3 Análisis del Adaptador Paralelo Elemental con Capacitor e Inductor en Serie (FSB).

Para el análisis se usa el diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.18, y método de matricial para la obtención de la función de transferencia, se obtiene la siguiente matriz de estado del diagrama que se muestra en la figura 4.18

$$N^8 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta & -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \beta & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

se reduce

$$N^7 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta & -1 & -\alpha_1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \beta & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

$$N^6 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & \beta & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta & -1 & -\alpha_1 \\ -1 & 0 & 1 & \beta & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

$$N^5 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -1 & 1 - \alpha_1 & \beta - \beta\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & Z^{-1} \\ \alpha_1 & 0 & -\alpha_1 & \beta - \beta\alpha_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

$$N^4 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -1 & 1 - \alpha_1 & \beta - \beta\alpha_1 \\ 0 & 0 & -1 & Z^{-1} \\ \alpha_1 Z^{-1} & 0 & -\alpha_1 Z^{-1} & -1 - \alpha_1 \beta Z^{-1} + \beta Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

$$N^3 = \begin{bmatrix} \frac{-\alpha_1 + \alpha_1 \beta Z^{-1} - \alpha^2 \beta Z^{-1} - (\alpha_1 \beta Z^{-1} - \alpha^2 \beta Z^{-1})}{-1 - \alpha_1 \beta Z^{-1} + \beta Z^{-1}} & -1 & \frac{(1 - \alpha_1)(-1 - \alpha_1 \beta Z^{-1} + \beta Z^{-1}) - (-\alpha_1 Z^{-1})(\beta - \alpha_1 \beta)}{-1 - \alpha_1 \beta Z^{-1} + \beta Z^{-1}} \\ \frac{-\alpha_1 Z^{-2}}{-1 - \alpha_1 \beta Z^{-1} + \beta Z^{-1}} & 0 & \frac{1 + \alpha_1 \beta Z^{-1} - \beta Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2}}{-1 - \alpha_1 \beta Z^{-1} + \beta Z^{-1}} \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

se simplifica, y se obtiene la función de transferencia

$$H(Z) = \frac{\alpha_1 + \alpha_1 Z^{-2}}{1 + (\alpha_1 \beta - \beta) Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2}} \quad (4.71)$$

# Capítulo 5

## Simulación de los Filtros de Onda Pasa Bajas, Pasa Altas, y Supresores de Banda.

### 5.1 Introducción.

En el presente capítulo se realiza la síntesis de cada uno de los filtros analizados en el capítulo anterior, en seguida, se realiza la simulación de los filtros con el programa matlab y el simulador del microcontrolador TMS320C25.

En el programa matlab se usa la función de transferencia del filtro para obtener la respuesta a impulso de los filtros de onda en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, y se obtienen las gráficas de la respuesta en el dominio del tiempo, la respuesta en el dominio de la frecuencia tanto de magnitud como de fase y la gráfica de polos y zeros.

Se escriben los programas en ensamblador para el microcontrolador TMS320C25, que representan a cada uno de los filtros, estos programas, se derivan de las ecuaciones del diagrama de flujo. En el simulador del microcontrolador TMS320C25 se corren los programas en ensamblador de cada uno de los filtros, se usa como entrada un impulso y se obtiene como salida del programa, la respuesta a impulso en el dominio del tiempo del filtro de onda correspondiente.

La respuesta a impulso es obtenida, porque en base a esta respuesta puede calcularse la respuesta de los filtros de onda, a cualquier otra señal de entrada mediante la operación de convolución y además porque el impulso es la señal con el contenido más rico de frecuencias. También se obtiene la localización de polos y ceros de la función de transferencia y la respuesta en el dominio de la frecuencia de magnitud y fase.

Finalmente se comparan las respuestas a impulso obtenidas mediante el programa Matlab y el simulador del microcontrolador TMS320C25, para asegurar que el programa en ensamblador es el que representa a el filtro de onda propuesto.

#### 5.1.1 Obtención de los Filtros Pasa Baja de Referencia

Para sintetizar a los filtros analógicos, que sirven como base para construir los filtros de onda, se usa un filtro analógico Butterworth pasa bajas normalizado, de orden  $n = 1$ , con una atenuación en la banda de paso  $a_{max} = 3$  [dB] y con resistencia de entrada  $R_0$  y de salida  $R_L$ , el valor de ambas resistencias se elige igual a 1 para este trabajo. Para el valor

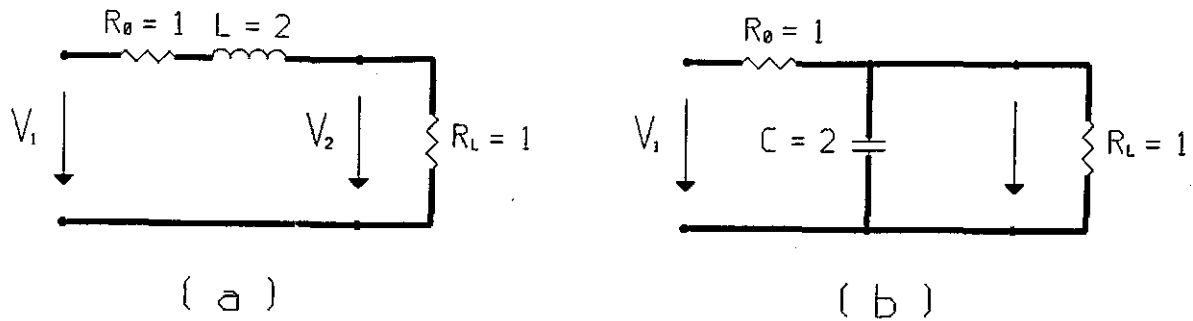


Figura 5.1: a) Red del filtro Butterworth normalizado de primer orden (inductor en serie).  
b) Red alterna del filtro Butterworth normalizado de primer orden (Capacitor en paralelo).

de resistencias elegido, el valor del elemento activo es 2. El filtro pasa bajas normalizado, se muestra en la figura 5.1a.

Otra forma de realizar el mismo filtro es con la red eléctrica que se muestra en la figura 5.1b. Las dos formas de realización serán utilizadas en el presente capítulo según se necesite.

### 5.1.2 Cálculo de las impedancias de las redes digitales.

En el proceso de síntesis de los filtros de onda digitales, requiere del cálculo de resistencias e impedancias en el dominio digital, para ello se aplica la transformada bilineal, el desarrollo completo se puede consultar en [Constantinides 76, Dic.], para el presente trabajo, basta con saber como se obtienen, si se denomina  $R_{DE}$  a el valor de la resistencia un elemento  $E$ , en el dominio digital, y  $Z_{DE}$  al valor en el dominio digital de su impedancia, y  $Y_{DE}$  al valor en el dominio digital de su admitancia. Para el caso de un elemento resistivo, con valor  $R$ , los equivalentes digitales  $R_{DE}$ ,  $Z_{DE}$  y  $Y_{DE}$  son:

$$R_{DR} = R \quad (5.1)$$

$$Z_{DR} = R \quad (5.2)$$

$$Y_{DR} = \frac{1}{R} \quad (5.3)$$

Para un capacitor con valor  $C$  se tiene

$$Z_{DC} = \frac{1}{C} \quad (5.4)$$

$$Y_{DC} = C \quad (5.5)$$

y finalmente para el inductor de valor  $L$ , se cumple

$$Z_{DL} = L \quad (5.6)$$

$$Y_{DL} = \frac{1}{L} \quad (5.7)$$

Nombre de la Variable	Descripción
$XN$	Puerto de entrada de la terminal de entrada
$AN$	Puerto de salida de la terminal de entrada
$YN$	Puerto de salida de la terminal de salida
$BN$	Puerto de salida de la terminal de salida
$Nn$	Punto inmediato antes o despues de un elemento de retardo. Donde n es un número entero
$An$	Valor del multiplicador $\alpha_n$ . Donde n es un número entero
$B$	Valor del multiplicador $\beta$

Tabla 5.1: Tabla de convenciones para las ecuaciones a implantar.

si se designa  $G_{DE}$  a el valor equivalente en el dominio digital de la conductancia del elemento  $E$ , se cumple:

$$R_{DE} = Z_{DE} \quad (5.8)$$

$$G_{DE} = Y_{DE} \quad (5.9)$$

$$R_{DE} = \frac{1}{R_{DE}} \quad (5.10)$$

Para el caso de una fuente de voltaje en serie con una resistencia, el valor de su resistencia digital es el valor de la resistencia del elemento resistivo. El usar resistencias digitales, permite aprovechar para el análisis de las redes digitales, las mismas técnicas que se emplean para el análisis de los circuitos resistivos.

### 5.1.3 Convenciones para las Ecuaciones a Implantar en el Microcontrolador.

Las ecuaciones que se implantan con la ayuda del microcontrolador se derivan del diagrama de flujo, para poder caracterizar al sistema adecuadamente, es necesario identificar en el diagrama de flujo a los puntos que se deben representar con variables dentro de las ecuaciones, dichos puntos son los siguientes:

- Los valores en los puertos de entrada y salida.
- Los valores antes y despues de un retardo.
- Los valores del factor de los multiplicadores.

Es necesario definir el nombre de las variables que se usarán para representar cada uno de los puntos de interés, para el presente trabajo se definió la notación que se muestra en la tabla 5.1

## 5.2 Introducción a la Síntesis del Filtro Pasa Bajas.

En las siguientes subsecciones se sientan las bases para la síntesis de los Filtros de Onda Pasa Bajas, considerando las dos formas que puede tomar el circuito del filtro pasa bajas normalizado, se muestran en las figuras 5.1a y 5.1a .



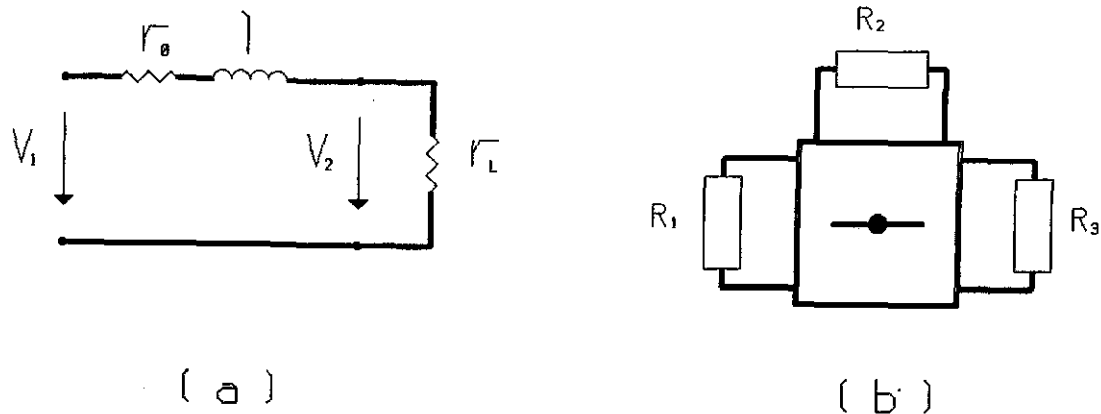


Figura 5.2: a) Filtro Butterworth pasa bajas desnormalizado de referencia. b) Diagrama de bloques del filtro de onda pasa bajas equivalente al circuito analógico que se muestra en el inciso a).

### 5.2.1 Con inductor en serie.

El filtro analógico que se muestra en la figura 5.1a, es el que se usa como base para obtener el filtro de referencia necesario para obtener el filtro digital de onda pasa bajas, aplicando la transformación (2.9), y eligiendo la frecuencia de corte desnormalizada  $\omega_c = 1[\frac{rad}{s}]$  y las resistencias desnormalizadas de entrada  $r_0$  y de salida  $r_L$  iguales a 1 ohm, se tiene

$$l = \frac{Lr_L}{\omega_c} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2 \quad (5.11)$$

el circuito del filtro pasa bajas desnormalizado de referencia, es entonces el que se muestra en la figura 5.2a y en la figura 5.2b se muestra el diagrama de bloques del filtro de onda equivalente. Usando dicho diagrama de bloques, se calcula el valor del multiplicador del filtro digital, para ello se calculan los equivalentes digitales de las resistencias de los elementos analógicos, a estos se les denomina  $R_1, R_2$  y  $R_3$ , y se pueden observar en el diagrama de bloques del filtro de onda que se muestra en la figura 5.2a. El valor de cada resistencia de la terminal del adaptador de onda es

$$R_1 = r_0 = 1 \quad (5.12)$$

$$R_2 = Z_{DL} = l = 2 \quad (5.13)$$

$$R_3 = R_1 + R_2 = 1 + 2 = 3 \quad (5.14)$$

### 5.2.2 Con capacitor en paralelo.

El filtro analógico que se muestra en la figura 5.1b, es el que se usa como base para obtener el filtro de referencia necesario para obtener el filtro digital de onda pasa bajas, aplicando la transformación (2.12), y eligiendo la frecuencia de corte desnormalizada  $\omega_c = 1[\frac{rad}{s}]$  y las resistencias desnormalizadas de entrada  $r_0$  y de salida  $r_L$  iguales a 1 ohm, se tiene

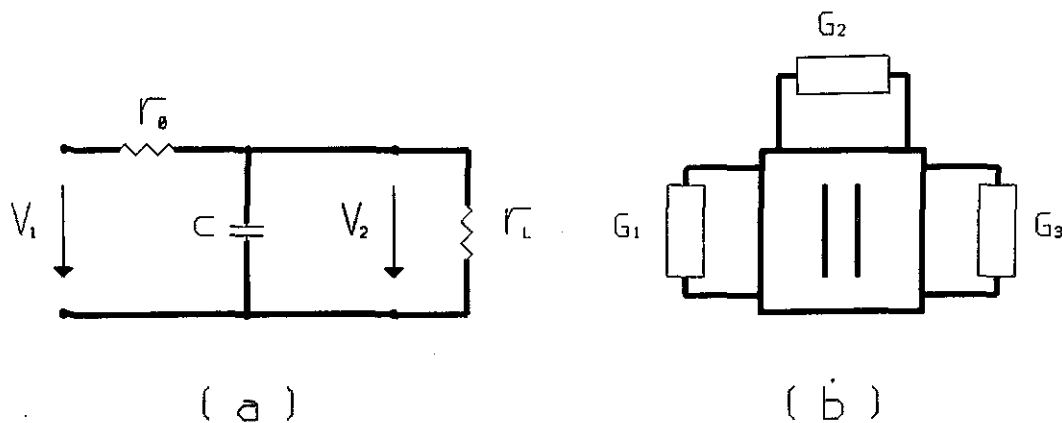


Figura 5.3: a) Filtro Butterworth pasa bajas desnormalizado de referencia. b) Diagrama de bloques del filtro de onda pasa bajas equivalente al circuito analógico que se muestra en el inciso a).

$$c = \frac{C}{\omega_c r_0} = \frac{2}{1 \cdot 1} = 2 \quad (5.15)$$

el circuito del filtro pasa bajas desnormalizado de referencia, es entonces el que se muestra en la figura 5.3a y en la figura 5.2b se muestra el diagrama de bloques del filtro de onda equivalente. Usando dicho diagrama de bloques, se calcula el valor del multiplicador del filtro digital, para ello se requiere calcular las conductancias  $G_1$ ,  $G_2$  y  $G_3$  que se muestran en el diagrama de bloques del filtro de onda. El valor de cada conductancia de la terminal del adaptador de onda es

$$G_1 = \frac{1}{r_0} = 1 \quad (5.16)$$

$$G_2 = Y_{DC} = c = 2 \quad (5.17)$$

$$G_3 = G_1 + G_2 = 1 + 2 = 3 \quad (5.18)$$

## 5.3 Adaptador Serie Elemental con Inductor (FPBJ).

### 5.3.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Para obtener el valor de los coeficientes del filtro de onda, se usa la expresión (1.46) y los resultados obtenidos en (5.12), (5.13), y (5.14) sustituyendo

$$\alpha_1 = \frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{3} = 0.3333333333 \quad (5.19)$$

entonces se puede sustituir en la función de transferencia (4.7), el valor de  $\alpha_1$  y se obtiene

$$H(Z) = \frac{1 + Z^{-1}}{-1 - 0.333333Z^{-1}} \quad (5.20)$$

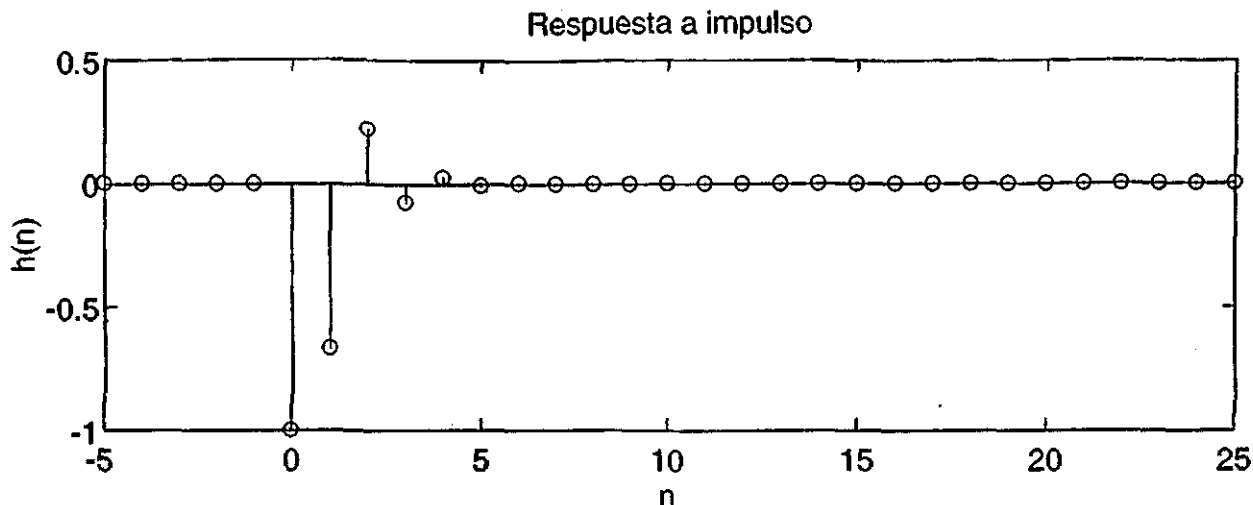


Figura 5.4: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie elemental y un inductor.

### 5.3.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcula la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso del programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia (5.20), se construye el programa en matlab, que se muestra en la tabla 5.2. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado es el que se muestra en la figura 5.4, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso son los que se muestran en la tabla 5.3. En seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada Z, la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud se muestra en la figura 5.5, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.6 se encuentra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura 5.7 se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

### 5.3.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen las ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.4, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en la figura 5.8, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

$$YN = -XN - N2 \quad (5.21)$$

$$N1 = XN - XN \cdot A1 - N2 \cdot A1 + AN - AN \cdot A1 \quad (5.22)$$

$$BN = XN - XN \cdot A1 - N2 \cdot A1 - AN \cdot A1 \quad (5.23)$$

$$N2 = N1 \cdot Z^{-1} \quad (5.24)$$

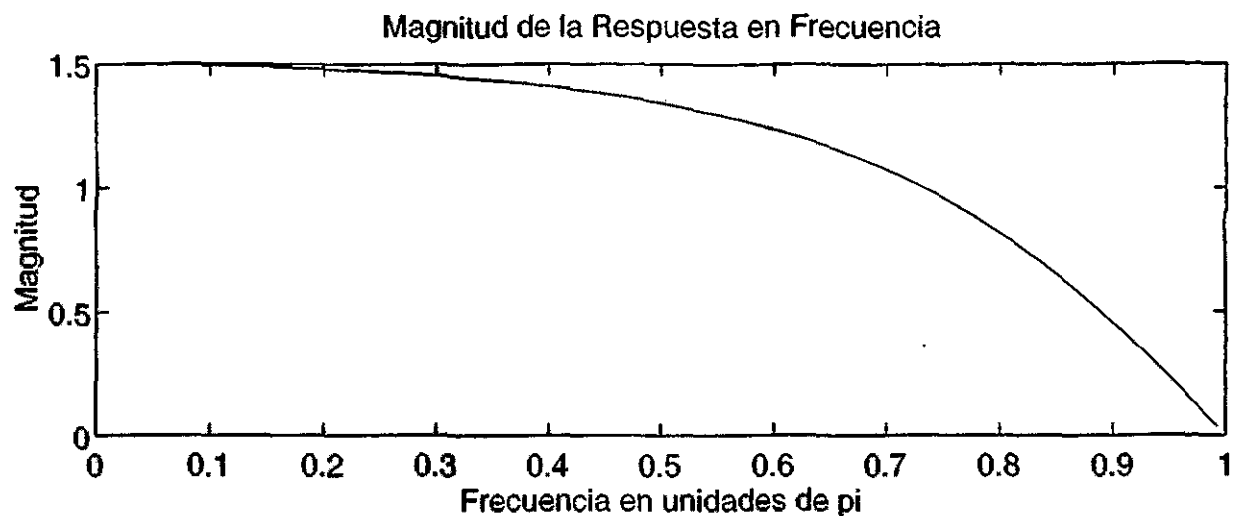


Figura 5.5: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie elemental y un inductor.

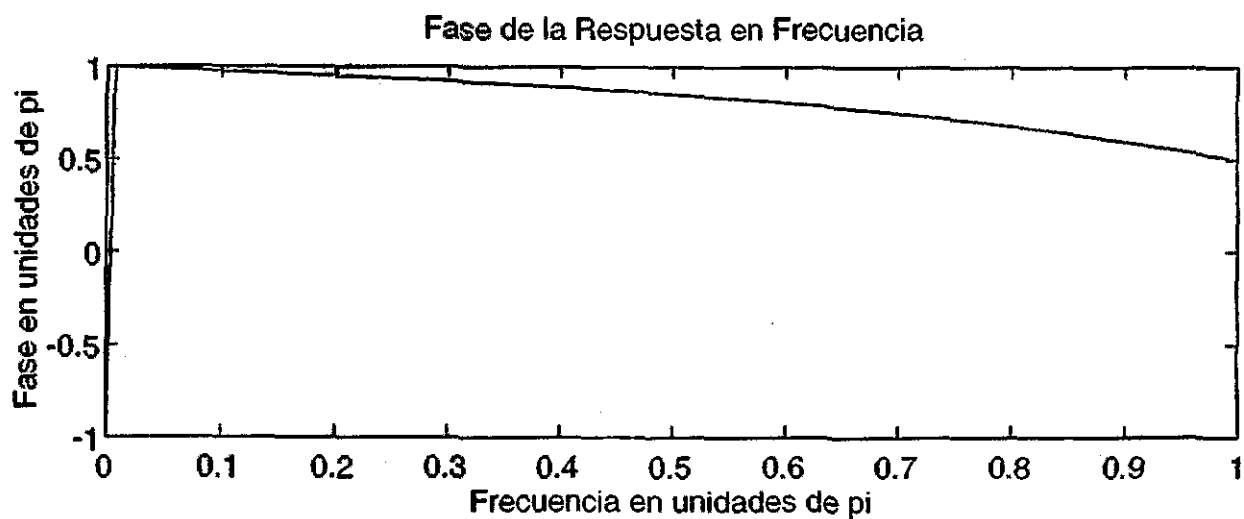


Figura 5.6: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie elemental y un inductor.

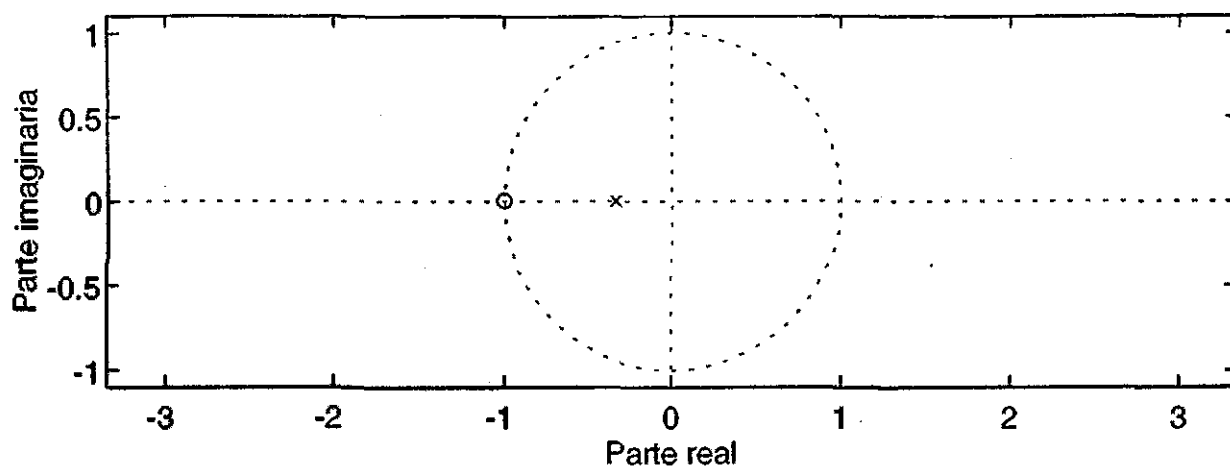


Figura 5.7: Localización de polos y ceros del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie elemental y un inductor.

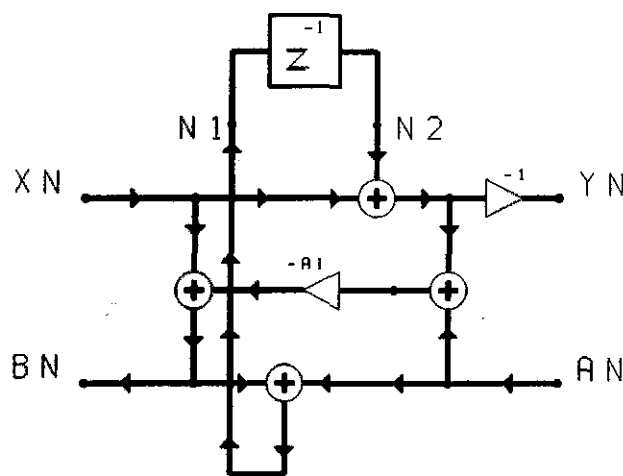


Figura 5.8: Diagramas de flujo para el filtro de onda pasa bajas construido con un adaptador serie elemental con un inductor.

```

% Respuesta del filtro de onda pasa bajas, implantado con
% Adaptador serie elemental con inductor.
% b numerador
% a denominador
format long;
b = [1,1];
a = [-1, -(1/3)];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w ] = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.2: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda pasa bajas implantado, con un adaptador serie elemental con inductor.

```

hi =

Columns 1 through 4
-1.000000000000000 -0.666666666666667 0.222222222222222 -0.07407407407407

Columns 5 through 8
0.02469135802469 -0.00823045267490 0.00274348422497 -0.00091449474166

Columns 9 through 12
0.00030483158055 -0.00010161052685 0.00003387017562 -0.00001129005854

Columns 13 through 16
0.00000376335285 -0.00000125445095 0.00000041815032 -0.00000013938344

Columns 17 through 20
0.00000004646115 -0.00000001548705 0.00000000516235 -0.00000000172078

Columns 21 through 24
0.00000000057359 -0.00000000019120 0.00000000006373 -0.00000000002124

Columns 25 through 26
0.00000000000708 -0.00000000000236

```

Tabla 5.3: Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda pasa bajas implantado con, un adaptador serie elemental con inductor.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	8001	15	0
1	AAAB	16	0
2	1C72	17	0
3	F685	18	0
4	329	19	0
5	FEF3	20	0
6	005A	21	0
7	FFE3	22	0
8	000A	23	0
9	FFFD	24	0
10	1	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.4: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

Usando las ecuaciones (5.21), (5.22), (5.23), y (5.24), se crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.20). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMS320C25 es el que se muestra en la figura (5.9).

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMS320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en la tabla 5.4, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtienen los valores que se muestran en la tabla 5.5.

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.3 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.5 se confirma que todos los resultados obtenidos son correctos.

## 5.4 Adaptador Serie con Inductor (FPBJ).

### 5.4.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Para obtener el valor de los coeficientes del filtro de onda, se usa la expresión (1.16) y los resultados obtenidos en (5.12), (5.13), y (5.14) sustituyendo

$$\alpha_1 = \frac{2R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 1}{1 + 2 + 3} = 0.3333333333 \quad (5.25)$$

$$\alpha_2 = \frac{2R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 2}{1 + 2 + 3} = 0.6666666666 \quad (5.26)$$

entonces se pueden sustituir en la función de transferencia(4.15), los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , resultando



```

*          FILTRO DE ONDA          *
*****
*
*          SEI.ASM
*
*          ADAPTADOR SERIE ELEMENTAL
*          CON INDUCTOR
*
*****
*
*          AORG >0000
RESET B    INIT
*
*          AORG >0020
*
*          INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
INIT  SOVM          ;TRABAJA EN SATURACION
      LDFK 0        ;TRABAJA CON BANDERA CERO
      ZAC          ;PONE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
      LARF AR2     ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
      LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      RPTK 6       ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 7 VECES
      SACL *+      ;PONE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
      LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      BLKF COEF,*+ ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
*          DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1    EQU >0060 ; >    COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1 Y ALPHA2
AN    EQU >0061 ;
EN    EQU >0062 ;
XN    EQU >0063 ; ENTRADA
YN    EQU >0064 ; SALIDA
N1    EQU >0065 ;
N2    EQU >0066 ;
*
*          EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO IN  XN,PA1 ;ENTRADA, PA1 -> XN
      LT  A1     ; A1 -> TR
      MPY XN     ; A1*XN -> PR
      MPYA N2    ; A1*XN ->ACC, A1*N2 -> PR
      MPYA AN    ; A1*XN+A1*N2 ->ACC, A1*AN -> PR
      APAC      ; A1*XN+A1*N2+A1*AN -> ACC
      NEG       ; -(A1*XN+A1*N2+A1*AN) -> ACC
      ADD XN,15  ; XN-A1*XN-A1*N2-A1*AN -> ACC
      SACH EN,1  ; XN-A1*XN-A1*N2-A1*AN -> EN
      ADD AN,15  ; XN-A1*XN-A1*N2-A1*AN+AN -> ACC
      SACH N1,1  ; XN-A1*XN-A1*N2-A1*AN+AN -> N1
      ZAC       ; 0 -> ACC
      ADD XN,15  ; XN -> ACC
      ADD N2,15  ; XN+N2 -> ACC
      NEG       ; -XN-N2 -> ACC
      SACH YN,1  ; -XN-N2 -> YN
      OUT YN,PA2 ;
      LTD N1     ; N1 -> N2
      ZAC       ; 0 -> ACC
      B CICLO   ;
*
*          DEFINICION DE LAS CONSTANTES DEL FILTRO
*
COEF  DATA >2AAA
      END

```

Figura 5.9: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMSC320C25, que implanta un filtro de onda pasa bajas, con un adaptador serie elemental con inductor.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	-1	15	0
1	-0.6667	16	0
2	0.2222	17	0
3	-0.07407	18	0
4	0.02469	19	0
5	-0.008209	20	0
6	0.002747	21	0
7	-0.000885	22	0
8	0.0003052	23	0
9	-9.16E-05	24	0
10	3.05E-05	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.5: Respuesta a impulso (decimal).

$$H(Z) = \alpha_2 \frac{1 + Z^{-1}}{-1 + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)Z^{-1}} \quad (5.27)$$

$$H(Z) = -0.66666666 - 0.66666666Z^{-1} \quad (5.28)$$

#### 5.4.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcula la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso del programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia (5.28), se construye el programa en matlab, que se muestra en la tabla 5.6. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado es el que se muestra en la figura 5.10, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso son los que se muestran en la tabla 5.7. En seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada Z, la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud es la que se muestra en la figura 5.11, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.12 se encuentra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura 5.13 se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

#### 5.4.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen las ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo que se muestra en la figura

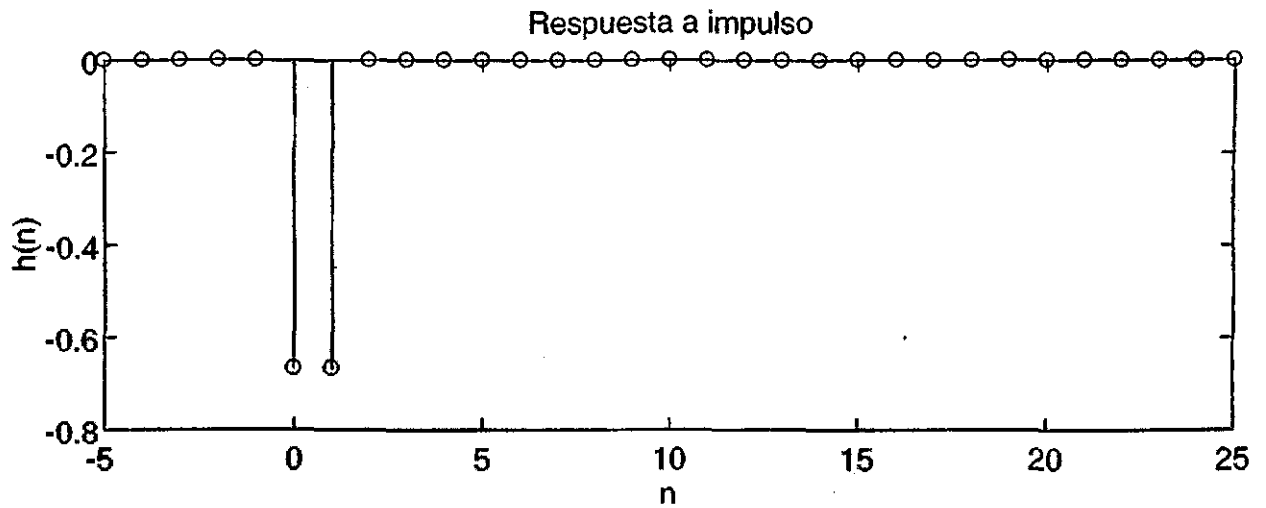


Figura 5.10: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie y un inductor.

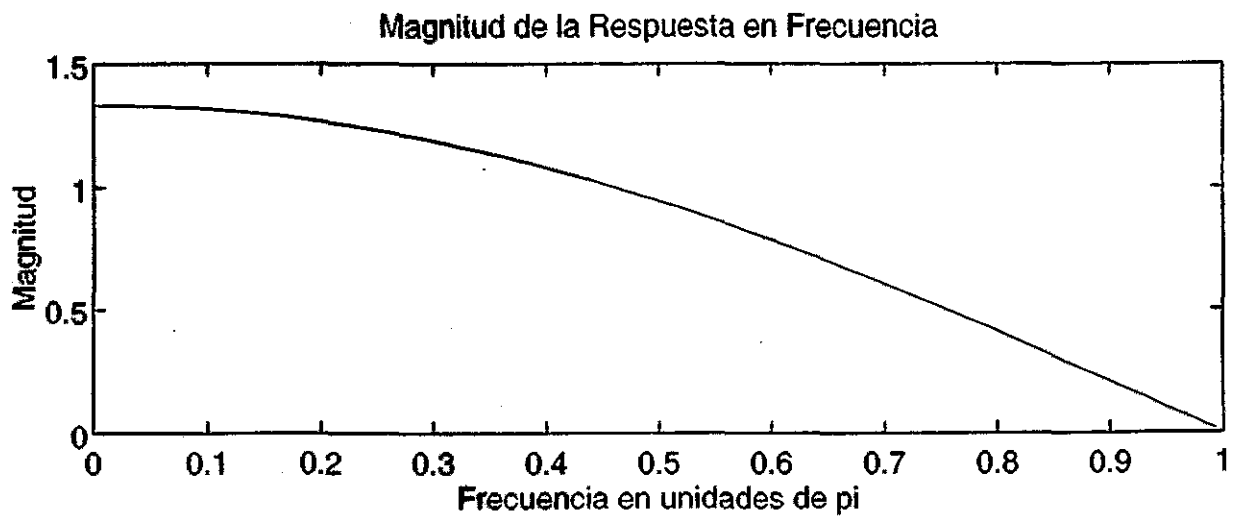


Figura 5.11: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie y un inductor.

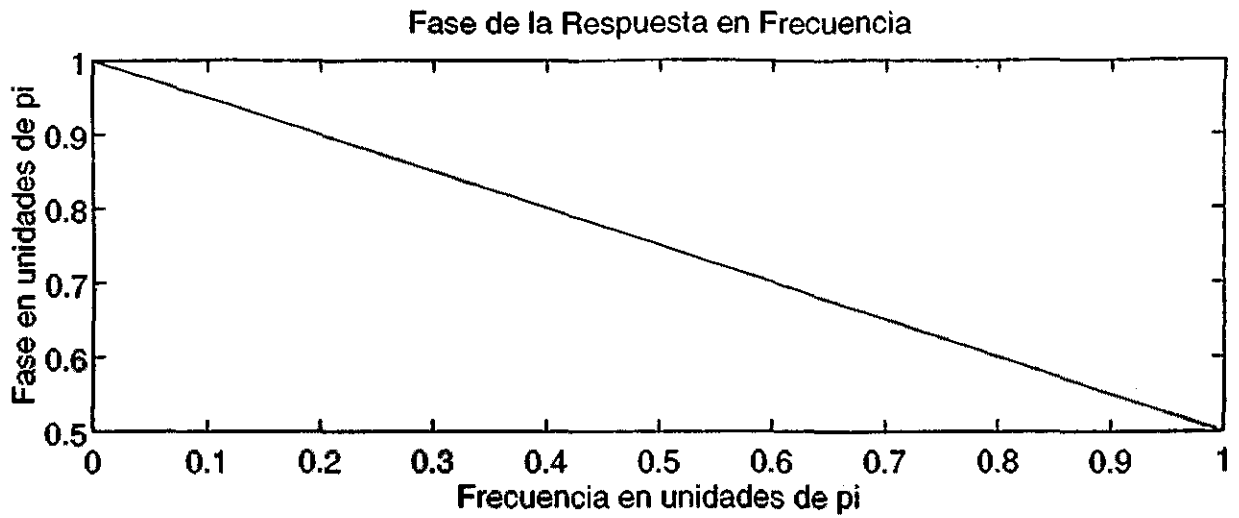


Figura 5.12: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie y un inductor.

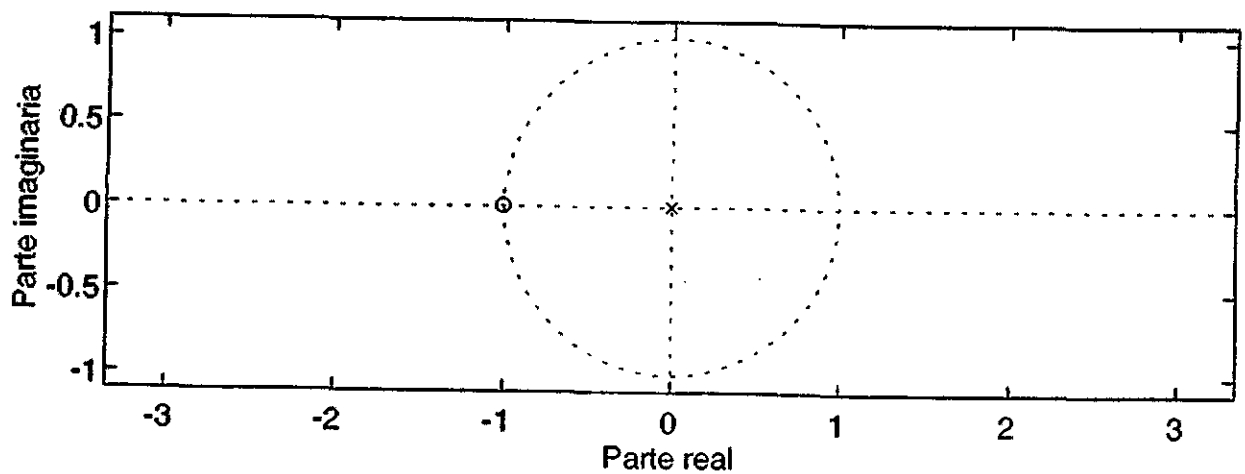


Figura 5.13: Localización de polos y ceros del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie y un inductor.

```

% Respuesta de el filtro de onda pasa bajas, implantado con
% Adaptador serie con inductor.
%
% b numerador
% a denominador
format long;
b = [-(2/3),-(2/3)];
a = [1,0];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w ] = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.6: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda pasa bajas implantado, con un adaptador serie con inductor.

```
hi =  
  
Columns 1 through 4  
-0.666666666666667 -0.666666666666667 0 0  
  
Columns 5 through 8  
0 0 0 0  
  
Columns 9 through 12  
0 0 0 0  
  
Columns 13 through 16  
0 0 0 0  
  
Columns 17 through 20  
0 0 0 0  
  
Columns 21 through 24  
0 0 0 0  
  
Columns 25 through 26  
0 0
```

Tabla 5.7: Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador serie con inductor.

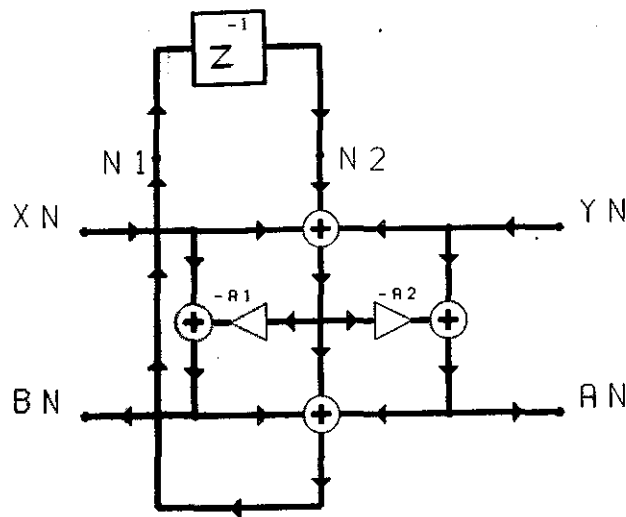


Figura 5.14: Diagrama de flujo de un adaptador serie con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que simula un inductor.

4.5, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en la figura 5.14, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

$$Y_N = A_N - A_N \cdot A_2 - X_N \cdot A_2 - N_2 \cdot A_2 \quad (5.29)$$

$$N_1 = A_N + A_N - A_N \cdot A_1 - A_N \cdot A_2 + X_N + X_N - X_N \cdot A_1 - X_N \cdot A_2 + N_2 - N_2 \cdot A_1 - N_2 \cdot A_2 \quad (5.30)$$

$$B_N = X_N - X_N \cdot A_1 - N_2 \cdot A_1 - A_N \cdot A_1 \quad (5.31)$$

$$N_2 = N_1 \cdot Z^{-1} \quad (5.32)$$

Usando las ecuaciones (5.29), (5.30), (5.31), y (5.32), se crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.28). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMSC320C25 es el que se muestra en la figura 5.15.

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMS320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en la tabla 5.8, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtienen los valores que se muestran en la tabla 5.9.

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.7 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.9 se confirma que todos los resultados obtenidos son correctos.

```

*          FILTRO DE ONDA          *
*****
*
*          SI.ASM
*
*          ADAPTADOR SERIE CON INDUCTOR
*
*****
*
AORG >0000
RESET B INIT
AORG >0020
*
* INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
INIT SOVM ;TRABAJA EN SATURACION
LDFK 0 ;TRABAJA CON BANDERA CERO
ZAC ;PONE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
LARP AR2 ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
RPTK 7 ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 8 VECES
SACL *+ ;PONE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
RPTK 1 ;REALIZA LA INSTRUCCION QUE SIGUE 2 VECES
BLKP COEF,*+ ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
* DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1 EQU >0060 ; > COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1 Y ALPHA2
A2 EQU >0061 ; /
AN EQU >0062 ;
BN EQU >0063 ;
XN EQU >0064 ; ENERADA
YN EQU >0065 ; SALIDA
N1 EQU >0066 ;
N2 EQU >0067 ;
*
* EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO IN XN,PA1 ;ENERADA, PA1 -> XN
LT A2 ; A2 -> TR
MPY XN ; A2*XN -> PR
MPYA AN ; A2*XN ->ACC, A2*AN -> PR
MPYA N2 ; A2*XN+A2*AN ->ACC, A2*N2 -> PR
LTA A1 ; A1 -> TR, A2*XN+A2*AN+A2*N2 -> ACC
NEG ; -(A2*XN+A2*AN+A2*N2) -> ACC
ADD AN,15 ; -(A2*XN+A2*AN+A2*N2)+AN -> ACC
SACH YN,1 ; -A2*XN-A2*AN-A2*N2+AN -> YN
ZAC ; 0 -> ACC
MPY N2 ; A1*N2 -> PR
MPYS AN ; -A1*N2 -> ACC, A1*AN -> PR
MPYS XN ; -A1*N2-A1*AN -> ACC, A1*XN -> PR
SPAC ; -A1*N2-A1*AN-A1*XN -> ACC
ADD XN,15 ; -A1*N2-A1*AN-A1*XN+XN -> ACC
SACH BN,1 ; -A1*N2-A1*AN-A1*XN+XN -> BN
ADD YN,15 ; -A1*N2-A1*AN-A1*XN+XN+(-A2*XN-A2*AN-A2*N2+AN) -> ACC
ADD N2,15 ; BN+YN+N2 -> ACC
ADD AN,15 ; BN+YN+N2+AN -> ACC
ADD AN,15 ; BN+YN+N2+AN+AN -> ACC
ADD XN,15 ; BN+YN+N2+AN+AN+XN -> ACC
SACH N1,1 ; BN+YN+N2+AN+AN+XN -> N1
OUT YN,PA2
LTD N1 ; N1 -> N2
ZAC ; 0 -> ACC
B CICLO
*
* DEFINICION DE LAS CONSTANTES DEL FILTRO
*
COEF DATA >2AAA,>5555
END

```

Figura 5.15: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMS320C25, que implanta un filtro de onda pasa bajas, con un adaptador serie con inductor .



No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
1	AAAB	16	0
2	AAAB	17	0
3	0	18	0
4	0	19	0
5	0	20	0
6	0	21	0
7	0	22	0
8	0	23	0
9	0	24	0
10	0	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0
15	0	30	0

Tabla 5.8: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	-0.6667	15	0
1	-0.6667	16	0
2	0	17	0
3	0	18	0
4	0	19	0
5	0	20	0
6	0	21	0
7	0	22	0
8	0	23	0
9	0	24	0
10	0	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.9: Respuesta a impulso (decimal).

## 5.5 Adaptador Paralelo Elemental con Capacitor (F-PBJ).

### 5.5.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Para obtener el valor de los coeficientes del filtro de onda, se usa la expresión (1.42) y los valores obtenidos en (5.16), (5.17), y (5.18) sustituyendo

$$\alpha_1 = \frac{G_1}{G_3} = \frac{1}{3} = 0.33333333 \quad (5.33)$$

entonces se puede sustituir en la función de transferencia (4.19), el valor de  $\alpha_1$ , así se obtiene la función de transferencia para los valores propuestos

$$H(Z) = \alpha_1 \frac{1 + Z^{-1}}{1 + \alpha_1 Z^{-1}} \quad (5.34)$$

$$H(Z) = \frac{0.33333333 + 0.33333333Z^{-1}}{1 + 0.33333333Z^{-1}} \quad (5.35)$$

### 5.5.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcula la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso del programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia (5.35), se construye el programa en matlab, que se muestra en la tabla 5.10. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado se muestra en la figura 5.16, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso son los que se muestran en la tabla 5.11. En seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada Z, la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud es la que se muestra en la figura 5.17, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.18 se muestra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura 5.19 se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

### 5.5.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen la ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.6, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en la figura 5.20, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

$$Y_N = N_2 + X_N \cdot A_1 - N_2 \cdot A_1 \quad (5.36)$$

$$N_1 = A_N + X_N \cdot A_1 - N_2 \cdot A_1 \quad (5.37)$$

$$B_N = -X_N + N_2 - N_2 \cdot A_1 + A_N \quad (5.38)$$

$$N_2 = N_1 \cdot Z^{-1} \quad (5.39)$$

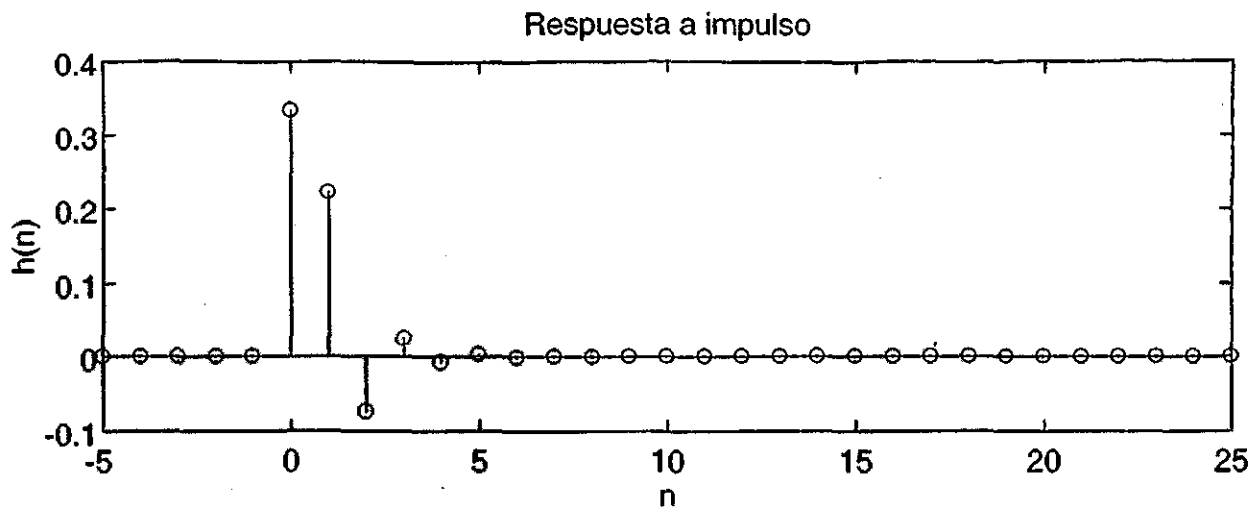


Figura 5.16: Resposta en el dominio del tiempo del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo elemental con capacitor.

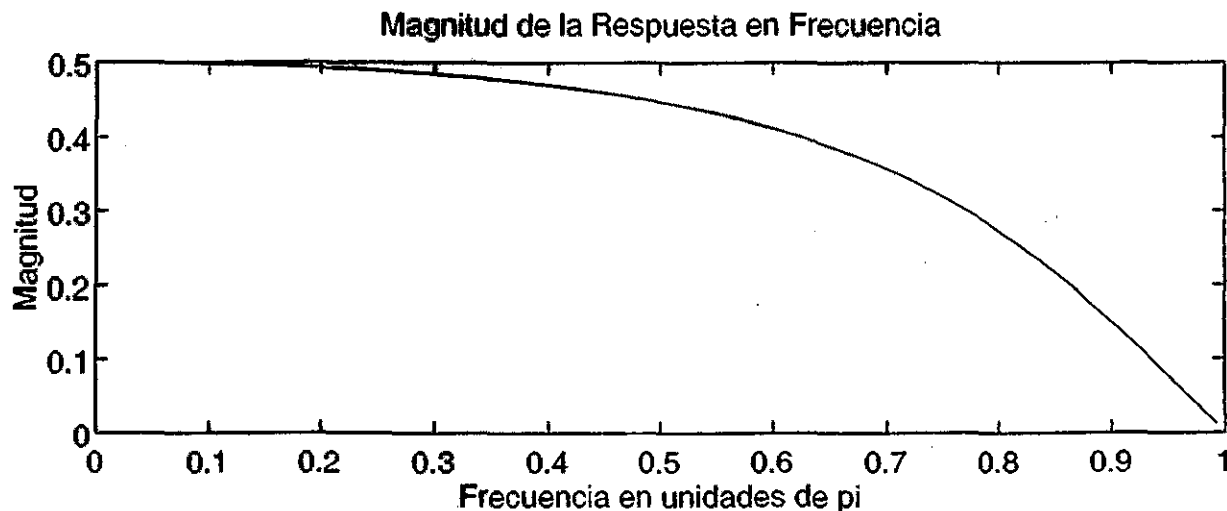


Figura 5.17: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo elemental con capacitor.

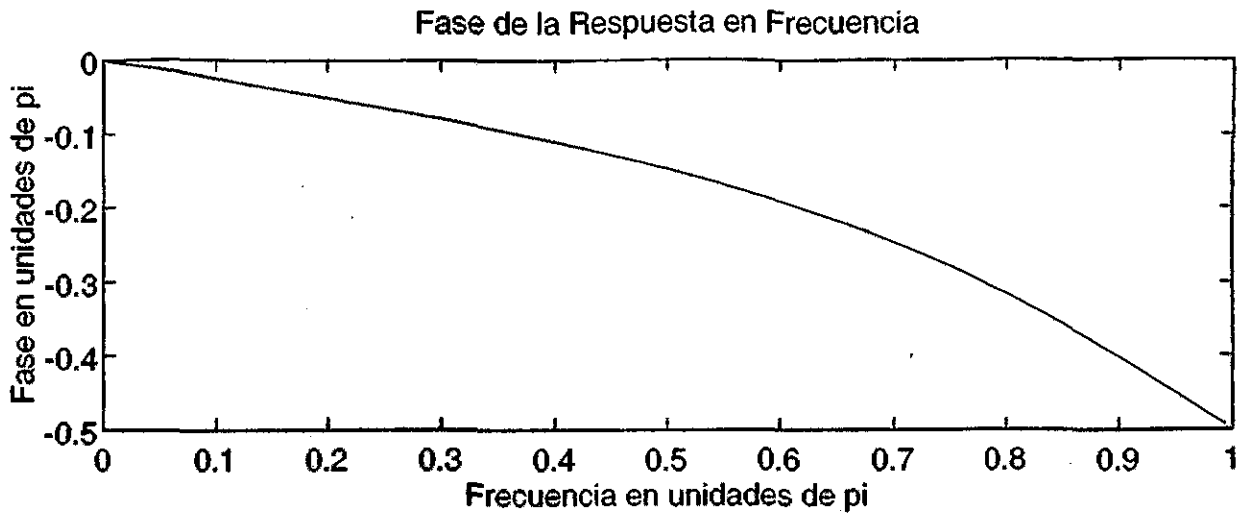


Figura 5.18: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo elemental con capacitor.

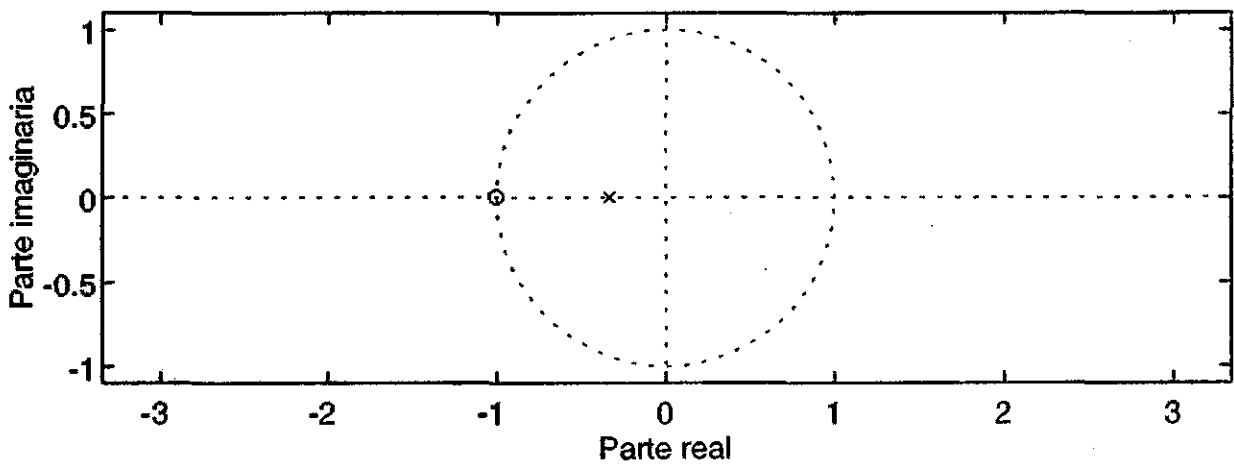


Figura 5.19: Localización de polos y ceros del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo elemental con capacitor.

```

% Respuesta del filtro de onda pasa bajas, implantado con
% Adaptador paralelo elemental con capacitor.
%
% b numerador
% a denominador
format long;
b = [(1/3),(1/3)];
a = [1, (1/3)];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w ] = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.10: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda pasa bajas implantado, con un adaptador paralelo elemental con capacitor.

hi =
Columns 1 through 4
0.33333333333333 0.22222222222222 -0.07407407407407 0.02469135802469
Columns 5 through 8
-0.00823045267490 0.00274348422497 -0.00091449474166 0.00030483158055
Columns 9 through 12
-0.00010161052685 0.00003387017562 -0.00001129005854 0.00000376335285
Columns 13 through 16
-0.00000125445095 0.00000041815032 -0.00000013938344 0.00000004646115
Columns 17 through 20
-0.00000001548705 0.00000000516235 -0.00000000172078 0.00000000057359
Columns 21 through 24
-0.00000000019120 0.00000000006373 -0.00000000002124 0.00000000000708
Columns 25 through 26
-0.00000000000236 0.00000000000079

Tabla 5.11: Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo elemental con capacitor.

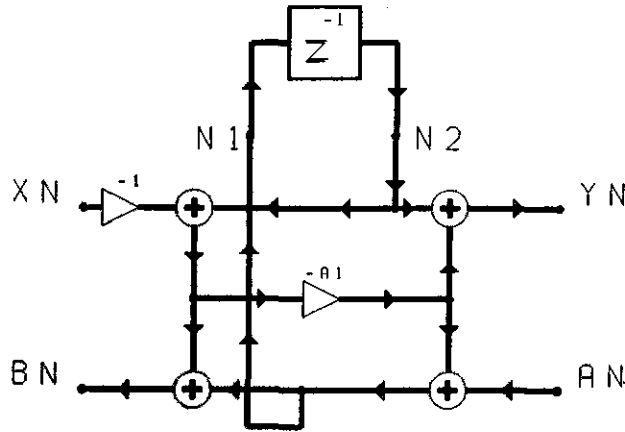


Figura 5.20: Diagrama de flujo de un adaptador elemental paralelo con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que simula un Capacitor.

Usando las ecuaciones (5.36), (5.37), (5.38), y (5.39), se crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.35). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMSC320C25 es (5.27).

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMSC320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en 5.12, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtiene 5.13.

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.11 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.13 se confirma que todos los resultado obtenidos son correctos.

## 5.6 Adaptador Paralelo con Capacitor (FPBJ).

### 5.6.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Para obtener el valor de los coeficientes del filtro de onda, se usa la expresión (1.3) y los valores obtenidos en (5.16), (5.17), y (5.18) sustituyendo

$$\alpha_1 = \frac{2G_1}{G_1 + G_2 + G_3} \frac{2}{1 + 2 + 3} = 0.33333333 \quad (5.40)$$

$$\alpha_2 = \frac{2G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{4}{1 + 2 + 3} = 0.66666666 \quad (5.41)$$

entonces se pueden sustituir en la función de transferencia (4.28), los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , así se obtiene la función de transferencia para los valores propuestos

$$H(Z) = \alpha_1 \frac{1 + Z^{-1}}{1 - (1 - \alpha_2 - \alpha_1)Z^{-1}} \quad (5.42)$$

$$H(Z) = 0.33333333 + 0.33333333Z^{-1} \quad (5.43)$$

```

*      FILTRO DE ONDA
*****
*
*      PEC.ASM
*
*      ADAPTADOR PARALELO ELEMENTAL CON
*      CAPACITOR
*****
*
*      AORG >0000
RESET B   INIT
*
*      AORG >0020
*
* INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
INIT  SOVM           ;TRABAJA EN SATURACION
      LDPK 0         ;TRABAJA CON BANDERA CERO
      ZAC           ;EGNE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
      LARP AR2       ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
      LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      RPTK 6         ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 7 VECES
      SACL *+        ;EGNE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
      LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      BLKP COEF,*+   ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
* DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1    EQU >0060 ; >      COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1 Y ALPHA2
AN    EQU >0061 ;
EN    EQU >0062 ;
XN    EQU >0063 ; ENTRADA
YN    EQU >0064 ; SALIDA
N1    EQU >0065 ;
N2    EQU >0066 ;
*
* EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO IN  XN,PA1    ;ENTRADA, PA1 -> XN
      LT  A1        ; A1 -> TR
      MPY N2        ; A1*N2 -> PR
      MPYS XN       ; -A1*N2 ->ACC, A1*XN -> PR
      APAC         ; A1*XN-A1*N2 -> ACC
      ADD N2,15     ; N2+A1*XN-A1*N2 -> ACC
      SACH YN,1     ; N2+A1*XN-A1*N2 -> EN
      SUB N2,15     ; A1*XN-A1*N2 -> ACC
      ADD AN,15     ; A1*XN-A1*N2+AN -> ACC
      SACH N1,1     ; A1*XN-A1*N2+AN -> N1
      ADD N2,15     ; N2+A1*XN-A1*N2+AN -> ACC
      SUB XN,15     ; N2+A1*XN-A1*N2+AN-XN -> ACC
      SACH BN,1     ; N2+A1*XN-A1*N2+AN-XN -> BN
      OFF YN,PA2    ;
      LTD N1        ; N1 -> N2
      ZAC          ; 0 -> ACC
      B  CICLO      ;
* DEFINICION DE LAS CONSTANTES DEL FILTRO
*
COEF  DATA >2AAA
      END

```

Figura 5.21: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMS320C25, que implanta un filtro de onda pasa bajas, con un adaptador paralelo elemental con capacitor.



No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	2AA9	15	0
1	1C70	16	0
2	F684	17	0
3	328	18	0
4	FEF1	19	0
5	59	20	0
6	FFE1	21	0
7	9	22	0
8	FFFC	23	0
9	0	24	0
10	FFFF	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.12: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	0.3333	15	0
1	0.2222	16	0
2	-0.0741	17	0
3	0.02466	18	0
4	-0.00827	19	0
5	0.002716	20	0
6	-0.000946	21	0
7	0.0002747	22	0
8	-0.0001221	23	0
9	0	24	0
10	-3.05E-05	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.13: Respuesta a impulso (decimal).

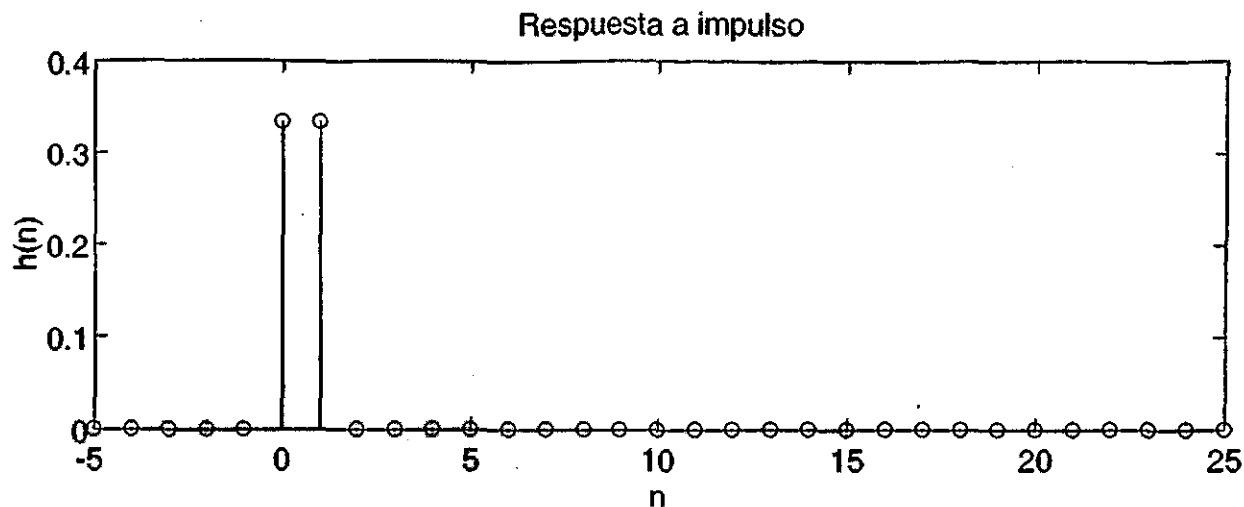


Figura 5.22: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo con capacitor.

### 5.6.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcula la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso de el programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia (5.43), se construye el programa en matlab, que se muestra en la tabla 5.14. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado se muestra en la figura 5.22, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso son los que se muestran en la tabla 5.15. En seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada Z, la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud se muestra en la figura 5.23, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.24 se muestra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura 5.25 se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

### 5.6.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen la ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.7, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en la figura 5.26, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

$$YN = -AN + AN \cdot A2 + N2 + N2 - N2 \cdot A2 - N2 \cdot A1 + XN \cdot A1 \quad (5.44)$$

$$N1 = AN \cdot A2 + N2 - N2 \cdot A1 - N2 \cdot A2 + XN \cdot A1 \quad (5.45)$$

$$BN = -XN + AN \cdot A2 + XN \cdot A1 + N2 - A1 \cdot N2 - A2 \cdot N2 \quad (5.46)$$

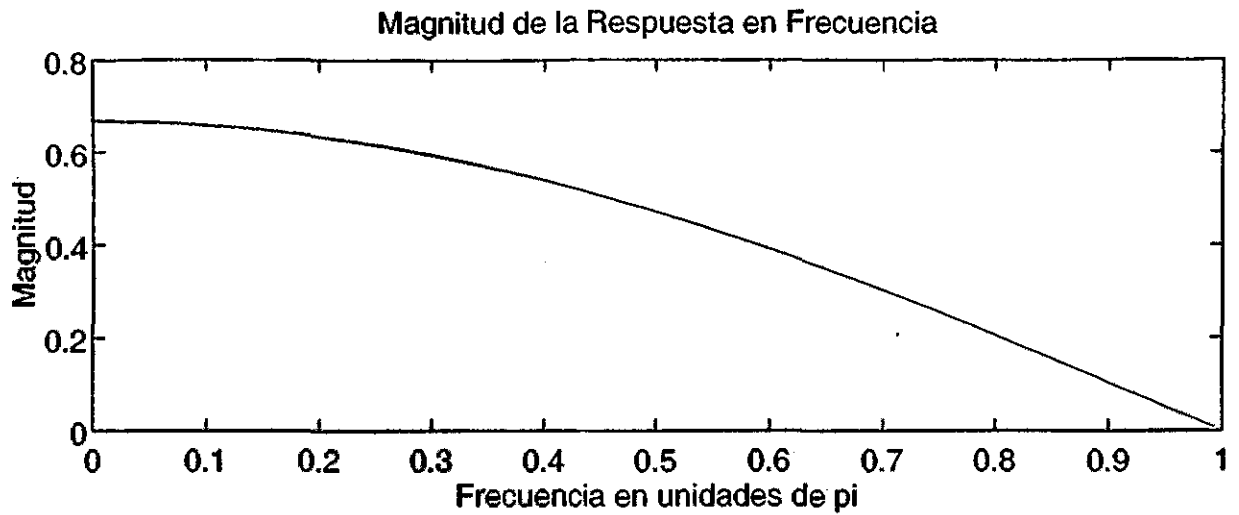


Figura 5.23: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo con capacitor.

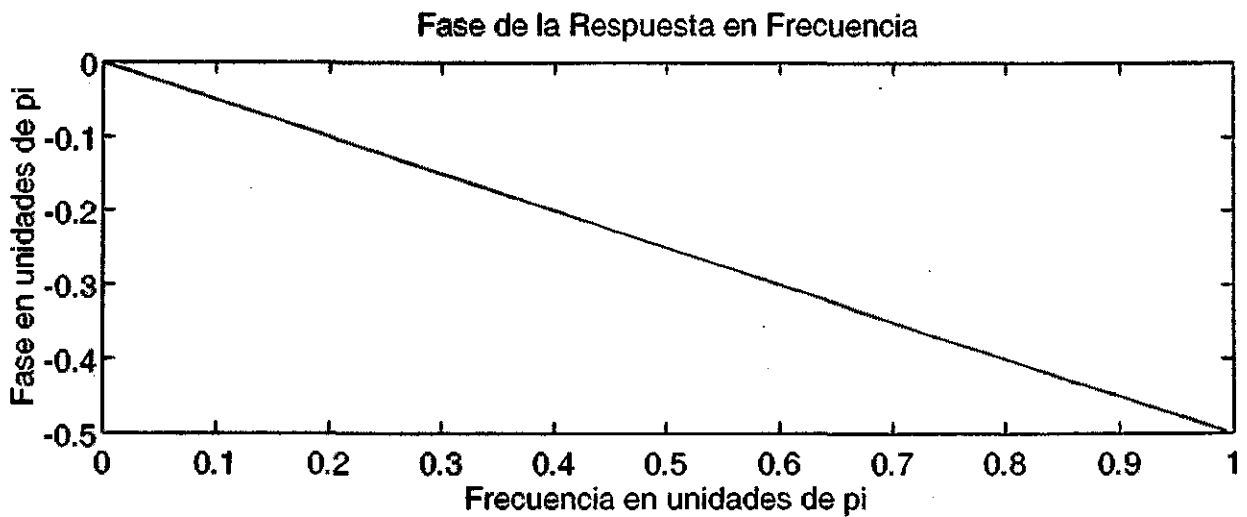


Figura 5.24: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo con capacitor.

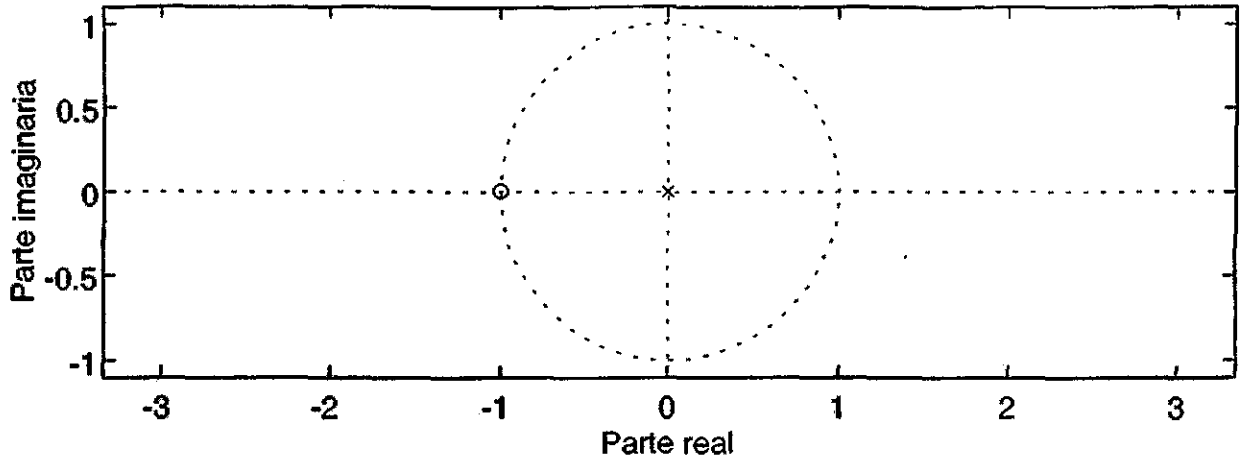


Figura 5.25: Localización de polos y ceros del filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo con capacitor.

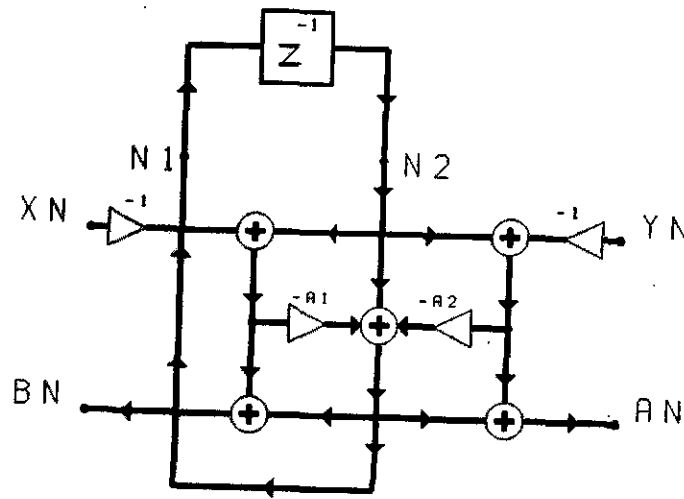


Figura 5.26: Diagrama de flujo de un adaptador paralelo con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que simula un capacitor.

```

% Respuesta de el filtro de onda pasa bajas, implantado con
% Adaptador paralelo con capacitor.
%
% b numerador
% a denominador
format long;
b = [(1/3),(1/3)];
a = [1,0];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w ] = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.14: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda pasa bajas implantado, con un adaptador paralelo con capacitor.

```
hi =  
  
Columns 1 through 4  
0.33333333333333 0.33333333333333 0 0  
  
Columns 5 through 8  
0 0 0 0  
  
Columns 9 through 12  
0 0 0 0  
  
Columns 13 through 16  
0 0 0 0  
  
Columns 17 through 20  
0 0 0 0  
  
Columns 21 through 24  
0 0 0 0  
  
Columns 25 through 26  
0 0
```

Tabla 5.15: Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda pasa bajas implantado con un adaptador paralelo con capacitor.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	2AA9	15	0
1	2AA9	16	0
2	0	17	0
3	0	18	0
4	0	19	0
5	0	20	0
6	0	21	0
7	0	22	0
8	0	23	0
9	0	24	0
10	0	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.16: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

$$N2 = N1 \cdot Z^{-1} \quad (5.47)$$

Usando las ecuaciones (5.44), (5.45), (5.46), y (5.47), se crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.43). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMS320C25 es (5.27).

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMS320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en 5.16, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtiene 5.17.

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.15 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.17 se confirma que todos los resultados obtenidos son correctos.

## 5.7 Filtros Pasa Altas.

## 5.8 Introducción a la Síntesis del Filtro Pasa Altas.

En las siguientes subsecciones se sientan las bases para la síntesis de los Filtros de Onda Pasa Altas, considerando las dos formas que puede tomar el circuito de filtro pasa bajas normalizado, se muestran en las figuras 5.1a y 5.1b. Se presentan las siguientes opciones para un filtro pasa altas

### 5.8.1 Con capacitor en serie.

El filtro analógico se muestra en la figura 5.1a, es el que se usará como base para obtener el filtro de referencia necesario para obtener el filtro digital de onda pasa altas, aplicando

```

*          FILTRO DE ONDA          *
*****
*          PC.ASM                  *
*          ADAPTADOR PARALELO CON *
*          CAPACITOR              *
*****
*
*          AORG >0000
RESET B   INIT
*
*          AORG >0020
*
* INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
ININT     SOVM           ;TRABAJA EN SATURACION
         LDPK 0         ;TRABAJA CON BANDERA CERO
         ZAC           ;PONE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
         LARP AR2      ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
         LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
         RPTK 7        ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 8 VECES
         SACL '+'      ;PONE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
         LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
         RPTK 1        ;REALIZA LA INSTRUCCION QUE SIGUE 2 VECES
         BLKP COEF, '+' ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
* DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1       EQU >0060 ; >   COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1 Y ALPHA2
A2       EQU >0061 ; /
AN       EQU >0062 ;
BN       EQU >0063 ;
XN       EQU >0064 ; ENTRADA
YN       EQU >0065 ; SALIDA
N1       EQU >0066 ;
N2       EQU >0067 ;
*
* EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO   IN   XN,PA1     ;ENTRADA, PA1 -> XN
        LT   A1         ; A1 -> TR
        MPY  XN         ; A1*XN -> PR
        MPYA N2        ; A1*XN -> ACC, A1*N2 -> PR
        LT   A2         ; A2 -> TR
        MPYS N2        ; A1*XN-A1*N2 -> ACC, A2*N2 -> PR
        MPYS AN        ; A1*XN-A1*N2-A2*N2 -> ACC, A2*AN -> PR
        APAC          ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2 -> ACC
        ADD  N2,15     ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2 -> ACC
        SACH N1,1     ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2 -> N1
        ADD  N2,15     ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2 -> ACC
        SUB  AN,15     ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2-AN -> ACC
        SACH YN,1     ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2-AN -> YN
        ADD  AN,15     ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2 -> ACC
        SUB  XN,15     ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2-XN -> ACC
        SACH BN,1     ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2-XN -> BN
        OUT  YN,PR2    ;
        LTD  N1        ; N1 -> N2
        ZAC          ; 0 -> ACC
        B   CICLO     ;
*
* DEFINICION DE LAS CONSTANTES DEL FILTRO
*
COEF     DATA >2AAA,>5555
        END

```

Figura 5.27: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMSC320C25, que implanta un filtro de onda pasa bajas, con un adaptador paralelo con capacitor.



No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	0.3333	15	0
1	0.3333	16	0
2	0	17	0
3	0	18	0
4	0	19	0
5	0	20	0
6	0	21	0
7	0	22	0
8	0	23	0
9	0	24	0
10	0	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.17: Respuesta a impulso (decimal).

la transformación (2.16), y eligiendo la frecuencia de corte desnormalizada  $\omega_c = 1[\frac{rad}{s}]$  y las resistencias desnormalizadas de entrada  $r_0$  y de salida  $r_L$  iguales a 1 ohm, se tiene

$$c = \frac{1}{\omega_c L r_L} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 1} = 0.5 \quad (5.48)$$

el circuito del filtro pasa altas desnormalizado de referencia, es entonces el que se muestra en 5.28a y en la figura 5.28b se muestra el diagrama de bloques del filtro de onda equivalente. Usando dicho diagrama de bloques, se calcula el valor del multiplicador del filtro digital, para ello se requiere calcular el equivalente digital de las resistencias de los elementos analógicos, a estas se les denomina  $R_1, R_2$  y  $R_3$ , que se pueden observar en el diagrama de bloques del filtro de onda 5.28a. El valor de cada resistencia de la terminal del adaptador de onda es

$$R_1 = r_0 = 1 \quad (5.49)$$

$$R_2 = \frac{1}{Y_{DC}} = \frac{1}{c} = 0.5 \quad (5.50)$$

$$R_3 = R_1 + R_2 = 1 + 0.5 = 1.5 \quad (5.51)$$

### 5.8.2 Con inductor en paralelo.

### 5.8.3 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

El filtro analógico que se muestra en la figura 5.1b, es el que se usa como base para obtener el filtro de referencia necesario para obtener el filtro digital de onda pasa altas, aplicando la transformación (2.19), y si se elige la frecuencia de corte desnormalizada  $\omega_c = 1[\frac{rad}{s}]$  y las resistencias desnormalizadas de entrada  $r_0$  y de salida  $r_L$  iguales a 1 ohm, se tiene

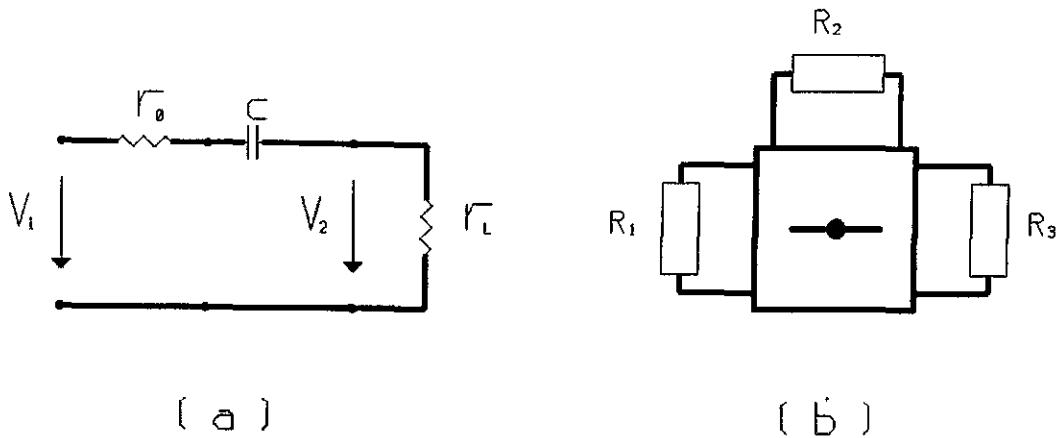


Figura 5.28: a) Filtro Butterworth pasa altas desnormalizado de referencia. b) Diagrama de bloques del filtro de onda pasa altas equivalente al circuito analógico que se muestra en el inciso a).

$$l = \frac{r_L}{\omega_c C} = \frac{1}{1 \cdot 2} = 0.5 \quad (5.52)$$

el circuito del filtro pasa altas desnormalizado de referencia, es entonces el que se muestra en 5.29a y en la figura 5.29b se muestra el diagrama de bloques del filtro de onda equivalente. Usando dicho diagrama de bloques, se calcula el valor del multiplicador del filtro digital, para ello es necesario calcular el equivalente digital de las conductancias de los elementos analógicos, a estas se les denomina  $G_1, G_2$  y  $G_3$ , y se pueden observar en el diagrama de bloques del filtro de onda 5.29a. El valor de cada resistencia de la terminal del adaptador de onda es

$$G_1 = r_0 = 1 \quad (5.53)$$

$$G_2 = Y_{DL} = \frac{1}{l} = 0.5 \quad (5.54)$$

$$G_3 = G_1 + G_2 = 1 + 0.5 = 1.5 \quad (5.55)$$

## 5.9 Adaptador Serie Elemental con Capacitor (FPA).

### 5.9.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Si se usa la expresión (1.46) y los valores obtenidos en (5.49), (5.50), y (5.51) se calculan los valores del multiplicadores

$$\alpha_1 = \frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{1 + 0.5} = 0.66666666 \quad (5.56)$$

entonces se puede sustituir en la función de transferencia (4.35), el valor de  $\alpha_1$ , resulta

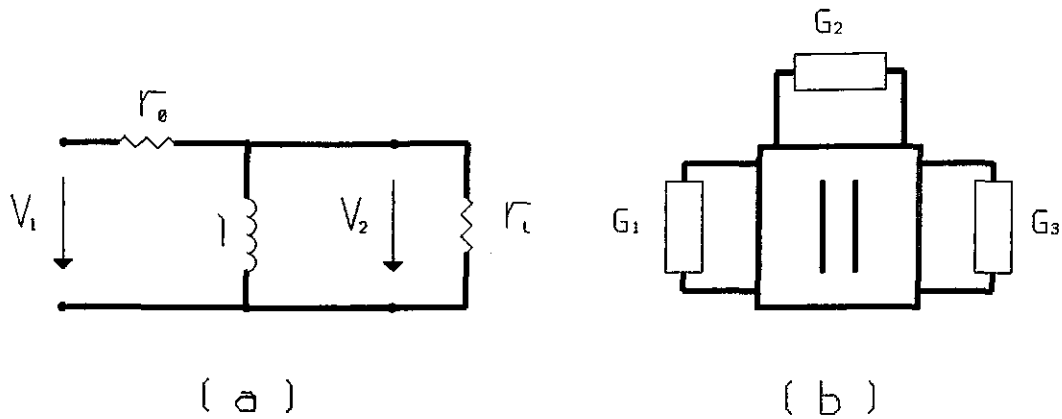


Figura 5.29: a) Filtro Butterworth pasa altas desnormalizado de referencia. b) Diagrama de bloques del filtro de onda pasa altas equivalente al circuito analógico que se muestra en el inciso a).

$$H(Z) = \frac{1 - Z^{-1}}{-1 + 0.66666666Z^{-1}} \quad (5.57)$$

### 5.9.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcular la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso de el programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia (5.57), se construye el programa en matlab, se muestra en la tabla 5.18. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado se muestra en la figura 5.30, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso son los que se muestran en la tabla 5.19. En seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada  $Z$ , la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud es la que se muestra en la figura 5.31, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.32 se encuentra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura 5.33 se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

### 5.9.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen la ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo 4.10, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en 5.34, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

$$YN = -XN - N2 \quad (5.58)$$

$$N1 = -XN + XN \cdot A1 + N2 \cdot A1 + AN \cdot A1 - AN \quad (5.59)$$

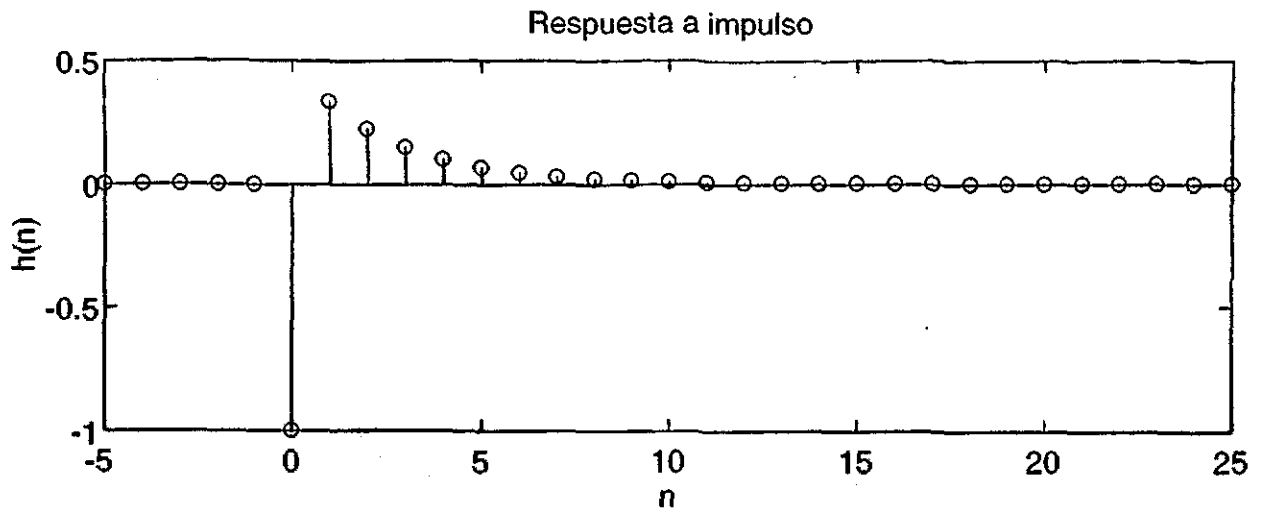


Figura 5.30: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador serie elemental con capacitor.

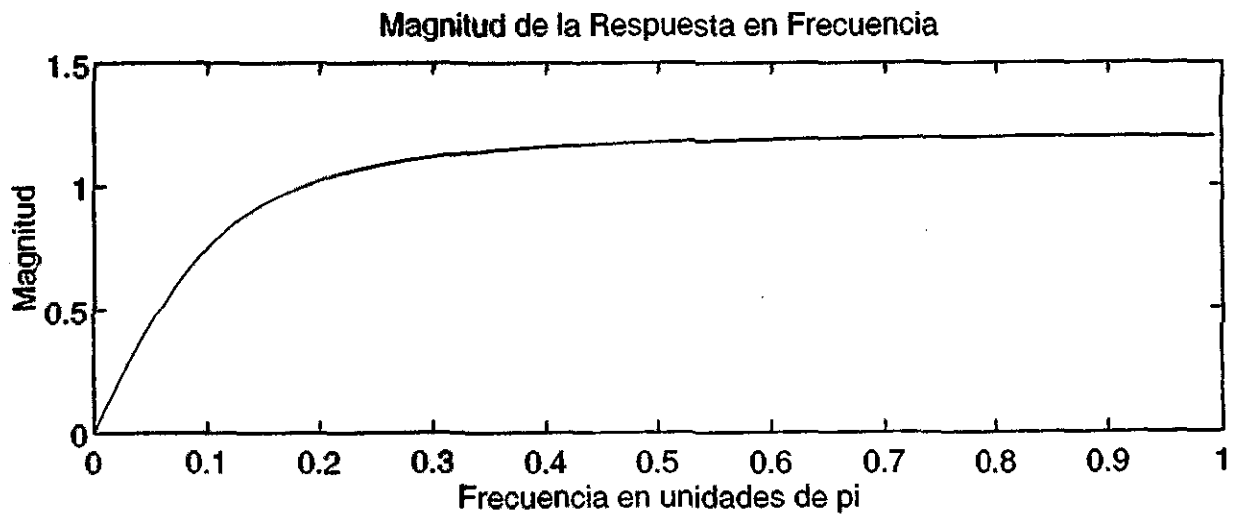


Figura 5.31: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador serie elemental con capacitor.

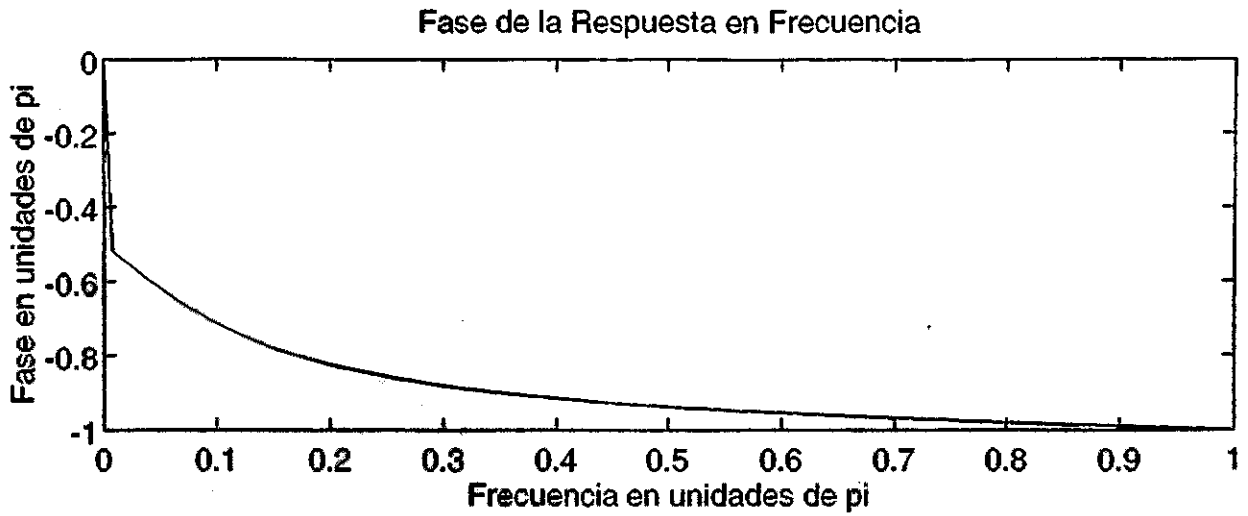


Figura 5.32: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador serie elemental con capacitor.

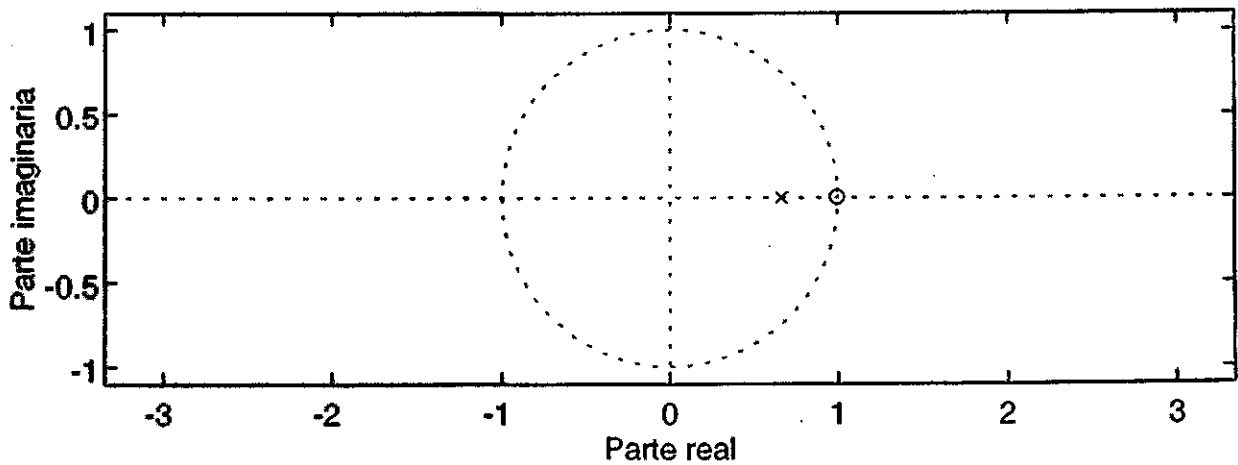


Figura 5.33: Localización de polos y ceros del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador serie elemental con capacitor.

```

% Respuesta de el filtro de onda pasa altas, implantado con
% Adaptador serie elemental con capacitor.
%
% b numerador
% a denominador
format long;
b = [1,-1];
a = [-1, (2/3)];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w ] = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.18: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda pasa altas implantado, con un adaptador serie elemental con capacitor.

hi =
Columns 1 through 4
-1.00000000000000 0.33333333333333 0.22222222222222 0.14814814814815
Columns 5 through 8
0.09876543209877 0.06584362139918 0.04389574759945 0.02926383173297
Columns 9 through 12
0.01950922115531 0.01300614743687 0.00867076495792 0.00578050997194
Columns 13 through 16
0.00385367331463 0.00256911554309 0.00171274369539 0.00114182913026
Columns 17 through 20
0.00076121942017 0.00050747961345 0.00033831974230 0.00022554649487
Columns 21 through 24
0.00015036432991 0.00010024288661 0.00006682859107 0.00004455239405
Columns 25 through 26
0.00002970159603 0.00001980106402

Tabla 5.19: Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda pasa altas implantado con, un adaptador serie elemental con capacitor.

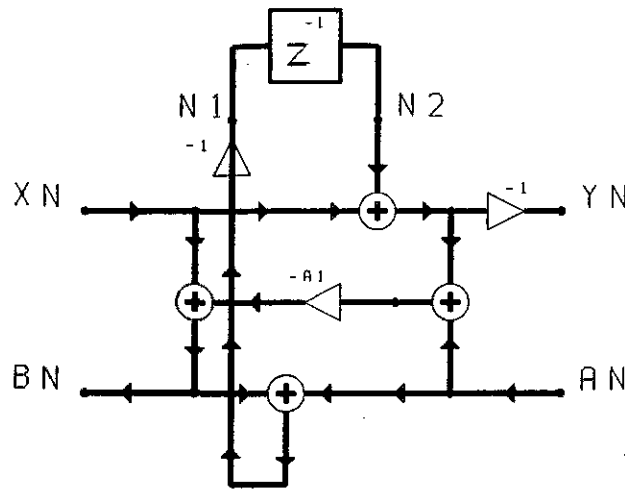


Figura 5.34: Diagrama de flujo de un adaptador serie elemental con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que simula un capacitor.

$$BN = XN - XN \cdot A1 - N2 \cdot A1 - AN \cdot A1 \quad (5.60)$$

$$N2 = N1 \cdot Z^{-1} \quad (5.61)$$

Usando las ecuaciones (5.58), (5.59), (5.60), y (5.61), se crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.57). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMSC320C25 se muestra en 5.35.

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMSC320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en la tabla 5.20, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtienen los valores que se muestran en la tabla 5.21.

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.19 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.21 se confirma que todos los resultado obtenidos son correctos.

## 5.10 Adaptador Serie con Capacitor (FPA).

### 5.10.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Usando la expresión (1.16) y los valores obtenidos en (5.49), (5.50), y (5.51) se calculan los valores de los multiplicadores

$$\alpha_1 = \frac{2R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 1}{1 + .5 + 1.5} = 0.66666666 \quad (5.62)$$

$$\alpha_2 = \frac{2R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 0.5}{1 + 0.5 + 1.5} = 0.33333333 \quad (5.63)$$

entonces se pueden sustituir en la función de transferencia (4.41), los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , y resulta



```

*      FILTRO DE ONDA
*****
*
*      SEC.ASM
*
*      ADAPTADOR SERIE ELEMENTAL
*      CON CAPACITOR
*
*****
*
*      AORG >0000
RESET B   INIT
*
*      AORG >0020
*
* INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
INIT  SOVM           ;TRABAJA EN SATURACION
      LDFK 0         ;TRABAJA CON BANDERA CERO
      ZAC          ;PONE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
      LARP AR2      ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
      LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      RPK 6         ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 7 VECES
      SACL *+       ;PONE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
      LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      BLKP COEF,*+  ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
* DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1    EQU >0060 ; >    COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1 Y ALPHA2
AN    EQU >0061 ;
BN    EQU >0062 ;
XN    EQU >0063 ; ENTRADA
YN    EQU >0064 ; SALIDA
N1    EQU >0065 ;
N2    EQU >0066 ;
*
* EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO IN  XN,PA1    ;ENTRADA, PA1 -> XN
      SUB XN,15     ; -XN -> ACC
      SUB N2,15     ; -XN-N2 -> ACC
      SACH YN,1     ; ACC -> YN
      ADD N2,15     ; -XN -> ACC
      LT  A1        ; A1 -> TR
      MEY XN        ; A1*XN -> PR
      MEYA N2       ; A1*XN-XN ->ACC, A1*N2 -> PR
      MEYA AN       ; A1*XN+A1*N2-XN ->ACC, A1*AN -> PR
      AFAC         ; A1*XN+A1*N2+A1*AN-XN -> PR
      NEG          ; -A1*XN-A1*N2-A1*AN+XN ->ACC
      SACH BN,1     ; -A1*XN-A1*N2-A1*AN+XN -> BN
      NEG          ; A1*XN+A1*N2+A1*AN-XN ->ACC
      SUB AN,15     ; A1*XN+A1*N2+A1*AN-XN-AN -> ACC
      SACH N1,1     ; A1*XN+A1*N2+A1*AN-XN-AN -> N1
      OUT YN,PA2    ;
      LTD N1        ; N1 -> N2
      ZAC          ; 0 -> ACC
      B  CICLO      ;
*
* DEFINICION DE LAS CONSTANTES DEL FILTRO
*
COEF  DATA >5555
      END

```

Figura 5.35: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMSC320C25, que implanta un filtro de onda pasa altas, con un adaptador serie elemental con capacitor.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	8001	15	26
1	2AAB	16	001A
2	1C72	17	12
3	12F7	18	000C
4	0CA5	19	8
5	086E	20	6
6	059F	21	4
7	03C0	22	3
8	280	23	2
9	01AB	24	2
10	011D	25	2
11	00BE	26	2
12	007F	27	2
13	55	28	2
14	39	29	2

Tabla 5.20: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	-1	15	0.00116
1	0.3333	16	0.0007935
2	0.2222	17	0.0005493
3	0.1482	18	0.0003662
4	0.09879	19	0.0002441
5	0.06586	20	0.0001831
6	0.04391	21	0.0001221
7	0.0293	22	9.16E-05
8	0.01953	23	6.10E-05
9	0.01303	24	6.10E-05
10	0.008698	25	6.10E-05
11	0.005798	26	6.10E-05
12	0.003876	27	6.10E-05
13	0.002594	28	6.10E-05
14	0.00174	29	6.10E-05

Tabla 5.21: Respuesta a impulso (decimal).

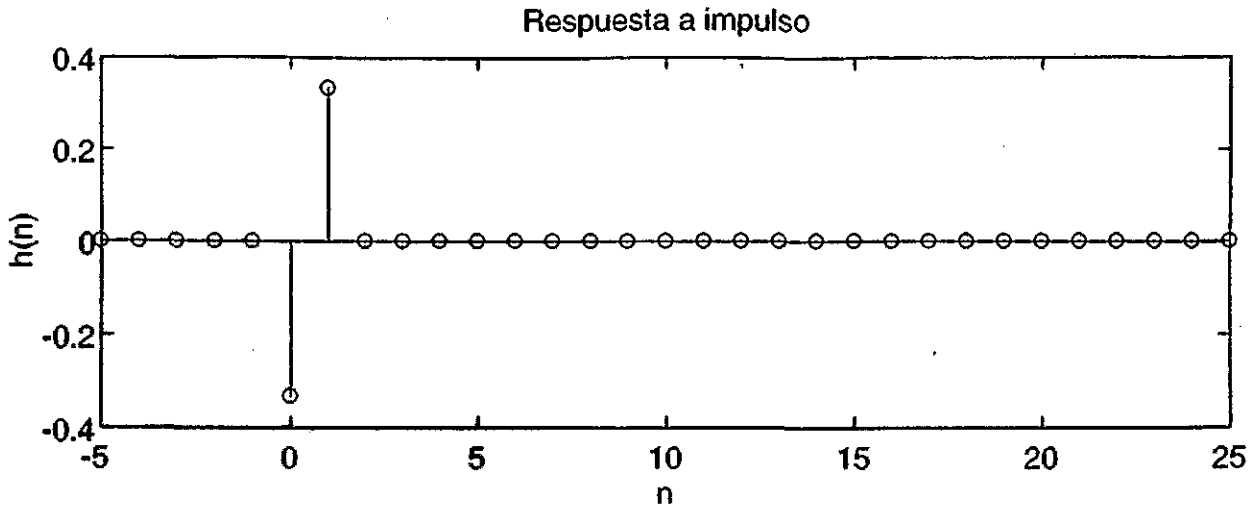


Figura 5.36: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador serie con capacitor.

$$H(Z) = \frac{\alpha_2 - \alpha_2 Z^{-1}}{-1 + (-1 + \alpha_1 + \alpha_2) Z^{-1}} \quad (5.64)$$

$$H(Z) = -0.33333333 + 0.33333333 Z^{-1} \quad (5.65)$$

### 5.10.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcula la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso de el programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia (5.65), se construye el programa en matlab, que se muestra en la tabla 5.22. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado es el que se muestra en la figura 5.36, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso son los que se muestran en la tabla 5.23. En seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada Z, la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud es la que se muestra en la figura 5.37, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.38 se encuentra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura 5.39 se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

### 5.10.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen las ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.11, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en la figura 5.40, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

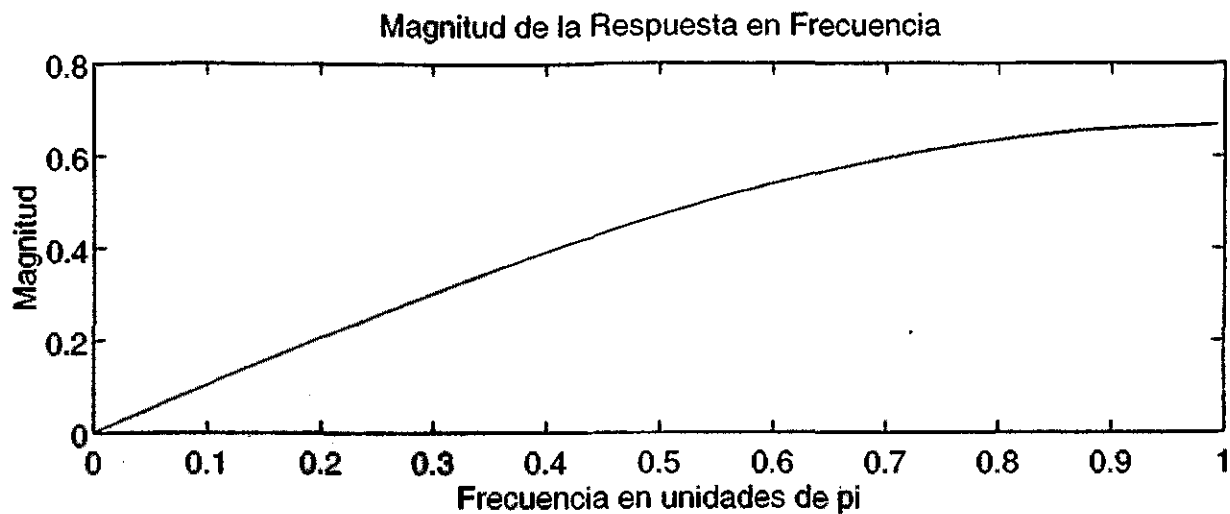


Figura 5.37: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador serie con capacitor.

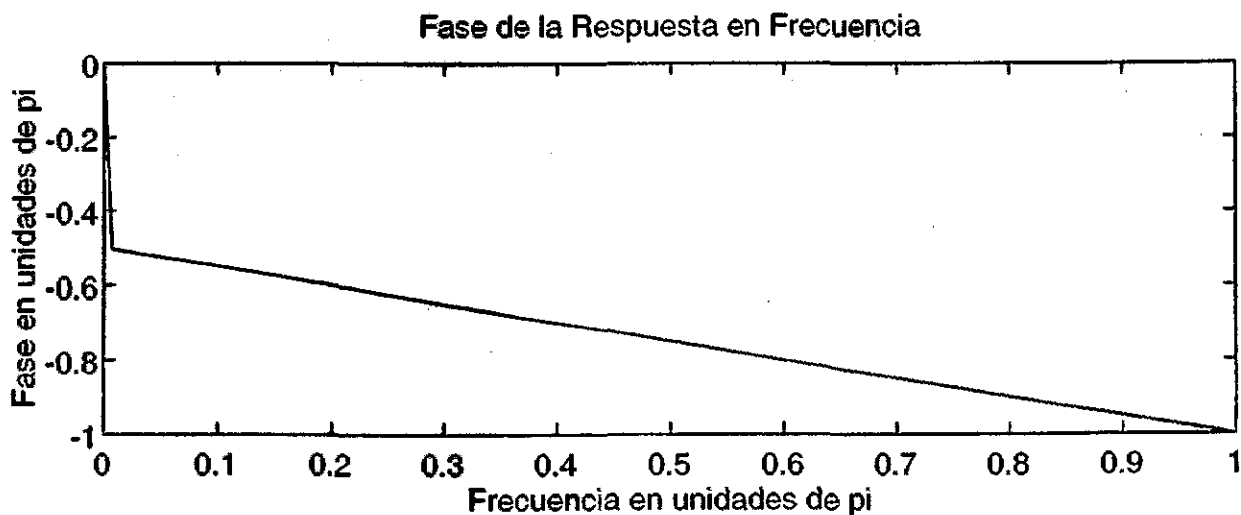


Figura 5.38: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador serie con capacitor.

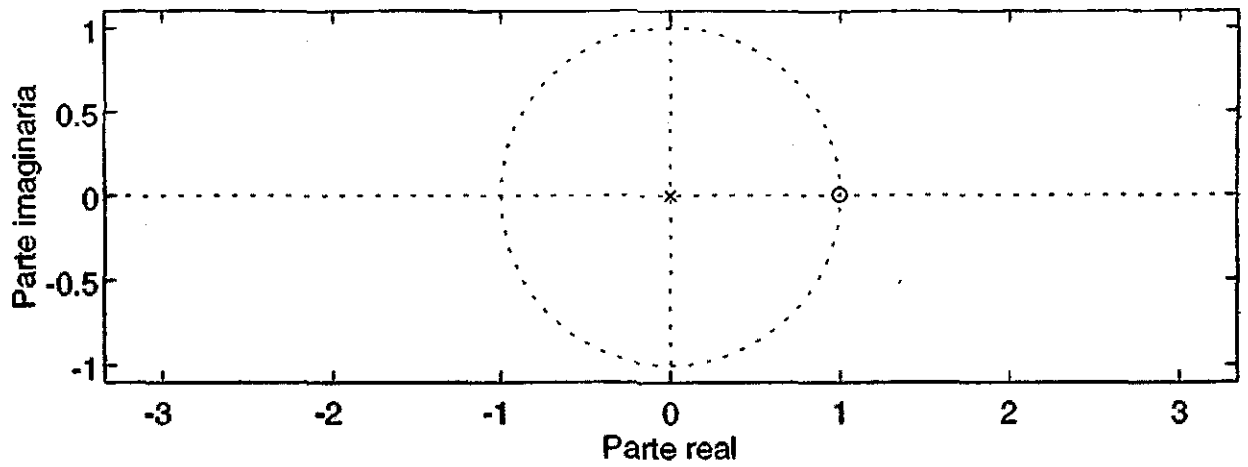


Figura 5.39: Localización de polos y ceros del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador serie con capacitor.

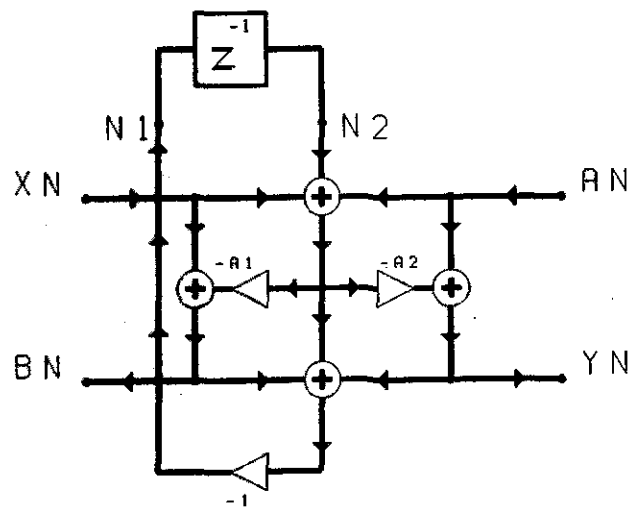


Figura 5.40: Diagrama de flujo de un adaptador serie con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que simula un capacitor.

```

% Respuesta de el filtro de onda pasa altas, implantado con
% Adaptador serie con capacitor.
%
% b numerador
% a denominador
format long;
b = [-(1/3),(1/3)];
a = [1,0];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w ] = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.22: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda pasa altas implantado, con un adaptador serie con capacitor.

```

hi =

Columns 1 through 4
-0.33333333333333 0.33333333333333 0 0

Columns 5 through 8
0 0 0 0

Columns 9 through 12
0 0 0 0

Columns 13 through 16
0 0 0 0

Columns 17 through 20
0 0 0 0

Columns 21 through 24
0 0 0 0

Columns 25 through 26
0 0

```

Tabla 5.23: Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador serie con capacitor.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	D556	15	0
1	2AAA	16	0
2	FFFF	17	0
3	0	18	0
4	0	19	0
5	0	20	0
6	0	21	0
7	0	22	0
8	0	23	0
9	0	24	0
10	0	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.24: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

$$YN = AN - XN \cdot A2 - AN \cdot A2 - N2 \cdot A2 \quad (5.66)$$

$$N1 = N2 \cdot A1 + N2 \cdot A2 - N2 + AN \cdot A1 + AN \cdot A2 - AN - AN + XN \cdot A1 + XN \cdot A2 - XN - XN \quad (5.67)$$

$$BN = XN - XN \cdot A1 - N2 \cdot A1 - AN \cdot A1 \quad (5.68)$$

$$N2 = N1 \cdot Z^{-1} \quad (5.69)$$

Usando las ecuaciones (5.66), (5.67), (5.68), y (5.69), se crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.65). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMS320C25 es (5.41).

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMS320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en la tabla 5.24, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtienen los valores que se muestran en la tabla 5.17.

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.15 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.17 se confirma que todos los resultados obtenidos son correctos.



```

*          FILTRO DE ONDA
*****
*
*          SC.ASM
*
*          ADAPTADOR SERIE CON CAPACITOR
*
*****
*
          AORG >0000
RESET B   INIT
*
          AORG >0020
*
* INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
INIT  SOVM                ;TRABAJA EN SATURACION
      LDPK 0              ;TRABAJA CON BANDERA CERO
      ZAC                 ;PONE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
      LARF AR2            ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
      LRK AR2,>0060       ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      RPTK 7              ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 8 VECES
      SACL *+             ;PONE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
      LRK AR2,>0060       ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      RPTK 1              ;REALIZA LA INSTRUCCION QUE SIGUE 2 VECES
      BLKP COEF,*+        ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
* DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1    EQU >0060 ; >      COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1 Y ALPHA2
A2    EQU >0061 ; /
AN    EQU >0062 ;
BN    EQU >0063 ;
XN    EQU >0064 ; ENTRADA
YN    EQU >0065 ; SALIDA
N1    EQU >0066 ;
N2    EQU >0067 ;
*
* EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO IN  XN,PA1          ;ENTRADA, PA1 -> XN
      LT  A2              ; A2 -> TR
      MPY XN              ; A2*XN -> PR
      MPYS AN              ; -A2*XN ->ACC, A2*AN -> PR
      MPYS N2              ; -A2*XN-A2*AN ->ACC, A2*N2 -> PR
      LFS A1              ; A1 -> TR, -A2*XN-A2*AN-2*N2 -> ACC
      MPY N2              ; A1*N2 -> PR
      ADD AN,15           ; -A2*XN-A2*AN-A2*N2-A2*N2+AN -> ACC
      SACH YN,1          ; -A2*XN-A2*AN-A2*N2-A2*N2+AN -> YN
      SUB AN,15           ; -A2*XN-A2*AN-A2*N2-A2*N2 -> ACC
      ADD XN,15          ; -A2*XN-A2*AN-A2*N2-A2*N2+XN -> ACC
      SACH BN,1          ; -A2*XN-A2*AN-A2*N2-A2*N2+XN -> BN
      NEG                ; A2*XN+A2*AN+A2*N2+A2*N2-XN -> ACC
      SUB AN,15          ; A2*XN+A2*AN+A2*N2+A2*N2-XN-AN -> ACC
      SUB N2,15          ; A2*XN+A2*AN+A2*N2+A2*N2-XN-AN-N2 -> ACC
      MPYA XN            ; A2*XN+A2*AN+A2*N2+A2*N2-XN-AN-N2+A1*N2-> ACC, A1*XN -> PR
      SUB XN,15          ; A2*XN+A2*AN+A2*N2+A2*N2-XN-AN-N2+A1*N2-XN -> ACC
      MPYA AN            ; ACC+XN*A1 -> ACC, AN*A1 -> PR
      APAC              ; A2*XN+A2*AN+A2*N2+A2*N2-XN-AN-N2+A1*N2-XN+AN*A1+XN*A1 -> ACC
      SUB AN,15          ; ACC-AN -> ACC
      SACH N1,1          ; ACC -> N1
      OUT YN,PA2         ;
      LTD N1             ; N1 -> N2
      ZAC                ; 0 -> ACC
      B CICLO            ;
*
* DEFINICION DE LAS CONSTANTES DEL FILTRO
*
COEF  DATA >5555,>2AAA
      END

```

Figura 5.41: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMSC320C25, que implanta un filtro de onda pasa altas, con un adaptador serie con capacitor.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	-0.3333	15	0
1	0.3333	16	0
2	-3.05E-05	17	0
3	0	18	0
4	0	19	0
5	0	20	0
6	0	21	0
7	0	22	0
8	0	23	0
9	0	24	0
10	0	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.25: Respuesta a impulso (decimal).

## 5.11 Adaptador Paralelo Elemental con Inductor (F-PA).

### 5.11.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Usando la expresión (1.42) y los valores obtenidos en (5.53), (5.54), y (5.55), se calcula el valor del multiplicador

$$\alpha_1 = \frac{G_1}{G_3} = \frac{1}{1.5} = 0.66666666 \quad (5.70)$$

entonces se puede sustituir en la función de transferencia (4.45), el valor de  $\alpha_1$ , resultando

$$H(Z) = \alpha_1 \frac{-1 + Z^{-1}}{-1 + \alpha_1 Z^{-1}} \quad (5.71)$$

$$H(Z) = \frac{-0.66666666 + 0.66666666Z^{-1}}{-1 + 0.66666666Z^{-1}} \quad (5.72)$$

### 5.11.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcula la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso de el programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia (5.35), se construye el programa en matlab, se muestra en la tabla 5.26. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado es el que se muestra en la figura 5.16, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso son los que se muestran en la tabla 5.27. En

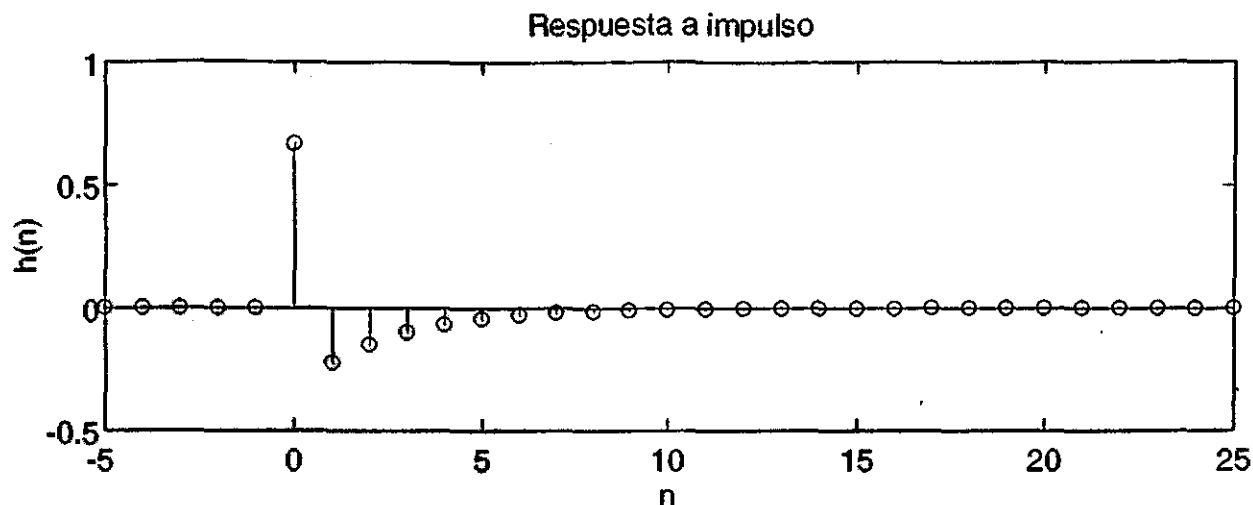


Figura 5.42: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo elemental con inductor.

seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada Z, la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud es la que se muestra en la figura 5.43, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.44 se encuentra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura 5.45 se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

### 5.11.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen las ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.12, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en la figura 5.46, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

$$Y_N = N_2 + X_N \cdot A_1 - N_2 \cdot A_1 \quad (5.73)$$

$$N_1 = A_N - N_2 \cdot A_1 + X_N \cdot A_1 \quad (5.74)$$

$$B_N = A_N - X_N + X_N \cdot A_1 - N_2 \cdot A_1 \quad (5.75)$$

$$N_2 = -N_1 \cdot Z^{-1} \quad (5.76)$$

Usando las ecuaciones (5.73), (5.74), (5.75), y (5.76), se crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.72). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMS320C25 es (5.47).

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMS320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en la tabla 5.28, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtienen los valores que se muestran en la tabla 5.29.

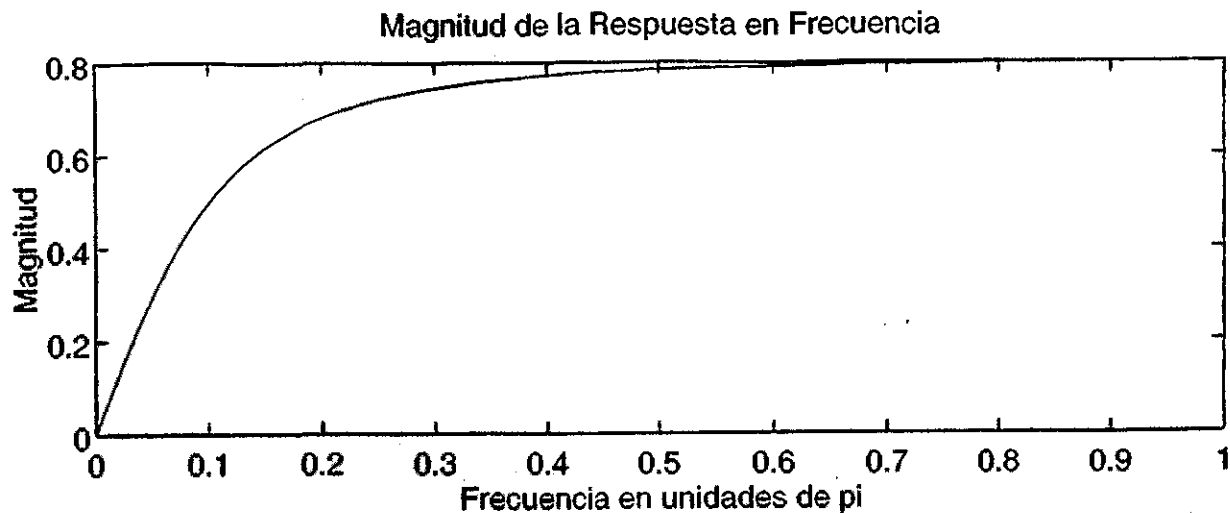


Figura 5.43: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo elemental con inductor.

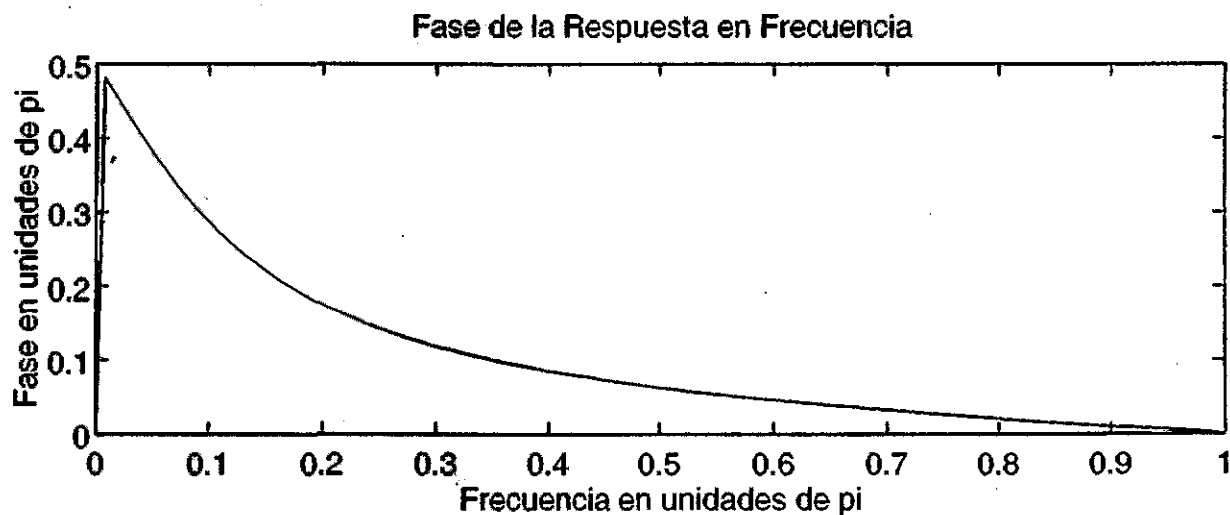


Figura 5.44: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo elemental con inductor.

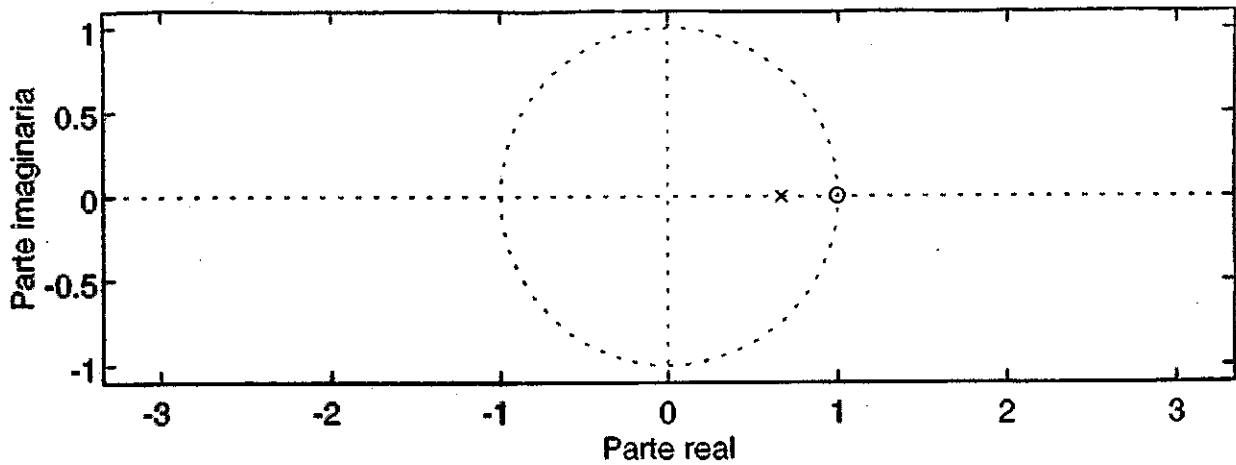


Figura 5.45: Localización de polos y ceros del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo elemental con inductor.

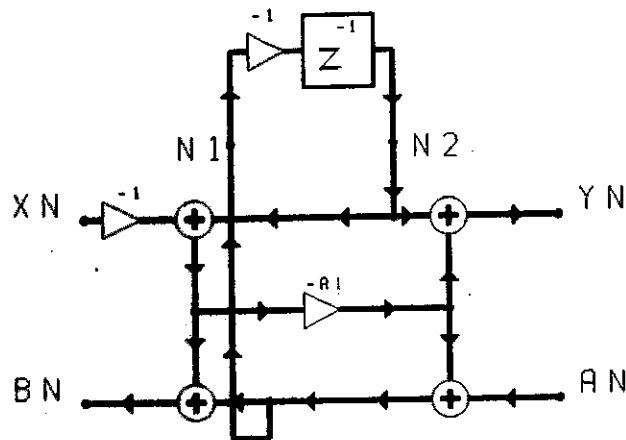


Figura 5.46: Diagrama de flujo de un adaptador paralelo elemental con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que simula un Inductor.

```

% Respuesta de el filtro de onda pasa altas, implantado con
% Adaptador paralelo elemental con inductor.
%
% b numerador
% a denominador
format long;
b = [-(2/3),(2/3)];
a = [-1, (2/3)];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w ] = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.26: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda pasa altas implantado, con un adaptador paralelo elemental con inductor.

hi =
Columns 1 through 4
0.66666666666667 -0.22222222222222 -0.14814814814815 -0.09876543209877
Columns 5 through 8
-0.06584362139918 -0.04389574759945 -0.02926383173297 -0.01950922115531
Columns 9 through 12
-0.01300614743687 -0.00867076495792 -0.00578050997194 -0.00385367331463
Columns 13 through 16
-0.00256911554309 -0.00171274369539 -0.00114182913026 -0.00076121942017
Columns 17 through 20
-0.00050747961345 -0.00033831974230 -0.00022554649487 -0.00015036432991
Columns 21 through 24
-0.00010024288661 -0.00006682859107 -0.00004455239405 -0.00002970159603
Columns 25 through 26
-0.00001980106402 -0.00001320070935

Tabla 5.27: Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo elemental con inductor.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	5554	15	FFE6
1	E38E	16	FFEE
2	ED09	17	FFF4
3	F35B	18	FFF8
4	F791	19	FFFA
5	FA61	20	FFFC
6	FC40	21	FFFD
7	FD80	22	FFFD
8	FE55	23	FFFE
9	FEE3	24	FFFE
10	FF41	25	FFFF
11	FF81	26	FFFF
12	FFAB	27	FFFF
13	FFC7	28	FFFF
14	FFD9	29	FFFF

Tabla 5.28: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.27 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.29 se confirma que todos los resultados obtenidos son correctos.

## 5.12 Adaptador Paralelo con Inductor (FPA).

### 5.12.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Usando la expresión (1.3) y los valores obtenidos en ((5.53), (5.54), y 5.55), se calculan los valores de los multiplicadores

$$\alpha_1 = \frac{2G_1}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{2}{1 + 0.5 + 1.5} = 0.66666666 \quad (5.77)$$

$$\alpha_2 = \frac{2G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{1}{1 + 0.5 + 1.5} = 0.33333333 \quad (5.78)$$

entonces se pueden sustituir en la función de transferencia (4.54), los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , resultando

$$H(Z) = \alpha_1 \frac{1 - Z^{-1}}{1 + (1 - \alpha_2 - \alpha_1)Z^{-1}} \quad (5.79)$$

$$H(Z) = 0.66666666 - 0.66666666Z^{-1} \quad (5.80)$$



```

*      FILTRO DE ONDA      *
*****
*
*      PEI.ASM      *
*
*      ADAPTADOR PARALELO ELEMENTAL CON *
*      INDUCTOR      *
*
*****
*
      AORG >0000
RESET B   INIT
*
      AORG >0020
*
* INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
INIT  SOVM      ;TRABAJA EN SATURACION
      LDEK 0      ;TRABAJA CON BANDERA CERO
      ZAC      ;PONE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
      LARP AR2    ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
      LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      RPTK 6      ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 7 VECES
      SACL *+      ;PONE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
      LRLK AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      BLKP COEF,*+ ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
* DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1    EQU >0060 ; >    COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1
AN    EQU >0061 ;
BN    EQU >0062 ;
XN    EQU >0063 ; ENTRADA
YN    EQU >0064 ; SALIDA
N1    EQU >0065 ;
N2    EQU >0066 ;
*
* EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO IN  XN,PA1 ;ENTRADA, PA1 -> XN
      LT  A1      ; A1 -> TR
      MPY XN      ; A1*XN -> PR
      MPYA N2     ; A1*XN ->ACC, A1*N2 -> PR
      SPAC      ; A1*XN-A1*N2 -> ACC
      ADD N2,15  ; N2+A1*XN-A1*N2 -> ACC
      SACH YN,1  ; N2+A1*XN-A1*N2 -> YN
      SUB N2,15  ; A1*XN-A1*N2 -> ACC
      NEG      ; -A1*XN+A1*N2 -> ACC
      SUB AN,15  ; -A1*XN+A1*N2-AN -> ACC
      SACH N1,1  ; -A1*XN+A1*N2-AN -> N1
      NEG      ; A1*XN-A1*N2+AN -> ACC
      ADD N2,15  ; A1*XN-A1*N2+AN+N2 -> ACC
      SUB XN,15  ; A1*XN-A1*N2+AN+N2-XN -> ACC
      SACH BN,1  ; A1*XN-A1*N2+AN+N2-XN -> BN
      OUT YN,PA2 ;
      LLD N1      ; N1 -> N2
      ZAC      ; 0 -> ACC
      B CICLO    ;
*
* DEFINICION DE LA CONSTANTE DEL FILTRO
*
COEF  DATA >5555
      END

```

Figura 5.47: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMS320C25, que implanta un filtro de onda pasa altas, con un adaptador paralelo elemental con inductor.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	0.6666	15	-0.0007935
1	-0.2222	16	-0.0005493
2	-0.1482	17	-0.0003662
3	-0.09879	18	-0.0002441
4	-0.06589	19	-0.0001831
5	-0.04391	20	-0.0001221
6	-0.0293	21	-9.16E-05
7	-0.01953	22	-9.16E-05
8	-0.01303	23	-6.10E-05
9	-0.008698	24	-6.10E-05
10	-0.005829	25	-3.05E-05
11	-0.003876	26	-3.05E-05
12	-0.002594	27	-3.05E-05
13	-0.00174	28	-3.05E-05
14	-0.00119	29	-3.05E-05

Tabla 5.29: Respuesta a impulso (decimal).

### 5.12.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcula la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso de el programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia (5.80), se construye el programa en matlab, que se muestra en la tabla 5.30. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado es el que se muestra en la figura 5.48, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso se muestran en la tabla 5.31. En seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada Z, la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud es la que se muestra en la figura 5.49, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.50 se encuentra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura (5.51) se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

### 5.12.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen la ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo mostrado en la figura 4.13, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en la figura 5.52, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

$$YN = -AN + AN \cdot A2 + N2 + N2 - N2 \cdot A1 - N2 \cdot A2 + XN \cdot A1 \quad (5.81)$$

$$N1 = N2 - N2 \cdot A1 - N2 \cdot A2 + XN \cdot A1 + AN \cdot A2 \quad (5.82)$$

$$BN = -XN + XN \cdot A1 + N2 + N2 - N2 \cdot A1 - N2 \cdot A2 + AN \cdot A2 \quad (5.83)$$

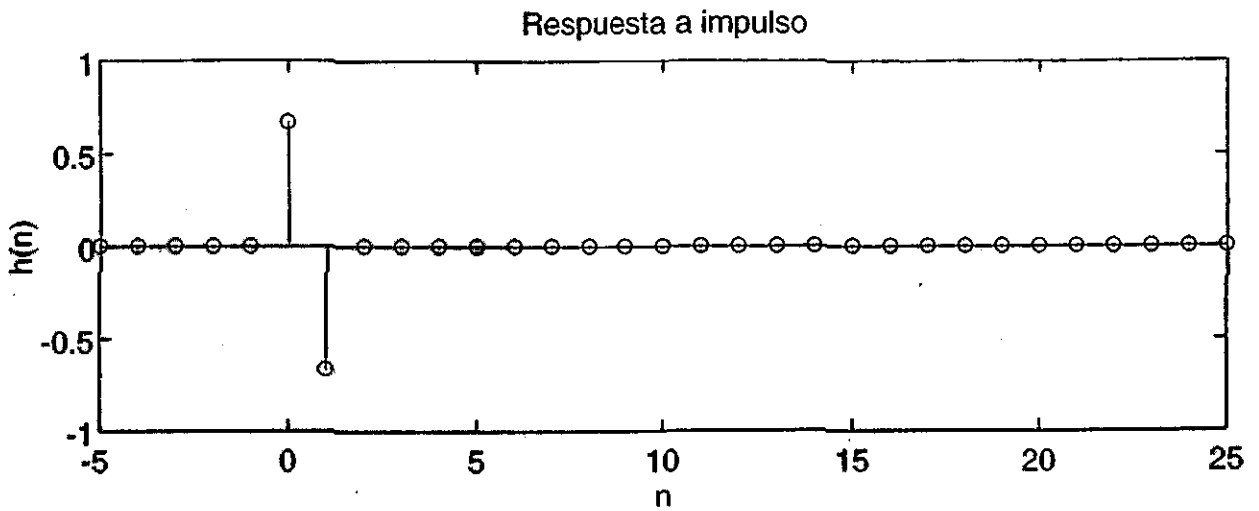


Figura 5.48: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo con inductor.

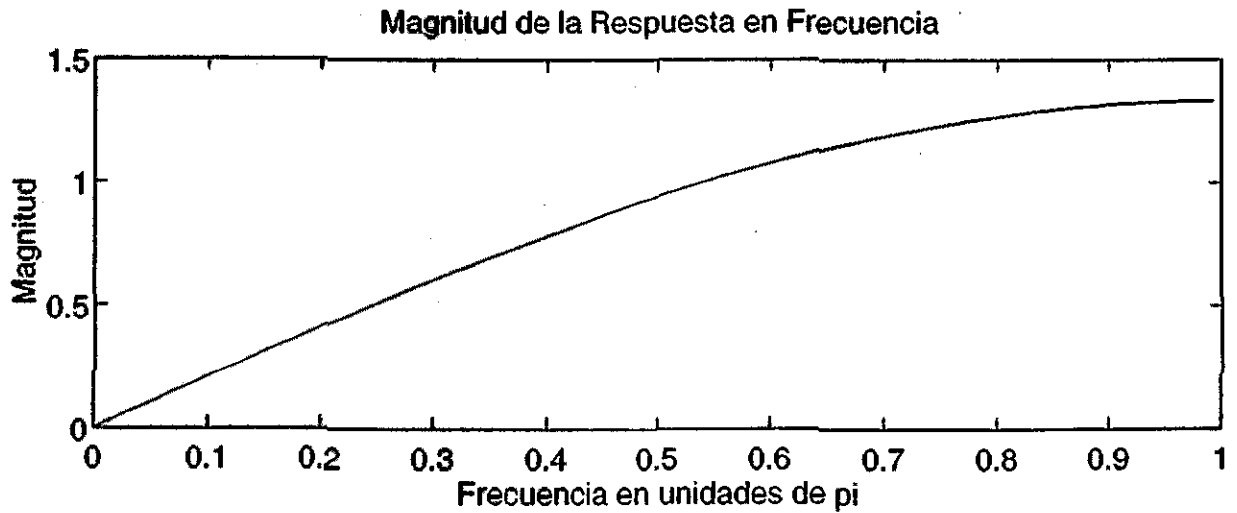


Figura 5.49: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo con inductor.

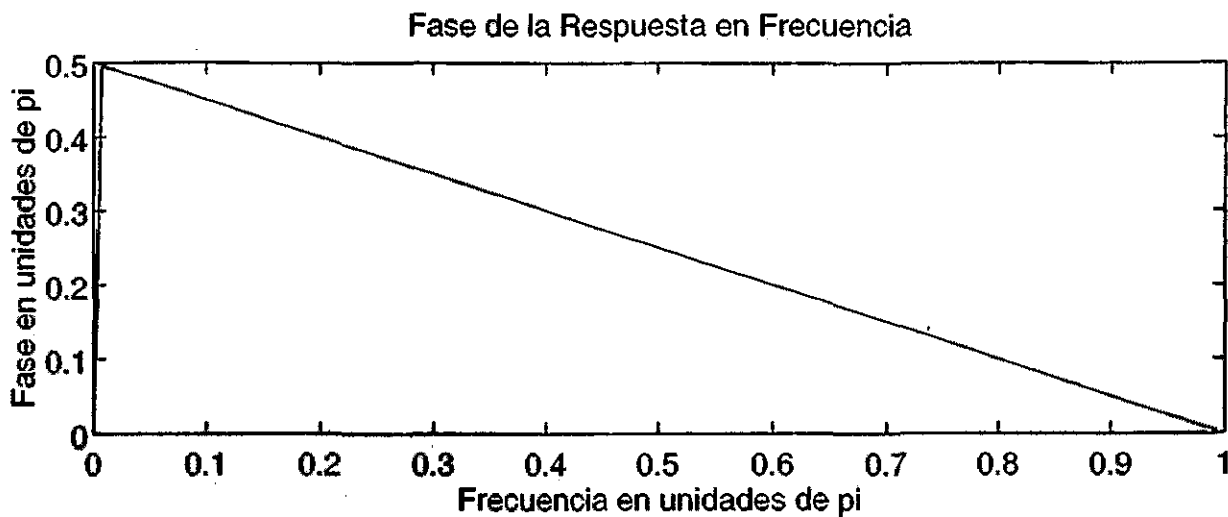


Figura 5.50: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo con inductor.

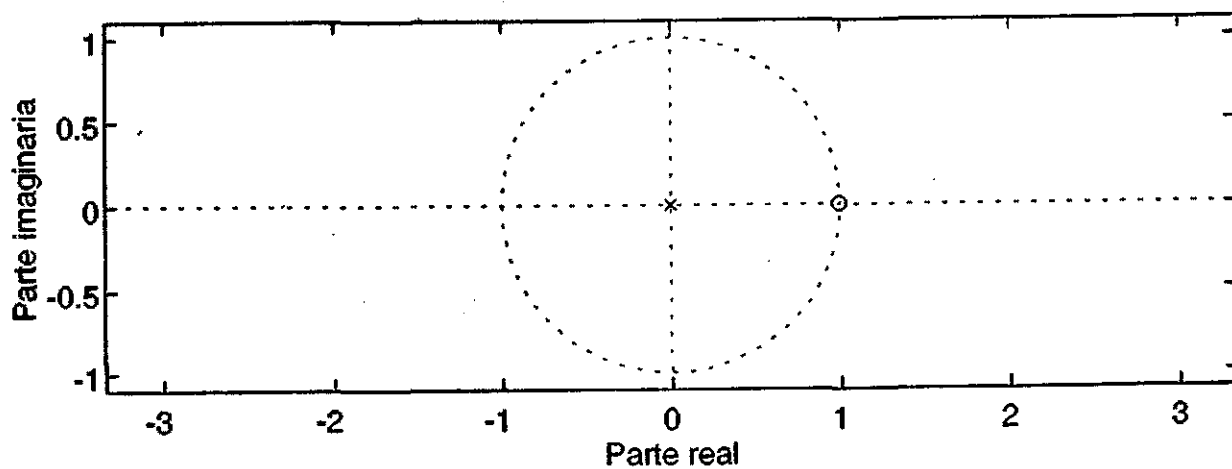


Figura 5.51: Localización de polos y ceros del filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo con inductor.

```

% Respuesta de el filtro de onda pasa altas, implantado con
% Adaptador paralelo con inductor.
%
% b numerador
% a denominador
format long;
b = [(2/3),-(2/3)];
a = [1,0];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w rbrack = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.30: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda pasa altas implantado, con un adaptador paralelo con inductor.

```
hi =  
  
Columns 1 through 4  
0.666666666666667 -0.666666666666667 0 0  
  
Columns 5 through 8  
0 0 0 0  
  
Columns 9 through 12  
0 0 0 0  
  
Columns 13 through 16  
0 0 0 0  
  
Columns 17 through 20  
0 0 0 0  
  
Columns 21 through 24  
0 0 0 0  
  
Columns 25 through 26  
0 0
```

Tabla 5.31: Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda pasa altas implantado con un adaptador paralelo con inductor.

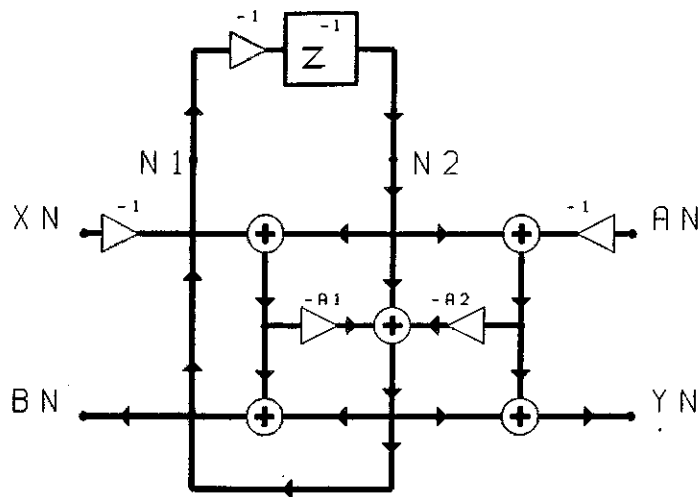


Figura 5.52: Diagrama de flujo de un adaptador paralelo con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que simula un Inductor.

$$N2 = -N1 \cdot Z^{-1} \quad (5.84)$$

Usando las ecuaciones (5.81), (5.82), (5.83), y (5.84), se crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.80). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMS320C25 se muestra en la figura 5.53.

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMS320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en la tabla 5.32, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtienen los valores que se muestran en la tabla 5.33.

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.31 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.33 se confirma que todos los resultado obtenidos son correctos.

### 5.13 Filtros Supresores de banda.

### 5.14 Introducción Síntesis del Filtro de Onda Pasa Supresor de Banda.

En las siguientes subsecciones se sientan las bases para la síntesis de los Filtros de Onda Supresores de Banda, considerando las dos formas que puede tomar el circuito del filtro pasa bajas normalizado, se muestran en las figuras 5.1a y 5.1b. Se presentan las siguientes opciones para un filtro supresor de banda

#### 5.14.1 Sustitución de inductor en serie.

El filtro analógico que se muestra en la figura 5.1a, es el que se usará como base para obtener el filtro de referencia necesario para obtener el filtro digital de onda supresor de banda, aplicando la transformación (2.37), y eligiendo las frecuencias de la banda de paso

```

*          FILTRO DE ONDA          *
*****
*
*          PI.ASM
*
*          ADAPTADOR PARALELO CON INDUCTOR
*
*****
*
*          AORG >0000
RESET B   INIT
*
*          AORG >0020
*
*          INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
INIT      SOVM                ;TRABAJA EN SATURACION
          LDPK 0              ;TRABAJA CON BANDERA CERO
          ZAC                 ;PONE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
          LARP AR2            ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
          LRLK AR2,>0060      ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
          RPK 7               ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 8 VECES
          SACL *+             ;PONE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
          LRLK AR2,>0060      ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
          RPK 1               ;REALIZA LA INSTRUCCION QUE SIGUE 2 VECES
          BLEP COEF,*+       ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
*          DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1        EQU >0060 ; >      COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1 Y ALPHA2
A2        EQU >0061 ;/
AN        EQU >0062 ;
BN        EQU >0063 ;
XN        EQU >0064 ; ENTRADA
YN        EQU >0065 ; SALIDA
N1        EQU >0066 ;
N2        EQU >0067 ;
*
*          EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO    IN   XN, PA1        ;ENTRADA, PA1 -> XN
          LT   A1            ; A1 -> TR
          MFY  XN            ; A1*YN -> PR
          MFYA N2            ; A1*XN -> ACC, A1*N2 -> PR
          LT   A2            ; A2 -> TR
          MPYS AN            ; A1*XN-A1*N2 -> ACC, A2*AN -> PR
          MFYA N2            ; A1*XN-A1*N2+A2*AN -> ACC, A2*N2 -> PR
          SPAC              ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2 -> ACC
          ADD  N2, 15        ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2 -> ACC
          NEG              ; -A1*XN+A1*N2-A2*AN+A2*N2-N2 -> ACC
          SACH N1, 1        ; -A1*YN+A1*N2-A2*AN+A2*N2-N2 -> N1
          NEG              ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2 -> ACC
          ADD  N2, 15        ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2 -> ACC
          SUB  AN, 15        ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2-AN -> ACC
          SACH YN, 1        ; A1*YN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2-AN -> YN
          ADD  AN, 15        ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2 -> ACC
          SUB  XN, 15        ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2-XN -> ACC
          SACH BN, 1        ; A1*XN-A1*N2+A2*AN-A2*N2+N2+N2-XN -> BN
          OUT  YN, PA2
          LTD  N1            ; N1 -> N2
          ZAC                 ; 0 -> ACC
          B   CICLO
*
*          DEFINICION DE LAS CONSTANTES DEL FILTRO
*
COEF     DATA >5555,>2AAA
          END

```

Figura 5.53: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMS320C25, que implanta un filtro de onda pasa altas, con un adaptador paralelo con inductor.



No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	5554	15	0
1	AAAA	16	0
2	0	17	0
3	0	18	0
4	0	19	0
5	0	20	0
6	0	21	0
7	0	22	0
8	0	23	0
9	0	24	0
10	0	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.32: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	0.6666	15	0
1	-0.6667	16	0
2	0	17	0
3	0	18	0
4	0	19	0
5	0	20	0
6	0	21	0
7	0	22	0
8	0	23	0
9	0	24	0
10	0	25	0
11	0	26	0
12	0	27	0
13	0	28	0
14	0	29	0

Tabla 5.33: Respuesta a impulso (decimal).

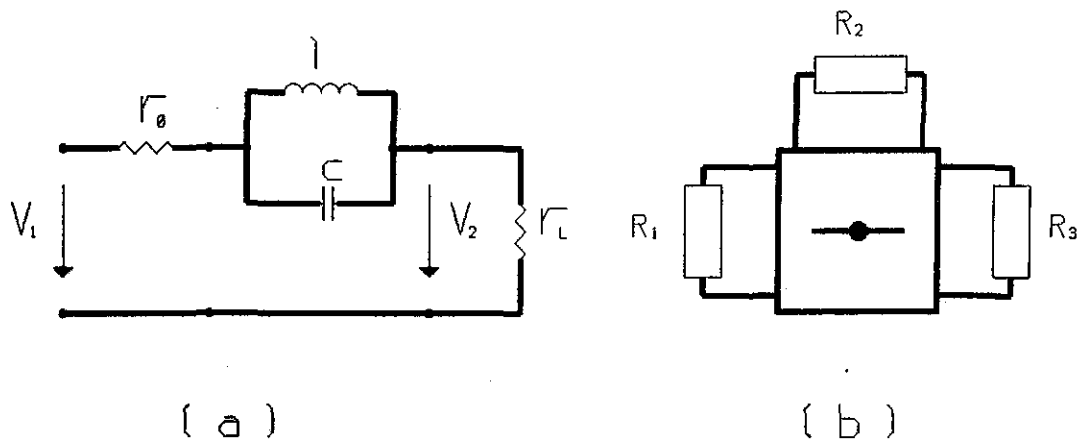


Figura 5.54: a) Filtro Butterworth supresor de banda desnormalizado de referencia. b) Diagrama de bloques del filtro de onda supresor de banda equivalente al circuito analógico que se muestra en el inciso a).

desnormalizadas  $\omega_c = 62[\frac{rad}{s}]$ ,  $\omega_{-c} = 58[\frac{rad}{s}]$  y las resistencias desnormalizadas de entrada  $r_0$  y de salida  $r_L$  iguales a 1 ohm, se tiene

$$l = \frac{Lr_L(\omega_c - \omega_{-c})}{\omega_c\omega_{-c}} = \frac{2 \cdot 1(62 - 58)}{62 \cdot 58} = 0.0022246941 \quad (5.85)$$

$$c = \frac{1}{Lr_L(\omega_c - \omega_{-c})} = \frac{1}{2 \cdot 1(62 - 58)} = 0.125$$

el circuito del filtro supresor de banda desnormalizado de referencia, es entonces el que se muestra en la figura 5.54a y en la figura 5.54b se muestra el diagrama de bloques del filtro de onda equivalente. Usando dicho diagrama de bloques, se calcula el valor de los multiplicadores del filtro digital, para ello se requiere calcular el equivalente digital de las resistencias de los elementos analógicos, a estos equivalentes se les denomina  $R_1, R_2$  y  $R_3$ , y son los que se muestran en el diagrama de bloques del filtro de onda mostrado en la figura 5.54a. El valor de cada resistencia de la terminal del adaptador de onda es

$$R_1 = r_0 = 1 \quad (5.86)$$

$$R_2 = \frac{l}{1 - lc} = \frac{0.0022246941}{1 - 0.0022246941 \cdot 0.125} = 0.0022253129 \quad (5.87)$$

$$R_3 = R_1 + R_2 = 1 + 0.0022253129 = 1.0022253129 \quad (5.88)$$

debe recordarse que para el calculo de  $R_2$  se considera la impedancia de un capacitor y un inductor conectados en paralelo.

Es necesario también, calcular el valor del multiplicador  $\beta$ , de la siguiente manera

$$\beta = \frac{1 - lc}{1 + lc} = 0.9994439811 \quad (5.89)$$

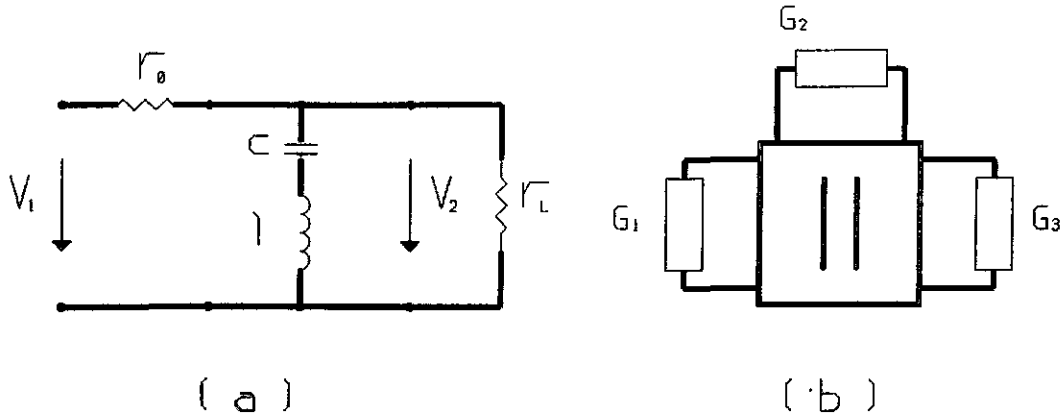


Figura 5.55: a) Filtro Butterworth supresor de banda desnormalizado de referencia. b) Diagrama de bloques del filtro de onda supresor de banda equivalente al circuito analógico que se muestra en el inciso a).

### 5.14.2 Sustitución del capacitor en paralelo.

El filtro analógico que se muestra en la figura 5.1b, es el que se usará como base para obtener el filtro de referencia necesario para obtener el filtro digital de onda supresor de banda, aplicando la transformación (2.38), y eligiendo las frecuencias de la banda de paso desnormalizadas  $\omega_c = 62[\frac{\text{rad}}{\text{s}}]$ ,  $\omega_{-c} = 58[\frac{\text{rad}}{\text{s}}]$  y las resistencias desnormalizadas de entrada  $r_0$  y de salida  $r_L$  iguales a 1 ohm, se tiene

$$l = \frac{r_L}{C(\omega_c - \omega_{-c})} = \frac{1}{2(62 - 58)} = 0.125 \quad (5.90)$$

$$c = \frac{C(\omega_c - \omega_{-c})}{\omega_c \omega_{-c} r_L} = \frac{2(62 - 58)}{62 \cdot 58 \cdot 1} = 0.0022246941$$

el circuito del filtro supresor de banda desnormalizado de referencia, es entonces el que se muestra en la figura 5.55a y en la figura 5.55b se muestra el diagrama de bloques del filtro de onda equivalente. Usando dicho diagrama de bloques, se calculan los valores de los multiplicadores del filtro digital, para ello se requiere obtener el equivalente digital de las conductancias de los elementos analógicos, a estos equivalentes se les denomina  $G_1, G_2$  y  $G_3$ , y son los que se muestran en el diagrama de bloques del filtro de onda que se muestra en la figura 5.55a. El valor de cada conductancia de la terminal del adaptador de onda es

$$G_1 = \frac{1}{r_0} = 1 \quad (5.91)$$

$$G_2 = Y_{DL} = \frac{c}{1 - lc} = 0.002225312935 \quad (5.92)$$

$$G_3 = G_1 + G_2 = 1 + 0.002225312935 = 1.002225312935 \quad (5.93)$$

debe recordarse que para el calculo de  $G_2$  se considera la impedancia de un capacitor y un inductor conectados en serie.

Es necesario también, calcular el valor del multiplicador  $\beta$ , de la siguiente manera

$$\beta = \frac{1 - lc}{1 + lc} = 0.9994439811 \quad (5.94)$$

## 5.15 Adaptador Serie Elemental con Capacitor e Inductor en Paralelo (FSB).

### 5.15.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Usando la expresión (1.46) y los valores obtenidos en (5.86), (5.87), y (5.88), se calcula el valor del multiplicador

$$\alpha_1 = \frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{1.0022253129} = 0.9977796281 \quad (5.95)$$

entonces se puede sustituir en la función de transferencia (4.64), el valor de  $\alpha_1$ , y resulta

$$H(Z) = \frac{-1 - Z^{-2}}{1 - 0.002219137344Z^{-1} + 0.9977796281Z^{-2}} \quad (5.96)$$

### 5.15.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcula la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso de el programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia (5.96), se construye el programa en matlab, que se muestra en la tabla 5.34. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado es el que se muestra en la figura 5.56, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso son los que se muestran en la tabla 5.35. En seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada Z, la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud es la que se muestra en la figura 5.57, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.58 se encuentra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura 5.59 se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

### 5.15.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen la ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.17, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en la figura 5.60, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

$$YN = -XN - N1 - N2 \cdot B \quad (5.97)$$

$$N3 = N2 \cdot B + XN - XN \cdot A1 + AN - AN \cdot A1 - N1 \cdot A1 - N2 \cdot A1 \cdot B \quad (5.98)$$

$$BN = XN - A1 \cdot XN - AN \cdot A1 - N1 \cdot A1 - N2 \cdot A1 \cdot B \quad (5.99)$$

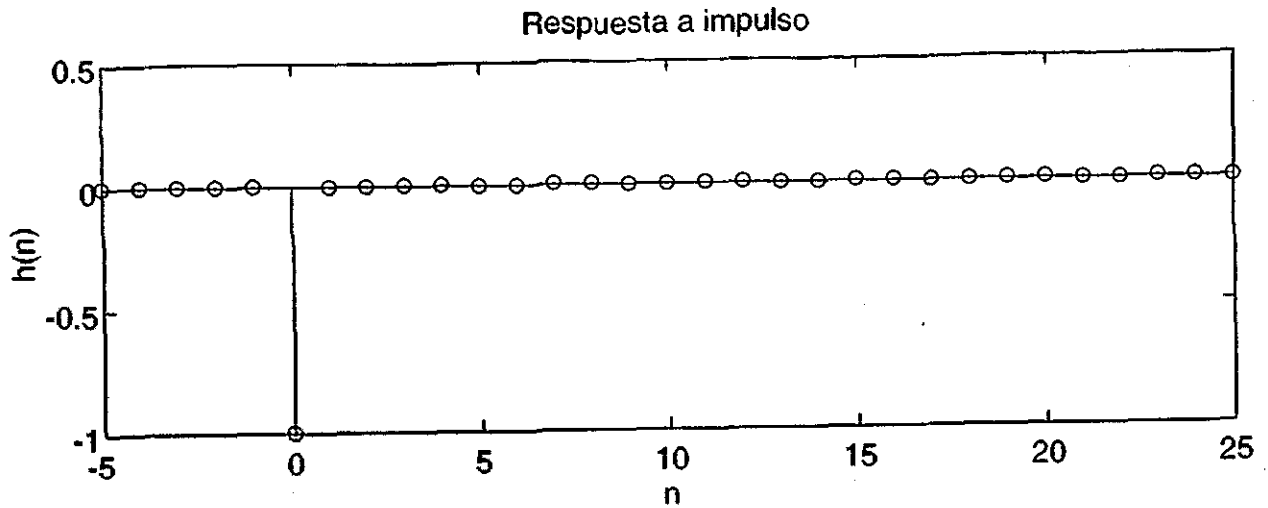


Figura 5.56: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro de onda supresor de banda implantado con un adaptador serie elemental con capacitor e inductor en paralelo.

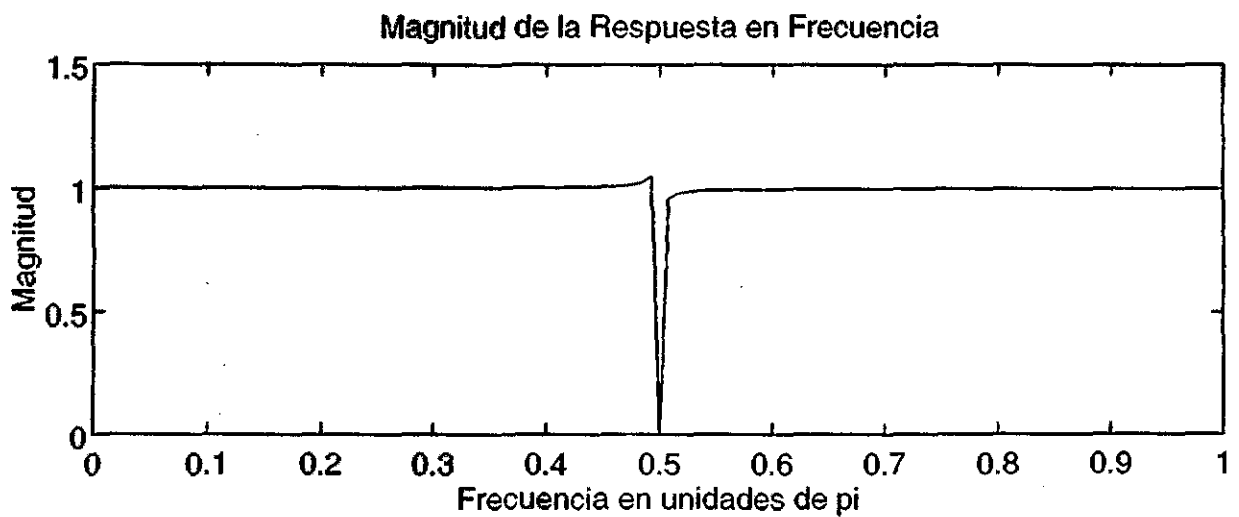


Figura 5.57: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda supresor de banda implantado con un adaptador serie elemental con capacitor e inductor en paralelo.

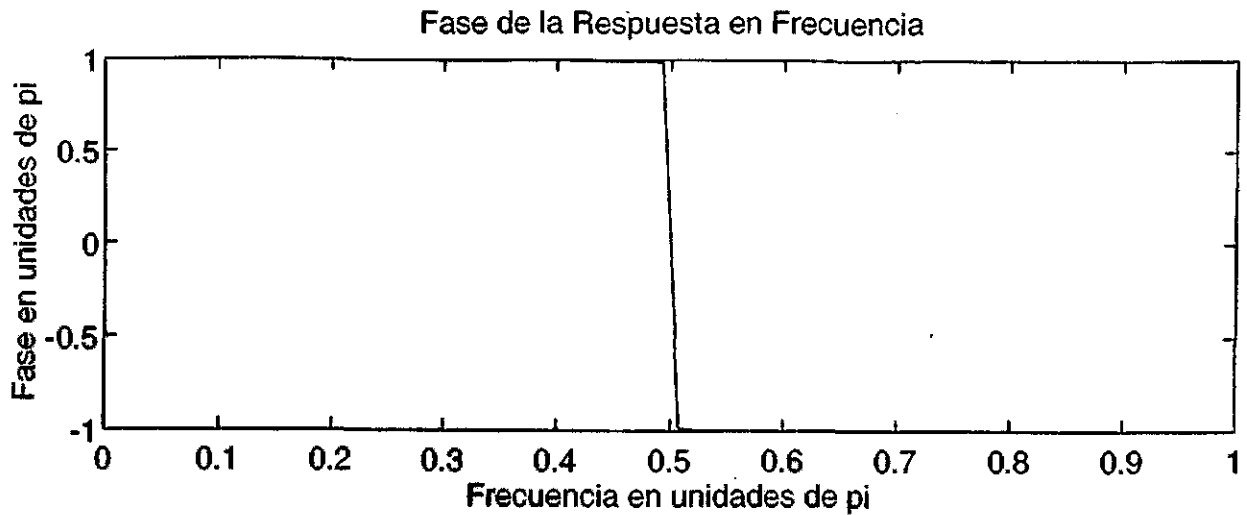


Figura 5.58: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda supresor de banda implantado con un adaptador serie elemental con capacitor e inductor en paralelo.

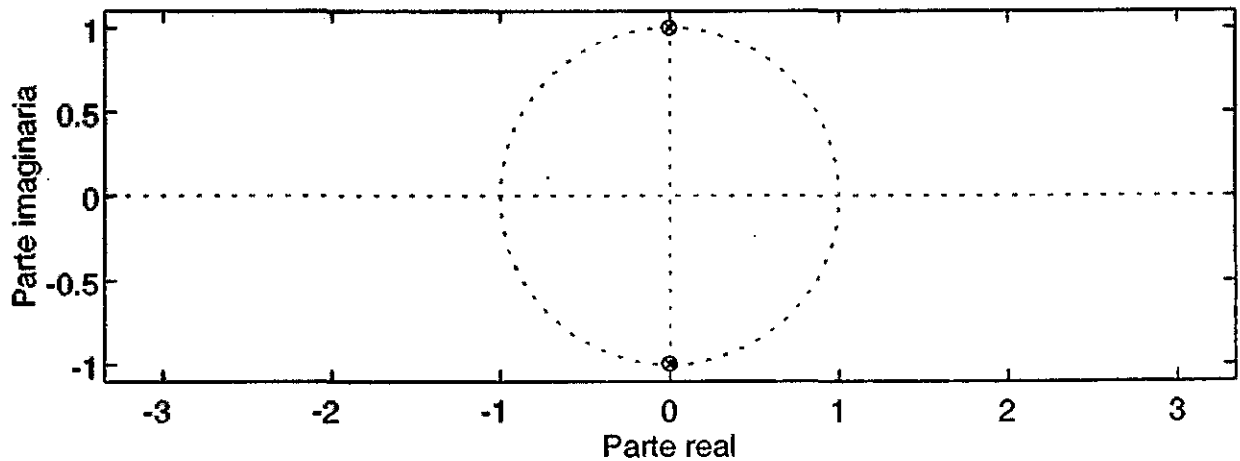


Figura 5.59: Localización de polos y ceros del filtro de onda supresor de banda implantado con un adaptador serie elemental con capacitor e inductor en paralelo.

```

% Respuesta de el filtro de onda supresor de banda, implantado con
% Adaptador serie elemental con capacitor e inductor en paralelo.
%
% b numerador
% a denominador
format long;
b = [-1,0,-1];
a = [1, -0.002219137344,0.9977796281];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w ] = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.34: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda supresor de banda implantado, con un adaptador serie elemental con capacitor e inductor en paralelo.

```

hi =

Columns 1 through 4
-1.000000000000000 -0.00221913734400 -0.00222529647055 0.00220927179530

Columns 5 through 8
0.00222525816234 -0.00219942823680 -0.00222519809498 0.00218960666795

Columns 9 through 12
0.00222511636559 -0.00217980708802 -0.00222501307105 0.00217002949601

Columns 13 through 16
0.00222488830804 -0.00216027389077 -0.00222474217302 0.00215054027089

Columns 17 through 20
0.00222457476224 -0.00214082863477 -0.00222438617172 0.00213113898061

Columns 21 through 24
0.00222417649727 -0.00212147130637 -0.00222394583447 0.00211182560985

Columns 25 through 26
0.00222369427871 -0.00210220188859

```

Tabla 5.35: Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda supresor de banda implantado con, un adaptador serie elemental con capacitor e inductor en paralelo.



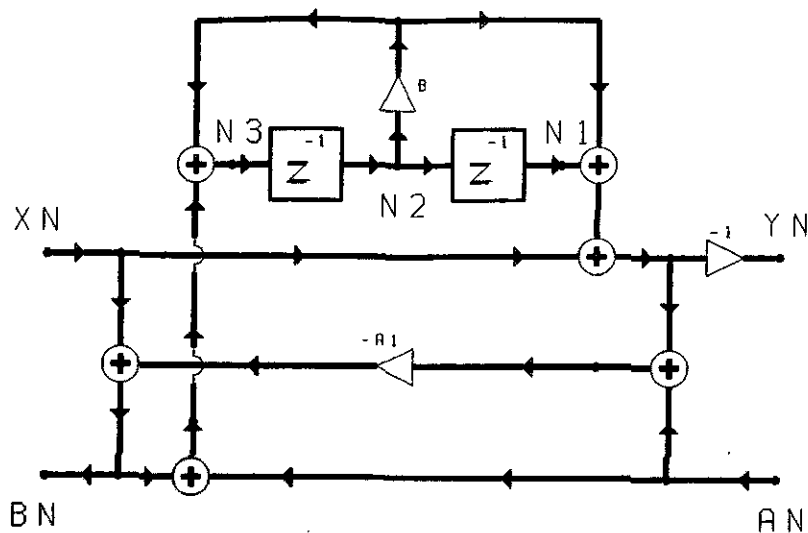


Figura 5.60: Diagrama de flujo de un adaptador serie elemental con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que simula un capacitor e inductor en paralelo.

$$N1 = N2 \cdot Z^{-1} \quad (5.100)$$

$$N2 = N3 \cdot Z^{-1} \quad (5.101)$$

Usando las ecuaciones (5.97), (5.99), (5.99), (5.101), y (5.101), se crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.96). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMSC320C25 es (5.61).

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMSC320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en la tabla 5.36, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtienen los valores mostrados en la tabla 5.37.

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.35 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.37 se confirma que todos los resultado obtenidos son correctos.

## 5.16 Adaptador Paralelo Elemental con Capacitor e Inductor en serie (FSB).

### 5.16.1 Cálculo del valor de los coeficientes del filtro.

Usando la expresión (1.42) y los valores obtenidos en (5.91), (5.92), y (5.93), se calcula el valor del multiplicador

$$\alpha_1 = \frac{Y_1}{Y_3} = \frac{1}{1.0022253129} = 0.9977796281 \quad (5.102)$$

entonces se puede sustituir en la función de transferencia (4.71), el valor de  $\alpha_1$ , se obtiene

$$H(Z) = \frac{\alpha_1 + \alpha_1 Z^{-2}}{1 + (\alpha_1 \beta - \beta) Z^{-1} + \alpha_1 Z^{-2}} \quad (5.103)$$

```

*      FILTRO DE ONDA      *
*****
*
*      SECIP.ASM      *
*
*      ADAPTADOR SERIE ELEMENTAL      *
*      CON CAPACITOR E INDUCTOR      *
*
*****
*
*      AORG >0000
RESET B INIT
*
*      AORG >0020
*
* INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
INIT SOVM ;TRABAJA EN SATURACION
LDPK 0 ;TRABAJA CON BANDERA CERO
ZAC ;PONE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
LARP AR2 ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
LRLE AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
RPTK 9 ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 10 VECES
SACL *+ ;PONE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
LRLE AR2,>0060 ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
RPTK 1 ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 2 VECES
BLKP COEF,*+ ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
* DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1 EQU >0060 ; > COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1
B EQU >0061 ; COEFICIENTE BETA
AN EQU >0062 ;
BN EQU >0063 ;
XN EQU >0064 ; ENTRADA
YN EQU >0065 ; SALIDA
P1 EQU >0066 ;
N3 EQU >0067 ;
N2 EQU >0068 ;
N1 EQU >0069 ;
*
* EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO IN XN,PA1 ;ENTRADA, PA1 -> XN
LT B ;
MPY N2 ;
ZAC ;
LTS A1 ;
SACH P1,1 ;
SUB N1,15 ;
SUB XN,15 ;
SACH YN,1 ;
ZAC ;
OUT YN,PA2 ;
MPY P1 ;
MPYA N1 ;
MPYS XN ;
ADD EN,15 ;
SUB P1,15 ;
ADD XN,15 ;
MPYS AN ;
SPAC ;
SACH N3,1 ;
ZAC ;
LTD N2 ;
LTD N3 ;
B CICLO ;
* DEFINICION DE LAS CONSTANTES DEL FILTRO
*
COEF DATA >7FB7,>7FED
END

```

Figura 5.61: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMSC320C25, que implanta un filtro de onda supresor de banda, con un adaptador serie elemental con capacitor e inductor en paralelo.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	8001	15	0041
1	FFB8	16	0048
2	FFB8	17	FFC0
3	0047	18	FFB8
4	0048	19	003F
5	FFBA	20	0048
6	FFB8	21	FFC2
7	0045	22	FFB8
8	0048	23	003D
9	FFBC	24	0048
10	FFB8	25	FFC4
11	0043	26	FFB8
12	0048	27	003B
13	FFBE	28	0048
14	FFB8	29	FFC6

Tabla 5.36: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	-1	15	0.001984
1	-0.002197	16	0.002197
2	-0.002197	17	-0.001953
3	0.002167	18	-0.002197
4	0.002197	19	0.001923
5	-0.002136	20	0.002197
6	-0.002197	21	-0.001892
7	0.002106	22	-0.002197
8	0.002197	23	0.001862
9	-0.002075	24	0.002197
10	-0.002197	25	-0.001831
11	0.002045	26	-0.002197
12	0.002197	27	0.001801
13	-0.002014	28	0.002197
14	-0.002197	29	-0.00177

Tabla 5.37: Respuesta a impulso (decimal).

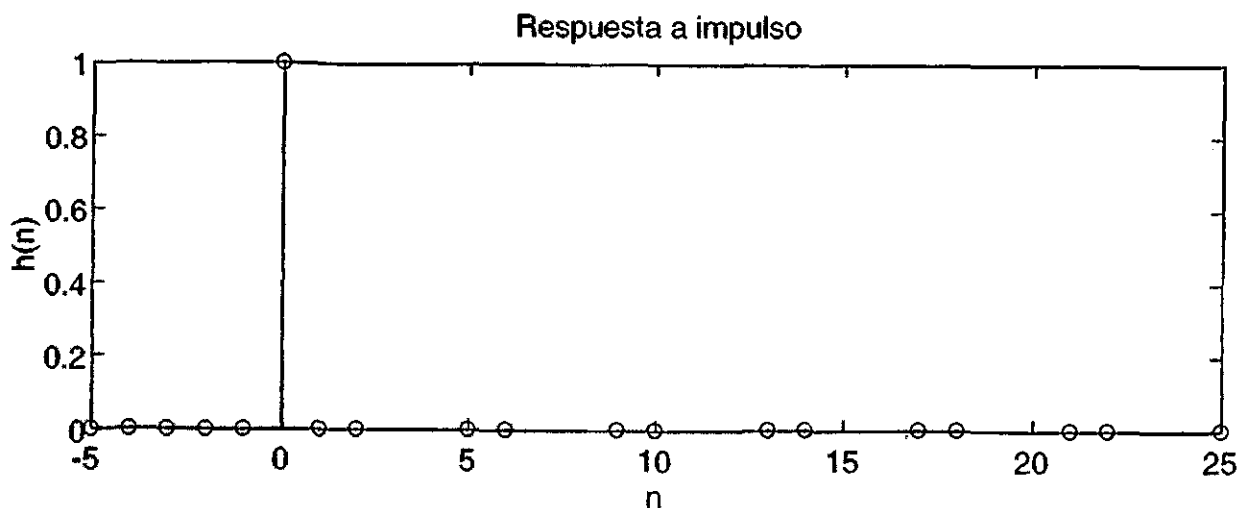


Figura 5.62: Respuesta en el dominio del tiempo del filtro de onda supresor de banda implantado con un adaptador paralelo elemental con capacitor e inductor en serie.

$$H(Z) = \frac{0.9977796281 + 0.9977796281Z^{-2}}{1 - 0.002219137344Z^{-1} + 0.9977796281Z^{-2}} \quad (5.104)$$

### 5.16.2 Realización con MatLab.

En esta subsección se calcula la respuesta del filtro de onda, tanto en el dominio del tiempo digital  $n$ , como en el de la frecuencia, haciendo uso de el programa matlab y las facilidades que este proporciona para el Procesamiento Digital de Señales. En base a la función de transferencia 5.104, se construye el programa en matlab, que se muestra en la tabla 5.38. El programa calcula primero la respuesta a impulso  $h(n)$  en el dominio del tiempo digital  $n$ , del filtro de onda, el resultado es el que se muestra en la figura 5.62, los valores a partir de  $n = 0$  de la respuesta a impulso son los que se muestran en la tabla 5.39. En seguida se calcula la respuesta en el dominio de la frecuencia del filtro de onda, mediante la transformada Z, la gráfica de la respuesta en frecuencia de la magnitud es la que se muestra en la figura 5.63, en esta gráfica el eje de las ordenadas tiene una escala lineal; en la figura 5.64 se encuentra la respuesta en frecuencia de la fase del filtro de onda.

En la figura 5.65 se muestra la localización de los polos y ceros de la función de transferencia del filtro digital.

### 5.16.3 Realización con Simulador de TMS320C25.

En seguida se obtienen las ecuaciones a implantar en el microcontrolador, aplicando la notación propuesta en la subsección 5.1.3 al diagrama de flujo que se muestra en la figura 4.18, se obtiene el diagrama de flujo que se muestra en la figura 5.66, a partir del cual por inspección se pueden determinar las siguientes ecuaciones para la realización del filtro.

$$YN = N1 + N2 \cdot B - N1 \cdot A1 - N2 \cdot B \cdot A1 + XN \cdot A1 \quad (5.105)$$

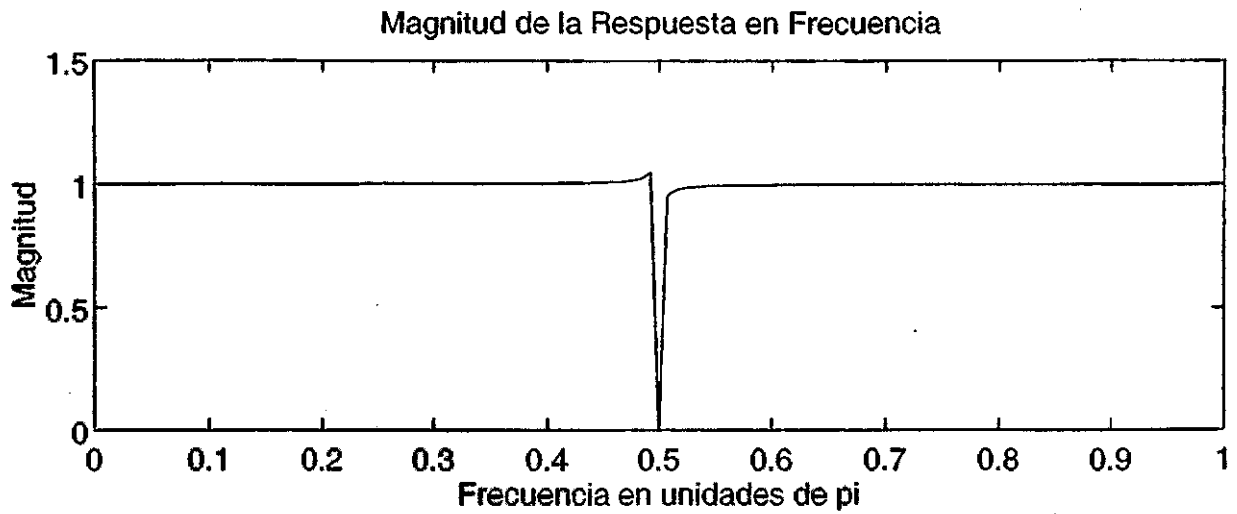


Figura 5.63: Magnitud de la respuesta en frecuencia del filtro de onda supresor de banda implantado con un adaptador paralelo elemental con capacitor e inductor en serie.

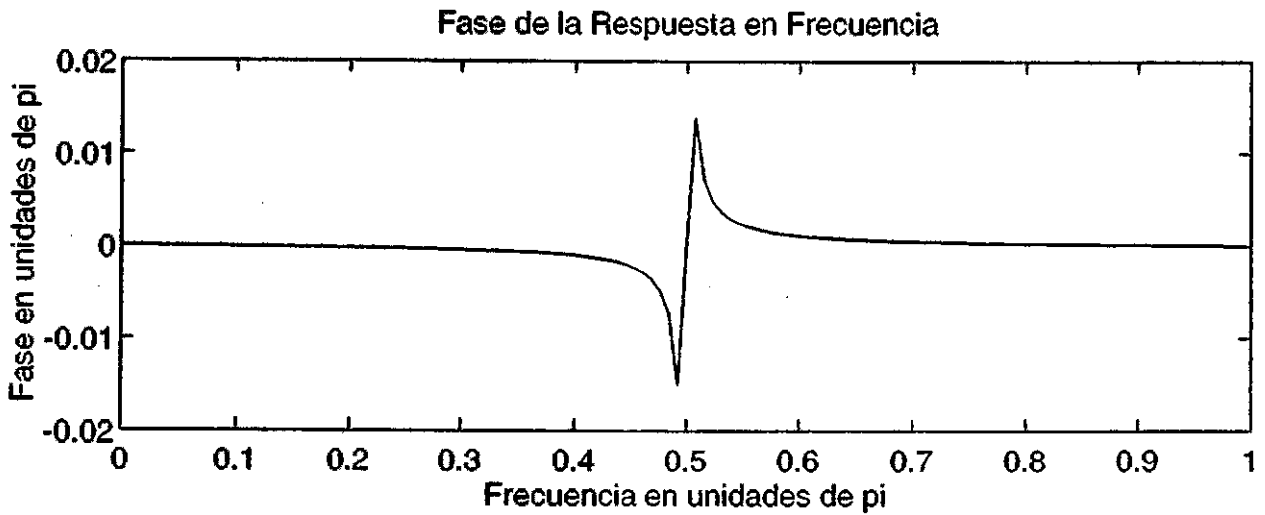


Figura 5.64: Fase de la respuesta en frecuencia del filtro de onda supresor de banda implantado con un adaptador paralelo elemental con capacitor e inductor en serie.

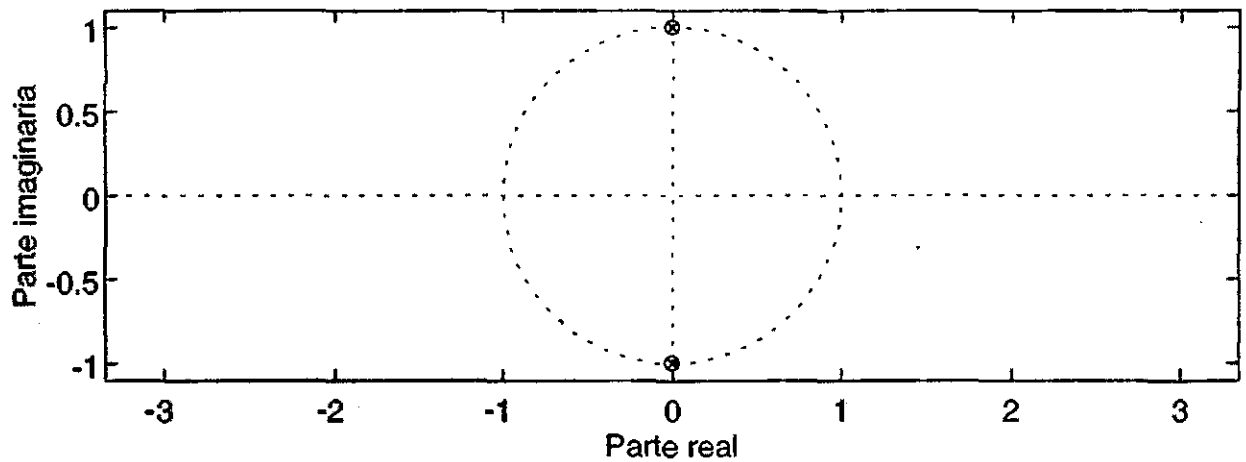


Figura 5.65: Localización de polos y ceros del filtro de onda supresor de banda implantado con un adaptador paralelo elemental con capacitor e inductor en serie.

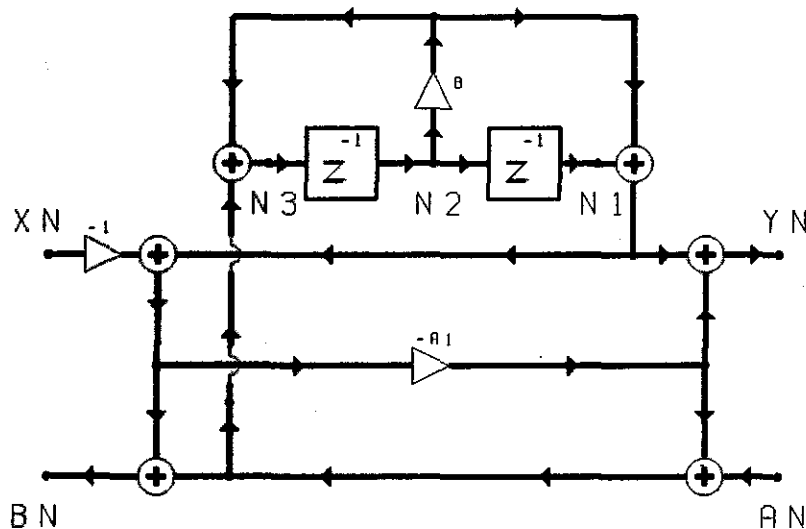


Figura 5.66: Diagrama de flujo de un adaptador serie elemental con el arreglo correspondiente en el puerto 2 que simula un capacitor e inductor en paralelo.

```

% Respuesta de el filtro de onda supresor de banda, implantado con
% Adaptador paralelo elemental con capacitor e inductor en serie.
%
% b numerador
% a denominador
format long;
b = {0.9977796281,0,0.9977796281};
a = [1,-0.002219137344,0.9977796281];
xi = [1,zeros(1,25)];
hi = filter(b,a,xi)
pause;
x = [zeros(1,5),1,zeros(1,25)]; n = [-5:25];
hr = filter(b,a,x);
subplot(2,1,1); stem(n,hr);
title('Respuesta a impulso'); xlabel('n'); ylabel('h(n)');
pause;
zplane(b,a)
pause;
[ H,w ] = freqz(b,a,128);
magH = abs(H); phaH = angle(H);
subplot(2,1,1);plot(w/pi,magH);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Magnitud [S2/S1]');
title('Magnitud de la Respuesta en Frecuencia')
subplot(2,1,2);plot(w/pi,phaH/pi);
xlabel('Frecuencia en unidades de pi');ylabel('Fase en unidades de pi');
title('Fase de la Respuesta en Frecuencia')

```

Tabla 5.38: Programa en matlab que obtiene las respuestas en el dominio del tiempo digital y de la frecuencia para un filtro de onda supresor de banda implantado, con un adaptador paralelo elemental con capacitor e inductor en serie.

hi =
Columns 1 through 4
0.99777962810000 0.00221421003380 0.00222035548480 -0.00220436639029
Columns 5 through 8
-0.00222031726165 0.00219454468814 0.00222025732766 -0.00218474492684
Columns 9 through 12
-0.00222017577974 0.00217496710561 0.00222007271455 -0.00216521122350
Columns 13 through 16
-0.00221994822856 0.00215547727932 0.00221980241802 -0.00214576527170
Columns 17 through 20
-0.00221963537895 0.00213607519903 0.00221944720717 -0.00212640705950
Columns 21 through 24
-0.00221923799827 0.00211676085110 0.00221900784764 -0.00210713657160
Columns 25 through 26
-0.00221875685042 0.00209753421859

**Tabla 5.39:** Respuesta a impulso en el dominio del tiempo obtenida con el programa matlab para un filtro de onda supresor de banda implantado con, un adaptador paralelo elemental con capacitor e inductor en serie.



No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	7FB6	15	FFB9
1	0047	16	FFB6
2	0048	17	0045
3	FFB7	18	0048
4	FFB6	19	FFB9
5	0047	20	FFB6
6	0048	21	0045
7	FFB7	22	0048
8	FFB6	23	FFB9
9	0047	24	FFB6
10	0048	25	0044
11	FFB7	26	0048
12	FFB6	27	FFBB
13	0045	28	FFB6
14	0048	29	0043

Tabla 5.40: Respuesta a impulso (Hexadecimal).

$$N3 = -N1 \cdot A1 - N2 \cdot B \cdot A1 + XN \cdot A1 + AN + N2 \cdot B \quad (5.106)$$

$$BN = -XN + XN \cdot A1 + AN + N1 - N1 \cdot A1 + N2 \cdot B - N2 \cdot B \cdot A1 \quad (5.107)$$

$$N1 = N2 \cdot Z^{-1} \quad (5.108)$$

$$N2 = N3 \cdot Z^{-1} \quad (5.109)$$

Usando las ecuaciones (5.105), s(5.106), (5.107), (5.108), (5.109), e crea el programa en ensamblador, que implanta al filtro digital de onda definido por (5.104). El programa en ensamblador para un microcontrolador TMSC320C25 es (5.67).

El programa se corrió en el simulador para PC del microcontrolador TMS320C25, usando como entrada una señal impulso. La respuesta a impulso obtenida se muestra en la tabla 5.40, estos valores están en hexadecimal, al convertirlos a números decimales se obtienen los valores mostrados en la tabla 5.41.

Si se comparan los resultados obtenidos mediante el programa de MatLab que se muestran en la tabla 5.39 y los del simulador TMS320C25 de la tabla 5.41 se confirma que todos los resultado obtenidos son correctos.

```

*      FILTRO DE ONDA
*****
*
*      PECIS.ASM
*
*      ADAPTADOR PARALELO ELEMENTAL
*      CON CAPACITOR E INDUCTOR EN
*      SERIE
*****
*
*      AORG >0000
RESET B   INIT
*
*      AORG >0020
*
*      INICIALIZACION DEL MICROCONTROLADOR
*
INIT   SOVM           ;TRABAJA EN SATURACION
      LDPK 0          ;TRABAJA CON BANDERA CERO
      ZAC            ;PONE EN CERO EL VALOR DEL ACUMULADOR
      LARF AR2       ;ACTUALIZA REGISTRO AUXILIAR AR2
      LRK AR2,>0060  ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      RPTK 9         ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 10 VECES
      SACL *+        ;PONE EN CERO TODAS LAS DIR. DEL BLOQUE B2
      LRK AR2,>0060  ;INICIALIZA EL BLOQUE B2 EN LA DIRECCION 0060
      RPTK 1         ;REPITE LA INSTRUCCION QUE SIGUE 2 VECES
      BLKP COEF,*+   ;TRANSFERENCIA DE LOS COEFICIENTES AL BLOQUE N2
*
*      DECLARACION DE LAS VARIABLES
*
A1     EQU >0060 ; >   COEFICIENTES DEL FILTRO ALPHA1
B      EQU >0061 ;     COEFICIENTE BETA
AN     EQU >0062 ;
EN     EQU >0063 ;
XN     EQU >0064 ; ENTRADA
YN     EQU >0065 ; SALIDA
P1     EQU >0066 ;
N3     EQU >0067 ;
N2     EQU >0068 ;
N1     EQU >0069 ;
*
*      EMPIEZA EL PROGRAMA EN ENSAMBLADOR
*
CICLO IN  XN,PA1     ;ENTRADA, PA1 -> XN
      LF  A1 ;
      MPY N2 ;
      ZAC ;
      MPYS N1 ; -A1*N2 -> ACC, N1*A1 -> PR
      SACH P1,1 ; -A1*N2 -> P1
      ZAC ; 0 -> ACC
      MPYS XN ; -N1*A1 -> ACC, XN*A1 -> PR
      LTA B ; -N1*A1+XN*A1 -> ACC, B->TR
      MPY P1 ; B*P1=-A1*N2*B -> PR
      MPYA N2 ; -N1*A1+XN*A1-A1*N2*B -> ACC; B*N2 -> PR
      APAC ; ACC+PR = -N1*A1+XN*A1-A1*N2*B +B*N2 -> ACC
      ADD AN,15 ; ACC+AN = -N1*A1+XN*A1-A1*N2*B+B*N2 +AN -> ACC
      SACH N3,1 ;
      SUB AN,15 ; ACC-AN = -N1*A1+XN*A1-A1*N2*B+B*N2 -> ACC
      ADD N1,15 ; ACC+AN = -N1*A1+XN*A1-A1*N2*B+B*N2 +N1 -> ACC
      SACH YN,1 ;
      QTF YN,PA2 ;
      ZAC ;
      LTD N2 ;
      LTD N3 ;
      B CICLO ;
*
*      DEFINICION DE LAS CONSTANTES DEL FILTRO
*
COEF  DATA >7FB7,>7FED
      END

```

Figura 5.67: Programa en ensamblador para el microcontrolador TMS320C25, que implanta un filtro de onda supresor de banda, con un adaptador paralelo elemental con capacitor e inductor en serie.

No. de muestra	Valor	No. de muestra	Valor
0	0.9977	15	-0.002167
1	0.002167	16	-0.002258
2	0.002197	17	0.002106
3	-0.002228	18	0.002197
4	-0.002258	19	-0.002167
5	0.002167	20	-0.002258
6	0.002197	21	0.002106
7	-0.002228	22	0.002197
8	-0.002258	23	-0.002167
9	0.002167	24	-0.002258
10	0.002197	25	0.002075
11	-0.002228	26	0.002197
12	-0.002258	27	-0.002106
13	0.002106	28	-0.002258
14	0.002197	29	0.002045

Tabla 5.41: Respuesta a impulso (decimal).

# Bibliografía

- [Pšenička 95] Bohumil Pšenička, Mario Ibarra Pereyra, Jesus Reyes García, Vratislav Davidek. "Análisis y síntesis de filtros digitales usando la matriz de flujo de estado" *Investigar*
- [Lacroix 88] Arild Lacroix. *Digitale Filter, Eine Einführung in zeitdiskrete Signale und Systeme*. pp. 97-104; R.Oldenbourg, 1988, München
- [Britton 93] C. Britton Rorabaugh. *Digital Filter Designer's Handbook* McGraw-Hill, Inc. 1993
- [Fettweis 71, Feb.] Alfred Fettweis. "Digital filter structures related to classical filter networks." *Arch. Elek. Übertragung*. vol. 25, pp. 79-89, Feb. 1971
- [Constantinides 76, Dic.] A.G. Constantinides. "Design of digital filters from LC ladder networks." *IEE Proceedings*. vol. 123, pp. 1307-1314, Dic. 1976
- [Fettweis 75, Dic.] Alfred Fettweis and Klaus Meerkötter. "On Adaptors for Wave Digital Filters" *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal processing*. vol. AS-SP.23, No. 6, pp. 516-525, December 1975
- [Kaiser 85] Ulrich Kaiser. "Wave Digital Filters and their Significance for Customized Digital Signal Processing" *IEEE Spectrum Magazine*. September-October 1985, pp. 29-44
- [Fettweis 74] Alfred Fettweis, H. Levin and A. Sedlmeyer. "Wave Digital Lattice Filters" *Circuit Theory and Applications*. vol. 2, pp. 203-211, 1974
- [Fettweis 80] Alfred Fettweis. "Wave Digital Filters - A Review" *Signal Processing: Theories and applications* North-Holland Publishing Company EURASIP, 1980
- [Meerkötter 80] Klaus Meerkötter. "Incremental Pseudopassivity of Wave Digital Filters" *Signal Processing: Theories and applications* North-Holland Publishing Company EURASIP, 1980
- [Linnenberg 80] Gerhard Linnenberg. "Wave Digital Fan Filters: Numerical and Experimental Results" *Signal Processing: Theories and applications* North-Holland Publishing Company EURASIP, 1980
- [Denton 79] G. Denton and H. J. Carlin. "Selective, Constant Delay Wave Digital Filters" *Circuit Theory and Applications* Vol. 7, pp 171-178, 1979

- [Wanhammer 80] Lars Wanhammer. "Implementation of Wave Digital Filters Using Vector-Multipliers" *Signal Processing: Theories and applications* North-Holland Publishing Company EURASIP, 1980
- [Weinberg 62] Louis Weinberg. *Network Analysis and Synthesis* McGraw-Hill Book Company, Inc. 1962
- [Chen 64] Wayne H. Chen. *Linear Network Design and Synthesis* McGraw-Hill Book Company, Inc. 1964