

10  
24

01161



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

# “ANÁLISIS DE EFECTOS SÍSMICOS ORTOGONALES HORIZONTALES”

Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ingeniería ( Estructuras ) presenta:

**Jesús Valdés González**

División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería

Universidad Nacional Autónoma de México

Director de Tesis: Dr. Mario Ordaz Schroeder

272374

Diciembre 1999



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

20  
2ej.

01161



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

# “ANÁLISIS DE EFECTOS SÍSMICOS ORTOGONALES HORIZONTALES”

Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ingeniería ( Estructuras ) presenta:

**Jesús Valdés González**

División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería

Universidad Nacional Autónoma de México

Director de Tesis: Dr. Mario Ordaz Schroeder

Diciembre 1999

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

---

# Contenido

Capítulo 1	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	Antecedentes	1
1.2	Objetivos y alcances	5
1.3	Organización del trabajo	5
Capítulo 2	<b>Revisión Bibliográfica</b>	<b>7</b>
2.1	Ejes principales del movimiento (Clough y Penzien, 1993)	7
2.2	Respuesta a la acción simultánea de varias componentes del movimiento del terreno (Newmark y Rosenblueth, 1960)	8
2.3	Diseño aproximado para la acción simultánea de los distintos componentes del movimiento del terreno (Rosenblueth y Contreras, 1977)	10
2.4	Efectos ortogonales en el análisis sísmico tridimensional (Wilson, Suharwardy y Habibullah, 1995)	13
2.5	Reemplazo de las reglas del 30%, 40% y SRSS utilizadas en el análisis sísmico de multicomponentes (Menun y Der Kiureghian, 1998)	17
Capítulo 3	<b>Estudio con un modelo simplificado en el dominio del tiempo</b>	<b>22</b>
3.1	Descripción del modelo	22
3.2	Respuesta bajo señales armónicas	25
3.3	Respuesta bajo señales de ruido blanco	31
3.4	Respuesta bajo acelerogramas reales	33
Capítulo 4	<b>Estudio con un modelo simplificado en el dominio de la frecuencia</b>	<b>73</b>
4.1	Solución general	73
4.2	Análisis de datos registrados	76
4.3	Solución en base a modelos analíticos	87
Capítulo 5	<b>Ejemplo de aplicación</b>	<b>106</b>
5.1	Ejemplo numérico	106
Capítulo 6	<b>Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>110</b>
5.1	Conclusiones	110
5.2	Recomendaciones	112
	Agradecimientos	116
	Referencias Bibliográficas	117

---

## Introducción

### 1.1 Antecedentes

Durante la ocurrencia de un sismo las estructuras se ven sometidas a la acción del movimiento del terreno sobre el cual se encuentran cimentadas. Dicha sollicitación modifica el estado de fuerzas prevaleciente en sus elementos estructurales, debido a las fuerzas de inercia que se generan. Por ello, con el objeto de garantizar cierto nivel de seguridad asociado a este tipo de sollicitaciones, es necesario valorar dicha alteración en todo proceso de diseño o revisión estructural.

En términos generales, el movimiento del terreno se puede definir por completo mediante dos cantidades vectoriales para cada instante de duración del temblor; una de ellas se refiere a una dislocación traslacional, mientras que la otra esta asociada a una dislocación de tipo rotacional. Para fines prácticos, se acostumbra descomponer estos dos vectores en sus componentes ortogonales, con lo cual el número de componentes que definen el movimiento del terreno es de tres traslacionales y tres rotacionales, actuando en la dirección y alrededor de cada uno de los ejes del sistema, respectivamente.

El número de componentes del movimiento del terreno para el cual se debería analizar en rigor toda estructura es de seis, teniéndose que en algunos casos particulares, como el de estructuras con múltiples apoyos como los puentes y las líneas de conducción, este número se incrementa (Rosenblueth, 1977). Sin embargo, la contribución que proporciona a la respuesta general de toda la estructura cada una de estas componentes, no necesariamente resulta significativa.

Se ha podido observar que en general el movimiento horizontal del terreno resulta más importante que el vertical, debido a que son las fuerzas laterales producidas por la inercia las que imponen sollicitaciones mayores a las estructuras (Ordaz et al., 1995). De ahí que en la práctica se acostumbre diseñar para los dos componentes horizontales y sólo en algunos casos en donde se estima que la intensidad del componente vertical sea similar a los horizontales, como suele ocurrir en zonas cercanas al epicentro del temblor, se recomienda incluir este tercer componente en el diseño.

Por lo que se refiere a los componentes rotacionales del movimiento del suelo, estos no se pueden registrar mediante el uso de instrumentos convencionales (acelerógrafos o sismógrafos), por lo que en realidad no se ha podido valorar de manera directa su importancia. Sin embargo, se ha observado que sus efectos resultan despreciables para la mayoría de las estructuras, en virtud de su baja magnitud en comparación con los efectos del mismo tipo que se producen debido a los componentes de traslación.

Si la atención se centra en analizar el proceso de diseño o revisión estructural en forma particular para la Ciudad de México, se tiene que el peligro sísmico prevaleciente en el Valle, se asocia de manera general a la ocurrencia de tres tipos de grandes temblores (Ordaz et al., 1995). El primero de ellos, y el más importante, se refiere a los sismos que se originan en la costa del Pacífico, debido a la subducción de las placas oceánicas de Cocos y Rivera debajo de la de Norteamérica. Baste con recordar que es en esta zona donde se han producido los dos terremotos más grandes que han ocurrido en México durante este siglo: el de

Jalisco del 3 de junio de 1932 (M 8.2), y el de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 (M 8.1), el cual ocasionó enormes daños en el Distrito Federal.

Otro tipo de temblor, mucho menos frecuente que el anterior, se refiere a los sismos que ocurren en el continente a profundidades cercanas a los 60 km. (Oaxaca 1931, M 7.8, Orizaba 1973, M 7.3 y Huajuapán de León 1980, M 7.0).

Por último, se consideran aquellos temblores que se generan dentro de la placa continental ( $M < 7$ ), los cuales suelen ocasionar fuertes daños en la zona cercana al epicentro (Jalapa 1920, M 6.4 y Acambay 1912, M 7.0); aunque su frecuencia de ocurrencia es todavía menor que la del tipo anterior.

Se calcula que el 85% de la energía sísmica que se genera en México, corresponde a las zonas de subducción (Lomnitz, 1994). De ahí que los grandes sismos de este tipo generalmente ocurran con periodos de recurrencia relativamente bajos (30 a 75 años) (Singh et al., 1981).

Entonces, es de esperarse que para un importante número de estructuras en la Ciudad de México sea un evento de subducción el que contribuya de manera excepcional en la determinación de su máxima respuesta. Si se considera que la distancia epicentral de estos sismos respecto a la Ciudad de México es grande, es válida la práctica de considerar únicamente los dos componentes horizontales del movimiento del terreno en el diseño y revisión estructural. Aunque no hay que perder de vista que pudiesen existir algunas estructuras para las cuales fuera más desfavorable otro tipo de temblor, lo cual necesariamente llevaría a una revisión de la consideración anterior para ese caso en particular.

La primera etapa dentro del proceso de diseño o revisión estructural es el análisis de un modelo de la estructura. El objetivo de esta etapa es valorar en términos cuantitativos y cualitativos la respuesta que tendrá la estructura ante las sollicitaciones a que se vea sometida durante su vida útil. Para fines prácticos, la respuesta estará expresada en términos de los elementos mecánicos o las deformaciones que actúan en las distintas partes de la estructura.

El acierto de esta etapa radica en valorar de manera razonable la máxima sollicitación esperada para el lapso de tiempo que se considere.

La solución del modelo se realiza con base en los métodos de la mecánica estructural, los cuales involucran los aspectos tanto físicos como matemáticos del problema en cuestión. Las principales hipótesis simplificadoras que se hacen, se refieren a modelos que describan el comportamiento de los materiales. En la actualidad, por lo general, se realiza un análisis en el cual se supone que este comportamiento se mantiene en el rango elástico. Sin embargo, se acepta que ante excitaciones de intensidad alta, los materiales incurran en una etapa de comportamiento inelástico, por lo que se admiten reducciones en las ordenadas espectrales. En el caso de la Cd. de México estas reducciones se definen en base a un factor  $Q$ , el cual depende del tipo de estructuración y de los detalles de dimensionamiento que se hayan implementado en la estructura (RDF, 1987).

Como índice de la acción de diseño se emplea el denominado coeficiente sísmico,  $c$ , el cual se refiere a la fuerza cortante horizontal  $V$ , dividida entre el peso de la estructura que actúa en la base de la misma y es función del periodo del sistema dinámico que se analice. Dicha acción debería corresponder a la intensidad asociada a un determinado periodo de retorno, obtenido con un procedimiento de optimización que tome en cuenta el costo de hacer más resistente a la estructura y las consecuencias de su posible falla (Meli, 1993).

Si se considera que se tiene un espectro de diseño óptimo, el trabajo de análisis consiste en evaluar las sollicitaciones que el sismo de diseño introduce en la estructura. Los métodos propuestos en las distintas normas presentan un diverso nivel de refinamiento, y pueden considerarse divididos en dos grupos: los estáticos y los dinámicos. Por lo que se refiere a los métodos de tipo estático, se considera la acción de un conjunto de fuerzas laterales, cuyo efecto estático se supone similar a la acción sísmica. En los dinámicos, se realiza una idealización de la estructura de acuerdo a un modelo de masas y resortes. El método dinámico de más uso en la práctica es el análisis modal espectral.

El RDF (RDF,1987) recomienda este último método, aceptando que se analice en forma independiente la vibración de traslación en dos direcciones ortogonales sin considerar el efecto de torsión, el cual se calcula de manera independiente para posteriormente superponerlo.

Otro método dinámico que se emplea en algunos casos importantes es el análisis paso a paso, en el cual se realiza la integración directa de las ecuaciones del movimiento, para un conjunto de acelerogramas representativos del sismo de diseño. Su principal problema radica en la selección de dichos acelerogramas.

Mediante la aplicación de cualquiera de estos métodos, se calcula por lo general de manera independiente la máxima respuesta de la estructura para cada una de las dos direcciones ortogonales, las cuales se eligen de manera arbitraria, aunque casi siempre coinciden con la orientación de los marcos o muros estructurales. Con el objeto de tomar en cuenta la acción de los dos componentes horizontales del movimiento del terreno se debe considerar actuando de manera simultánea el valor de diseño de un componente más un porcentaje del valor de diseño del componente ortogonal. Esta consideración resulta del hecho que se estima poco probable que coincidan en un mismo instante las máximas respuestas de la estructura para más de un componente.

Esta es la hipótesis que han hecho algunos reglamentos, los cuales recomiendan distintos valores para este porcentaje. Sin embargo, todas estas consideraciones parecen sustentarse únicamente en estudios teóricos probabilistas, en los cuales no se han utilizado muchos datos; además de que se han hecho hipótesis simplificadoras que pueden afectar de manera importante los resultados.

A su vez, algunos códigos de diseño plantean un procedimiento alternativo de solución (ICBO, 1997), en el cual la respuesta máxima para la acción simultánea de los componentes horizontales se calcula como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS), utilizando el 100% de la respuesta en cada dirección.

El problema que se presenta al utilizar los métodos de análisis con técnicas de espectro de respuesta, y el cuál se estudia en este trabajo, es que los espectros de respuesta proporcionan la intensidad de la máxima respuesta considerando que la estructura vibra en una sola dirección. Sin embargo, al presentarse una vibración de tipo espacial, y descomponerse en dos vibraciones ortogonales, la máxima respuesta de la estructura se debe a una combinación de ambos efectos actuando de manera simultánea, los cuales no necesariamente corresponden al que se obtiene del espectro de respuesta.

De esta forma, el considerar para fines de diseño la máxima respuesta en una dirección y un cierto porcentaje de la máxima respuesta en la dirección ortogonal, no es un proceso riguroso del fenómeno que se presenta, pero sí resulta práctico.

En el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF) se utiliza una regla que combina el 100% de la respuesta máxima en una dirección con el 30% de la máxima respuesta en la dirección ortogonal, sin embargo, la simple observación de algunos registros obtenidos en la Cd. de México

sugiere que la hipótesis de independencia entre ambas componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno pudiese no ser realista, por lo que para ciertas estructuras con características dinámicas particulares esta regla subestimaría la máxima respuesta.

Una característica importante que se manifiesta en la Cd. de México durante la ocurrencia de sismos de gran magnitud con epicentro en las costas del Pacífico, es el severo daño producido en algunas estructuras localizadas principalmente en la zona del lago. Lo anterior ocurre a pesar de que el epicentro de estos temblores se localiza a más de 250 km de distancia de la ciudad.

Dos son las causas principales que explican este fenómeno: a) las grandes amplificaciones locales de las ondas sísmicas debidas a las características del suelo en dicha zona; y b) la amplificación regional de las ondas sísmicas mucho mayor a la que se espera para esos rangos de distancias epicentrales (Ordaz y Singh, 1992).

Las características del movimiento del terreno en la zona del lago resultan mucho más desfavorables para las estructuras, que las que se presentan en los otros dos tipos de terreno en que se ha clasificado el Valle de México (terreno duro y zona de transición). De ahí la importancia que tiene estudiar la respuesta de las estructuras asociada a ese tipo de terreno en particular.

Después de analizar algunas fallas que se presentaron en edificios de la Cd. de México durante el temblor de 1985, se identificó un tipo de falla que se considera pudo haber ocurrido debido a la acción simultánea de los componentes ortogonales de traslación del movimiento del suelo, en combinación con otras posibles causas.

Se trata de la falla por compresión en las columnas que se encuentran en la esquina de la planta de algunos edificios, o muy cercanas a ella, las cuales además forman parte de un marco especialmente rígido en comparación con los demás marcos paralelos a esa dirección (marcos arriostrados, muros estructurales, etc.). El caso crítico se presenta cuando dicha columna pertenece a este tipo de marco en ambas direcciones ortogonales.

La falla ocurre debido a que la columna esta en la esquina o cerca de ella, por lo que el efecto de compresión debido al momento de volteo del edificio resulta importante para las dos direcciones ortogonales, lo cual se combina con la sollicitación por flexión, cuya magnitud también es importante en ambas direcciones ya que la columna forma parte de marcos estructurales que toman gran parte de la carga lateral del edificio en cada dirección ortogonal. De esta forma, se generan sollicitaciones a flexión y compresión debido a los efectos sísmicos ortogonales horizontales no previstas por las especificaciones de diseño, las cuales dada su magnitud no pueden ser absorbidas por la sobrerresistencia propia de la columna sin que antes se produzca la falla por compresión.

Al igual que esta falla, existen otras que pudiesen tener relación directa con la acción de los componentes ortogonales horizontales de traslación del movimiento del suelo, por lo que resulta importante cuantificar dichos efectos en forma más precisa y rigurosa.

A causa de los daños y las pérdidas producidos por algunos temblores, se observa la necesidad de disminuir el riesgo a que se encuentran sometidas las estructuras en la ciudad de México.

Nada se puede hacer para disminuir el peligro sísmico de la ciudad, el cual depende de la ocurrencia de sismos de cualquier naturaleza. Sin embargo, los estudios de ingeniería sísmica y estructural ayudarán a construir estructuras que presenten un mejor comportamiento ante fenómenos de este tipo, con lo cual serán menos vulnerables y por lo tanto, más seguras.

De esta forma, se justifica la realización de trabajos como el que aquí se presenta.

## 1.2 Objetivos y Alcances

Este trabajo se realizó con el objetivo de analizar mediante un procedimiento teórico y de simulación analítica, los efectos sísmicos que se producen en las estructuras de la Cd. de México por efecto de la combinación de los dos componentes ortogonales horizontales de traslación del movimiento del terreno, en particular en aquellas estructuras que se encuentran en terreno blando.

El análisis se hace con base en la determinación de dos coeficientes denominados  $\alpha$  y  $\gamma$ .  $\alpha$  determina el porcentaje de la máxima respuesta que se debería utilizar con fines de diseño actuando en una dirección de la estructura, mientras que en la dirección ortogonal actúa el 100%, por su parte  $\gamma$ , representa al cociente de la máxima respuesta considerando los efectos ortogonales actuando en forma simultánea, entre la máxima respuesta que se presente en alguna de las dos direcciones ortogonales calculada de manera individual.

Se pretenden cuantificar las implicaciones de considerar como independientes los componentes ortogonales del movimiento del terreno, hipótesis que hasta la fecha ha venido siendo utilizada con el objeto de simplificar el problema a que se refiere este trabajo. Ello ha llevado a soluciones teóricas que para el caso de la Cd. de México no han sido comprobadas experimentalmente.

El objetivo se centra en caracterizar mediante un modelo matemático el comportamiento que experimentan las variables  $\alpha$  y  $\gamma$ , en función de los periodos de traslación de las estructuras que se analicen, considerando las características particulares del movimiento del terreno para el tipo de suelo de que se trate.

Debido a las características del modelo estructural utilizado, los resultados serán válidos para aquellos tipos de estructuras cuyas características dinámicas impongan que predomine su primer modo de vibrar, y además, presenten una excentricidad mínima. Esto deja fuera a estructuras irregulares, tanto en elevación como en planta.

El tipo de análisis estructural que se realizó es de tipo elástico.

De igual forma, es importante tener en cuenta que la parte analítica del estudio se realizó con registros sísmicos obtenidos en estaciones ubicadas en la Cd. de México. Por lo que, dadas las peculiaridades que presenta el movimiento del terreno en el valle de México, en especial en terreno blando, resulta poco adecuado aplicar el modelo propuesto sin ninguna consideración adicional en otro tipo de terreno.

Con el objeto de tener ciertos patrones de comparación, se analizan algunos acelerogramas registrados en estaciones de la costa mexicana del Pacífico.

## 1.3 Organización del Trabajo

El trabajo está dividido en cinco capítulos.

En el capítulo 1 se presenta una breve introducción acerca del problema que se analiza, para lo cual se definen sus principales características y se muestra la manera en que ha sido tratado el tema a fin de dar recomendaciones prácticas de diseño. Así mismo, se presentan los alcances y limitaciones del estudio que se realiza, además de definir el objetivo del trabajo y mostrar la forma en que está organizado.

En el capítulo 2 se hace una revisión bibliográfica acerca de la forma en que se ha estudiado este tema, para lo cual se presenta un breve resumen de distintos trabajos relacionados con él.

En el capítulo 3 se describe el modelo estructural que se analiza, y se presenta su respuesta en el dominio del tiempo, tanto para acelerogramas reales registrados en distintos tipos de terreno, como para señales de tipo armónico y segmentos de ruido blanco.

En el capítulo 4 se presenta la solución del modelo descrito en el capítulo anterior, pero en el dominio de la frecuencia, lo cual permite obtener expresiones analíticas que definen la respuesta del modelo estructural, las cuales se fundamentan en distintas caracterizaciones del espectro de Fourier del movimiento del suelo para un sitio en particular.

En el capítulo 5 se resuelve un ejemplo numérico en el cual se muestra el procedimiento de aplicación de las expresiones desarrolladas en el capítulo anterior. Además, se comparan los resultados que se obtienen con aquellos que resultan al aplicar algunas de las reglas de combinación de efectos sísmicos ortogonales que se utilizan en la actualidad.

Por último, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones y recomendaciones.

---

### Revisión Bibliográfica

A continuación se presenta un breve resumen de los trabajos que se consultaron, para conocer el estado en que se encuentra la investigación en este tema. Se revisa la bibliografía clásica dentro de la Ingeniería Sísmica y Estructural, además de algunos artículos.

El objetivo de este capítulo es determinar de acuerdo con las investigaciones existentes, cómo se deben combinar los efectos sísmicos que se generan debido a cada uno de los componentes del movimiento del terreno que se consideren significantes o de importancia para la estructura que se analiza. Se estudia por otra parte, la repercusión que tiene sobre el análisis mismo, la elección de una determinada orientación de los ejes principales de la estructura.

De esta forma se podrán conocer las principales hipótesis y suposiciones implícitas en las distintas soluciones que se han planteado al respecto, y que rigen en la actualidad el diseño estructural. Con ello se estará en posibilidad de valorar dichas soluciones, y en su caso plantear procedimientos alternos que tomen en cuenta de mejor manera las características propias del movimiento del terreno en el sitio de que se trate.

#### 2.1 Ejes Principales del Movimiento ( Clough y Penzien, 1993)

Si se consideran tres componentes ortogonales de la aceleración del terreno en un punto cualquiera,  $a_x(t)$ ,  $a_y(t)$  y  $a_z(t)$ , se puede generar una matriz  $\mu$  de covarianza de tamaño  $3 \times 3$  en base a la siguiente relación.

$$\mu_{ij} = \frac{1}{t_d} \int_0^{t_d} a_i(t) a_j(t) dt \quad i, j = x, y, z \quad (2.1)$$

donde  $t_d$  es la duración del movimiento. Los términos que aparecen en la diagonal de esta matriz representan la media cuadrática de la intensidad del movimiento en esa dirección, mientras que los elementos que están fuera de ella representan la correlación cruzada entre los distintos componentes.

Los componentes  $a_x(t)$ ,  $a_y(t)$  y  $a_z(t)$  se pueden transformar a un nuevo sistema de ejes ortogonales  $x'$ ,  $y'$  y  $z'$  obteniéndose los componentes del movimiento  $a_{x'}(t)$ ,  $a_{y'}(t)$  y  $a_{z'}(t)$ , para los cuales se puede generar de igual forma, una matriz de correlación  $\mu'$ . Esta matriz se relaciona con la matriz  $\mu$ , en base a la transformación ortogonal dada por la siguiente expresión.

$$\mu' = A^T \mu A \quad (2.2)$$

donde  $A$  es la matriz de transformación ortogonal. Esta transformación resulta análoga a la de la matriz tridimensional de esfuerzos, de los ejes  $x, y, z$  a los ejes  $x', y', z'$ ; de ahí que también para la matriz de covarianza se pueda encontrar un sistema de ejes principales para los cuales dicha matriz sea diagonal. El

procedimiento para encontrar la dirección de los ejes principales del movimiento, al igual que la de los ejes principales de esfuerzo requieren la solución del mismo problema de eigenvalores.

En general, la dirección del eje principal mayor del movimiento se orienta hacia el epicentro del temblor, con pequeñas variaciones; mientras que el eje menor, se localiza de manera indistinta a  $90^\circ$  del eje mayor. Resulta para esta orientación en particular, una correlación cruzada mínima entre ambos componentes del movimiento del terreno.

También se observa que la orientación de los ejes principales cambia durante el lapso de tiempo que dure el temblor, aunque, para la mayoría de los casos este cambio es pequeño.

Si se generan dos componentes ortogonales sintéticos del movimiento del terreno mediante el empleo de números aleatorios independientes, se estarán reproduciendo los componentes asociados a la dirección del epicentro y a la ortogonal a ésta, para las cuales la correlación cruzada es mínima. Si se transforman estos componentes a otro sistema de ejes ortogonales, entonces sí se presentará cierta correlación cruzada entre ambos, teniéndose la máxima en un sistema rotado  $45^\circ$  respecto a las direcciones principales. De cualquier forma, el valor numérico de la correlación cruzada resulta en la mayoría de los casos pequeño, comparado con las intensidades medias cuadráticas de los componentes del movimiento sin importar la orientación del sistema de ejes que se analice; ello, debido a que las intensidades medias cuadráticas de los componentes horizontales del movimiento no difieren mucho una de otra.

De acuerdo con lo anterior es poco realista utilizar componentes fuertemente correlacionados para representar el movimiento del terreno en un punto cualquiera.

Respecto a este resumen, se ha podido observar al analizar algunos registros, que la dirección del eje principal del movimiento del terreno puede diferir en forma importante de la del epicentro.

## **2.2 Respuesta a la acción simultánea de varios componentes del movimiento del terreno (Newmark y Rosenblueth, 1960)**

En una estructura con comportamiento lineal, cualquier respuesta que se quiera considerar es una función lineal (i.e., una superposición) de las respuestas a las distintas excitaciones que actúan en los grados de libertad de la base. Si se considera que las excitaciones se comportan como un proceso estacionario de tipo Gaussiano, entonces la respuesta total también es de ese tipo. Sin embargo, esto no es suficiente para poder calcular el valor esperado de la máxima respuesta, o algún otro parámetro de interés. Se requiere además, establecer la correlación entre los distintos componentes del movimiento del terreno.

Si se supone que esta correlación tiende a cero, entonces el valor esperado de la máxima respuesta es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las máximas respuestas de cada componente. En casos donde exista considerable correlación entre los tres componentes de traslación, y entre estos, y los tres componentes de rotación del movimiento del suelo, sus efectos combinados se pueden tratar de modo tal que se consideren como no correlacionados. Ello sucede toda vez que exista una función  $\psi$  distinta para cada componente, la cual los afecte de modo tal que se evite toda posible correlación entre las distintas respuestas o efectos de cada uno de estos componentes del movimiento del suelo.

Bajo estas condiciones, si se considera que la respuesta total de la estructura  $q(t)$  se calcula en base a la siguiente expresión

$$q(t) = \sum_k q_k(t) \quad (2.3)$$

donde  $q_k$  es la respuesta debida a la  $k$  ésimo grado de libertad de la base, tal que

$$q_k(t) = \int_0^t \ddot{x}_k(\tau) \psi_k(t-\tau) d\tau \quad (2.4)$$

donde  $x_k$  denota el movimiento del terreno para esa componente, y  $\psi_k$  es la correspondiente función de transferencia (función de respuesta a impulsos unitarios). Entonces el valor esperado de la máxima respuesta total se calcula de la siguiente forma

$$Q^2 = \sum_k Q_k^2 \quad (2.5)$$

$$E(Q) = \sqrt{\sum_k [E(Q_k)]^2} \quad (2.6)$$

donde  $Q_k = \max_t |q_k(t)|$ , además de que  $Q$  y  $Q_k$  se asocian a la misma probabilidad de excedencia.

Sin embargo, si las funciones  $\psi_k$  son tales que existe una considerable correlación entre las cantidades  $\ddot{x}_k(t) \psi_k(t-t)$ , dicho cálculo del valor esperado de la máxima respuesta total no es válido. Esta característica se aprecia particularmente cuando las funciones  $\psi_k$  son similares entre sí en dos direcciones ortogonales, ya que en estos casos se puede presentar un acoplamiento entre los correspondientes "modos" naturales de vibrar. Lo cual hace que la máxima respuesta total que se presenta sea mucho mayor a la calculada despreciando esa correlación.

Un caso particular de este tipo de acoplamiento se presenta en aquellas estructuras cuyas características mecánicas y geométricas impiden establecer funciones  $\psi_k$ , distintas entre sí, las cuales sean capaces de poner fuera de fase a las respuestas de cada uno de los grados de libertad. Tal es el caso de estructuras con simetría radial como algunas torres o chimeneas.

En muchos problemas prácticos se presenta una fuerte correlación entre los distintos componentes del movimiento del terreno, especialmente cuando las componentes corresponden a desplazamientos paralelos de varios puntos de soporte, o rotación y traslación de bases largas (puentes y líneas de conducción). Partiendo de registros observados en este tipo de estructuras se ha determinado que las componentes paralelas del movimiento en dos puntos distintos, se pueden idealizar como una misma, excepto por un determinado tiempo de defasamiento entre ambas.

Cuando se sigue este procedimiento se puede utilizar una sola función de transferencia para ambas excitaciones, como si se tuviese una estructura con un solo grado de libertad en su base. De esta forma, la expresión

$$q(t) = \int_0^1 [\ddot{x}_1(\tau)\psi_1(t-\tau) + \ddot{x}_1(\tau-t_{12})\psi_2(t-\tau)]d\tau \quad (2.7)$$

donde  $t_{12}$  es el tiempo de defasamiento, resulta equivalente a la expresión

$$q(t) = \int_{-t_{12}}^t \ddot{x}_1(\tau)\psi_{12}(t-\tau)d\tau \quad (2.8)$$

en la cual:

$$\psi_{12}(t) = \begin{cases} \psi_1(t) & \text{cuando } t < t_{12} \\ \psi_1(t) + \psi_2(t-t_{12}) & \text{cuando } t \geq t_{12} \end{cases}$$

Cualquier otro tipo de correlación entre varios componentes del movimiento del terreno debe ser tratado de manera similar. La principal dificultad radica en la escasa información que se tiene respecto a la correlación existente entre los componentes del movimiento del suelo. El análisis de estructuras importantes justifica la realización de distintos análisis, asociados cada uno a determinados valores de correlación y probabilidad de ocurrencia entre los distintos componentes, para que en base al conjunto de datos generados se calculen funciones de probabilidad para las máximas respuestas totales, y de esta forma se cuente con mayor información que permita tomar una decisión respecto a la respuesta máxima que deba resistir la estructura.

### 2.3 Diseño Aproximado para la acción simultánea de los distintos componentes del movimiento del terreno (Rosenblueth y Contreras, 1977)

En el diseño estructural es importante tomar en cuenta la acción simultánea de los distintos componentes del movimiento del terreno, y no diseñar únicamente para que las estructuras resistan la envolvente de las acciones impuestas por estos componentes actuando individualmente. En el caso más simple se considera la acción de dos componentes horizontales de traslación del movimiento del terreno. Sin embargo, en estructuras cimentadas sobre terreno firme y ubicadas en zonas con altas intensidades sísmicas, el número de componentes significativos puede ser hasta de seis ( tres de traslación y tres de rotación). En estructuras con múltiples apoyos como los puentes y las líneas de conducción, este número resulta mucho mayor.

Primero se analiza la acción de dos componentes del movimiento del terreno a lo largo de los ejes  $X$  y  $Y$ , denotando a sus respectivas intensidades definidas de acuerdo al criterio expuesto por Housner, como  $S_x$  y  $S_y$ , tal que  $S_y \geq S_x$ . Por otra parte, se sabe que  $E(S_x/S_y)$  es una función creciente de  $(S_x^2 + S_y^2)^{1/2}$ , donde  $E(.)$  denota valor esperado; y que además, para valores de  $(S_x^2 + S_y^2)^{1/2} > 4.5$ ,  $E(S_x/S_y) > 0.9$ .

Si se toma en cuenta que de acuerdo a las intensidades registradas el valor de  $(S_x^2 + S_y^2)^{1/2} = 4.5$ , corresponde a una intensidad de 5 en la escala de Mercalli, entonces para la mayoría de los casos de interés

$E(S_x S_y)$  será mayor a 0.9. Adicionalmente se supone que la intensidad del movimiento horizontal del terreno es independiente de la dirección.

No obstante que la correlación existente entre los tres componentes de traslación resulte pequeña para la mayoría de los casos, se pueden encontrar para un tiempo de duración del temblor tres direcciones ortogonales denominadas *direcciones principales* (Clough y Penzien), para las cuales la correlación entre sus componentes tiende a cero.

Debido a la consideración de que  $S_x \approx S_y$ , resulta que la varianza del componente de la aceleración en la dirección  $x$ , es similar a la varianza del componente en la dirección  $y$ . El asumir que el movimiento de traslación del terreno es el resultado de la superposición de tres movimientos ortogonales estadísticamente independientes, dos de los cuales son horizontales y tienen la misma varianza, es decir igual intensidad de Arias, implica que no existe correlación entre los componentes horizontales que se presenten a lo largo de cualquier par de direcciones ortogonales.

Bajo estas consideraciones, además de tener en cuenta que la aceleración del terreno es un proceso con media cero cuyas densidades de probabilidad se representan mediante funciones uniformes, se deduce que para tres instantes de tiempo  $t_1$ ,  $t_2$  y  $t_3$ , las componentes de la aceleración del terreno  $\ddot{x}(t_1)$ ,  $\ddot{y}(t_2)$ , y  $\ddot{z}(t_3)$  no están correlacionadas. Con lo cual las componentes de la respuesta de un sistema estructural lineal ante estas excitaciones, tampoco estarán correlacionadas.

Esta afirmación se formula a partir del análisis de la siguiente expresión

$$r_{xi}(t) = \int_0^t \ddot{x}(\tau) \psi_{xi}(t - \tau) d\tau \quad (2.9)$$

en la cual  $r_{xi}(t)$  =  $i$ -ésima respuesta estructural de interés ( fuerza en la sección de algún miembro, deflexión en determinado punto de la estructura, etc.) en el tiempo  $t$ , debido a la excitación  $\ddot{x}$ , y con una función de transferencia de la respuesta (función de respuesta a impulsos unitarios)  $\psi_{xi}$ .

El estado del sistema estructural en cualquier instante  $t$ , se define mediante una serie de respuestas  $r_i(t)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  donde

$$r_i(t) = r_{oi} + r_{xi}(t) + r_{yi}(t) + r_{zi}(t) \quad (2.10)$$

siendo  $r_{oi}$  el valor de  $r_i$  debido a las cargas gravitacionales.

Si  $r_{xi}$ ,  $r_{yi}$ , y  $r_{zi}$  no están correlacionadas, entonces la varianza de  $r_i(t)$  es igual a la suma de las correspondientes varianzas.

El estado del sistema se puede representar por medio del vector  $r(t) = \{r_i(t)\}$  en un espacio  $n$ -dimensional, en el cual cada coordenada cartesiana corresponde a uno de los valores de  $r_i$ , de modo que el punto que representa a  $E(r)$  se encuentra en  $r_o = \{r_{oi}\}$ , ello toda vez que  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$ , y  $\ddot{z}$  son procesos con media cero. La raíz cuadrada de las covarianzas del vector  $r(t)$  define un elipsoide en ese espacio, con centro en  $r_o$ .

Si los acelerogramas del terreno son procesos Gaussianos, entonces las respuestas asociadas a cualquier probabilidad de excedencia son proporcionales a las correspondientes desviaciones estándar. Teniendo que las superficies que se forman al unir puntos de igual probabilidad de excedencia, definen

elipsoides concéntricos geoméricamente similares, y cuyos ejes son iguales a la raíz de la suma de los cuadrados de las respuestas a cada uno de los componentes individuales.

Esta conclusión puede ser usada para resolver el problema planteado, ya que si el problema es de diseño, la solución demanda el encontrar cierta superficie de falla (o estado de servicio) que quede por fuera, o a lo más tangente al elipsoide de respuesta asociado a la probabilidad de excedencia deseada. Mientras que si el problema es de análisis, se tendrá que encontrar el elipsoide de respuesta que en todo caso quede por dentro de la superficie de falla (o estado de servicio). Por lo cual la probabilidad de excedencia se convierte en el parámetro a encontrar.

Llevar a cabo de manera rigurosa cualquiera de las dos opciones resulta excesivamente complicado. El procedimiento que se presenta es más simple, y esta basado en tales consideraciones.

A pesar de los razonamientos hechos, se sabe que existe cierto grado de correlación entre las componentes horizontales del movimiento respecto a la vertical. Si ambas componentes excitan distintos periodos naturales de vibración, cuyas frecuencias se encuentran lo suficientemente separadas, los cuadrados de las respuestas modales son aditivos, como ocurre en el caso de una sola componente bajo las mismas condiciones. En este caso las respuestas a los distintos componentes prácticamente no tienen correlación, sin importar la que pudiese existir entre las componentes del movimiento del suelo.

Si dos o tres componentes correlacionados excitan el mismo modo natural de vibración, se pueden calcular las respuestas modales combinando los efectos de estas componentes y tomando en consideración las correlaciones existentes. Un caso más complicado es cuando se excitan diferentes modos con frecuencias bastante cercanas entre sí, dicho caso no se considera en el procedimiento que se presenta.

En la mayoría de los casos de interés práctico donde se presente un importante grado de correlación entre las respuestas correspondientes a los distintos componentes de la excitación, dichas correlaciones se pueden incorporar en el análisis. De esta forma se tendrá un sistema estructural (subsistema o sección crítica) cuya respuesta a cargas gravitacionales y movimiento sísmico, para una determinada probabilidad de excedencia, queda definida en el espacio por un vector  $R$ , el cual corresponde a un elipsoide con centro en  $R_0$  y radio paralelo a las coordenadas, las cuales se definen como  $R_i = (\sum_{j=1}^m R_{ij}^2)^{1/2}$ , donde el subíndice  $i$  se refiere a cada una de las coordenadas del espacio de estado, y el subíndice  $j$  a cada uno de los  $m$  componentes del movimiento del suelo.

En síntesis, el procedimiento de diseño que se analiza consiste en remplazar el elipsoide de estado, mediante un conjunto de  $2^n n!$  puntos calculados en base a la siguiente expresión.

$$R = R_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i R_i \quad (2.11)$$

En la cual los valores de  $\alpha$  son coeficientes,  $R_i$  es la respuesta a la  $i$ -ésima componente del movimiento, y  $n$  el número de componentes del movimiento del suelo. Por simplicidad se supone que los valores de  $\alpha$  no dependen, ni de la estructura, ni de la excitación, si no que se calculan en base a la maximización de la utilidad. De esta forma dichos valores deberán calcularse en términos del error que se considere aceptable, el cual se define como el cociente de la magnitud del vector  $R$  calculado en base a la

expresión 2.11, entre la magnitud del vector "exacto". Además se supone que las superficies de falla son en todos los casos convexas.

Si la estructura responde a un solo componente del movimiento del terreno, entonces solo interesa el valor de  $\alpha_1$ , el cual si se toma como 1 representa un error de 0.

Para el caso en que  $n=2$ , ambos valores son de interés. El máximo error del lado de la seguridad para una superficie de falla circular se obtiene cuando  $R_0=0$ ,  $\|R_1\|=\|R_2\|$ , y además  $R_1$  es perpendicular a  $R_2$ . Por lo que para  $\alpha_1=1$ ,  $\|R\|=\|R_1\|$ , mientras que en base a la ecs. 2.11,  $\|R\|=(R+\alpha_2^2)^{1/2}\|R_1\|$ .

A su vez, el máximo error del lado de la inseguridad para la misma superficie de falla se obtiene bajo las mismas condiciones anteriores, solo que considerando colineales ambos vectores de respuesta. En cuyo caso, para  $\alpha_1=1$ ,  $\|R\|=\|R_1\|\sqrt{2}$ , y a su vez de acuerdo a la ecs. 2.11  $\|R\|=(1+\alpha_2)\|R_1\|$ . El valor de  $\alpha_2$  que satisface el criterio adoptado se encuentra igualando los errores máximos, tanto del lado de la seguridad como de la inseguridad. De esta forma se obtiene  $\alpha_2=0.336$  con un error máximo de 5.5%. En caso de que no se consideren iguales todos los valores de  $R_i$ , los errores que se obtienen asumiendo este valor de  $\alpha_2$  son todavía menores. Después de ensayar el mismo procedimiento para valores de  $n \geq 3$ , se observa que resulta adecuado utilizar en forma simplificada valores de  $\alpha_i=0.3$ , para  $i \geq 2$  en todo tipo de estructuras, excepto para torres y chimeneas, en cuyo caso se recomienda que  $\alpha_i=0.5$ .

El procedimiento que se ha descrito encuentra aplicación práctica de la siguiente forma:

1. Se calculan las respuestas de la estructura, tanto a cargas gravitacionales como para los  $n$  componentes del movimiento del terreno que se consideren significantes, para posteriormente arreglarlos en los vectores  $R = R_0$  y  $R_i$  respectivamente.
2. Se obtienen los vectores  $R = R_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i R_i$ , colocándoles signo positivo y negativo a los términos  $\alpha_i R_i$ , además de ordenar los valores de  $R_i$  en todas las posibles permutaciones y asignarle los valores señalados a los términos  $\alpha_i$ .

De esta forma se estaría obteniendo el elipsoide de estado o respuesta de manera simplificada, y dependiendo si el problema es de análisis o de diseño, se podría definir una superficie de estado segura o de falla.

El procedimiento que se ha presentado para combinar los efectos de varios componentes del movimiento del terreno, asume que sus efectos son procesos Gaussianos no correlacionados, o que en su caso dicha correlación se toma en cuenta al calcular las respuestas modales. Un procedimiento similar fue propuesto en 1975 por A.S.Velestos ( $\alpha_i=1/3$ , para  $i \geq 2$ ), y anteriormente N. M. Newmark propuso  $\alpha_i=0.4$  para  $i \geq 2$ . Todo ello ha servido de fundamento para distintos reglamentos, tanto en Estados Unidos como el del Distrito Federal en México.

## 2.4 Efectos ortogonales en el análisis sísmico tridimensional (Wilson, Suharwardy y Habibullah, 1995)

Un estructura bien diseñada debe tener igual capacidad sin importar la dirección del movimiento sísmico que se presente. En la actualidad existen ciertas reglas para combinar los efectos sísmicos ortogonales, por ejemplo, el UBC recomienda utilizar el 100 por ciento de la fuerza sísmica prescrita en una

dirección y el 30 por ciento de la fuerza prescrita en la dirección perpendicular. Algunos otros códigos y organizaciones recomiendan utilizar el 40 por ciento.

Sin embargo, no se hace referencia alguna respecto a la dirección de los ejes principales sobre los cuales se apliquen dichas fuerzas cuando se analizan estructuras complejas e irregulares.

Se puede considerar que el movimiento sísmico del terreno tiene una dirección principal, pero esta no es conocida para la mayoría de las estructuras, ni tampoco se puede estimar para la mayoría de las regiones geográficas. Por lo cual, el criterio de diseño más razonable indica que las estructuras deben diseñarse para resistir un sismo de cierta magnitud en cualquier dirección posible. Además existe la posibilidad de que ocurra un movimiento perpendicular a la dirección principal actuando de manera simultánea, los cuales se pueden considerar estadísticamente independientes.

Las estructuras deben resistir un mayor movimiento sísmico de magnitud  $S_1$  para todos los ángulos posibles  $\theta$ , y al mismo tiempo otro movimiento sísmico de magnitud  $S_2$  actuando a  $90^\circ$  de  $\theta$ . A continuación se demuestra que la resistencia de un estructura que ha sido diseñada de acuerdo con alguna de las reglas de combinación de porcentajes, es función de la dirección de los ejes principales seleccionados, no ocurriendo lo mismo en caso de haber utilizado 100 por ciento en una dirección y 100 por ciento en la dirección perpendicular.

Considérese que debido a la aplicación de los espectros  $S_1$  y  $S_2$  actuando a un ángulo arbitrario  $\theta$  y  $\theta+90^\circ$  respectivamente, se produce una fuerza  $f$  (esfuerzo, deformación, etc.). Además de que:

$$S_2 = aS_1 \quad (2.12)$$

donde  $a$  es un número entre 0 y 1.

Sea  $f_0$  la fuerza debida a la aplicación de  $S_1$  a un ángulo de  $0^\circ$  y  $f_{90}$  la fuerza debida a la aplicación de  $S_2$  a un ángulo de  $90^\circ$ , de tal forma que la fuerza resultante  $f$  debida a la aplicación de  $S_1$  a un ángulo  $\theta$  resulta:

$$f_1 = [\pm f_0] \cos \theta + [\pm f_{90}] \operatorname{sen} \theta \quad (2.13)$$

A su vez, el espectro  $S_2 (=aS_1)$  aplicado a un ángulo  $\theta+90^\circ$  produce una fuerza adicional

$$f_2 = -a[\pm f_0] \operatorname{sen} \theta + a[\pm f_{90}] \cos \theta \quad (2.14)$$

Si se considera que  $f_1$  y  $f_2$  son estadísticamente independientes, entonces la fuerza resultante total es:

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \quad (2.15)$$

la cual en forma desarrollada se puede expresar de la siguiente forma

$$f^2 = f_0^2 \cos^2 \theta + f_{90}^2 \operatorname{sen}^2 \theta + [\pm f_0 f_{90}] \operatorname{sen} \theta \cos \theta + a^2 f_{90}^2 \cos^2 \theta + a^2 f_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta - a^2 [\pm f_0 f_{90}] \operatorname{sen} \theta \cos \theta \quad (2.16)$$

Es importante notar que para valores de  $\alpha=1$  (mismos espectros en ambas direcciones), el valor de  $f$  no es función de  $\theta$ , y la selección del sistema de ejes principales es arbitraria, resultando que

$$f = \sqrt{f_0^2 + f_{90}^2} \quad (2.17)$$

Esto demuestra que el elegir una combinación de porcentajes de fuerzas sísmicas de 100 por ciento en una dirección y 100 por ciento en la otra, proporciona diseños con igual resistencia sin importar la orientación que se haya elegido para los ejes principales de la estructura. No ocurre lo mismo si  $\alpha \neq 1$ , ya que para esas combinaciones, la fuerza  $f$  sí es función de  $\theta$ . En cuyo caso, tanto el valor máximo como mínimo de  $f$  se encuentran al evaluar la expresión

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 \quad (2.18)$$

de donde el ángulo crítico resulta

$$\tan(2\theta_{cr}) = \frac{2f_0 f_{90}}{f_0^2 - f_{90}^2} \quad (2.19)$$

Se observa que el ángulo crítico no es función de  $\alpha$ , si no que únicamente depende de las características de la estructura. Por otra parte, las fuerzas máximas y mínimas se pueden evaluar por medio de las expresiones 2.13 y 2.14 utilizando el ángulo crítico correspondiente. De esta forma, se observa que la fuerza máxima tampoco es función de  $\alpha$ .

$$f_{MAX} = f_0 \cos \theta_{cr} + f_{90} \sin \theta_{cr} \quad (2.20)$$

El valor de la expresión (2.20) es el mismo que el de la (2.17), por lo cual no es necesario calcular el ángulo crítico para obtener la máxima fuerza de diseño. Si se considera adicionalmente el efecto de la componente vertical, el cual se supone estadísticamente independiente a las horizontales, el valor de la fuerza máxima de diseño se puede evaluar de la siguiente forma

$$f = \sqrt{f_0^2 + f_{90}^2 + f_z^2} \quad (2.21)$$

Se observa que el diseño de miembros utilizando las reglas de combinación de porcentajes (100/30 o 100/40) para tomar en cuenta los efectos ortogonales depende de la orientación del sistema de referencia seleccionado. Mientras que el método alternativo (SRSS), el cual utiliza la combinación del 100 por ciento en ambas direcciones, produce fuerzas que no son función de la orientación seleccionada. No obstante que el error introducido en las fuerzas de diseño al utilizar ambas reglas de combinación de porcentajes (100/30 o 100/40) se considera pequeño, se recomienda utilizar el denominado método SRSS en vez de ellos.

Respecto al artículo que se acaba de resumir existen dos comentarios. El primero de ellos (Reed y Kennedy, 1996) menciona que el empleo del método SRSS resulta adecuado, siempre que las respuestas de que se trate sean colineales, y la estructura o el componente que se analice no tenga simetría respecto a los

ejes. Por que en cualquier otro caso su uso es excesivamente conservador, debido a que supone que los máximos de cada una de las respuestas ocurren en el mismo instante, lo cual es poco probable. Basándose en literatura previa ( ASCE, 1986 ) se hace ver que para los otros casos, el empleo de la regla de combinación de porcentajes 100-40-40 es adecuada, obteniéndose incluso resultados cada vez más conservadores conforme aumenta el número de componentes.

El segundo comentario ( López y Torres, 1996 ), se hace con referencia a la expresión ( 2.19 ), la cual se deduce a partir de las expresiones ( 2.13 ) y ( 2.14 ). Se dice que esta expresión (2.19) es estrictamente válida, solo cuando la respuesta dinámica tiene lugar en un solo modo de vibrar, donde las componentes del movimiento del terreno ( $S_1 \cos \theta$  y  $S_1 \sin \theta$ ) actúan a lo largo del eje principal de la estructura estando completamente correlacionadas. Si se asume que las dos componentes no correlacionadas de la aceleración del suelo son descritas por medio de dos espectros de respuesta ( $S_1$  y  $S_2$ ), además de considerar la correlación de las respuestas modales, el ángulo crítico que define las direcciones de las máximas y mínimas respuestas dinámicas, está dado por

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{2 \sum_i \sum_j C_{ij} [f_{90,i}^2 f_{0,j}^2 - f_{0,i}^1 f_{90,j}^1]}{(f_{90}^1)^2 + (f_0^2)^2 - (f_0^1)^2 - (f_{90}^2)^2} \right\} \quad (2.22)$$

donde  $f_0^1$  y  $f_{90}^1$  son las máximas respuestas dinámicas probables cuando el espectro  $S_1$  actúa a un ángulo de  $0^\circ$  y  $90^\circ$  respectivamente.  $f_0^2$  y  $f_{90}^2$  son las máximas respuestas dinámicas probables cuando el espectro  $S_2$  actúa a un ángulo de  $0^\circ$  y  $90^\circ$  respectivamente.  $f_{0,i}^1$ ,  $f_{90,i}^1$ ,  $f_{0,j}^2$ ,  $f_{90,j}^2$ , son las máximas respuestas modales correspondientes en el modo vibracional  $i$  ( o  $j$  ), y  $C_{ij}$  son los coeficientes de correlación modal. La sumas son para todos los modos de vibración de la estructura. Se puede ver que los ángulos críticos son función tanto del sistema estructural como de la excitación misma.

Si se considera el caso del artículo al cual se refiere este comentario ( $S_2 = aS_1$ , en el cual  $a$  es un número entre 0 y 1), la expresión (2.22) se simplifica de la siguiente forma

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{2 \sum_i \sum_j C_{ij} f_{0,i} f_{90,j}}{(f_0)^2 - (f_{90})^2} \right\} \quad (2.23)$$

donde  $f_0$  y  $f_{90}$  son las máximas respuestas dinámicas probables cuando el espectro  $S_1$  actúa a un ángulo de  $0^\circ$  y  $90^\circ$  respectivamente, y  $f_{0,i}$  y  $f_{90,j}$  son las máximas respuestas modales asociadas a los modos  $i$  y  $j$  respectivamente.

Como se puede ver la ecs. (2.23) difiere de la ecs. (2.19) que presenta E.L. Wilson et al. Sin embargo, si solo se considera un solo modo en el término de la doble sumatoria de la ecs. (2.23), los ángulos críticos que se calculan son iguales a los que se obtienen a partir de la expresión (2.19).

## **2.5 Reemplazo de las reglas del 30%, 40% y SRSS utilizadas en el análisis sísmico de multicomponentes (Menun y Der Kiureghian, 1998)**

En el análisis y diseño de estructuras sometidas a excitaciones sísmicas se deben considerar los distintos componentes del movimiento del terreno. Generalmente la magnitud de la respuesta para cada uno de estos componentes se obtiene por medio de un método de respuesta espectral, en el cual se analizan en forma independiente las respuestas modales correspondientes a los distintos componentes para posteriormente combinarlas y obtener la respuesta total. Las reglas a partir de las cuales se combinan las respuestas modales ocasionadas por la acción de un solo componente del movimiento del terreno han sido estudiadas ampliamente ( Der Kiureghian, 1981; Wilson et al., 1981 ). En el caso de la excitación de varios componentes, las contribuciones de los componentes individuales deben combinarse de alguna forma para obtener la respuesta total. Sin embargo, la mayoría de los procedimientos descritos en los actuales códigos de diseño que tratan este problema carecen de bases sólidas, ya que en general no consideran en forma adecuada la correlación existente entre los distintos componentes del movimiento del suelo.

La regla que aquí se presenta fue desarrollada por Smeby y Der Kiureghian (1985), y es una extensión de la regla CQC la cual se utiliza comúnmente para combinar las respuestas modales de un solo componente de la excitación, por ello se denomina "CQC3". Se demuestra que las reglas actuales en uso son casos especiales de la regla CQC3 cuando se hacen ciertas simplificaciones, referentes tanto a la naturaleza del movimiento del suelo, así como de la respuesta estructural. Sin embargo, dichas simplificaciones no siempre resultan válidas, por lo que se propone la regla CQC3 como una regla general que permita resolver el problema de combinar las respuestas de los distintos componentes del movimiento del suelo.

Se sabe que existe una orientación de los ejes ortogonales en que se descompone el movimiento horizontal del terreno para la cual prácticamente no existe correlación entre estos componentes (Clough y Penzien, 1993). Denominándose al sistema de ejes con esta orientación, ejes principales. Sin embargo, los ejes principales correspondientes al sismo de diseño de una estructura en particular no se conocen, por lo que es prudente diseñarla para el peor caso, el cual se presenta cuando se orientan los ejes principales de modo tal que se provoque la máxima respuesta. Se observa que a diferencia de las demás reglas, la regla CQC3 proporciona una forma fácil para evaluar el ángulo crítico, así como las máximas respuestas.

La mayoría de los códigos de diseño recomiendan combinar las respuestas de los distintos componentes del movimiento del suelo, ya sea mediante una regla de combinación de porcentajes, o por medio de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS). La edición de 1997 del UBC especifica que se debe utilizar la regla SRSS, o en su caso una regla de combinación del 30%. Las especificaciones para el diseño de puentes del Departamento de Transporte de California (Caltrans), únicamente especifican la regla de combinación del 30%. Los estándares para el análisis sísmico relacionado con la seguridad de estructuras nucleares del ASCE en su versión de 1986, especifican la regla SRSS, o en forma alternativa una regla de combinación que utiliza el 40%. Por último, el ATC-32 ha recomendado recientemente la utilización de la regla del 40%, o de la SRSS para el análisis y diseño de estructuras de puentes. Todas estas reglas no consideran la correlación entre los componentes del movimiento del terreno.

De acuerdo a la regla SRSS la máxima respuesta total se calcula a partir de la siguiente expresión

$$R = \left( R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 \right)^{1/2} \quad ( 2.24 )$$

donde  $R_1, R_2$  y  $R_3$  son las máximas respuestas para cada uno de los componentes de traslación del movimiento del terreno. La principal consideración que se hace en esta expresión, es que las tres respuestas son estadísticamente independientes, lo cual sucedería en caso de que la orientación de los ejes de la estructura coincidiera con las direcciones principales del movimiento del suelo. En la práctica, generalmente la dirección de los componentes del movimiento del suelo se hace coincidir con la dirección de los ejes de la estructura, la cual necesariamente no coincide con la dirección de los ejes principales del movimiento, por lo cual, se espera que exista cierta correlación entre los componentes de la excitación. De cualquier forma es factible orientar los ejes de la estructura de modo que coincidan con las direcciones principales del movimiento del suelo, para la cual estos componentes son estadísticamente independientes. La regla CQC3 que aquí se analiza, se fundamenta en esta última consideración.

Las reglas de combinación de porcentajes tienen su origen en los trabajos realizados por Newmark (1975) y por Rosenblueth y Contreras (1977). Estas reglas aproximan la respuesta total  $R$ , como la suma del 100% de la respuesta que se tiene para el componente del movimiento del suelo en una dirección, más un porcentaje,  $\alpha$ , de las respuestas que resultan de las excitaciones en las otras dos direcciones. La combinación que resulta más crítica es la que se utiliza para diseñar. Los casos que se deben analizar son los siguientes.

$$R = R_1 + \alpha R_2 + \alpha R_3 \quad ( 2.25a )$$

$$R = \alpha R_1 + R_2 + \alpha R_3 \quad ( 2.25b )$$

$$R = \alpha R_1 + \alpha R_2 + R_3 \quad ( 2.25c )$$

Con base en un proceso de maximización de la utilidad, Rosenblueth y Contreras proponen  $\alpha=30\%$ . Por su parte, Newmark sugiere  $\alpha=40\%$ .

En ninguno de los códigos de diseño donde se especifica la utilización de una regla de combinación de porcentajes se menciona como debe combinarse la respuesta del componente vertical de la excitación con las respuestas de los componentes horizontales.

El problema de combinar los efectos de distintos componentes de la excitación esta relacionado a dos sistemas de ejes. Uno se asocia a las direcciones principales del movimiento del suelo, y el otro queda definido por el modelo de la estructura. Si se considera que el tercer eje de los dos sistemas es vertical, entonces la orientación relativa de los dos sistemas se define de acuerdo a un ángulo  $\theta$ .

Se asume que la excitación esta dada en términos de un espectro de respuesta asociado a la dirección principal del temblor. Las ordenadas espectrales para el modo  $i$  de la estructura se denotan como  $S_{1i}$  para el eje principal mayor,  $S_{2i}$  para el eje principal intermedio y  $S_{3i}$  para el eje principal menor.

En la práctica los espectros de respuesta de diseño en las dos direcciones horizontales son proporcionales, de modo que el radio de sus ordenadas es una constante para todas las frecuencias modales.

$$S_{2i} = \gamma S_{1i} \quad ( 2.26 )$$

donde  $0 \leq \gamma \leq 1$  es una constante. Existen algunas reglas en las cuales se consideran distintas formas espectrales para los componentes horizontales (Smeby y Der Kiureghian, 1985; López y Torres, 1996), sin embargo, su uso en la práctica es poco común.

Smeby y Der Kiureghian (1985) desarrollaron a partir de la teoría de vibraciones aleatorias una regla para combinar las respuestas de distintos componentes de la excitación, la cual toma en cuenta la correlación existente entre las respuestas modales, así como entre los componentes del movimiento del terreno. La expresión a partir de la cual se calcula es la siguiente:

$$R = \left[ \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} a_{ki} a_{kj} S_{ki} S_{kj} - (1 - \gamma^2) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} (a_{1i} a_{1j} - a_{2i} a_{2j}) S_{1i} S_{1j} \sin^2 \theta + 2(1 - \gamma^2) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} a_{1i} a_{2j} S_{1i} S_{1j} \sin \theta \cos \theta \right] \quad (2.27)$$

donde  $n$  denota al número de modos de la estructura,  $\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre las respuestas de los modos  $i$  y  $j$ , y  $a_{ij}$  es el factor de participación efectiva asociado al componente  $k$  de la excitación y al modo  $i$ . Por su parte,  $\gamma$  y  $\theta$  son las variables definidas anteriormente.

El coeficiente  $\rho_{ij}$  es el mismo que se utiliza en la regla CQC (Der Kiureghian, 1981; Wilson et al., 1981); y es función tanto de las frecuencias modales como de los radios de amortiguamiento. El factor  $a_{ki}$  es función de las propiedades de la estructura y del tipo específico de respuesta que interese (Smeby y Der Kiureghian, 1985). De acuerdo a la práctica común, este factor está definido respecto a los ejes de la estructura, los cuales en este caso son distintos de los ejes de la excitación.

Si se define

$$R_k^2 = \sum_i \sum_j \rho_{ij} a_{ki} a_{kj} S_{ki} S_{kj} \quad (2.28a)$$

$$R_{kl} = \sum_i \sum_j \rho_{ij} a_{ki} a_{lj} S_{ki} S_{lj} \quad (2.28b)$$

Entonces, con base en las definiciones anteriores,  $R_k$  representa la contribución a la respuesta de la estructura del  $k$ -ésimo componente del movimiento del terreno, si éste estuviera actuando a lo largo del  $k$ -ésimo eje de la estructura. La ecs. (2.28a) es la regla convencional CQC utilizada en la práctica.  $R_{kl}$  representa un término cruzado entre las contribuciones a la respuesta de los  $k$ -ésimo y  $l$ -ésimo componentes del movimiento del terreno, si éstos actuaran a lo largo de los ejes  $k$ -ésimo y  $l$ -ésimo de la estructura, respectivamente. Ello se desprende de la correlación existente entre los componentes del movimiento del terreno que actúan en los ejes de la estructura. Se observa que  $R_{kl} = R_{lk}$  y  $R_{kk} = R_k^2$ . Nótese que  $R_{kl}$  involucra a los mismos términos que aparecen en las definiciones de las respuestas ordinarias  $R_k$  y  $R_l$ .

Utilizando estas definiciones en la ecs. ( 2.27 ), se obtiene la siguiente expresión

$$R = \left[ \left( R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 \right) - (1 - \gamma^2) \left( R_1^2 - \frac{1}{\gamma^2} R_2^2 \right) \sin^2 \theta + 2 \left( \frac{1 - \gamma^2}{\gamma} \right) R_{12} \sin \theta \cos \theta \right]^{1/2} \quad (2.29)$$

Esta ecuación es la denominada regla CQC3. El primer término de la expresión, el cual es idéntico a la regla SRSS, se refiere al caso en el cual los componentes principales del movimiento del terreno coinciden con los ejes de la estructura, i.e., si  $\theta = 0$ . Los dos términos restantes toman en cuenta el hecho de que las direcciones principales no coincidan con los ejes de la estructura, así como la correlación existente entre los componentes del movimiento del terreno.

En la práctica  $\theta$  no se conoce, por lo que se debe diseñar para aquel valor de  $\theta$  que arroje la máxima respuesta. De esta forma, si se deriva e iguala a 0 la expresión (2.29), se encuentra la orientación crítica de los ejes principales del movimiento del terreno con respecto a los ejes de la estructura, la cual es

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{\frac{2}{\gamma} R_{12}}{R_1^2 - \frac{1}{\gamma^2} R_2^2} \right] \quad (2.30)$$

La ecs. (2.30) tiene dos raíces entre 0 y  $\pi$  radianes, una de las cuales proporciona la orientación para la que se tiene la máxima respuesta. Se puede demostrar que  $\theta_{cr}$  es independiente del radio  $\gamma$  entre los dos componentes horizontales. Sea  $\tilde{R}_2^2 = \sum_i \sum_j \rho_{ij} a_{2i} a_{2j} S_{1i} S_{1j}$  y  $\tilde{R}_{12} = \sum_i \sum_j \rho_{ij} a_{1i} a_{2j} S_{1i} S_{1j}$ . Se observa que estas definiciones corresponden a los valores de  $R_2$  y  $R_{12}$  en caso de que el radio  $\gamma$  fuese igual a 1. Nótese que  $R_2 = \gamma \tilde{R}_2$  y que  $R_{12} = \gamma \tilde{R}_{12}$ , por lo que si se sustituyen estos valores en las expresiones (2.29) y (2.30), resulta

$$R = \left[ \left( R_1^2 + \gamma^2 \tilde{R}_2^2 + R_3^2 \right) - (1 - \gamma^2) \left( R_1^2 - \tilde{R}_2^2 \right) \sin^2 \theta + 2 (1 - \gamma^2) \tilde{R}_{12} \sin \theta \cos \theta \right]^{1/2} \quad (2.31)$$

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2 \tilde{R}_{12}}{R_1^2 - \tilde{R}_2^2} \right] \quad (2.32)$$

Por lo tanto,  $\theta_{cr}$  se obtiene a partir de la ecs. (2.32) independientemente del valor de  $\gamma$ , utilizando la ordenada espectral  $S_{1j}$  a lo largo de ambos ejes horizontales de la estructura.

Si los ejes principales del movimiento del terreno coinciden con los ejes de la estructura, siendo la dirección 1 la del eje mayor, i.e., si  $\theta = 0$ , la ecuación 2.29 se reduce a la forma de la ecuación 2.24, la cual corresponde a la regla SRSS. Lo mismo sucede cuando las intensidades de los componentes horizontales del movimiento del suelo son iguales, i.e., cuando  $\gamma = 1$ . De esta forma se observa que la regla SRSS solo resulta adecuada en caso de satisfacer alguna de estas dos condiciones.

Las reglas del 30% y 40% pueden verse como una simplificación de la regla SRSS. Supóngase que la contribución a la respuesta de interés por parte de la carga que actúa a lo largo del eje de la estructura 1, es mayor que la contribución de una carga igual actuando a lo largo del eje 2, i.e.,  $\tilde{R}_2 \leq R_1$ . Entonces, si se define  $R_2 = \gamma \tilde{R}_2 = \gamma b R_1$ , donde  $0 \leq b \leq 1$ , y se desprecia la contribución  $R_3$  del componente vertical, se obtiene a partir de la ecuación 2.24 lo siguiente

$$R = R_1 \left( 1 + \gamma^2 b^2 \right)^{1/2} \quad (2.33)$$

Clough y Penzien (1993), examinaron la diferencia entre la ecuación (2.33) y la regla del 30%

$$R = R_1 + 0.30 \tilde{R}_2 = R_1 (1 + 0.3b) \quad (2.34)$$

para  $\gamma = 0.85$ , ellos muestran que la regla del 30% es una aproximación lineal conservadora de la expresión (2.34) con una diferencia máxima de aproximadamente 5%. Sin embargo esta comparación solo es válida en caso de que no exista correlación entre los componentes del movimiento del terreno, además de que la intensidad del componente más débil sea del 85% respecto al más intenso. Por lo general estas condiciones no se cumplen y el error asociado a la regla del 30% puede ser mayor. La regla del 40% es un caso similar a la del 30%.

En referencia al artículo que se acaba de resumir, y con base en algunos cálculos que se han realizado en este trabajo los cuales se presentan en capítulos posteriores, se ha podido observar que a pesar de que la correlación entre los componentes de la excitación sea cero, se presenta cierto grado de correlación entre los componentes de la respuesta, el cual depende de las características dinámicas de la estructura en las direcciones ortogonales que se analicen, así como del tipo de respuesta que se estudia. Por ello, resulta inadecuado asumir que en caso de que los ejes de la estructura coincidan con los ejes principales del movimiento del terreno, las respuestas que se obtengan no estarán correlacionadas, la cual es una de las principales hipótesis que se han hecho al desarrollar la regla CQC3.

## Estudio con un modelo simplificado en el dominio del tiempo.

### 3.1 Descripción del modelo

Para analizar la variación de los componentes de algunas respuestas de las estructuras durante movimientos sísmicos reales y simulados, se propone un modelo matemático que considera dos grados de libertad. En la figura 1 se muestra el modelo idealizado.

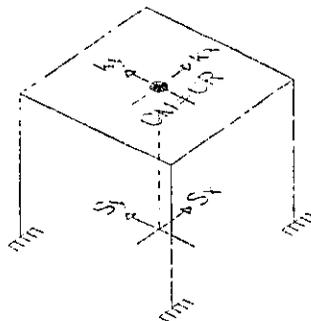


Figura 1. Modelo matemático propuesto

Si se supone un comportamiento elástico del sistema las ecuaciones diferenciales que definen su comportamiento dinámico en el dominio del tiempo, son:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m\ddot{x}_s \\ m\ddot{y}_s \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde  $m$  es la masa traslacional,  $c_x$  y  $c_y$  los coeficientes de amortiguamiento viscoso,  $k_x$  y  $k_y$  los coeficientes de rigidez, y  $\ddot{x}_s$  y  $\ddot{y}_s$  los componentes de la aceleración del terreno.

Se analizan dos tipos de respuesta. Una es el esfuerzo cortante en las columnas el cual se calcula de la siguiente forma

$$v(t) = \frac{1}{a} \sqrt{V_x(t)^2 + V_y(t)^2} \quad (3.2)$$

donde  $V_x(t)$  y  $V_y(t)$  son las fuerzas cortantes en la columna durante el instante  $t$  debido a la acción del movimiento del terreno en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente.  $a$  es el área de la sección transversal de la columna.

La otra respuesta que se analiza es el esfuerzo máximo por efecto de la flexión bidireccional que se presenta en las columnas. Este esfuerzo se puede calcular de la siguiente manera:

$$\sigma(t) = \frac{\text{Abs}|M_x(t)|}{S_x} + \frac{\text{Abs}|M_y(t)|}{S_y} \quad (3.3)$$

donde  $M_x(t)$  y  $M_y(t)$  son los momentos flexionantes alrededor de los ejes  $x$  y  $y$  que se producen por el movimiento del terreno en las direcciones  $y$  y  $x$  respectivamente, y  $S_x$  y  $S_y$  los módulos de sección de las columnas alrededor de los ejes  $x$  y  $y$ .  $\text{Abs}| \cdot |$  denota valor absoluto.

El máximo esfuerzo por flexión bidireccional que ocurre en una columna es igual a la suma de los valores absolutos de los esfuerzos producidos por la acción individual de cada uno de los momentos que se generan, y la esquina en la cual ocurre depende de la combinación en el sentido de los componentes del movimiento del terreno.

En el caso del esfuerzo cortante los dos componentes de la respuesta son ortogonales, mientras que en el esfuerzo por flexión bidireccional son colineales.

El objetivo de analizar en particular estas dos respuestas, es entender el comportamiento de todas las respuestas que se pueden llegar a tener en una estructura cuando sus componentes sean ortogonales (i.e., fuerza cortante en columnas circulares, fuerza cortante en pernos y tornillos de anclaje, desplazamientos absolutos de nodos, etc.) o colineales (i.e., fuerza axial en columnas, momento flexionante alrededor de un mismo eje en traveses y columnas, fuerza axial en cables y tensores, fuerza axial en tornillos y pernos de anclaje, fuerza cortante en una dirección en traveses y columnas, etc.). Por ello, se consideran ambos casos como representativos de los distintos tipos de respuesta que interesan para fines de diseño.

Si se considera que las cuatro columnas son rectangulares e iguales, con una rigidez lateral que se puede calcular de la siguiente forma

$$k_{x,y} = \frac{12 E I_{y,x}}{L^3} \quad (3.4)$$

donde  $k_{x,y}$  es la rigidez lateral en la dirección  $x$  o  $y$ ,  $E$  el módulo de elasticidad del material,  $I_{y,x}$  el momento de inercia respecto al eje  $y$  o  $x$ , y  $L$  la altura de las columnas.

Entonces, las dimensiones que definen la geometría de su sección transversal se obtienen a partir de las siguientes relaciones

$$d_x = \left[ \frac{L^6 k_x^3}{k_y E} \right]^{1/8} \quad (3.5)$$

$$d_y = \frac{L^3 k_x}{d_x^3 E} \quad (3.6)$$

en las cuales  $d_x$  y  $d_y$  son las dimensiones de la columna en la dirección  $x$  y  $y$  respectivamente.

De esta forma, basta con definir los periodos de traslación en las direcciones  $x$  y  $y$  ( $T_x$  y  $T_y$ ), para que de acuerdo con las relaciones existentes entre el periodo y rigidez, además de las antes ya indicadas, se puedan obtener los parámetros que definen la geometría de las columnas del modelo estructural que se analiza.

Se estudia el comportamiento de dos variables: una de ellas se refiere a un cociente  $\gamma$ , el cual relaciona los máximos esfuerzos calculados considerando la acción simultánea de los dos componentes del movimiento del suelo y el máximo esfuerzo que se produce en alguna de las dos direcciones ortogonales calculado de acuerdo al criterio de espectros de respuesta.

Para el caso de esfuerzo por flexión bidireccional se calcula de la siguiente forma

$$\gamma = \frac{\sigma(t)_{\max}}{\sigma_{\max}} \quad (3.7)$$

mientras que para el esfuerzo cortante

$$\gamma = \frac{v(t)_{\max}}{v_{\max}} \quad (3.8)$$

donde  $v(t)_{\max}$  y  $\sigma(t)_{\max}$  se refieren a la máxima respuesta calculada de acuerdo a las expresiones 3.2 y 3.3 para todo el tiempo de duración del temblor (máximo esfuerzo cortante y por flexión bidireccional respectivamente).  $\sigma_{\max}$  y  $v_{\max}$  son las respuestas de mayor valor que se producen en alguna de las dos direcciones ortogonales calculadas de acuerdo al espectro de respuesta correspondiente.

Así mismo se calcula un coeficiente  $\alpha$ , el cual se define de la siguiente forma.

Para el caso de esfuerzo por flexión bidireccional

$$\alpha = \frac{\sigma(t)_{\max} - \sigma_1}{\sigma_2} \quad (3.9)$$

y para esfuerzo cortante

$$\alpha = \frac{\sqrt{v(t)_{\max}^2 - v_1^2}}{v_2} \quad (3.10)$$

donde:  $v(t)_{\max}$  y  $\sigma(t)_{\max}$  representan la máxima respuesta calculada de acuerdo a las expresiones 3.2 y 3.3 para todo el tiempo de duración del temblor (máximo esfuerzo cortante y por flexión bidireccional respectivamente).  $\sigma_{1,2}$  y  $v_{1,2}$  son las respuestas calculadas en base a la envolvente de los espectros de respuesta de ambas componentes del movimiento del terreno. El subíndice 1 se refiere a las respuestas de menor valor, mientras que el subíndice 2 se asocia a las de mayor valor.

El coeficiente  $\alpha$  permite establecer una comparación directa entre los criterios actuales que se siguen para combinar los efectos sísmicos ortogonales, con los resultados que se obtienen en este trabajo. Ya que es

precisamente este factor el que especifican los reglamentos como el porcentaje de la máxima respuesta que se considera actuando en una dirección, mientras que en la dirección ortogonal actúa el 100%.

La respuesta del modelo para una excitación específica se encuentra proporcionando al mismo los valores de los parámetros ( $T_x$ ,  $T_y$ ,  $c_x$  y  $c_y$ ), e integrando paso a paso el modelo matemático. Para este cálculo se utilizó un programa con base en el algoritmo de aceleración constante.

Para todos los cálculos que se hicieron ambos coeficientes de amortiguamiento se consideraron iguales, con un valor que representa el 5% del amortiguamiento crítico.

### 3.2 Respuesta bajo señales armónicas

Este ejercicio consiste en someter el modelo descrito anteriormente a un movimiento armónico, es decir, se utilizan dos funciones senoidales para describir cada uno de los componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno en lugar de un movimiento sísmico real. Dichas funciones poseen la misma frecuencia y amplitud, el único parámetro que varía es el ángulo de fase entre ambas.

Debido a que la excitación corresponde a una función continua y diferenciable, el sistema de ecuaciones planteado se puede resolver de manera analítica. De esta forma, si solo se considera la parte estable de la vibración, la respuesta del modelo se define en base a las siguientes expresiones (Clough y Penzien, 1993 ).

$$x(t) = \frac{p_o}{k_x} \left[ \frac{-2\xi\beta_x}{(1-\beta_x^2)^2 + (2\xi\beta_x)^2} \right] \cos(\omega t) + \frac{p_o}{k_x} \left[ \frac{1-\beta_x^2}{(1-\beta_x^2)^2 + (2\xi\beta_x)^2} \right] \text{sen}(\omega t) \quad (3.11)$$

$$y(t) = \frac{p_o}{k_y} \left[ \frac{-2\xi\beta_y}{(1-\beta_y^2)^2 + (2\xi\beta_y)^2} \right] \cos(\omega t + \phi) + \frac{p_o}{k_y} \left[ \frac{1-\beta_y^2}{(1-\beta_y^2)^2 + (2\xi\beta_y)^2} \right] \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (3.12)$$

en las cuales  $x(t)$  y  $y(t)$  son los desplazamientos relativos de la masa traslacional en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente,  $k_x$  y  $k_y$  la rigidez lateral del modelo en las direcciones mencionadas,  $\beta_{x,y} = \omega/\omega_{x,y}$ ,  $\omega_{x,y}$  es la frecuencia de vibración del modelo en la dirección correspondiente,  $\omega$  la frecuencia de vibración de la excitación,  $\phi$  el ángulo de fase entre ambas excitaciones, y  $\xi$  la fracción del amortiguamiento crítico.

En la figura 2 se muestran las gráficas correspondientes al valor de  $\gamma$  y  $\alpha$  para el caso en el cual  $\omega=3.1416$  rad/s ( $T=2$  s). Se analizan cuatro ángulos de fase y se hacen variar para cada uno de ellos los valores de  $\beta_x$  y  $\beta_y$ . La respuesta que se estudia es el esfuerzo cortante.

La figura 3 se refiere al mismo caso anterior, solo que los cálculos se realizan en base al esfuerzo por flexión bidireccional.

Por último, en la figura 4 se observa la variación de  $\alpha$  como función de  $\beta_y$  y el ángulo de fase  $\phi$ . Se analiza un solo valor de  $\beta_x$  y la respuesta que se estudia es el esfuerzo cortante.

La idea de ensayar una excitación de tipo armónico surge de considerar que el movimiento del terreno esta constituido por la superposición de vibraciones armónicas de distintas frecuencias. Si se analiza un espectro de amplitudes de Fourier correspondiente a algún movimiento sísmico, se puede distinguir un

rango de frecuencias que presentan una amplitud mayor a las demás, a las cuales se les atribuye la mayor parte de la energía liberada. De esta forma se trata de simplificar el movimiento sísmico real mediante alguna de sus componentes cuyo efecto se considere de importancia para la estructura que se analiza.

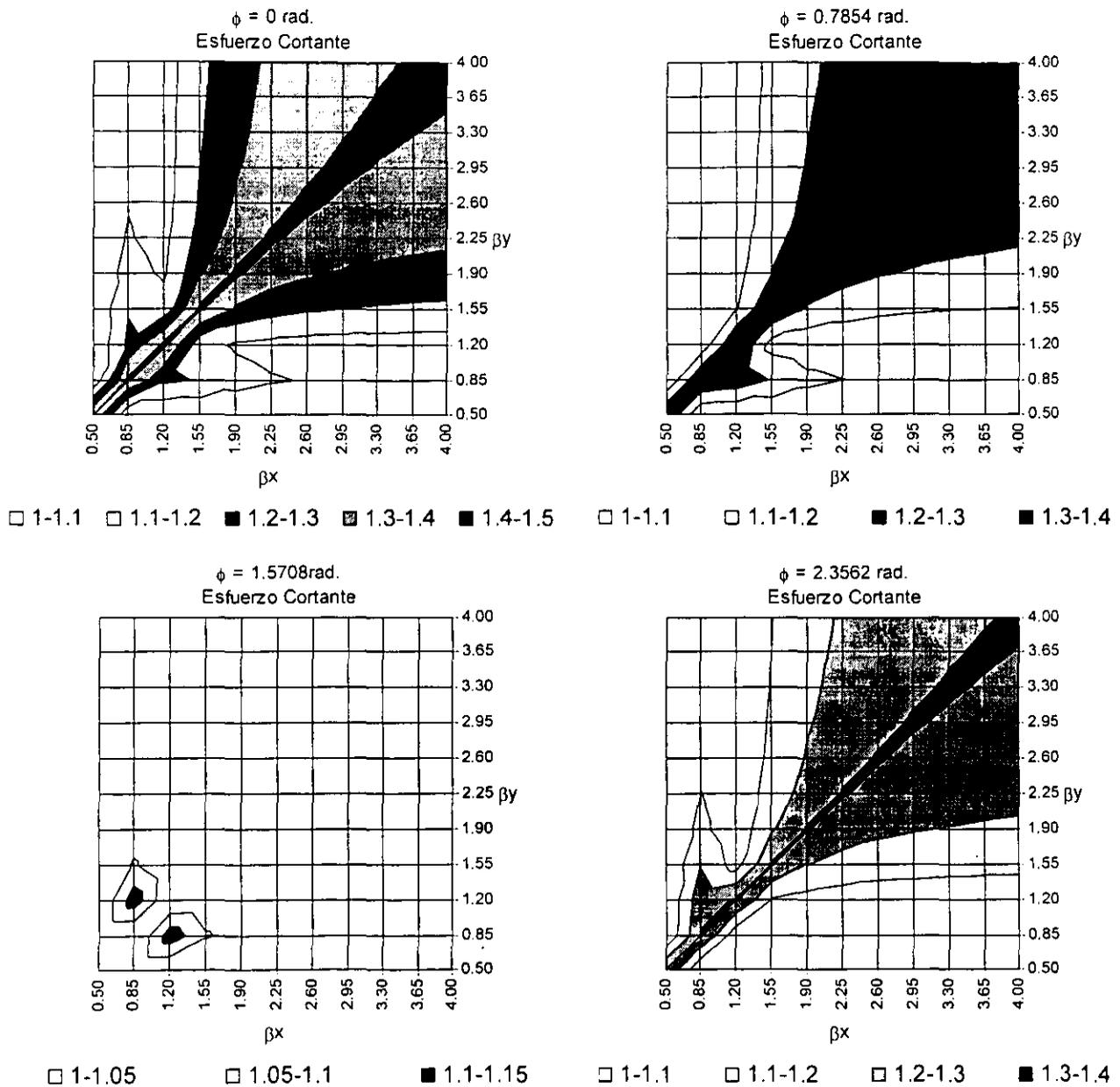


Figura 2(a). Valores de  $\gamma$  obtenidos en base al esfuerzo cortante para distintos ángulos de fase

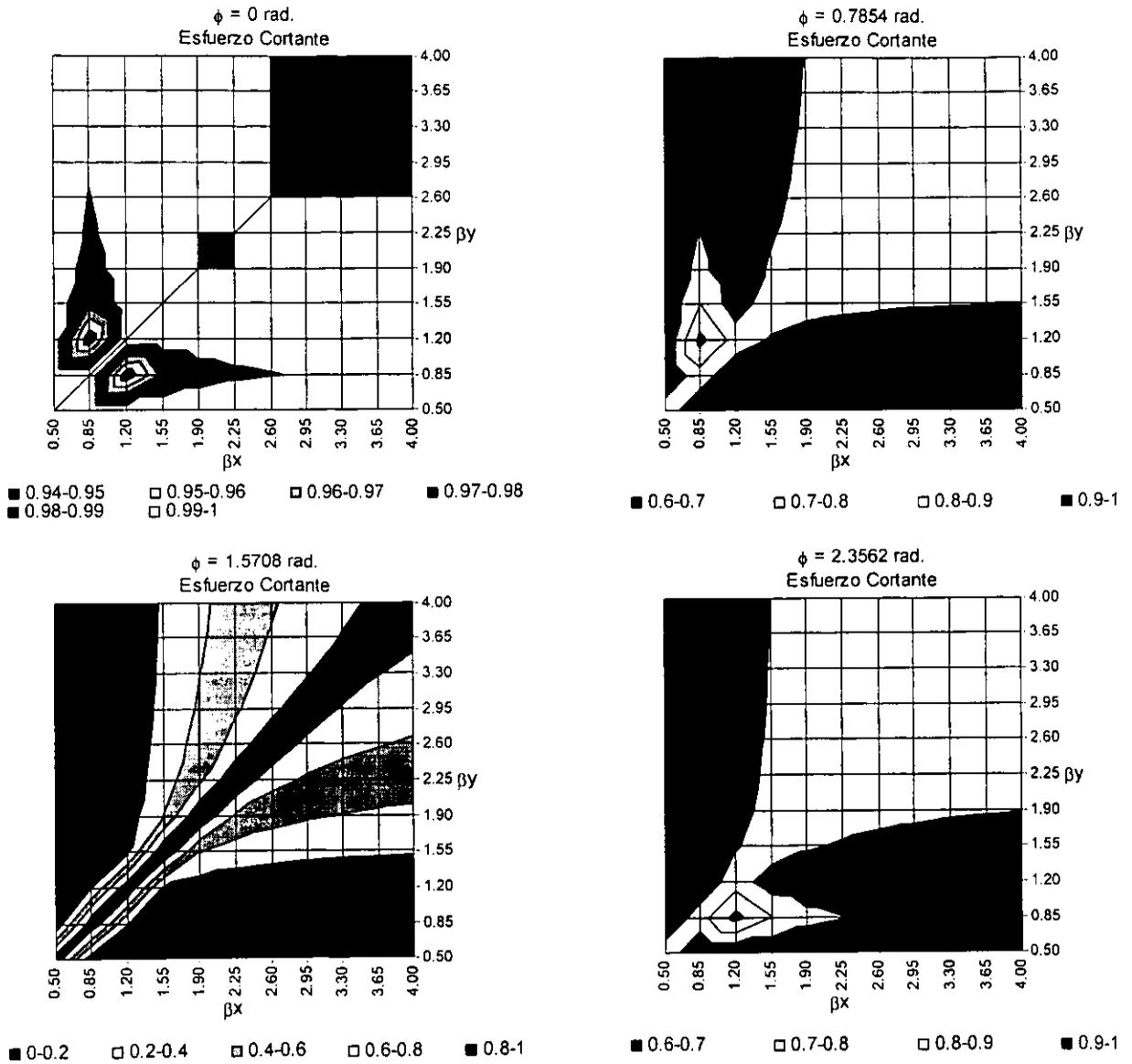


Figura 2(b). Valores de  $\alpha$  obtenidos en base al esfuerzo cortante para distintos ángulos de fase

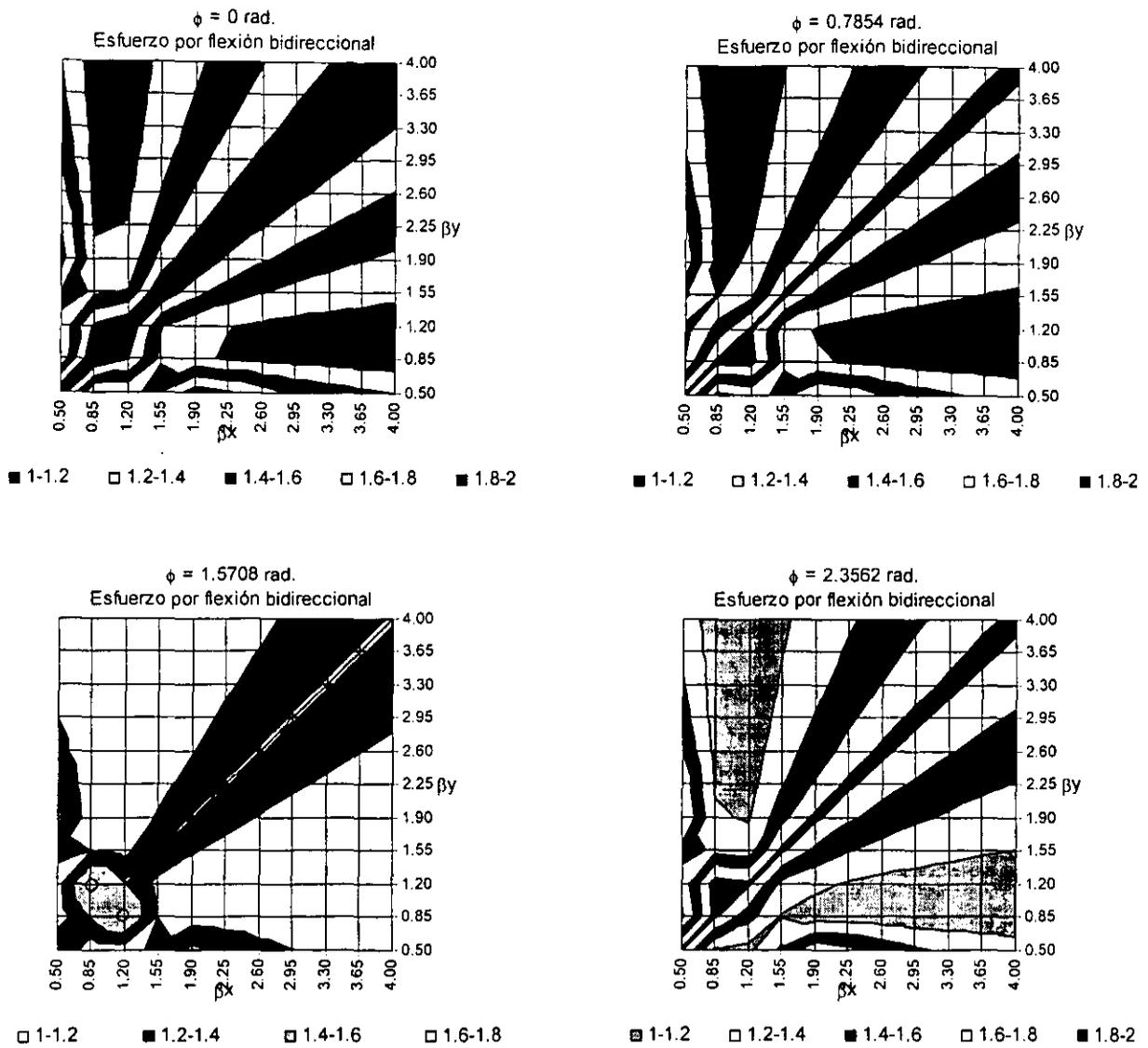


Figura 3(a). Valores de  $\gamma$  obtenidos en base al esfuerzo por flexión bidireccional para distintos ángulos de fase

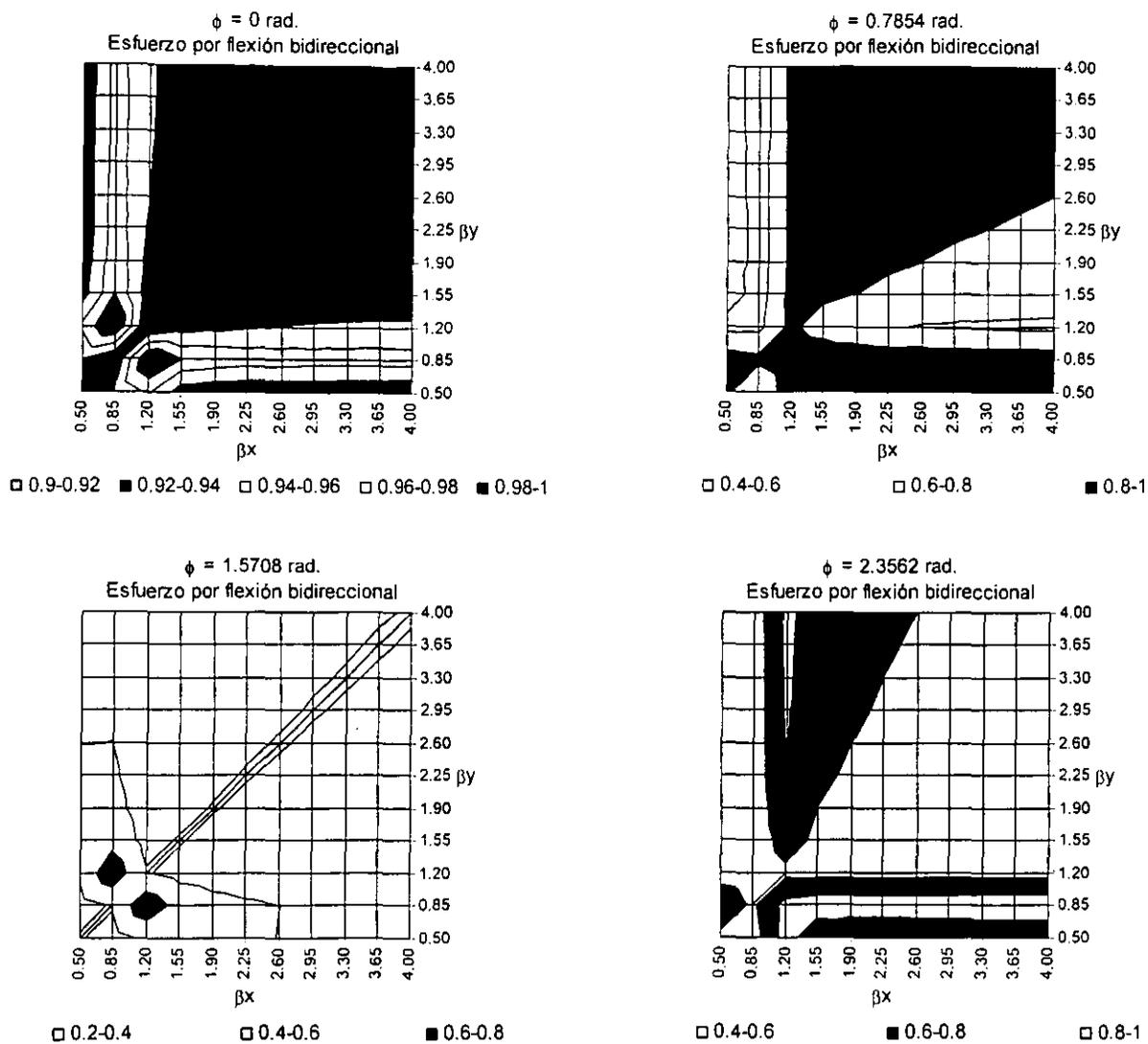
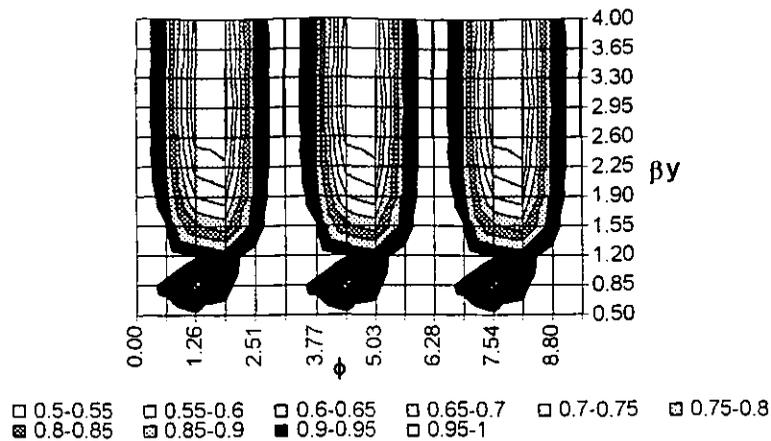


Figura 3(b). Valores de  $\alpha$  obtenidos en base al esfuerzo por flexión bidireccional para distintos ángulos de fase

$$\beta_x=3$$



*Figura 4. Variación de  $\alpha$  como función de  $\beta_y$  y  $\phi$  en base al esfuerzo cortante.*

De los resultados que se obtienen al ensayar excitaciones de tipo armónico se observa lo siguiente:

- En la medida que el ángulo de fase  $\phi$  tiende a 0, o a cantidades que sean múltiplos enteros de  $\pi$ , el valor de  $\alpha$  tiende a 1, lo cual significa que se deben combinar el 100% de la máxima respuesta en una dirección con el 100% de la máxima respuesta en la otra dirección. Ello ocurre para los dos tipos de esfuerzo que se estudian.
- El ángulo de fase  $\phi$  en el cual se presentan en promedio los menores valores de  $\gamma$  y  $\alpha$  es  $\pi/2$ . Este resultado se observa en ambos tipos de respuesta.
- El comportamiento de  $\gamma$  y  $\alpha$  resulta simétrico en relación a los valores de  $\beta_x$  y  $\beta_y$  seleccionados, cuando el ángulo de fase  $\phi$  es 0, o algún múltiplo entero de  $\pi/2$ .
- Sin importar el ángulo de fase de que se trate, la respuesta de  $\gamma$  y  $\alpha$  para el caso en que se estudia el esfuerzo cortante resulta distinta en relación a la respuesta de esfuerzo por flexión. Sin embargo, para  $\alpha$  se mantiene el mismo orden de magnitud en ambos tipos de esfuerzo; no así para  $\gamma$ , cuyos valores en el caso de flexión resultan mayores que por cortante.
- En forma invariable, la respuesta de  $\gamma$  y  $\alpha$  se repite a intervalos constantes de  $\pi$  para cualquier ángulo de fase  $\phi$ .
- El ángulo de fase que se presenta entre los dos componentes de la respuesta que se analiza, y el cual es el que determina los valores de  $\alpha$  y  $\gamma$  asociados al par de periodos de traslación de que se trate, no necesariamente es el mismo que se presenta entre los dos componentes de la excitación. Por ello, existen casos en que sin importar que la excitación se encuentre por completo fuera de fase ( $\phi =$ múltiplos enteros de  $\pi/2$ ), las características dinámicas de la estructura obligan a que los componentes de la respuesta tengan un grado de correlación mayor que el de la excitación, pudiendo inclusive llegar a estar por completo en fase, lo que representaría valores de  $\alpha=1$  y  $\gamma=2$ .
- Resulta evidente que los valores de  $\gamma$  y  $\alpha$  son función del ángulo de fase  $\phi$ , del tipo de respuesta que se analiza, y de los cocientes  $\beta_x$  y  $\beta_y$ .

### 3.3 Respuesta bajo señales de ruido blanco.

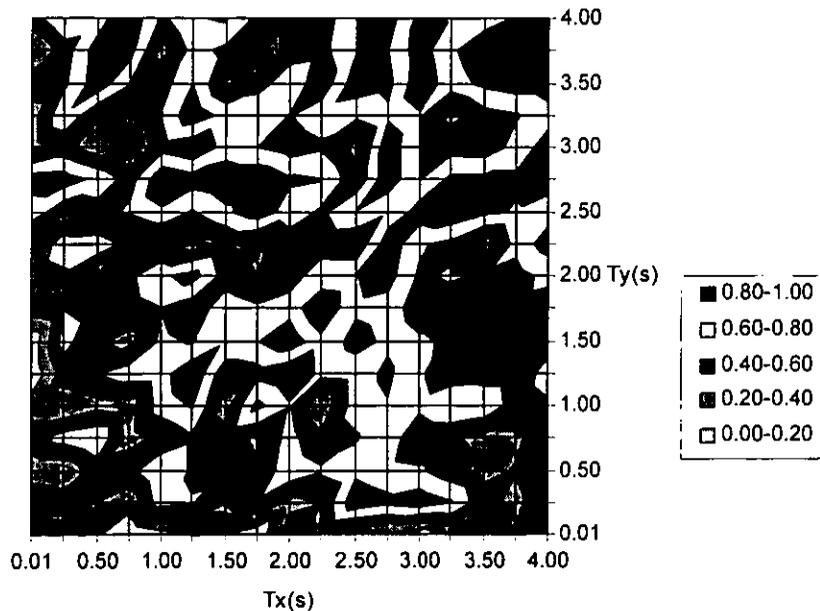
En esta prueba se utilizan dos señales de ruido blanco para representar los componentes ortogonales del movimiento del terreno (el ruido blanco es un proceso estocástico en el que la energía se distribuye de manera uniforme entre todas las frecuencias).

Las dos señales se generaron en forma independiente a partir del muestreo aleatorio de una función de probabilidad de tipo gaussiano, por lo que la correlación que se presenta entre ambas es prácticamente cero. Esta condición reproduce las características que se tienen al analizar los componentes principales del movimiento sísmico real (Clough y Penzien, 1993).

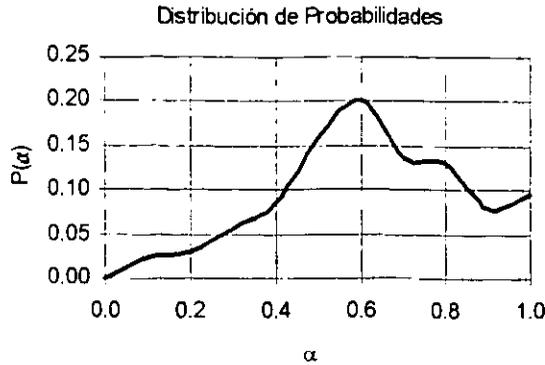
El principal objetivo de esta prueba es verificar la hipótesis que se ha hecho en algunos procedimientos a partir de los cuales se han desarrollado expresiones que permiten combinar los efectos sísmicos ortogonales (Menun y Der Kiureghian, 1998). Esta hipótesis establece que en caso de que la dirección de los ejes ortogonales de la estructura coincida con la dirección principal del movimiento del suelo, los componentes de la respuesta permanecerán al igual que lo están los del movimiento del suelo, no correlacionados.

En la figura 5(a) se observa el valor de  $\alpha$  para distintas combinaciones de pares de periodos del modelo que se analiza, en los cuales se estudia el esfuerzo por flexión bidireccional. La distribución de probabilidades de estos valores se presenta en la figura 5(b).

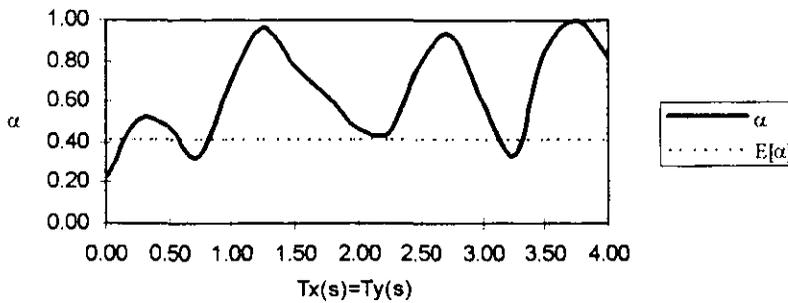
En la figura 5(c) se comparan los valores de  $\alpha$  que resultan para las combinaciones de pares de periodos en las que  $T_x$  y  $T_y$  son iguales, con el valor esperado de  $\alpha$  ( $E[\alpha]$ ) que resulta al asumir nula correlación entre los componentes de la respuesta cuando estos son iguales.



*Figura 5(a). Variación de  $\alpha$  como función de  $T_x$  y  $T_y$  para el caso en que se estudia el esfuerzo de flexión bidireccional. Los resultados corresponden a señales de ruido blanco.*



**Figura 5(b).** Distribución de probabilidades de los valores de  $\alpha$  que se obtienen al someter el modelo propuesto a señales de ruido blanco no correlacionadas. La respuesta es la flexión bidireccional.



**Figura 5(c).** Comparación de los valores de  $\alpha$  correspondientes a las pruebas realizadas con señales de ruido blanco respecto al valor esperado de  $\alpha$  que se tendría al asumir nula correlación entre los componentes de la respuesta. Los pares de periodos corresponden a los casos en que  $T_x=T_y$ .

De los resultados que se obtienen se puede observar que el 50% de los pares de periodos analizados presentan un valor de  $\alpha$  mayor o igual a 0.6, teniendo que el valor esperado de  $\alpha$  que se tendría al suponer nula correlación entre los componentes de la respuesta cuando estos tienen el mismo valor, es  $E[\alpha]=0.4142$ . La mayoría de los pares de periodos presentan valores de  $\alpha$  mayores al valor esperado que resulta al asumir la hipótesis de que en caso de que los componentes de la excitación no estén correlacionados, tampoco lo estarán los componentes de la respuesta (Menun y Der Kiureghian, 1998).

El valor de  $\alpha$  que más veces se presenta es 0.6, lo cual sucede en el 20% de los casos analizados.

Al observar la figura 5( c ), resalta el hecho de que prácticamente todos los valores de  $\alpha$  están por arriba del  $E[\alpha]=0.4142$ , teniendo inclusive algunos casos en que  $\alpha$  tiende a uno.

Con base en estos resultados, se puede concluir que el hecho de que los componentes del movimiento del terreno no estén correlacionados, no es razón suficiente para asumir que los componentes de la respuesta tampoco lo estarán, ya que se pueden presentar algunos casos en los cuales sin importar esta condición, los componentes de la respuesta estén por completo correlacionados ( $\alpha = 1$  ).

### 3.4 Respuesta bajo acelerogramas reales

Para observar la variación de  $\gamma$  y  $\alpha$  ante la ocurrencia de sismos reales se han elegido algunos acelerogramas correspondientes a diversos temblores registrados en distintas estaciones de la Cd. de México, las cuales se ubican en diferentes tipos de terreno. Así mismo se analizan algunos registros obtenidos en estaciones de la costa mexicana del Pacífico. En la tabla 1 se pueden consultar los parámetros sísmicos relevantes correspondientes a los sismos que se estudian.

FECHA	ORIGEN	MAGNITUD Ms	LATITUD N	LONGITUD W	DISTANCIA Km
19/Sep/85	Subducción	8.1	18.14	102.71	295
21/Sep/85	Subducción	7.6			318
08/Feb/88	Subducción	5.8	17.00	101.00	289
25/Abril/89	Subducción	6.9	16.00	99.00	304
11/Mayo/90	Subducción	5.3	17.15	100.85	295
31/Mayo/90	Subducción	6.1	17.15	100.85	295
10/Dic/94	----	6.3	18.02	101.56	----
14/Sep/95	Subducción	----	----	----	----
09/Oct/95	Subducción	7.6	----	----	----

*Tabla 1. Catálogo de sismos estudiados*

La intención de estas pruebas es analizar la variación de  $\gamma$  y  $\alpha$  en función de las características de un determinado sismo, además de identificar los efectos de sitio asociados a cada una de las estaciones seleccionadas.

En la figura 6 se presentan las gráficas correspondientes al valor de  $\gamma$  en función de los periodos de traslación del modelo para distintos sismos registrados en la estación SC. En las figuras 7 y 8 se pueden observar el mismo tipo de gráficas para las estaciones CD y CU respectivamente. Tanto la estación SC como CD se ubican en terreno blando, mientras que CU corresponde a terreno duro.

La figura 9 muestra algunas de las gráficas que se obtienen a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril de 1989 obtenidos en estaciones de terreno blando. En la figura 10 se presentan las gráficas de este mismo temblor para registros obtenidos en estaciones ubicadas en terreno de transición. En la figura 11 aparecen las gráficas para este mismo caso correspondientes a estaciones de terreno duro, y en la figura 12 las correspondientes a estaciones de la costa.

En todos los casos se estudia tanto el esfuerzo cortante como el esfuerzo por flexión bidireccional.

De igual forma se analiza el comportamiento de  $\alpha$  para todos los casos descritos anteriormente; estas gráficas aparecen en las figuras 13 a 19.

Con el objeto de tener un parámetro que permita valorar el grado de variabilidad, tanto de  $\gamma$  como de  $\alpha$ , se calculó el coeficiente de variación para cada una de las pruebas realizadas. Dicho coeficiente se define de la siguiente forma

$$CV = \frac{\sigma}{m} \quad (3.13)$$

donde  $\sigma$  es la desviación estándar y  $m$  la media de la variable en estudio.

En la figura 20 se puede observar el promedio y el coeficiente de variación tanto de  $\alpha$  como de  $\gamma$  para cada uno de los casos descritos anteriormente.

A fin de estudiar la influencia de la orientación de las estructuras en el comportamiento de las variables  $\alpha$  y  $\gamma$ , se realiza una prueba que consiste en calcular su valor para distintos ángulos de rotación de los ejes de la estructura respecto a una línea de referencia definida por la dirección E-W. Esto se hace mediante una transformación de coordenadas de los componentes del movimiento del terreno a un nuevo sistema de coordenadas, el cual corresponde con la orientación seleccionada para los ejes de la estructura que se analiza.

La prueba se realiza para un ángulo de rotación que va desde  $0^\circ$  hasta  $90^\circ$  en incrementos de  $5^\circ$ , el registro seleccionado corresponde al sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SC.

En las figuras 21 y 22 se presentan algunas gráficas que muestran los resultados que se obtienen tanto para  $\alpha$  como para  $\gamma$ . Los indicadores estadísticos de esta prueba se observan en la figura 23.

Por lo que se refiere a los resultados de las pruebas hechas con acelerogramas reales en las que se estudia  $\gamma$ , se observa lo siguiente:

- El comportamiento de  $\gamma$  es en general más estable o uniforme que el de  $\alpha$  en función de distintos tipos de terreno, sismos y por supuesto pares de periodos de traslación de la estructura, que se analicen. Sin embargo, existe diferencia importante entre los valores de  $\gamma$  dependiendo del tipo de respuesta que se estudia, ya que para el caso de flexión estos valores pueden llegar hasta 2, mientras que en cortante el límite máximo que se alcanza es de 1.4. Así, si bien las gráficas no cambian considerablemente de un caso a otro, si lo hacen de una respuesta a otra para un mismo caso o ejercicio.
- En promedio, los mayores valores que se alcanzan para ambos tipos de respuesta ocurren en los registros correspondientes a CU y a estaciones de la costa, en las cuales se tiene un tipo de terreno muy similar (terreno duro).
- Para la mayoría de los pares de periodos que se estudian, el valor de  $\gamma$  es inferior a 1.1 en el caso de cortante, y a 1.4 en flexión. Esto ocurre para casi todas las pruebas hechas.
- La mayor dispersión de datos que se observa es de 30% en flexión y 15% en cortante, y los promedios máximos son de 1.6 y 1.15 respectivamente. Ello ocurre en forma similar para todos los casos desarrollados.
- No se aprecia alguna relación clara entre los pares de periodos en los cuales  $\gamma$  tienda a un valor máximo, respecto a determinadas características dinámicas del sitio de que se trate, como podría ser su periodo fundamental de vibrar.
- En el caso en que se analiza la rotación de los ejes principales de la estructura para el registro SC19 (figura 21), no se aprecia demasiado cambio en las gráficas correspondientes a los distintos ángulos que se analizan, esta diferencia resulta mas clara cuando se estudia el esfuerzo cortante, sin embargo, en flexión las gráficas resultan muy similares.

En forma general se observa que  $\gamma$  es una variable que depende principalmente, del tipo de respuesta que se estudie, del par de periodos que se analice, y del tipo de terreno de que se trate.

A su vez, en las pruebas realizadas con acelerogramas reales en las cuales se estudia el comportamiento de  $\alpha$ , los resultados que se observan son los siguientes:

- Para el caso en que se analizan distintos registros obtenidos en la estación SC, se observa que el valor de  $\alpha$  tiende a 1 en la medida que uno de los dos periodos de traslación de la estructura tiende al periodo del sitio ( $T_s=2$  s), mientras que el otro periodo se aleja de este valor en particular. Este comportamiento resulta más evidente para alguno de los dos periodos de la estructura, el cual puede ser  $T_x$  o  $T_y$  dependiendo del registro de que se trate.

También se observa un comportamiento asimétrico de  $\alpha$  en relación a los valores de  $T_x$  y  $T_y$  seleccionados.

La menor dispersión de datos (20% máximo) se presenta en los pares de periodos en los cuales  $\alpha$  tiende a 1. Sin embargo, es en estos pares de periodos donde ocurre la mayor diferencia en el valor de  $\alpha$  para los dos tipos de respuesta estudiados (cortante y flexión).

Resalta el hecho de que para la gran mayoría de los pares de periodos el promedio de  $\alpha$  sea superior a 0.4 en ambos tipos de respuesta, y más aún, la cantidad de pares para los cuales el promedio se ubica entre 0.6 y 1, los cuales son mayoría.

- Para el caso en que se analiza la estación CD, resulta menos clara la relación entre la tendencia del valor de  $\alpha$  a 1 con la cercanía de alguno de los periodos de la estructura al periodo del sitio ( $T_s=3.15$  s). En algunas gráficas sí se presenta de manera clara este efecto; sin embargo, en otras se presenta cuando alguno de los periodos de la estructura tiende a algún valor cercano a 1.4 s. Incluso, en algunos registros ocurre un efecto combinado ya que  $\alpha$  tiende a 1, en la medida que alguno de los periodos de la estructura tiende a 3.15 s o 1.4 s, mientras que el otro periodo se aleja de ambos valores.

La dispersión que hay en los datos es mayor que en el caso de la estación SC. El promedio de  $\alpha$  resulta mayor a 0.4 en prácticamente todos los pares de periodos y para los dos tipos de respuesta.

Si se revisa la función de transferencia empírica del espectro de Fourier correspondiente a esta estación y a la de SC (Reinoso, Ordaz, et al., 1994), se puede observar para el sitio de CD un segundo modo de vibrar cercano a 1.4 s. Mientras que para la estación SC prácticamente solo existe un solo modo de vibrar.

- Para la estación CU se incrementa el número de periodos asociados a la tendencia en el incremento de  $\alpha$  descrito anteriormente, entre los cuales está el correspondiente al periodo del sitio ( $T_s=0.5$  s). Así mismo, se observa una mayor diferencia en el comportamiento de  $\alpha$  en función del tipo de respuesta estudiada. La dispersión que se presenta es mayor que en los casos anteriores. Y del mismo modo, el promedio de  $\alpha$  resulta mayor a 0.4 y el número de periodos cuyo promedio está entre 0.6 y 1 es importante.

Si se revisa la función de transferencia empírica del espectro de Fourier para este sitio, se puede observar que los valores de los periodos asociados al incremento en el valor de  $\alpha$  se encuentran cercanos a los periodos correspondientes a los principales modos de vibrar del suelo, cuyo número para este caso es mayor que en las estaciones anteriores, lo cual tiene relación directa con el tipo de terreno de que se trata.

- Por lo que se refiere a los casos en que se estudia el efecto de un mismo sismo registrado en distintas estaciones correspondientes a diferentes tipos de terreno, se aprecia la misma relación entre los valores de los

periodos cercanos a los principales modos de vibrar del suelo, con la tendencia en el incremento de  $\alpha$  que se ha venido mencionando. Resulta importante lo alto del valor de  $\alpha$  para aquellos sitios ubicados cerca de la costa cuando la respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante. Así mismo destaca lo alto de la dispersión de datos que se presenta para los sitios ubicados en terreno de transición, en donde incluso el coeficiente de variación ( CV ) supera el 100%.

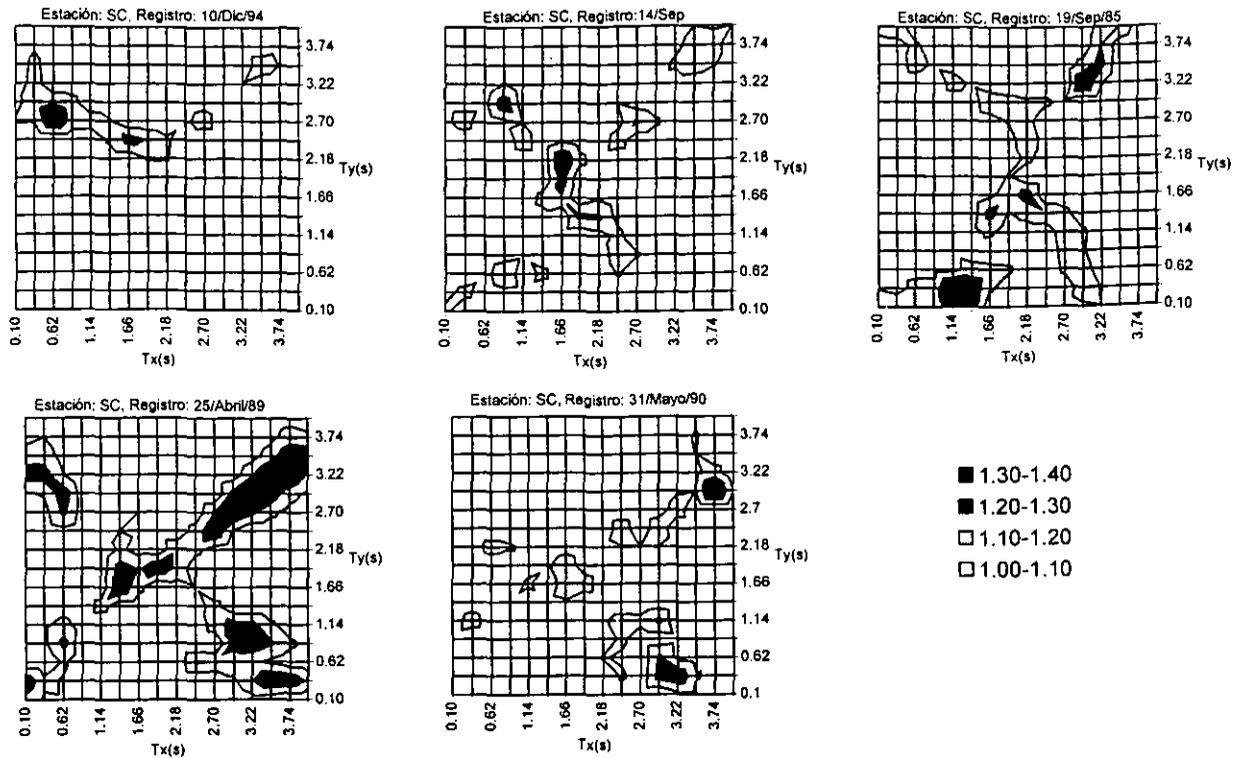
En la mayoría de los pares de periodos el promedio de  $\alpha$  es mayor a 0.6 en el caso que se analizan registros de terreno blando.

- Del análisis que se hace acerca de la influencia de la rotación de los ejes de la estructura (figura 22), se observa que los pares de periodos para los cuales  $\alpha$  vale 1 cuando el ángulo de rotación es de  $0^\circ$ , prácticamente permanece invariable hasta llegar a un ángulo de  $50^\circ$ , a partir del cual se presenta un cambio que hace que para un ángulo de rotación de  $90^\circ$  se tenga la misma gráfica inicial rotada justamente  $90^\circ$ , con un cambio de polaridad en el eje horizontal. Los demás periodos presentan un cambio más gradual.

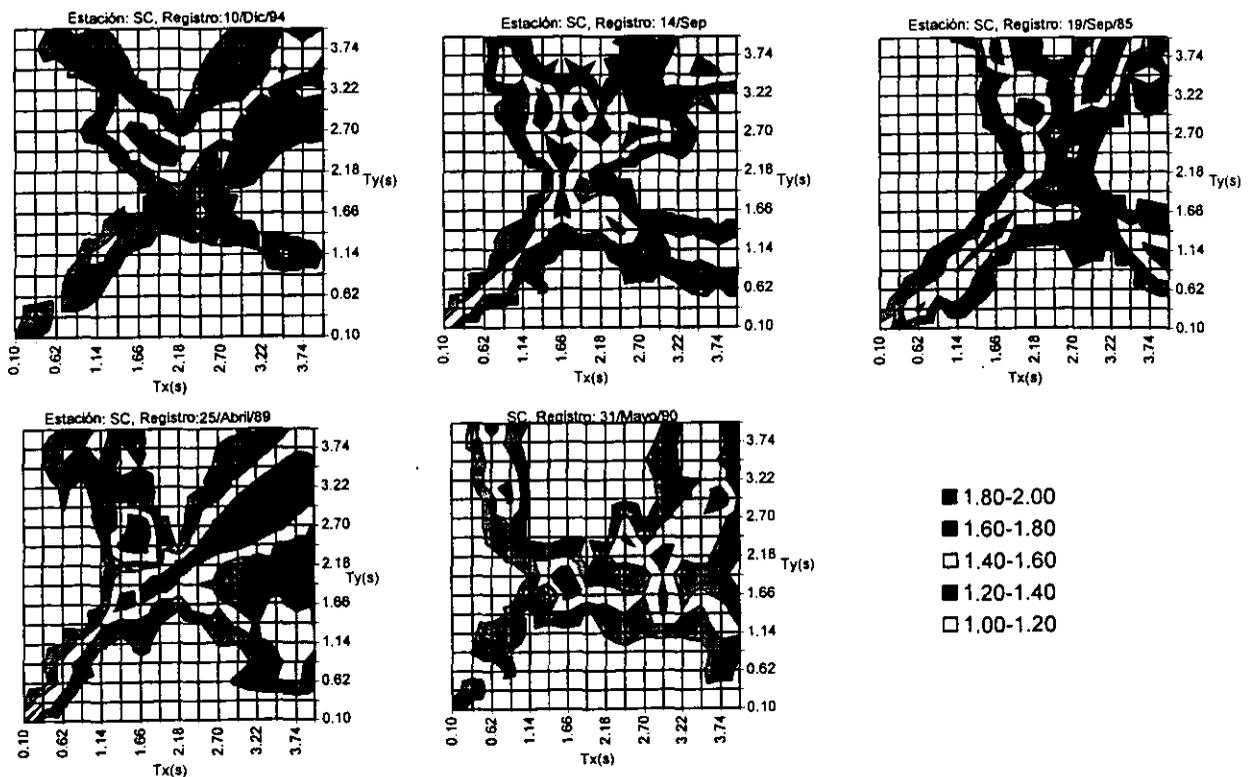
En la figura 24 se muestra la variación de  $\alpha$  en función del ángulo de rotación de los ejes principales para tres pares de periodos distintos. Ahí se observa que para algunos pares de periodos el valor de  $\alpha$  prácticamente va de 0 a 1, mientras que en otros este margen es más estrecho. De igual forma se observa que los puntos en los cuales se presentan los máximos y mínimos valores son distintos dependiendo del par de periodos seleccionado.

En síntesis, se aprecia que el comportamiento de  $\alpha$  es un fenómeno complejo que no admite una descripción matemática en forma de una cantidad constante, sino que debe ser caracterizado como una función, la cual depende principalmente: del par de periodos de la estructura, de las características dinámicas del sitio en estudio asociadas a un sismo en particular, del tipo de respuesta de interés, y de la orientación de los ejes principales de la estructura.

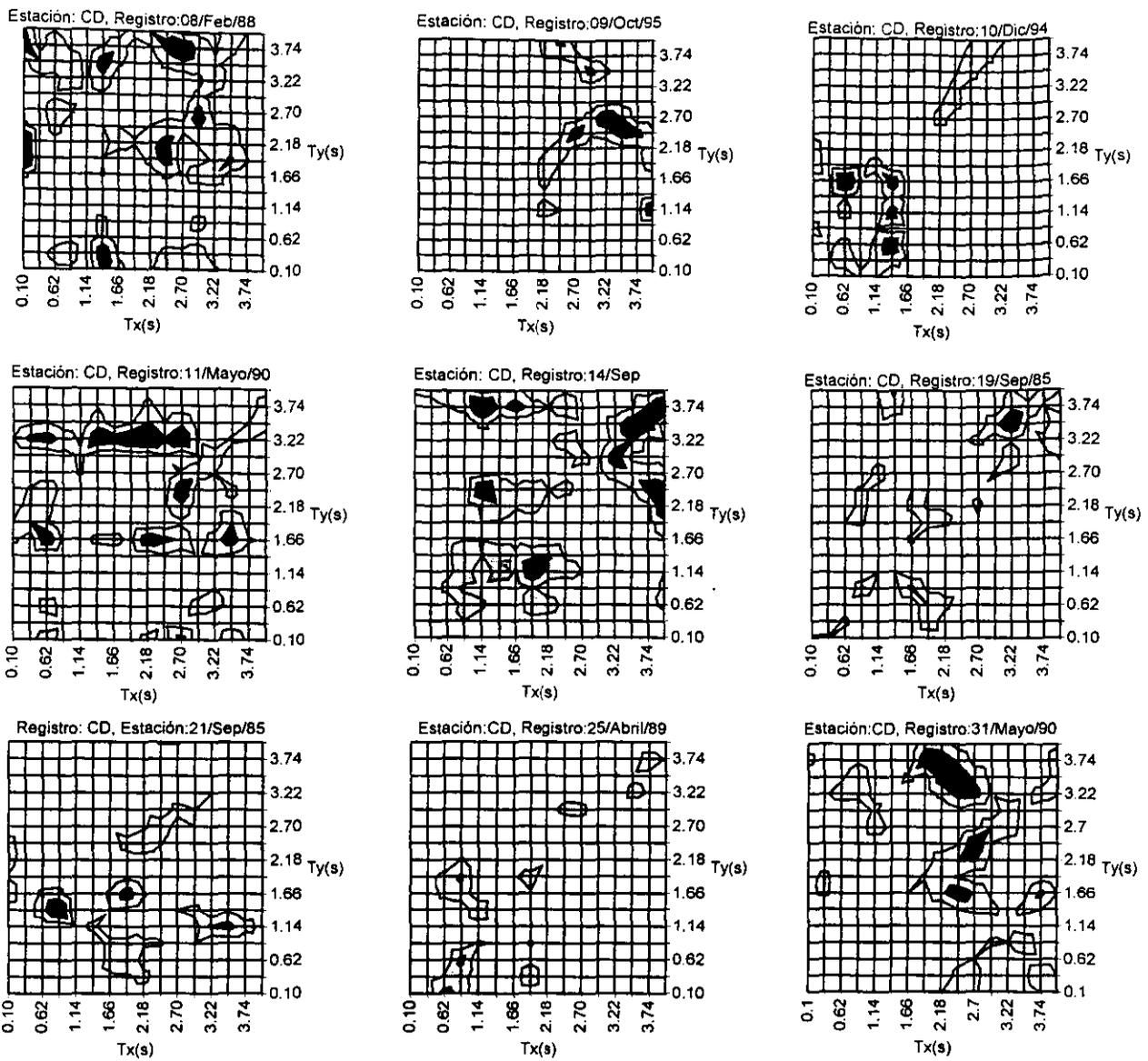
Es importante tener en cuenta la gran cantidad de pares de periodos de traslación para los cuales el valor de  $\alpha$  se encuentra por arriba de los valores que se utilizan en la actualidad para fines de diseño, que en el caso de la Cd. de México es de 0.3. Lo cual aunado al alto grado de variación en los valores que se obtienen, hace ver que las reglas de combinación de efectos sísmicos ortogonales de acuerdo a un porcentaje fijo como hasta ahora se hace, resultan poco realistas.



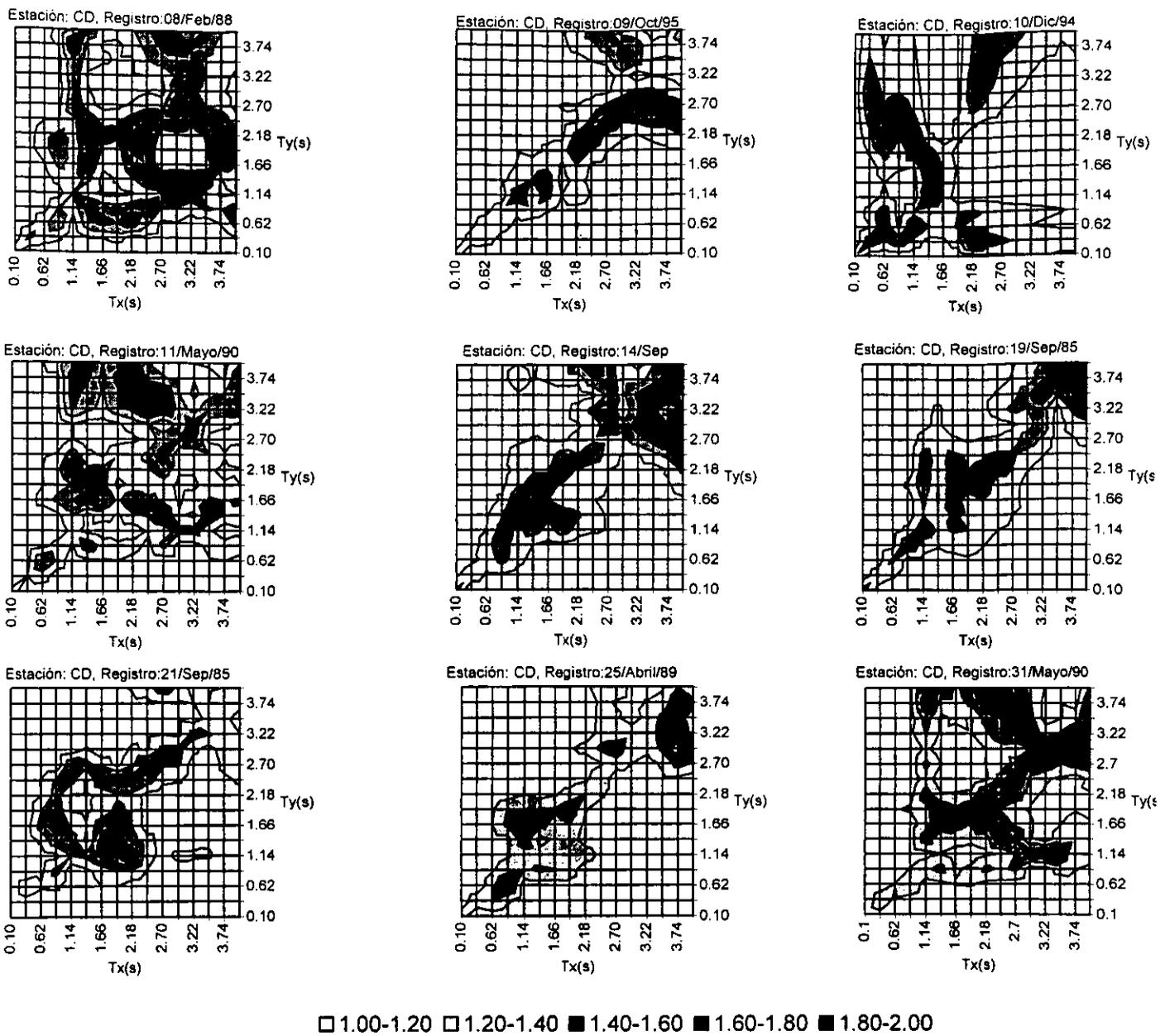
**Figura 6(a).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación SC. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante



**Figura 6(b).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación SC. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.

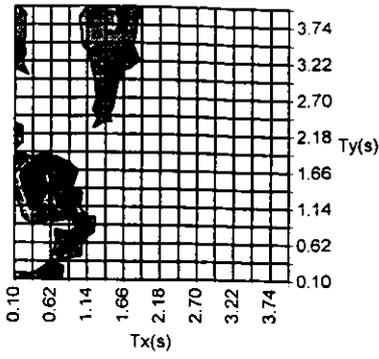


**Figura 7(a).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación CD. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.

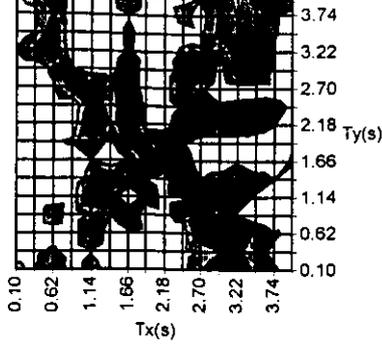


**Figura 7(b).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación CD. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.

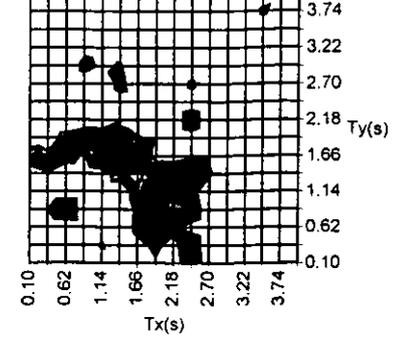
Estación: CU, Registro:08/Feb/88



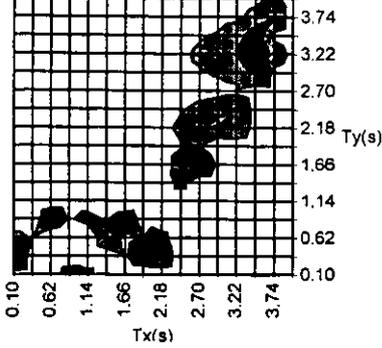
Estación: CU, Registro:09/Oct/95



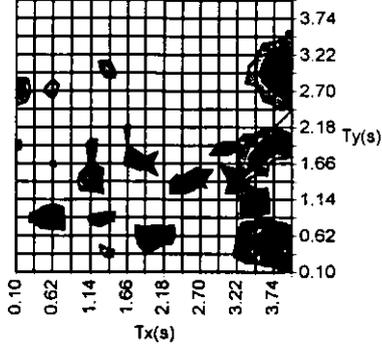
Estación: CU, Registro:10/Dic/94



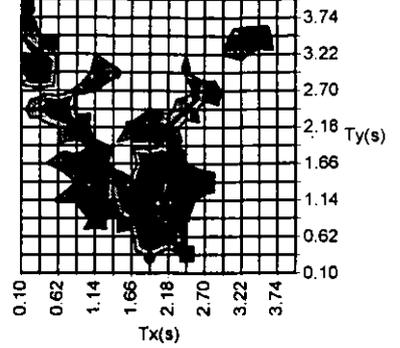
Estación: CU, Registro:11/Mayo/90



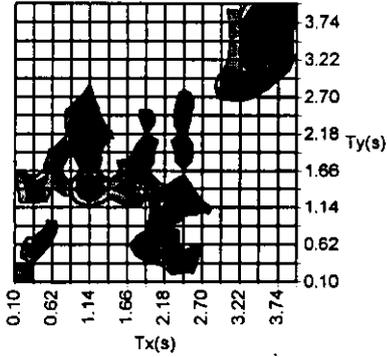
Estación: CU, Registro:14/Sep



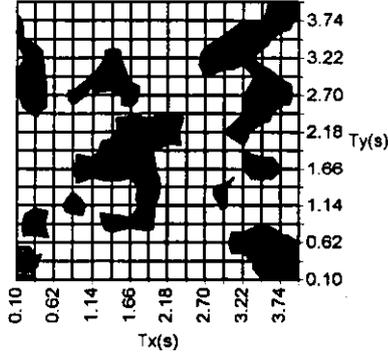
Estación: CU, Registro:19/Sep/85



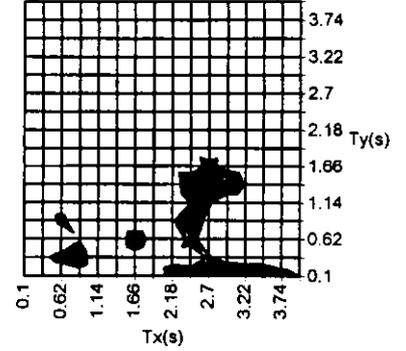
Estación: CU, Registro:21/Sep/85



Estación: CU, Registro:25/Abril/89

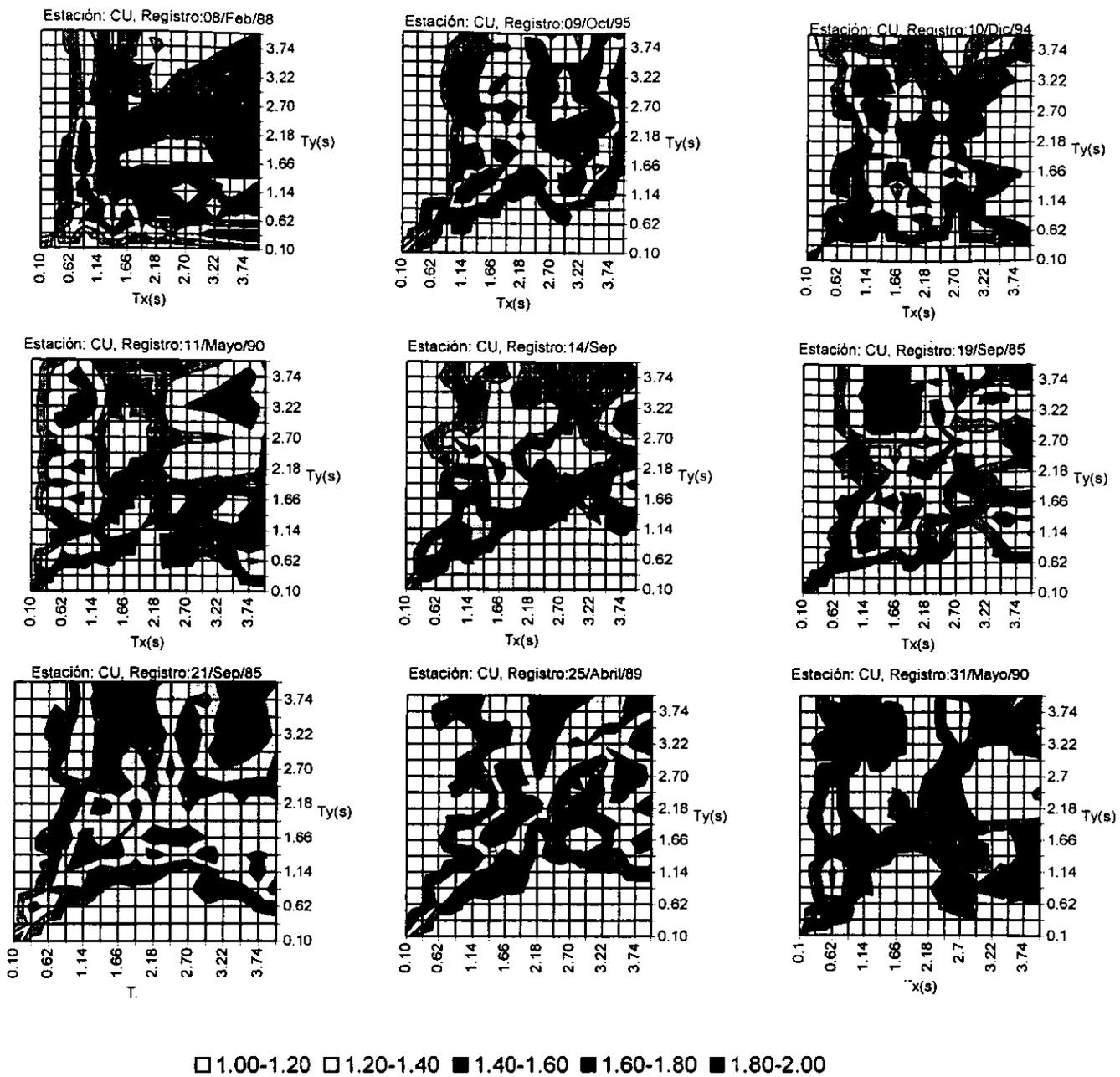


Estación: CU, Registro:31/Mayo/90

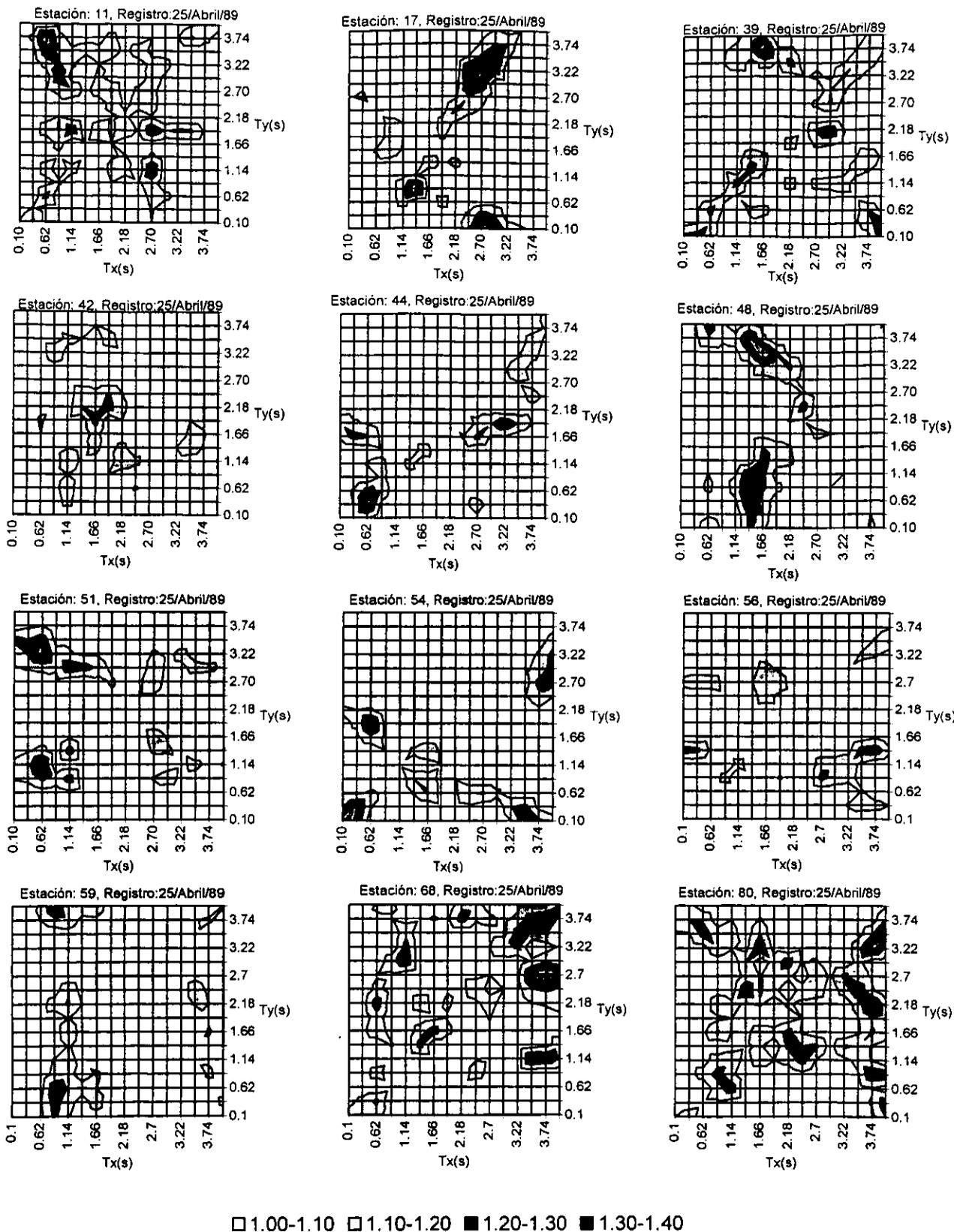


□ 1.00-1.10 ■ 1.10-1.20 ■ 1.20-1.30 ■ 1.30-1.40

**Figura 8(a).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación CU. La respuesta que se estudia el esfuerzo cortante.



**Figura 8(b).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación CU. La respuesta que se estudia es la flexión bidireccional.



**Figura 9(a).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno blando. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante

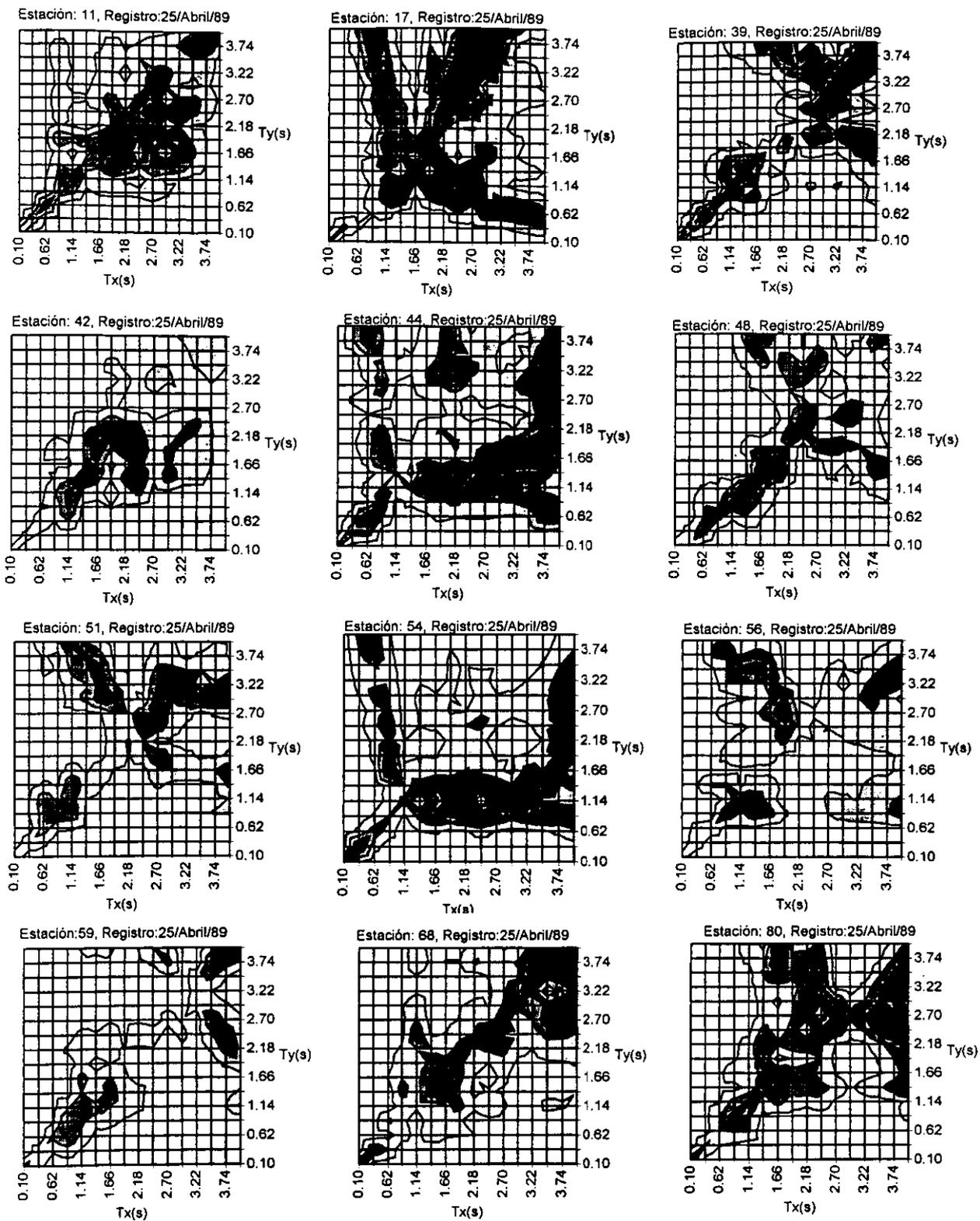
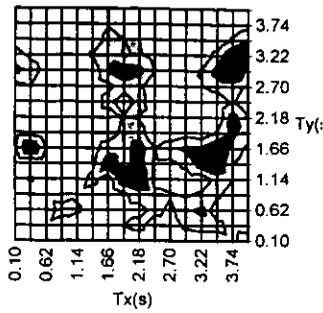
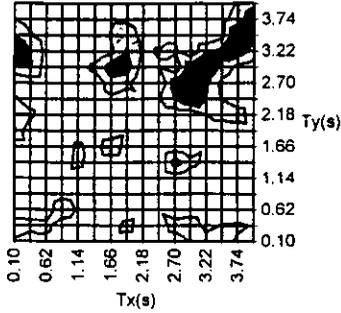


Figura 9(b). Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno blando. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.

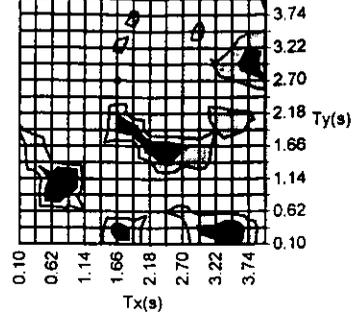
Estación: 47, Registro:25/Abril/89



Estación: 52, Registro 25/Abril/89



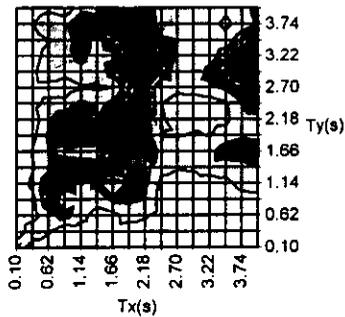
Estación: 57, Registro:25/Abril/89



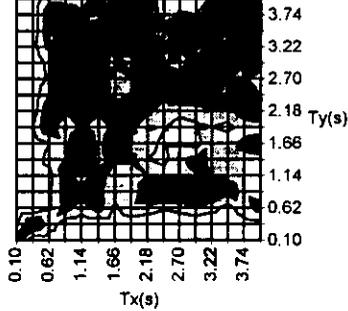
□ 1.00-1.10 □ 1.10-1.20 ■ 1.20-1.30 ■ 1.30-1.40

**Figura 10(a).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno de transición. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.

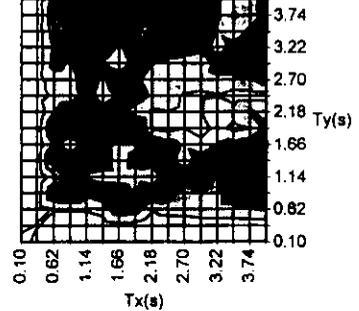
Estación: 47, Registro:25/Abril/89



Estación: 52, Registro:25/Abril/89

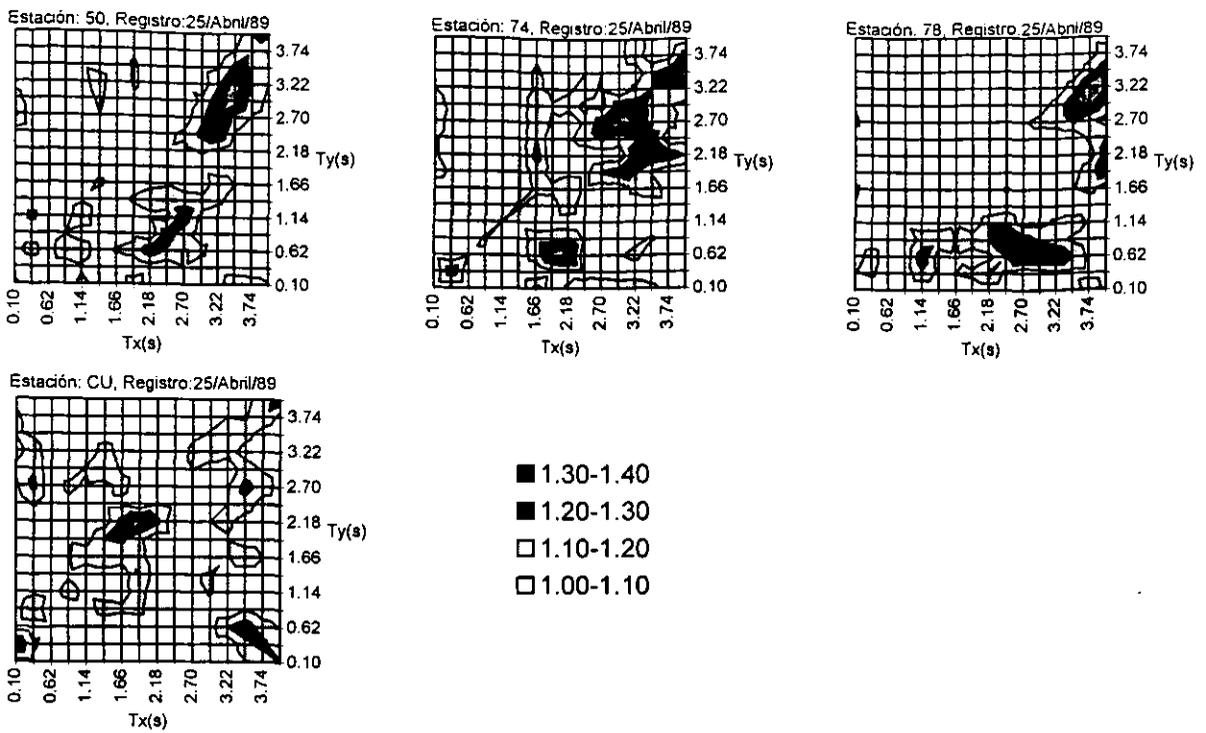


Estación: 57, Registro:25/Abril/89

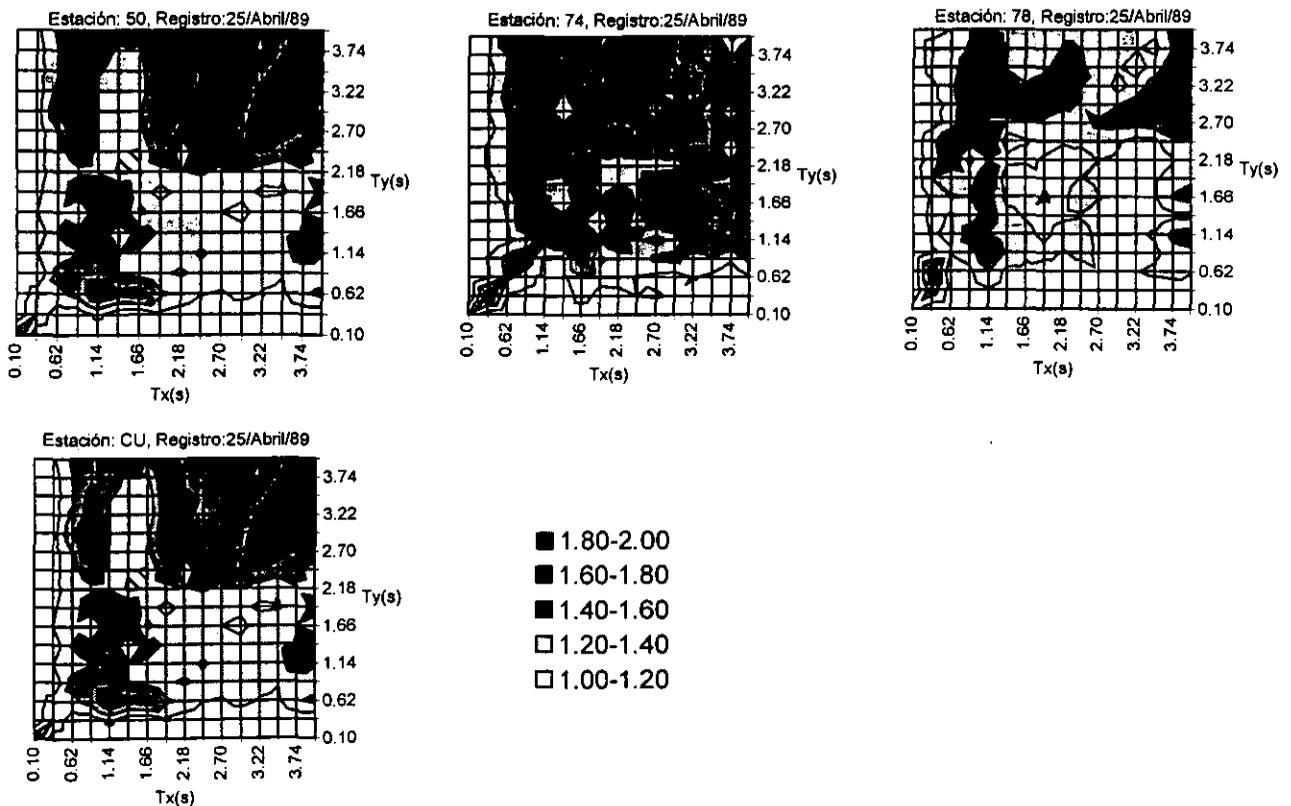


□ 1.00-1.20 □ 1.20-1.40 ■ 1.40-1.60 ■ 1.60-1.80 ■ 1.80-2.00

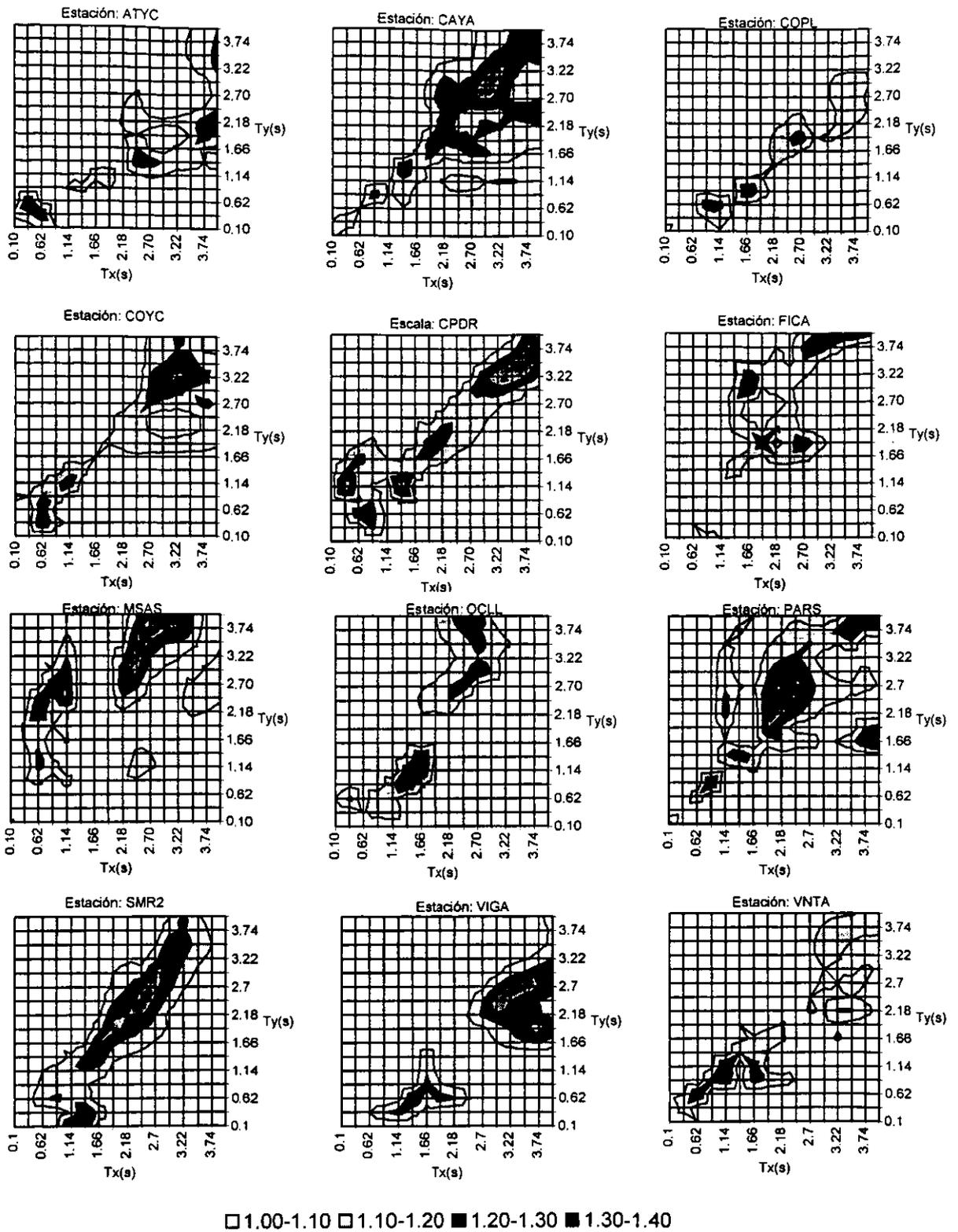
**Figura 10(b).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno de transición. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.



**Figura 11(a).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno duro. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.



**Figura 11(b).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno duro. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.



**Figura 12(a).** Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en la costa. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.

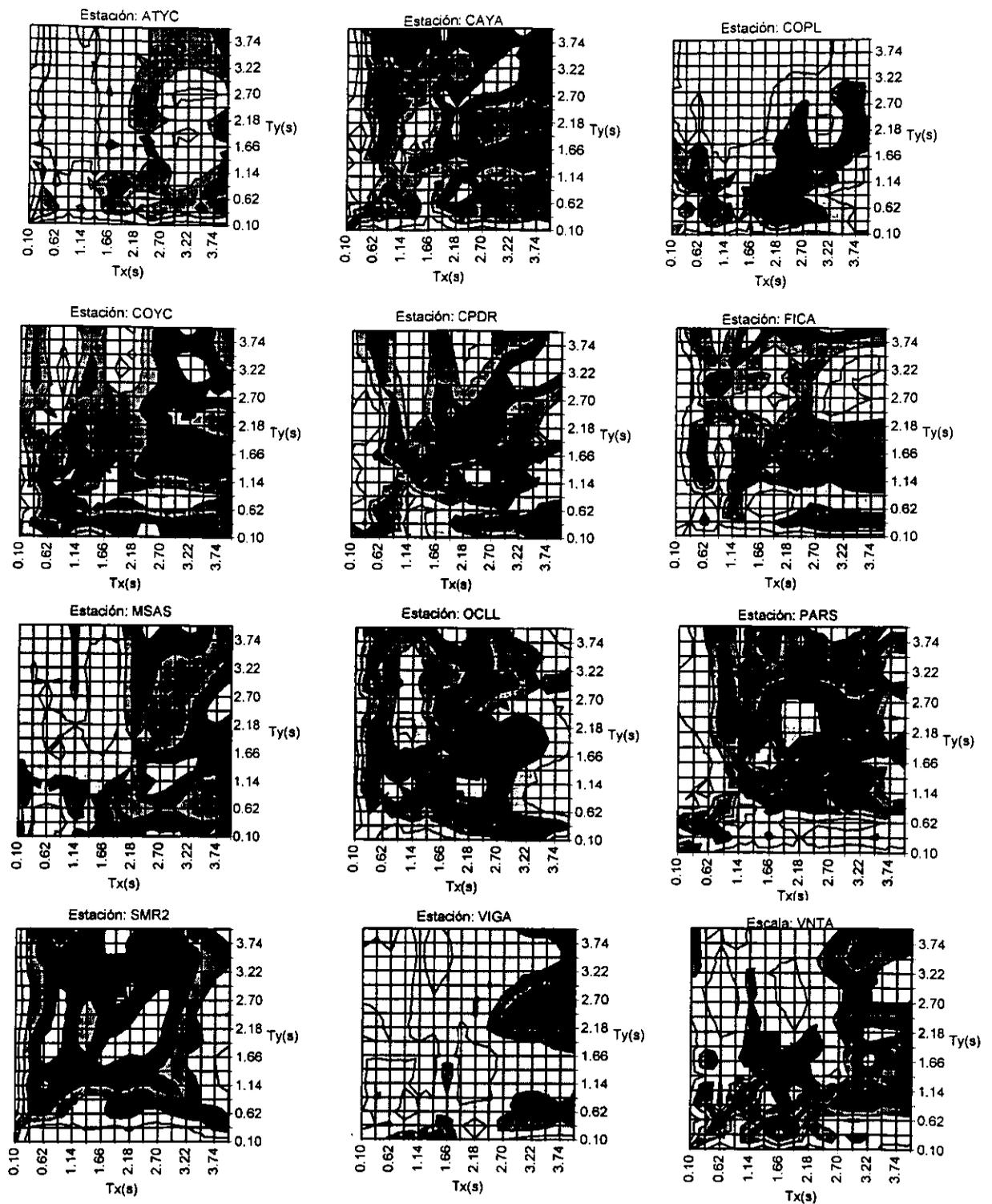


Figura 12(b). Valores de  $\gamma$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en la costa. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.

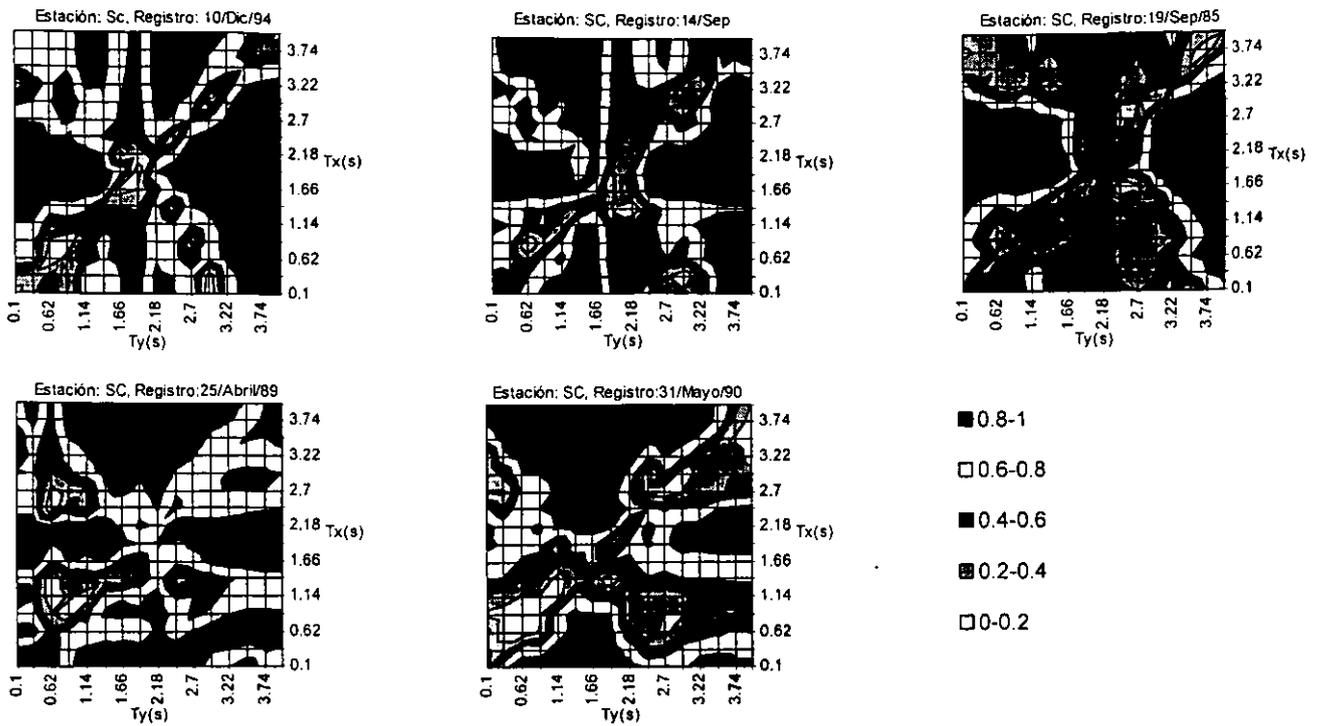


Figura 13 (a). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación SC. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.

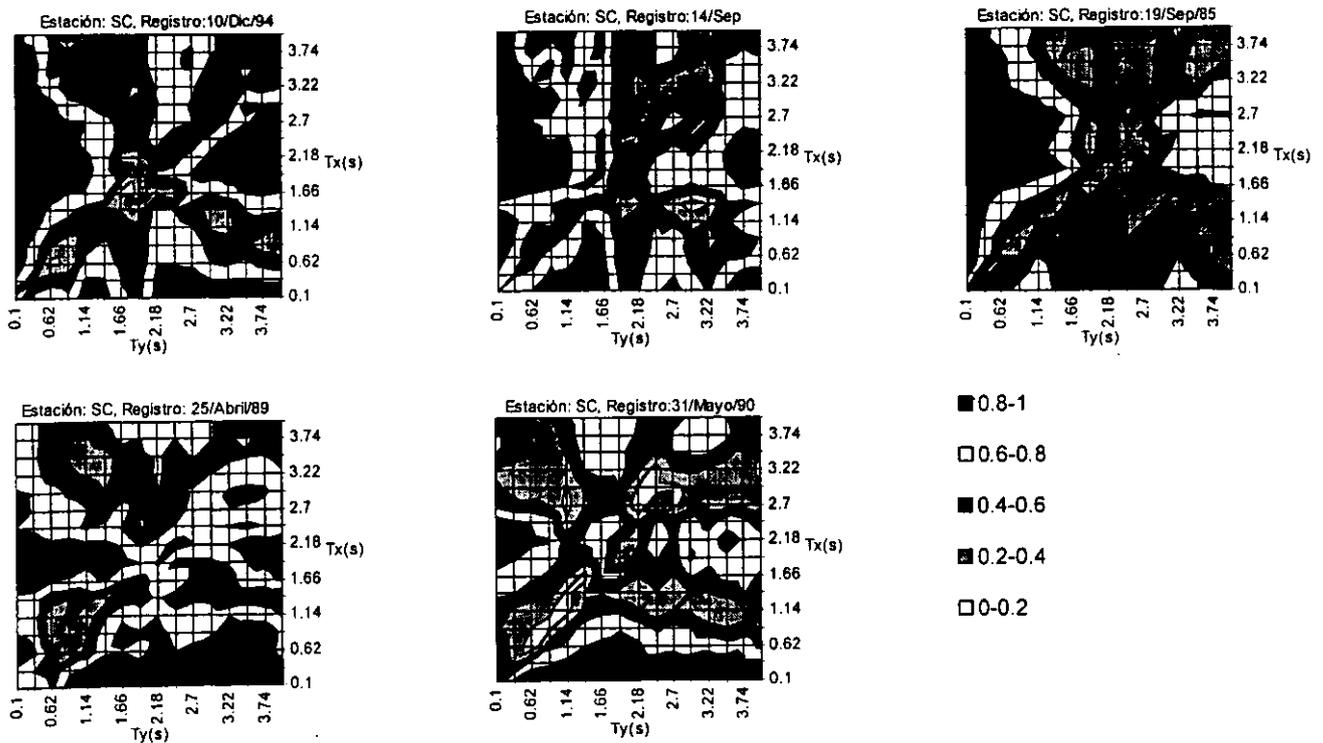
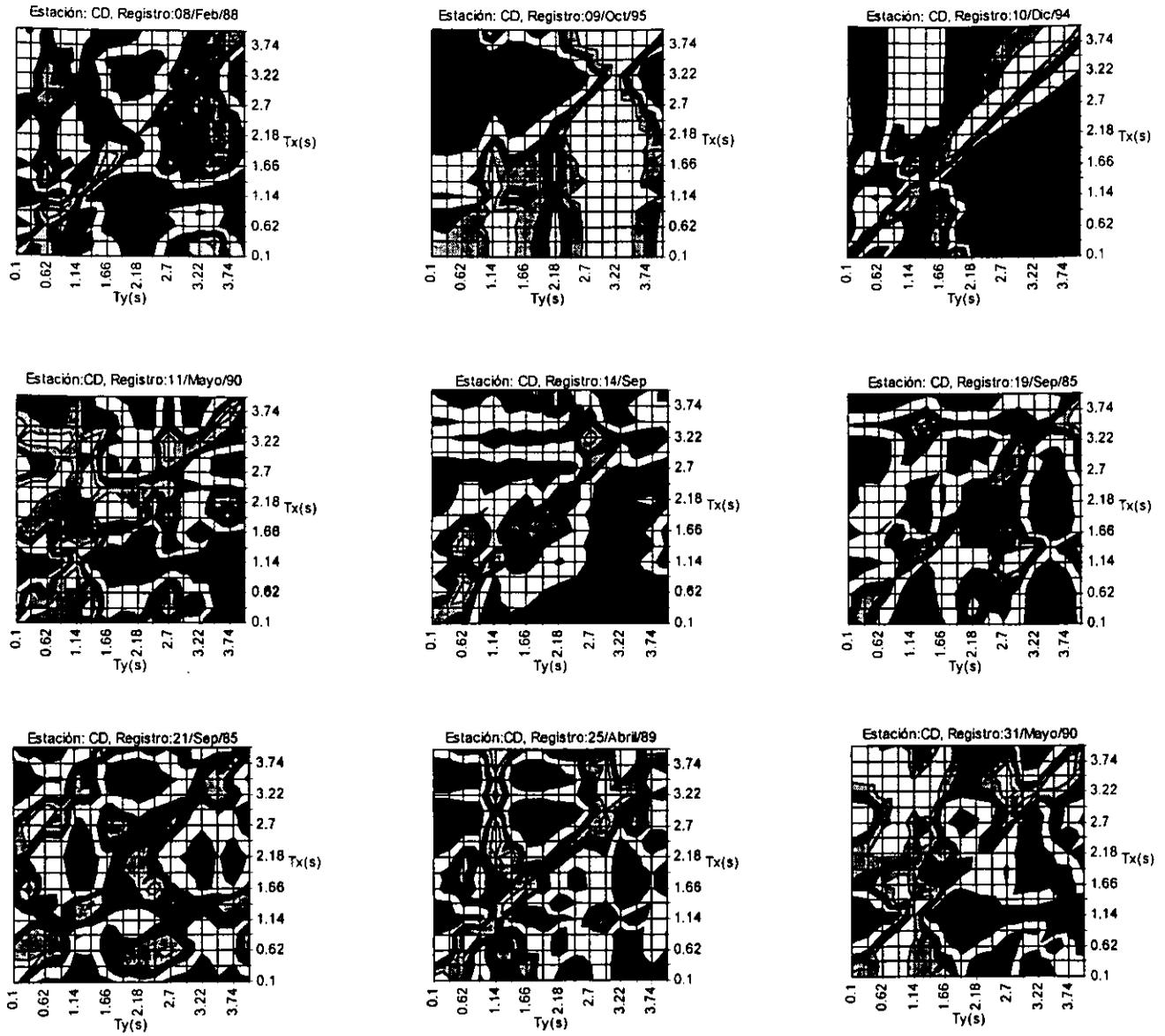
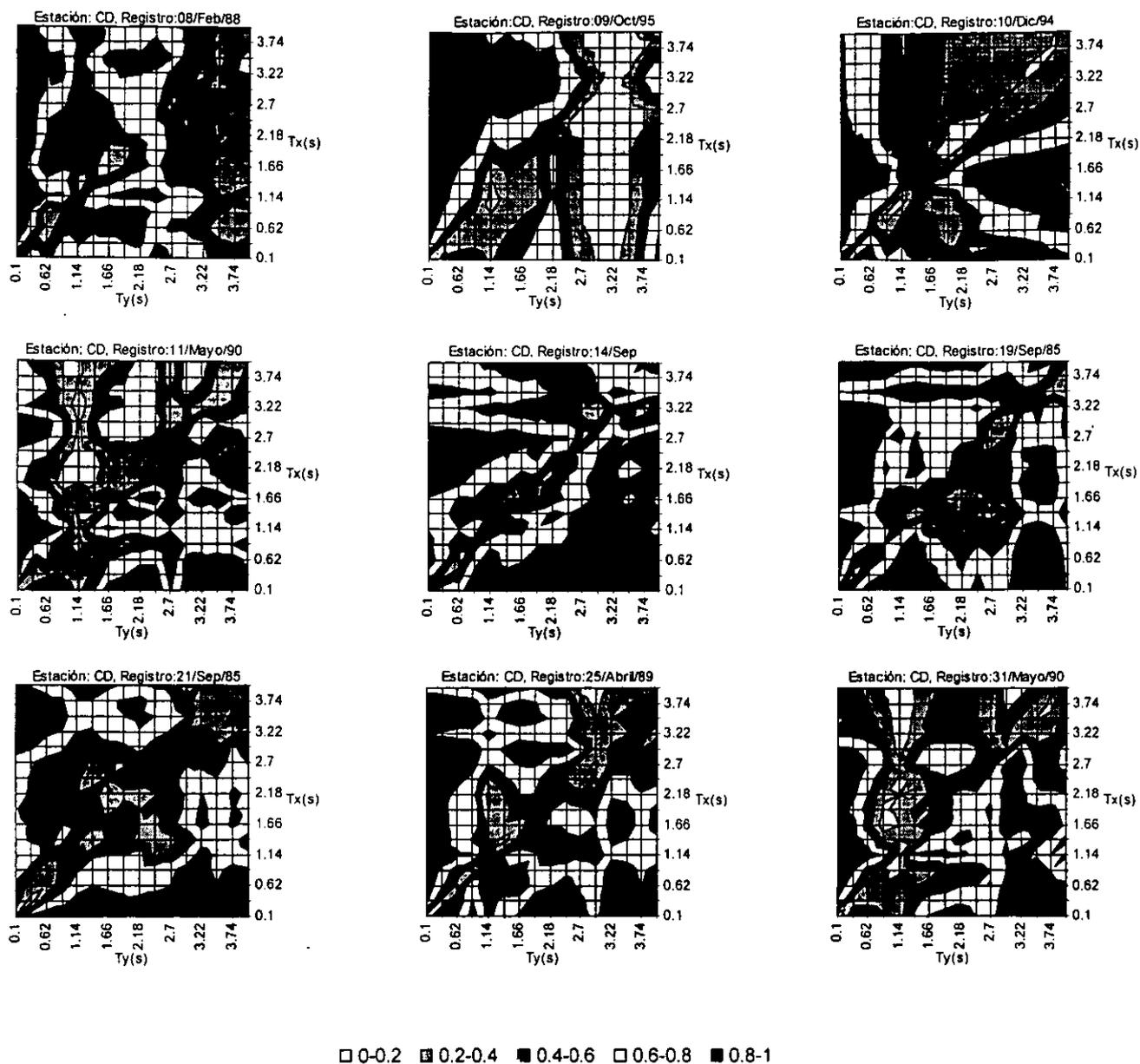


Figura 13 (b). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación SC. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.

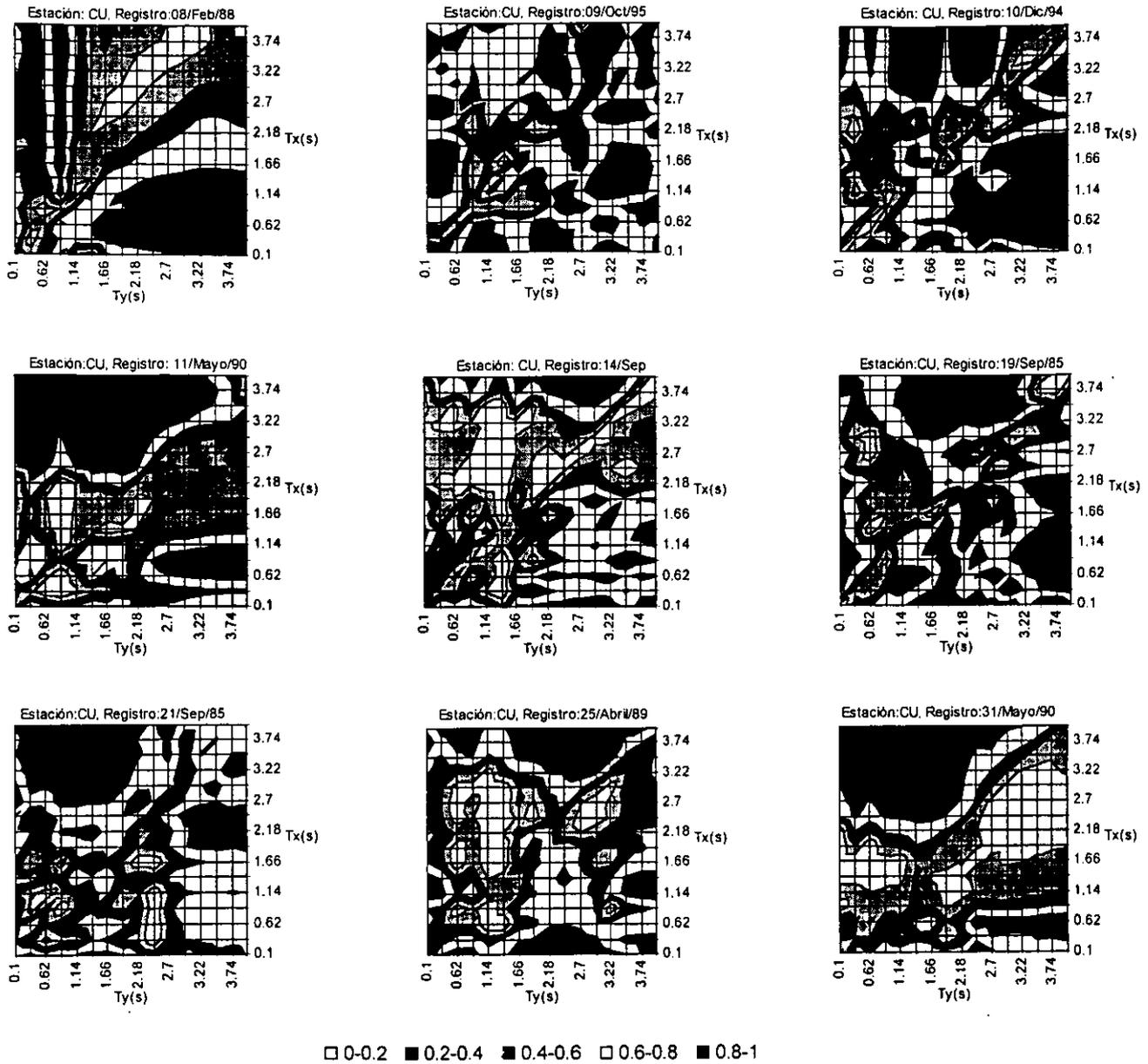


□ 0-0.2   ■ 0.2-0.4   ■ 0.4-0.6   □ 0.6-0.8   ■ 0.8-1

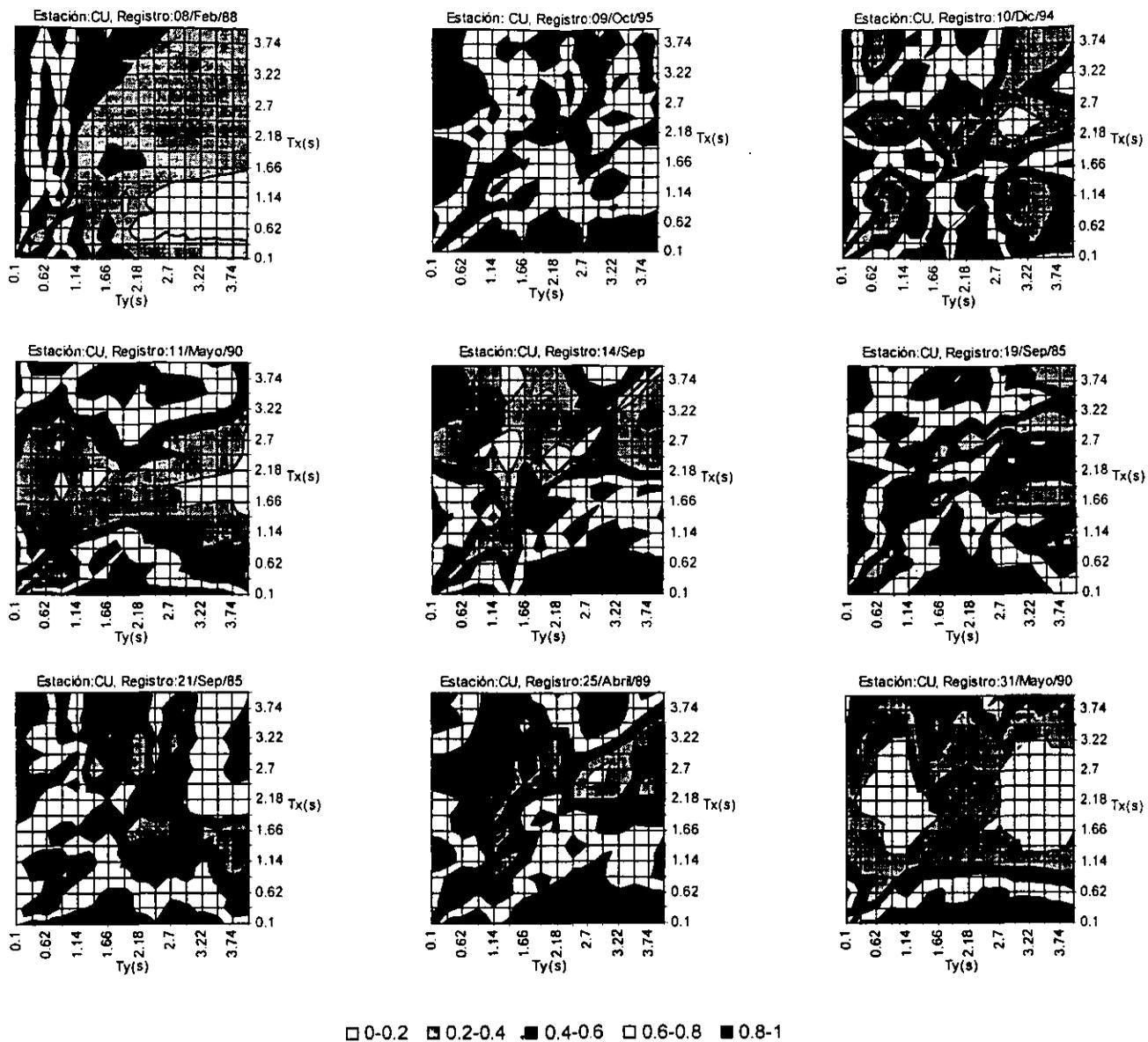
Figura 14 (a). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación CD. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.



*Figura 14 (b). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación CD. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.*



*Figura 15 (a). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación CU. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.*



*Figura 15 (b). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros en la estación CU. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.*

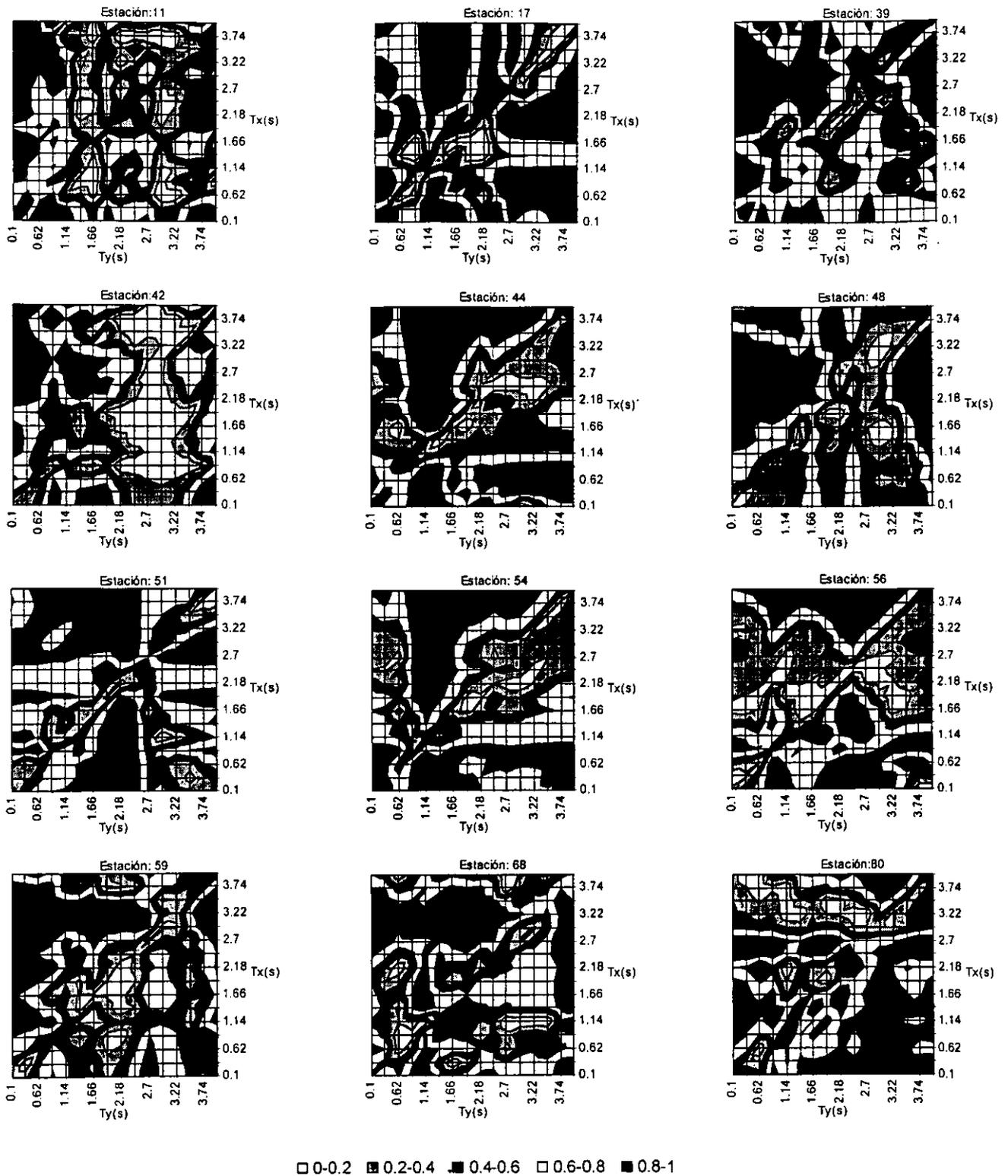
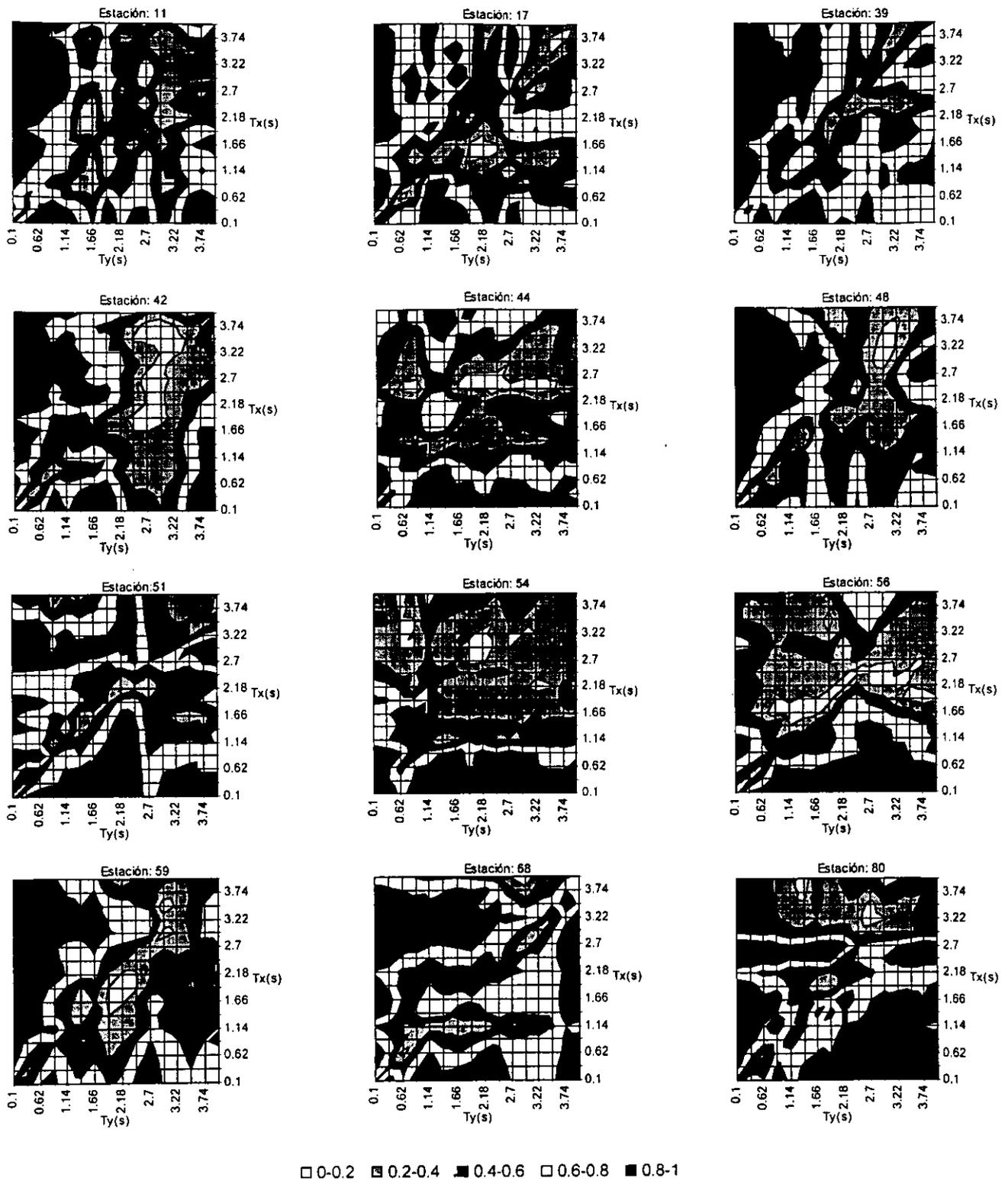
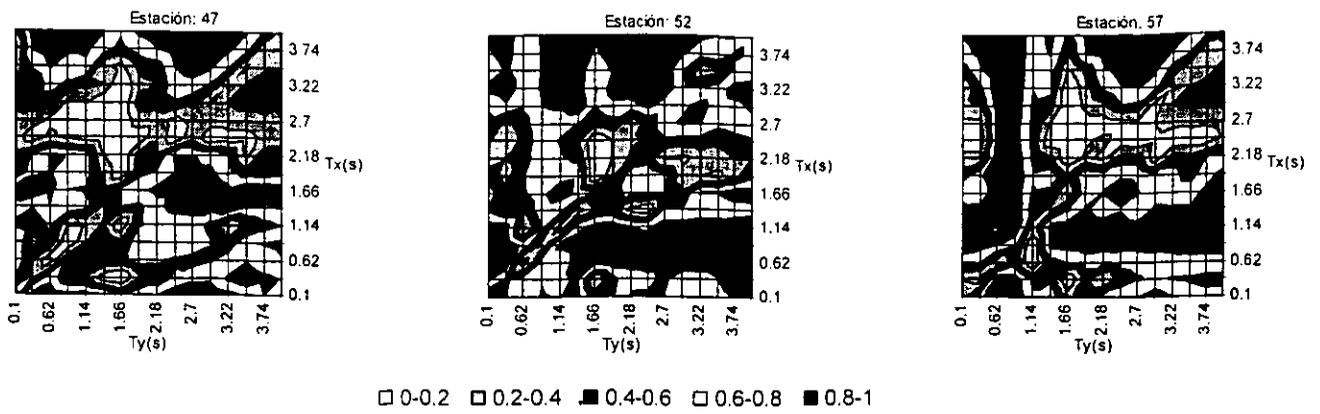


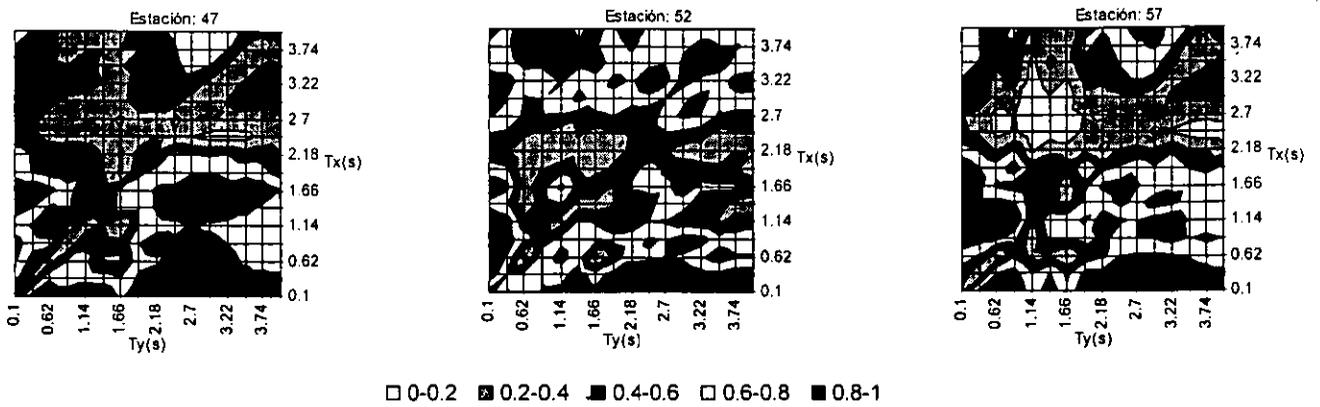
Figura 16 (a). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno blando. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.



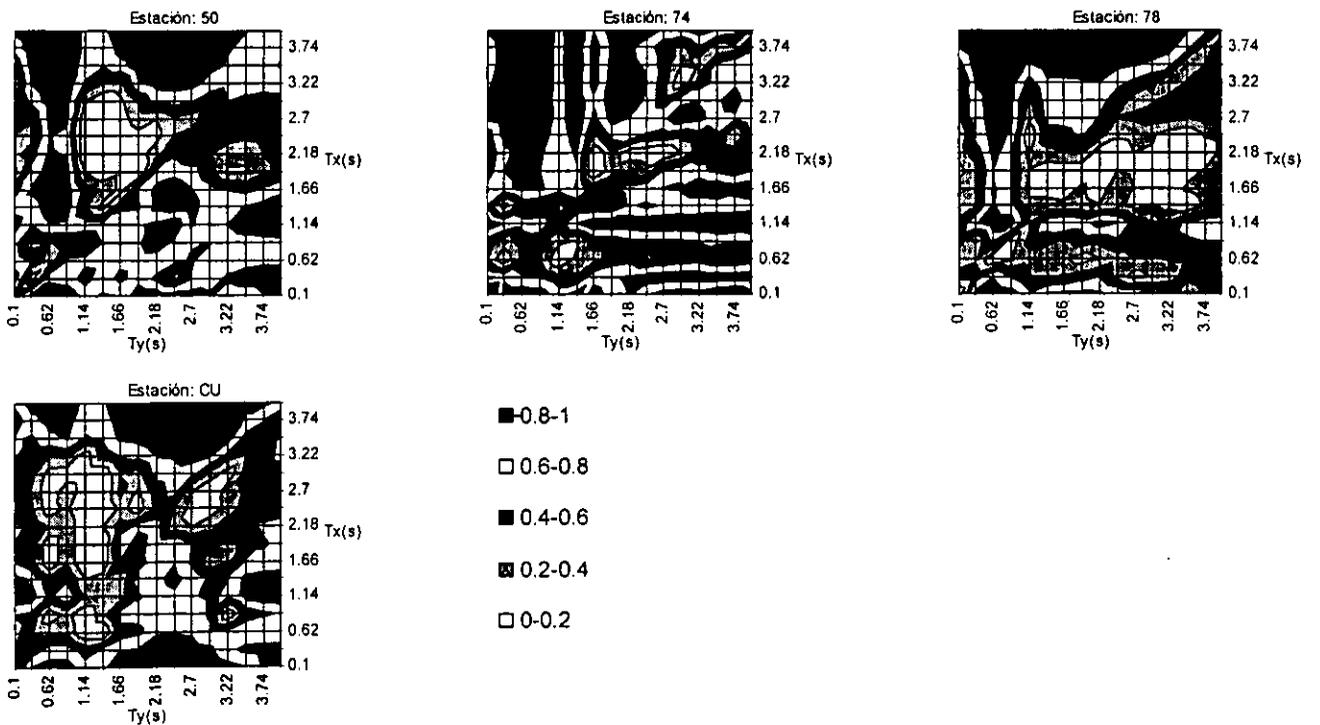
*Figura 16 (b). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno blando. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.*



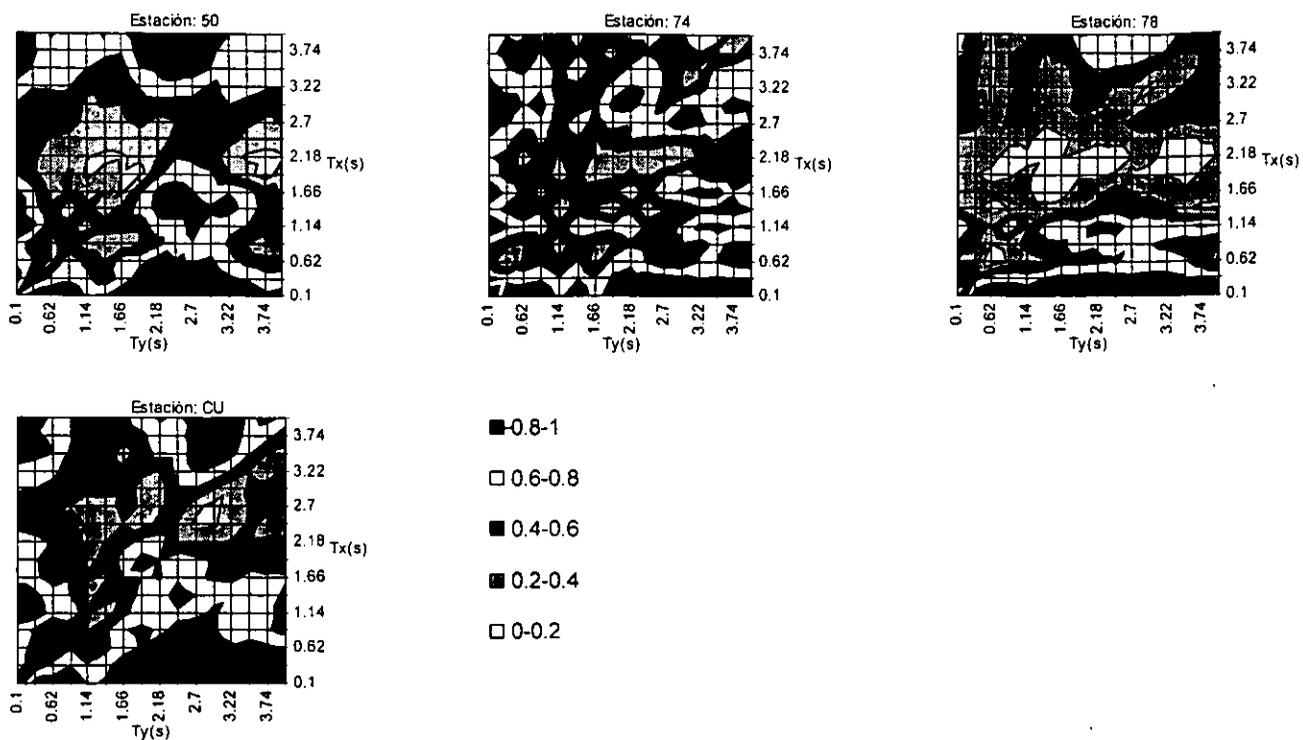
**Figura 17 (a).** Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno de transición. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.



**Figura 17 (b).** Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno de transición. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.



**Figura 18 (a).** Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno duro. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.



*Figura 18 (b). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en terreno duro. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.*

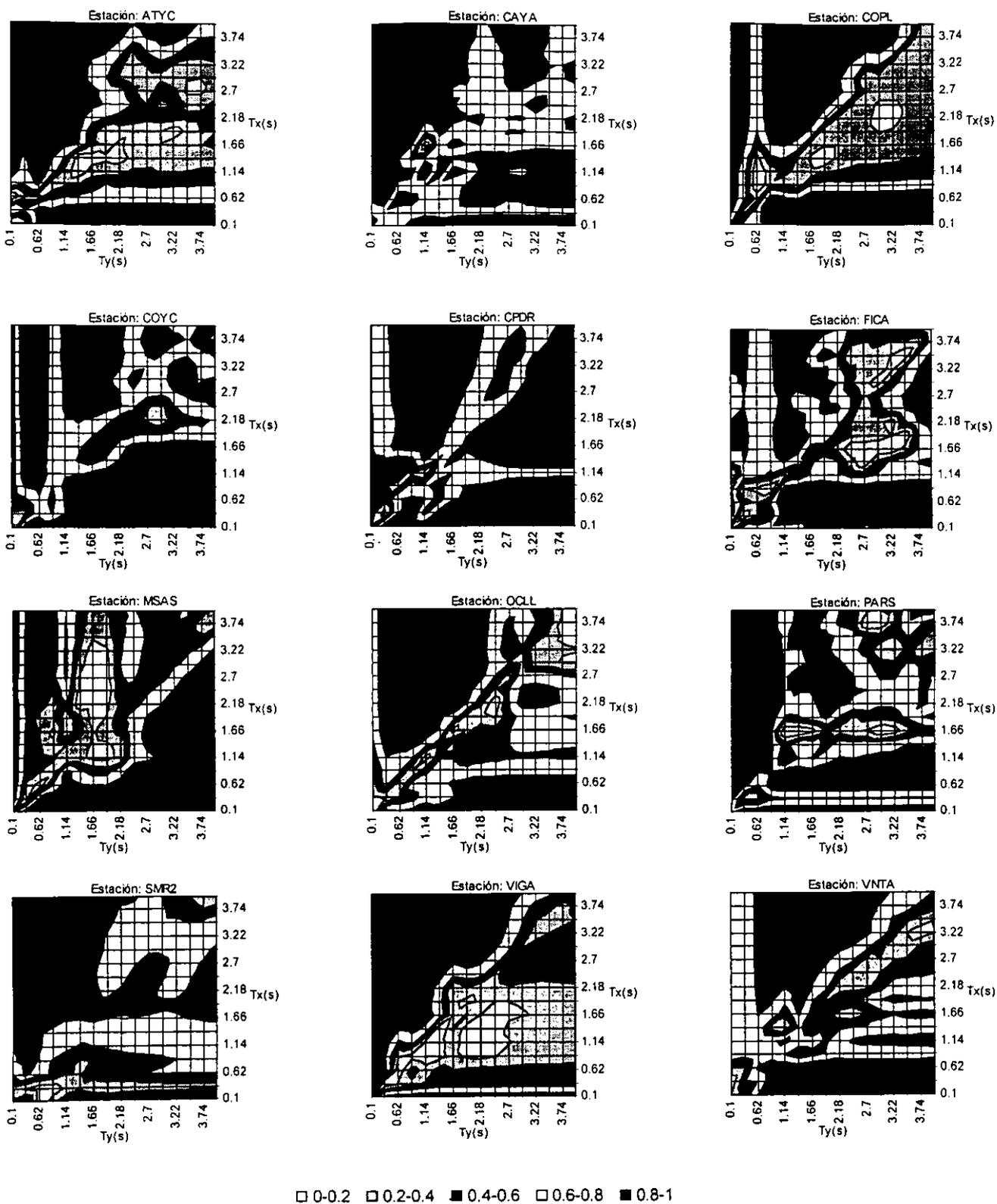


Figura 19 (a). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en la costa. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.

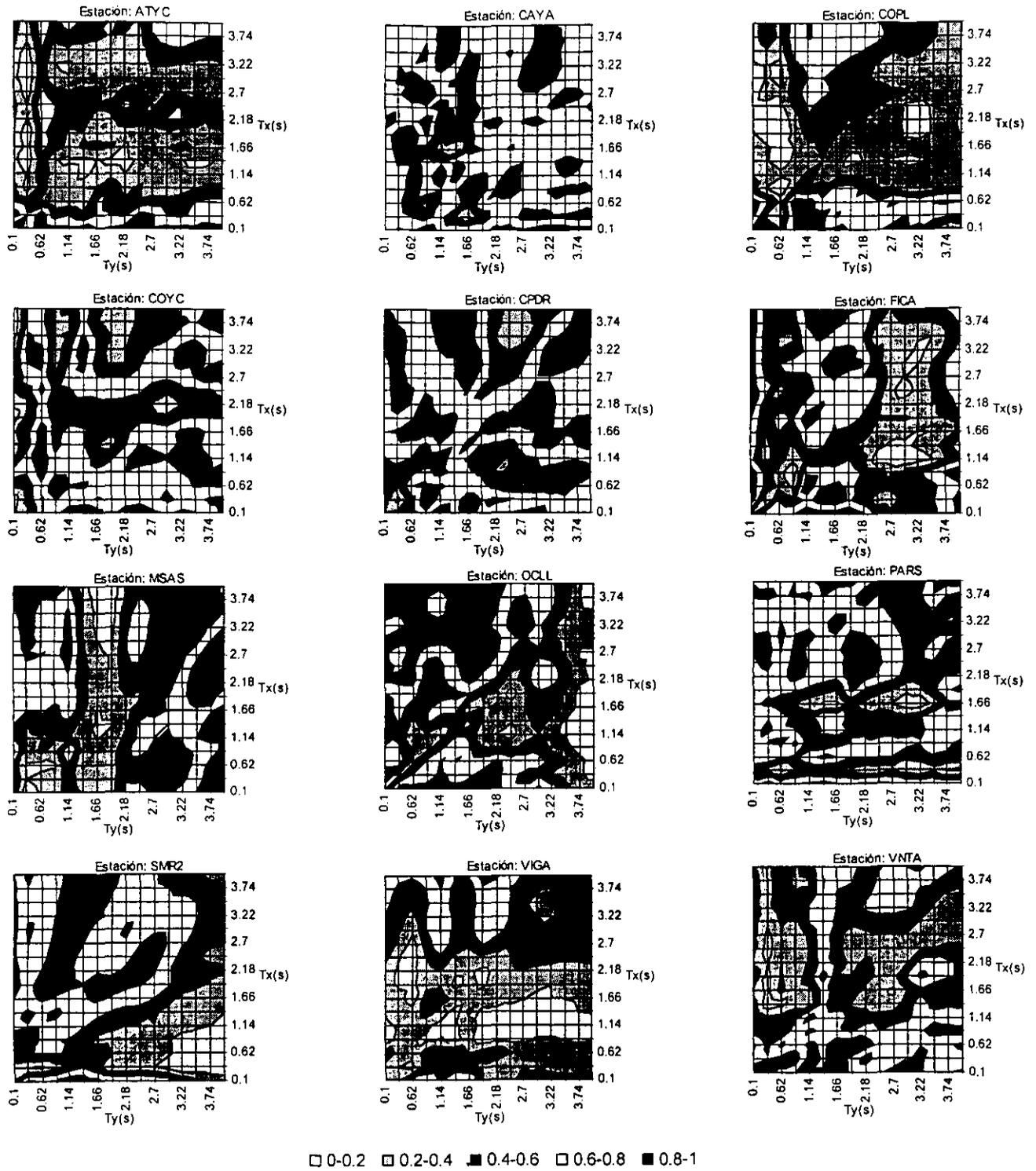
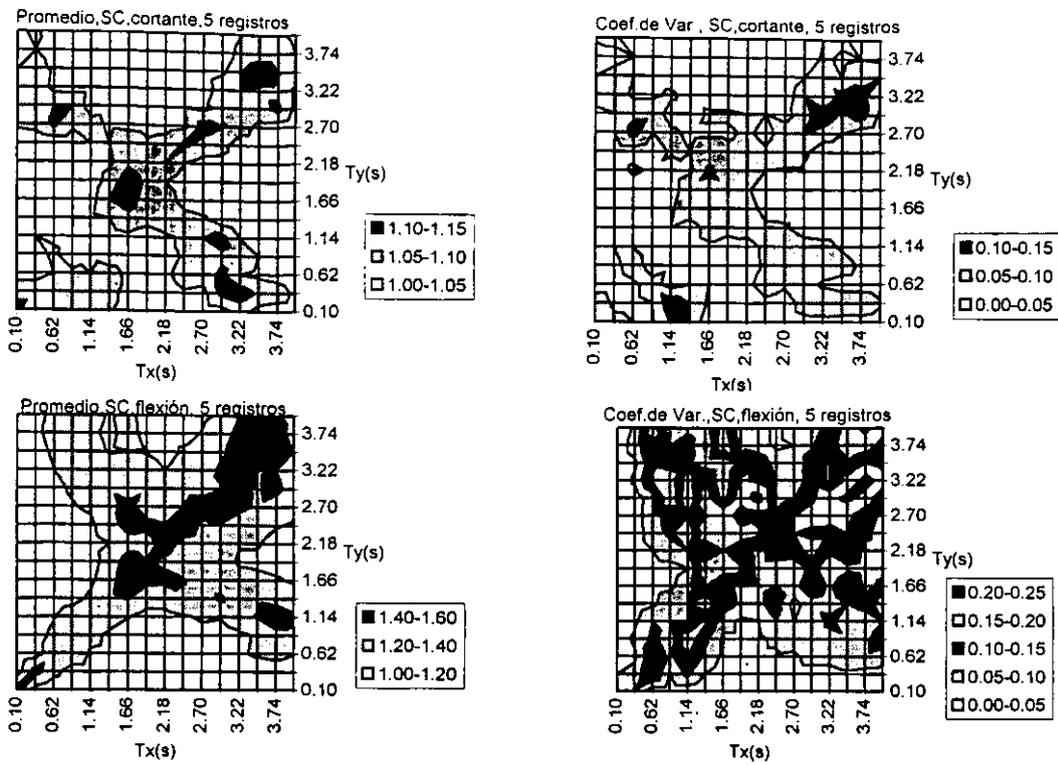
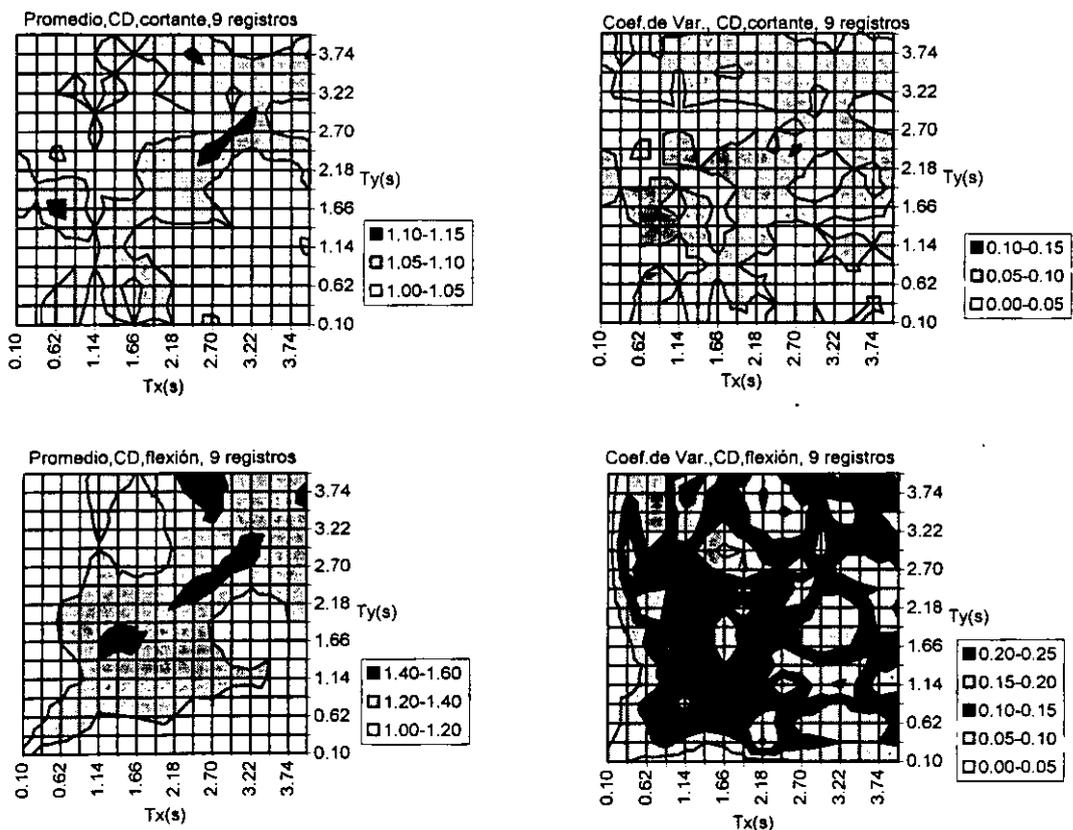


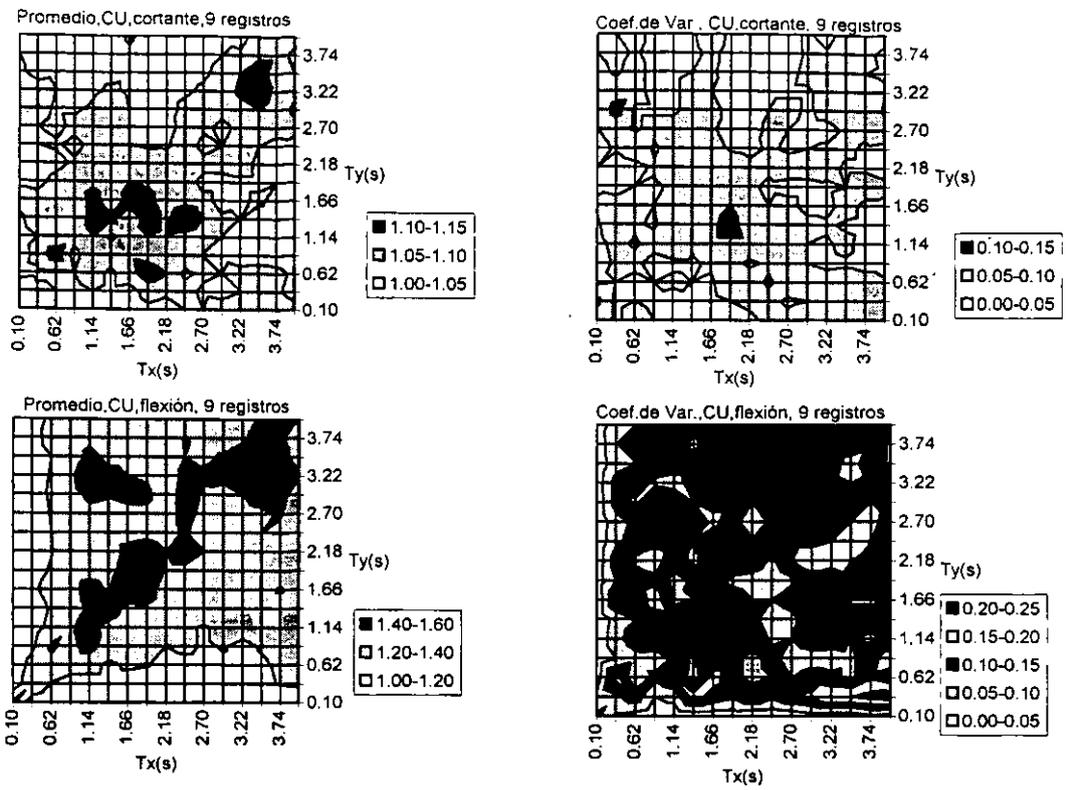
Figura 19 (b). Valores de  $\alpha$  obtenidos a partir de distintos registros del sismo del 25 de abril correspondientes a estaciones ubicadas en la costa. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.



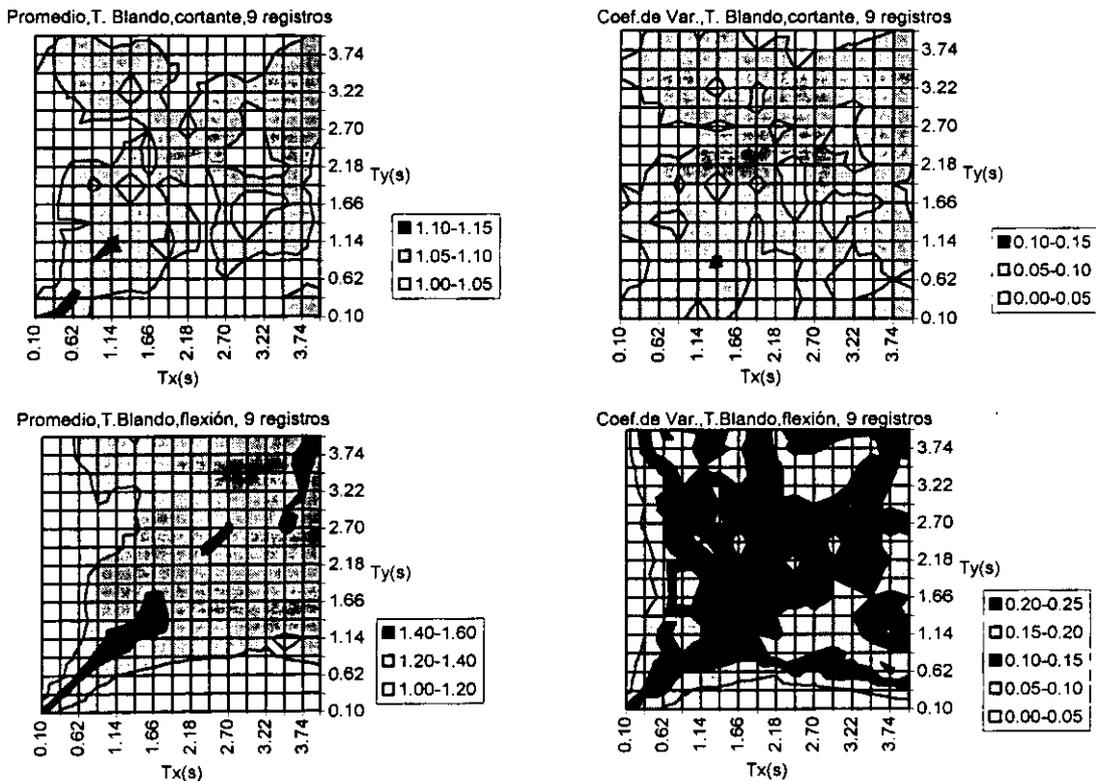
**Figura 20(a).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\gamma$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a la estación SC. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



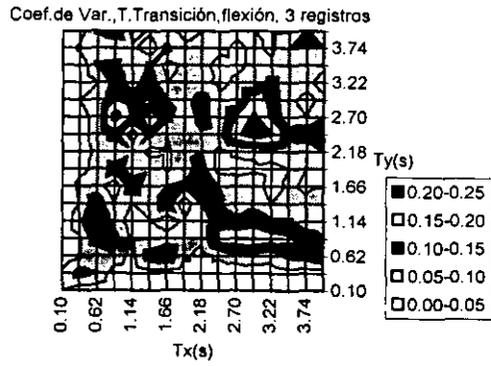
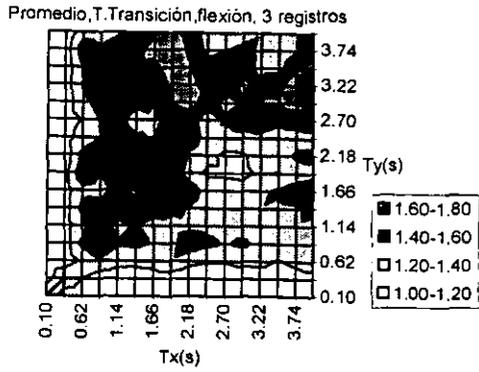
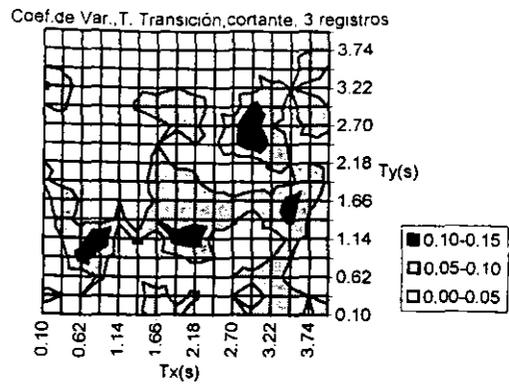
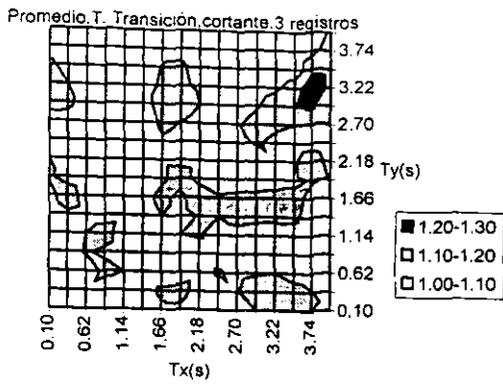
**Figura 20(b).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\gamma$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a la estación CD. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



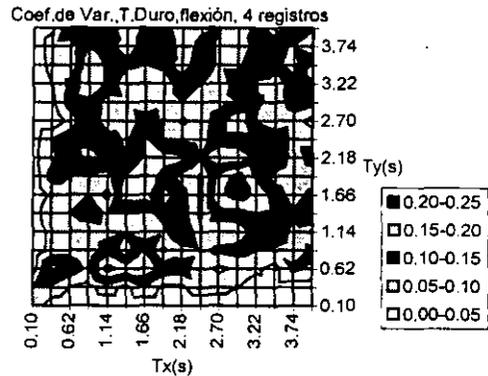
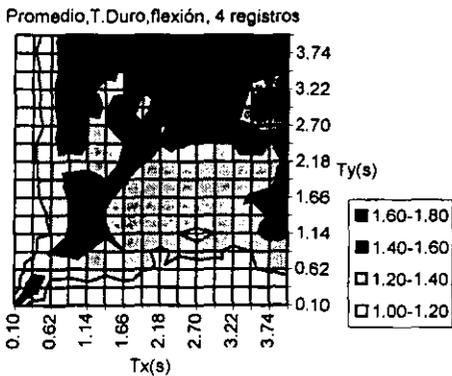
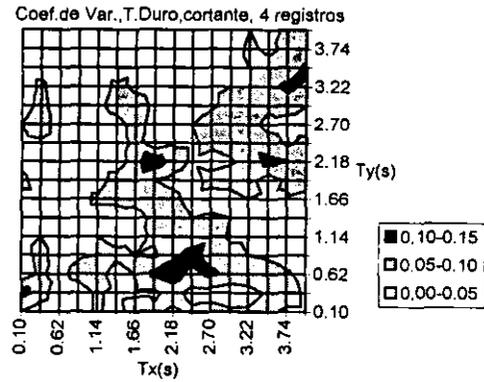
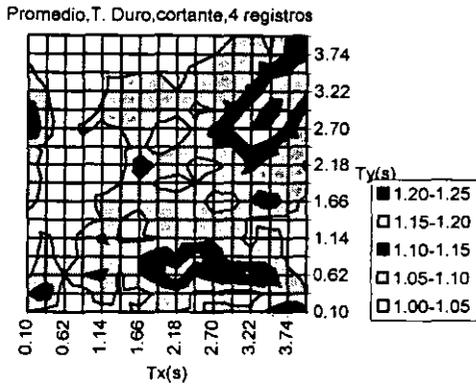
**Figura 20(c).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\gamma$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a la estación CU. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



**Figura 20(d).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\gamma$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a estaciones de terreno blando. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.

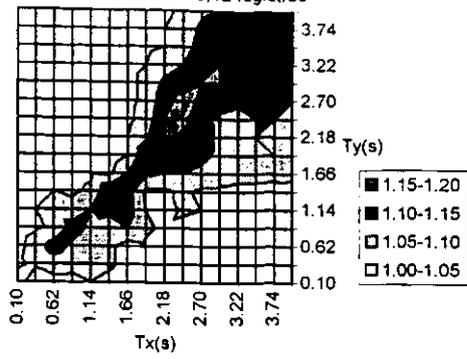


**Figura 20(e).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\gamma$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a estaciones de terreno de transición. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.

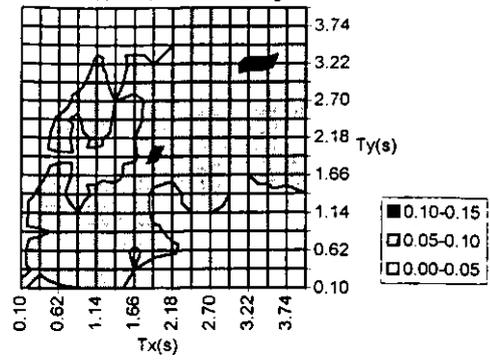


**Figura 20(f).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\gamma$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a estaciones de terreno duro. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.

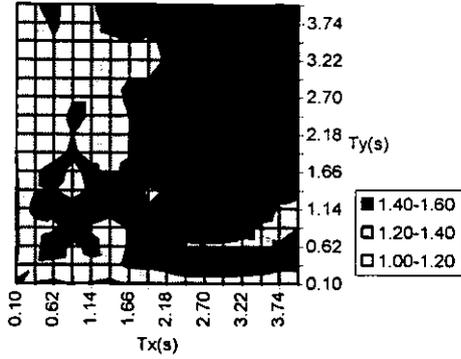
Promedio, Costa, cortante, 12 registros



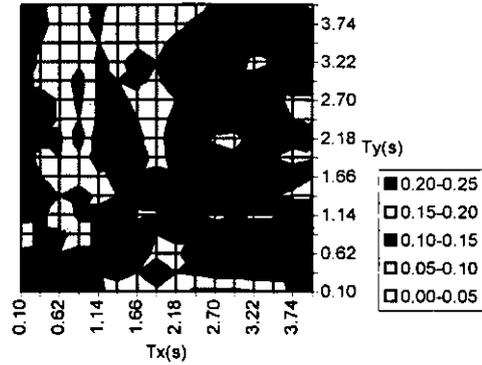
Coef.de Var., Costa, cortante, 12 registros



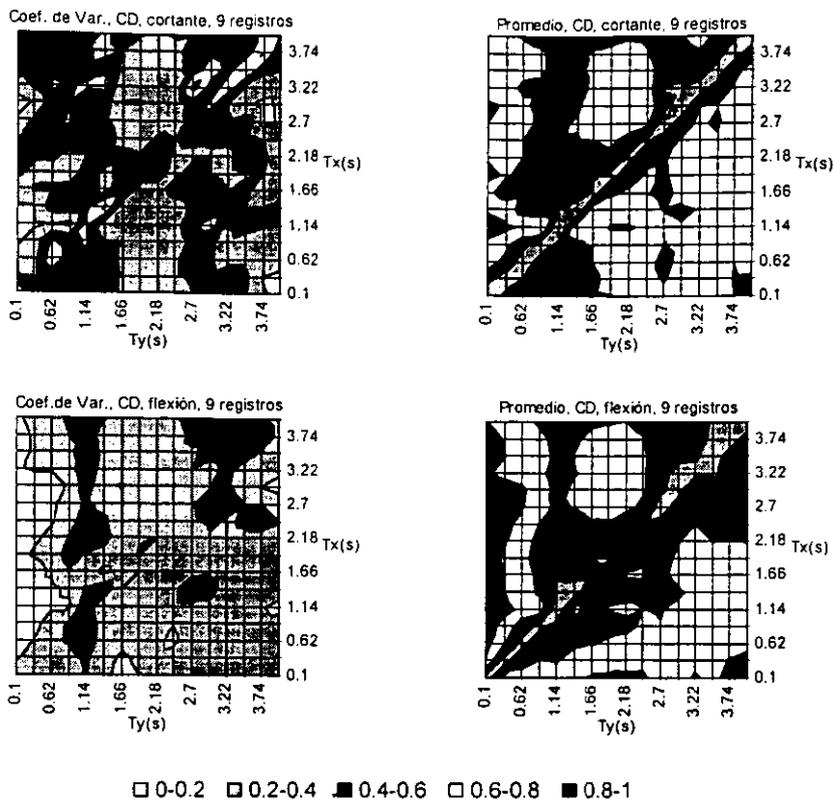
Promedio, Costa, flexión, 12 registros



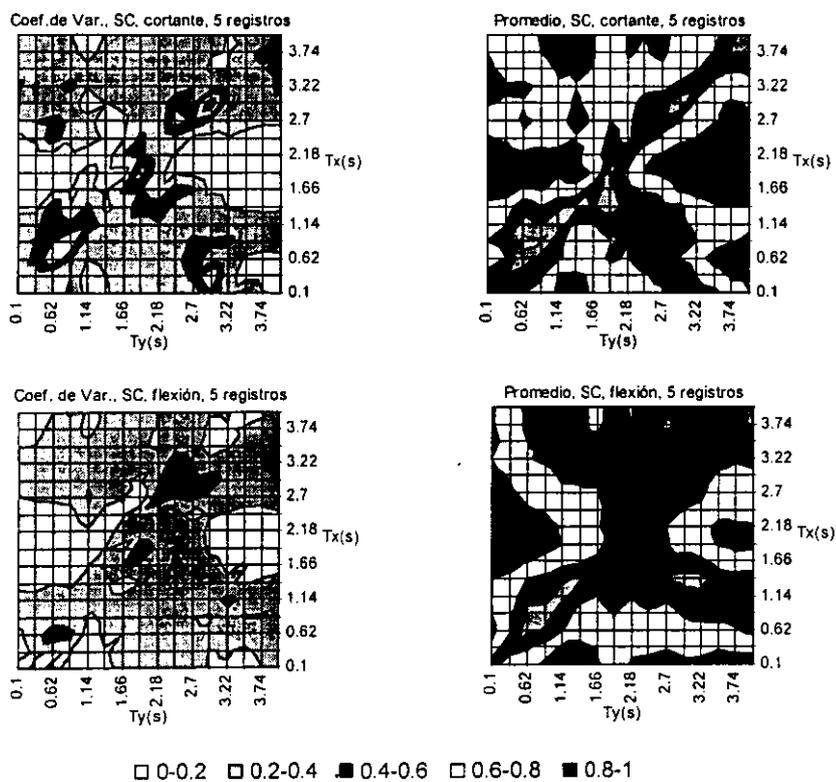
Coef.de Var., Costa, flexión, 12 registros



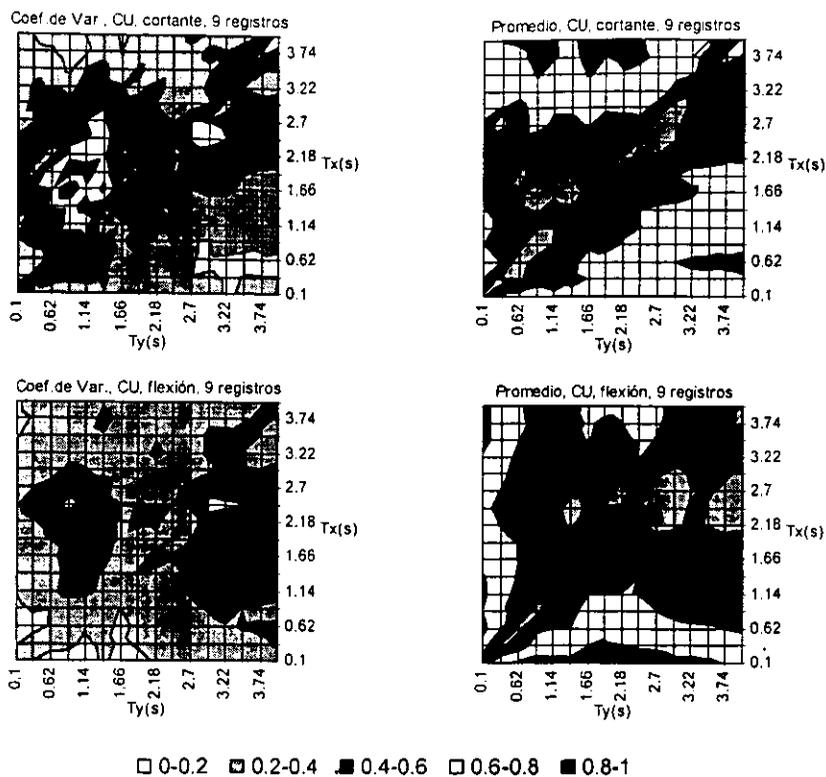
**Figura 20(g).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\gamma$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a estaciones de la costa. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



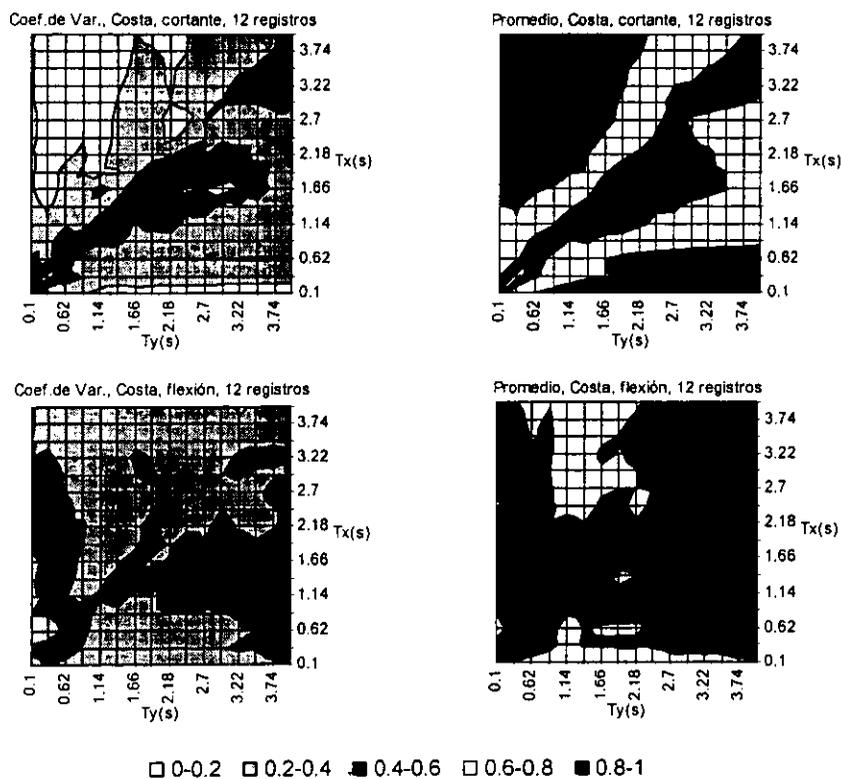
**Figura 20 (h).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\alpha$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a la estación CD. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



**Figura 20 (i).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\alpha$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a la estación SC. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



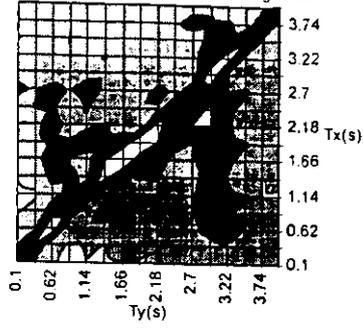
**Figura 20 (j).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\alpha$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a la estación CU. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



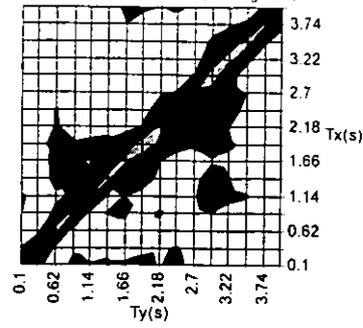
**Figura 20 (k).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\alpha$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a estaciones de la costa. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



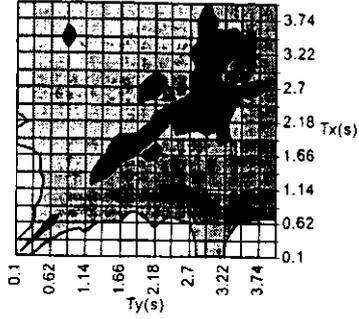
Cof. de Var., Blando, cortante, 24 registros



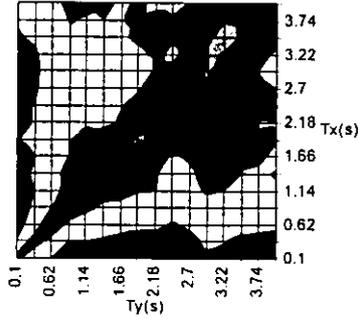
Promedio, Blando, cortante, 24 registros



Cof. de Var., Blando, flexión, 24 registros

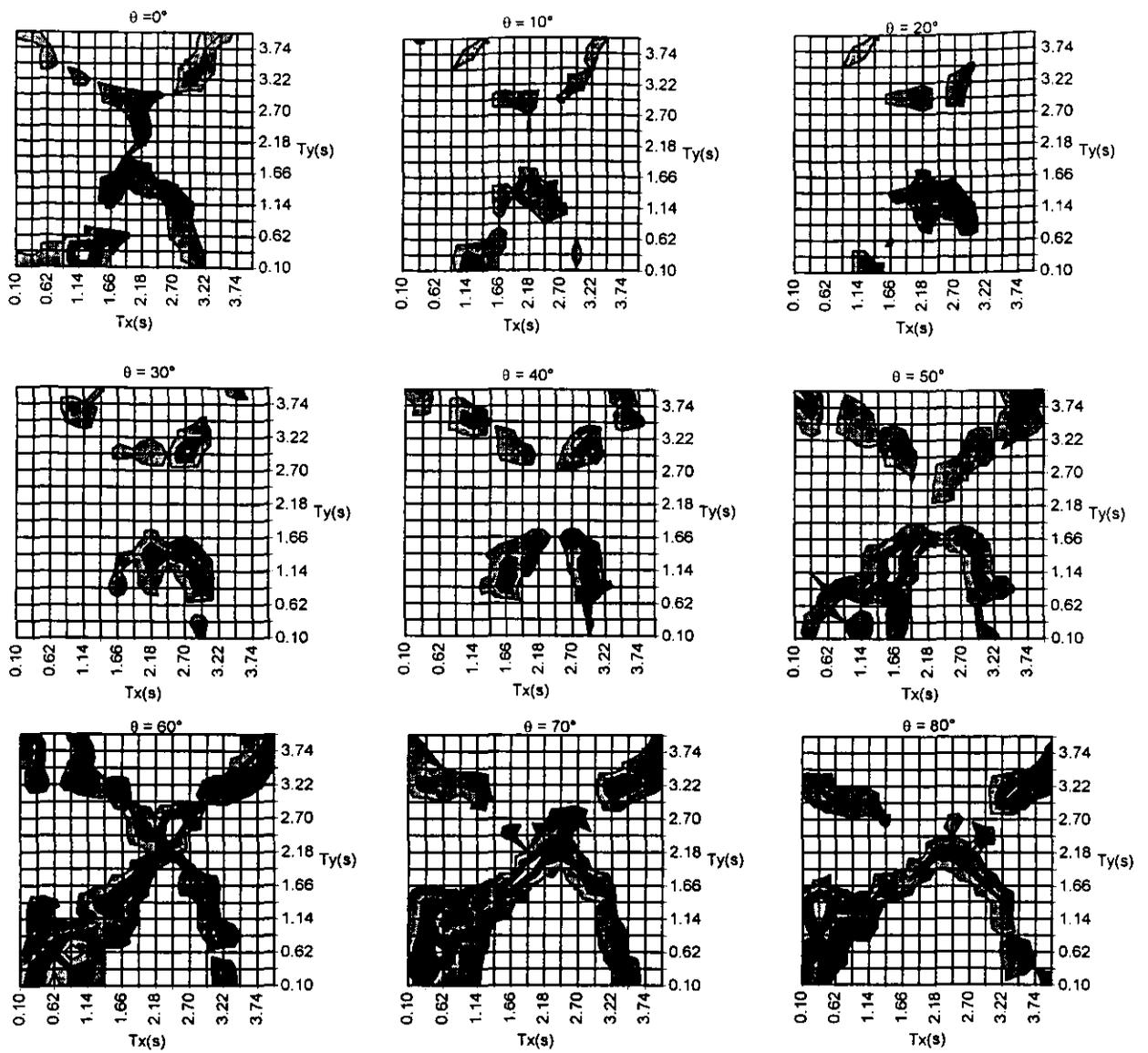


Promedio, Blando, flexión, 24 registros



0-0.2  
  0.2-0.4  
  0.4-0.6  
  0.6-0.8  
  0.8-1

**Figura 20 (n).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\alpha$  para el caso en que se analizan distintos registros correspondientes a terreno blando. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



*Figura 21(a). Valores de  $\gamma$  para distintos angulos de rotación de los ejes principales de la estructura correspondientes al registro del 19/Sep/85 en la estación SC. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.*

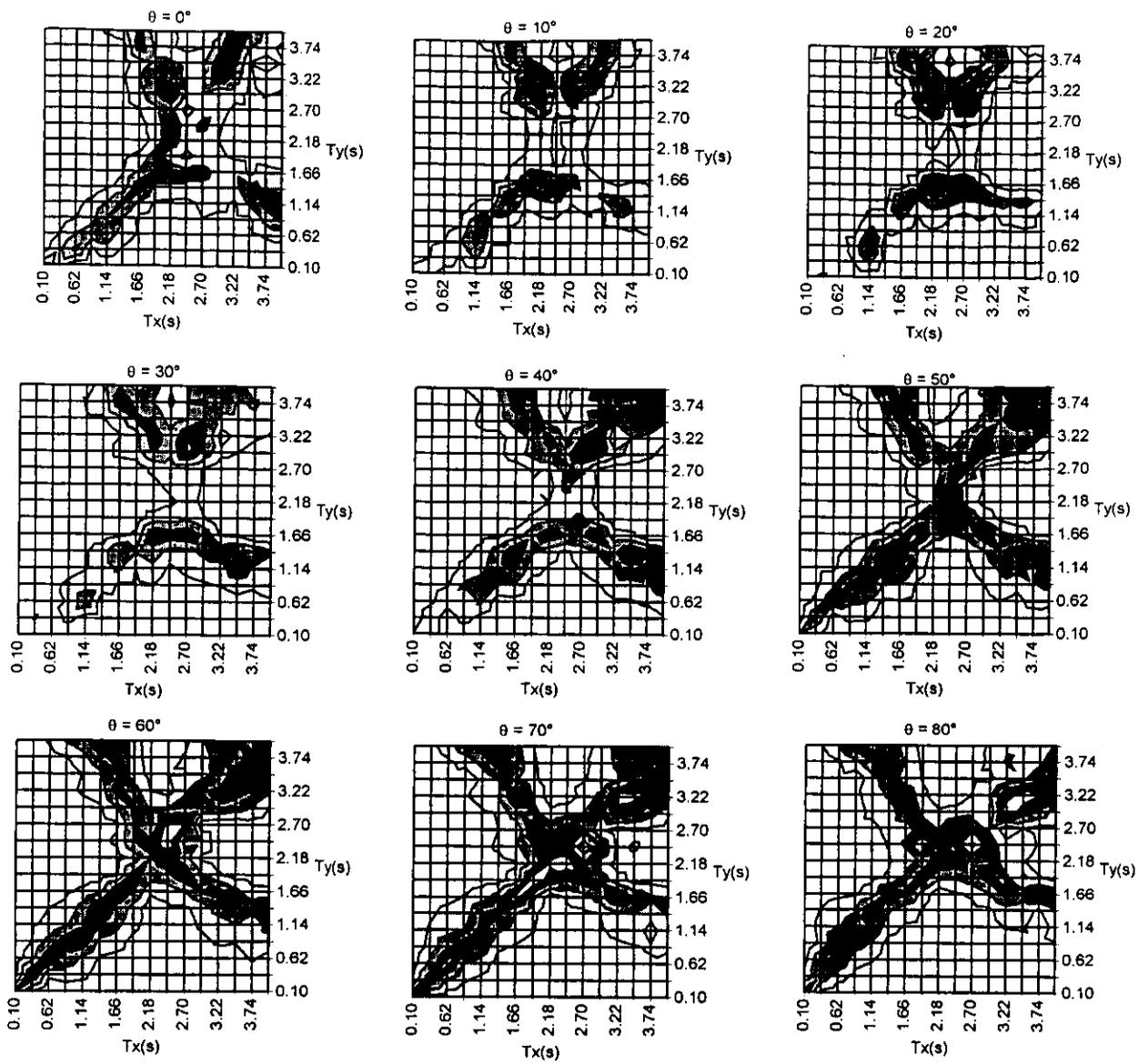


Figura 21(b). Valores de  $\gamma$  para distintos angulos de rotación de los ejes principales de la estructura correspondientes al registro del 19/Sep/85 en la estación SC. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.

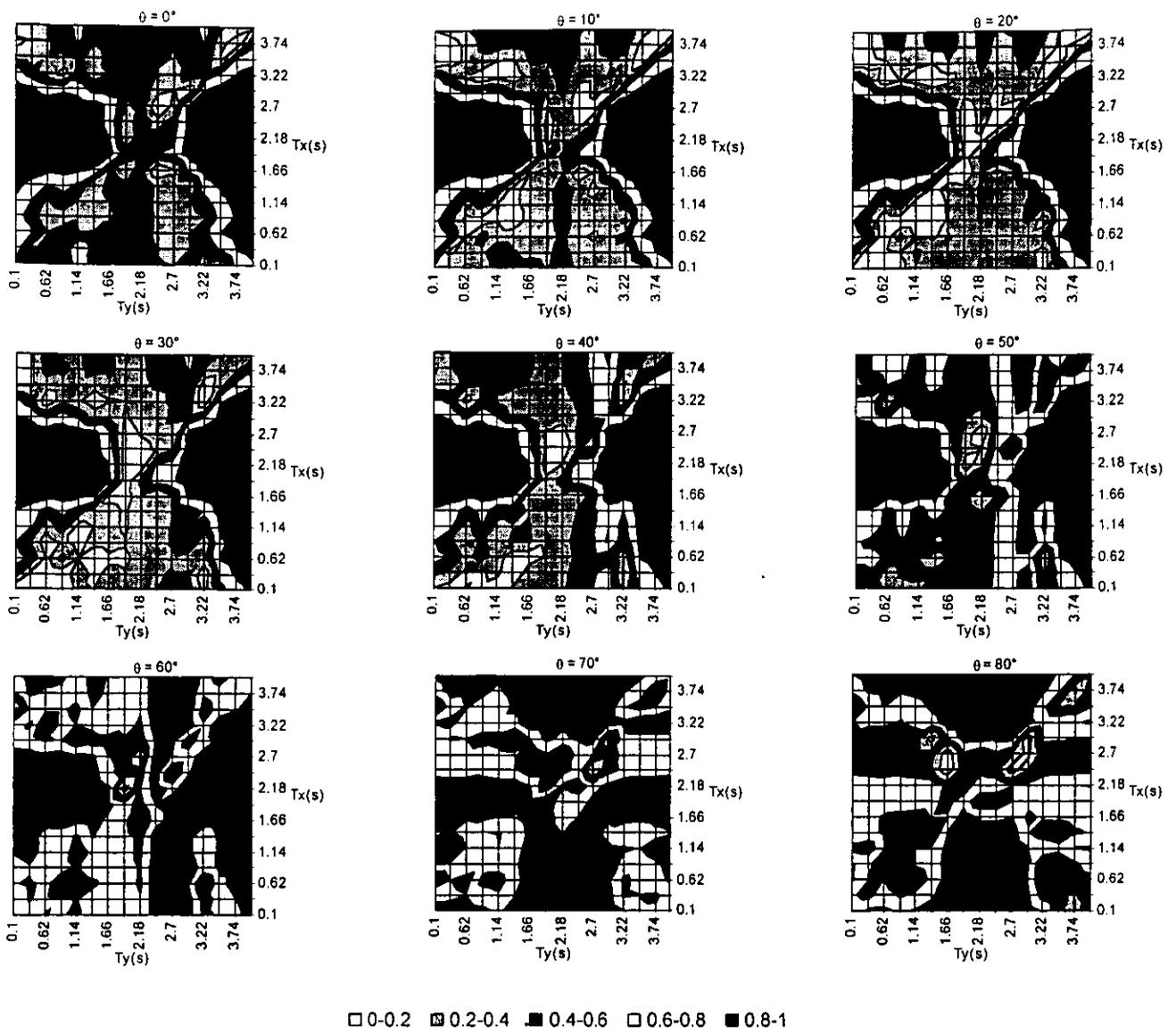
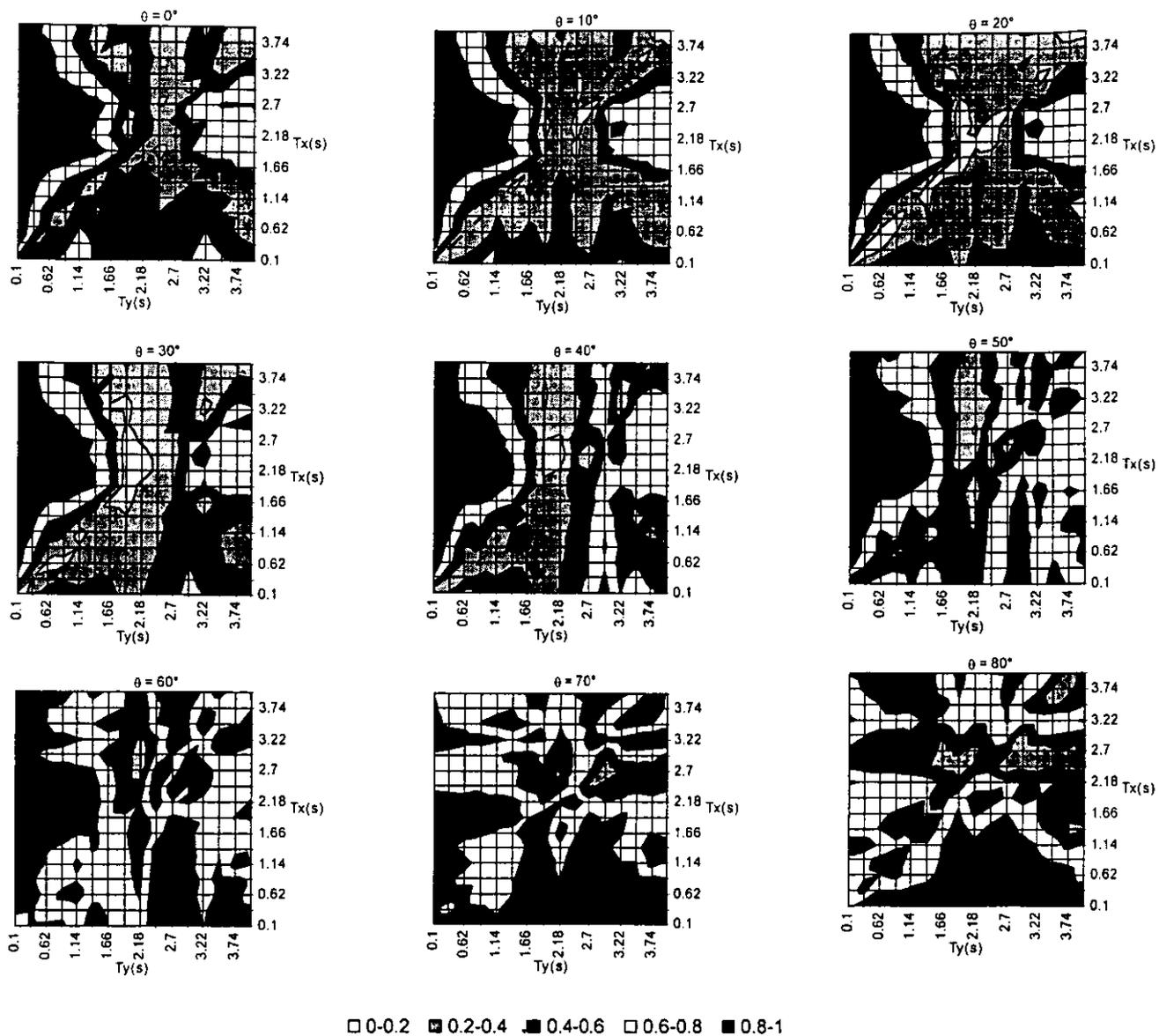
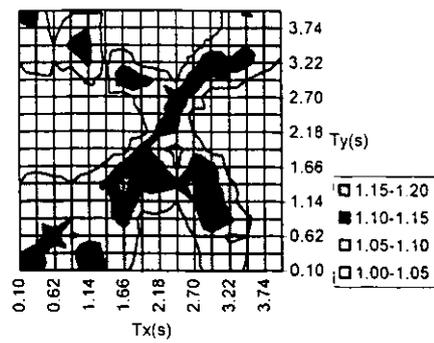


Figura 22 (a). Valores de  $\alpha$  para distintos angulos de rotación de los ejes principales de la estructura correspondientes al registro SC19. La respuesta que se analiza es el esfuerzo cortante.

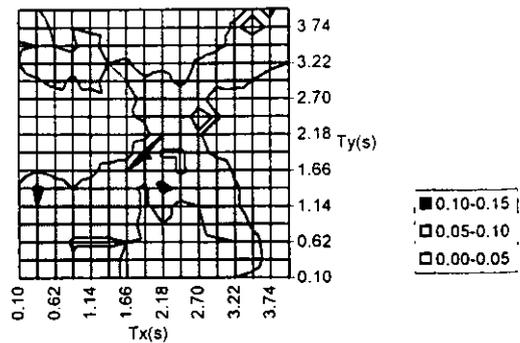


*Figura 22 (b). Valores de  $a$  para distintos ángulos de rotación de los ejes principales de la estructura correspondientes al registro SC19. La respuesta que se analiza es la flexión bidireccional.*

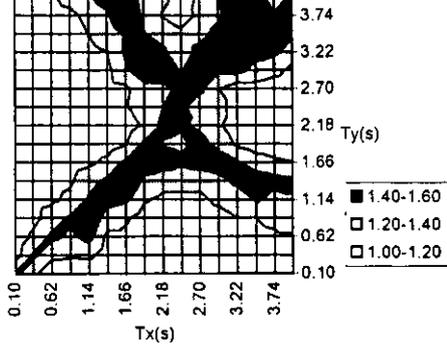
Promedio, SC19, cortante, 18 registros



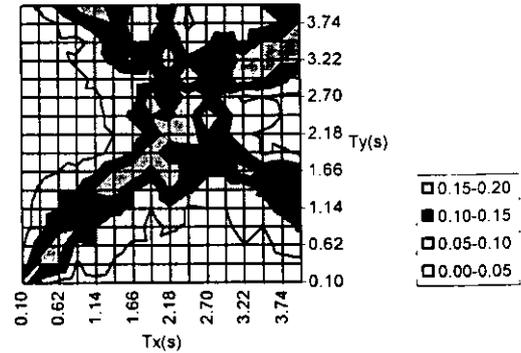
Coef. de Var., SC19, cortante, 18 registros



Promedio, SC19, flexión, 18 registros

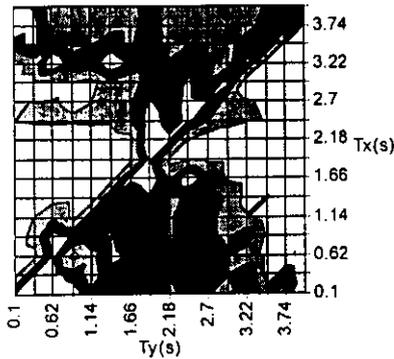


Coef. de Var., SC19, flexión, 18 registros

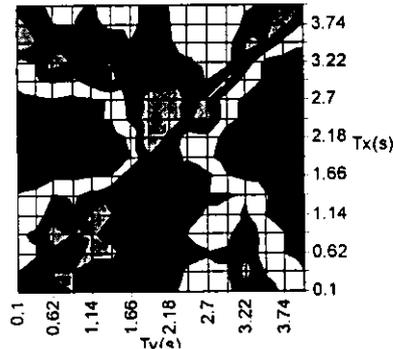


**Figura 23(a).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\gamma$  para el caso en que se analizan distintos ángulos de rotación de los ejes principales de la estructura en base al registro SC19. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.

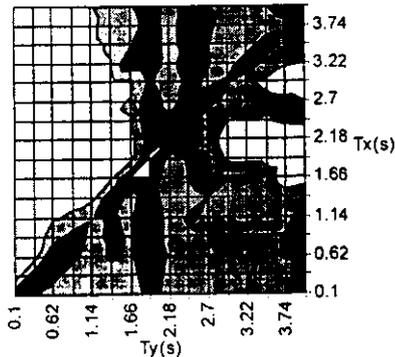
Coef. de Var., SC19, cortante, 18 registros



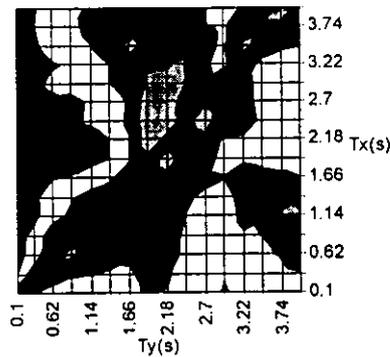
Promedio, SC19, cortante, 18 registros



Coef. de Var., SC19, flexión, 18 registros

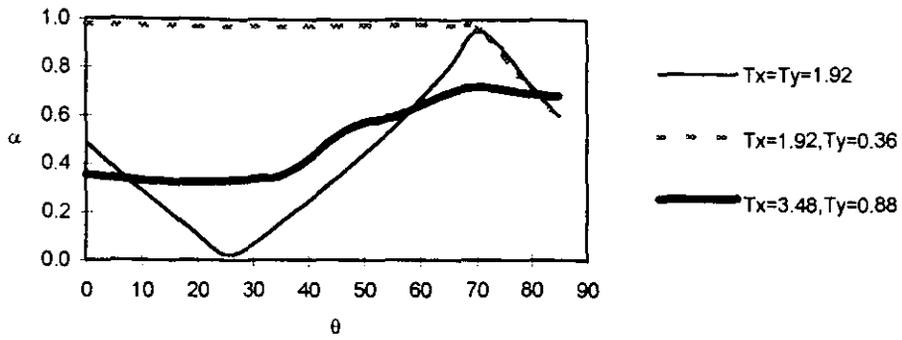


Promedio, SC19, flexión, 18 registros



□ 0-0.2    □ 0.2-0.4    ■ 0.4-0.6    □ 0.6-0.8    ■ 0.8-1

**Figura 23(b).** Indicadores estadísticos del comportamiento de  $\alpha$  para el caso en que se analizan distintos ángulos de rotación de los ejes principales de la estructura en base al registro SC19. En los encabezados de las gráficas aparece la respuesta que se analiza así como el tamaño de la muestra.



**Figura 24.** Valores de  $\alpha$  en función del ángulo de rotación de los ejes principales de la estructura para tres pares de periodos. El registro que se analiza es SC19.

## Estudio con un modelo simplificado en el dominio de la frecuencia.

### 4.1 Solución general

En las estructuras que se considera tienen un comportamiento elástico, cualquier respuesta que se quiera calcular es una función de las respuestas a los distintos desplazamientos y giros que se presentan en los grados de libertad de su base. De esta forma, para el modelo descrito en el capítulo 3, tanto el esfuerzo cortante  $v(t)$ , como el de flexión  $\sigma(t)$ , se pueden calcular de la siguiente manera:

$$\sigma(t) = b_x x(t) + b_y y(t) \quad (4.1)$$

$$v(t) = \sqrt{[b_x x(t)]^2 + [b_y y(t)]^2} \quad (4.2)$$

donde  $b_x$  y  $b_y$  son constantes que transforman el desplazamiento lateral de la estructura ( $x(t)$  o  $y(t)$ ) en el esfuerzo que se este calculando. Dichas constantes se obtienen a partir de las siguientes expresiones:

Para el caso de flexión

$$b_x = \frac{k_x L}{4 S_y} \quad (4.3a)$$

$$b_y = \frac{k_y L}{4 S_x} \quad (4.3b)$$

mientras que para cortante

$$b_x = \frac{k_x}{4 A} \quad (4.4a)$$

$$b_y = \frac{k_y}{4 A} \quad (4.4b)$$

donde  $k_x$  y  $k_y$  son constantes que definen la rigidez lateral de la estructura en la dirección correspondiente,  $L$  la altura de las columnas,  $S_{x,y}$  el modulo de sección de las columnas alrededor del eje  $x$  o  $y$ , y  $A$  el área de su sección transversal.

En forma análoga a este planteamiento pero bajo una perspectiva espectral, la expresión (4.1) que define al esfuerzo de flexión, se puede plantear de la siguiente forma

$$\Sigma(\omega) = b_x A_x(\omega) H_x(\omega) + b_y A_y(\omega) H_y(\omega) \quad (4.5)$$

donde  $A_x(\omega)$  y  $A_y(\omega)$  son las transformadas de Fourier correspondientes a los componentes del movimiento del terreno en las direcciones indicadas, y  $H_x(\omega)$  y  $H_y(\omega)$  las funciones de transferencia del movimiento del terreno al desplazamiento lateral de la estructura.

Las funciones de transferencia se calculan de acuerdo a la siguiente expresión

$$H(\omega) = \frac{(\Omega^2 - \omega^2) - 2\xi\omega\Omega i}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 - (2\xi\omega\Omega)^2} \quad (4.6)$$

donde  $\Omega = 2\pi T$ ,  $T$  es el periodo de vibración traslacional de la estructura en la dirección correspondiente,  $\xi$  la fracción del amortiguamiento crítico en esa dirección, e  $i$  el número complejo o imaginario  $(-1)^{1/2}$ .

En general  $\Sigma(\omega)$  resulta un número complejo cuya amplitud al cuadrado se define como

$$|\Sigma(\omega)|^2 = \Sigma(\omega) \Sigma^*(\omega) \quad (4.7)$$

donde  $\Sigma^*(\omega) = b_x A_x^*(\omega) H_x^*(\omega) + b_y A_y^*(\omega) H_y^*(\omega)$ . El símbolo  $*$  denota al conjugado de un número complejo.

Si se considera que  $R_x(\omega) = A_x(\omega) H_x(\omega)$  y  $R_y(\omega) = A_y(\omega) H_y(\omega)$  entonces la expresión (4.7) se puede escribir de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} |\Sigma(\omega)|^2 &= b_x^2 |R_x(\omega)|^2 + b_y^2 |R_y(\omega)|^2 + b_x b_y [R_y(\omega) R_x^*(\omega) + R_x(\omega) R_y^*(\omega)] \\ |\Sigma(\omega)|^2 &= b_x^2 |R_x(\omega)|^2 + b_y^2 |R_y(\omega)|^2 + 2 b_x b_y \text{Real} [R_y(\omega) R_x^*(\omega)] \end{aligned} \quad (4.8)$$

Si adicionalmente se define una función

$$\lambda(\omega) = \frac{\text{Real} [R_y(\omega) R_x^*(\omega)]}{|R_x(\omega)| |R_y(\omega)|} \quad (4.9)$$

entonces la amplitud al cuadrado de  $\Sigma(\omega)$  resulta

$$|\Sigma(\omega)|^2 = b_x^2 |R_x(\omega)|^2 + b_y^2 |R_y(\omega)|^2 + 2 b_x b_y |R_x(\omega)| |R_y(\omega)| \lambda(\omega) \quad (4.10)$$

Se observa que  $|\Sigma(\omega)|^2$  depende de las siguientes variables:

1.- De la correlación entre los componentes de la respuesta que se esté calculando para todo el rango de frecuencias que se analice. La cual a su vez depende de la relación entre las propiedades dinámicas de la estructura en ambas direcciones ortogonales, y de la correlación misma entre los componentes horizontales del movimiento del terreno.

2.- De los espectros de Fourier correspondientes a los componentes del movimiento del suelo.

Se puede observar que, para  $\lambda_x(\omega)=0$ , y  $|A_x(\omega)|=|A_y(\omega)|=|A(\omega)|$

$$|\Sigma(\omega)|^2 = b_x^2 |A(\omega)|^2 |H_x(\omega)|^2 + b_y^2 |A(\omega)|^2 |H_y(\omega)|^2$$

$$|\Sigma(\omega)| = (b_x^2 |H_x(\omega)|^2 + b_y^2 |H_y(\omega)|^2)^{1/2} |A(\omega)| \quad (4.11)$$

Si bajo estas condiciones se supone que la estructura tiene las mismas características dinámicas en ambas direcciones, es decir que  $T_x$  y  $T_y$  son iguales, entonces:

$$|\Sigma(\omega)| = (2)^{1/2} b |H(\omega)| |A(\omega)| = 1.4142 b |H(\omega)| |A(\omega)| \quad (4.12)$$

Esta expresión resulta equivalente a utilizar una regla de combinación de porcentajes que utilice el 100% en una dirección, y 41.42% en la otra, la cual es muy similar a las utilizadas en distintos reglamentos. Se observa que dicho criterio de combinación de porcentajes únicamente considera el caso en el cual las características dinámicas de la estructura en ambas direcciones ortogonales son iguales, además de que asume nula correlación entre los componentes horizontales del movimiento del terreno.

Por otra parte, si se desarrollan y agrupan términos en la expresión que define a  $\lambda(\omega)$ , resulta lo siguiente

$$\lambda(\omega) = \frac{\text{Real} [ H_y(\omega) A_y(\omega) H_x^*(\omega) A_x^*(\omega) ]}{|H_x(\omega) A_x(\omega)| |H_y(\omega) A_y(\omega)|}$$

$$\lambda(\omega) = \frac{\text{Real} [ H_y(\omega) H_x^*(\omega) A_y(\omega) A_x^*(\omega) ]}{|H_x(\omega)| |H_y(\omega)| |A_x(\omega)| |A_y(\omega)|} \quad (4.13)$$

donde las funciones  $H_x(\omega)$  y  $H_y(\omega)$  dependen únicamente de las características de la estructura que se va a analizar, y por lo tanto son conocidas. Queda entonces por calcular  $\varphi(\omega)$ , donde

$$\varphi(\omega) = \frac{A_y(\omega) A_x^*(\omega)}{|A_x(\omega)| |A_y(\omega)|} \quad (4.14)$$

el cual resulta un número complejo cuya amplitud por definición vale uno. Es decir que

$$\text{Real}^2 \left[ \frac{A_y(\omega) A_x^*(\omega)}{|A_x| |A_y|} \right] + \text{Imaginaria}^2 \left[ \frac{A_y(\omega) A_x^*(\omega)}{|A_x| |A_y|} \right] = 1 \quad (4.15)$$

De esta forma, si se conoce la amplitud de  $\varphi(\omega)$  basta con definir solo una de sus partes, ya sea la real o la imaginaria. para que en base a la relación anterior se encuentre la parte restante.

La predicción de la amplitud al cuadrado de  $\Sigma(\omega)$  resulta importante, ya que permite de acuerdo a la teoría de vibraciones aleatorias calcular el valor esperado de la respuesta que se analiza, el cual al multiplicarse por un factor pico proporciona la máxima respuesta.

En caso de que se quiera analizar la respuesta del modelo ante la excitación producida por un sismo de determinadas características cuyo registro en el dominio del tiempo (acelerograma) se desconoce, el término que presenta mayor incertidumbre en cuanto a su predicción es  $\varphi(\omega)$ . Por lo que se refiere a los espectros de amplitudes de Fourier, existen modelos a partir de los cuales se puede caracterizar su forma en la región epicentral para un determinado sismo en función del momento sísmico y la caída de esfuerzos. Tal es el caso del modelo  $\omega^2$  (Aki, 1967; Brune, 1970).

Si se desea caracterizar este espectro para condiciones particulares de un determinado sitio, dicho modelo debe ser modificado en base a ciertos términos que contengan los efectos de sitio y trayecto. Así es como se ha establecido un modelo que representa al espectro de amplitudes de Fourier de un determinado sismo en la estación de CU en la Cd. de México (Ordaz y Singh, 1992).

A su vez, si se busca obtener el espectro en un sitio distinto de CU, se debe utilizar una función de transferencia empírica que traslade esos resultados al sitio de que se trate (Reinoso, Ordaz, et al., 1994). Esta metodología no se limita únicamente a sitios para los que se haya calculado de manera empírica la función de transferencia, sino que también es factible calcular dicha función en base un proceso de interpolación entre las funciones de transferencia empíricas cercanas al sitio de interés.

## 4.2 Análisis de datos registrados

Si los acelerogramas correspondientes a los componentes horizontales del movimiento del terreno en un determinado punto, representados por  $\ddot{u}_x(t)$  y  $\ddot{u}_y(t)$  son tratados como series aleatorias en el tiempo, entonces, mediante el uso de técnicas de estimación espectral se pueden calcular los siguientes parámetros (Harichandran, 1991):

1. Las funciones autoespectrales de densidad ( $S_{xx}$  y  $S_{yy}$ ) las cuales caracterizan el poder de la señal para distintas frecuencias. Se calculan de la siguiente forma

$$S_{xx}(f) = X^*(f) X(f) \quad t = |X|^2 t \quad (4.16a)$$

$$S_{yy}(f) = Y^*(f) Y(f) \quad t = |Y|^2 t \quad (4.16b)$$

donde  $X(f)$  y  $Y(f)$  son los espectros complejos de Fourier asociados a  $\ddot{u}_x(t)$  y  $\ddot{u}_y(t)$  respectivamente, mientras que  $X^*(f)$  y  $Y^*(f)$  son los conjugados de dichos espectros,  $t$  es el tiempo de duración de la señal y,  $f = \omega/2\pi$ .

Estas funciones resultan reales y positivas en todos los casos que se analicen.

2. El espectro cruzado que se define de la siguiente forma

$$S_{xy}(f) = X^*(f) Y(f) \quad (4.17)$$

el cual en general resulta un número complejo o imaginario.

3. El espectro complejo de coherencia que se calcula en base a la siguiente expresión

$$\gamma_{xy}(f) = \frac{X^*(f) Y(f)}{|X(f)| |Y(f)|} \quad (4.18)$$

$|\gamma_{xy}(f)|$  describe la máxima correlación entre las funciones armónicas de  $\dot{u}_x(t)$  y  $\dot{u}_y(t)$  correspondientes a la frecuencia  $f$ .

Sin importar cual sea el valor de la coherencia entre  $\dot{u}_x(t)$  y  $\dot{u}_y(t)$ , resulta que  $|\gamma_{xy}(f)|$  es siempre igual a uno. Este parámetro corresponde al término que se definió anteriormente como  $\phi(\omega)$  (ecs. 4.14).

4. El espectro de fase

$$\phi_{xy} = \tan^{-1} \left[ \frac{\text{Im}[S_{xy}(f)]}{\text{Re}[S_{xy}(f)]} \right] \quad (4.19)$$

donde  $\text{Im}[\cdot]$  denota parte imaginaria y  $\text{Re}[\cdot]$  parte real. Este espectro es un número real que se ubica en el intervalo de  $(-90^\circ$  a  $90^\circ)$ , aunque este rango puede extenderse a  $(-180^\circ$  a  $180^\circ)$  en caso de identificar el cuadrante en el plano complejo en el cual se localiza la ordenada del espectro cruzado.

Al igual que los autoespectros, el espectro cruzado tiene la indeseable característica de que su varianza esta dominada por un término constante que no tiende a cero conforme se incrementa la longitud del registro,  $t$ . Por ello, dichos espectros deben suavizarse mediante una ventana espectral de suavizado (Harichandran y Vanmarcke, 1984).

La forma en que se suaviza el espectro cruzado para los cálculos que se presentan en este trabajo, es la siguiente

$$\hat{S}_{xy}(f) = \int_{-\alpha}^{\alpha} W(f-g) S_{xy}(f) dg \quad (4.20)$$

donde  $\hat{S}_{xy}(f)$  es el espectro cruzado suavizado y  $W(g)$  la ventana de suavizado, la cual a su vez se calcula de la siguiente forma

$$W(g) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-0.5[(f-g)/\sigma]^2} \quad (4.21)$$

Una vez que se ha suavizado el espectro cruzado la amplitud de  $|\varphi(\omega)|$  resulta menor o igual a uno. Observándose que a cada valor de  $\omega$  le corresponde una determinada amplitud.

Con el propósito de observar la variación de  $\varphi(\omega)$  en función del sismo y el sitio de registro, se calculó dicho parámetro para distintos sismos registrados en algunas estaciones de la Cd. de México ubicadas en diferentes tipos de terreno.

En la figura 25 se presentan las gráficas tanto de la parte real, como de la imaginaria de  $\varphi(\omega)$ , además de la que corresponde a su amplitud para el registro del 19 de septiembre de 1985 (Ms 8.1) en la estación SC. El ancho de banda de la ventana de suavizado utilizada en este registro es  $b = 1.5$  rad/s.

En las figuras 26 y 27 se muestran el promedio y el coeficiente de variación de la parte real, la parte imaginaria y la amplitud de  $\varphi(\omega)$ , para distintos registros del temblor del 25 de abril de 1989 (Ms 6.9) que corresponden a estaciones ubicadas en terreno blando y terreno duro respectivamente.

En la figura 28 se pueden observar las gráficas correspondientes a la parte real de  $\varphi(\omega)$  para distintos sismos registrados en la estación CD. Así mismo en las figuras 29 y 30 se presentan las gráficas que corresponden a las estaciones SC y CU respectivamente. En cada una de estas figuras se observa el promedio y la desviación estándar correspondientes al caso que se analiza, además de los anchos de banda  $b$  de la ventana de suavizado utilizada para cada registro.

Con el objeto de estudiar la influencia de la orientación de los ejes principales de la estructura, se calcula la parte real de  $\varphi(\omega)$  para distintos ángulos de rotación en los que se descompone el registro original.

La prueba se realiza para un ángulo de rotación que va desde  $0^\circ$  a  $90^\circ$  en incrementos de  $5^\circ$ , el registro corresponde al sismo del 19 de septiembre de 1985 en la estación SC.

En la figura 31 se muestran los resultados que se obtienen.

De las pruebas realizadas se observa que la parte real, la parte imaginaria y la amplitud de  $\varphi(\omega)$ , difieren en forma importante, tanto de un temblor a otro para un mismo sitio de registro, como de un registro a otro de un mismo temblor para distintos sitios ubicados en el mismo tipo de terreno. Por ello, resulta un parámetro difícil de modelar en términos de las características relevantes del sismo de que se trata, del tipo de terreno en que se registra, o en su caso del ángulo de rotación de los ejes en que se descompone la señal. Sin embargo, se pueden apreciar algunas características significativas de su comportamiento.

En el caso que se analizan los registros correspondientes al temblor del 25 de abril de 1989 en distintas estaciones ubicadas en el mismo tipo de terreno, estas características son las siguientes:

1. El valor esperado de la amplitud de  $\varphi(\omega)$  tiende a 0.4 para todas las frecuencias que se analizan, tanto en terreno blando como en terreno duro, teniendo que el coeficiente de variación resulta en promedio de 40% en ambos casos. Sin embargo, para terreno duro se aprecia una mayor dispersión.
2. Por lo que se refiere tanto a la parte real como a la imaginaria, se tiene un coeficiente de variación que para ciertas frecuencias puede llegar hasta 200%. El promedio en este caso tiende a -0.1 y su comportamiento es muy similar para ambos componentes de  $\varphi(\omega)$ .

En el caso que se estudian distintos registros correspondientes a una misma estación, se observa lo siguiente:

1. El valor esperado de la parte real de  $\varphi(\omega)$  tiende a cero para todas las frecuencias que se analizan.
2. La desviación estándar resulta en promedio de 0.35 para las estaciones CU y CD, mientras que para SC es 0.27.

Por lo que se refiere al caso en que se analiza la influencia de la orientación de los ejes ortogonales horizontales en los cuales se descompone el movimiento del suelo, se observa que:

1. Existen determinadas frecuencias para las cuales la desviación estándar tiende a cero, mientras que en otras se maximiza. No se identifica alguna característica común entre dichas frecuencias.
2. En promedio se observa que para una determinada frecuencia, la parte real de  $\varphi(\omega)$  oscila en 30% dependiendo del ángulo de rotación seleccionado.
3. El promedio que se obtiene para esta prueba no tiende a cero, aunque si se tienen algunas frecuencias en las cuales el valor esperado es cero.

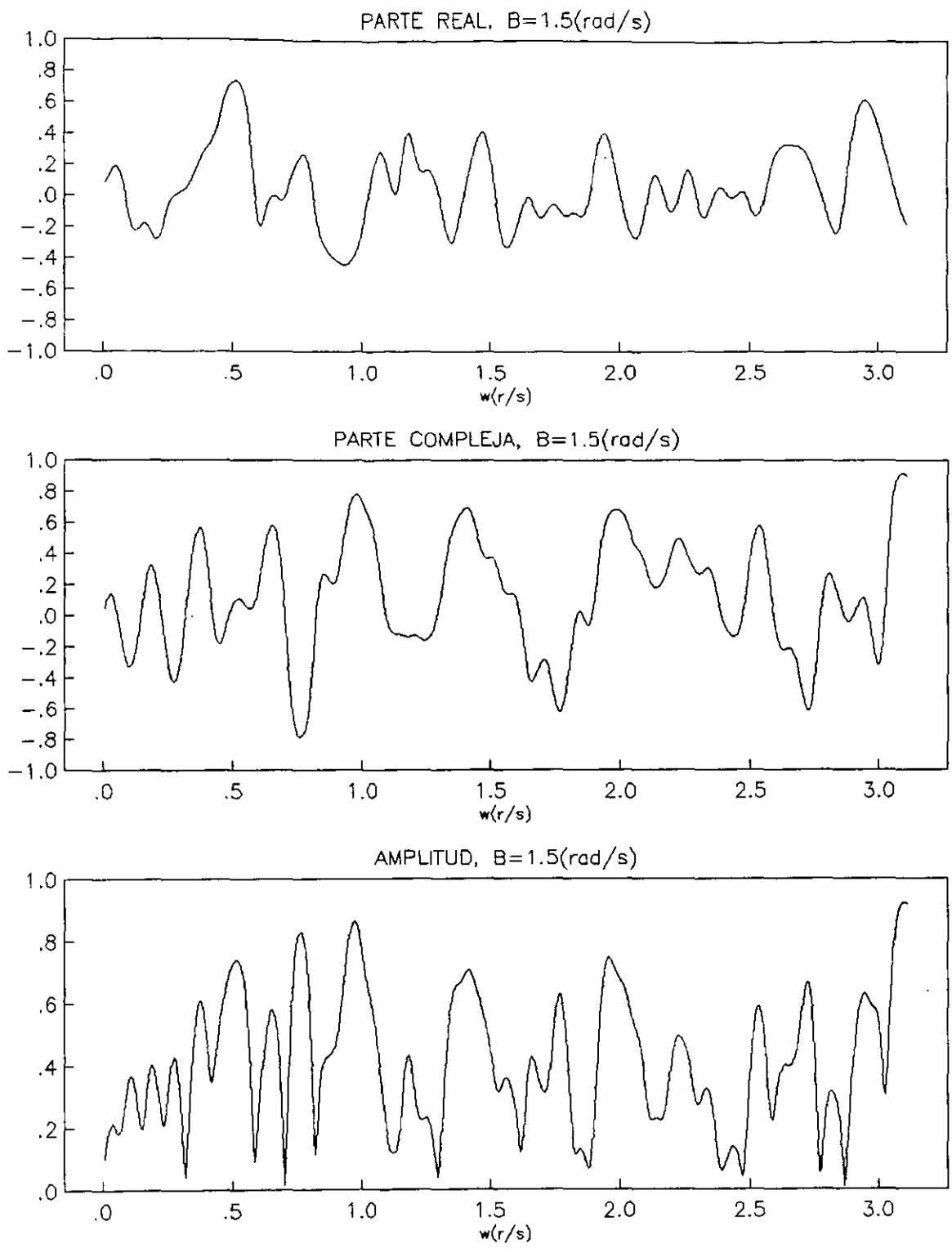
Del mismo modo se realizaron estos ejercicios calculando la parte imaginaria de  $\varphi(\omega)$ , y los resultados que se obtienen son similares a los ya comentados.

En síntesis, se puede considerar que  $\varphi(\omega)$  tiene un comportamiento estocástico extremadamente complejo y difícil de caracterizar, al menos para el número de eventos que se han analizado. Bajo estas condiciones el modelo que resultaría más realista es un modelo empírico, lo cual limitaría su aplicación al sitio de donde se haya obtenido, y para un sismo muy similar al que lo produjo. Sin embargo, el mayor inconveniente que tendría este tipo de modelo, es que no permitiría obtener una solución analítica para el problema que se plantea.

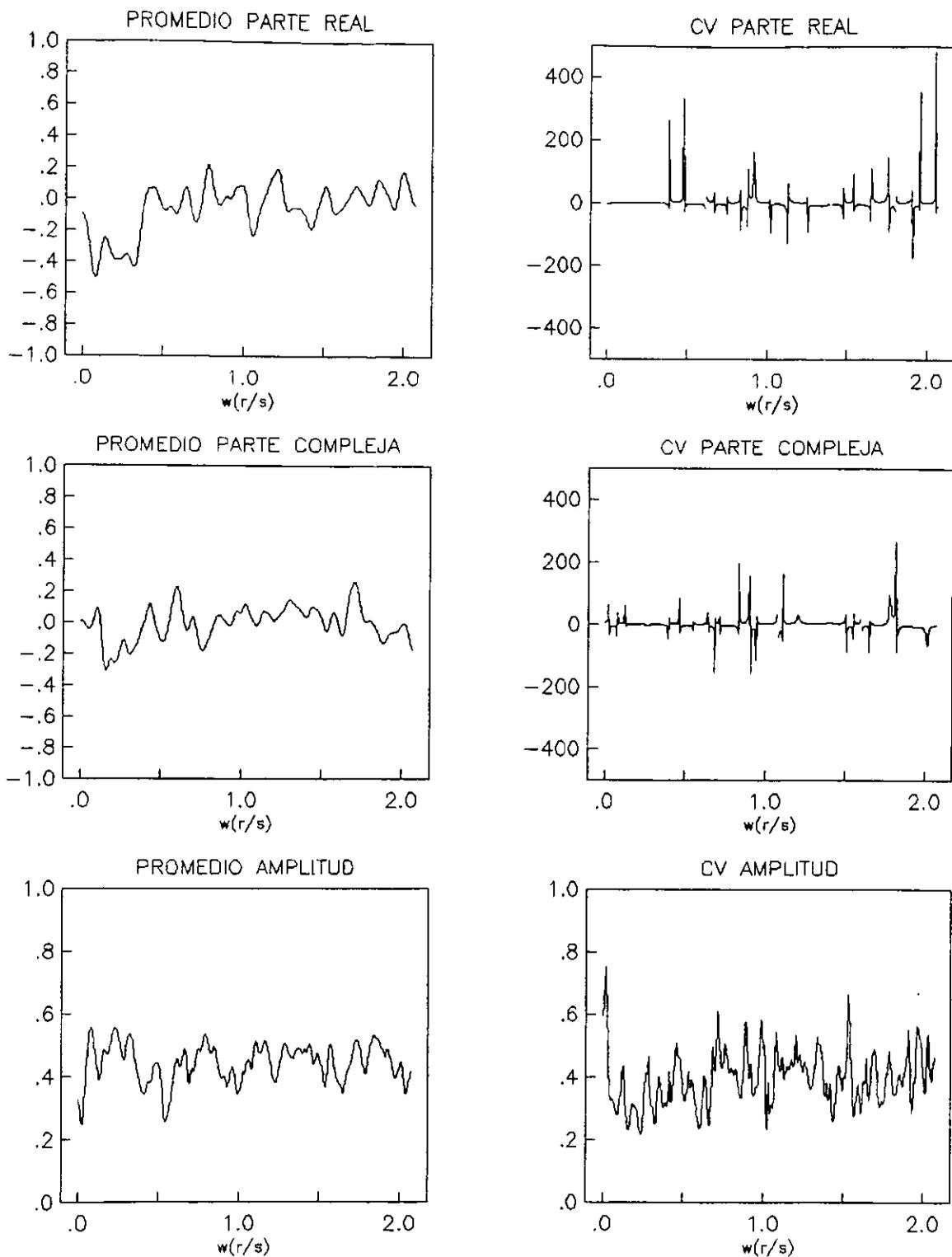
Es importante tomar en cuenta que si se selecciona al azar alguna frecuencia de interés, y se analizan todas las posibilidades que se tienen al tomar en cuenta distintos sismos y ángulos de rotación, el rango en que puede oscilar la parte real de  $\varphi(\omega)$  probablemente sería amplio, quizá tanto como de -1 a 1. Por ello, se justificaría asignar un valor cualquiera que resulte crítico y pertenezca a ese intervalo, con la certeza de que para ciertas condiciones que deban cubrirse con fines de diseño se alcanza dicho valor.

Sin embargo, también resulta evidente que el valor crítico para cada frecuencia se presenta en general para distintos sismos y ángulos de rotación. Por lo que de igual forma, resulta poco realista el caracterizar a  $\varphi(\omega)$  en base a los valores críticos de todas las frecuencias.

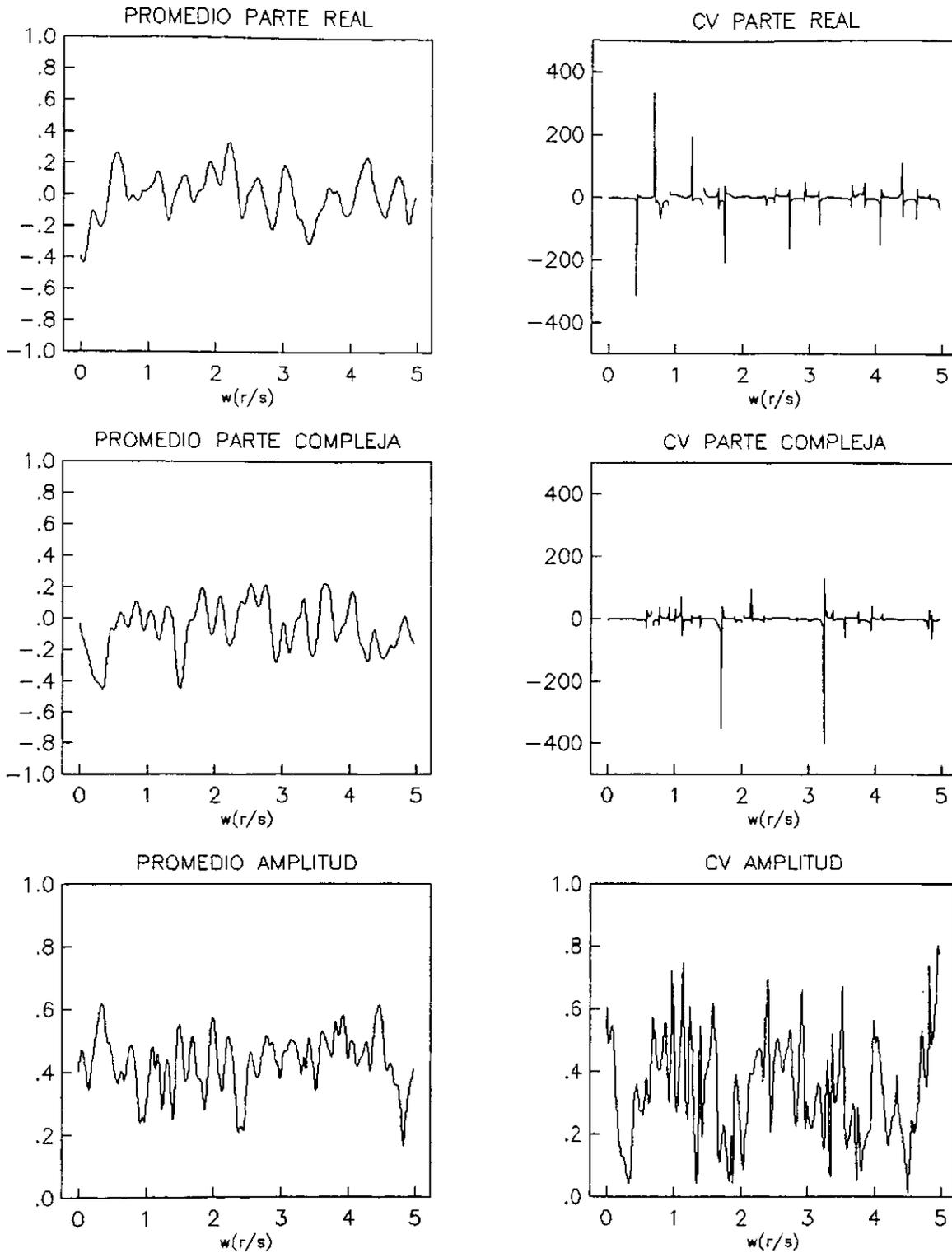
**ESTA TESIS NO SALE  
DE LA BIBLIOTECA**



*Figura 25. Parte real, parte compleja y amplitud de  $\varphi(\omega)$  para el registro del temblor del 19 de septiembre de 1985 ( $M_s$  8.1) en la estación SC.*



**Figura 26.** Promedios y coeficientes de variación de  $\varphi(\omega)$  para el registro del temblor del 25 de abril de 1989 registrado en distintas estaciones de la Cd. de México ubicadas en terreno blando. El tamaño de la muestra es de  $n=11$  estaciones, y el ancho de la ventana de suavizado es  $b=1$  rad/s.



**Figura 27.** Promedios y coeficientes de variación de  $\varphi(\omega)$  para el registro del temblor del 25 de abril de 1989 registrado en distintas estaciones de la Cd. de México ubicadas en terreno duro. El tamaño de la muestra es de  $n=4$  estaciones, y el ancho de la ventana de suavizado es  $b=2$  rad/s

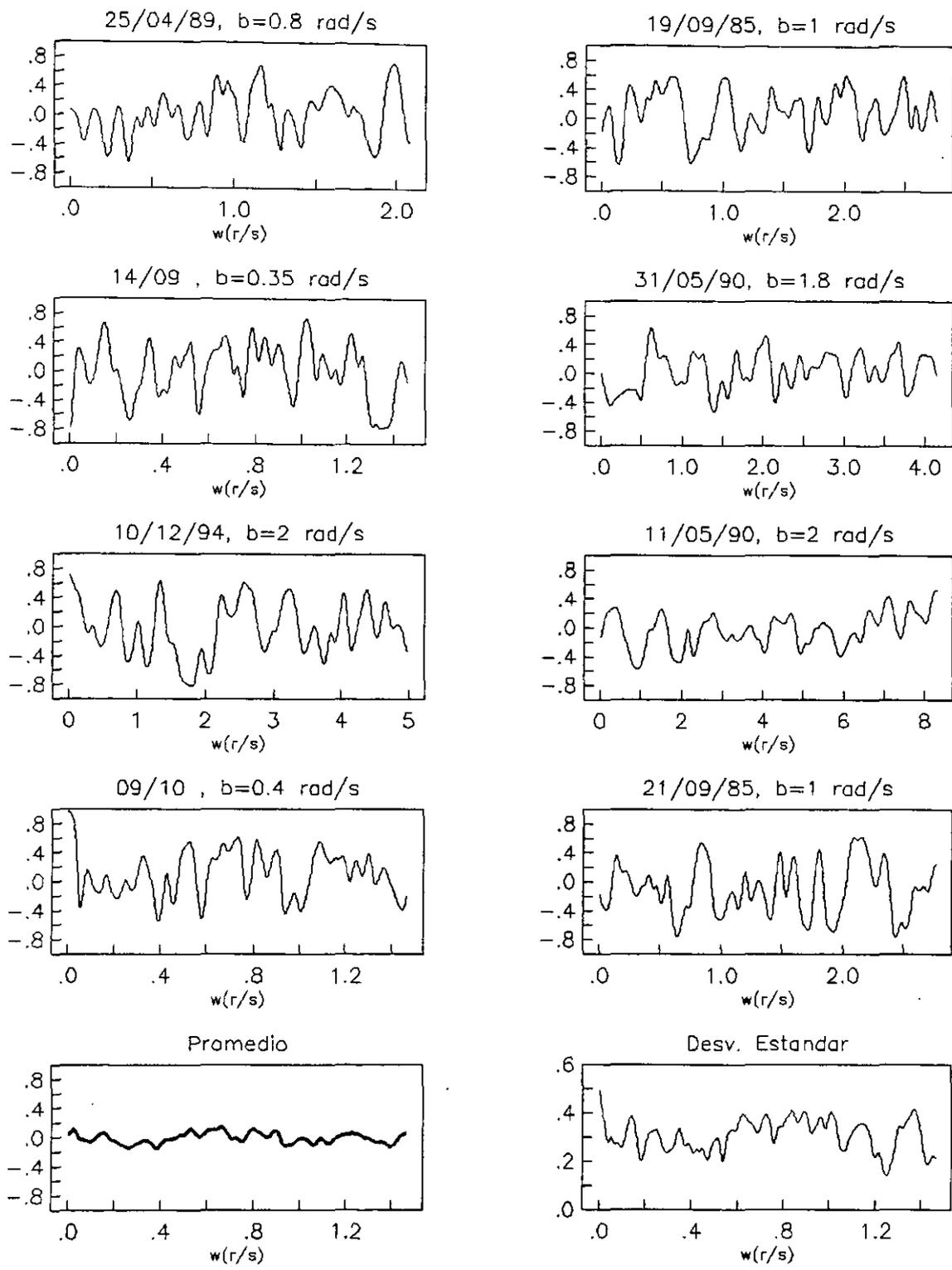
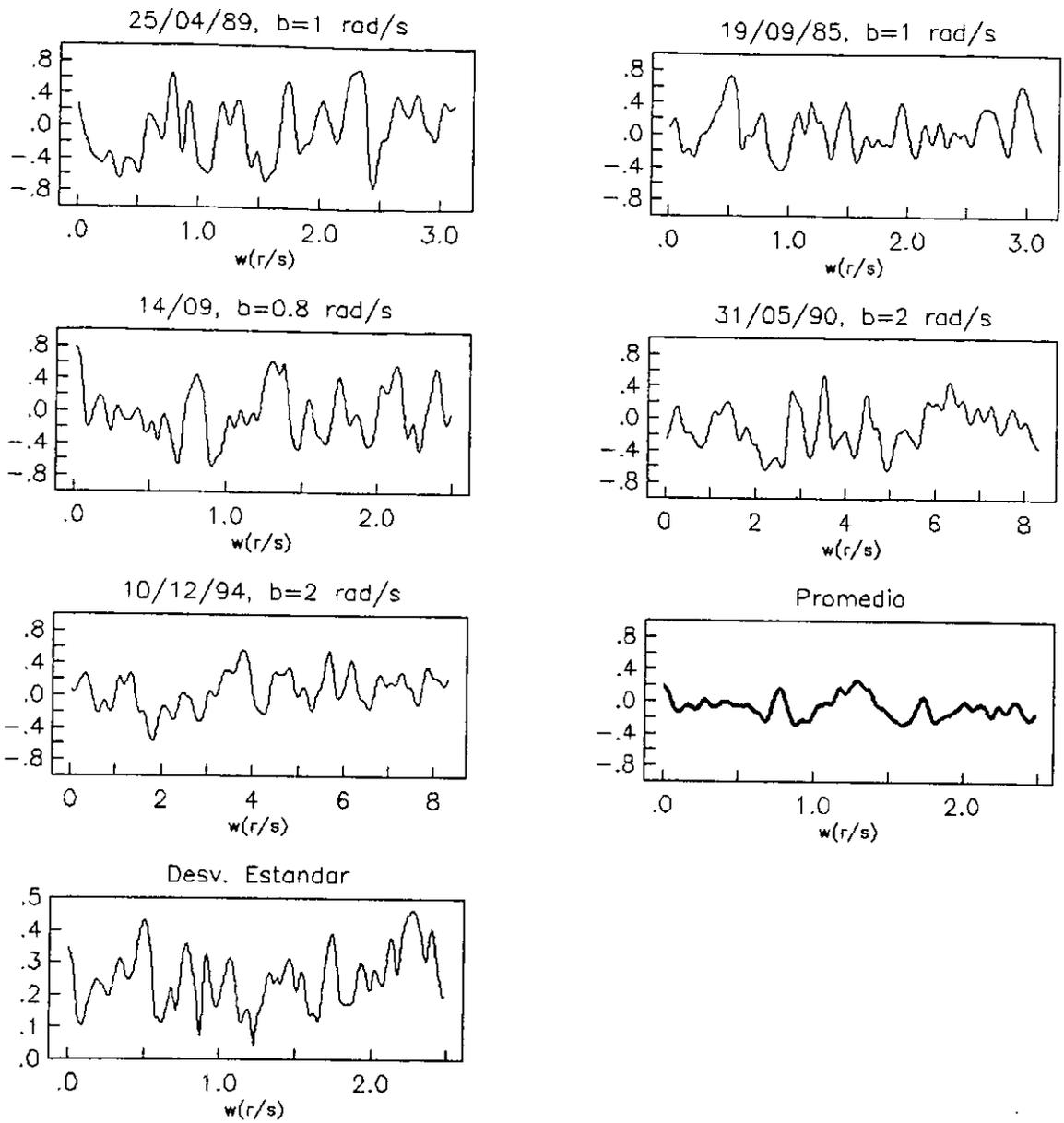


Figura 28. Parte real de  $\varphi(\omega)$  para distintos registros obtenidos en la estación CD.



**Figura 29. Parte real de  $\varphi(\omega)$  para distintos registros obtenidos en la estación SC.**

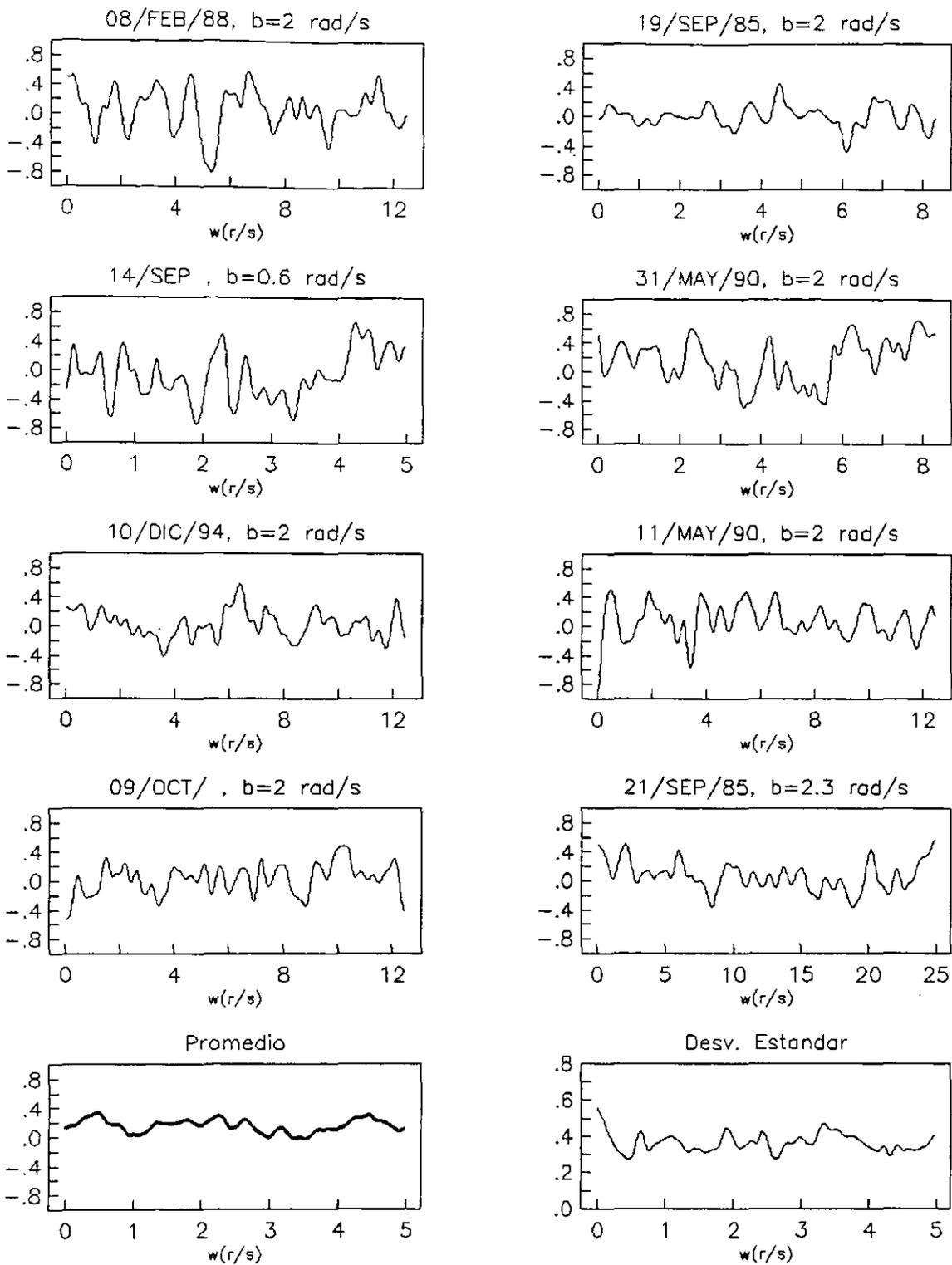
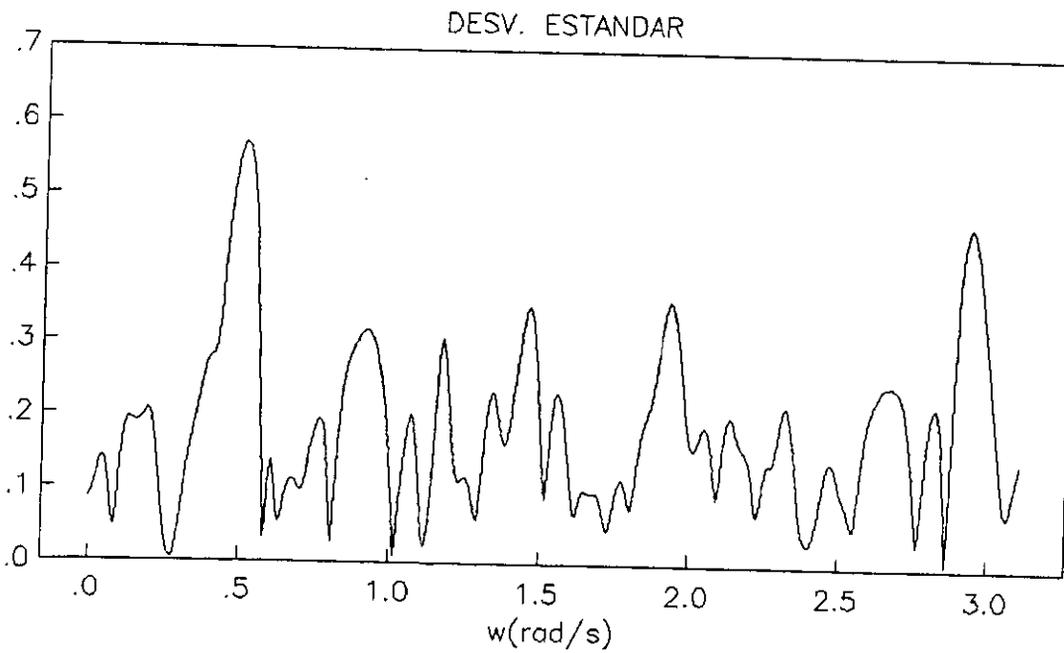
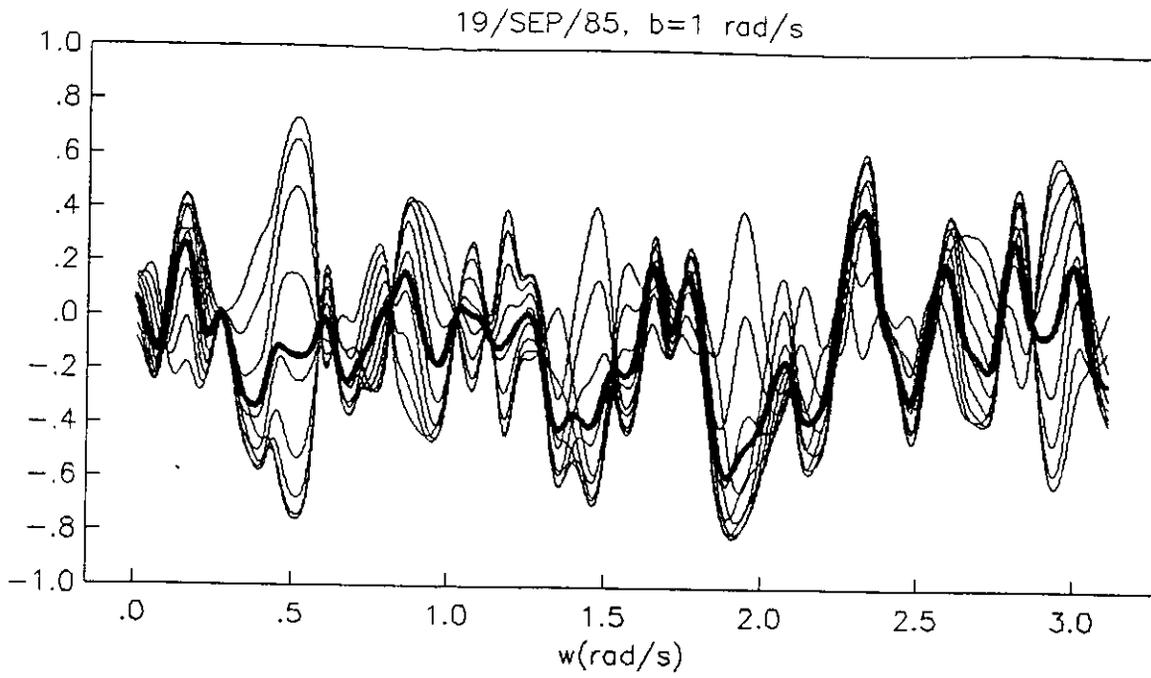


Figura 30. Parte real de  $\varphi(\omega)$  para distintos registros obtenidos en la estación CU.



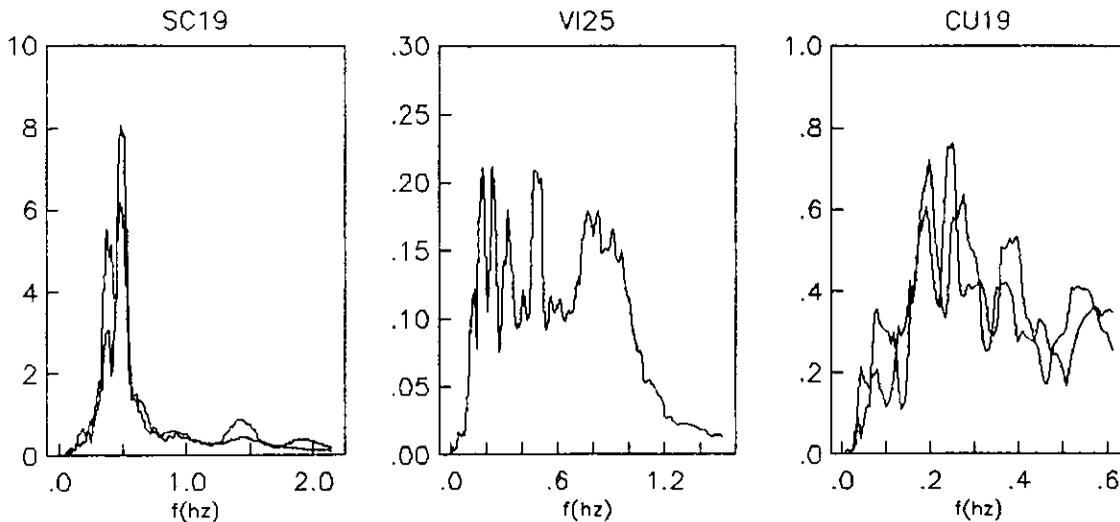
**Figura 31. Parte real de  $\varphi(\omega)$  para distintos ángulos de rotación del registro SC19. En la gráfica superior se representa el promedio con línea gruesa.**

### 4.3 Solución en base a modelos analíticos

Con el objeto de encontrar alguna expresión analítica de fácil aplicación que permita obtener la solución del modelo que se analiza en términos de parámetros generales, se estudia la posibilidad de sustituir algunos de los términos involucrados en la solución descrita anteriormente, mediante sencillos modelos matemáticos.

En particular se tienen dos términos por caracterizar, uno se refiere al espectro de amplitudes de Fourier, y el otro a  $\varphi(\omega)$ .

En la figura 32 se muestran algunos espectros de amplitudes de Fourier que corresponden a registros obtenidos en distintos tipos de terreno de la ciudad de México.



*Figura 32. Espectros de amplitudes de Fourier con abscisas en frecuencias de la excitación, en hz (con línea continua el componente EW y discontinua el NS). En cada gráfica se indica la estación y el sismo a los cuales pertenece el registro que se estudia*

La principal diferencia que se observa entre los distintos espectros, radica en la distribución relativa de los valores de las amplitudes que se tienen para cada una de las frecuencias que se analizan, es decir la forma del espectro. Por una parte se observa que los espectros registrados en la estación SC (zona de terreno blando) tienen un reducido grupo de frecuencias agrupadas alrededor de la frecuencia que corresponde al periodo del suelo en ese sitio, cuya amplitud resulta mucho mayor respecto a las demás; mientras que en los espectros correspondientes tanto a la estación de Viveros, como de CU, el número de frecuencias cuya amplitud se mantiene en un rango similar es mayor, es decir, son más uniformes.

Para los cálculos que se realizan en este trabajo no importa el valor de la amplitud, si no únicamente la forma del espectro, por lo que se puede utilizar un espectro unitario cuya forma si esté

definida. Esto se debe a que la respuesta que se estudia corresponde a una relación entre los componentes de la respuesta, y no al cálculo de respuestas máximas absolutas.

Debido a estas características se proponen dos modelos. El primero corresponde a la denominada delta de Dirac, la cual se define de la siguiente forma:

$$|A(\omega)| = \begin{cases} 1, & \text{para } \omega = \omega_s \\ 0, & \text{para cualquier otro valor de } \omega \end{cases} \quad (4.20)$$

donde  $\omega_s$  es la frecuencia que corresponde al periodo natural del sitio de que se trata.

Este modelo se utiliza para caracterizar el espectro de amplitudes en terreno blando.

El otro modelo que se ensaya corresponde a un espectro plano, que se supone representa las características de terreno duro, se define de la siguiente forma:

$$|A(\omega)| = 1 \quad (4.21)$$

Por lo que se refiere a  $\varphi(\omega)$ , dado lo complicado que resultaría caracterizarlo de manera realista mediante un modelo sencillo, se propone asignarle un valor constante para todo el rango de frecuencias que se analiza. Esta consideración le resta importancia a la forma que tendría dicho parámetro, lo cual se espera no afecte en forma importante los resultados que se obtienen.

El procedimiento que se sigue para encontrar el valor de  $\varphi(\omega)$ , consiste en fijar una amplitud constante para todas las frecuencias, y a partir de la definición de amplitud de un número complejo, despejar el valor que tendría la parte imaginaria, la cual es función del valor de la parte real. De esta forma, para un determinado valor de  $|A(\omega)|$ , se tendrían distintos valores de  $\varphi(\omega)$ , cada uno de los cuales dependería del valor de la parte real que sea asignado.

Del análisis de los datos registrados (acelerogramas), se ha podido observar que en promedio sin importar el tipo de terreno de que se trate, la amplitud de  $\varphi(\omega)$  tiende a 0.4, por lo cual se analiza este valor para distintos posibles valores de la parte real, la cual se denomina  $r$ .

Del mismo modo se analiza el caso en que la amplitud vale 1 para distintos valores de  $r$ . Esta condición se asemeja al caso en el cual el espectro cruzado no ha sido suavizado.

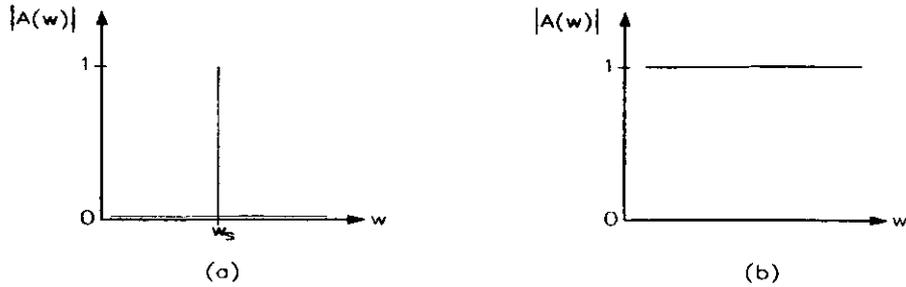


Figura 33. Representación esquemática de los modelos que caracterizan al espectro de amplitudes de Fourier (a) delta de Dirac, (b) espectro plano.

De acuerdo a la teoría de vibraciones aleatorias el valor esperado del máximo esfuerzo  $\Sigma_{\max}$  que se produce para toda la duración del movimiento, se puede expresar de la siguiente manera

$$E(\Sigma_{\max}) = Q_1 \left[ \int_{-\infty}^{\infty} |\Sigma(\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2} \quad (4.22)$$

donde  $Q_1$  es el cociente entre el denominador factor pico y la duración de la fase intensa de la respuesta.

De esta forma el parámetro  $\gamma$  que se definió en el capítulo 3, y el cual representa al cociente entre el máximo esfuerzo calculado considerando la acción simultánea de los dos componentes del movimiento del suelo y el máximo esfuerzo que se produce en alguna de las dos direcciones ortogonales, se puede estimar de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\gamma^2 = \left( \frac{Q_1^2 b_x^2 \int_{-\infty}^{\infty} |A_x(\omega)|^2 |H_x(\omega)|^2 d\omega}{Q_2^2 b_{x,y}^2 \int_{-\infty}^{\infty} |A_{x,y}(\omega)|^2 |H_{x,y}(\omega)|^2 d\omega} + \frac{Q_1^2 b_y^2 \int_{-\infty}^{\infty} |A_y(\omega)|^2 |H_y(\omega)|^2 d\omega}{Q_2^2 b_{x,y}^2 \int_{-\infty}^{\infty} |A_{x,y}(\omega)|^2 |H_{x,y}(\omega)|^2 d\omega} \right) + \left( \frac{2Q_1^2 b_x b_y \int_{-\infty}^{\infty} |A_x(\omega)| |H_x(\omega)| |A_y(\omega)| |H_y(\omega)| \lambda(\omega) d\omega}{Q_2^2 b_{x,y}^2 \int_{-\infty}^{\infty} |A_{x,y}(\omega)|^2 |H_{x,y}(\omega)|^2 d\omega} \right) \quad (4.23)$$

donde el subíndice  $x$  o  $y$  que aparece en los términos del denominador, corresponde a la dirección en la que se presenta el máximo esfuerzo debido a la acción individual de esa componente del movimiento del suelo.  $Q_2$  es el cociente entre el factor pico y la duración de la fase intensa del movimiento correspondientes a la respuesta individual máxima.

Si se considera que  $Q_1$  es igual a  $Q_2$ , que los espectros de amplitudes de Fourier son iguales en ambas direcciones, es decir que  $|A_x(\omega)| = |A_y(\omega)| = |A(\omega)|$ , y que la máxima respuesta individual se presenta en la dirección  $x$ , entonces la ecuación anterior se puede expresar de la siguiente forma

$$\gamma^2 = \left( 1 + \frac{b_y^2 \int_{-\infty}^{\infty} |A(\omega)|^2 |H_y(\omega)|^2 d\omega}{b_x^2 \int_{-\infty}^{\infty} |A(\omega)|^2 |H_x(\omega)|^2 d\omega} + \frac{2 b_y \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re al}[H_y(\omega) H_x^*(\omega) \varphi(\omega)] |A(\omega)|^2 d\omega}{b_x \int_{-\infty}^{\infty} |A(\omega)|^2 |H_x(\omega)|^2 d\omega} \right) \quad (4.24)$$

La hipótesis que se hace en el sentido de que  $Q_1$  es igual a  $Q_2$  merece especial atención, ya que no se cuenta con suficiente información que permita valorar esta suposición, la cual se formuló con el objetivo de simplificar el modelo matemático desarrollado.

De esta forma, si se utiliza el modelo de espectro plano para caracterizar a  $|A(\omega)|$  y se sustituye en la expresión (4.24), la solución que se obtiene para el caso en que  $|\varphi(\omega)|=1$ , es la siguiente:

$$\begin{aligned} \gamma^2 = & 1 + C^2 \frac{\Omega_x^3}{\Omega_y^3} \pm 2C\Omega_x^2 \left( -8\pi r \Omega_y \Omega_x \xi + 8\pi r \Omega_y \xi^3 \Omega_x - \pi \Omega_x^2 \sqrt{1-r^2} \sqrt{1-\xi^2} + \pi \Omega_y^2 \sqrt{1-r^2} \sqrt{1-\xi^2} - \right. \\ & 2\sqrt{1-r^2} \Omega_y^2 \arctan\left(\frac{1}{2} \frac{-1+2\xi^2}{\xi \sqrt{1-\xi^2}}\right) \sqrt{1-\xi^2} + 2\sqrt{1-r^2} \Omega_x^2 \arctan\left(\frac{1}{2} \frac{-1+2\xi^2}{\xi \sqrt{1-\xi^2}}\right) \sqrt{1-\xi^2} - 8\sqrt{1-r^2} \ln(\Omega_x) \Omega_y \xi \Omega_x \\ & + 8\sqrt{1-r^2} \ln(\Omega_x) \Omega_y \xi^3 \Omega_x + 8\sqrt{1-r^2} \ln(\Omega_y) \Omega_y \xi \Omega_x - 8\sqrt{1-r^2} \ln(\Omega_y) \Omega_y \xi^3 \Omega_x \left. \right) \xi / (\Omega_y (-1+\xi^2)) \\ & \left( 4\Omega_x^2 \Omega_y \xi^2 + 4\Omega_x \Omega_y^2 \xi^2 + \Omega_x^3 - \Omega_x^2 \Omega_y - \Omega_x \Omega_y^2 + \Omega_y^3 \right) \pi \end{aligned} \quad (4.25)$$

donde  $r$  es la parte real de  $\varphi(\omega)$ ,  $C$  el cociente de  $b_y$  entre  $b_x$ ,  $\Omega_{x,y}$  la frecuencia de vibración del modelo en la dirección correspondiente, y  $\xi$  la fracción del amortiguamiento crítico en ambas direcciones.

Se puede observar que para  $\Omega_x = \Omega_y$ ,  $\gamma^2 = 1+1+2r = 2+2r$ .

Si en la solución anterior (ecs. 4.25) se considera que  $r=1$ , entonces la expresión que se obtiene es la siguiente:

$$\gamma^2 = 1 + C^2 \frac{\Omega_x^3}{\Omega_y^3} \pm \frac{16C\xi^2}{\beta^3 - (\beta^2 + \beta)(1-4\xi^2) + 1} \quad (4.26)$$

en la cual  $\beta$  es el cociente de  $\Omega_y$  entre  $\Omega_x$ .

En la figura 33 se presentan algunas gráficas en las cuales se observan los valores de  $\gamma$  que se obtienen a partir de la ecs. 4.25 para distintos valores de  $r$ .

Para estos cálculos se considera que  $T_1$  es el periodo de traslación de la estructura en la dirección principal 1, y  $T_2$  el correspondiente a la dirección 2,  $\xi$  se toma igual a 0.05.

Se puede observar que el valor de  $r$  es importante en la medida que los periodos  $T_1$  y  $T_2$  tienden a ser iguales. Cuando esto no ocurre,  $\gamma$  permanece prácticamente constante para los distintos valores de  $r$  que se analizan.

En forma análoga al caso anterior pero caracterizando a  $|A(\omega)|$  de acuerdo al modelo de la delta de Dirac, la solución de la ecs. 4.24 que se obtiene para el caso en que  $|\varphi(\omega)|=1$ , es la siguiente:

$$\gamma^2 = 1 + \frac{C^2}{\beta^2} \frac{\beta_x^2 - 2 + (1/\beta_x^2) + 4\xi^2}{\beta_y^2 - 2 + (1/\beta_y^2) + 4\xi^2} \pm 2C \frac{(-r\Omega_x^2\omega_s^2 + r\omega_s^4 + r\Omega_y^2\Omega_x^2 - r\Omega_y^2\omega_s^2 + 4r\xi^2\Omega_x\Omega_y\omega_s^2 - 2\xi\omega_s\sqrt{1-r}\sqrt{r+1}\Omega_x^2\Omega_y + 2\xi\omega_s^3\sqrt{1-r}\sqrt{r+1}\Omega_y - 2\xi\omega_s^3\sqrt{1-r}\sqrt{r+1}\Omega_x + 2\xi\omega_s\sqrt{1-r}\sqrt{r+1}\Omega_y^2\Omega_x) / (\omega_s^4 - 2\omega_s^2\Omega_y^2 + \Omega_y^4 + 4\xi^2\omega_s^2\Omega_y^2)}{\quad} \quad (4.27)$$

donde  $\omega_s$  es la frecuencia asociada a la delta de Dirac en el espectro de Fourier,  $\beta_x = \omega_s/\Omega_x$  y  $\beta_y = \omega_s/\Omega_y$ .

De igual forma se observa que para valores de  $\Omega_x = \Omega_y$ ,  $\gamma^2 = 1 + 1 + 2r = 2 + 2r$ .

Si se considera que  $r=1$ , entonces la ecs.4.27 se puede escribir de la siguiente manera:

$$\gamma^2 = 1 + \frac{C^2}{\beta^2} \left( \frac{\beta_x^2 - 2 + \frac{1}{\beta_x^2} + 4\xi^2}{\beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2} \right) \pm \frac{2C}{\beta^2} \left( \frac{-1 + \beta_x^2 + \frac{1}{\beta_y^2} - \beta^2 + 4\xi^2\beta}{\beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2} \right) \quad (4.28)$$

En la figura 34 se muestran algunas gráficas en las que se observan los valores de  $\gamma$  que se obtienen a partir de la ecs. 4.27 para distintos valores de  $r$ .

Para estos cálculos se considera que  $T_1$  es el periodo de traslación de la estructura en la dirección principal 1, y  $T_2$  el correspondiente a la dirección 2.  $\xi$  se toma igual a 0.05.

El valor de  $\omega_s$  que se analiza es de 3.1416, el cual corresponde a un periodo  $T_s=2$  s.

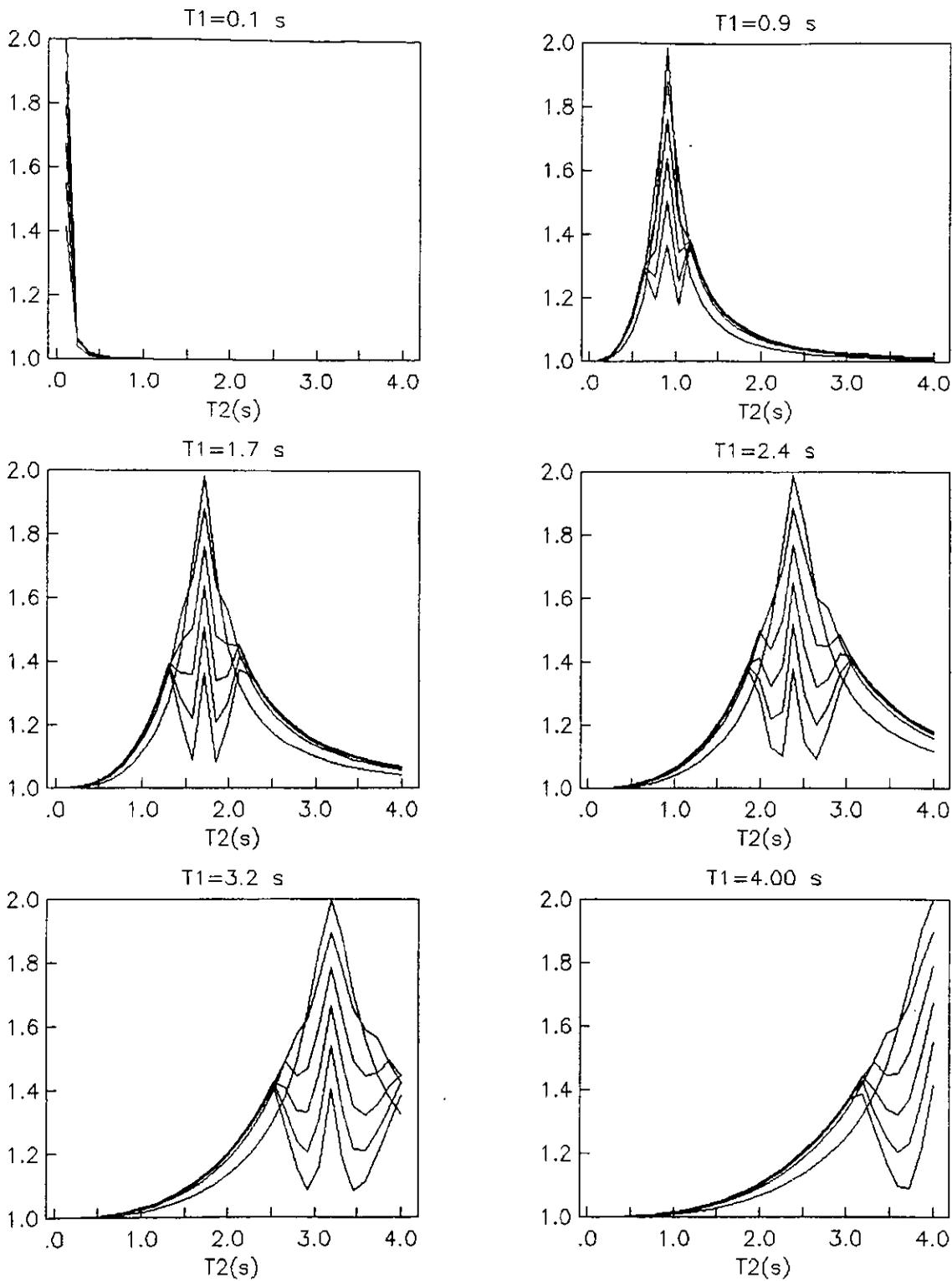
Nuevamente se observa que el valor de  $r$  es importante en la medida que los periodos de traslación de la estructura tienden a ser iguales, ya que es en estos casos en los que la variación de  $\gamma$  es mayor. Sin embargo, la variación de  $\gamma$  para los casos en los cuales ambos periodos de traslación de la estructura no tienden a ser iguales, resulta mayor en comparación a la solución que se obtiene para el modelo del espectro de Fourier plano (figura 33).

Con el objeto de poder estimar un valor de  $r$  para el cual los resultados que se calculen a partir de las soluciones analíticas desarrolladas (ecs. 4.25 y 4.27), sean similares a los que se han obtenido en el capítulo 3 a partir de registros reales, es decir acelerogramas, se calcula el valor de  $r$  despejándolo de la solución analítica que corresponda, la cual se igual con el valor de  $\gamma$  que se obtiene a partir de registros sísmicos reales. En la figura 35 se muestran las gráficas que corresponden a distintos sísmos registrados en la estación de CU, en ellas se muestra el valor de  $r$  en función de ambos periodos de traslación de la estructura, los cuales se consideran iguales. La solución analítica que se utiliza para despejar a  $r$  corresponde al espectro plano (ecs. 4.25).

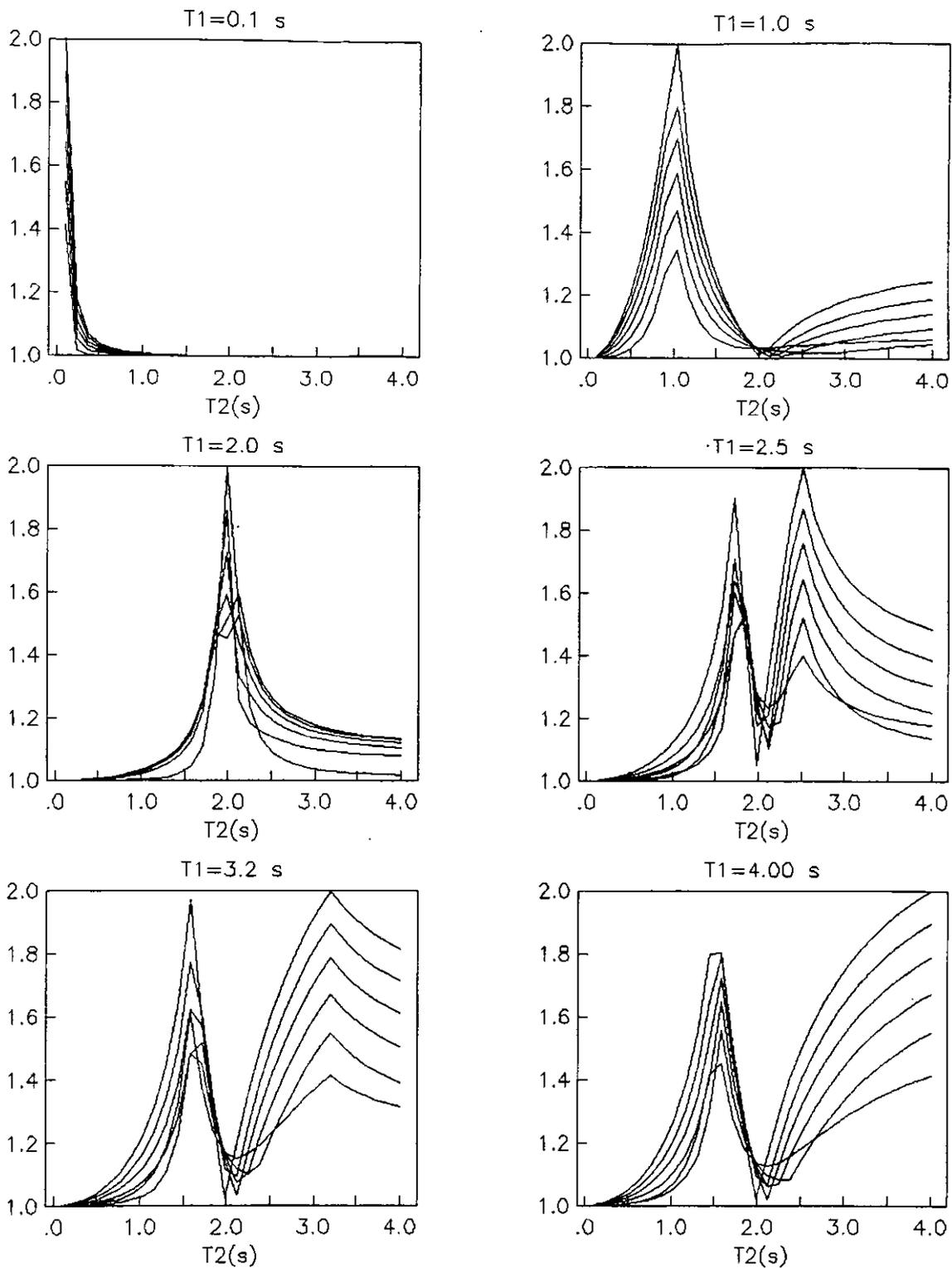
En las figuras 36 y 37 se muestran el mismo tipo de gráficas correspondientes a la estación SC, y al caso en el cual se rotan los ejes de la estructura para el registro del 19 de septiembre de 1985 registrado en la estación SC. La solución analítica que se utiliza para despejar a  $r$  corresponde al espectro de la delta de Dirac.

En todos los casos  $\xi = 0.05$ .

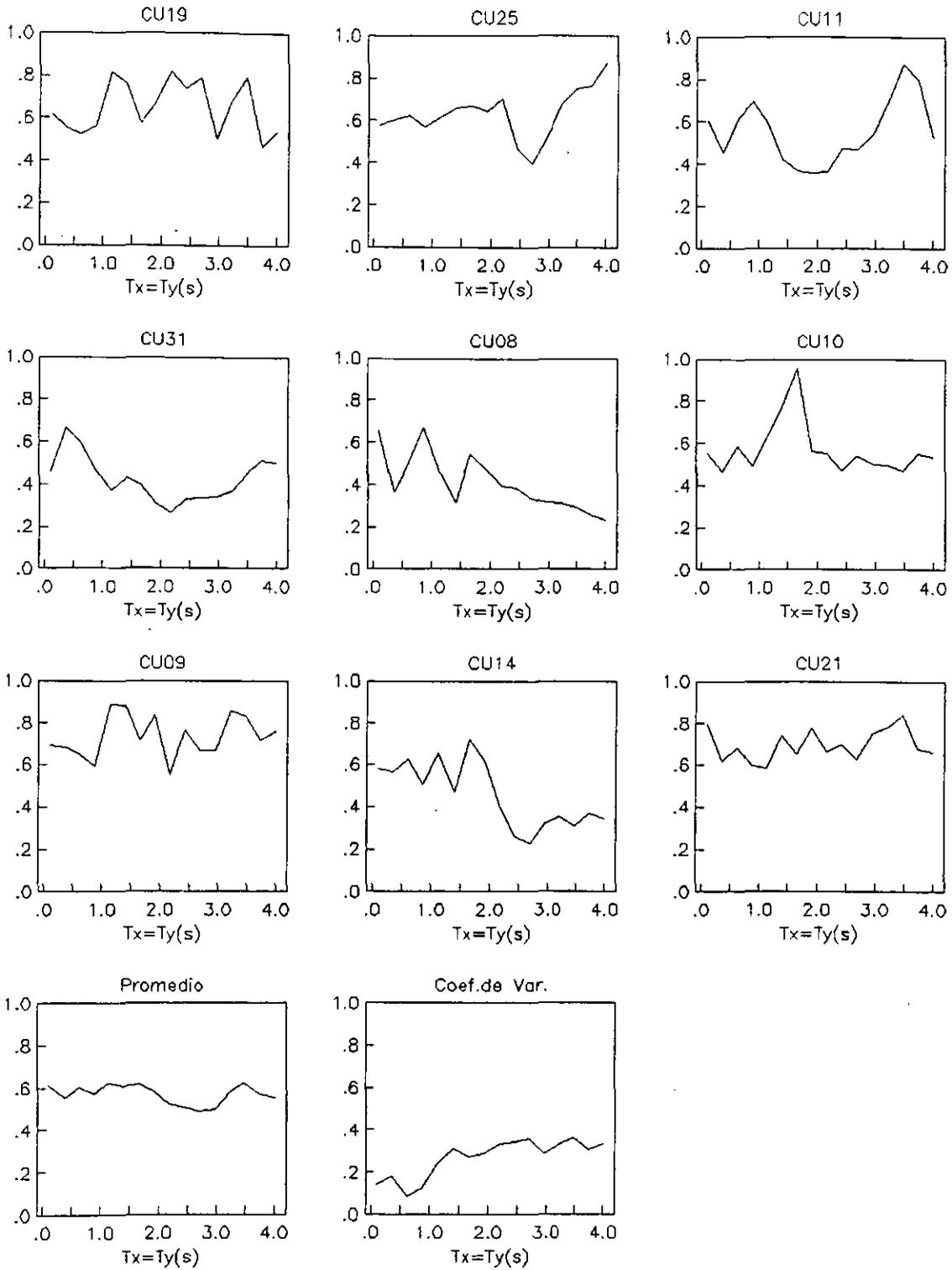
En estas gráficas se puede observar que  $r$  cambia en forma importante, tanto de un registro a otro para un mismo par de periodos de traslación, como para un mismo registro en función del par de periodos de que se trate. Sin embargo, para los tres casos que se analizan el promedio de  $r$  resulta muy similar, pudiéndose considerar un valor cercano a 0.6 para todos los pares de periodos que se estudian. Del mismo modo su variación es semejante en los tres casos analizados, teniéndose una variación máxima de 40%.



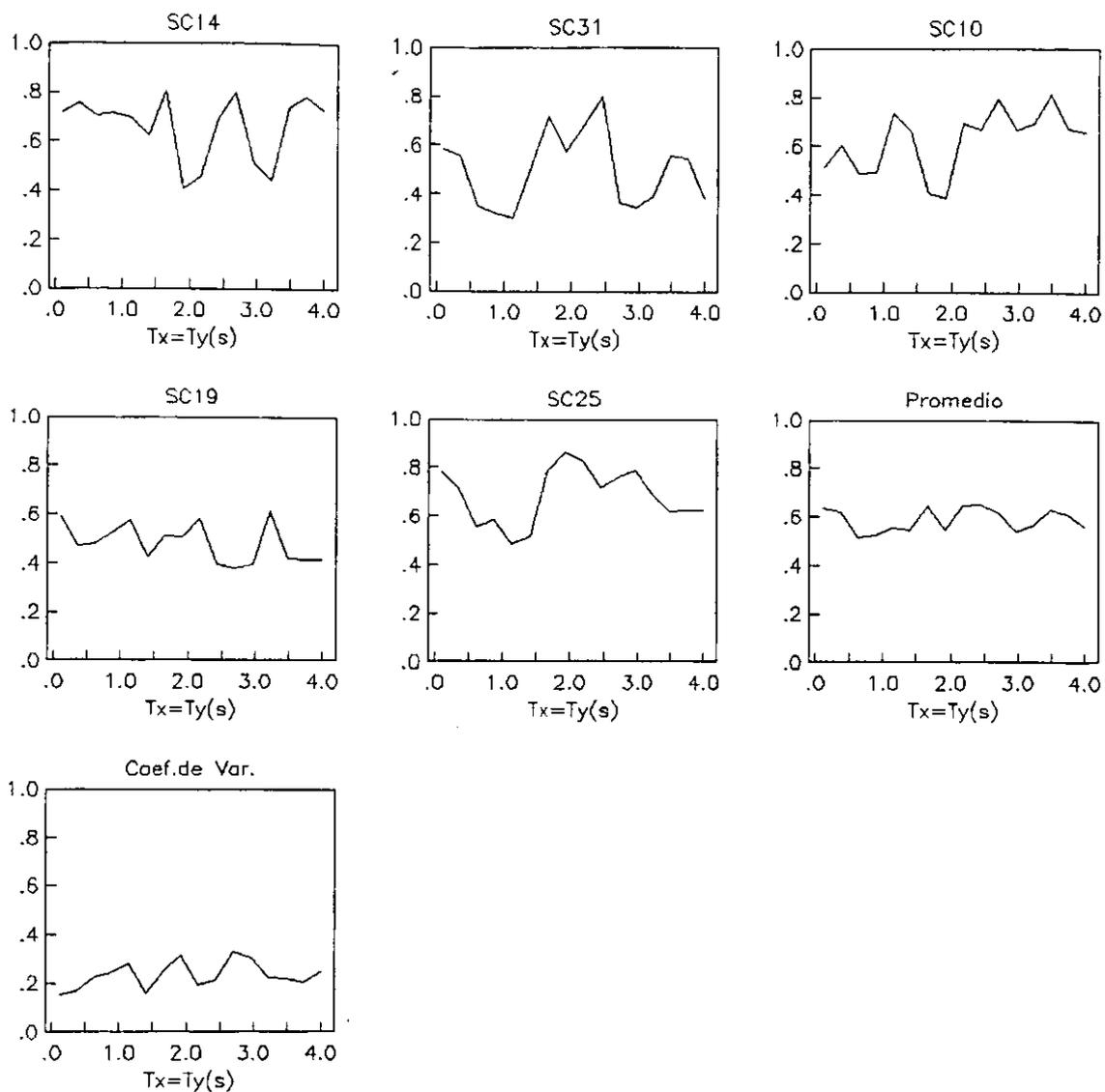
**Figura 33.** Variación de  $\gamma$  en función de  $r$  para el caso en que se utiliza el modelo del espectro de Fourier plano (ecs.4.25). Los valores de  $r$  que se analizan son 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.0.



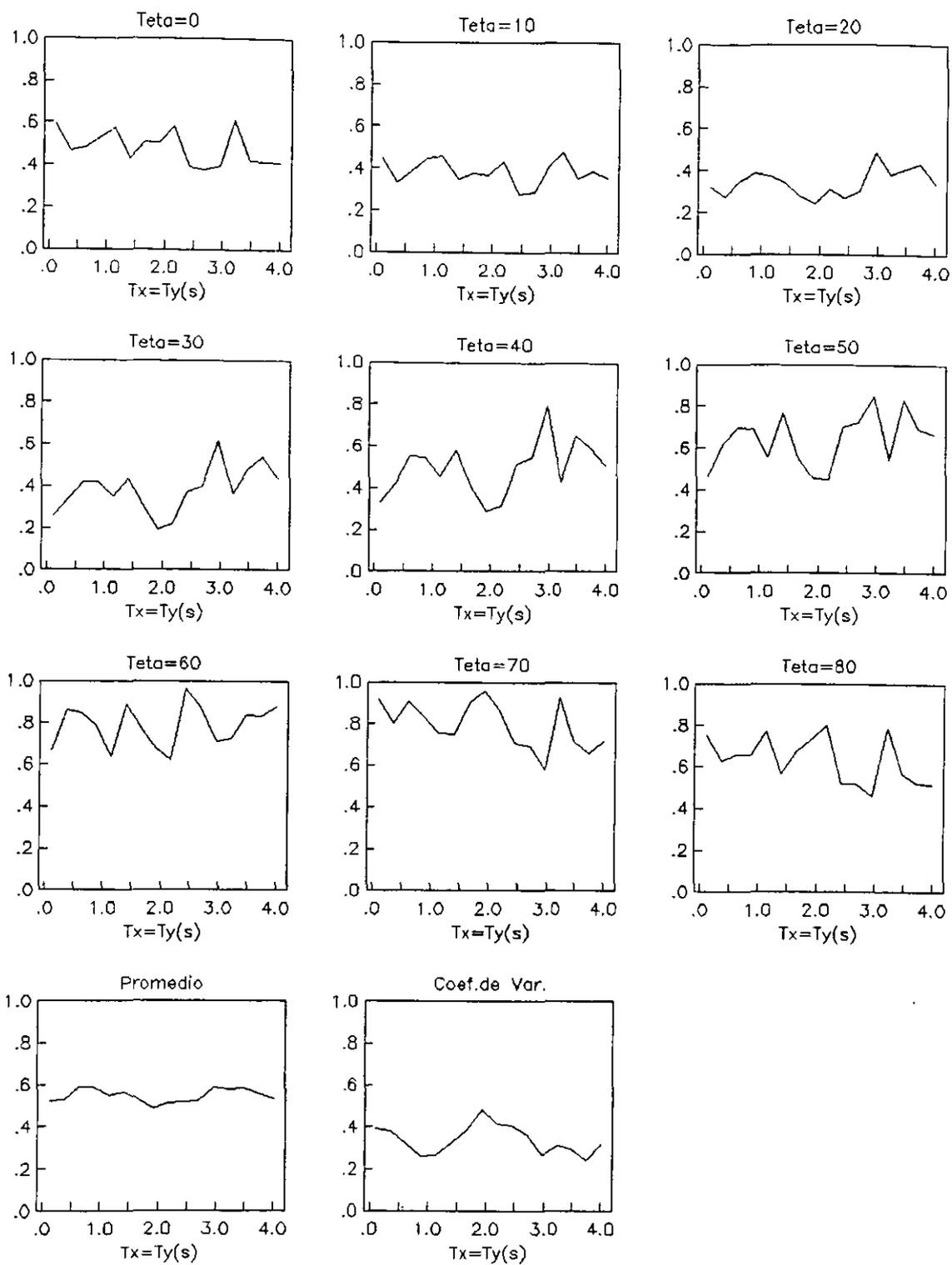
**Figura 34.** Variación de  $y$  en función de  $r$  para el caso en que se utiliza el modelo del espectro de Fourier de la delta de Dirac (ecs. 4.27). Los valores de  $r$  que se analizan son 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.0. El valor de  $\omega$ , es 3.1416 ( $T_1 = 2$  s).



**Figura 35.** Variación de  $r$  en función del par de periodos de traslación de la estructura para distintos sismos registrados en la estación CU.



**Figura 36.** Variación de  $r$  en función del par de periodos de traslación de la estructura para distintos sismos registrados en la estación SC.



**Figura 37.** Variación de  $r$  en función del par de periodos de traslación de la estructura para distintos ángulos de rotación de los ejes de la estructura. El registro que se analiza es SC19.

Al analizar las gráficas anteriores no se aprecia en forma clara cuál es el valor de  $r$  que garantiza el mejor ajuste entre los datos obtenidos a partir de registros sísmicos reales, con los resultados del modelo analítico que se propone. Por ello se plantea un procedimiento que trata de minimizar el error total, y consiste en determinar el valor de  $r$  para el cual la suma de los logaritmos al cuadrado de los cocientes de los datos experimentales, entre la respuesta analítica sea mínima.

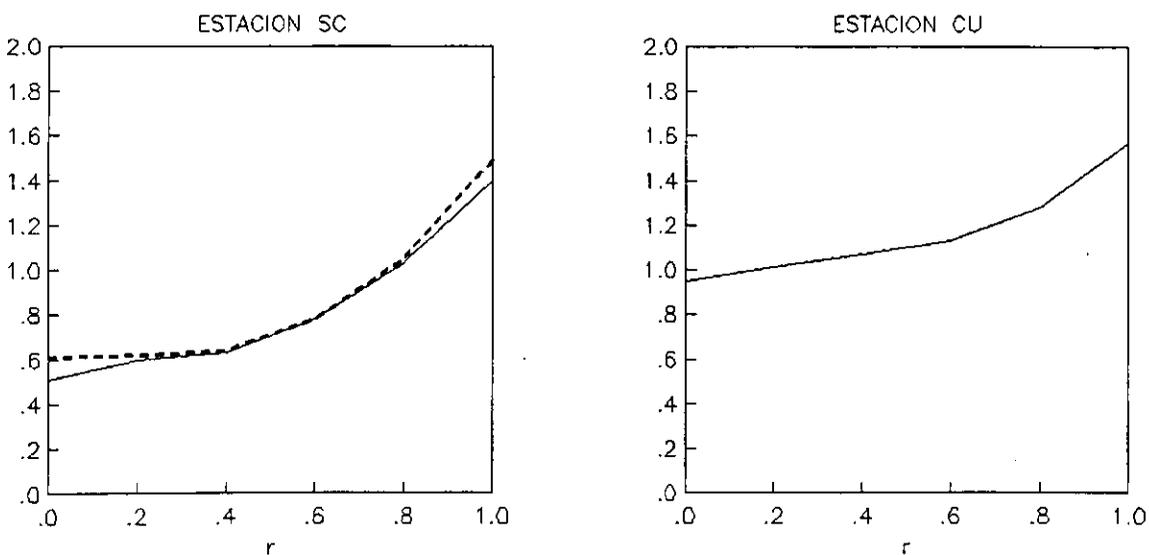
Se analizan tres casos, en el primero se compara el promedio de  $\gamma$  obtenido de acuerdo a datos de la estación SC (Capítulo 3), con los resultados que se obtienen a partir de la solución que caracteriza a  $|A(\omega)|$  de acuerdo a una delta de Dirac (ecs. 4.27) para  $\omega_s=3.1416$ . Los valores de  $r$  que se ensayan van de 0 a 1 en incrementos de 0.1.

El segundo caso es análogo al anterior, solo que en él, el promedio de los datos experimentales corresponde al caso en el cual se rotan los ejes de la estructura. El registro que se analiza es el del 19 de septiembre de 1985 correspondiente a la estación SC.

Por último, se compara el promedio de  $\gamma$  que resulta del análisis de datos de la estación CU, con los resultados que se obtienen a partir del modelo analítico que caracteriza a  $|A(\omega)|$  de acuerdo a un espectro plano (ecs.4.25). En la figura 38 se muestran los resultados de estas comparaciones.

Se observa que en los tres casos el valor de  $r$  que minimiza el error total, es  $r=0$ , lo cual necesariamente obliga a que la parte compleja o imaginaria de la coherencia valga uno. Así mismo, se aprecia que prácticamente no existe alguna diferencia entre los dos primeros casos.

Por otra parte, se puede ver en forma general que la solución analítica obtenida a partir del modelo de espectro plano, tiene un error total mayor que el de la solución basada en la delta de Dirac.



**Figura 35.** Variación de la suma de los logaritmos al cuadrado de los cocientes de la respuesta experimental entre la respuesta analítica en función de  $r$ . En el encabezado de cada gráfica aparece la estación a la cual se refiere el caso que se analiza. Los resultados que corresponden al estudio de la rotación de los ejes principales de la estructura se presentan con línea discontinua.

La diferencia en la precisión de ambos modelos, se explica en la medida que los espectros de Fourier que se registran en terreno duro son mucho más variados que los de terreno blando, por lo que su caracterización en base a un modelo plano que los representa a todos de igual forma, resulta menos realista que la representación que se hace para los espectros registrados en terreno blando.

En las figuras 39, 40 y 41 se muestran algunas gráficas en las que se comparan los resultados obtenidos a partir de registros sísmicos reales con los analíticos. En la figura 39 se presentan las gráficas en las cuales se compara el promedio de  $\gamma$  obtenido a partir de los datos de la estación SC, con los resultados analíticos de la solución basada en la delta de Dirac para  $\omega_s=3.1416$  y  $r=0$ . En la figura 40 se observan las gráficas correspondientes al caso en el cual se estudia la rotación de los ejes de la estructura para el registro del 19 de septiembre de 1985 registrado en la estación SC.

En la figura 41 se compara el promedio de  $\gamma$  que se obtiene a partir de los acelerogramas registrados en la estación de CU, con los resultados analíticos que corresponden al modelo de espectro plano para  $r=0$ .

En todos los casos anteriores  $|\varphi(\omega)|=1$ .

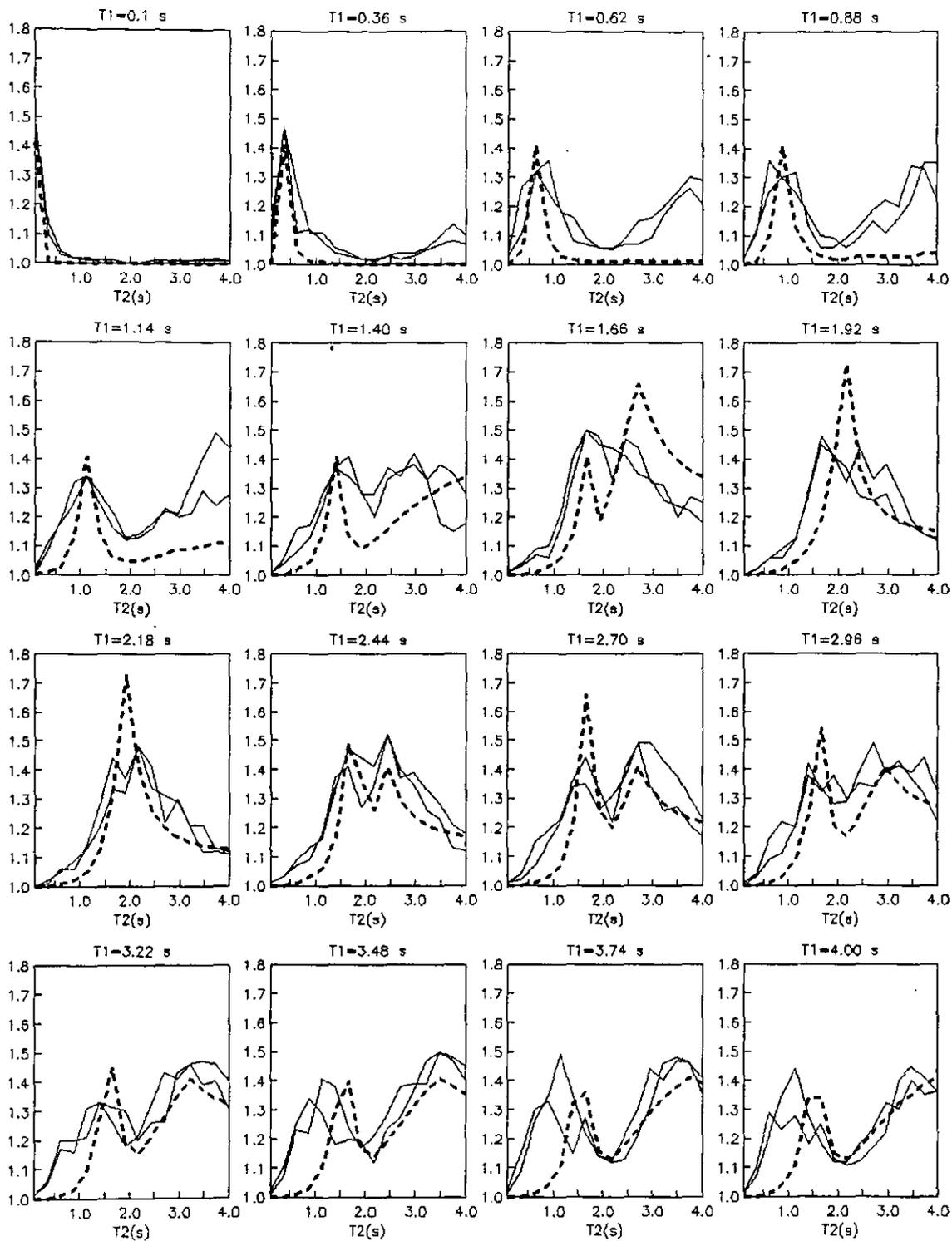
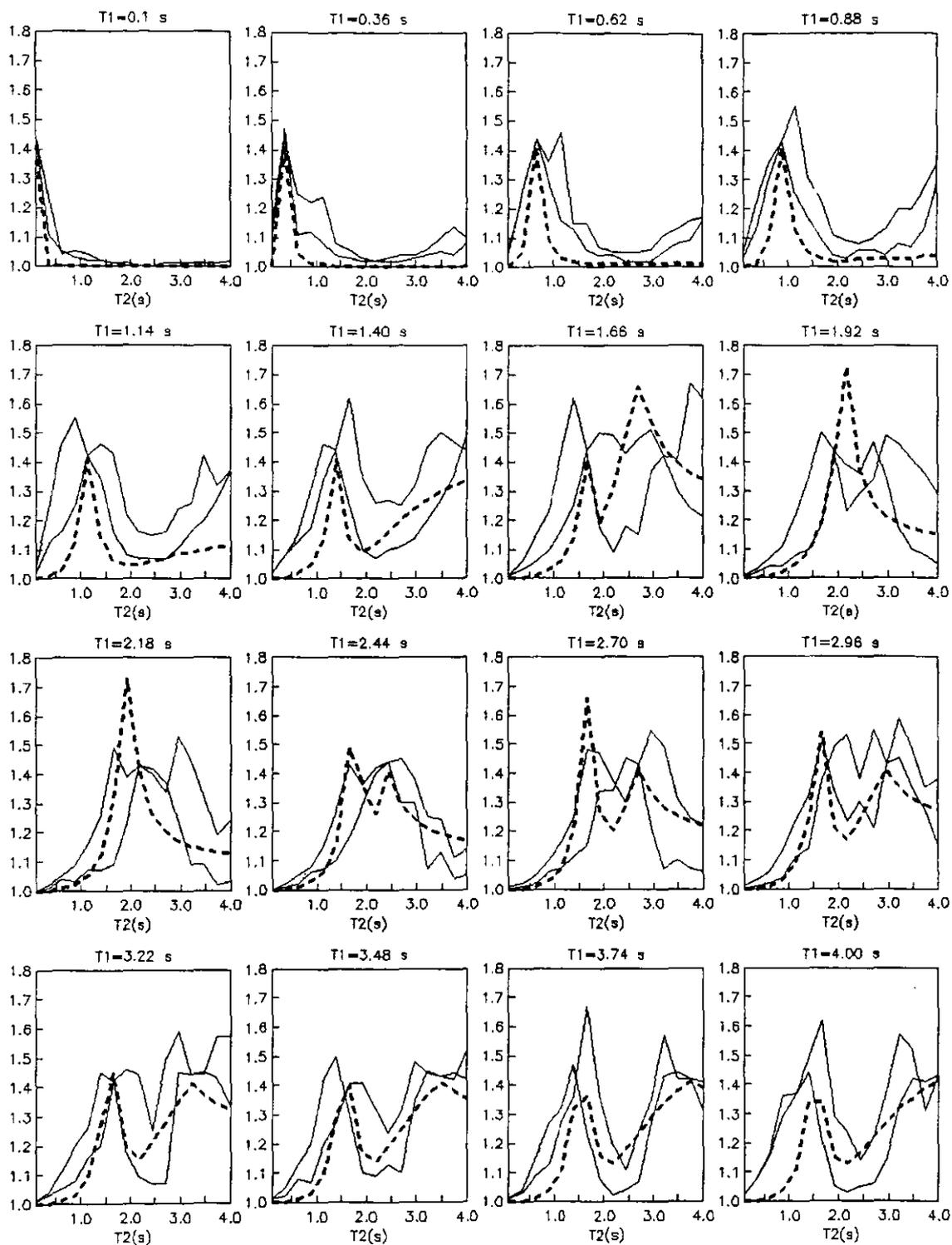
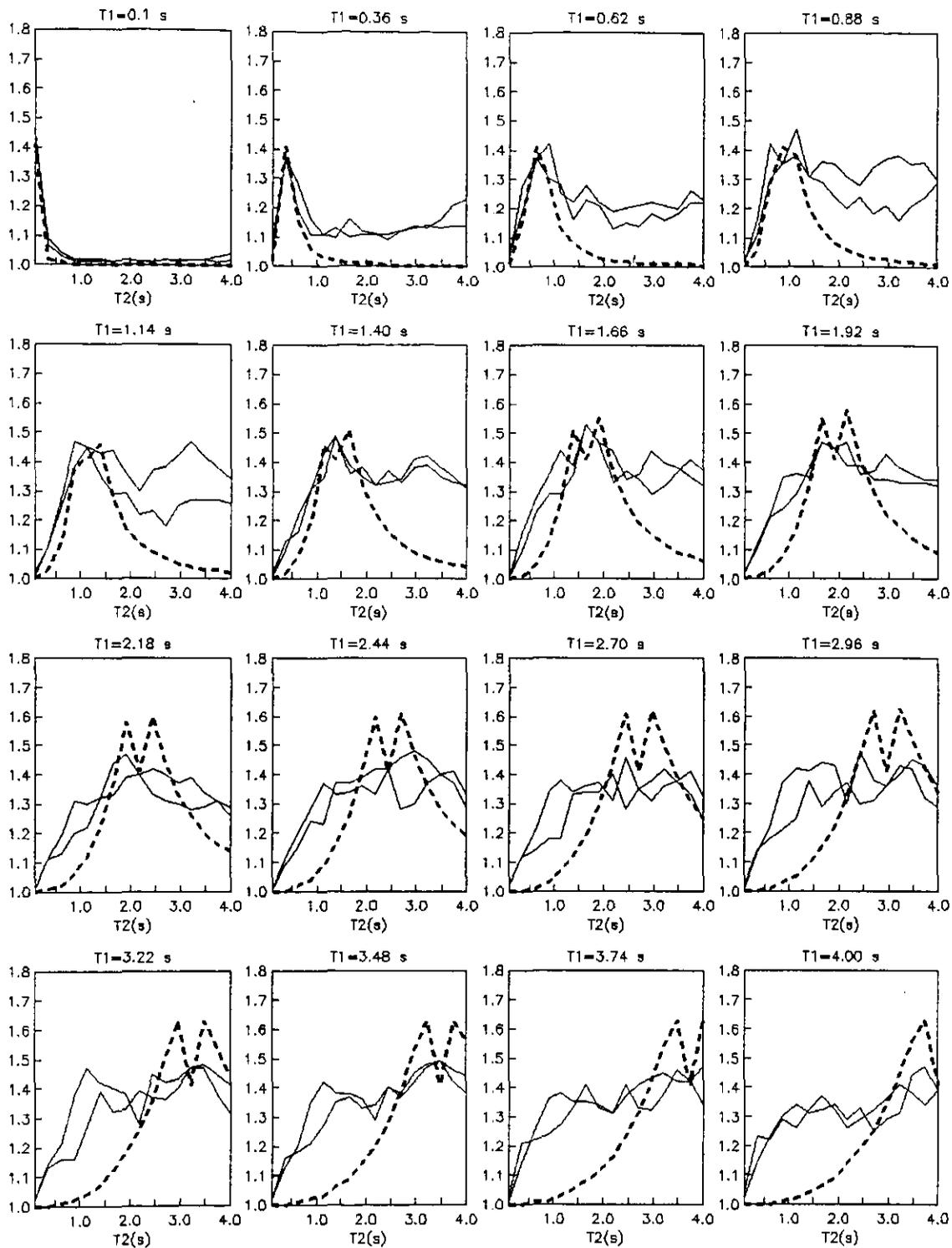


Figura 39. Comparación del promedio de  $\gamma$  obtenido a partir de acelerogramas registrados en la estación SC con los resultados analíticos basados en el modelo de la delta de Dirac para  $\omega_s=3.1416$ ,  $|\varphi(\omega)|=1$  y  $r=0$  (ecs.4.30). Con línea continua se indican los valores experimentales y con discontinua los analíticos.



**Figura 40.** Comparación del promedio de  $\gamma$  que se obtiene al rotar los ejes principales de la estructura para el registro SC 19/09/85, con los resultados analíticos basados en el modelo de la delta de Dirac para  $\omega_s=3.1416$ ,  $|\varphi(\omega)|=1$  y  $r=0$  (ecs.4.30). Con línea continua se indican los valores experimentales y con discontinua los analíticos.



**Figura 41. Comparación del promedio de  $\gamma$  obtenido a partir de acelerogramas registrados en la estación CU con los resultados analíticos basados en el modelo de espectro plano para  $|\varphi(\omega)|=1$  y  $r=0$  (ecs. 4.29). Con línea continua se indican los valores experimentales y con discontinua los analíticos.**

Finalmente, si se sustituye el valor de  $r=0$  en las soluciones generales que se obtienen para los dos modelos de espectros de Fourier que se analizan (ecs. 4.25 y 4.27), las expresiones que se obtienen son las siguientes:

Para el caso del modelo de espectro plano cuando  $|\varphi(\omega)|=1$

$$\begin{aligned} \gamma^2 = & 1 + C^2 \frac{\Omega_x^3}{\Omega_y^3} \pm 2C\Omega_x^2 \left( -\pi\Omega_x^2 \sqrt{1-\xi^2} + \pi\Omega_y^2 \sqrt{1-\xi^2} - 2\Omega_y^2 \arctan\left(\frac{1}{2} \frac{-1+2\xi^2}{\xi\sqrt{1-\xi^2}}\right) \sqrt{1-\xi^2} + \right. \\ & 2\Omega_x^2 \arctan\left(\frac{1}{2} \frac{-1+2\xi^2}{\xi\sqrt{1-\xi^2}}\right) \sqrt{1-\xi^2} - 8\ln(\Omega_x)\Omega_y\xi\Omega_x + 8\ln(\Omega_x)\Omega_y\xi^3\Omega_x + 8\ln(\Omega_y)\Omega_y\xi\Omega_x - \\ & \left. 8\ln(\Omega_y)\Omega_y\xi^3\Omega_x\right) \xi / \left(\Omega_y(-1+\xi^2)\right) \left(4\Omega_x^2\Omega_y\xi^2 + 4\Omega_x\Omega_y^2\xi^2 + \Omega_x^3 - \Omega_x^2\Omega_y - \Omega_x\Omega_y^2 + \Omega_y^3\right)\pi \end{aligned} \quad (4.29)$$

Y para el modelo de la delta de Dirac cuando  $|\varphi(\omega)|=1$

$$\gamma^2 = 1 + \frac{C^2}{\beta^2} \left( \frac{\beta_x^2 - 2 + \frac{1}{\beta_x^2} + 4\xi^2}{\beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2} \right) \pm \frac{-4C\xi}{\beta^2} \left( \frac{-\frac{\beta}{\beta_y} - \beta\beta_x + \frac{1}{\beta_y} + \beta_x}{\beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2} \right) \quad (4.30)$$

Por su parte, si en la ecs. 4.24 se sustituye el valor de  $|\varphi(\omega)|=0.4$  y  $r=0$ , entonces la solución que se obtiene para el modelo de la delta de Dirac es la siguiente

$$\gamma^2 = 1 + \frac{C^2}{\beta^2} \left( \frac{\beta_x^2 - 2 + \frac{1}{\beta_x^2} + 4\xi^2}{\beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2} \right) \pm \frac{-16C\xi}{\beta^2} \left( \frac{\frac{\beta}{\beta_y} + \beta\beta_x - \frac{1}{\beta_y} - \beta_x}{\beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2} \right) \quad (4.31)$$

En la figura 42 se presentan algunas gráficas en las cuales se compara el promedio de  $\gamma$  obtenido a partir de los datos de la estación SC con los resultados analíticos de la ecs. 4.31.

Se observa que los resultados de la ecs. 4.31 presentan un mejor ajuste en comparación con los de la ecs. 4.30, respecto al promedio de valores de  $\gamma$  que se obtienen para los acelerogramas registrados en la estación SC. Por ello, se recomienda utilizar la ecs. 4.31 en la cual  $|\varphi(\omega)|=0.4$  y  $r=0$ , para modelar el comportamiento de  $\gamma$  asociado a terreno blando cuando los componentes de la respuesta sean colineales.

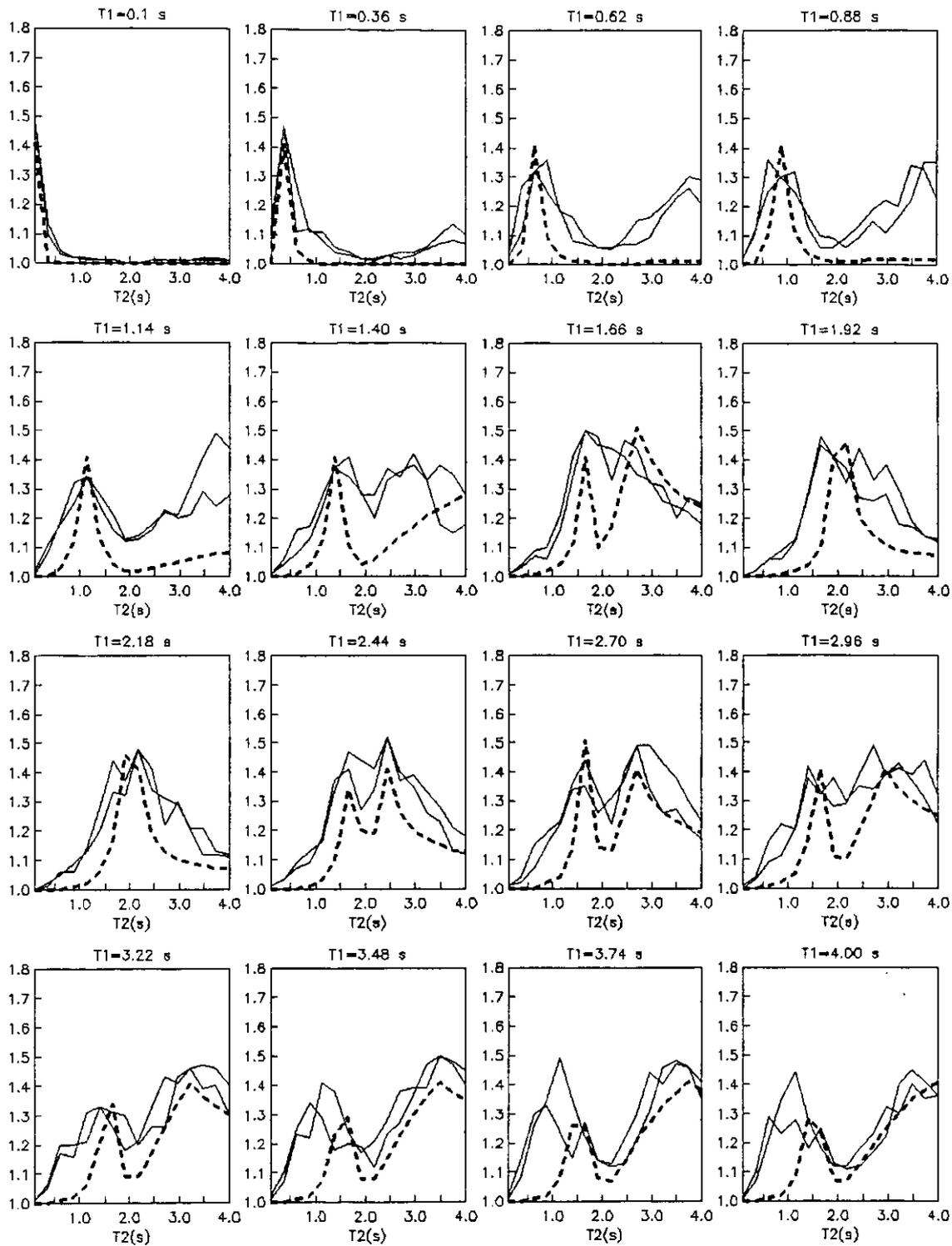


Figura 42. Comparación del promedio de  $\gamma$  obtenido a partir de acelerogramas registrados en la estación SC con los resultados analíticos basados en el modelo de la delta de Dirac para  $\omega_s=3.1416$ ,  $|\varphi(\omega)|=0.4$  y  $r=0$  (ecs.4.31). Con línea continua se indican los valores experimentales y con discontinua los analíticos.

Todas las soluciones anteriores corresponden al caso en que los componentes de la respuesta son colineales. El procedimiento que se sigue para obtener una solución en caso de que los componentes de la respuesta sean ortogonales, es similar al que se ha presentado.

La solución que se obtiene para el modelo de la delta de Dirac cuando  $|\varphi(\omega)|=0.4$ ,  $r=0$  y los componentes de la respuesta son ortogonales, es la siguiente:

$$\gamma^{-1} = 1 + \frac{C^{-1}}{\beta^4} \left( \frac{\left( \beta_x^2 - 2 + \frac{1}{\beta_x^2} + 4\xi^2 \right)^2}{\left( \beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2 \right)^2} \right) \pm \frac{-0.32C^2}{\beta^4} \quad (4.32)$$

$$\left( \frac{-1 + 2\beta_x^2 - \beta_x^4 + 4\xi^2\beta_x^2 + \frac{2}{\beta_y^2} - 4\beta^2 + 2\beta_x^2\beta^2 - 16\beta^2\xi^2 - \frac{1}{\beta_y^4} + \frac{2\beta^2}{\beta_y^2} - \beta^4 + 4\xi\frac{\beta^2}{\beta_y^2} + \frac{4\xi^2}{\beta_y^2} + 4\xi^2\beta^2\beta_x^2 - 16\xi^4\beta^2 + 16\xi^2\beta - 16\xi^2\beta\beta_x^2 - \frac{16\xi^2\beta}{\beta_y^2} + 16\xi^2\beta^3}{\left( \beta_y^2 - 2 + \frac{1}{\beta_y^2} + 4\xi^2 \right)^2} \right)$$

La expresión (4.32) permite modelar el comportamiento de  $\gamma$  asociado a terreno blando cuando los componentes de la respuesta son ortogonales. Los resultados que se obtienen a partir de esta ecuación presentan un ajuste respecto al promedio de valores de  $\gamma$  que se obtienen a partir de los acelerogramas registrados en la estación SC para el caso de esfuerzo cortante, del mismo orden del que se presenta cuando los componentes de la respuesta son colineales (ecs. 4.31).

Ejemplo de aplicación.

5.1 Ejemplo numérico

Para mostrar la aplicación de las expresiones desarrolladas en este trabajo además de comparar los resultados que se obtienen con aquellos que resultan al aplicar las actuales reglas en uso, se analiza una estructura de concreto de un solo nivel (figura 43). El objetivo del ejercicio consiste en determinar los elementos mecánicos de diseño que resultan una vez que se han combinado los efectos sísmicos ortogonales. Se asume que ambos componentes horizontales del movimiento del suelo tienen el mismo espectro de respuesta elástico el cual corresponde al espectro para terreno tipo III del reglamento del Distrito Federal (RDF,1987). Todos los modos de vibrar tienen una fracción de amortiguamiento crítico del 5% y se considera un factor de ductilidad  $Q=2$ .

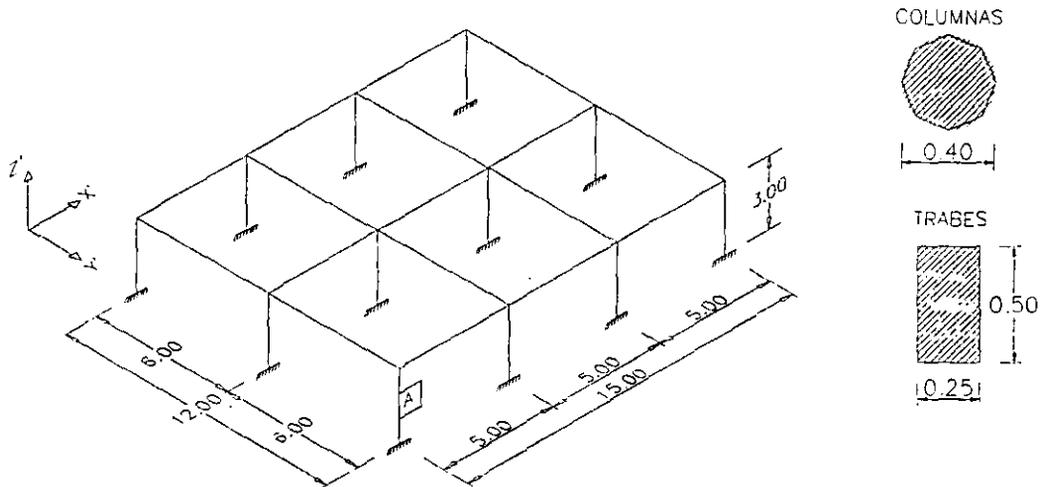


Figura 43. Estructura del edificio que se analiza.

El periodo de traslación del edificio en ambas direcciones ortogonales es similar, pudiéndose considerar  $T_x = T_y = 0.1567$  s ( $\Omega_x = \Omega_y = 40$  rad/s). En la tabla 2 se presentan los elementos mecánicos para la columna A.

Estado de carga	$M_y$ (kg-m)	$M_x$ (kg-m)	$V_y$ (kg)	$V_x$ (kg)	P(kg)
Sismo en X'	1658.3	10.58	8.15	936.3	529.91
Sismo en Y'	13.77	1977.62	1083.05	9.54	486.56

Tabla 2. Elementos mecánicos de la columna A.

Se desea obtener la fuerza cortante, el momento flexionante y la carga axial en la columna A que resultan al considerar los efectos sísmicos ortogonales horizontales. En el caso de la carga axial los componentes de la respuesta son colineales, por lo que debe utilizarse la expresión 4.31.

Para el momento flexionante, al tratarse de una columna circular cuya flexión se considera uniaxial obteniendo el momento resultante a partir de los dos momentos que se generan alrededor de los ejes ortogonales, se considera que los componentes de la respuesta son ortogonales, por lo que se aplica la expresión 4.32. El caso de la fuerza cortante es similar al del momento flexionante, por lo que se utiliza la misma expresión.

En todos los casos se debe evaluar un factor  $C=b_y/b_x$ , donde  $b_x$  y  $b_y$  son constantes que transforman el desplazamiento lateral de la estructura en el tipo de respuesta que se analiza. Si se conocen los desplazamientos laterales de la estructura para cada uno de los estados de carga sísmica, dichas constantes se pueden calcular numéricamente dividiendo la respuesta calculada para ese estado de carga entre el desplazamiento lateral que corresponda.

Por ejemplo, para el caso de la carga axial se tiene que la máxima respuesta individual ocurre para el sismo en  $x'$ , y vale 529.91 kg. A su vez, el máximo desplazamiento calculado para ese estado de carga en esa dirección es de 0.70 cm, por lo que  $b_x = 529.91/0.70 = 757$  kg/cm. El subíndice  $x$  se asocia a la dirección en la cual se presenta la máxima respuesta individual.

Del mismo modo  $b_y = 486.56/0.66 = 737.21$  kg/cm, donde 0.66 cm es el máximo desplazamiento que se presenta en la dirección  $y'$  para el estado de carga que corresponde al sismo en esa dirección.

Sustituyendo los valores de  $\beta=\Omega_y/\Omega_x=40/40=1$ ,  $\beta_x=\beta_y=\omega_y/\Omega_{x,y}=3.1416/40=0.07854$  y  $C=737.21/757=0.9739$  en la expresión 4.31, el valor de  $\gamma$  que se obtiene es el siguiente:

$$\gamma^2=1+0.9739^2+0=1.9485, \text{ es decir } \gamma=1.3959$$

Por lo que la máxima carga axial que se presenta considerando los efectos sísmicos ortogonales es:

$$P_{\max}=1.3959(529.91)=739.69 \text{ kg.}$$

Dicha sollicitación corresponde a un valor de  $\alpha=(739.69-529.91)/486.56=0.4311$ .

El valor de  $\omega_s=3.1416$  se asocia a un sitio de terreno blando para el cual su periodo fundamental de vibrar es  $T_s=2$  s.

Procediendo en forma similar para el caso del momento flexionante se tiene que la máxima respuesta individual se presenta para el estado de carga que corresponde al sismo en  $y'$ , por lo que  $b_x=197762/0.66=299639.40$ ,  $b_y=165830/0.70=236900$ ,  $C=0.7906$ ,  $\beta=\Omega_y/\Omega_x=40/40=1$  y  $\beta_x=\beta_y=0.07854$ . De esta forma, si se sustituyen estos valores en la expresión 4.32, se obtiene un valor de:

$$\gamma^4=1+0.7906^4+(0.32)(0.7906)^2 = 1.5907, \text{ de donde } \gamma=1.123$$

Por lo que el máximo momento que se presenta considerando ambos efectos sísmicos ortogonales resulta:

$$M_{\max}=1.123(1977.62)=2220.95 \text{ kg-m}$$

El cual se asocia a un valor de  $\alpha = \sqrt{\frac{2220.95^2 - 1977.62^2}{1658.30^2}} = 0.6095$ .

Para el caso de la fuerza cortante la máxima respuesta individual se presenta para el estado de carga que corresponde al sismo en y', por lo que  $b_x=1083.05/0.66=1640.98$ ,  $b_y=936.30/0.70=1337.57$ ,  $C=0.8151$ ,  $\beta=\Omega_y/\Omega_x=40/40=1$  y  $\beta_x=\beta_y=0.07854$ . Si se sustituyen estos valores en la expresión 4.32 se obtiene un valor de:

$$\gamma^4=1+0.8151^4+(0.32)(0.8151)^2 = 1.654, \text{ de donde } \gamma=1.2861$$

De esta forma, la máxima fuerza cortante que se presenta considerando ambos efectos sísmicos ortogonales resulta:

$$V_{\text{máx}}=1.2861(1083.05)=1392.91 \text{ kg-m}$$

La cual corresponde a un valor de  $\alpha = \sqrt{\frac{1392.91^2 - 1083.05^2}{936.30^2}} = 0.9355$ .

En la tabla 3 se presentan los valores de  $\alpha$  que de acuerdo a las distintas reglas de combinación de componentes deberían utilizarse para calcular la máxima respuesta considerando los efectos sísmicos ortogonales. Estos valores se comparan con los calculados en este ejercicio de acuerdo a las expresiones 4.31 y 4.32.

Respuesta	RDF,1987	SRSS	Ecs. 4.31 y 4.32
Carga axial	0.30	0.3895	0.4311
Momento flexionante	0.30	1.00	0.6095
Fuerza cortante	0.30	1.00	0.9355

**Tabla 3. Valores de  $\alpha$  de acuerdo a las distintas reglas de combinación de componentes de la respuesta.**

En el caso de la carga axial en el cual los componentes de la respuesta son colineales, los tres valores de  $\alpha$  resultan similares. Por lo que se refiere a los otros dos casos, en los cuales los componentes de la respuesta son ortogonales, se observa que el valor de  $\alpha$  calculado de acuerdo al reglamento del Distrito Federal (RDF,1987) resulta inferior al calculado de acuerdo a los otros dos criterios, sobre todo en el caso de la fuerza cortante. Los resultados de la regla SRSS resultan similares a los que se obtienen de acuerdo a las expresiones 4.31 y 4.32, sobre todo si se comparan los casos de la carga axial y de la fuerza cortante.

Para el caso que se analiza en este ejercicio, se observa que el efecto de los componentes ortogonales horizontales resulta crítico para aquellos tipos de respuesta en los cuales sus componentes sean ortogonales, ya que es en estos casos en los que se alcanzan los mayores valores de  $\alpha$ . Del mismo modo se hace evidente que  $\alpha$  depende del tipo de respuesta que se analiza, por lo que las reglas de combinación que no toman en

---

# Conclusiones y Recomendaciones

### 5.1 Conclusiones

Se ha estudiado el problema que representa la combinación de los efectos sísmicos ortogonales horizontales en los métodos de análisis sísmico con técnicas de espectro de respuesta que se utilizan en la actualidad. Se analizó un modelo estructural de dos grados de libertad con comportamiento elástico, en base a un conjunto de datos acelerográficos registrados en distintos tipos de terreno de la Cd. de México y de la costa mexicana del Pacífico. Del mismo modo se probaron algunas señales de tipo armónico y de ruido blanco.

La respuesta del modelo se asoció a dos variables,  $\alpha$  y  $\gamma$ . La variable  $\alpha$  aparece referida en los reglamentos como el porcentaje de la máxima respuesta que se debe considerar actuando en una dirección, mientras que en la dirección ortogonal actúa el 100%. A su vez,  $\gamma$ , se refiere al cociente de la máxima respuesta considerando la acción simultánea de ambos componentes, entre la máxima respuesta individual de las dos direcciones ortogonales.

El estudio se centró en identificar el comportamiento de ambas variables considerando el efecto de las características de distintos sismos registrados en una misma estación, así como el efecto de las características de los distintos tipos de terreno a partir de los registros de un mismo sismo en distintas estaciones. También se estudió la influencia de la orientación de los ejes de la estructura.

Se analizaron dos tipos de respuesta, una se refiere al esfuerzo por flexión bidireccional en las columnas, en cuyo caso ambos componentes de la respuesta son colineales; la otra respuesta que se estudia corresponde al esfuerzo cortante en las columnas, para la cual, sus componentes son ortogonales.

También se revisaron algunos trabajos relacionados con el tema, con lo cual se pudo establecer el estado en que se encuentra la investigación desarrollada al respecto, además de conocer las principales hipótesis y suposiciones que se han hecho con el objeto de simplificar el problema.

La solución general del modelo que se obtuvo en el dominio de la frecuencia, permitió desarrollar dos modelos analíticos asociados a las características dinámicas de terreno blando y duro respectivamente, a partir de los cuales es posible valorar en función de los periodos de traslación ortogonales de la estructura, y del periodo del sitio para el caso de terreno blando, la forma en que deben combinarse las máximas respuestas ortogonales horizontales.

Las principales conclusiones de este trabajo, son las siguientes:

1. Resulta poco realista modelar el movimiento sísmico del terreno en base a funciones de tipo armónico. Ya que los resultados que se obtienen al analizar registros sísmicos reales (acelerogramas) son diferentes de los que se obtienen para las señales de tipo armónico. Sin embargo, las conclusiones generales a las que se puede llegar a partir de ambos tipos de resultados, son muy similares.

2. El grado de correlación que determina la manera en que deban combinarse los efectos sísmicos ortogonales horizontales, se asocia a los componentes de la respuesta misma, y no a los componentes del movimiento del suelo. Se tienen casos en que, sin importar que la correlación de los componentes del movimiento del terreno sea baja, las características dinámicas de la estructura modifican dicha condición, y hacen que la correlación entre los componentes de la respuesta sea mayor, lo cual representa que el porcentaje de la máxima respuesta que deba combinarse con la máxima respuesta de la dirección ortogonal sea más alto.

Del mismo modo puede suceder que un alto grado de correlación entre los componentes del movimiento del suelo se vea modificado por las características dinámicas de la estructura, de tal forma que la correlación que resulta entre los componentes de la respuesta que se estudia sea menor que la de la excitación, en cuyo caso la sollicitación debida a la combinación de los efectos sísmicos ortogonales resulta menor.

3. Los valores tanto de  $\alpha$  como de  $\gamma$ , dependen: del par de periodos de traslación de la estructura, de las características dinámicas del sitio en estudio asociadas a un sismo en particular, del tipo de respuesta de interés, de las fracciones de amortiguamiento crítico en ambas direcciones ortogonales, y de la orientación de los ejes de la estructura.

4. Con base en los resultados del estudio paramétrico sobre el modelo analítico simplificado, se observa que en una gran cantidad de estructuras el valor de  $\alpha$  se encuentra por arriba de los valores que se utilizan en la actualidad con fines de diseño, y que en el caso de la Cd. de México es de 0.3. La variación en el valor de  $\alpha$  que se puede alcanzar al analizar dos estructuras distintas es muy alto.

Por lo cual, se considera que las reglas que combinan los efectos sísmicos ortogonales de acuerdo a un porcentaje fijo, resultan en general poco realistas.

5. Si la solución del modelo se plantea en el dominio de la frecuencia, entonces, los valores tanto de  $\alpha$  como de  $\gamma$  dependen: del espectro de amplitudes de Fourier correspondiente al sismo de que se trate registrado en el sitio a donde se refieran los resultados del estudio, de la coherencia entre los componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno, y de las funciones de transferencia del movimiento del suelo al desplazamiento lateral de la estructura, las cuales son función de las características dinámicas de la estructura.

6. Se observa que las reglas actuales de combinación de efectos sísmicos en base a un porcentaje fijo, cuyo valor oscila entre 30% y 40%, únicamente consideran el caso en el cual las características dinámicas de la estructura en ambas direcciones ortogonales son iguales, además de que asumen nula correlación entre los componentes horizontales del movimiento del terreno, y consideran que la magnitud de la respuesta en ambas direcciones es la misma. A su vez, las reglas que combinan el 100% en una dirección y el 100% en la otra, también suponen que las características dinámicas en ambas direcciones ortogonales son iguales; sin embargo, consideran completa correlación entre los componentes del movimiento del suelo.

7. Se puede considerar que la coherencia entre los componentes ortogonales horizontales del movimiento del suelo es un parámetro que presenta un comportamiento estocástico extremadamente complejo y difícil de caracterizar, al menos para el número de eventos que se han analizado en este trabajo.

8. Se ha desarrollado un modelo analítico que permite calcular a partir del análisis en el dominio de la frecuencia la manera en que deben combinarse los efectos sísmicos ortogonales. Para el caso de terreno blando, dicho modelo se basa en la caracterización del espectro de amplitudes de Fourier mediante una delta de Dirac. A su vez, el valor de la coherencia se considera constante para todo el rango de frecuencias que se analiza, resultando que el valor de su parte real para el cual se alcanza el mejor ajuste del modelo respecto al promedio de los resultados que se obtienen para los datos acelerográficos que se estudian, es cero.

Con este procedimiento, basta con conocer los periodos de traslación de la estructura en ambas direcciones ortogonales, además del periodo fundamental del sitio para que se pueda evaluar la constante  $\gamma$ , y de esta manera se conozca la forma en que deben combinarse los efectos sísmicos ortogonales horizontales.

La solución se obtiene tanto para el caso en que los componentes de la respuesta son colineales, como para cuando son ortogonales.

En el caso de terreno duro y de transición, se caracteriza al espectro de amplitudes de Fourier en base a un modelo de espectro plano, el cual se considera representa las características dinámicas de ambos tipos de terreno. Así, se obtiene otra expresión la cual depende únicamente de los periodos ortogonales de traslación de la estructura, y del mismo modo permite evaluar la constante  $\gamma$  para el caso en el cual los componentes de la respuesta son colineales.

9. En general, los resultados que se obtienen a partir de las soluciones del modelo analítico en el dominio de la frecuencia se pueden considerar como una buena aproximación del promedio que se obtiene para los datos acelerográficos que se utilizaron en el estudio. Sin embargo, resulta mucho mejor el ajuste que proporciona la solución del modelo para terreno blando, que la que se obtiene para el modelo de terreno duro.

10. Se observa que los resultados que se obtienen a partir de la solución analítica para terreno blando, son similares al promedio del caso en que se estudia el registro SC 19/Sep/85, en el cual se analiza la rotación de los ejes de la estructura. Por lo cual, en caso de comparar los valores promedio, no se comete un error grave al ignorar la variable que representa la orientación de los ejes de la estructura a lo largo de los cuales se descompone el movimiento del terreno.

## **5.1 Recomendaciones**

El trabajo de investigación que se documenta en esta tesis, se considera un estudio preliminar del análisis de los efectos sísmicos ortogonales. Por lo que tanto el procedimiento de análisis, como el modelo estructural que se utilizaron, deben ser refinados.

Sin embargo, los resultados que se han obtenido pueden tomarse como punto de partida en la formulación de un proceso claro y sencillo, que permita combinar de manera realista los efectos sísmicos ortogonales horizontales en estructuras comunes. De esta forma, se sugiere que en futuras investigaciones

relacionadas con el tema se estudien algunos de los siguientes aspectos, los cuales solo representan una parte de las posibles variables que afectan el comportamiento de los parámetros que se analizan.

1. El comportamiento inelástico del modelo estructural.
2. La respuesta de distintos tipos de estructuras, entre las cuales se encuentre alguna en la que los efectos de torsión sísmica sean importantes.
3. Distintos tipos de respuesta estructural como pueden ser: la carga axial en las columnas y la fuerza cortante y el momento flexionante en las trabes. En este punto resulta de especial interés el valorar para el caso de las columnas la combinación de flexión y carga axial al mismo tiempo, ya que su diseño se rige en base a la interacción de los dos tipos de respuesta.
4. En el estudio paramétrico sobre el modelo analítico simplificado, se tendrían que probar un mayor número de registros sísmicos a partir de los cuales se pudiese establecer un modelo que sea de fácil aplicación, y a su vez caracterice de mejor forma la coherencia entre los componentes del movimiento del suelo.
5. También se tiene la necesidad de validar las conclusiones a que se ha llegado en este trabajo a partir de los datos acelerográficos analizados, para lo cual se deben probar más registros, tanto para los sitios que ya se han estudiado, como para otros cuyas características del terreno sean diferentes.
6. Con el objeto de refinar el proceso de análisis de efectos sísmicos ortogonales que se propone en este trabajo, es necesario realizar un estudio de confiabilidad que permita conocer el riesgo que se tiene al utilizar un valor promedio de  $\gamma$ , ya que como se ha podido ver, dicha variable puede tener variaciones importantes en su comportamiento.
7. Debido a ciertos factores prevaletentes en el comportamiento de la estructuras, se sabe que el mayor daño que se presenta en sus elementos estructurales se asocia en mayor medida a la repetición de una carga de magnitud moderada, más que a la máxima respuesta que se pueda llegar a alcanzar durante el temblor, la cual se presenta una sola vez o muy pocas veces a lo largo de toda su duración.

Por ello, se recomienda basar el análisis de los efectos sísmicos ortogonales en algún parámetro que sea más representativo del potencial de daño, en comparación a las máximas respuestas que se alcancen. Esto podría ser el promedio de la relación entre las respuestas para un tramo de la historia del movimiento significativo, o algún otro parámetro de este tipo.

En realidad, el enfoque que se sigue en este trabajo al obtener la solución del modelo simplificado en el dominio de la frecuencia (ecs. 4.23 y 4.24), se enfoca más hacia este criterio que hacia el de las respuestas máximas, ya que no obstante que se calculan los máximos de la respuesta, se hace la suposición de que los factores pico tanto para la respuestas individuales ortogonales, así como para la respuesta que combina ambos efectos sísmicos, son los mismos; con lo cual, la comparación se realiza en base a las intensidades medias cuadráticas de la respuesta.

Sin embargo, resulta de interés el formular planteamientos alternos al que se ha desarrollado en este trabajo, los cuales consideren en forma más explícita esta condición.

En forma preliminar, se propone un procedimiento de análisis que permite combinar los efectos sísmicos ortogonales horizontales de la siguiente forma:

1. Se determina el periodo de traslación de la estructura en ambas direcciones ortogonales, así como el tipo de terreno sobre el cual se encuentre la estructura que se analiza.
2. Si el terreno es blando, se determina el periodo fundamental del sitio ( $T_s$ ), y se calcula el valor correspondiente a  $\omega_s = 2\pi / T_s$ .
3. Se calcula la respuesta máxima de la estructura considerando la acción individual del sismo en ambas direcciones ortogonales, con base en el espectro de respuesta que se utilice para diseño.
4. Se determina el tipo de respuesta que se analiza, si sus componentes son ortogonales se utiliza la expresión 4.32 para el caso de terreno blando, si son colineales se utilizan las expresiones 4.29 y 4.31 para terreno duro y blando respectivamente. En todos los casos, la constante  $C$  se puede evaluar a partir de los desplazamientos laterales de la estructura y de la respuesta individual en cada dirección ortogonal, de acuerdo al procedimiento ejemplificado en el capítulo 5.
5. Se establece cual de las dos respuestas ortogonales individuales es máxima, la cual a su vez se multiplica por  $\gamma$ , con lo que se obtiene la máxima sollicitación para la cual debe diseñarse el elemento de la estructura que se analiza.
7. En forma alterna se puede calcular el valor de  $\alpha$  a partir de la siguientes ecuaciones.

Para el caso en que los componentes de la respuesta son colineales

$$\alpha = \frac{\gamma R_2 - R_1}{R_2} \quad (6.1)$$

en caso de que sean ortogonales

$$\alpha = \sqrt{\frac{(\gamma R_2)^2 - R_1^2}{R_1}} \quad (6.2)$$

donde:  $R_1$  y  $R_2$  representan las respuestas de la estructura que se obtienen al considerar la acción individual del sismo en ambas direcciones ortogonales. Se deben analizar las dos combinaciones posibles de  $R_1$  y  $R_2$  para obtener el valor de  $\alpha$  que proporcione la mayor respuesta, esto representa asignar en un caso la

respuesta en  $x$  a  $R_1$  y la respuesta en  $y$  a  $R_2$ , para posteriormente analizar el caso en que la respuesta en  $y$  corresponde a  $R_1$  y la respuesta en  $x$  a  $R_2$ .

8. A partir de este valor de  $\alpha$  se pueden combinar los efectos sísmicos ortogonales de acuerdo a los procedimientos convencionales que se utilizan actualmente.

---

## Agradecimientos

Se agradece el interés y dedicación de Mario Ordaz al dirigir esta tesis. Su motivación fue muy importante.

Así mismo se agradecen las observaciones y sugerencias de Eduardo Miranda y Ernesto Heredia gracias a las cuales fue posible mejorar el contenido del trabajo. De igual forma resultan importantes los comentarios hechos por Roberto Meli, los cuales ayudaron a valorar los alcances y limitaciones de la investigación.

Eduardo Reinoso aportó valiosas sugerencias respecto al formato y organización del documento.

---

## Referencias Bibliográficas

- Aki, K. (1967). "The scaling law of seismic spectrum", *J. Geophys Res* 72, 1217-1231.
- ASCE Working Group on Seismic Analysis of Safety Related Nuclear Structures. (1986). "Seismic Analysis of Safety Related Nuclear Structures and Commentary on Standard for Seismic Analysis of Safety Related Nuclear Structures", American Society of Civil Engineers, New York, 91 p.
- Brune, J.N. (1970), "Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes", *J. Geophys Res* 75, 4997-5009.
- California Department of Transportation (Caltrans). (1990), "Bridge Design Specifications".
- Clough, R. W. y J. Penzien, (1993 ). "Dynamics of structures", Segunda Edición, McGraw Hill, Inc., New York., 738 p.
- Departamento del Distrito Federal. (1987). Normas técnicas complementarias para diseño por sismo., Gaceta Oficial del Departamento del D.F. 21 pp.
- Der Kiureghian, A., (1981). "A response spectrum method for random vibration analysis of MFD systems ", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, p. 419-435.
- Harichandran, R. S. y E. Vanmarcke. (1984) " Space time variation of earthquake ground motion." Reporte de Investigación R84-12, Department of civil engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- Harichandran, R.S. (1991) "Estimating the spatial variation of earthquake ground motion from dense array recordings." *Structural Safety*, 10, 213-233.
- International Conference of Building Officials (ICBO), 1997, "1997 Uniform Building Code". Volume 2, Structural Engineering Design Provisions, Whittier, CA, 492 p.
- Lomnitz, C. (1994). "Los sismos desastres tecnológicos, Inestabilidad del Sistema Naturaleza Sociedad", *Revista Ingeniería Civil* 297, Editada por El Colegio de Ingenieros Civiles de México A.C., México.
- López, O.A. y R. Torres, (1996). "Discussion of : A Clarification of the Orthogonal Effects in a Three-Dimensional Seismic Analysis by E. L. Wilson, I. Suharwardy, y A. Habibullah", *Earthquake Spectra*. Vol. 12, No.2 ., 12: 357-361.
- Meli, R. (1993). "Diseño Estructural", Limusa Noriega Editores, México D.F.
- Menun, Charles y Armen Der Kiureghian, (1998). "A replacement for the 30%, 40% and SRSS rules for multicomponent seismic analysis", *Earthquake Spectra*. Vol.14, No.1., 153-163.
- Newmark, N.M., (1975). "Seismic design criteria for structures and facilities, Trans-Alaska pipeline system", *Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, Earthquake Engineering Institute, p. 94-103.
- Ordaz, M., Sánchez, F.J. y S.K. Singh, (1995). "La respuesta sísmica del Valle de México (Observaciones y Modelos)", *Revista Ingeniería Civil* 317, Editada por El Colegio de Ingenieros Civiles de México A.C., México.

Ordaz, M. y S.K. Singh (1992). "Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill zone of Mexico city ", Bull.Seism.Soc.Am., 82, pp. 24-43.

Reed, J.W. y R. P. Kennedy, (1996). "Discussion of : A Clarification of the Orthogonal Effects in a Three-Dimensional Seismic Analysis by E. L. Wilson, I. Suharwardy, y A. Habibullah", Earthquake Spectra. Vol. 12, No.2 .. 11: 353-356.

Reinoso, E., Ordaz, M., Ojeda, E., Pérez, L.E. y M. Zárate, (1994). "Actualización de la base de datos para la estimación del peligro sísmico en el Distrito Federal". Reporte FJBS/CIS-94/10.

Rosenblueth, E. y H. Contreras, (1977). "Approximate Design for Multicomponent Earthquakes" Journal of the Engineering Mechanics Division. Vol. 103, No. EM5, pp. 881-893.

Smeby, W. y A. Der Kiureghian. (1985). "Modal combination rules for multicomponent earthquake excitation", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 13, p. 1-12.

Wilson, E. L., Suharwardy, I. y A. Habibullah. (1995). "A Clarification of the Orthogonal Effects in a Three-Dimensional Seismic Analysis", Earthquake Spectra. Vol. 11, No.4 .. 7: 659-666.

Wilson, E.L., Der Kiureghian, A. y E.P. Bayo, (1981). "A replacement for the SRSS method in seismic analysis", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 9, p. 187-194.