

0116
2
2e.

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**RESISTENCIA A CORTANTE DE TRABES CONSIDERANDO
LA CONTRIBUCIÓN DE LA LOSA**

MARIO ALBERTO CANALES ALVARADO

TESIS

**PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE
ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE**

**MAESTRO EN INGENIERÍA
(ESTRUCTURAS)**

**DIRECTOR DE TESIS:
DR. OSCAR LÓPEZ BÁTIZ**

**CIUDAD UNIVERSITARIA
1999**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

272702



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DEDICATORIA:

A Dios.

A mis padres; Agrícola y Elíseo^o.

A mis hermanos; Ana María, Evangelina, Sandra, Daniel, Gabriel, Elíseo^o, Jesús, Jorge y Salvador

AGRADECIMIENTO:

Al Dr. Oscar López por su apoyo y paciencia.

Al Dr. Neftali Rodríguez, Dr. Eduardo Miranda, Dr. Jaime García y Dr. Eduardo Reinoso por sus comentarios y sugerencias sobre esta tesis.

A mis amigos y compañeros.

RESISTENCIA A CORTANTE DE TRABES CONSIDERANDO LA CONTRIBUCIÓN DE LA LOSA

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 ANTECEDENTES.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	2
 CAPITULO 2. REVISIÓN DE TRABAJOS PREVIOS.....	4
2.1 PROPUESTA REGLAMENTARIA DE RESISTENCIA A CORTANTE.....	4
2.2 TRABAJOS EXPERIMENTALES QUE CONSIDERAN EL EFECTO DE LOSA EN LA RESISTENCIA DE LAS TRABES.....	11
2.3 ESTUDIO ESTADÍSTICO DE LA RELACIÓN ENTRE LA PROPUESTA REGLAMENTARIA Y LOS TRABAJOS EXPERIMENTALES.....	23
 CAPITULO 3. CONCEPTOS DE TEORÍA DE PLASTICIDAD APLICADA AL CONCRETO REFORZADO.....	30
3.1 DEFINICIÓN DE LAS RELACIONES CONSTITUTIVAS EN LOS MATERIALES.....	30
3.2 DEFINICIÓN DE SUPERFICIE DE FALLA.....	49
3.3 PLANTEAMIENTO DE LA ECUACIÓN DE TRABAJO REALIZADO EN LA SUPERFICIE DE FALLA AL CONSIDERAR LOS ESTADOS DE ESFUERZOS DE LOS MATERIALES.....	62
 CAPITULO 4. RESISTENCIA ANTE CORTANTE DE TRABES, AL CONSIDERAR LA CONTRIBUCIÓN DE LA LOSA.....	69
4.1 PROPUESTA DE RESISTENCIA AL CONSIDERAR EL EQUILIBRIO DE LA SUPERFICIE DE FALLA PARA ESTE TIPO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES.....	69
4.2 ESTUDIO ESTADÍSTICO DE LA PROPUESTA AL CONSIDERAR LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES OBTENIDOS EN TRABAJOS PREVIOS.....	84
4.3 COMPARACIÓN DE LA CONFIABILIDAD DEL PROCEDIMIENTO PROPUESTO, CON RESPECTO AL PROCEDIMIENTO PLANTEADO EN EL REGLAMENTO PARA LAS CONSTRUCCIONES.....	93
 CAPITULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	95
 REFERENCIAS.....	97

Titulo: Resistencia a cortante de trabes considerando la contribución de la losa

Tesis presentada por el Ingeniero Mario Alberto Canales Alvarado en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México como requisito para obtener el grado de Maestría en Ingeniería (Estructuras).

Resumen

En esta tesis se efectúa la revisión de los resultados de trabajos experimentales referentes a resistencia ante fuerza cortante en trabes considerando la presencia de la losa del sistema de piso; esto con la finalidad de apreciar la diferencia que existe entre estos resultados y los que se obtienen de aplicar la actual reglamentación del RCDF para resistencia a cortante. También se establecen ecuaciones alternativas para la determinación de la resistencia a cortante con base en considerar el equilibrio desarrollado en la superficie de falla y aplicando conceptos de la teoría de la plasticidad del concreto reforzado. Además, se establece la comparación entre los resultados obtenidos con las expresiones propuestas y los obtenidos con la formulación del RCDF con la finalidad de evaluar la diferencia que existe entre ambas propuestas y que pueda servir de pauta para una modificación reglamentaria.

Ciudad Universitaria,
México, D. F.
1999

CAPITULO 1.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 INTRODUCCIÓN

En la actualidad muchos reglamentos del mundo pueden llegar a subestimar la resistencia por cortante de elementos viga cuando no toman en cuenta la contribución de la losa que trabaja conjuntamente con la trabe, o la consideran en forma relativamente conservadora. Al existir divergencias, inclusive en aspectos tales como los porcentos de acero de refuerzo transversal y concreto que contribuyen a resistir cortante, por lo cual cada reglamento propone expresiones particulares, generalmente empíricas, que generan resultados con grandes dispersiones.

En el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF¹, 1997) no se considera explícitamente la contribución de la losa para resistir fuerza cortante conjuntamente con la trabe, de tal forma que solamente considera un área adicional correspondiente al cuadrado del espesor del patín (t^2) en el caso de vigas "T", y la mitad de ese valor en el caso de vigas "L", sin tomar en cuenta la contribución de la losa que puede reportar valores mayores a los considerados en la actualidad. En general, las expresiones que actualmente se utilizan generan resultados inferiores a los experimentales, con una dispersión de consideración (en muchos casos mayor a 30%), tal como se muestra en el presente trabajo.

Así, resulta evidente el interés por encontrar expresiones que representen mejor la resistencia ante fuerza cortante de elementos trabe al considerar la contribución de la losa durante la formación del mecanismo de falla.

De los trabajos recientes, aparentemente no existen antecedentes respecto a la consideración implícita de la contribución de la losa en la resistencia al cortante de elementos viga de concreto reforzado. Tampoco existen antecedentes que consideren el fenómeno en la forma que en el presente estudio se pretende; es decir, considerar los ángulos promedio de la superficie de falla que se generan tanto en el alma como en la losa, en función de la relación espesor de losa-peralte total de viga "T"; ángulos que se desarrollan con distinta inclinación al presentarse la superficie de falla o la condición de resistencia última. Del mismo modo, tampoco se considera el pequeño desplazamiento horizontal que en algunos resultados experimentales se observa, en la frontera entre el alma de la viga y la losa.

En general, las expresiones propuestas actualmente para considerar la resistencia a cortante no hacen referencia a este tipo de razonamientos, o no en forma directa, como este trabajo pretende.

1.2 OBJETIVOS

En los antecedentes así como en el índice general del trabajo, se pueden develar algunos de los objetivos que se pretenden al realizar el presente estudio. Estos, a grandes rasgos pueden ser agrupados en los siguientes cuatro incisos:

a) Establecer la diferencia que existe entre la propuesta reglamentaria del RCDF y lo que sucede experimentalmente en la cuantificación de la resistencia al cortante; para lo cual, como se ha mencionado, se revisan algunos resultados experimentales publicados en el ACI Structural Journal en un lapso de 26 años (1970-1996), así como 3 publicaciones del AIJ. Con estos datos se trata de cuantificar los efectos de los diferentes mecanismos que contribuyen a la resistencia al cortante y comparar los resultados con las expresiones propuestas por el RCDF

b) Aprovechar los conceptos de la teoría de la plasticidad para el planteamiento teórico y matemático del fenómeno de resistencia a cortante, al considerar la contribución de la losa

c) Obtener en forma genérica el mecanismo de falla para el sistema losa-trabe, con base en las relaciones espesor de losa- peralte total de viga (t/h); así como el valor de deslizamiento horizontal de la grieta en la frontera de la losa y la viga cuando esta se presente. Lo anterior, con base en los resultados experimentales revisados en las referencias que involucren vigas "T"

d) Con base en la información anterior, se plantea la superficie de falla y su respectiva ecuación de trabajo. Finalmente, se propone una expresión para la resistencia del elemento, que tome en cuenta el equilibrio en la superficie de falla para este tipo de elementos estructurales.

Para poder efectuar una adecuada predicción del comportamiento conjunto losa-trabe, se hace una revisión de trabajos relativos al tema realizados con anterioridad; este punto se revisa en el capítulo 2, en el cual se presenta un panorama global de los estudios que han sido presentados en publicaciones, como el American Concrete Institute Structural Journal (ACI^{5 a 11}, 1970-1996) y el Architectural Institute of Japan (AIJ^{12, 13}, 1989, 1996), en los cuales se presentan los resultados obtenidos experimentalmente, que al ser comparados con los resultados analíticos obtenidos de usar la propuesta reglamentaria del RCDF, presentan el panorama real del fenómeno en estudio.

cual se consideren las características de las solicitaciones externas a que es sometido el elemento, y permita calcular la resistencia a cortante de vigas de concreto reforzado con la contribución de la losa.

Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo, junto con algunas recomendaciones para su posible uso en la práctica del diseño estructural.

CAPITULO 2.

PROPUESTA REGLAMENTARIA, TRABAJOS EXPERIMENTALES Y ESTUDIO ESTADÍSTICO

2.1 PROPUESTA REGLAMENTARIA DE RESISTENCIA A CORTANTE

Primero se considera el hecho de que las expresiones empleadas por el RCDF son una adaptación directa de las expresiones propuestas por el ACI, el cual emplea el siguiente desarrollo y justificación teórica (Wang y Salmon², 1985).

La resistencia total o cortante nominal (V_n) se considera como la suma de la resistencia a cortante tomada por el concreto, más el cortante restante ($V_n - V_c$) tomado por el acero de refuerzo lateral, es decir:

$$V_n = V_c + V_s$$

2.1.1

donde: V_c : Contribución a resistencia cortante del concreto.

V_s : Contribución a resistencia cortante del acero.

Para considerar la contribución del concreto, se analiza una viga sin refuerzo por cortante.

La resistencia que se presenta cuando se forma una grieta inclinada (normalmente una grieta de tensión diagonal) se considera como la contribución a resistencia cortante del concreto en una viga sin refuerzo.

Esta resistencia se alcanza cuando el esfuerzo principal de tensión en el elemento (f_{tmax}) alcanza la resistencia a tensión del concreto, la cual es proporcional a $\sqrt{f'_c}$ cuando f'_c es el esfuerzo resistente máximo a compresión del concreto y f_{tmax} es el esfuerzo principal de tensión que se presenta en un punto de una viga homogénea de concreto.

$$f_{tmax} = \frac{1}{2} f_t + \sqrt{\left(\frac{1}{2} f_t\right)^2 + v^2} \quad 2.1.2$$

Donde f_t es el esfuerzo de tensión y v es el esfuerzo cortante a que se somete una partícula como se muestra en la figura 2.1.1.

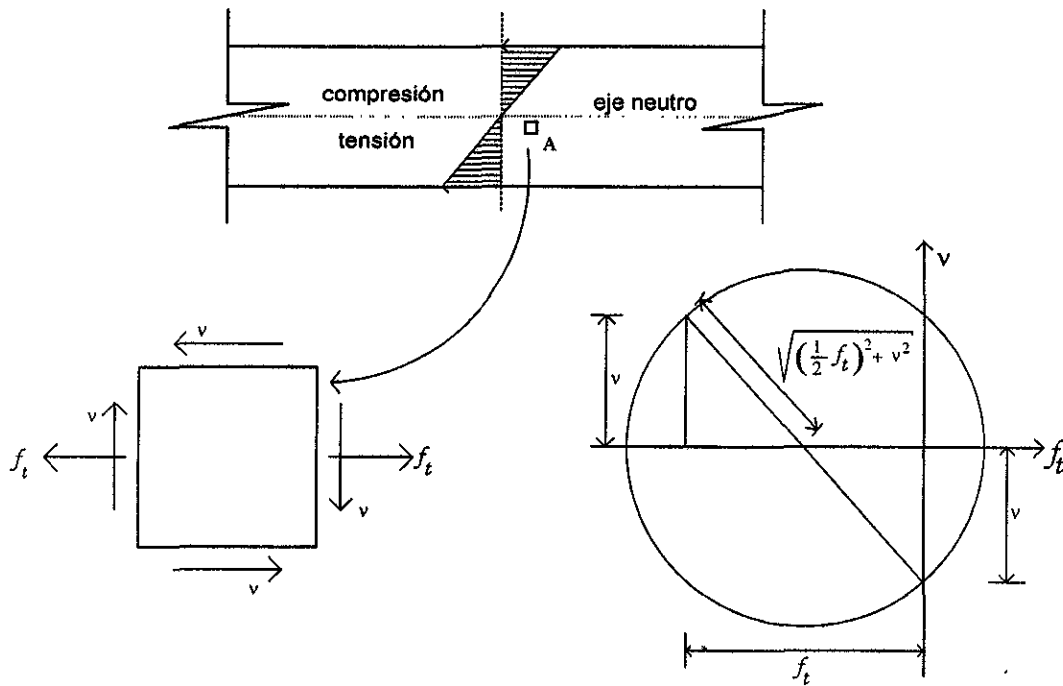


Fig. 2.1.1 Estado de esfuerzos de una partícula ubicada por debajo del eje neutro de una sección sometida a momento positivo.

No obstante, la distribución exacta del esfuerzo cortante y de flexión en una sección no es conocida, pero se puede suponer que el esfuerzo de tensión por flexión f_t varía proporcionalmente a E_c/E_s (donde E_c es el módulo de elasticidad del concreto y E_s es el módulo de elasticidad del acero) por el esfuerzo de tensión en el refuerzo; y que v puede expresarse como el esfuerzo cortante promedio. Por otra parte, se considera que E_s también es proporcional a $\sqrt{f'c}$, y que V_n y M_n son la fuerza cortante nominal y el momento flexionante nominal, respectivamente.

Así, el esfuerzo cortante puede ser descrito por la siguiente expresión:

$$v = k_1 \frac{V_n}{bd}$$

2.1.3

donde: k_1 : constante de proporcionalidad (función de la geometría de la sección transversal)

b : ancho de trabe

d : peralte efectivo de trabe medido desde el centroide del acero a tensión a la fibra extrema en compresión.

También, se puede considerar que el esfuerzo en el acero de refuerzo es proporcional a $M_n / (A_s d)$; y el esfuerzo de tensión f_t en el concreto se puede expresar como (Wang y Salmon², 1985):

$$f_t \propto \frac{E_c f_s}{E_s} \propto \frac{E_c M_n}{E_s d A_s} \propto \frac{M_n \sqrt{f'c}}{E_s d A_s} \propto \frac{M_n}{bd^2} \left(\frac{\sqrt{f'c}}{\rho E_s} \right) \quad 2.1.4$$

donde: \propto : símbolo de proporcionalidad.

ρ : porcentaje de acero en tensión $\left(\rho = \frac{A_s}{bd} \right)$.

A_s : acero longitudinal en tensión.

Para tomar en cuenta la relación de proporcionalidad expresada anteriormente, la última relación se puede escribir nuevamente como:

$$f_t = \frac{k_2}{E_s} \left(\frac{\sqrt{f'c}}{\rho} \right) \frac{M_n}{bd^2} \quad 2.1.5$$

donde k_2 es una constante adimensional de proporcionalidad.

Al recordar lo mencionado inicialmente, respecto a la relación proporcional de la resistencia a tensión del concreto respecto a $\sqrt{f'c}$, se tiene:

$$f_{tmax} = k_3 \sqrt{f'c} \quad 2.1.6$$

donde k_3 es otra constante adimensional de proporcionalidad.

Al sustituir las ecuaciones, 2.1.3, 2.1.4, 2.1.5 y 2.1.6 en 2.1.2, se tiene:

$$k_3 \sqrt{f'c} = \frac{V_n}{bd} \left[\frac{1}{2} \frac{k_2}{E_s} \frac{M_n}{V_n d} \frac{\sqrt{f'c}}{\rho} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{k_2}{E_s} \frac{M_n}{V_n d} \frac{\sqrt{f'c}}{\rho} \right)^2 + k_1^2} \right] \quad 2.1.7a$$

o bien:

$$\frac{V_n}{bd \sqrt{f'c}} = \frac{k_3}{\left[\frac{1}{2} \frac{k_2}{E_s} \frac{M_n}{V_n d} \frac{\sqrt{f'c}}{\rho} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{k_2}{E_s} \frac{M_n}{V_n d} \frac{\sqrt{f'c}}{\rho} \right)^2 + k_1^2} \right]} \quad 2.1.7b$$

En esta expresión se puede considerar que las variables son:

$$\frac{V_n}{(bd \sqrt{f'c})} \quad \text{y} \quad \frac{M_n \sqrt{f'c}}{(E_s V_n d \rho)}$$

Por otra parte, en el estudio estadístico, la fuerza cortante nominal V_n se definió como la causante de la grieta por tensión diagonal; y M_n como el momento correspondiente.

Con base en 440 pruebas (ACI³, 1962), la relación entre esas 2 variables se estableció como ajuste a la expresión 2.1.7b, y se obtuvo la siguiente expresión:

$$\frac{V_n}{bd \sqrt{f'c}} = 0.5 + 176 \frac{\rho V_n d}{M_n \sqrt{f'c}} \leq 1.93 \quad 2.1.8a$$

Así, al definir V_c como la resistencia nominal de vigas sin refuerzo por cortante y sustituir b_w (ancho del alma de vigas T) por b , desde 1963 el ACI ha aceptado esta relación:

$$V_c = \left[0.5 \sqrt{f'c} + 176 \frac{\rho_w V_u d}{M_u} \right] b_w d \leq 1.93 \sqrt{f'c} b_w d \quad 2.1.8b$$

donde ρ_w es el porcentaje de acero transversal en el alma de vigas T.

que es una expresión similar a la del reglamento del Distrito Federal (RCDF¹, 1997).

En lo referente a la participación del acero (V_s) en la resistencia a cortante, se tiene que la expresión para éste se desarrolla a partir de la analogía de la armadura propuesta por Ritter⁴ (1899) desde el siglo pasado.

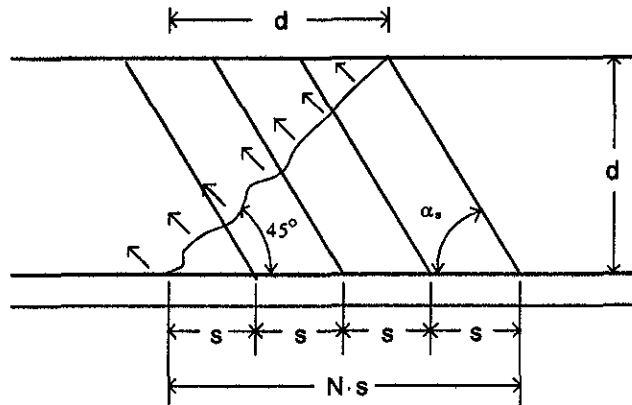


Fig. 2.1.2 Geometría para representar la fuerza cortante tomada por el refuerzo transversal.

Se considera que una grieta inclinada a 45° (que define la superficie de falla, la cual siempre se considerara por tensión diagonal) se extiende en la sección de la viga a partir del refuerzo longitudinal a tensión a la superficie de compresión y que esta superficie de agrietamiento intersecta N barras de refuerzo transversal, como se presenta en la figura 2.1.2. La fuerza (V_s) tomada por dichas barras es igual a la suma de las componentes verticales de las fuerzas de tensión desarrolladas en el refuerzo transversal de cortante, al suponer que todas las barras alcanzan la fluencia. Así, se puede escribir:

$$V_s = N A_v f_y \text{sen } \alpha_s \quad 2.1.9$$

donde: A_v = Área del refuerzo de cortante dentro de una distancia s (separación entre estribos).

f_y = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo por cortante.

α_s = Ángulo de inclinación del acero de refuerzo por cortante.

Es posible definir el valor de N que aparece en la ecuación 2.1.9, por medio de la relación trigonométrica que se aprecia en la misma figura 2.1.2 y que lleva a la siguiente expresión:

f_y = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo por cortante.

α = Angulo de inclinación del acero de refuerzo por cortante.

Siendo posible definir el valor de N que aparece en la ecuación 2.1.9 por medio de la relación trigonométrica que se aprecia en la misma figura 2.1.2 y que lleva a la siguiente expresión.

$$Ns = d(\cot 45^\circ + \cot \alpha_s) = d(1 + \cot \alpha_s) \quad 2.1.10$$

Por sustitución en V_s :

$$V_s = \frac{A_v f_y d (\sin \alpha_s + \cos \alpha_s)}{s} \quad 2.1.11$$

Si $\alpha_s = 90^\circ$, se tiene la expresión de resistencia que se utiliza actualmente.

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad 2.1.12$$

El RCDF, se basa en la propuesta reglamentaria del ACI, por lo cual el desarrollo anterior es válido para las expresiones adaptadas del RCDF respecto al ACI. Al considerar lo anterior, la propuesta de diseño del RCDF⁴ (1997), se presenta brevemente a continuación:

a) Fuerza cortante que toma el concreto, V_{cr}

Para $L/h > 5$:

$$\text{Si } \rho < 0.01 \quad V_{cr} = F_r b d (0.2 + 30\rho) \sqrt{f' c} \quad \text{--- a)}$$

$$\text{Si } \rho \geq 0.01 \quad V_{cr} = 0.5 F_r b d \sqrt{f' c} \quad \text{--- b)}$$

Para $L/h < 4$ y las cargas y reacciones que comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga, la ecuación b) se multiplica por:

$$\left(3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} \right) > 1.0 \quad 2.1.13$$

$$\text{Con } V_{cr} > 1.5 F_r b d \sqrt{f' c} \quad 2.1.14$$

donde: M = Momento flexionante actuante en la sección

Mientras que las cargas y reacciones no comprimen directamente las caras superior e inferior, se aplica la ecuación b) tal cual. Para relaciones $4 < L/h < 5$, V_{cr} se hará variar linealmente hasta los valores dados por las ecuaciones a) y b).

Para secciones T, I o L, en todas las expresiones anteriores se usará b' (ancho del alma de la sección gruesa vertical de cada perfil), en lugar de b . Si el patín está a compresión, al producto $b'd$ pueden sumarse las cantidades t^2 en vigas T e I, y $t^2/2$ en vigas L, siendo t el espesor del patín.

Cuando P actúa a no más de $0.5d$ del paño de un apoyo, en el tramo comprendido entre la carga y el paño, además de cumplir con los anteriores requisitos, se deberá revisar con el criterio de cortante por fricción.

b) Refuerzo por tensión diagonal en vigas y columnas sin presfuerzo.

Se tiene que el cortante tomado por el acero de refuerzo por cortante, V_s , es:

$$V_s = \frac{F_r A_v f_y d}{s} = F_r r f_y d b, \quad 2.1.15$$

donde $r = \frac{A_v}{bs}$ 2.1.16

Con las expresiones anteriores, las condiciones propuestas por el RCDF para V_{cr} y V_s , y los datos geométricos y mecánicos presentados en los trabajos experimentales de las referencias, que aparecen en el siguiente apartado, se obtuvo un análisis estadístico que se presenta en la sección 2.3 de este capítulo.

2.2. TRABAJOS EXPERIMENTALES QUE CONSIDERAN EL EFECTO DE LOSA EN LA RESISTENCIA DE LAS TRABES

En esta sección, se efectuó la revisión a artículos publicados en el ACI Structural Journal, en el periodo comprendido entre 1970 y 1996, y se extraen 2 publicaciones recientes (1989 y 1996) del AIJ, con la intención específica de seleccionar aquellas que tengan relación con vigas cuya sección T muestre la influencia de la losa en la resistencia a cortante de estos elementos, aunque también se consideran dos publicaciones referentes a secciones rectangulares.

A continuación se presenta un panorama conciso respecto a las pretensiones de cada uno de los artículos seleccionados, tablas de las propiedades mecánicas y geométricas, así como figuras ilustrativas de algunos de ellos, haciéndose también breve referencia respecto a las gráficas que resultaron al ser empleados estos datos en las propuestas reglamentarias, y que se presentan en la siguiente sección.

Ahora bien, por lo que concierne a esta sección, las referencias que se presentan aparecen en orden cronológico con sus respectivos títulos de identificación.

2.2.1.- Semejanzas entre la resistencia, el agrietamiento y la deformación, en vigas T de concreto reforzado sometidas a flexión y cortante (Swamy y Quershi ⁵, 1971)

Este artículo presenta precisamente las similitudes en resistencia, agrietamiento y deformación que existen entre el prototipo y los modelos (a escala 1:1, 1:2 y 1:3) de trabes con y sin estribos, así mismo se presentan los tipos de falla de cada espécimen y se investiga el efecto del tamaño del agregado sobre cada uno de ellos, teniéndose que el efecto de losa se encuentra implícito en los resultados del experimento.

En cuanto a los datos generales que se requieren para efectuar el análisis para lograr una comparación de los resultados experimentales (cortante registrado) con las resistencias obtenidas de las expresiones reglamentarias, solamente se cuenta con las relaciones a/d (claro de cortante), tamaño de agregado, $f'c$ y se presenta el valor último de cortante tanto del prototipo como de los modelos y sus respectivos modos de falla, como se presenta en la tabla 2.2.1.

Tabla 2.2.1 Propiedades de las vigas T y resultados experimentales (cortante y tipo de falla)

a/d	Escala	Agregado (")	f'_c (ksi)	V_u (kips)	Tipo de Falla
3	1:1	1.5	4.5	21.15	Tens Diagonal muy frágil
3	1:1	0.75	6	19.49	Tens Diagonal
3	1:1	0.75	6.24	18.3	Tens Diagonal
3	1:1	0.38	5.68	0.19	Tens Diagonal
3	1:2	0.75	6.24	5.77	Tens Diagonal muy frágil
3	1:2	0.38	6.46	5.04	Tens Diagonal
3	1:2	0.38	6.3	5.05	Tens Diagonal
3	1:2	0.25	5.95	5.14	Tens Diagonal
3	1:3	0.38	6.3	2.95	Tens Diagonal frágil
3	1:3	0.25	6.1	2.56	Tens Diagonal
3	1:3	0.25	5.95	2.31	Tens Diagonal

2.2.2.- Falla por cortante en vigas de concreto reforzado (Placas y Reagan ⁶, 1971)

Este artículo presenta una selección en cuanto a variables que intervienen en la resistencia a cortante de una sección, por lo cual el artículo resulta ideal para los propósitos del trabajo, al ser estudiadas secciones rectangulares, T e I, aunque se ha omitido la revisión de esa última sección, por ser poco probable su uso como elemento de concreto reforzado en el medio nacional. En este artículo se clasifican los modos de falla que se presentan en elementos viga de concreto reforzado al considerar la influencia de la losa, en cuatro grupos : tensión diagonal, cizallamiento (que es la separación total de dos secciones a través de la superficie de agrietamiento, cuando el movimiento es prácticamente vertical y despreciables las fuerzas de trabazón del concreto), compresión por cortante (que se pueden observar en la figura 2.2.1) y aplastamiento del alma, que se encontró únicamente en las secciones I. Cada uno de estos modos de falla se menciona en las tablas 2.2.2 y 2.2.3, en las que además se presenta la resistencia máxima de cada prueba, la resistencia a cortante reglamentaria (V_{tot}) y las propiedades necesarias para emplear en las expresiones propuestas por el mismo reglamento (RCDF). Los resultados gráficos de la comparación del cortante resistente experimental y el resistente calculado de acuerdo al RCDF, se presentan en las figuras. 2.3.1 y 2.3.2.

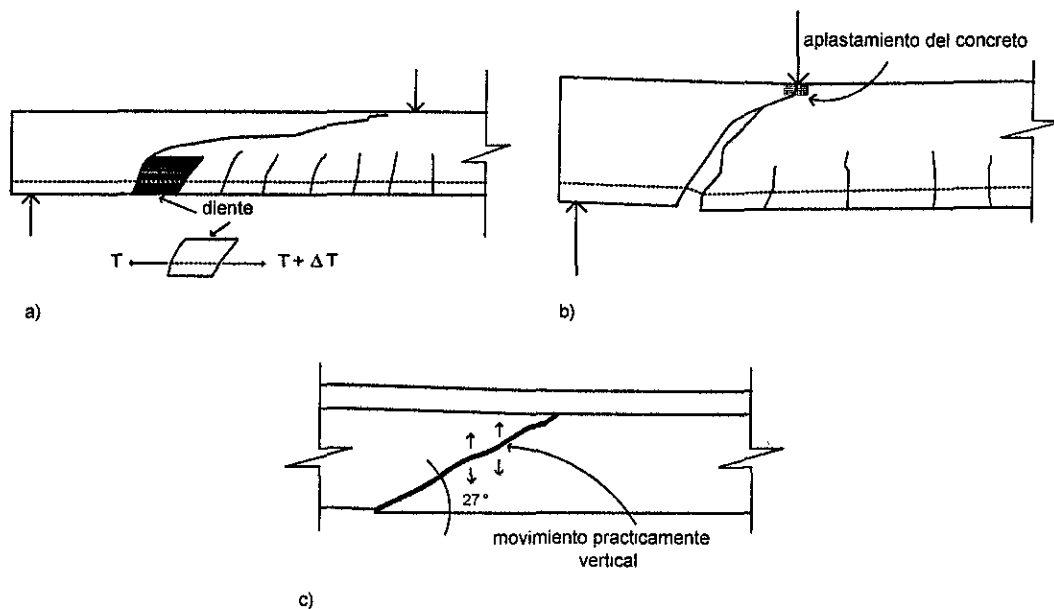


Fig. 2.2.1 Modos de falla por: a) tensión diagonal, b) compresión por cortante y c) cizallamiento.

Tabla 2.2.2 Propiedades de las vigas, resultados experimentales (cortante y tipo de falla) y resistencias a cortante obtenidos con el RCDF para sección rectangular

f_c (kg/cm ²)	A_s/bd (%)	$A's/bd$ (%)	r_{fyw} (kg/cm ²)	b (cm)	h (cm)	d (cm)	f_{ys} (kg/cm ²)	V_c (kg)	V_s (kg)	V_{exp} (kg)	$V_{tot.}$ (kg)	$V_{exp}/V_{tot.}$	Tipo de Falla
267.14	0.975		0	15.2	30.5	27.2	6327	2386	0	4581.26	2385.7	1.92	No determinada
267.14	1.46	0.34	0	15.2	30.5	27.2	6327	2422	0	4808.05	2422	1.99	No determinada
253.08	1.46		0	15.2	30.5	27.2	6327	2357	0	4581.26	2357.4	1.94	No determinada
286.12	1.46	0.34	0	15.2	30.5	27.2	6327	2507	0	5533.8	2506.6	2.21	No determinada
309.32	1.46		0	15.2	30.5	27.2	6327	2606	0	5352.36	2606.2	2.05	No determinada
272.06	1.46	0.34	5.87005	15.2	30.5	27.2	6327	2444	1945	8119.26	4389.3	1.85	cizallamiento
301.59	1.46	0.34	11.7401	15.2	30.5	27.2	6327	2573	3890	10659.4	6463.6	1.65	compr. de cort.
301.94	0.975	0.34	5.87005	15.2	30.5	27.2	6327	2536	1945	7665.67	4481.4	1.71	compr. de cort.
267.14	1.95	0.34	5.87005	15.2	30.5	27.2	6327	2422	1945	9117.16	4367.1	2.09	cizallamiento
345.88	4.16	0.37	5.87005	15.2	30.5	25.4	6327	2576	1818	11158.3	4393.5	2.54	compr. de cort.
329.00	4.16	0.37	11.7401	15.2	30.5	25.4	6327	2512	3636	15240.6	6147.7	2.48	compr. de cort.
295.96	1.46	0.34	3.91571	15.2	30.5	27.2	6327	2549	1297	9117.16	3846.8	2.37	cizallamiento
304.40	4.16	1.49	11.7401	15.2	30.5	25.4	6327	2416	3636	14242.7	6051.9	2.35	compr. de cort.
321.97	4.16	2.98	11.7401	15.2	30.5	25.4	6327	2485	3636	14242.7	6120.7	2.33	compr. de cort.
130.06	1.46	0.34	5.87005	15.2	30.5	27.2	6327	1690	1945	7121.36	3635	1.96	compr. de cort.
319.16	1.46	0.34	5.87005	15.2	30.5	27.2	6327	2647	1945	8618.21	4592.4	1.88	cizallamiento
308.62	1.46	0.34	11.7401	15.2	30.5	27.2	6327	2603	3890	12201.6	6493.4	1.88	compr. de cort.
437.97	1.46	0.34	5.87005	15.2	30.5	27.2	6327	3101	1945	9162.52	5046.3	1.82	cizallamiento
490.69	4.16	0.37	11.7401	15.2	30.5	25.4	6327	3068	3636	15240.6	6703.5	2.27	compr. de cort.
300.88	1.46	0.34	5.87005	15.2	30.5	27.2	6327	2570	1945	8119.26	4515.5	1.80	compr. de cort.
314.94	4.16	2.61	5.87005	15.2	30.5	25.4	6327	2458	1818	9389.31	4275.6	2.20	cizallamiento
314.24	4.16	2.61	5.87005	15.2	30.5	25.4	6327	2455	1818	10659.4	4272.8	2.49	cizallamiento
139.19	4.16	0.37	11.7401	15.2	30.5	25.4	6327	1634	3636	9661.47	5269.6	1.83	compr. de cort.
321.97	4.16	2.61	22.9178	15.2	30.5	25.4	6327	2485	7097	18279.7	9582.2	1.91	compr. de cort.

$r = A_{sw} / b s$; A_{sw} : Área de refuerzo transversal, s : Separación entre estribos f_{yw} : Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

Tabla 2.2.3 Propiedades de las vigas, resultados experimentales (cortante y tipo de falla) y resistencias a cortante obtenidos con el RCDF para sección T

f _c kg/cm ²	b (cm)	As/b'd (%)	r _{fw} kg/cm ²	b _{patin} (cm)	t _{patin} (cm)	h (cm)	d (cm)	f _{yl} kg/cm ²	V _s (kg)	V _c (kg)	V _{exp} (kg)	V _{tot} (kg)	V _{exp} /V _{tot}	Tipo de Falla
284.72	15.2	1.25	5.87	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	1945	2851	11204	4796.01	2.34	a)
286.12	15.2	1.46	0.00	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	0	2858	5579	2857.97	1.95	
280.50	15.2	1.46	5.87	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	1945	2830	10659	4774.81	2.23	
331.11	15.2	1.95	5.87	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	1945	3074	-	5019.55	-	
343.77	15.2	1.46	11.74	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	3890	3133	14243	7022.81	2.03	
262.92	15.2	4.16	22.92	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	7097	2582	20865	9679.58	2.16	
279.09	15.2	3	5.87	60.96	7.62	30.48	26.42	6327	1891	2753	11158	4643.77	2.40	
318.46	15.2	4.16	5.87	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	1818	2842	12701	4659.98	2.73	
205.98	15.2	4.16	11.74	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	3636	2286	15740	5921.41	2.66	
287.53	15.2	1.46	3.92	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	1297	2865	8845	4162.47	2.12	
376.81	15.2	4.16	11.74	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	3636	3092	16329	6727.22	2.43	b)
312.84	15.2	4.16	5.87	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	1818	2817	14742	4634.77	3.18	c)
130.06	15.2	1.46	5.87	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	1945	1927	9163	3871.91	2.37	
340.25	15.2	4.16	22.92	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	7097	2938	22362	10034.9	2.23	d)
338.14	15.2	4.16	5.87	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	1818	2929	10659	4746.5	2.25	
333.22	15.2	4.16	3.92	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	1213	2907	9435	4119.89	2.29	
336.74	15.2	4.16	11.74	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	3636	2923	13653	6558.22	2.08	
289.64	15.2	4.16	0.00	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	0	2710	7620	2710.49	2.81	e)
305.10	15.2	4.16	5.87	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	1818	2782	11567	4599.73	2.51	
327.25	15.2	4.16	11.74	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	3636	2881	15694	6516.74	2.41	
350.09	15.2	1.46	5.87	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	1945	3161	11158	5106.44	2.19	f)
551.15	15.2	1.46	5.87	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	1945	3967	11703	5911.67	1.98	
580.68	15.2	4.16	11.74	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	3636	3838	18280	7473.5	2.45	
122.32	15.2	4.16	11.74	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	3636	1761	13472	5397.1	2.50	
316.00	15.2	1.46	5.87	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	1945	3003	9661	4948.55	1.95	
281.20	15.2	4.16	22.92	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	7097	2671	22044	9767.84	2.26	
375.40	15.2	1.46	11.74	60.96	7.62	30.48	27.18	6327	3890	3274	11158	7163.78	1.56	g)
345.88	15.2	4.16	5.87	30.48	7.62	30.48	25.4	6327	1818	2962	11430	4779.8	2.39	
343.06	15.2	4.16	5.87	106.68	7.62	30.48	25.4	6327	1818	2950	11703	4767.73	2.45	
246.05	15.2	4.16	11.74	60.96	15.24	30.48	25.4	6327	3636	3476	18280	7111.44	2.57	
324.43	15.2	4.16	22.92	60.96	7.62	30.48	25.4	6327	7097	2869	21364	9965.81	2.14	
307.91	15.2	4.16	22.92	60.96	15.24	30.48	25.4	6327	7097	3888	24403	10985.4	2.22	

a) y e) Tensión diagonal (sin estribos)

b), c), d) y f) Estribos a 45° y falla por tensión diagonal

g) Por flexión

r = Asw / b s ; Asw : Área de refuerzo transversal, s : Separación entre estribos

f_{yw} : Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

2.23.- Estudio experimental de vigas con losa sometidas a carga en el plano (Nakashima, Huang y Lu ⁷, 1982)

En este artículo, se describe el comportamiento sísmico experimental de vigas de concreto reforzado que soportan losa. Se considera que la losa actúa como diafragma al ser aplicada carga en el plano de la misma. Se estudia la influencia de la losa en la resistencia a cortante atribuido a la trabe, se cuenta con los datos de peralte, ancho y longitud de trabes, pero al no contarse con los detalles del armado, ni las

propiedades mecánicas de los materiales, no es posible obtener los valores numéricos de cortante resistente derivados de las expresiones reglamentarias.

2.2.4.- Comportamiento de secciones de viga T con variación de refuerzo cortante (Scribner y Wilhelm ⁸, 1982)

Este artículo se concentra en la respuesta cíclica y comportamiento que tienen vigas T con 3 configuraciones diferentes de estribos: un espécimen con estribos cerrados convencionales (especimen 1), el 2o. con estribos en forma de U con un gancho a 180 grados en la parte superior de la viga y orientado hacia el interior (especimen 2), y un 3er. espécimen, cuya terminación en la parte superior se encuentra anclada horizontalmente en el patín de la viga (especimen 3). Las vigas fueron sometidas a carga cíclica reversible (flexión cíclica estática). Los autores concluyen que los patines de los especímenes proporcionan un considerable aumento de confinamiento lateral al núcleo de la viga y contribuyen a prevenir una deterioración de rigidez y resistencia durante flexión cíclica inelástica. También se encontró que no existe diferencia entre la utilización de la configuración de estribos del espécimen 1 y 2, es decir que se tiene aproximadamente el mismo comportamiento con la utilización de una u otra configuración.

Respecto a la influencia de la losa en la resistencia a cortante, en el artículo no se muestran los datos de f'_c , f_y , separación de estribos ni los valores últimos de cortante experimental, por lo cual no se utilizara en el trabajo.

2.2.5.- Resistencia a cortante de vigas T con poco refuerzo y sometidas a flexión negativa (Rodrigues y Darwin ⁹, 1987)

En este trabajo experimental se cuenta con los datos geométricos y mecánicos necesarios para evaluar la resistencia a cortante con las expresiones del RCDF, con datos para cuantificar el fenómeno en regiones de momento negativo para posibilitar así la extensión del estudio a la influencia de la losa en esa región.

A continuación se presentan figuras esquemáticas generales de las condiciones geométricas del trabajo experimental (figuras 2.2.2 y 2.2.3), así como la tabulación de algunas de ellas y las propiedades mecánicas de los materiales (tabla 2.2.4 y 2.2.5), conjuntamente con los resultados experimentales y teóricos, al usar las propuestas del RCDF. Con esta información se pudo elaborar gráficas comparativas entre los resultados experimentales y los obtenidos de acuerdo al RCDF, los cuales se analizan posteriormente.

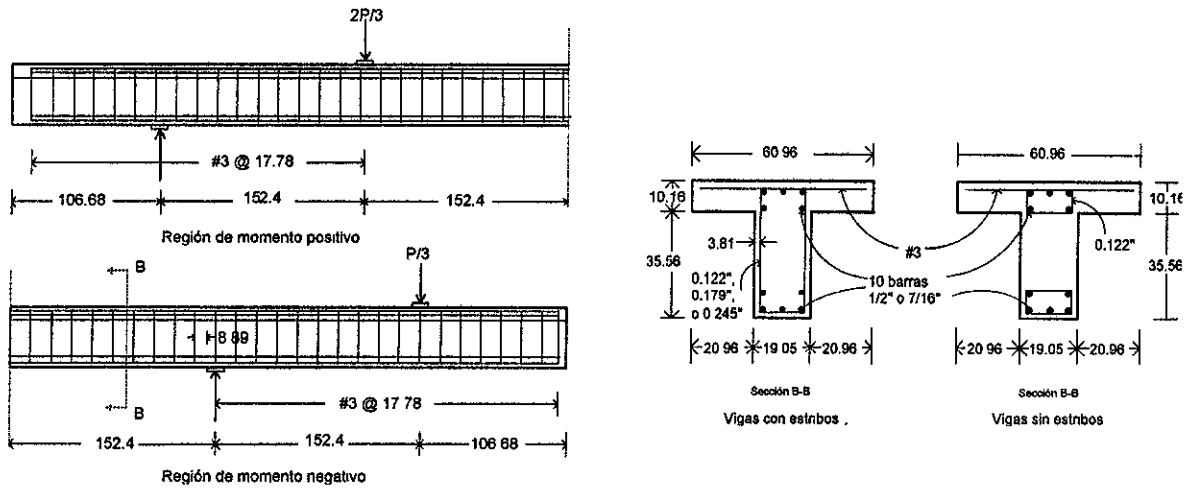


Fig. 2.2.2 Detalles de la viga de prueba. (dimensiones en cm)

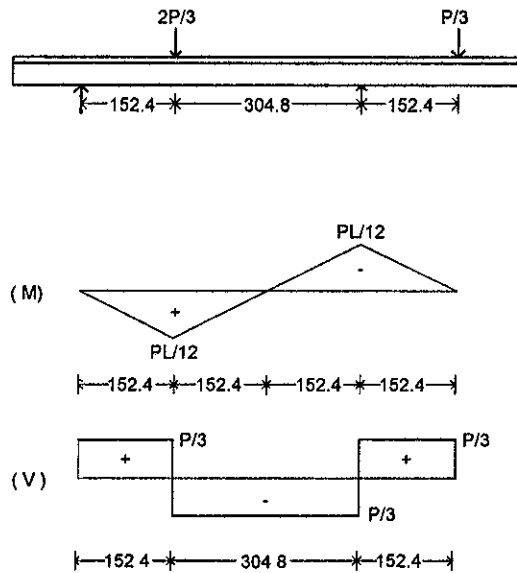


Fig. 2.2.3 Diagramas de cortante y momento debidos a las cargas. (dimensiones en cm)

Tabla 2.2.4 Propiedades de las vigas, resultados experimentales (cortante y tipo de falla) y resistencias a cortante obtenidos con el RCDF en la región de momento positivo

f_c (kg/cm ²)	b (cm)	d (cm)	f_y (kg/cm ²)	$A_s/(b_w d)$ (%)	b patín (cm)	t patín (cm)	V_u (kg)	V_c (kg)	V_{exp} (kg)	V_{tot} (kg)	V_{exp}/V_{tot}	Tipo de Falla
378	19.25	39.2	5.83	0.0069	60.96	10.16	3520	4861	12633	8381.4	1.51	Tensión diagonal
286	19.10	37.8	5.13	0.0072	60.96	10.16	2982	4152	-	7114.1	-	Tensión diagonal
295	19.05	37.3	2.6	0.0073	60.96	10.16	1479	4194	-	5672.7	-	Tensión diagonal
302	19.10	37	1.52	0.0073	60.96	10.16	859	4220	-	5079.7	-	Tensión diagonal
319	19.13	37.3	0	0.0073	60.96	10.16	-	4375	-	4375.3	-	Tensión diagonal
282	19.08	37.5	5.17	0.0049	60.96	10.16	2980	3416	-	6375.8	-	Tensión diagonal
320	19.05	38.5	2.59	0.0048	60.96	10.16	1516	3679	9321.6	5195.6	1.79	Tensión diagonal
296	19.08	39.3	1.58	0.0047	60.96	10.16	935	3578	-	4512.8	-	Tensión diagonal
316	19.05	39.2	0	0.0047	60.96	10.16	-	3688	6980.7	3688.2	1.89	Tensión diagonal

$r = A_{sw} / b_s$; A_{sw} : Área de refuerzo transversal, s : Separación entre estribos. f_y : Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

Tabla 2.2.5 Propiedades de las vigas, resultados experimentales (cortante y tipo de falla) y resistencias a cortante obtenidos con el RCDF en la región de momento negativo

f_c (kg/cm ²)	b (cm)	d (cm)	r_{fw} (kg/cm ²)	$A_s/(b w' d)$ (%)	b patín (cm)	t patín (cm)	V_s (kg)	V_c (kg)	V_{exp} (kg)	V_{tot} (kg)	V_{exp}/V_{tot}	Tipo de Falla
378.214	19.101	38.6	5.88	0.0071	60.96	10.16	3463	4826	-	8288.5	-	tens. diagonal
286.121	19.075	38.9	5.14	0.007	60.96	10.16	3052	4196	10436	7247.4	1.44	tens. diagonal
295.26	19.101	39.1	2.6	0.007	60.96	10.16	1554	4284	7663.6	5838	1.31	tens. diagonal
301.587	19.075	38.6	1.52	0.0071	60.96	10.16	895	4312	7663.6	5207	1.47	tens. diagonal
319.162	19.075	40	0	0.0068	60.96	10.16	0	4477	7407.9	4476.6	1.65	tens. diagonal
281.903	19.075	38.2	5.17	0.0048	60.96	10.16	3012	3438	7786.7	6450.4	1.21	tens. diagonal
319.865	19.05	39.5	2.59	0.0046	60.96	10.16	1556	3699	-	5255.2	-	tens. diagonal
295.963	19.05	39.2	1.56	0.0047	60.96	10.16	932	3565	6661.5	4496.9	1.48	tens. diagonal
316.35	19.101	41	0	0.0045	60.96	10.16	0	3777	-	3776.5	-	tens. diagonal

$r = A_{sw} / b s$; A_{sw} : Área de refuerzo transversal, s : Separación entre estribos. f_w : Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

2.2.6.- Cortante por flexión y refuerzo en vigas T invertidas de concreto reforzado (Mirza, Furlong y Ma¹⁰, 1987)

Este tipo de sección no es común en las edificaciones ordinarias, sin embargo en el área de puentes es utilizada con frecuencia. En este trabajo experimental las cargas se aplican sobre los patines en los especímenes B, en tanto que en los especímenes BM (ver figuras); en algunos casos, se aplican tanto sobre el patín como sobre el alma de la sección.

Los especímenes de escala natural son numerosos ya que 10 diferentes pruebas se llevaron a cabo, las cuales variaron en la relación de claro de cortante a peralte en el patín, en el espaciamiento de estribos en el alma y en su condición de fuerza cortante en la región de prueba, encontrándose solamente un espécimen que pudo alcanzar la carga de falla, ya que los restantes tuvieron problemas en las placas de apoyo o bien se detuvieron por problemas de la prueba. Por otro lado, por lo que concierne a los especímenes de escala 1:3, todos presentaron fallas cuantificables, confiables y valiosas para los objetivos de comparación que se persiguen (figura 2.3.5) en la siguiente sección (sección 2.3).

Se cuenta con los datos geométricos y mecánicos, además se presenta el armado, configuración de cargas y propiedades mecánicas de los materiales empleados (figuras 2.2.4, 2.2.5, 2.2.6 y 2.2.7) y una tabla (tabla 2.2.6) con esos mismo valores geométricos y mecánicos. En la tabla también se incluye el valor de la fuerza cortante (V) experimental registrada y los valores de fuerza cortante del acero (V_s), del concreto (V_c) y la fuerza cortante total (V_{tot}) derivados de las expresiones propuestas por el RCDF.

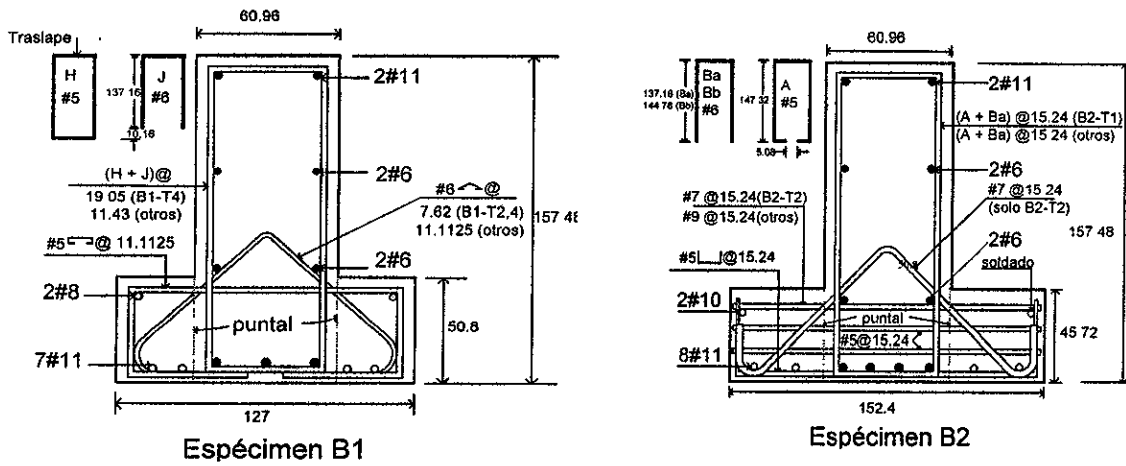


Fig. 2.2.3 Secciones transversales y detalles de refuerzo de los especímenes a escala natural (dim. en cm)

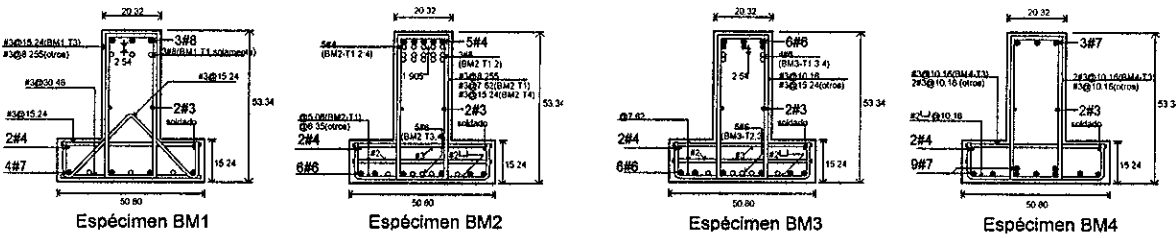


Fig. 2.2.4 Secciones transversales y detalles de refuerzo de los especímenes a escala 1:3 (dim. en cm)

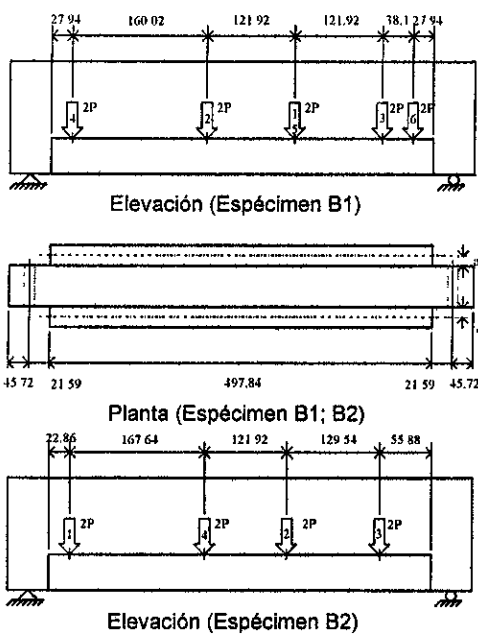


Fig. 2.2.5 Configuración de cargas escala natural (a = 19.05cm(B1), 22.86cm(B2), dim. en cm)

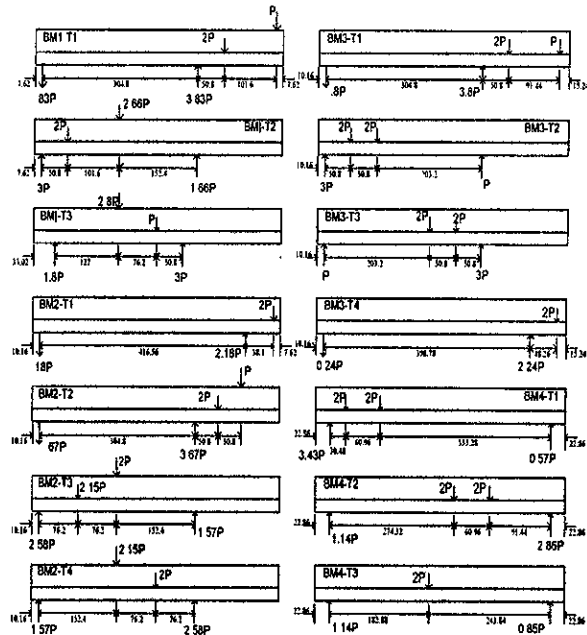


Fig. 2.2.6 Configuración de cargas escala 1:3 (a = 7.62 cm, dimensiones en cm)

Tabla 2.2.6 Propiedades de las vigas, resultados experimentales (cortante y tipo de falla) y resistencias a cortante obtenidos con el RCDF para las secciones T invertidas

Viga	h (cm)	b alma (cm)	b patin (cm)	As (+) (cm ²)	As (-) (cm ²)	r (cm)	s (cm)	Av (cm ²)	t patin (cm)	f'c (kg/cm ²)	fy (kg/cm ²)	Vs (kg)	Vc (kg)	Vexp. (kg)	Vtot. (kg)	Vexp./Vtot.	Modo de Falla
B1-T6	157.5	60.96	127	67.06	19.16	6.67	11.43	9.66	50.8	302.29	4218	430095	40031	313703	470128.5	-	sf
BM1-T1	53.34	20.32	50.8	15.52	30.4	2.22	8.26	1.43	15.24	287.53	4218	29880	7710.4	55791.6	37590.73	1.48	pf
BM1-T2	53.34	20.32	50.8	30.72	15.2	2.22	8.26	1.43	15.24	287.53	4218	29880	6301.4	63561.6	36181.72	1.76	sc
BM1-T3	53.34	20.32	50.8	30.72	15.2	2.22	15.24	1.43	15.24	287.53	4218	16185	6301.4	51709.3	22486.58	2.30	sc
BM2-T1	53.34	20.32	50.8	17.1	25.34	2.22	7.82	1.43	15.24	301.59	4218	32370	7896.7	26308.2	40267.03	0.65	pf
BM2-T2	53.34	20.32	50.8	17.1	25.34	2.22	8.26	1.43	15.24	301.59	4218	29880	7896.7	68038.5	37777	1.80	socz, pf (+)
BM2-T3	53.34	20.32	50.8	31.35	6.33	2.22	8.26	1.43	15.24	301.59	4218	29880	6453.6	69513.6	36333.95	1.91	pf
BM2-T4	53.34	20.32	50.8	31.35	12.66	2.22	15.24	1.43	15.24	301.59	4218	16185	6453.6	66822	22638.81	2.95	H, pf (+)
BM3-T1	53.34	20.32	50.8	17.1	28.5	2.22	15.24	1.43	15.24	278.39	4218	16185	7586.9	56063.7	23772.06	2.36	Sc
BM3-T2	53.34	20.32	50.8	31.35	17.1	2.22	10.16	1.43	15.24	278.39	4218	24278	6200.5	57832.7	30478.21	1.90	H1 sc (+)
BM3-T3	53.34	20.32	50.8	31.35	28.5	2.22	15.24	1.43	15.24	278.39	4218	16185	6200.5	59193.5	22365.62	2.64	H1 sc (+)
BM3-T4	53.34	20.32	50.8	17.1	26.5	2.22	15.24	1.43	15.24	278.39	4218	16185	7586.9	29301.9	23772.06	1.23	H1 pf (+)
BM4-T1	53.34	20.32	50.8	34.92	11.64	2.22	10.16	1.43	15.24	309.32	4218	24278	6535.9	74679.1	30813.61	2.42	socz, pf (+)
BM4-T2	53.34	20.32	50.8	34.92	11.64	2.22	10.16	1.43	15.24	309.32	4218	24278	6535.9	61620.2	30813.61	2.00	sc
BM4-T3	53.34	20.32	50.8	34.92	11.64	2.22	10.16	2.86	15.24	309.32	4218	48556	6535.9	27819.6	55091.36	0.50	pf

sf = Falla de fricción por cortante en la ménsula.

pf = Falla por flexi-penetración de la ménsula.

H = Falla por colgamiento de los estribos.

sc = Falla por compresión de cortante del alma.

socz = Falla por cortante fuera de la zona de compresión del alma.

sf = Falla de fricción por cortante en la ménsula.

r = $Asw / b s$; $Asw = Av$: Área de refuerzo transversal, s : Separación entre estribos.

2.2.7.- Evaluación de la efectividad de estribos en el diseño por cortante de vigas de concreto (Mphonde¹¹,1989)

Se efectúa una investigación sobre la contribución del refuerzo lateral y lo que es propuesto analíticamente por algunos autores (Mphonde) e instituciones reglamentarias como el ACI y el CP110 (British Standards Institution). Se hace una comparación de las aproximaciones de diseño de algunas propuestas, la contribución del concreto al cortante y el esfuerzo último del concreto para el CP110 y el ACI, todo en función de la cuantía de refuerzo transversal.

Ahora bien, como se ha mencionado en los artículos previos, los datos de interés de este estudio se centran en las propiedades geométricas, mecánicas y cortante último experimental presentado en cada artículo. Para ello se extrajo un esquema geométrico (figura 2.2.8) y tablas (tabla 2.2.7) en las que se presentan estos parámetros conjuntamente con las predicciones teóricas del RCDF (V_c , V_s y V_{tot}) que consideran los parámetros anteriores.

Los resultados comparativos entre la medición experimental y la predicción teórica del RCDF se presentan gráficamente en la figura. 2.3.5 de la siguiente sección.

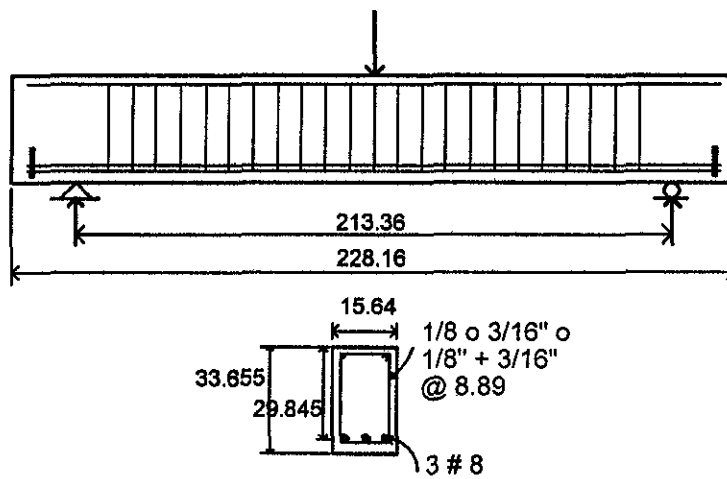


Fig. 2.2.8 Detalles del espécimen de prueba (unidad en cm, excepto las indicadas)

Tabla 2.2.7 Propiedades de las vigas, resultado experimental (cortante) y resistencias a cortante obtenidas con el RCDF

f_c (kg/cm ²)	b (cm)	d (cm)	$A_s/(b \cdot d)$	r_{fv} (kg/cm ²)	V_c (kg)	V_s (kg)	V_{exp} (kg)	V_{tot} (kg)	V_{exp}/V_{tot}
226.37	15.64	29.85	0.0326	3.52	2512.36	1312.5	7756.39	3824.8	2.03
406.05	15.64	29.85	0.0326	3.52	3364.87	1312.5	9570.75	4677.3	2.05
608.87	15.64	29.85	0.0326	3.52	4120.39	1312.5	9978.98	5432.9	1.84
845.78	15.64	29.85	0.0326	3.52	4856.30	1312.5	11339.8	6168.8	1.84
284.64	15.45	29.85	0.0330	7.03	2783.18	2593.2	9706.83	5376.3	1.81
480.01	15.45	29.85	0.0330	7.03	3614.21	2593.2	9570.75	6207.4	1.54
699.20	15.45	29.85	0.0330	7.03	4362.05	2593.2	15467.4	6955.2	2.22
835.02	15.45	29.85	0.0330	7.03	4766.93	2593.2	11793.3	7360.1	1.60
292.66	15.64	29.85	0.0326	10.55	2856.65	3937.4	14174.7	6794	2.09
474.74	15.64	29.85	0.0326	10.55	3638.33	3937.4	13607.7	7575.7	1.80
708.62	15.64	29.85	0.0326	10.55	4445.13	3937.4	16465.3	8382.5	1.96
843.67	15.64	29.85	0.0326	10.55	4850.24	3937.4	15286	8787.6	1.74

2.2.8.- Resistencia a la falla de vigas con estribos (Saito et al ¹², 1989)

En este trabajo se ensayaron secciones rectangulares y secciones T, tomándose solamente las propiedades geométricas y mecánicas de estas últimas, que se presentan tanto en la figura 2.2.9, como en la tabla 2.2.8.

Al emplear esta información en las expresiones propuestas por el RCDF, se obtienen los resultados gráficos que se presentan en la figura 2.3.7 de la siguiente sección.

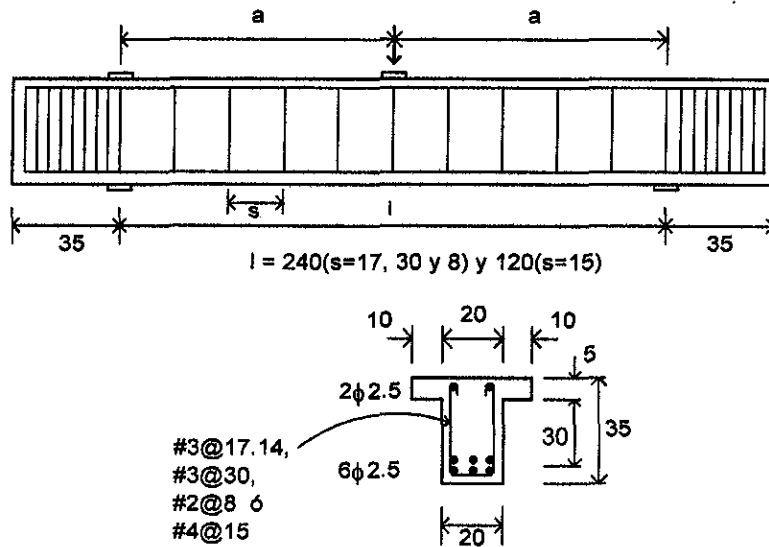


Fig. 2.2.9 Configuración de carga y detalles de armado (dimensiones en cm)

Tabla 2.2.8 Propiedades de las vigas, resultado experimental (cortante) y cortantes obtenidos con el RCDF para las secciones T

h (cm)	b alma (cm)	b patin (cm)	d (cm)	As (cm ²)	As/bd (%)	s (cm)	Av (cm ²)	t patin (cm)	f _c (kg/cm ²)	f _y (kg/cm ²)	V _s (kg)	V _c (kg)	V _{exp} (kg)	V _{tot} (kg)	V _{exp} /V _{tot}
35	20	40	30	30.4	2.53	17	1.57	5	343	3790	8336	3976	26000	12311.7	2.11
35	20	40	30	30.4	2.53	30	1.57	5	349	3790	4763	4010	21000	8772.89	2.39
35	20	40	30	30.4	2.53	8	0.57	5	343	3880	6582	3976	26000	10557.9	2.46
35	20	40	30	30.4	2.53	15	2.65	5	362	3410	14484	4084	40000	18568	2.15

2.2.9.- Efecto de la junta de construcción de vigas precoladas en sus fuerzas restauradoras características (Hayashi et al ¹³, 1996)

En este estudio se ensayan únicamente 2 especímenes con sección T, contándose con la información correspondiente a sus propiedades mecánicas y geométricas (tabla 2.2.9) así como una figura ilustrativa de los mismos (figura. 2.2.10). Los resultados gráficos o estadísticos obtenidos con base a las condiciones impuestas para las anteriores referencias se muestran en la figura 2.3.8.

Tabla 2.2.9 Propiedades de las vigas, resultado experimental (cortante) y resistencia cortante obtenidos con el RCDF para las secciones T

h (cm)	b alma (cm)	b patin (cm)	d (cm)	As (cm ²)	As/bd (%)	s (cm)	Av (cm ²)	t patin (cm)	f _c (kg/cm ²)	f _y (kg/cm ²)	V _s (kg)	V _c (kg)	V _{exp} (kg)	V _{tot} (kg)	V _{exp} /V _{tot}
30	20	44	25	8.69	1.74	6	0.85	6	308.66	4307.65	12180	3143	25993.9	15322.4	1.70
30	20	44	25	8.69	1.74	6	0.85	6	659.33	4307.65	12180	4593	29286.4	16772.9	1.75

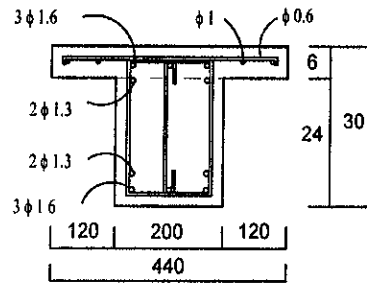
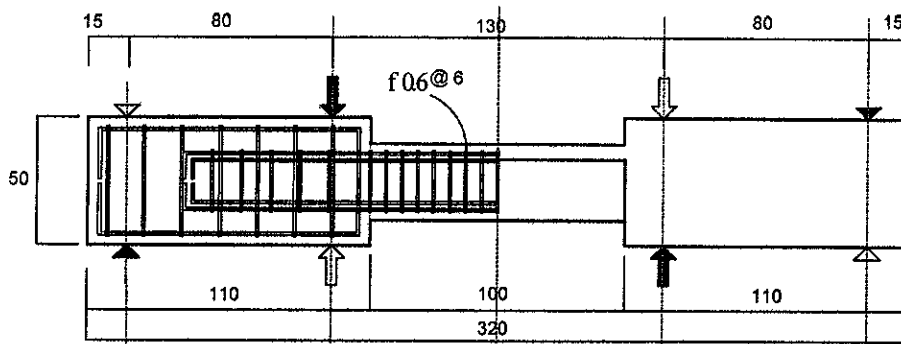


Fig. 2.2.10 Configuración de cargas y detalle de armado (unidades en cm)

2.3 ESTUDIO ESTADISTICO DE LA RELACION ENTRE LA PROPUESTA REGLAMENTARIA Y LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con los datos obtenidos de las referencias y la utilización de las expresiones reglamentarias, fue posible elaborar gráficas comparativas que se presentan en esta sección; además se comenta brevemente el comportamiento y tendencia de las mismas.

De los datos obtenidos del estudio de Placas y Reagan ⁶ (1971) – figura 2.3.1 (sección rectangular)

Resulta evidente la gran disparidad que existe entre la predicción teórica (denominada como V_{tot} . en la figura) y lo que se obtiene experimentalmente (V_{exp} . en la figura), pudiéndose afirmar sin ser demasiado conservador, que la diferencia general que existe entre el cortante experimental y el estimado es del orden de 2.0 veces el primero respecto al segundo; también se puede apreciar que la menor relación que guardan estos valores (V_{exp}/V_{tot}) corresponde a aproximadamente 1.6. Otro aspecto observado, es el hecho de que para porcentajes elevados de refuerzo longitudinal (aproximadamente 4.16%), se obtuvieron las mayores diferencias entre ambos resultados de resistencia (mayores a 2.0 en general).

De los datos obtenidos del estudio de Placas y Reagan ⁶ (1971) – figura 2.3.2 (sección T)

Algo similar a lo obtenido en la gráfica previa es lo que se puede apreciar en esta gráfica, se observa inclusive una dispersión promedio mayor a la anterior (sección rectangular), ya que aquí la relación V_{exp}/V_{tot} . promedio es mayor a 2.0, con una relación en el límite inferior de aproximadamente 1.5. También es claro que para los mayores proporcionamientos de refuerzo longitudinal, esa diferencia fue mayor, en tanto que para el único caso de falla por flexión, la relación V_{exp}/V_{tot} fue la que resultó menor (ver tabla 3).

Esta mayor disparidad es muy probable que sea debida a que la sección de prueba fue una T, que en general tiene una mayor área de compresión a la considerada ordinariamente para secciones de trabes.

De los datos obtenidos del estudio de Rodrigues y Darwin ⁹ (1987) para secciones T que fallaron en la región de momento positivo (figura 2.3.3)

Debido a la escasa información de los datos y resultados experimentales (solamente en 3 pruebas se pudo obtener un registro válido), la conclusión que se puede extraer puede resultar aventurada, pero en general se puede decir que se mantuvo la tendencia observada en las dos gráficas anteriores, si bien con estos tres registros resulta una dispersión promedio de aproximadamente 1.5 de V_{exp}/V_{tot} .

De los datos obtenidos del estudio de Rodrigues y Darwin ⁹ (1987) para secciones T que fallaron en la región de momento negativo (figura 2.3.4)

Para estos registros, resultó decisivo la consideración de momento flexionante negativo para la prueba, el promedio de resultados calculados presenta menor variación respecto a los resultados experimentales. Por otra parte también es claro que para los mayores porcentajes de acero longitudinal, se obtuvieron en general las mayores diferencias entre los resultados experimentales y teóricos, aunque esto no parece ser relevante, pero si el hecho de que se obtuvieron diferencias menos dispersas respecto a las gráficas presentadas previamente.

Al parecer, la menor dispersión entre los resultados experimentales y teóricos, puede ser debida a que al estar el patín en tensión, la sección sujeta a cortante presenta un comportamiento similar a una sección rectangular, obviamente al omitir el efecto de dovela del refuerzo longitudinal de la T.

De los datos obtenidos del estudio de Mirza, Furlong y Ma ¹⁰ (1987) – figura 2.3.5 (sección T invertida).

Este tipo de elementos no es algo de uso común en las estructuras tipo edificio, pero como se ha mencionado, si lo es en puentes. Al graficar los resultados experimentales respecto a la predicción teórica del reglamento, se obtuvieron registros gráficos peculiares (como se puede apreciar en la figura 2.3.5), en la cual se encuentra una zona que tiene una línea representativa de V_{exp}/V_{tot} con relación mayor a 1.5, en tanto que encontramos dos puntos (especímenes BM2-T1 y BM4-T3) que se ubican en una zona que corresponde a una relación V_{exp}/V_{tot} menor a la unidad, pero al revisar el tipo de falla que dio origen a la ubicación de esos dos puntos, en el trabajo se indica que este fue de flexo-penetración en el patín de carga (debido a que no se reforzó debidamente para este efecto o tipo de falla), y por ello no se pudo lograr que la sección gruesa (sección T invertida) trabajara a su máxima capacidad; es decir, se puede considerar como una falla local de la zona del patín aledaña a la carga concentrada, que presenta una resistencia menor a la resistencia al cortante del alma.

Por otra parte, aunque este tipo de falla (flexo-penetración en el patín o ménsula) se presentó en otros modelos, que se ubican en la zona en la cual $V_{exp}/V_{tot} > 1$, estos si tuvieron la suficiente capacidad para soportar ese efecto o falla, hasta valores superiores de carga puntual, y alcanzar finalmente la demanda de resistencia del alma.

De los datos obtenidos del estudio de Mphonde ¹¹ (1989) – figura 2.3.6 (sección rectangular)

Aquí se aprecia que la tendencia general de los valores graficados guarda una relación aproximada de V_{exp}/V_{tot} del orden de 1.8, notándose que los menores valores no son inferiores a 1.5.

De los datos obtenidos del estudio de Saito et al ¹² (1989) – figura 2.3.7 (sección T)

Es evidente la subestimación reglamentaria del valor de resistencia a cortante que ha sido observada experimentalmente en los 4 especímenes de prueba, que corresponde a valores superiores al 50% del registrado, con dos casos en los cuales el valor calculado es 60% inferior al medido.

De los datos obtenidos del estudio de Hayashi et al ¹³ (1996) – figura 2.3.8 (sección T)

En esta referencia se cuenta únicamente con dos especímenes de prueba, registrándose subestimación teórica de los valores experimentales del orden de 50% respecto del valor de resistencia experimental registrado. Se confirmó una vez más la gran subestimación que hace la propuesta del reglamento respecto al valor cuantitativo experimental, a pesar de que en estos especímenes no se presentó una gran diferencia, como se pudo observar gráficamente en las anteriores referencias.

En el capítulo siguiente (sección 3.2), volverá a ser utilizada la información experimental anterior, haciendo énfasis en aquellas que muestran los ángulos de falla.

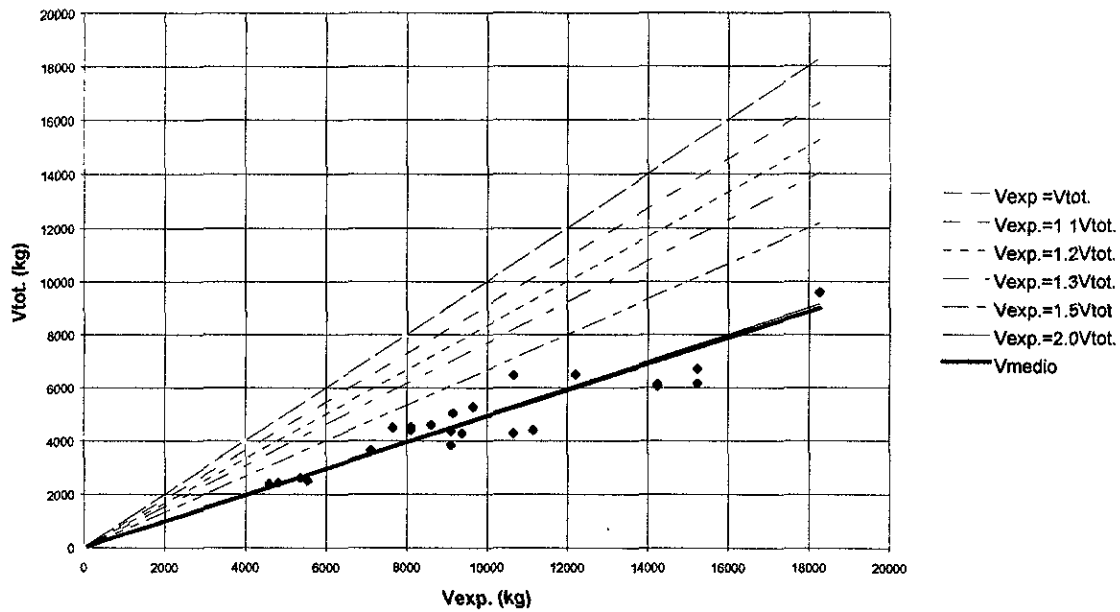


Fig. 2.3.1 Gráfica comparativa de V_{exp} del estudio de Placas y Reagan (6), respecto al V_{tot} estimado por el RCDF (sección rectangular)

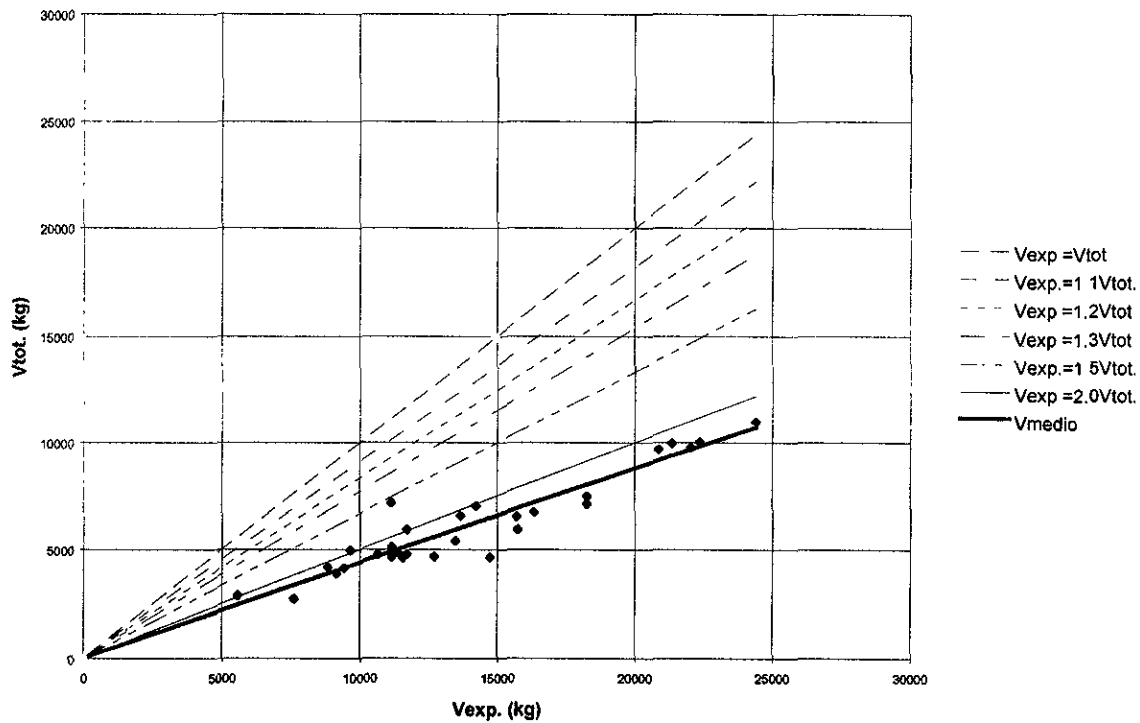


Fig. 2.3.2 Gráfica comparativa de V_{exp} del estudio de Placas y Reagan (6), respecto al V_{tot} estimado por el RCDF (sección T)

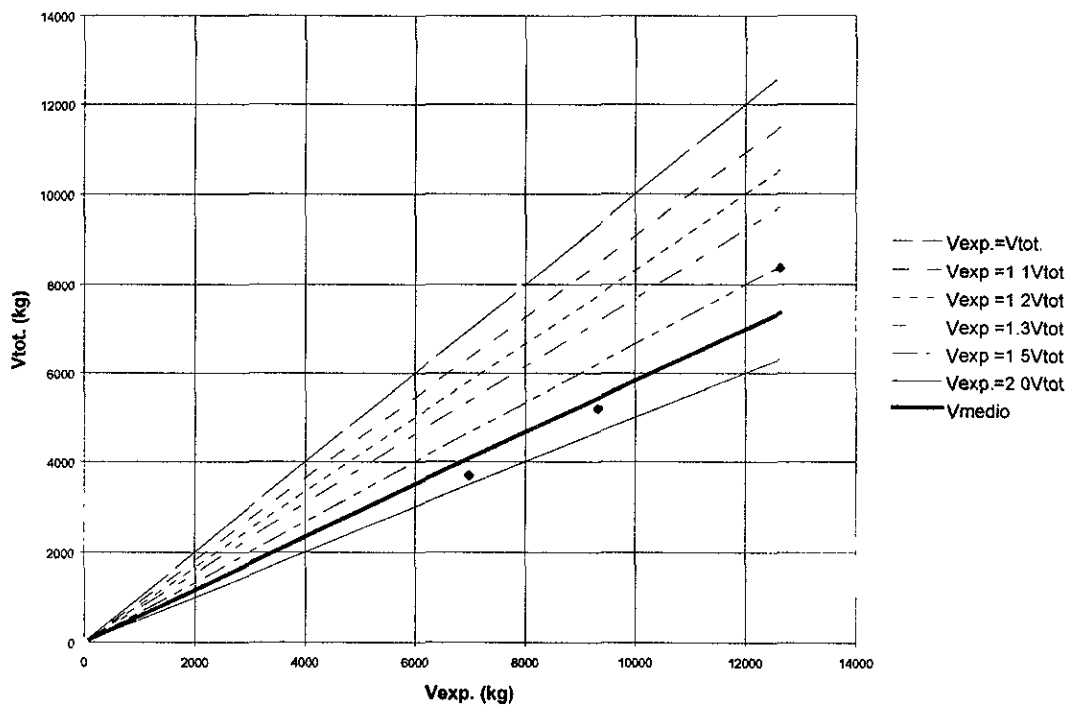


Fig. 2.3.3 Gráfica comparativa de $V_{exp.}$ (región de momento positivo) del estudio de Rodrigues y Darwin (9), respecto al $V_{tot.}$ estimado por el RCDF (sección T)

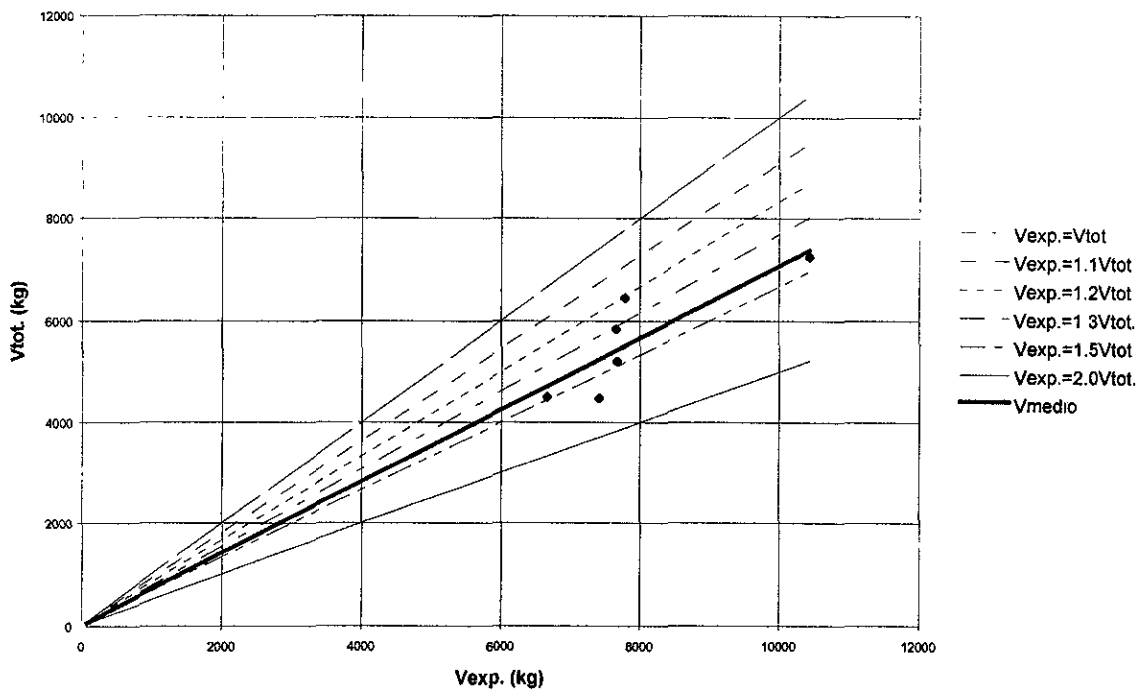


Fig. 2.3.4 Gráfica comparativa de $V_{exp.}$ (región de momento negativo) del estudio de Rodrigues y Darwin (9), respecto al $V_{tot.}$ estimado por el RCDF (sección T)

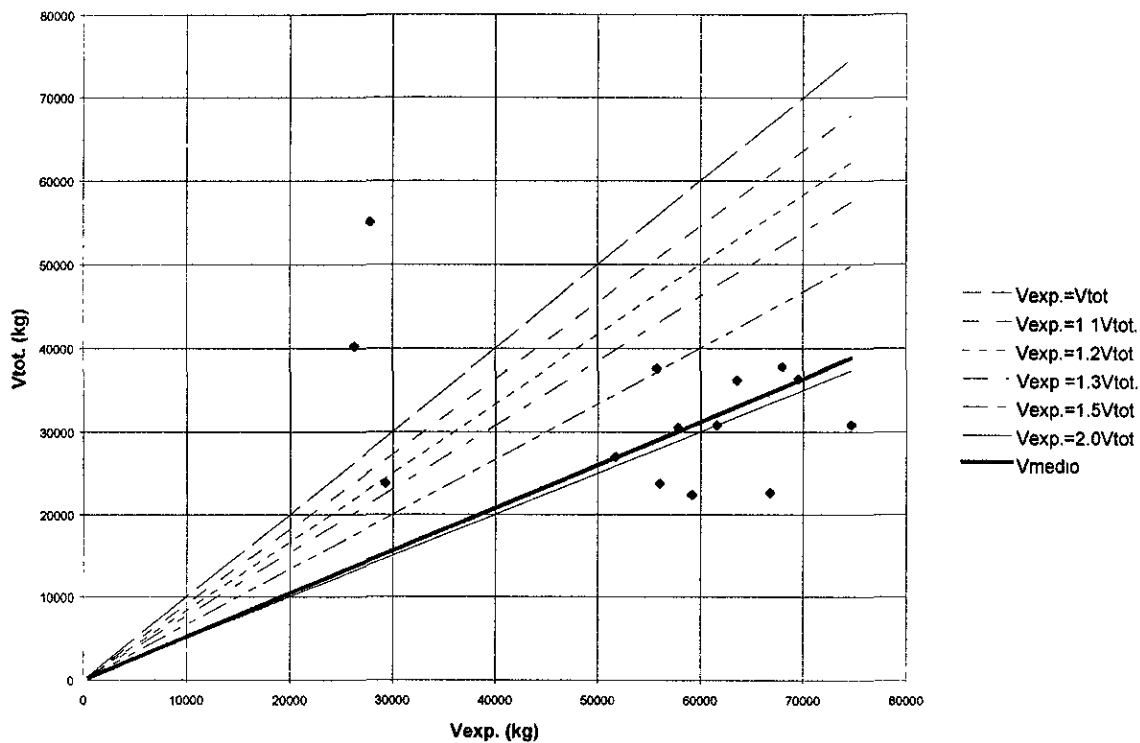


Fig. 2.3.5 Gráfica comparativa de $V_{exp.}$ (región de momento positivo y negativo) del estudio de Mirza, Furlong y Ma (10), respecto al $V_{tot.}$ estimado por el RCDF (sección T invertida)

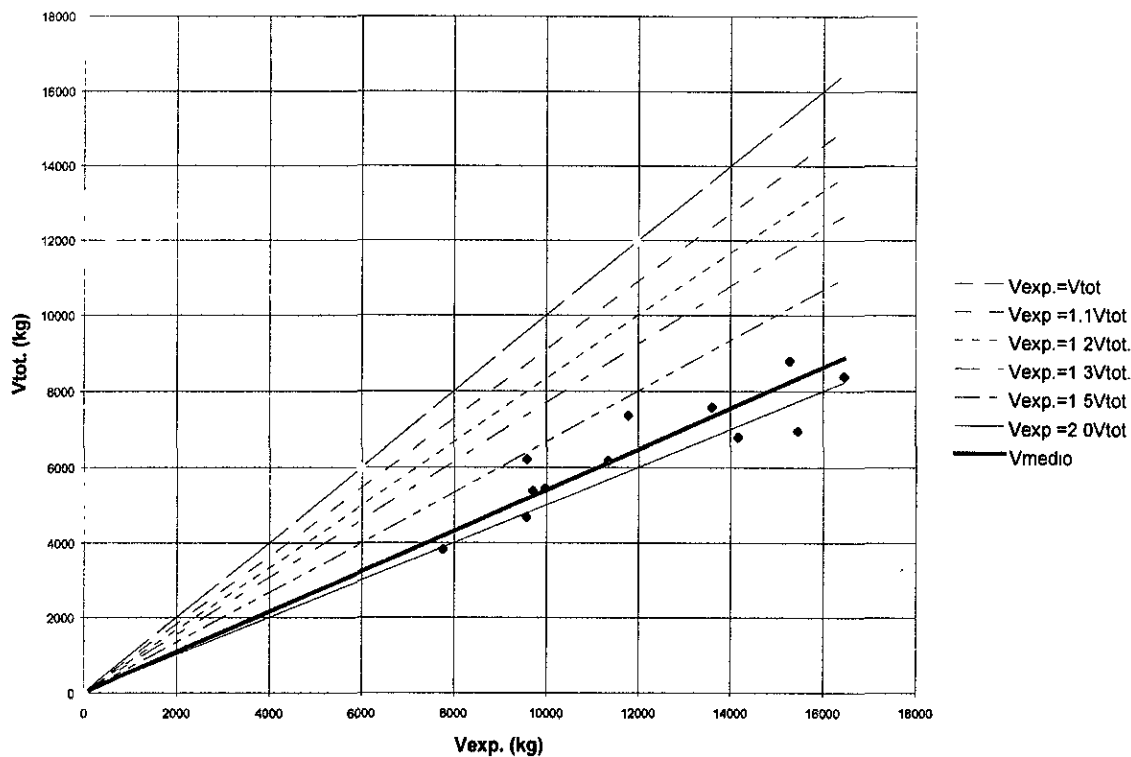


Fig. 3.3.6 Gráfica comparativa de $V_{exp.}$ del estudio de Mphonde (11), respecto al $V_{tot.}$ estimado por el RCDF (sección rectangular)

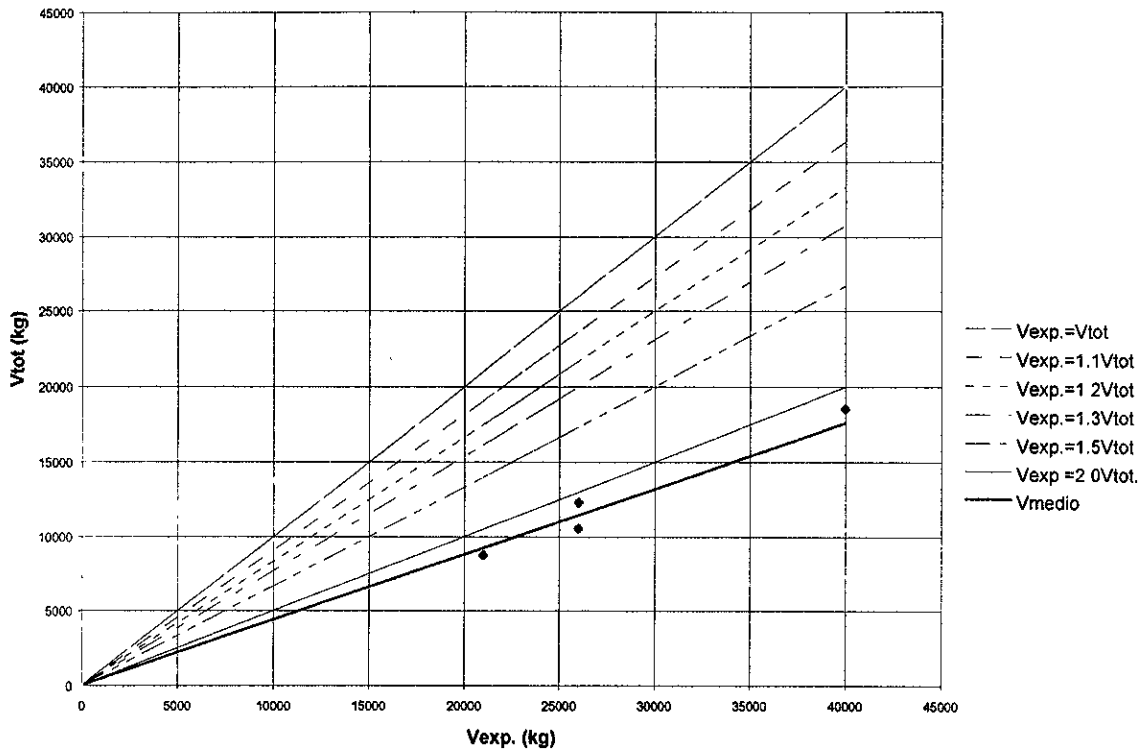


Fig. 2.3.7 Gráfica comparativa de V_{exp} . del estudio de Saito et al. (12), respecto al V_{tot} . estimado por el RCDF (sección T)

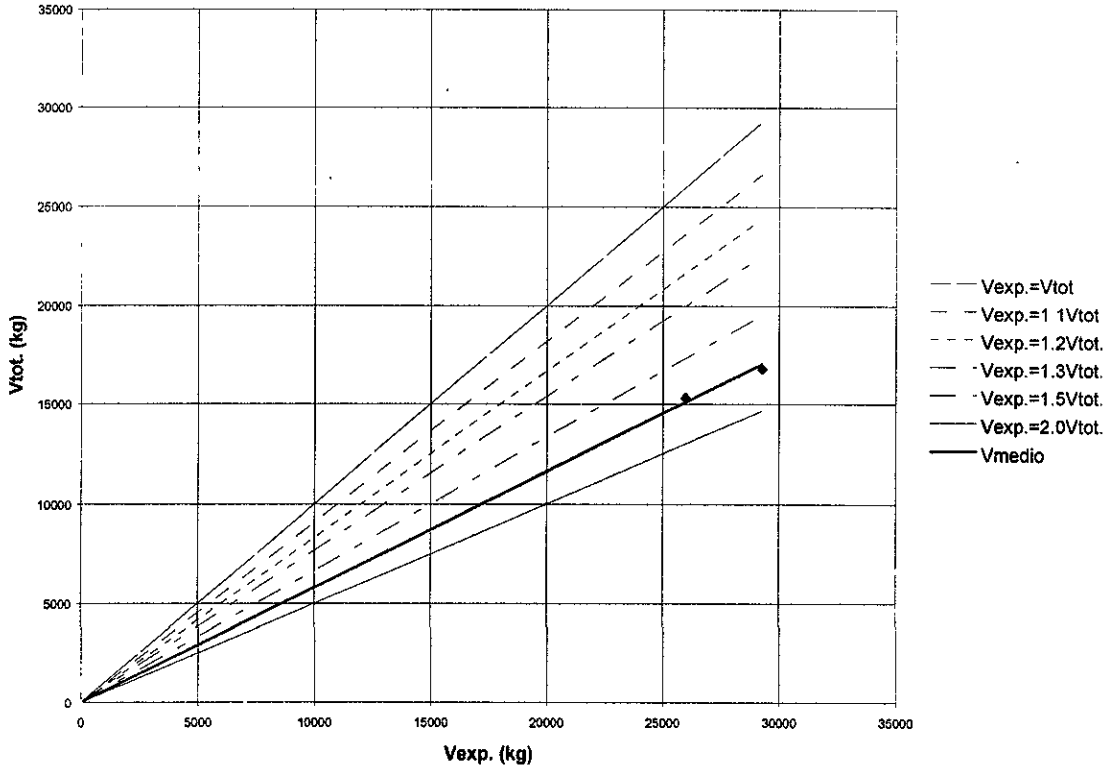


Fig. 2.3.8 Gráfica comparativa de V_{exp} . del estudio de Hayashi et al. (13), respecto al V_{tot} . estimado por el RCDF (sección T)

CAPITULO 3.

DEFINICIÓN DE LAS RELACIONES CONSTITUTIVAS EN LOS MATERIALES, DE SUPERFICIE DE FALLA Y PLANTEAMIENTO DE LA ECUACIÓN DE TRABAJO

3.1 DEFINICIÓN DE LAS RELACIONES CONSTITUTIVAS EN LOS MATERIALES

En concreto reforzado resulta que el inadecuado modelado de los materiales es uno de los mayores problemas a resolver. A la fecha no existen relaciones constitutivas de aceptación general, que describan adecuadamente las características básicas del concreto reforzado.

El concreto reforzado tiene un comportamiento altamente no lineal y este comportamiento característico, representado en una gráfica carga-deformación, puede ser dividido en tres intervalos: a) la etapa inicial sin agrietamiento, b) la propagación de la grieta y c) la etapa última. Este comportamiento inelástico no lineal del concreto reforzado es causado básicamente por dos principales efectos en los materiales que lo constituyen, que son el agrietamiento del concreto y la fluencia del acero de refuerzo y del concreto en compresión.

En lo que sigue, se intenta definir las relaciones de esfuerzos en los materiales constitutivos del concreto reforzado, el concreto y el acero. Se tratan en forma individual, y se consideran las características del comportamiento uniaxial y biaxial del concreto en primer lugar, para posteriormente mencionar las características del acero, con la finalidad de establecer una ecuación de trabajo para describir la superficie de falla del elemento estructural.

Pruebas de compresión uniaxial en el concreto

La curva de esfuerzo-deformación del concreto presenta un comportamiento casi lineal hasta aproximadamente 30% de f'_c (donde f'_c es la resistencia máxima a compresión del cilindro de concreto). Para esfuerzos superiores a este punto, la curva presenta un incremento gradual en concavidad hasta alcanzar un nivel de esfuerzos de alrededor de $0.75 f'_c$ y $0.90 f'_c$, después de lo cual esta curva es más cóncava hasta alcanzar el punto máximo en f'_c . Mas allá de este punto, la curva tiene una parte descendente hasta que ocurre la falla por aplastamiento en la deformación última ϵ_u . El cambio volumétrico es casi lineal hasta aproximadamente un valor de esfuerzo comprendido entre $0.75 f'_c$ y $0.90 f'_c$, y a partir de este punto el cambio volumétrico es reversible, con una deformación volumétrica negativa, al reducirse el volumen en

niveles de esfuerzo cercanos a f'_c ; el esfuerzo en el cual la deformación volumétrica es máxima, se denomina esfuerzo crítico.

La forma de la curva esta íntimamente asociada con el proceso de microagrietamiento entre la pasta cementante y el agregado . Si el esfuerzo es inferior a 30% de f'_c , las grietas existentes en la pasta cementante del concreto permanecen casi invariables. A niveles de esfuerzos cercanos a 30% de f'_c se presenta el principio de agrietamiento localizado y ha sido propuesto por algunos investigadores como el límite de linealidad del concreto. Para esfuerzos entre 30% y 50% de f'_c , las grietas de adherencia entre la superficie del agregado y la pasta del mortero empiezan a extenderse debido a la concentración de esfuerzos en las grietas. Para esfuerzos entre 50% y 75% de f'_c , algunas grietas próximas a la superficie del agrietamiento empiezan a unirse. El nivel de esfuerzos de alrededor de 75% de f'_c se conoce como el inicio de propagación de la fractura inestable o esfuerzo crítico que corresponde al momento de incremento volumétrico.

Módulo de Young.- Este es altamente dependiente de f'_c y su valor inicial (E_0) se propone con la siguiente fórmula empírica (ACI ¹⁴,1977) :

$$E_0 = 33w^{1.5} \sqrt{f'_c} \text{ en lb/in}^2 \quad 3.1.1$$

donde w es el peso unitario del concreto en lb/ft^3 y f'_c en lb/in^2 .

Relación de Poisson.- Un valor representativo para concreto es de 0.3, comprendido entre rangos extremos de 0.1 y 0.4. En carga uniaxial, la relación es casi constante hasta aproximadamente $0.80 f'_c$, después de lo cual este valor empieza a incrementarse.

Comportamiento cíclico.- Cuando el concreto se sujeta a ciclos de carga reversible, para cada ciclo de carga y descarga, aparece una curva histéretica, generalmente el área de esta decrece con cada ciclo sucesivo, pero eventualmente se incrementa antes de la falla por fatiga (Neville ¹⁵, 1977; Sinha et al ¹⁶, 1964). La curva de esfuerzo-deformación para carga monotónica creciente sirve como una aproximación de la envolvente para los máximos valores de esfuerzo en el concreto bajo carga cíclica.

Pruebas de tensión uniaxial en el concreto

Para esfuerzos menores que $0.60f_t$, (donde f_t es la resistencia máxima a tensión uniaxial del concreto) las microgrietas son despreciables, por lo cual este nivel de esfuerzos se puede considerar como un límite de linealidad, después del cual las microgrietas empiezan a crecer. Un valor razonable para el inicio de la propagación inestable de grietas puede encontrarse alrededor de $0.75f_t$. La relación entre resistencia a tensión y compresión uniaxial varía entre 0.05 y 0.1, y el módulo de elasticidad en tensión es un poco mayor que el que se tiene para compresión uniaxial, en tanto que la relación de Poisson es un poco menor.

La resistencia directa a tensión del concreto (f_t) se expresa por la relación aproximada:

$$f_t = 4 \sqrt{f'_c} \text{ (lb/in}^2\text{)}$$

3.1.2

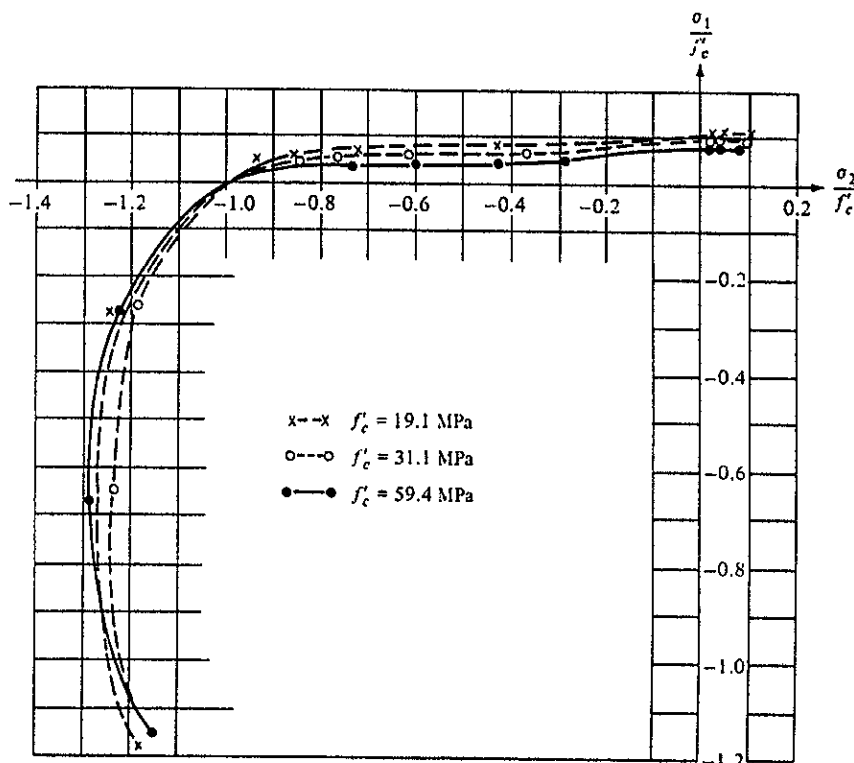


Figura 3.1.1 Envolvente de resistencia biaxial del concreto (Kupfer et al., 1969)

Pruebas biaxiales

Cuando el concreto se sujeta a un estado biaxial de esfuerzos, la resistencia máxima a compresión se incrementa por efecto del confinamiento, al restringirse la deformación en una de las dos direcciones

ortogonales (que también se encuentra en compresión (σ_2)), a la dirección de aplicación de la carga (σ_1) que retardan la aparición de las grietas para la otra dirección descargada. Así se alcanza un incremento aproximado de 25% cuando la relación de esfuerzos de $\sigma_2/\sigma_1 = 0.5$ (donde σ_1 y σ_2 son los esfuerzos principales en direcciones ortogonales, tomándose positivos los esfuerzos de tensión); el incremento se reduce alrededor de 16%, en un estado de igual compresión biaxial ($\sigma_2/\sigma_1 = 1$). Como se muestra en la figura 3.1.1 (Kupfer et al¹⁷, 1969), cuando se tiene tensión-compresión biaxial, la resistencia a compresión decrece casi linealmente, en tanto que en tensión biaxial la resistencia es casi la misma que la que se obtiene de la resistencia a tensión uniaxial. También se tiene que la ductilidad del concreto en esfuerzos biaxiales tiene diferentes valores según sean los estados de esfuerzo que se presenten, ya sea de tensión o de compresión. La ductilidad de tensión es mas grande en un estado biaxial de esfuerzos, que en tensión uniaxial.

Un incremento en volumen ocurre conforme el esfuerzo de compresión se incrementa; este incremento volumétrico inelástico (llamado dilatancia) se atribuye al progresivo crecimiento de microgrietas en el concreto, como ya se menciona antes. La falla en el concreto ocurre por la separación por tensión en las superficies fracturadas ortogonal a la dirección del máximo esfuerzo de tensión o deformación. La máxima envolvente de resistencia parece ser independiente del patrón de carga.

Relación uniaxial equivalente de esfuerzo-deformación para un estado biaxial de esfuerzos en el concreto

La función utilizada para simular curvas esfuerzo-deformación del concreto en un estado biaxial de esfuerzos, se basa en una extensión directa de la ecuación de Saenz¹⁸ (1964) para compresión de la forma:

$$\sigma = \frac{\alpha \varepsilon}{1 + \left[\left(\alpha \varepsilon_p / \sigma_p \right) - 2 \right] \left(\varepsilon / \varepsilon_p \right) + \left(\varepsilon / \varepsilon_p \right)^2} \quad 3.1.3$$

donde:

σ, ε = esfuerzo y deformación en la dirección principal de esfuerzo.

σ_p, ε_p = valores experimentales del esfuerzo principal máximo y la deformación correspondiente

α = coeficiente determinado experimentalmente, que representa el módulo tangente inicial.

Para un material isotrópico elástico lineal, la relación biaxial de esfuerzo-deformación se puede expresar como:

$$\sigma = \frac{E_o \varepsilon}{1 - \nu \alpha_p} \quad 3.1.4$$

donde:

α_p = cociente entre el esfuerzo principal en dirección ortogonal al esfuerzo principal en la dirección considerada.

E_o = módulo tangente inicial en carga uniaxial

ν = relación de Poisson en carga uniaxial

En forma aproximada, el módulo inicial efectivo $E_o / (1 - \nu \alpha_p)$, se puede utilizar como el módulo inicial para un elemento de concreto

$$a = \frac{E_o}{1 - \nu \alpha_p} \quad 3.1.5$$

Entonces, la ecuación 3.1.3 se transforma en la que a continuación se muestra:

$$\sigma = \frac{E_o \varepsilon}{(1 - \nu \alpha_p) \left[1 + \left(\frac{1}{1 - \nu \alpha_p} \frac{E_o}{E_s} - 2 \right) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right)^2 \right]} \quad 3.1.6$$

donde:

$E_s = \sigma_p / \varepsilon_p$ es el módulo secante que cruza por el punto de esfuerzo máximo.

Los valores de los esfuerzos máximos en las dos direcciones principales σ_{1p} y σ_{2p} son obtenidos de la envolvente de resistencia biaxial modificada de Kupfer y Gerstle¹⁹ (1973). La envolvente de resistencia biaxial que propone Kupfer¹⁷ en 1969 divide a esa envolvente en 4 regiones, las cuales dependen del estado de esfuerzos a través de la relación de esfuerzos α_p .

Relaciones octaédricas de esfuerzo-deformación para el concreto

Los esfuerzos y deformaciones octaédricas (Chen²⁰, 1982) se definen por:

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad 3.1.7$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} \quad 3.1.8$$

$$\varepsilon_{oct} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad 3.1.9$$

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3}[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]^{1/2} \quad 3.1.10$$

donde σ_{oct} , y τ_{oct} , son los esfuerzos octaédrico axial y cortante, respectivamente, y ε_{oct} , y γ_{oct} , las deformaciones normal y cortante, respectivamente.

El incremento de esfuerzo $d\sigma_{oct}$ y la deformación $d\varepsilon_{oct}$ asociados con cambios de volumen están relacionados por el módulo volumétrico tangente K_t y las cantidades distorsionares $d\tau_{oct}$ y $d\gamma_{oct}$ por el módulo cortante tangente G_t , como sigue:

$$K_t = \frac{d\sigma_{oct}}{d\varepsilon_{oct}} = \frac{E_t}{3(1-2\nu_t)} \quad 3.1.11$$

$$G_t = \frac{d\tau_{oct}}{d\gamma_{oct}} = \frac{E_t}{2(1+\nu_t)} \quad 3.1.12$$

Los módulos K_t y G_t (o E_t , ν_t) son valores tangentes, los cuales se obtienen de las pendientes de las curvas de esfuerzo-deformación volumétrica (σ_{oct} - ε_{oct}) y de cortante (τ_{oct} - γ_{oct}).

Relaciones de esfuerzo cortante-deformación.- Con base en pruebas de compresión biaxial para cuatro diferentes relaciones de esfuerzos σ_1/σ_2 , Gerstle²¹ (1981) propone la siguiente forma exponencial

$$\tau_{oct} = \tau_{octp} \left[1 - \exp\left(\frac{-G_o}{\tau_{octp}} \gamma_{oct.}\right) \right] \quad 3.1.13$$

donde τ_{octp} es la resistencia a cortante octaédrica y G_o es el módulo de cortante inicial.

Al derivar la ecuación anterior, se obtiene el módulo de cortante tangente:

$$G_t = \frac{d\tau_{oct.}}{d\gamma_{oct}} G_o \exp\left(\frac{-G_o}{\tau_{octp.}} \gamma_{oct.}\right) \quad 3.1.14$$

Con las dos ecuaciones previas, se elimina γ_{oct} , y se obtiene:

$$G_t = G_o \left(1 - \frac{\tau_{oct}}{\tau_{octp}} \right) \quad 3.1.15$$

Para encontrar τ_{octp} , se reduce la segunda ecuación de las relaciones de esfuerzo-deformación en estado biaxial cuando $\sigma_3 = 0$ y si $\alpha_p = \sigma_1 / \sigma_2$:

$$\tau_{octp.} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{1 - \alpha_p + \alpha_p^2} \sigma_{2p} \quad 3.1.16$$

Relaciones volumétricas de esfuerzo-deformación.- Gerstle²¹ (1981), propone un valor experimental de K_t tal que:

$$K_t = C_1 K_o \quad 3.1.17$$

y una variación lineal representada por:

$$K_t = K_o \left(1 - C_2 \frac{\sigma_{oct}}{\sigma_{octp}} \right) \quad 3.1.18$$

donde:

K_o = módulo volumétrico inicial

$C_1, C_2 =$ constantes experimentales

σ_{octp} = esfuerzo hidrostático correspondiente a la falla

Al usar la primera ecuación de las relaciones octaédricas de esfuerzo-deformación, con $\sigma_3 = 0$ y

$\alpha_p = \sigma_1 / \sigma_2$, se obtiene:

$$\sigma_{octp} = \frac{1}{3}(1 + \alpha_p)\sigma_{2p} \quad 3.1.19$$

Módulo cortante secante.- De los resultados de un número considerable de pruebas, Cedolin et al ²² (1977) formularon la variación del módulo de cortante secante G_s , como función del módulo de cortante inicial:

$$\frac{G_s}{G_o} = 0.81(2^{-500\gamma_{oct}}) - 0.5\gamma_{oct} + 0.19 \quad 3.1.20$$

Pruebas triaxiales en el concreto

Comportamiento esfuerzo-deformación. Según sea el esfuerzo de confinamiento, el concreto puede actuar como un material cuasi-frágil o como un material con ablandamiento o con endurecimiento .

El concreto exhibe un comportamiento no lineal en cuanto a la relación esfuerzo-deformación al ser sometido a cargas de compresión hidrostática. La curva de deformación volumétrica-presión hidrostática presenta un cambio en rigidez durante la etapa de carga. En la etapa de descarga la pendiente es casi constante y muy parecida a la que se presenta en la etapa inicial de carga. Kotsovos y Newman ²³ (1978) encontraron que cuando se llevan a cabo experimentos con esfuerzos hidrostáticos constantes (σ_{oct}) y un incremento de cortante o esfuerzo de desviación (τ_{oct}), el concreto no únicamente experimenta deformación cortante octaédrica (γ_{oct}), sino que también consolidación en la forma de deformación normal octaédrica en compresión (ϵ_{oct}).

Superficie de falla. Al ser sometido el concreto a un estado de carga triaxial, los resultados experimentales indican que se presenta una superficie de falla consistentemente clara, que es una función de los tres esfuerzos principales. Si se considera isotropía, el límite elástico, el inicio de propagación de la grieta inestable y el límite de falla se pueden representar como superficies en un espacio tridimensional de esfuerzos

principales. Para incrementos de compresiones hidrostática (a lo largo de los ejes $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), las secciones de cortante (planos perpendiculares a los ejes $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) de la superficie de falla son aproximadamente circulares, lo cual indica que la falla en esta región es independiente del tercer invariante de esfuerzo. Para presiones hidrostática pequeñas, esas secciones transversales de cortante son convexas y no resultan circulares. La superficie de falla puede ser representada por tres esfuerzos invariantes.

Relaciones esfuerzo-deformación para el acero

En cuanto a las relaciones esfuerzo-deformación para el acero, se tiene:

Características generales del acero de refuerzo.- Las curvas de esfuerzo-deformación para acero de grado 40, 50 o 60 se caracterizan por los siguientes rasgos generales:

1. Una región lineal inicial hasta el punto denominado de fluencia (σ_y, ϵ_y). Un módulo de Young inicial con valor medio de $E_o = 2052545 \text{ kg/cm}^2$ y un esfuerzo de fluencia medio con valores $\sigma_y = 3431$ y 4992 kg/cm^2 para acero de grado 40 y 50, respectivamente.

2. Una meseta de fluencia desde ϵ_y hasta que se alcanza la deformación de endurecimiento por deformación ϵ_{st} . Un valor característico del módulo de Young en la zona comprendida entre ϵ_y y ϵ_{st} , de $E_{st} = 49215 \text{ kg/cm}^2$ y una relación característica de ϵ_{st}/ϵ_y de 12. Cuando se alcanza el límite elástico se presentan elongaciones de 8 a 15 veces la deformación del límite elástico sin ningún decremento en esfuerzo.

3. Una región de endurecimiento por deformación desde ϵ_{st} a la deformación última ϵ_u y de aquí hasta que la fractura por deformación ϵ_f se alcanza. En general una resistencia última de aproximadamente 1.55 veces la resistencia de fluencia se ha observado.

Por simplicidad en los procedimientos de diseño, es necesario idealizar una curva representativa de esfuerzo-deformación para el acero de refuerzo, como las que se sugieren a través de los modelos de aproximación elasto-plástica perfecta, el de aproximación trilineal y el que considera la curva completa con orden ascendente de complejidad.

Al usar como referencia los tres tipos de modelos de esfuerzo-deformación y considerar que en cada uno de ellos se requiere determinar experimentalmente los valores de esfuerzo y deformación para el inicio de

la fluencia, para el endurecimiento por deformación y para la resistencia última a tensión, se opta por el modelo trilineal como el adecuado para el estudio en desarrollo.

Análisis plástico al límite en elementos de concreto reforzado

En 1972, Scordelis²⁴ planteó el primer trabajo de plasticidad en elementos de concreto reforzado, sustentado con resultados experimentales en vigas. La respuesta carga-desplazamiento de vigas, sometidas a carga incremental, según este trabajo puede ser dividida en tres etapas:

1. Etapa líneal no agrietada: Sujeto el elemento a cargas pequeñas, la viga se comporta como un miembro elástico no agrietado.

2. Etapa de propagación de grietas: Se presentan grietas verticales por flexión en la mitad del claro, que producen una redistribución de esfuerzos y ocasionan algunos deslizamientos entre acero y concreto por adherencia.

3. Etapa plástica. Si el cortante y la tensión diagonal no son críticos, la viga eventualmente falla por flexión, con fluencia del refuerzo de acero longitudinal, o aplastamiento del concreto en la zona de compresión. Si el cortante y la tensión diagonal son críticos, la formación de una grieta de tensión diagonal activa la resistencia a cortante vertical por la acción de dovela en el refuerzo longitudinal principal; subsecuentemente se genera la trabazón del agregado a lo largo de la grieta diagonal, y la resistencia producto del trabajo de los estribos verticales, en caso de existir. Esto lleva a una falla final de compresión y/o tensión diagonal por cortante del elemento, bajo una combinación de estado de esfuerzos dado.

Al aplicar la plasticidad al concreto reforzado, existen una serie de teoremas que permiten establecer o plantear soluciones a partir del equilibrio, para determinar la resistencia a la falla de los elementos estructurales ante diferentes tipos de solicitaciones. Las hipótesis de análisis límite pueden ser establecidas directamente para una estructura o elemento con las siguientes características:

1. Los materiales exhiben ideal o perfecta plasticidad, es decir, no ocurre endurecimiento de trabajo o ablandamiento de trabajo

2. La superficie de fluencia o falla es convexa, y las relaciones de deformación plástica son derivables de las funciones de fluencia a través de las reglas de flujo asociado (condición de normalidad, que

consiste en que el vector de incremento de deformación plástica $d\varepsilon_{ij}^P$ debe ser normal a la superficie de fluencia o de carga $f(\sigma_{ij})=k$, como se muestra en la figura 3.1.1). De lo anterior se tiene que $\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}^P = 0$

3. Los cambios que ocurren en la geometría de la estructura en la carga de colapso son insignificantes; y por lo tanto se puede aplicar la ecuación de trabajo virtual.

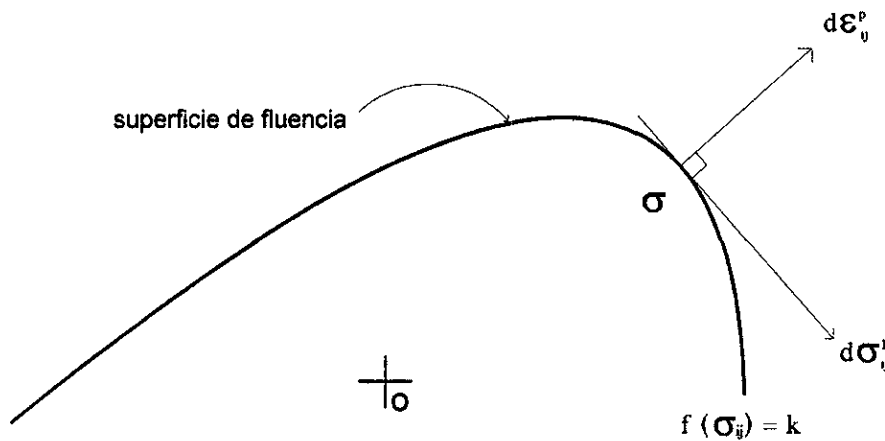


Fig. 3.1.1 Representación de la condición de normalidad

La carga de colapso de una estructura idealizada que tiene las propiedades previamente mencionadas se conoce como la carga límite.

Los teoremas límite para determinar la carga máxima o límite son los siguientes:

I: Teorema de límite inferior. Si una distribución equilibrada de esfuerzos puede ser encontrada la cual iguala la carga externa aplicada, y se mantiene por debajo de la fluencia o en la fluencia, la estructura no se colapsará o justamente estará en el punto de colapso

II: Teorema del límite superior. La estructura fallará si hay algún patrón compatible de deformación plástica, para el cual la relación en la cual las fuerzas externas que hacen trabajo exceden la relación de disipación de energía interna.

La razón de disipación de energía interna utilizada en el segundo teorema se obtiene como sigue. De acuerdo a la condición de normalidad, la razón de deformación determina la razón de disipación de energía por unidad de volumen $D(\varepsilon_{ij}^P)$ únicamente por

$$D(\varepsilon_{ij}^P) = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^P \quad 3.1.21$$

Aun cuando el esfuerzo en sí mismo no este determinado. Esta función de disipación es entonces integrada sobre el volumen de la estructura o elemento estructural; cuando se usa el criterio de fluencia de Tresca, se tiene (Chen ²⁵, 1975)

$$D(\epsilon_{ij}^P) = 2k |\epsilon_{max}^P| \quad 3.1.22$$

donde ϵ_{max}^P es el valor numéricamente mayor de las razones de deformación plástica principal y k es el esfuerzo de fluencia en cortante puro.

Para el caso específico de estructuras y elementos de concreto reforzado se puede plantear un modelo de plasticidad perfecta, al considerar los conceptos anteriores, y será de utilidad para estudiar el comportamiento de sistemas como los que se indican:

1. Pruebas de separación en cilindros de concreto
2. Resistencia a cortante de juntas
3. Cortante en vigas
4. Penetración por cortante en losas de concreto reforzado.

Dentro de los planteamientos de la plasticidad aplicada al concreto reforzado sobresalen criterios como el de falla modificado de Mohr-Coulomb. Se adopta el criterio de Mohr-Coulomb junto con una pequeña zona de tensión como la condición de fluencia (criterio de falla) para el concreto (Chen y Drucker²⁶, 1969). En la figura 3.1.2 se muestra el criterio modificado con un círculo terminal. También se dibujan los círculos de Mohr para compresión simple y para tensión simple. Los círculos intersectan el eje horizontal a las distancias f_c y f_t , respectivamente desde el origen. Este criterio de falla modificado de Mohr-Coulomb consiste de dos partes, el criterio de deslizamiento que puede representarse por:

$$|\tau| = c - \sigma \tan\phi \quad 3.1.23$$

y el criterio de separación, se representa por

$$\sigma = f_t \quad 3.1.24$$

donde :

τ, σ = esfuerzo cortante y normal, respectivamente, en una sección arbitraria cualquiera

c = cohesión del material

ϕ = ángulo de fricción interna del material

f_t = esfuerzo de tensión del material

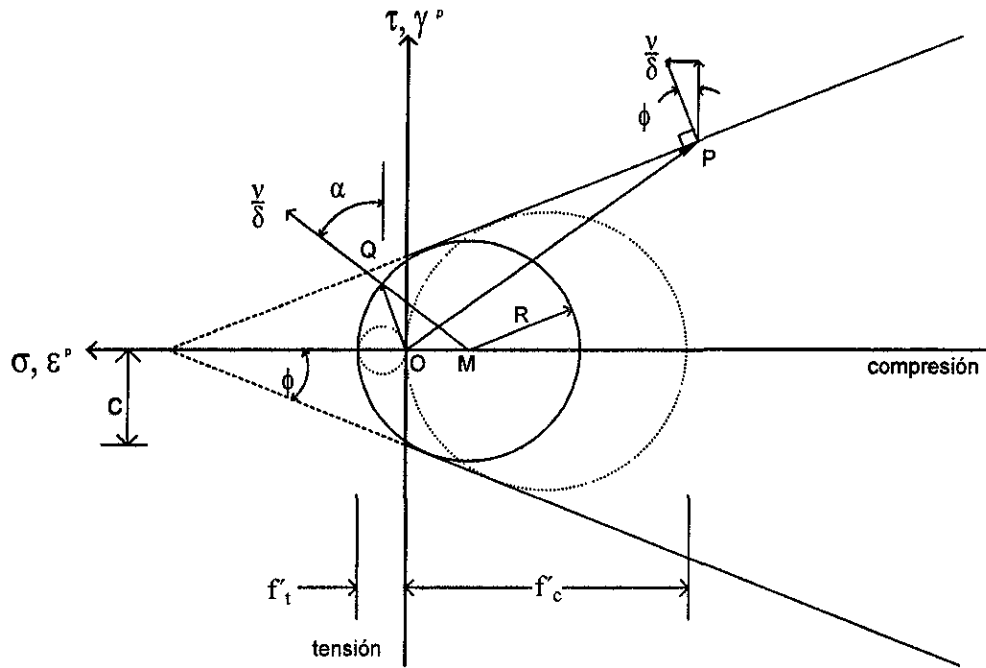


Fig. 3.1.2 Criterio modificado de Mohr-Coulomb con vectores de desplazamiento.

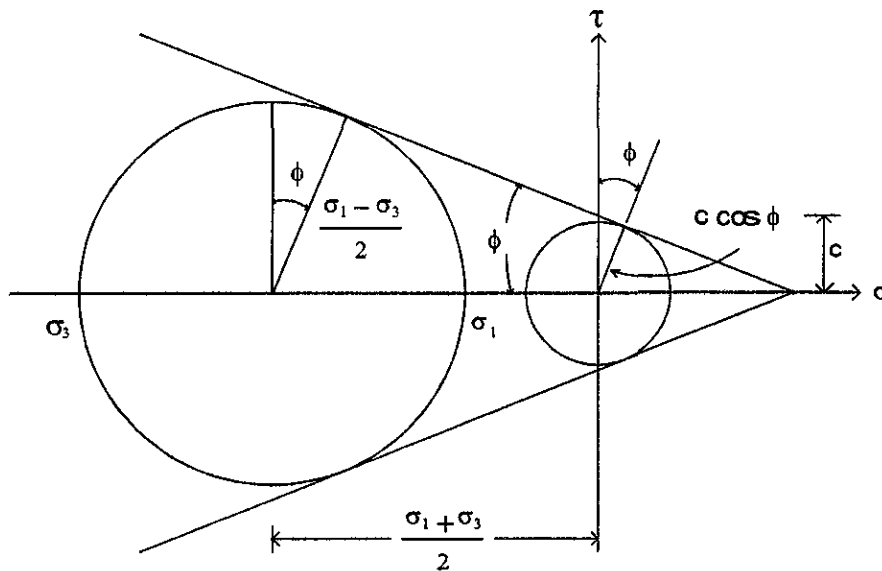


Fig. 3.1.3 Relación entre los esfuerzos principales de acuerdo al criterio de Mohr-Coulomb.

Ahora, al considerar las coordenadas de esfuerzos principales, se puede notar que la expresión 3.1.23 puede ser igualmente representada con la ecuación que aparece a continuación y que se obtiene de la figura 3.1.3, que muestra la relación entre los esfuerzos principales para el criterio de Mohr-Coulomb y que involucra asimismo la ecuación 3.1.23 (ecuación de Coulomb)

$$0.5 \sigma_1 (1 + \text{sen} \phi) - 0.5 \sigma_3 (1 - \text{sen} \phi) - c \cos \phi = 0 \quad 3.1.25$$

donde $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ que son los esfuerzos principales de los esfuerzos de tensión positiva. La ecuación anterior puede ser re-escrita al considerar la resistencia de tensión del concreto; se obtiene así:

$$m\sigma_1 - \sigma_3 = 2c\sqrt{m} = f'_t \quad 3.1.26$$

$$\text{donde: } m = \left(\frac{\cos \phi}{1 - \text{sen} \phi} \right)^2 = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 + \text{sen} \phi}{1 - \text{sen} \phi} = \frac{f'_c}{f'_t} \quad 3.1.27$$

$$f'_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \text{sen} \phi} \quad 3.1.28$$

$$f'_t = \frac{2c \cos \phi}{1 + \text{sen} \phi} \quad 3.1.29$$

El lugar geométrico de estas expresiones para esfuerzo plano y deformación plana, se muestra en la figura 3.1.4.

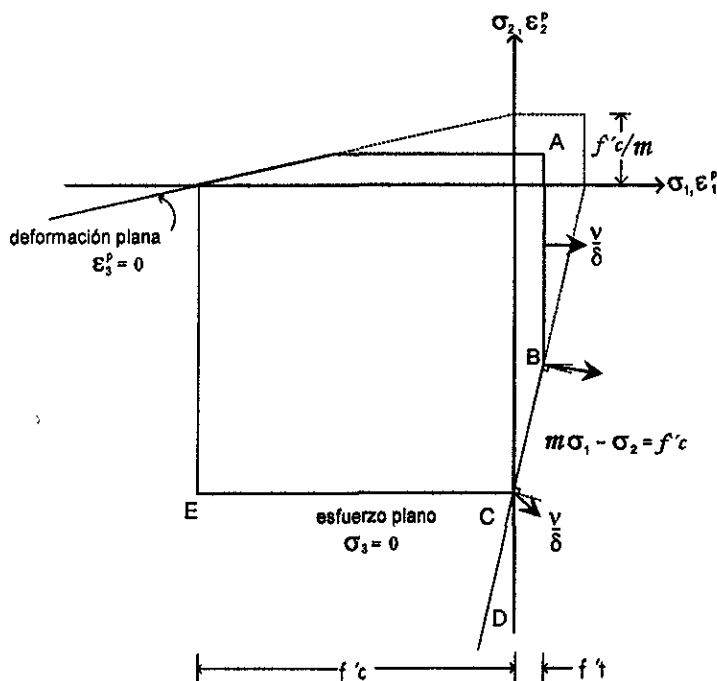
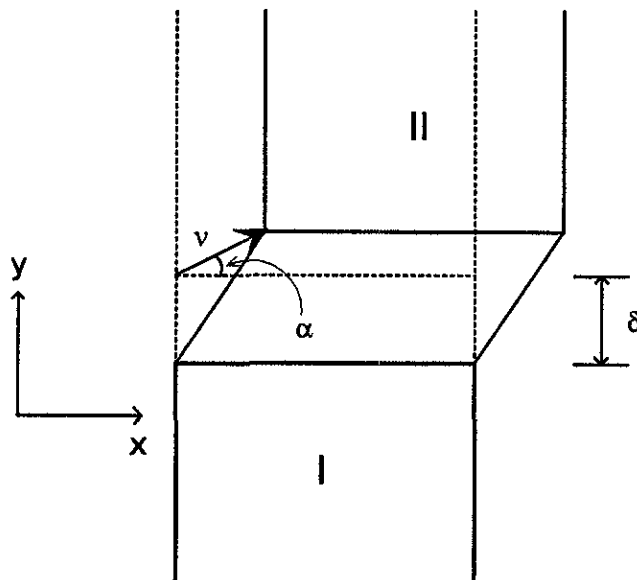


Fig. 3.1.4 Criterio de fluencia modificado de Mohr-Coulomb en caso de esfuerzo o deformación plana con vectores de desplazamiento

Otro concepto de importancia para el planteamiento de soluciones al límite lo constituyen las líneas de fluencia o superficies de falla.

Para calcular las soluciones de límite superior, generalmente se utiliza la ecuación de trabajo. Esta consiste en una ecuación de la razón de trabajo externo hecha por la carga en un mecanismo de falla, a la razón interna de disipación de energía en la estructura para un estado de desplazamiento o deformación a la falla. Aquí, es conveniente tener expresiones para la disipación de energía interna $D(\epsilon_v^p)$ por unidad de volumen. En lo que sigue, se consideran únicamente líneas de fluencia y por lo tanto líneas de discontinuidad en desplazamientos de campos planos de esfuerzo o deformación, que en sí pueden representar en forma aproximada el fenómeno, sin que por ello se pierda fidelidad.

Al considerar un plano con un campo de desplazamientos homogéneo en una angosta zona de peralte δ entre dos partes rígidas I y II como se muestra en la figura 3.1.5, se tiene que el desplazamiento relativo de la parte II respecto a la parte I es indicado por v , dirigido un ángulo α respecto al eje x . Las deformaciones en la zona de desplazamiento son:



3.1.5 Zona de desplazamiento entre dos partes rígidas (v : vector de desplazamiento, α : ángulo del vector de desplazamiento)

$$\epsilon_x^p = 0$$

3.1.30

:

$$\varepsilon_y^p = \frac{v}{\delta} \sin \alpha \quad 3.1.31$$

$$\gamma_{xy}^p = 2\varepsilon_{xy}^p = \frac{v}{\delta} \cos \alpha \quad 3.1.32$$

En este caso las deformaciones principales, como se muestra en el círculo de Mohr de la figura 3.1.6, se pueden plantear como

$$\{\varepsilon_1^p, \varepsilon_2^p\} = \frac{\varepsilon_x^p + \varepsilon_y^p}{2} \{\pm\} \left[\left(\frac{\varepsilon_x^p - \varepsilon_y^p}{2} \right)^2 + \varepsilon_{xy}^{p2} \right]^{1/2} = \frac{v}{2\delta} (\sin \alpha \pm 1) \quad 3.1.33$$

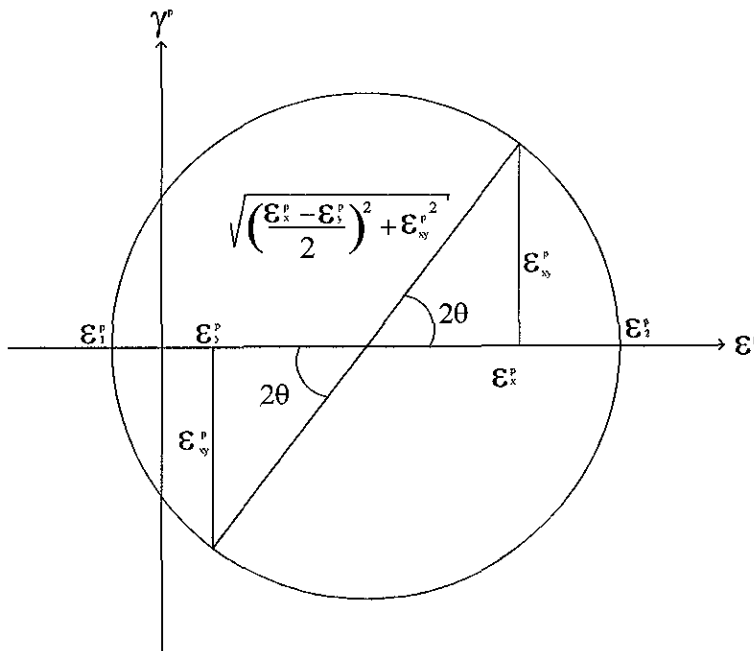


Fig. 3.1.6 Estado de deformaciones en el círculo de Mohr

y el ángulo θ desde el eje x , perpendicular al eje longitudinal del elemento, a la primera dirección principal esta dado por

$$\tan 2\theta = \frac{\gamma_{xy}^p}{\varepsilon_x^p - \varepsilon_y^p} = -\cot \alpha = \tan \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \quad 3.1.34$$

La función de disipación se define como el producto del vector de esfuerzos (σ_{ij}) por el vector de deformación plástica ε_{ij}^p . Para el presente caso de condición plana, se tiene una de las dos condiciones a

saber: $\varepsilon_3^p = 0$ o $\sigma_3 = 0$. Al suponer un espesor normal unitario al plano xy, se encuentra la disipación de energía interna $D_A(\varepsilon_{ij}^p)$ por unidad de longitud de la zona de deformación como:

$$D_A(\varepsilon_{ij}^p) = (\sigma_1 \varepsilon_1^p + \sigma_2 \varepsilon_2^p) \delta \quad 3.1.35$$

o al usar la relación de desplazamiento-razón de deformación, se tiene:

$$D_A = 0.5 v \sigma_1 (1 + \text{sen } \alpha) - 0.5 v \sigma_2 (1 - \text{sen } \alpha) \quad 3.1.36$$

donde D_A es independiente del peralte δ . Una línea de fluencia se obtiene en el límite conforme δ tiende hacia cero. La disipación de energía interna por unidad de longitud de la línea de fluencia esta dada por la última ecuación.

La disipación de energía interna se puede plantear bajo dos criterios

Deformación plana.

En el punto P de la figura 3.1.2, el trabajo plástico interno por unidad de longitud en la zona de desplazamiento puede representarse por el producto punto de los vectores OP ($[\sigma \quad \tau]$) y v/δ ($[v \text{ sen } \phi \quad v \text{ cos } \phi] / \delta$).

$$D_A = \delta (OP) \cdot v/\delta = [\sigma \quad \tau] [v \text{ sen } \phi \quad v \text{ cos } \phi] = v \text{ cos } \phi (\tau + \sigma \tan \phi) = v c \text{ cos } \phi \quad 3.1.37$$

Lo cual es valido para P dondequiera que se encuentre a lo largo de las líneas rectas inclinadas que se encuentran en la zona de compresión cuya pendiente es $\text{tg } \phi$ como se puede observar en la figura 3.1.2.

En el punto Q, el trabajo plástico interno puede ser escrito por medio de f'_c y f'_t . El vector OQ se considera como la suma de los vectores OM y MQ, y el correspondiente producto vectorial puede ser escrito como en la ecuación anterior en la forma:

$$D_A = OQ \cdot v = (OM + MQ) \cdot v = OM \cdot v + MQ \cdot v \\ = - (R - f'_t) (v \text{ sen } \alpha) + Rv \quad 3.1.38$$

donde

$$R = \frac{1}{2} f'_c - f'_t \frac{\text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi} \quad 3.1.39$$

Después de simplificaciones algebraicas, la última expresión para D_A se puede escribir como:

$$D_A = v \left(\frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{2} f'_c + \frac{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} f'_t \right) \quad \text{donde } \alpha \geq \phi \quad 3.1.40$$

Para los casos límite de separación por tensión simple y deslizamiento simple, para el cual $\alpha = 0.5\pi$ y $\alpha = \phi$, respectivamente, la última ecuación toma la forma simple que se indica

$$D_A = \{ v f'_t \text{ para } \alpha = \pi/2, \quad \text{y} \quad 0.5v f'_c (1 - \operatorname{sen} \phi) \text{ para } \alpha = \phi \} \quad 3.1.41$$

El estado de esfuerzos entonces corresponde a un punto arbitrario en la línea AB y BD, respectivamente del criterio de fluencia modificado de la figura 3.1.4.

Esfuerzo plano. En el plano de esfuerzos de la figura 3.1.4, por los signos de las deformaciones principales en la zona de desplazamiento (fig. 3.1.5), el estado de esfuerzos asociado puede hallarse únicamente en la línea ABC de la figura 3.1.4. Si se analiza la ecuación de deformaciones principales (ec. 3.1.33), se encontrará que la condición de normalidad requiere que se cumplan las siguientes condiciones:

$\alpha = 90^\circ$ a lo largo de AB

$\phi \leq \alpha \leq 90^\circ$ en B

$\alpha = \phi$ a lo largo de BC

$0 \leq \alpha \leq \phi$ en C

A lo largo de AB, la ecuación (ec. 3.1.35) que define la disipación de energía interna por unidad de longitud ($D_A(\varepsilon_{ij}^p)$), queda como a continuación se presenta

$$D_A = \delta f'_t \varepsilon_1^p = f'_t v \quad 3.1.42$$

En B (σ_1, σ_2) = ($f'_t, m f'_t - f'_c$), y con las deformaciones dadas por la ecuación de deformaciones principales (ec. 3.1.33) y la ecuación de disipación de energía interna por unidad de longitud (ec. 3.1.35), D_A resulta:

$$D_A = v \left(\frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{2} f'_c + \frac{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} f'_t \right) \quad \text{donde } \alpha \geq \phi \quad 3.1.44$$

Esa misma ecuación $D_A(e_{ij}^p)$, se puede calcular en la misma forma a lo largo de BC y en C, y entonces se encuentra que

$$D_A = v \frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{2} f'_c \quad 3.1.45$$

Cuando $\alpha \leq \phi$. Para $\alpha = -\pi/2$, esta corresponde al régimen de esfuerzos CE de la figura 3.1.4. Si el criterio de falla con cero tensión es supuesto ($f'_t = 0$), la disipación de energía interna por unidad de longitud de una línea de fluencia en el plano de esfuerzos estará dada por la última ecuación para $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$.

Aquí, como en el caso de deformación plana, las últimas dos ecuaciones son independientes de δ , así que se pueden introducir líneas de discontinuidad.

3.2 DEFINICIÓN DE SUPERFICIE DE FALLA

Un concepto fundamental en el análisis plástico de elementos de concreto reforzado es el que se refiere a la definición de la superficie de falla, ya que con base en esta definición se procede al desarrollo de la ecuación de trabajo que se desarrollará en la misma. Se encuentra que la definición más apropiada para el concepto de superficie de falla es el que se refiere a líneas de discontinuidad en desplazamientos de campos planos de esfuerzo, o deformación, o también llamadas líneas de fluencia; al aclarar que esta superficie de falla o línea de fluencia es representativa de una serie de grietas aproximadamente paralelas, que se desarrollan en la región de falla, y representa una serie de superficies de falla parciales que son las grietas paralelas, aunque siempre hay una que domina y que propicia la falla.

Ahora bien, la superficie de falla que caracteriza a una determinada viga, se referencia por su ángulo medio de grieta de falla, el cual de acuerdo a los estudios desarrollados por Thurlimann²⁷ (1979) respecto al rango de variación del ángulo de inclinación de los estratos de concreto en compresión en el mecanismo de armadura, donde se encontró que este ángulo estará contenido entre 26.5° y 63.5°; la justificación teórica se presenta brevemente en las siguientes líneas:

Al considerar el mecanismo de la armadura moderna para transferencia de fuerza cortante dentro de un elemento lineal, a diferencia del mecanismo clásico, se admite que el ángulo de inclinación de los estratos a compresión pueden tener un valor diferente de 45°, y que las fuerzas de compresión se transmiten a través de las grietas que ya existan. Así, se tiene que el patrón de deformación del concreto estará definido por la posición y dimensión de esos estratos a compresión y no por la posición de las grietas inicialmente formadas, además las deformaciones por tensión del concreto serán perpendiculares al estrato a compresión y no a las grietas.

Para establecer la inclinación de los estratos a compresión, existen dos filosofías al respecto:

- La teoría de los campos de compresión, que considera que tal inclinación coincide con la de las deformaciones principales en el momento de la falla.

- La teoría general, desarrollada por B. Thurlimann²⁶ (1979), en la cual y dentro de ciertos límites que se indicarán posteriormente, el profesional tiene la libertad de definir esa inclinación.

Se recurre a la teoría general por su simplicidad y versatilidad en el desarrollo de fundamentos teóricos sobre resistencia a cortante.

De la teoría clásica de la armadura, las expresiones de equilibrio obtenidas para el segmento de viga entre las secciones 1 y 2 de la figura 3.2.1, pueden ser fácilmente modificadas para considerar una inclinación del estrato a compresión diferente de 45°, como se muestra enseguida:

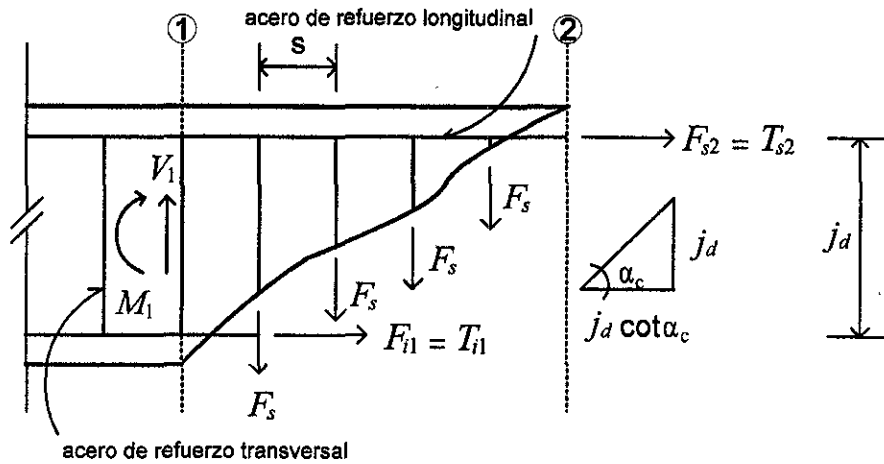


Fig. 3.2.1 Corte longitudinal del elemento

$$\sigma_c = V / b j_d \operatorname{sen} \alpha_c \cos \alpha_c \quad 3.2.1$$

$$V = F_s j_d \cot \alpha_c / s \quad 3.2.2$$

$$T_{11} = \frac{M_1}{j_d} + \frac{V}{2} \cot \alpha_c \quad 3.2.3$$

$$T_{s1} = -\frac{M_1}{j_d} + \frac{V}{2} \cot \alpha_c \quad 3.2.4$$

Al considerar estas expresiones, y que se conocen M_1 y V , se tiene que las mismas varían conforme a la variación de α_c .

Así, al aumentar la inclinación del estrato de concreto en compresión (α_c), es decir, que resulten más vertical, se tiene que:

1) Los esfuerzos en los estratos a compresión (σ_c) aumentan si α_c aumenta por encima de 45° .

2) Conocido el valor de V y al mantener fija la resistencia del refuerzo lateral F_s , la separación entre este debe disminuir (ecuación 3.2.2).

3) La fuerza en la cuerda inferior a tensión T_{i1} disminuye (ecuación 3.2.3) y en la superior T_{s1} aumenta (ecuación 3.2.4).

Igualmente, de la ecuación 3.2.2:

$$\frac{F_s}{s} = \frac{V}{j_d} \tan \alpha_c$$

Que indica que la fuerza en el refuerzo lateral con espaciamiento fijo aumenta con α_c .

De las ecuaciones 3.2.3 y 3.2.4, se tiene:

$$T_{i1} + T_{s1} = N = V \cot \alpha_c \quad 3.2.5$$

Donde resulta que las fuerzas normales en la sección transversal disminuirán con α_c .

Si el momento y el cortante son variables, en cada sección se debe colocar suficiente refuerzo para satisfacer las ecuaciones 3.2.2, 3.2.3 y 3.2.4.

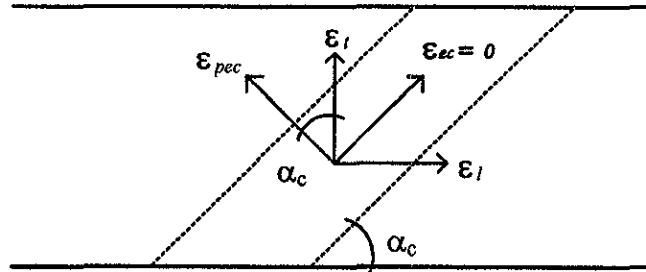
Para definir la orientación del estrato a compresión, se limitan los valores de α_c según sea el ancho de grieta. Como α_c es el ángulo de inclinación del estrato a compresión y no de las grietas, valores muy grandes o muy pequeños de α_c producen grandes deformaciones perpendiculares al eje del estrato a compresión, que se asocian a anchos de grieta mayores a los permisibles en el mecanismo de falla. Este tratamiento (Thurlimann y Nilsen²⁸, 1984) se basa en las siguientes hipótesis de comportamiento:

- En la formación del mecanismo de falla, las deformaciones principales en el elemento coincidirán con el ángulo de inclinación de los estratos a compresión de concreto (el mecanismo de falla es de cortante únicamente).

- La deformación principal de tensión no es nula, y será perpendicular al eje del estrato a compresión.

- La deformación principal de compresión se asume nula (paralela al eje del estrato a compresión).
 Esto significa que los estratos a compresión de concreto son infinitamente rígidos axialmente.

Gráficamente se tiene el siguiente esquema de deformaciones:



- ϵ_l : Deformación unitaria paralela al eje longitudinal del elemento lineal (trabe o columna)
- ϵ_t : Deformación unitaria perpendicular al eje del elemento, paralela a la posición de refuerzo lateral vertical
- ϵ_{ec} : Deformación unitaria paralela al eje del estrato a compresión de concreto ($\epsilon_{ec} = 0$)
- ϵ_{pec} : Deformación unitaria perpendicular al eje del estrato a compresión.

Fig. 3.2.2 Representación esquemática de las deformaciones y el ángulo α_c de falla

Al emplear el círculo de Mohr para deformaciones unitarias, se planteará la relación entre ϵ_{pec} , ϵ_t y ϵ_l .

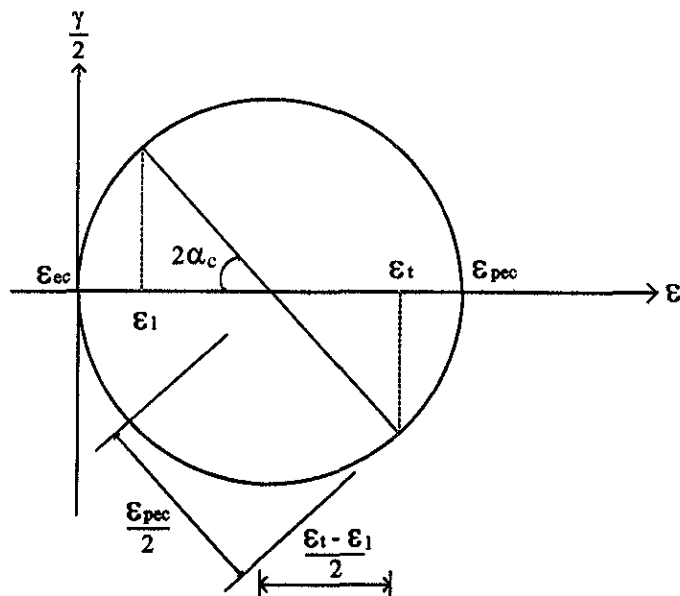


Fig. 3.2.3 Círculo de Mohr para las deformaciones

$$\varepsilon_{pec} = \varepsilon_t + \varepsilon_l \quad 3.2.6$$

$$\cos 2\alpha_c = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_l}{\varepsilon_{pec}} = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_l}{\varepsilon_t + \varepsilon_l}$$

$$\cos 2\alpha_c = 1 - \text{sen}^2 \alpha_c$$

$$(\varepsilon_t + \varepsilon_l)(1 - 2 \text{sen}^2 \alpha_c) = \varepsilon_t - \varepsilon_l$$

$$\varepsilon_t - 2\varepsilon_t \text{sen}^2 \alpha_c + \varepsilon_l - 2\varepsilon_l \text{sen}^2 \alpha_c = \varepsilon_t - \varepsilon_l$$

$$-\varepsilon_t \text{sen}^2 \alpha_c + 2\varepsilon_l(1 - \text{sen}^2 \alpha_c) = 0$$

$$-\varepsilon_t \text{sen}^2 \alpha_c + 2\varepsilon_l \cos^2 \alpha_c = 0$$

al despejar ε_t en función de ε_l , y ε_l en función de ε_t , se tiene:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_t &= \varepsilon_l \cot^2 \alpha_c \\ \varepsilon_l &= \varepsilon_t \tan^2 \alpha_c \end{aligned} \right\} \quad 3.2.7$$

al combinar las ecuaciones 3.2.6 y 3.2.7:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{pec} &= \varepsilon_l (1 + \cot^2 \alpha_c) \\ \varepsilon_{pec} &= \varepsilon_l (1 + \tan^2 \alpha_c) \end{aligned} \right\} \quad 3.2.8$$

al partir de la filosofía de diseño que indica que al formarse el mecanismo de falla deberá fluir necesariamente el acero de refuerzo longitudinal, se tiene $\varepsilon_t = \varepsilon_y$, y/o el acero de refuerzo lateral, con $\varepsilon_l = \varepsilon_y$, por lo cual se pueden re-escribir las ecuaciones 3.2.8 como sigue:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{pec} &= \varepsilon_y (1 + \cot^2 \alpha_c) \\ \varepsilon_{pec} &= \varepsilon_y (1 + \tan^2 \alpha_c) \end{aligned} \right\} \quad 3.2.9$$

al graficar la relación $\varepsilon_{pec}/\varepsilon_y$ para diferentes valores del ángulo α_c , se obtiene la figura que se presenta a continuación

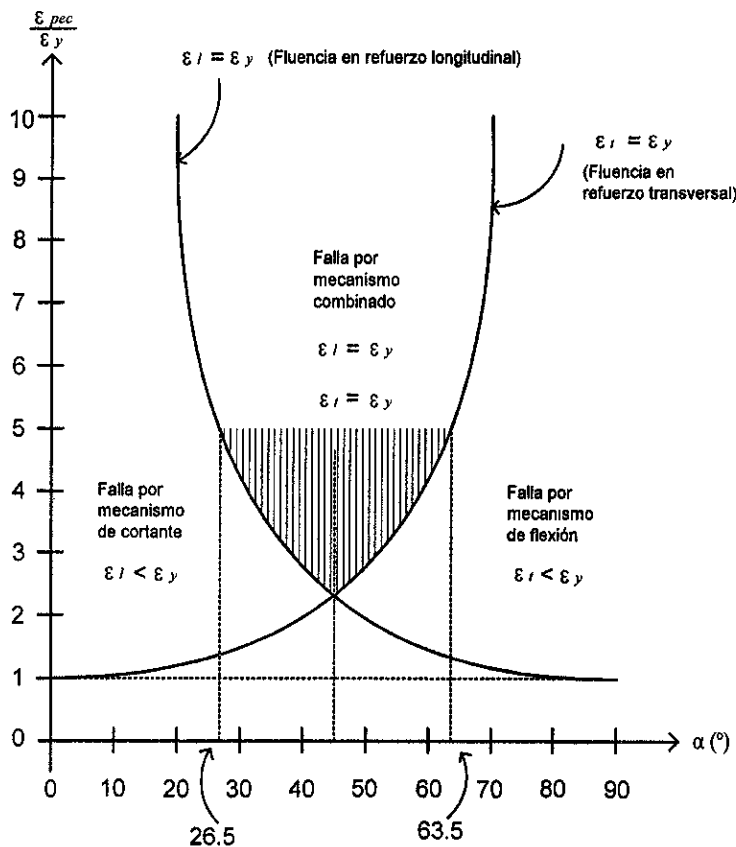


Fig. 3.2.4 Relación teórica del ángulo α_c con el cociente $\varepsilon_{pec}/\varepsilon_y$

Debido a que la filosofía de diseño óptimo requiere la fluencia del acero de refuerzo longitudinal y transversal, será necesario que ocurra un mecanismo combinado tal que $\varepsilon_l \geq \varepsilon_y$, y $\varepsilon_t \geq \varepsilon_y$.

De la gráfica se entiende que para valores de α_c lejanos a 45° , el mecanismo combinado estará asociado a valores de $\varepsilon_{pec}/\varepsilon_y$ grandes y fuera de los límites de tolerancia. Al aceptar que generalmente aparecen del orden de cinco grietas por cortante en los extremos de las vigas (Ichinose²⁹, 1992), y suponer que estas se distribuirán en una zona de dos peraltes (h = peralte de la sección) de la sección del elemento, la separación entre las grietas sería aproximadamente $2h / 5$. Suponiendo ahora un peralte promedio de 50 cm y que $\varepsilon_{pec} / \varepsilon_y = 5$, se tendría una separación de grieta de 2 mm, límite propuesto por Walraven³⁰ (1991) para aceptar trabazón entre el agregado que cruza la grieta. Por eso, con base en su trabajo experimental, Thurlimann²⁶ (1979) propuso los siguientes límites:

$$0.5 < \tan \alpha_c < 2.0$$

$$26^\circ < \alpha_c < 63^\circ$$

Y en la gráfica se puede apreciar que $\epsilon_{pec}/\epsilon_y$ es menor que 5.

Al considerar nuevamente lo que se pretende en el párrafo inicial de la sección, resulta claro que se requiere retomar la información presentada en los trabajos previos, con la finalidad de considerar las condiciones que se presentaron en la falla en cuanto a ángulos aparentes de falla, tipo de falla y las condiciones en que estas se presentaron.

Con respecto al trabajo que presenta la referencia 5, solo cuenta con la información referente a las secciones que carecen de refuerzo transversal en cuanto a su tipo de falla. Solamente se tabulan los resultados correspondientes a las vigas cuya relación a/d es igual a 3. Todos los especímenes con relación $a/d = 3$, tuvieron falla por tensión diagonal, presentándose cinco casos en los cuales las fallas fueron frágiles o muy frágiles, esto debido probablemente al tamaño máximo de agregado que en estos casos fue el mayor de los utilizados para cada una de las tres escalas ensayadas (1:1, 1:2, 1:3) por los autores. De los cuatro registros fotográficos que se presentan en el trabajo y al considerar los ángulos de las grietas principales, se encontraron los siguientes aspectos:

La trabe sin estribos, cuya relación a/d es 1.5, aparentemente presentó una falla de cortante por tensión, presentan grietas con una inclinación en el alma, de aproximadamente 45° que descienden a 12° en el patín de la sección.

Las trabes sin estribos con relaciones a/d de 4 y 3, presentaron fallas por tensión diagonal, cuya grieta inclinada de falla presentó ángulos aproximados de 20° , resulta notorio que en el contacto del patín y el alma, la grieta que se había iniciado en el alma se desplazó horizontalmente en la zona de contacto con el patín.

Respecto a la viga sin estribos con relación $a/d = 8$, el ángulo de inclinación de la grieta principal, que aparentemente provocó su falla, es de aproximadamente 12° , siendo también evidente la pérdida de adherencia por la grieta horizontal.

Las trabes con estribos con relaciones a/d de 3 y 4, también presentan fallas por tensión diagonal con aproximadamente 20° de inclinación de la grieta de falla. En cuanto a la viga cuya relación a/d es d 1.5, existe una aparente falla por aplastamiento del concreto en la parte superior (patín), se tiene también un

ángulo aproximado de 45° para la grieta inclinada principal que se inicia en el alma y que disminuye su inclinación al contacto con el patín.

En la viga cuya relación a/d es 8, se tiene una falla típica de vigas de grandes claros, al presentarse aplastamiento del concreto en la parte superior en la región de máximo momento flexionante, con fluencia del refuerzo longitudinal y pequeñas grietas por flexión.

Con respecto al trabajo de la referencia 6, todas las vigas rectangulares fallaron en cortante, independientemente de las relaciones a/d (3.36, 3.6, 4.5 y 5.05) que fueron consideradas en el experimento, aunque no se señala si la falla por cortante fue por cizallamiento o por aplastamiento del concreto.

En cuanto a las secciones T, un espécimen tuvo falla por flexión y los demás fallaron por cortante; indicándose que dos de ellos fallaron por tensión diagonal y que corresponden a secciones sin estribos, mientras que los demás (con relaciones a/d de 3.36, 3.46, 3.6, 4.5, 5.4 y 7.2) no tienen indicado el tipo de falla por cortante, pero se asume que es también por tensión diagonal.

En cuanto a los especímenes con sección I, todos fallaron por aplastamiento del alma.

Con respecto al trabajo de la referencia 7, en este trabajo experimental se estudia la respuesta de paneles compuestos por losa y trabe sometidos a cargas horizontales (en su plano), registrándose el tipo de falla para cada ensaye.

Con respecto al trabajo de la referencia 8, como se mencionó, se estudió el comportamiento de tres diferentes arreglos de estribos. Mientras que los especímenes denominados como 1 y 2 fallaron por penetración del enlace del pisón de carga central a través de los patines de la viga (no se debió a la forma de los estribos), el espécimen 3 falló cuando los ganchos de los estribos fueron "jalados" de los patines. En este caso, los tipos de falla se debieron a la forma de sujeción y aplicación de la carga, sobre todo en los especímenes 1 y 2, sin desarrollarse grietas en el alma.

Con respecto al trabajo de la referencia 9, las nueve vigas fallaron por tensión diagonal; seis en el claro de cortante negativo y tres en el positivo. En la región de momento positivo, la grieta de cortante crítica apareció después, y cruza las grietas iniciales de cortante; mientras que en la región de momento negativo, una de las grietas de cortante inicial creció para convertirse en la grieta de cortante crítico.

En el claro de cortante negativo, cuando las vigas se aproximaron a la falla, una grieta secundaria se desarrolló y propagó a lo largo de la intersección del alma y el patín, y cruzó dos estribos en las vigas de la serie D (ρ_w cercano a 0.7 %) y uno en las de la serie E ($\rho_w \approx 0.48$ %), mientras tanto el extremo inferior de la

grieta de cortante crítica se modificó y combinó con agrietamiento por efecto de dovela y adherencia del refuerzo longitudinal, propagándose hasta la vecindad del apoyo.

El número y ancho de las grietas estuvo en función de la cantidad de refuerzo a flexión. Las vigas de la serie D presentaron un mayor número de grietas de menor ancho respecto a las vigas reforzadas ligeramente de la serie E. No se observaron grietas en o cerca de los puntos de inflexión.

En la región de momento negativo se observaron menos grietas más espaciadas que en la región de momento positivo. Esta diferencia en los patrones de agrietamiento es probablemente debido al hecho de que el refuerzo a flexión colocado en la parte superior, el cual controla el agrietamiento a flexión en la región de momento positivo, tiene menor capacidad de adherencia que el refuerzo por flexión colado en la parte inferior, el cual controla el agrietamiento a flexión en la región de momento positivo. Esta diferencia en resistencia por adherencia es comúnmente conocida como efecto de barra superior. También se encontró que los estribos intersectados por la grieta crítica de tensión diagonal fluyeron antes de la falla.

Las fallas por tensión diagonal en la zona de momento negativo exhibieron aparentemente dos tendencias en los ángulos de inclinación de las grietas principales de falla, como se aprecia en las cinco figuras del trabajo con sus respectivos patrones de agrietamiento; esos ángulos resultan próximos de 24° en dos vigas con relaciones $\rho_v f_{vy}$ (donde ρ_v es el porcentaje de acero del refuerzo transversal y f_{vy} es el esfuerzo de fluencia del mismo acero) de 5.17 kg/cm^2 y 2.60 kg/cm^2 y con relaciones ρ_w de 0.48 y 0.70% respectivamente; y la otra tendencia, según se puede apreciar en forma aproximada, fue de 37° que correspondió a relaciones $\rho_v f_{vy} = 0$ y $\rho_w = 0.68 \%$ para una viga y de $\rho_v f_{vy} = 1.56 \text{ kg/cm}^2$ y $\rho_w = 0.47 \%$ para la otra. También se muestra una viga que falló en la zona de momento positivo, y que presentó un ángulo de inclinación de las grietas a la falla de aproximadamente 28° y otra en la misma región de momento positivo, con un ángulo de inclinación de la grieta principal de falla, próximo a 30° .

Los especímenes en la región de momento negativo tuvieron grietas principales de falla con un ángulo de inclinación menor, aparentemente debido a su menor relación $\rho_v f_{vy}$ que aquellos que tuvieron una mayor relación $\rho_v f_{vy}$ en esa zona, sin importar su diferencia en ρ_w como se aprecia en las traveses de las cinco figuras donde se muestran los patrones de agrietamiento.

Con respecto al trabajo presentado en la referencia 10, en este estudio fueron ensayados 24 especímenes con sección T invertida, de los cuales 15 tuvieron alguna falla, o una combinación de los cinco modos de falla clasificados por los autores del trabajo, los cuales se describen a continuación, así como el número de elementos correspondiente a cada uno de esos modos.

A) Falla de fricción por cortante en la ménsula (SF), esta falla en vigas T invertidas sucede cuando el concreto falla por deslizamiento o cizallamiento a lo largo del plano representado por la cara vertical del alma en la entrecara del alma, y el patín. Esta falla se presentó en solo un espécimen. En el espécimen en cuestión, la ménsula presentó una relación $a/d = 0.43$.

B) Falla de flexión - penetración en la ménsula (PF), una falla por penetración; comprende una separación por tensión diagonal a lo largo de una pirámide truncada alrededor de una carga concentrada (figura 3.2.5). Esta falla se diferencia de la falla por flexión en la ménsula, por no presentarse aplastamiento en la zona de compresión en el asiento de la ménsula; si se presenta este aplastamiento, sería una falla por flexión. Con un número considerable de barras de suspensión (estribos) y poco refuerzo flexionante en la ménsula, la falla por compresión secundaria ocurre a lo largo del centro de línea del área cargada en la cara de asiento de la ménsula después de la fluencia del acero flexionante transversal en la ménsula. Con poco acero de suspensión y un número considerable de varillas de flexión en la ménsula, un tipo de falla por penetración ocurre sin la falla de compresión secundaria. Este modo de falla (figura 3.2.5) se observó en ménsulas de ocho regiones de prueba.

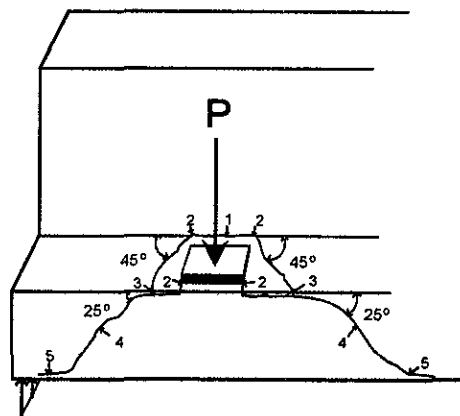


Fig. 3.2.5 Falla por flexión-penetración en la ménsula (los números indican la secuencia de agrietamiento)

C) Falla por compresión de cortante en el alma (SC); se caracteriza por la propagación de una grieta de tensión diagonal hacia la zona de compresión de la viga, seguida por el eventual aplastamiento del concreto en la zona de compresión por flexión, como se muestra en la región de momento positivo de la figura 3.2.6. La primera grieta diagonal visible ocurre cerca del punto de aplicación de la carga externa. La grieta se propaga hacia la zona de compresión y hacia abajo dentro de los patines y finalmente en la parte superior del alma se produce el aplastamiento del concreto, pudiendo presentarse pérdida de adherencia del refuerzo longitudinal en la zona de prueba localizada cerca del extremo de la viga que es donde se

encuentran generalmente los valores de cortante mayores. Un total de seis regiones ensayadas tuvieron este tipo de falla.

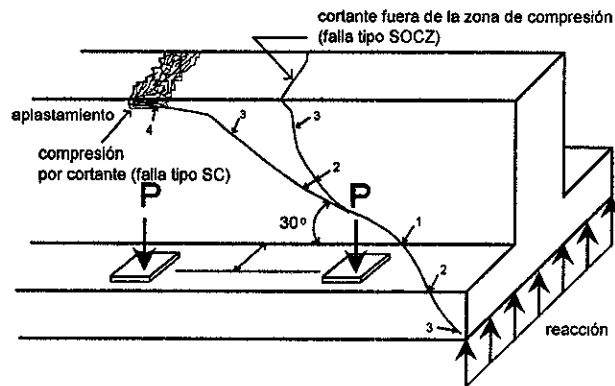


Fig. 3.2.6 Modos de falla en el alma.

D) Falla de cortante en el alma fuera de la zona de compresión (SOCZ), esta falla (figura.3.2.6) ocurre únicamente cuando la relación a/d del alma es lo suficientemente pequeña para asegurar la adecuada resistencia a compresión flexionante del concreto al sostener el momento flexionante desarrollado por la fuerza cortante que actúa a través del claro de cortante. Cuando los claros de cortante (a) son mayores, la falla de compresión por cortante (SC) ocurre cuando la capacidad de compresión por flexión se alcanza antes de que la correspondiente a cortante, fuera de la zona de compresión (SOCZ). Así se tiene que fallas debidas a tensión diagonal y subsecuentemente fallas del tipo SOCZ ocurren en vigas con menor relación a/d que aquellas vigas que tienen falla de compresión por cortante. Este tipo de falla la presentaron dos especímenes (uno en cantiliver y uno simplemente apoyado).

E) Falla de colgamiento de estribos (H); se presenta la falla de los estribos que actúan como tensores colgantes al transmitir las cargas de la ménsula a la parte superior del alma de la viga T invertida. La falla se desarrolla por la excesiva demanda de fluencia de las barras de suspensión en la vecindad de la unión del alma y los patines, en la zona cercana a las cargas concentradas que llevan a una falla final de la ménsula o la falla a cortante del alma. Cuatro especímenes tuvieron este tipo de falla.

Al considerar la clasificación de los modos de falla y las figuras ilustrativas del artículo sobre la configuración de carga y agrietamiento, se hacen las siguientes anotaciones al respecto:

La falla de fricción por cortante en ménsula observada únicamente en un espécimen (el de escala natural), posiblemente se debió a la insuficiencia del refuerzo por flexión en la parte superior del patín, que es

el que toma el momento flexionante local generado por la aplicación de la carga sobre este a una distancia a (distancia perpendicular que existe entre la cara del alma y el punto de aplicación de la carga sobre el patín).

El modo de falla por flexión penetración en ménsula se registró en cuatro especímenes; dos en zona de cantiliver (la viga que tuvo mayor relación a/d soportó más fuerza cortante que aquella que tuvo una menor relación a/d), y dos en claros con apoyos simples siendo mayor la fuerza cortante en el elemento que tuvo una menor relación a/d . Este tipo de falla se presentó conjuntamente con fallas de cortante en el alma fuera de la zona de compresión (SOCZ) en dos casos y en conjunción con falla de colgamiento de estribos (H) en otras dos ocasiones. La primera combinación de falla (SOCZ, PF), se presentó en la zona de cantiliver del espécimen denominado BM2-T2, que presentó una fuerza cortante máxima menor a aquella que se presentó entre los apoyos simples del espécimen denominado BM4-T1, el cual tiene una mayor relación a/d en la viga. En la segunda combinación de falla (H, PF), el espécimen que falló entre apoyos simples (especimen BM2-T4) presentó una mayor fuerza cortante máxima que la del espécimen que falló en cantiliver (especimen BM3-T4), una menor relación a/d en la viga.

La falla de compresión por cortante en el alma (SC) se presentó en cuatro especímenes como forma única de falla, y en dos ocasiones en combinación con falla de colgamiento de estribos (H). Los cuatro especímenes tuvieron un ángulo de inclinación de agrietamiento y falla de aproximadamente 30° . Los dos casos de falla combinada (por compresión de cortante en el alma y colgamiento de estribos), presentan similitud en la relación a/d y en la fuerza cortante máxima de falla, al variar la separación de estribos (# 3 @ 4 y 6) lo cual probablemente causó que el elemento con menor separación de estribos presentara una serie de grietas inclinadas en la zona de falla, en tanto que el modelo con mayor separación de estribos presentó solamente una grieta inclinada de falla, pero en ambos casos la inclinación aproximada de agrietamiento fue de 30° .

Las referencias 11 y 12 no presentan figuras ilustrativas en las cuales se pudiera apreciar los ángulos de agrietamiento que dieron origen a la falla por cortante.

Con respecto al trabajo presentado en la referencia 13, fueron ensayados dos especímenes denominados A y B que fallaron en la región de momento negativo, presentándose un ángulo de agrietamiento de falla de 40° para el espécimen A y de 32° para el B; apreciándose que en ambas pruebas el ángulo de agrietamiento en la losa fue de 90° . Es probable que la diferencia en inclinación del agrietamiento sea consecuencia del menor valor de f_c del espécimen A que tiene un mayor ángulo de falla con los mismos valores geométricos y el mismo esfuerzo de fluencia.

Una vez que se ha efectuado la revisión de algunos de los diferentes trabajos relacionados con el tema, se ha podido generar una serie de resultados promedio para los diferentes ángulos de agrietamiento

desarrollados tanto en la trabe como en la losa, así como el respectivo valor de desplazamiento longitudinal (hgl) que experimenta la grieta en la intersección de las mismas. Es así, que se efectúa una clasificación de las diferentes traves estudiadas (con sección T) ya sea que tengan o no estribos, que se encuentren en la región de momento positivo o negativo y considerando principalmente el cociente del peralte de la losa respecto al peralte total de la trabe (t/h).

Los resultados promediados generales con base en las consideraciones anteriores, así como una figura ilustrativa (figura 3. 2. 7) con los parámetros geométricos, son presentados en la tabla 3.2.1.

Tabla 3.2.1 Valores geométricos medios observados en las referencias estudiadas

traves	t/h	hgl/h	a/d	Inclinación	
				alma θ_1	losa θ_2
sin estribos (Mom. +)	0.33	0.61	4.13	30.5°	18°
sin estribos (Mom. -)	0.29	1.50	3.81	24°	85°
con estribos (Mom. +)	0.33	0.48	2.83	31°	19.33°
	0.29	0.75	3.93	36.5°	29°
con estribos (Mom. -)	0.20	0.00	2.00	36°	90°
	0.29	0.67	3.93	32°	80°

donde:

- t = espesor de losa
- h = peralte total (viga-losa)
- hgl = desplazamiento horizontal de agrietamiento en la unión losa viga
- a = M/V
- d = peralte efectivo desde el acero de refuerzo a tensión a la fibra extrema en compresión

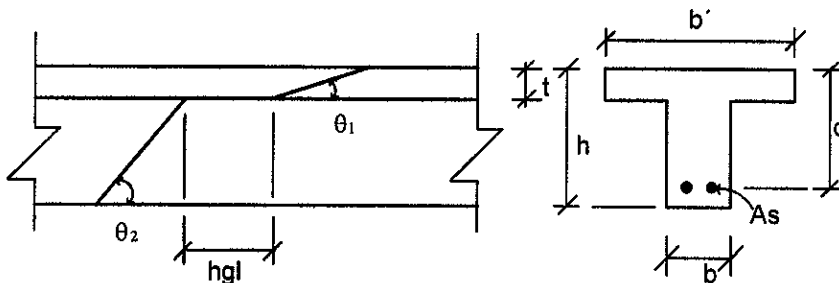


Fig. 3.2.7 Figura ilustrativa que muestra los parámetros promedio de resultados experimentales

3.3 PLANTEAMIENTO DE LA ECUACION DE TRABAJO REALIZADO EN LA SUPERFICIE DE FALLA AL CONSIDERAR LOS ESTADOS DE ESFUERZOS DE LOS MATERIALES

En el estudio que se desarrolla en el presente trabajo, se determinó el promedio general de superficies de falla (valores que se resumen en la tabla 3.2.1) al considerar las relaciones que ahí se señalan tanto para traveses con estribos como para las que no tienen, que incluyen fallas observadas en ambas regiones de momento (negativa y positiva).

Es claro en dicha tabla que los ángulos de agrietamiento que se generan tanto en la losa como en el alma de la trabe, en general no coinciden y varían considerablemente según sea la zona de momento (positiva o negativa) en que se genera el agrietamiento; por otra parte, al ser posible medir en forma aproximada distintos valores de las relaciones hgl/h , se aprecia una notable variedad de valores que se encuentran comprendidos entre 0 y 1.5. En fin, todos los datos recabados bajo las condiciones de prueba indicadas en los capítulos anteriores constituyen la base experimental del planteamiento teórico del fenómeno que a continuación se desarrolla matemáticamente, con base en la consideración del trabajo realizado en la superficie de falla.

Para el planteamiento de la ecuación, se reconocen el trabajo desarrollado por el concreto, el que es tomado por los estribos que atraviesan la superficie de falla, y por último el que es efectuado por el refuerzo longitudinal en tensión descrito por la acción de dovela.

En primer lugar se evalúa la contribución del concreto en términos del desarrollo que a continuación se presenta:

Al generarse una superficie de falla, se presentan dos ángulos θ_1 y θ_2 de inclinación de la superficie de falla respecto al eje longitudinal del elemento en la trabe y la losa, respectivamente. También se presenta una componente horizontal aparente de agrietamiento cuya longitud se denomina hgl , la cual se encuentra entre las dos grietas, tal como se muestra en el siguiente corte longitudinal del conjunto losa-trabe y que ya fue mostrado en la fig. 3.2.1 anterior.

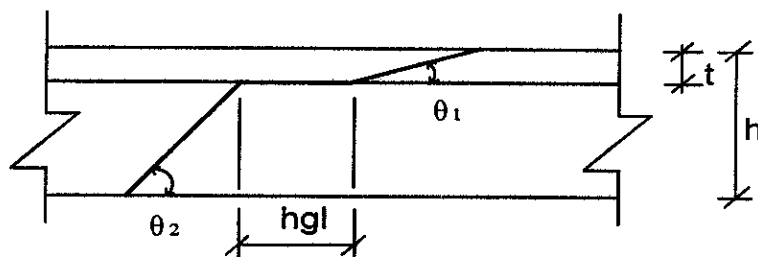


Fig. 3.3.1 Parámetros que cuantifican la superficie aparente de falla.

Sea la sección 1 a la que se encuentra por encima de la grieta y la sección 2, la que se encuentra por debajo de la misma, se considera que la primera permanece inmóvil durante la generación de la superficie de falla, en tanto que la sección 2 se considera como un cuerpo rígido que experimenta un desplazamiento vertical relativo (v) como se muestra en la figura 3.3.2.

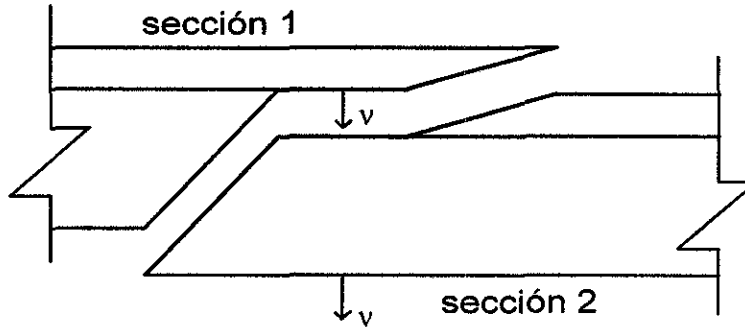


Fig. 3.3.2 Representación gráfica del desplazamiento aparente

Ahora bien, al originarse la superficie de falla, el concreto termina por perder su escasa capacidad a tensión (f'_t) en dicha superficie y queda únicamente la contribución de la fuerza de trabazón o amarre del agregado (o transferencia de cortante en la intercara). Esta fuerza de trabazón es tangencial a lo largo de la grieta y es similar a una fuerza de fricción debido a que existe la trabazón irregular del agregado a lo largo de la superficie rugosa del concreto en cada lado de la grieta, debido a lo cual se reduce, al considerar únicamente su capacidad a compresión (f'_c) dentro del concepto de disipación de energía interna (D_A) al que se hizo referencia en el principio del capítulo (sección 3.1). Ahí se señala que para el ejemplo se debe hacer referencia al punto c de la figura 3.1.2 (criterio de fluencia modificado de Mohr-Coulomb bajo esfuerzo o deformación plana con vectores de desplazamiento) cuyo valor de disipación de energía (D_A), se expresa por medio de la ecuación 3.1.45 que se transcribe:

$$D_A = v \frac{(1 - \text{sen } \alpha)}{2} f'_c \tag{3.3.1}$$

donde α es el ángulo comprendido entre la dirección de desplazamiento y la superficie de falla como se indica a continuación :

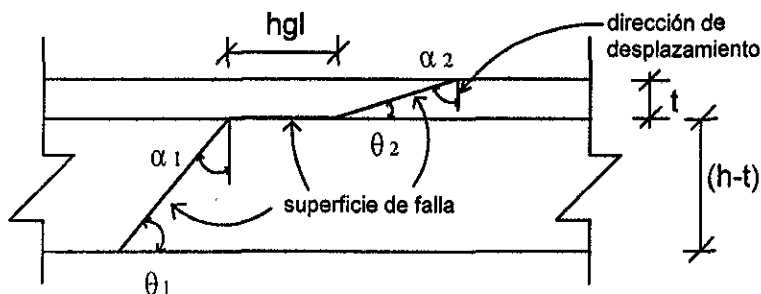


Fig. 3.3.3 Representación gráfica del ángulo α

Una vez determinada la expresión para obtener D_A , resulta evidente que en las superficies definidas por los ángulos θ_1 y θ_2 , existirá disipación de energía, sin que aparezca disipación de energía en la superficie horizontal (hgl) al considerar que $\alpha = 90^\circ$ y $f_t = 0$.

Para establecer la ecuación que representa al trabajo que se desarrolla en la región y auxiliándose de las figuras y comentarios previos, se agrega a continuación una figura ilustrativa (fig. 3.3.4), así como el desarrollo matemático para definir el valor de la carga máxima que puede soportar la superficie de falla.

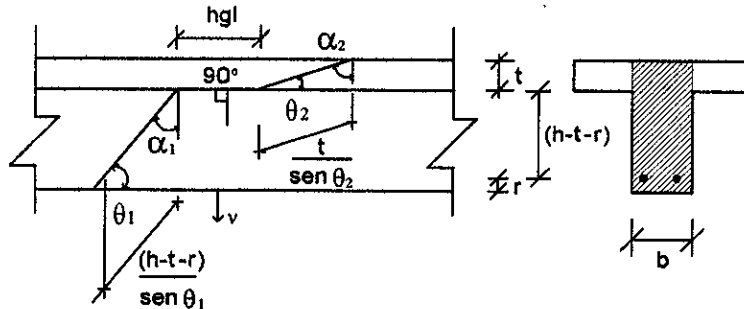


Fig. 3.3.4 Componentes geométricos que intervienen en el trabajo desarrollado por el concreto en la superficie de falla generada en la región de momento positivo.

Se tiene que el trabajo desarrollado por el concreto en la superficie de falla se puede representar por la siguiente expresión :

$$P_{concreto} v = D_{Aen\theta_1} A_{\theta_1} + D_{Aen\theta_2} A_{\theta_2} + D_{Aenhgl} A_{hgl} \quad 3.3.2$$

donde:

$D_{Aen\theta_1}, D_{Aen\theta_2}, D_{Aenhgl}$ = Disipación de energía interna en la grieta formada por θ_1, θ_2 y hgl , respectivamente.

$A_{\theta_1}, A_{\theta_2}, A_{hgl}$ = Área aparente de agrietamiento generada por la grieta definida por θ_1, θ_2 y hgl , respectivamente.

De la figura 3.3.4, y a la ecuación 3.3.1, se tiene que la expresión 3.3.2 puede presentar el siguiente aspecto :

$$P_{concreto} v = \left[v \left(\frac{1 - \text{sen } \alpha_1}{2} \right) f'c \right] \frac{b(h-t-r)}{\text{sen } \theta_1} + \left[v \left(\frac{1 - \text{sen } \alpha_2}{2} \right) f'c \right] \frac{bt}{\text{sen } \theta_2} + \left[v \left(\frac{1 - \text{sen } 90^\circ}{2} \right) f'c \right] bhgl \quad 3.3.3$$

De la figura 3.3.4, resultan las siguientes relaciones trigonométricas así como el valor de seno del último término que aparece del lado derecho de la igualdad.

$$\text{sen } \alpha_1 = \cos \theta_1$$

$$\text{sen } \alpha_2 = \cos \theta_2$$

$$\text{sen } 90^\circ = 1$$

Se obtiene finalmente la siguiente expresión:

$$P_{concreto} v = \left[\frac{(1 - \cos \theta_1) b(h-t-r)}{\text{sen } \theta_1} + \frac{(1 - \cos \theta_2) bt}{\text{sen } \theta_2} \right] \frac{f'c}{2} v \quad 3.3.4$$

Por otra parte, al considerar el trabajo que efectúan los estribos alojados a lo largo de la superficie de falla, se hace referencia a la figura 3.3.5, a partir de la cual se puede establecer el trabajo resultante por tal efecto.

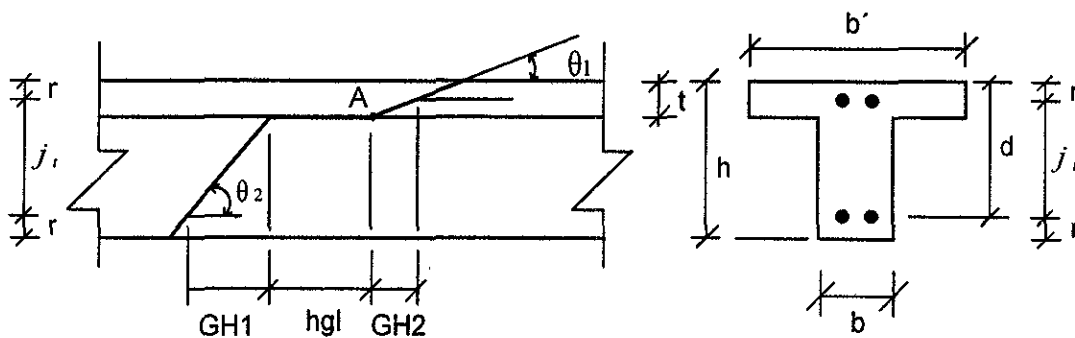


Fig. 3.3.5 Componentes horizontales para la cuantificación del trabajo de los estribos.

De la figura se encuentra la zona de influencia del acero de refuerzo transversal (ZIART):

$$ZIART = GH1 + GH2 + hgl$$

donde:

$$GH1 = \frac{(h - t - r)}{\tan\theta_1}$$

$$GH2 = \frac{(t - r)}{\tan\theta_2}$$

Donde r el recubrimiento de concreto. Al considerar el aparente desplazamiento horizontal de la grieta (hgl) en la unión de alma y losa, el desplazamiento vertical relativo no sufre un considerable incremento y aunque previamente se mencionó que existía un desplazamiento rígido vertical uniforme de toda la sección 2, en realidad para los efectos de cálculo del trabajo desarrollado, el desplazamiento vertical que experimenta hgl se puede considerar como una pequeña rotación respecto al punto A, que se indica en la figura 3.3.5, y el acero transversal contenido aquí, no ha alcanzado la fluencia (f_y) ya que las deformaciones verticales del mismo proporcionales a la distancia respecto al punto A son pequeñas y consecuentemente los valores de esfuerzo del refuerzo lateral en esta región no son de consideración, y por esta razón el trabajo desarrollado por los estribos en la zona denominada hgl se desprecia.

Por la última consideración, se encuentra que el trabajo desarrollado por el acero de refuerzo transversal, resulta:

$$P_{estr} = \rho f_y b \left[\frac{(t - r)}{\tan\theta_2} + \frac{(h - t - r)}{\tan\theta_1} \right] \quad 3.3.5$$

Finalmente, para determinar la contribución del trabajo desarrollado por la acción de dovela del acero de refuerzo longitudinal, en la literatura se cuenta con una gran variedad de propuestas que sugieren la consideración de una serie de parámetros que, en general, coinciden en cuanto a la acción que desarrollan en el fenómeno. Para el presente estudio se consideró la propuesta de Tassios y Tasoukantas³¹ (1989) como la más adecuada para representar el fenómeno.

Así, al considerar únicamente la acción de dovela presentada por Tassios y Tasoukantas, en el mismo trabajo se hace referencia a la curva de falla que relaciona el valor de la fuerza cortante (D) y el desplazamiento vertical relativo entre las dos secciones de acero de refuerzo longitudinal (S_D); de manera que se encuentra un tramo con relación lineal (S_{din} , D_{lin}) y un tramo con relación semiparabólica (hasta S_{du} , D_u), definiéndose el valor último de D_u con la siguiente expresión:

$$D_{ud}v = 0.5\delta d_b^2 \sqrt{(f'_c)f_{sy}(1-\zeta)v} \quad 3.3.6$$

donde:

$\delta = 1.0$, como un factor que depende del recubrimiento de la varilla en la dirección de la fuerza cortante, con el valor propuesto el representativo de los presentados por Tassios et al.

d_b = diámetro de varilla

ζ = relación del esfuerzo axial del acero al esfuerzo de fluencia (fs/fsy)

Una vez establecido este valor máximo de cortante tomado por la varilla longitudinal, es posible establecer el valor D_d (fuerza de dovela) en el tramo de relación semiparabólica, por medio de la ecuación propuesta por los mismos autores (Tassios y Tasoukantas).

$$S_{Du} = S_{D,lm} + 1.15S_{Du} \left[\left(\frac{D_d}{D_{ud}} \right)^4 - 0.5 \left(\frac{D_d}{D_{ud}} \right)^3 \right] \quad 3.3.7$$

En la cual D_{ud} fue previamente definido, S_{Du} es el valor límite de desplazamiento, $S_{D,lm}$ el límite de desplazamiento para la relación lineal y S_D se toma igual a $S/2$, donde S es una fracción (1/5) del desplazamiento total desarrollado por 5 grietas que supuestamente se presentan en la zona de falla según se ha apreciado en resultados experimentales (Ichinose²⁹, 1992); en otras palabras $S_D = S_{total}/10$. De modo que al conocer el valor de S_{total} que se presente en la falla y definidos los restantes parámetros excepto D_d , se tienen las condiciones necesarias para resolver la ecuación cuadrática y así determinar el valor de D_d en la falla, aunque no se haya llegado al valor propio de falla D_{ud} .

Por último y en teoría, considerando que el valor límite de cortante tomado por el refuerzo longitudinal es D_{ud} , es de esperarse que este se presente en cualquier condición última de falla y no en valores inferiores correspondientes a D_d .

Por otra parte, al considerar que el estado crítico de esfuerzos para el cálculo del valor límite de cortante, en general, se presenta precisamente en la vecindad de la unión (zona de articulación plástica), o en cualquier otra región en la que normalmente el esfuerzo del acero de refuerzo longitudinal ha alcanzado el valor de fluencia ($fs = fy$); es decir en la vecindad de la falla (superficie de falla), $fs \cong fsy$. Por lo tanto, se tendrá finalmente que en la ecuación 3.3.6 $\zeta = fs / fsy = 1$ y $D_{ud}v = 0$ con lo cual el efecto de dovela será finalmente irrelevante desde el punto de vista del planteamiento del presente trabajo.

En conclusión, se encuentra que el trabajo general desarrollado a través de la superficie de falla, se encuentra contenido en la siguiente sumatoria del conjunto de efectos contribuyentes:

$$P_V = \left[\frac{(1 - \cos\theta_1)b(h-t-r)}{\text{sen}\theta_1} + \frac{(1 - \cos\theta_2)bt}{\text{sen}\theta_2} \right] \frac{f'_c}{2} v + \rho f_y b \left[\frac{(t-r)}{\tan\theta_2} + \frac{(h-t-r)}{\tan\theta_1} \right] v \quad 3.3.8$$

Así se tiene una ecuación que representa aproximadamente el trabajo desarrollado en la superficie de falla del elemento viga; y del cual directamente se puede determinar el valor resistente a cortante (P) en el elemento en estudio.

Al final del capítulo anterior se planteó una serie de posibilidades en cuanto a las relaciones de momento en traveses que tienen estribos o carecen de ellos, y al considerar que en las regiones de momento positivo las traveses tienen una superficie de falla muy similar a la estudiada en este capítulo, que concluyó en la expresión 3.3.8, sin importar el que tengan estribos o no. Con la ecuación presentada quedan cubiertas esas dos posibilidades, al variar entre ellas las relaciones promedio referentes a los ángulos de inclinación θ_1 , θ_2 , las relaciones hg/l y t/h , sin dejar de tomar en cuenta los diferentes cocientes a/d.

En cuanto a las superficies de falla generadas en la región de momento negativo, se encontró que la forma de la superficie de agrietamiento no difirió substancialmente de la que se presentó en la región de momento positivo y que es la que ha sido estudiada en el desarrollo matemático previo, pero aun así, se debe señalar que en la región de momento negativo, el ángulo de falla en la losa tuvo una inclinación prácticamente de 90° , lo que indica que se trata de una grieta por flexión y que la relación hg/l para la referencia tomada del AIJ tuvo un valor aparente de cero. Todo lo cual evidentemente reduce la contribución del concreto para el trabajo que se desarrolla en la zona. Si bien es cierto que los estribos y el acero longitudinal contribuyen en la misma forma, también la cantidad de trabajo que desarrollan se ve limitada por la misma circunstancia.

Una vez definida la ecuación que representa el trabajo que se desarrolla en la superficie de falla se considera el efecto del trabajo externo en la zona de falla, y al plantear en esa zona el equilibrio entre las sollicitaciones de trabajo externo y el trabajo que considera las propiedades mecánicas y geométricas de los materiales (trabajo interno) se obtiene la ecuación (3.3.8).

Al efectuar el equilibrio de la superficie de falla se pretende determinar las sollicitaciones máximas que el elemento es capaz de resistir, lo cual se establece en el siguiente capítulo.

CAPITULO 4.

PROPUESTA DE RESISTENCIA, ESTUDIO ESTADÍSTICO DE LA PROPUESTA DE RESISTENCIA Y COMPARACIÓN DE LA CONFIABILIDAD DEL PROCEDIMIENTO PROPUESTO, RESPECTO A LO PROPUESTO EN EL RCDF.

4.1 PROPUESTA DE RESISTENCIA AL CONSIDERAR EL EQUILIBRIO DE LA SUPERFICIE DE FALLA PARA ESTE TIPO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

Al final de la sección anterior se estableció la ecuación (ecuación 3.3.8) que representa el trabajo desarrollado a través de la grieta formada en la región de momento positivo como se muestra en la figura 3.3.1, cuyo aspecto se presenta nuevamente.

$$\nu P = \left[\rho f_y b (t-r) \cot \theta_2 + \frac{1}{2} f'_c b \frac{t}{\text{sen } \theta_2} (1 - \cos \theta_2) + \rho f_y b (h-t-r) \cot \theta_1 + \frac{1}{2} f'_c b \frac{(h-t-r)}{\text{sen } \theta_1} (1 - \cos \theta_1) \right] \nu$$

Esta expresión muestra claramente el valor que puede adquirir P en función de las variables que aparecen en la igualdad al dividir ambos miembros de la misma entre ν ;

$$P = \rho f_y b (t-r) \cot \theta_2 + \frac{1}{2} f'_c b \frac{t}{\text{sen } \theta_2} (1 - \cos \theta_2) + \rho f_y b (h-t-r) \cot \theta_1 + \frac{1}{2} f'_c b \frac{(h-t-r)}{\text{sen } \theta_1} (1 - \cos \theta_1) \quad 4.1.1$$

Si ahora la expresión se divide entre bdf'_c , se obtiene:

$$\frac{P}{bdf'_c} = \frac{\tau}{f'_c} = \psi \frac{(t-r)}{d} \cot \theta_2 + \frac{1}{2} \frac{t}{d \text{sen } \theta_2} (1 - \cos \theta_2) + \psi \frac{(h-t-r)}{d} \cot \theta_1 + \frac{1}{2} \frac{(h-t-r)}{d \text{sen } \theta_1} (1 - \cos \theta_1)$$

Donde $\psi = \frac{\rho f_y}{f'_c}$ es el índice de refuerzo longitudinal, y al agrupar términos la expresión queda:

$$\frac{P}{bdf'_c} = \left[\psi \frac{(t-r)}{d} - \frac{t}{2d} \right] \cot \theta_2 + \frac{t}{2d \text{sen } \theta_2} + \left[\psi \frac{(h-t-r)}{d} - \frac{(h-t-r)}{2d} \right] \cot \theta_1 + \frac{(h-t-r)}{2d \text{sen } \theta_1} \quad 4.1.2$$

Esta última expresión a su vez resulta ser función de θ_1 y θ_2 para una sección con propiedades mecánicas y geométricas dadas, de manera que el valor mínimo de la relación τ/f'_c se obtiene cuando los valores de dichos ángulos resultan ser aquellos que hacen cero las derivadas parciales de τ/f'_c respecto a θ_1 y θ_2 , ya que dichas derivadas parciales representan la pendiente en cada dirección ortogonal θ_1 y θ_2 en un plano tridimensional, cuya variable dependiente es τ/f'_c , y que tienen sus respectivos valores mínimos cuando sus respectivas pendientes son precisamente cero.

El siguiente desarrollo matemático ilustra estos conceptos.

Al derivar parcialmente la ecuación 4.1.2 respecto a θ_2 , se obtiene la pendiente en esa dirección.

$$\frac{\partial}{\partial \theta_2} \frac{\tau}{f'_c} = \left[\psi \frac{(t-r)}{d} - \frac{t}{2d} \right] (-\csc^2 \theta_2) - \frac{t}{2d} \csc \theta_2 \cot \theta_2$$

Al hacer dicha pendiente igual a cero, se puede hacer la siguiente simplificación.

$$- [2\psi(t-r) - t] - t \cos \theta_2 = 0$$

Donde se puede despejar el valor coseno del ángulo.

$$\cos \theta_2 = 1 - 2\psi \left(1 - \frac{r}{t} \right)$$

Y al aplicar la identidad trigonométrica $\cos^2 \theta_2 + \sen^2 \theta_2 = 1$, se obtiene el valor seno del ángulo θ_2

$$\sen \theta_2 = 2 \sqrt{\psi \left(1 - \frac{r}{t} \right) \left[1 - \psi \left(1 - \frac{r}{t} \right) \right]}$$

Si se considera que el valor tangente del ángulo resulta del cociente de los valores obtenidos del seno entre el coseno.

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{2 \sqrt{\psi \left(1 - \frac{r}{t}\right) \left[1 - \psi \left(1 - \frac{r}{t}\right)\right]}}{1 - 2\psi \left(1 - \frac{r}{t}\right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{1 - 2\psi \left(1 - \frac{r}{t}\right)}\right)^2 - 1} \quad 4.1.3$$

Al calcular la derivada parcial (de la ecuación 4.1.2) respecto a θ_1 , esta resulta ser.

$$\frac{\partial}{\partial \theta_1} \frac{\tau}{f'_c} = \left[\psi \frac{(h-t-r)}{d} - \frac{(h-t-r)}{2d} \right] (-\operatorname{csc}^2 \theta_1) - \frac{(h-t-r)}{2d} \operatorname{csc} \theta_1 \cot \theta_1$$

Al igualar a cero y hacer las simplificaciones necesarias se obtiene el valor coseno, seno y tangente de θ_1 en la forma previamente descrita para el ángulo θ_2 .

$$\cos \theta_1 = 1 - 2\psi \quad .$$

$$\operatorname{sen} \theta_1 = 2\sqrt{\psi(1-\psi)}$$

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{2\sqrt{\psi(1-\psi)}}{1-2\psi} = \sqrt{\left(\frac{1}{1-2\psi}\right)^2 - 1} \quad 4.1.4$$

Al sustituir, en la ecuación 4.1.2, los valores de seno y cotangente tanto de θ_1 como de θ_2 se tiene:

$$\frac{\tau}{f'_c} = \frac{t}{d} \sqrt{\psi \left(1 - \frac{r}{t}\right) \left[1 - \psi \left(1 - \frac{r}{t}\right)\right]} + \frac{(h-t-r)}{d} \sqrt{\psi(1-\psi)} \quad 4.1.5$$

Se obtiene el valor máximo de P al multiplicar 4.1.5 por $bd f'_c$.

$$P = tb \sqrt{\psi \left(1 - \frac{r}{t}\right) \left[1 - \psi \left(1 - \frac{r}{t}\right)\right]} f'_c + (h-t-r)b \sqrt{\psi(1-\psi)} f'_c \quad 4.1.6$$

Esta última ecuación representa la suma de la fuerza cortante que toma la losa (primer término del miembro derecho de la igualdad) y la correspondiente al alma de la sección T en la región de momento positivo.

Si ahora se considera la misma sección en la región de momento negativo, el valor de P estaría dado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
P = & \rho f_y b(t-r) \cot \theta_2 + \frac{1}{2} f'_c b \frac{(t-r)}{\text{sen} \theta_2} (1 - \cos \theta_2) \\
& + \rho f_y b(h-t-r) \cot \theta_1 + \frac{1}{2} f'_c b \frac{(h-t)}{\text{sen} \theta_1} (1 - \cos \theta_1)
\end{aligned}
\tag{4.1.7}$$

Y según el razonamiento indicado para la zona de momento positivo, se encuentra finalmente que el valor máximo de P es:

$$P = (t-r)b\sqrt{\psi[1-\psi]}f'_c + (h-t)b\sqrt{\psi\left(1-\frac{r}{h-t}\right)\left[1-\psi\left(1-\frac{r}{h-t}\right)\right]}f'_c
\tag{4.1.8}$$

En donde la contribución de la losa en el primer término del miembro derecho es un poco diferente respecto a la que tenía en la región de momento positivo, y cambia también la contribución del alma respecto a la que tenía en aquella región.

De considerar exclusivamente las condiciones geométricas límite de la función tangente de ambos ángulos, θ_1 y θ_2 , es decir, al considerar en primer lugar las posibles condiciones y combinaciones del límite

geométrico inferior de la superficie de falla como lo son: $\text{tg} \theta_1 = \frac{h-t}{a}$ simultáneamente con $\text{tg} \theta_2 = \infty$,

$\text{tg} \theta_2 = \frac{t}{a}$ con $\text{tg} \theta_1 = \infty$ y $\text{tg} \theta_1 = \text{tg} \theta_2 = \frac{h}{a}$, se encuentra que de la última condición límite se obtiene el

menor valor en la relación general $\frac{\tau}{f'_c}$ de la ecuación 4.1.2 para región de momento positivo,

encontrándose que esta ecuación toma la siguiente forma (para $\text{tg} \theta_1 = \text{tg} \theta_2 = \frac{h}{a}$);

$$\frac{\tau}{f'_c} = \left[\psi \frac{(t-r)}{d} - \frac{t}{2d} \right] \frac{a}{h} + \frac{t}{2d} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2} + \left[\psi \frac{(h-t-r)}{d} - \frac{(h-t-r)}{2d} \right] \frac{a}{h} + \frac{(h-t-r)}{2d} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2}$$

Y al agrupar términos, se obtiene la siguiente expresión.

$$\begin{aligned}
\frac{\tau}{f'_c} = & \frac{1}{2} \left[\frac{t}{d} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2} - \frac{ta}{dh} \right] + \frac{a(t-r)}{dh} \psi \\
& + \frac{1}{2} \left[\frac{(h-t-r)}{d} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2} - \frac{(h-t-r)}{dh} a \right] + \frac{a(h-t-r)}{dh} \psi
\end{aligned}
\tag{4.1.9}$$

En la cual se aprecia claramente que los dos primeros términos del miembro derecho corresponden a la contribución de la losa y los restantes responden a la contribución del alma de la sección.

Para expresar la fuerza cortante resultante de la ecuación lineal 4.1.9, se multiplica esta por bdf'_c y se efectúan algunas simplificaciones algebraicas, y se obtiene:

$$P = \frac{b}{2h} \left[t(\sqrt{h^2 + a^2} - a) + 2(t-r)a\psi \right] f'_c + \frac{b(h-t-r)}{2h} \left[(\sqrt{h^2 + a^2} - a) + 2a\psi \right] f'_c \quad 4.1.10$$

Al considerar la región de momento negativo bajo las condiciones geométricas límite impuestas previamente ($\text{tg } \theta_1 = \text{tg } \theta_2 = \frac{h}{a}$), se encuentra que la relación $\frac{\tau}{f'_c}$ se definirá como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{f'_c} &= \frac{(t-r)}{d} \left[\psi - \frac{1}{2} \right] \frac{a}{h} + \frac{(t-r)}{2d} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h} \right)^2} + \left[\psi \frac{(h-t-r)}{d} - \frac{(h-t)}{2d} \right] \frac{a}{h} + \frac{(h-t)}{2d} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h} \right)^2} \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{(t-r)}{d} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h} \right)^2} - \frac{(t-r)a}{dh} \right] + \frac{a(t-r)}{dh} \psi \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[\frac{(h-t)}{d} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{h} \right)^2} - \frac{(h-t)}{dh} a \right] + \frac{a(h-t-r)}{dh} \psi \end{aligned} \quad 4.1.11$$

A partir de la cual, y previa multiplicación por bdf'_c , se obtiene la expresión para la resistencia cortante P ;

$$P = \frac{b(t-r)}{2h} \left[(\sqrt{h^2 + a^2} - a) + 2a\psi \right] f'_c + \frac{b}{2h} \left[(h-t)(\sqrt{h^2 + a^2} - a) + 2(h-t-r)a\psi \right] f'_c \quad 4.1.12$$

El primer término del miembro derecho corresponde a la fuerza cortante producto de la contribución de la losa y el segundo, a la contribución del alma.

En cuanto al límite geométrico superior, se encuentra que este se alcanza cuando ambos ángulos, θ_1 y θ_2 , tienen un valor tangente igual a infinito que se presenta cuando $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$, en cuyo caso las condiciones resultantes son las que se presentan enseguida

En la región de momento positivo:

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{f'_c} &= \left[\psi \frac{(t-r)}{d} - \frac{t}{2d} \right] \frac{1}{\text{tg } 90^\circ} + \frac{t}{2d \text{ sen } 90^\circ} + \left[\psi \frac{(h-t-r)}{d} - \frac{(h-t-r)}{2d} \right] \frac{1}{\text{tg } 90^\circ} + \frac{(h-t-r)}{2d \text{ sen } 90^\circ} \\ &= \frac{t}{2d} + \frac{(h-t-r)}{2d} \end{aligned} \quad 4.1.13$$

$$P = \frac{t}{2} b f'_c + \frac{(h-t-r)}{2} b f'_c \quad 4.1.14$$

En la región de momento negativo:

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{f'_c} &= \frac{(t-r)}{d} \left[\psi - \frac{1}{2} \right] \frac{1}{\text{tg } 90^\circ} + \frac{(t-r)}{2d \text{ sen } 90^\circ} + \left[\psi \frac{(h-t-r)}{d} - \frac{(h-t)}{2d} \right] \frac{1}{\text{tg } 90^\circ} + \frac{(h-t)}{2d \text{ sen } 90^\circ} \\ &= \frac{(t-r)}{2d} + \frac{(h-t)}{2d} \end{aligned} \quad 4.1.15$$

$$P = \frac{(t-r)}{2} b f'_c + \frac{(h-t)}{2} b f'_c \quad 4.1.16$$

En las ecuaciones 4.1.14 y 4.1.16 es posible diferenciar la contribución de la losa respecto de la del alma.

Para considerar los intervalos de influencia del índice de refuerzo longitudinal ψ , de las desarrolladas previamente, se hace una separación para considerar los límites del alma y de la losa en forma independiente.

Al considerar la losa en la región de momento positivo, se tiene que el valor ψ que determina la intervención del primer miembro del término derecho de la igualdad 4.1.6 (correspondiente a la contribución de la losa), es aquel que resulta del menor valor geométrico posible para el ángulo de la superficie de falla θ_2 en la losa (determinado previamente como $\text{tg } \theta_2 = \frac{h}{a}$) en la ecuación 4.1.3, la cual da origen al primer término del miembro derecho de la ecuación 4.1.5 que origina a su vez a su correspondiente en la misma ecuación 4.1.6.

$$\text{tg } \theta_2 = \frac{h}{a} = \sqrt{\left[\frac{1}{1 - 2\psi \left(1 - \frac{r}{t}\right)} \right]^2 - 1}$$

Al elevar al cuadrado ambos miembros de la igualdad

$$\frac{h^2}{a^2} = \left[\frac{1}{1 - 2\psi \left(1 - \frac{r}{t}\right)} \right]^2 - 1$$

Y después de las operaciones algebraicas necesarias se puede establecer la siguiente igualdad

$$4 \left(1 - \frac{r}{t}\right)^2 \psi^2 - 4 \left(1 - \frac{r}{t}\right) \psi + \frac{h^2}{h^2 + a^2} = 0$$

Que al ser resuelta da origen al valor del índice ψ que determina el límite inferior del primer miembro de la ecuación 4.1.6, correspondiente a la contribución de la losa a la resistencia a cortante.

$$\psi_{1l} = \frac{1}{2 \left(1 - \frac{r}{t}\right)} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}}\right)$$

Por otra parte, al considerar el límite geométrico superior del mismo primer miembro de la ecuación 4.1.6, correspondiente a la losa, se requiere que $\text{tg } \theta_2 = \infty$ en la ecuación 4.1.3; lo cual se consigue cuando el denominador del cociente de la misma es igual a cero.

$$1 - 2\psi \left(1 - \frac{r}{t}\right) = 0$$

En cuyo caso el límite superior del primer miembro de la ecuación 4.1.6 evidentemente se alcanza cuando ψ toma el siguiente valor

$$\psi_{2l} = \frac{1}{2 \left(1 - \frac{r}{t}\right)}$$

Después de este valor, teóricamente la contribución de la losa a la resistencia P no puede tener valores superiores, pues el primer miembro de la ecuación 4.1.6 representa un círculo (al igual que el segundo miembro correspondiente al alma) cuyo valor máximo se presenta cuando ψ toma el último valor; después de lo cual debe

considerarse el valor de contribución a P constante para la losa e igual al adquirido por la ecuación 4.1.6 cuando ψ llega al valor descrito.

Del estudio desarrollado para la losa, aplicado al alma de la sección, se tiene que en la parte correspondiente a ella (segundo término del miembro derecho de la igualdad) en la ecuación 4.1.6, el valor ψ_{1a} se determina de manera similar a partir de la ecuación 4.1.4.

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{h}{a} = \sqrt{\left(\frac{1}{1-2\psi}\right)^2 - 1}$$

$$\frac{h^2}{a^2} = \left(\frac{1}{1-2\psi}\right)^2 - 1$$

$$\frac{h^2 + a^2}{a^2} = \left(\frac{1}{1-2\psi}\right)^2$$

$$\psi_{1a} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right)$$

Y para el límite superior se requiere que $\operatorname{tg} \theta_1 = \infty$, lo que se consigue cuando $1 - 2\psi = 0$, es decir;

$$\psi_{2a} = \frac{1}{2}$$

Una representación del comportamiento lineal, circular y constante se presenta en la figura 4.1 tanto de la losa como del alma de la sección así como los límites para cada una de esas zonas.

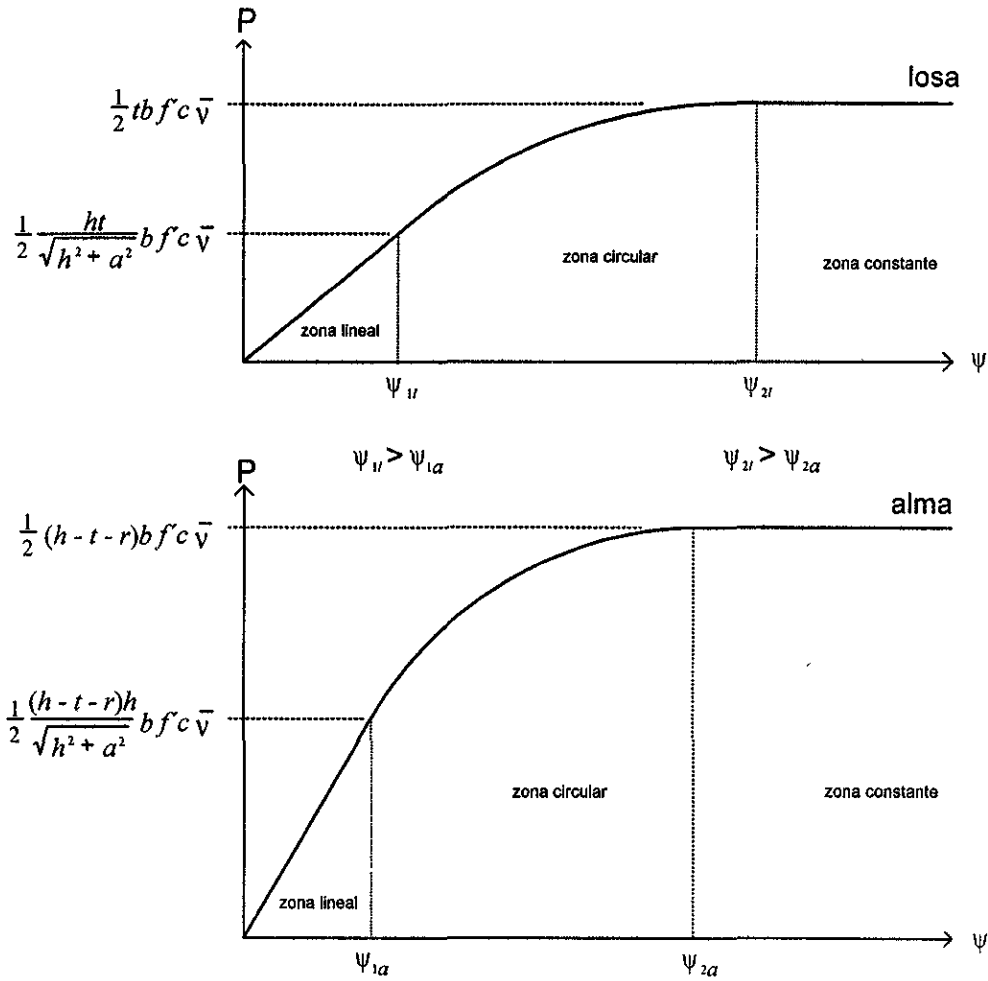


Figura 4.1 Representación gráfica del valor de P en función del índice ψ , tanto para la losa como para el alma de la sección T (losa-viga) en región de momento positivo.

Al observar los valores de ψ_{1l} , ψ_{2l} , ψ_{1a} y ψ_{2a} , resulta claro apreciar que $\psi_{1l} > \psi_{1a}$ y $\psi_{2l} > \psi_{2a}$ para la región de momento positivo.

Si la región considerada es la de momento negativo, los valores ψ_1 y ψ_2 para la losa serían:

$$\psi_{1l} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right)$$

$$\psi_{2l} = \frac{1}{2}$$

En tanto que para el alma de la sección se tendría:

$$\psi_{1a} = \frac{1}{2 \left(1 - \frac{r}{h-t} \right)} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right)$$

$$\psi_{2a} = \frac{1}{2 \left(1 - \frac{r}{h-t} \right)}$$

En esta región $\psi_{1a} > \psi_{1l}$ y $\psi_{2a} > \psi_{2l}$.

Al considerar ahora las restricciones propuestas por Thurlimann respecto al valor que pueden adquirir los ángulos de la superficie de falla (θ_1 y θ_2) por efecto de la fuerza cortante, sin considerar las condiciones geométricas ($h/a \leq \text{tg}\theta \leq \infty$) estudiadas hasta el momento, y considerar en su lugar el límite angular $26.5^\circ \leq \theta \leq 63.5^\circ$ ($1/2 \leq \text{tg}\theta \leq 2$) que fue estudiado y revisado al principio de la sección 3.2 del capítulo 3; en todo el desarrollo matemático previo basta con sustituir el límite inferior $\text{tg}\theta = 1/2$ por $\text{tg}\theta_1 = \text{tg}\theta_2 = h/a$ y el límite superior $\text{tg}\theta = 2$ por $\text{tg}\theta_1 = \text{tg}\theta_2 = \infty$ para obtener las expresiones y límites equivalentes para esta condición. Los resultados respectivos se presentan posteriormente.

Adicionalmente en todo el desarrollo previo se ha considerado que f'_c actúa con su valor efectivo, es decir, que se tiene la resistencia nominal del concreto a compresión, pero la realidad es otra ya que este esfuerzo no representa la resistencia efectiva del concreto que se presenta en el alma por el agrietamiento ante carga cíclica y reversible a la que se sujetan los elementos viga.. Se hace necesario entonces la introducción de un factor de resistencia efectiva (\bar{v}) tal que $0 \leq \bar{v} \leq 1$. Se toma \bar{v} inferior a la unidad por dos razones principales: a) debido a la limitada deformabilidad del concreto y la inestable naturaleza o ablandamiento de la falla del mismo, no se puede esperar que el esfuerzo del concreto en el alma sea igual a la resistencia máxima a compresión del cilindro f'_c en todos los puntos de las líneas de fluencia en falla; b) la resistencia debe ser reducida por las grietas desarrolladas en las etapas iniciales de carga debido a la compleja interacción de adherencia-deslizamiento entre el acero y el concreto.

Nielsen et al.³², en 1978 al usar resultados experimentales, encontraron que desde un punto de vista práctico \bar{v} se puede considerar como función de la resistencia del concreto. Es así que un valor promedio para \bar{v} , según sus resultados, se puede obtener por la siguiente expresión:

$$\bar{v} = 0.8 - \frac{9.81}{20000} f'_c, \quad f'_c \text{ en kg/cm}^2$$

Al usar un valor razonable de seguridad el dado por la expresión:

$$\bar{v} = 0.7 - \frac{9.81}{20000} f'_c, \quad f'_c \text{ en kg/cm}^2$$

Con estas expresiones, tanto para región de momento positivo como negativo con sus respectivos límites parciales y al aceptar el factor de resistencia efectivo \bar{v} en las mismas expresiones y límites; se puede elaborar una lista condensada de expresiones para determinar la resistencia por cortante para secciones T, o secciones que consideran la contribución de la losa.

Para el límite geométrico ($\frac{h}{a} \leq \text{tg } \theta \leq \infty$)

En región de momento positivo ($\psi_{losa} > \psi_{alma}$):

Zona de comportamiento lineal

$$\text{Losa } P = \frac{b}{2h} \left[t(\sqrt{h^2 + a^2} - a)\bar{v} + 2(t-r)a\psi \right] f'_c \quad 0 \leq \psi \leq \frac{1}{2\left(1-\frac{r}{t}\right)} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v}$$

$$\text{Alma } P = \frac{b(h-t-r)}{2h} \left[(\sqrt{h^2 + a^2} - a)\bar{v} + 2a\psi \right] f'_c \quad 0 \leq \psi \leq \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v}$$

Zona de comportamiento circular

$$\text{Losa } P = tb \sqrt{\psi \left(1 - \frac{r}{t} \right) \left[\bar{v} - \psi \left(1 - \frac{r}{t} \right) \right]} f'_c \quad \frac{1}{2\left(1-\frac{r}{t}\right)} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v} \leq \psi \leq \frac{1}{2\left(1-\frac{r}{t}\right)} \bar{v}$$

$$\text{Alma } P = (h-t-r)b \sqrt{\psi(\bar{v} - \psi)} f'_c \quad \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v} \leq \psi \leq \frac{1}{2} \bar{v}$$

Zona de comportamiento constante

$$\text{Losa } P = \frac{1}{2} t b f'_c \bar{v} \quad \frac{1}{2\left(1-\frac{r}{t}\right)} \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

$$\text{Alma } P = \frac{1}{2} (h-t-r) b f'_c \bar{v} \quad \frac{1}{2} \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

Para región de momento negativo ($\psi_{losa} \langle \psi_{alma} \rangle$):

Zona de comportamiento lineal

$$\text{Losa } P = \frac{b(t-r)}{2h} \left[\left(\sqrt{h^2 + a^2} - a \right) \bar{v} + 2a\psi \right] f'_c \quad 0 \leq \psi \leq \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v}$$

$$\text{Alma } P = \frac{b}{2h} \left[(h-t) \left(\sqrt{h^2 + a^2} - a \right) \bar{v} + 2(h-t-r)a\psi \right] f'_c \quad 0 \leq \psi \leq \frac{1}{2 \left(1 - \frac{r}{h-t} \right)} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v}$$

Zona de comportamiento circular

$$\text{Losa } P = (t-r)b\sqrt{\psi(\bar{v}-\psi)}f'_c \quad \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v} \leq \psi \leq \frac{1}{2} \bar{v}$$

$$\text{Alma } P = (h-t)b\sqrt{\psi \left(1 - \frac{r}{h-t} \right) \left[\bar{v} - \psi \left(1 - \frac{r}{h-t} \right) \right]} f'_c \quad \frac{1}{2 \left(1 - \frac{r}{h-t} \right)} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v} \leq \psi \leq \frac{1}{2 \left(1 - \frac{r}{h-t} \right)} \bar{v}$$

Zona de comportamiento constante

$$\text{Losa } P = \frac{1}{2} (t-r)bf'_c \bar{v} \quad \frac{1}{2} \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

$$\text{Alma } P = \frac{1}{2} (h-t)bf'_c \bar{v} \quad \frac{1}{2 \left(1 - \frac{r}{h-t} \right)} \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

Para el límite angular propuesto por el trabajo de Thurlimann ($\frac{1}{2} \leq \text{tg } \theta \leq 2$):

En región de momento positivo ($\psi_{losa} \rangle \psi_{alma}$):

Zona de comportamiento lineal

$$\text{Losa } P = \frac{b}{2} [0.236t\bar{v} + 4(t-r)\psi] f'_c \quad 0 \leq \psi \leq 0.053 \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{t} \right)} \bar{v}$$

$$\text{Alma } P = \frac{b(h-t-r)}{2} [0.236\bar{v} + 4\psi] f'_c \quad 0 \leq \psi \leq 0.053\bar{v}$$

Zona de comportamiento circular

$$\text{Losa } P = tb \sqrt{\psi \left(1 - \frac{r}{t}\right) \left[\bar{v} - \psi \left(1 - \frac{r}{t}\right)\right]} f'_c$$

$$0.053 \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{t}\right)} \bar{v} \leq \psi \leq 0.276 \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{t}\right)} \bar{v}$$

$$\text{Alma } P = (h - t - r) b \sqrt{\psi (\bar{v} - \psi)} f'_c$$

$$0.053 \bar{v} \leq \psi \leq 0.276 \bar{v}$$

Zona de comportamiento constante

$$\text{Losa } P = \frac{1}{\sqrt{5}} b t f'_c \bar{v}$$

$$0.276 \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{t}\right)} \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

$$\text{Alma } P = \frac{1}{\sqrt{5}} b (h - t - r) f'_c \bar{v}$$

$$0.276 \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

En región de momento negativo ($\psi_{\text{losa}} < \psi_{\text{alma}}$):

Zona de comportamiento lineal

$$\text{Losa } P = \frac{b(t-r)}{2} [0.236 \bar{v} + 4\psi] f'_c$$

$$0 \leq \psi \leq 0.053 \bar{v}$$

$$\text{Alma } P = \frac{b}{2} [0.236(h-t)\bar{v} + 4(h-t-r)\psi] f'_c$$

$$0 \leq \psi \leq 0.053 \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{h-t}\right)} \bar{v}$$

Zona de comportamiento circular

$$\text{Losa } P = (t-r) b \sqrt{\psi (\bar{v} - \psi)} f'_c$$

$$0.053 \bar{v} \leq \psi \leq 0.276 \bar{v}$$

$$\text{Alma } P = (h-t) b \sqrt{\psi \left(1 - \frac{r}{h-t}\right) \left[\bar{v} - \psi \left(1 - \frac{r}{h-t}\right)\right]} f'_c$$

$$0.053 \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{h-t}\right)} \bar{v} \leq \psi \leq 0.276 \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{h-t}\right)} \bar{v}$$

Zona de comportamiento constante

$$\text{Losa } P = \frac{1}{\sqrt{5}} b (t-r) f'_c \bar{v}$$

$$0.276 \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

$$\text{Alma } P = \frac{1}{\sqrt{5}} b (h-t) f'_c \bar{v}$$

$$0.276 \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{h-t}\right)} \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

Por último, para secciones rectangulares, donde $\theta_1 = \theta_2$ y $t = 0$, y bajo los lineamientos matemáticos marcados en la primera parte de esta sección, se tiene que las expresiones que definen el valor teórico de la fuerza cortante resistente en cada una de las tres zonas indicadas en la lista previa, tanto para la condición geométrica ($\frac{h}{a} \leq \text{tg } \theta \leq \infty$) como para el límite angular propuesto por Thurlimann ($\frac{1}{2} \leq \text{tg } \theta \leq 2$), son las que se enlistan a continuación.

Para el límite geométrico ($\frac{h}{a} \leq \text{tg } \theta \leq \infty$);

Zona de comportamiento lineal

$$P = \frac{b}{2h} \left[(h-r) \left(\sqrt{h^2 + a^2} - a \right) \bar{v} + 2\psi(h-2r)a \right] f'_c \quad 0 \leq \psi \leq \frac{1}{2} \left(\frac{h-r}{h-2r} \right) \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v}$$

Zona de comportamiento circular

$$P = b(h-r) \sqrt{\frac{(h-2r)}{h-r}} \psi \left[\bar{v} - \psi \frac{(h-2r)}{h-r} \right] f'_c \quad \frac{1}{2} \left(\frac{h-r}{h-2r} \right) \left(1 - \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right) \bar{v} \leq \psi \leq \frac{1}{2} \left(\frac{h-r}{h-2r} \right) \bar{v}$$

Zona de comportamiento constante

$$P = \frac{1}{2} (h-r) b f'_c \bar{v} \quad \frac{1}{2} \left(\frac{h-r}{h-2r} \right) \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

Para el límite angular propuesto por Thurlimann ($\frac{1}{2} \leq \text{tg } \theta \leq 2$);

Zona de comportamiento lineal

$$P = \frac{b}{2} \left[0.236(h-r) \bar{v} + 4\psi(h-2r) \right] f'_c \quad 0 \leq \psi \leq 0.053 \left(\frac{h-r}{h-2r} \right) \bar{v}$$

Zona de comportamiento circular

$$P = b(h-r) \sqrt{\frac{(h-2r)}{h-r}} \psi \left[\bar{v} - \psi \frac{(h-2r)}{h-r} \right] f'_c \quad 0.053 \left(\frac{h-r}{h-2r} \right) \bar{v} \leq \psi \leq 0.276 \left(\frac{h-r}{h-2r} \right) \bar{v}$$

Zona de comportamiento constante

$$P = \frac{1}{\sqrt{5}}(h-r)bf'_c \bar{v}$$

$$0.276 \left(\frac{h-r}{h-2r} \right) \bar{v} \leq \psi \leq \infty$$

4.2 ESTUDIO ESTADÍSTICO DE LA PROPUESTA AL CONSIDERAR LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES OBTENIDOS EN TRABAJOS PREVIOS

En esta sección se utiliza el recurso gráfico con la finalidad de representar visualmente la correspondencia entre los resultados experimentales y los que se obtienen de la aplicación de las ecuaciones que se han establecido en la sección anterior. Se determina en primer lugar el valor del índice de refuerzo longitudinal ψ que corresponde a cada sección transversal, así como la ubicación del mismo en alguna de las tres zonas de comportamiento (lineal, circular y constante) que se encuentran limitadas por los índices ψ_1 y ψ_2 que determinan la participación de una de las tres ecuaciones (correspondientes a cada zona) tanto para la losa (al considerarse la contribución de la misma), como para el alma de la sección.

Así, al tomar los datos de las referencias y utilizarlos en las ecuaciones que consideran conjuntamente los resultados experimentales, ha sido posible obtener gráficas comparativas que se muestran a continuación; en ellas se presenta en el eje de abscisas a la fuerza cortante experimental, y en el eje de ordenadas la correspondiente fuerza cortante resistente teórica, resultante de la aplicación de las ecuaciones antes descritas.

Del análisis comparativo de los valores para las resistencias, experimental y teórica calculada, ante cortante de los diferentes tipos de pruebas, se pueden extraer los siguientes comentarios:

Se ha considerado agrupar en un conjunto de 12 gráficas los resultados, bajo cuatro condiciones o parámetros diferentes, tanto para secciones rectangulares como para secciones T. Esas cuatro condiciones consideradas son: a) factor de resistencia efectiva del concreto \bar{v} medio y límites geométricos del ángulo de falla $h/a < \text{tg}\theta < \infty$ (figuras 4.2.1 y 4.2.2); b) valor de \bar{v} medio y límite geométrico del ángulo de falla $26.5^\circ < \text{tg}\theta < 63.5^\circ$ (figuras 4.2.3 y 4.2.4); c) valor de \bar{v} mínimo y límite geométrico del ángulo de falla $h/a < \text{tg}\theta < \infty$ (figuras 4.2.5 y 4.2.6); y, d) valor de \bar{v} mínimo y límite geométrico del ángulo de falla $26.5^\circ < \text{tg}\theta < 63.5^\circ$ (figuras 4.2.7 y 4.2.8), comparándose gráficamente estas condiciones a), b) y c), d) en las últimas cuatro figuras (4.2.9 a 4.2.12). Se pudo apreciar que en las gráficas que representan los valores calculados y experimentales para secciones T, no se presenta diferencia aparente al considerar uno u otro límite geométrico del ángulo de falla. Esta aparente concordancia es notoria, tanto para el valor del factor \bar{v} mínimo como para el valor del factor \bar{v} medio, aunque se observa que los resultados obtenidos de considerar el factor \bar{v} mínimo, se acercan ligeramente más a los resultados experimentales que cuando se considera \bar{v} medio.

En las mismas gráficas, que representan la equivalencia entre el valor calculado con base en la propuesta teórica y los resultados experimentales para ambos límites geométricos y considerar \bar{v} medio y \bar{v} mínimo en las secciones T, resulta notorio que los especímenes estudiados por Furlong, Mirza y Ma¹⁰ (1987) presentan la máxima dispersión y son los especímenes con las resistencias mayores. La dispersión es probable

que se deba a que se trata de vigas T invertidas, en las cuales fueron aplicadas cargas tanto en los patines como en el alma y no están caracterizando una sección T con la carga aplicada en el eje de simetría y en la parte superior de la misma sección T.

Los especímenes del trabajo tomado del AIJ también presentan cierta dispersión, aunque no tan considerable como los correspondientes a las pruebas de Furlong, Mirza y Ma¹⁰ (1987), pues solo algunos (tres) especímenes del AIJ, identificados con el número 1, los resultados calculados se salen del intervalo de 25% de dispersión respecto al valor experimental reportado.

En cuanto a los especímenes con sección T de las pruebas de Placas y Reagan⁶ (1971), uno de ellos presenta una gran dispersión y esto se debe a que el tipo de falla que se presentó fue por flexión y no por cortante. La gran dispersión de los especímenes rectangulares de las pruebas de Placas y Reagan se puede deber a que no se tiene la configuración de carga, suponiéndose en el presente estudio que el cortante experimental presentado por los autores, es comparable al valor directo resultante de las formulas propuestas.

Con objeto de identificar claramente el porcentaje numérico de dispersión entre resultados experimentales y teóricos de las primeras 8 gráficas independientes que se han elaborado para cada una de las 4 condiciones ya citadas, tanto para secciones rectangulares (36 especímenes) como para secciones T (53 especímenes), en cada gráfica se trazaron 4 líneas representativas de la relación $V_{calculado}/V_{experimental}$ con valor de 1.25, 1.5, 0.75 y 0.5 (correspondientes a dispersiones de 25 y 50 por ciento superior e inferior respecto a los resultados experimentales), observándose los siguientes aspectos:

1. Para la condición a) en sección rectangular, solamente 7 especímenes de la muestra de 36 se encuentran por encima de la relación 1.50, especímenes que corresponden a las pruebas de Placas y Reagan; en tanto que los especímenes de Mphonde¹¹ (1989) presentan menor dispersión encontrándose la mayoría de estos entre 1 y 0.75, pero del total de 36, solo 11 se encuentran entre 1.25 y 0.75.

2. Para la condición a) en secciones T, la mayoría presenta un valor adecuado de dispersión (para elementos de concreto reforzado) y solamente 1 se encuentra por encima de 1.50 de la relación y esto debido a su falla por flexión, en tanto que el 81.13% de los resultados se encuentran entre 1.25 y 0.75 de la relación $V_{calculado}/V_{experimental}$, valor de dispersión mucho menor que el obtenido considerando las propuestas reglamentarias de la NTC-RCDF.

3. Para la condición b) en secciones rectangulares, se presenta una gran dispersión con 13 especímenes por encima de la relación de 1.50, encontrándose solamente 12 entre 1.25 y 0.75 de la relación.

4. En cuanto a la misma condición previa, pero aplicada a la sección T, se tiene que 4 especímenes se encuentran por encima de la relación 1.50 y 29 entre el intervalo de 1.25 y 0.75 del mismo total de 53 especímenes.

5. Para la condición c) en secciones rectangulares, se encuentra la menor dispersión de los 36 especímenes, pues solamente 2 sobrepasan la relación de 1.50 y 18 se encuentran entre la relación de 1.25 y 0.75, así como los ensayados por Placas y Reagan, los que presentan mayor dispersión.

6. En la misma condición c) pero en secciones T, se tiene la menor dispersión de cuantas se muestran, pues ningún espécimen se encuentra por encima de la relación de 1.50, ni por debajo de 0.50 y solo 9 especímenes fuera del intervalo de 1.25 y 0.75 en relación al total de 53 especímenes, es decir 81.13% de los especímenes se encuentran dentro del intervalo de $\pm 25\%$ de dispersión.

7. Para la condición d) en sección rectangular, se presenta una dispersión aceptable de las muestras, ya que solamente 8 se encuentran por encima de la relación de 1.50 y 16 se encuentran dentro de las relaciones de 1.25 y 0.75.

8. Para la condición d) en sección T, la dispersión es igualmente aceptable, pues ningún espécimen se encuentra fuera de la relación de 1.50 ni por debajo de 0.50. Solamente 10 especímenes se encuentran fuera de las relaciones de 1.25 y 0.75, estos respecto al total de 53 muestras.

De las cuatro gráficas elaboradas para la sección T, y al analizarlas independientemente, resulta claro que la condición del factor de resistencia efectivo \bar{V} mínimo, en combinación con los resultados obtenidos de considerar el límite geométrico $h/a < \text{tg}\theta < \infty$, es la que representa una mejor aproximación a la fuerza cortante resistente experimental. Igualmente, la propuesta teórica sugerida en el presente trabajo, presenta menores dispersiones para secciones T, que para secciones rectangulares.

En cuanto a los especímenes con sección rectangular, estos presentaron una dispersión grande para cada una de las cuatro condiciones. Aun así, la condición que presenta menor dispersión (al igual que en las secciones T) como ya se ha señalado, es la correspondiente al inciso c).

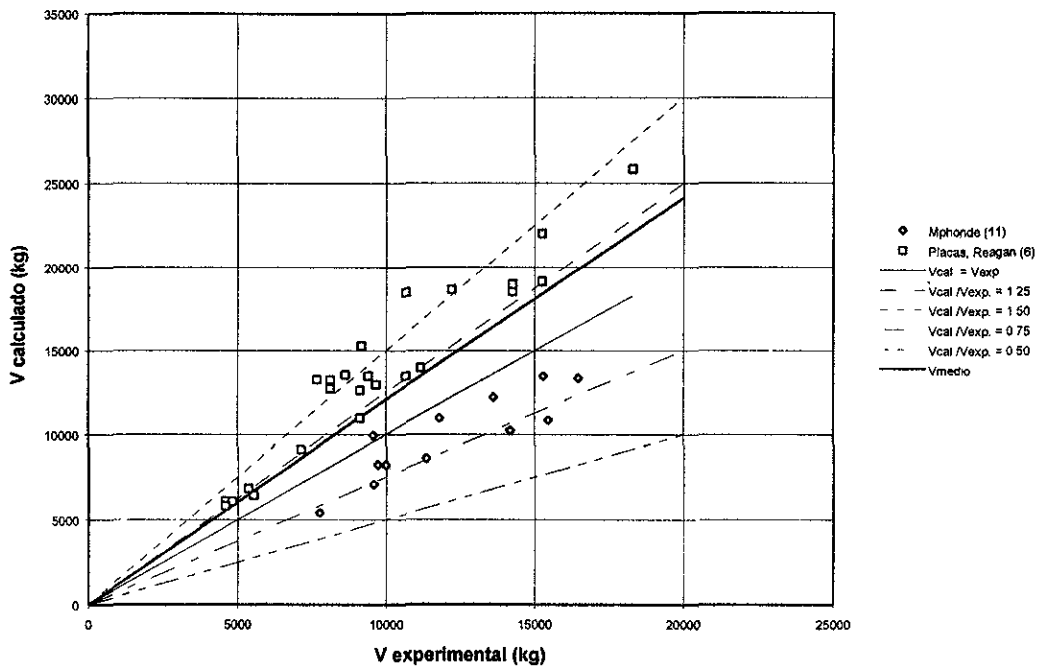


Figura 4. 2. 1 Comparación entre la propuesta teórica y los resultados experimentales considerando v medio y la relación $h/a < \text{tg}\theta < \infty$ (sección rectangular)

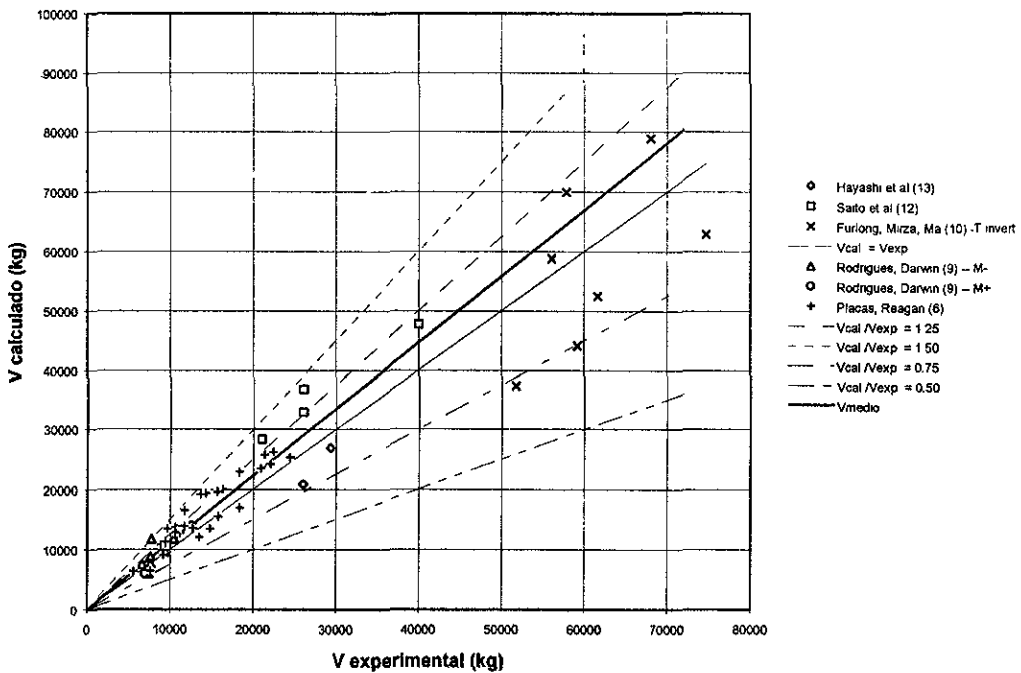


Figura 4. 2. 2 Comparación entre la propuesta teórica y los resultados experimentales considerando v medio y la relación $h/a < \text{tg}\theta < \infty$ (sección T)

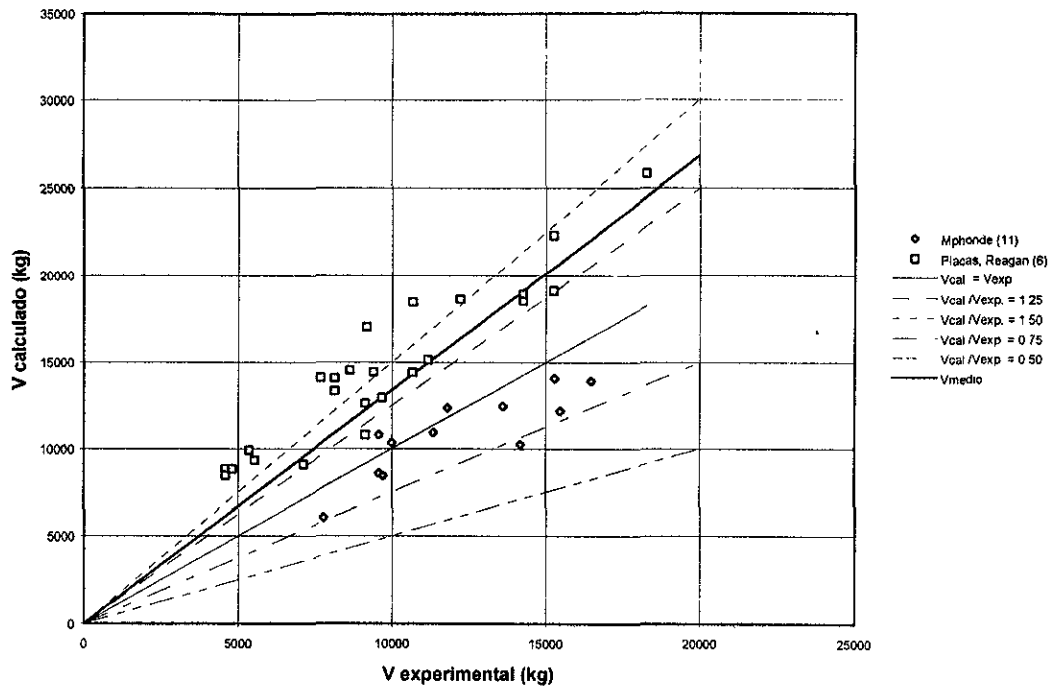


Figura 4. 2. 3 Comparación entre la propuesta teorica y los resultados experimentales considerando v medio y la relación $0.5 < \text{tg}\theta < 2$ (sección rectangular)

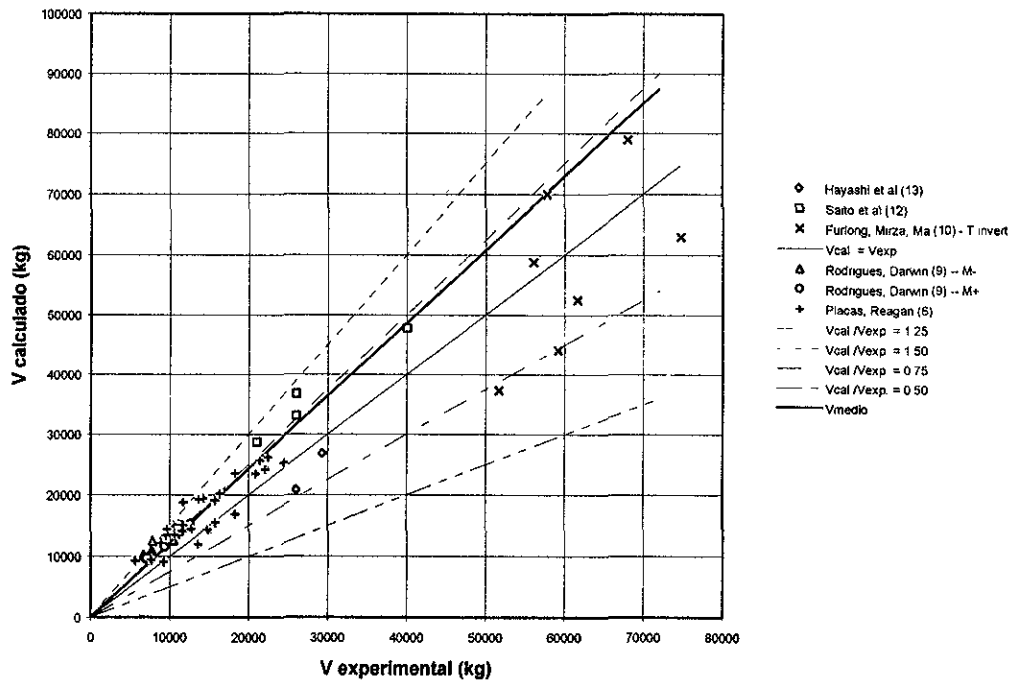


Figura 4. 2. 4 Comparación entre la propuesta teorica y los resultados experimentales considerando v medio y la relación $0.5 < \text{tg}\theta < 2$ (sección T)

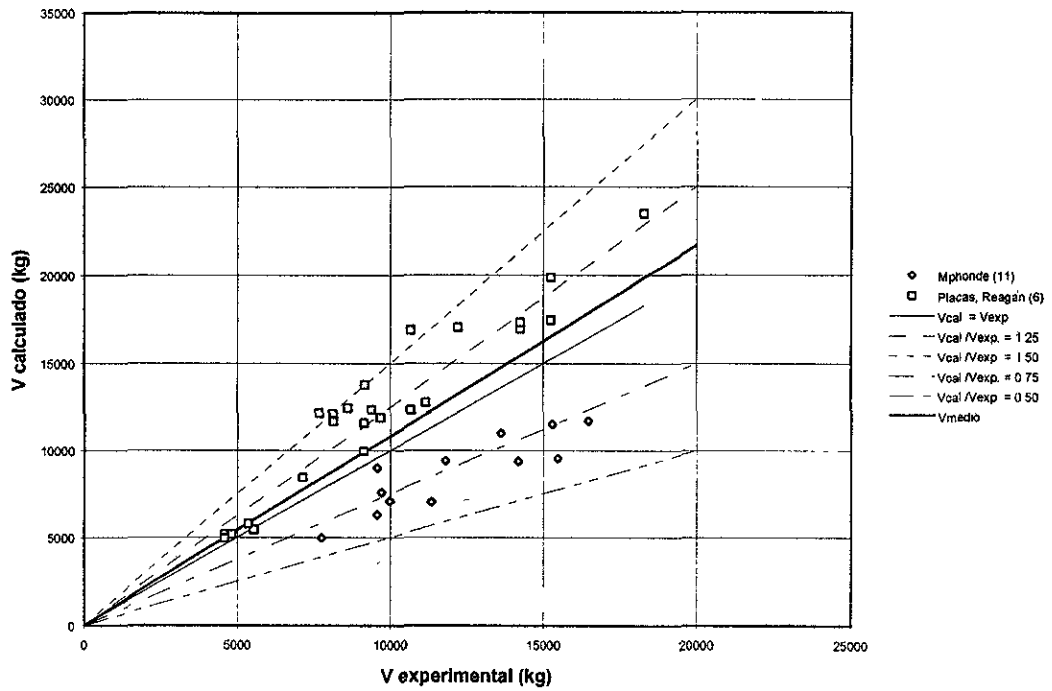


Figura 4.2.5 Comparación entre la propuesta teorica y los resultados experimentales considerando v mínimo y la relación $h/a < tg\theta < \infty$ (sección rectangular)

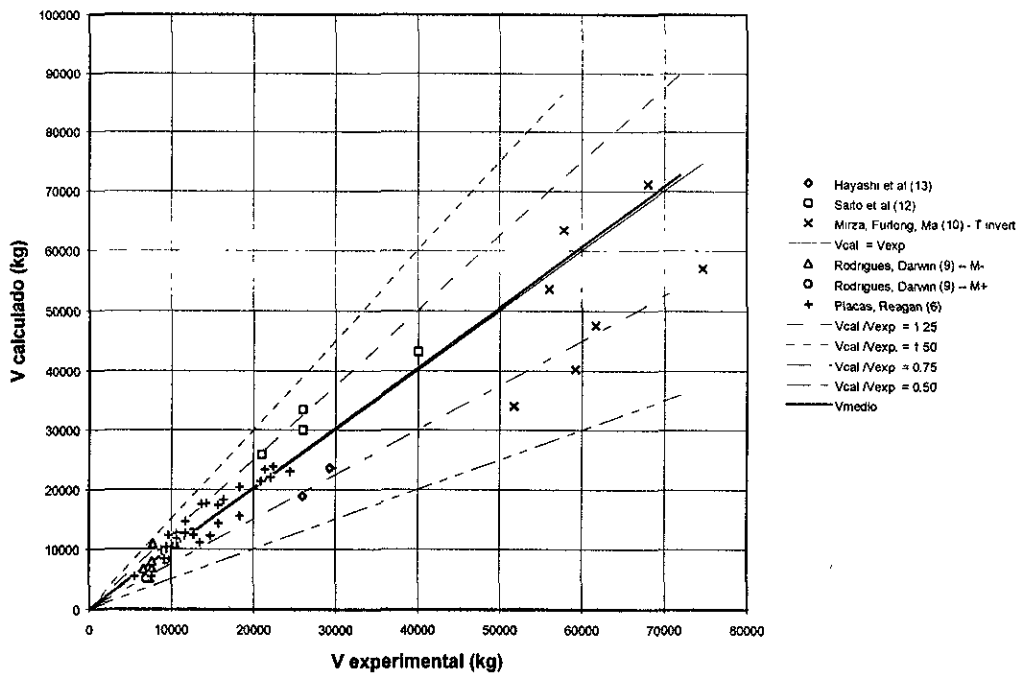


Figura 4. 2. 6 Comparación entre la propuesta teorica y los resultados experimentales considerando v mínimo y la relación $h/a < tg\theta < \infty$ (sección T)

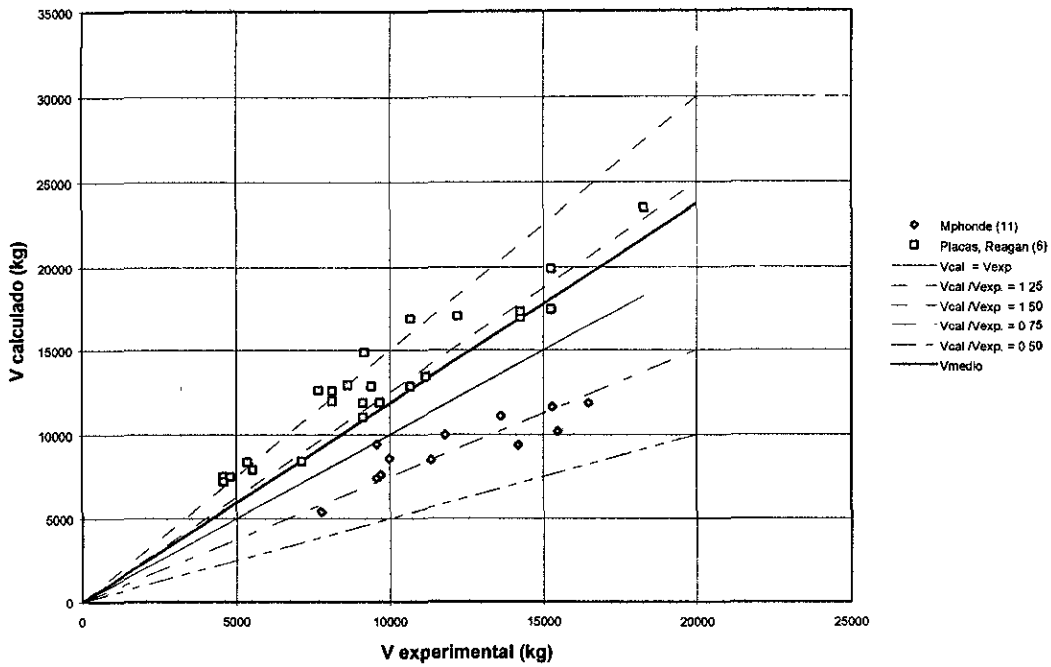


Figura 4. 2. 7 Comparación entre la propuesta teórica y los resultados experimentales considerando v mínimo y la relación $0.5 < \text{tg}\theta < 2$ (sección rectangular)

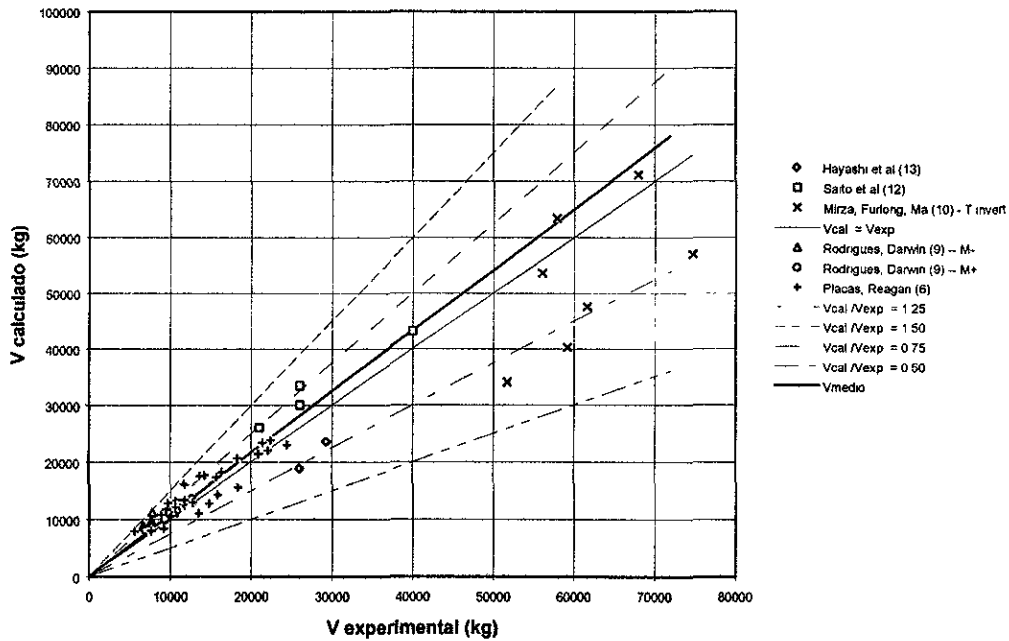


Figura 4. 2. 8 Comparación entre la propuesta teórica y los resultados experimentales considerando v mínimo y la relación $0.5 < \text{tg}\theta < 2$ (sección T)

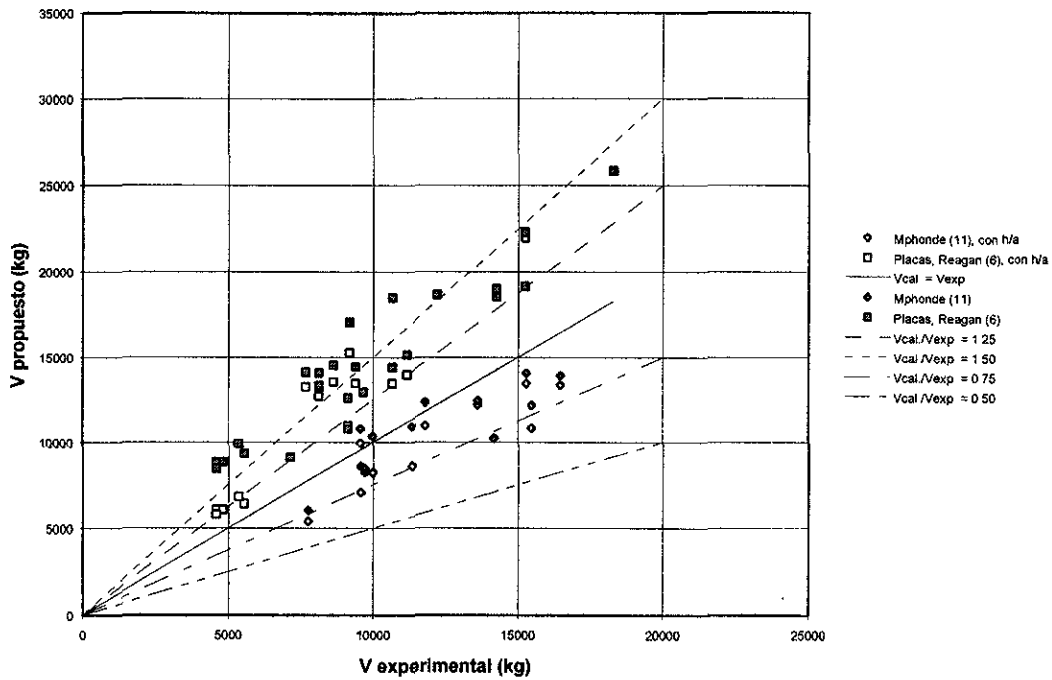


Figura 4. 2. 9 Comparación entre los resultados teóricos de ambos límites geométricos respecto a los valores experimentales al considerar v medio (sección rectangular)

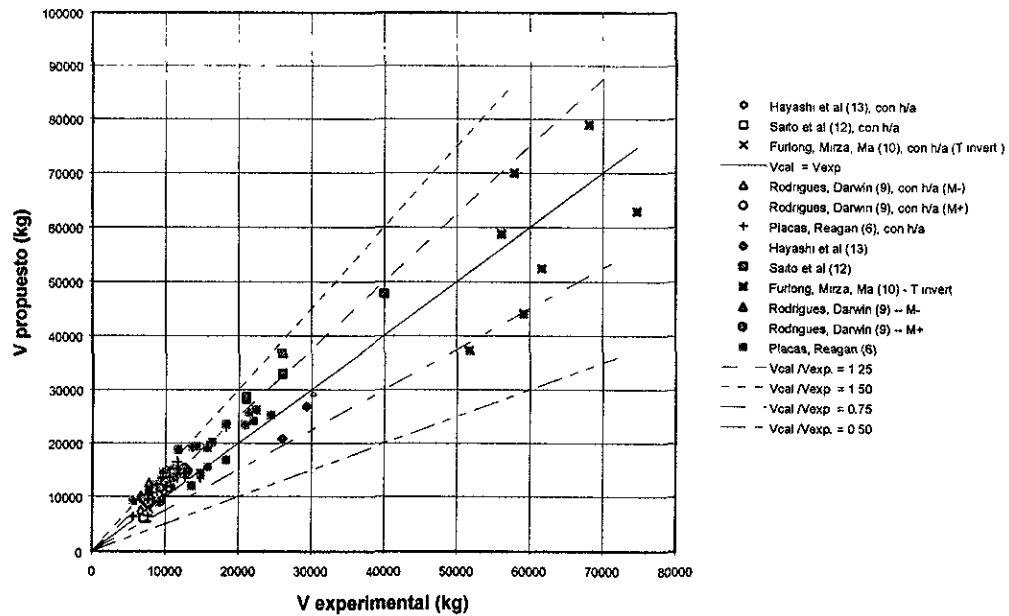


Figura 4. 2. 10 Comparación entre los resultados teóricos de ambos límites geométricos respecto a los valores experimentales al considerar v medio (sección T)

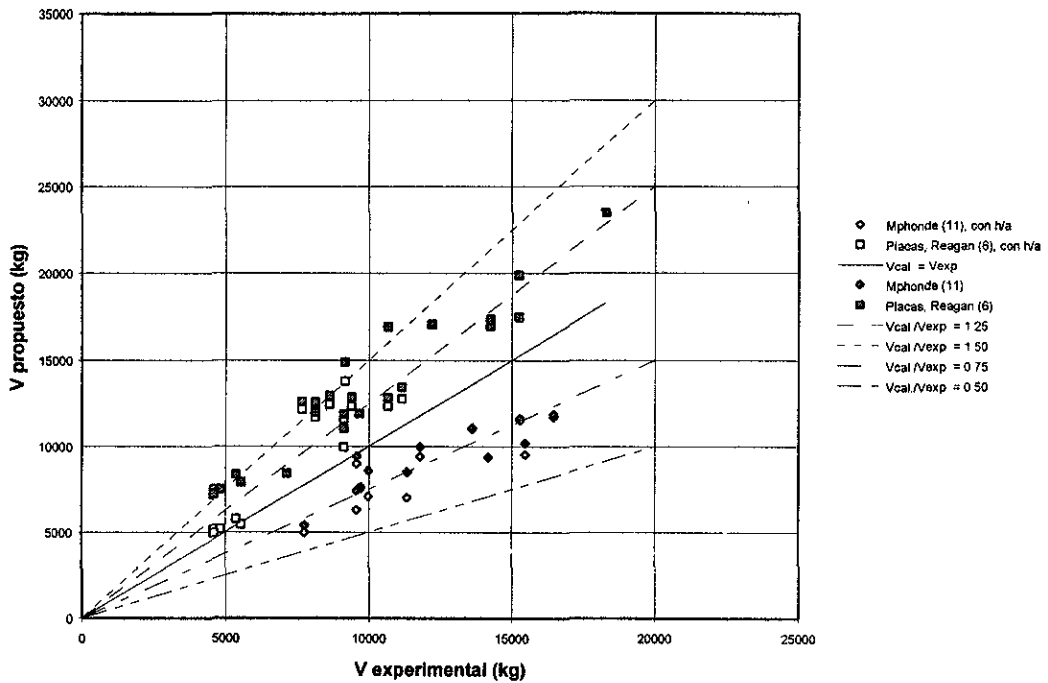


Figura 4. 2. 11 Comparación entre los resultados teóricos de ambos límites geométricos respecto a los valores experimentales al considerar v mínimo (sección rectangular)

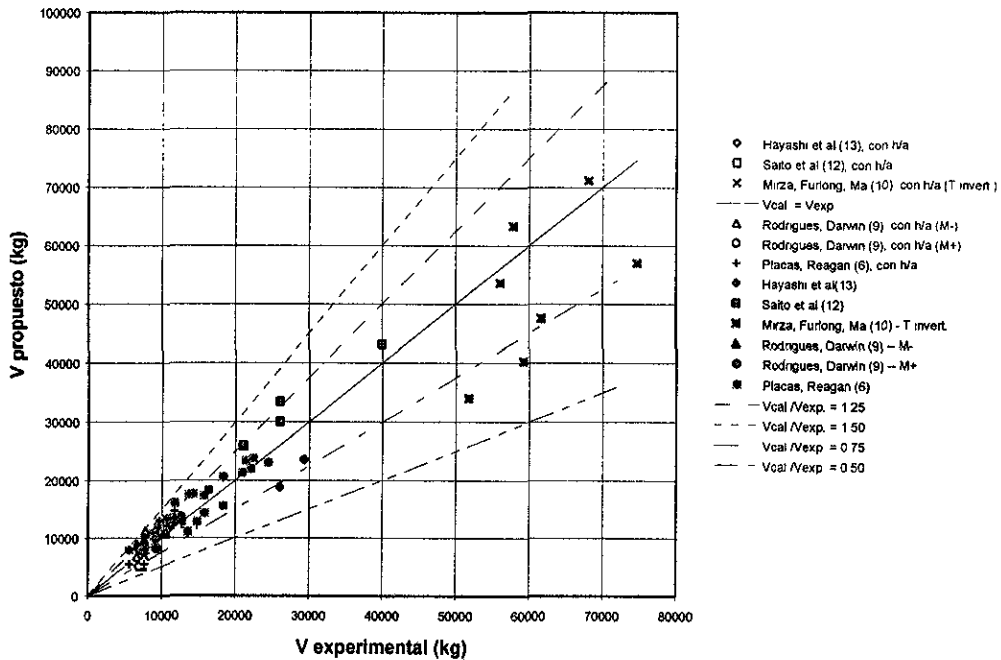


Figura 4. 2. 12 Comparación entre los resultados teóricos de ambos límites geométricos respecto a los valores experimentales al considerar v mínimo (sección T)

4.3 COMPARACIÓN DE LA CONFIABILIDAD DEL PROCEDIMIENTO PROPUESTO CON RESPECTO AL PROCEDIMIENTO PROPUESTO EN EL REGLAMENTO PARA LAS CONSTRUCCIONES

En el estudio que se ha desarrollado, planteado en función del trabajo desarrollado por el concreto y el acero de refuerzo en la superficie de falla de los elementos viga-losa o sección rectangular únicamente, se ha enfatizado en el valor que adquiere el ángulo de falla (en función del índice de refuerzo longitudinal ψ y de las variables geométricas r , t y h) tanto en el patín (o losa) como en el alma de la sección. Al introducir el valor del ángulo de falla en la ecuación general de trabajo, se determina el valor teórico menor de P que produce la falla por cortante; considerándose asimismo los límites superior e inferior que pueden adquirir dichos ángulos y que hacen variar la ecuación general de trabajo en tres intervalos como se ha establecido en la sección 4.1. Lo anterior lleva a la utilización de intervalos de P en función de ψ , es decir; después de encontrar en cual de las tres zonas se encuentra ψ , se determinan los valores de P , tanto para la losa como para el alma, pudiendo resultar este proceso poco práctico.

Por otra parte, en el planteamiento del problema, el trabajo interno desarrollado por el concreto y el acero de refuerzo, que ha quedado sintetizado en las ecuaciones descritas, se equilibra por el trabajo externo de la fuerza y que se aplica en la superficie de falla, por lo que el valor de P que se determina con las ecuaciones propuestas, es el que corresponde a la fuerza cortante externa máxima de cuantas pueden actuar en el elemento; y conforme a la configuración de esas cargas externas, se determina la fuerza cortante que es capaz de resistir la sección del mismo. Este planteamiento es similar al realizado por Ritter hace un siglo y que es el que conforma las propuestas reglamentarias, con la salvedad de incluir el efecto de losa, en la conformación de la superficie de falla.

La disparidad de los valores de resistencia calculados respecto a los resultados experimentales revisados, tanto del procedimiento propuesto en este trabajo, como del planteado en el reglamento para las construcciones del Distrito Federal (mencionados en los capítulos 2 y 4), se puede apreciar al comparar las figuras 2.3.1 a 2.3.8 con las figuras 4.2.1 a 4.2.12; se aprecia que la dispersión se reduce en un 50% en promedio al utilizar el procedimiento propuesto en este trabajo respecto a los valores de dispersión observados al usar la propuesta reglamentaria NTC-RCDF (ver capítulo 2).

Una vez que en la sección anterior se determinó que la condición que genera una mejor aproximación a los resultados experimentales, es aquella en la cual se considera un factor de resistencia efectiva del concreto \bar{v} de 0.7 y un límite geométrico para la inclinación de la superficie de falla $\frac{h}{a} \leq \text{tg } \theta \leq \infty$; se encontró que la dispersión de los resultados calculados respecto de los experimentales para los especímenes, es menor que la

que se obtiene de las gráficas elaboradas para los mismos especímenes con el RCDF, como se indica en la sección 2.3. Esta diferencia también se encuentra en las restantes condiciones revisadas, las cuales no tienen tan baja dispersión como la anterior, pero resultan aceptables al compararlas a la que presentan las gráficas elaboradas con el RCDF.

En cuanto al número de variables y parámetros que intervienen para la obtención del cortante resistente en secciones T, en el RCDF se requiere conocer once parámetros con el factor de resistencia (F_r), el momento flexionante en la sección cuando $L/h < 4$ (siendo L el claro del elemento y h el peralte de la sección) y la fuerza cortante actuante en la sección también cuando $L/h < 4$; en tanto que en el procedimiento propuesto en este trabajo para secciones T, se requiere conocer nueve parámetros para la condición geométrica y ocho para la que considera el límite angular propuesto por Thurlimann, para definir la inclinación de la superficie de falla.

El procedimiento propuesto para determinar la fuerza cortante resistente en este trabajo resulta en una mejor aproximación que el propuesto en los reglamentos de construcción; sin embargo también resulta ser menos práctico. También es claro que el número de especímenes resulta escaso, para generalizar la propuesta; sin embargo, para trabajo futuro se recomienda centrarse únicamente en los valores del factor de resistencia efectiva del concreto y del ángulo de inclinación de la superficie de falla, que presentan dispersiones menores que los valores calculados a partir de las resistencias experimentales.

CAPITULO 5.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La contribución de la fuerza cortante asociada a la losa en la sección transversal T depende del valor del ángulo de agrietamiento que provoca la falla de la misma, que es función del índice de refuerzo longitudinal ψ , del espesor de la losa t y del recubrimiento r en la región de momento positivo; y únicamente de ψ en la zona de momento negativo. El aporte de la losa, es función de los parámetros anteriores, más el factor de resistencia efectiva \bar{v} y de los demás parámetros geométricos que se pueden identificar en el estudio analítico y estadístico desarrollado.

La determinación de la superficie de falla (excepto el valor de agrietamiento horizontal), como se ha establecido en el capítulo cuatro, se hace posible al determinar los valores tangentes de los ángulos de falla de la losa y del alma que son función del valor del índice de refuerzo longitudinal ψ y de los parámetros t , r y h . Así, con el desarrollo analítico mostrado se obtienen expresiones para determinar el valor de la fuerza cortante resistente al considerar el equilibrio en la superficie de falla.

En el capítulo dos se observó que existe una gran diferencia entre la resistencia calculada con las expresiones del RCDF y el valor experimental de resistencia real; en la mayor parte de los casos estudiados resultó del orden de la mitad del valor real; esto implica la existencia de un “factor de seguridad” del orden de 2.

Las expresiones que se proponen en el presente estudio tienen una mejor aproximación al valor del cortante real experimental que el obtenido con las expresiones propuestas con el RCDF. Esto resulta evidente de las gráficas obtenidas, al considerar los resultados de los trabajos experimentales seleccionados, aunque es preciso indicar que la cantidad de trabajo experimental sobre el tema, a la fecha, es escasa.

Se proponen expresiones para sección rectangular, con las cuales fueron elaboradas gráficas que permitieron comparar los resultados obtenidos de las mismas con los respectivos resultados experimentales. Es notorio que la dispersión es ligeramente mayor que la obtenida con las expresiones propuestas para secciones T (que solo se consideraron de referencia, ya que el objetivo del trabajo son las secciones T).

Al comparar las condiciones límite del ángulo de agrietamiento, y considerar la propuesta de Thurlimann ($0.50 \leq \text{tg}\theta \leq 2$) y el límite de agrietamiento fijado por la geometría ($h/a \leq \text{tg}\theta \leq \infty$), resulta claro que con la última condición se obtiene una mejor aproximación al cortante real experimental con una menor dispersión tanto para sección rectangular como para sección T; se aprecia también que el factor de resistencia

efectiva \bar{v} mínimo es el más adecuado para que la fuerza cortante calculada, tenga también mejor aproximación al valor experimental.

Con base en la última afirmación, se admite la posibilidad de que el ángulo de falla por cortante puede tener un valor diferente del propuesto por Thurlimann ($26.5^\circ \leq \theta \leq 63.5^\circ$), teóricamente dentro del intervalo comprendido entre la relación h/a e ∞ ($\arctg h/a \leq \theta \leq 90^\circ$), cuyo valor depende de los parámetros indicados previamente.

Al considerar que los datos de las referencias utilizadas son escasos, para afinar la propuesta del trabajo que aquí se presenta, se requiere de un mayor número de trabajos experimentales.

En cuanto a las recomendaciones, resulta notoria la necesidad de simplificar las expresiones propuestas, sin afectar el valor numérico de las mismas; así será factible su introducción dentro de alguna reglamentación.

REFERENCIAS

- 1.- Departamento del Distrito Federal (1987): "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, núm. 48, México, D. F.
- 2.- Chu-Kia Wang y Charles G. Salmon (1985): "Reinforced Concrete Design", Harper & Row, Publishers, New York, Cuarta edición, cap. 5.
- 3.- ACI-ASCE Committee 326 (1962): "Shear and Diagonal Tension", ACI Journal, Proceedings, 59, Enero, Febrero y Marzo, 1-30, 277-344, y 352-396.
- 4.- Ritter, W. (1899): "Die Bauweise Hennebique", Schiubizerische Bauzeitung, Zurich, Switzerland, Febrero.
- 5.- R. Narayan Swamy y Shamsuddin A. Qureshi (1971): "Strength, Cracking and Deformation Similitude in Reinforced T-Beams Under Bending and Shear", Am. Concr. Inst. Journal, Marzo, pp. 187-195.
- 6.- Alexander Placas y Paul E. Regan (1971): "Shear Failure of Reinforced Concrete Beams", Am. Concr. Inst. Journal, Octubre, pp. 763-773.
- 7.- Masayoshi Nakashima, Ti Huang, y Le-Wu Lu (1982): "Experimental Study of Beam-Supported Slabs Under In-Plane Loading", Am. Concr. Inst. Journal, Enero-Febrero, pp. 59-65.
- 8.- Charles F. Scribner and Dale R. Wilhelm (1982): "Behavior of T-Beam Sections with Varied Shear Reinforcement", Am. Concr. Inst. Journal, Marzo-Abril, pp. 139-146.
- 9.- Carlos P. Rodrigues y David Darwin (1987): "Shear Strength of Lightly Reinforced T- Beams in Negative Bending", Am. Concr. Inst. Structural Journal, Enero-Febrero, pp. 877-85.
- 10.- S. A. Mirza, R. W. Furlong, y J. S. Ma (1988): "Flexural Shear and Ledge Reinforcement in Reinforced Concrete Inverted T – Girders", Am. Concr. Inst. Structural Journal, Septiembre- Octubre, pp. 509-520.
- 11.- Andrew G. Mphonde (1989): "Use of Stirrup Effectiveness in Shear Design of Concrete Beams", Am. Concr. Inst. Structural Journal, Septiembre-Octubre, pp. 541-545.
- 12.- Saito et al (1989): "Resistencia a la Falla de Vigas con Estribos", Arch. Inst. of Japan, 11-2, pp. 97-102. (en japonés)
- 13.- Hayashi et al (1996): "Efecto de la Junta de Construcción de Vigas Precoladas en sus Fuerzas Restauradoras Características", Arch. Inst. of Japan, Vol. 18, No. 2, pp. 1211-1216. (en japonés)
- 14.- American Concrete Institute, Committee 318 (1977): "Building Code Requirements for Reinforced Concrete", ACI 318-77, Detroit.15.
- 15.- Neville, A. M. (1977): "Properties of Concrete," Pitman, London.
- 16.- Sinha, B. P., K. H. Gerstle, and L. G Tulin (1964): "Stress-Strain Relations for Concrete under Cyclic Loading", J. Am. Concr. Inst. Journal, vol. 61, no. 2, Febrero, pp. 195-211.
- 17.- Kupfer, H., H. K. Hilsdorf, y H. Rüsck (1969): "Behavior of Concrete under Biaxial Stresses", J. Am. Concr. Inst. Journal, vol. 66, no. 8, Agosto, pp. 656-666.
- 18.- Saenz, L. P. (1964): "Discussion of Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete by Desayi and Krishnan", J. Am. Concr. Inst. Journal, vol. 61, Septiembre, pp. 1229-1235.

- 19.- Kupfer, H. y H. K. Gerstle (1973): "Behavior of Concrete under Biaxial Stresses", J. Eng. Mech. Div. ASCE, vol. 99, no. EM4, Agosto.
- 20.- Chen, W. F. (1982): "Plasticity in Reinforced Concrete", McGraw-Hill Book Company, Cap. 1, 2, 5 y 7.
- 21.- Gerstle, K. H. (1981): "Simple Formulation of Biaxial Concrete Behavior", J. Am. Concr. Inst. Journal, vol. 78, no. 1, pp. 62-68.
- 22.- Cedolin, L., Y. R. J. Crutzen, y S. Dei Poli, (1977): "Triaxial Stress- Strain Relationship for Concrete", J. Eng. Mech. Div. ASCE, vol. 103, no. EM3, Proc. Pap. 12969, Junio, pp. 423-439.
- 23.- Kotsovos, M. D. y J. B. Newman (1978): "Generalized Stress-Strain Relations for Concrete", J. Eng. Mech. Div. ASCE, vol. 104, no. EM4, Proc. Pap. 13922, Agosto, pp. 845-856.
- 24.- Scordelis, A. C. (1972): "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures", Proc. Spec. Conf. Finite Element Methods Civ. Eng., Montreal, pp. 71-113.
- 25.- Chen, W. F. (1975): "Limit Analysis and Soil Plasticity", Elsevier, Amsterdam.
- 26.- Chen, W. F. y D. C. Drucker (1969): "Bearing Capacity of Concrete Blocks or Rock", J. Eng. Mech. Div. ASCE, vol. 95, no. EM4, Proc. pap. 6742, Agosto, pp. 955-978.
- 27.- Thurlimann, B. (1979): "Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams" Introductory Report of Iabse Colloquium, Copenhagen, Plasticity in Reinforced Concrete.
- 28.- Nielsen, M. P. (1984), "Limit Analysis and Concrete Plasticity", Prentice Hall.
- 29.- Ichinose, T. (1988): "Diseño por Cortante de Elementos de Concreto Reforzado" (en japonés), Proceedings of the Japan Concrete Institute, Vol. 10, No. 3.
- 30.- Walraven, "Aggregate Interlock: A theoretical and experimental analysis", Tesis presentada en la Universidad de Delft, Holanda, para obtener el grado de Doctor en Filosofía.
- 31.- Tsoukantas, G. y Tassios T. P. (1989): "Shear Resistance of Connections between Reinforced Concrete Linear Precast Elements", Am. Concr. Inst. Structural Journal, Mayo-Junio, pp. 242-249.
- 32.- M. P. Nielsen, M. W. Braestrup, B. C. Jensen, y F. Bach (1978): "Concrete Plasticity-Beam Shear-Shear in Joints-Punching Shear", Technical University of Denmark, Lyngby, Structural Research Laboratory, Copenhagen, Octubre.