

01162  
11  
J. 5e



**Universidad Nacional Autónoma de México**

**Facultad de Ingeniería  
División de Estudios de Posgrado**

**Método dinámico de calibración de redes de distribución  
de agua potable, basado en las ecuaciones  
de columna rígida.**

**TESIS**

Presenta:  
Josefina Ortiz Medel

Como requisito para obtener el grado de:  
Maestro en Ingeniería  
(Hidráulica)

Director de tesis:  
M. I. Leonel H. Ochoa Alejo

Jiutepec, Mor., 1999

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

27/253



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Con amor a Alfonso, Paquita, Lupita, Paúl,  
Gonzalo, Melvin y Willy.

# ÍNDICE GENERAL

---

<b>Capítulo 1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Problema considerado	1
1.2 Objetivo	3
1.3 Estructura de la tesis	3
<b>Capítulo 2. Modelación numérica de redes en flujo permanente</b>	<b>5</b>
2.1. Descripción de los elementos de un sistema	5
2.2. Ecuaciones básicas de simulación de redes hidráulicas	7
2.2.1 Ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento	8
2.2.2 Simulación de redes hidráulicas en flujo permanente	13
2.3. Algoritmos de solución	16
2.3.1 Algoritmo de Hardy-Cross	16
2.3.2 Método Newton-Raphson	21
2.3.3 Método de la teoría lineal	24
2.3.4 Algoritmo de Guerrero-Arreguín	25
2.3.4.1 Planteamiento general del algoritmo	25
2.3.4.2 Nodo principal	29
2.3.4.3 Cuerda de distribución	30
2.3.4.4 Cuerda sin distribución	33
2.3.4.5 Condiciones de frontera	34
2.3.4.6 Solución del sistema de ecuaciones	35
2.4. Armado del modelo de la red	35
2.4.1 Recopilación de información	35
2.4.2 Esqueletización de la red	37
2.4.3 Estudio de consumos	37
2.4.4 Comprobación del modelo inicial	39
2.4.5 Calibración del modelo inicial	40

<b>Capítulo 3. Técnicas de calibración de redes en flujo permanente</b>	<b>42</b>
3.1 Métodos de calibración	43
3.1.1 Métodos que ajustan el coeficiente de pérdida de carga	43
3.1.1.1 Método de Rahal <i>et al.</i> (1980)	43
3.1.1.2 Método de Orsmbee y Wood (1986)	44
3.1.2 Métodos que ajustan el coeficiente de fricción y las demandas nodales	47
3.1.2.1 Método de Walski (1986)	48
3.1.2.2 Método de Bhave (1989)	49
3.2 Comparación entre los métodos de calibración para estado permanente	53
<b>Capítulo 4. Modelación dinámica de redes</b>	<b>54</b>
4.1 Ecuaciones básicas del modelo de columna rígida aplicadas a redes	55
4.2 Aplicación del modelo inercial rígido al cierre de un sector	60
4.2.1 Condiciones de la red para el estado permanente	62
4.2.2 Cálculo de la variación temporal en la distribución de gastos y cargas en la red	63
4.3 Comparación entre los resultados de la red simulada con los modelos rígido y cuasi-estático	67
4.4 Análisis de la diferencia entre los modelos de columna rígida y cuasi-estático	75
4.5 Adaptación del modelo integral a la simulación dinámica de redes	77
<b>Capítulo 5. Método dinámico de calibración</b>	<b>81</b>
5.1 Método dinámico de calibración propuesto	81
5.2 Aplicación del método dinámico de calibración	85
5.2.1 Condiciones iniciales y de frontera para la calibración	85
5.2.1.1 Parámetros característicos de la red modelo	85
5.2.1.2 Valores iniciales de los factores de ajuste	85
5.2.1.3 Ley de cierre de la válvula	86



## ÍNDICE DE TABLAS

---

<b>Tabla 4.1</b>	Datos generales de la red	62
<b>Tabla 4.2</b>	Distribución de demandas y diámetros de los orificios	62
<b>Tabla 4.3</b>	Distribución de gastos y cargas de la red para el estado permanente	63
<b>Tabla 4.4</b>	Coefficientes de cierre de las válvulas ( $\tau$ ) que satisfacen la distribución inicial de demandas	63
<b>Tabla 4.5</b>	Valores de los gastos para un tiempo de cierre de 3600 seg.	68
<b>Tabla 4.6</b>	Valores de las cargas para un tiempo de cierre de 3600 seg.	69
<b>Tabla 4.7</b>	Valores de los gastos para un tiempo de cierre de 100 seg.	70
<b>Tabla 4.8</b>	Valores de las cargas para un tiempo de cierre de 100 seg.	71
<b>Tabla 4.9</b>	Valores de los gastos para un tiempo de cierre de 60 seg.	72
<b>Tabla 4.10</b>	Valores de las cargas para un tiempo de cierre de 60 seg.	73
<b>Tabla 4.11</b>	Valores de los gastos para un tiempo de cierre de 30 seg.	74
<b>Tabla 4.12</b>	Valores de las cargas para un tiempo de cierre de 30 seg.	75
<b>Tabla 5.1</b>	Valores iniciales de los gastos y coeficientes de pérdida de carga calibrados	87
<b>Tabla 5.2</b>	Valores de las cargas medidas para un tiempo de cierre de 3600 seg.	87
<b>Tabla 5.3</b>	Valores de las cargas medidas para un tiempo de cierre de 100 seg.	88
<b>Tabla 5.4</b>	Valores de las cargas medidas para un tiempo de cierre de 60 seg	88
<b>Tabla 5.5</b>	Valores de las cargas medidas para un tiempo de cierre de 30 seg	89
<b>Tabla 5.6</b>	Distribución de gastos calibrados para un tiempo de cierre de 3600 seg.	90
<b>Tabla 5.7</b>	Distribución de gastos calibrados para un tiempo de cierre de 100 seg.	91
<b>Tabla 5.8</b>	Distribución de gastos calibrados para un tiempo de cierre de 60 seg.	91
<b>Tabla 5.9</b>	Distribución de gastos calibrados para un tiempo de cierre de 30 seg.	92
<b>Tabla A.1</b>	Datos generales de la red de la Figura A.1	103
<b>Tabla A.2</b>	Resultados del análisis de la red de la Figura A.1 con el método de Hardy-Cross aplicado a nodos	103

<b>Tabla A.3</b>	Resultados del análisis de la red de la Figura A.1 con el método de Newton-Raphson	105
<b>Tabla A.4</b>	Resultados del análisis de la red de la Figura A.1 con el método de la teoría lineal aplicado a nodos	106
<b>Tabla B.1.</b>	Datos de la red para la aplicación de los métodos de calibración para estado permanente	107
<b>Tabla B.2.</b>	Resultados de cargas y gastos calibrados con el método de Orsmbec y Wood (1986) para estado permanente	110
<b>Tabla B.3.</b>	Valores de los coeficientes de fricción calibrados con el método de Orsmbec y Wood (1986) para estado permanente	110
<b>Tabla B.4.</b>	Datos y resultados de las cargas piezométricas para el método de Walski (1986)	112
<b>Tabla B.5.</b>	Datos y resultados de las demandas para el método de Walski (1986)	113
<b>Tabla B.6.</b>	Valores de los coeficientes de fricción calibrados con el método de Walski (1986)	113
<b>Tabla B.7.</b>	Valores de las variables para el método de Bhave (1989)	115
<b>Tabla B.8.</b>	Resultados de las demandas para el método de Bhave (1989)	116
<b>Tabla B.9</b>	Resultados de las cargas piezométricas para el método de Bhave (1989)	116

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

<b>Figura 2.1</b>	Esquema general de un sistema de distribución de agua	6
<b>Figura 2.2</b>	Clasificación de las tuberías de una red de distribución de agua potable	7
<b>Figura 2.3</b>	Esquema de una sección de tubería con un flujo	8
<b>Figura 2.4</b>	Esquema hidráulico de una red de distribución de agua	13
<b>Figura 2.5</b>	Sistema de distribución de agua formado por dos circuitos	17
<b>Figura 2.6</b>	Gastos supuestos y dirección del flujo de la red de distribución de la Figura.2.5	17
<b>Figura 2.7</b>	Unión de las tuberías 1, 2 y 5 del sistema representado en la Figura 2.6	20
<b>Figura 2.8</b>	Cuerdas y nodos principales en red de distribución	26
<b>Figura 2.9</b>	Cuerda de distribución donde el gasto es espacialmente variado	26
<b>Figura 2.10</b>	Cuerda sin distribución donde el gasto es constante	27
<b>Figura 3.1</b>	Esquema de la red para el método de Bhave (1989)	50
<b>Figura 4.1</b>	Esquema de la red	60
<b>Figura 4.2</b>	Evolución temporal de los gastos para un tiempo de cierre de 3600 seg.	68
<b>Figura 4.3</b>	Evolución temporal de la carga en el nodo 7 para un tiempo de cierre de 3600 seg.	69
<b>Figura 4.4</b>	Evolución temporal de los gastos para un tiempo de cierre de 100 seg.	70
<b>Figura 4.5</b>	Evolución temporal de la carga en el nodo 7 para un tiempo de cierre de 100 seg.	71
<b>Figura 4.6</b>	Evolución temporal de los gastos para un tiempo de cierre de 60 seg.	72
<b>Figura 4.7</b>	Evolución temporal de la carga en el nodo 7 para un tiempo de cierre de 60 seg.	73
<b>Figura 4.8</b>	Evolución temporal de los gastos para un tiempo de cierre de 30 seg.	74

## 1.1 Problema considerado

La simulación hidráulica de redes de distribución de agua por medio de modelos matemáticos, es un proceso cada vez más utilizado para la planificación, control y operación de las mismas. Con este objetivo, se han desarrollado modelos de simulación estática y dinámica, modelos de diseño óptimo, modelos de rehabilitación, etc.

El modelo de una red se conforma en un programa de computadora y con los datos que describen el aspecto físico y operativo del sistema. En él intervienen una serie de variables cuyos valores quedan bien definidos solo en casos de diseño. Sin embargo, cuando se trata de modelar una red que ha estado en servicio durante mucho tiempo, estas variables no se conocen con exactitud. Por ejemplo, el valor de los coeficientes de rugosidad se determina experimentalmente para tuberías nuevas, sin embargo, en tuberías en uso este coeficiente cambia con la edad de operación debido a incrustaciones, corrosión u otros cambios (Tzatchkov *et al.*, 1994). Por otro lado, el valor del consumo que se introduce en un modelo es una estimación, el consumo real no es constante, presenta cambios que dependen de la hora del día, clima, tipo de usuario, etc. La estimación de estos y otros factores, causa inexactitud en el modelo y una disminución en la fiabilidad de los valores que con él se obtienen.

Una forma de simular el comportamiento real de un sistema y disminuir los errores cometidos en la estimación de los factores que se introducen al modelo, es disponer de datos determinados en campo de algunas de las variables de la red (presiones y gastos) y minimizar las diferencias entre estos y los valores calculados con el modelo, mediante la aplicación de algún método de calibración, ajustando los datos menos confiables (rugosidad de las tuberías y consumos en los nodos). Con este propósito, se han propuesto diferentes

algoritmos de calibración de modelos de redes (Rahal *et al.*, 1980; Walski, 1983; Ormsbee y Wood, 1986; Bhave, 1989). Estas técnicas de calibración resuelven las ecuaciones para redes en las que incluyen factores de ajuste de coeficientes de pérdida de carga y gasto, presentando la limitación de solucionarlas para régimen permanente, condición que rara vez se presenta en la práctica. Además, de acuerdo con la experiencia, se ha observado que se obtienen resultados diferentes en el ajuste de un mismo modelo, por medio de estas técnicas para distintas condiciones de operación de la red.

Considerando lo anterior, resulta conveniente desarrollar un método de calibración que describa el flujo transitorio del agua. Si bien por un lado, la utilización de un modelo elástico permite realizar un análisis más completo y detallado del fenómeno en estudio (Liggett, 1995), por otro, resulta impráctica su aplicación. Entonces, es posible bajo ciertas condiciones, simplificar este modelo recurriendo al desarrollo de algoritmos más sencillos que puedan ser aplicados al análisis de problemas prácticos y que proporcionen resultados confiables, pero analizando dinámicamente a la red.

Cabe notar que recientemente se ha puesto en práctica el diseño de redes sectorizadas con distritos hidrométricos integrados, en donde es posible aislar hidráulicamente los sectores de una red de distribución con movimientos de válvulas (Ochoa *et al.*, 1996). Por lo tanto, es posible generar un transitorio rápido donde los efectos inerciales resulten importantes y despreciables los elásticos, tanto que se permita considerar las aceleraciones y desaceleraciones del flujo y por ende un mejor ajuste de los coeficientes de rugosidad.

El método de calibración planteado aquí combina las ecuaciones de columna rígida y el método de Ormsbee y Wood (1986), el cual permite introducir variables de ajuste global para los coeficientes de pérdida de carga de las tuberías y puede ser aplicable a los modelos de redes sectorizadas.

## 1.2 Objetivos

Los objetivos planteados en la realización de este trabajo son:

1. Desarrollar un método dinámico de calibración que combine las las ecuaciones de la columna rígida y el método de Ormbee y Wood para estado permanente.
2. Probar el método dinámico de calibración en un modelo teórico de una red de distribución y analizar el comportamiento de las variables hidráulicas en el sistema, realizando comparaciones con algún método de flujo permanente aplicado sucesivamente (cuasi-estáticamente).

## 1.3 Estructura de la tesis

El material presentado en este trabajo se distribuye de la siguiente forma:

En el capítulo 2, se derivan las ecuaciones que gobiernan el flujo de agua en conductos a presión, presentándose las teorías utilizadas en el análisis de sistemas de distribución, señalando las hipótesis simplificadoras consideradas, con el propósito de tener presente sus límites de aplicación. Además, se describen diferentes técnicas de solución para análisis hidráulicos estáticos.

En el capítulo 3 se presentan algunos métodos de calibración de redes para condiciones de flujo permanente reportados en la literatura técnica.

En el capítulo 4 se establecen las ecuaciones básicas del modelo de columna rígida aplicadas a redes, utilizando el método de Newton-Raphson para linealizar la ecuación de cantidad de movimiento. Estas ecuaciones se aplican para modelar una red de distribución, para una condición de operación impuesta por el cierre total de una válvula, considerando diferentes tiempos de cierre. Se obtienen las variaciones temporales de las variables

hidráulicas y se comparan con los resultados de simulaciones hechas con el modelo cuasi-estático. En este capítulo se discute la adaptación de la modelación integral de redes de agua potable a la simulación dinámica.

En el capítulo 5 se describe de manera detallada el método dinámico de calibración de redes propuesto, utilizando la teoría de Newton-Raphson para linealizar la ecuación de cantidad de movimiento así como un esquema de diferencias finitas para su integración en el tiempo. También se presenta un ejemplo de aplicación de este método a un modelo de red de distribución, se obtienen las variaciones en la distribución de gastos, cargas y coeficientes de rugosidad y se comparan con las soluciones obtenidas de simulaciones realizadas con el método de flujo permanente para los mismos tiempos. Finalmente se presenta la adaptación de la modelación integral de redes de agua potable con el método dinámico de calibración.

En el capítulo 6 se presentan las conclusiones y recomendaciones del presente trabajo.

En el anexo A se muestra la aplicación de los métodos de análisis hidráulico para estado permanente, expuestos en el capítulo 2.

En el anexo B se presenta la aplicación de los métodos de calibración para estado permanente, mencionados en el capítulo 3.

Finalmente en el anexo C se presenta el algoritmo del método dinámico de calibración propuesto y se incluye el programa de cómputo utilizado.

## CAPÍTULO 2

# MODELACIÓN NUMÉRICA DE REDES EN FLUJO PERMANENTE

---

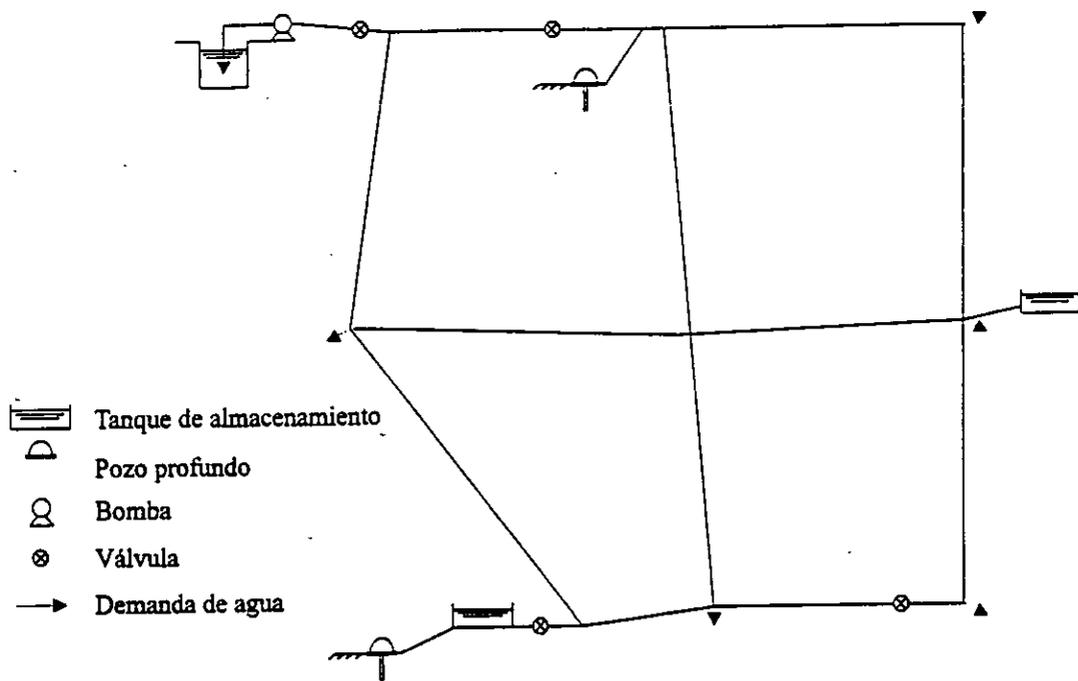
La modelación de redes de distribución de agua es un proceso cada vez más utilizado como una herramienta de análisis y como una fuente real de información en las decisiones ingenieriles y operacionales.

El proceso de modelación comprende no solo el algoritmo de cálculo matemático para resolver las ecuaciones que se formulan para representar el comportamiento de la red, sino también los datos que describen el sistema de distribución analizado. Un modelo contiene solo una fracción de la complejidad del sistema de distribución de agua real.

El número de ecuaciones disponibles en el análisis hidráulico de una red de distribución iguala al número de parámetros desconocidos (cargas y gastos); debido a que algunas de ellas son no lineales, es necesario utilizar un procedimiento iterativo para su solución. En la práctica se han desarrollado diferentes métodos para la solución de esas ecuaciones: 1) método de Hardy-Cross, 2) método de Newton-Raphson y 3) método de la teoría lineal.

### **2.1 Descripción de los elementos de un sistema**

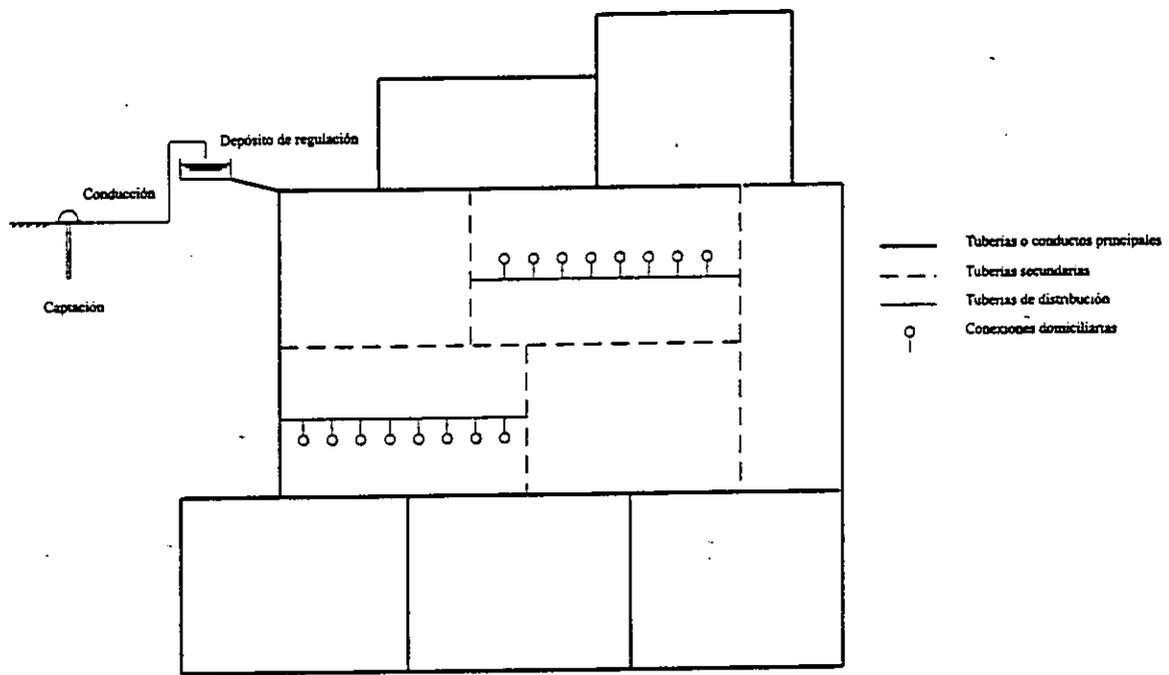
Una red de distribución de agua potable está constituida básicamente por tuberías y elementos especiales: válvulas, accesorios, hidrantes, elementos de unión, elementos de medición, etc. que deben ser dimensionados adecuadamente para suministrar los caudales demandados y mantener presiones mínimas en sus puntos más alejados. Existen además otros componentes en el sistema de distribución: depósitos, estaciones de bombeo, pozos, depósitos de regulación, etc. que son determinantes en la operación hidráulica. En la Figura 2.1 se muestra un esquema general de un sistema típico de distribución de agua.



**Figura 2.1** Esquema general de un sistema de distribución de agua

Las tuberías que componen un sistema de distribución pueden ser de diferentes materiales como hierro fundido, acero, concreto, asbesto-cemento, polietileno, cloruro de polivinilo (PVC). y atendiendo a su función, pueden ser clasificadas en principales, secundarias y conexiones domiciliarias (ver la Figura 2.2).

El diseño hidráulico de un sistema de distribución de agua se puede dividir en dos partes: a) planeación y b) capacidad. El problema de planeación consiste en seleccionar los lugares para diferentes elementos, como ubicación de tanques, válvulas y accesorios, longitud de tuberías, etc. El problema de capacidad por otro lado, consiste en determinar el tamaño óptimo de los elementos dado el lugar, por ejemplo el diámetro de las tuberías, geometría de tanques, etc.



**Figura 2.2** Clasificación de las tuberías de una red de distribución de agua potable.

## 2.2 Ecuaciones básicas de simulación de redes hidráulicas

El movimiento del agua en una tubería puede ser permanente o transitorio. El flujo es permanente si su velocidad y presión no varían con el tiempo. Pero si en algún punto las condiciones varían con el tiempo, se dice que el flujo es transitorio.

Atendiendo a su análisis, el flujo transitorio puede ser clasificado como:

a) *Transitorio lento o cuasi-estático*. - Se presenta cuando los caudales y presiones varían de manera muy lenta en el tiempo (del orden de horas). Como ejemplo se tiene el funcionamiento horario de las redes hidráulicas a presión, donde su análisis se realiza mediante la aplicación sucesiva del *modelo estático*.

b) *Transitorio rápido o de oscilación en masa.* - Es aquel en el cual los cambios temporales de gasto y presión son importantes, pero no tanto como para considerar los efectos elásticos de deformación del fluido y tuberías. El modelo que simula este fenómeno se conoce con el nombre de *modelo rígido*.

c) *Transitorio muy rápido o golpe de ariete.* - En este tipo de flujo, los cambios de presión son muy importantes debido a la violencia de las perturbaciones introducidas en el sistema. El modelo utilizado considera la compresibilidad del fluido y la elasticidad de las paredes de la conducción y se llama *modelo elástico*.

### 2.2.1 Ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento

Las ecuaciones que simulan el flujo de agua en tuberías se derivan de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento (Chaudry, 1981) y su desarrollo se describe enseguida.

Considérese la sección transversal de un tubo por el que circula un flujo de agua, como el que se muestra en la Figura 2.3. En este caso, las variables dependientes son la presión media  $p(x,t)$  y la velocidad media  $V(x,t)$  y las variables independientes son la distancia  $x$  a lo largo de la tubería y el tiempo  $t$ .

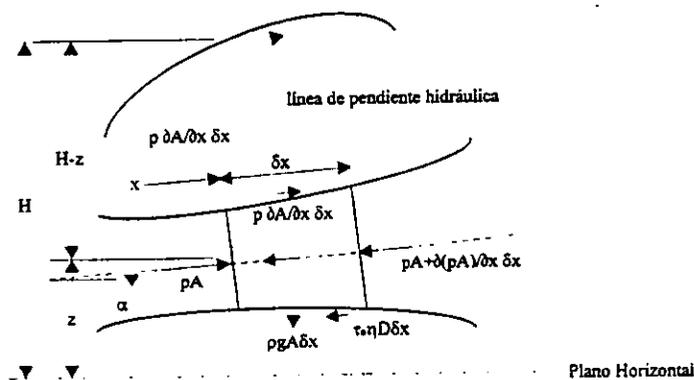


Figura 2. 3 Esquema de una sección de tubería con un flujo

En el desarrollo se suponen las hipótesis siguientes:

- Flujo unidimensional y homogéneo, lo cual implica una distribución uniforme de presión, velocidad y densidad.
- Las paredes del tubo se deforman de manera lineal.
- El tubo siempre está lleno (no hay vaporización del líquido).
- El tubo puede estar horizontal o inclinado y es prismático.
- Las pérdidas por efecto viscoso son tratadas como si el flujo fuera permanente.

Aplicando la segunda Ley de Newton en el volumen de control fijo del elemento de fluido en el tubo, la cual establece que la suma de las fuerzas axiales al eje del conducto es igual a la masa por la aceleración, se obtiene la ecuación de cantidad de movimiento, que es válida para flujo no-permanente:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (2.1)$$

donde:

$V$  = velocidad media del flujo  $[LT^{-1}]$ .

$H$  = carga de presión en cualquier punto, referida a un plano horizontal  $z$   $[L]$ .

$f$  = coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach

$D$  = diámetro de la tubería  $[L]$ .

$g$  = aceleración debida a la gravedad  $[LT^{-2}]$ .

La ecuación de continuidad aplicada al mismo volumen de control establece que la diferencia entre el flujo de masa que entra al volumen de control y el que sale de él, más la variación temporal de masa encerrada en el mismo es igual a cero, con lo cual se obtiene la ecuación siguiente:

$$V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} - V \sin \alpha + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

donde:

$a$  = velocidad de la onda de presión, depende del material del tubo y de la viscosidad del agua  $[LT^{-1}]$ .

$\alpha$  = ángulo de inclinación del eje longitudinal del tubo con respecto a un plano horizontal.

Ahora bien, las ecuaciones (2.1) y (2.2) pueden tener diversas simplificaciones (Abreu y Cabrera, 1995), como despreciar el peso del fluido, los términos convectivos  $\left( V \frac{\partial V}{\partial x}, V \frac{\partial H}{\partial x} \right)$ , así como la utilización de la variable  $Q$  en vez de la velocidad  $V$ , de esta manera se establece el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.4)$$

La variable  $A$  corresponde al área de la sección transversal del tubo. El último término de la ecuación (2.4) determina la resistencia al flujo.

El método más común para resolver este conjunto de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de tipo hiperbólico es el método de las características, que consiste en transformar las dos ecuaciones parciales en cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias, y con ello se obtiene una solución numérica de las funciones  $Q = Q(x,t)$  y  $H = H(x,t)$  capaces de describir la evolución del sistema como respuesta a determinadas condiciones de contorno.

La simplificación del sistema elástico al modelo rígido, resulta sencilla a partir del concepto de celeridad de onda de presión, descrita en la siguiente ecuación:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K D}{E e}}} \quad (2.5)$$

donde:

$K$  = módulo de elasticidad  $[ML^{-1}T^{-2}]$ .

$E$  = módulo elástico de Young  $[ML^{-1}T^{-2}]$ .

$e$  = espesor del tubo  $[L]$ .

$D$  = diámetro del tubo  $[L]$ .

$\rho$  = densidad del agua  $[ML^{-3}]$ .

Cuando la celeridad tiende a infinito ( $a \rightarrow \infty$ ), o la variación local de  $H$  tiende a cero ( $\partial H / \partial t \rightarrow 0$ ) por cambiar las condiciones del flujo muy lentamente en el tiempo, la ecuación de continuidad (ecuación 2.3) se convierte en:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

La ecuación (2.6) indica que  $Q$  no varía en el espacio, por lo que:

$$Q = Q(t) \quad (2.7)$$

mientras que la ecuación de cantidad de movimiento (ecuación 2.4) se convierte en:

$$\frac{dQ}{dt} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.8)$$

Integrando la ecuación (2.8) entre los puntos extremos de una tubería (nodos i y j) se obtiene:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{L}(H_i - H_j) + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.9)$$

donde  $H_i$  y  $H_j$  son respectivamente los valores de las cargas en los nodos i y j; y L es la longitud de la tubería.

La ecuación (2.9) caracteriza el modelo rígido inercial y es conocida como ecuación de Bernoulli generalizada o ecuación de Euler.

Si en la ecuación (2.9) se desprecian los cambios temporales de la velocidad ó del caudal para cada instante de tiempo ( $dQ / dt = 0$ ), se obtiene:

$$\frac{gA}{L}(H_i - H_j) + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \quad (2.10)$$

conocida como ecuación de Darcy-Weisbach que caracteriza la pérdida de energía por cortante del agua con las paredes de la tubería en flujo permanente.

En resumen, el modelo dinámico elástico-inercial (golpe de ariete) está caracterizado por las ecuaciones (2.3) y (2.4) y al menos una condición de contorno rápidamente variable en el tiempo. El modelo inercial rígido (oscilación en masa), está caracterizado por una ecuación diferencial ordinaria (2.9), y al menos una condición de contorno variable en el tiempo de modo significativo. El modelo cuasi-estático, se caracteriza por una ecuación algebraica (2.10) en Q y al menos una condición de contorno lentamente variable en el tiempo. Finalmente, el modelo estático está caracterizado por la ecuación algebraica (2.10) y por condiciones de contorno permanentes.

### 2.2.2 Simulación de redes hidráulicas en flujo permanente

Para efecto de análisis hidráulico, los elementos que componen un sistema de distribución pueden ser representados esquemáticamente por un conjunto de nodos y tramos como se muestra en la Figura 2.4. Un tramo es un segmento de la red que transporta un gasto y no tiene ramificaciones. Un nodo corresponde al punto donde confluyen dos o más tramos, bien al extremo final de un tramo, o bien donde se conecta un depósito, bomba u otros accesorios.

Se observa que la red de distribución de agua de la Figura 2.4 está formada por dos puntos de suministro (depósitos 1 y 10), una serie de nodos (2 al 9) y una serie de tuberías conectadas (líneas 1 a 12).

El problema de análisis hidráulico de flujo permanente en la red se formula de la siguiente manera: Se conocen los diámetros, longitudes y coeficientes de fricción en los tramos; las demandas y válvulas. Se requiere determinar la distribución de los gastos en los tramos y las cargas piezométricas en los nodos.

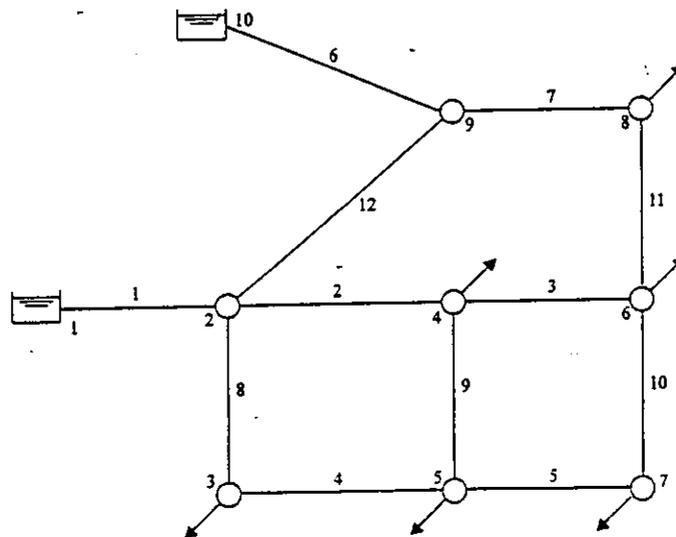


Figura 2.4. Esquema hidráulico de una red de distribución de agua

Las ecuaciones disponibles para el análisis hidráulico son:

- La ecuación de continuidad en cada nodo (excluyendo los depósitos).
- La ecuación de pérdidas por cortante para cada tramo.
- Condiciones de frontera (depósitos, bombas, orificios y válvulas).

Para solucionar este problema se parte de las ecuaciones que describen el funcionamiento de las diferentes componentes de la red y de los dos sistemas de ecuaciones que expresan las dos leyes de Kirchoff:

a) La primera ley de Kirchoff, o condición de continuidad, para una red establece que la suma de los gastos que entran y salen de un nodo es igual a cero, es decir:

$$\sum_{i=1}^I Q_i - q_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.11)$$

donde  $Q_i$  es el gasto en el tramo  $i$ ;  $q_j$  es la demanda en el nodo  $j$ ;  $N$  es la cantidad de nodos, e  $I$  es la cantidad de tramos que concurren al nodo  $j$  en consideración.

b) La segunda ley de Kirchoff, o condición de conservación de la energía, establece que la suma de las pérdidas de carga en los tramos de un circuito cerrado es igual a cero, es decir:

$$\sum_{i=1}^{ntc} h_{r_i} = 0 \quad (2.12)$$

Para cada uno de los circuitos de la red,  $i$  señala el número de tramo en consideración y  $ntc$  la cantidad de tramos en el circuito.

Entre los elementos de frontera de una red de distribución se pueden considerar los siguientes:

1) *Depósito de agua con superficie libre.* En este caso, la cota piezométrica en los extremos de las tuberías que empiezan o terminan en el depósito, es igual a la cota del nivel del agua en éste, es decir:

$$H_j = \text{const.} = \text{cot a nivel de agua} \quad (2.13)$$

2) *Descarga libre.* En este caso la carga de velocidad  $V^2 / 2g$  se desprecia por ser muy pequeña, y la cota piezométrica en el punto de la descarga es igual a la cota topográfica de ésta. Una descarga libre se representa entonces como un nodo de cota piezométrica fija, es decir:

$$H_j = \text{const.} = Z_j \quad (2.14)$$

3) *Bombas.* La relación entre la carga  $H$  y el gasto  $Q$ , que pasa a través de la bomba se expresa por su curva característica o curva carga-gasto, que se puede representar por un polinomio de segundo grado, es decir:

$$H = AQ^2 + BQ + C \quad (2.15)$$

donde  $A$ ,  $B$  y  $C$  son coeficientes que se determinan por el método de los mínimos cuadrados.

Los métodos de análisis de redes incluyen 2 partes: formulación del sistema de ecuaciones y su solución numérica. Así, para una red con  $i$  tuberías,  $j$  nodos y  $k$  depósitos, el problema tiene  $i+j-k$  incógnitas y consecuentemente resultan  $i+j-k$  ecuaciones.

El problema asociado con la solución de estas  $i+j-k$  ecuaciones para un número igual de incógnitas, es que las ecuaciones de pérdidas son no lineales. Además los elementos de frontera, tanto las bombas como los orificios tienen características no lineales, y de la misma manera las válvulas de presión presentan formas de operación complejas.

Considerando la complejidad para resolver en forma analítica el sistema de ecuaciones no lineales, se han desarrollado diferentes métodos numéricos, algunos de los cuales se presentan en el siguiente inciso.

### **2.3 Algoritmos de solución**

Jeppson (1976) señala que en forma general se han desarrollado tres métodos iterativos para el análisis de sistemas de tuberías y la solución de las ecuaciones planteadas en el inciso anterior: la técnica de Hardy-Cross, el método de Newton Raphson y el método de la teoría lineal.

El algoritmo de Hardy-Cross fue desarrollado en 1936, y representa el primer intento realizado para resolver manualmente el sistema de ecuaciones. Martin y Peters (1963) desarrollaron un algoritmo usando el método de Newton-Raphson para un sistema de tuberías y posteriormente, Shamir y Howard (1968) presentaron la metodología para incluir válvulas y bombas. El método lineal fue desarrollado por Wood y Charles (1972) y aplicado para redes simples. Posteriormente Tavallaee (1974) generalizó este método para incluir bombas. Guerrero y Arreguín (1997) desarrollaron un algoritmo para el análisis de redes de distribución, incorporando las tomas domiciliarias, los tinacos o cisternas, las tuberías de distribución y la red secundaria.

#### **2.3.1 Algoritmo de Hardy-Cross**

El algoritmo de Hardy-Cross consiste básicamente en dos métodos: a) método del circuito y b) método del nodo. El objetivo de ambos métodos es establecer un esquema para resolver el sistema de ecuaciones no lineales de una manera sistemática.

##### *a) Método del circuito*

Considérese un sistema de distribución de agua formado por dos circuitos, como el que se muestra en la Figura 2.5. Si el sistema está en equilibrio, las pérdidas en los tramos 1 más 2

deben igualar a las de los tramos 3 más 4. Es decir, en todos los circuitos se debe cumplir la segunda ley de Kirchoff (ecuación 2.12).

Se puede asignar un sentido de dirección a cada circuito y llamar pérdidas positivas si el flujo en la tubería coincide con la dirección del circuito y pérdidas negativas en caso contrario.

El concepto de Hardy-Cross en este método fue iniciar con una red de distribución en la cual se suponen los gastos en todas las tuberías, de forma que se cumpla la ecuación de continuidad en todos los nodos y después corregir estos gastos hasta obtener los que cumplan con la condición de la ecuación (2.12). Para ilustrar este proceso, considérese la Figura 2.6 en la que se muestra una red de distribución con los gastos asignados (supuestos) en cada tubería y sus correspondientes direcciones de flujo.

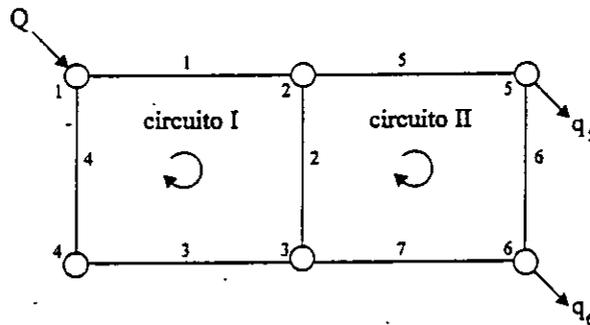


Figura 2. 5 Sistema de distribución de agua formado por dos circuitos

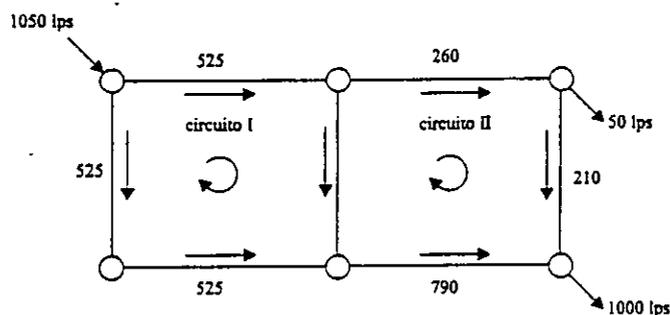


Figura 2. 6 Gastos supuestos y dirección del flujo de la red de distribución de la Figura 2.5.

Considerando las asignaciones mostradas en la Figura 2.6, la ecuación (2.12) no será satisfecha para el circuito 1, sino que se presentará una pérdida residual en el tiempo expresada como la suma de pérdidas de carga obtenidas alrededor del circuito:

$$\Delta h = \sum_{i=1}^{nrc} h_{f_i} \quad (2.16)$$

Las pérdidas por cortante en cada tubería ( $h_{f_i}$ ), se calculan con la siguiente fórmula:

$$h_{f_i} = K_i Q_i^n \quad (2.17)$$

donde:

$K_i$  = es un coeficiente que depende de la longitud, diámetro y rugosidad de la tubería.

$Q_i$  = gasto que circula a través de la tubería [ $L^3 T^{-1}$ ].

$n$  = exponente que depende de la ecuación utilizada,  $n = 2$  para Darcy-Weisbach;

$n = 1.85$  para Hazen-Williams.

Es conveniente considerar que si se sobrepone una corrección en la variación del flujo  $\Delta Q$  en todas las tuberías de cualquier circuito con ó contra el sentido de la dirección del flujo,  $\Delta h = f(\Delta Q)$  es una función que se incrementa indefinidamente. Si se incrementa el gasto en las tuberías 1 y 2 desde 550 lps y 275 lps hasta 600 lps y 325 lps respectivamente  $h_f$  (positiva) en esas tuberías se incrementa. Al mismo tiempo el gasto en las tuberías 4 y 3 decrece ( $\Delta Q$  en contra de el flujo indicado) a 500 lps y 450 lps, respectivamente. Esto dará como resultado pérdidas por cortante menores (absolutas) y negativas, de tal forma que  $h_f$  se incrementa nuevamente en esa tuberías. Por lo tanto, la ecuación (2.16) puede ser escrita ahora como:

$$\Delta h = \sum (\pm)_i K_i Q_i^n \quad (2.18)$$

donde el signo es positivo o negativo, dependiendo de la dirección del flujo en el circuito. Para determinar las variaciones del flujo en las tuberías de 1 a 4, se tiene que resolver la siguiente ecuación:

$$\sum (\pm)_i K_i [Q_{0i} + (\pm)_i \Delta Q]^n = 0 \quad (2.19)$$

donde:

$Q_{0i}$  = gasto calculado en la tubería  $i$  (siempre es positivo)  $[L^3T^{-1}]$ .

$(\pm)_i$  = signo asociado con la pérdida de fricción.

$(\pm)_i \Delta Q$  = corrección necesaria en  $Q_{0i}$   $[L^3T^{-1}]$ .

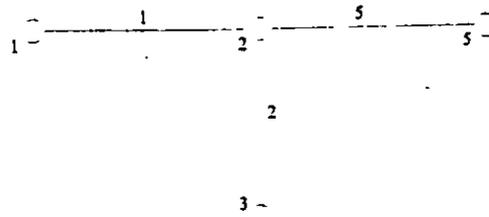
Cross sugirió resolver la ecuación (2.19) para un circuito a la vez mediante su linealización, obteniéndose:

$$\Delta Q = - \frac{\sum h_{f_i}}{n \sum \left| \frac{h_{f_i}}{Q_{0i}} \right|} \quad (2.20)$$

#### *b) Método del nodo*

Este método consiste en suponer cargas en todos los nodos, y a partir de estas calcular los gastos  $Q_i$  en cada tubería. La solución del método requiere resolver tantas ecuaciones como nodos con carga desconocida haya en el sistema. En el ejemplo de la Figura 2.6, se requiere resolver cinco ecuaciones (asumiendo que la carga en el nodo 1 es conocida), lo cual indica que hay 2.5 veces más ecuaciones que cuando se utilizó el método del circuito.

Considerando la Figura 2.7 donde se muestra la unión de las tuberías 1, 2 y 5 del sistema representado en la Figura 2.6, asumiendo que el sistema está balanceado, se debe cumplir la primera ley de Kirchoff (ecuación 2.11).



**Figura 2. 7** Unión de las tuberías 1, 2 y 5 del sistema representado en la Figura 2.6.

Como al inicio del cálculo no se cumple la ecuación (2.11), dado que las cargas supuestas generalmente difieren de los valores reales, se obtiene el siguiente residuo:

$$\Delta Q = \sum Q_i \quad (2.21)$$

Usando la ecuación (2.17) se puede escribir:

$$Q_i = \left( \frac{h_i}{K_i} \right)^{1/n} \quad (2.22)$$

Si se llama  $H_i$  a la carga piezométrica del nodo bajo consideración y  $H_j$  a la carga piezométrica en el otro extremo de una tubería, se puede establecer:

$$\Delta Q = \sum \pm (H_i - H_j) \left( \frac{|H_i - H_j|}{K_i} \right)^{1/n} \quad (2.23)$$

Asumiendo que los valores de las cargas  $H_j$  son los correctos, se iguala a cero la ecuación (2.23), se linealiza y se resuelve para  $H_i$  (Chaudry, 1981):

$$\Delta H = - \frac{\sum^n Q_i}{\sum \left| \frac{Q_i}{H_{0i} - H_{0j}} \right|} \quad (2.24)$$

En el apéndice A se muestra un ejemplo de aplicación del algoritmo de Hardy Cross a una red que servirá de base en el resto del trabajo.

### 2.3.2 Método de Newton-Raphson

El método de Newton Raphson es un método iterativo utilizado para la solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones no lineales. En cada iteración se soluciona un sistema de ecuaciones lineales cuya matriz está formada por las derivadas parciales de cada una de las ecuaciones con respecto a cada una de las variables.

En este método se linealizan las ecuaciones considerando los dos primeros términos del desarrollo de Taylor de las mismas. Matemáticamente se expresa por:

$$R_{k+1} = R_k + \left. \frac{\partial R}{\partial x} \right|^k (\Delta x) + O(\delta^2) \quad (2.25)$$

Si se aplica la definición de la ecuación (2.25), la ecuación de energía para régimen permanente puede ser expresada de la siguiente manera:

$$K_i Q_{i_k}^n - (H_i - H_j) + \left. \frac{\partial R}{\partial Q} \right|^k (Q_{i_{k+1}} - Q_{i_k}) = 0 \quad (2.26)$$

donde:

$$\frac{\partial R}{\partial Q} = nK_i |Q_{i_k}|^{n-1} \quad (2.27)$$

siendo:

$Q_{i_k}$  = es el gasto calculado en la iteración k  $[L^3T^{-1}]$ .

$Q_{i_{k+1}}$  = es el gasto a determinar en la iteración k+1  $[L^3T^{-1}]$ .

Sustituyendo la ecuación (2.27) en la ecuación (2.26), desarrollando y ordenando términos, se obtiene:

$$nK_i Q_{i_{k+1}} |Q_{i_k}|^{n-1} = (H_i - H_j) + nK_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1} - K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1} \quad (2.28)$$

Se considera que se conocen las condiciones en la iteración K y a partir de estas se determinan las de la iteración K + 1:

$$Q_{i_{k+1}} = \frac{(H_i - H_j)}{nK_i |Q_{i_k}|^{n-1}} + Q_{i_k} - \frac{K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1}}{nK_i |Q_{i_k}|^{n-1}} \quad (2.29)$$

El método de Newton-Raphson se aplica al análisis de redes de distribución en dos casos: a) cuando las incógnitas son los gastos en los tramos (método de circuitos y b) cuando las incógnitas son las cargas en los nodos (método de nodos).

*a) Método de Newton-Raphson aplicado cuando las incógnitas son los gastos en los tramos*

En este caso, el primer término del miembro de la derecha en la ecuación (2.29) es nulo, ya que de acuerdo con la segunda ley de Kirchoff (ecuación 2.12), la altura piezométrica aguas abajo del tramo i es igual a la altura piezométrica aguas arriba del tramo i+1, y así sucesivamente. Por lo tanto la ecuación (2.29) se transforma en:

$$Q_{i_{k+1}} = Q_{i_k} - \frac{K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1}}{nK_i |Q_{i_k}|^{n-1}} \quad (2.30)$$

De la ecuación (2.11) se deduce:

$$\sum_{i=1}^l Q_i = q_j \quad j = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.31)$$

Aplicando la ecuación (2.30) a un circuito de la red se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{ntc} Q_{i_{k+1}} = \sum_{i=1}^{ntc} Q_{i_k} - \sum_{i=1}^{ntc} \frac{K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1}}{nK_i |Q_{i_k}|^{n-1}} \quad (2.32)$$

Para el método de circuitos se establece un sistema de ecuaciones que resulta de aplicar la ecuación (2.31) a cada nodo y la ecuación (2.32) a cada circuito y tramo de la red.

*b) Método de Newton-Raphson cuando las incógnitas son las cargas en los nodos.*

En este caso, se combina la ecuación (2.29) con la ecuación (2.31) y se obtiene la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^l \left[ \frac{(H_i - H_j)}{nK_i |Q_{i_k}|^{n-1}} + Q_{i_k} - \frac{K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1}}{nK_i |Q_{i_k}|^{n-1}} \right] = q_j \quad (2.33)$$

Para el método de nodos, se establece un sistema de ecuaciones que resulta de aplicar la ecuación (2.33) a cada nodo de la red.

En el apéndice A se presenta un ejemplo numérico de la aplicación de este algoritmo.

### 2.3.3 Método de la teoría lineal

El método de la teoría lineal consiste en la linealización de las ecuaciones de pérdida de carga y su solución por medio de un proceso iterativo. De acuerdo con este método, la ecuación que relaciona la pérdida de carga con el gasto puede ser expresada en forma linealizada siguiente:

$$h_{fi} = K_i Q_{ik}^{n-1} Q_{ik+1} \quad (2.34)$$

El método lineal se puede aplicar en dos casos: a) cuando las incógnitas son los gastos en los tramos y b) cuando las incógnitas son las cargas en los nodos (Isaccs y Mills, 1980).

#### a) Método lineal aplicado cuando las incógnitas son los gastos en los tramos

En este caso se aplica la ecuación (2.34) a cada circuito de la red obteniéndose:

$$\sum_{i=1}^I h_{fi} = K_i Q_{ik}^{n-1} Q_{ik+1} = 0 \quad (2.35)$$

Con la ecuación (2.31) aplicada a cada nodo y la ecuación (2.35) aplicada a cada circuito, se establece un sistema de ecuaciones que será necesario resolver iterativamente. En cada iteración resulta un nuevo  $Q_{ik+1}$  y se continúa con el proceso hasta que los valores de los gastos calculados no cambian o alcanzan un grado de convergencia establecido.

#### b) Método lineal aplicado cuando las incógnitas son las cargas en los nodos

En este caso el gasto en cada tramo se expresan por medio de las cargas en los nodos extremos de éste. Si se combina la ecuación (2.22) con la primera ley de Kirchoff (ecuación 2.11) y se reemplaza  $h_{fi}$  por  $H_i - H_j$ , se obtiene:

$$\sum_{i=1}^j \frac{(H_i - H_j)^{1/n}}{K_i^{1/n}} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.36)$$

La ecuación (2.36) representa un sistema de N ecuaciones con N incógnitas. Una vez linealizadas las ecuaciones, la solución se obtiene iterativamente. A partir de las cargas H, se calculan las pérdidas de carga y finalmente los gastos en los tramos.

En el apéndice A se muestra un ejemplo de aplicación de este método.

#### **2.3.4 Algoritmo de Guerrero-Arreguín (1997)**

La simulación integral de redes de agua potable fue propuesta por Guerrero y Arreguín en 1997. Se basa fundamentalmente en incorporar varios componentes que existen en la red y que no se contemplan en otros métodos, tales como las tomas domiciliarias, los tinacos o cisternas, las tuberías de distribución y la red secundaria. Este nuevo algoritmo de simulación hidráulica de redes contempla nuevos conceptos como cuerda, nodo principal y recorrido cuyo propósito es modelar las bombas, válvulas y tubos, gastos de las tomas domiciliarias y consumos en una sola ecuación para simplificar el sistema de ecuaciones generado en el modelo de la red.

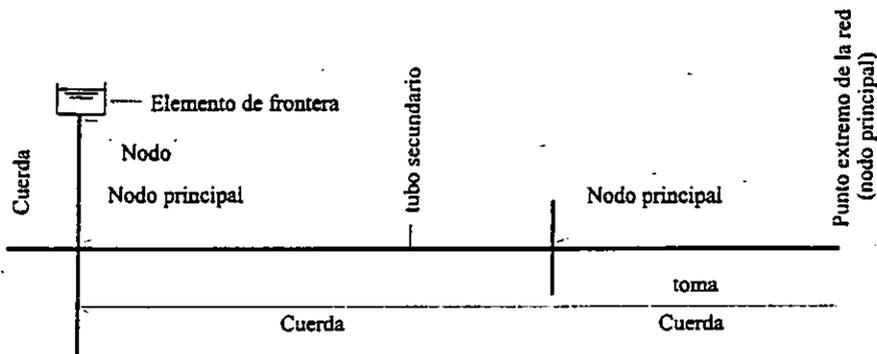
Con este algoritmo se propone dar solución a la ecuación de continuidad en función de las energías en los nodos, y resolver por separado a la red primaria y a un conjunto de subredes secundarias, con la ventaja de resolver sistemas de ecuaciones más pequeños que el que se forma resolviendo la red completa.

##### **2.3.4.1 Planteamiento general del algoritmo**

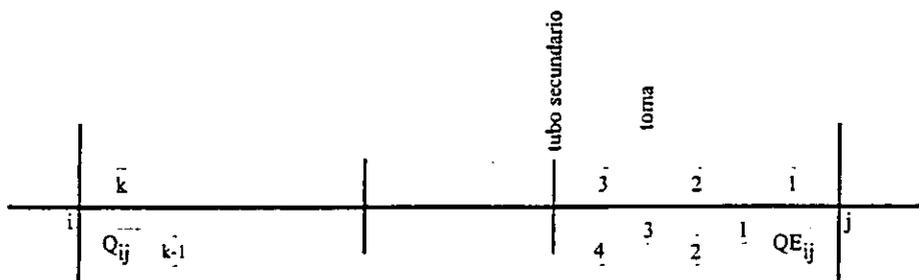
Con el propósito de evitar el mayor número posible de ecuaciones de nodo, sin la necesidad de eliminar las variables, se proponen los conceptos de cuerda, nodo principal y recorrido.

*Cuerda.* Es un conjunto de elementos internos conectados en serie, donde se puede transportar, derivar y controlar diferentes flujos y modelarse con una sola ecuación (ver Figura 2.8).

Si en la cuerda se conectan tuberías de distribución o secundarias (aquellas donde existen tomas domiciliarias conectadas y fugas de agua), la cuerda es de distribución y el gasto es espacialmente variado (Figura 2.9); en caso contrario la cuerda es sin distribución y el gasto es constante (Figura 2.10).



**Figura 2.8.** Cuerdas y nodos principales en red de distribución.



**Figura 2.9** Cuerda de distribución donde el gasto es espacialmente variado



Considérese la red de la Figura 2.11 con 100 manzanas, donde cada una forma un circuito, diez en el lado a y diez en el lado b; y supóngase que existen 20 tomas por manzana en promedio, lo que hace un total de 2000 tomas. Considerando el número de circuitos y nodos, se tienen 100 ecuaciones de energía y 120 ecuaciones de nodo. Por otro lado, debido al número de tomas domiciliarias, existen 2000 ecuaciones de energía y 2000 ecuaciones de continuidad. Por lo tanto, si se desea simular hidráulicamente la red, es necesario plantear un total de 2100 ecuaciones de energía y 2120 ecuaciones de continuidad.

Siguiendo las recomendaciones de las normas de diseño de redes de agua potable, es posible formar un circuito principal cada cuatro o cinco manzanas con los tubos de mayor diámetro, eliminando los de diámetros menores incluidos dentro de los circuitos principales. Si en la red del ejemplo se forman cuatro circuitos, dos en cada lado, resultan cuatro ecuaciones de energía y ocho ecuaciones de continuidad. Si por otro lado, el gasto (demanda de agua) por cada toma se calcula mediante una curva de demanda, estos gastos son conocidos sin la necesidad de plantear ecuaciones de energía. Si además se considera que las tomas domiciliarias se conectan únicamente a los dos nodos extremos de las tuberías de distribución, tampoco es necesario plantear ecuaciones de continuidad. Por lo tanto, con estas simplificaciones se eliminan todas las ecuaciones de energía y continuidad correspondientes.

De esta manera las simplificaciones utilizadas en este método permiten eliminar el 99.7% de las ecuaciones que sería necesario resolver en este ejemplo. Es decir, los problemas de redes de agua potable se resuelven utilizando un porcentaje muy bajo de ecuaciones, que pueden proporcionar resultados aceptables.

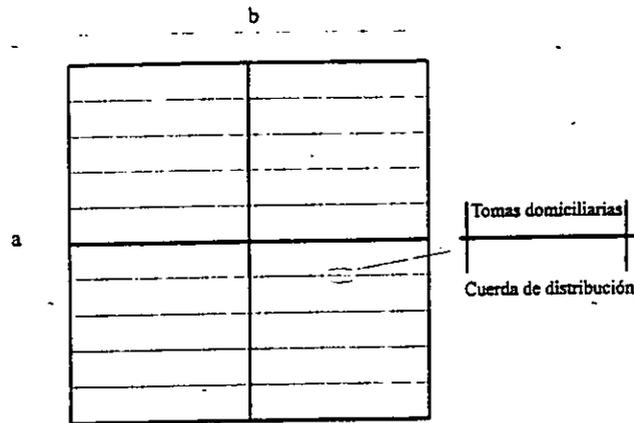


Figura 2.11 Red de distribución de agua potable de forma rectangular.

### 2.3.4.2 Nodo principal

La ecuación de continuidad para todo nodo principal  $i$  existente en la red es:

$$\sum_{j=1}^o Q_{ij} + \sum_{\ell=1}^p Q_{i\ell} + Q_{fi} = q_i \quad (2.37)$$

donde  $Q_{ij}$  son los gastos de las cuerdas de distribución conectadas al nodo principal  $i$ ;  $Q_{i\ell}$  son los gastos de las cuerdas sin distribución;  $Q_{fi}$  es el gasto de las fugas de agua concentradas en los nodos principales;  $q_i$  es un gasto conocido en el nodo principal  $i$ ;  $o$ , es el número de cuerdas de distribución que confluyen en el nodo principal  $i$ ; y  $p$  es el número de cuerdas sin distribución que se conectan en el nodo principal  $i$ .

Los gastos  $Q_{ij}$  son función del valor de la energía  $H_i$  en el nodo principal  $i$ , del valor de la energía  $H_j$  en el extremo de la cuerda y de los valores de la rugosidad relativa  $\epsilon/D$  de cada uno de los tramos de la cuerda. Es decir:

$$Q_{ij} = F_1(H_i, H_j, (\varepsilon/D)_{ij}^1, (\varepsilon/D)_{ij}^2, \dots, (\varepsilon/D)_{ij}^k) \quad (2.38)$$

Los gastos  $Q_{ij}$  son función de la diferencia de energías en los extremos de la cuerda y de los valores de rugosidad relativa  $\varepsilon/D$  de cada uno de los tramos.

$$Q_{it} = F_2((H_i - H_t), (\varepsilon/D)_{it}^1, (\varepsilon/D)_{it}^2, \dots, (\varepsilon/D)_{it}^k) \quad (2.39)$$

Los gastos de las fugas de agua se calculan con:

$$Q_{fi} = K_o \sqrt{(H_i - z_i)} \quad (2.40)$$

donde  $z_i$  es la altura de posición del nodo principal  $i$ ; y  $K_o$  es un parámetro que depende de la geometría del orificio.

Sustituyendo la ecuación (2.40) en la ecuación (2.37) se obtiene:

$$\sum_{j=1}^o Q_{ij} + \sum_{t=1}^p Q_{it} + K_o \sqrt{(H_i - z_i)} = \bar{q}_i \quad (2.41)$$

### 2.3.4.3 Cuerda de distribución

Para obtener la ecuación que modela a una cuerda de distribución, se aplica la ecuación de la energía del nodo principal  $i$  al nodo principal  $j$ .

$$H_i = H_j + \sum_{d=1}^k (hf_{ij} - hb_{ij} + hl_{ij})^d \quad (2.42)$$

donde  $hf_{ij}$  es la pérdida de energía distribuida en un subtramo de tubería de la cuerda;  $hb_{ij}$  la carga de la bomba si es que esta existe en el subtramo;  $hl_{ij}$  es la suma de pérdidas locales de energía, producidas por cualquier tipo de válvula o conexión;  $k$  es el número de subtramos de tubería de cuerda.

En las cuerdas de distribución puede presentarse el caso en que los dos gastos de los tramos extremos tengan un sentido hacia adentro de la cuerda, para abastecer únicamente a los consumos de las tomas domiciliarias o tubos secundarios que se conectan. Cabe señalar que este caso no puede simularse con los otros métodos, ya que suponen concentradas las demandas en los nodos extremos.

La suma de pérdida locales de energía se calcula con la ecuación:

$$hl = \sum K_r Q^2 \quad (2.43)$$

donde  $K_r$  es un coeficiente de pérdida de carga por accesorios.

La ecuación de pérdida de energía por conducción puede expresarse en forma general como:

$$hf = K_f Q^n \quad (2.44)$$

donde  $K_f$  es un coeficiente de pérdida de carga por cortante.

Sustituyendo las ecuaciones (2.43) y (2.44) en la ecuación (2.42) se obtiene la ecuación que modela a una cuerda de distribución:

$$H_i = H_j + \sum_{d=1}^k \left[ K_r Q_{ij} |Q_{ij}|^{n-1} - hb_{ij} + \sum K_f Q_{ij} |Q_{ij}| \right]^d \quad (2.45)$$

donde  $hb_{ij}$  se puede calcular con una expresión similar a la ecuación (2.15).

El orden de enumeración de los subtramos de tubo, indicado en la Figura 2.9, es importante en la evaluación del segundo término del lado derecho de la ecuación (2.45) puesto que los cálculos para el subtramo de tubo  $d$  permiten conocer la energía en el punto donde se conecta el subtramo de tubo  $d + 1$ . Con este valor de la energía, se calcula el gasto de la toma domiciliaria, el gasto del tubo secundario o el gasto de la fuga de agua, y enseguida, aplicando la ecuación de continuidad se conoce el gasto del subtramo de tubo  $d + 1$ . Las pérdidas o ganancias de energía en el subtramo de tubo son función del gasto calculado en ese subtramo de tubo, no obstante, este gasto depende del gasto  $Q_{ij}$  del subtramo de tubo conectado al nodo principal  $j$ . Se procede de esta manera hasta llegar al subtramo de tubo  $k$  que le corresponde el gasto  $Q_{ij}$ .

Para evaluar la energía  $H_i$  en el nodo principal  $i$  con la ecuación (2.45), se utiliza el siguiente procedimiento:

1. Se calcula el término derecho de la ecuación (2.45) para  $d = 1$ . Este valor corresponde a la energía en el nodo  $d$ .
2. Si en el nodo  $d$  se conecta una toma domiciliaria, el gasto en la toma puede calcularse aplicando el método numérico de Newton-Raphson a la ecuación (2.45) considerando la ecuación (2.15). Con este procedimiento se obtiene:

$$Q = Q' - \frac{F(Q')}{\frac{\partial F(Q')}{\partial Q}} \quad (2.46)$$

donde:

$$F(Q') = -H_i + K_f Q|Q|^{n-1} + \left[ -A + \sum K_j \right] Q|Q| - B|Q| - C \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial F(Q')}{\partial Q} = nK_f |Q|^{n-1} + Q|Q|^{n-1} \frac{\partial K_f}{\partial Q} + 2[-A + \sum K_i] |Q| - B \quad (2.48)$$

Si se utiliza la ecuación de Hazen-Williams:

$$\frac{\partial K_f}{\partial Q} = 0 \quad (2.49)$$

y cuando se utiliza la ecuación de Darcy-Weisbach, se tiene que:

$$\frac{\partial K_f}{\partial Q} = \frac{1.019 L \log(\text{Re})(1 - b/2)}{g D^5 \sqrt{a} \text{Re}^{(1-b/2)} \left[ \frac{\epsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{\sqrt{a} \text{Re}^{(1-b/2)}} \right] \log \left( \frac{\epsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{\sqrt{a} \text{Re}^{(1-b/2)}} \right)^3} \quad (2.50)$$

donde a y b se determinan por medio de un análisis de regresión; Re es el número de Reynolds.

3. Si en el nodo d se conecta un tubo secundario, su gasto se obtiene de los datos obtenidos de la simulación de la subred correspondiente.

4. Si en el nodo d existe una fuga de agua, su gasto se obtiene aplicando la ecuación (4.40).

5. Se aplica la ecuación de continuidad en el nodo d y se calcula el gasto en el tramo d + 1, y se repite el proceso desde el paso número 2 al paso número 5 hasta llegar al nodo principal i.

#### 2.3.4.4 Cuerda sin distribución

Para obtener la ecuación de las cuerdas sin distribución (ver Figura 2.10), se aplica la ecuación de la energía del nodo principal i al nodo principal  $\ell$ :

$$H_i - H_e = \sum_{l=1}^r hf_{ie}^l - \sum_{p=1}^s hb_{ie}^p + \sum_{l=1}^r hl_{ie}^l \quad (2.51)$$

donde las variables se refieren a los mismos aspectos indicados en el otro tipo de cuerda, con la única diferencia en los subíndices y superíndices, siendo r el número de tramos de diferentes diámetros o rugosidades, y s el número de bombas.

Sustituyendo la ecuación (2.43) en la (2.51) se obtiene:

$$H_i - H_e = \sum_{l=1}^r hf_{ie}^l - \sum_{p=1}^s hb_{ie}^p + \sum_{l=1}^r \left[ \sum K_{\ell} \right]^l Q_{ie} |Q_{ie}| \quad (2.52)$$

#### **2.3.4.5 Condiciones de frontera**

Los valores de las energías  $H_j$  y  $H_e$  de las ecuaciones (2.45) y (2.52) pueden ser condiciones de un elemento de frontera, que puede ser a) una descarga libre, b) un pozo profundo, c) un tanque atmosférico. En los dos primeros casos el valor de la energía depende del gasto y en el último del nivel del agua.

Los valores de las energías  $H_i$  de las ecuaciones (2.45) y (2.52), para propósitos de calibración del sistema, pueden ser valores medidos directamente en la red. Sin embargo, estos valores no son condiciones de frontera y en estos puntos es necesario cumplir con la ecuación de continuidad. La misma situación se presenta si en el nodo principal existe una válvula reductora o sostenedora de presión, provocando valores de energía conocidos para cierto funcionamiento del sistema.

#### ***2.3.4.6 Solución del sistema de ecuaciones***

El sistema de ecuaciones (2.41) es no lineal y para encontrar su solución se utiliza la serie de Taylor con derivadas hasta de primer orden para transformarlo a un sistema de ecuaciones lineales.

### **2.4 Armado del modelo de la red**

El armado del modelo de una red de distribución de agua requiere el seguimiento de varias etapas, si bien en la práctica se sigue siempre un proceso análogo para cualquier red, cada una de ellas presenta peculiaridades que repercuten de manera muy significativa en los detalles de tratamiento interno de cada una de las etapas.

Las etapas a cubrir en el armado de una red son:

- a. Recopilación de información
- b. Esqueletización de la red.
- c. Análisis de consumos registrados y asignación de los mismos a los diferentes nodos del modelo.
- d. Reparto inicial de consumos no registrados.
- e. Medición de parámetros de la red.
- f. Comprobación del modelo inicial.
- g. Calibración del modelo inicial.

#### ***2.4.1 Recopilación de información***

La primera etapa en la elaboración del modelo de una red en servicio consiste en recopilar la mayor cantidad posible de información fidedigna acerca de la red y su modo de funcionamiento, con el objeto de conocer el sistema y la problemática que presenta. Además de recurrir a los datos de archivo, será también importante contar con la

experiencia del personal especializado del Organismo o Compañía encargada de la operación de la red.

Los datos más importantes a recopilar son los siguientes:

- *Trazados*: recorrido y conexionado de las diferentes tuberías que configuran el sistema.
- *Cotas*: cotas de nivel de nudos y depósitos de la red, y en especial de los puntos de medida de presión.
- *Tuberías*: Diámetro, longitud, material, rugosidad estimada, años en funcionamiento, estado de conservación, etc.
- *Válvulas*: Ubicación de las válvulas principales, diámetro, tipo, modo de operación, material, estado de conservación.
- *Sistemas de almacenamiento*: Ubicación de los depósitos de la red, dimensiones, niveles máximo y mínimo, dispositivos de regulación, modo de operación, etc.
- *Instalaciones de producción y estaciones de bombeo*: Descripción general de las instalaciones, equipos de regulación y modo de efectuar la misma, dispositivos de medida, curvas características y de rendimiento de las bombas y niveles de aspiración.
- *Gastos inyectados al sistema*: valores acumulados, evolución diaria y estacional de los gastos inyectados desde cada uno de los puntos de suministro, o su estimación en base a la variación de nivel en los depósitos, horas de funcionamiento de las bombas, energía consumida por éstas, etc.
- *Consumos en la red*: volumen de agua facturada a los usuarios, consumos públicos, fugas, errores de contadores, etc.

### ***2.4.2 Esqueletización de la red***

La etapa de esqueletización consiste esencialmente en la confección de un esquema simplificado de la red, el cual constituirá el soporte topológico del modelo y deberá representar con suficiente precisión el conjunto de todos los tramos y su conexionado. Esta etapa es fundamental en el proceso de armado del modelo de una red y resulta muy delicada ya que muchas simplificaciones dependen del criterio del ingeniero.

El nivel de simplificación dependerá del número e importancia de las tuberías que configuran la red real, así como del fin al que se destine el modelo: análisis, simulación, diagnóstico, etc.

Es conveniente contar con una base de datos que contenga la información sobre las simplificaciones efectuadas, relacionando las líneas del modelo con los elementos de la red real. Asimismo, esta base de datos debe reunir la información sobre cómo se asignan los consumos a los nodos del modelo en función de las simplificaciones efectuadas en las conducciones.

Una vez obtenido el modelo simplificado, se deben numerar los elementos que configuran el esqueleto optando por una numeración que facilite la rápida identificación del nodo o tramo de que se trate.

### ***2.4.3 Estudio de consumos***

Para reproducir de una manera adecuada el funcionamiento de la red mediante un modelo, es imprescindible conocer el gasto demandado por cada consumidor o agrupación de consumidores para la situación a analizar. Generalmente, el consumo se simula mediante salidas de gasto por los nodos del modelo, de manera que cada nodo tiene a su cargo uno o varios consumidores. Sin embargo es conveniente notar que actualmente se han desarrollado modelos que simulan hasta las tomas domiciliarias (Guerrero, 1997).

Cuando el modelo no contempla un excesivo nivel de detalle se puede recurrir a métodos aproximados para definir los consumos, basados en la definición de áreas tributarias de consumos en torno a cada nodo, o bien en la asignación de longitudes de canalización abastecidas desde los diferentes nodos del modelo, o también en los diámetros de las tuberías que abastecen a los diversos sectores y el número de habitantes o facturaciones localizadas en cada sector. Sin embargo, cuando se requiera un nivel de detalle mayor, se deberá realizar una estimación que resulte lo más ajustada posible a la realidad de la distribución de consumos en las situaciones bajo las cuales se van a realizar las medidas de campo, a fin de contrastar estas últimas con los resultados que proporcione el modelo.

La incertidumbre en la distribución de los consumos hace que éstos se consideren como parámetros de ajuste. Esta incertidumbre se debe a la variación horaria del consumo, la existencia de fugas, conexiones ilegales, errores de contador, etc.

El reparto del gasto será tanto más fiable cuanto mayor sea la información disponible. Para una distribución adecuada, sería deseable tener en cuenta:

- Lecturas de micromedidores
- Evolución temporal de la demanda, la cual depende de:
  - Tipo de consumidor
  - Nivel socioeconómico del usuario
  - Poblaciones turísticas
  - Instalaciones interiores
  - Nivel de presiones en la red
- Consumidores importantes
- Consumos no controlados

Se debe tener presente que si se carece de datos de consumos, el gasto de agua no controlada en un abastecimiento no se puede determinar con precisión, por lo que es necesario acudir siempre a estimaciones. Asimismo resulta prácticamente imposible repartirlo de una forma confiable entre los nodos del modelo.

En cualquier caso, siempre es posible establecer una metodología diferente según los datos disponibles para asignar gastos a los nodos del modelo. No hay que perder de vista que se tratará siempre de una estimación, tanto más fiable cuanto mejores sean los datos de partida.

#### ***2.4.4 Comprobación del modelo inicial***

Considerando que el modelo tiene que reproducir el funcionamiento real de la red, se debe conocer su representatividad, esto implica realizar mediciones de las variables hidráulicas (presiones y gastos) en el sistema real con el fin de comprobar los parámetros del modelo para su posterior validación.

Generalmente conviene disponer de las siguientes mediciones:

- Suministros a la red desde las estaciones de bombeo y depósitos.
- Presiones en las estaciones de bombeo y niveles en los depósitos.
- Control de los grandes consumidores por medio de sus contadores.
- Mediciones de presión y/o gasto en algunos puntos de la red.

Conviene medir presiones y gastos en condiciones de funcionamiento especiales de la red (simuladas) que no correspondan con el modo normal de operación, como el caso de una avería por rotura de tubos, cierres de válvulas por mantenimiento, cuando se presente la demanda de consumos de importancia, etc., con el fin de delimitar el rango de operatividad del modelo, así como su comprobación y puesta al día.

El proceso de toma de mediciones debe complementarse con la determinación de las curvas características de los equipos de bombeo y la cubicación de los depósitos; de esta manera la caracterización de los elementos activos quedará al margen del problema de calibración, lo que contribuye a simplificarlo. Asimismo conviene caracterizar cualquier otro elemento singular que forme parte de la red.

Si en la comprobación los datos reales coinciden con los calculados por el modelo, se establece que éste ha sido comprobado, de lo contrario deberá llevarse a cabo su calibración antes de ser utilizado en cambios en el sistema o en nuevos diseños.

#### ***2.4.5 Calibración del modelo inicial***

El ajuste o calibración del modelo de simulación hidráulica de una red consiste en determinar los parámetros de los tramos y los nodos, de manera que los resultados analíticos obtenidos al procesar el modelo de simulación coincidan con los valores medidos para el mismo estado de funcionamiento de la red real.

En condiciones de flujo permanente, la calibración del modelo se debe realizar para varios estados de funcionamiento diferentes de la red, con el fin de determinar cuál es la causa del error y corregirlo adecuadamente. Si se realiza para un solo estado la fiabilidad del modelo será menor ya que se facilita la existencia de errores.

Generalmente los parámetros más inciertos del modelo son la rugosidad, el diámetro de las tuberías así como los gastos asignados a los nodos debido a la existencia de fugas o roturas, al consumo no registrado y a la continua fluctuación del gasto demandado.

Las variables hidráulicas que se utilizan para orientar la calibración y sobre las que se deben realizar mediciones para varios estados de la red son las cargas de presión en algunos nodos de la red, el gasto circulante por algunas líneas principales y el gasto inyectado a la red desde cada uno de los puntos de suministro.

Las diferencias entre los valores de estas variables proporcionados por el modelo y los valores medidos de las mismas, darán idea del error del modelo para cada estado de funcionamiento de la red. Una forma de disminuir este error, es modificando el valor de los parámetros en forma adecuada.

Para la calibración se pueden utilizar procedimientos muy diversos, desde el método trivial de prueba y corrección hasta los más sofisticados basados en técnicas de optimización restringida. Tras concluir satisfactoriamente la última etapa se dispondrá del modelo definitivo de la red, el cual será conveniente actualizar y recalibrar periódicamente a fin de que no pierda operatividad.

### CAPÍTULO 3

## TÉCNICAS DE CALIBRACIÓN DE REDES EN FLUJO PERMANENTE

---

En el proceso de análisis hidráulico de una red de distribución, generalmente se asumen los valores de las demandas en los nodos y los coeficientes de pérdida de carga de las tuberías, para obtener los gastos en los tramos y las cargas en los nodos. Cuando uno o más de esos parámetros son medidos en la red se comparan con los correspondientes valores obtenidos a partir del modelo de análisis. Si existe una discrepancia entre valores medidos y calculados mayor que un valor predeterminado, es necesario llevar a cabo la calibración del modelo siguiendo una aproximación explícita o bien implícita (Bhave, 1991).

En la aproximación explícita se ajusta uno o más de los parámetros supuestos. Se realiza el análisis hidráulico, se establece una comparación entre los valores medidos y calculados y se repite el procedimiento hasta alcanzar una calibración satisfactoria. En esta aproximación el número de incógnitas es igual al número de ecuaciones, los valores medidos en campo no son parte integral del análisis, se usan explícitamente solo para compararlos con los correspondientes valores calculados.

En la aproximación implícita, los parámetros medidos se usan directamente en el análisis. Por cada valor medido se permite introducir una ecuación adicional y consecuentemente una incógnita adicional. La incógnita adicional puede ser el coeficiente de pérdida de carga de una tubería o un factor de multiplicación para corregir alguno o todos los coeficientes de pérdida de carga. En esta aproximación los valores medidos se usan implícitamente en el modelo de calibración.

Existen algunos métodos de calibración, basados en cualquiera de las dos aproximaciones mencionadas. Estos métodos pueden ser clasificados dentro de dos categorías, 1) métodos de ajuste de los coeficientes de pérdida de carga y 2) métodos de ajuste de los coeficientes de pérdida de carga y demandas-nodales.

### 3.1 Métodos de calibración

#### 3.1.1 Métodos que ajustan el coeficiente de pérdida de carga.

En estos métodos se asume que las demandas nodales estimadas para datos de entrada al modelo son razonablemente precisas, en consecuencia sólo es necesario ajustar los coeficientes de pérdidas de carga de las tuberías. Estos métodos ajustan la constante de resistencia al flujo y a partir de ésta el coeficiente de fricción. Los coeficientes de pérdida de carga se evalúan consecuentemente hasta que se cumpla el criterio de precisión de la calibración.

##### 3.1.1.1 Método de Rahal et al. (1980)

Rahal et al. (1980) desarrollaron una expresión para ajustar las constantes de rugosidad hasta que las cargas calculadas en los nodos se asemejen a los valores medidos. Una opción para lograrlo es elegir los tramos que producen mayor reducción en la suma de los cuadrados de las discrepancias entre cargas medidas y calculadas. Matemáticamente, el criterio es satisfactorio y converge rápidamente. Sin embargo, produce grandes cambios en las constantes de resistencia de la tubería y puede modificar significativamente las características de la red. Rahal et al. (1980) sugieren un criterio más confiable, seleccionar las tuberías que aportan la máxima reducción de discrepancia en la suma de los cuadrados para el menor cambio en las constantes de resistencia. Es decir se evalúan las cargas en los nodos y se determinan las discrepancias entre las cargas medidas y calculadas. Si la discrepancia es menor que una tolerancia establecida, se termina el proceso, en caso contrario continúa. Se sugiere adoptar una tolerancia de 0.3 m entre valores medidos y calculados para una condición de carga simple.

### 3.1.1.2 Método de Ormsbee y Wood (1986)

Basados en el método de Rahal *et al.* (1980), Ormsbee y Wood (1986) proponen un método modificado, introduciendo un “factor de ajuste global de resistencia al flujo” en lugar de factores individuales. Los coeficientes de resistencia al flujo de toda la red se multiplican por dicho factor, para obtener valores ajustados. Cada valor medido en campo permite al usuario del modelo introducir una incógnita adicional. Cuando se dispone de más de un punto de medición, la red se divide en zonas de ajuste, tantas como puntos de medición, con sus respectivos coeficientes globales por zona. El método utiliza un modelo de simulación estática para ajustar los coeficientes de fricción, supuesto que las demandas son fijas y que se conocen datos de las condiciones de frontera; es explícito e iterativo y puede ser aplicado a diferentes condiciones de operación; sin embargo, sólo considera una condición de carga en un tiempo.

De acuerdo con el método, se calcula el coeficiente de resistencia al flujo mediante la ecuación de Hazen-Williams:

$$K_i = \frac{Z L_i}{C_{HW_i}^{1.85} D_i^{4.87}} \quad (3.1)$$

donde:

$C_{HW_i}$  = coeficiente de fricción de Hazen-Williams.

$L_i$  = longitud de la tubería  $i$  [L].

$D_i$  = diámetro de la tubería  $i$  [L].

$Z$  = es una constante que depende del sistema de unidades utilizado, para el sistema internacional  $Z = 10.6215$  y para el sistema inglés  $Z = 4.72$  (Sotelo, 1995).

Se establece un factor de ajuste  $F_a$ , que se multiplica por el coeficiente  $K_i$ . Se resuelve la ecuación (3.1) para  $C_{HW_i}$ , y se calcula el valor ajustado  $C_{HW_i}$ , con la siguiente ecuación:

$$C_{HW_i} = \frac{C_{HW_i}}{F_a^{0.54}} \quad (3.2)$$

Se modifica la ecuación de energía para cada tramo, al incluir el factor de ajuste (o factores si existen zonas con más de un punto de medición) y se establece el sistema de ecuaciones modificado no lineal:

$$F_a K_i Q_i^n - (H_i - H_j) = 0 \quad (3.3)$$

De acuerdo con Orsmbec y Wood (1986), con la ecuación de continuidad aplicada a cada nodo y la ecuación (3.3) aplicada a cada tramo de la red, se formula un sistema de ecuaciones, el cual deberá ser resuelto en forma simultánea, con el fin de determinar el valor del factor o los factores de ajuste que servirán para obtener los coeficientes de pérdida de carga ajustados o calibrados.

Para linealizar la ecuación (3.3) se utiliza el método de Newton-Raphson, que permite obtener:

$$F_{a_k} K_i Q_{i_k}^n + \frac{\partial R}{\partial Q} \Big|_{(Q_{i_{k+1}} - Q_{i_k})} + \frac{\partial R}{\partial F_a} \Big|_{(F_{a_{k+1}} - F_{a_k})} - (H_i - H_j) = 0 \quad (3.4)$$

donde:

$$\frac{\partial R}{\partial Q} = n F_{a_k} K_i |Q_{i_k}|^{n-1} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial R}{\partial F_a} = K_i Q_{i_k}^n \quad (3.6)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.5) y (3.6) en la ecuación (3.4), desarrollando y ordenando términos, se obtiene la ecuación linealizada de cantidad de movimiento modificada:

$$nF_{a_k} K_i Q_{i_{k+1}} |Q_{i_k}|^{n-1} + F_{a_{k+1}} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1} = (H_i - H_j) + nF_{a_k} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1} \quad (3.7)$$

Se considera que se conocen las condiciones en la iteración K y a partir de estas se determinan las de la iteración K+1.

La ecuación (3.7) puede ser aplicada en dos casos: a) método de circuitos y b) método de nodos.

Para el método de circuitos, el primer término del miembro derecho de la ecuación (3.7) es nulo. Por lo tanto, resulta la siguiente expresión:

$$nF_{a_k} K_i Q_{i_{k+1}} |Q_{i_k}|^{n-1} + F_{a_{k+1}} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1} = nF_{a_k} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1} \quad (3.8)$$

O bien:

$$\sum_{i=1}^{ntc} \left[ nF_{a_k} K_i Q_{i_{k+1}} |Q_{i_k}|^{n-1} \right] + \sum_{i=1}^{ntc} \left[ F_{a_{k+1}} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1} \right] = \sum_{i=1}^{ntc} \left[ nF_{a_k} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1} \right] \quad (3.9)$$

donde ntc es el número de tramos en un circuito.

Para el método de circuitos, se formula un sistema de ecuaciones aplicando la ecuación de continuidad a cada nodo (ecuación 2.31) y la ecuación (3.9) a cada tramo y circuito de la red.

Para el método de nodos, es necesario despejar de la ecuación (3.7), el gasto desconocido (iteración K+1) del gasto conocido (iteración K). Por lo tanto, se obtiene la siguiente expresión:

$$Q_{i_{k-1}} = \frac{(H_i - H_j)}{nF_{a_k} K_i |Q_{i_k}|^{n-1}} + \frac{nF_{a_k} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1}}{nF_{a_k} K_i |Q_{i_k}|^{n-1}} - \frac{F_{a_{k-1}} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1}}{nF_{a_k} K_i |Q_{i_k}|^{n-1}} \quad (3.10)$$

Combinando la ecuación (3.10) con la ecuación de continuidad, resulta la ecuación (3.11):

$$\sum_{i=1}^I \frac{(H_i - H_j)}{nF_{a_k} K_i |Q_{i_k}|^{n-1}} + \sum_{i=1}^I \frac{nF_{a_k} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1}}{nF_{a_k} K_i |Q_{i_k}|^{n-1}} - \sum_{i=1}^I \frac{F_{a_{k-1}} K_i Q_{i_k} |Q_{i_k}|^{n-1}}{nF_{a_k} K_i |Q_{i_k}|^{n-1}} = q_j \quad (3.11)$$

donde I representa el número de tramos que concurren al nodo j considerado.

Para el método de nodos, se establece un sistema de ecuaciones que resulta de aplicar la ecuación (3.11) a cada nodo j de la red.

En el apéndice B se presenta un ejemplo de este método aplicado al método de circuitos.

### **3.1.2 Métodos que ajustan el coeficiente de pérdida de carga y las demandas nodales**

En estos métodos se ajustan simultáneamente el coeficiente de pérdida de carga y las demandas nodales. Uno de los métodos más usados en la práctica para ajustar ambos parámetros, es la convencional técnica de prueba y error. El usuario del modelo confía y utiliza su experiencia y juicio para proponer las modificaciones, se requieren varias corridas para alcanzar un ajuste aceptable.

Las técnicas de calibración que se presentan a continuación (Walski, 1986 y Bhave, 1989), siguen este proceso y se auxilian en pruebas de gasto y presión efectuadas con los hidrantes de la red. La prueba consiste en abrir el hidrante y medir el gasto descargado y la caída de presión debida a la apertura.

### 3.1.2.1 Método de Walski (1986)

Walski (1983 y 1986) propuso un método que requiere mediciones en hidrantes para incendio o en un nodo  $j_h$  que demande un gasto grande, así como la siguiente información:

- a) Las cargas en un nodo  $j_h$ , medidas en condición normal  $q_{j_h}$  y con flujo en el hidrante  $q_{j_h} + Q_h$  representadas por  $h_1$  y  $h_2$  respectivamente.
- b) El gasto en el hidrante durante la prueba,  $Q_h$ .
- c) Las cargas en el nodo de suministro o abastecimiento,  $H_1$  y  $H_2$  correspondientes a los gastos  $q_{j_h}$  y  $q_{j_h} + Q_h$ .

Sean los nodos  $j$ ,  $j = 1 \dots N$  ( $j_h \in N$ ); los tramos  $i$ ,  $i = 1 \dots I$ ; las demandas estimadas  $q_{j_p}$ ,  $j = 1 \dots N$ ; los coeficientes de Hazen-Williams estimados para las tuberías  $C_{HW_p}$ ,  $i = 1 \dots I$  y  $S_q$  la suma de demandas en los nodos que se ven afectados al funcionar el hidrante. Con el modelo de simulación y usando  $q_{j_p}$  y  $C_{HW_p}$ , se obtienen las cargas estimadas en el nodo  $j_h$  durante ambas condiciones de demanda (normal y normal más gasto en hidrante),  $h_3$  y  $h_4$  respectivamente.

Considerando una tubería equivalente del punto de suministro a la red al nodo  $j_h$ , y utilizando la ecuación de pérdidas de Hazen-Williams, Walski propone los siguientes factores de ajuste:

$$A = \frac{aQ_h}{b(S_q + Q_h) - aS_q} \quad (3.12)$$

$$B = \frac{Q_h}{b(S_q + Q_h) - aS_q} = \frac{A}{a} \quad (3.13)$$

donde:

$$a = \left( \frac{H_1 - h_1}{H_1 - h_3} \right)^{0.54} \quad (3.14)$$

$$b = \left( \frac{H_2 - h_2}{H_2 - h_4} \right)^{0.54} \quad (3.15)$$

Las demandas  $q_{j_p}$  y los coeficientes de Hazen-Williams  $C_{HW_p}$  se afectan por los coeficientes A y B, respectivamente:

$$q_{j_a} = A q_{j_p} \quad (3.16)$$

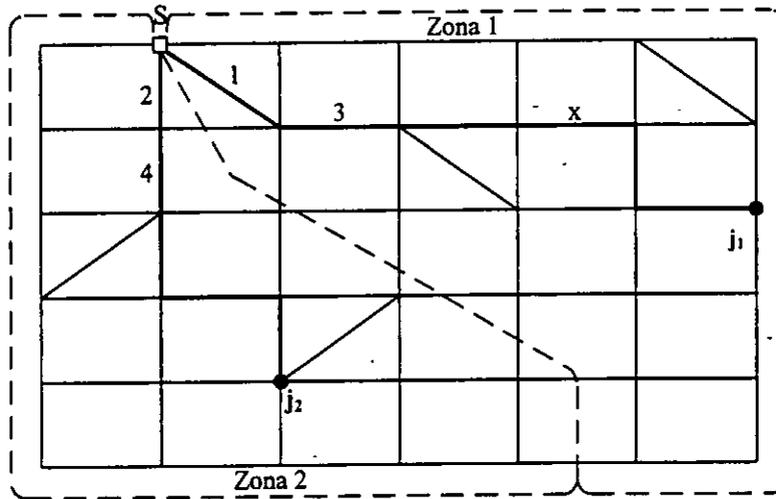
$$C_{HW_a} = B C_{HW_p} \quad (3.17)$$

En el apéndice B se presenta un ejemplo de este método.

### 3.1.2.2 Método de Bhave (1989)

Mientras que en el método de Walski (1986) el gasto en el nodo de suministro crece o decrece dependiendo del valor del factor A, Bhave (1989) considera que el gasto en este nodo es conocido, es decir permanece fijo en la simulación. Las demandas iniciales supuestas, se ajustan hasta igualar su suma al valor del suministro. Durante la calibración, las demandas se redistribuyen, se incrementan o reducen y la suma de incrementos y decrementos debe ser cero. Debido a que se ajustan simultáneamente las demandas y los coeficientes de rugosidad, es necesario establecer al menos dos condiciones adicionales, midiendo la carga en dos nodos para condiciones normales o en un nodo bajo condición de demanda normal y la correspondiente al flujo en el hidrante o bien midiendo la demanda en un nodo bajo dos condiciones de carga diferentes.

Para ilustrar el método considérese la red de la Figura 3.1, con un nodo de suministro S y dos nodos de prueba  $j_1$  y  $j_2$ , donde se mide la carga bajo ciertas condiciones de operación. Se divide la red en un número de zonas igual al número de nodos de prueba, en este caso, se establecen dos zonas, una para cada nodo de prueba. Se definen dos factores de ajuste a las demandas,  $\Delta Q_1$  y  $\Delta Q_2$  ( $\Delta Q_1 = -\Delta Q_2$ ), de forma que el incremento a la demanda global sea cero.



**Figura 3.1.** Esquema de la red para el método de Bhave (1989).

Existen dos trayectorias desde el nodo de suministro a los nodos de prueba, la primera de S a  $j_1$  y la segunda de S a  $j_2$ . De acuerdo con la primera:

$$K_1(Q_{1p})^n + K_3(Q_{3p})^n + \dots + K_i(Q_{ip})^n + \dots = H_S - H_{j_1} \quad (3.18)$$

donde:

$K_1, K_3, K_i$  = coeficientes de resistencia al flujo de los tramos 1, 3, ... I  
definidos por la ecuación (3.1).

$Q_{1p}, Q_{3p}, Q_{ip}$  = gastos de conducción de los tramos 1, 3, ... I.

$H_s =$  carga en el nodo de suministro a la red S.

$H_{j_1} =$  carga medida en el nodo de prueba  $j_1$ .

Suponiendo que la corrección de gasto  $\Delta Q_1$  para la zona 1, se aplica al primer tramo de la trayectoria S -  $j_1$ , y que se reduce a lo largo de ésta, en porción al gasto que conduce cada tramo, el ajuste al gasto del tramo i será  $(Q_i / Q_1)\Delta Q_1$ . Si  $F_a$  es el factor de ajuste global para los factores de resistencia, entonces:

$$F_a K_1 \left( Q_{1_p} + \Delta Q_1 \right)^n + F_a K_3 \left( Q_{3_p} + \frac{Q_{3_p}}{Q_{1_p}} \Delta Q_1 \right)^n + \dots + F_a K_i \left( Q_{i_p} + \frac{Q_{i_p}}{Q_{1_p}} \Delta Q_1 \right)^n + \dots = H_s - H_{j_1} \quad (3.19)$$

Expandiendo la ecuación (3.19), despreciando términos de orden superior, combinando con la ecuación (3.18) y simplificando se tiene:

$$F_a (H_s - H_{j_1}) + \frac{n F_a (H_s - H_{j_1})}{Q_{1_p}} \Delta Q_1 = H_s - H_{j_1} \quad (3.20)$$

Suponiendo que  $F_a = 1$ , el segundo término de la ecuación (3.20), se reduce a:

$$F_a (H_s - H_{j_1}) + \frac{n (H_s - H_{j_1})}{Q_{1_p}} \Delta Q_1 = H_s - H_{j_1} \quad (3.21)$$

En forma similar para la trayectoria S -  $j_2$ , y haciendo  $\Delta Q_1 = -\Delta Q_2$ :

$$F_a (H_s - H_{j_2}) - \frac{n (H_s - H_{j_2})}{Q_{2_p}} \Delta Q_1 = H_s - H_{j_2} \quad (3.22)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (3.21) y (3.22) se obtienen los valores de  $F_a$  y  $\Delta Q_1$ .

Las constantes de resistencia,  $K_{i_p}$  y los factores de fricción  $C_{HW_{i_p}}$  se ajustan con:

$$K_{i_a} = F_a K_{i_p} \quad (3.23)$$

$$C_{HW_{i_a}} = \frac{1}{F_a^{0.54}} C_{HW_{i_p}} \quad (3.24)$$

Los ajustes a las demandas nodales  $\Delta Q_1$  y  $\Delta Q_2$  se distribuyen en proporción a las demandas nodales supuestas en las zonas 1 y 2, respectivamente. El ajuste a la demanda nodal  $q_{i_a}$  puede expresarse en forma general como:

$$q_{i_a} = q_{j_p} \left( 1 + \frac{\Delta Q_i}{\sum_{j \in N} q_{j_p}} \right) \quad (3.25)$$

La convergencia se logra cuando  $F_a \rightarrow 1$  y  $\Delta Q \rightarrow 0$ . Sin embargo, como se desprecian los términos de orden superior de  $\Delta Q$  y se supone que el ajuste de gasto se efectúa en el primer tramo, se requieren varias corridas para alcanzar valores aceptables de los parámetros.

En el apéndice B aparece un ejemplo de este método.

### 3.2 Comparación entre los métodos de calibración

Considerando los resultados de los métodos de calibración para estado permanente que aparecen en el apéndice B, resulta difícil determinar cual método es el más recomendable a usar, dado que los criterios adoptados por cada autor difieren de manera significativa entre sí. Desde el punto de vista práctico, una buena técnica de calibración debe ser capaz de ajustar tanto los consumos nodales como los coeficientes de pérdida de carga. Desafortunadamente en México, resulta difícil aplicar este tipo de métodos ya que no es práctica común contar con hidrantes en toda la extensión de las redes de distribución (Tzatchkov *et al.*, 1994), por lo que bajo esta condición el método de Ormsbee y Wood (1986) es el más adecuado, puesto que no requiere este tipo de elementos para su aplicación.

## CAPÍTULO 4

# MODELACIÓN DINÁMICA DE REDES

---

Cuando se realiza la modelación de una red de distribución de agua en estado permanente, se obtiene su comportamiento para un solo instante; asumiendo que los gastos que entran y salen del sistema permanecen constantes y que las condiciones de operación de la red, definidas por el estado de las válvulas, los equipos de bombeo y los niveles de los depósitos, no presentan variaciones. Sin embargo, estas suposiciones no representan adecuadamente el comportamiento real de una red de distribución, debido a que las condiciones de contorno varían en el tiempo.

Por lo anterior, es necesario realizar el análisis de las variables hidráulicas de la red mediante modelos dinámicos que permitan describir la evolución temporal de las cargas piezométricas ( $H$ ), gastos ( $Q$ ) y coeficientes de pérdida de carga ( $K$ ); esperando encontrar un mejor ajuste en el comportamiento de dichas variables.

Pero realizar un análisis dinámico de la red, requiere que se produzcan los efectos inerciales y elásticos del agua. Sin embargo, la variación de las demandas a lo largo de un día, no es muy significativa y los efectos inerciales no resultan importantes. Una forma de solucionar este problema sería generar un transitorio en la red. Sin embargo, la práctica nos dice que es peligroso generar un transitorio muy rápido en la red ya que se pone en riesgo la seguridad del sistema.

Recientemente se ha puesto en práctica el diseño de redes sectorizadas con distritos hidrométricos integrados, en donde es posible aislar hidráulicamente los sectores de una red de distribución con movimientos de válvula (Ochoa *et al.*, 1996). Por lo tanto, es posible generar un transitorio rápido donde los efectos inerciales sean importantes, despreciables los elásticos y se permita considerar las aceleraciones y desaceleraciones del flujo.

#### 4.1 Ecuaciones básicas del modelo de columna rígida aplicadas a redes

Las ecuaciones que caracterizan el modelo inercial rígido o de oscilación en masa (ecuaciones 2.7 y 2.8), expresadas para el análisis de una red son las siguientes:

Ecuación de continuidad en un nodo de la red:

$$\sum_{i=1}^I Q_i(t) = q_j(t) \quad (4.1)$$

La ecuación de cantidad de movimiento se representa por:

$$\frac{L_i}{gA_i} \frac{dQ_i}{dt} = (H_i - H_j) - K_i Q_i^n - K_{vi} Q_i^2 \quad (4.2)$$

donde:

$t$  = tiempo [T].

$g$  = gravedad [ $L T^{-2}$ ].

$Q$  = gasto en la tubería [ $L^3 T^{-1}$ ];  $Q = Q(t)$

$L$  = longitud de la tubería [L].

$A$  = área de la sección transversal de la tubería [ $L^2$ ].

$K_{vi}$  = coeficiente de pérdidas de carga por accesorios.

$K_i$  = coeficiente de pérdidas de carga por fricción.

$(H_i - H_j)$  = término correspondiente a la diferencia de carga entre dos nodos extremos [L].

Existen diversos métodos para la solución de las ecuaciones (4.1) y (4.2) como el método de Runge-Kutta o bien el método de Holloway (1985), quien utiliza la teoría lineal para linealizar la ecuación de la energía. En el presente trabajo, se utiliza el método de Newton-Raphson para linealizar la ecuación (4.2).

Para simplificar la notación de la ecuación (4.2), se considera:

$$C_i = \frac{L_i}{g A_i} \quad (4.3)$$

Sustituyendo la ecuación (4.3) en la ecuación (4.2) se obtiene:

$$C_i \frac{dQ_i}{dt} = (H_i - H_j) - K_i Q_i^n - K_{vi} Q_i^2 \quad (4.4)$$

Para discretizar el término izquierdo de la ecuación (4.4), se sustituyen las derivadas temporales de Q por diferencias finitas haciendo uso de la siguiente expresión:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_{i+\Delta t} - Q_i}{\Delta t} \quad (4.5)$$

Sustituyendo (4.5) en (4.4) se obtiene:

$$C_i \left[ \frac{Q_{i+\Delta t} - Q_i}{\Delta t} \right] = (H_i - H_j) - K_i Q_{i+\Delta t}^n - K_{vi} Q_{i+\Delta t}^2 \quad (4.6)$$

Las ecuaciones (4.1) y (4.6) pueden ser aplicadas al conjunto de la red en términos de las variaciones de gasto en cada tubería utilizando técnicas matriciales. Debido a que la ecuación de continuidad es lineal, puede ser expresada directamente en forma matricial. Sin embargo, la no linealidad que presenta la ecuación de cantidad de movimiento, implica que ésta deba ser linealizada antes de ser incluida en la estructura de la matriz. Con tal objetivo

se aplica el método de Newton-Raphson a la ecuación (4.6) obteniéndose:

$$C_i \left[ \frac{Q_{i+\Delta t} - Q_{i_t}}{\Delta t} \right] - (H_i - H_j) + K_i Q_{i_t}^n + K_{vi} Q_{i_t}^2 + \frac{\partial R}{\partial Q} (Q_{i+\Delta t} - Q_{i_t}) = 0 \quad (4.7)$$

donde:

$$\frac{\partial R}{\partial Q} = nK_i |Q_{i_t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i_t}| \quad (4.8)$$

Sustituyendo la ecuación (4.8) en (4.7) y desarrollando se tiene:

$$C_i \left[ \frac{Q_{i+\Delta t} - Q_{i_t}}{\Delta t} \right] = (H_i - H_j) - K_i Q_{i_t} |Q_{i_t}|^{n-1} - K_{vi} Q_{i_t} |Q_{i_t}| - nK_i Q_{i+\Delta t} |Q_{i_t}|^{n-1} + nK_i Q_{i_t} |Q_{i_t}|^{n-1} - 2K_{vi} Q_{i+\Delta t} |Q_{i_t}| + 2K_{vi} Q_{i_t} |Q_{i_t}| \quad (4.9)$$

Simplificando términos en la ecuación (4.9):

$$C_i \left[ \frac{Q_{i+\Delta t} - Q_{i_t}}{\Delta t} \right] = (H_i - H_j) + (n-1)K_i Q_{i_t} |Q_{i_t}|^{n-1} + K_{vi} Q_{i_t} |Q_{i_t}| - nK_i Q_{i+\Delta t} |Q_{i_t}|^{n-1} - 2K_{vi} Q_{i+\Delta t} |Q_{i_t}| \quad (4.10)$$

Finalmente resulta la ecuación:

$$Q_{i+\Delta t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + nK_i |Q_{i_t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i_t}| \right) = (H_i - H_j) + Q_{i_t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + (n-1)K_i |Q_{i_t}|^{n-1} + K_{vi} |Q_{i_t}| \right) \quad (4.11)$$

la cual representa la ecuación de cantidad de movimiento linealizada para el modelo de

columna rígida. Se considera que se conocen las condiciones para el instante  $t$  y a partir de estas se determinan las del instante  $t + \Delta t$ .

La ecuación (4.11) puede ser aplicada en dos casos: a) cuando el sistema de ecuaciones se resuelve para los gastos (método de circuitos) y b) cuando el sistema de ecuaciones es resuelto en función de las cargas (método de nodos).

Para el método de circuitos, el primer término del miembro derecho de la ecuación (4.11) es nulo. Por lo tanto, se transforma en:

$$Q_{i,t+\Delta t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \right) = Q_{i,t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + (n-1)K_i |Q_{i,t}|^{n-1} + K_{vi} |Q_{i,t}| \right) \quad (4.12)$$

O bien:

$$\sum_{i=1}^{ntc} \left[ Q_{i,t+\Delta t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \right) \right] = \sum_{i=1}^{ntc} \left[ Q_{i,t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + (n-1)K_i |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \right) \right] \quad (4.13)$$

donde  $ntc$  es el número de tuberías en el circuito.

Para el método de circuitos, se establece un sistema de ecuaciones que resulta de aplicar la ecuación (4.1) a cada nodo y la ecuación (4.13) a cada tramo y circuito de la red.

Para usar el método de nodos, es necesario separar el gasto incógnita (en el instante  $t + \Delta t$ ) del gasto conocido (en el instante  $t$ ). Por lo tanto, la ecuación (4.11) se expresa como:

$$Q_{i,t+\Delta t} = \frac{(H_i - H_j)\Delta t}{C_i + nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \Delta t} + Q_{i,t} \left( \frac{C_i + (n-1)K_i |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + K_{vi} |Q_{i,t}| \Delta t}{C_i + nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \Delta t} \right)$$

(4.14)

Si se combina la ecuación (4.14) con la ecuación de continuidad (4.1), resulta:

$$\sum_{i=1}^I \frac{(H_i - H_j)\Delta t}{C_i + nK_i|Q_{i_i}|^{n-1}\Delta t + 2K_{v_i}Q_{i_i}\Delta t} + \sum_{i=1}^I Q_{i_i} \left( \frac{C_i + (n-1)K_i|Q_{i_i}|^{n-1}\Delta t + K_{v_i}|Q_{i_i}|\Delta t}{C_i + nK_i|Q_{i_i}|^{n-1}\Delta t + 2K_{v_i}|Q_{i_i}|\Delta t} \right) = q_j \quad (4.15)$$

donde I representa el número de tramos que concurren al nodo considerado.

La expresión (4.15) representa la ecuación general aplicada a cada nodo de la red.

Para los tramos que concurren a un nodo j, donde no se tienen pérdidas menores, la ecuación (4.14) se reduce a:

$$Q_{i_i-\Delta t} = \frac{(H_i - H_j)\Delta t}{C_i + nK_i|Q_{i_i}|^{n-1}\Delta t} + Q_{i_i} \left( \frac{C_i + (n-1)K_i|Q_{i_i}|^{n-1}\Delta t}{C_i + nK_i|Q_{i_i}|^{n-1}\Delta t} \right) \quad (4.16)$$

Para tramos de longitud pequeña donde es posible despreciar los efectos de fricción pero se consideran importantes las pérdidas producidas por dispositivos, (4.14) se transforma en:

$$Q_{i_i-\Delta t} = \frac{(H_i - H_j)}{2K_{v_i}Q_{i_i}} + \frac{Q_{i_i}}{2} \quad (4.17)$$

La utilización del método de nodos conduce a aplicar la ecuación (4.15) a cada nodo de la red.

## 4.2 Aplicación del modelo inercial rígido al cierre de un sector

Una vez establecidas las ecuaciones del modelo inercial rígido aplicadas a redes, resulta conveniente utilizarlas en la solución de un problema práctico con el fin de mostrar su aplicabilidad y comparar los resultados obtenidos con este modelo y los que se obtienen con el modelo cuasi-estático.

Para ello, se considera la red de la Figura 4.1 utilizada en los anexos A y B. Se supone que esta red equivale a un sector de una red mayor. Se desea analizar el comportamiento de las variables hidráulicas del sistema ante la condición impuesta por el cierre total de una válvula ( $V_1$ ) que se encuentra localizada a la salida del tanque, estableciendo diferentes tiempos de cierre de la válvula con el fin de determinar aquél o aquéllos para los cuales es conveniente considerar los efectos inerciales del agua. En el caso de esta red se consideran tiempos de cierre de 3600, 100, 60 y 30 seg.

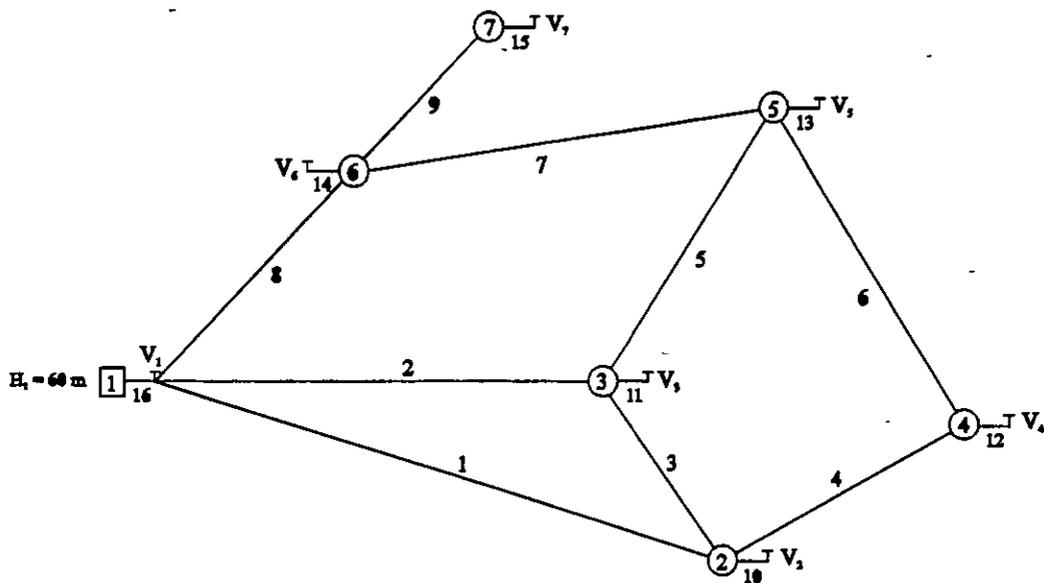


Figura 4.1 Esquema de la red

Los datos generales de la red y la distribución de demandas aparecen en las Tablas 4.1 y 4.2, respectivamente. Con el fin de simular la variación de demandas en los nodos durante el cierre del sector de la red, se introduce un artificio matemático que consiste en suponer orificios, con sus respectivos diámetros, representados por válvulas ( $V_2$  a  $V_7$ ). Los diámetros de los orificios utilizados en la simulación se muestran en la misma Tabla 4.2.

Ahora bien, el gasto que fluye a través de un orificio se determina mediante la expresión:

$$q_j = \tau C_d A_o \sqrt{2g(H_j - H_i)} \quad (4.18)$$

donde:

$q_j$  = demanda en el nodo  $j$  [ $L^3 T^{-1}$ ].

$C_d$  = coeficiente de descarga ( se supone un valor constante de 0.6).

$A_o$  = área transversal de la válvula completamente abierta [ $L^2$ ].

$(H_j - H_i)$  = carga hidráulica sobre la válvula [ $L$ ].

$\tau$  = coeficiente de cierre de la válvula, cuya ley de operación está dada por:

$$\tau = \left(1 - \frac{\text{Tiempo}}{T_c}\right)^\eta \quad (4.19)$$

donde:

$T_c$  = tiempo de cierre de la válvula [ $T$ ].

$\eta$  = coeficiente que representa la rapidez de cierre de la válvula, usualmente tiene un rango de variación de  $0.5 \leq \eta \leq 2.0$ . Para el caso de esta red se considera un valor de 1.3.

**Tabla 4.1** Datos generales de la red.

Tramo No.	Longitud (m)	Diámetro (m)	Coefficiente de Hazen-Williams (real)
1	1000	0.25	100
2	800	0.40	130
3	150	0.20	120
4	300	0.30	110
5	500	0.30	120
6	600	0.30	110
7	600	0.30	110
8	600	0.30	110
9	300	0.20	90

**Tabla 4.2** Distribución de demandas y diámetros de los orificios

Nodo No.	Demanda (l.p.s)	Válvula No.	Diámetro (m)
2	40	V <sub>2</sub>	0.10
3	100	V <sub>3</sub>	0.20
4	20	V <sub>4</sub>	0.10
5	80	V <sub>5</sub>	0.15
6	70	V <sub>6</sub>	0.15
7	40	V <sub>7</sub>	0.10

#### **4.2.1** Condiciones de la red para el estado permanente

Considerando los datos de la red (Tablas 4.1 y 4.2), se determina la distribución de gastos en los tramos y cargas en los nodos para el estado permanente, ver Tabla 4.3. Haciendo uso de la expresión (4.18), se calcula el coeficiente de cierre ( $\tau$ ) de las válvulas (V<sub>2</sub> a V<sub>7</sub>) que satisfacen la distribución de demandas en los nodos 2 a 7 (ver Tabla 4.4). La válvula principal (V<sub>1</sub>) se considera completamente abierta en el instante inicial ( $\tau = 1$ ).

**Tabla 4.3 Distribución de gastos y cargas de la red para el estado permanente**

Tramo No.	Gasto (l.p.s)	Nodo No.	Carga (m)
1	43.82		
2	197.60	2	54.48
3	33.12	3	55.52
4	36.94	4	54.10
5	64.45	5	53.86
6	16.94	6	53.86
7	1.39	7	48.82
8	108.61	V <sub>1</sub>	60.00
9	40.00		

**Tabla 4.4 Coeficientes de cierre de las válvulas ( $\tau$ ) que satisfacen la distribución inicial de demandas**

Nodo No.	Demanda (l.p.s)	Coefficiente de cierre ( $\tau$ )
2	40	0.260
3	100	0.161
4	20	0.130
5	80	0.233
6	70	0.204
7	40	0.274

#### **4.2.2 Cálculo de la variación temporal en la distribución de gastos y cargas de la red**

Partiendo de los datos que aparecen en Tabla 4.1 y de las condiciones conocidas para el estado permanente (Tabla 4.3), correspondientes al tiempo  $t = 0$ , se aplica los modelos inercial rígido y cuasi-estático con el método de nodos. El carácter dinámico de la simulación se da con el cierre de la válvula ( $V_1$ ) colocada a la entrada de la red.

a) *Modelo rígido*

Para el modelo rígido, se forma un sistema de ecuaciones para determinar la distribución de gastos en el tiempo  $t = t + \Delta t$ , mediante la aplicación de la ecuación (4.15) a cada nodo de la red. Se resuelve el sistema de ecuaciones y se establecen las condiciones para el siguiente tiempo.

b) *Modelo cuasi-estático*

En este modelo, se desprecia el término de inercia de la ecuación de cantidad de movimiento; por lo tanto la ecuación (4.2) se expresa como:

$$(H_i - H_j) - K_i Q_i^n - K_{vi} Q_i^2 = 0 \quad (4.20)$$

La linealización de la ecuación (4.20) se lleva a cabo mediante el método de Newton-Raphson:

$$(H_i - H_j) - K_i Q_i^n - K_{vi} Q_i^2 + \frac{\partial R}{\partial Q} \Big|_t (Q_{i,t+\Delta t} - Q_{i,t}) = 0 \quad (4.21)$$

donde:

$$\frac{\partial R}{\partial Q} = -nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} - 2K_{vi} |Q_{i,t}| \quad (4.22)$$

Sustituyendo (4.22) en (4.21), desarrollando y simplificando términos se obtiene la ecuación de cantidad de movimiento linealizada para el modelo cuasi-estático.

$$Q_{i,t+\Delta t} \left( nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \right) = (H_i - H_j) + Q_{i,t} \left( (n-1)K_i |Q_{i,t}|^{n-1} + K_{vi} |Q_{i,t}| \right) \quad (4.23)$$

La ecuación (4.23) puede ser aplicada al método de circuitos o bien al método de nodos considerando que se conocen las condiciones en el instante  $t$  y a partir de estas se determinan las del instante  $t + \Delta t$ .

b.1) Para el método de circuitos, (4.23) se transforma en:

$$\sum_{i=1}^{ntc} \left[ Q_{i,t+\Delta t} \left( nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} \right) + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \right] = \sum_{i=1}^{ntc} \left[ Q_{i,t} \left( (n-1)K_i |Q_{i,t}|^{n-1} + K_{vi} |Q_{i,t}| \right) \right] \quad (4.24)$$

donde  $ntc$  es el número de tramos en el circuito.

Cuando se utiliza el método de circuitos, se formula un sistema de ecuaciones con la ecuación (4.1) aplicada a cada nodo y la ecuación (4.24) aplicada a cada tramo y circuito de la red.

b.2) Para el método de nodos, es necesario despejar de la ecuación (4.23) el término del gasto para el instante de tiempo  $t + \Delta t$ :

$$Q_{i,t+\Delta t} = \frac{(H_i - H_j)}{nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} Q_{i,t}} + Q_{i,t} \left( \frac{(n-1)K_i |Q_{i,t}|^{n-1} + K_{vi} |Q_{i,t}|}{nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i,t}|} \right) \quad (4.25)$$

Combinando la ecuación (4.25) con la ecuación de continuidad (4.1), resulta la ecuación (4.26) aplicada a cada nodo  $j$  de la red:

$$\sum_{i=1}^I \frac{(H_i - H_j)}{nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} Q_{i,t}} + \sum_{i=1}^I Q_{i,t} \left( \frac{(n-1)K_i |Q_{i,t}|^{n-1} + K_{vi} |Q_{i,t}|}{nK_i |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i,t}|} \right) = q_j \quad (4.26)$$

donde  $I$  representa el número de tramos que concurren al nodo considerado.

Para los tramos concurrentes a un nodo  $j$ , donde no se tienen pérdidas menores, la ecuación (4.25) se reduce a:

$$Q_{i+\Delta t} = \frac{(H_i - H_j)}{nK_i |Q_{i_t}|^{n-1}} + Q_{i_t} \frac{(n-1)}{n} \quad (4.27)$$

Para las válvulas, la ecuación (4.25) se transforma en:

$$Q_{i+\Delta t} = \frac{(H_i - H_j)}{2K_{v_i} Q_{i_t}} + \frac{Q_{i_t}}{2} \quad (4.28)$$

La utilización del método de nodos cuasi-estáticamente conduce a aplicar la ecuación (4.26) a cada nodo de la red.

Para el caso de la red del ejemplo, se utiliza el método de nodos. Por lo tanto, se forma un sistema de ecuaciones para el tiempo  $t = t + \Delta t$  aplicando la ecuación (4.26) a cada nodo de la red.

Se resuelve el sistema de ecuaciones para el tiempo  $t + \Delta t$  y se obtiene la distribución de gastos y cargas para el siguiente tiempo.

### 4.3 Comparación entre los resultados de las red simulada con los modelos rígido y cuasi-estático

En las siguientes Figuras y Tablas se presenta la comparación entre los resultados del inciso 4.2.2. La nomenclatura adoptada para todas las Figuras es la siguiente:

- QCR gasto de un tramo de la red, determinado con el modelo rígido.
- QCE gasto de un tramo de la red, determinado con el modelo cuasi-estático.
- HCR carga en un nodo de la red, determinada con el modelo rígido.
- HCE carga en un nodo de la red, determinada con el modelo cuasi-estático

En las Figuras correspondientes a las cargas, se compara la carga de un solo nodo, debido a que la escala no permite apreciar la comparación entre todas las cargas.

En la Figura 4.2 se presenta la distribución de gastos en la red para el tiempo de cierre de 3600 seg. Se observa que los resultados obtenidos con los modelos rígido y cuasi-estático son prácticamente iguales. Esto se debe a que se trata de un tiempo de cierre largo donde los efectos inerciales no “pintan”, por ello la tendencia de las líneas es suave y nunca llegan a cruzarse entre sí. Con esto se comprueba que para un tiempo de cierre largo, no es conveniente utilizar un modelo rígido. En la Tabla 4.5 aparecen los valores numéricos de los resultados mostrados en la Figura 4.2.

La Figura 4.3 presenta la evolución que sigue la carga del nodo 7 para el mismo tiempo de cierre. Las líneas que representan a los modelos rígido y cuasi-estático muestran un comportamiento similar. Los valores de las cargas son prácticamente iguales (ver Tabla 4.6).

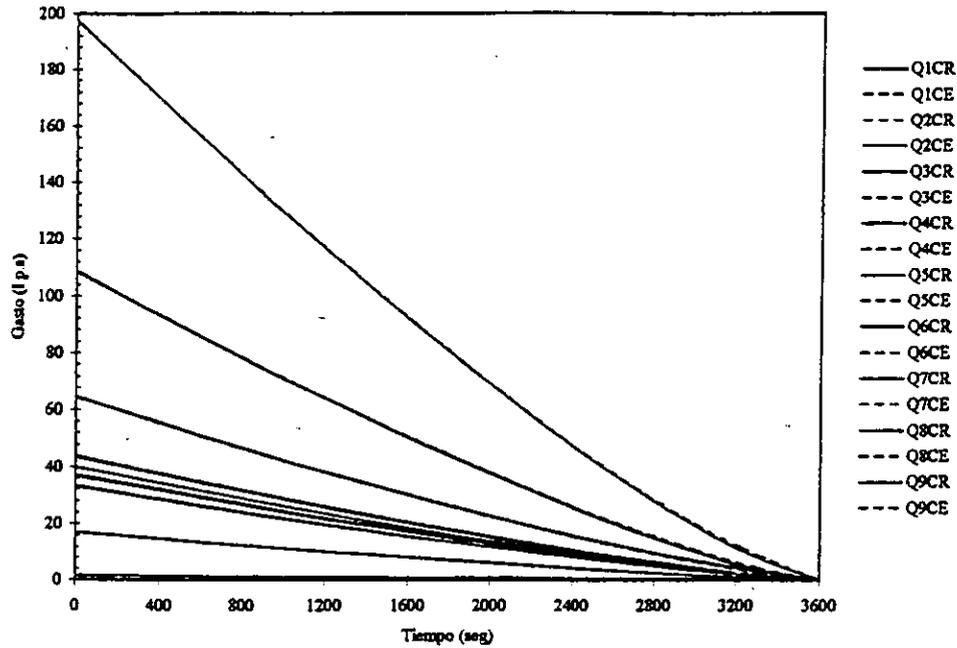


Figura 4.2 Evolución temporal de los gastos para un tiempo de cierre de 3600 seg.

Tabla 4.5 Valores de los gastos para un tiempo de cierre de 3600 seg.

Gasto (l.p.s.)	Tiempo (seg)															
	0	300		600		1200		1800		2400		3000		3300		3600
		C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	
Q <sub>1</sub>	43.82	39.14	39.16	34.55	34.57	25.81	25.85	17.73	17.78	10.43	10.50	4.14	4.27	1.53	1.73	0
Q <sub>2</sub>	197.6	176.7	176.46	156.1	155.79	116.8	116.5	80.50	80.16	47.79	47.35	19.94	19.24	8.81	7.82	0
Q <sub>3</sub>	33.12	29.63	29.54	26.17	26.08	19.60	19.49	13.53	13.40	8.08	7.91	3.48	3.21	1.70	1.30	0
Q <sub>4</sub>	36.94	33.09	33.03	29.21	29.16	21.85	21.79	15.05	14.97	8.93	8.83	3.73	3.58	1.67	1.45	0
Q <sub>5</sub>	64.45	57.69	57.54	50.95	50.79	38.13	37.95	26.31	26.09	15.68	15.39	6.70	6.24	3.19	2.53	0
Q <sub>6</sub>	16.94	15.24	15.19	13.46	13.40	10.07	10.01	6.94	6.87	4.14	4.04	1.79	1.63	0.88	0.66	0
Q <sub>7</sub>	1.39	1.45	1.27	1.29	1.10	1.00	0.78	0.78	0.50	0.64	0.26	0.68	0.08	0.87	0.02	0
Q <sub>8</sub>	108.6	96.91	97.04	85.52	85.67	63.86	64.05	43.81	44.06	25.66	26.01	10.01	10.56	3.50	4.29	0
Q <sub>9</sub>	40.00	35.68	35.66	31.47	31.45	23.49	23.47	16.12	16.10	9.49	9.47	3.85	3.82	1.60	1.54	0
Q <sub>10</sub>	40.00	35.68	35.67	31.50	31.49	23.56	23.55	16.21	16.21	9.57	9.58	3.88	3.90	1.56	1.58	0
Q <sub>11</sub>	100.0	89.40	89.37	78.95	78.93	59.06	59.05	40.67	40.67	24.03	24.05	9.76	9.80	3.92	3.99	0
Q <sub>12</sub>	20.00	17.85	17.84	15.76	15.75	11.78	11.78	8.11	8.11	4.79	4.79	1.95	1.95	0.79	0.79	0
Q <sub>13</sub>	80.00	71.49	71.46	63.12	63.09	47.20	47.18	32.47	32.46	19.18	19.17	7.80	7.79	3.20	3.16	0
Q <sub>14</sub>	70.00	62.67	62.65	55.33	55.31	41.38	41.36	28.47	28.46	16.81	16.81	6.84	6.83	2.78	2.77	0
Q <sub>15</sub>	40.00	35.68	35.66	31.47	31.45	23.49	23.47	16.12	16.10	9.49	9.47	3.85	3.82	1.60	1.54	0
Q <sub>16</sub>	350.0	312.8	312.65	276.1	276.0	206.5	206.4	142.1	142.0	83.88	83.86	34.08	34.07	13.84	13.84	0

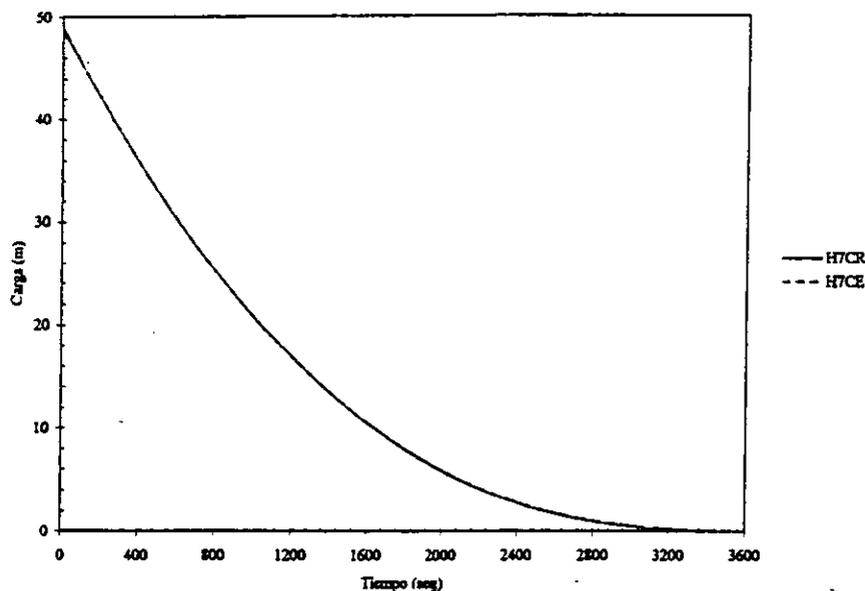


Figura 4.3 Evolución temporal de la carga en el nodo 7 para un tiempo de cierre de 3600 seg.

Tabla 4.6 Valores de las cargas para un tiempo de cierre de 3600 seg.

Carga (m)	Tiempo (seg)															
	0	300		600		1200		1800		2400		3000		3300		3600
		C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	
H <sub>2</sub>	54.48	43.42	43.39	33.85	33.83	18.93	18.92	8.97	8.96	3.13	3.13	0.51	0.52	0.083	0.086	0
H <sub>3</sub>	55.52	44.26	44.23	34.51	34.50	19.32	19.31	9.16	9.16	3.20	3.20	0.53	0.53	0.085	0.088	0
H <sub>4</sub>	54.10	43.09	43.05	33.59	33.56	18.78	18.77	8.89	8.89	3.10	3.10	0.51	0.51	0.084	0.085	0
H <sub>5</sub>	53.86	42.93	42.89	33.46	33.44	18.71	18.70	8.86	8.85	3.09	3.09	0.51	0.51	0.086	0.084	0
H <sub>6</sub>	53.86	42.93	42.89	33.46	33.44	18.71	18.69	8.86	8.85	3.09	3.09	0.51	0.51	0.084	0.084	0
H <sub>7</sub>	48.82	38.89	38.85	30.26	30.23	16.85	16.83	7.94	7.92	2.75	2.74	0.45	0.45	0.078	0.072	0
H <sub>r</sub>	60.00	47.84	47.85	37.35	37.37	20.96	20.99	9.97	10.00	3.49	3.52	0.56	0.59	0.078	0.099	0

En la Figura 4.4 se presentan los resultados de la variación del gasto en las tuberías de las red para un tiempo de cierre de 100 seg. Se observan algunos cruces entre las líneas que representan al modelo rígido, esto significa que para este tiempo de cierre, los efectos inerciales no resultan despreciables. Esto se confirma al comparar la evolución de la carga en el nodo 7 (Figura 4.5).

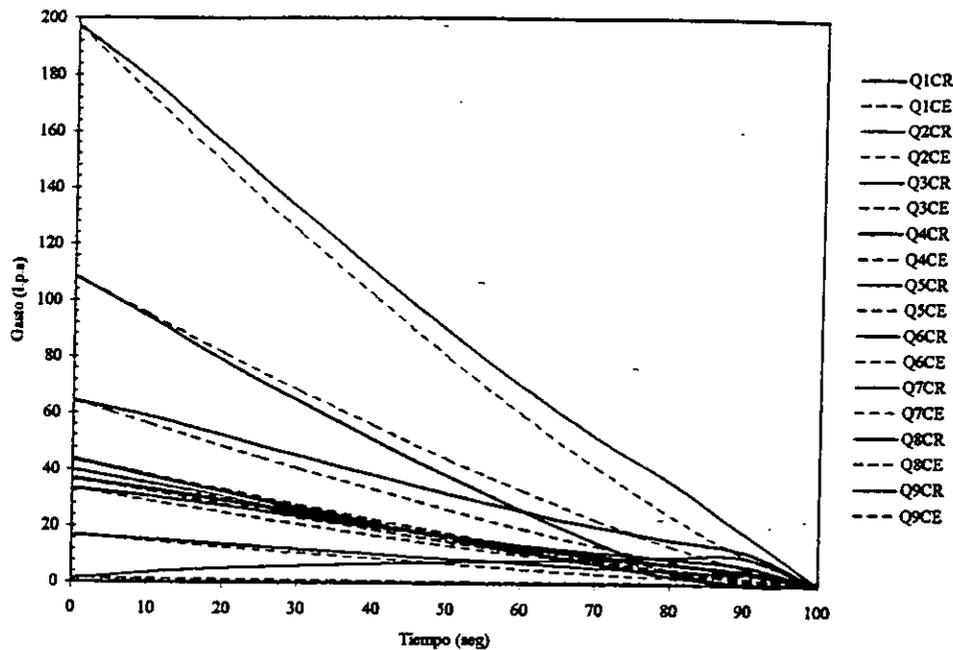


Figura 4.4 Evolución temporal de los gastos para un tiempo de cierre de 100 seg.

Tabla 4.7 Valores de los gastos para un tiempo de cierre de 100 seg.

Gasto (l.p.s)	Tiempo (seg)															
	0	10		20		40		50		60		80		90		100
		C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	
Q <sub>1</sub>	43.82	37.93	38.23	32.02	32.78	21.24	22.54	16.23	17.78	11.48	13.31	2.88	5.41	0.00	2.20	0
Q <sub>2</sub>	197.6	177.6	172.27	154.6	147.71	110.1	101.59	89.30	80.16	69.83	59.99	36.04	24.39	18.06	9.91	0
Q <sub>3</sub>	33.12	30.56	28.84	27.13	24.72	20.13	16.99	16.86	13.40	13.84	10.03	3.81	4.07	6.49	1.65	0
Q <sub>4</sub>	36.94	33.27	32.25	28.98	27.64	20.70	18.99	16.84	14.98	13.22	11.20	6.98	4.54	4.58	1.84	0
Q <sub>5</sub>	64.45	58.87	56.17	52.00	48.15	38.24	33.08	31.79	26.09	25.78	19.51	15.63	7.91	11.44	3.21	0
Q <sub>6</sub>	16.94	15.61	14.83	13.85	12.70	10.31	8.72	8.64	6.87	7.09	5.13	4.46	2.07	3.42	0.84	0
Q <sub>7</sub>	1.39	3.65	1.24	5.12	1.03	6.77	0.67	7.41	0.50	8.06	0.35	9.54	0.11	9.42	0.03	0
Q <sub>8</sub>	108.6	93.80	94.73	78.47	81.22	50.77	55.84	38.06	44.06	26.07	32.97	4.61	13.39	0.00	5.44	0
Q <sub>9</sub>	40.00	35.48	34.81	30.45	29.81	21.02	20.44	16.67	16.10	12.60	12.02	5.61	4.85	3.52	1.95	0
Q <sub>10</sub>	40.00	35.22	34.82	30.17	29.86	20.67	20.54	16.25	16.21	12.10	12.14	4.71	4.94	1.84	2.01	0
Q <sub>11</sub>	100.0	88.17	87.26	75.52	74.84	51.73	51.51	40.66	40.67	30.22	30.46	11.60	12.41	0.10	5.05	0
Q <sub>12</sub>	20.00	17.66	17.42	15.13	14.94	10.39	10.27	8.19	8.11	6.13	6.07	2.51	2.47	1.16	1.00	0
Q <sub>13</sub>	80.00	70.83	69.77	60.73	59.82	41.79	41.14	33.02	32.46	24.81	24.29	10.55	9.87	5.43	4.01	0
Q <sub>14</sub>	70.00	61.97	61.16	53.14	52.44	36.52	36.06	28.80	28.46	21.52	21.30	8.55	8.65	5.69	3.52	0
Q <sub>15</sub>	40.00	35.48	34.81	30.45	29.81	21.02	20.44	16.67	16.10	12.60	12.02	5.61	4.85	3.52	1.95	0
Q <sub>T</sub>	350.0	309.3	305.23	265.1	261.71	182.1	180.0	143.6	142.0	107.4	106.27	43.54	43.18	17.88	17.54	0

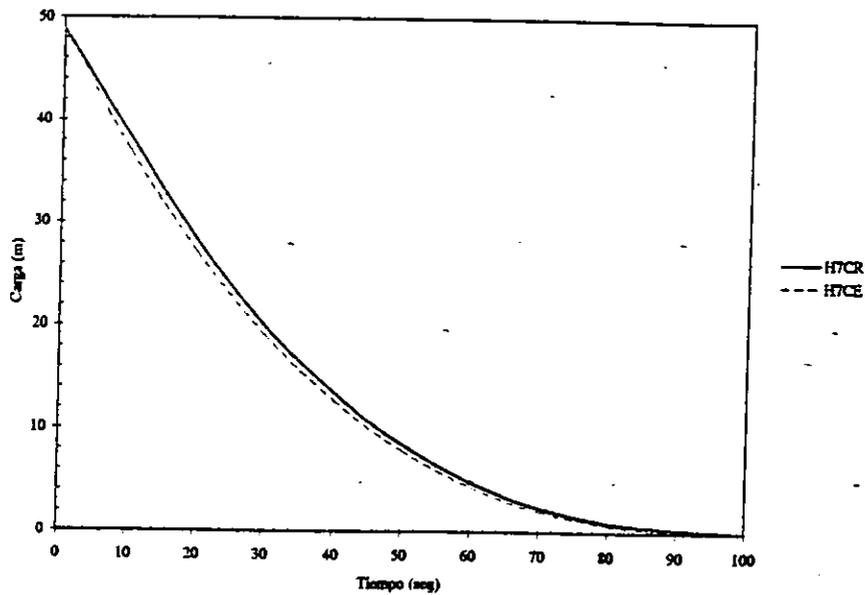


Figura 4.5 Evolución temporal de la carga en el nodo 7 para un tiempo de cierre de 100 seg.

Tabla 4.8 Valores de las cargas para un tiempo de cierre de 100 seg.

Carga (m)	Tiempo (seg)															
	0	10		20		40		50		60		80		90		100
		C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	
H <sub>2</sub>	54.48	42.32	41.36	31.04	30.42	14.57	14.39	9.01	8.96	4.99	5.02	0.76	0.83	0.12	0.137	0
H <sub>3</sub>	55.52	43.05	42.16	31.58	31.02	14.82	14.69	9.16	9.16	5.06	5.14	0.75	0.85	0.05	0.141	0
H <sub>4</sub>	54.10	42.16	41.04	30.96	30.17	14.60	14.27	9.08	8.89	5.08	4.98	0.86	0.82	0.18	0.136	0
H <sub>5</sub>	53.86	42.14	40.88	30.98	30.06	14.67	14.21	9.16	8.85	5.17	4.96	0.93	0.82	0.25	0.135	0
H <sub>6</sub>	53.86	41.97	40.88	30.86	30.06	14.58	14.21	9.06	8.85	5.06	4.96	0.80	0.82	0.35	0.135	0
H <sub>7</sub>	48.82	38.46	37.01	28.32	27.15	13.49	12.77	8.49	7.92	4.85	4.42	0.96	0.72	0.38	0.116	0
H <sub>v</sub>	60.00	45.23	45.62	32.93	33.62	14.94	15.99	9.27	10.00	5.35	5.63	1.14	0.95	0.57	0.159	0

En las Figura 4.6 y 4.7 se muestran la variación de gastos y cargas determinadas para el tiempo de cierre de 60 seg. Para este tiempo, los efectos inerciales se manifiestan con mayor intensidad, se observan más cruces entre las líneas, en comparación con el tiempo anterior y las diferencias entre los valores obtenidos con los modelos rígido y cuasi-estático son aún mayores.

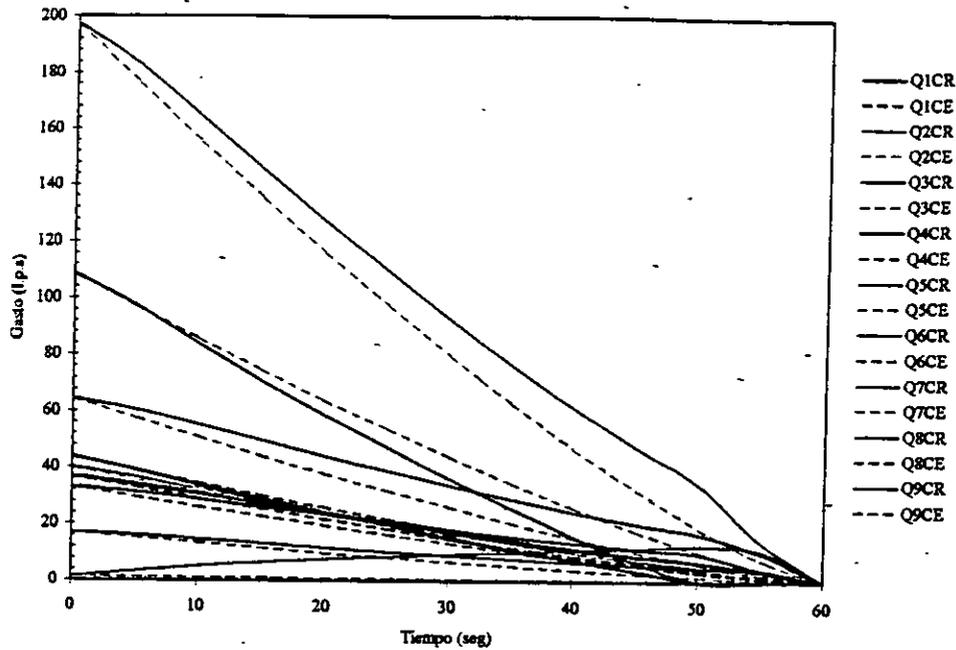


Figura 4.6 Evolución temporal de los gastos para un tiempo de cierre de 60 seg.

Tabla 4.9 Valores de los gastos para un tiempo de cierre de 60 seg.

Gasto (l.p.s)	Tiempo (seg)															
	0	5		10		20		30		40		50		55		60
		C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	
Q <sub>1</sub>	43.82	39.24	39.16	33.94	34.57	24.27	25.85	15.48	17.78	7.47	10.50	0.00	4.27	0.00	1.73	0
Q <sub>2</sub>	197.6	183.0	176.45	164.4	155.79	127.5	116.5	92.83	80.16	61.67	47.35	34.68	19.24	14.35	7.82	0
Q <sub>3</sub>	33.12	31.41	29.54	28.90	26.08	23.50	19.49	18.28	13.40	13.66	7.91	10.02	3.21	4.05	1.30	0
Q <sub>4</sub>	36.94	34.28	33.03	30.77	29.16	23.90	21.79	17.46	14.97	11.69	8.83	6.89	3.58	4.03	1.45	0
Q <sub>5</sub>	64.45	60.61	57.54	55.25	50.79	44.30	37.95	33.86	26.09	24.57	15.39	17.05	6.24	10.30	2.53	0
Q <sub>6</sub>	16.94	16.03	15.19	14.67	13.40	11.87	10.01	9.20	6.87	6.81	4.04	4.87	1.63	4.03	0.66	0
Q <sub>7</sub>	1.39	3.36	1.27	5.20	1.10	7.76	0.78	9.63	0.50	11.31	0.26	12.81	0.08	11.08	0.02	0
Q <sub>8</sub>	108.6	97.37	97.03	83.79	85.67	58.85	64.05	36.33	44.06	16.08	26.01	0.00	10.56	0.00	4.29	0
Q <sub>9</sub>	40.00	36.76	35.66	32.51	31.45	24.42	23.47	17.00	16.1	10.43	9.47	5.14	3.82	4.31	1.54	0
Q <sub>10</sub>	40.00	36.40	35.67	32.07	31.49	23.88	23.55	16.30	16.21	9.45	9.58	3.13	3.90	0.00	1.58	0
Q <sub>11</sub>	100.0	90.64	89.37	80.20	78.93	59.69	59.06	40.69	40.67	23.44	24.05	7.60	9.80	0.00	3.99	0
Q <sub>12</sub>	20.00	18.19	17.84	16.11	15.75	12.02	11.78	8.26	8.11	4.88	4.79	2.02	1.95	0.00	0.79	0
Q <sub>13</sub>	80.00	73.38	71.46	64.71	63.09	48.41	47.18	33.43	32.46	20.06	19.17	9.12	7.79	3.25	3.16	0
Q <sub>14</sub>	70.00	63.97	62.65	56.49	55.31	42.20	41.36	28.96	28.46	16.96	16.81	7.64	6.83	6.73	2.77	0
Q <sub>15</sub>	40.00	36.82	35.66	32.51	31.45	24.42	23.47	17.00	16.10	10.43	9.47	5.14	3.82	4.31	1.54	0
Q <sub>T</sub>	350.0	319.4	312.64	282.1	276.0	210.6	206.4	144.6	142.0	85.22	83.86	34.65	34.07	14.28	13.84	0

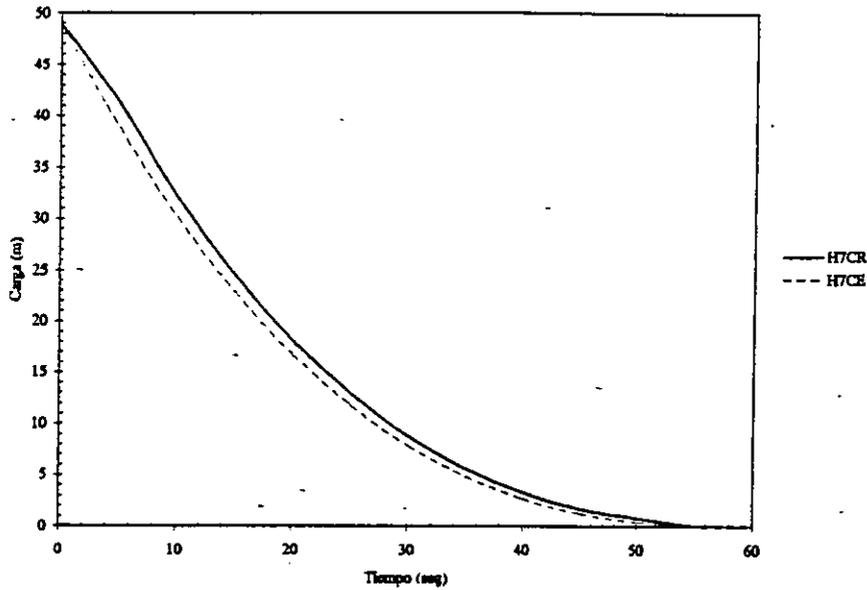


Figura 4.7 Evolución temporal de la carga en el nodo 7 para un tiempo de cierre de 60 seg.

Tabla 4.10 Valores de las cargas para un tiempo de cierre de 60 seg.

Carga (m)	Tiempo (seg)															
	0	5		10		20		30		40		50		55		60
		C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	
H <sub>2</sub>	54.48	45.11	43.39	35.07	33.83	19.45	18.93	9.07	8.96	3.04	3.13	0.33	0.52	0.03	0.086	0
H <sub>3</sub>	55.52	45.82	44.23	35.62	34.50	19.73	19.31	9.17	9.16	3.04	3.20	0.32	0.53	0.02	0.088	0
H <sub>4</sub>	54.10	45.05	43.06	35.08	33.56	19.55	18.77	9.23	8.89	3.22	3.10	0.55	0.51	0.04	0.085	0
H <sub>5</sub>	53.86	45.10	42.90	35.17	33.44	19.69	18.70	9.39	8.85	3.38	3.09	0.70	0.51	0.05	0.084	0
H <sub>6</sub>	53.86	44.73	42.89	34.87	33.44	19.46	18.70	9.17	8.85	3.14	3.09	0.64	0.51	0.05	0.084	0
H <sub>7</sub>	48.82	41.28	38.85	32.28	30.23	18.21	16.83	8.83	7.92	3.32	2.74	0.81	0.45	0.07	0.072	0
H <sub>7</sub>	60.00	45.60	47.85	36.37	37.37	19.75	20.99	9.52	10.00	3.67	3.52	1.15	0.59	0.09	0.099	0

Las Figuras 4.8 y 4.9 exhiben los resultados de los gastos y cargas para un tiempo de cierre de 30 seg. En este caso, debido a que el tiempo de cierre es muy corto, los efectos inerciales son muy importantes por lo que las diferencias entre los modelos rígido y cuasi-estático son aún mayores que en los casos anteriores.

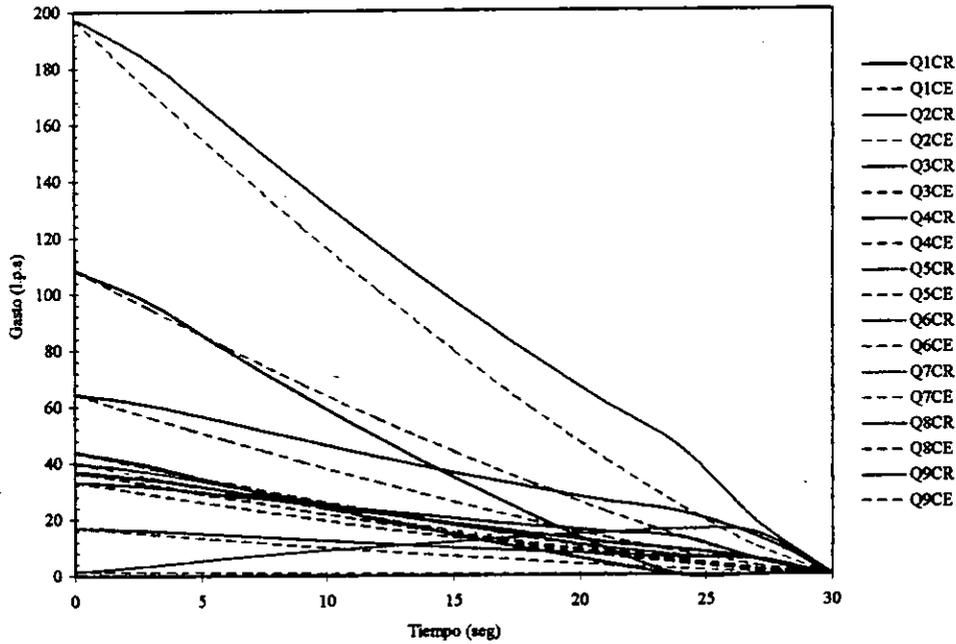


Figura 4.8 Evolución temporal de los gastos para un tiempo de cierre de 30 seg.

Tabla 4.11 Valores de los gastos para un tiempo de cierre de 30 seg.

Gasto (l.p.s)	Tiempo (seg)															
	0	3		6		12		15		18		24		27		30
		C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	
Q <sub>1</sub>	43.82	38.94	38.23	32.30	32.78	20.11	22.54	14.54	17.78	9.30	13.31	0.00	5.41	0.00	2.20	0
Q <sub>2</sub>	197.6	182.4	172.27	160.6	147.72	117.8	101.58	97.74	80.16	78.85	59.99	45.19	24.38	18.95	9.91	0
Q <sub>3</sub>	33.12	31.48	28.84	28.78	24.72	23.06	16.99	20.30	13.40	17.72	10.03	13.43	4.07	5.38	1.65	0
Q <sub>4</sub>	36.94	34.27	32.25	30.14	27.64	22.12	18.99	18.39	14.97	14.90	11.20	8.95	4.54	5.35	1.84	0
Q <sub>5</sub>	64.45	60.70	56.17	54.61	48.15	42.40	33.08	36.64	26.09	31.26	19.51	22.24	7.91	13.57	3.20	0
Q <sub>6</sub>	16.94	16.08	14.83	14.53	12.70	11.42	8.72	9.94	6.87	8.57	5.13	6.26	2.07	5.35	0.84	0
Q <sub>7</sub>	1.39	3.57	1.24	6.20	1.03	10.38	0.67	12.11	0.50	13.69	0.35	16.35	0.11	14.85	0.03	0
Q <sub>8</sub>	108.6	96.88	94.73	80.18	81.22	49.16	55.84	35.01	44.06	21.79	32.96	0.00	13.39	0.00	5.43	0
Q <sub>9</sub>	40.00	36.85	34.81	31.81	29.81	22.19	20.44	17.79	16.10	13.71	12.02	6.93	4.85	5.79	1.95	0
Q <sub>10</sub>	40.00	36.15	34.82	30.94	29.86	21.05	20.54	16.45	16.21	12.12	12.13	4.45	4.94	0.00	2.01	0
Q <sub>11</sub>	100.0	90.25	87.26	77.19	74.84	52.36	51.51	40.80	40.67	29.86	30.45	9.52	12.41	0.00	5.05	0
Q <sub>12</sub>	20.00	18.20	17.42	15.61	14.94	10.71	10.27	8.44	8.11	6.33	6.07	2.69	2.47	0.00	1.00	0
Q <sub>13</sub>	80.00	73.21	69.77	62.94	59.82	43.44	41.14	34.47	32.46	26.15	24.29	12.15	9.87	4.07	4.01	0
Q <sub>14</sub>	70.00	63.60	61.16	54.57	52.44	37.35	36.06	29.33	28.46	21.76	21.29	9.36	8.65	9.06	3.51	0
Q <sub>15</sub>	40.00	36.85	34.81	31.81	29.81	22.19	20.44	17.79	16.1	13.71	12.02	6.93	4.85	5.79	1.95	0
Q <sub>16</sub>	350.0	318.3	305.23	273.1	261.71	187.1	179.96	147.3	142	109.9	106.26	45.10	43.18	18.81	17.54	0

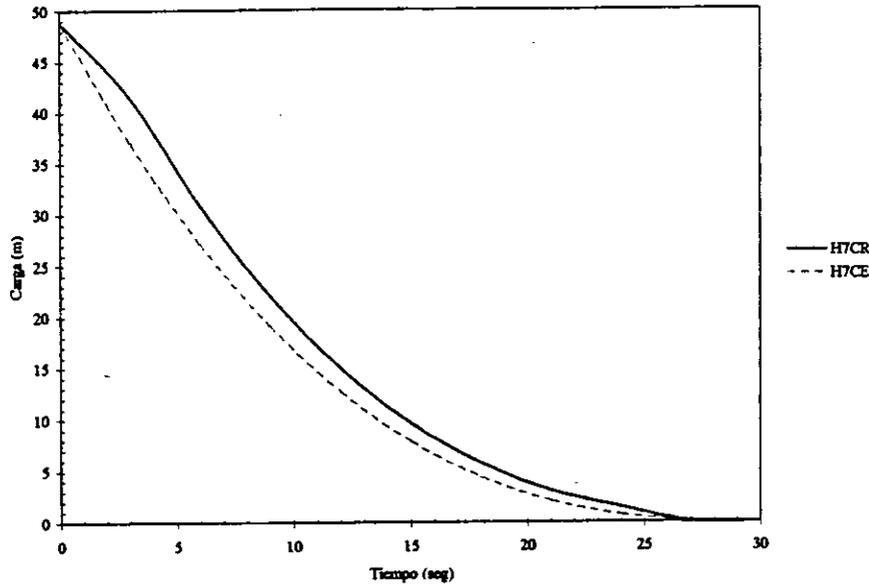


Figura 4.9 Evolución temporal de la carga en el nodo 7 para un tiempo de cierre de 30 seg.

Tabla 4.12 Valores de las cargas para un tiempo de cierre de 30 seg.

Carga (m)	Tiempo (seg)															
	0	3		6		12		15		18		24		27		30
		C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	C.R.	C.E.	
H <sub>2</sub>	54.48	44.57	41.36	32.65	30.41	15.11	14.39	9.24	8.96	5.01	5.02	0.68	0.83	0.04	0.137	0
H <sub>3</sub>	55.52	45.11	42.16	33.00	31.02	15.19	14.69	9.22	9.16	4.94	5.14	0.50	0.85	0.02	0.141	0
H <sub>4</sub>	54.1	44.78	41.04	32.97	30.17	15.51	14.27	9.64	8.89	5.42	4.98	0.98	0.82	0.05	0.136	0
H <sub>5</sub>	53.86	45.02	40.88	33.28	30.06	15.85	14.21	9.98	8.85	5.74	4.96	1.24	0.82	0.06	0.135	0
H <sub>6</sub>	53.86	44.20	40.88	32.55	30.06	15.24	14.21	9.40	8.85	5.17	4.96	0.96	0.82	0.04	0.135	0
H <sub>7</sub>	48.82	41.48	37.01	30.91	27.15	15.04	12.77	9.67	7.92	5.75	4.42	1.47	0.72	0.05	0.116	0
H <sub>r</sub>	60.00	45.37	45.62	33.58	33.62	16.04	15.99	10.20	10.00	5.81	5.63	1.74	0.95	0.08	0.159	0

#### 4.4 Análisis de la diferencia entre los modelos de columna rígida y cuasi-estático para la red modelada

Una vez obtenidos y comparados los resultados de la simulación de la red con los modelos de columna rígida y cuasi-estático, es necesario establecer de manera cuantitativa la discrepancia existente entre ambos modelos. Para ello se calcula el error cuadrático medio (E.C.M) dado por la siguiente expresión:

$$E.C.M. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f_{C.R.} - f_{C.E.})^2}{N-1}} \quad (4.29)$$

donde:

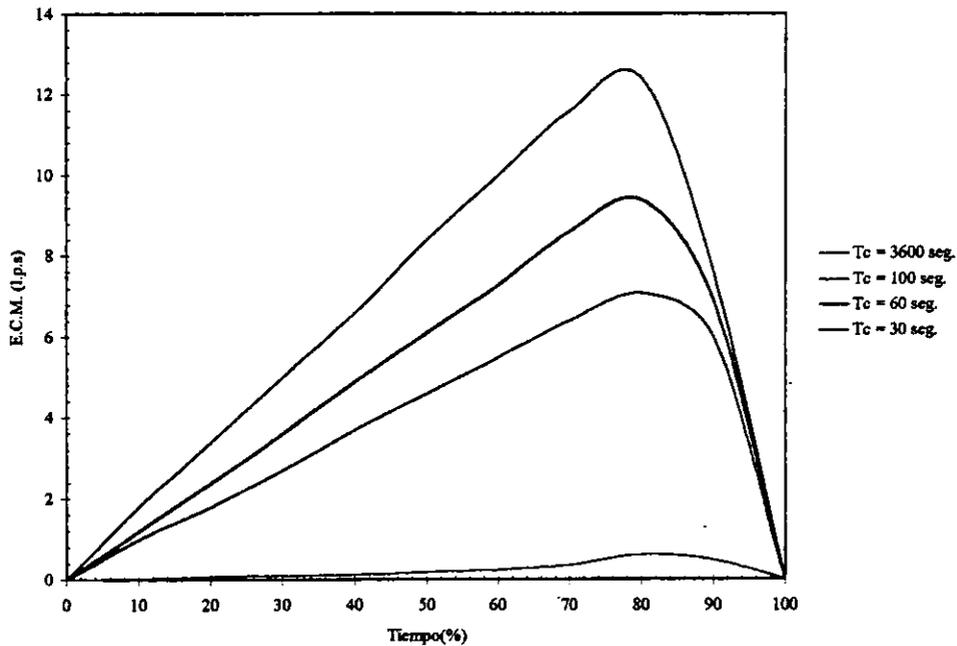
- N = número total de datos.
- $f_{C.R.}$  = valores calculados con el método de columna rígida.
- $f_{C.E.}$  = valores calculados con el método cuasi-estático.

De los resultados obtenidos se observó que para un tiempo de cierre largo de la válvula ( $V_1$ )

los modelos describen en forma semejante la distribución de gastos y cargas debido a que no se manifiesta el efecto de la inercia del agua, lo cual comprueba que no es conveniente utilizar el modelo de columna rígida. A medida que el tiempo de cierre es más corto, la propiedad de la inercia adquiere importancia ocasionando que el modelo cuasi-estático no prediga adecuadamente, haciéndose necesaria la utilización del modelo rígido, el cual proporciona una mejor descripción del comportamiento de la red.

En la Figura 4.10 se pueden observar las máximas diferencias existentes entre los modelos de columna rígida y cuasi-estático para los diferentes tiempos de cierre. Al inicio de la simulación no existe diferencia dado que la condición inicial es la misma. Conforme transcurre el tiempo de cierre la diferencia se incrementa hasta alcanzar un valor máximo (aproximadamente al 80% de la simulación) y a partir de él disminuye debido a que el gasto que se suministra a la red se aproxima a cero.

Es importante considerar que cada red presenta un comportamiento diferente dependiendo de sus características. Para el caso de la red del ejemplo, el tiempo de cierre debe ser entre 30 y 60 segundos para que sean importantes los efectos inerciales del flujo.



**Figura 4.10** Variación del error en la distribución de gastos para los diferentes tiempos de cierre.

#### 4.5 Adaptación del modelo integral a la simulación dinámica de redes

Cuando se desea analizar una red de distribución que incluye bombas, tuberías conectadas en serie, válvulas, tomas domiciliarias, fugas, etc., es conveniente utilizar el procedimiento presentado en el apartado 2.3.4, el cual introduce los conceptos de cuerda y nodo principal para modelar los elementos anteriores en una sola ecuación, y evitar el incremento de ecuaciones de continuidad que se forman en los nodos intermedios de dichos elementos.

Si se combinan las ecuaciones de cuerda de distribución y cuerda sin distribución, con las ecuaciones de columna rígida es posible disminuir la medida del sistema general de ecuaciones y reducir el tiempo de cómputo requerido para realizar la simulación.

Aplicando la ecuación (2.45) entre dos nodos principales i y j y considerando las ecuaciones (4.2) y (2.15), se obtiene la ecuación que describe las variaciones temporales del gasto a través de una cuerda de distribución:

$$\frac{dQ_{ij}}{dt} \sum_{d=1}^k \left( \frac{L_{ij}}{gA_{ij}} \right)^d = (H_i - H_j) - \sum_{d=1}^k \left[ K_r Q_{ij}^n - (AQ_{ij}^2 + BQ_{ij} + C) + K_r Q_{ij}^2 \right]^d \quad (4.30)$$

Si se considera la ecuación (4.5), la ecuación (4.30) se escribe bajo la forma:

$$\frac{Q_{ij,t+\Delta t} - Q_{ij,t}}{\Delta t} \sum_{d=1}^k \left( \frac{L_{ij}}{gA_{ij}} \right)^d = (H_i - H_j) - \sum_{d=1}^k \left[ K_r Q_{ij,t+\Delta t}^n - (AQ_{ij,t+\Delta t}^2 + BQ_{ij,t+\Delta t} + C) + K_r Q_{ij,t+\Delta t}^2 \right]^d \quad (4.31)$$

Utilizando el método de Newton-Raphson para linealizar la ecuación (4.31) se obtiene:

$$\begin{aligned} & \frac{Q_{ij,t+\Delta t} - Q_{ij,t}}{\Delta t} \sum_{d=1}^k \left( \frac{L_{ij}}{gA_{ij}} \right)^d - (H_i - H_j) + \sum_{d=1}^k \left[ K_r Q_{ij,t}^n - (AQ_{ij,t}^2 + BQ_{ij,t} + C) + K_r Q_{ij,t}^2 \right]^d \\ & + \frac{\partial R}{\partial Q_{ij,t}} (Q_{ij,t+\Delta t} - Q_{ij,t}) = 0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

donde:

$$\frac{\partial R}{\partial Q_{ij,t}} = nK_r |Q_{ij,t}|^{n-1} - (2A|Q_{ij,t}| + B) + 2K_r |Q_{ij,t}| \quad (4.33)$$

Sustituyendo (4.33) en (4.32) y agrupando términos, se obtiene la ecuación de energía linealizada para una cuerda de distribución:

$$\begin{aligned}
& \sum_{d=1}^k \left[ \frac{1}{\Delta t} \sum_{d=1}^k \left( \frac{L_{ij}}{gA_{ij}} \right)^d + nK_f |Q_{ij}|^{n-1} - (2A|Q_{ij}| + B) + 2K_\ell |Q_{ij}| \right]^d Q_{ij,t+\Delta t} = \\
& (H_i - H_j) + \sum_{d=1}^l Q_{ij} \left[ (n-1)K_f |Q_{ij}|^{n-1} + K_\ell |Q_{ij}| + \frac{1}{\Delta t} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{ij}}{gA_{ij}} \right)^d \right]^d + \\
& - \sum_{d=1}^k (A|Q_{ij}|Q_{ij} + B|Q_{ij}| + C)^d
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Para una cuerda sin distribución, se aplica la ecuación (2.52) entre dos nodos principales  $j$  y  $\ell$  y se consideran las ecuaciones (4.2) y (2.15), obteniéndose la expresión que describe las variaciones temporales del gasto a través de una cuerda sin distribución:

$$\frac{dQ_{i\ell}}{dt} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{i\ell}}{gA_{i\ell}} \right)^l = (H_j - H_\ell) - \sum_{l=1}^r (K_f)^l Q_{i\ell}^n + \sum_{p=1}^s (AQ_{i\ell}^2 + BQ_{i\ell} + C)^p - \sum_{l=1}^r \left[ \sum K_\ell \right]^l Q_{i\ell}^2 \tag{4.35}$$

Si se considera la ecuación (4.5), la expresión (4.35) se escribe bajo la forma:

$$\begin{aligned}
\frac{Q_{i\ell,t+\Delta t} - Q_{i\ell,t}}{\Delta t} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{i\ell}}{gA_{i\ell}} \right)^l &= (H_j - H_\ell) - \sum_{l=1}^r (K_f)^l Q_{i\ell,t+\Delta t}^n + \sum_{p=1}^s (AQ_{i\ell,t+\Delta t}^2 + BQ_{i\ell,t+\Delta t} + C)^p + \\
& - \sum_{l=1}^r \left[ \sum K_\ell \right]^l Q_{i\ell,t+\Delta t}^2
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Utilizando el método de Newton-Raphson para linealizar la ecuación (4.36) se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \frac{Q_{i\ell,t+\Delta t} - Q_{i\ell,t}}{\Delta t} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{i\ell}}{gA_{i\ell}} \right)^l - (H_j - H_\ell) + \sum_{l=1}^r (K_f)^l Q_{i\ell,t}^n - \sum_{p=1}^s (AQ_{i\ell,t}^2 + BQ_{i\ell,t} + C)^p + \\
& + \sum_{l=1}^r \left[ \sum K_\ell \right]^l Q_{i\ell,t}^2 + \frac{\partial R}{\partial Q_{i\ell,t}} (Q_{i\ell,t+\Delta t} - Q_{i\ell,t}) = 0
\end{aligned} \tag{4.37}$$

donde:

$$\frac{\partial R}{\partial Q_{it}} = n \sum_{l=1}^r (K_l)^l |Q_{it}|^{n-1} - \sum_{p=1}^s (2A|Q_{it}| + B)^p + \sum_{l=1}^r [2 \sum K_l]^l |Q_{it}| \quad (4.38)$$

Sustituyendo (4.38) en (4.37) y agrupando términos, se obtiene la ecuación de energía linealizada para una cuerda sin distribución:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{\Delta t} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{it}}{gA_{it}} \right)^l + n \sum_{l=1}^r (K_l)^l |Q_{it}|^{n-1} - \sum_{p=1}^s (2A|Q_{it}| + B)^p + \sum_{l=1}^r [2 \sum K_l]^l |Q_{it}| \right] Q_{it+\Delta t} = \\ & (H_j - H_t) + Q_{it} \left[ (n-1) \sum_{l=1}^r (K_l)^l |Q_{it}|^{n-1} + \sum_{l=1}^r [\sum K_l]^l |Q_{it}| + \frac{1}{\Delta t} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{it}}{gA_{it}} \right)^l \right] + \\ & - \sum_{p=1}^s (A|Q_{it}| |Q_{it}| + B|Q_{it}| + C)^p \end{aligned} \quad (4.39)$$

Cuando se combina el modelo dinámico de columna rígida con el algoritmo propuesto por Guerrero y Arreguín (1997), para analizar una red, es posible reducir el número de nodos que representan a las tomas domiciliarias, reduciendo así el número de ecuaciones de continuidad.

## CAPÍTULO 5

# MÉTODO DINÁMICO DE CALIBRACIÓN

---

### 5.1 Método dinámico de calibración propuesto

El análisis hidráulico de una red determina la variación en la distribución de gastos, cargas piezométricas y funcionamiento de dispositivos especiales incluidos en el sistema. Para determinar sus variaciones en el tiempo, es necesario resolver las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento (ecuaciones 4.1 y 4.11), lo que conduce a la formación de un sistema de  $p$  ecuaciones con  $p$  incógnitas (gastos o cargas).

Para llevar a cabo la calibración del modelo de la red se requiere disponer de mediciones de gasto o carga. Por cada valor medido es posible introducir una ecuación adicional de continuidad o cantidad de movimiento y consecuentemente una incógnita adicional, la cual puede ser un factor global de ajuste  $F_a$ , que se utiliza para corregir los coeficientes de pérdida de carga de los tramos de la red. La introducción del factor de ajuste da como resultado un sistema modificado de  $p+1$  ecuaciones con  $p+1$  incógnitas, el cual debe ser resuelto simultáneamente para la variación de los gastos o las cargas y el factor global de ajuste de pérdida de carga.

Existe un factor de ajuste por cada valor medido. Cada factor afectará a las tuberías que se encuentren más cercanas al punto de medición. Al incluir el factor de ajuste, se debe modificar la ecuación de cantidad de movimiento (ecuación 4.6) para su aplicación a cada tramo, de la siguiente manera:

$$C_i \left[ \frac{Q_{i-\Delta t} - Q_i}{\Delta t} \right] = (H_i - H_j) - K_i F_{a,i-\Delta t} Q_{i-\Delta t}^n - K_{vi} Q_{i-\Delta t}^2 \quad (5.1)$$

Nuevamente es necesario linealizar la ecuación (5.1), haciendo uso del método de Newton-Raphson:

$$C_i \left[ \frac{Q_{i,t+\Delta t} - Q_{i,t}}{\Delta t} \right] - (H_i - H_j) + K_i F_{a,t} Q_{i,t}^n + K_{vi} Q_{i,t}^2 + \frac{\partial R}{\partial Q} \left( Q_{i,t+\Delta t} - Q_{i,t} \right) + \frac{\partial R}{\partial F_a} \left( F_{a,t+\Delta t} - F_{a,t} \right) = 0 \quad (5.2)$$

donde:

$$\frac{\partial R}{\partial Q} = nK_i F_{a,t} |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} Q_{i,t} \quad (5.3)$$

y:

$$\frac{\partial R}{\partial F_a} = K_i Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} \quad (5.4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.3) y (5.4) en la ecuación (5.2):

$$C_i \left[ \frac{Q_{i,t+\Delta t} - Q_{i,t}}{\Delta t} \right] = (H_i - H_j) - K_i F_{a,t} Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} - K_{vi} Q_{i,t} |Q_{i,t}| - nK_i F_{a,t} Q_{i,t+\Delta t} |Q_{i,t}|^{n-1} + \\ + nK_i F_{a,t} Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} - 2K_{vi} Q_{i,t+\Delta t} Q_{i,t} + 2K_{vi} Q_{i,t} |Q_{i,t}| - K_i F_{a,t+\Delta t} Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} + K_i F_{a,t} Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} \quad (5.5)$$

Simplificando términos en la ecuación (5.5):

$$C_i \left[ \frac{Q_{i,t+\Delta t} - Q_{i,t}}{\Delta t} \right] = (H_i - H_j) - nK_i F_{a,t} Q_{i,t+\Delta t} |Q_{i,t}|^{n-1} + nK_i F_{a,t} Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} - 2K_{vi} Q_{i,t+\Delta t} |Q_{i,t}| \\ + K_{vi} Q_{i,t} |Q_{i,t}| - K_i F_{a,t+\Delta t} Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} \quad (5.6)$$

Agrupando los términos semejantes de la ecuación (5.6) se obtiene:

$$Q_{i,t+\Delta t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \right) = (H_i - H_j) + Q_{i,t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} + K_{vi} |Q_{i,t}| \right) - K_i F_{a_{i+\Delta t}} |Q_{i,t}|^{n-1} \quad (5.7)$$

La expresión (5.7) es la ecuación linealizada de cantidad de movimiento modificada. Se conocen las condiciones para el instante  $t$  y a partir de estas se determinan las del instante  $t + \Delta t$ .

La ecuación (5.7) puede ser aplicada en dos casos: a) cuando el sistema modificado de  $p+1$  ecuaciones se resuelve para los gastos y los factores de ajuste (método de circuitos) y b) cuando el sistema modificado de  $p+1$  ecuaciones es resuelto en función de las cargas y los factores de ajuste (método de nodos).

#### a) Circuitos

Para el caso a), de acuerdo con la segunda ley de Kirchoff (ecuación 2.12), el primer término del miembro derecho de la ecuación (5.7) es nulo obteniéndose:

$$Q_{i,t+\Delta t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \right) + Q_{i,t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} + K_{vi} |Q_{i,t}| \right) - K_i F_{a_{i+\Delta t}} |Q_{i,t}|^{n-1} \quad (5.8)$$

$$\sum_{i=1}^{ntc} \left[ Q_{i,t+\Delta t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} + 2K_{vi} |Q_{i,t}| \right) \right] + \sum_{i=1}^{ntc} \left[ Q_{i,t} \left( \frac{C_i}{\Delta t} + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} + K_{vi} |Q_{i,t}| \right) \right] + \sum_{i=1}^{ntc} \left( -K_i F_{a_{i+\Delta t}} |Q_{i,t}|^{n-1} \right) \quad (5.9)$$

donde  $ntc$  es el número de tuberías en el circuito.

Para el método de circuitos, se establece un sistema de ecuaciones modificado que resulta de aplicar la ecuación (4.1) a cada nodo y la ecuación (5.9) a cada tramo y circuito de la red.

b) Nodos

Para usar el método de nodos, es necesario despejar de la ecuación (5.7) el término del gasto para el instante de tiempo  $t + \Delta t$ .

$$Q_{i,t+\Delta t} = \frac{(H_i - H_j) \Delta t}{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + 2K_{v_i} |Q_{i,t}| \Delta t} + Q_{i,t} \left[ \frac{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + K_{v_i} |Q_{i,t}| \Delta t}{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + 2K_{v_i} |Q_{i,t}| \Delta t} \right] - \frac{K_i Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} F_{a_{i,t+\Delta t}}}{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + 2K_{v_i} |Q_{i,t}| \Delta t} \quad (5.10)$$

Combinando la ecuación (5.10) con la ecuación de continuidad (4.1), se obtiene la ecuación general aplicada a cada nodo de la red:

$$\sum_{i=1}^I \frac{(H_i - H_j) \Delta t}{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + 2K_{v_i} |Q_{i,t}| \Delta t} + \sum_{i=1}^I Q_{i,t} \left[ \frac{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + K_{v_i} |Q_{i,t}| \Delta t}{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + 2K_{v_i} |Q_{i,t}| \Delta t} \right] - \sum_{i=1}^I \frac{K_i Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} F_{a_{i,t+\Delta t}}}{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t + 2K_{v_i} |Q_{i,t}| \Delta t} \quad (5.11)$$

Para los tramos que concurren a un nodo  $j$ , donde no se tienen pérdidas menores la ecuación (5.10) se reduce a:

$$Q_{i,t+\Delta t} = \frac{(H_i - H_j) \Delta t}{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t} + Q_{i,t} - \frac{K_i Q_{i,t} |Q_{i,t}|^{n-1} F_{a_{i,t+\Delta t}}}{C_i + nK_i F_{a_i} |Q_{i,t}|^{n-1} \Delta t} \quad (5.12)$$

Para tramos que concurren a un nodo  $j$ , donde es posible despreciar los efectos de fricción pero se consideran importantes las pérdidas producidas por dispositivos la ecuación (5.10) se puede expresar como:

$$Q_{i,\alpha} = \frac{(H_i - H_j)}{2K_{\alpha} Q_{i,\alpha}} + \frac{Q_{i,\alpha}}{2} \quad (5.13)$$

La utilización del método de nodos conduce a aplicar la ecuación (5.11) a cada nodo de la red.

El algoritmo de calibración así como el programa de cómputo del método propuesto se muestran en el Apéndice C.

## **5.2 Aplicación del método dinámico de calibración**

Una vez desarrollado el método dinámico de calibración, se aplica a la red de la Figura 4.1 a la cual llamaremos red "real". Para ello, se construye una red modelo que la represente con iguales características e igual distribución de demandas pero con coeficientes de rugosidad supuestos y distintos a los de la red real.

### **5.2.1 Condiciones iniciales y de frontera para la calibración.**

#### *5.2.1.1 Parámetros característicos de la red modelo*

Los valores de los datos característicos de la red modelo (longitud; diámetro, distribución de gastos en los tramos, cargas en los nodos y demandas) son iguales a los de la red real. y se supone un valor inicial para los coeficientes de pérdida de carga por cortante de  $C_{HW} = 115$  en la red modelo.

#### *5.2.1.2 Valores iniciales de los factores de ajuste*

Considerando los datos de la red modelo, se aplica el método de Orsmbee y Wood (1986)

para régimen permanente con el fin de determinar el valor inicial de los factores de ajuste de los coeficientes de pérdida de carga, así como la distribución inicial de gastos y coeficientes de pérdida de carga calibrados.

Debido a que la aplicación de este método de calibración requiere que se tengan mediciones de carga, se considera a los nodos 4 y 7 como puntos de medición y se asume que los valores de las cargas obtenidos en el inciso 4.2.1 corresponden con las cargas “medidas” en campo, con valores de 54.10 m y 48.88-m respectivamente.

Siguiendo con el método, dado que se tienen dos puntos de medición, se divide a la red en dos zonas A y B, con sus respectivos factores de ajuste  $F_A$  y  $F_B$ . La zona A comprende a las tuberías 1 a 6 mientras que la zona B se forma con las tuberías 7 a 9. Se establece un sistema de ecuaciones aplicando la ecuación (3.7) en cada nodo de la red modelo. Se resuelve el sistema y se determina el valor de los factores de ajuste  $F_A = 0.811$  y  $F_B = 1.464$ , así como la distribución de gastos y coeficientes de pérdida de carga calibrados los cuales se muestran en la Tabla 5.1.

### 5.2.1.3 Ley de cierre de la válvula

La ley de cierre de la válvula ( $V_1$ ) está dada por la siguiente ecuación:

$$\tau = \left(1 - \frac{\text{Tiempo}}{T_c}\right)^{1.3} \quad (5.15)$$

donde:

$T_c$  = tiempo de cierre de la válvula [T].

1.3 = valor del coeficiente que representa la rapidez de cierre de la válvula.

**Tabla 5.1** Valores iniciales de los gastos y coeficientes de pérdida de carga calibrados

<b>Tramo N°</b>	<b>Gastos calibrados (l.p.s.)</b>	<b>Coefficientes de Hazen-Williams calibrados (iniciales)</b>
1	55.9	128.774
2	199.1	128.774
3	30.7	128.774
4	46.7	128.774
5	68.3	128.774
6	26.7	128.774
7	15.0	93.606
8	95.1	93.606
9	40.0	93.606

#### 5.2.1.4 Valores de las cargas medidas para el ajuste en estado transitorio

Con el propósito de tener mediciones de carga en los nodos de prueba durante el transitorio, se considera que en los nodos 4 y 7 se mide la carga piezométrica a lo largo de cada uno de los tiempos de cierre de la válvula  $V_1$ . Por lo tanto, se asume que los valores de las cargas del inciso 4.3 (Tablas 4.8, 4.10, 4.12 y 4.14), equivalen a las cargas “medidas” en campo. En las Tablas 5.2 a 5.5 aparecen los valores de las cargas medidas para los diferentes tiempos de cierre.

**Tabla 5.2** Valores de las cargas medidas para un tiempo de cierre de 3600 seg

<b>Tiempo Seg</b>	<b>Carga nodo 4 (m)</b>	<b>Carga nodo 7 (m)</b>
0	54.10	48.88
300	43.09	38.89
600	33.59	30.26
900	25.52	22.95
1200	18.78	16.85
1500	13.27	11.88
1800	8.89	7.94
2100	5.54	4.93
2400	3.10	2.75
2700	1.47	1.30
3000	0.51	0.45

**Tabla 5.3** Valores de las cargas medidas para un tiempo de cierre de 100 seg.

<b>Tiempo seg</b>	<b>Carga nodo 4 (m)</b>	<b>Carga nodo 7 (m)</b>
0	54.10	48.88
10	42.16	38.46
20	30.96	28.32
30	21.83	20.05
40	14.60	13.49
50	9.08	8.49
60	5.08	4.85
70	2.41	2.41
80	0.86	0.96
86	0.43	0.94

**Tabla 5.4** Valores de las cargas medidas para un tiempo de cierre de 60 seg

<b>Tiempo Seg</b>	<b>Carga nodo 4 (m)</b>	<b>Carga nodo 7 (m)</b>
0	54.10	48.88
5	45.05	41.28
10	35.08	32.28
15	26.61	24.61
20	19.55	18.21
25	13.79	12.98
30	9.23	8.83
35	5.75	5.64
40	3.22	3.32
45	1.55	1.74

**Tabla 5.5** Valores de las cargas medidas para un tiempo de cierre de 30 seg

<b>Tiempo Seg</b>	<b>Carga nodo 4 (m)</b>	<b>Carga nodo 7 (m)</b>
0	54.10	48.88
3	44.78	41.48
6	32.97	30.91
9	23.22	22.06
12	15.51	15.04
15	9.64	9.67
18	5.42	5.75
21	2.61	3.08

En las Tablas 5.2-5.5 aparecen registros de cargas piezométricas medidas hasta un tiempo de 3000, 85, 45 y 21 seg., respectivamente. Esto se debe a que para tiempos mayores, se alcanzan en varias tuberías de la red números de Reynolds inferiores a 8000, aproximándose a la zona de transición entre el régimen turbulento y laminar, condición para la cual el comportamiento de los coeficientes de pérdida de carga no está bien definido y la ecuación de Hazen-Williams no es válida.

Partiendo de las condiciones iniciales presentadas en la Tabla 5.1 ( $t = 0$ ), se establece un sistema de ecuaciones para el instante ( $t = t + \Delta t$ ) que resulta de aplicar la ecuación (4.28) a cada nodo de la red. Se resuelve el sistema de ecuaciones y se obtiene el valor de los factores de ajuste y la distribución de gastos. Con el valor de los coeficientes de ajuste obtenidos en cada tiempo, se corrigen los coeficientes de pérdida de carga de Hazen-Williams mediante la expresión (4.31) y se obtienen los coeficientes de pérdida de carga calibrados.

### 4.3 Resultados de los métodos de calibración: Columna rígida y Cuasi-estático.

Se aplicó el método de calibración basado en las ecuaciones de la columna rígida y el correspondiente al modelo cuasi-estático, obteniéndose el comportamiento de las variables hidráulicas de la red para cada tiempo de cierre (ver Tablas 5.6 a 5.9). De los resultados obtenidos se observa que la distribución de gastos obtenida con ambos modelos es semejante para el tiempo de cierre de 3600 seg., dado que para este tiempo el efecto de la inercia del agua es despreciable, lo cual comprueba que no es conveniente utilizar el modelo de columna rígida. Sin embargo, conforme el tiempo de cierre es más corto, los efectos inerciales adquieren importancia haciéndose necesaria la utilización del modelo de columna rígida predice de una manera más adecuada.

La nomenclatura utilizada en las Tablas 5.6 a 5.9 es la siguiente:

- RE gasto de un tramo en la red real, determinado con el modelo rígido.
- CR gasto calibrado de un tramo de la red, determinado con el modelo rígido.
- CE gasto calibrado de un tramo de la red, determinado con el modelo cuasi-estático.

**Tabla 5.6** Distribución de gastos calibrados para un tiempo de cierre de 3600 seg.

Gasto (l.p.s)	Tiempo (seg)																	
	300			600			1200			1800			2400			3000		
	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE
Q <sub>1</sub>	39.14	49.89	49.91	34.55	44.02	44.04	25.81	32.86	32.88	17.73	22.56	22.57	10.43	13.31	13.32	4.14	5.49	5.51
Q <sub>2</sub>	176.72	177.83	177.73	156.07	156.95	156.84	116.79	117.24	117.10	80.50	80.61	80.40	47.79	47.78	47.48	19.94	20.13	19.60
Q <sub>3</sub>	29.63	27.53	27.47	26.17	24.30	24.23	19.60	18.15	18.07	13.53	12.49	12.38	8.08	7.46	7.30	3.48	3.30	3.04
Q <sub>4</sub>	33.09	41.71	41.67	29.21	36.79	36.73	21.85	27.42	27.35	15.05	18.81	18.71	8.93	11.18	11.03	3.73	4.89	4.65
Q <sub>5</sub>	57.69	61.01	60.98	50.95	53.79	53.75	38.13	40.08	40.03	26.31	27.48	27.38	15.68	16.30	16.14	6.70	7.08	6.80
Q <sub>6</sub>	15.24	23.90	23.81	13.46	21.02	20.97	10.07	15.63	15.56	6.94	10.70	10.60	4.14	6.39	6.24	1.79	2.94	2.70
Q <sub>7</sub>	1.45	13.40	13.37	1.29	11.80	11.67	1.00	8.56	8.44	0.78	5.73	5.54	0.64	3.51	3.22	0.68	2.21	1.70
Q <sub>8</sub>	96.91	84.75	84.81	85.52	74.92	74.99	63.86	56.21	56.32	43.81	38.80	38.98	25.66	22.76	23.05	10.01	8.46	8.97
Q <sub>9</sub>	35.68	35.69	35.69	31.47	31.49	31.49	23.49	23.50	23.50	16.12	16.13	16.13	9.49	9.50	9.50	3.85	3.86	3.86
q <sub>1</sub>	35.68	35.71	35.71	31.50	31.53	31.54	23.56	23.59	23.59	16.21	16.24	16.24	9.57	9.59	9.60	3.88	3.89	3.90
q <sub>3</sub>	89.40	89.29	89.29	78.95	78.86	78.85	59.06	59.01	59.01	40.67	40.64	40.64	24.03	24.03	24.03	9.76	9.75	9.76
q <sub>4</sub>	17.85	17.86	17.86	15.76	15.77	15.77	11.78	11.79	11.79	8.11	8.11	8.11	4.79	4.79	4.79	1.95	1.95	1.95
q <sub>5</sub>	71.49	71.42	71.42	63.12	63.06	63.03	47.20	47.16	47.15	32.47	32.45	32.44	19.18	19.17	19.16	7.80	7.81	7.79
q <sub>6</sub>	62.67	62.50	62.49	55.33	55.18	55.17	41.38	41.26	41.26	28.47	28.40	28.39	16.81	16.78	16.77	6.84	6.82	6.81
q <sub>7</sub>	35.68	35.69	35.69	31.47	31.49	31.49	23.49	23.50	23.50	16.12	16.13	16.13	9.49	9.50	9.50	3.85	3.86	3.86
Q <sub>T</sub>	312.77	312.47	312.46	276.13	275.88	275.87	206.49	206.31	206.29	142.10	141.97	141.95	83.88	83.86	83.85	34.08	34.08	34.08

Tabla 5.7 Distribución de gastos calibrados para un tiempo de cierre de 100 seg.

Gasto (l.p.s)	Tiempo (seg)																	
	10			20			40			60			80			85		
	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE
Q <sub>1</sub>	37.93	49.59	51.39	32.02	42.65	44.45	21.24	29.51	32.04	11.48	17.65	21.52	2.88	7.57	10.48	0.72	5.46	4.22
Q <sub>2</sub>	177.6	179.32	182.44	154.6	156.35	157.71	110.1	111.57	113.31	69.83	71.17	73.29	36.04	37.37	38.34	9.01	30.30	31.64
Q <sub>3</sub>	30.56	28.50	28.77	27.13	25.48	24.98	20.13	19.26	18.33	13.84	13.61	12.43	8.81	9.01	7.98	2.20	8.08	7.19
Q <sub>4</sub>	33.27	42.79	44.84	28.98	37.91	39.18	20.70	28.06	29.61	13.22	19.14	21.82	6.98	11.84	13.72	1.74	10.39	8.26
Q <sub>5</sub>	58.87	62.70	65.60	52.00	55.38	57.32	38.24	40.62	43.36	25.78	27.40	30.70	15.63	16.78	18.78	3.91	14.71	16.94
Q <sub>6</sub>	15.61	25.11	27.16	13.85	22.75	24.02	10.31	17.65	19.20	7.09	12.99	15.67	4.46	9.31	11.19	1.11	8.60	6.47
Q <sub>7</sub>	3.65	16.95	21.98	5.12	17.35	20.66	6.77	16.38	20.83	8.06	15.46	21.44	9.54	15.43	19.31	2.38	14.52	14.62
Q <sub>8</sub>	93.80	80.44	75.34	78.47	66.20	62.77	50.77	41.15	36.53	26.07	18.63	12.65	4.61	3.87	0.00	1.15	0.00	0.00
Q <sub>9</sub>	35.48	35.53	35.53	30.45	30.50	30.50	21.02	21.06	21.06	12.60	12.64	12.64	5.61	5.64	5.65	1.40	4.20	4.30
q <sub>1</sub>	35.22	35.29	35.32	30.17	30.22	30.26	20.67	20.71	20.77	12.10	12.12	12.17	4.71	4.74	4.74	1.18	3.15	3.15
q <sub>3</sub>	88.17	88.13	88.07	75.52	75.48	75.42	51.73	51.69	51.62	30.22	30.16	30.16	11.60	11.58	11.58	2.90	7.51	7.51
q <sub>4</sub>	17.66	17.68	17.68	15.13	15.15	15.15	10.39	10.41	10.41	6.13	6.15	6.15	2.51	2.53	2.53	0.63	1.79	1.79
q <sub>5</sub>	70.83	70.86	70.78	60.73	60.78	60.67	41.79	41.88	41.73	24.81	24.93	24.93	10.55	10.66	10.66	2.64	8.79	8.79
q <sub>6</sub>	61.97	61.86	61.79	53.14	53.06	52.94	36.52	36.47	36.30	21.52	21.45	21.45	8.55	13.66	13.66	2.14	10.32	10.32
q <sub>7</sub>	35.48	35.56	35.53	30.45	30.50	30.50	21.02	21.06	21.06	12.60	12.64	12.64	5.61	5.64	5.65	1.40	4.20	4.30
Q <sub>T</sub>	309.3	309.38	309.17	265.1	265.20	264.94	182.1	182.23	181.88	107.4	107.46	107.09	43.54	50.34	50.35	10.88	35.76	35.86

Tabla 5.8 Distribución de gastos calibrados para un tiempo de cierre de 60 seg.

Gasto (l.p.s)	Tiempo (seg)																	
	5			10			20			30			40			45		
	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE
Q <sub>1</sub>	39.24	51.14	54.56	33.94	45.29	48.94	24.27	34.04	39.40	15.48	23.61	25.69	7.47	14.21	16.39	3.73	10.04	10.53
Q <sub>2</sub>	182.98	184.52	193.54	164.35	165.93	173.47	127.50	128.94	139.17	92.83	94.04	102.09	61.67	62.67	66.51	13.48	48.73	48.46
Q <sub>3</sub>	31.41	29.21	30.90	28.9	26.96	27.89	23.50	22.16	23.03	18.28	17.49	20.90	13.66	13.29	14.72	1.83	11.44	9.31
Q <sub>4</sub>	34.28	43.92	49.03	30.77	40.12	44.70	23.90	32.29	38.52	17.46	24.77	30.26	11.69	18.04	21.66	2.40	15.11	13.47
Q <sub>5</sub>	60.61	64.41	71.74	55.25	58.82	65.43	44.30	47.13	56.49	33.86	35.92	40.56	24.57	26.00	28.41	3.73	21.73	23.59
Q <sub>6</sub>	16.03	25.65	30.75	14.67	24.00	28.57	11.87	20.25	26.48	9.20	16.49	21.98	6.81	13.14	16.76	0.97	11.71	10.07
Q <sub>7</sub>	3.36	16.78	29.21	5.20	18.08	29.26	7.76	18.89	34.48	9.63	18.87	29.00	11.31	18.95	24.98	-0.75	19.14	19.36
Q <sub>8</sub>	97.37	83.86	71.43	83.79	70.86	59.68	58.85	47.71	32.13	36.33	27.07	16.93	16.08	8.36	2.32	8.04	0.22	0.00
Q <sub>9</sub>	36.76	36.80	36.80	32.51	32.55	32.55	24.42	24.45	24.46	17.00	17.03	17.02	10.43	10.46	10.45	2.64	7.58	7.58
q <sub>1</sub>	36.4	36.43	36.43	32.07	32.13	32.13	23.88	23.91	23.91	16.30	16.33	16.33	9.45	9.46	9.45	3.16	6.37	6.37
q <sub>3</sub>	90.64	90.90	90.90	80.20	80.15	80.15	59.69	59.65	59.65	40.69	40.63	40.63	23.44	23.37	23.38	7.92	15.56	15.56
q <sub>4</sub>	18.19	18.27	18.28	16.11	16.12	16.13	12.02	12.04	12.04	8.26	8.28	8.28	4.88	4.90	4.90	1.43	3.40	3.40
q <sub>5</sub>	73.38	73.28	73.28	64.71	64.74	64.74	48.41	48.49	48.49	33.43	33.54	33.54	20.06	20.19	20.19	5.47	11.78	14.30
q <sub>6</sub>	63.97	63.84	63.84	56.49	56.39	56.39	42.20	42.15	42.15	28.96	28.91	28.91	16.96	16.85	16.85	4.66	7.58	11.78
q <sub>7</sub>	36.82	36.80	36.80	32.51	32.55	32.55	24.42	24.45	24.46	17.00	17.03	17.02	10.43	10.46	10.45	2.64	7.58	7.58
Q <sub>T</sub>	319.4	319.53	319.30	282.07	282.07	281.72	210.62	210.69	210.17	144.64	144.73	144.13	85.22	85.24	85.22	25.26	58.99	58.99

**Tabla 5.9** Distribución de gastos calibrados para un tiempo de cierre de 30 seg.

Gasto (l.p.s)	Tiempo (seg)																	
	3			6			12			15			18			21		
	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE	RE	CR	CE
Q <sub>1</sub>	38.94	50.56	52.72	32.30	43.80	44.82	20.11	30.47	30.76	14.54	24.04	24.12	9.30	18.17	17.58	4.41	12.77	11.15
Q <sub>2</sub>	182.43	183.78	187.12	160.59	161.93	167.72	117.80	119.38	125.44	97.74	98.64	103.18	78.85	79.52	84.94	61.42	61.85	64.23
Q <sub>3</sub>	31.48	29.21	30.08	28.78	26.71	28.35	23.06	21.52	24.08	20.30	18.95	20.71	17.72	16.55	18.22	15.40	14.32	15.13
Q <sub>4</sub>	34.27	43.90	46.63	30.14	39.54	42.20	22.12	30.81	33.65	18.39	26.53	28.37	14.90	22.59	23.67	11.72	18.99	18.18
Q <sub>5</sub>	60.70	64.43	66.90	54.61	58.13	62.28	42.40	45.28	48.79	36.64	38.97	41.75	31.26	33.18	36.93	26.41	27.93	29.50
Q <sub>6</sub>	16.08	25.69	28.42	14.53	23.92	26.58	11.42	20.03	22.87	9.94	18.08	19.92	8.57	16.25	17.33	7.33	14.59	13.78
Q <sub>7</sub>	3.57	16.95	22.15	6.20	19.11	25.92	10.38	21.55	27.90	12.11	22.49	27.11	13.69	23.18	28.01	15.13	23.82	24.58
Q <sub>8</sub>	96.88	83.34	78.14	80.18	67.17	60.37	49.16	38.28	31.93	35.01	24.59	19.99	21.79	12.22	7.38	9.58	0.75	0.00
Q <sub>9</sub>	36.85	36.86	36.86	31.81	31.82	31.83	22.19	22.34	22.35	17.79	17.80	17.82	13.71	13.73	13.72	10.04	10.05	10.06
q <sub>2</sub>	36.15	36.17	36.17	30.94	30.97	30.97	21.05	21.18	21.18	16.45	16.46	16.46	12.12	12.13	12.13	4.45	8.10	8.10
q <sub>3</sub>	90.25	90.14	90.14	77.19	77.09	77.09	52.36	52.57	52.57	40.80	40.72	40.72	29.89	29.79	29.79	9.52	19.60	19.60
q <sub>4</sub>	18.20	18.21	18.21	15.61	15.62	15.62	10.71	10.78	10.78	8.44	8.45	8.45	6.33	6.34	6.34	2.69	4.40	4.40
q <sub>5</sub>	73.21	73.17	73.17	62.94	62.94	62.94	43.44	43.76	43.76	34.47	34.56	34.56	26.15	26.25	26.25	12.15	18.70	18.70
q <sub>6</sub>	63.60	63.43	63.43	54.57	54.46	54.46	37.35	8.20	8.20	29.33	29.28	29.28	21.76	21.67	21.67	9.36	14.51	14.52
q <sub>7</sub>	36.85	36.86	36.86	31.81	31.82	31.83	22.19	22.34	22.35	17.79	17.80	17.82	13.71	13.73	13.72	6.93	10.05	10.06
Q <sub>7</sub>	318.25	317.98	317.98	273.06	272.90	272.90	187.10	188.13	188.14	147.29	147.27	147.29	109.93	109.91	109.90	45.1	75.37	75.38

En las gráficas 5.1 a 5.4 se muestran las máximas diferencias registradas entre los gastos de la red real apartado (4.2.2 a) y los gastos obtenidos con los métodos de calibración rígido y cuasi-estático. En la gráfica 5.1 se puede observar que para el tiempo de cierre largo, la diferencia entre los gastos reales y los calibrados con ambos métodos, es prácticamente igual, debido a que los modelos predicen de forma semejante dado que los efectos inerciales del agua son despreciables. A medida que el tiempo de cierre es más corto (Figuras 5.2 a 5.4), la diferencia entre los gastos reales y los calibrados con el modelo cuasi-estático es cada vez mayor en comparación con la diferencia entre los gastos reales y los calculados con el modelo rígido; con esto se comprueba que el modelo rígido predice de una manera más adecuada.

En las Figuras 5.1 a 5.4 la nomenclatura RE-CR y RE-CE representa la diferencia entre los gastos reales y los obtenidos con los métodos de calibración de columna rígida y cuasi-estático, respectivamente.

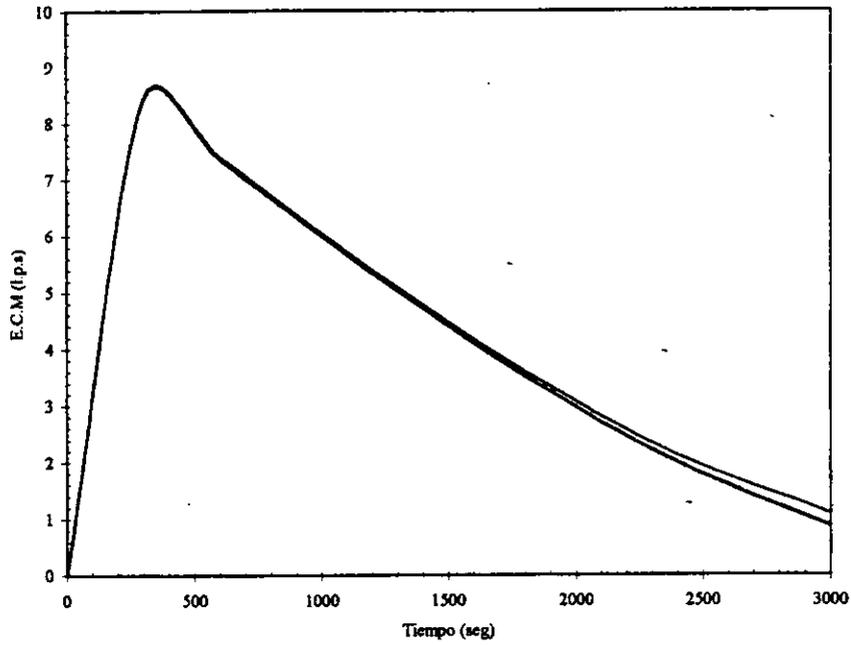


Figura 5.1 Variación del error en la distribución de gastos calibrados para 3600 seg.

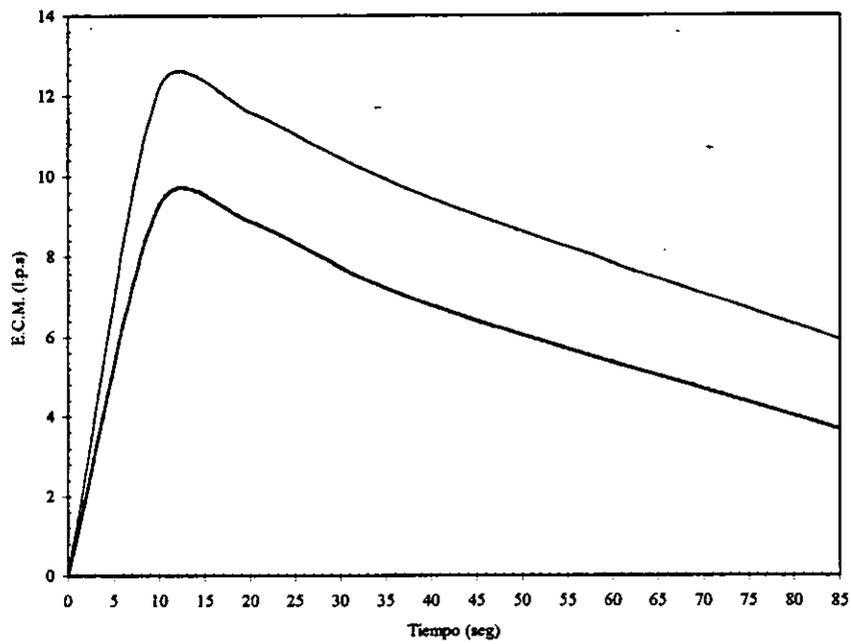
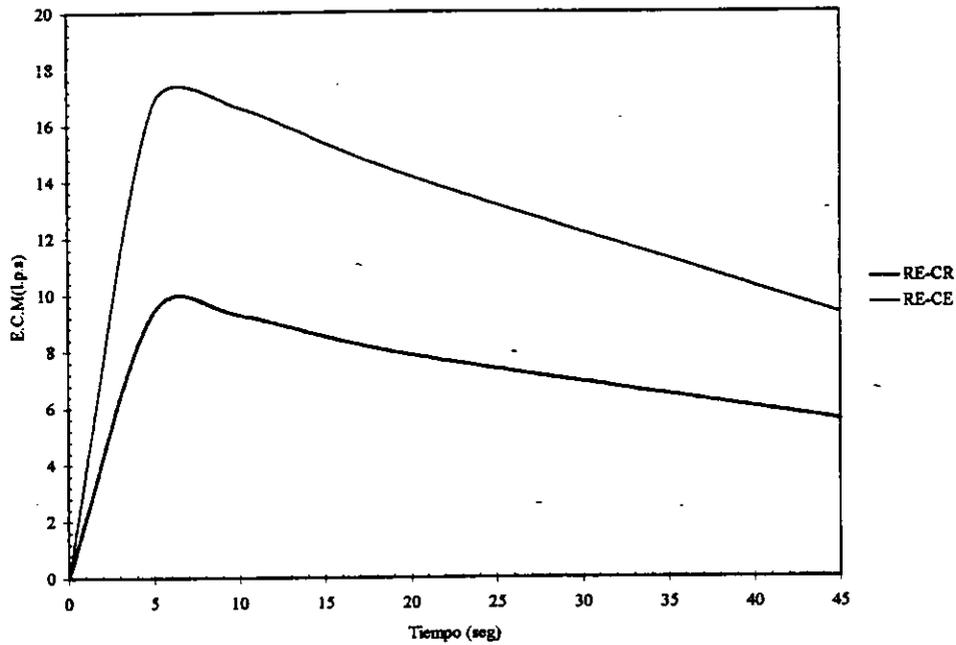
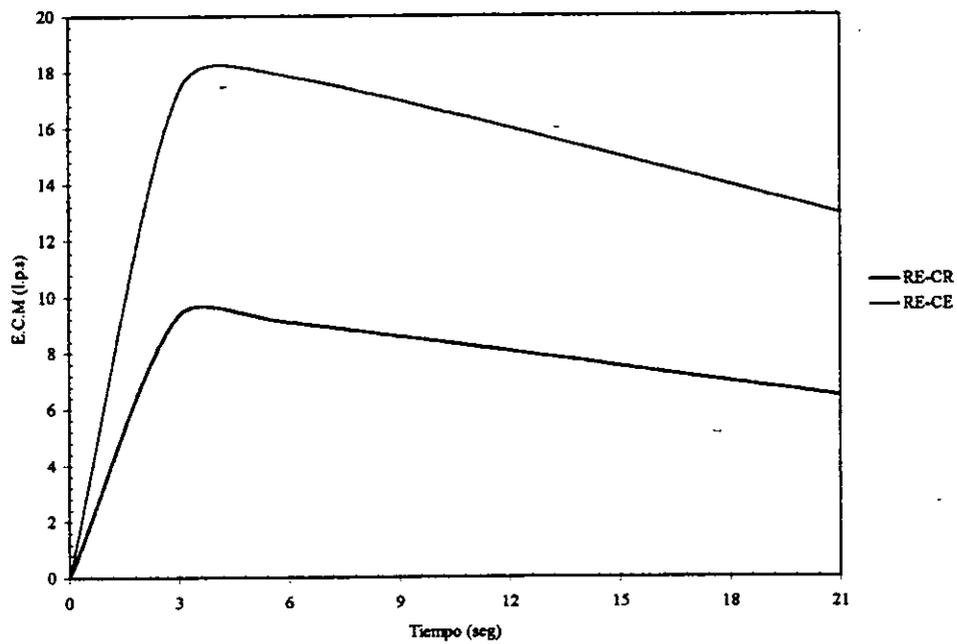


Figura 5.2 Variación del error en la distribución de gastos calibrados para 100 seg.



**Figura 5.3** Variación del error en la distribución de gastos calibrados para 60 seg.



**Figura 5.4** Variación del error en la distribución de gastos calibrados para 30 seg-

#### 5.4 Adaptación de la modelación integral al método dinámico de calibración

Se combina la ecuación modificada de cantidad de movimiento (ecuación 5.1) con la ecuación que modela una cuerda de distribución (2.45) y la ecuación que modela una cuerda sin distribución (2.52), propuesta en el algoritmo de modelación integral de redes de agua potable para disminuir el número de ecuaciones del sistema resultante.

Aplicando la ecuación (2.45) entre dos nodos principales  $i$  y  $j$  y considerando las ecuaciones (5.1) y (2.15), se obtiene:

$$\frac{Q_{ij,t+\Delta t} - Q_{ij,t}}{\Delta t} \sum_{d=1}^k \left( \frac{L_{ij}}{gA_{ij}} \right)^d = (H_i - H_j) - \sum_{d=1}^k \left[ K_f F_a Q_{ij,t+\Delta t}^n - (A Q_{ij,t+\Delta t}^2 + B Q_{ij,t+\Delta t} + C) + K_r Q_{ij,t+\Delta t}^2 \right] \quad (5.16)$$

Utilizando el método de Newton-Raphson para linealizar la ecuación (5.16):

$$\begin{aligned} & \frac{Q_{ij,t+\Delta t} - Q_{ij,t}}{\Delta t} \sum_{d=1}^k \left( \frac{L_{ij}}{gA_{ij}} \right)^d - (H_i - H_j) + \sum_{d=1}^k \left[ K_f F_a Q_{ij,t}^n - (A Q_{ij,t}^2 + B Q_{ij,t} + C) + K_r Q_{ij,t}^2 \right] + \\ & + \frac{\partial R}{\partial Q_{ij,t}} (Q_{ij,t+\Delta t} - Q_{ij,t}) + \frac{\partial R}{\partial F_a,t} (F_{a,t+\Delta t} - F_{a,t}) = 0 \end{aligned} \quad (5.17)$$

donde:

$$\frac{\partial R}{\partial Q_{ij,t}} = n K_f F_a |Q_{ij,t}|^{n-1} - (2A |Q_{ij,t}| + B) + 2K_r |Q_{ij,t}| \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial R}{\partial F_a,t} = K_f Q_{ij,t} |Q_{ij,t}|^{n-1} \quad (5.19)$$

Sustituyendo (5.18) y (5.19) en (5.17) y agrupando términos, se obtiene la ecuación de energía linealizada para una cuerda de distribución:

$$\begin{aligned}
& \sum_{d=1}^k \left[ \frac{1}{\Delta t} \sum_{d=1}^k \left( \frac{L_{ij}}{gA_{ij}} \right)^d + nK_r F_{a_i} |Q_{ij}|^{n-1} - (2A|Q_{ij}| + B) + 2K_\ell |Q_{ij}| \right]^d Q_{i_{t+\Delta t}} = \\
& (H_i - H_j) + \sum_{d=1}^k Q_{ij} \left[ nK_r F_{a_i} |Q_{ij}|^{n-1} + K_\ell |Q_{ij}| + \frac{1}{\Delta t} \sum_{d=1}^k \left( \frac{L_{ij}}{gA_{ij}} \right)^d \right]^d + \\
& - \sum_{d=1}^k \left[ K_r F_{a_{i+\Delta t}} Q_{ij} |Q_{ij}|^{n-1} - (A|Q_{ij}|Q_{ij} + B|Q_{ij}| + C) \right]^d
\end{aligned} \tag{5.20}$$

Para el caso de una cuerda sin distribución, se aplica la ecuación (2.52) entre dos nodos principales  $i$  y  $\ell$  y considerando las ecuaciones (5.1) y (2.15), se obtiene:

$$\begin{aligned}
\frac{Q_{i_{t+\Delta t}} - Q_{i_t}}{\Delta t} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{i\ell}}{gA_{i\ell}} \right)^l &= (H_j - H_\ell) - \sum_{l=1}^r (K_r F_{a_i})^l Q_{i_{t+\Delta t}}^n + \sum_{p=1}^s (A Q_{i_{t+\Delta t}}^2 + B Q_{i_{t+\Delta t}} + C)^p + \\
& - \sum_{l=1}^r \left[ \sum K_\ell \right]^l Q_{i_{t+\Delta t}}^2
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Utilizando el método de Newton-Raphson para linealizar la ecuación (5.21) se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \frac{Q_{i_{t+\Delta t}} - Q_{i_t}}{\Delta t} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{i\ell}}{gA_{i\ell}} \right)^l - (H_j - H_\ell) + \sum_{l=1}^r (K_r F_{a_i})^l Q_{i_t}^n - \sum_{p=1}^s (A Q_{i_t}^2 + B Q_{i_t} + C)^p + \\
& + \sum_{l=1}^r \left[ \sum K_\ell \right]^l Q_{i_t}^2 + \frac{\partial R}{\partial Q_{i_t}} \left( Q_{i_{t+\Delta t}} - Q_{i_t} \right) + \frac{\partial R}{\partial F_{a_i}} \left( F_{a_{t+\Delta t}} - F_{a_i} \right) = 0
\end{aligned} \tag{5.22}$$

donde:

$$\frac{\partial R}{\partial Q_{i_t}} = n \sum_{l=1}^r (K_r F_{a_i})^l |Q_{i_t}|^{n-1} - \sum_{p=1}^s (2A|Q_{i_t}| + B)^p + \sum_{l=1}^r \left[ 2 \sum K_\ell \right]^l |Q_{i_t}| \tag{5.23}$$

$$\frac{\partial R}{\partial F_{a_i}} = \sum_{l=1}^r (K_r)^l Q_{i\ell} |Q_{i\ell}|^{n-1} \quad (5.24)$$

Sustituyendo (5.23) y (5.24) en (5.22) y agrupando términos, se obtiene la ecuación de energía linealizada para una cuerda sin distribución:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{\Delta t} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{i\ell}}{gA_{i\ell}} \right)^l + n \sum_{l=1}^r (K_r F_{a_i})^l |Q_{i\ell}|^{n-1} - \sum_{p=1}^s (2A|Q_{i\ell}| + B)^p + \sum_{l=1}^r [2 \sum K_r]^l |Q_{i\ell}| \right] Q_{i\ell+\Delta} = \\ & (H_j - H_\ell) + Q_{i\ell} \left[ n \sum_{l=1}^r (K_r F_{a_i})^l |Q_{i\ell}|^{n-1} + \sum_{l=1}^r [\sum K_r]^l |Q_{i\ell}| + \frac{1}{\Delta t} \sum_{l=1}^r \left( \frac{L_{i\ell}}{gA_{i\ell}} \right)^l \right] + \\ & - \sum_{l=1}^r (K_r F_{a_i+\Delta})^l Q_{i\ell} |Q_{i\ell}|^{n-1} - \sum_{p=1}^s (A|Q_{i\ell}| + B|Q_{i\ell}| + C)^p \end{aligned} \quad (5.25)$$

La aplicación de la ecuación (5.25) permite reducir las dimensiones del sistema general de ecuaciones.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

Se desarrolló un método dinámico de calibración que combina las ecuaciones de la teoría de la columna rígida con el método de calibración de Ormsbee y Wood para estado permanente, y que permite introducir variables de ajuste global para los coeficientes de pérdida de carga de las tuberías. El método desarrollado se aplicó a un modelo teórico de una red de distribución, con el fin de analizar el comportamiento de las variables hidráulicas del sistema para diferentes tiempos de cierre de una válvula localizada a la salida del tanque que alimenta a la red, y comparar con los resultados del método cuasi-estático.

Los resultados de la calibración con los modelos rígido y cuasi-estático, muestran que para un tiempo de cierre largo, los modelos describen de forma semejante la distribución de las variables hidráulicas, debido a que no se manifiesta el efecto de la inercia del agua. Sin embargo, a medida que el tiempo de cierre es más corto, el efecto de la inercia del agua adquiere importancia y se confirma la necesidad de utilizar el modelo de columna rígida, el cual predice de una manera más adecuada.

En el caso particular de la red considerada a lo largo de la tesis, el tiempo de cierre de la válvula debe estar entre 30 y 60 seg., dado que para estos tiempos los efectos inerciales resultan ser importantes. Para el caso de otras redes, se recomienda seguir un procedimiento similar y proponer tiempos de cierre de acuerdo con las características y tamaño de la red que se desea analizar.

Es difícil determinar cuál de los métodos de calibración para estado permanente revisados en el capítulo 3 (Ormsbee y Wood, 1986; Walski, 1986; Bhave, 1989) es el más recomendable a utilizar, ya que los criterios adoptados por cada autor difieren de manera significativa entre sí. Si bien desde el punto de vista práctico, una buena técnica de

calibración debería ser capaz de ajustar tanto los coeficientes de pérdida de carga como los consumos nodales, en México, resulta difícil aplicar este tipo de métodos ya que no es práctica común contar con hidrantes en toda la extensión de las redes de distribución (Tzachkov et al, 1994), por lo tanto, bajo esta condición, el método de Orsmbee y Wood resulta ser el más adecuado, puesto que no intervienen estos elementos.

## BIBLIOGRAFÍA

---

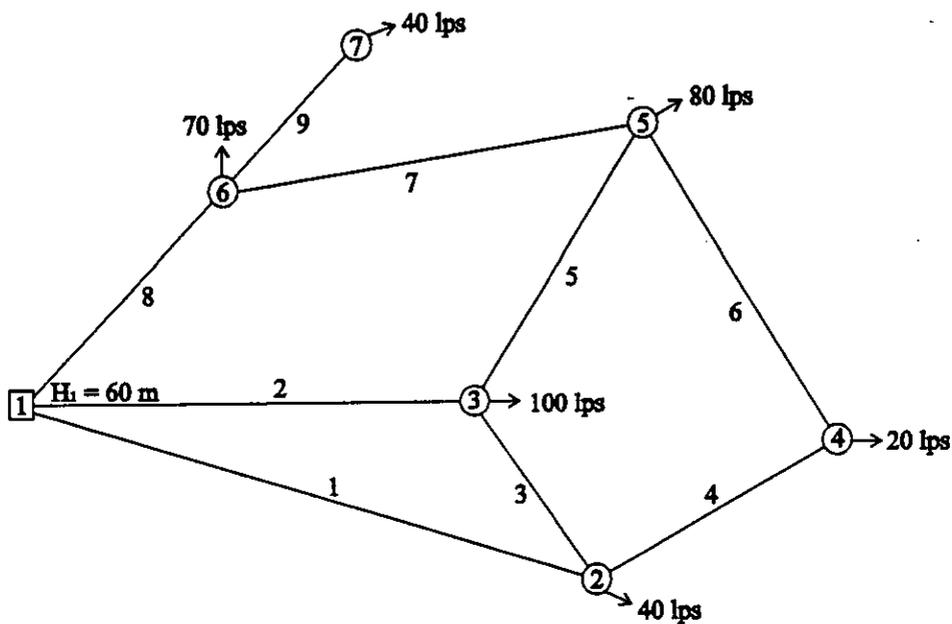
1. Abreu, J. M., R. Guarga y J. Izquierdo, 1995. *Transitorios y oscilaciones en sistemas hidráulicos a presión*. De. Universidad Docente de Mecánica de Fluidos (U. P. V. ): 761 p.
2. Bhave, P. R., 1988. *Calibrating Water Distribution Network Models*. Journal Environ. Engrg., ASCE, Vol 114, 1: 120-136 pp.
3. Bhave, P. R. 1991. *Analysis of flow in water distribution networks*. Technomic Publishing Company, Pennsylvania U.S.A: 453 pp
4. Cabrera, E., Espert, V., García-Serra, J., Martínez, F., 1996. *Ingeniería Hidráulica Aplicada a los Sistemas de Distribución de Agua*. Vol I y II, Universidad Politécnica de Valencia: 1168 p.
5. Cesario, A. L. y Davis, J. O. 1984. *Calibrating water systems models*. Journal AM. Water Works. Assoc., Vol 76., 7: 66-69 pp.
6. Chaudry, M. H. y Yevjevich, V., 1981. *Closed-Conduit Flow*. Water Resources Publications, Littleton, Colorado. U.S.A.: 416 p.
7. Cross, H., 1936. *Analysis of flow in networks of conduits or conductors*. University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin 286.
8. Gessler, J. 1980. *Analysis Pipe Networks*. Water Resources Publication.
9. Guerrero, O., 1997. *Modelación Integral de Redes de Agua Potable*. Tesis de Doctorado por la Universidad Nacional Autónoma de México: 259 p.
10. Guerrero, O., y Arreguín, F., *Funcionamiento hidráulico de las tomas domiciliarias en las redes de agua potable*. Artículo en revisión.
11. Jeppson, R., 1976. *Analysis of de Flow in Pipe Networks*. Ann Arbor Science Publishers, Ann Arbor , Michigan: 204 p.
12. Martin D. W., y Peters, G., 1963. *The application of the Newton's method to the network analysis by digital computer*. J. Instn. Water Engrs. 17: 115-129 pp.
13. Ochoa, L., y Bourguett, V., 1996. *Recuperación integral de pérdidas de agua potable*. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua: 446 p.

14. Ormsbee, L. E. y D. J. Wood, 1986. *Explicit pipenetwork calibration*. Journal of Water Resources Planning and Management., ASCE., Vol. 112, 2: 166-182 pp.
15. Onizuka, K., 1986. *System dynamics approach to pipe network analysis*. Journal Hydraulic Engrg., ASCE, Vol. 112, 8: 728 - 749 pp.
16. Rahal, C. M. Sterling, M. J. H., y Coulbeck, B., 1980. *Parameter Tuning for Simulation Models of Water Distribution Networks*. Proc. Inst. of Civil Engrs., 69,2: 751-772 pp.
17. Shamir, U., y Howard, C. D., 1968. *Water Distribution Systems Analysis*. Journal of Hydraulic Division, ASCE., Vol 69., 9: 510-514 pp.
18. Shimada, M., 1989. *Graph Theoretical Model For Slow Transient Analysis of Pipe Networks*. Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 115, 9: 1165-1183 pp.
19. Sotelo, A. G., 1995. *Hidráulica General Vol. 1 Fundamentos*. Ed. Limusa, México: 561 p.
20. Streeter V. L. y E. B. Wylie, 1988. *Mecánica de fluidos*. Ed. Mc Graw Hill. 8 ed. : 594 p.
21. Tztachkov V. G. y J. I. Izurieta. 1994. *Redes de distribución. Manual de diseño agua potable, alcantarillado y saneamiento*, CNA. Vol. II: 174 p.
22. Universidad Politécnica de Valencia, 1993. *Abastecimientos de agua urbanos: Estado actual y tendencias futuras*. U. D. Mecánica de Fluidos: 539 pp.
23. Walski, T. M., 1983. *Technique for calibrating network models*. Journal of Water Resources Planning and Management., ASCE, Vol. 109, 4: 360-372 pp.
24. Walski, T. M. , J. Gessler y J. W. Sjoström, 1990. *Water Distribution Systems: simulation and sizing*. Ed. Lewis, Michigan, U.S.A.: 321 pp.
25. Wood, D. J. y Charles, 1972. *Network analysis using linear theory*. Proc. ASCE, 98 (HY7): 1157-1170 pp.

## EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE ANÁLISIS HIDRÁULICO PARA ESTADO PERMANENTE

En la Figura A.1 se muestra una red de distribución que será utilizada en los ejemplos desarrollados en el presente trabajo. La red está compuesta por nueve tramos y siete nodos. El nodo 1 representa un tanque de carga constante y los nodos 2 a 7 corresponden a nodos de demanda con valores de 40, 100, 20, 80, 70 y 40 l.p.s. respectivamente. Los datos generales de la red se presentan en la Tabla A.1. Resolver la red utilizando los métodos expuestos en el inciso 2.3:

- a) Método de Hardy-Cross
- b) Método de Newton Raphson
- c) Método de la teoría lineal



**Figura A.1.** Esquema de la red de distribución para los métodos de análisis hidráulico en estado permanente.

**Tabla A.1.** Datos generales de la red de la Figura A.1.

Tramo No.	Longitud (m)	Diámetro (m)	Coefficiente de Hazen-Williams
1	1000	0.25	100
2	800	0.40	130
3	150	0.20	120
4	300	0.30	110
5	500	0.30	120
6	600	0.30	110
7	600	0.30	110
8	600	0.30	110
9	300	0.20	90

### A.1 Ejemplo de aplicación del método de Hardy-Cross por el método de nodos

De acuerdo con el método del nodo de Hardy-Cross, se suponen las cargas iniciales en los nodos 2 a 7 (el nodo 1 tiene carga conocida de 60 m), y se calcula la variación de gasto en cada tramo con el fin de cumplir la condición impuesta por la ecuación (2.11).

Puesto que hay 6 incógnitas ( $H_2, H_3, \dots, H_7$ ), se requiere la solución iterativa de 6 ecuaciones. La pérdida de carga se calcula con la fórmula de Hazen-Williams, por lo tanto se asume el valor de  $n = 1.852$ . En la Tabla A.2 aparecen los valores de los resultados finales.

**Tabla A.2.** Resultados del análisis de la red de la Figura A.1 para el método de Hardy-Cross aplicado a nodos.

Tramo No.	Longitud (m)	Diámetro (m)	Coefficiente de Hazen-Williams	Gasto (l.p.s.)	Carga en el nodo final (m)
1-2	1000	0.25	100	44.52	54.36
1-3	800	0.40	130	197.74	55.54
3-2	150	0.20	120	35.70	54.35
2-4	300	0.30	110	40.26	53.86
3-5	500	0.30	120	62.06	54.01
4-5	600	0.30	110	20.29	54.01
5-6	600	0.30	110	2.47	54.01
1-6	600	0.30	110	107.57	54.01
6-7	300	0.20	90	40.00	48.99

## A.2 Ejemplo de aplicación del método de Newton-Raphson con nodos

Para solucionar la red de la Figura A.1 mediante el método de Newton-Raphson, se aplica la ecuación (2.29) a cada nodo, de donde resulta el siguiente sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas ( $H_2, H_3, \dots, H_7$ ).

nodo2:

$$\frac{(60 - H_2)}{1.852K_1|Q_{1k}|^{.852}} + \frac{(H_3 - H_2)}{1.852K_3|Q_{3k}|^{.852}} - \frac{(H_2 - H_4)}{1.852K_4|Q_{4k}|^{.852}} - \frac{K_1Q_{1k}|Q_{1k}|^{.852}}{1.852K_1|Q_{1k}|^{.852}} - \frac{K_3Q_{3k}|Q_{3k}|^{.852}}{1.852K_3|Q_{3k}|^{.852}} + \frac{K_4Q_{4k}|Q_{4k}|^{.852}}{1.852K_4|Q_{4k}|^{.852}} + Q_{1k} + Q_{3k} - Q_{4k} = \text{DEM2}$$

nodo 3:

$$\frac{(60 - H_3)}{1.852K_2|Q_{2k}|^{.852}} - \frac{(H_3 - H_2)}{1.852K_3|Q_{3k}|^{.852}} - \frac{(H_3 - H_5)}{1.852K_5|Q_{5k}|^{.852}} - \frac{K_2Q_{2k}|Q_{2k}|^{.852}}{1.852K_2|Q_{2k}|^{.852}} + \frac{K_3Q_{3k}|Q_{3k}|^{.852}}{1.852K_3|Q_{3k}|^{.852}} + \frac{K_5Q_{5k}|Q_{5k}|^{.852}}{1.852K_5|Q_{5k}|^{.852}} + Q_{2k} - Q_{3k} - Q_{5k} = \text{DEM3}$$

nodo4:

$$\frac{(H_2 - H_4)}{1.852K_4|Q_{4k}|^{.852}} - \frac{(H_4 - H_5)}{1.852K_6|Q_{6k}|^{.852}} - \frac{K_4Q_{4k}|Q_{4k}|^{.852}}{1.852K_4|Q_{4k}|^{.852}} + \frac{K_6Q_{6k}|Q_{6k}|^{.852}}{1.852K_6|Q_{6k}|^{.852}} + Q_{4k} - Q_{6k} = \text{DEM4}$$

nodo5:

$$\frac{(H_3 - H_5)}{1.852K_5|Q_{5k}|^{.852}} + \frac{(H_4 - H_5)}{1.852K_6|Q_{6k}|^{.852}} - \frac{(H_5 - H_6)}{1.852K_7|Q_{7k}|^{.852}} - \frac{K_5Q_{5k}|Q_{5k}|^{.852}}{1.852K_5|Q_{5k}|^{.852}} - \frac{K_6Q_{6k}|Q_{6k}|^{.852}}{1.852K_6|Q_{6k}|^{.852}} + \frac{K_7Q_{7k}|Q_{7k}|^{.852}}{1.852K_7|Q_{7k}|^{.852}} + Q_{5k} + Q_{6k} - Q_{7k} = \text{DEM5}$$

nodo 6:

$$\frac{(H_5 - H_6)}{1.852K_7|Q_{7k}|^{.852}} + \frac{(60 - H_6)}{1.852K_8|Q_{8k}|^{.852}} - \frac{(H_6 - H_7)}{1.852K_9|Q_{9k}|^{.852}} - \frac{K_7Q_{7k}|Q_{7k}|^{.852}}{1.852K_7|Q_{7k}|^{.852}} - \frac{K_8Q_{8k}|Q_{8k}|^{.852}}{1.852K_8|Q_{8k}|^{.852}} + \frac{K_9Q_{9k}|Q_{9k}|^{.852}}{1.852K_9|Q_{9k}|^{.852}} + Q_{7k} + Q_{8k} - Q_{9k} = DEM6$$

nodo 7:

$$\frac{(H_6 - H_7)}{1.852K_9|Q_{9k}|^{.852}} - \frac{K_9Q_{9k}|Q_{9k}|^{.852}}{1.852K_9|Q_{9k}|^{.852}} + Q_{9k} = DEM7$$

Se resuelve el sistema de ecuaciones y se obtienen los resultados de la Tabla A.3.

Tabla A.3. Resultados del análisis de la red de la Figura A.1 para el método de Newto-Raphson

Tramo No.	Longitud (m)	Diámetro (m)	Coefficiente de Hazen-Williams	Gasto (l.p.s.)	Carga en el nodo final (m)
1-2	1000	0.25	100	44.93	54.28
1-3	800	0.40	130	197.94	55.55
3-2	150	0.20	120	37.04	54.28
2-4	300	0.30	110	41.97	53.76
3-5	500	0.30	120	60.91	54.07
4-5	600	0.30	110	21.97	54.07
5-6	600	0.30	110	2.87	54.07
1-6	600	0.30	110	107.13	54.07
6-7	300	0.20	90	40.00	49.09

### A.3 Ejemplo de aplicación del método de la teoría lineal aplicado a nodos

En este caso se establece el siguiente sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas

$(H_2, H_3, \dots, H_7)$  que resulta de aplicar la ecuación (2.32) en cada nodo.

$$\frac{(60 - H_2)^{0.54}}{K_1^{0.54}} + \frac{(H_3 - H_2)^{0.54}}{K_3^{0.54}} - \frac{(H_2 - H_4)^{0.54}}{K_4^{0.54}} = 0 \quad (\text{nodo 2})$$

$$\frac{(60 - H_3)^{0.54}}{K_2^{0.54}} - \frac{(H_3 - H_2)^{0.54}}{K_3^{0.54}} - \frac{(H_3 - H_5)^{0.54}}{K_5^{0.54}} = 0 \quad (\text{nodo 3})$$

$$\frac{(H_2 - H_4)^{0.54}}{K_4^{0.54}} - \frac{(H_4 - H_5)^{0.54}}{K_5^{0.54}} = 0 \quad (\text{nodo 4})$$

$$\frac{(H_3 - H_5)^{0.54}}{K_1^{0.54}} + \frac{(H_4 - H_5)^{0.54}}{K_6^{0.54}} - \frac{(H_5 - H_6)^{0.54}}{K_7^{0.54}} = 0 \quad (\text{nodo 5})$$

$$\frac{(H_5 - H_6)^{0.54}}{K_7^{0.54}} + \frac{(60 - H_6)^{0.54}}{K_8^{0.54}} - \frac{(H_6 - H_7)^{0.54}}{K_9^{0.54}} = 0 \quad (\text{nodo 6})$$

$$\frac{(H_6 - H_7)^{0.54}}{K_9^{0.54}} = 0 \quad (\text{nodo 7})$$

Se resuelve iterativamente el sistema y se obtienen los resultados que aparecen en la Tabla A.4.

**Tabla A.4.** Resultados del análisis de la red de la Figura A.1 para el método lineal aplicado a nodos

Tramo No.	Longitud (m)	Diámetro (m)	Coefficiente de Hazen-Williams	Gasto (l.p.s.)	Carga en el nodo final (m)
1-2	1000	0.25	100	43.71	54.48
1-3	800	0.40	130	197.35	55.52
3-2	150	0.20	120	33.03	54.48
2-4	300	0.30	110	36.85	54.07
3-5	500	0.30	120	64.35	53.87
4-5	600	0.30	110	16.93	53.87
5-6	600	0.30	110	1.67	53.87
1-6	600	0.30	110	108.46	53.87
6-7	300	0.20	90	40.00	48.80

**ANEXO B**

**EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS  
DE CALIBRACIÓN PARA ESTADO PERMANENTE**

---

Para la aplicación de los métodos de calibración para estado permanente, se considera la red de la Figura A.1. Se supone que los nodos 4 y 7 son puntos de medición de gasto o carga piezométrica. Se supone un valor inicial de 115 para los coeficientes de Hazen-Williams, para todos los ejemplos. Las características generales de la red aparecen en la Tabla B.1.

**B.1 Ejemplo de aplicación del método de Orsmbee y Wood**

Para el método de calibración de Orsmbee y Wood, se considera que en los nodos 4 y 7 se miden cargas piezométricas de 54.10 m y 48.88 m, respectivamente. De acuerdo con el método, la red debe ser dividida en un número de zonas igual al número de puntos de medición. Por lo tanto, para esta red, se establecen dos zonas, A y B con sus respectivos factores de ajuste  $F_A$  y  $F_B$ . La zona A, afectada por el nodo 4, comprende los nodos 2 a 5 y los tramos 1 a 6. La zona B, afectada por el nodo 7, está formada por los nodos 6 y 7 y los tramos 7 a 9 (ver Figura B.1).

**Tabla B.1.** Datos de la red para la aplicación de los métodos de calibración en estado permanente.

Tramo No.	Longitud (m)	Diámetro (m)	$C_{HW}$ (real)	$C_{HW}$ (supuesto)
1	1000	0.25	100	115
2	800	0.40	130	115
3	150	0.20	120	115
4	300	0.30	110	115
5	500	0.30	120	115
6	600	0.30	110	115
7	600	0.30	110	115
8	600	0.30	110	115
9	300	0.20	90	115

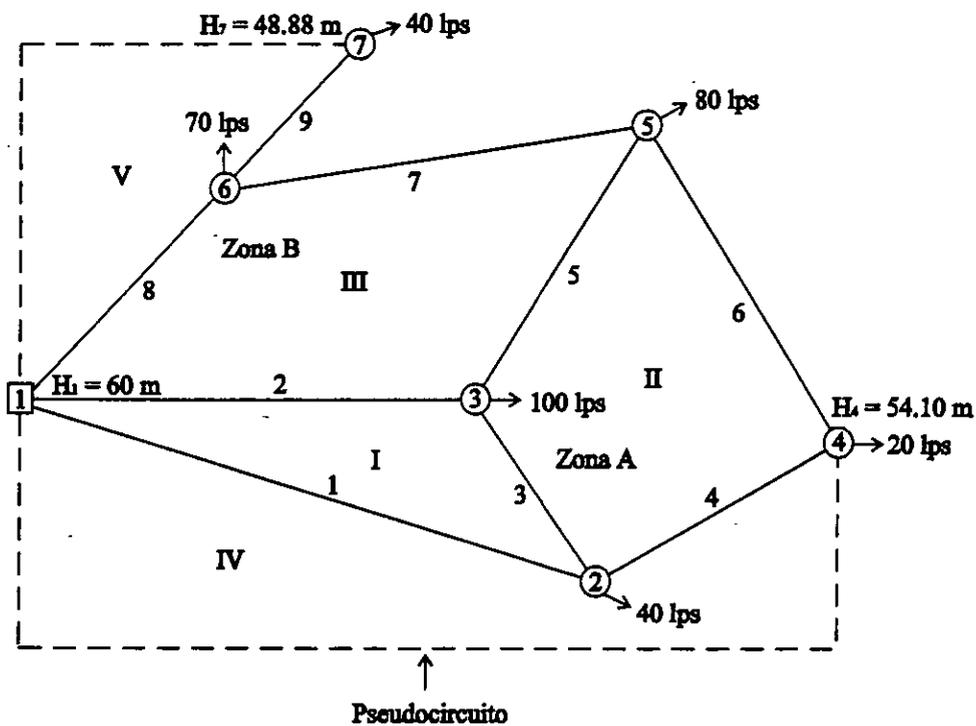


Figura B.1. Esquema de la red para el método de Ormsbee y Wood (1986)

Una vez definidas las zonas de ajuste, se establece el siguiente sistema de 11 ecuaciones con 11 incógnitas ( $Q_1, Q_2, \dots, Q_9, F_A$  y  $F_B$ ) que resulta de aplicar la ecuación (2.27) en cada nodo y la ecuación (3.9) en cada tramo y circuito de la red.

Nodo 2:

$$Q_1 + Q_3 - Q_4 = \text{DEM2}$$

Nodo 3:

$$Q_2 - Q_3 - Q_5 = \text{DEM3}$$

Nodo 4:

$$Q_4 - Q_6 = \text{DEM4}$$

Nodo 5:

$$Q_5 + Q_6 - Q_7 = \text{DEM5}$$

Nodo 6:

$$Q_7 + Q_8 - Q_9 = \text{DEM6}$$

Nodo 7:

$$Q_9 = \text{DEM7}$$

Circuito I:

$$\begin{aligned} & 1.852F_{A_k} K_2 Q_{2k+1} |Q_{2k}|^{.852} + 1.852F_{A_k} K_3 Q_{3k+1} |Q_{3k}|^{.852} - 1.852F_{A_k} K_1 Q_{1k+1} |Q_{1k}|^{.852} + F_{A_{k+1}} K_2 Q_{2k} |Q_{2k}|^{.852} \\ & + F_{A_{k+1}} K_3 Q_{3k} |Q_{3k}|^{.852} - F_{A_{k+1}} K_1 Q_{1k} |Q_{1k}|^{.852} = 0.852F_{A_k} K_2 Q_{2k} |Q_{2k}|^{.852} + 0.852F_{A_k} K_3 Q_{3k} |Q_{3k}|^{.852} \\ & - 0.852F_{A_k} K_1 Q_{1k} |Q_{1k}|^{.852} \end{aligned}$$

Circuito II:

$$\begin{aligned} & 1.852F_{A_k} K_5 Q_{5k+1} |Q_{5k}|^{.852} - 1.852F_{A_k} K_6 Q_{6k+1} |Q_{6k}|^{.852} - 1.852F_{A_k} K_4 Q_{4k+1} |Q_{4k}|^{.852} - 1.852F_{A_k} K_3 Q_{3k+1} |Q_{3k}|^{.852} \\ & + F_{A_{k+1}} K_5 Q_{5k} |Q_{5k}|^{.852} - F_{A_{k+1}} K_6 Q_{6k} |Q_{6k}|^{.852} - F_{A_{k+1}} K_4 Q_{4k} |Q_{4k}|^{.852} - F_{A_{k+1}} K_3 Q_{3k} |Q_{3k}|^{.852} = .852F_{A_k} K_5 Q_{5k} |Q_{5k}|^{.852} \\ & - .852F_{A_k} K_6 Q_{6k} |Q_{6k}|^{.852} - .852F_{A_k} K_4 Q_{4k} |Q_{4k}|^{.852} - .852F_{A_k} K_3 Q_{3k} |Q_{3k}|^{.852} \end{aligned}$$

Circuito III:

$$\begin{aligned} & 1.852F_{B_k} K_8 Q_{8k+1} |Q_{8k}|^{.852} + 1.852F_{B_k} K_7 Q_{7k+1} |Q_{7k}|^{.852} - 1.852F_{A_k} K_5 Q_{5k+1} |Q_{5k}|^{.852} - 1.852F_{A_k} K_2 Q_{2k+1} |Q_{2k}|^{.852} \\ & + F_{B_{k+1}} K_8 Q_{8k} |Q_{8k}|^{.852} + F_{B_{k+1}} K_7 Q_{7k} |Q_{7k}|^{.852} - F_{A_{k+1}} K_5 Q_{5k} |Q_{5k}|^{.852} - F_{A_{k+1}} K_2 Q_{2k} |Q_{2k}|^{.852} = .852F_{B_k} K_8 Q_{8k} |Q_{8k}|^{.852} \\ & + .852F_{B_k} K_7 Q_{7k} |Q_{7k}|^{.852} - 0.852F_{A_k} K_5 Q_{5k} |Q_{5k}|^{.852} - 0.852F_{A_k} K_2 Q_{2k} |Q_{2k}|^{.852} \end{aligned}$$

Circuito IV:

$$\begin{aligned} & 1.852F_{A_k} K_1 Q_{1k+1} |Q_{1k}|^{.852} + 1.852F_{A_k} K_4 Q_{4k+1} |Q_{4k}|^{.852} + F_{A_{k+1}} K_1 Q_{1k} |Q_{1k}|^{.852} + F_{A_{k+1}} K_4 Q_{4k} |Q_{4k}|^{.852} \\ & = 0.852F_{A_k} K_1 Q_{1k} |Q_{1k}|^{.852} + 0.852F_{A_k} K_4 Q_{4k} |Q_{4k}|^{.852} \end{aligned}$$

Circuito V

$$\begin{aligned} & 1.852F_{B_k} K_8 Q_{8k+1} |Q_{8k}|^{.852} + 1.852F_{B_k} K_9 Q_{9k+1} |Q_{9k}|^{.852} + F_{B_{k+1}} K_8 Q_{8k} |Q_{8k}|^{.852} + F_{B_{k+1}} K_9 Q_{9k} |Q_{9k}|^{.852} \\ & = 0.852F_{B_k} K_8 Q_{8k} |Q_{8k}|^{.852} + 0.852F_{B_k} K_9 Q_{9k} |Q_{9k}|^{.852} \end{aligned}$$

Se resuelve el sistema de ecuaciones y se obtiene el valor de los factores de ajuste  $F_A = 0.811$  y  $F_B = 1.464$ . así como los gastos y cargas calibrados que aparecen en la Tabla B.2.

De acuerdo con la ecuación (3.2), se calculan los coeficientes de fricción ajustados, ver Tabla B.3.

**Tabla B.2.** Resultados de gastos y cargas calibrados con el método de Orsmbee y Wood (1986) para estado permanente

Tramo	Gasto (lps)	Nodo	Carga (m)
1	56.86		
2	202.24	1	60.00
3	31.50	2	54.59
4	48.36	3	55.40
5	70.74	4	54.10
6	28.36	5	53.73
7	19.10	6	53.73
8	90.90	7	48.79
9	40.00		

**Tabla B.3.** Valores de los coeficientes de fricción calibrados con el método de Orsmbee y Wood (1986) para estado permanente

Tramo No.	$C_{HW}$ (supuesto)	Factor A o B	$C_{HW}$ (corregido)
1	115	0.811	128.77
2	115	0.811	128.77
3	115	0.811	128.77
4	115	0.811	128.77
5	115	0.811	128.77
6	115	0.811	128.77
7	115	1.464	90.61
8	115	1.464	90.61
9	115	1.464	90.61

## B.2 Ejemplo de aplicación del método de Walski

Para la aplicación de este método, se consideran dos condiciones de operación de la red de la Figura A.1.; una condición de operación normal (gasto bajo) y una condición de operación extraordinaria (gasto alto) impuesta por el funcionamiento de hidrantes localizados en los nodos 4 y 7. Los gastos para la condición de gasto alto ( $Q_h$ ) son 160 l.p.s. y 75 l.p.s., respectivamente.

De acuerdo con el método, se establecen dos zonas de ajuste, por existir dos puntos de medición. La zona 1 es afectada por el nodo 4 e incluye los nodos 2 a 5 y los tramos 1 a 6; mientras que la zona 2 se ve afectada por el nodo 7 y comprende los nodos 6 y 7 y los tramos 7 a 9.

Se supone una distribución de demandas real, de acuerdo con la primer columna de la Tabla B.5. Las demandas iniciales se presentan en la segunda columna de la misma Tabla.

Las cargas medidas para ambas condiciones de operación ( $h_1$  y  $h_2$ ) aparecen en el primer renglón de la Tabla B.4. Mientras que las cargas calculadas con el modelo ( $h_3$  y  $h_4$ ) se muestran en el segundo renglón de la misma Tabla.

Debido a que la carga residual en el nodo 4 para ambas condiciones de operación (gasto bajo y gasto alto) es muy pequeña, se propone no ajustar la zona 1, por lo tanto, sólo es necesario ajustar las demandas y los coeficientes de fricción de la zona 2.

Siguiendo el método, se conoce el gasto en el nodo 7 durante la condición de operación extraordinaria (gasto alto),  $Q_h$  :

$$Q_{h7} = 75 \text{ l.p.s.}$$

Se calcula la suma de las demandas de los nodos que se ven afectados por el nodo 7 ( $S_q$ ):

$$S_{q_7} = 70 + 40 = 110 \text{ l.p.s.}$$

Con las ecuaciones (3.10) y (3.11) se calculan los factores a y b:

$$a_7 = \left( \frac{60 - 48.88}{60 - 50.54} \right)^{0.54} = 1.091$$

$$b_7 = \left( \frac{60 - 7.15}{60 - 19.87} \right)^{0.54} = 1.160$$

Se aplican las fórmulas (3.8) y (3.9) y se determinan los factores de ajuste A y B:

$$A_7 = \frac{1.091 * 75}{1.160(110 + 75) - 1.091 * 110} = 0.865$$

$$B_7 = \frac{0.865}{1.091} = 0.793$$

El coeficiente  $A_7$  afecta a las demandas de los nodos 6 y 7 mientras que los coeficientes de Hazen-Williams son afectados por el valor de  $B_7$  (ver Tablas B.5 y B.6). Finalmente, con los valores ajustados se calculan las cargas en los nodos 4 y 7 (ver Tabla B.4).

**Tabla B.4.** Datos y resultados de las cargas piezométricas para el método de Walski (1986).

Condición	Carga en el nodo 4 (m)		Carga en el nodo 7 (m)	
	Gasto normal	Gasto alto (160 lps)	Gasto normal	Gasto alto (75 lps)
Real	54.10	40.47	48.88	7.15
Calculada	53.93	40.41	50.54	19.87
Ajustada	53.58	38.80	49.57	8.61

**Tabla B.5.** Datos y resultados de las demandas para el método de Walski (1986)

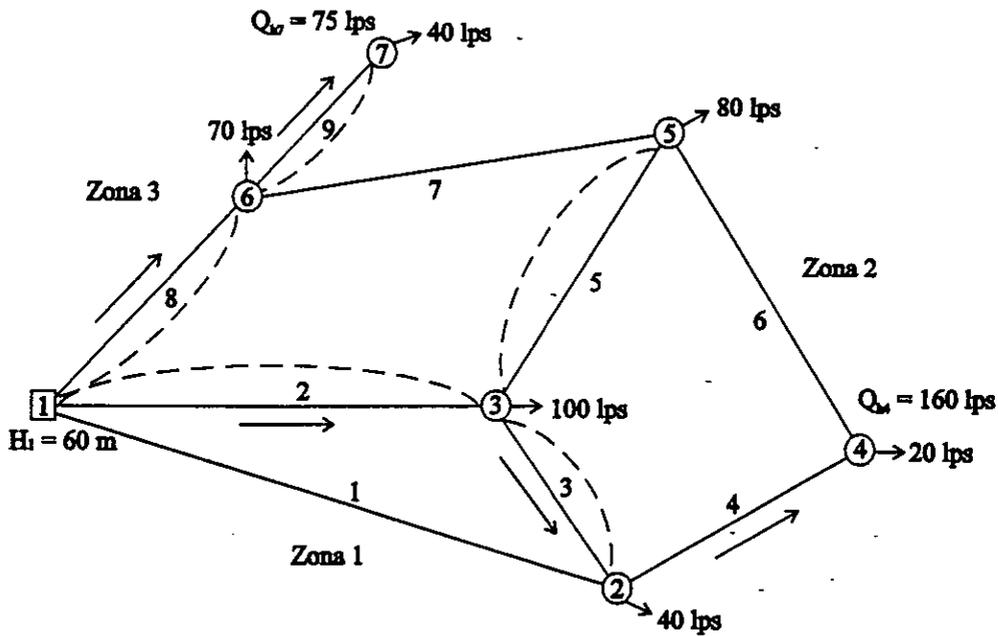
Nodo	Demanda (lps)		
	Real	Calculada	Ajustada
2	30	40	40
3	120	100	100
4	30	20	20
5	100	80	80
6	50	70	60.6
7	20	40	34.6
Total	350	350	335.2

**Tabla B.6.** Valores de los coeficientes de fricción calibrados, método de Walski (1986)

Tramo No.	$C_{HW}$ supuesto	Factor B	$C_{HW}$ calibrado
1	115	-----	115
2	115	-----	115
3	115	-----	115
4	115	-----	115
5	115	-----	115
6	115	-----	115
7	115	0.793	91.20
8	115	0.793	91.20
9	115	0.793	91.20

### B.3 Ejemplo de aplicación del método de Bhave (1989)

Para la aplicación del método de Bhave, se consideran mediciones de carga en los nodos 4 y 7 para dos condiciones de operación (gasto bajo y gasto alto) de la red de la Figura A.1.



**Figura B.2.** Esquema de la red para el método de Bhave (1989)

De acuerdo con el método, debido a que se miden cargas en dos nodos, bajo dos condiciones de operación (gasto bajo y gasto alto), se dispone de cuatro ecuaciones adicionales. La red se divide en tres zonas: La zona 1 formada por las tuberías 1 a 3; la zona 2 compuesta por las tuberías 4 a 6; y la zona 3 formada por las tuberías 7 a 9. Por lo tanto, se establecen tres factores de ajuste, uno por cada zona,  $B_1$ ,  $B_2$  y  $B_3$ .

Los nodos 2, 3, 4 y 5 son afectados por el nodo 4, mientras que el nodo 7 afecta a los nodos 6 y 7.  $\Delta Q$  es el ajuste total para los nodos 2 a 5 por lo que ajuste para los nodos 6 y 7 será  $-\Delta Q$ . Existen cuatro incógnitas:  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  y  $\Delta Q$ .

Con los datos de gastos y pérdidas de carga que aparecen en la Tabla B.7 y utilizando las ecuaciones (3.17) y (3.18), se establece un sistema de 4 ecuaciones (dos ecuaciones por cada trayectoria). Para la trayectoria 1-4 que comprende a los tramos 2, 3 y 4 resulta:

$$(4.89 + 0.78)B_1 + 0.41B_2 + \frac{1.852 * (60 - 53.93)}{183.46} \Delta Q = (60 - 54.10)$$

$$(11.71 + 4.49)B_1 + 3.40B_2 + \frac{1.852 * (60 - 40.41)}{293.99} \Delta Q = (60 - 40.47)$$

De forma similar, para la trayectoria 1-7 que comprende las tuberías 8 y 9 y haciendo  $\Delta Q = -\Delta Q$  se tiene:

$$(6.26 + 3.19)B_3 - \frac{1.852 * (60 - 50.54)}{114.98} \Delta Q = (60 - 48.88)$$

$$(17.57 + 257)B_3 - \frac{1.852 * (60 - 19.87)}{200.64} \Delta Q = (60 - 7.15)$$

Se resuelve simultáneamente el sistema de ecuaciones y se encuentran los valores de las incógnitas:  $B_1 = 0.701$ ,  $B_2 = 1.669$ ,  $B_3 = 1.504$  y  $\Delta Q = 20.3$  l.p.s. En la Tabla B.7 se muestran los coeficientes de Hazen-Williams ajustados y finales. La Tabla B.8 presenta las demandas ajustadas y finales y en la Tabla B.9 aparecen las cargas piezométricas ajustadas y finales.

**Tabla B.7.** Valores de las variables para el método de Bhawe (1989)

Tubería No.	$C_{HW}$ real	Condición calculada					$C_{HW}$ (ajustado)	
		$C_{HW}$ supuesto	Gasto (l.p.s.)		Pérdida de carga (m)		Iteración No. 1	Ajuste final
			Gasto bajo	Gasto alto	Gasto bajo	Gasto alto		
1	100	115	51.17	90.23	5.66	16.19	139.4	132.8
2	130	115	183.46	293.99	4.89	11.71	139.4	132.8
3	120	115	27.10	69.89	0.78	4.49	139.4	132.8
4	110	115	38.32	120.13	0.41	3.40	87.2	111.9
5	120	115	56.39	124.12	1.40	6.01	87.2	111.9
6	110	115	-18.37	59.84	-0.21	1.87	87.2	111.9
7	110	115	5.07	15.69	0.02	0.16	115.0	90.8
8	110	115	114.98	200.64	6.26	17.57	92.3	90.8
9	90	115	40.00	115.00	3.19	22.57	92.3	90.8

**Tabla B.8** Resultados de las demandas para el método de Bhave (1989)

Nodo	Demanda (l.p.s.)			
	Real	Calculada	Ajustada	
			Iteración 1	Final
2	30	40	43.4	40.8
3	120	100	108.4	101.6
4	30	20	21.7	20.4
5	100	80	86.8	81.2
6	50	70	57.1	67.5
7	20	40	32.6	38.5
Total	350	350	350	350

**Tabla B.9** Resultados de las cargas piezométricas para el método de Bhave (1989)

Condición	Carga en nodo 4		Carga en nodo 7	
	(m)		(m)	
	Gasto bajo	Gasto alto (160 lps)	Gasto bajo	Gasto alto (75 lps)
Real	54.10	40.47	48.88	7.15
Calculada	53.93	40.41	50.54	19.87
Ajustada (1ª iteración)	54.21	38.94	50.31	10.65
Ajustada (final)	54.09	40.45	48.89	7.18

**ALGORITMO DE CALIBRACIÓN Y PROGRAMA DE CÓMPUTO**

---

**C.1 Algoritmo de calibración.**

De acuerdo al algoritmo de calibración propuesto, se recomienda seguir el siguiente procedimiento de solución.

1. Establecer las condiciones iniciales ( $t = 0$ ):
  - 1.1 Parámetros característicos de red: longitud y diámetro.
  - 1.2 Distribución de gastos en la red ( $Q_i$ ) o cargas ( $H_i$ ).
  - 1.3 Condiciones de demanda ( $q_j$ ).
  - 1.4 Coeficientes de pérdida de carga por fricción supuestos y coeficientes de pérdidas menores.
  - 1.5 Valores iniciales de los factores de ajuste ( $F_a$ ).
  - 1.6 Ley de cierre de la válvula
  - 1.7 Valores de los gastos o cargas medidos en campo para el ajuste.
  - 1.8 Paso de tiempo a utilizar en la simulación  $\Delta t$ .
  
2. Calcular la constante inicial de las tuberías  $K_i$ , con la ecuación de Hazen-Williams (ecuación 3.10).
  
3. Se avanza el tiempo  $t = t + \Delta t$ .
  - 3.1 Calcular el grado de apertura de la válvula.
  
  - 3.2 Formar el sistema de ecuaciones aplicando las ecuaciones (6.11) o (5.1) y (6.9) dependiendo del método de solución.

3.3 Resolver el sistema de ecuaciones y determinar el valor de las cargas, gastos y factores de ajuste para el siguiente tiempo.

3.4 Corregir los valores de los coeficientes de pérdida de carga haciendo uso de la siguiente expresión:

$$HW_{t+\Delta t} = \frac{HW_t}{F_a^{0.54}} \quad (C.1)$$

3.5 Si el número de Reynolds alcanza valores inferiores de 8000, valor límite para asegurar que el flujo es turbulento y por tanto es válida la ecuación de Hazen-Williams, se finaliza el proceso de calibración.

3.6 Regresar al paso 3.

## C.2 Programa de cómputo utilizado en la calibración

```
DECLARE SUB SOLUCION (A(), H(), ECUACIONES)
CLEAR : CLS
TRAMOS = 16
NODOS = 7
DIM A(NODOS, NODOS + 1), L(TRAMOS), D(TRAMOS), HW(TRAMOS), K(TRAMOS), C(TRAMOS)
DIM H(NODOS), Q(TRAMOS), Qn(TRAMOS), AREA(TRAMOS), HWI(9), RE(9)
```

```
OPEN "C:\QB45\GACA30.TXT" FOR OUTPUT AS #1
OPEN "C:\QB45\HCA30.TXT" FOR OUTPUT AS #2
OPEN "C:\QB45\RECA30.TXT" FOR OUTPUT AS #3
```

'Valores iniciales (Estado permanente)

```
Q(1) = .0559069
Q(2) = .1990741
Q(3) = .0307713
Q(4) = .0466771
Q(5) = .0683029
Q(6) = -.0266771
Q(7) = -.0149303
Q(8) = .0950696
Q(9) = .04
```

Q(10) = .0400011  
Q(11) = .0999999  
Q(12) = .02  
Q(13) = .0800001  
Q(14) = .0699999  
Q(15) = .04  
Q(16) = .350001

L(1) = 1000: D(1) = .25: HW(1) = 115  
L(2) = 800: D(2) = .4: HW(2) = 115  
L(3) = 150: D(3) = .2: HW(3) = 115  
L(4) = 300: D(4) = .3: HW(4) = 115  
L(5) = 500: D(5) = .3: HW(5) = 115  
L(6) = 600: D(6) = .3: HW(6) = 115  
L(7) = 600: D(7) = .3: HW(7) = 115  
L(8) = 600: D(8) = .3: HW(8) = 115  
L(9) = 300: D(9) = .2: HW(9) = 115

L(10) = 0: D(10) = .1: HW(10) = 115  
L(11) = 0: D(11) = .2: HW(11) = 115  
L(12) = 0: D(12) = .1: HW(12) = 115  
L(13) = 0: D(13) = .15: HW(13) = 115  
L(14) = 0: D(14) = .15: HW(14) = 115  
L(15) = 0: D(15) = .1: HW(15) = 115

L(16) = 0: D(16) = .1139663: HW(16) = 115

'Hmed1 = 54.1  
'Hmed2 = 48.88

A = .7843 / .01  
B = 1.458 / .01

C1 = .2593986  
C2 = .1609482  
C3 = .1302689  
C4 = .232321  
C5 = .2036772  
C6 = .2740967

FOR I = 1 TO TRAMOS

AREA(I) = 3.14159 \* D(I) ^ 2 / 4

C(I) = L(I) / (9.805 \* AREA(I))

K(I) = 10.6215 \* L(I) / (HW(I) ^ 1.851 \* D(I) ^ 4.868)

NEXT I

K(10) = 1 / (2 \* 9.81 \* .36 \* C1 ^ 2 \* AREA(10) ^ 2)

K(11) = 1 / (2 \* 9.81 \* .36 \* C2 ^ 2 \* AREA(11) ^ 2)

K(12) = 1 / (2 \* 9.81 \* .36 \* C3 ^ 2 \* AREA(12) ^ 2)

K(13) = 1 / (2 \* 9.81 \* .36 \* C4 ^ 2 \* AREA(13) ^ 2)

K(14) = 1 / (2 \* 9.81 \* .36 \* C5 ^ 2 \* AREA(14) ^ 2)

K(15) = 1 / (2 \* 9.81 \* .36 \* C6 ^ 2 \* AREA(15) ^ 2)

OPEN "C:\QB45\CARGA30.TXT" FOR INPUT AS #4  
INPUT #4, NUMERO

```

DIM Hmed1(NUMERO), Hmed2(NUMERO)
FOR I = 1 TO NUMERO - 1
  INPUT #4, J, Hmed1(J), Hmed2(J), U
  PRINT J, Hmed1(J), Hmed2(J), U
'INPUT YYY
NEXT I
CLOSE #4
'END

```

```

CON = 0
DT = .01
TIEMPO = 0
DO

```

TIEMPO = TIEMPO + DT

```

IF TIEMPO < 30 THEN C7 = (1 - (TIEMPO / 30)) ^ 1.3
IF TIEMPO >= 30 THEN C7 = 1E-10

```

$K(16) = ((1 / C7 ^ 2) - 1) * (1 / (19.62 * AREA(16) ^ 2))$

```

A(1, 1) = -DT / (C(1) + 1.852 * DT * K(1) * A * ABS(Q(1)) ^ .852) - DT / (C(3) + 1.852 * DT * K(3) *
A * ABS(Q(3)) ^ .852) - DT / (C(4) + 1.852 * DT * K(4) * A * ABS(Q(4)) ^ .852) - 1 / (2 * K(10) * Q(10))
A(1, 2) = DT / (C(3) + 1.852 * DT * K(3) * A * ABS(Q(3)) ^ .852)
A(1, 3) = 0
A(1, 4) = 0
A(1, 5) = -K(1) * Q(1) * ABS(Q(1)) ^ .852 / (C(1) + 1.852 * DT * A * K(1) * ABS(Q(1)) ^ .852) - K(3)
* Q(3) * ABS(Q(3)) ^ .852 / (C(3) + 1.852 * DT * A * K(3) * ABS(Q(3)) ^ .852) + K(4) * Q(4) *
ABS(Q(4)) ^ .852 / (C(4) + 1.852 * DT * A * K(4) * ABS(Q(4)) ^ .852)
A(1, 6) = 0
A(1, 7) = DT / (C(1) + 1.852 * DT * K(1) * A * ABS(Q(1)) ^ .852)
A(1, 8) = -Hmed1(CON) * DT / (C(4) + 1.852 * DT * K(4) * A * ABS(Q(4)) ^ .852) - Q(1) - Q(3) + Q(4) + Q(10) / 2

```

```

A(2, 1) = DT / (C(3) + 1.852 * DT * K(3) * A * ABS(Q(3)) ^ .852)
A(2, 2) = -DT / (C(2) + 1.852 * DT * K(2) * A * ABS(Q(2)) ^ .852) - DT / (C(3) + 1.852 * DT * K(3) *
A * ABS(Q(3)) ^ .852) - DT / (C(5) + 1.852 * DT * K(5) * A * ABS(Q(5)) ^ .852) - 1 / (2 * K(11) * Q(11))
A(2, 3) = DT / (C(5) + 1.852 * DT * K(5) * A * ABS(Q(5)) ^ .852)
A(2, 4) = 0
A(2, 5) = -K(2) * Q(2) * ABS(Q(2)) ^ .852 / (C(2) + 1.852 * DT * A * K(2) * ABS(Q(2)) ^ .852) + K(3)
* Q(3) * ABS(Q(3)) ^ .852 / (C(3) + 1.852 * DT * A * K(3) * ABS(Q(3)) ^ .852) + K(5) * Q(5) *
ABS(Q(5)) ^ .852 / (C(5) + 1.852 * DT * A * K(5) * ABS(Q(5)) ^ .852)
A(2, 6) = 0
A(2, 7) = DT / (C(2) + 1.852 * DT * K(2) * A * ABS(Q(2)) ^ .852)
A(2, 8) = -Q(2) + Q(3) + Q(5) + Q(11) / 2

```

```

A(3, 1) = DT / (C(4) + 1.852 * DT * K(4) * A * ABS(Q(4)) ^ .852)
A(3, 2) = 0
A(3, 3) = DT / (C(6) + 1.852 * DT * K(6) * A * ABS(Q(6)) ^ .852)
A(3, 4) = 0
A(3, 5) = -K(4) * Q(4) * ABS(Q(4)) ^ .852 / (C(4) + 1.852 * DT * A * K(4) * ABS(Q(4)) ^ .852) - K(6)
* Q(6) * ABS(Q(6)) ^ .852 / (C(6) + 1.852 * DT * A * K(6) * ABS(Q(6)) ^ .852)
A(3, 6) = 0

```

$$A(3, 7) = 0$$

$$A(3, 8) = \text{Hmed1}(\text{CON}) * \text{DT} / (\text{C}(4) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(4) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(4)) ^ .852) + \text{Hmed1}(\text{CON}) * \text{DT} / (\text{C}(6) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(6) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(6)) ^ .852) + \text{Hmed1}(\text{CON}) / (2 * \text{K}(12) * \text{Q}(12)) - \text{Q}(4) - \text{Q}(6) + \text{Q}(12) / 2$$

$$A(4, 1) = 0$$

$$A(4, 2) = \text{DT} / (\text{C}(5) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(5) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(5)) ^ .852)$$

$$A(4, 3) = -\text{DT} / (\text{C}(5) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(5) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(5)) ^ .852) - \text{DT} / (\text{C}(6) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(6) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(6)) ^ .852) - \text{DT} / (\text{C}(7) + 1.852 * \text{DT} * \text{B} * \text{K}(7) * \text{ABS}(\text{Q}(7)) ^ .852) - 1 / (2 * \text{K}(13) * \text{Q}(13))$$

$$A(4, 4) = (\text{DT} / (\text{C}(7) + \text{DT} * 1.852 * \text{K}(7) * \text{B} * \text{ABS}(\text{Q}(7)) ^ .852))$$

$$A(4, 5) = -\text{K}(5) * \text{Q}(5) * \text{ABS}(\text{Q}(5)) ^ .852 / (\text{C}(5) + 1.852 * \text{DT} * \text{A} * \text{K}(5) * \text{ABS}(\text{Q}(5)) ^ .852) + \text{K}(6) * \text{Q}(6) * \text{ABS}(\text{Q}(6)) ^ .852 / (\text{C}(6) + 1.852 * \text{DT} * \text{A} * \text{K}(6) * \text{ABS}(\text{Q}(6)) ^ .852)$$

$$A(4, 6) = -\text{K}(7) * \text{Q}(7) * \text{ABS}(\text{Q}(7)) ^ .852 / (\text{C}(7) + 1.852 * \text{DT} * \text{B} * \text{K}(7) * \text{ABS}(\text{Q}(7)) ^ .852)$$

$$A(4, 7) = 0$$

$$A(4, 8) = -\text{Hmed1}(\text{CON}) * \text{DT} / (\text{C}(6) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(6) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(6)) ^ .852) - \text{Q}(5) + \text{Q}(6) - \text{Q}(7) + \text{Q}(13) / 2$$

$$A(5, 1) = 0$$

$$A(5, 2) = 0$$

$$A(5, 3) = \text{DT} / (\text{C}(7) + 1.852 * \text{B} * \text{DT} * \text{K}(7) * \text{ABS}(\text{Q}(7)) ^ .852)$$

$$A(5, 4) = -\text{DT} / (\text{C}(7) + 1.852 * \text{B} * \text{DT} * \text{K}(7) * \text{ABS}(\text{Q}(7)) ^ .852) - \text{DT} / (\text{C}(8) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(8) * \text{B} * \text{ABS}(\text{Q}(8)) ^ .852) - \text{DT} / (\text{C}(9) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(9) * \text{B} * \text{ABS}(\text{Q}(9)) ^ .852) - 1 / (2 * \text{K}(14) * \text{Q}(14))$$

$$A(5, 5) = 0$$

$$A(5, 6) = \text{K}(7) * \text{Q}(7) * \text{ABS}(\text{Q}(7)) ^ .852 / (\text{C}(7) + 1.852 * \text{DT} * \text{B} * \text{K}(7) * \text{ABS}(\text{Q}(7)) ^ .852) - \text{K}(8) * \text{Q}(8) * \text{ABS}(\text{Q}(8)) ^ .852 / (\text{C}(8) + 1.852 * \text{DT} * \text{B} * \text{K}(8) * \text{ABS}(\text{Q}(8)) ^ .852) + \text{K}(9) * \text{Q}(9) * \text{ABS}(\text{Q}(9)) ^ .852 / (\text{C}(9) + 1.852 * \text{DT} * \text{B} * \text{K}(9) * \text{ABS}(\text{Q}(9)) ^ .852)$$

$$A(5, 7) = \text{DT} / (\text{C}(8) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(8) * \text{B} * \text{ABS}(\text{Q}(8)) ^ .852)$$

$$A(5, 8) = -\text{Hmed2}(\text{CON}) * \text{DT} / (\text{C}(9) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(9) * \text{B} * \text{ABS}(\text{Q}(9)) ^ .852) + \text{Q}(7) - \text{Q}(8) + \text{Q}(9) + \text{Q}(14) / 2$$

$$A(6, 1) = 0$$

$$A(6, 2) = 0$$

$$A(6, 3) = 0$$

$$A(6, 4) = \text{DT} / (\text{C}(9) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(9) * \text{B} * \text{ABS}(\text{Q}(9)) ^ .852)$$

$$A(6, 5) = 0$$

$$A(6, 6) = -\text{K}(9) * \text{Q}(9) * \text{ABS}(\text{Q}(9)) ^ .852 / (\text{C}(9) + 1.852 * \text{DT} * \text{B} * \text{K}(9) * \text{ABS}(\text{Q}(9)) ^ .852)$$

$$A(6, 7) = 0$$

$$A(6, 8) = \text{Hmed2}(\text{CON}) * \text{DT} / (\text{C}(9) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(9) * \text{B} * \text{ABS}(\text{Q}(9)) ^ .852) + \text{Hmed2}(\text{CON}) / (2 * \text{K}(15) * \text{Q}(15)) - \text{Q}(9) + \text{Q}(15) / 2$$

$$A(7, 1) = \text{DT} / (\text{C}(1) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(1) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(1)) ^ .852)$$

$$A(7, 2) = \text{DT} / (\text{C}(2) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(2) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(2)) ^ .852)$$

$$A(7, 3) = 0$$

$$A(7, 4) = \text{DT} / (\text{C}(8) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(8) * \text{B} * \text{ABS}(\text{Q}(8)) ^ .852)$$

$$A(7, 5) = \text{K}(1) * \text{Q}(1) * \text{ABS}(\text{Q}(1)) ^ .852 / (\text{C}(1) + 1.852 * \text{DT} * \text{A} * \text{K}(1) * \text{ABS}(\text{Q}(1)) ^ .852) + \text{K}(2) * \text{Q}(2) * \text{ABS}(\text{Q}(2)) ^ .852 / (\text{C}(2) + 1.852 * \text{DT} * \text{A} * \text{K}(2) * \text{ABS}(\text{Q}(2)) ^ .852)$$

$$A(7, 6) = \text{K}(8) * \text{Q}(8) * \text{ABS}(\text{Q}(8)) ^ .852 / (\text{C}(8) + 1.852 * \text{DT} * \text{B} * \text{K}(8) * \text{ABS}(\text{Q}(8)) ^ .852)$$

$$A(7, 7) = -\text{DT} / (\text{C}(1) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(1) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(1)) ^ .852) - \text{DT} / (\text{C}(2) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(2) * \text{A} * \text{ABS}(\text{Q}(2)) ^ .852) - \text{DT} / (\text{C}(8) + 1.852 * \text{DT} * \text{K}(8) * \text{B} * \text{ABS}(\text{Q}(8)) ^ .852) - 1 / (2 * \text{K}(16) * \text{Q}(16))$$

$$A(7, 8) = -60 / (2 * \text{K}(16) * \text{Q}(16)) - \text{Q}(16) / 2 + \text{Q}(1) + \text{Q}(2) + \text{Q}(8)$$

CALL SOLUCION(A(), H(), NODOS)

'PRINT " CARGAS"

```

FOR I = 1 TO NODOS
  IF I < 5 OR I = 7 THEN
    PRINT "H("; I; ") = ";
    PRINT USING "###.#####"; H(I);
    PRINT " mts"
  END IF

```

```

  IF I = 5 OR I = 6 THEN
    PRINT "H("; I; ") = ";
    PRINT USING "###.#####"; H(I) / DT;
    PRINT " mts"
  END IF

```

```

NEXT I

```

```

NA = H(5)
NB = H(6)

```

'CALCULO DE LOS NUEVOS GASTOS

```

Qn(1) = (H(7) - H(1)) * DT / (C(1) + 1.852 * K(1) * A * DT * ABS(Q(1)) ^ .852) + Q(1) - (K(1) * Q(1) *
ABS(Q(1)) ^ .852 * NA) / (C(1) + 1.852 * K(1) * A * DT * ABS(Q(1)) ^ .852)
Qn(2) = (H(7) - H(2)) * DT / (C(2) + 1.852 * K(2) * A * DT * ABS(Q(2)) ^ .852) + Q(2) - (K(2) * Q(2) *
ABS(Q(2)) ^ .852 * NA) / (C(2) + 1.852 * K(2) * A * DT * ABS(Q(2)) ^ .852)
Qn(3) = (H(2) - H(1)) * DT / (C(3) + 1.852 * K(3) * A * DT * ABS(Q(3)) ^ .852) + Q(3) - (K(3) * Q(3) *
ABS(Q(3)) ^ .852 * NA) / (C(3) + 1.852 * K(3) * A * DT * ABS(Q(3)) ^ .852)
Qn(4) = (H(1) - Hmed1(CON)) * DT / (C(4) + 1.852 * K(4) * A * DT * ABS(Q(4)) ^ .852) + Q(4) -
(K(4) * Q(4) * ABS(Q(4)) ^ .852 * NA) / (C(4) + 1.852 * K(4) * A * DT * ABS(Q(4)) ^ .852)
Qn(5) = (H(2) - H(3)) * DT / (C(5) + 1.852 * K(5) * A * DT * ABS(Q(5)) ^ .852) + Q(5) - (K(5) * Q(5) *
ABS(Q(5)) ^ .852 * NA) / (C(5) + 1.852 * K(5) * A * DT * ABS(Q(5)) ^ .852)
Qn(6) = (H(3) - Hmed1(CON)) * DT / (C(6) + 1.852 * K(6) * A * DT * ABS(Q(6)) ^ .852) + Q(6) -
(K(6) * Q(6) * ABS(Q(6)) ^ .852 * NA) / (C(6) + 1.852 * K(6) * A * DT * ABS(Q(6)) ^ .852)
Qn(7) = (H(4) - H(3)) * DT / (C(7) + 1.852 * K(7) * B * DT * ABS(Q(7)) ^ .852) + Q(7) - (K(7) * Q(7) *
ABS(Q(7)) ^ .852 * NB) / (C(7) + 1.852 * K(7) * B * DT * ABS(Q(7)) ^ .852)
Qn(8) = (H(7) - H(4)) * DT / (C(8) + 1.852 * K(8) * B * DT * ABS(Q(8)) ^ .852) + Q(8) - (K(8) * Q(8) *
ABS(Q(8)) ^ .852 * NB) / (C(8) + 1.852 * K(8) * B * DT * ABS(Q(8)) ^ .852)
Qn(9) = (H(4) - Hmed2(CON)) * DT / (C(9) + 1.852 * K(9) * B * DT * ABS(Q(9)) ^ .852) + Q(9) - (K(9) *
Q(9) * ABS(Q(9)) ^ .852 * NB) / (C(9) + 1.852 * K(9) * B * DT * ABS(Q(9)) ^ .852)

```

```

Qn(10) = H(1) / (2 * K(10) * Q(10)) + Q(10) / 2
Qn(11) = H(2) / (2 * K(11) * Q(11)) + Q(11) / 2
Qn(12) = Hmed1(CON) / (2 * K(12) * Q(12)) + Q(12) / 2
Qn(13) = H(3) / (2 * K(13) * Q(13)) + Q(13) / 2
Qn(14) = H(4) / (2 * K(14) * Q(14)) + Q(14) / 2
Qn(15) = Hmed2(CON) / (2 * K(15) * Q(15)) + Q(15) / 2
Qn(16) = (60 - H(7)) / (2 * K(16) * Q(16)) + Q(16) / 2

```

```

FOR I = 1 TO TRAMOS
  IF Qn(I) < 0 THEN Qn(I) = 0
  Q(I) = Qn(I)

```

```

NEXT I

```

```

Qtotal = 0

```

```

FOR I = 10 TO TRAMOS - 1

```

```

  Qtotal = Qtotal + Qn(I)

```

```

NEXT I

```

```

FOR I = 1 TO 9
  RE(I) = (ABS(Q(I)) / AREA(I)) * D(I) / 1.007E-06
  IF RE(I) < 0 THEN RE(I) = 0
NEXT I

```

```

'PRINT "  GASTOS"
FOR I = 1 TO TRAMOS
  PRINT "Q(" ; I ; ") = ";
  PRINT USING "#####.#### "; Q(I) * 1000;
  IF I < 10 THEN
    PRINT " l.p.s.";
  ELSE
    PRINT " l.p.s."
  END IF
  IF I < 10 THEN PRINT USING "      #####"; RE(I)
NEXT I
'PRINT

```

```

PRINT "Gasto total = "; Qtotal * 1000; " ";
PRINT "TIEMPO = "; TIEMPO

```

```

'MAS = INPUT$(1)
'CLS

```

```

FOR J = 1 TO REGISTRO
' IF (TIEMPO > ARCHIVAR(J) - .01 AND TIEMPO < ARCHIVAR(J) + .01) THEN

```

```

  FOR I = 1 TO TRAMOS
    IF I = 1 THEN PRINT #1, USING "####.###"; TIEMPO;
    IF I < TRAMOS THEN
      PRINT #1, " ";
      PRINT #1, USING "####.## "; Q(I) * 1000;
      PRINT #1, " ";
    END IF
    IF I = TRAMOS THEN PRINT #1, USING "####.## "; Q(I) * 1000
  NEXT I

```

```

FOR I = 1 TO NODOS
  IF I = 1 THEN PRINT #2, USING "####.## "; TIEMPO;
  IF I < NODOS THEN
    PRINT #2, USING "###.###"; H(I);
    PRINT #2, " ";
  END IF
  IF I = NODOS THEN PRINT #2, USING "###.## "; H(I)
NEXT I

```

```

FOR I = 1 TO 9
  IF I = 1 THEN PRINT #3, USING "#####"; TIEMPO;
  IF I < 9 THEN
    PRINT #3, RE(I);
  ELSE
    PRINT #3, RE(I)
  END IF

```

```
END IF
NEXT I
' END IF
NEXT J
```

```
A = NA
B = NB
```

```
CON = CON + 1
```

```
INPUT yyyy
LOOP UNTIL (TIEMPO >= 30)
```

```
CLOSE #1
CLOSE #2
CLOSE #3
```

```
SUB SOLUCION (A(), H(), ECUACIONES)
```

```
FOR K = 1 TO ECUACIONES - 1
  IF A(K, K) = 0 THEN
    FOR L = K + 1 TO ECUACIONES
      IF A(L, K) <> 0 THEN
        FOR M = 1 TO ECUACIONES + 1
          TEMPORAL = A(L, M)
          A(L, M) = A(K, M)
          A(K, M) = TEMPORAL
        NEXT M
      END IF
    NEXT L
  END IF

  IF A(K, K) = 0 THEN PRINT "El sistema no tiene solucion": END

  FOR I = K + 1 TO ECUACIONES
    M = -A(I, K) / A(K, K)
    FOR J = K TO ECUACIONES + 1
      A(I, J) = A(I, J) + M * A(K, J)
    NEXT J
  NEXT I
NEXT K
```

```
Inicializacion
```

```
FOR I = 1 TO ECUACIONES
  H(I) = 0
NEXT I
```

```
FOR I = ECUACIONES TO 1 STEP -1
  SUMA = 0
  FOR J = 1 TO ECUACIONES
    SUMA = A(I, J) * H(J) + SUMA
```

```
    NEXT J  
    H(I) = (A(I, ECUACIONES + 1) - SUMA) / A(I, I)  
    NEXT I
```

```
'FOR I = 1 TO ECUACIONES  
'PRINT H(I)  
'NEXT I  
'INPUT YYY  
END SUB
```