



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

COMPARACION DE DOS MODELOS DE EFICIENCIA

T E S I S

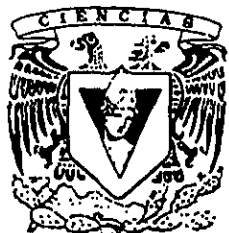
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

JOSE EMMANUEL RAMIREZ MARQUEZ

M. EN C.J. AGUSTIN CANO GARCES.



TESIS CON FALLA DE ORIGEN



269605



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

M. en C. Virginia Abrin Batule  
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

“COMPARACION DE DOS MODELOS DE EFICIENCIA”

realizado por **JOSE EMMANUEL RAMIREZ MARQUEZ**  
con número de cuenta **9450229-3**, pasante de la carrera de **ACTUARIA**

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario **M. EN C. J. AGUSTIN CANO GARCES**

Propietario **M. EN C. BEATRIZ RODRIGUEZ FERNANDEZ**

Propietario **M. EN C. VIRGENIA ABRIN BATULE**

Suplente **M. EN C. GUADALUPE CARRASCO LICEA**

Suplente **MAT. ADRIAN GIRARD ISLAS**

*[Handwritten signatures: J. Agustín Cano Garcés, Beatriz Rodríguez Fernández, Virginia Abrin Batule, Guadalupe Carrasco Licea, Adrián Girard Islas]*

Consejo Departamental de Matemáticas  
M. EN C. P. MA. DEL PILAR ALONSO REYES

*[Handwritten signature: Del Pilar Alonso Reyes]*

*Para ustedes, Abida y Mama Abida,  
por el amor y apoyo eterno  
a lo largo de mi vida.*

*A Gussi, Adriana, Mayra y Marcina  
siempre alegres.*

*A mis Amigos de hoy, de ayer  
y de mañana.*

# INDICE

## INTRODUCCIÓN

### CAPITULO 1

#### 1 FUNDAMENTOS DE LAS RAZONES FINANCIERAS

- 1.1 Razones de Liquidez
- 1.2 Razones de Apalancamiento
- 1.3 Razones de Actividad
- 1.4 Razones de Rentabilidad
- 1.5 Comparación de las Razones Financieras

### CAPITULO 2

#### 2 FUNDAMENTOS DEL MODELO “ DATA ENVELOPMENT ANALYSIS” (D.E.A.)

- 2.1 Antecedentes
- 2.2 Razón CCR de D.E.A.
- 2.3 El Enfoque de la Programación Lineal
- 2.4 Aplicación del Método Simplex
- 2.5 Entradas y Salidas Ideales
- 2.6 Comentarios Adicionales

### CAPITULO 3

#### 3 APLICACIÓN DE LAS RAZONES FINANCIERAS

- 3.1 Método de las Razones Financieras
  - 3.1.1 Razón Circulante
  - 3.1.2 Razón de Endeudamiento
  - 3.1.3 Razón de Rotación del Inventario
  - 3.1.4 Razón de Activos Totales
  - 3.1.5 Razón de Margen de Utilidad
- 3.2 Análisis Global

### CAPITULO 4

#### 4 APLICACIÓN DEL MODELO D.E.A.

- 4.1 Entradas
- 4.2 Salidas
- 4.3 Resolución de los Modelos
- 4.4 Interpretación de los Resultados
- 4.5 Entradas y Salidas Ideales
- 4.6 Consideraciones Sobre la Aplicación del Modelo

CAPITULO 5

5 CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES

BIBLIOGRAFIA

# INTRODUCCIÓN

El presente estudio tiene la finalidad de desarrollar e interpretar una metodología de la investigación de operaciones que sirve para medir y optimizar los procesos de organización y de producción en distintos tipos de empresas, así como compararlo con otros métodos de medición de eficiencia.

Por lo general, el diagnóstico de las empresas dedicadas a actividades industriales o comerciales se mide conforme a métodos tradicionales; entre los cuales destaca la interpretación de los estados financieros. Este método permite conocer, si tienen liquidez, si son rentables, su nivel de endeudamiento, etc., sin embargo, este tipo de análisis no refleja que en realidad la empresa sea eficientemente administrada en otros rubros y no muestra el grado de eficiencia y de utilización de los recursos respecto a otras empresas dedicadas a lo mismo.

Por el contrario, la herramienta matemática “Data Envelopment Analysis” (D.E.A.), proporciona, de manera sencilla, información acerca de la eficiencia de cualquier tipo de empresas con relación a otras de la misma índole.

Este modelo tiene la característica de que se puede encontrar la eficiencia con respecto a ciertos rubros de información común conocidos como entradas y salidas, con la ventaja de no ser necesaria una relación explícita entre estas últimas.

Otra ventaja del modelo es que, proporciona las fuentes de ineficiencia así como el porcentaje en que éstas deben ser mejoradas para obtener una eficiencia total.

Para el desarrollo de los modelos y su comparación con otros, se decidió utilizar como ejemplo la información que publica la bolsa de valores sobre las tiendas de autoservicio del país, dedicadas a la comercialización de productos básicos y de consumo generalizado.

Cabe señalar que en este estudio, el concepto de eficiencia se aplicará desde el punto de vista comparativo con relación a otra empresa, y no con respecto a ella misma. En el modelo D.E.A. se entenderá que una empresa es eficiente con respecto a otra, si con menor o igual cantidad de entrada, produce mayor o igual cantidad de salida que las otras empresas.

A través de los criterios tradicionales se evaluará que tan bien “administrada “ es una organización, además de resaltar los aspectos más sólidos y más endeble de ella. Además, proporcionara información que permite decidir si se invierte o no.

Cabe señalar que el ejemplo utilizado es simplemente ilustrativo, y que no se pretende solucionar ninguna de las fuentes de ineficiencia que se encuentren en las tiendas de autoservicio, de acuerdo a los resultados de la aplicación del D.E.A. simplemente se pretende mostrar a través de dos criterios cuales empresas son eficientes y cuales ineficientes.

El presente trabajo cuenta con cinco capítulos, el primero esta introducción donde se explica en que consiste el estudio.

En el segundo capítulo se hace un planteamiento del modelo D.E.A. y definición de las razones financieras.

El tercer capítulo aplica en forma práctica los modelos en diferentes cadenas de autoservicio.

La cuarta parte finaliza el presente trabajo con las conclusiones de los métodos previamente expuestos.



# CAPITULO 1

## 1 FUNDAMENTOS DE LAS RAZONES FINANCIERAS

Como se indico en la introducción, el objetivo de esta tesis, es comparar dos métodos de análisis, que a su vez son comparativos.

El primer método que se expone es el análisis de las razones financieras que utiliza datos tomados del Estado Financiero de la empresa; cabe mencionar que los resultados obtenidos para cualquier empresa deben ser comparados contra el promedio del sector al cual dicha empresa pertenece.

Los estados financieros básicos presentan información relativa a la situación de la empresa, sus resultados y los cambios que se han generado en sus recursos y sus fuentes en un periodo determinado, son: el estado de resultados y el balance general.

El estado de resultados, muestra la utilidad o perdida obtenida en las operaciones practicadas por una empresa en un tiempo determinado; es decir, muestra en forma ordenada y sistemática los ingresos y egresos de la empresa obtenidos como consecuencia de las operaciones realizadas.

El balance general, indica en unidades monetarias y, en una fecha determinada, los recursos, las deudas y el patrimonio de una empresa.

En resumen, los estados financieros, como fuente de información de los usuarios, sirven básicamente para que estos se formen un juicio sobre la empresa en aspectos tales como:

- 1) El nivel de rentabilidad
- 2) La posición financiera: solvencia y liquidez
- 3) La capacidad financiera de crecimiento
- 4) El flujo de fondos

Por lo tanto, el uso principal que se obtiene del estado financiero es la planeación futura, puesto que ayuda a encontrar los puntos débiles y fuertes de la empresa, lo que representa gran importancia para los inversionistas y propietarios de la misma.

A y B: A continuación se expone el balance y el estado de resultados para las empresas

**Balance Empresa A**

<b>ACTIVO</b>	<b>EMPRESA A</b>
INVENTARIO	540
CUENTAS X COBRAR	100
CAJA	50
CLIENTES	60
TOTAL ACTIVO CIRCULANTE	750
EDIFICIOS	600
OTROS	150
ACTIVO TOTAL	1500
<b>PASIVO</b>	
CUENTAS X PAGAR	130
PROVEEDORES	100
BANCO	70
TOTAL PASIVO CIRCULANTE	300
HIPOTECA	370
OTROS	40
PASIVO TOTAL	710
<b>CAPITAL CONTABLE</b>	
CAPITAL SOCIAL	300
UTILIDAD DE OPERACION	400
APORTACIONES	90
TOTAL CAPITAL CONTABLE	790

**Estado de Resultados Empresa A**

<b>CONCEPTO</b>	<b>EMPRESA A</b>
VENTAS	3750
COSTO DE VENTAS	2813
UTILIDAD BRUTA	937
GASTOS DE ADMON.	537
UTILIDAD DE OPERACION	400
COSTO INT. DE FIN.	40
UTILIDAD ANTES DE IMPUESTOS	360
IMPUESTOS	60
UTILIDAD NETA	300

### Balance Empresa B

ACTIVO	EMPRESA B
INVENTARIO	425
CUENTAS X COBRAR	125
CAJA	120
CLIENTES	130
TOTAL ACTIVO CIRCULANTE	800
EDIFICIOS	700
OTROS	109
ACTIVO TOTAL	1609
<b>PASIVO</b>	
CUENTAS X PAGAR	160
PROVEEDORES	120
BANCO	75
TOTAL PASIVO CIRCULANTE	355
HIPOTECA	295
OTROS	30
PASIVO TOTAL	690
<b>CAPITAL CONTABLE</b>	
CAPITAL SOCIAL	400
UTILIDAD DE OPERACION	378
APORTACIONES	141
TOTAL CAPITAL CONTABLE	919

### Estado de Resultados Empresa B

CONCEPTO	EMPRESA B
VENTAS	3750
COSTO DE VENTAS	2813
UTILIDAD BRUTA	937
GASTOS DE ADMON.	537
UTILIDAD DE OPERACION	400
COSTO INT. DE FIN.	40
UTILIDAD ANTES DE IMPUESTOS	360
IMPUESTOS	60
UTILIDAD NETA	300

Con el cálculo de las razones financieras se efectúan diferentes tipos de análisis sobre una empresa. Cada razón tiene un propósito determinado y se aplica en función del objetivo que persigue el analista. Por ejemplo, una persona que debe tomar la decisión de otorgar un préstamo a corto plazo está interesada principalmente en la liquidez de la empresa a la cual otorgará el préstamo, en cambio un inversionista considera la generación de utilidades y la rentabilidad de dicha empresa como punto principal.

Sobre la base de los puntos previamente expuestos y para los fines de este análisis, las razones financieras pueden clasificarse dentro de cuatro tipos fundamentales:

- Razones de liquidez
- Razones de apalancamiento
- Razones de actividad
- Razones de rentabilidad

## 1.1 RAZONES DE LIQUIDEZ

Las razones de liquidez miden la capacidad que tiene una empresa para pagar sus deudas a corto plazo.

La razón circulante pertenece a esta clasificación y mide la solvencia de la empresa a corto plazo, es decir, permite conocer la facilidad con que una empresa puede pagar sus deudas. Se determina como el cociente entre los activos circulantes (efectivo, valores negociables, inventarios, etc.) y los pasivos circulantes (deudas a corto plazo, sueldos, impuestos, etc..)

Razón circulante =  $\text{Activos circulantes} / \text{Pasivos Circulantes}$

De los Estados Financieros de las empresas A y B se obtendrán su respectiva razón circulante:

Empresa	Activo Circulante	Pasivo Circulante
A	750	300
B	800	355

Razón circulante de la empresa A:  $750/300 = 2.50$

Razón circulante de la empresa B:  $800/355 = 2.25$

Los resultados anteriores indican que la empresa A puede pagar 2.50 veces lo que debe y la empresa B lo puede hacer 2.25 veces.

También, con esta razón financiera se obtiene el porcentaje de los activos necesarios para pagar la deuda de la empresa: En el caso de la empresa A que muestra una razón circulante de 2.50, con el 40% de sus activos pagaría su deuda, en tanto que la empresa B, que tiene una razón circulante de 2.25, con el 44% de sus activos la pagaría.

Estos porcentajes se obtienen, utilizando la razón circulante de la siguiente forma:

$$\text{Porcentaje} = 1 / \text{Razón circulante}$$

Al interpretar estos resultados se concluye que la empresa A es más eficiente que la empresa B.

## 1.2 RAZONES DE APALANCAMIENTO

Las razones de apalancamiento miden el grado en que la empresa ha sido financiada mediante deuda.

Para un nuevo inversionista es necesario conocer cual es el nivel de riesgo de la empresa en que desea invertir; es decir, saber la relación que guardan los fondos proporcionados por los propietarios y el financiamiento otorgado por los acreedores de la misma, y de esta manera saber el nivel de seguridad que le puede brindar esa empresa.

Dentro de las razones de apalancamiento, se analizará la de endeudamiento que mide el porcentaje de fondos totales proporcionados por los acreedores.

La razón de endeudamiento se determina por medio del cociente entre la deuda total y los activos totales.

$$\text{Razón de endeudamiento} = \text{Pasivo Total} / \text{Activo Total}$$

Si el resultado de la razón es alto, será difícil para los propietarios de dicha empresa encontrar nuevos inversionistas.

Al retomar el ejemplo de las empresas A y B, se encuentra la razón de endeudamiento mediante la siguiente tabla 2:

---

Empresa	Activo Total	Pasivo Total
A	1500	710
B	1609	690

Razón de endeudamiento de la empresa A:  $710 / 1500 = .473$   
Razón de endeudamiento de la empresa B:  $690 / 1609 = .428$

El resultado de esta razón financiera indica que el 47.3% de los activos de la empresa son aportados por los acreedores, en tanto que para la empresa B, un 42.8% corre a cuenta de ellos.

Por lo tanto se puede concluir que a la empresa A le costara mas trabajo conseguir nuevos inversionistas que a la empresa B, dado lo cual, en este rubro la empresa B es más eficiente que la empresa A.

### 1.3 RAZONES DE ACTIVIDAD

La finalidad de estas razones es evaluar el grado de eficiencia con el que las empresas emplean sus recursos. De las razones de actividad se definirán dos de gran importancia: la rotación del inventario y la rotación de los activos totales.

La rotación del inventario da información sobre los niveles de inventario que mantiene una empresa; es decir, cuantas veces, en un periodo determinado, esta ultima vende el total del mismo.

Esta razón se entiende como las ventas divididas entre el inventario.

Rotación del inventario =  $\text{Ventas} / \text{Inventario}$

Al regresar a las empresas A y B, se obtiene del estado de resultados que su rotación del inventario son la siguiente:

Empresa	Ventas	Inventario
A	3750	540
B	3300	425

Rotación del inventario de la empresa A:  $3750 / 540 = 6.9$

Rotación del inventario de la empresa B:  $3300 / 425 = 7.7$

La rotación del inventario de la empresa B es más eficiente que el de la empresa A, sin embargo para hacer una interpretación correcta de esta razón es necesario conocer cual es el giro de la empresa. Se puede suponer que ambos índices son aceptables y que las dos empresas no tienen niveles excesivos de inventario.

En el caso de que esta razón fuera baja para alguna de las empresas, estas deberían investigar porque sus productos no se están vendiendo.

Por otra parte la rotación de los activos totales indica la rotación que existe entre todos los activos de una empresa, se define como el cociente entre las ventas y los activos totales.

$$\text{Rotación de los activos totales} = \text{Ventas} / \text{Activos Totales}$$

Por medio de los Estados Financieros de las empresas A y B se calcula la rotación de activos totales:

---

Empresa	Ventas	Activos Totales
A	3750	1500
B	3300	1609

---

Rotación de activos totales para la empresa A:  $3750 / 1500 = 2.5$

Rotación de activos totales para la empresa B:  $3300 / 1609 = 2.05$

En este rubro la empresa A es más eficiente que la Empresa B.

## 1.4 RAZONES DE RENTABILIDAD

Esta razón es muy importante ya que da información acerca de las utilidades que se obtuvieron en las empresas y refleja, la eficiencia con que se manejaron los recursos.

De estas razones se contemplara una de las más importantes: el margen de utilidad sobre las ventas.

La razón de margen de utilidad sobre las ventas, indica el porcentaje que se gana por unidad de venta; se calcula como la división de la utilidad neta entre las ventas.

$$\text{Margen de utilidad sobre las ventas} = \text{Utilidad Neta} / \text{Ventas}$$

Si esta razón es baja se puede concluir ya sea que los precios a los que una empresa vende sus productos son bajos o bien que los costos con los que están operando son relativamente altos.

Si se analiza la siguiente tabla, se puede encontrar el margen de utilidad sobre las ventas para las empresas A y B:

Empresa	Ventas	Utilidad Neta
A	3750	300
B	3300	280

Margen de utilidad para la empresa A:  $300 / 3750 = 0.08$

Margen de utilidad para la empresa B:  $280 / 3300 = 0.085$

Ambas empresas tienen un margen de utilidad similar; por cada unidad de venta la empresa A tiene una utilidad del 8%, mientras que la empresa B tiene una utilidad ligeramente más alta con el 8.5%.

## 1.5 COMPARACIÓN DE LAS RAZONES FINANCIERAS

La siguiente tabla muestra los resultados de las razones financieras de las empresas A y B, que serán comparadas con el promedio que existe en la industria a la cual pertenecen.

	Margen de Utilidad	Rotación de los Activos	Rotación del Inventario	Razón de Endeudamiento	Razón Circulante
A	8	2.5	6.9	47.3	2.5
B	8.5	2.05	7.7	42.8	2.25
P.S.	6.8	2	9	38	2.3

\*P.S. = Promedio en el Sector

El margen de utilidad para ambas empresas se encuentra considerablemente arriba del promedio que existe en el sector, lo cual las hace eficientes con respecto a esta razón financiera, aunque un inversionista preferiría a la empresa B pues su margen de utilidad es ligeramente mayor.

En cuanto a la rotación de los activos, la situación de las dos empresas es también eficiente puesto que ambas están por encima del promedio en el sector.

Con respecto a la rotación de los inventarios se observa que ambas empresas están por debajo del promedio en el sector, aunque la empresa B es más eficiente que la empresa A.



Esta razón financiera es importante ya que si es alta, significa que los productos se venden con rapidez y no habrá pérdida por bienes en mal estado u obsoletos; por el contrario, si es baja, indica que existe un exceso de productos en los inventarios que es poco favorable para la empresa puesto que estos son improductivos y representan una inversión de bajo rendimiento.

La razón de endeudamiento es alta para las dos empresas al compararse con el promedio que hay en el sector.

La razón circulante de la empresa A se encuentra por arriba del promedio que existe en el sector; esto es un buen punto a su favor pues aunque su razón de endeudamiento es alta, la empresa puede hacer frente con cierta facilidad a sus deudas a corto plazo. Por lo que se refiere a la empresa B, su posición es ineficiente, y podría tener problemas para cubrir sus obligaciones.

En términos generales se puede decir que la empresa B es más eficiente que la empresa A, ya que muestra un mayor margen de utilidad, su rotación de inventarios es mas alta y su endeudamiento menor, aunque su índice de liquidez sea menor al promedio de la industria.

La afirmación anterior no debe hacerse en forma trivial, pues lleva implícita cierto riesgo que el inversionista debe asumir.

Finalmente, con base en lo anterior se concluye, que el análisis financiero no muestra una metodología directa para evaluar la eficiencia con que se maneja una empresa y que la decisión de invertir entre las empresas A o B, puede no ser la misma para todos los analistas.

En el siguiente capítulo, se describe el método D.E.A. como una herramienta que se puede utilizar para alinear los distintos criterios de los analistas.

# 2 FUNDAMENTOS DEL MODELO “DATA ENVELOPMENT ANALYSIS” (D.E.A.)

## 2.1 ANTECEDENTES

El modelo del Data Envelopment Analysis, (D.E.A.) es una técnica matemática basada en los principios de la programación lineal, diseñada para encontrar que tan eficientemente se desarrolla una entidad.

La característica principal de este modelo es que intenta identificar fuentes y estimar porcentajes de ineficiencia, en entidades que tienen entradas y salidas cuantificables.

Otra característica del D.E.A. es ser comparativo; es decir, no mide la eficiencia de una entidad con respecto a sí misma, sino respecto a otras entidades con la misma actividad y con el mismo tipo de entradas y salidas.

A las entidades objeto de análisis, se les llama Unidades de Toma de Decision (U.T.D).

El D.E.A. utiliza el conjunto de las UTDs, para construir una frontera de producción ideal o bien una frontera de eficiencia, que consiste en todas las posibles combinaciones lineales de las UTDs eficientes.

La lista de aplicaciones de esta herramienta es extensa; por ejemplo, se ha utilizado para medir la eficiencia: de las bibliotecas de la American Library League, de la producción agrícola del estado de Kansas en los Estados Unidos, de la administración de hospitales en el noreste de los Estados Unidos, de la economía de diferentes ciudades chinas, etc.

Las principales ventajas del modelo son las siguientes:

1. - No es necesario que exista una relación explícita entre las entradas y salidas de una entidad.
2. - Una vez encontrada una entidad ineficiente, el modelo proporciona una alternativa para que dicha entidad sea eficiente.
3. - No se requiere asignar algún peso específico a las entradas o salidas para reflejar su importancia relativa. Aunque en algunos casos, podría ser valioso asignar cierto tipo de peso específico en problemas reales.

## 2.2 RAZÓN CCR DE D.E.A.

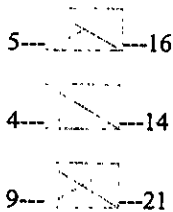
El modelo que se estudia en esta sección, fue desarrollado por los matemáticos Charnes, Cooper y Rhodes en 1978, se le conoce con el nombre de "Razón CCR de D.E.A." y se plantea de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Max } f_K(u, v) &= \frac{u^i Y^k}{v^j X^k} \\ \text{s.t.} \\ \frac{u^i Y^j}{v^j X^j} &\leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, n \\ u, v &\geq 0 \end{aligned}$$

Antes de desarrollar y aplicar el modelo, se tratará de ejemplificar sin su utilización, el cálculo de la eficiencia de una entidad con respecto a otra, mediante el uso de un modelo simple:

Suponga que se tienen tres fabricas A, B y C, las cuales producen el mismo tipo de detergente. Para su producción la fabrica A, emplea 5 kilos de químicos, B utiliza 4 kilos y C usa 9 kilos, produciendo 16, 14 y 21 kilos de detergente respectivamente.

El ejemplo se puede plantear de la siguiente manera:



Las entradas en este ejemplo se representan por la cantidad de químico que necesita cada fabrica para producir el detergente y las salidas por los kilos de detergente producido.

Una forma directa de medir la eficiencia de las fabricas, sería calculando que cantidad de detergente produce cada una por kilo de químico, esta es:

La fabrica A produce:  $16 / 5 = 3.2$  kilos de detergente por kilo de químico

La fabrica B produce:  $14 / 4 = 3.5$  kilos de detergente por kilo de químico

La fabrica C produce:  $21 / 9 = 2.33$  kilos de detergente por kilo de químico

Se puede decir que la fabrica B es eficiente con respecto a las fabricas A y C; mas aun, se pueden obtener los porcentajes de eficiencia de las fabricas A y C en comparación a la B:

Porcentaje de eficiencia de la fabrica A con respecto a la B:  $3.2 / 3.5 = 0.91$   
Porcentaje de eficiencia de la fabrica C con respecto a la B:  $2.33 / 3.5 = 0.67$

Este resultado se interpreta de la siguiente manera:

La fabrica A se ubica 9% por debajo de la producción de la fabrica B; y la fabrica C, esta 33% por debajo de la misma.

La duda que surge a partir del resultado anterior, es: ¿Cómo mejorar la producción de las fabricas A y C?

Si se supone que las tres fabricas trabajan a su máxima capacidad, y por lo tanto no es posible aumentar la producción, entonces lo que se debe tratar es disminuir la cantidad de químico utilizado, en la producción del detergente.

En virtud de que se aplica un modelo comparativo, las fabricas A y C deben disminuir la cantidad de químico necesaria, para que su producción por kilo de detergente, sea igual a la de B.

Por lo tanto, se tiene que la fabrica A, debe disminuir en un 9% la cantidad de químico utilizado para producir el detergente, y la fabrica C, debe disminuirlo en un 33%.

Cantidad de químico utilizado por la fabrica A \* .91 = 4.55

Cantidad de químico utilizado por la fabrica C \* .67 = 6.03

En resumen:

La fabrica A tendrá la misma eficiencia que la B, produciendo 16 kilos de detergente con 4.55 kilos de químico.

La fabrica A produciría:  $16 / 4.55 = 3.5$  kilos detergente por kilo de químico

La fabrica C tendrá la misma eficiencia que la B, produciendo 21 kilos de detergente con 6.03 kilos de químico.

La fabrica C produciría:  $21 / 6.03 = 3.5$  kilos detergente por kilo de químico

Este ejemplo es sencillo debido al numero de entradas y salidas que tiene, pero se complica a medida en que aumenta el número de entradas o salidas; por lo tanto, al aplicarse el método anterior, no-se encontraría un criterio consistente para decidir cual de las fabricas es más eficiente.

A continuación se explica y ejemplifica el modelo de la prueba CCR planteado al inicio de esta sección:

Suponga que se tienen  $j = 1, \dots, n$  entidades, llamadas **unidades de toma de decision** o **UTDs**. En el ejemplo anterior, las entidades son las fabricas cada una de ellas con un vector conocido de entradas “x”, y un vector conocido de salidas “y”.

Para representar las  $s$  **salidas** y  $m$  **entradas** se utilizan:

$$Y^j = \begin{pmatrix} y_{j1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{jr} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{js} \end{pmatrix} \quad X^j = \begin{pmatrix} x_{j1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{ji} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{jm} \end{pmatrix}$$

$$\text{Con } y_{jr} \geq 0, r = 1, \dots, s \quad , x_{ji} \geq 0, i = 1, \dots, m \quad \forall j = 1, \dots, n$$

Se introducirán vectores con  $s$  y  $m$  componentes respectivamente, llamados **multiplicadores virtuales** o **vectores de ponderación**:

$$u \geq 0; u \in \mathbb{R}^s \quad , v \geq 0; v \in \mathbb{R}^m$$

Por medio del modelo de la “Razón CCR”, se evalúa la eficiencia de cada una de las UTDs respecto a las otras:

$$\text{Max } f_k(u, v) = \frac{u' Y^k}{v' X^k}$$

s.t.

$$\frac{u' Y^j}{v' X^j} \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$u, v \geq 0$$

\*Donde  $u'$  y  $v'$  son los transpuestos de  $u$  y  $v$ .

En este planteamiento  $X_k$  y  $Y_k$  son los vectores de entrada y salida, para alguna de las  $j = 1, \dots, n$  UTDs, asimismo incorporadas en las restricciones

Por lo anterior se sabe que:

$$\text{Max } f_k(u, v) = \frac{u'Y^k}{v'X^k} \leq 1$$

Esta prueba se efectúa para cada una de las UTDs, por lo que el número de modelos a resolver será igual a la cantidad de UTDs que tenga el problema.

Se considera que una UTD es eficiente, si la razón del total de sus salidas ponderadas entre el total de sus entradas ponderadas, es mayor o igual, a una razón similar de salidas y entradas ponderadas, para cualquier otra UTD.

Lo anterior, se puede entender de la siguiente manera: para un conjunto dado de ponderaciones de entradas y salidas de alguna UTD, no existe otra UTD, que pueda transformar tan poca entrada en tanta salida.

Una duda inmediata es, ¿Cómo se deben seleccionar las ponderaciones, si no se pueden asignar valores unitarios a las entradas y salidas?. Es en esta interrogante donde se encuentra la base del modelo D.E.A., pues permite a cada UTD, seleccionar cualquier ponderación para cada entrada y salida, siempre que cumplan con las siguientes restricciones:

1. - Ninguna ponderación puede ser negativa.
2. - Las ponderaciones deben ser universales; es decir, cada UTD puede utilizar cualquier conjunto de ponderaciones para evaluar su razón, siempre y cuando dicha razón no exceda el valor 1.

A continuación se modela el ejemplo de las fábricas A, B y C con la prueba previamente expuesta.

Se resolverán tres modelos debido a que se cuenta con tres fabricas:

$$\text{Max } f_1(u,v) = \frac{16u}{5v}$$

s.t.

$$\frac{16u}{5v} \leq 1$$

$$\frac{14u}{4v} \leq 1$$

$$\frac{21u}{9v} \leq 1$$

$$u, v \geq 0$$

$$\text{Max } f_2(u,v) = \frac{14u}{4v}$$

s.t.

$$\frac{16u}{5v} \leq 1$$

$$\frac{14u}{4v} \leq 1$$

$$\frac{21u}{9v} \leq 1$$

$$u, v \geq 0$$

$$\text{Max } f_3(u,v) = \frac{21u}{9v}$$

s.t.

$$\frac{16u}{5v} \leq 1$$

$$\frac{14u}{4v} \leq 1$$

$$\frac{21u}{9v} \leq 1$$

$$u, v \geq 0$$

Aunque estos problemas son no-lineales, no son difíciles de resolver, ya que las funciones objetivo, están restringidas a ser menores o iguales que uno.

Asignando los valores:

$$u = \frac{1}{14}, v = \frac{1}{4}$$

Se obtiene:

$$f_1^*(u,v) = \frac{16u}{5v} = 9.14 \quad f_2^*(u,v) = \frac{14u}{4v} = 1 \quad f_3^*(u,v) = \frac{21u}{9v} = 0.67$$

Como ya se dijo, este ejemplo es relativamente sencillo. Sin embargo, para dar una idea clara, de que tanto se pueden complicar estos problemas se agregará una entrada más.

Supóngase que para la producción del detergente, las fabricas A, B y C, utilizan 3,6 y 7 empleados respectivamente:

$$(5,3) \text{---} \boxed{\quad} \text{---} 16$$

$$(4,6) \text{---} \boxed{\quad} \text{---} 14$$

$$(9,7) \text{---} \boxed{\quad} \text{---} 21$$

Para hacer evidente el hecho que en forma directa no se tiene una manera lógica para afirmar cual de las fabricas es eficiente, se tratará de resolver este nuevo ejemplo:

Ya se conoce la primera comparación:

La fabrica A produce:  $16 / 5 = 3.2$  kilos de detergente por kilo de químico

La fabrica B produce:  $14 / 4 = 3.5$  kilos de detergente por kilo de químico

La fabrica C produce:  $21 / 9 = 2.33$  kilos de detergente por kilo de químico

La segunda comparación esta dada por:

La fabrica A produce:  $16 / 3 = 5.33$  kilos de detergente por empleado

La fabrica B produce:  $14 / 6 = 2.33$  kilos de detergente por empleado

La fabrica C produce:  $21 / 7 = 3.00$  kilos de detergente por empleado

En este caso, la fabrica A es más eficiente, puesto que produce mayor cantidad de detergente por empleado.

Aquí es donde surge la interrogante entre cual de las fabricas es más eficiente; la B que produce mayor cantidad de detergente por kilo de químico, la A que tiene mayor producción por empleado. Dar respuesta a este tipo de problemas de forma directa o lógica no es evidente.

Asimismo, al modelo D.E.A. se le puede dar un enfoque gráfico para entenderlo mejor; a continuación se modelara el ejemplo 2 de manera gráfica:

En la siguiente tabla, se encuentran los cálculos obtenidos de dividir cada una de las entradas entre la salida, esto significa la cantidad que tiene la empresa de entrada por unidad de salida:

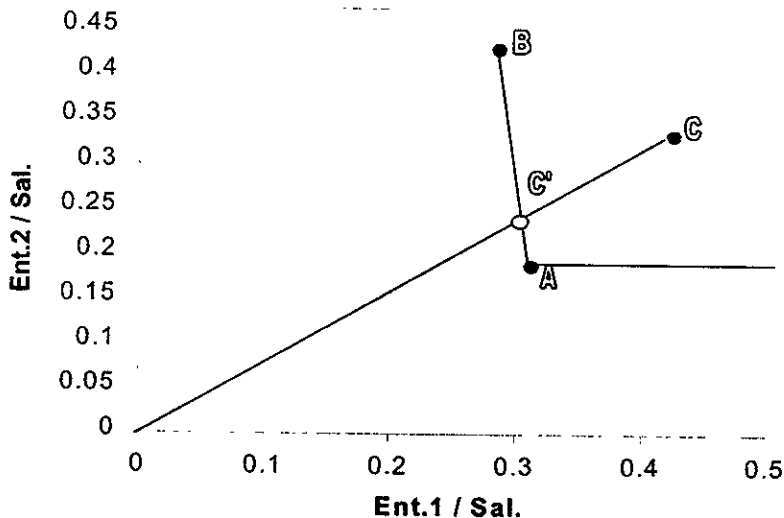
Tabla

Fabrica	Entrada 1 / salida	Entrada 2 / Salida
A	0.3125	0.1875
B	0.2857	0.4285
C	0.4257	0.3333

El siguiente paso es graficar cada uno de los cálculos obtenidos, como se observa a continuación:



GRAFICA I



Se dirá que cualquier UTD, que se encuentre mas abajo y a la izquierda de otra UTD, es más eficiente que esta ultima, ya que produce la misma salida, pero utilizando menor entrada.

En la gráfica, las fabricas A y B son eficientes, pues la que más abajo se encuentra es A, mientras que B es la que esta ubicada mas a la izquierda.

Lo anterior indica, que el origen seria la meta máxima de eficiencia para las UTDs.

Para construir la frontera de eficiencia se aplica el seguir método:

Suponga que se tiene una cuerda en el eje X, esta se sube paralelamente al mismo eje hasta tocar el primer punto, que en el ejemplo que se tiene es la fabrica A. Después, manteniendo de forma horizontal la porción derecha del primer punto de contacto de la cuerda, se sube la porción izquierda, hasta el primer punto de contacto, en este caso la fabrica B, o bien hasta que esta quede en posición vertical.

La frontera de eficiencia será entonces, la línea que une los puntos correspondientes a las fabricas A y B.

A partir de esta gráfica se puede definir la eficiencia de una UTD en términos de la posición que guarda con respecto a la frontera de eficiencia.

Para ejemplificar lo anterior, se toma el punto C y se obtiene el segmento de recta que une dicho punto con el origen. Este segmento corta, en el punto C', lo que hemos llamado la frontera de eficiencia. La eficiencia de la fábrica C, será entendida como la razón entre la distancia del origen a C' y la distancia del origen a C.

Se dirá que una UTD es eficiente si la razón previamente expuesta es igual a uno es decir, si la UTD se encuentra en la frontera de eficiencia.

El punto C' de la gráfica es de gran importancia, ya que corresponde a una UTD hipotética que debe ser tomada como modelo por la fábrica C, para lograr ser eficiente.

Ya que el punto C' se encuentra en la frontera de eficiencia, este se puede obtener como una combinación lineal de los puntos A y B, por lo que se establece que dichos puntos forman el conjunto de referencia para el punto C.

Lo anteriormente expuesto será explicado con mayor amplitud en el punto 5 de este capítulo.

Ahora se modelara el ejemplo 2 por medio de la razón CCR:

Max:

$$f_1(u, v) = \frac{16u}{5v_1 + 3v_2}$$

s.t.

$$\frac{16u}{5v_1 + 3v_2} \leq 1$$

$$\frac{14u}{4v_1 + 6v_2} \leq 1$$

$$\frac{21u}{9v_1 + 7v_2} \leq 1$$

$$u, v_1, v_2 \geq 0$$

Max:

$$f_2(u, v) = \frac{14u}{4v_1 + 6v_2}$$

s.t.

$$\frac{16u}{5v_1 + 3v_2} \leq 1$$

$$\frac{14u}{4v_1 + 6v_2} \leq 1$$

$$\frac{21u}{9v_1 + 7v_2} \leq 1$$

$$u, v_1, v_2 \geq 0$$

Max:

$$f_3(u, v) = \frac{21u}{9v_1 + 7v_2}$$

s.t.

$$\frac{16u}{5v_1 + 3v_2} \leq 1$$

$$\frac{14u}{4v_1 + 6v_2} \leq 1$$

$$\frac{21u}{9v_1 + 7v_2} \leq 1$$

$$u, v_1, v_2 \geq 0$$

Como se observa, este problema se complicó notablemente. Se puede resolver mediante métodos no-lineales, o por medio del enfoque de la programación lineal, mismo que se explica a continuación.

## 2.3 EL ENFOQUE DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL

Retomando el modelo de la razón CCR:

$$\text{Max } f_K(u, v) = \frac{u' Y^K}{v' X^K}$$

s.t.

$$\frac{u' Y^j}{v' X^j} \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$u, v \geq 0$$

Este problema no-lineal se puede transformar en lineal, aumentando y modificando algunas restricciones:

Aumentando la siguiente restricción:

$$v' X^K = 1$$

La función objetivo cambia a:

$$f_K(u, v) = u' Y^K$$

Por último la restricción:

$$\frac{u' Y^j}{v' X^j} \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

Se vuelve lineal:

$$u' Y^j - v' X^j \leq 0$$

Por lo tanto el problema inicial se ve transformado a:

Max:

$$f_K(u, v) = u' Y^K$$

s.t.

$$u' Y^j - v' X^j \leq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$v' X^K = 1$$

$$u, v \geq 0$$

Ya que el planteamiento previamente expuesto es lineal, su solución se puede obtener por medio del método simplex.

A continuación se modelaran los ejemplos anteriores mediante este nuevo enfoque:

El primer ejemplo se plantearía de la siguiente forma:

Fabrica A:	Fabrica B:	Fabrica C:
$Max f_A(u,v) = 14u$	$Max f_B(u,v) = 14u$	$Max f_C(u,v) = 21u$
s.t.	s.t.	s.t.
$16u - 5v \leq 0$	$16u - 5v \leq 0$	$16u - 5v \leq 0$
$14u - 4v \leq 0$	$14u - 4v \leq 0$	$14u - 4v \leq 0$
$21u - 9v \leq 0$	$21u - 9v \leq 0$	$21u - 9v \leq 0$
$5v = 1$	$4v = 1$	$9v = 1$
$u, v \geq 0$	$u, v \geq 0$	$u, v \geq 0$

Como se observa, en este ejemplo no es necesario utilizar el método simplex, ya que los modelos se pueden resolver, por medio del método gráfico para programación lineal, o como un sistema de desigualdades.

Resolviendo los modelos como sistemas de desigualdades:

Para la fabrica A se tiene:

$$v = \frac{1}{5}$$

Substituyendo este valor en las restricciones restantes:

$$u \leq \frac{1}{16}$$

$$u \leq \frac{2}{35} \quad \therefore u = \frac{2}{35}$$

$$u \leq \frac{9}{105}$$

$$\therefore Max f(u,v) = 914$$

Para la fabrica B se tiene:

$$v = \frac{1}{4}$$

Procediendo como en el modelo anterior:

$$u \leq \frac{5}{64}$$

$$u \leq \frac{1}{14} \quad \therefore u = \frac{1}{14}$$

$$u \leq \frac{9}{84}$$

$$\therefore \text{Max } f(u, v) = 1$$

Finalmente la fabrica C obtiene:

$$v = \frac{1}{9}$$

Procediendo como en el modelo anterior:

$$u \leq \frac{5}{144}$$

$$u \leq \frac{4}{126} \quad \therefore u = \frac{4}{126}$$

$$u \leq \frac{1}{21}$$

$$\therefore \text{Max} = .67$$

## 2.4 APLICACIÓN DEL MÉTODO SIMPLEX

Como se aprecia, el ejemplo previo no muestra de manera amplia las ventajas que el modelo ofrece; por lo que para destacar los alcances de esta herramienta se resolverá el ejemplo 2:

Para la fabrica A:

$$\text{Max } f_A(u, v) = 16u$$

s.t.

$$16u - 5v_1 - 3v_2 \leq 0$$

$$14u - 4v_1 - 6v_2 \leq 0$$

$$21u - 9v_1 - 7v_2 \leq 0$$

$$5v_1 + 3v_2 = 1$$

$$u, v_1, v_2 \geq 0$$

Para la fabrica B:

$$\text{Max } f_B(u, v) = 14u$$

s.t.

$$16u - 5v_1 - 3v_2 \leq 0$$

$$14u - 4v_1 - 6v_2 \leq 0$$

$$21u - 9v_1 - 7v_2 \leq 0$$

$$4v_1 + 6v_2 = 1$$

$$u, v_1, v_2 \geq 0$$

Para la fabrica C:

$$\text{Max } f_C(u, v) = 21u$$

s.t.

$$16u - 5v_1 - 3v_2 \leq 0$$

$$14u - 4v_1 - 6v_2 \leq 0$$

$$21u - 9v_1 - 7v_2 \leq 0$$

$$9v_1 + 7v_2 = 1$$

$$u, v_1, v_2 \geq 0$$

En este caso los tres problemas se deben resolver por medio del método simplex; a continuación se exhibe la última tabla de dicho método para cada uno de los modelos:

Tabla final de la fabrica A

	u	v1	v2	c1	c2	c3	b
v2	0	0	1	0.243	-0.278	0	0.021
u	1	0	0	0.063	0	0	0.063
c3	0	0	0	-0.924	-0.444	1	0.521
v1	0	1	0	-0.146	0.167	0	0.188
Fa	0	0	0	-1	0	0	1

$\therefore \text{Max } f_A = 1 \Rightarrow \text{eficiente}$

Tabla final de la fabrica B

	u	v1	v2	c1	c2	c3	b
u	1	0	0	0	0.071	0	0.071
v1	0	1	0	-0.333	0.381	0	0.214
c3	0	0	0	-1.444	0.151	1	0.595
v2	0	0	1	0.22	-0.254	0	0.024
Fb	0	0	0	0	-1	0	1

$\therefore \text{Max } f_B = 1 \Rightarrow \text{eficiente}$

Tabla final de la fabrica C

	u	v1	v2	c1	c2	c3	b
v2	0	0	1	0.239	-0.273	0	0.011
u	1	0	0	0.049	0.015	0	0.034
c3	0	0	0	-1.034	-0.318	1	0.284
v1	0	1	0	-0.186	0.212	0	0.102
Fc	0	0	0	-1.034	-0.318	0	0.716

$\therefore \text{Max } f_C = 0.716 \Rightarrow \text{ineficiente}$

Con estos resultados se puede constatar que tanto las fabricas A y B son eficientes, mientras que la C tiene una eficiencia del 71.6% con respecto a las anteriores.

Como ya se ha dicho, el D.E.A. además de estimar cantidades y fuentes de ineficiencia (en el ejemplo previo la cantidad de ineficiencia para la fabrica C es del 28.4%), tiene por objetivo encontrar los factores que la causan.

## 2.5 ENTRADAS Y SALIDAS IDEALES

A continuación se expone el método para encontrar las cantidades y fuentes de ineficiencia.

Recordando la teoría de dualidad en programación lineal, se sabe que para cada problema lineal existe un único problema dual, por lo que al problema lineal del D.E.A., se le asigna el siguiente problema dual:

$$(P) \quad \text{Max } f_K(u, v) = u'Y^K$$

s.t.

$$uY^j - vX^j \leq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$v'X^K = 1$$

$$Y^j \in R^S; X^j \in R^M \quad u, v \geq 0$$

$$(D) \quad \text{Min } q$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n p_j Y^j \geq Y^K$$

$$-\sum_{j=1}^n p_j X^j + q X^K \geq 0$$

$$Y^j \in R^S; X^j \in R^M \quad p_j \geq 0 \quad q \in \mathfrak{R}$$

Recuérdese que en el enfoque gráfico que se le dio al problema, las fabricas A y B constituían el conjunto de referencia para la fabrica C, y que el punto C' debía ser el modelo a seguir por la fabrica C. Asimismo, el punto C' era una combinación lineal de las fabricas A y B.

La finalidad de introducir las variables duales es identificar el conjunto de referencia para una UTD ineficiente, y al mismo tiempo proveer los multiplicadores necesarios para transformar a dicha UTD en eficiente.

Es necesario hacer notar que dichos multiplicadores, son los coeficientes requeridos para encontrar al punto C' como combinación lineal de las fabricas A y B.

Se llamara **Conjunto de Referencia** de la UTD ineficiente, al conjunto:

$$R_k = \{j : p_j^* > 0\}$$

Donde el subíndice k se refiere a la UTD ineficiente.

El conjunto de referencia indica cuales son las UTDs eficientes, que formarán la combinación lineal apropiada para que la UTD ineficiente, se transforme en eficiente.

Por medio de este resultado, también se pueden obtener las entradas y salidas ideales para transformar la UTD ineficiente, en eficiente:

$$X^{iK} = \sum_{j \in R_k} p_j X^j \quad Y^{iK} = \sum_{j \in R_k} p_j Y^j$$

Por lo tanto la importancia de conocer las variables duales es decir, las  $P_j$ 's, reside en que estas proporcionan los coeficientes requeridos para encontrar la UTD hipotética, como combinación lineal de algunas UTDs eficientes. En otras palabras, generar una UTD que se encuentre en la frontera de eficiencia.

Asimismo, dichas fórmulas dan la posibilidad de localizar fuentes y cantidades de ineficiencia y poder transformar en eficiente a una UTD, usando las mejores combinaciones de las UTD's eficientes.

Una observación matemática interesante, que se encuentra con respecto a las entradas y salidas ideales, es la siguiente:

$$X^K = \sum_{j \in R_k} p_j X^j = \sum_{j=1}^n p_j^* X^j \leq q^* X^j < X^K$$

$$Y^{iK} = \sum_{j \in R_k} p_j Y^j = \sum_{j=1}^n p_j^* Y^j \geq Y^K$$

Con estos resultados se asegura que las entradas para la UTD ideal, serán estrictamente menores a las que anteriormente tenía, y además que con estas nuevas entradas podrá generar al menos igual cantidad de salida de la que producía.

Por lo tanto, el análisis del problema dual permite saber como cada UTD ineficiente debe ajustar sus entradas y salidas para volverse eficiente. Además de proveer una UTD que nunca incrementará sus entradas, ni decrecerá sus salidas.

La primera afirmación se cumple debido al siguiente lema:

*Lema:*  $0 < q \leq 1$

*Demostracion:*

*Se sabe que para  $u^*, v^*$  optimos:*

$$u^* Y^K \leq v^* X^K = 1 \Rightarrow u^* Y^K \leq 1;$$

*Como  $u^* Y^K$  es la funcion objetivo para el problema primal  $\Rightarrow$  para el problema dual  $q \leq 1$ .*



Ahora, si  $q^* = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n p_j^* X^j \leq 0$ , esto implica:

$p_j^* = 0$  ya que por hipótesis  $X^j > 0$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^n p_j^* Y^j = 0. \quad \therefore 0 \geq Y^k$$

lo cual lleva a una contradicción pues por hipótesis  $Y^k > 0$ .

Por lo tanto para encontrar las fuentes de ineficiencia de alguna de las UTDs no eficientes, bastara con resolver el problema dual, para posteriormente construir el conjunto de referencia, por medio de las  $P_j$ 's óptimas.

Enseguida se resolverán los problemas duales para cada uno de los ejemplos desarrollados:

Para el primer ejemplo, los modelos duales quedarían establecidos de la siguiente forma:

Dual I Fabrica A

$$\begin{aligned} & \text{Min} \cdot q \\ & \text{s.t.} \\ & 16P_1 + 14P_2 + 21P_3 \geq 16 \\ & -5P_1 - 4P_2 - 9P_3 + 5q \geq 0 \\ & P_j \geq 0 \quad q \in \mathfrak{R} \end{aligned}$$

Dual I Fabrica B

$$\begin{aligned} & \text{Min} \cdot q \\ & \text{s.t} \\ & 16P_1 + 14P_2 + 21P_3 \geq 14 \\ & -5P_1 - 4P_2 - 9P_3 + 4q \geq 0 \\ & P_j \geq 0 \quad q \in \mathfrak{R} \end{aligned}$$

Dual I Fabrica C

$$\begin{aligned} & \text{Min} \cdot q \\ & \text{s.t.} \\ & 16P_1 + 14P_2 + 21P_3 \geq 21 \\ & -5P_1 - 4P_2 - 9P_3 + 9q \geq 0 \\ & P_j \geq 0 \quad q \in \mathfrak{R} \end{aligned}$$

Al resolver los planteamientos anteriores por medio del método simplex, se obtienen los siguientes valores óptimos:

Fabrica A

$$\begin{aligned} P_1^* &= 0 \\ P_2^* &= 1.143 \\ P_3^* &= 0 \\ q^* &= 0.914 \\ \text{Min} \cdot q = \text{Max} \cdot f &= 914 \end{aligned}$$

Fabrica B

$$\begin{aligned} P_1^* &= 0 \\ P_2^* &= 1 \\ P_3^* &= 0 \\ q^* &= 1 \\ \text{Min} \cdot q = \text{Max} \cdot h &= \end{aligned}$$

Fabrica C

$$\begin{aligned} P_1^* &= 0 \\ P_2^* &= 1.5 \\ P_3^* &= 0 \\ q^* &= 0.667 \\ \text{Min} \cdot q = \text{Max} \cdot g &= 667 \end{aligned}$$

Los conjuntos de referencia para las fabricas A y C, estarán dados por los siguientes conjuntos:

$$R_a = \{ 2 \} \quad ; R_c = \{ 2 \}$$

A continuación, por medio de los elementos de estos dos conjuntos, se construyen las entradas y salidas ideales, para que cada UTD no-eficiente se torne eficiente.

Para la Fabrica A, las entradas y salidas ideales son:

$$X^{a'} = \sum_{j \in R_a} p_j X^j = p_2 X^2 = 1.143 * 4 = 4.572$$

$$Y^{a'} = \sum_{j \in R_a} p_j Y^j = p_2 Y^2 = 1.143 * 14 = 16$$

Para la Fabrica C, las entradas y salidas ideales son:

$$X^{c'} = \sum_{j \in R_c} p_j X^j = p_2 X^2 = 1.5 * 4 = 6$$

$$Y^{c'} = \sum_{j \in R_c} p_j Y^j = p_2 Y^2 = 1.5 * 14 = 21$$

Con estas nuevas entradas y salidas, las fabricas A y C obtienen una eficiencia del 100% y se vuelven igual de eficientes como la fabrica B.

A continuación se resolverá el segundo ejemplo; los modelos quedan planteados de la siguiente forma:

Dual 2 Fabrica A

Min  $q$

s.t.

$$16P_1 + 14P_2 + 21P_3 \geq 16$$

$$-5P_1 - 4P_2 - 9P_3 + 5q \geq 0$$

$$-3P_1 - 6P_2 - 7P_3 + 3q \geq 0$$

$$P_j \geq 0 \quad q \in \mathfrak{R}$$

Dual 2 Fabrica B

Min  $q$

s.t.

$$16P_1 + 14P_2 + 21P_3 \geq 14$$

$$-5P_1 - 4P_2 - 9P_3 + 4q \geq 0$$

$$-3P_1 - 6P_2 - 7P_3 + 6q \geq 0$$

$$P_j \geq 0 \quad q \in \mathfrak{R}$$

Dual 2 Fabrica C

Min  $q$

s.t.

$$16P_1 + 14P_2 + 21P_3 \geq 21$$

$$-5P_1 - 4P_2 - 9P_3 + 9q \geq 0$$

$$-3P_1 - 6P_2 - 7P_3 + 7q \geq 0$$

$$P_j \geq 0 \quad q \in \mathcal{R}$$

Finalmente, se exhibe la última tabla del método simplex para cada uno de los modelos:

Tabla final para la fabrica A

	p1	p2	p3	q	c1	c2	c3	b
p1	1	0.875	1.313	0	-0.063	0	0	1
q	0	-1.125	-1.021	1	-0.063	0	-0.333	1
c2	0	-6	-2.667	0	0	1	-1.667	0
z	0	-1.125	-1.021	0	-0.063	0	-0.333	1

$$\therefore \text{Min } Z_a = q = 1$$

Tabla final para la fabrica B

	p1	p2	p3	q	c1	c2	c3	b
p2	0	1	-0.151	0	-0.071	-0.381	0.254	1
q	0	0	-595	1	-0.071	-0.214	-0.024	1
p1	1	0	1.444	0	0	0.333	-0.222	0
z	0	0	-0.595	0	-0.071	-0.214	-0.024	1

$$\therefore \text{Min } Z_b = q = 1$$

Tabla final para la Fabrica C

	p1	p2	p3	q	c1	c2	c3	b
p1	1	0.875	1.313	0	-0.063	0	0	1
q	0	-1.125	-1.021	1	-0.063	0	-0.333	1
c2	0	-6	-2.667	0	0	1	-1.667	0
z	0	-1.125	-1.021	0	-0.063	0	-0.333	1

$$\therefore \text{Min } Z_c = q = 0.716$$

Nota: Los índices 1, 2 y 3 pertenecen a las fabricas A, B y C.

El conjunto de referencia de la fabrica C, que es la única ineficiente, esta dado por:

$$R_c = \{ p_1, p_2 \}$$

Por lo tanto, las entradas y salidas ideales para la fabrica C quedarían:

$$X^c = \sum_{j \in R_c} p_j X^j = p_1 X^1 + p_2 X^2 = (5,3)1.034 + (4,6)0.318 = (6.442, 5.01)$$

$$Y^c = \sum_{j \in R_c} p_j Y^j = p_1 Y^1 + p_2 Y^2 = (1.034 * 16) + (.318 * 14) \approx 21$$

El nuevo diagrama para la fabrica C es:

$$(6.442, 5.01) \text{---} \boxed{\phantom{000000}} \text{---} 21$$

El siguiente teorema asegura, que con las nuevas entradas y salidas, la UTDc se torna eficiente.

*Teorema: Una UTD que corre con los entradas y salidas ideales,  $Y^K$  y  $X^K$ , es eficiente.*

*Demostracion:*

*Tomando la forma canonica para los problemas primal y dual:*

Primal	Dual
$Max \ c'x$	$Min \ b'y$
<i>s.t</i>	<i>s.t</i>
$Ax \leq b$	$A'y \geq c$
$x \geq 0$	$y \geq 0$

*Ahora  $x^*$  y  $y^*$  se relacionan de la siguiente forma:*

$$c \leq A'y^* \Rightarrow c'x^* \leq (A'y^*)'x^* = (Ax^*)y^* \leq b'y^* = c'x$$

*De lo anterior, surgen las condiciones complementarias:*

$$\langle A'y^*, x^* \rangle - \langle c, x^* \rangle = 0 \Rightarrow \langle A'y^* - c, x^* \rangle = 0 \quad \dots\dots(1)$$

$$\langle Ax^*, y^* \rangle - \langle b, y^* \rangle = 0 \Rightarrow \langle Ax^* - b, y^* \rangle = 0 \quad \dots\dots(2)$$

Aplicando la condicion complementaria (1) al problema:

$$\left\langle v^*, \left[ -\sum_{J=1}^n p_J^* X^J + q^* X^K \right] \right\rangle = 0$$

De donde :

$$q^* \langle v^*, X^K \rangle = \sum_{J=1}^n p_J^* \langle v^*, X^J \rangle$$

De la segunda condicion complementaria se obtiene:

$$p_J^* [\langle u^*, Y^J \rangle - \langle v^*, X^J \rangle] = 0$$

De aqui:

$$\forall j \in R_K \Rightarrow p_j^* > 0; \quad \langle u^*, Y^J \rangle = \langle v^*, X^J \rangle$$

Definiendo:

$$\bar{u} = \frac{u^*}{q^*}, \quad \bar{v} = \frac{v^*}{q^*}$$

$$\langle u^*, Y^J \rangle \leq \langle v^*, X^J \rangle \Rightarrow \langle \bar{u}, Y^J \rangle \leq \langle \bar{v}, X^J \rangle$$

Aplicando el resultado (2) al problema primal en su forma no – lineal se tiene:

$$\frac{\langle u^*, Y^K \rangle}{\langle v^*, X^K \rangle} = \frac{\sum_{J \in R_K} p_J \langle u^*, Y^J \rangle}{\sum_{J \in R_K} p_J \langle v^*, X^J \rangle} = 1$$

$$\therefore \langle u^*, Y^K \rangle = \langle v^*, X^K \rangle \Rightarrow \langle \bar{u}, Y^K \rangle = \langle \bar{v}, X^K \rangle$$

Para finalizar bastara probar que  $\langle \bar{v}, X^K \rangle = 1$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \langle \bar{v}, X^K \rangle &= \frac{1}{q} \langle v^*, X^{K'} \rangle, \dots \text{por definicion de } \bar{v}. \\ &= \frac{1}{q} \sum_{j \in R_K} p_j \langle v^*, X^j \rangle, \dots \text{por definicion de } X^K. \\ &= \frac{1}{q} \sum_{j=1}^n p_j^* \langle v^*, X^j \rangle, \dots \text{pues } p_j^* = 0 \text{ si } p_j^* \notin R_j. \\ &= \frac{1}{q} \cdot [q^* \langle v^*, X^K \rangle], \dots \text{por dualidad.} \\ &= \langle v^*, X^K \rangle = 1, \dots \text{por restriccion del problema primal.}\end{aligned}$$

Se ha probado que con las nuevas entradas y salidas el valor de la funcion objetivo para la UTD en cuestion es 1, lo cual la vuelve eficiente.

## 2.6 COMENTARIOS ADICIONALES

El D.E.A. tiene un valor informativo de gran significado por las siguientes razones:

- Indica la eficiencia de cada UTD respecto a las otras UTDs de la muestra, lo que permite al analista identificar las UTDs con mas necesidad de atencion, y los rubros posibles de mejorar.
- Cuando una UTD no es eficiente, D.E.A. muestra un subconjunto de UTDs perfectamente eficientes, llamado anteriormente "conjunto de referencia", y un conjunto de multiplicadores asociados, variables duales, que ayudan a formular estrategias administrativas para el mejoramiento de dicha UTD.
- Las variables duales permiten construir una UTD teorica o hipotetica, que utiliza menos de cada entrada, para producir al menos tanta salida como la UTD ineficiente. A esta nueva UTD le es asignada una eficiencia perfecta, si usa las mismas ponderaciones de entrada y salida que la UTD ineficiente.
- D.E.A. provee una matriz de eficiencias cruzadas, la cual puede ayudar a identificar UTDs que son eficientes pero que usan una mezcla de entradas y producen una mezcla de salidas muy distinta a la mayoria de las otras. Estas UTDs pueden ser vistas como disidentes.

Hasta aqui la teoria del modelo D.E.A. Las aplicaciones de este son enormes como ya se ha dicho, lo cual lo convierte en una herramienta util para cualquier tipo de empresa, ya sea esta lucrativa o no.

### 3 APLICACIÓN DE LAS RAZONES FINANCIERAS

En los capítulos siguientes se desarrollaran en forma practica los elementos teóricos explicados anteriormente.

Para este fin, se optó por estudiar el comportamiento de un subsector comercial, específicamente el de las principales cadenas de tiendas de autoservicio, quienes se dedican a la venta al detalle de productos básicos y de consumo generalizado, en el país. Las cadenas objeto de este análisis cotizan en la bolsa mexicana de valores y son: Cifra, Comercial Mexicana, Gigante, Soriana y Chedraui.

La información corresponde a los periodos de 1995 y 1996.

#### 3.1 Método de las Razones Financieras

Para la aplicación del primer método, se muestra el Estado Financiero de cada cadena de tiendas de autoservicio; posteriormente, se obtienen sus razones financieras, para comparar cada resultado obtenido, con el promedio que prevalece en el sector.

##### ESTADOS FINANCIEROS 1995

Concepto*	Cifra	Comercial	Gigante	Soriana	Chedraui	Promedio
Activo Total	20168143	10017702	9290869	5789528	3119469	9677142.34
Activo Circ.	6189365	2485420	3101811	1250779	1035158	2812506.67
Inventario	2457834	1476912	1829119	711083	588784	1412746.49
C.xCobrar	\	\	\	\	\	\
Activo Fijo	11931776	7347387	5896007	4533111	1855834	6312823.14
Pasivo Total	4695208	4830950	4644251	1540681	1152553	3372728.61
Pasivo Circ.	4651904	3244361	3740491	1434116	881485	2790471.46
Capital Cort.	15472935	5185752	4646618	4248847	1965951	6304220.73
Ingresos	\	\	\	\	\	\
Costo Ventas	20168143	11220879	11980151	6385810	3422764	10635549.48
Gastos Oper.	4211437	2608747	3046951	1325535	646184	2367770.99
Costo Fin.	1474793	185467	415211	323927	50235	489926.66
Utilidad Neta	1979704	966917	524538	717031	182737	868185.5
Utilidad Oper.	1091019	553542	196116	468725	110232	483926.97
Ventas	25758142	14383168	15223218	8180070	7426062	14194332.07

\* Las cifras del Estado Financiero para las cadenas de autoservicio están expresadas en miles de pesos para ambos periodos.

\*\*Fuentes: Asociación Nacional de Tiendas de Autoservicio y Detallistas

## ESTADOS FINANCIEROS 1996

Concepto*	Cifra	Comercial	Gigante	Soniana	Chadraui	Proradio
Activo Total	19801077	8952247	9798986	5700380	3275338	9506606.6
Activo Circ.	6851249	3447431	3304665	1273879	1284189	3232280.6
Inventario	2558719	1797538	1830698	654891	684380	1505245.2
CxCóbrar	455865	120360	995016	39640	361732	394522.6
Activo Fijo	11798261	5410046	6107718	4405961	1847142	5913825.6
Pasivo Total	5671947	3786916	4372242	1592112	1221007	3328844.8
Pasivo Circ.	5629338	2957228	4706444	1445582	1173813	3182481
Capital Cont.	14129130	5165331	5426744	4108268	2054331	6176760.8
Ingresos	27615113	13813346	15416194	6505557	4480594	13566160.8
Costo Ventas	21607578	10857399	12151263	5047507	3668879	10566525.2
Gastos Oper.	4473743	2492662	3121545	1188908	690935	2393558.6
Costo Fin.	645536	49296	58243	22165	16578	158363.6
Utilidad Neta	2001811	466621	153456	253621	132177	601537.2
Utilidad Oper.	1533793	463285	143387	269142	120781	506077.6
Ventas	23250869	13737526	14199942	8648823	7918000	13551082

En las siguientes tablas se exponen los resultados de las razones financieras de las empresas en cuestión.

Tabla 1

**CIFRA**  
**RAZONES FINANCIERAS**

Razon Financiera	Periodo 1995	Periodo 1996	Porcentaje de Variacion
Razon Circulante	1.331	1.217	-0.085
Razon de Endeudamiento	0.233	0.286	0.230
Gigante Rotacion del Inventario	10.480	9.087	-0.133
Rotacion de Activos Totales	1.277	1.174	-0.081
Margen de Utilidad	0.077	0.086	0.120



Tabla 2

COMERCIAL MEXICANA  
RAZONES FINANCIERAS

Razon Financiera	Periodo 1995	Periodo 1996	Porcentaje de Variacion
Razon Circulante	0.766	1.166	0.522
Razon de Endeudamiento	0.482	0.423	-0.123
Gigante Rotacion del Inventario	9.739	7.642	-215
Rotacion de Activos Totales	1.436	1.535	0.069
Margen de Utilidad	0.065	0.034	-0.479

Tabla 3

GIGANTE  
RAZONES FINANCIERA

Razon Financiera	Periodo 1995	Periodo 1996	Porcentaje de Variacion
Razon Circulante	0.829	0.702	-0.153
Razon de Endeudamiento	0.500	0.446	-0.107
Gigante Rotacion del Inventario	8.323	7.757	-0.068
Rotacion de Activos Totales	1.639	1.449	-0.116
Margen de Utilidad	0.034	0.011	-0.686

Tabla 4

SORIANA  
RAZONES FINANCIERAS

<b>Razon Financiera</b>	<b>Periodo 1995</b>	<b>Periodo 1996</b>	<b>Porcentaje de Variacion</b>
Razon Circulante	0.872	0.881	0.010
Razon de Endeudamiento	0.266	0.279	0.050
Gigante Rotacion del Inventario	11.504	13.207	0.148
Rotacion de Activos Totales	1.413	1.517	0.074
Margen de Utilidad	0.088	0.029	-0.665

Tabla 5

CHEDRAUI  
RAZONES FINANCIERAS

<b>Razon Financiera</b>	<b>Periodo 1995</b>	<b>Periodo 1996</b>	<b>Porcentaje de Variacion</b>
Razon Circulante	1.174	1.094	-0.068
Razon de Endeudamiento	0.369	0.373	0.009
Gigante Rotacion del Inventario	12.613	11.570	-0.083
Rotacion de Activos Totales	2.381	2.417	0.016
Margen de Utilidad	0.025	0.017	-0.322

Finalmente, la Tabla 6 expresa las razones financieras promedio de estas 5 tiendas de autoservicio. Los resultados que se obtengan, permitirán hacer una comparación del estado en que se encuentra cada una, respecto al “nivel promedio”, que guarda el conjunto de ellas.

TABLA 6

RAZONES FINANCIERAS PROMEDIO  
(Cifra, Comercial Mexicana, Gigante, Soriana, Chedraui)

Razon Financiera	Periodo 1995	Periodo 1996	Porcentaje de Variacion
Razon Circulante	1.008	1.016	0.008
Razon de Endeudamiento	0.349	0.350	0.005
Gigante Rotacion del Inventario	10.047	9.003	-0.104
Rotacion de Activos Totales	1.467	1.426	-0.028
Margen de Utilidad	0.061	0.044	-0.274

Cabe señalar, que el promedio de los porcentajes de variación entre los dos periodos, estuvo marcado por dos tendencias: la primera, un aumento prácticamente desechable en las dos primeras razones, y la segunda, una disminución considerable en las restantes.

A continuación, se comienza el análisis comparativo de las razones financieras para cada una de las empresas.

### 3.1.1 RAZÓN CIRCULANTE.

En síntesis, como se sabe, esta razón mide la solvencia que tiene una empresa en el corto plazo, para enfrentar sus deudas.

El promedio obtenido en este rubro fue de 1.01 en 1995, y 1.02 en 1996, esto se interpreta, que las empresas serán eficientes si pueden cubrir la totalidad de sus deudas en el corto plazo.

Respecto a esta razón, Cifra es la más eficiente en ambos periodos, con un nivel muy superior al promedio en el sector, a pesar de haber disminuido su liquidez, 8.52%, de un periodo a otro; no obstante, con estas cifras es capaz de hacer frente a sus deudas, a corto plazo.

Chedraui le sigue en cuanto a eficiencia en este rubro; al igual que Cifra; no tendrá problemas para solventar sus deudas en el corto plazo, las cifras para ambas cadenas son similares, pues Chedraui disminuyo también su liquidez aunque en menor porcentaje.

Con respecto a la Comercial Mexicana, fue la empresa menos eficiente en el periodo 1995 ubicándose muy por debajo del promedio; sin embargo para 1996 mostró una recuperación, al incrementar su razón circulante en mas del 50% con respecto a 1995. Este aumento se debe a que en dicho periodo los activos circulantes aumentaron considerablemente, porque no contrajo pasivos de corto plazo.

Soriana quedo ubicada en el cuarto lugar seguida por Gigante. Estas cadenas reflejan ser las más ineficientes en este rubro; Ambas, deberían tratar de aumentar sus activos circulantes puesto que si se presentara una dificultad a corto plazo, no podrán fácilmente sufragar sus deudas. Nótese que esta situación es mucho mas delicada para la cadena de tiendas de autoservicio Gigante. Otra observación con respecto a esta razón, es que ambas cadenas se encuentran mucho mas endeudadas en el corto plazo que sus competidoras, lo que puede desalentar a sus inversionistas.

Es importante hacer notar que para el periodo de 1995, Soriana, Gigante y Comercial Mexicana, estuvieron muy por debajo del promedio que arroja el sector; esto debido, a que las otras dos cadenas de tiendas, tuvieron una razón mucho más alta que las restantes. En 1996, únicamente la empresa Comercial Mexicana revierte esta tendencia.

Por otra parte, el ligero aumento que se observa del periodo 1995 al periodo 1996, se debió principalmente a que los activos circulantes de todas las cadenas de tiendas de autoservicio aumentaron, y solo los pasivos de Cifra y Chedraui, se incrementaron.

### 3.1.2 RAZÓN DE ENDEUDAMIENTO

Se recuerda que esta razón mide los activos totales de la empresa en proporción a su deuda total.

El promedio obtenido para las cadenas de tiendas de autoservicio, con respecto a esta razón, es, 34.85% y 35.02% para los periodos de 1995 y 1996 respectivamente, por lo que, las empresas serán eficientes con respecto al promedio, si les debe a sus acreedores menos del 35%, de sus activos.

Con respecto a esta razón, se aprecia que la empresa más eficiente es Cifra, en el periodo 1995, pues el 76.72% de los activos de la empresa pertenecen a los propietarios. No obstante, para el siguiente periodo, la participación de los acreedores aumentó en 23.04%, ubicándola en el segundo lugar de eficiencia, por debajo de Soriana.

Soriana, también podría ser la más eficiente ya que tuvo un desempeño constante con respecto a su deuda, menos del 28% para ambos periodos, cifra que se ubica considerablemente por debajo del promedio en el sector. El incremento fue menor al 5%, de un periodo a otro. Debido a esta situación, los propietarios de la empresa Soriana no tendrán dificultades para atraer inversionistas u obtener prestamos.

La siguiente empresa en eficiencia en esta comparación es Chedraui, quien a pesar de encontrarse arriba del promedio, tiene una diferencia es mínima, por lo que tampoco tendrá problemas para atraer capitales.

En tanto que, la Comercial Mexicana y Gigante, esta ultima con mayor gravedad, están en una situación critica, puesto que no solo se encuentran muy por encima del promedio, sino que serian poco atractivas para los inversionistas, comparándolas con las tres empresas previamente analizadas.

Por ultimo es importante notar, que el promedio del sector, tuvo un incremento mínimo, menor al 0.5%, entre los periodos de estudio; situación que puede acreditarse, a que la crisis que afecto al país a partir de 1994 desactivo la inversión tanto nacional como extranjera, y provoco una contracción en la demanda en el consumo de las familias; esta cifra contradice la versión gubernamental de que la inversión había aumentado significativamente.

### 3.1.3 RAZÓN DE ROTACIÓN DEL INVENTARIO

Esta razón financiera indica, si los niveles de inventario que las empresas mantienen son eficientes o no, puesto que el exceso de estos se considera como una inversión improductiva.

El promedio obtenido para esta razón en los periodos 1995 y 1996, fue de 10.047 y 9.002. Esto implica que las empresas tendrán que tener niveles de inventario bajos, para que estas sean eficientes.

La empresa Soriana se ubica como la más eficiente, de acuerdo a esta razón. A pesar de tener una rotación de 11.5 veces para el periodo 1995, en el cual obtuvo el segundo lugar, gracias al aumento de más del 14% para el siguiente periodo, se colocó no solo arriba del promedio, sino también de sus competidoras, con una rotación mayor a 13 veces.

En segundo lugar se tiene a la cadena Chedraui que, no obstante haberse ubicado como la más eficiente en el periodo 1995, tuvo una variación negativa entre ambos periodos, un decrecimiento aproximado del 8.2%, que la situó por debajo de Soriana; sin embargo por encima del promedio en ambos periodos.

Aunque la rotación de los inventarios para estas empresas fue muy alta, estos niveles pueden ser engañosos debido a que esta razón, se obtiene como el cociente entre las ventas y los inventarios, lo que puede implicar que las ventas sean altas, debido a que las mercancías se venden a precios excesivos.

Cifra, a pesar de tener niveles considerablemente por debajo de las empresas Soriana y Chedraui, se ubicó en el tercer lugar de eficiencia, con respecto a esta razón, y en ambos periodos por encima del promedio. El lugar obtenido por esta empresa puede estar relacionado con el volumen de ventas manejado, ya que Cifra es mucho más grande en comparación a Soriana y Chedraui.

Al igual que en la razón anterior, las cadenas Comercial Mexicana y Gigante no solo fueron ineficientes con respecto al promedio, sino que su rotación del inventario tuvo niveles muy por debajo de las otras tres empresas. Su situación es crítica, pues ambas han sido ineficientes en todas las razones ya expuestas, sobre todo para Gigante, que es la más ineficiente en todos los rubros.

Por último, al analizar el promedio que obtuvo el sector para los dos periodos es interesante notar, que hubo un decremento mayor al 10%, lo que puede estar relacionado a que la crisis de 1994 se agudizó en 1996 por lo que las ventas disminuyeron considerablemente, y consecuentemente los niveles de inventario aumentaron.

### 3.1.4 RAZON DE ROTACION DE ACTIVOS TOTALES

En este caso, el promedio en el sector para ambos periodos fue rebasado por Chedraui, Soriana, Gigante y Comercial Mexicana.

Respecto a esta razón financiera, la empresa Chedraui, destacó como la más eficiente; se ubicó en ambos periodos muy por encima del promedio.

Por lo que se refiere a las empresas: Soriana, Gigante y Comercial Mexicana, tuvieron un desempeño muy similar en cuanto a esta razón, lo que hace difícil diferenciar cual de ellas fue la mejor.

Así, en el periodo 1995, la ubicación de estas empresas fue de la siguiente forma: en el primer lugar de eficiencia quedo Gigante, con una rotación aproximada de 1.64, seguida por Comercial Mexicana y a continuación Soriana. En cambio, en el periodo posterior la empresa Comercial Mexicana, que obtuvo una razón superior a 1.5, se ubicó por encima de Gigante y Soriana.

Para decidir cual de estas empresas fue más eficiente en forma global, con respecto a esta razón, se obtuvo el promedio entre los dos periodos, obteniendo el siguiente lugar de eficiencia: Gigante, Comercial Mexicana y finalmente Soriana.

Por otra parte, Cifra fue la más ineficiente, pues como ya se menciono se situó por debajo del promedio y de sus competidoras, en ambos periodos, en contraste con las razones anteriores, donde fue la más eficiente.

Destaca el hecho de que esta es la primera razón en la que la empresa Gigante, no se ubicó como la más ineficiente. Pero al igual que Cifra, que es globalmente la más eficiente, no obstante su deficiente desempeño en esta razón, Gigante continua siendo la más ineficiente, desde el mismo punto de vista global.

Finalmente, el promedio en el sector, disminuyó alrededor de 2.8%; esto puede estar relacionado a que en el periodo 1996, las ventas disminuyeron. Debido a lo árido en la información con respecto a esta razón es difícil hacer un análisis mas profundo.

### 3.1.5 RAZON DE MARGEN DE UTILIDAD

Es posible que de las razones financieras previamente analizadas la razón de margen de utilidad sea la más importante, ya que los inversionistas y propietarios desean que esta sea lo mas alta posible, para obtener mayores utilidades.

El promedio con respecto a esta razón financiera, es relativamente bajo: 6.1% y 4.4% en los periodos de estudio; es decir, las empresas no tuvieron grandes ganancias en ambos periodos, y el decremento que tuvo el promedio entre los dos periodos fue muy grande.

Para el primer periodo, la empresa Soriana fue la mejor ubicada con respecto a esta razón, y se encuentra muy por encima del promedio, con una utilidad del 9%, cifra que la empresa Cifra pudo alcanzar en el siguiente periodo. Esta utilidad tan significativa de Soriana con respecto a las demás empresas, sufrió un decremento del 67%, en 1996 lo que no le permite ubicarse como la más eficiente.

Cifra, que hasta el momento ha sido la empresa más eficiente de manera global, se ubica en ambos periodos por arriba del promedio; sobresale la utilidad del 9% que obtuvo para el segundo periodo, es decir, mas de una vez por encima del promedio, lo que la coloca como la mejor elección, de entre sus competidoras.

Cabe hacer notar, que la empresa Cifra fue la única que tuvo crecimiento en sus utilidades de un periodo al otro, 12%, mientras que todas sus competidoras tuvieron decrementos considerables, este punto refuerza la confianza para los inversionistas.

Asimismo, debido a que en el periodo 1996 la empresa Cifra tuvo una utilidad muy superior a todas las demás empresas, obligó al promedio a ser tan elevado, que ninguna otra empresa lo pudo alcanzar.

Comercial Mexicana, estuvo en el primer periodo ligeramente por encima del promedio, pero al igual que Soriana, tuvo un decremento del 48%, ubicándose por debajo del promedio en el periodo 1996, con tan solo un 3.3% de margen de utilidad. Lo anterior coloca a esta empresa, como la tercera en eficiencia.

Las empresas Chedraui y Gigante fueron las peor situadas; Chedraui ocupó el cuarto lugar en eficiencia, a pesar de ubicarse, en el periodo 1995, un punto porcentual por debajo de la empresa Gigante, quien tuvo un margen de utilidad del 3%; sin embargo su decremento fue menor, 32%, contra 66%, de Gigante en el siguiente periodo.

Estos datos refuerzan el comentario de que la situación de la empresa Gigante, es crítica, pues además de que la utilidad que le produce a sus propietarios e inversionistas es muy baja, en la mayoría de las razones financieras se ubica como la empresa más ineficiente.



A excepción de la empresa Cifra, que fue la única que tuvo un incremento en sus utilidades de un periodo a otro, es evidente, que las demás cadenas de tiendas de autoservicio, disminuyeron sus ganancias en forma significativa de un periodo a otro.

Lo anterior también se relaciona con la crisis que sufrió el país en ambos periodos, propiciando el alza de precios en los diferentes productos de las empresas.

Por medio de los Estados Financieros de las empresas se ve que, aunque la caída en las ventas no fue tan drástica de un periodo a otro, la utilidad neta sufrió un descenso considerable. La interpretación que surge de este punto, es que los costos de ventas de las empresas se incrementaron, disminuyendo la utilidad obtenida por las empresas.

### **3.2 ANÁLISIS GLOBAL**

Dos puntos son evidentes: el primero, que la empresa más eficiente es Cifra, que muestra mayor margen de utilidad, y la que mejor puede hacer frente a sus deudas en el corto plazo, y que al mismo tiempo es la que menores deudas posee. El segundo punto es que la cadena Gigante, a pesar de ser considerada como una empresa fuerte, fue la menos eficiente en la mayoría de las razones analizadas.

Respecto a las empresas Comercial Mexicana, Chedraui y Soriana, es difícil decidir, cual de las tres fue mas o menos eficiente, pues como ya mencionó anteriormente, no se tiene un criterio definido para hacerlo; se puede decir que Soriana y Comercial Mexicana están mejor ubicadas que Chedraui, ya que su margen de utilidad fue mucho mayor en ambos periodos; pero al mismo tiempo, Chedraui es la que mejor puede enfrentar sus deudas.

Debido a que Soriana fue la mas constante, de entre las empresas arriba mencionadas, pues tuvo el mayor margen de utilidad, no tiene niveles excesivos de inventario y su deuda fue menor a las restantes, se clasifica como la segunda empresa en eficiencia.

Comercial Mexicana ocupa el tercer lugar en eficiencia, seguida por Chedraui. Aunque estas dos empresas, tuvieron un desempeño similar, se eligió a la empresa Comercial Mexicana como más eficiente, debido al mayor margen de utilidad que ofrece.

En el siguiente cuadro de eficiencia 1, se ilustra la ubicación global, definida anteriormente para las empresas en cuestión; la ubicación se da, de más eficiente a menos eficiente:

# CUADRO DE EFICIENCIA I

Eficiencia	Empresa
1	Cifra
2	Soriana
3	Comercial Mexicana
4	Chedraui
5	Gigante

Por último, es necesario aclarar que posiblemente otras personas tengan un criterio distinto con respecto al cuadro anterior, y por lo mismo consideren que cierta empresa es más eficiente que otra. Esto se debe a que no hay un criterio que unifique las decisiones.

Se hace notar que por medio de este método, se elige a una empresa como la más eficiente, y no existe un criterio que informe si dos o más empresas son iguales de eficientes.

Asimismo, este método no informa sobre las fuentes y cantidades de ineficiencia de la empresa.

Los problemas planteados anteriormente pueden ser resueltos por medio del método D.E.A.

## 4 APLICACIÓN DEL MÉTODO D.E.A.

Como se menciona al inicio del estudio, el método D.E.A. encuentra fuentes y cantidades de ineficiencia, si es que estas existen, entre un conjunto de entidades, UTDs, que poseen entradas y salidas, que son comunes y cuantificables para todas ellas.

El primer cuestionamiento para el analista, es: ¿Que tipo de entradas y salidas son realmente significativos para el análisis que se llevara a cabo?

En el ejemplo que se desarrollara de las cadenas de tiendas de autoservicio se ha decidido utilizar como entradas:

### 4.1 ENTRADAS

- El número de locales con que cuentan las cadenas de tiendas de autoservicio, entendiendo lo anterior como la infraestructura con la que operan los grupos cuya actividad sea específicamente comercial, es decir, se excluye la infraestructura ocupada por oficinas, plantas e inmobiliarias.
- El área de ventas es la superficie en metros cuadrados donde se efectúan las ventas.
- El número de empleados que se contabilizaron son los registrados como funcionarios, empleados y obreros.
- Los gastos totales que tuvieron las empresas durante los periodos que se analizan, y se entienden como la suma de los costos de las ventas totales, mas los gastos generados para efectuar esas ventas. Esta entrada esta expresada en miles de pesos.

Respecto a estas entradas, es necesario apuntar lo siguiente:

Para el Grupo Cifra, en la entrada de número de locales se le contabilizaron las tiendas Almacenes Aurrera, Bodegas Aurrera, Superama, Suburbia, Vips, Sam's Club y Wal-Mart Supercenter y, para el caso de la entrada de área de ventas se excluyó a Vips por que de acuerdo con la información con que se cuenta, consideran como unidad de medida el número de asientos, lo cual no es compatible con los metros cuadrados que se usan en las tiendas de autoservicio.

Para la empresa Comercial Mexicana, con respecto a la entrada de número de locales se contabilizó Comercial Mexicana, Bodegas Comercial Mexicana, Mega Comercial, Sumesa, Price Club, Hipermercado y Restaurantes California; al igual que en el caso de Grupo Cifra se excluyó a los Restaurantes California de la entrada de área de ventas.

Finalmente, para el Grupo Gigante se sumaron a la entrada de número de locales las tiendas Gigante, BodegaG, Carrefour, SuperG, Toks, Office Depot, Radio Shack y SuperMart; los restaurantes Toks se excluyeron de la entrada de área de ventas, por la misma razón.

A continuación se exhiben los cuadros de entradas para las empresas en cuestión:

**CUADRO DE ENTRADAS 1995**

<b>Cadena Comercial</b>	<b>Numero de Locales</b>	<b>Area de Ventas</b>	<b>Numero de Empleados</b>	<b>Gastos totales</b>
Cifra	352	1,199,917	47,129	24,866,589
Comercial Mexicana	174	836,734	26,185	13,829,626
Gigante	272	869,733	30,648	15,027,102
Soriana	53	423,000	16,397	7,711,345
Chedraui	25	182,315	6,913	4,068,949

**CUADRO DE ENTRADAS 1996**

<b>Cadena Comercial</b>	<b>Numero de Locales</b>	<b>Area de Ventas</b>	<b>Numero de Empleados</b>	<b>Gastos totales</b>
Cifra	365	1,264,134	49,510	22,159,850
Comercial Mexicana	173	842,711	26,039	13,325,927
Gigante	280	839,671	30,703	13,863,218
Soriana	58	461,383	17,344	8,044,751
Chedraui	28	193,723	7,918	4,359,814

## 4.2 SALIDAS

Las salidas que se escogieron, ya se definieron con anterioridad y son las siguientes:

- Las ventas totales
- La utilidad neta
- La rotación del inventario

CUADRO DE SALIDAS 1995

Empresa	Ventas	Utilidad	Rotacion del Inventario
Cifra	25,759,142	1,979,704	10.48
Comercial Mexicana	14,383,168	936,917	9.739
Gigante	15,223,218	524,538	8.323
Soriana	8,180,070	717,031	11.504
Chedraui	7,426,062	182,737	12.613

CUADRO DE SALIDAS 1996

Empresa	Ventas	Utilidad	Rotacion del Inventario
Cifra	23,250,869	2,001,811	9.087
Comercial Mexicana	13,737,526	466,621	7.642
Gigante	14,199,942	153,456	7.757
Soriana	8,648,823	253,621	13.207
Chedraui	7,918,000	132,177	11.57

Los modelos a resolver quedan planteados de la siguiente forma:

Cifra 1995

$$\text{Max } 25759142u_1 + 1979704u_2 + 10.48u_3$$

s.t.

$$25759142u_1 + 1979704u_2 + 10.48u_3 - 352v_1 - 1199917v_2 - 47129v_3 - 2486658v_4 \leq 0$$

$$14383168u_1 + 936917u_2 + 9.74u_3 - 174v_1 - 836734v_2 - 26185v_3 - 13829626v_4 \leq 0$$

$$15223218u_1 + 524538u_2 + 8.32u_3 - 272v_1 + 869733v_2 + 30648v_3 + 15027102v_4 \leq 0$$

$$8180070u_1 + 717031u_2 + 11.50u_3 - 53v_1 - 423000v_2 - 16397v_3 - 7711345v_4 \leq 0$$

$$7426062u_1 + 182737u_2 + 12.61u_3 - 25v_1 - 182315v_2 - 6913v_3 - 4068949v_4 \leq 0$$

$$352v_1 + 1199917v_2 + 47129v_3 + 2486658v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

Comercial Mexicana 1995

$$\text{Max } 14383168u_1 + 936917u_2 + 9.74u_3$$

s.t.

$$25759142u_1 + 1979704u_2 + 10.48u_3 - 352v_1 - 1199917v_2 - 47129v_3 - 2486658v_4 \leq 0$$

$$14383168u_1 + 936917u_2 + 9.74u_3 - 174v_1 - 836734v_2 - 26185v_3 - 13829626v_4 \leq 0$$

$$15223218u_1 + 524538u_2 + 8.32u_3 - 272v_1 + 869733v_2 + 30648v_3 + 15027102v_4 \leq 0$$

$$8180070u_1 + 717031u_2 + 11.50u_3 - 53v_1 - 423000v_2 - 16397v_3 - 7711345v_4 \leq 0$$

$$7426062u_1 + 182737u_2 + 12.61u_3 - 25v_1 - 182315v_2 - 6913v_3 - 4068949v_4 \leq 0$$

$$174v_1 + 836734v_2 + 26185v_3 + 13829626v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

### Gigante 1995

$$\text{Max } 15223218u_1 + 524538u_2 + 8.32u_3$$

s.t.

$$25759142u_1 + 1979704u_2 + 10.48u_3 - 352v_1 - 1199917v_2 - 47129v_3 - 2486658v_4 \leq 0$$

$$14383168u_1 + 936917u_2 + 9.74u_3 - 174v_1 - 836734v_2 - 26185v_3 - 13829626v_4 \leq 0$$

$$15223218u_1 + 524538u_2 + 8.32u_3 - 272v_1 + 869733v_2 + 30648v_3 + 15027102v_4 \leq 0$$

$$8180070u_1 + 717031u_2 + 11.50u_3 - 53v_1 - 423000v_2 - 16397v_3 - 7711345v_4 \leq 0$$

$$7426062u_1 + 182737u_2 + 12.61u_3 - 25v_1 - 182315v_2 - 6913v_3 - 4068949v_4 \leq 0$$

$$272v_1 + 869733v_2 + 30648v_3 + 15027102v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

### Soriana 1995

$$\text{Max } 8180070u_1 + 717031u_2 + 11.5u_3$$

s.t.

$$25759142u_1 + 1979704u_2 + 10.48u_3 - 352v_1 - 1199917v_2 - 47129v_3 - 2486658v_4 \leq 0$$

$$14383168u_1 + 936917u_2 + 9.74u_3 - 174v_1 - 836734v_2 - 26185v_3 - 13829626v_4 \leq 0$$

$$15223218u_1 + 524538u_2 + 8.32u_3 - 272v_1 + 869733v_2 + 30648v_3 + 15027102v_4 \leq 0$$

$$8180070u_1 + 717031u_2 + 11.50u_3 - 53v_1 - 423000v_2 - 16397v_3 - 7711345v_4 \leq 0$$

$$7426062u_1 + 182737u_2 + 12.61u_3 - 25v_1 - 182315v_2 - 6913v_3 - 4068949v_4 \leq 0$$

$$53v_1 + 423000v_2 + 16397v_3 + 7711345v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

$$\text{Max } 7426062u_1 + 182737u_2 + 12.61u_3$$

s.t.

$$25759142u_1 + 1979704u_2 + 10.48u_3 - 352v_1 - 1199917v_2 - 47129v_3 - 2486658v_4 \leq 0$$

$$14383168u_1 + 936917u_2 + 9.74u_3 - 174v_1 - 836734v_2 - 26185v_3 - 13829626v_4 \leq 0$$

$$15223218u_1 + 524538u_2 + 8.32u_3 - 272v_1 + 869733v_2 + 30648v_3 + 15027102v_4 \leq 0$$

$$8180070u_1 + 717031u_2 + 11.50u_3 - 53v_1 - 423000v_2 - 16397v_3 - 7711345v_4 \leq 0$$

$$7426062u_1 + 182737u_2 + 12.61u_3 - 25v_1 - 182315v_2 - 6913v_3 - 4068949v_4 \leq 0$$

$$25v_1 + 182315v_2 + 6913v_3 + 4068949v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

A continuación se muestran, en el cuadro de eficiencia 2 los resultados del modelo expuesto:

CUADRO DE EFICIENCIA 2

Eficiencia	Empresa
1.000	Cifa
1.000	Soriana
0.890	Comercial Mexicana
1.000	Chedraui
0.618	Gigante



Ahora se resolverá el modelo para el periodo 1996:

Cifra 1996:

$$\text{Max } 23250869u_1 + 2001811u_2 + 9.087u_3$$

s.t.

$$23250869u_1 + 2001811u_2 + 9.087u_3 - 365v_1 - 1264134v_2 - 49510v_3 - 22159850v_4 \leq 0$$

$$13737526u_1 + 466621u_2 + 7.642u_3 - 173v_1 - 842711v_2 - 26039v_3 - 13325927v_4 \leq 0$$

$$14199942u_1 + 153456u_2 + 7.757u_3 - 280u_1 - 839671v_2 - 30703v_3 - 13863218v_4 \leq 0$$

$$8648823u_1 + 253621u_2 + 13.207u_3 - 58v_1 - 461383v_2 - 17344v_3 - 8044751v_4 \leq 0$$

$$7918000u_1 + 132177u_2 + 11.57u_3 - 28v_1 - 193723v_2 - 7918v_3 - 4359814v_4 \leq 0$$

$$365v_1 + 1264134v_2 + 49519v_3 + 22159850v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

Comercial Mexicana 1996:

$$\text{Max } 13737526u_1 + 466621u_2 + 7.642u_3$$

s.t.

$$23250869u_1 + 2001811u_2 + 9.087u_3 - 365v_1 - 1264134v_2 - 49510v_3 - 22159850v_4 \leq 0$$

$$13737526u_1 + 466621u_2 + 7.642u_3 - 173v_1 - 842711v_2 - 26039v_3 - 13325927v_4 \leq 0$$

$$14199942u_1 + 153456u_2 + 7.757u_3 - 280u_1 - 839671v_2 - 30703v_3 - 13863218v_4 \leq 0$$

$$8648823u_1 + 253621u_2 + 13.207u_3 - 58v_1 - 461383v_2 - 17344v_3 - 8044751v_4 \leq 0$$

$$7918000u_1 + 132177u_2 + 11.57u_3 - 28v_1 - 193723v_2 - 7918v_3 - 4359814v_4 \leq 0$$

$$173v_1 + 842711v_2 + 26039v_3 + 13325927v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

Gigante 1996:

$$\text{Max } 14199942u_1 + 153456u_2 + 7.757u_3$$

s.t.

$$23250869u_1 + 2001811u_2 + 9.087u_3 - 365v_1 - 1264134v_2 - 49510v_3 - 22159850v_4 \leq 0$$

$$13737526u_1 + 466621u_2 + 7.642u_3 - 173v_1 - 842711v_2 - 26039v_3 - 13325927v_4 \leq 0$$

$$14199942u_1 + 153456u_2 + 7.757u_3 - 280u_1 - 839671v_2 - 30703v_3 - 13863218v_4 \leq 0$$

$$8648823u_1 + 253621u_2 + 13.207u_3 - 58v_1 - 461383v_2 - 17344v_3 - 8044751v_4 \leq 0$$

$$7918000u_1 + 132177u_2 + 11.57u_3 - 28v_1 - 193723v_2 - 7918v_3 - 4359814v_4 \leq 0$$

$$280v_1 + 839671v_2 + 30703v_3 + 13863218v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

Soriana 1996:

$$\text{Max } 8648823u_1 + 253621u_2 + 13.207u_3$$

s.t.

$$23250869u_1 + 2001811u_2 + 9.087u_3 - 365v_1 - 1264134v_2 - 49510v_3 - 22159850v_4 \leq 0$$

$$13737526u_1 + 466621u_2 + 7.642u_3 - 173v_1 - 842711v_2 - 26039v_3 - 13325927v_4 \leq 0$$

$$14199942u_1 + 153456u_2 + 7.757u_3 - 280u_1 - 839671v_2 - 30703v_3 - 13863218v_4 \leq 0$$

$$8648823u_1 + 253621u_2 + 13.207u_3 - 58v_1 - 461383v_2 - 17344v_3 - 8044751v_4 \leq 0$$

$$7918000u_1 + 132177u_2 + 11.57u_3 - 28v_1 - 193723v_2 - 7918v_3 - 4359814v_4 \leq 0$$

$$58v_1 + 461383v_2 + 17344v_3 + 8044751v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

Chedraui 1996:

$$\text{Max } 7918000u_1 + 132177u_2 + 1157u_3$$

s.t.

$$23250869u_1 + 2001811u_2 + 9.087u_3 - 365v_1 - 1264134v_2 - 49510v_3 - 22159850v_4 \leq 0$$

$$13737526u_1 + 466621u_2 + 7.642u_3 - 173v_1 - 842711v_2 - 26039v_3 - 13325927v_4 \leq 0$$

$$14199942u_1 + 153456u_2 + 7.757u_3 - 280u_1 - 839671v_2 - 30703v_3 - 13863218v_4 \leq 0$$

$$8648823u_1 + 253621u_2 + 13.207u_3 - 58v_1 - 461383v_2 - 17344v_3 - 8044751v_4 \leq 0$$

$$7918000u_1 + 132177u_2 + 1157u_3 - 28v_1 - 193723v_2 - 7918v_3 - 4359814v_4 \leq 0$$

$$28v_1 + 193723v_2 + 7918v_3 + 4359814v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

A continuación se exhibe el cuadro de eficiencia 3, que muestra el valor máximo alcanzado para cada uno de los modelos:

CUADRO DE EFICIENCIA 3

Eficiencia	Empresa
1.000	Cifra
1.000	Soriana
0.676	Comercial Mexicana
1.000	Chedraui
0.564	Gigante

En el siguiente cuadro de eficiencia "Global" se muestran los resultados para cada período, además de incluir una columna con el porcentaje de variación de eficiencia de un período a otro.

CUADRO DE EFICIENCIA GLOBAL

<b>Empresa</b>	<b>Eficiencia 95</b>	<b>Eficiencia 96</b>	<b>Variacion</b>
Cifra	1.000	1.000	0.00%
Comercial Mexicana	0.890	0.676	-24.04%
Gigante	0.618	0.564	-8.74%
Soriana	1.000	1.000	0.00%
Chedraui	1.000	1.000	0.00%

En este cuadro de eficiencia global, resalta la tendencia negativa de dos empresas en el porcentaje de variación; por lo que surge el siguiente cuestionamiento: ¿Es esta la verdadera variación que tuvieron las empresas de un periodo a otro?

Esta duda es más fácil de resolver si se agrupa la información de ambos periodos y se trata a las 5 empresas como distintas para cada uno de los periodos. En otras palabras convertimos las 5 empresas en 10 y aplicamos el método del D.E.A. para cada una de ellas.

Enseguida se expone el primer modelo a resolver, los demás modelos son idénticos con excepción de la función objetivo y la última restricción:

$$\text{Max } 25759142u_1 + 1979704u_2 + 10.48u_3$$

s.t.

$$25759142u_1 + 1979704u_2 + 10.48u_3 - 352v_1 - 1199917v_2 - 47129v_3 - 2486658v_4 \leq 0$$

$$14383168u_1 + 936917u_2 + 9.74u_3 - 174v_1 - 836734v_2 - 26185v_3 - 13829626v_4 \leq 0$$

$$15223218u_1 + 524538u_2 + 8.32u_3 - 272v_1 + 869733v_2 + 30648v_3 + 15027102v_4 \leq 0$$

$$8180070u_1 + 717031u_2 + 11.50u_3 - 53v_1 - 423000v_2 - 16397v_3 - 7711345v_4 \leq 0$$

$$7426062u_1 + 182737u_2 + 12.61u_3 - 25v_1 - 182315v_2 - 6913v_3 - 4068949v_4 \leq 0$$

$$23250869u_1 + 2001811u_2 + 9.087u_3 - 365v_1 - 1264134v_2 - 49510v_3 - 22159850v_4 \leq 0$$

$$13737526u_1 + 466621u_2 + 7.642u_3 - 173v_1 - 842711v_2 - 26039v_3 - 13325927v_4 \leq 0$$

$$14199942u_1 + 153456u_2 + 7.757u_3 - 280u_1 - 839671v_2 - 30703v_3 - 13863218v_4 \leq 0$$

$$8648823u_1 + 253621u_2 + 13.207u_3 - 58v_1 - 461383v_2 - 17344v_3 - 8044751v_4 \leq 0$$

$$7918000u_1 + 132177u_2 + 11.57u_3 - 28v_1 - 193723v_2 - 7918v_3 - 4359814v_4 \leq 0$$

$$352v_1 + 1199917v_2 + 47129v_3 + 2486658v_4 = 1$$

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, v_4 \geq 0$$

En el cuadro de eficiencia 4 se exponen los resultados obtenidos para los modelos anteriormente expuestos.

Empresa 95	Eficiencia 95	Empresa	Eficiencia 96	Variacion
Cifra	1	Cifra	0.979	-2.10%
Comercial Mexicana	0.89	Comercial Mexicana	0.625	-29.78%
Gigante	0.618	Gigante	0.561	-9.22%
Soriana	1	Soriana	0.621	-37.90%
Chedraui	1	Chedraui	1.000	0.00%

#### 4.4 INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Estos resultados son muy interesantes para llevar a cabo un análisis.

En primer lugar destaca el hecho de que la cadena Soriana al aplicar el modelo en los periodos 95 y 96, tuvo una eficiencia perfecta; pero al aplicar el modelo conjunto para ambos periodos no solo se volvió ineficiente, sino que también fue la que tuvo mayor variación de un periodo a otro; de no haber aplicado él ultimo modelo, esta información no se tendría y podría pensarse que la cadena Soriana '96 era eficiente.

Asimismo, es interesante notar que la cadena Cifra, en principio la mas fuerte, también observo una variación negativa entre los dos periodos analizados, esto quiere decir que su desempeño empeoró de un periodo a otro. Cabe señalar que este comportamiento no se hubiese podido detectar con los modelos anteriores, ya que en el cuadro de eficiencia global la variación que tiene esta empresa es nula.

Con respecto a las empresas Comercial Mexicana y Gigante, se observa que la variación real de un periodo a otro es mayor a la que se había obtenido anteriormente, por lo tanto las medidas para mejorar dichas empresas deben ser más drásticas de lo que serían, si solo se tomara en cuenta los resultados del cuadro de eficiencia 3.

Por lo tanto, el cuadro de eficiencia 4, permite encontrar el verdadero desempeño que tienen estas empresas con respecto a ellas mismas en ambos periodos; es decir, informa si mejoraron, empeoraron o permanecieron igual de un año a otro, y al encontrar las entradas y salidas ideales se asegura que las empresas serán eficientes global y periódicamente.. Por el contrario los cuadros anteriores, solo muestran la eficiencia de una empresa con respecto a las demás y para un solo periodo.

Asimismo, por medio del ultimo modelo se encontraran las entradas y salidas ideales, para que las empresas ineficientes alcancen la eficiencia perfecta.

Vale la pena apuntar que lo que se desea es mejorar las empresas que en el periodo '96 se mostraron ineficientes; con el fin de que en el siguiente periodo, es decir en el '97, sus fuentes de ineficiencia sean cero.

#### 4.5 ENTRADAS Y SALIDAS IDEALES

Recordando que, para encontrar las entradas y salidas ideales se necesitan obtener los conjuntos de referencia de cada una de las UTDs ineficientes, a continuación se exponen dichos conjuntos, para las empresas en las cuales se tiene interés en mejorar, es decir, las que son ineficientes en el periodo '96.

El conjunto de referencia es de la forma:

$$R_k = \{j: P_j^* > 0\}$$

En el siguiente cuadro se encuentran los conjuntos de referencia para las empresas en cuestión.

Empresa	Conjunto de Referencia
Cifa '96	Sor.'95 y Ched.'95
Comercial Mexicana '96	Sor.'95 y Ched.'95
Gigante '96	Ched.'95
Soriana '96	Sor.'95 y Ched.'95

Cabe hacer notar que las empresas que forman los conjuntos de referencia: Soriana '95 y Chedraui '95, corresponden a las variables duales:

$$Soriana '95 = P_9, \quad Chedraui '95 = P_{10}$$

Con los siguientes valores:

Empresa	Variables duales
Cifra '96	$P_9 = 2.773, P_{10} = 0.0774$
Comercial Mexicana '96	$P_9 = 0.249, P_{10} = 1.575$
Gigante '96	$P_{10} = 1.912$
Soriana '96	$P_9 = .076, P_{10} = 1.078$

Una vez encontradas las variables duales para cada empresa ineficiente, se procederá a calcular las entradas y salidas ideales para cada una de ellas:

Entradas y Salidas ideales para Cifra '96:

$$X'_0 = \sum_{j \in R_{Cifra'96}} P_j * X_j = P_9 * X_9 + P_{10} * X_{10}$$

$$= 2.773 (53, 423000, 16397, 7711345) + .0774 (25, 182315, 6913, 4068949)$$

En el siguiente cuadro se encuentra el resultado de cada uno de estos productos y la suma total:

$P_9 * X_9$	$P_{10} * X_{10}$	<i>Ideal</i>
146.969	1.935	149
1172979	14111.181	1187090
45468.881	535.0662	46004
21383560	314936.65	21698496

Estas cifras indican que Cifra '96 para ser eficiente debe disminuir su número de locales de 365 a 149, el área de ventas de 1,264,134 a 1,187,090, el número de empleados de 49,510 a 46,004 y finalmente los gastos totales de 22,159,850 a 21,698,496.

$$Y'_0 = \sum_{j \in R_{Cifra'96}} P_j * Y_j = P_9 * Y_9 + P_{10} * Y_{10}$$

$$= 2.773 (8180070, 717031, 115) + 0.0774 (7426062, 182737, 12.6)$$

De la misma manera en que se expresaron las entradas ideales a continuación se muestran las salidas ideales:

$P_9 * Y_9$	$P_{10} * Y_{10}$	<i>Ideal</i>
22683334	574777.2	2358111
1988327	14143.844	2002471
31.8895	0.097524	33

Las salidas ideales que Cifra '96 obtendrá con la implementaron de las entradas



ideales serán: Ventas de 23,258,111 en lugar de 23,250,869; Utilidad de 2,002,471 contra 2,001,811 y finalmente aumentara la rotación del inventario de 9.087 a 33.

Nota1: Los resultados para las empresas restantes se expresaran de la forma en que se han expuesto para la cadena anterior.

Entradas y Salidas ideales para Comercial Mexicana '96:

$$X'_0 = \sum_{j \in R_{C.Mex.96}} P_j * X_j = P_9 * X_9 + P_{10} * X_{10}$$

$$= 0.249 ( 53, 423000, 16397, 7711345 ) + 1.575 ( 25, 182315, 6913, 4068949 )$$

$P_9 * X_9$	$P_{10} * X_{10}$	<i>Ideal</i>
13.97	39.375	53
105327	287146.13	392473
4082.853	10887.975	14971
1920124.9	6408594.7	8328720

Comercial Mexicana '96 para ser eficiente debe disminuir el número de locales de 173 a 53, el área de ventas de 842,711 a 392,473, el numero de empleados de 26,039 a 14,971 y finalmente los gastos totales de 13,325,927 a 8,328,720.

$$Y'_0 = \sum_{j \in R_{C.Mex.96}} P_j * Y_j = P_9 * Y_9 + P_{10} * Y_{10}$$

$$= 249 ( 8180070, 717031, 11.5 ) + 1.575 ( 7426062, 182737, 12.6 )$$

Las salidas ideales correspondientes a las ventas y a la utilidad, de Comercial Mexicana '96, no sufrieron transformación alguna. Por lo tanto la única salida que debe mejorar es la de rotación del inventario, que variara de 7.642 a 23.

$P_9 * Y_9$	$P_{10} * Y_{10}$	<i>Ideal</i>
2036837.4	11696048	13732885
178540.72	287810.78	466351
2.8635	19.845	23

Entradas y Salidas ideales para Gigante '96:

$$X'_0 = \sum_{j \in R_{Gig'96}} P_j * X_j = P_{10} * X_{10}$$

$$= 1.912 ( 25, 182315, 6913, 4068949 )$$

$P_{10} * X_{10}$	<i>Ideal</i>
47.8	48
348586.2	348586
13217.65	13218
7779830.5	7779830

Al igual que las dos cadenas anteriores, Gigante '96 debe disminuir drásticamente el numero de locales, de 280 a 48, el área de ventas de 842,711 a 348,586, el numero de empleados de 30,703 a 13,218 y los gastos totales en que incurre de 13,863,218 a 7,779,830.

$$Y'_0 = \sum_{j \in R_{Gig'96}} P_j * Y_j = P_{10} * Y_{10}$$

$$= 1.912 ( 7426062, 182737, 12.6 )$$

$P_{10} * Y_{10}$	<i>Ideal</i>
14198631	14198631
349393.14	349393
24.0912	24

Gigante '96 no sufrirá cambio alguno en las ventas pero en lo que se refiere a la utilidad, esta aumentara de 153,456 a 349,393 y la rotación del inventario de 7.757 a 24.

Entradas y Salidas ideales para Soriana '96:

$$X'_0 = \sum_{j \in R_{Sor'96}} P_j * X_j = P_9 * X_9 + P_{10} * X_{10}$$

$$= 0.076 ( 53, 423000, 16397, 7711345 ) + 1.078 ( 25, 182315, 6913, 4068949 )$$

$P_9 * X_9$	$P_{10} * X_{10}$	<i>Ideal</i>
4.028	26.95	31
32148	196535.57	228684
1246.172	7452.214	8698
586062.2	4386327	4972389

Finalmente Soriana '96 deberá disminuir el número de locales de 58 a 31, el área de ventas de 461,383 a 228,684, el número de empleados de 17,344 a 8,698 y los gastos totales de 8,044,751 a 4,972,389.

$$Y'_0 = \sum_{j \in R_{Sor'96}} P_j * Y_j = P_9 * Y_9 + P_{10} * Y_{10}$$

$$= .076 (8180070, 717031, 11.5) + 1.078 (7426062, 182737, 12.6)$$

$P_9 * Y_9$	$P_{10} * Y_{10}$	<i>Ideal</i>
621685.32	8005294.8	8626980
54494.356	196990.49	251485
0.874	13.5828	14

Soriana '96 únicamente debe aumentar la rotación del inventario de 13.207 a 14 para que sus salidas sean ideales.

#### 4.6 CONSIDERACIONES SOBRE LA APLICACIÓN DEL MODELO

Con la obtención de las entradas y salidas ideales se termina el capítulo de aplicación del modelo D.E.A., y por lo tanto resta hacer notar ciertos puntos al respecto:

1. - La decisión de que tipo de entradas y salidas tomar en cuenta para llevar a cabo el análisis del D.E.A., es sumamente importante puesto que conforme varíe dicha información, variara la eficiencia de las entidades en cuestión.

Por ello es necesario, que las entradas y salidas sean determinadas no-solo por el analista, sino a su vez por personas bien informadas acerca del ramo que se tiene pensado analizar, para que de la información seleccionada, se obtengan los rubros más importantes y significativos.

2. - Como se explicó al inicio del capítulo fundamentos teóricos del modelo D.E.A., las entradas y salidas ideales son una herramienta teórica, para que las unidades de toma de decisión que son ineficientes, se conviertan en 100% eficientes.

Esas entradas y salidas ideales pueden ser realmente difíciles de aplicar en el campo real, es decir, que no se puedan ejecutar los cambios exactos que el modelo propone, debido a factores externos a él. No obstante esta limitación, la información encontrada es importante ya que señala las fuentes de ineficiencia que se tienen.

Gracias a la información que generan las entradas y salidas ideales, el analista conjuntamente con los interesados en la eficiencia de las unidades de toma de decisión, pueden encontrar las mejoras factibles para la entidad, aunque no se cumpla exactamente con los requerimientos teóricos.

Finalmente, siempre es importante encontrar las entradas y salidas ideales, ya que por mínimo que sea el mejoramiento real de la entidad, este se reflejara en un ahorro para ella.

3. - Para obtener resultados precisos con respecto a la eficiencia de las UTDs, es necesario contar con un buen programa computacional, ya que de otra forma las soluciones obtenidas pueden ser erróneas, lo que llevaría a efectuar cambios incorrectos en dichas entidades.

### 5 CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES

Una vez analizados los dos métodos en que se baso la elaboración de esta tesis, es importante hacer notar los siguientes puntos:

Las razones financieras permiten obtener una visión global del desempeño que tiene una entidad; la desventaja que se encuentra, es que esta visión se efectúa de manera individual.

Debido al punto anterior, no se puede realizar una comparación entre entidades, verdaderamente eficaz o real, ya que los criterios de eficiencia pueden variar, dependiendo no solo de la situación de la empresa en un momento dado, sino también de como se encuentra el entorno de la misma.

Ante esto, el D.E.A. surge como una herramienta valiosa para efectuar comparaciones de eficiencia entre empresas o entidades del mismo rubro, con el mismo tipo de entradas y salidas.

Un importante cuestionamiento que se deriva directamente de la afirmación anterior es: ¿Que tipo de entradas y salidas se debe incluir en el modelo?.

Cabe señalar que en este sentido, surge un punto a favor para hacer un análisis con las razones financieras, debido a que la información necesaria para efectuarlo esta bien especificada.

Sin embargo, volviendo al cuestionamiento previo, de que entradas y salidas incluir se encuentra que:

- Durante la obtención de la información para la aplicación del modelo, es lógico pensar que se puede recabar un gran numero de entradas y salidas, por lo tanto es necesario evitar todas aquellas que no tengan una importancia significativa en el rubro al que pertenece.

Omitir esta selección, puede generar que los resultados obtenidos por medio del D.E.A. no reflejen resultados exactos; es decir, que informen que algunas empresas sean eficientes cuando en realidad no lo son, o viceversa.

Ya que los resultados que genera el D.E.A. no se pueden asociar a las relaciones que existen entre las entradas y las salidas que se utilizan para su desarrollo, la inclusión de factores irrelevantes para el modelo producirían resultados erróneos imposibles de distinguir.

Por lo tanto, las entradas y las salidas las deben escoger personas que conozcan bien el medio al que pertenece la entidad y asimismo, que no puedan sesgar la información, pues como ya se menciono cambiarían la solución del modelo.

De la discusión anterior resalta como punto más importante: que se puede generar una UTD eficiente por medio de una selección sesgada o hasta defensiva de las entradas y salidas.

- Toda aplicación de un modelo matemático esta sujeta a errores al momento de incluir la información, el D.E.A. no es la excepción.

Estos tipos de errores afectan los resultados del D.E.A. como sigue:

1. - De manera interactiva.- Si una UTD se calcula como eficiente cuando no lo es, se genera un cambio total en la forma de la frontera de eficiencia, lo que produce que un determinado numero de UTDs, se califiquen como eficientes o como ineficientes. Asimismo, la ineficiencia obtenida para ciertas UTDs puede estar mal calculada.

Cabe hacer notar que el efecto que este error produce es el mismo cuando se calcula como ineficiente a una UTD eficiente.

Este error produce un cambio global en la forma del modelo, es por ello que se le llama interactivo.

2. - De manera aislada.- Cuando la UTD en cuestión se encuentra fuera de la frontera de eficiencia, solo se producen cambios en el calculo de la ineficiencia de dicha UTD y sin afectar las restantes, en otras palabras se produce un error local.

Se concluye que es necesario estar conscientes de que el método del D.E.A. es extremadamente sensible a errores en la inclusión de la información, por lo tanto se debe revisar el modelo para poder hacer alguna rectificación.

- El caso donde se aplico el D.E.A., muestra que seis de las diez UTDs son ineficientes y que por lo mismo, son a las que se les pueden aplicar cambios para mejorar; las otras cuatro UTDs son eficientes. A pesar de ello, son muy distintas entre sí, respecto a la forma en que transforman las salidas a partir de las entradas que utilizan.

La eficiencia que encuentra el D.E.A. es de tipo técnica. Esto quiere decir, que una UTD eficiente no puede producir cantidades adicionales de salida, con la mezcla de entradas que existe; o bien, que cualquier reducción en la mezcla de entradas implicaría una reducción en la mezcla de salidas. En otras palabras, no existe desperdicio.

- Una limitante para el uso del D.E.A., es que no abarca la eficiencia de costos; el método no proporciona ningún tipo de información acerca de esta forma de eficiencia. En otras palabras, por medio del D.E.A. no se puede decir si una UTD produce la mezcla de salida social optima usando la tecnología de menor costo.
- Otro problema que surge en el D.E.A., es que no toma en cuenta la calidad de las entradas que se emplean para producir las salidas, es decir, no importa si el producto final de una cierta UTD es de mayor calidad que otra. El D.E.A. se enfoca únicamente a determinar cual de las UTDs utiliza la mejor mezcla. De aquí que se subvalora la calidad con que se producen las salidas.

A pesar de que se ha efectuado una extensa investigación en el D.E.A., aun quedan muchas preguntas abiertas y un gran campo de investigación. Por ejemplo, se ha comenzado a utilizar el D.E.A. conjuntamente con programación de metas, para mejorar la eficiencia de costos.

Resta decir que el D.E.A. se ha ido aplicando con mayor frecuencia en los países avanzados y se puede considerar como una herramienta matemática de gran utilidad para ser utilizada en distintas entidades de nuestro país.

-FIN-

## BIBLIOGRAFIA

### LIBROS

- **Bazaraa, M. S.**  
Linear Programming and Network Flows  
John Wiley & Sons, Inc.  
New York 1990, 2da Edición
- **Dorfman, Robert**  
Linear Programming and Economic Analysis  
Dover Publications, Inc.  
New York 1987, Dover Edition
- **Lipschutz, Seymour**  
Linear Algebra  
McGraw-Hill International Book Company  
New York, 1973
- **Purcell, Edwin J.**  
Calculo con Geometría Analítica  
Prentice Hall Hispanoamericana  
México 1993, 2da Edición
- **Silkman, Richard H.**  
Measuring Efficiency: An Assessment of Data Envelopment Analysis  
Jossey-Bass Inc.  
San Francisco 1986, 1ra Edición
- **Weston, J. Fred**  
Finanzas en Administración  
McGraw-Hill Interamericana de México  
México 1988, 8va Edición

### REVISTAS

- **A. Charnes, W.W. Cooper, Shanling Li**  
Using DEA to Evaluate the Efficiency of Economic Performance by Chinese Cities  
Research Report CCS 599, The University of Texas  
Austin 1988
- **S. Zlobec, A. Charnes**  
Stability of Efficiency Evaluations in Data Envelopment Analysis  
Research Report CCS 560, The University of Texas  
Austin, 1987



- **A. Charnes, W.W. Cooper, R.M. Thrall**  
A Structure for Classifying and Characterizing Efficiency and Inefficiency in DEA  
The Journal of Productivity Analysis, 2, 197-237  
The Netherlands 1991
- **Lawrence M. Seiford**  
The Geometry of Mathematical Programming Models in Data Envelopment Analysis  
Department of Industrial Engineering and Operations Research  
University of Massachusetts at Amherst  
Amherst 1988
- **A. Charnes, W.W. Cooper, M. Sears and S. Zlobec**  
Efficiency Evaluations in Perturbed Data Envelopment Analysis  
McGill University, Department of Mathematics and Statistics  
Montreal 1990
- **Anuario Financiero 1996, Bolsa Mexicana de Valores**  
Información financiera de tiendas de autoservicio que cotizan en la BMV
- **Banco de México, Fondo para el Desarrollo Comercial**  
Parámetros Financieros por Giro

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**