

14
29.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESPECTROS PARA DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS
DESPLANTADAS EN TERRENO 'FIRME' EN EL SUROESTE
DEL DISTRITO FEDERAL, MÉXICO

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A :
JUAN CARLOS CARMONA AYALA



MÉXICO, D. F.

OCTUBRE 1998

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

167583



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-012/98

Señor
JUAN CARLOS CARMONA AYALA
Presentes

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **ING. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

“ESPECTROS PARA DISEÑO SISMICO DE ESTRUCTURAS DESPLANTADAS EN TERRENO FIRME EN EL SUROESTE DEL DISTRITO FEDERAL, MEXICO”

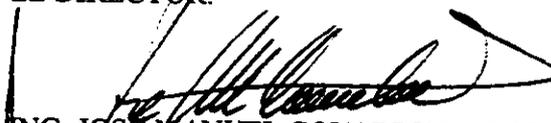
INTRODUCCION

- I. RESPUESTA DINAMICA DE SISTEMAS ESTRUCTURALES**
- II. CRITERIOS PARA ELABORAR ESPECTROS DE DISEÑO**
- III. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria a 11 de febrero de 1998.
EL DIRECTOR.


ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS
JMCS/GMP*lmf

**A mis padres: Ismael Carmona Pina y
Lourdes Ayala Ortega, quienes han
sido ejemplo y apoyo, cuyos esfuerzos
han hecho posible mis logros**

**A mis hermanos Ismael
y Alexander con cariño**

A mis amigos y compañeros

**A José Luis Trigos Suárez
sin cuya ayuda no hubiera
sido posible este trabajo**

**Con agradecimiento a la U N A M, a la
Facultad de Ingeniería y sus profesores,
a quienes debo mi formación profesional**

ESPECTROS PARA DISEÑO SÍSMICO DE ESTRUCTURAS DESPLANTADAS EN TERRENO 'FIRME', EN EL SUROESTE DEL DISTRITO FEDERAL, MÉXICO

ÍNDICE

	PÁGINA
<u>INTRODUCCIÓN.</u>	
<u>I. RESPUESTA DINÁMICA DE SISTEMAS ESTRUCTURALES.</u>	
A. EQUILIBRIO DINÁMICO.	1-1
B. SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD.	1-2
1. Excitación sísmica del terreno.	
2. Vibración libre.	
3. Respuesta a cargas de impulso.	
4. Respuesta a carga general dinámica.	
5. Respuesta sísmica de estructuras elásticas.	
6. Coordenada generalizada.	
C. SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD.	1-12
1. Modos de vibrar y frecuencias.	
2. Ecuación de movimiento en coordenadas normales.	
3. Combinaciones modales.	
4. Valuación de fuerzas sísmicas.	
<u>II. CRITERIOS PARA ELABORAR ESPECTROS DE DISEÑO.</u>	
A. ESTUDIOS DE RIESGO SÍSMICO.	2-1
1. Sismicidad y riesgo sísmico.	
2. Estimación del riesgo sísmico.	
B. PROCESAMIENTO DE ACELEROGRAMAS.	2-4
1. Información disponible.	
2. Método de Newmark.	
3. Procesamiento Estadístico de Espectros de Respuesta.	
C. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.	2-20
<u>III. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.</u>	
<u>REFERENCIAS.</u>	

INTRODUCCIÓN.

El objeto esencial de los reglamentos de construcción consiste en formular disposiciones técnicas, administrativas y legales que buscan salvaguardar la integridad de vidas humanas y, en segunda instancia, de bienes materiales. Para ésto se requiere propiciar un equilibrio entre seguridad, economía, funcionalidad y estética. Las estructuras de las construcciones deben diseñarse para todas las acciones que tengan una probabilidad significativa de ocurrir durante su vida útil, en general se suelen estipular valores mínimos de diseño. En México más del setenta por ciento del territorio está expuesto a los efectos sísmicos, fenómeno reconocido desde las culturas prehispánicas y la colonia; ha sido constatado por eventos importantes en este siglo, destacando los de Abril 15, 1907 con magnitud $M_s = 8.0$, Junio 3, 1932 con magnitud $M_s = 8.2$, Julio 28, 1957 con magnitud $M_s = 7.5$, Abril 14, 1979 $M_s = 7.6$ y Septiembre 19, 1985 con magnitud $M_s = 8.1$, por ello resulta un aspecto muy importante al proyectar y construir edificaciones en zonas sísmicas.

Los parámetros centrales de los reglamentos de construcción, en lo que a diseño sísmico se refiere, los constituyen los llamados coeficientes y espectros de diseño sísmico; se suelen expresar en función del tipo de suelo, importancia de la construcción y características de la estructura. El coeficiente sísmico se establece como el cociente de la aceleración máxima del suelo entre la de la gravedad, y al espectro de diseño sísmico como el conjunto de valores de aceleraciones horizontales máximas a las que estarían sujetas estructuras de un grado de libertad y mismo amortiguamiento, caracterizadas por su periodo natural de vibración. El establecimiento de valores de diseño en México y en otros países ha sido similar, abarca conforme el estado de conocimientos en tiempos diferentes, juicio ingenieril y resultados de trabajos teóricos, prácticos y empíricos. Refs. 30 a 34.

El Reglamento de las Construcciones y de los Servicios Urbanos en el Distrito Federal de Mayo 15, 1942, *RCSUDF42*, Ref. 30, establece *coeficientes sísmicos* con valores de 0.10 y 0.05 para construcciones equivalentes a las del Grupo A, en el reglamento vigente a partir de 1993; y de 0.025 para las del Grupo B. No se diferenciaban tipos de suelo, de estructuración o materiales; se diseñaba por el criterio de esfuerzos admisibles. Se desconocen las bases de sustento de tales propuestas.

La ocurrencia del sismo de Julio 28, 1957 y sus efectos destructivos en construcciones desplantadas principalmente en suelos arcillosos, con profundidades mayores a 20 m, indujo la implantación de Normas de Emergencia en 1957, que evolucionaron y dieron lugar a la promulgación del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal de 1966, *RCDF66*, Ref. 31, donde se estipularon *coeficientes sísmicos* para diseño de construcciones clasificadas dentro del Grupo B, con valores de 0.06 y 0.04, para 'zona de alta compresibilidad - terreno lacustre' y 'zona de baja compresibilidad - terreno firme', respectivamente; para el Grupo A los valores correspondientes son 0.078 y 0.052. Por primera vez se estipularon espectros para diseño sísmico, cuyos parámetros son, para 'terreno del lago': $a_g = 0.03$, $T_a = 1.0$ seg, $T_b = 2.5$ seg y $r = 1.0$; y $a_g = 0.04$, $T_a = 0.0$ seg, $T_b = 0.5$ seg y $r = 1.0$, para 'terreno firme'. Los coeficientes propuestos se establecieron con base en observaciones puntuales del comportamiento de algunos edificios durante el sismo de Julio 28, 1957; resalta que en el RCDF66 no se hace alusión explícita al amortiguamiento estructural que corresponde a los espectros de diseño, sin embargo, el Proyecto de Reglamento, Ref. 23, que dio lugar a la versión definitiva, establece que "los espectros de diseño propuestos para el reglamento incluyen de por sí el efecto de un valor del 10 por ciento del amortiguamiento crítico".

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal de 1976, *RCDF76*, Ref. 32, fue resultado de una revisión al de 1966 iniciada en 1972 y catalizada por la ocurrencia de los sismos de Enero 30, 1973 con magnitud $M_s = 7.5$ y de Agosto 28, 1973 con magnitud $M_s = 7.1$, se estipularon *coeficientes sísmicos* para diseño de construcciones clasificadas dentro del Grupo B, con valores de 0.24 y 0.16, para 'terreno compresible' y 'terreno firme', respectivamente; para las del Grupo A los valores correspondientes son 0.312 y 0.208. Los parámetros de los

espectros para diseño sísmico son, para 'terreno compresible': $a_0=0.06$, $T_a=0.8$ seg, $T_b=3.3$ seg y $r=1.0$; y $a_0=0.03$, $T_a=0.3$ seg, $T_b=0.8$ seg y $r=0.5$, para 'terreno firme'. Sobresale la introducción del 'Factor de Ductilidad', Q , empleado para reconocer explícitamente el comportamiento inelástico de los sistemas estructurales. Para $Q=4$ se obtienen los coeficientes sísmicos siguientes: *Grupo B* con valores de 0.06 y 0.04, para 'terreno compresible' y 'terreno firme', respectivamente; y para las del Grupo A los valores correspondientes son 0.078 y 0.052. Como se observa, los parámetros propuestos son prácticamente los del RCDF66, con variaciones en la extensión de las mesetas entre T_a y T_b , al no disponerse de información suficiente de espectros de respuesta para los sismos registrados en el Distrito Federal; se estipularon valores de Q de 6.0, 4.0, 2.0, 1.5 y 1.0, además se introdujeron límites a los desplazamientos laterales de niveles y la condición de analizar y diseñar para dos componentes simultáneos del movimiento del terreno, con combinaciones del cien por ciento en una dirección y del treinta por ciento en la ortogonal. Conviene destacar que los primeros registros de acelerogramas en el Distrito Federal se obtuvieron al inicio de los años sesentas.

Un cambio sustancial fue consecuencia de los sismos de septiembre de 1985, la historia de 1957 se repitió acrecentada: Se promulgaron Normas de Emergencia en octubre de 1985 en tanto se elaboró un nuevo Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal que se implantó en 1987, *RCDF87*, Ref. 33, se propusieron *coeficientes sísmicos* para diseño de construcciones clasificadas dentro del *Grupo B*, con valores de 0.40 y 0.16, para 'terreno lacustre' y 'terreno de lomas', respectivamente; para las del Grupo A los valores correspondientes son 0.60 y 0.24. Los parámetros de los espectros para diseño sísmico son, para 'terreno lacustre': $a_0=0.06$, $T_a=0.6$ seg, $T_b=3.9$ seg y $r=1.0$; y $a_0=0.04$, $T_a=0.2$ seg, $T_b=0.6$ seg y $r=0.5$, para 'terreno de lomas'. Destaca el cambio de designación a Q , como 'Factor de Comportamiento Sísmico', empleado para incorporar diversas variables en el comportamiento inelástico de los sistemas estructurales ante sismos. Para $Q=4$ se obtienen los coeficientes y espectros sísmicos siguientes: *Grupo B* con valores de 0.10 y 0.04, para 'terreno lacustre' y 'terreno de lomas', respectivamente; para las del grupo A los valores correspondientes son 0.15 y 0.06. Se estipularon valores 'más realistas' para Q (4.0, 3.0, 2.0, 1.5 y 1.0), se conservaron los mismos límites a los desplazamientos laterales de niveles y la condición de analizar y diseñar para dos componentes simultáneos del movimiento del terreno con combinaciones del cien por ciento en una dirección y del treinta por ciento en la ortogonal. El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, promulgado en Agosto 2, 1993, *RCDF93*, Ref. 34, no representa ningún cambio significativo atendiendo aspectos sísmicos, con respecto al *RCDF87*, excepto el tratamiento de los efectos de torsión.

Sin cuestionamientos el *RCDF93* ha alcanzado reconocimiento como uno de los más avanzados en aspectos para diseño estructural en países sísmicos. Asuntos pendientes, a pesar de numerosos y variados estudios realizados desde mediados de los setenta y acrecentados desde 1985, son los espectros de diseño sísmico en los tres tipos de suelos del Distrito Federal, con énfasis principal en las formaciones lacustres por ser en las que más desastres se han presentado. Se han abordado diferentes tratamientos interdisciplinarios como aproximaciones a soluciones del problema, mediante: teoría de vibraciones aleatorias y funciones de transferencia empíricas; relaciones de espectros de respuesta empíricos; generación de acelerogramas sintéticos; estudios de amplificación con modelos lineales o lineales equivalentes; y relacionando registros en terreno firme de sismos intensos con funciones de transferencia establecidas a través de mediciones de microtemblores. Los resultados para la práctica ingenieril todavía están por venir.

Por ello sin duda se justifica el planteamiento de generar espectros para diseño sísmico a partir de estudios de riesgo sísmico, ya que permiten incorporar datos mucho más abundantes de eventos registrados desde principio de siglo, mejorar el tratamiento de los efectos de atenuación y su relación con ordenadas espectrales. Desde los años setenta se han realizado en diversos sitios de México y de otros países estudios de riesgo sísmico que han permitido establecer coeficientes y espectros para diseño sísmico de construcciones importantes, entre otras, plantas generadoras de

energía eléctrica como Laguna Verde y Tuxpan, Ver.; Chicoasén, Itzantún y Peñitas, Chis.; La Paz, BCS.; Petacalco, Gro.; Lázaro Cárdenas, Mich.; Mazatlán y Topolobampo, Sin.; Manzanillo, Col.; Aguamilpa, Nay.; Faustino, La Dura, El Mezquite y Soyopa, en el Río Yaqui, Son.; además, se han efectuado regionalizaciones sísmicas de México en 1970, 1975 y 1988; y de Nicaragua y República Dominicana.

Alternativa más adecuada para cualquier sitio consiste en procesar estadísticamente los registros de sismos recopilados, obviamente se requiere instrumentar el sitio, 'esperar que ocurran los sismos' y registrarlos. Hasta 1985 se disponía de sólo 12 estaciones para registrar aceleraciones en suelos del área metropolitana del Valle de México; a la fecha se cuenta con poco más de 160 acelerómetros, el acervo se incrementará notablemente a medida que transcurra el tiempo. Sin embargo, para una construcción con vida útil de 25 años se requeriría de un lapso de observación y registro de por lo menos dos o tres veces ese tiempo, ésto es de 50 a 75 años. Aquí se recopiló información para un sitio en la zona suroeste del Distrito Federal en la que se ha acumulado información desde 1964, para un lapso de 25 años.

En el capítulo I se presenta la teoría involucrada en el cálculo de la respuesta dinámica de los sistemas estructurales, de donde se desprenden los conceptos de espectros de respuesta y de diseño, que son fundamentales en el desarrollo posterior del trabajo. En el capítulo II se presenta un resumen de los procedimientos aplicados para establecer coeficientes y espectros para diseño sísmico de estructuras desplantadas en 'terreno firme' del suroeste del Distrito Federal, ésto es, en la zona de pedregales de Ciudad Universitaria, en la Delegación Coyoacán, del Distrito Federal. El capítulo II se divide en dos cuerpos principales: el primero se refiere a los estudios de riesgo sísmico y el segundo contiene una descripción de la metodología aplicada al procesar estadísticamente los espectros registrados en las estaciones acelerográficas del Instituto de Ingeniería en Ciudad Universitaria, donde se iniciaron operaciones desde principios de los años sesentas.

Finalmente, el capítulo III está dedicado a formular conclusiones y recomendaciones. Al final se presentan las referencias bibliográficas señaladas en el texto.

I. RESPUESTA DINÁMICA DE SISTEMAS ESTRUCTURALES.

A. EQUILIBRIO DINÁMICO.

La ecuación básica que expresa el equilibrio estático para sistemas de un grado de libertad, empleada en el método de análisis estructural de 'desplazamientos' o 'rigideces' tiene la forma:

$$p = k v \quad (1.1)$$

donde p es la fuerza externa aplicada, k es la rigidez de la estructura y v es el desplazamiento resultante. Si la fuerza aplicada estáticamente se reemplaza por una fuerza dinámica dependiente del tiempo $p(t)$, la ecuación de equilibrio estático se convierte en una de equilibrio dinámico y es:

$$\dot{p}(t) = m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) \quad (1.2)$$

donde el punto representa el orden de diferenciación con respecto al tiempo. La comparación de las dos ecuaciones anteriores muestra dos cambios significativos, los cuales distinguen el problema estático del dinámico. En primer lugar la carga aplicada y la respuesta resultante ahora son función del tiempo, y por tanto la ecuación 1.2 debe satisfacerse para cada instante durante el lapso de estudio. Por esta razón usualmente se refiere a esta ecuación como ecuación de movimiento. En segundo lugar la dependencia del desplazamiento con respecto al tiempo genera dos fuerzas adicionales que interactúan con la carga aplicada y que han sido sumadas al lado derecho de la igualdad.

La ecuación de movimiento es consecuencia de la segunda ley de Newton, la cual establece que una partícula sobre la cual obra una fuerza se mueve de forma tal que la rapidez de variación de su momento lineal (angular) es igual a la fuerza (torque) aplicada:

$$p(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dv}{dt} \right) \quad (1.3)$$

donde la rapidez de variación del desplazamiento con respecto al tiempo, dv/dt , es la velocidad, y el momento está dado por el producto de la masa y la velocidad. Recordando que la masa es igual al peso dividido entre la aceleración de la gravedad. Si la masa es constante, la ecuación 1.3 se convierte en:

$$p(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dv}{dt} \right) = m \ddot{v}(t) \quad (1.4)$$

la cual establece que la fuerza es igual al producto de la masa y la aceleración. De acuerdo con el principio de D'Alambert, la masa desarrolla una fuerza de inercia que es proporcional a la aceleración y de sentido opuesto. Por tanto el primer término del miembro derecho de la ecuación 1.2 se llama fuerza de inercia.

La existencia de fuerzas disipadoras o de amortiguamiento se infiere de la observación de que las oscilaciones en una estructura tienden a disminuir con el tiempo una vez que la fuerza excitadora cesa. Estas fuerzas se representan mediante fuerzas de amortiguamiento viscoso, proporcionales a la velocidad, con una constante de proporcionalidad conocida como coeficiente de amortiguamiento. El segundo miembro del lado derecho de la ecuación 1.2 se conoce como fuerza de amortiguamiento. Las fuerzas de inercia son las más significativas de las dos y son una primera distinción entre los análisis dinámicos y los estáticos. Cabe señalar que todas las estructuras están sujetas a cargas debidas a la gravedad tales como el peso propio (carga muerta) y el de los ocupantes (carga viva) además del movimiento de la base. En un sistema elástico, el principio de superposición es aplicable, de manera que las respuestas a cargas dinámicas y estáticas pueden considerarse por separado y luego combinarlas para obtener la respuesta estructural completa. Sin embargo, si el comportamiento estructural no es lineal, la respuesta se convierte en dependiente del mecanismo de cargas y las cargas debidas a la gravedad deben considerarse conjuntamente con los movimientos dinámicos.

Bajo fuertes movimientos sísmicos, la estructura desarrollará un comportamiento más semejante al no lineal, el cual puede deberse a comportamiento no lineal de los materiales y/o no linealidades geométricas. El comportamiento no lineal del material se presenta cuando los esfuerzos en ciertas regiones críticas de la estructura exceden el límite elástico del material. La ecuación de equilibrio dinámico para este caso tiene la forma general:

$$p(t) = m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + k(t) v(t) \quad (1.5)$$

donde la rigidez k es función de las propiedades geométricas y del comportamiento de los materiales, que a su vez pueden serlo del tiempo. La no linealidad geométrica es causada por las cargas debidas a la gravedad actuando en posiciones deformadas de la estructura. Si el desplazamiento lateral es pequeño, éste efecto, conocido como P-delta, puede ser ignorado. Sin embargo, si los desplazamientos se vuelven mayores, este efecto debe tomarse en cuenta.

Para definir las fuerzas de inercia por completo, sería necesario considerar la aceleración de cada partícula de masa de la estructura y los correspondientes desplazamientos. Tal solución sería prohibitiva por el tiempo requerido para su solución. El procedimiento de análisis puede ser simplificado si la masa de la estructura considerarse concentrada en un número finito de puntos y la respuesta dinámica de la estructura puede ser representada en términos de este limitado número de componentes del desplazamiento. El número de componentes del desplazamiento requeridos para especificar la posición de los puntos en la masa se conoce como número de grados de libertad. El número de grados de libertad requeridos para obtener una solución adecuada depende de la complejidad del sistema estructural. Para algunas estructuras un solo grado de libertad puede ser suficiente, mientras que para otras pueden requerirse varios cientos o miles.

B. SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD.

La estructura más simple que puede considerarse en un análisis dinámico es una estructura de un nivel en la que el único grado de libertad es la translación lateral del nivel del techo, como se muestra en la Fig 1.1.a. En esta idealización se han hecho tres hipótesis fundamentales. Primera: la masa se supone concentrada en el nivel del techo; segunda: se idealiza al sistema de piso como rígido en su plano; y tercera: son despreciables las deformaciones axiales en las columnas. De las hipótesis anteriores se concluye que la rigidez lateral es proporcionada por los elementos verticales como son columnas, muros y contravientos ubicados entre el techo y la base. La aplicación de estas hipótesis da como resultado una estructura discretizada como se muestra en la Fig 1.1.b con una fuerza dependiente del tiempo aplicada en el nivel del techo. La rigidez total k es la suma de las rigideces de los elementos del nivel.

Las fuerzas actuando sobre la masa de la estructura se muestran en la Fig 1.1.c. Al sumar las anteriores fuerzas se obtiene la ecuación de equilibrio siguiente, la cual debe satisfacerse en todo instante de tiempo:

$$f_i(t) + f_d(t) + f_s(t) = p(t) \quad (1.6)$$

donde:

$f_i(t)$ = fuerza de inercia

$f_d(t)$ = fuerza de amortiguamiento (disipadora)

$f_s(t)$ = fuerza elástica restauradora

$p(t)$ = fuerza externa aplicada, dependiente del tiempo

Rescribiendo la ecuación 1.6 en términos de los parámetros involucrados:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) = p(t) \quad (1.7)$$

Se observa que las fuerzas de amortiguamiento y la de los elementos resistentes dependen de la velocidad y desplazamientos relativos, respectivamente, entre los extremos de estos elementos, mientras que la fuerza de inercia depende de la aceleración total de la masa. La aceleración total de la masa puede expresarse como:

$$\ddot{u}(t) = \ddot{d}_s(t) + \ddot{v}(t) \quad (1.8)$$

donde

$\ddot{v}(t)$ = aceleración de la masa relativa a la base

$\ddot{d}_s(t)$ = aceleración de la base

En este caso, se ha supuesto que la base está fija y sin movimiento, y por tanto la ecuación 1.7 para una fuerza dependiente del tiempo queda de la forma:

$$m \ddot{v} + c \dot{v} + k v = p(t) \quad (1.9)$$

1. Excitación sísmica del terreno

Cuando una estructura de un nivel, como la de la Fig 1.1.c, se somete a excitación sísmica del terreno, no se aplican fuerzas externas a nivel del techo. En lugar de esto, el sistema experimenta una aceleración de la base. La ecuación de equilibrio dinámico queda de la forma:

$$f_i(t) + f_d(t) + f_s(t) = 0 \quad (1.10)$$

Al substituir los parámetros físicos para $f_i(t)$, $f_d(t)$ y $f_s(t)$ en la ecuación 1.10 la ecuación de equilibrio dinámico resulta:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) = 0 \quad (1.11)$$

Esta ecuación puede ser reescrita en la forma de la ecuación 1.9 si se substituye la ecuación 1.8 en la 1.11 y reorganizando términos se tiene:

$$m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) = p_e(t) \quad (1.12)$$

donde:

$p_e(t)$ = fuerza efectiva dependiente del tiempo = $-m \ddot{d}_s(t)$

Por tanto la ecuación de movimiento de una estructura sujeta a movimiento en la base es similar a la de una estructura sujeta a una fuerza dependiente del tiempo, si el movimiento de la base se representa como una fuerza efectiva dependiente del tiempo, e igual al producto de la masa y la aceleración del terreno.

2. Vibración libre

La vibración libre se presenta cuando una estructura oscila por la acción de fuerzas inherentes a la estructura sin la presencia de fuerzas externas dependientes del tiempo o movimientos del terreno. Estas fuerzas inherentes pueden ser resultado de una velocidad y/o un desplazamiento iniciales que tiene la estructura al inicio de la etapa de vibración libre, como condiciones iniciales.

a. Sistemas no amortiguados.

La ecuación de movimiento para sistemas de un grado de libertad sin amortiguamiento y en vibración libre es:

$$m \ddot{v}(t) + k v(t) = 0 \quad (1.13)$$

la cual puede ser reescrita como:

$$\ddot{v}(t) + \omega^2 v(t) = 0 \quad (1.14)$$

donde $\omega^2 = k/m$. Esta ecuación tiene la solución general:

$$v(t) = A \operatorname{sen} \omega t + B \cos \omega t \quad (1.15)$$

donde las constantes de integración dependen de las condiciones iniciales:

$$v(t=0) = v(0) = v_0 = \text{desplazamiento inicial}$$

$$\dot{v}(t=0) = \dot{v}(0) = \dot{v}_0 = \text{velocidad inicial}$$

Al aplicar las condiciones iniciales, la solución queda de la forma:

$$v(t) = \frac{\dot{v}_0}{\omega} \operatorname{sen} \omega t + v_0 \cos \omega t \quad (1.16)$$

Varios conceptos importantes del movimiento oscilatorio se desprenden de este resultado. La amplitud de vibración es constante, por lo que la vibración en teoría continuaría indefinidamente con el tiempo. Esto no es físicamente posible, debido a que la vibración libre tiende a disminuir con el tiempo, introduciendo el concepto de amortiguamiento. El tiempo que le toma a un punto sobre la curva para completar un ciclo y regresar a su posición original se conoce como periodo de vibración T . La cantidad ω es la frecuencia circular de vibración y se expresa en radianes por segundo. La frecuencia de vibración f se define como el recíproco del periodo y se establece en ciclos por segundo o Hertz. Las anteriores propiedades dependen solo de la masa y de la rigidez de la estructura, y se relacionan como sigue:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{f} \quad (1.17)$$

Se observa en la expresión anterior que si dos estructuras tienen igual rigidez, la que tenga mayor masa tendrá el mayor periodo de vibración y la menor frecuencia. Por otra parte, si dos estructuras tienen igual masa, la que tenga mayor rigidez tendrá el menor periodo de vibración y la mayor frecuencia.

b. Sistemas amortiguados.

En una estructura sujeta a vibración libre bajo la acción de fuerzas la amplitud de vibración tiende a disminuir con el tiempo y eventualmente el movimiento decrece y cesa. Este decremento con el tiempo se debe a la acción de las fuerzas de amortiguamiento viscoso las cuales pueden idealizarse como proporcionales a la velocidad. La ecuación de movimiento para esta condición tiene la forma:

$$m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) = 0 \quad (1.18)$$

esta ecuación tiene, para las condiciones iniciales v_0 y \dot{v}_0 , la solución general:

$$v(t) = e^{-\phi \omega t} \left(\left[\dot{v}_0 + v_0 \phi \omega \right] \frac{\operatorname{sen} \omega_d t}{\omega_d} + v_0 \cos \omega_d t \right) \quad (1.19)$$

donde:

$$\phi = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2 m \omega} = \text{porcentaje del amortiguamiento con respecto al crítico}$$

y

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \phi^2} = \text{frecuencia circular amortiguada}$$

El amortiguamiento del oscilador se expresa como porcentaje de amortiguamiento, donde el amortiguamiento crítico se define como $2 m \omega$ y es la menor cantidad de amortiguamiento que permitiría al oscilador desplazado regresar a su posición original sin oscilación alguna. Para la mayor parte de las estructuras, la cantidad de amortiguamiento viscoso en el sistema varía entre 3 por ciento y 15 por ciento del crítico. Si se substituye el valor de 20 por ciento, 0.20, en la expresión anterior para la frecuencia circular amortiguada se obtiene $\omega_d = 0.98 \omega$. Dado que los dos valores son casi iguales para valores de amortiguamiento encontrados normalmente en sistemas estructurales, en la práctica la frecuencia circular no amortiguada se emplea en lugar de la frecuencia circular amortiguada.

3. Respuesta a cargas de impulso

Con objeto de desarrollar un método de evaluación de la respuesta estructural de un sistema sujeto a una carga dinámica cualquiera, es conveniente considerar primero la respuesta de la estructura a una carga de impulso de corta duración como se muestra en la Fig 1.2.a. Si la duración, Δt , del pulso $p(\tau)$, aplicado en el tiempo τ es relativamente corta con respecto al periodo fundamental de vibración de la estructura, T , entonces los efectos del impulso pueden considerarse como un cambio incremental de la velocidad. Empleando las relaciones del principio del impulso y cantidad de movimiento:

$$p(\tau) \Delta t = m \Delta \dot{v}(\tau) \quad (1.20)$$

se obtiene, como velocidad inicial equivalente:

$$\Delta \dot{v}(\tau) = \frac{1}{m} p(\tau) \Delta t$$

Luego de la aplicación del impulso, el sistema se comporta con movimiento en vibración libre y su respuesta está dada por la ecuación 1.16. Aplicando las condiciones iniciales al comienzo de la fase de vibración libre,

$$v(t) = \frac{1}{m \omega} \int_0^t p(\tau) \text{sen } \omega(t - \tau) d\tau \quad (1.21)$$

Para un sistema con amortiguamiento, la respuesta de vibración libre está dada por la ecuación 1.19. Sustituyendo las condiciones iniciales, de manera semejante al caso anterior, se tiene para sistemas amortiguados:

$$v(t) = \frac{1}{m \omega_d} \int_0^t p(\tau) e^{-\phi \omega(t - \tau)} \text{sen } \omega_d(t - \tau) d\tau \quad (1.22)$$

4. Respuesta a carga general dinámica

El desarrollo anterior de la respuesta dinámica a una carga de impulso de corta duración puede fácilmente extenderse al caso de sistemas sujetos a una historia arbitraria de cargas. Cualquier historia arbitraria de cargas puede descomponerse en una serie de impulsos de corta duración como se muestra en la Fig 1.2.b. Considérese uno de estos impulsos que termina en el tiempo τ después de iniciada la historia de cargas y con una duración $d\tau$. La amplitud

de este pulso diferencial es $p(\tau) d\tau$, y produce una respuesta diferencial que está dada por la expresión:

$$dv(\tau) = \frac{p(\tau) \operatorname{sen} \omega t' d\tau}{m \omega} \quad (1.23)$$

La variable tiempo t' representa la fase de vibración libre que sigue al impulso y puede expresarse como:

$$t' = t - \tau \quad (1.24)$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación 1.23 resulta:

$$dv(\tau) = \frac{p(\tau) \operatorname{sen} \omega (t - \tau) d\tau}{m \omega} \quad (1.25)$$

La repuesta total puede obtenerse sumando las respuestas de los impulsos diferenciales en toda la historia de carga. Al integrar la ecuación 1.25, el desplazamiento total para sistemas sin amortiguamiento es:

$$v(t) = \frac{1}{m \omega} \int_0^t p(\tau) \operatorname{sen} \omega (t - \tau) d\tau \quad (1.26)$$

la cual se conoce como integral de Duhamel. Al considerar sistemas amortiguados, la respuesta diferencial está dada por la ecuación 1.22 y la integral de Duhamel queda:

$$v(t) = \frac{1}{m \omega_d} \int_0^t p(\tau) e^{-\Phi \omega (t - \tau)} \operatorname{sen} \omega_d (t - \tau) d\tau \quad (1.27)$$

5. Respuesta sísmica de estructuras elásticas.

a. Historia de respuesta.

La respuesta a carga debida a sismo puede obtenerse directamente de la integral de Duhamel si la fuerza dependiente del tiempo $p(t)$ se reemplaza con la fuerza efectiva dependiente del tiempo $p_e(t)$, la cual es el producto de la masa y la aceleración del terreno, $p_e(t) = m d_s(t)$. Realizando las sustituciones anteriores en la ecuación 1.27 se obtiene la siguiente expresión para el desplazamiento:

$$v(t) = \frac{I_v(t)}{\omega} \quad (1.28)$$

donde el parámetro $I_v(t)$ representa la integración, con unidades de velocidad y está definida como:

$$I_v(t) = \int_0^t \ddot{d}_s(\tau) e^{-\Phi \omega (t - \tau)} \operatorname{sen} \omega_d (t - \tau) d\tau \quad (1.29)$$

El desplazamiento de la estructura en cualquier instante puede obtenerse empleando la ecuación 1.28. Es conveniente expresar las fuerzas que se presentan en la estructura durante un sismo en términos de las fuerzas efectivas de inercia, la fuerza de inercia es el producto de la masa y la aceleración total. Empleando la ecuación 1.11, la aceleración total puede expresarse como:

$$\ddot{u}(t) = -\frac{c}{m} \dot{v}(t) - \frac{k}{m} v(t) \quad (1.30)$$

Si el término de amortiguamiento puede ser despreciado ya que su contribución a la ecuación de equilibrio es pequeña, la aceleración total es aproximadamente:

$$\ddot{u}(t) = -\omega^2 v(t) \quad (1.31)$$

La fuerza sísmica efectiva está dada entonces por:

$$Q(t) = m \omega^2 v(t) \quad (1.32)$$

La expresión anterior da el valor del cortante en la base de una estructura de un nivel en un instante cualquiera de la historia del sismo en cuestión. El momento de volteo actuando en la base de la estructura puede calcularse multiplicando la fuerza de inercia por la altura de la estructura:

$$M(t) = h m \omega^2 v(t) \quad (1.33)$$

b. Espectro de respuesta.

El cálculo de desplazamientos y fuerzas en cada instante, t , durante la historia de un temblor, puede requerir un esfuerzo computacional considerable, aún para estructuras sencillas. Como se mencionó anteriormente, para muchos problemas prácticos y especialmente en diseño estructural, solo se requieren los valores máximos de la respuesta. El valor máximo del desplazamiento, calculado conforme la ecuación 1.28, se denomina desplazamiento espectral:

$$S_d = v(t)_{\max} \quad (1.34)$$

Sustituyendo este resultado en las ecuaciones 1.32 y 1.33 da como resultado las expresiones del cortante en la base máximo y momento de volteo máximo de un sistema de un grado de libertad:

$$Q_{\max} = m \omega^2 S_d \quad (1.35)$$

$$M_{\max} = h m \omega^2 S_d \quad (1.36)$$

Un examen de la ecuación 1.28 muestra que la velocidad máxima puede calcularse aproximadamente multiplicando el desplazamiento espectral por la frecuencia circular. El parámetro así definido se conoce como pseudovelocidad espectral y se expresa como:

$$S_{pv} = \omega S_d \quad (1.37)$$

De manera similar, la ecuación 1.31 indica que la aceleración total puede calcularse aproximadamente como el producto del desplazamiento espectral y el cuadrado de la frecuencia circular. Este producto se conoce como pseudoaceleración espectral y se expresa como:

$$S_{pa} = \omega^2 S_d \quad (1.38)$$

Una gráfica de los parámetros espectrales contra la frecuencia o el periodo constituye el espectro de respuesta para ese parámetro.

6. Coordenadas generalizadas

Hasta ahora sólo se han considerado estructuras de un nivel que pueden ser idealizadas como sistemas de un grado de libertad. El análisis de la mayoría de los sistemas estructurales requiere de una idealización más complicada aún si la respuesta puede representarse en términos de un solo grado de libertad. El método de coordenadas generalizadas permite representar la respuesta de sistemas estructurales más complejos en términos de una sola coordenada dependiente del tiempo, conocida como coordenada generalizada.

Los desplazamientos de la estructura se relacionan con la coordenada generalizada como:

$$v(x, t) = \phi(x) Y(t) \quad (1.39)$$

donde $Y(t)$ es la coordenada generalizada y $\phi(x)$ es una función espacial de forma que relaciona los grados de libertad de la estructura, $v(x, t)$, con la coordenada generalizada. Para un sistema de un grado de libertad generalizado, es necesario representar las fuerzas de amortiguamiento y restitutivas en términos de la velocidad relativa y desplazamiento relativo entre los extremos del elemento:

$$\Delta \dot{v}(x, t) = \Delta \phi(x) \dot{Y}(t) \quad (1.40)$$

$$\Delta v(x, t) = \Delta \phi(x) Y(t) \quad (1.41)$$

La mayoría de las estructuras puede idealizarse como un voladizo vertical, lo cual limita el número de funciones de desplazamiento que pueden emplearse para representar el desplazamiento horizontal. Una vez que la función de desplazamiento es seleccionada, la estructura es obligada a deformarse de esta forma. Lo anterior implica que la función de desplazamiento debe ser seleccionada cuidadosamente para obtener una buena aproximación de las propiedades dinámicas y de la respuesta del sistema.

a. Funciones de desplazamiento y propiedades generalizadas.

La formulación de la ecuación de movimiento en términos de una coordenada generalizada se restringirá a sistemas que consisten de masas concentradas y elementos discretos. La resistencia lateral está dada por los elementos discretos y sus fuerzas son proporcionales a los desplazamientos relativos entre los extremos del elemento. Las fuerzas de amortiguamiento son proporcionales a las velocidades relativas entre los extremos del elemento discretizado. La ecuación de equilibrio dinámico está dada por la ecuación 1.6, la cual representa un sistema de fuerzas en equilibrio en todo momento. El principio del trabajo virtual en la forma de desplazamientos establece que "si a un sistema de fuerzas en equilibrio se les aplica un desplazamiento virtual consistente con las condiciones de frontera, entonces el trabajo realizado es igual a cero".

Aplicando este principio a la ecuación 1.6, se tiene una ecuación del trabajo virtual de la forma:

$$f_j(t) \delta v + f_d(t) \Delta v + f_s(t) \Delta v - p(t) \delta v = 0 \quad (1.42)$$

donde se sobrentiende que $v = v(x, t)$ y que los desplazamientos virtuales aplicados a la fuerza de amortiguamiento y elástica de restitución son desplazamientos relativos virtuales. El desplazamiento virtual puede expresarse como:

$$\delta v(x, t) = \phi(x) \delta Y(t) \quad (1.43)$$

y el desplazamiento relativo virtual como:

$$\delta \Delta v(x, t) = \Delta \phi(x) \delta Y(t) \quad (1.44)$$

donde:

$$\Delta v(x, t) = \phi(x_j) Y(t) - \phi(x_j) Y(t) = \Delta \phi(x) Y(t)$$

Las fuerzas de inercia, amortiguamiento y restauradoras pueden expresarse como:

$$f_j(t) = m \ddot{v}(t) = m \phi \ddot{Y}(t)$$

$$f_d(t) = c \Delta \dot{v}(t) = c \Delta \phi \dot{Y}(t) \quad (1.45)$$

$$f_s(t) = k \Delta v(t) = k \Delta \phi Y(t)$$

Sustituyendo las ecuaciones 1.43, 1.44 y 1.45 en la 1.42 se obtiene la siguiente ecuación de movimiento en términos de la coordenada generalizada:

$$m^* \ddot{Y}(t) + c^* \dot{Y}(t) + k^* Y(t) = p^*(t) \quad (1.46)$$

donde m^* , c^* , k^* y p^* se conocen como parámetros generalizados y se definen como:

$$m^* = \sum m_i \phi_i^2$$

$$c^* = \sum c_i \Delta \phi_i^2 \quad (1.47)$$

$$k^* = \sum k_i \Delta \phi_i^2$$

$$p^* = \sum p_i \phi_i$$

Para una aceleración de la base función del tiempo la fuerza generalizada se transforma en:

$$p^* = \ddot{d}_s \mathcal{L} \quad (1.48)$$

donde:

$$\mathcal{L} = \sum m_i \phi_i = \text{factor de participación} \quad (1.49)$$

Es conveniente expresar al amortiguamiento generalizado en términos del amortiguamiento crítico de la manera que sigue:

$$c^* = \sum c_i \Delta \phi_i^2 = 2 \phi m^* \omega \quad (1.50)$$

donde ω representa la frecuencia circular del sistema generalizado y dado por:

$$\omega = \sqrt{k^* / m^*} \quad (1.51)$$

El efecto del método de coordenadas generalizadas consiste en transformar un sistema dinámico de múltiples grados de libertad en un sistema equivalente de un grado de libertad en términos de una coordenada generalizada. Esta transformación se muestra esquemáticamente en la Fig 1.3. El grado en que la respuesta del sistema transformado represente al sistema original dependerá de que tanto se aproxime la forma deflectada supuesta a la real. Una vez obtenida la respuesta dinámica en términos de la coordenada generalizada, la ecuación 1.39 puede emplearse para determinar los desplazamientos en la estructura, y estos a su vez para calcular las fuerzas en los miembros estructurales. En principio, cualquier función que represente las características deformadas generales de la estructura y satisfaga las condiciones de apoyo podría servir. Sin embargo, cualquier forma deformada distinta de la de la configuración natural de vibración requerirá de restricciones externas adicionales para mantener el equilibrio. Estas restricciones adicionales tienden a rigidizar el sistema y por lo tanto a incrementar la frecuencia calculada. La configuración real no tendrá restricciones adicionales y por lo tanto tendrá la menor frecuencia de vibración.

b. Método de Rayleigh.

El método de Rayleigh se emplea para analizar sistemas vibratorios empleando la ley de la conservación de la energía. Se emplea para calcular con mucha precisión la frecuencia natural de un estructura. Además de estimar el periodo

fundamental el procedimiento puede emplearse para estimar la función de forma $\phi(x)$.

En un sistema elástico no amortiguado, la energía potencial máxima puede expresarse en términos del trabajo externo realizado por las fuerzas aplicadas. En términos de una coordenada generalizada esta expresión puede escribirse como

$$(EP)_{\max} = \frac{Y}{2} \sum \rho_i \phi_i = \frac{p^* Y}{2} \quad (1.52)$$

Similarmente, la energía cinética máxima puede expresarse en términos de la coordenada generalizada como:

$$(EC)_{\max} = \frac{\omega^2 Y^2}{2} \sum m_i \phi_i^2 = \frac{\omega^2 Y^2 m^*}{2} \quad (1.53)$$

De acuerdo con el principio de la conservación de la energía para un sistema elástico no amortiguado, estas dos cantidades deben ser iguales entre sí e iguales a la energía total del sistema. Igualando las ecuaciones 1.52 y 1.53 se obtiene la siguiente expresión para la frecuencia circular:

$$\omega = \sqrt{p^* / m^* Y} \quad (1.54)$$

Substituyendo este resultado en la ecuación 1.17 para el periodo resulta en:

$$T = 2 \pi \sqrt{m^* Y / p^*} \quad (1.55)$$

Multiplicando el numerador y denominador del radical por Y , y empleando la ecuación 1.39 se obtiene la expresión para el periodo fundamental:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{\sum w_i v_i^2}{g \sum \rho_i v_i}} \quad (1.56)$$

Las fuerzas que deben aplicarse lateralmente para obtener la forma deflectada $\phi(x)$ o el desplazamiento $v(x)$ son las fuerzas de inercia. Si se asume una variación lineal de la aceleración con la altura de un edificio, se tiene una distribución de las fuerzas de inercia en forma de triángulo invertido. Las deflecciones resultantes pueden usarse directamente en la ecuación 1.56 para estimar el periodo de vibración o pueden normalizarse en términos de la coordenada generalizada para obtener la función espacial de forma a emplear en el método de coordenada generalizada.

c. Análisis en el tiempo.

Substituyendo los parámetros generalizados de las ecuaciones 1.47 y 1.48 en la solución de la integral de Duhamel, ecuación 1.27, se obtiene la solución para el desplazamiento:

$$v(x, t) = \frac{\phi(x) \int V(t)}{m^* \omega} \quad (1.57)$$

Empleando la ecuación 1.31, la fuerza de inercia en cualquier posición x sobre la base puede calcularse como:

$$q(x, t) = m(x) \ddot{v}(x, t) = m(x) \omega^2 v(x, t) \quad (1.58)$$

la que, empleando la ecuación 1.57, se convierte en:

$$q(x, t) = \frac{m(x) \phi(x) \int \omega V(t)}{m^*} \quad (1.59)$$

El cortante en la base se obtiene sumando las fuerzas de inercia distribuidas en la altura H de la estructura:

$$Q(t) = \int q(x, t) dx = \frac{c\ell^2}{m^*} \omega V(t) \quad (1.60)$$

Las relaciones anteriores pueden emplearse para calcular los desplazamientos y fuerzas en un sistema generalizado de un grado de libertad en cualquier instante.

d. Análisis de la respuesta espectral.

El valor máximo de la velocidad dado por la ecuación 1.29, se define como la pseudovelocidad espectral, S_{pv} , que se relaciona con el desplazamiento espectral, S_d , mediante la ecuación 1.37. Al substituir este valor en la ecuación 1.57 se tiene la expresión para el desplazamiento máximo en términos del desplazamiento espectral:

$$v(x)_{\max} = \frac{\Phi(x) \ell S_d}{m^*} \quad (1.61)$$

Las fuerzas en el sistema pueden calcularse de las fuerzas de inercia, y pueden expresarse como:

$$q(x)_{\max} = m(x) \ddot{v}(x)_{\max} = m(x) \omega^2 v(x)_{\max} \quad (1.62)$$

Reescribiendo este resultado en términos de la pseudo aceleración espectral, S_{pa} , se tiene

$$q(x)_{\max} = \frac{\Phi(x) m(x) \ell S_{pa}}{m^*} \quad (1.63)$$

De considerable interés es la determinación del cortante basal. Este parámetro es clave para determinar las fuerzas sísmicas de diseño en la mayoría de los reglamentos. El cortante en la base Q , de la expresión anterior, sumando las fuerzas de inercia y empleando la ecuación 1.49:

$$Q(x)_{\max} = \frac{c\ell^2 S_{pa}}{m^*} \quad (1.64)$$

Es de interés expresar el cortante basal en términos del peso efectivo, definido como

$$W^* = \frac{(\sum w_i \phi_i)^2}{\sum w_i \phi_i^2} \quad (1.65)$$

Por lo que la expresión del cortante basal máximo queda de la forma

$$Q_{\max} = W^* S_{pa} / g \quad (1.66)$$

Esta es similar a la ecuación básica empleada en los reglamentos, la cual tiene la forma

$$Q_{\max} = C W \quad (1.67)$$

La fuerza sísmica efectiva puede determinarse distribuyendo el cortante en la base en la altura de la estructura. Esta distribución depende de la forma de la función de desplazamiento y tiene la forma

$$q_i = Q_{\max} \frac{m_i \phi_i}{c\ell} \quad (1.68)$$

Y el momento de volteo como la suma de los productos de las fuerzas de inercia y sus alturas a la base respectiva:

$$M_o = \sum h_i q_i \quad (1.69)$$

C. SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

En muchos sistemas estructurales no es posible modelar la respuesta dinámica en términos de una sola coordenada del desplazamiento. Estos sistemas requieren un cierto número de coordenadas independientes de desplazamiento para describir el movimiento de las masas en cualquier instante.

Con objeto de simplificar el problema normalmente se supone para edificios que la masa de la estructura está concentrada en el centro de masa de cada nivel individual. Esto da por resultado una matriz diagonal de propiedades de masa. También conviene desarrollar la matriz de rigideces en función de las matrices de rigideces individuales de los elementos de cada nivel. La más sencilla idealización para un edificio de varios niveles se basa en las siguientes hipótesis: (i) el sistema de piso es rígido en su plano; (ii) las vigas son rígidas con respecto a las columnas y (iii) las columnas son flexibles en la dirección horizontal pero rígidas en la vertical. Si se emplean estas hipótesis, el edificio se idealiza con tres grados de libertad para cada nivel: un grado de libertad traslacional en cada una de dos direcciones ortogonales, y una rotación alrededor de un eje vertical que pasa por el centro de masa. Si el sistema anterior se reduce al plano, este tendrá un grado de libertad traslacional en cada nivel. Ver Figs 1.3.a. y 1.3.b.

1. Modos de vibrar y frecuencias.

La ecuación de movimiento para un sistema de varios grados de libertad sin amortiguamiento puede escribirse en forma matricial como:

$$[M] \{ \ddot{v}(t) \} + [K] \{ v(t) \} = \{ 0 \} \quad (1.70)$$

Dado que el movimiento de un sistema en vibración libre es armónico, el vector desplazamiento puede representarse como:

$$\{ v(t) \} = \{ v \} \text{ sen } \omega t \quad (1.71)$$

Diferenciando dos veces con respecto al tiempo se tiene:

$$\{ \ddot{v}(t) \} = -\omega^2 \{ v(t) \} \quad (1.72)$$

Substituyendo las ecuaciones 1.71 y 1.72 en la 1.70 se obtiene la ecuación de valores característicos:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{ v(t) \} = \{ 0 \} \quad (1.73)$$

En virtud de tener un conjunto de ecuaciones de equilibrio homogéneas, el determinante de la matriz de coeficientes debe ser igual a cero:

$$\det ([K] - \omega^2 [M]) = \{ 0 \} \quad (1.74)$$

De donde se obtiene un polinomio de grado N . Las N raíces del polinomio representan las frecuencias de los N modos de vibrar. El modo que tiene la menor frecuencia (mayor periodo) se conoce como primer modo o modo fundamental. Una vez conocidas las frecuencias, se substituyen una a la vez en la ecuación de equilibrio 1.73, la cual puede ser resuelta para las amplitudes de movimiento de cada componente del desplazamiento del modo particular de vibración.

2. Ecuaciones de movimiento en coordenadas normales.

El teorema de los trabajos recíprocos de Betti, puede emplearse para desarrollar dos propiedades de ortogonalidad de los modos de vibrar que simplifican significativamente las ecuaciones de movimiento. La primera de éstas establece que los modos de vibrar son ortogonales con respecto a la matriz de masas y se expresa en forma matricial como

$$\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_m\} = \{0\} \quad (m \neq n) \quad (1.75)$$

Empleando las ecuaciones 1.73 y 1.75, la segunda propiedad puede expresarse en términos de la matriz de rigideces como:

$$\{\phi_n\}^T [K] \{\phi_m\} = \{0\} \quad (m \neq n) \quad (1.76)$$

la cual establece que los modos de vibrar son ortogonales con respecto a la matriz de rigideces. Además se supone que los modos de vibrar son también ortogonales con respecto a la matriz de amortiguamiento:

$$\{\phi_n\}^T [C] \{\phi_m\} = \{0\} \quad (m \neq n) \quad (1.77)$$

Dado que cualquier sistema de varios grados de libertad teniendo N grados de libertad tiene a su vez N modos de vibrar independientes, es posible expresar la forma deformada de la estructura en términos de las amplitudes de estos modos tratándolos como coordenadas generalizadas (en ocasiones llamada coordenadas normales). Dado que el desplazamiento de un sitio particular, $v_i(t)$, puede obtenerse sumando la contribución de cada modo se tiene:

$$v_i(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n q_n(t) \quad (1.78)$$

De manera similar, el vector de desplazamientos puede expresarse como:

$$\{v(t)\} = \sum_{n=1}^N \{\phi\} q_n(t) = [\Phi] \{q(t)\} \quad (1.79)$$

Es conveniente escribir las ecuaciones de movimiento de manera matricial como

$$[M] \{\ddot{v}(t)\} + [C] \{\dot{v}(t)\} + [K] \{v(t)\} = \{P(t)\} \quad (1.80)$$

la cual es similar a la ecuación para un sistema de un grado de libertad, ecuación 1.9. Las diferencias se deben a que la masa, amortiguamiento y rigidez se representan ahora por matrices que representan los diferentes grados de libertad, adicionales, y la aceleración, la velocidad, el desplazamiento, y las cargas aplicadas, por vectores que contienen los grados de libertad adicionales. La ecuación de movimiento puede expresarse en términos de las coordenadas normales, $q(t)$; substituyendo la ecuación 1.79 y sus derivadas en la ecuación 1.80 da como resultado:

$$[M] [\Phi] \{\ddot{q}(t)\} + [C] [\Phi] \{\dot{q}(t)\} + [K] [\Phi] \{q(t)\} = \{P(t)\} \quad (1.81)$$

Multiplicando la ecuación anterior por la traspuesta de cualquier vector modal, ϕ_n , se tiene:

$$\{\phi_n\}^T [M] [\Phi] \{\ddot{q}(t)\} + \{\phi_n\}^T [C] [\Phi] \{\dot{q}(t)\} + \{\phi_n\}^T [K] [\Phi] \{q(t)\} = \{\phi_n\}^T \{P(t)\} \quad (1.82)$$

Empleando las condiciones de ortogonalidad de las ecuaciones 1.75 a 1.77, el conjunto de ecuaciones se reduce a una ecuación de movimiento similar a la de un sistema de un grado de libertad, en términos de las propiedades generalizadas para el n -ésimo modo de vibrar y de la coordenada normal $q_n(t)$. Así:

$$M_n^* \ddot{q}_n(t) + C_n^* \dot{q}_n(t) + K_n^* q_n(t) = P_n^*(t) \quad (1.83)$$

donde las propiedades generalizadas para el n -ésimo modo de vibrar son:

$$M_n^* = \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}$$

$$C_n^* = \{\phi_n\}^T [C] \{\phi_n\} = 2 \phi_n \omega_n M_n^* \quad (1.84)$$

$$K_n^* = \{ \phi_n \}^T [K] \{ \phi_n \} = \omega_n^2 M_n^*$$

$$P_n^* = \{ \phi_n \}^T \{ P (t) \}$$

Las relaciones anteriores pueden emplearse para simplificar aún más la ecuación de movimiento a la forma

$$\ddot{q}_n (t) + 2 \phi_n \omega_n \dot{q}_n (t) + \omega_n^2 q_n (t) = \frac{P_n^* (t)}{M_n^*} \quad (1.85)$$

Debe notarse que las expresiones para las propiedades generalizadas de cualquier modo son equivalentes a las definidas previamente para el sistema generalizado de un grado de libertad. Por tanto el uso de los modos normales transforma un sistema de N grados de libertad en N sistemas generalizados de un grado de libertad; ver Figs 1.3.c. y 1.3.d. La solución completa del sistema se obtiene por superposición de las soluciones modales independientes. El empleo de este método implica un ahorro significativo en tiempo, ya que en la mayoría de los casos no es necesario emplear los N modos de respuesta para representar con adecuada precisión la respuesta de la estructura. En la mayor parte de las estructuras los primeros modos son los de mayor contribución en la respuesta modal. Por tanto, la respuesta puede obtenerse con suficiente precisión en términos de un número limitado de respuestas modales.

a. Análisis de la respuesta sísmica. Como en el caso de los sistemas de un grado de libertad, para el análisis sísmico la fuerza dependiente del tiempo debe reemplazarse por la carga efectiva, la que está dada por el producto de la masa en cada nivel, M_i , y la aceleración del terreno $\ddot{d}_s (t)$. El vector de cargas efectivas se obtiene como el producto de la matriz de masas y la aceleración del terreno:

$$P_e (t) = [M] \{ \Gamma \} \ddot{d}_s (t) \quad (1.86)$$

donde $\{ \Gamma \}$ es un vector de coeficientes de influencia, del que la componente i representa la aceleración de la coordenada i debida a una aceleración unitaria en la base. Para el modelo estructural en el que los grados de libertad están representados por los desplazamientos horizontales de los niveles, el vector $\{ \Gamma \}$ es igual a un vector con elementos unidad, dado que para una aceleración unitaria de la base en la dirección horizontal todos los grados de libertad tienen una aceleración horizontal unitaria. Empleando la ecuación 1.82, la carga efectiva generalizada para el n ésimo modo es

$$P_{en}^* (t) = \mathcal{L}_n \ddot{d}_s (t) \quad (1.87)$$

donde $\mathcal{L}_n = \{ \phi_n \}^T [M] \{ \Gamma \}$.

Sustituyendo la ecuación 1.87 en la 1.85 se obtiene la expresión para la respuesta sísmica del n ésimo modo de un sistema de varios grados de libertad:

$$\ddot{q}_n (t) + 2 \phi_n \omega_n \dot{q}_n (t) + \omega_n^2 q_n (t) = \mathcal{L}_n \ddot{d}_s (t) / M_n^* \quad (1.88)$$

De manera similar a la empleada para el sistema de un grado de libertad, la respuesta de este modo para cualquier instante t puede obtenerse empleando la integral de Duhamel, así:

$$q_n (t) = \frac{\mathcal{L}_n I_m (t)}{M_n^* \omega_n} \quad (1.89)$$

donde $I_m (t)$ representa la integral:

$$l_m(t) = \int_0^t \ddot{d}_s(\tau) e^{-\phi_n \omega_n (t-\tau)} \text{sen } \omega_n (t-\tau) d\tau \quad (1.90)$$

El desplazamiento completo de la estructura para cualquier instante t se obtiene por la superposición de las contribuciones individuales de cada modo; empleando la ecuación 1.79:

$$\{v(t)\} = \sum_{n=1}^N \{\phi_n\} q_n(t) = [\Phi] \{q(t)\} \quad (1.91)$$

Las fuerzas sísmicas resultantes pueden expresarse en términos de la aceleración efectiva, la cual para cada modo está dada por el producto de la frecuencia circular y la amplitud del desplazamiento de la coordenada generalizada:

$$q_{ne}(t) = \omega_n^2 q_n(t) = \frac{\xi_n \omega_n l_m(t)}{M_n^*} \quad (1.92)$$

La aceleración correspondiente al n -ésimo modo está dada por:

$$\{\ddot{v}_{ne}(t)\} = \{\phi_n\} \ddot{q}_{ne}(t) \quad (1.93)$$

y las correspondientes fuerzas sísmicas efectivas:

$$\{f_n(t)\} = [M] \{\ddot{v}_{ne}(t)\} = [M] \{\phi_n\} \omega_n \xi_n l_m(t) / M_n^* \quad (1.94)$$

La fuerza sísmica total se obtiene sumando las fuerzas modales individuales:

$$F(t) = \sum_{n=1}^N f_n(t) = [M] [\Phi] \omega^2 q(t) \quad (1.95)$$

El cortante en la base se obtiene sumando las fuerzas sísmicas en toda la altura de la estructura:

$$V_n(t) = \sum_{i=1}^N f_{ni}(t) = \{1\}^T \{f_n(t)\} = M_{en} \omega_n \xi_n l_m(t) \quad (1.96)$$

donde $M_{en} = \xi_n^2 / M_n^*$ es la masa efectiva del n -ésimo modo.

La suma de las masas efectivas para cada modo es igual a la masa total de la estructura. Lo anterior permite determinar el número de respuestas modales necesario para calcular adecuadamente la respuesta estructural completa. Si la respuesta total ha de ser representada por un número finito de modos y la suma de sus correspondientes masas modales es mayor que un porcentaje predefinido de la masa total, el número de modos considerado en el análisis es adecuado. Si este no es el caso, deben considerarse modos adicionales. El cortante en la base para el n -ésimo modo, ecuación 1.96, puede expresarse en términos del peso efectivo, W_{en} , como:

$$V_n(t) = \frac{W_{en}}{g} \omega_n \xi_n l_m(t) \quad (1.97)$$

donde

$$W_{en} = \frac{(\sum_{i=1}^N W_i \phi_{in})^2}{\sum_{i=1}^N W_i \phi_{in}^2} \quad (1.98)$$

El cortante en la base puede distribuirse en la altura del edificio de manera similar a la ecuación 1.68, con las fuerzas

sísmicas modales expresadas como

$$\{ f_n(t) \} = \frac{[M] \{ \phi_n \} V_n(t)}{\mathcal{Q}_n} \quad (1.99)$$

b. Análisis de la respuesta espectral.

Las ecuaciones anteriores para la respuesta de cualquier modo de vibración son exactamente equivalentes a las expresiones desarrolladas para el sistema generalizado de un grado de libertad. Por tanto, la respuesta máxima de cualquier modo puede obtenerse de manera similar. Por analogía con las ecuaciones 1.28 y 1.37 el desplazamiento modal máximo puede escribirse como:

$$q_n(t)_{\max} = \frac{I_m(t)_{\max}}{\omega_n} = S_{d_n} \quad (1.100)$$

Haciendo esta sustitución en la ecuación 1.89 se obtiene

$$q_n \max = \mathcal{Q}_n S_{d_n} / M_n^* \quad (1.101)$$

La distribución de los desplazamientos modales en la estructura puede obtenerse multiplicando esta expresión por el vector modal

$$\{ v_n \}_{\max} = \{ \phi_n \} q_n \max = \frac{\{ \phi_n \} \mathcal{Q}_n S_{d_n}}{M_n^*} \quad (1.102)$$

Las fuerzas sísmicas efectivas máximas pueden calcularse a partir de las aceleraciones modales dadas por la ecuación 1.94

$$\{ f_n(t) \}_{\max} = \frac{[M] \{ \phi_n \} \mathcal{Q}_n S_{pa_n}}{M_n^*} \quad (1.103)$$

Sumando estas fuerzas en la altura de la estructura se obtiene la siguiente expresión para el cortante máximo debido al *n*-ésimo modo:

$$V_n \max = \mathcal{Q}_n^2 S_{pa_n} / M_n^* \quad (1.104)$$

la cual puede expresarse en términos del peso efectivo como

$$V_n \max = W_{en} S_{pa_n} / g \quad (1.105)$$

donde W_{en} se define en la ecuación 1.98.

Finalmente, el momento de volteo en la base del edificio para el *n*-ésimo modo puede determinarse como

$$M_o = \{ h \} [M] \{ \phi_n \} \mathcal{Q}_n^2 S_{pa_n} / M_n^* \quad (1.106)$$

donde $\{ h \}$ es un vector fila de las alturas de cada entrepiso, por encima de la base.

3. Combinaciones modales.

Empleando el análisis de la respuesta espectral en un sistema de varios grados de libertad, la respuesta modal máxima se obtiene con el conjunto de modos que se seleccionaron para representar la respuesta espectral. La cuestión ahora es como combinar estas respuestas modales máximas para estimar de la mejor manera la respuesta total. Las

ecuaciones de la respuesta modal como la 1.91 y 1.95 dan resultados precisos en tanto que sean evaluadas en el tiempo. En el análisis espectral, el tiempo ha sido substituido por la respuesta modal máxima. Las respuestas máximas de cada modo no necesariamente ocurren al mismo tiempo; por tanto se deben combinar de manera que las respuestas combinadas se aproximen lo suficiente a la respuesta total máxima.

Una combinación que se ha empleado es tomar la suma de los valores absolutos de las respuestas modales (SVA). Esta combinación puede expresarse como:

$$R_{SVA} \leq \sum_{n=1}^N |R_n| \quad (1.107)$$

Dado que esta combinación supone que los máximos ocurren al mismo tiempo y con el mismo signo, se tiene un límite superior de la respuesta muy conservador para diseño.

Un estimador más razonable, basado en la teoría de las probabilidades, puede obtenerse empleando la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (RCSC); se expresa como:

$$R_{RCSC} \approx \sqrt{\sum_{n=1}^N R_n^2} \quad (1.108)$$

Este método ha mostrado dar buena aproximación para sistemas estructurales con frecuencias poco parecidas entre sí, o remotamente acopladas. Esto es:

$$\left| \frac{w_i - w_{j+1}}{w_i} \right| \geq 0.10$$

Para sistemas estrechamente acoplados, se ha propuesto el criterio de la combinación cuadrática completa (CCC) que permite incrementar la precisión en la evaluación de la respuesta de ciertos sistemas estructurales. La combinación cuadrática completa se expresa como:

$$R_{CCC} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_i \rho_{ij} R_j} \quad (1.109)$$

donde para amortiguamientos modales constantes, $\phi_i = \phi_j, \forall i, j$:

$$\rho_{ij} = \frac{8 \phi^2 (1 + \lambda) \lambda^{3/2}}{(1 - \lambda^2)^2 + 4 \phi \lambda^2 (1 + \lambda)^2} \quad (1.110)$$

$$\lambda = \omega_j / \omega_i$$

$$\phi = c / c_c$$

El empleo del método RCSC para sistemas en dos dimensiones y el método de CCC para sistemas en dos o tres dimensiones da buenas aproximaciones a la respuesta sísmica de sistemas elásticos sin requerir de un análisis completo de la historia de cargas.

4. Valuación de fuerzas sísmicas.

Una manera de comparar los efectos de los sismos es empleando espectros de respuesta, los cuales muestran las características de los sismos en función de sus efectos (desplazamiento, velocidad, aceleración) sobre las estructuras.

Es evidente que durante la vida útil de una estructura, más de una vez estará sujeta a la acción de sismos. Si interesan los espectros para obtener las aceleraciones máximas, conviene considerar no sólo el espectro de respuesta de un solo sismo, sino los de todos aquellos que pudieran tener efecto sobre la estructura. Para cubrir esta posibilidad se utilizan Espectros de Diseño que en combinación con algún método de análisis sísmico proporciona las fuerzas sísmicas de diseño o revisión de la estructura.

Los diferentes métodos para determinar las fuerzas sísmicas que actúan en la estructura se especifican en el artículo 203 del RCDF93, en función de las características especificadas en la sección 2 de las NTC's de Sismo.

a. Análisis estático.

El análisis sísmico estático es aplicable a edificios cuya altura no excede 60 m. Para efectuar el análisis se procede de la manera siguiente :

- Se considera que las fuerzas de inercia a diferentes niveles de la estructura forman un conjunto de fuerzas horizontales actuando sobre cada uno de los puntos donde se suponen concentradas las masas, incluyendo apéndices.
- Cada una de las fuerzas se considera igual al peso de la masa que corresponde multiplicado por un coeficiente proporcional a la altura de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales son apreciables).

La forma como se especifica el cálculo de fuerzas horizontales expresa en forma algebraica la variación lineal de aceleraciones, de magnitud ajustada para que la fuerza cortante en la base sea igual a:

$$\left[\frac{C}{Q} \right] W$$

La aplicación de los párrafos anteriores conduce a que la fuerza horizontal, F_p aplicada en el centro del nivel n está dada por la expresión:

$$F_i = C_d \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} W_i h_i \tag{1.111}$$

donde:

C_d Coeficiente sísmico de diseño, art. 206, RCDF93 y sección 3, NTC's de Sismo.

$$C_d = C / Q$$

W_i Peso del nivel i.

h_i Altura del nivel i sobre el desplante.

Puede demostrarse que el análisis estático es un caso particular del análisis dinámico; en efecto, a partir de la ecuación 1.88 se tiene

$$\ddot{q}_n(t) + 2 \phi_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \mathcal{Q}_n \ddot{d}_s(t) / M_n^*$$

La amplitud modal máxima está dada por la expresión 1.101:

$$q_{\max n} = \frac{\mathcal{L}_n S_{dn}}{M_n^*} = \frac{\mathcal{L}_n S_{pa}}{\omega_n^2 M_n^*}$$

Para el primer modo:

$$q_{\max 1} = \frac{\mathcal{L}_1 S_{pa}}{\omega_1^2 M_1^*}$$

El vector de desplazamientos máximos de la estructura, para ese modo, es:

$$D_{\max 1} = \Phi_1 q_{\max 1}$$

El vector de fuerzas de inercia correspondiente resulta:

$$F_{\max 1} = K D_{\max 1} = K \Phi_1 \frac{\mathcal{L}_1}{\omega_1^2 M_1^*} S_{pa} = M \Phi_1 \omega_1^2 \frac{\mathcal{L}_1}{\omega_1^2 M_1^*} S_{pa} = M \Phi_1 \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} S_{pa}$$

El vector de fuerzas cortantes respectivas es:

$$V_{\max 1} = J^T F_{\max 1} = J^T M \Phi_1 \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} S_{pa} = \mathcal{L}_1 \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} S_{pa}$$

de donde:

$$\frac{V_{\max 1}}{\mathcal{L}_1} = \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} S_{pa}$$

así, el vector de fuerzas de inercia es:

$$F_{\max 1} = M \Phi_1 \frac{V_{\max 1}}{\mathcal{L}_1}$$

por lo que la fuerza de inercia en la masa j es:

$$F_j = m_j \Phi_{1j} \frac{V_{\max 1}}{\Phi_1^T M J} = \frac{w_j}{g} \Phi_{1j} \frac{W C}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{g} \Phi_{1i}}$$

Como se mencionó en I.B.6.a. se requiere conocer la forma deformada de la estructura para conocer las fuerzas que se generan, en este método se supone que la configuración deformada correspondiente al primer modo es lineal, así:

$$\Phi_{1j} = \frac{h_j}{H}$$

y la fuerza de inercia en la masa j es:

$$F_j = w_j \frac{h_j}{H} \frac{W C}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i h_i}{H}}$$

$$F_j = C \frac{W}{\sum_{i=1}^n w_i h_i} w_j h_j$$

La expresión anterior es equivalente a la de la ecuación 1.111

Los aspectos sobresalientes del método estático son los siguientes:

- Sólo se considera el modo fundamental.
- La configuración aproximada de este modo es lineal; $\phi_{1j} = h_j / H$
- La masa equivalente del primer modo es 'igual' al total de la estructura (Carga Muerta + Carga Viva Máxima)
- Se emplea la ordenada espectral máxima 'C' del espectro de diseño, independientemente del periodo estructural.

b. Método simplificado de análisis.

Este tipo de análisis es aplicable a estructuras que cumplan simultáneamente los siguientes requisitos:

- En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales están soportadas por muros ligados entre sí por un sistema de piso suficientemente rígido y resistente al corte.
- La relación entre longitud y ancho en planta es menor que 2.0
- La relación entre la altura y el ancho de la base no excede de 1.5 y la altura del edificio es menor que 13 m.

La razón de las limitaciones anteriores obedece al buen comportamiento sísmico que en general han tenido las estructuras que cumplen con estos requisitos. Con este método sólo se necesita verificar que la resistencia al corte en cada dirección es suficiente; no es necesario calcular la distribución de elementos mecánicos en los distintos muros que forman la construcción, tampoco se hace necesario verificar desplazamientos, torsiones y momentos de volteo.

Los coeficientes de diseño para obtener las fuerzas cortantes en cada nivel se presentan en las NTC's de Sismo. Estos se obtuvieron de acuerdo con el método estático, aplicando la reducción que allí se permite en función del valor de Q y del periodo fundamental de vibración del inmueble. Se tomó $Q = 1$ ó 1.5 según el tipo de muros. El periodo fundamental se estimó en función de la altura y del tipo de suelo de cimentación. Los coeficientes para edificios en las zonas II y III resultaron muy próximos entre sí, así que se adoptó su promedio para ambas zonas a fin de simplificar las tablas (Instituto de Ingeniería, UNAM, comentarios a las NTC's de Sismo).

c. Análisis sísmico dinámico modal.

Conforme con las NTC's de Sismo toda estructura puede analizarse con un método dinámico, pero con carácter obligatorio aquellas cuya altura exceda 60 m. Los métodos aceptados de análisis dinámico son el análisis sísmico dinámico modal espectral, ASDME y el cálculo paso a paso de respuesta a temblores específicos.

(1). Análisis sísmico dinámico modal espectral.

Este método es de aplicación general cuando se requiere determinar la respuesta lineal de estructuras de varios grados de libertad; se basa en el hecho de que la respuesta total es la superposición de las respuestas de los diferentes modos naturales de vibración.

De acuerdo con las NTC's de Sismo en este método de análisis debe incluirse el efecto de todos los modos naturales de vibración con periodo mayor o igual a 0.4 seg y es obligatorio considerar los tres primeros modos de translación en cada dirección de análisis.

Una vez que se han determinado los modos de vibrar de la estructura, es necesario combinarlos para conocer su comportamiento ante una excitación dinámica específica, tomando en cuenta la contribución de cada modo. La respuesta final será la combinación de las respuestas independientes de cada uno de los modos, multiplicadas por un factor, denominado coeficiente de participación, ec. 1.88, que al desarrollarla, se convierte en la siguiente expresión:

$$C_n = \frac{\varphi_n}{M_n^*} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{ni}}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{ni}^2} \quad (1.112)$$

donde:

- m_i Masa del nivel i .
- ϕ_{ni} Amplitud del modo n para la masa i .
- n Número de niveles, grados de libertad.

Con este coeficiente de participación se calculan las respuestas modales y se combinan como se establece en las NTC's de Sismo, para calcular las respuestas totales con las expresiones 1.108 o 1.109:

$$R_{RSC} \approx \sqrt{\sum_{n=1}^N R_n^2}$$

$$R_{CC} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_i \rho_{ij} R_j}$$

para sistemas remotamente acoplados y estrechamente acoplados, respectivamente; ésto es, que los periodos de los modos naturales en cuestión difieran al menos 10% entre sí, o no. La fuerza cortante basal calculada con este método no debe ser menor que 80% de la que corresponde al análisis estático.

(2). Análisis paso a paso.

Para aplicar este método las NTC's de Sismo exigen que se usen por lo menos cuatro movimientos representativos. Con esto se pretende evitar que se adopten diseños que puedan resultar inseguros porque la estructura en cuestión sea poco sensible a las características detalladas de un temblor particular, pero responda en condiciones más desventajosas ante otro, que difiera en los detalles, pero que sea representativo de la misma intensidad, duración y contenido de frecuencia que el primero.

En general no se aplica para fines de diseño, por los tiempos de computadora requeridos, sino más bien para fines de revisión del comportamiento de edificios que han sido sometidos a sismos intensos y han tenido o no daños importantes.

En este método se puede suponer comportamiento elástico de la estructura o bien comportamiento no lineal, según diversas idealizaciones.

Al igual que en el método anterior, la fuerza cortante basal calculada con este método no deberá ser menor que 80 por ciento de la que predice el análisis estático.

II. CRITERIOS PARA ELABORAR ESPECTROS DE DISEÑO.

A. ESTUDIOS DE RIESGO SÍSMICO.

El riesgo sísmico en un sitio se relaciona con la intensidad de los movimientos sísmicos que se esperan en el lugar y con la frecuencia con que se exceden movimientos de distintas intensidades. El riesgo sísmico en un lugar depende de la sismicidad de las regiones que se encuentren a distancias tales que los sismos generados en ellas puedan producir efectos apreciables en el sitio. La acción sísmica de diseño para una estructura dada dependerá, por tanto, del riesgo sísmico en el lugar donde ésta se va a construir.

La información con que se suele contar para estimar el riesgo sísmico es de dos tipos: el primero consiste en información geofísica y el otro se refiere a características de registros de temblores obtenidas en cada sitio de interés. El primero abarca información que proporcionan los sismólogos sobre características de temblores en la fuente y, que mediante relaciones de atenuación que ligán magnitud con intensidad sísmica en términos de distancia y condiciones locales, permite predecir lo que ocurre en el sitio en cuestión a partir de la información sismológica.

1. Sismicidad y riesgo sísmico.

El riesgo sísmico en un sitio dado se expresa en términos de la frecuencia media con que en dicho sitio se excede cada intensidad y, para fines de ingeniería, esta última se expresa, por ejemplo, como la máxima aceleración o la máxima velocidad del terreno en el sitio durante un temblor, o como la ordenada del espectro de respuesta para valores dados de periodo natural y amortiguamiento o, en fin, como cualquier parámetro vinculado directamente a las características del movimiento del terreno en el sitio de interés y que tiene una correlación elevada con las respuestas sísmicas máximas de las obras de ingeniería que interesan.

Usualmente no se cuenta, para el sitio que interesa, con información estadística obtenida de instrumentos que registren directamente en el lugar las características de los temblores ocurridos. Por ello se requiere conocer lo que ocurre en las posibles fuentes sísmicas vecinas; por lo mismo, mediante el uso de las mencionadas leyes de atenuación, se transforman los modelos matemáticos que describen la actividad de las fuentes sísmicas vecinas (expresadas en términos de magnitudes y coordenadas de los focos) en actividad sísmica expresada en términos de las intensidades que ocurren en los sitios de interés.

2. Estimación del riesgo sísmico.

En la sección a se describen los aspectos que, desde el punto de vista de generación de sismos, son importantes para definir fuentes potenciales de estos eventos: Geología, Tectonismo y registros instrumentales de actividad sísmica en México. El tratamiento de la información sísmica registrada se presenta en la sección b, donde se establece la sismicidad local, entendida como el proceso de generación en las fuentes sísmicas y una estimación de su variación espacial. En la sección c se muestran las relaciones entre aceleración y velocidad máximas en terreno firme, que puede originar un sismo a una distancia hipocentral y con magnitud dadas que se suelen emplear en los estudios. La sección d está dedicada a describir la evaluación del riesgo sísmico en el sitio, en términos de la tasa de excedencia anual de la aceleración o de la velocidad máximas esperadas en terreno firme. Finalmente en la sección e se establecen los espectros de diseño sísmico en terreno firme de Ciudad Universitaria, al suroeste del Distrito Federal.

a. Fuentes sísmicas.

Una de las actividades iniciales al considerar la evaluación del riesgo sísmico en un sitio, consiste en integrar, en forma ordenada y sistemática, la información geológica y tectónica de las fuentes que potencialmente pueden afectarlo, con la historia sísmica registrada en el área definida dentro de un radio de por lo menos 400 km. La información sísmica recopilada consiste en datos de eventos registrados en el lapso comprendido entre los años 1900 y 1985, en el ámbito del territorio nacional y áreas continentales y marítimas contiguas. Para cada evento se recopiló, con base en las Refs 5, 25 y 28, información instrumental sobre magnitud, M , coordenadas geográficas del foco; latitud, ϕ , y longitud, Θ , y profundidad hipocentral, H . Se dispone de un acervo con más de 33,000 eventos, registrados desde 1900, en todo el país, con magnitud $M \geq 3.0$. De ellos, se formaron tres grupos: los dos primeros consignan aquellos eventos con magnitud base, M_0 , donde se consideran registrados todos los sismos ocurridos con magnitud $M \geq M_0$; se tienen 49 datos con $M \geq M_0 = 7.0$, entre 1900 y 1944, y 414 con $M \geq M_0 = 5.8$, entre 1945 y 1985. El tercer grupo permite evaluar la variación espacial de la sismicidad tanto en las zonas, como en sus elementos.

b. Análisis estadístico de la información.

El tratamiento estadístico de la información de fuentes sísmicas se efectuó conforme con las Refs 4, 5, 7, 8 y 25. Se estableció una evaluación de la sismicidad local, entendida como el proceso de ocurrencia de sismos en una zona o elemento en función de la variable $\lambda(M)$, que es el número medio de sismos ocurridos con magnitud mayor o igual que M , en la unidad de tiempo y por unidad de volumen. La variable de interés, $\lambda(M)$, se suele expresar como:

$$\lambda(M) = \alpha e^{-\beta M} (1 - e^{\delta(M - M_u)}), M < M_u; \lambda(M) = 0, M \geq M_u \quad (2.1)$$

donde las variables α , β , δ y M_u varían en cada zona y su estimación depende tanto de datos estadísticos como de sus características geológicas y tectónicas. M_u es una variable, límite superior de las magnitudes que pueden presentarse en las fuentes. La variable δ tiene el propósito de controlar la región de decaimiento de $\lambda(M)$ en la proximidad de M_u . El significado de las variables α y β no difiere del tradicional planteado en muchos trabajos previos. Su estimación se hizo, para cada zona y para cada elemento, con base en la estadística bayesiana, aplicándola en cuatro etapas:

- A partir de datos iniciales, estableciendo su semejanza con macrozonas de mucho mayor tamaño, tales como el cinturón circumpacífico o la zona de baja sismicidad.
- Incorporando, sucesivamente a las zonas, los datos de los sismos registrados en los dos grupos de información de eventos con $M \geq M_0$.
- Definiendo, "a posteriori", la función $\lambda(M)$ para cada uno de los elementos.
- Adicionalmente, por ser una variable esencial en la estimación de riesgo sísmico se detalló su influencia en cada zona, mediante histogramas de frecuencia para diferentes marcas de clase en las profundidades, distintas en principio para las diversas zonas.

c. Ecuaciones de atenuación.

Para determinar la contribución de cada fuente potencial de actividad sísmica a un sitio se requieren expresiones que permitan relacionar magnitud, M , y distancia focal, R , con valores máximos de la aceleración o de la velocidad en terreno firme, a o v . No obstante que la dispersión que se obtiene para distancias focales cortas es relativamente

grande, en México se ha aceptado usar las siguientes ecuaciones de atenuación, Ref 6:

$$a = 5600 e^{0.8 M} (R + 40)^{-2} \quad \text{cm / seg}^2 \quad (2.2)$$

$$v = 32 e^M (R + 25)^{-1.7} \quad \text{cm / seg}$$

Con objeto de tomar en cuenta la dispersión que tienen las ecuaciones de atenuación, se ha encontrado que la distribución estadística del cociente del valor real entre el calculado es, para fines prácticos, independiente tanto de la magnitud como de la distancia focal. Para el caso de aceleraciones máximas en terreno firme, la distribución del logaritmo natural del cociente señalado es normal, con media 0.04 y variancia 0.64; mientras que para velocidades máximas resultan 0.12 y 0.74, respectivamente. En el programa RSMX88, Ref 27, está implantado el tratamiento para tomarla en cuenta.

d. Establecimiento del riesgo sísmico.

Es práctica común expresar el riesgo sísmico en un sitio dado en función de la tasa de excedencia $\mu(Y)$ o del periodo de recurrencia, $T(Y)$, para aceleraciones y/o velocidades máximas, Y , en terreno firme del sitio. El proceso de integración está descrito en las Refs 5 y 25, y se resume en superponer los efectos de todos los elementos en que potencialmente se generen sismos que puedan afectar al sitio en consideración:

$$\mu(Y) = \int_{\text{vol}} \lambda [M(R, Y)] dV = K Y^{-r} = 1 / T(Y) \quad (2.3)$$

donde $\mu(Y)$ es la esperanza del número de veces en que se excede la aceleración o la velocidad máximas en terreno firme, en el sitio en cuestión, por unidad de tiempo. Tanto K como r dependen de cada sitio. Los resultados de aplicar el proceso de evaluación del riesgo sísmico, mediante la Ref 28, se presentan en la Fig 2.1.a, y consisten en:

- Un listado, por tipo de respuesta, Y , para diferentes valores de Y ; Los correspondientes valores de $E\{v(Y)\}$, $T(Y)$, y de la pendiente $r \equiv r(Y)$, en la ecuación 2.3.
- Los valores de la aceleración, a , y de la velocidad, v , máximas en terreno firme del sitio, para periodos de recurrencia de 50, 100, 200, 500 y 1,000 años.

e. Evaluación de parámetros para diseño sísmico.

El procedimiento para determinar coeficientes y espectros para diseño sísmico de estructuras desplantadas en suelos firmes, está basado en los trabajos de Newmark, Refs 17 a 19, y aplicado en México extensamente, Refs 5, 25 y 26. A continuación se resumen sus aspectos más relevantes. Los datos de partida son a y v , la aceleración y la velocidad máximas en terreno firme, establecidas como se ha descrito en la sección previa, para diferentes periodos de recurrencia. Newmark estableció, con base en el análisis estadístico de registros de aceleración en terreno firme, un conjunto de factores de amplificación para distintos rangos del espectro que fueron suavizados con reducciones de picos, para presentar una "probabilidad de falla razonablemente consistente, del orden del diez por ciento o menos". Dichos factores han sido empleados en conjunción con valores estimados del amortiguamiento de estructuras. Para obtener la envolvente del espectro de diseño de estructuras con comportamiento elástico, se multiplican respectivamente a y v , por F_a y F_v ; obteniéndose así los valores de las ordenadas espectrales elásticas S_a y S_v , en una representación tetralogarítmica, para amortiguamiento estructural del cinco y del diez por ciento. Conforme las Refs 32 a 34, para construcciones del Grupo B se requiere emplear valores de diseño asociados a un periodo de recurrencia de 50 años, que implica una probabilidad del dos por ciento de excederse, o del 98 por ciento de no alcanzarse. Por tanto en la Fig 2.1.b se presentan espectros de diseño para construcciones del Grupo B ($T=50$ años o $P=2\%$), y del

Grupo A ($T=100$ años o $P=1\%$), para amortiguamientos estructurales del 5 y del 10 por ciento.

B. PROCESAMIENTO DE ACELEROGRAMAS.

El movimiento del terreno durante un temblor se registra mediante acelerómetros, que establecen cómo varía con el tiempo la aceleración en un sitio en particular. El instrumento está diseñado para registrar tres componentes ortogonales del movimiento: dos en un plano horizontal con direcciones perpendiculares (usualmente una de ellas orientada Norte - Sur), y una en dirección vertical. El instrumento puede colocarse ya sea en campo abierto o ubicado en una estructura. Los registros -o acelerogramas-, en sus fases iniciales se efectuaban en papel fotográfico o en cinta y, actualmente, en medios magnéticos para almacenamiento y procesamiento posterior. Los acelerogramas son digitalizados para fines ingenieriles y durante este proceso se eliminan los errores asociados con el instrumento y la digitalización. Además, la línea de aceleración cero -o línea base- debe calcularse antes de establecer las velocidades y desplazamientos, mediante un proceso de integración numérica. El acelerograma corregido (conjunto de parejas aceleración - tiempo) se integra para obtener las historias de velocidad y de desplazamiento.

1. Información disponible.

Los eventos sísmicos estudiados se listan enseguida; considerando los dos componentes horizontales del movimiento para cada uno, se obtiene un conjunto de 50 espectros de respuesta para el estudio.

TABLA 2.1 EVENTOS SÍSMICOS ESTUDIADOS							
ESTACIÓN	FECHA	M	CLAVE	ESTACIÓN	FECHA	M	CLAVE
CU01	06-07-64	6.7	CU016407.061	CU01	19-09-85	8.1	CU018509.192
CU01	23-08-65	6.9	CU016508.231	CUIP	19-09-85	8.1	CUIP8509.191
CU01	02-08-68	7.1	CU016808.021	CUIP	19-09-85	8.1	CUIP8509.193
CU01	07-06-76	6.3	CU017606.071	CUMV	19-09-85	8.1	CUMV8509.191
CU01	19-03-78	5.8	CU017803.191	CUIP	21-09-85	7.6	CUIP8509.211
CU01	29-11-78	7.8	CU017811.291	CUMV	21-09-85	7.6	CUMV8509.211
CU01	14-03-79	7.0	CU017903.141	CU01	25-04-89	6.9	CU018904.251
SXCU	14-03-79	7.0	SXCU7903.141	CU02	25-04-89	6.9	CU028904.251
SXCU	24-10-80	6.4	SXCU8010.241	CU03	25-04-89	6.9	CU038904.251
SXCU	25-10-81	7.3	SXCU8110.251	CUP1	31-05-90	5.9	CUP19005.311
CU01	07-06-82	6.9	CU018206.071	CUP2	31-05-90	5.9	CUP29005.311
CU01	07-06-82	7.0	CU018206.072	CUP3	31-05-90	5.9	CUP39005.311
CU01	19-09-85	8.1	CU018509.191				

Los acelerogramas empleados, así como sus correspondientes velocidades y aceleraciones, en función del tiempo t , se muestran en las Figs 2.2 a 2.14.

La respuesta de estructuras de uno o de varios grados de libertad con comportamiento elástico o inelástico se establece a través de la solución de las ecuaciones de equilibrio dinámico. Se procede, para cada estructura caracterizada por su periodo natural de vibración y su amortiguamiento, partiendo del reposo y calculando la respuesta para sucesivos intervalos de tiempo, $t+\Delta t$, integrando numéricamente las ecuaciones de movimiento, para finalmente obtener la historia de respuestas en función de aceleración, velocidad y desplazamiento. De la historia de respuestas se distinguen

los valores máximos, S_a , S_v y S_d , que se denominan ordenadas espectrales de aceleración, velocidad y desplazamiento de la estructura, respectivamente. El conjunto de ordenadas espectrales, para diferentes periodos, constituye el llamado espectro de respuestas estructurales del acelerograma, para diferentes amortiguamientos.

La digitalización, corrección y procesamiento de acelerogramas y sus espectros de respuesta, que se emplearon en este estudio, se llevó a cabo por personal y con procedimientos desarrollados en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Los espectros de respuesta de aceleración empleados, así como los valores máximos de movimiento del terreno se presentan a continuación.

TABLA 2.2 MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO													
No.	REGISTRO	a cm/s ²	v cm/s	d cm	adv ²	v/a cm/s/g	No.	REGISTRO	a cm/s ²	v cm/s	d cm	adv ²	v/a cm/s/g
1	CV850919.ALE	37.36	9.19	5.70	2.521	241.07	26	U1650823.1TE	6.39	1.70	0.92	2.034	260.72
2	CV850919.ATE	38.83	11.01	4.45	1.425	277.87	27	U1680802.1LE	14.88	3.59	1.41	1.628	236.44
3	CV850921.ALE	13.66	2.32	0.72	1.827	166.44	28	U1680802.1TE	10.71	2.61	0.88	1.384	238.82
4	CV850921.ATE	13.51	1.70	0.46	2.150	123.32	29	U1760607.1LE	13.45	2.93	0.90	1.410	213.49
5	IP850919.ALE	31.71	10.25	6.17	1.862	316.78	30	U1760607.1TE	6.66	1.18	0.32	1.531	173.63
6	IP850919.ATE	34.65	9.37	7.71	3.043	265.01	31	U1780319.1LE	4.02	0.82	0.26	1.554	199.90
7	IP850919.CLE	30.39	9.80	5.86	1.854	316.03	32	U1780319.1TE	5.79	0.92	0.26	1.779	155.72
8	IP850919.CTE	33.22	9.01	7.27	2.975	265.80	33	U1781129.1LE	5.06	1.71	0.66	1.142	331.19
9	IP850921.ALE	14.76	3.28	1.09	1.495	217.78	34	U1781129.1TE	7.43	2.02	1.09	1.985	266.43
10	IP850921.ATE	13.00	3.90	1.39	1.188	294.00	35	U1790314.1LE	19.45	3.73	1.17	1.636	187.94
11	P1900531.ALE	1.20	0.12	0.03	2.500	98.00	36	U1790314.1TE	17.02	3.29	1.17	1.840	189.44
12	P1900531.ATE	0.96	0.09	0.02	2.370	91.88	37	U1820607.1LE	11.86	3.49	1.10	1.071	288.38
13	P2900531.ALE	5.24	1.03	0.32	1.581	192.63	38	U1820607.1TE	6.79	1.37	0.45	1.628	197.73
14	P2900531.ATE	3.27	0.36	0.15	3.785	107.89	39	U1820607.2LE	7.92	2.08	0.53	0.970	257.37
15	P3900531.ALE	5.13	0.89	0.31	2.008	170.02	40	U1820607.2TE	11.49	1.28	0.25	1.753	109.17
16	P3900531.ATE	3.33	0.38	0.15	3.459	170.02	41	U1850919.ALE	28.1	10.20	5.54	1.496	355.73
17	SX790314.1LE	16.56	3.96	1.52	1.605	234.35	42	U1850919.ATE	33.45	9.38	7.19	2.734	274.81
18	SX790314.1TE	13.68	2.61	1.15	2.309	186.97	43	U1850919.BLE	28.12	10.36	5.68	1.488	361.05
19	SX801024.1LE	25.27	2.69	0.79	2.759	104.32	44	U1850919.BTE	33.5	9.33	7.13	2.744	272.94
20	SX801024.1TE	23.47	3.91	0.73	1.121	163.26	45	U1890425.ALE	13.08	4.39	2.27	1.541	328.91
21	SX811025.1LE	11.04	2.44	1.02	1.891	216.59	46	U1890425.ATE	9.97	2.94	1.38	1.592	288.99
22	SX811025.1TE	13.31	2.07	0.77	2.392	152.41	47	U2890425.ALE	12.38	4.08	2.27	1.688	322.97
23	U1640706.1LE	18.29	2.10	0.72	2.986	112.52	48	U2890425.ATE	9.85	2.84	1.36	1.661	282.56
24	U1640706.1TE	15.74	2.43	0.74	1.973	151.30	49	U3890425.ALE	13.44	4.56	2.24	1.448	332.50
25	U1650823.1LE	5.73	1.38	0.46	1.384	236.02	50	U3890425.ATE	10.41	2.95	1.46	1.746	277.71

El valor de g de las columnas 7 y 14 corresponde al de la gravedad; g = 980 cm/s².

Los espectros de respuesta para amortiguamientos de 0 %, 2 %, 5 %, 10 % y 20 % se muestran en las Figs 2.15 a 2.27.

2. Método de Newmark.

Newmark propuso un método, Ref 20, para construir espectros de diseño elásticos en los cuales el dato de entrada es la aceleración máxima esperada del terreno. Los valores correspondientes de velocidad y desplazamiento máximos del terreno se calculan en función de la aceleración máxima, la cual es normalizada para $1.0 \times g$.

Newmark propuso el empleo de dos cocientes: ad/v^2 y v/a , para estimar los movimientos máximos del terreno como promedios de los que se han registrado en el sitio en cuestión; y amplificar estos valores para envolver a los espectros de respuesta que resultarían de un sismo con los movimientos máximos del terreno antes calculados.

Al graficar los espectros de respuesta junto con los movimientos máximos del terreno en papel tetralogarítmico, se identifican tres regiones principales en las cuales la respuesta estructural es aproximadamente constante, esto es el *valor de amplificación*. Los factores de amplificación se multiplican por los movimientos del terreno en estas tres regiones para obtener el espectro de diseño para un sistema elástico de un grado de libertad.

Para el cálculo de los factores de amplificación, Newmark propuso el calcular, para cada periodo dentro del rango de interés, la media y la desviación estándar; con estos valores y suponiendo una distribución normal de probabilidades, los valores que corresponden a una cierta probabilidad de no ser excedidas.

En la Fig 2.28 se muestra el espectro de Newmark para una aceleración máxima de $1.0 \times g$. Ref 20; también se presentan los valores de amplificación propuestos por Newmark. Los resultados presentados por Newmark resultaron de procesar información de 14 sismos con aceleraciones máximas del terreno que varían, entre $0.036 g$ y $1.25 g$. Todos los sismos se presentaron en el estado de California en los Estados Unidos de America.

En la sección a se describen los pasos necesarios para llegar al cálculo de los valores máximos para el terreno; el cálculo de los valores de amplificación se describe en la sección b, y finalmente en la sección c se presenta el espectro de diseño para la zona de Ciudad Universitaria siguiendo la metodología de Newmark.

a. Movimientos del terreno.

(1) Cocientes ad/v^2 .

Los valores máximos obtenidos de las gráficas de aceleración, velocidad y desplazamiento corregidas para las 2 componentes horizontales de los 50 registros se muestran en la Tabla 2.2. El factor adimensional ad/v^2 se presenta también en la Tabla 2.2, este valor es por lo menos en parte función de la distancia focal del sismo y de la atenuación del movimiento en el terreno. Para distancias focales grandes, donde el movimiento del terreno se asemeja a uno armónico, ad/v^2 se acerca a 1.0 el valor se incrementa conforme decrece la distancia focal.

Dado que las tres componentes del movimiento del terreno para un registro dado tienen la misma distancia focal, las diferencias entre los valores de ad/v^2 probablemente se deban a atenuaciones del movimiento del terreno y a efectos geológicos locales en la transmisión de los movimientos del terreno.

El valor ad/v^2 brinda algún límite a las magnitudes relativas del movimiento del terreno. Para los registros este valor varía entre 1.0 y 3.0 . Este valor es importante en la selección de los movimientos del terreno a usar en la construcción de los espectros de diseño. No obstante, el conocimiento del valor de ad/v^2 no es en sí suficiente para

establecer los límites básicos de movimiento del terreno necesarios para construir el espectro de diseño. Además, se requiere conocer el valor absoluto de dos de los tres movimientos.

Es conveniente, para fines de escala, basar el valor de la aceleración en 1.0 g. Además, dada la forma en que se obtiene la información y el conocimiento acumulado de años de experiencia en la construcción de espectros de diseño y otras cargas de impacto, es usual trabajar con las cantidades de velocidad y aceleración, y la relación entre ellas. Una razón para esto es que se cuenta con pocas mediciones confiables de desplazamiento y se desconoce mucho acerca de esta cantidad.

El procedimiento empleado para llegar a valores representativos de ad/v^2 fue el de calcular este valor para cada registro, y después tomar la media de estos valores.

El valor máximo de desplazamiento es muy sensible a los ajustes debido a que se obtiene a partir de una doble integración. Por esta razón, con objeto de determinar límites máximos al movimiento del terreno, Newmark propuso basar estos límites máximos en función de límites de aceleración y de velocidad, y en la selección de un valor representativo de ad/v^2 . Con base en la discusión anterior, parece adecuado emplear para fines de diseño un valor cercano al promedio, de 2.0.

(2) Cocientes v/a.

Con objeto de estimar el cociente de la velocidad entre la aceleración, se estudió la información de la Tabla 2.2. Se observa que este cociente para toda la información presenta variaciones importantes, los valores varían entre 90 y 360; y para fines de diseño se decidió emplear el valor, cercano al promedio, de 220.

(3) Movimientos máximos del terreno.

Basado en la discusión relativa a los valores de ad/v^2 , y la aceleración y la velocidad de los espectros de la Tabla 2.2, se calculó el valor del desplazamiento, y se redondeó a un número cerrado. Para completar, se calculó el valor real de ad/v^2 , para comparar con el propuesto.

Sean:

$$\frac{v}{a} = 220 \text{ cm/s/g} \quad y \quad \frac{ad}{v^2} = 2.0 \tag{2.4}$$

Si $a = 1.0 \text{ g}$, entonces, $v = 220 \text{ cm/s}$. Sustituyendo estos valores en la segunda ecuación se tiene $d = 98.78 \text{ cm}$. Por lo tanto, para el espectro básico de diseño se consideraron los siguientes valores:

Aceleración = 1.0 g

Velocidad = 220 cm/s

Desplazamiento = 100 cm, y

$$\frac{a d}{v^2} = \frac{980 \times 100}{(220)^2} = 2.02 \approx 2.0$$

El espectro básico de diseño para la zona de Ciudad Universitaria, conforme este criterio, se muestra en la Fig 2.29.

b. Factores de amplificación.

(1) Normalización del espectro de respuesta.

Dado que los movimientos para distintos sismos difieren unos de otros, las respuestas no pueden ser comparadas en una base absoluta. Un método aceptado para hacer estudios comparativos significativos consiste en normalizar el espectro de respuesta igualando el área bajo la curva del espectro de respuesta entre dos periodos cualesquiera. Otro método de normalizar el espectro de respuesta es calcular el factor de amplificación, que es el cociente de la respuesta calculada al movimiento máximo del terreno, para desplazamiento, velocidad y aceleración asociados a cada periodo en el rango de interés. Con este procedimiento, los factores de amplificación pueden usarse para desarrollar espectros de diseño para un movimiento dado del terreno.

(2) Análisis estadístico.

Con los valores normalizados se calculó la media y la desviación estándar para cada periodo y para amortiguamientos del 5 % y 10 % del amortiguamiento crítico. Con la media y la desviación estándar para cada periodo, se calculó la amplificación percentil a partir de una curva de distribución normal como:

$$x_p = x_m + c\sigma \tag{2.5}$$

x_p = Amplificación percentil

x_m = Media

σ = Desviación estándar

c = Coeficiente que depende del nivel probabilístico. Tabla 2.3.

TABLA 2.3 COEFICIENTES PERCENTILES			
P	c	P	c
0.999	3.09023	0.850	1.03643
0.990	2.32635	0.800	0.84162
0.980	2.05375	0.750	0.67449
0.950	1.64485	0.700	0.52440
0.900	1.28155	0.600	0.25335

La amplificación percentil para cada periodo se empleó para obtener *coeficientes de amplificación* promedio dentro de bandas de frecuencia de interés.

(3) Amplificación de la respuesta.

Los valores amplificados para los distintos periodos donde se realizaron los cálculos se muestran en la Fig 2.30 para 5 % del amortiguamiento crítico y para las respuestas media y media + 1σ . Se observa que las amplificaciones para aceleración son constantes para fines prácticos en un rango de periodos desde 0.04 s a 1.0 s. Para el desplazamiento los factores de amplificación son constantes de 3 s a 5 s. Para el rango intermedio de velocidad, las amplificaciones son constantes en un rango de 1 s a 3 s aunque se presentan ocasionales protuberancias con valor máximo en la parte central, no existe base para no emplear una sola constante de amplificación en este rango.

Los valores estadísticos de amplificación de la respuesta correspondientes a niveles percentiles de 99, 95, 90, 85, 80 y 75 por ciento se presentan en las tablas 2.4 a 2.6. Las amplificaciones se obtuvieron calculando primero la media y la desviación estándar para desplazamiento, velocidad y aceleración para cada periodo, de estos se calcularon las amplificaciones correspondientes a distintos percentiles. Las amplificaciones para desplazamiento, velocidad y aceleración para un número de bandas de frecuencias fueron entonces promediadas y presentadas en tablas. Las bandas de frecuencias empleadas para promediar las amplificaciones, establecidas mediante examen de los espectros, fueron en orden respectivo de rangos: Aceleración, de 0.0 s a 1.0 s; Velocidad, 1.0 s a 3.0 s y Desplazamiento 3.0 s a 5.0 s. Así:

ϕ %	TABLA 2.4 AMPLIFICACIÓN PERCENTIL ACELERACIÓN						
	0.99	0.98	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75
0	11.4874	9.3272	6.9725	5.5925	4.9559	4.5849	4.3451
2	3.6434	3.5132	3.3107	3.1214	2.9867	2.8739	2.7717
5	2.9518	2.8879	2.7833	2.6783	2.5984	2.5274	2.4591
10	2.5806	2.5442	2.4828	2.4186	2.3678	2.3211	2.2746
20	2.3221	2.3012	2.2654	2.2270	2.1957	2.1663	2.1364

ϕ %	TABLA 2.5 AMPLIFICACIÓN PERCENTIL VELOCIDAD						
	0.99	0.98	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75
0	13.5175	11.1764	8.5395	6.9467	6.2048	5.7771	5.5090
2	5.7587	5.4048	4.8919	4.4563	4.1745	3.9583	3.7790
5	4.1405	3.9840	3.7391	3.5081	3.3427	3.2037	3.0774
10	3.1745	3.0965	2.9681	2.8385	2.7393	2.6510	2.5657
20	2.4406	2.4033	2.3396	2.2722	2.2181	2.1677	2.1170

ϕ %	TABLA 2.6 AMPLIFICACIÓN PERCENTIL DESPLAZAMIENTO						
	0.99	0.98	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75
0	11.3776	9.6970	7.6950	6.3949	5.7481	5.3547	5.0957
2	6.1836	5.7598	5.1542	4.6506	4.3318	4.0925	3.8984
5	4.5735	4.3725	4.0630	3.7777	3.5781	3.4141	3.2685
10	3.6067	3.5004	3.3282	3.1584	3.0313	2.9204	2.8157
20	2.8417	2.7852	2.6904	2.5921	2.5150	2.4446	2.3752

c. Evaluación de parámetros para diseño sísmico.

El procedimiento consiste en calcular los valores máximos del movimiento del terreno y graficarlos en papel tetralogarítmico. Después, para cada grado de amortiguamiento y como función de la amplificación percentil límite seleccionada para diseño, multiplicar cada valor de movimiento del terreno por el coeficiente apropiado de amplificación para obtener los límites de control en cada una de las regiones del espectro. Estos valores amplificados son aplicables en ciertos rangos de frecuencias. Para valores muy grandes y muy pequeños de frecuencia la respuesta se iguala a la del terreno.

Como dato inicial para establecer el espectro de diseño en el sitio de interés, se requiere conocer el valor máximo probable de aceleración del terreno; aprovechando los resultados de riesgo sísmico para 'terreno firme' de Ciudad Universitaria, al suroeste del Distrito Federal:

$$a_{T=100\text{años}} = 129.998 \text{ cm/s}^2 = 0.133g \text{ y,}$$

$$a_{T=50\text{ años}} = 103.248 \text{ cm/s}^2 = 0.105g$$

Grupo A, T = 100 años o P = 99 % de no ser excedido.

$$\begin{aligned} \text{Aceleración del terreno} &= (1.0)(0.133) = 0.133g \\ \text{Velocidad del terreno} &= (220)(0.133) = 29.18 \text{ cm/s} \\ \text{Desplazamiento terreno} &= (100)(0.133) = 13.27 \text{ cm} \end{aligned}$$

Grupo B, T = 50 años o P = 98 % de no ser excedido.

$$\begin{aligned} \text{Aceleración del terreno} &= (1.0)(0.105) = 0.105g \\ \text{Velocidad del terreno} &= (220)(0.105) = 23.18 \text{ cm/s} \\ \text{Desplazamiento terreno} &= (100)(0.105) = 10.54 \text{ cm} \end{aligned}$$

Parámetros amplificados

TABLA 2.7 PARÁMETROS AMPLIFICADOS MÉTODO DE NEWMARK				
P %	ϕ %	a cm/s ²	v cm/s	d cm
99	5	129.998 x 2.9518 = 384	29.18 x 4.1405 = 121	13.27 x 4.5735 = 61
99	10	129.998 x 2.5806 = 335	29.18 x 3.1745 = 93	13.27 x 3.6067 = 48
98	5	103.248 x 2.8879 = 298	23.18 x 3.9840 = 92	10.54 x 4.3725 = 46
98	10	103.248 x 2.5442 = 263	23.18 x 3.0965 = 72	10.54 x 3.5004 = 37

Para determinar el valor de T_s , se estudiaron las gráficas de la Fig 2.31. Se observa que existe un grupo de espectros de respuesta para los cuales el periodo de decaimiento, se presenta alrededor de 0.3 s; y otro grupo, sismos de 1985, para los cuales este periodo es cercano a 1.0 s. En las mismas Figs se presentan los espectros de diseño propuestos por los distintos Reglamentos de Construcción de 1942 a 1993 del Distrito Federal, terreno firme. En general suponen un valor de T_s pequeño, variando de 0 s a 0.3 s. Si no se tomara en cuenta la influencia de los registros de 1985, los valores anteriores serían adecuados. Sin embargo, los sismos de 1985 no pueden ignorarse dado el poder destructivo que mostraron, por tanto, con objeto de envolver a los espectros de respuesta de estos sismos, el valor de T_s se propone igual a 1.0 s.

El valor de T_b se calculó empleando la siguiente igualdad que puede deducirse a partir de las ecuaciones 1.37 y 1.38 del capítulo 1:

$$T_b = 2 \pi S_v / S_a \quad (2.6)$$

Conforme con el método, para valores pequeños del periodo el movimiento se acerca al movimiento del terreno, por lo tanto, el valor de a_{or} para estructuras del Grupo B, se propuso igual a la aceleración máxima registrada que es igual a $38.83 \text{ cm/s}^2 = 0.039g \approx 0.04g$. Para las estructuras del Grupo A este valor se obtuvo multiplicando el valor de a_o antes calculado, por un factor mayor que 1 y que se obtuvo como el cociente de los valores de c para los Grupos A y B; esto es

$$f_1 = \frac{0.39}{0.30} = 1.3 \quad (2.7)$$

$$f_2 = \frac{0.34}{0.27} = 1.26$$

Por tanto, empleando $f = 1.3$, el valor de a_{or} para estructuras del Grupo A es igual a $1.3 \times 0.04g \approx 0.05g$.

En la Fig 2.32 se presentan los espectros de diseño para construcciones del Grupo B (T=50 años o P=2 %), y del Grupo A (T=100 años o P=1 %), para amortiguamientos estructurales del 5 y del 10 por ciento, en terreno 'firme' de Ciudad Universitaria, al suroeste del Distrito Federal.

3. Procesamiento Estadístico de Espectros de Respuesta.

El movimiento sísmico y su duración en un sitio particular esta influenciado por un número de factores, de entre los más importantes se encuentran los siguientes:

- Magnitud del sismo.
- Distancia al epicentro.
- Condiciones locales del suelo.
- Variación en la geología y en la velocidad de propagación de las ondas sísmicas.
- Condiciones en la fuente sísmica y mecanismo de falla.

Mientras que el efecto de algunos de los factores anteriores, como condiciones locales del suelo y distancia al epicentro, están bien estudiados y documentados, la influencia del mecanismo en la fuente y la variación de la geología son más complejos y difíciles de cuantificar.

Varios de los factores están relacionados, y por tanto es difícil estudiarlos individualmente sin incorporar algunos de los otros. El emplear los registros de los movimientos sísmicos, para generar espectros de respuesta, trae como consecuencia que las ordenadas espectrales también sean función de los factores antes mencionados.

Sea X la variable aleatoria que representa el valor de la ordenada espectral de diseño para un periodo cualquiera. ¿Cuál debe ser el valor de X para que la probabilidad de excedencia sea P ?

Para contestar adecuadamente la pregunta anterior, se debe establecer en primer lugar el valor de P , proponer una función de densidad de probabilidad, fdp que represente el fenómeno, y empleando la información de los espectros de respuesta, calcular los parámetros necesarios de la fdp. Finalmente, empleando la fdp, calcular las ordenadas espectrales que correspondan al valor de P , con lo que se obtienen curvas que se ajustan a formas geométricas sencillas para fines prácticos. En la sección 2.2.3.1. se describe el cálculo de P y se establece la fdp más adecuada; en la sección 2.2.3.2. las bases para llegar a los espectros de diseño.

a. Análisis Probabilístico.

(1) Cálculo de P .

Conforme con las Refs 32 a 34, las estructuras del Grupo B deben diseñarse para periodos de retorno de 50 años, y es práctica usual considerar para estructuras del Grupo A un periodo de retorno de 100 años.

El periodo de retorno por definición es un intervalo de tiempo promedio en el cual un evento de magnitud dada puede ser igualado o excedido una vez por lo menos.

Por definición, la probabilidad de un evento A es la frecuencia relativa con la que dicho evento ocurre o ha ocurrido en un número muy grande de experimentos. Es decir:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}$$

Por tanto, como consecuencia de las definiciones anteriores:

$$P_{T-50 \text{ años}} = 1/50 = 0.02 = 2 \%$$
$$P_{T-100 \text{ años}} = 1/100 = 0.01 = 1 \%$$

(2) Función de Densidad de Probabilidad (fdp).

Newmark, Ref 20, empleó la Distribución Normal en el cálculo de los factores de amplificación y esa es la razón de haber empleado esta distribución en la sección anterior. El empleo de la Distribución Normal puede justificarse si se hace la hipótesis de que la variable aleatoria X , definida anteriormente, es el resultado de la suma de los distintos factores que son a su vez variables aleatorias, W , esto es:

$$X = W_1 + W_2 + \dots + W_n$$

ya que, empleando la teoría de la probabilidad, puede demostrarse que: "Bajo condiciones generales, conforme el número de variables en la suma se hace grande, la distribución de la suma de las variables aleatorias se aproxima a la distribución normal."

Las condiciones generales pueden ser alguna de las siguientes:

- Las variables aleatorias involucradas son independientes e idénticamente distribuidas.
- Las variables aleatorias son independientes, pero no idénticamente distribuidas, siempre y cuando cada variable individualmente tenga poco efecto en la suma.
- Las variables aleatorias no son independientes del todo, pero están distribuidas conjuntamente, de manera que la correlación entre una variable cualquiera y el resto es cero.

Si bien no se puede garantizar ninguna de las condiciones anteriores, el hecho importante, consecuencia de la teoría de probabilidad, es que aún si el número de variables involucradas es solo moderadamente grande, mientras ninguna variable domine el fenómeno y mientras las variables no sean altamente dependientes, la distribución de su suma será cercana a la normal.

En la Fig 2.33 se presentan histogramas de frecuencias para 4 periodos seleccionados y para 10% del amortiguamiento crítico. Los resultados para otros periodos y amortiguamientos presentan, en general, la misma forma. Como puede observarse presentan diferencias importantes con respecto a la clásica forma de campana de la distribución normal, lo que no significa necesariamente que esta fdp sea inadecuada para representar el fenómeno.

En general, los histogramas presentan un sesgo a la izquierda, lo que sugiere que la Distribución Logarítmica-Normal representaría de mejor manera el fenómeno.

La Distribución Logarítmica-Normal representa un fenómeno que es resultado del mecanismo multiplicativo de un cierto número de factores. Por lo tanto, si ahora se hace la hipótesis de que la variable aleatoria X , definida anteriormente, es el resultado de el producto de los distintos factores que son a su vez variables aleatorias, W , esto es:

$$X = W_1 * W_2 * \dots * W_n$$

$$r = m \cdot n$$

W_i está normalmente distribuida y el logaritmo natural de X está distribuido normalmente.

(3) Pruebas de hipótesis.

Un modelo probabilístico permanece como una abstracción hasta que es correlacionado con observaciones del fenómeno físico. Esta información provee estimadores numéricos de los parámetros del modelo, y permite verificar el modelo al comparar las observaciones con las predicciones del modelo. La presencia de grandes y consistentes discrepancias entre lo observado y lo predicho podría poner en duda la capacidad del modelo para representar el fenómeno, mientras que una correspondencia cercana daría credibilidad al modelo. No obstante, debido a la naturaleza aleatoria del fenómeno, rara vez se podría establecer que cierta información observada es suficiente para aceptar o rechazar categóricamente un modelo. Una aparente discrepancia entre el modelo y la realidad puede ser simplemente el resultado de la ocurrencia en esa particular información de una relativamente rara pero no imposible serie de eventos. Por otra parte, pueden existir algún número de otros modelos capaces de predecir un conjunto de valores que estén en concordancia con la información observada.

En conclusión, si la estimación de parámetros y la verificación de los modelos se basa en tamaños de muestra prácticos, siempre habrá incertidumbre en los valores de los parámetros y quizás también en la validez del propio modelo. Se concluye que se enfrenta con tres tipos de incertidumbres. La primera es la naturaleza intrínseca del fenómeno probabilístico en sí mismo. El segundo tipo puede designarse estadístico. Esta asociado con errores al estimar los parámetros del modelo con precisión. No es fundamental, en tanto que puede eliminarse a costa de mayor experimentación. La tercera clase de incertidumbre, es en la forma del modelo en sí, y puede en principio eliminarse también con suficiente información.

Una hipótesis estadística es cualquier suposición que se hace acerca de la distribución de la población, una prueba de hipótesis es un método para decidir si se rechaza o no una hipótesis estadística, con base en la información contenida en una muestra. La hipótesis a probar se conoce como hipótesis bajo prueba o hipótesis nula H_0 . La hipótesis alterna, H_1 , es la hipótesis que suponemos se cumple cuando no se cumple H_0 .

Cuando se toma una decisión con respecto a una hipótesis nula, dos de las posibles consecuencias relativas al verdadero estado de la naturaleza conducen a errores inferenciales. El rechazo de la hipótesis H_0 cuando en realidad H_0 es cierta, constituye lo que se denomina error tipo I. Equivocarse al rechazar H_0 cuando en realidad H_0 es falsa, constituye lo que se denomina error tipo II. Es necesario tener alguna cantidad que mida la posibilidad de cometer alguno de estos errores.

La probabilidad de rechazar H_0 dado que H_0 es cierta, se define como la probabilidad del error tipo I y se denota por α , $0 \leq \alpha \leq 1$. También se conoce a α como nivel de significancia.

La probabilidad de no rechazar H_0 dado que H_0 es falsa, se define como la probabilidad del error tipo II y se denota por β , $0 \leq \beta \leq 1$.

Tanto α como β son probabilidades condicionales. No pueden obtenerse las probabilidades de los errores de tipo I y tipo II en un sentido absoluto, debido a que el estado de la naturaleza no es conocido. Más bien, puede calcularse

la probabilidad α de rechazar H_0 sólo si se asume que H_0 es cierta, o la probabilidad β de equivocarse al rechazar H_0 , si se asume que H_0 es falsa.

Cuando una afirmación se incorpora en la proposición de la hipótesis nula, se necesita una regla que indique qué decisión tomar con respecto a H_0 una vez que se encuentra disponible la evidencia muestral. La forma de tal regla es:

Aceptar H_0 si $D \leq c$

Aceptar H_1 (rechazar H_0) si $D > c$

D es un estadístico de prueba, el cual "mide" la desviación de la forma de la información observada de la predicha por el modelo. Si sabemos que bajo H_0 , el estadístico tiene alguna distribución particular, se puede calcular el valor de c asociado con cierto nivel de significancia α . Con los datos experimentales se calcula el valor de D y se compara con c con lo que se acepta o rechaza H_0 .

Nótese que el propósito de la prueba es únicamente responder a la pregunta de si la información presenta una desviación estadísticamente significativa de las predicciones del modelo.

En las secciones siguientes se establece cuál de las fdp anteriores, representa mejor el fenómeno. Para lo cual se emplearán las pruebas de bondad de ajuste chi-cuadrada y la estadística Kolmogorov-Smirnov.

(a) Prueba Chi-cuadrada.

Sean las siguientes hipótesis nulas:

H_{o1} : X está normalmente distribuida.

H_{o2} : X está log-normalmente distribuida.

Los resultados de la prueba se resumen en la Tabla 2.8. Como las frecuencias en algunos intervalos son menores que 3, se agruparon dos o más intervalos. Los intervalos agrupados se muestran con líneas horizontales más gruesas que el resto.

TABLA 2.8 PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE CHI CUADRADA													
Intervalos		Frecuencias observadas				Frecuencias Calculadas Distribución Normal				Frecuencias Calculadas Distribución Logarítmica Normal			
		Periodo, T, s				Periodo, T, s				Periodo, T, s			
		0.5	1.0	2.0	2.5	0.5	1.0	2.0	2.5	0.5	1.0	2.0	2.5
0.000	0.005	2	4	5	9	2.528	2.227	2.645	3.551	2.570	3.046	8.283	11.667
0.005	0.010	9	5	8	12	3.554	2.757	3.303	4.561	8.432	7.694	9.233	10.431
0.010	0.015	4	6	8	4	4.579	3.267	3.905	5.376	8.689	7.476	6.665	6.755
0.015	0.020	12	6	3	10	5.407	3.705	4.371	5.812	7.048	6.133	4.832	4.574
0.020	0.025	3	10	9	2	5.851	4.020	4.631	5.766	5.363	4.831	3.602	3.244
0.025	0.030	5	6	5	1	5.802	4.174	4.645	5.248	4.017	3.780	2.757	2.389
0.030	0.035	2	2	1	2	5.273	4.147	4.411	4.382	3.011	2.970	2.159	1.812
0.035	0.040	4	0	1	1	4.392	3.943	3.965	3.358	2.273	2.352	1.724	1.408
0.040	0.045	2	1	0	2	3.352	3.588	3.373	2.360	1.732	1.880	1.399	1.116
0.045	0.050	0	0	0	3	2.345	3.124	2.717	1.522	1.333	1.516	1.151	0.899
0.050	0.055	4	0	0	2	1.503	2.602	2.072	0.901	1.036	1.234	0.958	0.735
0.055	0.060	1	0	3	2	0.883	2.075	1.496	0.489	0.813	1.013	0.806	0.609
0.060	0.065	1	4	2	0	0.475	1.583	1.022	0.243	0.644	0.838	0.685	0.509
0.065	0.070	1	0	4	0	0.235	1.156	0.661	0.111	0.514	0.698	0.586	0.430
0.070	0.075	0	1	0	0	0.106	0.807	0.405	0.047	0.414	0.585	0.505	0.366
0.075	0.080	0	1	1	0	0.044	0.540	0.235	0.018	0.336	0.494	0.439	0.314
0.080	0.085	0	3	0	0	0.017	0.345	0.129	0.006	0.274	0.419	0.383	0.271
0.085	0.090	0	1	0	0	0.006	0.211	0.067	0.002	0.225	0.358	0.336	0.236

d	16,05	29	35,04	35,54	8,28	15,55	19,22	14,15
---	-------	----	-------	-------	------	-------	-------	-------

Bajo la hipótesis nula, la distribución es χ^2 con ν grados de libertad ($\nu = m - 1 - k$). Empleando un nivel de significancia $\alpha = 5\%$ para $T = 0.5$ s, 2.0 s y 2.5 s, $m = 8$ y $k = 2$; por lo tanto $\chi^2_{0.95,5} = 11.07$. Por otra parte para $T = 1.0$ s $m = 9$ y $k = 2$; por lo tanto $\chi^2_{0.95,5} = 12.60$.

Para $\alpha = 5\%$ se rechaza H_{o1} para los periodos estudiados y se rechaza H_{o2} para todos los periodos excepto $T = 0.5$ s. El rechazar la hipótesis nula implica que, mediante el empleo de esta prueba, se encontró diferencia significativa entre la forma de la información y la del modelo.

(b) Prueba Kolmogorov - Smirnov.

Sea la siguiente hipótesis nula:

H_{01} : X está normalmente distribuida con media y desviación estándar conocidas.

Los resultados de la prueba se resumen en la Tabla 2.9.

TABLA 2.9 PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE KOLMOGOROV-SMIRNOF. DISTRIBUCIÓN NORMAL													
No. Reg	S_n / g				$S_n(x)$	$F_0(x)$				$S_n(x) - F_0(x)$			
	Periodo, T, s					Periodo, T, s				Periodo, T, s			
	0.5	1.0	2.0	2.5		0.5	1.0	2.0	2.5	0.5	1.0	2.0	2.5
1	0,0018	0,0013	0,0003	0,0002	0,02	0,0889	0,1196	0,1204	0,1272	0,0689	0,0996	0,1004	0,1072
2	0,0024	0,0026	0,0005	0,0005	0,04	0,0949	0,1309	0,1225	0,1305	0,0549	0,0909	0,0825	0,0905
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
27	0,0199	0,0221	0,0209	0,0172	0,54	0,3920	0,3822	0,4190	0,4463	0,1480	0,1578	0,1210	0,0937
28	0,0201	0,0224	0,0213	0,0177	0,56	0,3966	0,3871	0,4265	0,4570	0,1634	0,1729	0,1335	0,1030
29	0,0221	0,0229	0,0214	0,0180	0,58	0,4439	0,3937	0,4284	0,4630	0,1361	0,1863	0,1516	0,1170
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
36	0,0305	0,0286	0,0277	0,0206	0,72	0,6387	0,4883	0,5444	0,5241	0,0813	0,2317	0,1756	0,1959
37	0,0307	0,0290	0,0286	0,0209	0,74	0,6433	0,4951	0,5615	0,5313	0,0967	0,2449	0,1785	0,2087
38	0,0356	0,0301	0,0286	0,0291	0,76	0,7446	0,5140	0,5615	0,7141	0,0154	0,2460	0,1985	0,0459
39	0,0377	0,0328	0,0333	0,0314	0,78	0,7819	0,5582	0,6462	0,7573	0,0019	0,2218	0,1338	0,0227
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
50	0,0680	0,0874	0,0781	0,0596	1,00	0,9950	0,9928	0,9934	0,9909	0,0050	0,0072	0,0066	0,0091

La estadística de Kolmogorov - Smirnov tiene ventajas sobre la prueba chi - cuadrada en el sentido de que compara toda la información de manera inalterada, estos es sin discretizar en intervalos. A diferencia de la prueba chi - cuadrada esta estadística es exacta para cualquier tamaño de la muestra. Por otra parte, la estadística de Kolmogorov - Smirnov es estrictamente válida para distribuciones continuas y solo cuando el modelo ha sido formulado con hipótesis independientes por completo de la información. Si los parámetros han sido estimados de la misma información puede subsanarse esto, en cierto grado, aumentando el nivel de significancia.

Los valores máximos de $S_n(x) - F_0(x)$ se muestran en negritas para cada periodo. Para $n = 50$ datos y un nivel de significancia $\alpha = 10\%$ el estadístico de Kolmogorov - Smirnov da como resultado: $D_n = 0.1725$.

Por lo tanto para $T = 0.5$ s no se rechaza la hipótesis nula, pero se rechaza para el resto de los periodos. Como resultado de los estadísticos anteriores se encontró diferencia significativa entre la forma de la información y la

distribución normal, por lo que se considera inadecuado su empleo para representar a la variable aleatoria X .
Sea la siguiente hipótesis nula:

H_{02} : X esta log-normalmente distribuida con media y desviación estándar conocidas.

Los resultados de la prueba se resumen en la tabla 2.10.

TABLA 2.10 PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE KOLMOGOROV-SMIRNOF. DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL													
No. Reg	S_n / g				$S_n(x)$	$F_0(x)$				$S_n(x) - F_0(x)$			
	Periodo, T, s					Periodo, T, s				Periodo, T, s			
	0.5	1.0	2.0	2.5		0.5	1.0	2.0	2.5	0.5	1.0	2.0	2.5
1	0,0018	0,0013	0,0003	0,0002	0,02	0,0019	0,0012	0,0003	0,0002	0,0181	0,0188	0,0197	0,0198
2	0,0024	0,0026	0,0005	0,0005	0,04	0,0056	0,0116	0,0018	0,0031	0,0344	0,0284	0,0382	0,0369
11	0,0095	0,0118	0,0085	0,0061	0,22	0,2017	0,2724	0,3022	0,2856	0,0183	0,0524	0,0822	0,0656
12	0,0101	0,0129	0,0099	0,0068	0,24	0,2238	0,3032	0,3461	0,3202	0,0162	0,0632	0,1061	0,0802
13	0,0105	0,0130	0,0099	0,0074	0,26	0,2388	0,3062	0,3471	0,3447	0,0212	0,0462	0,0871	0,0847
14	0,0109	0,0136	0,0103	0,0078	0,28	0,2536	0,3241	0,3598	0,3609	0,0264	0,0441	0,0798	0,0809
15	0,0123	0,0142	0,0113	0,0081	0,30	0,3048	0,3416	0,3901	0,3731	0,0048	0,0416	0,0901	0,0731
16	0,0153	0,0176	0,0114	0,0082	0,32	0,4035	0,4304	0,3930	0,3782	0,0835	0,1104	0,0730	0,0582
17	0,0156	0,0181	0,0124	0,0083	0,34	0,4130	0,4428	0,4211	0,3822	0,0730	0,1028	0,0811	0,0422
50	0,0680	0,0874	0,0781	0,0596	1,00	0,9456	0,9428	0,9124	0,9119	0,0544	0,0572	0,0876	0,0881

Los valores máximos de $S_n(x) - F_0(x)$ se muestran en negritas para cada periodo. Para $n = 50$ datos y un nivel de significancia $\alpha = 10\%$ el estadístico de Kolmogorov - Smirnov da como resultado: $D_n = 0.1725$.

Para todos los periodos no se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto se considera adecuado representar a la variable aleatoria X con una distribución logarítmica-normal.

Empleando el método de momentos, los parámetros de la distribución logarítmica-normal serán:

$$\hat{m}_X = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

b. Evaluación de parámetros para diseño sísmico.

Para cada periodo se calcularon media y desviación estándar; con ellos se establecieron los valores que corresponden a probabilidades de excedencia de 1 % y de 2 %, en una distribución de probabilidades logarítmica-normal. Esto se realizó para amortiguamientos del 5 % y del 10 %, los resultados se presentan en la Fig 2.34.

Del estudio de las gráficas de la Fig 2.34 se observa que:

- La respuesta espectral aumenta de manera más o menos lineal en el rango de 0 s a 0.9 s; se presenta una meseta entre 1 s y 1.5 s y se incrementa hasta alcanzar su máximo entre los periodos de 1.6 s a 2.0 s.
- Contrariamente a lo esperado, los periodos para los cuales la respuesta espectral es máxima se localizan en el rango intermedio, entre 1.5 s y 2 s.
- A partir de 2.3 s comienza a decrecer la respuesta espectral y al llegar a 3.5 s decrece más rápido.
- Los espectros de diseño de todos los reglamentos y el del estudio de riesgo sísmico sobrestiman la respuesta estructural para periodos de 0 s a 0.8 s, mientras que la subestiman para periodos de 1 s a 4 s.
- Los espectros de diseño propuestos para el sitio de terreno 'firme' del suroeste del Distrito Federal, en Ciudad Universitaria, se muestran en la misma Fig 2.34.

C. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

En la Fig 3.1 se presentan los espectros de diseño propuestos como resultado de los tres métodos estudiados; se presenta también el espectro de diseño propuesto en el RCDF y sus NTC's, Refs. 30 a 34.

Para 5 % de amortiguamiento, los valores de c , de los tres métodos, tienen el mismo orden de magnitud y son mayores que el del Reglamento. Para 10 % de amortiguamiento, estos valores se acercan más a los del Reglamento, excepto para el método de Newmark. Durante un sismo intenso el porcentaje de amortiguamiento crítico puede estimarse en 10 %, Ref 23, por lo que la discusión que sigue se limita a las Figs 3.1.c y 3.1.d.

En el RCDF93 y sus NTC's sólo se presenta el espectro de diseño para las estructuras del Grupo B y se multiplican las ordenadas de este espectro por el Factor 1.5 para obtener las correspondientes del espectro de diseño de las estructuras del Grupo A; en la metodología seguida en los tres métodos se obtuvieron los espectros de diseño de ambos Grupos de manera independiente, si se quisiera presentar a los espectros del Grupo A como función de los del Grupo B los factores correspondientes serían los siguientes:

Riesgo Sísmico

$$\frac{a_{o_{\text{Grupo A}}}}{a_{o_{\text{Grupo B}}}} = \frac{0.125}{0.10} = 1.25$$

$$\frac{c_{\text{Grupo A}}}{c_{\text{Grupo B}}} = \frac{0.20}{0.16} = 1.25$$

Por tanto el Factor sería $F = 1.25$.

Método de Newmark

$$\frac{a_{o_{\text{Grupo A}}}}{a_{o_{\text{Grupo B}}}} = \frac{0.05}{0.04} = 1.25$$

$$\frac{c_{\text{Grupo A}}}{c_{\text{Grupo B}}} = \frac{0.34}{0.27} = 1.26$$

Por tanto el Factor sería $F \approx 1.25$.

Procesamiento de Acelerogramas

$$\frac{a_{o_{\text{Grupo A}}}}{a_{o_{\text{Grupo B}}}} = \frac{0.0625}{0.045} = 1.39$$

$$\frac{c_{\text{Grupo A}}}{c_{\text{Grupo B}}} = \frac{0.25}{0.18} = 1.39$$

Por tanto Factor sería $F \approx 1.40$.

Por lo anterior, el valor del Factor 1.5 empleado por el RCDF93, resulta ligeramente conservador.

En los tres métodos estudiados se aumenta la zona de la meseta y en los de Newmark y el Procesamiento de Acelerogramas se aumenta, además, el valor de T_s . Los valores de c para el método de Newmark resultan demasiado conservadores. Los valores mostrados en la Fig 2.28 corresponden a un nivel probabilístico de $\chi + 1\sigma$ que corresponden al percentil 84.1 y son los recomendados en varios estudios y los empleados en la parte final del estudio de Riesgo Sísmico. Esta puede ser la razón de que los espectros de diseño obtenidos con el Método de Newmark resulten tan conservadores, podría subsanarse esto empleando los factores de amplificación correspondientes al percentil 85, tablas 2.4 a 2.6, pero sería discutible su empleo al no poder correlacionar el nivel probabilístico empleado con el valor del periodo de retorno asociado con los Grupos de Construcciones. Esta es la razón de no considerar los espectros anteriores como alternativas viables al espectro de diseño del Reglamento vigente.

Los espectros de diseño resultado del Estudio de Riesgo Sísmico presentan una inconsistencia en su desarrollo, al haber empleado los valores propuestos por Newmark por dos razones; en primer lugar en el cálculo de los factores de amplificación se emplearon sismos registrados en el estado de California, EUA, donde difieren grandemente el tipo de suelo y los mecanismos de transmisión de las ondas sísmicas y segundo, el nivel probabilístico empleado no es congruente con los niveles empleados al calcular los valores de aceleración y velocidad para ambos Grupos. Si se observan los espectros de respuesta graficados en la misma Fig 3.1 puede distinguirse que las mayores ordenadas espectrales se presentan para el rango de periodos comprendidos entre 0.9 s y 1.8 s. Lo anterior no se refleja en los espectros de diseño, ya que para el rango anterior se tiene la rama descendente de los espectros de diseño, lo que implica tener un menor factor de seguridad para el rango de periodos que demostraron mayor poder destructivo durante los sismos de 1985, por lo que en el rango de periodos mayores que 1s, no se consideran los espectros de diseño anteriores alternativas totalmente viables al espectro de diseño del Reglamento vigente.

Lo mencionado anteriormente, relativo a los periodos, es aplicable al espectro de diseño del Reglamento actual. Pero en este caso es aun más desfavorable ya que los valores de T_b son aún menores.

Los espectros de diseño resultado del Procesamiento Estadístico de Espectros de Respuesta son congruentes en el valor de c , con respecto al del RCDF93, pero al no considerar la amplificación local del terreno resultan diferencias significativas para los valores de T_s y T_b . Los espectros de diseño resultado del Procesamiento Estadístico de Espectros de Respuesta, presentan la meseta entre 1 y 2 segundos tratando de abarcar la zona de mayores ordenadas espectrales. El hecho de que las ordenadas máximas se presenten para periodos que se pensaba no correspondían a suelos firmes, hace pensar la posibilidad de que el suelo de Ciudad Universitaria no debiera clasificarse como tal, y se requiera modificar la definición de suelo firme del RCDF93 y sus NTC 's. Se observó que los registros de los sismos de 1985 son los que más contribuyen a la respuesta espectral, y el contenido de frecuencias de estos es importante para periodos de alrededor de 2 s, lo que explica los resultados.

El espectro de diseño resultado del procesamiento estadístico de espectros de respuesta es resultado de sismos registrados a la fecha y conforme pase el tiempo el acervo de acelerogramas tenderá a aumentar, por lo que se recomienda se continúe este procedimiento para contar con espectros de diseño cada vez mejores conforme pase el tiempo.

III. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

A. CONCLUSIONES.

1. Se presentan tres métodos para elaborar espectros de diseño sísmico de estructuras desplantadas en terreno 'firme', de Ciudad Universitaria, en el suroeste del Distrito Federal, México.
2. La información básica para elaborar los espectros de diseño consiste en registros de sismos: estos registros pueden ser magnitud y coordenadas geográficas del foco; parámetros máximos movimiento del terreno y espectros de respuesta. El caracterizar un sismo con tan pocos parámetros implica en muchos casos la pérdida de parte importante de información y por tanto los espectros de diseño resultantes no son necesariamente tan confiables como sería deseable. En principio a mayor número de parámetros involucrados se esperarían mejores resultados, dado que los modelos empleados se asemejan cada vez más a la realidad.
3. Los estudios de Riesgo Sísmico han sido los de mayor empleo en México, la razón principal estriba en la poca información de registros de aceleración con que se cuenta de los sismos ocurridos en México en los últimos 100 años; la instrumentación sísmica acelerométrica en nuestro país no tiene más de 40 años, se inició a principios de los años sesenta.
4. Los estudios de Riesgo Sísmico trabajan con magnitudes y por esta razón son capaces de incorporar información de varios cientos de años, su resultado directo al emplear correlaciones con magnitud y distancia focal son las aceleraciones y velocidades máximas probables asociadas a diferentes periodos de retorno, y empleando el Método de Newmark se generan los espectros de diseño asociados a diferentes probabilidades.
5. Los factores de amplificación empleados en los estudios de Riesgo Sísmico para generar los espectros de diseño son los debidos a Newmark y obtenidos a partir de sismos registrados en California, Estados Unidos de América; por lo que sus resultados debieran tomarse con reservas dada la diferencia en geología y mecanismos de transmisión y propagación de ondas sísmicas.
6. En el caso del procesamiento de espectros de respuesta el acervo de sismos que puede emplearse es limitado, debido a la falta de registros acelerográficos, en este sentido sus resultados comparados con los de Riesgo Sísmico abarcan 25 años versus 100 años.
7. En los métodos estudiados se involucra en mayor o menor medida el análisis probabilístico dada la naturaleza aleatoria de los eventos sísmicos, de la mayor relevancia es la selección del modelo probabilístico que mejor representa a los eventos sísmicos. En el pasado se ha asumido que la Distribución Normal es el modelo más adecuado pero como resultado de este y otros trabajos tal hipótesis resulta con mayores inconvenientes y se sugiere el empleo de la Distribución Logarítmica Normal.
8. El método de Newmark resulta ser el más conservador en cuanto al valor del coeficiente sísmico, c , se refiere; en el método original se emplea un nivel probabilístico de $\chi + 1\sigma$ que corresponde al percentil 84.1, y en el desarrollo de los espectros se emplea el percentil 98 y 99 para que exista consistencia entre periodo de retorno y nivel probabilístico, lo que podría explicar algunas de las diferencias en los resultados.
9. En los tres métodos las ordenadas máximas se presentan para periodos que se pensaba no correspondían a suelos firmes, lo que hace pensar la posibilidad de que el suelo de Ciudad Universitaria no debiera clasificarse como tal, y se requiera modificar la definición de suelo firme del RCDF93 y sus NTC 's.

10. En el caso del método del procesamiento estadístico de espectros de respuesta, los registros de los sismos de 1985 son los que más contribuyen a la respuesta espectral, y el contenido de frecuencias de éstos es importante para periodos de alrededor de 2 seg, lo que puede observarse en los espectros de respuesta y, dado que en el método de Riesgo Sísmico no se emplea la información de estos últimos las diferencias entre T_a y T_b resultan significativas.

11. El espectro de diseño para construcciones del Grupo B, en el RCDF93, resultado de este trabajo se presenta en la Fig 3.2. Para calcular el espectro de diseño para estructuras del Grupo A el RCDF93 estipula multiplicar las ordenadas del espectro anterior por 1.5, que contrasta con el valor de 1.4 deducido del procesamiento de espectros de respuesta, sección II.C, por lo que tienen valores ligeramente conservadores.

B. RECOMENDACIONES.

1. Conforme con la Ref 28, se recomienda, para construcciones clasificadas como del Grupo B, analizarlas y dimensionarlas para periodos de recurrencia sísmica de 50 años y amortiguamientos estructurales no mayores del 10 por ciento.

2. El procedimiento planteado en el método del procesamiento estadístico de espectros de respuesta se considera el más adecuado para generar espectros de diseño, y se recomienda su empleo en otras regiones donde se cuente con una base de datos de registros acelerográficos de por lo menos 25 años. Si la base de datos es de menor duración se recomienda combinar sus resultados con los del método de Riesgo Sísmico empleando factores de amplificación adecuados, tablas 2.4 a 2.6.

3. Finalmente, el espectro de diseño resultado del procesamiento estadístico de espectros de respuesta es resultado de sismos registrados a la fecha y conforme pase el tiempo el acervo de acelerogramas tenderá a aumentar, por lo que se recomienda se continúe este procedimiento para incorporar más información y contar con espectros de diseño cada vez mejores conforme transcurra el tiempo.

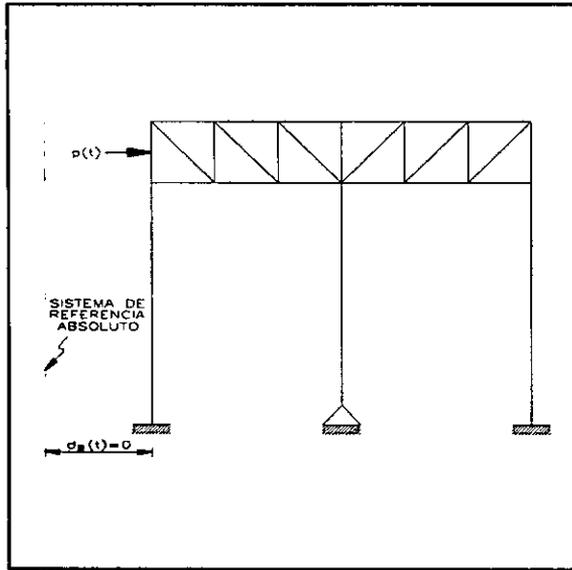
REFERENCIAS.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

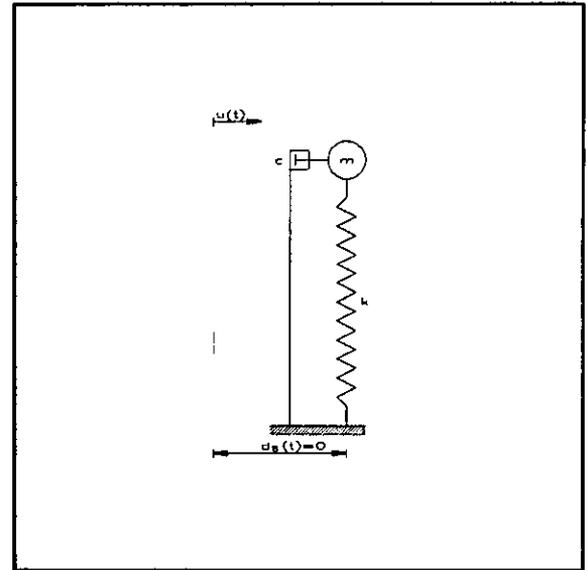
1. Benjamin, J. R., Cornell C. A, **Probability, Statistics and Decisions for Civil Engineers**, Mc Graw Hill, 1970.
2. Canavos, G. C, **Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y Métodos**, Mc Graw Hill, 1990.
3. Chopra, A. K, **Dynamics of Structures, a Primer**, Earthquake Engineering Research Institute, 1980.
4. Esteva, L., **Bases para la formulación de decisiones para diseño sísmico**, Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM; Publicación 182, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1968.
5. Esteva, L., **Regionalización Sísmica de México para fines de Ingeniería**, Informe 246, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1970.
6. Esteva, L. y Villaverde, R., **Seismic risk, design spectra and structural reliability**, Proceedings, 5th World Congress on Earthquake Engineering, 1973.
7. Esteva, L., **Seismicity**, Cap 6 del libro "Seismic risk and engineering decisions", Elsevier, 1976.
8. Esteva, L., **Modelos para análisis de incertidumbre y toma de decisiones ante riesgo sísmico**, Revista Ingeniería, Vol. LIV, No 3, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1984.
9. Gutenberg, B., y Richter, C. F., **Seismicity of the Earth and associated phenomena**, Princeton University Press, 1954.
10. Hart, G. C., **Uncertainty Analysis, Loads, and Safety in Structural Engineering**, Prentice Hall, 1982.
11. Housner, G. W. and P. C. Jennings, **Earthquake Design Criteria**, Earthquake Engineering Research Institute, 1982.
12. Hudson, D.E. **Reading and Interpreting Strong Motion Accelerograms**, Earthquake Engineering Research Institute, 1979.
13. Kossack, C. F. y Henschke C. I., **Introduction to Statistics and Computer Programing**, Holden Day Inc, 1975.
14. Mooser, F., **Tectonismo de México en el Cenozoico**, Informe interno, Comisión Federal de Electricidad, Nucleoeléctrica Laguna Verde, Unidades 1 y 2.
15. Morán, D., **Geología de la República Mexicana**, Facultad de Ingeniería, UNAM, e Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática, 1984.
16. Naeim, Farzad, **The Seismic Design Handbook**, Van Nostrand Reinhold, 1989.
17. Newmark, N. M. y Hall, W. J., **Seismic design criteria for nuclear reactor facilities**, Proceedings, Fourth World Conference on Earthquake Engineering, 1969.
18. Newmark, N. M., **Earthquake response analysis of reactor structures**, Nuclear Engineering and Design, Vol. 20, No 2, 1972.

19. Newmark, N. M. y Hall, W. J., **Procedures and criteria for earthquake resistant design**, National Bureau of Standards, Building Series 46, NBS-NSF, 1973.
20. Newmark, N.M., **A Study of Vertical and Horizontal Earthquake Spectra**, Directorate of Licensing United States Atomic Energy Commission, 1973.
21. Newmark, N. M. y Hall W.J., **Earthquake Spectra and Design**, Earthquake Engineering Research Institute, 1982.
22. Paz, M., **Structural Dynamics Theory and Computation**, Van Nostrand Reinhold, 1979.
23. Rosenblueth, E y Esteva L., **Proyecto de Reglamento de las Construcciones en el Distrito Federal, Folleto Complementario para Diseño Sísmico de Edificios**, Ediciones Ingeniería, 1962.
24. Rosenblueth, E y N. M. Newmark., **Fundamentos de Ingeniería Sísmica**, Editorial Diana. 1976.
25. Trigos, J. L., **Determinación de parámetros para diseño sísmico de estructuras en México**, IV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Oaxaca, Oax., 1975.
26. Trigos, J. L., **Establecimiento de parámetros de diseño sísmico de estructuras**, Norma de diseño C - 2 .36, Comisión Federal de Electricidad, Subgerencia de Plantas Termoeléctricas, Departamento de Ingeniería y Diseño, 1978.
27. Trigos, J. L., **Programa RSMX88: Evaluación del Riesgo Sísmico en México V.88.05**, inédito, 1988.
28. Trigos, J. L., **Riesgo Sísmico, Construcciones y Reglamentos en México**, SMIS, III Simposio Nacional de Ingeniería Sísmica, 1988.
29. **Base Nacional de Datos de Sismos Fuertes**, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, 1993.
30. ..., **Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal**, Diario Oficial de la Federación, Mayo 15, 1942.
31. ..., **Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal**, Diario Oficial de la Federación, Febrero 15, 1966.
32. ..., **Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal**, Diario Oficial de la Federación, Diciembre 14, 1976.
33. ..., **Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal**, Diario Oficial de la Federación, Julio 3, 1987.
34. ..., **Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal**, Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, Agosto 3, 1993.

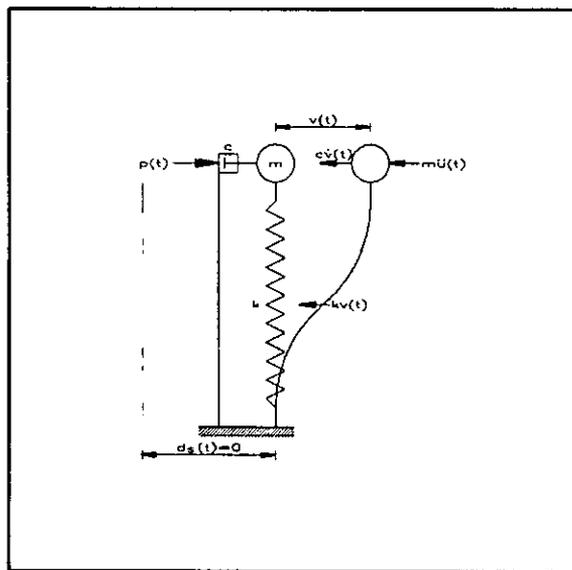
FIGURAS.



a. SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD



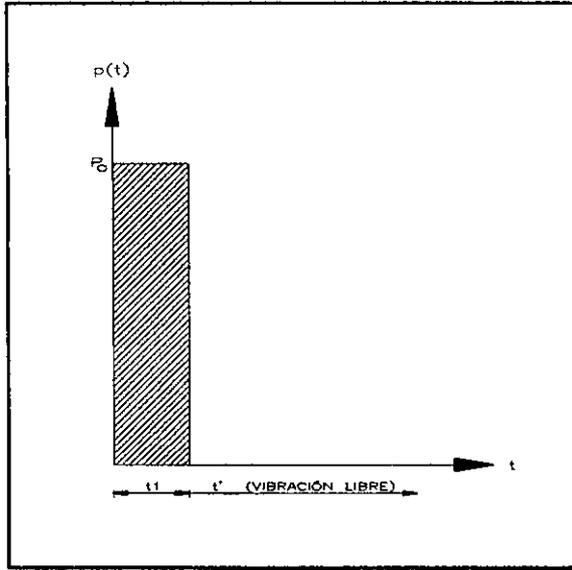
b. SISTEMA DISCRETIZADA



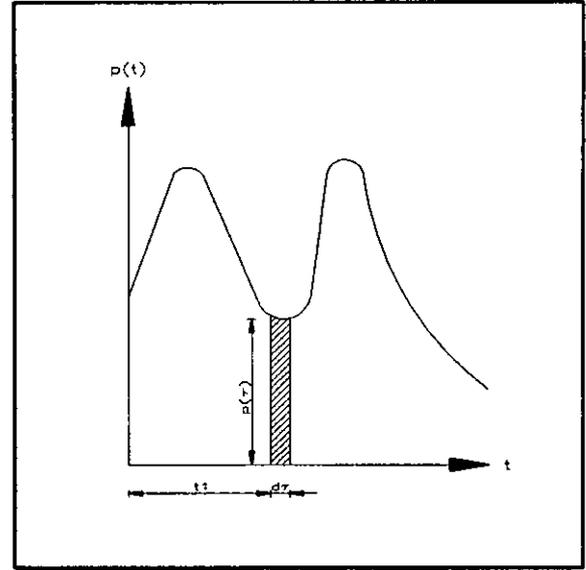
c. SISTEMA SOMETIDO A EXCITACIÓN SISMICA

- \ddot{u} = ACCELERACIÓN ABSOLUTA DE LA MASA
- \dot{v} = VELOCIDAD DE LA MASA RELATIVA A LA BASE
- v = DESPLAZAMIENTO DE LA MASA RELATIVA A LA BASE

FIG. 1.1. RESPUESTA DINÁMICA DE SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD.

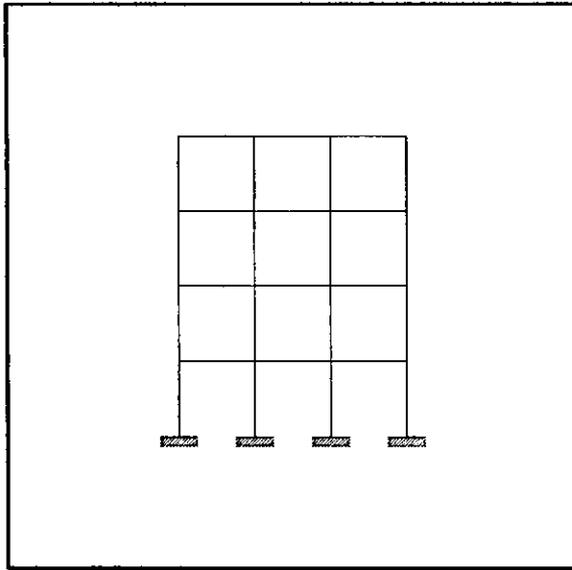


a. CARGA DE IMPULSO

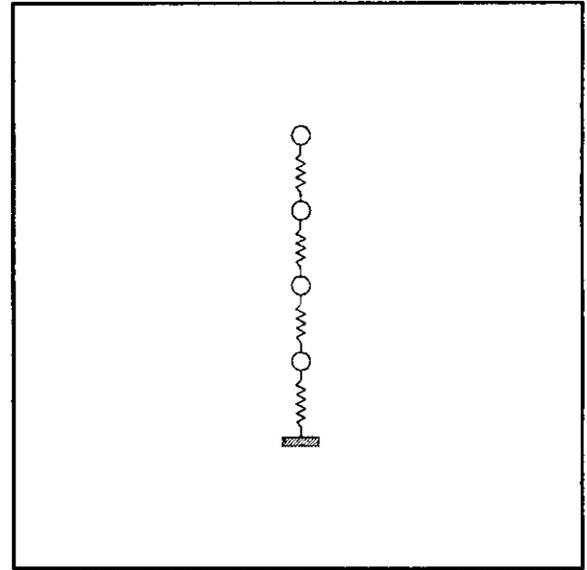


b. CARGA GENERAL DINÁMICA

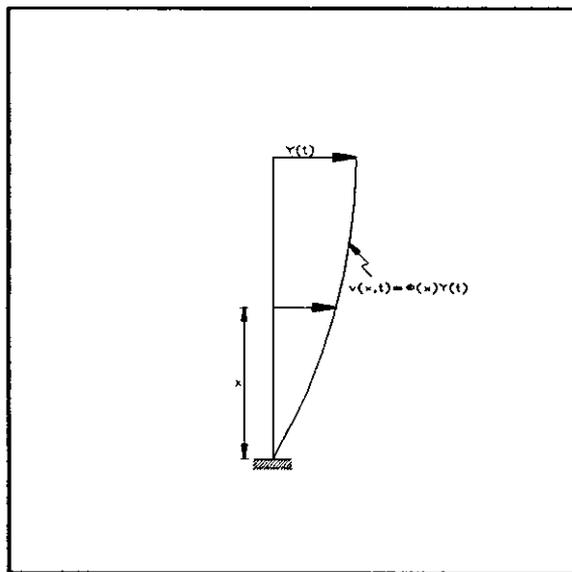
FIG. 1.2. RESPUESTA DINÁMICA DE SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD A CARGAS DE IMPULSO.



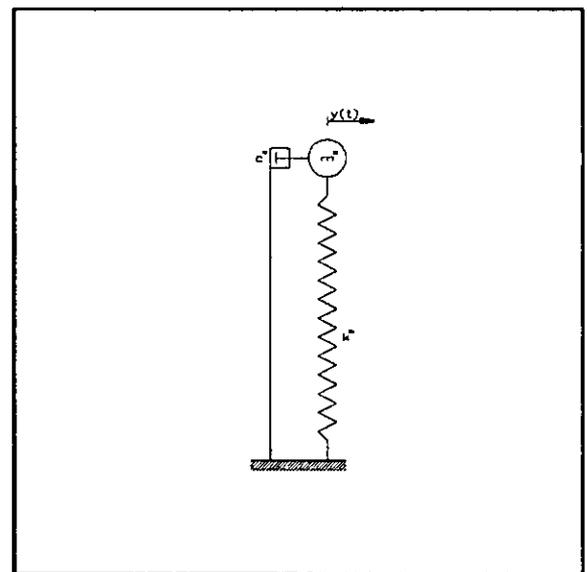
a. SISTEMA DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD



b. MODELO DISCRETIZADO

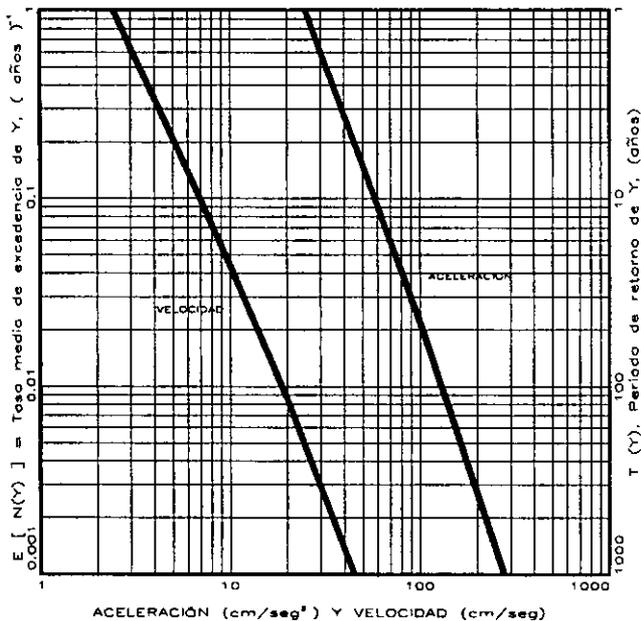


c. FUNCIÓN ESPACIAL DE FORMA



d. SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD GENERALIZADO

FIG. 1.3. RESPUESTA DINÁMICA DE SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD.



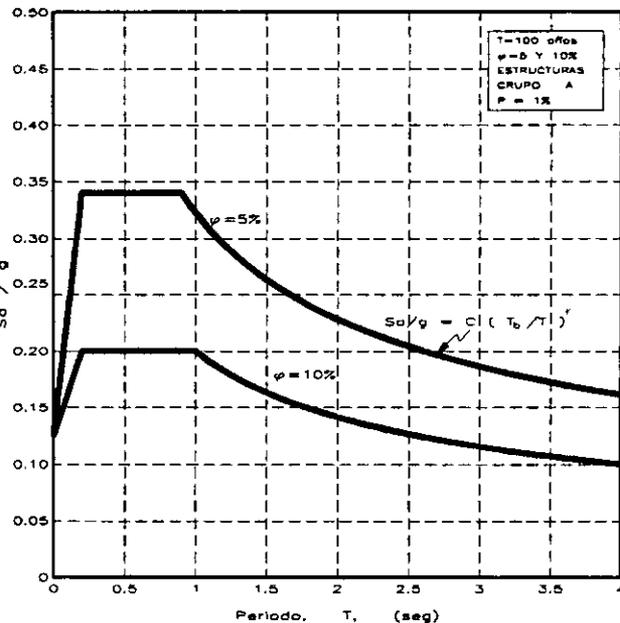
ACELERACIÓN (cm/seg²) Y VELOCIDAD (cm/seg)

RESPUESTA		ACELERACIÓN	
Y	T(Y)	E [N(Y)]	R(Y)
1.0	1.664×10^{-4}	6.009×10^5	2.701
5.0	1.286×10^{-2}	7.774×10^1	2.701
10.0	8.363×10^{-2}	1.196×10^1	2.701
50.0	6.580	1.519×10^{-1}	2.712
100.0	4.542×10^1	2.202×10^{-2}	2.787
500.0	5.756×10^2	1.737×10^{-4}	3.009
1000.0	5.726×10^4	1.747×10^{-5}	3.314

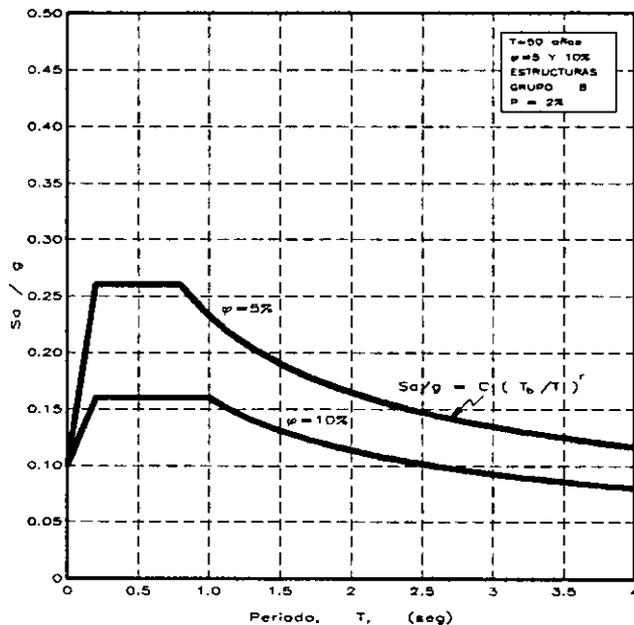
RESPUESTA		VELOCIDAD	
Y	T(Y)	E [N(Y)]	R(Y)
1.0	1.459×10^{-1}	6.855	2.157
2.0	6.504×10^{-1}	1.538	2.157
5.0	4.768	2.097×10^{-1}	2.174
10.0	2.253×10^1	4.439×10^{-2}	2.240
20.0	1.176×10^2	8.505×10^{-3}	2.384
50.0	1.315×10^3	7.603×10^{-4}	2.635
100.0	9.394×10^3	1.064×10^{-4}	2.837

T(Y)	A	V
años	cm/seg ²	cm/seg
50	103.248	13.972
100	129.998	18.687
200	163.679	24.467
500	221.952	34.641

a. RIESGO SISMICO



Periodo, T, (seg)



Periodo, T, (seg)

GRUPO	φ %	a ₀	C	T _a seg	T _b seg	r
A	5	0.125	0.34	0.2	0.9	1/2
	10	0.125	0.20	0.2	1.0	1/2
B	5	0.10	0.26	0.2	0.8	1/2
	10	0.10	0.16	0.2	1.0	1/2

b. ESPECTROS DE DISEÑO.

FIG. 2.1. ESPECTROS DE DISEÑO SISMICO EN TERRENO 'FIRME' DEL SUROESTE DEL DISTRITO FEDERAL, BASADOS EN ESTUDIOS DE RIESGO SISMICO (REF. 28), PERIODOS DE RETORNO, T, 50 Y 100 AÑOS, Y AMORTIGUAMIENTOS, φ, DE 5% Y 10%

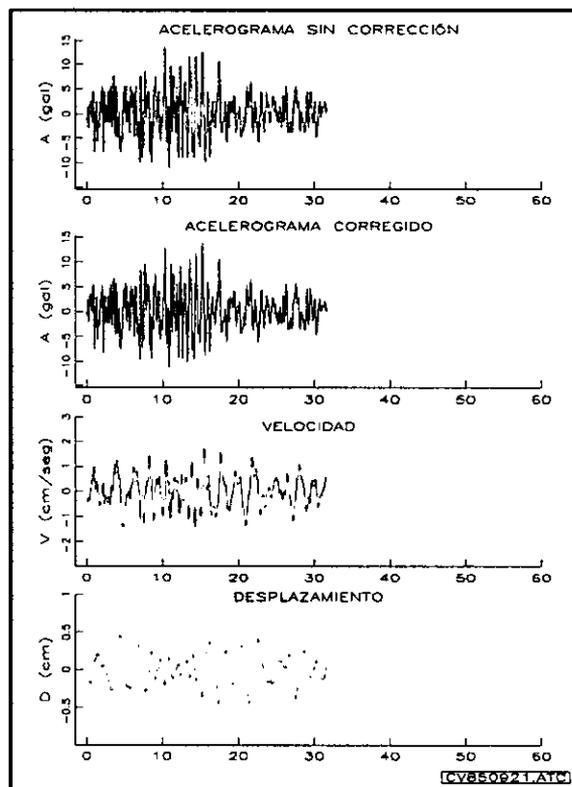
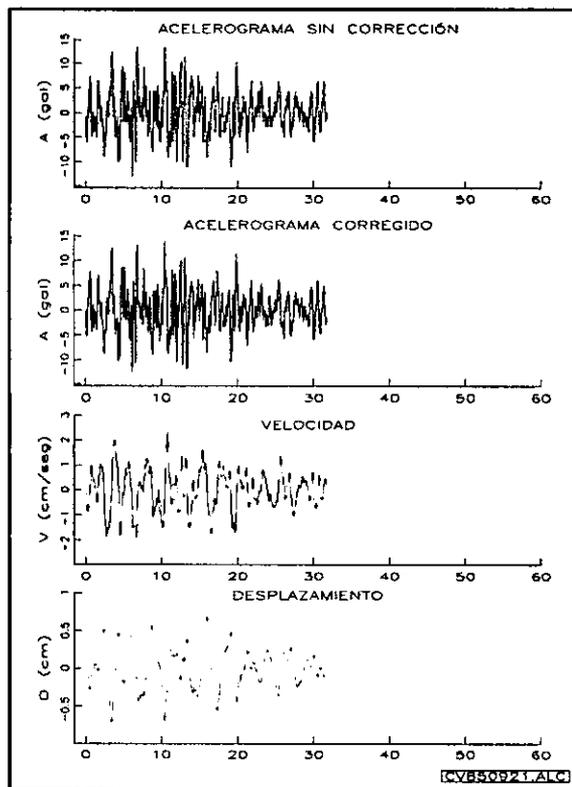
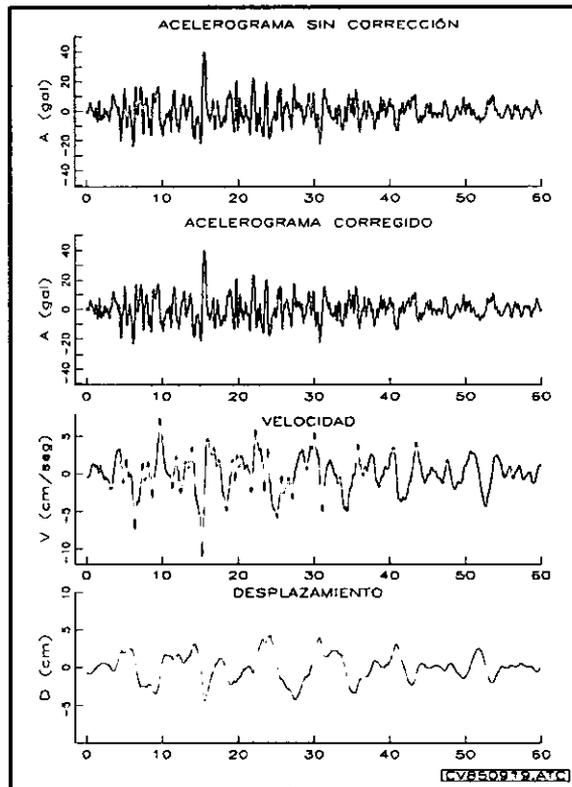
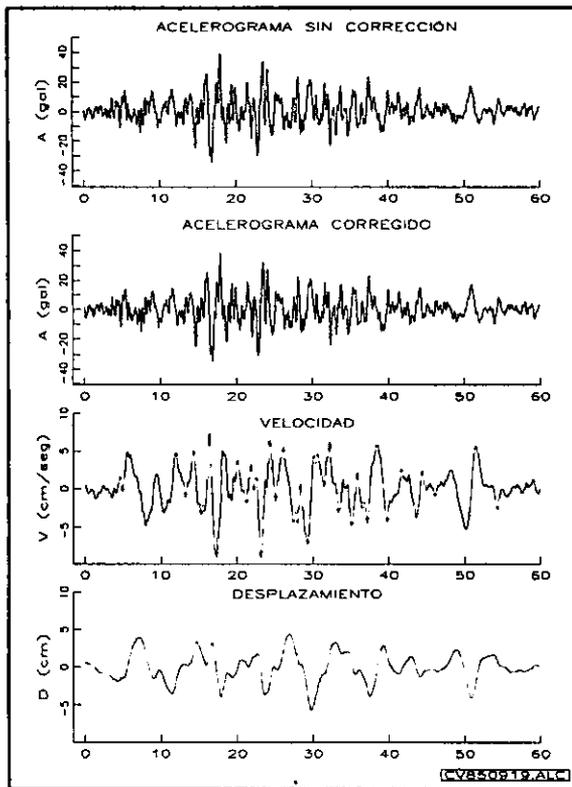


FIG. 2.2. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

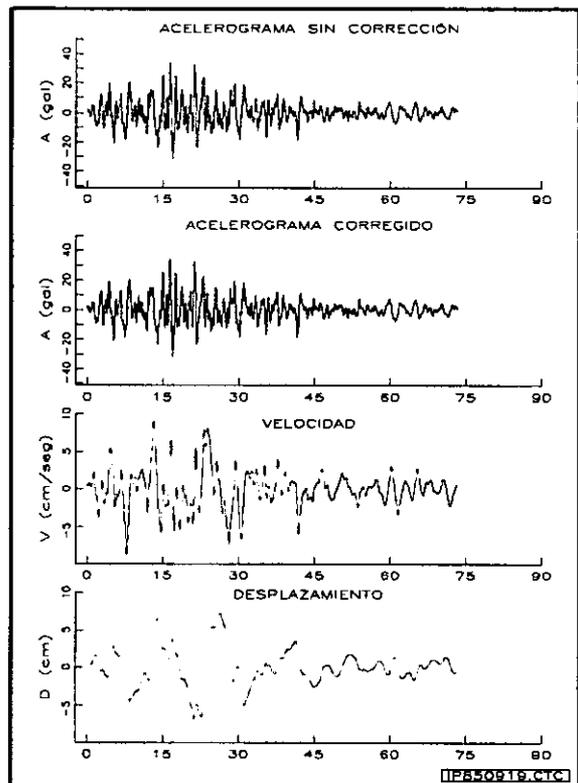
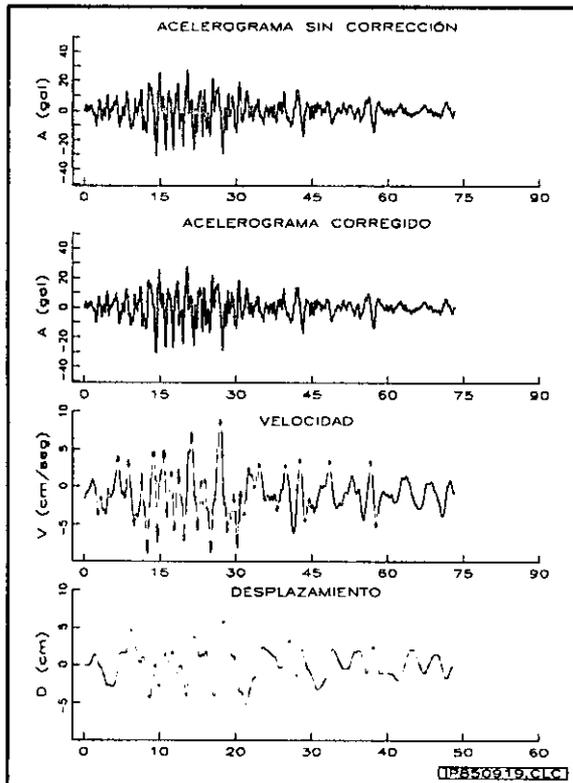
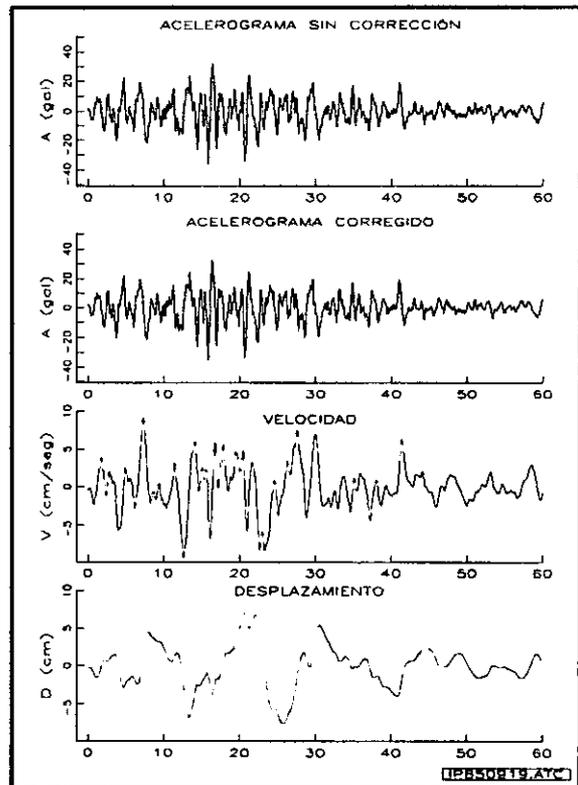
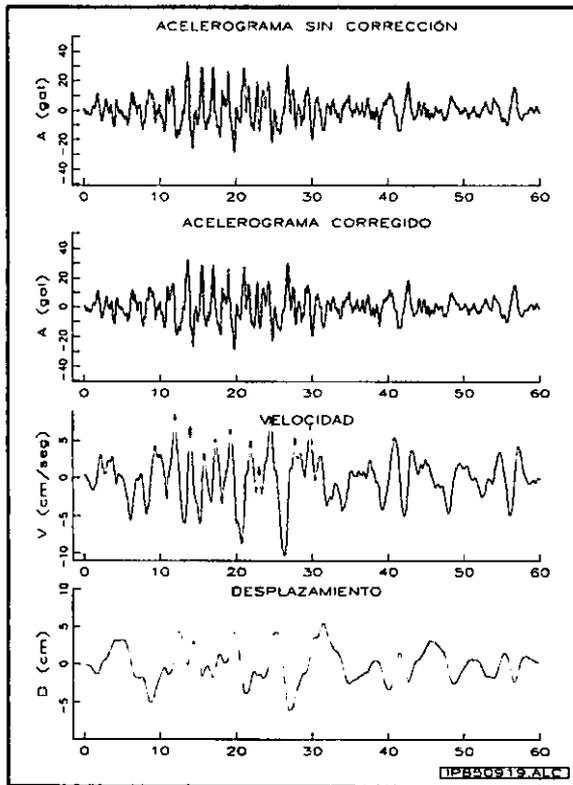


FIG. 2.3. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

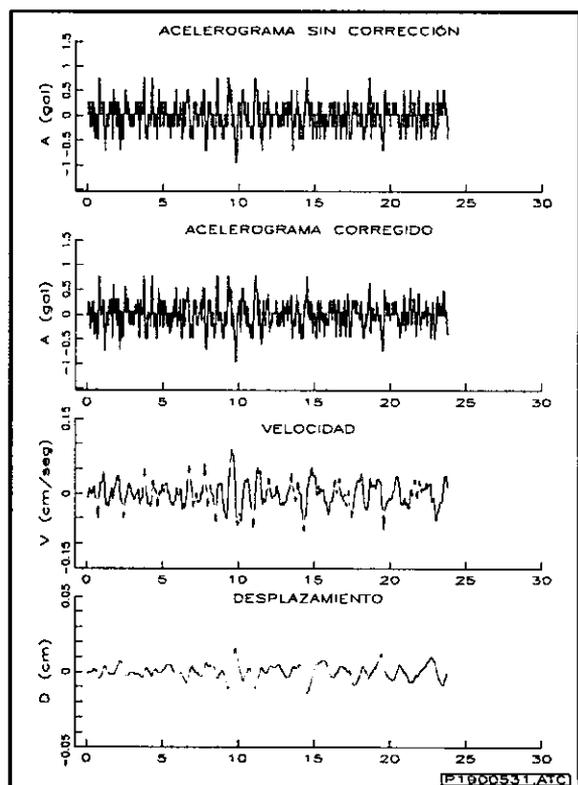
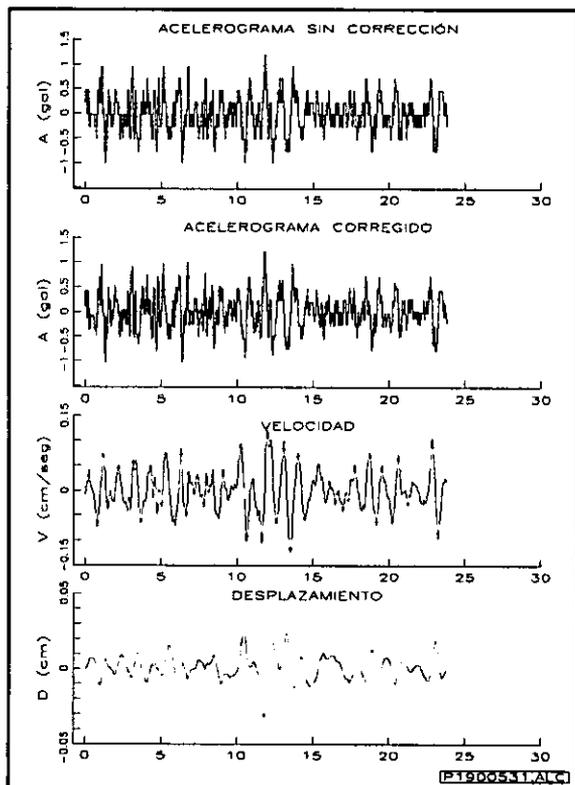
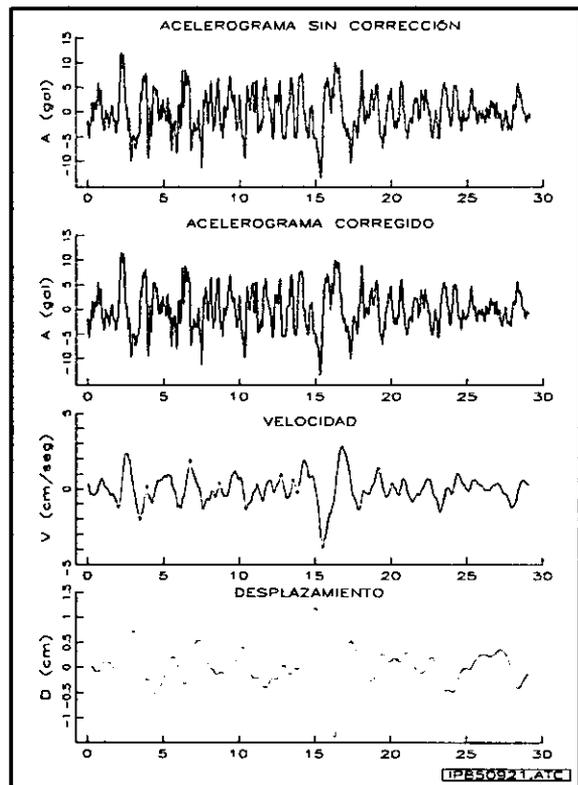
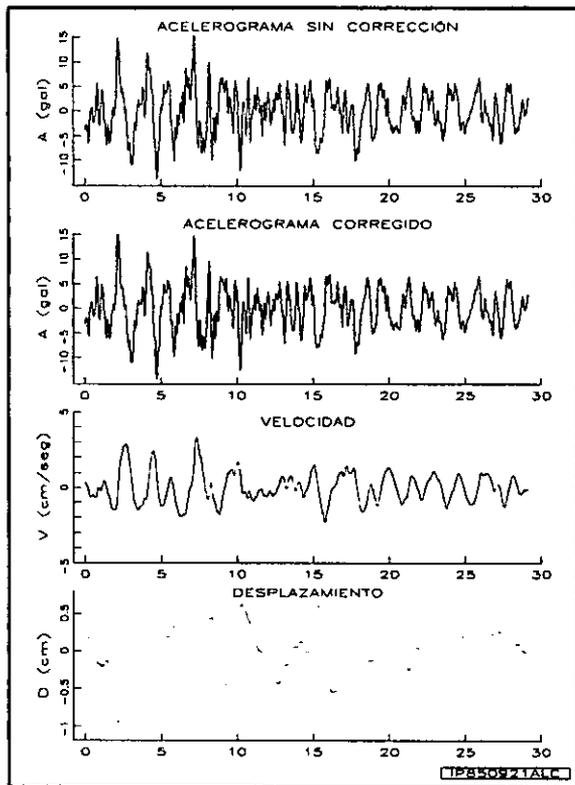


FIG. 2.4. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

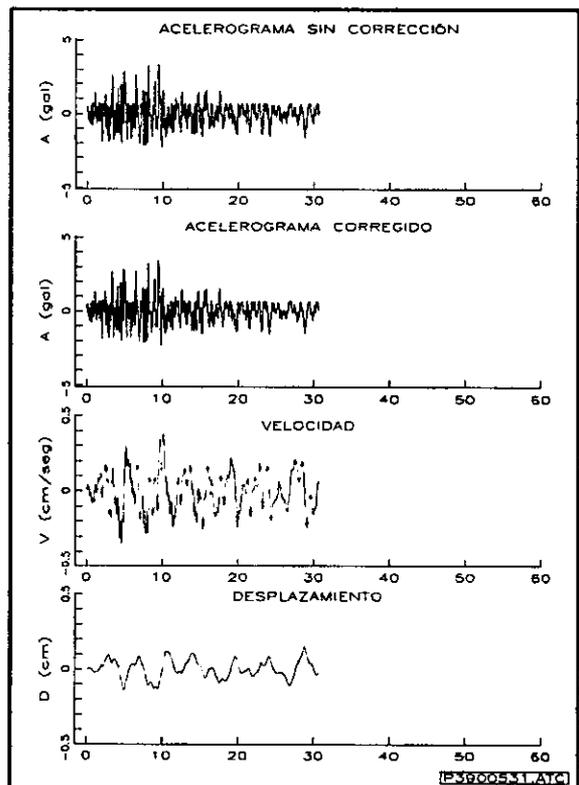
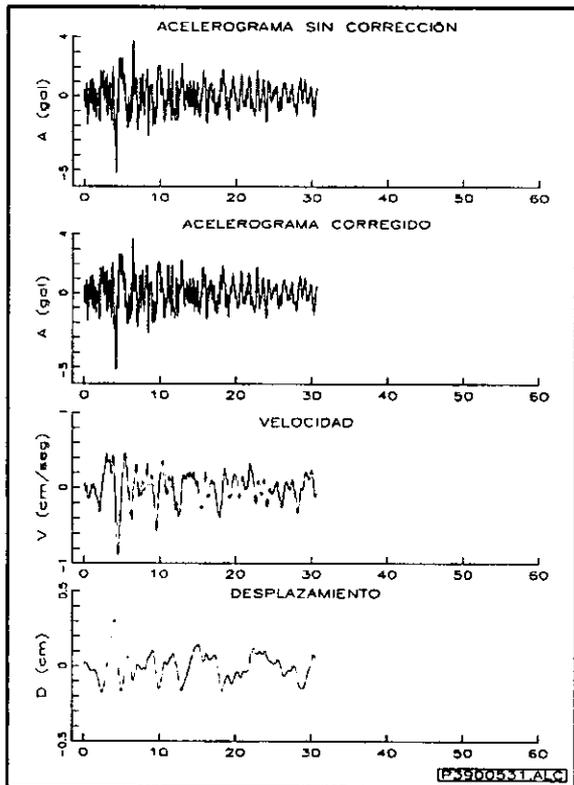
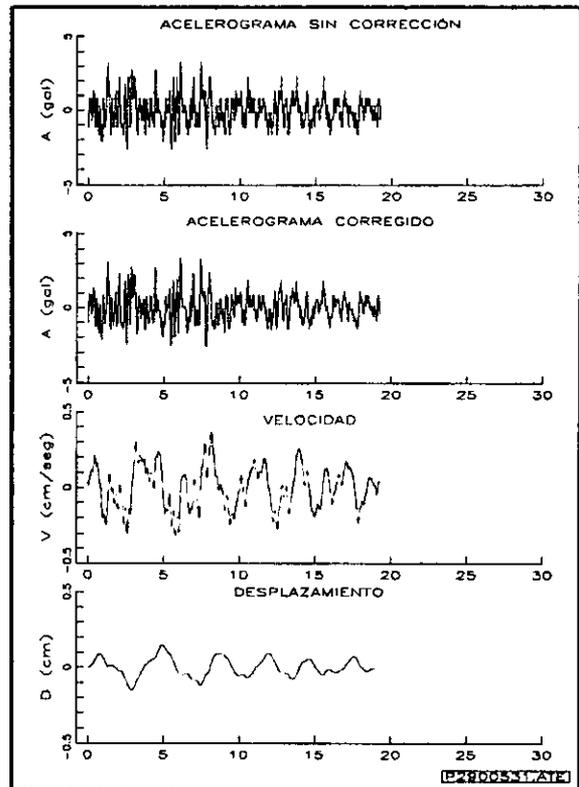
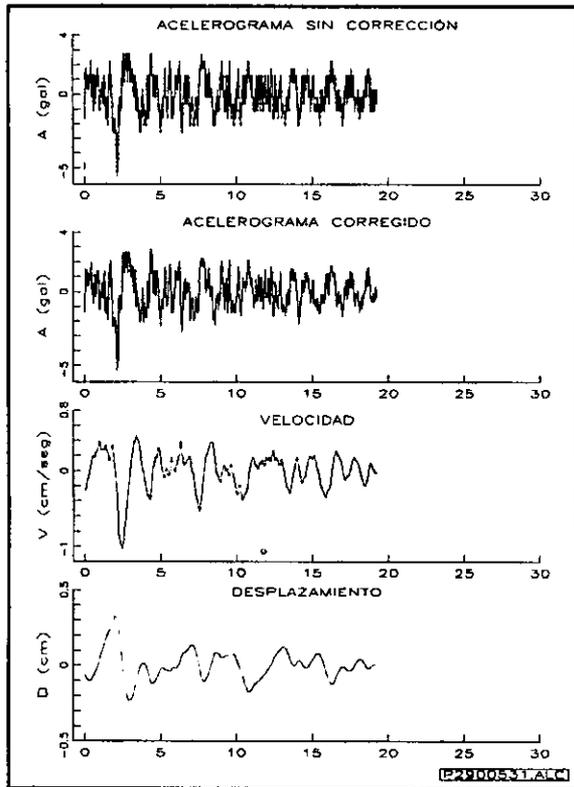


FIG. 2.5. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

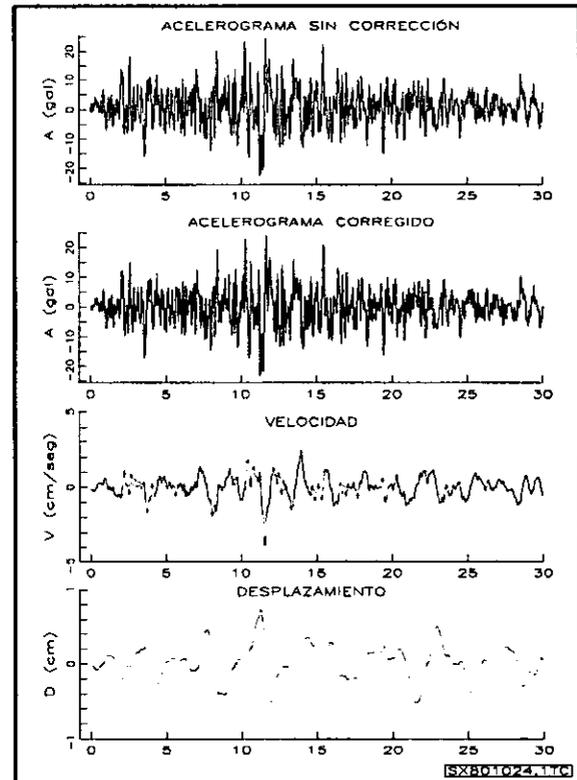
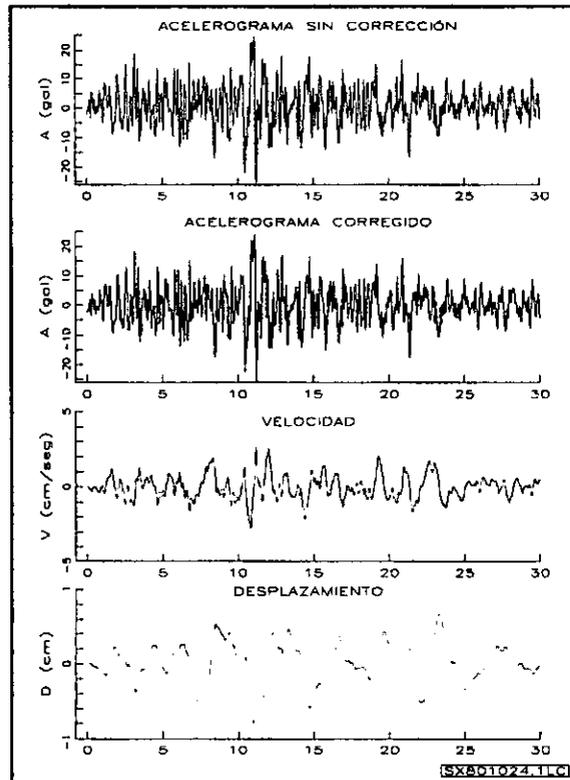
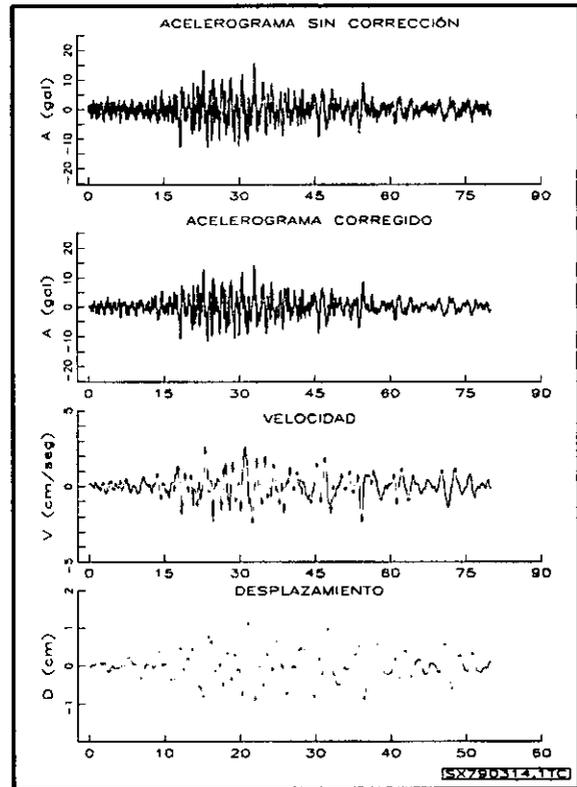
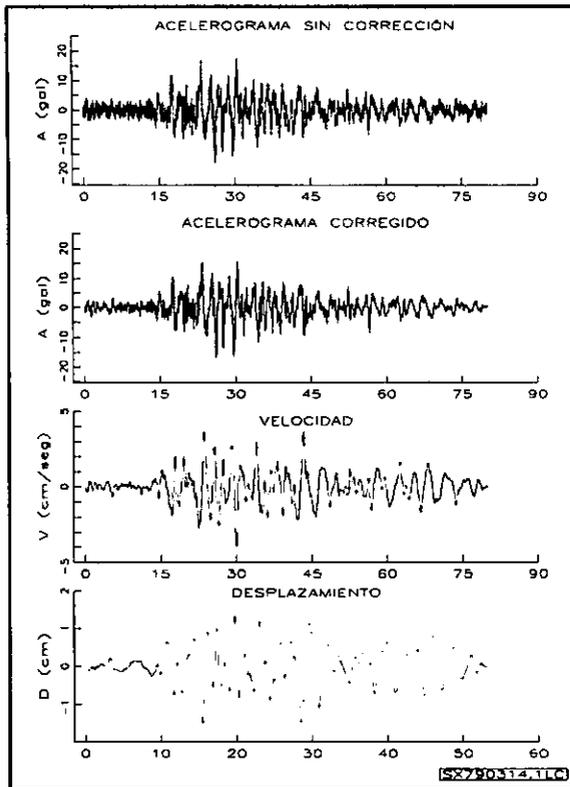


FIG. 2.6. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

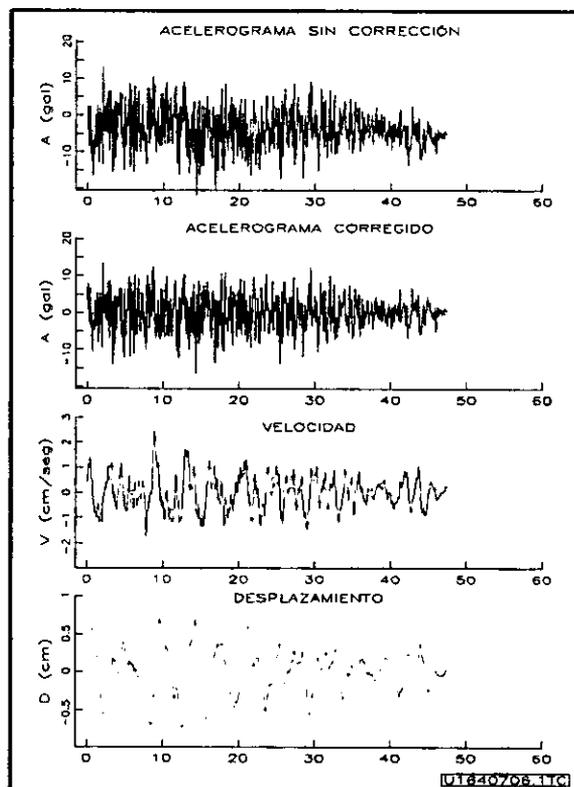
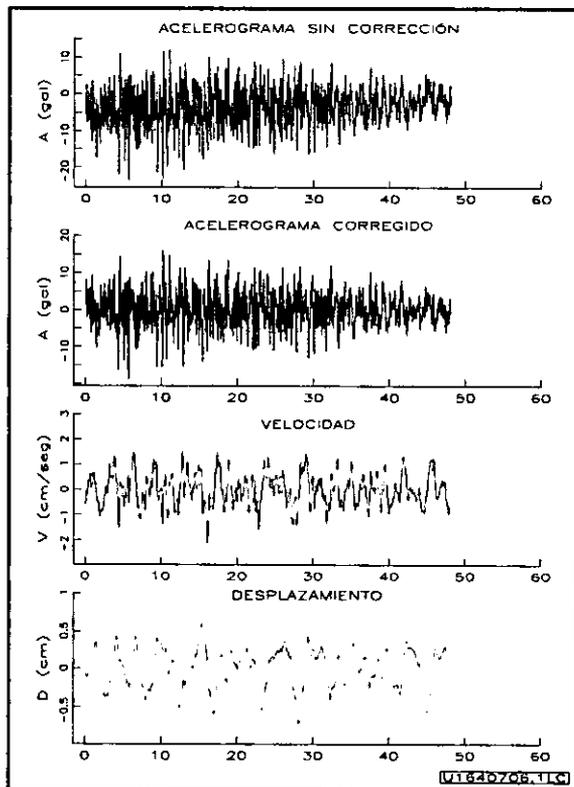
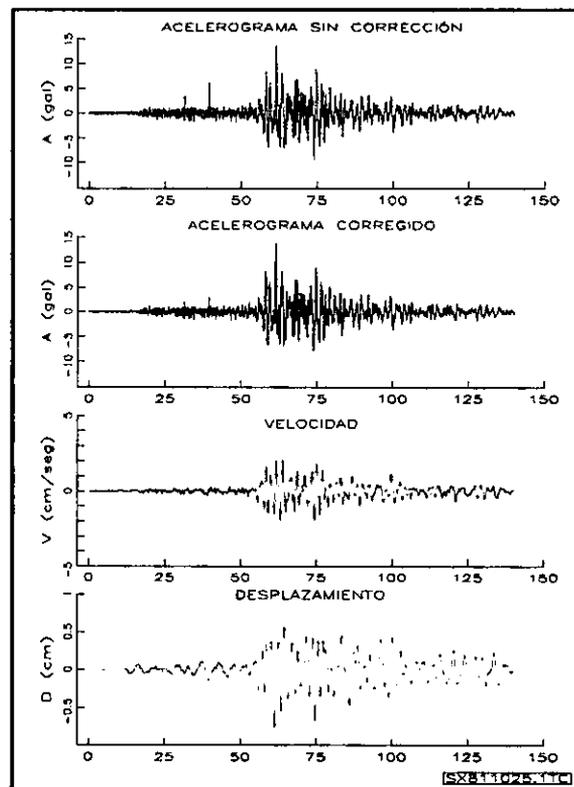
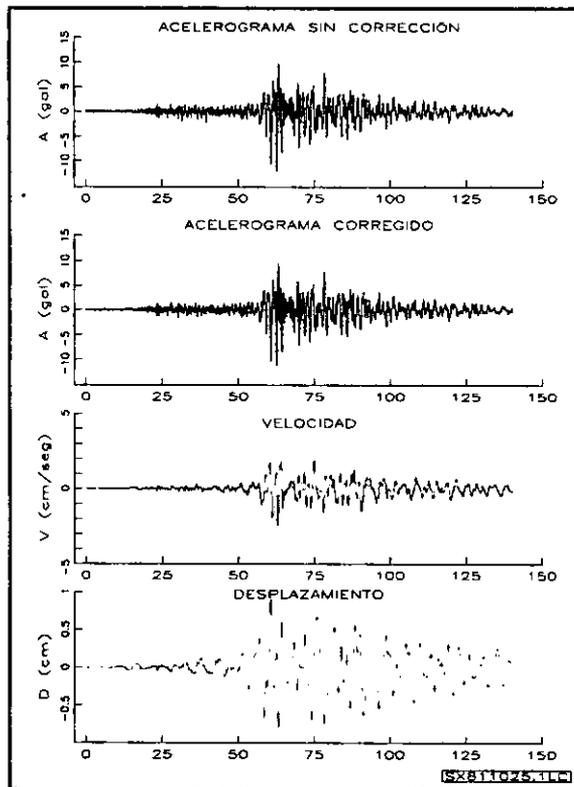


FIG. 2.7. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

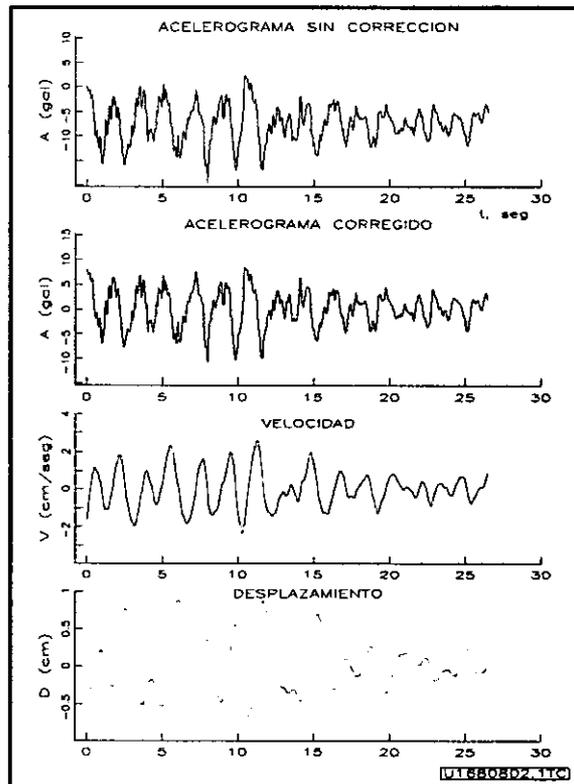
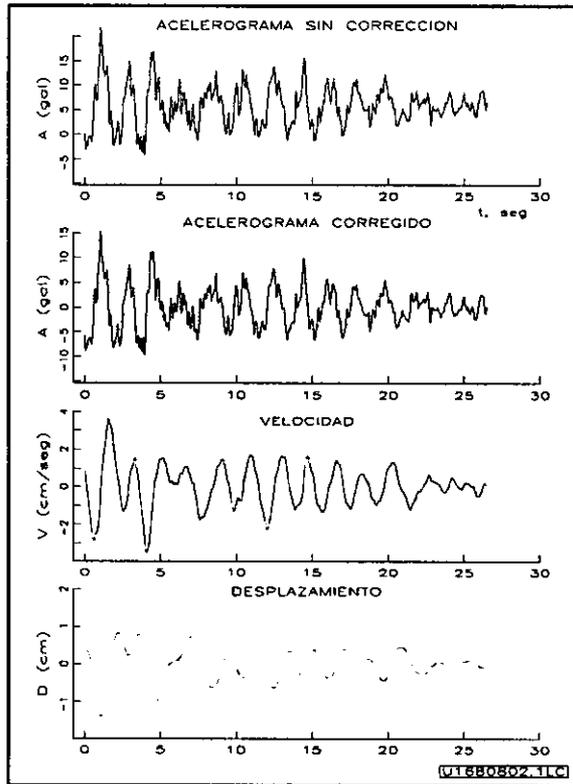
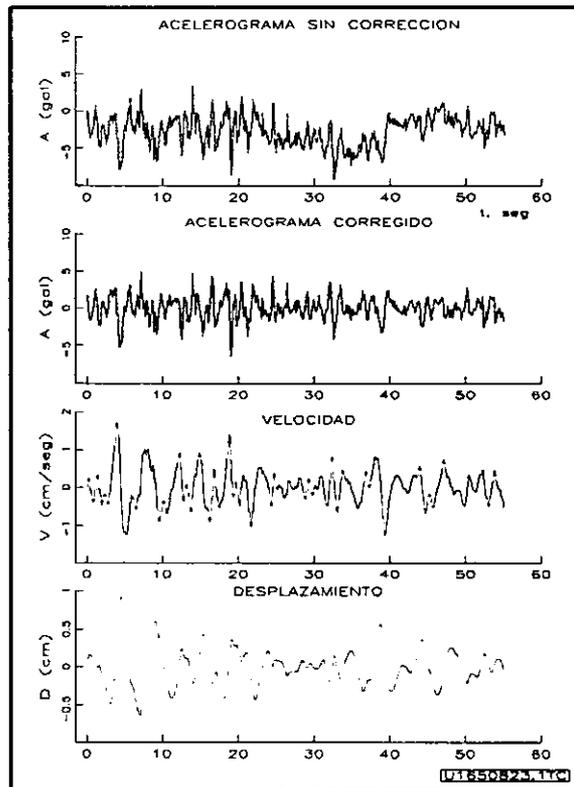
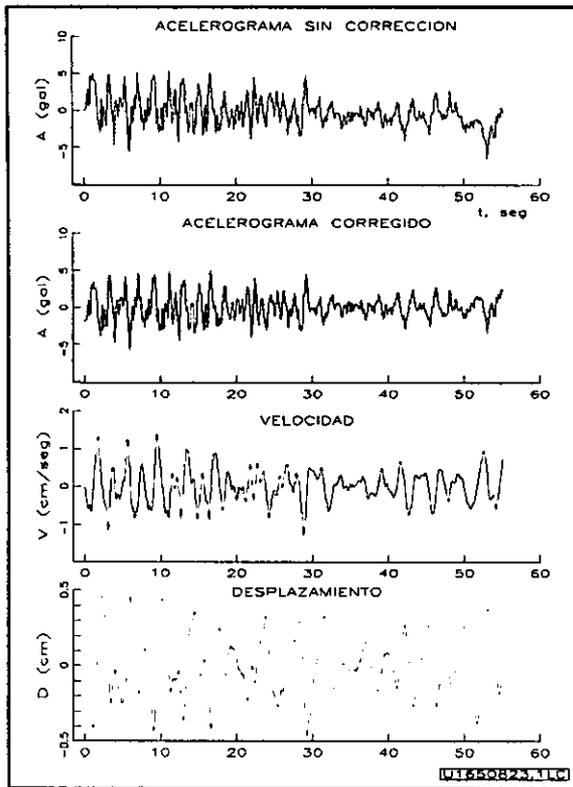


FIG. 2.8. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

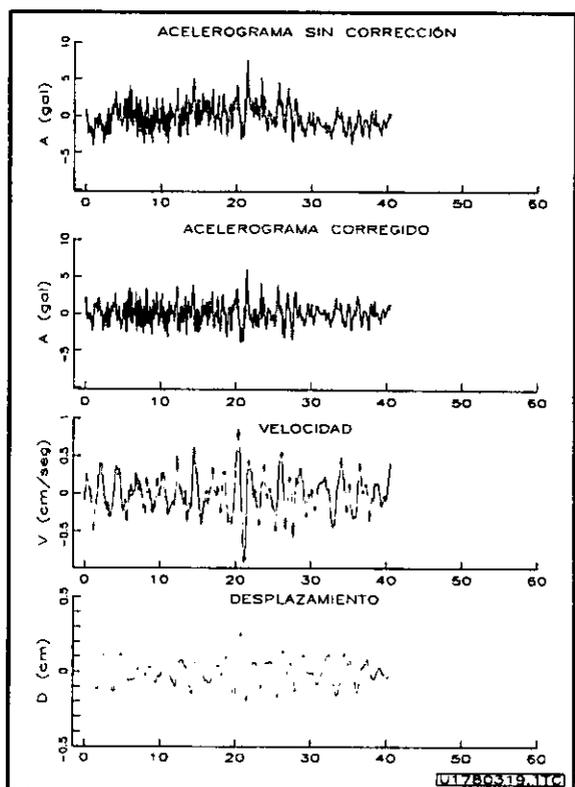
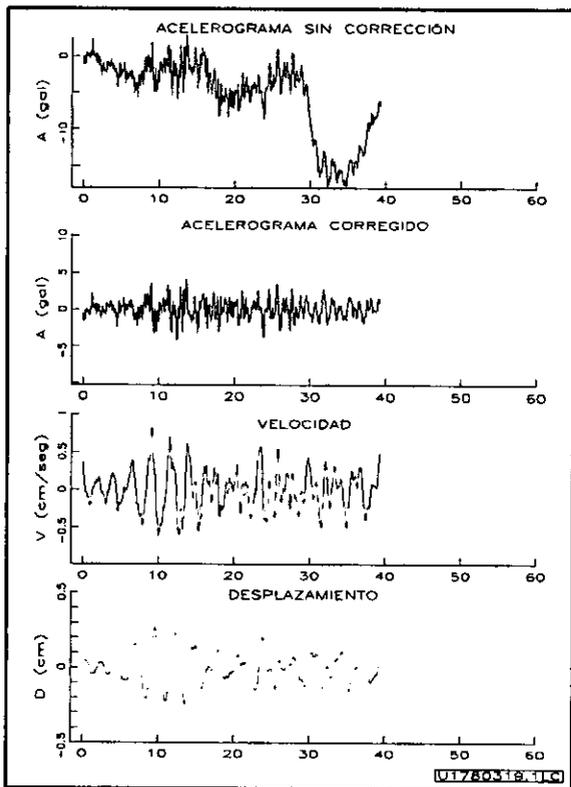
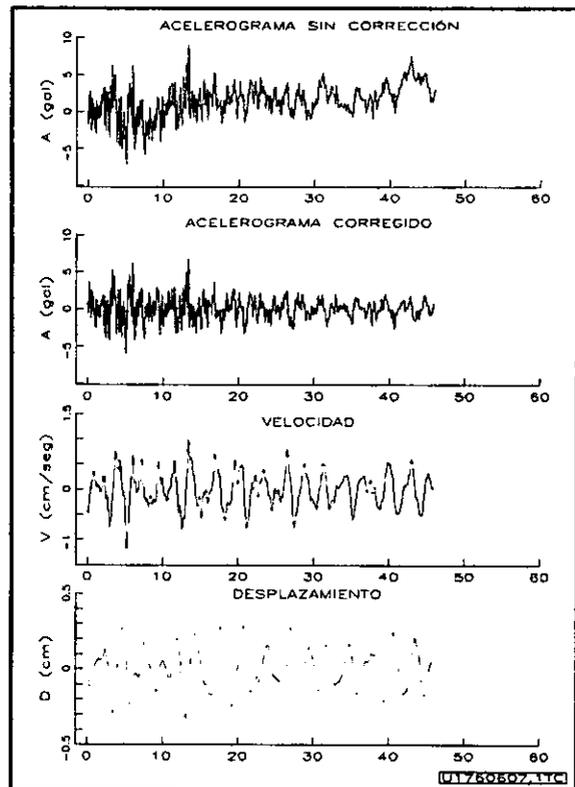
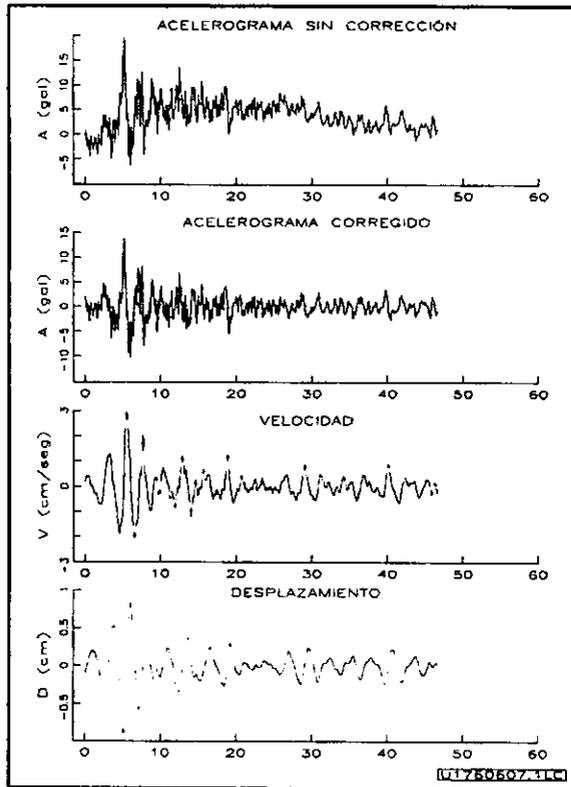


FIG. 2.9. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

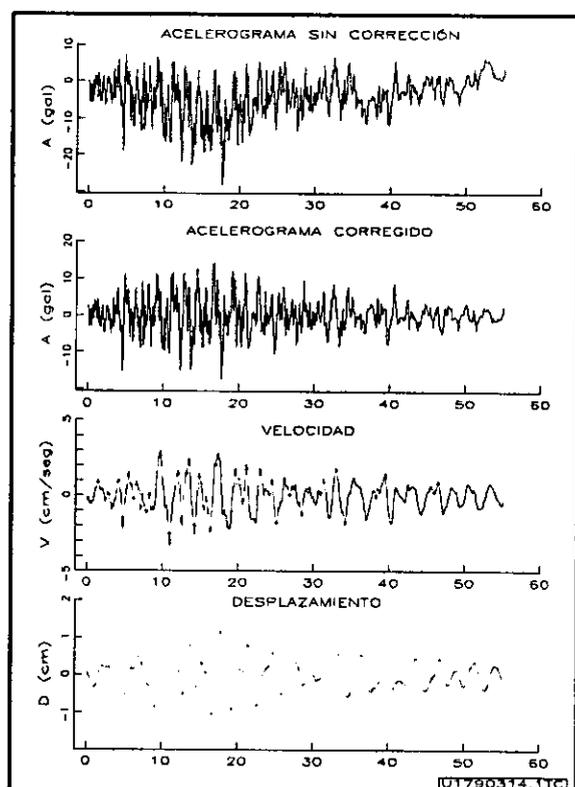
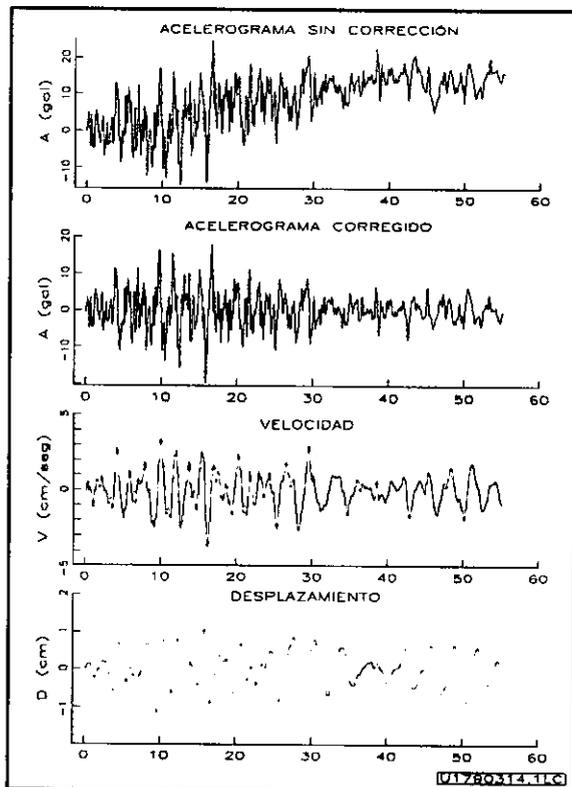
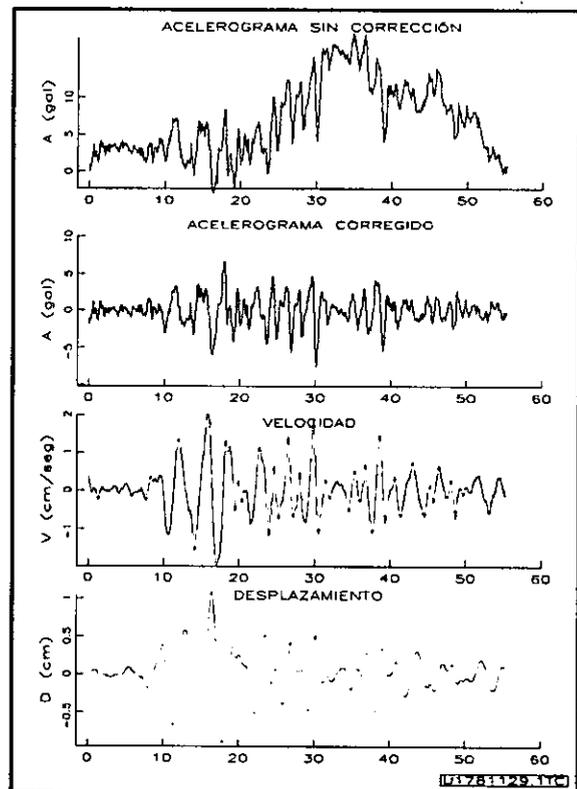
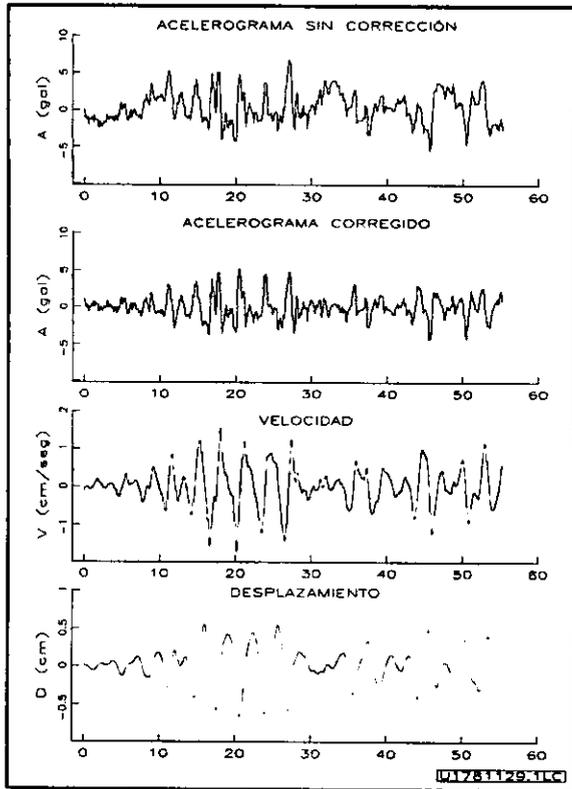


FIG. 2.10. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

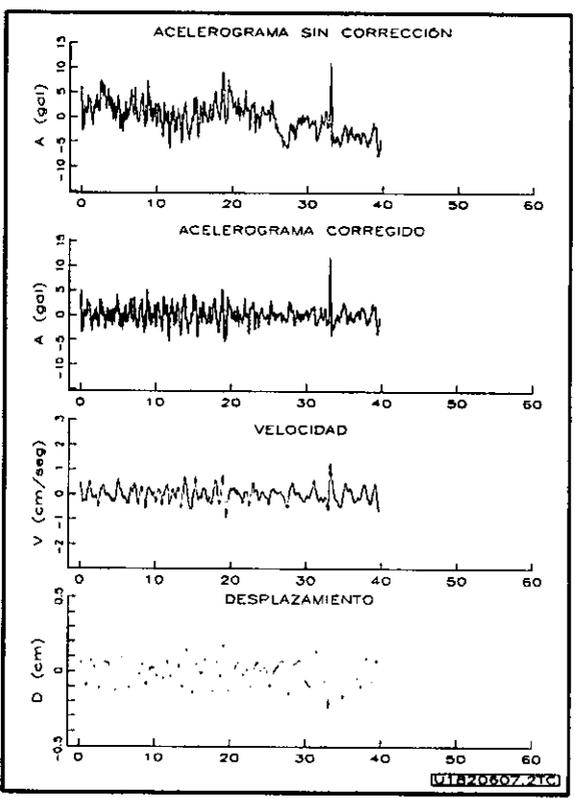
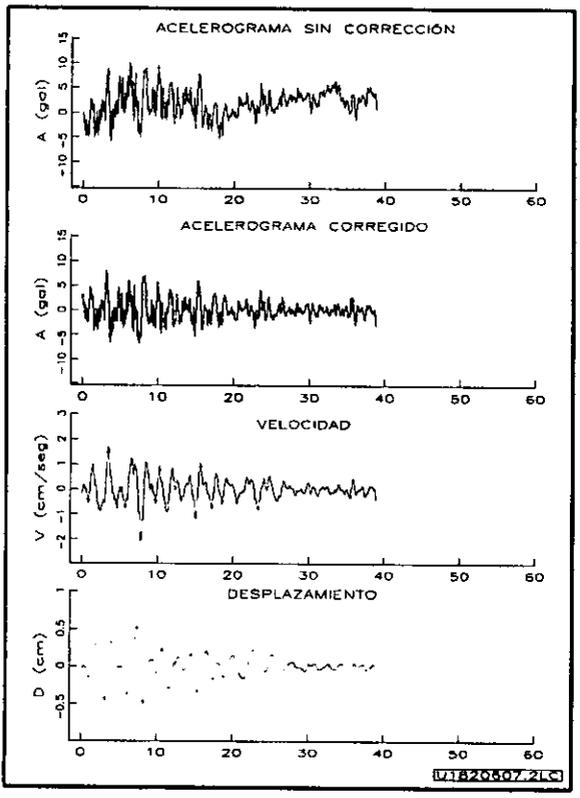
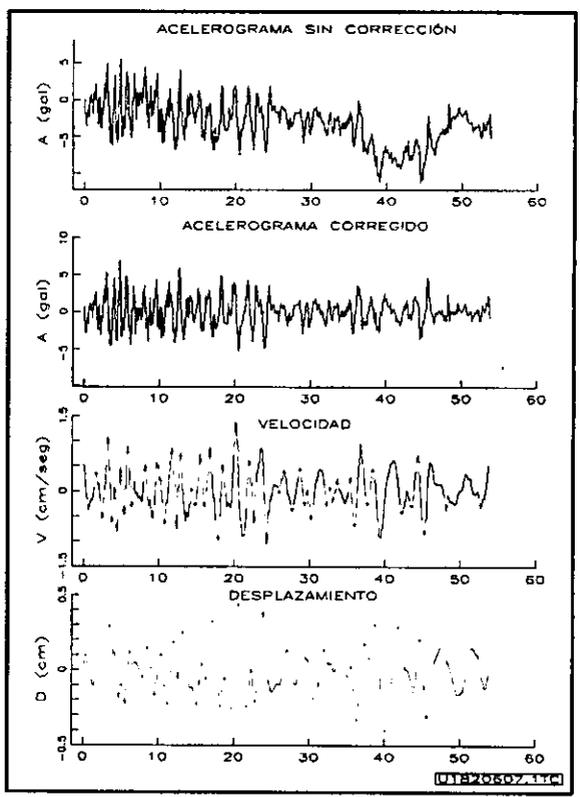
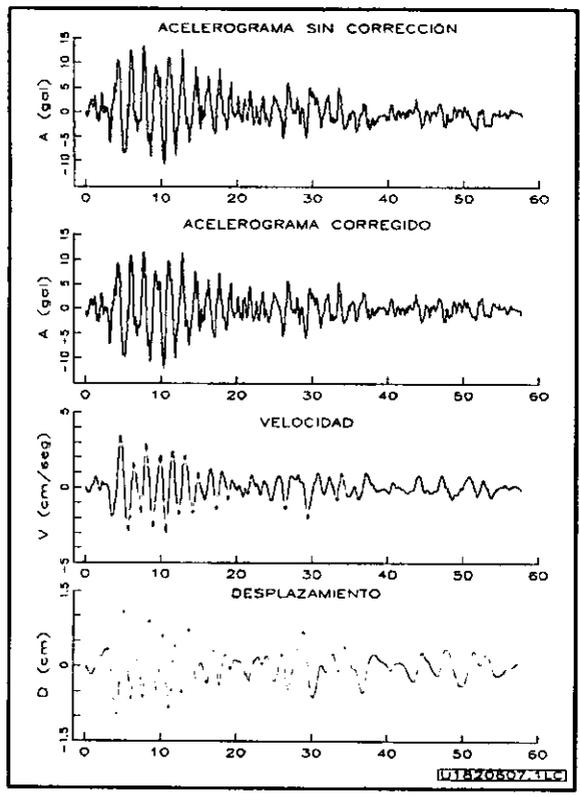


FIG. 2.11. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCION Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

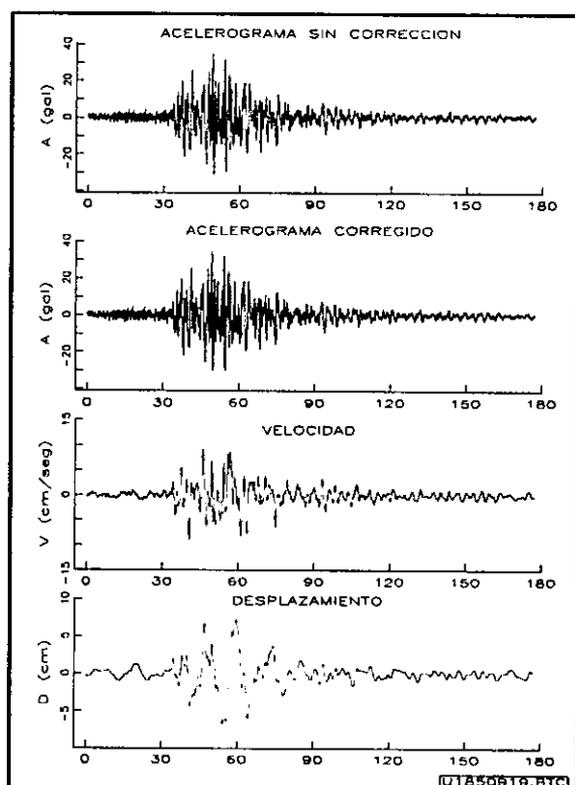
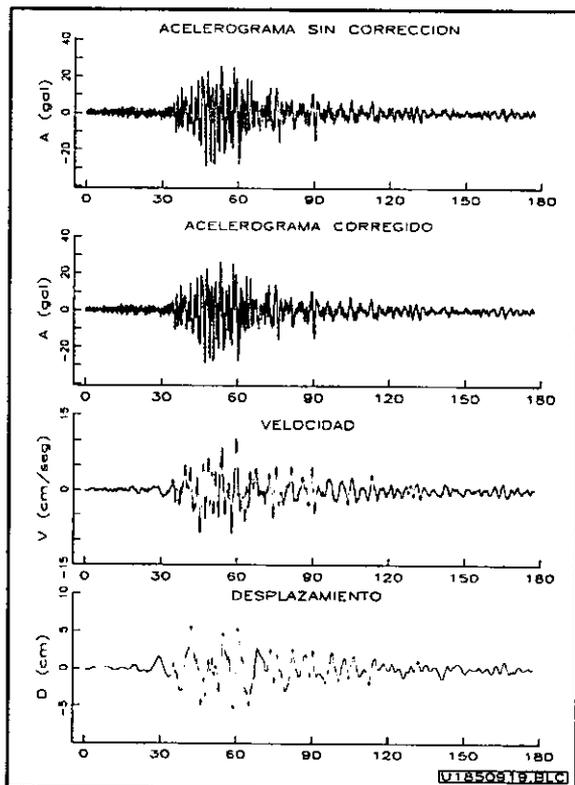
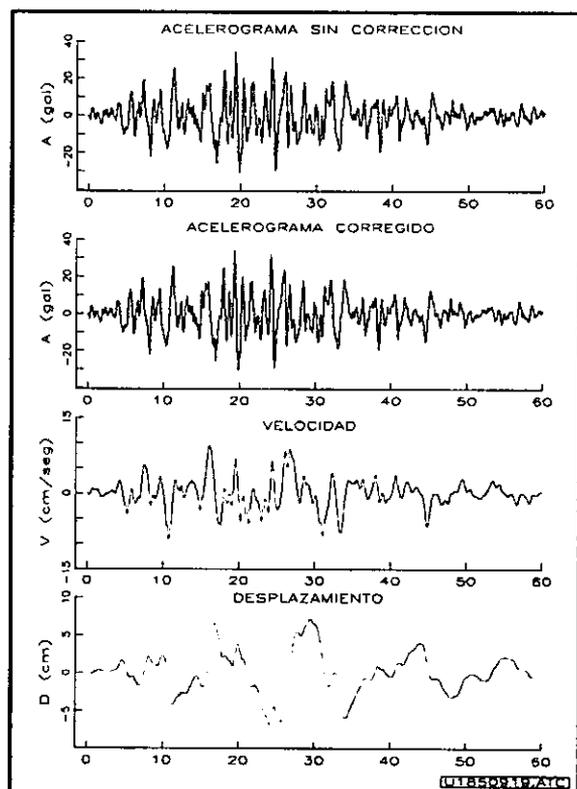
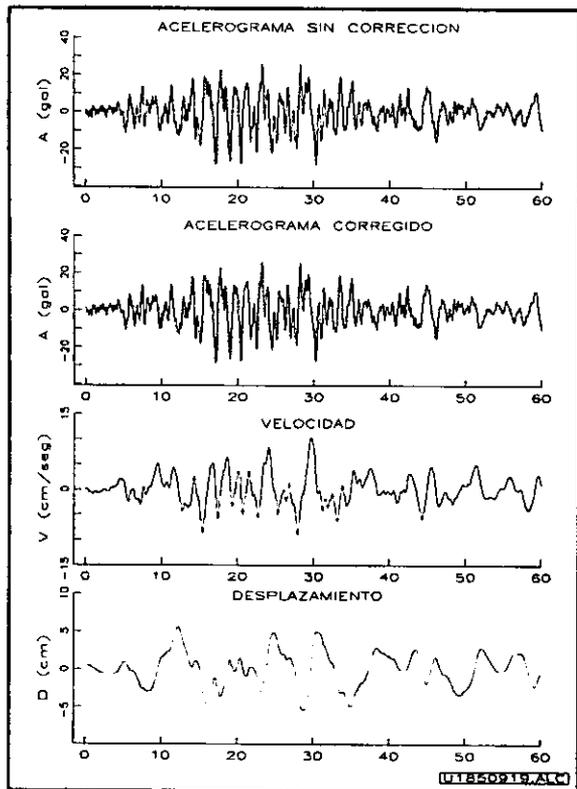


FIG. 2.12. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCION Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

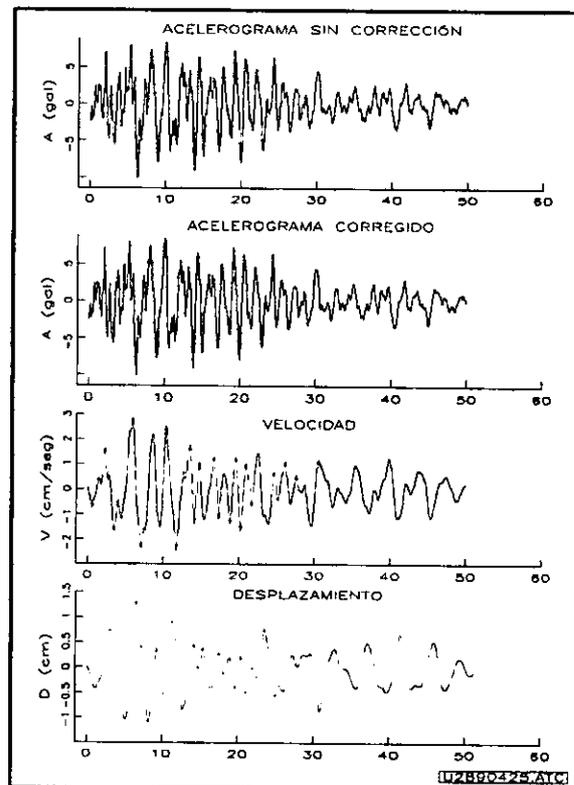
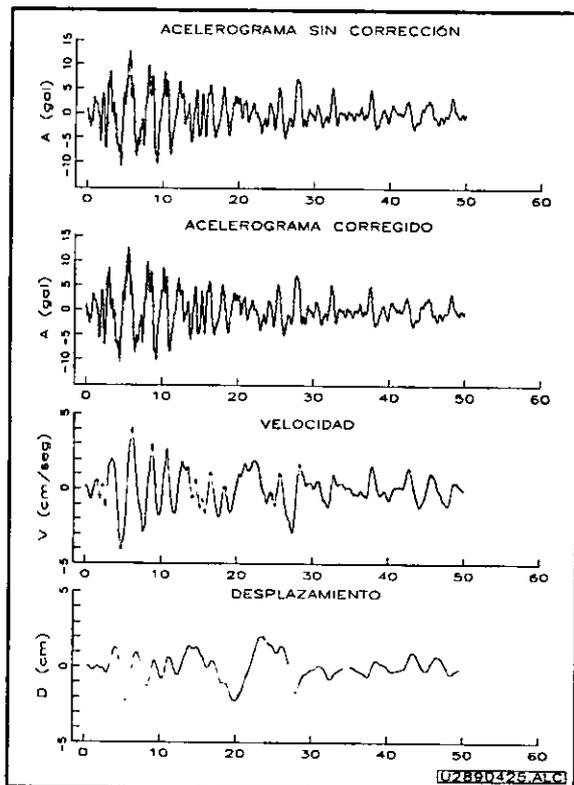
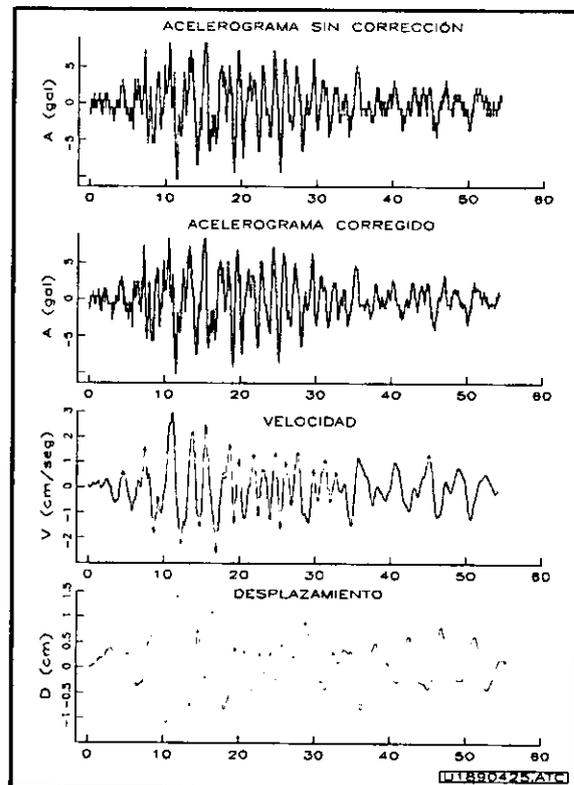
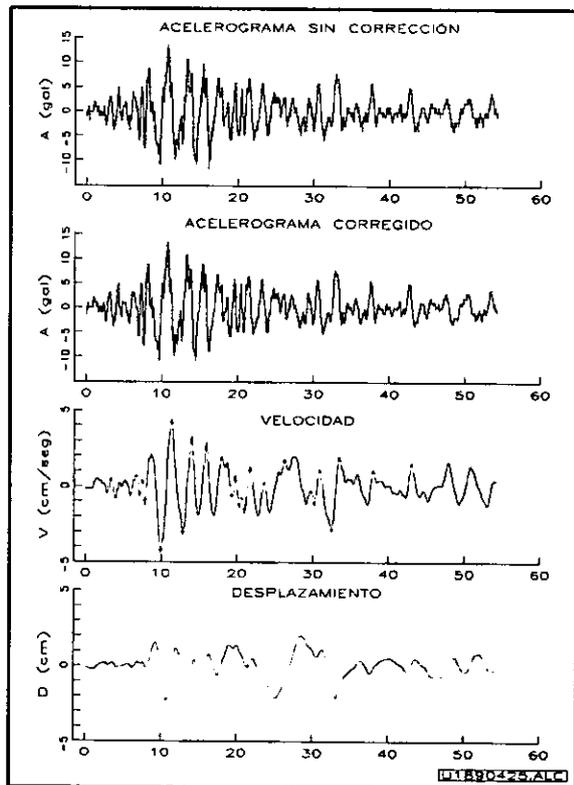


FIG. 2.13. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

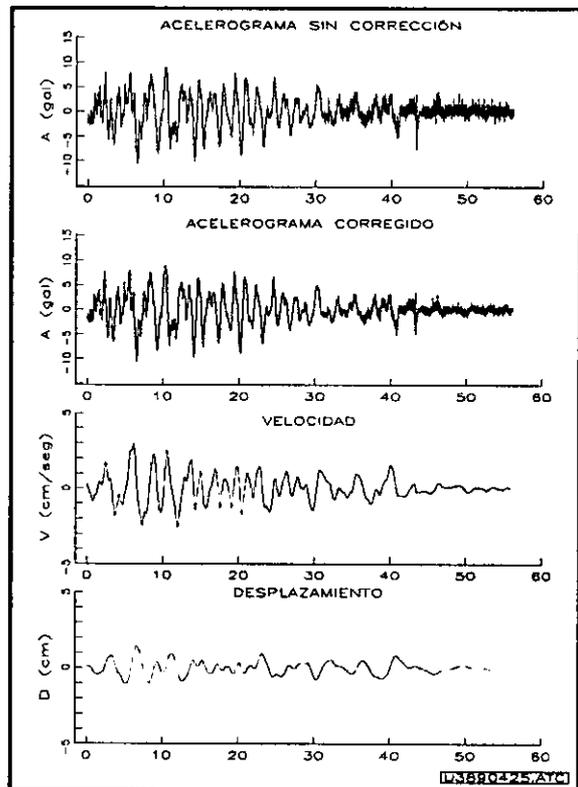
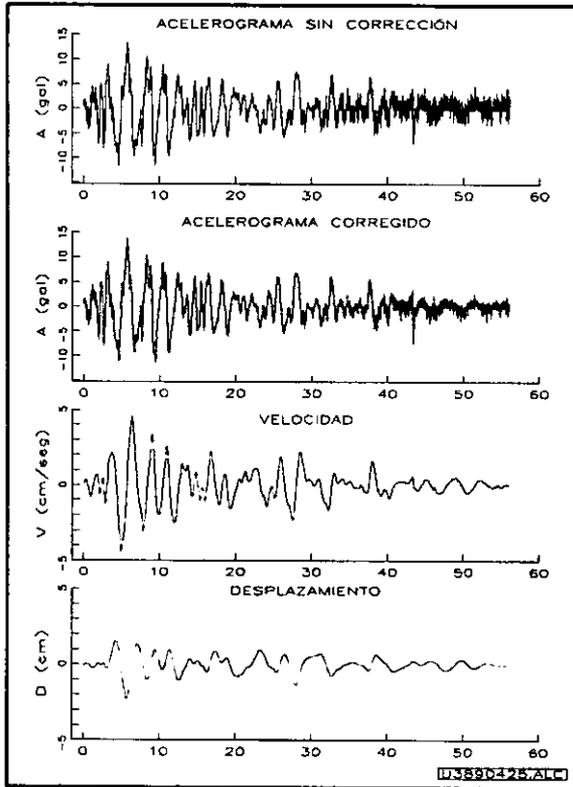


FIG. 2.14. ACELEROGRAMAS SIN CORRECCIÓN Y CORREGIDOS, Y CORRESPONDIENTES VELOCIDADES Y DESPLAZAMIENTOS.

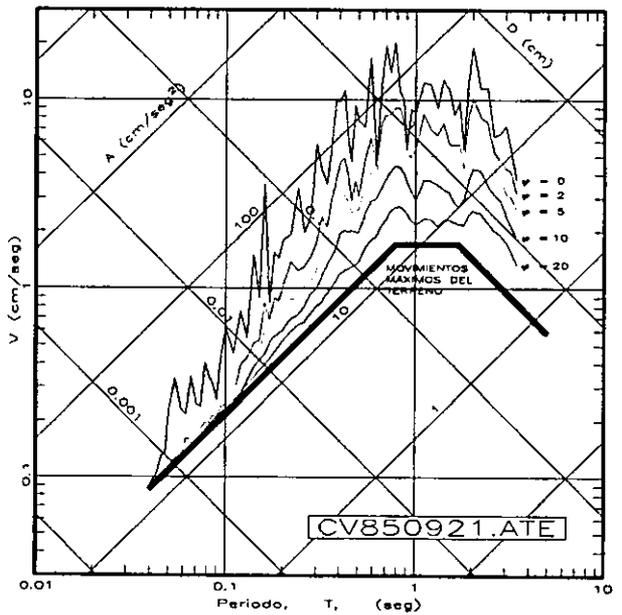
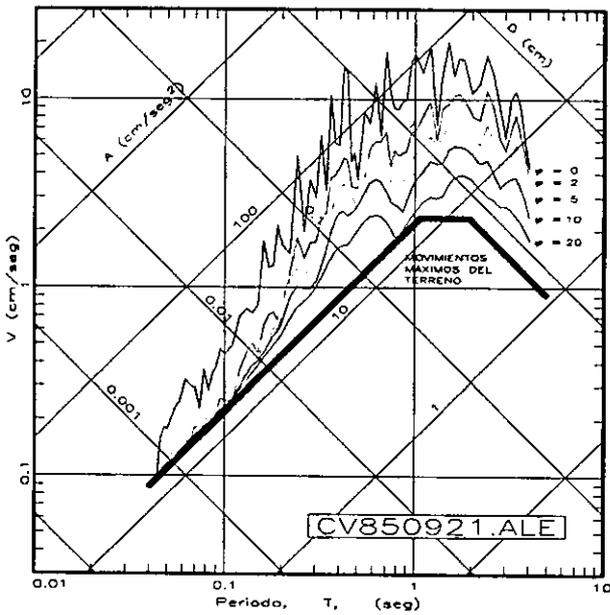
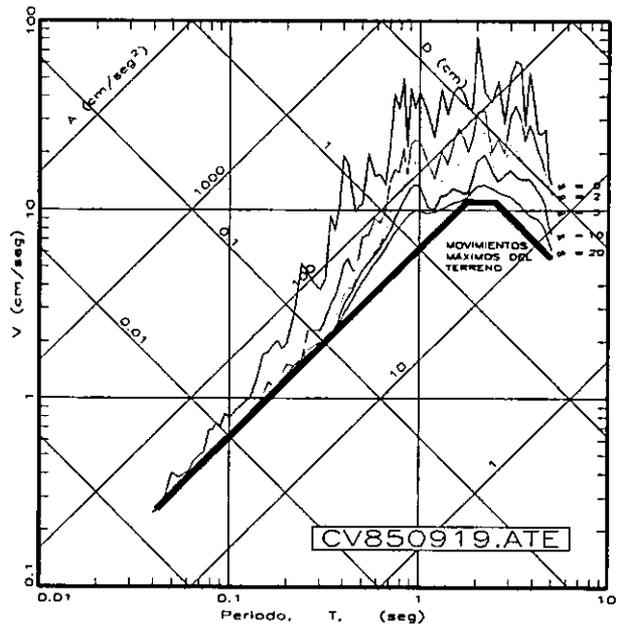
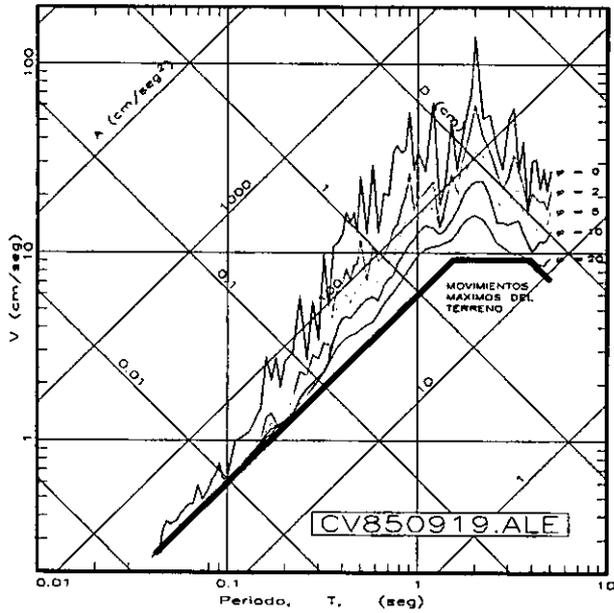


FIG. 2.15. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

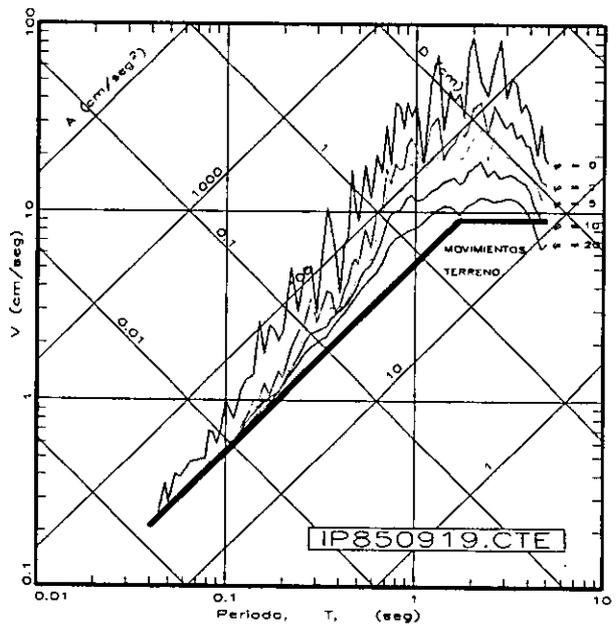
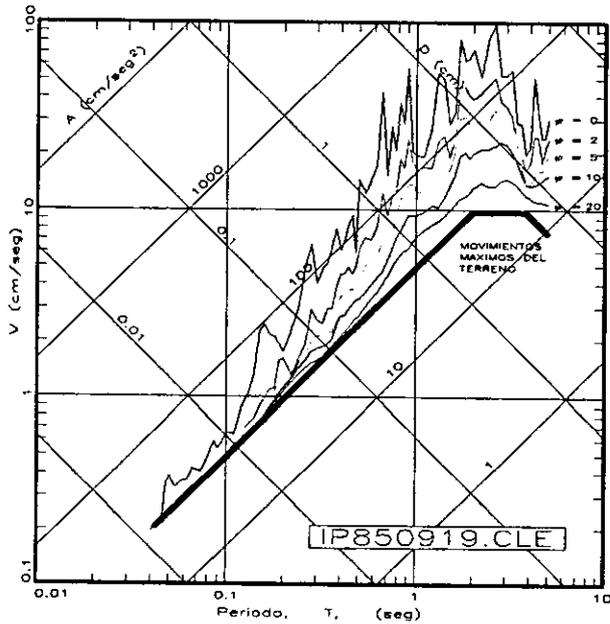
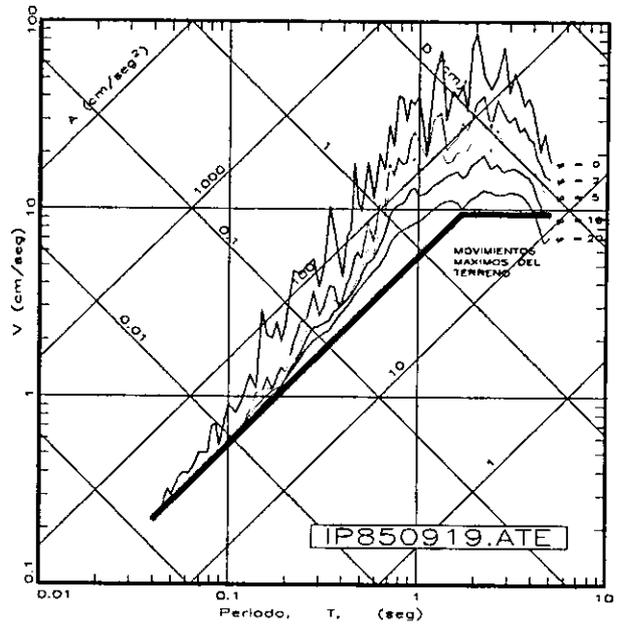
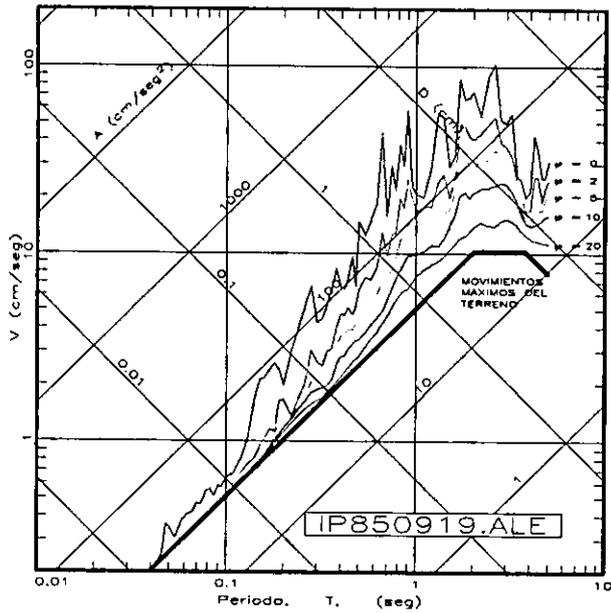


FIG. 2.16. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, φ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

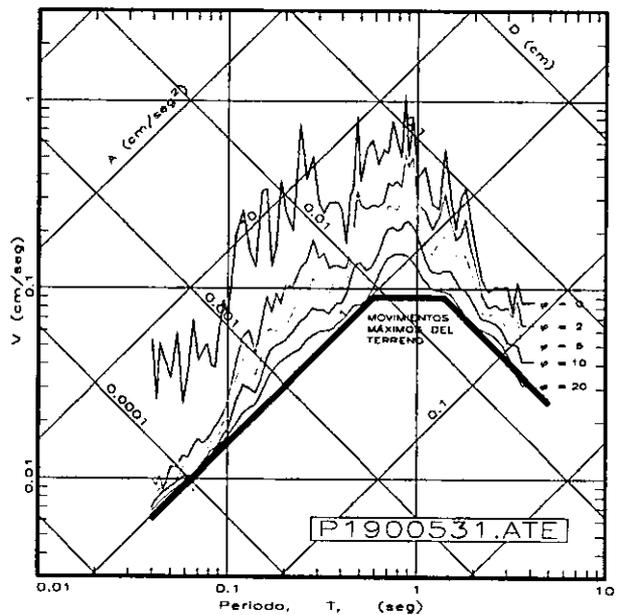
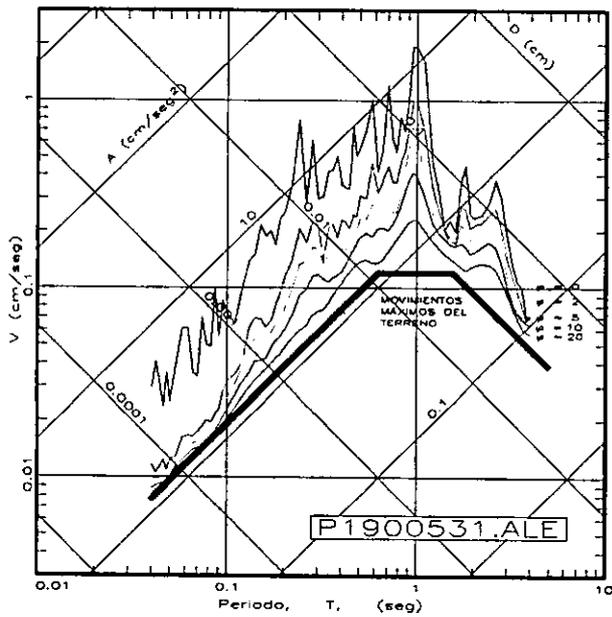
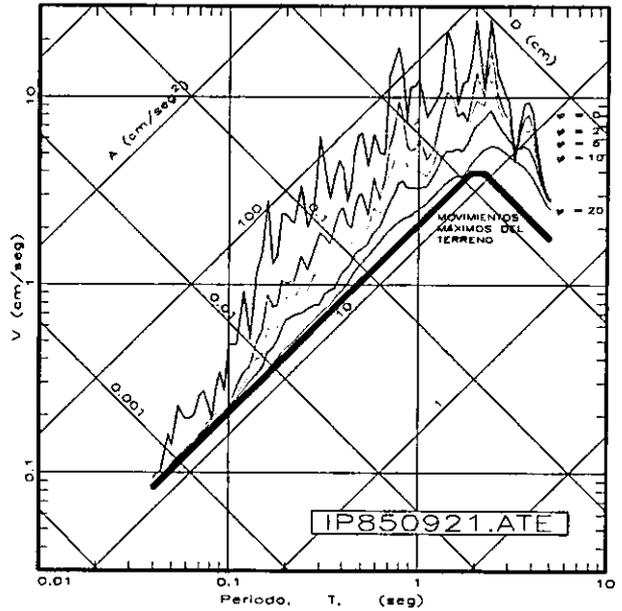
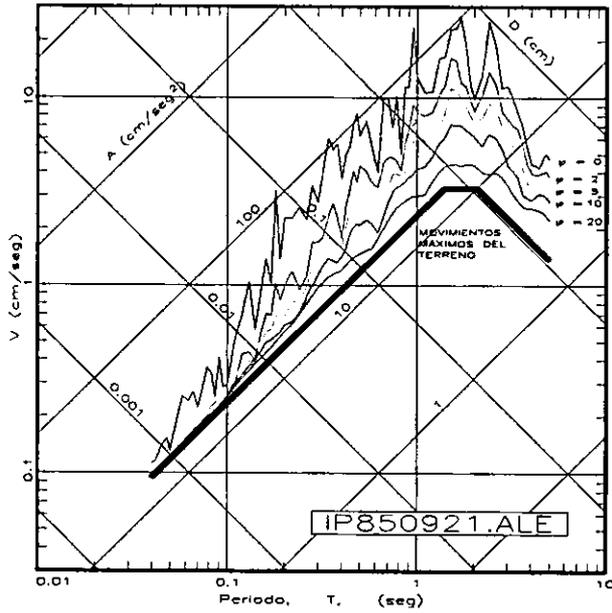


FIG. 2.17. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

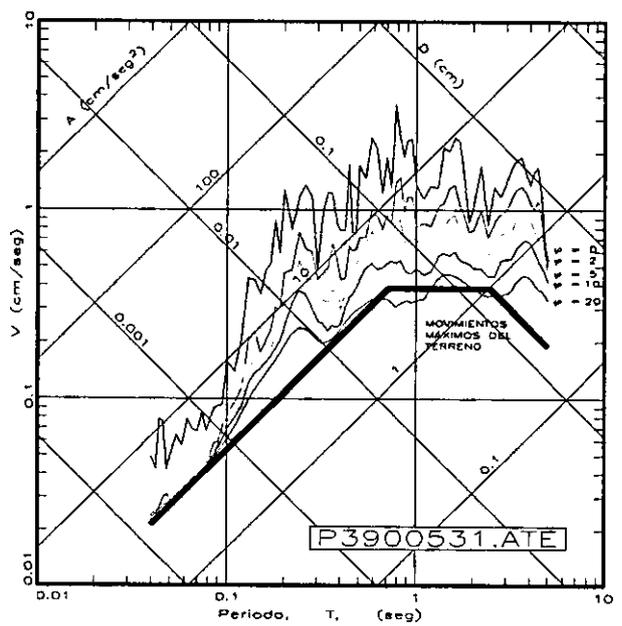
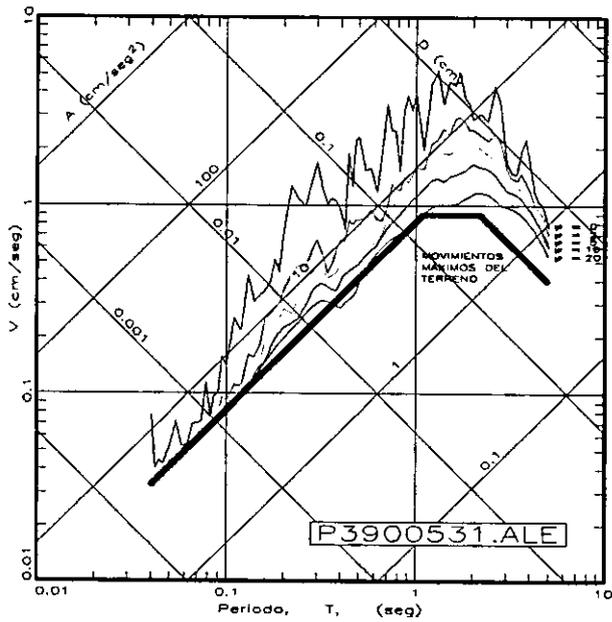
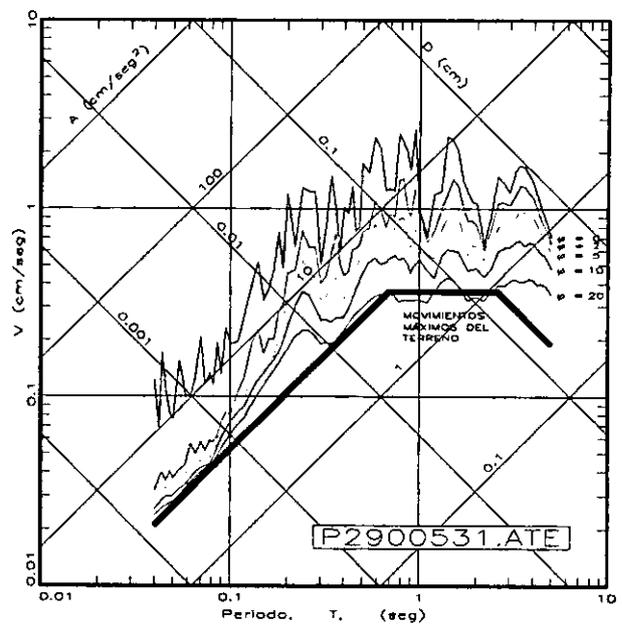
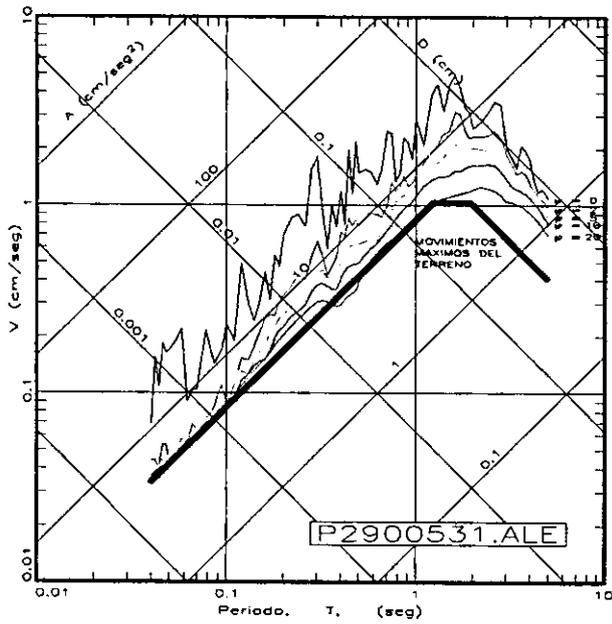


FIG. 2.18. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

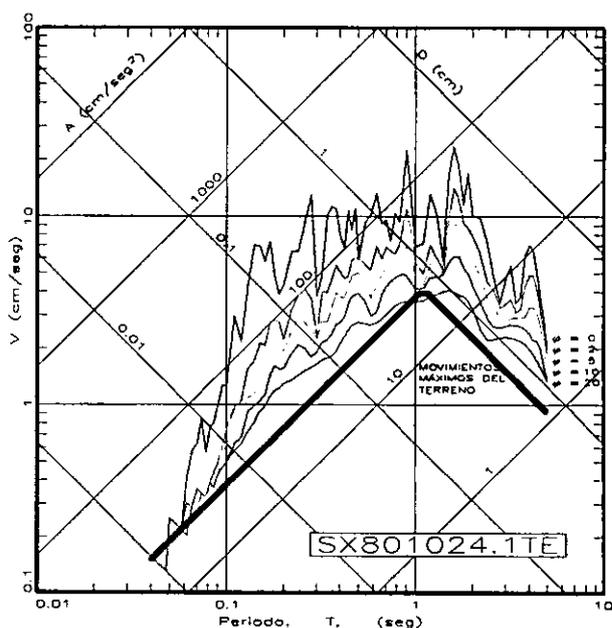
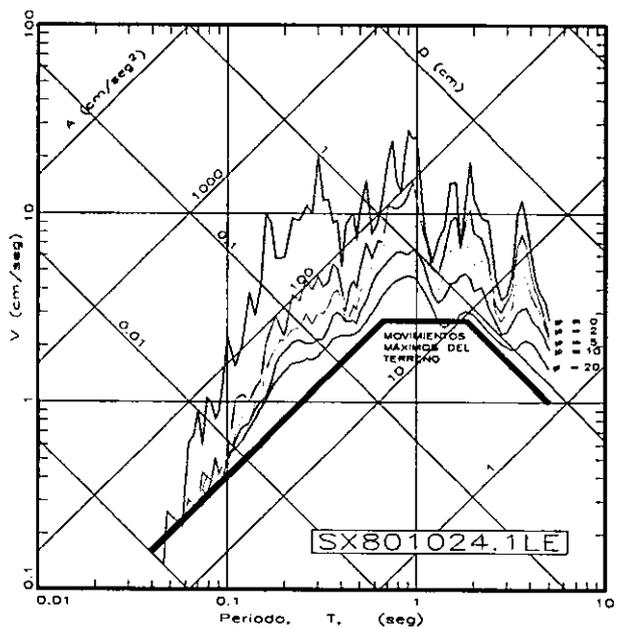
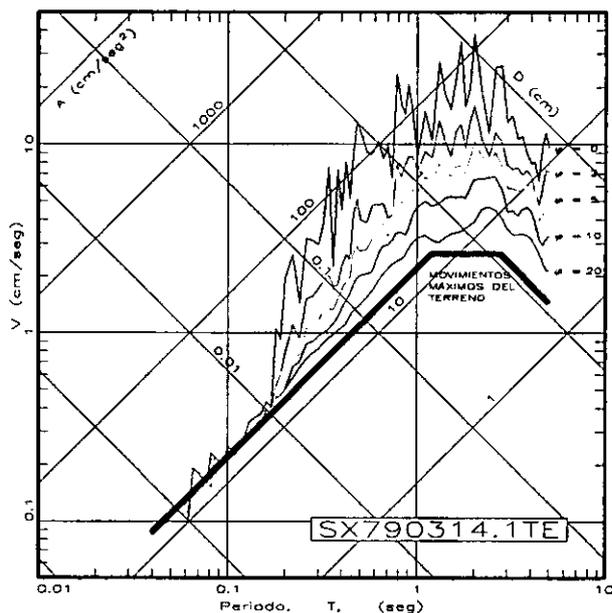
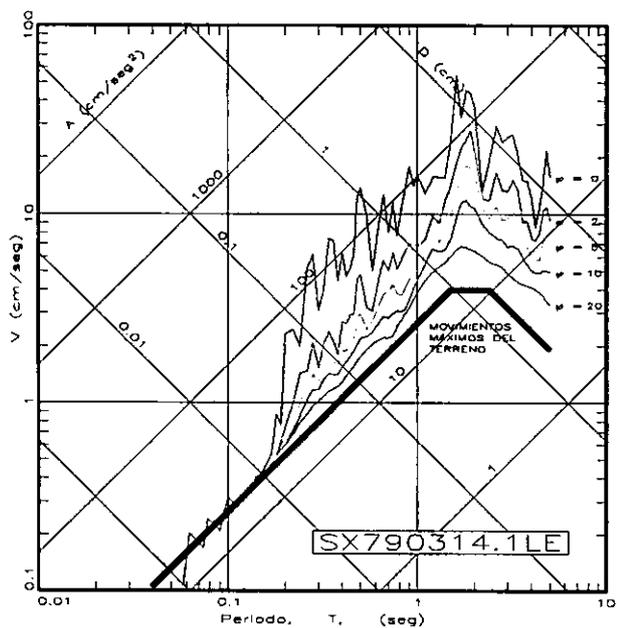


FIG. 2.19. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

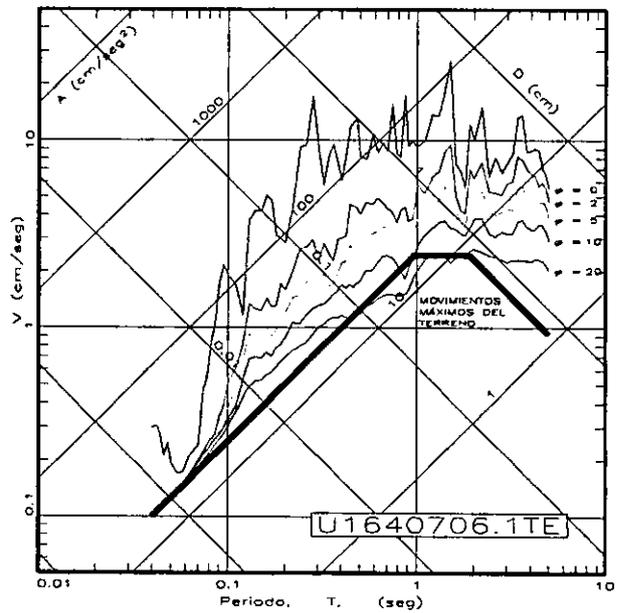
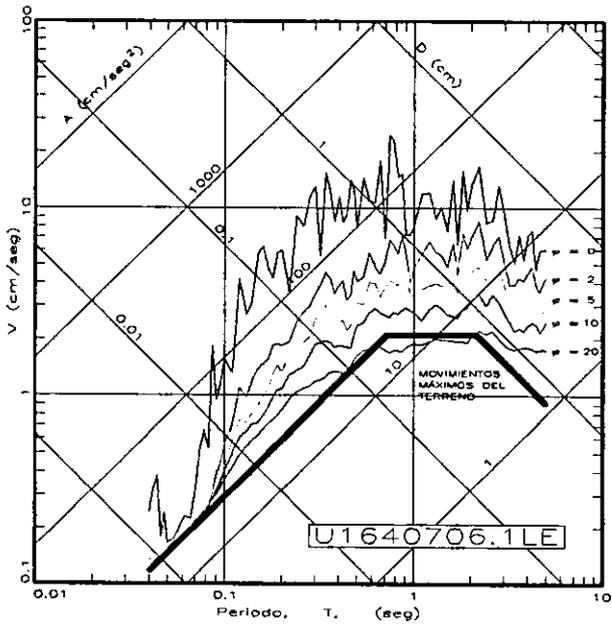
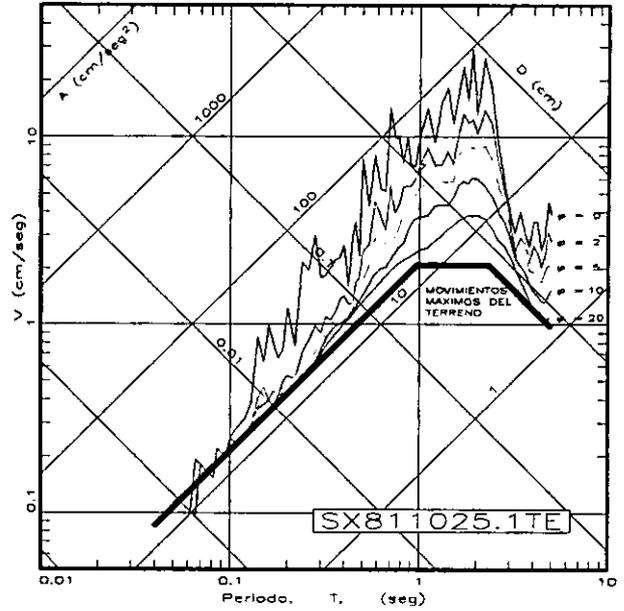
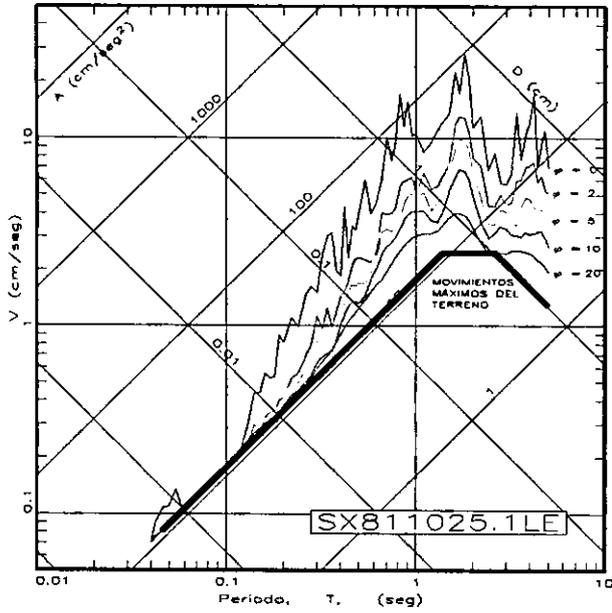


FIG. 2.20. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

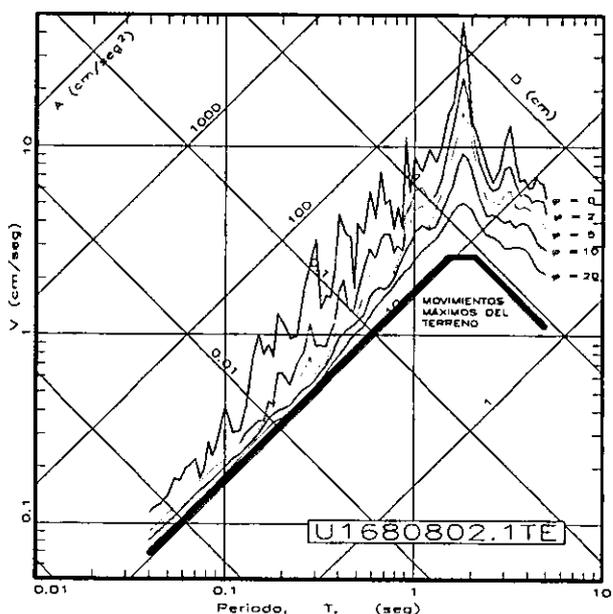
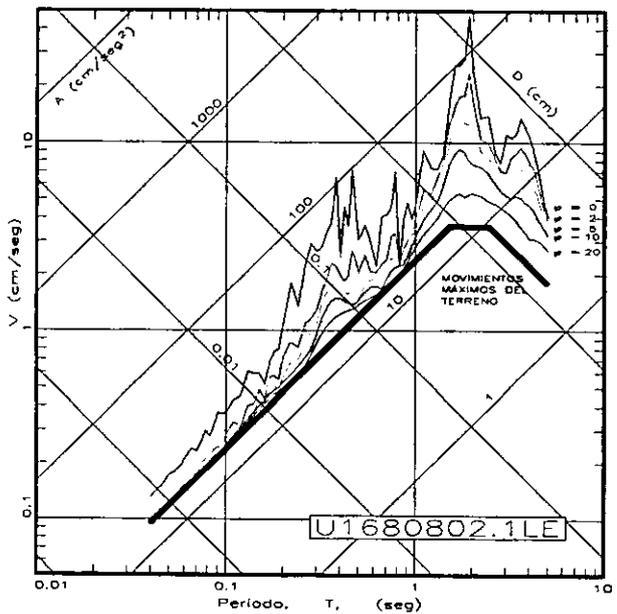
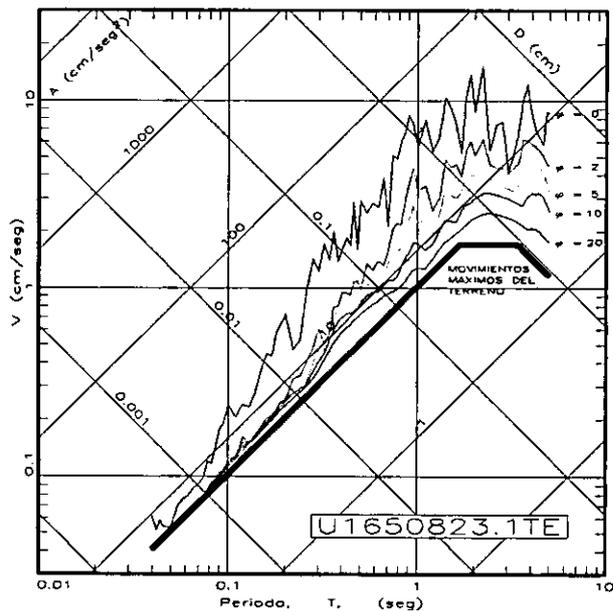
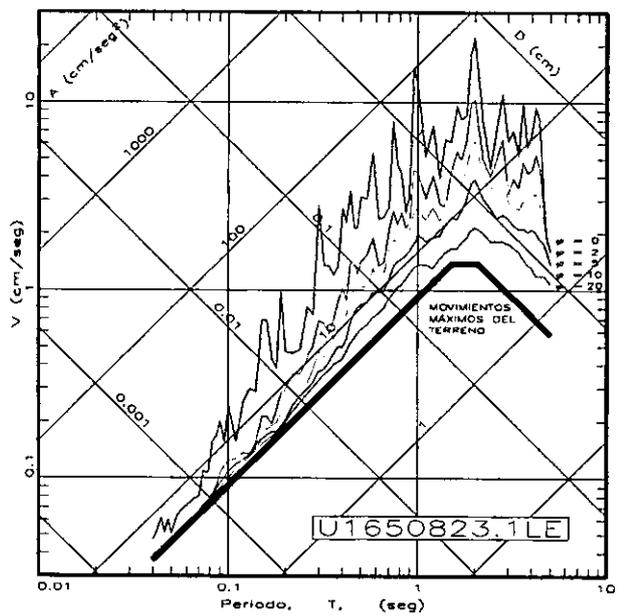


FIG. 2.21. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

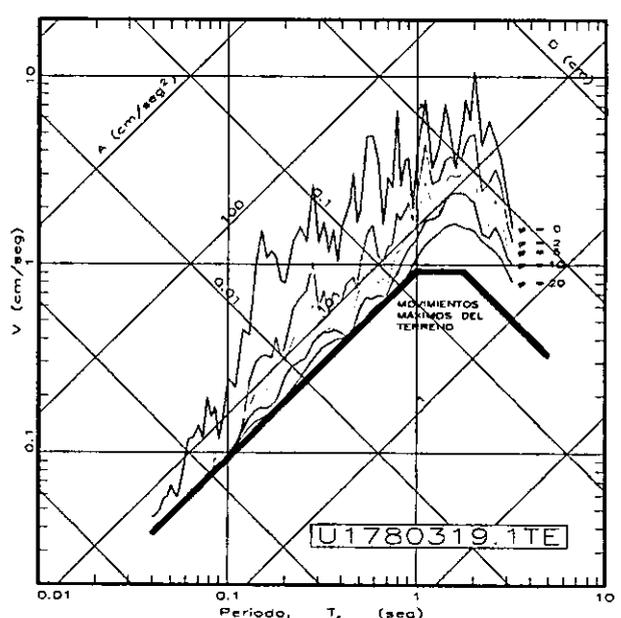
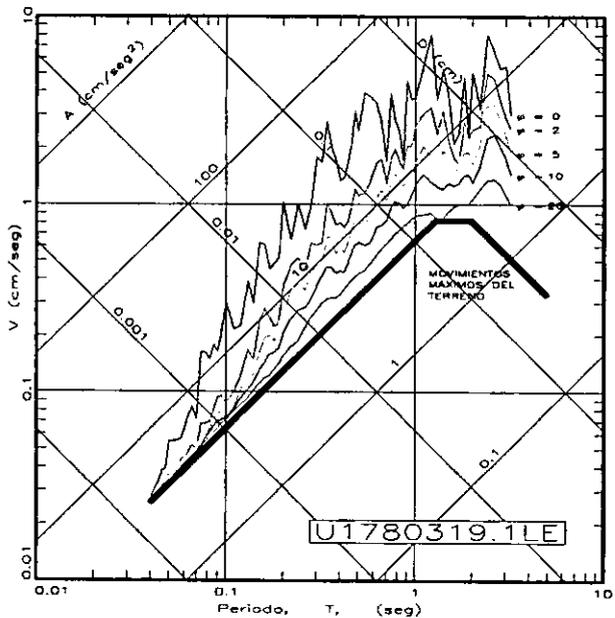
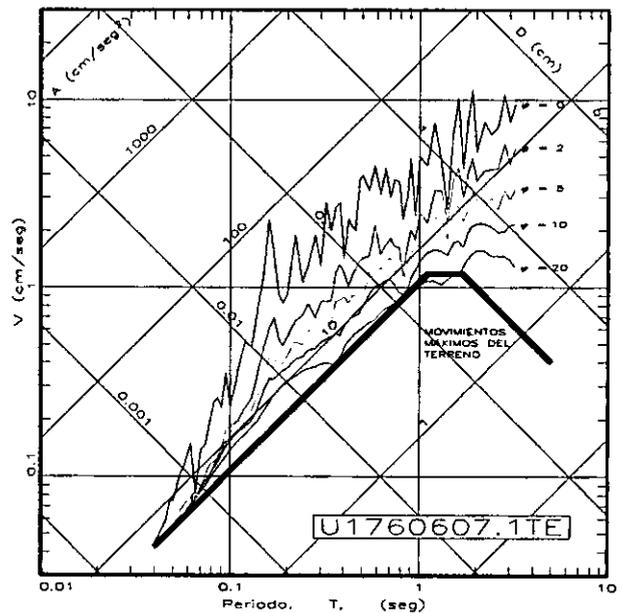
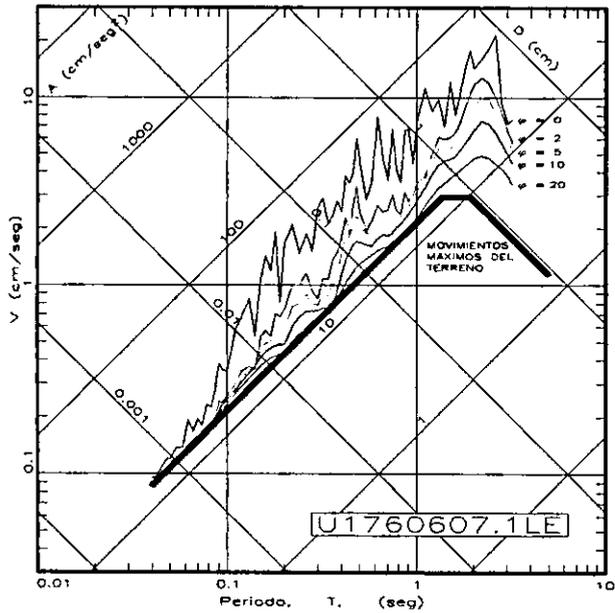


FIG. 2.22. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

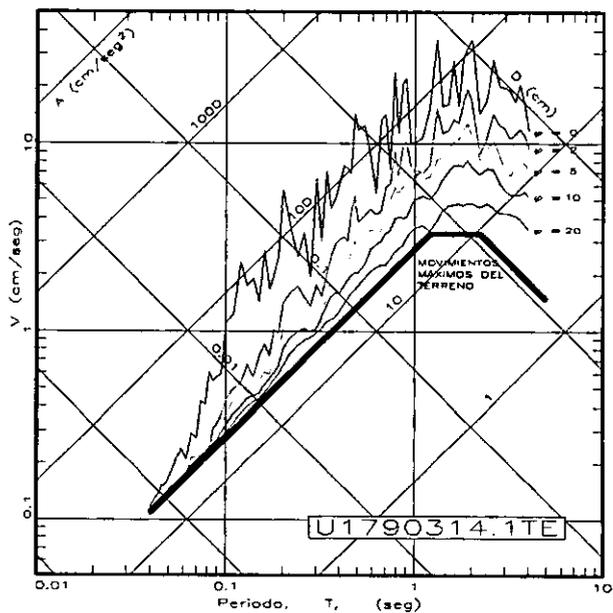
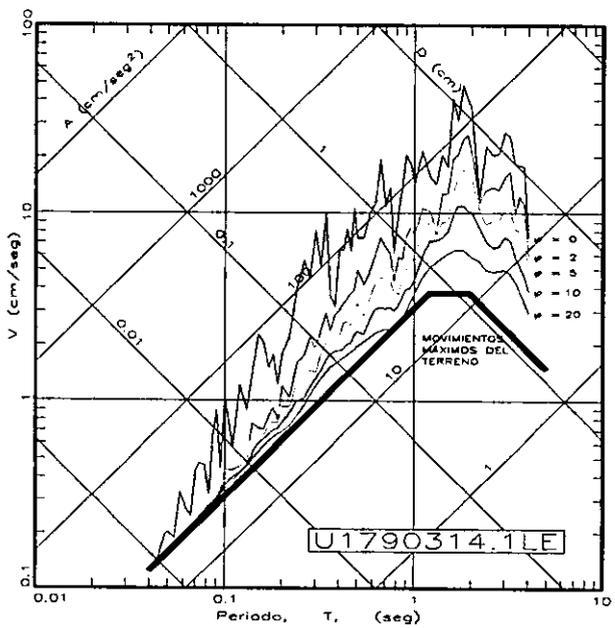
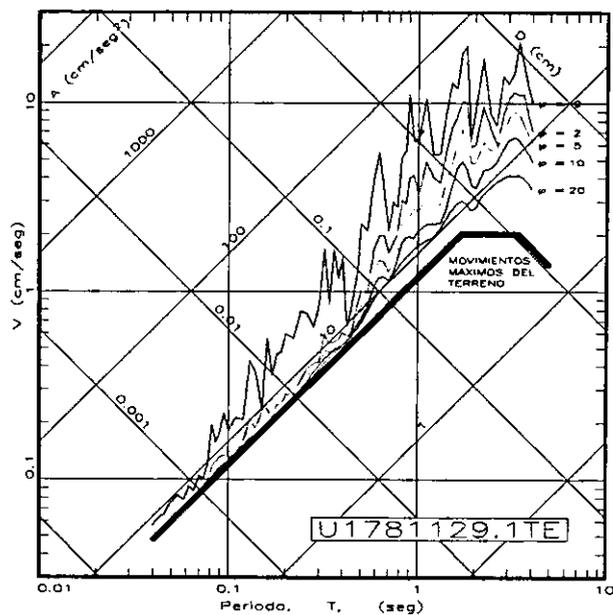
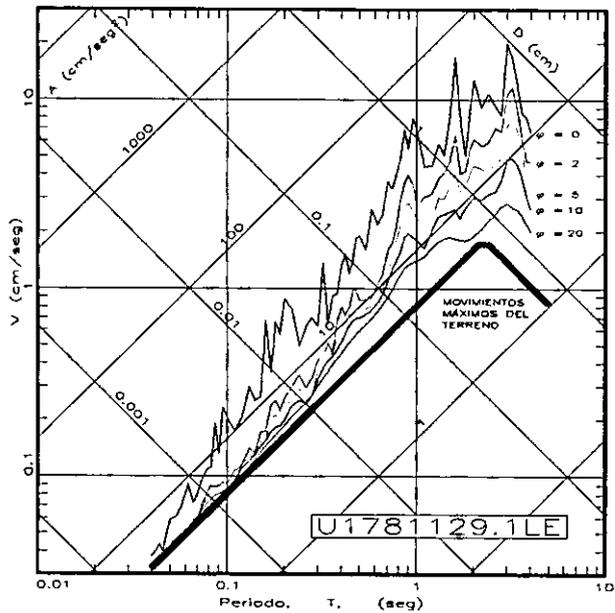


FIG. 2.23. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, φ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

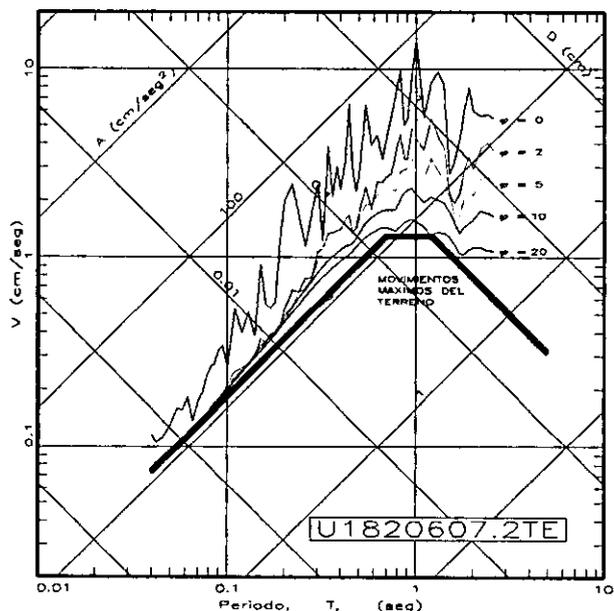
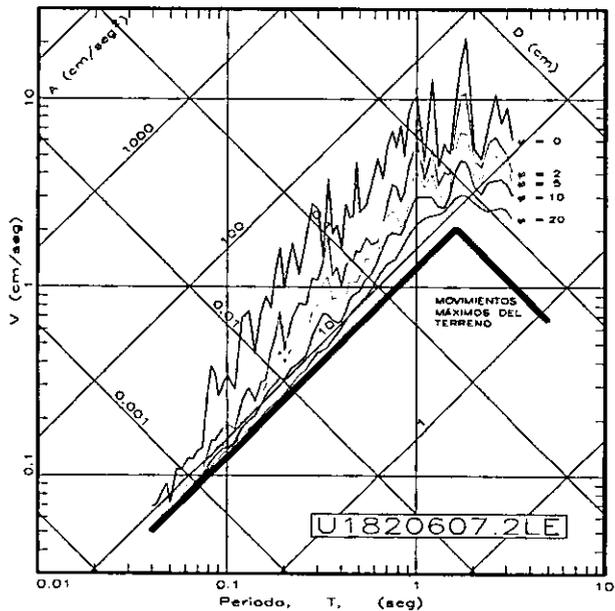
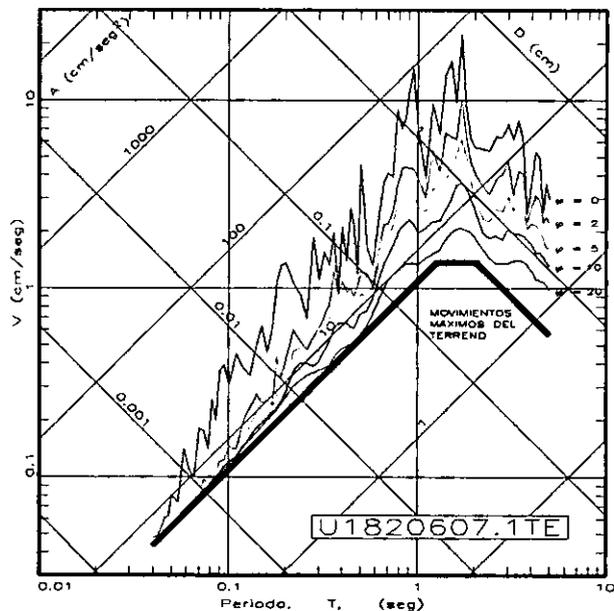
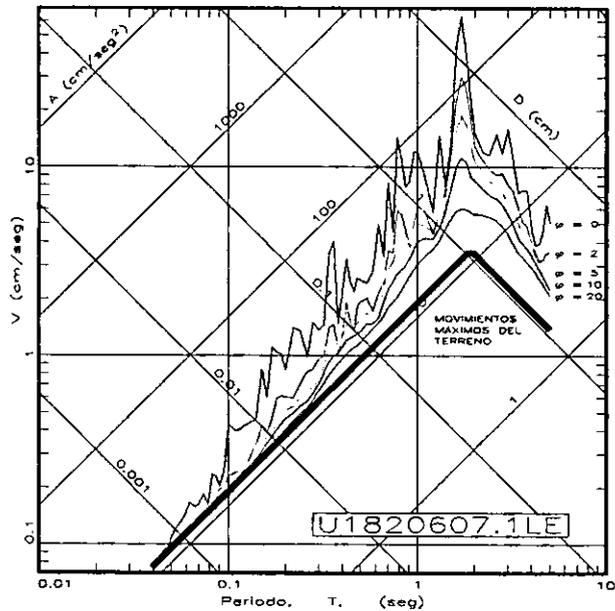


FIG. 2.24. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, φ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

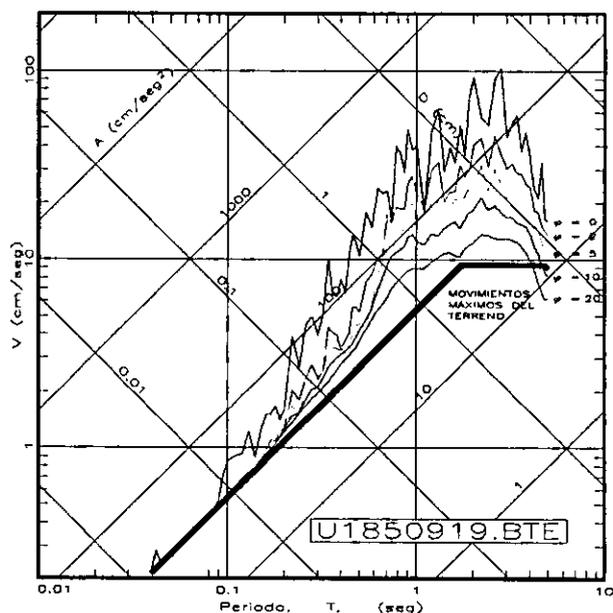
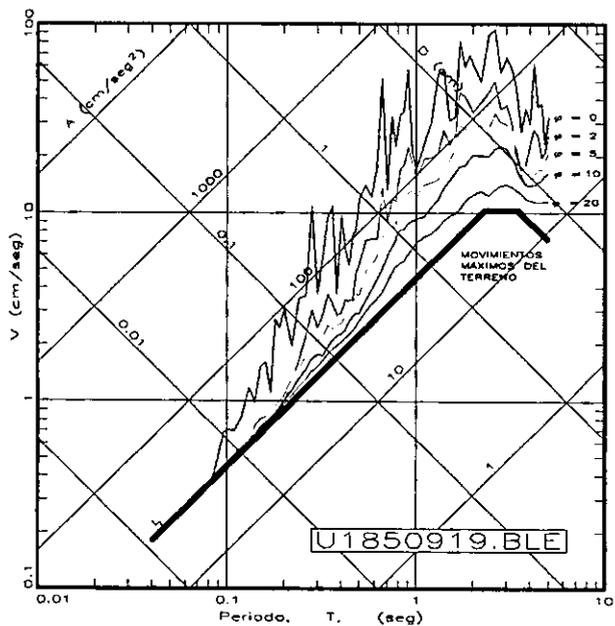
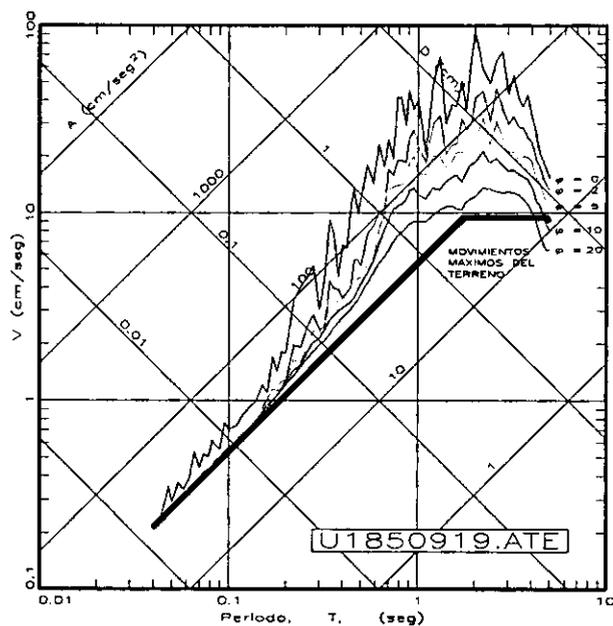
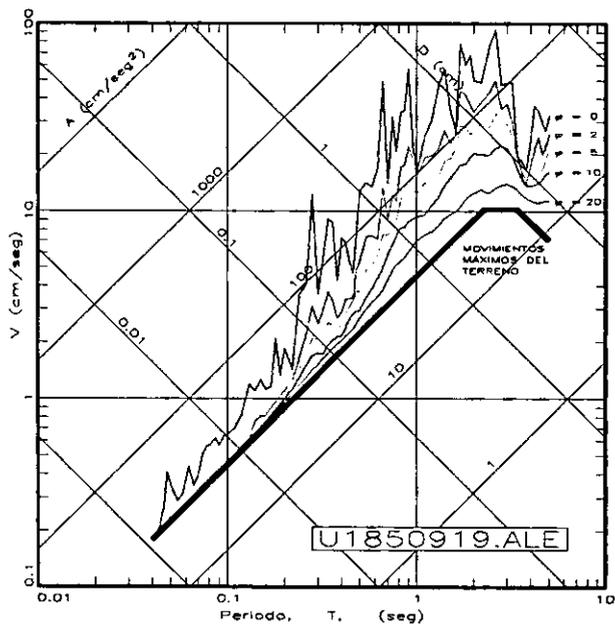


FIG. 2.25. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, φ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

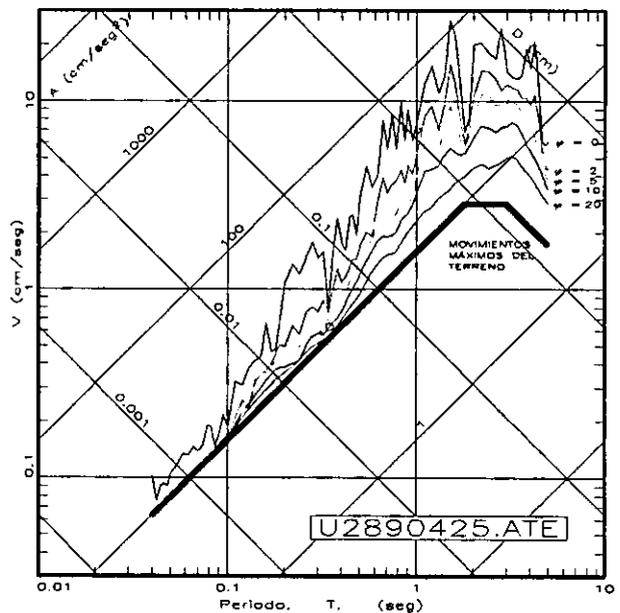
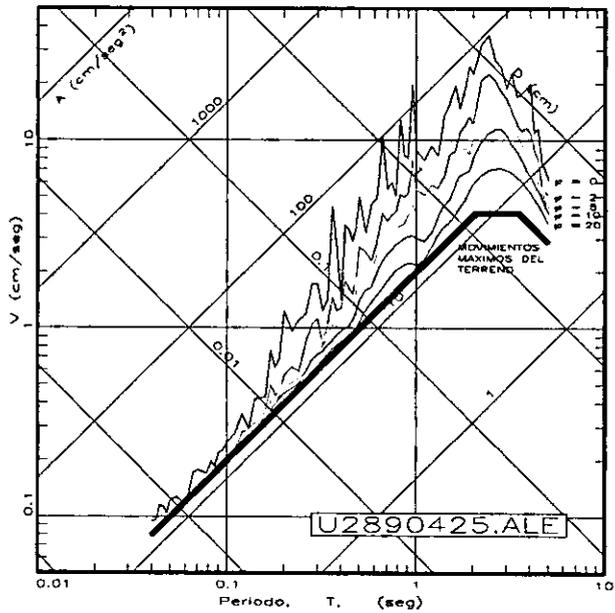
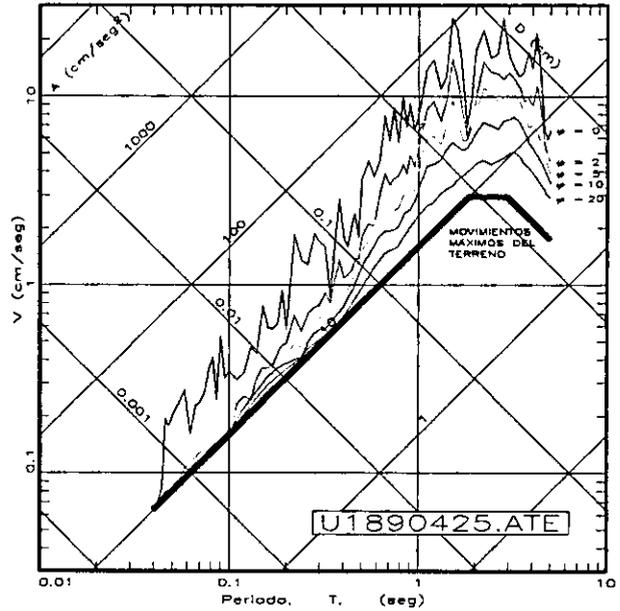
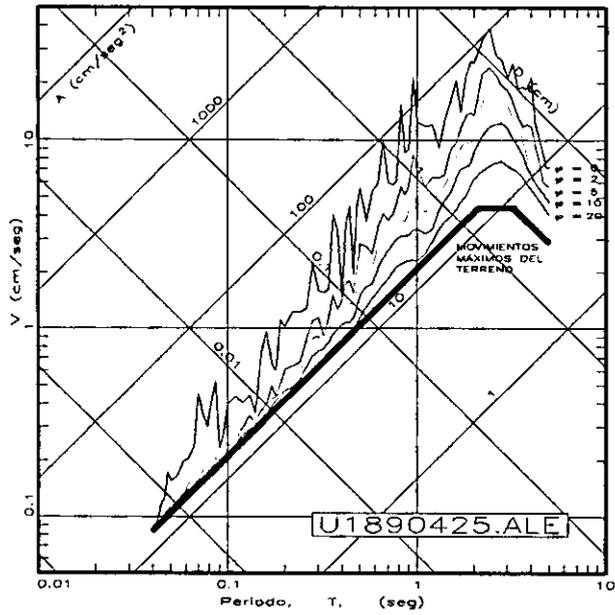


FIG. 2.26. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO

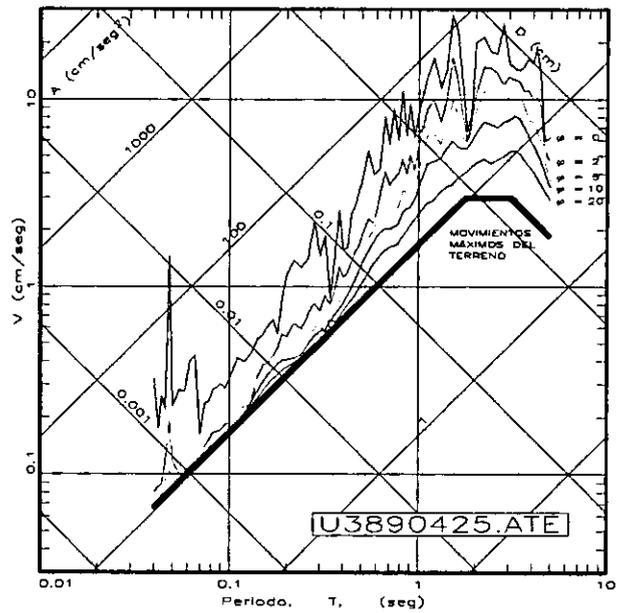
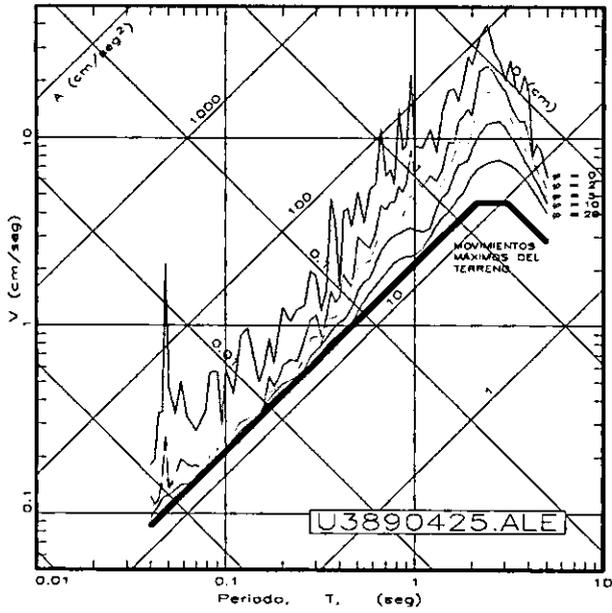
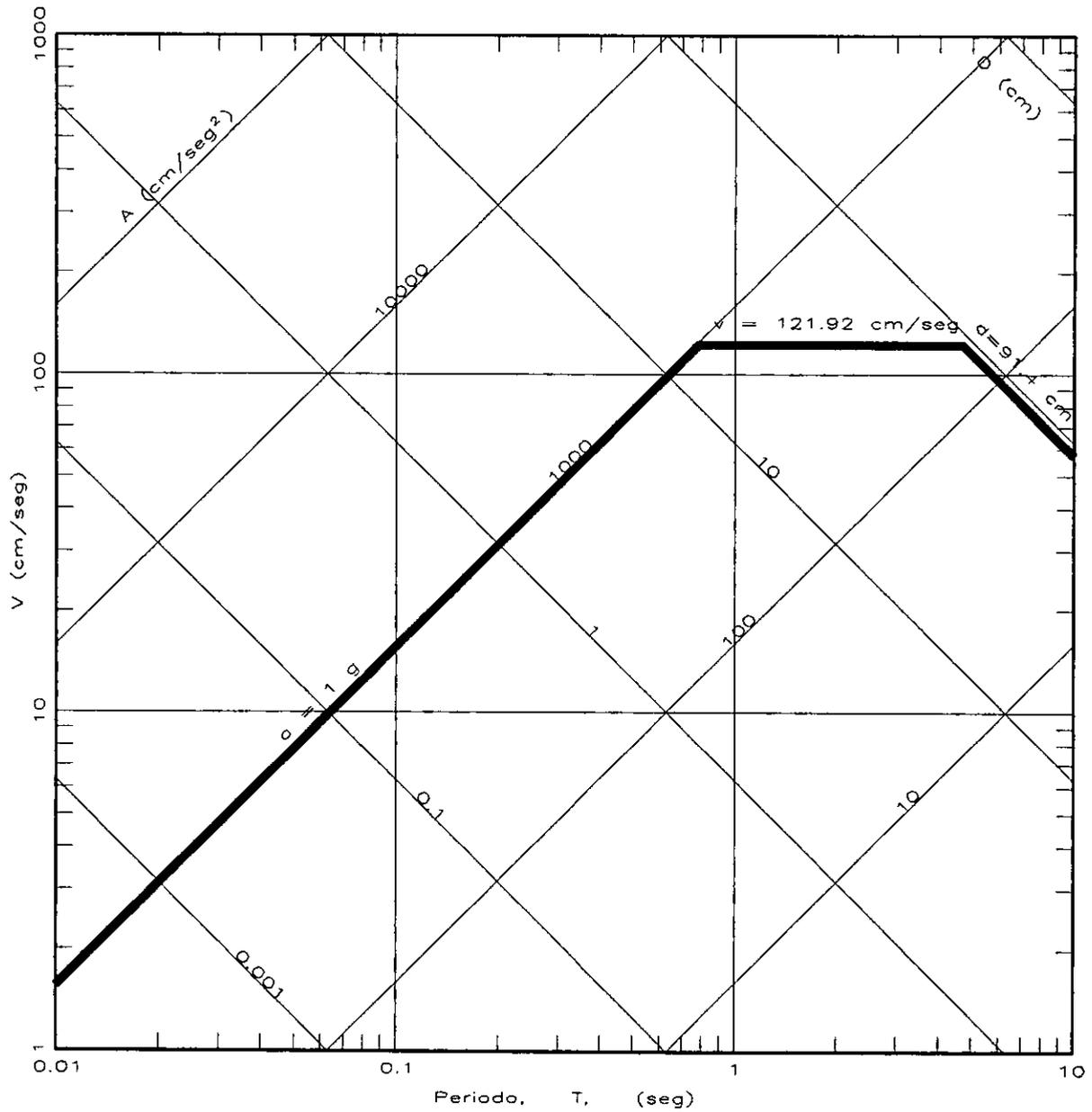


FIG. 2.27. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 0%, 2%, 5%, 10% Y 20%, Y MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO



ϕ	FACTORES DE AMPLIFICACIÓN	
	ACELERACIÓN	VELOCIDAD
0	6.4	4.0
0.5	5.8	3.6
1	5.2	3.2
2	4.3	2.8
5	2.6	1.9
7	1.9	1.5
10	1.5	1.3
20	1.2	1.1

FIG. 2.28. ESPECTRO DE DISEÑO BÁSICO DE NEWMARK PARA CALIFORNIA, E. U. A.

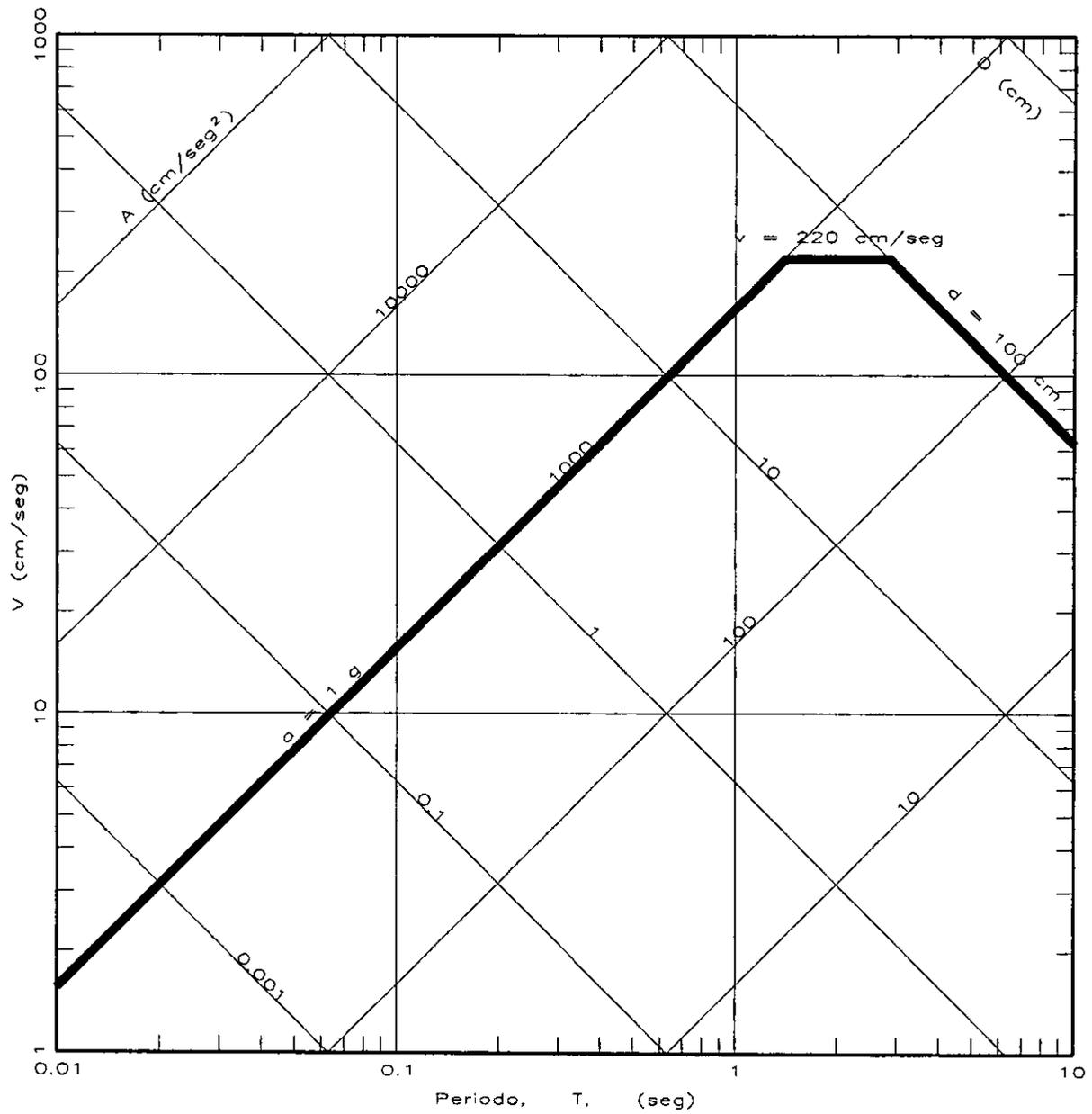
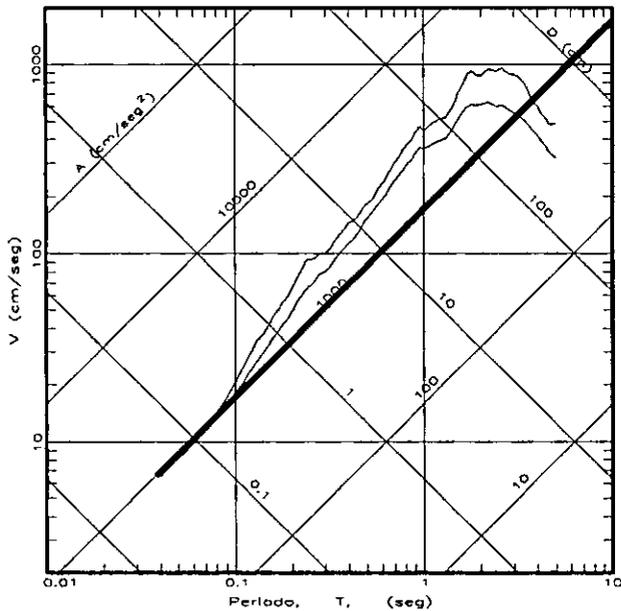
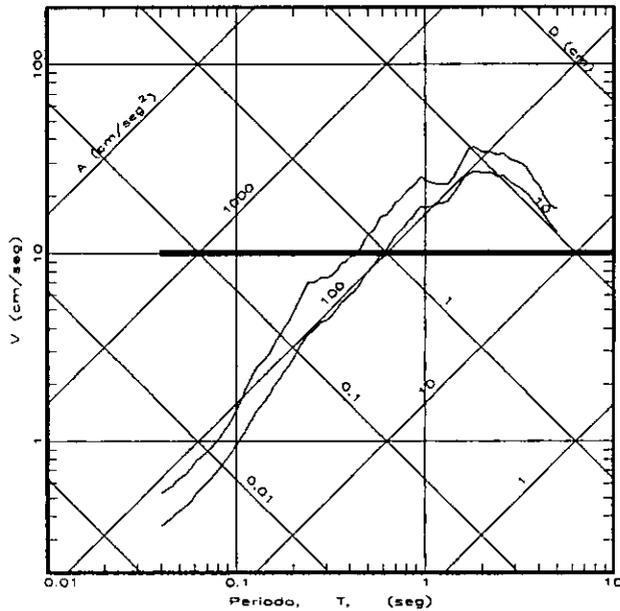


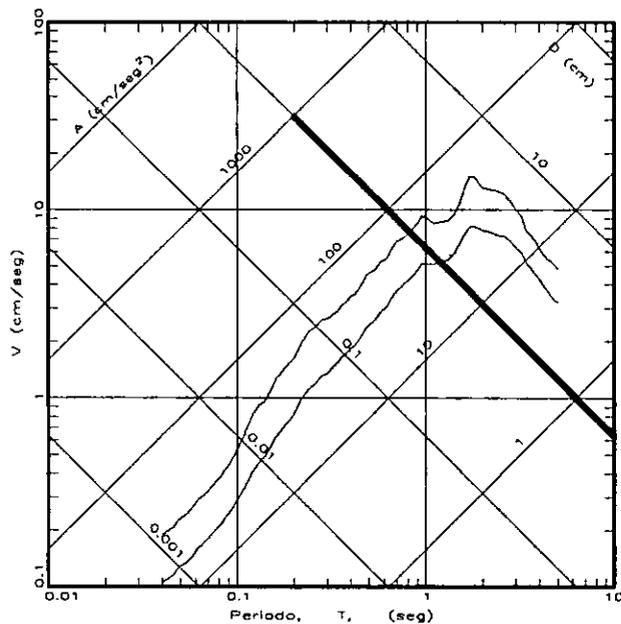
FIG. 2.29. ESPECTRO DE DISEÑO BÁSICO PARA CIUDAD UNIVERSITARIA MÉXICO, D. F.



a. RESPUESTA ESPECTRAL ACCELERACIÓN



b. RESPUESTA ESPECTRAL VELOCIDAD

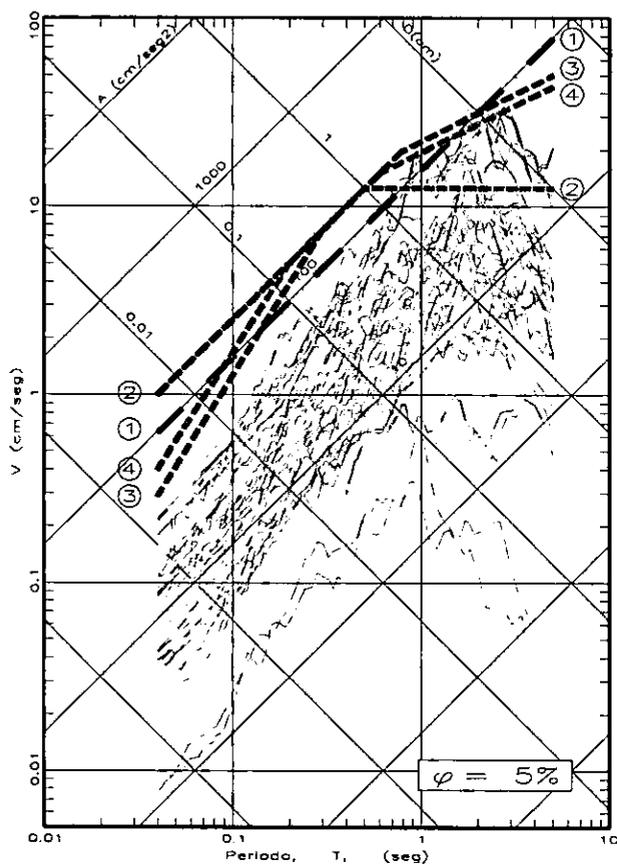


c. RESPUESTA ESPECTRAL DESPLAZAMIENTO

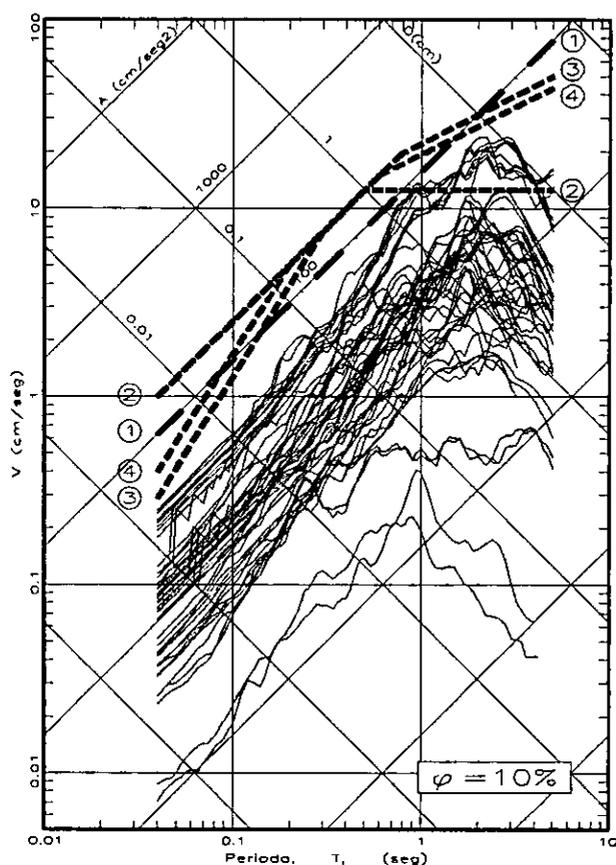
LOS FACTORES DE AMPLIFICACIÓN SE MULTIPLICARON POR LOS SIGUIENTES MOVIMIENTOS MÁXIMOS DEL TERRENO, PARA REALIZAR LAS GRÁFICAS:

$$\begin{aligned}
 a_{\max} &= 1.0 \text{ g} \\
 v_{\max} &= 10 \text{ cm/seg} \\
 d_{\max} &= 1 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

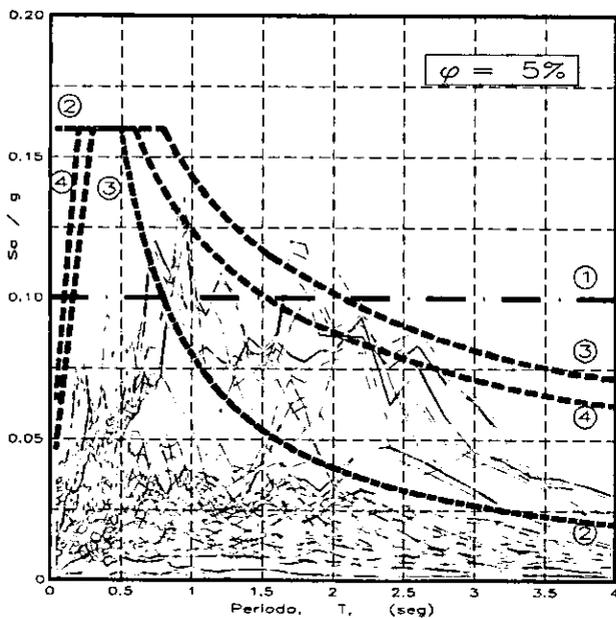
FIG. 2.30. AMPLIFICACIÓN MEDIA Y MEDIA + σ DE LA RESPUESTA ESPECTRAL, 5% DE AMORTIGUAMIENTO CRÍTICO



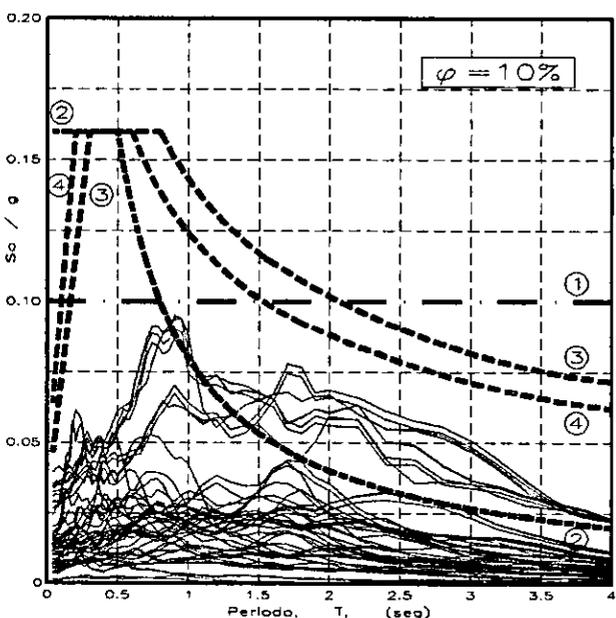
a. ESPECTROS DE RESPUESTA $\varphi=5\%$



b. ESPECTROS DE RESPUESTA $\varphi=10\%$



c. ESPECTROS DE RESPUESTA $\varphi=5\%$

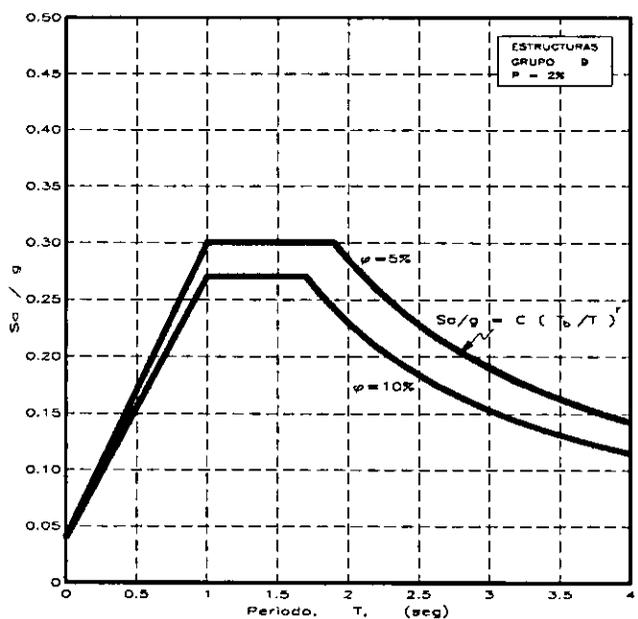
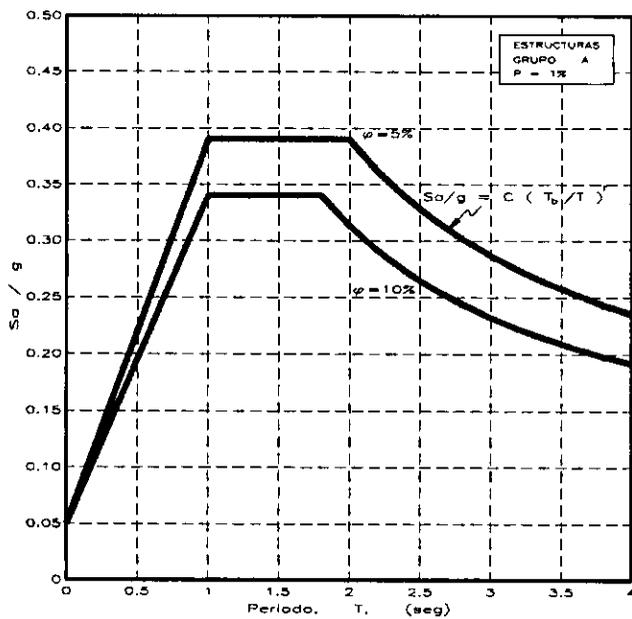
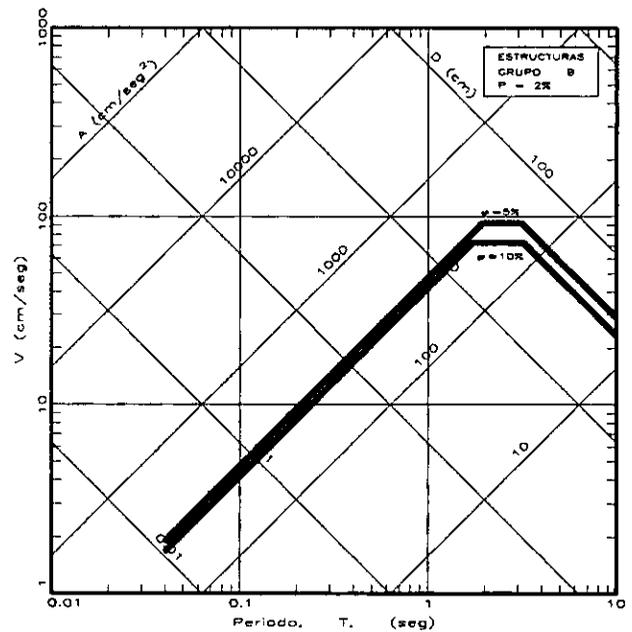
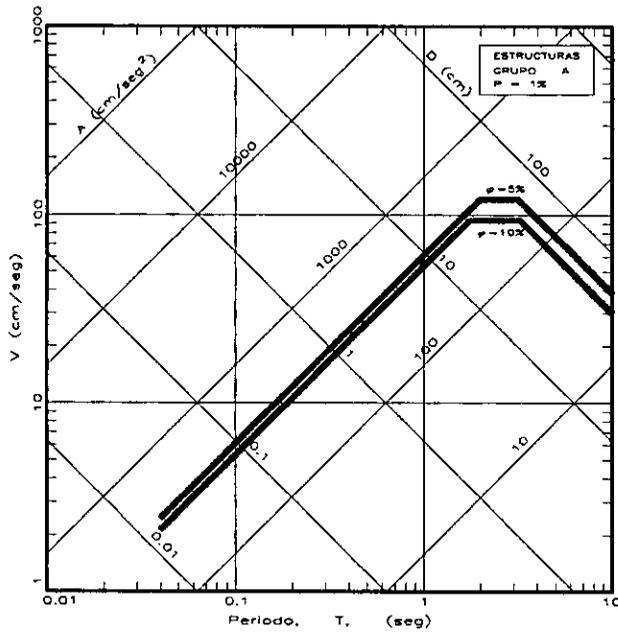


d. ESPECTROS DE RESPUESTA $\varphi=10\%$

- 1. RCSUDF42 x 4.0
- 2. RCDF66 x 4.0

- 3. RCDF76
- 4. RCDF87-RCDF93

FIG. 2.31. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA AMORTIGUAMIENTOS, φ , DE 5% Y 10% DEL CRÍTICO, Y DE DISEÑO.



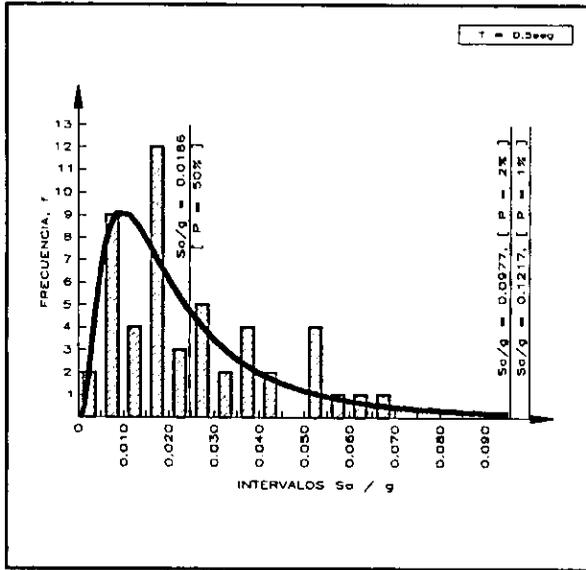
GRUPO	ϕ %	a_0	C	T_0 seg	T_b seg	r
A	5	0.05	0.39	1.0	2.0	1
	10	0.05	0.34	1.0	1.7	1

a. ESPECTROS DE DISEÑO. P=1%

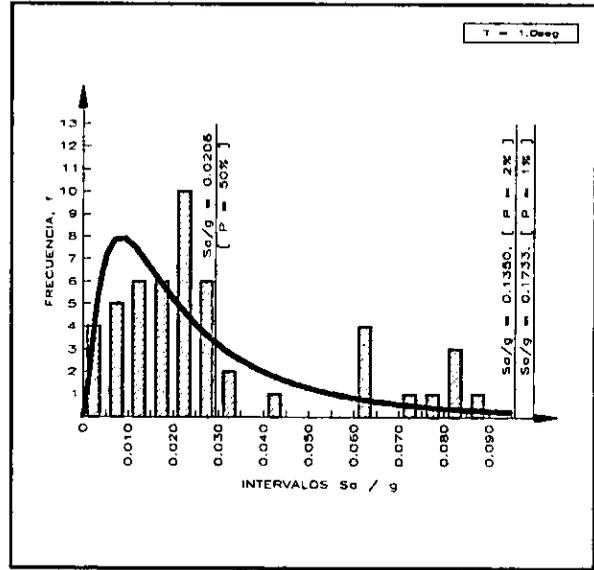
GRUPO	ϕ %	a_0	C	T_0 seg	T_b seg	r
B	5	0.04	0.30	1.0	1.9	1
	10	0.04	0.27	1.0	1.7	1

b. ESPECTROS DE DISEÑO: P=2%

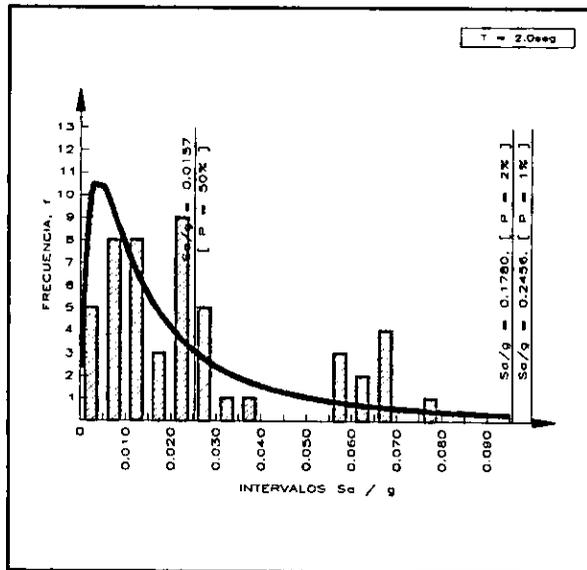
FIG. 2.32. ESPECTROS DE DISEÑO ASOCIADOS A PROBABILIDADES DE EXCEDENCIA, P, DE 1% Y 2% (GRUPOS A Y B), Y AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 5% Y 10% SEGÚN EL MÉTODO DE NEWMARK.



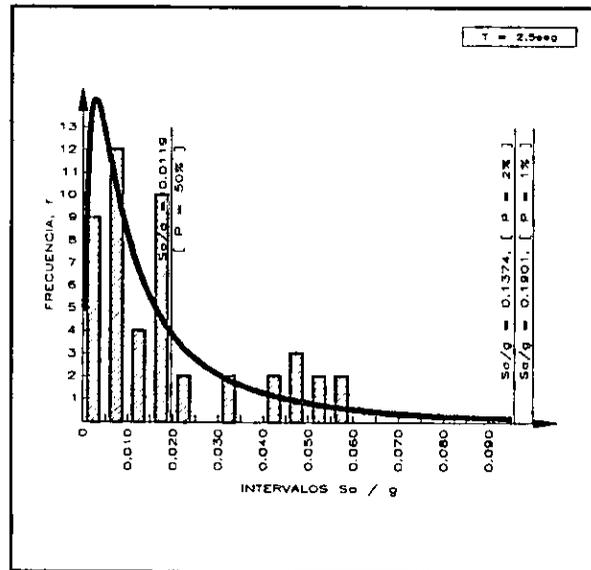
a. PERIODO, $T = 0.5$ seg



b. PERIODO, $T = 1.0$ seg

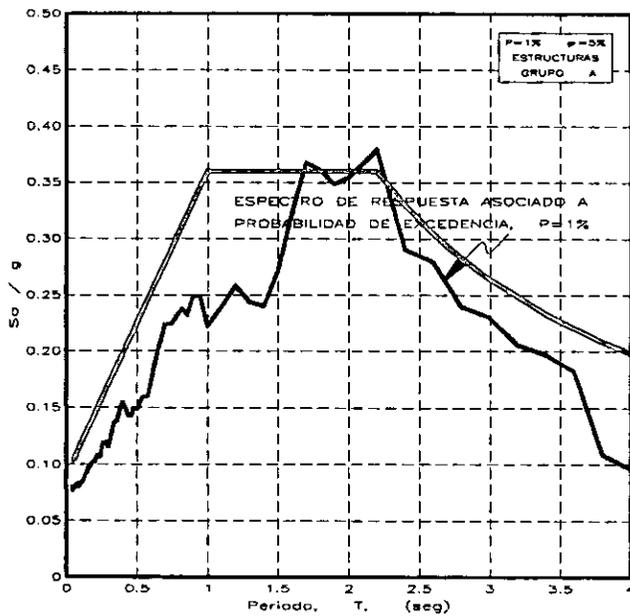


c. PERIODO, $T = 2.0$ seg

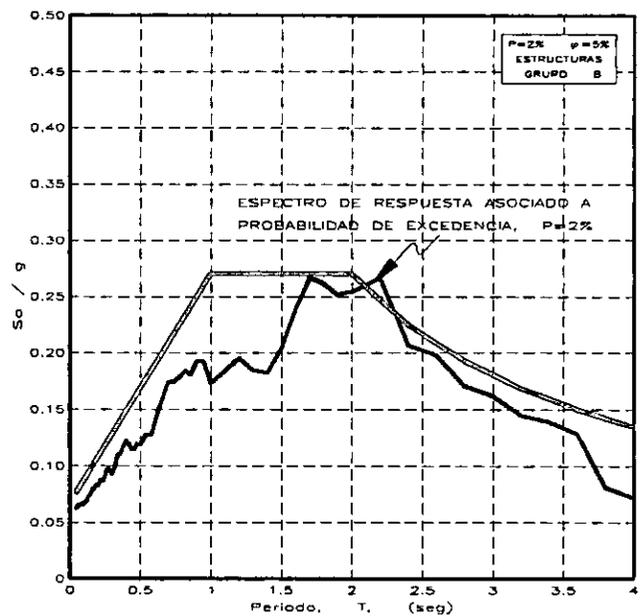


d. PERIODO, $T = 2.5$ seg

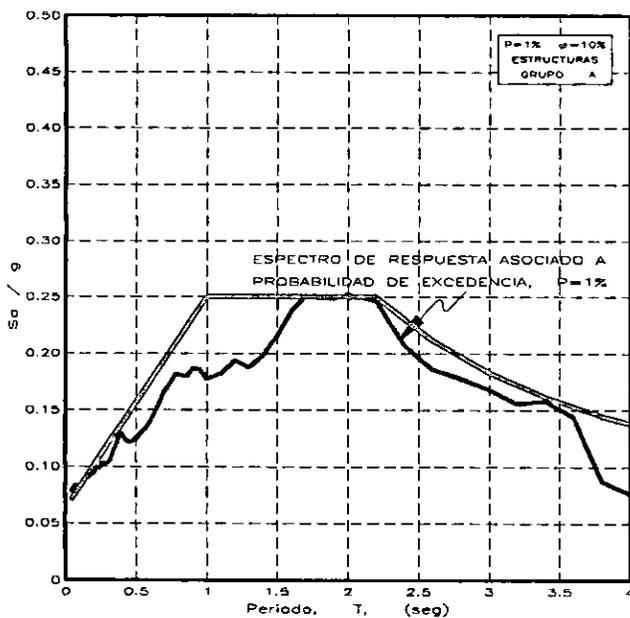
FIG. 2.33. HISTOGRAMAS Y FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD, ESPECTROS DE RESPUESTA: $T = 0.5, 1.0, 2.0$ Y 2.5 SEG, AMORTIGUAMIENTO, $\phi = 10\%$, Y $P = 1\%, 2\%$ Y 50%



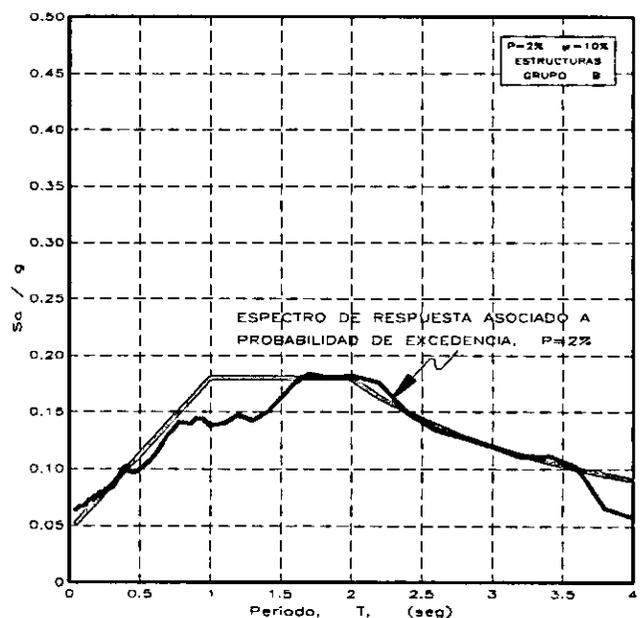
a. ESPECTROS DE DISEÑO: P=1% $\phi=5\%$



b. ESPECTROS DE DISEÑO: P=2% $\phi=5\%$



c. ESPECTROS DE DISEÑO: P=1% $\phi=10\%$



d. ESPECTROS DE DISEÑO: P=2% $\phi=10\%$

GRUPO	ϕ %	α_0	C	T_0 seg	T_b seg	r
A	5	0.09	0.36	1.0	2.2	1
	10	0.0625	0.25	1.0	2.2	1

GRUPO	ϕ %	α_0	C	T_0 seg	T_b seg	r
B	5	0.0675	0.27	1.0	2.0	1
	10	0.045	0.18	1.0	2.0	1

FIG. 2.34. ESPECTROS DE DISEÑO ASOCIADOS A PROBABILIDADES DE EXCEDENCIA, P, DE 1% Y 2% (GRUPOS A Y B), Y AMORTIGUAMIENTOS, ϕ , DE 5% Y 10%