

00364



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
DE LA TIERRA
INSTITUTO DE GEOFISICA

24.

**Métodos exploratorios y confirmatorios
en la discriminación de componentes
de sedimentos en el sur del Golfo de
México.**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRÍA EN CIENCIAS (GEOLOGÍA)

P R E S E N T A:

PEDRO ANTONIO LÓPEZ GARCÍA

266961

Ciudad Universitaria

1998

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ANTECEDENTES

Gran parte de la interpretación de los medios sedimentarios ha sido realizada en función de las características texturales de sus sedimentos alogénicos, asumiendo que la distribución del tamaño y del peso específico de los granos, corresponden con las condiciones hidrodinámicas imperantes al momento de su depositación. En términos generales, la adopción de este enunciado incorporó a las técnicas y procedimientos estadísticos descriptivos elementales a la rutina descriptiva de las curvas de distribución de tamaño de grano de los sedimentos.

Desde comienzos de este siglo muchos sedimentólogos han intentado utilizar características texturales de arenas de playas y areniscas como indicadores ambientales. Estas investigaciones incluyen a los trabajos de Udden (1914), Wentworth (1929), Krumbein (1937, 1938), Otto (1939), Keller (1945), Folk (1966), Solohub y Klován (1970) entre muchísimos otros. Citado por Clark, M. (1976). Sin olvidar que estos autores dieron cuenta en su momento de los problemas asociados con el análisis de sedimentos. Sin embargo, durante los últimos años han habido avances significativos en la interpretación ambiental del tamaño de grano, por lo que en la actualidad existen opiniones muy diversas con respecto al valor de estas curvas granulométricas en la discriminación de ambientes sedimentarios.

La literatura existente en sedimentología contiene diversas opiniones en cuanto a los métodos utilizados en esta problemática, estos son, los métodos gráficos, analíticos y numéricos, el enfoque común se centra en la detección de distribuciones normales con mezclas en el análisis del tamaño de grano de los sedimentos Krumbein y Pettijohn (1938), Inman (1952), Folk y Ward (1957), Mason y Folk (1958), Shepard y Young (1961), Friedman (1961), entre otros. Todos estos autores enfatizan el uso de los parámetros estadísticos (media, desviación estándar, simetría y curtosis), para discutir su significancia, así como la contribución de cada uno de estos parámetros en el entendimiento de factores medio ambientales y de depositación, al mismo tiempo de establecer los principios fundamentales sobre los cuales se consolidaron los estudios sedimentarios desde un inicio.

Sobre la base de las investigaciones, los parámetros de tamaño de grano han sido considerados como características distintivas de ambientes. De esta manera la constancia de las medidas estadísticas ha sido atribuida a una similitud o estabilidad de las condiciones hidráulicas.

Aunado a este hecho, los sedimentólogos han intentado diferenciar ambientes modernos utilizando un amplio rango de gráficos bivariantes texturales,

en los cuales diferentes espacios fueron definidos por las muestras de diferentes ambientes. Los gráficos texturales tales como el diámetro promedio contra desviaciones estándar, o curtosis contra el sesgo, etc. , han sido utilizados en esta forma por varios autores; no obstante, hay discrepancias en el significado gráfico, debido a que el tamaño del grano por si solo, no define a un ambiente sedimentario, se requiere de los demás atributos sedimentarios. Friedman (1961), Greenwood (1969), Jaquet y Vernt (1976), Swan (1978), Hashimi (1981), Fisk (1981).

En la polémica desatada por los sedimentólogos y en su tarea de poder determinar ambientes sedimentarios se concluyó que, muchos de los sedimentos son resultado de mezclas de dos o más componentes sedimentarios; desde entonces, muchos investigadores se han enfrentado a la difícil tarea del reconocimiento de los métodos que tratan con la disección de las distribuciones de frecuencias del tamaño de grano en componentes o subpoblaciones, tratando siempre de lograr mayor precisión en la interpretación subsecuente del ambiente, así como de los procesos que intervinieron en la depositación de los sedimentos. Por ejemplo, algunas subpoblaciones encontradas Greenwood (1969), Ashley (1978), Pandarinath y Narhana (1992), han sido interpretadas, de acuerdo a sus características, como representativas de los procesos de transporte como; tracción, saltación y suspensión, que son consecuencia de los mecanismos hidrodinámicos, y a la vez, característicos de los ambientes sedimentarios en particular.

Aun así, la interpretación de las características de estas subpoblaciones, el método de disección de curvas y el éxito de tal interpretación es debatible. Esto se debe a que las subpoblaciones han sido caracterizadas por muchos como poblaciones truncadas y por otros como poblaciones con traslape, siendo que en la práctica existen ambas condiciones. Por otro lado, hay opiniones que argumentan que estas subpoblaciones no existen y que las curvas de tamaño de grano pueden ser descritas satisfactoriamente por una distribución hiperbólica. Bagnold y Nielsen (1980).

Compartiendo la idea de que los sedimentos son mezclas de dos o más componentes, podemos llegar a explicar la no-normalidad de las curvas de tamaño de grano y, por tanto, la polimodalidad de sus distribuciones. De esta manera y resumiendo, se ha concluido desde hace varias décadas que el vínculo supuesto entre las condiciones hidrodinámicas particulares y las poblaciones de tamaño de grano introduce a otra apreciación que desplaza a segundo término los criterios descriptivos e incrementa el valor interpretativo de las curvas de distribución.

Por esta razón se ha requerido de un análisis estadístico y matemático de las distribuciones que utilice en conjunción, ideas tanto de los métodos gráficos,

(gráficos de probabilidad, puntos de inflexión, proporciones), así como del método de los momentos (estimación de parámetros y distribuciones de frecuencias), en el cual se pueden establecer supuestos teóricos con respecto a las distribuciones de tamaño de partículas observadas, sean estas unimodales, bimodales, polimodales, simétricas o no, o, en términos generales, que correspondan a distribuciones complejas.

En la primera parte de este trabajo se comentan brevemente los métodos de recolección de muestras y del análisis de laboratorio al que fueron sometidas las muestras de sedimento con el fin de establecer las características de tamaño de grano. Adicionalmente, se discute brevemente algunos conceptos generales sobre los métodos más comúnmente utilizados en la determinación de los parámetros del tamaño de grano, así como algunas de las ventajas y desventajas de éstos.

En la segunda parte se exponen algunos de los métodos alternativos utilizados en la disección de poblaciones de sedimentos, se comienza con una breve introducción a los métodos utilizados en sedimentología por orden cronológico y por orden de aplicación, estos son; los métodos analíticos, numéricos, gráficos, y por último los métodos de estadística multivariada, que han tenido gran relevancia en estudio de la distribución espacial de los sedimentos. Cada uno de estos apartados, presenta una breve discusión sobre las bases teóricas de cada método, así como, cuáles fueron o han sido los autores que más han contribuido a cada uno de los mismos. Por otro lado, se trata de manera muy breve de ejemplificar cómo cada uno de estos exponentes logró la aplicación directa a un conjunto de datos para el contraste de hipótesis y la derivación de interpretaciones en cada uno de los métodos señalados.

Como parte de esta secuencia, se tratan los aspectos más relacionados con la disección de poblaciones polimodales por medio de los métodos gráficos y de las ideas de truncamiento en contraposición con el traslape de estas poblaciones normales. Dentro de este esquema de separación de poblaciones en componentes, se aplica el método de mínimos cuadrados no-lineales desarrollado por Clark (1974), para la identificación y cuantificación de componentes en fases mineralógicas. Esta técnica es aplicada aquí al análisis de sedimentos marinos, es un método numérico que por medio de un proceso iterativo y de estimaciones de parámetros logra proporcionar una solución final que es considerada como ideal para los parámetros involucrados.

La técnica iterativa conocida como Gauss-Newton modificada para convergencia rápida, fue desarrollada en lenguaje de programación Fortran 77, y es idealmente útil para usarse con un compilador. El programa permite una estimación rápida, teniendo en cuenta que la rapidez depende del número de

componentes en el modelo, así como del número de intervalos y las frecuencias de grupos contenidos en un histograma.

Con la adopción de este método se analizaron un total de 116 muestras tomadas en la porción sur del Golfo de México, con este procedimiento se busca llegar a una mejoría en la separación de poblaciones en componentes individuales, al minimizar (la suma de cuadrados) de las diferencias entre el modelo propuesto y los datos observados. Por otro lado, también se persigue, efectuar las pruebas de significancia estadística de las frecuencias esperadas bajo la hipótesis nula de que las poblaciones analizadas provienen de poblaciones con mezclas de m -componentes, así como tener valores del grado de confianza de que la hipótesis de nulidad a efectos de que sea aceptada o rechazada por este procedimiento.

1.1 OBJETIVOS

En este trabajo se planteó la tarea de revisar los principales métodos utilizados en la interpretación de ambientes sedimentarios, con la intención de evaluar si las poblaciones analizadas por diferentes autores se comportan de una manera tal que puedan ser utilizadas para poder predecir de acuerdo a sus características observadas si éstas presentan patrones unimodales o polimodales. Con ésto en mente, se desea poner de manifiesto un procedimiento numérico alternativo que permita identificar a las poblaciones componentes con mayor rapidez, baja subjetividad y alta reproducibilidad.

Estas ideas son aplicadas a un número de muestras que fueron tomadas y analizadas en un crucero en el sur del Golfo de México. Con este material se trata de determinar si el tamaño promedio de los sedimentos puede aportar información en un futuro sobre los procesos y condiciones hidrodinámicas de sedimentación en esta región.

1.2 MÉTODO DE TRABAJO

En orden de poder formular hipótesis de diferentes procesos de sedimentación, dados por el comportamiento polimodal de gráficas, se contempló en primer lugar, realizar una búsqueda bibliográfica, para seleccionar los diferentes métodos que pudieran ayudar en la investigación.

Posteriormente se hizo una selección de los procedimientos gráficos y numéricos que permitieran evaluar y ponderar por contrastación estadística y matemática, así como por estadística multivariada, la confiabilidad de la segmentación e identificación de poblaciones.

La siguiente etapa consistió en tratar de adoptar y adaptar programas y sub rutinas para la solución del problema y, por último poder aplicar los resultados a una región o área experimental, donde se pudiera contrastar el grado de efectividad de los métodos seleccionados.

En las diferentes etapas del análisis de datos se contemplaba utilizar en su mayor parte paquetes estadísticos, incluyendo la posibilidad de compilar programas escritos en lenguajes algebraicos como por ejemplo en Fortran o Basic.

En resumen, el objetivo de este trabajo, es el de presentar los métodos y conceptos fundamentales en el análisis de poblaciones que están compuestas por subpoblaciones sedimentarias, conocidas como poblaciones multimodales.

La tesis se enfoca en la utilización de las técnicas estadísticas más frecuentemente utilizadas para modelar y analizar mezclas de datos, esto con la idea de poder aislar en la experimentación a una o varias subregiones de interés dentro del espacio simple en donde la región a considerar puede ser normal o log-normal o combinaciones de éstas. El trabajo se consideró desde un principio a desarrollarse como un análisis estadístico que consistía de dos partes, la primera conocida en la estadística clásica como análisis exploratorio de datos y, la segunda se llamó análisis confirmatorio de datos.

En este contexto la propuesta del análisis exploratorio es revelar las relaciones en el conjunto de datos, la etapa confirmatoria se basa en tratar de generalizar por inferencias hechas a partir de la etapa exploratoria los valores de los parámetros y de sus relaciones. Aquí se utilizan los métodos clásicos de la inferencia estadística tanto paramétrica como no paramétrica en la derivación de hipótesis y conclusiones hechas sobre el conjunto de que representan las poblaciones las muestras seleccionadas.

En la primera consideración hecha para el apartado inicial del análisis exploratorio de datos, se enfrenta al hecho de establecer hipótesis de trabajo en el análisis de los sedimentos, donde es necesaria la aplicación de métodos estadísticos tradicionales. Como veremos, en la práctica los datos y estudios adicionales muestran que las observaciones pocas veces se ajustan a los supuestos teóricos de los modelos clásicos. Los procedimientos tradicionales son los "mejores" sólo cuando se cumplen una serie de restricciones rígidas, lo cual es difícil conseguir en la práctica. (Salgado, 1992).

Estos criterios de estimación de poblaciones a partir de las muestras hechas sobre el tamaño promedio de granos han generado un número de medidas de tendencia central y de dispersión, así como de simetría, de agudeza y asimetría o dispersión. Esto originó que el interés de ciertas propiedades que tienen los estimadores puntuales como son por ejemplo, la eficiencia estadística y la precisión con respecto a los parámetros estimados.

Bajo estos criterios era necesario contrastar varias estadísticas de posición central y de dispersión para poder evaluar diferentes métodos propuestos por diferentes autores, de esta forma se intentaba poder comprobar la eficiencia estadística de los valores calculados en las muestras y, en cuanto a su proximidad con el o los parámetros poblacionales.

1.3 METODOLOGÍA

Para tal efecto se disponía de un amplio conjunto de datos texturales de sedimentos del sur del Golfo de México, con los cuales se pretendía interpretar dentro de las consideraciones del proyecto de investigación sedimentaria que se realiza en el Instituto de Ciencias del Mar y Limnología de la Universidad Nacional Autónoma de México, que están contenidos en dos informes técnicos, elaborados por Lecuanda y Ramos-López (1985), del mismo instituto.

En estos dos informes preliminares, se presentan los resultados obtenidos en los análisis de laboratorio efectuados en muestras de sedimentos colectados con fines descriptivos, en la porción sur del Golfo de México durante la campaña oceanográfica "Progmx-I.03.33", de 1983, de la Universidad Nacional Autónoma de México. Las ideas y procedimientos originales del proyecto se resumen a continuación.

1.3.1 Localización de muestras

Las muestras se recolectaron en la franja de plataforma y talud continental del Golfo de México, comprendida entre los 86 y 97 grados de longitud oeste y los 17 y 24 grados de latitud norte, en el apéndice I se enlistan las coordenadas geográficas correspondientes. (Mapa 1).

1.3.2 Recolección de muestras

Para recolectar las muestras de sedimento superficial se usó una draga tipo **Smith-McIntyre**. De cada muestra, se obtuvieron dos submuestras superficiales, la primera para el análisis de tamaño, la cual se colocó en bolsas de plástico y etiquetó, la segunda para análisis de materia orgánica se colocó en frascos de vidrio, se etiquetó y se refrigeró. El material de estas submuestras se trasladó, para su análisis al laboratorio de sedimentología del Instituto de Ciencias del Mar y Limnología de la UNAM en la Ciudad de México.

1.3.3 Método de análisis

Dado que estas muestras de sedimentos se recolectaron con fines descriptivos y considerando tanto las características del material sedimentario, las facilidades y limitaciones, materiales existentes en el laboratorio de sedimentología, y sobre todo los objetivos originalmente planteados se efectuó la siguiente rutina.

- (A) En la submuestra para análisis de tamaño se obtuvo el porcentaje en peso para cada fracción de tamaño entre -4.0 y 8.0 phi, a intervalos de 1.0 phi, y además se obtuvo el porcentaje de residuos insolubles en HCl para la fracción de tamaño más gruesa que 4.0 phi.

(B) En la submuestra para análisis de materia orgánica, se obtuvo como índices del contenido de materia orgánica y carbonatos el porcentaje de pérdida en peso por ignición a 550° y 1000 °C, respectivamente.

1.3.4 Análisis de tamaño

Para obtener el porcentaje en peso de la fracción de tamaño entre -4.0 y 8.0ϕ , a intervalos de 1ϕ , se usó el análisis por tamices para la fracción de tamaño más gruesa que 4ϕ , este método se describe ampliamente en Folk (1974), Ingram (1971) y Royse (1970), y el análisis por pipeta para la fracción de tamaño más fina que 4ϕ , el análisis por pipeta se describe en Folk (1974), Galehouse (1971) y Royse (1970).

1.3.5 Pretratamiento general

- 1) Para cada método de análisis se obtuvo una submuestra, en el caso de muestras lodosas el submuestreo se efectuó en húmedo, previa homogeneización manual, estas submuestras se pusieron a secar a temperatura ambiente, las muestras arenosas fueron puestas a secar y posteriormente se obtuvieron las submuestras con un cuarteador de sedimentos tipo Jones.
- 2) Se determinó el peso seco de cada submuestra.
- 3) Se eliminó materia orgánica con peróxido de hidrógeno.
- 4) Se eliminaron sales solubles al lavar y decantar varias veces con agua destilada.

1.3.6 Análisis de las submuestras para tamizar.

- 1) Se separó en húmedo la fracción de tamaño más gruesa que 4ϕ .
- 2) Se secó y pesó la fracción de tamaño más gruesa que 4ϕ .
- 3) Por tamizado en seco se obtuvo el peso de cada fracción de tamaño entre -4ϕ y 4ϕ , a intervalos de 1ϕ . En el tamizado se usaron tamices U.S. Standard, un Ro-Tap, un tiempo de tamizado de 15 minutos y una balanza con precisión de 0.001 gramos.
- 4) Las fracciones de tamaño más gruesas que 4ϕ , obtenidas en el paso anterior se guardaron para otros análisis petrográficos.

1.3.7 Análisis en submuestra para pipetear.

- 1) Se separaron y recuperaron en húmedo las fracciones de tamaño más fina y más gruesa que 4ϕ .
- 2) La fracción de tamaño más fina que 4ϕ se secó a temperatura ambiente y la más gruesa a 90° C.
- 3) Se secó y tamizó la fracción de tamaño más gruesa que 4ϕ en forma semejante a como se indica en el inciso 3 de la sección anterior.

- 4) las fracciones de tamaño más gruesas que 4ϕ obtenidas en el paso anterior, se guardaron para el análisis de residuos insolubles, y la fracción más fina que 4ϕ se agregó a la fracción fina obtenida al tamizar en húmedo.
- 5) Se determinó el peso total de la fracción más fina que 4ϕ .
- 6) La fracción más fina que 4ϕ , se colocó en un cilindro de asentamiento, se hidrató y aforó a 1000 ml, con una solución de hexametáfosfato de sodio con una concentración de 5 gr/l.
- 7) Se procedió al análisis por pipeta y se obtuvo el peso de cada fracción de tamaño entre 8ϕ y 12ϕ .

1.3.8 Cálculo del porcentaje en peso para cada fracción de tamaño.

Con el peso de cada submuestra empleada en el análisis de tamaño se estableció un factor de proporcionalidad entre submuestras. Este factor de proporcionalidad se utilizó para corregir los pesos obtenidos en el análisis por pipeta. Con los pesos corregidos del análisis por pipeta y los pesos obtenidos en los análisis por tamices se calculó el porcentaje en peso para cada fracción de tamaño.

Reagrupando los porcentajes en peso para cada fracción de tamaño de acuerdo con los límites sugeridos por Lane, *et al.* (1947) se obtuvo el porcentaje de grava, arena, limo y arcilla.

Se calculó el porcentaje en peso acumulativo para cada fracción de tamaño mediante la suma sucesiva de cada una de las fracciones a partir de la fracción de tamaño más gruesa presente.

En los informes realizados por Lecuanda y Ramos-López (1985,1986), se consigna toda la información obtenida en los análisis de laboratorio para cada muestra de sedimento. Esta se encuentra distribuida en dos hojas por muestra, la primera contiene todos los datos numéricos y en la segunda se incluyen un par de histogramas, en uno se representa el porcentaje en peso para grava, arena, limo y arcilla, y en el otro el porcentaje en peso para cada fracción de tamaño comprendida entre -4ϕ y 8ϕ a intervalos de 1ϕ e incluyendo la fracción de tamaño mayor a 8ϕ . En los apéndices de dichos informes, se proporciona la información parcial necesaria, organizada en forma de tablas con la intención de facilitar la búsqueda y extracción de información correspondiente a cada muestra.

CAPÍTULO II.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO

2.1 MÉTODO DE LOS MOMENTOS

Dentro de la problemática planteada en un principio se señaló que los métodos más utilizados en el análisis del tamaño de grano de sedimentos son el método gráfico y el método de los momentos, se comienza en este apartado mencionando algunas de las propiedades más sobresalientes de éstos.

Es argumentado por que la mejor estadística del tamaño promedio total se calcula a partir del método de los momentos ya que se toma en cuenta la totalidad de la curva en los cálculos y no es necesario extrapolar, como sería el caso del método gráfico, Folk, 1964; Martins, 1964; Clark, 1976; Swan, 1978; Ashle, 1978; etc). En este último se ha recomendado que es necesario la inclusión de un mayor número de porcentiles para que la aproximación sea más exacta y más cercana al método de los momentos.

El método de los momentos sirve para desarrollar estimadores de parámetros poblacionales a partir de los datos de muestra. Es un método para obtener estimadores puntuales, es un procedimiento sencillo para encontrar un estimador para uno o más parámetros poblacionales. Como son el caso de las medidas de tendencia central y variabilidad, grado de asimetría y el grado de agudeza o curtosis. Los momentos son simplemente la expectativa de diferentes potencias de la variable bajo estudio. El método se basa en el supuesto de que los momentos de la muestra deben proporcionar estimaciones apropiadas para los momentos correspondientes de la población.

De acuerdo a esto, el método de los momentos muestrales son estimadores consistentes de los momentos poblacionales correspondientes. Como los estimadores obtenidos por el método de los momentos son funciones de los momentos muestrales, los estimadores son, por lo tanto, generalmente consistentes. Entendiendo por consistencia estadística que la probabilidad de que un buen estimador difiera del valor real de un parámetro más que cualquier cantidad específica sea tan pequeña como se desea al incrementar el tamaño de la muestra. Así dada cierta constante arbitrariamente escogida $\varepsilon > 0$, como consistente, el estimador θ debe satisfacer

$$P (|\hat{\theta} - \theta| > \varepsilon \rightarrow 0, \text{ cuando } n \rightarrow \infty$$

Resumiendo, el método de los momentos sirve para determinar estimadores de parámetros desconocidos al igualar los momentos

correspondientes de la población y de la muestra. Es de fácil aplicación y genera estimadores que son consistentes. Sin embargo, los estimadores que se obtienen por este método generalmente no son funciones de estadísticos de mínima suficiencia y por lo tanto no son muy eficientes. La ventaja primordial de este método radica en que suele proporcionar estimadores que por otros métodos no se obtienen.

En las medidas de los momentos utilizadas para interpretar ambientes depositacionales, Friedman (1961, 1967) utilizó desde el primer momento al cuarto momento para distinguir entre sedimentos de dunas, playa y arenas de río. Las ecuaciones se enumeran como sigue:

$$\text{primer momento} = \sum fm\varphi/100 \quad (1.1)$$

El cual es hallado al encontrar el momento de cada clase (porcentaje de la frecuencia en cada intervalo de clase de la distancia que tiene con respecto al origen), y haciendo la sumatoria de todos los productos y dividiendo entre 100. Por definición el primer momento es igual al promedio ó \bar{x} .

Así en la ecuación (1.1), f es la frecuencia en porcentaje en cada intervalo de clase y $m\varphi$ es la marca de clase de cada intervalo (Friedman 1967:78)

$$\text{segundo momento} = \sum f(m\varphi - \bar{X})^2 / 100 \quad (1.2)$$

El segundo momento representa el valor numérico de la desviación estándar al cuadrado de $(\sigma\varphi)$, por lo que solamente se obtiene la raíz de la ecuación 1.2 para obtenerla.

$$\text{tercer momento} = \sum f(m\varphi - \bar{X})^3 / 100 \quad (1.3)$$

El tercer momento de la distribución es una medida del grado de asimetría de la curva de frecuencias alrededor del promedio.

$$\text{cuarto momento} = \sum f(m\varphi - \bar{X})^4 / 100 \quad (1.4)$$

El cuarto momento es utilizado para medir la curtosis de la distribución o medida de agudeza, es una medida algebraicamente tratable y geoméricamente

interpretable. Por medio de este coeficiente, se pueden clasificar diferentes grados de agudeza, por ejemplo si la curtosis es igual a 3 se dice que la distribución es mesocúrtica, con referencia a una "distribución normal" cuando $K < 3$, la distribución es platicúrtica, cuando $k > 3$, la distribución es leptocúrtica.

Por las razones expuestas anteriormente es argumentado que el método de los momentos resulta la mejor forma de obtener parámetros de la distribución de frecuencias ya que incluye a todos los valores de la distribución en lugar de solo unos cuantos percentiles. Sin olvidar que en este procedimiento la fracción fina es unida en una clase o, dicho de otro modo, la distribución es "ajustada" por extrapolación hacia lo más fino.

Se debe mencionar que los momentos tercero y cuarto son parámetros muy sensitivos por lo que pueden ser afectados por los procesos o procedimientos de tamizado (Ashley,1978). El tercer y cuarto momentos son afectados por tales procedimientos, mientras que las medidas gráficas no (Folk,1966).

2.2 MÉTODO GRÁFICO

Una de las ventajas del método gráfico es que es pictórico, y permite apreciar objetivamente si las distribuciones de frecuencias acumuladas de los datos siguen un determinado tipo de distribución, por ejemplo una distribución normal y detectar si las muestras presentan tendencias unimodales o tienen más de un modo, y en su caso detectar desviaciones de la distribución normal por la descomposición de la distribución en más componentes con diferentes medias o desviaciones estándar.

Muchas medidas gráficas del tamaño promedio y varias de dispersión han sido tratadas por Folk (1966) y posteriormente por McCammon (1988), y estas han sido analizadas para evaluar la significancia de sus propiedades.

En este método se considera al percentil y sus propiedades, así como su distribución estadística al considerar al percentil como una variable aleatoria. McCammon (1962), argumenta que cada medida de los percentiles del tamaño promedio o grado de clasificación, son un estimador de un parámetro de la población progenitora. Siendo éste una estimación tiene su propia distribución estadística, y la varianza de esta distribución, proporciona un medio de comparación con otras medidas que usan percentiles. Una varianza pequeña implica una mayor precisión en la estimación, es decir es menos sesgado. Para proporcionar una comparación estándar, el concepto de eficiencia estadística se considera como un fuerte argumento en favor de este método.

La variable aleatoria o una medida del percentil óptimo será dependiente sobre el reconocimiento de que cada percentil es una combinación lineal de variables aleatorias dependientes y consecuentemente es una variable aleatoria en si mismo, definida para una población finita del tamaño promedio de grano que puede tomar un número finito de valores (McCammon, 1962^a).

Uno de los inconvenientes de este método es que, el error de la observación asociado a cada percentil se incrementa hacia los extremos (colas) de la distribución de frecuencias por debajo de los percentiles 5th y por arriba del 95th. En concreto se dice que los métodos gráficos descartan las colas de la distribución. Adicionalmente a ésto, la tendencia hacia la asimetría en la distribución del tamaño de partículas es usualmente más pronunciado en las colas de la distribución (Inman, 1953).

McCammon (*op. cit.*), encontró dificultades en el uso de medidas obtenidas a partir del método de los momentos empleadas para describir la geometría de la distribución de frecuencias del tamaño promedio de grano. Argumenta que los momentos de bajo orden de una distribución no proporcionan una imagen mental de la forma de la distribución de frecuencias. Esto no es contradecir la utilidad de la técnica de los momentos de bajo orden para describir la distribución de tamaño de partículas de los sedimentos. Por el método de los momentos se facilita las comparaciones de diferentes tipos de sedimentos y ayudan a formular la clasificación efectuada con los sedimentos. Lo crítico viene en la exhibición de bimodalidad, polimodal o características texturales irregulares McCammon (1961:89-92). Concluyendo de esta manera que, las medidas gráficas tienen la propiedad de suficiencia estadística, mientras que las de los momentos poseen la de consistencia estadística. Aunque el concepto de suficiencia estadística es un concepto difícil de definir. Intuitivamente se dice que un estimador es suficiente si transmite tanta información de la muestra como es posible acerca del parámetro, (población de la cual se extrajo), de modo que, no será proporcionada más información por cualquier otro estimador calculado de la misma muestra; si se obtiene el valor de una estadística suficiente, los valores de muestra mismos no proporcionan más información sobre el parámetro.

En la tabla 1.1 se puede apreciar las estadísticas evaluadas por su grado de eficiencia con respecto al método de los momentos según McCammon (1962^a). Para la estadística de Trask (1930) que solo considera a la mediana y la cual proporciona el centro de la muestra en términos de conteo se considera una medida ineficiente, que es utilizada para resumir el valor típico de los datos. McCammon encontró que su eficiencia es de solo un 64% con respecto al aproximar el método del primero de los momentos. Esto debido a que la mediana no es tan sensible como el primer momento ya que su valor esta determinado por la posición de los datos y no por sus valores. Las demás estadísticas tienen una

gráficas. Cabe aclarar aquí que solo se compararon los dos primeros momentos (media y desviación estándar), de acuerdo a las fórmulas presentadas por Friedman (1967), Así como también el primer momento que contiene las extrapolaciones es decir, incluyendo intervalos de una unidad phi (ϕ) de 8 a 12.

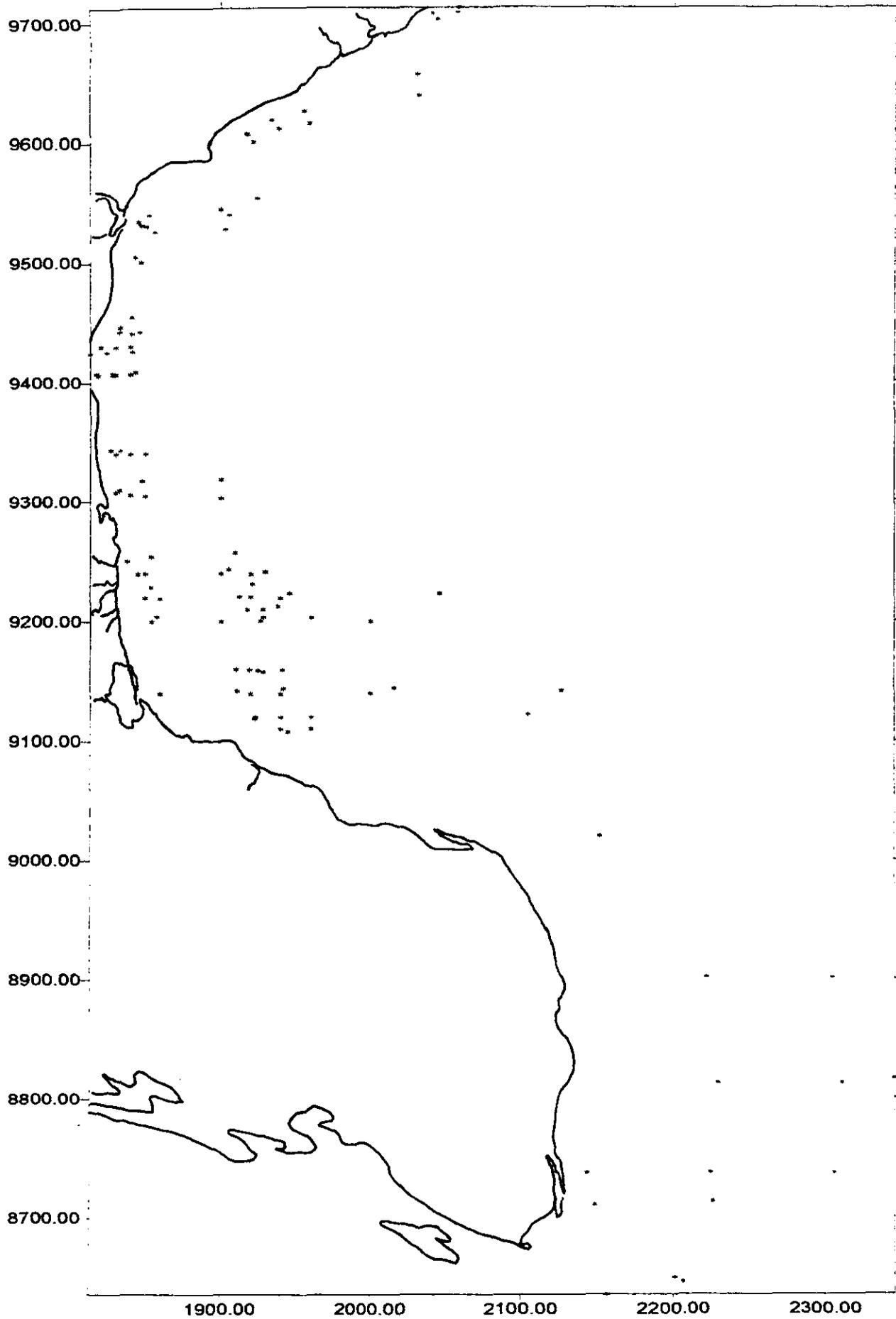
La finalidad de este procedimiento era la comparar estos resultados primarios con los que se deseaba obtener con el método propuesto en la segunda parte de este trabajo y ver las relaciones que pudieran existir entre los diferentes resultados. Así como la de visualizar la existencia de poblaciones mezcladas, (en el apéndice I, se muestran todos estos valores registrados).

Cabe señalar que con el procedimiento de cálculo se pudo comprobar que las diferencias entre las estadísticas de los momentos y las gráficas son en general muy pequeñas y tienen un alto grado de concordancia. Esto se pudo comprobar al calcular las correlaciones entre cada par de variables. Las relaciones entre los parámetros gráficos y de los momentos ya han sido examinadas por muchos autores. Por ejemplo Hashimi (1981), lo aplicó al análisis de 200 muestras en sedimentos superficiales obtenidos de los depósitos de arena continental presentes en la plataforma continental del Occidente de la India.

En síntesis, de acuerdo a lo expuesto en este apartado se pudieron establecer algunos puntos de vista contrarios que imperan dentro del campo de la sedimentología, que han y siguen desatando una gran polémica entre aquellos que estudian las propiedades y los factores que determinan diferentes ambientes sedimentarios. Por un lado, están aquellos que argumentan que los métodos gráficos proporcionan una mejor herramienta en el cálculo de los parámetros de una distribución y que estos parámetros se obtienen con mayor rapidez; la otra ventaja que ofrecen estos métodos es que, proporcionan una idea visual acerca de la información de los componentes incluidos en estas curvas, atribuyendo a cada componente responsable de un proceso diferente de transporte. Por otro lado se encuentra a aquellos que, se inclinan más por el método de los momentos y que afirman que es más preciso en las estimaciones que el método gráfico ya que el error de estimación es pequeño al considerar a toda la distribución en los cálculos. De acuerdo a varios estudios comparativos se ha encontrado que estos métodos no se desvían tanto en cuanto a los valores calculados por ambos métodos, pero esto sólo puede generalizarse para los dos primeros momentos y para los promedios gráficos, así como para el grado de clasificación gráfica, por que para las medidas de simetría y curtosis hay un menor grado de acuerdo entre los valores obtenidos para cada estadística.

Por último se pudo concluir que en estos métodos cada estadística tiene sus propiedades de estimación, sobre todo se mencionó a las propiedades de

suficiencia y eficiencia que son características fundamentales que debe cumplir cualquier estimador como funciones de los valores de las muestras. Sin olvidar que también existen las propiedades de insesgabilidad y de consistencia estadísticas.



Mapa 1 distribución de puntos muestrales

CAPÍTULO III.

DISCRIMINACIÓN DE COMPONENTES

En la sección anterior se expusieron algunas bases sobre las cuales se han interpretado a los medios sedimentarios a partir del cálculo de parámetros de las distribuciones. En esta sección se trata de calcular estimaciones de los parámetros, pero de una manera distinta, es partir de un procedimiento distinto al del cálculo de los parámetros gráficos o de los momentos, este método es utilizado en la discriminación de los componentes, y es conocido como método de mínimos cuadrados no lineales. La adopción de este procedimiento se justifica ampliamente en esta sección, así como sus ventajas sobre otros procedimientos más comúnmente utilizados en el campo de la sedimentología.

3. 1 INTRODUCCIÓN

Se mencionó con anterioridad que la idea central que ha prevalecido en el análisis de sedimentos durante mucho tiempo es aquella que asienta que las muestras tomadas en los depósitos sedimentarios están compuestas por dos o más componentes. De acuerdo a esta idea el tratamiento estadístico comúnmente utilizado no será apropiado si los sedimentos son polimodales. Esto ha generado diferentes enfoques que conllevan a la implementación de numerosos métodos alternativos para poder discriminar y descomponer una curva en componentes argumentando en su mayoría que estos componentes presentan distribuciones que son normales o gaussianas.

Algunas distribuciones de tamaño de partículas sedimentarias sencillas tienden a aproximarse a la normalidad estadística, pero muchos de los sedimentos naturales no siguen esta tendencia de normalidad, ya que éstas consisten de varios componentes mezclados los cuales varían en sus proporciones presentes en cada muestra. De esta forma cada componente individual retiene sus propias características (media, modo, desviación estándar, sesgo, curtosis, etc.) aún y cuando estén mezclados, esto llega a suceder hasta que intervienen otros factores que los modifican sistemáticamente por los procesos de transporte.

En esta sección se mencionan solo algunos de los métodos aplicados en estas situaciones , así como cuales son sus ventajas y desventajas en cuanto a la aplicación directa de la disección de estas poblaciones en estudios de análisis de sedimentos.

3.2 METODOS UTILIZADOS EN LA RESOLUCIÓN DE DISTRIBUCIONES POLIMODALES.

Por razones de conveniencia práctica Clark, M. (1976), reconoce que estos métodos se pueden clasificar en tres categorías: analíticos, gráficos y numéricos.

3.2.1 MÉTODOS ANALÍTICOS.

Se puede decir que estos métodos se aplicaron en el campo de la Geología, cuando Pearson (1894), "propuso el problema la disección de curvas en componentes gaussianos". Clark, M. (*op. cit.*). Reconoció que las curvas de distribución normal no siempre están compuestas por una sola distribución normal, sino que pueden estar compuestas de una combinación de dos distribuciones normales o gaussianas, lo que dio lugar a proponer una solución para llegar a descomponer a la distribución original en componentes o subpoblaciones.

La solución que propuso Pearson (*op. cit*) para la disección de las curvas en dos componentes, requiere del cálculo de los seis primeros momentos de la distribución y la solución de ecuaciones de noveno orden, aunque para esta época resultaba bastante laborioso el cálculo de los valores, se asentaron las bases para enfrentar los problemas de separación de curvas normales. Después de que Pearson (*op. cit.*), publicara su método, años después vendrían varios intentos por mejorarlo. Así Court (1949), describe un método introducido en 1906 por Charlier basado en el método de Pearson. En esta solución se requiere que se conozcan las medias de los componentes o que las desviaciones estándar de los componentes sean iguales " Con la simplificación de estos supuestos se facilitó la solución de las ecuaciones para los parámetros. Años después Rao (1948,1952), añadiría una mejora a este método al utilizar estimaciones de los momentos de población mas que utilizar los momentos de la muestra, llegando así a utilizar en este procedimiento, las estadísticas K de Fisher, junto con la corrección de Sheppard en el caso de tener datos agrupados " Clark, M (1976).

De acuerdo con Clark M. (*op. cit*), el principal inconveniente del método radica en el cálculo de los primeros seis momentos, cinco de los cuales son necesarios en la ecuación nónica (el sexto momento es usado para decidir cual de las posibles nueve respuestas es aceptable). Aunque el método de Rao requiere solo de los cuatro primeros momentos, y no considera el problema de elegir entre las posibles soluciones, tiene el mismo inconveniente. El requerimiento puede no ser prohibitivo en muchas aplicaciones, pero los momentos de alto orden de las distribuciones de tamaño de grano son notoriamente poco reales. Esta falta de exactitud será reflejada en la solución final del problema. En palabras de Clark, M.(1962) " El problema puede no tener solución, ya que, aunque puede haber al menos una solución real en la ecuación de noveno orden, pudiera darse el caso de que una solución cuadrática más,

pueda ser resuelta, y es posible que se termine con ningún tipo de solución. La única ventaja del método es que es adecuado al considerar la adición y sustracción de los componentes de curvas, y esta exactitud no necesariamente se pierde al considerar los datos en grupos " Clark, M.(1976).

Considerando este método, Clark, M. (1977), desarrolló un programa de *computo* que llamó **Gethen**, para lograr la descomposición de la mezcla de dos distribuciones normales por el método de los momentos. Este autor implementó el uso del método de los momentos para proporcionar estimaciones de los parámetros de población de las mezclas de dos distribuciones normales sobre la base de información obtenida de muestras. Todo este trabajo fue adaptando la metodología formulada por Pearsons en 1894.

Clark, M.; (*op. cit.*), siguiendo el razonamiento de Pearsons (1894), quien mostrara que los momentos calculados para distribuciones bimodales pueden ser consideradas como funciones de sus parámetros, utiliza como estimadores insesgados los momentos de poblaciones hechos a partir de los momentos de muestra, y argumenta que existe una relación directa entre las frecuencias acumulativas de la población y los momentos de la misma. En su programa **Gethen** especifica la solución de las ecuaciones de noveno orden, además de plantear dentro del razonamiento las pruebas de bondad de ajuste para comparar los patrones teóricos con los observados de los seis momentos de las distribuciones.

Por esta razón, dentro de las especificaciones del programa Clark, M.(*op. cit.*), tuvo cuidado de indicar, cual de las diferentes soluciones alternativas es la más aceptable en la aplicación directa con los datos. Este procedimiento resulta ser de fácil aplicación considerando que Clark, M. (*op. cit.*), desarrolló el programa **Gethen** en lenguaje **Fortran**, una vez compilado el programa, produce automáticamente las soluciones de las ecuaciones de noveno orden. Lo cual facilita ampliamente el trabajo de cálculo.

La desventaja del programa **Gethen**, al igual que el método matemático de Pearson (1894), es que, no es fácil extender el análisis a más de dos componentes y, más crítico aún, si la solución buscada es multivariada. Situación bastante difícil para el caso usual de considerar más de dos componentes.

3.2.2 METODOS GRÁFICOS.

Este método que resulta ser uno de los más utilizados y más controvertidos. Se basa principalmente en la creación de un gráfico de dos dimensiones hecho en papel probabilístico. En sus ejes se grafican, en las ordenadas el porcentaje acumulado del peso en gramos del sedimento, contra los puntos medios de los intervalos de clase (diámetros de partículas en unidades de

phi) en el eje de las abscisas. Si la distribución es normal, la gráfica dará como resultado una línea recta, ésta puede tener una pendiente diferente para cada una de las muestras que se analizan. Bajo este esquema se argumenta que si no es una normal, será posible identificar el número de componentes por inspección visual siempre que sean evidentes los puntos de inflexión en la gráfica. Con este procedimiento resulta muy fácil la obtención de las estimaciones de los parámetros de los componentes de la distribución, localizando los percentiles de la distribución y utilizando las estadísticas gráficas ya mencionadas.

Con esta preocupación y bajo el mismo punto de vista, Tanner (1959,1962) utilizó otro método, que llamo "método de las diferencias", el cual se basa en considerar la primera y segunda diferencia observando el comportamiento de la segunda diferencia cuando la primera es igual a cero. Logrando ésto, Tanner (*op. cit.*) encontró que es posible derivar estimaciones de los parámetros de los componentes. Pero el mismo Tanner reconoce que este método es subjetivo en parte y por lo tanto no riguroso "...ya que las combinaciones de los componentes falla y debe ser ajustado ligeramente, lo que puede conducir a errores..." (1959;408). El procedimiento no siempre funciona y no hay garantía de que la solución, cuando se obtiene, sea única, aunado a este hecho se contrapone el supuesto básico de que prácticamente todos los componentes tienen distribución normal (o alternativamente, log-normal). Ciertamente este supuesto es muy difícil de conseguir en la realidad.

Con las mismas inquietudes, Curray (1960) utiliza otro procedimiento que consiste en tomar la primera diferencia en un intervalo de un cuarto unidad de phi, para la diferencia o cambio que existe en cada cuarto de intervalo en porcentaje $\Delta\%$, en la curva de distribución acumulativa se vuelve a graficar en el eje de las ordenadas, estas diferencias se ajustan a la curva resultante por simple aproximación visual. Con este procedimiento, Curray (*op. cit.*), determina la posición de los modos de diferentes componentes en cada una de las muestras que analizó, con sus resultados trató de determinar y trazar la distribución espacial de los sedimentos marinos del norte del Golfo de México. Como podemos observar, este procedimiento es menos riguroso en su formalización cuantitativa y el riesgo de los ajustes visuales puede ser inoperante, (tardado, laborioso e impreciso)

Por otro lado Bagnold y Barndorff-Nielsen (1980), describen un método para encontrar patrones de distribuciones empíricas de distribuciones de tamaño. Estos autores basan su método al obtener el logaritmo del histograma de frecuencias, que origina una parábola si la distribución es normal, asumiendo que en muchos casos lo que ellos llaman log-histograma está lejos de ser representado por una parábola, pero en cambio puede ser aproximado por una hipérbola. "...Por lo tanto resulta natural que distribuciones de probabilidad teóricas para las cuales las gráfica del logaritmo de la función de densidad de probabilidad se pueda aproximar por una hipérbola..." Bagnold (*op. cit.*). Pero si

un polígono de frecuencias de una distribución incluye dos componentes normales, será posible disectar la gráfica en dos diferentes parábolas. La "suma" de las dos parábolas deberá ser igual a la distribución original. Este procedimiento no ha tenido mucha aceptación, pues como hemos visto las distribuciones empíricas por lo general se desvían de las distribuciones teóricas de normalidad, por lo que si las distribuciones no se ajustan a este supuesto entonces no podemos modelar los datos por medio de hipérbolas, además el cálculo resulta ser mayor para obtener los parámetros, incluyendo las transformaciones que hay que hacer de los datos originales, razones por las cuales los cálculos se vuelven bastante onerosos.

Obviamente en estas descripciones el elemento subjetivo juega una parte importante en muchas de las técnicas gráficas, y que tal éxito puede relacionarse a la habilidad del analista, más que en la naturaleza de los datos, por lo que la conclusión es que las gráficas pueden ser engañosas en ciertas ocasiones, por la única razón de que estas gráficas pueden no seguir una distribución teórica, y por otro lado puede que no exista una solución al problema. La ventaja que brindan estos métodos es que permiten darnos una rápida idea de la existencia de más de dos componentes, cuando se aprecian puntos de inflexión, y la curva se desvía de la normalidad especificada, cuando la población no es unimodal, aunque no siempre es la norma.

3.2.3 MÉTODOS NUMÉRICOS

Durante los últimos años se han venido desarrollando avances en estos métodos, gracias a las posibilidades que ofrece el campo de la computación y el acceso cada vez más fácil a diferentes programas que efectúan grandes cantidades de cálculos en un menor tiempo. Estos métodos en principio, requieren de algún esquema iterativo en el que se proporcionan cantidades iniciales de los parámetros de los componentes identificados en las curvas de distribución, para después concluir con una mejoría en las estimaciones por medio de los métodos repetitivos.

MÁXIMA VEROSIMILITUD

Dentro del esquema se encuentran los métodos de máxima verosimilitud, estas funciones se formulan de manera que expresen la función de máxima verosimilitud (L), en términos de los parámetros de la distribución de los componentes. Las estimaciones iniciales son asignadas de manera que puedan acercarse a los valores reales, estos valores después son maximizados en la función (L) iterativamente. Se pueden derivar por ecuaciones lineales de L en la cual la solución da correcciones para los parámetros. Es importante señalar que para que las estimaciones por máxima verosimilitud sean eficientes, es necesario que los datos estén agrupados. Clark, M. (1976).

Con estos procedimientos se han hecho grandes avances en las aproximaciones realizadas por varios autores, desde la implementación de pruebas de bondad de ajuste, como por ejemplo, el uso de la ji-cuadrada desarrollada por Cohen (1967), Citado por Clark, M. (1976), quien utilizó esta prueba para minimizar las sumas de cuadrados con respecto a los cuatro primeros momentos de la muestra.

SPLINES

Middleton (1962) propone una salida al problema de la determinación de los parámetros de los componentes, graficando los puntos de la distribución de frecuencias acumulativas y propone unirlos con una curva suavizada que puede ser utilizada para interpolar los porcentiles. El problema que normalmente surge es la elección del mejor algoritmo numérico para el ajuste de estas curvas y la interpolación.

El algoritmo más comúnmente utilizado para trazar una curva suave que requiere pasar a través de los puntos es conocida como el *spline* cúbico, (métodos de interpolación segmentaria cúbica). Esta curva se define como una curva "natural" que se ajusta a todos los puntos. Middleton (*op. cit.*).

Este método alternativo consiste en aplicar polinomios de orden inferior a subconjuntos de datos. Estos polinomios conectados se llaman funciones de interpolación segmentaria. La interpolación segmentaria se lleva a cabo mejor que un polinomio de orden superior. Este es el caso donde una función es generalmente suave pero muestra un cambio abrupto en algún lugar de la región de interés.

El concepto de interpolación segmentaria se originó de la técnica de uso de una lámina de plástico delgada (llamada curvígrafo, en inglés *spline*) en el trazo de curvas suaves a través de un conjunto de puntos.

Existen dos variedades de estas *splines*, la *spline* libre o natural (*free spline*), la cual ajusta los puntos sin ninguna restricción, y la *spline* empalmada o unida (*clamped spline*), cuya pendiente es fijada a los dos últimos puntos. Este autor ha encontrado que las *splines* naturales, dan ajustes satisfactorios a muchas distribuciones de tamaño de grano acumulativas, pero en otros casos no. El problema surge porque las *splines* no producen un buen ajuste a dobleces finos (inflexiones cerradas) en la curva acumulativa. Para los gráficos aritméticos, estos dobleces se observan comúnmente en los porcentajes altos y bajos, y en los gráficos probabilísticos el problema surge cuando la distribución es bimodal.

Middleton (*op. cit.*) afirma que este método es controlado, cuando se dispone de un número suficientemente grande de puntos dato, pero tiende a

producir dobleces con un gran radio de curvatura y puntos de inflexión secundarios y espurios, en las partes de diámetro negativas y, por otro lado, si el número de puntos es reducido (situaciones más comunes en el análisis de tamaño de grano). Las curvas de distribución, por definición, son funciones monotonamente crecientes o (decrecientes), y solo pueden tener puntos de inflexión y no una máxima y una mínima. Middleton (*op. cit*)

Por esta razón se ha decidido tomar una serie de *splines* que producen segmentos de línea recta al verificar los puntos finales de las clásticas. Un *spline* natural o (*free*), es una *spline* sin tensión aplicada; en el otro extremo, una *spline* con un alto grado de tensión produce la serie de líneas rectas (segmentos), uniendo a los puntos, Middleton (1990).

Sheridan et. al. (1987) proponen un método de ajuste similar de curvas *spline* a los histogramas de datos del tamaño de grano, argumentando que este método es bastante rápido para distinguir subpoblaciones en distribuciones de tamaño complejo. Utilizando métodos computarizados para crear los gráficos, aislar y caracterizar cuantitativamente subpoblaciones por un método de sustracciones sucesivas de distribuciones gaussianas. Encontró que las mediciones de los percentiles no necesariamente son evaluadas en el rango entero del tamaño de grano y los segmentos del tamaño de la distribución pueden ser analizados independientemente.

El conjunto entero de los datos puede ser replicado por curvas sintéticas consistiendo de varias proporciones de cinco componentes gaussianos identificados. Cada uno de los cuales puede ser atribuido a un mecanismo específico de transporte y deposición. (Sheridan *op. cit.*).

MINIMOS CUADRADOS NO-LINEALES

Uno de los métodos más recientes es el de estimación de parámetros por medio de mínimos cuadrados no-lineal introducido por McCammon (1969) y posteriormente mejorado por Clark, I. (1974), McCammon solo consideró el método para disectar una distribución bimodal como un ejemplo apropiado.

Otra limitación del procedimiento de McCammon (*op. cit.*), es en el cálculo de las frecuencias esperadas para una clase dada, la altura de la curva es calculada al utilizar la marca de clase del intervalo en cuestión, y luego multiplicando este valor por el número total de muestras, y por el ancho del intervalo de clase en cuestión (con ésto) determinar el número esperado de las muestras en ese intervalo. Para estimar las frecuencias esperadas verdaderas, la distribución debe ser integrada sobre el intervalo de clase. En donde la curva se aproxima bastante a una línea recta, la aproximación a la integral resulta ser bastante buena, por otro lado si la curva se desvía de la línea recta la integral no será muy confiable, Clark, I. (1976).

Debido a las limitaciones impuestas en el procedimiento de McCammon (1969), en un intento de mejorar este procedimiento, Clark I. (*op. cit.*), utiliza la distribución de frecuencias como base para los cálculos; después, determina las frecuencias teóricas por el uso de la distribución normal acumulada. En este método se minimiza la suma de cuadrados de las diferencias entre las frecuencias observadas y esperadas entre cada uno de los intervalos de clase. Por lo que entre más pequeñas sean las diferencias de las sumas de cuadrados con respecto al modelo, el ajuste será mejor en términos de exactitud en las estimaciones realizadas al efectuar los cálculos. Así de esta forma el modelo de Clark, I. (*op. cit.*), resulta ser superior al propuesto por McCammon.

SERIES DE TIEMPO

Otro procedimiento radicalmente opuesto fue introducido por Doetsch (1936), citado por Clark, M. (1976), y que en la actualidad ha tenido un desarrollo significativo en el campo de la geofísica sobre todo en el campo de la sismología. Utilizando la transformaciones de Fourier, es conocido también como análisis armónico de una serie de tiempo. Doetsch, logró reconocer los promedios de los componentes y sus proporciones relativas. Este método consiste en la descomposición de las series de una suma de componentes sinusoidales. Es un procedimiento de análisis de datos que describe o mide fluctuaciones en una serie de tiempo. La oscilación de las series puede ser descrita por un análisis de espectro, que describe la tendencia sobre la distribución de frecuencias. Por otro lado, hay que justificar la elección de las funciones y a este respecto, hay muchas familias de funciones periódicas que tienen al menos las propiedades sinusoidales. Cualquiera de estas familias puede ser utilizadas en la misma forma, pero hay situaciones en las cuales hay que hacer una consideración especial sobre la familia no sinusoidal. De igual manera la búsqueda de periodicidad se vuelve una tarea difícil al tratar de hallar la amplitud y las fases, sobre todo cuando no se tiene información *a priori* de los periodos. Así que el problema radica en tratar de encontrar una forma de solución por medio del ajuste de curvas no-lineales y poder llegar a una interpretación confiable del peridiograma.

FRACTALES

En la actualidad se están desarrollando métodos por medio del análisis de la geometría fractal, respaldados por una formalización matemática bastante sólida, así como fuertes bases físicas y filosóficas. Por medio de estos métodos, se analiza la distribución acumulativa. Al digitalizar la imagen de estas distribuciones se puede determinar las propiedades texturales de acuerdo al comportamiento de las gráficas, aquí se utilizan los métodos como el de "*box-counting dimension*" (en una, dos o tres dimensiones). Con este procedimiento resulta numéricamente sencillo obtener la dimensión fractal de cada una de las imágenes, y comparar estos resultados con las características de cada curva. El

único inconveniente inmediato es tener acceso al **software** que realiza los cálculos.

Otros procedimientos más generales que han complementado a los métodos anteriores, y que han intentado por medio de la estadística multivariada, encontrar la significancia de patrones espaciales en la distribución de las muestras de los sedimentos. Estos métodos se encuentran en una fase reciente y estos enfocan su atención en poder encontrar puntos de corte entre los grupos de muestras (subconjuntos), para poder llegar a la interpretación de los procesos que influyeron en la transportación y deposición de sedimentos, de acuerdo a las características observadas en los grupos de sedimentos. Estos procedimientos han pasado a ser para muchos, una herramienta muy poderosa en esta problemática interpretativa. Por lo que a continuación se mencionan brevemente algunas aplicaciones a este respecto.

3.2.4 ESTADÍSTICA MULTIVARIADA

Durante los últimos años también se han venido aplicando los métodos de estadística multivariada, a las distribuciones de tamaño de grano; éstos han tenido auge debido al gran número de programas comerciales que realizan sus rutinas; entre estas aplicaciones se pueden mencionar algunas de las más utilizadas: análisis de cúmulos, de factores, de componentes principales, análisis canónico, análisis de correspondencias, por mencionar solo algunos de ellos.

Por ejemplo, uno de los métodos más conocidos y que Davis (1976) aplicó a un procedimiento multivariado fue el de las muestras recolectadas en Bahía Barataria, que se encuentra como a 50 millas al sur-suroeste de New Orleans, Louisiana. Estos mismos datos son tomados del análisis efectuado por Krumbein y Aberdeen (1937). Davis experimentó con tres formas de análisis o variantes, en la primer prueba solo consideró 98 muestras utilizando 10 variables, posteriormente utilizó solo las primeras 6 variables ($< 7\phi$), y por último con una muestra de 85 y tomando nuevamente las 10 variables. En estos análisis se utilizaron intervalos de 1ϕ . Davis (1976)

El argumento era que la bahía incluía una variedad de ambientes sedimentarios caracterizados por rangos de tipos de sedimentos. Por medio de esta técnica multivariada se trataba de explicar esta variabilidad.

El procedimiento que siguió Davis (1970), es conocido como: análisis de componentes principales (ACP), esta técnica busca encontrar combinaciones lineales de las variables originales para expresarlas en nuevas variables no correlacionadas. Con este método se busca examinar la interacción entre las diferentes fracciones de tamaño buscando la mejor combinación lineal, haciendo la aclaración que el tamaño "más eficiente" significa, para Davis, aquel que explica la mayor cantidad de variación total. Esperando así que las cargas de los

primeros componentes se aproximen de alguna forma al primer momento, como la estadística más eficiente de todas las posibles estadísticas. Davis (*op. cit.*).

Este procedimiento involucra el cálculo de la matriz de varianzas y covarianzas, justificando el hecho de que todas las unidades están expresadas en la misma métrica para todas las variables, por lo que el rango de variabilidad es el mismo en todos los intervalos. En el caso contrario se tendría que trabajar con la matriz de correlación para estandarizar a todas las variables a una misma escala. En esta aproximación se observó que la matriz resultante es "sobredeterminada", esto es, que tiene más renglones que columnas, lo que justifica a su vez que se puedan obtener eigenvalores iguales a cero. Por otro lado Davis (*op. cit.*) aclara que no todas las variables suman el 100%, ya que en uno de las variantes experimentales, los materiales más finos que 8ϕ fueron descartados.

La solución que se encuentra al aplicar este método es que los dos primeros componentes explican alrededor del 90% de la variación total, y son idénticos en las tres pruebas. El primer componente representa la proporción relativa de arena fina y muy fina en el sedimento, o el cociente de la arena/(aluvión+arcilla). El segundo está representado por la proporción entre arena fina y muy fina; todas las demás cargas de las variables pesan sus valores cercanos a cero. A final de cuentas se encuentra que, éstos dos primeros componentes solos son suficientes para explicar la variación total en los datos originales. Se concluye que la diferencia entre todos los sedimentos pueden ser explicadas casi completamente por solo dos variables. En ACP los resultados son desplegados en una serie de gráficos, en los cuales se puede apreciar los componentes, así como su distribución en un espacio multidimensional, lo que da una idea más clara de la variabilidad de los datos.

Cabe señalar que esta técnica permite hacer rotaciones rígidas de los ejes, llamadas *varimax* (en el lenguaje de esta técnica), con esta rotación se distribuye mejor la varianza, por lo que a veces el primer componente pasa a ser el segundo y el arreglo de las variables resulta ser distinto a lo que se pensaba en un determinado momento.

La ventaja de estos métodos es que de acuerdo a los resultados obtenidos por Davis (1973) las nuevas variables le sugieren que los sedimentos en la bahía pueden ventajosamente ser considerados como una mezcla de dos poblaciones o materiales de tamaño de arena y material aluvión-arcilla.

Al concluir esta etapa de análisis y como un complemento al análisis de ACP puede resultar interesante examinar la eficiencia relativa de la media, el primer componente y el porcentaje de arena para distinguir entre los cinco diferentes tipos de sedimentos en la bahía. Esto puede hacerse al correr una serie de análisis de varianza de una sola vía, utilizando los cinco tipos de sedimentos como grupos Davis (1976).

Davis (*op. cit.*) concluye un punto importante en su aplicación y es que la laboriosa operación de separación por tamices y pipeta de las muestras en siete o en diez intervalos de tamaño de grano, hubiera sido posible empleando únicamente dos simples operaciones de tamizado, y no por todas las que se utilizaron en este análisis. Claro que no es posible generalizar a otros ambientes este resultado, ya que ésta es solo una técnica exploratoria y no permite el desarrollo de pruebas de hipótesis. Si se quiere concluir con argumentos más sólidos hay que ir más allá de lo establecido y realizar un diagnóstico del modelo.

Recordando que, tal vez, este procedimiento le resultara exitoso a Davis (1970), cuando lo aplicó a los sedimentos de Bahía Barataria, por las razones de que el muestreo que utilizó Krumbein (1973), fue muy eficiente desde el punto de vista estadístico, el procedimiento que siguió este autor fue el de tomar muestras espaciadas de acuerdo a un esquema de muestreo sistemático, esto puede garantizar una buena distribución de las unidades de muestra. Por otro lado, los sedimentos de Bahía Barataria son mucho más simétricos en su distribución, esto se pudo observar cuando Krumbein (1973), gráfica todos los promedios de las muestras en una gráfica que resultó tener un comportamiento unimodal con una dispersión parecida en ambas colas de la misma.

De esta forma se puede afirmar que los métodos multivariados así como los ACP pueden ser vistos como una nueva forma de analizar la composición granulométrica de los sedimentos, también indican una nueva modificación en las técnicas experimentales que resultan en el ahorro de un considerable esfuerzo con pérdida insignificante de información. En conclusión se puede mencionar que estos procedimientos son relativamente fáciles de ejecutar con cualquier programa comercial, que incluya estas rutinas en su repertorio. No obstante lo difícil es interpretar la salida producida por el computador.

Es necesario señalar que existen otros trabajos que intentan por medio de estos métodos la separación espacial de variables significativas para la descripción ambiental. Un ejemplo más, es el de utilizar dos técnicas en combinación para poder separar poblaciones, en estos alcances se ha propuesto la utilización de análisis de cúmulos junto con un análisis discriminante, este procedimiento es aplicado por Greenwood (1969), quien a partir de calcular las funciones discriminantes y manejando los cuatro momentos como variables independientes obtiene una función que le permite separar por medio de un punto de corte aquellos sedimentos de origen eólico y aquellos de origen marino. Con este procedimiento afirma que hay una reducción en el traslape entre estos sedimentos y concluye que este tipo de análisis puede proporcionar un modelo predictivo bastante poderoso, al utilizar los parámetros de los sedimentos como variables independientes.

Por razones de cómputo y la facilidad de manejar grandes cantidades de datos, la utilización de los métodos numéricos y multivariados resultan ser más precisos, tienen mayor alcance sobre los métodos anteriores (métodos analíticos y métodos gráficos). En este trabajo se trata de llegar a la aplicación e interpretación más precisa en las estimaciones hechas sobre las bases de estos procedimientos, asumiendo que la aproximación deseada será más eficiente si se toman en cuenta los métodos iterativos y los métodos multivariados.

Como se mencionó anteriormente, los métodos iterativos asumen el conocimiento *a priori* de los parámetros de los componentes. Cómo se obtienen éstos y cómo se procede de acuerdo a esta idea, son puntos se discuten brevemente en el siguiente apartado.

3.2.5 DISECCIÓN DE GRÁFICAS PARA LA OBTENCIÓN DE POBLACIONES EN COMPONENTES

(TRUNCAMIENTO Y TRASLAPE)

En este apartado se exponen algunos puntos de vista contrarios hacia lo que se considera el mejor criterio para detectar si las distribuciones empíricas se aproximan a una distribución teórica, en caso de presentar mezclas, cuáles son los criterios para separar estas mezclas en mas de un componente y cómo obtener las estimaciones de cada uno de los componentes.

Se parte del hecho de que la mayoría de los sedimentos son polimodales, la forma de las curvas y las medidas estadísticas (tales como el tercero y cuarto momento) solamente reflejan la magnitud relativa y la separación de poblaciones (Ashley, 1978:411). Sin embargo, con este inconveniente, el uso de parámetros estadísticos en sedimentos polimodales ha persistido hasta nuestros días.

No todos los autores están de acuerdo en que las gráficas acumulativas del porcentaje en peso, hechas en papel probabilístico están representados por segmentos de líneas rectas. Por ejemplo Tanner (1958,1959) citado por Clark, M. (1976), sugirió que la mayoría de los sedimentos consisten del traslape de poblaciones normales. Fuller (1962) y Spencer (1963), siguiendo a Tanner (1959), han separado poblaciones con traslape por la partición de curvas acumulativas utilizando el método gráfico de Harding (1949) citado por Ashley (1978).

Por su lado Visher (1969), ha separado subpoblaciones en divisiones entre segmentos de línea recta ajustados sobre gráficos acumulativos de papel probabilidad haciendo el supuesto de que todas las subpoblaciones son distribuciones truncadas.

Con base en estos argumentos, algunos criterios han llevado a la idea de que muchas de estas curvas acumulativas pueden mostrar, por disección gráfica o numérica, estar compuestas por dos o más distribuciones normales sobrepuestas. Algunas técnicas para disectar estas curvas gráficamente fueron descritas en su tiempo por Harding (1949) y Tanner (1959).

La aplicación de estos criterios, así como otras técnicas similares han demostrado que la combinación numérica de diversos componentes normales producen una aproximación cercana a la curva acumulativa original. Desafortunadamente, estas técnicas (como la de ajustar segmentos de línea recta), son algo subjetivas e imprecisas, particularmente cuando se aplican a datos de tamaño de grano que son, calificados por Middleton (1976), como de relativa baja precisión.

La pregunta de cuál interpretación es correcta entre los dos casos considerados aquí a) el truncamiento de distribuciones normales a partir de puntos de inflexión de curvas acumulativas en papel probabilístico, o b) distribuciones normales con traslape en donde los extremos de las distribuciones no se separan bruscamente sino, que hay continuidad entre éstas. Es, y ha sido, un debate entre la determinación del tamaño de grano o puntos que mejor separan a las subpoblaciones en una muestra de sedimentos.

En el procedimiento (a) se pueden definir por si mismas, a las fronteras entre componentes (truncamiento); esto es, en donde los puntos de inflexión sobre la curva acumulativa son bastante aparentes. Pero en el caso (b) de distribuciones normales con traslape, es distinto, ya que la determinación de límites es mucho más laboriosa debido a que las colas de las distribuciones de dos normales se entremezclan, sin poder definir exactamente las fronteras entre éstas.

Los métodos utilizados para obtener la separación de dos o más componentes pueden ser gráficos o numéricos. Los límites entre estos componentes pueden ser definidos como, el tamaño más allá en el cual el traslape es el mismo para cada una de las poblaciones normales. Este tamaño es fácilmente obtenido por medio de los métodos gráficos (Middleton *op. cit.*).

En general los métodos de separación por truncamiento y por traslape llevan a distintos resultados. Más aún, el punto de igual traslape en una población bimodal dependerá del tamaño exacto de la distribución, determinado por los dos componentes, por su forma, y por los valores de sus parámetros, y estos a su vez, dependen de las proporciones presentes en cada uno de los componentes. Las proporciones y el tamaño de una distribución son determinados en su mayoría por el método gráfico. El mismo caso resulta, si se tratase de una población polimodal.

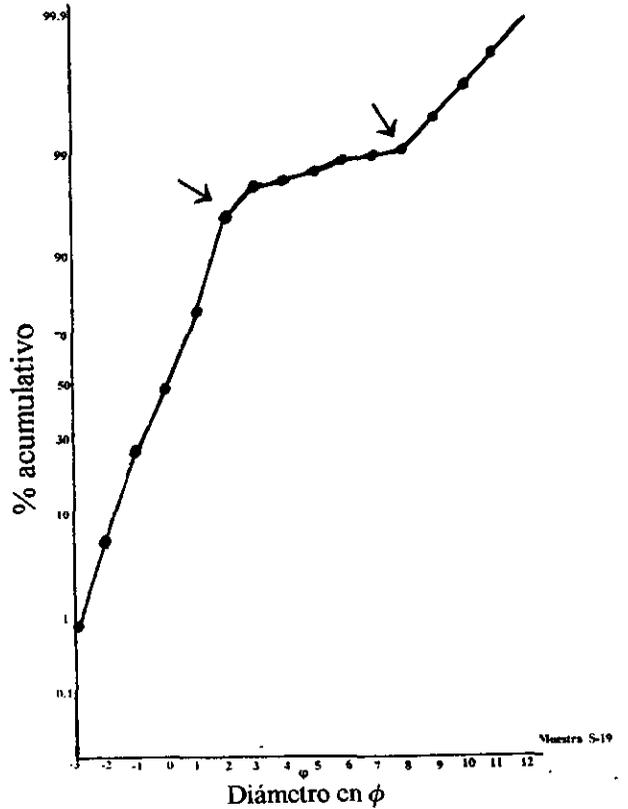
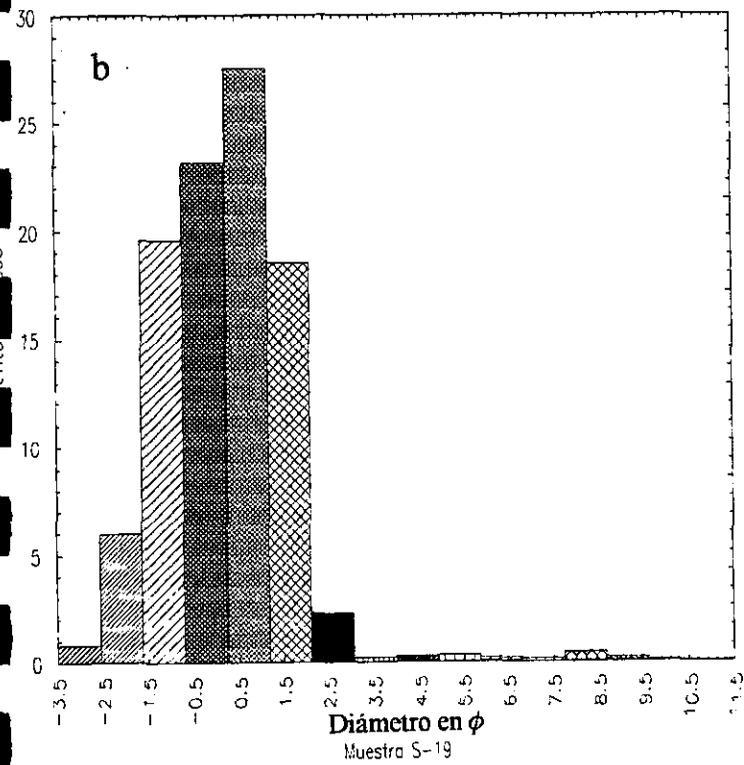
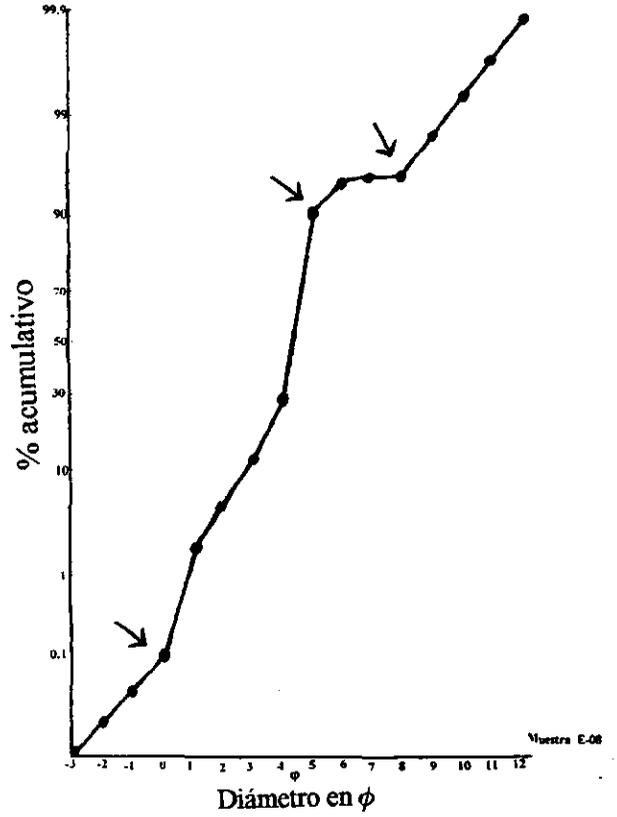
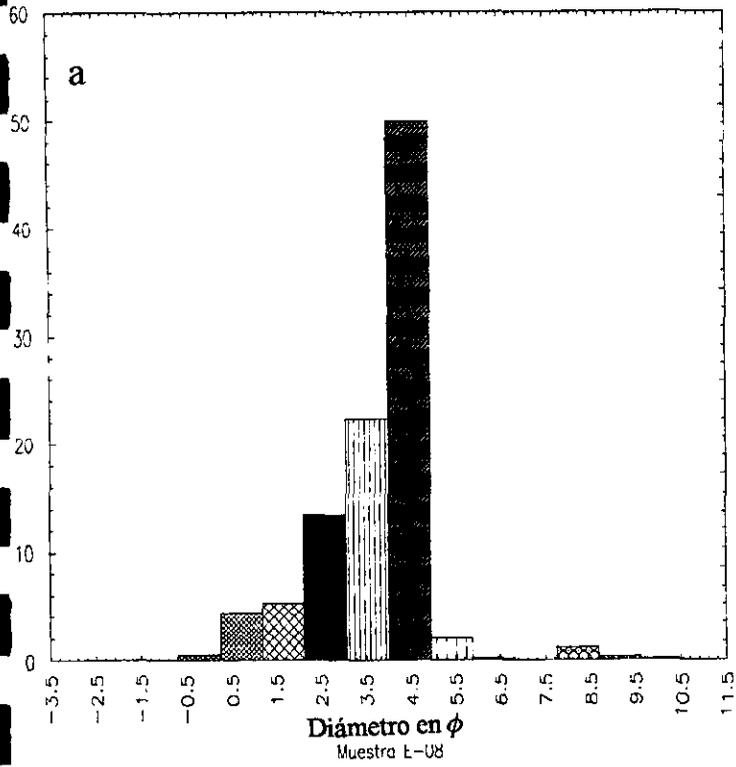
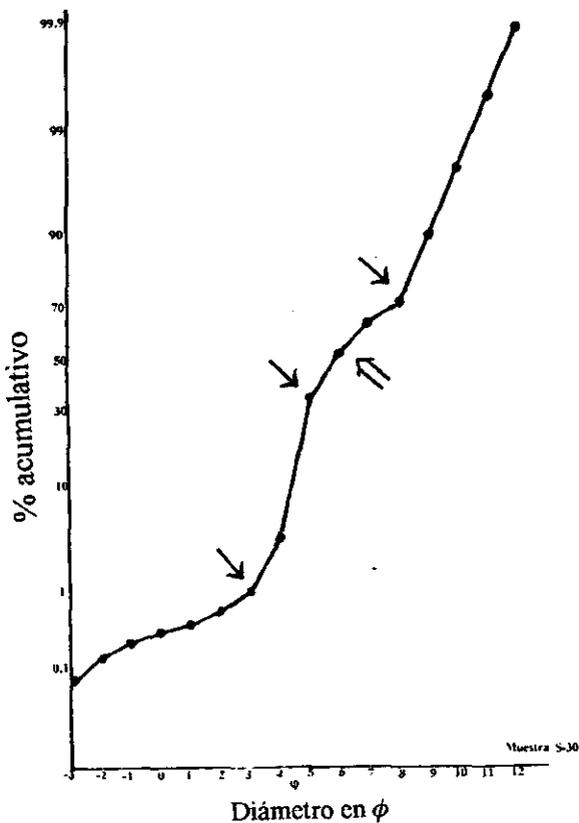
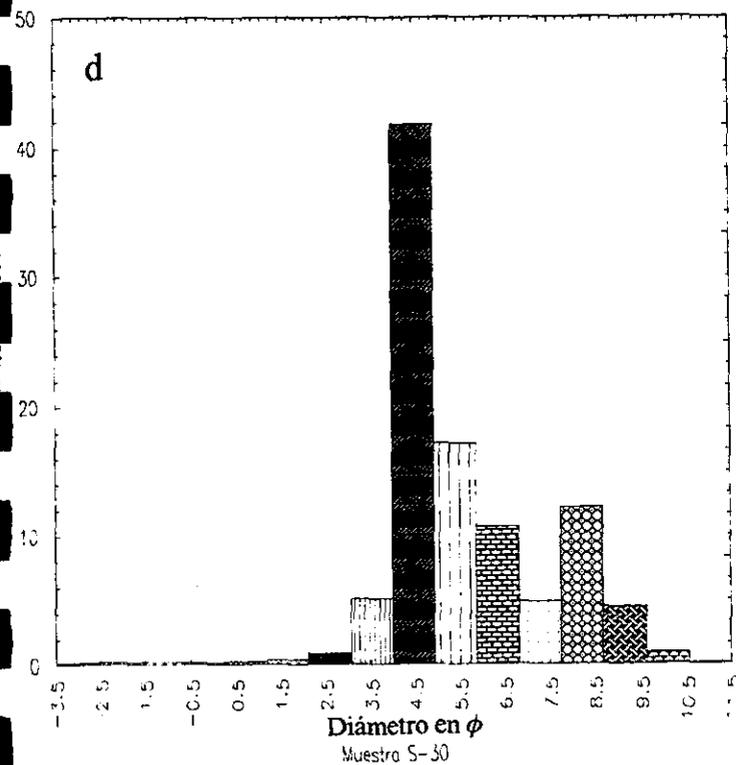
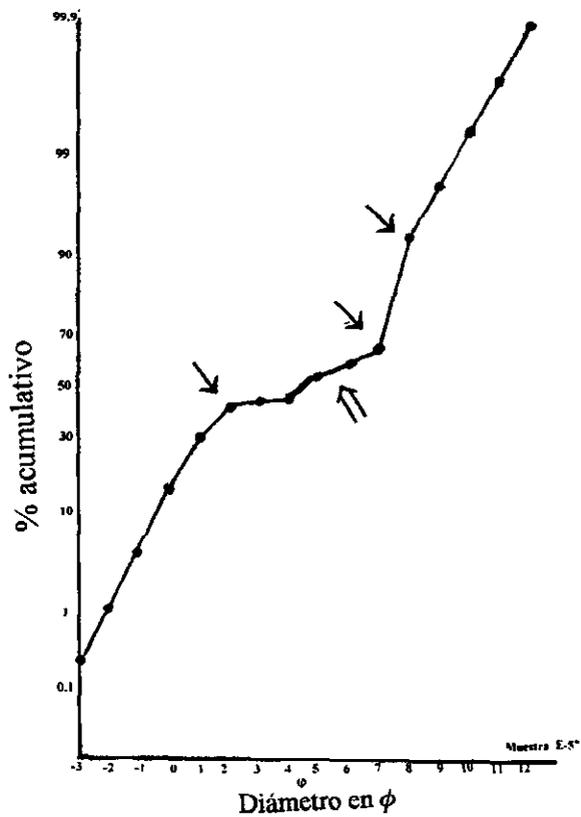
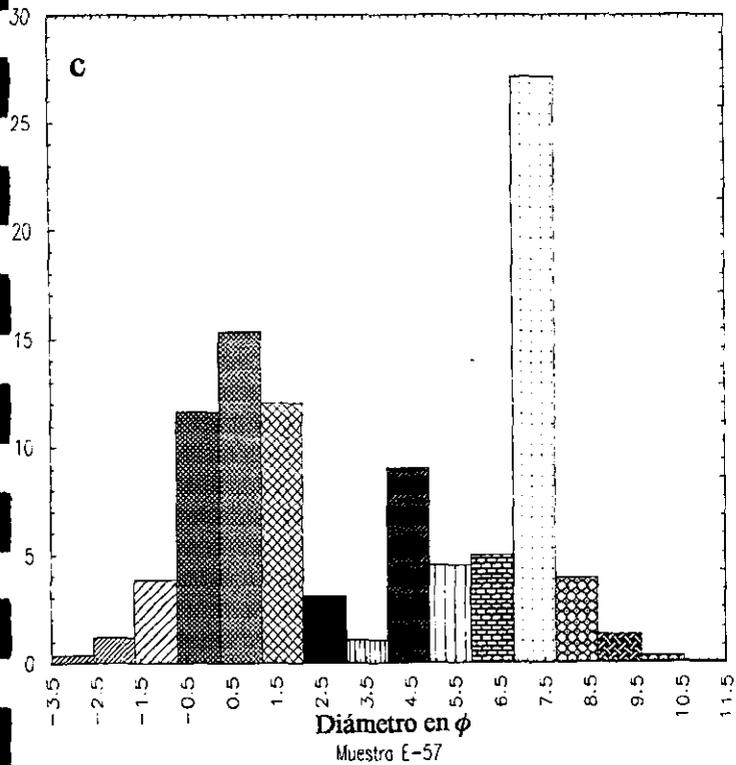
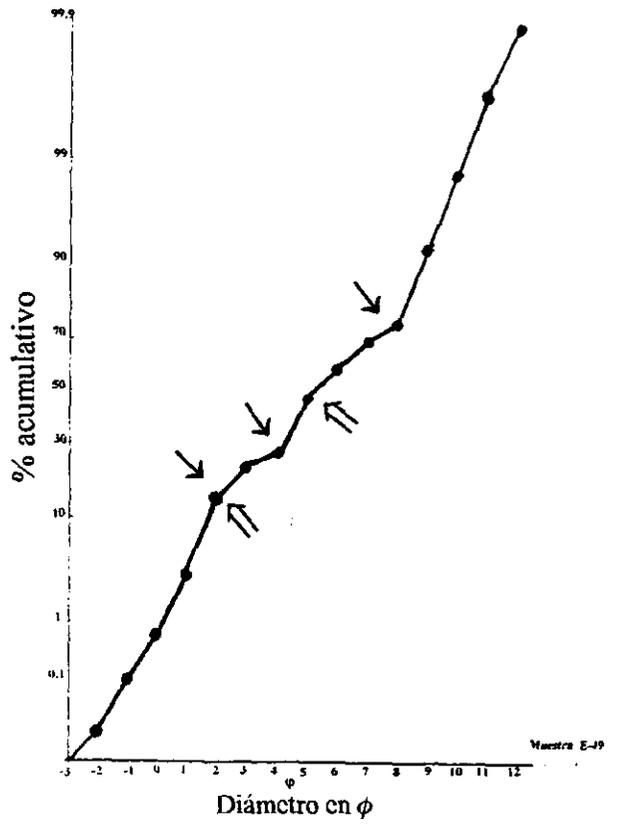
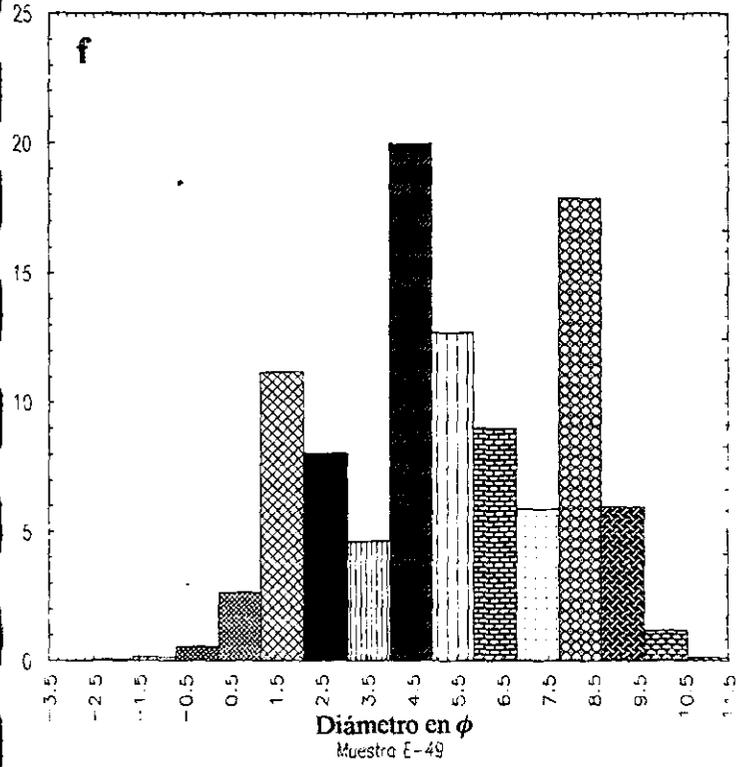
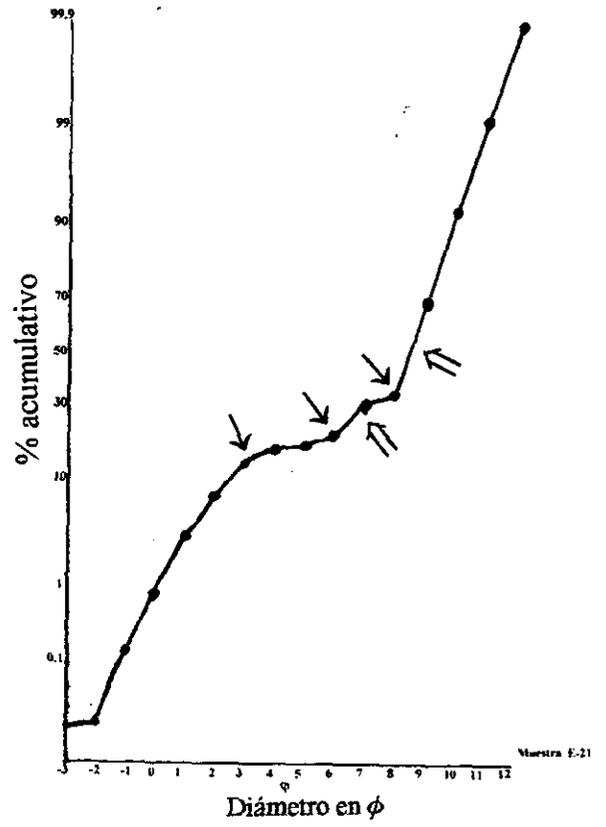
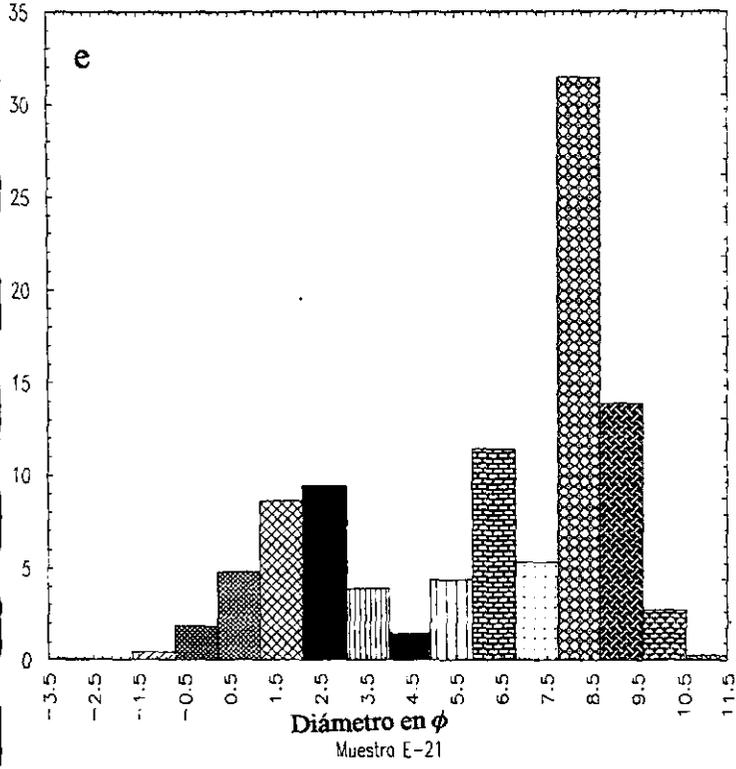


Fig. 2.1 Histogramas y curvas acumulativas a) y b) representan distribuciones unimodales, c) y d) distribuciones bimodales y e) y f) distribuciones con tres modos. Las flechas oscuras representan puntos de truncamiento y las flechas blancas puntos de traslape.





De este modo, como se puede apreciar, un error considerable es posible al determinar, la o las, posiciones de los puntos de corte o separación entre los componentes de las distribuciones multimodales observadas con traslape. Por que, el traslape se debe determinar entre dos intervalos adyacentes en lugar de un punto de inflexión. Por esta razón las distribuciones de frecuencias (expresadas como histogramas o curvas), parecen mostrar una idea más clara de la separación entre componentes de las poblaciones.

En el método elegido en este trabajo, (mínimos cuadrados no-lineales), no se asume que los componentes o subpoblaciones sean determinadas por truncamiento de poblaciones normales; las fronteras entre los componentes han sido determinadas por los intervalos que contienen segmentos de línea sin cambios abruptos entre éstos, a esto se le puede llamar puntos de traslape continuo (Figura 2.1, a-f).

En estas figuras se puede apreciar la distribución de la curva acumulativa a la derecha y a la izquierda el histograma de frecuencias correspondiente. En los dos primeros histogramas que corresponden a las muestras E-08 y S-19 del reporte técnico elaborado por Lecuanda-Ramos (1985), figuras 2.1 a-b, dan una idea general de como se comporta una población unimodal, si se observan las curvas respectivas de estas dos muestras, podemos apreciar los puntos de inflexión. De acuerdo al proceso de truncamiento estas distribuciones sugieren que existen varias poblaciones y, por lo tanto, varios procesos de sedimentación. Conforme a la otra aproximación que sugiere el no truncamiento (traslape de poblaciones), estas distribuciones estarían representadas por una sola población y su proporción corresponde por lo tanto al cien por ciento. Continuando con el ejemplo en las gráficas siguientes 2.1 b-c, para las muestras E-57 y S-30, se tiene el mismo caso que el anterior. En el caso de poblaciones normales con traslape, los histogramas sugieren dos modos en cada una de estas distribuciones, por lo que se asume que las muestras contienen dos poblaciones. Por otro lado, si nos referimos a las curvas acumulativas apreciamos varios puntos de inflexión o de truncamiento (flechas oscuras), asumiendo, por influencia de este último procedimiento, que el número de poblaciones es mayor que el supuesto por los histogramas.

De igual manera al apreciar las gráficas que corresponden a las muestras E-21 y E-49 Figura 2.1 e-f, las distribuciones de frecuencias parecen poseer hasta tres modos de acuerdo al criterio de traslape, mientras que si nos referimos a las curvas acumulativas se repite el mismo caso que en las muestras anteriores: los puntos de inflexión o truncamiento resultan ser un número mayor que los traslapes.

Se utilizaron estos ejemplos, con el único fin de ilustrar que los procedimientos de separación de componentes de una muestra son distintos y por lo tanto, se pueden obtener resultados muy disimiles con uno u otro de los

procedimientos. De acuerdo a nuestro criterio se decidió utilizar las distribuciones de frecuencias por medio de histogramas, para observar los componentes de las 116 muestras trabajadas en esta investigación, por este medio proponer curvas que tienen un solo modo o si existen traslapes con, la o las curvas, que se unen en diferentes puntos (traslapes).

Una de las principales limitaciones en las que se hizo hincapié, al adoptar este procedimiento del traslape de poblaciones, es que los datos podían presentar problemas en la estimación inicial de los parámetros. Esto debido a que el análisis de tamaño fue hecho a intervalos completos de ϕ unidades (cada unidad de ϕ), lo que hace prácticamente imposible determinar con mayor precisión la forma de la curva acumulativa y mucho menos el punto exacto del traslape entre poblaciones polimodales. Por lo que se concluyó, que la ayuda de los gráficos proporcionaría una fuerte herramienta al observar el comportamiento aproximado de las distribuciones.

Una vez establecido este procedimiento, se hizo la pregunta de si se intentaba utilizar un método como el propuesto por Harding (1949), para la separación de poblaciones con traslape, resultaría adecuado en cuanto al tiempo utilizado en analizar por separado a cada una de las poblaciones, o habría otro procedimiento que permitiera agilizar este proceso por medio de algún método numérico. Se llegó a la conclusión de que, sí se podía lograr, gracias a que hoy en día la computadora hace mas rápido cualquier procedimiento de este tipo a como se solía hacer en épocas pasadas.

Con esto en mente, la posibilidad era llegar a escribir un programa de computo en algún lenguaje de maquina conocido o, por otro lado se podría utilizar un programa ya escrito y publicado por algún otro autor, afortunadamente se detectó un programa escrito por Clark y Garnet (1974). La técnica desarrollada en dicho programa implementa un proceso de identificación y cuantificación de componentes de fases mineralógicas en depósitos sujetos a mineralización múltiple.

En la práctica se observó que, en algunas distribuciones de frecuencias empíricas, exhiben dos o más picos o 'modos', además de ser altamente sesgadas (pueden tener colas muy largas). Esta divergencia con la curva normal o log-normal esperada o teórica, puede resultar del traslape o la mezcla de dos o más poblaciones las cuales han sido registradas como una sola. Los componentes de población pueden tener el mismo tipo de distribución, pero poseer diferentes valores en sus medias y desviaciones estándar.

En el caso de estudio de este trabajo, si el componente de grado de la distribución es lo suficientemente diferente, la distribución combinada podrá tener un alto sesgo o ser bimodal. Razón por la cual, se pueden observar como

referencia los valores obtenidos para el tercer y cuarto momento de las distribución, los cuales dan una idea de la magnitud de estas variables.

3.2.6 MÉTODO DE MINÍMOS CUADRADOS NO-LINEALES.

Considerando el modelo de una población hecho sobre una mezcla de dos componentes gaussianos (normales). La función de densidad de probabilidad estará dada por:

$$P(x; m_1, s_1, p, m_2, s_2) = p \cdot f(x; m_1, s_1) + (1-p) \cdot f(x; m_2, s_2) \quad (1)$$

donde $f(x; m_i, s_i)$ es la función de densidad de probabilidad de una distribución normal con media m y desviación estándar s . Esto es:

$$f(x; m_i, s_i) = \frac{1}{s_i \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x-m_i)^2}{2s_i^2} \right\} \quad (2)$$

La forma del modelo utilizado en el análisis es la función de la distribución de probabilidad acumulativa F , en donde

$$F(z; m_1, s_1, p, m_2, s_2) = \int_{-\infty}^z P(x; m_1, s_1, p, m_2, s_2) dx \quad (3)$$

Esto es, $F(z; m_1, s_1, p, m_2, s_2)$ es la probabilidad de que una muestra tomada de esta población será menor que z .

Por simplicidad en la siguiente ecuación se escribirá t_1 para m_1 , t_2 para s_1 , t_3 para p , t_4 para m_2 , y t_5 para s_2 . Para la lista completa de los parámetros se escribe t . Por lo que la ecuación 3 resulta ser:

$$F(z; t) = \int_{-\infty}^z P(x; t) dx$$

Si se tienen n grupos en el histograma y sean los límites superior e inferior del histograma de $+\infty$ y $-\infty$, respectivamente. Y sean los puntos finales de los

grupos que intervienen en el histograma denotados por $z_1, z_2, z_3, \dots, z_{n-1}$. Y sean las proporciones de las muestras observadas a caer debajo del punto z_i denotado por y_i .

Se desea encontrar los valores de t los cuales muestren el más corto acuerdo entre el modelo F y las observaciones y_i . Entonces se debe minimizar la suma de cuadrados S , en donde:

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - F(z_i; t)) \quad (4)$$

Si el modelo fuera una función lineal de los valores en t , se podría resolver la ecuación 4 por el método común de mínimos cuadrados. De hecho como no lo es, se debe utilizar el método de mínimos cuadrados no-lineal iterativo.

Suponiendo que se tiene una suficiente confianza de que los valores de t , digamos t_0 . Se puede mejorar esta estimación por una cierta cantidad, digamos, Δt , así por el método de Gauss-Newton. Se denota la diferencial parcial de la función F en el punto z_i con respecto al parámetro t por $F(z_i; t) / t_j$. Definiendo el vector g en el cual sus cinco elementos son denotados por

$$g_j = \sum_{i=1}^{n-1} F(z_i; t) / t_j (y_i - F(z_i; t)) \quad (5)$$

Definiendo ahora una matriz de cinco denotada como D , la cual tiene sus elementos como:

$$d_{jk} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{F(z_i; t)}{t_j} \frac{F(z_i; t)}{t_k} \quad (6)$$

Entonces Δt , la mejora en los parámetros, se puede hallar resolviendo el sistema de cinco ecuaciones simultáneas denotado por

$$D \cdot \Delta t = g \quad (7)$$

Este proceso es repetido hasta que los nuevos valores de t son hallados y ya no puede haber mejoría en las estimaciones de S en esa región.

Para este procedimiento Clark y Garnett (*op. cit.*) han utilizado una versión modificada del método de Gauss-Newton para una convergencia más rápida de los valores. Esta modificación implica tomar diferentes múltiplos de Δt y

escogiendo la cercanía al mínimo de S . Los múltiplos utilizados por estos autores son: 1, $1/3$, $1/9$, $1/27$ y $1/81$. Con esta rápida convergencia se puede resolver las ecuaciones por el método de mínimos cuadrados no-lineales. Este procedimiento se implementó en un programa que escribió Clark, para las soluciones. Este programa llamado **ROKE** fue escrito en lenguaje **Fortran** y sirve para agilizar en forma expedita todos los cálculos.

3.2.7 PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE

En la práctica, una prueba de bondad de ajuste, da cuenta del grado de concordancia entre los valores observados y los valores creados por el modelo, por lo que hay que determinar si éste ajuste es bueno. Cuando los datos de investigación consisten en frecuencias de categorías discretas, puede usarse la prueba ji-cuadrada para determinar la significancia de las diferencias entre los dos grupos independientes. Las hipótesis que usualmente se ponen a prueba suponen que los dos grupos difieren con respecto a alguna característica y, por lo tanto, con respecto a la frecuencia relativa con que los miembros del grupo son encontrados en diferentes categorías.

Si las frecuencias observadas están estrechamente de acuerdo con las frecuencias esperadas, las diferencias serán pequeñas, y por consecuencia el valor de ji-cuadrada será pequeño, por otro lado, si hay diferencias grandes, el valor de ji-cuadrada será grande. Cuanto mayor es la ji-cuadrada tanto más probable es que los dos grupos difieran con respecto a la clasificación.

Bajo la hipótesis nula de que las muestras fueron tomadas de una población que consiste de una mezcla de m distribuciones, Clark y Garnett (*op. cit.*) encuentra que la estadística para comparar los valores calculados con los valores teóricos se distribuye como la ji-cuadrada con $n-3m$ grados de libertad. Las probabilidades asociadas con los diferentes valores de ji-cuadrada, se pueden encontrar en el apéndice de cualquier libro de estadística. La significación de cualquier valor particular de la ji-cuadrada, depende del número de grados de libertad en los datos con los que ha sido calculado.

Para determinar los grados de libertad estos se obtienen al considerar el número de grupos menos uno ($n-1$), menos el número de parámetros a estimar, en un caso bimodal estos parámetros son cinco, (promedio y desviación estándar de la población uno, así como la proporción del sedimento correspondiente a esta y el promedio y desviación estándar de la población dos) en el caso trimodal los parámetros suben hasta ocho.

Uno de los inconvenientes de esta prueba es, que los grupos con frecuencias bajas se pierden, esto corresponde a una restricción de la prueba de ji-cuadrada, así que, no es posible efectuar la prueba de ji-cuadrada por no

disponer de suficiente información a causa del reducido número de grupos utilizados en las estimaciones. Debido a esto, se recurre a una prueba no paramétrica conocida como prueba de una sola muestra de Kolmogorov-Smirnov, por medio de la cual se pueden contrastar las hipótesis estadísticas bajo prueba.

En la práctica, para calcular el valor de ji-cuadrada, es común unir grupos en el histograma conteniendo un *bajo* número de muestras. La elección de '*bajo*' es subjetivo, y la regla común en este procedimiento ha sido aplicada que cualquier grupo con frecuencias de menos de cinco unidades es combinado con su intervalo inmediato. Este tipo de restricción de la prueba es similar al utilizado en las pruebas de bondad de ajuste, cuando no se tiene un número suficiente de categorías, esto hace que disminuyan los grados de libertad, debido a la reducción de los grupos Clark, I. (*op. cit*).

De este modo y de acuerdo al procedimiento de prueba, se pueden comparar a la distribución empírica contra la distribución teóricas, si ambas distribuciones coinciden y el valor de la ji-cuadrada es significativo bajo el supuesto de la hipótesis nula, se puede asumir que el resultado coincide con el modelo. En el caso contrario, de que exista cierta divergencia entre los valores observados con los teóricos, y que el valor de la ji-cuadrada lo sugiera puede hacerse una mejoría en las estimaciones de acuerdo al supuesto teórico del modelo.

En el procedimiento desarrollado por Clark (*op. cit*) se establece bajo el supuesto teórico de la hipótesis nula que si el valor calculado de la ji-cuadrada es menor al valor teórico, la hipótesis nula de mezclas de población no puede ser rechazada a un nivel de significancia dado.

3.2.8 PROGRAMA ROKE

El programa **ROKE** en sí, es muy flexible y bastante sencillo de utilizar, una vez entendido el procedimiento de trabajo del programa principal y de las subrutinas. En este caso se hicieron algunas modificaciones al programa principal, ésto fue con la intención de facilitar el trabajo al abrir un archivo de salida y poderlo ver en cualquier editor de texto, en lugar de observarlo en pantalla en donde el espacio de la salida del programa original resultaba difícil visualizarlo, ya que la salida se obtiene en dos páginas, una que muestra los archivos de entrada, junto con una aproximación inicial de los valores calculados de acuerdo a los valores originales que se dan para el cálculo de los parámetros, y la segunda página, muestra el número de iteraciones hechas para llegar a la solución final, así como las pruebas de bondad de ajuste y las frecuencias esperadas bajo el modelo.

De esta manera se cambió el formato de entrada del programa original, en lugar de utilizar un lector de tarjetas de 20 entradas, se decidió reducirlo a solamente dos lectores en cada tarjeta, con un formato más adecuado a los datos, lo mismo se hizo para la introducción de los intervalos a través del teclado y por último, la entrada de los parámetros de las estimaciones iniciales se modificó a solamente una lectura por tarjeta en lugar de los cinco que trae el programa original; para facilitar aún más esta tarea, se incorporó una tarjeta de impresión, de tal manera que una vez hecho el programa ejecutable aparece en pantalla el encabezado que solicita los valores que habrán de incorporarse desde el teclado.

De igual manera se pide en el programa que se escriban los resultados en pantalla con un verificador para evitar cualquier posible error antes de correr cada una de las pruebas. En el apéndice II, se encuentra el programa escrito **ROKE** en el cual se pueden apreciar las modificaciones hechas al programa original.

Por último, se menciona que en lugar de introducir directamente los datos de los intervalos de clase en el teclado el programa principal, puede ser modificado con un comando `DATA\ -3.0,-2.0, ... 11.0 \`, de manera que estos datos, correspondientes a los diámetros en unidades ϕ , sean incorporados automáticamente por el programa. Con estas modificaciones simples que no alteran en nada el uso del programa, se realizaron las pruebas y análisis correspondientes a cada muestra.

CAPÍTULO IV.

4.1 APLICACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta etapa del análisis como se mencionó con anterioridad se procedió a construir los 116 histogramas de frecuencias del peso en porcentajes para poder apreciar la distribución completa, así como su tendencia y su comportamiento, es decir, si las gráficas correspondían a los que se podía pensar eran unimodales, bimodales o polimodales (con traslape). Para lograr hacer ésto, como solo se tenían mediciones hechas hasta el tamizado de 8ϕ , se procedió con todos los valores efectuados en la etapa de extrapolación gráfica de este último intervalo a la parte mas fina que sería hasta el intervalo de 12ϕ , estos resultados se pueden apreciar nuevamente en el apéndice I. Posteriormente, en conjunto con las gráficas acumulativas de cada histograma se buscó las proporciones de cada componente, en el caso de componentes unimodales estas proporciones sumaban el 100%, en el caso de las distribuciones bimodales se localizó el punto de traslape entre los dos componentes, lo mismo se hizo para el caso de distribuciones trimodales.

Habiendo concluido con la primera etapa de trabajo con la determinación de componentes y traslapes, por medio de histogramas y gráficas acumulativas, como lo que se deseaba saber era como correr el programa, así como evaluar si

De esta manera se cambió el formato de entrada del programa original, en lugar de utilizar un lector de tarjetas de 20 entradas, se decidió reducirlo a solamente dos lectores en cada tarjeta, con un formato más adecuado a los datos, lo mismo se hizo para la introducción de los intervalos a través del teclado y por último, la entrada de los parámetros de las estimaciones iniciales se modificó a solamente una lectura por tarjeta en lugar de los cinco que trae el programa original; para facilitar aún más esta tarea, se incorporó una tarjeta de impresión, de tal manera que una vez hecho el programa ejecutable aparece en pantalla el encabezado que solicita los valores que habrán de incorporarse desde el teclado.

De igual manera se pide en el programa que se escriban los resultados en pantalla con un verificador para evitar cualquier posible error antes de correr cada una de las pruebas. En el apéndice II, se encuentra el programa escrito **ROKE** en el cual se pueden apreciar las modificaciones hechas al programa original.

Por último, se menciona que en lugar de introducir directamente los datos de los intervalos de clase en el teclado el programa principal, puede ser modificado con un comando `DATA\ -3.0,-2.0, ... 11.0 \`, de manera que estos datos, correspondientes a los diámetros en unidades ϕ , sean incorporados automáticamente por el programa. Con estas modificaciones simples que no alteran en nada el uso del programa, se realizaron las pruebas y análisis correspondientes a cada muestra.

CAPÍTULO IV.

4.1 APLICACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta etapa del análisis como se mencionó con anterioridad se procedió a construir los 116 histogramas de frecuencias del peso en porcentajes para poder apreciar la distribución completa, así como su tendencia y su comportamiento, es decir, si las gráficas correspondían a los que se podía pensar eran unimodales, bimodales o polimodales (con traslape). Para lograr hacer esto, como solo se tenían mediciones hechas hasta el tamizado de 8ϕ , se procedió con todos los valores efectuados en la etapa de extrapolación gráfica de este último intervalo a la parte mas fina que sería hasta el intervalo de 12ϕ , estos resultados se pueden apreciar nuevamente en el apéndice I. Posteriormente, en conjunto con las gráficas acumulativas de cada histograma se buscó las proporciones de cada componente, en el caso de componentes unimodales estas proporciones sumaban el 100%, en el caso de las distribuciones bimodales se localizó el punto de traslape entre los dos componentes, lo mismo se hizo para el caso de distribuciones trimodales.

Habiendo concluido con la primera etapa de trabajo con la determinación de componentes y traslapes, por medio de histogramas y gráficas acumulativas, como lo que se deseaba saber era como correr el programa, así como evaluar si

los resultados eran concordantes con datos creados teóricamente, como con datos reales. Previo a la aplicación directa se comenzó la aplicación a datos irreales, se decidió generar varias distribuciones normales experimentales cada una con diferentes parámetros y diferentes traslapes, con esta primera aproximación se corrieron varias pruebas con distribuciones hipotéticas para comparar con los patrones creados por el modelo generado por el programa, a igual que para comparar las pruebas de significancia estadística, con ésto se pudo concluir que las aproximaciones hechas en esta parte experimental lograron dar siempre resultados bastante positivos, de acuerdo al ajuste del modelo. Un claro ejemplo de este procedimiento se puede apreciar en el texto original de Clark, I. (*op. cit.*). Quien proporciona una distribución con datos generados hipotéticamente y ajusta el modelo para probar la hipótesis nula de mezcla de m componentes.

Posteriormente para poder comprobar más la efectividad de este método, se procedió a utilizar el ejemplo que proporciona Harding (1949), en la disección de componentes de las frecuencias observadas en las longitudes de peces en centímetros, para una muestra de 1122 ejemplares, este caso resulta verdaderamente ilustrativo, ya que Harding (*op. cit.*), en una primera etapa descompone la curva original en dos componentes y estima sus parámetros así como sus proporciones, encontrando que los resultados son significativos en esta primera aproximación, Figura, 2.2 (a), argumentando que ésta es solo una de las posibles soluciones y no necesariamente el cuadro más completo de los hechos y el cual puede conformar una de muchas soluciones posibles, siguiendo con su análisis y argumentando que la apreciación visual de las gráficas de distribución de frecuencias, y de la acumulativa dan la impresión de tener otro modo subsidiario y que pueden existir otros grupos pequeños de peces, Harding (*op. cit.*) procedió a descomponer en tres segmentos a la población, haciendo una prueba de bondad de ajuste, por medio de la ji-cuadrada Harding encontró que esta nueva partición es altamente significativa, y da un mejor ajuste que el resultado anterior. Figura 2.2, (b). (tabla 1),

Siguiendo el mismo razonamiento de Harding (*op. cit.*) en este ejercicio, pero en lugar de hacerlo visualmente se utilizó el programa **ROKE**. Primero se hizo la prueba con dos componentes, y luego con tres, ver fig 2.3 y 2.4. Se puede observar de acuerdo a este análisis que la primera aproximación es bastante deficiente en cuanto a los cálculos de los parámetros y sobre todo de las proporciones estimadas; más aún, si se observa la prueba de bondad de ajuste de ji-cuadrada, ésta es muy alta, o de 20.66 con 6 grado, aunque si se ve el valor teórico de la ji-cuadrada para 6 grados de libertad al $\alpha=0.05$ y $\alpha=0.01\%$ los valores son 31.41 y 37.57 respectivamente, bajo el supuesto teórico de la hipótesis nula se acepta la hipótesis de que la población consiste de una mezcla de m componentes, pero las proporciones a las que Harding (*op. cit.*) (tabla 1),

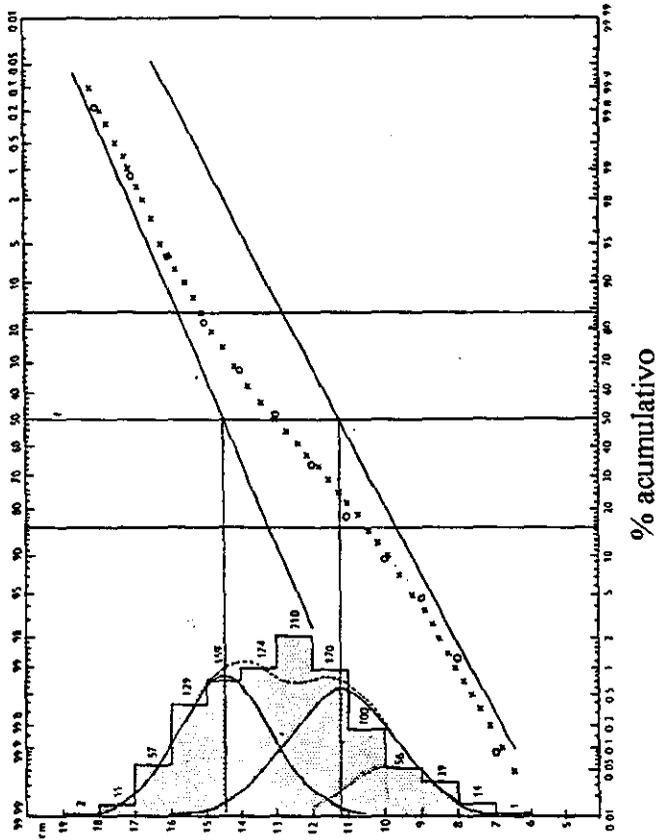


Tabla I

Frecuencia calculada
Clase Frecuencia para dos componentes

(cm.)	obs.	50% media	50% desv. Est. 1.3	Total
		14.5	11.2	

6.5	1	-	1	1
7.5	14	-	8	8
8.5	39	-	31	31
9.5	56	-	79	79
10.5	100	2	132	134
11.5	170	13	144	157
12.5	210	55	102	157
13.5	174	127	47	174
14.5	159	168	14	182
15.5	129	127	3	130
16.5	57	55	-	55
17.5	11	13	-	13
18.5	2	-	2	2

Total	1122	562	561	1123
-------	------	-----	-----	------

$\chi = 43.4, n=6, p < 0.001$

Tabla I (continuación)

Frecuencia calculada
Clase para tres componentes

(cm.)	50%	30%	20%	Total
media	14.5	12.1	9.9	
desv. Est.	1.3	0.8	1.3	

6.5	-	-	3	3
7.5	-	-	13	13
8.5	-	-	39	39
9.5	-	1	64	65
10.5	2	27	61	90
11.5	13	123	32	168
12.5	55	141	10	206
13.5	127	41	2	170
14.5	168	3	-	171
15.5	127	-	-	127
16.5	55	-	-	55
17.5	13	-	-	13
18.5	2	-	-	2

Total	562	336	224	1122
-------	-----	-----	-----	------

$\chi = 4.65, n=3, p = 0.2$

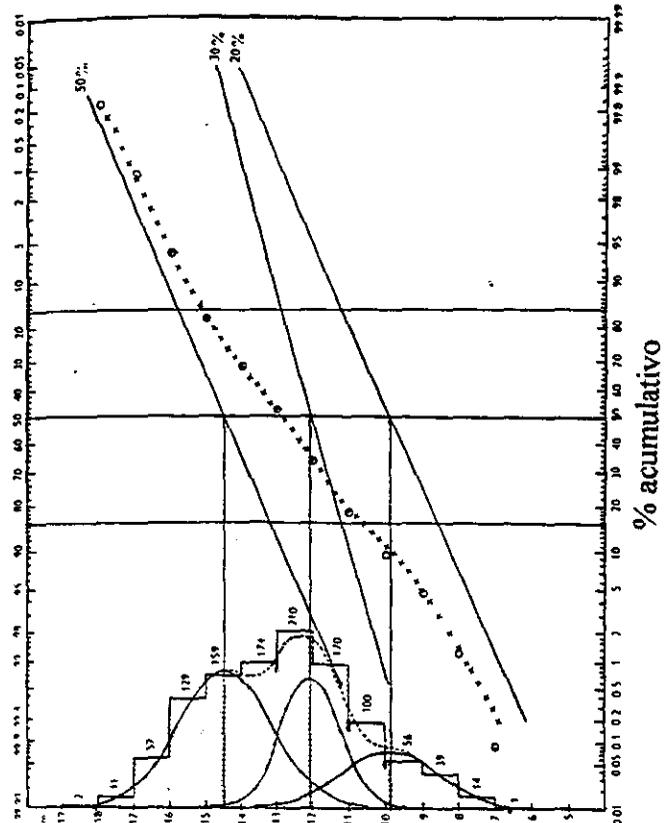


Fig 2.2 (a) superior (b) inferior. Fuente: J.P. Harding (1949) Histograma y curva acumulativa de la longitud de 1122 peces calculados por Ford (198, p. 294). En las gráficas se muestran las distintas poblaciones de la muestra, así como sus proporciones.

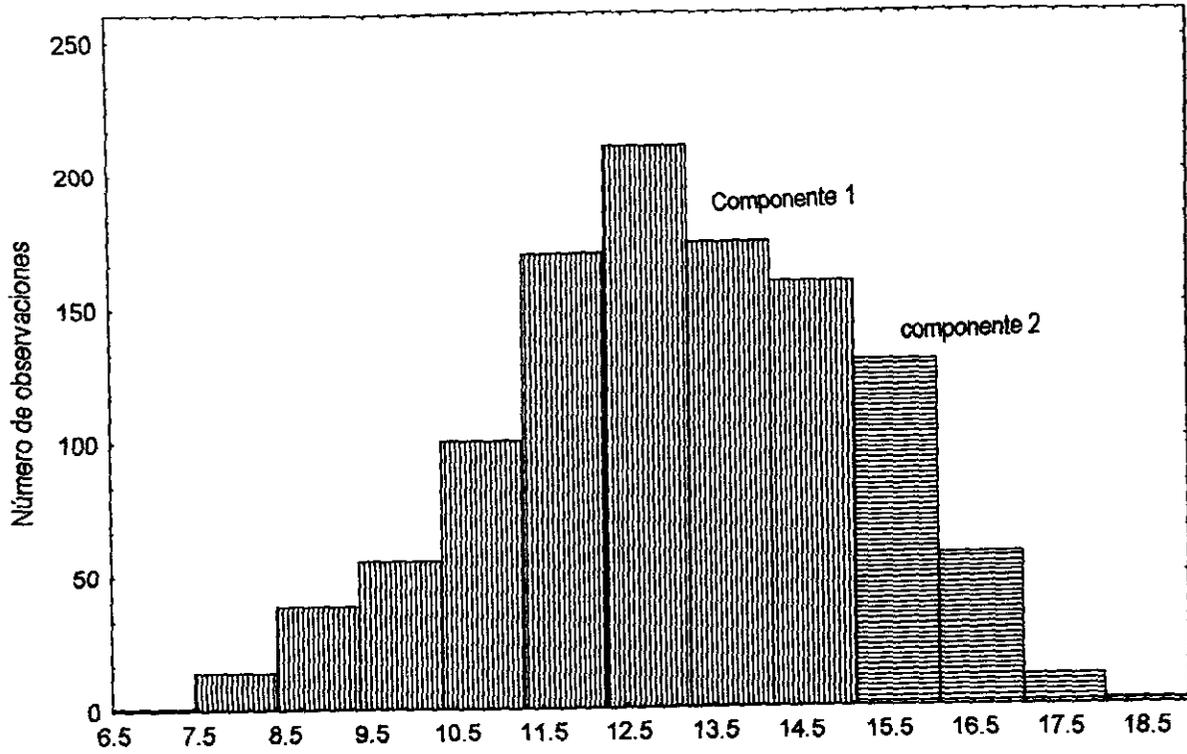


Fig. 2.3 Histograma de frecuencias para la longitud de peces (cm).
Fuente. Harding (1949) Suponiendo distribución bimodal.

ESTIMACION INICIAL PARA EL EJEMPLO DE HARDING CON DOS POBLACIONES

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	14.5000	1.3000	50.00
2	11.2000	1.5050	50.00

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 114.61
WITH 5 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	1. 6.50	.50
**	14. 7.50	3.41
*****	39. 8.50	16.51 ***
*****	56. 9.50	52.16 *****
*****	100. 10.50	108.04 *****
*****	170. 11.50	150.09 *****
*****	210. 12.50	156.30 *****
*****	174. 13.50	162.43 *****
*****	159. 14.50	184.11 *****
*****	129. 15.50	163.33 *****
*****	57. 16.50	90.23 *****
**	11. 17.50	28.98 *****
	2. +INF	5.90 *

ESTIMACION FINAL PARA EL EJEMPLO DE HARDING CON DOS POBLACIONES

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 4

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .612408E-02

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	14.5901	.1500	6.63
2	12.1994	2.1139	93.37

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 20.66
WITH 6 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	1. 6.50	3.67
**	14. 7.50	10.05 *
*****	39. 8.50	28.23 *****
*****	56. 9.50	63.64 *****
*****	100. 10.50	115.15 *****
*****	170. 11.50	167.26 *****
*****	210. 12.50	195.03 *****
*****	174. 13.50	182.58 *****
*****	159. 14.50	157.57 *****
*****	129. 15.50	136.76 *****
*****	57. 16.50	40.09 *****
**	11. 17.50	15.58 **
	2. +INF	6.37 *

Fig 2.3 continuación

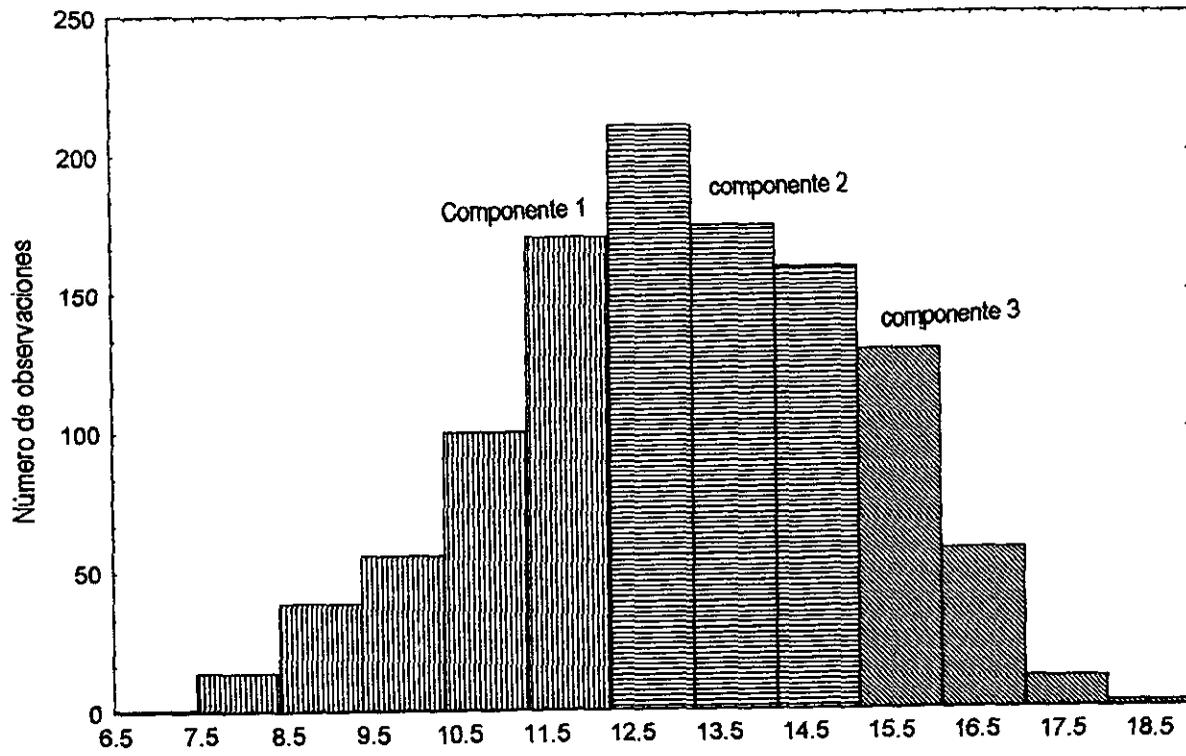


Fig. 2.4 Histograma de frecuencias para la longitud de peces (cm).
Fuente. Harding (1949) Suponiendo distribución polimodal.

ESTIMACION INICIAL PARA EL EJEMPLO DE HARDING UTILIZANDO TRES POBLACIONES

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	14.5000	1.3000	50.00
2	12.1000	.8000	30.00
3	9.9000	1.3000	20.00

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 76.28
WITH 3 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	1. 6.50	1.00
**	14. 7.50	6.28 *
*****	39. 8.50	24.31 ****
*****	56. 9.50	53.72 *****
*****	100. 10.50	75.03 *****
*****	170. 11.50	121.73 *****
*****	210. 12.50	204.73 *****
*****	174. 13.50	183.99 *****
*****	159. 14.50	170.20 *****
*****	129. 15.50	157.08 *****
*****	57. 16.50	89.15 *****
**	11. 17.50	28.87 *****
	2. +INF	5.90 *

ESTIMACION FINAL PARA EL EJEMPLO DE HARDING UTILIZANDO TRES POBLACIONES

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 14

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .877588E-03

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	14.6279	1.0449	30.25
2	11.7949	1.3070	60.73
3	8.5388	.9940	9.03

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , .36
WITH 2 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	1. 6.50	2.06
**	14. 7.50	13.28 **
*****	39. 8.50	37.71 *****
*****	56. 9.50	58.29 *****
*****	100. 10.50	97.13 *****
*****	170. 11.50	172.98 *****
*****	210. 12.50	207.39 *****
*****	174. 13.50	175.93 *****
*****	159. 14.50	157.89 *****
*****	129. 15.50	129.23 *****
*****	57. 16.50	57.58 *****
**	11. 17.50	11.51 **
	2. +INF	1.02

Fig 2.4 continuación

encuentra la separación bimodal y las obtenidas bajo el modelo hacen suponer que algo no está bien, en la aproximación deseada por lo que la hipótesis de dos componentes debería rechazarse en su totalidad.

Por otro lado cuando se ajusta la prueba a tres componentes y observando los resultados del análisis, éste concuerda bastante bien con lo propuesto por Harding (tabla 1), los parámetros calculados son muy cercanos a los dados por ese autor, lo único que se obtiene con un poco de diferencia son las proporciones a las cuales Harding (*op. cit.*) hizo sus particiones, en este caso las proporciones de los tres componentes son distintos a los dados por ese autor, pero si se observan los resultados de la ji-cuadrada entre los valores empíricos y los teóricos, se puede ver que la hipótesis de la mezcla de tres componentes es altamente significativa, tanto al $\alpha=0.05$, y $\alpha=0.01\%$, ya que la ji-cuadrada teórica con dos grados de libertad resulta ser de 5.99 y 9.21 respectivamente y de acuerdo a la ji-cuadrada calculada se obtuvo que esta vale solo 0.36, que es un valor muy cercano a cero, por lo que sugiere que el modelo explica bastante bien la variación de las muestras en cuanto a sus componentes y la hipótesis nula de mezcla de tres componentes no puede ser rechazada.

Una vez confirmado con estos ejemplos y otros más, que no se incluyen en este trabajo, se concluyó que el método tiene un alto grado de confiabilidad, así que se dispuso a hacerlo con las 116 muestras obtenidas para este análisis.

Después de concluir los análisis y observar detenidamente los resultados de las pruebas, se pudo observar que hubo varios casos extraños, los cuales parecían ser unimodales en un comienzo, entonces nos percatamos de que las pruebas con las distribuciones que usualmente parecían tener una distribución unimodal podían tener problemas de interpretación, al comparar los valores numéricos de la ji-cuadrada, así como la representación visual de cada una de estas, se pudo observar que el resultado del modelo obtenido en estas pruebas no concordaba con las distribuciones de los histogramas empíricos y los creados por el modelo.

Esto sugirió que estas distribuciones no podían ser unimodales ya que había una divergencia clara con respecto a la curva teórica, o distribución de gauss, por lo tanto, se podía hipotetizar que otro componente podría estar presente (caso de modos subsidiarios) esto último también fue evidente al comparar nuevamente los resultados con las curvas acumulativas, por lo que se procedió a considerar a estas distribuciones como bimodales.

Se pudo observar que estas curvas tenían formas recostadas, bajas y disimuladas por el primer componente. Estas distribuciones podían poseer un modo igual o muy cercano a lo que consideramos como la población inicial, pero su desviación estándar tenía que ser diferente al primero componente.

De acuerdo con esto, se sugirió observar los valores de sesgo y curtosis de las distribuciones, si estas son normales debería existir simetría con respecto al tamaño promedio y considerando que para que esto se cumpla el sesgo debe ser igual a cero, y la curtosis igual a 3. Si las distribuciones estaban cerca de estos requerimientos entonces se consideraba como un solo componente y si, por otro lado, el sesgo y la curtosis no evidenciaban simetría, o se alejaban demasiado de los valores teóricos para una distribución normal, entonces se procedía a considerarse a una población conformada por más de un componente. Así que al volver observar bien las gráficas se consideró que estos componentes podían dar distribuciones platicúrticas, engrosadas, o largas en las colas, o platicúrticas de corto rango combinadas y de esta forma estar aparentando ser solo una distribución.

Con esto en mente, se procedió a recombinar nuevamente a las distribuciones utilizando como guía las curvas acumulativas, y el histograma de frecuencias, de esta manera y con estos criterios se pudo obtener nuevas estimaciones para los parámetros iniciales, así como sus proporciones correspondientes.

De ésta forma se concluyó que una reevaluación como ésta en las estimaciones para separar los componentes por el método dado en el programa **ROKE**, produce un mejor ajuste por lo que se puede tener mayor confiabilidad en los resultados finales.

Cabe señalar que en las salidas de las corridas del programa, hubo muchos casos en que el resultado arrojado no permitió ejecutar la prueba de bondad de ajuste, debido a las restricciones de la prueba de ji-cuadrada de acuerdo a los grupos con bajas frecuencias, pero no quiere decir que la prueba de bondad de ajuste no se pueda aplicar, debido a esto, como se menciono anteriormente existe un camino alternativo que es, el de utilizar la prueba de Kolmogorov- Smirnov para una muestra, la cual se interesa en el grado de acuerdo entre la distribución del conjunto de valores de la muestra (puntajes observados) y la distribución teórica específica. Al igual que la ji-cuadrada determina si puede pensarse que los puntajes en la muestra provengan de una población que tenga esa distribución teórica. La prueba lleva consigo la especificación de la distribución de frecuencias acumulativa que ocurría bajo la distribución teórica y su comparación con su distribución de frecuencia acumulativa observada. Por lo que en aquellas distribuciones en donde fue imposible obtener la prueba de ji-cuadrada se logró hacer la prueba de bondad de ajuste por medio de la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

A continuación en esta sección se hace una serie de observaciones con respecto a algunas de las muestras analizadas en este trabajo, esto en cuanto al procedimiento seguido en el análisis de la separación de los componentes

(primero con referencia a la apreciación visual de las gráficas para determinar el número de componentes, segundo en cuanto a los parámetros dados para iniciar las estimaciones), y por último en las observaciones hechas en las salidas dadas por el computador. Tal vez parezca que el número de gráficas utilizadas aquí sean excesivas, pero ayudarán en el entendimiento del método y en los posibles errores en que se puede incurrir, si los análisis no se hacen con precaución.

Muestra S-46 se comenzó este análisis al suponer que la distribución era unimodal de acuerdo a su histograma de frecuencias, después de correr el programa se observó en la salida del computador que los datos no se ajustaban bien a este tipo de distribución, lo mismo sugirió la prueba de bondad de ajuste, por lo que, se descompuso a la distribución en dos componentes y posteriormente en tres dando el mejor ajuste con la distribución trimodal, ya que en este último la ji-cuadrada calculada resultó ser de 2.64 con un grado de libertad, si se compara este valor con el valor teórico de la misma, se tiene que de tablas al $\alpha=0.05$ y $\alpha=0.01$ los valores correspondientes son de 3.84 y 6.64, por lo que bajo el supuesto de la hipótesis nula se acepta la hipótesis de la mezcla de tres poblaciones en la distribución. Concluyendo el error consistió en declarar una distribución trimodal como una distribución unimodal (Figura 2.5).

Muestra E-52, se puede observar en el histograma de frecuencias que hay dos modos sugeridos, el valor teórico de la ji-cuadrada obtenida por el modelo es demasiado alto para sostener la hipótesis nula, lo que rechazaría que la distribución sea bimodal. comparando los valores de la ji-cuadrada se ve que ésta resultará ser de 30.11 con dos grados de libertad, el valor teórico utilizando los mismos niveles de significancia estadístico se tiene de tablas que los valores son de 5.99 y 9.21, lo que hace suponer que esta población es unimodal (Figura 2.6).

Muestra E-23 En esta distribución se sugirieron dos modos en el histograma, al observar los resultados se ve que éstos concuerdan tanto en los valores empíricos, con los valores teóricos. La ji-cuadrada fue de 2.43 con 3 grados de libertad y su valor teórico resulta ser de 7.82 y 11.34. Por lo que se acepta la hipótesis nula de dos componentes (Figura 2.7).

Muestra S-47 Distribución bimodal, se acepta H_0 de población compuesta por dos componentes en este caso la ji-cuadrada es menor al valor teórico de tablas que es de 3.84 y 6.64 con 1 grado de libertad. Del modelo el resultado fue de 1.39, por lo que la evidencia de la muestra es compatible con H_0 (Figura 2.8).

Muestra E-57, se sugirió al principio que podía ser una distribución con tres componentes, observando la salida del computador y los valores de la prueba de ji-cuadrada se rechaza la hipótesis de tres modos, por lo que posteriormente se

volvió a considerar a la distribución con dos modos resultando significativa al $\alpha=0.05$ y $\alpha=0.01\%$ (Figura 2.9).

Muestra E-21 Siguiendo los mismos principios de las distribuciones anteriores se sugirió que esta podía ser una distribución trimodal, los valores resultantes sugirieron que se trataba de una distribución bimodal (Figura 2.10).

Muestra E-11 se procedió como si fuera una distribución trimodal, aunque en este caso no se pudo realizar la prueba de ji-cuadrada, al observar las frecuencias esperadas se puede dar una idea del grado de ajuste del modelo. Aunado a esto se hizo la prueba de Kolmogorov-Smirnov y se aceptó la hipótesis de una distribución trimodal (Figura 2.11)

Muestra S-40 se consideró como una distribución bimodal, después de correr la prueba y observar los resultados y al comparar la distribución de frecuencias observadas contra las esperadas y al hacer la prueba de Kolmogor-Smirnov se concluye que la distribución es bimodal (Figura 2.12).

De esta manera se fueron comparando las 116 muestras, los resultados finales de todo el conjunto analizado se da en el apéndice II, en éste se pueden observar las distribuciones que resultaron ser unimodales, bimodales y trimodales, así como sus valores iniciales estimados para los parámetros, las proporciones iniciales, y de igual manera se pueden observar los resultados de las pruebas de significancia estadística para cada muestra, así como las desviaciones de los cuadrados medios, y por último el número de iteraciones requeridas para el cálculo de cada una de estas pruebas.

En este análisis se encontró que solo el 6% de las muestras fueron trimodales, 44.82% unimodales y el 49.13% restante bimodales, esto sugiere que los sedimentos no son solamente componentes simples, y aunque no todas las muestras resultaron ser polimodales como se pensó en un principio, el método probó ser bastante eficiente y comparativamente mas rápido que su contraparte gráfica.

Comparando los resultados obtenidos por medio de este método y los resultados calculados por los métodos gráficos y los de los momentos obtenidos en la primera sección de este trabajo, podemos darnos cuenta que para las muestras con poblaciones bimodales y trimodales los valores de los parámetros estimados son por razones obvias muy distintos en ambos métodos. Es decir con los métodos tradicionales solo se hubiera tenido un grado de concordancia del 44,82% lo que corresponde únicamente a las poblaciones unimodales. Dando así como resultado un error de cálculo en los parámetros estimados de casi el 55%. Concluyendo con todo esto que, mediante la utilización del método de mínimos cuadrados no-lineales se esta más cerca de la realidad al no sesgar los

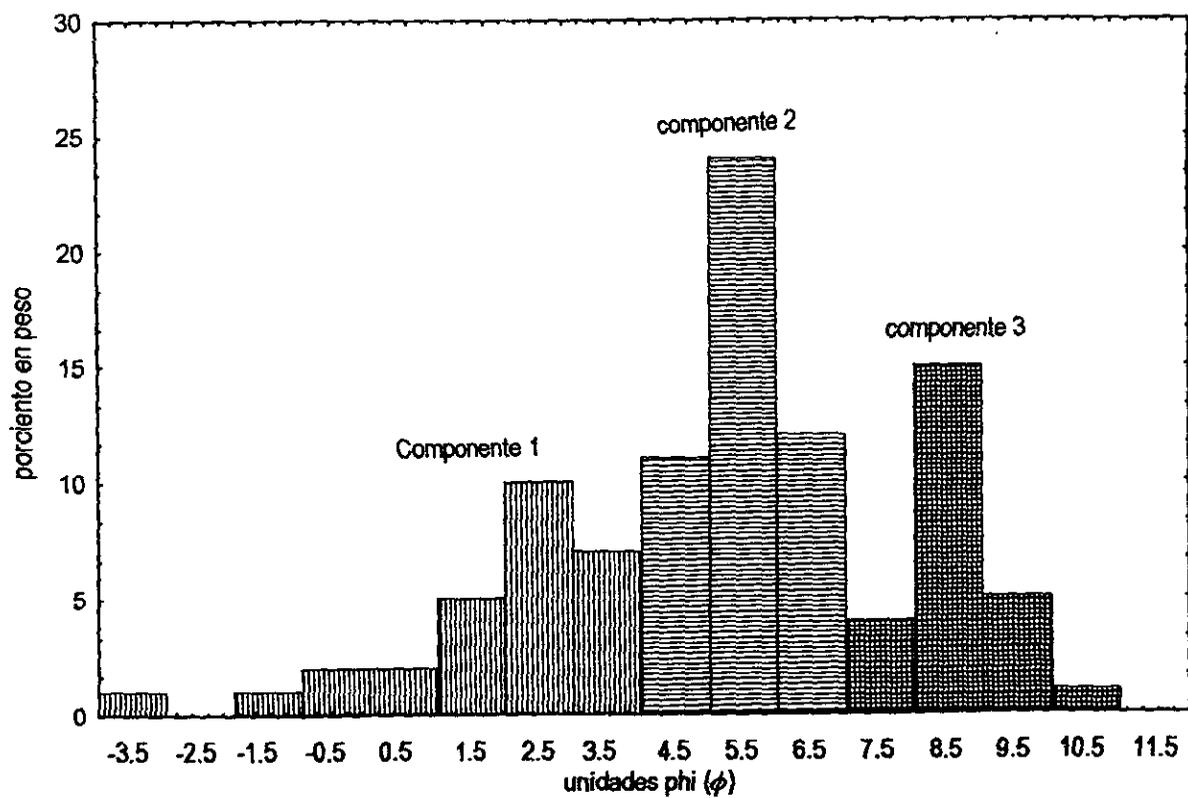


Fig. 2.5 Muestra S-46 Histograma de frecuencias para el porciento en peso

ESTIMACION INICIAL PARA LA MUESTRA S-46

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	3.0000	1.2000	28.00
2	6.0000	.7000	47.00
3	8.7000	.4500	25.00

NOT ENOUGH INFORMATION FOR CHI-SQUARED TEST

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
**	1. -3.00	.00
	0. -2.00	.00
*	1. -1.00	.01
**	2. .00	.16
***	2. 1.00	1.16 *
*****	5. 2.00	4.33 *****
*****	10. 3.00	8.34 *****
*****	7. 4.00	8.43 *****
*****	11. 5.00	7.83 *****
*****	24. 6.00	21.07 *****
*****	12. 7.00	20.07 *****
*****	4. 8.00	5.01 *****
*****	15. 9.00	17.29 *****
*****	5. 10.00	6.26 *****
*	1. 11.00	.05
	0. +INF	.00

ESTIMACION FINAL PARA LA MUESTRA S-46

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 4

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .922031E-02

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	4.5586	2.7891	66.94
2	5.6706	.4343	20.67
3	8.8165	.0928	12.39

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 2.64
WITH 1 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
**	1. -3.00	.23
	0. -2.00	.40
*	1. -1.00	.92 *
**	2. .00	1.87 ***
***	2. 1.00	3.34 *****
*****	5. 2.00	5.25 *****
*****	10. 3.00	7.27 *****
*****	7. 4.00	8.87 *****
*****	11. 5.00	10.79 *****
*****	24. 6.00	23.77 *****
*****	12. 7.00	12.10 *****
*****	4. 8.00	5.52 *****
*****	15. 9.00	15.64 *****
*****	5. 10.00	2.31 ***
*	1. 11.00	1.01 *
	0. +INF	.70 *

Fig 2.5 continuación

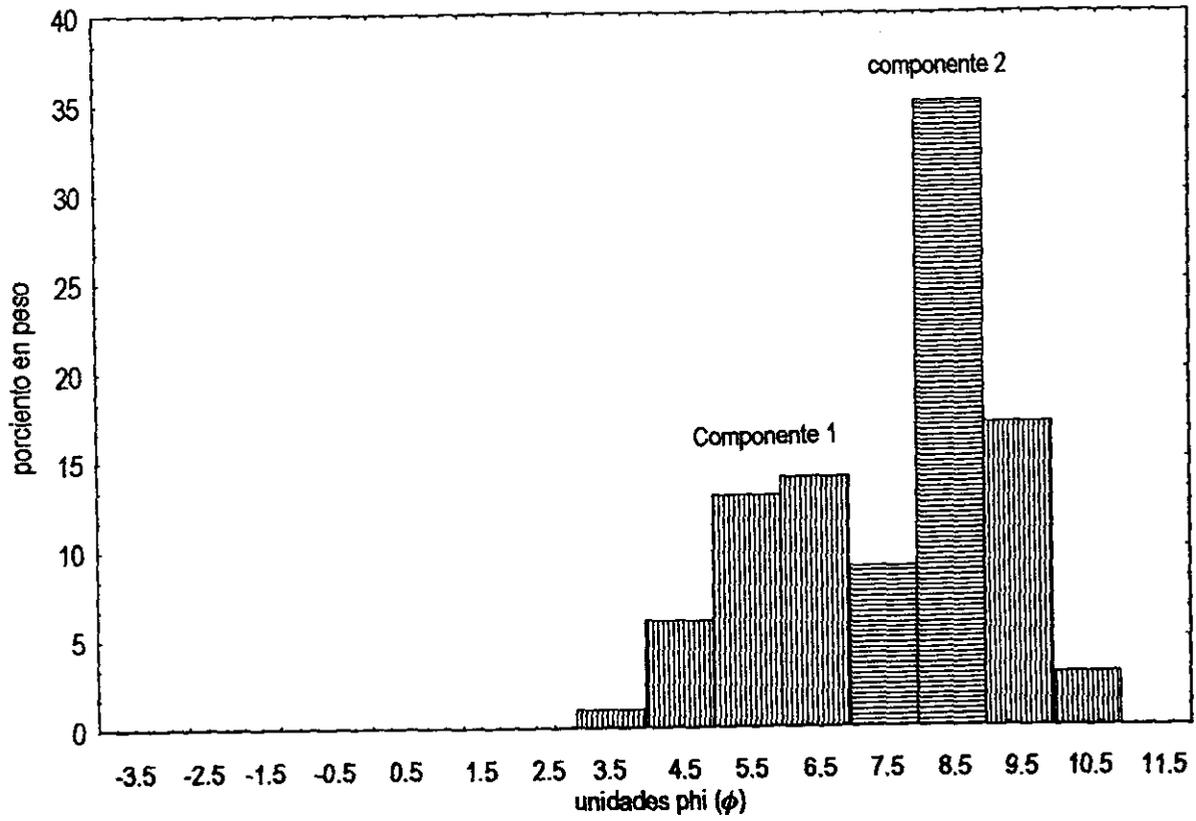


Fig. 2.6 Muestra E-52 Histograma de frecuencias para el porciento en peso

ESTIMACION INICIAL PARA LA MUESTRA E-52

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	6.0000	1.9000	22.00
2	8.0000	1.4000	78.00

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 20.73
WITH 1 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.00
	0. -2.00	.00
	0. -1.00	.00
	0. .00	.01
	0. 1.00	.08
	0. 2.00	.30
	0. 3.00	.88 *
	1. 4.00	2.11 **
	6. 5.00	4.45 *****
	13. 6.00	9.13 *****
	14. 7.00	16.97 *****
	9. 8.00	23.84 *****
	35. 9.00	22.43 *****
	17. 10.00	13.42 *****
	3. 11.00	5.01 *****
	0. +INF	1.35 *

ESTIMACION FINAL PARA LA MUESTRA E-52

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 6

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .596344E-01

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	8.1847	1.9679	97.58
2	8.9696	.0871	2.42

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 30.11
WITH 2 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.00
	0. -2.00	.00
	0. -1.00	.00
	0. .00	.00
	0. 1.00	.01
	0. 2.00	.07
	0. 3.00	.33
	1. 4.00	1.22 *
	6. 5.00	3.52 ****
	13. 6.00	7.87 *****
	14. 7.00	13.67 *****
	9. 8.00	18.45 *****
	35. 9.00	20.87 *****
	17. 10.00	16.61 *****
	3. 11.00	9.94 *****
	0. +INF	7.44 *****

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	7.5000	.9500	45.00
2	9.2500	.5500	55.00

NOT ENOUGH INFORMATION FOR CHI-SQUARED TEST

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.00
	0. -2.00	.00
	0. -1.00	.00
	0. .00	.00
	0. 1.00	.00
	0. 2.00	.00
	0. 3.00	.00
	1. 4.00	.01
	6. 5.00	.19
*****	13. 6.00	2.38 **
*****	14. 7.00	10.90 *****
*****	9. 8.00	18.69 *****
*****	35. 9.00	28.12 *****
*****	17. 10.00	34.77 *****
***	3. 11.00	4.89 *****
	0. +INF	.05

ESTIMACION FINAL PARA LA MUESTRA E-52

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 6

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .247209E-01

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	7.3696	1.7684	82.45
2	8.9221	.2635	17.55

CHI-SQUARED GOODNESS OF FIT STATISTIC IS , 9.58
WITH 1 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.00
	0. -2.00	.00
	0. -1.00	.00
	0. .00	.00
	0. 1.00	.00
	0. 2.00	.00
	0. 3.00	.00
	1. 4.00	.01
	6. 5.00	.19
*****	13. 6.00	2.38 **
*****	14. 7.00	10.90 *****
*****	9. 8.00	18.69 *****
*****	35. 9.00	28.12 *****
*****	17. 10.00	34.77 *****
***	3. 11.00	4.89 *****
	0. +INF	.05

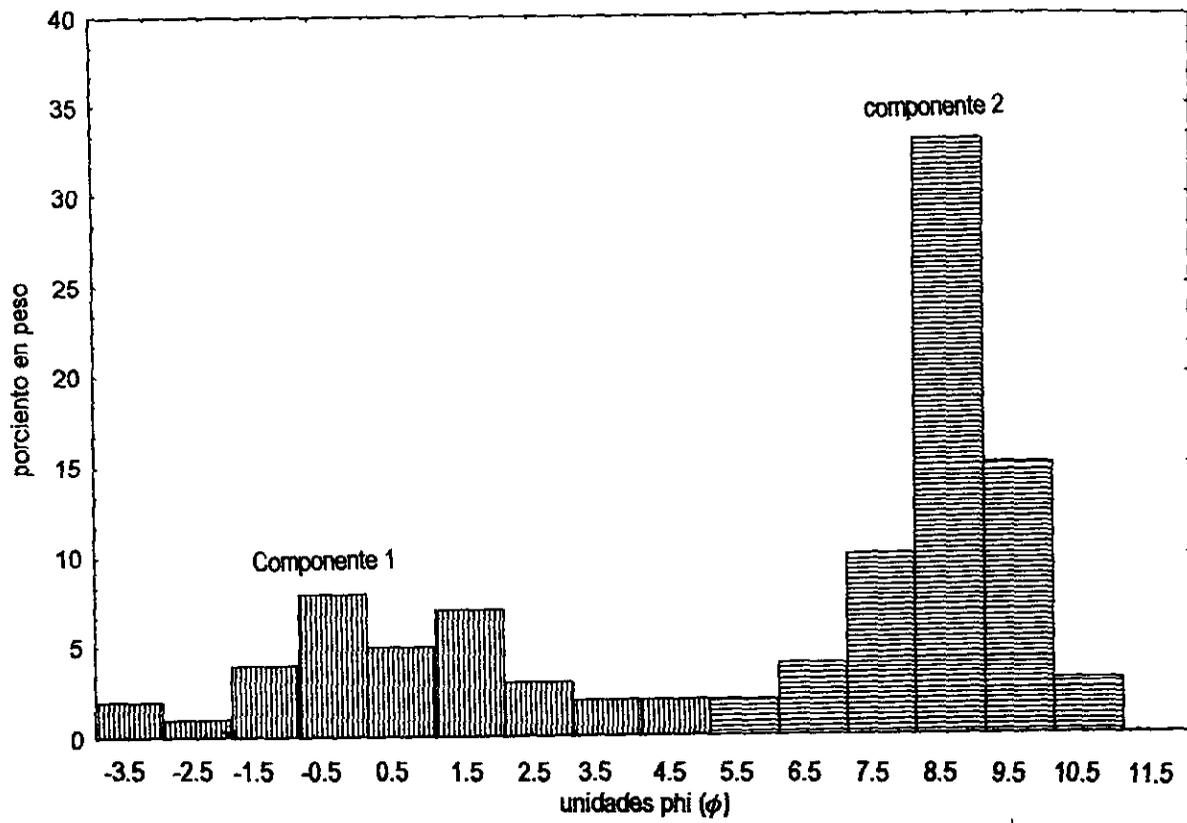


Fig. 2.7 Muestra E-23 Histograma de frecuencias para el porciento en peso

ESTIMACIONES INICIALES PARA LA MUESTRA E-10

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCENTAGE/
1	1.4000	1.6000	34.00
2	8.5000	1.2000	66.00

CHI-SQUARED GOODNESS OF FIT STATISTIC IS 13.74 WITH 4 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
**	21 -3.00	1.53
*	11 -2.00	1.61
**	41 -1.00	4.06
*****	81 .00	7.03
*****	51 1.00	8.34
*****	71 2.00	6.77
**	31 3.00	3.77
*	21 4.00	1.49
*	21 5.00	1.53
*	21 6.00	1.40
*	41 7.00	6.10
*****	111 8.00	15.15
*****	331 9.00	29.52
*****	151 10.00	15.15
**	31 11.00	6.09
*	01 +INF	1.50

ESTIMACIONES FINALES PARA LA MUESTRA E-10

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN 6

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .001168E+01

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCENTAGE/
1	1.8247	2.13973	35.73
2	8.5705	1.1791	64.27

CHI-SQUARED GOODNESS OF FIT STATISTIC IS 7.43 WITH 3 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
**	21 -3.00	1.61
*	11 -2.00	2.16
**	41 -1.00	3.73
*****	81 .00	5.31
*****	51 1.00	6.22
*****	71 2.00	6.00
**	31 3.00	4.77
*	21 4.00	3.12
*	21 5.00	1.68
*	21 6.00	1.78
*	41 7.00	1.63
*****	111 8.00	13.46
*****	331 9.00	30.67
*****	151 10.00	16.68
**	31 11.00	2.12
*	01 +INF	1.06

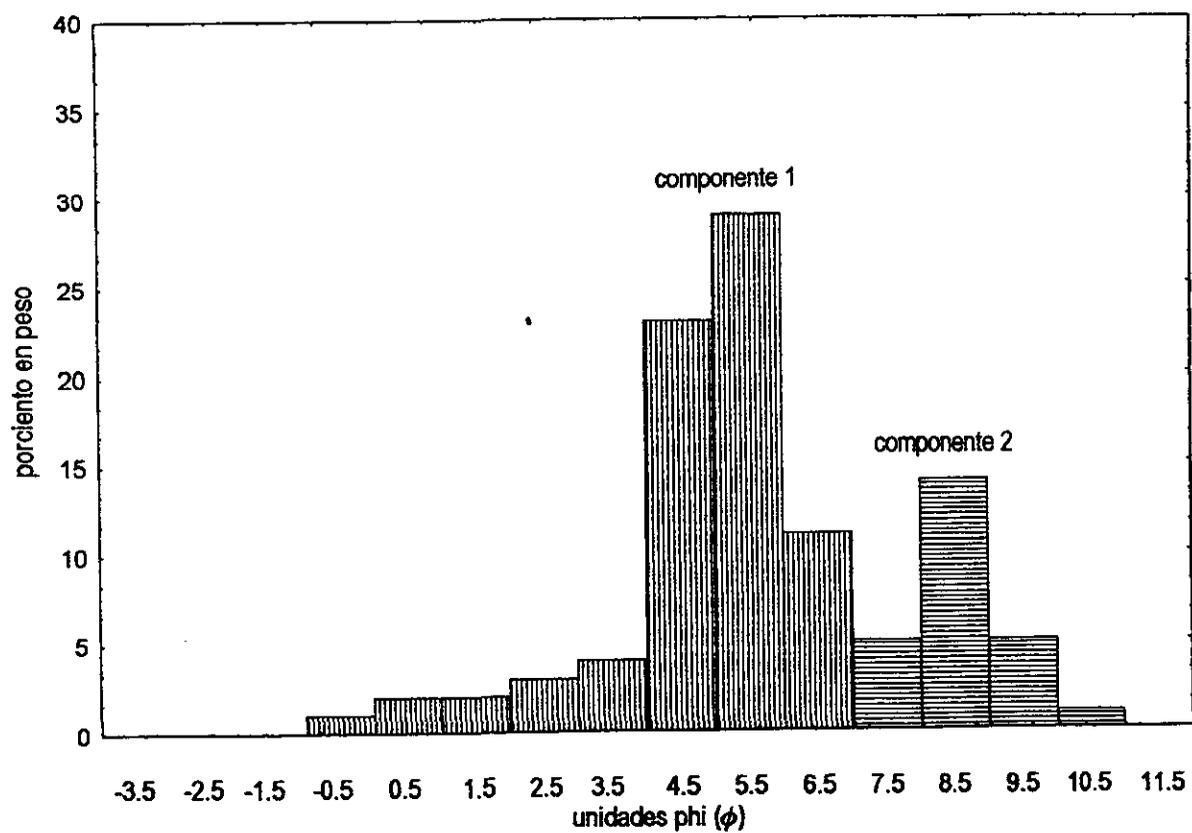


Fig. 2.8 Muestra S-47 Histograma de frecuencias para el porciento en peso

ESTIMACION INICIAL DE LA MUESTRA S-47

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	5.5000	1.7000	76.00
2	8.7000	.9500	24.00

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 24.25
WITH 2 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY

GROUP ENDPOINT

EXPECTED FREQUENCY

0.	-3.00	.00
0.	-2.00	.00
0.	-1.00	.00
*	1.	.04
**	2.	.26
**	2.	1.19
***	3.	3.87
*****	4.	8.98
*****	23.	14.86
*****	29.	17.63
*****	11.	15.69
*****	5.	13.63
*****	14.	13.31
*****	5.	8.16
*	1.	2.13
0.	+INF	.23

ESTIMACION FINAL DE LA MUESTRA S-47

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 9

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .194940E-01

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	5.1410	1.1513	79.89
2	8.8025	.3800	20.11

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 1.39
WITH 1 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY

GROUP ENDPOINT

EXPECTED FREQUENCY

0.	-3.00	.00
0.	-2.00	.00
0.	-1.00	.00
*	1.	.00
**	2.	.01
**	2.	.24
***	3.	2.26
*****	4.	10.33
*****	23.	23.20
*****	29.	25.64
*****	11.	13.95
*****	5.	4.08
*****	14.	14.18
*****	5.	6.08
*	1.	.02
0.	+INF	.00

Fig 2.8 continuación

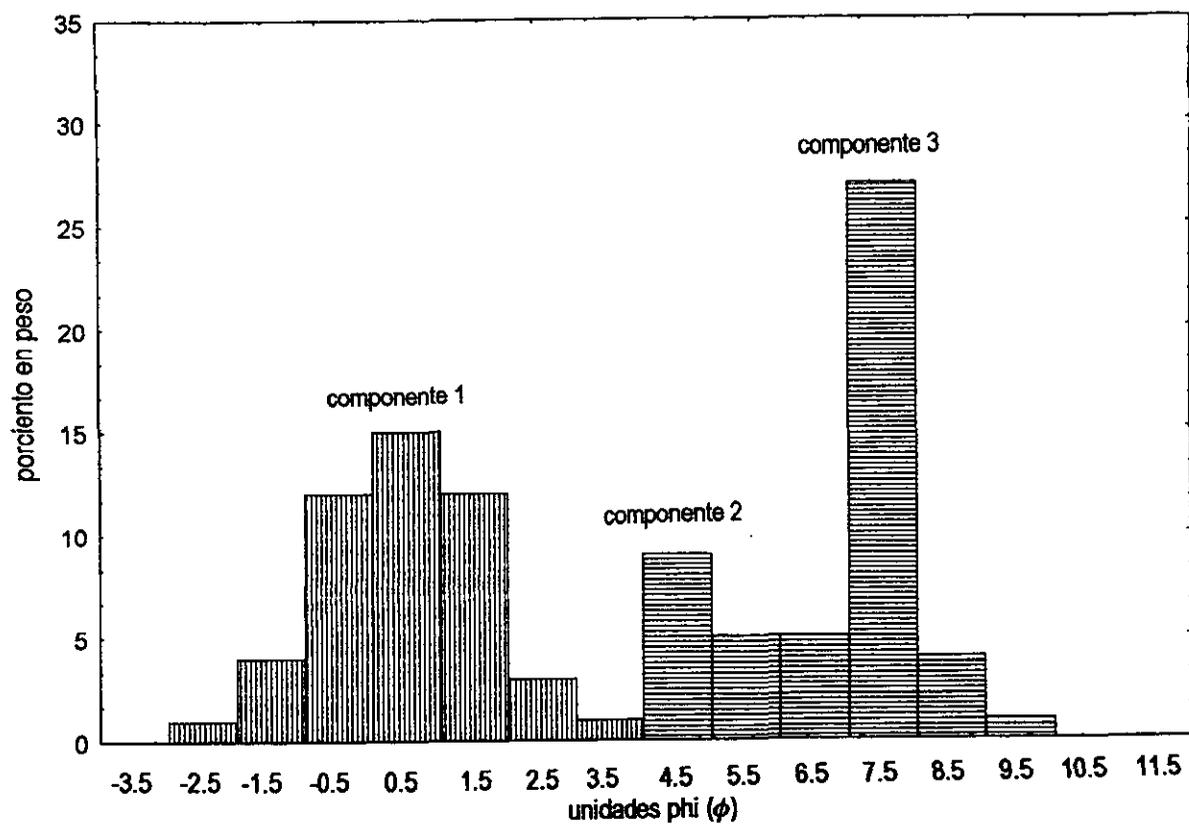


Fig. 2.9 Muestra E-57 Histograma de frecuencias para el porciento en peso

ESTIMACION INICIAL DE LA MUESTRA E-57

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	1.2500	1.6000	47.00
2	5.0000	.7000	18.00
3	7.8000	.2500	35.00

NOT ENOUGH INFORMATION FOR CHI-SQUARED TEST

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.19
*	1. -2.00	.81 *
*****	4. -1.00	2.76 ***
*****	12. .00	6.46 *****
*****	15. 1.00	10.37 *****
*****	12. 2.00	11.40 *****
****	3. 3.00	8.62 *****
*	1. 4.00	5.77 *****
*****	9. 5.00	9.19 *****
*****	5. 6.00	8.00 *****
*****	5. 7.00	1.43 **
*****	27. 8.00	27.61 *****
****	4. 9.00	7.42 *****
*	1. 10.00	.00
	0. 11.00	.00
	0. +INF	.00

ESTIMACION FINAL DE LA MUESTRA E-57

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 4

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .868491E-01

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	-1.1975	.9787	34.32
2	4.7162	.1788	1.61
3	4.6272	2.9400	64.07

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 102.58
WITH 2 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.38
*	1. -2.00	1.52 **
*****	4. -1.00	6.96 *****
*****	12. .00	14.75 *****
*****	15. 1.00	13.88 *****
*****	12. 2.00	8.31 *****
****	3. 3.00	7.08 *****
*	1. 4.00	8.06 *****
*****	9. 5.00	10.17 *****
*****	5. 6.00	8.37 *****
*****	5. 7.00	7.08 *****
*****	27. 8.00	5.39 *****
*****	4. 9.00	3.66 *****
~	1. 10.00	2.22 ***
	0. 11.00	1.20 *
	0. +INF	.97 *

Fig 2.9 continuación

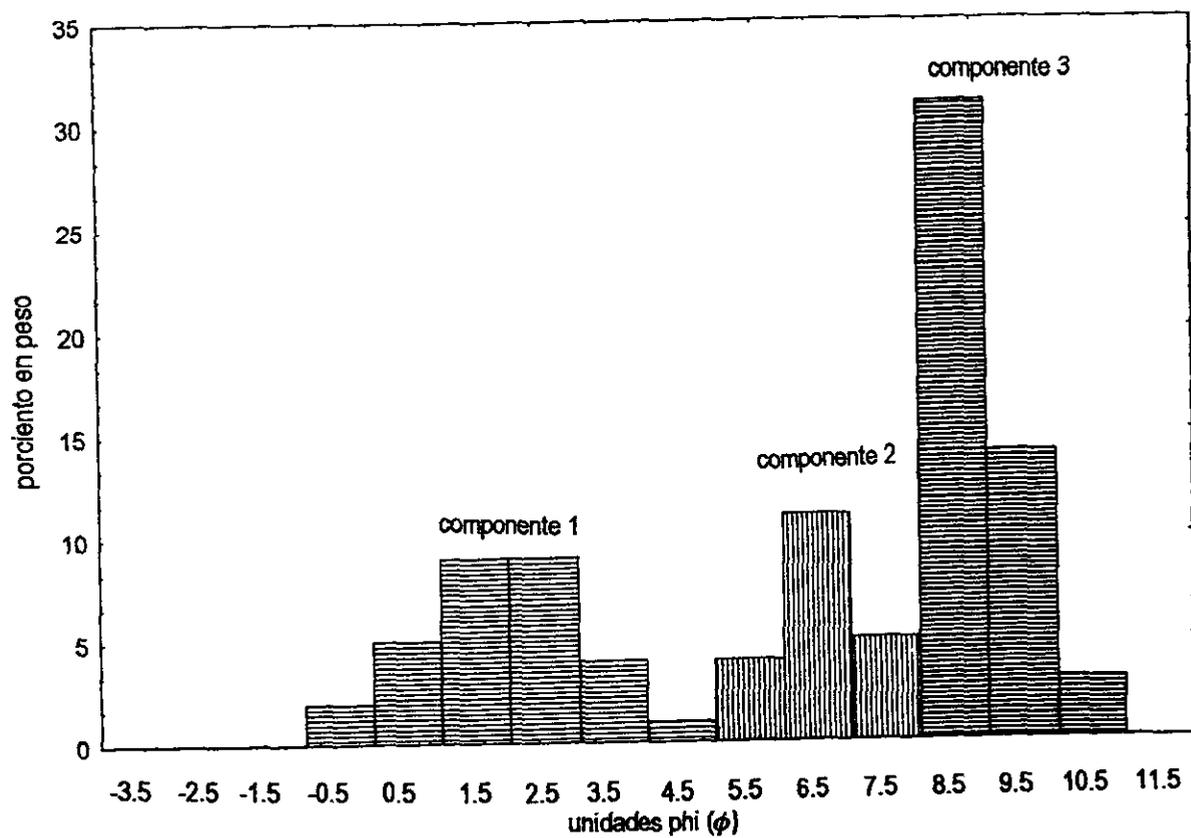


Fig. 2.10 Muestra E-21 Histograma de frecuencias para el porciento en peso

ESTIMACION INICIAL PARA LA MUESTRA E-21

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	2.7500	1.7000	29.00
2	6.9000	1.1000	16.00
3	8.6000	.7000	55.00

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 18.41
WITH 1 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.01
	0. -2.00	.07
	0. -1.00	.32
**	2. .00	1.14 *
*****	5. 1.00	2.86 ***
*****	9. 2.00	5.16 *****
*****	9. 3.00	6.64 *****
****	4. 4.00	6.17 *****
*	1. 5.00	4.62 *****
****	4. 6.00	4.52 *****
*****	11. 7.00	6.51 *****
*****	5. 8.00	15.18 *****
*****	31. 9.00	30.74 *****
*****	14. 10.00	14.78 *****
***	3. 11.00	1.27 *
	0. +INF	.02

ESTIMACION FINAL DE LA MUESTRA E-21

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 7

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .257503E-01

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	1.9687	1.3163	29.23
2	8.1069	1.2694	45.91
3	8.9010	.2328	24.87

ENOUGH INFORMATION FOR CHI-SQUARED TEST

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.00
	0. -2.00	.04
	0. -1.00	.31
**	2. .00	1.62 **
*****	5. 1.00	4.78 *****
*****	9. 2.00	8.14 *****
*****	9. 3.00	8.01 *****
****	4. 4.00	4.57 *****
*	1. 5.00	1.79 **
****	4. 6.00	2.17 **
*****	11. 7.00	6.60 *****
*****	5. 8.00	12.62 *****
*****	31. 9.00	29.96 *****
*****	14. 10.00	16.27 *****
***	3. 11.00	2.60 ***
	0. +INF	.52

Fig 2.10 continuación

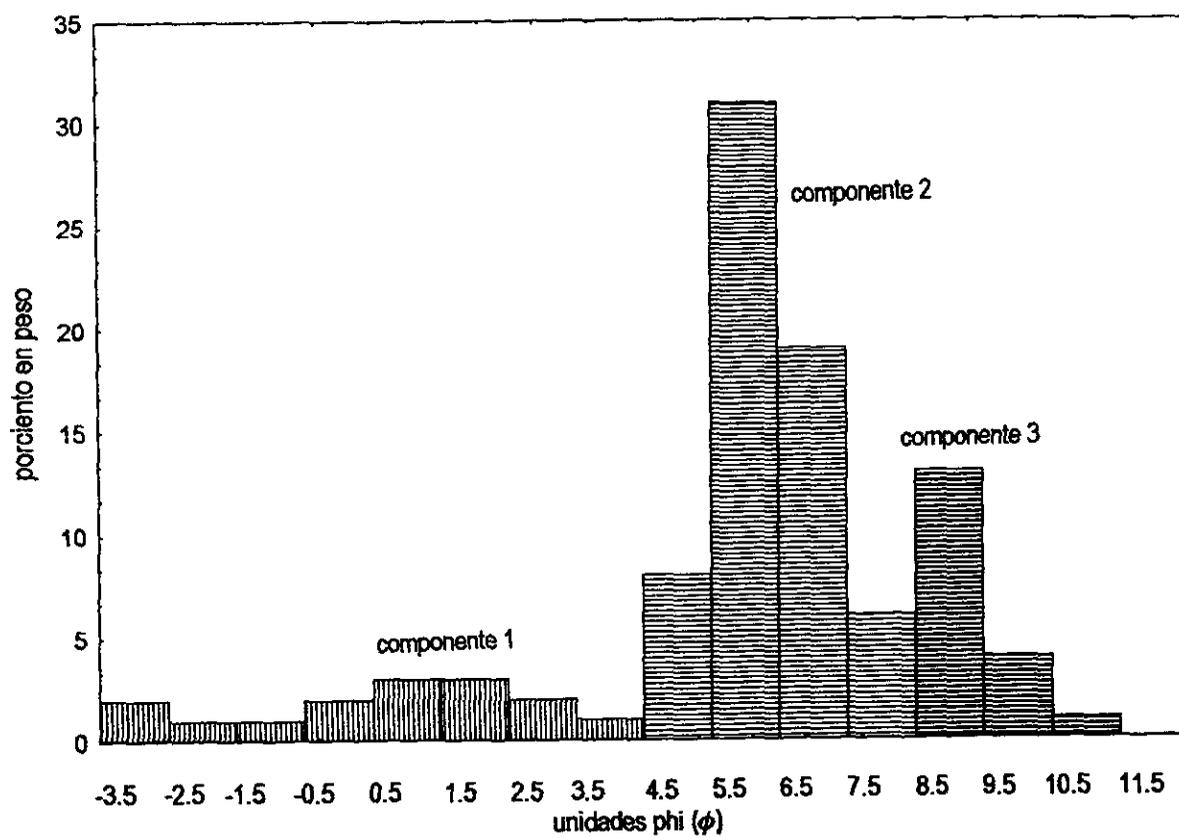


Fig. 2.11 Muestra E-11 Histograma de frecuencias para el porciento en peso

ESTIMACION INICIAL PARA LA MUESTRA E-11

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	1.8000	2.1000	30.00
2	5.9000	1.1000	50.00
3	8.5000	.6000	20.00

CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS , 21.30
WITH 2 DEGREES OF FREEDOM

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
**	2. -3.00	.33
*	1. -2.00	.72
*	1. -1.00	1.68 **
***	2. .00	3.13 ****
****	3. 1.00	4.68 *****
****	3. 2.00	5.60 *****
**	2. 3.00	5.55 *****
*	1. 4.00	5.99 *****
*****	8. 5.00	10.74 *****
*****	31. 6.00	17.71 *****
*****	19. 7.00	15.86 *****
*****	6. 8.00	10.60 *****
*****	13. 9.00	13.23 *****
****	4. 10.00	4.05 *****
*	1. 11.00	.13
	0. +INF	.00

ESTIMACION FINAL PARA LA MUESTRA E-11

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 6

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .391813E-02

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	.7947	2.8693	20.07
2	5.7480	.6328	56.64
3	8.5286	.6926	23.29

NOT ENOUGH INFORMATION FOR CHI-SQUARED TEST

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
**	2. -3.00	1.87 **
*	1. -2.00	1.45 *
*	1. -1.00	2.02 **
***	2. .00	2.51 ***
****	3. 1.00	2.76 ***
****	3. 2.00	2.69 ***
**	2. 3.00	2.33 **
*	1. 4.00	1.95 **
*****	8. 5.00	7.77 *****
*****	31. 6.00	31.11 *****
*****	19. 7.00	18.90 *****
*****	6. 8.00	6.40 *****
*****	13. 9.00	12.42 *****
****	4. 10.00	5.42 *****
*	1. 11.00	.40
	0. +INF	.01

Fig 2.11 continuación

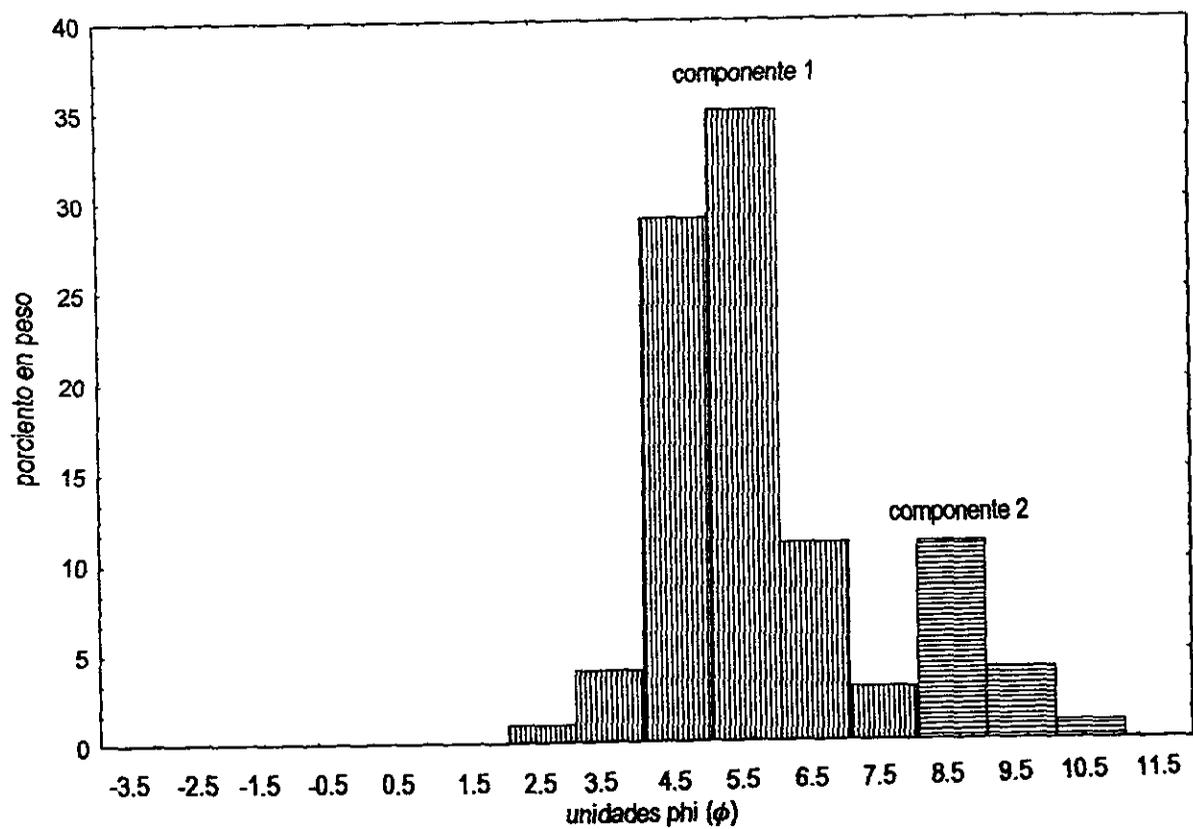


Fig. 2.12 Muestra S-40 Histograma de frecuencias para el porcentaje en peso

ESTIMACION INICIAL PARA LA MUESTRA S-40

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	5.6000	1.0500	82.00
2	8.4000	.7500	18.00

NOT ENOUGH INFORMATION FOR CHI-SQUARED TEST

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.00
	0. -2.00	.00
	0. -1.00	.00
	0. .00	.00
	0. 1.00	.00
	0. 2.00	.02
	1. 3.00	.52
*	4. 4.00	4.69
*****	29. 5.00	18.05
*****	35. 6.00	29.90
*****	11. 7.00	21.90
***	3. 8.00	11.35
*****	11. 9.00	9.71
****	4. 10.00	3.57
	1. 11.00	.29
	0. +INF	.00

ESTIMACION FINAL DE LA MUESTRA S-40

NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = 7

FINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION .622205E-02

COMPONENT	MEAN	STANDARD DEVIATION	PERCETAJE/
1	5.1359	.8026	81.83
2	8.6248	.6172	18.17

NOT ENOUGH INFORMATION FOR CHI-SQUARED TEST

OBSERVED FREQUENCY	GROUP ENDPOINT	EXPECTED FREQUENCY
	0. -3.00	.00
	0. -2.00	.00
	0. -1.00	.00
	0. .00	.00
	0. 1.00	.00
	0. 2.00	.00
*	1. 3.00	.31
****	4. 4.00	6.10
*****	29. 5.00	28.99
*****	35. 6.00	34.89
*****	11. 7.00	10.78
***	3. 8.00	3.56
*****	11. 9.00	10.42
****	4. 10.00	4.70
	1. 11.00	.23
	0. +INF	.00

Fig 2.12 continuación

resultados hechos para las estimaciones, al considerarse a las distribuciones como poblaciones con componentes que poseen características propias.

Por otro lado al haber obtenido los parámetros estimados mediante este procedimiento, apéndice II, se puede observar que aunque el 44.82 de las poblaciones son unimodales no todas tienen valores similares en la estimación de sus parámetros, lo que sugiere que cada muestra puede ser el resultado de diferentes procesos de sedimentación, por esta razón, de alguna manera la siguiente tarea era la de identificar si algunas de estas muestras difieren en cuanto a sus condiciones de transporte o de sedimentación, reflejadas de acuerdo a los valores calculados. La misma situación fue planteada para las muestras bimodales que son los casos más numerosos.

De acuerdo a esta observación se decidió que una manera práctica de resolver este problema era por medio de una técnica de análisis multivariado, que clasificara cuales de estas poblaciones eran más similares entre ellas debido a sus componentes y a sus parámetros correspondientes.

CAPÍTULO V.

5.1 ANÁLISIS DE CÚMULOS

INTRODUCCIÓN

Durante el desarrollo de este trabajo se remarcó constantemente que el interés principal era el de comentar y aplicar un método que permitiera la identificación de componentes poblacionales en las muestras analizadas. Por lo que se aclara que la interpretación ambiental exacta de los parámetros no se consideró como el objetivo principal de este estudio. Sin embargo, una vez logrado el reconocimiento de subpoblaciones surgen algunos aspectos que son evidentes, uno de ellos es la identificación derivada del análisis de disección de curvas, de acuerdo a las características propias de cada muestra, de sus distribuciones, así como de sus componentes.

Durante la etapa del reconocimiento de componentes a partir de las curvas de distribución, se pudo notar que los resultados varían sustancialmente, esto puede ser dependiente del tipo de ambiente, así como de la magnitud o posición del o de los componentes. Se propuso que una manera de explorar las relaciones y la variabilidad de las poblaciones era al observar las similitudes y diferencias de los valores obtenidos en los parámetros estimados. Esto podría lograrse por medio del agrupamiento de las poblaciones o análisis de cúmulos.

Esta técnica se basa principalmente en asignar individuos u objetos a grupos, de manera que los individuos en un grupo son más similares entre ellos debidos a sus características y atributos. Por otro lado, los individuos

resultados hechos para las estimaciones, al considerarse a las distribuciones como poblaciones con componentes que poseen características propias.

Por otro lado al haber obtenido los parámetros estimados mediante este procedimiento, apéndice II, se puede observar que aunque el 44.82 de las poblaciones son unimodales no todas tienen valores similares en la estimación de sus parámetros, lo que sugiere que cada muestra puede ser el resultado de diferentes procesos de sedimentación, por esta razón, de alguna manera la siguiente tarea era la de identificar si algunas de estas muestras difieren en cuanto a sus condiciones de transporte o de sedimentación, reflejadas de acuerdo a los valores calculados. La misma situación fue planteada para las muestras bimodales que son los casos más numerosos.

De acuerdo a esta observación se decidió que una manera práctica de resolver este problema era por medio de una técnica de análisis multivariado, que clasificara cuales de estas poblaciones eran más similares entre ellas debido a sus componentes y a sus parámetros correspondientes.

CAPÍTULO V.

5.1 ANÁLISIS DE CÚMULOS

INTRODUCCIÓN

Durante el desarrollo de este trabajo se remarcó constantemente que el interés principal era el de comentar y aplicar un método que permitiera la identificación de componentes poblacionales en las muestras analizadas. Por lo que se aclara que la interpretación ambiental exacta de los parámetros no se consideró como el objetivo principal de este estudio. Sin embargo, una vez logrado el reconocimiento de subpoblaciones surgen algunos aspectos que son evidentes, uno de ellos es la identificación derivada del análisis de disección de curvas, de acuerdo a las características propias de cada muestra, de sus distribuciones, así como de sus componentes.

Durante la etapa del reconocimiento de componentes a partir de las curvas de distribución, se pudo notar que los resultados varían sustancialmente, esto puede ser dependiente del tipo de ambiente, así como de la magnitud o posición del o de los componentes. Se propuso que una manera de explorar las relaciones y la variabilidad de las poblaciones era al observar las similitudes y diferencias de los valores obtenidos en los parámetros estimados. Esto podría lograrse por medio del agrupamiento de las poblaciones o análisis de cúmulos.

Esta técnica se basa principalmente en asignar individuos u objetos a grupos, de manera que los individuos en un grupo son más similares entre ellos debidos a sus características y atributos. Por otro lado, los individuos

pertenecientes a un grupo serán heterogéneos con respecto a los individuos pertenecientes a otro grupo, ésto debido a sus características.

Se decidió utilizar este procedimiento ya que se deseaba obtener una idea de la homogeneidad presente entre las poblaciones de sedimentos analizados y con base en ésto determinar su distribución espacial. Por esta razón se estimó conveniente agruparlas por medio de un análisis de cúmulos, considerando como criterio de cercanía u homogeneidad la distancia euclidiana entre los valores obtenidos para los parámetros de las poblaciones sedimentarias. Esto asume a su vez, que este análisis reduce el espacio multidimensional en una serie de grupos anidados en orden de describir el patrón de semejanza. De esta forma sería posible tener una idea más general de la disimilitud entre las poblaciones identificadas. Con esto en mente se realizó el análisis de cúmulos para las poblaciones unimodales utilizando como datos de entrada los promedios y la desviación estándar.

En el caso de poblaciones bimodales la matriz fue conformada por los promedios y desviaciones estándar de cada subpoblación, así como sus proporciones estimadas. De esta forma se consideraron seis variables en lugar de dos como en el caso unimodal. Cabe aclarar que todos los valores utilizados en el análisis de cúmulos, fueron los obtenidos por las estimaciones hechas por el programa **ROKE**.

El método de agrupamiento utilizado en formar los cúmulos con las matriz de disimilitudes fue el de promedio aritmético de grupos (**UPGMA**), como resultado de este análisis se obtiene un dendograma que facilita, por apreciación visual, el reconocimiento de las poblaciones que pertenecen a cada grupo de acuerdo a sus distancias euclidianas. Los resultados así obtenidos se reproducen en los dendogramas de las figuras 2.13 y 2.14. En la figura 2.13 que representa el agrupamiento de sedimentos con poblaciones unimodales se pueden observar dos grupos mayores los cuales se agrupan de acuerdo a sus características de cercanía. Se cree que estos grupos anidados pueden interpretarse como procesos de sedimentación diferentes, ya que los valores de los parámetros obtenidos para cada grupo estarían dando cuenta de las características de sedimentación deposición de acuerdo a ciertas condiciones de arrastre, de deposición, etc.

Por otro lado en la figura 2.14, correspondiente al dendograma para poblaciones bimodales, se pueden distinguir dos grupos que sugieren que el agrupamiento correspondería nuevamente a dos procesos distintos de condiciones de sedimentación. La presencia notoria de dos valores extremos (puntos aberrantes), que corresponden a las muestras P-31 y P-72, son casos que manifiestan un comportamiento distinto al resto de las poblaciones, estos casos pueden ser diagnósticos de un tipo de sedimentos muy distintos a los del

ANALISIS DE CUMULOS PARA POBLACIONES UNIMODALES

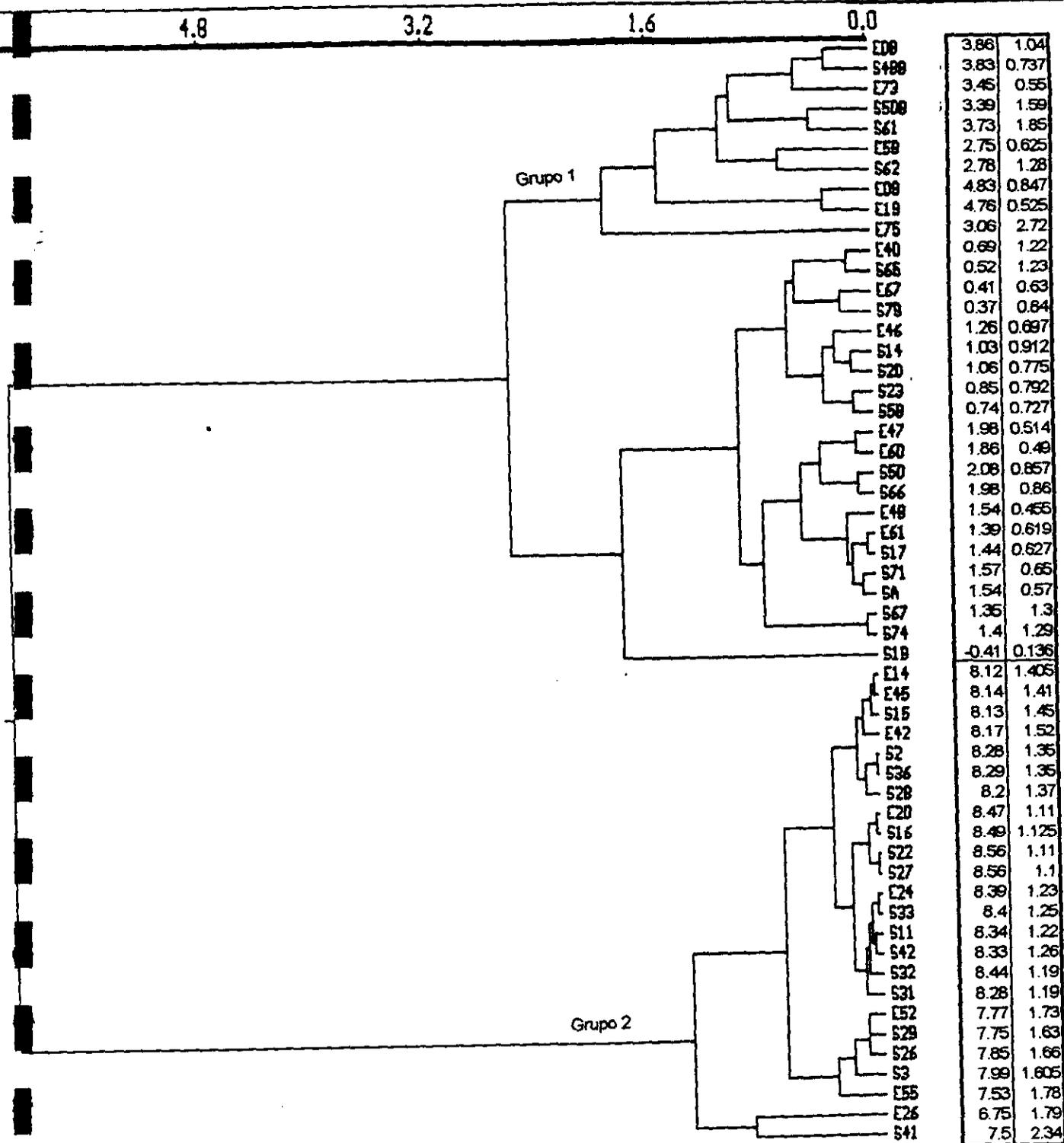


Fig 2.13 Dendrograma del análisis de cúmulos para poblaciones unimodales, considerando los promedios y desviaciones estándar en la formación de los grupos.

ANALISIS DE CUMULOS PARA POBLACIONES BIMODALES

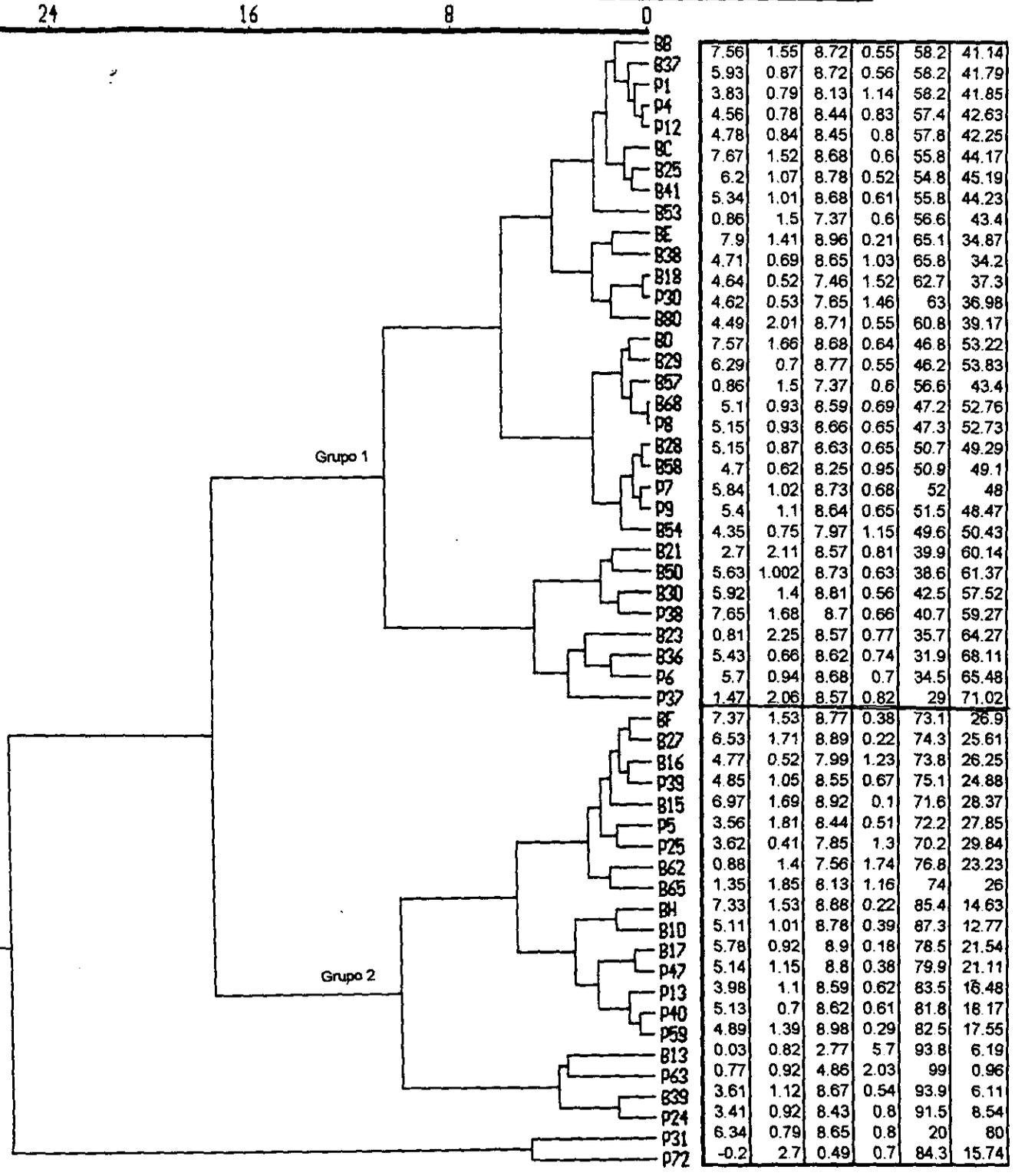


Fig. 2.14 Dendrograma del análisis de cúmulos para poblaciones bimodales, considerando los promedios y desviaciones estándar en la formación de los grupos.

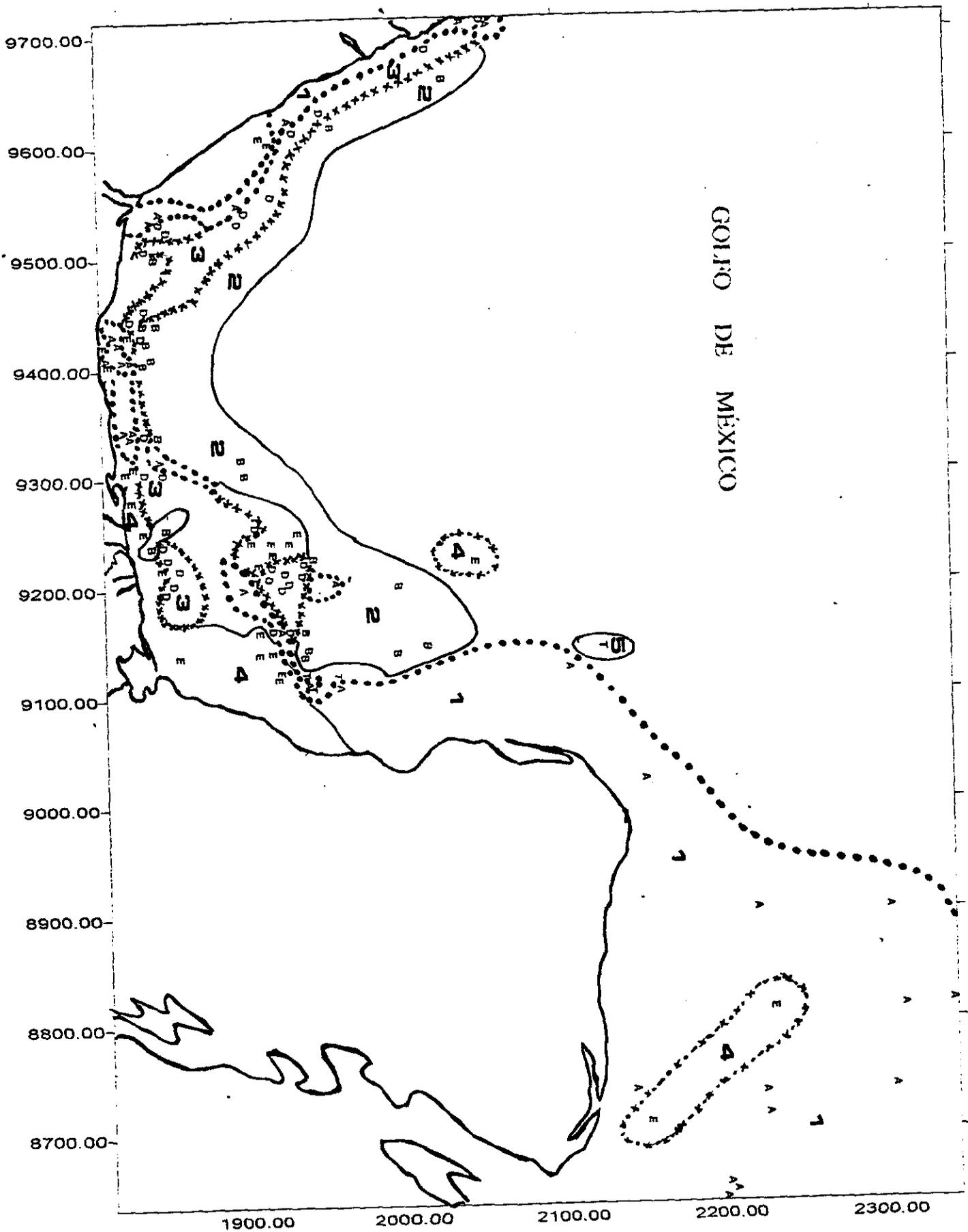
grueso de la población o en su caso pudieran corresponder a poblaciones mal clasificadas.

Una vez elaborados estos cálculos sobre las matrices de distancias y los dendogramas fue posible realizar otra prueba por medio de la cual, se puede obtener un coeficiente de correlación cofenético, que es análogo al coeficiente de correlación utilizado en análisis de regresión, este coeficiente permite ver el grado de ajuste ente la matriz de distancias euclidianas y la distancia a la que se forman los grupos.

Para el caso de las poblaciones unimodales este coeficiente resultó ser de $r = .92717$ y para las poblaciones bimodales $r = 0.75058$, lo que en el primer caso es un excelente ajuste entre los grupos formados si consideramos que para que exista una correlación perfecta positiva r debe ser igual a 1. En el segundo caso, aunque el coeficiente es más bajo, el ajuste es considerado como bueno. La conclusión es que los grupos a los que pertenece cada población son razonablemente aceptables. Con estos resultados se decidió trazar en el mapa la distribución de las poblaciones que corresponden a cada grupo y explorar e identificar los posibles patrones de distribución de sedimentos formados en el área (Mapa 2).

Por considerar que los procesos de sedimentación pudieran estar controlados determinantemente por las profundidades a las que se toman las muestras, se decidió repetir la prueba del mismo análisis de cúmulos en la que ahora se incluyó a la profundidad como otra variable en la matriz de datos. Aunque en estos resultados se produjo otra configuración de los grupos finales, el ajuste mejora bastante para las poblaciones. Esto es, porque el coeficiente de correlación cofenético resultó ser de $r = 0.93295$ para poblaciones unimodales y de $r = 0.83334$ para poblaciones bimodales, queriendo decir con esto que el ajuste mejora al incluir esta última variable en el análisis. Esto se puede apreciar en las gráficas 2.15 y 2.16, que corresponden a los dendogramas respectivos donde se pueden observar los valores de los parámetros de cada una de las poblaciones. Si se ven los rangos de los valores en el grupo 1 de las poblaciones unimodales estos corresponden a arenas gruesas y arenas muy finas. En el grupo 2 de las poblaciones unimodales esta formado más por arcillas medianas a muy finas (Mapa 3).

Para el grupo de poblaciones bimodales las poblaciones del grupo 1, se componen de arenas gruesas a arcillas media, fina compuesto de otro grupo de arcillas muy finas, por su parte el grupo 2 tendría la misma composición que el grupo 1, a excepción de que el grupo 1 se comporta de una manera más uniforme en cuanto a las cantidades de las proporciones de cada componente, o en términos de razones diríamos que estas son de 1:1, es decir casi se tienen las mismas cantidades de arenas y de arcillas, mientras que en el grupo 1 las



Mapa 2 Distribución de muestras según su grupo de pertenencia
A = Grupo 1 B = Grupo 2 (poblaciones unimodales)
D = Grupo 3 E = Grupo 4 (poblaciones bimodales)
T = Grupo 5 (poblaciones trimodales)

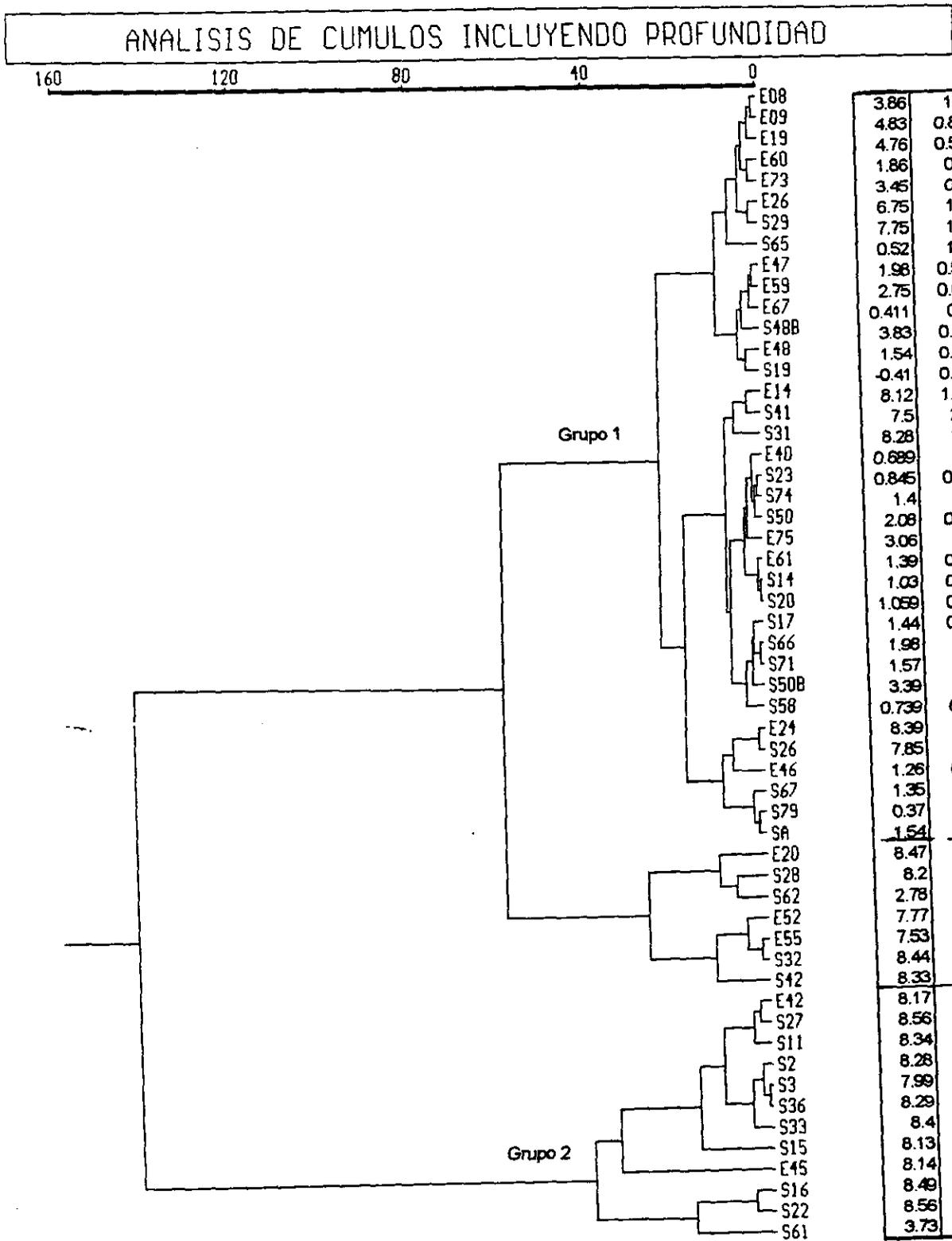


Fig 2.15 Dendrograma del análisis de cúmulos para poblaciones unimodales, considerando los promedios, desviaciones estándar y profundidades en la formación de los grupos.

ANALISIS DE CUMULOS PARA POBLACIONES BIMODALES

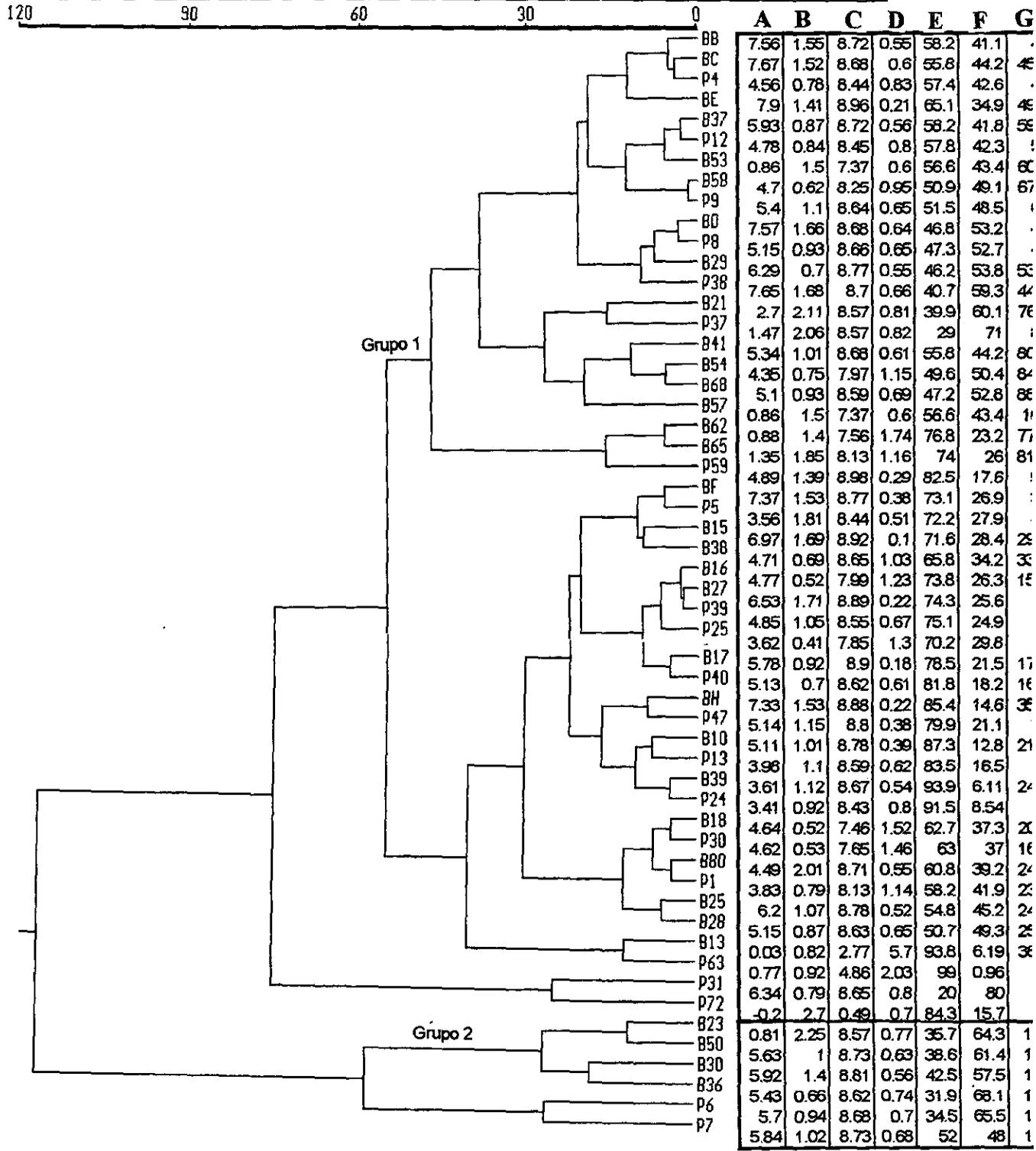


Fig 2.16 Dendrograma del análisis de cúmulos para poblaciones bimodales, considerando los promedios, desviaciones estándar y profundidades en la formación de los grupos.

- A) Y B) PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTANDÁR DE LA PRIMERA POBLACIÓN
- C) Y D) PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTANDÁR DE LA SEGUNDA POBLACIÓN
- E) PROFUNDIDAD
- F) Y G) PROPORCIONES RESPECTIVAS

proporciones son de una razón de 4:1, o cuatro porciones de arena por una de arcilla.

Al concluir con esta etapa de análisis surgió la duda de, si el procedimiento seguido en el análisis de cúmulos había sido correcto al haber escogido analizar a las poblaciones por separado al aplicar la técnica de agrupamiento, esto hizo pensar que se podía estar sesgando la información al hacer la diferencias de poblaciones unimodales, bimodales y correr una prueba de cúmulos con cada una por separado. Por esta razón se decidió que una manera de evitar este sesgo era preparar una matriz con todos los valores de los parámetros obtenidos para cada población de todas las 116 muestras y con esta nueva matriz correr nuevamente un análisis de cúmulos para que los grupos se formaran únicamente de acuerdo al criterio de distancias o de desimilitud. Esta matriz, que se puede observar en el apéndice II, está compuesta por nueve columnas que corresponden a los nueve parámetros a medir de cada población. Así, las poblaciones unimodales tienen tres parámetros, el primero es la media, el segundo corresponde a la desviación estándar y el tercero es la proporción de la muestra, las columnas restantes se llenaron con ceros pues son valores que no tienen estas poblaciones. Para el caso de las poblaciones bimodales los parámetros son seis, dos promedios, dos desviaciones estándar y las proporciones de cada población, las columnas restantes fueron llenadas con ceros como en el caso anterior, y para el caso de las poblaciones trimodales son nueve parámetros correspondientes a cada subpoblación.

Al igual que las primeras pruebas hechas con el análisis de cúmulos, los resultados se presentan en un dendograma, figura 2.17. Con satisfacción se pudo observar que los grupos formados con esta nueva matriz corresponden exactamente con lo que se habían hecho anteriormente al aislar a las poblaciones como todas unimodales o todas bimodales. en esta partición de grupos al correr la prueba con las 116 muestras y nueve variables resultó bastante buena ya que su coeficiente de correlación cofenético es de $r = 0.98826$. Con esto se puede concluir que los cinco grupos de sedimentos separados por los valores de sus parámetros son consistentes de acuerdo a la prueba. Lo que podría dar evidencia de que se tienen registrados exactamente cinco procesos de sedimentación los cuales ya se habían distinguido en las pruebas anteriores estos son; dos procesos para las poblaciones unimodales, dos para las poblaciones bimodales y uno para las poblaciones trimodales.

CAPÍTULO VI.

6.1 CONCLUSIONES GENERALES.

En este trabajo se trató de determinar la separación de poblaciones en componentes individuales, considerados como poblaciones con un grado de traslape, esto fue posible mediante un método que ha probado su efectividad de

proporciones son de una razón de 4:1, o cuatro porciones de arena por una de arcilla.

Al concluir con esta etapa de análisis surgió la duda de, si el procedimiento seguido en el análisis de cúmulos había sido correcto al haber escogido analizar a las poblaciones por separado al aplicar la técnica de agrupamiento, esto hizo pensar que se podía estar sesgando la información al hacer la diferencias de poblaciones unimodales, bimodales y correr una prueba de cúmulos con cada una por separado. Por esta razón se decidió que una manera de evitar este sesgo era preparar una matriz con todos los valores de los parámetros obtenidos para cada población de todas las 116 muestras y con esta nueva matriz correr nuevamente un análisis de cúmulos para que los grupos se formaran únicamente de acuerdo al criterio de distancias o de desimilitud. Esta matriz, que se puede observar en el apéndice II, está compuesta por nueve columnas que corresponden a los nueve parámetros a medir de cada población. Así, las poblaciones unimodales tienen tres parámetros, el primero es la media, el segundo corresponde a la desviación estándar y el tercero es la proporción de la muestra, las columnas restantes se llenaron con ceros pues son valores que no tienen estas poblaciones. Para el caso de las poblaciones bimodales los parámetros son seis, dos promedios, dos desviaciones estándar y las proporciones de cada población, las columnas restantes fueron llenadas con ceros como en el caso anterior, y para el caso de las poblaciones trimodales son nueve parámetros correspondientes a cada subpoblación.

Al igual que las primeras pruebas hechas con el análisis de cúmulos, los resultados se presentan en un dendograma, figura 2.17. Con satisfacción se pudo observar que los grupos formados con esta nueva matriz corresponden exactamente con lo que se habían hecho anteriormente al aislar a las poblaciones como todas unimodales o todas bimodales. en esta partición de grupos al correr la prueba con las 116 muestras y nueve variables resultó bastante buena ya que su coeficiente de correlación cofenético es de $r = 0.98826$. Con esto se puede concluir que los cinco grupos de sedimentos separados por los valores de sus parámetros son consistentes de acuerdo a la prueba. Lo que podría dar evidencia de que se tienen registrados exactamente cinco procesos de sedimentación los cuales ya se habían distinguido en las pruebas anteriores estos son; dos procesos para las poblaciones unimodales, dos para las poblaciones bimodales y uno para las poblaciones trimodales.

CAPÍTULO VI.

6.1 CONCLUSIONES GENERALES.

En este trabajo se trató de determinar la separación de poblaciones en componentes individuales, considerados como poblaciones con un grado de traslape, esto fue posible mediante un método que ha probado su efectividad de

Analisis de cumulos de los parametros de muestras

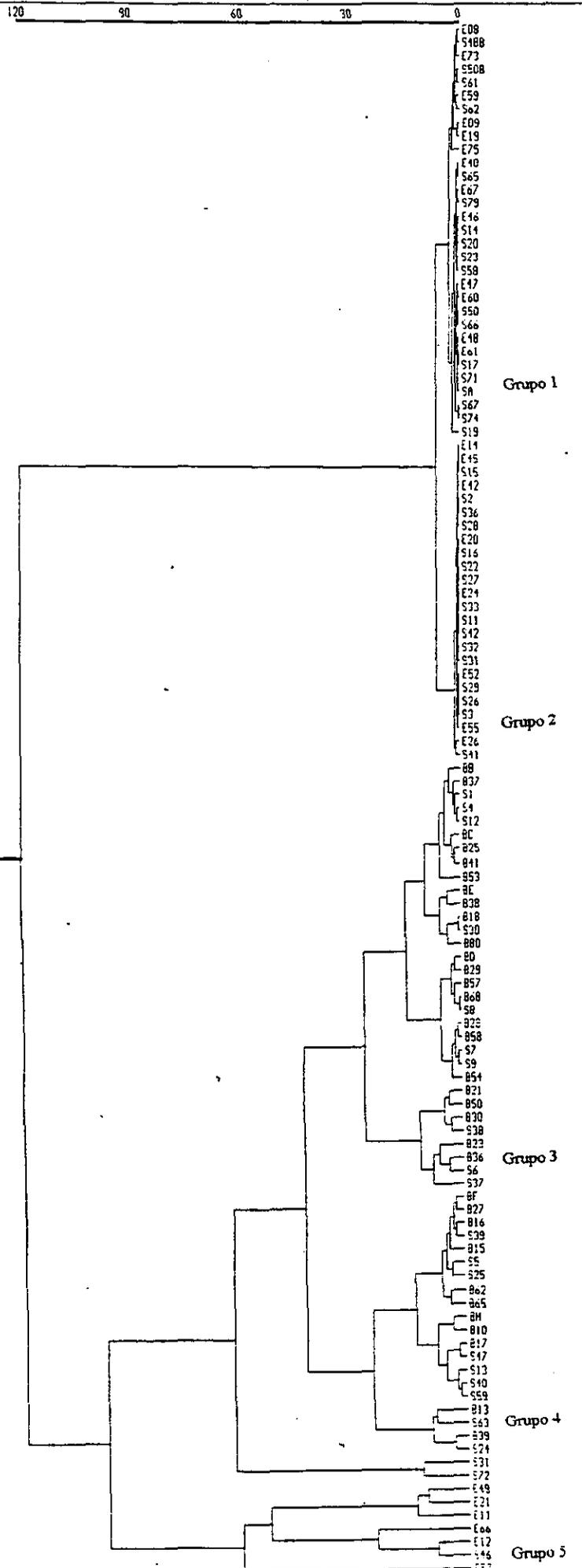
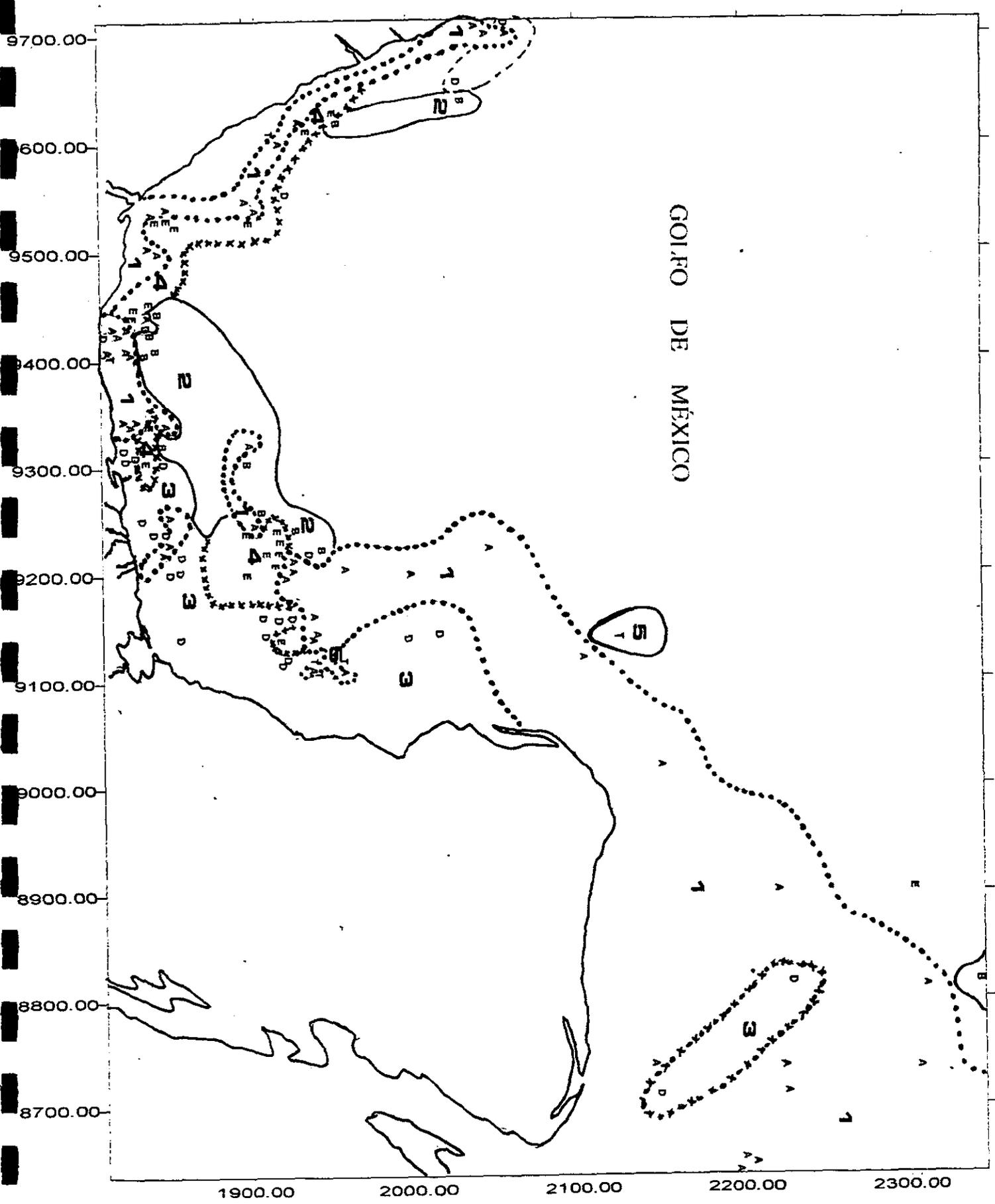


Fig 2.17 Dendograma de las 116 muestras tomando como datos de entrada los parametros de cada poblacion.



Mapa 3 Distribución de muestras según su grupo de pertenencia
 (incluyendo profundidad en la formación de grupos)
 A = Grupo 1 B = Grupo 2 (poblaciones unimodales)
 D = Grupo 3 E = Grupo 4 (poblaciones bimodales)
 T = Grupo 5 (poblaciones trimodales)

acuerdo a los supuestos teóricos del modelo, esto es; la distribución de frecuencias observada sigue una distribución normal o aproximadamente normal, si este supuesto es operativo se pueden comparar las frecuencias empíricas con las frecuencias teóricas dadas por el modelo, elaborando pruebas de bondad de ajuste que contrastan la significancia del modelo mediante una distribución ji-cuadrada y la de Kolmogorov-Smirnov. Se está consciente de que estas pruebas pueden funcionar bien en la mayoría de los casos, pero también se está claro de que puede haber ocasiones en que no funcione bien. Es decir no es un método infalible, pero se aprecia que su alcance es mayor a los otros métodos propuestos hasta la fecha.

Se sabe que se puede estar incurriendo en errores de tipo estadístico en las estimaciones ésto es, cometer el error tipo I en las pruebas de bondad de ajuste, que se produce al rechazar H_0 , siendo esta verdadera. La probabilidad de cometer el error tipo I está dada por α ; cuando mayor sea α , tanto más probable es que H_0 sea rechazada equivocadamente, siendo a su vez más probable que se cometa el error tipo I. Aunque estos casos no suelen ser tan comunes, pudieran ocurrir bajo este esquema, ya que la probabilidad de cometer este error tipo I, esta dada por el nivel de significancia estadístico, es decir que teóricamente cuando $\alpha = 0.01\%$ si se muestrea una población repetidamente de un total de 100 muestras extraidas bajo un procedimiento aleatorio de los 100 resultados 99 de 100 veces se estaría en la afirmación correcta v solo 1 de los 100 muestreos se estaría incurriendo en un error de esta naturaleza. Por otro lado si el nivel de significancia estadístico es de $\alpha = 0.05\%$ de un total de 100 muestras solo el 5% de los resultados serian poco favorables para la hipótesis nula o H_0 . Lo que resulta en una baja probabilidad de cometer este tipo de error.

Se está consciente de que siempre se trató tratamos de ajustarse al procedimiento de prueba y complementar la discriminación de componentes de población partiendo del hecho de que tanto las representaciones visuales (histogramas y curvas acumulativas), así como las estimaciones iniciales y el método de mínimos cuadrados no-lineal en conjunto proporcionan un mejor criterio en la disección de poblaciones. A este respecto se cita la siguiente nota *"...Muy poco trabajo se ha hecho para determinar qué tan exacta es la estimación, pero no hay técnica estadística que diga los parámetros exactos de la población subyacente. Solo podemos aproximar la realidad..."* Clark, I. (op. cit.).

Cabe señalar que la subjetividad no puede eliminarse pero si puede minimizarse. al tratar de ser más estrictos en la utilización de métodos interpretativos y analíticos.

En conjunto se logro discriminar que de acuerdo a los parámetros estimados y a las agrupaciones encontradas por medio del análisis de cúmulos, que existen 5 diferentes tipos de ambientes sedimentarios distribuidos en la zona bajo estudio. De acuerdo a esto sería prematuro dar una interpretación exacta de los factores que determinaron estos procesos de sedimentación. Ya que en un

estudio a nivel macro es necesaria la implementación de un esquema de recolección de muestras por medio de métodos de muestreo probabilístico, que considere estrategias de recolección de información en términos de la formación de estratos en combinación con recolecciones sistemáticas de la información, así como el cálculo necesario del tamaño de muestras. Para con esto poder hacer tanto interpolaciones como extrapolaciones a los puntos no muestreados.

No hay que olvidar que si se está estudiando el tamaño de distribuciones de partículas sedimentarias, debe considerarse el efecto de errores tanto de campo como de laboratorio, sugerir que los métodos de muestreo son bastante eficientes en este sentido y, que el análisis de tamizado puede contener errores, esto debido a los intervalos utilizados en el tamiz o por efectos de pérdidas. Por esta razón algunos especialistas prefieren el análisis de pipeta y el tubo de sedimentación (*settling tube*). Por otro lado se debe tener mucho cuidado al examinar las gráficas acumulativas y el de la detección de otros modos producidos por ajustes de poca confiabilidad.

Otra apreciación de la cual pudimos percatarnos durante este análisis es que las estimaciones por los métodos gráficos y el aritmético en los casos unimodales al parecer sobreestiman (*inflan*) más la varianza de las distribuciones. Situación que es bastante delicada, ya que hay muchos trabajos que basan sus interpretaciones al observar el comportamiento de este parámetro, al compararlo con algún otro como la curtosis o el grado de asimetría.

En el caso de tener diámetros negativos o de cero, en las estimaciones hechas para el programa **ROKE**, este no las acepta, así que solo se pueden trabajar con intervalos de clase positivos. En nuestro caso solo tuvimos uno o dos casos de diámetro negativo, al cual le dimos el valor de 0.1 y el método estimado se promedió como negativo. Por lo que en la situación no fue tan crítica.

Con la ayuda de lenguajes de alto nivel (algebraicos), se pueden ejecutar operaciones más complejas con mayor rapidez sobre los datos, estos ajustes permiten un mayor grado de confiabilidad en cuanto a los resultados obtenidos así como en las interpretaciones hechas en las conclusiones de nuestros análisis.

Estas técnicas no son la solución más exacta para los problemas de análisis de distribuciones de tamaño de grano. Muchos problemas no pueden ser solucionados o clarificados más, por estos métodos que por algunos otros, pero sugerimos que las soluciones a estos problemas deben ser a través del tratamiento de varios criterios, así como por métodos cuantitativamente más rigurosos, que el únicamente utilizar las estadísticas descriptivas, esto nos obliga a buscar más en las distribuciones para entender más y no solo llegar a la simple descripción de datos. Debido a que cualquier intento de relacionar distribuciones de tamaño de grano a ambientes sedimentarios específicos debe estar basado en un claro entendimiento de la distribución de tamaño y la proporción de individuos

de una distribución polimodal, así como por el efecto de la variabilidad (tamaño de grano, mineralogía, etc.) del origen del material del sedimento que deben ser considerados en la interpretación.

Quizás el mejor método consiste en hacer un análisis aproximativo de un gran número de muestras y comparar las distribuciones teóricas con datos que sean capaces de ser probados. Ya que estadísticamente cuanto mayor sea n ó el tamaño de muestra, los estimadores cumplen con sus propiedades básicas de insesgabilidad, consistencia, eficiencia y suficiencia.

BIBLIOGRAFIA

- ASHLEY, G. M. 1978. Interpretation of polymodal sediments. *Journal of Geology*, v.86,no. 4,p.411-421
- BAGNOLD, R. A. and NIELSEN-B. 1980. The pattern of natural size distributions, *Sedimentology* v. 27, p. 199-207
- CLARK, I., and GARNETT, R., 1974. The detection of multiple mineralisation phases by statistical methods: *Trans. Inst. Min. Metall.*, v. 83, no. 809, p. A43-A52.
- CLARK, I. 1977. Roke, a computer program for nonlinear least-squares decomposition of mixtures of distributions. *Computers and Geosciences*. v. 3, p. 245-256
- CLARK, M. W. 1976. Some methods for statistical analysis of multimodal distributions and their applications to grain-size data. *Mathematical Geology*, v. 8 no. 3, p. 267-281
- CLARK, M. W. 1977. Gethen: a computer program for the decomposition of mixtures of two normal distributions by the method of moments, *Computers and Geosciences*, v. 3, p. 257-267
- CLARK, M. W. 1984. Mix'nmatch: proportional parts of univariate normal mixtures. *Computers and Geosciences*, v. 10, no. 2-3, p. 245-250
- CURRAY, J. R., 1960. Tracing sediment masses by grain size modes. *Report of the Twenty-First Session Norden, International Geological Congress, Copenhagen*, pt, v, 23, p. 119-130
- DAVIS J.C. 1970. Information contained in sediment-size analysis, *Mathematical Geology* 2,v. no. 2, p. 105-112.
- DAVIS, J. C. 1973. *Statistics and data analysis in Geology*. Wiley, New York, 550 pp.
- DOEGLAS, D. J. 1946. Interpretation of the results of mechanical analysis. *Journal of Sedimentary Petrology*, v.16 no.1,p. 19-40
- FOLK, R. L. 1966. A Review of grain-size parameters, *Sedimentology* v. 6. p. 73-93
- FRIEDMAN. G. M. 1961. Distinction between (sic)dune, beach and river sands from their textural characteristics: *Journal of Sedimentary Petrology*, v. 31, p. 514-529
- FRIEDMAN. G. M. 1967. Dynamic Processes and statistical parameter compared for size frequency distribution of beach and river sand: *jour. Sed. Petrology*, v. 37, p. 327-354

GRENWOOD B. 1969. Sediment parameters and environment discrimination: an application of multivariate statistics, *Canadian Journal of Earth Sciences*, v. 6, p. 1347-1355

HARDING, J. P. 1949. The use of probability paper for the graphical analysis of polymodal frequency distributions. *Journal Marine Biological Association*, v. 28 no. 1, p. 141-153

HARRIS, S. A. 1958. Probability curves and the recognition of adjustment to depositional environments. *Journal of Sedimentary Petrology* v. 28 no. 2, p. 151-163

HASHIMI. N. H. 1981. Comparative study of the moment and graphic size parameters of the sediments of the western continental shelf of India. *Mathematical Geology*, v. 13, no. 4, p. 291-301

INMAN, d.I. 1952. Measures for describing the size distribution of sediments. *Journal of Sedimentary Petrology*, v. 22, no. 3, p. 125-145

ISPHORDING W.C. 1972. Analysis of variance applied to measures of central tendency and dispersion in sediments. *Journal of Sedimentary Petrology* v. 42, no. 1 p. 107-121

JAQUET, J. M. and VERNET J. P. 1976. Moment and graphic size parameters in the sediment of lake Geneva (Switzerland). *Journal of Sedimentary Petrology*, v. 46, no. 2, p. 305-312

KNOOP, P. A. and R. M. OWEN 1994. Computer software for identifying compositional subpopulations in marine sediment geochemical data using threshold value analysis. *Marine Georesources and Geotechnology*, v.2, no.1, p. 11-24

KRUMBEIN W.C. and ABERDEEN E. 1973. The sediments of Barataria Bay, *Journal of Sedimentary Petrology* v. 7, no. 1, p. 3-17

LECUANDA, R. y F. RAMOS-LÓPEZ, 1985. *Análisis en muestras de sedimentos: PROGMEX-I.03.83*. Informa Técnico No. 1, Laboratorio de Sedimentología, Instituto de Ciencias del Mar y Limnología, Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F. , 147 pp.

LECUANDA, R. y F. RAMOS-LÓPEZ, 1986. *Análisis en muestras de sedimentos: BACTER-86*. Informa Técnico No. 6 Laboratorio de Sedimentología, Instituto de Ciencias del Mar y Limnología, Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F. , 139 pp.

McCAMMON, R.B. 1961. Efficiencies of percentile measure for describing the mean size and sorting sedimentary particles. *Geological Notes*. P. 89-92

McCAMMON, R.B. 1962. Moment measures and the shape of size-frequency distributions. *J. Geol.*, v. 70, p. 89-90

- McCAMMON, R.B. 1962. Efficiencies of percentiles measures for describing the mean size and sorting of sedimentary particles. *J. Geol.*, v. 70, p. 453-465
- McCAMMON, R.B., 1969. Fortran IV program for non-linear estimation, *Kansas Geol. Surv. Computer Contribution*, v. 34, p. 1-20.
- MARTINS L. R. 1965. Significance of Skewness and kurtosis in enviromental interpretation. *J. Sediment. Petrol.* , v. 35, p. 768-769
- MIDDLETON, G. V. 1972. On sorting, sorting coefficients, and the lognormality of the grain size distribution of sandstones - a discision. *J. Geol.*, v 70, p. 754-756
- MIDDLETON, G. V. 1976. Hydraulic interpretation of sand size distributions, *Journal of Geology* v. 84, p. 405-426
- MIDDLETON, G. V. 1990. Fitting cumulative curves using splines. *Journal of Sedimentary Petrology*, v. 60, no. 4, p. 615-616
- MOSS, A. J. 1962. The physical nature of common sandy and pebbly deposits. Part I. *American Journal of Science*, v. 160, no.5, p. 337-373
- MOSS, A. J. 1963. The physical nature of common sandy and pebbly deposits. Part II. *American Journal of Science*, v. 261, no. 4, p. 297-343
- PANDARINATH, K. and NARAYANA C. A. 1993. Computer program for the determination of grain-size statistics and sediment transport direction. *Computers and Geosciences* v. 19 no. 5, p. 735-743
- ROGERS, J. J. W. 1959. Detection of lognormal size distributions in clastic sediments. *Journal of Sediment Petrology*, v. 29, no. 3, p. 402-407
- SALGADO U.I. 1992 El análisis exploratorio de datos Biológicos: Fundamentos y Aplicaciones. Ediciones Marc. U.N.A.M.
- SHERIDAN, M. F. , K. H. WOHLLETZ and J. DEHN, 1987. Discrimination of grain-size subpopulations in pyroclastic deposits. *Geology*, v. 15, p. 367-370
- SWAN, D., J.J.CLAGUE, and L. LUTERNAUER 1978. Grain-size statistic I., Evaluation of the Folk and Ward graphic measures. *Journal of Sedimentary Petrology*, v. 48. no. 3, p. 863-878
- TANNER, W. F. 1958. The zig-zag nature of type I and type IV curves: *Jour. Sed. Petrology*, v. 28, p. 372-375

TANNER, W. F. 1959. Sample components obtained by the method of differences. *Journal of Sedimentary Petrology*, v. 29 no. 4, p. 408-411

TRASK, P. D., 1930. Mechanical analysis of sediment by centrifuge: *Econ. Geology*, v. 25, p. 581-589.

VISHER, G. S. 1969. Grain size distributions and depositional process. *Journal of Sedimentary Petrology*, v.39, no.3 p. 1074-1106.

Apéndice I

Cálculo de percentiles p3 - p97

Cálculo de promedios grado de clasificación

PROGMEX-I.03.68 Y BACTER
ANÁLISIS DE MUESTRAS DE SEDIMENTOS: PORCENTAJES, PROMEDIOS Y DESVIACIONES

EST.	P3	P5	P10	P15	P16	P20	P25	P30	P35	P45	P50	P55	P65	P70	P75	P80	P84	P85	P86	P87	
S-1	1.78	2.90	3.22	3.43	3.48	3.61	3.76	3.89	4.00	4.60	4.90	5.40	6.70	7.35	8.03	8.22	8.42	8.50	8.53	9.26	9.61
S-2	4.64	5.06	5.82	6.36	6.46	6.30	7.30	7.80	8.05	8.30	8.42	8.53	8.30	8.93	9.06	9.23	9.36	9.36	9.66	10.02	10.24
S-3	4.68	4.90	5.42	5.88	5.96	6.30	6.68	7.07	7.32	8.18	8.28	8.40	8.87	8.80	8.96	9.12	9.28	9.32	9.57	9.93	10.16
S-4	3.42	3.60	3.92	4.10	4.14	4.32	4.50	4.67	4.82	5.31	5.75	6.25	7.50	8.05	8.23	8.43	8.62	8.68	8.98	9.43	9.72
S-5	0.70	1.16	1.88	2.23	2.30	2.48	2.70	2.92	3.25	4.33	4.80	4.90	6.10	6.83	7.60	8.13	8.33	8.40	8.72	9.23	9.53
S-6	4.47	4.73	5.22	5.84	5.71	5.95	6.36	6.78	7.20	8.04	8.14	8.28	8.14	8.63	8.85	9.02	9.16	9.22	9.50	9.87	10.12
S-7	4.58	4.77	5.22	5.70	5.78	6.05	6.50	6.88	7.25	8.05	8.16	8.32	8.58	8.70	8.86	9.05	9.20	9.25	9.50	9.87	10.12
S-8	4.16	4.42	4.78	5.07	5.14	5.38	5.64	5.90	6.18	6.98	7.50	8.02	8.30	8.45	8.63	8.82	8.98	9.04	9.31	9.72	9.98
S-9	3.97	4.18	4.58	4.83	4.90	5.12	5.40	5.70	5.98	6.68	7.04	7.60	8.20	8.35	8.53	8.72	8.88	8.93	9.22	9.63	9.92
S-10	4.86	5.06	5.72	6.15	6.28	6.63	7.00	7.40	7.75	8.15	8.30	8.40	8.68	8.83	8.97	9.13	9.28	9.32	9.58	9.94	10.18
S-11	4.90	5.42	6.28	6.73	6.82	7.12	7.50	7.74	8.05	8.30	8.43	8.55	8.80	8.93	9.07	9.23	9.38	9.42	9.67	10.02	10.24
S-12	3.52	3.73	4.04	4.30	4.34	4.50	4.68	4.83	4.97	5.60	5.94	6.40	7.50	8.05	8.23	8.42	8.62	8.68	9.00	9.44	9.73
S-13	1.30	1.95	2.35	3.02	3.08	3.28	3.48	3.68	3.83	4.15	4.32	4.47	4.78	4.95	5.40	6.06	7.30	7.70	8.30	8.66	9.23
S-14	-1.20	-0.98	-0.40	-0.02	0.04	0.21	0.40	0.55	0.70	1.00	1.08	1.20	1.38	1.48	1.60	1.72	1.82	1.86	2.07	2.34	2.50
S-15	4.66	4.86	5.70	6.28	6.37	6.68	7.00	7.43	7.85	8.20	8.33	8.45	8.73	8.95	9.00	9.16	9.30	9.37	9.60	9.98	10.20
S-16	5.43	5.80	6.48	6.95	7.04	7.42	7.85	8.07	8.20	8.43	8.56	8.68	8.82	8.95	9.18	9.33	9.48	9.52	9.75	10.09	10.30
S-17	-0.50	-0.18	0.30	0.82	0.70	0.90	1.05	1.13	1.23	1.36	1.46	1.53	1.70	1.76	1.87	1.96	2.06	2.10	2.28	2.55	2.72
S-18	1.87	1.92	2.13	2.25	2.28	2.38	2.43	2.50	2.58	2.70	2.78	2.83	2.96	3.12	3.55	3.68	3.82	3.86	4.10	4.28	4.72
S-19	-2.41	-2.18	-1.76	-1.47	-1.40	-1.22	-1.05	-0.81	-0.60	-0.20	0.00	0.16	0.53	0.70	0.80	1.09	1.24	1.30	1.57	1.96	2.67
S-20	-0.75	-0.50	-0.10	0.14	0.23	0.33	0.50	0.64	0.78	1.00	1.10	1.18	1.35	1.43	1.63	1.85	1.76	1.79	1.95	2.20	2.38
S-21	5.30	6.04	6.69	7.18	7.30	7.71	8.05	8.20	8.32	8.54	8.66	8.78	9.00	9.13	9.27	9.41	9.58	9.60	9.80	10.15	10.35
S-22	5.10	5.58	6.37	6.95	7.07	7.53	8.00	8.15	8.27	8.50	8.62	8.73	8.98	9.10	9.23	9.36	9.50	9.56	9.78	10.11	10.32
S-23	-1.32	-0.80	-0.01	0.14	0.19	0.28	0.38	0.48	0.53	0.73	0.80	0.90	1.10	1.28	1.44	1.82	1.80	1.86	2.16	2.65	2.98
S-24	1.70	1.90	2.25	2.50	2.55	2.70	2.87	3.03	3.18	3.42	3.53	3.67	3.92	4.10	4.36	4.55	4.77	4.85	5.60	6.20	6.62
S-25	2.85	3.03	3.22	3.35	3.37	3.45	3.53	3.62	3.70	3.83	3.90	3.98	4.60	5.04	5.25	5.15	5.94	6.09	6.44	6.90	9.32
S-26	4.42	4.71	5.25	5.70	5.79	6.10	6.52	6.94	7.35	8.05	8.18	8.32	8.98	9.72	9.88	9.04	9.20	9.25	9.50	9.89	10.12
S-27	5.60	5.92	6.55	7.00	7.11	7.54	8.00	8.13	8.26	8.50	8.61	8.73	8.98	9.10	9.23	9.36	9.50	9.57	9.80	10.12	10.33
S-28	4.92	5.33	6.02	6.48	6.58	6.82	7.20	7.60	8.00	8.25	8.38	8.50	8.77	8.90	9.04	9.20	9.33	9.40	9.62	10.00	10.22
S-29	4.16	4.55	5.24	5.80	5.90	6.21	6.55	6.82	7.15	7.82	8.06	8.20	8.47	8.60	8.78	8.98	9.10	9.18	9.42	9.81	10.07
S-30	3.14	3.66	4.10	4.28	4.32	4.42	4.53	4.64	4.73	4.92	5.00	5.30	5.68	6.25	6.78	7.55	8.12	8.20	8.53	9.05	9.40
S-31	5.34	5.82	6.42	6.80	6.88	7.12	7.44	7.72	7.98	8.25	8.38	8.50	8.75	8.89	9.04	9.20	9.33	9.39	9.62	10.00	10.22
S-32	4.92	5.40	6.22	6.78	6.88	7.23	7.70	8.04	8.18	8.40	8.52	8.65	8.88	9.02	9.17	9.32	9.44	9.50	9.72	10.08	10.29
S-33	3.68	4.65	5.71	6.55	6.71	7.20	7.65	8.03	8.14	8.38	8.51	8.63	8.88	9.00	9.15	9.30	9.43	9.49	9.72	10.08	10.29
S-36	4.20	4.58	5.58	6.40	6.50	6.90	7.40	7.84	8.07	8.33	8.44	8.55	8.80	8.95	9.10	9.25	9.38	9.44	9.67	10.02	10.25
S-37	-0.85	-0.27	0.55	1.40	1.58	2.40	4.30	8.30	7.01	8.02	8.13	8.25	8.53	8.68	8.84	9.01	9.16	9.21	9.46	9.83	10.10
S-38	4.87	5.70	6.53	7.02	7.10	7.35	7.63	7.90	8.06	8.32	8.43	8.55	8.80	8.93	9.08	9.23	9.38	9.42	9.67	10.02	10.23
S-39	-0.04	1.10	3.67	4.14	4.19	4.33	4.50	4.64	4.78	5.05	5.30	5.57	6.15	6.60	7.08	8.03	8.21	8.29	8.62	9.13	9.48
S-40	3.28	3.80	4.23	4.43	4.48	4.60	4.75	4.88	5.00	5.25	5.40	5.55	5.83	5.98	6.40	6.90	7.85	8.04	8.40	8.95	9.30
S-41	-0.15	0.87	2.55	3.95	4.10	4.85	6.00	6.85	7.15	8.00	8.12	8.27	8.53	8.68	8.83	9.00	9.14	9.20	9.46	9.85	10.10
S-42	2.85	4.30	6.03	6.61	6.73	7.08	7.50	7.90	8.08	8.32	8.45	8.58	8.82	8.98	9.10	9.25	9.38	9.44	9.68	10.03	10.25
S-43	4.84	5.40	6.85	7.30	7.40	7.77	8.05	8.21	8.32	8.55	8.68	8.78	9.02	9.13	9.28	9.40	9.54	9.60	9.82	10.15	10.35
S-44	4.65	5.58	7.25	7.81	7.90	8.09	8.23	8.36	8.48	8.70	8.80	8.92	9.13	9.25	9.38	9.52	9.65	9.70	9.91	10.22	10.42
S-46	-0.45	0.55	1.80	2.45	2.58	2.98	3.55	4.15	4.60	5.25	5.44	5.63	6.10	6.52	7.00	8.03	8.22	8.30	8.62	9.13	9.48
S-47	1.34	2.22	3.72	4.20	4.24	4.44	4.65	4.85	5.00	5.35	5.52	5.70	6.10	6.54	7.00	8.03	8.20	8.28	8.61	9.14	9.48
S-48	0.08	0.27	0.80	0.80	0.85	0.98	1.08	1.18	1.23	1.38	1.45	1.52	1.62	1.67	1.75	1.83	1.92	2.01	2.08	2.33	2.78
S-48B	0.86	1.56	2.77	3.11	3.16	3.28	3.48	3.97	3.75	3.83	3.92	3.92	4.11	4.22	4.34	4.48	4.58	4.62	4.81	5.00	5.60
S-50B	-1.25	-0.25	0.64	1.08	1.13	1.30	1.37	1.63	1.78	2.04	2.13	2.22	2.40	2.50	2.62	2.73	2.83	2.88	3.08	3.45	3.70
S-58	-0.98	-0.70	-0.24	0.03	0.06	0.16	0.28	0.38	0.47	0.63	0.72	0.81	0.98	1.11	1.25	1.42	1.55	1.61	1.85	2.40	2.85
S-59	0.83	1.95	3.05	3.68	3.78	4.08	4.30	4.52	4.70	5.08	5.29	5.50	5.95	6.37	6.85	8.03	8.22	8.28	8.62	9.13	9.48
S-61	-0.39	0.41	1.50	2.04	2.12	2.43	2.75	3.03	3.20	3.48	3.62	3.74	4.10	4.42	4.75	5.22	5.77	5.95	7.50	8.55	8.98
S-62	-0.45	-0.02	0.75	1.25	1.35	1.63	1.88	2.20	2.38	2.72	2.90	3.05	3.30	3.41	3.55	3.70	3.84	3.90	4.20	4.67	5.65
S-63	-1.02	-0.78	-0.40	-0.18	-0.11	0.03	0.32	0.45	0.70	0.85	0.95	1.25	1.25	1.40	1.55	1.75	1.90	1.97	2.45	3.30	3.68
S-65	-2.95	-2.45	-1.55	-0.90	-0.80	-0.52	-0.25	0.03	0.18	0.43	0.58	0.70	1.00	1.15	1.31	1.50	1.65	1.70	1.97	2.63	2.90
S-68	0.10	0.32	0.71	0.98	1.02	1.18	1.35	1.52	1.68	1.93	2.04	2.12	2.30	2.40	2.50	2.62	2.72	2.77	2.92	3.20	3.40
S-67	-0.70	-0.48	-0.10	0.13	0.18	0.33	0.50	0.67	0.80	1.10	1.29	1.45	1.65	2.07	2.32	2.60	2.85	2.93	3.18	3.50	3.70
S-71	-0.20	0.14	0.55	0.83	0.86	1.03	1.13	1.24	1.32	1.50	1.58	1.84	1.85	1.92	2.03	2.10	2.18	2.21	2.33	2.54	2.68
S-72	-2.70	-1.80	-0.78	-0.50	-0.46	-0.30	-0.13	0.03	0.12	0.33	0.43	0.54	0.76	0.88	1.00	1.18	1.33	1.40	1.69	2.13	2.43
S-74	-2.35	-1.27	-0.44	0.01	0.07	0.28	0.50	0.70	0.90	1.25	1.48	1.68	2.08	2.18	2.28	2.40	2.52	2.58	2.78	3.08	3.39

S-79	-1.32	-1.01	-0.70	-0.50	-0.47	-0.33	-0.20	-0.05	0.05	0.27	0.38	0.48	0.70	0.82	0.95	1.10	1.22	1.29	1.50	1.85	2.11
S-Alls	0.27	0.42	0.73	0.84	0.86	1.07	1.15	1.24	1.32	1.46	1.52	1.60	1.75	1.83	1.92	2.02	2.10	2.12	2.28	2.50	2.64
E-B	5.05	5.41	6.08	6.53	6.62	6.90	7.22	7.50	7.75	8.13	8.27	8.38	8.65	8.79	8.93	9.10	9.24	9.30	9.53	9.81	10.15
E-C	5.05	5.60	6.31	6.72	6.80	7.08	7.34	7.60	7.82	8.17	8.30	8.42	8.68	8.82	8.97	9.12	9.28	9.33	9.55	9.83	10.17
E-D	4.83	5.42	6.20	6.78	6.86	7.13	7.45	7.82	7.98	8.24	8.38	8.49	8.74	8.89	9.03	9.18	9.33	9.38	9.61	9.88	10.22
E-E	5.72	6.07	6.59	6.90	6.97	7.28	7.57	7.83	8.08	8.30	8.41	8.63	8.79	8.92	9.08	9.22	9.38	9.42	9.65	10.00	10.22
E-F	4.80	5.22	5.82	6.10	6.18	6.48	6.74	7.03	7.28	7.78	8.03	8.17	8.45	8.60	8.75	8.92	9.08	9.13	9.40	9.80	10.03
E-H	4.76	4.98	5.52	5.92	6.00	6.25	6.55	6.81	7.06	7.68	7.99	8.10	8.38	8.52	8.70	8.88	9.03	9.08	9.35	9.74	10.00
E-08	0.72	1.00	1.98	2.41	2.50	2.78	3.05	3.30	3.52	3.95	4.13	4.28	4.58	4.73	4.92	5.08	5.22	5.28	5.40	5.58	5.82
E-09	0.31	0.80	2.89	4.11	4.14	4.25	4.37	4.48	4.57	4.74	4.82	4.92	5.13	5.28	5.40	5.58	5.72	5.78	6.01	6.20	6.62
E-10	2.93	3.39	4.03	4.25	4.30	4.42	4.59	4.72	4.85	5.12	5.30	5.48	5.85	6.07	6.34	6.68	6.92	7.00	7.22	7.60	9.18
E-11	-2.40	-0.85	0.82	2.55	2.97	4.40	4.98	5.20	5.33	5.65	5.81	5.95	6.42	6.70	7.00	7.30	7.62	7.80	8.21	8.56	9.41
E-12	-0.68	-0.10	0.72	1.23	1.31	1.62	1.95	2.17	2.33	2.68	2.98	3.10	4.04	4.22	4.45	4.69	4.89	4.96	5.40	6.45	8.10
E-13	-1.84	-1.57	-1.10	-0.95	-0.81	-0.68	-0.54	-0.40	-0.28	0.06	0.17	0.42	0.62	0.55	0.70	0.85	0.98	1.04	1.36	1.90	2.98
E-14	0.90	2.90	5.40	6.35	6.45	6.80	7.14	7.60	7.78	8.17	8.30	8.42	8.68	8.80	8.98	9.13	9.28	9.32	9.58	9.90	9.95
E-15	4.36	4.62	5.07	5.60	5.70	6.03	6.28	6.52	6.73	7.25	7.60	7.65	8.28	8.42	8.68	8.78	8.93	9.00	9.28	9.70	9.95
E-16	3.77	4.00	4.21	4.37	4.41	4.48	4.58	4.69	4.77	4.92	5.02	5.22	5.63	5.85	6.20	6.82	7.70	8.00	8.38	8.92	9.28
E-17	4.31	4.50	4.77	4.98	5.00	5.17	5.35	5.52	5.68	5.97	6.15	6.35	6.72	6.95	7.61	8.11	8.30	8.38	8.71	9.21	9.52
E-18	3.45	3.78	4.12	4.27	4.31	4.43	4.57	4.68	4.75	4.93	5.08	5.30	5.80	6.13	6.62	7.20	7.98	8.08	8.44	9.00	9.32
E-19	3.50	3.92	4.15	4.28	4.30	4.36	4.43	4.51	4.59	4.70	4.78	4.83	4.95	5.04	5.25	5.49	5.70	5.77	6.45	8.25	6.70
E-20	4.92	5.70	6.53	7.00	7.10	7.42	7.80	8.04	8.18	8.40	8.52	8.65	8.90	9.02	9.16	9.31	9.45	9.50	9.72	10.08	10.30
E-21	0.20	0.62	1.38	1.80	2.00	2.50	3.00	3.65	4.65	6.00	6.85	7.70	8.08	8.52	8.80	9.02	9.08	9.35	9.75	10.00	10.04
E-23	-1.68	-1.30	-0.48	0.20	0.40	1.10	1.85	3.20	5.75	7.58	8.05	8.18	8.45	8.60	8.75	8.92	9.42	9.46	9.70	10.03	10.28
E-24	4.70	4.95	6.07	6.85	6.78	7.13	7.57	8.00	8.12	8.36	8.48	8.60	8.85	8.98	9.13	9.28	9.42	9.46	9.70	10.03	10.28
E-25	4.45	4.71	5.20	5.58	5.82	5.86	6.15	6.40	6.65	7.18	7.60	8.00	8.30	8.45	8.62	8.80	8.97	9.02	9.26	9.70	9.95
E-26	3.60	3.93	4.50	4.95	5.00	5.30	5.60	5.88	6.08	6.44	6.44	6.78	7.45	8.02	8.15	8.40	8.58	8.65	8.95	9.42	9.70
E-27	3.72	3.97	4.68	5.18	5.22	5.50	5.78	6.07	6.40	7.00	7.38	7.73	8.18	8.35	8.52	8.70	8.88	8.93	9.21	9.62	9.90
E-28	3.82	4.07	4.45	4.72	4.78	4.90	4.90	5.18	5.45	5.70	6.40	6.89	7.60	8.18	8.38	8.53	8.72	8.80	8.95	9.21	9.65
E-29	4.66	5.18	5.68	6.04	6.09	6.28	6.48	6.69	6.85	7.55	8.03	8.15	8.48	8.73	8.88	9.13	9.08	9.13	9.40	9.80	10.02
E-30	3.28	3.70	5.22	5.57	5.60	5.81	6.10	6.65	7.15	8.05	8.20	8.32	8.58	8.73	8.88	9.05	9.20	9.25	9.50	9.89	10.12
E-36	4.50	4.72	5.15	5.50	5.55	5.78	5.98	6.62	7.13	8.00	8.12	8.25	8.52	8.68	8.85	9.00	9.15	9.20	9.48	9.85	10.10
E-37	4.45	4.70	5.10	5.40	5.44	5.62	5.80	5.98	6.20	6.68	6.92	7.31	8.10	8.27	8.45	8.63	8.80	8.87	9.14	9.58	9.86
E-38	3.33	3.60	4.02	4.23	4.28	4.40	4.55	4.70	4.80	5.05	5.30	5.60	6.25	6.80	7.43	8.08	8.33	8.68	9.18	9.50	9.54
E-39	1.82	1.82	2.18	2.47	2.50	2.88	3.28	3.08	3.25	3.59	3.75	3.93	4.22	4.38	4.53	4.73	4.89	4.96	5.70	8.10	6.54
E-40	-2.48	-2.18	-1.57	-1.10	-1.00	-0.50	0.04	0.20	0.35	0.65	0.81	0.98	1.18	1.30	1.43	1.58	1.70	1.74	1.98	2.26	2.46
E-41	3.80	4.10	4.50	4.75	4.80	4.94	5.20	5.50	5.75	6.35	6.83	7.20	8.13	8.30	8.47	8.68	8.84	8.90	9.19	9.60	9.90
E-42	4.30	4.97	5.02	6.00	6.15	6.58	7.08	7.63	8.03	8.28	8.40	8.63	8.78	8.90	9.05	9.21	9.35	9.40	9.64	10.00	10.22
E-45	5.20	5.43	5.87	6.25	6.35	6.70	7.05	7.45	7.85	8.20	8.33	8.45	8.72	8.86	9.00	9.18	9.30	9.37	9.60	9.98	10.20
E-46	-0.40	-0.13	0.20	0.42	0.48	0.62	0.77	0.92	1.03	1.20	1.29	1.38	1.53	1.62	1.72	1.83	1.93	1.98	2.18	2.55	2.80
E-47	1.05	1.18	1.35	1.48	1.50	1.58	1.65	1.72	1.79	1.93	1.98	2.05	2.20	2.27	2.34	2.42	2.50	2.54	2.68	2.88	3.00
E-48	0.40	0.60	0.93	1.06	1.10	1.15	1.23	1.30	1.36	1.48	1.54	1.60	1.72	1.79	1.85	1.93	2.00	2.03	2.18	2.40	2.54
E-49	0.90	1.20	1.70	2.07	2.20	2.70	3.55	4.15	4.42	4.90	5.22	5.63	6.60	7.15	8.00	8.20	8.40	8.48	8.80	9.28	9.60
E-50	4.42	4.61	4.94	5.35	5.43	5.72	6.08	6.52	6.92	8.00	8.12	8.27	8.53	8.70	8.85	9.02	9.17	9.22	9.48	9.85	10.10
E-52	4.50	4.77	5.27	5.85	5.72	5.93	6.33	6.70	7.00	8.05	8.28	8.40	8.68	8.70	8.85	9.02	9.18	9.22	9.50	9.87	10.10
E-53	3.32	3.60	3.78	3.98	4.00	4.20	4.42	4.62	4.82	5.50	6.00	6.40	7.27	7.70	8.07	8.30	8.48	8.53	8.86	9.32	9.62
E-54	4.20	4.38	4.68	4.88	4.92	5.06	5.40	5.70	5.98	6.75	7.30	8.00	8.28	8.42	8.60	8.80	8.95	9.01	9.28	9.70	9.97
E-55	2.75	4.18	4.71	5.25	5.55	6.12	6.40	6.63	6.85	7.45	7.60	8.05	8.35	8.50	8.68	8.84	9.00	9.07	9.33	9.73	10.00
E-57	-1.50	-1.08	-0.60	-0.12	-0.04	0.22	0.55	0.88	1.20	2.20	2.20	4.20	4.70	6.60	7.20	7.35	7.48	7.52	7.73	8.13	8.60
E-58	3.70	3.93	4.25	4.48	4.50	4.63	4.78	4.90	5.04	5.72	6.20	6.82	7.65	8.04	8.22	8.40	8.60	8.68	8.98	9.42	9.70
E-59	1.30	1.70	2.09	2.20	2.23	2.31	2.40	2.48	2.53	2.88	2.73	2.80	2.93	3.03	3.34	3.65	4.01	4.13	4.60	7.90	6.43
E-60	0.90	1.04	1.22	1.34	1.38	1.45	1.52	1.60	1.68	1.80	1.87	1.93	2.05	2.12	2.20	2.28	2.35	2.38	2.50	2.70	2.81
E-61	-0.18	0.11	0.43	0.67	0.70	0.83	1.00	1.09	1.17	1.33	1.40	1.48	1.63	1.73	1.82	1.92	2.00	2.05	2.20	2.43	2.60
E-62	-2.20	-1.60	-0.77	-0.31	-0.25	0.00	0.28	0.51	0.75	1.20	1.47	1.73	2.40	2.80	4.25	5.70	6.40	6.80	8.15	8.75	9.12
E-65	-2.35	-1.60	-0.90	-0.20	-0.10	0.30	0.60	1.13	1.38	1.80	2.05	2.40	4.00	4.60	6.63	7.10	8.02	8.08	8.43	9.00	9.30
E-66	-2.55	-1.85	-0.95	-0.50	-0.40	-0.09	0.20	0.44	0.65	1.25	1.70	3.05	4.92	6.45	7.50	8.10	8.30	8.38	8.71	9.20	9.52
E-67	-1.40	-0.98	-0.81	-0.36	-0.31	-0.18	0.00	0.17	0.33	0.41	0.49	0.49	0.65	0.73	0.83	0.94	1.02	1.07	1.24	1.52	1.70
E-68	3.97	4.18	4.48	4.70	4.75	4.89	5.10	5.50	5.80	6.68	7.20	7.70	8.22	8.39	8.55	8.73	8.90	8.96	9.23	9.67	9.83
E-73	2.40	2.83	2.78	2.91	2.95	3.03	3.11	3.20	3.28	3.40	3.50	3.55	3.78	3.86	3.96	4.09	4.15	4.15	4.50	5.39	6.08
E-74	3.10	3.63	3.72	3.78	3.86	4.00	4.18	4.30	4.40	4.60	4.74	4.86	5.55	6.15	6.97	8.04	8.23	8.31	8.65	9.15	9.50
E-75	-1.30	-0.56	1.11	1.90	1.99	2.13	2.27	2.40	2.52	2.75	2.86	2.98	4.17	4.65	5.30	6.70	7.90	8.08	8.42	8.98	9.30
E-80	1.30	2.15	2.63	3.00	3.07	3.55	4.05	4.48	4.83	5.95	6.45	7.00	8.10	8.28	8.45	8.63	8.80	8.86	9.15	9.60	9.86

EST.	PROMEDIOS			GRADO DE CLASIFICACION								
	Md	Inman	Folk & Ward	Mc. 1	Mc. 2	1º mom.	2º mom.	3º mom.				
S-1	4.80	5.95	5.60	5.64	5.63	5.94	5.55	2.47	2.18	2.36	2.37	2.46
S-2	6.42	7.83	6.09	6.13	6.10	6.73	6.05	1.45	1.48	1.42	2.10	1.79
S-3	6.28	7.82	7.84	7.83	7.85	6.48	7.85	1.86	1.56	1.57	2.01	1.63
S-4	5.75	6.36	6.17	6.27	6.24	6.57	6.22	2.24	2.00	1.93	2.53	2.08
S-5	4.60	5.32	5.08	4.99	4.99	5.24	4.95	3.02	2.73	2.64	3.11	2.70
S-6	6.14	7.45	7.68	7.66	7.67	6.28	7.68	1.74	1.65	1.61	1.84	1.70
S-7	6.18	7.49	7.72	7.70	7.72	6.30	7.71	1.71	1.63	1.60	2.06	1.68
S-8	7.50	7.06	7.21	7.19	7.20	7.67	7.18	1.92	1.76	1.72	2.28	1.85
S-9	7.04	6.89	6.94	6.98	6.99	7.44	6.98	1.90	1.82	1.77	2.31	1.88
S-11	6.43	6.10	6.21	6.21	6.19	6.66	6.19	1.28	1.34	1.35	1.73	1.41
S-12	5.94	6.48	6.30	6.37	6.35	6.66	6.34	2.14	1.94	1.87	2.44	2.01
S-13	4.32	5.19	4.80	4.72	4.74	4.84	4.68	2.11	2.15	2.21	2.45	2.14
S-14	1.06	0.93	0.88	0.96	0.95	0.96	0.97	0.89	0.95	0.96	1.02	1.02
S-15	6.33	7.84	6.00	7.98	7.97	6.92	7.98	1.47	1.51	1.52	1.92	1.58
S-16	6.56	6.26	6.36	6.36	6.36	6.06	6.35	1.22	1.26	1.22	1.64	1.37
S-17	1.46	1.36	1.41	1.39	1.39	1.40	1.40	0.88	0.75	0.76	0.89	0.88
S-18	2.78	3.70	3.39	3.47	3.50	3.51	3.42	1.42	1.68	1.54	2.19	1.86
S-19	0.00	-0.08	-0.05	-0.08	-0.06	0.03	0.03	1.32	1.29	1.26	1.33	1.67
S-20	1.10	0.99	1.03	1.00	1.00	1.01	1.01	0.78	0.78	0.81	0.83	0.93
S-22	6.62	6.28	6.40	6.41	6.39	6.10	6.37	1.22	1.28	1.32	1.26	1.71
S-23	0.80	1.00	0.93	0.94	0.90	0.86	0.85	0.81	0.83	0.86	0.85	1.48
S-24	3.53	3.66	3.62	3.74	3.88	3.81	3.84	1.11	1.51	1.80	1.47	1.71
S-25	3.90	5.96	5.07	4.84	4.84	5.04	4.87	2.28	2.05	1.98	1.85	2.43
S-26	6.18	7.50	7.72	7.72	7.73	6.32	7.72	1.71	1.64	1.62	1.81	2.08
S-27	6.61	6.31	6.41	6.44	6.43	6.11	6.40	1.20	1.23	1.25	1.19	1.65
S-28	6.38	7.95	6.08	6.10	6.10	6.72	6.07	1.36	1.40	1.41	1.38	1.48
S-29	6.08	7.50	7.69	7.63	7.63	6.17	7.61	1.80	1.60	1.61	1.61	1.74
S-30	5.00	6.22	5.81	5.70	5.73	5.65	5.65	1.90	1.78	1.74	1.70	2.26
S-31	6.36	8.11	6.20	6.21	6.20	6.84	6.16	1.23	1.25	1.25	1.25	1.93
S-32	6.52	6.16	6.28	6.30	6.27	6.87	6.27	1.28	1.35	1.37	1.31	1.73
S-33	6.51	6.07	6.22	6.19	6.16	6.82	6.13	1.36	1.50	1.55	1.50	2.05
S-36	6.44	7.94	6.11	6.09	6.07	6.76	6.07	1.44	1.54	1.57	1.50	1.97
S-37	6.13	5.37	6.29	6.62	6.51	7.13	6.54	3.78	3.42	3.32	3.15	3.82
S-38	6.43	6.24	6.30	6.28	6.26	6.93	6.25	1.14	1.22	1.24	1.24	1.66
S-39	5.30	6.20	5.90	5.77	5.58	5.91	5.59	2.01	2.22	2.28	2.21	2.67
S-40	5.40	6.17	5.91	5.78	5.80	5.91	5.74	1.69	1.62	1.62	1.50	2.00
S-41	6.12	6.62	7.12	7.09	7.05	7.60	7.02	2.52	2.65	2.67	2.56	3.19
S-42	6.45	6.06	6.19	6.20	6.08	6.73	6.05	1.33	1.53	1.59	1.57	2.14
S-46	5.44	5.40	5.41	5.31	5.26	5.49	5.25	2.82	2.71	2.67	2.68	3.04
S-47	5.52	6.24	6.00	5.85	5.76	6.00	5.77	1.97	2.03	2.04	2.01	2.42
S-48	1.45	1.43	1.44	1.46	1.46	1.50	1.50	0.58	0.67	0.70	0.71	0.97
S-48B	3.83	3.87	3.68	3.82	3.60	3.86	3.84	0.71	0.86	1.02	1.09	1.45
S-50	2.13	1.98	2.03	2.00	1.97	1.96	1.96	0.85	0.89	1.02	1.06	1.33
S-50B	3.54	3.17	3.29	3.28	3.34	3.41	3.38	1.50	1.57	1.58	1.73	1.69
S-58	0.72	0.81	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.75	0.84	0.87	0.87	1.15
S-59	5.29	6.00	5.76	5.57	5.54	5.73	5.50	2.22	2.20	2.18	2.22	2.63
S-61	3.62	3.95	3.84	4.01	3.80	4.00	3.89	1.83	2.15	2.23	2.15	2.50
S-62	2.80	2.60	2.70	2.69	2.71	2.78	2.78	1.25	1.38	1.41	1.41	1.68

EST.	PROMEDIOS			GRADO DE CLASIFICACION			Mc. 2 2 ^a mom.	8-12
	Inman	Folk & Ward	Mc. 1	Inman	Folk & Ward	Mc. 1		
S-63	4.90	5.60	5.84	5.63	0.99	0.98	2.47	1.47
S-65	6.42	7.93	8.13	8.10	0.46	0.46	1.45	1.54
S-66	6.26	7.62	7.83	7.85	1.93	1.92	1.66	1.59
S-67	5.75	6.36	6.17	6.24	1.40	1.40	2.24	2.00
S-71	4.80	5.32	4.99	4.99	1.52	1.52	3.02	2.77
S-72	6.14	7.45	7.66	7.67	0.41	0.40	1.74	1.64
S-74	6.16	7.49	7.72	7.72	1.31	1.31	1.71	1.63
S-78	7.50	7.06	7.21	7.20	0.40	0.39	1.92	1.76
S-Ains	7.04	6.89	6.94	6.99	1.53	1.53	1.99	1.77
E-C	6.43	6.10	6.21	6.19	6.72	6.08	1.28	1.34
E-D	5.94	6.48	6.30	6.37	6.35	6.14	2.14	1.94
E-E	4.32	5.19	4.72	4.74	8.92	8.25	2.11	2.15
E-F	1.09	0.93	0.96	0.95	8.28	7.73	0.89	0.95
E-H	8.33	7.84	7.98	7.97	8.19	7.94	1.47	1.51
E-08	6.56	6.26	6.36	6.36	3.75	3.74	1.22	1.26
E-09	1.46	1.38	1.39	1.39	4.85	4.77	0.69	0.76
E-10	2.78	3.70	3.47	3.50	5.70	5.55	1.42	1.69
E-11	0.00	-0.05	-0.06	-0.06	5.62	5.42	1.32	1.29
E-12	1.10	0.99	1.00	1.00	3.16	3.12	0.78	0.79
E-14	8.62	8.29	8.41	8.38	6.39	7.75	1.22	1.29
E-15	0.80	1.00	0.94	0.90	7.88	7.37	0.81	0.93
E-16	3.53	3.68	3.74	3.69	5.77	5.60	1.11	1.51
E-17	3.90	5.68	5.07	4.84	6.70	6.45	2.29	1.98
E-18	6.18	7.50	7.72	7.73	5.83	5.65	1.71	1.84
E-19	6.61	6.31	6.44	6.43	5.06	4.99	1.20	1.23
E-20	6.36	7.95	8.09	8.10	9.03	8.32	1.39	1.40
E-21	6.06	7.50	7.63	7.63	6.78	6.26	1.60	1.60
E-23	5.00	6.22	5.81	5.70	6.37	5.62	1.90	1.76
E-24	6.36	6.11	6.20	6.20	6.90	6.21	1.23	1.25
E-25	6.52	6.16	6.28	6.30	6.27	7.68	1.26	1.35
E-26	6.51	6.07	6.22	6.18	7.08	6.73	1.36	1.50
E-27	6.44	7.94	8.11	8.09	8.07	7.13	1.44	1.54
E-28	8.13	5.37	6.29	6.62	6.51	7.34	3.78	3.42
E-29	6.43	6.24	6.30	6.28	6.26	6.17	1.14	1.22
E-30	5.30	6.20	5.90	5.77	5.56	6.17	2.01	2.22
E-36	5.40	6.17	5.91	5.78	6.90	6.16	1.69	1.62
E-37	6.12	6.62	7.12	7.09	7.05	7.10	2.52	2.65
E-38	6.45	6.08	6.19	6.20	6.08	6.13	1.33	1.53
E-41	5.44	5.40	5.41	5.31	5.26	6.83	2.82	2.71
E-42	5.52	6.24	6.00	5.85	5.76	6.61	1.97	2.03
E-45	1.45	1.43	1.44	1.46	1.46	6.65	0.58	0.67
E-46	3.83	3.67	3.66	3.62	3.60	1.30	0.71	0.98
E-47	2.13	1.98	2.03	1.97	2.02	2.02	0.85	0.99
E-48	3.54	3.17	3.28	3.28	3.34	1.54	1.50	1.57
E-49	0.72	0.81	0.76	0.76	5.68	5.39	0.75	0.84
E-50	5.29	6.00	5.76	5.57	5.54	6.14	2.22	2.20
E-52	3.62	3.95	3.84	4.01	3.90	6.26	1.83	2.15
E-53	2.90	2.60	2.70	2.69	2.71	6.47	1.25	1.36

	PROMEDIOS				GRADO DE CLASIFICACION								
	Md	Inman	Folk & Ward	Mc. 1	Mc. 2	1o mom.	8-12	Inman	Folk & Ward	Mc. 1	Mc. 2	1o mom.	8-12
E-53	6.00	6.24	6.16	6.19	6.16	6.47	6.16	2.24	2.00	1.92	2.04	2.48	2.06
E-54	7.30	6.94	7.06	7.06	7.06	7.56	7.06	2.02	1.61	1.75	1.85	2.33	1.87
E-55	7.80	7.28	7.45	7.39	7.40	7.87	7.35	1.73	1.70	1.74	1.81	2.31	1.91
E-57	4.20	3.72	3.86	3.86	3.89	3.79	3.73	3.76	3.28	3.12	3.48	3.56	3.48
E-58	6.10	6.56	6.40	6.45	6.47	6.60	6.45	2.05	1.86	1.79	1.84	2.37	1.95
E-59	2.73	3.12	2.89	3.03	3.26	3.20	3.15	0.69	1.38	1.51	1.29	1.85	1.67
E-60	1.87	1.87	1.87	1.86	1.86	1.85	1.85	0.49	0.49	0.50	0.50	0.59	0.56
E-61	1.40	1.35	1.37	1.37	1.37	1.37	1.37	0.65	0.68	0.69	0.69	0.68	0.67
E-62	1.47	3.06	2.54	2.43	2.43	2.52	2.39	3.33	3.23	3.23	3.05	3.48	3.22
E-65	2.05	3.96	3.32	3.10	3.11	3.26	3.06	4.06	3.97	3.53	3.48	3.77	3.48
E-66	1.70	3.95	3.20	3.26	3.27	3.55	3.28	4.35	3.66	3.71	3.95	4.31	3.93
E-67	0.41	0.36	0.37	0.37	0.37	0.39	0.39	0.67	0.71	0.73	0.74	1.00	0.99
E-68	7.20	6.83	6.86	6.86	6.86	7.43	6.96	2.08	1.87	1.81	1.92	2.40	1.95
E-73	3.50	3.92	3.51	3.55	3.53	3.69	3.65	0.57	0.71	0.75	0.90	1.34	1.16
E-74	4.74	6.01	5.58	5.45	5.47	5.70	5.45	2.23	2.00	1.84	1.94	2.47	2.06
E-75	2.88	4.95	4.26	3.89	3.84	4.00	3.82	2.98	2.93	2.91	2.72	3.16	2.84
E-80	6.45	5.94	6.11	6.20	6.20	6.55	6.14	2.87	2.56	2.47	2.63	3.15	2.73

Apéndice II

Cálculo de parámetros con el programa ROKE

Poblaciones Unimodales

Poblaciones Bimodales

Poblaciones Trimodales

Matriz de desimilitud

Programa Fortran para el cálculo de parámetros

Anexo II. Datos iniciales y Estimaciones Finales con el Programa ROKE (solo para muestras univariadas)

Estación	Promedio		Desviación		Prop. Inic	Ji-Cuadrada		G.L. Iniciales	G.L. Finales	Cuadrado	Iter.
	Inicial	Final	Estandar Inic.	Estandar Fin.		Inicial	Final				
E-08	3.75	1.18	3.86	1.04	100	33.36	23.81	2	1	4.19E-02	6
E-09	4.89	1.63	4.83	0.847	100	52.21	3.85	3	1	4.59E-03	9
E-14	8.69	2.2	8.12	1.405	100	48.19	15.42	5	3	4.30E-02	8
E-19	4.87	0.95	4.76	0.525	100	32.02	NOT	1	NOT	3.94E-02	19
E-20	9.13	1.75	8.47	1.11	100	41.31	10.44	3	2	2.58E-02	7
E-24	8.9	1.45	8.39	1.23	100	43.84	14.42	4	4	3.48E-02	8
E-26	7.16	2.05	6.75	1.79	100	20.13	12.8	5	5	2.24E-02	5
E-40	0.51	1.23	0.689	1.22	100	19.14	20.99	2	2	3.28E-02	6
E-42	8.51	1.9	8.17	1.52	100	38.53	29.29	4	3	4.59E-02	7
E-45	8.45	1.9	8.14	1.41	100	30.06	19.75	4	3	1.0E-02	6
E-46	1.103	0.75	1.26	0.697	100	5	NOT	1	NOT	2.3E-02	5
E-47	1.75	0.55	1.98	0.514	100	NOT	NOT	NOT	NOT	3.33E-03	5
E-48	1.53	0.587	1.54	0.455	100	NOT	NOT	NOT	NOT	2.78E-03	5
E-55	7.99	2.15	7.53	1.78	100	33	24.52	5	4	3.31E-02	5
E-59	2.95	1.32	2.75	0.625	100	65.5	NOT	3	NOT	5.31E-02	15
E-60	1.87	0.635	1.86	0.49	100	NOT	NOT	NOT	NOT	4.77E-04	4
E-61	1.33	0.768	1.39	0.619	100	4.88	NOT	1	NOT	7.41E-03	8
E-67	0.35	0.65	0.411	0.63	100	NOT	NOT	NOT	NOT	1.08E-02	4
E-73	3.2	0.65	3.45	0.55	100	NOT	NOT	NOT	NOT	2.09E-02	4
E-75	4.25	2.5	3.06	2.72	100	93.8	89.57	7	8	6.73E-02	7
S-2	8.87	2.04	8.28	1.35	100	46.76	26.15	4	3	3.77E-02	9
S-3	8.5	2.27	7.99	1.605	100	44.79	23.94	5	3	3.87E-02	7
S-11	8.97	2.01	8.34	1.22	100	45.42	11.19	4	2	2.85E-02	8
S-14	0.99	0.8	1.03	0.912	100	5.28	3.42	1	1	1.69E-02	6
S-15	8.72	1.95	8.13	1.45	100	37.33	18.78	4	3	3.52E-02	6
S-16	9.13	1.91	8.49	1.125	100	48.58	13.53	4	2	2.79E-02	7
S-17	1.39	0.65	1.44	0.627	100	NOT	NOT	NOT	NOT	1.48E-02	6
S-19	0.25	1.15	-0.407	0.136	100	13.52	2.65	2	5	1.26E-02	5
S-20	1.01	0.75	1.059	0.775	100	3.11	3.06	1	1	1.27E-02	6
S-22	8.9	1.75	8.56	1.11	100	40.58	18.92	4	4	3.28E-02	7
S-23	0.937	0.825	0.845	0.792	100	8.28	9.37	1	1	2.52E-02	6
S-26	8.37	2.32	7.85	1.66	100	40.16	22.9	5	4	3.72E-02	6
S-27	9.21	1.88	8.58	1.1	100	50.05	15.38	4	2	2.78E-02	8
S-29	8.1	2.25	7.75	1.63	100	30.23	16.5	5	4	3.06E-02	6
S-31	8.92	1.85	8.28	1.19	100	35.43	6.35	4	2	2.05E-02	6
S-32	9.06	2.01	8.44	1.19	100	50.25	14.51	4	2	3.18E-02	7
S-33	9.01	2.16	8.4	1.25	100	57.44	13.31	4	2	4.03E-02	8
S-36	8.85	2.15	8.29	1.35	100	51.7	29.7	4	3	4.17E-02	9
S-41	7.6	3.1	7.5	2.34	100	68.57	55.33	7	6	6.94E-02	10
S-42	8.75	2.1	8.33	1.26	100	46.32	12.9	4	2	3.84E-02	9
S-48B	3.85	0.961	3.83	0.737	100	8.71	0.53	1	1	2.32E-02	5
S-50	2.03	0.978	2.08	0.857	100	6.14	4.03	1	1	2.25E-02	6
S-50B	3.28	1.57	3.39	1.59	100	13.69	13.08	4	4	2.58E-02	4
S-58	0.75	0.838	0.739	0.727	100	3.75	3.85	1	1	1.43E-02	4
S-61	3.83	2.1	3.73	1.85	100	23.05	14.27	5	4	4.06E-02	5
S-62	2.68	1.15	2.78	1.28	100	9.69	9.22	2	3	2.35E-02	5
S-66	1.93	0.8	1.98	0.86	100	57.4	4.75	5	1	1.66E-02	6
S-67	1.4	0.97	1.35	1.3	100	25	4.43	2	2	1.58E-02	5
S-71	1.5	0.8	1.57	0.85	100	NOT	NOT	NOT	NOT	8.92E-02	5
S-74	1.3	1.1	1.4	1.29	100	9.98	7.83	2	2	2.20E-02	4
S-79	0.37	0.75	0.37	0.84	100	NOT	0.01		1	3.95E-02	4
S-ALFA	1.5	0.6	1.54	0.57	100	NOT	NOT	NOT	NOT	2.76E-02	3

S66	1.980	0.860	100.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
S7	1.350	1.300	100.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
S1	1.570	0.650	100.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
S74	1.400	1.290	100.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
S79	0.370	0.840	100.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
S	1.540	0.570	100.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
B5	7.560	1.550	8.720	0.550	58.160	41.140	0.000	0.000	0.000
BC	7.670	1.520	8.680	0.600	55.830	44.170	0.000	0.000	0.000
F	7.570	1.660	8.680	0.640	46.780	53.220	0.000	0.000	0.000
F	7.900	1.410	8.960	0.210	65.130	34.870	0.000	0.000	0.000
BF	7.370	1.530	8.770	0.380	73.100	26.900	0.000	0.000	0.000
PH	7.330	1.530	8.880	0.217	85.370	14.630	0.000	0.000	0.000
F10	5.110	1.010	8.780	0.390	87.270	12.770	0.000	0.000	0.000
B13	0.030	0.820	2.770	5.700	93.810	6.190	0.000	0.000	0.000
B15	6.970	1.690	8.920	0.100	71.630	28.370	0.000	0.000	0.000
F16	4.770	0.520	7.990	1.230	73.750	26.250	0.000	0.000	0.000
B17	5.780	0.920	8.900	0.180	78.460	21.540	0.000	0.000	0.000
B18	4.640	0.520	7.460	1.520	62.700	37.300	0.000	0.000	0.000
F1	2.700	2.110	8.570	0.810	39.860	60.140	0.000	0.000	0.000
F13	0.810	2.250	8.570	0.770	35.730	64.270	0.000	0.000	0.000
B25	6.200	1.070	8.780	0.520	54.810	45.190	0.000	0.000	0.000
F27	6.530	1.710	8.890	0.220	74.310	25.610	0.000	0.000	0.000
F18	5.150	0.870	8.630	0.650	50.710	49.290	0.000	0.000	0.000
B29	6.290	0.700	8.770	0.550	46.170	53.830	0.000	0.000	0.000
B30	5.920	1.400	8.810	0.560	42.480	57.520	0.000	0.000	0.000
F16	5.430	0.660	8.620	0.740	31.890	68.110	0.000	0.000	0.000
F17	5.930	0.870	8.720	0.560	58.210	41.790	0.000	0.000	0.000
B38	4.710	0.690	8.650	1.030	65.810	34.200	0.000	0.000	0.000
F19	3.610	1.120	8.670	0.540	93.890	6.110	0.000	0.000	0.000
F1	5.340	1.010	8.680	0.610	55.770	44.230	0.000	0.000	0.000
B50	5.630	1.002	8.730	0.630	38.630	61.370	0.000	0.000	0.000
F53	0.860	1.500	7.370	0.600	56.600	43.400	0.000	0.000	0.000
F14	4.350	0.750	7.970	1.150	49.570	50.430	0.000	0.000	0.000
B57	5.330	0.920	8.670	0.610	48.460	51.540	0.000	0.000	0.000
B58	4.700	0.620	8.250	0.950	50.900	49.100	0.000	0.000	0.000
F12	0.880	1.400	7.560	1.740	76.770	23.230	0.000	0.000	0.000
F15	1.350	1.850	8.130	1.160	74.000	26.000	0.000	0.000	0.000
B68	5.100	0.930	8.590	0.690	47.240	52.760	0.000	0.000	0.000
F60	4.490	2.010	8.710	0.550	60.830	39.170	0.000	0.000	0.000
F1	3.830	0.790	8.130	1.140	58.150	41.850	0.000	0.000	0.000
S4	4.560	0.780	8.440	0.830	57.370	42.630	0.000	0.000	0.000
S5	3.560	1.810	8.440	0.510	72.150	27.850	0.000	0.000	0.000
F1	5.700	0.940	8.680	0.700	34.520	65.480	0.000	0.000	0.000
F17	5.840	1.020	8.730	0.680	52.000	48.000	0.000	0.000	0.000
S8	5.150	0.930	8.660	0.650	47.270	52.730	0.000	0.000	0.000
F19	5.400	1.100	8.640	0.650	51.530	48.470	0.000	0.000	0.000
F12	4.780	0.840	8.450	0.800	57.750	42.250	0.000	0.000	0.000
S13	3.980	1.100	8.590	0.620	83.520	16.480	0.000	0.000	0.000
F24	3.410	0.920	8.430	0.800	91.460	8.540	0.000	0.000	0.000
F125	3.620	0.410	7.850	1.300	70.160	29.840	0.000	0.000	0.000
S30	4.620	0.530	7.650	1.460	63.020	36.980	0.000	0.000	0.000
S31	6.340	0.790	8.650	0.800	20.000	80.000	0.000	0.000	0.000
F17	1.470	2.060	8.570	0.820	28.980	71.020	0.000	0.000	0.000
F18	7.650	1.680	8.700	0.660	40.730	59.270	0.000	0.000	0.000
S39	4.850	1.050	8.550	0.670	75.120	24.880	0.000	0.000	0.000
F10	5.130	0.700	8.620	0.610	81.830	18.170	0.000	0.000	0.000
F17	5.140	1.150	8.800	0.380	79.890	21.110	0.000	0.000	0.000
S59	4.890	1.390	8.980	0.290	82.450	17.550	0.000	0.000	0.000
S63	0.770	0.920	4.860	2.030	99.040	0.960	0.000	0.000	0.000
F12	-0.170	2.700	0.490	0.700	15.740	84.260	0.000	0.000	0.000

E49	4.960	0.980	8.500	1.200	8.530	0.660	21.040	47.480	31.480
E56	5.010	0.910	8.100	1.300	8.530	0.663	56.650	14.560	28.790
E11	0.790	2.860	5.740	0.630	8.500	0.690	20.070	56.640	23.290
E12	2.260	1.160	4.910	0.140	8.190	0.990	70.580	23.620	5.790
E21	1.960	1.310	8.100	1.260	8.900	0.230	29.230	45.910	24.870
E57	-0.198	0.979	4.710	0.170	4.620	2.940	34.320	1.610	64.070
E46	4.550	2.780	5.670	0.430	8.810	0.090	66.940	20.670	12.390

```

C PROGRAMA COMPILADO POR CLARK ISOBEL
C 18/04/74 UNIVERSITY OF MINNESOTA 6600 FORTRAN COMPILER SCOPE 3.4 PSR12 17/02/7
M F (E=3,R=0)
PROGRAM ROKE(INPUT,OUTPUT,TAPE5=INPUT,TAPE3=OUTPUT)
  DIMENSION PARS(12),FREQ(30),CUM(30),EPTS(30),TTL(10)
  OPEN(3,FILE='SAL.DAT',STATUS='NEW')
  CHANNEL NUMBERS FOR INPUT (INCH) AND OUTPUT (KOUCH)
  COMMON /GONT/ INCH
  DIMENSION PARS(12),FREQ(30),CUM(30),EPTS(30),TTL(10)
  DATA LN/1HL/
  INCH=5
  KOUCH=6
  READ (INCH,100) TTL
100 FORMAT(10A8)
  READ (INCH,101)NG,MC,NO
101 FORMAT(I2,I1,A1)
  NTOT=3*MC
  NPAR=NTOT-1
  L=NG-1
  IF (L .LE. NTOT) GO TO 91
  IF (MC .LE. 0) GO TO 92
  READ (INCH,100) FMT
  PRINT 41
41 FORMAT('INTRODUCIR LOS VALORES DE LAS FRECUENCIAS')
  READ (INCH,201) (FREQ(J),J=1,NG)
201 FORMAT(2F6.3)
  WRITE(6,*)FREQ
  FS=0.0
  DO 8 J=1,NG
  IF (FREQ(J) .LT. 0) GO TO 95
8 FS=FS+FREQ(J)
  FFS=1.0/FS
  CUM(1)=FREQ(1)*FFS
  DO 9 J=2,NG
9 CUM(J)=CUM(J-1)+FREQ(J)*FFS
  READ(INCH,100)FMT
  PRINT 43
43 FORMAT('INTRODUZCA LOS VALORES DE LOS PUNTOS FINALES')
  READ (INCH,202) (EPTS(J),J=1,L)
202 FORMAT(2F4.0)
  WRITE(6,*)EPTS
  DO 7 J=2,L
  IF (EPTS(J) .LT. EPTS(J-1)) GO TO 96
7 CONTINUE
  READ(INCH,100) FMT
  PRINT 51
51 (INTRODUCIR LOS VALORES DE LOS PROMEDIOS Y LAS DESV. EST.)
  READ (INCH,204) (PARS(I),I=1,NPAR)
204 FORMAT(F5.2)
  WRITE(6,*)PARS
  PARS(NTOT)=1.0
  IF (MC .EQ. 1) GO TO 10
  DO 11 I=2,MC
  K=3*(I-1)
11 PARS(NTOT)=PARS(NTOT)-PARS(K)
10 DO 12 I=1,MC
  K=3*I
  IF (NO .EQ. LN) GO TO 6
  IF (PARS(K-2) .LE. 0.0001) GO TO 93
6 IF (PARS(K-1) .LE. 0.0001) GO TO 93

```

```

IF (MC .EQ. 1) GO TO 12
IF (PARS(K) .LE. 0.0001) GO TO 93
IF (PARS(K) .GE. 0.9999) GO TO 93
12 CONTINUE
WRITE(3,102) TTL
102 FORMAT (1H1,10X,22HINITIAL ESTIMATES FOR ,10A8//)
WRITE(3,103)
103 FORMAT(1H0,37X,8HSTANDARD/15X,9HCOMPONENT,5X,4HMEAN,
1 5X,9HDEVIATION,5X,10HPERCETAJE/)
DO 16 I=1,MC
K=3*I
K1=K-1
K2=K-2
PP=PARS(K)*100
16 WRITE(3,104)I,PARS(K2),PARS(K1),PP
104 FORMAT(18X,I2,F14.4,F13.4,F12.2)
IF (NO .NE. LN) GO TO 17
DO 18 I=1,MC
K=3*I-1
PARS(K)=SQRT(ALOG(PARS(K)*PARS(K)/(PARS(K-1)*PARS(K-1))+1.0))
PARS(K-1)=ALOG(PARS(K-1))-0.5*PARS(K)*PARS(K)
18 CONTINUE
DO 15 J=1,NG
IF (EPTS(J) .LE. 0.0) GO TO 94
EPTS(J)=ALOG(EPTS(J))
15 CONTINUE
17 CALL ANDRAD(FREQ,EPTS,NG,MC,FS,PARS,NO)
WRITE (3,105) TTL
CALL IFFISH(PARS,CUM,EPTS,L,NPAR,MC)
105 FORMAT(1H1,10X,20HFINAL ESTIMATES FOR ,10A8//)
WRITE(3,103)
DO 19 I=1,MC
K=3*I
P3=PARS(K)*100.0
IF (NO .NE. LN) GO TO 25
P1=EXP(PARS(K-2)+0.5*PARS(K-1)*PARS(K-1))
P2=P1*SQRT(EXP(PARS(K-1)*PARS(K-1))-1.0)
GO TO 19
25 P1=PARS(K-2)
P2=PARS(K-1)
19 WRITE(3,104) I,P1,P2,P3
CALL ANDRAD(FREQ,EPTS,NG,MC,FS,PARS,NO)
STOP
91 WRITE(3,106) NG,MC
106 FORMAT(1H1,10X,40(1H*)/11X,4H* ,I4,
124H GROUPS IN THE HISTOGRAM,7X,1H*/11X,
224H* NOT ENOUGH DATA FOR ,I1,15H COMPONENTS */11X,40(1H*))
STOP
92 WRITE (3,107) MC
107 FORMAT(1H1,10X,24(1H*)/11X,3H* ,I2,19H MODES REQUESTED *
1/11X,24(1H*))
STOP
93 WRITE (3,108)
108 FORMAT (1H1,10X,30(1H*)/11X,30H* ILLEGAL INITIAL PARAMETERS */
111X,30(1H*))
WRITE (3,103)
DO 20 I=1,MC
K=3*I
PP=PARS(K)*100.0
K1=K-1

```

```

K2=K-2
20 WRITE (3,104) I,PARS(K2),PARS(K1),PP
STOP
94 WRITE (3,109) (EPTS(J),J=1,L)
109 FORMAT(1H1,10X,45HILLEGAL ENDPOINT FOR TWO-PARAMETER LOG-NORMAL
1//30(10X,F14.4/))
STOP
95 WRITE (3,110) (FREQ(J),J=1,NG)
110 FORMAT (1H1,10X,31HILLEGAL FREQUENCY IN SOME GROUP//
1 30(10X,F14.4/))
STOP
96 WRITE (3,111) (EPTS(J),J=1,L)
111 FORMAT (1H1,10X,30HENDPOINTS NOT IN CORRECT ORDER/30(
1 10X,F14.4/))
STOP
END
SUBROUTINE ANDRAD(FREQ,EPTS,NG,MC,FS,PARS,NO)
DIMENSION FREQ(30),B(30),EPTS(30),PARS(12),IDR(40),IDB(40)
DIMENSION BB(30),R(30)
COMMON /GONT/ IN,KO
DATA LN/1HL/,LANK,LAST/1H ,1H*/
NC=NG-1
INDF=MC*3
B(1)=FS*ATUAN(PARS,EPTS(1),MC)
DO 11 J=2,NC
11 B(J)=FS*(ATUAN(PARS,EPTS(J),MC)-ATUAN(PARS,EPTS(J-1),MC))
B(NG)=FS*(1.0-ATUAN(PARS,EPTS(NC),MC))
CHISQ=0.0
DO 1 I=1,NG
BB(I)=B(I)
1 R(I)=FREQ(I)
NN=NG
DO 12 I=1,NG
N1=NG-I+1
IF (B(N1) .GE. 4.0) GO TO 14
NN=NN-1
B(N1-1)=B(N1-1)+B(N1)
R(N1-1)=R(N1-1)+R(N1)
12 CONTINUE
14 N=NN
DO 15 I=1,N
IF (B(I) .GE. 4.0) GO TO 16
B(I+1)=B(I+1)+B(I)
R(I+1)=R(I+1)+R(I)
NN=NN-1
GO TO 15
16 CHISQ=CHISQ+(R(I)-B(I))*(R(I)-B(I))/B(I)
15 CONTINUE
NDF=NN-INDF
IF (NDF .LE. 0) GO TO 29
WRITE (3,104) CHISQ,NDF
104 FORMAT (/2X,42H CHI-SQUARED GOODNES OF FIT STATISTIC IS ,F10.2
1 /5X,5HWITH ,I2,20H DEGREES OF FREEDOM /)
GO TO 17
29 WRITE (3,108)
108 FORMAT(/2X,43HNOT ENOUGH INFORMATION FOR CHI-SQUARED TEST/)
17 FRMAX=0.
DO 20 I=1,NG
IF (FRMAX .LT. FREQ(I)) FRMAX=FREQ(I)
IF (FRMAX .LT. BB(I)) FRMAX=BB(I)

```

```

20 CONTINUE
   SCALE = 40./FRMAX
   WRITE (3,105)
105 FORMAT (//24X,18HOBSERVED FREQUENCY,18X,5HGROUP,14X
1,18HEXPECTED FREQUENCY/60X,8HENDPOINT/)
106 FORMAT (7X,40A1,2X,F8.0,2X,F8.2,2X,F8.2,2X,40A1)
   DO 21 I=1,NG
   DO 22 J=1,40
   IDR(J)=LANK
22 IDB(J)=LANK
   NDR=FREQ(I)*SCALE
   NDB=BB(I)*SCALE
   ND1=40-NDR+1
   IF (NDR .EQ. 0) GO TO 24
   DO 25 J=ND1,40
25 IDR(J)=LAST
24 IF (NDB .EQ. 0) GO TO 28
   DO 27 J=1,NDB
27 IDB(J)=LAST
28 IF (I .EQ. NG) GO TO 2
   CI=EPTS(I)
   IF (NO .EQ. LN) CI=EXP(EPTS(I))
   WRITE (3,106) IDR,FREQ(I),CI,BB(I),IDB
   GO TO 21
2 WRITE (3,107) IDR,FREQ(I),BB(I),IDB
107 FORMAT (7X,40A1,2X,F8.0,5X,4H+INF,3X,F8.2,2X,40A1)
21 CONTINUE
   RETURN
   END
   SUBROUTINE IFFISH(PARS,CUM,EPTS,NS,NPAR,MC)
   COMMON /GONT/ IN,KO
   DIMENSION PARS(12),PARS2(12),D(11),A(11,11),CUM(30),EPTS(30),G(5)
   DATA G(1),G(2),G(3),G(4),G(5)/1.0,3.0,9.0,27.0,81.0/
   ITER=0
   NT=NPAR+1
   FO=NS
9 ITER=ITER+1
   DO 3 I=1,NPAR
   D(I)=0.0
   DO 2 J=1,NPAR
2 A(I,J)=0.0
   I1=I+1
   DO 63 K=1,NS
   DUMMY=ENLAD(PARS,EPTS(K),I,NT)
   D(I)=D(I)+DUMMY*(CUM(K)-ATUAN(PARS,EPTS(K),MC))
   A(I,I)=A(I,I)+DUMMY*DUMMY
   IF (I-NPAR) 41,63,41
41 DO33 J=I1,NPAR
33 A(I,J)=A(I,J)+DUMMY*ENLAD(PARS,EPTS(K),J,NT)
63 CONTINUE
3 CONTINUE
   MT=NPAR-1
   DO 4 I=1,MT
   I1=I+1
   DO 4 J=I1,NPAR
4 A(J,I)=A(I,J)
   TOL=0.000001
   N=NPAR
   DO 65 J=1,N
   JY=J+1

```

```

BIGA=0.
DO 30 I=J,N
IF (ABS(BIGA)-ABS(A(I,J))) 35,30,30
35 BIGA=A(I,J)
IMAX=I
30 CONTINUE
IF (ABS(BIGA)-TOL) 10,10,40
40 DO 50 K=J,N
SAVE=A(IMAX,K)/BIGA
A(IMAX,K)=A(J,K)
A(J,K)=SAVE
50 CONTINUE
SAVE=D(IMAX)/BIGA
D(IMAX)=D(J)
D(J)=SAVE
IF (J-N) 55,70,55
55 DO 65 IX=JY,N
DO 60 JX=JY,N
60 A(IX,JX)=A(IX,JX)-A(IX,J)*A(J,JX)
65 D(IX)=D(IX)-D(J)*A(IX,J)
70 NY=N-1
DO 80 J=1,NY
IB=N-J
DO 80 K=1,J
IC=N-K+1
80 D(IB)=D(IB)-A(IB,IC)*D(IC)
IX=0
DO 19 KK=1,5
DO 5 J=1,NPAR
5 PARS2(J)=PARS(J)+D(J)/G(KK)
ALPHA=0.0
DO 21 K=1,MC
J=K*3
IF (PARS2(J-1) - 0.000001)19,21,21
21 CONTINUE
IF (MC-1)37,20,37
37 DO 22 K=2,MC
J=(K-1)*3
IF (PARS2(J) - 0.000001)19,22,22
22 ALPHA=ALPHA+PARS2(J)
IF (ALPHA - 0.999999)20,20,19
20 F00=0.
PARS2(NT)=1.0-ALPHA
DO 12 K=1,NS
12 F00=F00+(CUM(K)-ATUAN(PARS2,EPTS(K),MC))**2
IF (F00-F0)42,19,19
42 F0=F00
DO 18 J=1,NT
18 PARS(J)=PARS2(J)
IX=KK
19 CONTINUE
IF (IX) 10,10,9
10 WRITE(3,102) ITER
RMS=SQRT(F0/FLOAT(NS))
WRITE(3,101) RMS
101 FORMAT(11X,33HFINAL ROOT MEAN SQUARE DEVIATION ,E14.6//)
102 FORMAT(30H NUMBER OF ITERATIONS TAKEN = ,I3/)
RETURN
END
FUNCTION ENLAD(PARS,X,J,NT)

```

```

DIMENSION PARS(12)
MODE=(J-1)/3+1
NPAR=3-MODE*3+J
GO TO (1,2,3),NPAR
3 ENLAD=HAVNOR((X-PARS(J-2))/PARS(J-1))-HAVNOR((X-PARS(NT-2))
1 /PARS(NT-1))
RETURN
2 ALPHA=PARS(J+1)
DX=(X-PARS(J-1))/PARS(J)
ENLAD=-ALPHA*DX*OSSKIL(DX)/PARS(J)
RETURN
1 ALPHA=PARS(J+2)
ENLAD=-ALPHA*OSSKIL((X-PARS(J))/PARS(J+1))/PARS(J+1)
RETURN
END
FUNCTION ATUAN(PARS,X,MC)
DIMENSION PARS(12)
ATUAN=0.0
DO 2 I=1,MC
J=I*3
2 ATUAN=ATUAN+PARS(J)*HAVNOR((X-PARS(J-2))/PARS(J-1))
RETURN
END
FUNCTION HAVNOR(X)
Y=ABS(X)
IF(Y-6.0) 1,1,2
1 Y=(1.044273782+Y*(0.052075163+Y*(0.022076998+Y*(0.003422739+Y*(
U0.000039686+Y*(0.000051055+Y*0.0000056212))))))**(-16)
3 IF (X) 4,5,6
4 HAVNOR=Y
RETURN
2 Y=0.
GO TO 3
6 HAVNOR=1.-Y
RETURN
5 HAVNOR=0.5
RETURN
END
FUNCTION OSSKIL (X)
Y=ABS(X)
IF (Y-6.)1,1,2
1 Y=2.5052367+Y*Y*(1.2831204+Y*Y*(0.2264718+Y*Y*(0.1306469+Y*Y*(
1-0.0202490+Y*Y*0.0039132))))
OSSKIL=1.0/Y
GO TO 3
2 OSSKIL=0.
3 RETURN
END

```