

01163
20/1



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA**

**CONFIABILIDAD DE TALUDES
ANALISIS TRIDIMENSIONAL.**

JOSE LUIS GONZALEZ ESPINDOLA

TESIS

PRESENTADA A LA DIVISION DE
ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA
COMO REQUISITO PARA OBTENER

EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERIA
(MECANICA DE SUELOS)**

DIRECTOR DE TESIS: DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD



CIUDAD UNIVERSITARIA

SEPTIEMBRE, 1998.

255 365

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres por su gran apoyo brindado a lo largo de mi preparación profesional y por depositar en mí su confianza.

A mis hermanos que espero sea un aliciente para seguir adelante con fuerza y determinación.

A mis profesores que han compartido sus valiosos conocimientos y experiencias para formar individuos capaces de enfrentar los retos que nuestra nación demanda.

A mis compañeros y amigos que me alentaron para seguir esforzándome en la realización de este trabajo.

A la universidad que como institución educativa ha logrado cumplir sus objetivos en la difusión de conocimientos y formación de individuos con actitud de servicio.

Índice

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES.....	5
2.1 Introducción	5
2.2 Factores que afectan la estabilidad de taludes	6
2.3 Estabilidad de taludes	7
2.3.1 Evaluación de la estabilidad de taludes.....	7
2.3.2 Condiciones de los análisis de estabilidad y resistencia al corte	7
2.3.3 Tipos de análisis.....	9
2.4 Análisis límite bidimensional (2D).....	11
2.4.1 Principios de los métodos	11
2.4.2 Características y limitaciones fundamentales de los diferentes métodos....	12
2.4.3 Búsqueda de la superficie de deslizamiento crítica	14
2.4.4 Conclusiones generales respecto a los análisis 2D.....	15
2.5 Análisis límite tridimensional (3D)	16
2.5.1 Hipótesis en las que se basa el análisis tridimensional	16
2.5.2 Revisión de algunos algoritmos disponibles.....	17
2.5.3 Características y limitaciones fundamentales de los diferentes métodos....	25
2.5.4 Conclusiones generales respecto a los análisis 3D.....	26
2.6 Análisis de estabilidad tridimensional de un talud empleando el método de Bishop simplificado	28
2.6.1 Principios y características del método de análisis	28
2.6.2 Aplicación del método de Bishop simplificado.....	31
3. ENFOQUE PROBABILISTA DEL ANÁLISIS DE TALUDES	34
3.1 Fuentes de incertidumbre	34
3.2 Descripción probabilista de medios geotécnicos.....	36
3.2.1 Estadística, bancos de datos y probabilidad.....	36
3.2.2 Variables aleatorias.....	37
3.2.2.1 Distribuciones discretas de probabilidad.....	38
3.2.2.2 Distribuciones continuas de probabilidad	39
3.2.2.3 Distribuciones de probabilidad multivariantes	41
3.2.3 Campos aleatorios	43
3.2.4 Aplicación a medios geotécnicos.....	46
3.3 Nociones de seguridad y confiabilidad.....	50
3.3.1 Introducción	50
3.3.2 Conceptos generales de confiabilidad.....	51
3.3.3 Análisis de confiabilidad	54
3.3.3.1 Problema básico.....	54
3.3.3.2 Confiabilidad asociada a un estado límite.....	57
3.3.3.3 Confiabilidad de sistemas.....	60
3.3.3.3.1 Modos de falla múltiple.....	60
3.3.3.3.2 Fronteras de probabilidad.....	62
3.3.3.4 Sistemas en serie.....	64
3.3.3.5 Sistemas en paralelo	65

3.3.4 Métodos de cálculo	65
3.3.4.1 Introducción.....	65
3.3.4.2 Método de Monte Carlo.....	66
3.3.4.3 Métodos de primer orden y segundos momentos	67
3.3.4.3.1 Propiedades del criterio de segundos momentos	70
3.3.4.3.2 Método estándar	70
3.3.4.3.3 Métodos avanzados	72
3.3.4.3.4 Aplicación de la técnica del cociente polinomial al análisis de confiabilidad primer orden y de segundos momentos.	75
3.4 Análisis probabilista de taludes.....	78
3.4.1 Antecedentes.....	78
3.4.2 Consideraciones generales para realizar los análisis.....	79
3.4.2.1 Bases para la formulación de los modelos de riesgo	79
3.4.2.2 Tipos de modelos probabilistas	80
3.4.2.3 Métodos de cálculo probabilistas	80
3.4.2.4 Alcances de los métodos de confiabilidad.....	81
3.4.3 Resultados del análisis de confiabilidad.....	84
3.4.4 Interpretación del análisis de confiabilidad.....	86
4. CONFIABILIDAD EN EL ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL DE TALUDES	88
4.1 Planteamiento.....	88
4.2 Metodología.....	89
4.2.1 Consideraciones básicas.....	89
4.2.2 Parámetros estadísticos de las propiedades del suelo.....	90
4.2.3 Evaluación de la estabilidad de taludes en tres dimensiones.....	91
4.2.4 Confiabilidad	93
4.3 Caso de una presa de material homogéneo.....	96
4.3.1 Aplicación a la presa Mirgenbach	96
4.3.2 Análisis de estabilidad.....	98
4.3.3 Estudios paramétricos	100
4.3.4 Resultados de los análisis de confiabilidad	102
4.4 Implicaciones prácticas.....	116
CONCLUSIONES	118
REFERENCIAS	122
APÉNDICE A. CONFIABILIDAD PARA ALGUNAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD	129
A1. Confiabilidad en el caso de variables aleatorias con distribuciones comunes.....	129
A2. Distribución normal estándar	129
A3. Distribución lognormal	130
APÉNDICE B. DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DE ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD	133
B1. Introducción.....	133
B2. Diagrama de flujo del programa	133
B3. Descripción de los bloques que integran el programa.....	134

Introducción

El principal objetivo del diseño de obras civiles es llegar a proyectos que cumplan con un equilibrio óptimo en el aspecto económico, funcional y de seguridad, de acuerdo a un criterio predefinido.

El desarrollo de las vías de comunicación en los últimos años, tales como caminos o ferrocarriles, así como el impulso que ha recibido en todo el mundo principalmente en la década de los setentas la construcción de canales, presas de tierra y obras de protección contra la acción de ríos, han dado al diseño y construcción de taludes una importancia ingenieril de primer orden. Tanto por el aspecto de inversión como por el de consecuencias derivadas de su falla, los taludes constituyen hoy una de las estructuras ingenieriles que exigen mayor cuidado por parte del proyectista y el problema de la evaluación de su seguridad requiere una atención particular.

La inclinación de la mayoría de los taludes se suele elegir principalmente a partir de la experiencia. Se realizan cálculos cuando se trata de una obra importante, un talud de altura excepcional o cuando existe alguna razón para creer que pueden presentarse problemas. En el proyecto de presas de tierra, se suele fijar la inclinación de los taludes primeramente a partir de la experiencia, verificando después su estabilidad mediante un cálculo más completo. En los análisis de estabilidad de taludes, la mayor dificultad radica generalmente en la selección de parámetros de resistencia representativos. La aproximación de un análisis de estabilidad de talud depende de la precisión con que se determinan las propiedades del suelo; sin embargo, la mayoría de las veces los parámetros del mismo no pueden ser obtenidos de manera confiable; bien, porque se carece de datos, porque existe una importante variabilidad espacial en sus propiedades o por las imprecisiones en las que se incurre en las pruebas de campo y de laboratorio. Para los análisis a corto plazo realizados en términos de esfuerzos totales para taludes artificiales, la selección de la resistencia al corte C_u (cohesión) ha sido reconocida como la más grande incertidumbre en los análisis de estabilidad de taludes. Para los análisis realizados en términos de esfuerzos efectivos, la evaluación de las presiones intersticiales constituye otra fuente importante de incertidumbre.

Se usan numerosos métodos diferentes de análisis de estabilidad de taludes para evaluar la seguridad de taludes naturales existentes o para el diseño de nuevos taludes. Aunque ha habido un gran progreso en el desarrollo de estos métodos, aún presentan serias limitaciones. Entre las incertidumbres que afectan los resultados de los análisis de estabilidad, se encuentran también las posibles deficiencias del modelo matemático utilizado.

Dado que en los diseños ingenieriles siempre existe incertidumbre, se introducen en los cálculos unos factores de seguridad, que, en muchos casos están basados en la experiencia para garantizar la seguridad. El factor de seguridad, F , se define en general como la relación entre la resistencia media al esfuerzo cortante a lo largo de la superficie de falla y los esfuerzos cortantes actuantes medios en dicha superficie.

En los problemas geotécnicos, como en el caso de taludes, el concepto de factor de seguridad no es del todo satisfactorio. En efecto, el mismo valor del factor de seguridad puede corresponder a muy diferentes niveles de riesgo dependiendo de las incertidumbres estadísticas y sistemáticas involucradas en la selección de los parámetros de diseño para la obra específica analizada y del tipo de análisis realizado.

Como resultado de la preocupación anterior, desde los años setentas ha surgido el interés por usar técnicas probabilistas para mejorar la evaluación de la seguridad de las obras geotécnicas, asignando un carácter aleatorio a los parámetros que intervienen en el diseño geotécnico. Los métodos probabilistas son capaces de tomar en cuenta tales incertidumbres y permiten estimar la probabilidad de falla (o su complemento a la unidad: la confiabilidad) de la obra. Una de las aplicaciones que estos métodos probabilistas han tenido, ha sido el análisis de estabilidad de taludes.

Los métodos de análisis de confiabilidad contribuyen a poner en evidencia los mecanismos de falla más probables y constituyen una herramienta útil para comparar la seguridad relativa de diferentes alternativas de diseño.

El conocimiento de las incertidumbres implícitas en un análisis de estabilidad de talud ha mejorado gracias a las investigaciones sobre las propiedades del suelo y los métodos analíticos disponibles al punto de poder estudiar los efectos de las incertidumbres sobre la seguridad del talud. Se han realizado análisis probabilistas de estabilidad de taludes de tierra (Wu y Kraft, 1970; Cornell, 1971; etc.) en los cuales los efectos de las diferentes incertidumbres y variabilidad de las propiedades del suelo se han combinado a fin de evaluar de una manera más racional la confiabilidad de éstos.

Los métodos para el cálculo de la probabilidad de falla se han desarrollado sobre la base de modelos geomecánicos bien conocidos en los que se han introducido parámetros geotécnicos aleatorios. Los resultados han permitido establecer comparaciones de las probabilidades de falla de diferentes alternativas de diseño para un talud nuevo o para la estabilización de un talud existente.

Los métodos probabilistas tratan con incertidumbres inherentes al sitio que se desea modelar y el probable comportamiento geotécnico de la obra. Estos métodos toman en cuenta la variabilidad de las propiedades del material a fin de evaluar el nivel de riesgo involucrado en un proyecto, las consecuencias de falla y la posibilidad de seleccionar la mejor alternativa de diseño.

En general, los análisis de estabilidad de taludes probabilistas deberían considerar la variabilidad de la resistencia al corte en el espacio tridimensional ya que las fallas de los terraplenes están condicionadas principalmente por este tipo de incertidumbre. Los campos aleatorios son idealmente adecuados para modelar esta incertidumbre distribuida espacialmente. Un campo aleatorio puede tomar en cuenta la correlación espacial que existe entre los valores de las resistencias al corte del suelo en diferentes puntos.

La justificación de realizar un análisis de estabilidad tridimensional radica en llevar a cabo una mejor evaluación de la seguridad del talud ante situaciones en que el análisis bidimensional no puede plantearse. Un análisis de estabilidad tridimensional es conveniente realizarlo cuando se presentan las situaciones siguientes:

- a) En el caso de taludes cortos en los que no se puede ignorar el efecto de las condiciones de frontera, como es la estabilidad de presas altas construidas en cañones estrechos.
- b) Cuando las propiedades mecánicas del material constitutivo del talud varían en forma significativa en la dirección longitudinal.
- c) En el caso de taludes que están sujetos a cargas de extensión limitada en la parte superior.
- d) Cuando la geometría del talud no es uniforme.
- e) Cuando la superficie de deslizamiento es irregular.

En estos casos es necesario replantearse la hipótesis del mecanismo de falla bidimensional y recurrir a los análisis tridimensionales para llegar a tener resultados más congruentes con el fenómeno real.

En esta tesis se prestará especial atención al análisis de estabilidad a corto plazo de taludes constituidos por materiales cohesivos homogéneos.

Es posible manejar en un análisis probabilista de talud la variación de la resistencia al corte sobre la superficie de falla. Una variación espacial tridimensional de dicha resistencia constituye un enfoque más realista que la consideración bidimensional.

Uno de los propósitos de este trabajo es estudiar la evaluación de la confiabilidad empleando la teoría de campos aleatorios, considerando la resistencia al corte del suelo como un proceso estocástico correlacionado (en el sentido amplio) en tres dimensiones.

En el capítulo 2 de este trabajo se presentan las principales características y limitaciones de los métodos de estabilidad de taludes para los mecanismos de falla bidimensional (2D) y tridimensional (3D). Se mencionan los diferentes factores y condiciones que contribuyen a la inestabilidad de talud. Se revisan y se discuten brevemente las hipótesis en las que se basan estos métodos para evaluar la seguridad de los taludes contra deslizamiento en suelos cohesivos y friccionantes.

Se presentan y comparan algunos métodos de estabilidad de taludes 3D y 2D tomando en cuenta diversas configuraciones de la superficie de falla, características específicas del suelo y condiciones de carga.

En el capítulo 3 se analizan las principales fuentes de incertidumbre presentes en los análisis de taludes. Se mencionan las características del campo aleatorio para describir las variaciones espaciales de las propiedades del suelo.

Se proporciona un breve repaso de los conceptos fundamentales relacionados con la teoría de confiabilidad y se revisan los métodos de cálculo disponibles para cuantificar la probabilidad de falla de una obra determinada.

Finalmente, en el capítulo 4 se ilustra la aplicación de estas técnicas, evaluando la confiabilidad de un talud cohesivo homogéneo en tres dimensiones (terraplén de la presa Mirgenbach,

Francia) con características anisotrópicas y en condiciones no drenadas (análisis en términos de esfuerzos totales).

En los análisis que se presentan, se estudian los efectos de la incertidumbre existente solamente en la resistencia al corte no drenada o cohesión, C_u . Se consideran parámetros estadísticos conocidos.

El modelo de campo aleatorio toma en cuenta la dependencia espacial de la resistencia al corte de la masa de suelo y tiene como fin estimar la confiabilidad contra deslizamiento. El talud se considera como un sistema en serie compuesto de una infinidad de modos de fallas (superficies) con diferentes probabilidades de falla asociadas a superficies de deslizamiento críticas y próximas a la probabilidad de falla global del sistema.

El procedimiento empleado para determinar la confiabilidad de taludes de tierra contra falla por cortante, utiliza el método aproximado de Primer Orden-Segundos Momentos y el método de estabilidad de Bishop simplificado de *columnas* en tres dimensiones (análisis de equilibrio límite).

Los componentes básicos del modelo de estabilidad tridimensional probabilista propuesto son:

- Un campo aleatorio estacionario como descripción de las fluctuaciones espaciales (representación de las variaciones aleatorias) de la resistencia al corte del suelo en términos de esfuerzos totales (fin de la construcción). Se introdujo además, como una primera aproximación, la hipótesis de que este campo puede considerarse Gaussiano.
- Modos de falla circular o poligonal tridimensional.
- Análisis de estabilidad por el método de Bishop.
- Determinación de la confiabilidad asociada a la superficie de falla más crítica por el método de Primer Orden-Segundos Momentos.

Se determina la confiabilidad o probabilidad de falla del talud para una variabilidad de la cohesión, diferentes condiciones geométricas de las superficies de deslizamiento, factores de seguridad y características de correlación espacial. Se mencionan los parámetros que más influyen en la determinación de la confiabilidad del talud.

Análisis de estabilidad de taludes

2.1 INTRODUCCIÓN

Se conocen con el nombre genérico de taludes cualquier superficie inclinada respecto a la horizontal que hayan de adoptar permanentemente las masas de tierra. Cuando el talud se produce sin intervención humana, se denomina talud natural o simplemente ladera. Los taludes realizados por el hombre se denominan cortes o taludes artificiales, según sea la génesis de su formación; en el corte, se efectúa una excavación en una formación térrea natural, en tanto que los taludes artificiales son los lados inclinados de los terraplenes.

La naturaleza y homogeneidad de los materiales constitutivos son básicos para plantear y definir el problema de la estabilidad de un talud en cualesquiera de sus múltiples aspectos. En general, el problema de estabilidad de taludes se caracteriza por ser estáticamente indeterminado.

Los análisis de estabilidad de taludes se han convertido en una herramienta analítica común para evaluar la seguridad de taludes naturales y artificiales. Existen varios métodos para revisar la estabilidad, según las simplificaciones e hipótesis que se utilicen para hacer el problema determinado. La estabilidad de la masa de suelo contra falla bajo su propio peso, o bajo la acción de cargas aplicadas, se puede evaluar por los métodos de análisis de esfuerzos y deformaciones o por los métodos basados en el principio de equilibrio límite (ASCE, 1960).

Los análisis de estabilidad de taludes en dos dimensiones arrojan resultados suficientemente precisos para la mayoría de los casos prácticos y requieren menos esfuerzo que un análisis tridimensional. Sin embargo, en ciertos casos particulares, es necesario reconocer que la geometría del talud es tridimensional, y recurrir al análisis en tres dimensiones (3D) para la determinación de la seguridad de dichas estructuras.

En este capítulo, después de revisar los principales factores que afectan la estabilidad de un talud y las etapas para evaluarla, se presentan los principales factores a considerar para evaluar la seguridad en función de la elección de las condiciones de análisis y las resistencias al corte. Posteriormente se presentan brevemente los principales métodos que se han desarrollado para analizar la estabilidad de taludes. Estos métodos teóricos se fundamentan en las teorías de la mecánica del medio continuo y del equilibrio límite, siendo afectados por todas las hipótesis y limitaciones presentes en estas teorías. Se revisan los métodos de análisis bidimensionales y algunos métodos de estabilidad en tres dimensiones, mencionando los resultados más relevantes y los factores que más influyen en la determinación del factor de seguridad. Finalmente, se presta una especial atención al análisis de la estabilidad de un talud natural considerando la tercera dimensión por el método de Bishop que será usado en los capítulos siguientes.

2.2 FACTORES QUE AFECTAN LA ESTABILIDAD DE TALUDES

Los principales factores que intervienen en la estabilidad de un talud son los siguientes:

- a) Impacto natural: acción del agua (erosión, infiltración, capilaridad, nivel freático), sismo, movimientos tectónicos, influencia de la gravitación, influencia de la temperatura, efectos químicos, efectos biológicos.
- b) Impacto artificial: cargas, efectos dinámicos, insuficiencia del drenaje.

La estabilidad depende principalmente de la geometría del talud y de la resistencia al corte de la masa de suelo.

Los taludes naturales o artificiales pueden presentar una amplia variedad de tipos de movimientos (fallas, Tabla 2.1):

Tabla 2.1 Tipos de falla en taludes.

A) Fallas ligadas a la estabilidad de laderas naturales.	<ul style="list-style-type: none"> a) Deslizamiento superficial asociado a falta de resistencia por baja presión de confinamiento (creep). b) Fallas asociadas a proceso de deformación acumulativa, generalmente relacionadas con perfiles geológicos desfavorables. c) Flujos (en materiales secos y húmedos).
B) Fallas relacionadas a la estabilidad de laderas artificiales.	<ul style="list-style-type: none"> a) Falla rotacional (local, de pie y de base). b) Falla traslacional. c) Fallas con superficies compuestas. d) Fallas múltiples.
C) Derrumbes y caídos.	
D) Otros tipos de fallas.	<ul style="list-style-type: none"> a) Fallas por erosión. b) Fallas por tubificación. c) Fallas por agrietamiento.
E) Fallas por licuación.	
F) Falla por deformación en los hombros de los terraplenes	

Algunos tipos de falla resulta difícil analizarlos porque se presentan con tal variedad y complejidad que desafían todo intento de análisis. Sin embargo, es posible aplicar el MEF de grandes deformaciones en el caso de flujo del material. Las fallas por erosión se pueden analizar con procedimientos hidráulicos que incluyen erosionabilidad del suelo.

2.3 ESTABILIDAD DE TALUDES

2.3.1 EVALUACIÓN DE LA ESTABILIDAD DE TALUDES

En términos generales, hay cinco etapas para evaluar la estabilidad de taludes (Morgenstern, 1992):

1. Caracterización del sitio. Se refiere a la determinación de las condiciones geológicas, sísmicas e hidrológicas que actúan en el sitio.
2. Identificación del modo de ruptura probable: caídos, deslizamientos y flujos.
3. Caracterización del material. Se refiere al proceso de prueba in situ, muestreo y pruebas de laboratorio de los materiales a fin de determinar las resistencias, deformabilidad y permeabilidad.
4. Caracterización de la presión de poro (no se emplea para análisis en términos de esfuerzos totales).
5. Evaluación de la estabilidad mediante un modelo analítico o numérico.

En la práctica, las fases 1 a 4 son las que presentan mayores limitaciones. Un error importante cometido en alguna de estas fases dominará los resultados en la fase 5.

2.3.2 CONDICIONES DE LOS ANÁLISIS DE ESTABILIDAD Y RESISTENCIA AL CORTE

En los análisis de taludes debe prestarse atención a las condiciones en las que se quiere evaluar la seguridad (corto o largo plazo) y a la resistencia disponible de acuerdo con las condiciones de drenaje en el campo correspondientes. En la tabla 2.2 se resumen los principales factores a considerar para la elección de las condiciones de análisis y las resistencias al corte (Duncan, 1996).

Los suelos con drenaje libre son capaces de drenar completamente dentro del periodo de construcción o de carga. El drenaje en suelos impermeables no puede tomar lugar durante la etapa de construcción o de carga.

Una manera para estimar el grado de drenaje durante la etapa de construcción o de carga es la determinación del factor tiempo adimensional, T . Este factor se expresa como (Duncan, 1996):

$$T = \frac{C_v t}{D^2} \quad (2.1)$$

donde C_v es el coeficiente de consolidación ($m^2/año$), t es el tiempo de carga o de construcción (años) y D es la longitud del patrón de drenaje (m).

Si el valor de T es mayor de 3.0, el material se considera drenante. Si el valor de T es menor de 0.01, se considera que el material no es drenante. Si el valor de T se encuentra entre estos dos límites, se deben considerar las dos posibilidades. Si no se dispone de los datos necesarios para calcular el valor de T , se puede recurrir a las permeabilidades del suelo para los problemas que involucren velocidades normales de carga. Los suelos que tengan permeabilidades más grandes de 10^{-4} cm/s se consideran drenantes. Los suelos con permeabilidades menores de 10^{-7} cm/s se consideran no drenantes.

Tabla 2.2 Resistencias al corte, presiones de agua y pesos volumétricos para el análisis de estabilidad de taludes.

	Condición		
	Fin de la construcción	Carga multietapa*	A largo plazo
Procedimiento de análisis y resistencia al corte para suelos con drenaje libre.	Análisis de esfuerzos efectivos, usando c' y ϕ' .	Análisis de esfuerzos efectivos, usando c' y ϕ' .	Análisis de esfuerzos efectivos, usando c' y ϕ' .
Procedimiento de análisis y resistencia al corte para suelos impermeables.	Análisis de esfuerzos totales, usando c y ϕ desde pruebas in situ, UU o CU.	Análisis de esfuerzos totales, usando S_u desde pruebas CU y estimación de presión de la consolidación.	Análisis de esfuerzos efectivos, usando c' y ϕ' .
Presión de poro interna	No se emplea presión de poro interna para análisis de esfuerzos totales. Utilizar u obtenida a partir de análisis de flujo para análisis de esfuerzos efectivos.	No se emplea presión de poro interna para análisis de esfuerzos totales. Utilizar u obtenida a partir de análisis de flujo para análisis de esfuerzos efectivos.	Utilizar u obtenida a partir de análisis de flujo.
Presión de agua externa.	Incluir.	Incluir.	Incluir.
Peso volumétrico.	Total.	Total.	Total.

*La carga multietapa incluye vaciado rápido, construcción por etapas y cualquier otra condición en que, durante el período de consolidación, se lleve a cabo una serie de cambios en la carga bajo condiciones no drenadas.

En condiciones drenadas, los cálculos se realizan en términos de esfuerzos efectivos empleando valores de c' y ϕ' . Estos parámetros se determinan a partir de pruebas drenadas o no drenadas con medición de presión de poro. La ejecución de pruebas triaxiales drenadas en arcillas es impráctico ya que las pruebas requieren demasiado tiempo en su realización. Las pruebas de corte directo o las pruebas CU con medición de presión de poro se usan frecuentemente debido a que el tiempo de ejecución es corto. Los valores de c' y ϕ' que se obtienen de las pruebas CU son prácticamente iguales a los valores determinados en pruebas triaxiales drenadas o de corte directo.

En condiciones no drenadas, los cálculos se realizan en términos de esfuerzos totales, ya que los valores de la presión de poro en estas condiciones no pueden determinarse exactamente. Las resistencias al corte en condiciones no drenadas pueden evaluarse utilizando pruebas no consolidadas no drenadas (UU) o consolidadas no drenadas (CU) (Duncan, 1996). Para la condición de carga multietapa, la resistencia no drenada se estima utilizando los resultados de las pruebas CU junto con los valores de presión de consolidación estimados a partir de pruebas de consolidación.

En la presente tesis, se centrará la atención en los análisis de estabilidad a corto plazo de taludes formados por suelos no drenantes. Los análisis se realizarán en términos de esfuerzos totales y se considerará por tanto la resistencia al corte medida en condiciones no drenadas.

2.3.3 TIPOS DE ANÁLISIS

Los métodos de análisis de estabilidad de taludes en mecánica de suelos se dividen generalmente en dos grupos distintos (Chen, 1990):

- a) Análisis de esfuerzos y deformaciones.
- b) Análisis de equilibrio límite.

Los análisis en términos de *esfuerzos y deformaciones* se realizan frecuentemente empleando la teoría de elasticidad lineal o leyes de comportamiento más avanzadas que permiten tomar en cuenta por ejemplo las deformaciones permanentes y la falla progresiva, es decir la transición elástica-plástica desde el estado elástico inicial lineal hasta el estado de falla último del suelo por flujo plástico.

Los análisis de equilibrio límite, por otra parte, tratan con la condición de falla última de una masa de suelo. El objetivo de este tipo de análisis es la determinación de las cargas que pueden causar la falla de la masa de suelo. Las soluciones a estos problemas frecuentemente se obtienen por simple estática asumiendo superficies de falla de varias formas simples y usando el criterio de falla de Coulomb (comportamiento rígido-plástico). Este enfoque se conoce como *método de equilibrio límite* en mecánica de suelos.

2.3.3.1 ANÁLISIS DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES

Actualmente es posible realizar análisis relativamente realistas de las deformaciones de taludes y terraplenes, usando por ejemplo el método del elemento finito. Este tipo de análisis permite además calcular la distribución de esfuerzos y comparar los esfuerzos máximos con la resistencia del suelo.

Una limitación de este tipo de análisis es que la existencia de sobre-esfuerzos locales no es una condición suficiente para que se desarrolle la falla. Para que esta se produzca es necesario que se genere un mecanismo cinemáticamente admisible. Resulta claro que el ingeniero se interesa más en la seguridad contra falla completa, que contra falla local por sobre-esfuerzos.

Un enfoque interesante (Reséndiz y Romo, 1972) consiste en relacionar las deformaciones que se presentan en el talud con el factor de seguridad. Mediante estudios paramétricos realizados por el método del elemento finito, ha sido posible desarrollar un método que permite evaluar la seguridad de un talud artificial a partir de las deformaciones que se presentan en el mismo.

También se ha establecido una correlación entre los factores de seguridad obtenidos por métodos de equilibrio límite y el obtenido del método de elemento finito. Los resultados de estos estudios indican que se presentan diferencias importantes, principalmente cerca de la falla. Los métodos de equilibrio límite resultan más conservadores (Romo, 1971).

A pesar de sus ventajas, este tipo de enfoque no ha sustituido en la práctica al uso, mucho más extendido, de los métodos de análisis de equilibrio límite.

2.3.3.2 ANÁLISIS DE EQUILIBRIO LÍMITE

La teoría general de los análisis límite considera una relación esfuerzo-deformación de un suelo de tipo rígido-plástico. En taludes, se supone que la falla ocurre como un deslizamiento de la masa de suelo, actuando como un cuerpo rígido, a lo largo de una cierta superficie de falla. Al analizar la posibilidad de tal deslizamiento se admite que el suelo desarrolla en todo punto de la superficie de falla su máxima resistencia al corte. Esta suposición conduce a los teoremas límite sobre los cuales se basan los análisis límite (Chen, 1990; Juárez Badillo, 1984). En estos análisis, cuando se alcanza la carga límite y la deformación progresa bajo carga constante, todos los esfuerzos permanecen constantes y sólo se presentan incrementos de deformación plástica. La naturaleza no uniforme del desplazamiento de la masa de suelo conduce a una sobrepredicción de la resistencia si el suelo tiene una relación esfuerzo-deformación dúctil (D'Andrea, 1982).

Los teoremas de límite plástico pueden convenientemente emplearse para obtener fronteras superiores e inferiores de la carga de colapso para problemas de estabilidad en mecánica de suelos (Chen, 1990). El análisis límite de estabilidad de taludes conduce a una cota superior del sistema de cargas límite (Juárez Badillo, 1984).

La hipótesis de rigidez inicial del suelo no implica grave error, pues es un hecho que, en la mayoría de los casos prácticos, las deformaciones de los suelos previas a la falla (deformaciones elásticas) son muy pequeñas y pueden despreciarse.

Los análisis de equilibrio límite de estabilidad de taludes evalúan el factor de seguridad contra deslizamiento como la relación entre la resistencia disponible y la movilizada. Con el fin de obtener el F_{\min} , se repiten los cálculos, considerando diferentes superficies de falla, hasta lograr tener el mínimo valor.

En los análisis de equilibrio límite de estabilidad de taludes implícitamente se admite la hipótesis de que el suelo no tiene una curva esfuerzo-deformación frágil (donde la resistencia al corte disminuye después de alcanzar un máximo). Esta hipótesis se debe al hecho de que en los métodos no intervienen las magnitudes de la deformación dentro del talud, ni cómo varían a lo largo de la superficie de deslizamiento. Como una consecuencia, a menos que las resistencias usadas en los análisis se movilicen sobre un rango amplio de deformación (comportamiento esfuerzo-deformación dúctil) no hay garantía de que la resistencia máxima sea movilizada simultáneamente a lo largo de toda la longitud de la superficie de deslizamiento. Si la resistencia al corte disminuye después de alcanzar un máximo, la falla progresiva puede ocurrir, y la resistencia al corte movilizada en algunos puntos puede ser más pequeña que la resistencia máxima. En este caso, el único enfoque totalmente confiable es utilizar en el análisis la resistencia residual en lugar de la resistencia máxima. Esta claro que este análisis resulta, en general, demasiado conservador, aunque en menor grado, si el suelo está formado por arenas finas, limos saturados y arcillas sensitivas.

2.4 ANÁLISIS LÍMITE BIDIMENSIONAL (2D)

2.4.1 PRINCIPIOS DE LOS MÉTODOS

Los análisis bidimensionales (2D) suponen implícitamente que la superficie de deslizamiento está definida por un cilindro de longitud infinita, despreciándose los efectos tridimensionales y de frontera. En estas condiciones, el equilibrio de un tramo del talud de ancho unitario es representativo de la estabilidad del conjunto y el problema se vuelve bidimensional.

El análisis de equilibrio límite es la base de la mayoría de los métodos disponibles para analizar la estabilidad de taludes. Este enfoque ignora la relación esfuerzo-deformación del suelo y sólo considera las condiciones del equilibrio límite.

Las hipótesis básicas para el análisis de estabilidad de equilibrio límite 2D son las siguientes:

1. Se considera como válido un análisis bidimensional, correspondiendo a un estado de deformación plana.
2. Se atribuye una forma determinada a la superficie de falla (plana, circular, irregular, compuesta o espiral logarítmica).
3. El movimiento de la masa de suelo es de cuerpo rígido, considerando así un estado de equilibrio estático (enfoque de equilibrio límite).
4. El suelo es isótropo en cuanto a su resistencia al esfuerzo cortante.
5. Se considera válida la ley de resistencia de Mohr-Coulomb.
6. Se acepta que, en el momento de la falla, la resistencia al cortante del suelo se moviliza completamente y en forma simultánea en todos los puntos de la superficie de deslizamiento.
7. El factor de seguridad, F , se define como la relación entre la resistencia media al esfuerzo cortante a lo largo de la superficie de falla y los esfuerzos cortantes actuantes medios en dicha superficie.

Los análisis de estabilidad de taludes, como los de capacidad de carga y empujes de tierra, tienen por tanto como principal objetivo la determinación del factor de seguridad respecto a la rotura, y su solución se obtiene comparando dos conjuntos de fuerzas o momentos: las que tienden a producir la rotura y las que tienden a impedirla.

Wright y Tavenas (Duncan, 1996) notaron que el factor de seguridad F varía a lo largo de la superficie de deslizamiento. Sin embargo, en muchos de los análisis de estabilidad se considera que el factor de seguridad es constante. El valor medio de F es el mismo para todos los propósitos prácticos, aunque se suponga que el F varía de un lugar a otro a lo largo de la superficie de deslizamiento.

En los análisis de estabilidad de taludes se suele introducir una distinción entre dos tipos de solución: uno donde las condiciones de equilibrio estático no son rigurosamente satisfechas (simplificado) y el otro donde son satisfechas completamente (riguroso). En efecto, al evaluar la estabilidad de un talud, el número de ecuaciones disponibles es menor al de incógnitas. En

todos los métodos de análisis de estabilidad de taludes se introducen hipótesis simplificadoras que hacen que el problema sea estáticamente determinado. En el caso de los métodos rigurosos, se ha encontrado que las hipótesis no tienen un efecto significativo sobre el valor del factor de seguridad, sin embargo, los algoritmos para evaluar F son más completos. Los métodos simplificados no proporcionan un grado de aproximación tan alto como los métodos que satisfacen todas las condiciones de equilibrio ya que en el primer caso los resultados son afectados significativamente por las inclinaciones consideradas para las fuerzas laterales entre dovelas. Además, es importante mencionar que los factores de seguridad obtenidos aún por los métodos simplificados dependen bastante de las condiciones geométricas e hidráulicas consideradas en el análisis.

Con las computadoras, se ha revolucionado el análisis de estabilidad de taludes ya que éstas permiten realizar análisis empleando métodos avanzados que satisfacen las condiciones de equilibrio y se puede analizar un gran número de superficies de deslizamiento, haciendo posible localizar la superficie de deslizamiento crítica (circular o no circular) con una mejor aproximación.

2.4.2 CARACTERÍSTICAS Y LIMITACIONES FUNDAMENTALES DE LOS DIFERENTES MÉTODOS

Los principales métodos de equilibrio límite 2D empleados para analizar la estabilidad de taludes se listan en la tabla 2.3. Estos métodos comparten algunas características y limitaciones que deben ser entendidas para poder determinar cual de estos puede ser aplicado a un problema particular.

Tabla 2.3 Características de algunos métodos de análisis de estabilidad (Duncan, 1996).

Método	Características y limitaciones
Gráficas de estabilidad de taludes (Janbu 1968, Duncan et al 1987)	Suficientemente exacto para muchos propósitos. Rápido para programarlo en computadora. Únicamente para superficies de deslizamiento circulares. Satisface las ecuaciones de equilibrio de momentos. No satisface las ecs de equilibrio de fuerzas horizontales.
Método ordinario de las dovelas (Fellenius 1927)	Sólo acepta la superficie de deslizamiento circulares. Satisface el equilibrio de momentos. No satisface el equilibrio de fuerzas horizontales.
Método de Bishop Modificado (Bishop 1955)	Sólo acepta superficies de falla circulares. Satisface el equilibrio de momentos y fuerzas verticales. No satisface el equilibrio de fuerzas horizontales.
Métodos de equilibrio de fuerzas (ej. Lowe y Karafianth 1960)	Cualquier forma de superficie de deslizamiento. No satisface el equilibrio de momentos. Satisface el equilibrio de fuerzas horizontales y verticales.
Procedimiento generalizado de Janbu de las dovelas (Janbu, 1965)	Cualquier forma de superficie de deslizamiento. Satisface todas las ecuaciones de equilibrio. Permite la variación de la posición de las fuerzas laterales entre dovelas. Problemas numéricos más frecuentes que otros métodos.

Janbu de las dovelas (Janbu, 1965)	Satisface todas las ecuaciones de equilibrio. Permite la variación de la posición de las fuerzas laterales entre dovelas. Problemas numéricos más frecuentes que otros métodos.
Método de Morgenstern y Price (Morgenstern y Price, 1965)	Cualquier forma de superficie de deslizamiento. Satisface todas las condiciones de equilibrio. Permite variar la orientación de las fuerzas laterales entre dovelas.
Método de Spencer (Spencer, 1967)	Cualquier forma de superficie de deslizamiento. Satisface todas las condiciones de equilibrio. Se supone que las fuerzas laterales son paralelas.
Método de Taylor (Taylor, 1948)	Aplicable a suelos homogéneos. Aplicable a superficies de deslizamiento circulares. No toma en cuenta los efectos de filtración.

Se han desarrollado otros métodos de estabilidad además de los descritos anteriormente, como es el método de la espiral logarítmica, que a pesar de tener importantes ventajas (las superficies de deslizamiento de tipo espiral logran una mejor representación de la superficie de falla resultando el problema estáticamente determinado), su aplicación no ha sido muy difundida.

Para evaluar la precisión de los diversos métodos, se comparan los F entre diferentes métodos de solución para una misma superficie de deslizamiento. Este enfoque de mantener las condiciones geométricas de la superficie de falla es básico cuando se tiene que recurrir a procedimientos de estabilización. Los métodos más sencillos como el de Bishop, el de la cuña e incluso el método ordinario de las dovelas, dan factores de seguridad con un intervalo de confianza de $\pm 10\%$ respecto a los parámetros de resistencia supuestos (Lambe y Whitman, 1987).

A continuación se presenta un resumen respecto a la precisión alcanzada en los resultados de los métodos 2D indicados en la tabla 2.3:

1. La aproximación a la que se llega en el uso de gráficas de estabilidad de taludes es tan buena como la determinación que se logra usualmente al definir la geometría del talud, el peso volumétrico y la presión de poro. La mayor limitación de este método es que sólo se aplican a condiciones simples y son difíciles de adaptar a las condiciones reales. Sin embargo, presenta la ventaja de la rapidez, especialmente para análisis preliminares.
2. El método ordinario de las dovelas (MOD) es bastante aproximado para análisis en condiciones no drenadas con superficies de deslizamiento circulares. En los análisis en términos de esfuerzos efectivos con altas presiones de poro, el factor de seguridad calculado resulta ser demasiado bajo. El método no tiene problemas numéricos.
3. El método de Bishop modificado proporciona resultados muy aceptables para todas las condiciones (excepto cuando se encuentran problemas numéricos). El factor de seguridad calculado por este método es menor que el factor de seguridad para el mismo círculo obtenido utilizando el MOD. Comparar el F obtenido a partir del método de Bishop Modificado para cada círculo con el obtenido utilizando el MOD constituye un medio adecuado para identificar los errores de tipo numérico en el método de Bishop.

que incluyen la existencia de fuerzas laterales entre columnas se llegan a tener problemas numéricos en algunos casos.

5. Los métodos que satisfacen todas las condiciones de equilibrio (como el de Janbu, Morgenstern y Price, y Spencer) son muy aproximados para cualquiera de las condiciones (excepto cuando se presentan problemas numéricos). El F obtenido por alguno de estos métodos no difiere más del 12% comparado con cualquier otro método que satisface todas las condiciones de equilibrio y la diferencia no es más del 6% con el que se puede considerar como la respuesta correcta. Todos estos métodos tienen problemas numéricos en taludes no homogéneos y en superficies de deslizamiento no circulares.

Otro aspecto importante respecto a la precisión de los análisis de estabilidad es el mal empleo de los programas computacionales. Los errores más evidentes que se presentan cuando se utiliza un programa por computadora son:

1. Deficiencias por parte de la persona que realiza el análisis al no entender la mecánica de suelos lo suficientemente bien como para poder definir la presión del agua, peso volumétrico y la resistencia al corte apropiada.
2. Deficiencia de la persona que ejecuta el análisis para comprender el programa lo suficientemente bien para definir estas cantidades correctamente en la entrada de datos.
3. Falta de una revisión de que los resultados obtenidos sean razonables.

Las diferencias que se presentan entre los diversos métodos de estabilidad de taludes 2D existentes se deben principalmente a:

- a) Forma de la superficie de falla considerada.
- b) Hipótesis aceptadas en cuanto a las fuerzas internas dentro de la masa deslizante para alcanzar el equilibrio estático.
- c) Ecuaciones de equilibrio que se satisfacen.

2.4.3 BÚSQUEDA DE LA SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO CRÍTICA

El rastreo de la superficie de deslizamiento crítica (desconocida) se considera desde el punto de vista matemático, como la búsqueda por tanteos del mínimo F calculado por alguno de los métodos de estabilidad.

Localizar la superficie de deslizamiento que tiene el más bajo factor de seguridad es una parte importante del análisis de estabilidad de taludes. Se han desarrollado un gran número de procedimientos para localizar el círculo crítico o la superficie de deslizamiento crítica no circular.

Muchos programas de computadora realizan cambios en la posición del centro del círculo y la longitud del radio para encontrar círculos críticos. Cuando la geometría es compleja, se presentan más problemas ya que pueden existir F_{\min} locales y es necesario desarrollar múltiples

búsquedas usando diferentes estrategias para estar seguro que se ha encontrado el valor mínimo global de F . En el caso de suelos homogéneos, todos los métodos de búsqueda suministran resultados que son prácticamente coincidentes. La estrategia de búsqueda, en este caso, no afecta la localización del círculo crítico de falla.

El problema para localizar superficies críticas no circulares es más complejo. Para encontrar este tipo de superficie se han desarrollado diferentes técnicas. Entre las técnicas aplicables a los métodos de análisis que calculan F considerando superficies no circulares se encuentran:

1. Generación aleatoria de superficies de deslizamiento cinemáticamente admisibles.
2. Técnicas dinámicas de minimización utilizando el método de Spencer.
3. Movilización de la superficie de deslizamiento en una dirección especificada para encontrar la superficie crítica no circular.
4. Utilizando técnicas de optimización: método simplex.

Los métodos de búsqueda de superficies críticas son de gran ayuda en los análisis de estabilidad. Sin embargo, sus resultados sólo deben aceptarse después de examinar cuidadosamente los factores que afectan la localización de la superficie de deslizamiento: presencia de discontinuidades, distribución de esfuerzos, falla progresiva y detalles geológicos meros (Petaccia *et al*, 1989).

2.4.4. CONCLUSIONES GENERALES RESPECTO A LOS ANÁLISIS 2D

Los métodos de análisis de estabilidad de taludes por equilibrio límite bidimensionales se basan en la hipótesis de que existen condiciones de deformación plana. Rigurosamente hablando, estos análisis suponen que el terraplén es homogéneo en dirección longitudinal y que una posible falla se extendería a una distancia infinita o tendría por lo menos una extensión suficientemente grande para que los análisis de deformación plana sean razonablemente aplicables.

En muchas condiciones prácticas, la hipótesis anterior es aceptable y estos métodos, aún los más simplificados, dan resultados satisfactorios, siempre que se preste especial atención a las condiciones que definen al problema como es la geometría del talud, la resistencia al esfuerzo cortante, el peso volumétrico y la presión del agua.

Sin embargo, existen situaciones en las que el problema no puede plantearse en forma bidimensional, y en particular las siguientes:

- a) En el caso de taludes cortos en los que no se puede ignorar el efecto de las condiciones de frontera, como es la estabilidad de presas altas construidas en cañones estrechos.
- b) Cuando las propiedades mecánicas del material constitutivo del talud varían en forma significativa en la dirección longitudinal.
- c) En el caso de taludes que están sujetos a cargas de extensión limitada en la parte superior.
- d) Cuando la geometría del talud no es uniforme.
- e) Cuando la superficie de deslizamiento es irregular.

En estos casos debe replantearse la hipótesis del mecanismo de falla bidimensional y es necesario recurrir a los análisis tridimensionales para modelar más adecuadamente el fenómeno real.

2.5 ANÁLISIS LÍMITE TRIDIMENSIONAL (3D)

2.5.1 HIPÓTESIS EN LAS QUE SE BASA EL ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL

Los análisis tridimensionales (3D) adoptan un patrón de falla correspondiente a una geometría tridimensional. Estos análisis suponen que la masa deslizante se puede representar con un cuerpo rígido o mediante columnas verticales limitadas por la superficie que define al talud y la superficie de deslizamiento. En este último caso, el análisis es análogo al de las dovelas en dos dimensiones.

En estos análisis, se presenta un problema de indeterminación debido a la existencia de un mayor número de incógnitas que ecuaciones en la evaluación de la estabilidad. Con el fin de hacer el problema determinado se aceptan hipótesis simplificadoras que varían de un método a otro. Sin embargo, en los más recientes, hay similitudes en los planteamientos generales y las diferencias entre los resultados obtenidos se atribuyen al grado de influencia de los parámetros involucrados en el análisis.

Las hipótesis más comunes en los análisis de estabilidad de equilibrio límite 3D en la evaluación de F son las siguientes:

1. Mecanismo de falla tridimensional.
2. Se adopta una superficie determinada de deslizamiento (esférica, elipsoidal, cuña, etc.) cuya dirección del movimiento es perpendicular al eje longitudinal del talud.
3. El movimiento de la masa de suelo se considera como de cuerpo rígido (enfoque de equilibrio límite).
4. La masa deslizante se representa como un cuerpo rígido o como una masa de tierra dividida en columnas verticales.
5. El suelo es isótropo en cuanto a su resistencia al esfuerzo cortante.
6. Se considera válida la ley de resistencia de Mohr-Coulomb.
7. Se acepta que, en el momento de la falla, la resistencia al cortante del suelo se moviliza completamente y en forma simultánea en todos los puntos de la superficie de deslizamiento.
8. El factor de seguridad, F , se define en general como la relación entre la resistencia media al esfuerzo cortante a lo largo de la superficie de falla y los esfuerzos cortantes actuantes medios en dicha superficie. Algunos análisis 3D toman en cuenta la interacción entre columnas o los efectos de frontera en el cálculo del factor de seguridad. Se tiene entonces (Cavounidis, 1987):

$$F_{3D} = \frac{\int_z R dz + P(E)}{\int_z M dz} \quad (2.2)$$

donde R y M son respectivamente los momentos resistente y motor por unidad de longitud. ($R=R(x,y)$ y $M=M(x,y)$). P(E) es una resistencia adicional debido a las condiciones de frontera lateral o a la interacción entre columnas. El eje z es perpendicular a la dirección del movimiento y paralelo al eje de rotación.

En estos análisis de estabilidad, como en los análisis 2D, el propósito fundamental es el cálculo del factor de seguridad respecto al corte de la masa deslizante, que se determina al comparar las fuerzas que tienden a producir la rotura y las que tienden a impedirla. El valor F_{3D} depende principalmente de los factores siguientes: geometría del talud, propiedades del material, efecto de las condiciones de frontera y forma de la superficie tridimensional (cilíndrica, elipsoidal, etc.).

2.5.2 REVISIÓN DE ALGUNOS ALGORITMOS DISPONIBLES

2.5.2.1 EXTENSIÓN DEL MÉTODO ORDINARIO DE LAS DOVELAS (Baligh y Azzouz, 1975)

El análisis de estabilidad tridimensional considera que la geometría del talud y las propiedades del suelo se conservan en la dirección perpendicular al eje z del talud. El análisis 3D empleado constituye una extensión del método ordinario de las dovelas 2D. Se adoptó este método con el fin de alcanzar la determinación estática del arco circular. Se conservan las hipótesis básicas consideradas en este método. Se admite que la extensión de la superficie de falla tiene una longitud finita y se supone un movimiento de cuerpo rígido (análisis de deformación plana).

La estabilidad del talud se determina a partir de la evaluación del factor de seguridad contra rotación. Este se calcula como la relación entre el momento resistente y motor determinados en todas las secciones de la masa deslizante. El factor de seguridad calculado depende esencialmente de la localización del eje de rotación con respecto al talud y de la forma geométrica de la superficie de deslizamiento y es necesario buscar su valor mínimo (fig 2.1).

Se desarrolló el programa STAB3D con el propósito de evaluar la estabilidad de los taludes en tres dimensiones (Baligh y Azzouz, 1975). El programa puede considerar: cargas concentradas, análisis de estabilidad curvando el talud (en planta), secciones transversales variables y estimación probabilista de la longitud de falla de un terraplén debido a la variabilidad de las propiedades del suelo a lo largo del eje.

Para ilustrar el efecto 3D sobre la estabilidad de suelos cohesivos homogéneos se consideraron en el análisis sólo fallas de pie simétricas respecto a la longitud total. La masa deslizante se compone de un cilindro central de revolución y presenta diversas formas en los extremos. El método tridimensional analiza la estabilidad del talud modificando el ángulo de inclinación del talud (β), la localización del eje de rotación, el radio que define al cilindro de revolución y la forma de los extremos de la masa deslizante (cónica o elipsoidal).

Los análisis efectuados en cortes verticales demostraron que el efecto tridimensional tiende a incrementar el factor de seguridad. Lo anterior indica que es posible que los taludes fallen en extensiones grandes, en consecuencia se considera que la fallas en estas condiciones son cercanas al caso de deformación plana y entonces el $F_{3D}=F_{2D}$. Los resultados demostraron que la dificultad en determinar la longitud total de falla (L) depende de manera importante de la longitud del cilindro central (l_c) como de la longitud de la forma del extremo (l).

Los resultados de los análisis variando la inclinación de los taludes ($10^\circ < \beta < 90^\circ$) demostraron que las superficies con forma elíptica en los extremos de la falla generan factores de seguridad menores que las superficies con forma cónica. Lo anterior permite afirmar que probablemente las formas elípticas son las que mejor simulan la geometría de fallas reales. Los resultados indicaron que se puede alcanzar una falla de deformación plana cuando la longitud de falla L es grande. Asimismo, se comprobó que la variación de β no afecta sustancialmente el cálculo de F para cualquier valor de $L/\Delta R$. Esta relación define la importancia que tienen los efectos de extremo en el análisis 3D, ΔR se define como la diferencia del radio máximo (distancia entre el eje de rotación y pie del talud) y mínimo (distancia entre el eje de rotación y la superficie inclinada del talud) definido en la sección transversal del talud ($\Delta R = R_{max} - R_{min}$)

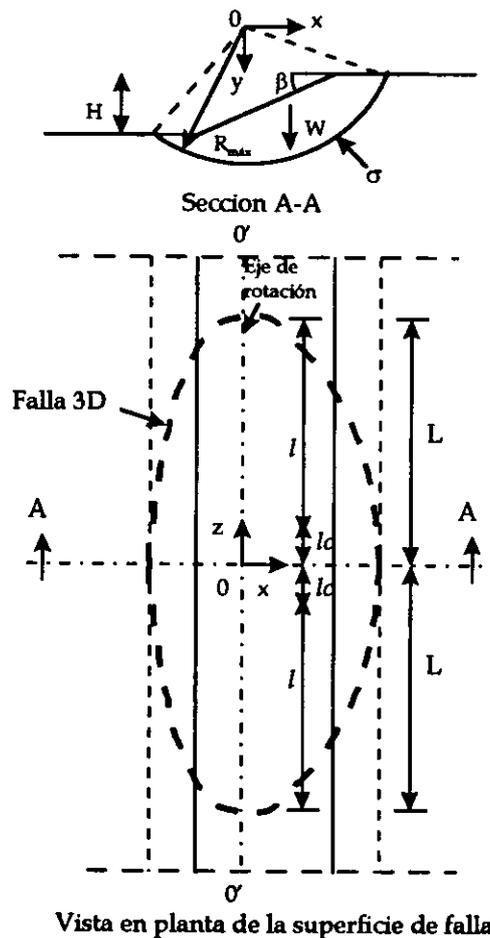


Fig 2.1 Falla de talud típica.

Los resultados obtenidos por el programa STAB3D permitieron concluir lo siguientes:

- a) Los efectos de frontera incrementan el F obtenido por medio de un análisis 2D convencional. Al no cambiar las propiedades del suelo ni la geometría a lo largo del eje del talud, el incremento de F depende de la relación entre la longitud de falla ($2L$) y la profundidad de la falla (ΔR). Si la relación L/H o $L/\Delta R$ excede de 4, el incremento de F es menor que 5%. Si la relación $L/\Delta R$ es menor que 2, el incremento de F puede exceder entre 20% y 30%, lo que hace recomendable el uso de los análisis 3D.
- b) Los taludes con variabilidad de las propiedades del suelo a lo largo de su eje son más susceptibles a los efectos de extremo que los taludes uniformes. En estos casos, se requiere un análisis 3D para un amplio intervalo de la relación $L/\Delta R$.
- c) La longitud de falla es muy sensible a los parámetros que definen al problema a pesar de poder determinar con buena precisión la forma de los extremos de la falla y de F .
- d) El ángulo de inclinación del talud β , tiene poca influencia en el incremento de F debido a los efectos de frontera. Para un valor de $L/\Delta R=3$ con un $\beta=10^\circ$, el F debido a estos efectos se incrementa en un 10%, mientras que para un $\beta=90^\circ$ el incremento es del orden de 12%.

2.5.2.2 EXTENSIÓN DEL MÉTODO DE BISHOP SIMPLIFICADO DE LAS DOVELAS (Hungr, 1987)

El marco teórico en el que se basa el método de equilibrio límite de las columnas desarrollado por Hungr se describe detalladamente en la sección 2.6. Sólo se mencionará en lo siguiente la aplicación que ha tenido el método al caso de un talud particular, recurriendo a comparaciones con los resultados de otro método tridimensional.

Con la finalidad de demostrar los resultados típicos del método, Hungr (1987) efectuó un estudio comparativo con los resultados arrojados por otro método tridimensional desarrollado por Chen y Chameau (1982) para un talud particular. El estudio consistió en repetir los cálculos realizados por Chen y Chameau (que empleó el programa LEMIX para calcular el F_{3D}) para comparar sus resultados con los arrojados por el programa CLARA (desarrollado por Hungr).

En general, los resultados del estudio indicaron que los factores F_{3D} determinados por el programa CLARA fueron mayores que los obtenidos por el programa LEMIX. Sin embargo, en el caso de un talud friccionante ($\phi = 40^\circ$), la relación F_{3D}/F_{2D} determinada por el programa LEMIX resultó menor que la unidad, mientras que con el programa CLARA, la relación siempre fue ligeramente mayor a uno.

Los resultados arrojados por el programa LEMIX, se compararon con los arrojados por el método tridimensional de equilibrio límite de columnas desarrollado por Hovland (1977). Se encontraron menores diferencias en longitudes de falla extensas. Por ejemplo, en un talud friccionante con $l_c=0.5H$ y $l_s=H$ la diferencia fue de 14.9% mientras que en un talud cohesivo friccionante con $l_c=4H$ y $l_s=2H$ la diferencia fue de 4.8% (fig 2.2b).

El programa CLARA también fue empleado para analizar varios ejemplos de estabilidad de cuñas en materiales rocosos. Se realizaron análisis bajo diferentes condiciones de drenaje, parámetros de resistencia y formas geométricas del cuerpo deslizante. En todos los casos se llegó a tener una aproximación del 3% en el cálculo del factor de seguridad empleando el método de Bishop simplificado con respecto a la solución arrojada por métodos de mecánicas de rocas.

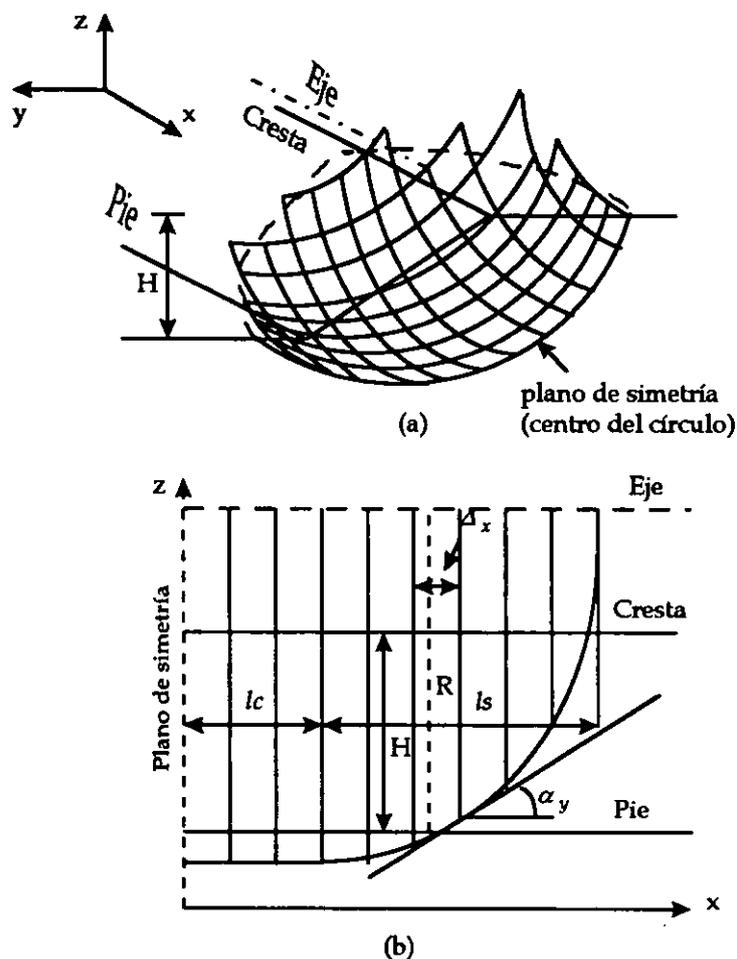


Fig 2.2 (a) Isométrico de un cuerpo deslizante rotacional (b) Sección vertical del cuerpo deslizante en el plano del eje de rotación.

Los factores F_{3D} calculados por el programa CLARA fueron más grandes que los determinados por métodos anteriores que emplean el enfoque de columnas de equilibrio límite y eliminan la idea de tener F_{3D} menores en magnitud que los correspondientes al análisis de deformación plana en la sección transversal central.

2.5.2.3 EMPLEO DE DIFERENTES FAMILIAS DE CURVAS EN EL EXTREMO DE LA FALLA (Gens et al, 1988)

En este estudio, el análisis de estabilidad sólo se aplicó a taludes cohesivos, homogéneos e isotrópicos en condiciones no drenadas (Gens et al, 1988). La superficie de deslizamiento se supuso como un cilindro terminado en sus extremos por una amplia variedad de geometrías con el fin de obtener el F_{3D} mínimo. El F_{3D} crítico se determinó para cada tipo de curva en el extremo del cilindro en taludes con falla de pie y de base.

Se plantearon los siguientes objetivos: obtención de cartas de diseño que permitieran evaluar rápidamente los efectos tridimensionales en los taludes cohesivos, evaluación de los efectos de frontera suponiendo varias geometrías en los extremos del cilindro, utilización de los resultados de los análisis para identificar las principales características de los deslizamientos tridimensionales y comparación de los resultados analíticos con los algunos datos de campo disponibles.

En superficies de deslizamiento con terminaciones planas en los extremos del cilindro, el F_{3D} se expresó en términos F_{2D} de acuerdo al tipo de falla. La seguridad del talud se evaluó empleando el programa DEEPCYL para cualquier geometría de la curva en el extremo del cilindro e inclinaciones del talud. El problema del análisis de estabilidad consistió en encontrar el tipo de superficie en el extremo del cilindro que diera el menor factor de seguridad tridimensional.

Los resultados de los estudios paramétricos de la estabilidad de dos taludes, revelaron que el tipo de curva utilizada en los extremos del cilindro (hipérbola, recta, exponencial, parábola y elipse) influye significativamente en el cálculo de F_{3D} para valores de L/H menores que 5 (Fig 2.3). Sin embargo, en fallas extensas ($L/H > 20$) todas las formas de superficie en el extremo proporcionan resultados similares.

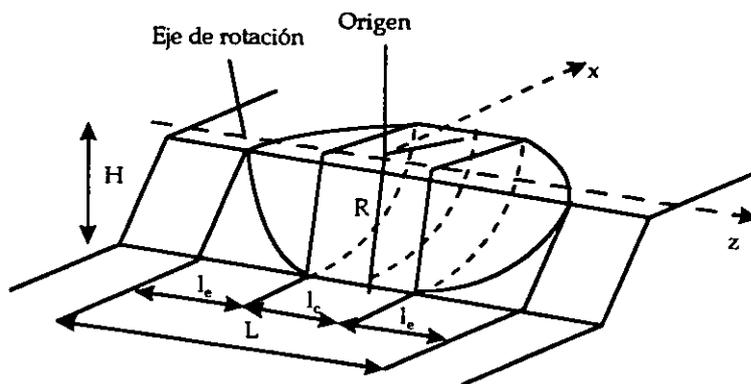


Fig 2.3 Geometría de una superficie cilíndrica con extremos curvos

Sin embargo, se demostró que el F más bajo podría alcanzarse si se consideraba en el análisis una familia de curvas en vez de las curvas anteriormente descritas. La familia de curvas se definió a partir de una expresión analítica que determinó la posición de las nuevas curvas en el extremo del cilindro. Los resultados del análisis condujeron a afirmar que la forma elipsoidal en el extremo del cilindro constituye una buena aproximación del F_{3D} mínimo.

La seguridad de un talud se evaluó con el programa F3SLOP a través de la determinación de un número de estabilidad para diferentes formas de las curvas en los extremos del cilindro o una familia de curvas. El número de estabilidad depende de los siguientes factores: ángulo de inclinación del talud i , el factor de profundidad D (donde D es el número de veces la altura del talud en que penetra el círculo de falla desde la cresta) y la relación L/H . Los resultados de los análisis de estabilidad se presentaron en forma gráfica para diferentes valores de i , D y L/H . Los resultados mostraron que, para condiciones 3D, se presenta un valor crítico del factor de

profundidad más allá en el cual la superficie crítica de falla no penetrará, sin embargo, puede llegar a presentarse un factor de profundidad grande en fallas extensas.

Los resultados arrojados por el programa indicaron que la posición del eje de rotación depende de la relación L/H principalmente en fallas de base. La posición de la superficie de falla crítica fue ligeramente sensible a la variación de la forma de la curva en el extremo del cilindro. Los resultados del análisis demostraron que la posibilidad de que exista deslizamientos cortos (valores L/H pequeños) aumenta en proporción al ángulo de inclinación del talud. Al respecto, hay más posibilidad que se presenten deslizamientos cortos en taludes empinados.

Los análisis de estabilidad realizados a diferentes geometrías de fallas en taludes reales con características similares al modelo analítico presentaron los resultados anteriores. Las características geométricas de estas fallas revelaron que la superficie cilíndrica que pasa a través del pie del talud corresponde a la forma más realista. Se presentó una disminución de la longitud de la falla (L/H) en la medida que el ángulo de inclinación del talud aumentaba. Se encontró que la relación F_{3D}/F_{2D} decrece en la medida que los valores de L/H aumentan. Al comparar las geometrías de las fallas reales con los resultados de los análisis se mostró que puede determinarse correctamente el tipo de falla del talud (de talud, de pie o de base).

El error cometido al tratar el problema de estabilidad bidimensional varía en el intervalo de 3% a 30% y en promedio de 13.9% para el caso de la falla de taludes reales.

2.5.2.4 ANÁLISIS DE TALUDES CONCAVOS (Zhang Xing, 1988)

El método de análisis de estabilidad tridimensional se basa en el enfoque de equilibrio límite de las columnas. El método es aplicable a taludes cóncavos vistos en planta. La superficie de deslizamiento se supone aproximadamente como una superficie de un elipsoide de revolución simétrico (fig 2.4). La masa deslizante se divide en n columnas verticales. Se plantean hipótesis simplificadoras a fin de satisfacer las condiciones de equilibrio de fuerzas y de momentos. Cuando el radio de curvatura de un talud cóncavo tiende a ser infinito, el talud se convierte en un talud recto tridimensional. El método de análisis considera en la evaluación de la estabilidad la influencia del coeficiente de empuje activo (K_a) de suelos cohesivos o friccionantes y la resistencia en términos de esfuerzos efectivos.

De acuerdo a las hipótesis en que se basa el método, la estabilidad depende de la fuerza cortante actuante en la base de las columnas, la forma espacial de la superficie de deslizamiento, el área de falla y el valor del K_a considerado.

El método fue aplicado al caso de un talud homogéneo con características geométricas y mecánicas específicas considerando diferentes radios de curvatura (R_0/H_0). Los resultados del análisis de estabilidad permitieron identificar las longitudes críticas de falla (con F mínimo) para los diferentes radios de curvatura supuestos y el efecto que tiene el K_a en la estabilidad. Cuando el K_a se incrementa el valor del F_{3D} aumenta. El efecto que tiene este coeficiente en la estabilidad en taludes rectos no es considerable debido a que la masa deslizante es bastante grande. En general, cuando las relaciones R_0/H_0 son pequeñas la estabilidad del talud es mayor. En esta condición, la falla es de talud.

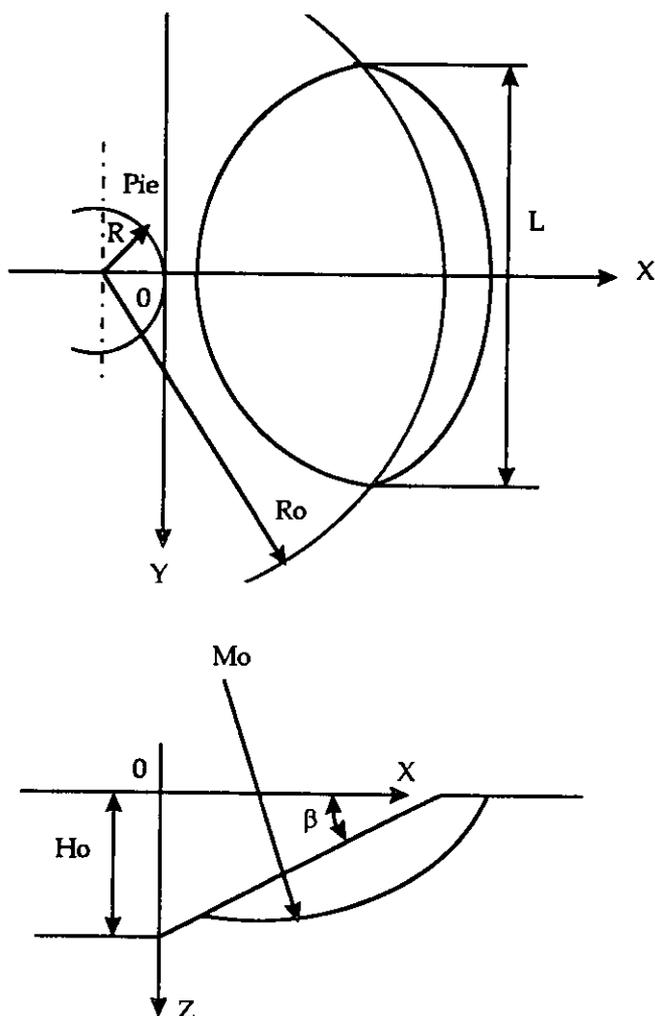


Fig 2.4 Superficie de deslizamiento de falla elíptica de revolución.

Con el fin de comparar los resultados de este método 3D con los resultados arrojados por varios métodos 2D, se realizó el análisis de estabilidad para el caso de un talud recto considerando diferentes características geométricas y condiciones piezométricas. Los resultados obtenidos de este estudio permitieron concluir que los F obtenidos por el método 3D resultaron más grandes que los obtenidos por los métodos 2D. La diferencia fue menor a 4.32% si no se consideraba la existencia de un estrato débil. Si se considera éste, la diferencia promedio es mayor a 10%. Sin embargo, en todos los casos, el valor F_{3D} fue mayor que el arrojado por los análisis 2D. Los taludes convexos proporcionan factores de seguridad mayores que los taludes con cresta recta.

2.5.2.5 MODELO GENERALIZADO DE EQUILIBRIO LÍMITE (Lam y Fredlund, 1993)

El método tridimensional emplea el enfoque de las columnas de equilibrio límite y se extiende a partir de los planteamientos generales de los análisis límite en dos dimensiones. El modelo utiliza la técnica Kriging para modelar la geometría del talud, la estratigrafía, la superficie de

deslizamiento potencial y las condiciones de presión de poro. Esta técnica simplifica el procedimiento del acceso de datos, facilita la discretización de las columnas y los cálculos del factor de seguridad.

En el análisis se relacionaron todas las fuerzas cortantes que actúan sobre las caras de las columnas con las fuerzas normales por medio de *funciones de fuerza*. La forma de las funciones de fuerza se determina utilizando un método tridimensional del elemento finito de acuerdo a la geometría del talud.

Los factores de seguridad 3D definidos en términos de equilibrio de momentos o de fuerzas se calculan por equilibrio estático a través de un proceso iterativo. Los algoritmos del método de estabilidad 3D fueron implementados en un programa computacional denominado 3D-SLOPE.

Se realizó un estudio comparativo entre los resultados del programa de 3D-SLOPE con otros programas 3D. Se realizó la evaluación de la estabilidad de dos ejemplos. El primero consistió en un talud cohesivo homogéneo suponiendo una superficie de deslizamiento circular (fig 2.5). El factor de seguridad fue determinado por el método Ordinario y el programa CLARA. El segundo consistió en un talud homogéneo suponiendo una superficie de deslizamiento compuesta (fig 2.6). En este ejemplo, se presentaron dos casos. El caso 1 no consideró la presencia del nivel freático y en el caso 2 si fue considerado. El factor de seguridad también fue calculado con un programa 3D desarrollado por Xing (1988) y el programa CLARA.

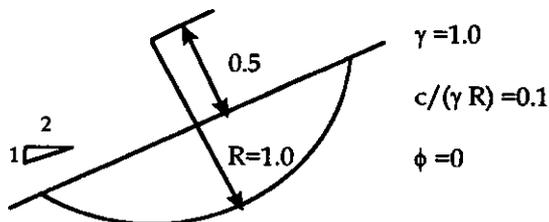


Fig 2.5 Geometría y propiedades del ejemplo 1.

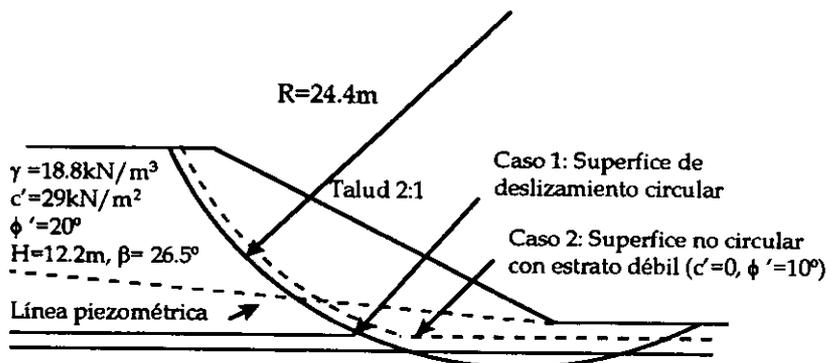


Fig 2.6 Geometría y propiedades del ejemplo 2.

Los resultados del análisis de estabilidad para los ejemplos 1 y 2 se resumen en las tablas 2.4 y 2.5 respectivamente. Debe señalarse que la precisión en los resultados depende del número de columnas involucradas en los análisis. Se pierde precisión si el número de columnas disminuye. Por consiguiente, al incrementar el número de columnas involucradas se reduce la diferencia entre los F calculados por los diferentes métodos de estabilidad de taludes 3D.

Tabla 2.4 Comparación de F correspondiente al ejemplo 1.

Modelo	F _{3D}	Diferencia (%)
Método ordinario	1.402	-
CLARA	1.422	1.4
3D-SLOPE (1200 columnas)	1.386	1.1
3D-SLOPE (540 columnas)	1.402	0.0

Tabla 2.5 Comparación de F correspondiente al ejemplo 2.

MÉTODO	CASO 1: sin NAF			CASO 2: con NAF			
	Xing	CLARA	3D-SLOPE	Xing	CLARA	3D-SLOPE	Dif. (%)
Ordinario	1.553	-	1.534	1.441	-	1.447	0.8
Simplificado de Bishop	-	1.62	1.607	-	1.54	1.511	1.4
Simplificado de Janbu	-	-	1.558	-	-	1.481	-
ELG	-	-	1.603	-	-	1.508	-

ELG = Equilibrio Límite General

Se concluyó que el modelo ELG proporciona mejores aproximaciones de F si se emplea una función de tipo senoidal como la forma en que varía los esfuerzos entre las columnas. En el método de Bishop simplificado se alcanza las mejores aproximaciones sólo para el caso de superficies circulares. Mientras que el método simplificado de Janbu subestima considerablemente el factor de seguridad tridimensional real.

2.5.3 CARACTERÍSTICAS Y LIMITACIONES FUNDAMENTALES DE LOS DIFERENTES MÉTODOS

Es posible llevar a cabo análisis que evalúan satisfactoriamente el problema de la estabilidad de taludes considerando la tercera dimensión. El desarrollo de estos análisis se inició en la mitad de la década de los setentas proponiéndose varios métodos que utilizan el enfoque de las columnas verticales de equilibrio límite. Estos métodos han llegado a ser muy populares y prácticos.

En general, los análisis de estabilidad 3D se clasifican en las siguientes categorías:

- a) Taludes curvos (en planta) o que contienen esquinas.
- b) Taludes que están sujetos a cargas de extensión limitada en la parte superior.
- c) Taludes donde la superficie potencial de falla está restringida por fronteras físicas, como lo es una presa en un cañón angosto.

En la tabla 2.6 se resumen los principales métodos de análisis de estabilidad de taludes de equilibrio límite en tres dimensiones (Duncan, 1996). Se presentan las restricciones en los parámetros de resistencia, geometría del talud, superficie de deslizamiento y la relación que existe entre los factores de seguridad 2D y 3D de los diversos métodos de análisis.

Algunos métodos de estabilidad 3D que emplean el enfoque de las columnas de equilibrio límite se basan en la extensión de las hipótesis planteadas para métodos bidimensionales como es el caso de Hovland (1977) y Hungr (1987). Dichos métodos se caracterizan por omitir algunas o todas las fuerzas actuantes entre las caras de las columnas con el fin de simplificar los cálculos. Por tanto, estos métodos de análisis de estabilidad se pueden considerar como métodos simplificados. Sin embargo, los resultados llegan a ser similares con los obtenidos por métodos más rigurosos.

También se han propuesto métodos 3D para condiciones drenadas y no drenadas del suelo, Hutchinson (1985), Anagnosti (1969), Baligh y Azzouz (1975), Hovland (1977), Chen y Chameau (1982). Algunos métodos más avanzados han empleado el cálculo variacional para determinar con mayor precisión la geometría de la superficie de deslizamiento tridimensional (Leshchinsky et al, 1986 y Ugai, 1985).

La disponibilidad de computadoras y el mejoramiento en la comprensión de la mecánica del problema han traído cambios considerables en el análisis de estabilidad de taludes. Entre los programas para computadora que permiten evaluar la estabilidad de taludes considerando el efecto tridimensional se encuentran: STAM3D (Baligh y Azzouz, 1975), LEMIX (Chen y Chameau, 1982), CLARA-3 (Hungr, 1987), F3SLOP (Gens et al, 1988), taludes cóncavos (Xing, 1988), 3D-SLOPE (Lam y Fredlund, 1993).

En la mayoría de los casos de estabilidad de taludes, se ha encontrado constantemente que la relación F_{3D}/F_{2D} es mayor que uno. Sin embargo, la relación decrece cuando el ancho de la superficie de deslizamiento aumenta, llegando a tener un cociente igual a la unidad en anchos de longitud infinita (Cavounidis, 1987).

Hovland (1977), Chen y Chameau (1982) y otros afirmaron que la relación puede ser menor a la unidad. Esta afirmación fue cuestionada fuertemente por Azzouz y Baligh (1978) y desmentida por Cavounidis (1987), quien declaró la existencia de un error de concepto y que esa posibilidad se presentaba sólo si en los análisis 2D se consideraba una sección que no fuera la crítica.

Actualmente se acepta que la relación de factores de seguridad, F_{3D}/F_{2D} es siempre mayor a la unidad. En esta tesis se volverá sobre este punto más adelante.

2.5.4 CONCLUSIONES GENERALES RESPECTO A LOS MÉTODOS DE ANÁLISIS 3D

Al comparar los análisis de equilibrio límite 2D y 3D, deben subrayarse los puntos siguientes:

- a) El valor F_{3D} es igual F_{2D} determinado en anchos infinitos si el talud tiene geometría y propiedades constantes en la dirección longitudinal.

b) En general, la superficie crítica de deslizamiento determinada en un análisis 3D no coincide con la obtenida en un análisis 2D.

Tabla 2.6 Métodos límite de estabilidad de taludes en tres dimensiones (Duncan, 1996).

Autores	Método	Resistencia	Geometría del talud / superficie de deslizamiento	Efectos 3D
Anagnosti (1969)	Morgenstern y Price Extendido	c, ϕ	Sin restricción/ Sin restricción	$F_3 = 1.5 F_2$ en un caso
Baligh y Azzouz (1975)	Arco circular extendido	$\phi = 0$	Taludes simples/ superficies de revolución	$F_3 > F_2$
Gige: y Krizek (1975)	Teoría de límite superior de plasticidad perfecta	c, ϕ	Taludes con esquinas/ Espiral logarítmica	$F_3 > F_2$
Gige: y Krizek (1976)	Teoría de límite superior de plasticidad perfecta	c, ϕ	Taludes con esquinas/ Espiral logarítmica (con cargas en la parte superior del talud)	$F_3 > F_2$
Baligh, et al (1977)	Arco circular extendido	$\phi = 0$	Taludes con simple carga/ Superficies de revolución	$F_3 > F_2$
Hovland (1977)	Método de las dovelas extendido	c, ϕ	Sin restricción/ Sin restricción	$F_3 < F_2$ para algunos casos
Azzouz et al (1981)	Círculo sueco extendido	$\phi = 0$	Cuatro terraplenes reales/ superficies de revolución	$F_3 = 1.07 F_2$ a $1.3 F_2$
Chen and Chameau (1982)	Spencer extendido	c, ϕ	Sin restricción/ Sin restricción	Resultados de Spencer son similares a FEM
Chen and Chameau (1983)	Spencer extendido y elemento finito	c, ϕ	Sin restricción/ Sin restricción	$F_3 < F_2$ para algunos casos
Azzouz y Baligh (1983)	Círculo Sueco extendido	$\phi = 0$	Mismo que Baligh y Azzouz con cargas en el hombro	$F_3 > F_2$
Dennhardt and Forster (1985)	Supone s en la superficie de deslizamiento	c, ϕ	Taludes con carga / Sin restricción	$F_3 > F_2$
Leshchinsky et al (1985)	Análisis de equilibrio límite y análisis variacional	c, ϕ	Sin restricción	$F_3 > F_2$
Ugai (1985)	Análisis de equilibrio límite y análisis variacional	$\phi = 0$	Taludes verticales / Cilíndrica	$F_3 > F_2$
Leshchinsky y Baker (1986)	Análisis de equilibrio límite y análisis variacional	c, ϕ	Taludes construidos en 3ª dimensión / Sin restricción	$F_3 > F_2$ para $c > 0$, $F_3 = F_2$ para $c = 0$
Baker y Leshchinsky (1987)	Análisis de equilibrio límite y análisis variacional	c, ϕ	Extremos cónicos / Sin restricción	$F_3 > F_2$
Covounidis (1987)	Equilibrio límite	c, ϕ	Sin restricción/ Sin restricción	F_3 debe ser $> F_2$
Hung: (1987)	Método de Bishop modificado	c, ϕ	Sin restricción / superficie de revolución	$F_3 > F_2$
Gens, et al (1988)	Círculo Sueco extendido	$\phi = 0$	Taludes simples / superficie de revolución	$F_3 > F_2$
Leshchinsky y Mullet (1988)	Análisis de equilibrio límite y análisis variacional	c, ϕ	Taludes verticales con esquinas/ Sin restricción	$F_3 > F_2$
Ugai (1988)	Método ordinario de las dovelas extendido, Janbu y Spencer	c, ϕ	Sin restricción/ Sin restricción	$F_3 > F_2$ excepto para OMS
Xing (1988)	Equilibrio límite	c, ϕ	Sin restricción/ Elipsoidal	$F_3 > F_2$
Michalowski (1989)	Teorema cinemático del límite plástico	c, ϕ	Sin restricción/ Sin restricción	$F_3 > F_2$
Seed et al (1990)	2D y 3D	c, ϕ	Un caso particular, falla Hills	$F_3 < F_2$
Leshchinsky y Huang (1991)	Equilibrio límite y análisis variacional	c, ϕ	Sin restricción/ Sin restricción	$F_3 > F_2$

Con base en los estudios de los métodos de análisis de estabilidad de taludes en tres dimensiones (resumidos en la tabla 2.6) se establecen tres importantes conclusiones:

1. El F considerando el análisis tridimensional resulta mayor que el análisis bidimensional, es decir $F_{3D} > F_{2D}$. Asumiendo que el F_{2D} se calcula para la sección más crítica. Algunos estudios han indicado lo contrario. Sin embargo, estos análisis no satisfacen todas las condiciones de equilibrio.
2. Hutchinson y Sarma (1985) y Leshchinsky (1986) puntualizaron que los análisis 2D y 3D deben dar el mismo F para taludes en suelos friccionantes homogéneos debido a que la superficie de deslizamiento crítica corresponde a un plano superficial paralelo a la superficie del talud. Los factores difieren sólo para fallas de extensión pequeña.
3. Azizouz *et al* (1981), y Leshchinsky y Huang (1992) notaron que si se omite el efecto 3D en los análisis realizados para interpretar fallas de taludes, considerar un mecanismo 2D conduce a sobrestimar los parámetros de resistencia del suelo respecto a los que realmente gobiernan la estabilidad del talud.

Los métodos de análisis 3D permiten llevar a cabo un análisis más completo y exacto del problema de estabilidad, ya que mejora la representación de la falla.

De los numerosos métodos 3D, el método de Bishop simplificado de columnas desarrollado por Oldrich Hungr (1987) proporciona resultados satisfactorios. Este método se caracteriza por su sencillez y por que proporciona factores de seguridad bastante precisos para superficies de deslizamiento rotacionales y simétricas. Además, este método puede aplicarse a un gran número de problemas prácticos.

2.6 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRIDIMENSIONAL DE UN TALUD EMPLEANDO EL MÉTODO DE BISHOP SIMPLIFICADO

2.6.1 PRINCIPIOS Y CARACTERÍSTICAS DEL MÉTODO DE ANÁLISIS

El método de análisis de Bishop de estabilidad de taludes tridimensional se basa en la extensión de las hipótesis de Bishop (1955). Considera el enfoque de las columnas de equilibrio límite. Las hipótesis admitidas corresponden a las que se plantean en el método bidimensional de Bishop simplificado de dovelas. El método tridimensional propuesto por Hungr (1987) omite las fuerzas cortantes verticales entre las columnas, sólo considera a las fuerzas normales y las fuerzas cortantes horizontales entre las columnas. Los algoritmos planteados en este método 3D se implementaron en un programa por computadora (CLARA) desarrollado por Hungr (1989).

Se admite que la ecuación de equilibrio de las fuerzas verticales de cada columna y la ecuación de equilibrio de momentos del ensamblaje de las columnas constituyen condiciones suficientes para determinar todas las fuerzas desconocidas. Cuando en el análisis de estabilidad se considera una superficie de falla cilíndrica de extensión infinita, la expresión del factor de seguridad se reduce a la fórmula del método de Bishop simplificado.

El método de análisis permite considerar: efecto de frontera, curvatura lateral de la superficie de deslizamiento, curvatura del talud (en planta) y no homogeneidad lateral. El método también permite evaluar la seguridad de cuñas de falla encontradas en mantos rocosos. Es posible considerar varios estratos y superficies piezométricas. Cuenta con varias alternativas de interpolación de datos. Es capaz de suponer una amplia variedad de superficies de falla: elipsoidales, compuestas o de cualquier forma.

De acuerdo con la figura 2.7, la fuerza normal total (N) actuando en la base de cada columna se determina a partir del equilibrio de fuerzas verticales. Se tiene entonces:

$$N = \frac{W - c A \operatorname{sen} \alpha_y / F + u A \tan \phi \operatorname{sen} \alpha_y / F}{m_\alpha} \quad (2.3)$$

donde W es el peso total de la columna, u es la presión de poro en el centro de la base de la columna, c es la cohesión, ϕ es el ángulo de fricción, F es el factor de seguridad y:

$$m_\alpha = \cos \gamma_z \left(1 + \frac{\operatorname{sen} \alpha_y \tan \phi}{F \cos \gamma_z} \right) \quad (2.4)$$

El área de la base de cada columna, A, y el ángulo de inclinación local de esta superficie, γ_z , dependen de los ángulos de inclinación α_y y α_x .

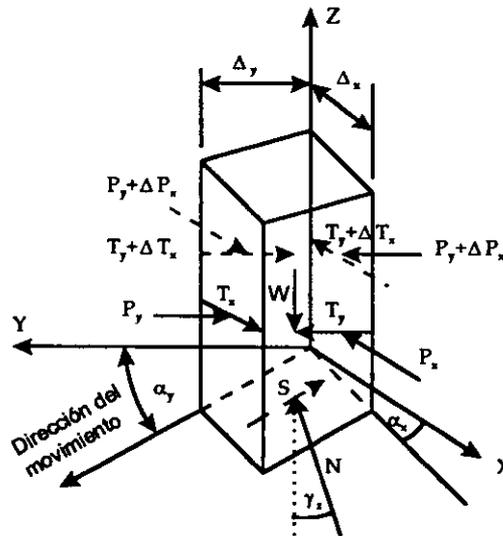


Fig 2.7 Fuerzas actuando en una columna. Las fuerzas cortantes verticales intercolumnas se omiten en el análisis y no se muestran.

El factor de seguridad se determina iterativamente a partir de la suma de momentos alrededor de un eje horizontal común paralelo con el eje x:

$$F = \frac{\Sigma [c A R + (N - u A) R \tan \phi]}{\Sigma W x - \Sigma N f \cos \gamma_z / \cos \alpha_y + \Sigma k W e + E d} \quad (2.5)$$

En esta ecuación, R , x y f son los brazos de giro de la fuerza resistente, peso de la columna y fuerza normal respectivamente. Si se considera la existencia de una fuerza sísmica horizontal, se supone que ésta actúa en el punto medio de cada columna con una aceleración de k veces g , y con un brazo de giro e . E es la resultante de todos los componentes horizontales de las cargas puntuales aplicadas, con un brazo de giro d (los componentes de la carga vertical se incluyen en los pesos de las columnas).

En la fig 2.8 se muestran los ejes de referencia utilizados para definir la geometría del talud y la superficie de deslizamiento.

Para una superficie rotacional, el eje de referencia también es el eje de rotación y entonces f carece de valor en cada columna. En el caso de fallas no rotacionales, el resultado de la ec 2.5 depende de la posición del eje de referencia. Fredlund y Krahn (1977) propusieron una metodología para situar este eje con base en la geometría del perfil de la superficie de deslizamiento.

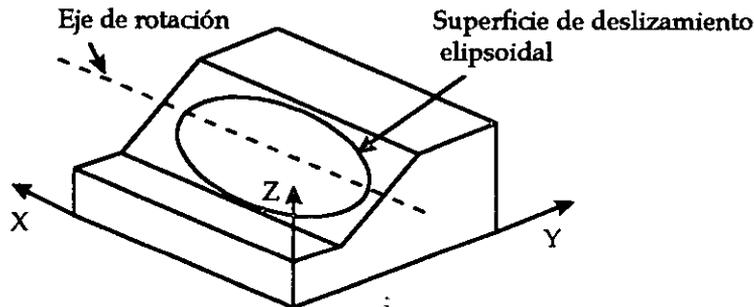


Fig 2.8 Ejes de referencia que emplea el programa por computadora para definir la geometría del talud.

También es posible determinar F a partir del equilibrio de fuerzas horizontales en la dirección del movimiento (dirección y):

$$F = \frac{\sum [c A \cos \alpha_y + (N - u A) \tan \phi \cos \alpha_y]}{\sum N \cos \gamma_z \tan \alpha_y + \sum kW + E} \quad (2.6)$$

Para una superficie de deslizamiento cilíndrica, α_y , es igual a cero y las ecuaciones anteriores se reducen a su forma bien conocida en 2D.

Los algoritmos se han implementado en el programa para computadora empleando un ensamblaje rectangular fijo de columnas. El área de deslizamiento se encierra dentro de las fronteras del ensamblaje. Los datos de todas las columnas se mantienen en memoria, sin embargo, los cálculos se llevan a cabo sólo aquellas que están dentro de los límites del deslizamiento, llamadas *columnas activas*. Para alcanzar una precisión del 1% en problemas típicos se requiere de 200 a 400 columnas activas.

2.6.2 APLICACIÓN DEL MÉTODO DE BISHOP SIMPLIFICADO

Se presenta un caso de análisis de estabilidad empleando el método de Bishop simplificado y como herramienta de análisis el programa desarrollado por Hungr (1989). El ejemplo fue seleccionado considerando las características geométricas que típicamente se pueden encontrar en la realidad.

El análisis de estabilidad tiene como objetivos: mostrar la influencia que la geometría tridimensional de la superficie de deslizamiento tiene sobre el factor de seguridad y la relación que guarda este último con el factor de seguridad en dos dimensiones.

Se propone un talud uniforme con una inclinación de 26.57° constituido por tres estratos (McCarthy, 1993). Los parámetros del suelo y las características geométricas de los estratos se indican en la tabla 2.7. En la fig 2.9 se ilustra el perfil del talud y la posición del eje de rotación que define la superficie de deslizamiento.

Estrato No.	γ_m kN/m ³	Cohesión kPa	ϕ (°)
1	20.43	47.90	33
2	20.43	47.90	33
3	19.96	95.79	20

PUNTO	COORD-Y	COORD-Z
1	70.00	30.48
2	91.44	30.48
3	121.92	45.72
4	152.40	60.96
5	182.88	76.20
6	304.80	76.20
7	304.80	60.96
8	304.80	45.72

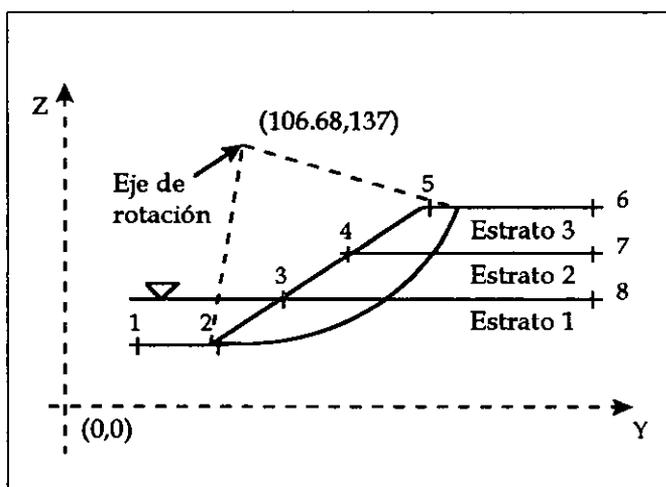


Tabla 2.7 Configuración y propiedades de los estratos del suelo.

Fig 2.9 Sección transversal crítica del talud.

En la fig 2.10 se muestra la configuración de la superficie de falla para un ancho de 250 m y en la fig 2.11 la variación del factor de seguridad con el ancho de la superficie de deslizamiento. En anchos de falla angostos, se obtienen valores altos de F debido a una mayor influencia de las fuerzas cortantes entre las columnas.

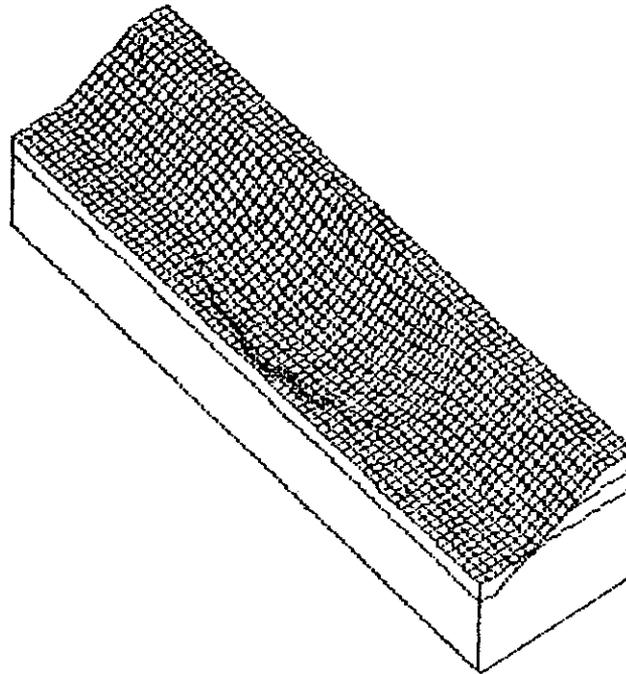


Fig 2.10 Superficie de falla crítica para un ancho de 250 m.

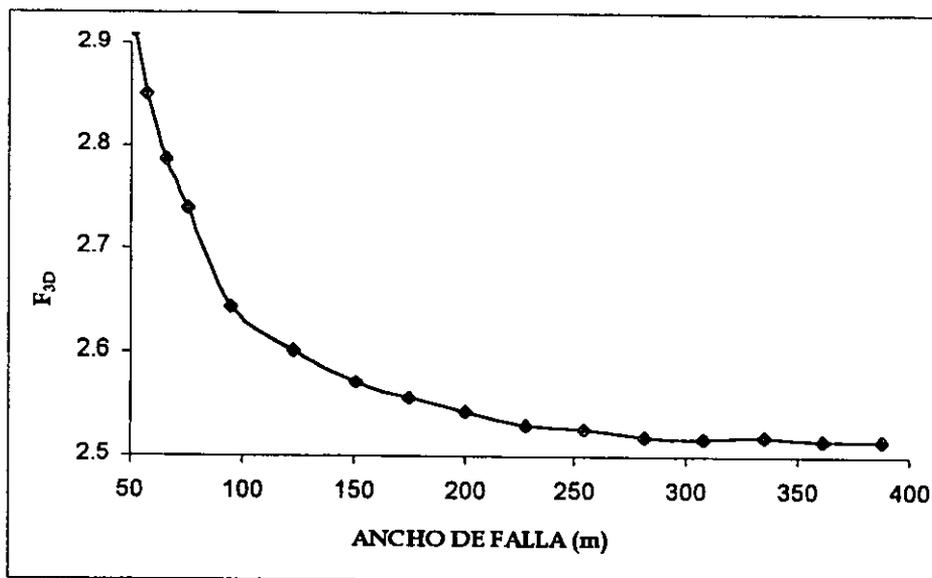


Fig 2.11 Influencia de la longitud de la superficie de falla sobre el factor de seguridad.

En la fig 2.11, el F decrece en la medida que el tamaño de la falla aumenta, permaneciendo prácticamente sin cambio alguno cuando la longitud de falla es mayor de 280 m. El valor de F en superficies de falla extensas se acercarán más al valor de F_{2D} . El análisis bidimensional para el ejemplo propuesto, arroja un F de 2.49.

En la fig 2.12 se muestra la variación típica de la relación F_{3D}/F_{2D} . Esta gráfica muestra que el F_{3D} es siempre superior al F_{2D} , como lo indica Cavounidis (1987), Baligh y Azzouz (1975) y otros.

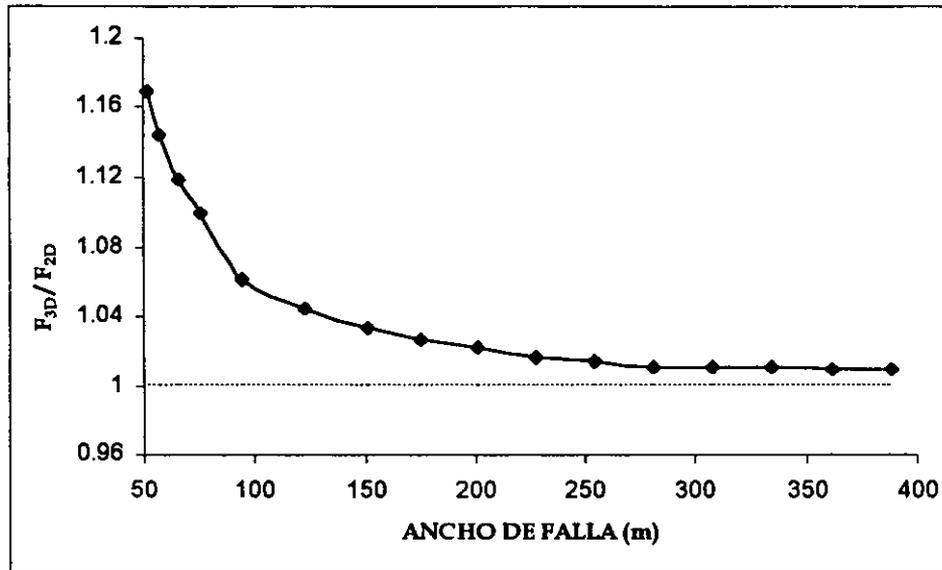


Fig 2.12 Variación de la relación F_{3D}/F_{2D} con el ancho de la superficie de falla.

Enfoque probabilista del análisis de taludes

3.1 FUENTES DE INCERTIDUMBRE

En un análisis de estabilidad de talud se presentan incertidumbres asociadas con:

- a) Las propiedades de los materiales (variabilidad espacial debido a la heterogeneidad natural del suelo, número limitado de muestras y pruebas, imprecisión en las determinaciones de campo y/o laboratorio y estimaciones basadas en correlaciones o consideraciones subjetivas).
- b) La presión de poro, en el caso de análisis en términos de esfuerzos efectivos.
- c) La geometría de la masa térrea a considerar, especialmente en el caso de taludes naturales.
- d) La magnitud y distribución de cargas impuestas.
- e) La representatividad del método de análisis o el modelo geomecánico.
- f) Las fuerzas de filtración.
- g) La representatividad de los ensayos de corte (triaxial, corte simple, corte directo, etc.).

En situaciones particulares, pueden surgir incertidumbres adicionales relativas a la influencia de la anisotropía de la resistencia, del procedimiento de construcción, a la posibilidad de falla progresiva, a detalles geológicos, variaciones en el nivel freático, etc.

La variabilidad espacial de la resistencia al corte en un talud se debe a la naturaleza no homogénea inherente del suelo. Esta variabilidad solamente puede apreciarse en la práctica a través de un número limitado de muestras y pruebas, lo que conduce a una incertidumbre de tipo estadístico.

Por otra parte, las propiedades de los materiales *in situ* de un suelo no pueden determinarse con precisión. Las que son determinadas en el laboratorio (por ejemplo la resistencia al corte) se basan generalmente en pruebas de corte triaxial convencionales que no necesariamente reproducen las condiciones reales en el campo. Puede por tanto surgir una diferencia entre la resistencia del suelo real y la estimada de diseño. La discrepancia entre los valores determinados en laboratorio (utilizando pruebas triaxiales) e *in situ* se debe a varios factores: remoldeo durante el muestreo (por los cambios inevitables en los esfuerzos y las alteraciones mecánicas durante el muestreo y la preparación de los especímenes), tamaño del espécimen (no se incluye la influencia de juntas y fisuras en especímenes pequeños), velocidad de corte (la discrepancia depende de la sensibilidad del suelo a la velocidad de deformación y del tiempo de duración en una falla real en el sitio), orientación y anisotropía de la muestra (orientación del plano de falla), falla en deformación plana (las resistencias de laboratorio, generalmente no se miden bajo condiciones de deformación plana) y efecto de falla progresiva (la máxima resistencia no se alcanza en todos los puntos de la superficie de falla al mismo tiempo) que juega un papel importante principalmente en el análisis de estabilidad a largo plazo. Dependiendo del tipo de suelo, al tomar en cuenta los factores anteriores, generalmente se obtiene una resistencia menor que la estimada por pruebas triaxiales convencionales. En estas pruebas se sobrestima la resistencia *in situ* en un 25% a 50% (como es el caso de arcillas rígidas fisuradas). Estos diferentes factores conducen a *sesgos* respecto a los cuales siempre existe una

incertidumbre considerable. A este sesgo se suma un componente aleatorio debido a posibles errores en la realización de las pruebas.

Las estimaciones subjetivas o basadas en correlaciones de las propiedades de los materiales son por otra parte muy comunes en la práctica de la geotecnia y dan obviamente lugar a incertidumbres similares a las de las pruebas de laboratorio pero de una magnitud todavía más considerable.

Christian *et al* (1994), distinguen dos categorías de incertidumbres presentes en la estimación de las propiedades del suelo: dispersión de datos y errores sistemáticos (fig 3.1):

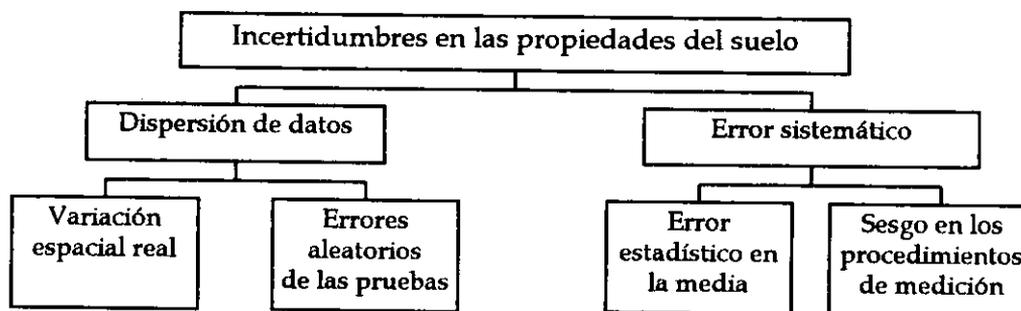


Fig 3.1 Incertidumbres presentes en las propiedades del suelo.

Sin embargo, puede pensarse que el error estadístico asociado al número limitado de muestras es inseparable de la variabilidad espacial (sin la cual no existiría) y no debe considerarse como sistemático.

Las incertidumbres en el modelo matemático surgen de las hipótesis aceptadas: uso de la resistencia no drenada (condición $\phi = 0^\circ$), superficie de falla circular bidimensional, modo de falla único (probabilidad de falla gobernada por la superficie de falla crítica), etc. Los análisis que toman en cuenta estas incertidumbres se basan en los resultados de pruebas detalladas de suelo practicadas a lo largo de la superficie de falla real. Se calculan los factores de seguridad medic suponiendo una superficie de falla. El error de modelación se confirma cuando el valor de estos factores de seguridad se comparan con la unidad. La diferencia encontrada permite estimar el sesgo existente en el modelo.

Los factores de seguridad estimados por los métodos de análisis usuales (Fellenius, Bishop, etc.) presentan un sesgo respecto a la realidad que depende de las condiciones particulares de cada problema y podría considerarse como una variable aleatoria. Sin embargo, los elementos con los cuales se cuenta para definir la densidad de probabilidad y aún los primeros momentos de este sesgo son insuficientes y parece difícil tomar en cuenta esta incertidumbre explícitamente.

Si las incertidumbres asociadas al modelo son grandes, ningún refinamiento adicional en la determinación de las propiedades del suelo mejora la calidad del análisis efectuado. Sin embargo, en muchos problemas geotécnicos, las principales incertidumbres se sitúan en la determinación del comportamiento esfuerzo-deformación del suelo, la resistencia para diferentes condiciones de esfuerzo y en la evaluación de la variación espacial de estos parámetros.

Para evaluar la seguridad las obras geotécnicas bajo un aspecto más realista considerando las incertidumbres anteriores, resulta de gran utilidad el uso de la teoría de la probabilidad. Bajo este enfoque, es posible aplicar métodos probabilistas que permitan estimar la probabilidad de falla de la obra proporcionando una medida global de su seguridad.

En las siguientes secciones de este capítulo se presentarán conceptos generales sobre probabilidad aplicada a la descripción de medios geotécnicos y confiabilidad de sistemas tomando en cuenta las incertidumbres de las propiedades de los materiales. Por último se trata la seguridad de los taludes considerando un enfoque probabilista.

3.2 DESCRIPCIÓN PROBABILISTA DE MEDIOS GEOTÉCNICOS

3.2.1 ESTADÍSTICA, BANCOS DE DATOS Y PROBABILIDAD

Siempre se ha buscado describir las incertidumbres relativas a las propiedades de los materiales geotécnicos en un sitio u obra determinada recurriendo a la estadística y a la teoría de probabilidad.

Así, para describir las variaciones espaciales de las propiedades, se ha utilizado la estadística descriptiva (tablas, histogramas, gráficas, correlaciones) que permite presentar de modo compacto un gran número de datos o información recolectada sobre las propiedades geotécnicas de un sitio o de una obra geotécnica particular. Un ejemplo notable de este enfoque lo constituye el libro de Marsal y Mazari sobre el subsuelo de la ciudad de México (1959) que ha sido utilizado por los ingenieros de varias generaciones para definir los programas de exploración de sitios dentro de la citada ciudad con el fin de diseñar las fundaciones.

La versión moderna de la presentación y almacenamiento de resultados la constituyen las bases de datos. Estas bases han tenido amplia difusión en varias partes del mundo, aunque existe diversidad de criterios en cuanto a la información que debe almacenarse en ellas, a riesgo de excederse en la misma, y debido al hecho de encontrarse no sólo a disposición de especialistas sino también del público en general. Las bases de datos son de este modo, verdaderos sistemas de datos para la aplicación al diseño de obras por medio de expertos en el tema, donde el óptimo empleo está aún por definirse.

Los métodos avanzados de análisis de datos que se aplican en la actualidad en geotecnia (análisis factorial y en componentes principales en particular), constituyen una extensión de la estadística descriptiva.

La estadística descriptiva no implica necesariamente suponer la existencia de un modelo probabilista. Aceptar un modelo de este tipo y considerar las propiedades del suelo como variables aleatorias es no obstante necesario si se quiere recurrir a la inferencia estadística. Este último constituye un punto de controversia.

De acuerdo a lo destacado por Matheron (1965), el concepto de variable aleatoria implica las siguientes dos condiciones:

- a) La probabilidad teórica de repetir la experiencia por medio de la cual la variable ha sido definida.

b) La independencia entre las relaciones sucesivas de la experiencia.

Estas dos condiciones no se satisfacen estrictamente cuando la experiencia consiste en determinar las propiedades geotécnicas de un suelo, dado que la prueba no puede ser repetida en un mismo punto de la masa de suelo. Pero por otra parte puede admitirse que la determinación realizada en puntos distintos constituye una misma experiencia, reconociendo que existe cierta dependencia entre los resultados obtenidos en puntos vecinos. Por mucho tiempo ha sido ignorada esta dependencia.

Para tomar en cuenta la dependencia espacial, es necesario recurrir a campos aleatorios que permiten tomar en cuenta el número de resultados, la posición relativa y las dimensiones de las muestras. Uno de los campos de aplicación de la modelación de las propiedades geotécnicas por medio de variables y campos aleatorios en los que se ha empezado a tomar en cuenta la dependencia espacial es el seguimiento en el control de la compactación en obras de tierra (Auvinet y Abaziou, 1994).

A continuación se presentará una pequeña reseña sobre la teoría de la probabilidad. En la misma se introducen los conceptos de variables y campos aleatorios.

3.2.2. VARIABLES ALEATORIAS

La teoría de la probabilidad considera el problema de un experimento que puede originar varios resultados. A la lista de todos los resultados posibles y mutuamente excluyentes de un experimento se le llama *espacio muestral*. Un *evento* es cualquier subconjunto de un espacio muestral.

La idea intuitiva de probabilidad se relaciona con la frecuencia relativa de ocurrencia de un evento. Por tanto las probabilidades deben ser fracciones entre "0" y "1". Entonces supóngase que un experimento tiene asociado un espacio muestral S . Una probabilidad es una función de valor numérico que asigna un número $P(A)$ a cada evento A de tal manera que son válidos los siguientes axiomas:

1. $P(A) \geq 0$
2. $P(S) = 1$
3. Si A_1, A_2, \dots , es una sucesión de eventos mutuamente excluyentes, es decir $A_i \cap A_j = \emptyset$ para toda $i \neq j$, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (3.1)$$

De acuerdo con el axioma (3) se llega a la conclusión de que si A y B son eventos mutuamente excluyentes:

$$P\left(\sum_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \quad (3.2)$$

Las variables aleatorias son valores numéricos asociados a los resultados de los experimentos; en términos formales una variable aleatoria es una función de valor real cuyo dominio es un espacio muestral. Se pueden dividir en dos categorías para simplificar el trabajo. Los resultados

que se originan en datos de conteos se llaman variables aleatorias discretas. En tanto que las que no son discretas con frecuencia pueden clasificarse como continuas. Representaremos una variable aleatoria por medio de una letra mayúscula como por ejemplo X o Y . Los valores numéricos reales que pueden asumir una variable aleatoria se representan mediante minúsculas, como por ejemplo x e y .

3.2.2.1 DISTRIBUCIONES DISCRETAS DE PROBABILIDAD

Se dice que una variable aleatoria X es discreta si puede tomar sólo un número finito, o un número infinito contable, de valores posibles x .

En este caso y de acuerdo a los axiomas presentados con anterioridad, se tiene lo siguiente:

1. $P(X=x) = p(x) \geq 0$
2. $\sum P(X=x) = 1$, siendo la suma con respecto a todos los valores posibles de x .

A la función $p(x)$ se le llama *función de probabilidad* de X .

A la función de probabilidad se le llama a veces *función de masa de probabilidad* de X para dar la idea de que se apila una masa de probabilidad en puntos discretos.

Con frecuencia conviene hacer una lista de las probabilidades de una variable aleatoria discreta, en forma de tabla. Esta lista es un modo de representar la *distribución de probabilidad* de X .

La función de distribución $F(b)$ de una variable X se define como:

$$F(b) = P(X \leq b) \quad (3.3)$$

Si X es discreta:

$$F(b) = \sum_{x=-\infty}^b p(x) \quad (3.4)$$

siendo $p(x)$ la función de probabilidad. A la función de distribución se le llama a veces *función de distribución acumulada*.

Como antes enunciamos, la probabilidad es la frecuencia relativa a largo plazo de que suceda un evento, entonces se puede interpretar una distribución de probabilidad como la frecuencia relativa a largo plazo de los resultados numéricos asociados con un experimento.

Las medidas numéricas descriptivas (o parámetros) que permiten caracterizar $p(x)$ son la esperanza, la varianza y la desviación estándar de la población.

El *valor esperado* o *esperanza matemática* de una variable aleatoria discreta X que tiene una función $p(x)$ de probabilidad se define como:

$$E[x] = \sum_x x \cdot p(x) \quad (3.5)$$

(La suma es con respecto a todos los valores de x para los cuales $p(x) > 0$).

A veces se emplea la notación:

$$E[x] = \mu \quad (3.6)$$

Si X es una variable aleatoria discreta, cuya función de probabilidad es $p(x)$ y $g(x)$ es cualquier función de X con valor real, entonces el valor esperado de $g(x)$ está definido por:

$$E[g(x)] = \sum_x g(x) \cdot p(x) \quad (3.7)$$

La varianza de un conjunto de mediciones es la media del cuadrado de las desviaciones de dichas mediciones con respecto a su media. Así, se desea encontrar la esperanza de la función $g(x) = (X - \mu)^2$.

$$\text{Var}[X] = E[(X - \mu)^2] \quad (3.8)$$

A veces se utiliza la notación:

$$E[(X - \mu)^2] = \sigma^2 \quad (3.9)$$

El valor mínimo que puede tomar σ^2 es cero, y eso sólo sucede si toda la población toma un único valor (esto es, si X toma un valor constante con probabilidad uno). La varianza se hace más grande en la medida que se esparcen más los puntos con probabilidad positiva.

Obsérvese que la varianza eleva al cuadrado las unidades de medida. Una medida de variación que mantiene las unidades originales es la *desviación estándar*. La desviación estándar de una variable aleatoria X es la raíz cuadrada de la varianza y está definida mediante:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{E[(X - \mu)^2]} \quad (3.10)$$

El coeficiente de variación se define como el cociente de la desviación estándar y la media:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (3.11)$$

3.2.2.2 DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE PROBABILIDAD

Las variables aleatorias antes mencionadas son discretas; cada una sólo puede asumir un número finito, o un número infinito medible de valores. Pero muchas de las variables aleatorias parecen tener en la práctica más de un conjunto medible de valores positivos. Es decir, que no se puede eliminar ningún valor como resultado posible de una observación. Es por ello que se define a la variable aleatoria X como continua si puede tomar el número infinito de valores asociados con intervalos de números reales y hay una función $f(x)$, llamada *función de densidad de probabilidad*, tal que:

1. $f(x) \geq 0$ toda x .

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot dx = 1$$

$$3. P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) \cdot dx$$

Nótese que para una variable aleatoria continua X :

$$P(X=a) = \int_a^a f(x) \cdot dx = 0 \quad (3.12)$$

para cualquier valor específico de a . No debe preocupar el hecho de que se deba asignar probabilidad cero a cualquier valor específico, ya que hay un número infinito de valores posibles que puede asumir X . La asignación de probabilidad cero a un evento no lo elimina como posible sino sólo dice que la probabilidad de ocurrencia de ese valor exacto es extremadamente pequeña.

La función de distribución de una variable aleatoria X se define como:

$$F(b) = P(X \leq b) \quad (3.13)$$

$$F(b) = \int_{-\infty}^b f(x) \cdot dx \quad (3.14)$$

Nótese que la derivada de F es: $F'(x) = f(x)$.

Definiremos a continuación la esperanza, la varianza y la desviación estándar de la variable.

Como en el caso discreto, con frecuencia se desea resumir la información contenida en una distribución de probabilidad calculando los valores esperados de la variable aleatoria y determinadas funciones de la misma.

Así: el valor esperado de una variable aleatoria continua X que tiene una función de densidad de probabilidad $f(x)$, está dada por:

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx \quad (3.15)$$

Si X es una variable aleatoria continua cuya distribución de probabilidad es $f(x)$ y si $g(x)$ es cualquier función X del valor real, entonces:

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f(x) \cdot dx \quad (3.16)$$

Las definiciones de varianza y de desviación estándar dadas en el caso discreto son válidas también para el caso continuo.

3.2.2.3 DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD MULTIVARIABLES

Se pueden definir diversas variables aleatorias en el mismo espacio muestral, por ejemplo en el caso de las propiedades de un suelo, es posible trabajar con dos: el módulo de deformabilidad E y el coeficiente de Poisson ν . En este caso estamos frente a una distribución de probabilidad bivariable o distribución de probabilidad multivariada.

Si X_1 y X_2 son dos variables aleatorias discretas. La *distribución de probabilidad conjunta* de X_1 y X_2 es:

$$p(x_1, x_2) = P(X_1=x_1, X_2=x_2) \quad (3.17)$$

definida para los números reales x_1 y x_2 . A la función $p(x_1, x_2)$ se le llama *función de probabilidad conjunta* de x_1 y x_2 .

Las *funciones de probabilidad marginal* de X_1 y X_2 , respectivamente, están representadas por:

$$p_1(x_1) = \sum_{x_2} p(x_1, x_2) \quad (3.18)$$

$$p_2(x_2) = \sum_{x_1} p(x_1, x_2) \quad (3.19)$$

Las probabilidades asociadas a dos variables aleatorias continuas X_1 y X_2 se pueden describir mediante una función bivariada, $f(x_1, x_2)$, que forma una superficie de probabilidad, en tres dimensiones (fig 3.2).

La probabilidad de que X_1 y X_2 queden en determinados intervalos se representa entonces como un volumen bajo tal superficie. Así:

$$P(a_1 \leq X_1 \leq a_2, b_1 \leq X_2 \leq b_2) = \int_{b_1}^{b_2} \int_{a_1}^{a_2} f(x_1, x_2) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \quad (3.20)$$

Obsérvese que la integral anterior simplemente es el volumen bajo la superficie de la fig 3.2.

Así como se calcularon las probabilidades univariadas, o marginales, para variables discretas, se puede determinar la función de densidad univariada para X_1 en el caso continuo, si se integran los valores de X_2 . La densidad marginal de X_1 , $f_1(x_1)$ está dada por:

$$f_1(x_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) \cdot dx_2 \quad (3.21)$$

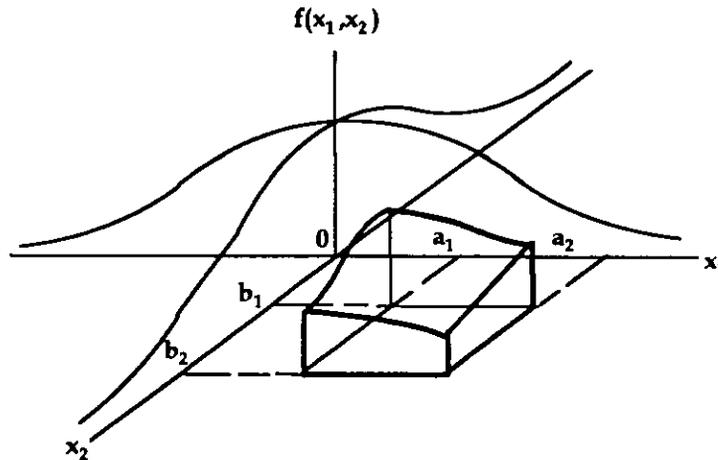


Fig 3.2 Probabilidad de que X_1 y X_2 queden dentro de determinados intervalos

igualmente la densidad marginal de X_2 , $f_2(x_2)$ está representada por:

$$f_2(x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) \cdot dx_1 \tag{3.22}$$

se dice que dos variables aleatorias son independientes si:

$$P(X_1=x_1, X_2=x_2) = P(X_1=x_1) \cdot P(X_2=x_2) \tag{3.23}$$

para todas los números reales x_1 y x_2 . Una idea semejante se aplica al caso de variables aleatorias continuas:

$$f(x_1, \dots, x_n) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \dots f_n(x_n) \tag{3.24}$$

para cualquier número real x_1, x_2, \dots, x_n .

Si $g(x_1, x_2)$ es cualquier función de valor real de las variables discretas X_1, X_2 , entonces:

$$E[g(X_1, X_2)] = \sum_{x_1} \sum_{x_2} g(x_1, x_2) \cdot p(x_1, x_2) \tag{3.25}$$

Si (X_1, X_2) son variables aleatorias continuas con densidad de probabilidad $f(x_1, x_2)$, entonces:

$$E[g(X_1, X_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_1, x_2) \cdot f(x_1, x_2) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \tag{3.26}$$

Si X_1 y X_2 son independientes, entonces, según la definición anterior se deduce fácilmente que:

$$E[g(X_1) \cdot h(X_2)] = E[g(X_1)] \cdot E[h(X_2)] \tag{3.27}$$

Una función de dos variables que tiene mucho interés en problemas probabilistas y estadísticos es: la covarianza.

La *covarianza* entre dos variables aleatorias X_1 y X_2 se define como:

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = E[(X_1 - \mu_1) \cdot (X_2 - \mu_2)] \quad (3.28)$$

siendo:

$$\mu_1 = E[X_1] \quad \text{y} \quad \mu_2 = E[X_2] \quad (3.29)$$

Otro modo de calcular la covarianza o través de la esperanza es el siguiente:

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = E[(X_1, X_2)] - \mu_1 \mu_2 \quad (3.30)$$

Es difícil utilizar la covarianza como una medida absoluta de la dependencia porque su valor depende de la escala de medición y por consiguiente es difícil determinar si una covarianza en particular es grande a simple vista. Se puede eliminar este problema al estandarizar su valor, utilizando el coeficiente simple de correlación lineal:

$$\rho = \frac{\text{Cov}[X_1, X_2]}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \quad (3.31)$$

donde σ_1 y σ_2 son las desviaciones estándares de X_1 y X_2 , respectivamente. Puede demostrarse que el coeficiente de correlación ρ satisface la desigualdad $-1 \leq \rho \leq +1$. Así, -1 ó $+1$ implica una correlación perfecta, con todos los puntos de la muestra sobre una línea recta. El valor de $\rho=0$ implica covarianza igual a cero y ninguna correlación.

Por lo tanto si X_1 y X_2 son dos variables aleatorias independientes:

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = 0 \quad (3.32)$$

El signo del coeficiente de correlación depende del signo de la covarianza. Así, un coeficiente de correlación positivo indica que X_2 , tiende a crecer cuando X_1 crece. Un coeficiente de correlación negativo implica que X_2 tiende a decrecer cuando X_1 crece.

3.2.3 CAMPOS ALEATORIOS

Las variaciones espaciales de las propiedades de un material tienen un carácter determinista y podrían teóricamente obtenerse mediante un número grande de pruebas de control. Sin embargo, en la práctica, la imposibilidad de realizar estas mediciones obliga a considerarlas como aleatorias.

Un modelo útil para representar las variaciones aleatorias espaciales de determinada variable es el proceso estocástico espacial, también conocido como campo aleatorio (Auvinet, 1991; Varmarcke, 1984). Los valores tomados para una variable en un dominio R^p ($p=1, 2$ ó 3) en estudio se consideran como una realización o función-muestra de una función aleatoria.

Una de las mayores características de un campo aleatorio en la representación de un suelo es el concepto de dependencia estadística entre valores del campo en diferentes puntos. En general, un campo aleatorio, $G(\bar{x})$, (\bar{x} es un vector que describe una posición espacial tridimensional de un punto en el campo con coordenadas (x,y,z)) está caracterizado por:

1. Su media, $\mu(\bar{x})$. Este puede ser espacialmente constante, o puede variar como una función de (\bar{x}), este último, como una característica de no estacionaridad, también llamada no homogeneidad.
2. Su varianza, $\sigma^2(\bar{x})$, la cual representa el grado de dispersión en el campo a partir de su media.
3. Su estructura de correlación, $\rho(\bar{x}, \bar{x}')$, que proporciona el coeficiente de correlación entre $G(\bar{x})$ y $G(\bar{x}')$ para dos puntos cualquiera \bar{x} y \bar{x}' .
4. Sus momentos de orden superior: en la práctica, estos pueden ser difíciles de estimar exactamente.
5. Su función de densidad de probabilidad conjunta multivariable (FDP). Esta es la descripción probabilista completa de todos los puntos en el campo desde la cual se puede hacer los cálculos de probabilidad.

Específicamente, un campo aleatorio es un conjunto de variables aleatorias, X_1, X_2, \dots , cada una asociada con el valor de la propiedad del suelo de interés en los puntos $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots$ en el campo.

Debido a la dificultad en estimar momentos de orden superior, las representaciones de campos aleatorios son a menudo restringidos en información acerca de la media, varianza y estructura de correlación. Esto usualmente conduce a la adopción de una función de distribución conjunta relativamente simple para el campo, por ejemplo distribuciones multivariadas normal o lognormal. La estructura de correlación frecuentemente se supone como una función simple de la distancia entre puntos, gobernado por un único parámetro.

Por simplicidad, se acepta a menudo que el valor esperado es constante en el dominio (eventualmente después de remover alguna tendencia determinista) y que la autocovarianza (ccovarianza entre dos variables aleatorias del mismo campo) depende solamente de la distancia τ vectorial entre los dos puntos X_1 y X_2 (campo estacionario en el sentido amplio).

$$C(X_1, X_2) = C(X_1 - X_2) = C(\tau) \tag{3.33}$$

Si esta hipótesis es aceptada, la varianza de $G(X)$ es constante en todo el dominio y el coeficiente de autocorrelación puede ser escrito del modo siguiente:

$$\rho_G(X_1, X_2) = \rho_G(\tau) \tag{3.34}$$

Es común llamar "distancia de correlación" a la integral de esta función en el intervalo $0 < \tau < \infty$.

Los anteriores parámetros y funciones pueden ser estimados de los resultados de sondeos continuos o de muestras discretas. En el primer caso, el valor esperado se evalúa utilizando el estimador μ_G :

$$\mu_G = \frac{1}{L} \int_0^L G(X) \cdot dX \tag{3.35}$$

donde L es la longitud de la perforación.

Del mismo modo, el estimador de autocovarianza es:

$$C(\lambda u) = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L G(X) \cdot G(X + \lambda u) \cdot dX - \mu_G^2 \quad (3.36)$$

donde u es un vector unitario en la dirección de la perforación y λ es un escalar.

Por otra parte, en el subdominio A (segmento, superficie, volumen), la esperanza del valor medio de la variable $G(X)$ es (Papoulis, 1985):

$$E[G_A] = \frac{1}{A} \cdot \int_A G(X) \cdot dX \quad (3.37)$$

y su varianza es:

$$\text{Var}[G_A] = E[G_A^2] - E^2[G_A] = \frac{1}{A^2} \cdot \left\{ E \left[\int_A G(X) \cdot dX \cdot \int_A G(X) \cdot dX \right] - E^2 \left[\int_A G(X) \cdot dX \right] \right\} \quad (3.38)$$

$$\text{Var}[G_A] = \frac{1}{A^2} \cdot \iint_{A A} E[G(X_1) \cdot G(X_2)] \cdot dX_1 \cdot dX_2 - \frac{1}{A^2} \iint_{A A} E[G(X_1)] \cdot E[G(X_2)] \cdot dX_1 \cdot dX_2 \quad (3.39)$$

y por lo tanto

$$\text{Var}[G_A] = \frac{1}{A^2} \cdot \iint_{A A} C(X_1, X_2) \cdot dX_1 \cdot dX_2 \quad (3.40)$$

Esta fórmula representa el bien conocido efecto de escala estadístico. La varianza del valor medio de una propiedad aleatoria decrece con el incremento del subdominio A . Este efecto hace importante el especificar las dimensiones de los subdominios donde se presentan los resultados correspondientes a la dispersión de las propiedades. La covarianza entre los valores promedios asociados a dos dominios con o sin superposición es:

$$\text{Cov}[G_{A_1}, G_{A_2}] = \frac{1}{A_1 \cdot A_2} \cdot \iint_{A_1 A_2} C(X_1, X_2) \cdot dX_1 \cdot dX_2 \quad (3.41)$$

El modelado de una propiedad utilizando un campo de variables aleatorias definidas en un dado dominio A hace posible el estimar el valor medio de esa propiedad en otro subdominio A_2 (discreto o continuo) para los valores obtenidos por muestreo en otro subdominio A_1 discretas. Considerando los valores obtenidos G_{A_1} y G_{A_2} , respectivamente en A_1 y A_2 , y aceptando que su distribución de probabilidad conjunta sea Gaussiana se obtiene:

$$E[G_{A_2} | G_{A_1}] = E[G_{A_2}] + \rho_G \cdot \frac{\sigma_{G_{A_2}}}{\sigma_{G_{A_1}}} \cdot [G_{A_1} - E[G_{A_1}]] \quad (3.42)$$

$$\text{Var}[G_{A_2} | G_{A_1}] = \text{Var}[G_{A_2}] \cdot (1 - \rho_v^2) \quad (3.43)$$

donde ρ_v es el coeficiente de correlación de G_{A_1} y G_{A_2} que puede ser obtenido utilizando las ecuaciones antes mencionadas.

Puede verse que, en general, el conocimiento del campo en un subdominio A_1 conduce a la corrección del valor esperado y a la reducción de la varianza del valor medio en el dominio A_2 . En la práctica, dependiendo de la estructura de la correlación del campo y de la posición relativa de A_1 y A_2 , la situación es generalmente intermedia entre los siguientes casos extremos:

- * si G_{A_1} y G_{A_2} no se encuentran correlacionados, entonces $\rho_v=0$ y la información recolectada en A_1 no reduce las incertidumbres en G_{A_2} .
- * si G_{A_1} y G_{A_2} se hallan totalmente correlacionados, entonces $\rho_v=1$ y $G_{A_1} = G_{A_2}$.

3.2.4 APLICACIÓN A MEDIOS GEOTÉCNICOS

Los conceptos anteriores pueden aplicarse a medios geotécnicos. Conviene subrayar lo siguiente:

- a) El modelo de variable aleatoria simple o múltiple puede ser adecuado cuando se pretende describir la incertidumbre asociada a falta de información o baja confiabilidad de los datos experimentales.
- b) El modelo de campo aleatorio describe la variación espacial de las propiedades de un material dentro de un dominio dado, puesto que permite tomar en cuenta la dependencia entre valores de las propiedades en puntos distintos. Si existen datos obtenidos mediante observaciones de campo, es conveniente en este caso trabajar con un campo aleatorio *condicional* respecto a estos valores medidos. Lo anterior se puede llevar a cabo fácilmente si se acepta la hipótesis de que el campo es gaussiano. En este caso, las esperanzas y varianzas que se asignan a subdominios del medio (por ejemplo elementos finitos o grupos de ellos) se pueden obtener por fórmulas análogas a las ecs 3.42 y 3.43.

En un modelo u otro, se podrá definir la incertidumbre sobre las propiedades de diferentes zonas del medio geotécnico estudiado mediante una matriz de covarianza que contendrá en la diagonal la varianza de las diferentes propiedades aleatorias consideradas y fuera de la diagonal las covarianzas entre estas diferentes variables.

Al considerar la resistencia al corte no drenada como una variable aleatoria se supone que los datos medidos representan sólo las resistencias de especímenes de suelo discretos, los cuales son estimados empleando un determinado procedimiento de prueba. Esta no es esencialmente la resistencia que gobierna el comportamiento en el sitio (Fenton, 1996). En realidad, la propiedad del suelo que controla el comportamiento de una estructura frecuentemente involucra un volumen mucho más grande de suelo. Por ejemplo, la resistencia al corte que controla la falla de un talud es la resistencia no drenada *media* a lo largo de la superficie de deslizamiento potencial. En ocasiones, los valores extremadamente altos o bajos de la propiedad del suelo dentro de una región local pequeña pueden también gobernar el comportamiento del sistema, como es el caso de la iniciación de falla progresiva en un talud debido a la existencia de un material débil o bien la falla por tubificación en una presa de tierra que es inducida por una zona pequeña que tiene un material altamente permeable. Aún en

estos casos, la zona local involucrada es a menudo mucho más grande que el tamaño de un espécimen de suelo típico. En cualquier caso, el valor medio de la propiedad del suelo es el que actúa en un dominio espacial grande o pequeño; esta propiedad del suelo se define como "propiedad espacial media". Para evaluar correctamente el comportamiento, es necesario contar con la descripción probabilista (por ejemplo, valor esperado y CV) de la propiedad espacial media.

Lo anterior tiene dos consecuencias. Primero, hay un efecto de escala. La regla del promedio implica que la propiedad del suelo media sobre cierto volumen o área muestra una dispersión menor que las propiedades en sitios individuales. Por tanto, en muchas circunstancias hay una reducción en la variabilidad que depende del tamaño del dominio, aunque, en algunas circunstancias, el incremento del tamaño de este dominio puede en realidad incrementar la variabilidad. Además, la estructura de correlación de la propiedad del suelo también afecta la reducción en la variabilidad. Segundo, la propiedad del suelo *in situ* en la falla incipiente no necesariamente se duplica por el muestreo y por el procedimiento de ejecución de la prueba sobre los especímenes de suelo. Algunas de las causas de varianza son el remoldeo de muestras, diferentes condiciones de esfuerzos y microfisuras que no pueden ser bien representadas por un espécimen pequeño. Cada una de estas causas puede conducir a resultados de pruebas que son consistentemente más bajos o más altos que los valores *in situ*.

Para estudiar el efecto de correlación debe observarse primero que las muestras de suelo cercanas unas de otras probablemente tengan propiedades que son más similares entre sí que con las que se encuentran a grandes distancias. También, los especímenes de suelo probados por el mismo aparato probablemente muestren menos dispersión en los valores medidos con diferentes aparatos en laboratorios separados. El grado de correlación como una función de la distancia de separación entre muestras de suelo depende del tipo de suelo específico, de las características del depósito y de la propiedad considerada. El tipo y grado de correlación de las propiedades del suelo son una medida directa del proceso y condiciones ambientales correspondientes a la historia de depositación y consolidación de una unidad geológica dada. Las dificultades para evaluar la distancia de autocorrelación estadísticamente se presentan en la insuficiencia de datos. La mayor reducción en la variabilidad de la propiedad media se presentará cuando la variación de la propiedad del suelo sea más errática (es decir, la menos correlacionada) con la distancia y cuando el dominio del suelo considerado es mayor. Este fenómeno surge de la posibilidad de que valores altos de la propiedad en algunos puntos sean balanceados con bajos valores en otros puntos; por consiguiente, es menos probable que la propiedad media tome valores excepcionalmente altos o bajos. Dada la esperanza, la varianza y la covarianza del promedio espacial de una propiedad del suelo, como la resistencia al corte, la varianza de una propiedad media es en general menor que la varianza de la propiedad puntual. En consecuencia, se reduce la fluctuación de la propiedad media y la varianza.

La reducción de la varianza debida al promedio espacial depende de la velocidad de decaimiento de la función de autocorrelación (FDA). Para FDA que caen rápidamente con la distancia (es decir propiedades del suelo con una pequeña distancia de correlación), la reducción de la varianza es significativa y viceversa. La variabilidad de la resistencia al corte promediada, que gobierna el comportamiento en un talud, es usualmente menor que la variabilidad puntual.

En la tabla 3.1 se muestran algunos tipos de funciones de autocorrelación que pueden emplearse para describir la estructura de correlación (Li y Lumb, 1987). La forma exacta de la FDA es difícil de estimar sin un gran número de muestras.

Tabla 3.1 Tipos de función de autocorrelación, FDA (Vanmarcke, 1977; Li y Lumb, 1987).

Tipo	Coficiente de autocorrelación, FDA ($\rho(x,y,z)$)
0. Exponencial	$\exp - \left\{ \left(\frac{d_x}{\delta_x} \right)^k + \left(\frac{d_z}{\delta_z} \right)^k \right\}$
I. Exponencial simple	$\exp \left\{ -2 \left(\frac{d_x}{\delta_x} + \frac{d_z}{\delta_z} \right) \right\}$
II. Exponencial cuadrada	$\exp \left\{ -\pi \left(\frac{d_x^2}{\delta_x^2} + \frac{d_z^2}{\delta_z^2} \right) \right\}$
III. Modelo autoregresivo de segundo orden	$\exp \left\{ -4 \left(\frac{d_x}{\delta_x} + \frac{d_z}{\delta_z} \right) \right\} \left(1 + \frac{4d_x}{\delta_x} \right) \left(1 + \frac{4d_z}{\delta_z} \right)$
IV Exponencial cosenoidal	$\exp \left\{ - \left(\frac{d_x}{\delta_x} + \frac{d_z}{\delta_z} \right) \right\} \cos \frac{d_x}{\delta_x} \cos \frac{d_z}{\delta_z}$

δ_x y δ_z son respectivamente la distancia de correlación en la dirección horizontal y vertical.

$d_x = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ y $d_z = |z_i - z_j|$ son respectivamente las distancias horizontal y vertical entre diferentes puntos de la masa del suelo; x_i, y_i y z_i son las coordenadas de estos puntos.

Un valor grande de la distancia de correlación δ implica que la propiedad del suelo está altamente correlacionada sobre una extensión espacial grande, resultando una variación suave dentro del perfil del suelo; por otro lado, un valor pequeño de δ indica que la fluctuación de la propiedad del suelo es grande.

En el caso de un terraplén construido por capas, puede considerarse que cada estrato es horizontalmente isótropo. Rigurosamente esto conduce a considerar una *matriz de correlación* $\rho(x,y,z)$ entre la posición \bar{x}_i de los puntos de la masa de suelo y que se define como:

$$\rho(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, \bar{x}_j, \bar{y}_j, \bar{z}_j) = \begin{bmatrix} 1 & \rho(\bar{x}_1, \bar{x}_2) & \rho(\bar{x}_1, \bar{x}_3) & \dots & \rho(\bar{x}_1, \bar{x}_n) \\ \rho(\bar{x}_2, \bar{x}_1) & 1 & \rho(\bar{x}_2, \bar{x}_3) & \dots & \rho(\bar{x}_2, \bar{x}_n) \\ \rho(\bar{x}_3, \bar{x}_1) & \rho(\bar{x}_3, \bar{x}_2) & 1 & \dots & \rho(\bar{x}_3, \bar{x}_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho(\bar{x}_n, \bar{x}_1) & \rho(\bar{x}_n, \bar{x}_2) & \rho(\bar{x}_n, \bar{x}_3) & \dots & \rho(\bar{x}_n, \bar{x}_n) \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Por consiguiente, la *matriz de covarianza* asociada con la propiedad del material G entre estos puntos es $\text{Var}[G] \rho(x,y,z)$. En otras palabras, la matriz de covarianza asociada con la propiedad del material es la $\text{Var}[G]$ veces la matriz de correlación.

La correlación espacial de las propiedades del suelo se determina a través de la función de autocorrelación apropiada. Se han publicado algunas variaciones de la distancia de correlación para diferentes propiedades del suelo (Alonso, 1976; Auvinet *et al*, 1991; tabla 3.2). Sin embargo, siempre es más recomendable determinar estas distancias en cada caso particular.

Tabla 3.2 Distancia de correlación de algunas propiedades.

MATERIAL	δ (HORIZONTAL) ¹ (m)			δ (VERTICAL) ² (m)				
	γ _d	w	Cu	w	γ _d	e	LL	n
Limos	45	59	48					
Arcilla	21	23	20					
Limos arcillosos suaves				6.3	4.0	5.2	4.3	
Arenas gravosas								7.3

¹Auvinet *et al* (1991). ²Alonso (1976).

La variabilidad espacial del suelo tiene por consiguiente dos consecuencias opuestas. Por una parte, reduce la varianza de las propiedades del suelo medias y por consiguiente la probabilidad de falla de taludes; por otra parte, incrementa la probabilidad de falla progresiva, así la falla puede iniciarse en cualquier región a lo largo de la superficie de deslizamiento. El efecto que dominará dependerá del comportamiento esfuerzo-deformación del suelo (Li y Lum, 1987).

El valor esperado de las propiedades de un material y el correspondiente coeficiente de variación, CV, que caracteriza la variabilidad inherente de un estrato de suelo específico, pueden estimarse a partir de los resultados de los programas de exploración (Tang *et al*, 1976). Si el estrato del suelo es errático, se espera tener un CV más grande, valor que puede llegar a ser significativo, particularmente cuando el número de muestras de suelo o pruebas de especímenes es pequeño. El CV es independiente del valor real de la propiedad del material y varía con los métodos de muestreo (Alonso, 1976). En el caso de la resistencia al corte, el intervalo típico es generalmente alto (de 0.1 a 0.4); mientras que para el peso volumétrico de depósitos en suelos homogéneos se presenta una variabilidad mucho más baja (de 0.025 a 0.068).

Un enfoque interesante consiste en tomar en cuenta la dispersión de datos (variabilidad espacial) y errores sistemáticos (insuficiencia del muestreo y falta de precisión en la medición de las propiedades) en un mismo coeficiente de variación (Vanmarcke, 1984, Tang *et al*, 1976).

Para tomar en cuenta los efectos de los factores anteriores, Tang (1984) propuso las siguientes expresiones para relacionar el valor esperado y el coeficiente de variación de la propiedad del suelo *in situ* con las de especímenes de suelo probados:

$$\bar{G} = \bar{N} \mu_C \tag{3.45}$$

$$CV' = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_o^2 + (\Gamma_D)} CV \tag{3.46}$$

donde μ_C , es la media de la propiedad del suelo a partir de pruebas de laboratorio o de campo, \bar{N} , es el sesgo medio y \bar{G} es la propiedad del suelo media. El primer coeficiente de variación en

la ec 3.46, Δ , denota la incertidumbre en el sesgo causado por la discrepancia entre el espécimen y la propiedad in situ, el cual puede ser evaluado subjetivamente por el ingeniero después de que los factores que causan la discrepancia son identificados y evaluados. El segundo coeficiente de variación, Δ_0 , denota la contribución de la incertidumbre al considerar un número limitado de muestras, el cual puede ser expresado como una función del tamaño de la muestra. El tercer término, es el producto del CV de los valores de la propiedad de las pruebas obtenido sobre los especímenes y del factor de reducción (Γ_D) que depende del tamaño del dominio medio D y de las características de correlación espacial de las propiedades del suelo (Vanmarcke, 1984).

La incertidumbre que contribuye a los dos primeros componentes se conoce como "sistemática" mientras que el último componente se denomina "aleatorio". Las incertidumbres sistemáticas imponen el mismo efecto (o discrepancia) en cada elemento del suelo en todo el dominio espacial considerado y por consiguiente no son sujetos al efecto de promedio, a diferencia de la variabilidad espacial en el último término. Lo anterior debe ser enfatizado ya que los valores del CV reportados en la literatura son frecuentemente estimados a partir de pruebas realizadas en pequeños especímenes de suelo, los cuales generalmente no representan la propiedades del suelo in situ que gobiernan el comportamiento geotécnico. Por consiguiente, estos valores del coeficiente de variación son esencialmente aquellos denotados por CV en la ec 3.46. Estos generalmente no pueden emplearse directamente en los análisis de confiabilidad ya que necesitan modificarse por factores que toman en cuenta la reducción promedio espacial, el sesgo sistemático y el error asociado con el tipo de procedimiento de prueba dado para determinar tal propiedad.

La hipótesis que considera que cada estrato de suelo es homogéneo, es conveniente para desarrollar el modelo de riesgo. El valor esperado y el coeficiente de variación de cada parámetro geomecánico se consideran idénticos en cada punto del estrato. Sin embargo, se presenta una variabilidad del suelo dentro del estrato llamado homogéneo y el coeficiente de variación depende del tamaño de la zona del suelo a considerar.

En esta tesis sólo se considerará la incertidumbre debida a la variabilidad espacial de las propiedades de resistencia del suelo.

3.3 NOCIONES DE SEGURIDAD Y CONFIABILIDAD

3.3.1 INTRODUCCIÓN

Desde tiempos muy remotos, el concepto de seguridad ha sido fundamental en la práctica de la ingeniería civil. Los primeros códigos de construcción conocidos que ponen énfasis en la seguridad datan de 1750 años antes de Cristo (Código de Hammurabi).

En geotecnia el concepto de seguridad juega un papel muy importante dadas las numerosas incertidumbres que afectan a los diferentes aspectos del diseño geotécnico. Nunca es posible eliminar totalmente las dudas en cuanto a la representatividad de las muestras de suelo obtenidas durante la exploración o la precisión y validez de los ensayos de laboratorio. Además, las limitaciones de los modelos usados para evaluar la estabilidad de obras térreas son bien conocidas. Por otra parte, es común que las cargas consideradas en el momento del diseño geotécnico sean cargas de anteproyecto y presenten una incertidumbre considerable.

3.3.2 CONCEPTOS GENERALES DE CONFIABILIDAD

La *Confiabilidad* puede definirse como la probabilidad de que un sistema lleve a cabo sus funciones de manera adecuada, durante un periodo propuesto y bajo condiciones de operación establecidas (Pagès y Gondran, 1986). Desde el punto de vista probabilista, la confiabilidad es el complemento a la unidad de la probabilidad de falla.

Resulta interesante definir también el concepto de *riesgo*, entendido como el producto de la probabilidad de un evento indeseable por su costo (Favre, 1984).

Históricamente no fue sino hasta el siglo XVIII cuando el enfoque empírico en la ingeniería fue reemplazado por el enfoque numérico, gracias a los trabajos de Hooke, Navier, Cauchy, Saint Venant, etc. Sin embargo, este nuevo enfoque se basó en el análisis de los esfuerzos y sus efectos, lo que redujo el concepto de seguridad a una noción determinista.

Frecuentemente el concepto de seguridad se establece realizando una comparación entre la sollicitación o demanda máxima S prevista para el sistema y su resistencia o capacidad R . Tradicionalmente se recurre al concepto de factor de seguridad $\theta = \frac{R}{S}$.

Este planteamiento obliga a establecer las siguientes condiciones:

- R es siempre igual o superior a la mínima resistencia o capacidad estimada.
- S no se incrementa durante el periodo de vida de la obra y es igual o menor a la máxima sollicitación prevista para la estructura.

En la práctica estas condiciones no son siempre absolutas y por tanto involucran un riesgo de falla.

La primera crítica relacionada con la utilización de factores de seguridad fue hecha por Streletsky en 1928 (Nechnech, 1994), durante el foro de un congreso internacional de seguridad, estableciendo que "*El coeficiente de seguridad adolece de sentido de la realidad*".

Es necesario reconocer que la seguridad absoluta no existe para ningún tipo de construcción. Lo anterior está ampliamente demostrado por la experiencia y debe atribuirse al carácter aleatorio de todos los parámetros que intervienen en el cálculo de una obra, frecuentemente evaluados a partir de muestras, a la limitada validez de los métodos de cálculo empleados y a las incertidumbres sobre las acciones a las que se somete la estructura. Los factores de seguridad, también llamados *factores de ignorancia*, cumplieron con una función útil durante mucho tiempo por el hecho de llevar a niveles de riesgo generalmente aceptables, pero ya no resultan adecuados para los niveles de calidad requeridos y las restricciones económicas actuales.

La evaluación de los niveles de seguridad se puede efectuar de diversas maneras, dependiendo de la precisión con que sean modeladas las sollicitaciones y las resistencias. Al respecto se pueden distinguir los siguientes niveles de análisis:

NIVEL 0

Es el correspondiente a la utilización del *factor de seguridad central* $\Theta = \frac{\mu_R}{\mu_S}$, donde μ_R y μ_S son los valores medios de resistencia y sollicitación respectivamente. En este caso el establecimiento de factores de seguridad central mínimos es producto del empirismo.

NIVEL 1

En este nivel los requisitos de seguridad se expresan en términos de un diseño por estado límite, es que la seguridad contra la ocurrencia de distintos tipos de falla se obtienen con el empleo de *factores parciales de seguridad*, como son *factores de carga* que incrementan las acciones y *factores de resistencia* que reducen la resistencia calculada.

Para justificar los factores de carga y de resistencia, estos se comparan con los que se deducen a partir de un planteamiento probabilista aproximado del diseño estructural. El planteamiento se basa en describir las variables que intervienen en el diseño por medio de dos parámetros, uno que mida el valor medio o esperado de la variable y otro que da una medida de su variabilidad o de la incertidumbre que se tiene en el valor que vaya a adquirir en realidad dicha variable; en estos términos se reconoce el carácter aleatorio de la resistencia (esperanza μ_R y coeficiente de variación CV_R) y de la sollicitación (esperanza μ_S y coeficiente de variación CV_S).

Se suele emplear además para las distintas variables valores conservadores para cubrir en parte la incertidumbre y la variabilidad en las mismas. Estos valores, llamados *nominales* o *característicos*, son tales que la probabilidad de que sean rebasados del lado desfavorable es pequeña (el Reglamento del Comité Europeo del Concreto considera una probabilidad de excedencia del 5%).

Meli (1976) ilustra el procedimiento para la revisión de la seguridad en este nivel mediante la expresión:

$$F_C \sum S_n \leq F_R R_n \quad (3.47)$$

es decir, se debe revisar que, para cada combinación de carga que puede afectar la estructura, la suma de los efectos de todas las cargas tomadas con sus valores nominales, $\sum S_n$, multiplicada por el factor de carga, F_C , no exceda la resistencia nominal, R_n , multiplicada por un factor reductor de resistencia, F_R .

Por su parte, Cornell (1969) plantea la revisión de la seguridad a este nivel como:

$$R_n \geq \theta^* S_n \quad (3.48)$$

donde $R_n = (1 - k_R CV_R)\mu_R$ y $S_n = (1 + k_S CV_S)\mu_S$ son los valores nominales o característicos de la resistencia y de la sollicitación respectivamente y θ^* es el *coeficiente de seguridad nominal* definido como:

$$\theta^* = \frac{1 - k_R CV_R}{1 - k_S CV_S} \theta \quad (3.49)$$

donde k_R y k_S son factores que garantizan resistencias y solicitaciones nominales.

Los nuevos reglamentos, denominados LRFD (Load and Resistance Factor Design), y que incluyen el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, pertenecen a este nivel *semi-probabilista*.

NIVEL 2

Los métodos de análisis de confiabilidad de nivel 2 tienen su origen en un trabajo presentado por Mayer (1926), pero no fue sino hasta los años 60 cuando tuvieron gran desarrollo gracias a los trabajos de Cornell (1969), Ravindra *et al* (1969) y Rosenblueth y Esteva (1971).

Debido a que los métodos de nivel 2 requieren únicamente el conocimiento de los dos primeros momentos de las variables aleatorias (medias y varianzas), así como de las covarianzas de las variables correlacionadas, éstos se conocen como *métodos de segundos momentos*.

En este nivel se supone implícitamente que las solicitaciones pueden ser superiores a las resistencias y que por ello la probabilidad de falla no es nula. Se dice que la confiabilidad de una estructura es aceptable si el índice de confiabilidad es superior a un umbral determinado a partir del dimensionamiento estructural por medio de reglas deterministas habituales de diseño o a partir de la experiencia de los diseñadores.

La medida de la confiabilidad asociada con un diseño particular es el *índice de confiabilidad* β , que representa el valor recíproco del coeficiente de variación del margen de seguridad R-S. La confiabilidad resulta ser, para cualquier distribución de R y S (Cornell, 1969):

$$\begin{aligned} P[R > S] &= P[R - S > 0] \\ &= P\left[\frac{(R - S) - \mu_{R-S}}{\sigma_{R-S}} > \frac{-\mu_{R-S}}{\sigma_{R-S}}\right] \\ &= P\left[U > -\frac{1}{CV_{R-S}}\right] = 1 - F_U(-\beta) \end{aligned} \quad (3.50)$$

donde $P[]$ denota la probabilidad del evento, μ_{R-S} representa la media del margen de seguridad, CV_{R-S} es su coeficiente de variación y U es una variable aleatoria estandarizada con función de distribución acumulada $F_U(\cdot)$ no especificada. Entre mayor sea β , mayor será la confiabilidad del diseño y menor la probabilidad de comportamiento insatisfactorio.

El objetivo principal de este nivel es proporcionar un método simple más racional para estimar la seguridad estructural por medio de la evaluación de la incertidumbre estadística de las variables de diseño, a fin de estimar la confiabilidad estructural.

Nivel 3

En este nivel se efectúa el análisis de confiabilidad de un sistema estructural basado en el cálculo exacto de la probabilidad de falla, utilizando las distribuciones de las variables del problema.

Este análisis de confiabilidad constituye el método más complejo. Todas las variables aleatorias quedan descritas por su distribución de probabilidad y se requiere el conocimiento de la distribución de la función de estado límite; la probabilidad de falla se evalúa a partir del cálculo de las integrales de convolución apropiadas, lo que generalmente representa una tarea formidable.

A pesar de que los métodos de nivel 3 generalmente no son aplicables a casos reales debido a las dificultades teóricas y numéricas, son necesarios para verificar la validez y precisión de los métodos simplificados de nivel 1 y 2.

Se puede afirmar que el cálculo probabilista de la seguridad conduce a una mejor concordancia con los fenómenos físicos que la obtenida con un cálculo determinista. Sin embargo, a pesar del razonamiento expuesto se siguen usando enfoques deterministas o, en el mejor de los casos, semi-probabilistas, por las razones siguientes (Cornell, 1969):

- La mayoría de los ingenieros considera todavía que la aplicación de los factores de seguridad deterministas toma en cuenta la mayor parte de las incertidumbres.
- La carencia de datos suficientes y adecuados no permite la formación de bases de datos confiables que faciliten el conocimiento de las distribuciones de probabilidad de las variables de diseño.
- Por diversas razones los reglamentos en ingeniería deben ser presentados en la forma más simple posible. Al respecto, el análisis probabilista involucra en muchas ocasiones modelos complejos (no lineales) de comportamiento.
- La prudencia excesiva de los legisladores para aceptar innovaciones constituye un obstáculo para la aplicación de criterios probabilistas.

3.3.3 ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

3.3.3.1 PROBLEMA BÁSICO

El problema de la confiabilidad de sistemas ingenieriles puede ser básicamente tratado como un problema de *oferta vs demanda*. En otras palabras, este problema consiste en la determinación del grado en que la capacidad de oferta satisface los requerimientos de demanda, es decir, preocupa la certeza de que la resistencia de la estructura (oferta) sea suficiente para soportar las solicitaciones máximas aplicadas (demanda), durante la vida útil del sistema.

Es preciso establecer que la determinación de la oferta disponible y de la demanda máxima constituye un problema complejo. La estimación y la predicción son invariablemente necesarias

para lograr estos propósitos; sin embargo, involucran incertidumbres inevitables por la simple razón de que la información ingenieril disponible es incompleta. A la luz de tales incertidumbres, la oferta disponible y la demanda no pueden ser determinadas con precisión y sólo pueden ser descritas dentro de su intervalo de variación.

Con el propósito de reflejar explícitamente el significado de la incertidumbre, la oferta disponible y los requerimientos de demanda pueden ser modelados como variables aleatorias.

En estos términos la confiabilidad de un sistema puede ser medida de forma más realista en términos probabilistas. Para tal propósito se definen las siguientes variables aleatorias:

R = Capacidad de oferta.

S = Demanda.

El objetivo del análisis de confiabilidad es entonces evaluar la probabilidad $P[R > S]$ a través de la vida útil o alguna vida específica del sistema ingenieril. Es por ello que esta probabilidad representa una medida realista de la confiabilidad del sistema. Inversamente, la probabilidad del evento complementario $P[R < S]$ constituye la medida de la *no confiabilidad* o *probabilidad de falla*.

En ciertas situaciones simples el tiempo no juega un papel significativo y las solicitudes o demandas pueden expresarse a través de una variable aleatoria continua única (demanda S), existiendo un sólo estado límite determinista (capacidad de oferta R). La definición de la confiabilidad resulta entonces muy sencilla. Si S tienen una función de densidad de probabilidad $f_S(s)$, la confiabilidad del sistema se escribe como :

$$\text{Confiabilidad} = C = P[R > S] = P[R - S > 0] = \int_{-\infty}^r f_S(s) ds \quad (3.51)$$

Ahora bien, si la capacidad de oferta es también una variable aleatoria continua e independiente de la anterior y las funciones de densidad de probabilidad o las funciones de distribución de R y S están disponibles, esto es, $f_R(r)$ o $F_R(r)$ y $f_S(s)$ o $F_S(s)$ son conocidas, entonces las probabilidades requeridas pueden formularse como sigue (Kapur y Lamberson, 1977), recordando que $F'_R(r) = f_R(r)$ (Rétháti, 1985).

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} f_R(r) \left[\int_{-\infty}^r f_S(s) ds \right] dr = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(s) \left[\int_s^{\infty} f_R(r) dr \right] ds \quad (3.52)$$

La probabilidad de falla $P[R < S]$ o no confiabilidad, bajo las mismas consideraciones impuestas anteriormente a las variables aleatorias es:

$$F = P[R < S] = 1 - C = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_S(r)] f_R(r) dr \quad (3.53)$$

Las ecs 3.52 y 3.53 suponen independencia de las variables. En general, éstas pueden estar correlacionadas, obteniéndose las siguientes ecuaciones para determinar la confiabilidad y la probabilidad de falla en los términos de la función de densidad de probabilidad conjunta:

$$C = \int_0^{\infty} \left[\int_0^r f_{R,S}(r,s) ds \right] dr \quad (3.54)$$

$$F = \int_0^{\infty} \left[\int_0^s f_{R,S}(r,s) dr \right] ds \quad (3.55)$$

Si ahora se define a $M=R-S$, donde M es la llamada *variable aleatoria de interferencia o margen de seguridad*, entonces es posible definir a los parámetros anteriores como:

$$C = P[M > 0] = \int_0^{\infty} f_M(m) dm \quad (3.56)$$

$$F = P[M \leq 0] = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm \quad (3.57)$$

Se observa (Kapur y Lamberson, 1977) que si R y S son variables aleatorias independientes mayores o iguales a cero, la confiabilidad C resulta ser:

$$C = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f_R(m+s) f_S(s) ds dm \quad (3.58)$$

y la probabilidad de falla o no confiabilidad

$$F = \int_{-\infty}^0 \int_{-m}^{\infty} f_R(m+s) f_S(s) ds dm \quad (3.59)$$

En la figura 3.3 la confiabilidad C se puede expresar en términos de M como $C = P[M > 0]$. En este caso, el índice de confiabilidad β se interpreta como el número de desviaciones estándar σ_M que separa a la media μ_M del origen.

En el apéndice A se define la confiabilidad en el caso de variables aleatorias con distribuciones comunes (distribución de densidad normal y lognormal).

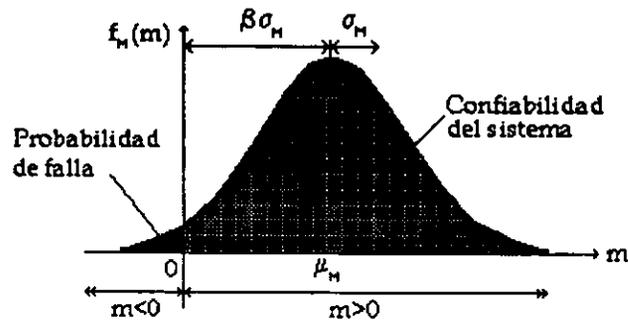


Fig 3.3 Confiabilidad del sistema.

3.3.3.2 CONFIABILIDAD ASOCIADA A UN ESTADO LÍMITE

Como se mencionó anteriormente, el cálculo de la confiabilidad y de la probabilidad de falla de un sistema ingenieril requiere del conocimiento de las distribuciones $f_R(r)$ y $f_S(s)$ o de la distribución conjunta $f_{R,S}(r,s)$. En la práctica esta información no está disponible o es difícil de obtener debido a la insuficiencia de datos. Además, aún cuando las distribuciones requeridas puedan ser especificadas, la exacta evaluación de las probabilidades generalmente requiere la integración de las ecs 3.52 a 3.59, lo cual puede resultar impráctico; como una alternativa práctica se puede recurrir a la utilización de distribuciones normales equivalentes como una aproximación, que pueden obtenerse a través de transformaciones de Rosenblatt. Con estas distribuciones normales equivalentes, el cálculo de la confiabilidad sigue siendo el mismo procedimiento que para variables normales descritas anteriormente. A lo anterior tiene que sumarse el hecho de que las variables R y S son a su vez funciones de otras variables básicas.

Frecuentemente la información estadística disponible puede ser suficiente sólo para evaluar el primer y segundo momentos de las variables aleatorias. Por tanto, las medidas prácticas de seguridad o confiabilidad deben estar limitadas a funciones de estos dos momentos.

Teniendo en cuenta la variable aleatoria margen de seguridad, $M=R-S$, el estado de seguridad del sistema puede ser definido como $[M>0]$, mientras que el estado de falla es el evento $[M<0]$. La frontera que separa al estado de seguridad del de falla es el estado límite, definido por la ecuación $M=0$.

En el espacio de las variables normalizadas R' y S' la ecuación del estado límite, $M=0$, resulta ser:

$$M = \sigma_R R' - \sigma_S S' + \mu_R - \mu_S = 0 \tag{3.60}$$

que representa una línea recta como se muestra en la fig 3.4. La distancia desde esta línea de falla al origen es en sí misma una medida de confiabilidad; es posible demostrar (Ang y Tang, 1984) que:

$$d = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{3.61}$$

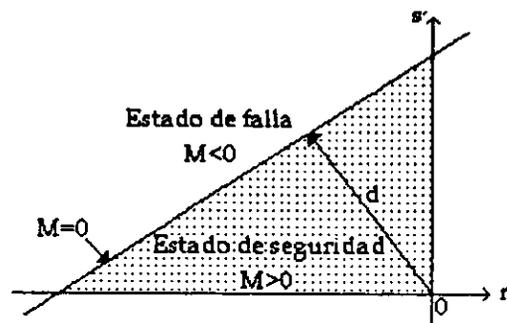


Fig 3.4 Espacio de las variables normalizadas R' y S'.

De acuerdo con la ec A.2 se puede observar que para R y S con distribución normal estándar la distancia d es también el índice de confiabilidad β. Entonces $d = \beta$ y la confiabilidad es $C = \Phi(d)$. Vale la pena señalar que el índice de Hasofer y Lind es igual al índice de Cornell sólo si la variable aleatoria es normal y si la función de estado límite es lineal.

En general, el análisis de confiabilidad de un sistema ingenieril real implica múltiples variables aleatorias básicas de diseño de todos tipos y relaciones generalmente no lineales entre ellas, siendo la oferta y la demanda funciones de varias variables. En un amplio sentido, la confiabilidad de un sistema ingenieril puede ser definida como la probabilidad de ejecutar su función o misión objetivo.

En este contexto y para el propósito de una formulación general se define una *función de comportamiento* o *función de estado* bajo solicitaciones de operación, accidentales o ambientales (Shinozuka, 1983) como:

$$M = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \tag{3.62}$$

donde $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ es un vector de variables básicas (de sollicitación y resistencia) de estado o diseño del sistema y la función $g(X)$ determina el comportamiento o estado del mismo.

Al respecto conviene observar que en la evaluación de la confiabilidad de una obra de ingeniería debe distinguirse entre variables aleatorias y de control. Las primeras se refieren a aquellos parámetros sobre los cuales el diseñador o el constructor no puede o no desea, por motivos económicos o de otra índole, ejercer un adecuado dominio, y que están asociados a fenómenos físicos que son aleatorios por naturaleza o sobre los cuales no se cuenta con información adecuada o completa para efectuar predicciones y estimaciones. Las variables de control tienen por lo contrario un carácter determinista. Su selección, que es parte fundamental del diseño, puede incidir fuertemente sobre la confiabilidad del sistema. En el vector de variables de la ec 3.62, intervienen ambos tipos de variables.

En estos términos, el requerimiento límite de comportamiento puede ser definido como $g(X) = 0$, que representa el estado límite del sistema. Se establece por tanto que:

$$[g(X) > 0] = \text{Estado de seguridad} \tag{3.63}$$

$$[g(X) < 0] = \text{Estado de falla} \quad (3.64)$$

Geoméricamente la ecuación del estado límite $g(X)=0$ es una superficie n -dimensional que es llamada *superficie de falla*. En este caso un lado de la superficie de falla es el estado seguro $g(X)>0$, mientras que el otro es el estado de falla $g(X)<0$.

Por tanto, si la distribución de probabilidad conjunta de las variables de diseño X_1, X_2, \dots, X_n es $f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n)$, la probabilidad del estado seguro o confiabilidad es:

$$C = P_S = \int_{\{g(X)>0\}} \dots \int f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3.65)$$

que puede ser escrita de forma breve como

$$C = P_S = \int_{\{g(X)>0\}} f_X(x) dx \quad (3.66)$$

La ec 3.66 es simplemente la integral de volumen de la función $f_X(x)$ sobre la región de seguridad $g(X)>0$. De igual forma la probabilidad de falla es la integral de volumen sobre la región de falla es:

$$F = P_F = \int_{\{g(X)<0\}} \dots \int f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3.67)$$

brevemente

$$P_F = F = \int_{g(x)<0} f_X(x) dx \quad (3.68)$$

En general, las variables básicas X_1, X_2, \dots, X_n de las ecuaciones anteriores pueden estar correlacionadas. Sin embargo, se trata primero el caso de variables no correlacionadas, introduciendo un conjunto de variables normalizadas o reducidas no correlacionadas (Freudenthal, 1956)

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.69)$$

Evidentemente los estados de seguridad y falla pueden también ser expresados en el espacio de las variables reducidas anteriores, separados por la ecuación de estado límite apropiada. En el caso de dos variables esta situación puede ser representada como en la fig 3.5.

En términos de las variables reducidas, X'_i , la ecuación de estado límite es

$$g(\sigma_{X_1} X'_1 + \mu_{X_1}, \dots, \sigma_{X_n} X'_n + \mu_{X_n}) = 0 \quad (3.70)$$

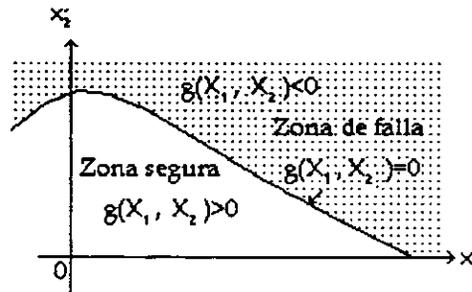


Fig 3.5 Estados de falla y seguridad en el espacio de las variables reducidas.

Se observa en la fig 3.5 que conforme la superficie de estado límite (o superficie de falla) $g(X)=0$ se aleja o acerca al origen, la región de seguridad $g(X)>0$ crece o decrece respectivamente. Por tanto, la posición de la superficie de falla relativa al origen de las variables reducidas determina la seguridad o confiabilidad del sistema. La posición de la superficie de falla puede ser representada por la mínima distancia desde la superficie $g(X)=0$ al origen de las variables reducidas (Hasofer y Lind, 1974). Shinozuka (1983) ha mostrado que el punto sobre la superficie de falla con la mínima distancia al origen es el punto de falla de máxima verosimilitud. Entonces, en un sentido aproximado, esta distancia mínima puede ser usada como una medida de confiabilidad.

3.3.3.3 CONFIABILIDAD DE SISTEMAS

El problema considerado anteriormente involucra estrictamente un sólo modo de falla, definido por un sólo estado límite. Sin embargo, los problemas de ingeniería frecuentemente involucran múltiples modos de falla; esto es, pueden existir varios modos potenciales de falla y la ocurrencia de cualquiera de ellos produce la falla del sistema o de sus componentes. En general, los diferentes modos de falla pueden estar correlacionados (cuando menos de manera parcial).

En realidad, en un sistema ingenieril complejo multicomponente, las posibilidades de ocurrencia de falla de un sistema pueden estar tan involucradas que es necesario el establecimiento de un modelo para identificar todos los mecanismos potenciales y sus respectivas consecuencias. En estos casos los modelos de *árboles de falla* y *de eventos* son muy útiles. El diagrama de árbol de falla descompone al evento principal de falla (evento tope) en uniones e intersecciones de subeventos o combinaciones de los mismos; el proceso de descomposición se lleva a cabo hasta que las probabilidades de los subeventos pueden ser evaluadas como probabilidades de falla de modo simple.

Los cálculos de estas últimas probabilidades requieren la aplicación de las ecuaciones descritas anteriormente. La consecuencia de un evento de falla particular (evento tope) puede depender de la secuencia de eventos posteriores al mismo. La identificación sistemática de la secuencia posible de eventos se realiza a través de un árbol de eventos.

3.3.3.1 MODOS DE FALLA MÚLTIPLE

La confiabilidad de un sistema multicomponente es esencialmente un problema de modos de falla múltiples; esto es, la falla de los diferentes componentes o grupos de componentes

constituyen los diferentes modos de falla del sistema. La consideración de múltiples modos de falla es, por tanto, fundamental para resolver el problema de confiabilidad de un sistema. La identificación de los modos individuales de falla y la evaluación de sus respectivas probabilidades constituyen en sí un problema complejo.

Considerando un sistema con k modos potenciales de falla resulta evidente que cada modo presenta a su vez diferentes funciones de comportamiento.

Suponiendo que estas funciones se pueden expresar como

$$g_j(X) = g_j(X_1, X_2, \dots, X_n); \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (3.71)$$

de tal suerte que los eventos individuales de falla son

$$E_j = [g_j(X) < 0] \quad (3.72)$$

entonces los complementos de E_j son los eventos de seguridad, esto es

$$\bar{E}_j = [g_j(X) > 0] \quad (3.73)$$

En el caso de dos variables los eventos anteriores pueden ser representados gráficamente como en la fig 3.6, en la cual se observan tres modos de falla expresados por las ecuaciones de estado límite $g_j(X) = 0, j = 1, 2, \dots, n$.

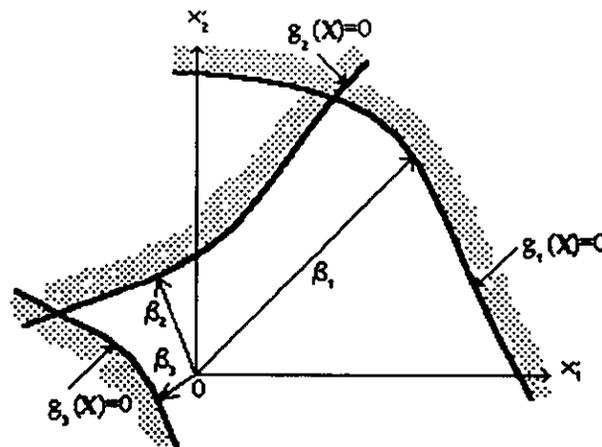


Fig 3.6 Múltiples modos de falla.

La confiabilidad de un sistema corresponde a la probabilidad del evento \bar{E} tal que ninguno de los k modos de falla ocurre; es decir :

$$\bar{E} = \bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \dots \cap \bar{E}_k \quad (3.74)$$

Contrariamente, el evento de falla es

$$E = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_k \quad (3.75)$$

La ec 3.75 literalmente significa que puede ocurrir uno o más de los eventos potenciales de falla. Teóricamente, por tanto, la confiabilidad o probabilidad de seguridad del sistema puede expresarse como la integral multidimensional :

$$C = P_s = \int_{(\bar{E}_1 \cap \dots \cap \bar{E}_k)} \dots \int f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3.76)$$

mientras que la probabilidad de falla del sistema es

$$F = P_F = \int_{(\bar{E}_1 \cup \dots \cup \bar{E}_k)} \dots \int f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3.77)$$

3.3.3.3.2 FRONTERAS DE PROBABILIDAD

El cálculo de la confiabilidad o de la probabilidad de falla de un sistema por medio de las ecs 3.76 o 3.77 es generalmente una tarea muy difícil que se resuelve por medio de aproximaciones. En este caso obtener fronteras superior e inferior de la correspondiente probabilidad resulta muy útil.

FRONTERAS UNIMODALES

Considerando modos de falla positivamente correlacionados ($\rho_{ij} > 0$) se tiene (Ang y Tang, 1984) que para dos eventos E_i y E_j :

$$P(E_j | E_i) \geq P(E_j) \quad (3.78)$$

lo que significa que

$$P(\bar{E}_j | \bar{E}_i) \geq P(\bar{E}_j) \quad (3.78)$$

Por tanto,

$$P(\bar{E}_i, \bar{E}_j) \geq P(\bar{E}_i)P(\bar{E}_j) \quad (3.80)$$

Para k eventos, estos conceptos pueden generalizarse, lo que conduce a

$$P(\bar{E}) = P(\bar{E}_1, \bar{E}_2, \dots, \bar{E}_k) \geq \prod_{i=1}^k P(\bar{E}_i) \quad (3.81)$$

Contrariamente, se observa que

$$(\bar{E}_1, \bar{E}_2, \dots, \bar{E}_k) \subset \bar{E}_j; \text{ para todo } j \quad (3.82)$$

y en particular

$$(\bar{E}_1, \bar{E}_2, \dots, \bar{E}_k) \subset \text{mín } \bar{E}_j; \quad j=1,2,\dots,k \quad (3.83)$$

donde mín \bar{E}_j es el conjunto de mínima probabilidad

Por tanto:

$$P(\bar{E}) \leq \text{mín}_j P(\bar{E}_j) \quad (3.84)$$

Si se denota la confiabilidad contra el *iésimo* modo de falla como

$$P_{S_i} = P(\bar{E}_i) \quad (3.85)$$

y la confiabilidad contra todos los modos potenciales de falla como

$$P_S = P(\bar{E}) \quad (3.86)$$

entonces las fronteras de P_S se establecen de acuerdo con las ecs 3.81 y 3.84 de la siguiente forma (Ang y Amin, 1968)

$$\prod_{i=1}^k P_{S_i} \leq P_S \leq \text{mín}_i P_{S_i} \quad (3.87)$$

Contrariamente, las correspondientes fronteras para la probabilidad de falla $P_F = P(E)$ son

$$\text{máx}_i P_{F_i} \leq P_F \leq 1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_{F_i}) \quad (3.88)$$

donde $P_{F_i} = P(E_i)$ es la probabilidad de falla del *iésimo* modo. Se observa que para un valor pequeño de P_{F_i} el miembro derecho de la ec 3.88 es

$$1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_{F_i}) \approx \sum_{i=1}^k P_{F_i} \quad (3.89)$$

Para modos de falla negativamente correlacionados o eventos que son negativamente dependientes, esto es, $\rho_{ij} < 0$, se tiene que para dos eventos E_i y E_j :

$$P(E_j | E_i) \leq P(E_j) \quad (3.90)$$

y

$$P(\bar{E}_j | \bar{E}_i) \leq P(\bar{E}_j) \quad (3.91)$$

En particular, si E_i y E_j están perfectamente correlacionados negativamente, es decir, $\rho_{ij} = -1$, se observa que :

$$P(\bar{E}_j | \bar{E}_i) = P(E_j | E_i) = 0 \quad (3.92)$$

Por tanto:

$$P(\bar{E}_i, \bar{E}_j) \leq P(\bar{E}_i)P(\bar{E}_j) \quad (3.93)$$

y

$$P(\bar{E}) = P(\bar{E}_1, \bar{E}_2, \dots, \bar{E}_k) \leq \prod_{i=1}^k P(\bar{E}_i) \quad (3.94)$$

Trivialmente, por supuesto, $P(\bar{E}) \geq 0$. Por tanto:

$$P_S \leq \prod_{i=1}^k P_{S_i} \quad (3.95)$$

Contrariamente:

$$P_F \geq 1 - \prod_{i=1}^k P(\bar{E}_i) \quad (3.96)$$

La separación entre las fronteras inferior y superior de las ecs 3.87 y 3.88 depende del número de modos potenciales de falla y de las magnitudes relativas de los modos individuales. Por ejemplo, si existe un modo dominante, la confiabilidad y la probabilidad de falla están determinadas por este modo y, por tanto, se pueden representar por la probabilidad del mismo; en tales casos las fronteras serán estrechas. En general, sin embargo, las fronteras pueden estar separadas ampliamente, principalmente si el número de modos potenciales de falla es grande. Las fronteras anteriores, ecs 3.87 a 3.95 se denominan *fronteras de primer orden o unimodales*, siempre y cuando los límites inferior y superior de probabilidad involucren probabilidades de modo simple de falla o seguridad.

FRONTERAS BIMODALES

Las fronteras descritas anteriormente se pueden mejorar tomando en cuenta la correlación entre pares de modos potenciales de falla; las fronteras mejoradas resultantes necesariamente requieren del conocimiento de las probabilidades de eventos tales como (E_i, E_j) o (\bar{E}_i, \bar{E}_j) y son llamadas *fronteras bimodales o de segundo orden*. En este trabajo no se demostrará la obtención de las fronteras; sin embargo, se puede consultar el desarrollo presentado por Arias (1997).

3.3.3.4 SISTEMAS EN SERIE

Muchos sistemas físicos compuestos por múltiples elementos pueden ser clasificados como sistemas en serie o en paralelo, o combinaciones de los mismos. En general, los eventos de falla (por ejemplo el caso de múltiples modos de falla) pueden también ser representados por eventos en serie (unión) o en paralelo (intersección).

Aquellos sistemas que están compuestos por elementos conectados en serie son aquellos en los que la falla de uno o más componentes provoca la falla del sistema. En otras palabras, la confiabilidad del sistema requiere que ninguno de sus componentes falle.

Si E_i denota la falla de la componente i , entonces la falla de un sistema en serie es el evento

$$E_s = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_m \quad (3.97)$$

y la seguridad del sistema es el evento

$$\bar{E}_s = \bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \dots \cap \bar{E}_m \quad (3.98)$$

3.3.3.5 SISTEMAS EN PARALELO

Los sistemas compuestos por elementos en paralelo son aquellos en que la falla total del sistema requiere la falla de todos sus componentes; en otras palabras, si uno de sus componentes sobrevive, el sistema permanece seguro.

La falla de un sistema con m componentes en paralelo es, por tanto,

$$E_s = E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_m \quad (3.99)$$

mientras que la seguridad del sistema es el evento

$$\bar{E}_s = \bar{E}_1 \cup \bar{E}_2 \cup \dots \cup \bar{E}_m \quad (3.100)$$

3.3.4 MÉTODOS DE CÁLCULO

3.3.4.1 INTRODUCCIÓN

Resulta importante establecer que las funciones de densidad de probabilidad de las variables aleatorias que intervienen en el cálculo de la confiabilidad no son conocidas en la práctica. Se cuenta solamente con estimaciones de algunos parámetros, generalmente los primeros momentos estadísticos, a partir de un número limitado de observaciones económicamente factibles.

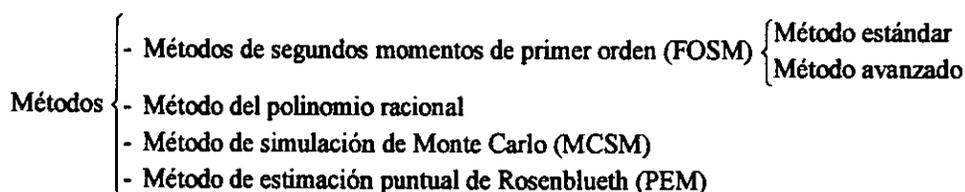
Como se estableció anteriormente, la probabilidad del estado seguro o confiabilidad de un sistema ingenieril se puede expresar como

$$C = P_s = \int_{g(X) > 0} f_X(x) dx \quad (3.101)$$

donde $f_X(x)$ representa la función de densidad conjunta de X . Como se ha citado, la dificultad para la aplicación de la ec 3.101 radica en dos puntos:

- Resulta impráctico el establecimiento de la función de densidad conjunta con base en un grupo de datos estadísticos insuficiente, particularmente para el rango crítico de variables aleatorias con gran desviación estándar.
- Prácticamente para todos los casos de interés ingenieril, la integración analítica multidimensional sobre el dominio irregular $g(X) > 0$ es una tarea muy compleja.

Es por ello que los métodos numéricos para la estimación de la confiabilidad han tenido un gran desarrollo en las últimas décadas, tal como lo demuestran los trabajos de los multicitados autores Rosenblueth y Esteva (1971), Hasofer y Lind (1974), Ditlevsen (1979), entre otros. Con el propósito de tener un panorama más amplio se presenta el siguiente cuadro sinóptico con los principales métodos numéricos utilizados para el cálculo de la confiabilidad.



3.3.1.2 MÉTODO DE MONTE CARLO

Simulación es el proceso por medio del cual se reemplaza el mundo real con base en un conjunto de hipótesis y modelos concebidos en la realidad.

La simulación de Monte Carlo es una herramienta poderosa que puede ser aplicada para el análisis estadístico de la incertidumbre en problemas de ingeniería. Es particularmente útil en problemas complejos en los cuales una gran cantidad de variables aleatorias están relacionadas a través de ecuaciones no lineales.

En el campo de la ingeniería civil, la simulación puede aplicarse para predecir o estudiar el comportamiento y/o respuesta de un sistema; a través de repetidas simulaciones se puede evaluar su sensibilidad ante variaciones de sus parámetros constitutivos, pudiéndose aplicar este método para evaluar diseños alternativos o para determinar diseños óptimos. El método de Monte Carlo resulta especialmente útil para problemas que implican variables aleatorias con distribución de probabilidad conocida o supuesta; involucra una serie de repeticiones del proceso de simulación, empleando en cada una un conjunto particular de valores de la variable aleatoria generada de acuerdo con sus distribuciones de probabilidad correspondientes.

Conforme la complejidad de los sistemas ingenieriles se incrementa, el modelo analítico requerido puede llegar a ser extremadamente difícil de formular a menos que se implanten grandes idealizaciones y simplificaciones; además, en muchos casos aunque la formulación sea posible, la solución requerida puede ser analíticamente intratable. En estas circunstancias, una solución probabilista puede ser obtenida a través de simulaciones Monte Carlo. La simulación Monte Carlo es simplemente un proceso repetitivo para generar soluciones deterministas de un problema dado; cada solución corresponde a un conjunto de valores deterministas de variables aleatorias.

El principal elemento de un procedimiento de simulación Monte Carlo es la generación de números aleatorios desde una distribución específica; existen varios métodos eficientes y sistemáticos para generar tales números aleatorios a partir de varias distribuciones de probabilidad comunes.

Debido a que la solución Monte Carlo generalmente requiere un gran número de repeticiones, particularmente para problemas que involucran muy raros eventos, por lo que su aplicación a problemas complejos puede ser costoso. El enfoque debe emplearse sólo como un último recurso, que es, cuando los métodos analíticos o aproximados son inevitables o inadecuados. A menudo las soluciones Monte Carlo pueden ser sólo los medios para revisar o validar métodos analíticos aproximados.

3.3.4.2 MÉTODOS DE PRIMER ORDEN Y SEGUNDOS MOMENTOS

Con el objeto de exponer el significado de confiabilidad en términos de segundos momentos, es preferible iniciar el análisis con un problema que involucra una sola variable aleatoria. Suponiendo que un sistema que tiene una resistencia determinista R es solicitado por una carga aleatoria S , la falla ocurre si $S > R$. Bajo estas circunstancias el análisis probabilista consiste en evaluar la probabilidad del evento de falla $P(S > R)$. Si esta probabilidad es menor que un valor pequeño ϵ socialmente aceptado (Hasofer y Lind, 1974) el diseño es válido.

Debido a que generalmente no se cuenta con información suficiente relacionada con la distribución de S , se reemplaza el criterio $P(S > R) < \epsilon$ por un criterio que involucra únicamente a la media y a la desviación estándar de S .

Este criterio es:

$$R > \mu_s + \beta\sigma_s \tag{3.102}$$

y se muestra en la fig 3.7

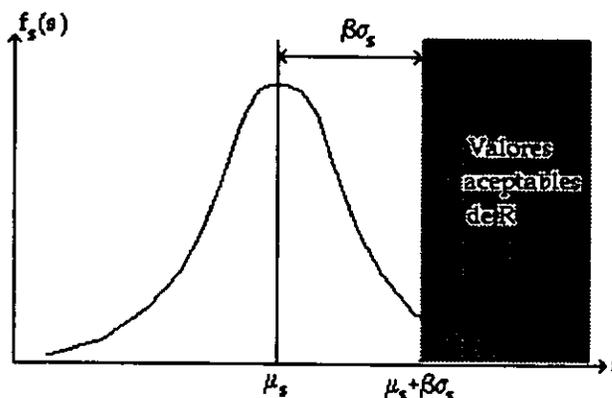


Fig 3.7 Índice de confiabilidad para una variable.

El máximo valor de β que satisface la ecuación anterior se denomina *índice de confiabilidad de diseño*.

El significado de la ec 3.102 establece que se espera que la mayoría de la probabilidad de la variable aleatoria S quede concentrada entre la media y algunas desviaciones estándar. Es por ello que este criterio asegura esencialmente que la máxima probabilidad de S está asociada con aquellos valores ubicados en la región segura $S < R$.

Generalizando, para cualquier carga S se puede definir una *región segura* $G(S)$, consistente en el grupo de valores de S para los cuales el sistema no falla.

El criterio de confiabilidad en términos de segundos momentos consiste en que el intervalo $[\mu_s - \beta\sigma_s, \mu_s + \beta\sigma_s]$ se encuentre contenido completamente en la región $G(S)$.

Considerando los conceptos anteriores se puede definir una *carga normalizada* $S' = \frac{S - \mu_s}{\sigma_s}$. En el espacio de esta nueva variable se ubica una nueva región de seguridad $G(S')$, y el criterio de confiabilidad en términos de segundos momentos estipula que el intervalo $[-\beta, +\beta]$ debe estar completamente contenido en $G(S')$. En otras palabras, si se denota a la zona de falla por $G^*(S')$, se requiere que la distancia desde el origen hasta ésta sea mayor que β .

De manera más concreta se puede establecer que la distancia desde el punto μ_s hasta la región de falla $G^*(S)$, cuando S se mide en unidades de desviación estándar, debe ser mayor que β .

De esta forma se puede generalizar el criterio de confiabilidad en términos de segundos momentos a un problema que involucra más de una variable aleatoria. Para ello, es preferible ilustrar el método con un problema de dos variables.

Suponiendo que la resistencia R del análisis anterior adopta la forma de variable aleatoria y que el criterio de falla determinista establece que $P(R-S) < 0$, el plano R y S se divide en una región segura $G(R, S)$ y en una de falla $G^*(R, S)$.

Asumiendo que R y S no están correlacionadas e introduciendo las variables aleatorias normales estandarizadas R' y S' , el criterio de falla divide ahora el plano de R' y S' en una región de seguridad $G(R', S')$ y en una región de falla $G^*(R', S')$. Se requiere que el círculo Σ , con radio β centrado en el origen, esté contenido completamente dentro de la región de seguridad $G(R', S')$. Este criterio se muestra en la fig 3.8.

Este criterio generalizado se basa en el hecho de que se espera que la mayoría de la probabilidad conjunta de R y S esté concentrada en el círculo Σ y esté asociada con sus valores seguros.

Cabe destacar que la utilización de variables normalizadas asegura que las medidas a lo largo de los ejes de la fig 3.8 sean comparables. En caso de no utilizar variables normalizadas y tomar el círculo centrado en $[\mu_R, \mu_S]$, cualquier incremento de su radio agrega regiones de gran probabilidad cerca del eje de la variable aleatoria con mayor desviación estándar y regiones de menor probabilidad cerca del eje de la variable aleatoria cuya desviación estándar es menor (Hasofer y Lind, 1974).

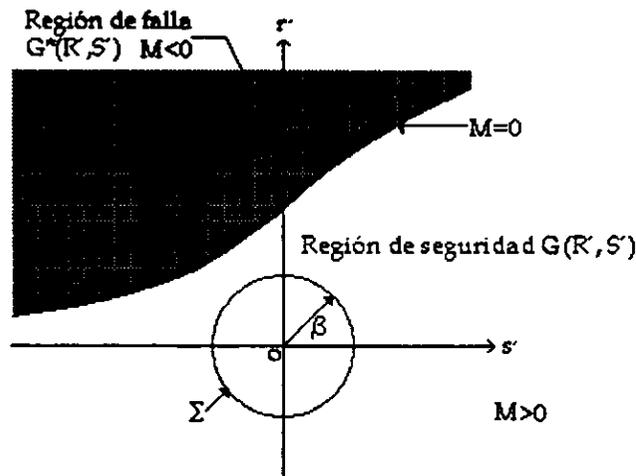


Fig 3.8 Índice de confiabilidad para dos variables.

De la misma manera que en el análisis anterior, el criterio de confiabilidad establece que la distancia desde el origen hasta $G^*(R', S')$ debe ser mayor que β .

Sea $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ el vector de variables básicas de diseño o estado definido con anterioridad y supóngase que el criterio de falla establece que $M = g(X) < 0$.

Este criterio divide el espacio de X en una región segura $G(X)$ y en una región de falla $G(X)^*$, pudiendo establecerse la metodología para el análisis de confiabilidad en términos de segundos momentos de la siguiente manera:

1. En caso de que las variables de diseño no sean normales, aplíquese la transformación de Rosenblatt para obtener un conjunto de variables normales no correlacionadas. Si las variables son normales pero están correlacionadas, aplíquese el procedimiento de ortogonalización para obtener dicho conjunto.

2. Introdúzcase variables normales estandarizadas $X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}$

3. El criterio de falla $M = g(X) < 0$ corresponde en el espacio de X' una región segura $G(X')$ y una región de falla $G^*(X')$. Calcúlese la distancia Δ desde el origen hasta la región de falla. El criterio de confiabilidad de segundos momentos estipula que

$$\Delta > \beta \tag{3.103}$$

es decir, la distancia desde el origen hasta la región de falla $G^*(X')$ debe ser mayor que β .

3.3.4.2.1 PROPIEDADES DEL CRITERIO DE SEGUNDOS MOMENTOS

PROPIEDAD DE INVARIANZA

La principal ventaja de este criterio estriba en que éste no depende de ninguna manera de la forma analítica precisa del criterio de falla $M(X) < 0$. De hecho la única información relevante requerida es la frontera de la región de falla $G^*(X)$, así como las matrices de medias y covarianzas de las variables X_i . El diseñador es libre de escoger cualquier método *razonable* (que produzca resultados acordes con los fenómenos observados y que esté fundamentado en métodos de análisis estructural aceptados) con el fin de establecer el grupo de puntos X que originarán la falla del sistema. Cualquier cambio en la definición de resistencia que sea congruente con las leyes de la mecánica conducirá a la misma región de falla y, por lo tanto, al mismo valor de Δ .

LIBERTAD PARA ELEGIR VARIABLES BÁSICAS

El grupo de variables básicas no necesita tener algún significado físico siempre y cuando su distribución de probabilidad conjunta determine la distribución de las variables físicas relativas al problema.

CONSISTENCIA

Supóngase que las variables relevantes en un análisis de confiabilidad son X_1, X_2, \dots, X_n , y que un nuevo análisis involucra cierta variable X_n que presenta una variabilidad despreciable. En este caso es necesario únicamente que su desviación estándar tienda a cero en el análisis original, con el objeto de obtener la solución al nuevo problema que involucra las $n-1$ variables.

3.3.4.2.2 MÉTODO ESTÁNDAR

Este método considera el caso especial de las *funciones de comportamiento lineal*. A parte de su propia utilidad, ciertos aspectos del caso lineal constituyen la base para una aproximación a las funciones de comportamiento no lineal que son analizadas por el método avanzado.

Las funciones de comportamiento lineal presentan la siguiente forma

$$g(X) = a_0 + \sum_i a_i X_i \quad (3.104)$$

donde a_0 y a_i son constantes. La ecuación correspondiente de estado límite es

$$a_0 + \sum_i a_i X_i = 0 \quad (3.105)$$

En términos de las variables normales estandarizadas la ecuación de estado límite adopta la siguiente forma

$$a_0 + \sum_i a_i (\sigma_{x_i} X'_i + \mu_{x_i}) = 0 \quad (3.106)$$

En el espacio tridimensional, la ecuación anterior se transforma en

$$a_0 + a_1(\sigma_{x_1} X'_1 + \mu_{x_1}) + a_2(\sigma_{x_2} X'_2 + \mu_{x_2}) + a_3(\sigma_{x_3} X'_3 + \mu_{x_3}) = 0 \quad (3.107)$$

que representa la superficie plana en el espacio tridimensional x'_1, x'_2, x'_3 mostrada en la fig 3.9.

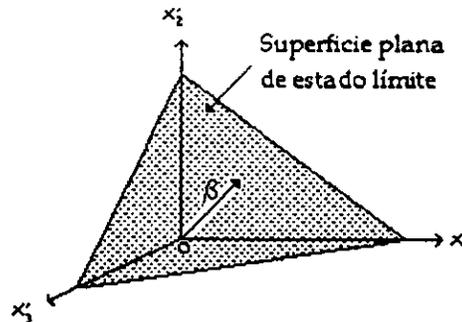


Fig 3.9 Superficie de estado límite lineal en el espacio de X' .

La distancia del plano de falla al origen del espacio de las variables reducidas X' es (Ang y Tang, 1984)

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_i a_i \mu_{x_i}}{\sqrt{\sum_i (a_i \sigma_{x_i})^2}} \quad (3.108)$$

Anteriormente se especificó que para dos variables normales estandarizadas no correlacionadas, R' y S' , la confiabilidad es directamente una función de la distancia entre la línea de falla y el origen del espacio de las variables estandarizadas, esto es, la distancia β . Este resultado puede ser generalizado, es decir, si las variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n son variables normales estandarizadas no correlacionadas, la confiabilidad es

$$\begin{aligned} C = P_S &= P\left(a_0 + \sum_i a_i X_i > 0\right) \\ &= 1 - \Phi\left[\frac{-(a_0 + \sum_i a_i \mu_{x_i})}{\sqrt{\sum_i (a_i \sigma_{x_i})^2}}\right] \\ &= \Phi\left[\frac{a_0 + \sum_i a_i \mu_{x_i}}{\sqrt{\sum_i (a_i \sigma_{x_i})^2}}\right] \end{aligned} \quad (3.109)$$

Comparando las ecs 3.108 y 3.109 se observa que el argumento dentro del corchete de la ecuación 3.109 es la distancia β . Por tal motivo la confiabilidad es nuevamente función de la distancia entre el plano de falla $g(X)$ y el origen del espacio de las variables normales

estandarizadas. Así, en el caso general de n variables normales estandarizadas no correlacionadas, la confiabilidad es

$$C = \Phi(\beta) \tag{3.110}$$

3.3.4.2.3 MÉTODOS AVANZADOS

En la evaluación de la confiabilidad generalmente están involucradas funciones no lineales de comportamiento $g(X)$, las cuales son analizadas por el método avanzado. En estos casos la ecuación de estado límite $g(X)=0$ tampoco es lineal, por lo que no existe una distancia única desde la superficie de falla hasta el origen de las variables reducidas como en el caso anterior.

Para propósitos prácticos, el índice de confiabilidad puede evaluarse de manera aproximada. De acuerdo con Shinozuka (1983) el punto $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ sobre la superficie de falla con mínima distancia al origen de las variables normales estandarizadas representa el punto de falla más probable. En este caso el plano tangente a la superficie de falla en $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ puede ser utilizado para aproximar la superficie de falla no lineal actual, lo que permite evaluar el índice de confiabilidad como en el caso anterior. Según la superficie de falla sea convexa o cóncava hacia el origen, esta aproximación está del lado de la seguridad o inseguridad, respectivamente, tal como se ilustra en la fig 3.10 para el caso de dos variables normales estandarizadas no correlacionadas.

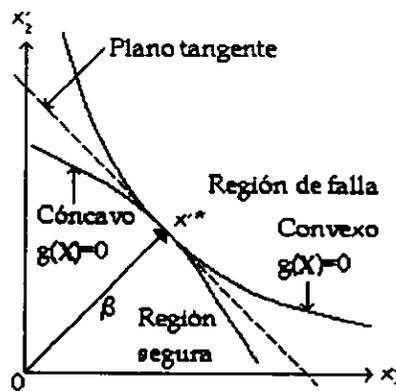


Fig 3.10 Plano tangente a $g(X)$ en x^* .

El plano tangente en $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ se obtiene por medio de la expansión de la superficie de estado límite en serie de Taylor (Shinozuka, 1983) en el punto x^* sobre la superficie de falla $g(x^*) = 0$; esto es:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) + \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (X_j - x_j^*)}{\left(\frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \right)} + \dots \quad (3.111)$$

donde las derivadas son evaluadas en $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$. Pero $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$ sobre la superficie de falla; por tanto:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) + \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (X_j - x_j^*)}{\left(\frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \right)} + \dots \quad (3.112)$$

Recordando que:

$$X_i - x_i^* = (\sigma_{X_i} X'_i + \mu_{X_i}) - (\sigma_{X_i} x'_i + \mu_{X_i}) = \sigma_{X_i} (X'_i - x'_i) \quad (3.113)$$

e introduciendo el vector gradiente:

$$G = \left(\frac{\partial g}{\partial X'_1}, \frac{\partial g}{\partial X'_2}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X'_n} \right) \quad (3.114)$$

donde:

$$\frac{\partial g}{\partial X_i} = \frac{\partial g}{\partial X'_i} \left(\frac{dX'_i}{dX_i} \right) = \frac{1}{\sigma_{X_i}} \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right) \quad (3.115)$$

Entonces:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n (X'_i - x'_i) \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right) + \dots \quad (3.116)$$

En la aproximación de primer orden, es decir, truncando la serie anterior hasta el término de primer orden, la ec 3.116 es:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n (X'_i - x'_i) \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i} \right) = 0 \quad (3.117)$$

donde las derivadas parciales $\left(\frac{\partial g}{\partial X'_i}\right)$ son evaluadas en $(x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$.

Con base en la aproximación anterior, la varianza aproximada de primer orden es:

$$\sigma_g^2 \cong \sum_{i=1}^n \sigma_{X'_i}^2 \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i}\right)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i}\right)^2 \quad (3.118)$$

mientras que el valor medio de la función $g(X)$ es:

$$\mu_g \cong -\sum_{i=1}^n x'_i \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i}\right) \quad (3.119)$$

En base a la aproximación anterior, la distancia desde el plano tangente mínimo al origen de las variables estandarizadas es el índice de confiabilidad apropiado, el cual puede utilizarse para representar la medida de la confiabilidad.

A partir de las ecs 3.118 y 3.119 el índice de confiabilidad se define como:

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{-\sum_{i=1}^n x'_i \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X'_i}\right)^2}} \quad (3.120)$$

Se debe enfatizar que las aproximaciones de primer orden de μ_g y σ_g derivadas anteriormente deben ser evaluadas en el punto sobre la superficie de falla donde $g(X)=0$. En algunos trabajos anteriores (por ejemplo Cornell, 1969; Ang y Cornell, 1974) las aproximaciones de primer orden se evaluaron a partir de las medias $(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n})$, lo que indujo errores significativos para funciones $g(X)$ no lineales, ya que la correspondiente relación $\frac{\mu_g}{\sigma_g}$ evaluada de esa forma puede no ser la distancia desde el origen del espacio de las variables reducidas hasta la superficie de falla no lineal.

Más aún, las aproximaciones de primer orden evaluadas a partir de las medias de las variables básicas originan el problema de invarianza para estados límite equivalentes (Hasofer y Lind, 1974); esto es, el resultado depende de la manera en que un determinado evento de estado límite se defina. Por ejemplo, para los eventos de estado límite equivalente $[R - S < 0]$ y $\left[\frac{R}{S} < 1\right]$, la aproximación de primer orden evaluada a partir de las medias proporciona valores diferentes del índice de confiabilidad. Tal problema de invarianza puede evitarse si las aproximaciones de primer orden se evalúan en un punto sobre la superficie de falla.

En el presente caso, el punto apropiado de tangencia sobre la superficie de falla no se conoce *a priori*. En consecuencia, la determinación del índice de confiabilidad requerido no es tan simple como en el caso lineal, a pesar de que se involucra una aproximación de este tipo. El *mínimo punto de tangencia* sobre la superficie de falla se puede determinar a través del *método de los multiplicadores de Lagrange*.

3.3.4.2.4 APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DEL COCIENTE POLINOMIAL AL ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD DE PRIMER ORDEN Y SEGUNDOS MOMENTOS

Debido a que el análisis de confiabilidad de segundos momentos implica una aproximación lineal de la superficie de estado límite por medio de su expansión en serie de Taylor en el punto de falla más probable, se requiere conocer el vector de derivadas parciales de la función de comportamiento. Este vector puede evaluarse calculando las derivadas parciales de manera analítica. Sin embargo, en ocasiones este trabajo es formidable, por lo que se prefiere la aplicación de métodos numéricos; en estas circunstancias la técnica polinomial racional (Chowdhury y Xu, 1993) constituye una herramienta muy útil.

La técnica de los cocientes polinomiales es de utilidad tanto si las funciones sobre las que trabajan son implícitas o explícitas, lineales o no lineales. La técnica puede ser utilizada como herramienta para aproximar funciones, aproximar sus derivadas e integrales, y para interpolación de funciones multivariadas.

La media y la varianza de la función de estado $g(X)$, donde X es un vector de variables aleatorias del suelo, pueden ser escritas de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} E[g(X)] &\approx g(\mu_x) \\ \sigma^2[g(X)] &\approx \nabla G^T \text{Cov}(X) \nabla G \end{aligned} \tag{3.121}$$

donde:

μ_x = Vector de propiedades medias del suelo.

∇G = Vector de derivadas parciales de la función de comportamiento calculado en los valores medios de las variables aleatorias μ_{x_i} ($i=1,2,\dots,n$).

$\text{Cov}(X)$ = Matriz de covarianza de las variables aleatorias.

El cálculo del vector de derivadas parciales es esencial para la evaluación de la ec 3.121, lo que requiere la aplicación de un método numérico adecuado. La derivada de la función de estado $g(X)$ en el punto $(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n})$ puede obtenerse por medio de la técnica polinomial racional. En primer lugar se deben mantener los valores de X_2 a X_n iguales a $\mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}$ respectivamente y se deben considerar m grupos de valores de $X_1^{(i)}$ tal como fueron establecidos ($i=1,2,\dots,m$). En otras palabras, se asignan m valores discretos a la variable X_1 , los cuales deben caer entre los límites inferior y superior de esta variable (si solamente se conocen μ_{x_1} y σ_{x_1} , los

m valores nodales pueden ser seleccionados al considerar las fronteras inferior y superior de X_1 como las k desviaciones estándar arriba y abajo del valor medio respectivo, donde un valor de $k=3$ se considera razonable).

En el intervalo de las fronteras especificadas o supuestas, los valores discretos deben seleccionarse bastante cerca de la media, ya que el cálculo numérico de la derivada en la media se requiere frecuentemente. Por tal motivo existen m grupos de valores de la función parcial respecto a X_1 que se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} g_{11}(X) &= g[X_1^{(1)}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}] \\ g_{12}(X) &= g[X_1^{(2)}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}] \\ &\vdots \\ g_{1m}(X) &= g[X_1^{(m)}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}] \end{aligned} \tag{3.122}$$

El número de grupos m no necesita ser muy grande; de hecho un valor de $m=3$ ó $m=5$ es generalmente suficiente.

La función parcial en el argumento de X_1 puede ser aproximada por medio de un polinomio racional expresado en la forma de la fracción continua:

$$g_1(X_1, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \approx a_1 + \frac{X_1 - X_1^{(1)}}{a_2 + \frac{X_1 - X_1^{(2)}}{a_3 + \frac{X_1 - X_1^{(m-1)}}{a_m}}} \tag{3.123}$$

El miembro derecho de la ecuación anterior consta simplemente de un número de fracciones y coeficientes a_1, a_2, \dots, a_m .

La ec. 3.123 se puede escribir en forma breve como:

$$g_1(X_1, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \approx \phi_1(X_1) \tag{3.124}$$

La relación entre $\phi_i(X_1)$ y $\phi_{i+1}(X_1)$ puede ser escrita como:

$$\phi_i(X_1) = a_i + \frac{X_1 - X_1^{(i)}}{\phi_{i+1}(X_1)} \tag{3.125}$$

El último valor de $\phi(X_1)$, es decir, $\phi_m(X_1)$ esta dado por:

$$\phi_m(X_1) = a_m \tag{3.126}$$

Los coeficientes a_1, a_2, \dots, a_m de la ec 3.123 pueden calcularse utilizando el proceso esbozado en la tabla 3.3.

Tabla 3.3 Coeficientes del polinomio racional para la variable X_1 .

a_1	a_2	a_3	a_4	...
$a_1 = g_{11}(X)$	—	—	—	
$a_{21} = g_{12}(X)$	$a_2 = \frac{X_1^{(2)} - X_1^{(1)}}{a_{21} - a_1}$	—	—	
$a_{31} = g_{13}(X)$	$a_{32} = \frac{X_1^{(3)} - X_1^{(1)}}{a_{31} - a_1}$	$a_3 = \frac{X_1^{(3)} - X_1^{(2)}}{a_{32} - a_2}$	—	
$a_{41} = g_{14}(X)$	$a_{42} = \frac{X_1^{(4)} - X_1^{(1)}}{a_{41} - a_1}$	$a_{43} = \frac{X_1^{(4)} - X_1^{(2)}}{a_{42} - a_2}$	$a_4 = \frac{X_1^{(4)} - X_1^{(3)}}{a_{43} - a_3}$	
...	

En esta tabla se observa que la adición de un nuevo término $X_1^{(m+1)}$ a la fracción continua no altera al coeficiente a_i , $i = 1, 2, \dots, m$ para los primeros m términos. Únicamente el coeficiente a_{m+1} debe calcularse. Por tal motivo, la adición de puntos nodales extras no requiere ningún reordenamiento o recálculo de las ecuaciones.

La derivada parcial de $g(X)$ respecto al argumento X_1 puede así ser evaluada con el método del polinomio racional. Aplicando las ecs 3.123, 3.124 y 3.125, la derivada parcial de $g(X)$ puede aproximarse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial g(X)}{\partial X_1} \approx \phi'_1(X_1) \tag{3.127}$$

Aplicando la regla de cocientes de la diferenciación repetidamente a la ec 3.125 con $i=1$, la ec 3.127 se puede escribir como:

$$\frac{\partial g(X)}{\partial X_1} \approx \phi'_1(X_1) = \frac{\phi_2(X_1) - [X_1 - X_1^{(1)}]\phi'_2(X_1)}{[\phi_2(X_1)]^2} \tag{3.128}$$

En general, la diferencial de la ec 3.125 proporciona:

$$\phi'_i(X_1) = \frac{\phi_{i+1}(X_1) - [X_1 - X_1^{(i)}]\phi'_{i+1}(X_1)}{[\phi_{i+1}(X_1)]^2} \tag{3.129}$$

Cuando $i=m$, la diferencial de la ec 3.126 es:

$$\phi'_m(X_1) = 0 \quad (3.130)$$

Sustituyendo X_1 por m_{X_1} en las ecs 3.128 a 3.130 se puede calcular la derivada de $g(\mathbf{X})$ respecto a X_1 en el punto $\mu_{\mathbf{X}} = (\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})$ como:

$$\frac{\partial g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})}{\partial X_1} \approx \phi'_1(\mu_{X_1}) \quad (3.131)$$

Con este procedimiento se pueden obtener las derivadas parciales de $g(\mathbf{X})$ respecto a otro argumento (variables aleatorias) en el punto $\mu_{\mathbf{X}} = (\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})$.

3.4 ANÁLISIS PROBABILISTA DE TALUDES

3.4.1 ANTECEDENTES

Muchos diseños convencionales se basan en la elección subjetiva de los parámetros de diseño requeridos para la aplicación de modelos matemáticos. Estos diseños consideran un factor de seguridad seleccionado con base en la experiencia. Como ejemplo, en el diseño de taludes, se ha usado normalmente un factor de seguridad de 1.5. Sin embargo, a pesar de que estos diseños se consideran como conservadores, han ocurrido fallas. Parece que la existencia de un riesgo es inevitable. El nivel de riesgo en un diseño particular o la presencia de fallas inesperadas de taludes depende fundamentalmente de la variabilidad espacial de las propiedades del suelo, de las exploraciones del suelo y del programa de pruebas, de la validez en las hipótesis y del grado de exactitud del modelo de diseño, de las condiciones de carga, de los modos de falla posibles, y de los errores humanos en el diseño y construcción, así como la falta de detección de estratos débiles dentro del suelo y errores en la apreciación del régimen del agua freática.

Tradicionalmente, los taludes se diseñan empleando análisis de estabilidad deterministas. El diseñador selecciona valores precisos de cohesión C_u (resistencia de diseño) a partir de los resultados de pruebas de laboratorio limitadas, a menudo variables y sesgadas. Los programas computacionales permiten llevar a cabo evaluaciones numerosas y detalladas de los diseños de prueba. Sin embargo, los factores de seguridad obtenidos constituyen un indicador incierto de la seguridad debido a que los parámetros de resistencia son cantidades inciertas. Las incertidumbres se deben a la complejidad del comportamiento del suelo y al conocimiento incompleto de las condiciones del subsuelo. El factor de seguridad tradicional no es capaz de definir con claridad la seguridad de las estructuras debido a que no considera explícitamente las numerosas incertidumbres presentes en los análisis de diseño.

Muchas de las ambigüedades e inconsistencias inherentes al uso de factores de seguridad deterministas pueden evitarse empleando técnicas probabilistas. El resultado del análisis es la evaluación de la *probabilidad de falla* la cual refleja las incertidumbres presentes en los parámetros de entrada y/o en el modelo matemático. El enfoque probabilista permite hacer una evaluación racional de la seguridad de una obra durante el proceso de diseño, o durante y después de la construcción.

Actualmente, los análisis de equilibrio límite son los más aceptados como base geomecánica para los modelos de riesgo de inestabilidad de taludes.

La metodología para calcular la incertidumbre en el factor seguridad y el correspondiente índice de confiabilidad puede dividirse en las siguientes etapas (Christian *et al*, 1994):

1. Identificar todas las variables (x_i) que afectan la estabilidad de un terraplén particular, como la geometría, peso y resistencia de los materiales así como las propiedades relevantes del suelo de cimentación.
2. Determinar el mejor estimador (usualmente el valor medio) de cada variable, $E[x_i]$ y el uso de estos para calcular el mejor estimador del factor de seguridad F .
3. Estimar las varianzas de cada variable, $\text{var}[x_i]$, y las covarianzas entre ellas.
4. Determinar la varianza de F .
5. Determinar el índice de confiabilidad β .

3.4.2. CONSIDERACIONES GENERALES PARA REALIZAR LOS ANÁLISIS

3.4.2.1 BASES PARA LA FORMULACIÓN DE LOS MODELOS DE RIESGO

La elección de un modelo de riesgo depende del tipo de proyecto, de los objetivos del análisis y la disponibilidad de la información y datos geomecánicos relevantes (Chowdhury, 1987).

La evaluación del comportamiento de taludes requiere la comprensión de los mecanismos de falla, el conocimiento del comportamiento esfuerzo-deformación de las masas de suelo y una consideración de los efectos ambientales.

Los modelos de riesgo con los que se analizan la estabilidad de un talud deben utilizar los conceptos apropiados de estadística y probabilidad. Antes de que estos conceptos sean aplicados se debe definir la función de comportamiento que gobierna la estabilidad del talud, basada en los principios y conceptos de la geomecánica. La función de comportamiento puede plantearse para tomar en cuenta la estabilidad a corto (en la etapa final de la construcción) o a largo plazo. Para el caso de taludes que tienen asociado estructuras de retención de agua como en presas de tierra, se requiere considerar funciones de comportamiento adicional como es la condición de vaciado rápido y de flujo establecido. Una vez formulada la función de comportamiento para varias etapas de estabilidad se debe hacer una elección del tipo de función apropiada. La probabilidad de falla definida como la probabilidad de que F sea menor a la unidad puede expresarse también en términos del margen de seguridad, MS (probabilidad de que MS sea menor que cero).

Las ventajas que presenta el empleo de la función de comportamiento en términos del MS para el desarrollo de un modelo de riesgo son varias. Por una parte usar el concepto de MS global permite evitar tener que aceptar la hipótesis de que el factor de seguridad global sea igual a los factores de seguridad locales, que pueden variar ampliamente sobre la superficie de deslizamiento. Por otra parte, el MS puede tomar valores positivos y negativos y se presta más al modelado mediante una distribución de probabilidad normal o Gaussiana. Esta hipótesis es razonable en vista del Teorema del Límite Central (Vanmarcke, 1980).

Las desventajas que presenta la elección del MS como función de comportamiento son la dificultad para tomar en cuenta las fuerzas internas dentro de la masa del suelo (en particular cuando se calcula el MS a lo largo de la superficie de deslizamiento) y la deficiencia en la definición del MS con base en la diferencia de momentos en el caso de superficies de deslizamiento no circulares, para las cuales el momento de equilibrio de la masa de deslizamiento potencial no puede definirse ya que no existe centro de rotación. Sin embargo, el MS puede definirse como la diferencia de fuerzas resistentes y actuantes a lo largo de la superficie de deslizamiento.

3.4.2.2 TIPOS DE MODELOS PROBABILISTAS

Los modelos probabilistas de taludes se pueden clasificar con base a:

1. Los tipos de incertidumbres que se incluyen en el modelo.
2. El enfoque empleado para simular la distribución de probabilidad de F o del MS o el utilizado para calcular la probabilidad de falla.
3. La hipótesis de que el suelo se considere como un medio homogéneo o de que se tome en cuenta la variabilidad espacial.
4. La consideración de que la masa de falla potencial sea verdaderamente tridimensional (3D) o la aproximación más simple de que el problema se pueda considerar como bidimensional (2D).
5. La consideración, o no, de la falla progresiva.
6. La consideración de fallas sucesivas dentro del talud.
7. El grado en el cual el riesgo puede actualizarse con base a datos observados.
8. La manera de definir la superficie crítica de deslizamiento dentro del talud.

La interpretación del riesgo calculado y la definición de niveles de riesgo aceptables son temas a los que el geotecnista debe prestar una gran atención.

3.4.2.3 MÉTODOS DE CÁLCULO PROBABILISTAS

La distribución de probabilidad de F o de MS puede determinarse empleando una técnica de simulación de Monte Carlo. Una vez que la distribución se ha simulado, la probabilidad de falla puede estimarse fácilmente. Alternativamente se puede admitir una distribución de probabilidad; es común adoptar la distribución normal, log-normal o la beta. Se suele emplear procedimientos numéricos aproximados para calcular los parámetros estadísticos de estas distribuciones. Entre los métodos numéricos más empleados se tienen: la aproximación por series de Taylor y el método de estimación puntual de Rosenblueth. Al comparar los resultados obtenidos por medio de la técnica de simulación de Monte Carlo y los métodos numéricos se ha observado buena concordancia.

La hipótesis de considerar una determinada función de distribución tanto para el F como para el MS tiene importantes implicaciones en la estimación de la probabilidad de falla. En relativamente bajos niveles de riesgo existen considerables diferencias entre los valores de riesgo basados en distintas distribuciones, en tanto, no hay diferencias significativas en relativamente altos niveles de riesgo ($P_f > 10^{-2}$). Como consecuencia, las extremidades de las distribuciones son importantes para niveles de riesgo relativamente bajos. En materia de

estabilidad de taludes, los niveles de riesgo pueden ser altos o bajos dependiendo del tipo de proyecto. En cortes de carreteras y en taludes de minas los niveles de riesgo aceptables son generalmente altos, mientras que sólo se acepta bajos niveles de riesgo en los taludes de presas de tierra o en taludes próximos a estructuras muy importantes.

El empleo de modelos tridimensionales para evaluar el riesgo de terraplenes ha sido propuesto por Vanmarcke (1977). En este modelo básicamente se incorpora la variabilidad espacial en la dirección perpendicular y paralela al eje del talud. Los parámetros del suelo se modelan como campos aleatorios en lugar de variables aleatorias de tal manera que debe elegirse una función de comportamiento apropiada para el campo aleatorio y que depende del modelo de autocorrelación. Una ventaja en el modelo de riesgo tridimensional es que se puede calcular la longitud de falla más probable de un terraplén o talud natural (Auvinet, 1991) y el riesgo de falla en cualquier parte dentro del talud. Se han mencionado como posibles desventajas del modelo de riesgo tridimensional el hecho de que sólo algunas formas simples de la superficie de falla pueden considerarse (cilindros largos o fallas planas con fronteras laterales verticales) y que la modelación de la variabilidad espacial en diferentes direcciones para cada parámetro arroja algoritmos muy complejos. En la presente tesis se mostrará sin embargo que estas dificultades pueden ser superadas.

En geotecnia los datos observados son muy importantes ya que permiten actualizar los valores del riesgo calculados con base en nueva información sobre los parámetros del suelo y el comportamiento observado del talud. Para lograr este fin se pueden emplear técnicas Bayesianas desarrollando procedimientos apropiados a fin de actualizar el riesgo (Chowdhury y Tang, 1987).

Es posible considerar la incertidumbre en el modelo de análisis aplicando cierto sesgo, ya sea modificando el valor esperado de la cohesión, c_u o introduciendo una variable aleatoria, por ejemplo, N . Para algunos modelos se ha considerado una $\sigma_N=0.1$. La introducción de esta incertidumbre incrementa en forma importante el riesgo de falla. No se tomará en cuenta en la presente tesis.

Es importante contar con modelos que evalúen el riesgo de una falla después de presentarse otras. En este modelo se requiere considerar la correlación del margen de seguridad global entre diferentes partes de la masa de suelo. La probabilidad de una falla siendo seguida por otras puede ser de uno o más ordenes de magnitud mayor que la probabilidad de falla calculada sin considerar la correlación de la masa de suelo. No se abordará este problema en este trabajo.

3.4.2.4 ALCANCES DE LOS MÉTODOS DE CONFIABILIDAD

Los métodos de análisis de confiabilidad de taludes se utilizan principalmente para establecer probabilidades consistentes para el diseño de terraplenes. Para cada alternativa de diseño hay una probabilidad de falla asociada o un comportamiento insatisfactorio. Los resultados de los análisis se comparan con un factor F deseable. Este factor depende del balance entre los costos requeridos para alcanzar el grado de seguridad deseable con el costo asociado con la falla (consecuencias de la falla por la probabilidad de falla).

La teoría de confiabilidad puede emplearse para seleccionar un F consistente con el índice de confiabilidad, ayudar a alcanzar coherencia en la seguridad cuando existen muchos taludes de

diferentes alturas, longitudes y tipos de suelos en un único proyecto. Como alternativa adicional, la teoría de probabilidad puede utilizarse efectivamente para seleccionar el patrón de espaciamiento de sondeos así como para minimizar la sospecha de tener una zona débil o una caverna (Auvinet, 1991). Otros usos son la evaluación de áreas de excavación durante la planeación y fases de diseño de una presa de tierra, la planeación y ejecución de un programa de inspección que asegure que un terraplén compactado se encuentra dentro de las especificaciones. La evaluación de la probabilidad de falla ayuda considerablemente a comprender el riesgo existente y a razonar en las medidas posibles para reducirlo, además, puede emplearse para análisis de costo-beneficio.

Al considerar las incertidumbres en el análisis, es posible alcanzar un nivel consistente de confiabilidad empleando el enfoque de diseño basado en la confiabilidad (Fenton, 1996). Así, se puede establecer la resistencia media requerida (μ) para alcanzar una confiabilidad específica (probabilidad de falla aceptable). Por ejemplo, para obtener una confiabilidad del 99% la resistencia media requerida se puede determinar como:

$$\begin{aligned}\Phi - \beta &\leq 0.01 \\ \beta &\geq 2.33 \\ \therefore \mu_x &\geq 2.33 \sigma_x\end{aligned}$$

En resumen, el enfoque de diseño basado en la confiabilidad consiste de los siguientes pasos:

1. Seleccionar una probabilidad de falla aceptable, P_f . Esta probabilidad de falla se establece considerando costos, consecuencias de falla, juicio ingenieril, políticas y experiencia. Las probabilidades de falla históricas para ingeniería civil se encuentran entre 10^{-3} y 10^{-4} , por consiguiente, las probabilidades de falla aceptables para nuevos diseños típicamente están dentro de este rango.
2. Calcular el índice de confiabilidad requerido β , para alcanzar la probabilidad de falla aceptable:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$$

Si MR y MM son variables normales estadísticamente independientes, entonces:

$$\beta = \frac{\mu_{MR} - \mu_{MM}}{\sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MM}^2}}$$

3. Encontrar la resistencia media requerida para alcanzar el β deseable.

Las probabilidades de falla de un talud, no pueden considerarse como absolutas. Los resultados de los análisis probabilistas han permitido establecer comparaciones de las probabilidades de falla de diferentes alternativas de diseño para un talud nuevo o para la estabilización de un talud existente. Estas probabilidades frecuentemente conducen a aproximaciones razonables y pueden emplearse efectivamente en un sentido relativo, por ejemplo, es posible decir que la probabilidad de falla del diseño A puede ser menor a la del diseño B. Las probabilidades

relativas son poco sensibles a los cambios de los parámetros empleados en el campo aleatorio y pueden emplearse con confianza en las diferentes opciones de diseño.

Una de las aplicaciones más efectivas de la teoría de probabilidad en el análisis de estabilidad de taludes ha sido expresar las incertidumbres en forma de un índice de confiabilidad, definido como:

$$\beta = \frac{E[F] - 1.0}{\sigma_F} \tag{3.132}$$

El índice de confiabilidad, como ya se ha mencionado, describe la seguridad por el número de desviaciones estándares que separa el mejor estimador de F desde su valor definido de falla de 1.0. Cuando la forma de la distribución de F es conocida, el índice de confiabilidad puede relacionarse con la probabilidad de falla. En la fig. 3.11 se muestra la relación para un F distribuido normalmente.

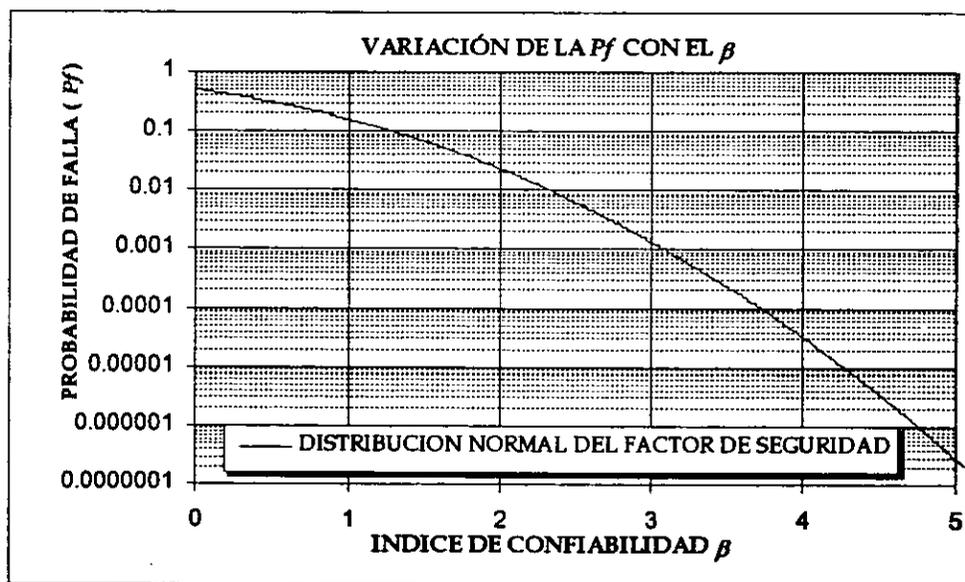


Fig. 3.11 Probabilidad nominal de falla para un F distribuido normalmente como una función del índice de confiabilidad.

Otras distribuciones proporcionan curvas similares para valores de β menores que 2.0, pero las curvas difieren substancialmente para valores altos. Sin embargo, estos últimos implican bajas probabilidades de falla (Christian, 1994). Las probabilidades que se obtienen deben considerarse como una frontera inferior de la probabilidad de falla real, ya que no se consideran todas las incertidumbres de los factores de que depende el riesgo involucrado en un diseño particular.

Se han propuesto varios análisis probabilistas de estabilidad de taludes de tierra (Wu y Kraft, 1970; Tang y Ang, 1976, etc.) que involucran los efectos de la variabilidad de las propiedades del suelo y otros orígenes de incertidumbre. En todos los casos, se ha estudiado una sola superficie potencial de falla con menor confiabilidad, razón que ha sido reconocida; sin embargo, un talud con sus múltiples superficies potenciales de falla constituye un sistema en

serie con una infinidad de componentes (o modos potenciales de falla). La usual aproximación de la "peor superficie de falla" es siempre una frontera baja de la probabilidad de falla del talud y que es sólo exacta en los casos donde la correlación entre los modos de falla es alta.

El índice de confiabilidad también puede expresarse en términos del coeficiente de variación del factor de seguridad, CV_F , definido como:

$$\beta = \frac{E[F] - 1.0}{E[F] - CV_F} \quad (3.133)$$

A partir de la ec 3.133, es fácil seleccionar valores de diseño de F que tengan el mismo índice de confiabilidad β . Por lo que el índice de confiabilidad expresado en términos de coeficiente de variación de F proporciona un criterio consistente para el diseño.

3.4.3 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

Los resultados de la teoría han determinado que la confiabilidad de fallas cortas es significativamente mayor que la que considera una falla de longitudes grandes en el caso de que las distancias de correlación son lo suficientemente grandes. De acuerdo con estudios realizados por Vanmarcke (Whitman, 1984), para taludes largos y con una probabilidad de falla baja, el riesgo de falla aproximadamente se incrementa linealmente con la longitud del talud.

La falla de un talud puede presentarse según diferentes superficies; cada una de ellas contribuye a la probabilidad global de falla del talud. Si el origen principal de incertidumbre proviene del modelo y de la discrepancia entre la resistencia del laboratorio e *in situ* (y no de la variabilidad espacial), las incertidumbres que afectan a una superficie de falla son casi las mismas que aquellas que actúan en otra superficie de falla. Por consiguiente, si el momento resistente tiende a ser grande en alguna de las superficies, éste probablemente también lo será para otras superficies. En otras palabras, los momentos resistentes de las superficies potenciales de falla son altamente correlacionadas. En tales casos, la probabilidad de falla calculada de acuerdo a las hipótesis de resistencia no drenada, superficie de deslizamiento circular, análisis de esfuerzos simplificados, profundidad de grietas de tensión y otras permite definir una frontera inferior aceptable de la probabilidad de falla del sistema.

Las características de correlación del suelo tienen un influencia distinta sobre el riesgo de falla. Estudios efectuados por Vanmarcke (1980), Auvinet (1991) y otros indican que una fuerte dependencia de las propiedades sobre una amplia zona (grandes distancias de correlación, $\delta > 10\text{m}$) tiende a incrementar substancialmente el riesgo. Sin embargo, casi no se obtiene variación en el riesgo para pequeñas distancias de correlación ($\delta < 1.3\text{ m}$), es decir, no importa que tan rápido las propiedades oscilen, el riesgo de falla permanece igual. Por tanto, los valores del índice de confiabilidad y por consiguiente la probabilidad de falla, son muy sensibles a las distancias de correlación. Estos resultados muestran la necesidad de realizar un estudio cuidadoso del tipo y grado de correlación de las propiedades del suelo. Las dificultades se presentan en la insuficiencia de datos necesarios para evaluar la distancia de autocorrelación estadísticamente.

El índice de confiabilidad β no es muy sensible al tipo de función de autocorrelación (FDA) utilizada (Li y Lumb, 1987), especialmente cuando las distancias de correlación son pequeñas comparadas con las dimensiones de la superficie de deslizamiento.

La importancia de la variabilidad espacial en la definición de un F deseable decrece en la medida que aumenta el volumen afectado del suelo (Whitman, 1984). Por lo anterior, la confiabilidad de un terraplén se incrementa para distancias de correlación pequeñas comparada con la posible superficie de falla, teniéndose mayor efecto en los errores sistemáticos.

Los enfoques convencionales consideran un número grande de superficies de deslizamiento asociado con un F . Así, la superficie de deslizamiento con mínimo F se ha identificado como la superficie de deslizamiento crítica. Durante cierto tiempo se reconoció que la superficie de deslizamiento con mínimo F no es idéntica con la superficie de deslizamiento con más alta P_f o el menor índice de confiabilidad β . Sin embargo, generalmente se asume que dos superficies de deslizamiento críticas (una basada con mínimo F , determinista y la otra basada con máxima P_f o mínimo β probabilista) no son significativamente diferentes en su forma y localización. Consecuentemente los modelos de riesgo pueden basarse en la superficie de deslizamiento crítica.

La determinación del riesgo de falla asociada con el diseño facilita al ingeniero comparar la relativa confiabilidad de diseños alternativos. Esta información es útil para determinar el diseño óptimo donde es importante el balance entre el riesgo y el costo del diseño (Tang, 1976).

El nivel de riesgo de un talud de tierra se puede expresar en términos de probabilidad de falla. En el enfoque probabilista el riesgo se expresa como:

$$\text{Riesgo} = (\text{Probabilidad de falla}) \times (\text{consecuencias de falla})$$

Es conveniente trabajar con riesgo ya que es posible considerar de una manera organizada los posibles modos de falla y las consecuencias de cada uno. El análisis de riesgo se ha empleado para evaluar la inestabilidad de estructuras de tierra, particularmente en situaciones en las cuales se involucran múltiples estructuras o la selección entre varias alternativas de diseño. De esta manera es posible usar el análisis de riesgo para decidir ya sea o no mejorar el nivel de estabilidad.

Una vez que la probabilidad de falla ha sido determinada por varios valores de F , la teoría de la decisión estadística puede aplicarse para seleccionar el diseño óptimo (F óptimo). El diseño óptimo es el diseño en el cual se minimiza el costo total esperado o se maximiza la utilidad esperada dentro de las obligaciones económicas y físicas impuestas por el problema (Wu y Kraft, 1970).

Las precauciones para reducir el riesgo de la falla de talud tienden a incrementar el costo de ejecución. Esta reducción tiende a disminuir las primas de seguro que deben tomarse en cuenta en el costo total esperado.

Desde un punto de vista económico, se puede optimizar la elección de una aceptable probabilidad de falla deseable de talud minimizando la función del costo total. Un análisis de este tipo requiere de la estimación de las probabilidades de falla para un conjunto de diseños

con diversas estrategias de construcción, estimación de los costos de ejecución de cada diseño, estimación del costo verdadero del daño ocasionado en caso de que ocurriera una falla real y determinación de la función del costo total.

El valor esperado, desviación estándar y la función de autocorrelación de F se pueden determinar a partir del campo aleatorio estadístico considerando las fluctuaciones de la resistencia al corte. Estimando la probabilidad de ocurrencia de una falla en cualquier parte a lo largo del eje del talud es posible obtener un indicio del ancho de la zona de falla. Es de gran importancia conocer la longitud de falla de un talud, ya que implica el monto económico en los trabajos de reparación que tome lugar.

El riesgo comprende no sólo la probabilidad de falla sino también el daño asociado con tal falla. El daño potencial debido a un rompimiento de una presa puede estimarse desde el área inundada por la abertura de la presa y expresarse en términos de pérdidas de vidas, económicas y socioeconómicas.

La representación combinada de la probabilidad de falla y el daño puede realizarse por medio de gráficas que indiquen el nivel relativo de riesgo y el peligro potencial.

La geometría del talud es aceptable si la probabilidad de falla de todas las superficies de falla cae por abajo de un nivel permisible.

El control de la estabilización por sobre-dimensionamiento (aplicando anchas bermas) necesarias para los requerimientos de estabilidad a largo plazo, es costoso y no parece ser de mucha ayuda (Termaat, 1994).

Por lo mencionado anteriormente se puede establecer que los análisis probabilistas complementan a los deterministas.

3.4.4 INTERPRETACIÓN DEL ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

Se vio en el inciso anterior que, a menos que exista una correlación alta entre diferentes modos de falla, la contribución a la probabilidad de falla total de superficies críticas con máxima probabilidad de falla puede resultar pequeña. Como puntualizó Cornell (1971), el talud debe considerarse como un sistema. Una fuerte correlación entre las superficies de falla (estadística y probabilista) puede surgir debido a tres factores: la correlación en las propiedades del suelo entre superficies de falla cercanas (Alonso, 1976), la alta correlación en la variación de la presión de poro entre deslizamientos dentro el talud (un parámetro dominante en suelos naturales) y la ocurrencia de orígenes comunes de incertidumbre para todas las superficies de falla como es el caso del modelo de incertidumbre, el cual es de particular importancia. Cuando existe esta alta correlación las fronteras inferiores en términos de riesgo son probablemente, bastante cercanas a la probabilidad de falla real del talud.

La magnitud de F requerida, depende principalmente de la confiabilidad de los datos de diseño, su interpretación en la evaluación de la resistencia, cargas aplicadas, exactitud del análisis, la calidad de la construcción y la probabilidad de una falla durante la vida útil de la estructura.

Uno de los primeros objetivos en la evaluación probabilista de estabilidad de taludes fue la influencia relativa de diferentes incertidumbres involucradas en el problema de estabilidad. En la fig 3.12, se muestra una representación gráfica de las contribuciones individuales de la varianza de F para una superficie de deslizamiento crítica (Alonso, 1976). Se observa una gran diferencia entre las incertidumbres atribuibles al momento resistente y motor. Casi todas las incertidumbres se deben a las fuerzas resistentes. Los parámetros que más influyen en la varianza total son la presión de poro (U) y la cohesión (C_u). Por otro lado de la escala, la influencia del coeficiente de la resistencia al corte movilizada, es puramente marginal y puede considerarse, para propósitos prácticos, como un parámetro determinista.

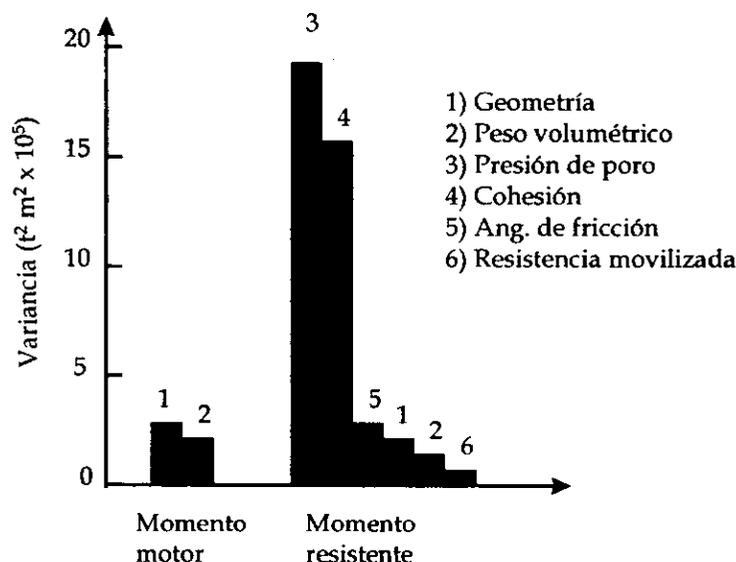


Fig 3.12 Contribución de diferentes factores a la varianza del F (superficie crítica).

De acuerdo con estudios de sensibilidad realizados por Alonso (1976) los factores que controlan la aleatoriedad de C_u y U tienen una influencia significativa para reducir el riesgo de falla. Dada la heterogeneidad natural de los suelos, la aleatoriedad de C_u no puede reducirse, por consiguiente, los taludes en depósitos de suelo altamente homogéneos tienen asociado un riesgo muy alto. Sin embargo, buenos métodos de muestreo reducen considerablemente el coeficiente de variación de C_u y por consiguiente el riesgo. También se ha visto que el parámetro c_u gobierna el riesgo de falla más fuertemente que $\tan \phi$.

Dado que las propiedades del suelo varían de punto en punto dentro del talud, puede haber resistencias muy bajas en una región donde el nivel de esfuerzo no es el más alto. La falla del talud puede iniciarse desde este punto, en lugar de la región más esforzada, lo que conduce a una falla súbita.

En superficies de falla grandes, la probabilidad de falla desaparece debido a que la incertidumbre sobre F es muy pequeña. Los efectos de la variabilidad espacial de las propiedades del suelo sobre el índice de confiabilidad calculado reducen el ruido aleatorio en los datos debido a que la variabilidad se promedia sobre una región o superficie de falla.

Confiabilidad en el análisis tridimensional de taludes

4.1 PLANTEAMIENTO

Muchos trabajos de ingeniería civil incluyen taludes temporales o permanentes, por ejemplo, en excavaciones para cimentaciones, cortes abiertos en carreteras, presas de tierra, terraplenes, etc. Siempre es necesario revisar la estabilidad de estos taludes contra falla por deslizamiento.

Como se mencionó en el capítulo 3, los diseños en el ámbito de la geotecnia están afectados por numerosas incertidumbres; consecuentemente, el concepto de seguridad juega un papel fundamental. Se estableció que las incertidumbres surgen de la variabilidad espacial y de las estimaciones de las propiedades del suelo basadas en resultados de pruebas de campo y laboratorio en un número limitado de muestras. Además, también existen incertidumbres en la estimación de la presión de poro, en las cargas actuantes y en las distintas hipótesis simplificadoras e idealizaciones que son necesarias para plantear un análisis de estabilidad.

En esta tesis se prestará especial atención al análisis de estabilidad a corto plazo de taludes constituidos por materiales cohesivos. Se mencionó en el inciso 3.4.4 que las incertidumbres principales que afectan la varianza del factor de seguridad se encuentran en el momento o en las fuerzas resistentes. En los análisis que se presentan a continuación, se analizarán por tanto esencialmente los efectos de la incertidumbre existente en la resistencia al corte no drenada o cohesión, C_u sobre la confiabilidad de los taludes. Además, solamente se considerarán las incertidumbres introducidas por las variaciones espaciales de esta variable.

En este trabajo, se ha adoptado un modelo de campo aleatorio estacionario (en el sentido amplio) para la descripción analítica del patrón de las variaciones de la resistencia al corte en el espacio. El patrón errático de la cohesión, C_u se considera como una variable aleatoria en cada localización dentro del suelo. Los parámetros de la distribución de probabilidad, es decir, el valor medio esperado, C_u y su desviación estándar, σ_{C_u} pueden estimarse como se mencionó en la sección 3.2.3. Además, el modelo de campo aleatorio toma en cuenta la dependencia espacial de C_u adoptando un patrón de correlación.

El procedimiento empleado para determinar la confiabilidad de taludes de tierra contra falla por cortante, utiliza el método aproximado de Primer Orden Segundos Momentos, considerando el marco teórico analizado en la sección 3.3.3 y el método de estabilidad de Bishop simplificado de *columnas* en tres dimensiones (análisis de equilibrio límite) descrito en la sección 2.6.

Como se mencionó en la sección 3.4.2.4, la falla de un talud puede ocurrir según una infinidad de superficies de deslizamiento con diferentes probabilidades de falla. Cada superficie posible de falla es un componente de un sistema en serie. Sin embargo, es posible considerar que ya que existe una alta correlación entre diferentes componentes, la probabilidad de falla según una superficie particular será un límite inferior próximo a la probabilidad de falla global del sistema.

Se buscará por tanto en lo que sigue esencialmente determinar la probabilidad de falla asociada a superficies de deslizamiento críticas.

El método descrito no propone ser una sustitución de los procedimientos deterministas, sino que este constituye una extensión de aquellos para mejorar los diseños con un suplemento del factor de seguridad que incorpora incertidumbres en la resistencia.

4.2 METODOLOGÍA

4.2.1 CONSIDERACIONES BÁSICAS

Los componentes básicos del modelo de estabilidad tridimensional probabilista propuesto son:

- Un campo aleatorio estacionario como descripción de las fluctuaciones espaciales (representación de las variaciones aleatorias) de la resistencia al corte del suelo en términos de esfuerzos totales (fin de la construcción). Se introdujo además, como una primera aproximación, la hipótesis de que este campo puede considerarse Gaussiano.
- Modos de falla circular o poligonal tridimensional.
- Análisis de estabilidad por el método de Bishop.
- Determinación de la confiabilidad asociada a la superficie de falla más crítica por el método de primer orden-segundos momentos.

El modelo probabilista presentado tiene como fin estimar la confiabilidad contra deslizamiento, así como también, el factor de seguridad asociado a cierto nivel de probabilidad de falla tomando en cuenta la variabilidad del parámetro de resistencia y la geometría de la superficie de falla. Se utiliza asimismo el modelo para poner en evidencia los parámetros que más influyen en el valor de la confiabilidad.

La confiabilidad utilizando el método probabilista propuesto, se realiza, después de efectuar un análisis de estabilidad determinista tridimensional (método de estabilidad iterativo de Bishop) con un programa por computadora desarrollado por el sustentante, denominado CONF-I que toma en cuenta los conceptos expuestos en el capítulo 3 y está constituido por los cinco bloques de cálculo indicados en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Bloques de cálculo del programa CONF-I

Bloque 1	Lectura de las características geométricas que definen al problema de estabilidad, y especialmente de las características de cada una de las columnas en las que la masa deslizante fue dividida para el análisis de estabilidad 3D.
Bloque 2	Introducción de los parámetros estadísticos del campo aleatorio de la resistencia.
Bloque 3	Cálculo de coordenadas de las bases de las columnas en el espacio tridimensional y sus correspondientes radios de giro.
Bloque 4	Determinación de la varianza del momento resistente a partir de las varianzas y covarianzas de los valores medios de la resistencia en la base de cada columna.
Bloque 5	Cálculo de la confiabilidad y probabilidad de falla para la superficie considerada.

En el apéndice B se describe detalladamente estos bloques de cálculo y se proporciona el diagrama de flujo correspondiente.

El procedimiento probabilista descrito puede aplicarse a cualquier geometría de talud y superficie de falla.

Se consideran modos de falla de ancho finito, como patrón de deslizamiento en tres dimensiones. El método permite estimar la probabilidad de ocurrencia de una falla en términos del índice de confiabilidad en cualquier parte a lo largo del eje del talud y el posible ancho de falla.

4.2.2 PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DE LAS PROPIEDADES DEL SUELO

Uno de los aspectos delicados de los análisis de terraplenes es la estimación de las propiedades del material que pueden determinarse a partir de registros previos, muestreo o experiencia.

En esta tesis se considera el peso volumétrico como determinista debido a la relativa baja variabilidad de los valores típicos de CV_v (del orden de 0.04).

El parámetro de resistencia del suelo C_w se considera como un proceso estocástico espacial con media y la varianza constantes. Se admite además que la covarianza entre los valores de la resistencia en dos puntos en el espacio es sólo función de la distancia escalar, l , entre estos puntos (campo aleatorio estacionario en el sentido amplio).

Mientras que la variación de la resistencia al corte no drenada puede ser estadísticamente homogénea, generalmente no es isótropa. Uno debe esperar que la distancia de correlación, δ , de la resistencia al corte dependa de la dirección. Específicamente, los valores tienden a ser diferentes para las direcciones horizontal, δ_x y vertical, δ_z ; es decir, que $\delta_z < \delta_x$. Esto implica, que a lo largo del arco de falla en una sección transversal, la distancia de correlación variará entre: δ_z para segmentos del arco de falla próximos a la vertical y δ_x correspondientes a segmentos próximos a la horizontal. Por esta razón la distancia de correlación a lo largo del arco de falla tendrá dos componentes según la dirección de que se trate. Para el caso isótropo se tiene que $\delta_z = \delta_x$. Por simplicidad, se empleó en los análisis una función de autocorrelación (FDA) anisótropa de tipo exponencial simple (tipo I de la Tabla 3.1). Sin embargo, se realizaron estudios paramétricos para evaluar la influencia que tienen sobre el resultado el considerar otros tipos de funciones.

Con el fin de cubrir situaciones típicas en las que la incertidumbre puede tener diferentes orígenes, en esta tesis se considera que el coeficiente de variación de la cohesión varía de 0.1 a 0.4.

La varianza total de la resistencia al corte movilizada en la superficie de falla se obtiene sumando las contribuciones de cada una de las áreas de las bases de las columnas que integran la masa deslizante.

4.2.3 EVALUACIÓN DE LA ESTABILIDAD DE TALUDES EN TRES DIMENSIONES

Los análisis de estabilidad de talud presentados a continuación consideran la cohesión, C_u , como único parámetro de resistencia y toman en cuenta la geometría tridimensional de la superficie de falla (método de Bishop simplificado de columnas presentado en la sección 2.6). Se emplea un programa que utiliza un ensamblaje rectangular fijo de columnas. El área de deslizamiento A , esta confinada dentro de los límites del ensamblaje. Cada columna (de sección DX por DY) esta representada por los parámetros prevalecientes en el punto central de su base (centro de la sección). Sólo las columnas que integran la masa deslizante (columnas activas) que están limitadas por la superficie de deslizamiento, son las que intervienen en el análisis de estabilidad.

Las fuerzas actuantes en la masa deslizante (integrada por columnas) están constituidas por dos componentes: uno debido al peso del suelo, M_i (fuerza motora) y otro debido a la movilización de la resistencia al corte, R_i (fuerza resistente) de cada columna activa. Sumando las componentes de todas las columnas se obtiene la fuerza total motora, M y la fuerza total resistente, R .

En geotecnia, el factor de seguridad, F , de un talud se define tradicionalmente como la relación entre la capacidad límite del suelo o momento resistente, MR y la demanda o momento motor, MM en términos de cargas permanentes y accidentales: $F = MR/MM$. Se define asimismo, el margen de seguridad, MS como la diferencia entre el momento resistente y el momento motor: $MS = MR - MM$.

Para evaluar MR en toda la superficie de deslizamiento, la resistencia al corte debe integrarse sobre dicha superficie. La integración puede llevarse a cabo numéricamente sumando las contribuciones de las diferentes superficies que constituyen las bases de las columnas (fig 4.1). Para fallas rotacionales, MR se determina como la suma de momentos alrededor del eje de rotación considerando la resistencia al corte de cada columna. Por otra parte, MM se determina como la suma de momentos alrededor del eje de rotación considerando el peso de cada columna y la interacción de fuerzas entre las columnas.

Por consiguiente, para el caso de un talud puramente cohesivo el factor de seguridad se define como la relación de momentos:

$$F = \frac{MR}{MM} = \frac{\sum_{i=1}^n C_u a_i R_i}{\sum_{i=1}^n W_i x_i + E d} \quad (4.1)$$

donde: C_u , es la cohesión, a_i es el área de la base de la columna i , R_i es el radio o brazo de giro de la fuerza resistente, igual a la distancia desde la base de la columna al eje de rotación, W_i es el peso total de la columna, x_i es el brazo de giro de la columna, igual a la distancia horizontal desde el eje de rotación al centro de cada columna, E es la resultante de todos los componentes horizontales de cargas puntuales aplicadas con brazo de giro d ; y n es el número total de columnas activas (fig 4.1).

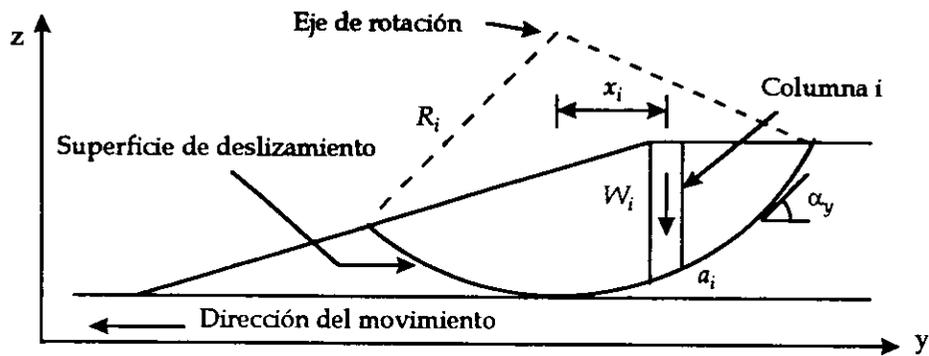


Fig 4.1 Sección transversal típica de una superficie de deslizamiento.

Cuando la falla del talud no ocurre según una superficie rotacional, también es posible calcular el factor de seguridad a partir del equilibrio de fuerzas horizontales en la dirección del movimiento (fig 4.1).

En el caso de fallas no rotacionales, el factor de seguridad se determina como la relación de fuerzas resistentes y motoras en la dirección del movimiento:

$$F = \frac{FR}{FM} = \frac{\sum_{i=1}^n C_u a_i \cos \alpha_y}{\sum_{i=1}^n N_i \cos \gamma_z \tan \alpha_y + E} \quad (4.2)$$

donde γ_z es función de las inclinaciones α_y y α_x de cada columna y N_i es la fuerza total normal actuando en la base (fig 4.2).

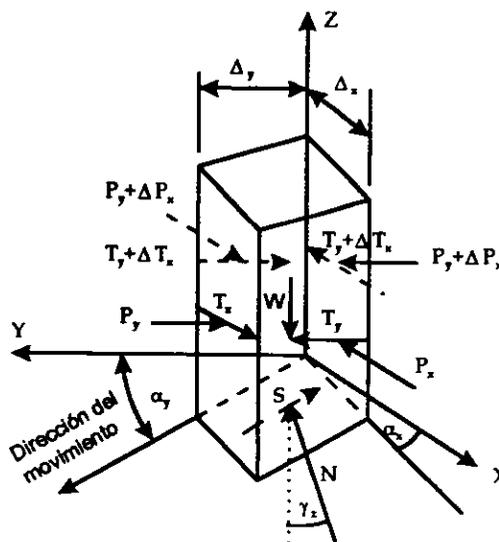


Fig 4.2. Fuerzas actuando en una columna.

4.2.4 CONFIABILIDAD

Como ya se indicó en el capítulo 3, si se considera al MR y MM como variables aleatorias, la probabilidad de falla de un talud se define como: $P_f = P[F < 1] = P[MS < 0]$. La confiabilidad de un talud considerando la posibilidad de presentarse una superficie de falla se define como el complemento a uno de la P_f y puede expresarse mediante el índice de confiabilidad, β . Conviene subrayar que los índices de confiabilidad calculados en la forma que se menciona a continuación no tienen en general un valor absoluto, puesto que las probabilidades de falla respectivas son condicionales (se admite validez del modelo de análisis, exactitud de la geometría, representatividad de los parámetros estocásticos estimados, etc.).

El análisis de confiabilidad de un talud consiste en verificar que la probabilidad de falla no excede un valor dado como crítico o que la esperanza del margen de seguridad es por lo menos igual a β veces la desviación estándar del mismo. La esperanza de MS se define entonces como (Benjamin y Cornell, 1970):

$$E[MS] = \beta \sigma_{MS} = \beta \sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MM}^2 - 2 \text{Cov} [MR, MM]} \tag{4.3}$$

4.2.4.1 CONFIABILIDAD EN TÉRMINOS DE EQUILIBRIO DE MOMENTOS

El momento resistente es una variable aleatoria que depende de la cohesión media desarrollada en la superficie de falla. El momento motor es también una variable aleatoria puesto que depende del peso volumétrico del material.

Considerando la aleatoriedad de la cohesión, la varianza del momento resistente es proporcional a la varianza de la cohesión media en la superficie de falla A. La varianza de MR puede calcularse numéricamente (Auvinet *et al*, 1991) en forma aproximada sustituyendo la superficie del área A por una serie de elementos planos de área a_i (área de la base de las columnas) por medio de la siguiente expresión:

$$\text{var} [MR] = \left[\sum_{i=1}^n (a_i R_i)^2 \text{var}[C_u] + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n a_i R_i a_j R_j \text{var}[C_u] \rho(x, y, z) \right] \tag{4.4}$$

donde: $\rho(x, y, z)$ es el coeficiente de correlación definido como una función de autocorrelación de decaimiento exponencial y $\text{var}[C_u]$ en la varianza de la cohesión en la superficie de deslizamiento.

La *matriz de correlación*, $\rho(x, y, z)$ entre los puntos medios \bar{x}_i en la base de las columnas que integran la masa deslizando se define como:

$$\rho(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, \bar{x}_j, \bar{y}_j, \bar{z}_j) = \begin{bmatrix} 1 & \rho(\bar{x}_1, \bar{x}_2) & \rho(\bar{x}_1, \bar{x}_3) & \dots & \rho(\bar{x}_1, \bar{x}_n) \\ \rho(\bar{x}_2, \bar{x}_1) & 1 & \rho(\bar{x}_2, \bar{x}_3) & \dots & \rho(\bar{x}_2, \bar{x}_n) \\ \rho(\bar{x}_3, \bar{x}_1) & \rho(\bar{x}_3, \bar{x}_2) & 1 & \dots & \rho(\bar{x}_3, \bar{x}_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho(\bar{x}_n, \bar{x}_1) & \rho(\bar{x}_n, \bar{x}_2) & \rho(\bar{x}_n, \bar{x}_3) & \dots & \rho(\bar{x}_n, \bar{x}_n) \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Por consiguiente la *matriz de covarianza* asociada con la cohesión C_u entre estos puntos es $\text{var}[C_u]$ $\rho(x,y,z)$. Entonces, la matriz de covarianza se obtiene multiplicando la matriz de correlación por $\text{var}[C_u]$.

Dado que el tamaño de la matriz de correlación resulta tan grande como el número de columnas se tengan en el análisis (de 200 a 1300), no es conveniente (por la limitada capacidad de computo) determinar explícitamente esta matriz. Por consiguiente, para evaluar la covarianza entre los puntos definidos por la posición de la base de cada una de las columnas, se procede de manera equivalente a la integración de MR, tomando en cuenta la correlación que existe entre la i -ésima columna considerada en el producto $a_i R_i$ y la j -ésima columna considerada en el producto $a_j R_j$. De esta manera es posible determinar la covarianza entre los puntos medios de las bases de las columnas, suponiendo la estructura de correlación mencionada.

Los parámetros δ_x y δ_z describen la atenuación de la correlación cuando crecen las distancias d_x y d_z respectivamente (d_x y d_z se definen en la Tabla 3.1). El factor δ_x / δ_z se espera que sea mucho más grande que uno (Vanmarcke, 1980). En esta tesis se analiza el caso anisótropo, suponiendo la relación $\delta_z = 0.05 \delta_x$.

Simplificando la expresión 4.4, la varianza de MR se expresa también como:

$$\text{var [MR]} = \text{var [C}_u] \left[\sum_{i=1}^n (a_i R_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n a_i R_i a_j R_j \rho(x,y,z) \right] \tag{4.6}$$

La ec 4.6 se evalúa numéricamente suponiendo un valor constante de la varianza de la cohesión (campo aleatorio estacionario) en la superficie crítica de falla.

El valor esperado de MS se define (Benjamin y Cornell, 1970) como: $E[MS] = E[MR] - E[MM]$; y por la definición del factor de seguridad se llega a:

$$E[MS] = E[MR] \left[1 - \frac{1}{E[F]} \right] \tag{4.7}$$

En la ec 4.7, el valor esperado del momento resistente, $E[MR]$ y del factor de seguridad, $E[F]$ se obtienen como se indica en la ec 4.1, a partir del análisis de estabilidad determinista de talud en tres dimensiones.

La varianza de MM es proporcional a la varianza del peso volumétrico húmedo medio de la masa deslizante. Para obtener la varianza del peso volumétrico de la masa deslizante, debería realizarse una operación similar a la presentada en la ecuación 4.4; sin embargo, la integración sobre volúmenes importantes conduce a una varianza del peso volumétrico medio que puede en general despreciarse respecto a la de la cohesión. Por el mismo motivo, es razonable desechar la covarianza entre el momento resistente y motor involucrada en la ecuación 4.3. Por consiguiente, la esperanza de MS se expresa como:

$$E[MS] = \beta \sigma_{MR} \tag{4.8}$$

donde σ_{MR} es la desviación estándar del momento resistente igual a $\sqrt{\text{var} [MR]}$. Bajo estas consideraciones, se puede observar claramente a través de las ecs 4.3 y 4.8, que la σ_{MS} es igual a la σ_{MR} , por lo tanto, el índice de confiabilidad β se puede estimar como:

$$\beta = \frac{E[MS]}{\sigma_{MS}} \tag{4.9}$$

La expresión anterior permite calcular la confiabilidad de un talud contra deslizamiento en tres dimensiones para diferentes valores de la varianza de la cohesión del estrato de arcilla.

De acuerdo con la definición de confiabilidad, se esta en posibilidad de obtener la probabilidad de falla correspondiente. Si se supone que la cohesión tiene una distribución de probabilidad normal, el MS está también distribuido normalmente. Por consiguiente, la probabilidad de que el margen de seguridad sea menor que cero (probabilidad de falla) es:

$$P[MS \leq 0] = \Phi \left(\frac{0 - E[MS]}{\sigma_{MS}} \right) = \Phi (-\beta) \tag{4.10}$$

donde Φ es la función de distribución normal estándar. En la ec 4.10, a medida que β aumenta, la probabilidad de falla decrece. Por consiguiente, β tiene un comportamiento similar al factor de seguridad determinista.

En importante tomar en cuenta, que si aumenta la incertidumbre en la resistencia, la desviación estándar de MS también crece, resultando un menor valor de índice de confiabilidad y una probabilidad de falla mayor aún con el mismo factor de seguridad. Por consiguiente, un determinado F, considerado razonable, no necesariamente produce un nivel de probabilidad aceptable.

4.2.4.2 CONFIABILIDAD EN TÉRMINOS DE EQUILIBRIO DE FUERZAS

Siguiendo un procedimiento similar pero considerando el equilibrio de fuerzas para superficies de deslizamiento no rotacionales, la varianza de la fuerza resistente se determina como:

$$\text{var} [FR] = \text{var} [C_u] \left[\sum_{i=1}^n (a_i \cos(\alpha_{y_i}))^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n a_i \cos(\alpha_{y_i}) a_j \cos(\alpha_{y_j}) \rho(x, y, z) \right] \tag{4.11}$$

y la esperanza de MS como:

$$E[MS] = E[FR] \left[1 - \frac{1}{E[F]} \right] \tag{4.12}$$

En este caso el cálculo del índice de confiabilidad es similar a la ec 4.9, considerándose ahora la desviación estándar de las fuerzas resistentes, $\sigma_{FR} = \sqrt{\text{var} [FR]}$, como denominador. En la ec 4.12, la $E[FR]$ y $E[F]$ se obtienen en forma determinista como se indica en la ec 4.2.

4.3 CASO DE UNA PRESA DE MATERIAL HOMOGÉNEO

Cuando las propiedades de un material permanecen uniformes en un volumen considerable es posible afirmar que el comportamiento que regirá la estructura formada por este material, estará influenciado directamente por sus propiedades mecánicas en toda la extensión de dicha estructura una vez colocado en el sitio definitivo. Bajo estas características, el material se considera como homogéneo.

Un terraplén con características homogéneas del material es posible admitir la existencia de un campo aleatorio estocástico tridimensional caracterizado por la resistencia promedio espacial, C_u ; su desviación estándar, σ_{C_u} y el coeficiente de variación puntual, $CV_{C_u} = \sigma_{C_u} / C_u$.

4.3.1 APLICACIÓN A LA PRESA MIRGENBACH

La técnica probabilista se aplica al terraplén de la presa Mirgenbach (Francia) que sufrió dos deslizamientos durante su construcción (Auvinet, 1991).

El terraplén de la presa Mirgenbach se construyó de arcilla, con una altura de 22 m y una longitud de 450 m con pendiente media de los taludes de 3:1, como se aprecia en la fig 4.3. El terraplén se desplantó sobre varios metros de arcilla residual y un estrato de marga fisurada en los primeros cinco metros (Auvinet, 1991). Casi al término de su construcción se presentaron dos fallas cercanas a la cresta donde el deslizamiento se concentró en una banda casi horizontal (fig 4.4). Los parámetros del suelo fueron recabados después de la falla con base en sondeos inalterados y pruebas con penetrómetro de campo, triaxial, penetrómetro de laboratorio y veleta.

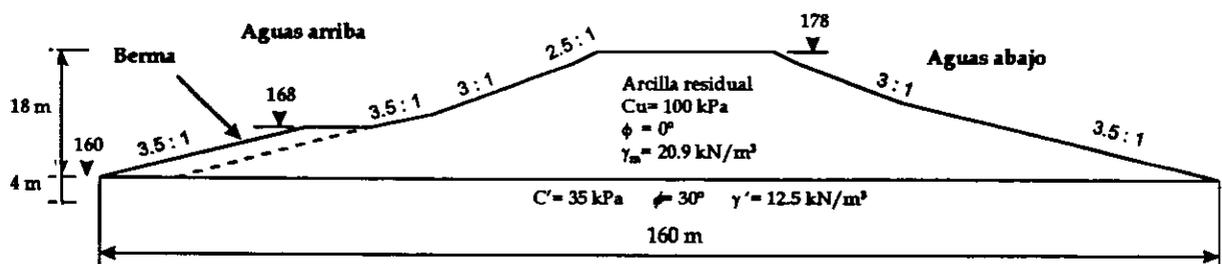


Fig 4.3 Corte longitudinal de la presa Mirgenbach.

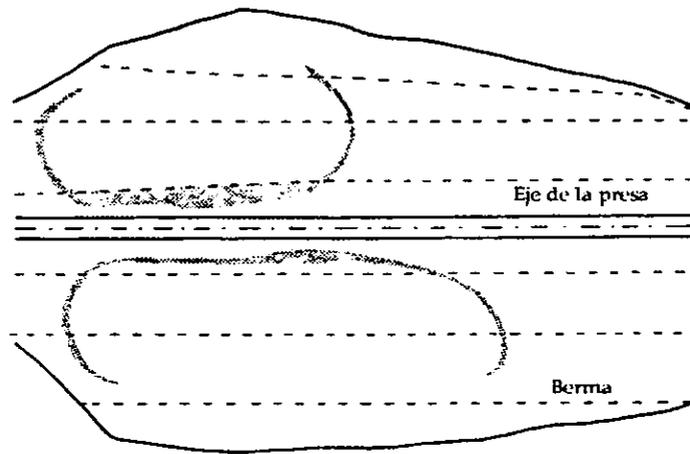


Fig 4.4 Zonas de deslizamientos (planta de la presa Mirgenbach).

La cohesión media de la arcilla se considera de $C_u=100$ kPa y el ángulo de fricción interna como nulo. El peso volumétrico se ha tomado igual a 20.9 kN/m³.

Los análisis de estabilidad y de confiabilidad se llevaron a cabo considerando tres mecanismos de falla. El primero corresponde a una superficie de falla circular (mecanismo 1), el segundo está constituido por tres planos de deslizamiento (mecanismo 2) y el tercero por sólo dos planos (mecanismo 3). Estos mecanismos se ilustran en las secciones transversales de las figs 4.5 a 4.7. Con estas configuraciones, se busca identificar la influencia que tiene la forma de la superficie de falla tridimensional supuesta, en la confiabilidad calculada.

Se han elegido tres anchos de falla para cada uno de los mecanismos mencionados. El primero es de 40 m, el segundo de 100 m y el tercero de 180 m.

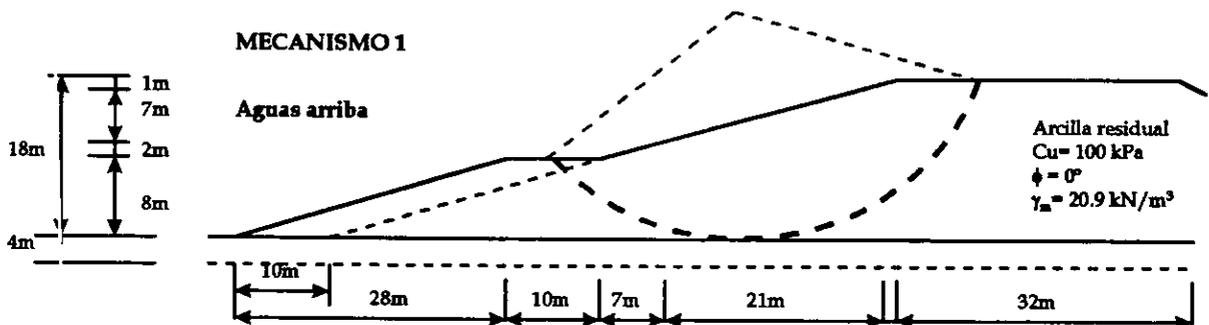


Fig 4.5 Análisis de estabilidad considerando falla circular (mecanismo 1).

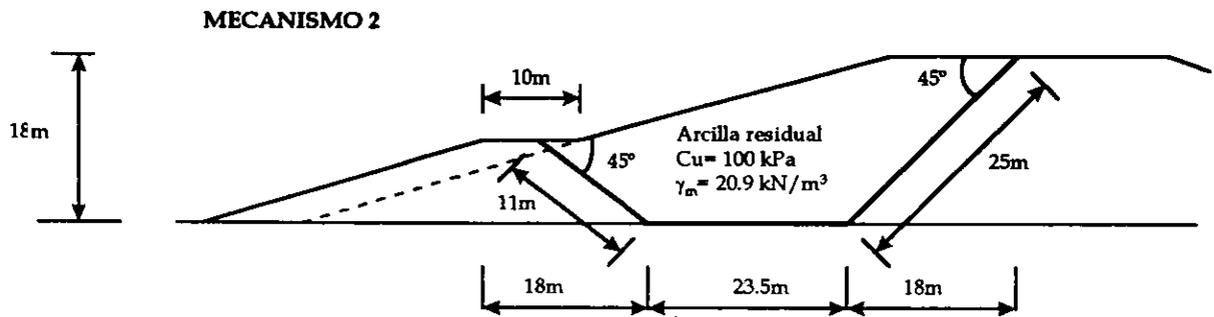


Fig 4.6 Análisis de estabilidad considerando falla poligonal (mecanismo 2).

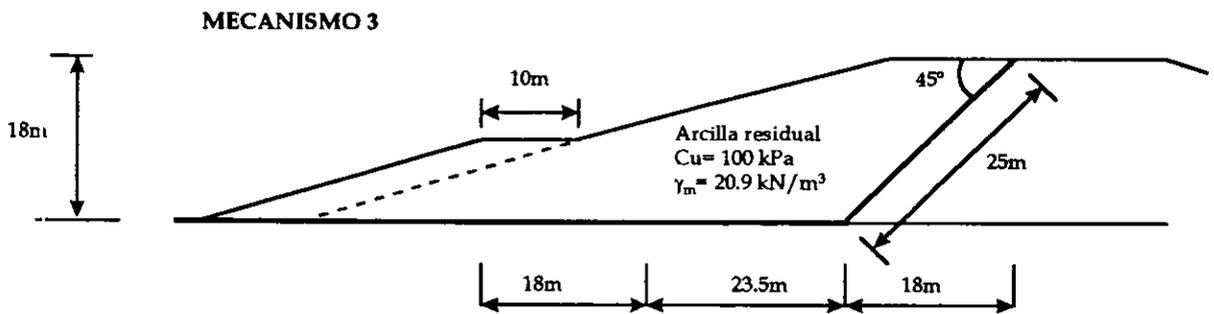


Fig 4.7 Análisis de estabilidad considerando falla poligonal (mecanismo 3).

4.3.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

En la fig 4.8 se ilustran las configuraciones del talud y de las superficies de deslizamiento de los tres mecanismos de falla utilizadas en el análisis de estabilidad determinista (programa CLARA).

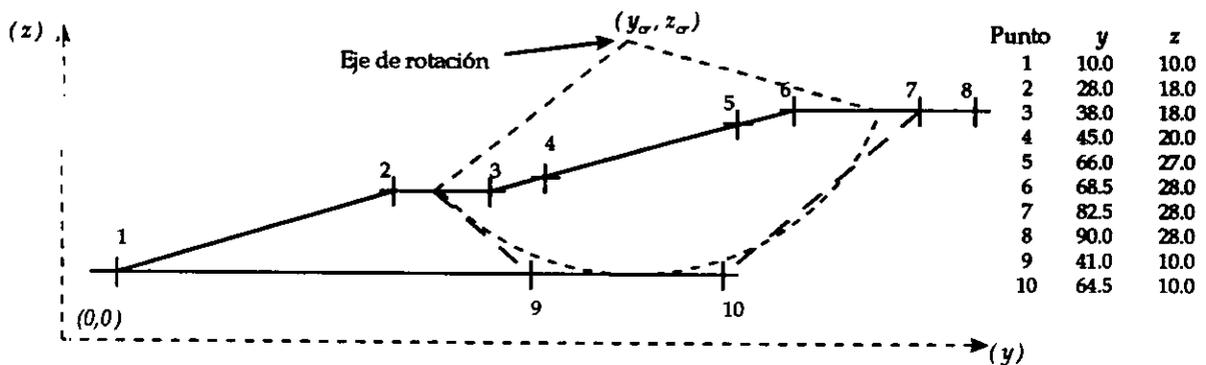


Fig 4.8 Configuración del talud y superficies de deslizamiento para los tres mecanismos de falla.

En la fig 4.9 se presentan los factores de seguridad calculados. Es necesario mencionar, que siguiendo las recomendaciones de Hungr (1989), el factor de seguridad obtenido para los mecanismos 2 y 3 (superficies de falla no rotacionales) ha sido corregido para tomar en cuenta la falta de simetría de las superficies de falla. Se sabe en efecto que los resultados arrojados por el método de Bishop en 3D para el tipo de superficies mencionadas, proporcionan valores conservadores.

Los resultados de la fig 4.9 indican que el mecanismo 1 (falla circular) es el que presenta menor seguridad y que el mecanismo 3 (con dos planos de falla) es el más seguro. Además, el factor decrece cuando el ancho de la zona de falla considerada aumenta, permaneciendo prácticamente sin cambio cuando la longitud de falla rebasa 200 m y que el mecanismo se acerca a una falla bidimensional.

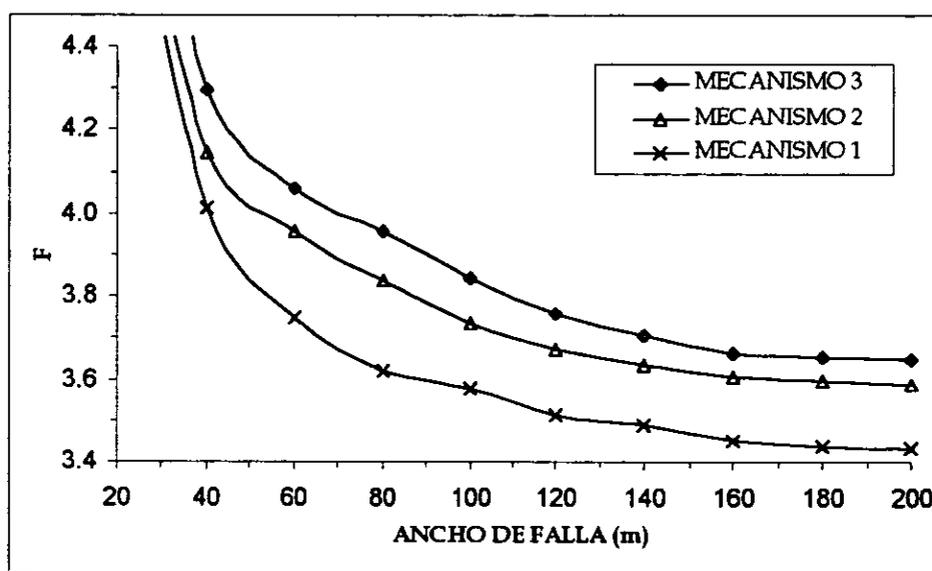


Fig 4.9 Variación del factor de seguridad con el ancho de falla.

Para el mecanismo de falla con arco circular, se buscó la posición del eje de rotación con factor de seguridad mínimo, definiendo de esta manera, las coordenadas del eje de rotación de la superficie crítica de deslizamiento (y_{α} , z_{α}), que resultaron ser: (52.8, 44.3), (51.5, 46.60) y (51.9, 44.1) para los anchos de falla de 40, 100 y 180 m respectivamente. De manera similar, para los otros mecanismos de falla, se buscó las inclinaciones de los planos de deslizamiento que determinarían el menor valor del factor de seguridad.

La sección de las columnas ($DX = DY$) que constituyen la masa deslizante se consideraron de 1.71, 2.94 y 3.48 m para los anchos de falla de 40, 100 y 180 m respectivamente.

En la tabla 4.2 se presentan los factores de seguridad resultantes del análisis de estabilidad correspondientes a los anchos de falla seleccionados así como el número de columnas activas. Como ejemplo ilustrativo, en la fig 4.10 se muestran las superficies de falla críticas de los mecanismos 1 y 3, pertenecientes a un ancho de 100 m.

Tabla 4.2 Factores de seguridad (F) y número de columnas activas (C.A.) determinados en el análisis de estabilidad por el método de Bishop en tres dimensiones.

Ancho de falla (m)	Mecanismo 1		Mecanismo 2		Mecanismo 3	
	F	C.A.	F	C.A.	F	C.A.
40	4.01	589	4.14	725	4.29	1225
100	3.58	496	3.73	595	3.84	980
180	3.44	599	3.60	795	3.66	1272

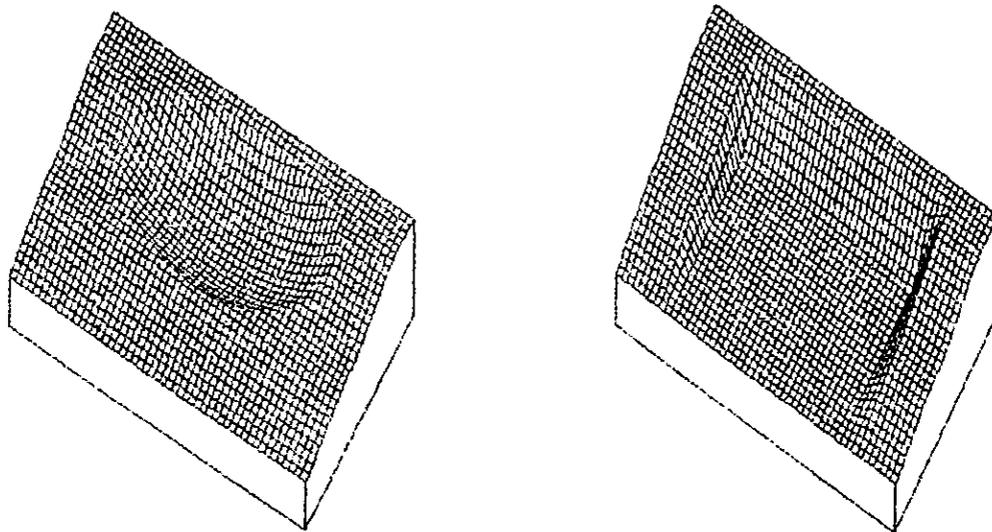


Fig 4.10 Superficies de falla crítica de los mecanismos 1 y 3 para un ancho de falla de 100 m.

4.3.3 ESTUDIOS PARAMÉTRICOS

Con el programa de confiabilidad (CONFI-I), se evaluó el índice de confiabilidad β haciendo varia: la distancia de correlación horizontal δ_x de 0 m a 80 m, para los tres mecanismos de falla y diferentes anchos de deslizamiento. En todos los casos, la variación de la distancia de correlación vertical se estimó de acuerdo a la relación $\delta_z = 0.05 \delta_x$. Se propuso un coeficiente de variación de la cohesión de 0.3 y la función exponencial tipo I (Tabla 3.1) como función de autocorrelación.

Consecuentemente, con el fin de estudiar los efectos que tienen los parámetros que intervienen en la variabilidad espacial de la cohesión se consideraron diferentes valores de la desviación estandar de la cohesión σ_{Cu} , admitiendo coeficientes de variación típicos, que fluctúan en el intervalo de 0.1 a 0.4. Por último se evaluó la influencia que tienen diferentes funciones de autocorrelación.

Se determinó el coeficiente de variación de MR, como $CV_{MR} = \sigma_{MR} / E\{MR\}$, y la desviación estándar del factor de seguridad con la relación $\sigma_F = \sigma_{MR} / E\{MM\}$.

Los análisis de confiabilidad cubren los siguientes casos:

- a) En el primer caso se analiza el terraplén considerando sólo la exponencial simple (tipo I) como función de autocorrelación. El primer y segundo análisis se realizaron para el mecanismo 1 (falla circular), considerando un coeficiente de variación de la cohesión de 0.3. El primer análisis toma en cuenta un ancho de falla de 40 m y el segundo los tres anchos de falla seleccionados (40, 100 y 180 m).

El tercer análisis considera los tres mecanismos de falla, considerando también un coeficiente de variación de la cohesión de 0.3 y un ancho de falla de 180 m. En el cuarto análisis, la confiabilidad también se evaluó tomando en cuenta los tres anchos de falla seleccionados para el mecanismo 1 y 3 considerando un coeficiente de variación de la cohesión de 0.1.

Después de plantear las condiciones anteriores, se efectuaron los estudios paramétricos, evaluando la confiabilidad del terraplén para diferentes distancias de correlación horizontal. Los análisis respectivos se indican en la tabla 4.3.

Tabla 4.3 Análisis paramétricos para diferentes mecanismos de falla.

Análisis número	Mecanismo analizado	Ancho de falla (m)	CV_{Cu}
1	1	40	0.3
2	1	40, 100 y 180	0.3
3	1, 2 y 3	180	0.3
4	1 y 3	40, 100 y 180	0.1

- b) En segundo caso se analiza la confiabilidad del terraplén considerando la influencia de los siguientes parámetros:

- Coeficientes de variación de la cohesión (0.1, 0.2, 0.3 y 0.4) para el mecanismo 1 (falla circular) y el mecanismo 3 (dos planos de falla) considerando anchos de falla de 40, 100 y 180 m. Se emplea la exponencial simple (tipo I) como función de autocorrelación (análisis 5).
- Funciones de autocorrelación (Tabla 3.1) para los mecanismos 1 (falla circular) y 3 (dos planos de falla). El análisis 6 considera anchos de 40, 100 y 180 m con el mecanismo 1 y el análisis 7 sólo un ancho de 40 m con el mecanismo 3.

Después de plantear las condiciones anteriores, se efectuaron los estudios paramétricos, evaluando la confiabilidad del terraplén para diferentes distancias de correlación horizontal. Los análisis respectivos se indican en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4 Análisis paramétricos para diferentes coeficientes de variación de la cohesión y tipos de funciones de autocorrelación.

Análisis número	Mecanismo analizado	Ancho de falla (m)	Tipo de función de autocorrelación	CV _{Cu}
5	1 y 3	40, 100 y 180	I	0.1, 0.2, 0.3 y 0.4
6	1	40, 100 y 180	0, I, II, III y IV	0.3
7	3	40	0, I, II, III y IV	0.3

4.3.4 RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

ANÁLISIS 1. COMPORTAMIENTO DE LA CONFIABILIDAD DEL MECANISMO 1 (SUPERFICIE CIRCULAR) PARA UN ANCHO DE FALLA DE 40 M

El análisis de confiabilidad muestra que el índice β disminuye en la medida que aumenta la distancia de correlación. En la fig 4.11 se presenta este comportamiento no lineal para un ancho de falla de 40 m.

Para distancias de correlación pequeñas (< 25 m), se reduce la posibilidad de que se presente un deslizamiento en el terraplén.

La confiabilidad disminuye rápidamente al aumentar la distancia de correlación debido al incremento de la varianza de la cohesión media en la superficie potencial de falla. Esta disminución se vuelve más lenta para distancias de correlación grandes.

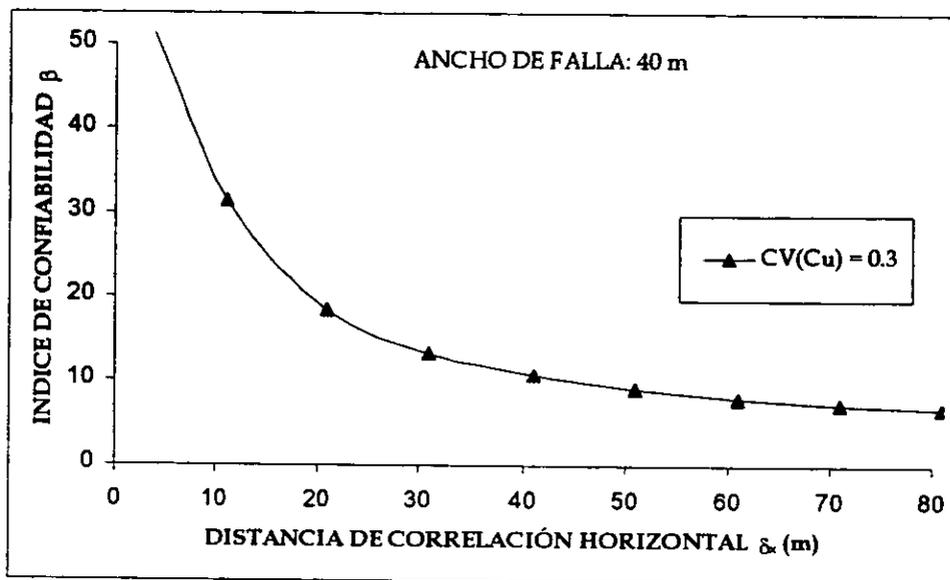


Fig. 4.11 Variación del índice de confiabilidad para el mecanismo 1 (ancho de falla de 40 m).

ANÁLISIS 2. COMPORTAMIENTO DE LA CONFIABILIDAD DEL MECANISMO 1 (SUPERFICIE CIRCULAR) PARA DIFERENTES ANCHOS DE FALLA

El análisis de estabilidad determinista tridimensional revela una disminución de la seguridad del terraplén (reducción del factor de seguridad) al aumentar el ancho de falla; sin embargo, el análisis de confiabilidad indica lo contrario.

El análisis de confiabilidad muestra que, para una determinada distancia de correlación, la confiabilidad aumenta con el ancho de la superficie de falla. Este comportamiento se debe a la reducción de la variabilidad de la cohesión media que se presenta en superficies extensas. En la fig 4.12 se muestra la variación del índice de confiabilidad con la distancia de correlación del mecanismo 1 considerando todos los anchos de falla un CV_{Cu} de 0.3.

Es importante mencionar que la reducción de la confiabilidad no es, en general, proporcional a la disminución del ancho de falla, ya que para anchos muy angostos la confiabilidad empieza a crecer especialmente para distancias de correlación grandes.

Ade más, la fig 4.12 ilustra que en el caso de distancias de correlación horizontales cortas ($\delta_x < 30$ m), la confiabilidad es considerablemente más alta para superficies de falla grandes (ancho de 180 m) que para fallas locales o pequeñas (ancho de 40 m).

La obtención de índices altos para distancias de correlación pequeñas se debe al valor bajo de la σ_{MS} en todos los anchos considerados (figs 4.13 y 4.14).

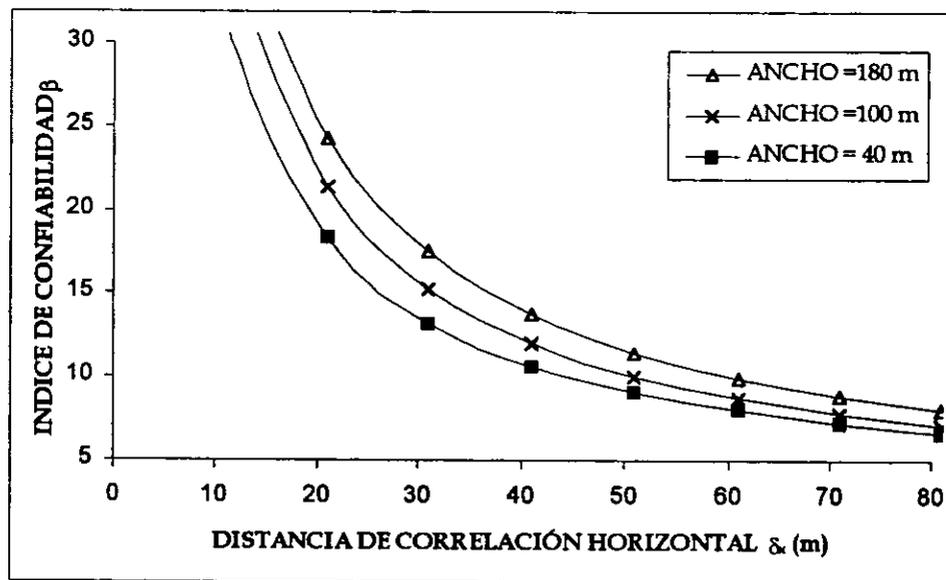


Fig 4.12 Variación del índice de confiabilidad para varios anchos de falla (mecanismo 1)

En el caso de distancias de correlación grandes ($\delta_x > 50$ m), la diferencia en la confiabilidad para todos los anchos de falla es menor que en las distancias pequeñas. A pesar de presentarse altos

valores de σ_{MS} en superficies grandes, la confiabilidad sigue siendo mayor en comparación con las superficies pequeñas, debido por una parte a la reducción de la varianza de la cohesión media en las superficies grandes y por otra a los valores altos de MS obtenidos en dichas superficies. El valor esperado de MS es proporcional al tamaño de las superficies de deslizamiento, es decir, se tendrán valores bajos en superficies pequeñas y valores altos en superficies grandes.

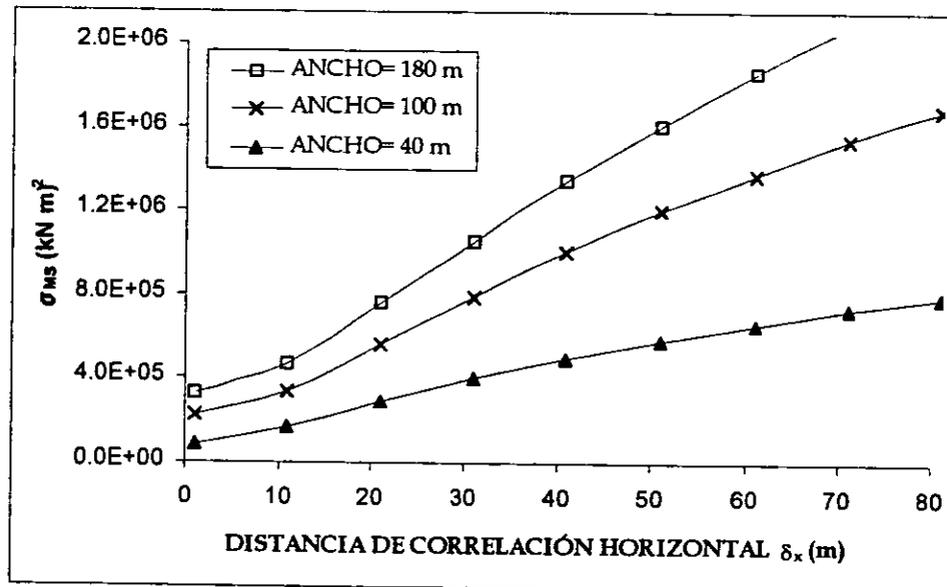


Fig 4.13 Variación de la desviación estándar del margen de seguridad para varios anchos de la superficie de falla (mecanismo 1)

Los análisis de confiabilidad muestran que las fallas según superficies de deslizamiento angostas son relativamente más probables de presentarse que las que corresponden a superficies extensas, comportamiento contrario al obtenido al realizar análisis de seguridad por los métodos deterministas en tres dimensiones.

Es importante mencionar que a pesar de que el factor de seguridad sea más alto para fallas pequeñas (hasta un determinado ancho), la probabilidad de que se presente un deslizamiento es mayor que la correspondiente a superficies extensas con factor de seguridad más bajo. Lo anterior se debe a que existe mayor variabilidad de la cohesión media en las superficies pequeñas siendo menor la reducción de la varianza. En la fig 4.14 se muestran las variaciones de las densidades de probabilidad para distancias de correlación de 21, 61 y 121 m, suponiendo que MS tiene distribución de probabilidad normal.

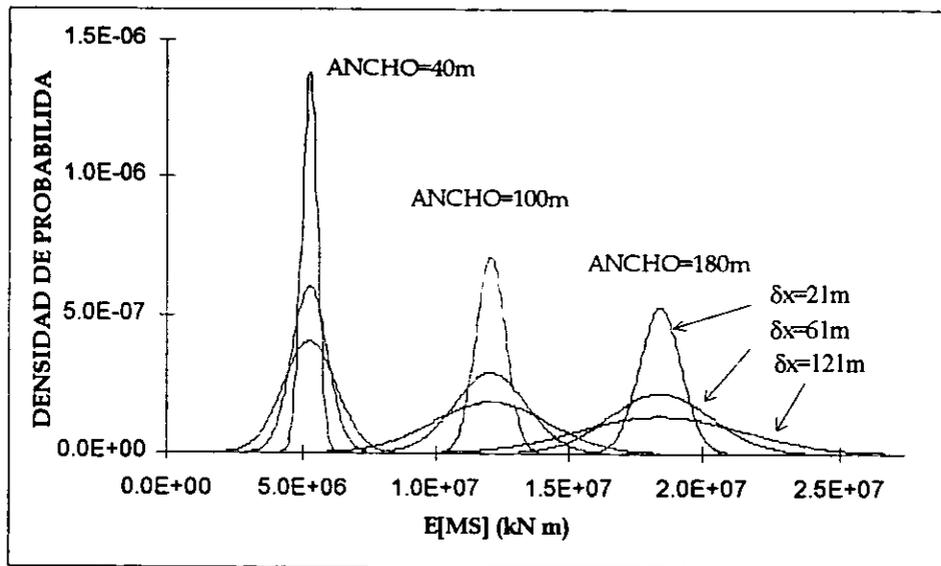


Fig 4.14 Densidad de probabilidad del margen de seguridad para varios anchos de la superficie de falla (mecanismo 1)

La disminución de CV_{MR} se debe también a la reducción de la varianza de la cohesión media de acuerdo con el tamaño de las superficies de deslizamiento. Está claro que el incremento de CV_{MR} implica una disminución del índice de confiabilidad β .

El CV_{MR} para todos los anchos de falla es menor que CV_{Cu} lo que refleja el proceso de promedio implicado en la integración de la cohesión sobre la superficie de falla asociada con MR (fig 4.15). Es de esperarse obtener valores altos de CV_{MR} para superficies de falla pequeñas y bajos en las extensas debido a que el proceso de promedio no es tan efectivo en las primeras.

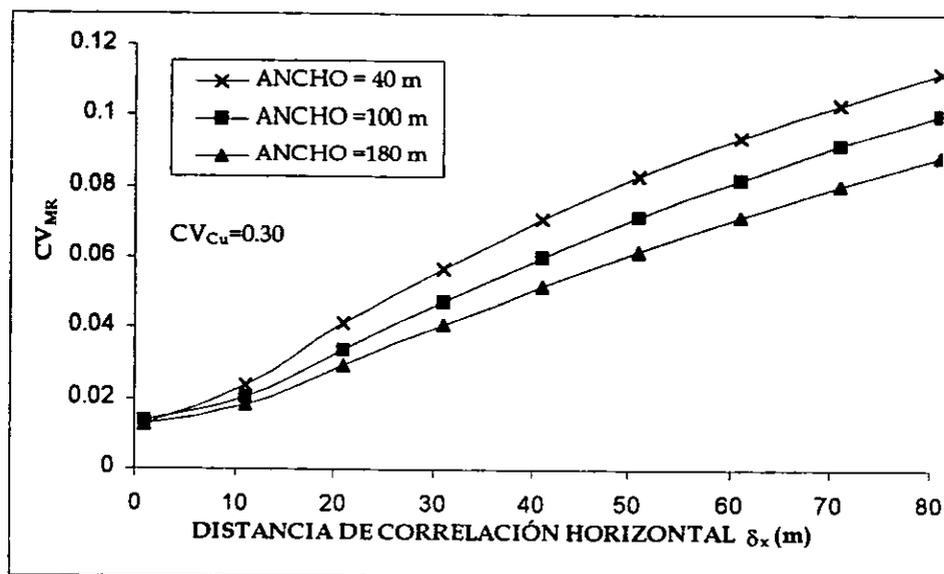


Fig 4.15 Variación de CV_{MR} para varios anchos de la superficie de falla (mecanismo 1)

Para la falla circular (mecanismo 1), la superficie de falla más pequeña (ancho de 40 m) corresponde al factor de seguridad más alto ($F=4.01$), sin embargo, en el análisis de confiabilidad corresponde a la mayor σ_F , para cualquier distancia de correlación, lo que implica una mayor probabilidad de falla. Por otra parte, la superficie de falla más extensa (ancho de 180 m) corresponde al menor F ($F=3.35$) pero a la menor σ_F . Este comportamiento se marca aún más al aumentar la distancia de correlación horizontal (fig 4.16).

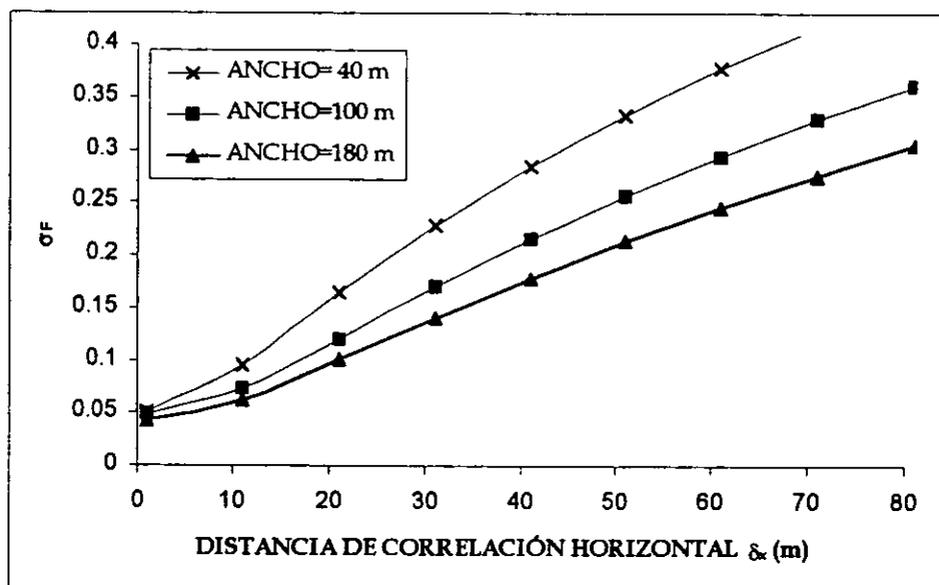


Fig 4.16 Variación de la desviación estándar del factor de seguridad para varios anchos de la superficie de falla (mecanismo 1)

Para todos los anchos de falla considerados hasta ahora el índice de confiabilidad β depende significativamente de la distancia de correlación δ_x , principalmente en distancias pequeñas. Por consiguiente, debe ponerse mucha atención en la estimación de δ durante la etapa de investigación, lo que constituye una característica que es frecuentemente omitida en la práctica.

ANÁLISIS 3. CONFIABILIDAD DE LOS MECANISMOS 1, 2 Y 3 PARA UN ANCHO DE FALLA DE 180 M

Los diferentes mecanismos de falla proporcionan información valiosa para definir el tipo de superficie de deslizamiento que más puede influir en la inestabilidad del talud. En la fig 4.17 se muestra la relación que guardan los tres mecanismos que se han propuesto para un ancho de falla de 180 m. El comportamiento es similar para los anchos de falla de 40 m y 100 m. Existe una clara evidencia de que las superficies de deslizamiento con planos horizontales extensos presentan niveles de confiabilidad bajos. Estos resultados corroboran los estudios efectuados por Auvinet (1991).

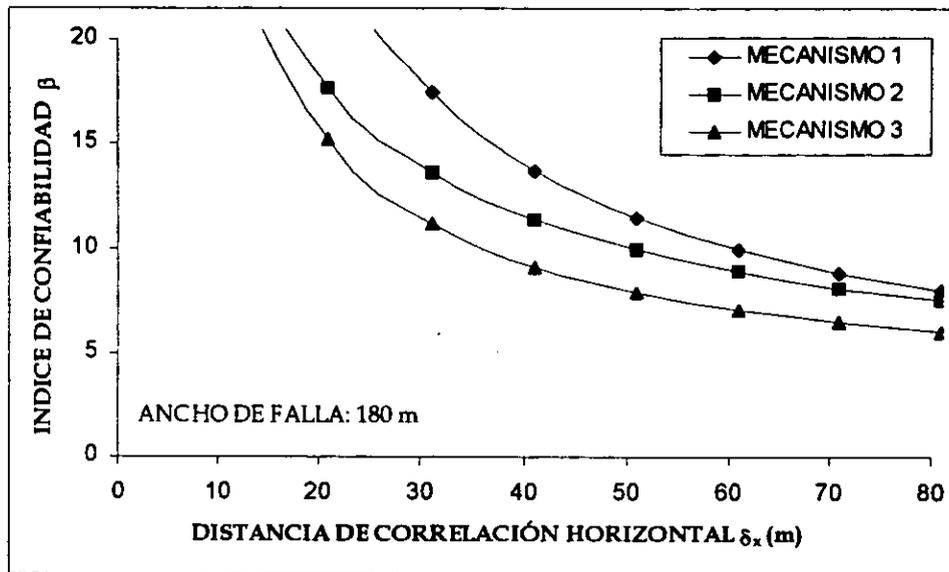


Fig 4.17 Variación del índice de confiabilidad para los tres mecanismos de falla (ancho de 180 m)

El mecanismo de falla 3 presenta un plano de falla horizontal muy extenso, situación que origina una reducción importante de la confiabilidad, debido a la influencia que toma la correlación en planos horizontales extensos. La fig 4.17 ilustra claramente este comportamiento presente en muchos problemas de inestabilidad reales, como es el caso de la existencia de estratos débiles o con un contenido de agua elevado, donde la correlación en una superficie horizontal más o menos extensa llega a ser considerable.

Los resultados de este análisis muestran que para evaluar la confiabilidad de un terraplén como sistema, es indispensable considerar todos los diferentes modos de falla del sistema que pueden contribuir significativamente a la probabilidad de falla.

ANÁLISIS 4. CONFIABILIDAD DE LOS MECANISMOS 1 Y 3 PARA DIFERENTES ANCHOS DE FALLA

En la fig 4.18 se confirma con mayor claridad lo mencionado en los análisis 2 y 3, al mostrar de manera aislada las curvas de los mecanismos de falla 1 y 3 considerando un CV_{Cu} de 0.1 para los tres anchos de falla seleccionados. En esta figura, se puede observar que la menor confiabilidad se presenta para el mecanismo con superficie de deslizamiento horizontal (mecanismo 3) correspondiente a un ancho de 40 m. Es importante destacar que el mecanismo 3 es el más desfavorable, es decir, que la confiabilidad calculada para todos los anchos de falla es la menor a pesar de haber obtenido bajos índices de confiabilidad en las superficies circulares de extensión pequeña.

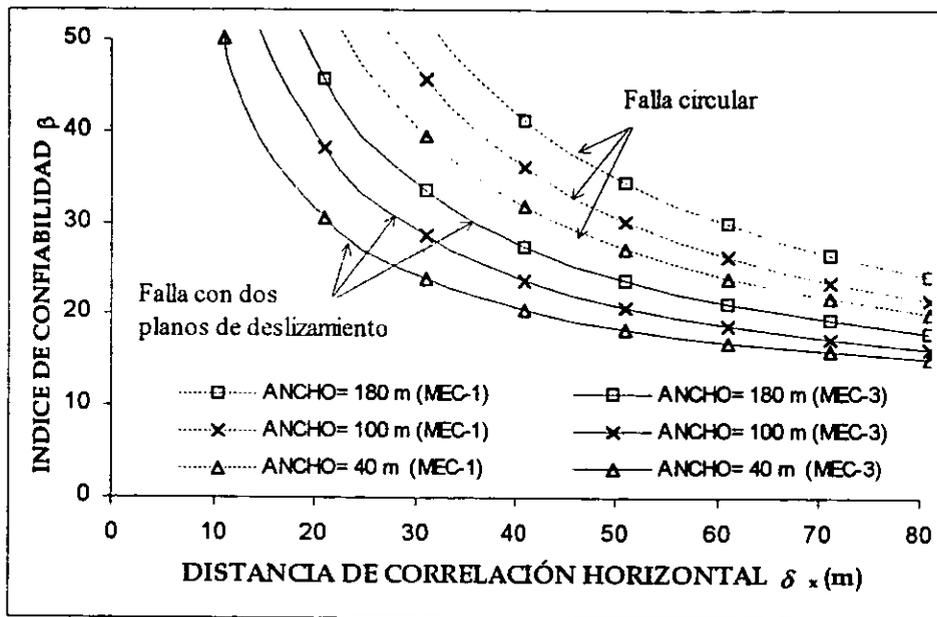


Fig. 4.18 Variación del índice de confiabilidad empleando la función exponencial simple, para el mecanismo 1 y 3 considerando los tres anchos de falla.

En general, los índices de confiabilidad obtenidos fueron altos, sin embargo, debe ponerse especial atención en los resultados cuando se esperan tener distancias de correlación grandes y posibles superficies potenciales de falla con planos de deslizamiento cercanos a la posición horizontal, ya que estas condiciones constituyen factores básicos en la determinación de la inestabilidad del talud.

ANÁLISIS 5. COMPORTAMIENTO DE LA CONFIABILIDAD ASOCIADA AL MECANISMO 1 (SUPERFICIE CIRCULAR) Y 3 (DOS PLANOS DE FALLA) PARA VARIOS CV_{Cu} .

En el análisis se consideraron diferentes coeficientes de variación CV_{Cu} para la cohesión. En la fig 4.19 se muestra la variación del índice de confiabilidad al considerar distancias de correlación crecientes para un ancho de falla de 40 m y diferentes CV_{Cu} considerando el mecanismo 1.

El análisis de confiabilidad revela que el CV_{Cu} tiene una influencia importante en la probabilidad de falla del terraplén; por consiguiente, la variabilidad espacial de la resistencia afecta considerablemente la confiabilidad.

En la fig 4.20 se muestra la variación de la confiabilidad con la distancia de correlación para diferentes coeficientes de variación de la cohesión considerando el mecanismo 3 (dos planos de falla). El comportamiento para este mecanismo es similar al de falla circular.

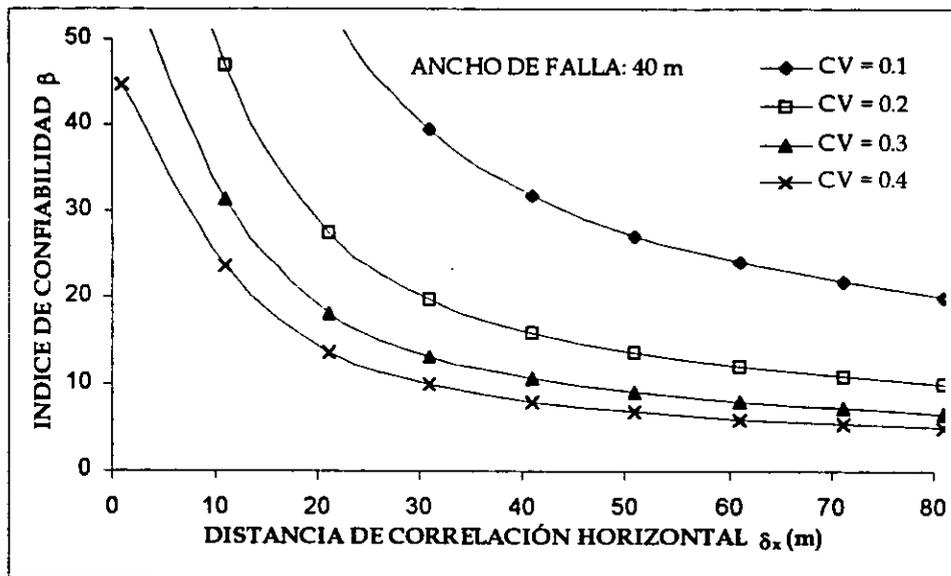


Fig 4.19 Variación del índice de confiabilidad para diferentes coeficientes de variación de la cohesión considerando un ancho de falla de 40 m (mecanismo 1).

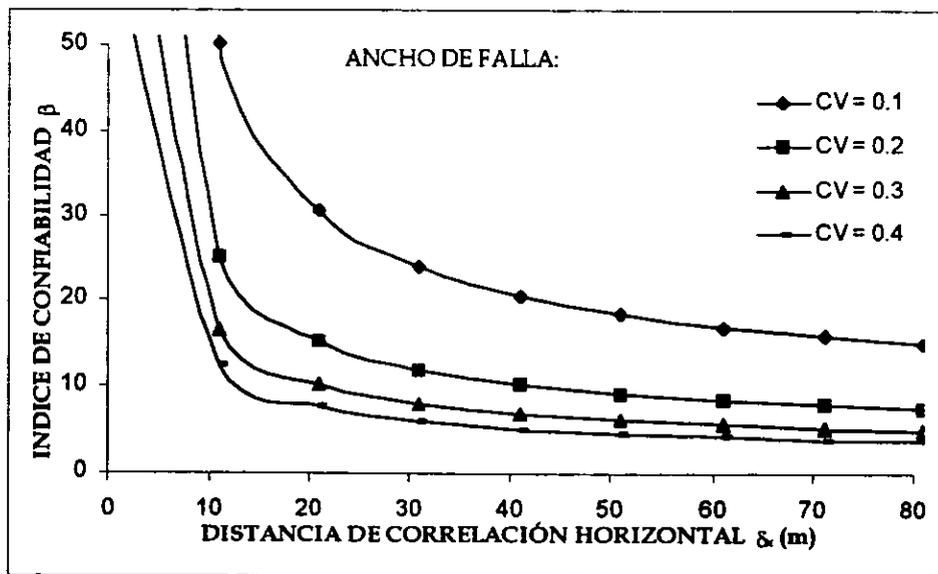


Fig 4.20 Variación del índice de confiabilidad para varios coeficientes de variación de la cohesión considerando un ancho de falla de 40 m (mecanismo 3).

Se puede también observar que, en este último análisis, la variación del índice de confiabilidad para distancias de correlación crecientes depende en gran medida del coeficiente de variación puntual adoptado para la cohesión.

Es importante mencionar que el índice de confiabilidad depende no solamente de F , determinado en el análisis de estabilidad 3D, sino también de los parámetros de correlación de la cohesión y del coeficiente de variación CV_{Cu} principalmente.

Los resultados mostrados están sujetos a la geometría y factores de seguridad establecidos, sin embargo, es posible extrapolar la confiabilidad a otros valores de F . Para realizar este propósito se aplica la ec 4.13 que se obtiene a partir de la ec 4.8 y por la definición de F y MS .

$$\beta = \frac{MM(F - 1)}{\sigma_{MS}} \quad (4.13)$$

Los resultados obtenidos aplicando este enfoque se ilustran en la fig 4.21, para diferentes valores del CV_{Cu} , considerando una distancia de correlación de 21 m y un ancho de falla de 40 m (mecanismo 1). En la fig 4.22 se muestra la variación de la confiabilidad con el factor de seguridad para diferentes anchos de falla.

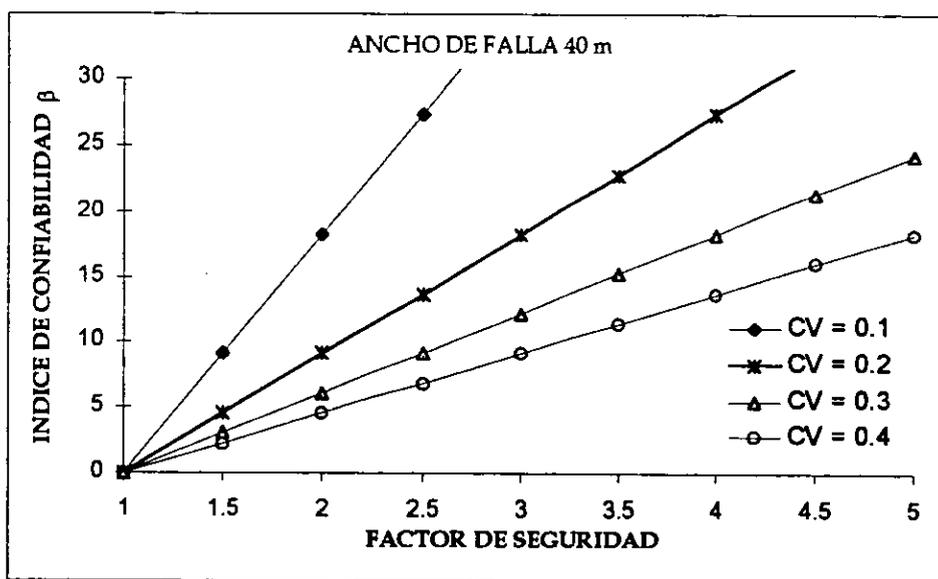


Fig 4.21 Proyección del índice de confiabilidad contra el factor de seguridad para un ancho de falla de 40 m (mecanismo 1).

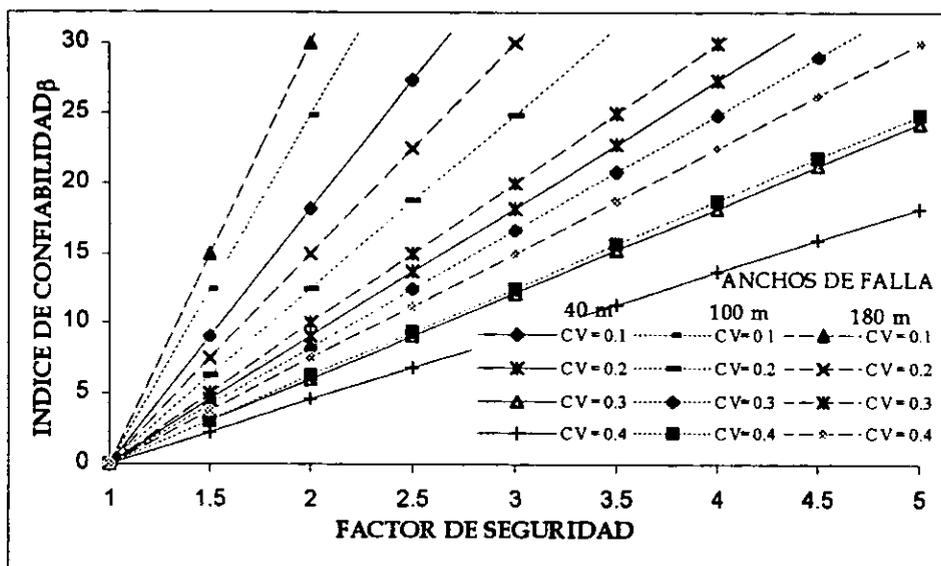


Fig 4.22 Proyección del índice de confiabilidad contra el factor de seguridad para diferentes anchos de falla (mecanismo 1).

Considerando lo anterior, en la fig 4.23 se ha determinado la probabilidad de falla nominal como una función de los factores de seguridad estimados considerando un CV_{Cu} de 0.4 para diferentes anchos de falla. Las probabilidades fueron determinadas considerando la hipótesis de que \ln está normalmente distribuido.

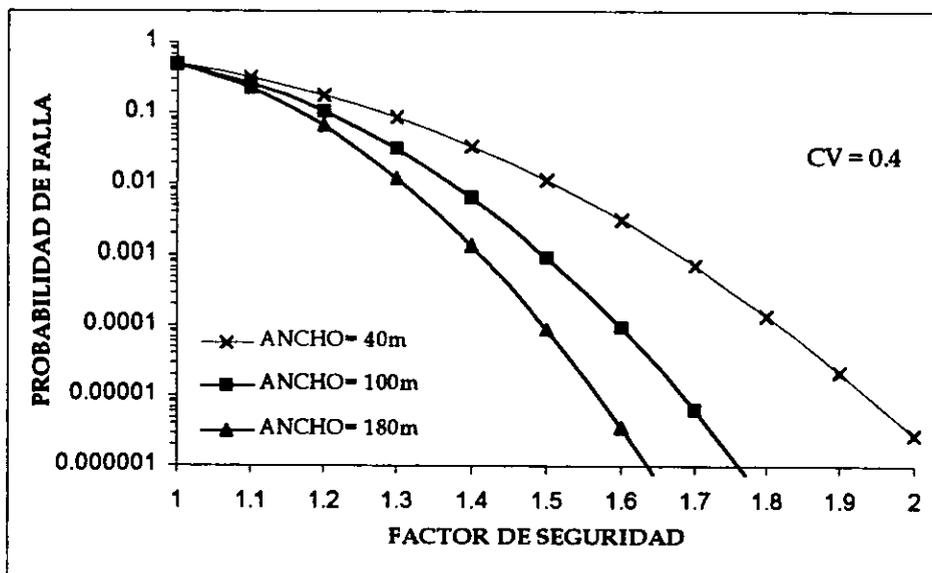


Fig 4.23 Probabilidad de falla nominal contra factor de seguridad calculado para diferentes anchos de falla (mecanismo 1)

El procedimiento anterior se puede aplicar para diferentes valores de CV_{Cu} como se muestra en la fig 4.24, de tal manera que se puede estimar el factor de seguridad que corresponda a una probabilidad de falla nominal deseada para condiciones específicas de la geometría de la superficie de falla, valor de la cohesión media, así como su desviación estándar y función de correlación espacial de la zona donde puede influir la estabilidad.

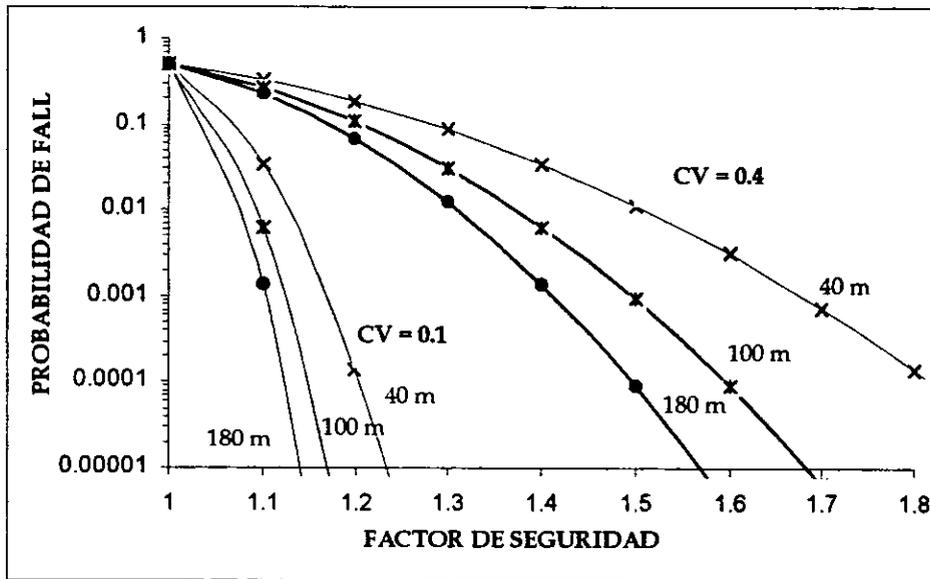


Fig 4.24 Probabilidad de falla nominal contra factor de seguridad calculado considerando diferentes distancias de correlación y anchos de falla (mecanismo 1)

Las gráficas anteriores permiten hacer comparaciones de la confiabilidad para diferentes valores de F y de CV_{Cu} . Esto es particularmente conveniente en la práctica ya que no se requiere pruebas especiales o adicionales para comparar la confiabilidad de diseños alternativos.

ANÁLISIS 6. COMPORTAMIENTO DE LA CONFIABILIDAD DEL MECANISMO 1 (SUPERFICIE CIRCULAR) PARA DIFERENTES FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN

Las funciones de autocorrelación empleadas en los análisis de confiabilidad son funciones exponenciales que se utilizan como una aproximación a la correlación real de la propiedad correspondiente. Como ya se mencionó en el capítulo 3, existen diferentes funciones de autocorrelación que intentan cubrir el mejor ajuste de correlación, algunas de estas se mostraron en la tabla 3.1. En la fig 4.25 se muestra la variación del coeficiente de correlación ρ con la distancia horizontal, para cada una de las funciones de autocorrelación, considerando constante la distancia de correlación horizontal.

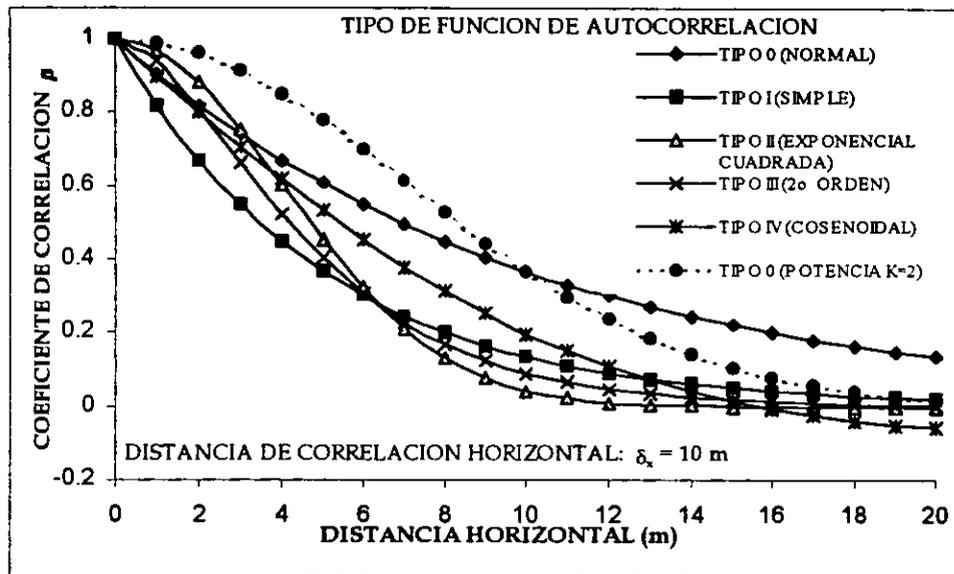


Fig 4.25 Funciones de autocorrelación.

La variación del coeficiente de correlación considerando diferentes funciones de autocorrelación es muy amplia, por lo que es necesario definir la función que más se ajuste a la correlación real que presente la propiedad analizada. Por ejemplo, para la función simple, la correlación disminuye rápidamente para distancias cortas. Otras funciones no manifiestan esta reducción para distancias cortas, como es el caso de la función tipo 0, que conduce a una reducción del coeficiente de correlación más progresiva.

A continuación se analiza la influencia que tienen los diferentes tipos de funciones de autocorrelación considerando distintos anchos y mecanismos de falla.

En la fig 4.26 se muestra la influencia del tipo de función de autocorrelación en el índice de confiabilidad para una superficie de falla circular con ancho de 40 m. En esta gráfica se observa que es significativa la variación del índice β para diferentes tipos de función de autocorrelación, principalmente para distancias de correlación cortas. Sin embargo, tres curvas se agrupan en un ancho de banda estrecho (tipo I, II y IV). Por lo anterior, es evidente la importancia que toma seleccionar lo mejor posible la función de autocorrelación que se ajuste a los resultados de correlación reales.

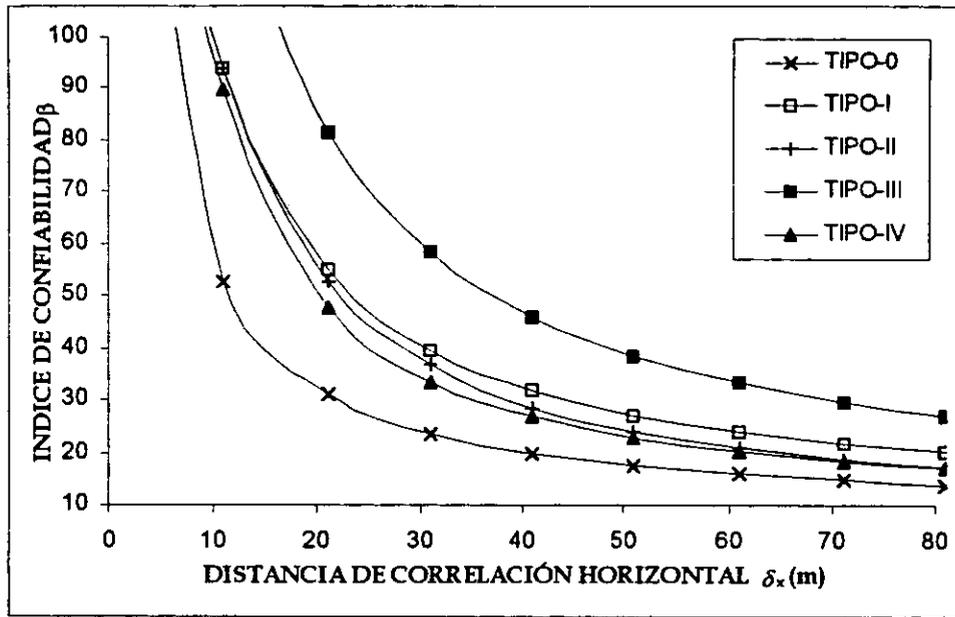


Fig 4.26 Variación del índice de confiabilidad con el tipo de función de autocorrelación, para el mecanismo 1 considerando un ancho de falla de 40 m.

La variación de la confiabilidad según el tipo de función de autocorrelación para los anchos de 100 y 180 m del mecanismo 1 se ilustra en las figs 4.27 y 4.28. En estas gráficas se muestra la influencia que tiene el ancho de falla en la confiabilidad. Estos análisis confirman que al aumentar la superficie de falla, el índice de confiabilidad también crece, principalmente para distancias de correlación cortas. Como ya se mencionó, este comportamiento se debe a la reducción de la varianza de la cohesión presente en superficies grandes.

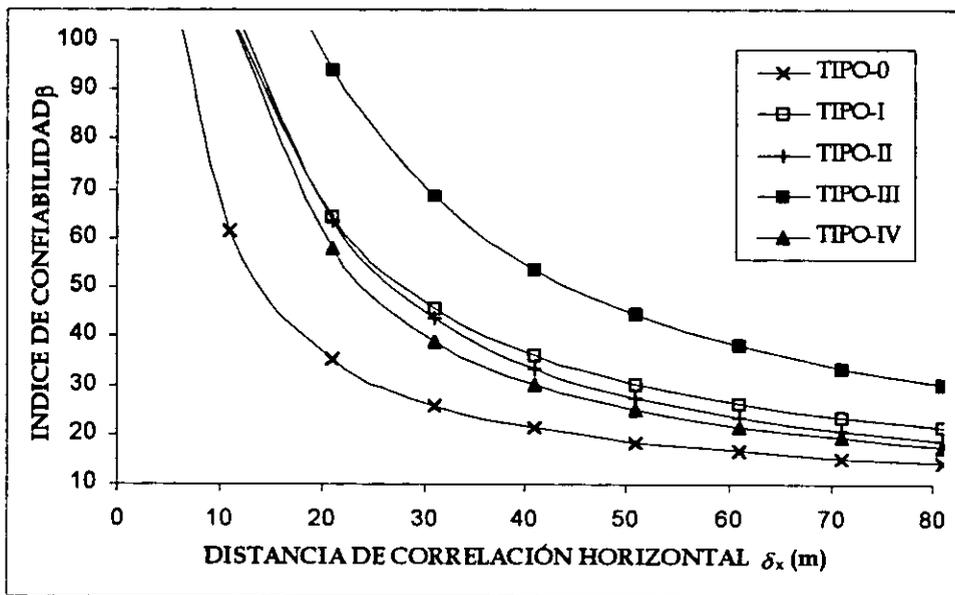


Fig 4.27 Variación del índice de confiabilidad con el tipo de función de autocorrelación, para el mecanismo 1 considerando un ancho de falla de 100 m.

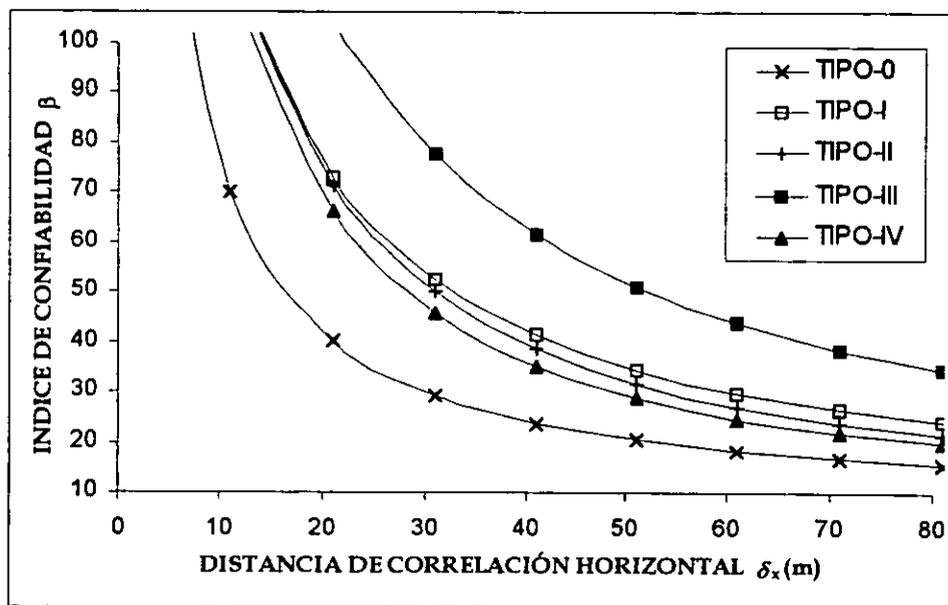


Fig 4.28 Variación del índice de confiabilidad con el tipo de función de autocorrelación, para el mecanismo 1 considerando un ancho de falla de 180 m.

Además, es importante notar que la configuración general que presentan las curvas de las figs 4.26 a 4.28 no depende del ancho de falla.

Sin embargo, existen diferencias importantes al considerar una u otra función de correlación, especialmente cuando las distancias de correlación son cortas. Lo anterior confirma la gran importancia que tiene seleccionar adecuadamente la función de autocorrelación, especialmente si se espera tener distancias de correlación cortas.

ANÁLISIS 7. COMPORTAMIENTO DE LA CONFIABILIDAD DEL MECANISMO 3 (SUPERFICIE CON DOS PLANOS DE FALLA) PARA VARIAS FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN

Aplicando el procedimiento anterior al mecanismo 3, se llega a resultados muy similares a los obtenidos con el mecanismo 1. La diferencia principal se encuentra en la forma que adquieren las curvas de las funciones de autocorrelación y la posición que guardan una respecto de otra. En general las curvas tienden a acercarse entre sí y presentan una reducción rápida de la confiabilidad. Estas características se observan en la fig 4.29, donde el ancho de falla se ha tomado igual a 40 m. Para anchos de 100 m y 140 m las formas que adquieren las curvas son semejantes al ancho de 40 m.

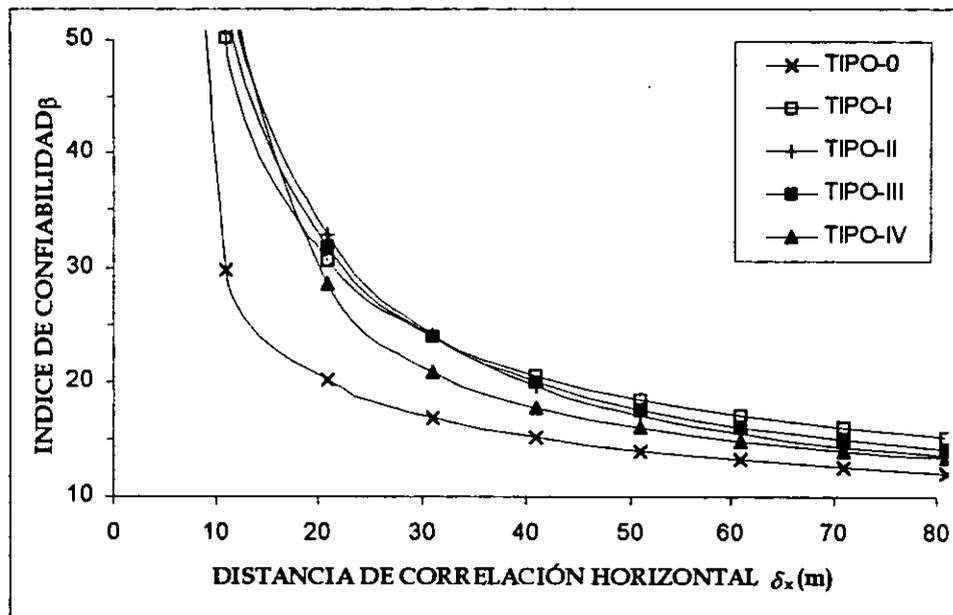


Fig 4.29 Variación del índice de confiabilidad con el tipo de función de autocorrelación, para el mecanismo 3 considerando un ancho de falla de 40 m.

En términos generales, los resultados mostrados por el mecanismo 1 y 3, indican que la forma y la posición de las curvas correspondientes a distintas funciones de autocorrelación dependen de la forma y del tamaño de las superficies de deslizamiento.

Aunque el índice de confiabilidad varía ampliamente con la distancia de correlación, este no depende mucho de la potencia k (Tabla 3.1) en el caso de la función de correlación tipo 0. Lo anterior se confirmó al efectuar un análisis de confiabilidad considerando todos los parámetros constantes excepto en el parámetro k , que se consideró de 1, 2 y 3. Los resultados indicaron una variación pequeña. Es importante reconocer que la función de correlación real es difícil de estimar en la práctica sin un gran número de muestras.

De acuerdo con los análisis de confiabilidad tridimensional aplicados a las diferentes superficies de deslizamiento del terraplén, los parámetros que más influyen en los resultados son el CV_{c_w} , el tamaño y forma de la superficie de falla, el factor de seguridad determinista, el valor de la resistencia al corte promedio espacial y sus correspondientes parámetros de correlación en las direcciones respectivas (δ_x y δ_y).

4.7 IMPLICACIONES PRÁCTICAS

Los análisis de estabilidad de taludes probabilistas permiten tomar en cuenta no sólo el valor esperado de la resistencia al corte sino también su variabilidad espacial. En un contexto de diseño resulta muy importante llevar a cabo un buen programa de control de calidad, durante el cual, debe evaluarse la media y la varianza de la resistencia al corte y las funciones de autocorrelación de cada material.

De acuerdo con los análisis antes mostrados, la confiabilidad de un terraplén depende significativamente de las distancias de correlación de la cohesión. Al respecto, cuando las distancias de correlación son pequeñas, es más alta la probabilidad de fallas pequeñas o locales que la de fallas generales.

Cuando se presenten superficies horizontales extensas con distancias de correlación largas la probabilidad de falla se incrementa sustancialmente. Para evitar que se presente esta condición es necesario seguir un procedimiento de compactación que no propicie correlaciones grandes, como puede ser, realizar la compactación por franjas no muy extensas.

Especial cuidado debe tenerse en las superficies horizontales que están expuestas a la lluvia, ya que esta condición origina la formación de correlaciones largas, especialmente si la superficie es extensa.

Conclusiones

En este trabajo se presentaron las principales características y limitaciones de los métodos de estabilidad de taludes para los mecanismos de falla bidimensional (2D) y tridimensional (3D). Se mencionaron los diferentes factores y condiciones que contribuyen a la inestabilidad de talud. Se revisaron brevemente las hipótesis en las que se basan estos métodos para evaluar la seguridad de los taludes contra deslizamiento en suelos cohesivos y friccionantes. Se presentaron algunos métodos de estabilidad de taludes 2D y 3D que toman en cuenta diversas configuraciones de la superficie de falla, características específicas del suelo y condiciones de carga.

Se analizaron las principales fuentes de incertidumbre presentes en los análisis de taludes. Se mencionaron las características del campo aleatorio como modelo para describir las variaciones espaciales de las propiedades del suelo. Se proporcionó un breve repaso de los conceptos fundamentales relacionados con la teoría de confiabilidad y se revisaron los métodos de cálculo disponibles para cuantificar la probabilidad de falla de una obra determinada.

Por último se aplicaron estas técnicas, evaluando la confiabilidad contra falla por cortante de un talud cohesivo homogéneo en tres dimensiones con características anisotrópicas y en condiciones no drenadas con el método aproximado de Primer Orden-Segundos Momentos y el método de estabilidad de Bishop simplificado de *columns* en tres dimensiones (análisis de equilibrio límite). Esta aplicación del enfoque probabilista a un método de análisis verdaderamente tridimensional constituye un tema pionero que no se ha tratado anteriormente. En los análisis se estudiaron los efectos de la incertidumbre correspondiente a la resistencia al corte no drenada o cohesión. Se aplicó el modelo de campo aleatorio que toma en cuenta la dependencia espacial de la resistencia al corte del suelo. La confiabilidad o probabilidad de falla del talud se determinó para una variación de la cohesión, diferentes condiciones geométricas de las superficies de deslizamiento, factores de seguridad y características de correlación espacial.

El desarrollo de este trabajo permite establecer las siguientes conclusiones:

- * Los análisis de estabilidad de taludes se han convertido en una herramienta analítica común para evaluar la seguridad de taludes naturales y artificiales. De los numerosos métodos de análisis, los de análisis de equilibrio límite de dovelas son generalmente los más empleados en la práctica.
- * En general, los análisis de estabilidad de taludes se realizan considerando un mecanismo de falla bidimensional (2D); sin embargo, la geometría de un talud real es tridimensional, especialmente cuando no se puede ignorar el efecto de las condiciones de frontera, cuando las propiedades mecánicas del material constitutivo del talud varían en forma significativa en la dirección longitudinal, en el caso de taludes que están sujetos a cargas de extensión limitada, cuando la geometría del talud no es uniforme y cuando la superficie de deslizamiento es irregular; por lo que se debe tender al empleo del análisis en tres dimensiones (3D) para la determinación de la seguridad de dichas estructuras en forma más realista.

- * La justificación de los análisis de estabilidad en tres dimensiones radica en la búsqueda de una mejor aproximación en el análisis. El obstáculo del volumen y tiempo de cálculo está desapareciendo con el uso de computadoras.
- * En los análisis de estabilidad de taludes siempre existen incertidumbres que influyen en la evaluación de la seguridad de estas estructuras. Los análisis probabilistas permiten tomar en cuenta tales incertidumbres, particularmente las asociadas a la variabilidad espacial de la resistencia al corte.
- * La variabilidad espacial de las propiedades mecánicas del suelo en zonas estadísticamente homogéneas puede representarse mediante campos aleatorios caracterizados por sus parámetros: esperanza, varianza y autocorrelación.
- * Los métodos probabilistas permiten tomar en cuenta la variabilidad espacial y evaluar la confiabilidad de la estructura de interés en términos de probabilidad de falla o del índice de confiabilidad β . En principio, los taludes son sistemas cuya confiabilidad global es difícil de estimar sin recurrir a métodos poco prácticos como el método de Monte Carlo. Sin embargo, métodos como el análisis de Primer Orden Segundos Momentos permiten fácilmente determinar la confiabilidad asociada a una superficie de falla crítica, con lo que se obtiene un límite inferior de la probabilidad de falla global.
- * Una de las mayores contribuciones del enfoque probabilista es que en vez de suponer meramente valores conservadores de los parámetros, el ingeniero puede usar los mejores estimadores y considerar los efectos de las incertidumbres en el análisis. La teoría de confiabilidad puede usarse para mejorar la evaluación de la seguridad de los taludes. En términos generales, los análisis probabilistas complementan útilmente a los deterministas.
- * El índice β , proporciona una mejor medición de la seguridad que el factor de seguridad F . Los análisis de confiabilidad permiten obtener una mejor estimación de la influencia de cada una de las incertidumbres tratándolas explícita y coherentemente.
- * Se ha mostrado en esta tesis que es posible llevar a cabo el análisis de confiabilidad de taludes considerando el efecto tridimensional. El análisis de estabilidad tridimensional de taludes por el método de Bishop permite la incorporación de la varianza y correlación espacial de la resistencia al corte para la realización del análisis probabilista.

De acuerdo con los resultados de los análisis de estabilidad y confiabilidad realizados para el terraplén de la presa Mirgenbach es posible hacer las siguientes conclusiones:

- * El análisis de estabilidad tridimensional de talud determinista muestra que las superficies de deslizamiento críticas rotacionales (con mínimo factor de seguridad) presentan el menor factor de seguridad a diferencia de las superficies poligonales (con planos rectos) que presentan valores mayores para cualquier ancho de falla con determinadas propiedades del suelo y características geométricas del talud.

- * El índice de confiabilidad β , se emplea como una alternativa de medición de la probabilidad de falla o confiabilidad al usual factor de seguridad. El método puede aplicarse a análisis de estabilidad con superficies de deslizamiento de forma rotacional o no rotacional.
- * Para condiciones específicas de geometría de las superficies de deslizamiento críticas, desviación estándar y valor de la cohesión media, la confiabilidad se reduce en forma importante al crecer la distancia de correlación horizontal. En estas circunstancias, el análisis de confiabilidad debe llevarse a cabo para un rango amplio de la distancia de correlación y no únicamente para un valor específico.
- * Los parámetros de correlación de la cohesión (δ_x y δ_y) tienen una influencia significativa en la disminución de la seguridad debido a la fuerte dependencia de las propiedades sobre un área amplia (alta correlación espacial de las propiedades) así como también la variabilidad de la cohesión.
- * El efecto de promedio (reducción de la variancia de C_u), tiende a disminuir significativamente la incertidumbre sobre la cohesión media, particularmente en superficies de deslizamiento grandes. En superficies de falla pequeñas subsiste una gran incertidumbre en la resistencia media debido a la variación espacial. Esto significa que las fallas pequeñas a lo largo de la longitud del terraplén pueden presentar una alta probabilidad de falla. Por otra parte en grandes superficies de falla las incertidumbres conducen a probabilidades de falla más pequeñas a lo largo de una sección larga del terraplén.
- * En terraplenes largos, las zonas de deslizamiento grandes o pequeñas presentan una menor probabilidad de falla si la distancia de correlación es pequeña. En estas condiciones, se pueden aceptar resistencias menores a las requeridas por los diseños convencionales o modificar la geometría general del talud. Sin embargo, si se espera tener una variabilidad importante en la cohesión del suelo se requerirá una mayor resistencia y un control de calidad más estricto.
- * No puede establecerse una relación uno a uno entre el F y la P_f para todas las situaciones. En el análisis de confiabilidad efectuado sólo una modificación en los parámetros que influyen en la P_f del talud, resultará en un cambio del valor medio de F . En ciertas condiciones, incrementos pequeños en F resultarán en riesgos considerablemente bajos.
- * En los análisis comparativos se observa una reducción significativa en la confiabilidad al considerar superficies de deslizamiento con planos horizontales extensos. Esto demuestra la gran importancia que deriva en la seguridad del talud si se presentan estratos horizontales débiles, que de no considerarlos en el análisis, se corre el riesgo de realizar un análisis muy optimista de la seguridad del talud, lo que conduce a un diseño peligroso.
- * Los estudios paramétricos indicaron que la incertidumbre de la resistencia al corte del suelo (CV_{C_u}), el valor medio de la cohesión y la distancia de correlación, constituyen los parámetros que más influyen en los cálculos de estabilidad de taludes cohesivos.
- * De acuerdo con los análisis realizados, la confiabilidad de un terraplén depende significativamente de las distancias de correlación de la cohesión. Al respecto, cuando las

distancias de correlación son pequeñas, es más alta la probabilidad de fallas pequeñas o locales que la de fallas generales.

- * Cuando se presenten superficies horizontales extensas con distancias de correlación largas, la probabilidad de falla se incrementa sustancialmente. Para evitar que se presente esta condición es necesario seguir un procedimiento de compactación que no propicie correlaciones grandes, como puede ser, realizar la compactación por franjas no muy extensas.
- * Especial cuidado debe tenerse en las superficies horizontales que están expuestas a la lluvia, ya que bajo esta condición, se origina la formación de correlaciones largas, especialmente si la superficie es extensa. Es conveniente implantar un control riguroso en la ejecución de los trabajos de construcción.

Los resultados de los análisis de confiabilidad claramente demuestran la necesidad de tomar en cuenta la naturaleza tridimensional del problema como una extensión de los análisis de estabilidad convencionales.

Los análisis de estabilidad de taludes probabilistas permiten tomar en cuenta no sólo el valor esperado de la resistencia al corte, sino también su variabilidad espacial. En un contexto de diseño resulta muy importante llevar a cabo un buen programa de control de calidad, durante el cual, debe evaluarse la media y la varianza de la resistencia al corte y las funciones de autocorrelación de cada material.

En trabajos futuros convendrá generalizar la metodología propuesta para incorporar los datos geotécnicos obtenidos durante la exploración (campo aleatorio condicional), incluir otras fuentes de incertidumbre, incorporar estratos de suelos (masa no homogénea), evaluar los efectos del tiempo sobre la confiabilidad, e incluir aspectos tales como sismo, fuerza de filtración, variación del nivel freático, etc.

Referencias

1. AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (1960). Research conference on shear strength of cohesive soils. University of Colorado and Colorado Section, ASCE.
2. AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (1984). Probabilistic characterization of soil properties. Bridge between theory and practice. Edited by David S. Bowles and Hon-Yim Ko.
3. ANAGNOSTI P. (1969). Three dimensional stability of fill dams. Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., A. A. Balkema, Rotterdam. The Netherlands.
4. ANG A. H. S. and AMIN (1968). Reliability of structures and structural systems. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 94, No. EM. Abril, pp 671-691.
5. ANG A. H. S. and CORNELL C. (1974). Reliability bases of structural safety and design. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST9, septiembre, pp 1755-1769.
6. ANG A. H. S. and TANG W. H. (1984) Probability concepts in engineering planning and design. Vol. II. Decision, Risk and Reliability. John Wiley & Sons, New York.
7. ALONSO E. E. (1976) Risk analysis of slopes and its application to slopes in Canadian sensitive clays. Géotechnique 26, No. 3, pp 453-472.
8. ARIAS ESCUDERO F. J. (1997). Confiabilidad de trincheras estabilizadas con lodo. Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos). DEPEFI, UNAM.
9. AUVINET G., FRY J. J. and ROSSA O. (1991). Reliability of homogeneous earth fills. Proceeding sixth international conference on applications of statistics and probability in civil engineering. CERRA-ICASP, Méx. D.F. Tomo II.
10. AUVINET G., and ABAZIOU L. (1994). Application of random field theory to control of compaction of earth embankments. 3er. CODATA Conference of Geomathematics and Geomechanics. Enschede, Holland. Sciences de la Terre. No. 32, France, pp 449-460.
11. AUVINET G., y ROSSA O. (1994). Análisis de riesgo en geotecnia. XVII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos. La geotecnia y su relación con el medio ambiente. Jalapa, Vol. 1. SMMS pp 261-268.
12. AZZOUZ A. S. and BALIGH M. M. (1978). Discusión sobre Three-Dimensional slope stability analysis method. Journal of the Geotechnical Engineering Division. pp 1206-1208.
13. AZZOUZ A. S, BALIGH M. M. and LADD C. C. (1981). Three dimensional stability analysis of four embankment failures. Proc., 10th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 3, pp 343-346.

14. BALIGH M. M. and AZZOUZ A. S. (1975). End effects on stability of cohesive slopes. *Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE.* 101(11), pp 1105-1117.
15. BISHOP A. W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Géotechnique, London, 5(1)*, pp 7-17.
16. BENJAMIN J. R. and CORNELL A. A. (1970). *Probability, statistics and decision for Civil Engineering.* McGraw-Hill.
17. CAVOUNIDIS S. (1987). On the ratio of factors of safety in slope stability analysis. *Géotechnique 37, No. 2*, pp 207-210.
18. CALLE, E. O. F. (1985) Probabilistic analysis of stability of earth slopes. *Proceedings of the 11th Int. Conf. on Soil Mec. and Found. Eng. San Francisco*, pp 809-812.
19. CATALAN J. M. and CORNELL C. A. (1978). Earth slope reliability by a level-crossing method. *Journal of the Geotechnical Engineering Division. Vol 102, No. GT6*, pp 591-604.
20. CHEN R. H. and CHAMEAU J. L. (1982). Three-dimensional slope stability analysis. *Proceeding 4th International Conference on Numerical Method in Geomechanics. Vol. 2*, pp 671-677.
21. CHEN W. F. and LIU X. L. (1990). *Limit analysis in soil mechanics. Developments in Geotechnical Engineering Vol. 52.* Edit. Elsevier.
22. CHOWDHURY R. N. and TANG W. H. (1987). Comparison of risk models for Slopes. *Reliability and Analysis in Civil Engineering 2. ICASP5.* Editado por N. C. Lind.
23. CHOWDHURY R. N. and XU D. (1993). Rational polynomial technique in slope-reliability analysis. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 119, No. 12, diciembre*, pp 1910-1928.
24. CHRISTIAN T. J., LADD C. C. and BAECHER F. G.. (1994). Reliability applied to slope stability analysis. *Journal of the Geotechnical Engineering Division. Vol 120, No. 12*, pp 2180-2207.
25. CHRISTAKOS G. (1987). A stochastic approach in modelling and estimating geotechnical data. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 11*, pp 79-102.
26. CORNELL C. A. (1969). A probability-based structural code. *Journal of the American Concrete Institute. Title No. 66-85. Diciembre*, pp 974-985.
27. CORNELL C. A. (1971). First-order uncertainty analysis of soils deformation and stability. *Conference on Applications of Statistics and Probability to Soil and Structural Engineering.*

28. D'ANDREA A. R. and SANGREY D. A. (1982). Safety factors for probabilistic slope design. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. Vol. 108, No. GT9, pp 1101-1118.
29. DITLEVSEN O. (1979). Narrow reliability bounds for structural systems. *Journal of Structural Mechanics*, Vol. 7, No. 4, pp 435-451.
30. DUNCAN J. M. (1992). State of the art: static stability and deformation analysis. *Geotechnical Special Publication*, No. 31, ASCE.
31. DUNCAN J. M. (1996). State off the art: Limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*. Vol. 122, No. 7, pp 577-596.
32. DUNCAN J. M. and WRIGHT S. G. (1980). The accuracy of equilibrium methods of slope stability analysis. *Engineering Geology*, 16, pp 5-17.
33. FAVRE J. (1984). *Analyse de la sécurité: Fiabilité-risque*. Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Paris.
34. FENTON A. G. (1996). Probabilistic methods in geotechnical engineering. ASCE uncertainly'96 conference, Madison, Wisconsin.
35. FORSTER W. and WEBER E. (1981) Influences on the probability of failures of slopes. X ICSMFE, Stockholm, Vol. 1.
36. FREUDENTHAL A. (1956). Safety and the probability of structural failure. *ASCE Transactions*, Vol. 121, pp 1337-1397.
37. FREDLUND D. G. and KRAHN (1977). Comparison of slope stability methods of analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, No. 14, pp 429-439.
38. FREDLUND D. G. and RAHARDJO H. (1993). *Soil mechanics for unsaturated soils*. John Wiley & Sons.
39. GENS A., HUTCHINSON J. N. and CAVOUNIDIS S. (1988). Three-dimensional analysis slides in cohesive soil. *Géotechnique* 38, No. 1, pp 1-23.
40. GOEL M. C. and MUHASYIM (1987). Probabilistic approach for embankment slope stability analysis. *Memorias del Simposio Int. de Ing. Geotécnica de Suelos Blandos*. Méx. Vol. 1, SMMS.
41. HASOFER A. and LIND N. (1974). Exact and invariant second-moment code format. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 100, No. EMI, febrero, pp 111-121.
42. HOVLAND J. H. (1977). Three-dimensional slope stability analysis method. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. GT9, pp 971-986.

43. HUNGR O. (1987). An extension of Bishop's simplified method of slope stability to three dimensions. *Géotechnique* 38, No. 1, pp 155-156.
44. HUNGR O., SALGADO F. M. and BYRNE P. M. (1989). Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis. *Géotechnique* 26, pp 679-689.
45. HUTCHINSON J. N. and SARMA S. K. (1985). Discussion on Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes. *Géotechnique*. No. 35, pp 215.
46. JUÁREZ BADILLO E. y RICO RODRÍGUEZ A. (1996). *Mecánica de suelos. Tomo II. Teoría y aplicaciones de la mecánica de suelos*. Editorial LIMUSA.
47. KAARE H. and RAMESH P. M. (1974). Probabilistic analysis and design of a retaining wall. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. No. GT3, pp 349-366.
48. KAPUL K. and LAMBERSON L. (1977). *Reliability in engineering design*. John Wiley & Sons. New York.
49. KNOESEN J. S. (1989) Probabilistic safety evaluation of earth dams. *Proceedings of the 12th Int. Conf. on Soil Mec. and Found. Eng. Rio de Janeiro*. Vol. 2, pp 837-843.
50. LAMBE T. W. y WHITMAN V. R. (1987). *Mecánica de suelos*. Edit. LIMUSA.
51. LAMBE W., SILVA F. and LAMBE P. C. (1989). Expressing the level of stability of a slope. *The art and science of geotechnical engineering at the dawn of the Twenty-first century. A volume honoring Ralph B. Peck*. Prentice Hall. Englenwood Cliff. New Jersey.
52. LAM L. and FREDLUND D. G. (1993). A general limit equilibrium model for three-dimensional slope stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, No. 30, pp 905-919.
53. LEFEBVRE G., DUNCAN J. M. and EDWARD L. W. (1973) Three-dimensional finite element analyses of dams. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*. Vol. 99, No. MS7, pp 495-507.
54. LESHCHINSKY D. and BAKER R. (1986). Three-dimensional slope stability: end effects. *Soils and Foundations*, 26(4), pp 98-110.
55. LESHCHINSKY D. and HUANG C. C. (1992). Generalized three-dimensional slope-stability analysis. *Journal of Geotechnical Engineering*. Vol. 118, No. 11, pp 1748-1764.
56. LI K. S. and LUMB P. (1987). Probabilistic design of slopes. *Canadian Geotechnical Journal*, No. 24, pp 520-535.
57. LI K. S. and WHITE W. (1987). Reliability index of slopes. *Reliability and analysis in civil engineering 2. ICASP5*. Editado por N. C. Lind, pp 755-762.
58. LCW B. K. (1997). Reliability analysis of rock wedges. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. Vol 123, No. 6, pp 498-505.

59. MADSEN H., HRENK S. and LIND N. (1986). *Methods of structural safety*. Prentice Hall, New Jersey.
60. MARSAL R. J. y MAZARI M. (1959). *EL Subsuelo de la ciudad de México*. Facultad de Ingeniería, UNAM.
61. MATHERON G. (1965). *Les variables régionalisées et leur estimation*. Masson éditeur, Paris, France.
62. MAYER H. (1926). *Die Sicherheit der Bauwerke (la integridad de las estructuras)*. Springer-Verlag, Berlin.
63. McCARTHY D. F. (1993). *Essentials of soil mechanics and foundations: basic geotechnics*. Prentice Hall, 4th edición.
64. MELI R. (1976). *Bases para los criterios de diseño estructural del proyecto del reglamento de construcciones para el Distrito Federal*. Publicación No. 375 del Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México.
65. MEYERHOF G. G. (1970). *Safety factors in soil mechanics*. *Canadian Geotechnical Journal*, No. 7, pp 349-355.
66. MICHALOWSKI R. L. (1989) *Three-dimensional analysis of locally loaded slopes*. *Géotechnique*, No. 39, No. 1, pp 27-38.
67. MINORU M. and KATSUHIKO K.. (1974). *Probabilistic approach to design of embankments*. *Soil and Foundations*. Vol. 14, No. 2, June, pp 1-17.
68. MORGENSTERN N. R. (1992). *Stability and performance of slopes and embankments - II*. *Geotechnical Special Publication No. 31*. Vol. 2 pp 1-26.
69. NECHNECH (1994). *Fiabilité des murs de soutènement*. *Diplome d'Etudes Approfondies de Génie Civil et Minier*. Institut National Polytechnique de Lorraine, Paris.
70. OKA Y. and WU T. H. (1990). *System reliability of slope stability*. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. Vol. 116, No. 8, pp 1185-1189.
71. ORLANDI MOROZ S. G. (1996). *Método del elemento finito estocástico en geotecnia, análisis no lineal*. Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos). DEPI, UNAM.
72. PAGÉS A. and GONDRAN M. (1986). *System reliability, evaluation & prediction in engineering*. Springer - Verlag, New York.
73. PAPOULIS A. (1985). *Probability, random variables, and stochastic processes*. Polytechnic Institute of New York. McGraw-Hill, Inc.

74. PETACCIA A. and TANCREDI G. (1989) Comparison among critical search direct methods in slope stability analysis. Proceedings of the 12th Int. Conf. on Soil Mec. and Found. Eng. Rio de Janeiro. Vol. 2.
75. RAO S. (1992). Reliability-based design. McGraw-Hill, New York.
76. RAVINDRA M. H. A. and LIND N. (1969). Probabilistic evaluation of safety factors. Final report of the IABSE symposium of concepts of safety of structures and methods of design. Londres.
77. RESÉNDIZ DANIEL and ROMO MIGUEL (1972). Analysis of embankment deformations. Performance of Earth and Earth - Supported Structures. Vol. 1 parte 1. Junio 11-14, pp 817-836.
78. RÉTHÁTI L. (1985). Probabilistic solutions in geotechnics. Developments in Geotechnical Engineering. Vol. 46. Elsevier, New York.
79. ROMO ORGANISTA M. (1971). Análisis de estabilidad de taludes en términos de sus deformaciones exteriores. Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos). DEPMI, UNAM.
80. ROSENBLUETH E. and ESTEVA L. (1971). Reliability basis for some mexican codes. American Concrete Institute Publications SP-31.
81. SARADA K. SARMA (1979). Stability analysis of embankments and slopes. Journal of the Geotechnical Engineering Division. GT12, pp 1511-1524.
82. SCOTT A. ASHFORD, et al (1992). FS=1.5 is it appropriate for embankment design?. Stability and performance of slopes and embankments - II. Geotechnical Special Publication No. 31. Vol. 2
83. SHINOZUKA M. (1983). Basic analysis of structural safety. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 3, No. 109.
84. TANG W. H., YUCEMEN M. S. and ANG A. H. (1976). Probability-based short term design of soil slopes. Canadian Geotechnical Journal 13, pp 201-215
85. TANG W. H. (1984). Principles of probabilistic characterization of soil properties. Probabilistic Characterization of Soil Properties. D.S. Bowles Ang Hon-Kim Ko, ed. ASCE, New York, pp. 74-89.
86. TAYLOR D. W. (1948) Fundamentals of Soil Mechanics. John Wiley & Sons. New York.
87. TERMAAT R. J. and CALLE E. O. F. (1994). Short term acceptable risk of slope failure of levees. XIII ICSMFE. New Delhi, India, pp 779-782.
88. UGAI K. (1985). Three-dimensional stability analysis of vertical cohesive slopes. Soils and Foundations. Vol. 25, No. 3, pp 41-48.

89. UGAI K. (1988). Three-dimensional slope stability analysis by slice methods. Proc. 6th Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, pp 1369-1374.
90. UGAI K. and LESHCHINSKY D. (1995). Three-Dimensional limit equilibrium and finite element analysis: a comparison of results. *Soils and Foundations*. Vol. 35, No 4, pp 1-7.
91. VANMARCKE E. H. (1977). Probabilistic modeling of soil profiles. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. Vol. 103, No. GT11, pp 1227-1246.
92. VANMARCKE E. H. (1977). Reliability of earth slopes. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. Vol. 103, No. GT11, pp 1247-1265.
93. VANMARCKE E. H. (1980). Probabilistic stability analysis of earth slopes. *Engineering Geology*, No. 16, pp 29-50.
94. VANMARCKE E. H. (1984). *Random Fiels: Analysis and Synthesis*. MIT. Pres, Cambridge, Massachusetts.
95. VANMARCKE E. H. (1989). Reliability in foundation engineering practice. *Foundation Engineering. Current principles and practices*. ASCE, Vol. 2, pp 1658-1669.
96. WHITMAN V. R. (1984) Evaluating calculated risk in geotechnical engineering. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. Vol. 110, No. 2, pp 145-184.
97. WOLFF T. F. and HARR M. E. (1987). Slope design for earth dams. *Reliability and Analysis in Civil Engineering 2*. ICASP5. Editado por N. C. Lind, pp 725-732.
98. WU T. H. and KRAFT L. M. (1970). Safety analysis of slopes. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. No. SM 2, pp 609-630.
99. XING Z. (1988). Three dimensional stability analysis of concave slopes in plan view. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. ASCE. No. 114(6), pp 658-671.
100. ZHANG X. (1988). Three-Dimensional stability analysis of concave slopes in plan view. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. Vol. 114, No. 6, pp 658-671.



Confiabilidad para algunas distribuciones de probabilidad

A.1 CONFIABILIDAD EN EL CASO DE VARIABLES ALEATORIAS CON DISTRIBUCIONES COMUNES

Si R y S son variables aleatorias de oferta y demanda, la forma en que varían puede ser evaluada a partir de observaciones y recurriendo a la estadística. Se obtienen tablas de distribución de frecuencias, histogramas y polígonos de frecuencia. Esta información relativa a la variación de las variables aleatorias solamente es de utilidad si es suficientemente representativa para permitir la estimación de las funciones de densidad de probabilidad o funciones de distribución teóricas (para variables discretas o continuas). Sin embargo, el establecimiento de dichas funciones requiere un gran número de observaciones.

La selección de la función de densidad adecuada a partir de una tabla de distribución de frecuencias se realiza comúnmente por simple ajuste (fig A.1); a menos que la función de distribución describa correctamente el modelo general de variación, una extrapolación hacia los extremos origina una estimación errónea de la confiabilidad en dichas zonas.

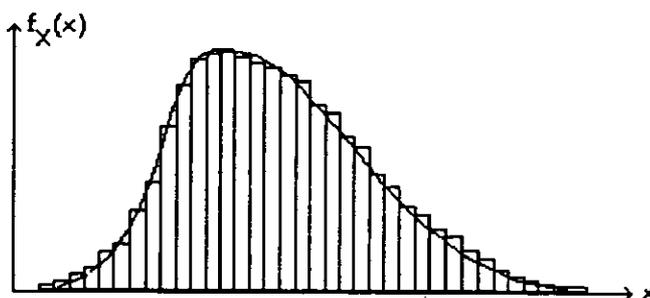


Fig A.1 Ajuste de la función de densidad $f_x(x)$.

Las únicas funciones que evitan este problema son aquellas que representan un modelo definitivo de variación como resultado de ciertas suposiciones básicas relativas a su origen y que son comentadas en los siguientes puntos (Freudenthal, 1956).

A.2 DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

Esta distribución es simétrica y se presenta comúnmente cuando la variable aleatoria M es la suma de un gran número de variables aleatorias de peso similar, independientes y con distribución arbitraria.

Sea la variable aleatoria de interferencia M con distribución de probabilidad normal estándar (fig A.2a), entonces:

$$f_M(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)m^2}, -\infty < m < \infty \quad (A.1)$$

Una notación corta para esta distribución es $N(0,1)$, es decir, $\mu=0$ y $\sigma=1$. La confiabilidad y probabilidad de falla están dadas respectivamente por las siguientes expresiones (Rao, 1992):

$$\begin{aligned} C = P[M > 0] &= \int_0^{\infty} f_M(m) dm = 1 - \Phi \left[-\frac{\mu_M}{\sigma_M} \right] \\ &= 1 - \Phi \left[-\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right] = \Phi \left[\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right] \end{aligned} \quad (A.2)$$

$$\begin{aligned} F = P[M \leq 0] &= \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm = 1 - \Phi \left[-\frac{\mu_M}{\sigma_M} \right] \\ &= \Phi \left[-\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right] = 1 - \Phi \left[\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right] \end{aligned} \quad (A.3)$$

donde Φ es la función de distribución normal estándar de la variable aleatoria de interferencia normalizada.

A la expresión $\left[\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right]$ se le denota por β y se le conoce como *índice de confiabilidad de Cornell* o *índice de seguridad* (Madsen et al, 1986).

A.3 DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL

Esta distribución es sesgada y puede interpretarse que: a) es producto de un gran número de variables independientes, o que b) depende de la acumulación de operaciones aleatorias independientes realizadas en forma consecutiva sobre una variable con acumulación de los efectos previos (por ejemplo la erosión progresiva del diámetro de las partículas en materiales granulares aluviales).

La forma estándar de la función de densidad log-normal (fig A.2b) es :

$$f_{\theta}(\theta) = \frac{1}{\theta \sigma_{\theta} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_{\theta}^2} (\ln \theta - \mu_{\theta})^2 \right], \quad \theta > 0 \quad (A.4)$$

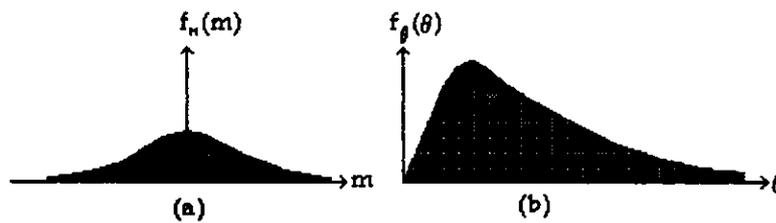


Fig A.2 Distribuciones de probabilidad (a) normal estándar, (b) log-normal

En el caso de variables aleatorias mayores o iguales a cero, la confiabilidad y falla pueden asociarse a los eventos $[\theta > 1]$ y $[\theta < 1]$, respectivamente, donde $\theta = \frac{R}{S}$.

Cuando las variables aleatorias R y S son independientes y con distribución lognormal, es posible evaluar la confiabilidad calculando $P\left[\frac{R}{S} > 1\right]$, ya que la variable aleatoria $\theta = \frac{R}{S}$, conocida como *factor de seguridad* presenta también distribución log-normal. Por tanto

$$C = P[\theta \geq 1] = \int_1^{\infty} f_{\theta}(\theta) d\theta \tag{A.5}$$

$$F = P[\theta < 1] = \int_0^1 f_{\theta}(\theta) d\theta = F_{\theta}(1) \tag{A.6}$$

Para este caso se demuestra (Ang y Cornell, 1974) que

$$F = 1 - \Phi \left[\frac{\text{Ln} \left(\frac{\mu_R}{\mu_S} \right) \sqrt{\frac{1 + CV_S^2}{1 + CV_R^2}}}{\sqrt{\text{Ln} (1 + CV_R^2) (1 + CV_S^2)}} \right] \tag{A.7}$$

$$C = \Phi \left[\frac{\text{Ln} \left(\frac{\mu_R}{\mu_S} \right) \sqrt{\frac{1 + CV_S^2}{1 + CV_R^2}}}{\sqrt{\text{Ln} (1 + CV_R^2) (1 + CV_S^2)}} \right] \tag{A.8}$$

Si $CV_R, CV_S \leq 0.30$, entonces

$$F \approx 1 - \Phi \left[\frac{\text{Ln} \left(\frac{\mu_R}{\mu_S} \right)}{\sqrt{CV_R^2 - CV_S^2}} \right] \tag{A.9}$$

$$C \approx \Phi \left[\frac{\text{Ln} \left(\frac{\mu_R}{\mu_S} \right)}{\sqrt{CV_R^2 - CV_S^2}} \right] \quad (\text{A.10})$$

donde:

CV_R = coeficiente de variación de R.

CV_S = coeficiente de variación de S.

De la misma manera es posible demostrar (Ang y Tang, 1984) que:

$$F = \Phi \left[-\frac{\lambda_\theta}{\sigma_\theta} \right] = 1 - \Phi \left[\frac{\text{Ln} \frac{R_M}{S_M}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right] \quad (\text{A.11})$$

$$C = \Phi \left[\frac{\text{Ln} \left(\frac{R_M}{S_M} \right)}{\sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_S^2}} \right] \quad (\text{A.12})$$

donde:

$\lambda_\theta = E(\text{Ln } \theta)$.

$\sigma_\theta^2 = \text{Var}(\text{Ln } \theta)$.

R_M = Mediana de R.

S_M = Mediana de S.

En este caso la confiabilidad es función de $\theta_M = \frac{R_M}{S_M}$, llamado *factor mediano de seguridad*, la desviación estándar es $\sigma_\theta = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$ y la razón $\frac{\lambda_\theta}{\sigma_\theta} = \beta$ es también conocida como índice de confiabilidad.



Descripción del programa de análisis de confiabilidad

B1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo del programa de computadora que permite evaluar la confiabilidad y por consiguiente la probabilidad de falla de taludes naturales o artificiales constituye uno de los propósitos que el presente trabajo tiene. La elaboración del programa se basa en la teoría expuesta en el capítulo 3 y explícitamente en la metodología indicada en el capítulo 4, para el caso de cualquier geometría del talud y superficie de falla.

El programa de confiabilidad desarrollado (denominado CONF-I) está escrito en lenguaje Q-Basic el cual puede ser ejecutado por un compilador Turbo Basic o similar en una computadora personal.

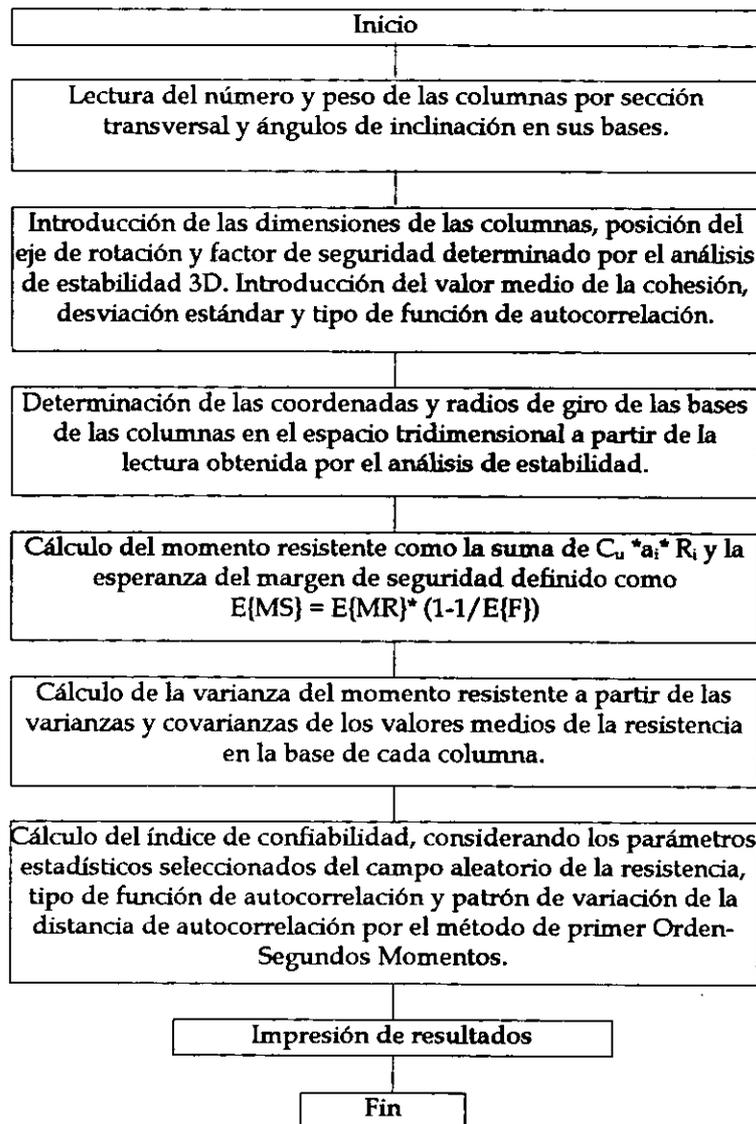
Antes de ejecutar el programa de confiabilidad, es necesario tener un archivo de datos (DATOS.D), el cual debe tener información acerca de las columnas activas (resultados impresos al realizar el análisis de estabilidad determinista). La finalidad que tiene esta información, es definir la posición tridimensional y el área de la base de cada una de las columnas en las que la masa deslizante fue dividida para el análisis de estabilidad 3D.

Es importante mencionar que el programa de confiabilidad ha sido desarrollado sólo para suelos cohesivos; es decir, considerando como único parámetro de resistencia al corte, la cohesión no drenada del suelo en términos de esfuerzos totales (análisis de estabilidad a corto plazo o en el fin de la construcción).

B2. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA

El programa puede ser modificado fácilmente a fin de introducir la función de autocorrelación que más se acerque al caso real tratado, se tienen la opción de que los resultados se pueden visualizarse en pantalla, imprimirlos o bien guardarlos en algún archivo de resultados.

La estructura del programa de confiabilidad para análisis de taludes en tres dimensiones se esquematiza en detalle en el siguiente diagrama de flujo:



B3. DESCRIPCIÓN DE LOS BLOQUES QUE INTEGRAN EL PROGRAMA

Previamente a la ejecución del programa de confiabilidad, se requiere efectuar el análisis de estabilidad de taludes en tres dimensiones, en este trabajo, se empleó el método de Bishop Simplificado 3D (programa CLARA; Hungr, 1987) descrito en el capítulo 2. El programa de estabilidad proporciona el F_{3D} así como la información necesaria para definir la descripción geométrica de la superficie de falla (número y posición de las columnas que integran la masa deslizante) y el momento resistente para cualquier tipo de superficie de deslizamiento. En este análisis se definen las características geométricas y mecánicas del problema.

El programa de confiabilidad está estructurado en los siguientes bloques:

Bloque 1	Lectura de las características geométricas que definen al problema de estabilidad y especialmente de las características de cada una de las columnas en las que la masa deslizante fue dividida para el análisis de estabilidad 3D.
Bloque 2	Introducción de los parámetros estadísticos del campo aleatorio de la resistencia.
Bloque 3	Cálculo de coordenadas de las bases de las columnas en el espacio tridimensional y sus correspondientes radios de giro.
Bloque 4	Determinación de la varianza del momento resistente a partir de las varianzas y covarianzas de los valores medios de la resistencia en la base de cada columna.
Bloque 5	Cálculo de la confiabilidad y probabilidad de falla para la superficie considerada.

BLOQUE 1. LECTURA DE DATOS DE CADA COLUMNA

En este primer bloque se dimensionan los vectores y matrices que intervienen en las diferentes etapas del cálculo de la confiabilidad, de acuerdo con la siguiente descripción:

ARREGLO	DESCRIPCIÓN
SEC (N,N)	MATRIZ DE LECTURA DEL NÚMERO DE SECCIONES Y SU POSICIÓN EN EL EJE X QUE INTEGRAN LA MASA DESLIZANTE
COL (N,N,N)	MATRIZ DE LECTURA DE LAS PROPIEDADES DE CADA COLUMNA POR CADA SECCIÓN TRANSVERSAL DE LA MASA DESLIZANTE
NUM (N)	VECTOR DEL NÚMERO DE SECCIONES TRANSVERSALES DE LA MASA DESLIZANTE
CX (N)	VECTOR QUE DEFINE LA COORDENADA X DE CADA COLUMNA ACTIVA
CY (N)	VECTOR QUE DEFINE LA COORDENADA Y DE CADA COLUMNA ACTIVA
CZ (N)	VECTOR QUE DEFINE LA COORDENADA Z DE CADA COLUMNA ACTIVA
Y (N)	VECTOR DE LA DISTANCIA HORIZONTAL DESDE EL EJE DE ROTACIÓN AL CENTRO DE CADA COLUMNA ACTIVA
R (N)	VECTOR DEL RADIO DE GIRO DESDE EL EJE DE ROTACIÓN AL CENTRO DE LA BASE DE CADA COLUMNA ACTIVA
A (N)	VECTOR DEL ÁREA DE LA BASE DE CADA COLUMNA ACTIVA
W (N)	VECTOR DEL PESO DE CADA COLUMNA ACTIVA
B (N)	VECTOR DEL ÍNDICE DE CONFIABILIDAD
VARMR (N)	VECTOR DE LA VARIANZA DEL MOMENTO RESISTENTE
DMR (N)	VECTOR DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL MOMENTO RESISTENTE

En este bloque se realiza la lectura de los datos de cada columna capturados en el archivo DATOS.D. La lectura de este archivo proporciona el número total de secciones que integra la masa deslizante, el número de columna activa en cada sección transversal, su peso, el ángulo de inclinación α_x , el ángulo de inclinación α_y y la cohesión en la base.

BLOQUE 2. INTRODUCCIÓN DE LAS VARIABLES Y ESTIMADORES ESTADÍSTICOS DEL PROBLEMA

Las variables que intervienen en el análisis de confiabilidad se introducen en forma interactiva. Se accesa el ancho de falla (XY), el valor del factor de seguridad (F_{3D}) obtenido en el análisis de estabilidad determinista, la sección transversal de las columnas (DX), las coordenadas que definen la posición del eje de rotación (y,z), el tipo de función de autocorrelación (tipo 0 a IV), la

dirección de la variación de la distancia de correlación (horizontal o vertical), el valor medio del parámetro de resistencia (C_u) y los valores de la desviación estándar puntual de la cohesión a considerar en el análisis.

BLOQUE 3. CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE LA BASE DE LAS COLUMNAS ACTIVAS

El programa calcula las coordenadas (x,y,z) de la base de las columnas en el espacio tridimensional, el radio de giro para cada columna (R_i), la distancia horizontal desde el eje de rotación al centro de cada columna (x_i) y el área de las bases (a_i) como se muestra en la fig 4.1.

BLOQUE 4. CÁLCULO DE LA VARIANZA DEL MOMENTO RESISTENTE

En este bloque se calcula de manera determinista (de acuerdo al tipo de superficie de deslizamiento) el valor del momento resistente, el peso y área total de la falla; estos últimos valores se utilizan para confirmar que la información contenida en el archivo DATOS.D es la correcta, de acuerdo a los resultados del análisis de estabilidad proporcionados por el programa de estabilidad tridimensional.

Con el fin de obtener la confiabilidad para diferentes valores de la varianza puntual de la cohesión, en este bloque no se hace intervenir este valor, sino que únicamente se efectúa la integración de momentos en la superficie de falla considerada.

BLOQUE 5. CÁLCULO DE LA CONFIABILIDAD CONTRA FALLA POR DESLIZAMIENTO

La confiabilidad de la superficie de falla se evalúa a través del cálculo del índice de confiabilidad β , considerando diferentes valores de la desviación estándar de la cohesión.

El programa visualiza en pantalla los cálculos efectuados en los bloques 2 y 4, así como el tiempo de ejecución del mismo. Al finalizar los cálculos, el programa guarda los resultados en un archivo de resultados, identificado según el ancho de falla y la desviación estándar de la cohesión.