



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MÉXICO

01162
7
2ej.
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**COMPARACIÓN ENTRE MODELOS LLUVIA-
ESCURRIMIENTO LINEALES Y NO LINEALES**

TESIS

Como requisito para obtener el grado de

Maestro en Ingeniería

(Hidráulica)

Presenta

BALDEMAR MÉNDEZ ANTONIO

DIRECTOR DE TESIS

Dr. CARLOS CRUICKSHANK VILLANUEVA



MÉXICO, D.F.

AGOSTO 1998

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

265285



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Mi agradecimiento especial al Dr, Carlos Cruickshank Villanueva por la dirección de la presenta tesis; al Dr. Ramón Domínguez Mora, Dr. Fernando González Villarreal, Dr. Carlos Escalante Sandoval y al Dr. Oscar Fuentes Mariles, sinodales de este trabajo y al Instituto de Ingeniería por el apoyo proporcionado para la realización de éste.

A mi madre
Leonor Antonio Hernández
Por el ejemplo que me ha dado durante toda su vida

A mis hermanos

A mis sobrinas
Andrea Dinora y Valeria Paola

A mis amigos

A Gabriela Esquivel Garduño
Por su apoyo y valiosa ayuda prestada durante la realización de este trabajo

1. INTRODUCCIÓN

2. SISTEMAS LINEALES Y NO LINEALES

2.1. Definición de sistema

2.2. Sistemas físicos

2.1.1. Elección del modelo

2.1.2. Establecimiento de las ecuaciones del sistema (modelo)

2.1.3. Análisis

2.1.4. Diseño

2.3. Descripción de las entradas-salidas

2.4. Linealidad

2.5. Función impulso respuesta

2.6. Sistemas no lineales

2.6.1. Linealización de sistemas no lineales

3. RECOPIACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN EN CASOS ESPECÍFICOS

3.1. Generalidades

3.2. Recopilación de la información

3.3. Análisis de la información

3.3.1. Obtención de los hidrogramas

3.3.2. Obtención de los hietogramas de precipitación media

3.3.3. Obtención de los hietogramas de precipitación efectiva

3.3.4. Resultados finales

4. APLICACIÓN DE LOS MODELOS LLUVIA- ESCURRIMIENTO Y RESULTADOS

4.1. Introducción

4.2. Modelos lluvia-escorrimento lineales

4.2.1. Método de los mínimos cuadrados

4.2.1.1. Descripción del método

4.2.1.2. Aplicación del método

4.2.2. Método dinámico de filtrado Kalman

4.2.2.1. Descripción del método

4.2.2.2. Aplicación del método

4.3. Modelos lluvia-escorrimento no-lineales

4.3.1. Método de filtrado Kalman extendido

4.3.1.1. Descripción del método

4.3.1.2. Aplicación del método

6. Conclusiones

Bibliografía

ANEXO

1 INTRODUCCIÓN

Los análisis hidrológicos han sido importantes para el aprovechamiento de los recursos hidráulicos y el diseño de obras de protección y control de avenidas. Los estudios necesarios para realizar estas actividades requieren de información sobre los escurrimientos en el sitio del proyecto en cantidad y calidad suficiente, lo que no siempre es factible. Debido a que los registros históricos de las lluvias generalmente son más extensos que el de los escurrimientos, se recurre entonces a inferirlos a partir de éstas.

El problema anterior da origen al pronóstico de avenidas, en la que interesa estimar la magnitud y el tiempo de ocurrencia de éstas. Para resolver este problema se han desarrollado diversos modelos lluvia-escurrimiento donde generalmente se considera la cuenca como un sistema lineal. Ya que la naturaleza en realidad no tiene un comportamiento ni lineal, ni estacionario, en este trabajo se presenta un modelo no lineal (Filtro Kalman Extendido) para su comparación con dos lineales; uno tradicional (mínimos cuadrados) y otro más reciente y menos conocido (Filtros Kalman).

El filtro Kalman representa una de las mayores contribuciones a la teoría de control moderno y con ciertas suposiciones permite hacer estimaciones de cada variable hidrológica o parámetros de los modelos hidrológicos. Los esfuerzos recientes para modelar los procesos hidrológicos emplean técnicas de estimación de estado de la teoría de control moderno; estas aproximaciones intentan incluir explícitamente la naturaleza estocástica de los procesos de respuesta para solucionar los problemas de estimación, lo que se emplea para optimizar el filtro. La estimación de los estados del sistema se desarrollan con la suposición de que éstos tienen un comportamiento Gaussiano y donde el ruido blanco tiene media cero.

En el capítulo 2 se da una descripción general de los sistemas lineales y no lineales, la relación que tienen con los modelos aquí presentados, así como el tipo de tratamiento que da en cada caso.

En el capítulo 3 se describe las principales características de la cuenca, el análisis de la información obtenida y sus resultados para el empleo posterior en los modelos lluvia-escorrimento.

En el capítulo 4 se presentan los modelos lluvia-escorrimento lineales y no lineales, la descripción de los métodos, su aplicación y resultados.

Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y comentarios de este trabajo.

2. SISTEMAS LINEALES Y NO LINEALES

Los sistemas hidrológicos son extremadamente complejos y es posible que nunca se les entienda en su totalidad. Sin embargo, en ausencia de un conocimiento perfecto, pueden representarse en forma simplificada por medio del concepto de “sistema”.

2.1. Definición de sistema

Hay muchas definiciones de sistema, quizás tantas como libros de análisis de sistemas. Intuitivamente un sistema se puede considerar como una colección de componentes interactivos sujetos a varias entradas y que producen varias salidas. Chow (1964) define

un sistema como un conjunto o unión de partes, siendo cada objeto o concepto, unido por alguna forma de interacción o interdependencia. La definición de sistema dada por Dooge [Singh, 1988] es más explícita y significativa: “Cualquier estructura, mecanismo o procedimiento, real o abstracto, que interrelaciona en un tiempo referido dado, una entrada, causa o estímulo, de materia, energía o información y una salida, efecto o respuesta a la información, energía o materia”.

2.2. Sistemas físicos

Un sistema puede ser *abstracto o físico*. En ingeniería y en hidrología los sistemas son físicos. Un sistema físico es un sistema en el mundo real. Un sistema secuencial es un sistema físico que involucra entrada, salida y algún medio de trabajo (materia, energía o información) que pasa a través del sistema. Un sistema dinámico es un sistema físico recibiendo varias entradas y actuando acordeamente en condiciones específicas para producir varias salidas. Un sistema hidrológico normalmente es un sistema físico, secuencial y dinámico.

Un sistema físico puede tener diferentes modelos dependiendo de las interrogantes y de los diferentes alcances operacionales; entendiendo por modelo a la “Representación simplificada de la realidad que, sin embargo, considera todas componentes relevantes para la solución del problema específico que se estudia. Los modelos deben ser manejables en la práctica y conducir a pronósticos y predicciones correctas [Domínguez M. R., 1990]”. Es decir, “Para que un modelo pueda aceptarse universalmente, no es

suficiente que trabaje simplemente bien, debe trabajar bien por las razones correctas [Klernes, 1982]”.

El estudio analítico de los sistemas físicos comprende cuatro pasos fundamentales:

- a) Elección del modelo.
- b) Establecimiento de las ecuaciones matemáticas del sistema.
- c) Análisis
- d) Diseño

2.2.1. Elección del modelo

Un sistema físico puede tener diferentes modelos según el área de ingeniería que se investigue y los alcances de ésta. Por ejemplo, un amplificador electrónico puede modelarse con alta o baja frecuencia. Una nave puede modelarse como una partícula en el estudio de su trayectoria o como un cuerpo rígido en movimiento.

2.2.2. Establecimiento de las ecuaciones matemáticas del sistema

Una vez que se encuentra el sistema que representa el sistema físico, el siguiente paso en el estudio es desarrollar, aplicando varias leyes físicas, las ecuaciones matemáticas que describan el sistema. Por ejemplo, se aplican las leyes de Kirchhoff de voltaje y corriente a sistemas eléctricos y leyes de Newton a sistemas mecánicos. Las ecuaciones que describen el sistema pueden adoptar cualquier forma; pueden ser ecuaciones lineales, ecuaciones no lineales, ecuaciones integrales, ecuaciones diferenciales, ecuaciones en diferencias, etc. Un sistema puede tener diferentes ecuaciones matemáticas, tantos como un sistema físico puede tener diferentes modelos.

2.2.3. Análisis

Una vez obtenida la ecuación que describe el sistema, el siguiente paso en el estudio es el análisis cuantitativo y/o cualitativo. En el análisis cuantitativo, interesa las respuestas exactas de los sistemas debido a la aplicación de ciertas señales de entrada. En el análisis cualitativo, interesan propiedades generales tales como estabilidad, control y observación

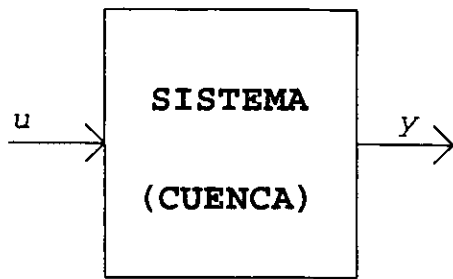
2.2.4. Diseño

La parte del análisis es muy importante, porque a partir de él se puede llegar al objetivo último de diseñar el sistema, que en el caso de hidrología es obtener el mejor modelo que represente al sistema real.

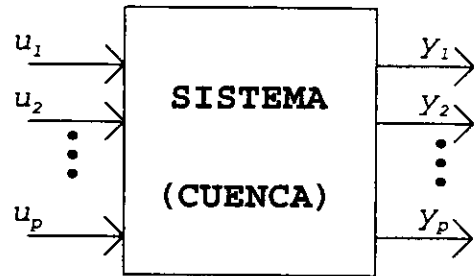
2.3. Descripción de las entradas-salidas

La descripción entrada-salida de un sistema da una relación matemática de las entradas y salidas del sistema. En el desarrollo de esta descripción se supone que no se conoce la estructura interna de un sistema; sólo tenemos acceso al sistema por medio de las entradas y salidas. Con esta suposición un sistema puede considerarse como una “caja negra” como muestra la Fig. 2.1. Evidentemente se puede hacer una caja negra para aplicar todo tipo de entrada y medir su correspondiente salida, y entonces abstraer sus propiedades a partir de pares entrada-salida.

El sistema multivariado que muestra la Fig. 2.1b se supone que tiene p entradas y q salidas. Las entradas se denotan por u_1, u_2, \dots, u_p o por un vector columna $p \times 1$: $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_p]^T$. Las salidas o respuestas se denotan por y_1, y_2, \dots, y_q o por un vector columna $q \times 1$: $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_q]^T$. Se emplea \mathbf{u} o $\mathbf{u}(\bullet)$ para denotar un vector y $u(t)$ para denotar el valor de \mathbf{u} para un tiempo t . Cuando es un sistema univariado (Fig. 2.1a) los vectores (\mathbf{u} e \mathbf{y}) se convierten en escalares (u e y).



a) Sistema univariado



b) Sistemas multivariado

Fig. 2.1 Sistema entradas-salidas.

2.4. Linealidad

Un sistema se dice que es lineal sí y sólo sí

$$H(\alpha_1 \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \mathbf{u}_2) = \alpha_1 H\mathbf{u}_1 + \alpha_2 H\mathbf{u}_2 \quad (2.1)$$

para cualquier entrada \mathbf{u}_1 y \mathbf{u}_2 y para cualquier número real $\alpha_1 + \alpha_2$. De otro modo se dice que el sistema no es lineal.

En la literatura, la condición de la ec. (2.1) se escribe frecuentemente como

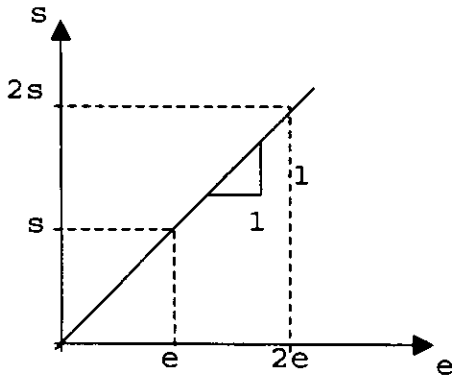
$$H(\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2) = H\mathbf{u}_1 + H\mathbf{u}_2 \quad (2.2)$$

$$H(\alpha \mathbf{u}_1) = \alpha H\mathbf{u}_1 \quad (2.3)$$

para cualquier \mathbf{u}_1 y \mathbf{u}_2 y cualquier número real α . Es fácil comprobar que la condición dada en la ec. (2.1) y el conjunto de condiciones dadas en las ecs. (2.2) y (2.3) son equivalentes. La relación dada en la ec. (2.2) es llamada propiedad de *aditividad*, y la relación dada en la ec. (2.3) es llamada propiedad de *homogeneidad*. Si un sistema tiene éstas dos propiedades, se dice que el sistema satisface el *principio de superposición*.

En forma esquemática, la característica de un sistema lineal se representa como una recta de correspondencia 1 a 1 y que pasa por el origen (Fig. 2.2).

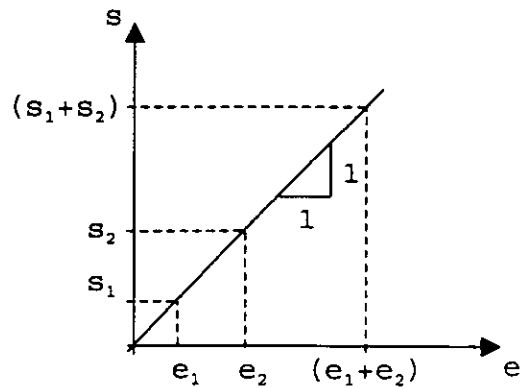
Si las entradas para un tiempo t_1 de un sistema dependen sólo de la entrada aplicada en un tiempo t_1 , el sistema es *llamado sistema instantáneo o sin memoria*. La mayoría de los sistemas de interés, sin embargo, tienen memoria; esto es, la salida para un tiempo t_1 depende no sólo de la entrada aplicada en el tiempo t_1 , sino también de las entradas aplicadas antes del tiempo t_1 .



$$s = f(e)$$

$$\alpha s = f(\alpha e) = \alpha f(e)$$

a) Propiedad de homogeneidad.



$$s_1 = f(e_1) \quad s_2 = f(e_2)$$

$$s_1 + s_2 = f(e_1 + e_2) = f(e_1) + f(e_2)$$

b) Propiedad de aditividad.

Fig. 2.2 Representación gráfica de las características de un sistema lineal.

2.5. Función impulso respuesta

La relación entre las ordenadas Q (m^3/s) de un hidrograma registrado en una cuenca a intervalos de tiempo discretos, Δt (horas) y la precipitación efectiva, P (mm) registrada también a los mismos intervalos de tiempo Δt , pueden expresarse por la integral de convolución discreta de un sistema lineal (Chow et al., 1988):

$$Q_n = \sum_{m=1}^n P_m U_{n-m+1} \quad (2.4)$$

donde

n representa el número total de ordenadas registradas a intervalos Δt del hidrograma de salida o función de respuesta.

m número de barras o pulsos de entrada (número de barras o pulsos del hidrograma de precipitación efectiva).

U_{n-m+1} función de datos instantáneos de salida o respuesta del sistema a un pulso unitario (ordenadas del hidrograma unitario).

La respuesta de un sistema lineal se caracteriza únicamente por su *función impulso respuesta*. Si un sistema recibe una entrada unitaria aplicada instantáneamente (un impulso unitario) en el tiempo τ , la respuesta del sistema en un tiempo posterior t está descrita por la función de respuesta de impulso unitario $u(t-\tau)$, siendo $t-\tau$ el tiempo de retraso desde que se aplicó el impulso (Fig. 2.3a).

Según el principio de superposición (homogeneidad y aditividad), si se aplican dos impulsos, uno de 3 unidades en el tiempo τ_1 y otro de 2 unidades en el tiempo τ_2 , la respuesta del sistema lineal será $3u(t-\tau_1) + 2u(t-\tau_2)$, tal como se muestra en la Fig. 2.3b. En forma análoga, una entrada continua puede tratarse como la suma de los impulsos infinitesimales.

La cantidad de entrada que llega al sistema entre los tiempos τ y $\tau + d\tau$ es $I(\tau)d\tau$. Si la entrada unitaria $I(\tau)$ es la intensidad de precipitación en mm/h, y $d\tau$ es un intervalo de tiempo infinitesimal medido en horas, entonces $I(\tau)d\tau$ es la altura de precipitación en milímetros, que entra al sistema durante este intervalo. El escurrimiento directo que ocurre en el tiempo posterior $t-\tau$ como resultado de esta entrada es

$$\Delta Q(t, \tau) = i(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (2.5)$$

Debido al principio de superposición, la respuesta para la función completa de entrada $I(\tau)$ puede obtenerse integrando (sumando) la respuestas a sus impulsos contribuyentes:

$$Q(t) = \sum_{\tau=0}^t \Delta Q(t, \tau) \quad (2.6)$$

ó

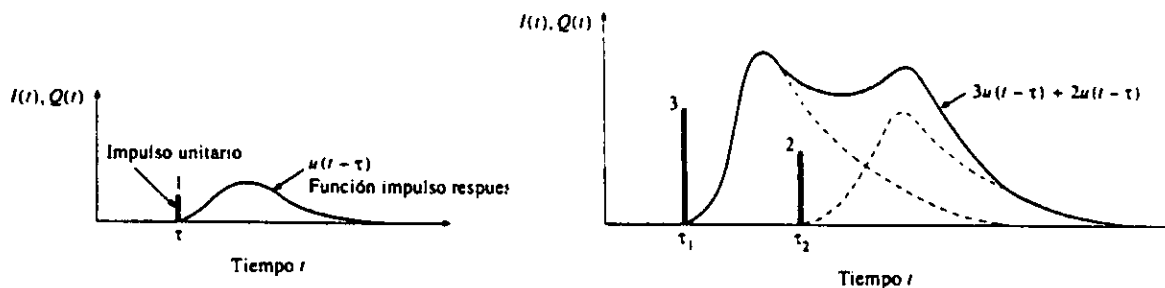
$$Q(t) = \int_0^t i(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (2.7)$$

donde

$Q(t)$ hidrograma de respuesta de la cuenca

$I(t)$ hietograma de entrada

$h(t-\tau)$ hidrograma unitario instantáneo (HUI) o función impulso respuesta, llamada también función de transferencia.



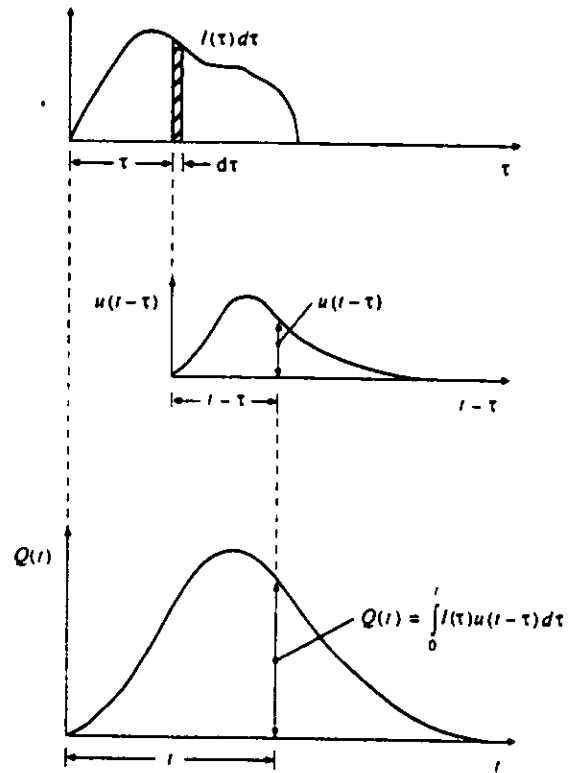
a) Función impulso-respuesta unitario.

b) La respuesta a dos impulsos se encuentra sumando las funciones respuesta individuales.

Fig. 2.3 Respuesta de un sistema lineal a entradas de impulsos.

La expresión (2.7) es la ecuación de convolución continua para una cuenca analizada como sistema global, lineal e invariante en el tiempo. La Fig. 2.4 ilustra el proceso de suma de respuesta para la integral de convolución.

En la práctica requirer la solución en intervalos discretos de tiempo debido a que la entrada, o hietograma de lluvia en exceso, se especifica como una función discreta del tiempo y se expresa como la ecuación (2.4).



2.4 Funciones de tiempo continuo.

2.6 Sistemas no lineales

Es bien sabido que muchas relaciones entre magnitudes físicas no son lineales, aunque con frecuencia se aproximan mediante ecuaciones lineales, sobre todo, por simplicidad matemática. Esta simplificación puede ser satisfactoria siempre que las soluciones resultantes concuerden con los resultados experimentales.

Estrictamente hablando los sistemas lineales no existen en la práctica, ya que todos los sistemas físicos son no lineales en algún grado. Para sistemas lineales existe una gran cantidad de técnicas analíticas y gráficas para fines de diseño y análisis. Por otro lado, los sistemas no lineales son difíciles de tratar en forma matemática, y no existen métodos generales disponibles para resolver una gran variedad de clases de sistemas no lineales. Sin embargo, si la extensión de cambios de las variables del sistema no es amplia, el sistema puede linealizarse dentro de un rango relativamente estrecho de valores de las variables.

La clasificación de sistemas lineales y no lineales está hecha de acuerdo con los métodos de análisis y diseño. Para sistemas lineales se aplica el principio de superposición. Aquellos sistemas a los que no es aplicable este principio, son los sistemas no lineales. Así, para un sistema no lineal, no se puede calcular la respuesta a dos entradas determinando una a la vez y sumando los resultados.

No hay un método general para afrontar todos los sistemas no lineales, porque las ecuaciones diferenciales no lineales carecen de un procedimiento general de solución (Sólo se pueden hallar soluciones exactas para algunas ecuaciones diferenciales no lineales simples. Para muchas ecuaciones diferenciales no lineales de importancia práctica, sólo es posible resolverlas mediante métodos numéricos, y tales soluciones sólo son válidas en las condiciones limitadas para las cuales fueron obtenidas). Como no hay un procedimiento general se puede tomar cada ecuación no lineal o grupo de ecuaciones similares, en forma individual, para intentar desarrollar un método de análisis que se pueda aplicar satisfactoriamente a ese grupo particular.

2.6.1. Linealización de sistemas no lineales

Una forma de analizar y diseñar un grupo determinado de sistemas, en el que el grado de no linealidad sea pequeño, es utilizar técnicas de linealización equivalente, y entonces resolver el problema resultante linealizado; por lo tanto el proceso de linealizar es muy importante, porque al linealizar ecuaciones no lineales, es posible aplicarles numerosos métodos de análisis lineal que brindan información sobre su comportamiento.

Los métodos de linealización varían según el problema que se presente. Algunos de estos métodos son:

- Series de Taylor
- Función Descriptiva
- Uso de la estadística

La capacidad de representar un sistema no lineal variante con el tiempo mediante ecuaciones de estado es una ventaja que distingue al enfoque de las variables de estado sobre el método de la función de transferencia, ya que en éste último sólo está definido estrictamente para sistemas lineales invariantes con el tiempo. Ya que los sistemas no lineales son normalmente difíciles de analizar y diseñar, es deseable realizar una linealización cuando la situación lo justifique.

El desarrollo de modelos para sistemas no lineales es bastante análogo al de sistemas lineales. La diferencia básica desde un punto de vista formal es que la función de predicción se vuelve una función no lineal de observaciones anteriores. La diferencia importante desde un punto de vista práctico es que la potencial riqueza de posibilidades es inexplorable, ya que, en la mayoría de los casos difícilmente puede tomarse como modelos de tipo "caja negra". En cambio, saber acerca de la naturaleza de la no linealidad permitirá construir la estructura del modelo. Tales estructuras debe, sin embargo, estar en forma analítica.

Es importante observar que la linealización es sólo un método de aproximación.

3 RECOPIACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN EN CASOS ESPECÍFICOS

3.1 Generalidades

Para aplicar los modelos seleccionados para este estudio se eligió la subcuenca del río Ídolos (Fig. 3.1), localizada en el estado de Veracruz. Esta subcuenca, que para fines prácticos en lo sucesivo se llamará cuenca del río Ídolos, se encuentra ubicada dentro de la cuenca del río Actopan, tiene un área aproximada de 540 km², se localiza entre los 19° 20' y 19° 35' latitud Norte y los 96° 55' y 96°30' longitud Oeste. Al sur limita con la cuenca del río La Antigua. La cuenca se divide en tres regiones: la parte alta comprendida entre los 1450 y los 1000 metros sobre el nivel del mar (m.s.n.m.), donde los cauces presentan encañonamientos con pendientes fuertes; la parte media comprendida entre los 1000 y los 500 m.s.n.m. donde los cauces presentan pendientes de transición y la parte baja comprendida entre los 500 y los 100 m.s.n.m. con pendientes muy ligeras.

La corriente principal se forma en las partes altas del municipio de Xalapa, Ver., a unos 1450 m.s.n.m., siguiendo su curso en dirección noreste; a lo largo de este recorrido recibe aportaciones de varios arroyos. Después de pasar por el poblado El Castillo, que se encuentra a unos 1150 m.s.n.m. aproximadamente, recibe el nombre de río Paso de la Milpa, siguiendo su recorrido en dirección noreste; antes de llegar al poblado Paso de la Milpa recibe la aportación, por su margen derecha, del río Chavarrillo. En el lugar denominado Paso de la Milpa recibe la aportación, por la margen izquierda, del río Otates. A partir de este lugar recibe el nombre de río Ídolos, el cual desemboca al río Actopan, aproximadamente a unos 130 m.s.n.m. (Fig. 3.1). El río Ídolos es el tributario derecho principal del río Actopan, el cual desemboca al Golfo de México a través de la barra de Chachalacas. En su nacimiento el río Ídolos atraviesa zonas de pendientes fuertes; en cambio, su cauce principal atraviesa zonas de pendientes suaves y ligeras; en ésta última se aprovechan sus aguas para riego.

3.2 Recopilación de la información

Durante los últimos meses de 1994 se diseñó la red pluviográfica de la cuenca del río Ídolos (Fig. 3.1), tomando en cuenta para la selección del número de las estaciones, los tipos de suelo y la cobertura vegetal, resultando en siete el número de éstas.

En los primeros meses de 1995 se inició la instalación de seis pluviógrafos tipo balancín, modelo 6011-A, fabricado por Qualimetrics, Inc. (Fig. 3.2), adquiridos por la Universidad Veracruzana. Los pluviógrafos tienen sistema de registro continuo de 1, 7 y 31 días y su precisión es de 0.25 mm; fueron calibrados en el Laboratorio de Instrumentación Meteorológica de la Facultad de Instrumentación Electrónica de la Universidad Veracruzana. Para el séptimo pluviógrafo localizado en la Ciudad de Xalapa, Ver., se aprovechó el equipo de la Comisión Nacional del Agua (CNA).

Una desventaja que presenta este tipo de pluviógrafos es que cuando no se cambian a tiempo la hoja de registro o pluviograma la aguja se detiene temporalmente en el dispositivo que asegura la hoja, lo que provoca que los tiempos de registro no sean los correctos, induciendo a errores en los tiempos de medición y a intervalos de tiempo sin registro. Esta desventaja sólo se corrige con la adecuada supervisión de las estaciones pluviográficas cuidando los tiempos de registro para los que han sido programados.

A partir de 1995 se empezó a registrar en forma continua la precipitación dentro de la cuenca, con las siete estaciones pluviográficas distribuidas y nombradas de la manera siguiente (Fig. 3.1): Xalapa, El Castillo, El Chico, Otates, Cerro Gordo, Carrizal y Buena Vista.

La estación hidrométrica se colocó en el poblado llamado Ídolos, y se nombró de la misma manera. En ésta estación se registró el nivel del río empleando un limnígrafo Rosbach, modelo R-IV; se obtuvieron además los datos completos de aforos diarios, los cuales fueron proporcionados por la CNA.

La sección de aforo tiene un tramo recto, aguas arriba, de 180 m. de longitud, con taludes arcillosos, en su lecho se encuentra material arenoso-arcilloso con grava y boleos y, para conocer los niveles del agua se contó además del limnígrafo, con una escala precolada de concreto, colocados en la margen derecha del río. Los aforos se realizan utilizando la técnica de sección-velocidad. La velocidad de la corriente se mide utilizando un molinete tipo Price, desde un sistema cable canastilla donde la distancia entre las torres es de 132 m. El período de lluvias en la región abarca desde el mes de junio hasta el de octubre de 1995, siendo éste el seleccionado para el tratamiento de la información, tomando las lecturas de niveles de aforo correspondientes a él, como se muestra en las Tablas 3.1a hasta la 3.1e.

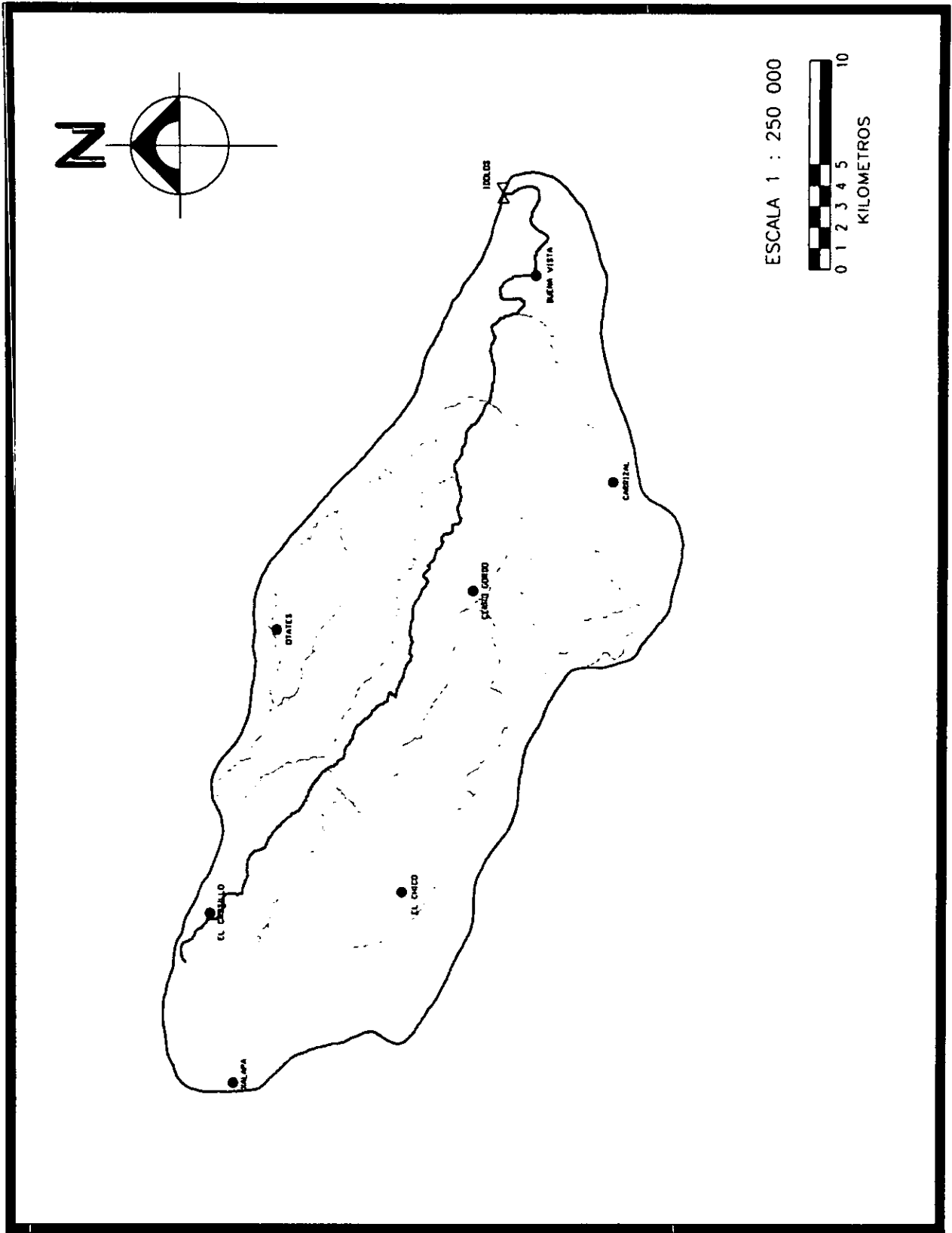


Fig. 3.1 Red pluviográfica de la cuenca del río Ídoles

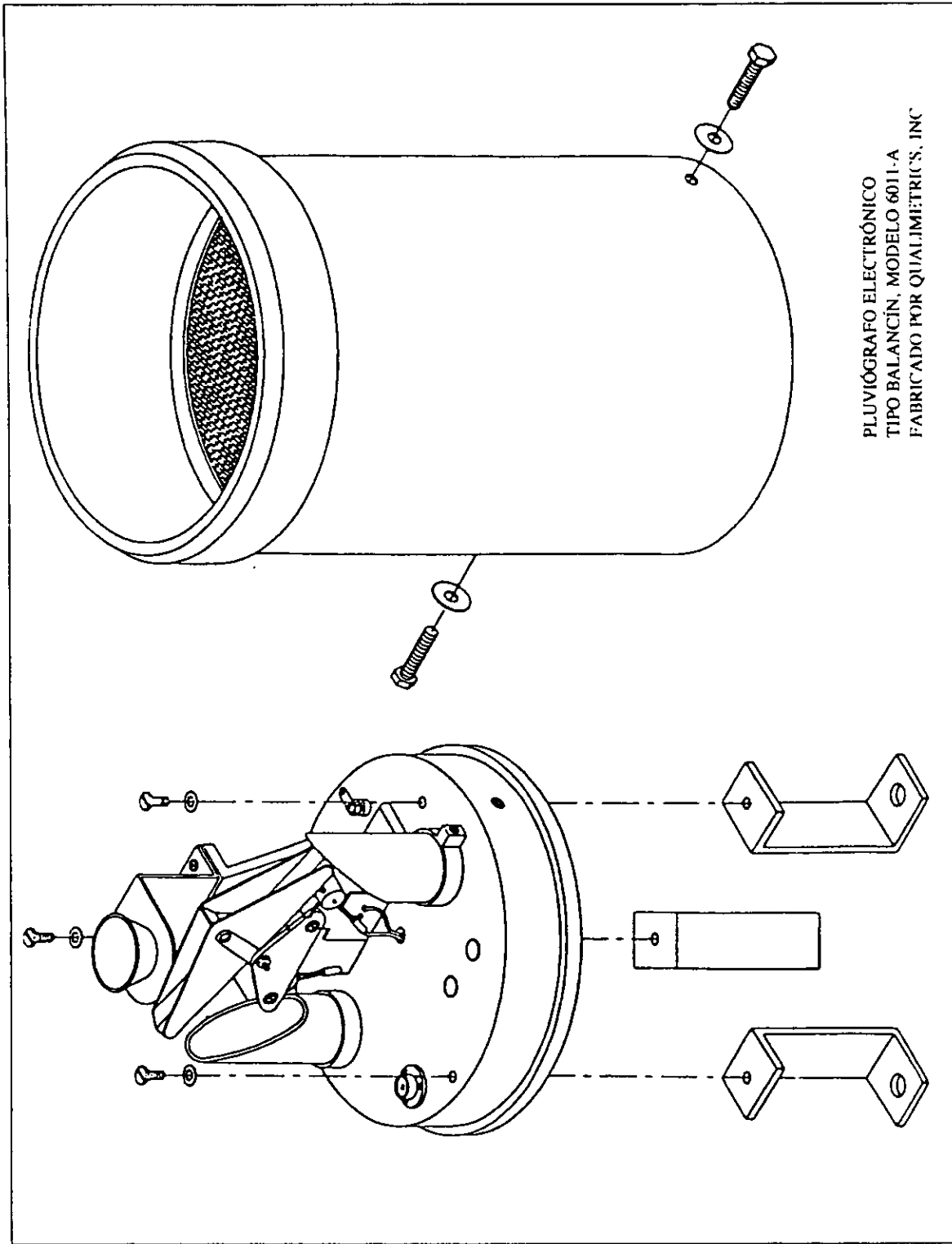


Fig. 3.2 Pluviógrafo empleado en la instrumentación de la cuenca del río Ídolos.

Tabla 3.1a Lectura de escala de los aforos medidos en la estación hidrométrica Ídolos.

		ESTACIÓN: ÍDOLOS; AÑO: 1995																																																																																																																																																																																																																																																																																					
		JUNIO																																																																																																																																																																																																																																																																																					
MES		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																																																																																																																																																																																								
1	Día	2 085	2 085	2 105	2 085	2 085	2 087	2 1	2 11	2 123	3 1	2 45	2 315	2 085	2 085	2 105	2 085	2 087	2 1	2 11	2 122	3 05	2 44	2 31	2 085	2 1	2 105	2 08	2 087	2 1	2 11	2 121	3 015	2 425	2 3	2 085	2 115	2 105	2 08	2 087	2 1	2 11	2 12	2 085	2 415	2 28	2 085	2 128	2 102	2 09	2 087	2 1	2 11	2 118	2 83	2 4	2 285	2 085	2 13	2 101	2 08	2 087	2 1	2 125	2 118	2 88	2 30	2 28	2 085	2 13	2 101	2 08	2 087	2 1	2 155	2 118	2 85	2 38	2 28	2 085	2 131	2 101	2 082	2 087	2 1	2 168	2 117	2 8	2 37	2 28	2 084	2 133	2 101	2 083	2 087	2 1	2 188	2 116	2 78	2 385	2 28	2 08	2 125	2 102	2 086	2 087	2 101	2 168	2 115	2 735	2 355	2 275	2 08	2 123	2 106	2 1	2 087	2 102	2 167	2 114	2 7	2 47	2 285	2 085	2 08	2 12	2 087	2 08	2 089	2 11	2 166	2 113	2 885	2 505	2 28	2 11	2 08	2 116	2 085	2 08	2 08	2 11	2 16	2 112	2 845	2 47	2 255	2	2 08	2 115	2 083	2 082	2 08	2 11	2 15	2 111	2 825	2 455	2 25	2 103	2 08	2 118	2 083	2 082	2 089	2 11	2 148	2 11	2 81	2 435	2 245	2 105	2 08	2 118	2 083	2 082	2 083	2 115	2 142	2 11	2 58	2 42	2 24	2 103	2 085	2 115	2 1	2 082	2 088	2 115	2 14	2 11	2 565	2 4	2 235	2 101	2 085	2 112	2 1	2 1	2 088	2 12	2 135	2 11	2 55	2 38	2 255	2 1	2 085	2 112	2 1	2 1	2 088	2 11	2 135	2 11	2 535	2 385	2 275	2 1	2 085	2 112	2 1	2 088	2 1	2 108	2 128	3 51	2 52	2 355	2 285	2 1	2 085	2 112	2 1	2 087	2 1	2 11	2 127	3 4	2 51	2 345	2 28	2 088	2 085	2 111	2 1	2 087	2 1	2 11	2 128	3 33	2 485	2 34	2 27	2 087	2 085	2 111	2 088	2 087	2 1	2 11	2 125	3 27	2 48	2 33	2 28	2 086	2 085	2 11	2 086	2 087	2 1	2 11	2 124	3 16	2 465	2 32	2 25

Tabla 3 1b Lectura de escala de los aforos medidos en la estación hidrométrica Ídolos.

ESTACIÓN: ÍDOLOS: AÑO: 1995																																
JULIO																																
MES																																
Día																																
Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
1	2 245	2 335	2 51	2 275	2 224	2 173	2 147	2 208	2 21	2 14	2 165	2 17	2 22	2 765	2 515	2 399	2 525	2 555	2 345	2 284	2 24	2 218	2 181	2 16	2 238	2 65	2 654	2 485	2 358	2 3	2 288	
2	2 235	2 325	2 485	2 272	2 223	2 173	2 147	2 205	2 209	2 14	2 181	2 19	2 22	2 745	2 51	2 398	2 525	2 55	2 343	2 282	2 24	2 214	2 18	2 16	2 24	2 635	2 63	2 48	2 355	2 3	2 288	
3	2 23	2 315	2 48	2 27	2 221	2 173	2 147	2 203	2 2	2 139	2 1	2 19	2 22	2 73	2 503	2 399	2 52	2 525	2 34	2 285	2 24	2 212	2 18	2 16	2 24	2 6	2 63	2 475	2 351	2 265	2 243	
4	2 235	2 305	2 465	2 268	2 22	2 173	2 147	2 2	2 185	2 139	2 16	2 19	2 22	2 72	2 488	2 388	2 52	2 52	2 34	2 295	2 238	2 21	2 18	2 16	2 24	2 78	2 63	2 47	2 35	2 29	2 243	
5	2 245	2 3	2 455	2 265	2 219	2 171	2 147	2 2	2 19	2 139	2 159	2 19	2 69	2 718	2 493	2 385	2 515	2 515	2 334	2 285	2 238	2 21	2 18	2 16	2 239	2 78	2 628	2 46	2 349	2 29	2 243	
6	2 255	2 28	2 44	2 282	2 217	2 17	2 147	2 188	2 185	2 139	2 158	2 19	2 705	2 713	2 49	2 393	2 69	2 502	2 33	2 285	2 238	2 21	2 18	2 16	2 238	2 777	2 62	2 456	2 344	2 20	2 243	
7	2 26	2 75	2 435	2 26	2 215	2 17	2 147	2 185	2 18	2 139	2 14	2 16	2 7	2 7	2 485	2 391	2 655	2 485	2 328	2 284	2 236	2 208	2 18	2 16	2 237	2 777	2 61	2 45	2 342	2 20	2 243	
8	2 25	2 83	2 425	2 255	2 214	2 175	2 165	2 182	2 178	2 139	2 138	2 175	2 69	2 69	2 475	2 39	2 84	2 485	2 325	2 284	2 235	2 208	2 18	2 16	2 238	2 715	2 6	2 443	2 34	2 20	2 242	
9	2 24	2 6	2 4	2 252	2 2	2 185	2 178	2 19	2 172	2 139	2 138	2 175	2 875	2 68	2 47	2 39	2 62	2 48	2 324	2 284	2 235	2 208	2 18	2 16	2 239	2 705	2 585	2 44	2 34	2 24	2 242	
10	2 23	2 78	2 37	2 25	2 19	2 21	2 185	2 189	2 17	2 139	2 138	2 18	2 66	2 65	2 825	2 46	2 485	2 795	2 475	2 322	2 284	2 235	2 21	2 18	2 16	2 24	2 71	2 58	2 439	2 338	2 29	2 235
11	2 225	2 745	2 38	2 25	2 188	2 211	2 24	2 187	2 188	2 138	2 138	2 18	2 845	2 81	2 455	2 53	2 76	2 485	2 32	2 283	2 234	2 21	2 18	2 16	2 24	2 69	2 57	2 432	2 32	2 289	2 235	
12	2 35	2 73	2 35	2 25	2 185	2 208	2 235	2 181	2 187	2 138	2 138	2 18	2 65	2 6	2 45	2 56	2 735	2 455	2 315	2 283	2 233	2 21	2 18	2 16	2 24	2 67	2 56	2 428	2 315	2 289	2 235	
13	2 385	2 715	2 345	2 245	2 185	2 2	2 228	2 17	2 187	2 138	2 14	2 215	2 65	2 585	2 44	2 575	2 71	2 45	2 314	2 285	2 232	2 205	2 18	2 16	2 28	2 651	2 558	2 42	2 313	2 289	2 235	
14	2 395	2 695	2 335	2 24	2 185	2 195	2 22	2 188	2 184	2 138	2 14	2 235	3 05	2 588	2 425	2 57	2 65	2 38	2 288	2 283	2 225	2 2	2 18	2 16	2 24	2 62	2 547	2 39	2 31	2 289	2 237	
15	2 44	2 675	2 33	2 238	2 185	2 18	2 21	2 188	2 183	2 138	2 14	2 24	3 095	2 588	2 443	2 575	2 875	2 4	2 3	2 287	2 229	2 202	2 18	2 16	2 24	2 62	2 547	2 39	2 31	2 289	2 237	
16	2 46	2 635	2 32	2 232	2 185	2 173	2 2	2 188	2 142	2 138	2 14	2 235	3 05	2 588	2 425	2 57	2 65	2 38	2 288	2 283	2 225	2 2	2 18	2 16	2 226	2 65	2 68	2 53	2 38	2 312	2 288	2 23
17	2 445	2 62	2 315	2 231	2 185	2 17	2 186	2 188	2 145	2 138	2 14	2 23	3	2 59	2 42	2 56	2 635	2 38	2 288	2 283	2 225	2 2	2 18	2 16	2 28	2 62	2 535	2 383	2 312	2 288	2 23	
18	2 43	2 605	2 31	2 23	2 181	2 17	2 19	2 188	2 142	2 17	2 14	2 235	2 65	2 58	2 415	2 55	2 62	2 378	2 287	2 28	2 224	2 2	2 18	2 226	2 65	2 68	2 53	2 38	2 312	2 288	2 23	
19	2 42	2 59	2 305	2 23	2 18	2 17	2 188	2 188	2 14	2 184	2 14	2 225	2 82	2 585	2 412	2 545	2 605	2 375	2 285	2 257	2 22	2 2	2 181	2 228	2 81	2 7	2 52	2 378	2 308	2 288	2 23	
20	2 405	2 575	2 3	2 23	2 177	2 17	2 205	2 188	2 14	2 184	2 14	2 218	2 88	2 585	2 41	2 542	2 595	2 37	2 29	2 25	2 22	2 2	2 181	2 23	2 89	2 713	2 52	2 374	2 307	2 288	2 23	
21	2 39	2 58	2 305	2 21	2 178	2 18	2 215	2 188	2 14	2 184	2 14	2 205	2 85	2 545	2 407	2 538	2 587	2 38	2 288	2 247	2 22	2 181	2 181	2 16	2 232	2 865	2 718	2 515	2 37	2 306	2 289	2 228
22	2 37	2 55	2 29	2 23	2 175	2 147	2 215	2 188	2 14	2 18	2 14	2 2	2 83	2 545	2 402	2 535	2 58	2 358	2 288	2 247	2 22	2 181	2 181	2 16	2 234	2 878	2 498	2 389	2 302	2 286	2 228	
23	2 36	2 535	2 285	2 226	2 174	2 147	2 215	2 175	2 14	2 176	2 145	2 2	2 81	2 525	2 401	2 53	2 575	2 353	2 286	2 247	2 218	2 181	2 181	2 16	2 237	2 865	2 68	2 495	2 364	2 3	2 288	2 227
24	2 35	2 52	2 28	2 225	2 173	2 147	2 215	2 205	2 14	2 17	2 15	2 212	2 785	2 52	2 4	2 528	2 562	2 35	2 285	2 24	2 217	2 181	2 181	2 16	2 237	2 862	2 66	2 49	2 36	2 3	2 288	2 225

Tabla 3.1c Lectura de escala de los aforos medidos en la estación hidrométrica Ídolos.

		ESTACIÓN: ÍDOLOS; AÑO: 1995																														
		AGOSTO																														
MES	Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Hora		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	2.226	2.21	2.22	2.215	3.15	2.615	2.95	2.848	3.35	3.47	3.053	2.746	2.88	2.65	2.562	2.508	2.456	2.425	2.44	2.97	2.677	2.568	2.573	2.512	2.72	3.03	2.738	2.848	2.59	2.548		
2	2.225	2.21	2.22	2.214	2.21	3.38	2.61	2.834	3.3	3.4	3.058	3.76	2.87	2.848	2.56	2.507	2.455	2.435	2.45	2.95	2.67	2.568	2.57	2.512	2.72	3.05	2.73	2.845	2.588	2.55		
3	2.22	2.21	2.22	2.211	2.207	3.26	2.605	2.9	2.827	3.235	3.32	3.058	3.705	2.855	2.645	2.56	2.505	2.453	2.438	2.465	2.92	2.665	2.6	2.568	2.51	2.72	3.29	2.725	2.64	2.612	2.552	
4	2.223	2.21	2.22	2.21	2.204	3.155	2.6	2.887	3.005	3.175	3.25	3.061	3.67	2.835	2.639	2.56	2.503	2.45	2.438	2.48	2.9	2.66	2.77	2.565	2.51	2.72	3.21	2.715	2.833	2.612	2.553	
5	2.225	2.21	2.22	2.202	2.203	3.1	3.1	2.88	2.788	3.15	3.2	3.063	3.61	2.825	2.635	2.56	2.501	2.45	2.435	2.52	2.88	2.655	2.75	2.563	2.51	3.88	3.15	2.71	2.818	2.613	2.56	
6	2.225	2.21	2.22	2.201	2.201	3.04	3.07	2.87	2.79	3.135	3.15	3.060	3.56	2.800	2.632	2.56	2.5	2.45	2.43	2.58	2.86	2.65	2.72	2.562	2.51	3.88	3.00	2.7	2.81	2.611	2.56	
7	2.224	2.21	2.188	2.186	2.203	2.99	3.035	3.83	3.77	3.115	3.105	3.06	3.53	2.79	2.632	2.56	2.487	2.45	2.43	2.63	2.845	2.645	2.665	2.56	2.635	3.72	3.04	2.685	2.6	2.61	2.562	
8	2.219	2.21	2.197	2.195	2.75	2.95	4	3.58	2.75	3.085	3.07	3.05	3.45	2.76	2.625	2.56	2.488	2.45	2.428	2.75	2.835	2.64	2.68	2.56	2.63	3.65	3.07	2.69	2.61	2.61	2.563	
9	2.218	2.209	2.197	2.192	2.765	2.9	4.43	3.46	2.73	3.06	3.04	3.03	3.35	2.735	2.625	2.558	2.485	2.448	2.425	3.25	2.815	2.63	2.65	2.56	2.61	3.5	3.06	2.66	2.605	2.6	2.565	
10	2.19	2.209	2.188	2.19	2.6	2.67	4.15	3.35	2.715	3.025	3.015	3	3.265	2.73	2.622	2.555	2.5	2.446	2.423	3.475	2.605	2.625	2.642	2.56	2.595	3.3	3.08	2.65	2.6	2.595	2.56	
11	2.22	2.208	2.195	2.187	2.77	2.845	4	3.27	2.708	2.988	3.018	2.96	3.215	2.723	2.62	2.55	2.515	2.444	2.422	3.56	2.79	2.82	2.64	2.56	2.6	3.23	3.03	2.848	2.597	2.588	2.555	
12	2.22	2.208	2.184	2.185	2.74	2.82	3.75	3.2	2.7	2.88	3.02	2.9	3.185	2.716	2.601	2.548	2.518	2.442	2.42	3.61	2.78	2.617	2.63	2.56	2.67	3.18	2.99	2.648	2.592	2.578	2.55	
13	2.22	2.207	2.183	2.182	2.7	2.78	3.6	3.15	2.694	2.96	3.023	2.868	3.145	2.71	2.598	2.545	2.515	2.44	2.42	3.64	2.77	2.613	2.62	2.558	2.65	3.12	2.96	2.647	2.598	2.575	2.545	
14	2.22	2.205	2.19	2.183	2.66	2.76	3.5	3.1	2.69	2.84	3.025	2.85	3.102	2.704	2.588	2.54	2.505	2.437	2.42	3.56	2.76	2.61	2.612	2.55	2.63	3.06	2.935	2.648	2.594	2.568	2.54	
15	2.22	2.204	2.19	2.19	2.63	2.745	3.43	3.07	2.685	2.93	3.028	2.83	3.08	2.688	2.59	2.54	2.5	2.438	2.42	3.48	2.755	2.605	2.605	2.54	2.785	3.02	2.885	2.642	2.581	2.565	2.536	
16	2.22	2.203	2.19	2.28	2.605	2.73	3.31	3.03	2.677	2.9	3.03	2.8	3.051	2.633	2.585	2.54	2.488	2.435	2.42	3.38	2.745	2.6	2.598	2.54	2.78	2.98	2.865	2.63	2.58	2.56	2.533	
17	2.22	2.203	2.19	2.29	2.585	2.715	3.25	3.005	2.673	2.89	3.033	2.783	3.035	2.66	2.582	2.538	2.48	2.433	2.42	3.32	2.737	2.585	2.585	2.535	2.77	2.95	2.845	2.624	2.577	2.558	2.532	
18	2.215	2.202	2.19	2.285	2.57	2.703	3.2	2.88	2.67	2.88	3.035	2.781	3.015	2.683	2.58	2.536	2.485	2.431	2.42	3.26	2.73	2.59	2.588	2.53	2.775	2.92	2.83	2.621	2.574	2.558	2.53	
19	2.214	2.201	2.19	2.27	2.555	2.685	3.14	2.96	2.668	2.868	3.038	2.725	2.99	2.66	2.574	2.534	2.48	2.43	2.42	3.19	2.72	2.587	2.585	2.528	2.735	2.895	2.82	2.62	2.57	2.554	2.525	
20	2.213	2.2	2.19	2.28	2.545	2.68	3.1	2.94	2.67	2.85	3.04	2.761	2.965	2.678	2.57	2.521	2.472	2.425	2.422	3.14	2.71	2.582	2.582	2.525	2.72	2.865	2.8	2.615	2.568	2.551	2.52	
21	2.213	2.2	2.19	2.25	2.51	2.65	3.07	2.81	4.12	2.85	3.043	2.754	2.95	2.675	2.568	2.518	2.467	2.424	2.425	3.1	2.705	2.58	2.58	2.52	2.72	2.845	2.775	2.61	2.565	2.55	2.517	
22	2.21	2.2	2.19	2.24	2.5	2.645	3.02	2.89	3.82	3.95	3.046	2.75	2.93	2.67	2.566	2.517	2.461	2.423	2.428	3.075	2.699	2.578	2.579	2.515	2.72	2.83	2.765	2.613	2.565	2.548	2.516	
23	2.21	2.2	2.21	2.23	2.495	2.635	3	2.875	3.63	3.8	3.048	2.748	2.91	2.684	2.565	2.515	2.458	2.423	2.43	3.03	2.69	2.575	2.577	2.513	2.72	2.815	2.76	2.62	2.565	2.547	2.514	
24	2.21	2.2	2.215	2.224	2.53	2.62	2.97	2.86	3.43	3.55	3.05	2.747	2.858	2.657	2.564	2.51	2.456	2.422	2.435	3	2.682	2.57	2.575	2.513	2.72	2.805	2.75	2.64	2.59	2.547	2.51	

Tabla 3.1d Lectura de escala de los aforos medidos en la estación hidrométrica Ídolos.

ESTACIÓN: ÍDOLOS; AÑO: 1995																														
SEPTIEMBRE																														
MES																														
Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	2.507	2.447	2.615	2.432	2.601	2.55	2.5	2.87	2.566	2.437	2.482	2.565	2.46	2.351	2.422	2.319	2.289	2.261	2.238	2.221	2.255	2.206	2.235	2.615	2.41	2.32	2.29	2.32	2.318	2.277
2	2.507	2.445	2.6	2.432	2.612	2.54	2.481	2.689	2.56	2.436	2.484	2.56	2.458	2.349	2.417	2.318	2.29	2.26	2.238	2.221	2.251	2.208	2.245	2.6	2.405	2.319	2.29	2.32	2.315	2.277
3	2.505	2.445	2.585	2.432	2.617	2.523	2.487	2.675	2.556	2.433	2.48	2.555	2.454	2.346	2.408	2.315	2.29	2.259	2.238	2.222	2.248	2.207	2.26	2.586	2.4	2.315	2.29	2.32	2.312	2.277
4	2.503	2.445	2.578	2.45	2.617	2.52	2.485	2.64	2.55	2.432	3.295	2.55	2.45	2.341	2.408	2.313	2.29	2.258	2.238	2.22	2.241	2.206	2.272	2.58	2.385	2.312	2.29	2.32	2.31	2.277
5	2.5	2.449	2.565	2.475	2.612	2.584	2.485	2.81	2.545	2.432	3.21	2.542	2.445	2.34	2.39	2.315	2.29	2.257	2.238	2.22	2.238	2.205	2.285	2.57	2.39	2.31	2.293	2.317	2.31	2.277
6	2.493	2.444	2.568	2.481	2.608	2.584	2.53	2.775	2.54	2.432	3.07	2.532	2.441	2.34	2.387	2.31	2.29	2.257	2.238	2.219	2.237	2.205	2.3	2.56	2.385	2.306	2.53	2.485	2.31	2.277
7	2.49	2.443	2.554	2.525	2.605	2.576	2.535	2.75	2.532	2.433	2.98	2.525	2.435	2.339	2.388	2.308	2.29	2.256	2.237	2.218	2.234	2.205	2.325	2.555	2.38	2.302	2.51	2.465	2.308	2.277
8	2.488	2.448	2.532	2.545	2.601	2.579	2.54	2.728	2.525	2.745	2.91	2.516	2.431	2.337	2.38	2.308	2.29	2.255	2.235	2.215	2.23	2.205	2.35	2.545	2.375	2.301	2.475	2.445	2.308	2.277
9	2.495	2.45	2.525	2.545	2.59	2.58	2.537	2.71	2.52	2.73	2.775	2.508	2.425	2.33	2.371	2.307	2.29	2.253	2.238	2.205	2.222	2.205	2.4	2.535	2.372	2.298	2.485	2.43	2.308	2.278
10	2.49	2.46	2.516	2.544	2.576	2.568	2.531	2.69	2.488	2.701	2.745	2.506	2.42	2.33	2.367	2.307	2.29	2.254	2.24	2.207	2.223	2.205	2.425	2.53	2.37	2.288	2.45	2.4	2.31	2.279
11	2.488	2.458	2.51	2.54	2.57	2.558	2.53	2.67	2.494	2.675	2.8	2.504	2.405	2.332	2.364	2.307	2.29	2.255	2.24	2.208	2.224	2.205	2.47	2.52	2.385	2.298	2.385	2.38	2.32	2.28
12	2.484	2.452	2.49	2.537	2.554	2.541	2.534	2.655	2.49	2.65	2.71	2.5	2.39	2.333	2.358	2.307	2.29	2.256	2.238	2.21	2.227	2.2	2.725	2.49	2.358	2.285	2.374	2.36	2.325	2.273
13	2.484	2.447	2.482	2.536	2.545	2.535	2.521	2.647	2.487	2.638	2.643	2.484	2.381	2.336	2.354	2.3	2.29	2.255	2.237	2.21	2.228	2.202	2.66	2.5	2.36	2.298	2.378	2.365	2.335	2.274
14	2.484	2.44	2.482	2.525	2.54	2.531	2.521	2.64	2.483	2.615	2.68	2.488	2.378	2.336	2.35	2.3	2.29	2.256	2.238	2.21	2.227	2.2	2.725	2.49	2.358	2.285	2.374	2.36	2.325	2.273
15	2.48	2.435	2.477	2.5	2.537	2.527	2.521	2.63	2.48	2.588	2.66	2.48	2.375	2.48	2.345	2.3	2.27	2.256	2.239	2.21	2.228	2.2	2.775	2.48	2.355	2.284	2.367	2.361	2.31	2.272
16	2.478	2.432	2.47	2.503	2.515	2.508	2.521	2.62	2.477	2.585	2.643	2.477	2.37	2.33	2.298	2.27	2.256	2.24	2.24	2.224	2.2	2.81	2.475	2.352	2.282	2.38	2.382	2.3	2.27	
17	2.473	2.7	2.465	2.51	2.51	2.508	2.52	2.61	2.47	2.575	2.63	2.475	2.368	2.336	2.295	2.27	2.25	2.236	2.26	2.223	2.2	2.785	2.465	2.348	2.282	2.352	2.36	2.3	2.266	
18	2.47	2.69	2.46	2.6	2.501	2.5	2.51	2.6	2.46	2.562	2.615	2.471	2.386	2.503	2.333	2.291	2.27	2.24	2.234	2.284	2.22	2.2	2.77	2.46	2.345	2.282	2.345	2.354	2.3	2.266
19	2.465	2.675	2.454	2.63	2.498	2.495	2.5	2.594	2.454	2.551	2.605	2.47	2.384	2.49	2.331	2.291	2.268	2.24	2.231	2.285	2.217	2.2	2.735	2.45	2.34	2.281	2.34	2.347	2.291	2.265
20	2.46	2.67	2.45	2.627	2.5	2.49	2.49	2.596	2.452	2.54	2.585	2.469	2.36	2.478	2.33	2.291	2.264	2.24	2.228	2.283	2.215	2.2	2.71	2.44	2.338	2.281	2.335	2.338	2.291	2.265
21	2.458	2.645	2.447	2.625	2.54	2.49	2.485	2.58	2.451	2.53	2.59	2.488	2.356	2.487	2.325	2.29	2.263	2.24	2.222	2.282	2.213	2.2	2.69	2.435	2.333	2.29	2.328	2.33	2.291	2.262
22	2.455	2.63	2.441	2.616	2.56	2.49	2.478	2.577	2.45	2.52	2.583	2.467	2.355	2.458	2.321	2.29	2.262	2.24	2.221	2.28	2.21	2.205	2.67	2.428	2.33	2.29	2.325	2.328	2.292	2.261
23	2.453	2.627	2.438	2.61	2.563	2.49	2.48	2.574	2.448	2.51	2.578	2.465	2.355	2.445	2.32	2.289	2.262	2.24	2.22	2.28	2.21	2.215	2.65	2.42	2.326	2.29	2.323	2.325	2.292	2.26
24	2.45	2.622	2.437	2.6	2.56	2.499	2.488	2.568	2.441	2.502	2.57	2.463	2.355	2.432	2.32	2.289	2.262	2.24	2.22	2.28	2.21	2.227	2.63	2.415	2.323	2.29	2.322	2.32	2.277	2.26

Tabla 3.1e Lectura de escala de los aforos medidos en la estación hidrométrica Ídolos.

ESTACIÓN: ÍDOLOS; AÑO: 1995																															
OCTUBRE																															
MES																															
Día																															
Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	2.26	2.241	2.21	2.22	2.214	2.197	2.187	2.185	2.17	2.162	2.157	2.151	2.13	2.15	2.137	2.125	2.12	2.106	2.11	3.08	2.935	2.865	2.485	2.385	2.335	2.288	2.25	2.248	2.475	2.35	
2	2.26	2.241	2.21	2.22	2.218	2.198	2.185	2.19	2.163	2.162	2.157	2.15	2.13	2.15	2.138	2.123	2.12	2.105	2.108	3.7	2.925	2.855	2.48	2.383	2.334	2.284	2.25	2.248	2.485	2.345	
3	2.26	2.241	2.208	2.22	2.216	2.196	2.181	2.189	2.16	2.162	2.157	2.15	2.13	2.15	2.138	2.12	2.118	2.12	2.103	2.108	4.02	2.915	2.84	2.478	2.38	2.333	2.281	2.25	2.248	2.455	2.343
4	2.26	2.24	2.208	2.218	2.215	2.2	2.182	2.186	2.16	2.162	2.157	2.15	2.13	2.15	2.138	2.118	2.117	2.123	2.102	2.104	4.11	2.905	2.823	2.475	2.378	2.332	2.28	2.25	2.248	2.445	2.344
5	2.26	2.24	2.208	2.216	2.214	2.201	2.185	2.184	2.159	2.162	2.157	2.15	2.13	2.15	2.137	2.12	2.115	2.122	2.104	2.105	3.95	2.895	2.815	2.472	2.375	2.331	2.28	2.25	2.248	2.435	2.345
6	2.26	2.24	2.208	2.215	2.212	2.202	2.189	2.183	2.16	2.162	2.157	2.15	2.13	2.15	2.137	2.12	2.114	2.122	2.105	2.108	3.8	2.888	2.805	2.485	2.375	2.33	2.278	2.25	2.248	2.43	2.343
7	2.26	2.238	2.208	2.213	2.211	2.203	2.187	2.182	2.16	2.158	2.152	2.132	2.13	2.154	2.136	2.12	2.112	2.122	2.107	2.106	3.19	2.874	2.865	2.46	2.373	2.328	2.276	2.25	2.248	2.42	2.34
8	2.26	2.239	2.21	2.21	2.21	2.201	2.183	2.18	2.163	2.158	2.153	2.132	2.13	2.153	2.135	2.117	2.11	2.115	2.109	2.108	3.16	2.86	2.87	2.458	2.371	2.328	2.272	2.25	2.248	2.41	2.34
9	2.26	2.238	2.214	2.21	2.213	2.198	2.182	2.18	2.168	2.164	2.155	2.132	2.13	2.153	2.135	2.118	2.111	2.115	2.11	2.109	3.135	2.85	2.855	2.452	2.37	2.328	2.268	2.25	2.248	2.4	2.336
10	2.255	2.237	2.214	2.21	2.215	2.193	2.181	2.182	2.169	2.167	2.155	2.13	2.13	2.151	2.136	2.12	2.112	2.115	2.11	2.109	3.11	2.84	2.84	2.448	2.368	2.325	2.266	2.25	2.5	2.5	2.332
11	2.253	2.237	2.214	2.21	2.214	2.191	2.18	2.183	2.17	2.167	2.158	2.13	2.13	2.15	2.138	2.12	2.112	2.113	2.11	2.11	3.09	2.828	2.828	2.445	2.365	2.324	2.268	2.25	2.605	2.488	2.33
12	2.258	2.238	2.214	2.21	2.214	2.19	2.181	2.184	2.17	2.167	2.159	2.13	2.13	2.15	2.138	2.12	2.113	2.112	2.11	2.11	3.07	2.815	2.825	2.44	2.363	2.322	2.268	2.25	2.68	2.475	2.325
13	2.26	2.238	2.215	2.21	2.214	2.19	2.183	2.185	2.17	2.167	2.16	2.13	2.13	2.135	2.136	2.123	2.11	2.11	2.118	3.055	2.805	2.82	2.435	2.36	2.32	2.266	2.25	2.66	2.455	2.322	
14	2.26	2.238	2.215	2.21	2.214	2.19	2.185	2.186	2.17	2.167	2.16	2.13	2.13	2.135	2.133	2.123	2.11	2.108	2.108	3.04	2.795	2.815	2.43	2.355	2.32	2.268	2.25	2.63	2.437	2.319	
15	2.259	2.238	2.215	2.22	2.213	2.19	2.187	2.187	2.17	2.167	2.16	2.13	2.133	2.135	2.132	2.123	2.11	2.105	2.109	2.116	3.03	2.782	2.81	2.425	2.35	2.32	2.268	2.249	2.615	2.425	2.315
16	2.256	2.238	2.215	2.23	2.212	2.19	2.188	2.188	2.17	2.167	2.161	2.13	2.133	2.135	2.13	2.121	2.113	2.108	2.11	2.113	3.02	2.77	2.808	2.42	2.348	2.32	2.268	2.249	2.59	2.417	2.31
17	2.251	2.237	2.215	2.229	2.211	2.187	2.189	2.188	2.17	2.163	2.163	2.13	2.136	2.133	2.13	2.12	2.117	2.11	2.111	2.112	3.01	2.755	2.805	2.415	2.345	2.32	2.268	2.249	2.575	2.41	2.305
18	2.25	2.232	2.215	2.228	2.21	2.185	2.19	2.187	2.187	2.167	2.164	2.13	2.14	2.133	2.13	2.12	2.118	2.11	2.112	2.113	3	2.748	2.805	2.41	2.343	2.315	2.267	2.248	2.56	2.4	2.3
19	2.248	2.23	2.215	2.226	2.209	2.185	2.192	2.183	2.165	2.159	2.162	2.13	2.15	2.134	2.128	2.12	2.12	2.11	2.112	2.115	2.99	2.735	2.805	2.405	2.341	2.31	2.265	2.246	2.545	2.395	2.295
20	2.245	2.23	2.215	2.225	2.208	2.185	2.193	2.181	2.163	2.158	2.153	2.13	2.15	2.135	2.127	2.12	2.125	2.11	2.113	2.125	2.98	2.723	2.805	2.4	2.34	2.302	2.263	2.248	2.535	2.39	2.295
21	2.243	2.23	2.218	2.214	2.207	2.186	2.19	2.178	2.181	2.158	2.155	2.13	2.15	2.135	2.127	2.12	2.122	2.11	2.112	2.145	2.87	2.71	2.5	2.395	2.34	2.298	2.261	2.248	2.52	2.38	2.29
22	2.241	2.218	2.22	2.223	2.202	2.186	2.187	2.171	2.162	2.158	2.154	2.13	2.15	2.136	2.126	2.12	2.12	2.109	2.11	2.117	2.96	2.7	2.488	2.383	2.339	2.292	2.26	2.248	2.51	2.37	2.29
23	2.24	2.213	2.22	2.221	2.2	2.19	2.184	2.17	2.163	2.158	2.154	2.13	2.15	2.136	2.125	2.12	2.117	2.106	2.11	2.2	2.85	2.69	2.465	2.39	2.338	2.29	2.255	2.248	2.5	2.363	2.29
24	2.24	2.21	2.22	2.22	2.2	2.188	2.184	2.17	2.163	2.158	2.152	2.13	2.15	2.136	2.125	2.12	2.119	2.107	2.11	2.265	2.943	2.86	2.48	2.385	2.336	2.29	2.253	2.248	2.485	2.355	2.29

3.3 Análisis de la información

3.3.1 Obtención de los hidrogramas

Un hidrograma de escurrimientos es una gráfica o tabla que muestra el flujo del volumen como función del tiempo en un lugar dado de la corriente (estación de aforo); este hidrograma es una expresión integral de las características fisiográficas y climáticas que rigen las relaciones entre la lluvia y el escurrimiento de una cuenca. El estudio de los hidrogramas muestra que los picos de crecientes que se producen son el resultado de la lluvia que cae en la cuenca. [Chow et al., 1988]

Para conocer el gasto instantáneo durante una avenida, es necesario registrar los niveles y disponer de una curva que relacione a la elevación del nivel del agua en el río, con dicho gasto. Esta curva, llamada curva elevaciones-gasto, se forma a partir de los aforos completos que se hayan realizado en el período que ocurrió alguna avenida. [Manual de diseño de obras civiles (CFE) A.1.3.]

Con los gastos aforados y sus elevaciones durante el período seleccionado en la estación de aforos Ídolos, se ajustó la curva elevaciones-gastos (Fig. 3.3) de donde se obtuvo la ecuación

$$Q = 45.026x^3 - 300.949x^2 + 691.09x - 539.258 \quad (3.1)$$

donde

Q gasto en la sección de aforo; m³/s

x lectura de escala; m

Con ella se calcularon los gastos que se presentan en la (Fig. 3.4) y son las avenidas máximas ocurridas en el año de 1995.

Con base en este hidrograma de escurrimientos totales obtenido se seleccionaron las avenidas que se usarán en este estudio, de la manera siguiente (Fig. 3.5):

Primera Tormenta : del 26 de junio al 6 de julio.

Segunda Tormenta : del 22 al 31 de julio.

Tercera Tormenta : del 04 al 15 de agosto.

Cuarta Tormenta : del 18 al 23 de agosto.

Quinta Tormenta : del 24 al 29 de agosto.

Sexta Tormenta : del 06 al 14 de septiembre.

Séptima Tormenta : del 19 al 26 de octubre.

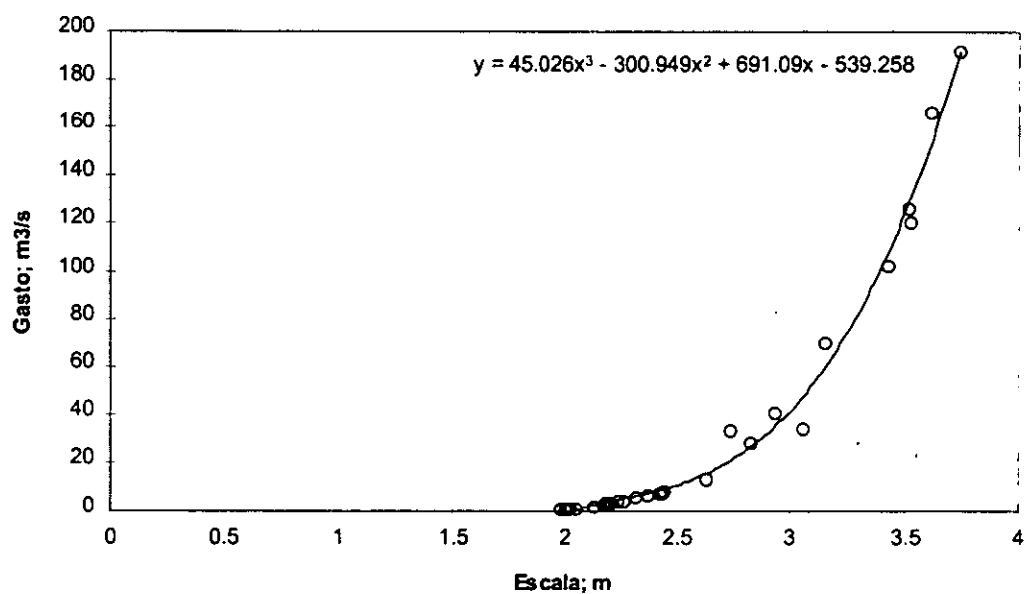


Fig. 3.3 Ajuste de curva elevaciones-gasto

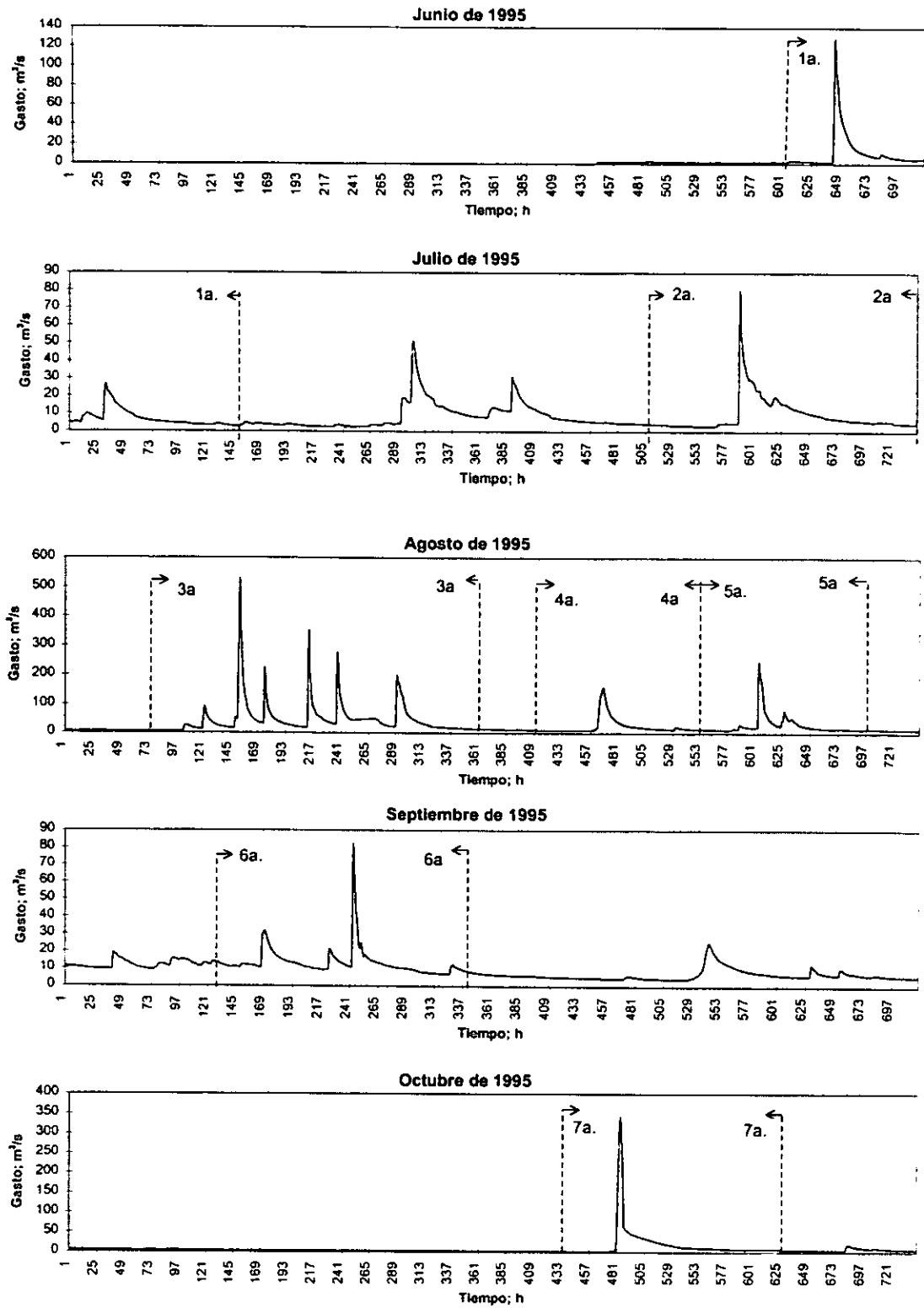


Fig.3.4 Hidrograma de escurrimientos de la cuenca del río Ídolos.

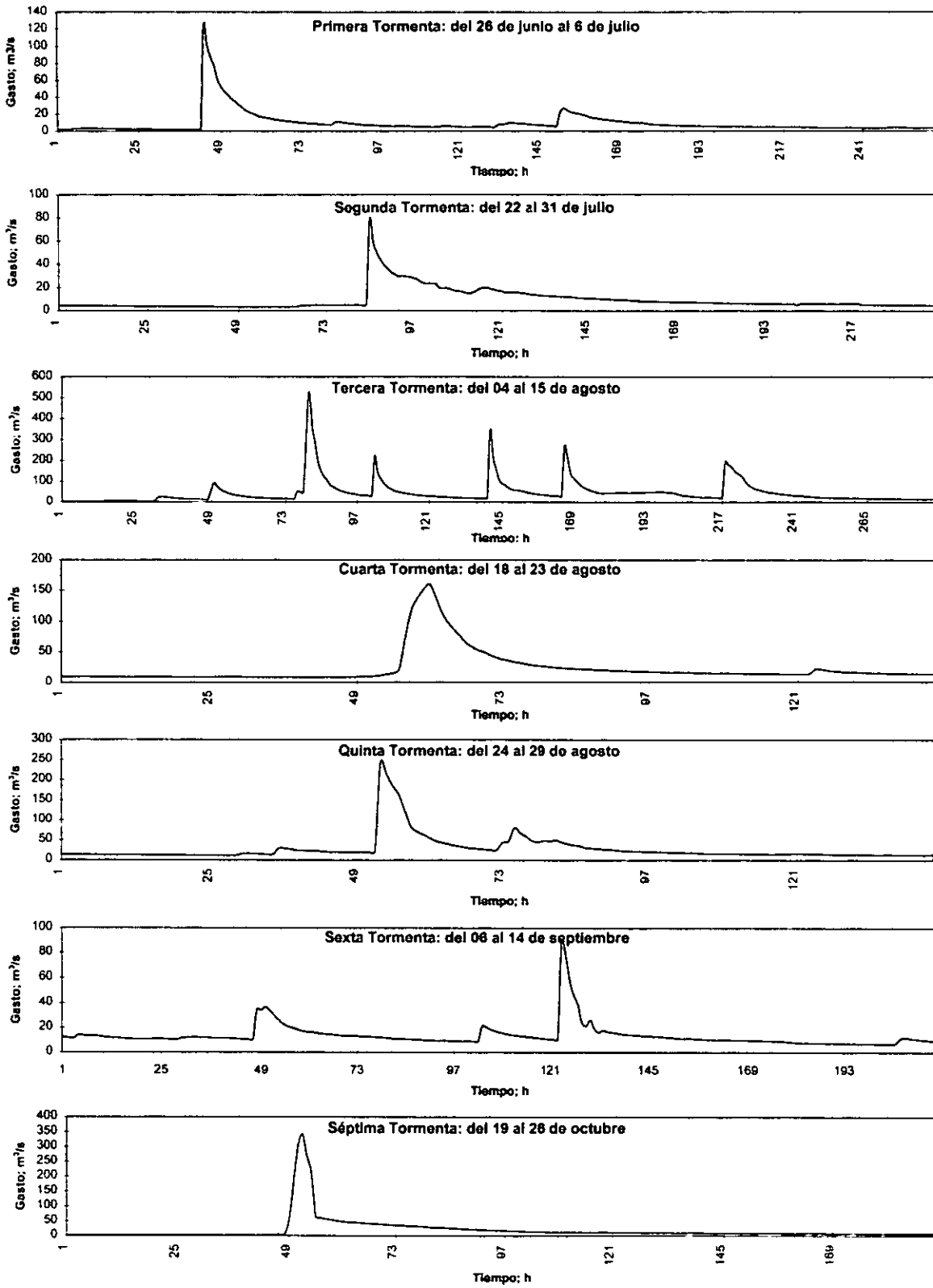


Fig. 3.5 Hidrogramas de escurrimientos totales de las avenidas seleccionadas (AÑO: 1995).

Al observar los hietogramas de cada tormenta se detectó que había entre las lluvias de las estaciones un defasamiento en el tiempo, que algunas estaciones no registraron lluvias y que además algunas lluvias pequeñas provocaban gastos muy altos, siendo más notable en la tercera tormenta donde se registra el pico más alto (Fig. 3.6). Para corroborar que la ecuación ajustada con base en los aforos era correcta, se revisaron las secciones transversales para cada uno de éstos, notándose que había variación en ellas al graficar las áreas y las velocidades con respecto a la lectura de escala obtenida en los aforos (Fig. 3.7 y Fig. 3.8), lo que más tarde se verificó al dibujar las secciones de aforo, resultando que la sección de aforo en la estación hidrométrica Ídolos (Fig. 3.9) es mayor que la sección aforada por vadeo (Fig. 3.10), 400 m. aguas abajo de ésta. Estas dos últimas figuras se dibujaron a la misma escala con la finalidad de evidenciar la diferencia entre las dos secciones aforadas.

En el primer caso se ajustaron las lluvias de las estaciones desfasadas para que estas fueran congruentes con las demás y se eliminaron las estaciones que no registraron lluvias.

En el caso de la revisión de la ecuación ajustada a partir de los aforos se empleó el método del factor de fricción obteniéndose el factor geométrico y el factor de fricción con las expresiones:

$$F.G. = AR_h^{2/3}$$

$$F.F. = \frac{Q}{AR_h^{2/3}} = \frac{Q}{F.G.}$$

donde

F.G. factor geométrico; $m^{8/3}$

F.F. factor de fricción; $m^{1/3}$

A área de la sección aforada; m^2

R_h radio hidráulico; m

de donde se obtuvo la ecuación:

$$Q = 62.564x^2 - 252.789x + 243.763 \quad (3.2)$$

donde

Q gasto en la sección de aforo; m³/s

x lectura de escala; m

Una vez obtenida esta ecuación se comparó con la ecuación obtenida de los aforos y se dibujó (Fig. 3.11) para determinar el rango de uso de cada una de ellas.

De este análisis se determinó poner como límite el valor de la escala ("x" en la ec. 3.2) de 2.75, es decir, para valores menores se usaría la ecuación obtenida por medio de los aforos (ec. 3.1) y para valores mayores la obtenida por medio del método del factor de fricción (ec. 3.2); quedando finalmente los hidrogramas como se muestra en la Fig. 3.12.

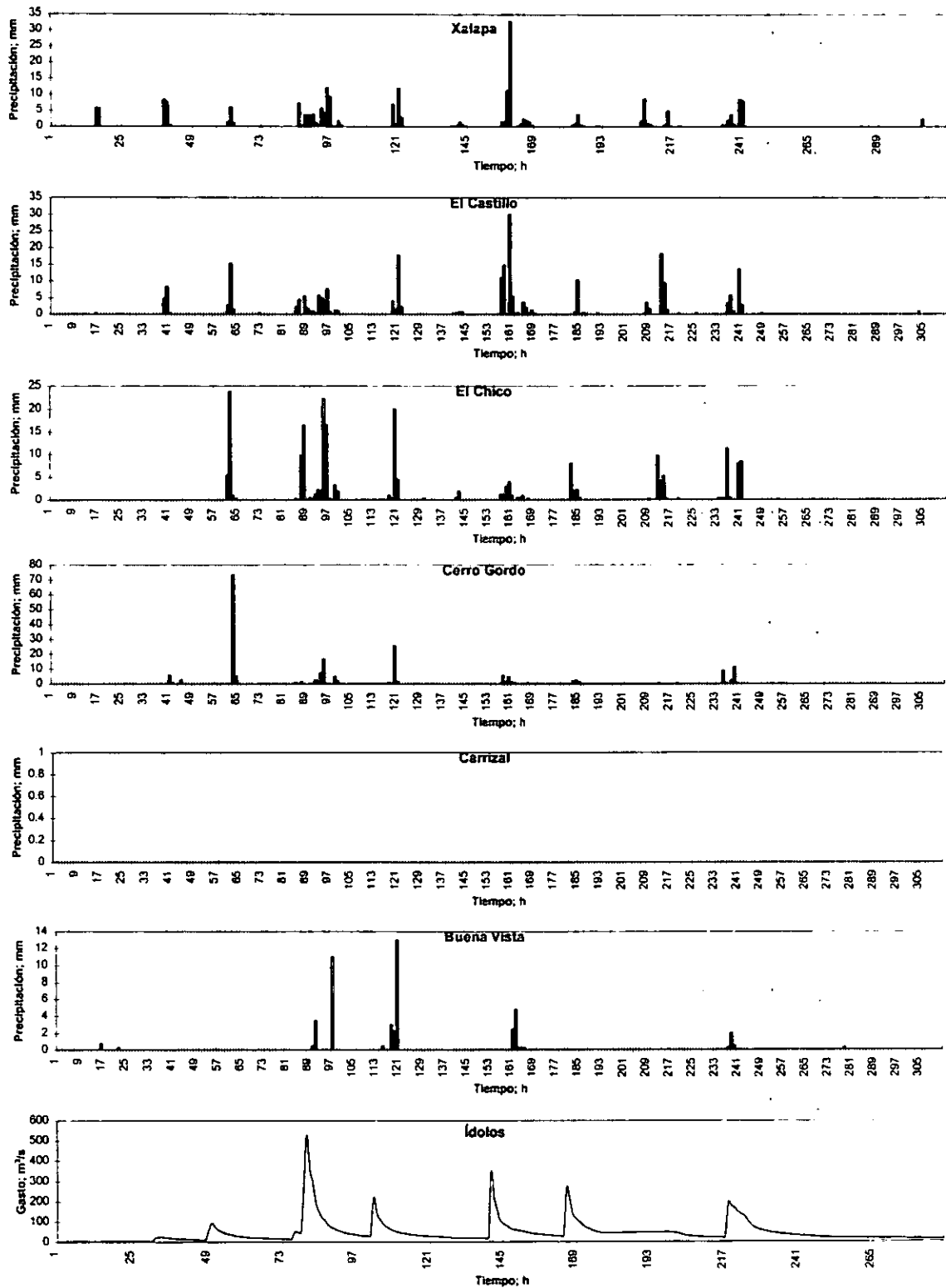


Fig. 3.6 Hietogramas e hidrograma de la tercera tormenta.

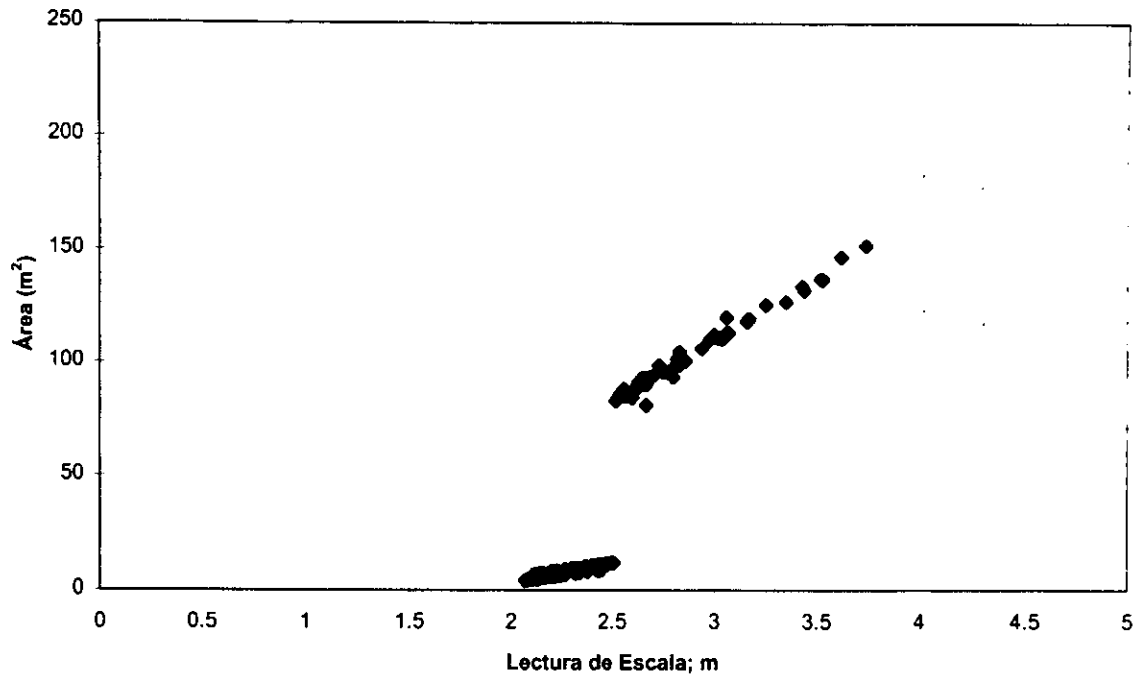


Fig. 3.7 Gráfica de área contra lectura de escala de las secciones aforadas durante el mes de agosto de 1955.

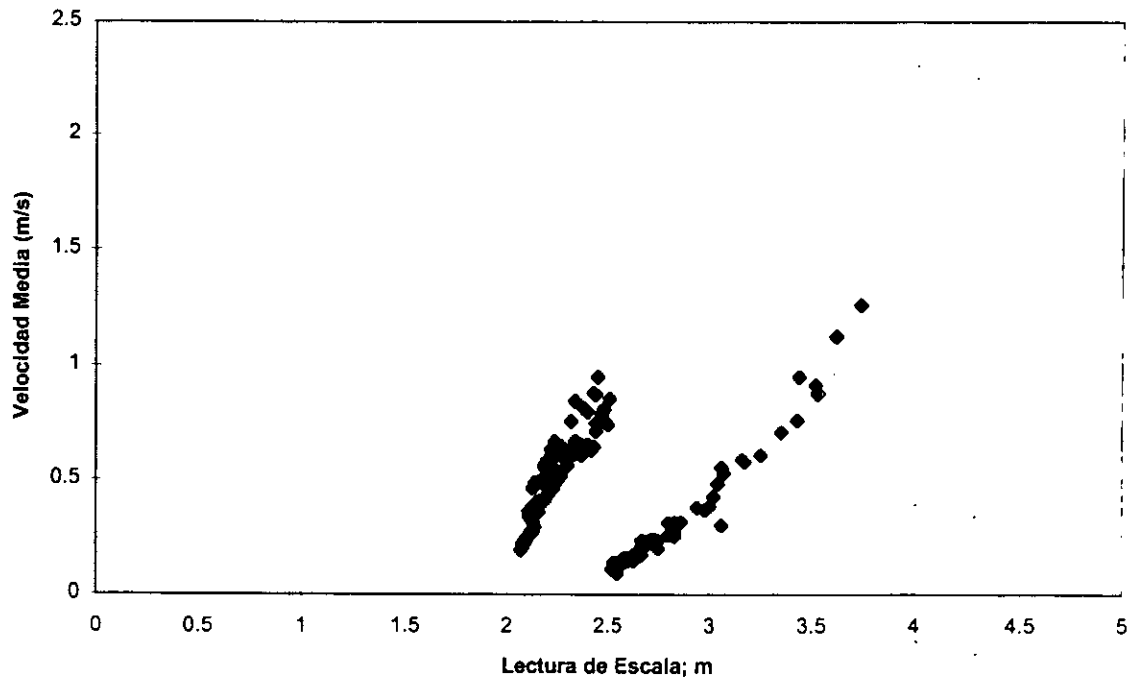


Fig. 3.8 Gráfica de velocidad media contra lectura de escala de las secciones aforadas durante el mes de agosto de 1955.

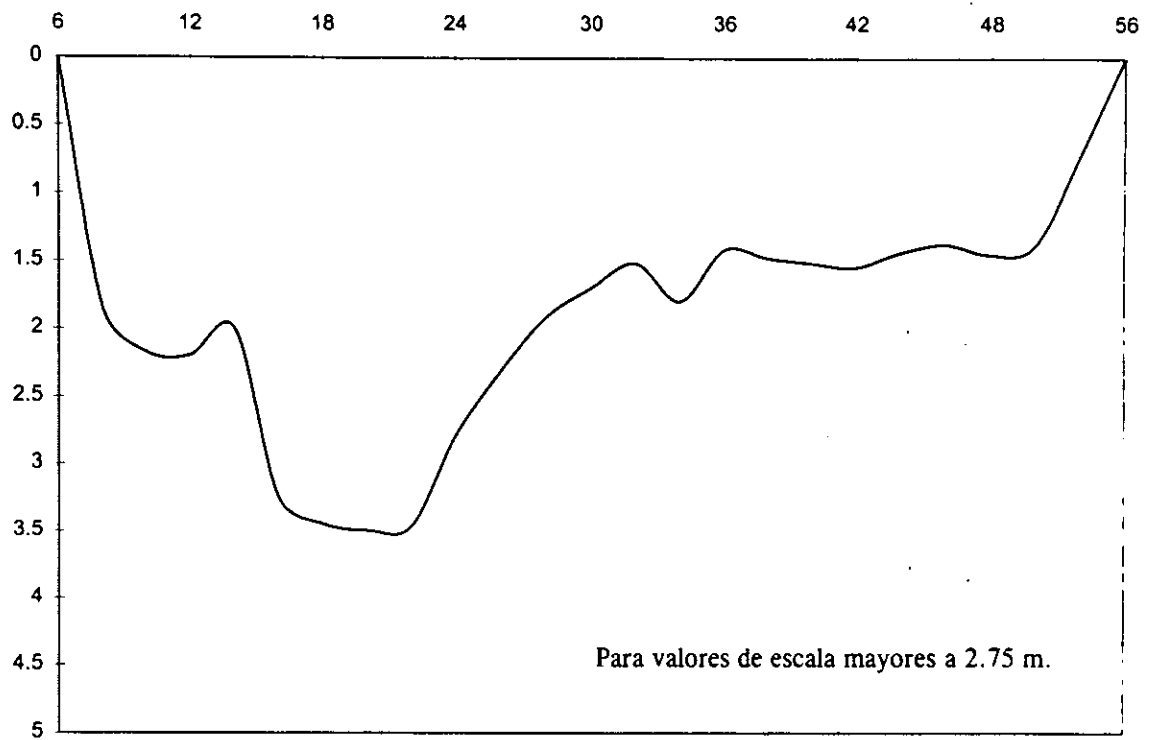


Fig. 3.9 Sección de aforo en la estación hidrométrica Ídolos.

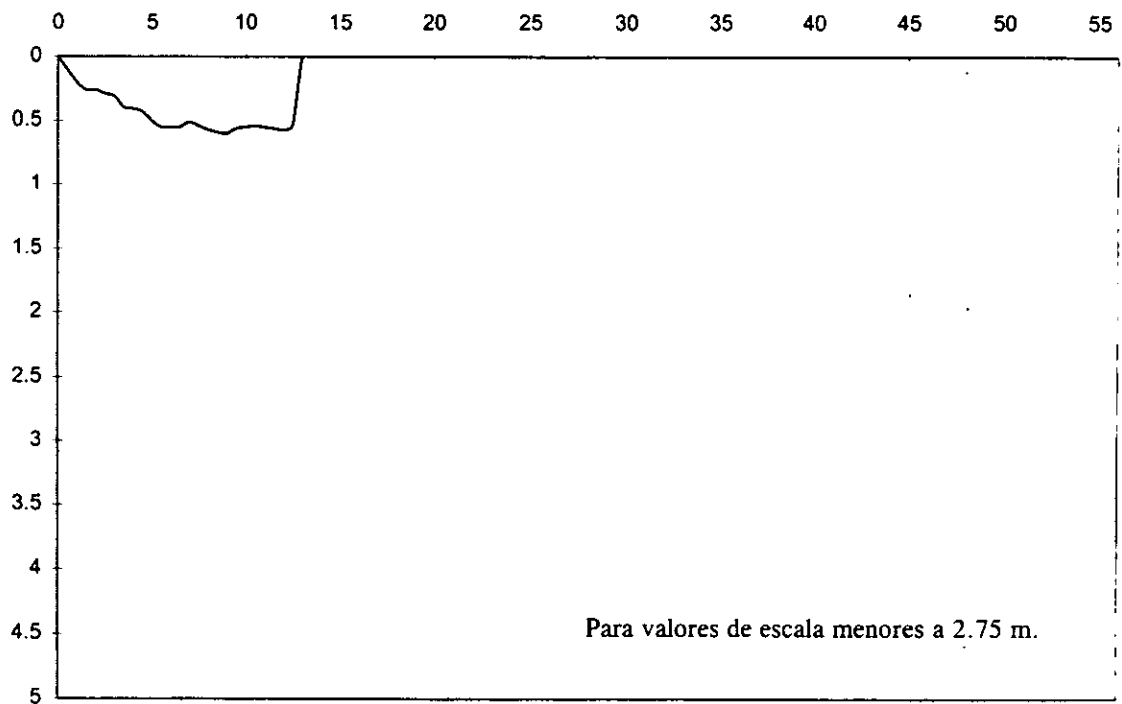


Fig. 3.10 Sección aforada por vadeo, 400 m. aguas abajo de la sección de aforo.

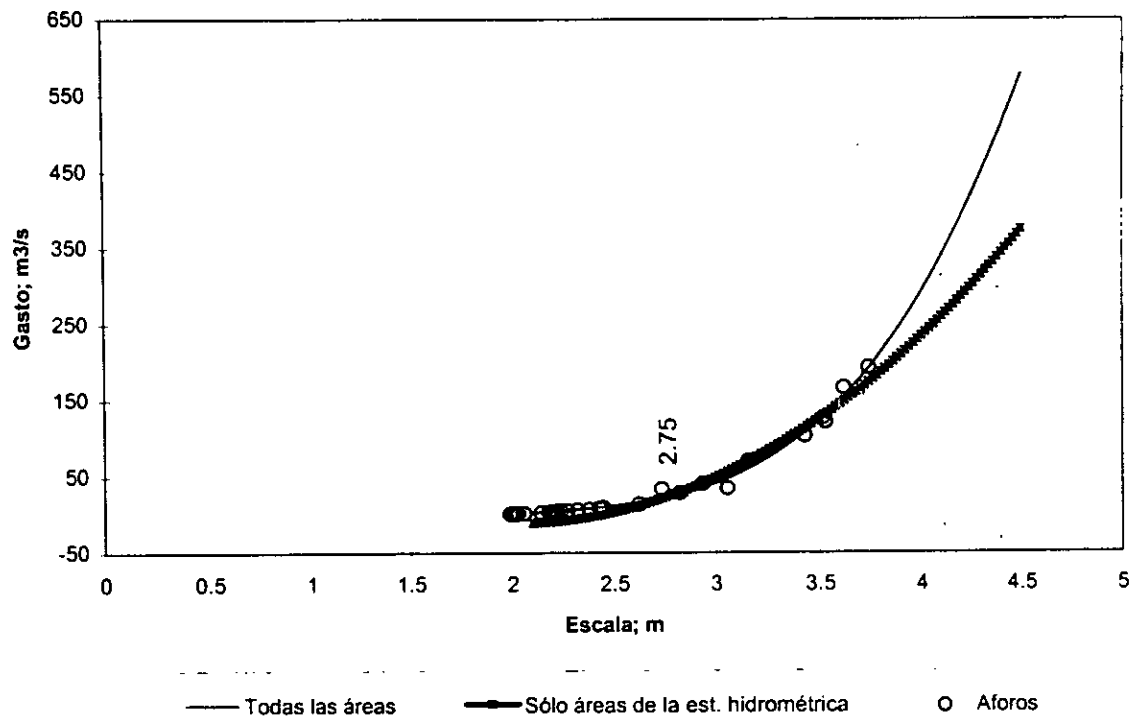


Fig. 3.11 Comparación entre las ecuaciones ajustadas; una: incluyendo todas las secciones de aforo y la otra, sólo con las secciones aforadas en la estación hidrométrica Ídolos.

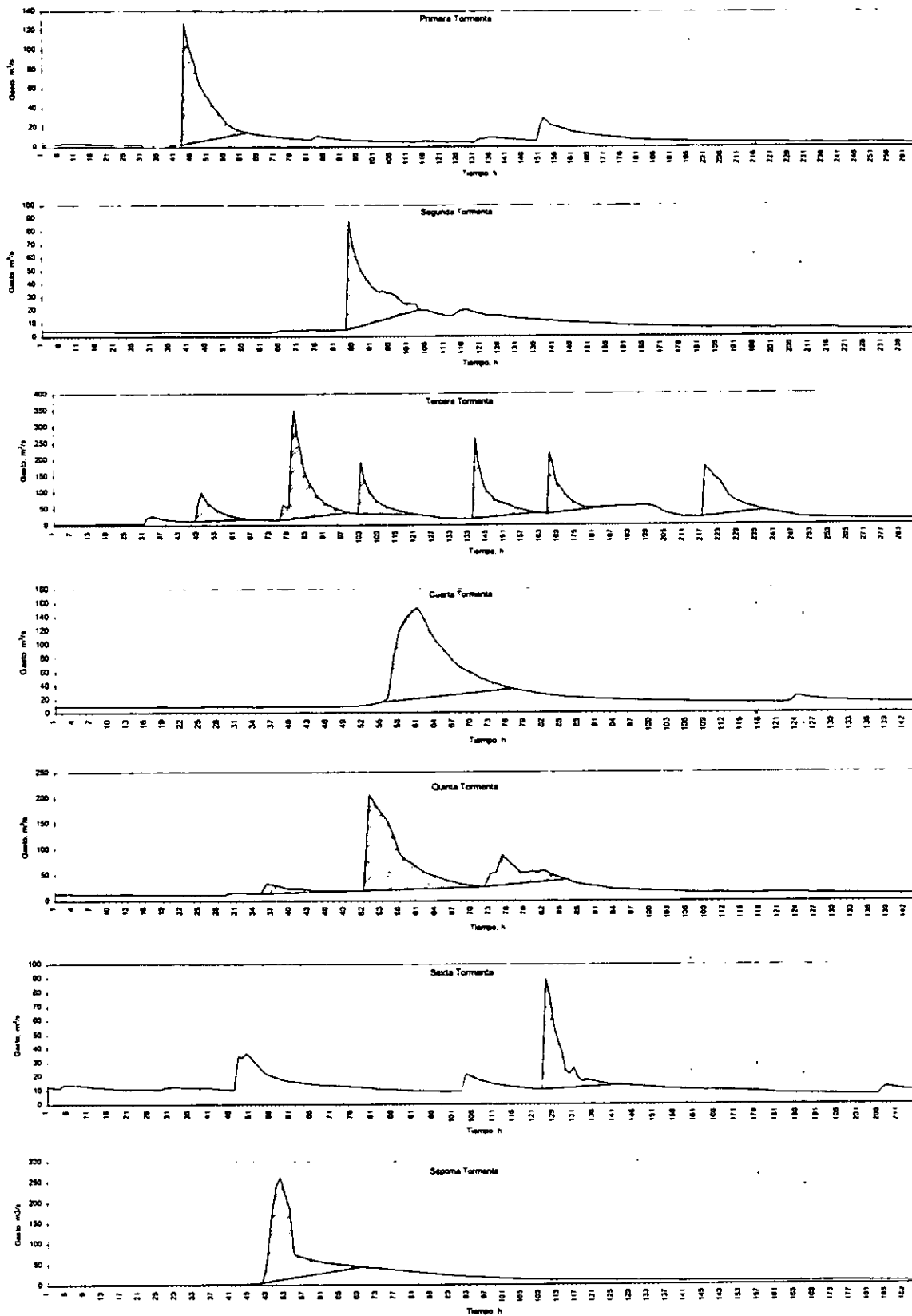


Fig. 3.12 Hidrogramas de escurrimiento directo de las avenidas seleccionadas.

3.3.2 Obtención de los hietogramas de precipitación media

Las lluvias presentan una variación en el tiempo y en el espacio. Un pluviograma está compuesto por un registro de alturas de lluvia que se grafican en tiempos sucesivos. Un hietograma de lluvia es una gráfica de alturas de lluvia o intensidad en función de un intervalo de tiempo. Se toma en cuenta sólo la variación de la precipitación en el tiempo debido a que ésta es medida como muestra puntual, es decir, hechas a través del tiempo en lugares fijos del espacio y por conveniencia se consideran las lluvias uniformemente en el espacio; los modelos que toman en cuenta estas características son llamados de parámetros concentrados. El análisis se realizó con los datos registrados en cada estación.

Para estimar los hietogramas de precipitación media de las tormentas seleccionadas se utilizó el procedimiento siguiente:

- a) Se obtuvieron las precipitaciones totales horarias de cada estación.
- b) Se obtuvieron las áreas de influencia de cada una de estas, por medio de los polígonos de Thiessen (Fig. 3.13).
- c) Se estimó la precipitación media mediante la ecuación:

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i a_i)}{A}$$

donde:

- a_i área del polígono correspondiente a la estación i , en km^2
 P_i precipitación registrada en la estación i , en mm
 A área total de la cuenca, en km^2

Los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 3.14.

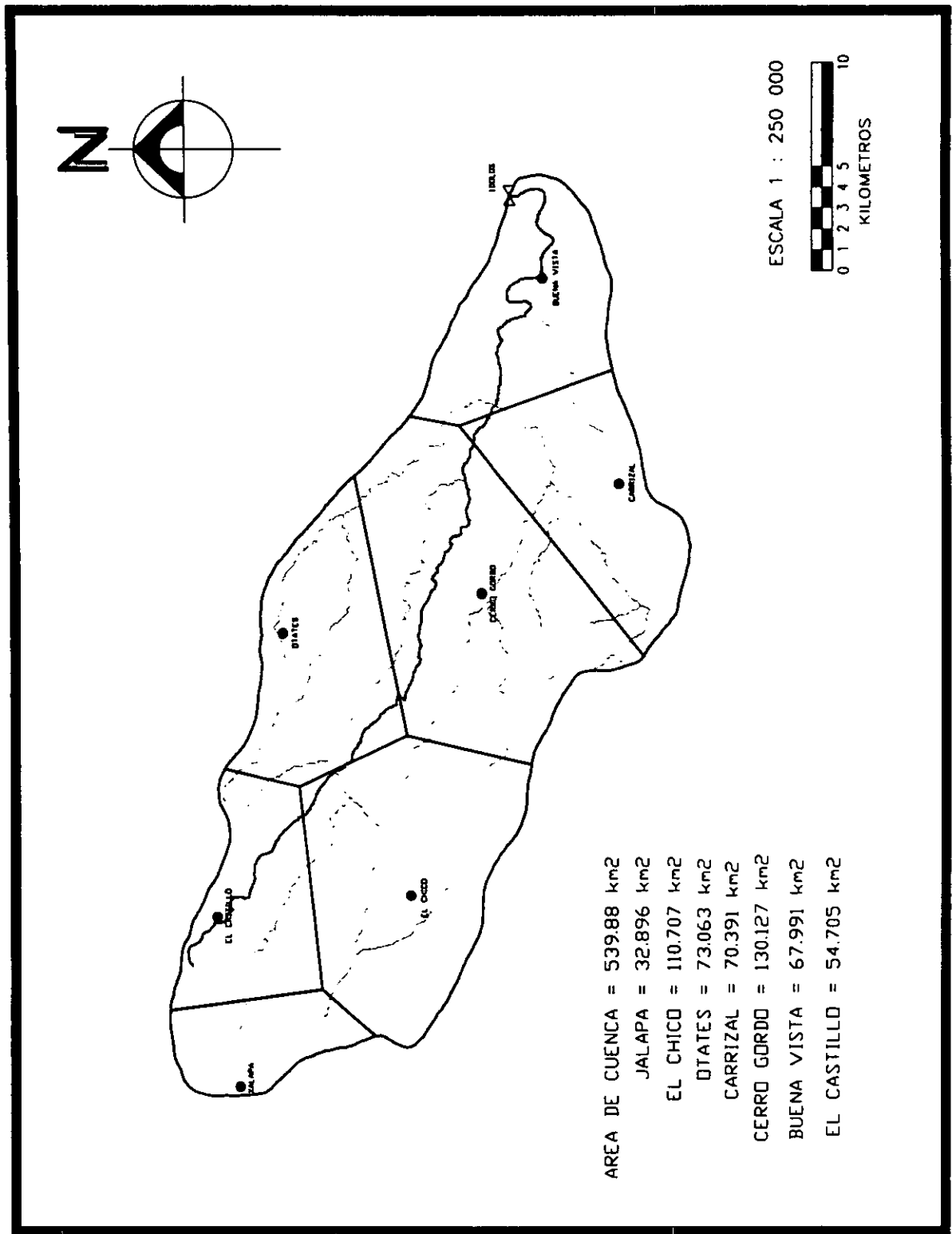


Fig. 3.13 Áreas de influencia de cada estación pluviográfica; determinadas por el método de los polígonos de Thiessen

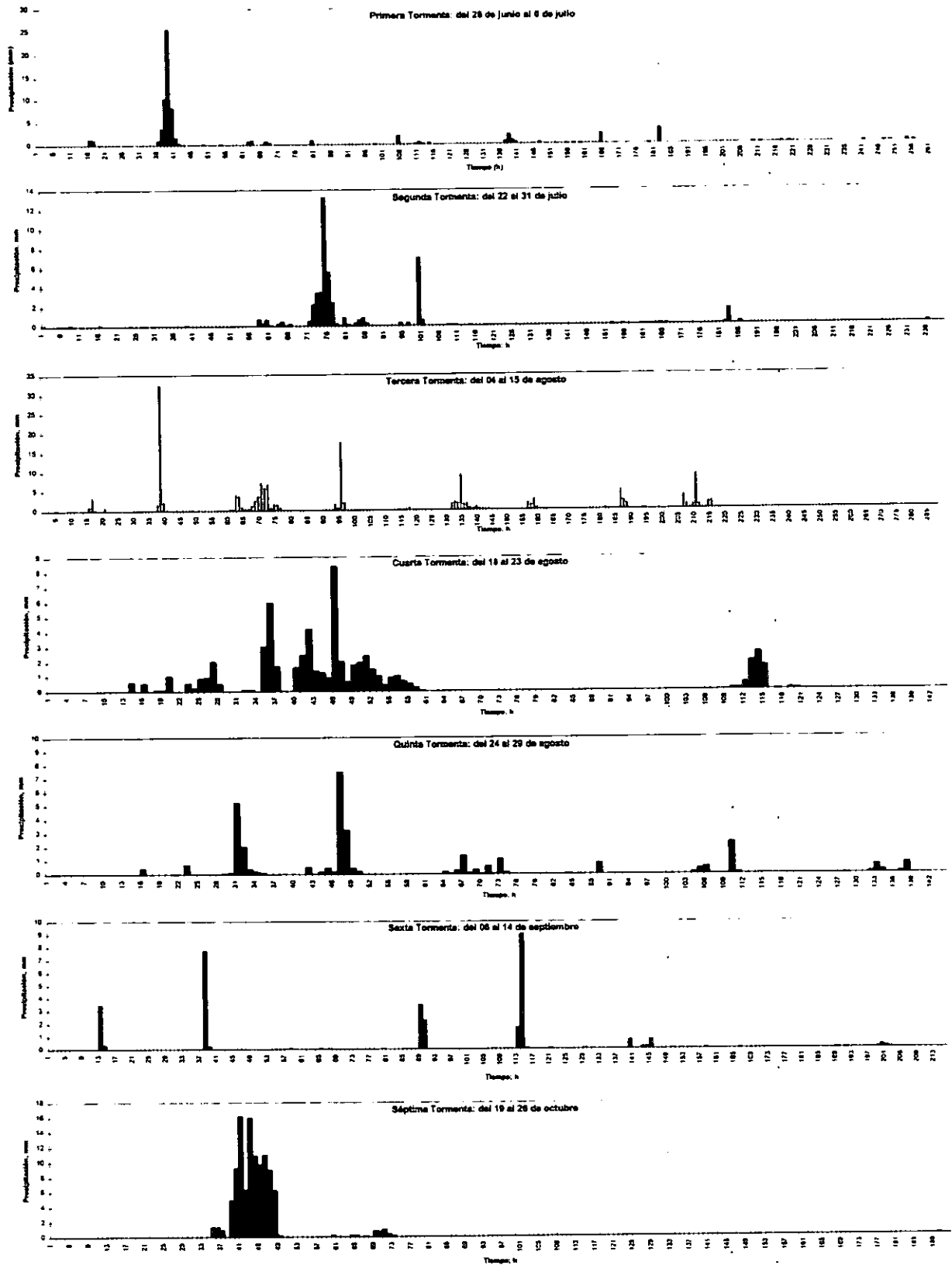


Fig. 3.14 Hietogramas de precipitación media de las avenidas seleccionadas.

3.3.3 Obtención de los hietogramas de precipitación efectiva

Una vez calculado los hietogramas de precipitación media para cada tormenta, se obtuvieron los hietogramas de precipitación efectiva mediante los siguientes pasos:

- a) Se obtiene el hidrograma de escurrimiento directo de cada una de las tormentas, separándolo del escurrimiento base (Fig. 3.12).
- b) Se calcula el volumen de escurrimiento directo, utilizando la ecuación

$$V_{ED} = \Delta t \sum_{i=1}^n Q_i$$

donde

V_{ED} volumen de escurrimiento directo, en m^3

Δt intervalo de tiempo, en s

Q_i gasto de escurrimiento directo en el i -ésimo intervalo de tiempo, en m^3/s

- c) Se obtiene la altura de la lámina de escurrimiento directo L_E como

$$L_E = 0.001 \frac{V_{ED}}{A_c}$$

donde

L_E lámina de escurrimiento directo, en mm

A_c área de la cuenca, en km^2

Se calculó la infiltración media ϕ trazando una línea horizontal en el hietograma de precipitaciones medias de cada tormenta, de tal manera que la suma de las alturas de precipitación que quedan arriba de esa línea sea igual a la precipitación efectiva (h_e). La infiltración media será entonces igual a la altura de precipitación correspondiente a la línea horizontal dividida entre el intervalo de tiempo Δt que dure cada barra del hietograma; que en este caso es de $\Delta t = 1$ h.

El coeficiente de escurrimiento C_E se obtiene mediante la expresión

$$C_E = \frac{V_{ED}}{V_{II}}$$

donde

- C_E coeficiente de escurrimiento; mm/h
- V_{ED} volumen de escurrimiento directo; m^3
- V_{II} volumen de lluvia; m^3

Para la obtención del C_E se tomó sólo el grupo de barras del hietograma que estaban junto a aquella que producía el pico del hidrograma.

Los hietogramas de precipitación efectiva se muestran en las Figs. 3.15a, a la Fig. 3.15g, y se resumen en la Tabla 3.2.

En las Figs. 3.15c y 3.15e que muestran a la tercera y quinta tormenta respectivamente, se observa que los índices de infiltración no son constantes. Para obtener éstos se consideró cada pico como una tormenta individual -seis picos para la tercera tormenta y tres para la quinta- y se obtuvo el índice de infiltración para cada uno de éstos, ya que al tomarlos como constante, los resultados de los escurrimientos estimados con respecto a los medidos eran muy deficientes.

Tabla 3.2 Resumen de resultados del análisis de las siete tormentas.

TORMENTA	PERÍODO (1995)	V _{ED} (m ³)	hp(total) (mm)	he (mm)	φ (mm/h)	V _{II} (m ³)	C _E (V _{ED} /V _{II})
Primera	26/jun - 06/jul	2,812,680.00	50.42	05.21	20.29	27,220,749.60	00.10
Segunda	22/jul - 31/jul	1,848,960.00	32.02	03.43	09.80	17,286,957.60	00.11
Tercera(a)	04/ago - 15/ago	1,866,719.88	34.20	03.46	28.96	18,463,896.00	00.10
Tercera(b)	"	6,901,200.00	41.96	12.78	02.61	22,653,364.80	00.30
Tercera(c)	"	2,522,639.88	21.86	04.67	12.96	11,801,776.80	00.21
Tercera(d)	"	4,211,880.12	19.99	07.80	01.67	10,792,201.20	00.39
Tercera(e)	"	3,051,360.00	05.90	05.65	00.17	3,185,292.00	00.96
Tercera(f)	"	4,423,920.00	19.38	08.19	02.05	10,462,874.40	00.42
Cuarta	18/ago - 23/ago	4,298,760.00	45.64	07.96	03.53	24,640,123.20	00.17
Quinta(a)	24/ago - 29/ago	346,320.00	08.05	00.64	04.57	4,346,034.00	00.08
Quinta(b)	"	3,951,180.00	12.13	07.32	01.71	6,548,744.40	00.60
Quinta(c)	"	1,207,800.00	04.15	02.24	00.28	2,240,502.00	00.54
Sexta	6/sept - 14/sept	1,174,770.00	10.78	02.18	06.83	5,819,906.40	00.20
Séptima	19/oct - 26/oct	5,240,700.00	99.60	09.71	12.78	53,772,048.00	00.10

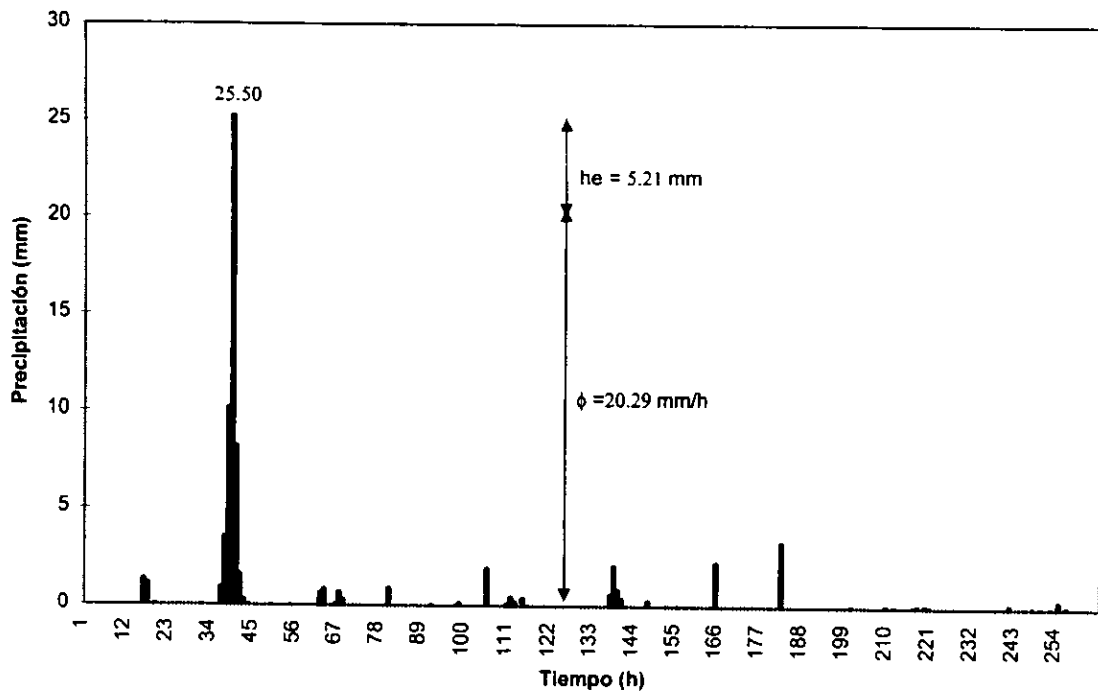


Fig. 3.15a Hietograma de precipitación efectiva de la primera tormenta.

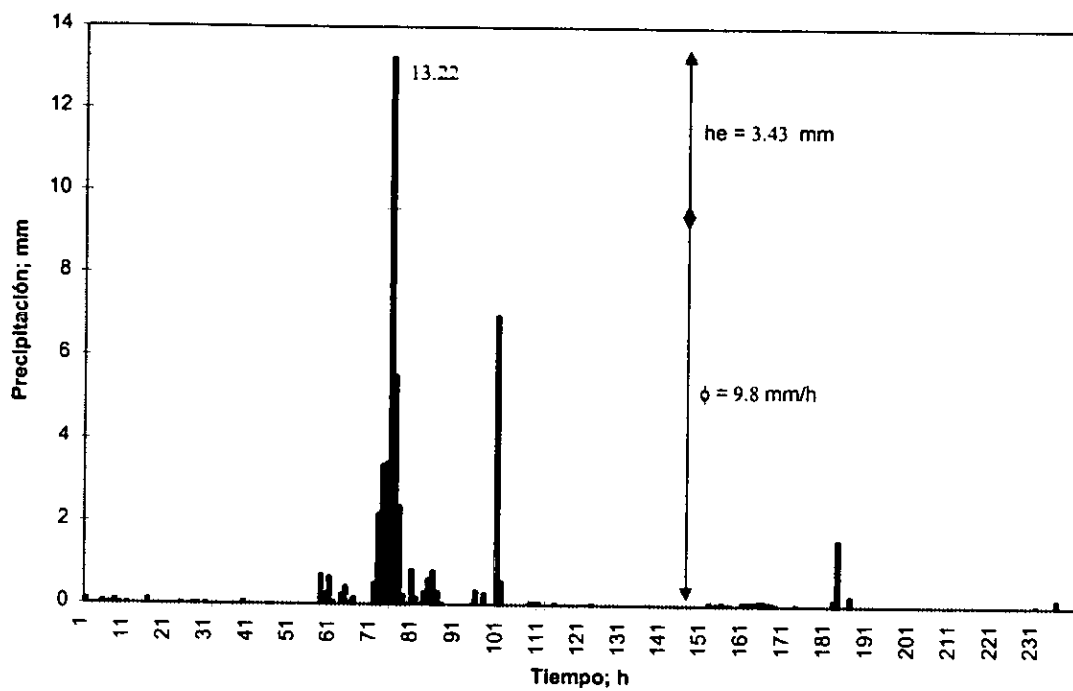


Fig. 3.15b Hietograma de precipitación efectiva de la segunda tormenta.

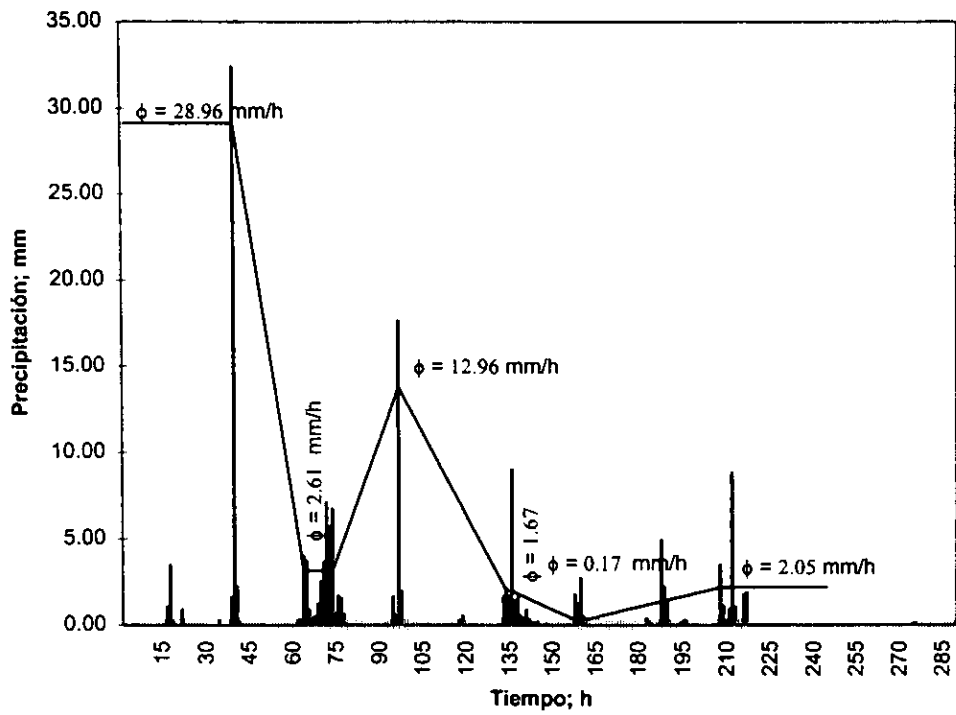


Fig. 3.15c Hietograma de precipitación efectiva de la tercera tormenta.

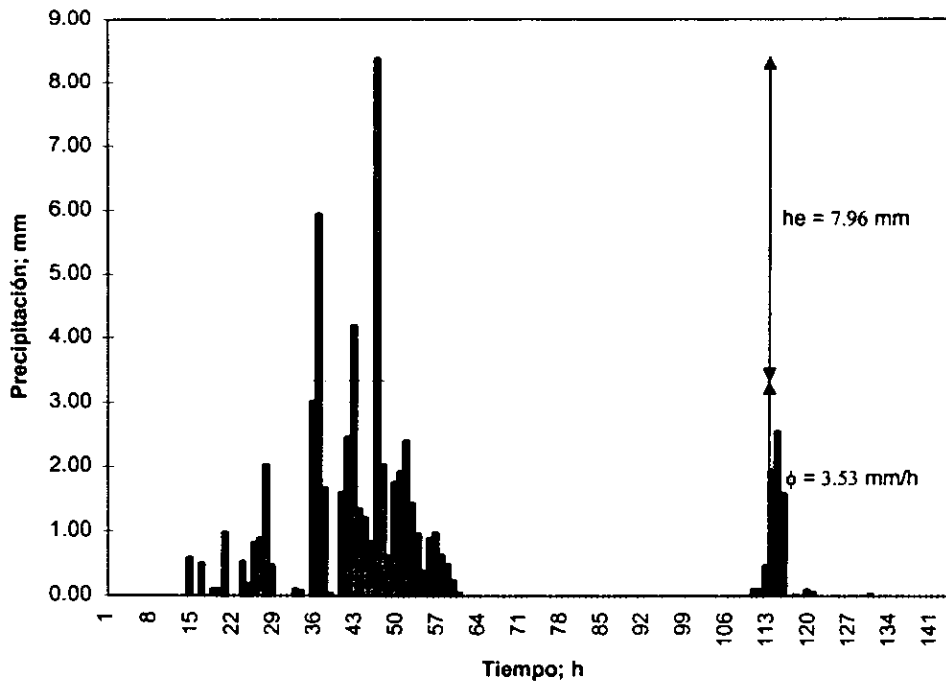


Fig. 3.15d Hietograma de precipitación efectiva de la cuarta tormenta.

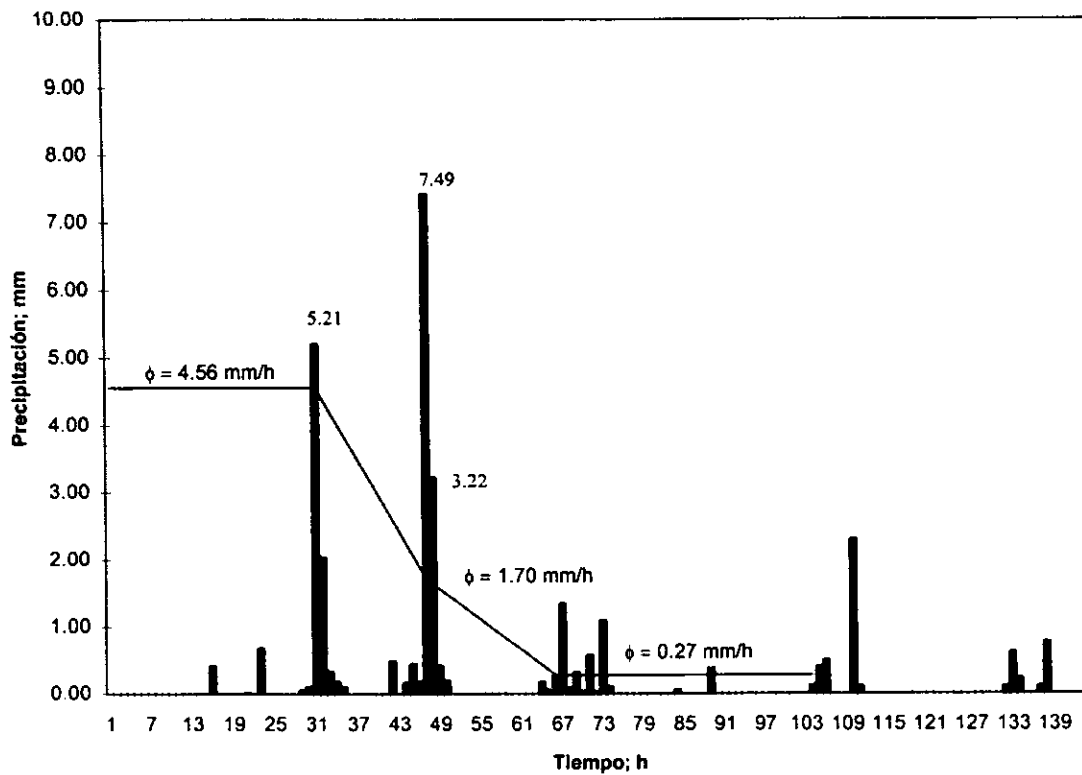


Fig. 3.15e Hietograma de precipitación efectiva de la quinta tormenta.

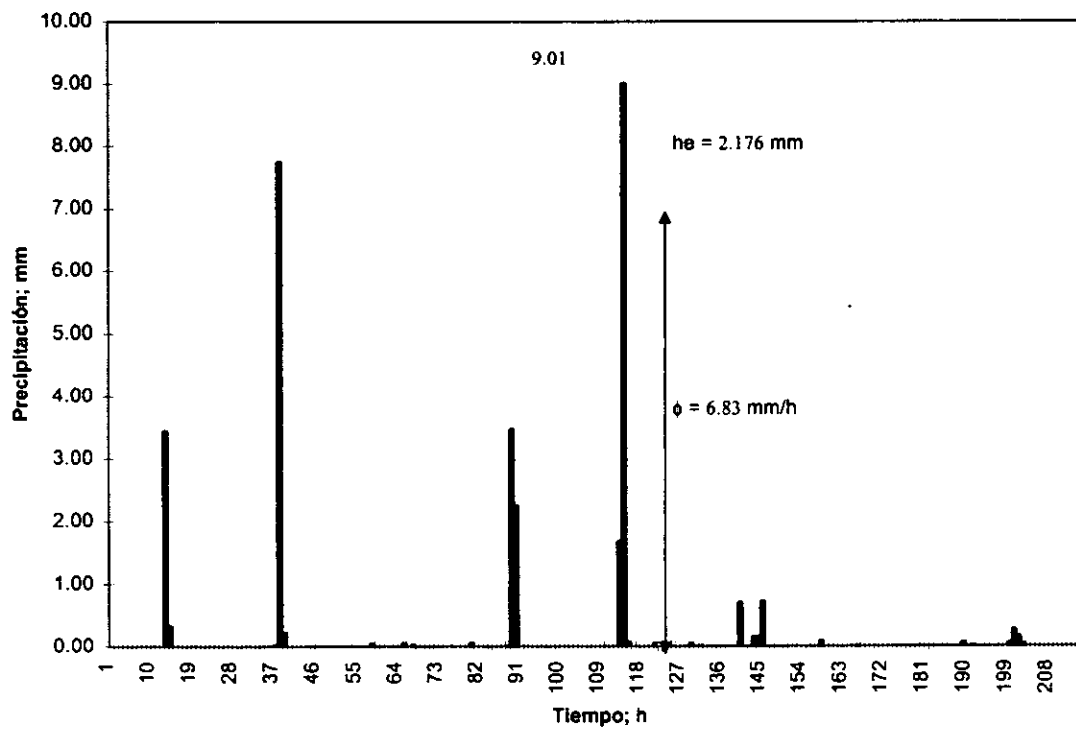


Fig. 3.15f Hietograma de precipitación efectiva de la sexta tormenta.

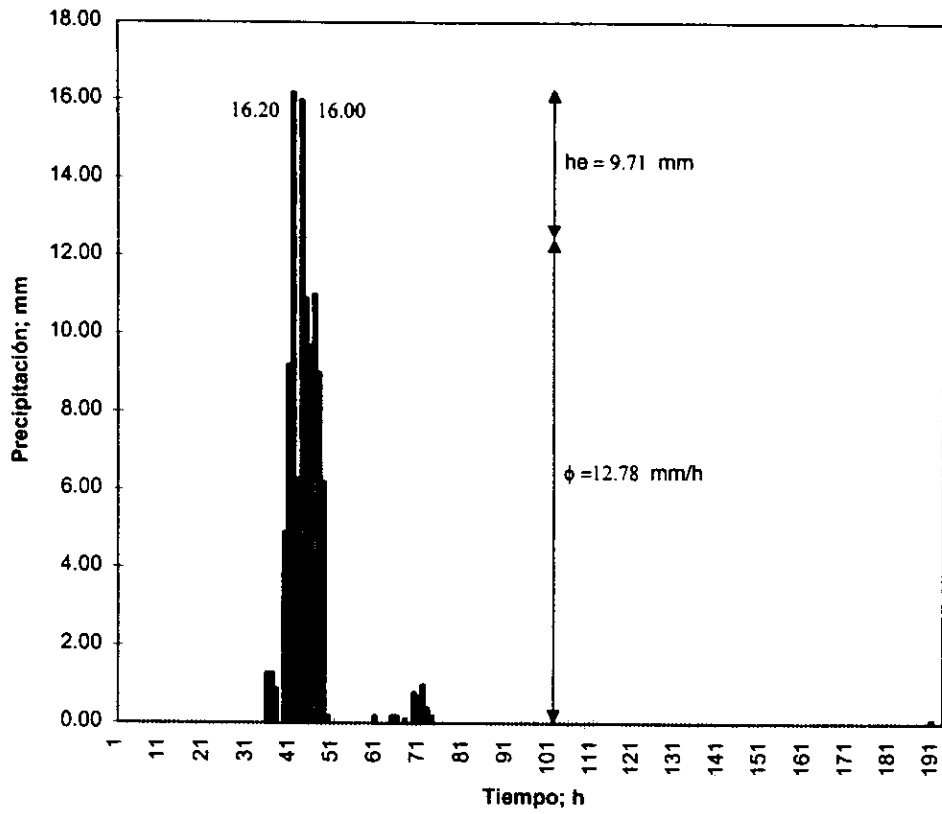


Fig. 3.15g Hietograma de precipitación efectiva de la séptima tormenta.

3.3.4 Resultados Finales

En las Tablas 3.3a a la 3.3g se muestran los resultados finales de cada tormenta, de forma tal que resume las precipitaciones totales en cada estación, las precipitaciones medias y efectivas de cada tormenta, sus escurrimientos totales y directos y el tiempo de retraso de cada una de ellas.

Tabla 3.3a Resumen de resultados de la primera tormenta.

PRIMERA TORMENTA													
Día	Hora	B Vista (mm)	Canizal (mm)	Castillo (mm)	C Gordo (mm)	Chico (mm)	Otates (mm)	Xatapa (mm)	P Media (mm)	P Efectiva (mm)	Isotas (O=FG+FF) (m ³ /s)	Escurrimiento Directo	
27	12	0	7.5	0	0	0	0	0	0.08	0	2.13	0	
	13	0	4.25	0.5	0	14.25	0	0.9	3.58	0	2.10	0	
	14	4	0.75	0	9.75	25	15.5	0.4	10.20	0	2.08	0	
	15	13.75	13.5	23.75	34.25	23.75	42.75	11.4	25.50	5.568	2.06	0	
	16	13	0.25	25	5.75	4.5	11	3.2	8.20	0	2.06	0	
	17	0.25	0	10	1	0	1.5	2.4	1.64	0	2.06	0	
	18	0	0	2	0	0.25	0.25	0.6	0.32	0	2.06	0	
	19	0	0	0	0	0	0.5	0.1	0.07	0	2.06	0	
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	127.28	124.61	
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	107.53	104.21	
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	95.75	91.77	
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	85.14	81.52	
	28	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	69.69	64.43
		1	0	0	0	0	0	0	0	0.03	0	61.36	55.43
		2	0	0	0	0	0	0.25	0	0	0	54.76	48.19
		3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50.33	43.14
		4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	44.26	36.40
		5	0	0.25	0	0	0	0	0	0	0	40.20	31.70
		6	0	0	0	0	0	0	0	0.03	0	35.75	26.61
		7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	31.50	21.71
		8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	26.46	16.02
		9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22.56	11.57
		10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20.87	9.13
11		0	0	0	0	0	0	0	0	0	19.01	6.63	
12		0	0	0	0	0	0	0	0	0	17.32	4.29	
13		0	0	0	0	0	0	0	0	0	16.41	2.74	
14		0	0	0	0	0	3.5	0	0	0.72	0	15.55	1.25
15		0	0	0	0	0	4.5	0	0	0.92	0	14.94	0
16		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13.77	0
17		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13.22	0
18		0	0	0	0.25	0	0.25	0	0.9	0.13	0	12.69	0
19		0	0	0	0	0	0	0	12.9	0.79	0	12.18	0
20		0	0	0	0	0	0	0	6.1	0.37	0	11.69	0
21		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11.38	0
22		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.92	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.47	0	
29	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.04	0	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.62	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.35	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.96	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.71	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.33	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.09	0	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.85	0	
	8	0	0	0	0	0	4.75	0	0	0.97	0	7.61	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.50	0	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.27	0	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.18	0	
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11.22	0	
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.18	0	
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.76	0	
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.22	0	
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.83	0	
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.33	0	
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.85	0	
	19	0	0	0	0	0	0	0	1.2	0.07	0	7.50	0
	20	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.01	0	7.27	0
	21	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.01	0	7.04	0
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6.93	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6.71	0	
30	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6.49	0	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6.38	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0.19	0	6.27	0	
	3	1.5	0	0	0	0	0	0	0	0	6.06	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.85	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.74	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.64	0	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.64	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.64	0		

Retraso

Tabla 3.3b Resumen de resultados de la segunda tormenta

SEGUNDA TORMENTA												
Día	Hora	B Vista (mm)	Camzal (mm)	Castillo (mm)	C. Gordo (mm)	Chico (mm)	Otates (mm)	Xalapa (mm)	P. Media (mm)	P. Efectiva (mm)	Idolos (Q=FG*FF) (m³/s)	Escurrimiento Directo
25	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.75	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.77	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.81	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.81	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.81	0
	6	1.5	0	2.75	2.5	5.5	0	0.2	2.21	0	4.79	0
	7	2.5	0	2.5	2.75	10	0	1.8	3.39	0	4.77	0
	8	3	0	7	3.75	6.25	0	2.8	3.44	0	4.75	0
	9	7.75	0	16.75	23.75	20	0.25	11.3	13.22	3.508	4.77	0
	10	3.75	0	10	13	1.5	0	10.2	5.55	0	4.79	0
	11	5.75	0	0.75	3.75	0.5	0	9.6	2.39	0	4.81	0
	12	0.5	0	0.5	0	0.5	0	0.4	0.24	0	4.81	0
	13	0.25	0	0	0	0	0	0.2	0.04	0	4.81	0
	14	0	0	3.75	1.75	0	0	0.7	0.84	0	87.71	82.15
	15	0.5	0	0	0	0	0	1.9	0.18	0	68.27	61.95
	16	0	0	0	0	0	0.25	0	0.03	0	58.69	51.65
	17	0	0	0	0	1.5	0	0	0	0	51.58	43.60
	18	0	0	0.25	0.25	2.5	0	0.5	1	0	46.05	37.50
	19	0	0	2.75	0	2	0	2.1	1	0	42.50	33.20
	20	0	0	0	0	0.5	0	3.5	0	0	37.95	27.90
	21	0	0	0	0	0	0.25	0	0	0	35.75	24.95
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	33.07	21.50
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34.45	22.15
	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	33.07	20.00
26	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	32.75	18.95
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	31.50	16.95
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	29.95	14.65
	4	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	26.46	10.40
	5	2.25	0	0	0.25	0	0	0	0.34	0	24.53	7.75
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24.53	7.00
	7	2	0	0.25	0	0	0	0	0	0	24.25	5.95
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24.25	5.20
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19.79	0.00
	10	17	0	4.75	12.75	6.25	0	0	7	0	19.32	0
	11	0	0	0	0.25	2.5	0	0	1	0	19.53	0
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18.51	0

Retraso

Tabla 3.3c Resumen de resultados de la tercera tormenta

TERCERA TORMENTA												
Día	Hora	B Vista (mm)	Camzal (mm)	Castillo (mm)	C Gordo (mm)	Chico (mm)	Xalapa (mm)	P Medea (mm)	P Efectiva (mm)	Isobas (Q=FG/FF) (m³/s)	Escorrentía Directa	
5	24	0	0	0	0	0	0	0	0	4.48	0	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4.29	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	4.19	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	4.13	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	4.07	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	4.05	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	4.00	0	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	4.05	0	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	21.71	0	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	25.97	0	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	26.46	0	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	23.59	0	
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	21.15	0	
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	19.01	0	
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	17.09	0	
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	15.76	0	
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	14.74	0	
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	13.96	0	
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	13.40	0	
	19	0	0	0	2.75	0	5.5	1.4	1.64	0	12.87	0
	20	0	0	0	15.25	73.25	23.75	8.1	32.42	3.304	12.52	0
	21	0	0	0	1.5	5.25	1	1.1	2.26	0	11.36	0
22	0	0	0	0	0.25	0.25	0	0.14	0	11.07	0	
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.92	0	
6	24	0	0	0	0	0	0	0	0	12.02	0	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	68.27	55.9667	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	100.72	68.1333	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	84.56	71.7	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	68.98	55.8	
	5	0	0	0.25	0	0	0.1	0.04	0	61.36	47.8333	
	6	0	0	0	0	0	0.1	0.01	0	53.48	39.6667	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	47.26	33.16667	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	42.50	28.0667	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	36.84	22.1667	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	33.60	18.6	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	30.98	15.7	
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	26.44	12.8667	
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	24.53	8.8333	
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	22.06	6.4667	
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	21.43	4.9	
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	20.59	3.8	
	17	0	0	0	0	0.75	0.25	0	0.31	0	19.79	2.7
	18	0.5	0	2.25	0	0	0	0	0.33	0	19.17	1.8
	19	3.5	0	4.5	1.25	9.75	7.3	4.03	0.895	0	18.27	0.5667
	20	0	0	0	0	16.5	0.6	3.73	0.593	0	18.03	0
	21	0	0	5.5	0	0	3.67	0.63	0	0	16.63	0
22	0	0	1.75	0	0	3.67	0.43	0	0	16.41	0	
23	0	0	5.75	7.25	2.25	0.4	3.68	0.547	0	15.98	0	
24	0	0	5	18.75	2	5.8	7.09	3.964	0	15.34	45.829	
7	1	0	0	4.25	0	22.25	4.2	5.74	2.606	15.14	40.9246	
	2	11	0	7.75	0	16.5	12.2	6.74	3.609	14.94	35.4203	
	3	0	0	0.75	0	0.25	9.4	0.72	0	14.74	215.2493	
	4	0	0	0	5	0	0.1	1.71	0	14.54	332.3449	
	5	0	0	1.25	2	3.25	0.1	1.56	0	61.36	251.8406	
	6	0	0	1	0	2	1.8	0.88	0	57.37	212.3362	
	7	0	0	0	0	0	0.5	0.03	0	52.84	153.2936	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	233.64	121.2609	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	351.73	101.1565	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	272.21	87.5168	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	233.64	66.2812	
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	175.62	55.9101	
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	144.56	47.3391	
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	125.42	37.7861	
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	112.76	31.2838	
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	92.50	26.3594	
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	83.04	18.9217	
	18	0.5	0	0	0	0	0	0	0.06	0	75.50	15.4841
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	66.87	10.913	
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	61.36	7.542	
	21	3	0	4	0.5	1	7.1	1.68	0	57.37	2.0377	
	22	2.25	0	1.5	0	0.5	0.5	0.62	0	50.95	0	

Tabla 3.3c. Resumen de resultados de la tercera tormenta (continuación).

TERCERA TORMENTA												
Día	Hora	B Vista (mm)	Camzal (mm)	Castillo (mm)	C Gordo (mm)	Chico (mm)	Xalapa (mm)	P Media (mm)	P Efectiva (mm)	Idolos (O=FG*FF) (m³/s)	Escorrente Directo	
8	23	13	0	17.75	25.5	20	12	17.63	3.891	48.48	0	
	24	0	0	2.25	1.5	4.5	2.9	1.96	0	44.86	0	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	42.50	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	37.95	159.92	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	36.84	107.3733	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	35.42	85.0933	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	34.67	66.2133	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	33.60	53.4667	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	193.33	42.9867	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	140.63	35.9733	
	9	0	0	0	0	0	0.25	0	0.06	0	118.11	29.2267
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	99.05	25.48
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	88.14	20.4667
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75.50	17.52
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	68.27	14.7067
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	61.36	12.4933
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	57.37	10.3467
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	52.21	7.1333
	17	0	0	0	0	0	0	0.2	0.01	0	49.09	5.12
	18	0	0	0	0.25	0	0	0.3	0.05	0	46.05	3.7067
	19	0	0	0	0.5	0	0	0.4	0.08	0	43.67	2.2933
	20	0	0	0	0.75	0	0.5	1.5	0.29	0	41.35	1.2133
	21	0	0	0	0.75	0	2	0.7	0.58	0	37.95	0
22	0	0	0	0	0	0	0.1	0.01	0	35.75	0	
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34.13	0	
9	24	0	0	0	0	0	0	0	0	32.54	0	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	31.29	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	29.85	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	29.14	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	26.95	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	26.27	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	25.49	0	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	23.59	0	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	21.71	0	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	20.59	0	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	19.79	0	
	11	0	0	0	11	0	1.25	1.7	1.69	0	19.42	0
12	0	0	0	14.75	0	1.25	1.7	2.13	0.102	19.01	0	
13	2.5	0	0	0.25	0	3	11.4	1.71	0	18.71	0	
14	4.75	0	0	30	5.75	4	33	8.02	6.89	18.51	0	
15	0.25	0	0	5.5	1.75	1	0	1.50	0	18.27	0	
16	0.25	0	0	0.25	4.75	0	0	1.68	0	17.88	245.0545	
17	0.25	0	0	0.5	1	0.5	0.3	0.58	0	17.69	171.9753	
18	0	0	0	0	0.75	0.5	1	0.43	0	17.55	130.6633	
19	0	0	0	3.75	0.25	1	2.5	0.91	0	17.46	82.0848	
20	0	0	0	2	0	0	2	0.38	0	17.55	77.6394	
21	0	0	0	0.25	0	0.25	1.5	0.18	0	264.27	63.6606	
22	0	0	0	1.25	0	0	0.4	0.17	0	191.08	57.7485	
23	0	0	0	0.25	0.5	0	0.1	0.21	0	150.55	48.103	
10	24	0	0	0	0	0	0	0	0	112.76	43.7242	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	99.05	40.8768	
	2	0	0	0	0.25	0	0	0.09	0	90.69	37.3	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	80.74	32.4545	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	71.85	28.4091	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	68.27	23.1636	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	66.17	18.9848	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	63.40	16.0727	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	59.35	12.8939	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	56.06	9.7816	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	51.58	7.8697	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	48.23	3.7576		
12	0	0	0	0	0	8	0.5	1.82	1.523856264	48.05	1.8455	
13	0	0	0	0.75	2	2	1	1.28	0.981973809	43.67	0	
14	0	0	0	10.25	2.25	2.25	3.9	2.72	2.437925502	41.35	0	
15	0	0	0	0.25	1	0.5	0.6	0.52	0.222397792	40.20	0	
16	0	0	0	0.5	0	0	0.3	0.08	0	38.84	0	
17	0	0	0	0.25	0	0	0	0.03	0	35.75	183.9768	
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34.67	153.2203	
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	33.38	100.4638	
20	0	0	0	0	0	0	0.1	0.01	0	32.54	84.6406	
21	0	0	0	0.25	0	0	0.4	0.05	0	31.50	71.2841	
22	0	0	0	0	0	0	0.1	0.01	0	221.41	56.9275	
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	186.60	44.9043	

Tabla 3.3c. Resumen de resultados de la tercera tormenta (continuación).

TERCERA TORMENTA												
Día	Hora	B Vista (mm)	Canjal (mm)	Casillo (mm)	C Gordo (mm)	Chico (mm)	Xalapa (mm)	P Media (mm)	P Efectiva (mm)	Idolos (Q=FG*FF) (m³3/s)	Escummento Directo	
11	24	0	0	0	0	0	0	0	0	134.63	36.3478	
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	119.92	28.1913	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	107.53	21.0348	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	94.12	15.4116	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	83.04	10.5217	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	75.50	6.4319	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	68.27	5.8754	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	62.04	5.1168	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	57.37	4.5623	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	53.48	3.8725	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	50.33	3.2493	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	50.70	2.5594	
	12	0	0	0	0.25	0	0	0	0.03	0	50.95	2.0029
	13	0	0	0	3.5	0	0	0	0.42	0	51.33	1.313
	14	0	0	0	1.75	0	0	0	0.21	0	51.58	0.6889
	15	0	0	0	0	0	0.25	0	0.06	0	51.96	0
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	52.21	0
	17	0	0	0	0	0	0	1.9	0.12	0	52.59	0
	18	0	0	0	18.25	0.25	9.75	8.8	4.97	0	52.84	0
	19	0	0	0	9.5	0.25	4.25	1.2	2.24	0	53.23	0
	20	0	0	0	1.5	0	5.25	0.8	1.40	0	53.48	0
	21	0	0	0	0	0	0.25	0.2	0.07	0	53.86	0
	22	0	0	0	0	0	0	0.2	0.01	0	54.25	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	54.51	0	
12	24	0	0	0.25	0	0	0	0.03	0	54.76	0	
	1	0	0	0	0.25	0.25	0.6	0.16	0	55.15	0	
	2	0	0	0	0	0	5.1	0.31	0	55.54	0	
	3	0	0	0	0	0	0.2	0.01	0	55.80	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	56.19	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	56.45	0	
	6	0	0	0	0.25	0	0	0.4	0.05	0	56.84	0
	7	0	0	0	0	0	0	0.1	0.01	0	56.06	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	54.78	0	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	52.21	0	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	48.48	0	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	43.87	0	
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	38.84	0	
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	33.38	0	
	14	0	0	0	0	0	0	0.7	0.04	0	31.50	0
	15	0	0	0	0	0	0	0.5	0.03	0	29.44	0
	16	0	0	0	3.25	0.75	0	2.1	3.49	1.329658054	26.48	0
	17	0	0	0	5.75	0.5	0.25	3.8	1.14	0	25.78	0
	18	0	0	0	1	0	0.25	0.8	0.22	0	24.63	0
	19	0.25	0	0	0	2.5	0.25	0	0.84	0	20.32	0
	20	2	0	0	13.5	11.5	11.25	8.6	6.81	0.645100819	22.75	0
	21	0.5	0	0	2.75	0.25	0.5	0.2	1.09	0	22.10	155.4413
	22	0	0	0	0	0	0	0.2	0.01	0	21.71	142.7492
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21.80	134.5236	
13	24	0	0	0	0	0	8	1.79	0	21.54	121.4834	
	1	0	0	0	0	0	8.5	1.90	0	21.48	110.8063	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	177.79	104.181	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	166.01	83.6222	
	4	0	0	0	0.25	0	0	0	0.03	0	158.70	70.4635
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	148.54	55.8381	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	136.75	47.346	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	131.03	39.1206	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	116.32	35.4268	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	99.05	28.5365	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	85.36	24.7111	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	77.73	20.019	
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	70.41	17.127	
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	67.57	13.7016	
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	61.63	9.7429	
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	58.89	5.8508	
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	54.89	3.1587	
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	52.64	0	
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	50.33	0	
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	47.26	0	
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	44.26	0	

Retrazo

Tabla 3.3d Resumen de resultados de la cuarta tormenta.

CUARTA TORMENTA											
Día	Hora	B Vista (mm)	Camzal (mm)	Castillo (mm)	C. Gordo (mm)	Chico (mm)	Xalapa (mm)	P Media (mm)	P Efectiva (mm)	Idolos (Q=FG*FF) (m³3/s)	Escumamiento Directo
19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	8.88	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	8.96	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	9.22	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	9.30	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	9.30	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	9.22	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	9.09	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	9.09	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	9.04	0
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	8.96	0
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	8.91	0
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	8.88	0
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	8.83	0
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	8.83	0
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	8.83	0
	16	0.75	0	0	0.25	0	0.2	0.19	0	8.83	0
	17	1.5	0	0.25	0	2.75	0	0.83	0	8.83	0
	18	0	0	0	1	2.5	0	0.90	0	8.83	0
	19	0	0	0	5.5	0.75	0	2.04	0	8.83	0
	20	0	0	0	1.25	0.25	0	0.48	0	8.83	0
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	8.88	0
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	8.96	0
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	9.04	0
20	24	0	0	0	0.25	0	0.4	0.11	0	9.09	0
	1	0	0	0.5	0	0	0.3	0.08	0	9.22	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	9.35	0
	3	0	1.5	3.25	3.75	5.25	0	3.03	0	9.62	0
	4	3.25	3.25	6.25	7.5	6.25	7.05	5.96	2.278	10.04	0
	5	0	0.5	0	6.75	7.75	1.8	4.21	0.53	10.76	0
	6	3.75	0.25	7.5	11.25	5.5	12.5	8.39	4.71	11.69	0
	7	1.75	4	3.75	0.5	2	3.9	2.04	0	13.77	0
	8	0	0.75	2.75	0.25	0	1.9	0.63	0	15.76	0
	9	0.5	4	0.25	1.75	1	5.5	1.77	0	21.71	5.0909
	10	0.75	3.75	5.75	1	0.25	4.5	1.94	0	83.04	65.5818
	11	0	11.75	4	0.25	0	5.3	2.42	0	120.83	102.5227
	12	0	4.5	5.75	0	0	2.8	1.44	0	136.75	117.5636
	13	0.25	2	5	0	0	1.3	0.97	0	146.54	126.5045
	14	0	1.75	0.75	0	0	1.2	0.39	0	152.57	131.6455
	15	0	1	3	0	0	6.8	0.90	0	136.75	114.9864
	16	0	0	6	0	0	4.6	0.99	0	118.11	95.4773
	17	0	1	4	0	0	0.6	0.64	0	104.10	80.6182
	18	0	2.25	1.5	0	0	0.5	0.50	0	94.12	69.7591
	19	0	1.5	0	0	0	0.9	0.25	0	84.58	59.4
	20	0	0	0.25	0	0	0.3	0.05	0	74.03	47.9909
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	66.87	39.9318
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	61.36	33.5727
23	0	0	0	0	0	0	0	0	58.02	29.3636	
21	24	0	0	0	0	0	0	0	0	52.21	22.7045
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	48.48	18.1455
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	44.86	13.6364
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	42.50	10.4273
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	39.07	6.1182
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	36.84	3.059
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	34.67	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	32.54	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	30.98	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	29.95	0
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	27.94	0
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	26.95	0
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	25.49	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	24.53	0	

Retraso

Tabla 3.3e Resumen de resultados de la quinta tormenta.

QUINTA TORMENTA											
Día	Hora	B Vista (mm)	Casta (mm)	C Gordo (mm)	Chico (mm)	Xatapa (mm)	P Media (mm)	P Efectiva (mm)	Índices (D=FG*FF) (m³/s)	Escorrentía Directa	
25	24	0	0	0	0	0	0	0	11.47	0	
	1	0	0	0	0	0	0	0	11.44	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	11.44	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	11.38	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	11.38	0	
	5	0	0	0	0	0.25	0	0.06	11.38	0	
	6	0	0	0	0	0.5	0	0.11	11.38	0	
	7	0	8	3.25	2.25	2.25	39.3	5.21	0.6415	15.98	0
	8	0	3.5	2.25	0.5	0.5	8.6	2.04	0	15.78	0
	9	0	1.5	0	0	0	2.6	0.34	0	14.94	0
	10	0	0.75	0	0	0	1.6	0.19	0	14.34	0
	11	0	0.25	0	0	0	1.2	0.10	0	14.54	0
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	33.80	18 7265
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	31.50	16 3029
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	29.44	13 9294
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	25.01	9 1559
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	24.53	8 3824
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	23.59	7 1088
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	24.06	7 2353
	19	0	0.75	0	0	0	6.5	0.49	0	20.87	3 7118
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	20.05	2 5882
	21	0	0	0	0	0.75	0	0.17	0	20.05	2 2947
22	0	0	0	0	2	0	0.45	0	20.05	1 9412	
23	0	0	0	0	0.25	2.1	0.18	0	20.05	1 6176	
26	24	0	18.5	1.25	10.25	7.2	7.49	5.7813	20.05	1.2941	
	25	0	3.5	0	11.25	4.8	3.22	1.5175	20.05	0.9706	
	26	0	0.75	0.5	0.5	0	0.42	0	20.05	0.6471	
	27	0	0.25	0	0.75	0	0.20	0	20.05	0.3235	
	28	0	0	0	0	0	0	0	20.05	0	
	29	0	0	0	0	0	0	0	20.05	188 755	
	30	0	0	0	0	0	0	0	20.05	185 86	
	31	0	0	0	0	0	0	0	20.05	148 115	
	32	0	0	0	0	0	0	0	20.05	133 17	
	33	0	0	0	0	0	0	0	20.05	103 625	
	34	0	0	0	0	0	0	0	188 60	68 78	
	35	0	0	0	0	0	0	0	163 18	57 535	
	36	0	0	0	0	0	0	0	154 60	49 74	
	37	0	0	0	0	0	0	0	125 42	40 945	
	38	0	0	0	0	0	0	0	90 89	32 55	
	39	0	0	0	0	0	0	0	78 98	27 105	
	40	0	0	0	0	0	0	0	72 57	23 06	
	41	0	0	0	0	0	0	0	64 09	17 965	
	42	0	0	0	0	0	0	0	56 06	14 17	
	43	0	0	0	0	1.25	0	0.28	0.0028	50.85	11 075
	44	0	0	0	0	8	0	1.34	1.065	47.26	7 48
	45	0	0.25	0	0.25	0	0	0.09	0	42.50	5.085
46	0	2.75	0	0	0	0	0.33	0.0498	33.07	3.19	
47	0	0.25	0	0	0	0.2	0.04	0	38.29	1.345	
48	0	1.5	0	1.75	0.1	0.58	0.2687	0	33.07	0	
49	0	0.25	0	0	0	0.1	0.04	0	30.98	24 2643	
50	0	9.25	0	0	0	0	1.10	0.8216	29.44	25 8288	
27	51	0	0	0	0.5	0	0.11	0	27.94	59 3929	
	52	0	0	0	0	0	0	0	26.95	48 1071	
	53	0	0	0	0	0	0	0	52.21	36 3714	
	54	0	0	0	0	0	0	0	54.76	23 1857	
	55	0	0	0	0	0	0	0	63.29	19 65	
	56	0	0	0	0	0	0	0	78.98	22 5143	
	57	0	0	0	0	0	0	0	68.27	20 2286	
	58	0	0	0	0	0	0	0	56.06	21 8929	
	59	0	0	0	0	0	0	0	53.48	14 4071	
	60	0	0	0	0	0	0	0	57.37	8 4714	
	61	0	0.5	0	0	0	0	0.06	0	56.06	3 8857
	62	0	0	0	0	0	0	0	0	56.69	0
	63	0	0	0	0	0	0	0	0	52.21	0
	64	0	0	0	0	0	0	0	0	47.26	0
	65	0	0	0	0	0	0	0	0	43.67	0
	66	0	6.75	0	0	0	0	0.80	0	40.77	0
	67	0	0	0	0	0	0	0	0	35.21	0
	68	0	0	0	0	0	0	0	0	33.07	0
	69	0	0	0	0	0	0	0	0	30.98	0
	70	0	0	0	0	0	0	0	0	29.44	0

Retraso

Tabla 3.3f Resumen de resultados de la sexta tormenta.

SEXTA TORMENTA													
Día	Hora	B Vista (mm)	Camzal (mm)	Castillo (mm)	C Gordo (mm)	Chico (mm)	Otates (mm)	Xatapa (mm)	P Meda (mm)	P Efectiva (mm)	Idolos (Q=FG*FF) (m³/s)	Escurremento Directo	
11	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16.63	0	
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16.11	0	
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15.14	0	
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.46	0	
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13.96	0	
	17	0	0	0	0	8.25	0	0	1.69	0	13.59	0	
	18	0	0	0	0	42.5	0	4.0	8.01	1.884	13.12	0	
	19	0	0	0	0	0	0	1.3	0.08	0	12.73	0	
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12.35	0	
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12.02	0	
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11.69	0	
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11.38	0	
	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11.13	0	
	1	0	0	0	0	0	0.25	0	0	0.05	0	10.82	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.59	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.47	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90.09	79.4875	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	76.98	66.225	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	57.37	46.4125	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	46.05	34.95	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	37.95	26.6875	
	9	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0.05	0	24.06	12.625
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21.43	9.8625	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0.01	0	26.46	14.7
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19.53	7.6375	
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16.32	4.225	
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18.03	5.8125	
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17.09	4.7	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16.32	3.7375	
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15.76	3.025	
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15.14	2.2625	
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.74	1.7	
20	0	0	0	0	0	0	5.25	0	0.71	0	14.34	1.1375	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.15	0.775	
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13.88	0.3625	
23	0	0	0	1.5	0	0	0	0	0.15	0	13.70	0	
24	0	0	0	1	0	0	0	0.9	0.16	0	13.40	0	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.68	0	
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.56	0	
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.47	0	
4	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.01	0	10.38	0	
5	0	0	0	0.75	0	15.5	0	3.7	3.48	0	10.18	0	
6	0	0	0	0	0	11	0	0.1	2.26	0	9.90	0	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.73	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.68	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.65	0	
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.62	0	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.57	0	
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.38	0	

Retraso

Tabla 3.3g Resumen de resultados de la séptima tormenta

SÉPTIMA TORMENTA						
Día	Hora	Xalapa (mm)	P Media (mm)	P Efectiva (mm)	Idolos (Q=FG+FF) (m³/s)	Escumamiento Directo
20	12	0	0	0	2.06	0
	15	0	0	0	0	0
	16	0	0	0	0	0
	17	1.3	1.3	0	2.06	0
	18	0.9	0.9	0	2.24	0
	19	0	0	0	2.24	0
	20	4.9	4.9	0	2.19	0
	21	9.2	9.2	0	2.13	0
	22	16.2	16.2	3.633	2.10	0
	23	6.3	6.3	0	2.13	0
21	24	16	16.00	3.633	2.17	0
	1	10.9	10.9	0	2.39	0
	2	9.7	9.7	0	2.83	0
	3	11	11	0	3.36	51.61
	4	9	9	0	3.98	156.12
	5	6.2	6.2	0	5.33	228.03
	6	0.2	0.2	0	58.69	249.34
	7	0	0	0	164.95	207.35
	8	0	0	0	238.62	170.80
	9	0	0	0	261.65	56.51
	10	0	0	0	221.41	50.42
	11	0	0	0	186.60	45.13
	12	0	0	0	74.03	39.94
	13	0	0	0	69.69	35.50
	14	0	0	0	66.17	31
	15	0	0	0	62.72	27.4182
	16	0	0	0	60.02	23.7773
	17	0.2	0.2	0	57.37	20.7364
	18	0	0	0	55.41	17.7455
	19	0	0	0	53.48	14.7545
	20	0	0	0	52.21	11.8136
	21	0.2	0.2	0	50.95	8.8227
	22	0.2	0.2	0	49.71	5.8818
	23	0	0	0	48.48	2.9409
24	0.1	0.1	0	47.26	0	

Retraso

4 APLICACIÓN DE LOS MODELOS LLUVIA-ESCURRIMIENTO Y RESULTADOS.

Es bien conocida la preocupación en hidrología por establecer relaciones entre la lluvia y el escurrimiento de una cuenca hidrológica. Esta relación es un aspecto importante del funcionamiento de la cuenca. Interesa su determinación, en algunos casos, porque al disponer de un registro más largo de lluvias, pueden hacerse con dicho registro análisis de frecuencias más confiables y pasar después la información a escurrimientos, a través de la relación establecida. En otras aplicaciones, la relación lluvia-escurrimiento mejora el conocimiento de la dinámica del flujo en la cuenca y aclara el valor de los términos de la ecuación del balance hidrológico. Se utiliza también en las relaciones causa-efecto para pronóstico a tiempo real con objeto de estimar dadas ciertas condiciones en la cuenca, cómo una tormenta específica se transforma en escurrimiento, es decir, se busca conocer la magnitud de la avenida y el momento que se presentará con fines de protección y de prevención.

4.1. Introducción

Un paso importante en la determinación de la relación lluvia-escorrimento fue dado por Sherman en 1932, con la introducción del hidrograma unitario. Este concepto abrió una época en la hidrología y ha dado lugar a toda una serie de nuevos estudios para mejorar la idea original.

La teoría del hidrograma unitario se aplica normalmente sólo al escurrimiento superficial y a la parte de la lluvia que lo produce. Se excluye de la teoría a la lluvia que se infiltra en el terreno y forma parte posteriormente del escurrimiento base o subterráneo. Esto trae consigo la necesidad de separar en el hidrograma total, al escurrimiento superficial del flujo base. La separación de los componentes no es siempre de fácil ejecución [Cruickshank, 1968].

El hidrograma unitario de una cuenca, propuesto por Sherman, se define como el hidrograma de escurrimiento directo resultante de una altura unitaria de lluvia en exceso a lo largo de una duración efectiva.

Se llama hidrograma unitario puesto que, por conveniencia, el volumen de escurrimiento bajo el hidrograma se ajusta a 1 mm., 1 cm. o 1 plg. [Linsley, 1988].

Las hipótesis sobre las que se basa la teoría del hidrograma unitario son las siguientes:

- 1) Si se considera a la lluvia efectiva como excitación y al escurrimiento como respuesta, la respuesta de una cuenca es una función lineal de la excitación. Esto es, pueden sumarse efectos parciales para obtener la respuesta total y la respuesta es proporcional a la excitación.
- 2) La respuesta de la cuenca es invariante en el tiempo.

- 3) La precipitación en exceso tiene una intensidad constante dentro de la duración efectiva.
- 4) La precipitación en exceso está uniformemente distribuida a través de toda el área.
- 5) La duración total de escurrimiento directo o tiempo base es la misma para todas las tormentas con la misma duración efectiva, independientemente del volumen total escurrido.

La primera hipótesis está basada en la observación de hidrogramas superficiales y las lluvias que lo producen. Al analizar los hidrogramas producidos por precipitaciones aisladas, en las cuencas donde esto es posible, se observa que hay una duración de lluvia tal, que para duraciones menores, se mantiene el mismo el tiempo de escurrimiento superficial. También para estas lluvias cortas, las ordenadas del hidrograma son aproximadamente proporcionales a la altura de la lluvia.

La segunda hipótesis es de tipo simplificadorio, ya que es claro que las características del escurrimiento se ven afectadas por las condiciones de humedad, que a su vez dependen de la precipitación antecedente.

Con respecto a la tercera hipótesis, las tormentas seleccionadas para la obtención del hidrograma unitario convienen que sea de corta duración, debido a que es más probable que éstas produzcan una tasa de lluvia en exceso intensa y aproximadamente constante, arrojando un hidrograma bien definido con pico único y de tiempo base corto. Viessman et al.(1989) consideran que la duración de la lluvia debe ser del 10 al 30% del tiempo de retraso de la cuenca, mientras que Linsley et al. (1988) recomiendan que dicha duración sea de aproximadamente una cuarta parte del tiempo de retraso de la cuenca.

Con relación a la cuarta hipótesis, como la tormenta se supone uniforme sobre toda la cuenca, el tamaño de ésta deberá limitarse para poder aplicar el método del hidrograma unitario. Viessman et al. (1989) sugieren usar como valor máximo del área el de 4 000 km². El método se vuelve inaplicable cuando el área de la cuenca es más grande para ser cubierta por una lluvia distribuida aproximadamente en forma uniforme. En tales casos, la cuenca debe dividirse en subcuencas y cada subárea analizarse para tormentas que cubran toda la subárea.

Con respecto a la hipótesis cinco, el tiempo base del hidrograma es generalmente incierto, y depende del método de separación del gasto base.

Es necesario enfatizar que todo hidrograma unitario está necesariamente ligado a una duración en exceso y que si no se conoce ésta última, entonces el hidrograma unitario pierde completamente su significado (Aparicio, 1987).

4.2. Modelos lluvia-escorrentamiento lineales

4.2.1. Método de los mínimos cuadrados

En 1795, Friederick Gauss desarrolló el método de los mínimos cuadrados, aplicandolo al movimiento de los planetas y los cometas. El movimiento de los cuerpos se podía describir completamente utilizando seis parámetros. El problema consistía en estimar dichos parámetros a partir de los datos observados. Fue hasta 1809 cuando Gauss publicó su libro: "Theoría motus corporum coelestium" en el que describe el método de los mínimos cuadrados. En el año de 1806, Legendre publica, en París, el trabajo "Nouvelles méthodes

pour la détermination des orbites des comètes”, en donde también presenta la técnica de mínimos cuadrados. Aunque en el siglo XIX se presentó una controversia sobre quién era el inventor de los mínimos cuadrados, los historiadores tienen indicios de que este método es obra de Gauss.

Gauss explicaba la técnica de la siguiente manera: si las observaciones astronómicas sobre las que se basan los cálculos de las órbitas fueran absolutamente correctas, entonces los elementos que se deducirían a partir de 3 ó 4 observaciones serían exactos. Sin embargo la realidad no opera de esa manera, ya que las observaciones y medidas que se realizan no son más que aproximaciones a la verdad, y la idea es acercarse lo más que se pueda a la verdad.

4.2.1.1. Descripción del método

Como se vió en el capítulo 2, la relación entre las ordenadas Q (m^3/s) de un hidrograma registrado en una cuenca a intervalos de tiempo discreto Δt (horas) y la precipitación efectiva P (mm), puede expresarse por la integral de convolución discreta de un sistema lineal:

$$Q_i = \sum_{j=1}^i U_j P_{i-t+j} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (4.1)$$

La ec. (4.1) puede expresarse en forma matricial

$$[Q] = [P][U] \quad (4.2)$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{1,t+1} & P_{1,t+2} & \cdot & \cdot & \cdot & P_1 \\ P_{2,t+1} & P_{2,t+2} & \cdot & \cdot & P_1 & P_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_1 & P_2 & \cdot & \cdot & \cdot & P_t \\ P_2 & P_3 & \cdot & \cdot & \cdot & P_{t+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{n,t+1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & P_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ U_t \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

La matriz [P] denominada matriz de convolución, es de una matriz de $j \times t$ elementos, [Q] es un vector que contiene los valores de las n ordenadas del hidrograma registrado y [U] es el vector que contiene los valores incógnitas de las t ordenadas del HU. La matriz [P] tiene la estructura indicada en la ecuación (4.3), siendo el número de filas j mayor que el de columnas t . El número de ecuaciones es n y el de incógnitas t , por lo que el sistema será sobredimensionado existiendo $n - t$ ecuaciones redundantes. Se utiliza el criterio de mínimos cuadrados para reducir el número de ecuaciones a t incógnitas y obtener [U].

Si se define por r_i , ($i = 1, 2, \dots, n$) los residuos o errores obtenidos como diferencias entre los valores de Q observados y los reconstruidos a partir del HU se tiene:

$$[r] = [Q] - [P][U] \quad (4.4)$$

El método de mínimos cuadrados estima las ordenadas del HU que minimizan la suma de los cuadrados de los errores o residuos:

$$E = \sum_{j=1}^n r_j^2 \quad (4.5)$$

Esto se obtiene fácilmente mediante el uso de productos internos, es decir, multiplicando $[r]$ por su transpuesta $[r]^T$. Por consiguiente:

$$E = \sum_{j=1}^n r_j^2 = [r]^T[r] = [[Q]-[P][U]]^T*[[Q]-[P][U]] \quad (4.6)$$

Diferenciando E con respecto a $[U]$ e igualando a cero se obtiene la siguiente expresión (Singh, 1988) que permite la estimación de las ordenadas U_i .

$$[U] = [[P]^T[P]]^{-1}[P]^T[Q] \quad (4.7)$$

Se debe tener cuidado en cumplir la condición de que el área bajo la curva del hidrograma unitario (V_{HU}) sea igual al producto del área de la cuenca (A_C) por una precipitación de 1 mm, es decir

$$V_{HU} = (A_C)(1 \text{ mm})$$

o bien

$$\Delta t \sum_{i=1}^{nu} U_i = (A_C)(1 \text{ mm})$$

donde

nu número de ordenadas del hidrograma unitario.

4.2.1.2 Aplicación del Método

Tomando los resultados de los análisis de las siete tormentas seleccionadas, las cuales se resumen en la Tabla 4.3a. hasta la 4.3g, se ordenaron los datos para ponerlos en la forma

de la ec. (4.3) y poder así resolver la ecuación matricial (4.7) para obtener las ordenadas del hidrograma unitario.

Se analizó primero la tercera y quinta tormenta que tienen varios picos, tomando cada uno de éstos como una tormenta individual, y poder así, definir un hidrograma unitario promedio que caracterice cada una de estas tormentas.

Las Tablas 4.1 y 4.2 resumen el tamaño de los componentes obtenidos, necesarias para resolver las ecuaciones mencionadas anteriormente para cada uno de los picos de la tercera y quinta tormenta.

Tabla 4.1 Tamaño de las componentes de la ec. 4.7 de cada pico de la tercera tormenta.

TORMENTA 3a				TORMENTA 3b				TORMENTA 3c				TORMENTA 3d				TORMENTA 3e				TORMENTA 3f			
N_Q	N_P	N_U	M	N_Q	N_P	N_U	M	N_Q	N_P	N_U	M	N_Q	N_P	N_U	M	N_Q	N_P	N_U	M	N_Q	N_P	N_U	M
24	1	24	24x24	28	4	24	28x24	24	1	24	24x24	27	3	24	27x24	28	4	24	28x24	26	2	24	26x24

donde

- N_Q número de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo.
- N_P número de barras del hietograma.
- N_U número de ordenadas del hidrograma unitario (vector incógnita).
- M tamaño de la matriz [P] resultante.

Tabla 4.2 Tamaño de las componentes de la ec. 4.7 de cada pico de la quinta tormenta.

TORMENTA 4a				TORMENTA 4b				TORMENTA 4c			
N_Q	N_P	N_U	M	N_Q	N_P	N_U	M	N_Q	N_P	N_U	M
22	1	22	22x22	24	2	24	24x24	19	8	12	19x12

Para obtener el HU medio se calcularon los HU de cada pico para cada una de las tormentas analizadas (tercera y quinta), los cuales se presentan en las Figs. 4.1 y 4.2, a partir de los cuales se eligieron los HU por promediar, debido a que algunos daban incongruencias (tormenta "HU 3b" y "HU 3e" de la Fig. 4.1 y tormenta "HU 5c" de la Fig. 4.2) se descartaron.

Los HU medios de la tercera y quinta tormenta se muestran en las Figs. 4.3 y 4.4 respectivamente.

Para el cálculo de los HU del resto de las tormentas se procedió de modo similar, ordenando los datos para obtener el tamaño de los componentes (Tabla 4.3) de la ec. 4.7 y resolverla para cada tormenta, obteniendo de esta manera las ordenadas del HU para cada una de ellas (Fig. 4.5).

Tabla 4.3 Tamaño de las componentes de la ec. 4.7 para cada tormenta.

TORMENTA 1				TORMENTA 2				TORMENTA 3				TORMENTA 4				TORMENTA 4				TORMENTA 6				TORMENTA 7			
N _a	N _p	N _u	M	N _a	N _p	N _u	M	N _a	N _p	N _u	M	N _a	N _p	N _u	M	N _a	N _p	N _u	M	N _a	N _p	N _u	M	N _a	N _p	N _u	M
24	1	24	24x24	24	1	24	24x24	194	170	24	194x24	27	3	24	27x24	68	44	24	68x24	24	1	24	24x24	27	3	24	27x24

Una vez calculados los hidrogramas unitarios de todas las tormentas, se promediaron los hidrogramas unitarios con características similares (se eliminaron los hidrogramas unitarios de la cuarta y séptima tormenta), para calcular el hidrograma unitario medio de la cuenca (Fig. 4.6) y se estimaron los hidrogramas de escurrimiento directo para cada una de ellas (ec. 4.2), con el fin de comparar éstos con los hidrogramas medidos.

Los resultados donde se muestran las comparaciones de cada tormenta, utilizando el hidrograma unitario característico de la cuenca, se dibujaron en la Fig. (4.7). En esta figura se observa que el segundo, cuarto y sexto pico de la tercera tormenta y en el último de la quinta no coinciden, ni el tiempo de inicio de las tormentas ni el pico de éstas, situación que se deba probablemente a los errores cronométricos descritos en el capítulo 2. Para corregir éstos y hacer que coincidieran tanto el tiempo de inicio como el tiempo pico, se modificaron los hietogramas de precipitación efectivas originales (Fig. 3.15b y 3.15e), retrasando o adelantando las barras de estos hietogramas, según fuera el caso, para lograr la coincidencia buscada (Fig. 4.8 y 4.9), buscando preferentemente que coincidieran los tiempos picos.

En las Figs. 4.10 y 4.11 se compararon los hietogramas originales y modificados de la tercera y quinta tormenta respectivamente, con el fin de hacer evidente las correcciones hechas en cada caso. Con estos hietogramas corregidos se realizó de nuevo el pronóstico de los escurrimientos, quedando finalmente como se muestra en la Fig. 4.12.

Por último se dibujaron los escurrimiento totales (medidos y estimados) para posteriormente analizar el comportamiento del escurrimiento base (Fig. 4.13).

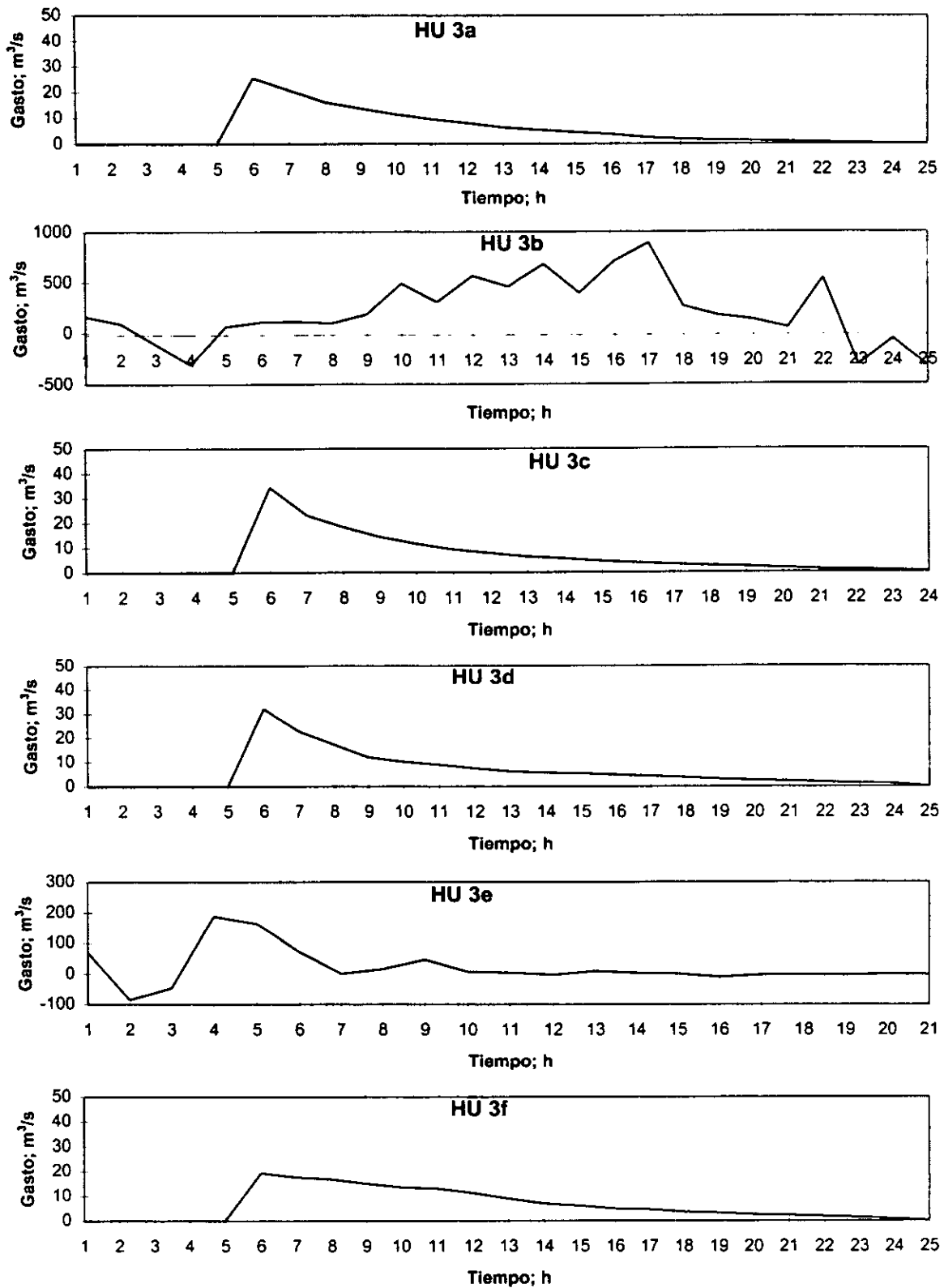


Fig 4.1 Hidrograma unitario de cada uno de los picos de la tormenta 3.

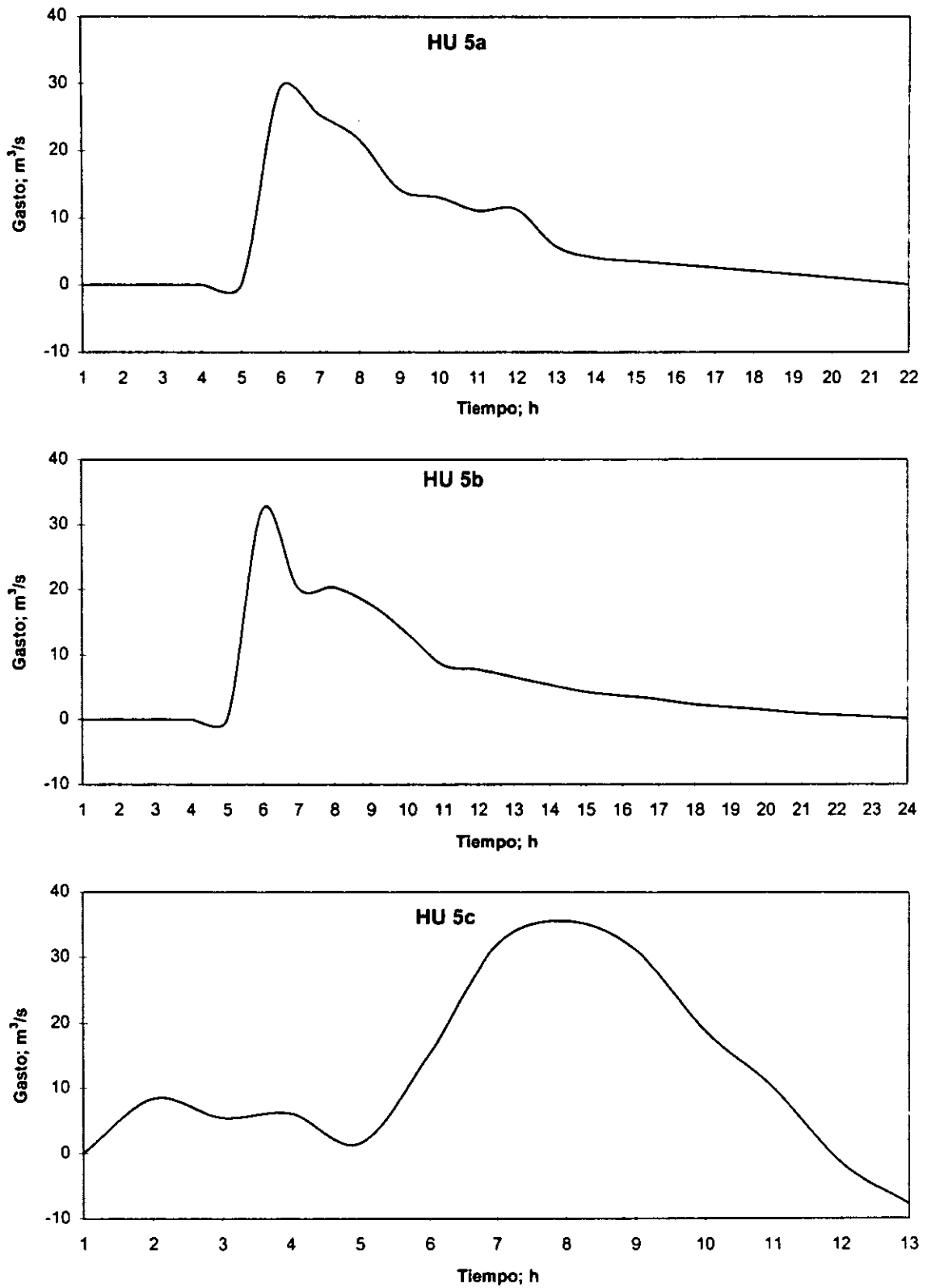


Fig. 4.2 Hidrograma unitario de cada uno de los picos de la quinta tormenta.

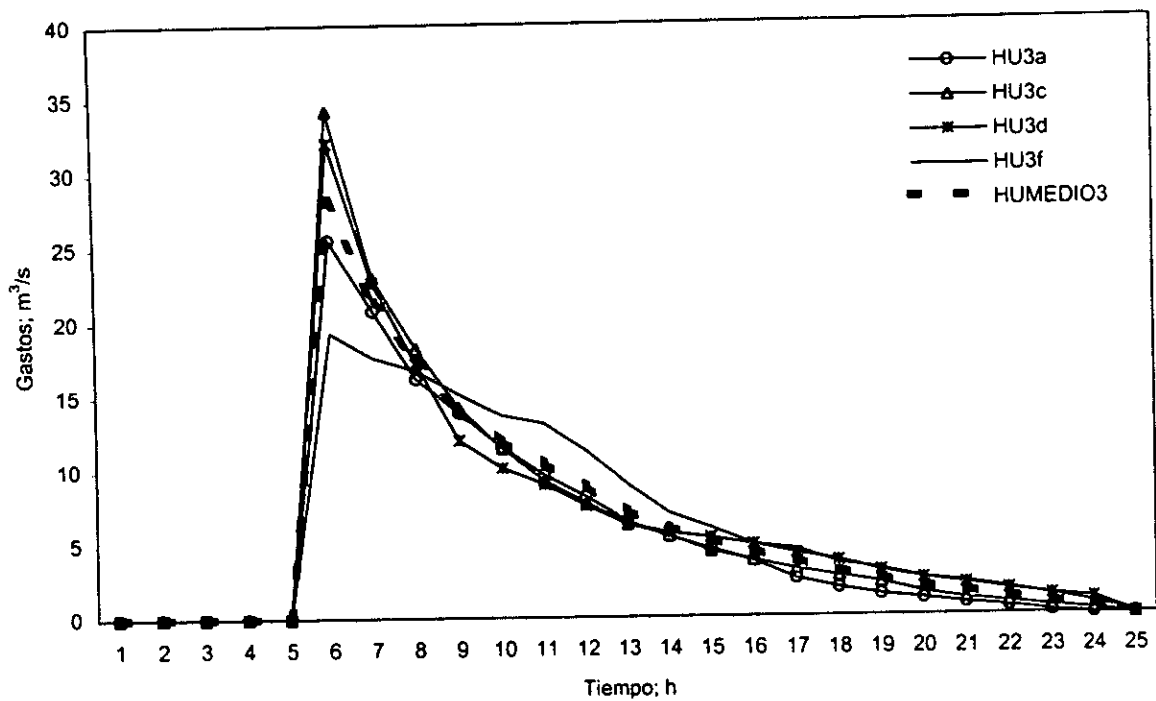


Fig. 4.3 Hidrograma unitario medio de la tercera tormenta.

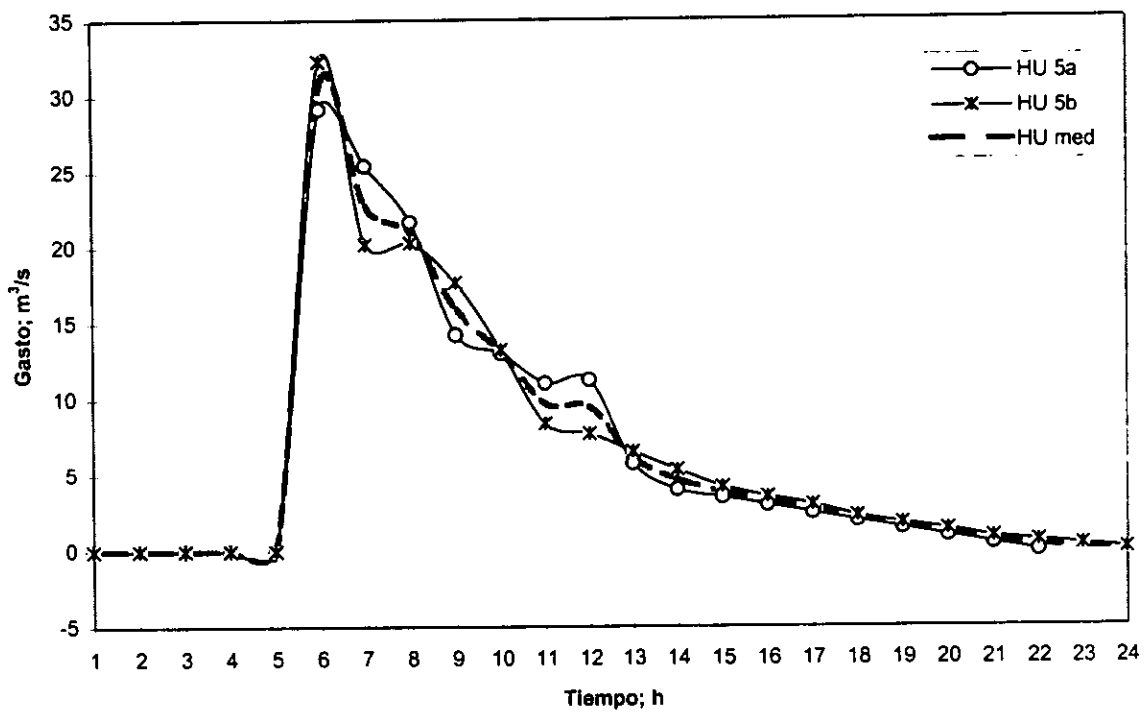


Fig. 4.4 Hidrograma unitario medio de la quinta tormenta.

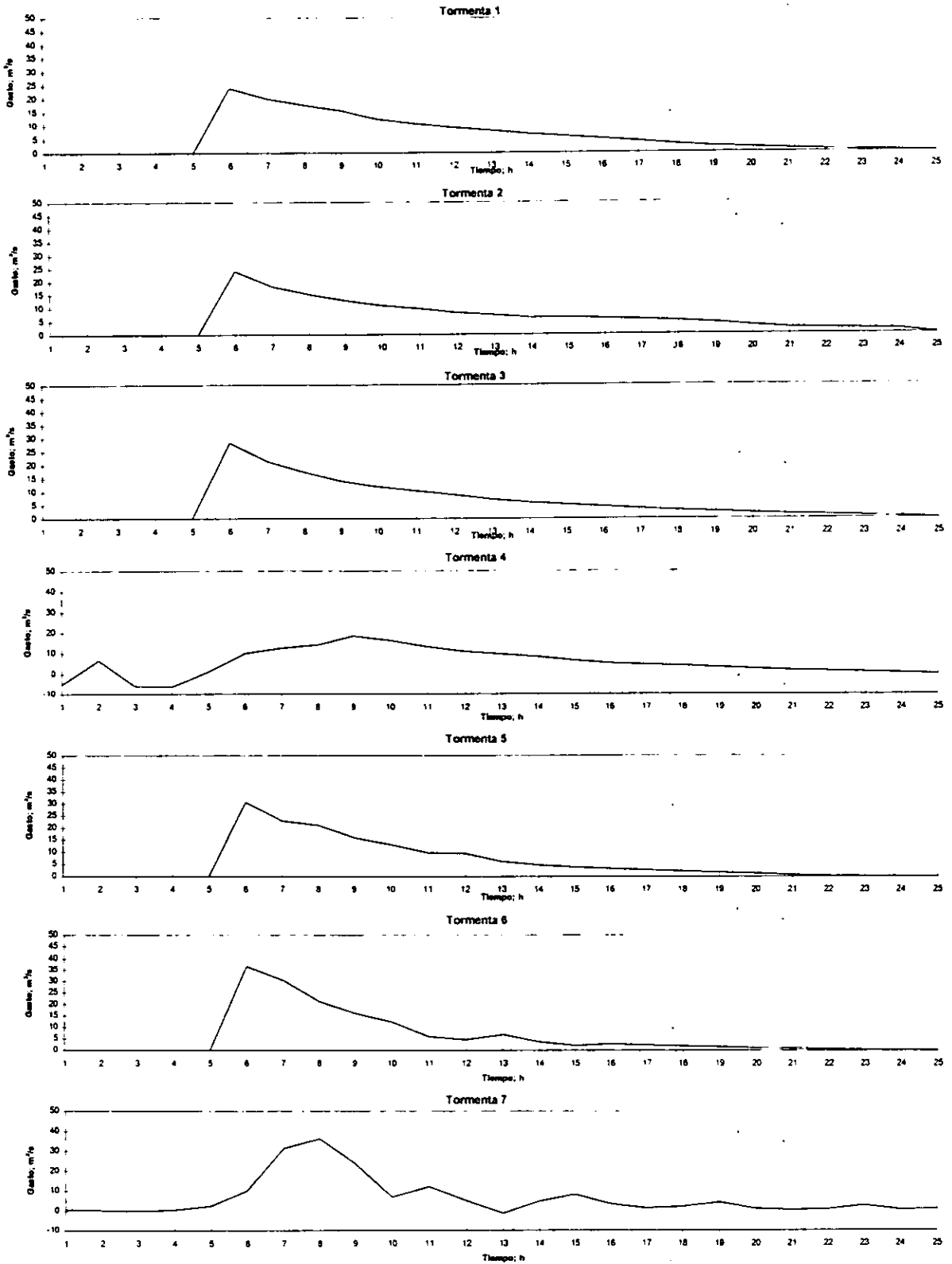


Fig. 4.5 Hidrograma unitario de cada una de las tormentas (método de mínimos cuadrados).

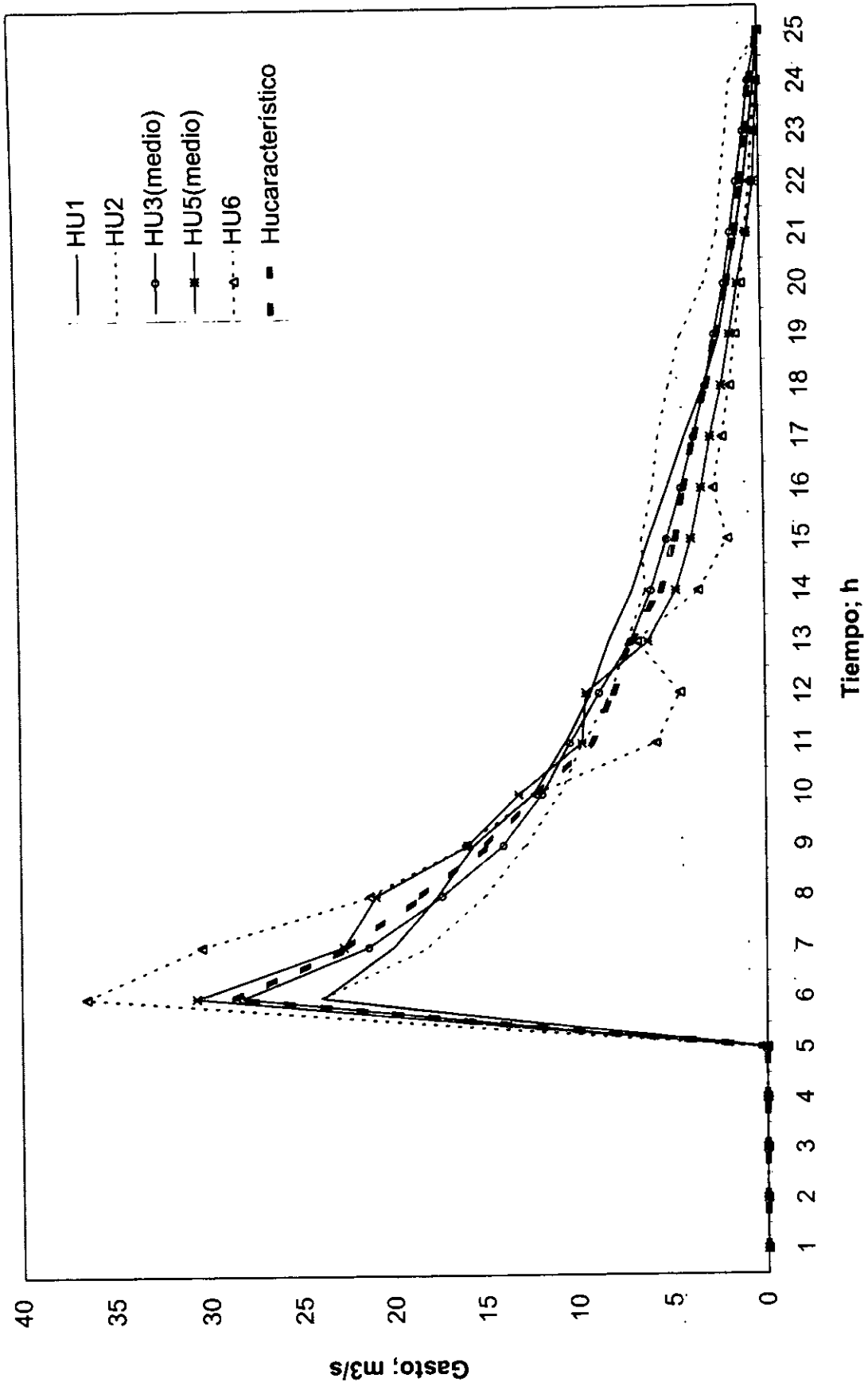


Fig. 4.6 Hidrograma Unitario medio de la cuenca del río Ídolos (método de mínimos cuadrados).

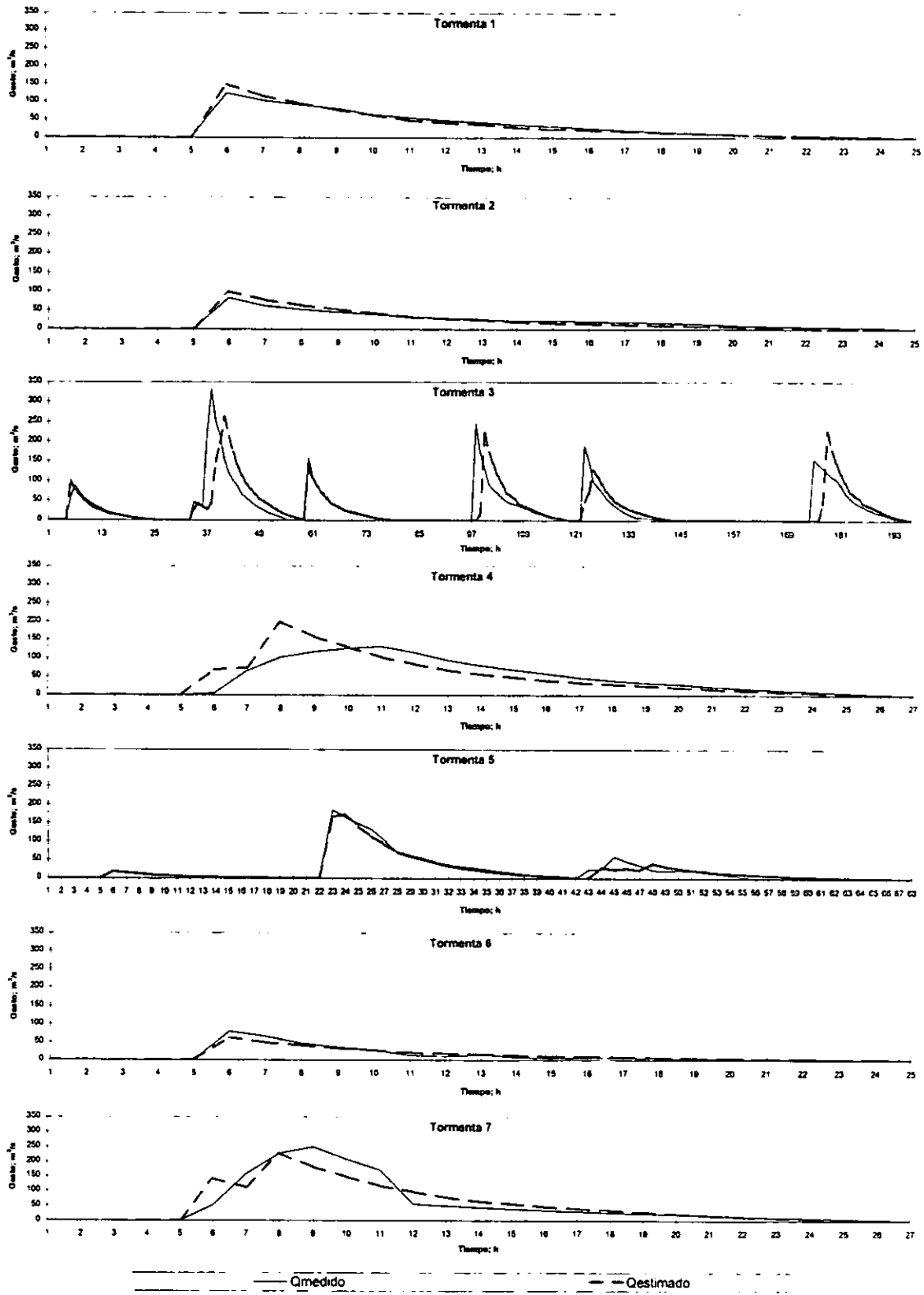


Fig. 4.7 Comparación entre hidrogramas de escurrimiento directo medidos y calculados.

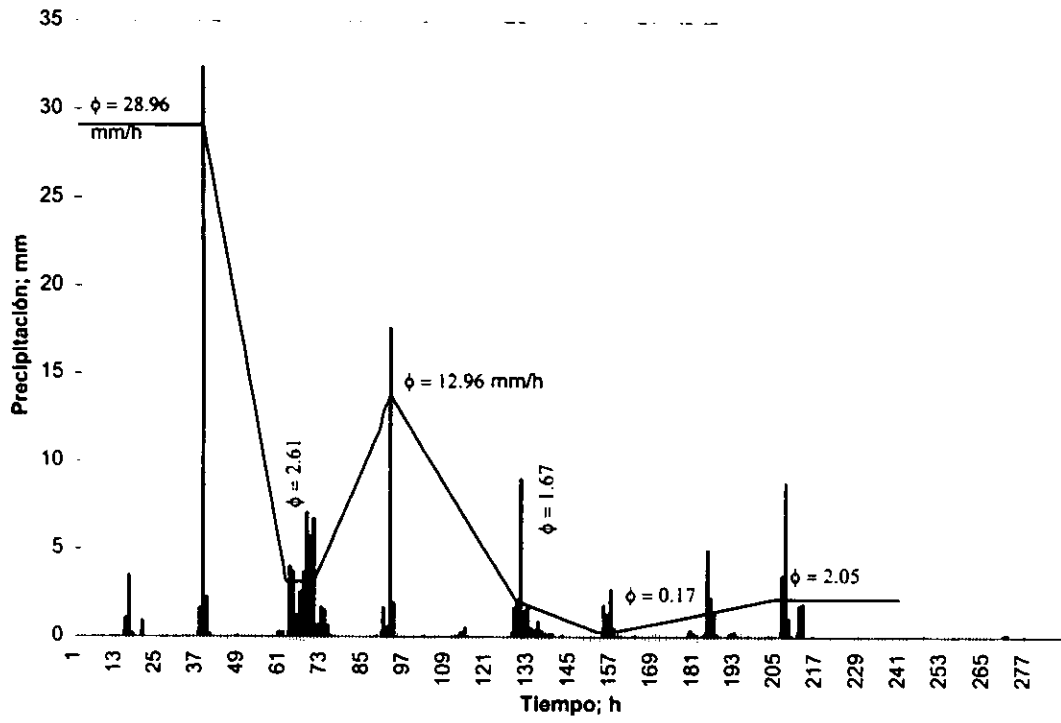


Fig. 4.8 Hietograma de precipitación efectiva de la 3a. tormenta (corregido).

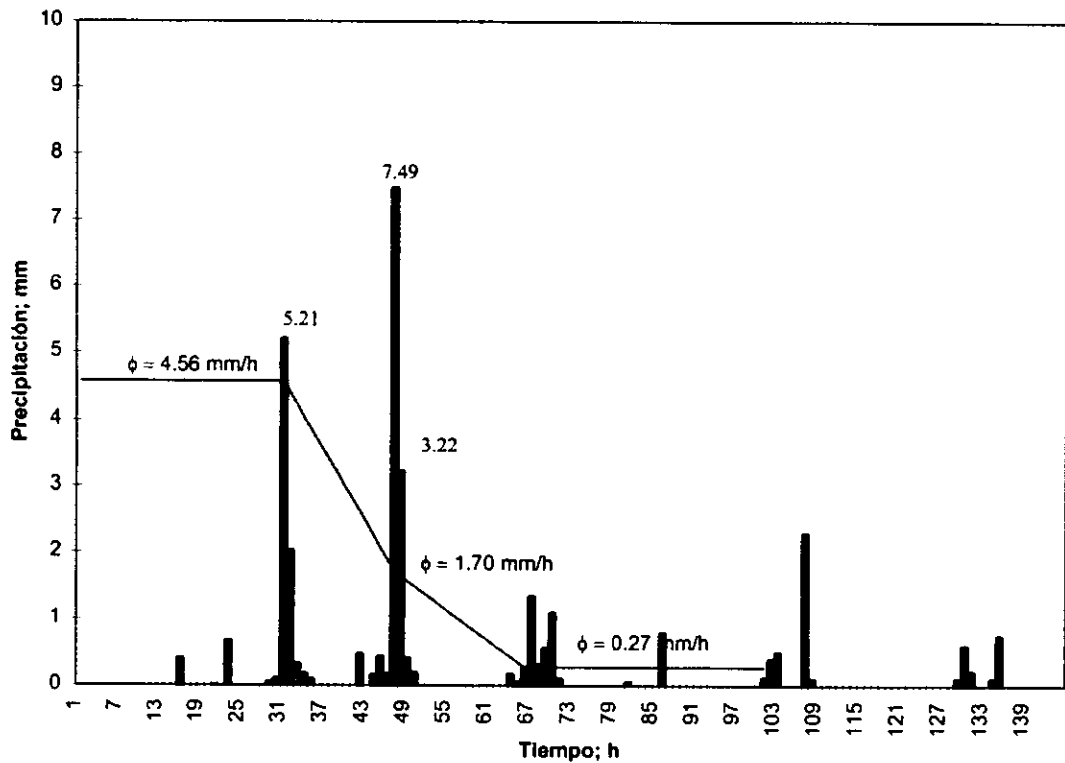


Fig. 4.9 Hietograma de precipitación efectiva de la 5a. tormenta (corregido).

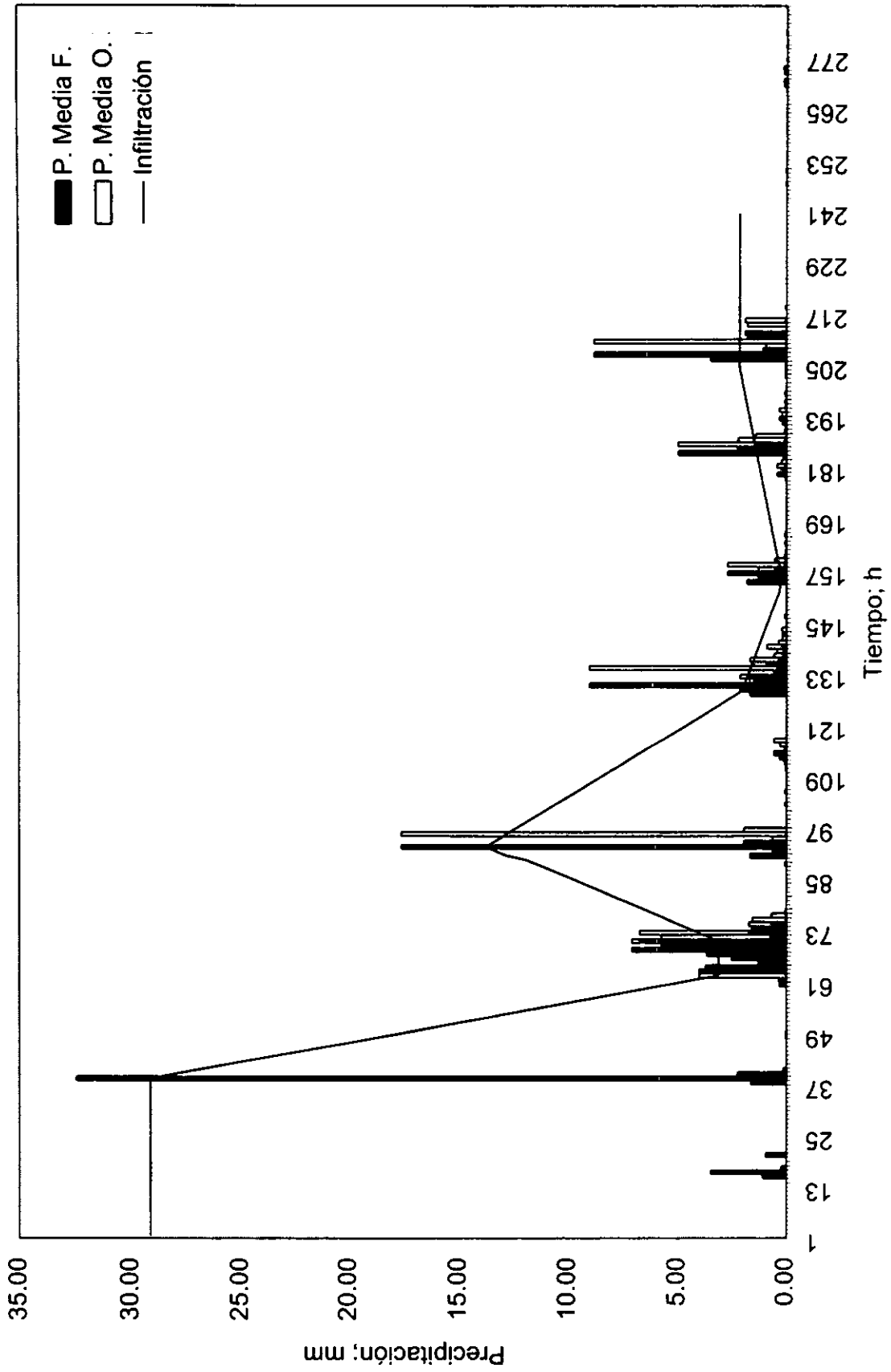


Fig. 4.10 Comparación entre los hietogramas de precipitación efectiva (original y modificado) de la tercera tormenta.

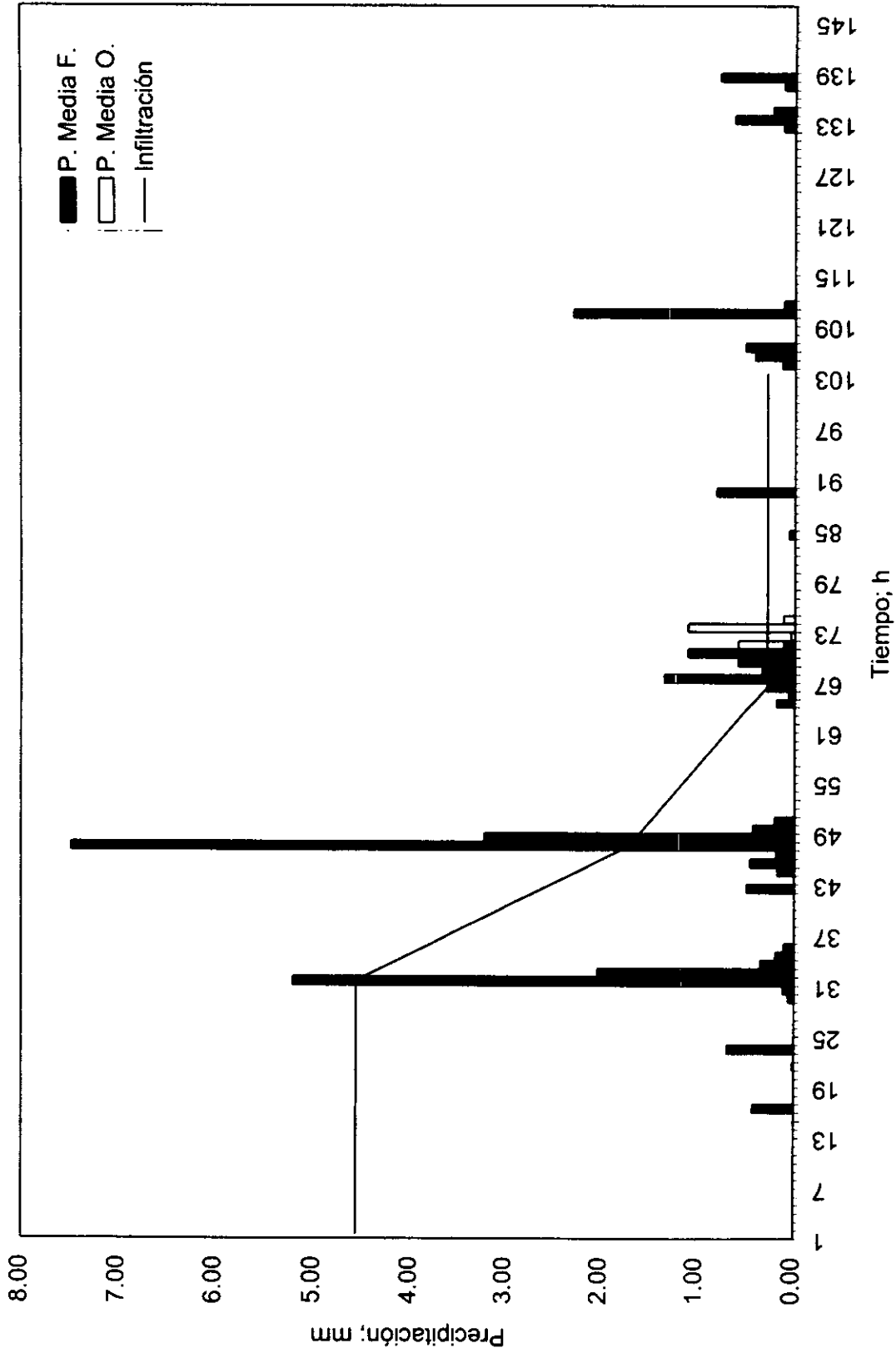


Fig. 4.11 Comparación entre los hietogramas de precipitación efectiva (original y modificado) de la quinta tormenta.

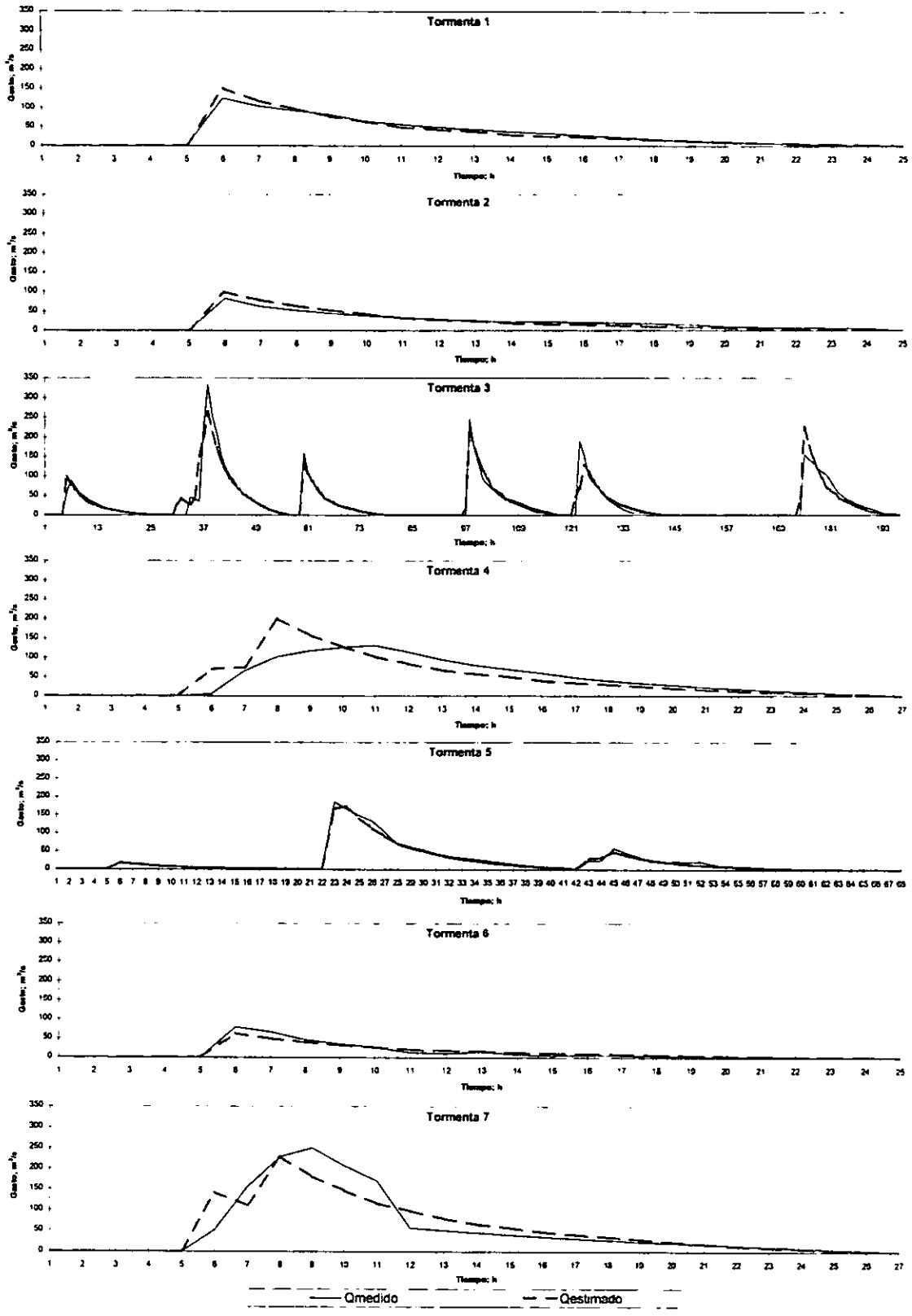


Fig. 4.12 Comparación final entre hidrogramas de escurrimiento directo medidos y calculados.

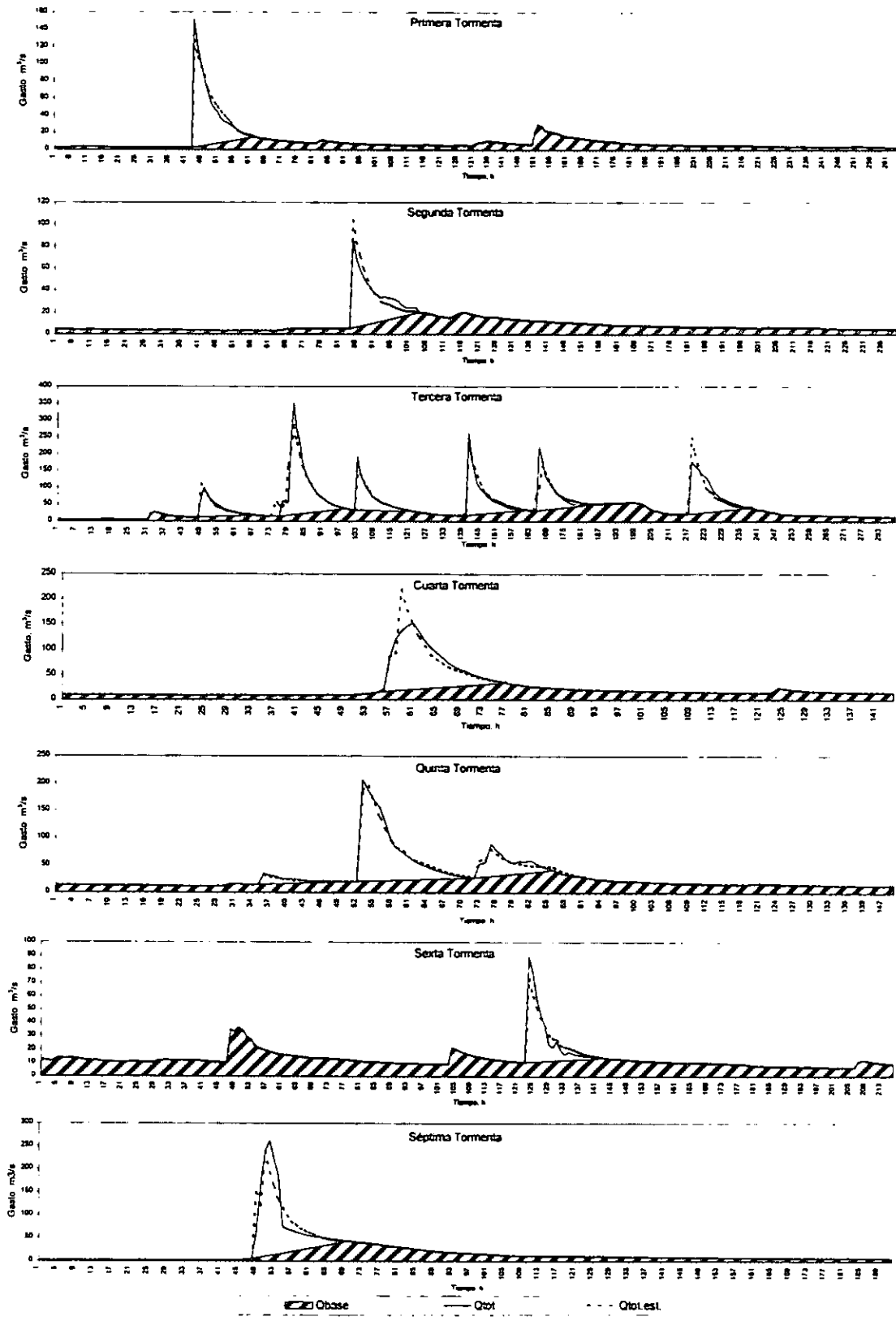


Fig. 4.13 Escurremientos totales observados y medidos y escurrimiento base.

4.2.2 Método dinámico de Filtrado Kalman

Comúnmente se dice que un filtro es un artefacto físico para remover fracciones no deseadas de ciertas mezclas. La palabra filtro tiene sus raíces latinas en la Edad Media, y tenía que ver con el material que era usado para filtrar líquidos. En sus orígenes, un filtro solucionaba el problema de separación de componentes no deseados de mezclas de gas, líquidos y sólidos.

El Filtro de Kalman es una forma moderna de discutir la teoría de estimación de mínimos cuadrados. La diferencia esencial entre el Filtro de Kalman y el método de mínimos cuadrados es que el parámetro de estado en el filtro no es constante, sino que puede cambiar en el tiempo. En términos intuitivos es posible señalar que esta técnica es una forma moderna de analizar el método de los mínimos cuadrados y que este último es un caso particular del Filtro de Kalman.

Aunque esta técnica data de 1960, se empezó a utilizar en hidrología hasta finales de los años setenta. Hoy en día es una técnica muy popular, dado que además de ser un buen estimador del vector de estado de un sistema, permite obtener su matriz de covarianza, la cual supone una medida de la incertidumbre del mismo. Dado que en hidrología intervienen fenómenos aleatorios como las precipitaciones o procesos como lluvia-escurrimiento que llevan asociados una gran incertidumbre, la utilización de este tipo de técnicas puede mejorar los modelos determinísticos que actualmente se usan. Presenta como inconveniente que su mejor funcionamiento se produce en sistemas lineales y en hidrología existen determinados procesos que no lo son. Esta falta de linealidad puede salvarse mediante técnicas de linealización (p.e. expansión en series de Taylor) con las cuales es posible obtener buenos resultados.

4.2.2.1 Descripción del método

El Filtro de Kalman es un descriptor insesgado, recursivo y de mínimos cuadrados con una señal aleatoria Gaussiana, es muy utilizado para predicción a tiempo real y se basa en los modelos de espacio de estado.

En los modelos de espacio de estado, el objetivo central es estimar la señal en presencia de ruido. Se desea estimar un vector \mathbf{X} y actualizar dicha estimación, cuando se cuenta con una nueva información.

El modelo del Filtro de Kalman parte de una observación lineal estática del vector de estado \mathbf{X}

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V} \quad (4.8)$$

donde \mathbf{Z} es un vector de observación ($m \times 1$), \mathbf{X} es un vector de estado ($n \times 1$), y \mathbf{V} es un vector de ruido ($m \times 1$) de la medición. \mathbf{H} es una matriz de conexión de dimensiones ($m \times n$).

Se supone la siguiente información probabilística

$$\begin{aligned} E[\mathbf{X}] &= \mathbf{M} \\ E[(\mathbf{X} - \mathbf{M})(\mathbf{X} - \mathbf{M})^T] &= \boldsymbol{\psi} \\ E[\mathbf{V}] &= \mathbf{0} \\ E[\mathbf{V}\mathbf{V}^T] &= \mathbf{R} \\ E[\mathbf{H}\mathbf{X}\mathbf{V}^T] &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.9)$$

El estimador lineal óptimo de \mathbf{X} es entonces (L. Bras R., Rodríguez-Iturbe I., 1984)

$$\hat{\mathbf{X}} = \Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Z} + \Sigma \psi^{-1} \mathbf{M} \quad (4.10a)$$

donde la matriz de estimación del error cuadrático medio es

$$\begin{aligned} \Sigma &= E[(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^T] \\ &= (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \psi^{-1})^{-1} \end{aligned} \quad (4.10b)$$

El estimador insesgado es

$$E[\hat{\mathbf{X}}] = \mathbf{M}$$

Empleando el lemma de la inversión matricial (ver apéndice), el estimador óptimo también puede expresarse como

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}} &= \mathbf{M} + \psi \mathbf{H}^T [\mathbf{H} \psi \mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1} (\mathbf{Z} - \mathbf{H} \mathbf{M}) \\ \Sigma &= \psi - \psi \mathbf{H}^T [\mathbf{H} \psi \mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{H} \psi \end{aligned} \quad (5.11)$$

En ingeniería una gran variedad de sistemas se modela matemáticamente mediante ecuaciones diferenciales, tales sistemas se representan por ecuaciones lineales diferenciales de la forma

$$\frac{d^n X(t)}{dt^n} + a_{n-1}(t) \frac{d^{n-1} X(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1(t) \frac{dX(t)}{dt} + a_0(t)X(t) = L(t)U(t) \quad (4.12)$$

En hidrología, la ecuación 4.12 representa una ecuación lineal general de un modelo lluvia - escurrimiento, al convertirla a la forma de una ecuación diferencial multivariada de primer orden queda en forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{X}_{n-1}(t) \\ \dot{X}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0(t) & \dots & \dots & \dots & \dots & -a_{n-1}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \vdots \\ X_{n-1}(t) \\ X_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ L(t) \end{bmatrix} \mathbf{U}(t) \quad (4.13)$$

o

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{L}(t)\mathbf{U}(t) \quad (4.14)$$

La ecuación 4.14 no es una representación perfecta de las cuencas ya que ésta no es lineal ni distribuida en el espacio, por lo tanto, se le agrega un término de ruido a la ecuación, lo que conduce a la ecuación general de espacio-estado.

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{L}(t)\mathbf{U}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t) \quad (4.15)$$

La ecuación anterior representa la ecuación continua de espacio-estado. En hidrología como también en muchas otras ciencias geofísicas, la disponibilidad de datos en un proceso natural requiere de una formulación discreta.

Si se supone que el sistema sólo tiene la respuesta libre, se toma la parte homogénea de la ecuación anterior

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) \quad (4.16)$$

Su solución, dada una condición inicial $\mathbf{X}(t_0)$ está en términos de una matriz de transición $\Phi(t, t_0)$:

$$\mathbf{X}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{X}(t_0) \quad (4.17)$$

La respuesta de los sistemas lineales es la suma de las soluciones homogéneas y particular, y se determinan por medio de la ecuación de convolución. En hidrología la convolución es entre la precipitación y el hidrograma unitario instantáneo, la cual no es más que la función de transición $\Phi(t, t_0)$, por lo tanto, si además se toma en cuenta el efecto del término aleatorio, la solución a la ec. 4.15 es

$$\mathbf{X}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{X}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)\mathbf{L}(\tau)\mathbf{U}(\tau)d\tau + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)\mathbf{G}(\tau)\mathbf{W}(\tau)d\tau \quad (4.18)$$

Esta ecuación se simplifica como

$$\mathbf{X}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{X}(t_0) + \Lambda(t_0)\mathbf{U}(t_0) + \Gamma(t_0)\mathbf{W}(t_0) \quad (4.19)$$

donde los dos últimos términos del lado derecho de la ecuación corresponden a las integrales de la ec. 4.18.

Si la ecuación discreta se escribe para un intervalo de tiempo Δt , la ec. 4.19 se convierte en

$$\mathbf{X}(t + \Delta t) = \Phi(t + \Delta t, t)\mathbf{X}(t) + \Lambda(t)\mathbf{U}(t) + \Gamma(t)\mathbf{W}(t), \quad (4.20)$$

la cual es una ecuación más familiar del modelo discreto de espacio-estado y comúnmente se representa como

$$\mathbf{X}(k + 1) = \Phi(k)\mathbf{X}(k) + \Lambda(k)\mathbf{U}(k) + \Gamma(k)\mathbf{W}(k) \quad (4.21)$$

En 1973, Hino publica una de las primeras aplicaciones del Filtro Kalman en Hidrología al presentar un problema de identificación de parámetros de un modelo agregado lineal de descargas. En hidrología al suponer condiciones iniciales cero no se toma en cuenta la solución homogénea, además si los escurrimientos o descargas se representan generalmente en forma matricial (L. Bras R., Rodríguez-Iturbe I., 1984) se tiene

$$\mathbf{Q}(k + 1) = \mathbf{M}(k)\mathbf{h}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (4.22)$$

donde

\mathbf{Q} es el vector n -dimensional de descarga.

\mathbf{h} es un vector m -dimensional (hidrograma unitario).

\mathbf{M} es una matriz de precipitaciones de dimensiones $n \times m$.

Sustituyendo el vector $\mathbf{Z}(k)$ por $\mathbf{Q}(k+1)$ en la ec 4.22

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{M}(k)\mathbf{h}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (4.23)$$

$\mathbf{Z}(k)$ es el vector de descargas observadas en un tiempo $k+1$.

La dinámica del vector de estado $\mathbf{h}(k)$ es

$$\mathbf{h}(k+1) = \mathbf{h}(k) + \mathbf{V}(k) \quad (4.24)$$

donde $\mathbf{V}(k)$ es una componente de ruido que toma en cuenta la incertidumbre de la constante de estado y se considera en la mayoría de los casos con media nula y matriz de covarianza \mathbf{Q} ; $\mathbf{W}(k)$ de igual manera se puede considerar con media nula y matriz de covarianza \mathbf{R} :

$$E[\mathbf{W}(k)\mathbf{W}^T(k)] = \mathbf{R} \quad \text{y} \quad E[\mathbf{V}(k)\mathbf{V}^T(k)] = \mathbf{Q}$$

Entonces, definiendo el sistema dinámico anterior (ecs. 4.23 y 4.24) por medio de técnicas de filtrado Kalman da la ecuación (L.Bras R., Rodríguez-Iturbe I., 1984)

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1|k+1) = \hat{\mathbf{h}}(k|k) + \mathbf{K}(k+1)[\mathbf{Z}(k+1) - \mathbf{M}(k+1)\hat{\mathbf{h}}(k|k)] \quad (4.25)$$

donde

$$\mathbf{K}(k+1) = \sum(k+1|k+1)\mathbf{M}^T(k+1)\mathbf{R}^{-1}(k+1) \quad (4.26)$$

$$\sum(k+1|k+1) = \sum(k+1|k) - \sum(k+1|k)\mathbf{M}^T(k+1)[\mathbf{R}(k+1) + \mathbf{M}(k+1)\sum(k+1|k)\mathbf{M}^T(k+1)]^{-1}$$

$$\bullet \mathbf{M}(k+1)\sum(k+1|k) \quad (4.27)$$

$$\sum(k+1|k) = \sum(k|k) + \mathbf{Q}(k) \quad (4.28)$$

La conjunto de ecuaciones anterior (ecs. 4.25 a 4.28) da una estimación de la serie de parámetros del modelo de escurrimiento usando la información disponible. Estos nuevos parámetros se utilizan para pronóstico hasta que se disponga de una nueva observación.

4.2.2.2 Aplicación del método

Aplicando el bloque de fórmulas de las ecuaciones (4.25 a 4.28) para obtener el hidrograma unitario, los modelos de escurrimiento se simplifican considerablemente porque la descarga es sólo función de las entradas anteriores.

Con las ecuaciones de filtrado Kalman definidas (ecs. 4.25 a 4.28), se obtuvieron las ordenadas del hidrograma unitario, empleando las mismas dimensiones de las matrices de precipitación y de los vectores de escurrimiento directo ya corregidos utilizados en el método de mínimos cuadrados, con fines comparativos.

De la misma manera se muestra en la Fig. 4.14 las ordenadas del hidrograma unitario estimadas con varias condiciones iniciales diferentes sobre el estado, a partir de condiciones iniciales cero de $h(k)$. En esta figura se observa que cuando mayor es la información disponible la estimación mejora. La Fig. 4.15 muestra los pronósticos de los hidrogramas de escurrimiento directo basados en los hidrogramas unitarios estimados anteriormente (Fig. 4.14), utilizando estimadores iniciales pobres de $h(k)$, los cuales se ven en esta misma figura. Como se esperaba, los valores pronosticados del escurrimiento mejoran con $h(k)$. En este método los valores de Q y R se suponen, y para este análisis, después de probar varias combinaciones para obtener los mejores resultados, se tomaron los valores de 0.0025 y 0.10 respectivamente.

Para obtener las ordenadas del hidrograma unitario, de cada una de las tormentas se procedió de idéntica manera que en la obtención del hidrograma unitario de la primera tormenta. El resultado de este análisis se muestra en la fig. 4.16, en esta figura se observa que al igual que los hidrogramas unitarios obtenidos con el método de mínimos cuadrados, los hidrogramas unitarios de las tormentas cuatro y siete no muestran la forma característica de las demás, por lo que se eliminaron y sólo se tomaron en cuenta los hidrogramas de las tormentas uno, dos, tres, cinco y seis para obtener el hidrograma unitario característico de la cuenca para este método (Fig. 4.17).

Con este hidrograma unitario característico, se estimaron los hidrogramas de escurrimiento directo de las siete tormentas y se dibujaron en la Fig. 4.18. A manera ilustrativa se compararon los hidrogramas unitarios característicos de la cuenca obtenidos con los métodos de mínimos cuadrados y de Filtros Kalman; éstos se muestran en la Fig. 4.19. En esta figura se observa que estos hidrogramas son casi iguales, con lo que se demuestra la bondad de los dos métodos, por lo que pueden emplearse indistintamente en los modelos de lluvia-escurrimiento.

Finalmente se compararon los hidrogramas de escurrimiento directo observados con los estimados con los dos métodos (Fig. 4.20), confirmándose lo anteriormente dicho acerca de la bondad de los dos métodos para emplearse en el pronóstico de avenidas.

Es necesario comentar que la ecuación utilizada para obtener $\hat{h}(k+1|k+1)$ (ec. 4.25) enfatiza la combinación lineal de las dos fuentes de información usadas en filtros Kalman. Una fuente es el modelo, la otra consiste de las observaciones, pues la nueva estimación es la estimación de estado con retraso (el mejor esperado) más una corrección proporcional a la desviación de las observaciones respecto a las observaciones esperadas.

El valor del Filtro Kalman es la incorporación explícita de un modelo estructurado (representado por una ecuación en diferencias) a los problemas de estimación. Siendo

optimistas, esta formulación incluye el conocimiento físico básico del modelo. Una información a priori debe explotarse al máximo; si la estructura del modelo es pobre o además la información de que se dispone es escasa, el procedimiento toma entonces un significado puramente estocástico, nada más que un procedimiento de mínimos cuadrados.

Es claro entonces que el mejor estimador del estado es una combinación lineal de las observaciones $Z(k+1)$ y el modelo de predicción (ec. 4.25) y si las observaciones son bastante desconfiables, $R(k+1)$ será grande, implicando que $R(k+1)^{-1}$ tiende a cero para una covarianza (ec. 4.27) relativamente pequeña. El peso sobre las observaciones (ec. 4.26) es entonces cercano a cero y el mejor estimador es una función lineal del modelo de pronóstico. Si la covarianza de error $Q(k)$ tiende a infinito, la covarianza esperada para una unidad de tiempo posterior también tiende a infinito (ec. 4.28), tendiendo a cero la predicción durante la estimación (ec. 4.25). En este caso la actualización de cada intervalo recae exclusivamente sobre las observaciones (L.Bras R., Rodríguez-Iturbe I., 1984).

La especificación incorrecta de los parámetros, particularmente de $Q(k)$ y $R(k)$ comúnmente conduce al comportamiento inconsistente del filtro, llamado divergencia. En tales casos los errores de estimación y predicción estimados son mayores que los teóricamente esperados. Por ejemplo, si $Q(k)$ es muy pequeña subestimaré la varianza esperada, debido a que la estimación de la varianza esperada (ec. 4.28) es función de $Q(k)$. Esto sólo se puede solucionar por el procedimiento de prueba y error o con un conocimiento de dichos errores (L.Bras R., Rodríguez-Iturbe I., 1984).

Algunas desventajas del método son (L.Bras R., Rodríguez-Iturbe I., 1984):

- a) El modelo de "caja negra" no permite una relación explícita entre el hidrograma unitario identificado y los parámetros físicos de la cuenca.

- b) El modelo usado es un sistema lineal invariante en el tiempo. Para una cuenca expuesta a una gran no linealidad no se puede esperar siempre alcanzar una solución de estado estable para la función de respuesta $h(k)$.

- c) La interpretación de la ecuación de observación (ec. 4.23) elimina la consideración explícita de los errores reales observados, esto es, errores ocasionados por técnicas de medición o por fallas en los instrumentos.

Para concluir se muestra de manera ilustrativa el funcionamiento del método de filtrado Kalman en el diagrama de flujo de la figura 4.21, donde se observa la secuencia del método.

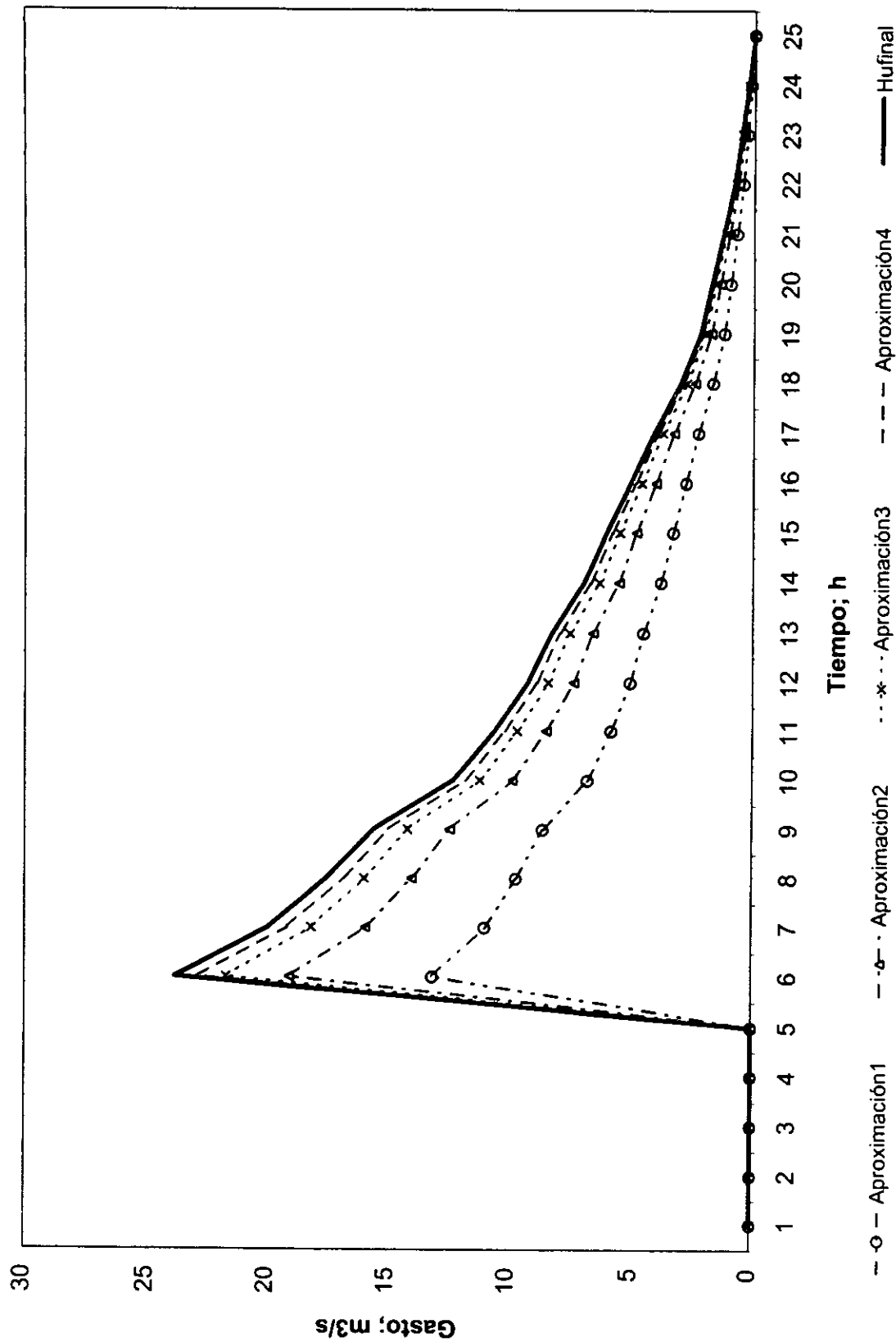


Fig. 4.14 Obtención del hidrograma unitario de la primera tormenta, a partir de condiciones iniciales cero.

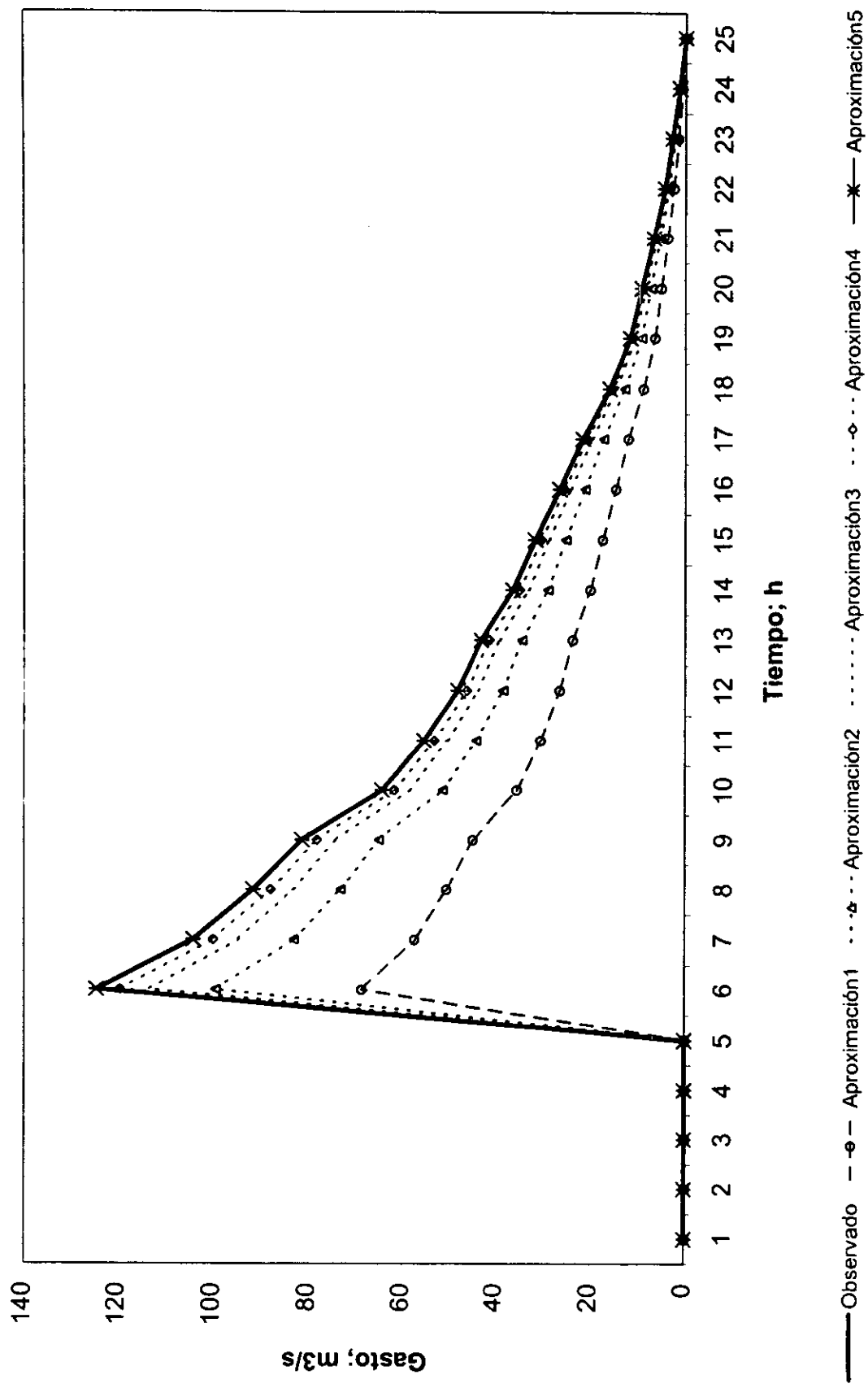


Fig. 4.15 Predicción del escurrimiento directo de la primera tormenta, a partir de las condiciones iniciales del H.U.

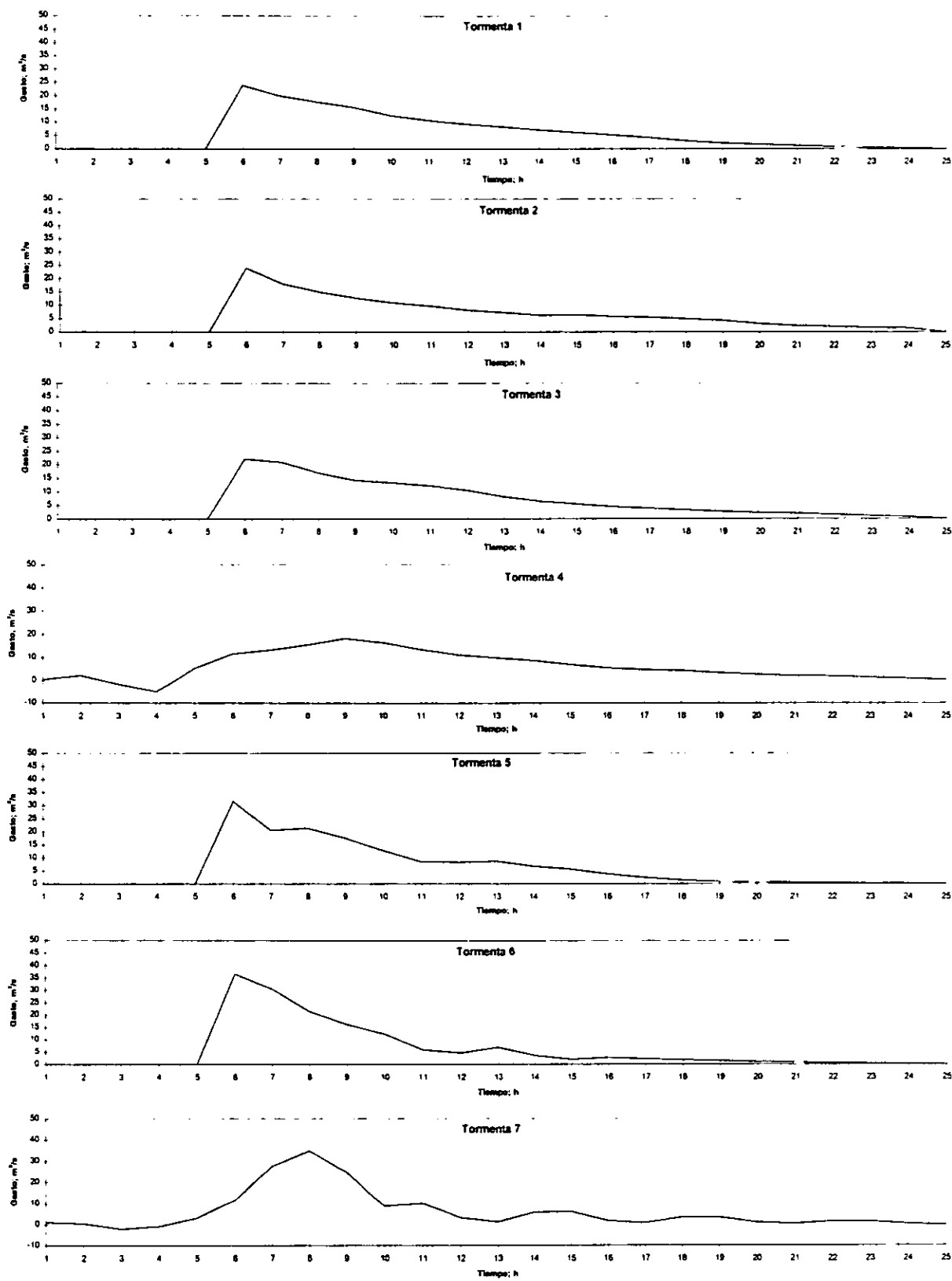


Fig. 4.16 Hidrograma unitario de cada una de las tormentas (método de Filtros Kalman).

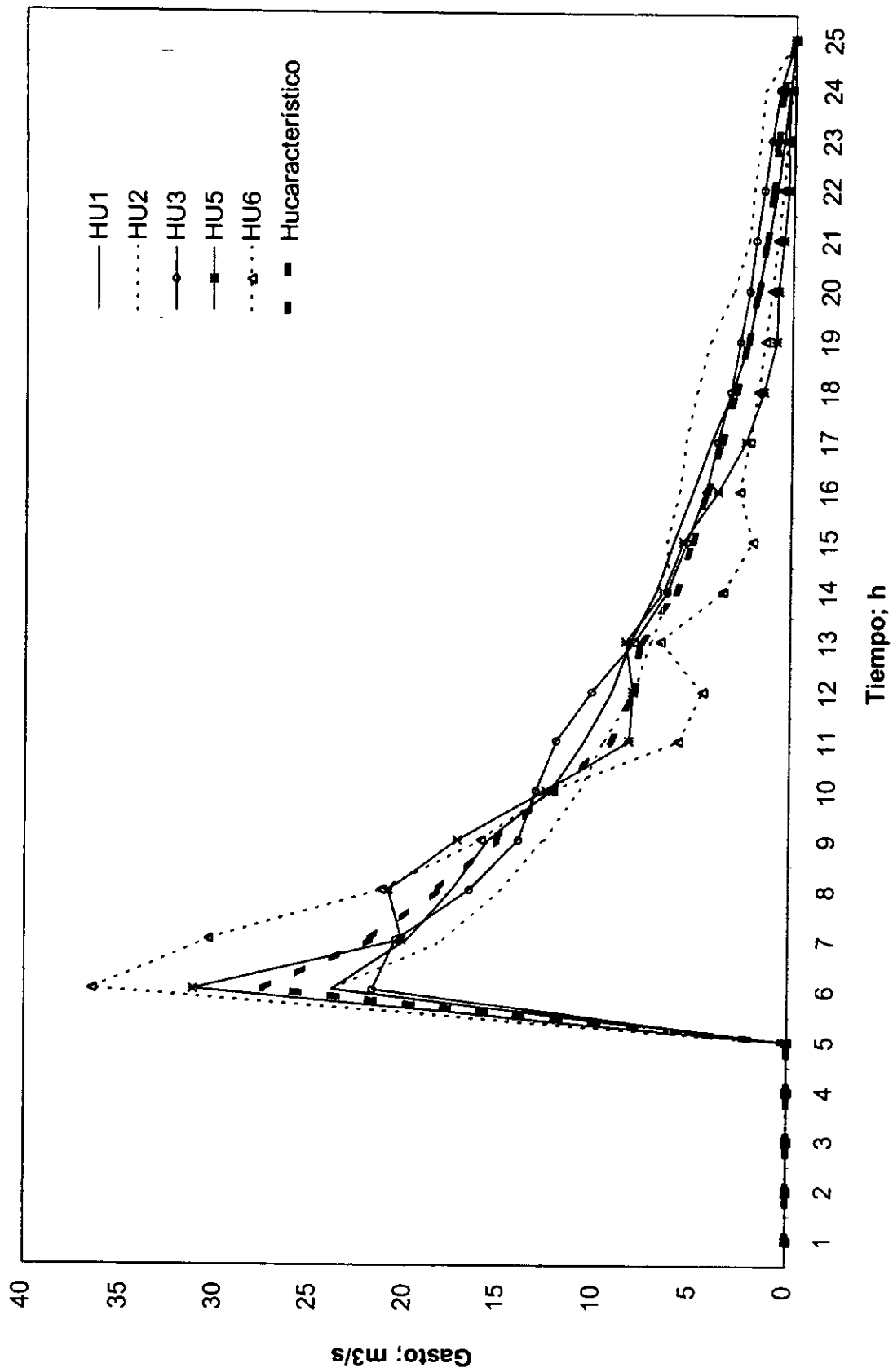


Fig. 4.17 Hidrograma Unitario característico de la cuenca del río Ídolos (método de Filtros Kalman).

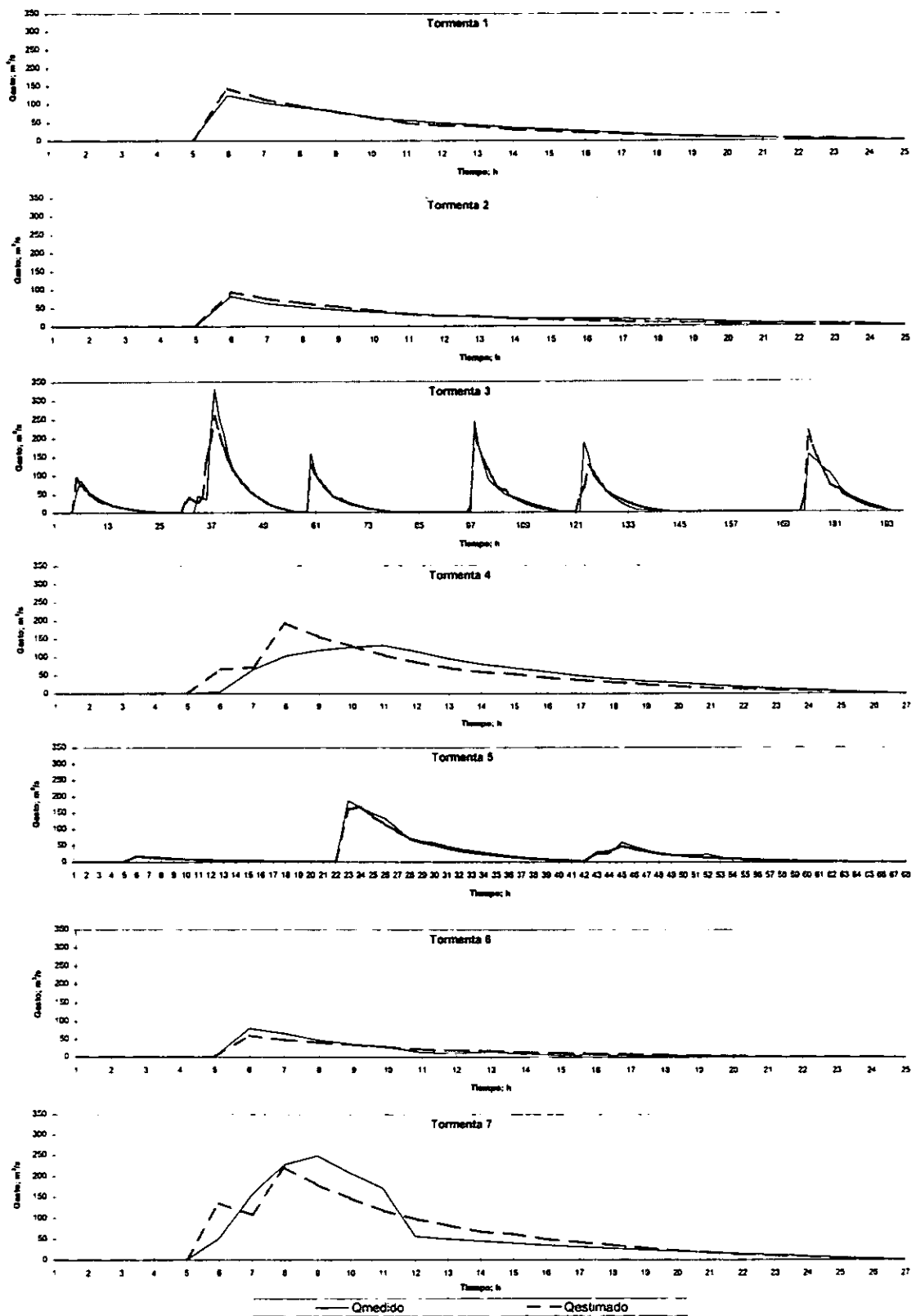


Fig. 4.18 Comparación entre hidrogramas de escurrimiento directo observados y calculados (método de Filtros Kalman).

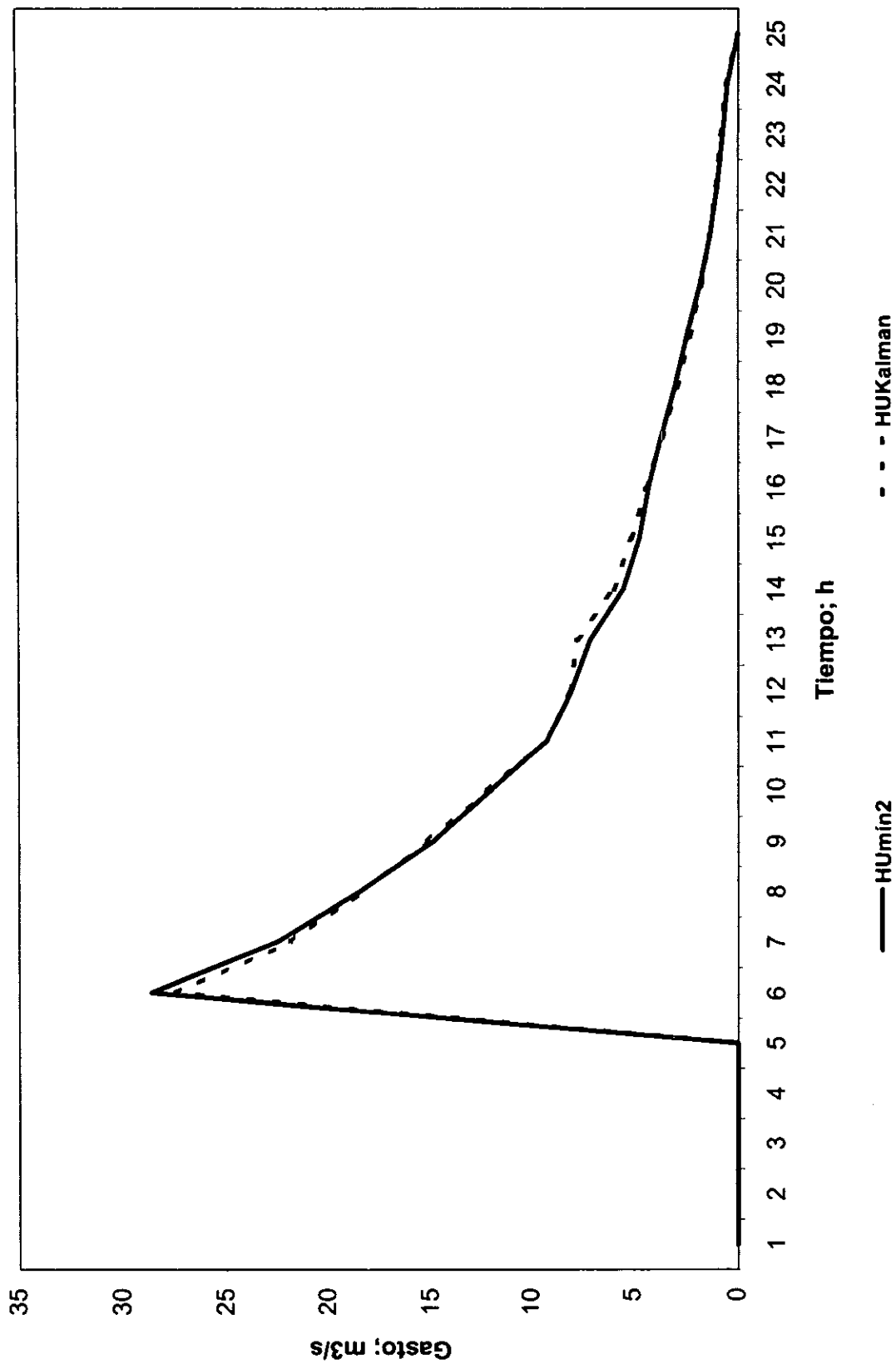


Fig. 4.19 Comparación de los hidrogramas unitarios característicos obtenidos con los métodos de mínimos cuadrados y de Filtros Kalman.

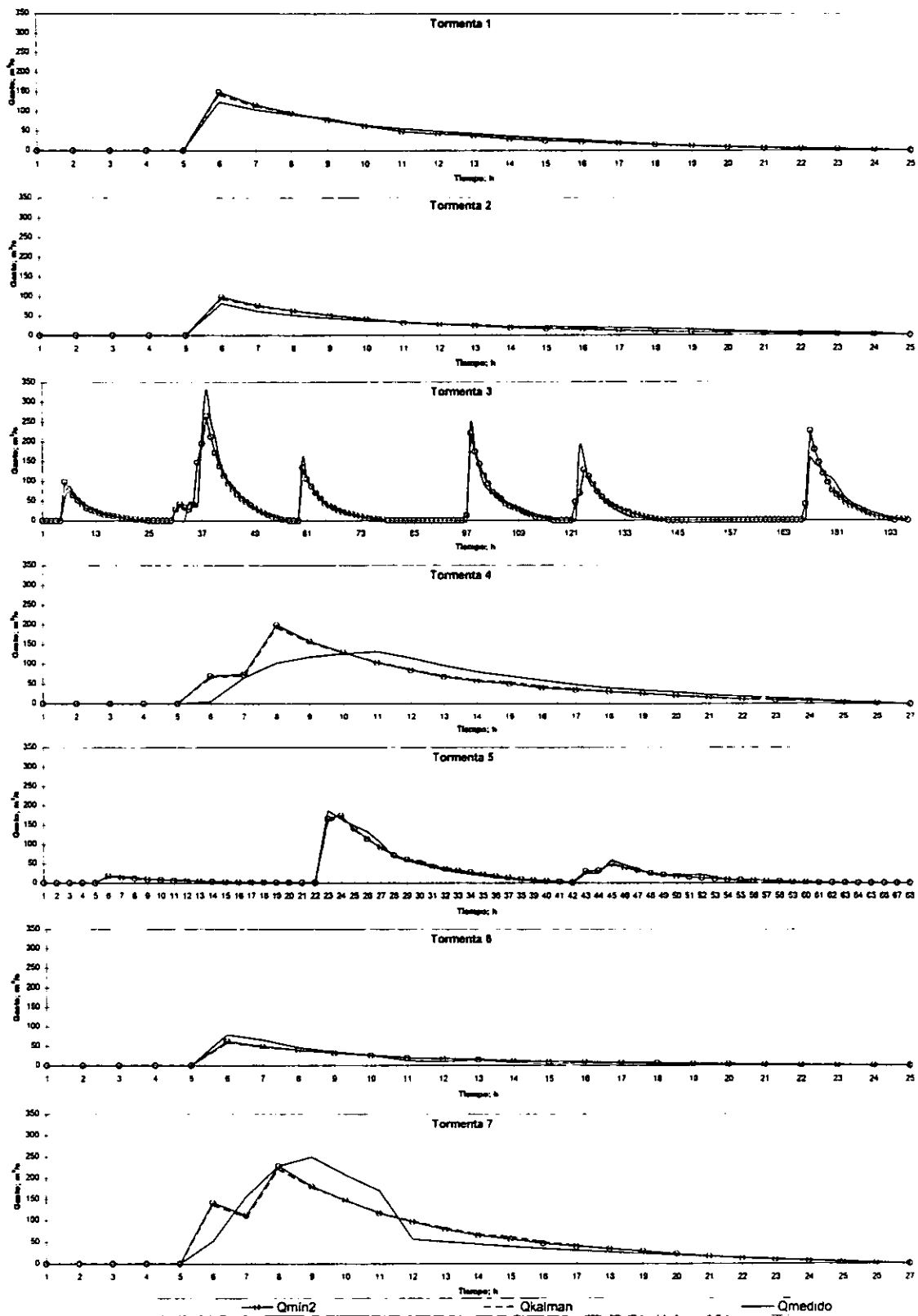


Fig. 4.20 Comparación entre hidrogramas de escurrimiento directo estimados con los dos métodos y los medidos.

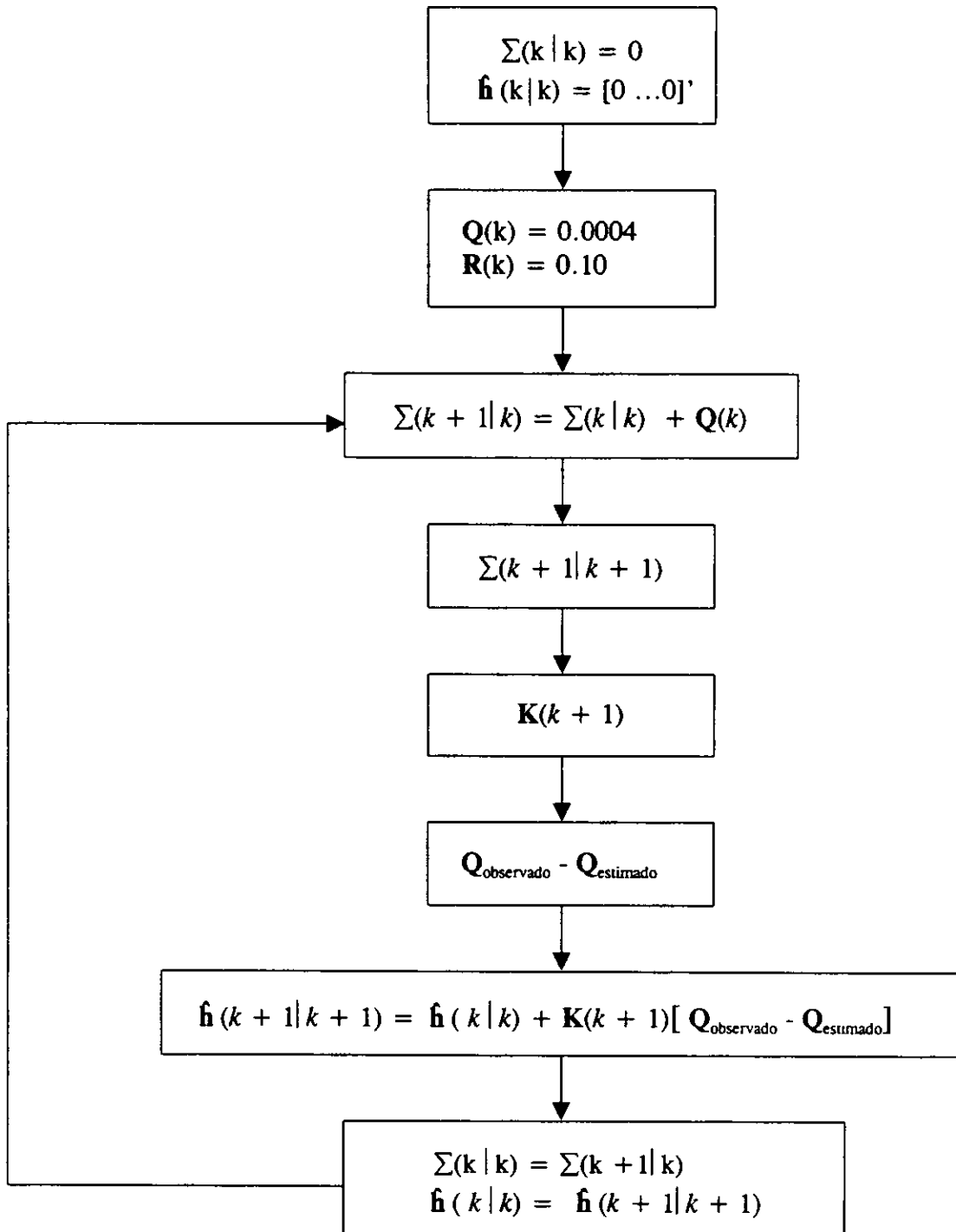


Fig. 4.21 Diagrama de flujo del método de Filtro Kalman.

4.3. Modelos lluvia-escorrimento no lineales

Todini (1988) al hacer una revisión histórica de los modelos lluvia-escorrimento da sus principales desventajas. Acerca del hidrograma unitario dice que la derivación de datos muestrales (problema inverso), sufre de dificultades como la separación del escorrimento superficial del base, y la determinación de la lluvia efectiva, ambos con algún grado de subjetividad. Además, la forma de derivación del hidrograma unitario no es una tarea fácil debido a la no linealidad del sistema y los errores de las entradas y la salida. Estas limitaciones se pueden superar con un modelo no lineal simple. Se presenta aquí el modelo del Filtro Kalman extendido.

4.3.1. Método del Filtro Kalman Extendido

El modelo conceptual para el proceso supone que el volumen total de la lluvia en un período dado está dividido en tres partes: pérdidas, almacenamiento superficial o subterráneo al vaso y escorrimento directo. Las pérdidas que incluyen intercepción, consumo de agua, encharcamiento y evapotranspiración no son calculadas directamente sino inferidas a partir de la precipitación restándole las otras dos partes. Los almacenamientos superficiales y subterráneos se concentran en un solo almacenamiento lineal. El volumen del escorrimento directo es producido como un impulso simple inmediatamente después que ocurre la lluvia pero que puede retrasarse en su llegada a la salida de la cuenca. La entrada de escorrimento base y los almacenamientos dependen de un índice de precipitación antecedente.

El modelo es de tipo agregado no lineal en sus entradas lo que le permite utilizar valores de lluvia y escorrimento totales (no efectivos). Para explicar el funcionamiento de la cuenca se

consideran dos dinámicas diferenciadas, una ligada a los cauces superficiales de respuesta rápida y poca capacidad de almacenamiento y otra, a los almacenamientos subterráneos o superficiales con mayor capacidad y respuesta más lenta que los primeros.

Estos conceptos expresados cuantitativamente, dan el modelo matemático (Cruickshank, 1994)

$$Q_a(k) = [a_0 + a_1A(k - r_a)]P(k - r_a) + c_1Q_a(k-1) + e_a(k) \quad (4.29a)$$

$$Q_b(k) = [b_0 + b_1A(k - r_b)]P(k - r_b) + c_2Q_b(k-1) + e_b(k) \quad (4.29b)$$

$$Q(k) = Q_a(k) + Q_b(k) \quad (4.29c)$$

donde

- $Q(k)$ Esguerrimiento total en el intervalo k
- $Q_a(k)$ Gasto correspondiente al sistema de respuesta rápida en el intervalo k
- $Q_b(k)$ Gasto correspondiente al sistema de respuesta lenta (base) en el intervalo k
- $P(k)$ Precipitación total en la cuenca en el intervalo k
- r_a Retraso de la respuesta a la precipitación en esguerrimiento directo
- r_b Retraso de la respuesta a la precipitación en esguerrimiento base
- a, b, c Parámetros del modelo
- $A(k)$ Índice de precipitación antecedente para el intervalo k
- $e(k)$ Error del modelo en el intervalo k

El índice de precipitación se forma como un promedio de las lluvias anteriores al intervalo k , pesadas con coeficientes decrecientes hacia atrás que dependen de la magnitud de los

intervalos de aplicación. Para períodos horarios se tomó un peso de 1/15. El índice se calcula recurrentemente como:

$$A(k) = (1 - \beta)A(k - 1) + \beta P(k)$$

donde β es el coeficiente de peso mencionado. Puede verse entonces, que el modelo es no lineal en su miembro ascendente del hidrograma, ya que involucra productos de volúmenes de lluvia y no utiliza volúmenes *efectivos*, sino totales.

En la ec. (4.29) se aprecia que se han separado explícitamente dos dinámicas, una superficial rápida, de poco almacenamiento y otra de tipo básico lenta, de mayor retención que la primera. En ambas se toma en cuenta el resultado bien conocido de que la parte ascendente de los hidrogramas tiene carácter no lineal, mientras que la descendente es lineal.

La estructura del modelo (ec. 4.29) toma en cuenta mediante los parámetros a_0 y b_0 el efecto de la respuesta inmediata a la lluvia que influye sobre el escurrimiento directo y base respectivamente; los parámetros a_1 y b_1 son la parte no lineal que influye sobre estos escurrimientos y los parámetros c_1 y c_2 son las constantes de recesión que toman en cuenta el aporte del agua almacenada dentro de la cuenca una vez que la lluvia ha sucedido.

Una vez justificada la estructura del modelo, la tarea restante es estimar los parámetros desconocidos. En particular el filtro Kalman extendido, es un algoritmo exitoso para la estimación del estado de sistemas no lineales en condiciones de observabilidad. Por lo tanto, el filtro Kalman extendido se emplea aquí como un algoritmo recursivo para identificar los parámetros del modelo. El filtro Kalman extendido está basado en la linealización de un sistema dinámico en que los parámetros desconocidos son estados.

5.3.2. Descripción del método

Suponiendo que las variables aleatorias son aproximadamente Gaussianas, la ecuación del sistema dinámico está dado por

$$x(k + 1) = F(x(k), u(k), k, \theta(k)) + G(k)w(k) \quad (4.30)$$

donde k es el tiempo discreto y $\theta(k)$ son los parámetros del modelo. La ecuación de observación está dada entonces por

$$z(k) = H(k)x(k) + v(k) \quad (4.31)$$

donde $x(k)$ es un vector de estado ($n \times 1$), $H(\cdot)$ es una matriz, $u(k)$ es un vector de entradas ($m \times 1$), $z(k)$ es un vector de salidas ($p \times 1$). $F(\cdot)$ y $G(\cdot)$ describen el modelo no lineal y su incertidumbre respectivamente, $w(k)$ y $v(k)$ se suponen vectores de ruido blanco con media cero y matrices de covarianzas $Q(k)$ y $R(k)$ con propiedades

$$E\{w(k)w^T(j)\} = Q(k)\delta_{kj} \quad (4.32)$$

$$E\{v(k)v^T(j)\} = R(k)\delta_{kj} \quad (4.33)$$

Donde δ_{kj} es el delta de Kronecker. Si el vector $\theta(k)$ es desconocido, una forma de estimarlo es aumentando el estado y suponer que este vector desconocido cambia muy lentamente, entonces

$$\theta(k + 1) = \theta(k) + n(k) \quad (4.34)$$

donde $n(k)$ es un vector de ruido con media cero y matriz de covarianza $Q_p(k)$. Entonces el nuevo vector de estado aumentado es

$$x_a = \begin{bmatrix} x(k) \\ \dots \\ \theta(k) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

y el sistema estocástico aumentado y la ecuación de observación están dados por

$$x_a(k+1) = F_a(x_a(k), u(k), k) + G_a(k)w_a(k) \quad (4.36)$$

$$z(k) = H_a(k)x_a(k) + v(k) = [H(k) \quad \mathbf{0}]x_a(k) + v(k) \quad (4.37)$$

donde el nuevo vector función $(n+p)$ del sistema no lineal es

$$F_a(x_a(k), u(k), k) = \begin{bmatrix} F(x(k), u(k), k, \theta(k)) \\ \dots \\ \theta(k) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

y el vector aumentado de ruido está dado por

$$w_a = \begin{bmatrix} w(k) \\ \dots \\ n(k) \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

entonces el problema de identificación de parámetros de la ec. (4.30) se ha transformado a la estimación de parámetros de la ec. (4.36) a partir de la observación $z(k)$.

Siguiendo la teoría del filtro, la solución recursiva óptima a este problema está dado por la predicción de la mínima varianza en una unidad de tiempo posterior

$$\hat{x}_a(k+1|k) = F_a(\hat{x}_a(k|k), u(k), k) \quad (4.40)$$

donde el correspondiente error de covarianza es

$$\Sigma(k+1|k) = N_f(u(k), k)\Sigma(k|k)N_f^T(u(k), k) + M_f Q(k)M_f^T \quad (4.41)$$

donde las matrices N_f y M_f son aproximaciones lineales de la función $F(\cdot)$.

El método de linealización que aquí se utiliza es el de la serie de Taylor, extendiendo las funciones no lineales del mejor estimador de la variable aleatoria y tomando los dos primeros términos

$$\begin{aligned} F(x(k), u(k), k) &= F_0(\hat{x}(k), \hat{u}(k), k) + N_f(\hat{x}(k), \hat{u}(k), k)(x(k) - \hat{x}(k)) \\ &\quad + M_f(\hat{x}(k), \hat{u}(k), k)(u(k) - \hat{u}(k)) \end{aligned} \quad (4.42)$$

donde

$$N_f = \frac{\partial F_a(x_a(k), u(k), k)}{\partial x_a(k)}, \quad M_f = \frac{\partial F_a(x_a(k), u(k), k)}{\partial u(k)} \quad (4.43)$$

Kalman demuestra que si se dispone de una nueva observación para un tiempo $k+1$, entonces la corrección óptima del estado $k+1$ está dada por

$$K(k+1)[z(k+1) - H_a(k)\hat{x}_a(k+1|k)] \quad (4.44)$$

Donde el término dentro del corchete es llamado secuencia de innovación y la matriz

$$\mathbf{K}(k + 1) = \Sigma(k+1|k)N_G^T[\mathbf{R}(k + 1) + N_G\Sigma(k+1|k)N_G^T]^{-1} \quad (4.45)$$

es conocida como la ganancia del filtro. Por lo tanto el filtro de Kalman extendido requiere resolver recursivamente las ecuaciones (4.40), (4.41) y (4.45) para obtener el estimador óptimo

$$\hat{x}_a(k + 1|k + 1) = \hat{x}_a(k + 1|k) + \mathbf{K}(k + 1)[z(k + 1) - \mathbf{H}(k)\hat{x}_a(k + 1|k)] \quad (4.46)$$

con error de covarianza para un tiempo discreto $k + 1$

$$\Sigma(k+1|k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)N_G]\Sigma(k+1|k)[\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)N_G]^T + \mathbf{K}(k+1)\mathbf{R}(k+1)\mathbf{K}^T(k+1) \quad (4.47)$$

siendo

$$N_G = \frac{\partial \mathbf{H}_a(x_a(k), u(k), k)}{\partial x_a(k)} \quad (4.48)$$

4.3.1.2. Aplicación del método

Para aplicar este método, fue necesario obtener las precipitaciones y escurrimientos totales (no efectivos) de las siete tormentas, los cuales se tomaron de la Tabla 3.3, tomando en cuenta las correcciones consideradas para las tormentas tres y cinco respecto a las precipitaciones (Figs 4.10 y 4.11).

Una vez obtenidos estos datos y ya definidas las ecuaciones se construyó el algoritmo de iteración para obtener $\hat{x}_a(k+1|k+1)$ (ec. 4.46) el cual se muestra en la Fig. 4.22 como un diagrama de flujo para su mayor comprensión.

Para iniciar el algoritmo se suponen valores de Q , R y $\Sigma(k|k)$, los dos primeros valores supuestos son de 0.05 y 0.10 como se señala en el diagrama de flujo, el valor de $\Sigma(k|k)$ es el de una matriz de (7 x 7) con valores de 0.05 en la diagonal principal y los valores de los parámetros del vector $\hat{X}(k+1|k)$ de (7 x 1) se supusieron todos cero.

Para introducir los valores de N_f , M_f y N_G al algoritmo, primero se resolvieron las ecuaciones (4.43 y 4.48) para su fácil manejo quedando de la siguiente manera

De la ecuación 4.37

$$z(k) = H_a(k)x_a(k) + v(k)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q(k) \\ a_0 \\ a_1 \\ b_0 \\ b_1 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + v(k)$$

$$N_G = \frac{\partial [H_a(k)x_a(k)]}{\partial x_a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial Q} & \frac{\partial Q}{\partial a_0} & \frac{\partial Q}{\partial a_1} & \frac{\partial Q}{\partial b_0} & \frac{\partial Q}{\partial b_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_2} \\ \frac{\partial Q}{\partial Q} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N_f = \frac{\partial F_a}{\partial x_a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial Q} & \frac{\partial Q}{\partial a_0} & \frac{\partial Q}{\partial a_1} & \frac{\partial Q}{\partial b_0} & \frac{\partial Q}{\partial b_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_2} \\ \frac{\partial Q}{\partial a_0} & \frac{\partial Q}{\partial a_0} & \frac{\partial Q}{\partial a_0} & \frac{\partial Q}{\partial a_0} & \frac{\partial Q}{\partial a_0} & \frac{\partial Q}{\partial a_0} & \frac{\partial Q}{\partial a_0} \\ \frac{\partial Q}{\partial a_1} & \frac{\partial Q}{\partial a_1} & \frac{\partial Q}{\partial a_1} & \frac{\partial Q}{\partial a_1} & \frac{\partial Q}{\partial a_1} & \frac{\partial Q}{\partial a_1} & \frac{\partial Q}{\partial a_1} \\ \frac{\partial Q}{\partial b_0} & \frac{\partial Q}{\partial b_0} & \frac{\partial Q}{\partial b_0} & \frac{\partial Q}{\partial b_0} & \frac{\partial Q}{\partial b_0} & \frac{\partial Q}{\partial b_0} & \frac{\partial Q}{\partial b_0} \\ \frac{\partial Q}{\partial b_1} & \frac{\partial Q}{\partial b_1} & \frac{\partial Q}{\partial b_1} & \frac{\partial Q}{\partial b_1} & \frac{\partial Q}{\partial b_1} & \frac{\partial Q}{\partial b_1} & \frac{\partial Q}{\partial b_1} \\ \frac{\partial Q}{\partial c_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_1} & \frac{\partial Q}{\partial c_1} \\ \frac{\partial Q}{\partial c_2} & \frac{\partial Q}{\partial c_2} & \frac{\partial Q}{\partial c_2} & \frac{\partial Q}{\partial c_2} & \frac{\partial Q}{\partial c_2} & \frac{\partial Q}{\partial c_2} & \frac{\partial Q}{\partial c_2} \end{bmatrix}$$

$$N_f = \begin{bmatrix} 1 & P(k-ra) & A(k-ra)P(k-ra) & P(k-rb) & A(k-rb)P(k-rb) & Q_a(k-1) & Q_b(k-1) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_f = \frac{\partial F_a}{\partial U} = \frac{\partial F_a}{\partial P} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial P} \\ \frac{\partial a_0}{\partial P} \\ \frac{\partial a_1}{\partial P} \\ \frac{\partial b_0}{\partial P} \\ \frac{\partial b_1}{\partial P} \\ \frac{\partial p}{\partial P} \\ \frac{\partial c_1}{\partial P} \\ \frac{\partial c_2}{\partial P} \end{bmatrix}$$

$$M_f = \begin{bmatrix} a_0 + a_1 A(k-ra) + P(k-ra) \frac{\partial A(k-ra)}{\partial P(k-ra)} + b_0 + b_1 A(k-rb) + P(k-rb) \frac{\partial A(k-rb)}{\partial P(k-rb)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_f = \begin{bmatrix} a_0 + a_1 A(k-ra) + P(k-ra)\beta + b_0 + b_1 A(k-rb) + P(k-rb)\beta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El retraso del escurrimiento directo se tomó inicialmente igual que en los métodos anteriores, es decir, $r_a = 5 h$ y para el retraso del escurrimiento base se probaron diferentes horas para cada una de las tormentas para iniciar el algoritmo recursivo.

En una primera aproximación se ejecutó el algoritmo de iteración y se obtuvieron valores de los parámetros Q , a_0 , a_1 , b_0 y b_1 , c_1 y c_2 (Tabla 4.4), de esta aproximación se tomó el 10% de sus valores y se construyeron los vectores de errores correspondientes a cada tormenta (Tabla 4.5) de (7×1) , estos vectores se multiplicaron por su transpuesta para obtener las matrices de covarianza de los errores $\Sigma(k|k)$ de (7×7) con la finalidad de reiniciar nuevamente el algoritmo recursivo con este valor inicial de $\Sigma(k|k)$, en vez de la matriz con valores en la diagonal principal de 0.05 tomada inicialmente, correspondiendo el vector 1 al vector de errores de la tormenta 1, el vector 2 al vector de errores de la tormenta 2, y así sucesivamente.

Tabla 4.4 Parámetros obtenidos en la primera aproximación

Parámetros	Torm. 1	Torm. 2	Torm. 3	Torm. 4	Torm. 5	Torm. 6	Torm. 7
a_0	5.3286	0.6314	11.9871	1.2468	-2.5572	0.9769	-7.3474
a_1	-0.2550	1.2560	-4.4509	3.8509	19.9258	11.3532	2.8025
b_0	0.2831	3.3075	11.9871	2.2318	3.2380	9.6728	1.9577
b_1	0.1574	-1.9213	-4.4509	0.6885	-3.7155	-12.5612	-0.1124
c_1	0.4703	0.3635	0.9191	0.8683	0.8454	0.6383	0.6832
c_2	0.9238	0.8826	0.3016	0.6921	0.985	0.9456	0.71

Tabla 4.5 Vectores de errores obtenidos de la primera aproximación

Vector 1	Vector 2	Vector 3	Vector 4	Vector 5	Vector 6	Vector 7
5	5	5	5	5	5	5
0.52	0.06	1.20	0.12	0.0005	0.1	0.0005
0.005	0.13	0.0005	0.39	2.00	1.14	0.28
0.028	0.31	1.20	0.22	0.32	1.00	0.20
0.016	0.005	0.0005	0.07	0.0005	0.0005	0.005
0.05	0.036	0.09	0.09	0.08	0.06	0.07
0.09	0.09	0.03	0.07	0.10	0.09	0.07

En la tabla anterior se observa que para los valores negativos de los parámetros obtenidos (Tabla 4.4) no se tomó el 10% de su valor sino un valor positivo cercano a cero para su error correspondiente, ya que los valores negativos no tienen ningún sentido físico. Con estos vectores de errores se estimaron tentativamente los hidrogramas de escurrimientos para las siete tormentas buscando encontrar un vector de errores que caracterizara a la cuenca y con el cual se iniciaría el algoritmo de iteración, el valor tentativo de éste vector se anotó en la Tabla 4.6. Los resultados finales de los parámetros y de los retrasos del escurrimiento base y directo de las siete tormentas analizadas con sólo una matriz de errores (resultante de multiplicar el vector de errores por su transpuesta) se muestran en la Tabla 4.7, así como sus errores cuadráticos; y los resultados de la estimación del escurrimiento tanto base como directo se dibujaron en las figuras 4.23a y 4.23b.

Tabla 4.6 Vector de errores para las siete tormentas

5
0.25
0.005
0.05
0.001
0.03
0.04

Tabla 4.7 Parámetros, retrasos y errores cuadráticos de las tormentas analizadas con sólo una matriz de errores para todas las tormentas.

Tormenta	a ₀	a ₁	b ₀	b ₁	c ₁	c ₂	Ra	rb	e ²
1	5.61	0.1122	1.122	0.0224	0.673	0.898	5	8	114.82
2	5.50	0.1101	1.101	0.0220	0.660	0.880	5	7	260.98
3	6.11	0.1222	1.222	0.0244	0.733	0.978	5	5	2577.1
4	6.016	0.1203	1.203	0.0240	0.722	0.963	9	10	184.80
5	6.18	0.1235	1.236	0.0247	0.741	0.988	9	9	838.57
6	6.015	0.1203	1.203	0.0241	0.722	0.962	4	4	21.01
7	4.413	0.0883	0.8827	0.0177	0.527	0.706	8	8	1464.8

A partir de la consideración de introducir una sola matriz de errores como valor inicial del algoritmo de iteración y de los resultados de los parámetros estimados para cada una de las siete tormentas (Tabla 4.7), se observa que el comportamiento de la cuenca es básicamente

lineal, con base en esto, se buscaron los parámetros óptimos modificando los errores para obtener una mejor estimación de las tormentas analizadas, y los resultados finales se anotaron en la Tabla 4.8 y se dibujaron en la Fig. 4.24. Los vectores de errores para cada una de las tormentas se muestran en la Tabla 4.9.

Los resultados anteriores se obtuvieron al considerar la cuenca como un sistema lineal, ya que esta era la tendencia al hacer un primer ajuste, para comparar estas estimaciones con un sistema con comportamiento no lineal se manipularon los errores para conseguir la mejor estimación con este comportamiento. Los resultados de los parámetros obtenidos con esta característica se muestran en la Tabla 4.10 y en la Fig. 4.25; los vectores de errores necesarios para construir la matriz de errores para cada una de las tormentas se anotaron en la Tabla 4.11.

Tabla 4.8 Parámetros, retrasos y errores cuadráticos de las tormentas analizadas con una matriz de errores para cada tormenta (comportamiento lineal).

Tormenta	a_0	a_1	b_0	b_1	C_1	c_2	Ra	rb	e^2
1	4.0505	0.0953	0.5957	0.0119	0.7148	0.9531	5	8	14.50
2	3.5471	0.0709	0.7094	0.0189	0.7094	0.9459	5	5	112.47
3	8.2192	0.1245	0.1993	0.005	0.7472	0.9963	5	5	2569.8
4	7.6261	0.1155	2.0799	0.0231	0.6933	0.9244	9	10	83.90
5	17.159	0.9805	1.225	0.0245	0.7354	0.9805	9	9	674.69
6	6.4888	0.1159	1.8539	0.1159	0.6952	0.9270	4	4	34.258
7	4.650	0.0775	1.5504	0.0155	0.4651	0.6202	8	8	1450.6

Tabla 4.9 Vector de errores para cada una de las tormentas analizadas (comportamiento lineal)

Tormenta	ERRORES						
1	5	0.17	0.04	0.025	0.0005	0.03	0.04
2	5	0.15	0.003	0.03	0.0008	0.03	0.04
3	5	0.33	0.005	0.008	0.002	0.03	0.04
4	5	0.33	0.005	0.09	0.001	0.03	0.04
5	5	0.70	0.04	0.05	0.001	0.03	0.04
6	5	0.28	0.005	0.08	0.005	0.03	0.04
7	5	0.30	0.005	0.10	0.001	0.03	0.04

Tabla 4.10 Parámetros, retrasos y errores cuadráticos de las tormentas analizadas con una matriz de errores para cada tormenta (comportamiento no lineal).

Tormenta	a ₀	a ₁	b ₀	b ₁	c ₁	c ₂	ra	rb	e ²
1	0.0121	2.062	0.0024	0.226	0.728	0.971	5	6	31.21
2	0.0023	1.851	0.0023	0.9255	0.6941	0.9255	5	5	71.88
3	0.015	3.7381	0.0199	0.1495	0.7476	0.9968	5	5	2937.8
4	0.0122	7.0643	0.0024	0.4872	0.7308	0.9744	9	10	120.97
5	0.0099	23.533	0.0025	1.1147	0.7432	0.9909	9	9	394.62
6	0.011	8.8476	0.002	3.3178	0.6636	0.8848	4	4	79.95
7	0.0393	1.5707	0.0079	0.0785	0.6283	0.8537	5	11	1478.0

Tabla 4.10 Vector de errores para cada una de las tormentas analizadas (comportamiento lineal)

Tormenta	ERRORES						
1	5	0.17	0.04	0.025	0.0005	0.03	0.04
2	5	0.15	0.003	0.03	0.0008	0.03	0.04
3	5	0.33	0.005	0.008	0.002	0.03	0.04
4	5	0.33	0.005	0.09	0.001	0.03	0.04
5	5	0.70	0.04	0.05	0.001	0.03	0.04
6	5	0.28	0.005	0.08	0.005	0.03	0.04
7	5	0.30	0.005	0.10	0.001	0.03	0.04

Tabla 4.11 Parámetros, retrasos y errores cuadráticos de las tormentas analizadas con una matriz de errores para cada tormenta (comportamiento no lineal).

Tormenta	a_0	a_1	b_0	b_1	c_1	c_2	r_a	r_b	e^2
1	0.0121	2.062	0.0024	0.226	0.728	0.971	5	6	31.21
2	0.0023	1.851	0.0023	0.9255	0.6941	0.9255	5	5	71.88
3	0.015	3.7381	0.0199	0.1495	0.7476	0.9968	5	5	2937.8
4	0.0122	7.0643	0.0024	0.4872	0.7308	0.9744	9	10	120.97
5	0.0099	23.533	0.0025	1.1147	0.7432	0.9909	9	9	394.62
6	0.011	8.8476	0.002	3.3178	0.6636	0.8848	4	4	79.95
7	0.0393	1.5707	0.0079	0.0785	0.6283	0.8537	5	11	1478.0

Tabla 4.11 Vector de errores para cada una de las tormentas analizadas (comportamiento no lineal)

Tormenta	ERRORES						
	1	5	0.0005	0.085	0.0001	0.0093	0.03
2	5	0.0001	0.08	0.0001	0.04	0.03	0.04
3	5	0.0006	0.15	0.0008	0.006	0.03	0.04
4	5	0.0005	0.29	0.0001	0.02	0.03	0.04
5	5	0.0004	0.95	0.0001	0.045	0.03	0.04
6	5	0.0005	0.40	0.0001	0.15	0.03	0.04
7	5	0.005	0.20	0.001	0.01	0.10	0.14

Al analizar los resultados presentados tanto en las tablas (4.4 a 4.11) como en las figuras (4.23 a 4.25), se observa que aún cuando el modelo con parámetros lineales funciona adecuadamente bien, el que funcione de la misma manera, y en algunos casos mejor, para parámetros no lineales indica que el comportamiento de la cuenca es básicamente no lineal, ya que el modelo considera la no linealidad de ésta.

Finalmente es necesario aclarar que para aplicar este método es necesario que las funciones no lineales de interés sean diferenciables, de lo contrario este procedimiento no es aplicable.

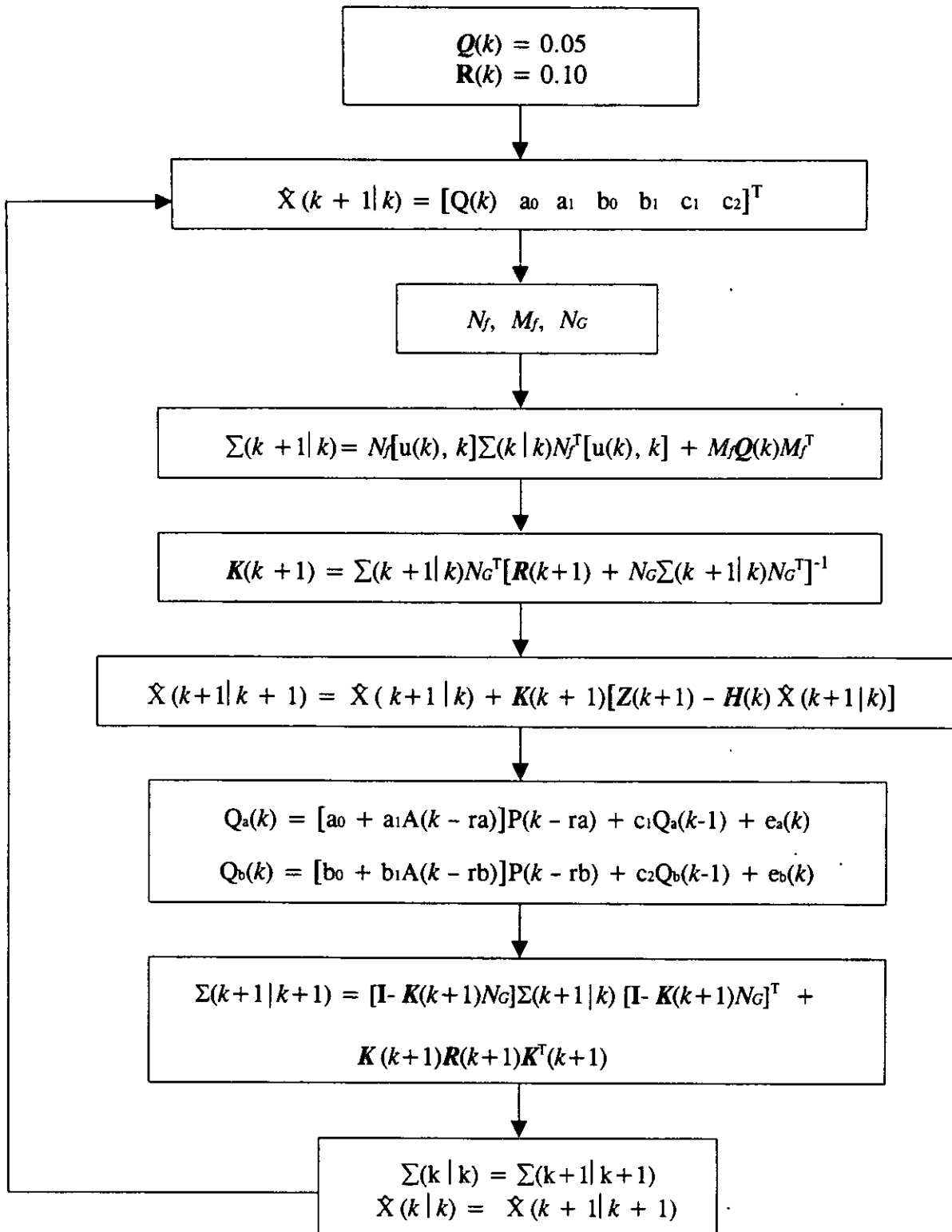


Fig. 4.22 Diagrama de flujo del algoritmo de iteración del filtro Kalman extendido

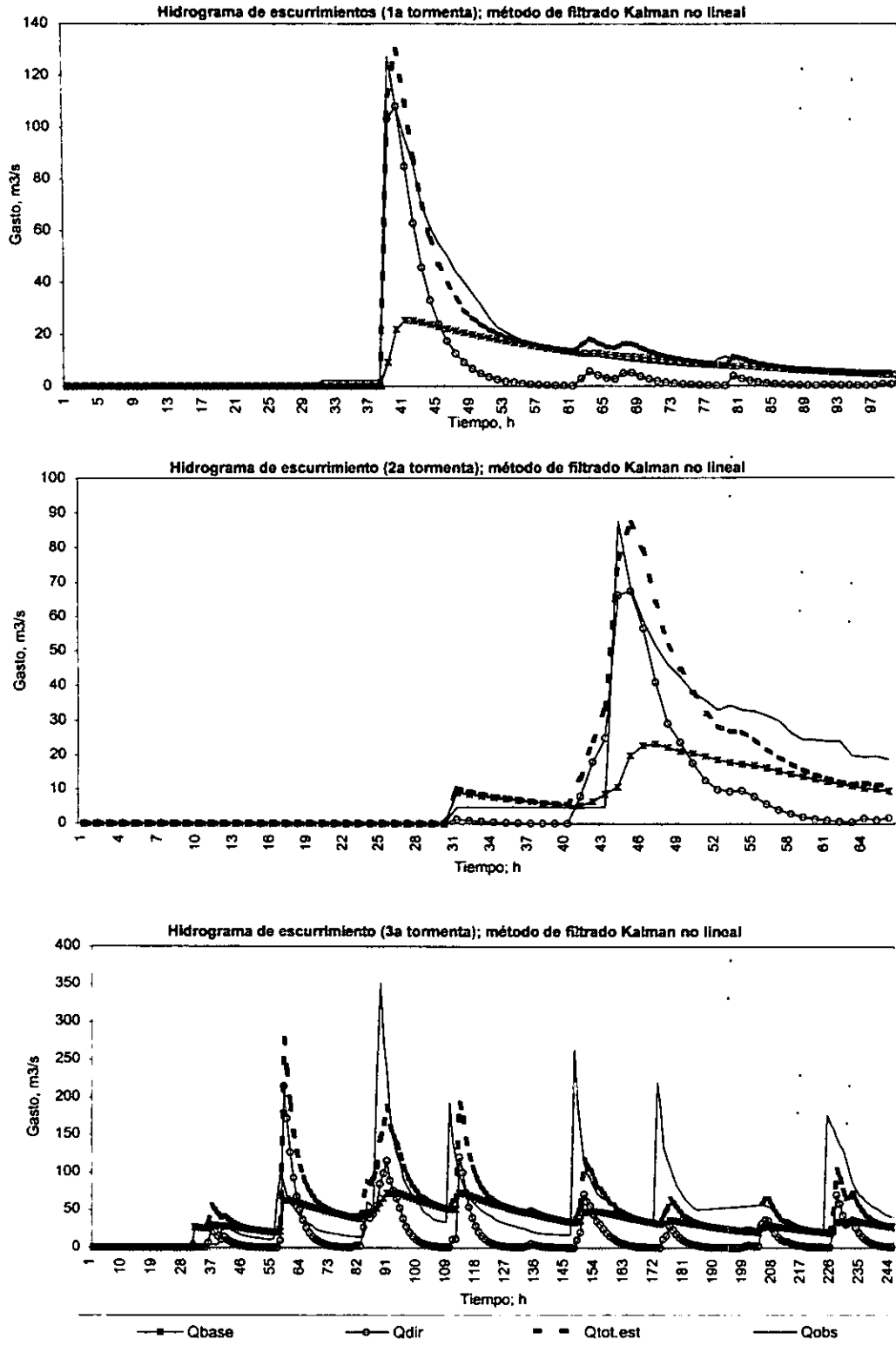


Fig. 4.23a Hidrograma de escurrimientos estimados: base, directo y total

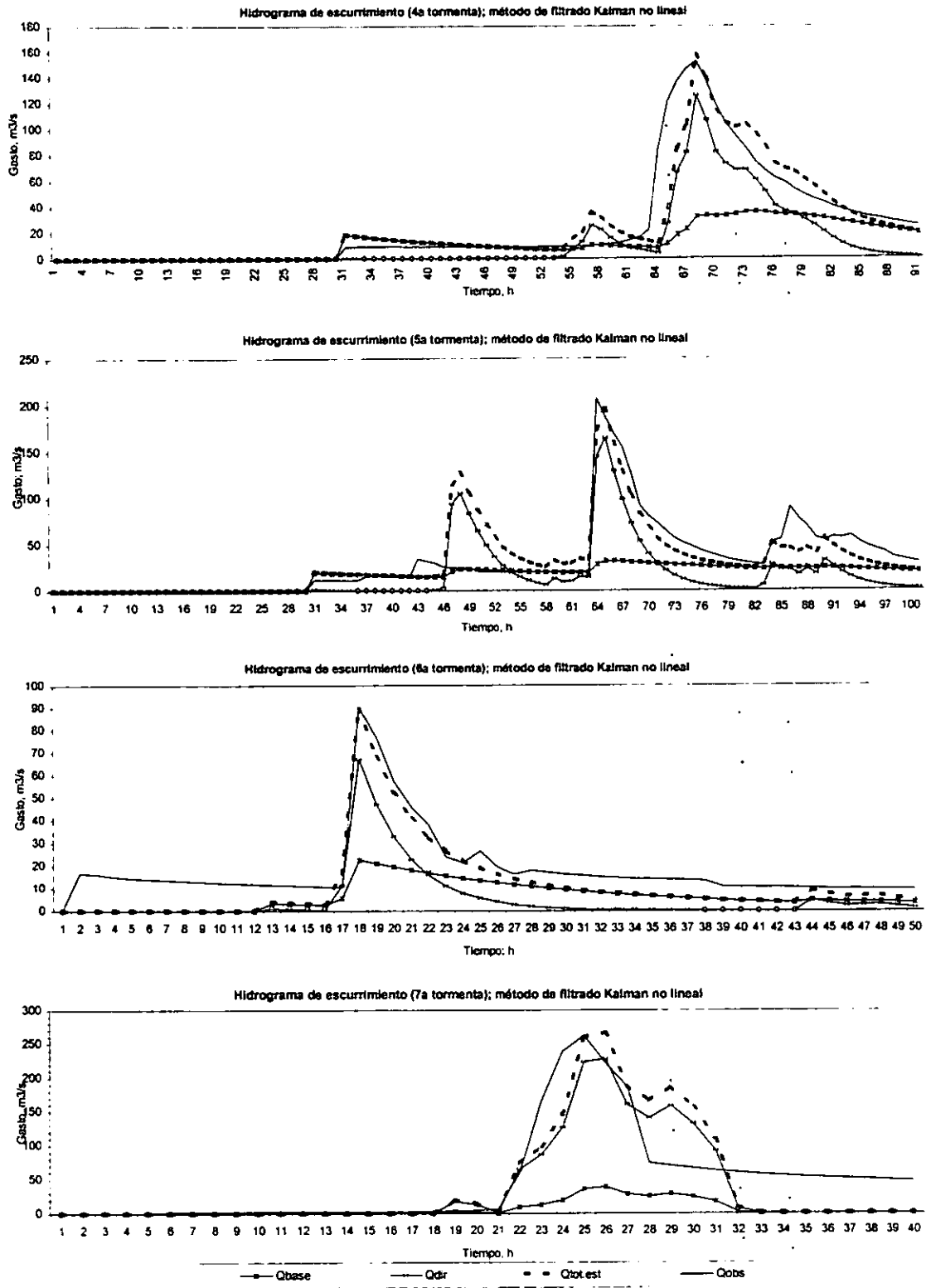


Fig. 4.23b Hidrograma de escurrimientos estimados: base, directo y total

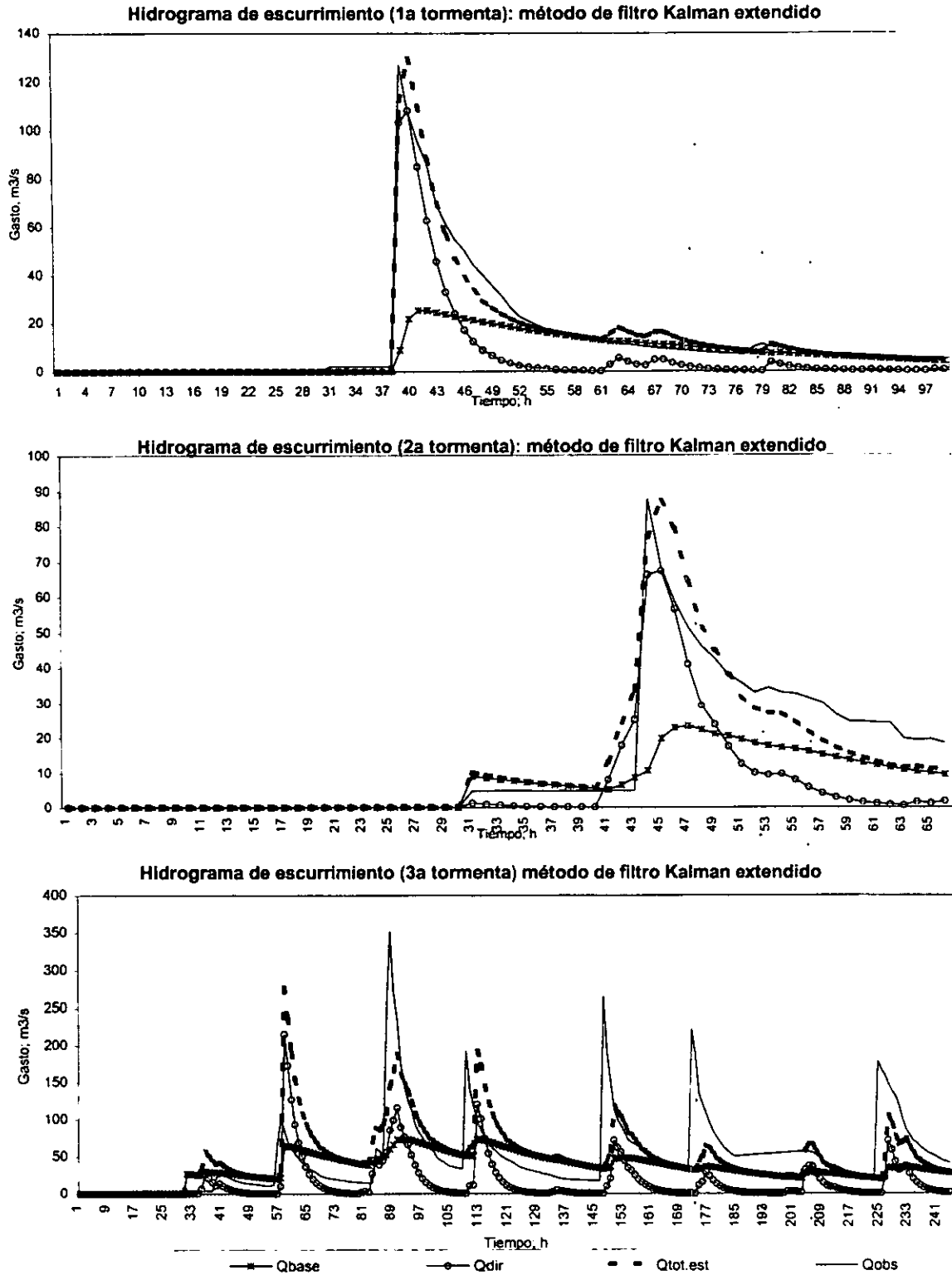


Fig. 4.24a Hidrograma de escurrimientos estimados: base, directo y total con una matriz de errores para cada tormenta (comportamineto lineal)

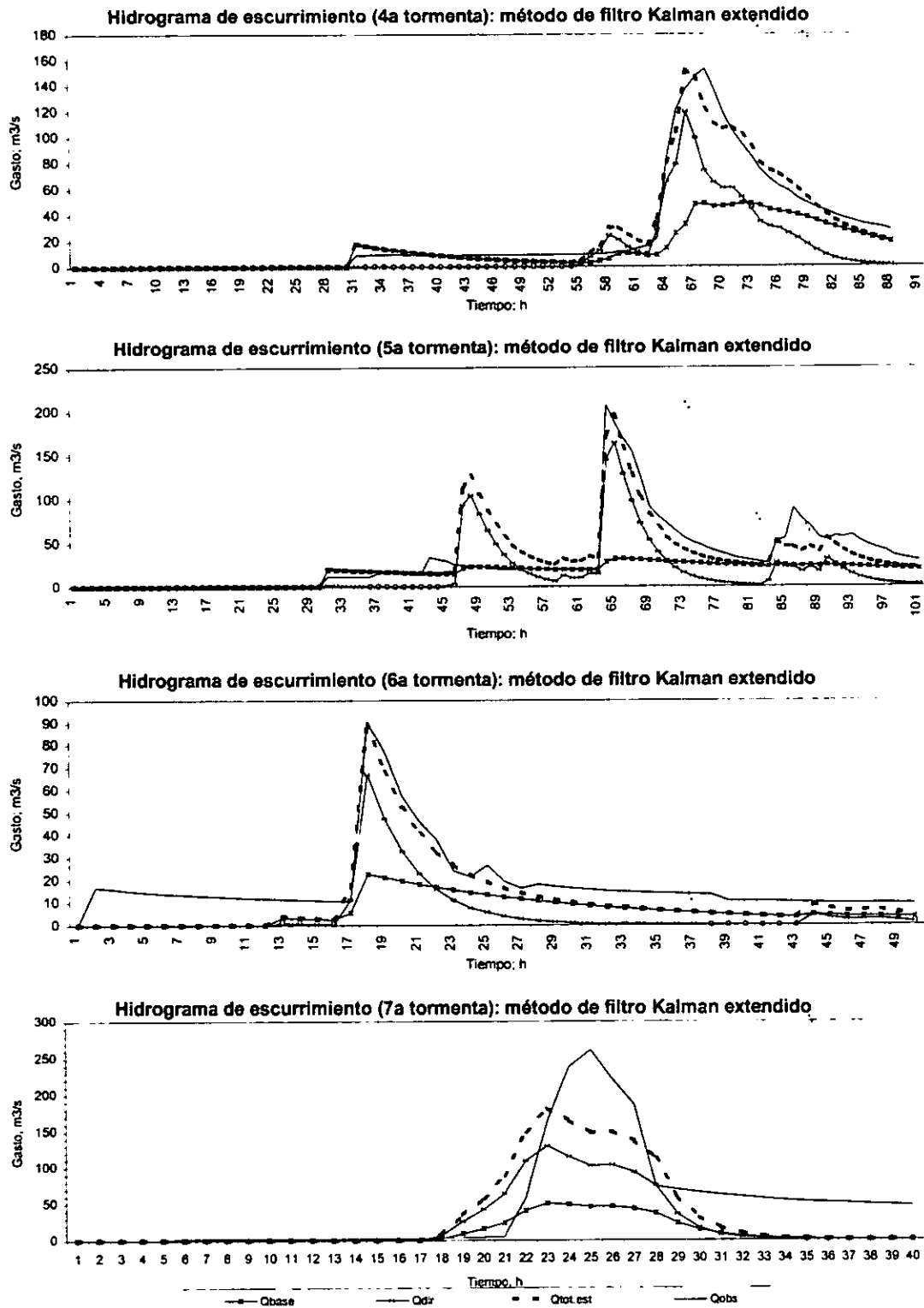


Fig. 4.24b Hidrograma de escurrimientos estimados: base, directo y total con una matriz de errores para cada tormenta (comportamiento lineal).

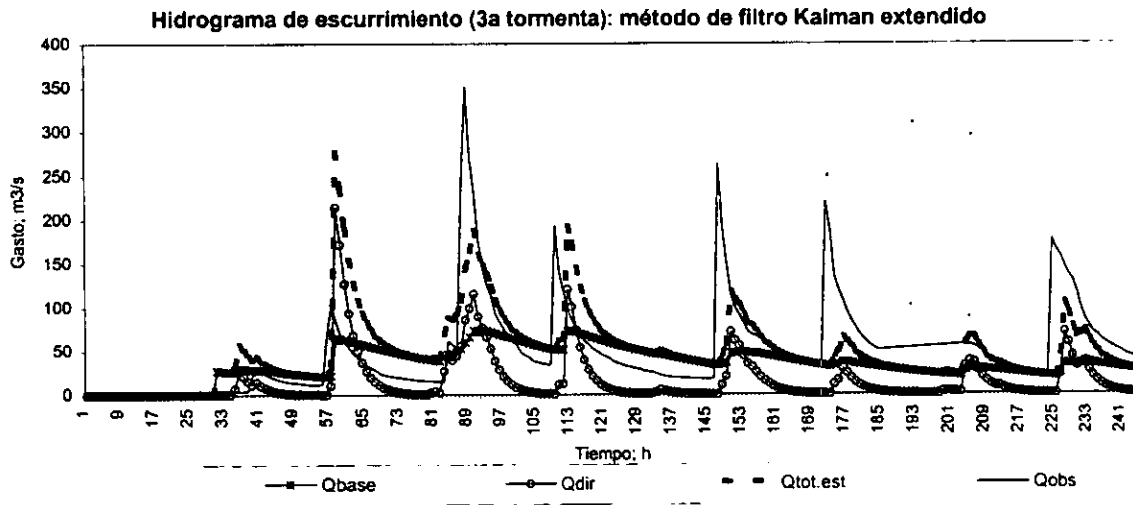
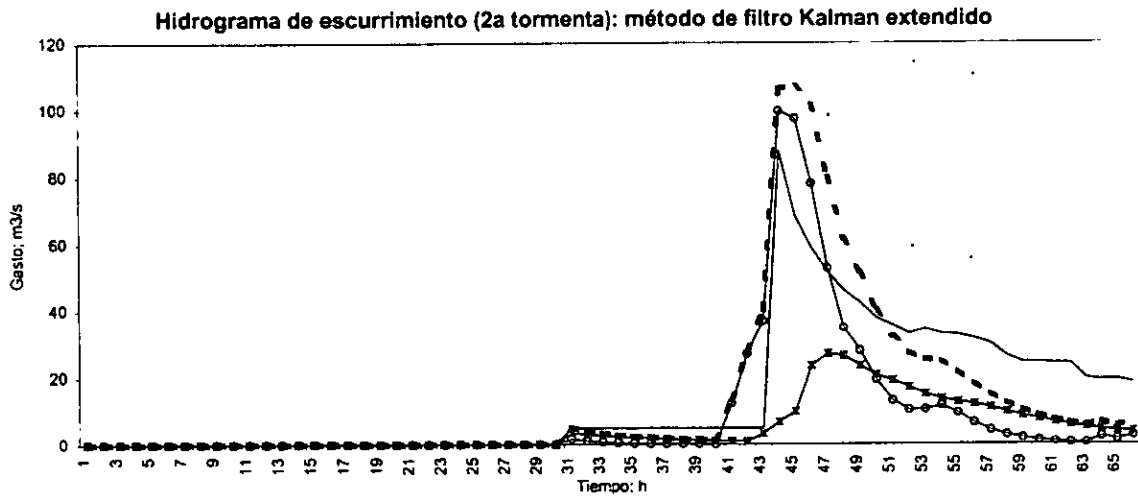
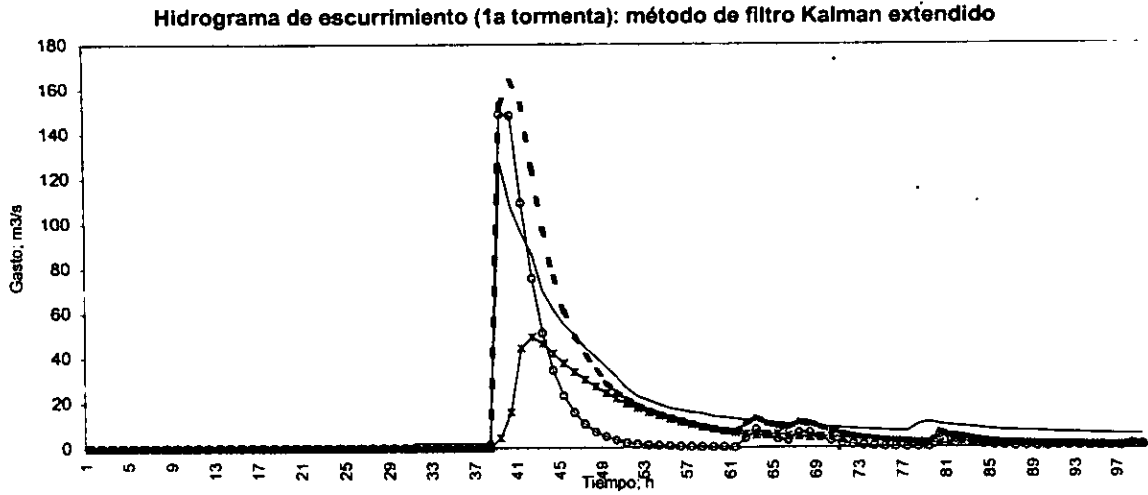


Fig. 5.25a Hidrograma de escurrimientos estimados: base, directo y total con una sola matriz de errores para todas las tormentas.

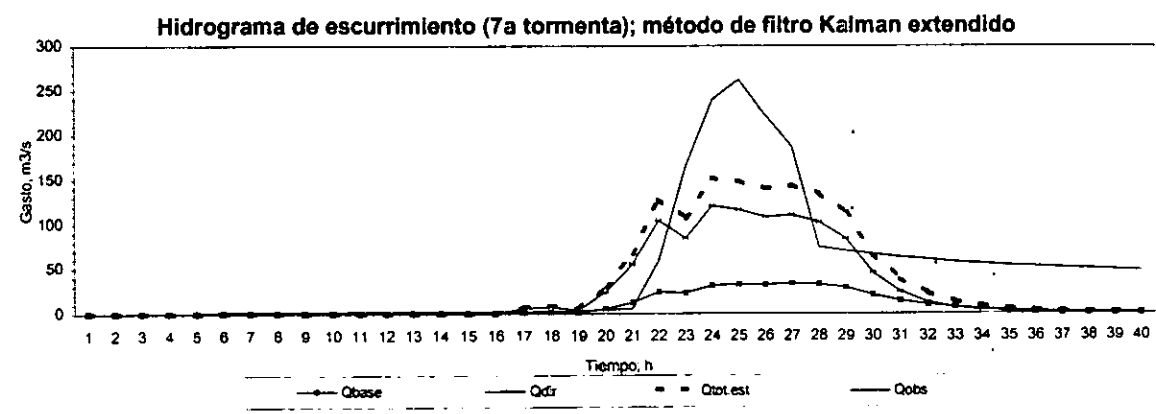
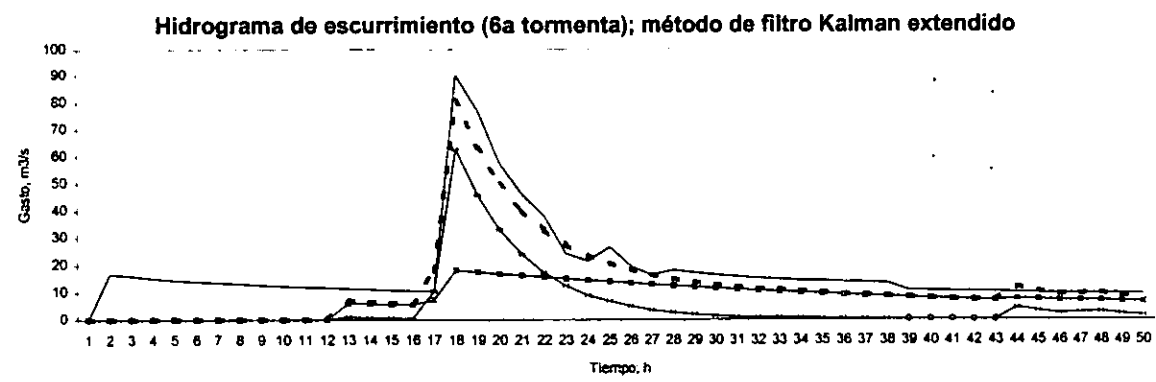
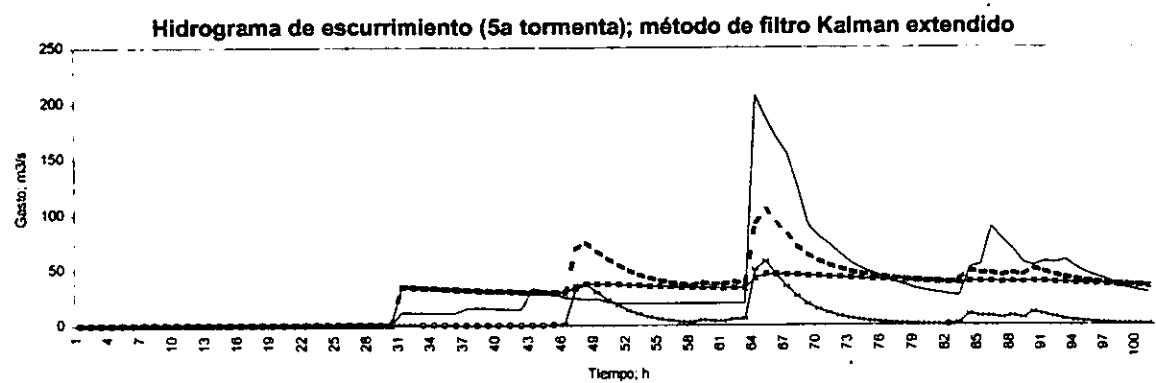
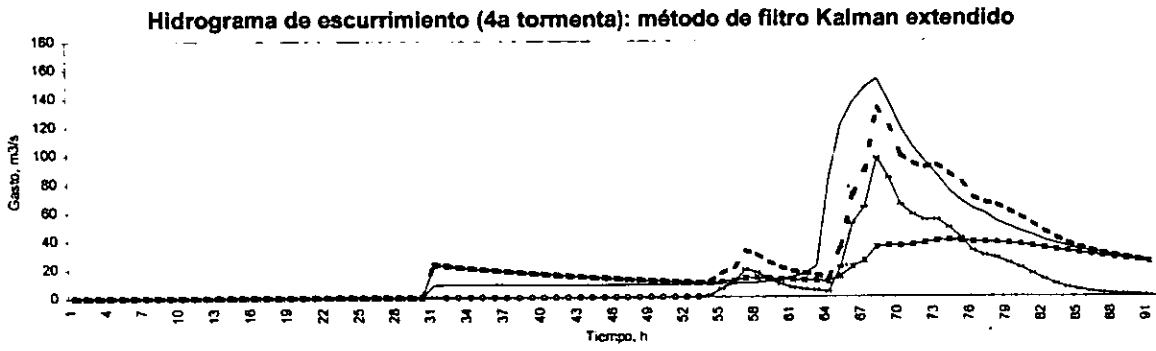


Fig. 5.25b Hidrograma de escurrimientos estimados: base, directo y total con una sola matriz de errores para todas las tormentas.

5 CONCLUSIONES

Los modelos lluvia-escorrentamiento han sido de gran utilidad en el diseño de obras de aprovechamiento o de protección, ya que muchas veces el diseñador no tiene información histórica de los escurrimientos por lo que tiene que inferirlos a partir de los datos de precipitación. También se emplean para los casos de predicción de avenidas a tiempo real, en los que importa no sólo conocer la magnitud de la avenida que puede ocurrir sino también el momento que se presentará con el propósito de controlar la avenida o para tomar medidas de alerta, evacuación, etc.

Aunque el comportamiento de las cuencas en la naturaleza no es lineal, generalmente los modelos lluvia-escorrentamiento la suponen como un *sistema lineal e invariante en el tiempo*. Debido a que algunas operan con mayor grado de linealidad que otras, se presentó aquí una comparación entre los modelos lineales y no lineales para conocer su respuesta en cada caso.

Para el caso de los modelos lineales aquí presentados (hidrograma unitario determinado por mínimos cuadrados y filtro Kaman), los resultados obtenidos son muy similares (ver Figs. 4.19 y

4.20), por lo que el método a emplearse será elección del modelador, pues en este caso es indistinto el emplear tanto uno como otro.

Del análisis hecho con el método del filtro Kalman extendido se obtuvieron dos tipos de respuestas; una con comportamiento lineal y la otra con comportamiento no lineal; la diferencia entre ellas, aunque no fue relevante, indica el comportamiento no lineal de la cuenca debido a la consideración de sus características no lineales en el modelo lluvia-escorrentamiento. Al comparar la respuesta de los modelos lineales con las obtenidas con el modelo no lineal, se observa que aún cuando la estimación de los primeros son mejores, la del modelo no lineal es bastante aceptable.

Una ventaja que tiene el modelo no lineal sobre el lineal es que en el primero se utilizan lluvias y escurrimientos totales, por lo que no se requiere obtener la lluvia efectiva ni hacer la separación del escurrimiento base y directo, los cuales son necesarios para aplicar el modelo lineal, esto permite una mayor facilidad en el análisis a tiempo real ya que no es necesaria ni la determinación de la precipitación efectiva ni la separación de los escurrimientos para aplicar el modelo.

Una de las aspiraciones de los hidrólogos es crear modelos que representen la realidad, la no linealidad de las cuencas es una de sus características principales. El modelo lluvia-escorrentamiento no lineal de parámetros concentrados aquí presentado (Filtro Kalman Extendido) es una de las primeras tentativas de tratar las cuencas con sus características no lineales (tal como ocurre en la realidad) y es muy susceptible a ser mejorado. Algunas de las dificultades que puedan llegar a presentarse al estimar los parámetros y los errores en el modelo no lineal pueden salvarse con la experiencia, consecuentemente esto hará más sencillo su manejo.

BIBLIOGRAFÍA

Anton H., 1992, *Introducción al Álgebra Lineal*, Limusa, tercera edición.

Aparicio F. J., 1989, *Fundamentos de Hidrología de Superficie*, Limusa.

Aparicio F. J., 1990, *Modelación Hidrológica*, Ingeniería Hidráulica en México, octubre, p. 148.

Ayuso J.L. et. al., 1994, *Estimación del Hidrograma Unitario: Estudio Comparativo de Cuatro Métodos Lineales*, Ingeniería del Agua, Vol. 1, Núm. 2, p. 21.

Bras R.L. y Rodríguez-Iturbe I., 1984, *Random Functions and Hydrology*, Addison Wesley.

Chen C., 1970, *Linear System Theory and Design*, Holt, Rinehart and Winston.

Chow V. T., 1987, *Hidrología Aplicada*, McGraw-Hill.

Cruickshank C., *Modelo Matemático de una Cuenca*, VIII Congreso de Ing. Civil, Guadalajara, México, Abril, 1968.

Cruickshank C., 1994, *Funciones de Transferencia en Modelos de Cuenca*, XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, V3, pp. 157-167, Santiago de Chile.

Cruickshank C. and Verde C., 1996, *Some Examples of Simple Rainfall-Runoff Models with Dynamic Parameters Identification*, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.

Cruickshank C., 1996, Hacia un Modelo Generalizado Lluvia-Escorrimento en Cuencas, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.

Distefano III, Stubberud, Williams, 1967, *Theory and Problems of Feedback and Control System*, MacGraw-Hill, Scahu's Outline Series.

Domínguez R., *El Desarrollo de la Hidrología en México*, Ingeniería Hidráulica en México, octubre 1990, p. 148.

Domínguez R., 1981, *Escorrimento*, C.F.E., Manual de Diseño de Obras Civiles, Hidrotecnia, Tomo A.1.3.

Domínguez R., Gracia J., 1981, *Pérdidas*, C.F.E., Manual de Diseño de Obras Civiles, Hidrotecnia, Tomo A.1.4.

Dorf R., Bishop R., 1995, *Modern Control System*, Addison-Wesley Publishing.

Franco V., Domínguez R., 1981, *Precipitación*, C.F.E., Manual de Diseño de Obras Civiles, Hidrotecnia, Tomo A.1.2.

Fuentes O., Domínguez R., 1981, *Relación entre Precipitación y Escorrimento*, C.F.E., Manual de Diseño de Obras Civiles, Hidrotecnia, Tomo A.1.5.

Grossman S., 1983, *Algebra Lineal*, Grupo Editorial Iberoamérica.

Kalman R. E., 1960, *A New Approach to Linear Filtering and Predicción Problems*, ASME, Journal Basic Engineering, Series 820, pp. 35-45, Marzo.

Kalman R. E. and Bucy, 1961, *New Results in Linear Filtering and Prediction Theory*, ASME, Journal Basic Engineering, Series D, Vol. 83, pp. 95-108.

Khalil H., 1992, *Nonlinear System*, MacMillan Publishing Company.

Klem s V., *La Ciencia de la Hidrología: ¿Donde hemos estado? ¿Hacia donde debemos ir? ¿Que necesesitan saber los hidrólogos?*, Ingeniería Hidráulica en México, octubre 1990, p. 9.

Kuo B., 1996, *Sistemas de control automático*, Prentice Hall, séptima edición.

Lesvia T.D.M. 1993, *Aplicación de Modelos para el Pronóstico de Esguimientos en el Sitio de la Presa Aguamilpa*, Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Linley R., et. al., 1989, *Hidrología para Ingenieros*, MacGraw-Hill.

Rodríguez F., 1994, *Dinámica de sistemas*, Trillas.

Ljung L., 1987, *System Identification: Theory for the user*, Prentice Hall.

Ogata K., 1993, *Ingeniería de Control Moderna*, Prentice Hall.

Sage A. P., White C. C., 1977, *Optimum System Control*, Prentice Hall.

Sherman L.K., 1932, *Streamflow from Rainfall by Unit-Graphs Method*, Engineering News-Record, Abril 7, pp. 501-505.

Singh V. P., 1988, *Hydrologic Systems; Volume I: Rainfall-Runoff Modelling*, Prentice Hall.

Sorenson H.W., 1970, *Least-squares estimation: from Gauss to Kalman*, IEEE Spectrum, pp. 63-68.

Todini E., 1988, *Rainfall-runoff modelling: Past, present and future*, Journal of Hydrology, 100, pp. 341-352.

Viessman W., 1989, *Introduction to Hydrology*, Harper and Row Publisher.

APÉNDICE

1. Comprobación del lemma de la matriz inversa.

El lemma de la matriz inversa puede establecerse como sigue:

Si las matrices Σ , Ψ , \mathbf{H} y \mathbf{R} satisfacen la ecuación

$$\Sigma^{-1} = \Psi^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \quad (1)$$

donde Σ , Ψ , Σ y $(\mathbf{H}\Psi\mathbf{H}^T + \mathbf{R})$ también existen. Esto requiere que Ψ^{-1} , Σ^{-1} y \mathbf{R}^{-1} sean no singulares (determinante $\neq 0$) y \mathbf{H} sea de rango máximo.

Entonces Σ está dada por

$$\Sigma = \Psi - \Psi \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \Psi \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{H} \Psi \quad (2)$$

Comprobando el lemma de la matriz inversa mediante el manejo de las expresiones anteriores, donde la ec. (2) se obtuvo directamente de la ec. (1):

multiplicando la ec. (1) previamente por Σ nos da

$$\mathbf{I} = \Sigma \Psi^{-1} + \Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \quad (3)$$

multiplicando posteriormente la ec. (3) por Ψ resulta:

$$\Psi = \Sigma + \Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \Psi \quad (4)$$

multiplicando luego la ec. (4) por \mathbf{H}^T obtenemos

$$\begin{aligned} \Psi \mathbf{H}^T &= \Sigma \mathbf{H}^T + \Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \Psi \mathbf{H}^T \\ &= \Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{R} + \mathbf{H} \Psi \mathbf{H}^T) \end{aligned} \quad (5)$$

multiplicamos la ec. (5) por $(\mathbf{R} + \mathbf{H} \Psi \mathbf{H}^T)^{-1}$ para obtener

$$\Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} = \Psi \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \Psi \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (6)$$

multiplicando esta expresión por $\mathbf{H} \Psi$ vemos que

$$\Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \psi = \psi \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \psi \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{H} \psi \quad (7)$$

restándole a ψ la ec. (7) resulta

$$\psi - \Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \psi = \psi - \psi \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \psi \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{H} \psi \quad (8)$$

sustituyendo la ec. (4) en la ec. (8):

$$(\Sigma + \Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \psi) - \Sigma \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \psi = \psi - \psi \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \psi \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{H} \psi$$

finalmente se obtiene:

$$\Sigma = \psi - \psi \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \psi \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{H} \psi \quad (9)$$

La ecuación (9) es idéntica a la ec. (2) que requeríamos, por lo tanto, hemos comprobado el lemma deseado.