

03073



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**UNIDAD ACADÉMICA DE LOS CICLOS  
PROFESIONAL Y DE POSGRADO**

4  
2eq

**“TRANSPORTE DE ENERGIA SOLAR CONCENTRADA  
A TRAVES DE FIBRAS OPTICAS:  
ACOPLAMIENTO FIBRA-CONCENTRADOR Y ESTUDIO TERMICO”**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN ENERGIA SOLAR**  
**(FOTOTERMICA)**

**OSCAR ALFREDO JARAMILLO SALGADO**

**DIRECTOR: DR. JESUS ANTONIO DEL RIO PORTILLA**

263220

**TEMIXCO, MORELOS.**

**1998**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedico este trabajo a mis padres Lázaro Jaramillo Ramírez y María Salgado de Jaramillo, ya que sin su apoyo nunca hubiera sido posible realizar esta tesis. A mi hermano Carlos por su comprensión y el gran cariño que le tengo. Muy especialmente a Paty el amor de toda mi vida.

Agradezco profundamente al Dr. Jesús Antonio del Río Portilla por su invaluable colaboración en el desarrollo de esta tesis, de igual forma su amistad y sobre todo por su paciencia al tenerme como tesista. También doy gracias a la Dra. Guadalupe Hulesz por todos los comentarios que enriquecieron este trabajo. Agradezco también al grupo de Física Teórica del Centro de Investigación en Energía UNAM, ya que durante mi estancia en la realización de este trabajo se me animó y apoyo sustancialmente. No me olvido de los integrantes del Posgrado en Energía Solar y de cada uno de los catedráticos con quienes tuve la oportunidad de aprender mucho.

---

## ÍNDICE

---

<b>RESUMEN</b>	<b>I</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>III</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1. CONCEPTOS BÁSICOS</b>	<b>7</b>
1.1 El Sol	7
1.2 La constante solar	8
1.3 Distribución espectral de la radiación solar fuera y dentro de la atmósfera terrestre	9
1.4 Términos útiles y sus definiciones	11
1.5 Dirección de la radiación directa	13
1.6 Transferencia de calor	15
1.7 Radiación	16
1.8 Intensidad de radiación y flujo radiativo	17
1.9 Propiedades de la radiación	20
<b>2. FIBRAS ÓPTICAS</b>	<b>25</b>
2.1 Espectro óptico	26
2.2 Fundamentos en fibras ópticas	27
2.3 Propiedades de transmisión de la fibra óptica	30
2.4 Ecuación de transferencia radiativa	33
2.5 Divergencia del flujo de calor radiativo	39
2.6 Flujo de calor radiativo en fibras ópticas	42
2.7 Conducción y radiación en un medio participante	45
<b>3. CONCENTRADOR SOLAR</b>	<b>49</b>
3.1 Razón de concentración	50
3.2 Geometría del concentrador paraboloidal	52
3.3 Razón de concentración en el paraboloide de revolución	57
3.4 Cantidad de energía en el receptor	61
3.5 Distribución de la radiación incidente en el receptor	68
3.6 Materiales reflectivos	70

---

<b>4.</b>	<b>ACOPLAMIENTO FIBRA ÓPTICA Y CONCENTRADOR SOLAR</b>	<b>73</b>
4.1	Acoplamiento de los parámetros geométricos	73
4.2	Transmisión de energía	76
4.3	Evaluación de los parámetros fibra óptica-concentrador solar	78
4.4	Uso de la fibra óptica en el transporte de energía solar aplicada a la producción de hidrógeno.	84
<b>5.</b>	<b>ESTUDIO TÉRMICO: MODELO UNIDIMENSIONAL</b>	<b>93</b>
5.1	Flujo de calor radiativo solar concentrado	93
5.2	Modelo unidimensional	95
5.3	Solución al modelo unidimensional	98
5.4	Casos de estudio para el modelo unidimensional	104
<b>6.</b>	<b>ESTUDIO TÉRMICO: MODELO BIDIMENSIONAL</b>	<b>109</b>
6.1	Flujo de calor radiativo solar concentrado	109
6.2	Modelo bidimensional	112
6.3	Solución al modelo bidimensional	114
6.4	Casos de estudio para el modelo bidimensional	122
	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>135</b>
	<b>APÉNDICE A</b>	<b>139</b>
	Distribución estándar de la radiación solar (WRC)	
	<b>APÉNDICE B</b>	<b>141</b>
	Discretización de $B(z,t)$	
	<b>APÉNDICE C</b>	<b>145</b>
	Programa para resolver el modelo unidimensional	
	<b>APÉNDICE D</b>	<b>149</b>
	Programa para resolver el modelo bidimensional	
	<b>NOMENCLATURA</b>	<b>155</b>
	<b>REFERENCIAS</b>	<b>157</b>

---

**R**esumen. — En este trabajo se estudia la transmisión de energía solar concentrada mediante el uso de fibras ópticas. Las recientes técnicas en la elaboración de los materiales que las constituyen permiten el transporte de energía solar concentrada con una eficiencia óptica por encima del 85% para 10 metros de transmisión; opción técnica que no se tenía hace 15 años.<sup>1</sup>

Se presenta un estudio de los factores opto-geométricos involucrados en el paraboloide de revolución para obtener la máxima energía en su receptor. Se obtienen, los parámetros de diseño para el óptimo acoplamiento entre una fibra óptica y un espejo paraboloidal. Mediante una fibra óptica con 5mm de diámetro y un paraboloide con 21.8cm de diámetro y distancia focal de 51.9 cm, se estima suministrar 26W al final de 10 metros de transmisión al utilizar plata o aluminio como superficie reflectiva<sup>2</sup>. Además, se presenta como ejemplo el uso de fibras ópticas para la transmisión de energía solar concentrada aplicada a la producción de hidrógeno mediante fotoelectrólisis,<sup>3</sup> los resultados de este primer estudio auguran una apropiada forma de conversión de energía.

Se establece por primera vez, para una fibra óptica, la Ecuación de Energía para la participación simultánea de calor por conducción y por radiación durante el transporte de energía solar concentrada. Se plantean dos modelos de la transferencia de calor simultánea por radiación y por conducción que permite pronosticar el comportamiento térmico de la fibra óptica en el momento de transmitir energía solar concentrada. El primer modelo, que corresponde a un modelo unidimensional, se dirige a establecer el comportamiento térmico bajo condiciones de cota superior, su solución se obtiene mediante el método en diferencias finitas explícito simple.<sup>2</sup> Mientras el segundo modelo, un modelo bidimensional, se encamina a una situación más real. La solución a este se ha implementado por el método en diferencias finitas propuesto por Dufort y Frankel (1953). Los resultados predicen que el sistema puede trabajar entre 4 y 8 horas continuas en la transmisión de energía solar concentrada<sup>4</sup> sin cambiar las propiedades físicas y ópticas de la fibra.

---

<sup>1</sup> Robieux J., Patent No. 75-14582 (I.N.P.I.) Intern. Class. F03G7/02;02KX/G02B5/10.

Cariou, J. M., Dugas, J. and Martin L., (1982), "Transport of Solar Energy with Optical Fibres", *Solar Energy*, 29, 397

<sup>2</sup> Jaramillo O.A. y del Río J. A., (1997) "Aplicación de las Fibras Ópticas a la Energía Solar", Memoria de la XXI Reunión Nacional de Energía Solar, 285.

<sup>3</sup> Jaramillo, O. A., Arriaga, L.G., Sebastian, P. J., Fernández, A. M. and del Río, J. A., "Application of Fiber Optics in the Hydrogen Production by Photoelectrolysis", *J. Hydrogen Energy*, (en prensa (may 1998)).

<sup>4</sup> Jaramillo, O. A. and del Río, J. A., "A Model for Heating Optical Fibers to Conduct Concentrated Solar Energy", *World Renewable Energy Congress-V Florence, Italy, September 1998* (en prensa (september 1998)).

---

**A**bstract. — In this work, is studied the concentrated solar energy transport by optical fiber.<sup>5</sup> The current technical advantages allow to make up optical fiber transporting concentrated solar energy with an optical efficiency above 85% for 10 meters path length transmission.<sup>6</sup>

In order to obtain the maximum energy rate at the receiver, expressions relating the opto-geometrical factor of a paraboloidal mirror and optical fibers are obtained. The optimal parameters coupling between the optical fiber and the paraboloidal mirror are obtained. Our findings are that using an optical fiber with 5mm of diameter and a paraboloidal mirror with 21.8cm of diameter and 51.9cm of focal length, the energy supply is of 26W at the end of 10 meters long fiber when is used silver o aluminium as reflective surface in the mirror. Moreover, is presented the usefulness of the optical fibers to transmit concentrated solar energy applied to hydrogen production by photoelectolysis,<sup>7</sup> the results by this first approximation promises to be a suitable energy conversion system.

The Energy Equation for simultaneous conduction and radiation during radiative energy transport for optical fibres is obtained. Two models for simultaneous radiative and conductive heat transfer which allow to predict the thermal behavior of the optical fiber during transmission of concentrated solar energy are proposed. The first model, one-dimensional model, indicates the thermal behavior at worst condition. The one-dimensional model equations are solved by simple explicit method in finite difference.<sup>6</sup> Whereas the second model, two-dimensional model, is closer to real situation. The solution for the two dimensional model is obtained by finite difference method derived by Dufort and Frankel (1953). The results predict that the system can work by 4 to 8 hours in the transmission of the concentrated solar energy<sup>8</sup> without damage in the optical fiber.

---

<sup>5</sup> Robieux J., Patent No. 75-14582 (I.N.P.I.) Intern. Class. F03G7/02;02KX/G02B5/10.

Cariou, J. M., Dugas, J. and Martin L., (1982), "Transport of Solar Energy with Optical Fibres", *Solar Energy*, 29,397

<sup>6</sup> Jaramillo O.A. y del Río J. A., (1997) "Aplicación de las Fibras Ópticas a la Energía Solar", Memoria de la XXI Reunión Nacional de Energía Solar, 285.

<sup>7</sup> Jaramillo, O. A., Arriaga, L.G., Sebastian, P. J., Fernández, A. M. and del Río, J. A., "Application of Fiber Optics in the Hydrogen Production by Photoelectrolysis", *J. Hydrogen Energy*, (in press (may 1998)).

<sup>8</sup> Jaramillo, O. A. and del Río, J. A., "A Model for Heating Optical Fibers to Conduct Concentrated Solar Energy", *World Renewable Energy Congress-V Florence, Italy, September 1998*, (in press (september 1998)).



---

## INTRODUCCIÓN

---

Es predecible que las fuentes energéticas basadas en petróleo, gas natural y carbón se agoten en un futuro próximo. Ni aún la estimación más optimista de reservas adicionales justifica un consumo continuo. Por otra parte, es claro que el desarrollo industrial y socioeconómico de un país depende fuertemente de la solución de su problemática energética. Por esta razón, varias alternativas en energías renovables han comenzado a surgir, pretendiendo responder a la demanda de energía.

Una de las vías hacia el uso de la energía renovable es el aprovechamiento de la energía solar. El uso de dicha energía no es una idea novedosa, ya que la humanidad ha hecho uso de ésta desde hace siglos. Sin embargo, es hasta la década de 1970 que se ha incrementado la investigación y desarrollo en esta alternativa buscando aumentar la eficiencia y una idealizada convivencia con la naturaleza en un desarrollo sustentable. Si bien este tipo de energía es abundante, universal y con un impacto ambiental bajo, la ingeniería ha encontrado grandes limitantes en su utilización, como es el hecho de su carácter oscilante e intermitente, su dispersión, su baja intensidad, las bajas eficiencias de conversión asociadas a los actuales dispositivos y su complicado almacenamiento.

El esfuerzo por lograr un manejo conveniente y un adecuado uso de la energía proveniente del Sol que permita satisfacer los requerimientos de demanda energética, ha impulsado durante los últimos años importantes proyectos de desarrollo científico-técnico. En estas líneas, se han mantenido dos vertientes fundamentales para la utilización del recurso solar: la conversión fototérmica y la fotovoltaica. La primera se encarga de hacer uso del recurso solar para obtener energía calorífica. Ésta puede ser aprovechada en calentamiento de fluidos de trabajo para diversos fines; calefacción y refrigeración, secado, destilación de agua, entre otros (Duffie y Beckman (1991)). La segunda genera energía eléctrica a partir de la utilización de celdas construidas de materiales semiconductores que permiten la conversión de la energía solar (Chopra y Das (1981)). Es prudente mencionar además la fotoquímica, donde se utiliza la energía radiante del Sol para generar reacciones físico-químicas (Grätzel (1983)), teniendo como ejemplos la producción de hidrógeno por medio de fotocátalisis (Serpone y Pelizzeti (1989)) y la degradación de sustancias orgánicas utilizando la radiación ultravioleta (Grätzel (1983)). Esta rama de investigación ha comenzado a tener un crecimiento muy significativo y se vislumbra como una alternativa más ante las dos mencionadas.

En los sistemas de conversión fototérmica se busca captar la energía necesaria para que su disponibilidad termodinámica sea satisfactoria. Esta disponibilidad depende de la temperatura de operación del sistema y de su transformación en calor útil. En algunos sistemas, donde la temperatura requerida es alta se hace necesario incrementar la densidad de la energía solar a través de concentradores. Debe apuntarse que en la

---

mayoría de los sistemas ópticos se recurre o bien a una gran superficie o a varios pequeños paneles reflejantes o refractantes en donde se capta la energía solar para ser concentrada. El concentrador de enfoque es aquel que debe orientarse continuamente con gran exactitud para seguir al Sol y dirigir de manera precisa la radiación directa hacia el receptor, que incluye al absorbedor. En estos sistemas de concentración frecuentemente se acopla el sistema de conversión en el receptor, disminuyendo las pérdidas por transporte; sin embargo, esto implica que el sistema de conversión se encuentre a la intemperie disminuyendo su vida media útil e involucre el diseño de complejas estructuras de seguimiento y soporte. Por otra parte, el concentrador fijo, no presenta las desventajas de los de enfoque, aunque sólo permite incrementar moderadamente la intensidad de la radiación solar. Aún cuando las pérdidas de calor en un concentrador se reducen debido a la disminución del área del absorbedor con respecto a la del sistema óptico, otras pérdidas se hacen más importantes, como son: las pérdidas ópticas inherentes al sistema óptico-receptor y pérdidas de calor hacia los alrededores en el transporte de energía; éstas últimas se deben a que su uso está limitado generalmente a una aplicación directa y requiere utilizar un fluido de trabajo que remueva el calor ganado por el absorbedor para transportarlo hasta el sistema de conversión.

Robieux (1975) es el primero en proponer el uso de grandes espejos parabólicos asociados a guías de luz rígidas para transportar la energía solar concentrada a un punto de conversión. Ya que los conductores de luz ofrecerían una interesante solución a la problemática antes mencionada se propuso en éste caso, utilizar el fenómeno de reflexión interna total asociado a los dos diferentes índices de refracción entre el material de la guía de onda y el medio ambiente.

Por otra parte Kato y Nakamura (1976) estudiaron la capacidad teórica de la transmisión de radiación solar por fibras ópticas y determinaron que con el uso de sílica fundida era posible obtener una atenuación promedio de 25 dB/km, correspondiente a 6 por ciento en pérdidas para 10 metros de transmisión. El estudio de Kato y Nakamura se basó en la absorción por longitud de onda del espectro solar al ser transmitido mediante fibras ópticas. De tal forma que establecen valores promedios de transmisión para las diferentes componentes espectrales de la irradiancia solar.

Más tarde en 1980 Curiou *et. al.* sugieren que el transporte de energía solar a una distancia de unos cuantos metros puede ser hecho eficientemente por medio del uso de fibras ópticas asociadas a pequeños concentradores parabólicos. Las eficiencias de transmisión que reportan son superiores al 70 por ciento, conduciendo 2 watts en una transmisión de 10 metros.

La producción de guías de onda de sílica altamente transparente era en esos años difícil y complicada, y si bien estas ideas resultaron ser atractivas, fueron descartadas debido a que la guías de luz y las fibras ópticas contaban con niveles altos de atenuación que se traducían solo en la posibilidad de transportar potencia bajas durante períodos cortos de operación. Por otra parte, en estas investigaciones previas, no se realizó un estudio de la transferencia simultánea de calor por conducción y radiación que permitiera pronosticar el comportamiento térmico y asegurara una adecuada transmisión de energía radiativa.

En este trabajo se ha retomado la idea de transportar luz, y por lo tanto energía mediante fibras ópticas. El proponer de nueva cuenta el uso de fibras ópticas para la transmisión de energía solar concentrada se basa en el desarrollo que en la última década han tenido las fibras ópticas, fundamentalmente para su aplicación en el ámbito de las opto-telecomunicaciones (Hecht, 1988, Safford, 1990, Polymicro Technologies). Sin embargo estos avances pueden ser aprovechados en el transporte de energía solar como se demostrará en este trabajo. Este desarrollo tecnológico de nuevas sílicas ha logrado obtener materiales que presentan niveles menores de atenuación, mejorando así la eficiencia de transmisión y permitiendo, por lo tanto, el transporte de flujos radiativos concentrados con niveles más altos y durante períodos mayores.

De esta manera, el uso de fibras ópticas para la transmisión de energía solar concentrada es una alternativa que permite disminuir las pérdidas de calor en el transporte de energía, incrementar la eficiencia del sistema de conversión y evitar la complejidad en el diseño estructural de soporte y seguimiento solar.

La idea básica en este trabajo es utilizar un concentrador de enfoque de espejo paraboloidal en cuyo receptor se acopla una fibra óptica. Una vez colectada y concentrada la energía solar, la fibra óptica transmite el flujo radiativo a unos cuantos metros mediante el fenómeno de reflexión interna total. Así la radiación puede ser "guiada" o conducida hasta donde ésta es requerida. Si se desea una mayor cantidad de energía en el extremo de aplicación, bien pueden utilizarse tantos módulos similares a éste como sean necesarios. En la Figura 1, se presenta el esquema del dispositivo de colección y como éste al ser asociado a una fibra óptica permite el transporte de energía solar concentrada.

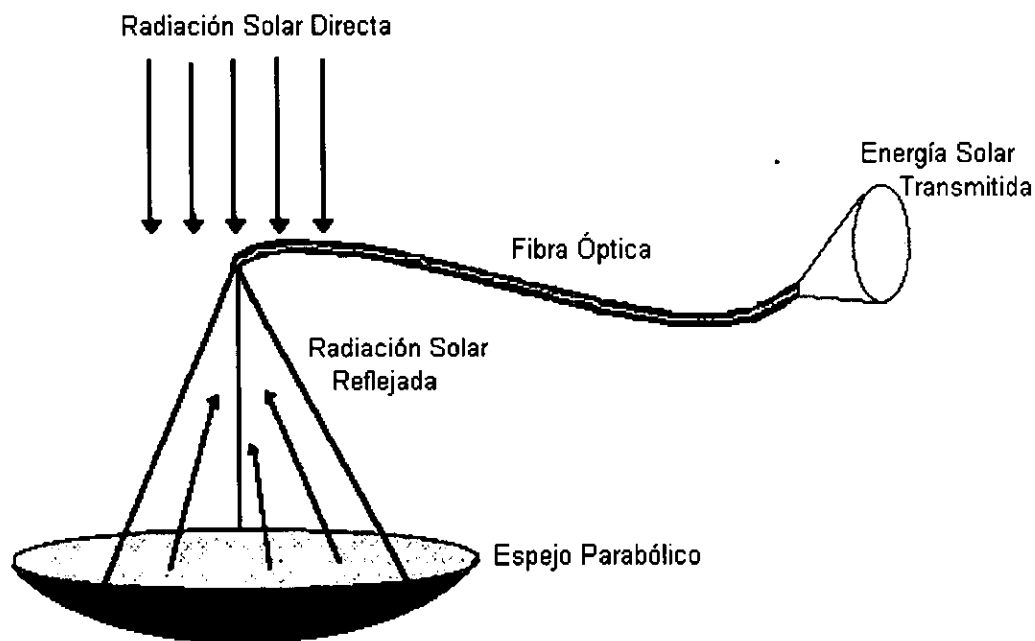


Figura 1 Esquema para la transmisión de energía solar concentrada.

---

Es importante destacar que existe cierta problemática inherente al proceso de transmisión, como es el caso de la atenuación del flujo transmitido por energía absorbida en el material semi-transparente del núcleo de la fibra. Este fenómeno provoca el calentamiento de los componentes de la fibra óptica, hecho relevante ya que el comportamiento óptico para la adecuada transmisión depende de la temperatura. Al ser excedida cierta temperatura se puede provocar el deterioro permanente de las propiedades ópticas y físicas de la fibra óptica. Por tanto, es importante realizar el estudio del comportamiento térmico de la fibra óptica y determinar el tiempo característico durante el cual puede ser usada como transmisora de energía.

El presente trabajo tiene por objetivo general estudiar de manera teórica la factibilidad de usar fibras ópticas para transportar energía solar concentrada, enfocando el estudio hacia la obtención de la máxima radiación que una fibra óptica de sílica fundida puede transmitir, sin que sus propiedades ópticas y físicas se vean afectadas. Para hacer esto, se genera el sistema de ecuaciones que sirven para describir el óptimo acoplamiento óptico entre la fibra y el concentrador. Para analizar el fenómeno de calentamiento producido por el paso del espectro solar concentrado por un espejo paraboloidal a través de la fibra óptica, se estudia teóricamente el comportamiento térmico de la fibra óptica y con ello se determina el tiempo crítico antes de que la fibra eleve su temperatura más allá del umbral permitido. De ésta manera, se determina la máxima radiación que una fibra óptica de  $\text{SiO}_2$  con bajo contenido de iones metálicos y radicales  $^-\text{OH}$  puede transmitir, sin que sus propiedades ópticas y físicas se vean afectadas por su incremento de temperatura.

A continuación se describe de manera breve el contenido de esta tesis:

Los conceptos básicos de radiación solar como son: el valor de la constante solar, la distribución espectral de la radiación solar extraterrestre, la radiación directa y difusa, los ángulos de seguimiento solar y otros, son descritos en el Capítulo 1. Los conceptos presentados en esta parte permitirán al lector mantener en mente varios conceptos importantes que son usados a lo largo del desarrollo de la tesis.

Los Capítulos 2 y 3 se dedican a describir el marco teórico del trabajo. Así, en el capítulo 2 se presentan los fundamentos en fibras ópticas, se establecen los parámetros en la transmisión de energía radiativa y se plantea la ecuación de transferencia radiativa que permite obtener la divergencia del flujo de calor radiativo que tiene lugar en el núcleo de la fibra óptica. Se plantea de manera innovadora la Ecuación de Conservación de Energía para la participación simultánea de transferencia de calor por radiación y conducción que tiene lugar en el núcleo de la fibra óptica. Esta ecuación da pauta a establecer, mediante un problema de valores de frontera, la distribución espacial y temporal de temperatura durante el procesos de transmisión de energía solar concentrada. Por otra parte, en el Capítulo 3 se discute el sistema colector de concentración, establecido por el paraboloide de revolución. Si bien el espejo paraboloidal es ampliamente discutido en la literatura como dispositivo concentrador, en este capítulo se desarrolla una discusión para la razón de concentración máxima para diferentes receptores a partir de sus propiedades geométricas y la dimensión de la imagen solar formada en el plano receptor. Así, en función del diámetro del receptor a utilizar, se

plantea de manera original, el diseño óptimo del parabolide para la máxima capitación y concentración de los rayos solares.

Por último, al realizar un balance de energía y en función de los parámetros geométricos óptimos, se presenta un estudio alternativo de la cantidad máxima de energía solar que es posible colectar con este dispositivo. Se formula una expresión para obtener la distribución radial de la energía presente en el receptor del parabolide.

Pese a que la idea de acoplar una fibra óptica y concentrador paraboloidal se ha sugerido anteriormente para el transporte de energía solar concentrada, en la literatura no se encuentra un estudio para el óptimo acoplamiento de estos dos dispositivos. Por tal razón el capítulo 4 se dedica, en función de parámetros ópticos y geométricos, a describir el acoplamiento fibra óptica-concentrador paraboloidal que permita una eficaz transmisión de energía solar concentrada. En este capítulo se plantean por primera vez, en función de los parámetros ópticos y geométricos, las expresiones que permiten estimar la transmisión de energía solar concentrada. De esta forma, se presenta una evaluación de los parámetros fibra óptica - concentrador solar, se estima la energía por unidad de tiempo a la entrada y salida de la fibra óptica y, así también, la eficiencia de transmisión de energía solar concentrada. Al final del capítulo, se sugiere de manera novedosa la aplicación de las fibras ópticas en la producción de hidrógeno. Se lleva a cabo un estudio por primera vez de la termodinámica de la eficiencia de conversión de energía solar a energía eléctrica que activa al fotoelectrodo para la reacción fotocatalítica en el rompimiento de la molécula de agua. De esta forma se sugiere el uso de energía solar como fuente lumínica y evita el uso de luz artificial. Este primer cálculo resulta muy prometedor.

Los Capítulos 5 y 6 representan la parte medular de la investigación, y presentan por primera vez el planteamiento de los modelos matemáticos para la transferencia de calor por conducción y radiación al ser acoplada una fibra óptica y un parabolide de revolución para la transmisión de flujo radiativo solar concentrado. De esta forma se establecen los problemas con valores de frontera, cuyas soluciones permiten tener una aproximación al comportamiento térmico de la fibra óptica durante la transmisión de energía solar concentrada. Es importante hacer notar que en este primer estudio no se ha tomado en cuenta la dependencia de la atenuación con la intensidad de la radiación.

En el Capítulo 5 se apunta al modelo unidiemnsional de transferencia de calor, que permite establecer las condiciones de cota superior en la transmisión de energía solar concentrada ya que supone adiabática la parte longitudinal de la fibra óptica. Se presenta un análisis de resultados obtenidos de la solución numérica para tres diferentes casos de estudio.

Por otro lado, en el Capítulo 6 se presenta un modelo bidimensional que permite el entendimiento del comportamiento térmico apegado a una situación de manera mas real, ya que éste supone la transferencia de calor sobre la superficie longitudinal de la fibra óptica. Una vez obtenida la solución numérica a este modelo, se presenta para dos casos de estudio la trasferncia de calor para diferentes distribuciones radiales de energía solar concentrada.

---

Lo resultados obtenidos por ambos modelos de transferencia de calor y los resultados obtenidos en el Capítulo 4 son alentadores para en un futuro continuar la investigación en su fase experimental.

Por último, se presentan las conclusiones del trabajo, donde de manera general se resume y especifica la contribución de la investigación. Se describen las aplicaciones potenciales que pueden ser llevadas a la práctica.

Desde luego se han incluido diferentes apéndices que permitan al lector una referencia rápida.

# CONCEPTOS BÁSICOS

---

**E**N ESTE capítulo se presentan los conceptos básicos que permiten el entendimiento de la problemática del transporte de energía concentrada a través de las fibras ópticas.

Así también, se presentan los conceptos de radiación solar, geometría solar y la distribución espectral de la energía radiada por el Sol. Se incluyen también tópicos de transferencia de calor, haciendo énfasis en la transferencia radiativa.

### 1.1 EL SOL

El Sol es una esfera de materia gaseosa intensamente caliente, con diámetro de  $1.39 \times 10^9$  m y una distancia promedio a la Tierra de  $1.5 \times 10^{11}$  m. La temperatura en la región interior se estima entre los  $8 \times 10^6$  y  $40 \times 10^6$  K, y su densidad se calcula alrededor de 100 veces la del agua. Se han propuesto una gran cantidad de reacciones de fusión para explicar el origen de la energía radiada por el Sol; la más importante es la combinación de cuatro hidrógenos para formar un núcleo de helio, la masa del núcleo de helio es menor que la de los cuatro protones, y siguiendo la ecuación de Eisten, la masa se transforma en energía.

La estructura del Sol se muestra en la Figura 1.1.1. Se estima que el 90% de la energía es generada en una región de 0 a  $0.23R_s$  (donde  $R_s$  es el radio del Sol), la cual contiene el 40 % de la masa del Sol. A una distancia de  $0.7R_s$  del centro, la temperatura y densidad disminuyen a 130,000 K y  $70 \text{ kg/m}^3$  respectivamente, aquí el proceso de convección comienza a ser importante, y la zona de  $0.7$  a  $1.0R_s$  es conocida como la **zona convectiva**. Dentro de esta zona la temperatura baja hasta los 5000 K y su densidad decae alrededor de  $10^{-5} \text{ kg/m}^3$ .

La superficie de Sol parece estar compuesta de gránulos (celdas convectivas irregulares), con dimensiones entre los 1000 a 3000 km y una vida media de unos cuantos minutos. Otras características de la superficie solar son pequeñas áreas oscuras llamadas "poros" (del mismo orden de magnitud que el de las celdas convectivas) y áreas oscuras más grandes, éstas llamadas manchas solares.

La capa superior de la zona convectiva es llamada la **fotósfera**. Fuera de la fotosfera está una atmósfera más o menos transparente, observable durante los eclipses o por instrumentos que ocultan el disco solar. Por encima de la atmósfera está una capa de gases enfriados de varios kilómetros de profundidad denominada **capa de inversión**. Fuera de esta capa se sitúa la **cromósfera**, con una profundidad de alrededor de 10,000 km. Ésta es una capa gaseosa con temperaturas algo mayores que la fotosfera pero con menor densidad. Más lejos se encuentra la **corona**, una región de muy baja densidad y

muy alta temperatura ( $10^6$  K). Para mayor información sobre la estructura del Sol se puede consultar Thomas (1958) o Robinson (1966).

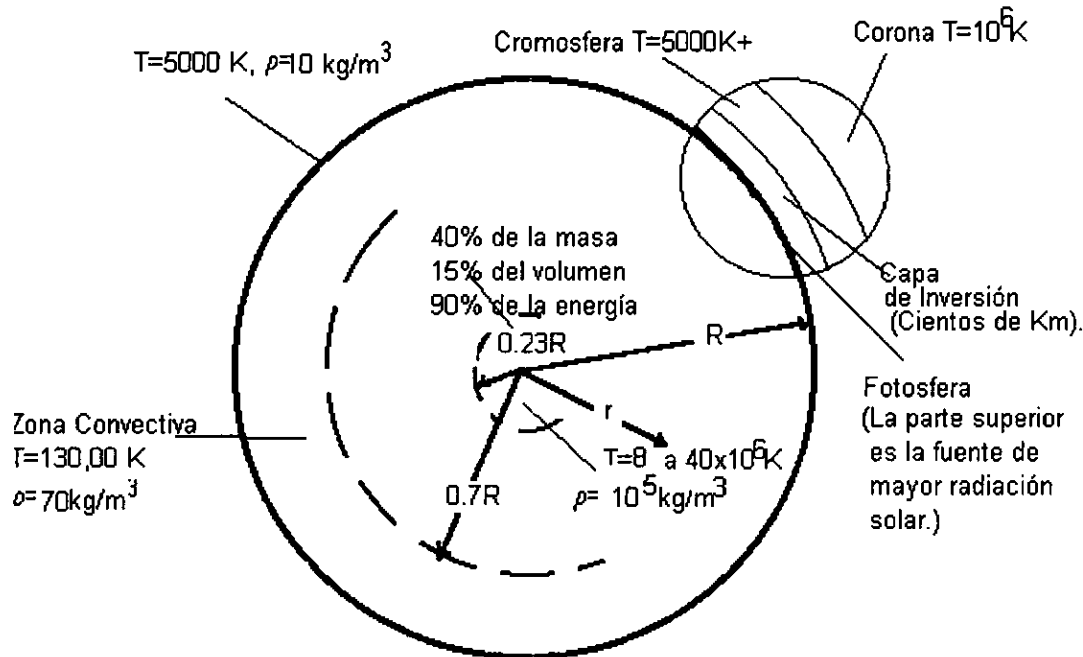


Figura 1.1.1 La estructura del Sol (Adaptado de Duffie y Beckman (1991)).

La radiación solar emitida es el resultado compuesto de varias capas que emiten y absorben radiación de diferentes longitudes de onda. En la siguiente sección se discute lo referente a la cantidad de energía que llega a la Tierra desde el Sol. Esta cantidad de energía se mantiene con muy ligeras variaciones a lo largo del año y se denomina constante solar.

## 1.2 LA CONSTANTE SOLAR

La Figura 1.2.1 muestra esquemáticamente la geometría de la situación en el espacio del Sol y la Tierra. Cuando el Sol se encuentra a una distancia de  $1.495 \times 10^{11}$  m, que es la distancia media Tierra-Sol, el Sol sustenta un ángulo  $\alpha = 32'$ . La Intensidad de la radiación emitida por el Sol y recibida por Tierra resulta casi constante fuera de la atmósfera de la Tierra.

La constante solar  $G_{sc}$ , es la energía proveniente del Sol, por unidad de tiempo, recibida en un área de superficie perpendicular a la dirección de propagación de la radiación, a una unidad astronómica fuera de la atmósfera. El Centro de Radiación Mundial ó WRC (por sus siglas en inglés de World Radiation Center), ha adoptado el valor de  $1367 \text{ W/m}^2$  ( $1.960 \text{ cal/cm}^2 \text{ min}$ ,  $433 \text{ Btu/ft}^2 \text{ hr}$ , o  $4.921 \text{ MJ/m}^2 \text{ hr}$ ) para la constante solar, con una incertidumbre del orden de 1%. (Iqbal (1983)).

Existen dos razones primordiales para la variación de la radiación solar fuera de la atmósfera. La primera es la variación de la radiación emitida por el Sol. Se han observado



pequeñas variaciones (menores al  $\pm 1.5\%$ ) con diferentes periodicidad y amplitud por la propia actividad solar (Iqbal (1983)). La otra es la variación de la distancia Tierra-Sol donde se tiene una variación del orden del 3% en el flujo de radiación extraterrestre. En la Ecuación 1.2.1 se indica esta variación para cada día del año.

$$G_{on} = G_{sc} \left( 1 + 0.033 \cos \frac{360n}{365} \right), \quad (1.2.1)$$

donde  $G_{on}$  es la radiación extraterrestre, medida en un plano normal a la radiación para el n-ésimo día del año.

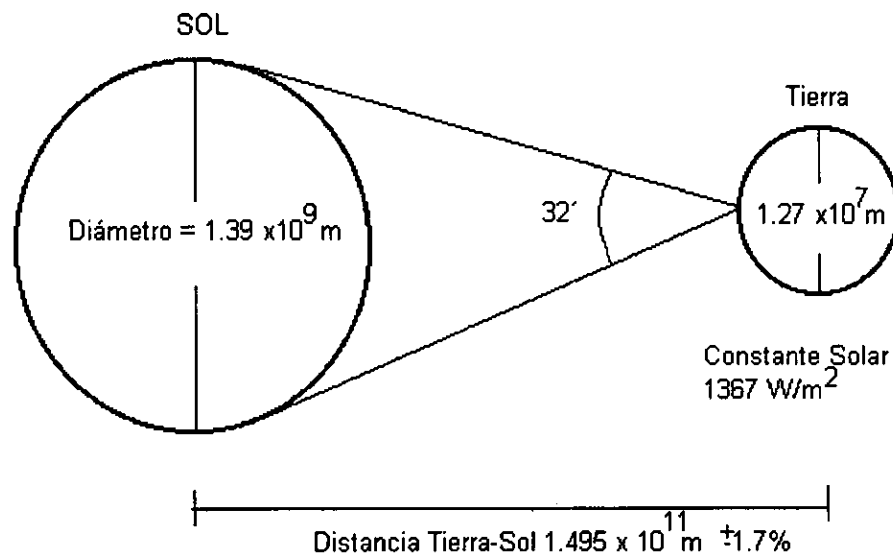


Figura 1.2.1 Parámetros Tierra-Sol (sin escala).

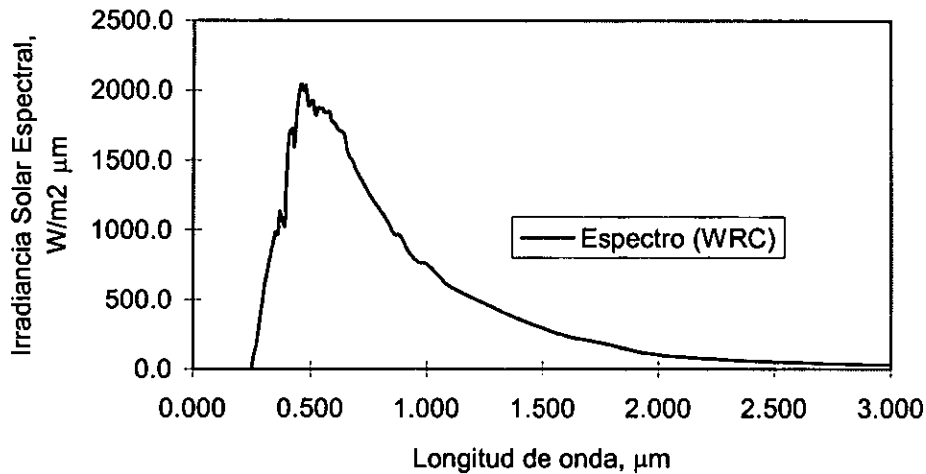
Es importante mencionar que la radiación solar que llega a la Tierra, está comprendida en una pequeña región del espectro electromagnético. La radiación solar fuera de la atmósfera terrestre tiene su mayor energía en el rango de  $0.25\mu\text{m}$  a  $3\mu\text{m}$ , mientras que la energía solar recibida en la superficie de tierra está en el rango de  $0.29\mu\text{m}$  a  $2.5\mu\text{m}$ .

La radiación solar se ve atenuada al pasar a través de la atmósfera, debido fundamentalmente a los fenómenos de absorción y dispersión. En la siguiente sección, se presenta como la radiación solar se atenúa por la interacción con la atmósfera terrestre.

### 1.3 DISTRIBUCIÓN ESPECTRAL DE LA RADIACIÓN SOLAR FUERA Y DENTRO DE LA ATMÓSFERA TERRESTRE

Además de conocer la energía total presente en el espectro solar extraterrestre (p. ej. la constante solar), es de vital importancia para éste estudio conocer la distribución espectral de la radiación solar. Una curva de irradiancia espectral estándar ha sido construida con

base en mediciones a grandes altitudes y en el espacio exterior. La Gráfica 1.3.1 muestra la distribución espectral aceptada por la WRC.<sup>1</sup> Para mayor detalle se puede consultar Iqbal (1983).



**Gráfica 1.3.1** Curva de Irradiancia espectral estándar (WRC) a una distancia promedio Tierra-Sol.

La radiación solar es reflejada, dispersada y absorbida por los diferentes componentes que constituyen la atmósfera. Dichos componentes básicamente son O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, O<sub>3</sub>, N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O y partículas de polvo. La radiación solar que sufre dispersión y absorción es la que tiene una longitud de onda entre 0.29 y 2.5 μm, ya que casi toda la radiación fuera de este intervalo es dispersada y absorbida de inmediato.

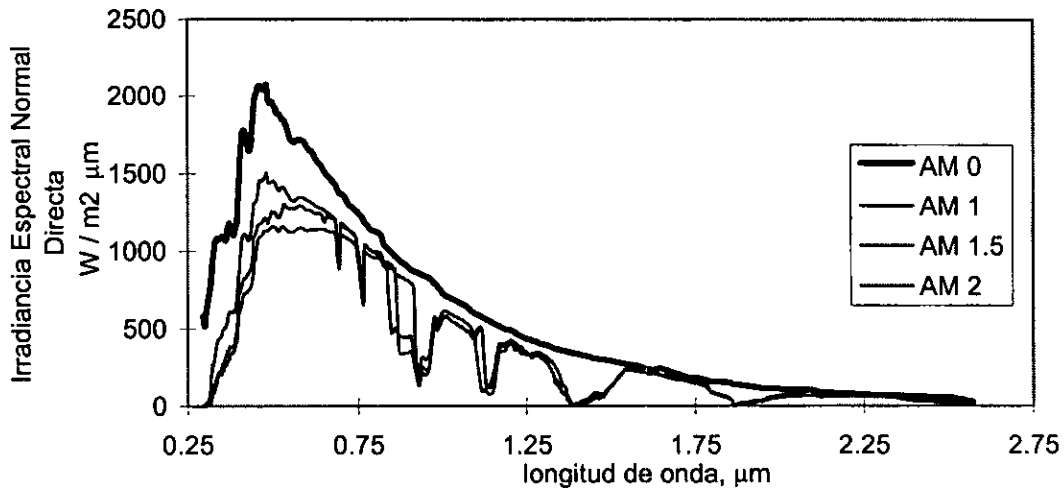
La radiación de onda corta (ultravioleta) se absorbe fundamentalmente por O<sub>3</sub>, este fenómeno ocurre principalmente en la capa superior de la atmósfera. La absorción por Ozono decrece a partir de los 0.29 μm, hasta los 3.5 μm donde ya no hay absorción. Se tiene una ligera absorción cercana a la banda de 0.6 μm.

Por otra parte, la radiación de onda larga se absorbe por vapor de agua, con bandas fuertes de absorción a 1.0, 1.4 y 1.8 μm. Más allá de los 2.5 μm, la transmisión atmosférica es muy baja debido a la absorción por H<sub>2</sub>O y CO<sub>2</sub>. La energía en el espectro extraterrestre para λ > 2.5 μm es menor al 5% del total del espectro solar y la energía recibida en Tierra a λ > 2.5 μm es muy pequeña.

La dispersión de la radiación a través de la atmósfera es causada por la interacción de la radiación con las moléculas de aire, agua (vapor y gotas) y polvo. El grado para el cual ocurre la dispersión es función del número de partículas suspendidas a través de la cual la radiación solar debe pasar y el tamaño relativo de las partículas con respecto a la longitud de onda de la radiación solar. Para mayor detalle de la discusión de la dispersión de la radiación solar en la atmósfera terrestre se puede consultar Fritz (1958) quien incluye los efectos por nubes y los trabajos de Thekaekara (1974) e Iqbal (1983).

<sup>1</sup> En el apéndice A, se presenta la misma información de la distribución estándar de radiación pero en forma numérica.

En la Gráfica 1.3.2 se ilustra los efectos de la masa de aire para la distribución espectral solar en una atmósfera con baja turbiedad o limpia de polvos y aerosoles. La irradiancia normal directa presenta atenuación en sus componentes espectrales debido a la absorción por O<sub>3</sub>, H<sub>2</sub>O y CO<sub>2</sub> únicamente (Chopra y Das (1981)). Se delinea la curva de radiación solar fuera de la atmósfera terrestre (AM=0) y para diferentes masas de aire (AM=1, AM=1.5 y AM=2).



**Gráfica 1.3.2** Distribución espectral de irradiancia directa para diferentes masas de aire. (Adaptado de Chopra y Das (1981)).

En resumen, la radiación solar normal incidente fuera de la atmósfera de la Tierra presenta una distribución como se muestra en la Gráfica 1.3.1. La radiación solar en la ionosfera presenta absorción fuerte en sus componentes de rayos X y otras radiaciones de onda corta como consecuencia de la presencia de nitrógeno, oxígeno y ozono principalmente. Y al ir atravesando la atmósfera terrestre las longitudes de onda mayores a 2.5 μm presentan una alta absorción por CO<sub>2</sub> que se traduce en niveles bajos de energía en este rango. Así, para el punto de vista de aplicaciones terrestres de la energía solar, sólo la radiación de longitud de onda entre 0.29 y 2.5 μm necesita ser considerada.

#### 1.4 TÉRMINOS ÚTILES Y SUS DEFINICIONES

Para avanzar en el estudio de la transmisión de energía solar concentrada usando fibras ópticas es necesario definir algunos conceptos que serán de utilidad para el resto del trabajo. Estas definiciones han sido tomadas de Duffie y Beckman (1991).

**Masa de Aire AM** la razón de masa de la atmósfera a través de la cual la radiación directa pasa. Así, cuando el Sol está en el cenit a nivel del mar, AM=1. Para un valor del ángulo cenit  $\theta_z$  de 60°, AM=2. Para ángulos de 0 a 70° a nivel del mar, se tiene:

$$AM = \frac{1}{\cos \theta_z}, \tag{1.4.1}$$

para ángulos mayores, los efectos de curvatura de la Tierra son significativos y deben ser tomados en cuenta. Para una discusión más completa de la masa de aire, se puede consultar Robinson (1966), Kondratyev (1969) o Garg (1982).

**Radiación Solar Directa** La radiación solar recibida sin que haya sido dispersada por la atmósfera. (Para evitar confusión en el uso de subíndices que refieren radiación directa y difusa, se ha utilizado el subíndice "b" para radiación directa acuñado del término en inglés "*beam radiation*").

**Radiación Solar Difusa** La radiación solar recibida después de que su dirección ha cambiado por la dispersión de la atmósfera (la radiación solar difusa es citada en meteorología como la radiación del cielo o radiación solar de cielo; la definición que se usa aquí permite distinguir la radiación solar difusa de la radiación infrarroja emitida por la atmósfera).

**Radiación Solar Total** La suma de la radiación solar difusa y directa en una superficie, también referida como **radiación global** cuando se trata de una superficie horizontal. Sin embargo el término Radiación Solar Total es usado en éste trabajo para indicar la energía por unidad de tiempo y por unidad de área de superficie integrada sobre todas las longitudes de onda del espectro solar.

**Irradiancia** [ $W/m^2$ ] La energía radiante que está incidiendo en una superficie, por unidad de tiempo y unidad de área de superficie. El símbolo G es usado para la Irradiancia solar,<sup>2</sup> con sus apropiados subíndices para indicar radiación directa, difusa o espectral.

**Potencia Emisiva** [ $W/m^2$ ] La cantidad de energía radiante por unidad de tiempo y por unidad de área que abandona una superficie sólo por emisión.

Cualquiera de estos términos de radiación, excepto insolación, pueden aplicarse a cualquier rango de longitud de onda (p. ej. el espectro solar) o radiación monocromática. La insolación se refiere sólo a la irradiación en el espectro de energía solar.

**Tiempo Solar** El tiempo basado en el aparente movimiento angular del Sol a través del cielo, con el mediodía solar en el instante en que el Sol cruza el meridiano del observador.

El tiempo solar es usado en todas las relaciones de ángulos solares y no coincide con la hora local. Es necesario convertir el tiempo estándar a tiempo solar (Duffie y Beckman (1991)). El tiempo solar se obtiene al aplicar dos correcciones. La primera rectifica la diferencia entre el meridiano del observador y el meridiano en el cual el tiempo estándar local está basado. La segunda corrección toma en cuenta las variaciones de velocidad en la rotación de la Tierra a lo largo del año, ya que éstas variaciones repercuten en el tiempo que le toma al Sol pasar por el meridiano del observador. La

---

<sup>2</sup> El símbolo G se emplea también como radiación incidente (intensidad integrada en una dirección determinada), por lo que puede ser referente no sólo a radiación solar.

diferencia en minutos establecida entre el tiempo solar y el tiempo estándar es entonces:

$$t_s - t_e = 4(L_{st} - L_{loc}) + E, \quad (1.4.2)$$

donde  $t_s$  es el tiempo solar,  $t_e$  el tiempo estándar,  $L_{st}$  el meridiano estándar para la zona de tiempo local y  $L_{loc}$  la longitud de la locación en cuestión. La ecuación de tiempo  $E$  establecida en minutos es determinada por Spencer (1971) e Iqbal (1983),

$$E = 229.2(0.000075 + 0.001868 \cos B - 0.032077 \operatorname{sen} B - 0.014615 \cos 2B - 0.04089 \operatorname{sen} 2B) \quad (1.4.3a)$$

donde:

$$B = (n - 1) \frac{360}{365}, \quad (1.4.3b)$$

establecida en grados y  $n$  es el número de día del año, por lo que  $1 \leq n \leq 365$ .

En este trabajo se plantea el uso de radiación directa, por lo que se introducen a continuación conceptos y formulaciones relacionados con este tema.

### 1.5 DIRECCIÓN DE LA RADIACIÓN DIRECTA

Las relaciones geométricas entre un plano en cualquier orientación, ya sea fijo o con movimiento relativo a la Tierra y la radiación solar directa incidente, que es la posición relativa del Sol con respecto al plano, se describen en términos de varios ángulos (Benford y Bock (1939)), los cuales se indican en la figura 1.5.1 y son los siguientes:

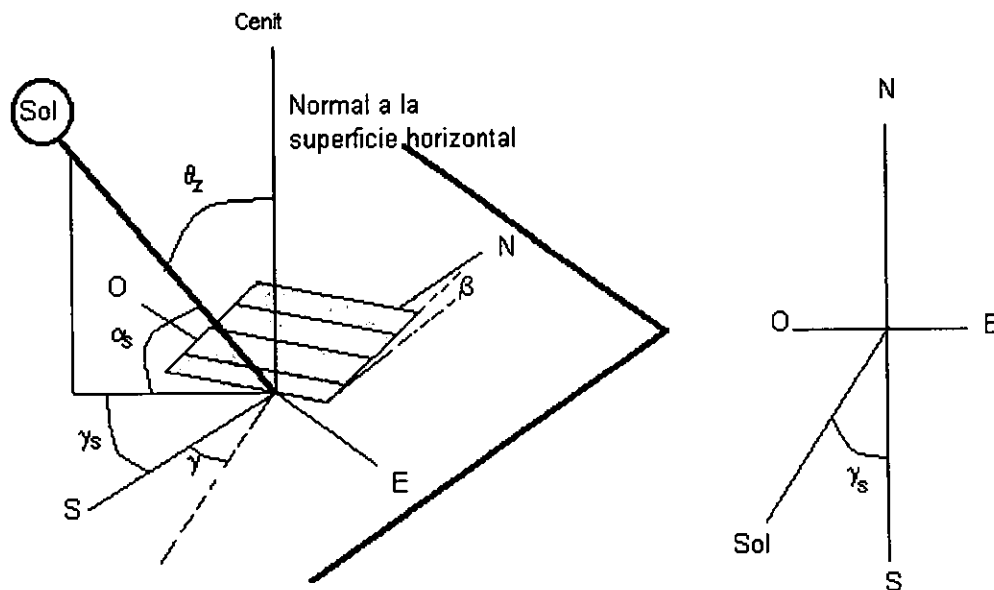


Figura 1.5.1 (a) Ángulo cenit, pendiente, ángulo acimut de la superficie y ángulo acimut solar para una superficie inclinada. (b) Vista superior que muestra al ángulo acimut (Adaptado de Duffie y Beckman (1991)).

- $\phi$  **Latitud**, la locación angular norte o sur del ecuador; norte positivo;  $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ .
- $\delta$  **Declinación**, la posición angular del Sol al mediodía solar (p. ej. cuando el Sol está en el meridiano local) con respecto al plano del ecuador, norte es positiva; Se comprende en  $-23.45^\circ \leq \delta \leq 23.45^\circ$ .
- $\beta$  **Pendiente**, el ángulo entre el plano cuestión y la superficie horizontal. Se comprende en  $0 \leq \beta \leq 180^\circ$ .
- $\gamma$  **Ángulo Acimut de Superficie**, la desviación de la proyección en un plano horizontal de la normal a la superficie del meridiano local, con cero apuntado al sur, este negativo y oeste positivo. Se comprende en:  $-180^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$ .
- $\omega$  **Ángulo Horario**, el desplazamiento angular del Sol de este a oeste del meridiano local debido a la rotación de la Tierra ( $15^\circ$  por hora), por la mañana negativo y positivo por la tarde.
- $\theta$  **Ángulo de Incidencia**, el ángulo entre la radiación directa y la normal del plano de incidencia.

En la Figura 1.5.1 se definen los ángulos para describir la posición del Sol en el cielo (Duffie y Beckman (1991)).

- $\theta_z$  **Ángulo Cenit**, el ángulo entre la vertical y la línea que apunta hacia el Sol.
- $\alpha_s$  **Ángulo de Altitud Solar**, el ángulo entre la horizontal y la línea que apunta hacia el Sol, (complemento del ángulo cenit).
- $\gamma_s$  **Ángulo de Acimut Solar**, el desplazamiento angular con respecto al sur de la proyección de radiación directa en el plano horizontal.

La declinación  $\delta$  puede ser determinada de la ecuación de Cooper(1969):

$$\delta = 23.45 \operatorname{sen}\left(360 \frac{284 + n}{365}\right). \quad (1.5.1)$$

Se presentan en las Ecuaciones 1.5.2 y 1.5.3 las relaciones que existen entre estos ángulos. Así, las ecuaciones relacionan el ángulo de incidencia de la radiación directa  $\theta$  en una superficie con otros ángulos;

$$\begin{aligned} \cos \theta = & \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \phi \cos \beta \\ & - \operatorname{sen} \delta \cos \phi \operatorname{sen} \beta \cos \gamma \\ & + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega \\ & + \cos \delta \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \beta \cos \gamma \cos \omega \\ & + \cos \delta \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \gamma \operatorname{sen} \omega \end{aligned} \quad (1.5.2)$$

$$\cos \theta = \cos \theta_z \cos \beta + \operatorname{sen} \theta_z \operatorname{sen} \beta \cos(\gamma_s - \gamma). \quad (1.5.3)$$

Como componente final de este capítulo, se revisan los conceptos fundamentales de transferencia de calor. La transferencia de calor por radiación está obviamente

presente en el funcionamiento de los sistemas solares, así como los mecanismos de transferencia por convección y conducción. En estas últimas secciones se hace énfasis en la transferencia de calor por radiación y algunas de sus propiedades.

## 1.6 TRANSFERENCIA DE CALOR

De los mecanismos de transferencia que corresponden a conducción, convección y radiación, son en sí materias de estudio con un complicado tratamiento. No obstante, se hacen mención a éstas para mantener en mente su importancia.

Antes de comenzar el análisis de radiación térmica, conviene comparar la naturaleza de éste modo de transferencia con los mecanismos de transferencia de energía por conducción y convección.

En el caso de conducción en un sólido, la energía es transportada por la red atómica y por electrones libres. Para la convección un fluido es el que se encarga de entregar o retirar energía a través de colisiones entre molécula y molécula. La convección siempre resulta un mecanismo de transferencia en el cuál las características del fluido como: distribución de velocidad, turbulencia, entre otros, afectan significativamente la transferencia de calor.

Tanto la conducción y la convección requieren de la presencia de un medio para la transferencia de energía, pero la transferencia de calor por radiación no requiere de un medio para llevarse a cabo.

Otra diferencia entre la radiación térmica y la conducción o la convección es su dependencia con la temperatura. Para una enorme mayoría de las aplicaciones de transferencia por conducción se usa la *ley de Fourier*:

$$\mathbf{q}^c = -k\nabla T, \quad (1.6.1)$$

donde  $\mathbf{q}^c$  es el vector de flujo de calor conducido,  $T$  es la temperatura y  $k$  es la conductividad térmica del medio.

Por otra parte el flujo de calor convectivo puede ser calculado de la correlación:

$$q = h(T - T_\infty), \quad (1.6.2)$$

donde  $h$  es conocido como el coeficiente de transferencia convectivo, y  $T_\infty$  es una temperatura de referencia. Históricamente la Ecuación 1.6.2 fue escrita por Fourier (1878), quien introduce el concepto de coeficiente de transferencia de calor teniendo el símbolo  $h$ . Fourier enfatiza también la diferencia fundamental entre  $h$  y la conductividad térmica  $k$ . Newton (1809) había publicado un ensayo en el cual reporta que la razón del decaimiento de temperatura  $dT/dt$  en un cuerpo inmerso en un fluido decrece tantas veces proporcional a la diferencia de temperatura entre fluido y cuerpo  $(T - T_\infty)$ . Así, los

contemporáneos de Fourier (p. ej. Péclet (1860)) denominan la Ecuación 1.6.2 **ley de Newton del enfriamiento**.

El efecto de transferencia de calor que ocurre en líquidos fue descubierto experimentalmente primero por el Conde de Rumford (1798) (Brown (1947)). Éste efecto de transferencia de calor fue denominado entonces "convección" por Prout (1834).

Aunque  $k$  y  $h$  pueden depender de la temperatura, esta dependencia no es muy fuerte. Así, y para la mayoría de las aplicaciones, la transferencia de calor por convección y por conducción se puede considerar linealmente proporcional a la temperatura. En la transferencia de calor radiativa se tiene generalmente diferencias de temperatura del orden de cuarta potencia o superiores tal que:

$$q \propto T^4 - T_{\infty}^4. \quad (1.6.3)$$

Por lo tanto, la transferencia radiativa llega a ser más importante con el aumento de la temperatura y puede ser totalmente dominante sobre la conducción y la convección a temperaturas altas. A continuación se estudia la transferencia por radiación.

## 1.7 RADIACIÓN

Por definición, un **cuerpo negro** es un absorbedor de radiación perfecto. Toda la radiación incidente a éste, en cualquier longitud de onda o cualquier dirección será absorbida. Un cuerpo negro es un concepto ideal, ya que las sustancias reales reflejan algo de radiación. A pesar que un cuerpo negro no existe en la naturaleza, algunos materiales se aproximan a su comportamiento. Por ejemplo, un pedazo de carbón negro puede absorber el 99% de toda la radiación térmica incidente.

Un cuerpo negro es también un emisor perfecto de radiación térmica. De hecho, la definición de cuerpo negro pudo haberse realizado en términos de un cuerpo que emite la máxima radiación posible, ya que un cuerpo negro absorbe y emite la máxima cantidad de radiación. De ésta manera, por definición, un cuerpo negro debe absorber toda la radiación incidente y también emitir una cantidad igual de energía (Modest (1993)).

La radiación en la región del espectro electromagnético aproximadamente entre 0.1 y 100  $\mu\text{m}$  se denomina **Radiación Térmica** y es emitida por todas las sustancias por condición de sus temperatura (Sparrow (1978)). La **ley de Planck** describe la distribución de la radiación emitida por un cuerpo negro en cada longitud de onda. (Rictmyer y Kennard (1974)):

$$E_{\lambda b}(T, \lambda) = \frac{2\pi h C_0^2}{\lambda^5 \left[ \exp\left(\frac{hc_0}{\lambda kT}\right) - 1 \right]}, \quad (1.7.1)$$



donde  $h$  es la constante de Planck y  $k$  la constante de Boltzman. <sup>3</sup> Las razones  $2\pi h C_0^2$  y  $h C_0/k$  son llamadas la primera y segunda constante de radiación de la función de Planck, respectivamente. <sup>4</sup> Los valores de dichas constantes son:  $C_1 = 3.7419 \times 10^{-6} \text{ Wm}^2$  y  $C_2 = 14,388 \text{ } \mu\text{m K}$ . La longitud de onda  $\lambda$  se expresa en micrómetros.

La ley de Planck determina la distribución espectral de radiación procedente de un cuerpo negro, no obstante, en cálculos de ingeniería se vuelve conveniente obtener la energía total. Al integrar la ley de Planck sobre todas las longitudes de onda, la energía emitida por un cuerpo negro se obtiene mediante:

$$E_b = \int_0^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda = \sigma T^4, \quad (1.7.2)$$

donde  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzman y es igual a  $5.6697 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ .

### 1.8 INTENSIDAD DE RADIACIÓN Y FLUJO RADIATIVO

Para describir la característica direccional de un campo general de radiación en el espacio, se usa para éste propósito la **intensidad de radiación** que se define como el flujo de energía radiativa por unidad de ángulo sólido y unidad de área normal a los rayos (Modest (1993)). En la Figura 1.8.1 se representa la energía emitida desde  $dA$  en la dirección  $\hat{s}$  y contenida en un ángulo sólido infinitesimal  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\psi$ , así se tiene:

$$I(\mathbf{r}, \hat{s}) dA_p d\Omega = I(\mathbf{r}, \hat{s}) dA \cos\theta \sin\theta d\theta d\psi, \quad (1.8.1)$$

donde  $dA_p$  es la proyección del área  $dA$  normal a los rayos (ver Figura 1.8.1),  $\mathbf{r}$  es el vector de posición que determina la locación de un punto en el espacio y  $\hat{s}$  es el vector unitario de dirección, éste último se expresa en términos del ángulo polar  $\theta$  y del ángulo acimut  $\psi$ , y se comprenden en  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  y  $0 \leq \psi \leq 2\pi$ . Al dividir por  $dA$  e integrar ésta expresión sobre todas las posibles direcciones se obtiene la energía total emitida desde  $dA$  como<sup>5</sup>:

$$E(\mathbf{r}) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\mathbf{r}, \theta, \psi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\psi = \int_{2\pi} I(\mathbf{r}, \hat{s}) \hat{n} \cdot \hat{s} d\Omega. \quad (1.8.2)$$

<sup>3</sup> El símbolo  $E_{\lambda b}$  representa energía por unidad de área, por unidad de tiempo y por unidad de intervalo de longitud de onda  $\lambda$ . El subíndice  $b$  representa cuerpo negro.

<sup>4</sup> A veces la definición de  $C_1$  no incluye el factor de  $2\pi$ .

<sup>5</sup> El valor  $2\pi$  que aparece en la segunda integral de la Ecuación 1.8.2 se utiliza como notación para indicar todas las posibles direcciones de intensidad.

Se debe tener en mente que la Expresión 1.8.2 es también válida en función de la longitud de onda, por lo que se puede distinguir entre intensidad total o intensidad espectral.

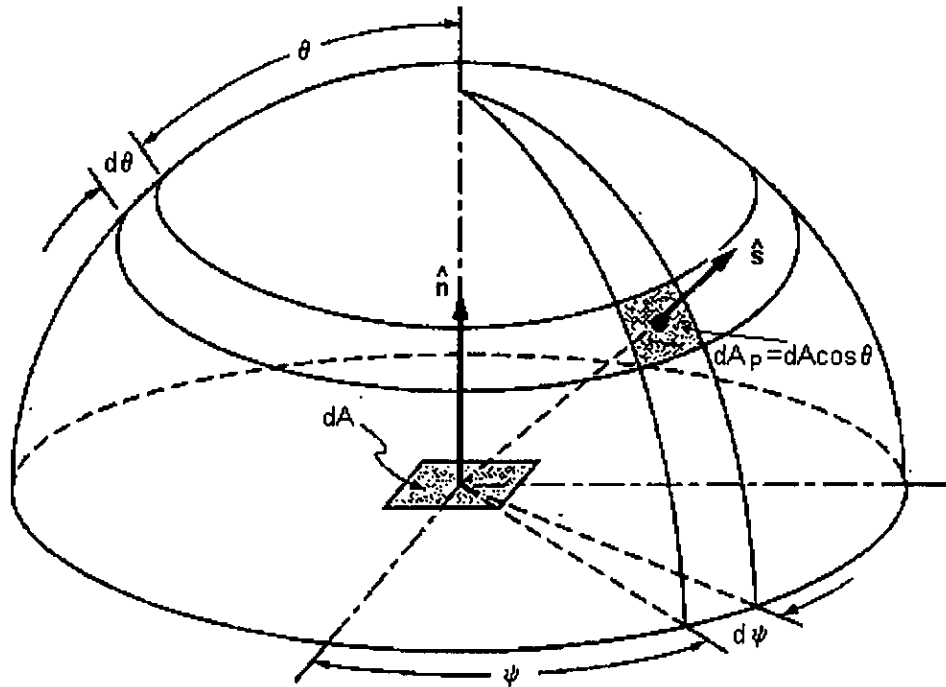


Figura 1.8.1 Esquema de la intensidad de radiación (Adaptado de Modest (1993)).

Por otro lado, para el **flujo de radiación** (Modest (1993)) se considera la Figura 1.8.2 donde la radiación térmica con un ángulo sólido infinitesimal en la dirección  $\hat{\mathbf{s}}_i$  incide sobre una superficie con una intensidad  $I(\hat{\mathbf{s}}_i)$ . Retomando la definición de intensidad se determina que ésta provee un flujo de calor infinitesimal en la superficie:

$$dQ = I(\hat{\mathbf{s}}_i) d\Omega dA_p = I(\hat{\mathbf{s}}_i) d\Omega (dA \cos \theta_i), \quad (1.8.3)$$

donde flujo de calor radiativo se considera positivo en la dirección en la que apunta la normal de la superficie (apuntando hacia el medio), y el flujo que apunta hacia el interior de la superficie se considera negativo, por lo que  $\cos \theta_i < 0$ . Al integrar sobre todas las posibles direcciones y dividiendo por el área de superficie se obtiene el flujo de calor total de entrada,

$$q_{\text{ent}} = \int_{\cos \theta_i < 0} I(\hat{\mathbf{s}}_i) \cos \theta_i d\Omega_i. \quad (1.8.4)$$

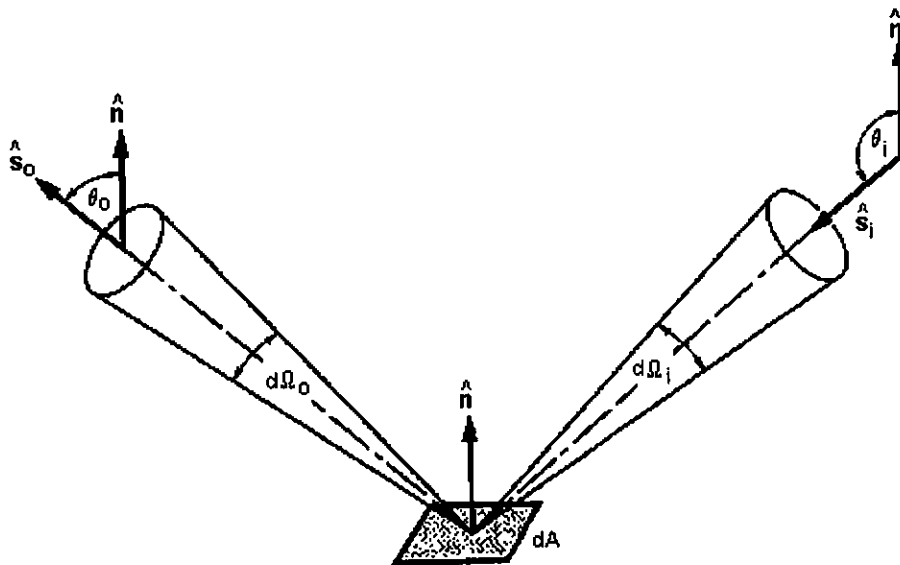


Figura 1.8.2 Esquema del flujo de radiación.

Al integrar sobre todas las posibles direcciones de salida se determina la pérdida de calor de la superficie en la dirección  $\hat{s}_o$  como:

$$q_{sal} = \int_{\cos\theta_o > 0} I(\hat{s}_o) \cos\theta_o d\Omega_o, \quad (1.8.5)$$

y se establece que el flujo de calor que abandona la superficie es positivo ya que apunta hacia el medio.

Si la superficie se considera un cuerpo negro ( $\epsilon=1$ ), no hay energía reflejada por la superficie o bien si ésta no lo es, la intensidad de salida consiste de las contribuciones por emisión y por reflexión. El flujo neto de calor en la superficie puede ser calculado por las contribuciones de entrada y salida como:

$$q_{net} = q_{ent} + q_{sal} = \int_{4\pi} I(\hat{s}) \cos\theta d\Omega, \quad (1.8.6)$$

donde sólo una dirección  $\hat{s}$  se utiliza para describir el rango total de los ángulos sólidos y se utiliza como notación  $4\pi$  en la integral para indicarlo. Esto es fácil de observar en la Figura 1.8.2 donde  $\cos\theta = \hat{n} \cdot \hat{s}$  y, ya que flujo de calor se evalúa dentro de dirección normal positiva, así:

$$q_{net} = \mathbf{q} \cdot \hat{n} = \int_{4\pi} I(\hat{s}) \hat{n} \cdot \hat{s} d\Omega. \quad (1.8.7)$$

La ecuación 1.8.7 es también válida en función de la longitud de onda.

Se deben recordar dos puntos importantes concernientes al flujo radiativo; el primero es que el flujo radiativo, es en general, una función de la orientación del plano imaginario escogido. El segundo, es que el flujo radiativo deberá tener valores correspondientes a cada una de las dos posibles direcciones con respecto a la normal del plano imaginario.

Por otra parte, se deben mantener en mente las propiedades básicas de la radiación al interactuar con la materia. Estas propiedades se describen en la siguiente sección de manera general.

### 1.9 PROPIEDADES DE LA RADIACIÓN

Considere que la energía radiante  $G$ , impacta sobre una superficie de un cuerpo como se ilustra en la Figura 1.9.1

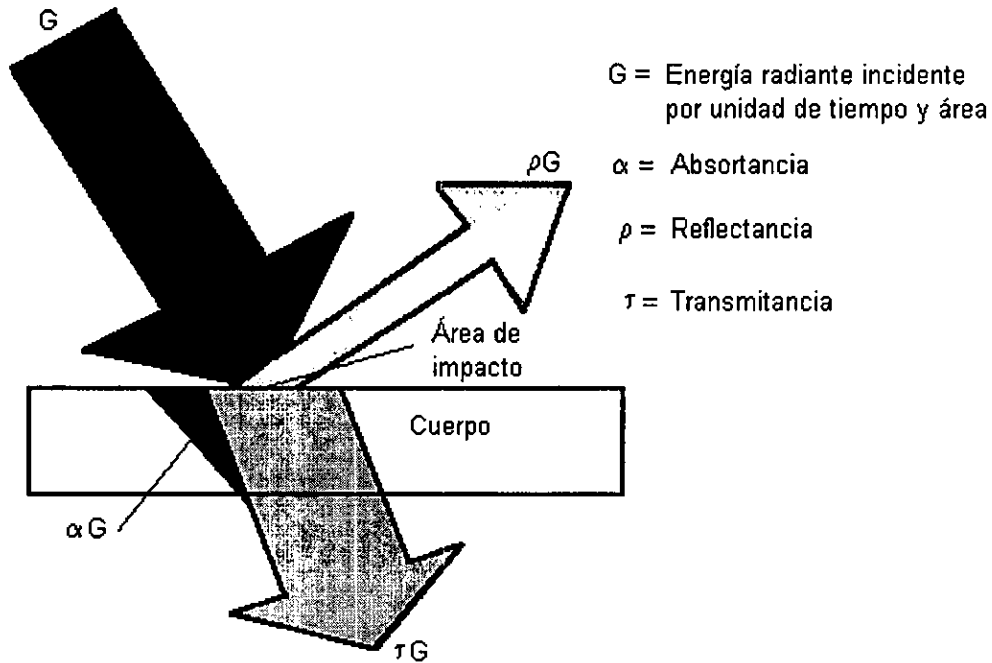


Figura 1.9.1 Energía radiante que impacta un cuerpo.

Se define la **absortancia**  $\alpha$ , como la fracción de la radiación incidente absorbida por el material; la **reflectancia**  $\rho$ , como la fracción de la energía incidente reflejada por el amterial y la **transmitancia**  $\tau$ , como la fracción de la radiación incidente transmitida a través del material. Al auxiliarse de un balance de energía, se deduce una relación entre estas propiedades (Modest (1993)):

$$G = \rho G + \tau G + \alpha G, \tag{1.9.1}$$

o bien  $\rho + \tau + \alpha = 1$ .

En general, la absorción, reflectancia y transmitancia de un cuerpo dependen de la naturaleza de la fuente de radiación (p. ej. su longitud de onda) y de la naturaleza de la superficie.

Dentro de la interacción de la radiación con la materia, se encuentran, entre otros, los fenómenos de reflexión y refracción. La consideración de estos fenómenos es fundamental para el desarrollo de ésta investigación, por lo que se presentan a continuación.

Considere por ahora, el haz de luz que se propaga en el medio (1) como se muestra en la Figura 1.9.2. Los experimentos indican que, cuando el haz de luz alcanza la superficie plana AB que separa al medio (1) del medio (2), parte de éste se transmite al segundo medio y otra parte regresa al medio (1). Estos son el haz refractado y reflejado respectivamente. Los ángulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_1'$  se denominan ángulos de incidencia, refracción y reflexión, respectivamente. Las direcciones están relacionadas por las siguientes leyes experimentales:

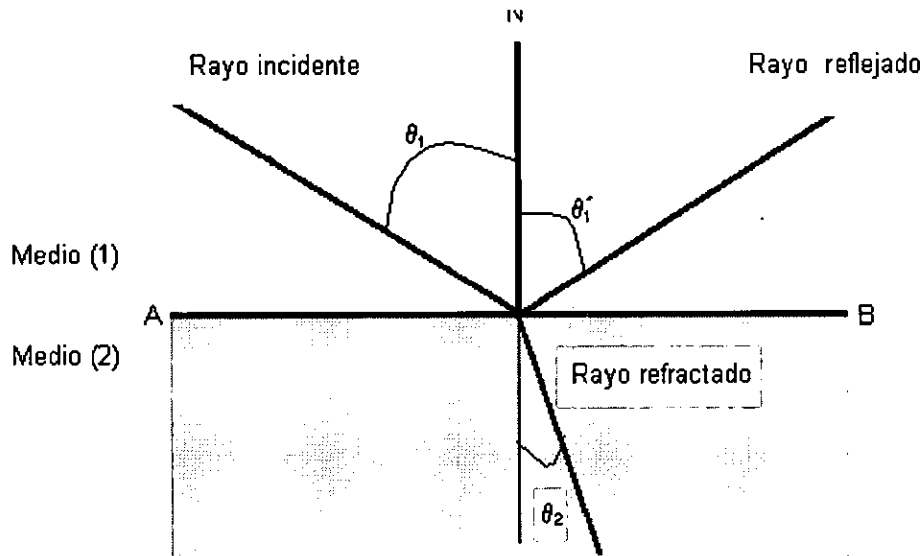


Figura 1.9.2 Rayo incidente, reflejado y refractado.

1. Las direcciones de incidencia, reflexión y refracción están en un mismo plano, que es normal a la superficie de separación y lo por lo tanto contiene a la normal N a la superficie.

2. El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. Esto es,

$$\text{sen } \theta_1 = \text{sen } \theta_1' \tag{1.9.2}$$

3. El cociente entre el seno del ángulo de incidencia  $\theta_1$  y el seno de ángulo de refracción  $\theta_2$  es constante. Esto se denomina **ley de Snell** y se expresa por:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (1.9.3)$$

La constante  $n_{21}$  relaciona los índices de refracción de los dos medios y se llama índice de refracción del medio (2) respecto al medio (1). El valor numérico depende de la naturaleza de la onda y de las propiedades de los medios.

Si en una superficie incide un haz de luz y forma un haz reflejado bien definido se dice entonces que ha ocurrido una **reflexión especular**, si el haz es reflejado en todas direcciones se habla entonces de una **reflexión difusa**.

Por otra parte, **Fresnel** estudia la reflexión en superficies pulidas y deduce una expresión de la reflexión de radiación no polarizada de un medio (1) con índice refractivo  $n_1$  a un medio (2) con índice refractivo  $n_2$  (Modest (1993)):

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2}, \quad (1.9.4)$$

$$r_{\parallel} = \frac{n_1 \cos\theta_2 - n_2 \cos\theta_1}{n_1 \cos\theta_2 + n_2 \cos\theta_1}, \quad (1.9.5)$$

donde la Ecuación 1.9.4 representa el coeficiente de reflexión perpendicular de la radiación no polarizada,  $r_{\perp}$ , mientras que la Ecuación 1.9.5 representa el coeficiente de reflexión paralela de la radiación no polarizada,  $r_{\parallel}$ .<sup>6</sup>

La reflectancia es obtenida entonces por:

$$\rho = \frac{1}{2}(r_{\perp}^2 + r_{\parallel}^2) = \frac{1}{2}(\rho_{\perp} + \rho_{\parallel}). \quad (1.9.6)$$

Al aplicar la ley de Snell (Ecuación 1.9.3) para eliminar los índices refractivos se tiene:

$$\rho = \frac{1}{2} \left( \frac{\tan^2(\theta_2 - \theta_1)}{\tan^2(\theta_2 + \theta_1)} + \frac{\text{sen}^2(\theta_2 - \theta_1)}{\text{sen}^2(\theta_2 + \theta_1)} \right), \quad (1.9.7)$$

donde  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son los ángulos de incidencia y refracción, mostrados en la Figura 1.9.2. La Ecuación 1.9.7 describe la reflectancia no polarizada como el promedio de la suma de los cuadrados de las dos componentes anteriores.

De igual forma para los reflectores especulares se puede determinar la reflectancia mediante el la ecuación de Fresnel. Considerando en la Figura 1.9.2 que el medio (1) es aire ( $n_1=1$ ), y el medio (2) ofrece una superficie con medio conductor, por lo que el índice

<sup>6</sup> Paralela y perpendicular referida al plano definido por la radiación incidente y la superficie normal.

de refracción incluye una componente compleja, tal que  $m = n - ik$  (donde  $k$  representa el índice absorbivo, Modest (1993)).

Así, las reflectancia paralela y perpendicular son:

$$\rho_{\parallel} = \frac{(p - \text{sen} \theta_1 \tan \theta_1)^2 + q^2}{(p + \text{sen} \theta_1 \tan \theta_1)^2 + q^2} \rho_{\perp}, \quad (1.9.8)$$

$$\rho_{\perp} = \frac{(\cos \theta_1 - p)^2 + q^2}{(\cos \theta_1 + p)^2 + q^2}, \quad (1.9.9)$$

donde:

$$p^2 = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{(n^2 - k^2 - \text{sen}^2 \theta_1)^2 + 4n^2 k^2} + (n^2 - k^2 - \text{sen}^2 \theta_1) \right], \quad (1.9.10)$$

$$q^2 = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{(n^2 - k^2 - \text{sen}^2 \theta_1)^2 + 4n^2 k^2} - (n^2 - k^2 - \text{sen}^2 \theta_1) \right], \quad (1.9.11)$$

y la radiación incidente sin polarizar puede ser calculada como un promedio:

$$\rho = \frac{1}{2} (\rho_{\perp} + \rho_{\parallel}). \quad (1.9.11)$$

Las propiedades aquí presentadas son función de la naturaleza de la fuente y su dirección de propagación.

Los conceptos básicos involucrados en el uso de la energía solar han sido descritos de manera general. Estos conceptos son fundamentales para la aplicación de la energía solar, sin embargo, este trabajo aborda la conducción de energía solar concentrada usando fibras ópticas y por tanto, se requiere detallar los fundamentos teóricos de concentradores solares y fibras ópticas. En el siguiente capítulo se describen los constituyentes de una fibra óptica, el fenómeno de reflexión interna total y se analiza la transmisión de energía radiante a través de un medio semitransparente o participante. Más adelante, en el capítulo 3 se desarrolla el tema de concentradores solares enfatizando aspectos del concentrador de espejo parabólico.

## FIBRAS ÓPTICAS

EN 1880 en Massachusetts, el ingeniero William Wheeler patenta un esquema de *tubos* para luz que proporcionan iluminación en edificaciones. Era evidente que creía poco práctico el bulbo incandescente de Thomas Edison, por lo que idea un juego de tubos con forro reflectivo para llevar luz a distancia proveniente de un potente arco eléctrico a través del edificio.<sup>1</sup> Esta idea no tuvo un gran éxito debido probablemente a que los tubos de luz de Wheeler no reflejaban la suficiente luz para tal propósito. Sin embargo, su idea reapareció una y otra vez, hasta que finalmente colapsó en la fibra óptica.

Irónicamente, un concepto fundamental de la razón de las fibras ópticas era bien conocido antes de la época de Wheeler. El fenómeno denominado *reflexión interna total*, fue descrito por el físico británico John Tyndall a mediados de 1800. Tyndall observa que al iluminar agua que sale por un tubo horizontal de un tanque, la luz es atrapada y conducida en la caída de agua (Figura 2.A). Los rayos de luz se conducen hasta que la turbulencia rompe la superficie de agua, provocando que los rayos gradualmente escapen. Tyndall, presumiblemente, no vislumbró un uso práctico en ingeniería. (Hecht (1990)).

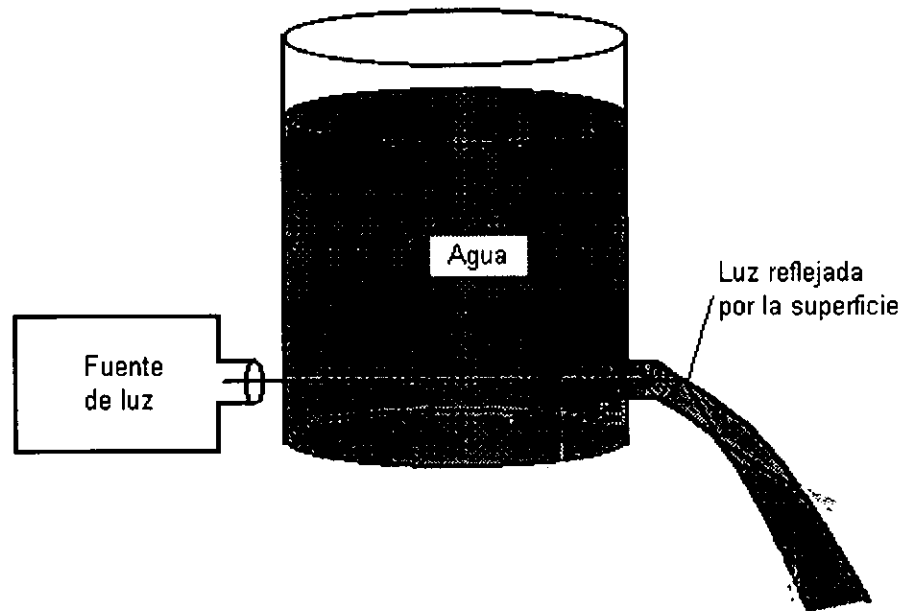


Figura 3.A Guía de luz formada por afluyente de agua.

Poco después de la invención del telégrafo y del teléfono, que usaban pulsos electromagnéticos conducidos por cables, un importante desarrollo tuvo lugar en 1930,

<sup>1</sup> Wheeler a sus 20 años recibe la patente "Piping Ligth (U. S. Patent 247, 229)".



cuando el ingeniero Normen French patenta la idea de comunicación mediante luz enviada a través de tubos. Sin embargo, la solución al uso de guías de luz no sería planteada hasta 1950 por Brian O'Brien en los Estados Unidos y por Harry Hopkins y Narinder Kapany en Inglaterra (Miller y Chynoweth (1980)). Así, el concepto es tener dos capas de fibra, tal que, una de ellas llevaría la luz y la otra confinaría la luz para su transmisión. De esta forma en el núcleo se encuentra viajando la luz, mientras el revestimiento se encarga de impedirle escapar.

Desde el desarrollo del láser por Theodore H. Maiman en 1960, las fibras ópticas presentaron un desarrollo creciente en las opto-telecomunicaciones. Así, el esfuerzo de reducir la absorción de luz en el material del núcleo ha creado fibras ópticas con diferentes características (Maurer (1973)). Al lograr niveles de atenuación bajos, que impone una baja absorción de energía, las fibras ópticas se abren paso a diferentes aplicaciones. Algunas de éstas por ejemplo: en medicina, donde luz láser de alto nivel es conducida por este medio para cirugía; para iluminación en paneles de control o bien; en sistemas sensores, que al usar luz para la transmisión de datos están libres del tan molesto ruido electromagnético que ocasionalmente se presenta al usar cables o alambres de cobre. Acaso, de estas aplicaciones la que no ha presentado un desarrollo importante es la transmisión de energía radiante, que al ser conducida por este medio sufre pérdidas menores en su transporte.

En este capítulo se fundamenta el uso de las fibras ópticas como conductoras de luz y por lo tanto de energía. El entendimiento de la transmisión de energía solar mediante fibras ópticas se basa en principios ópticos y la interacción de la energía radiante con la materia. De este modo se estudia la capacidad de las fibras ópticas como conductoras de flujo radiativo.

Así, el primer paso para entender el funcionamiento de las fibras ópticas es revisar las partes relevantes de la óptica que permiten obtener una adecuada guía de onda y más tarde, plantear el fenómeno de transferencia radiativa que ocurre en el material semitransparente del núcleo.

## 2.1 ESPECTRO ÓPTICO

Debido a las características de las fibras ópticas como guías de onda, estos dispositivos logran conducir radiación en una pequeña región del espectro electromagnético, entre los 0.2 y 20 $\mu\text{m}$ , denominada **espectro óptico** (Hecht (1990)).

Por otro lado, la mayor cantidad de energía irradiada por el Sol se comprende entre los 0.25 y 3.0 $\mu\text{m}$  y se denomina **espectro solar**<sup>2</sup>. De esta forma el espectro solar se incluye en el espectro óptico (Figura 2.1.1). Por consiguiente, se pueden usar fibras ópticas para la conducción de energía solar, y acaso sea una de las razones por lo que Robiux en 1975 y más tarde Cariou *et. al.* en 1981, hayan intentando usar estos dispositivos ópticos.

---

<sup>2</sup> Sección 1.2

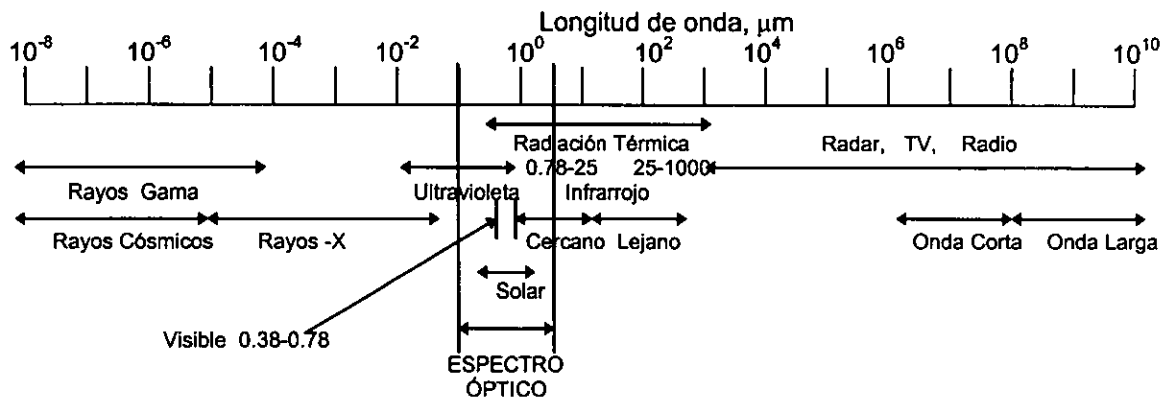


FIGURA 2.1.1 Espectro de radiación electromagnética (Adaptado de Hecht (1990)).

En la Figura 2.1.1 se muestra el espectro de radiación electromagnético dividido en bandas de longitud de onda. Todos estos rangos viajan a la velocidad de la luz  $C$  y tienen una frecuencia  $\nu$  tal que (Modest (1993)):

$$C = \frac{C_0}{n} = \lambda \nu, \tag{2.1.1}$$

donde  $C_0$  es la velocidad de la luz en el vacío,  $n$  el índice refracción y  $\lambda$  es la longitud de onda. La medición más importante en un material transparente resulta ser el índice refracción, ya que se encuentra íntimamente relacionado a los fenómenos de refracción y reflexión.<sup>3</sup>

El punto de vista clásico de la teoría de ondas no explica cierto tipo de fenómenos. En este contexto es necesario considerar la energía de una partícula o fotón, la cual puede suponerse como una "unidad de energía" con masa cero y carga cero, la cual se determina mediante:

$$E = h\nu, \tag{2.1.2}$$

donde  $E$  es la energía en electrón-volts,  $h$  la constante de Planck y  $\nu$  la frecuencia.

Éste estudio se basa en el campo de la óptica para describir como es guiada la luz mediante una fibra óptica. Posteriormente se presenta el estudio que conduce a la obtención de la ecuación de transferencia radiativa en un medio participante, como resulta en el núcleo de la fibra óptica.

## 2.2 FUNDAMENTOS EN FIBRAS ÓPTICAS

Desde el punto de vista de la óptica, los dos elementos necesarios de una fibra óptica son el núcleo y su revestimiento. El **núcleo** es la parte interior de la fibra óptica a través de la cual la luz es guiada. El **revestimiento**, por otra parte, es el envolvente del núcleo y

<sup>3</sup> Sección 1.9

presenta un índice de refracción menor. Así, la diferencia de los índices de refracción permite que el fenómeno de reflexión interna total se manifieste formando una guía de onda.

En la Figura 2.2.1 se muestran rayos que viajan en un medio óptico con cierto índice de refracción (por ejemplo, vidrio) e inciden sobre una superficie plana al otro lado de la cual existe un medio óptico con un menor índice de refracción (digamos aire). A medida que el ángulo de incidencia  $\theta_1$  aumenta, se llega a una situación para la cual el rayo refractado apunta a lo largo de la superficie; esto es, que el ángulo de refracción  $\theta_2$  es igual a  $90^\circ$ . Cuando el ángulo de incidencia  $\theta_1$  es igual o mayor que este ángulo crítico  $\varphi_c$ , no existe rayo refractado y se habla entonces de un fenómeno llamado reflexión interna total.

El ángulo crítico donde la reflexión interna total toma lugar se obtiene haciendo  $\theta_2 = 90^\circ$  en la ley de Snell (Ecuación 1.9.3) :

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } 90^\circ$$

$$\varphi_c = \text{arcsen} \frac{n_2}{n_1}, \tag{2.2.1}$$

en el caso, por ejemplo, de vidrio  $n_1=1.5$  y aire  $n_2=1.00$ ,  $\varphi_c=41.8^\circ$ . Es importante mencionar que la reflexión interna total no ocurre cuando la luz viaja de un medio de menor índice de refracción a uno de mayor índice de refracción.

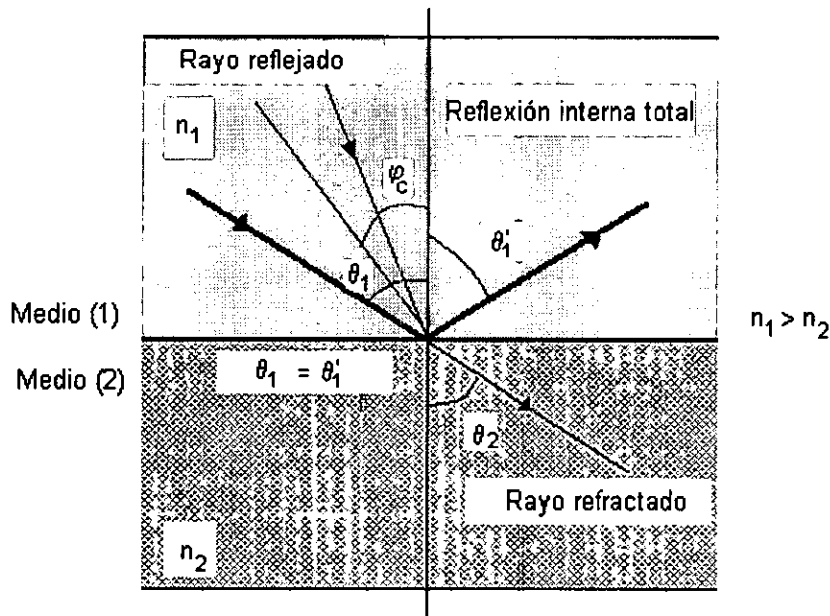


Figura 2.2.1 Refracción y reflexión interna total

Una fibra óptica consiste de un cilindro de material altamente transparente, con índice refracción ligeramente mayor al del revestimiento. El ángulo crítico exige que los

rayos transmitidos inciden apenas sobre un determinado cono, como se muestra en la Figura 2.2.2. Este cono describe la captación de luz de la fuente emisora y determina la ubicación del receptor. Así por ejemplo, la luz a la entrada de la fibra óptica fuera de éste cono no podrá ser transmitida ya que el fenómeno de reflexión interna total no ocurre. Por otra parte, se debe mantener en mente, que al final de la fibra óptica se forma un cono con las mismas características que el de entrada, por lo que se debe tener cuidado en el tamaño del receptor y la distancia a la cual es colocado, ya que evidentemente, al ir aumentando la sección transversal del cono de luz la potencia por unidad de área disminuye conforme se aleja de la salida.

El ángulo entre el eje de la fibra y la superficie que define el cono de aceptación, se le denomina **ángulo de admisión**  $\theta_i$  de la fibra óptica y está comprendido entre  $0 \leq \theta_i \leq \theta_{\max}$ . El seno del ángulo de admisión máximo es una medida de la capacidad de recoger radiación y se denomina **apertura numérica (AN)**.

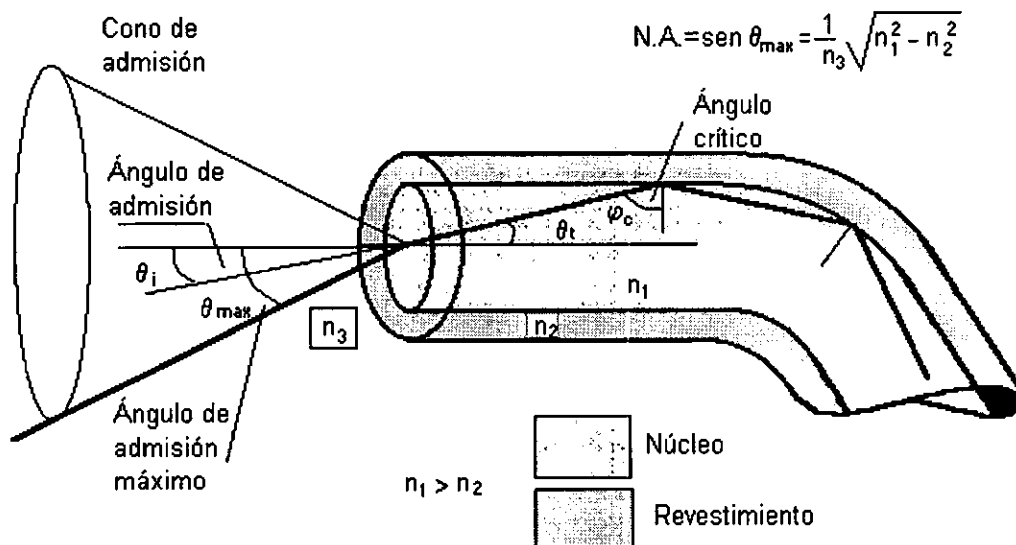


Figura 2.2.2 Cono que limita la incidencia de luz en la fibra óptica.

En la figura 2.2.2 se observa el ángulo de penetración máximo  $\theta_t$  para que ocurra reflexión interna total.<sup>4</sup> Este ángulo deberá ser tal que satisface a  $\phi_c = 90^\circ - \theta_t$ , entonces de la Ecuación 2.2.1 es ahora:

$$\frac{n_2}{n_1} = \cos(\theta_t) = (1 - \text{sen}^2 \theta_t)^{1/2}, \quad (2.2.2)$$

el ángulo máximo de penetración  $\theta_t$  es producto de la refracción provocada por la interfaz entre el núcleo y el medio circundante tal que; de la ley de Snell:

<sup>4</sup> El ángulo de penetración máximo  $\theta_t$ , en general no es usado, y se hace referencia sólo al ángulo de admisión máximo  $\theta_{\max}$ .

$$n_3 \operatorname{sen} \theta_{\max} = n_1 \operatorname{sen} \theta_t \quad (2.2.3)$$

donde  $n_3$  es el índice de refracción del medio circundante,  $n_1$  el índice de refracción del núcleo de la fibra óptica y  $\theta_{\max}$  el ángulo de aceptación máximo de la fibra óptica.

Por lo que al sustituir  $\operatorname{sen} \theta_t$  de la Ecuación 2.2.3 en la Ecuación 2.2.2 se obtiene:

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = 1 - \left(\frac{n_3}{n_1} \operatorname{sen} \theta_{\max}\right)^2 \quad (2.2.4)$$

Al agrupar términos se obtiene la apertura numérica AN como el valor de la componente senoidal del ángulo de admisión máximo tal que:

$$AN = \operatorname{sen} \theta_{\max} = \frac{1}{n_3} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}, \quad (2.2.5)$$

donde  $\theta_{\max}$  es el ángulo de admisión máximo posible,  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_3$  son los índices de refracción del núcleo, del revestimiento y del medio circundante respectivamente.

Un efecto que deberá ser considerado es el factor por *curvaminento* en la fibra óptica. Si ocurre que el ángulo de penetración  $\theta_t$ , supera al ángulo crítico  $\varphi_c$ , parte de luz logra traspasar el revestimiento provocando pérdidas de transmisión. La capacidad de doblado y las pérdidas en la fibra óptica están íntimamente ligadas a las propiedades de los materiales que las constituyen.

### 2.3 PROPIEDADES DE TRANSMISIÓN DE LA FIBRA ÓPTICA.

La transmisión de la luz por fibras ópticas no es 100% eficiente. Parte de la potencia de entrada se pierde en el proceso denominado atenuación.

La atenuación representa las pérdidas de transmisión al relacionar la potencia de salida en la fibra óptica con respecto a la potencia de entrada de la misma. Estas medidas son realizadas en decibeles (dB),<sup>5</sup> la cual es una unidad de medida logarítmica de la razón de la potencia de salida  $Q_{\text{sal}}$  respecto a la potencia de entrada  $Q_{\text{ent}}$  tal que:

$$\text{dB} = -10 \log_{10} \left( \frac{Q_{\text{sal}}}{Q_{\text{ent}}} \right), \quad (2.3.1)$$

donde el signo menos es usado por convención para evitar números negativos en la medida de la atenuación.

<sup>5</sup> El decibel es la décima parte de la unidad base llamada "bel" en honor de Alejandro Graham Bell.

Cada fibra óptica tiene características de atenuación medidas en decibeles por unidad de longitud, normalmente decibeles por kilómetro. La atenuación total será entonces igual a su atenuación característica por su longitud. Por esta razón la Ecuación 2.3.1 se puede escribir como:

$$dB_{\text{per}} = -\frac{10}{L} \log_{10} \left( \frac{Q_{\text{sal}}}{Q_{\text{ent}}} \right), \quad (2.3.2)$$

donde  $dB_{\text{per}}$  es la medida de atenuación en decibeles por unidad de longitud,  $L$  la longitud de la fibra óptica y,  $Q_{\text{sal}}$  y  $Q_{\text{ent}}$  son las potencia de salida y de entrada respectivamente.

El grado de atenuación depende de la longitud de onda de luz transmitida por lo que la Ecuación 2.3.3 se puede escribir como:

$$dB_{\text{per}} = \int_0^{\infty} dB_{\text{per}\lambda} d\lambda = -\frac{10}{L} \int_0^{\infty} \log_{10} \left( \frac{Q_{\text{sal}\lambda}}{Q_{\text{ent}\lambda}} \right) d\lambda. \quad (2.3.3)$$

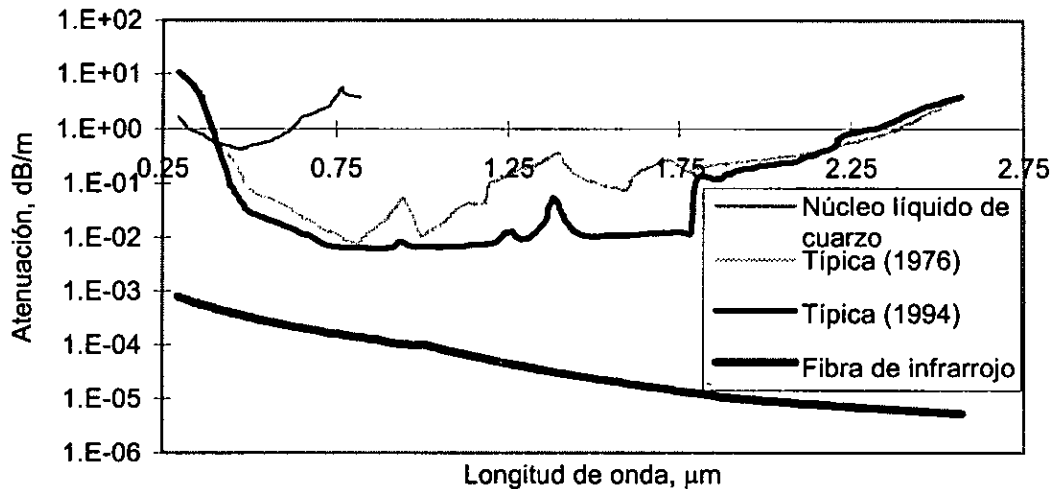
Los materiales de uso común en las fibras ópticas, como el  $\text{GeO}_2$  y el  $\text{SiO}_2$ , se manufacturan con grado más altos de pureza para que ofrezcan menos pérdidas en la transmisión.

La fabricación de sílica altamente pura ha logrado fibras que permiten transmitir a unos cuantos metros un espectro entre los 1.8 y 2.0 $\mu\text{m}$  con pérdidas muy pequeñas. Sin embargo, esta pureza no permite a la sílica la adecuada transmisión de longitudes de onda en el infrarrojo. Precisamente, en recientes años se han fabricado fibras ópticas de materiales que son altamente transparentes al infrarrojo lejano. La investigación se ha dirigido a componentes que contienen fluoruro de zirconio y otros fluoruros de metales pesados, los cuales prometen una buena transmisión entre los 1.8 y 7.5 $\mu\text{m}$ .

Con la idea de abatir costos de producción, se han introducido fibras basadas en materiales plásticos, sin embargo los niveles de atenuación son elevados y su tolerancia a la alta temperatura es baja. También es importante mencionar las guías de luz de núcleo líquido. Donde el núcleo es un líquido contenido en un tubo con un índice de refracción menor a este. Sin embargo, estas últimas, son en general especializadas en la transmisión de un cierto rango del espectro óptico y presentan un costo mayor comparadas a las de  $\text{SiO}_2$ .

En la Gráfica 2.3.1 se observa como el depuramiento exhaustivo de una fibra óptica típica de  $\text{SiO}_2$  (con bajo contenido de iones metálicos y radicales  $\text{OH}^-$ ) ha permitido reducir la atenuación en el rango de 0.3 a 2.0 $\mu\text{m}$ . Se muestra además, la atenuación de una guía de onda de núcleo líquido de cuarzo de 0.5mm de diámetro, especializada en la transmisión en el rango ultravioleta (se grafica el intervalo proporcionado por el fabricante). Así también, se presentan las pérdidas mínimas teóricas de fibras ópticas con núcleo de fluoruro de zirconio, la cual se especializa en la transmisión en el rango de 0.2 a 7.5 $\mu\text{m}$ . Estas últimas denominadas fibras de infrarrojo, se encuentran en desarrollo.

Las pérdidas en la transmisión mediante fibras ópticas ( $dB_{per}$ ) se pueden dividir en dos categorías, las *pérdidas inherentes o intrínsecas* y las *inducidas*. Las primeras incluyen la dispersión y la absorción propia de los materiales que las constituyen, las segundas son originadas por factores externos que reducen la capacidad de transmisión.



Gráfica 2.3.1 Niveles de atenuación en función de longitud de onda, para diferentes tipos de fibras ópticas.<sup>6</sup>

Es difícil producir sílica pura y la existencia de impurezas como iones metálicos y radicales ( $\text{OH}^-$ ) son la causa de absorción. Los iones de metales de transición se forman durante el proceso de oxidación del vidrio y dejan incompleta la capa exterior electrónica (Maurer (1973)). Los picos de absorción provocados por estas impurezas están por debajo de 1dB/km. (p. ej. el ion Fe, presenta absorción en el rango de 1.1  $\mu\text{m}$  con impurezas del orden de 440.0 p.p.m.<sup>7</sup>).

También el agua es un indeseable contaminante de la fibra óptica, la presencia de ésta contribuye a pérdidas por la absorción vibracional en el material del núcleo de la fibra (Kaiser (1973)). El radical  $\text{OH}^-$  del  $\text{H}_2\text{O}$  vibra a una frecuencia fundamental correspondiente a la longitud en el infrarrojo de 2.8  $\mu\text{m}$ , creando armónicas a 1.39, 0.95 y 0.725  $\mu\text{m}$ . Para una concentración de 1 ppm, la correspondiente atenuación por absorción es de 1dB/km a 0.95  $\mu\text{m}$ , 3dB/km a 1.24  $\mu\text{m}$  y 40 dB/km a 1.39  $\mu\text{m}$ .

Por último, de igual forma consideradas como pérdidas, son el producto de factores externos a los materiales de la fibra óptica. Las pérdidas inducidas son por ejemplo: las

<sup>6</sup> Guía de luz de núcleo de cuarzo líquido, adaptada de: Edmund Scientific (1997) *Optics and Optical Instruments Catalog*. 971, 138.

Típica  $\text{SiO}_2$  (bajo contenido de iones metálicos y radicales  $\text{OH}^-$ ) 1976, adaptada de: Kato D. and Nakamura (1976), *J. of Appl. Phys.* 47(10), 4528.

Típica  $\text{SiO}_2$  (bajo contenido de iones metálicos y radicales  $\text{OH}^-$ ) 1994, adaptada de: Polymicro Technologies <http://www.polymicro.com/flatten.htm>

Fibra de núcleo de fluoruro de zirconio, (fibra de infrarrojo), adaptada de: Hecht J., (1990), *Understanding Fiber Optics*, Howard W. Sams & Company U.S.A. p.77.

<sup>7</sup> p.p.m. (partes por millón).

debidas a ralladuras, imperfecciones de la fibra, rangos de curvatura pequeños etc. Dando como resultado una distribución irregular de respuesta espectral en la fibra óptica. De igual forma, la correcta alineación con la fuente lumínica es un factor importante, ya que evita tener pérdidas por mala incidencia de los rayos, así como la consideración de la apertura numérica adecuada para una buena captación de la dispersión de la fuente (Lannini (1987)). Deben considerarse, además, las pérdidas de tipo Fresnel que ocurren al paso de la intensidad de un medio a otro con índices de refracción diferentes.

A continuación se desarrollan las relaciones generales que gobiernan el comportamiento de la transferencia de radiativa en presencia de un medio absorbedor, emisor y dispersivo. La idea es establecer las bases de la ecuación de transferencia radiativa en un medio participante. Esta ecuación será semejante al comportamiento que presenta la fibra óptica.

## 2.4 ECUACIÓN DE TRANSFERENCIA RADIATIVA

Desde el punto de vista de la dualidad onda-partícula de la física moderna, la luz puede ser vista como ondas electromagnéticas o como fotones, *cuanta* de energía electromagnética. Si bien, ambos puntos son válidos, un punto de vista práctico, es considerar que la luz viaja en línea recta, lo que permite una interpretación vectorial como haces o rayos (Modest (1993)).

Así, la ecuación de transferencia radiativa describe el campo de intensidad radiativa dentro de un medio óptico participante, como una función de su ubicación (fijada por el vector de posición  $r$ ), dirección (fijado por el vector de dirección unitario  $\hat{s}$ ) y la variable espectral (longitud de onda  $\lambda$ ).

Para determinar la cantidad neta de *flujo radiativo* atravesando un elemento de superficie, se requiere sumar las contribuciones de energía radiativa que irradia a la superficie en todas las direcciones y en todas las longitudes de onda. Por lo que al integrar la ecuación de transferencia sobre todas las direcciones y longitudes de onda, se establece la conservación de energía radiativa aplicado a un volumen infinitesimal. Finalmente, al realizar un balance general de energía se establece la Ecuación Global de Conservación de Energía.

Comencemos por entender como la energía radiativa, la cual viaja a través de un medio *participante*, es atenuada por absorción y dispersión, como se muestra en la Figura 2.4.1. Consideramos para nuestro desarrollo un haz de luz viajando en un rayo con dirección  $\hat{s}$ , en un medio con índice de refracción constante (p. ej. las ondas electromagnéticas viajan a lo largo de líneas rectas y no se presentan cambios de índice de refracción que *doble o curve* la luz, como lo muestra la ley de Snell, Ec.1.9.3).

La ley de Bouguer describe que la cantidad absoluta de absorción es directamente proporcional a la magnitud de la energía incidente, tanto como a la distancia que han viajado los rayos a través del medio semitransparente:



$$(d I_\lambda)_{ab} = -\kappa_\lambda I_\lambda ds, \tag{2.4.1}$$

donde:  $ds$  es la distancia infinitesimal que los rayos han viajado a través del medio,  $\kappa_\lambda$  es la constante de proporcionalidad denominada coeficiente de absorción lineal<sup>8</sup> y el signo negativo se introduce ya que la intensidad decrece conforme la radiación viaja (Siegel y Howell (1981)).

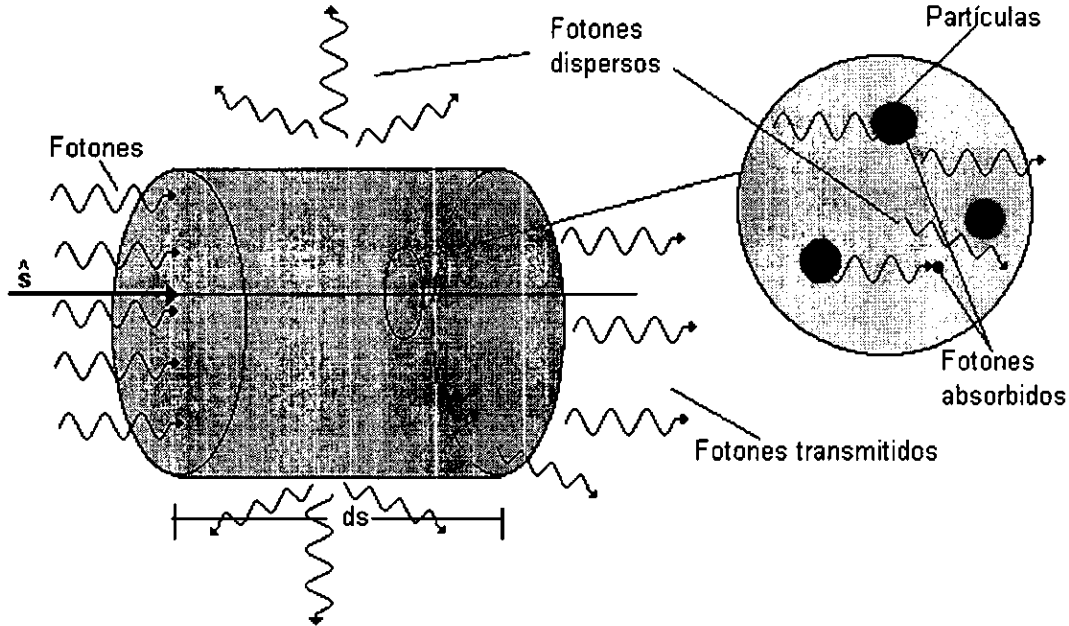


Figura 2.4.1 Atenuación de la intensidad radiativa por absorción y dispersión (Adaptado de Modest (1993)).

La integración de la Ecuación 2.4.1 sobre la trayectoria geométrica  $s$  resulta en:

$$I_\lambda(s) = I_\lambda(0) \exp\left(-\int_0^s \kappa_\lambda ds\right) = I_\lambda(0) e^{-\tau_\lambda}, \tag{2.4.2}$$

donde :

$$\tau_\lambda = \int_0^s \kappa_\lambda ds, \tag{2.4.3}$$

es el espesor óptico (para absorción) a través del cual los rayos han viajado y  $I_\lambda(0)$  es la intensidad a la entrada del medio en  $s=0$ .

Se puede definir la absortividad para un medio participante como (Modest (1993)):

<sup>8</sup> El coeficiente de absorción lineal es el inverso de la trayectoria media libre para un fotón hasta que ocurre la absorción.

$$\alpha_{\lambda} \equiv \frac{I_{\lambda}(0) - I_{\lambda}(s)}{I_{\lambda}(0)} = 1 - e^{-\tau_{\lambda}}. \quad (2.4.4)$$

De igual forma la atenuación por dispersión es muy similar a la absorción ya que una parte de la intensidad es removida de la dirección de propagación  $\hat{s}$ . La diferencia entre estos dos fenómenos es que la energía absorbida es convertida a energía interna, mientras que la dispersión es simplemente redireccionada e incrementa la intensidad a lo largo de otra dirección.

$$(d I_{\lambda})_{dis} = -\sigma_{s\lambda} I_{\lambda} ds, \quad (2.4.5)$$

donde  $\sigma_{s\lambda}$  es la constante de proporcionalidad denominada coeficiente de dispersión lineal para un haz de rayos y considera todas sus posibles direcciones. Es posible también definir un espesor óptico para la dispersión, donde el coeficiente de dispersión es el inverso de la trayectoria media libre para la dispersión (Siegel y Howel (1981)).

De esta manera, la atenuación total de la intensidad en un haz de rayos tanto por absorción como por dispersión se le conoce por extinción. Así el coeficiente de extinción se define<sup>9</sup> como:

$$\beta_{\lambda} \equiv \kappa_{\lambda} + \sigma_{s\lambda}, \quad (2.4.6)$$

y la distancia óptica basada en la extinción se define como:

$$\tau_{\lambda} = \int_0^s \beta_{\lambda} ds. \quad (2.4.7)$$

Como hemos visto, un rayo de luz viajando a través de un medio participante en la dirección  $\hat{s}$ , pierde energía por absorción y por dispersión. Sin embargo, al mismo tiempo gana energía al incidir en su trayectoria emisión y dispersión proveniente de otras direcciones.

La intensidad emitida (energía emitida por unidad de tiempo y por unidad de área), a lo largo de cualquier trayectoria es proporcional a la distancia de la trayectoria y a la energía local contenida en el medio, ya que la emisión en un elemento de volumen es proporcional a la magnitud del propio volumen. Puesto que, en equilibrio termodinámico, la intensidad puede ser considerada igual a la intensidad de cuerpo negro (Modest (1993)) puesto que la cantidad absorbida es igual a la emitida, de esta forma:

$$(d I_{\lambda})_{em} = \kappa_{\lambda} I_{b\lambda} ds, \quad (2.4.8)$$

<sup>9</sup> Se debe tener cuidado de distinguir el coeficiente de extinción dimensional  $\beta_{\lambda}$  del índice absorptivo, ya que la parte imaginaria del índice de refracción complejo  $k$  a veces se refiere en la literatura como el "coeficiente de extinción".

donde la constante de proporcionalidad para emisión es la misma que para absorción y el subíndice b indica cuerpo negro. Similarmente a la absorptividad se puede definir una emisividad de un medio isotérmico, como la cantidad de energía emitida sobre cierta trayectoria s que escapa hacia una dirección dada (sin haber sido absorbida entre el punto de emisión y el punto de salida), comparada a la máxima posible.

Combinando las Ecuaciones 2.4.1 y 2.4.8 se obtiene la ecuación de transferencia para un medio absorptivo-emisivo no dispersivo, tal que:

$$\frac{d I_{\lambda}}{ds} = \kappa_{\lambda} (I_{b\lambda} - I_{\lambda}), \quad (2.4.9)$$

donde el primer término de la parte derecha contempla el incremento debido a emisión y el segundo es la atenuación debido a la absorción. La solución a la ecuación de transferencia es:

$$I_{\lambda}(s) = I_{\lambda}(0)e^{-\tau_{\lambda}} + I_{b\lambda}(1 - e^{-\tau_{\lambda}}), \quad (2.4.10)$$

donde la distancia óptica ha sido definida en la Ecuación 2.4.3. Si sólo la emisión es considerada,  $I_{\lambda}(0)=0$ , y la emisividad se define como:

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{I_{\lambda}(s)}{I_{b\lambda}} = 1 - e^{-\tau_{\lambda}}, \quad (2.4.11)$$

la cual, como en el caso de una superficie radiativa, es idéntica a la absorptividad (Modest (1993)).

Por otra parte, el incremento debido a la dispersión tiene contribuciones de todas las direcciones y por tanto, debe calcularse por la integración sobre el ángulo sólido. Considere el *flujo de calor radiativo*, incidiendo en un elemento de volumen  $dV=dAds$ , desde un haz de rayos infinitesimal en la dirección  $\hat{\mathbf{s}}_i$  como se muestra en la Figura 2.4.2. Recordando la Sección 1.8 donde se define la intensidad radiativa como el flujo de energía por unidad de área normal a los rayos, por unidad de ángulo sólido y por unidad de intervalo de longitud de onda, se puede calcular el flujo de calor radiativo espectral total, incidiendo en  $dA$  con un ángulo sólido  $d\Omega_i$  como:

$$dQ_{\lambda} = I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) \left( dA \hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{s}} \right) d\Omega_i d\lambda.$$

Este flujo viaja a través de  $dV$  una distancia  $ds / (\hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{s}})$ . Por lo tanto, la cantidad de energía dispersa fuera de  $\hat{\mathbf{s}}_i$  es, de acuerdo con la Ecuación 2.4.5,

$$\sigma_{s\lambda} \left( I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i) \left( dA \hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{s}} \right) d\Omega_i d\lambda \right) \left( \frac{ds}{\hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{s}}} \right) = \sigma_{s\lambda} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i) dA d\Omega_i d\lambda ds. \quad (2.4.12)$$

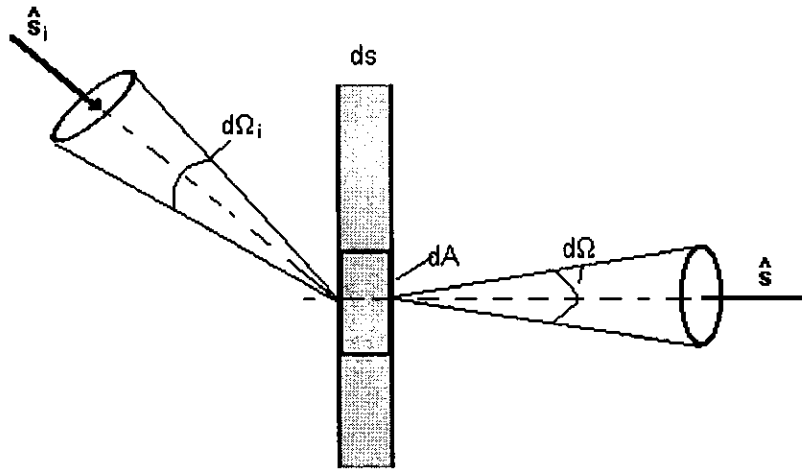


Figura 2.4.2 Redireccionamiento por dispersión de la intensidad radiativa (Adaptado de Modest (1993)).

De esta cantidad, la fracción  $\Phi_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega / 4\pi$  se dispersa dentro de un cono  $d\Omega$  alrededor de la dirección  $\hat{\mathbf{s}}$ . La función  $\Phi_\lambda$  es llamada la función *fase de dispersión* y describe la probabilidad de que un rayo de una dirección  $\hat{\mathbf{s}}_i$  sea dispersado dentro de otra cierta dirección  $\hat{\mathbf{s}}$ . La constante  $4\pi$  es arbitraria y se incluye por conveniencia.

La cantidad del flujo de energía del cono  $d\Omega_i$  dispersada dentro del cono  $d\Omega$  es entonces:

$$I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i) \left( dA \hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{s}} \right) d\Omega_i d\lambda = \sigma_{s\lambda} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i) dA d\Omega_i d\lambda ds \frac{\Phi_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}})}{4\pi} d\Omega. \quad (2.4.13)$$

Se puede calcular ahora el flujo de energía dispersada dentro de la dirección  $\hat{\mathbf{s}}$  proveniente de todas las direcciones incidentes  $\hat{\mathbf{s}}_i$  mediante integración:

$$(d I_\lambda)_{dis}(\hat{\mathbf{s}}) dA d\Omega d\lambda = \int_{4\pi} \sigma_{s\lambda} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i) dA d\Omega_i d\lambda ds \Phi_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) \frac{d\Omega}{4\pi}, \quad (2.4.14)$$

o bien:

$$(d I_{\lambda})_{\text{dis}}(\hat{\mathbf{s}}) = ds \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) \Phi_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega_i. \quad (2.4.15)$$

Regresando a la Ecuación 2.4.13, se encuentra que la cantidad de flujo radiativo disperso proveniente de  $d\Omega_i$  dentro de todas las direcciones es:

$$\sigma_{s\lambda} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) dA d\Omega_i d\lambda ds \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega,$$

que debe ser igual a la cantidad de la Ecuación 2.4.12. De lo que se concluye que:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega \equiv 1. \quad (2.4.16)$$

Así,  $\Phi_{\lambda} \equiv 1$  expresa que la cantidad de energía que se dispersa es igual en todas las posibles direcciones (llamada *dispersión isótropa*). Esta es la razón por la que se incluye el factor  $4\pi$  (Modest (1993)).

Ahora bien, se puede hacer un balance de energía radiativa viajando en la dirección  $\hat{\mathbf{s}}$  dentro de un pequeño haz de rayos como se indica en la Figura 2.4.3.

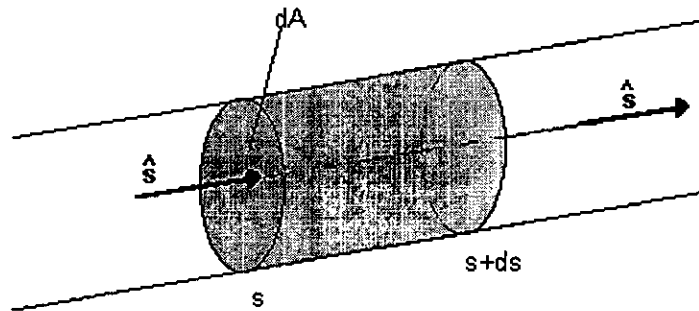


Figura 2.4.3 Haz de rayos a través de un medio participante (Adaptado de Modest (1993)).

El cambio en la intensidad se encuentra por la suma de las contribuciones de emisión, absorción, dispersión dentro y fuera de la dirección  $\hat{\mathbf{s}}$ . Así, de las Ecuaciones 2.4.1, 2.4.5, 2.4.8 y 2.4.15 se tiene:

$$I_{\lambda}(s + ds, \hat{\mathbf{s}}, t + dt) - I_{\lambda}(s, \hat{\mathbf{s}}, t) = \kappa_{\lambda} I_{b\lambda}(s, t) ds - \kappa_{\lambda} I_{\lambda}(s, \hat{\mathbf{s}}, t) ds - \sigma_{s\lambda} I_{\lambda}(s, \hat{\mathbf{s}}, t) ds + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) \Phi_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega_i ds. \quad (2.4.17)$$

La intensidad de salida, al ser desarrollada en una serie de Taylor truncada, se escribe como:

$$I_{\lambda}(\mathbf{s} + d\mathbf{s}, \hat{\mathbf{s}}, t + dt) = I_{\lambda}(\mathbf{s}, \hat{\mathbf{s}}, t) + dt \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial t} + d\mathbf{s} \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial \mathbf{s}}, \quad (2.4.18)$$

por lo que la Ecuación 2.4.17 se simplifica a:

$$\frac{1}{C} \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial t} + \frac{\partial I_{\lambda}}{\partial \mathbf{s}} = \kappa_{\lambda} I_{b\lambda} - \kappa_{\lambda} I_{\lambda} - \sigma_{s\lambda} I_{\lambda} + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) \Phi_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega_i, \quad (2.4.19)$$

donde  $C = ds/dt$  es la velocidad con la cual la intensidad de radiación se propaga dentro del medio. En la Ecuación 2.4.19 todas las cantidades pueden variar con la posición en el espacio, tiempo y longitud de onda, así como también la intensidad y la función fase dependen de la dirección  $\hat{\mathbf{s}}$  y  $\hat{\mathbf{s}}_i$ .<sup>10</sup>

En la Ecuación 2.4.19 se pueden identificar fácilmente las cuatro diferentes contribuciones que afectan la intensidad. Se puede establecer que la dependencia con en el tiempo de la intensidad radiativa puede ser despreciable. Al omitir el término transitorio e introducir el coeficiente de extinción, definido en la Ecuación 2.4.6 ( $\beta_{\lambda} \equiv \kappa_{\lambda} + \sigma_{s\lambda}$ ), la Ecuación 2.4.19 se puede escribir nuevamente como:

$$\frac{d I_{\lambda}}{ds} = \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla I_{\lambda} = \kappa_{\lambda} I_{b\lambda} - \beta_{\lambda} I_{\lambda} + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) \Phi_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega_i, \quad (2.4.20)$$

donde el gradiente de la intensidad ha sido convertido en una derivada total, ya que se asume un proceso cuasi-estacionario.

## 2.5 DIVERGENCIA DEL FLUJO DE CALOR RADIATIVO

Comencemos por especificar dos conceptos fundamentales. Uno de estos es la **radiación incidente**, la cual está definida mediante la intensidad como:

$$G_{\lambda} \equiv \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}) d\Omega, \quad (2.5.1)$$

y en ingeniería es de uso común, ya que evalúa la intensidad integrada por ángulo sólido en una dirección dada.

Por otra parte, el **flujo de calor radiativo espectral** en términos de la intensidad:

<sup>10</sup> En lo siguiente, para simplificar la notación, la dependencia direccional y temporal de la intensidad de radiación será indicada explícitamente sólo cuando sea necesario.

$$\mathbf{q}_\lambda \cdot \hat{\mathbf{n}} = \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}} d\Omega \quad (2.5.2)$$

y no deberá ser confundido con radiación incidente.

La Ecuación 2.5.2 está relacionada a la Ecuación 1.8.6 (que evalúa el flujo de calor neto<sup>11</sup>), mediante  $\cos\theta = \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}$  (ya que el flujo de calor neto se evalúa como el flujo dentro de la dirección positiva de  $\hat{\mathbf{n}}$ ) y al ángulo sólido  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\psi$ .

Removiendo la normal de la superficie en la Ecuación 5.2.5, se obtiene la definición de **vector de flujo de calor radiativo espectral** dentro de un medio participante. Para obtener el *flujo de calor radiativo total*, basta integrar sobre todo el espectro:

$$\mathbf{q} = \int_0^\infty \mathbf{q}_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{s}} d\Omega d\lambda. \quad (2.5.3)$$

Dependiendo del sistema de coordenadas espaciales usado, donde ha sido descrita la superficie, el vector de flujo radiativo puede ser separado en sus componentes coordenadas.

Una vez aclarados estos conceptos, comencemos con la discusión de la divergencia del flujo de calor radiativo.

Dentro del estudio de transferencia de calor es común interesarse por el flujo de calor radiativo en las fronteras físicas donde este actúa, por otra parte, dentro de un medio, se requiere saber que tanta energía radiativa neta es depositada o retirada de cada elemento de volumen. Al hacer un balance de energía radiativa en un elemento de volumen  $dV$ , como el de la Figura 2.5.1, se tiene<sup>12</sup>:

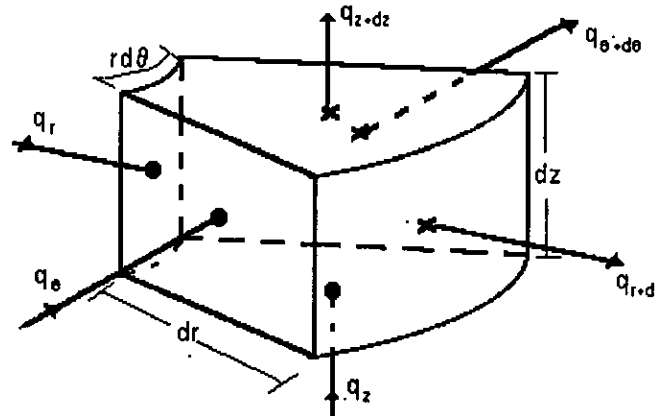


Figura 2.5.1 Volumen de control para la obtención de la divergencia del flujo de calor radiativo

<sup>11</sup> Sección 1.8

<sup>12</sup> Se ha escogido usar coordenadas cilíndricas, de acuerdo con la geometría de las fibras ópticas.

$$\left( \begin{array}{l} \text{Energía radiativa} \\ \text{almacenada en } dV \\ \text{por unidad de tiempo} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{l} \text{Energía radiativa} \\ \text{generada (emitida) por } dV, \\ \text{por unidad de tiempo} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} \text{Energía radiativa} \\ \text{absorbida por } dV \\ \text{por unidad de tiempo} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{flujo en } r - \text{flujo en } r + dr \\ \text{flujo en } \theta - \text{flujo en } \theta + d\theta \\ \text{flujo en } z - \text{flujo en } z + dz \end{array} \right)$$

Donde la parte derecha del balance puede ser escrita como:

$$-\left( \frac{1}{r} \frac{\partial(rq)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial q}{\partial \theta} + \frac{\partial q}{\partial z} \right) r dr d\theta dz = -\nabla \cdot \mathbf{q} dV,$$

la cual es, dentro de la ecuación de energía global, la divergencia del flujo de calor radiativo dentro de un medio participante.

Se ha establecido la *ecuación de transferencia* (Ecuación 2.4.20) mediante un balance de energía para la radiación térmica dentro de un haz de rayos infinitesimal (por comodidad se a escrito nuevamente en la Ecuación 2.5.4), tal que:

$$\frac{d I_{\lambda}}{ds} = \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla I_{\lambda} = \kappa_{\lambda} I_{b\lambda} - \beta_{\lambda} I_{\lambda} + \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) \Phi_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega_i. \quad (2.5.4)$$

Para obtener un balance sobre el volumen, se debe integrar la Ecuación 2.5.4 sobre todos los ángulos sólidos, tal que:

$$\int_{4\pi} \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla I_{\lambda} d\Omega = \int_{4\pi} \kappa_{\lambda} I_{b\lambda} d\Omega - \int_{4\pi} \beta_{\lambda} I_{\lambda} d\Omega + \int_{4\pi} \frac{\sigma_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) \Phi_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega_i d\Omega \quad (2.5.5)$$

o bien:

$$\nabla \cdot \int_{4\pi} I_{\lambda} \hat{\mathbf{s}} d\Omega = 4\pi \kappa_{\lambda} I_{b\lambda} - \int_{4\pi} \beta_{\lambda} I_{\lambda} d\Omega + \sigma_{s\lambda} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) \frac{1}{4\pi} \left( \int_{4\pi} \Phi_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega \right) d\Omega_i. \quad (2.5.6)$$

En la parte izquierda de la Ecuación 2.5.6, se puede establecer que dentro del operador ( $\nabla \cdot$ ) se encuentra el flujo de calor radiativo espectral y en su parte derecha identificamos la Relación 2.4.16 al considerar un medio dispersivo isótropo.

Por lo tanto la ecuación 2.5.6 es ahora:

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_{\lambda} = 4\pi \kappa_{\lambda} I_{b\lambda} - \beta_{\lambda} \int_{4\pi} I_{\lambda} d\Omega + \sigma_{s\lambda} \int_{4\pi} I_{\lambda}(\hat{\mathbf{s}}_i) d\Omega_i. \quad (2.5.7)$$

Ya que  $\Omega$  y  $\Omega_i$  son variables arbitrarias en el argumento de integración sobre todos los ángulos sólidos, los dos últimos términos pueden asociarse, y usando la relación  $\kappa_{\lambda} = \beta_{\lambda} - \sigma_{s\lambda}$  se obtiene:



$$\nabla \cdot \mathbf{q}_\lambda = \kappa_\lambda \left( 4\pi I_{b\lambda} - \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}) d\Omega \right) = \kappa_\lambda (4\pi I_{b\lambda} - G_\lambda). \quad (2.5.8)$$

La Ecuación 2.5.8 establece que físicamente las pérdidas netas de energía radiativa en el volumen de control son iguales a la energía emitida menos la irradiación absorbida. Esta ecuación no contiene los coeficientes dispersivos, ya que la dispersión sólo redirecciona el flujo de fotones y no afecta la energía contenida en el volumen de control (Modest (1993)).

La Ecuación 2.5.8 es una relación espectral del flujo de calor por unidad de longitud de onda, la divergencia del flujo de calor total es obtenida al integrar sobre todo el espectro, tal que:

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \nabla \cdot \int_0^\infty \mathbf{q}_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \kappa_\lambda (4\pi I_{b\lambda} - G_\lambda) d\lambda. \quad (2.5.9)$$

La Ecuación 2.5.9 modela el flujo de transferencia radiativa para un medio participante y resulta de gran utilidad para establecer el flujo radiativo local que se encuentra atravesando el núcleo de la fibra óptica .

## 2.6 FLUJO DE CALOR RADIATIVO EN FIBRAS ÓPTICAS

Para determinar el vector característico del flujo de calor radiativo en el núcleo de la fibra, se obtiene la solución de la Ecuación 2.5.8, al hacer ciertas consideraciones.

En un sistema de coordenadas cilíndricas, tal como se muestra en la Figura 2.6.1, (se considera que el eje longitudinal coincide con el eje z y la fibra óptica no presenta curvamiento) se establece que en el núcleo de la fibra óptica la propagación del flujo de calor radiativo dominante es en la dirección z, por lo que se supone el flujo de calor radiativo espectral como  $G_\lambda \hat{\mathbf{e}}_z$ , donde  $\hat{\mathbf{e}}_z$  es el vector unitario de dicha dirección.<sup>13</sup>

De esta manera, en la Ecuación 2.5.8, la radiación incidente  $G_\lambda$  en dirección z, permite obtener el *vector de flujo de calor radiativo espectral* mediante la Ecuación 2.5.3, esto es:

$$G_\lambda \hat{\mathbf{e}}_z = \int_{4\pi} I_\lambda \hat{\mathbf{e}}_z d\Omega = \mathbf{q}_{z\lambda}, \quad (2.6.1)$$

donde la componente vectorial  $\mathbf{q}_{z\lambda}$  puede presentar variación local en r,  $\theta$  y z.

<sup>13</sup> Por lo que  $G_\lambda \hat{\mathbf{e}}_r = G_\lambda \hat{\mathbf{e}}_\theta = 0$ .

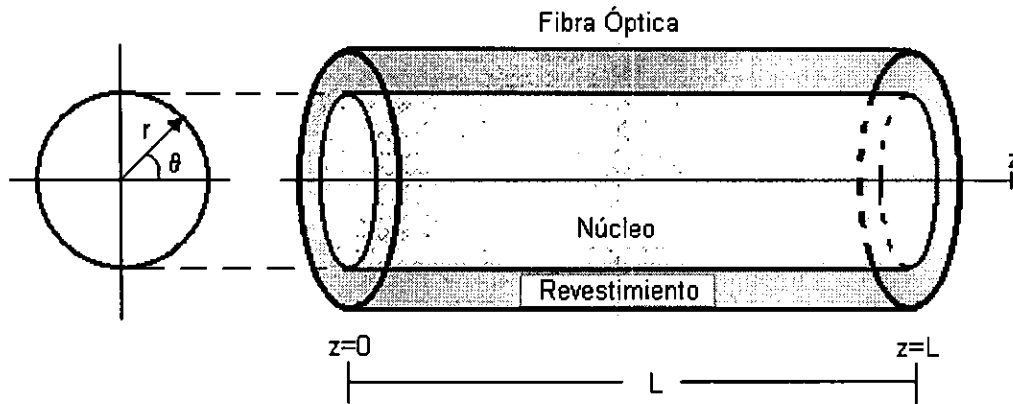


Figura 6.2.1 Sistema de referencia en coordenadas cilíndricas para describir la fibra óptica.

Por otra parte, en la Ecuación 2.5.8 se puede suponer que la emisión provocada por el aumento de temperatura dentro del núcleo es despreciable, comparado al flujo de calor radiativo.

Bajo las suposiciones hechas, para obtener el *flujo de calor radiativo espectral local* dentro del núcleo de la fibra óptica, se tiene:

$$\nabla \cdot \mathbf{G}_\lambda \hat{\mathbf{e}}_z = -\kappa_\lambda G_\lambda,$$

$$\frac{dG_\lambda(r, \theta, z)}{dz} = -\kappa_\lambda G_\lambda(r, \theta, z), \tag{2.6.2}$$

y se resuelve en el intervalo de 0 a z:

$$\int_{z=0}^{z=z} \frac{dG_\lambda(r, \theta, z)}{G_\lambda(r, \theta, z)} = - \int_0^z \kappa_\lambda dz. \tag{2.6.3}$$

Si el coeficiente de absorción lineal  $\kappa_\lambda$  es independiente de la posición, ya que, el núcleo de la fibra óptica se supone un medio isótropo y homogéneo, por lo que sólo depende de la longitud de onda, entonces la Ecuación 2.6.3 resulta en:

$$\ln \left( \frac{G_\lambda(r, \theta, z)}{G_\lambda(r, \theta, 0)} \right) = -\kappa_\lambda z, \tag{2.6.4}$$

Así, el **flujo de calor radiativo local espectral** es entonces:

$$\mathbf{G}_\lambda(r, \theta, z) \hat{\mathbf{e}}_z = G_\lambda(r, \theta, 0) e^{-\kappa_\lambda z} \hat{\mathbf{e}}_z,$$

$$\mathbf{q}_{z\lambda}(r, \theta, z) = G_\lambda(r, \theta, 0) e^{-\kappa_\lambda z} \hat{\mathbf{e}}_z \tag{2.6.5}$$

al integrar sobre todo el espectro, se obtiene el **flujo de calor radiativo local total**

$$\int_0^{\infty} \mathbf{q}_{z\lambda}(r, \theta, z) d\lambda = \int_0^{\infty} G_{\lambda}(r, \theta, 0) e^{-\kappa_{\lambda} z} d\lambda \hat{\mathbf{e}}_z,$$

$$\mathbf{q}_z(r, \theta, z) = G(r, \theta, 0) e^{-\kappa z} \hat{\mathbf{e}}_z. \quad (2.6.6)$$

La Ecuación 2.6.6 permite evaluar la energía en tránsito por unidad de área y unidad de tiempo en cualquier punto a lo largo de la fibra óptica. Ya sea que se considere el flujo de calor radiativo local espectral o total.

Así mismo, para obtener la relación que existe entre el coeficiente de absorción lineal  $\kappa$  y los decibeles de pérdidas  $\text{dB}_{\text{per}}$  (Ecuación 2.3.2), se debe integrar la Ecuación 2.6.5 con respecto al área del núcleo:

$$\int_A G(r, \theta, z) dA = \int_A G(r, \theta, 0) e^{-\kappa z} dA,$$

$$\int_0^{2\pi R_n} \int_0^{2\pi R_n} G(r, \theta, z) r dr d\theta = \int_0^{2\pi R_n} \int_0^{2\pi R_n} G(r, \theta, 0) r dr d\theta e^{-\kappa z},$$

$$Q(z) = Q(0) e^{-\kappa z}, \quad (2.6.7)$$

tal que al agrupar términos se obtiene:

$$\ln\left(\frac{Q(z)}{Q(0)}\right) = -\kappa z. \quad (2.6.8)$$

Al evaluar la Ecuación 2.6.8 en  $z=L$  y obtener una expresión para el coeficiente lineal de pérdidas  $\kappa$ , se tiene que:

$$\kappa = \frac{\ln\left(\frac{Q(L)}{Q(0)}\right)}{-L}. \quad (2.6.9)$$

Por otra parte, en la Ecuación 2.3.2 identificamos los términos  $Q(L)=Q_{\text{sal}}$  y  $Q(0)=Q_{\text{ent}}$  por lo que:

$$\text{dB}_{\text{per}} = -\frac{10}{L} \log_{10}\left(\frac{Q(L)}{Q(0)}\right), \quad (2.6.10)$$

al agrupar términos en la Ecuación 2.6.10 obtenemos que:

$$\left(\frac{Q_z(L)}{Q_z(0)}\right) = 10^{-\frac{L}{10} \text{dB}_{\text{per}}}. \quad (2.6.11)$$

Al sustituir la Ecuación 2.6.11 en la Ecuación 2.6.9 obtenemos:

$$\kappa = \frac{\ln\left(10^{-\frac{L}{10} \text{dB}_{\text{per}}}\right)}{-L} = \frac{-\frac{L}{10} \text{dB}_{\text{per}} \ln(10)}{-L}, \quad (2.6.12)$$

de tal manera que al simplificar términos obtenemos la relación entre el coeficiente de absorción lineal y los decibeles de pérdidas como:

$$\kappa = \frac{\text{dB}_{\text{per}}}{10} \ln(10), \quad (2.6.13)$$

o bien en función de la longitud de onda:

$$\kappa_{\lambda} = \frac{\text{dB}_{\text{per}\lambda}}{10} \ln(10). \quad (2.6.14)$$

De esta manera se ha determinado el flujo de calor radiativo local y la relación que existe entre el coeficiente de absorción lineal y los decibeles de pérdidas. Al igual que el coeficiente de absorción lineal, los decibeles de pérdidas corresponden a una correlación lineal y no consideran los niveles de intensidad de radiación interactuando con el material del núcleo de la fibra óptica.

La radiación térmica es sólo un modo de transferencia de calor presente en el núcleo de la fibra óptica, y se debe considerar además la transferencia por conducción. En la siguiente sección se presenta un balance de conservación de energía para determinar la ecuación gobernante de transferencia de calor.

## 2.7 CONDUCCIÓN Y RADIACIÓN EN UN MEDIO PARTICIPANTE

La forma general para la **ecuación de conservación de energía** para la participación simultánea de transferencia de calor por conducción y por radiación en un medio participante es dada por (Özisik (1993)):

$$-\nabla \cdot (\mathbf{q}^c + \mathbf{q}^r) + f(\mathbf{r}, t) = \rho C_p \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.7.1)$$

donde  $\mathbf{q}^c$  y  $\mathbf{q}^r$  son los vectores de flujo de calor de conducción y de radiación respectivamente,  $f(\mathbf{r}, t)$ , es la fuente volumétrica de energía por unidad de volumen y

unidad de tiempo en el medio,  $\rho$  es la densidad,  $C_p$  el calor específico a presión constante y  $\mathbf{r}$  es el vector de posición.

El flujo de calor por conducción esta dado por la ley de Fourier (Ecuación 1.7.1):

$$\mathbf{q}^c = -k\nabla T(\mathbf{r},t), \quad (2.7.2)$$

y vector de flujo radiativo es determinado de la solución de la ecuación de transferencia radiativa en el núcleo de la fibra óptica (Ecuación 2.6.6) tal que:

$$\mathbf{q}^r(r, \theta, z) = \mathbf{q}_z(r, \theta, z) = G(r, \theta, 0)e^{-\kappa z} \hat{\mathbf{e}}_z. \quad (2.7.3)$$

Al introducir las Ecuaciones 2.7.2. y 2.7.3 en la ecuación de conservación de energía (Ecuación 2.7.1) en un marco de referencia en coordenadas cilíndricas, se obtiene:

$$-\nabla \cdot (-k\nabla T(r, \theta, z, t) + \mathbf{q}_z(r, \theta, z, t)) + f(r, \theta, z, t) = \rho C_p \frac{\partial T(r, \theta, z, t)}{\partial t}. \quad (2.7.4)$$

Si la conductividad térmica en el núcleo de la fibra óptica se supone independiente de la temperatura durante el proceso, (en el sílice vítreo la conductividad térmica presenta una variación del 15% en el intervalo de 25 a 400C (Bansal y Doremus (1986)) y no existe fuente volumétrica de energía, la Ecuación 2.7.4 es ahora:

$$\rho C_p \frac{\partial T(r, \theta, z, t)}{\partial t} = k\nabla^2 T(r, \theta, z, t) - \frac{dG(r, \theta, 0, t)e^{-\kappa z}}{dz}, \quad (2.7.5)$$

o bien:

$$\rho C_p \frac{\partial T(r, \theta, z, t)}{\partial t} = k\nabla^2 T(r, \theta, z, t) + \kappa G(r, \theta, 0, t) e^{-\kappa z}. \quad (2.7.6)$$

Al sustituir la Relación 2.6.14 que existe entre los decibeles de pérdidas  $dB_{per}$  y el coeficiente de absorción lineal  $\kappa$  se tiene:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, \theta, z, t)}{\partial t} = \nabla^2 T(r, \theta, z, t) + \frac{1}{k} \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) G(r, \theta, 0, t) \exp \left( - \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) z \right), \quad (2.7.7)$$

donde  $\alpha = k/\rho C_p$  es la difusividad térmica y  $G(r, \theta, 0, t)$  es la radiación incidente en  $z=0$ , es decir, a la entrada de la fibra óptica. Las variables espaciales están limitadas en  $0 < r < R_n$ ,  $0 < \theta < 2\pi$ ,  $0 < z < L$  y la variable temporal es  $t > 0$ . (Donde  $R_n$  es el radio del núcleo de la fibra óptica y  $L$  es el largo de la fibra óptica).

La Ecuación 2.7.7 es la **ecuación gobernante de la transferencia de calor** cuya solución permite determinar el campo de temperaturas del núcleo de la fibra óptica. La contribución radiativa de la Ecuación 2.7.7 puede ser expresada como función de la longitud de onda, tal que:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, \theta, z, t)}{\partial t} = \nabla^2 T(r, \theta, z, t) + \frac{1}{k} \frac{\ln(10)}{10} \int_0^{\infty} dB_{\text{per}\lambda} G_{\lambda}(r, \theta, 0, t) \exp\left(-\left(\frac{dB_{\text{per}\lambda}}{10} \ln(10)\right)z\right) d\lambda. \quad (2.7.8)$$

Esta ecuación es piedra fundamental de éste estudio. Para obtener un problema de valores de frontera de la Ecuación 2.7.8 deberá plantearse el flujo de calor radiativo a la entrada de la fibra óptica a ser transmitido.

Por ello, en el siguiente capítulo se analiza un concentrador de espejo parabólico que permite concentrar energía solar en una pequeña región. Una vez concentrada esta energía es transmitida mediante fibras ópticas. Así al plantear la distribución espacial y temporal del flujo solar concentrado a la entrada de la fibra óptica, y dar solución a la Ecuación 2.7.8. se puede pronosticar el comportamiento térmico de la fibra durante el proceso de transmisión de energía solar concentrada.

# CONCENTRADOR SOLAR

---

LOS COLECTORES solares se pueden dividir en tres categorías: captadores planos; concentradores de enfoque, que siguen de manera precisa al Sol y concentradores estacionarios.

Se entiende por *concentradores solares* los dispositivos que incrementan la razón de energía solar por unidad de superficie absorbente y resulta su principal ventaja sobre un colector plano. De esta manera, el área real de absorción donde se efectúa la conversión de energía, es menor comparada a la del captador plano reduciendo las pérdidas. Sin embargo, su principal desventaja es la orientación continua para el seguimiento solar donde la radiación directa se dirige hacia la superficie absorbente. Así también, para incrementar la razón de concentración, que se traduce en el aumento de la cantidad de energía por unida de área, siempre se demanda una calidad óptica mayor y un sistema de seguimiento más preciso.

Varios diseños se han propuesto para los colectores de concentración, estos pueden ser reflectores o refractores con formas cilíndricas o superficies de revolución continuas o segmentadas, sin embargo, la combinación de los problemas de operación y los costos del colector restringen su uso.

La conversión de energía solar, no sólo se restringe al ámbito de la conversión fototérmica y no debemos olvidar los procesos de conversión fotoeléctrico y fotoquímico. Estos últimos, en algunos casos, demandan una radiación incidente característica para un apropiado rendimiento, el cual puede ser suministrado por colectores concentradores.

Para evitar confusión de terminología, la palabra **colector** será aplicada al sistema completo, incluyendo el receptor y el concentrador. El **receptor** será el elemento del sistema donde la radiación es absorbida. El **concentrador** o **sistema óptico**, será la parte del colector que dirige la radiación hacia el receptor. La apertura del concentrador será la proyección del área perpendicular a la radiación directa que ofrece el concentrador (Duffie y Beckman (1991)).

Este capítulo se dirige al estudio del concentrador de espejo parabólico. Se ha seleccionado este tipo de concentrador por permitir formar una imagen solar de forma circular en su foco. La superficie reflejante se considera un paraboloides de revolución o concentrador circular, que al orientar su eje en dirección al Sol permite incrementar la densidad de radiación directa captada. En las siguientes secciones se describen los aspectos geométricos involucrados con esta configuración. Se obtienen las fórmulas que permiten evaluar el nivel de concentración para un receptor circular plano y la cantidad de energía disponible en el receptor.

### 3.1 RAZÓN DE CONCENTRACIÓN

Para un adecuado nivel de concentración, un sistema de seguimiento solar debe hacer rotar al concentrador a lo largo de dos ejes, lo que asegura que el eje óptico éste orientado adecuadamente en dirección de la radiación solar directa. Los mecanismos que proporcionan los dos grados de libertad que permiten al concentrador enfocar los rayos solares en el receptor son: elevación-acimut y de eje polar. El primero hace rotar al concentrador en un plano paralelo a la Tierra (acimut), y en otro plano perpendicular a éste (elevación), lo que proporciona al concentrador una rotación arriba/abajo y derecha/izquierda. En el segundo caso se hace rotar al concentrador mediante un eje paralelo al eje de rotación de la tierra a una velocidad constante de 15 grados por hora, y un eje de declinación, el cual es perpendicular al eje polar y presenta variaciones pequeñas de  $\pm 23.5^\circ$  al año (Stine (1994)).

De esta manera, en los sistemas de orientación mecanizado se encuentran los sistemas de rastreo solar y los sistemas programados. Los sistemas de rastreo solar usan detectores para determinar la alineación y mediante controladores electrónicos realizar las correcciones necesarias. Los sistemas programados, por otra parte, mueven al colector en una manera predeterminada (p. ej.  $15^\circ/\text{hr}$  sobre el eje polar) y requieren la verificación de su alineación.<sup>1</sup> Cualquier sistema deberá tener la capacidad de ajustar la posición del colector al final del día a la posición de operación del siguiente día, así también, ajuste a una posición de estiba para cualquier eventualidad (p. ej. una racha de viento intenso o una situación de emergencia).

Para asegurar una ocurrencia solar adecuada, el ángulo de incidencia de radiación directa formado con respecto al plano incidencia en movimiento, deben satisfacer las siguientes relaciones:

$$\cos \theta = 1 \quad , \quad (3.1.1a)$$

$$\beta = \alpha_s \quad , \quad (3.1.1b)$$

$$\gamma = \gamma_s \quad . \quad (3.1.1c)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de incidencia solar medido entre la normal de la superficie receptora y la incidencia de radiación directa,  $\beta$  el ángulo de inclinación de la superficie en la que incide la radiación solar,  $\alpha_s$  el ángulo de altitud solar,  $\gamma$  el ángulo acimut de superficie y  $\gamma_s$  el ángulo acimut solar.<sup>2</sup> Estas relaciones satisfacen el seguimiento continuo del plano de incidencia sobre dos ejes y minimizan el ángulo de incidencia. Para información detallada se puede consultar Braun y Mitchell (1983).

<sup>1</sup> Puede ser ventajoso usar una combinación de ambos métodos de seguimiento para asegurar una mayor precisión de alineamiento.

<sup>2</sup> Sección 1.5

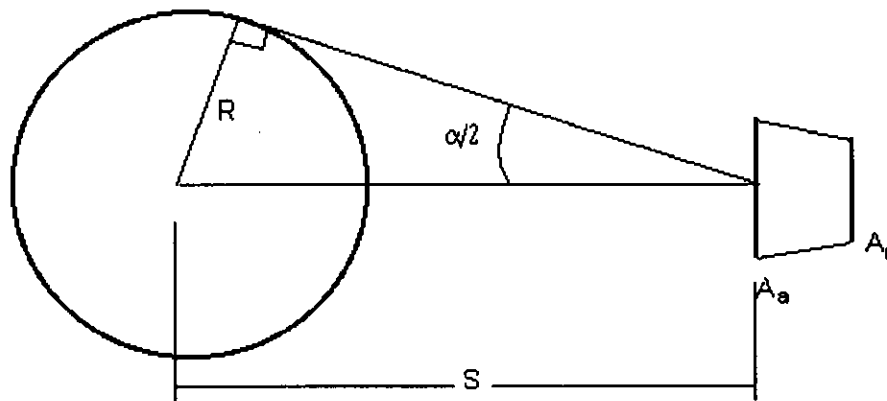


La definición más común de razón de concentración, y que es usada aquí, es una **razón de concentración por área**,<sup>3</sup> y se define por la razón del área de apertura  $A_a$  con respecto al área del receptor  $A_r$ . Por lo anterior la razón de concentración es:

$$C = \frac{A_a}{A_r}, \quad (3.1.2)$$

Esta razón presenta un límite superior que depende de la configuración geométrica del concentrador. El siguiente desarrollo ha sido tomado de Rabl (1976) y describe la máxima razón de concentración posible. El desarrollo está basado en la segunda ley de la termodinámica.

Considere un concentrador circular con área de apertura  $A_a$  y su receptor con área  $A_r$  visto desde el Sol cuyo radio es  $R_s$  a una distancia  $S$ , como se muestra en la Figura 3.1.1 . (El receptor se muestra más haya de la apertura por claridad; el argumento es el mismo si éste se encuentra al otro lado de la apertura).



**Figura 3.1.1** Esquema del Sol a temperatura  $T_s$  a una distancia  $S$  del concentrador con apertura  $A_a$  y área de receptor  $A_r$  (Adaptado de Rabl (1976)).

Si el concentrador es perfecto, la radiación proveniente del Sol presente en el área de apertura y sobre el área del receptor es la fracción de la radiación emitida por el Sol que es interceptada. Si bien, el Sol no es un cuerpo negro, para el propósito de análisis se asume como tal a una temperatura  $T_s$  y la transferencia radiativa de calor que se lleva acabo del Sol al receptor se puede expresar por:

$$Q_{s \rightarrow r} = A_a \frac{R_s^2}{S^2} \sigma T_s^4, \quad (3.1.3)$$

donde el subíndice  $s \rightarrow r$  indica la transferencia radiativa que tiene lugar del Sol al receptor,  $A_a$  es el área de apertura del concentrador,  $R_s$  es el radio del Sol,  $S$  la distancia Tierra-Sol y  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzman.

<sup>3</sup> Usualmente razón de concentración.

En un receptor perfecto (p. ej. un cuerpo negro) se establece que la transferencia de energía que llega al Sol es la fracción  $E_{r \rightarrow s}$  de la cantidad que radia  $A_r T_r^4$ . Así, la transferencia de energía por unidad de tiempo desde el receptor al sol se describe por:<sup>4</sup>

$$Q_{r \rightarrow s} = A_r \sigma T_r^4 E_{r \rightarrow s}. \quad (3.1.4)$$

donde el subíndice  $r \rightarrow s$  representa la transferencia radiativa que tiene lugar del receptor al Sol,  $A_r$  es el área del receptor y  $T_r$  es la temperatura del receptor.

Cuando  $T_r$  y  $T_s$  son iguales, la segunda ley de la termodinámica requiere que  $Q_{s \rightarrow r}$  sea igual a  $Q_{r \rightarrow s}$ . Por lo que de las Ecuaciones 3.1.3 y 3.1.4

$$\frac{A_a}{A_r} = \frac{S^2}{R_s^2} E_{r \rightarrow s}, \quad (3.1.5)$$

y el máximo valor de intercambio radiativo receptor-Sol  $E_{r \rightarrow s}$  es la unidad, por lo que la razón de concentración máxima para un concentrador que formará una imagen circular del Sol en su receptor es:

$$\left( \frac{A_a}{A_r} \right)_{\text{circular,max}} = \frac{S^2}{R_s^2} = \frac{1}{\text{sen}^2(\alpha/2)}. \quad (3.1.6)$$

Así con  $\alpha/2 = 0.267^\circ$ , que corresponde a la mitad del ángulo sustentado por el Sol visto desde la Tierra, la máxima concentración posible para un concentrador circular, como es el caso del concentrador parabólico, es de 45,000.

Los parámetros físicos y geométricos de los componentes involucrados en el colector de espejo parabólico son los que determinan el nivel de concentración que es posible lograr. En la siguiente sección se analiza este punto.

### 3.2 GEOMETRÍA DEL CONCENTRADOR PARABÓLICO

La imagen solar producida por un concentrador depende de la geometría de éste. La geometría de un paraboloide de revolución ha sido seleccionada ya que permite la concentración en el foco de los rayos solares que son paralelos a su eje de apertura. Una vez concentrados los rayos solares forman una imagen circular adecuada para el acoplamiento de la fibra óptica que permite la transmisión del flujo radiativo solar.

Para entender como opera el colector de espejo parabólico, es necesario describir las propiedades ópticas del concentrador y las imágenes solares que éste produce. En

---

<sup>4</sup>  $E_{r \rightarrow s}$  es un factor de intercambio por toda la posible reflexión especular que tiene lugar en el receptor y es característico al factor de configuración geométrico

esta sección se analizan por primera cuenta el reflector perfecto y más adelante las posibles imperfecciones de éste.

La ecuación que describe a un paraboloide de revolución en un sistema de coordenadas xyz es:

$$x^2 + y^2 = 4fz \quad (3.2.1)$$

La Ecuación 3.2.1, como es claro, involucra la distancia focal  $f$  (distancia medida desde el punto focal al vértice), pero no limita las dimensiones del paraboloide. Una de estas dimensiones es el ángulo de borde  $\phi_r$  que trunca al paraboloide y restringe el diámetro de apertura  $D_a$ . En la Figura 3.2.1 se esquematiza el paraboloide de revolución truncado a un ángulo de borde definido y se presenta además, un corte transversal en  $x=0$ , de tal forma que permite un análisis simplificado en dos dimensiones. De esta manera se establece la analogía entre el paraboloide de revolución con la rama de una parábola, que en términos de sus coordenadas espaciales es:

$$y = +\sqrt{4fz} \quad (3.2.2)$$

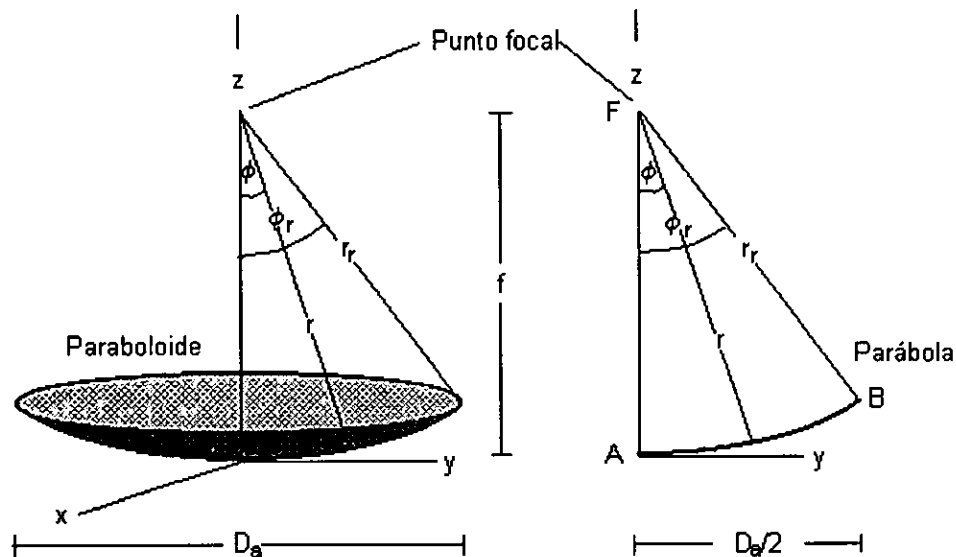


Figura 3.2.1 Esquema del paraboloide de revolución y sección transversal que muestra sólo una de las ramas de la parábola (Adaptado de Duffie y Beckman (1991)).

Se deduce a continuación la relación que existe entre el diámetro de apertura  $D_a$ , el ángulo de borde  $\phi_r$  y la distancia focal  $f$ .

Sea la ecuación de la parábola con vértice en el origen:

$$y^2 = 4fz, \quad (3.2.3)$$

y las relaciones tomadas de la Figura 3.2.1:

$$\tan \phi_r = \frac{y}{f - z} \quad (3.2.4)$$

y

$$\text{sen } \phi_r = \frac{y}{r_r} \quad (3.2.5)$$

De la Relación 3.2.4 se obtiene una expresión para z tal que:

$$z = f - \frac{y}{\tan \phi_r}, \quad (3.2.6)$$

al sustituir la Relación 3.2.6 en la Ecuación 3.2.3 se obtiene:

$$y^2 = 4f \left[ f - \frac{y}{\tan \phi_r} \right]$$

o bien,

$$y^2 = 4f^2 - \frac{4fy}{\tan \phi_r}. \quad (3.2.7)$$

Así al sustituir la Relación 3.2.5 en la Ecuación 3.2.7 se obtiene:

$$r_r^2 \text{sen}^2 \phi_r = 4f^2 - \frac{4f(r_r \text{sen } \phi_r)}{\frac{\text{sen } \phi_r}{\text{cos } \phi_r}}, \quad (3.2.8)$$

y al sustituir la identidad trigonométrica  $\text{cos}^2 \phi_r + \text{sen}^2 \phi_r = 1$ , la Relación 3.2.8 es ahora:

$$r_r^2 (1 - \text{cos}^2 \phi_r) = 4f^2 - 4f r_r \text{cos } \phi_r,$$

o bien, agrupando en su forma de binomio cuadrado perfecto tal que:

$$r_r^2 = (2f - r_r \text{cos } \phi_r)^2. \quad (3.2.9)$$

Al tomar raíz cuadrada a cada miembro de la Relación 3.2.9 y obtener un expresión para  $r_r$ :

$$r_r = \frac{2f}{(1 + \cos \phi_r)}. \quad (3.2.10)$$

La Relación 3.2.10 permite determinar el valor de  $r_r$  para un cierto ángulo de borde  $\phi_r$  con una distancia focal  $f$  determinada. Al retirar el subíndice  $r$  de la Relación 3.2.10 se puede tener la distancia entre el punto focal y cualquier punto sobre la rama de la parábola o, en su analogía, la distancia entre el punto focal y la superficie del paraboloide de revolución.

Por otra parte al sustituir en la Relación 3.2.5 el valor de  $y = D_a/2$  que corresponde a la mitad del diámetro de apertura da lugar a:

$$r_r = \frac{D_a}{2 \operatorname{sen} \phi_r}. \quad (3.2.11)$$

Al igualar las Relaciones 3.2.10 y 3.2.11 conduce a:

$$\frac{2f}{(1 + \cos \phi_r)} = \frac{D_a}{2 \operatorname{sen} \phi_r},$$

de modo que al agrupar términos,

$$\frac{\operatorname{sen} \phi_r}{(1 + \cos \phi_r)} = \frac{D_a}{4f}. \quad (3.2.12)$$

Al sustituir la igualdad trigonométrica

$$\frac{\operatorname{sen} \phi_r}{(1 + \cos \phi_r)} = \tan\left(\frac{\phi_r}{2}\right), \quad (3.2.13)$$

en la Relación 3.2.12 resulta en:

$$\tan\left(\frac{\phi_r}{2}\right) = \frac{D_a}{4f},$$

o bien, la relación que existe entre el diámetro de apertura, el ángulo de borde y la distancia focal :

$$f = \frac{D_a}{4 \tan\left(\frac{\phi_r}{2}\right)}. \quad (3.2.14)$$

Por otro lado, se puede determinar una relación para el ángulo de borde en función del diámetro de apertura y el foco.

Retomando la Relación 3.2.7 y multiplicando por  $1/y^2$  ambos miembros:

$$1 = \frac{4f^2}{y^2} - \frac{4f}{y \tan \phi_r},$$

por lo que:

$$\frac{4f^2}{y^2} - 1 = \frac{4f}{y \tan \phi_r} \quad (3.2.15)$$

y al despejar  $\tan \phi_r$  de la Relación 3.2.15 se obtiene:

$$\tan \phi_r = \frac{4f}{\frac{4f^2}{y^2} - 1}. \quad (3.2.16)$$

Arreglando términos de tal suerte que, en la Relación 3.2.16 aparezca el factor  $2y$  que corresponde al valor del diámetro de apertura  $D_a$ , tal que  $2y = D_a$ :

$$\tan \phi_r = \frac{\frac{8f}{2y}}{16 \left( \frac{f}{2y} \right)^2 - 1},$$

así la Relación 3.2.16 es ahora:

$$\tan \phi_r = \frac{8f/D_a}{16(f/D_a)^2 - 1}. \quad (3.2.17)$$

En resumen la Relación 3.2.14 vincula la distancia focal  $f$  y el diámetro de apertura  $D_a$  con el ángulo de borde  $\phi_r$ :

$$\frac{f}{D_a} = \frac{1}{4 \tan(\phi_r/2)}, \quad (3.2.18)$$

el ángulo de borde  $\phi_r$ , descrito por AFB (Figura 3.2.1), se puede obtener mediante:

$$\phi_r = \tan^{-1} \left[ \frac{8(f/D_a)}{16(f/D_a) - 1} \right] = \text{sen}^{-1} \left( \frac{D_a}{2r_r} \right), \quad (3.2.19)$$

y por último, la distancia que existe desde el foco a cualquier punto dentro de la superficie del paraboloide es obtenida mediante:

$$r = \frac{2f}{1 + \cos \phi}, \quad (3.2.20)$$

Un vez establecidos los parámetros geométricos involucrados en el paraboloide de revolución se establece el nivel de concentración que es posible alcanzar de la radiación solar directa.

### 3.3 RAZÓN DE CONCENTRACIÓN EN EL PARABOLOIDE DE REVOLUCIÓN

La razón de concentración máxima para un concentrador parabólico es función de la geometría del receptor<sup>5</sup>, ya que ésta determina la manera en que son interceptados los rayos solares que han sido concentrados. Así, cada receptor presenta una forma particular de interceptar la radiación solar concentrada estableciéndose entonces diferentes distribuciones de energía por unida de área. En esta sección se analiza el concentrador parabólico con receptor plano. Este análisis se basa en el tamaño de la imagen solar formada en el plano focal del espejo parabólico al ser interceptada por un receptor circular o plano.

En la Figura 3.3.1 se bosqueja la radiación solar directa incidente y como ésta es reflejada por la superficie especular del concentrador. Así, la geometría del paraboloide de revolución permite concentrar la radiación incidente en su plano receptor. Se establece que la radiación solar directa se encuentra en un cono angular  $\alpha=0.53^\circ$  (el ángulo que sustente el Sol a la distancia Tierra-Sol,  $\alpha=32'$ ) y que la radiación entrante es normal a la apertura del concentrador. Se especifica que la radiación concentrada impacta un receptor circular o plano, el cual se sitúa en el plano focal del concentrador.

Comencemos por determinar algunas relaciones útiles para el análisis de la razón de concentración en el paraboloide de revolución con receptor plano, así por ejemplo, para el diámetro de apertura  $D_a$  se tiene la siguiente relación:

$$D_a = 2 r_r \text{ sen } \phi_r, \quad (3.3.1)$$

<sup>5</sup> En éste estudio se precisa del análisis del paraboloide de revolución con receptor plano. Ya que la idea, como se describe en el capítulo 4, es colocar una fibra óptica en el receptor del espejo parabólico que permita la transmisión a unos cuantos metros de energía solar concentrada.

Se debe tener en mente que en otras aplicaciones específicas del concentrador parabólico se puede establecer el uso de receptores esféricos cuyo análisis resulta particular (Rabl (1976 y 1985), Duffie y Beckman (1991))

y para el área de apertura es:

$$A_a = \frac{\pi}{4} D_a^2. \quad (3.3.2)$$

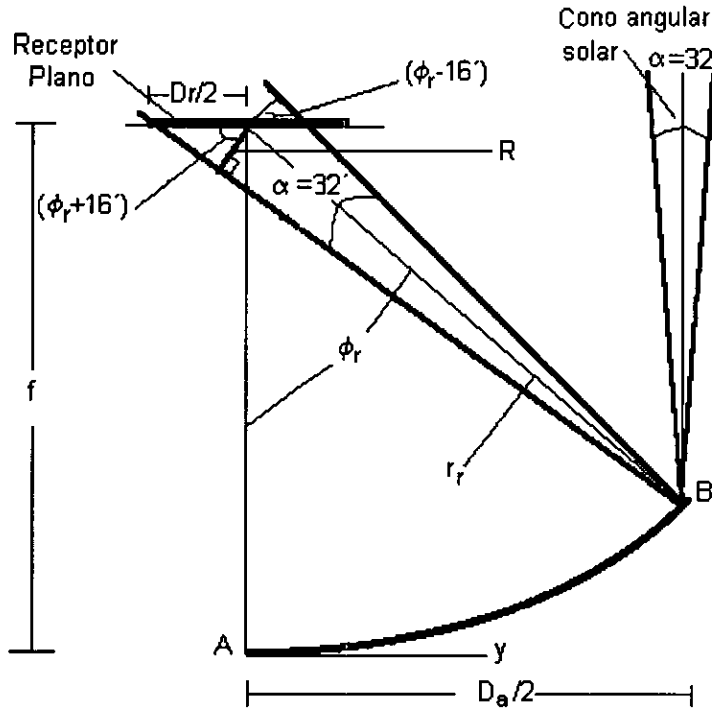


Figura 3.3.1 Dimensión de imagen en el concentrador parabólico.

De la Figura 3.3.1 se deduce que:

$$\frac{D_r}{2} = \frac{R}{\cos(\phi_r + 0.267^\circ)}, \quad (3.3.3)$$

donde R es:

$$R = r_r \text{ sen } 0.267^\circ. \quad (3.3.4)$$

Al sustituir la Relación 3.3.4 en la Relación 3.3.3 se obtiene  $D_r$ , tal que:

$$D_r = \frac{2 r_r \text{ sen } 0.267^\circ}{\cos(\phi_r + 0.267^\circ)}, \quad (3.3.5)$$

o bien, al sustituir  $2r_r$  de la Relación 3.3.1 en la Relación 3.3.5 se tiene:

$$D_r = \frac{D_a \text{ sen } 0.267^\circ}{\text{sen } \phi_r \cos(\phi_r + 0.267^\circ)}. \quad (3.3.6)$$



Por otra parte, la concentración máxima  $C_{max}$  se define como la relación que existe entre el área de apertura de captación del paraboloide de revolución y el área mínima de captura para la radiación que se encuentra en la imagen solar formada en el receptor, tal que:

$$C_{max} = \frac{A_a}{A_r}, \tag{3.3.7}$$

donde  $A_a$  es el área de apertura y  $A_r$  el área del receptor.

Así, para determinar la concentración máxima  $C_{max}$  para un receptor plano de diámetro  $D_r$  en un paraboloide de revolución con diámetro de apertura  $D_a$ , se establece:

$$C_{max} = \frac{A_a}{A_r} = \frac{\frac{\pi D_a^2}{4}}{\frac{\pi D_r^2}{4}} = \frac{D_a^2}{D_r^2}, \tag{3.3.8}$$

donde al sustituir las Relaciones 3.3.1 y 3.3.5 conducen a:

$$C_{max} = \left(\frac{D_a}{D_r}\right)^2 = \left(\frac{\text{sen } \phi_r \cos(\phi_r + 0.267^\circ)}{\text{sen } 0.267^\circ}\right)^2. \tag{3.3.9}$$

En la ecuación 3.3.9 se observa que la concentración máxima que se obtiene en un concentrador parabólico con receptor plano depende solamente del ángulo de borde  $\phi_r$ , sin embargo la Ecuación 3.3.9 no contempla la dispersión angular en el receptor. Esta dispersión puede deberse principalmente a tres causas: seguimiento solar inapropiado; rugosidades inherentes en la superficie (mala calidad en el pulido del espejo) y por mal conformado en la curvatura. En la Figura 3.3.2 se muestra la dispersión angular  $\delta$  y sus tres posibles razones.

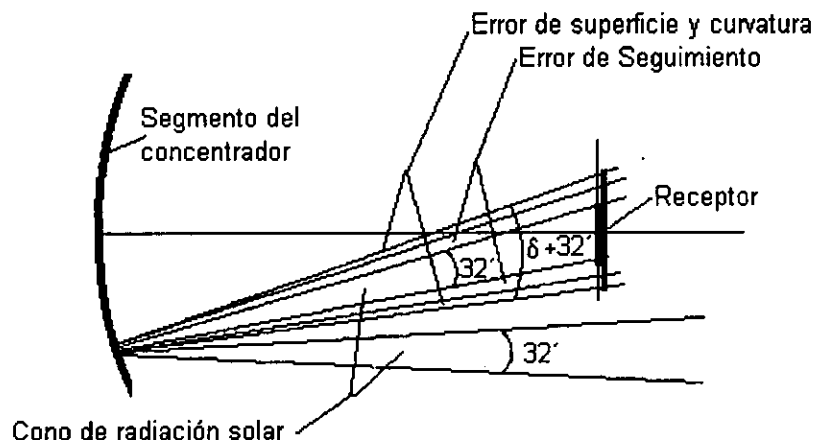


Figura 3.3.2 Factores que afectan el diámetro del receptor.

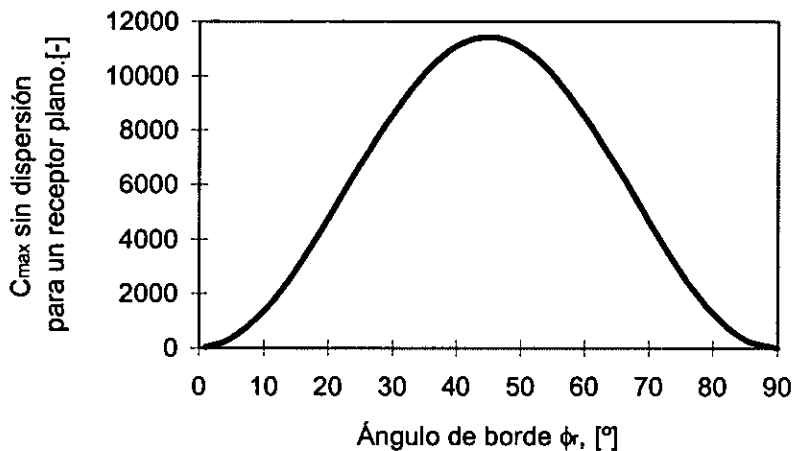
Por lo tanto, el ángulo de dispersión es un factor que debe tomarse en cuenta en el diseño del receptor. De no ser así, una fracción de la energía concentrada se encontrará fuera del área de absorción en el receptor, lo que puede ocasionar daños en los componentes del mismo.

Al considerar que la intercepción de toda la radiación especular reflejada se encuentra en un cono angular con  $(0.53^\circ + \delta)$ , la Ecuación 3.3.9 es ahora:

$$C_{\max} = \frac{\text{sen}^2 \phi_r \cos^2 \left( \phi_r + 0.267^\circ + \frac{\delta}{2} \right)}{\text{sen}^2 \left( 0.267^\circ + \frac{\delta}{2} \right)}, \quad (3.3.10)$$

donde el ángulo de borde  $\phi_r$  es el único parámetro de la geometría del concentrador que se encuentra involucrado.

En la Gráfica 3.3.1 se muestra la concentración máxima sin dispersión ( $\delta=0$ ), para un receptor plano. Se supone que la radiación solar ha sido concentrada por un paraboloide perfecto, con superficie reflectiva es completamente especular y el eje óptico del paraboloide apunta en dirección de la radiación solar directa.



**Gráfica 3.2.1** Concentración máxima para un receptor plano para diferentes ángulos de borde.

En la Gráfica se observa simetría alrededor del máximo que ocurre a un ángulo de borde  $\phi_r=45^\circ$ , presentándose un valor de concentración máxima próximo a 12,000.

Por otra parte, la distancia focal óptima  $f_0$  para lograr una concentración tan alta como sea posible, al proponer un receptor plano de diámetro  $D_r$  y un ángulo de borde  $\phi_r$  que trunca al paraboloide, puede ser obtenida al combinar las Ecuaciones 3.2.18 y 3.3.9 obteniéndose:

$$f_o = \frac{D_r}{4 \tan(\phi_r/2)} (C_{\max})^{1/2}. \quad (3.3.11)$$

De esta forma, los parámetros para el diseño de un concentrador parabólico quedan especificados. Se asegura de igual forma que se obtendrá un nivel de concentración máximo.

Una vez establecidos los parámetros geométricos, se presenta a continuación un análisis para determinar la cantidad de energía que llega al receptor.

### 3.4 CANTIDAD DE ENERGÍA EN EL RECEPTOR

Al realizar un balance de energía se puede determinar que el calor útil  $Q_u$  está dado por la energía recibida en el absorbedor  $Q_{abs}$  menos las pérdidas de calor al medio ambiente  $Q_{per}$ , por lo que:

$$Q_u = Q_{abs} - Q_{per} = Q_{abs} - U(T_{abs} - T_a)A_r, \quad (3.4.1)$$

donde la determinación del coeficiente global de perdidas  $U$  (referido a la diferencia de temperaturas del absorbedor  $T_{abs}$  y la del aire ambiente  $T_a$ ), no es de ningún modo una tarea trivial. Este coeficiente depende fundamentalmente del conjunto de materiales utilizados y su configuración geométrica.

La energía  $Q_{abs}$  que se dispone en el absorbedor se determina mediante la relación:

$$Q_{abs} = \eta_o A_a G_b, \quad (3.4.2)$$

donde  $\eta_o$  es la eficiencia óptica del colector,  $A_a$  es el área de apertura del concentrador y  $G_b$  es la irradiancia solar directa que incide sobre el colector.

La eficiencia óptica  $\eta_o$  del colector está dada por:

$$\eta_o = f_t \rho_R \tau_{abs} \alpha_{abs} \gamma F, \quad (3.4.3)$$

donde  $f_t$  es la fracción no sombreada por soportes y absorbedor,  $\rho_R$  es la reflectancia del espejo,  $\tau_{abs}$  es la transmitancia del envoltorio del absorbedor,  $\alpha_{abs}$  es la absortancia del absorbedor,  $\gamma$  es el factor de configuración geométrico (que depende fundamentalmente de la distancia focal  $f$  y el ángulo de borde  $\phi_r$ ), y por último  $F$  es el error de dispersión (que depende de la dispersión angular).

Si la eficiencia instantánea del colector es:

entonces,

$$\eta_c = \frac{Q_{abs}}{A_a G_b} - \frac{U(T_{abs} - T_a) A_r}{G_b A_a} = \eta_o - \frac{U(T_{abs} - T_a) 1}{G_b C}. \quad (3.4.5)$$

Para mejorar la eficiencia del colector habrá que mejorar la eficiencia óptica del concentrador, disminuir las pérdidas térmicas y aumentar la concentración. El funcionamiento de un paraboloide de alta concentración es altamente sensible a las propiedades ópticas del sistema.

A continuación se determina la cantidad de calor  $Q_r$  que se encuentra llegando al receptor antes de ser absorbida por el absorbedor.

Al proponer que no hay errores en las propiedades reflectivas del espejo, ni en el seguimiento solar suponemos que  $F=1$ , o en otras palabras, el ángulo de dispersión  $\delta=0$ , podemos escribir de nueva cuenta la energía  $Q_{abs}$  en el absorbedor como::

$$Q_{abs} = \tau_{abs} \alpha_{abs} (f_t \gamma \rho_R A_a G_b) = \tau_{abs} \alpha_{abs} Q_r, \quad (3.4.6)$$

donde los términos entre paréntesis son  $Q_r$ , que es la energía en el receptor que impacta al absorbedor.

Como se ha examinado hasta ahora, en un concentrador parabólico perfecto, los rayos que son paralelos al eje de éste, son todos reflejados y pasan a través de su punto focal. Sin embargo, los rayos solares no son completamente paralelos, ya que a la distancia Tierra-Sol el diámetro solar sustenta un ángulo  $\alpha=32'$  provocando que su foco no sea puntual sino una región.

La imagen solar se forma en el plano focal del concentrador, donde se localiza el receptor. Para obtener una imagen del Sol bien definida, el paraboloide deberá tener una distancia focal  $f$  grande relativa a su diámetro de apertura  $D_a$ . Así, al tener un diámetro de apertura pequeño comparado con la distancia focal, la dirección de la radiación reflejada es casi normal al plano focal para crear una imagen solar definida. Sin embargo, una distancia focal grande relativa a la apertura puede no ser un diseño práctico, ya que el aumento de la distancia focal se traduce en una mayor precisión de seguimiento y un complicado conformado del paraboloide de revolución.

Cuando la distancia focal  $f$  es corta comparada al diámetro de apertura  $D_a$ , se formaran imágenes elípticas por la reflexión propia del borde del espejo a excepción de una pequeña región cercana al centro del espejo, tal como se observa en la Figura 3.4.1. Una reflexión sin deformación ocurre desde el centro del espejo y el diámetro de la imagen del Sol  $D_{ims}$  sin distorsión formada en el plano focal es:

$$D_{ims} = 2 f \tan 16' = f/107.3, \quad (3.4.7)$$

donde  $f$  es la distancia focal y  $16'$  es la mitad del cono angular solar.

donde  $f$  es la distancia focal y  $16'$  es la mitad del cono angular solar.

Alrededor de la imagen Solar sin distorsión se recibe una cantidad menor de flujo de energía por unidad de área como consecuencia de las imágenes elípticas formadas en el plano focal (Siegel y Howell (1981)).

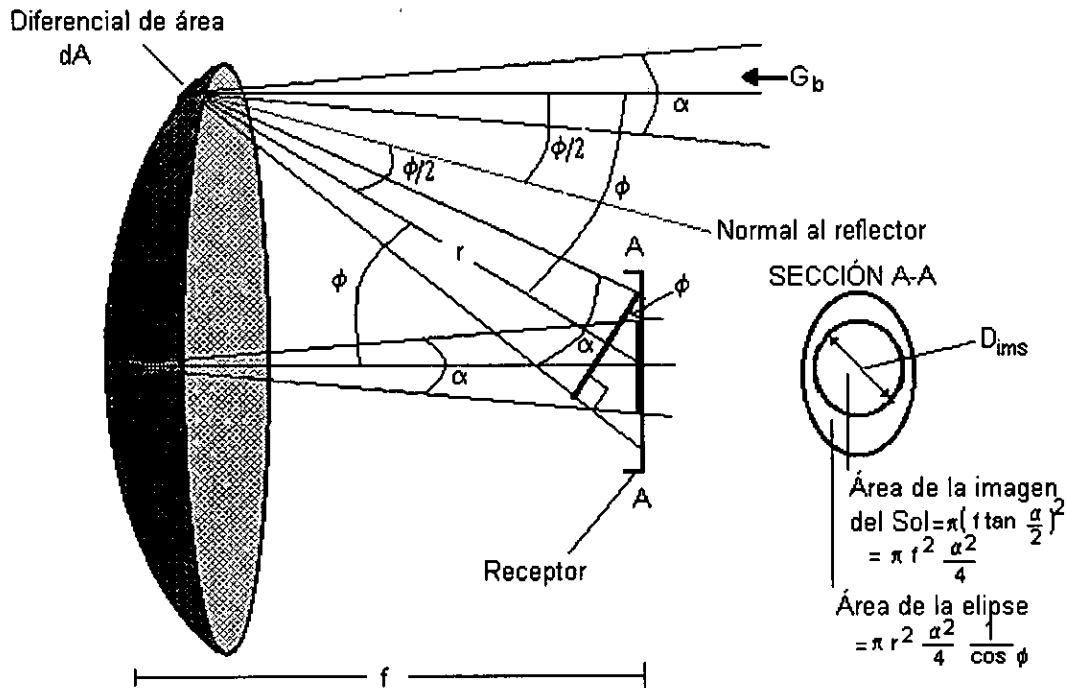


Figura 3.4.1 Imágenes formadas en el plano focal del concentrador solar de espejo parabólico (Adaptado de Siegel y Howell (1981)).

De la Ecuación 3.4.7 se establece que el área de la imagen solar  $A_{ims}$  sin deformación es:

$$A_{ims} = \pi \left( f \tan \frac{\alpha}{2} \right)^2 = \pi f^2 \frac{\alpha^2}{4} , \quad (3.4.8)$$

donde la igualdad que se presenta en la Ecuación 3.4.8 es válida para fines prácticos ya que el cono angular solar  $\alpha$ , es muy pequeño. Se debe tener cuidado al evaluar la Ecuación 3.4.8, ya que  $\alpha$  debe ser expresada en radianes.

Por otra parte, el área de la elipse  $A_e$  se obtiene mediante la proyección sobre el receptor del área de la imagen solar formada en la sección transversal de un cono de luz originado a un ángulo  $\phi$  y a una distancia  $r$  (Figura 3.4.1):

$$\pi r^2 \frac{\alpha^2}{4} = A_e \cos \phi . \quad (3.4.9)$$

se encuentra dentro de la imagen solar es (se supone una iluminación uniforme sobre toda la elipse):

$$\frac{A_{ims}}{A_e} = \frac{\pi f^2 \frac{\alpha^2}{4}}{\pi r^2 \frac{\alpha^2}{4} \frac{1}{\cos \phi}} = \left(\frac{f}{r}\right)^2 \cos \phi, \quad (3.4.10)$$

en tanto que la energía recibida en un elemento de área  $dA$  del borde del reflector es  $G_b dA \cos(\phi/2)$ . Si  $\rho_R$  es la reflectancia del espejo, la energía por unidad de tiempo  $Q_r$  incidente en el plano focal y dentro de la imagen solar es:

$$dQ_r = G_b dA \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \rho_R \left(\frac{f}{r}\right)^2 \cos \phi, \quad (3.4.11)$$

donde el elemento de área  $dA$  en el borde del paraboloide se puede expresar por:

$$dA = 2 \pi r \operatorname{sen} \phi \left[ (dr)^2 + (rd\phi)^2 \right]^{1/2} = 2 \pi r \operatorname{sen} \phi r d\phi \left[ \left( \frac{dr}{rd\phi} \right)^2 + 1 \right]^{1/2}. \quad (3.4.12)$$

Como se presentó en la Ecuación 3.2.10, los parámetros  $r$ ,  $f$  y  $\phi$  están relacionados por  $r = 2f/(1 + \cos \phi)$ , lo que conduce a  $(1/r)(dr/d\phi) = \tan(\phi/2)$ , por lo que al sustituir esta relación en la Ecuación 3.4.12 se tiene:

$$dA = 2 \pi r^2 \operatorname{sen} \phi d\phi \left[ \tan^2\left(\frac{\phi}{2}\right) + 1 \right]^{1/2} = 2 \pi r^2 \operatorname{sen} \phi d\phi \sec\left(\frac{\phi}{2}\right). \quad (3.4.13)$$

Al sustituir la Relación 3.4.13 en la Ecuación 3.4.11 se obtiene:

$$dQ_r = 2 \pi f^2 \rho_R G_b \operatorname{sen} \phi \cos \phi d\phi. \quad (3.4.13)$$

Para determinar la energía por unidad de tiempo que llega al receptor, basta con integrar la Ecuación 3.4.14 desde  $\phi_{\min}$  (el ángulo provocado por la sobra del receptor) hasta  $\phi_r$  (el ángulo de borde). El ángulo de sombreado provocado por el receptor se muestra en la Figura 3.4.2.

De esta manera, la energía por unidad de tiempo que llega al receptor  $Q_r$  se determina por:

$$\int dQ_r = 2 \pi f^2 \rho_R G_b \int_{\phi_{\min}}^{\phi_r} \text{sen } \phi \cos \phi \, d\phi,$$

$$Q_r = \pi f^2 \rho_R G_b (\text{sen}^2 \phi_r - \text{sen}^2 \phi_{\min}), \quad (3.4.15)$$

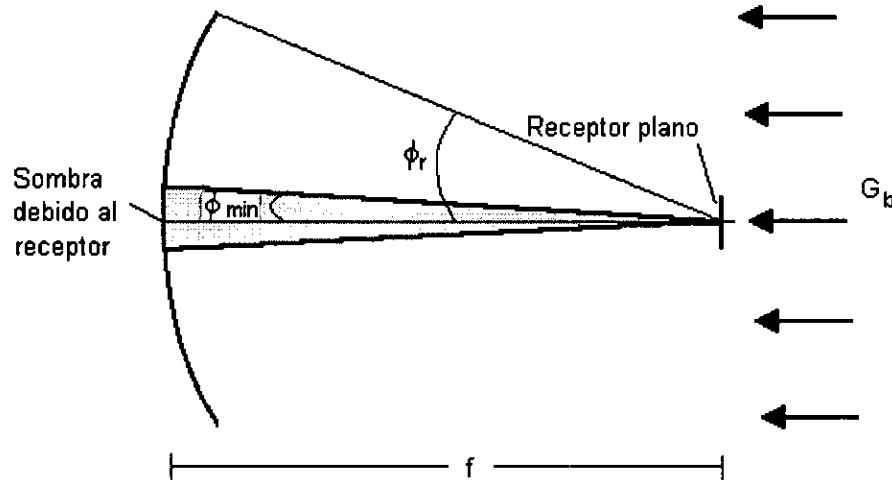


Figura 3.4.2 Sombra provocada por el receptor (Adaptado de Siegel y Howel (1981)).

Si se utiliza la Ecuación 3.2.18 para determinar \$f^2\$ en función del área de apertura \$A\_a\$ y el ángulo de borde \$\phi\_r\$, obtenemos:

$$f^2 = \frac{A_a}{4 \pi \tan^2\left(\frac{\phi_r}{2}\right)}, \quad (3.4.16)$$

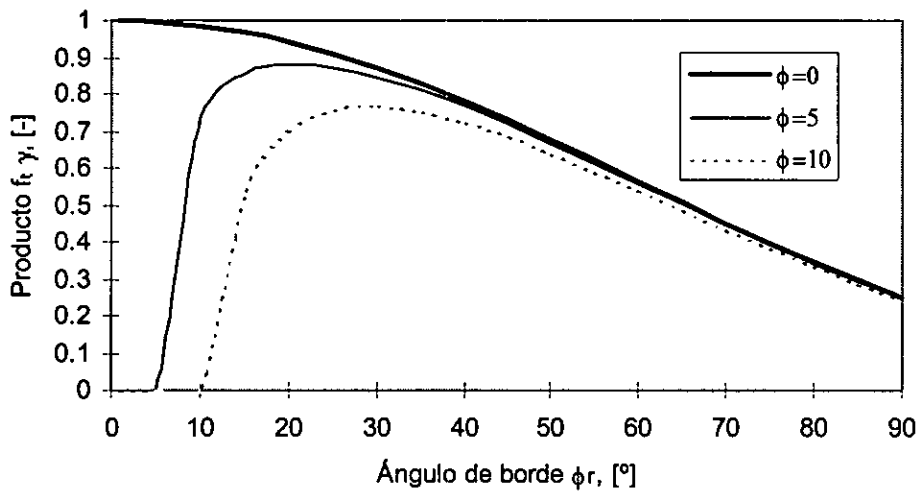
que al ser sustituida en la Ecuación 3.4.13 \$Q\_r\$ es ahora:

$$Q_r = \frac{(\text{sen}^2 \phi_r - \text{sen}^2 \phi_{\min})}{4 \tan^2\left(\frac{\phi_r}{2}\right)} \rho_R A_a G_b, \quad (3.4.17)$$

Como se planteó, la energía incidente \$Q\_r\$ en el receptor depende de los parámetros óptico-geométricos del concentrador y receptor. Así, el factor \$f\_t \gamma\$ se obtiene de comparar los términos de la Ecuación 3.4.6 y con la Ecuación 3.4.17, por lo que:

$$f_t \gamma = \frac{(\text{sen}^2 \phi_r - \text{sen}^2 \phi_{\min})}{4 \tan^2\left(\frac{\phi_r}{2}\right)}. \quad (3.4.18)$$

Este factor  $f_t \gamma$  depende únicamente del ángulo de borde  $\phi_r$ , al cual el paraboloide a sido truncado. En la Gráfica 3.4.2 se presenta dicho factor para diferentes ángulos de sombreado ( $\phi_{min}=0$ ,  $\phi_{min}=5^\circ$  y  $\phi_{min}=10^\circ$ ). En la gráfica se observa el decaimiento del factor  $f_t \gamma$  al ir aumentando el ángulo de borde  $\phi_r$ . Este comportamiento se debe al tamaño finito del Sol, que al reflejarse en la superficie del espejo parabólico produce imágenes elípticas en el plano focal. Conforme aumenta el ángulo de borde, el semieje de estas elipses se incrementa, causando que en el plano receptor se presente dispersión cada vez mayor y por ende la energía capturada en el área del receptor disminuye comparada a la energía colectada.<sup>6</sup> El comportamiento asintótico de las diferentes curvas que presentan ángulo de sombreado con respecto a la curva que no presenta ángulo de sombreado, demuestra que aun para ángulos de sombreado pequeños, cuando el ángulo de borde aumenta la dispersión en el plano receptor aumenta.



**Gráfica 3.4.2** Comportamiento del factor  $f_t \gamma$  al ir aumentando el ángulo de borde  $\phi_r$  del paraboloide y presentar diferentes ángulos de sombreado  $\phi_{min}$ .

La eficiencia óptica  $\eta_o$  puede ser representada como el producto de la eficiencia del absorbedor  $\eta_{abs}$  por la eficiencia de captación en el receptor  $\eta_{cr}$ , de tal suerte que:  $\eta_o = \eta_{abs} \eta_{cr} = (\tau_{abs} \alpha_{abs})(f_t \gamma \rho_R F)$ , donde la eficiencia de captación en el receptor  $\eta_{cr}$  es:

$$\eta_{cr} = f_t \gamma \rho_R F . \tag{3.4.19}$$

Se puede determinar entonces que: con ángulos de borde y de sombreado pequeños se logra tener una mayor eficiencia de captación.

<sup>6</sup> Simon (1958a) obtiene para un concentrador parabólico, la razón entre la energía  $E_a$  incidiendo en la imagen solar formada en el plano focal y la energía total  $E$  cayendo en un círculo de radio  $r$ . Los valores que son obtenidos por la Ecuación 3.4.18 están en acuerdo al estudio que realiza Simon, sin embargo, en su estudio no considera el ángulo de sombra provocado por el receptor.



Por otra parte, al sustituir la distancia focal optima  $f_o$  (Ecuación 3.3.11) en la Ecuación 3.4.13 se obtiene la máxima energía por unidad de tiempo disponible en el receptor del paraboloide:

$$Q_{r\max} = \pi \frac{D_r^2}{16 \tan^2\left(\frac{\phi_r}{2}\right)} (C_{\max}) \rho_R G_b (\sin^2 \phi_r - \sin^2 \phi_{\min}), \quad (3.4.20)$$

donde  $D_r$  es el diámetro del receptor,  $\phi_r$  el ángulo de borde del paraboloide,  $\phi_{\min}$  el ángulo de sombreado provocado por el receptor,  $G_b$  la radiación solar directa,  $\rho_R$  la reflectancia de la superficie del paraboloide y  $C_{\max}$  la concentración máxima (Ecuación 3.3.10).

La Ecuación 3.4.20 presenta de manera implícita los factores óptico-geométricos del colector y por lo tanto la eficiencia de concentración en el receptor  $\eta_{cr}$ .<sup>7</sup> Esta ecuación evalúa la energía por unidad de tiempo que se puede obtener en un diseño adecuado del concentrador basado en el diámetro del receptor y su ángulo de borde. Esta resulta de gran utilidad y se escribe por simplicidad como:

$$Q_{r\max} = \pi f_o^2 \rho_R G_b (\sin^2 \phi_r - \sin^2 \phi_{\min}). \quad (3.4.21)$$

La ecuación 3.4.20 se escribe de nueva cuenta como:

$$Q_{r\max} = \pi \frac{D_r^2}{4} \frac{(\sin^2 \phi_r - \sin^2 \phi_{\min})}{4 \tan^2\left(\frac{\phi_r}{2}\right)} (C_{\max}) \rho_R G_b = A_r G_b \rho_R (f_t \gamma C_{\max}), \quad (3.4.22)$$

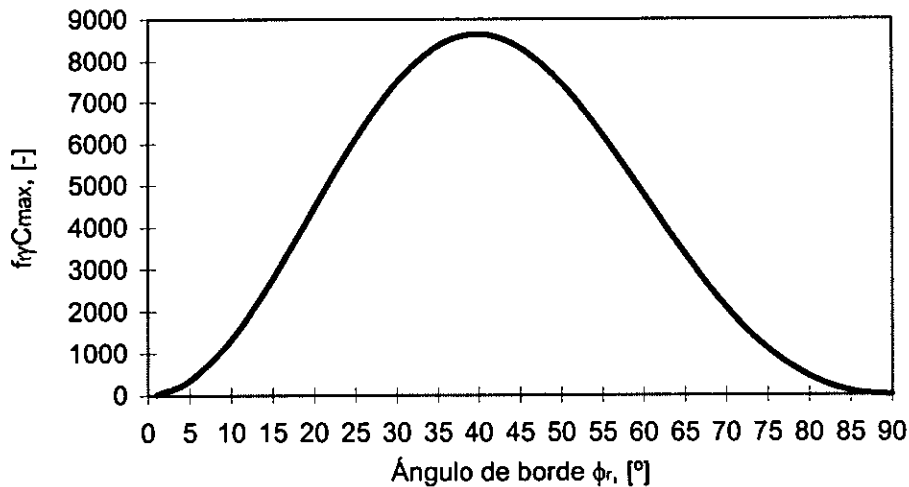
donde se observa entre paréntesis, el producto  $f_t \gamma$  y el cual penaliza la concentración máxima. En la Gráfica 3.4.3 se presenta el producto  $f_t \gamma$  y  $C_{\max}$  y establece en función del ángulo de borde del paraboloide la máxima concentración posible para la máxima captación de energía. Se observa en esta misma gráfica que la máxima captación de energía, aunada a la máxima concentración posible, ocurre a un ángulo de borde  $\phi_r=40^\circ$  aproximadamente y presenta un valor cercano a 9,000.

No debe olvidarse que todo el análisis realizado a lo largo del capítulo es para un receptor plano, y no deberá generalizarse para receptores esféricos.

Por otro lado, es necesario especificar la distribución espacial de la radiación incidente por unidad de área presente en el receptor. Es necesario establecer éste parámetro, ya que de éste depende el comportamiento térmico de la fibra óptica en la transmisión de flujo radiativo solar concentrado, como se verá más adelante. Si bien se cuenta con diferentes estudios de la distribución de la energía en el receptor del

<sup>7</sup> La concentración máxima  $C_{\max}$  incluye el error de dispersión  $F$ , ya que está depende del ángulo de dispersión  $\delta$ .

concentrador (p. ej. Simon (1958b)), se ha supuesto, una distribución normal de energía en el área del receptor, la cual presenta diferentes amplitudes de distribución, de tal suerte que permitirá evaluar diferentes comportamientos térmicos en la fibra óptica durante la transmisión de energía.



Gráfica 3.4.3 Producto  $f_\gamma$  por la concentración máxima.

### 3.5 DISTRIBUCIÓN DE LA RADIACIÓN INCIDENTE EN EL RECEPTOR

Para obtener la radiación incidente en el receptor, se ha supuesto que esta proviene de un espejo parabólico cuyo eje es alineado a la incidencia solar y no presenta distribución angular en el área del receptor, por lo que se establece entonces que:

$$G_{r \max} = \frac{Q_{r \max}}{I} e^{-a\left(\frac{r}{R_r}\right)^2}, \quad (3.5.1)$$

donde  $G_{r \max}$  es la radiación incidente máxima en el receptor,  $a$  es el coeficiente de amplitud de distribución y determina la forma de la distribución radial,  $r$  la coordenada radial del receptor,  $R_r$  el radio del receptor e  $I$  es la integral para el área de distribución, tal que:

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^{R_r} e^{-a\left(\frac{r}{R_r}\right)^2} r dr d\theta, \quad (3.5.2)$$

así  $I$  es entonces:

$$I = \frac{\pi R_r^2}{a} (1 - e^{-a}). \quad (3.5.3)$$

Al sustituir la Relación 3.5.3 en la Ecuación 3.5.1 se obtiene:

$$G_{r \max} = Q_{r \max} \left( \frac{a e^{-a \left(\frac{r}{R_r}\right)^2}}{\pi R_r^2 (1 - e^{-a})} \right). \quad (3.5.4)$$

La Ecuación 3.5.4, permite establecer la energía por unidad de tiempo y unidad de área que se presenta en el receptor a diferentes distancias radiales. De éste modo la función de distribución radial de la energía disponible en el receptor es:

$$\Gamma = \frac{a e^{-a \left(\frac{r}{R_r}\right)^2}}{\pi R_r^2 (1 - e^{-a})}, \quad (3.5.5)$$

la cual establece en función de la amplitud de distribución  $a$ , las diferentes distribuciones de energía por unidad de área de manera radial.

Por otra parte, para establecer una distribución homogénea basta con tomar el límite cuando  $a \rightarrow 0$ , tal que:

$$\lim_{a \rightarrow 0} \Gamma = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{a e^{-a \left(\frac{r}{R_r}\right)^2}}{\pi R_r^2 (1 - e^{-a})} = \frac{1}{\pi R_r^2}, \quad (3.5.6)$$

por lo que para una distribución homogénea se tiene:

$$G_{r \max} = \frac{Q_{r \max}}{\pi R_r^2}. \quad (3.5.7)$$

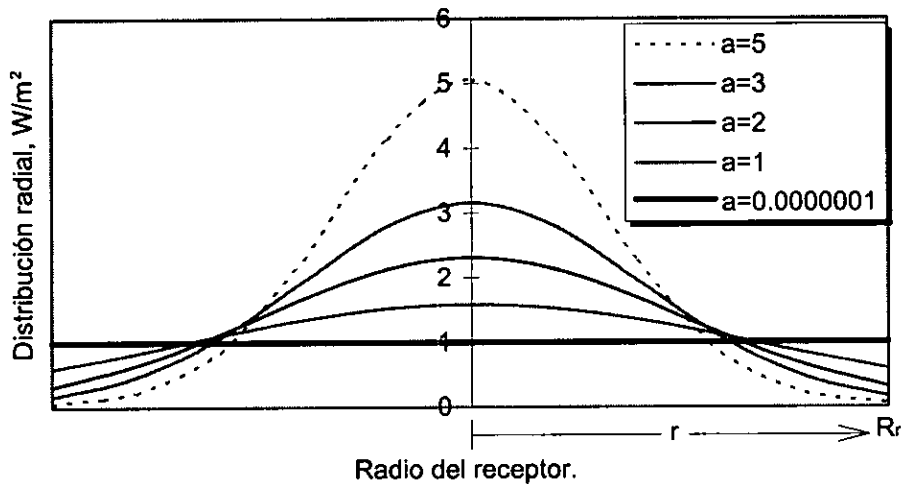
Al sustituir la Ecuación 3.3.120 en la Ecuación 3.5.4, la radiación incidente máxima con distribución radial se puede escribir como:

$$G_{r \max} = \left( \frac{a e^{-a \left(\frac{r}{R_r}\right)^2}}{\pi R_r^2 (1 - e^{-a})} \right) \pi \frac{D_r^2}{16 \tan^2 \left( \frac{\phi_r}{2} \right)} (C_{\max}) \rho_R G_b (\sin^2 \phi_r - \sin^2 \phi_{\min}), \quad (3.5.8)$$

o bien como función de la longitud de onda como:

$$G_{r \max} = \int_0^{\infty} G_{r \max \lambda} d\lambda = \left( \frac{a e^{-a \left(\frac{r}{R_r}\right)^2}}{\pi R_r^2 (1 - e^{-a})} \right) \pi \frac{D_r^2}{16 \tan^2 \left(\frac{\phi_r}{2}\right)} (C_{\max}) (\sin^2 \phi_r - \sin^2 \phi_{\min}) \int_0^{\infty} \rho_{R\lambda} G_{b\lambda} d\lambda \quad (3.5.9)$$

En la Gráfica 3.5.1 se presenta la distribución para diferentes amplitudes de la radiación incidente (Ecuación 3.5.4) en el receptor de radio  $R_r$  (la cantidad de energía y el radio de receptor son arbitrarios).



**Gráfica 3.5.1** Distribución radial en el receptor de la energía por unidad de área y por unidad de tiempo. (La cantidad de energía y el radio son arbitrarios).

Por último, para completar la discusión del concentrador de espejo parabólico, hace falta considerar la reflectancia  $\rho_R$  de la superficie especular. Este parámetro es analizado en la siguiente sección.

### 3.6 MATERIALES REFLECTIVOS

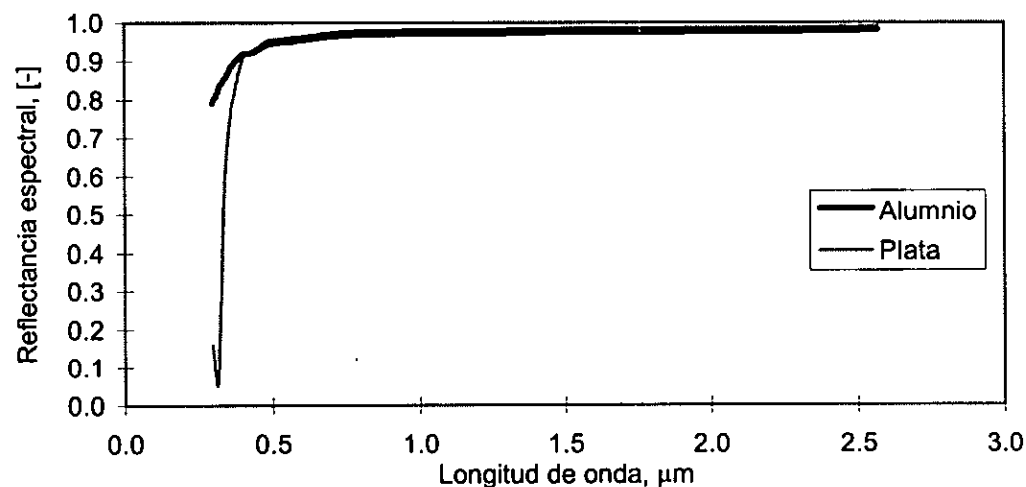
Los concentradores solares dependen de la superficie reflectiva para concentrar los rayos solares en una pequeña área. La calidad de la reflectancia de la superficie, es una medida de su especularidad, donde la reflectancia es la relación en porcentaje del rayo incidente contra el rayo reflejado y la especularidad es la medida de la propiedad de una superficie reflejante de no dispersar el ángulo en comparación al ángulo de incidencia; así, una superficie ideal refleja todos los rayos en un ángulo igual al ángulo de incidencia, como se establece en la Ecuación 1.9.2.

Generalmente estas superficies son de plata o aluminio pulido. Donde la plata pulida tiene una alta reflectancia (98%) para el espectro de energía solar (Granquist (1991)). Actualmente las superficies reflectivas usadas son hojas de aluminio las cuales son relativamente baratas. Sin embargo, sus desventajas son una moderada reflectancia especular (85% cuando son nuevas) y baja tolerancia al medio ambiente. Estas

superficies pueden ser protegidas de la corrosión atmosférica por material transparente a lo que se le denomina espejo de segunda superficie (Kreith y Kreider (1978)).

Un reciente concepto bajo desarrollo, es la aplicación de plata como cubierta reflectiva directamente a una superficie estructural de acero inoxidable o aluminio (Stine (1994)). Estas superficies cuentan con una protección elaborada por la técnica *sol-gel* que es aplicado como pintura y cuando seca forma como una cubierta de vidrio delgado.

En la Gráfica 3.6.1 se presenta la reflectancia espectral para plata y aluminio (Heggen (1988)). Se puede observar que en la región del ultravioleta, el aluminio presenta mejor reflectancia que la plata. Por el contrario, la plata presenta una reflectancia mayor en la región del visible al cercano infrarrojo.



Gráfica 3.6.1 Reflectancia espectral plata y aluminio. (Adaptado de Heggen (1988)).

Películas plásticas aluminizadas son actualmente usadas en el diseño de los concentradores; una variedad de películas plásticas con una cubierta de aluminio vaporizado, depositado en el reverso de la superficie, se han utilizado en la concentración solar por varios años. Si bien las propiedades ópticas y mecánicas de casi todos los plásticos se degradan por larga exposición a rayos ultravioleta, agregando estabilizadores se logra aumentar su estabilidad. Películas plásticas plateadas de bajo costo, flexibles, ligeras, con alta reflectancia (96%) y alta especularidad prometen ser la superficie reflectora a escoger para muchos nuevos diseños.

Si bien, un diseño adecuado del concentrador con un apropiado revestido de material reflejante permite la concentración de la energía solar en su receptor, esta energía disponible requiere de una aplicación directa en el absorbedor o bien una conversión de energía para su transporte.

Para el transporte de energía solar sin conversión se plantea el uso de fibras ópticas. Estas permiten transportar con pocas pérdidas la energía radiativa a un punto de aplicación determinado. En el siguiente capítulo se analiza el acoplamiento geométrico

adecuado entre una fibra óptica y un concentrador parabólico. Se presentan además, las ecuaciones que permiten estimar en la fibra óptica la eficiencia de transmisión y la potencia de salida al final de la fibra óptica. Para motivar la investigación en el uso de fibras ópticas como transmisoras de flujo radiativo solar concentrado se presentan como tentativa dos posibles aplicaciones que permiten enfatizar las ventajas que ofrecería un dispositivo de esta índole.

# ACOPLAMIENTO FIBRA ÓPTICA Y CONCENTRADOR SOLAR

---

**A**PESAR de que el uso de fibras ópticas para transportar energía ya ha sido propuesto, no hay en la literatura un estudio del óptimo acoplamiento entre estos dos dispositivos. En este capítulo se presenta un análisis para el acoplamiento entre una fibra óptica y el concentrador parabólico. Este arreglo permite guiar una decena de metros la energía solar concentrada, disponible en el receptor, mediante el uso de una fibra óptica.

Este estudio se usa una fibra óptica de  $\text{SiO}_2$  tipo comercial (con bajo contenido de iones metálicos y radicales  $^-\text{OH}$ ), lo que conduce al diseño propio del concentrador. La razón para establecer este esquema de diseño, se debe a que los materiales que constituyen la fibra óptica, deben presentar la menor atenuación posible al espectro de radiación solar comprendido entre los 0.29 y  $2.5\mu\text{m}$ .<sup>1</sup> Se debe recordar que los parámetros geométricos implicados en la fibra óptica dependen de los materiales que la constituyen,<sup>2</sup> resulta claro que, es más fácil confeccionar un espejo de tipo parabólico que elaborar los materiales de una fibra óptica.

En este capítulo se presentan las expresiones que permiten estimar la cantidad de energía solar concentrada que es transmitida por la fibra óptica. De igual forma se establece la eficiencia de transmisión y la cantidad de energía absorbida durante dicho proceso. Una vez establecidas estas formulaciones son evaluadas mediante una hoja de cálculo.

Al final del capítulo se presentan de manera tentativa dos aplicaciones del uso de fibras ópticas como conductoras de flujo solar concentrado. La primera aplicación se encamina al uso de energía solar en la producción de hidrógeno por fotoelectrólisis. Se obtiene en éste primer estudio la eficiencia teórica de conversión del sistema por primera ley de la termodinámica.

### 4.1 ACOPLAMIENTO DE LOS PARÁMETROS GEOMÉTRICOS

La idea es acoplar una fibra óptica en el receptor del concentrador parabólico, de tal suerte que, la energía concentrada disponible sea capturada por la fibra óptica y sea transmitida. En la Figura 4.1.1 se muestran los parámetros geométricos involucrados, tanto en el concentrador como en la fibra óptica.

El ángulo de admisión máximo (Ecuación 2.2.5) medido entre el eje longitudinal y el rayo crítico de admisión es:

---

<sup>1</sup> Sección 1.6

<sup>2</sup> Sección 2.2

$$\theta_{\max} = \text{sen}^{-1} \left( \frac{1}{n_3} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right), \quad (4.1.1)$$

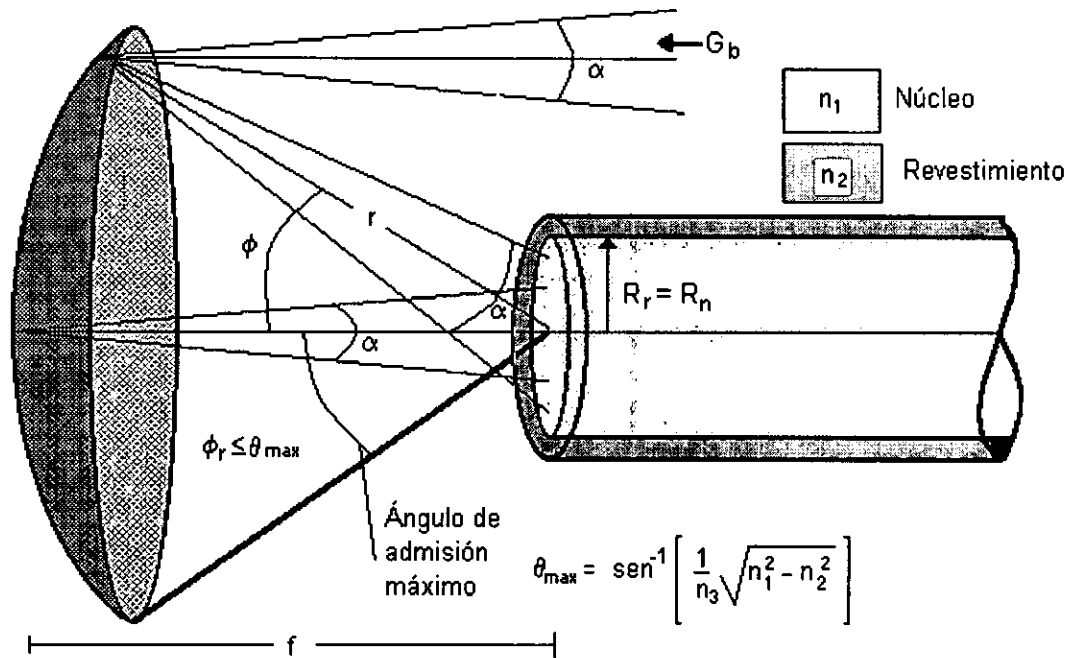


Figura 4.1.1 Parámetros geométricos para el acoplamiento entre la fibra óptica y el paraboloide.

como se observa, el ángulo depende de los materiales del núcleo y del revestimiento con índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$  respectivamente. De esta forma el ángulo de aceptación  $\theta_i$  en la fibra óptica para que ocurra reflexión interna total está limitado en  $0 \leq \theta_i \leq \theta_{\max}$ .<sup>3</sup> Por tanto el ángulo de borde  $\phi_r$  del paraboloide deberá ser igual o menor al ángulo de admisión máximo de la fibra óptica:

$$\phi_r \leq \theta_{\max}, \quad (4.1.2)$$

por lo que el ángulo de borde debe satisfacer:

$$\phi_r \leq \text{sen}^{-1} \left( \frac{1}{n_3} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right), \quad (4.1.3)$$

donde:  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_3$  son los índices de refracción del núcleo, del revestimiento y del medio circundante, respectivamente.<sup>4</sup>

Ya que la concentración máxima depende del ángulo de borde  $\phi_r$ , al igualar éste

<sup>3</sup> Sección 2.2

<sup>4</sup> El medio circundante a la entrada de la fibra óptica es aire, por lo que se considera un valor para  $n_3 = 1$ .



con el a ángulo máximo de aceptación de la fibra óptica  $\theta_{\max}$ , tal que  $\phi_r = \theta_{\max}$ , se asegura un nivel de concentración máximo (Ecuación 3.3.10) a la entrada de la fibra. Así se tiene que la concentración máxima es ahora función del ángulo de aceptación de la fibra óptica:

$$C_{\max} = \frac{\text{sen}^2 \theta_{\max} \cos^2(\theta_{\max} + 0.267^\circ + \delta/2)}{\text{sen}^2(0.267^\circ + \delta/2)}, \quad (4.1.4)$$

donde  $\delta$  es ángulo de dispersión de la radiación solar que llega al receptor.<sup>5</sup>

Por otra parte, para obtener la distancia focal óptima  $f_o$  (Ecuación 3.3.11) que permite un nivel de captación solar tan alto como sea posible, el radio del receptor  $R_r$  debe ser igual al radio del núcleo de la fibra óptica  $R_n$ , tal que:

$$R_r = R_n, \quad (4.1.5)$$

de esta forma la distancia focal óptima  $f_o$  (Ecuación 3.3.11) es función del ángulo de aceptación de la fibra óptica  $\theta_{\max}$  y el radio de su núcleo  $R_n$ :

$$f_o = \frac{R_n}{2 \tan\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right)} (C_{\max})^{1/2}. \quad (4.1.6)$$

El diámetro de apertura  $D_a$  del paraboloide, se puede determinar mediante la Ecuación 3.2.14, de modo que:

$$D_a = 4 \tan\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right) f_o, \quad (4.1.7)$$

o, al utilizar la Ecuación 3.3.9 con  $\phi_r = \theta_{\max}$  es simplemente:

$$D_a = \frac{\text{sen} \theta_{\max} \cos\left(\theta_{\max} + 0.267^\circ + \frac{\delta}{2}\right)}{\text{sen}\left(0.267^\circ + \frac{\delta}{2}\right)} D_r. \quad (4.1.8)$$

De esta manera los parámetros involucrados para el diseño del concentrador parabólico son dependientes del tipo de fibra óptica utilizada.

Las diferentes propiedades de transmisión de los materiales que constituyen las

<sup>5</sup> Figura 3.3.2

fibras ópticas establecen la eficiencia de transmisión. En la siguiente sección se establece la eficiencia de transmisión y la cantidad de energía que se encuentra presente en la salida de la fibra óptica.

## 4.2 TRANSMISIÓN DE ENERGÍA SOLAR CONCENTRADA

La fibra óptica, permite guiar a unos cuantos metros, la energía solar concentrada que se encuentra disponible en el receptor del colector parabólico. Sin embargo, durante el proceso de transmisión se pierde energía por absorción y dispersión.

Comencemos por estimar la energía por unidad de tiempo disponible a la entrada de la fibra óptica  $Q_{ent}$ , que impacta el área de su núcleo, (relacionada a la energía en el receptor del paraboloide, Ecuación 3.4.21). Está se determina por:

$$Q_{ent} = \pi f_o^2 (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\text{sen}^2 \theta_{max} - \text{sen}^2 \phi_{min}), \quad (4.2.1)$$

al sustituir la distancia focal óptima  $f_o$  (Ecuación 4.1.6), resulta en;

$$Q_{ent} = \pi \frac{R_n^2}{4 \tan^2 \left( \frac{\theta_{max}}{2} \right)} (C_{max}) (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\text{sen}^2 \theta_{max} - \text{sen}^2 \phi_{min}), \quad (4.2.2)$$

donde:  $R_n$  es el radio del núcleo de la fibra óptica,  $\theta_{max}$  el ángulo máximo de aceptación de la fibra óptica,  $C_{max}$  la concentración máxima como función de  $\theta_{max}$ ,  $\rho_R$  la reflectancia de la superficie del paraboloide,  $G_b$  la irradiancia solar directa,  $\phi_{min}$  el ángulo de sombreado provocado por la fibra óptica sobre el paraboloide y  $\rho_f$  son las pérdidas de tipo Fresnel que ocurren al paso de radiación de un medio con cierto índice de radiación a otro con índice de refracción diferente.

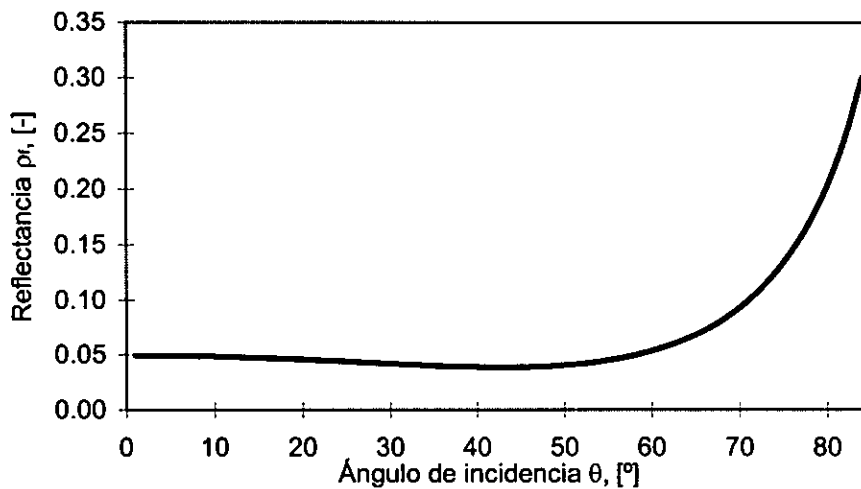
La determinación de  $\rho_f$  se hace mediante la ecuación de Fresnel (Ecuación 1.9.7) al establecer que: el ángulo de incidencia  $\theta_1$  se encuentra en el rango  $0 \leq \theta \leq \theta_{max}$ , donde  $\theta$  es el ángulo de admisión de la fibra óptica y  $\theta_{max}$  es el ángulo de admisión máximo, y que el ángulo de refracción  $\theta_2$  es igual al ángulo máximo de penetración  $\theta_1$ .

Al utilizar la ley de Snell (Ecuación 2.2.3) donde  $n_1$  es el índice de refracción del núcleo de la fibra óptica y suponer  $n_3=1$  (índice de refracción del aire), se establece en la Ecuación 4.2.3 la reflexión de la luz no polarizada que tiene lugar en la interfaz del núcleo de la fibra óptica y el aire circundante. De esta manera en la Ecuación 4.2.3 se establece la fracción de la intensidad de radiación que es reflejada por la superficie del núcleo de la fibra óptica y constituye parte de las pérdidas en la transmisión de energía solar concentrada. Las pérdidas por reflexión a la entrada de la fibra óptica se determinan por:

$$\rho_f = \frac{1}{2} \left( \frac{\tan^2 \left( \sin^{-1} \left( \frac{\sin \theta_1}{n_1} \right) - \theta_1 \right) + \sin^2 \left( \sin^{-1} \left( \frac{\sin \theta_1}{n_1} \right) - \theta_1 \right)}{\tan^2 \left( \sin^{-1} \left( \frac{\sin \theta_1}{n_1} \right) + \theta_1 \right) + \sin^2 \left( \sin^{-1} \left( \frac{\sin \theta_1}{n_1} \right) + \theta_1 \right)} \right) \quad (4.2.3)$$

donde  $n_1$  es el índice de refracción del núcleo de la fibra óptica y  $\theta_1$  esta comprendido en  $0 \leq \theta \leq \theta_{\max}$ .

En la Gráfica 4.2.1 se presenta el comportamiento de la reflectancia  $\rho_f$  para diferentes ángulos de admisión al considerar una fibra óptica con núcleo de  $\text{SiO}_2$  cuyo índice de refracción  $n_1=1.57$ .



**Gráfica 4.2.1** Reflectancia de la luz no polarizada para diferentes ángulos de admisión en la interfaz aire y núcleo de la fibra óptica con índice de refracción  $n_1 = 1.57$ .

Como se observa en la Gráfica 4.2.1, para ángulos de admisión menores a  $40^\circ$ , se establece un comportamiento aproximadamente lineal con un rango pequeño en las pérdidas por reflexión. Mientras que para ángulos mayores a  $50^\circ$ , la reflectancia presenta un aumento acentuado.

Si bien el índice de refracción depende de la longitud de onda y de la temperatura, esta dependencia no es fuerte para el  $\text{SiO}_2$ . La variación de su índice de refracción para las longitudes de onda comprendidas entre los  $0.29$  y  $2.5\mu\text{m}$ , que corresponde al espectro solar, se mantiene en un rango de  $\pm 5\%$ . En tanto que la variación del índice de refracción con respecto a la temperatura se mantiene en un rango de  $\pm 0.5\%$  a temperaturas entre  $25$  y  $800^\circ\text{C}$  (Bansal y Doremus (1986)).

Por otra parte, de la Ecuación 2.3.2 se obtiene la energía por unidad de tiempo a la salida de la fibra óptica  $Q_{\text{sal}}$ , como:

$$Q_{sal} = Q_{ent} 10^{-\frac{L \text{ dB}_{per}}{10}}, \quad (4.2.4)$$

donde:  $Q_{ent}$  es la Ecuación 4.2.2,  $L$  es el largo de la fibra óptica y  $\text{dB}_{per}$  es la medida de atenuación en decibeles por unidad de longitud.

La diferencia entre la energía por unidad de tiempo a la entrada  $Q_{ent}$  y la energía por unidad tiempo a la salida  $Q_{sal}$  determina la cantidad de energía por unidad de tiempo absorbida  $Q_{ab}$  por el núcleo de la fibra óptica durante el proceso de transmisión:

$$Q_{ab} = Q_{ent} - Q_{sal}, \quad (4.2.5)$$

y la eficiencia de transmisión  $\eta_{\tau}$  se define como:

$$\eta_{\tau} = \frac{Q_{sal}}{Q_{ent}}. \quad (4.2.6)$$

En la siguiente sección se evalúan los parámetros que se presentan en las secciones 4.1 y 4.2, al establecer el tipo de fibra óptica utilizada como guía de onda para la transmisión de la energía solar concentrada. La evaluación de estos parámetros se ha implementado en una hoja de cálculo<sup>6</sup> que permite de manera fácil y conveniente realizar los cálculos de las diferentes expresiones que se obtienen.

### 4.3 EVALUACIÓN DE PARÁMETROS FIBRA ÓPTICA-CONCENTRADOR SOLAR

Las propiedades de transmisión de la fibra óptica marcan la pauta para elegir el tipo de fibra a utilizar. Ésta debe presentar una atenuación baja en el rango entre los 0.29 y 2.5 $\mu\text{m}$  cuando se demanda la transmisión de energía solar concentrada en aplicaciones terrestres.<sup>7</sup> Una atenuación de bajo nivel implica: una eficiencia de transmisión alta y se asegura una baja cantidad de energía absorbida durante el proceso de transmisión. Este último punto es importante, ya que durante el proceso de transmisión la energía absorbida provoca el calentamiento de la fibra óptica y las condiciones ópticas y físicas para una adecuada transmisión se encuentran ligadas a la temperatura.

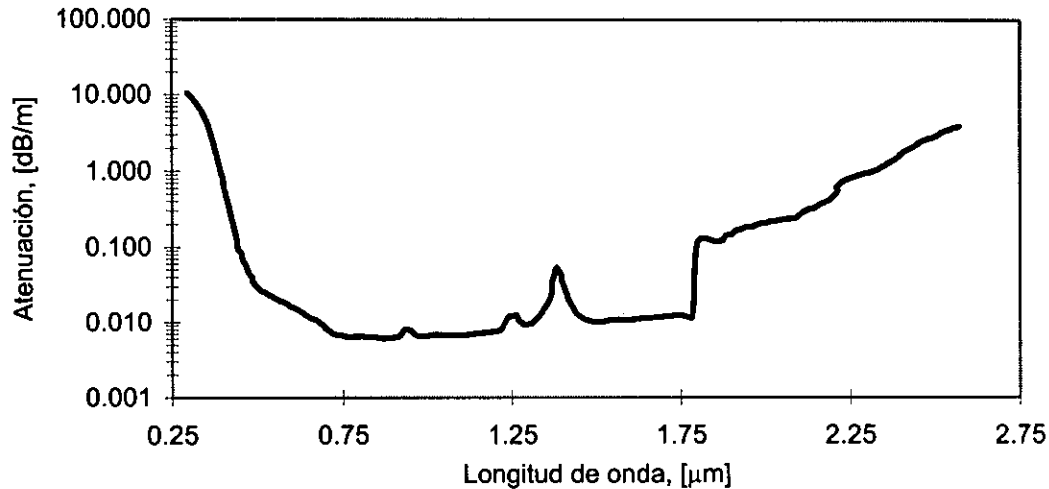
Para diferentes tipos de fibra óptica se establece la temperatura máxima de operación para evitar que ocurra degradación permanente en los componentes que la constituyen. Así por ejemplo, en fibras ópticas comerciales el rango típico de temperaturas máximas de operación se encuentra entre 45 a 400°C aproximadamente (Hecht (1990)). Las temperaturas máximas de operación cercana a los 45°C, por lo general, se encuentran vinculadas a fibra ópticas de materiales plásticos, mientras que los rangos entre los 360 a 400°C están presentes en óxidos de semiconductores (Poly-

<sup>6</sup> Microsoft Excel. Versión 5.0a.

<sup>7</sup> Sección 1.6.

optical; Polymicro Technologies).

De esta manera se ha decidido utilizar las propiedades físicas de una fibra óptica de tipo comercial de sílica con bajo contenido en su núcleo de iones metálicos, tales como:  $\text{Fe}^{+2}$ ,  $\text{Cu}^{+2}$  y  $\text{Ni}^{+2}$ , así como también bajo contenido de radicales  $\text{OH}^-$ . En la Gráfica 4.3.1 se presenta la atenuación típica para este tipo de material (Polymicro Technologies).



**Gráfica 4.3.1** Atenuación de la fibra óptica en función de la longitud de onda. (Adaptada de Polymicro Technologies).

En particular, esta fibra óptica se fabrica en muy diversos diámetros. En la Figura 4.3.1 se presenta un esquema del equipo usado para acoplar el núcleo y el revestimiento que permite formar la guía de onda. Una vez que ésta es conformada, es común recubrir con material plástico para ofrecer protección a ralladuras y suciedad en su superficie, así como también la inclusión de impurezas al núcleo; en especial la difusión del agua proveniente del medio ambiente.

Para diámetros superiores a 1mm, debido a las propiedades físicas de la sílica a temperatura ambiente, se tienen guías de onda rígidas, motivo por el cual el núcleo de las fibras ópticas se fabrican con diámetros del orden de 10 a 1000 $\mu\text{m}$ , lo que permite obtener una flexibilidad provechosa en la manipulación de la guía de luz.

En éste estudio se ha supuesto un diámetro en el núcleo de la fibra óptica  $D_n=5\text{mm}$ , lo que implica el uso de una guía de onda rígida, sin embargo, ésta puede ser moldeada con diversas formas según se requiera. Se ha establecido además un ángulo de admisión máximo  $\theta_{\text{max}}=12^\circ$  derivado de los materiales usados en el núcleo de la fibra y el revestimiento (Polymicro Technologies). Mediante el diámetros del núcleo y el ángulo de admisión se establecen las características del sistema concentrador definido por el paraboloide de revolución.

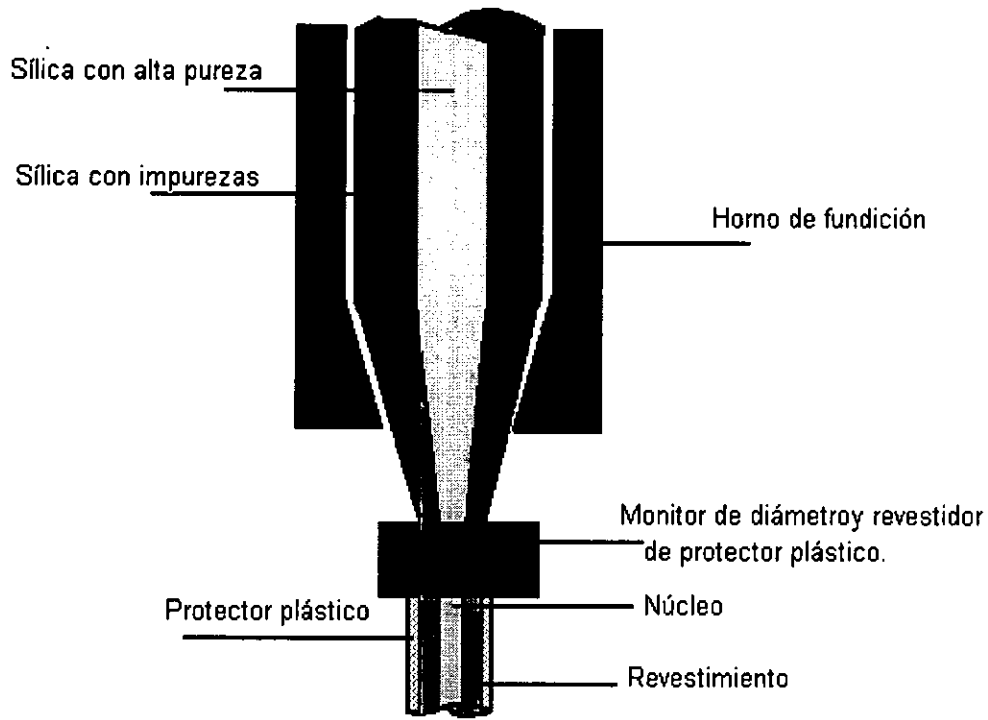


Figura 4.3.1 Esquema de conformado del SiO<sub>2</sub> para elaborar una guía de onda. (Adaptado de Hecht (1990)).

Para realizar los cálculos se supone el diámetro del receptor igual al diámetro del núcleo y el ángulo de borde del paraboloide igual al ángulo de admisión máximo de la fibra óptica, esto es:

$$D_r = D_n = 0.005m, \tag{4.3.1}$$

y

$$\phi_r = \theta_{max} = 12^\circ. \tag{4.3.2}$$

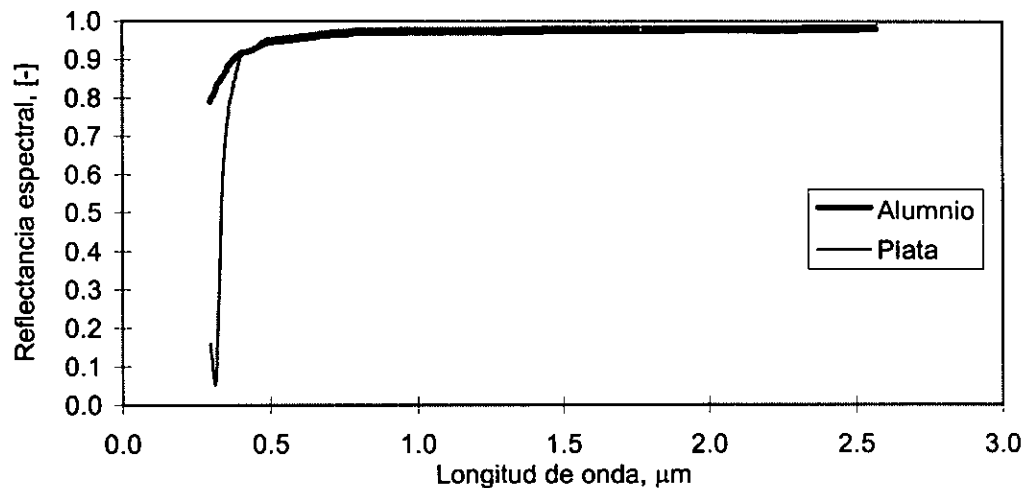
Una vez evaluadas las Relaciones 4.1.4, 4.1.6, 4.1.7 se escriben en la Tabla 4.3.1. Se determina que estos parámetros son los más apropiados para describir al paraboloide revolución en un adecuado acoplamiento con la fibra óptica propuesta. En los cálculos realizados en éste trabajo se han despreciado los ángulos de sombreado y de dispersión, esto es:  $\phi_{min} = 0$  y  $\delta = 0$ . Situación hipotética que permite establecer una cota superior en la captación de energía, pues se supone que la energía captada que no ha sufrido dispersión por el paraboloide y la colocación de la fibra óptica no provoca sombreado en el área de captación.

$D_r = 0.005m$
$\phi_r = 12^\circ$
$\phi_{min} = 0$
$\delta = 0$
$C_{max} = 1900.7$
$f_0 = 0.519m$
$D_a = 0.218m$

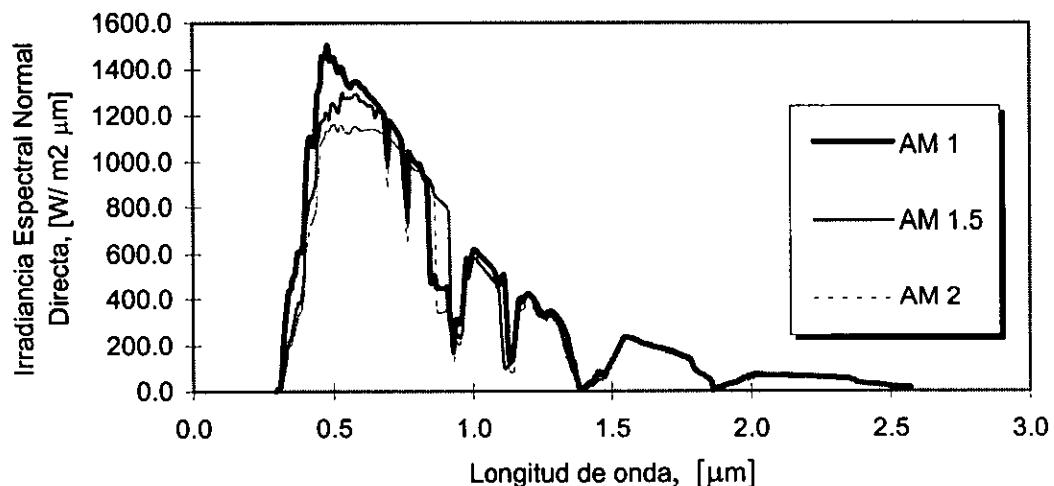
Tabla 4.3.1 Parámetros del paraboloide de revolución.

La superficie reflectiva con la que el paraboloide es recubierto, permite concentrar la energía radiativa solar. En éste estudio se ha planteado el uso de plata o aluminio como material reflectivo. Por comodidad se delinea nuevamente en la Gráfica 3.6.1 la reflectancia espectral para plata y aluminio presentada en la Gráfica 4.3.2 .

Por otra parte, en la Gráfica 4.3.3 se presenta la distribución espectral para  $G_{b\lambda}$  para diferentes masas de aire. Se ha determinado por integración numérica los valores de  $885.5W/m^2$  para AM1,  $835.7W/m^2$  para AM1.5 y  $759.9W/m^2$  para AM2. En esta gráfica se observan claramente las zonas de absorción de la radiación solar por la atmósfera terrestre.



Gráfica 4.3.2 Reflectancia espectral palta y aluminio. (Adaptada de Heggen (1988)).



Gráfica 4.3.3 Distribución espectral de la irradiancia directa. (Adaptada de Chopra y Das (1981)).

Para estimar las pérdidas de tipo Fresnel provocadas por la reflexión no polarizada de la radiación al pasar de un medio a otro con índices de refracción diferentes se evalúa la Relación 4.2.3 en  $0 \leq \theta_1 \leq 12^\circ$  y con  $n_1=1.57$  que corresponde al índice de refracción

del núcleo de la fibra óptica (Polymicro Technologies). Se estima entonces que las pérdidas por reflexión a la entrada de la fibra óptica, se mantienen en promedio en un 4% para el intervalo  $0 \leq \theta_1 \leq 12^\circ$ , es decir  $\rho_f=0.04$ .

Para estimar la energía  $Q_{ent}$  por unidad de tiempo a la entrada de la fibra óptica se establece la Ecuación 4.3.3. Esta última se obtiene al sustituir la distancia focal óptima  $f_o$ , el ángulo máximo de aceptación  $\theta_{max}$  y las pérdidas por reflexión  $\rho_f$  en la Ecuación 4.2.1:

$$Q_{ent} = \int_0^\infty Q_{ent\lambda} d\lambda = \pi (0.519)^2 (1 - 0.04) (\sin^2 12^\circ) \int_0^\infty \rho_{R\lambda} G_{b\lambda} d\lambda, \quad (4.3.3)$$

En la Tabla 4.3.2 se escriben los valores para la Ecuación 4.3.3 para diferentes masas de aire y usando plata o aluminio como material reflectivo en la superficie del paraboloide.

	$Q_{ent}$ (plata)	$Q_{ent}$ (aluminio)
AM 1	29.61W	29.56W
AM 1.5	28.13W	27.97W
AM 2	25.60W	25.44W

**Tabla 4.3.2** Energía por unidad de tiempo disponible a la entrada de la fibra óptica al utilizar plata o aluminio como superficie reflectiva en el paraboloide.

Si bien la cantidad de energía por unidad de tiempo es prácticamente la misma al utilizar plata o aluminio como superficie reflectiva, se debe mantener en mente que se trata de cantidades integradas sobre el espectro solar. Así por ejemplo, para la superficie de aluminio la mayor contribución proviene de la integración en el espectro ultravioleta, mientras que para la superficie de plata su contribución es en el rango del infrarrojo cercano.

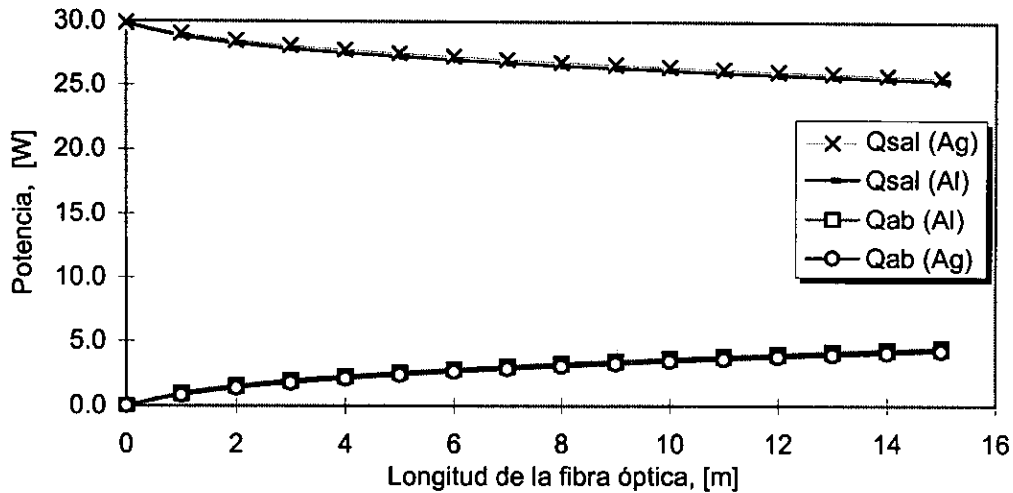
Para determinar la energía por unidad de tiempo disponible a la salida  $Q_{sal}$  se establece la Ecuación 4.3.4, tomada de la Ecuación 4.2.4, así:

$$Q_{sal} = \int_0^\infty Q_{ent\lambda} 10^{-\frac{L dB_{per\lambda}}{10}} d\lambda = \pi (0.519)^2 (1 - 0.04) (\sin^2 12^\circ) \int_0^\infty \rho_{R\lambda} G_{b\lambda} 10^{-\frac{L dB_{per\lambda}}{10}} d\lambda. \quad (4.3.4)$$

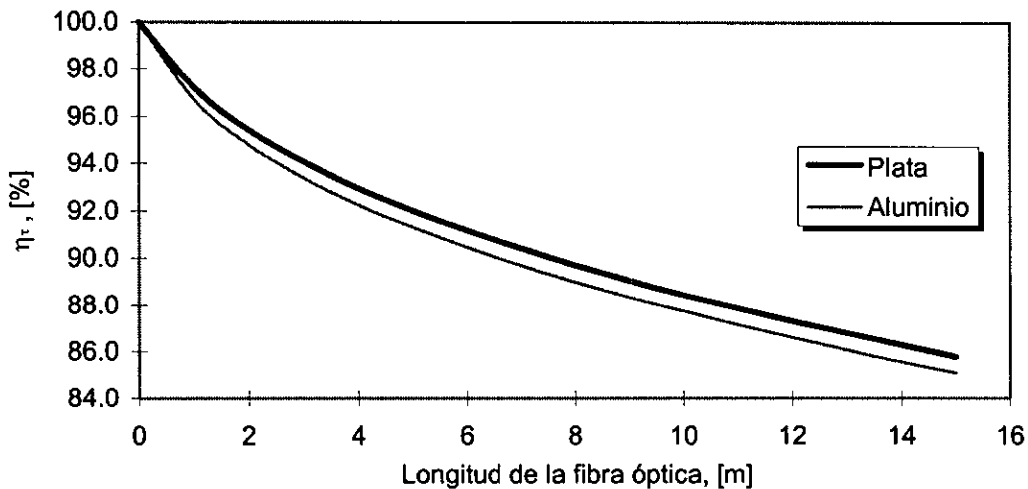
En la Gráfica 4.3.4 se presentan los valores obtenidos de la Ecuación 4.3.4 para diferentes largos de fibra. Se supone una irradiancia espectral AM1 (Gráfica 1.3.2) y el uso de plata o aluminio como material reflectivo. Además se presentan los valores obtenidos de la Ecuación 4.2.5, que corresponden a la energía por unidad de tiempo que ha sido absorbida durante el proceso de transmisión  $Q_{ab}$ .

Por otro lado, en la Gráficas 4.3.5 se presentan los valores de la eficiencia de transmisión  $\eta_r$  obtenidos de la Ecuación 4.2.6 para diferentes longitudes de fibra óptica. Se supone una irradiancia espectral presente en AM1.





Gráfica 4.3.4 Potencia de salida  $Q_{sal}$  y absorbida  $Q_{ab}$  para diferentes longitudes de fibra óptica.

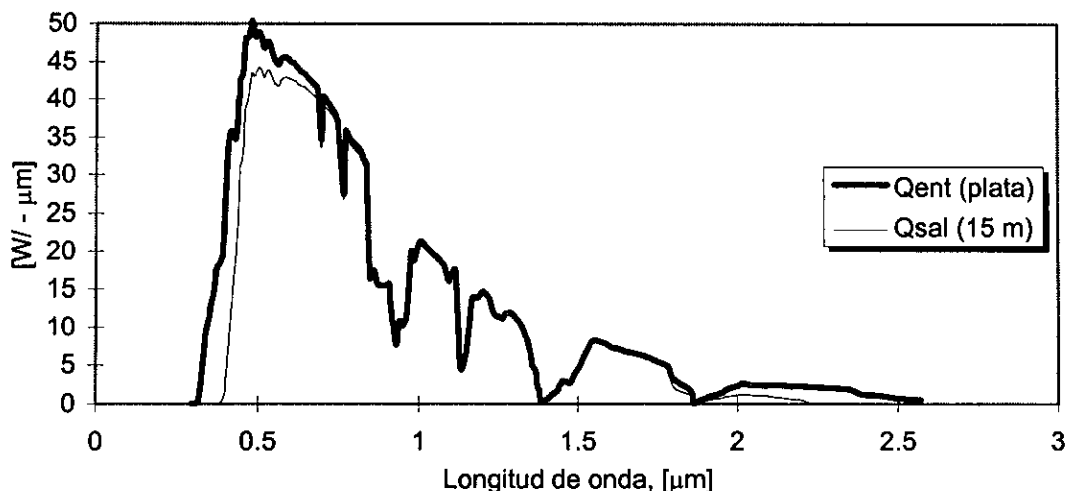


Gráfica 4.3.5 Eficiencia de transmisión para diferentes longitudes de fibra óptica.

Se observa en la Gráfica 4.3.5 que al utilizar un paraboloide de revolución con superficie en plata, se obtiene una menor absorción de energía por unidad de tiempo en el núcleo de la fibra óptica. Y en la Gráfica 4.3.5 se observa una mayor eficiencia al usar plata como material reflectivo que al usar aluminio con el mismo propósito.

Se puede apreciar en la Gráfica 4.3.6 la atenuación por longitud de onda para 15 metros de transmisión que se sufre el flujo radiativo solar concentrado que se supone ha sido colectado por un espejo parabólico con superficie reflectiva en plata. Para éste caso se ha supuesto una irradiancia espectral AM1.

La diferencia entre el uso de plata o aluminio como superficie reflectiva se debe a la disparidad entre las reflectancia espectrales en el rango ultravioleta. Debido a las propiedades de atenuación del núcleo de la fibra (Gráfica 4.3.1), esta componente se absorbe fuertemente en los primeros metros de transmisión.



Gráfica 4.3.6 Atenuación para 15 metros de transmisión.

Una vez establecidos los parámetros para un adecuado acoplamiento entre la fibra óptica y el concentrador solar, así como las expresiones que permiten estimar la potencia de entrada y de salida en la transmisión de energía solar concentrada, se presenta en la siguiente sección una aplicación de las fibras ópticas en el campo de la fotoquímica.

#### 4.4 USO DE LA FIBRA ÓPTICA EN EL TRANSPORTE ENERGÍA SOLAR APLICADO A LA PRODUCCIÓN DE HIDRÓGENO

Se presenta en esta sección el uso de la fibra óptica como alternativa en la transmisión de energía solar concentrada aplicada a la producción de hidrógeno. Pese a que no se presenta un estudio detallado para tal aplicación, éste primer estudio da lugar a establecer lo provechoso de utilizar fibras ópticas en el transporte de energía solar y motivar la investigación en éste campo.

En esta aplicación se presenta como el transporte de energía solar a través de fibra óptica puede ser aprovechado para la producción de hidrógeno mediante fotoelectrólisis (Jaramillo et. al. (1998a)). En éste estudio se analiza por primera ley de la termodinámica la eficiencia máxima impuesta por la naturaleza cuántica en el proceso fotoquímico.

Por lo general la producción de hidrógeno se lleva a cabo por luz artificial (p. ej. lámparas de Xe), que suministran la energía necesaria para separar la molécula de agua con la ayuda de semiconductores o celdas fotovoltaicas (Fujishima y Honda (1972)). El uso de la energía solar como fuente de energía resulta una mejor alternativa para tal propósito. Sin embargo, la energía solar concentrada establece una aplicación directa en el lugar donde es colectada, por lo que el dispositivo en el que se lleva a cabo la reacción fotoquímica debe situarse en el receptor del concentrador por lo que se expone a condiciones atmosféricas que reducen su vida útil. Es importante mencionar también las desventajas técnicas para la operación del equipo, así como el diseño estructural complejo necesario para situar en el receptor el dispositivo de conversión.

De esta manera, la fibra óptica como guía de onda, permite apropiadamente conducir a un punto distante la energía solar una vez acoplada al receptor de un paraboloide de revolución como se ha establecido en la sección 4.1. Así, el flujo de energía que se obtiene al extremo de la fibra óptica ilumina un fotoelectrodo en el sistema de producción de hidrógeno fotoelectroquímico. De tal forma, que el flujo radiativo solar concentrado es usado para iluminar la interfaz semiconductor-electrolito para la producción de hidrógeno.

En la Figura 4.4.1 se presenta el esquema del dispositivo para efectuar la reacción fotoquímica y que permite el rompimiento de la molécula de agua.

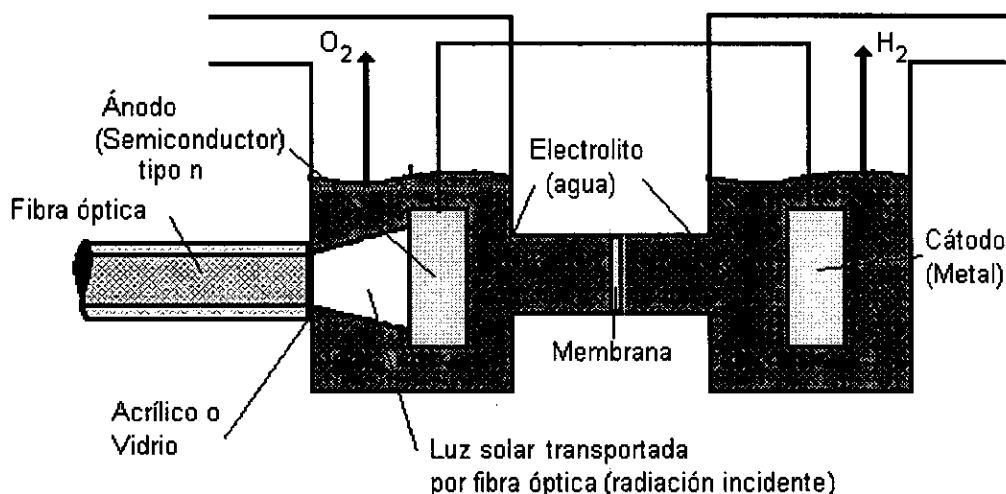


Figura 4.4.1 Esquema del reactor para fotoelectrólisis activado por luz solar.

Es importante mencionar que en este trabajo se analiza la utilización de vidrio en la ventana, como una posible mejora a los resultados obtenidos en Jaramillo *et. al.* 1998a. Para calcular la energía disponible, así como la eficiencia del sistema, se escribe en la Tabla 4.4.1 las características del paraboloide de revolución y de la fibra óptica a utilizar. Se supone una superficie reflectiva en plata, el espectro presente para AM1 y la atenuación de la fibra óptica presentada en la Gráfica 4.3.1. La distancia de transmisión se supone en 10 metros.

Fibra óptica	Paraboloide de revolución
$R_n = 0.0025\text{m}$	$R_r = 0.0025\text{m}$
$\theta_{\text{max}} = 12^\circ$	$D_a = 0.218\text{m}$
$\rho_r = 0.04$	$f = 0.519\text{m}$
$L = 10\text{m}$	$\phi_r = 12^\circ$
	$\phi_{\text{min}} = 0$
	$\delta = 0$
	$C_{\text{max}} = 1900$

Tabla 4.4.1 Parámetros físicos usados para la evaluación de transmisión de energía

La Ecuación 4.4.1 estima la energía por unidad de tiempo que es colectada por el paraboloide de revolución, es decir la energía por unidad de tiempo que capta el área de apertura del paraboloide y que posteriormente es concentrada:

$$E_c = A_a G_b, \quad (4.4.1)$$

donde:  $E_c$  es el flujo de energía por unidad de tiempo que intercepta el área del paraboloide cuya normal apunta a la incidencia solar,  $A_a$  es el área de apertura del paraboloide y  $G_b$  es la irradiancia solar directa.

De este modo, con un diámetro de apertura de paraboloide  $D_a=0.218\text{m}$ , el área de captación  $A_a$  es igual a  $0.0037\text{m}^2$ , y al considerar la irradiancia solar directa  $G_b$  presente en AM1 (Gráfica 4.3.3), con un valor estimado por integración numérica igual a  $885.5\text{W}/\text{m}^2$ , se obtiene la energía por unidad de tiempo que es colectada  $E_c=33.0\text{W}$ .<sup>8</sup>

Por otra parte, al evaluar la Ecuación 4.3.3 (energía por unidad de tiempo  $Q_{ent}$  disponible a la entrada de la fibra óptica) se estima un valor  $Q_{ent}=29.61\text{W}$  y al evaluar la Ecuación 4.3.4 (energía  $Q_{sal}$  por unidad de tiempo al extremo de salida) se calcula un valor de  $Q_{sal}=26.19\text{W}$ . Esto representa una absorción  $Q_{ab}=3.43\text{W}$  a lo largo de la fibra óptica y una eficiencia de transmisión  $\eta_t=88.4\%$ .

La Ecuación 4.4.2 estima la eficiencia de captación en el receptor  $\eta_{cr}$  como la razón de la energía por unidad de tiempo disponible a la entrada de la fibra óptica  $Q_{ent}$  (Ecuación 4.2.2) con respecto a la energía colectada  $E_c$  (Ecuación 4.4.1). Esta ecuación considera la eficiencia de captación en el receptor  $\eta_{cr}$  al igual que la Ecuación 3.4.19, ya que implícitamente incluye: la fracción de área no sombreada en el paraboloide  $f_t$ , el factor de configuración geométrico  $\gamma$ , la reflectancia de la superficie reflectiva  $\rho_R$ , el error por dispersión y las pérdidas reflectivas a la entrada de la fibra óptica:

$$\eta_{cr} = \frac{Q_{ent}}{E_c}. \quad (4.4.2)$$

Al evaluar la Ecuación 4.4.2 con  $Q_{ent}=29.6\text{W}$  (Tabla 4.3.2) y  $E_c=33.0\text{W}$  se estima una eficiencia  $\eta_{cr}=89.7\%$ .<sup>9</sup>

Por otra parte, se suponen dos: en el primero el fotoelectrodo del reactor para llevar a cabo la reacción fotoquímica se ilumina a través de una ventana de acrílico y para el segundo caso se hace a través de una ventana de vidrio. Estos materiales han sido escogidos por su buena transmitancia del espectro solar. En la Gráfica 4.4.1 se presenta para el espectro solar la transmitancia del acrílico (Charrier (1991)) y del vidrio (Bansal y Doremus (1986)) para un espesor de 5mm.

La Ecuación 4.4.3 estima la energía por unidad de tiempo dentro del reactor  $Q_{in}$ . Ésta es la energía por unidad de tiempo presente al final de la fibra óptica una vez que ha

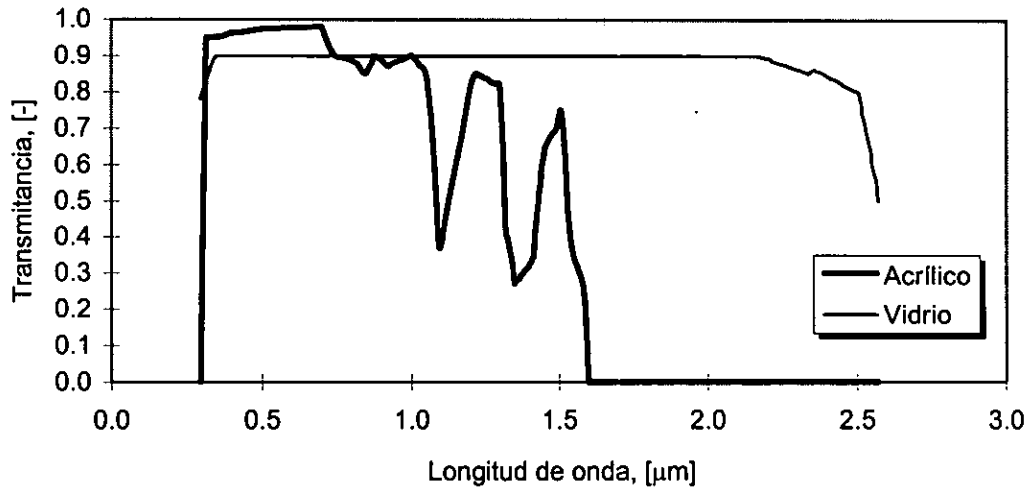
<sup>8</sup> Se utilizó Microsoft Excel Ver. 5.0a. para la evaluación de los parámetros presentados en esta sección.

<sup>9</sup> Debe tenerse en mente en esta aplicación se ha supuesto un ángulo de sombreado  $\phi_{min}=0$  y una dispersión angular en la concentración  $\delta=0$ , lo que implica que se considera solamente el factor  $\gamma$   $\rho_R$  en el calculo de la eficiencia  $\eta_{cr}$ .(Ecuación 3.4.19)

pasado a través del acrílico o del vidrio, se encuentra impactando al fotoelectrodo, de esta forma se tiene:

$$Q_{in} = \int_0^8 \tau_{\lambda} Q_{sal\lambda} d\lambda . \tag{4.4.3}$$

donde:  $\tau_{\lambda}$  es la transmitancia del acrílico o del vidrio y  $Q_{sal\lambda}$  es la energía por unidad de tiempo al final de la fibra óptica.



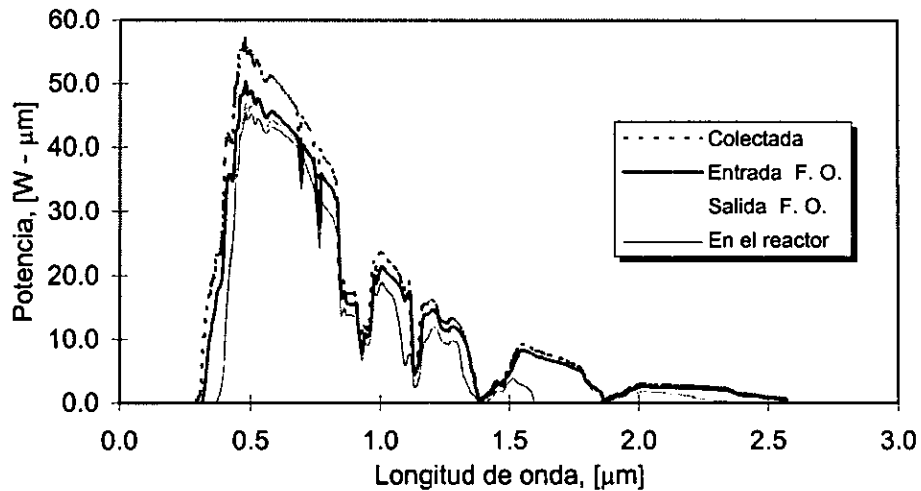
**Gráfica 4.4.1** Transmitancia del acrílico y del vidrio. (adaptada de Caharrier (1991); Bansal y Doremus (1986)).

En la Tabla 4.4.2 se presenta la potencia dentro del reactor  $Q_{in}$ . La diferencia entre  $Q_{sal}$  y  $Q_{in}$ , representa la energía por unidad de tiempo que ha sido absorbida  $Q_{ab}$  por el acrílico o el vidrio. Así la eficiencia de transmisión para la ventana transparente del reactor en se define como la razón  $\eta_p = Q_{in} / Q_{sal}$ .

	Acrílico	Vidrio
$Q_{in}$	21.40W	23.5W
$Q_{ab}$	4.79W	2.69W
$\eta_p$	81.7%	89.7%

**Tabla 4.4.2** Potencia dentro del reactor, potencia absorbida por el reactor y eficiencia del material de la ventana

En la Gráfica 4.4.2 se presenta la atenuación que sufre el flujo solar concentrado al ser transmitido por la fibra óptica y cuando éste pasa a través de la ventana de acrílico del reactor. Se observa que el flujo radiativo dentro del reactor a perdido sus componentes entre las longitudes de onda mayores a  $1.6\mu m$ , lo que no ocurre si se utiliza vidrio como material transparente. Esto se explica mediante la baja transmitancia del acrílico en comparación a la del vidrio para longitudes de onda de onda mayores a  $1.6\mu m$ .



**Gráfica 4.4.2** Atenuación del flujo solar a través del sistema.

Para estimar la eficiencia de colección-transmisión  $\eta_{c-\tau}$ , basta con obtener el producto de las eficiencias en cada parte del sistema. De igual forma se obtiene como la razón entre la potencia disponible dentro del reactor y la energía colectada por unidad de tiempo por el paraboloide, así:

$$\eta_{c-\tau} = \frac{Q_{in}}{E_c}, \quad (4.4.4)$$

dando un valor estimado  $\eta_{c-\tau}=64.8\%$  cuando se usa acrílico y  $\eta_{c-\tau}=71.1\%$  cuando se usa vidrio.

Sin embargo, se debe considerar la forma del almacenamiento de energía cuando se estima la eficiencia de la conversión de energía solar a energía química. Esto es, se debe considerar la magnitud del almacenamiento de energía libre  $\Delta G_f$  cuando se emplee en la conversión a energía eléctrica. Para este propósito se define la eficiencia  $\eta_G$  en la conversión de energía como la razón entre la energía libre almacenada  $\Delta G_f$  y la energía total  $E_o$  de la luz incidente a transformar, es decir (Serpone y Pelizzeti (1989)):

$$\eta_G = \frac{\Delta G_f}{E_o}. \quad (4.4.5)$$

Los valores de  $\eta_G$  en la conversión fotocatalítica están limitados principalmente por dos restricciones: 1) las restricciones fundamentales impuestas por la naturaleza cuántica del proceso fotoquímico y por la primera y segunda ley de la termodinámica, y 2) las restricciones no fundamentales, que son asociadas a los posibles defectos de varios dispositivos los cuales son empleados como convertidores de energía solar a energía química.

La restricción fundamental impuesta por la naturaleza cuántica del proceso

fotoquímico se refiere a que una reacción fotoquímica elemental no puede suceder por debajo de cierto valor  $h\nu_0$ , donde  $h$  es la constante de Planck y  $\nu_0$  es la frecuencia de corte.<sup>10</sup> Este valor es determinado por el cambio en la energía libre de Gibbs  $\Delta G_f$ , para la condición  $h\nu_0 = \Delta G_f$ . El valor umbral de  $h\nu_0$  para asegurar un proceso fotoquímico puede ser menor que  $h\nu_0$ , ya que los *quanta* de luz con energías menores que  $h\nu_0$  pueden iniciar la reacción fotoquímica si la intensidad del flujo radiativo es muy alta, como ocurre en la luz láser (Serpone y Pelizzetti (1989)). Por éste motivo, el flujo radiativo solar concentrado transportado mediante fibras ópticas ofrece una alternativa para activar la reacción fotoquímica en valores menores a  $h\nu_0$ . Así, al colocar el fotoelectrodo a una distancia apropiada con respecto a la salida de la fibra óptica se puede tener una cantidad de energía por unidad de tiempo y unidad de área adecuada (Figura 4.4.1). O bien, tener tantos módulos concentrador solar-fibra óptica sean necesarios, para transportar el flujo de energía solar concentrada y hacerlo impactar en una misma área de recepción.

Todos los *quanta* de luz con energías menores que  $h\nu_0$  no producen una reacción fotoquímica por lo que está es desaprovechada, mientras que *quanta* con  $h\nu > h\nu_0$  obtiene convertir a energía química solo la fracción de energía igual a  $\nu_0/\nu$ . En cuyo caso, se evalúa fácilmente la máxima eficiencia teórica  $\eta_G$  de la conversión de la luz solar a energía química, proveyendo el paso clave en el mecanismo de reacción fotoquímica en el cual la conversión se basa en la distribución de del flujo de energía radiativa como el que se muestra en la Gráfica 4.4.2.

Para tener una estimación de la eficiencia teórica para la conversión de energía disponible en el fotoelectrodo una vez que ha sido colectada y transportada basta considerar sólo la restricción impuesta por la primera ley de la termodinámica en el almacenaje de energía. La máxima eficiencia teórica de *quanta* de luz utilizados en ausencia de pérdidas a los alrededores para  $h\nu = h\nu_0 = \Delta G_f$  es (Grätzel (1983)):

$$\eta_G = \nu_0 \frac{\int_0^{\nu_0} Q_{in\nu} d\nu}{\int_0^{\infty} \nu E_{c\nu} d\nu}, \tag{4.4.6}$$

o bien en función de la longitud de onda<sup>11</sup>:

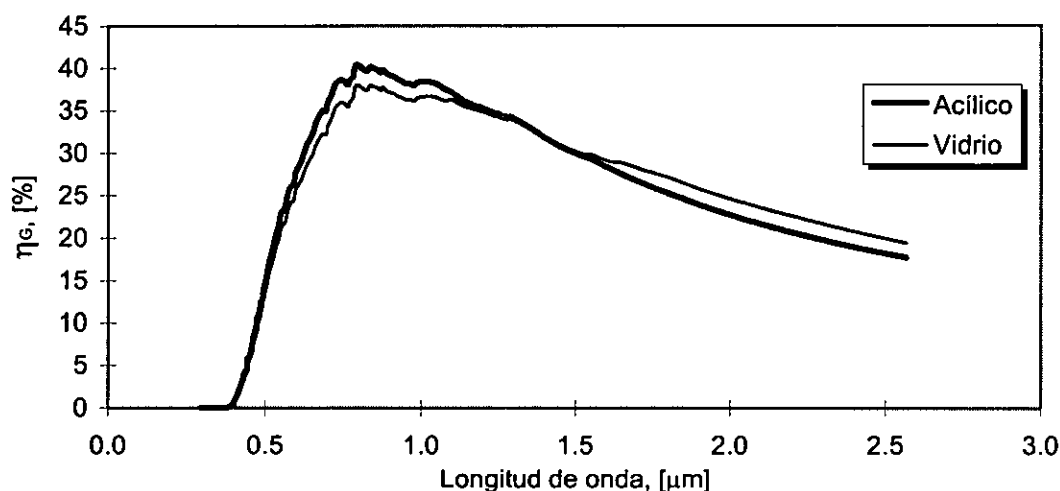
$$\eta_G = \frac{1}{\lambda_0} \frac{\int_0^{\lambda_0} \frac{Q_{in\lambda} d\lambda}{\lambda^2}}{\int_0^{\infty} \frac{E_{c\lambda} d\lambda}{\lambda^3}}, \tag{4.4.7}$$

<sup>10</sup> Es decir, la cantidad de energía mínima para iniciar la reacción fotoquímica.

<sup>11</sup> De la Ecuación 2.1.1 se establece  $d\nu = -\frac{c_0}{n} \frac{d\lambda}{\lambda^2}$ .

donde  $Q_{in\lambda}$  es la energía por unidad de tiempo presente dentro del reactor en función de la longitud de onda,  $E_{c\lambda}$ , relacionada a la ecuación 4.4.1, es la energía colectada en función de la longitud de onda y  $\lambda$  es la longitud de onda. En la Gráfica 4.4.2 se puede observar la distribución de energía para la potencia colectada y la energía dentro del reactor en función de la longitud de onda.

En la Gráfica 4.4.3 se presenta la máxima eficiencia teórica de *quanta* de luz (Ecuación 4.4.7), para valores de longitud de onda de  $0 \leq \lambda_0 \leq 2.5\mu\text{m}$  en el dispositivo de conversión que incluye al paraboloide con superficie reflectiva en plata, 10 metros de fibra óptica con núcleo de  $\text{SiO}_2$  con bajo contenido de contaminantes y el reactor con una ventana en acrílico o en vidrio. Se observa para la ventana de acrílico una eficiencia de 41.5% situada a una longitud de onda de  $0.80\mu\text{m}$  y para la ventana de vidrio una eficiencia de 37.5% a una longitud de onda de  $0.83\mu\text{m}$ .



**Gráfica 4.4.3** Eficiencia teórica máxima para el dispositivo de conversión.

Se demuestra entonces que el uso de acrílico presenta una mayor eficiencia teórica en comparación al del vidrio. Esto se explica desde el punto de vista de la transmitancia de los materiales propuestos, ya que el acrílico al compararlo con el vidrio, presenta una menor absorción al espectro visible y ultravioleta, donde el fotoelectrodo presenta una mayor respuesta para la activación de la reacción fotocatalítica.

De este modo se establece que la energía solar concentrada transmitida mediante fibras ópticas es una alternativa posible para la producción de hidrógeno por fotoelectrólisis. Este último requiere para ser activado energías mayores a  $1.6\text{eV}$  (Serpone y Pelizzetti (1989)), la cual se encuentra en longitudes de ondas menores a  $0.77\mu\text{m}^{12}$ , por lo que puede ser adecuadamente suplida por esta vía.

<sup>12</sup> La energía del fotón en función de la longitud de onda se obtiene mediante la ecuación (Hetcht (1990)):

$$E(\nu) = \frac{1.2406}{\lambda(\mu\text{m})}$$



Sin embargo antes de llevar ésta investigación al campo práctico se debe profundizar en el estudio de la distribución del flujo radiativo impactando al electrodo, así como también en el comportamiento térmico del dispositivo, que incluye desde luego el transporte de energía solar mediante fibras ópticas.

Ya que por ejemplo, al hacer un balance de energía por unidad de área en el fotoelectrodo se tiene:

$$\tau\alpha G_{in} = \eta G_{in} + U(T_{fe} - T_{\infty}) + \sigma \mathcal{F}_{fe} (T_{fe}^4 - T_{\infty}^4), \quad (4.4.8)$$

donde  $\tau$  es la transmitancia del electrolito,  $\alpha$  es la absorptividad del fotoelectrodo,  $\eta$  es la eficiencia de conversión de energía de radiación incidente,  $G$  es la radiación incidente,  $U$  es el coeficiente global de pérdidas que incluye las pérdidas por convección y conducción,  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzman,  $\mathcal{F}_{fe}$  es el factor de intercambio en la transferencia de calor por radiación,  $T_{\infty}$  y  $T_{fe}$  son la temperatura de referencia y la temperatura del fotoelectrodo respectivamente. Desde luego no es una tarea simple establecer el coeficiente global de pérdidas  $U$  y puede exigir un estudio complicado.

En la ecuación 4.4.8, la eficiencia  $\eta$  es función de la temperatura y de la radiación incidente. En lo general se requiere un estudio en el campo de la física cuántica para precisar la fenomenología en la conversión de energía radiativa que se lleva a cabo en el fotoelectrodo.

Se debe establecer también el comportamiento térmico en el dispositivo de conversión. Por ejemplo, la ventana por la que se ilumina el fotoelectrodo, al presentar absorción de energía radiativa puede implicar un aumento de temperatura la cual puede alcanzar niveles altos que afectan directamente tanto a la eficiencia de conversión como a la vida útil del dispositivo. Se debe considerar además, el comportamiento térmico de la fibra óptica en el momento de transportar el flujo de energía solar concentrada.

Por el momento, los resultados obtenidos en éste primer estudio invitan a establecer una línea de investigación en ésta dirección, la cual promete ser provechosa.

Sin embargo el periodo de operación en el uso de las fibras ópticas como guías del flujo radiativo solar concentrado está limitado a su comportamiento térmico, ya que se establece una temperatura máxima de operación bajo la cual la fibra óptica permanece en condiciones favorables para la transmisión.

En los siguientes dos capítulos se presentan los modelos de la transferencia de calor simultánea por radiación y conducción que permiten, mediante un problema de valores de frontera, pronosticar el comportamiento térmico de la fibra óptica en el momento de transmitir flujo radiativo solar concentrado.

### ESTUDIO TÉRMICO: MODELO UNIDIMENSIONAL

---

**E**N ESTE capítulo se establece el vector de flujo de calor radiativo presente en el núcleo de la fibra óptica para el modelo unidimensional cuando ésta conduce el flujo de calor radiativo solar concentrado. Una vez establecido este vector característico se está en condición de plantear la ecuación gobernante unidimensional de transferencia de calor simultánea por conducción y radiación en un medio participante.

Se presenta un modelo unidimensional para la ecuación gobernante de transferencia de calor simultánea por conducción y radiación presente en el núcleo de la fibra óptica. En particular, éste modelo, permite inferir el comportamiento térmico de la fibra óptica bajo condiciones de cota superior en la transmisión de energía solar concentrada, ya que corresponde al caso donde el flujo de calor apunta en dirección longitudinal en la fibra óptica y considera adiabática la dirección radial y angular. Al no considerar el gradiente de temperatura sobre la superficie de la fibra óptica, implica un almacenamiento de energía mayor, que se traduce en aumento de temperatura con mayor rapidez durante el proceso de transmisión.

La solución a éste modelo se realiza mediante el método explícito simple en diferencias finitas. De esta forma, al evaluar la solución con parámetros establecidos, se estima la evolución de la distribución de temperaturas en la fibra óptica al transportar energía solar concentrada.

Es importante recordar que la temperatura de operación de la fibra óptica durante el proceso de transmisión no deberá superar cierta temperatura máxima, ya que de ser así, la fibra puede sufrir degradación permanente en sus propiedades físicas y ópticas. Se reportan tres casos de estudio para estimar la región y el momento en los cuales el núcleo de la fibra óptica alcanza y supera la máxima temperatura de operación. El primero supone como material reflectivo el uso de aluminio y el segundo supone plata, en estos dos casos se analiza la transmisión a través de 10 metros de fibra óptica. El tercero, igual que el segundo caso, supone plata pero una transmisión de 5 metros.

#### 5.1 FLUJO DE CALOR RADIATIVO SOLAR CONCENTRADO

Como se estableció en las secciones 2.4 a la 2.7, el paso de la radiación en un medio semitransparente provoca la transferencia de calor simultánea por conducción y por radiación. Para establecer la ecuación gobernante de la transferencia de calor, se formula el flujo de calor radiativo local, presente en el núcleo de la fibra, una vez acoplado el concentrador.

Se describe en la Ecuación 5.1.1 la radiación concentrada incidente  $G_{ent}$  a la

entrada de la fibra óptica. La energía disponible por unidad de tiempo y unidad de área se supone con una distribución de homogénea (Ecuación 3.5.7). Ésta se ha supuesto proveniente de un espejo parabólico correctamente alineado a la incidencia solar:

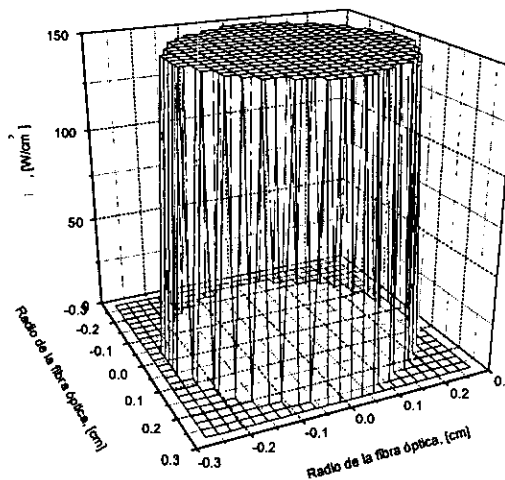
$$G_{ent} = \frac{Q_{ent}}{\pi R_n^2}, \tag{5.1.1}$$

al sustituir la Ecuación 4.2.1 en la Ecuación 5.1.1 se obtiene:

$$G_{ent} = \left( \frac{1}{\pi R_n^2} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\text{sen}^2 \theta_{max} - \text{sen}^2 \phi_{min}), \tag{5.1.2}$$

donde:  $R_n$  es el radio del núcleo de la fibra óptica,  $\theta_{max}$  es el ángulo máximo de aceptación de la fibra óptica (determinado igual al ángulo de borde del paraboloide  $\phi_r$ ),  $\rho_f$  es la pérdida por reflexión de tipo Fresnel (Ecuación 4.2.3) a la entrada de la fibra óptica,  $\rho_R$  la reflectancia de la superficie del paraboloide,  $G_b$  la irradiancia solar directa y  $\phi_{min}$  el ángulo de sombreado provocado por el acoplamiento entre la fibra óptica y el absorbedor.

En la Gráfica 5.1.1 se presenta  $G_{ent}$  para distribución homogénea establecida en función de los parámetros fibra óptica y concentrador solar de la Sección 4.3, se supone un espejo parabólico con superficie en plata y la irradiancia presente en AM1.



**Gráfica 5.1.1** Distribución homogénea a la entrada de la fibra óptica.

Por otro lado, al suponer que la radiación concentrada incidente apunta a lo largo del eje  $z$ ,<sup>1</sup> se puede establecer, a manera de la sección 2.6, el vector de flujo de calor radiativo local que tiene lugar en el núcleo de la fibra como:

<sup>1</sup> Esta suposición es válida para ángulos de borde pequeños y es consistente con nuestro diseño.

$$\mathbf{q}_z(z, t) = G(0, t) e^{-\kappa z} \hat{\mathbf{e}}_z, \quad (5.1.3)$$

donde:  $\mathbf{q}_z(z, t)$  es el flujo de calor radiativo local presente en el núcleo de la fibra óptica,  $\kappa$  es el coeficiente de absorción lineal relacionando a los decibeles de pérdidas mediante la Ecuación 2.6.13:

$$\kappa = \frac{\text{dB}_{\text{per}}}{10} \ln(10), \quad (5.1.4)$$

y  $G(0, t)$  es la irradiación incidente a la entrada y se determina mediante la radiación concentrada incidente que apunta en la dirección longitudinal de la fibra óptica sobre el eje Z:

$$\mathbf{q}_z(0, t) = G_{\text{ent}} \hat{\mathbf{e}}_z. \quad (5.1.5)$$

Por tanto el flujo de calor radiativo local con distribución homogénea dependiente del tiempo se establece como:

$$\mathbf{q}_z(z, t) = \left( \frac{1}{\pi R_n^2} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\text{sen}^2 \theta_{\text{max}} - \text{sen}^2 \phi_{\text{min}}) e^{-\kappa z} \hat{\mathbf{e}}_z, \quad (5.1.6)$$

y al sustituir la Relación 5.1.4 conduce a:

$$\mathbf{q}_z(z, t) = \left( \frac{1}{\pi R_n^2} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\text{sen}^2 \theta_{\text{max}} - \text{sen}^2 \phi_{\text{min}}) e^{-\frac{\text{dB}_{\text{per}} \ln(10)}{10} z} \hat{\mathbf{e}}_z. \quad (5.1.7)$$

La dependencia temporal del flujo de calor radiativo solar concentrado, se fija en concordancia a la irradiancia solar directa  $G_b$  que al pasar a través de diferentes masa de aire a lo largo del día, se establecen diferentes cantidades de energía por unidad de tiempo y unidad de área durante su colección (Sección 1.3).

Una vez establecido el flujo de calor radiativo solar concentrado, se plantea el modelo unidimensional de transferencia de calor, y considera la parte longitudinal de la fibra óptica como frontera adiabática; situación que establece una condición desfavorable para modelar la distribución de la temperatura en el interior de la fibra, ya que se logra alcanzar la temperatura máxima de operación durante un período de operación más corto.

## 5.2 MODELO UNIDIMENSIONAL

Para estimar el comportamiento térmico de la fibra óptica, durante la transmisión de energía en condiciones extremas de operación, se evalúa la solución al problema de valores de frontera en la ecuación de conservación de energía. Bajo ciertas

consideraciones se formula entonces la ecuación gobernante unidimensional del comportamiento térmico.<sup>2</sup>

Este modelo, al suponer sólo la transferencia de calor en los extremos de la fibra óptica y considerar su parte longitudinal como frontera adiabática, supone un escenario desfavorable en la transmisión de energía solar concentrada. Se menciona que es desfavorable, puesto que al no permitir la transferencia de calor al exterior se obtendrán temperaturas mayores con respecto a modelos diatérmicos, ya que la razón de almacenamiento de energía es mayor, lo que se traduce en un aumento de temperatura con un rapidez mayor.

De la ecuación gobernante de la transferencia de calor por conducción y por radiación en el núcleo de la fibra óptica (Ecuación 2.7.7):

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, \theta, z, t)}{\partial t} = \nabla^2 T(r, \theta, z, t) + \frac{1}{k} \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) G(r, \theta, 0, t) \exp \left( - \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) z \right), \quad (5.2.1)$$

se establece el modelo unidimensional como:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \nabla^2 T(z, t) + \frac{1}{k} \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) G(0, t) \exp \left( - \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) z \right). \quad (5.2.2)$$

Dado que  $G(0, t) = G_{ent}$  se tiene entonces:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} \\ + \frac{\alpha}{k} \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) \left( \frac{1}{\pi R_n^2} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\sin^2 \theta_{max} - \sin^2 \phi_{min}) e^{-\frac{dB_{per}}{10} \ln(10) z}, \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

donde la Ecuación 5.2.3 se puede expresar en función de la longitud de onda:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} + \\ \frac{\alpha}{k} \left( \frac{\ln(10)}{10} \right) \left( \frac{1}{\pi R_n^2} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) (\sin^2 \theta_{max} - \sin^2 \phi_{min}) \int_0^\infty dB_{per\lambda} \rho_{R\lambda} G_{b\lambda} e^{-\frac{dB_{per\lambda}}{10} \ln(10) z} d\lambda. \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

La Ecuación 5.2.4 se puede escribir de nueva cuenta como:

<sup>2</sup> Sección 2.7

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} + \frac{\alpha}{k} A \cdot B(z,t), \quad (5.2.5)$$

donde: las variables espaciales están limitadas en  $0 < z < L$ , la variable temporal es  $t > 0$ ,  $\alpha$  es la difusividad térmica ( $\alpha = k/\rho C_p$ ),  $k$  la conductividad térmica, así también,  $A$  y  $B$  son respectivamente:

$$A = \left( \frac{1}{\pi R_n^2} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) (\text{sen}^2 \theta_{\max} - \text{sen}^2 \phi_{\min}), \quad (5.2.6)$$

y

$$B(z,t) = \left( \frac{\ln(10)}{10} \right) \int_0^\infty dB_{\text{per}\lambda} \rho_{R\lambda} G_{b\lambda} e^{-\frac{dB_{\text{per}\lambda}}{10} \ln(10) z} d\lambda. \quad (5.2.7)$$

El producto  $AB$  de la Ecuación 5.2.5, puede entenderse como la fuente de energía por unidad de volumen y unidad de tiempo provocada por el fenómeno de absorción de energía radiativa presente en el núcleo de la fibra óptica.

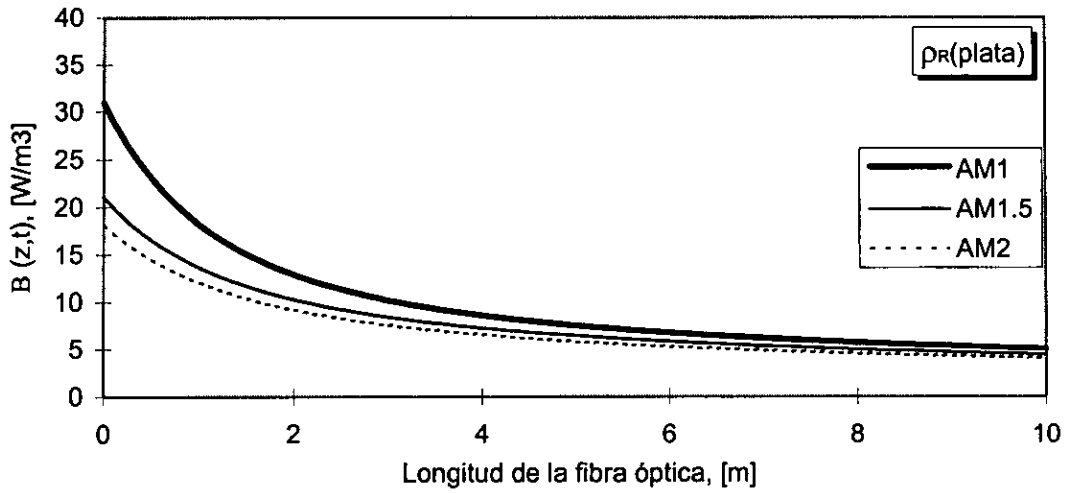
Al evaluar  $A$  (Ecuaciones 5.2.6) con los parámetros presentados en la Sección 4.3 se obtiene:

$$A = \left( \pi (0.0025)^2 \right)^{-1} \pi (0.519)^2 (1 - 0.04) (\text{sen}^2 12^\circ) = 1788.5. \quad (5.2.8)$$

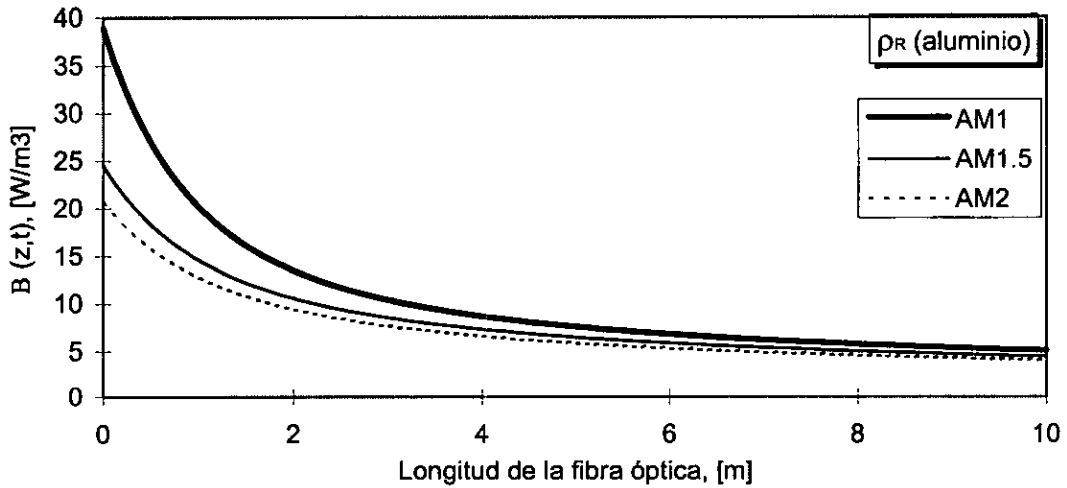
Con la atenuación presentada en la Gráfica 4.3.1 e irradiancia espectral directa para diferentes masas de aire (Gráfica 4.3.3), se presentan en las Gráficas 5.2.1 y 5.2.2  $B(z,t)$  (Ecuación 5.2.7) para superficies reflectivas en plata o aluminio (Gráfica 4.3.2) respectivamente.

Se puede observar al compara las Gráficas 5.2.1 y 5.2.2, que la absorción de las componentes espectrales al utilizar plata como material reflectivo es menor que al utilizar aluminio. Sin embargo, como se observa, una vez que el flujo radiativo solar se encuentra lejos de la entrada de la fibra óptica, este ha sido "filtrado" gradualmente, por lo que después de los primeros 5 metros presenta un comportamiento muy semejante ya sea al utilizar plata o aluminio como superficie reflectiva.

Se observa al compara las Gráficas 5.2.1 y 5.2.2, que la absorción de las componentes espectrales al utilizar plata como material reflectivo es menor que al utilizar aluminio. Sin embargo, como se observa, una vez que el flujo radiativo solar se encuentra lejos de la entrada de la fibra óptica, este ha sido "filtrado" gradualmente, por lo que después de los primeros 5 metros presenta un comportamiento muy semejante ya sea al utilizar plata o aluminio como superficie reflectiva.



Gráfica 5.2.1  $B(z,t)$  para superficie reflectiva en plata y diferentes irradiancias  $G_{b\lambda}$ .



Gráfica 5.2.2  $B(z,t)$  para superficie reflectiva en aluminio y diferentes irradiancias  $G_{b\lambda}$ .

En la siguiente sección se establece el algoritmo de solución en diferencias finitas del modelo unidimensional de transferencia de calor. Al ser evaluada su solución, se estima el comportamiento térmico de la fibra óptica durante el proceso de transmisión de energía solar concentrada.

### 5.3 SOLUCIÓN AL MODELO UNIDIMENSIONAL

Si bien la solución al problema de valores de frontera para el modelo propuesto se puede obtener por método analítico, éste resulta ser complicado (Özisik (1993)). Así, para obtener la solución al modelo unidimensional se ha escogido el método en diferencias finitas explícito simple (Özisik (1994)). Este esquema en diferencias finitas ha sido propuesto para obtener la solución aproximada de la ecuación gobernante de transferencia de calor formulada en la sección 5.2.

De tal manera que al usar éste esquema en diferencias finitas se establece un algoritmo de solución a la ecuación gobernante y sus condiciones de frontera en un conjunto de ecuaciones algebraicas con un dominio de tiempo y espacio discreto.

Por comodidad, se escribe una vez más la Ecuación 5.2.5 , tal que:

$$\frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} + \frac{\alpha}{k} A \cdot B(z, t), \quad (5.3.1a)$$

donde A y B son respectivamente:

$$A = \left( \frac{1}{\pi R_n^2} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_r) (\text{sen}^2 \theta_{\max} - \text{sen}^2 \phi_{\min}), \quad (5.3.1b)$$

$$B(z, t) = \left( \frac{\ln(10)}{10} \right) \int_0^\infty dB_{\text{per}\lambda} \rho_{R\lambda} G_{b\lambda} e^{-\frac{dB_{\text{per}\lambda}}{10} \ln(10) z} d\lambda, \quad (5.3.1c)$$

y la variable espacial z está limitada en  $0 < z < L$  y la variable temporal es  $t > 0$ .

Al establecer el problema de valores de frontera, se ha supuesto que la transferencia de calor que ocurre en los extremos de la fibra óptica en  $z=0$  y  $z=L$ , está sujeta a convección con coeficientes de transferencia constantes  $h_0$  y  $h_L$  vinculados a la temperatura de referencia  $T_{\infty,0}$  y  $T_{\infty,L}$  respectivamente. De esta modo las condiciones de frontera se establecen como<sup>3</sup>:

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} + h_0 T = h_0 T_{\infty,0}, \quad \text{en } z=0 \text{ y } t>0 \quad (5.3.2)$$

y

$$k \frac{\partial T}{\partial z} + h_L T = h_L T_{\infty,L}, \quad \text{en } z=L \text{ y } t>0 \quad (5.3.3)$$

<sup>3</sup> La condición presentada en la Ecuación 5.3.2 debe presentar el flujo de calor radiativo concentrado como condición de frontera  $z=0$  y formalmente debe escribirse como:

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} = h_0 (T_{\infty,0} - T) + \alpha_0 q_0,$$

donde  $q_0$  [W/m<sup>2</sup>] es el flujo radiativo calor aplicado en  $z=0$  y  $\alpha_0$  es la absortividad en  $z=0$ . Sin embargo para un medio semitransparente (Ecuación 2.4.4),  $\alpha_0=0$  ya que:

$$\alpha_\lambda = \frac{I_\lambda(0) - I_\lambda(L)}{I_\lambda(0)} = 0,$$

Por lo anterior, el término de flujo radiativo concentrado que impacta el núcleo de la fibra óptica en  $z=0$  no se considera.



Para establecer la condición inicial se supone que la fibra óptica presenta una temperatura homogénea  $T_m$ , tal que:

$$T(z,0) = T_m, \quad \text{en } t=0 \text{ y } 0 \leq z \leq L \quad (5.3.4)$$

Para implementar el método explícito simple y obtener el algoritmo de solución de la Ecuación 5.3.1, se considera que la región  $0 \leq z \leq L$  se divide en  $M$  partes iguales:

$$\Delta z = \frac{L}{M}, \quad (5.3.5)$$

y utilizando una diferencia centrada con precisión de segundo orden para la segunda derivada de la variable espacial y una diferencia adelantada con precisión de primer orden para la variable temporal (Özsisik (1994)), conduce a:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{(\Delta z)^2} + \frac{\alpha}{k} g_i^n + O[\Delta t, (\Delta z)^2], \quad (5.3.6a)$$

donde:

$$T(z, t) = T(i\Delta z, n\Delta t) \equiv T_i^n, \quad (5.3.6b)$$

y

$$A \cdot B(z, t) = g(z, t) = g(i\Delta z, n\Delta t) \equiv g_i^n, \quad (5.3.6c)$$

Al resolver para  $T_i^{n+1}$  de la Ecuación 5.3.6a se obtiene:

$$T_i^{n+1} = r_z T_{i-1}^n + (1 - 2r_z) T_i^n + r_z T_{i+1}^n + \frac{\alpha \Delta t}{k} g_i^n, \quad \text{para } i=1,2,\dots,M-1 \quad (5.3.7)$$

donde  $i=1,2,\dots,M-1$ ,  $n=0,1,2,\dots$  y  $r_z = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2}$ .

En la discretización de las condiciones de frontera para obtener una aproximación de segundo orden, es decir  $O[(\Delta z)^2]$ , se aplica la diferencia finita centrada para la aproximación de la primera derivada, y se considera el nodo ficticio "-1" para la temperatura  $T_{-1}^n$  y el nodo ficticio "M+1" para la temperatura  $T_{M+1}^n$ , extendiendo la región en  $\Delta z$  tanto a la derecha como a la izquierda respectivamente, como se muestra en la Figura 5.3.1 (Özsisik (1994)).

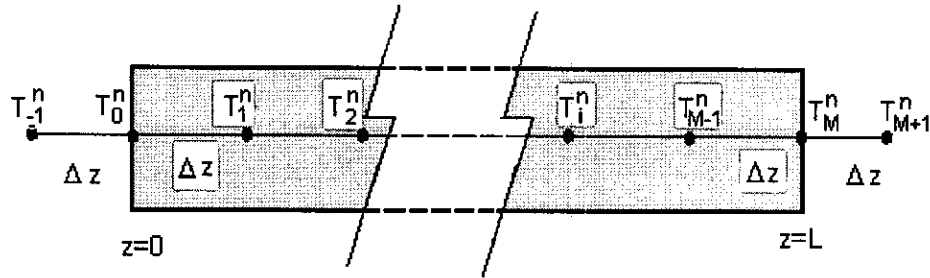


Figura 5.3.1 Nodos ficticios -1 y M+1 para las temperaturas ficticias  $T_{-1}^n$  y  $T_{M+1}^n$

Al utilizar estos nodos ficticios y la diferencia centrada, se discretizan las condiciones de frontera establecidas en las Ecuaciones 5.3.2 y 5.3.3 como:

$$-k \frac{T_1^n - T_{-1}^n}{2\Delta z} + h_0 T_0^n = h_0 T_{\infty,0}, \quad \text{en } i=0 \quad (5.3.8)$$

$$k \frac{T_{M+1}^n - T_{M-1}^n}{2\Delta z} + h_L T_M^n = h_L T_{\infty,L}, \quad \text{en } i=M \quad (5.3.9)$$

donde  $T_{-1}^n$  y  $T_{M+1}^n$  son las temperaturas ficticias de los nodos "-1" y "M+1".

Para eliminar la temperatura ficticia  $T_{-1}^n$ , se evalúa la Ecuación 5.3.7 en  $i=0$ , de esta forma:

$$T_0^{n+1} = r_z T_{-1}^n + (1 - 2r_z) T_0^n + r_z T_1^n + \frac{\alpha \Delta t}{k} g_0^n, \quad \text{para } i=0 \quad (5.3.10)$$

y se obtiene  $T_{-1}^n$  de la Ecuación 5.3.8:

$$T_{-1}^n = \frac{2\Delta z}{k} h_0 (T_{\infty,0} - T_0^n) + T_1^n. \quad \text{en } i= -1 \quad (5.3.11)$$

De esta manera al sustituir la Ecuación 5.3.11 en la Ecuación 5.3.10 se determina la expresión para  $T_0^{n+1}$ , tal que:

$$T_0^{n+1} = r_z \left( \frac{2\Delta z}{k} h_0 (T_{\infty,0} - T_0^n) + T_1^n \right) + (1 - 2r_z) T_0^n + r_z T_1^n + \frac{\alpha \Delta t}{k} g_0^n, \quad \text{para } i=0 \quad (5.3.12)$$

o bien al agrupar términos se establece:

$$T_0^{n+1} = (1 - 2r_z \beta_0) T_0^n + 2r_z T_1^n + 2r_z \gamma_0 + \frac{\alpha \Delta t}{k} g_0^n, \quad \text{para } i=0 \quad (5.3.13)$$

Análogamente al procedimiento anterior, a partir de la Ecuación 5.3.9 se obtiene

una expresión para  $T_{M+1}^n$  y se sustituye esta en la Ecuación 5.3.7 evaluada en  $i=M$ . Así se determina  $T_M^{n+1}$ , como:

$$T_M^{n+1} = 2r_z T_{M-1}^n + (1 - 2r_z \beta_L) T_M^n + 2r_z \gamma_L + \frac{\alpha \Delta t}{k} g_M^n, \quad \text{para } i=M \quad (5.3.14)$$

donde de las Ecuaciones 5.3.13 y 5.3.14:

$$\beta_0 = 1 + \frac{\Delta z h_0}{k}, \quad \gamma_0 = \frac{\Delta z h_0}{k} T_{\infty,0}, \quad (5.3.15)$$

$$\beta_L = 1 + \frac{\Delta z h_L}{k}, \quad \gamma_L = \frac{\Delta z h_L}{k} T_{\infty,L}, \quad (5.3.16)$$

y

$$r_z = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2}. \quad (5.3.17)$$

La discretización de la condición inicial (Ecuación 5.3.4) se establece como:

$$T_i^0 = T_m, \quad \text{para } i=0,1,2,\dots, M \quad (5.3.18)$$

La solución de la Ecuación 5.3.1 en diferencias finitas no deberá presentar divergencia ni oscilaciones, por lo que el valor utilizado en el parámetro  $r_z$  debe limitarse en (Özisik (1994)):

$$0 < r_z \leq \frac{1}{2}, \quad (5.3.19)$$

la cual es una restricción en el máximo valor de  $r_z$  impuesto por el tamaño de paso de tiempo. Esto se establece por la situación física donde la temperatura  $T_i^n$  en la Ecuación 5.3.7 es positiva, entonces  $T_i^{n+1}$  no deberá ser menor que sus dos nodos vecinos, de tal suerte que la restricción es dada por (Özisik (1994)):

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta z)^2}{2\alpha}. \quad (5.3.20)$$

Con el mismo arguemnto, en el caso de fronteras convectivas aplicado a los nodos  $i=0$  y  $i=M$ , la condición de estabilidad del criterio  $r_z \leq 1/2$ , no es suficiente para obtener un resultado significativo, por lo que el criterio de estabilidad debe también satisfacer (Özisik (1994)):

$$1 - 2r_z\beta_0 \geq 0 \quad \text{o} \quad 0 < r_z \leq \frac{1}{2\beta_0} = \frac{1}{2 + 2\frac{\Delta zh_0}{k}}, \quad (5.3.21)$$

y

$$1 - 2r_z\beta_L \geq 0 \quad \text{o} \quad 0 < r_z \leq \frac{1}{2\beta_L} = \frac{1}{2 + 2\frac{\Delta zh_L}{k}}. \quad (5.3.22)$$

Claramente el criterio de estabilidad impuesto por las Ecuaciones 5.3.21 y 5.3.22 es más restrictivo y deberá ser considerado.

En resumen el algoritmo de solución de la Ecuación 5.3.1 mediante el método explícito simple es:

$$T_i^{n+1} = r_z T_{i-1}^n + (1 - 2r_z) T_i^n + r_z T_{i+1}^n + \frac{\alpha \Delta t}{k} g_i^n, \quad \text{para } i=1,2,\dots,M-1 \quad (5.3.23)$$

$$T_0^{n+1} = (1 - 2r_z\beta_0) T_0^n + 2r_z T_1^n + 2r_z \gamma_0 + \frac{\alpha \Delta t}{k} g_0^n, \quad \text{para } i=0 \quad (5.3.24)$$

$$T_M^{n+1} = 2r_z T_{M-1}^n + (1 - 2r_z\beta_L) T_M^n + 2r_z \gamma_L + \frac{\alpha \Delta t}{k} g_M^n, \quad \text{para } i=M \quad (5.3.25)$$

$$T_i^0 = T_m, \quad \text{para } i=0,1,2,\dots, M \quad (5.3.26)$$

donde:

$$\beta_0 = 1 + \frac{\Delta zh_0}{k}, \quad \gamma_0 = \frac{\Delta zh_0}{k} T_{\infty,0}, \quad (5.3.27)$$

$$\beta_L = 1 + \frac{\Delta zh_L}{k}, \quad \gamma_L = \frac{\Delta zh_L}{k} T_{\infty,L}, \quad (5.3.28)$$

$$r_z = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2}, \quad (5.3.29)$$

y

$$g_i^n = A \cdot B(\Delta z, n\Delta t), \quad (5.3.30)$$

Se debe tener en mente el criterio de estabilidad:

$$0 < r_z \leq \frac{1}{2}, \quad (5.3.31)$$

$$0 < r_z \leq \frac{1}{2\beta_0} = \frac{1}{2 + 2\frac{\Delta zh_0}{k}}, \quad (5.3.32)$$

y

$$0 < r_z \leq \frac{1}{2\beta_L} = \frac{1}{2 + 2 \frac{\Delta z h_L}{k}} \tag{5.3.33}$$

En la siguiente sección se proponen tres casos de estudio, los cuales se dirigen a establecer el comportamiento de la fibra óptica en dependencia de la distribución espectral de flujo radiativo solar que ha sido concentrado y su longitud de transmisión.

### 5.4 CASOS DE ESTUDIO PARA EL MODELO UNIDIMENSIONAL

Una vez establecida la solución al modelo unidimensional mediante el método en diferencias finitas explícito simple, se suponen tres casos de estudio que permiten inferir las variables involucradas en la transmisión de energía solar concentrada, así como el tiempo en el cual se alcanza la máxima temperatura de operación recomendable bajo condiciones desfavorables de transmisión (Jaramillo y del Río (1997)).

Para estos tres casos se supone la irradiancia espectral normal directa  $G_{b\lambda}$  presente para AM1 (Gráfica 4.3.3) constante durante el periodo de transmisión. Se supone entonces que el flujo radiativo solar pasa a través de una atmósfera con turbiedad muy baja, es decir, supone a la radiación solar total con una componente de radiación solar difusa muy pequeña. Tal situación representa una condición de cota superior para la fibra óptica en la transmisión de energía solar ya que toda la energía solar colectada puede ser entonces concentrada. Se supone también que el paraboloide de revolución no presenta error de dispersión (Figura 3.3.2) y no se presenta sombra en el espejo parabólico provocada por la fibra óptica y sus soportes.

En la Tabla 5.4.1 se presentan para los tres casos, los parámetros de la fibra óptica y del paraboloide de revolución que se han considerado para implementar el algoritmo de solución en diferencias finitas presentado en la sección 5.3, los cuales han sido precisados en la Sección 4.1. Los parámetros termodinámicos del material del núcleo de la fibra óptica ( $\text{SiO}_2$  con bajo contenido de contaminantes), han sido tomados de Bansal y Doremus (1986). La temperatura máxima de operación sugerida por el fabricante, es establecida en  $400^\circ\text{C}$  (Polymicro Technologies), antes de que ocurra degradación permanente en las propiedades físicas y ópticas en los materiales de la fibra óptica.

Fibra óptica	Paraboloide de revolución
$R_n = 0.0025\text{m}$	$R_r = 0.0025\text{m}$
$\theta_{\text{max}} = 12^\circ$	$D_a = 0.218\text{m}$
$\rho_f = 0.04$	$f_o = 0.519\text{m}$
$k = 1.71\text{W/mK}$	$\phi_r = 12^\circ$
$\rho = 2200\text{kg/m}^3$	$\phi_{\text{min}} = 0$
$C_p = 1026\text{J/kgK}$	$\delta = 0$
$\alpha = 7.5757 \times 10^{-7} \text{m}^2/\text{s}$	$C_{\text{max}} = 1900$

**Tabla 5.4.1** Parámetros físicos usados en la solución numérica.

Así también en los tres casos de estudio, los coeficientes de transferencia se suponen iguales en ambas fronteras ( $h_0 = h_L$ ) con un valor de  $10\text{W/m}^2\text{K}$  que corresponde a

convección natural entre el material del núcleo de la fibra óptica y el aire que lo circunda (Bejan (1993)). La condición inicial ( $T_i^0$ ) y la temperatura del medio en ambos extremos de la fibra óptica ( $T_{\infty,(0,L)}$ ) se han supuesto con un valor de 20°C que corresponde a la temperatura ambiente promedio.

Para estimar el comportamiento térmico de la fibra óptica en los tres casos de estudio, se ha implementado en un programa de cómputo en Q-Basic que evalúa el algoritmo de solución presentado en la Sección 5.3 (Apéndice C).<sup>4</sup> Para establecer los parámetros del algoritmo de solución, se ha escogido incrementos  $\Delta z=0.1\text{m}$  iguales a lo largo de la fibra óptica. Por otro lado se ha escogido un paso de tiempo  $\Delta t=1800\text{s}$  que corresponde a incrementos de tiempo iguales a 30 minutos.

Lo que conduce a estimar el valor de  $r_z=0.13633$  (Ecuación 5.3.29) y verificar el criterio de estabilidad presentado en la Ecuación 5.3.31. Este último se satisface ya que:  $0 < 0.13633 \leq 0.5$ . De igual forma al verificar las restricciones impuestas por las condiciones de frontera convectiva en los extremos de la fibra óptica (Ecuaciones 5.3.32 y 5.3.33), se tiene conveniente que:  $0 < 0.1363 \leq 0.3155$ .

Por otra parte, para determinar  $g_i$  se multiplica el valor establecido para A (Ecuación 5.2.8) a cada paso de integración de  $B(i\Delta z)$  (Ecuación 5.3.1c). La integración de  $B(i\Delta z)$  se realiza a intervalos iguales  $\Delta z=0.1\text{m}$  en la región comprendida en  $0 \leq z \leq 10\text{m}$ . Se usa la reflectancia espectral  $\rho_{R\lambda}$  del aluminio o la plata, la irradiancia espectral  $G_{b\lambda}$  y las propiedades espectrales de atenuación  $\text{dB}_{\text{per}\lambda}$  del núcleo de la fibra óptica.<sup>5</sup>

Se presentan tres casos de estudio para inferir el comportamiento térmico de la fibra óptica, al suponer la irradiancia solar presente en AM1, dos diferentes materiales en la superficie del paraboloide de revolución y dos diferentes de largo de fibra óptica. El primer caso supone aluminio como superficie reflectiva y una fibra óptica con 10 metros de longitud para la transmisión de energía solar concentrada. En el segundo y tercer caso se supone plata como superficie reflectiva y una transmisión de energía solar concentrada a través de fibra óptica a una distancia de 10 y 5 metros respectivamente.

**Caso 1:** Al evaluar el algoritmo de solución con los parámetros establecidos se obtiene la evolución de la distribución de temperaturas al suponer el uso de un paraboloide con superficie reflectiva en aluminio y una fibra óptica de 10 metros de longitud que permite transmitir la energía solar concentrada presente en AM1,

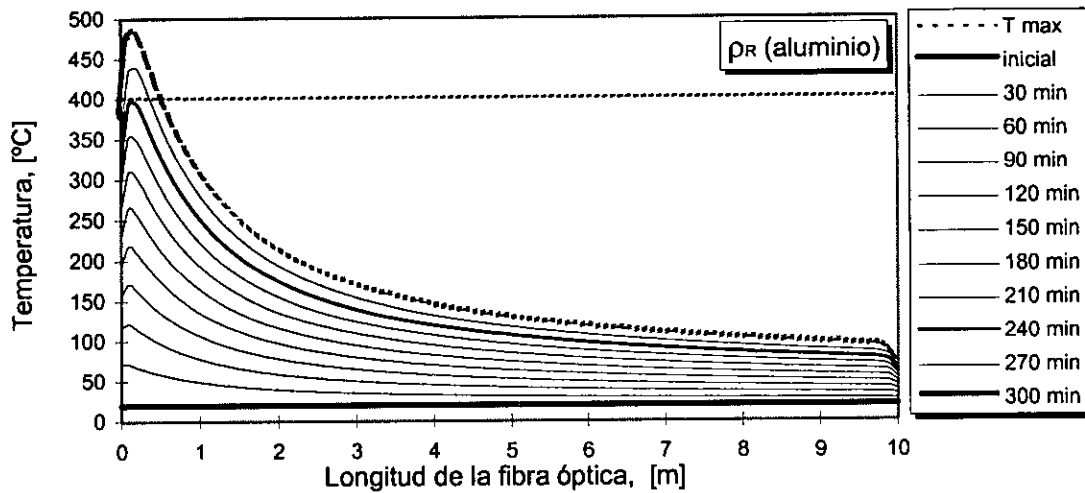
En la Gráfica 5.4.1 se presenta la estimación de la distribución de temperatura para un proceso de 5 horas en la transmisión de energía solar concentrada mediante el uso de una fibra óptica de 10 metros de longitud. Se usa aluminio como superficie reflectiva del paraboloide de revolución.

<sup>4</sup> El programa en Q-Basic obtiene la solución de los tres casos de estudios al llevar a cabo ligeros cambios en la estructura de programación.

<sup>5</sup> Los valores discretos del producto  $B(z,t)$  se presentan en el apéndice B.

Se observa que la temperatura alcanza el valor crítico a cuatro horas de iniciar el proceso de transmisión del flujo radiativo solar concentrado. Además se observa que el aumento de temperatura ocurre con mayor rapidez a la entrada de la fibra óptica y presenta un máximo en los primeros 10 centímetros de longitud.

Como se presentó en la Sección 4.3 se tiene una potencia de entrada  $Q_{ent} = 29.56W$  y una potencia de salida  $Q_{sal} = 25.93W$ . Lo que representa una absorción  $Q_{ab} = 3.63W$  a lo largo de la fibra óptica y una eficiencia de transmisión  $\eta_{\tau} = 87.7\%$ .



Gráfica 5.4.1 Evolución de la distribución de temperatura para irradiancia constante presente en AM1 y superficie reflectiva del paraboloide en aluminio.

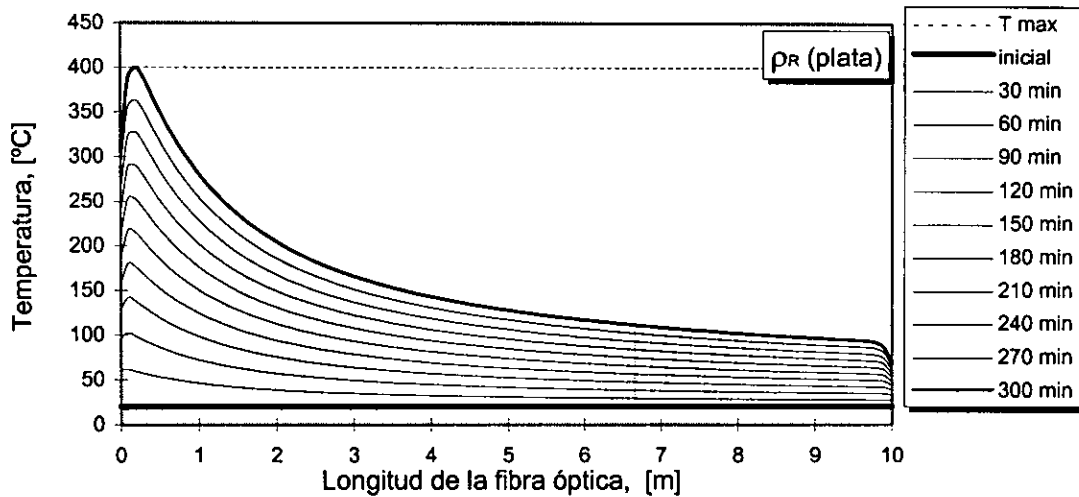
**Caso 2:** Se supone el uso de plata como superficie reflectiva del paraboloide. Se supone una longitud de 10 metros de fibra óptica para la transmisión de energía solar concentrada presente en AM1.

La solución al método explícito ha sido implementada en un programa de cómputo que facilita su evaluación (Apéndice C). En la Gráfica 5.4.2 se presenta la estimación de la distribución de temperatura para un proceso de 5 horas en la transmisión de energía solar concentrada. Se usa una superficie reflectiva del concentrador en plata y 10 metros de longitud de fibra óptica.

Se puede observar que la temperatura alcanza el valor crítico a cinco horas de iniciar el proceso de transmisión y que al igual que el caso 1, este tiene lugar sólo en el primer metro al extremo de entrada de la fibra óptica.

Para éste segundo caso se cuenta con una potencia de entrada  $Q_{ent} = 29.61W$  y una potencia de salida  $Q_{sal} = 26.19W$ . Esto representa una absorción  $Q_{ab} = 3.43W$  a lo largo de la fibra óptica y una eficiencia de transmisión  $\eta_{\tau} = 88.4\%$ .<sup>6</sup>

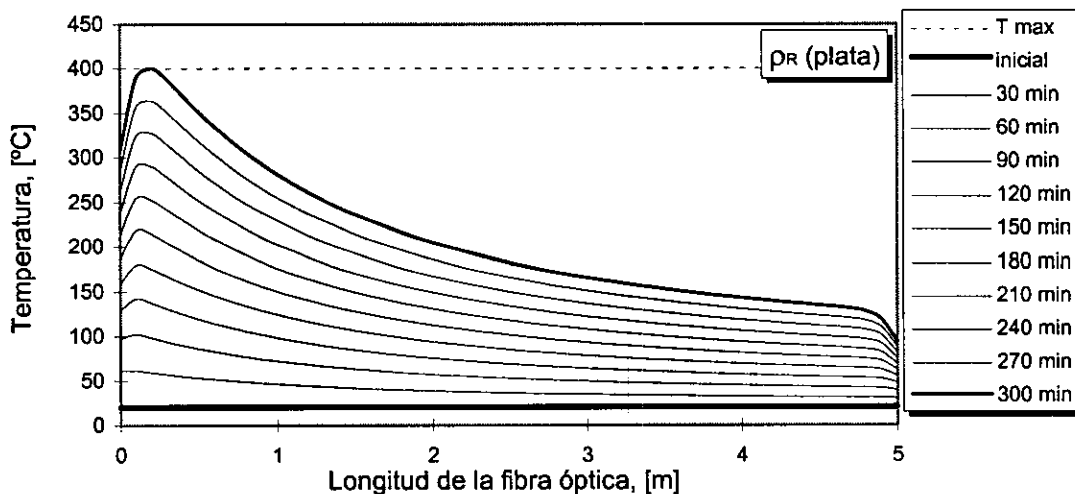
<sup>6</sup> Sección 4.3



**Gráfica 5.4.2** Evolución de la distribución de temperatura para irradiancia constante presente en AM1 y superficie reflectiva del paraboloide en plata.

**Caso 3:** Se presenta la estimación del comportamiento térmico de la fibra óptica al suponer la transmisión de energía solar concentrada presente en AM1 a una distancia de 5 metros mediante el uso de fibra óptica.<sup>7</sup> Al igual que el caso 2 se usa plata como superficie reflectiva en el paraboloide.

En la Gráfica 5.4.3 se presenta la estimación del comportamiento térmico de la fibra óptica al transmitir energía solar concentrada a una distancia de 5 metros. Se usa la superficie reflectiva en plata para el paraboloide de revolución. Se observa que al igual que el caso 2, la temperatura máxima recomendable se alcanza a cinco horas de iniciar la transmisión de energía solar concentrada.



**Gráfica 5.4.3** Evolución de la distribución de temperatura para irradiancia constante presente en AM1 y superficie reflectiva del paraboloide en plata.

<sup>7</sup> El programa de computo presentado en el Apéndice C, ajusta en función de la longitud de la fibra óptica el valor de  $\Delta z$  para tener siempre incrementos iguales en 0.1m, permitiendo que el criterio de estabilidad en las Ecuaciones 5.3.31 a 5.3.33 se el adecuado.



En éste último caso se cuenta con una potencia de entrada  $Q_{ent}=29.61W$  y una potencia de salida  $Q_{sal}=27.25W$ . Lo que representa una absorción  $Q_{ab}=2.36W$  a lo largo de la fibra óptica y una eficiencia de transmisión  $\eta_t=92.0\%$ .<sup>8</sup>

Al comparar los caso 1 y 2, se aprecia una dependencia directa entre el comportamiento térmico y el material que se usa como superficie reflectiva en el paraboloide, ya que al comparar la evolución de la distribución de temperaturas, se observa como la temperatura crítica de operación se alcanza más rápidamente al utilizar una superficie en aluminio que una de plata. Esto se explica mediante las propiedades de transmisión de la fibra óptica y la reflectancia espectral de la plata y del aluminio. Si se observa la Gráfica 4.3.2, que corresponde a la reflectancia espectral, se encuentra que la plata presenta una menor reflectancia al espectro ultravioleta comparada a la del aluminio. Por otro lado, el material del núcleo presenta una significativa absorción en esta región del espectro, como lo demuestra la Gráfica 4.3.1. De este modo al utilizar plata como material reflectivo, la irradiancia solar colectada presenta una componente menor en la región del ultravioleta al ser concentrada y por tanto durante el proceso de transmisión se presenta una menor absorción por el núcleo de la fibra óptica.

Al comparar el caso 2 y 3, se determina que el comportamiento térmico de la fibra óptica no depende de la longitud utilizada para la transmisión de energía solar concentrada. Esto se puede explicar desde el punto de vista de su propiedades termodinámicas. El valor de la conductividad térmica del núcleo de la fibra óptica ( $k=1.71W/mK$ ), en asociación a su capacidad calorífica ( $C_p= 1026J/kgK$ ) y su densidad ( $2200kg/m^3$ ), establecen una difusividad térmica muy baja ( $\alpha=7.5757 \times 10^{-7} m^2/s$ ), lo que representa una difusión de calor débil a lo largo de la dirección de propagación.

Como se observa en todos los casos, la mayor temperatura tiene lugar dentro del primer metro de longitud de la fibra óptica. Esto se explica, ya que a la entrada de la fibra óptica el flujo solar concentrado sufre su mayor absorción en sus componentes espectrales que presentan mayor atenuación.

En éste primer estudio, se vislumbra la posibilidad de transmitir energía solar concentrada a través de fibras ópticas por un periodo de por lo menos 4 horas sin deterioro de sus parámetros físicos y ópticos. La eficiencia de transmisión se estima por encima de 85% para una decena de metros, la cual resulta muy ventajosa y puede situarse como una alternativa para el transporte de energía solar sin conversión.

Sin embargo, éste modelo se limita al estudio de la transmisión de un flujo radiativo con distribución homogénea y supone adiabática la parte longitudinal de la fibra. En el siguiente capítulo se presenta un modelo bidimensional de transferencia de calor simultánea por conducción y radiación donde se supone una cierta distribución radial del flujo radiativo solar concentrado y se sugiere la transferencia de calor sobre la superficie longitudinal de la fibra óptica. Así, la solución al modelo bidimensional permite estimar el comportamiento térmico con un enfoque que se inclina a una situación más real.

---

<sup>8</sup> Sección 4.3

---

# ESTUDIO TÉRMICO: MODELO BIDIMENSIONAL

---

EN ESTE capítulo se establece, por primer término, el vector de flujo de calor radiativo con distribución radial presente en el núcleo de la fibra óptica cuando ésta conduce energía solar concentrada. En seguida se presenta un modelo bidimensional para la ecuación gobernante de transferencia de calor simultánea por conducción y radiación presente en el núcleo de la fibra óptica.

El planteamiento y solución del modelo bidimensional se dirige principalmente al entendimiento de la distribución de temperatura en el núcleo de la fibra óptica donde se presenta transferencia de calor tanto en sus extremos como a lo largo de toda su longitud al transmitir diferentes distribuciones de flujo de calor radiativo solar concentrado. En este modelo se plantea una situación más apegada a la realidad y se analiza la posibilidad de un sobre calentamiento en el centro de la fibra, para casos de concentración extrema.

La solución al modelo bidimensional se lleva a cabo mediante la implementación del esquema de método explícito en diferencias finitas propuesto por DuFort y Franquel (1953). De esta forma, al evaluar la solución con los parámetros establecidos, se estima el comportamiento térmico de la fibra óptica al transportar energía solar concentrada. Se establecen diferentes casos de estudios que permitan determinar el comportamiento térmico de la fibra óptica durante el transporte de energía solar concentrada. El modelo bidimensional permite pronosticar el comportamiento térmico de una forma más apegada a una situación real.

### 6.1 FLUJO DE CALOR RADIATIVO SOLAR CONCENTRADO

En esta sección se establece flujo de calor radiativo local al suponer diferentes distribuciones de energía en el núcleo de la fibra óptica al transmitir energía solar concentrada. Este vector permitirá más adelante establecer la ecuación gobernante de la transferencia de calor por conducción y por radiación para el modelo bidimensional.

Se describe la radiación concentrada incidente  $G_{ent}$ , que presenta distribución espacial de la energía por unidad de tiempo y unidad de área, disponible a la entrada de la fibra óptica. Esta se ha supuesto proveniente de un espejo paraboloidal correctamente alineado a la incidencia solar y que no presenta distribución angular (Ecuación 3.5.4):

$$G_{ent} = Q_{ent} \left( \frac{a e^{-a \left( \frac{r}{R_n} \right)^2}}{\pi R_n^2 (1 - e^{-a})} \right), \quad (6.1.1)$$

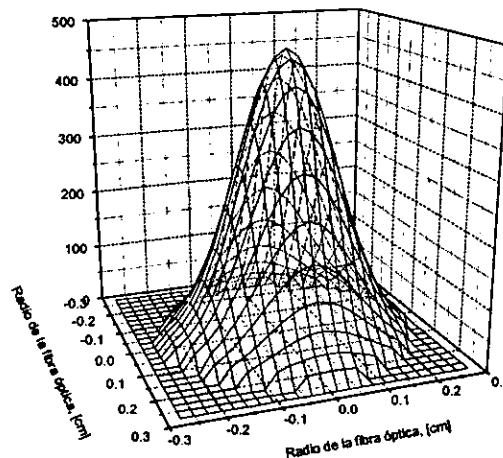
al sustituir la Ecuación 4.2.1 en la Ecuación 6.1.1 se obtiene:

$$G_{ent} = \left( \frac{a e^{-a\left(\frac{r}{R_n}\right)^2}}{\pi R_n^2 (1 - e^{-a})} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\sin^2 \theta_{max} - \sin^2 \phi_{min}), \quad (6.1.2)$$

donde:  $a$  es el coeficiente de amplitud de distribución,  $R_n$  el radio del núcleo de la fibra óptica,  $\theta_{max}$  el ángulo máximo de aceptación de la fibra óptica (determinado igual al ángulo de borde del paraboloide  $\phi_r$ ),  $\rho_f$  las pérdidas de tipo Fresnel (Ecuación 4.2.3) a la entrada de la fibra óptica,  $\rho_R$  la reflectancia de la superficie del paraboloide,  $G_b$  la irradiancia solar directa y  $\phi_{min}$  el ángulo de sombreado provocado por el acoplamiento entre la fibra óptica y el absorbedor.

Se han presentado varios estudios de la distribución de energía solar concentrada en el receptor de un paraboloide de revolución (Simon (1956), Rabl (1978)), la cual depende básicamente de dos factores: la distribución de energía propia del Sol, en donde se presenta una un comportamiento de tipo *Gauss* debido a la forma del disco solar, ya que una cantidad menor de flujo radiativo es obtenido del su borde en comparación con su parte central; así también, los materiales y la geometría del concentrador, como son el ángulo de borde y su distancia focal. Por esta última razón, se propone la función de distribución normalizada de la forma descrita por la Ecuación 3.5.5, la que permite mediante el coeficiente de distribución  $a$ , suponer diferentes comportamientos en la concentración solar.

En la Gráfica 6.1.1 se presenta como ejemplo  $G_{ent}$  para un coeficiente de amplitud de distribución  $a=3$ .



**Gráfica 6.1.1** Distribución radial para  $a=3$  en la entrada de la fibra óptica.

Así la distribución de la Ecuación 6.1.2 ofrece la posibilidad de tener diferentes casos de estudio dependientes de la distribución de energía en el receptor y por tanto a la entrada de la fibra óptica.

$$\Gamma = \frac{a e^{-a\left(\frac{r}{R_r}\right)^2}}{\pi R_r^2 (1 - e^{-a})}. \quad (6.1.2)$$

Por otro lado, al suponer que la radiación concentrada incidente apunta a lo largo del eje  $z$ ,<sup>1</sup> se puede establecer, a manera de la sección 2.6, el vector de flujo de calor radiativo local que tiene lugar en el núcleo de la fibra como:

$$\mathbf{q}_z(r, z, t) = \mathbf{q}_z(r, 0, t) e^{-\kappa z}, \quad (6.1.4)$$

donde:  $\mathbf{q}_z(r, z, t)$  es el flujo de calor radiativo local presente en el núcleo de la fibra óptica,  $\kappa$  es el coeficiente de absorción lineal relacionando a los decibeles de pérdidas mediante la Ecuación 2.6.13:

$$\kappa = \frac{dB_{\text{per}}}{10} \ln(10), \quad (6.1.5)$$

y el flujo de calor radiativo a la entrada  $\mathbf{q}_z(r, 0, t)$ , se determina mediante la radiación concentrada incidente que apunta en la dirección longitudinal de la fibra óptica sobre el eje  $Z$ :

$$\mathbf{q}_z(r, 0, t) = G_{\text{ent}} \hat{\mathbf{e}}_z. \quad (6.1.6)$$

Por tanto el flujo de calor radiativo local con distribución radial dependiente del tiempo se establece como:

$$\mathbf{q}_z(r, z, t) = \left( \frac{a e^{-a\left(\frac{r}{R_n}\right)^2}}{\pi R_n^2 (1 - e^{-a})} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\sin^2 \theta_{\text{max}} - \sin^2 \phi_{\text{min}}) e^{-\kappa z} \hat{\mathbf{e}}_z, \quad (6.1.7)$$

y al sustituir la Relación 6.1.5 conduce a:

$$\mathbf{q}_z(r, z, t) = \left( \frac{a e^{-a\left(\frac{r}{R_n}\right)^2}}{\pi R_n^2 (1 - e^{-a})} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\sin^2 \theta_{\text{max}} - \sin^2 \phi_{\text{min}}) e^{-\frac{dB_{\text{per}}}{10} \ln(10) z} \hat{\mathbf{e}}_z, \quad (6.1.8)$$

<sup>1</sup> Esta suposición es válida para ángulos de borde pequeños y es consistente con nuestro diseño.

La dependencia temporal del flujo de calor radiativo solar concentrado, se fija en concordancia a la irradiancia solar directa  $G_b$  durante su colección. Si bien la irradiancia solar se mantiene prácticamente constante fuera de la atmósfera terrestre, ésta presenta cambios a pasar a través de la atmósfera terrestre, en lo que se denomina masa de aire (Ecuación 1.4.1)

Una vez establecido el vector de flujo de calor radiativo solar concentrado, se plantea el modelo bidimensional para la ecuación gobernante del comportamiento térmico. Este modelo se apega más a una situación real, ya que considera la distribución radial de energía pasando a través del núcleo, así como la transferencia de calor en su parte longitudinal.

## 6.2 MODELO BIDIMENSIONAL

A diferencia del modelo unidimensional presentado en el Capítulo 5, en éste nuevo modelo se asume un escenario donde la transmisión de energía solar concentrada a través de la fibra óptica incluye la transferencia de calor no sólo en los extremos, si no también, en la parte longitudinal y supone diferentes distribuciones radiales de energía que pueden estar presentes en el momento de la conducción del flujo solar concentrado.

Al igual que en el modelo unidimensional, se establece la ecuación gobernante de la transferencia de calor por conducción y por radiación en el núcleo de la fibra óptica (Ecuación 2.7.7), así:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, \theta, z, t)}{\partial t} = \nabla^2 T(r, \theta, z, t) + \frac{1}{k} \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) G(r, \theta, 0, t) \exp \left( - \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) z \right), \quad (6.2.1)$$

que para el caso bidimensional en estudio es:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} = \nabla^2 T(r, z, t) + \frac{1}{k} \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) G(r, 0, t) \exp \left( - \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) z \right). \quad (6.2.2)$$

Al evaluar la Ecuación 6.1.8 en  $z=0$  y sustituirla en la Ecuación 6.2.2 se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} = & \alpha \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial z^2} \right) + \\ & \frac{\alpha}{k} \left( \frac{dB_{per}}{10} \ln(10) \right) \left( \frac{a e^{-a \left( \frac{r}{R_n} \right)}}{\pi R_n^2 (1 - e^{-a})} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) \rho_R G_b (\sin^2 \theta_{max} - \sin^2 \phi_{min}) e^{-\frac{dB_{per}}{10} \ln(10) z} \end{aligned} \quad (6.2.3)$$

o bien, su forma espectral:

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial z^2} \right) + \frac{\alpha}{k} \left( \frac{a e^{-a \left( \frac{r}{R_n} \right)}}{\pi R_n^2 (1 - e^{-a})} \right) \left( \frac{\ln(10)}{10} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) (\text{sen}^2 \theta_{\max} - \text{sen}^2 \phi_{\min}) \int_0^{\infty} dB_{\text{per}\lambda} \rho_{R\lambda} G_{b\lambda} e^{-\frac{dB_{\text{per}\lambda}}{10} \ln(10) z} d\lambda \quad (6.2.4)$$

la cual puede escribirse como:

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial z^2} \right) + \frac{\alpha}{k} A \cdot B(z, t) \cdot \Gamma^*(r), \quad (6.2.5)$$

donde: las variables espaciales están limitadas en  $0 < z < L$ , la variable temporal es  $t > 0$ ,  $\alpha$  es la difusividad térmica ( $\alpha = k/\rho C_p$ ),  $k$  la conductividad térmica, así también,  $\Gamma^*(r)$ ,  $A$  y  $B(z, t)$  son respectivamente:

$$\Gamma^*(r) = \frac{a e^{-a \left( \frac{r}{R_r} \right)^2}}{(1 - e^{-a})}, \quad (6.2.6)$$

$$A = \left( \frac{1}{\pi R_n^2} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) (\text{sen}^2 \theta_{\max} - \text{sen}^2 \phi_{\min}), \quad (6.2.7)$$

$$B(z, t) = \left( \frac{\ln(10)}{10} \right) \int_0^{\infty} dB_{\text{per}\lambda} \rho_{R\lambda} G_{b\lambda} e^{-\frac{dB_{\text{per}\lambda}}{10} \ln(10) z} d\lambda. \quad (6.2.8)$$

donde  $\frac{\Gamma^*(r)}{\pi R_n^2} = \Gamma(r)$ . El producto  $\Gamma^*AB$  de la Ecuación 6.2.5, puede entenderse como la fuente local de energía por unidad de volumen y unidad de tiempo provocada por la absorción de energía radiativa que se encuentra atravesando el núcleo de la fibra óptica y los parámetros  $A$  y  $B(z, t)$  son los mismo que los presentados para el modelo unidimensional. Se puede observar entonces que las Ecuaciones 6.2.7 y 6.2.8 son respectivamente las ecuaciones 5.2.6 y 5.2.7. De esta forma  $A=1788.5$  (Ecuación 5.2.8) en función de los parámetros de la Sección 4.3 y los valores de  $B(z, t)$ , se presentan en las Gráficas 5.2.1 y 5.2.2.

Una vez establecido el modelo bidimensional que establece la ecuación gobernante de transferencia de calor por conducción y por radiación, se presenta su solución por el método en diferencias finitas, que al ser evaluado estima el comportamiento térmico durante el proceso de transmisión de energía solar concentrada.

### 6.3 SOLUCIÓN AL MODELO BIDIMENSIONAL

La solución al modelo bidimensional se dirige a estimar el comportamiento térmico de la fibra óptica al asumir una condición más real de operación. Este modelo a diferencia del modelo unidimensional, no sólo supone la transferencia de calor que ocurre en los extremos de la fibra óptica, si no además incluye la transferencia de calor presente en su parte longitudinal con respecto al medio circundante. Su solución permite estimar el comportamiento térmico durante el proceso de transmisión de energía solar concentrada al presentar diversas distribuciones radiales.

Por comodidad de se escribe de nueva cuenta la Ecuación 6.2.5 como:

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial z^2} \right) + \frac{\alpha}{k} A \cdot B(z, t) \cdot \Gamma^*(r), \quad (6.3.1a)$$

donde: A, B(z,t)  $\Gamma^*(r)$ , son:

$$\Gamma^* = \frac{a e^{-a \left(\frac{r}{R_f}\right)^2}}{(1 - e^{-a})}, \quad (6.3.1b)$$

$$A = \left( \frac{1}{\pi R_n^2} \right) \pi f_o^2 (1 - \rho_f) (\text{sen}^2 \theta_{\max} - \text{sen}^2 \phi_{\min}), \quad (6.3.1c)$$

$$B(z, t) = \left( \frac{\ln(10)}{10} \right) \int_0^\infty dB_{\text{per}\lambda} \rho_{R\lambda} G_{b\lambda} e^{-\frac{dB_{\text{per}\lambda}}{10} \ln(10) z} d\lambda, \quad (6.3.1.d)$$

y las variables espaciales están limitadas en  $0 \leq r < R_n$ ,  $0 < z < L$  y la variable temporal es  $t > 0$ .

Si bien el método explícito simple en diferencias finitas es fácil de implementar como algoritmo de solución de la Ecuación 6.3.1, como se observa en la Ecuación 6.3.2:

$$\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\alpha \Delta t} = \frac{T_{i-1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i+1,j}^n}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{i \Delta r} \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2 \Delta r} + \frac{T_{i,j-1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j+1}^n}{(\Delta z)^2} + \frac{1}{k} g_{i,j}^n, \quad (6.3.2)$$

donde:

$$T(r, z, t) = T(i\Delta r, j\Delta z, n\Delta t) \equiv T_{ij}^n, \quad (6.3.3)$$

$$\Delta r = \frac{R_n}{M}, \quad (6.3.4)$$

$$\Delta z = \frac{L}{N}, \quad (6.3.5)$$

y

$$A \cdot B(z, t) \cdot \Gamma^*(r) = g(r, z, t) = g(i\Delta r, j\Delta z, n\Delta t) = g_{ij}^n, \\ i=1,2,\dots, M-1, \quad j=1,2,\dots, N-1 \text{ y } n < 0 \quad (6.3.6)$$

resulta fuertemente restringido por el criterio de estabilidad impuesto por (Özisik (1994)):

$$\left( \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta r)^2} + \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2} \right) \leq \frac{1}{2}, \quad (6.3.7)$$

ya que el paso de tiempo  $\Delta t$ , como consecuencia de los parámetros  $\Delta r$  y la difusividad térmica  $\alpha$ , requiere ser muy pequeño para obtener un resultado significativo. Así, en la idea de estabilizar el esquema de la Ecuación 6.3.2, se proponen la siguiente aproximación en diferencias finitas (DuFort y Franquel (1953)):

$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n-1}}{\alpha 2\Delta t} = \frac{T_{i-1,j}^n - T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n-1} + T_{i+1,j}^n}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{i\Delta r} \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2(\Delta r)} + \frac{T_{i,j-1}^n - T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n-1} + T_{i,j+1}^n}{(\Delta z)^2} + \frac{1}{k} g_{ij}^n.$$

$$\text{para } i=1,2,\dots, M-1 \quad \text{y} \quad j=1,2,\dots, N-1 \quad (6.3.8)$$

Este esquema es explícito, ya que contiene sólo un término desconocido  $T_{ij}^{n+1}$  y resulta incondicionalmente estable (Özisik (1994)), esto es, no existe restricción en el valor de los parámetros que involucran la discretización de la ecuación diferencial. Sin embargo, con un error por truncamiento del orden  $O[(\Delta r)^2, (\Delta z)^2, (\Delta t)^2, (\Delta t/\Delta r)^2, (\Delta t/\Delta z)^2]$ , en la práctica, este esquema presenta una precisión de primer orden debido a la presencia de los términos  $(\Delta t/\Delta r)^2$  y  $(\Delta t/\Delta z)^2$ .

Para establecer un problema de valores de frontera en la Ecuación 6.3.1 se han considerado las siguientes condiciones<sup>2</sup>:

<sup>2</sup> Al igual que en el caso unidimensional, la condición de frontera en la entrada de la fibra óptica no considera el flujo radiativo impactando en  $z=0$  ya que por la definición de absortividad en un medio semitransparente  $\alpha_0=0$ .



$$-k \frac{\partial T}{\partial z} = h_0 (T_{\infty,0} - T) + \varepsilon \sigma (T_{\infty,0}^4 - T^4), \quad \text{para } z=0, 0 < r < R_n \text{ y } t > 0 \quad (6.3.9)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial z} = h_L (T_{\infty,L} - T) + \varepsilon \sigma (T_{\infty,L}^4 - T^4), \quad \text{para } z=L, 0 < r < R_n \text{ y } t > 0 \quad (6.3.10)$$

y

$$k \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{R_{ter}} (T_{\infty,R} - T) + \varepsilon_R \sigma (T_{\infty,R} - T), \quad \text{para } r=R_n, 0 < z < L \text{ y } t > 0 \quad (6.3.11)$$

donde:  $h_0$  y  $h_L$ , son los coeficientes de transferencia de calor entre el núcleo y el medio circundante a  $z=0$  y  $z=L$ , respectivamente. Se ha considerado la emisividad  $\varepsilon$  propia del material del núcleo en los extremos, así como la emisividad  $\varepsilon_R$  sobre la superficie de la fibra óptica. Además se considera la resistencia térmica  $R_{ter}$  debida al revestimiento y la protección plástica en la parte longitudinal aunada al coeficiente de transferencia  $h_R$  (Bejan (1993) que corresponde a cilindros concéntricos:

$$R_{ter} = R_2 \left( \frac{\ln(R_2/R_1)}{k_2} + \frac{\ln(R_1/R_n)}{k_1} + \frac{1}{h_R R_2} \right), \quad (6.3.12)$$

donde:  $R_1$  y  $R_2$  son los radios del revestimiento y de la cubierta plástica respectivamente, por otra parte,  $k_1$  es la conductividad térmica del revestimiento y  $k_2$  es la conductividad de térmica de la cubierta plástica.

Si bien estas condiciones establecen el problema de valores de frontera, existe una singularidad en  $r=0$  en el momento de discretizar la Ecuación 6.3.1. La aplicación de la regla de L'Hopital permite determinar una aproximación en  $r=0$  y remover la singularidad:

$$\left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = \frac{\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)}{\frac{\partial}{\partial r} r} \Bigg|_{r=0} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \Bigg|_{r=0}, \quad (6.3.13)$$

de tal forma que en  $r=0$  se tiene la aproximación:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( 2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\alpha}{k} A \cdot B(z, t) \cdot \Gamma^*(r). \quad \text{para } r=0, 0 < z < L \text{ y } t > 0 \quad (6.3.14)$$

Por otra parte, se (supone) como condición inicial que el núcleo de la fibra óptica se encuentra a una temperatura homogénea  $T_m$ , por lo que se escribe:

$$T(r, z, 0) = T_m. \quad \text{para } 0 \leq r \leq R_n \text{ y } 0 \leq z \leq L \text{ y } t=0 \quad (6.3.15)$$

Para obtener el conjunto de ecuaciones algebraicas que establecen el algoritmo de solución al modelo bidimensional propuesto para el comportamiento térmico de la fibra óptica, se establece la discretización de la Ecuación 6.3.1 con sus respectivas condiciones de frontera (Ecuaciones 6.3.8, 6.3.9 y 6.3.10), su aproximación establecida para  $r=0$  (Ecuación 6.3.13) y su condición inicial.

De este modo, al obtener una expresión para  $T_{ij}^{n+1}$ , de la Ecuación 6.3.8 se tiene:

$$T_{ij}^{n+1} = AT_{ij}^{n-1} + B\left(1 - \frac{1}{2i}\right)T_{i-1,j}^n + B\left(1 + \frac{1}{2i}\right)T_{i+1,j}^n + C(T_{ij-1}^n + T_{ij+1}^n) + Dg_{ij}^n, \quad \text{para } i=1,2,\dots,M-1, j=1,2,\dots,N-1 \text{ y } n=1,2,3,\dots \quad (6.3.16)$$

donde:

$$A = \frac{(1 - 2r_r - 2r_z)}{(1 + 2r_r + 2r_z)}, \quad B = \frac{2r_r}{(1 + 2r_r + 2r_z)}, \quad C = \frac{2r_z}{(1 + 2r_r + 2r_z)}, \quad D = \frac{2r_g}{(1 + 2r_r + 2r_z)}, \quad (6.3.17)$$

y

$$r_r = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta r)^2}, \quad r_z = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta z)^2}, \quad r_g = \frac{\alpha \Delta t}{k}. \quad (6.3.18)$$

Para determinar la ecuación algebraica en  $z=0$ , se discretiza la Ecuación 6.3.9 y se obtiene el nodo imaginario  $T_{i-1}^n$ , (Figura 6.3.1) así:

$$-k \frac{T_{i,1}^n - T_{i-1}^n}{2\Delta z} = h_0(T_{\infty,0} - T_{i,0}^n) + \varepsilon \sigma (T_{\infty,0}^4 - (T_{i,0}^n)^4), \quad (6.3.19)$$

y,

$$T_{i-1}^n = \gamma_0(T_{\infty,0} - T_{i,0}^n) + \beta_0(T_{\infty,0}^4 - (T_{i,0}^n)^4) + T_{i,1}^n \quad (6.3.20)$$

donde:

$$\gamma_0 = \frac{2\Delta z}{k} h_0, \quad \beta_0 = \frac{2\Delta z}{k} \varepsilon \sigma. \quad (6.3.21)$$

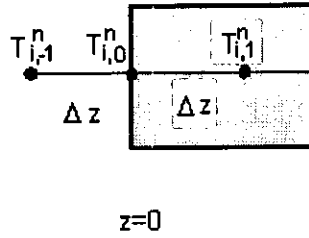


Figura 6.3.1 Nodo imaginario para la condición z=0.

Para determinar  $T_{i,0}^{n+1}$ , se evalúa la Ecuación 6.3.16 en  $j=0$  y se sustituye la Ecuación 6.3.20, tal que:

$$T_{i,0}^{n+1} = AT_{i,0}^{n-1} + B\left(1 - \frac{1}{2i}\right)T_{i-1,0}^n + B\left(1 + \frac{1}{2i}\right)T_{i+1,0}^n + C\left(\gamma_0(T_{\infty,0} - T_{i,0}^n) + \beta(T_{\infty,0}^4 - (T_{i,0}^n)^4) + 2T_{i,1}^n\right) + Dg_{i,0}^n$$

$i=1,2,\dots,M-1, j=0$  y  $n=1,2,\dots$  (6.3.22)

Análogamente, para determinar la ecuación algebraica en  $z=L$ , se discretiza la Ecuación 6.3.10 para obtener el nodo imaginario  $T_{i,N+1}^n$  (Figura 6.3.2). En seguida se evalúa la Ecuación 6.3.16 en  $j=N$  y en ésta se sustituye dicho nodo imaginario. Así se determina que:

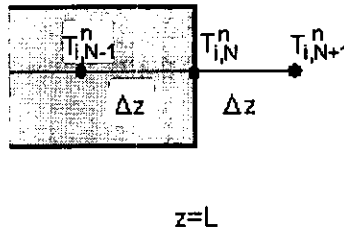


Figura 6.3.2 Nodo imaginario para la condición z=L

$$T_{i,N}^{n+1} = AT_{i,N}^{n-1} + B\left(1 - \frac{1}{2i}\right)T_{i-1,N}^n + B\left(1 + \frac{1}{2i}\right)T_{i+1,N}^n + C\left(2T_{i,N+1}^n + \gamma_L(T_{\infty,L} - T_{i,N}^n) + \beta(T_{\infty,L}^4 - (T_{i,N}^n)^4)\right) + Dg_{i,N}^n$$

$i=1,2,\dots,M-1, j=N$  y  $n=1,2,\dots$  (6.3.23)

donde:

$$\gamma_L = \frac{2\Delta z}{k} h_L, \quad \beta = \frac{2\Delta z}{k} \epsilon \sigma.$$

(6.3.24)

De igual forma, para determinar la ecuación algebraica en  $r=R_n$ , se determina el nodo ficticio (Figura 6.3.3) de la discretización de la Ecuación 6.3.11 como:

$$k \frac{T_{M+1}^n - T_{M-1}^n}{2\Delta r} = \frac{1}{R_{ter}} (T_{\infty,R} - T_{M,j}^n) + \beta_R (T_{\infty,R} - T_{M,j}^n), \quad (6.3.25)$$

por lo que,

$$T_{M+1,j}^n = \gamma_R (T_{\infty,R} - T_{M,j}^n) + T_{M-1,j}^n, \quad (6.3.26)$$

donde:

$$\gamma_R = \frac{2\Delta r}{k} \left( \frac{1}{R_{ter}} \right), \quad \beta = \frac{2\Delta z}{k} \epsilon \sigma. \quad (6.3.27)$$

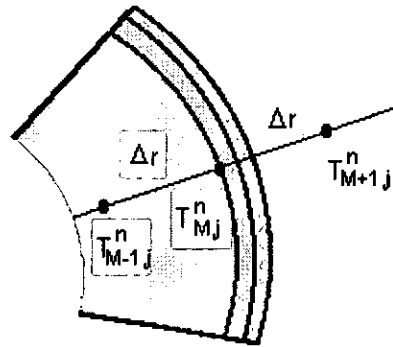


Figura 6.3.3 Nodo imaginario para la condición  $r=R_n$ .

Para determinar  $T_{M,j}^{n+1}$ , se evalúa la Ecuación 6.3.16 en  $i=M$  y se sustituye la Ecuación 6.3.26, dando por resultado:

$$T_{M,j}^{n+1} = AT_{M,j}^{n-1} + B \left( 1 - \frac{1}{2M} \right) T_{M-1,j}^n + B \left( 1 + \frac{1}{2M} \right) \left( \gamma_R (T_{\infty,R} - T_{M,j}^n) + \beta_R (T_{\infty,R} - (T_{M,j}^n)^4) + T_{M-1,j}^n \right) + C (T_{M,j-1}^n + T_{M,j+1}^n) + Dg_{M,j}^n, \quad i=M, j=1,2,\dots,N-1 \text{ y } n=1,2,\dots \quad (6.3.28)$$

Asimismo, para determinar la ecuación algebraica en  $r=0$ , se obtiene una expresión  $T_{0,j}^{n+1}$  a partir de la Ecuación 6.3.14 como:

$$T_{0,j}^{n+1} = ET_{0,j}^{n-1} + F(T_{-1,j}^n + T_{1,j}^n) + G(T_{0,j-1}^n + T_{0,j+1}^n) + Hg_{0,j}^n \quad (6.3.29)$$

donde:

$$E = \frac{(1 - 4r_r - 2r_z)}{(1 + 4r_r + 2r_z)}, \quad F = \frac{4r_r}{(1 + 4r_r + 2r_z)}, \quad G = \frac{2r_z}{(1 + 4r_r + 2r_z)}, \quad H = \frac{2r_g}{(1 + 4r_r + 2r_z)}, \quad (6.3.30)$$

y el nodo imaginario  $T_{-1,j}^n$ , se remueve utilizando la condición de simetría en  $i=0$  (Figura 3.3.4). De modo que  $T_{-1,j}^n = T_{1,j}^n$ .

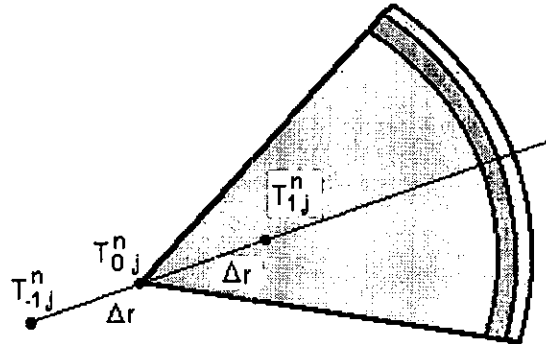


Figura 6.3.4 Nodo imaginario para la condición  $r=0$ .

La Ecuación algebraica queda determinada por:

$$T_{0,j}^{n+1} = ET_{0,j}^{n-1} + 2FT_{1,j}^n + G(T_{0,j-1}^n + T_{0,j+1}^n) + Hg_{0,j}^n, \quad i=0, j=1,2,\dots,N-1 \text{ y } n=1,2,\dots \quad (6.3.31)$$

Por último para la condición inicial se tiene:

$$T_{i,j}^0 = T_m, \quad i=0,1,2,\dots, M, \quad j=0,1,2,\dots, N \text{ y } n=0 \quad (5.2.32)$$

En resumen la solución al modelo bidimensional de transferencia de calor propuesto en la Sección 4.6 se establece como:

$$T_{i,j}^{n+1} = AT_{i,j}^{n-1} + B\left(1 - \frac{1}{2i}\right)T_{i-1,j}^n + B\left(1 + \frac{1}{2i}\right)T_{i+1,j}^n + C(T_{i,j-1}^n + T_{i,j+1}^n) + Dg_{i,j}^n, \quad i=1,2,\dots,M-1, \quad j=1,2,\dots,N-1 \text{ y } n=1,2,\dots \quad (6.3.33)$$

$$T_{i,0}^{n+1} = AT_{i,0}^{n-1} + B\left(1 - \frac{1}{2i}\right)T_{i-1,0}^n + B\left(1 + \frac{1}{2i}\right)T_{i+1,0}^n + C\left(\gamma_0(T_{\infty,0} - T_{i,0}^n) + \beta(T_{\infty,0}^4 - (T_{i,0}^n)^4) + 2T_{i,1}^n\right) + Dg_{i,0}^n, \quad i=1,2,\dots,M-1, \quad j=0 \text{ y } n=1,2,\dots \quad (6.3.34)$$

$$T_{i,N}^{n+1} = AT_{i,N}^{n-1} + B\left(1 - \frac{1}{2i}\right)T_{i-1,N}^n + B\left(1 + \frac{1}{2i}\right)T_{i+1,N}^n + C\left(2T_{i,N+1}^n + \gamma_L(T_{\infty,L} - T_{i,N}^n) + \beta(T_{\infty,L}^4 - (T_{i,N}^n)^4)\right) + Dg_{i,N}^n, \quad i=1,2,\dots,M-1, j=N \text{ y } n=1,2,\dots \quad (6.3.35)$$

$$T_{M,j}^{n+1} = AT_{M,j}^{n-1} + B\left(1 - \frac{1}{2M}\right)T_{M-1,j}^n + B\left(1 + \frac{1}{2M}\right)\left(\gamma_R(T_{\infty,R} - T_{M,j}^n) + \beta(T_{\infty,R}^4 - (T_{M,j}^n)^4) + T_{M-1,j}^n\right) + C(T_{M,j-1}^n + T_{M,j+1}^n) + Dg_{M,j}^n, \quad i=M, j=1,2,\dots,N-1 \text{ y } n=1,2,\dots \quad (6.3.36)$$

$$T_{0,j}^{n+1} = ET_{0,j}^{n-1} + 2FT_{1,j}^n + G(T_{0,j-1}^n + T_{0,j+1}^n) + Hg_{0,j}^n, \quad i=0, j=1,2,\dots,N-1 \text{ y } n=1,2,\dots \quad (6.3.37)$$

$$T_{ij}^0 = T_m, \quad i=0,1,2,\dots, M, \quad j=0,1,2,\dots, N \text{ y } n=0 \quad (5.2.38)$$

$$A \cdot B(z, t) \cdot \Gamma^*(r) = g(r, z, t) = g(i\Delta r, j\Delta z, n\Delta t) = g_{ij}^n, \quad i=1,2,\dots, M-1, \quad j=1,2,\dots, N-1 \text{ y } n < 0 \quad (6.3.39)$$

donde:

$$r_r = \frac{\alpha\Delta t}{(\Delta r)^2}, \quad r_z = \frac{\alpha\Delta t}{(\Delta z)^2}, \quad r_g = \frac{\alpha\Delta t}{k}. \quad (6.3.40)$$

$$A = \frac{(1 - 2r_r - 2r_z)}{(1 + 2r_r + 2r_z)}, \quad B = \frac{2r_r}{(1 + 2r_r + 2r_z)}, \quad C = \frac{2r_z}{(1 + 2r_r + 2r_z)}, \quad D = \frac{2r_g}{(1 + 2r_r + 2r_z)}, \quad (6.3.41)$$

$$E = \frac{(1 - 4r_r - 2r_z)}{(1 + 4r_r + 2r_z)}, \quad F = \frac{4r_r}{(1 + 4r_r + 2r_z)}, \quad G = \frac{2r_z}{(1 + 4r_r + 2r_z)}, \quad H = \frac{2r_g}{(1 + 4r_r + 2r_z)}, \quad (6.3.42)$$

$$\gamma_0 = \frac{2\Delta z}{k} h_0, \quad \gamma_L = \frac{2\Delta z}{k} h_L, \quad \gamma_R = \frac{2\Delta r}{k} (R_{\text{eff}} + h_R), \quad \beta = \frac{2\Delta z}{k} \epsilon\sigma. \quad (6.3.43)$$

De esta manera se ha establecido la solución en diferencias finitas al modelo bidimensional. En la siguiente sección se presentan diferentes caso de estudio que permiten precisar el comportamiento térmico de la fibra óptica en la conducción de flujo radiativo solar concentrado.

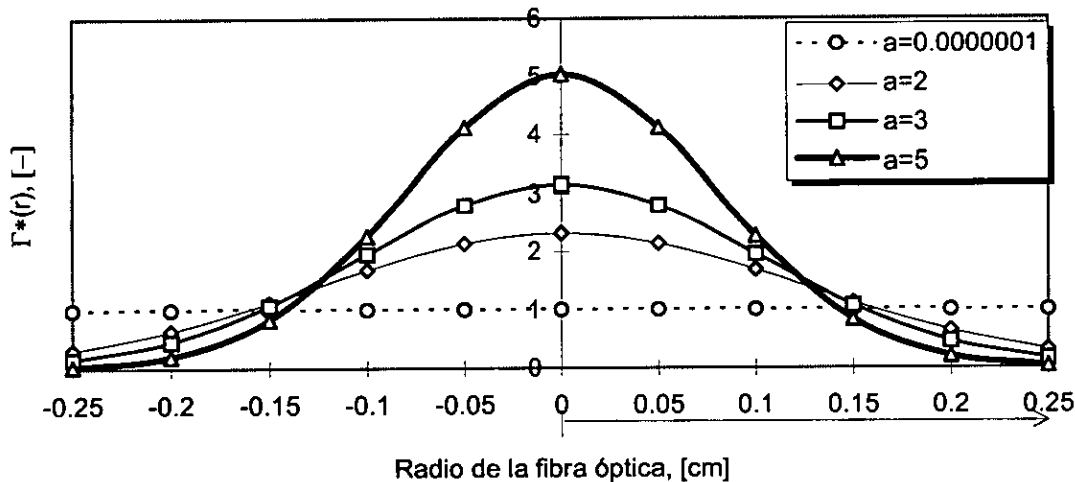
### 6.4 CASOS DE ESTUDIO PARA EL MODELO BIDIMENSIONAL

En esta sección, una vez establecida la solución al modelo bidimensional, se presenta la emulación del comportamiento térmico de la fibra óptica en la transmisión de energía solar concentrada. Se establecen diferentes casos de estudio que permiten establecer la evolución y distribución de la temperatura, así como el tiempo en el cual se alcanza la temperatura máxima recomendable de operación.

Se presentan dos casos de análisis para la transmisión de energía solar concentrada a través de una fibra óptica con una longitud de 10 metros. Para el primer caso se supone una superficie reflectiva en aluminio y cuatro diferentes distribuciones radiales de energía en la entrada de la fibra óptica. Como segundo caso se usa plata como superficie reflectiva en el espejo parabólico y del mismo modo, se asignan cuatro diferentes distribuciones radiales de energía.

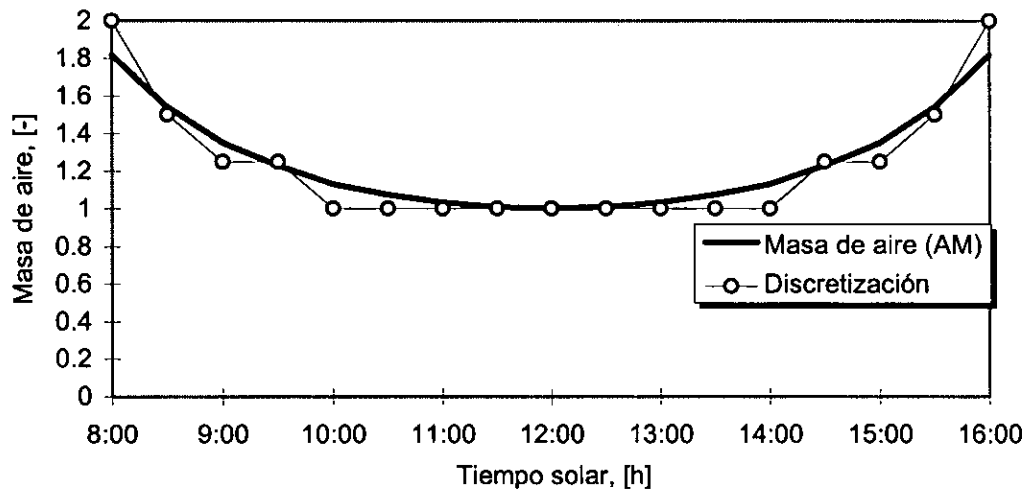
Para ambos casos, la determinación de  $g_{ij}^n$  (Ecuación 6.3.6), se establece al multiplicar A por los valores obtenidos de la integración de B(z,t) (Ecuación 6.3.1d) a intervalos iguales  $\Delta z=0.1m$  en la región  $0 \leq z \leq 10m$ . Se considera la atenuación del núcleo de la fibra óptica (Gráfica 4.3.1), la irradiancia espectral normal directa para AM1, AM1.5 y AM2 (Gráfica 4.3.3) y la reflectancia espectral de la plata o del aluminio (según sea el caso (Gráfica 4.3.2)). Una vez llevado a cabo este procedimiento, se debe considerar la distribución radial  $\Gamma^*(r)$ , la cual se obtiene de evaluar la Ecuación 6.3.1b a intervalos iguales  $\Delta r=0.0005m$  en la región  $0 \leq r \leq 0.0025m$ .

En la Gráfica 6.4.1 se presentan cuatro distribuciones obtenidas de la Ecuación 6.3.1b y que corresponden a situaciones hipotéticas de la manera en que puede ser obtenida la concentración proveniente de un parabolide de revolución con superficie reflectiva. Tales distribuciones se suponen desde una distribución donde la potencia por unidad de área es homogénea, hasta una distribución donde la energía por unidad de tiempo y unidad de área es aproximadamente cinco veces mayor al centro y presenta una distribución de tipo Gauss hacia la parte exterior y esta ha sido normalizada como se presentó en la Sección 3.5.



Gráfica 6.4.1  $\Gamma^*(r)$  para diferentes coeficientes de amplitud.

Por otra parte, la dependencia temporal de la irradiancia solar que es colectada y posteriormente transmitida por la fibra óptica, se presenta debido al cambio en la masa de aire AM a lo largo del día.<sup>3</sup> Es decir, la dependencia temporal en la irradiancia espectral normal directa se propone como la discretización para un día cuando el Sol pasa por el cenit y corresponde a la masa de aire menor que los rayos solares tienen que atravesar. Así al suponer una mínima atenuación en la irradiancia solar directa se presenta el caso extremo de captación y transmisión. En la Gráfica 6.4.2 se presenta como la masa de aire cambia a lo largo del día (Ecuación 1.4.1) y los valores discretos que se consideran para establecer la Ecuación 6.3.6.



Gráfica 6.4.2 Discretización de la irradiancia directa, en función de la masa de aire.

Por otra parte, los parámetros de la fibra óptica y del paraboloide de revolución que se han considerado en la implementación del algoritmo de solución, se presentan en la Tabla 6.4.1. Los parámetros termodinámicos de la fibra óptica han sido tomados de Bansal y Doremus. La temperatura máxima de operación sugerida por el fabricante, se establece en  $T_{max} = 400C$  (Polymicro Technologies).

Fibra óptica	Paraboloide de revolución
$R_n = 0.0025m$	$R_r = 0.0025m$
$\theta_{max} = 12^\circ$	$D_a = 0.218m$
$\rho_f = 0.04$	$f = 0.519m$
$k = 1.71W/mK$	$\phi_r = 12^\circ$
$\rho = 2200kg/m^3$	$\phi_{min} = 0$
$C_p = 1026J/kgK$	$\delta = 0$
$\alpha = 7.5757 \times 10^{-7} m^2/s$	$C_{max} = 1900$
$k_1 = 1.51W/mK$	
$k_2 = 0.35W/mK$	
$l_1 = 0.1cm$	
$l_2 = 0.05cm$	

Tabla 6.4.1 Parámetros físicos usados en la solución numérica.

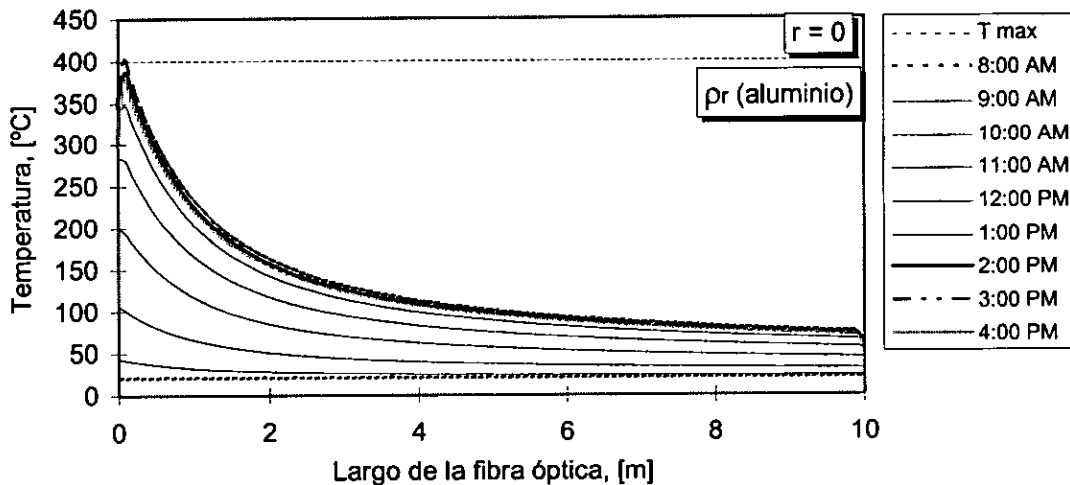
<sup>3</sup> Sección 1.4.



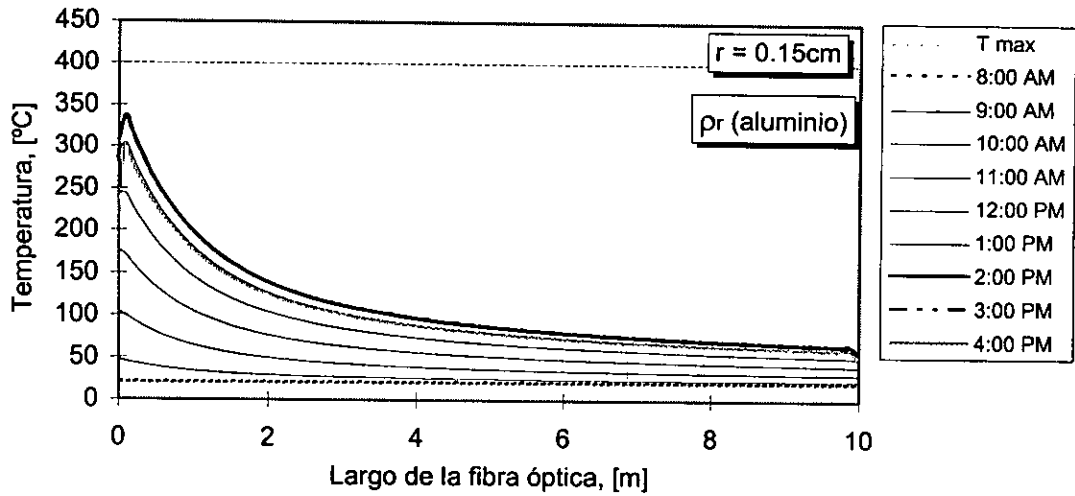
Los coeficientes de transferencia para los dos casos de estudio se suponen constantes e iguales en todas las fronteras ( $h_0=h_L=h_R$ ) con un valor de  $10\text{W/m}^2\text{K}$  que corresponde a convección natural causada por el aire que circunda la fibra óptica y los materiales de ésta (Bejan (1993)). La emitancia  $\epsilon$  en la superficie del núcleo de la fibra óptica presenta un valor de 0.85 y para el material plástico  $\epsilon_R=0.5$  (Modest (1993)) La condición inicial ( $T_i^0$ ) y la temperatura del medio ( $T_{\infty,(0,L,R)}$ ) se han supuesto con un valor de  $20^\circ\text{C}$  que corresponde a la temperatura ambiente promedio.

Como **caso 1** se presenta la emulación del comportamiento térmico de la fibra óptica al transmitir a 10 metros de longitud flujo radiativo solar concentrado al asumir diferentes coeficientes de amplitud de distribución radial. Se usa, en este caso, aluminio como material reflectivo en la superficie del paraboloide. El algoritmo de solución se ha implementado en Q-Basic que facilita su evaluación (Apéndice D).

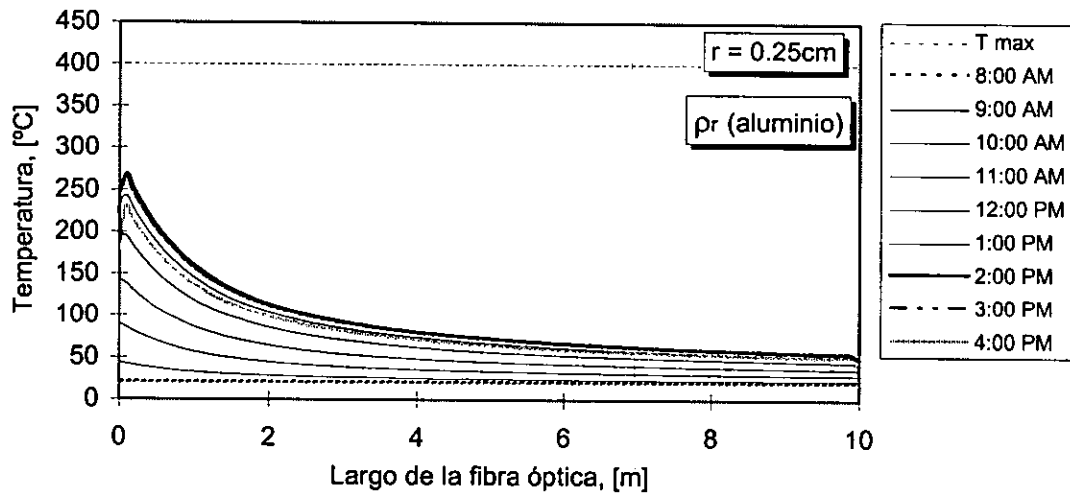
En las Gráficas 6.4.3 a 6.4.6 se presenta la distribución espacial y temporal de la temperatura para cuatro distribuciones de energía. La emulación del proceso térmico (Jaramillo y del Río (1998b)) se realiza para un día con muy baja turbiedad atmosférica, lo que implica que la radiación solar total se compone solo de radiación solar directa.



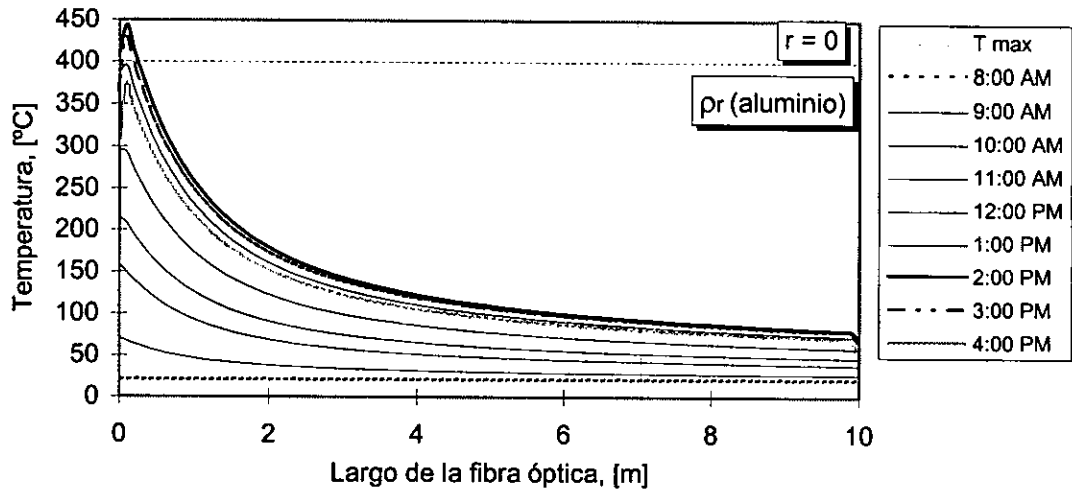
Gráfica 6.4.3a Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0$  ( $a=0.0000001$ )



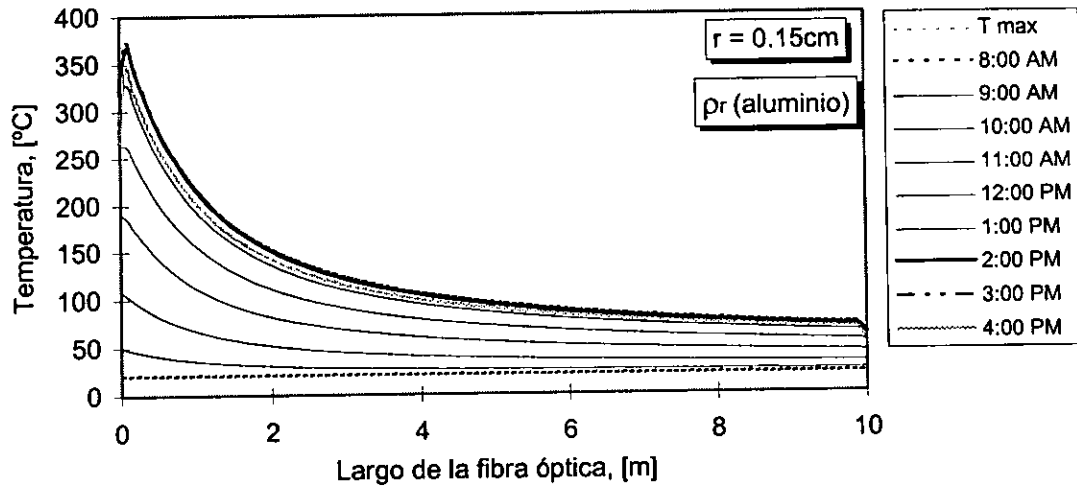
Gráfica 6.4.3b Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.15\text{cm}$  ( $a=0.0000001$ ).



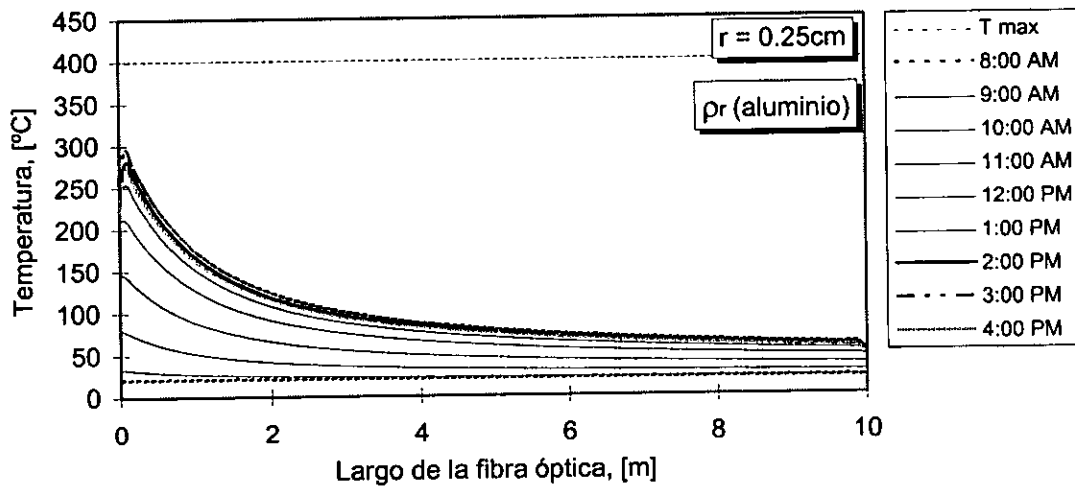
Gráfica 6.4.3c Evolución de la distribución de temperatura en  $r=R_n$  ( $a=0.0000001$ ).



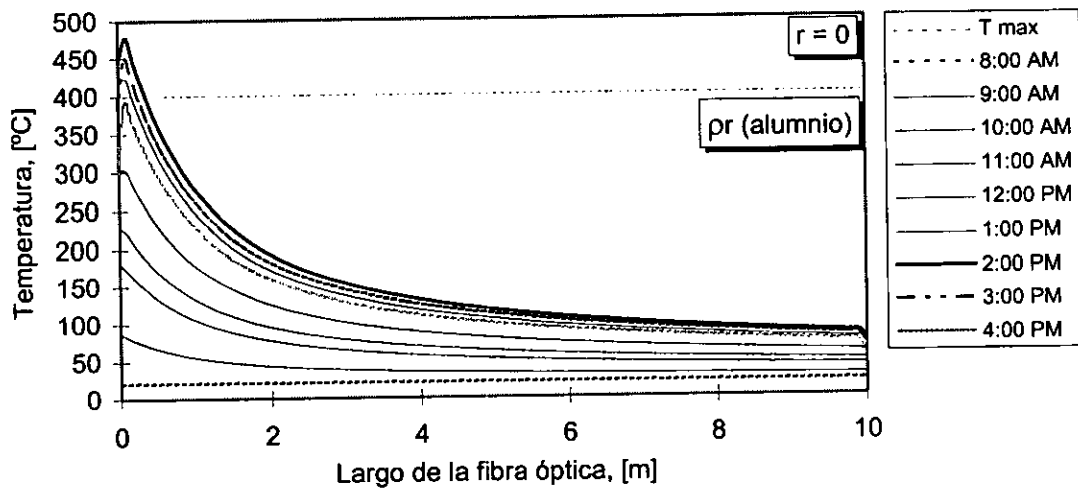
Gráfica 6.4.4a Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0$  ( $a=2$ ).



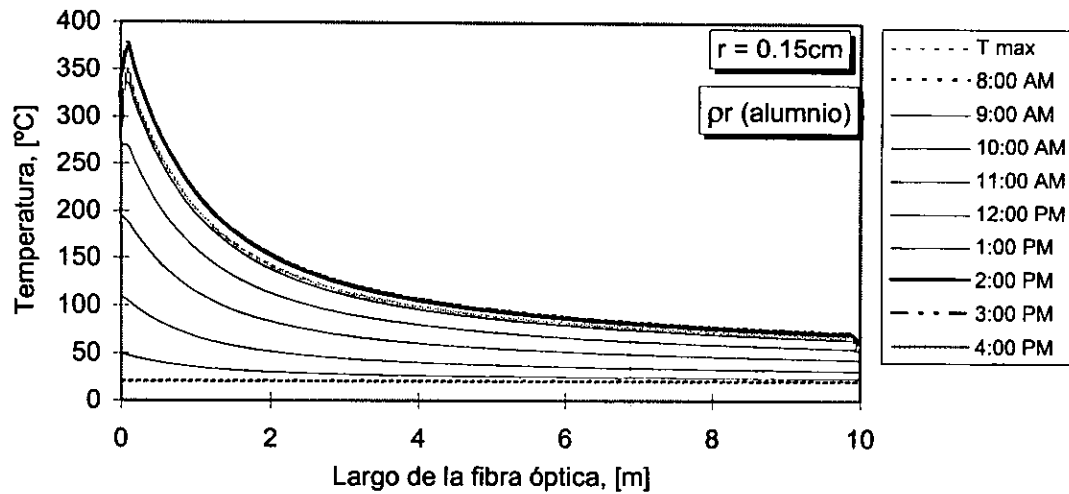
Gráfica 6.4.4b Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.15\text{cm}$  ( $a=2$ ).



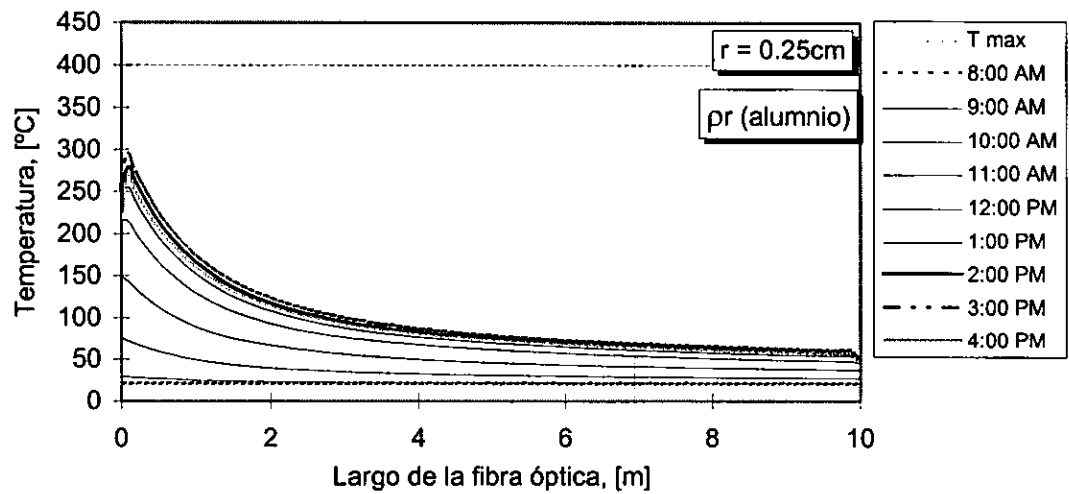
Gráfica 6.4.4c Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.25\text{cm}$  ( $a=2$ ).



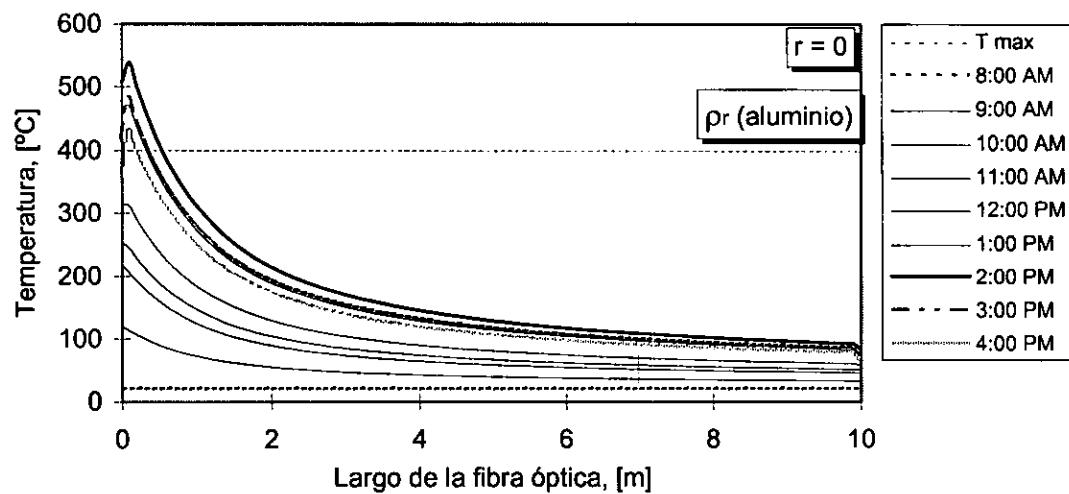
Gráfica 6.4.5a Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0$  ( $a=3$ ).



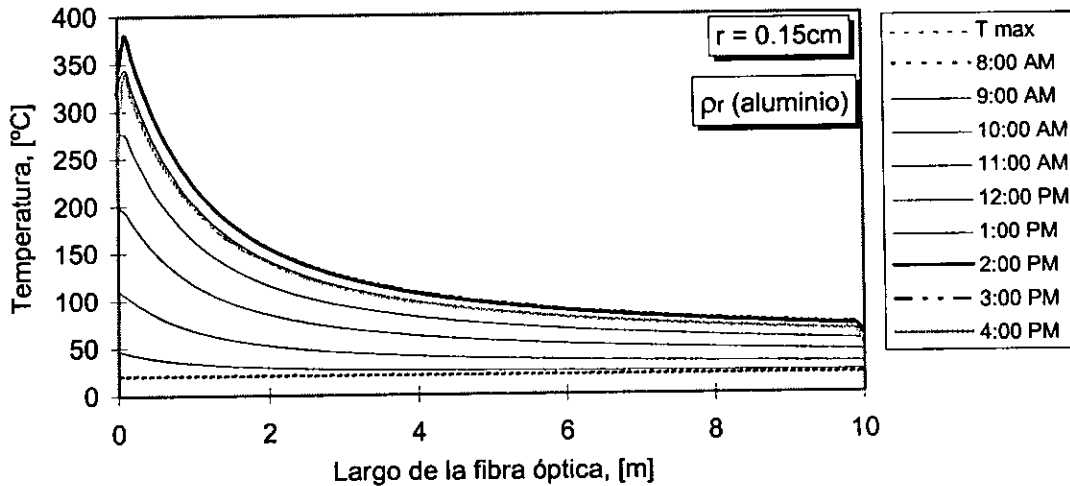
Gráfica 6.4.5b Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.15\text{cm}$  ( $a=3$ ).



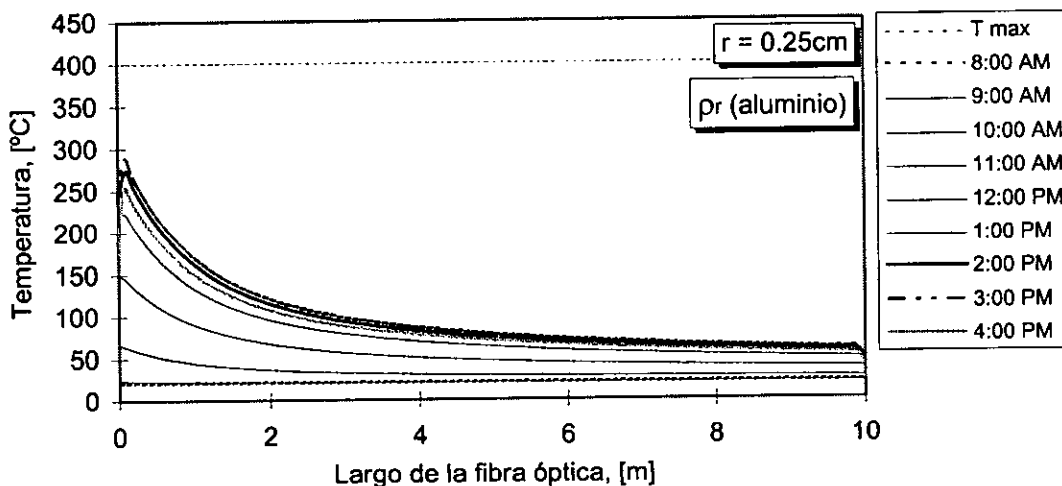
Gráfica 6.4.5c Evolución de la distribución de temperatura en  $r=R_n\text{ cm}$  ( $a=3$ ).



Gráfica 6.4.6a Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0$  ( $a=5$ ).



Gráfica 6.4.6b Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.15\text{cm}$  ( $a=5$ ).



Gráfica 6.4.6c Evolución de la distribución de temperatura en  $r=R_n$  ( $a=5$ ).

Para este caso se estima una potencia de entrada  $Q_{\text{ent}}=29.56\text{W}$  y una potencia de salida  $Q_{\text{sal}}=25.93\text{W}$ . Lo que representa una absorción  $Q_{\text{ab}}=3.63\text{W}$  a lo largo de la fibra óptica y una eficiencia de transmisión  $\eta_r=87.7\%$ .

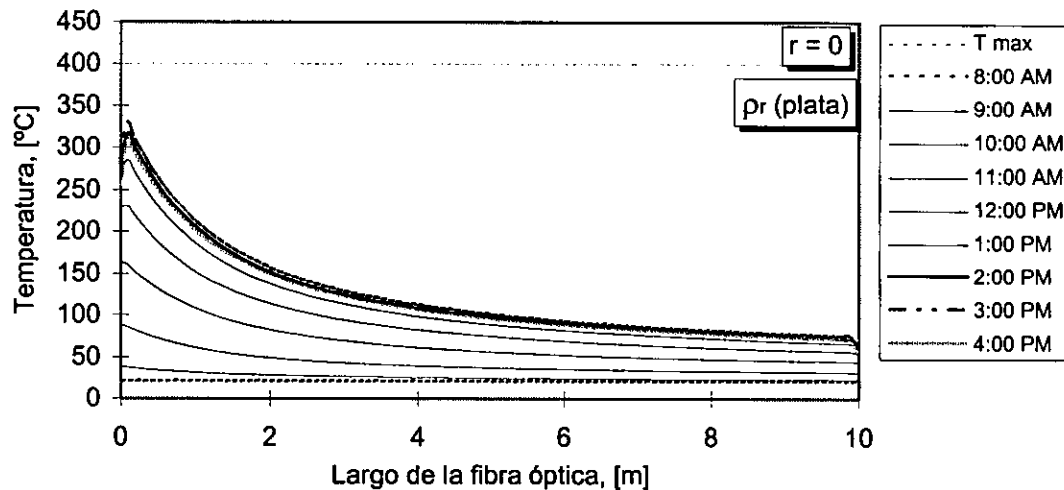
Como se puede observar en las Gráficas 6.4.3 a 6.4.6, para las cuatro diferentes distribuciones radiales de energía, la fibra óptica presenta un aumento significativo en su temperatura en los primeros 50 centímetros de longitud. De igual manera, para las cuatro distribuciones de energía, la temperatura a la entrada de la fibra óptica resulta mayor en  $r=0$ . Por otro lado, al comparar la temperatura para cualquier distribución radial de energía y cualquier radio, esta resulta muy semejante al final de la fibra óptica.

Esta situación, se explica desde el punto de vista de las propiedades termodinámicas y ópticas del núcleo de la fibra óptica, ya que como se estableció en el modelo unidimensional presentado en el capítulo 5, la mayor absorción ocurre en los primeros metros de transmisión, permitiendo el paso gradual de la radiación solar en sus

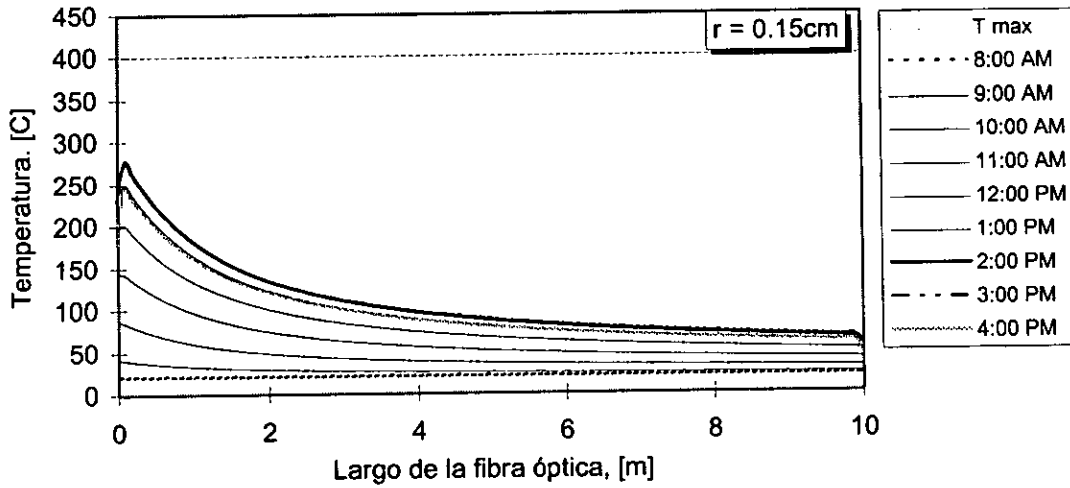
componentes espectrales que sufren menor absorción. De tal manera que la mayor temperatura ocurre en los primeros metros de transmisión.

Asimismo, la cantidad de energía por unidad de volumen presente en el eje longitudinal del núcleo, resulta directamente proporcional al coeficiente de amplitud de distribución. De esta forma la temperatura mayor se presenta en  $r=0$  y en el primer metro de transmisión, la cual resulta directamente proporcional a la distribución de energía que pasa a través del núcleo. Por otra parte, al final de la fibra óptica la temperatura resulta muy semejante, ya que el proceso de difusión de calor como producto de la componente de absorción, es prácticamente el mismo debido al "filtrado" de las diferentes componentes espectrales del flujo solar concentrado.

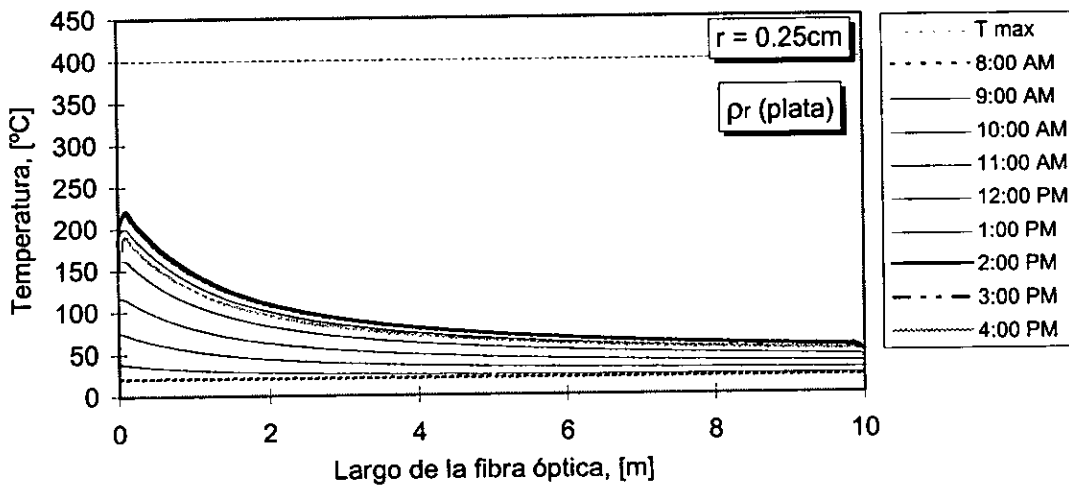
Como caso 2 del modelo bidimensional, se presenta la emulación del comportamiento térmico de la fibra óptica al transmitir a 10 metros de longitud flujo radiativo solar concentrado al suponer diferentes coeficientes de amplitud de distribución radial. Se supone en este caso plata como material reflectivo en la superficie del paraboloide. En el Apéndice D se implementa en Q-basic el algoritmo de solución.



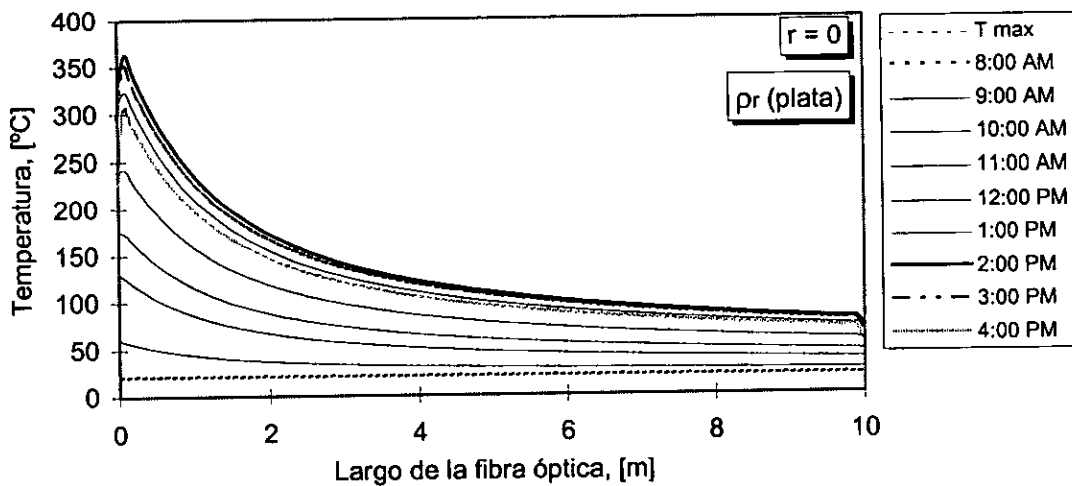
Gráfica 6.4.7a Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0$  ( $a=0.0000001$ ).



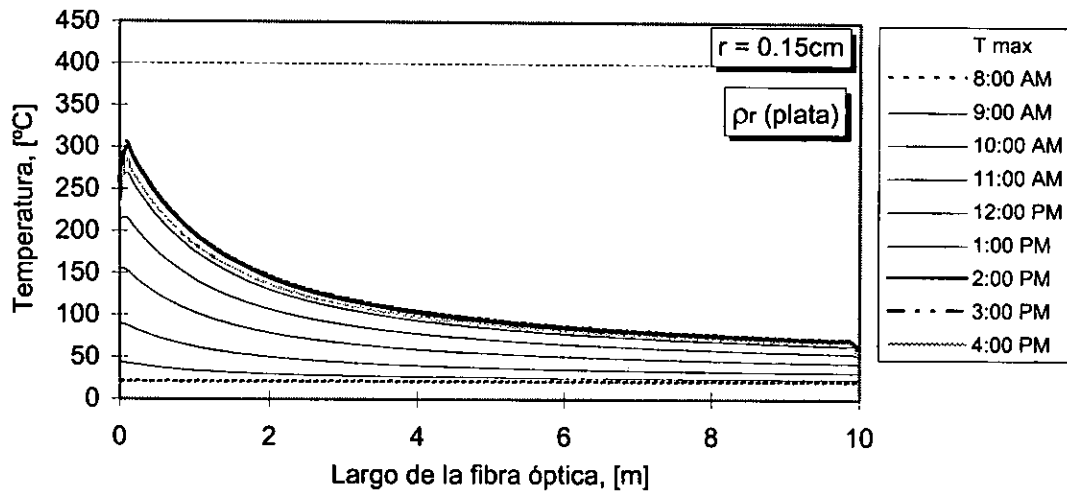
Gráfica 6.4.7b Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.15\text{cm}$  ( $a=0.0000001$ ).



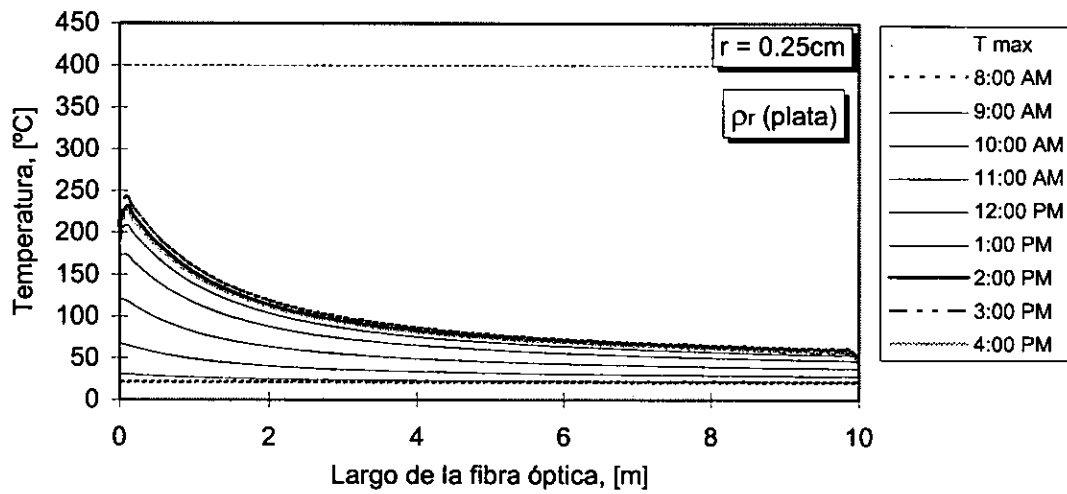
Gráfica 6.4.7c Evolución de la distribución de temperatura en  $r=R_n$  ( $a=0.0000001$ ).



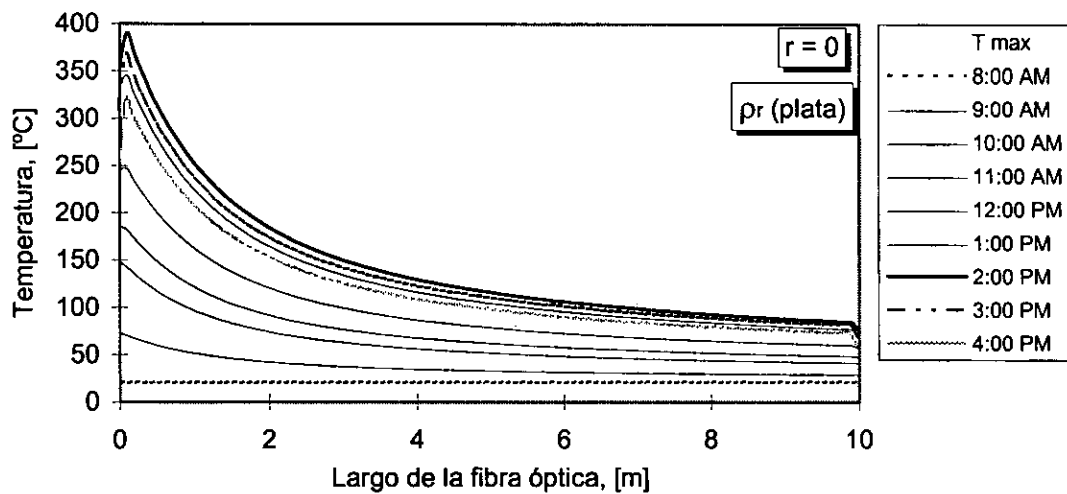
Gráfica 6.4.8a Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0$  ( $a=2$ ).



Gráfica 6.4.8b Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.15\text{cm}$  ( $a=2$ ).

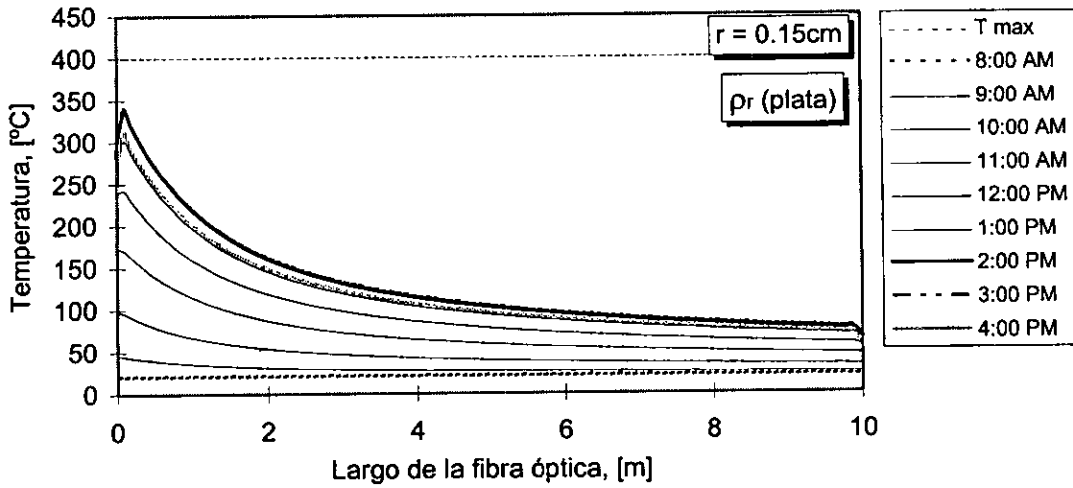


Gráfica 6.4.8c Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.25\text{cm}$  ( $a=2$ ).

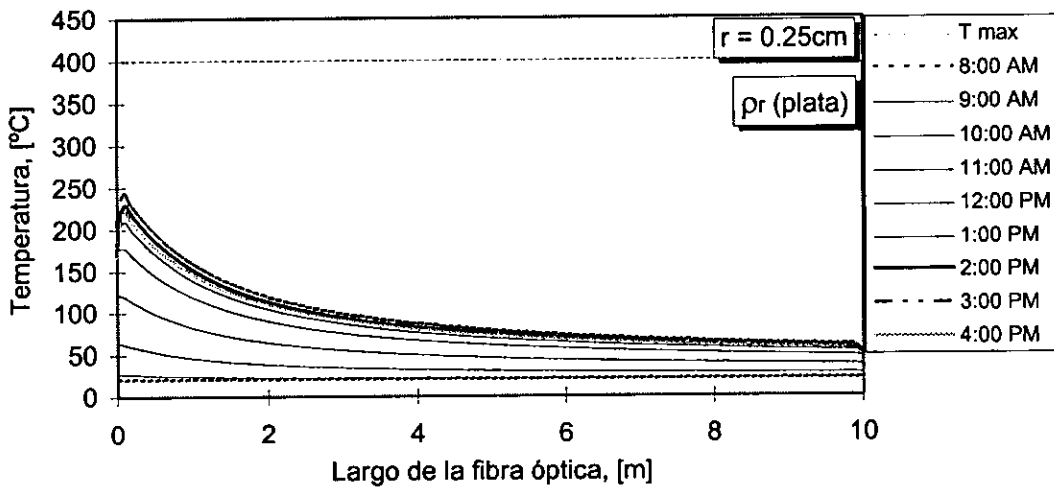


Gráfica 6.4.9a Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0$  ( $a=3$ ).

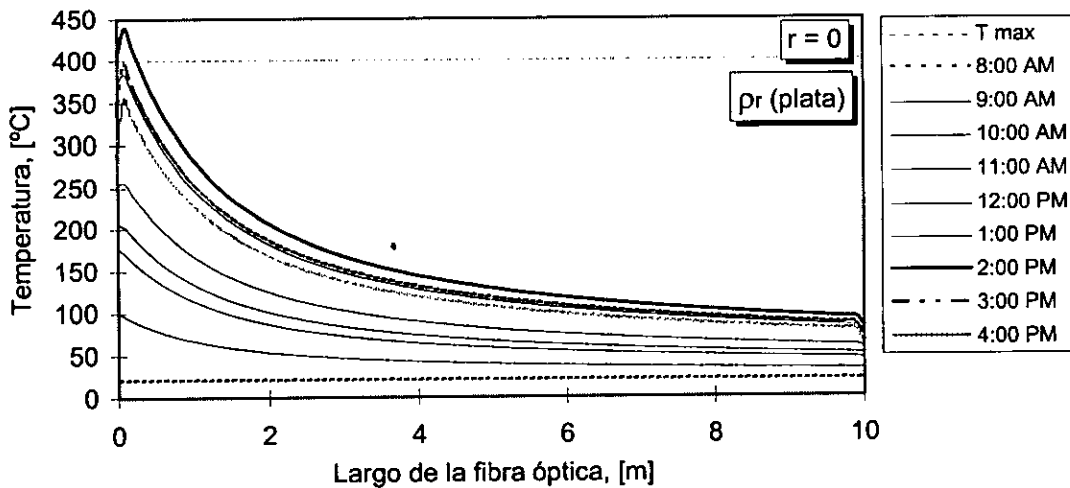




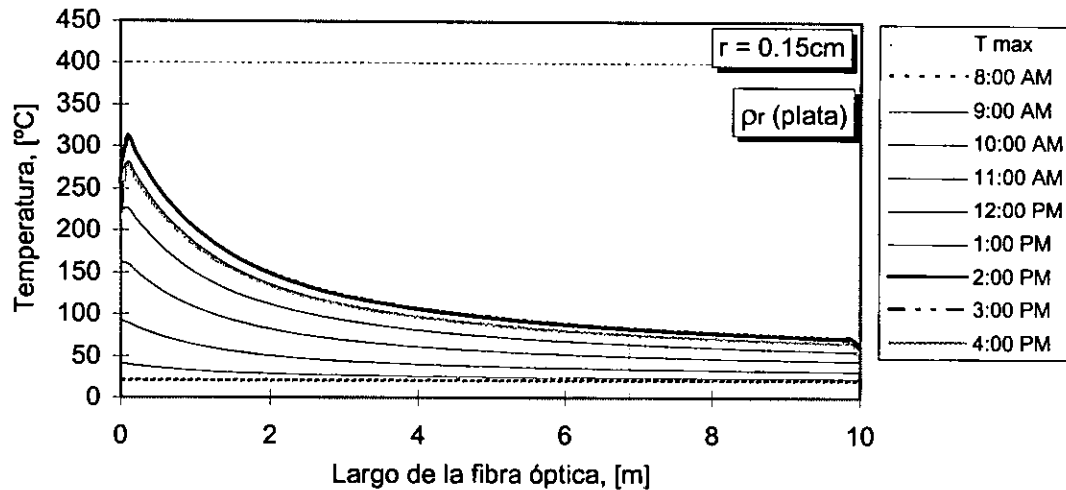
Gráfica 6.4.9b Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.15\text{cm}$  ( $a=3$ ).



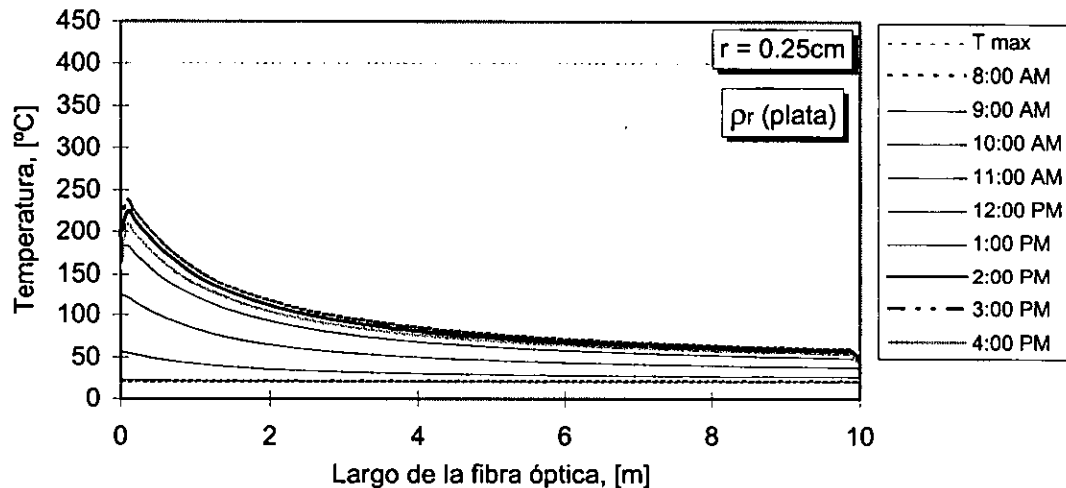
Gráfica 6.4.9c Evolución de la distribución de temperatura en  $r=R_n$  ( $a=3$ ).



Gráfica 6.4.10a Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0$  ( $a=5$ ).



Gráfica 6.4.10b Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.15\text{cm}$  ( $a=5$ ).



Gráfica 6.4.10c Evolución de la distribución de temperatura en  $r=0.25\text{cm}$  ( $a=5$ ).

Para este segundo caso se estima una potencia de entrada  $Q_{\text{ent}}=29.61\text{W}$  y una potencia de salida  $Q_{\text{sal}}=26.19\text{W}$ . Esto representa una absorción  $Q_{\text{ab}}=3.43\text{W}$  a lo largo de la fibra óptica y una eficiencia de transmisión  $\eta_{\tau}=88.4\%$ .

Como en el caso anterior, las Gráficas 6.4.7 a 6.4.10, establecen una temperatura mayor en los primeros 50 centímetros a la entrada de la fibra óptica y se registra su temperatura mayor en  $r=0$ . De igual forma, al final de la fibra óptica se presenta una distribución temporal y espacial de temperatura muy semejante para las diferentes distribuciones de potencia por unidad de área que han sido supuestas.

En los primeros metros ocurre una absorción fuerte de las componentes espectrales del flujo solar concentrado, permitiendo el paso de las componentes espectrales que sufren menor atenuación. Así, los primeros metros presentan un aumento significativo en la temperatura, mientras que el filtrado propio del paso del flujo solar a

través del núcleo de la fibra óptica provoca una temperatura similar para las diferentes distribuciones de potencia por unidad de área.

Por otra parte, al comparar los dos caso de estudio, se observa que el aumento en la temperatura es con menor rapidez al usar plata como superficie reflectiva. Esto se explica desde el punto de vista de la reflectancia de la superficie del paraboloide, donde la plata presenta mayor absorción al espectro ultravioleta, por lo que el flujo radiativo solar concentrado que se encuentra viajando a través de la fibra óptica, contribuye en menor medida al proceso de absorción en comparación al que ha sido colectado por una superficie reflectiva en aluminio.

Al comparar los caso 1 y 2, se observa que la distribución espacial y temporal de la temperatura al final de la fibra óptica son muy semejantes para ambos casos. Ya que el flujo radiativo solar que ha sido concentrado y se encuentra viajando a través de la fibra óptica ha sido "filtrado", por lo que las componentes espectrales, tanto para el flujo que ha sido concentrado por una superficie reflectiva en aluminio, así como el que ha sido concentrado por una superficie reflectiva en plata, son prácticamente las mismas.

Por último al comparar el modelo unidimensional del capítulo 5 con el modelo bidimensional presentado en este capítulo, se establece que la transferencia de calor que ocurre en la parte longitudinal de la fibra óptica, resulta ser significativa. Ya que se observa que el lapso en cual la fibra óptica puede transmitir energía solar concentrada al suponer su frontera longitudinal adiabática es de 4 horas al usar aluminio como superficie reflectiva (Gráfica 5.4.1), mientras que al considerar la transferencia de calor en la superficie a lo largo de la fibra óptica para una distribución de energía homogénea y aluminio como superficie reflectiva es de 8 horas. De esta manera para una fibra óptica con núcleo de  $\text{SiO}_2$  con bajo contenido de iones metálicos y radicales  $\text{OH}^-$  y con diámetro de 5mm, se estima una eficiencia de por lo menos 85% en la transmisión de energía solar concentrada a una decena de metros, donde es posible transmitir alrededor de 26W.

Si bien en este capítulo se ha presentado parte de las conclusiones a la que se ha llegado, así como las deducciones que permite estimar el uso de fibras ópticas aplicadas en la conducción del energía solar concentrada, en la parte final de este trabajo se presentan conclusiones y comentarios que consolidan ésta investigación.

---

## CONCLUSIONES

---

COMO PARTE final de este trabajo, se presentan conclusiones de los resultados obtenidos que permiten resaltar las contribuciones de esta investigación teórica. De igual forma, se proporcionan elementos de juicio que marquen y motiven la continuación de este trabajo a través de en una investigación teórico-experimental más detallada. Se presentan además perspectivas de las posibles aplicaciones del uso de guías de onda o fibras ópticas para el aprovechamiento de la energía solar.

Por primer punto, en el capítulo 2, se han establecido los parámetros físicos y ópticos de la fibra óptica como guía de luz. En este capítulo se presenta de manera básica un modelo de la transferencia de calor simultánea por conducción y radiación que tiene lugar en el núcleo de la fibra óptica. Este estudio, ha permitido establecer el marco teórico en la transmisión de flujo solar concentrado.

Sin embargo, el capítulo 2 como marco referencial para el estudio del carácter fenomenológico en la transmisión de flujo radiativo, no sólo se restringe a la aplicación del uso de la energía solar concentrada, sino también, puede ser llevado al ámbito de las telecomunicaciones. Ya que esencialmente basta con definir las características de la fuente a la entrada de la fibra óptica para formular la Ecuación Gobernante de la Transferencia de Calor. Al establecer el problema de valores de frontera, su solución estima el comportamiento térmico durante el proceso de transmisión. De esta manera en la Ecuación 2.7.8 el término  $q_{\lambda}(r, \theta, 0, t)$  debe determinar las características de la fuente a la entrada del núcleo de la fibra óptica.

Si bien, en la literatura existe un amplio estudio en concentradores solares, no se reporta un estudio sencillo para una óptima geometría en el paraboloide de revolución en función de un receptor plano previamente definido, como se presentó en el capítulo 3. Además se estableció de manera explícita el cálculo de la eficiencia de captación en el receptor (Ecuación 3.4.18 y 3.4.19) que permite estimar de manera simple el desempeño del paraboloide de revolución en la concentración de energía solar sobre su receptor. Del mismo modo, se establece un estudio para determinar la cantidad de energía disponible en el receptor plano en función de los parámetros ópticos y geométricos. Y por último, se establece una propuesta para obtener la distribución radiación incidente en el área del receptor.

En literatura, no se ha reportado un estudio para el adecuado acoplamiento entre una fibra óptica y un concentrador solar paraboloide. En el capítulo 4 se presenta un análisis completo para escoger adecuadamente los parámetros geométricos del paraboloide de revolución al ser definida una fibra óptica para la transmisión de energía solar.

---

En este capítulo se formulan las expresiones que permiten estimar la cantidad de energía solar concentrada que se transmite al usar fibras ópticas. Se estima la eficiencia de una fibra óptica en la transmisión, a una decena de metros, de energía solar concentrada por encima de 85%. Se presentó a manera de ejemplo en la Sección 4.4, la posible aplicación de la fibra óptica en la producción de hidrógeno mediante energía solar, lo cual resulta una idea innovadora en este campo. Si bien el estudio teórico no se ha completado, el primer resultado es muy alentador para continuar la investigación.

En este mismo capítulo se deduce que la eficiencia de transmisión puede aumentar si se cuenta con materiales con menor atenuación preferentemente en el espectro ultravioleta y visible. Para obtener una mayor concentración de energía disponible al final de la fibra óptica se puede sugerir, con base en los parámetros establecidos, el uso de fibras ópticas con ángulos de admisión más grandes. Esto se demuestra cuando se empata el ángulo de admisión de la fibra óptica al ángulo de borde del paraboloide, donde la máxima concentración ocurre a un ángulo igual a  $40^\circ$  como se observa en la Gráfica 3.4.3 con una concentración máxima de 8630.

Por primera vez en los capítulos 5 y 6 se han planteado dos modelos de transferencia de calor simultánea por conducción y radiación para una fibra óptica acoplada a un paraboloide de revolución para la transmisión de flujo radiativo solar concentrado. Ya que el comportamiento térmico resulta de gran importancia en los parámetros físicos y ópticos para asegurar un apropiado desempeño en la transmisión de energía solar concentrada, la solución a los modelos planteados permiten estimar el tiempo de operación apropiado para evitar dañar permanentemente los componentes de la fibra óptica.

En el capítulo 5, que establece un modelo unidimensional en la transferencia de calor se presentó la dependencia del comportamiento térmico a la longitud de la fibra óptica. Esta resultó poco significativa ya que al evaluar la solución numérica, se demostró que el comportamiento térmico es independiente de la longitud. Se observó que en los primeros 50 centímetros es donde ocurre un mayor aumento en la temperatura, situación que se explica al paso de la radiación a través del núcleo de la fibra óptica ya que este resulta atenuado principalmente en los primeros metros de transmisión.

En el capítulo 6, que corresponde al modelo bidimensional de transferencia de calor, se estableció la dependencia de la temperatura con respecto a la distribución radial de energía transmitida. Se deduce que la dependencia a la distribución radial de energía durante el proceso de transmisión resulta significativa en el tiempo característico de operación. Se pudo incurrir en el centro del núcleo de la fibra óptica, en dependencia de la distribución radial de energía, en una temperatura superior a  $400^\circ\text{C}$ , establecida como la máxima aceptable antes de ocurra degradación permanente.

Para ambos modelos, el uso de plata como material reflectivo en la superficie del paraboloide permite un mayor periodo de operación para la transmisión de flujo radiativo solar concentrado. Esto se debe a que la absorptividad de la plata es mayor en el espectro ultravioleta en comparación a la absorptividad del aluminio. De esta forma el flujo radiativo solar concentrado que se encuentra atravesando el núcleo de la fibra óptica presenta una

menor componente en el espectro ultravioleta lo que conduce a una menor absorción de energía durante el proceso de transmisión.

De esta forma la plata como superficie reflectiva ofrece una mayor eficiencia de transmisión y a la vez un periodo de operación mayor. El aluminio, al comparar su costo contra el de la plata, resulta mas viable como material reflectivo, de esta forma para asegurar un comportamiento similar entre ambos materiales, basta con suprimir la componente espectral de ultravioleta mediante algún dispositivo óptico de filtrado, lo que evitaría de igual modo, que sea el núcleo de la fibra óptica el que realice este proceso.

Al analizar los dos modelos se determina que el uso de fibra óptica como conductoras de flujo radiativo solar concentrado es una alternativa en los sistemas de conversión y promete dar solución en la aplicación de energía solar concentrada. Los resultados obtenidos de las diferentes emulaciones del proceso térmico estimulan el a profundizar más en una investigación teórica-experimental para más tarde dar solución a la demanda del uso de energía renovable en una determinada aplicación.

De este modo se vaticina que el uso de la fibra óptica acoplada al paraboloide de revolución, permitirá una mayor eficiencia en el aprovechamiento de la energía solar. La posibilidad de transferir energía solar concentrada de un colector a un receptor separado por una distancia relativamente grande de 10 metros ofrece una amplia gama de usos que probablemente aun no estén previstos.

Así por ejemplo en la generación de energía eléctrica por sistemas Colector/Stirling (Stine (1994), Stirling Thermal Motors, Inc. (1990)), donde al remover la maquina Stirling de la estructura del colector y colocarla a unos a una distancia de unos cuantos metros evita complejas estructuras de diseño y permite disminuir las pérdidas por sombreado. Al tenerse múltiples paneles de concentradores solares de espejo parabólico asociados a fibras ópticas, sus extremos suministrarán la energía necesaria para una adecuada disponibilidad termodinámica en el receptor. Este receptor presenta una mayor eficiencia instantánea, ya que al ser cerrado reduce considerablemente las pérdidas por radiación; pues las fibras ópticas inyectarían su energía por pequeñas áreas. De este modo también puede ser evacuado y aislado térmicamente para reducir las pérdidas por convección y conducción.

Quizá la aplicación más tentativa, aparte de la producción de hidrógeno presentada en la Sección 4.4, se el uso de la energía solar concentrada conducida por fibra óptica en un horno solar de fundición para metales. En este dispositivo se aprovecha el almacenamiento de energía en un reactor herméticamente cerrado y evacuado para disminuir en gran medida las pérdidas por radiación, convección y conducción, y lograr temperaturas muy altas.

De llevarse a la práctica y demostrarse que el transporte energía solar concentrada resulta realizable mediante fibras ópticas, este dispositivo podrá dar un impulso tangible en la aplicación de éste recurso energético renovable.

## APÉNDICE A

### DISTRIBUCIÓN ESTÁNDAR DE LA RADIACIÓN SOLAR (WRC)

CON EL objeto de facilitar posteriores estudios usando la información numérica disponible se presenta la distribución estándar de radiación solar fuera de la atmósfera terrestre. La primera columna presenta la longitud de onda, la segunda columna presenta la energía promedio  $G_{sc,\lambda}$  (en  $W/m^2\mu m$ ) sobre pequeños anchos de banda centrados a una longitud de onda  $\lambda$  y la fracción  $f_{0-\lambda}$  de la energía del espectro comprendida entre 0 y  $\lambda$  se escribe en la tercera columna. La tabla A.1 se divide en dos partes: la Tabla A.1a en intervalos regulares de longitud de onda y la Tabla A.1b en fracciones de  $f_{0-\lambda}$ . (Iqbal (1983)).

**Tabla A .1a Irradiancia solar Extraterrestre en Incrementos de Longitud de Onda<sup>a</sup>**

$\lambda$ $\mu m$	$G_{sc,\lambda}$ $W/m^2\mu m$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda$ $\mu m$	$G_{sc,\lambda}$ $W/m^2\mu m$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda$ $\mu m$	$G_{sc,\lambda}$ $W/m^2\mu m$	$f_{0-\lambda}$
0.250	13.8	0.002	0.520	1820.9	0.243	0.880	965.7	0.621
0.275	224.5	0.005	0.530	1873.4	0.257	0.900	911.9	0.635
0.300	542.0	0.012	0.540	1873.3	0.271	0.920	846.8	0.648
0.325	778.0	0.023	0.550	1875.0	0.284	0.940	803.8	0.660
0.340	912.0	0.033	0.560	1841.1	0.298	0.960	768.5	0.671
0.350	983.0	0.040	0.570	1843.2	0.311	0.980	763.5	0.683
0.360	967.0	0.047	0.580	1844.6	0.325	1.000	756.5	0.694
0.370	1130.8	0.056	0.590	1782.2	0.338	1.050	668.6	0.720
0.380	1070.3	0.065	0.600	1765.4	0.351	1.100	591.1	0.743
0.390	1029.5	0.071	0.620	1716.4	0.377	1.200	505.6	0.783
0.400	1476.9	0.079	0.640	1693.6	0.401	1.300	429.5	0.817
0.410	1698.0	0.092	0.660	1545.7	0.424	1.400	354.7	0.846
0.420	1726.2	0.104	0.680	1492.7	0.447	1.500	296.6	0.870
0.430	1591.1	0.117	0.700	1416.6	0.468	1.600	241.7	0.890
0.440	1837.6	0.129	0.720	1351.3	0.488	1.800	169.0	0.921
0.450	1995.2	0.143	0.740	1292.4	0.507	2.000	100.7	0.941
0.460	2042.6	0.158	0.760	1236.1	0.526	2.500	49.5	0.968
0.470	1996.0	0.173	0.780	1188.7	0.544	3.000	25.5	0.981
0.480	2028.8	0.187	0.800	1133.3	0.561	3.500	14.3	0.988
0.490	1892.4	0.201	0.820	1089.0	0.577	4.000	7.8	0.992
0.500	1918.3	0.216	0.840	1035.2	0.593	5.000	2.7	0.996
0.510	1926.1	0.230	0.860	967.1	0.607	8.000	0.8	0.999

<sup>a</sup> $G_{sc,\lambda}$  es el promedio de irradiancia solar sobre el intervalo a la mitad de cada incremento de longitud de onda. Por ejemplo, a  $0.600\mu m$ ,  $1765.4 W/m^2\mu m$  que es el valor promedio entre  $0.595$  y  $0.610\mu m$ .

**Tabla A .1b Irradiancia Solar Extraterrestre en Incrementos Iguales de Energía**

$f_{0-\lambda}$	$\lambda$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda$
0.05	0.364	0.55	0.787
0.10	0.417	0.60	0.849
0.15	0.455	0.65	0.923
0.20	0.489	0.70	1.010
0.25	0.525	0.75	1.114
0.30	0.562	0.80	1.245
0.35	0.599	0.85	1.413
0.40	0.638	0.90	1.658
0.45	0.683	0.95	2.118
0.50	0.731	1.00	$\infty$

## Apéndice B

### DISCRETIZACIÓN DE $B(z,t)$

SE PRESENTA de manera discreta  $B(z,t)$  que se usa en los dos diferentes programas de cómputo implementados en Q-Basic. Éste se obtiene a partir de la Ecuación 5.2.7 al integrar sobre todas las longitudes de onda del espectro solar a intervalos iguales  $\Delta z=0.1m$ . La discretización realizada permite implementar la ecuación 5.3.30 de la solución en diferencias finitas al modelo unidimensional. Del mismo modo permite establecer la ecuación 6.3.39 para la solución en diferencias finitas del modelo bidimensional. La discretización se presenta entonces a incrementos iguales  $\Delta z=0.1m$  y en la región comprendida en  $0 \leq z \leq 10m$ .

Para implementar los programas de cómputo en Q-Basic, se deben generar los siguientes archivos de datos. Los datos son presentados en columnas, el lector puede escribir estos mismo separados por comas, sin embargo deberá tener cuidado en escribirlos en el orden correcto.

Fichero de datos para superficie en plata y una irradiancia solar presente en AM2.  
Nombre del fichero: "AM2PLAT.DAT"

18.212	10.942	8.051	6.554	5.632	5.000	4.536	4.179
17.325	10.629	7.903	6.468	5.576	4.960	4.506	4.155
16.516	10.336	7.762	6.385	5.520	4.920	4.476	4.132
15.776	10.062	7.627	6.305	5.467	4.881	4.446	4.108
15.099	9.804	7.498	6.228	5.415	4.843	4.417	4.085
14.477	9.562	7.375	6.153	5.364	4.806	4.389	4.063
13.905	9.334	7.257	6.081	5.314	4.770	4.361	4.041
13.379	9.119	7.145	6.011	5.266	4.734	4.333	4.019
12.892	8.916	7.036	5.943	5.219	4.700	4.307	3.998
12.442	8.724	6.932	5.877	5.173	4.666	4.280	3.976
12.025	8.543	6.832	5.813	5.128	4.632	4.254	
11.638	8.370	6.736	5.751	5.085	4.600	4.229	
11.278	8.207	6.644	5.691	5.042	4.568	4.204	

Fichero de datos para superficie en plata y una irradiancia solar presente en AM1.5.  
Nombre del fichero: "AM15PLAT.DAT"

21.056	12.399	9.050	7.347	6.309	5.600	5.080	4.680
19.988	12.033	8.881	7.250	6.245	5.555	5.046	4.653
19.015	11.691	8.719	7.156	6.183	5.510	5.012	4.627
18.128	11.372	8.565	7.066	6.123	5.467	4.979	4.600
17.318	11.072	8.419	6.979	6.064	5.424	4.947	4.575
16.576	10.791	8.278	6.894	6.007	5.383	4.915	4.549
15.896	10.527	8.144	6.813	5.952	5.342	4.884	4.524
15.270	10.279	8.016	6.734	5.898	5.302	4.853	4.500
14.694	10.045	7.893	6.657	5.845	5.263	4.823	4.476
14.162	9.823	7.775	6.583	5.793	5.225	4.793	4.452
13.671	9.614	7.662	6.511	5.743	5.188	4.764	
13.215	9.416	7.553	6.442	5.694	5.151	4.736	
12.793	9.228	7.448	6.374	5.647	5.116	4.708	



Fichero de datos para superficie en PLATA y una irradiancia solar presente en AM1.

Nombre del fichero: "AM1PLAT.DAT"

30.957	16.183	11.091	8.716	7.348	6.447	5.801	5.313
29.050	15.603	10.848	8.586	7.266	6.390	5.759	5.280
27.330	15.066	10.617	8.460	7.186	6.334	5.718	5.248
25.777	14.569	10.399	8.340	7.109	6.280	5.677	5.216
24.372	14.106	10.192	8.224	7.034	6.227	5.637	5.185
23.097	13.676	9.995	8.112	6.961	6.175	5.599	5.154
21.938	13.275	9.808	8.005	6.891	6.125	5.560	5.124
20.883	12.900	9.630	7.901	6.822	6.075	5.523	5.095
19.920	12.550	9.460	7.801	6.755	6.027	5.486	5.066
19.040	12.221	9.298	7.704	6.690	5.980	5.450	5.037
18.233	11.912	9.143	7.610	6.627	5.934	5.415	
17.492	11.622	8.995	7.520	6.565	5.889	5.380	
16.811	11.349	8.853	7.432	6.505	5.845	5.346	

Fichero de datos para superficie en ALUMINIO y una irradiancia solar presente en AM2.

Nombre del fichero: "AM2ALUM.DAT"

20.751	11.440	8.172	6.583	5.632	4.988	4.518	4.159
19.546	11.072	8.012	6.494	5.574	4.947	4.487	4.135
18.461	10.731	7.860	6.408	5.517	4.907	4.457	4.111
17.482	10.415	7.715	6.325	5.463	4.867	4.427	4.087
16.597	10.120	7.578	6.244	5.409	4.829	4.398	4.064
15.795	9.845	7.447	6.167	5.357	4.791	4.369	4.042
15.066	9.587	7.322	6.092	5.307	4.754	4.341	4.019
14.402	9.347	7.202	6.020	5.258	4.719	4.314	3.997
13.797	9.120	7.088	5.950	5.210	4.683	4.287	3.976
13.242	8.908	6.979	5.882	5.163	4.649	4.260	3.955
12.734	8.708	6.874	5.817	5.118	4.615	4.234	
12.267	8.519	6.773	5.753	5.073	4.582	4.209	
11.837	8.341	6.676	5.692	5.030	4.550	4.183	

Fichero de datos para superficie en ALUMINIO y una irradiancia solar presente en AM1.5.

Nombre del fichero: "AM15ALUM.DAT"

24.531	13.040	9.201	7.385	6.310	5.588	5.061	4.658
23.010	12.602	9.017	7.283	6.245	5.541	5.027	4.631
21.648	12.197	8.842	7.186	6.182	5.496	4.992	4.604
20.425	11.822	8.676	7.092	6.120	5.452	4.959	4.577
19.325	11.474	8.518	7.001	6.060	5.409	4.926	4.552
18.333	11.150	8.368	6.914	6.002	5.367	4.894	4.526
17.435	10.848	8.225	6.829	5.945	5.326	4.863	4.501
16.622	10.566	8.089	6.748	5.890	5.286	4.832	4.477
15.883	10.302	7.958	6.669	5.837	5.246	4.801	4.452
15.209	10.054	7.834	6.593	5.784	5.208	4.772	4.428
14.594	9.822	7.714	6.519	5.733	5.170	4.742	
14.031	9.603	7.600	6.447	5.683	5.133	4.714	
13.515	9.396	7.490	6.378	5.635	5.097	4.685	

Fichero de datos para superficie en plata y una irradiancia solar presente en AM1.  
Nombre del fichero: "AM1ALUM.DAT"

38.942	17.518	11.394	8.803	7.370	6.445	5.788	5.293
35.939	16.781	11.121	8.664	7.286	6.386	5.745	5.260
33.283	16.107	10.864	8.532	7.203	6.330	5.703	5.228
30.929	15.491	10.623	8.405	7.124	6.274	5.662	5.196
28.838	14.925	10.394	8.283	7.047	6.220	5.622	5.164
26.974	14.404	10.179	8.166	6.972	6.168	5.582	5.133
25.311	13.923	9.975	8.053	6.899	6.116	5.544	5.103
23.821	13.478	9.781	7.945	6.829	6.066	5.506	5.073
22.485	13.067	9.598	7.840	6.760	6.017	5.469	5.044
21.282	12.684	9.423	7.740	6.694	5.969	5.432	5.015
20.197	12.328	9.257	7.643	6.629	5.922	5.396	
19.216	11.995	9.099	7.549	6.566	5.877	5.361	
18.326	11.685	8.947	7.458	6.504	5.832	5.327	

## Apéndice C

---

### PROGRAMA PARA RESOLVER EL MODELO UNIDIMENSIONAL

---

**S**E PRESENTA en éste apartado, el programa de cómputo en Q-Basic, que implementa el algoritmo de solución para el modelo unidimensional bajo los parámetros establecidos en la Sección 5.4

Una vez generados los archivos de datos presentados en el Apéndice B, se estructura el siguiente programa de cómputo en lenguaje de programación Q-Basic.

Establecer el uso de plata o aluminio como superficie reflectiva y abrir el fichero correspondiente.

```
REM *** ABRIR ARCHIVO DE DATOS***
REM  DATOS PARA ESPEJO DE PLATA E IRRADIANCIA SOLAR PRESENTE EN AM1
DIM betam1(100)
OPEN "am1plat.dat" FOR INPUT AS #1
v = -1
WHILE NOT EOF(1)
    v = v + 1
    INPUT #1, betam1(v)
WEND
CLOSE #1
```

Debe asegurarse que aparezca la sentencia REM en la secuencia de instrucciones del fichero que NO se está utilizando.

```
REM ***ABRIR ARCHIVO DE DATOS***
REM  DATOS PARA ESPEJO DE ALUMINIO E IRRADIANCIA SOLAR PRESENTE EN AM1
REM  DIM betam1(100)
REM  OPEN "am1alum.dat" FOR INPUT AS #1
REM  v = -1
REM  WHILE NOT EOF(1)
REM  v = v + 1
REM  INPUT #1, betam1(v)
REM  WEND
REM  CLOSE #1
```

Se ha establecido en función de las restricciones impuestas por las Ecuaciones 5.3.31, 5.3.32 y 5.3.33, la manera en que el programa tome el mismo paso  $\Delta z=0.1\text{m}$  para diferentes largos de fibra óptica comprendidos entre 1 y 10 metros.

```
REM ***SE ESTABLECE EL LARGO DE LA FIBRA (0<L610M)
INPUT "LARGO DE LA FIBRA METROS (un numero entero entre 1 y 10)", L
M = L * 10
DIM g(M)
REM ***Se establecen los parámetros geométricos entre fibra óptica y concentrador solar***
Pi = 3.1415927#
Rn = .0025
fo = .519
rf = .04
```

```

REM ***tetmax y finin se presenta en grados y posteriormente se convierten a radianes***
tetmax = 12
fimin = 0
tetamax = tetmax * Pi / 180
fiamin = tetmin * Pi / 180

REM Ecuación 5.2.6
A = (1 / (Pi * Rn ^ 2)) * Pi * fo ^ 2 * (1 - rf) * ((SIN(tetamax)) ^ 2 - (SIN(tetamin) ^ 2))

REM Ecuación 5.3.6c
FOR i = 0 TO M
    g(i) = A * betam1(i)
NEXT i

REM (3600[s/hr]*5[hr] / 1800[s])=10
tt = 3600 * 5
n = 10
dz = .1
Dt = 1800

REM ***SE ESTABLECEN LOS PARÁMETROS TÉRMICOS***
k = 1.71
ro = 2200
cp = 1026.66
h0 = 10
hL = 10
Tu0 = 20
TuL = 20
Tm = 20
alfa = k / (ro * cp)

REM ***SE ESCRIBEN LOS PARÁMETROS DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN***
r = (alfa * Dt) / ((dz) ^ 2)
b0 = 1 + ((dz * h0) / k)
v0 = (dz * h0 * Tu0) / k
bL = 1 + ((dz * hL) / k)
vL = (dz * hL * TuL) / k
DIM T(n, M)

REM ***condicion inicial***

FOR i = 0 TO M
    T(0, i) = Tm
NEXT i

REM ***ALGORITMO DE SOLUCIÓN***

FOR p = 0 TO n - 1
    FOR i = 1 TO M - 1

REM ***condición de frontera en i=0***
T(p + 1, 0) = (1 - 2 * r * b0) * T(p, 0) + 2 * r * T(p, 1) + 2 * r * v0 + (alfa * Dt / k) * g(0)

REM ***condición de frontera en i=M***
T(p + 1, M) = 2 * r * T(p, M - 1) + (1 - 2 * r * bL) * T(p, M) + 2 * r * vL + (alfa * Dt / k) * g(M)

```

```
REM ***resolviendo los nodos intermos***  
    T(p + 1, i) = r * T(p, i - 1) + (1 - 2 * r) * T(p, i) + r * T(p, i + 1) + (alfa * Dt / k) * g(i)  
    NEXT i  
NEXT p
```

Los datos de temperatura obtenidos en la evaluación del algoritmo de solución, son incluido es un fichero para posteriormente ser leídos como datos separados por coma.

```
REM ***LOS RESULTADO SON INCLUIDOS EN UN FICHERO***  
REM *Las temperaturas se presentan a intervalos regulares de 30 minutos para 5 horas de operación  
OPEN "TEMPERA.DAT" FOR OUTPUT AS #1  
FOR p = 0 TO 10  
    FOR i = 0 TO M  
        PRINT i * dz, T(p, i)  
        WRITE #1, i * dz, T(p, i)  
    NEXT i  
    WRITE #1,  
NEXT p  
CLOSE #1
```

## Apéndice D

---

### PROGRAMA PARA RESOLVER EL MODELO BIDIMENSIONAL

---

**S**E PRESENTA en éste apartado, el programa de cómputo en Q-Basic , que implementa el algoritmo de solución para el modelo unidimensional bajo los parámetros establecidos en la Sección 5.4

Una vez generados los archivos de datos presentados en el Apéndice B, se estructura el siguiente programa de cómputo en lenguaje de programación Q-Basic.

Establecer el uso de plata o aluminio como superficie reflectiva y abrir el fichero correcto.

```
REM ***ABRIR ARCHIVOS DE DATOS***
DIM BETAM1(100)
OPEN "am1alum.dat" FOR INPUT AS #1
v = -1
WHILE NOT EOF(1)
    v = v + 1
    INPUT #1, BETAM1(v)
WEND
CLOSE #1

DIM BETAM15(100)
OPEN "am1alum.dat" FOR INPUT AS #1
v = -1
WHILE NOT EOF(1)
    v = v + 1
    INPUT #1, BETAM15(v)
WEND
CLOSE #1

DIM BETAM2(100)
OPEN "am1alum.dat" FOR INPUT AS #1
v = -1
WHILE NOT EOF(1)
    v = v + 1
    INPUT #1, BETAM2(v)
WEND
CLOSE #1
```

Debe asegurarse que aparezca la sentencia REM en la secuencia de instrucciones del fichero que NO se está utilizando.

```
REM ***ABRIR FICHERO DE DATOS***
REM DIM bETAM1(100)
REM OPEN "am1alum.dat" FOR INPUT AS #1
REM v = -1
REM WHILE NOT EOF(1)
REM     v = v + 1
REM     INPUT #1, BETAM1(v)
REM WEND
REM CLOSE #1
```

```

REM ***ABRIR FICHERO DE DATOS***
REM DIM BETA15(100)
REM OPEN "am15alum.dat" FOR INPUT AS #1
REM v = -1
REM WHILE NOT EOF(1)
REM     v = v + 1
REM     INPUT #1, BETAM15(v)
REM WEND
REM CLOSE #1

```

```

REM ***ABRIR FICHERO DE DATOS***
REM DIM BETA2(100)
REM OPEN "am2alum.dat" FOR INPUT AS #1
REM v = -1
REM WHILE NOT EOF(1)
REM     v = v + 1
REM     INPUT #1, BETAM2(v)
REM WEND
REM CLOSE #1

```

```

REM ***SE ESTABLECE EL COEFICIENTE DE AMPLITUD DE LA DISTRIBUCIÓN RADIAL DE ENERGÍA EN
REM ELE RECEPTOR (EC. 6.2.6)***
INPUT "COEFICIENTE DE AMPLITUD"; aaa

```

```

REM ***NUMERO PARTICIONES ESPACIALES Y TEMPORAL***
M = 5
N = 100
P = 16

```

```

pi = 3.1415927#

```

```

REM ***SE ESTABLECEN LOS PARAMETROS GEOMETRICOS DE LA FIBRA Y DEL CONCENTRADOR
REM SOLAR***
L = 10
Rn = .0025
f = .519
rf = .04
tetmax = 12
tetmin = 0
tetamax = tetmax * pi / 180
tetamin = tetmin * pi / 180

```

```

REM Ecuacion 6.2.7
A = (1 / (pi * Rn ^ 2)) * pi * f ^ 2 * (1 - rf) * ((SIN(tetamax)) ^ 2 - (SIN(tetamin) ^ 2))

```

```

REM Ecuacion 6.3.6
DIM g(5, 100, 17)

```

```

FOR i = 0 TO M
    y = i / M
    GAMA(i) = aaa * (EXP(-aaa * (i / M) ^ 2)) / (1 - EXP(-aaa))
NEXT i

```

```

FOR k = 0 TO 0
    FOR j = 0 TO N
        FOR i = 0 TO M

```

```
        g(i, j, k) = A * BETAM2(j) * GAMA(i)
      NEXT i
    NEXT j
  NEXT k

  FOR k = 1 TO 1
    FOR j = 0 TO N
      FOR i = 0 TO M
        g(i, j, k) = A * BETAM15(j) * GAMA(i)
      NEXT i
    NEXT j
  NEXT k

  FOR k = 2 TO 3
    FOR j = 0 TO N
      FOR i = 0 TO M
        g(i, j, k) = A * 1 / 2 * (BETAM15(j) + BETAM15(j)) * GAMA(i)
      NEXT i
    NEXT j
  NEXT k

  FOR k = 4 TO 12
    FOR j = 0 TO N
      FOR i = 0 TO M
        g(i, j, k) = A * BETAM1(j) * GAMA(i)
      NEXT i
    NEXT j
  NEXT k

  FOR k = 13 TO 14
    FOR j = 0 TO N
      FOR i = 0 TO M
        g(i, j, k) = A * 1 / 2 * (BETAM2(j) + BETAM15(j)) * GAMA(i)
      NEXT i
    NEXT j
  NEXT k

  FOR k = 15 TO 15
    FOR j = 0 TO N
      FOR i = 0 TO M
        g(i, j, k) = A * BETAM15(j) * GAMA(i)
      NEXT i
    NEXT j
  NEXT k

  FOR k = 16 TO 16
    FOR j = 0 TO N
      FOR i = 0 TO M
        g(i, j, k) = A * BETAM2(j) * GAMA(i)
      NEXT i
    NEXT j
  NEXT k

  tt = 3600 * 8
  Dr = r / M
```



---

Dz = L / N  
Dt = tt / P

REM \*\*\*SE ESTABLECEN LOS PARAMETROS TERNICOS\*\*\*

KK = 1.71  
ro = 2200  
cp = 1026.66  
alfa = KK / (ro \* cp)  
eO = .85  
eL = .85  
eR = .5  
sigma = 5.67E-08  
ho = 10  
hL = 10  
hr = 10  
k1 = .4  
k2 = 1.5  
r1 = .0035  
r2 = .004  
Rt = r2 \* ((LOG(r2 / r1) / LOG(2.7182818#)) / (k2) + (LOG(r1 / Rn) / LOG(2.7182818#)) / (k1) + (1 / (hr \* r2)))  
Reff = 1 / Rt

REM \*\*\*SE ESTABLECEN LOS PARÁMETROS DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN\*\*\*

rR = (alfa \* Dt) / ((Dr) ^ 2)  
rZ = (alfa \* Dt) / ((Dz) ^ 2)  
rG = (alfa \* Dt) / KK

c1 = (1 + 2 \* rR + 2 \* rZ)  
c2 = (1 + 4 \* rR + 2 \* rZ)

AA = (1 - 2 \* rR - 2 \* rZ) / c1  
BB = 2 \* rR / c1  
CC = 2 \* rZ / c1  
DD = 2 \* rG / c1

EE = (1 - 4 \* rR - 2 \* rZ) / c2  
FF = 4 \* rR / c2  
GG = 2 \* rZ / c2  
HH = 2 \* rG / c2

gamaR = (2 \* Dr / KK) \* (Reff)  
betaR = (2 \* Dz / KK) \* eR \* sigma  
gamaO = (450 \* 2 \* Dz / KK) \* ho  
betaO = (2 \* Dz / KK) \* eO \* sigma  
gamaL = (450 \* 2 \* Dz / KK) \* hL  
betaL = (2 \* Dz / KK) \* eL \* sigma \* FFL

TuL = 273.15 + 20  
TuO = 273.15 + 20  
TuR = 273.15 + 20  
Tm = 273.15 + 20

REM \*\*\*condicion inicial\*\*\*  
DIM T(5, 100, 17)  
FOR k = 0 TO 1

```

FOR j = 0 TO N
  FOR i = 0 TO M
    T(i, j, k) = Tm
  NEXT i
NEXT j
NEXT k

REM ***ALGORITMO DE SOLUCIÓN***

FOR k = 1 TO P
  FOR j = 1 TO N - 1
    FOR i = 1 TO M - 1

      T(0, 0, k + 1) = EE * T(0, 0, k - 1) + 2 * FF * T(1, 0, k) + GG * (TuO + T(0, 1, k)) + HH * (g(0, 0, k))
      T(0, j, k + 1) = EE * T(0, j, k - 1) + 2 * FF * T(1, j, k) + GG * (T(0, j - 1, k) + T(0, j + 1, k)) + HH * (g(0,
j, k))
      T(0, N, k + 1) = EE * T(0, N, k - 1) + 2 * FF * T(1, N, k) + GG * (T(0, N - 1, k) + TuO) + HH * (g(0, N,
k))
      T(i, 0, k + 1) = AA * T(i, 0, k - 1) + BB * (1 - (1 / (2 * i))) * T(i - 1, 0, k) + BB * (1 + (1 / (2 * i))) * T(i + 1,
0, k) + CC * (gamaO * (TuO - T(i, 0, k)) + betaO * (TuO ^ 4 - T(i, 0, k) ^ 4) + 2 * T(i, 1, k)) + DD * g(i, 0, k)
      T(i, j, k + 1) = AA * T(i, j, k - 1) + BB * (1 - (1 / (2 * i))) * T(i - 1, j, k) + BB * (1 + (1 / (2 * i))) * T(i + 1, j,
k) + CC * (T(i, j - 1, k) + T(i, j + 1, k)) + DD * g(i, j, k)
      T(i, N, k + 1) = AA * T(i, N, k - 1) + BB * (1 - (1 / (2 * i))) * T(i - 1, N, k) + BB * (1 + (1 / (2 * i))) * T(i +
1, N, k) + CC * (2 * T(i, N - 1, k) + gamaL * (TuL - T(i, N, k)) + betaL * (TuL ^ 4 - T(i, N, k) ^ 4)) + DD * g(i, N, k)
      T(M, 0, k + 1) = AA * T(M, 0, k - 1) + BB * (1 - (1 / (2 * M))) * T(M - 1, 0, k) + BB * (1 + (1 / (2 * M))) *
(gamaR * (TuR - T(M, 0, k)) + betaR * (TuR ^ 4 - T(M, 0, k) ^ 4) + T(M - 1, 0, k)) + CC * (TuR + T(M, 1, k)) +
DD * g(M, 0, k)
      T(M, N, k + 1) = AA * T(M, N, k - 1) + BB * (1 - (1 / (2 * M))) * T(M - 1, N, k) + BB * (1 + (1 / (2 * M)))
* (gamaR * (TuR - T(M, N, k)) + betaR * (TuR ^ 4 - T(M, N, k) ^ 4) + T(M - 1, N, k)) + CC * (T(M, N - 1, k) +
TuR) + DD * g(M, N, k)
      T(M, j, k + 1) = AA * T(M, j, k - 1) + BB * (1 - (1 / (2 * M))) * T(M - 1, j, k) + BB * (1 + (1 / (2 * M))) *
(gamaR * (TuR - T(M, j, k)) + betaR * (TuR ^ 4 - T(M, j, k) ^ 4) + T(M - 1, j, k)) + CC * (T(M, j - 1, k) + T(M, j +
1, k)) + DD * g(M, j, k)

    NEXT i
  NEXT j
NEXT k

```

Los datos de temperatura obtenidos en la evaluación del algoritmo de solución, son incluido es un fichero para posteriormente ser leídos como datos separados por coma.

```

REM ***LOS PARÁMETROS SON INCLUIDOS EN UN FICHERO***
REM ***Las temperaturas se presentan para ocho horas de operación***
OPEN "T_r=0.DAT" FOR OUTPUT AS #1
FOR j = 0 TO 100
  WRITE #1, j * Dz, T(0, j, 1) - 273.15, T(0, j, 3) - 273.15, T(0, j, 5) - 273.15, T(0, j, 7) - 273.15, T(0, j, 9) -
273.15, T(0, j, 11) - 273.15, T(0, j, 13) - 273.15, T(0, j, 15) - 273.15, T(0, j, 17) - 273.15
NEXT j
CLOSE #1

OPEN "T_r=0_15.DAT" FOR OUTPUT AS #1
FOR j = 0 TO 100
  WRITE #1, j * Dz, T(3, j, 1) - 273.15, T(3, j, 3) - 273.15, T(3, j, 5) - 273.15, T(3, j, 7) - 273.15, T(3, j, 9) -
273.15, T(3, j, 11) - 273.15, T(3, j, 13) - 273.15, T(3, j, 15) - 273.15, T(3, j, 17) - 273.15
NEXT j
CLOSE #1
OPEN "T_r=Rn.DAT" FOR OUTPUT AS #1

```

---

FOR j = 0 TO 100

WRITE #1, j \* Dz, T(5, j, 1) - 273.15, T(5, j, 3) - 273.15, T(5, j, 5) - 273.15, T(5, j, 7) - 273.15, T(5, j, 9) -  
273.15, T(5, j, 11) - 273.15, T(5, j, 13) - 273.15, T(5, j, 15) - 273.15, T(5, j, 17) - 273.15

NEXT j

CLOSE #1

## NOMENCLATURA

EN ESTE apartado, se presenta una lista de símbolos que son usados en este trabajo. Si bien, cada símbolo ha sido definido localmente, la siguiente lista de símbolos permite una referencia rápida en caso de confusión sobre su significado. Se han incluido las unidades relacionadas a cada símbolo en el Sistema Internacional, así como los valores numéricos de las constantes utilizadas.

a:	coeficiente de amplitud de distribución, [-]	h:	coeficiente de transferencia de calor, [W/m <sup>2</sup> K]
A <sub>a</sub> :	área de apertura, [m <sup>2</sup> ]	h:	constante de Planck = 6.6262 x 10 <sup>-34</sup> J
A <sub>r</sub> :	área de receptor, [m <sup>2</sup> ]	l:	intensidad de radiación, [W/m <sup>2</sup> ]
AM:	masa de aire, [-]	k:	conductividad térmica, [W / m K]
AN:	apertura numérica, [-]	k:	constante de Boltzman, = 1.3806 x 10 <sup>-23</sup> J/K
dB:	decibelios (razón logarítmica de la potencia de salida y de entrada), [-]	k:	índice absorptivo (en el índice de refracción complejo), [-]
C:	velocidad de la luz, [m/s]	L <sub>st</sub> :	meridiano estándar de la zona de tiempo local, [°]
C:	razón de concentración, [-]	L <sub>loc</sub> :	longitud de la locación en cuestión, [°]
C <sub>p</sub> :	calor específico, [kJ/kg K]	n:	numero del día del año, [-]
C <sub>o</sub> :	velocidad de la luz en el vacío, = 2.9979 x 10 <sup>8</sup> m/s	n:	índice de refracción, [-]
C <sub>1</sub> :	primera constante de la función de Planck, = 3.7405 x 10 <sup>-8</sup> W m <sup>2</sup> = 2πhc <sub>o</sub> <sup>2</sup>	$\hat{n}$ :	vector unitario normal a la superficie, (apuntando de la superficie al medio), [-]
C <sub>2</sub> :	segunda constante de la función de Planck = 14,388.0 μm K = hc <sub>o</sub> / k	n <sub>1</sub> :	índice de refracción del núcleo de la fibra óptica, [-]
D:	diámetro [m]	n <sub>2</sub> :	índice de refracción del revestimiento de la fibra óptica, [-]
D <sub>a</sub> :	diámetro de apertura, [m]	N:	normal a la superficie, [-]
D <sub>r</sub> :	diámetro del receptor, [m]	q:	vector de flujo de calor, [W/m <sup>2</sup> ]
D <sub>ims</sub> :	diámetro de la imagen solar formada en el receptor, [m]	q:	flujo de calor, [W/m <sup>2</sup> ]
$\hat{e}$ :	vector unitario en dirección de la coordenada local, [-]	Q:	energía por unidad de tiempo, [W]
E:	ecuación del tiempo, [min]	r:	coordenada radial, [m]
E:	potencia emisiva, [W/m <sup>2</sup> ]	r:	coeficiente de reflexión, [-]
E:	energía [J], ([eV] cuando se indica)	r:	vector de posición, [m]
E <sub>g</sub> :	energía eléctrica generada, [W]	R:	radio, [m]
f:	distancia focal, [m]	R <sub>n</sub> :	radio del núcleo de la fibra óptica, [m]
f:	fuente volumétrica de energía, [W/m <sup>3</sup> ]	s:	distancia, [m]
f <sub>0-λ</sub> :	fracción del total de energía del espectro comprendida de 0 a λ, [-]	$\hat{s}$ :	vector unitario dentro de una dirección arbitraria, [-]
f <sub>i</sub> :	fracción de área no sombreada en el concentrador, [-]	S:	distancia Tierra-Sol, [m]
F:	error de dispersión, [-]	t:	tiempo, [s]
f:	factor de intercambio por radiación, [-]	ts:	tiempo solar
G:	radiación incidente (intensidad integrada en la dirección de propagación), [W/m <sup>2</sup> ]	te:	tiempo estándar
G:	irradiancia solar, [W/m <sup>2</sup> ]	T:	temperatura, [K] ([C] cuando se indica)
G <sub>f</sub> :	energía de Gibbs.	U:	coeficiente global de pérdidas, [W/m <sup>2</sup> K]
G <sub>sc</sub> :	constante solar, = 1367 W/m <sup>2</sup>	V:	volumen, [m <sup>3</sup> ]
		x,y,z:	coordenada cartesiana, [m]

## Griegos

$\alpha$ :	cono angular solar, = $0.53^\circ$ ( $32'$ )
$\alpha$ :	absortancia, [-]
$\alpha$ :	difusividad térmica, [ $m^2/s$ ]
$\alpha_s$ :	ángulo de altitud solar, [ $^\circ$ ]
$\beta$ :	ángulo de inclinación, [ $^\circ$ ]
$\gamma$ :	ángulo acimut de superficie, [ $^\circ$ ]
$\gamma$ :	factor de configuración geométrico, [-]
$\gamma_s$ :	ángulo acimut solar, [ $^\circ$ ]
$\Gamma$ :	función de distribución radial, [ $1/m^2$ ]
$\delta$ :	declinación, [ $^\circ$ ]
$\delta$ :	dispersión angular en la concentración, [ $^\circ$ ]
$\varepsilon$ :	emisividad, [-]
$\eta_o$ :	eficiencia óptica del concentrador, [-]
$\eta_c$ :	eficiencia instantánea del colector, [-]
$\eta_{cr}$ :	eficiencia de captación, [-]
$\eta_t$ :	eficiencia de transmisión en la fibra óptica, [-]
$\theta$ :	ángulo de incidencia solar, [ $^\circ$ ]
$\theta$ :	ángulo polar, [rad]
$\theta_i$ :	ángulo de incidencia, [ $^\circ$ ]
$\theta_1'$ :	ángulo de reflexión, [ $^\circ$ ]
$\theta_2$ :	ángulo de refracción, [ $^\circ$ ]
$\theta_j$ :	ángulo aceptación de la fibra óptica, [ $^\circ$ ]

$\theta_{max}$ :	ángulo máximo de aceptación de la fibra óptica, [ $^\circ$ ]
$\theta_i$ :	ángulo de penetración máximo admisible por el núcleo de la fibra óptica, [ $^\circ$ ]
$\theta_z$ :	ángulo cenit, [ $^\circ$ ]
$\varphi_c$ :	ángulo crítico de reflexión interna total, [ $^\circ$ ]
$\kappa$ :	coeficiente de absorción lineal, [ $1/m$ ]
$\lambda$ :	longitud de onda, [ $\mu m$ ]
$\nu$ :	frecuencia, [Hz]
$\rho$ :	reflectancia, [-]
$\rho$ :	densidad, [ $kg/m^3$ ]
$\sigma$ :	constante de Stefan-Boltzman, = $5.6697 \times 10^{-8} W/m^2K^4$
$\sigma_s$ :	coeficiente de dispersión, [ $1/m$ ]
$\tau$ :	transmitancia, [-]
$\tau$ :	espesor óptico, [-]
$\phi$ :	latitud, [ $^\circ$ ]
$\phi_{min}$ :	ángulo de sombreado en el paraboloide, [ $^\circ$ ]
$\phi_r$ :	ángulo de borde, [ $^\circ$ ]
$\Phi$ :	función fase de la dispersión, [ $1/sr$ ]
$\psi$ :	ángulo acimut [rad]
$\omega$ :	ángulo horario, [ $^\circ$ ]
$\Omega$ :	ángulo sólido [sr]

## Subíndices

0:	en el vacío.
a:	apertura.
ab:	absorción.
abs:	absorbedor.
b:	directa, cuerpo negro.
c:	colector.
d:	difusa.
dis:	dispersión.
emí:	emisión.
ent:	entrada.
f:	de Fresnel.
i:	en dirección de entrada.
max:	máximo.
min:	mínimo.

n:	dirección normal, núcleo de la fibra óptica.
net:	neto.
o:	por encima de la atmósfera terrestre, óptimo, en dirección de salida.
per:	pérdidas.
r:	de borde, receptor, componente radial.
R:	reflector, superficie reflejante.
s:	solar.
sal:	salida.
u:	útil.
z:	cenit, componente en z.
$\theta$ :	componente polar.
$\lambda$ :	espectral (por longitud de onda).

## Superíndices

c:	conductivo.
r:	radiativo.

$\hat{\Lambda}$ :	vector unitario.
-------------------	------------------

---

## REFERENCIAS

---

- Bansal, N. P., and Doremus, R. H., (1986), *Handbook of Glass Properties*, Academic Press, New York.
- Bejan, A., (1993), *Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc. U.S.A.
- Braun, J. E., and Mitchell, J. C., (1983), "Solar Geometry for Fixed and Tracking Surfaces." *Solar Energy* , **31**, 349.
- Brown, S. C., (1947), The Discovery of Convection Currents by Benjamin Thompson, Count of Rumford, Am. J. Physics, **15**, 273
- Cariou, J. M., Dugas, J. and Martin L., (1982), "Transport of Solar Energy with Optical Fibres", *Solar Energy*, **29**, 397
- Cooper, P. I., (1969), "The Absorption of Solar Radiation in Solar Stills". *Solar Energy*, **12**, 3.
- Count of Rumford, (1798), *Essays, Political, Economical and Philosophical*, Vol. II, T. Cadell and W. Davis, London, Essay VII.
- Chopra, K. L. and Das, S. R., (1981), *Thin Film Solar Cells*, Plenum Press, New York and London, Appendix A.
- Duffie, J. A. and Beckman, W. A., (1991), *Solar Engineering of Thermal Processes*, Wiley-Interscience, New York.
- DuFort, E. C. and Frankel, S. P., (1953), "Stability Conditions in the Numerical Treatment of Parabolic Differential Equations", *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, **7**, 135.
- Fourier, J. (1878). *Analytical Theory of Heat*, translated with notes, by A. Freeman, G. E. Stechert & Co., New York.
- Fritz, S., (1958), "Transmission of Solar Energy through the Earth's Clear and Cloudy Atmosphere", *Transaction of the Conference on Use of Solar Energy*, **1**, 17, University of Arizona Press, Tucson.
- Fujishima, A. and Honda, K., (1972), *Bull. Chem. Soc. Japan*.
- Garg, H. P., (1982), *Treatise on Solar Energy*, Vol. I, Wiley-Interscience, Chichester.
- Granquist, C. G., (1991), *Materials Science for Solar Energy Conversion Systems*, Pergamon Press, New York.
- Grätzel, M., (1983), *Energy Resources Through Photochemistry and Catalysis*, Academic Press.
- Hecht, J., (1990), *Understanding Fiber Optics*, Howard W, Sams & Company, U.S.A.
- Heggen, P.M., (1988), *Solar Concentrating Mirrors*, Energy General Press, U.S.A.
- Iqbal, M., (1983), *An Introduction to Solar Radiation* , Academic Press, Toronto.

---

Jaramillo, O. A., Arriaga, L.G., Sebastian, P. J., Fernández, A. M. and del Río, J. A., (1998a), "Application of Fiber Optics in the Hydrogen Production by Photoelectrolysis", *J. Hydrogen Energy*, (en prensa).

Jaramillo O.A. y del Río J. A., (1997) "Aplicación de las Fibras Ópticas a la Energía Solar", Memoria de la XXI Reunión Nacional de Energía Solar, 285.

Jaramillo, O. A. and del Río, J. A., (1998b), "A Model for Heating Optical Fibers to Conduct Concentrated Solar Energy", World Renewable Energy Congress-V Florence, Italy, September 1998, (en prensa).

Kaiser, P. (1973), "Spectral Loses of Unclad Fibers Made from High-Grade Vitreous Silica". *Appl. Phys.* **45**, 23.

Kato, D. and Nakamura T., (1976).*J. Appl. Phys.* **40** (10), 4528.

Kondratyev, K.Y., (1969), *Radiation in the Atmosphere*, Academic Press, New York and London.

Kreith, A. and Kreider, F., (1978), *Principles of Solar Engineering*, McGraw-Hill. New York.

Landesberg, G. S., (1976), *Optics II*, Mir, Moscu.

Lannini, R. E., (1987), *Built Your Own Working, Fiber Optic and Laser Space-age Projects*. TAB books, 2724.

Maurer, R. D., (1973), *Glass Fibers for Optical Communication*, Proc. IEEE **61**, 452.

Meijer, R.J., (1988), "The evolution of the Stirling Engine at Philips", 4th International Conference on Stirling Engines, Tokyo, Japan, November 1988.

Modest, M. F., (1993), *Radiative Heat Transfer*, McGraw Hill series in mechanical engineering, New York.

Newton, I., (1809), *Scala Graduum Caloris, Calorum Descriptiones & Sigma*, *Phil. Trans Roy. Soc. London*, Vol. 8, 1701, pp. 824-829; Translated from Latin in *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, Abridged, **4**, 572.

Özisik, M. N., (1993), *Heat Conduction*, John Wiley, New York.

Özisik, M. N., (1994), *Finite Difference Methods in Heat Transfer*, CRC Press. USA.

Péclet, (1860), *Traité de la Chaleur Considérée dans ses Applications*, 3rd edition, Victor Masson, Paris.

Pinnow, D. A., Rich, T.C., Osterwawager, F.W, and Dominico, M., (1973), "Fundamental Optical Attenuation Limits in the Liquid & Glassy State with Application to Fiber Optical Waveguide Materials". *Appl. Phys. Lett.* **22**, 527.

Poly-optical. <http://www.poly-optical.com>

Polymicro Technologies. <http://www.polymicro.com>

Prout, W., (1834), *Bridgwater Tratises*, Carey, Lea & Blanchard, Philadelphia, **8**, 65.

Rabl, A., (1976), "Comparison of Solar Concentrators.", *Solar Energy*, **18**, 93.

Rabl, A., (1978), "Optical and Thermal Analysis of Colectors.", *Paper presented at Solar Thermal Concentrating Collector Technology Symposium*, Denver, June 1978.

Rabl, A., (1985), *Active Solar Collectors and Their Applications*. Oxford University Press, New York and Oxford.

Richtmyer, F. K., and Kennard, E. H., (1947), *Introduction to Modern Physics*, 4th ed., McGraw-Hill, U.S.A.

- Robieux J., Patent No. 75-14582 (I.N.P.I.) Intern. Class. F03G7/02; 02KX/G02B5/10
- Robinson, N., (1966), *Solar Radiation*, Elseiver, Amsterdam.
- Safford E. L., (1988), *Introducción a la Fibra Óptica y el Láser*, Paraninfo, España
- Serpone, N. and Pelizzeti, N., (1989), *Photocatalysis*, John Wiley & Sons, U.S.A.
- Siegel, R. and Howell, J. R., (1981), *Thermal Radiation Heat Transfer*, 2nd ed. Mcgraw-Hill, New York.
- Simon, A. W., (1958a), "Calculation of the Concentration of Energy at Points Outside the Focal Spot of a Parabolic Condenser", *Solar Energy*, **2**, 22.
- Simon, A. W., (1958b), "Calculation of the Concentration of the Solar Radiation Through the Focal Spot of a Parabolic Mirror", *Solar Energy*, **2**, 25.
- Sparrow, E. M., and Cess, R. D., (1978), *Radiation Heat Transfer*, Hemisphere, New York.
- Stine, W. B., (1994), *Solar Dish/Stirling Technology*, Solar Thermal Department Sandia Laboratories, Albuquerque, U.S.A.
- Stirling Thermal Motors, Inc., (1990), *Breakthrough in Energy Conversión*, 2841 Boardwalk, Ann Arbor, MI 48104, U.S.A.
- Thekaekara, M. P., (1974), "Data on Incident Solar Energy", *Suplement to the Proc. of 20th Annual Meeting of the Inst. for Environmental Science*, 21.
- Thomas, R. N., (1958), "Features of the Solar Spectrum as Imposed by Physics of the Sun", *Trans. of Conference on Use of Solar Energy*, University of Arizona Press, **1**, 1.