10
2e
1

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA

DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"Credibilidad y Programas de Ajuste Económico :"un enfoque matemático.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

A C T U A R I O.

P R E S E N T A :

RODRIGUEZ HERRERA ERIC MANUEL

ASESOR: DR. FRANCISCO VENEGAS MARTINEZ

DIVISION DE ESTUDIOS PROFESIONALES

1998

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

263172

VNIVERSIDAD NACIONAL
AVFNºMA DE
MEXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis: "Credibilidad y Programas de Ajuste Económico:" un enfoque matemático,

realizado por Rodríguez Herrera Eric Manuel

con número de cuenta 8836726-6 **, pasante de la carrera de** Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	Dr. Francisco Venegas Martínez
Propietario	M.C. María de la Paloma Zapata Lillo — Paloma Zapata
Propietario	M.C. Sergio Hernandez Castañeda
Suplente	M.C. Beatriz Eugenia Rodríguez Fernández — Beatriz Rodríguez F.
Suplente	M.E. Arturo Lorenzo Valdes

Consejo ~~Departamental~~ de Matemáticas
M. en A.P. MA. DEL PILAR ALONSO REYES

Gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México sin la cual no hubiera sido posible mi formación profesional.

Un agradecimiento especial a mi asesor Dr. Francisco Venegas Martínez por su apoyo y motivación al trabajo de tesis, sin los cuales no hubiera sido posible el presente trabajo.

Gracias a mis amigos por su apoyo y comprensión.

Eric Manuel Rodríguez Herrera.

INDICE

Dedico este trabajo:

A mi madre, quien siempre me ha brindado su comprensión y apoyo. Y para quien es todo mi esfuerzo y amor.

A mis tíos Hermelinda, Lourdes, Leticia, Benjamin, Carlos, Samuel y José quienes me han apoyado siempre, contribuyendo activamente en mi formación y superación personal.

A mi abuelita Hermelinda por hacerme saber que siempre puedo contar con ella, aún en los peores momentos.

A mis hermanos Daniel, Oscar, Samuel, Bárbara y Sergio gracias. Todos tienen una contribución importante en cada día de mi vida.

A Bárbara por hacerme sentir tan especial, la importante contribución a este trabajo y en particular por permitirme estar a su lado.

Eric Manuel Rodríguez Herrera.

Introducción.

En el análisis económico, el problema de la inflación es uno de los más importantes. El esfuerzo que han hecho los gobiernos por controlarla, sólo los ha llevado a resultados positivos temporales en la mayoría de los casos. En este contexto de éxitos temporales sobre la inflación, el caso de las economías de América Latina es uno de los más notables. La hipótesis principal del trabajo es que los programas temporales de estabilización pueden conducir a desequilibrios en la cuenta corriente de la balanza de pagos. El marco teórico del trabajo es una economía estable que permite la inversión y con ella el crecimiento sostenido, acompañado por mejoras en bienestar social para todos los individuos que la integran.

Los objetivos propuestos para este trabajo de tesis son los siguientes:

i) Describir los programas de estabilización en las economías de América Latina.

ii) Analizar las principales características de los programas de estabilización.

iii) Conocer como afectan los cambios en los programas la credibilidad de los mismos, así como los efectos en el bienestar de los individos.

El trabajo se desarrolló de la forma siguiente.

El primer capítulo comprende una descripción de los programas de estabilización en América Latina. Aquí se dan a conocer los incentivos de los gobiernos para implementar los programas anti-inflacionarios, se complementa con una recapitulación de los programa y finalmente se mencionan las causas probables de su fracaso.

El segundo capítulo busca facilitar la comprensión de los capítulos precedentes, se presenta un modelo económico básico, conocido en la literatura económica como el modelo de Ramsey. En este capítulo se resumen sus principales características y resultados.

El tercer capítulo trata el modelo de estabilización temporal con tipo de cambio fijo o predeterminado. Este tipo de programas de estabilización es de los llamados heterodoxos, debido a que utilizan el tipo de cambio como ancla nominal para mantener el nivel de precios estable. Tanto la evidencia empírica como el modelo muestran, que este tipo de programa no es óptimo de Pareto, con lo cual, se ve que es preferible, en muchos casos, no implementar ningún programa. Lo anterior a causa de que el principal problema que enfrentan los programas de estabilización heterodoxos es la dificultad de mantener el tipo de cambio fijo, para lo cual los gobiernos deben hacer uso de sus reservas en moneda extranjera, afectando la estabilidad en su moneda.

El último capítulo estudia el caso de un programa de estabilización con tipo de cambio y precios flexibles, este tipo de programas es llamado ortodoxo y utiliza la oferta monetaria como ancla nominal para mantener la estabilidad en los precios.

Capítulo 1.

Antecedentes.

1.1. Introducción.

La experiencia en las economías de América Latina ha mostrado que las políticas de estabilización no han tenido mucho éxito, los gobiernos sólo han logrado controlar temporalmente los altos niveles inflacionarios. Al respecto, Raúl Prebisch apunta que "No hemos ofrecido a los gobernantes un conjunto coherente y asequible de principios para permitirles escapar del dilema entre la inflación y la ortodoxia monetaria. Los economistas latinoamericanos estamos en deuda con los políticos de nuestros países"[1]. Por lo cual, resulta de gran importancia determinar las causas principales de los fracasos en la búsqueda de nuevas combinaciones de políticas que lleven a obtener mejores resultados al combatir los altos niveles de inflación. En este capítulo, mencionaremos los principales programas de estabilización que se han implementado en América Latina, resumiendo las principales características de los mismos.

Comenzaremos con los planes de estabilización de Centroamérica en su conjunto. La mayoría de los programas de estabilización de los países comprendidos en esta región tienen características semejantes.

Analizaremos el caso de México con los pormenores de sus políticas, haciendo un resumen conciso de los programas de estabilización que se implementaron.

Los casos de Argentina, Uruguay y Chile, son de igual importancia dentro de este análisis, por lo cual, se resumen las principales características de sus programas de estabilización y los efectos que de ellas se derivaron.

1.2. Centroamérica.

En Centroamérica, la mayoría de los programas de estabilización han fracasado. La inflación observada en América Latina ha dado lugar a una amplia gama de intentos de estabilización. De las políticas anticíclicas, que tenían poco interés en las restricciones externas, se pasó a las políticas anti-inflacionarias que utilizaban el tipo de cambio nominal como ancla de los precios, con severos efectos en el sector externo, para finalmente recurrir a la restricción monetaria, provocando en algunos casos una fuerte recesión.

En los años ochenta, a la influencia de los precios externos sobre los precios nacionales se sumaron diversas fuentes inflacionarias internas, de tal forma que la dinámica de los precios echó raíces más perdurables y complejas que en períodos anteriores.

En algunos casos, una percepción errónea de la gravedad de los problemas y el deseo de prolongar la bonanza económica vivida en los años setenta, condujeron a aplicar políticas

[1] Raúl Prebisch. El falso dilema entre desarrollo económico y estabilidad monetaria, marzo 1961

anticíclicas que lograron sostener la demanda agregada a base de reservas internacionales o préstamos.

Durante el resto de los años ochenta se optó, por al menos, dos estrategias de estabilización: una de carácter heterodoxo que usó el control del tipo de cambio como ancla nominal y la cual aplicó restricciones a las importaciones y otra, más ortodoxa, que utilizó el control de la oferta de dinero como eje principal de la política anti-inflacionaria.

Para la implementación de los programas de estabilización en Centroamérica se han observado dos períodos que se diferencian por el tipo de política que se implementó, para el primer período predominan las estrategias heterodoxas y para el segundo período la mayor parte de los países optaron por restringir la oferta monetaria y al mismo tiempo devaluar.

Los primeros programas de estabilización implementados en los años 1979 y 1980 tenían como metas importantes reducir el déficit fiscal y el déficit del sector externo, también incluían cláusulas para impulsar la actividad económica (como en el caso de El Salvador) o para reforzar la inversión pública (como en el caso de Honduras). Algunos de estos programas iniciales también contemplaban restricciones cuantitativas a las importaciones y controles cambiarios para corregir el déficit en la cuenta corriente de la balanza de pagos.

Los gobiernos de Centroamérica implementaron programas de estabilización basados en medidas de austeridad en el gasto público, paticularmente en el gasto corriente, cuyas principales características eran las siguientes:

a) Se impuso un límite en el crédito que el Banco Central podía proveer al sector público.
b) Restricciones al endeudamiento externo que podía contratar el gobierno central y sus dependencias.
c) El sistema tributario se revisó en todos los países, procurando en algunos casos aumentar la carga tributaria.
d) Se ajustaron las tarifas de los servicios públicos con el fin de eliminar rezagos y de incrementar los ingresos públicos.

Bajo estas medidas, hacia 1985, Costa Rica, El Salvador y Honduras habían reducido significativamente su déficit fiscal en relación al de 1979 ó 1980.

Otros factores que incluía el programa de estabilización eran la flexibilización gradual del sistema de cambio, aunado con la liberalización de la tasa de interés. Lo cual tenía como objetivos principales el frenar la continua fuga de capitales de la región y alentar el ahorro interno para contener el endeudamiento externo.

Otras características importantes de los programas de estabilización eran las políticas de liberalización de precios (que se observaron en Costa Rica, Guatemala y Honduras principalmente) y en menor medida las políticas de liberalización de salarios, estas medidas junto con el menor ritmo de actividad productiva, provocaron un deterioro muy marcado de los salarios en términos reales a lo largo de los años ochenta (excepto en Costa Rica).

Por su parte, Nicaragua, al enfrentarse a una reducción del flujo de recursos externos y a fuertes desequilibrios macroeconómicos, hizo un primer intento de estabilización en 1982-1984. Al mismo tiempo, optó por un camino totalmente opuesto al de los demás países de la subregión en cuanto a la liberalización, pues impuso crecientes controles estatales en el marco del fomento de la economía mixta. No obstante, las modificaciones a la política cambiaria fueron insuficientes para aliviar las tensiones que se acumularon en la economía, por lo cual, la inflación siguió acelerándose.

Hacia fines de 1982, prácticamente ningún programa de estabilización había concluido exitosamente en Centroamérica. Los programas de ajuste implementados en el período 1979-1982 realmente no estuvieron sujetos a las condiciones del Fondo Monetario Internacional (FMI). Ya que dichos programas estaban enfrentados con déficit desmedidos en sus cuentas corrientes de balanza de pagos (aumentó de 3.5% a 11.7% del PIB entre 1970 y 1981), casi todos los países impusieron controles a la importación, exigieron depósitos previos a las importaciones, aplicaron controles de cambio, y retrasaron los pagos de la deuda externa (Costa Rica incluso declaró una moratoria en 1981). Estas medidas conducían invariablemente a la interrupción de los acuerdos con el FMI.

Independientemente de posibles errores en la aplicación de las políticas económicas estabilizadoras, la profundidad de los factores adversos internos (especialmente en El Salvador y Nicaragua) y externos (a la región) que debieron enfrentar los países centroamericanos a partir de 1979 no fue evaluada adecuadamente al establecerse las metas de los planes de ajuste. El hecho de que los ingresos tributarios fueran tan dependientes del comercio internacional dañaba las finanzas públicas, presionando al alza el déficit fiscal. La fuga de capitales que acompañó a la creciente incertidumbre de los agentes económicos y a la escasez de crédito externo llevaron inevitablemente a la especulación cambiaria.

En el intento que hicieron los gobiernos centroamericanos por controlar la inflación, encontraron los primeros fracasos a los programas de estabilización. A partir de 1983, los nuevos esfuerzos de estabilización se adhirieron más estrechamente a las condiciones exigidas por el FMI y a una mayor disciplina, entre otros motivos porque la renegociación de la deuda estuvo condicionada directa o indirectamente a estas condiciones.

Se cambió el ancla nominal utilizada para la estabilización de los precios. Del control del tipo de cambio nominal se pasó al control de la oferta monetaria. También se registró un cambio en el énfasis de la política económica, que pasó de la estabilización al ajuste estructural, centrándose el esfuerzo en reducir el tamaño del Estado y liberalizar los mercados internos.

Los préstamos de estabilización y ajuste otorgados a partir de 1985 profundizaron los cambios en la orientación de la política económica que se habían iniciado con los programas de ajuste en 1982. Los programas económicos apuntaban a consolidar dichos cambios: las medidas para fomentar las exportaciones, las negociaciones de la mayoría de los países para ingresar al Acuerdo General de Aranceles y Comercio (GATT), el establecimiento de zonas francas y actividades de maquila.

Los esfuerzos de estabilización efectuados en años anteriores en general dieron frutos después de 1985, salvo en Costa Rica, que pudo reorientar exitosamente su economía productiva con anterioridad.

Las fuertes deudas acumuladas durante los primeros años del decenio y la progresiva apertura externa–que se tradujo en un repunte inmediato de las importaciones mientras las nuevas exportaciones se concretaban con más lentitud–seguían generando problemas de desequilibrio en la cuenta corriente de la balanza de pagos (el déficit llegó al 10.1% del PIB en 1985 para toda la región). Los elevados gastos en defensa y los menores ingresos tributarios provenientes de la reducción arancelaria dificultaron los esfuerzos por reducir los déficit fiscales, de manera que fue necesario mantener políticas monetarias restrictivas durante el resto del decenio.

A partir del plan de estabilización y ajuste de 1985-1986 se abandonó la orientación de corte populista de los programas anteriores y el eje central fue una fuerte devaluación. Además, se comenzó a liberalizar los precios, reducir subsidios, aplicar mayores impuestos y elevar las tasas de interés nominal. En los programas anti-inflacionarios sucesivos, las devaluaciones nunca parecieron ser suficientes para alterar el tipo de cambio real, lo cual, junto a una serie de obstáculos, impidió al país superar la aguda restricción externa que enfrentaba. Aún los programas más ortodoxos (junio de 1988 y 1989), que impusieron una fuerte contracción del gasto público y de la liquidez primaria, no lograron controlar la inflación.

A medida que avanzaba el proceso de ajuste en Centroamérica, aparecían algunos problemas que requerían cambios adicionales de política. Por ejemplo, la reducción de los aranceles y de los impuestos a las exportaciones de productos tradicionales y la eliminación de sobretasas de importación redujeron los ingresos fiscales provenientes del comercio exterior (que constituían alrededor del 30% de los ingresos tributarios a mediados de los años ochenta). Los gastos de capital del sector público, que los programas económicos anteriores habían limitado fuertemente, no ofrecían mucho margen para mayores recortes y las políticas de ajuste estructural no lograron disminuir apreciablemente los egresos corrientes, de manera que hubo un interés especial en reformar los sistemas tributarios para aumentar la recaudación.

Por otra parte, la liberalización del mercado financiero y la generalización de las operaciones de mercados abiertos para el control de la liquidez monetaria obligaron a profundizar el mercado financiero. Las mencionadas limitaciones al crédito por parte del Banco Central del Gobierno[2], debido tanto a las múltiples condiciones exigidas por los organismos internacionales como a las propias orientaciones de la política económica de los gobiernos, también impidieron seguir recurriendo al señoriaje para financiar el déficit fiscal y fomentaron un mercado financiero para la emisión de bonos del gobierno.

A partir de 1991, la caída en las tasas de interés internacionales y la mayor estabilidad cambiaria volvieron particularmente atractivas las tasas nacionales de los países centroamericanos, a los que ingresaron cuantiosos recursos privados de corto plazo (muchos de ellos correspondientes a repatriación de capitales). Esto permitió refinanciar, sin recurrir a las reservas internacionales, los crecientes déficit externos. Un rasgo común de los países de la región era el considerable déficit en la cuenta corriente, que resultaba de

[2] Entre 1985 y 1992 el crédito en la región se redujo de 17.3% a 17.5% del PIB, en promedio.

un fuerte déficit comercial atribuible a la liberalización de importaciones, y la tendencia a cierta sobrevaluación del tipo de cambio en algunos países, a raíz del abundante ingreso de capitales.

Hacia 1991-1993 las economías centroamericanas, tras una década de ajuste, exhibían una convergencia en el comportamiento de la mayor parte de las variables macroeconómicas. Así, todos los países habían reducido sustancialmente sus déficit fiscales y sus tasas de inflación eran moderadas. La meta de aumentar los ingresos fiscales para financiar los gastos del sector público había sido cumplida por la mayoría de ellos pero no por Honduras y Guatemala. Las tasas de inflación de todos los países se habían redúcido hacia finales del período considerado.

El programa heterodoxo de marzo de 1991 estabilizó el tipo de cambio, para lo cual contó con suficientes recursos externos, e impuso un congelamiento de precios claves, a la vez que se garantizaba un adecuado abastecimiento en el mercado. La fragilidad de esta situación se reveló a principios de 1993, cuando la devaluación repercutió muy rápidamente en los precios internos para luego ajustarse al deslizamiento cambiario (12% anual).

Con todo lo enunciado anteriormente, podemos constatar, que la victoria de los gobiernos de los países centroamericanos sobre la inflación fue sólo temporal, viendose los conocidos ciclos económicos de crecimiento y depresión. Dentro de la información citada antes, logramos ver como se desarrollaron los programas de estabilización, así como los ajustes que se implementaron con el fin de lograr que su duración se extendiera y podemos reconocer algunos de los principales errores que se cometieron en el seguimiento de los planes de estabilización.

1.3. México.

La economía mexicana de la postguerra reflejaba un crecimiento rápido y sostenido con estabilidad de precios y sin restricciones cambiarias. Durante veinte años, hasta mediados de los años cincuenta, la economía creció a una tasa media anual de 5.8%, se triplicó el valor real de la producción y se duplicó el producto per cápita; a su vez, los precios aumentaron a una tasa media anual de un 3%. A lo largo del período comprendido entre 1959 y 1970, la tasa de crecimiento del PIB fue de 6.8% anual. Entre 1971 y 1975, la tasa de crecimiento económico disminuyó a 5.6% y la inflación se aceleró a 12.3% anual. El tipo de cambio permaneció invariable, a 12.5 pesos mexicanos por dólar estadounidense entre 1954 y 1976.

Durante ese período gracias al rápido crecimiento de la población, el crecimiento económico acelerado se tradujo en incrementos moderados pero sostenidos del producto per cápita y de los niveles de ingreso. Sin embargo, el crecimiento fue desigual tanto entre los sectores como entre las regiones.

La población total se duplicó entre 1940 y 1965 y volvió a hacerlo en los veinte años siguientes. También se observó un rápido proceso de urbanización. El gasto público favoreció el enorme crecimiento de los servicios educativos y sanitarios. Los niveles de vida mejoraron para la mayoría y con suma rapidez para los privilegiados.

En el sector externo, se observó un rápido aumento en las importaciones, mientras que las exportaciones permanecieron débiles puesto que la producción manufacturada se dedicaba a satisfacer la demanda de un mercado interno cada vez más protegido. Por ende, las importaciones aumentaron rapidamente mientras que las exportaciones se rezagaron. También decayó el ingreso neto proveniente de las transacciones de servicios, principalmente turismo, y el déficit en cuenta corriente creció constantemente. La sobrevaluación del tipo de cambio pasó a ser un factor determinante en el deterioro de la situación de los pagos externos.

El prolongado período de estabilización y crecimiento sostenido, conocido como "desarrollo estabilizador", que se inició apenas terminada la segunda guerra mundial, llegó a su término en septiembre de 1976, con la primera devaluación de la moneda mexicana en 22 años.

En 1975-1976, el crecimiento no superó la mitad de la tasa media alcanzada previamente en la década y desde 1973 la inflación había llegado a dos dígitos. Este hecho marcó asimismo el comienzo de un período acentuado de inestabilización. La economía pasó de la recesión al auge, llegando en 1977 y 1980 a las máximas tasas de crecimiento de la historia reciente, para volver a caer en la recesión en 1981-1982, con disminuciones del -0.5 y -5.0% del PIB real. La inflación siguió aumentando y alcanzó los tres dígitos en 1983. La devalución redujo en más de seis veces el valor de la moneda mexicana: desde 12.50 pesos a 96.48 pesos por dólar, al término de 1982.

El auge económico que se vió en las postrimerías de los años setenta se debió principalmente al descubrimiento de los yacimientos de petróleo, lo cual provocó el ingreso considerable de divisas y una gran afluencia de capital que, financiaron niveles elevados de gasto público y, en consecuencia, una expansión importante de la demanda total. Por lo cual, México alcanzó niveles muy elevados de inversión, producción, empleo y bienestar social.

Sin embargo, el auge no fue sostenible debido a la creciente dependencia respecto de los ingresos petroleros, tanto como para financiar el gasto público como para equilibrar los pagos externos, y a la menor generación de recursos internos. La política expansiva dependió demasiado de la demanda externa y del endeudamiento externo. La inflación interna superó con creces las correcciones cambiarias periódicas, lo que produjo largos períodos de una gran sobrevalución de la moneda mexicana. La economía se volvió vulnerable a las conmociones externas.

Estas consistieron a mediados de 1981, en una baja de los precios internacionales del petróleo, una alza sin precedentes de las tasas de interés internacionales y una gran recesión en los países industrializados, que redujeron aún más las exportaciones no petroleras y el ingreso del turismo. La posición de la balanza en cuenta corriente se tornó insostenible: el déficit casi se duplicó anualmente entre 1977 y 1981, llegando a un monto de 16,100 millones de dólares en este último año. La reacción inicial ante la conmoción externa fue la de aplazar el ajuste y endeudarse en el exterior por montos sin precedentes. En agosto de 1982, la situación se tornó insostenible, lo que obligó a suspender los pagos del servicio de la deuda–medida que marcó el inicio de la etapa contemporánea de la crisis de la deuda–.

El estallido de la crisis, en agosto de 1982, provocó una respuesta enérgica en materia de política por parte del gobierno mexicano, en particular de la nueva administración que asumió el poder en diciembre de 1982. Esta administración introdujo un programa trienal integral que contemplaba una reforma estructural de las finanzas públicas, una política salarial moderada, una política monetaria restrictiva, políticas cambiarias y de tasas de interés flexibles y la liberalización de los controles comerciales y cambiarios.

Los objetivos de corto plazo consistieron en reducir la inflación y disminuir los déficit público y externo, y los de mediano plazo, en promover el ahorro y la inversión, restablecer la estabilidad de precios, mejorar la eficiencia económica y reducir la dependencia del financiamiento externo. Además, se buscó una situación más manejable de la deuda externa, mediante una serie de renegociaciones.

Este criterio de aplicar una política dual–que combina las medidas de ajuste de corto plazo con las políticas de reforma estructural de largo plazo–siguió en vigor hasta fines de 1987. En varias ocasiones, sobre todo a mediados de 1985 y comienzos de 1986, la política se hizo más enérgica para responder a factores externos desfavorables como el colapso de los precios internacionales del petróleo, el aumento brusco de las tasas de interés internacionales y el agotamiento de los flujos financieros internacionales.

La política de ajuste de corto plazo logró en un período de cinco años un vuelco de algunas de las variables principales de la economía mexicana:

a) Produjo un considerable superávit en la cuenta corriente. Ello obedeció, en un comienzo, a la importante restricción del gasto en importaciones, que afectó severamente las perspectivas de crecimiento de la economía; más adelante, reflejó una expansión igualmente impresionante de los ingresos de exportación, provenientes sobre todo de las exportaciones no petroleras, las maquiladoras y el turismo.

b) Provocó una mejoría espectacular de las finanzas públicas. Desapareció el déficit económico primario y se generó un superávit económico considerable, que osciló entre el 2 y el 5% del PIB.

Pese a sus éxitos iniciales parciales, el ajuste no logró reducir la inflación en forma notoria.

Para llevar a cabo la política de ajuste se emplearon siempre dos instrumentos principales:

1. Se mantuvieron en vigor políticas muy enérgicas en materia de tipo de cambio y tasas de interés, las cuales consistían en mantener subvaluado el tipo de cambio y que las tasas de interés tuvieran un valor positivo muy alto.
2. Se siguió una política de virtual indexación de los precios de los bienes y servicios del sector público, con el objetivo de alcanzar las metas de las finanzas públicas, en relación a la balanza de pagos.

Estas políticas se aplicaron en una situación en que tanto los niveles nominales del tipo de cambio y de las tasas de interés, como la inflación siguieron en ascenso casi constante. Por este motivo, hubo que contar con una moneda más subvaluada para lograr el mismo grado de incentivo a las exportaciones; se estableció una tasa de interés real más elevada para mantener el mismo nivel de incentivo al ahorro y a la repatriación de capital; se necesitó una indexación más plena de los precios de los bienes y servicios del sector público para evitar la erosión de los ingresos públicos. Además, el ajuste se mantuvo durante un período mucho más prolongado que el previsto en un principio.

La combinación de políticas utilizada para lograr el ajuste de corto plazo, el contexto en que se aplicó y el hecho de que se aplicara durante un período prolongado–junto con el deterioro del entorno externo[3]–produjeron los siguientes resultados inconvenientes:

1. Se redujo drásticamente el potencial de crecimiento de la economía. La disminución del gasto en importaciones y de las inversiones públicas, afectó las perspectivas de crecimiento. Varios años de crecimiento negativo o nulo–entremezclados con años de recuperación vacilante–alteraron abruptamente las expectativas de los agentes económicos. Surgió una "cultura de estancamiento", que reemplazó a la "cultura del crecimiento" vinculada con la época del desarrollo sostenido en las décadas precedentes. En definitiva, el crecimiento económico real durante todo el período 1983-1988 fue nulo: equivalente a sólo 0.1% en promedio.
2. Se pagó un alto precio social: los salarios reales disminuyeron considerablemente; la inflación elevada condujo a una distribución aún más desigual del ingreso; se redujo el gasto público social. En suma, disminuyeron los niveles de ingreso per cápita y se deterioraron los niveles de vida.
3. Se privilegió la inversión financiera en deterioro de la inversión productiva. En las postrimerías del período, los activos financieros de muy corto plazo resultaron ser los más atractivos y surgió un fuerte sesgo contra la formación de capital de largo plazo.
4. El monto del gasto fiananciero reservado para servir la deuda interna y externa alcanzó

---

[3] Los principales factores externos negativos, presentes durante este período, pueden resumirse como siguen:

a. el acceso de las exportaciones mexicanas, sobre todo las no petroleras, a los mercados externos estaba obstaculizado por las medidas proteccionistas y otras medidas restrictivas del comercio adoptadas por muchos países desarrollados, mediante la imposición de los criterios de "graduación" y de reciprocidad para el sistema generalizado de preferencias y en esferas más amplias–incluida la vinculación del comercio con aspectos de inversión y de propiedad intelectual–;

b. el empeoramiento constante de la relación de intercambio, debido fundamentalmente a las grandes fluctuaciones de los precios de los productos básicos, incluido el petróleo, y la notoria reducción de los ingresos en divisas y públicos;

c. *los aumentos reiterados del nivel de las tasas de interés internacionales–hasta fines de 1987, cuando las crisis* bursátiles las obligaron a cambiar de signo–incrementaron la carga del servicio de la deuda y mantuvieron a niveles muy elevados las transferencias de recursos para tal fin; y

d. las prolongadas demoras en la entrega del nuevo financiamiento convenido con los bancos, en particular en épocas en que otras fuentes de ingreso en divisas también estaban afectadas, como ocurrió en 1985-1986, agravaron las dificultades financieras y condujeron a un endeudamiento interno más costoso.

proporciones desmesuradas–más de un quinto del PIB para 1988–. La totalidad del superávit económico primario fue absorvido por esta carga financiera, que aún así no bastó para cubrirla.

5. Surgió una nueva especie de inflación, pues las políticas de ajuste la estimularon y mantuvieron en niveles elevados. Esta se agravó por el efecto desestabilizador de las violentas fluctuaciones de los ingresos de divisas y públicos, como consecuencia de factores externos como el colapso de los precios del petróleo en 1986. También intervinieron otros factores: se acentuaron las rigideces y extrangulamientos de la distribución y se estímuló la conducta especulativa.

Junto con el ajuste de corto plazo se siguió firmemente un proceso de reforma estructural de más largo plazo. El cual se llevó a cabo principalmente mediante la racionalización de la protección y una apertura gradual, si bien relativamente rápida, del mercado; una actitud más abierta frente a la inversión extranjera directa; la reducción del tamaño del sector público, mediante la liquidación, fusión o venta de entidades públicas no esenciales, y un esfuerzo sostenido para modernizar la base industrial del país y mejorar su productividad.

Por su misma naturaleza, estas políticas de reforma estaban destinadas a producir resultados de largo plazo. Se suponía que contribuirían a incrementar la competitividad en la economía y mejorar su eficiencia global. Hacia 1987, parecía que las políticas comerciales ya estaban produciendo resultados positivos y que la impresionante expansión de las exportaciones no petroleras en los años precedentes era, al menos en parte, el resultado del mejoramiento de la competitividad gracias a un mercado más abierto.

A fines de 1987, se hizo evidente que pese a las medidas de ajuste y a la política de reforma estructural seguida persistentemente en los últimos cinco años, la inflación seguía siendo el problema más apremiante. El Banco de México resumía la situación como sigue: "Pese al fortalecimiento de las finanzas públicas, la depreciación del tipo de cambio, el deterioro de la relación de intercambio con respecto a los niveles que prevalecían a comienzos de los años ochenta, el modesto crecimiento del ahorro financiero y la falta de crédito externo neto, dificultaron cada vez más el control de la inflación, pues la combinación de todas estas fuerzas incrementó las expectativas inflacionarias. Esto, sumado a la indexación creciente de los precios claves de la economía, puso a México al borde de la hiperinflación y limitó considerablemente las posibilidades de éxito del enfoque gradualista de estabilización". Dadas estas circunstancias, se hizo necesaria una nueva estrategia para atacar las raíces de la inflación y romper la inercia inflacionaria. En esta coyuntura, se estimó viable un programa concertado basado en ajustes coordinados y decrecientes de los precios.

Debido a los resultados poco exitosos obtenidos por los programas de estabilización, el gobierno mexicano formulo una nueva idea de política con un enfoque de concertación social para llevar a cabo la política de estabilización, denominado Pacto de Solidaridad Económica, que debido al gran éxito que tuvo en un principio se amplió a un período de tiempo mayor al que se había pensado en un principio, para lo cual se formularon ajustes estructurales para las diferentes etapas.

1.3.1. Primera Etapa: el Pacto de Solidaridad Económica, 1987-1988.

Hacia fines de 1987, el control y la reducción de la inflación pasaron a ser la primera prioridad económica así como la principal demanda social. Para hacerles frente se elaboró un nuevo programa, concertado entre los sindicatos obreros y campesinos, las organizaciones de empleadores y los representantes del gobierno: el Pacto de Solidaridad Económica. Este se iba a realizar en dos etapas: la primera, desde mediados de diciembre hasta febrero, y la segunda a partir de marzo y en períodos mensuales sucesivos.

La ejecución del programa de estabilización estuvo precedida por la aplicación de un conjunto de medidas destinadas a aumentar su viabilidad, corregir las distorciones de la estructura de precios existente y dejar tiempo para que la campaña anti-inflacionaria cobrara impulso.

Estas medidas consistieron en lo siguiente:

a) La depreciación en 22% del tipo de cambio controlado de la moneda mexicana a 2,198.5 pesos por dólar estadounidense, lo que restableció un margen confortable de subvaluación del peso.

b) El aumento de precios de los bienes y servicios producidos por el sector público, que habían ido a la zaga de la inflación, para recuperar el terreno perdido, armonizar los principales precios relativos y obtener un aumento inicial muy importante de los ingresos del sector público. Los rubros que experimentaron las mayores alzas fueron: gasolina, 85%; electricidad, 89%; fertilizantes, 82%, y tarifas aéreas 26%.

c) El alza en las tasas de interés internas, en unos 45 puntos, para llegar a un nivel cercano al 160% anual, a fin de "enjugar" la liquidez en el mercado y seguir atrayendo el retorno de los capitales fugados.

d) El aumento de los salarios en 38%, para recuperar en parte la pérdida del poder adquisitivo causada por la inflación.

Estas medidas se establecieron para cubrir ciertos requisitos considerados como necesarios por las autoridades mexicanas para que el programa de estabilización obtuviera buenos resultados, estos requisitos comprenden déficit operacionales muy moderados de las finanzas públicas, que podrían financiarse con medios no inflacionarios; disponibilidad de recursos externos o de reservas internacionales muy elevada, para apoyar la ejecución del programa; vinculaciones estrechas entre los precios internos y externos; un tipo de cambio real competitivo; ausencia de grandes distorciones de los precios relativos; una posición sólida en cuenta y el anhelo social de participar en la campaña anti-inflacionaria.

El nuevo programa combinó los elementos de un enfoque ortodoxo o convencional para frenar la demanda con algunos elementos heterodoxos. Entre los elementos ortodoxos figuraban las medidas para incrementar el ingreso del sector público y reducir el gasto fiscal, fortalecer las finanzas públicas, y disminuir el crédito, a fin de absorber el exceso de liquidez y reducir la demanda total. Entre los elementos heterodoxos figuró el compromiso de todos los sectores de la sociedad de contener y reducir la inflación, mediante una nueva política de ingreso fundada en la concertación social. Además, al acelerarse la apertura de la economía, la competencia internacional limitaría el alza de los precios.

Las medidas destinadas concretamente a contener la demanda se vincularon sobre todo con el gasto público y la política crediticia. Se recomendó una gran reducción del gasto público durante los primeros meses del año, con el fin de lograr un superávit económico primario de un 10% del PIB. Se establecieron topes crediticios bancarios para enero y febrero de 1988, equivalentes a 90 y 85%, respectivamente, del nivel de crédito otorgado en diciembre de 1987. Esto equivalió a una reducción del crédito total de un 25% en términos reales.

El programa anti-inflacionario de concertación social para enero y febrero de 1988 comprendió los siguientes elementos:

a) Congelamiento de los salarios mínimos, de los precios de bienes y servicios producidos por el sector público y de los precios de unos 80 artículos de consumo esencial, incluídos en la llamada "canasta básica".

b) No se autorizaría el alza de precios de una gama más amplia de productos sujetos a un régimen de precios administrados.

c) Se procedería con moderación en la fijación de otros precios no controlados del sector privado.

d) Las tasas de interés y el tipo de cambio mantendrían su flexibilidad.

El programa anti-inflacionario de concertación social se acordó oficialmente entre los sectores laboral, empresarial y gubernamental. El sector laboral estuvo representado por los principales sindicatos, tanto los de trabajadores urbanos[4] como los de trabajadores rurales y los minifundistas[5]. El sector empresarial estuvo representado por las organizaciones de empresarios agrícolas, industriales, comerciales y de servicios[6]. Por último, las secretarías de Estado del gabinete económico actuaron en representación del gobierno[7]. La intención primordial fue que las entidades laborales y empresariales más representativas participaran en el proceso de concertación, a fin de asegurar su amplia aceptación y el firme compromiso de cumplir con las medidas convenidas.

---

[4] El Congreso del Trabajo, la Confederación de Trabajadores de México, la Confederación Revolucionaria de Obreros y Campesinos, y la Confederación Regional Obrero-Mexicana.

[5] La Confederación Nacional Campesina y la Confederación Nacional de la Pequeña propiedad Agrícola, Ganadera y Forestal. En una etapa posterior participó, también, la Confederación Nacional Ganadera.

[6] El Consejo Nacional Empresarial, la Confederación de Cámaras Nacionales de Comercio, Servicios y Turismo, la Confederación de Cámaras Industriales de los Estados Unidos Mexicanos, la Confederación Patronal de la República Mexicana, La Cámara Nacional de la Industria de la Transformación, el Consejo Mexicano de Hombres de Negocios, la Asociación Mexicana de la Industria del Seguro, el Consejo Nacional Agropecuario, la Asociación Mexicana de Casas de Bolsa y la Cámara Nacional de Comercio de la Ciudad de México.

[7] La Secretaría del Trabajo y Previsión Social, la Secretaría de Programación y Presupuesto, la Secretaría de Comercio y Fomento Industrial, la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos y la Secretaría de Gobernación. El Presidente de México, C. Miguel de la Madrid Hurtado, encabezó las principales reuniones de la concertación.

El conjunto inicial de medidas correctivas, aplicadas a mediados de diciembre de 1987, provocó tasas de inflación elevadas tanto en dicho mes como en enero de 1988: el índice de precios al consumidor aumentó en 14.8 y 15.5%, respectivamente. Las tasas de interés alcanzaron niveles nominales muy elevados. La depreciación del peso se acentuó en ambos meses, llegando a 2,281 pesos mexicanos por dólar estadounidense a fines de febrero.

A medida que comenzaron a sentirse los resultados del programa concertado de estabilización, la inflación comenzó a disminuir notoriamente en febrero, a 8.3%, lo que permitió que tanto las tasas de interés como el tipo de cambio mantuvieran, en promedio, niveles similares a los meses anteriores.

Hacia fines de febrero, se reunieron los representantes de los trabajadores, los empresarios y el gobierno para decidir acerca de las medidas que deberían aplicarse en marzo para la segunda etapa de la política de estabilización. Se acordó lo siguiente:

a) Prorrogar por un mes el congelamiento de precios de los bienes y servicios del sector público y de los productos de la "canasta básica".
b) Mantener constantes los precios controlados.
c) Aumentar los salarios mínimos en un 3%.
d) Evitar que este incremento se transfiera a los precios no controlados.
e) Mantener invariable el tipo de cambio controlado y reducir los niveles de las tasas de interés en consonancia con las menores expectativas inflacionarias.

Los resultados obtenidos en marzo fueron alentadores: la tasa de inflación, medida por el índice de precios al consumidor, se redujo a 5.1% y, en consecuencia, la inflación anual cayó por primera vez desde principios de 1987. Asimismo, hubo una reducción sustancial y sin precedentes de los niveles de las tasas de interés, lo que reflejó una drástica reducción de las expectativas inflacionarias. Conforme a lo previsto, el tipo de cambio controlado se mantuvo congelado, en 2,281 pesos mexicanos por dólar estadounidense, sin que se observaran presiones sobre el mercado de divisas.

Las partes firmantes del Pacto se reunieron nuevamente hacia fines de marzo y esta vez decidieron establecer las medidas y los objetivos para los dos meses siguientes. El objetivo de prolongar el período fue preservar y ampliar el efecto del cambio de rumbo de la inercia inflacionaria, observada en el comportamiento de los precios en marzo, y contar con un horizonte cronológico ligeramente mayor para las decisiones de corto plazo[8].

Se convino que durante abril y mayo:

a) no se incrementarían los precios oficiales y controlados;
b) se mantendrían invariables los precios administrados;
c) se ejercería la máxima austeridad en fijar los demás precios del sector privado, que no deberían subir, ya que los costos de la mano de obra y de los insumos se habían estabilizado en gran medida y los costos financieros disminuían con rapidez;

---

[8] Hubo también una motivación política: si el período de programación más prolongado pasaba a ser la norma, entonces no había necesidad de efectuar una ronda de concertación hacia fines de junio, apenas alrededor de una semana antes de las elecciónes presidenciales y parlamentarias.

d) se mantendrían los salarios a los niveles existentes, y

e) no se seguiría depreciando el tipo de cambio controlado y se seguirían ajustando los niveles de las tasas de interés de manera que reflejaran las mejores expectativas inflacionarias.

Los resultados de la aplicación del programa en abril y mayo siguieron siendo alentadores: la inflación registró un nuevo descenso, mayor que el previsto, pues disminuyó a 3.1% en abril y a 1.9% en mayo. La estabilidad cambiaria mantenida no erosionó en forma importante las reservas de divisas y, junto con las expectativas inflacionarias, los niveles de las tasas de interés siguieron reduciéndose.

Alentados por estos resultados los representantes laborales, empresariales y gubernamentales acordaron a fines de mayo, prorrogar el programa por otros tres meses (junio a agosto). Las decisiones principales que se tomaron fueron las siguientes:

a) continuar con el congelamiento de los salarios mínimos y de otra índole, los precios de los bienes y servicios del sector público y los precios de los bienes incluídos en la "canasta básica";

b) seguir negando la autorización para incrementar los precios administrados;

c) aplicar ciertas reducciones de precios, dada la notoria caída de los costos de producción acumulada durante los tres meses anteriores;

d) mantener invariable el tipo de cambio controlado al nivel al que se había congelado desde comienzos de marzo (2,281 pesos mexicanos por dólar estadounidense); y

e) seguir reduciendo las tasas de interés nominales, en consonancia con la notoria reducción de las expectativas inflacionarias.

El índice de precios al consumidor subió 2% en junio, 1.7% en julio y 0.9% en agosto. A fines de este período trimestral, en agosto, las tasas de interés anual promedio de los principales indicadores se redujó en casi 10 puntos porcentuales en relación al mes de mayo. Las reservas internacionales mantenían un buen nivel, pese al congelamiento del tipo de cambio.

La quinta ronda de concertación entre los representantes laborales, empresariales y gubernamentales se celebró a mediados de agosto y se llegó al acuerdo de prorrogar el programa por otros tres meses. Más tarde, a mediados de octubre, se acordó continuarlo por un mes más, hasta fines de año, con lo que se abarcaba un período de cuatro meses. En esta oportunidad, los participantes no sólo ratificaron las medidas ya habituales vinculadas con la estabilidad de los precios del sector público y de los bienes de la "canasta básica", el congelamiento de los salarios y del tipo de cambio, sino que convinieron varias medidas adicionales:

a) Reducciones tributarias destinadas a beneficiar a los consumidores de bajos ingresos, como la eliminación del impuesto al valor agregado (IVA) del 6% de los alimentos elaborados y los medicamentos y la disminución de un 30% de las tasas del impuesto a la renta para los contribuyentes cuyos ingresos no fueran superiores a cuatro veces el salario mínimo legal.

b) Disminución de un 3% en promedio de los precios de los bienes no sujetos a control, en particular en los sectores de los alimentos y el vestido.

En estos cuatro meses el comportamiento de los precios fue dispar. En septiembre y octubre, el índice de precios al consumidor mostró alzas muy moderadas (0.6% y 0.8%), lo que concordaba plenamente con la tendencia descendente registrada al iniciarse el programa de estabilización a comienzos de año. Sin embargo, en noviembre y diciembre los aumentos mensuales fueron de 1.3% y 2.1%. Asimismo, los precios de los artículos de la "canasta básica", congelados oficialmente, en la práctica disminuyeron en los dos primeros meses del período (-1.1% en septiembre y -0.5% en octubre), pero aumentaron en 1.3% en noviembre y 1.7% en diciembre.

Este comportamiento, reñido con los objetivos convenidos formalmente, provocó un intenso debate: los empresarios fueron acusados de no haber cumplido fielmente con los compromisos establecidos y se redoblaron las exigencias de los trabajadores para poner término al congelamiento de salarios.

Esta variación de los precios, se reflejó en las tasas de interés que dejaron de caer desde septiembre y comenzaron a subir. Además, se comenzó a notar una erosión importante de las reservas internacionales: a fines de año, su nivel alcanzaba a 6,600 millones de dólares, o sea, menos de la mitad de los 15,000 millones de dólares existentes a fines de 1987.

Cuando se examina la situación reinante a fines de 1988, se puede sostener que el programa de estabilización había logrado revertir la inercia inflacionaria. Los factores que en años anteriores habían avivado la inflación comenzaron a obrar en sentido opuesto, al terminar el año:

a) Los precios del sector público habían permanecido invariables durante doce meses consecutivos.

b) El tipo de cambio se había congelado por diez meses, sin apartarse demasiado de su valor en el mercado libre.

c) Las tasas de interés nominales se habían reducido en forma espectacular, aunque las tasas reales seguían elevadas y atrayentes.

d) El gasto del sector público se había reducido y continuaba ajustandose conforme a la disminución de las expectativas inflacionarias.

El objetivo de llegar a una tasa de inflación inferior al 2% mensual, previsto originalmente para fines de año, ya se había alcanzado en mayo; la tasa de inflación mensual media fue de 1.1% en el tercer trimestre y de 1.4% en el último. La inflación anual disminuyó de 159.2% a 51.1% en 1988.

La evolución general de la economía en 1988 estuvo determinada en gran medida por el éxito con que se aplicó el programa de estabilización. El crecimiento económico real fue de 1.1% (0.4 puntos menos que en 1987), porque los efectos restrictivos de la política de estabilización fueron contrarrestados en parte por el aumento de las exportaciones, sobre todo de productos no petroleros, la reacción positiva de la inversión privada, que aumentó en 10.1% en términos reales, y la baja de los precios de los bienes importados como consecuencia de las medidas de liberalización del comercio.

1.3.2. Segunda Etapa: de la Estabilización al Crecimiento, 1989.

El 1° de diciembre de 1988, el nuevo gobierno decidió proseguir con el enfoque de concertación social para llevar a cabo la política de estabilización[9].

A mediados de diciembre, los representantes de los trabajadores, los empresarios y el gobierno decidieron aprobar un nuevo programa, el Pacto para la Estabilidad y el Crecimiento Económico, y elaboraron las políticas que debían seguirse durante los primeros siete meses de 1989. El nuevo programa tenía una estructura similar al anterior, pero contenía importantes modificaciones. Una particularmente notable era la prolongación del período en que iban a aplicarse las medidas de política convenidas. El objetivo era reducir la incertidumbre generada por el enfoque de más corto plazo empleado en 1988 y brindarle una mejor orientación general a la política económica.

Asimismo, se revisaron los objetivos principales de la campaña de estabilización, haciendo hincapié en la necesidad de consolidar la estabilidad de precios, establecer la base para una recuperación económica gradual y firme, proteger el poder adquisitivo de los salarios y los niveles de empleo, y reducir la transferencia neta de recursos al exterior, vinculada esencialmente con el servicio de la deuda externa.

Para realizar el nuevo programa, se tomaron varias medidas iniciales en relación con los precios del sector público, los niveles del tipo de cambio y los niveles salariales:

a) Reconociendo que la congelación durante un año de los precios del sector público estaba erosionando los niveles de ingreso de dicho sector y considerando que un ajuste violento y generalizado reactivaría la inflación, se acordó ajustar los precios de algunos bienes y servicios, que el gobierno provee principalmente a las empresas industriales y comerciales, y mantener congelados los que tienen la mayor incidencia en el gasto del consumidor, tales como electricidad, gasolina y gas dómestico.

b) Tomando en consideración que la congelación durante diez meses del tipo de cambio estaba erosionando el nivel de las reservas internacionales y que pasaría todavía algún tiempo antes de que México llegara a niveles de inflación similares a los existentes en los principales países con que mantiene relaciones comerciales, se acordó depreciar el tipo de cambio a razón de un peso diario frente al dólar estadounidense, a partir del 1° de enero y hasta el 31 de julio de 1989. En consecuencia, el tipo de cambio pasaría de 2,281 a 2,491 pesos mexicanos por dólar estadounidense. Esta devaluación anunciada con anticipación, de alrededor del 9%, eliminaría la incertidumbre acerca del nivel del tipo de cambio y despejaría el temor de una devaluación importante, sin impulsar demasiado la inflación.

---

9 A comienzos de 1989, cuando se anunciaba el nuevo Pacto para la Estabilización y el Crecimiento Económico, había una sensación manifiesta de que, de continuar el éxito de la campaña de estabilización, la única restricción importante a la reactivación del crecimiento económico era la pesada carga de pagos del servicio de la deuda, que en 1988 alcanzaron a 14,200 millones de dólares, equivalentes a 43% del ingreso en cuenta corriente, y produjeron una transferencia financiera neta al exterior de 6.4% del PIB.

c) Considerando que la congelación de los salarios mínimos durante diez meses se había traducido en una nueva reducción de los niveles del salario real, y con el fin de evitar mayores pérdidas del poder adquisitivo, se acordó aumentar en 8% el nivel del salario mínimo. Se estimó que el aumento acordado era compatible con los objetivos de estabilización.

Otros elementos del nuevo programa que se aplicaría durante los primeros siete meses de 1989, eran los siguientes:

a) Los representantes de las organizaciones empresariales acordaron recomendar a sus miembros que absorbieran el aumento salarial, el ajuste del tipo de cambio y los aumentos de precios de bienes y servicios del sector público, sin elevar el precio final para los consumidores.

b) Sin embargo, en aquellos casos en que el aumento de los costos de producción con precios constantes creara escasez, podrían revisarse los precios. Además, el gobierno anunció un programa nacional de liberalización, destinado a eliminar las barreras que generan altos costos injustificados para las empresas privadas.

c) El gobierno se comprometió a seguir una política fiscal plenamente compatible con la estabilidad de precios y la recuperación gradual y sostenida de la economía.

d) Se modificaría la estructura del arancel de importación para disminuir la dispersión y eliminar las distorsiones.

Además, los principales instrumentos de la política económica estarían vinculados estrechamente con los nuevos programas de estabilización. En este sentido, se fortalecería la disciplina en la gestión de las finanzas públicas. El objetivo general para el año sería lograr una baja de 5 puntos porcentuales de la necesidad de empréstitos del sector público: de 12.3% del PIB en 1988 a 7% en 1989. La política de tasas de interés se orientaría a seguir brindando a los inversionistas rentabilidades positivas en términos reales, a fin de estimular el ahorro. Sin embargo, se preveía que en el transcurso del año–luego de que se hubiera alcanzado un acuerdo adecuado sobre la deuda y como resultado del éxito sostenido de la política de estabilización–las tasas de interés reales comenzarían a reducirse.

El nuevo programa de estabilización logró mantener controlada la inflación en los primeros siete meses de 1989, sin provocar ninguna escasez seria. El índice de precios al consumidor registró un aumento mensual promedio de 1.4% y la inflación acumulada en el período de siete meses fue de 10%. Los precios de los productos de la "canasta básica" registraron un alza mensual media de 0.8% y un aumento acumulado de 5.4% en el período de siete meses.

El comportamiento tanto de los precios al consumidor como de los precios de los bienes de la "canasta básica" durante el período fue plenamente compatible con el objetivo inicial de mantener la inflación por debajo del 20% en 1989.

La tasa de inflación en enero de 1989, 2.4%, reflejó el impacto del ajuste selectivo de los precios del sector público introducido a comienzos de año. La tasa media en los seis meses siguientes, 1.3%, mostró que el impacto tanto del alza inicial de salarios como de la depreciación diaria de la moneda mexicana fue absorbida sin grandes recuperaciones inflacionarias.

Tras el aumento observado en las tasas de interés en los últimos meses de 1988, en los primeros siete meses de 1989 se registraron pequeñas fluctuaciones, dentro de una tendencia descendiente.

El 31 de mayo de 1989, se lanzó el Plan Nacional de Desarrollo 1989-1994[10]. La estrategia económica del Plan apuntaba a dos objetivos principales: alcanzar una tasa de crecimiento económico de un 6% anual y reducir la inflación a niveles similares a los existentes en los principales países que mantienen relaciones comerciales con México. Para lograr este último objetivo, la estabilización no se concibe como una política que deba aplicarse durante un período determinado, sino como un esfuerzo constante. El criterio de la concertación social en pro de la estabilización, adoptado tanto para el Pacto de Solidaridad Económica en 1988 como para el Pacto para la Estabilidad y el Crecimiento Económico en 1989-1990, queda por ende incorporado en el proceso de planificación del desarrollo de largo plazo. A mediados de junio de 1989, los representantes laborales, empresariales y gubernamentales se reunieron para evaluar la aplicación del Pacto para la Estabilidad y el Crecimiento Económico y decidieron prorrogarlo por un período de ocho meses: desde agosto de 1989 hasta marzo de 1990. De nuevo se estimó que el hecho de tomar con bastante antelación la decisión de mantener en vigor el enfoque de concertación social en pro de la estabilización por un nuevo período más prolongado, contribuiría a consolidar los objetivos de la política de estabilización, fortalecería la certidumbre en el curso futuro de la política económica, desalentaría la especulación y ofrecería un marco más sólido para las decisiones en materia de inversión.

La nueva prórroga por ocho meses se basó en un conjunto de compromisos recíprocos formulados por los sectores gubernamental, laboral y empresarial, así como en medidas de política concreta. Los acuerdos principales fueron los siguientes:

a) El sector público mantendría sin modificaciones sus precios y tarifas.

b) El sector empresarial se comprometía "a respetar y no mover los precios", así como a proporcionar un abastecimiento suficiente y oportuno.

c) Los salarios se establecerían mediante negociaciones entre los sectores laboral y empresarial. Se acordó aumentar el salario mínimo en 6%.

d) Se continuaría la depreciación del tipo de cambio a razón de un peso diario, hasta el 31 de marzo de 1990, "sin abandonar el propósito de estabilizar el tipo de cambio tan

---

[10] El Plan establece una meta de crecimiento económico de 2.9 a 3.5% anual para 1989-1991 y de 5.3 a 6.0% anual para 1992-1994. Entre 1983 y 1988 la tasa anual de crecimiento económico fue de 0.1% en promedio. Además, el Plan establece tasas de crecimiento anual promedio para la inversión total de 6.3 y 7.3% en 1989-1991 y de 8.8 a 9.7% en 1992-1994. Entre 1983 y 1988, la inversión tuvo un crecimiento negativo anual promedio de 4.4%. Por esto, la tasa de inversión, de 19.1% en promedio del PIB en 1983-1988, debería aumentar de 22.7-23.1% en 1989-1991 y a 25.6-26.0% en 1992-1994. De conformidad con el Plan, la transferencia neta de recursos al exterior, con un promedio de 6.1% del PIB entre 1983 y 1988, debería disminuir a 1.7-2.1% en 1989-1991 y volver a disminuir a 1.5-1.7% en 1992-1994 (México, Presidencia, 1989).

pronto como las circunstancias lo permitieran". A fines del período, el tipo de cambio sería de 2,734 pesos mexicanos por dólar, con una devaluación de 9.8% en los ocho meses.

e) Se mantendría una estricta disciplina en las finanzas públicas, a fin de alcanzar los objetivos establecidos, en particular el superávit primario y la disminución de las necesidades de empréstito del sector público.

El 23 de julio de 1989, el Presidente de México anunció a la nación que se había llegado a un acuerdo con los bancos respecto a la deuda externa del país. Dicho acuerdo fue posterior a los suscritos durante el año con el Fondo Monetario Internacional, el Banco Mundial y el Club de París. En su conjunto, estos acuerdos eliminaron el obstáculo principal que se oponía a la reactivación del crecimiento económico, a saber, el monto excesivo de las transferencias netas de recursos al exterior para servir la deuda externa. Se estima que una vez que los acuerdos estuvieran en plena vigencia, la transferencia neta de recursos al exterior disminuiría de 6.4% en 1988 a menos de 3% del PIB del país.

Tanto en agosto como en septiembre la inflación fue del 1% mensual, lo que dió una tasa acumulada de 12% para los primeros nueve meses del año, pese a los aumentos salariales y a la depreciación constante del peso mexicano.

Un factor preponderante para mantener a raya la inflación fue la caída sustancial de las tasas de interés. Esta caída sustancial de las tasas de interés fue el resultado directo de la negociación de la deuda, que eliminó el factor principal de incertidumbre acerca de las perspectivas económicas de México.

En el último trimestre de 1989 surgieron algunas señales de alerta. Según estimaciones preliminares, la inflación en octubre subió en 1.3%, en noviembre llegó a 2.1% (y ya iba en 1.8% en la primera quincena de diciembre), lo que despertó temores de que se estuviera formando una "burbuja inflacionaria", pese a lá aplicación permanente del programa de estabilización. A partir de octubre, las tasas de interés experimentaron un alza moderada. Las noticias del frente externo no eran alentadoras, pues disminuía la tasa de aumento de las exportaciones de manufacturas y aumentaba el déficit en cuenta corriente. En la esfera de las finanzas públicas, el gasto adicional que significó el alza de las tasas de interés comenzó a ejercer presión, en particular tras estar congelados casi por dos años los precios de los principales bienes y servicios del sector público.

Todos estos factores estimularon un intenso debate público sobre las perspectivas del programa de estabilización y, en particular, sobre la transición desde la etapa de las políticas de estabilización basadas en la concertación social hasta la del juego libre y abierto de las fuerzas del mercado a comienzos de 1990.

A principios de diciembre, los representantes laborales, empresariales y gubernamentales se reunieron nuevamente para evaluar la aplicación del programa de estabilización. Decidieron prorrogar la aplicación del Pacto, en las condiciones acordadas en junio de 1989 y vigentes desde agosto, por un período adicional de cuatro meses, hasta fines de julio de 1990. Así, el período de concertación, previsto originalmente por ocho meses, abarcaría un año en la práctica. Al hacer uso de la palabra en esta reunión, el Presidente de México,

C. Carlos Salinas de Gortari, destacó que el objetivo de la política de estabilización no era inmovilizar o congelar todos los precios, sino garantizar la estabilidad general de precios y asegurarse contra los aumentos no convenidos por las partes.

En consecuencia, se introdujeron dos modificaciones importantes:

a) Un aumento, equivalente al 5% en promedio, en los precios de la gasolina y demás bienes y servicios producidos por el sector público, como la electricidad, a fin de evitar una mayor erosión de los ingresos públicos y un deterioro de la posición financiera de las empresas del sector público involucradas.

b) Un aumento del 10% del salario mínimo, que entraría en vigor a partir del 1° de diciembre, a fin de mantener el objetivo de prevenir en general una mayor disminución del poder adquisitivo de los trabajadores.

Desde la firma del Pacto de Solidaridad Económica, en diciembre de 1987, había habido un sistema de evaluación permanente.

Las partes firmantes del proceso de concertación–representantes laborales, empresariales y gubernamentales–integraron una Comisión de Seguimiento y Evaluación.

La Comisión estaba facultada para tomar medidas disciplinarias e, incluso, servía de foro para examinar constantemente el comportamiento de los agentes económicos participantes en la aplicación de la política de estabilización. Durante las reuniones de la Comisión se analizaban detenidamente tanto la política de gasto del gobierno como las decisiones privadas de fijar los precios.

Es importante subrayar el rasgo de concertación social que tuvo el programa estabilizador en México, considerando que gran parte del éxito parcial que obtuvo en sus metas se debió a la necesidad que tenía la ciudadanía de participar activamente en la reducción de la inflación, así como notar que el fracaso final de este programa puede atribuirse a diversas razones tanto de carácter político como económico, entre las cuales se encuentran los asesinatos políticos, como el del candidato a la presidencia de la República Mexicana por el Partido Revolucionario Institucional, PRI, el C. Luis Donaldo Colosio que propició la pérdida de credibilidad en la estabilidad de la economía mexicana, con la consecuente salida de los llamados capitales golondrinos. Dentro de las causas de carácter económico consideramos la sobrevaluación del peso mexicano en base al tipo de cambio que se mantuvo en una banda controlada, lo cual provoco la disminución acelerada de las reservas en moneda extranjera, con los desajustes económicos que esto conlleva.

1.4. Argentina.

La explicación de la crisis ocurrida en Argentina a finales de 1980 y principios de 1981, se podría encontrar en la incoherencia habida, desde los inicios del plan, entre la política monetaria y la política cambiaria que, en un contexto de mayor apertura financiera al exterior, además de afectar la tendencia seguida por el tipo de cambio real, afectó el comportamiento seguido por las tasas nominal y real de interés. Si bien elementos exógenos como los aumentos de las tasas de interés internacionales y la recesión mundial agravaron la magnitud de la crisis, es en el factor previamente mencionado donde se encuentra la causa principal de la misma.

El 20 de diciembre de 1978 se inicia un plan de estabilización cuyo principal objetivo fue reducir la inflación, utilizando para ello como principal instrumento el aviso previo del deslizamiento del tipo de cambio. Conjuntamente, se anunciaron una serie de pautas de comportamiento en el tiempo de variables tales como la expansión del crédito bancario, del salario mínimo y de las tarifas de servicios públicos[11]. Asimismo, se inició un programa de reducción arancelaria y un conjunto de medidas tendientes a liberalizar la cuenta de capital, lo cual vino a complementar la liberalización del sistema financiero iniciado en 1977.

A fin de evaluar este plan de estabilización es necesario analizar el comportamiento seguido por la política monetaria y su congruencia con la pauta cambiaria.

En el período inicial de dicho plan (diciembre de 1978) se redujo significativamente el financiamiento del déficit fiscal por el Banco Central. Sin embargo, se registraron aumentos, en los créditos concedidos por la autoridad monetaria a las instituciones financieras, así como en la Cuenta de Regulación Monetaria, estimulando el crecimiento promedio trimestral del crédito. A partir de 1980 se adiciona un mayor financiamiento del déficit fiscal, cuyo impacto en la base monetaria es, no obstante, compensado por una sensible disminución en el componente externo. De esta manera a partir de 1980 el crédito sobresale como el factor determinante en el comportamiento de la base monetaria.

Este cambio en la composición de la base monetaria se reflejó en disminuciones sostenidas de la expansión anual de la oferta monetaria, M1, a pesar de las disminuciones sustanciales en el encaje legal[12] y de las bajas en el coeficiente de liquidez del público. En consecuencia, puede observarse una estracha correlación entre la tendencia decreciente de la oferta monetaria, M1, y el comportamiento de la inflación.

A pesar de la tendencia decreciente en la tasa de inflación, se presentó también una caída del tipo de cambio real, probablemente debido a que la evolución de los precios no siguió al efecto de expectativas derivadas de la pauta cambiaria, sino que más bien reflejó la política monetaria efectivamente implementada. No obstante el comportamiento del tipo de cambio real, el mejoramiento de los términos de intercambio hasta el tercer trimestre de 1979 hizo posible registrar un saldo favorable en la balanza comercial. A partir del cuarto trimestre de 1979, los términos de intercambio revierten hacia un deterioro, sumándose al efecto negativo del tipo de cambio real, tornando deficitaria la balanza comercial.

Por otra parte, la balanza de servicios fue crecientemente deficitaria debido a un mayor uso del crédito externo por parte del sector privado y a la presión de las tasas de interés externas a partir del último trimestre de 1980. Es así que a la tendencia seguida por la

---

[11] En lo referente a la expansión del crédito interno, no más de 15% hasta marzo de 1979 y no más de 30% hasta junio de 1979, para el salario mínimo un reajuste del 4% mensual y para las tarifas un ajuste del 5.9% en enero, decreciendo lentamente hasta alcanzar 4.5% en agosto de 1979.

[12] Estas disminuciones en el encaje legal, desde 1977, cumplían con el objetivo de liberalizar el sistema financiero, e incluso se postulaba su eventual eliminación.

balanza comercial se suma el creciente déficit en la balanza de servicios, explicándose el fuerte aumento registrado en el déficit en cuenta corriente.

El fuerte aumento registrado, durante 1978-1979, en el superávit de la balanza de capital más que compensó la tendencia seguida por el déficit de cuenta corriente, generando un fuerte aumento en la acumulación de reservas internacionales, y haciendo posible proponer el ajuste del tipo de cambio. Durante 1980 la reducción del superávit de la balanza de capital aunado al fuerte aumento registrado en el déficit en cuenta corriente provocaron una fuerte desacumulación de reservas internacionales, que generó serias presiones sobre el tipo de cambio y fue uno de los elementos que indujo a las autoridades a adoptar una política cambiaria más activa en marzo de 1981, poniendo fin al período de estabilización iniciado en diciembre de 1978.

La reducción observada durante 1980 en el superávit de la balanza de capital se explica fundamentalmente por los efectos que sobre esta cuenta tienen las expectativas de devaluación, principalmente en una economía abierta a los movimientos de capitales, y la incertidumbre que acompañó el cambio de Gobierno. Estos factores, entre otros, parecen explicar la fuerte reducción en el superávit de la cuenta de capital a pesar de que en ese año se incrementaron sustancialmente la inversión extranjera directa y el endeudamiento neto del sector público.

En una economía abierta a los movimientos de capitales el arbitraje promoverá que la tasa interna de interés sea igual a la internacional más la tasa de devaluación. Sin embargo, en el caso de la economía argentina la tasa de interés nominal, a pesar de su tendencia decreciente, excedió sustancialmente y en forma creciente el monto indicado por la definición anterior. La diferencia creciente en la condición de paridad puede ser explicada por el riesgo cambiario observado durante todo el período. Dicho riesgo fue afectado, en el período inicial por el deterioro en el tipo de cambio real, y a partir de 1980 por los fuertes aumentos registrados en el déficit en cuenta corriente y en la tasa de expansión del componente interno de la base.

En base al análisis anterior podría afirmarse que una de las causas principales de la crisis ocurrida en la economía argentina a finales de 1980 y principios de 1981 se encuentra en la incongruencia que había, desde los inicios del plan, entre la política cambiaria y la política monetaria, reflejada en una permanente caída del tipo real de cambio. Si bien el mayor endeudamiento externo, principalmente del sector privado, hizo posible retardar el ajuste cambiario, éste fue, ya para 1980, insuficiente para financiar el creciente déficit de la cuenta corriente, obligando a las autoridades a abandonar la pauta cambiaria en marzo de 1981. Si bien factores externos como la recesión mundial y el deterioro de los términos de intercambio, que acompañaron a la revaluación del dólar con respecto a las principales monedas europeas, afectaron la tendencia seguida por el déficit de cuenta corriente en los factores previamente mencionados donde se encuentra la explicación de la misma.

Esta incongruencia en una economía abierta a los movimientos de capitales, generó un creciente diferencial entre la tasa de interés interna y el costo financiero externo, que con una tasa de inflación decreciente generó ya desde finales de 1979 tasas reales de interés positivas, que en un clima de incertidumbre afectaron seriamente al sector real de la economía.

Para 1985 se implemento en Argentina el llamado "shock heterodoxo" o "Plan Austral" para abatir la inflación, el cual tenia como principales características las siguientes:

1. La moneda es sustituida por una nueva, una unidad de la nueva moneda era igual a mil unidades de la moneda vieja.
2. Se congelaron temporalmente los precios y los salarios.
3. La indexación de los salarios e instrumentos monetarios es abolida.
4. Con el regreso a la estabilidad de precios, mejorando la posición fiscal en varias de las cuentas del gobierno y con la ayuda de movimientos austeros adicionales, el gobierno reduciría sus necesidades de prestamos del Banco Central.
5. Se hicieron pre-reformas que comprendian pagos contratados en fechas futuras. Bajo el supuesto de haber realizado la previsión para la inflación, los términos de los compromisos contraídos con fechas de liquidación futura fueron modificados para aplicar una tabla de conversiones en pagos futuros en la nueva moneda, la cual establecía una serie de equivalencias entre la nueva moneda y la vieja moneda, dependiendiendo de la fecha de liquidacíón de los contratos, de acuerdo con una estimación oficial de la inflación bajo el nuevo y el viejo régimen.

El objetivo principal de estas medidas fue romper las expectativas inflacionarias y contener algún impacto de la recesión, al no fijarse exclusivamente en el agregado monetario. Un papel muy importante fue el jugado por los controles de precios y salarios, este fue el principal aspecto heterodoxo del plan, mientras la tabla de conversiones fue su mayor innovación técnica. Para su considerable extensión, el éxito de las reformas fue la intensión de resistir en la espera de un nuevo "contrato social" o "plan de concertación social".

1.6. Chile.

La experiencia de la crisis chilena, durante el período 1981-1982, se encuentra en el deterioro de los términos de intercambio y en la fuerte reducción en el precio en dólares de los bienes comerciables que generó la revaluación del dólar, lo que, en conjunción con el mantenimiento de una política contraccionista interna, produjo un fuerte impacto deflacionario en la economía chilena.

El fuerte impacto deflacionario provocó efectos reales importantes debido a las políticas de apertura financiera y de indexación salarial que regían en ese momento en la economía chilena. Si bien la recesión mundial y los aumentos en las tasas de interés internacionales agravaron la magnitud de la crisis.

Chile, al igual que Argentina, llevó a cabo un plan de estabilización–diciembre de 1977 a junio de 1979–cuyo instrumento principal fue el aviso previo del deslizamiento del tipo de cambio, acompañado de reformas en el sector financiero interno y en el sector fiscal, así como de las medidas tendientes a una mayor apertura financiera y comercial hacia el exterior.

La experiencia chilena fue en varios aspectos diferente a la de los demás países. En lo referente a la apertura comercial, Chile tuvo más éxito. En julio de 1979, mes en el cual concluye el programa de desgravación arancelaria, los aranceles promedio alcanzaban una tasa uniforme de 10%, salvo algunas excepciones. Chile, a diferencia de Argentina, logra reducir significativamente la participación del déficit fiscal en el producto, tornándola ya para 1979 en un superávit de 1.6% en relación al producto. La reducción persistente del financiamiento monetario del déficit fiscal y la política contraccionista seguida por el Banco Central hacia el sector privado y financiero explican la tendencia seguida durante el período por la tasa de crecimiento promedio de la base monetaria.

Si bien durante este período se observa un contínuo aumento en el multiplicador, debido a las reducciones observadas en los coeficientes de reservas requeridas[14] y al descenso en el coeficiente de retención de billetes, éste fue más que compensado por la fuerte reducción observada en la tasa de crecimiento promedio de la base monetaria, determinado primordialmente por la contracción de la tasa de crecimiento promedio del crédito del Banco Central. En consecuencia, una tendencia hacia la baja de la oferta monetaria.

La congruencia habida durante este período entre la política monetaria y cambiaria, y la eficiente apertura comercial alcanzada explican los logros del programa anti-inflacionario en este lapso, medido por el índice de precios al consumidor que pasó de 63.5% en 1977 a 30.3% en 1978.

En lo referente a la reforma financiera interna podría afirmarse que éste logró el objetivo de liberalizar las tasas de interés y de eliminar las trabas de carácter institucional. No así en lo referente a la apertura financiera externa, donde si bien la cuenta de capital se abrió relativamente más respecto al período previo, ésta permaneció cerrada a los movimientos de capital a corto plazo para períodos de dos años y medio, además de que permanecieron ciertas restricciones al libre arbitraje de monedas y depósitos. Esta política de apertura financiera externa incompleta puede explicar el elevado, aunque decreciente, diferencial que se mantuvo entre las tasas de interés, interna y externa, no obstante el fuerte flujo de capital externo registrado en este período. Dada la notable disminución de la tasa de interés en el lapso comprendido entre 1978-1979.

Por último, cabe destacar que durante este período, Chile inicia una política de indexación salarial que mantuvo su vigencia durante todo el período de análisis, consistiendo en el ajuste trimestral del salario nominal, de acuerdo con la evolución de la inflación en los dos meses anteriores. Esta política de indexación salarial en un contexto de inflación decreciente generó continuos aumentos en el salario real.

Las elevadas tasas reales de interés y los incrementos en el salario real no impidieron que el producto interno bruto registrara en este período el crecimiento más alto de toda la década. El componente del producto interno bruto que registró la más elevada tasa de crecimiento fue la inversión en capital fijo, que creció en 17.3% durante 1978. Entre

[14] Al igual que en Argentina, uno de los objetivos de la reforma financiera interna fue la gradual reducción de los coeficientes de reservas requeridas.

sus componentes figuran el sector construcción, 11.9%, y el sector maquinaria y equipo importado, 20.8%. Este comportamiento se debió, entre otros factores al aumento de la tasa de rendimiento del capital, avalada por el desarrollo de nuevos mercados y por la diversificación del sector exportador; por otro lado, es posible qua haya jugado un papel de importancia el aumento en la disponibilidad de recursos financieros, internos y externos, provenientes de las reformas de los mercados financieros respectivos. Si bien ésto afectó la productividad del capital, tuvo también un costo, puesto que aumentó la vulnerabilidad externa del país.

El fuerte arbitraje de recursos externos permitió financiar el déficit en cuenta corriente, que se dió en forma significativa debido al deterioro en los términos de intercambio y a la expansión de la demanda agregada.

En este contexto es que Chile abandonó la "tablita" devaluatoria en junio de 1979 para adoptar un tipo de cambio fijo. El abandono de la pauta cambiaria en Chile se dió en una coyuntura interna y externa opuesta a la que se dio en el caso de Argentina y Uruguay. Chile abandona la "tablita" cuando ésta ya había logrado su objetivo, esto es, reducir la inflación, y se cumplen todos los requerimientos para fijar el tipo de cambio. Por el contrario, Argentina y Uruguay abandonan la "tablita" por la inconsistencia interna de sus políticas económicas, que hizo insostenible la permanencia del ritmo devaluatorio.

La elección de un tipo de cambio fijo con respecto al dólar en junio de 1979 se debió a los vínculos comerciales y financieros con el área del dólar y especialmente a que en Chile se cumplían en ese momento los requerimientos necesarios para fijar el tipo de cambio, es decir, se había logrado acumular un volumen importante de reservas internacionales y se había alcanzado el equilibrio fiscal.

Si bien a partir de la fijación del tipo de cambio la política monetaria continúa con su carácter contraccionista[15] se empieza a observar una cierta inflexibilidad a la baja de los precios internos debido, en parte, a la política de indexación salarial, lo que a su vez generó una fuerte caída en el tipo de cambio real a finales de 1979. Esta pérdida de competitividad, y el carácter contractivo de la política monetaria pudieron haber ocasionado una fuerte recesión de no ocurrir un fuerte aumento en el flujo neto de capitales externos.

Durante 1980 y, probablemente, debido a la inflexibilidad de precios por la indización salarial, la tasa de interés real en Chile mostró una tendencia decreciente, estimulando fuertemente la demanda agregada. Nuevamente, al igual que en el período previo, el componente que registra la más elevada tasa de crecimiento fue la inversión en capital fijo, la cual creció 21.9% en 1980. De sus componentes, los que mostraron mayor dinamismo fueron el sector construcción con una expansión de 24.1% en 1980 y la inversión en equipo de transporte importado que aumentó en 27.8% en 1980. A pesar de la expansión sostenida en la demanda agregada, la inflación se redujo en forma drástica de 38.9% en 1979 a 9.5% en 1981.

---

[15] Los componentes de la oferta monetaria mantienen la misma tendencia que venía siguiendo desde el inicio del plan.

El aumento registrado en la demanda agregada y la caída observada en el tipo de cambio real explican el crecimiento en el déficit de la balanza comercial. Sin embargo, los importantes flujos de capital externo en dicho año hicieron posible aumentos sustanciales en las reservas internacionales netas.

En el período 1977-1980 el creciente aunque aún moderado déficit en cuenta corriente es más que financiado por el saldo en la cuenta de capital, permitiendo lograr un continuo aumento en la acumulación neta de reservas internacionales. Esto, además de financiar el gasto excedente de la economía, explica también, la tendencia seguida por el nivel de precios, dado el marco de una política monetaria restrictiva. Sin embargo, a partir de 1981 a pesar del importante aumento registrado en el superávit de la balanza de capital, éste apenas pudo financiar el drástico aumento registrado en el déficit de cuenta corriente, que en conjunción con la aún vigente política contractiva del Banco Central, además de afectar la tendencia seguida por el nivel de precios, afectó seriamente algunos sectores de la economía.

Si bien, la evolución del déficit de cuenta corriente a lo largo del período 1977-1980 se explica primordialmente por los fuertes aumentos registrados en la demanda agregada, así como por el deterioro del tipo de cambio real desde finales de 1979 y por el alto uso que el sector privado venía haciendo del ahorro externo, otro elemento a partir de finales de 1980 y principios de 1981 ayuda a explicar el comportamiento del déficit en cuenta corriente. Dicho elemento es la revaluación del dólar con respecto a las principales monedas europeas.

Es justamente por este nuevo elemento, la revaluación del dólar, que en conjunción con las políticas de indexación salarial, de apertura financiera y de crédito, que se generan las causas que llevarían a revertir la tendencia seguida por las principales variables macroeconómicas a partir del tercer trimestre de 1981, y que llevarían a Chile a una profunda crisis en 1982. Si bien estas causas se vieron reforzadas aún más por los aumentos registrados en la tasa de interés internacional, así como por la reducción de la disponibilidad de crédito externo, que acompañaron a la revaluación del dólar, y por la recesión mundial, no son estos elementos la causa principal de la crisis.

La revaluación del dólar a finales de 1980 y principios de 1981 generó una fuerte reducción en el precio en dólares de los bienes comerciables internacionalmente, así como un deterioro en los términos de intercambio externos de la economía chilena.

El descenso mayor en los precios de exportación respecto a los de importación debido en parte, a la revaluación del dólar y, en parte también al deterioro de los términos de intercambio por la recesión mundial, ocasionaron el fuerte déficit de la balanza comercial registrado en ese período.

A la tendencia del déficit de la balanza comercial en 1981, se sumó el efecto que tuvieron los continuos aumentos de las tasas de interés internacionales, sobre la cuenta de servicios, incidiendo en un incremento sustancial del déficit de la cuenta corriente, que no pudo ser financiado con fondos externos, resultando en una pérdida considerable de reservas internacionales.

La menor acumulación neta de reservas internacionales, aunada a la política restrictiva del Banco Central aún vigente y la fuerte caída en los precios en dólares de los bienes comerciales, son factores que ayudan a explicar la tendencia de la inflación durante 1981.

Simultáneamente, la política de apertura financiera externa que aseguraba la presencia de costos de transacción, los aumentos de las tasas de interés internacionales, la existencia de cierto riesgo de devaluación a finales de 1981[16] y la menor disponibilidad de ahorro externo, en el contexto de una política contractiva interna, generaron aumentos en la tasa nominal de interés, los cuales junto a la tendencia seguida por la inflación provocaron aumentos sustanciales en la tasa real de interés.

Asimismo, el aumento de la tasa de interés real en 1981 respecto a 1980 y el deterioro en los términos de intercambio parecen ser factores importantes que explican la reducción observada en la tasa de crecimiento de la inversión bruta fija, que pasó de 21.9% en 1980 a 14.7% en 1981. La conclusión anterior se deriva al observar que de los sectores de la inversión bruta fija el que más decreció en valor absoluto fue el de la construcción en edificación habitacional, actividad que se torna muy sensible a los cambios de las variables antes mencionadas.

Desde finales de 1981 y hasta el tercer trimestre de 1982, a la menor acumulación neta de reservas internacionales, se suma la menor disponibilidad de ahorro externo, debido al cambio de las perspectivas sobre la economía chilena[17] y a la crisis de líquidez internacional, la cual indujo a los agentes económicos a ajustar sus saldos monetarios deseados vía la disminución en la demanda agregada.

La drástica reducción observada en la acumulación de reservas internacionales produjo una fuerte contracción en la tasa de expansión promedio de la base monetaria, a pesar de que durante este período se observa una cierta expansión de la política de crédito del Banco Central al sector privado y financiero, que se podría explicar; por la quiebra de algunas instituciones financieras. Sin embargo, el desequilibrio generado por ello en el mercado monetario no pudo ser corregido por la acumulación de reservas internacionales, debido a que la cuenta de capital a corto plazo permanecía aún cerrada y por la menor disponibilidad de ahorro externo, por lo que el ajuste del mercado monetario tuvo que hacerse mediante la disminución de consumo e inversión.

La contracción en la base monetaria, la caída en el precio de los bienes comerciables, provocada por la revaluación del dólar durante 1982, son los factores que parecen explicar la tendencia seguida, hasta el segundo trimestre de 1982, por la inflación interna. Sin embargo, a pesar de la drástica reducción observada en la tasa de inflación, el tipo de cambio real continuó con su tendencia decreciente, lo que se explica por la inflexibilidad a

---

16 Resultante de la ayuda financiera que prestó el Banco Central en noviembre de 1981 a las instituciones finacieras, que presentaban una proporción significativa de sus activos en colocaciones de difícil recuperación, y de la tendencia seguida por el déficit en cuenta corriente.

17 El elevado endeudamiento del país, el creciente déficit en cuenta corriente, la quiebra de algunas empresas y la intervención de algunas instituciones financieras a finales de 1981 provocaron una disminución considerable de los fondos disponibles provenientes de la banca internacional.

la baja que mostraron los bienes no comerciables internacionalmente, debido a los continuos aumentos del salario real provocados por la política de indexación salarial.

La inflexibilidad a la baja de los bienes no comerciables provocó que el ajuste de precios relativos se realizara mediante la disminución del empleo, agravando aquélla los efectos que sobre el empleo pudo haber tenido la fuerte contracción de la demanda agregada.

Por otra parte, la menor afluencia de capital, en el contexto de una política contractiva interna, parece explicar la tendencia creciente seguida por el diferencial de tasas de interés, que aunado a la fuerte reducción observada de la tasa de inflación explica el fuerte aumento registrado durante 1982 en el costo real del crédito agravando aún más la caída del gasto, particularmente en la inversión. Es así que la inversión bruta fija en términos reales decreció en 37.4% en 1982.

Los factores previamente mencionados generaron un fuerte impacto recesivo en la economía chilena, afectando seriamente al sector real de la economía y al mercado de trabajo, además de provocar problemas de insolvencia en algunas instituciones financieras.

La situación prevaleciente en la economía durante los dos primeros trimestres de 1982 obligó a las autoridades a invertir la política contraccionista que seguía desde 1975 a fin de reactivar la economía; de ahí que la situación de las finanzas públicas se volviera deficitaria, se incorporase mayor flexibilidd a los salarios reales y, en junio de 1982, se devaluase el tipo de cambio en 18%, poniendo fin al período del tipo de cambio fijo.

La causa principal de la crisis ocurrida en la economía chilena se encuentra en el alto grado de dependencia al ahorro externo que se desarrolló en ésta, principalmente a partir del período del tipo de cambio fijo, que se ve agravado aún más cuando se da en un contexto en que no todos los mercados son libres o que éstos no son lo suficientemente flexibles o adaptables a cambios en las condiciones económicas, ya sea de carácter exógeno o endógeno.

La permanencia de una política contractiva interna cuando se reduce drásticamente la disponibilidad de ahorro externo, ya sea por el fuerte aumento ocurrido durante 1981 en el déficit en cuenta corriente o por la fuerte reducción en la disponibildad de ahorro externo, que se observó en 1982, determinó un fuerte impacto deflacionario que generó efectos reales importantes, debido primordialmente a la inflexibilidad a la baja de los salarios y a la política de apertura financiera. Si bien estos efectos fueron agravados, aún más, por elementos exógenos como la recesión mundial y los aumentos en las tasas de interés internacionales, no son éstos la causa primera de la crisis.

1.5. Uruguay.

Los orígenes de la crisis ocurridas en Uruguay, durante 1981 y 1982, se encuentran en la dependencia del país a cambios de la economía internacional en un marco de tipo de cambio fijo.

Uruguay inicia un plan de estabilización en octubre de 1978 cuyo instrumento fue el anuncio anticipado del tipo de cambio o "tablita" de devaluación. La utilización de este instrumento anti-inflacionario, al igual que en el caso de Argentina y Chile, fue acompañada de reformas en el ámbito financiero, interno y externo, y en el sector comercial tendiente a la liberalización de la economía.

En lo referente a la liberalización financiera, el país sigue manteniendo regulaciones sobre el funcionamiento de los bancos, lo que podría explicar parcialmente las elevadas tasas de interés registradas durante el período.

En lo referente a la apertura financiera externa se lograron eliminar todas las regulaciones concernientes a los movimientos de capital y a las transacciones de los bancos con el exterior. Con lo cual se pretendía lograr la paridad de tasas de interés con respecto al exterior, y también internamente, es decir entre los depósitos en dólares y en pesos uruguayos.

Asimismo, se realizan reformas tendientes a una mayor apertura comercial ya que, al igual que en Argentina, evolucionaría en el mediano plazo en el sentido de que el período de desgravación se iniciaría en 1980 y finalizaría en 1990, hasta alcanzar una tarifa uniforme de 35%.

Es en esta coyuntura interna y externa se desarrolla el plan de estabilización que sería abandonado en noviembre de 1982 debido a que, por distintas razones, mantener la banda del tipo de cambio se hacía insostenible.

Al analizar el período de estabilización, en lo referente al comportamiento seguido por las principales variables macroeconómicas, se pueden distinguir claramente dos períodos diferentes.

El primer período abarcó de 1978 a 1979, y se caracterizó por haber registrado un elevado crecimiento del producto interno bruto real y de la inversión, con el consiguiente efecto en el empleo y una elevada tasa de inflación.

La tendencia seguida por estas variables se explica por la todavía elevada tasa de expansión de la base monetaria, originada por la expansión de los activos externos, y por los continuos aumentos observados en el multiplicador, resultante de la disminución observada en el coeficiente de retención de billetes y en la tasa de encaje [18]. Esto compensó el efecto que sobre estas variables pudo haber tenido la política anti-inflacionaria.

El carácter expansivo que adquieren durante este período los activos externos se explican por los efectos que sobre la balanza de pagos tuvieron la sobrevaluación del peso argentino y la amplia apertura de la cuenta de capital, que compensaron los continuos aumentos del déficit en cuenta corriente.

Argentina es un importante socio comercial de Uruguay, lo que se debe, en parte, al fácil acceso que los argentinos tienen al mercado uruguayo. Lo anterior implica que con un tipo de cambio sobrevaluado los argentinos podrán afectar el nivel de actividad y los precios de la economía uruguaya. Al fijar estos dos países su "tablita" con respecto al dólar estadounidense, es como si la tabla de devaluación del peso uruguayo estuviera definida con respecto al peso argentino. Lo anterior implica, dadas las tasas de devaluación realizadas por los dos países en el período, que el peso uruguayo se subvalúo con respecto al peso

[18] Reducción que constituía uno de los objetivos de la reforma financiera.

argentino, lo que, de darse la paridad del poder de compra, generaría, como efectivamente sucedió, una inflación en Uruguay menor que en Argentina, que propició un desplazamiento de demanda argentina hacia la economía uruguaya.

A los efectos que ésto tuvo sobre la acumulación de reservas se sumó la importante entrada de capitales resultante de una liberal apertura financiera al exterior, propiciada por el fuerte estímulo de la demanda agregada proveniente de la sobrevaluación del peso argentino.

La tendencia seguida por la inflación, estimulada por el exceso de demanda argentina, pasó de 46% a 83.2% en 1978 y 1979 respectivamente. La relación entre la pauta devaluatoria y el crecimiento de los precios ocasionaría un deterioro continuo del tipo de cambio real. Esto, a su vez, propició un aumento del 55% en las importaciones, así como una caída importante en las exportaciones no tradicionales, que explica el fuerte aumento registrado durante 1979 en el déficit comercial.

A pesar del aumento registrado en el déficit de cuenta corriente se registra una acumulación neta de reservas internacionales, debido al importante flujo de capital externo registrado durante el período.

La importante afluencia de ahorro externo, además de abrir la posibilidad de incrementar el gasto más allá del ingreso, dada la política contraccionista interna, presionó a la baja la tasa nominal de interés, generando tasas de interés negativas con el consecuente estímulo a la demanda agregada.

Los efectos que la sobrevaluación del peso argentino tuvieron sobre la demanda agregada, aunado a tasas reales de interés negativas y a la mayor disponibilidad de ahorro externo, parecen explicar el fuerte aumento que se registró durante 1979 en la inversión bruta fija, que fue de 19%. El componente de la inversión bruta fija que más destacó por su dinamismo fue el de la construcción.

Para 1980 el panorama externo cambia drásticamente, lo cual si bien no afecta mucho la evolución del sector real durante ese mismo año, sí sienta las bases que llevarían a partir de 1981 a revertir la tendencia que venían registrando las principales variables macroeconómicas, agravadas por los efectos que tuvieron sobre la tasa nominal de interés los problemas de liquidez internacional, lo cual sucedió en 1981, y la inconsistencia de políticas observadas durante 1982.

Desde principios de 1980, la tasa de inflación en Argentina (57.5% promedio anual) empieza a converger con la tasa de devaluación (39.4% promedio anual), el dólar se estabiliza a partir de la segunda mitad del año, y a finales se revalúa con respecto a las principales monedas.

Lo anterior implica que los elementos inflacionarios generados por la sobrevaluación del peso argentino desaparecen de la economía uruguaya para tornarse quizá deflacionarios, debido a los efectos que la revaluación del dólar genera en una economía vinculada con este. Estos elementos exógenos, junto con la política anti-inflacionaria interna, determinan la tendencia seguida por la inflación que pasó de 83.2% en 1979 a 42.8% en 1980.

El comportamiento seguido por la inflación, aunado al aumento registrado en la tasa nominal de interés, debido a la aparición del riesgo cambiario, se reflejó en tasas de interés reales menos negativas.

Si bien es cierto que durante este lapso existe coherencia entre la política monetaria y cambiaria, el reconocimiento de la dependencia con la economía de Argentina, junto a la creencia generalizada durante 1980 de que dicho país devaluaría, pudo haber aumentado las expectativas de que Uruguay abandonaría la pauta cambiaria con el consiguiente efecto en la tasa nominal de interés.

Sin embargo, durante 1980 las tasas de interés reales siguieron siendo negativas lo que permitió registrar durante el período crecimientos elevados de la inversión y del producto interno bruto real.

Es durante 1981 que, los cambios en la economía internacional, afectan al sector real de la economía uruguaya, invirtiendo drásticamente la tendencia que las principales variables mantenían desde los inicios del plan de estabilización.

La serie de importantes devaluaciones realizadas por Argentina, y en menor medida la revaluación del dólar con respecto a las principales monedas europeas, ejercieron, en conjunción con la política contractiva interna, un considerable efecto deflacionario en la economía uruguaya. Así la inflación paso de 42.8% en 1980 a 29.3% en 1981.

Esta tendencia de la inflación, en una economía integrada a los mercados de capitales, se vió reflejada en un fuerte aumento en la tasa real de interés, que ya para 1981 se vuelve positiva y creciente afectando así el nivel de inversión y por consiguiente del producto. Lo anterior reforzó los efectos deflacionarios provenientes de los reajustes del tipo de cambio en Argentina.

Durante 1981 continúa la caída del tipo de cambio real que se venía dando desde 1978 pero, a diferencia del período previo, ahora generada primordialmente por la revaluación del dólar estadounidense.

Al igual que en los períodos anteriores esta caída del tipo de cambio real se vió reflejada en el déficit de la balanza comercial que, sin embargo, decrece en valor absoluto con respecto al período previo, debido quizá al menor nivel de actividad de la economía uruguaya. Si bien durante 1981 disminuye el superávit de la cuenta de capital, debido quizá al efecto que sobre esta cuenta tiene un aumento en el riesgo de devaluación, éste hace posible nuevamente lograr una acumulación neta de reservas internacionales.

Ya para 1982 otros elementos de carácter interno y externo se conjugan con aquellos originados durante 1981 aumentando aún más la tasa real de interés. Si bien durante el período 1978-1981 existió coherencia entre política monetaria y cambiaria, ésta desaparece durante 1982, lo que, aunado al aumento de las tasas de interés internacionales, generó importantes aumentos de la tasas de interés nominales, que compensaron los efectos que el abandono de la política anti-inflacionaria tuvieron sobre la inflación. Es así que la tasa real de interés aumenta en forma considerable, agravando la tendencia que venía siguiendo la inversión desde 1981.

El creciente déficit fiscal financiado primordialmente mediante el Banco Central, además de haber disminuído la credibilidad en la pauta cambiaria, con el consiguiente efecto en la tasa de interés nominal, propició una fuga masiva de capitales durante 1982. Si bien durante 1982 el déficit comercial se redujo, debido a la fuerte caída registrada en el nivel de actividad, éste se suma al déficit de la cuenta de capital, provocado este último primordialmente por la falta de credibilidad en la pauta, generando así una fuerte desacumulación de reservas internacionales. El resultado más dramático fue el abandono de la pauta cambiaria en noviembre de 1982, cuando se dejó flotar el peso uruguayo.

La lección derivada de la experiencia uruguaya, durante el período de estabilización 1978-1982, es que en una economía pequeña, abierta e integrada a los mercados de capitales, la tasa de interés real se vuelve altamente sensible a impactos externos, siendo éstos transmitidos por medio de los precios de los bienes comerciables internacionalmente y/o de la tasa de interés nominal, lo que generará efectos reales importantes de no generarse cambios en la política económica interna, capaces de amortiguar o compensar los impactos externos.

Capítulo 2.

El Modelo Básico.

2.1. Introducción.

En las Ciencias Económicas, el modelo de Frank Ramsey (1928) es uno de los más útiles. Los conceptos introducidos por Ramsey (1928) más tarde fueron retomados por, Cass (1965) y Koopmans (1965), quienes encontraron en el modelo grandes virtudes que les permitieron obtener resultados importantes en la teoría del crecimiento económico. En este modelo los planes de ahorro de los individuos son óptimos, debido a que son iguales al ahorro que un planificador central obtiene con información perfecta.

Para el desarrollo de esta sección, en primer lugar, haremos un resumen de las principales características del modelo, desarrollamos el caso de familias (tomadoras de precios) que operan en un mercado competitivo, estudiaremos las características de las empresas, para poder encontrar el equilibrio del modelo. Para ampliar nuestro análisis veremos un modelo alternativo que nos permitira entender mejor la importancia de el planteamiento hecho por Ramsey (1928).

2.2. Modelo de Ramsey.

Las características principales del modelo de Ramsey son las siguientes:

1. Las trayectorias del consumo y de la tasa de ahorro interactúan en los mercados competitivos al ser determinados por las familias y las empresas. La tasa de ahorro es una función del stock de capital per cápita.
2. Se considera un individuo representativo con vida infinita, el cual elige niveles de consumo y ahorro que le permiten maximizar su utilidad, sujeto a una restricción presupuestal. El concepto de un individuo con vida infinita o familia inmortal corresponde a individuos de vida finita relacionados mediante un patrón de transferencias que operan entre generaciones, basados en el altruismo.
3. Las condiciones de optimalidad eliminan el ahorro ineficiente que se presenta en otros modelos como el de Solow-Swan (1956).
4. La tendencia de la tasa de ahorro a aumentar o disminuir con el desarrollo económico afecta la dinámica de transición.
5. Dentro de la economía, las familias ofrecen su trabajo a las empresas a cambio de un salario. También, reciben ingreso por la renta del capital físico que poseen, compran bienes y ahorran para acumular activos.
6. En cada familia hay uno o más adultos, quienes trabajan en la generación actual. Cuando los adultos hacen los planes de consumo y ahorro, toman en cuenta el bienestar y los recursos de sus descendientes actuales o posibles. Este modelado entre generaciones se hace considerando que la generación actual maximiza la utilidad incorporando una restricción presupuestal sobre un horizonte infinito. Esta consideración

implica que los dos valores característicos tienen signo opuesto, una indicación de que el sistema es localmente estable de punto silla.

El equilibrio dinámico sigue una trayectoria de punto silla estable mostrado por el lugar geométrico con flechas. Suponga, por ejemplo, que el valor inicial, $\hat{k}(0)$, satisface $\hat{k}(0) < \hat{k}^*$, como muestra la figura 2.1. Si el consumo inicial es $\hat{c}(0)$ entonces la economía sigue la trayectoria estacionaria hacia $(\hat{k}^*, \hat{c}^*)$.

Las otras dos posibilidades son que el consumo inicial exceda o sea menor que $\hat{c}(0)$. Si el consumo inicial excede $\hat{c}(0)$, entonces la tasa de ahorro inicial es muy pequeña para que la economía permanezca en la trayectoria estacionaria. La trayectoria eventualmente corta el lugar geométrico $\dot{\hat{k}}_t$. Después del corte, $\hat{c}_t$ continúa aumentando, y $\hat{k}_t$ empienza a decrecer. La trayectoria alcanza el eje vertical en un tiempo finito, en el punto[14] $\hat{k}_t = 0$. La condición $f(0) = 0$ implica $\hat{y} = 0$; por lo tanto, $\hat{c}_t$ debe saltar hacia abajo a cero en este punto. Debido a que este salto viola las condiciones de primer orden que subraya la ecuación (2.24), estas trayectorias–en las cuales la razón de consumo inicial excede $\hat{c}_t(0)$–no son de equilibrio.

La posibilidad final es que el consumo inicial esté por debajo de $\hat{c}(0)$. En este caso, la tasa de ahorro inicial es mucho mayor a la del estado estacionario, y la economía corta eventualmente el lugar geométrico $\dot{\hat{c}}_t = 0$. Después de que corta, $\hat{c}_t$ decrece y $\hat{k}_t$ continúa creciendo. La economía converge al punto en el cual $\dot{\hat{k}}_t = 0$ intersecta el eje horizontal. Note en particular, que $\hat{k}_t$ crece por encima del valor de la regla de oro, $\hat{k}_{oro}$, y se aproxima asintóticamente a valores altos de $\hat{k}_t$. Por lo tanto, $f'(\hat{k}_t) - \delta$ cae por debajo de $x + n$ asintóticamente, y la trayectoria viola la condición de transversalidad dada en la ecuación (2.25). Esta violación de la condición de transversalidad significa que las familias están sobre ahorrando: la utilidad podría aumentar si el consumo fuera mayor. Por consiguiente, las trayectorias en las cuales el consumo inicial está por debajo de $\hat{c}(0)$ no son equilibrios. Este resultado deja la trayectoria estacionaria de punto silla como la única posibilidad[15].

---

[14] Podemos verificar de la ecuación (2.23) que $\dot{\hat{k}}_t$ llega a ser más y más negativa en esta región. Por lo tanto, $\hat{k}_t$ debe llegar a 0 en un tiempo finito.

[15] Resultados similares se obtienen si la economía comienza con $\hat{k}(0) > \hat{k}^*$ en la figura 2.1. La única complicación aquí es que, si el capital no es reversible (no puede ser instalado y consumido), entonces podríamos tomar en cuenta la restricción de desigualdad de la inversión bruta no negativa. Este requisito, el cual corresponde a $\hat{c}_t \leq f(\hat{k}_t)$, implica $\dot{\hat{k}}_t \geq -(x+n+\delta)\hat{k}_t$ en la ecuación (2.23).

La tasa de crecimiento de estado estacionario no depende de los parámetros que describen la función de producción, $f(\cdot)$, o en los parámetros de preferencias ρ y θ que caracterizan la disposición de las familias acerca del consumo y el ahorro. Estos parámetros tienen efectos de largo palzo en los niveles de las variables.

En la figura 2.1, un deseo creciente de ahorrar–representado por una reducción en ρ ó θ–traslada la curva que representa a $\dot{\hat{c}}_t = 0$ a la derecha y deja igual a $\dot{\hat{k}}_t = 0$. Este cambio en $\dot{\hat{c}}_t = 0$ conduce a valores más altos de $\hat{c}^*$ y $\hat{k}^*$ y, por lo tanto, a un valor mayor de $\hat{y}^*$. En forma similar, un progreso tecnológico o una reducción de la tasa de depreciación, δ, mueve la curva $\dot{\hat{k}}_t = 0$ hacia arriba y a la curva $\dot{\hat{c}}_t = 0$ a la derecha. Estas traslaciones generan incrementos en $\hat{c}^*, \hat{k}^*$, y $\hat{y}^*$. Un incremento en x aumenta el término de preferencias en el tiempo, $\rho + \theta x$, en la ecuación (2.28) y también reduce el valor de $\hat{c}^*$ que corresponde a un valor dado de $\hat{k}^*$ en la ecuación (2.29). En la figura 2.1, estos cambios trasladan a $\dot{\hat{k}}_t = 0$ hacia abajo y a $\dot{\hat{c}}_t = 0$ hacia la izquierda, de ese modo se reducen $\hat{c}^*$, $\hat{k}^*$, y $\hat{y}^*$. Aunque $\hat{c}_t$ cae, la utilidad aumenta ya que el incremento en x aumenta la tasa de crecimiento de c_t relativa a $\hat{c}_t$. Finalmente, el efecto de n en $\hat{k}^*$ y $\hat{y}^*$ es cero si mantenemos a ρ fija. La ecuación (2.29) implica que $\hat{c}^*$ disminuye. Una mayor n conduce a una mayor tasa de preferencias en el tiempo (por razones discutidas antes), entonces un incremento en n reduciría $\hat{k}^*$ y $\hat{y}^*$.

2.7. Dinámica de Transición.

2.7.1. El Diagrama de Fase.

El modelo de Ramsey, a diferencia del modelo de Solow-Swan, es más interesante en cuanto a sus predicciones acerca del comportamiento de la tasa de crecimiento y otra variable a lo largo de la trayectoria de transición de un valor inicial, $\hat{k}(0)$, a el estado estacionario, $\hat{k}^*$. Las ecuaciones (2.23), (2.24), y (2.25) determinan la trayectoria de $\hat{k}_t$ $\hat{c}_t$ para un valor dado de $\hat{k}(0)$. El diagrama de fase en la figura 2.1 muestra la naturaleza de la dinámica.

Recordando que la línea vertical en $\hat{k}^*$ corresponde a la condición $\dot{\hat{c}}_t = 0$ en la ecuación (2.24), se tiene que $\hat{c}_t$ está creciendo para $\hat{k}_t < \hat{k}^*$ (donde las flechas apuntan hacia abajo) y disminuye para $\hat{k}_t > \hat{k}^*$ (donde las flechas apuntan hacia arriba).

Recordando que la curva en la figura 2.1 muestra combinaciones de $\hat{k}_t$ y $\hat{c}_t$ que satisfacen $\dot{\hat{k}}_t = 0$ en la ecuación (2.23), se tiene que $\hat{c}_t$ está decreciendo para valores de $\hat{c}_t$ arriba de la curva (donde las flechas apuntan hacia la izquierda), y crece para valores de $\hat{c}_t$ por debajo de la curva (donde las flechas apuntan a la derecha).

El sistema exhibe estabilidad de punto silla. Note en particular, que el patrón de flechas en la figura 2.1 es tal que la economía puede converger al estado estacionario si ésta inicia en dos de los cuatro cuadrantes en los cuales los dos programas dividen el espacio. La propiedad de la trayectoria de punto silla puede también ser verificada linealizando el sistema dinámico de ecuaciones alrededor del estado estacionario y notando que el determinante de la matriz característica es negativo. El signo del determinante condición; note que $\dot{\hat{c}}_t = 0$ permanece en este valor de $\hat{k}_t$ independientemente del valor de[12] $\hat{c}_t$. La clave para la determinación de $\hat{k}^*$ en la ecuación (2.28), son los rendimientos decrecientes en capital, los cuales hacen $f'(\hat{k}^*)$ una función monotónicamente decreciente de $\hat{k}^*$. Más aún, las condiciones de Inada–$f'(0) = \infty$ y $f'(\infty) = 0$–aseguran que la ecuación (2.28) se ssatisface para un valor positivo de $\hat{k}^*$.

La figura 2.1 muestra la determinación de los valores de estado estacionario, $(\hat{k}^*, \hat{c}^*)$, en la intersección de la línea vertical con la curva. En particular, con $\hat{k}^*$ determinada de la ecuación (2.28), el valor para $\hat{c}^*$ se sigue al igualar la expresión en la ecuación (2.23) a cero, obteniendo

$$\hat{c}^* = f(\hat{k}^*) - (x + n + \delta)\hat{k}^*. \tag{2.29}$$

Note que $\hat{y}^* = f(\hat{k}^*)$ es el valor de estado estacionario de $\hat{y}_t$.

Considerando la condición de transversalidad en la ecuación (2.25). Dado que $\hat{k}$ es constante en el estado estacionario, dicha condición es válida si la tasa de rendimiento del estado estacionario, $r^* = f'(\hat{k}^*) - \delta$, excede la tasa de crecimiento del estado estacionario, $x + n$. La ecuación (2.28) implica que esta condición puede escribirse como

$$\rho > n + (1 - \theta)x. \tag{2.30}$$

Si ρ no es suficientemente grande para satisfacer la ecuación (2.30), entonces el problema de optimización de la familia no es bien comportado ya que la utilidad infinita sería alcanzada si c_t crece a la tasa x. Suponemos, de aquí en adelante, que los parámetros satisfacen la ecuación (2.30).

En la figura 2.1, el valor de estado estacionario, $\hat{k}^*$, está a la izquierda de $\hat{k}_{oro}$. Esta relación siempre se satisface si la condición de transversalidad, ecuación (2.30), se satisface. El valor de estado estacionario se determina[13] de $f'(\hat{k}^*) = \delta + \rho + \theta x$, mientras el valor de la regla de oro se obtiene de $f'(\hat{k}_{oro}) = \delta + x + n$. La desigualdad en la ecuación (2.30) implica $\rho + \theta x > x + n$ y, por lo tanto, $f'(\hat{k}^*) > f'(\hat{k}_{oro})$. El resultado $\hat{k}^* > \hat{k}_{oro}$ se sigue de $f''(\hat{k}) < 0$.

La implicación es que el sobre ahorro ineficiente no puede ocurrir en el marco optimizador, si bien podría aumentar en el modelo de Solow-Swam con una tasa de ahorro constante arbitraria. La razón es que si la familia típica de vida infinita estaba sobre ahorrando, entonces se daría cuenta que ésto no era óptimo–esto es, no satisface la condición de transversalidad–y por lo tanto, se trasladaría a una trayectoria con menos ahorro. En contraste, la familia optimizadora no ahorra suficiente para alcanzar el valor de la regla de oro, $\hat{k}_{oro}$. La importancia de este hecho se refleja en la tasa de descuento efectiva, $\rho + \theta x$, lo cual hace que no merezca la pena sacrificar más del consumo actual para alcanzar el máximo de $\hat{c}_t$–esto es, el valor de la regla de oro $\hat{c}_{oro}$–en el estado estacionario.

---

[12] La ecuación (2.24) indica que $\dot{\hat{c}}_t=0$ es también satisfecha si $\hat{c}_t=0$, esto es, a lo largo del eje x en la figura 2.1.

[13] Esta condición es algunas veces llamada la regla de oro modificada.

$n+\delta)\hat{k}_t$, muestra pares de $(\hat{k}_t, \hat{c}_t)$ que satisfacen $\dot{\hat{k}}_t = 0$ en la ecuación (2.23). Note que el pico en la curva ocurre cuando $f'(\hat{k}_t) = \delta + x + n$, tal que la tasa de interés, $f'(\hat{k}_t) - \delta$, es igual a la tasa de crecimiento del producto de estado estacionario, $x + n$. Esta igualdad entre la tasa de interés y la tasa de crecimiento corresponde al nivel de la regla de oro de $\hat{k}_t$, ya que éste conduce a un máximo de $\hat{c}_t$ en el estado estacionario. Denotamos por $\hat{k}_{oro}$ el valor de $\hat{k}_t$ que corresponde a la regla de oro.

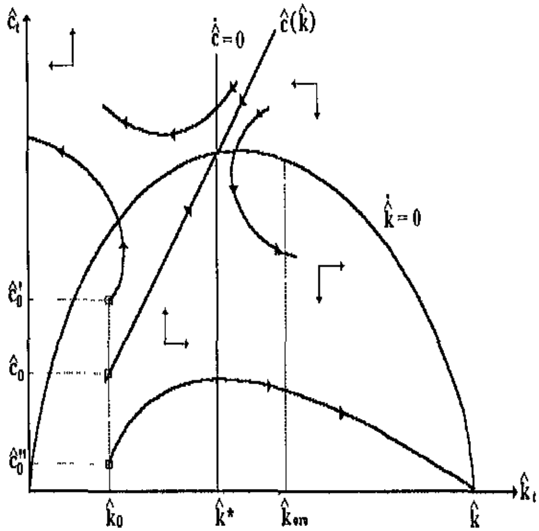

Figura 2.1. Diagrama de Fase del Modelo de Ramsey[10].

La ecuación (2.24) y la condición $\dot{\hat{c}}_t/\hat{c}_t = 0$ implican

$$f'(\hat{k}^*) = \delta + \rho + \theta x. \tag{2.28}$$

Esta ecuación dice que la tasa de interés del estado estacionario, $f'(\hat{k}_t) - \delta$, es igual a la tasa de descuento efectiva[11], $\rho + \theta x$. La línea vertical $\hat{k}^*$ en la figura 2.1 corresponde a esta

[10] La figura muestra la dinámica de transición del modelo de Ramsey. Las graficas de $\dot{\hat{c}}_t=0$ y $\dot{\hat{k}}_t=0$ dividen el espacio en cuatro regiones, y las flechas muestran las direcciones de movimientos en cada región. El modelo exhibe estabilidad de punto silla. El brazo estable es una curva con pendiente positiva que pasa a traves del origen y el estado estacionario. Iniciando en un nivel bajo de $\hat{k}=0$, la $\hat{c}=0$ óptima es baja. A lo largo de la transición, $\hat{c}=0$ y $\hat{k}=0$ crece a lo largo de sus valores de estado estacionario.

[11] La parte θx de la tasa de descuento efectivo mejora el efecto de disminuir la utilidad marginal de consumo dado un crecimiento de c_t a la tasa x. Ver ecuación (2.8).

la economía descentralizada[9]. Dado que un planificador social benevolente con poder de dictador alcanza un óptimo de Pareto, el resultado para la economía descentralizada–la cual coincide con la del planificador–debe también ser óptima de Pareto.

2.6. El Estado Estacionario.

Ahora consideramos si las condiciones de equilibrio, ecuaciones (2.23), (2.24), y (2.25), son consistentes con el estado estacionario, esto es, una situación en la que todas las cantidades crecen a una tasa constante. Primero mostramos que las tasas de crecimiento de estado estacionario de $\hat{k}_t$ y $\hat{c}_t$ deben ser cero.

Sea $(\gamma_{\hat{k}_t})^*$ la tasa de crecimiento de estado estacionario de $\hat{k}_t^*$, y $(\gamma_{\hat{c}_t})^*$ la tasa de crecimiento de estado estacionario de $\hat{c}_t^*$. En el estado estacionario, la ecuación (2.23) implica

$$\hat{c}_t = f(\hat{k}_t) - (x + n + \delta)\hat{k}_t - \hat{k}_t(\gamma_{\hat{k}_t})^*. \tag{2.26}$$

Si derivamos esta condición con respecto al tiempo, encontramos que

$$\dot{\hat{c}}_t = \dot{\hat{k}}_t \left\{ f'(\hat{k}_t) - [x + n + \delta + (\gamma_{\hat{k}_t})^*] \right\}, \tag{2.27}$$

debe satisfacerse en el estado estacionario. La expresión en las llaves es positiva debido a la condición de transversalidad mostrada en la ecuación (2.25). Por lo tanto, $(\gamma_{\hat{k}_t})^*$ y $(\gamma_{\hat{c}_t})^*$ deben tener el mismo signo.

Si $(\gamma_{\hat{k}_t})^* > 0$, entonces $\hat{k}_t \to 0$ y $f'(\hat{k}_t) \to 0$. La ecuación (2.24) implica $(\gamma_{\hat{k}_t}) < 0$, lo cual contradice el resultado de que $(\gamma_{\hat{k}_t})^*$ y $(\gamma_{\hat{c}_t})^*$ son del mismo signo. Si $(\gamma_{\hat{k}_t})^* < 0$, entonces $\hat{k}_t \to 0$ y $f'(\hat{k}_t) \to \infty$. La ecuación (2.24) implica $(\gamma_{\hat{c}_t})^* > 0$, que nuevamente contradice el resultado de que $(\gamma_{\hat{k}_t})^*$ y $(\gamma_{\hat{c}_t})^*$ sòn del mismo signo. Por lo tanto, la única posibilidad es que $(\gamma_{\hat{k}_t})^* = (\gamma_{\hat{c}_t})^* = 0$. El resultado $(\gamma_{\hat{k}_t})^* = 0$ implica $(\gamma_{\hat{y}_t})^* = 0$. Entonces, las variables por unidad de trabajo efectivo, $\hat{k}_t$, $\hat{c}_t$ y $\hat{y}_t$, son constantes en el estado estacionario. Este comportamiento implica que las variables per cápita, k_t, c_t, y y_t, crecen a la tasa x en el estado estacionario, y las variables de nivel, K_t, C_t , y Y_t, crecen a la tasa $n + x$ en el estado estacionario. Estos resultados de las tasas de crecimiento en el estado estacionario son los mismos a los del modelo de Solow-Swan, en el cual la tasa de ahorro fue exógena y constante.

Los valores de estado estacionario para $\hat{c}_t$ y $\hat{k}_t$ se determinan igualando las ecuaciones (2.23) y (2.24) a cero. La curva en la figura 2.1, la cual corresponde a $\hat{c}_t = f(\hat{k}_t) - (x +$

---

[9] El problema del planificador es elegir la trayectoria de c_t que maximice la utilidad en la ecuación (2.1), sujeto a la restricción presupuestal de la economía en la ecuación (2.23), el valor inicial $\hat{k}(0)$, y la desigualdad $c_t \geq 0$ y $\hat{k} \geq 0$. El Hamiltoniano para este problema es

$$J = u(c_t)e^{-\rho t} + v[f(\hat{k}) - ce^{-xt} - (x+n+\delta)\hat{k}].$$

La condición de primer orden conduce a la ecuación (2.24), y la condición de transversalidad conduce a la ecuación (2.25).

$$\left(\frac{\dot{c}_t - xc_t}{c_t}\right)\cdot\left(\frac{e^{-xt}}{e^{-xt}}\right) = \frac{r_t - \rho - x\theta}{\theta},$$

dado que

$$\dot{\hat{c}}_t = \dot{c}_t e^{-xt} - xc_t e^{-xt},$$

tenemos

$$\frac{\dot{\hat{c}}_t}{\hat{c}_t} = \frac{\dot{c}_t}{c_t} - x = \frac{1}{\theta}[f'(\hat{k}_t) - \delta - \rho - \theta x]. \tag{2.24}$$

Esta ecuación, junto con la ecuación (2.23), forma un sistema de dos ecuaciones diferenciales en $\hat{c}_t$ y $\hat{k}_t$. Este sistema, junto con la condición inicial, $\hat{k}_0$, y la condición de transversalidad, determina las trayectoria en el tiempo de $\hat{c}_t$ y $\hat{k}_t$.

Podemos escribir la condición de transversalidad en términos de $\hat{k}_t$ sustituyendo $a_t = k_t$ y $\hat{k}_t = k_t e^{-xt}$ en la ecuación (2.11) tenemos

$$\lim_{t\to\infty}\left[\hat{k}_t \cdot \exp\left\{-\int_0^t (f'(\hat{k}_t) - \delta - x - n)\mathrm{d}v\right\}\right] = 0. \tag{2.25}$$

Podemos interpretar este resultado si nos adelantamos para usar el resultado de que $\hat{k}_t$ tiende asintóticamente a un valor constante de estado estacionario $\hat{k}^*$. La condición de transversalidad en la ecuación (2.25), por lo tanto, requiere que $f'(\hat{k}^*) - \delta$, la tasa de rendimiento del estado estacionario, sea mayor que $x + n$, la tasa de crecimiento de estado estacionario de K_t.

2.5. Un Modelo Alternativo.

El análisis anterior fue aplicado a una economía descentralizada con familias y empresas competitivas. Sin embargo, podemos obtener las mismas ecuaciones–y, por lo tanto, los mismos resultados–bajo algún entorno alternativo. Primero, las familias podrían actuar como empresas para emplear miembros adultos de la familia como trabajadores de acuerdo con el proceso de producción, $f(\hat{k}_t)$. Entonces la ecuación (2.23) se obtiene en forma directa, y las ecuaciones (2.24) y (2.25) aún se aplican a la maximización de la función de utilidad. Entonces, la separación de funciones entre familias y empresas no es central para el análisis.

Podríamos también suponer que la economía es conducida por un planificador social benevolente quien tomará la decisión de consumo en el tiempo y quien buscará maximizar la utilidad de la familia representativa[8]. Si el planificador considera las misma preferencias como las que teníamos antes–en particular, la misma tasa de preferencias, ρ, y la misma función de utilidad, $u(c_t)$–entonces la solución será la misma que la de

[8] Pese a su falta de realismo, el mecanismo del planificador social benevolente es usado en muchas circunstancias para encontrar el resultado first-best de la economía.

dados de r_t y w_t. Por último el comportamiento de las familias y de las empresas para determinar el equilibrio competitivo.

La familia representativa debe terminar con deuda neta igual a cero; por lo tanto, los activos por persona adulta, a_t, deben ser igual al capital por trabajador, k_t. (Recuerde que el número de trabajadores debe ser igual al número de adultos, y cada adulto realiza una unidad de trabajo por unidad de tiempo). En este modelo de economía cerrada, el stock de capital doméstico, $a_t = k_t$, es propiedad de los residentes. Si la economía fuera abierta al mercado de capital internacional, entonces la diferencia entre k_t y a_t correspondería a la deuda neta de los residentes con el exterior.

La restricción presupuestal de la familia en la ecuación (2.2) determina $\dot{a}_t$, el flujo de riqueza real. Usando $a_t = k_t$, $\hat{k}_t = k_t e^{-xt}$, y las condiciones para r_t y w_t en la ecuación (2.21) y (2.22)

$$\dot{a}_t = w_t + r_t a_t - c_t - n a_t, \tag{2.2}$$

$$f'(\hat{k}_t) = r_t + \delta, \tag{2.21}$$

$$[f(\hat{k}_t) - \hat{k}_t f'(\hat{k}_t)]e^{xt} = w_t, \tag{2.22}$$

encontramos

$$\dot{k}_t = [f(\hat{k}_t) - \hat{k}_t(r_t + \delta)]e^{xt} + r_t k_t - c_t - n k_t,$$

dado que

$$\dot{\hat{k}}_t = \dot{k}_t e^{-xt} - x k_t e^{-xt},$$

$$\dot{k}_t e^{-xt} = f(\hat{k}_t) - \hat{k}_t(r_t + \delta) + r_t k_t e^{-xt} - c_t e^{-xt} - n k_t e^{-xt},$$

$$\dot{k}_t e^{-xt} - x k_t e^{-xt} = f(\hat{k}_t) - \hat{k}_t \delta - c_t e^{-xt} - n\hat{k}_t - x\hat{k}_t,$$

$$\dot{\hat{k}}_t = f(\hat{k}_t) - \hat{c}_t - (x + n + \delta)\hat{k}_t, \tag{2.23}$$

donde $\hat{c}_t = c_t/\hat{L}_t = c_t e^{-xt}$, y $\hat{k}_0$ está dado. La ecuación (2.23) es la restricción de recursos para la economía total: el cambio en el stock de capital es igual al producto menos el consumo y la depreciación, y el cambio en $\hat{k}_t \equiv K_t/\hat{L}_t$ también toma en cuenta el crecimiento en $\hat{L}_t$ a la tasa $x + n$.

La ecuación diferencial (2.23) es la relación principal que determina la evolución de $\hat{k}_t$ y, por lo tanto, de $\hat{y}_t = f(\hat{k}_t)$ en el tiempo. Resta la determinación de $\hat{c}_t$. Si nosotros sabemos la relación entre $\hat{c}_t$ y $\hat{k}_t$ (ó $\hat{y}_t$), o si tenemos otra ecuación diferencial que determine la evolución de $\hat{c}_t$, entonces podríamos estudiar la dinámica total de la economía.

El comportamiento de la tasa de ahorro no es simple, pero sabemos de la optimización de las familias que c_t crece de acuerdo con la ecuación (2.10). Si usamos las condiciones $r_t = f'(\hat{k}_t) - \delta$ y $\hat{c}_t = c_t e^{-xt}$, entonces encontramos

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{r_t - \rho}{\theta},$$

Considere una empresa de tamaño arbitrario, digamos con nivel de entrada de trabajo efectivo $\hat{L}$. Los beneficios para esta empresa pueden escribirse como

$$\Pi = \hat{L}_t[f(\hat{k}_t) - (r_t + \delta)\hat{k}_t - w_t e^{xt}]. \tag{2.20}$$

Una empresa competitiva, la cual toma a r_t y w_t como dadas, maximiza beneficios si

$$f'(\hat{k}_t) = r_t + \delta, \tag{2.21}$$

que se obtiene de las condiciones de primer orden para maximizar (2.20). Esto es, la empresa elige la razón entre capital y trabajo efectivo que iguale el producto marginal del capital al precio de renta.

El nivel de beneficios resultante es positivo, cero, o negativo dependiendo de los valores de w_t. Si los beneficios son positivos, entonces la empresa podría alcanzar beneficios infinitos. Si los beneficios son negativos, la empresa decide no producir. Por lo tanto, en un equilibrio de todos los mercados, w_t debe ser tal que los beneficios sean igual a cero; esto es, el total de los pagos de los factores, $(r_t+\delta)K_t + w_t L_t$, es igual a los ingresos brutos en la ecuación (2.20).

Para que los beneficios sean cero, la tasa de salario debe ser igual al producto marginal del trabajo correspondiendo al valor de $\hat{k}_t$ que satisface la ecuación (2.21):

$$[f(\hat{k}_t) - \hat{k}_t f'(\hat{k}_t)]e^{xt} = w_t. \tag{2.22}$$

Esto puede ser en realidad verificado al sustituir las ecuaciones (2.21) y (2.22) en la ecuación (2.20) en donde el nivel resultante de beneficios es igual a cero para algún valor de $\hat{L}_t$. En forma equivalente, si el factor de precios es igual al respectivo producto marginal, entonces el factor de pagos es justamente el que agota el total de producto (un resultado que corresponde en matemáticas al teorema de Euler)[7].

2.4. Equilibrio.

Comenzamos con el comportamiento de las familias que enfrentan una tasa de interés dada, r_t, y el salarios, w_t. Después, las empresas competitivas también enfrenta valores

[7] El teorema de Euler dice que si la función $F(K_t,\hat{L}_t)$ es homogénea de grado 1 en K_t y $\hat{L}_t$, entonces

$$F(K_t,\hat{L}_t)=F_{K_t}K_t+F_{\hat{L}_t}\hat{L}_t.$$

Este resultado puede demostrarse usando la ecuación

$$F(K_t,\hat{L}_t)=\hat{L}_t f(\hat{k}_t)F_{K_t}=f'(\hat{k}_t),$$

y

$$F_{\hat{L}_t}=f(\hat{k}_t)-\hat{k}_t f'(\hat{k}_t).$$

Las condiciones de Inada implican $f'(\hat{k}) \to \infty$ cuando $\hat{k} \to 0$ y $f'(\hat{k}) \to 0$ cuando $\hat{k} \to \infty$.

Suponemos que las empresas rentan los servicios del capital de las familias que lo poseen[6]. Por lo tanto, los costos de las empresas por capital son los pagos de rentas, los cuales son proporcionales a K_t. Esta especificación implica que los servicios del capital pueden ser crecientes o decrecientes sin incurrir en ningún gasto adicional, tal como costos por instalación de máquinas u otros cambios en la empresa.

Suponemos un sector de producción en el cual una unidad de producto puede ser usada para generar una unidad de consumo, c_t, de la familia o una unidad adicional de capital, K_t. Por lo tanto, la economía no está en una solución de esquina, en la cual todo el producto actual entra en el consumo o como nuevo capital. El precio de K_t en términos de c_t será fijo en la unidad. Ya que c_t será diferente de cero en el equilibrio, tenemos que preocuparnos sólo por la posibilidad de que ninguno de los productos entre como nuevo capital; en otras palabras, que el crecimiento de la inversión no sea cero. Aún en esta situacion, el precio de K_t en términos de c_t quedaría en la unidad si el capital fuera reversible en el sentido de que los stocks existentes pudieran ser consumidos sobre una base uno-a-uno. Con capital reversible, la inversión bruta de la economía puede ser negativa, y el precio de K_t en unidades de c_t iniciaría en la unidad. Si bien esta situación puede aplicarse a granjas de animales, los economistas usualmente suponen que la inversión es irreversible. En este caso, el precio de K_t en unidades de c_t es 1, sólo si la restricción de no negatividad de la inversión bruta agregada no se satisface con igualdad en equilibrio. Mantendremos este supuesto en el siguiente análisis.

Sea R_t el precio de renta por unidad de servicio de capital, y supongamos de nuevo que el stock de capital se deprecia a la tasa constante $\delta \geq 0$. La tasa neta de rendimiento para una familia que posee una unidad de capital es $R_t - \delta$. Recordando que las familias reciben la tasa de interés r_t sobre los fondos prestados a otras familias, dado que el capital y los préstamos son sustitutos perfectos como guardadores de valor, debemos tener $r_t = R_t - \delta$, o equivalentemente, $R_t = r_t + \delta$.

El flujo de beneficios netos de la empresa representativa, Π, en todo punto en el tiempo está dado por

$$\Pi = F(K_t, \hat{L}_t) - (r_t + \delta)K_t - w_t L_t, \tag{2.19}$$

esto es, ingreso bruto de la venta del producto, $F(K_t, \hat{L}_t)$, menos el pago a los factores, los cuales son la renta del capital, $(r_t + \delta)K_t$, y salarios de los trabajadores, wL. Suponemos que la empresa busca maximizar el valor presente de sus beneficios. Ya que las rentas de la empresa por servicios de capital y de trabajo no tienen costos de ajuste, no hay elementos intertemporales en el problema de maximización de la empresa. Esto es, el problema de maximización del valor presente de los beneficios, se reduce aquí a un problema de maximización de beneficios en cada período.

[6] Ninguno de los resultados cambiaría si las empresas son propietarias del capital, y las familias poseen parte del stock en la empresa

simplifica a $\rho - n$, lo cual es independiente de $\bar{r}(t)$. Recordando que se ha supuesto que $\rho - n > 0$.

El efecto de $\bar{r}(t)$ en μ_0, se traduce en un efecto en c_0 si mantenemos constante el término de la riqueza, $a_0 + \tilde{w}_0$. De hecho, $\tilde{w}_0$ cae con $\bar{r}(t)$ para una trayectoria dada de w_t. Este tercer efecto refuerza el efecto sustitución que mencionamos antes.

2.3. Empresas.

Las empresas producen bienes, pagan salarios por el trabajo que contratan para la producción, compran materia prima y hacen pagos de rentas por el capital que utilizan. Cada empresa tiene acceso a la tecnología de producción,

$$Y_t = F(K_t, L_t, t),$$

donde Y_t es el flujo de producto, K_t es el capital que consume la empresa en la producción (en unidades de mercancía), L_t es el trabajo (en horas hombre por año), y t es el tiempo cronológico, el cual representa progreso tecnológico externo. La función $F(\cdot)$ satisface las propiedades *neoclásicas. En particular,* $F(\cdot)$ *exhibe rendimientos constantes a escala en* K_t y L_t, y cada insumo exhibe producto marginal positivo pero decreciente ($F_{K_t} > 0$, $F_{L_t} > 0$, $F_{K_tK_t} < 0$ *y* $F_{L_tL_t} < 0$).

Un estado estacionario coexiste con progreso tecnológico a una tasa constante sólo si este progreso toma la forma de trabajo "augmenting". Por lo tanto, suponemos que la función de producción puede ser escríta como

$$Y_t = F(K_t, \hat{L}_t), \tag{2.16}$$

donde $\hat{L}_t \equiv L_t A_t$ es el trabajo efectivo utilizado como materia prima, y A_t, el nivel de la tecnología, el cual crece a la tasa constante $x \geq 0$. Por lo tanto, $A_t = e^{xt}$, donde normalizamos el nivel inicial de tecnología A_0 a 1.

Será conveniente trabajar con variables que son constantes en el estado estacionario. Por lo tanto, definiremos nuevas cantidades por unidad de trabajo efectivo:

$$\hat{y}_t \equiv \frac{Y_t}{\hat{L}_t} \quad \text{y} \quad \hat{k}_t \equiv \frac{K_t}{\hat{L}_t}.$$

La función de producción puede entonces ser escrita en forma intensiva como:

$$\hat{y}_t = f(\hat{k}_t), \tag{2.17}$$

donde $f(0) = 0$. Puede verificarse que el producto marginal de los factores está dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} &= f'(\hat{k}_t), \\ \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} &= [f(\hat{k}_t) - \hat{k}_t f'(\hat{k}_t)]e^{xt}. \end{aligned} \tag{2.18}$$

Por lo tanto, el valor presente del consumo es igual a la riqueza, definida como la suma de los activos iniciales, a_0, y el valor presente del ingreso por salario denotado por $\bar{w}_0$.

Si integramos la ecuación (2.10) en el período comprendido entre $t = 0$ y t y usamos la definición de $\bar{r}(t)$ de la ecuación (2.12) tenemos

$$\int_0^t \frac{\dot{c}(x)}{c(x)} \mathrm{d}x = \int_0^t \left(\frac{\bar{r}(t) - \rho}{\theta} \right) \mathrm{d}x,$$

$$\log c_t = \left(\frac{\bar{r}(t)(-\rho}{\theta} \right) t + c_0,$$

entonces encontramos que el consumo está dado por

$$c_t = c_0 \cdot e^{\frac{1}{\theta}(\bar{r}(t)-\rho)t}.$$

Sustituyendo este resultado para c_t en la restricción presupuestal intertemporal mostrada en la ecuación (2.13), obtenemos la función de consumo en el tiempo $t = 0$:

$$\int_0^\infty c_0 \cdot e^{\frac{1}{\theta}(\bar{r}_t - \rho)t} e^{-[\bar{r}_t - n]t} \mathrm{d}t = a_0 + \bar{w}_0,$$

$$c_0 \int_0^\infty e^{[\bar{r}(t)(1-\theta)/\theta - \rho/\theta + n]t} \mathrm{d}t = a_0 + \bar{w}_0,$$

$$c_0 = \left[\int_0^\infty e^{[\bar{r}(t)(1-\theta)/\theta - \rho/\theta + n]t} \mathrm{d}t \right]^{-1} (a_0 + \bar{w}_0),$$

$$c_0 = \mu_0 [a_0 + \bar{w}_0], \tag{2.14}$$

donde μ_0 es la propensión a consumir fuera de la riqueza, y es determinada a partir de

$$\frac{1}{\mu_0} = \int_0^\infty e^{[\bar{r}(t)(1-\theta)/\theta - \rho/\theta + n]t} \mathrm{d}t. \tag{2.15}$$

Un incremento en la tasa de interés promedio, $\bar{r}(t)$, para una riqueza dada, tiene dos efectos en la propensión marginal a consumir en la ecuación (2.15). Primero, una mayor tasa de interés aumenta el costo del consumo actual relativo al consumo futuro, y un efecto sustitución intertemporal que motiva a la gente a transformar su consumo presente en futuro. Segundo, una mayor tasa de interés tiene un efecto ingreso qué tiende a incrementar el consumo. El efecto neto de un incremento en $\bar{r}(t)$ en μ_0 depende de cual de las dos fuerzas domina.

Si $\theta < 1$, entonces μ_0 disminuye con $\bar{r}(t)$, ya que domina el efecto sustitución. La intuición es que cuando θ es bajo, las familias tienen un cuidado relativamente pequeño acerca de la suavidad del consumo, y el efecto sustitución intertemporal es grande. Sin embargo, si $\theta > 1$ entonces μ_0 aumenta con $\bar{r}(t)$, ya que el efecto sustitución es relativamente débil. Finalmente, si $\theta = 1$ (utilidad logarítmica), entonces los dos efectos se cancelan, y μ_0 se o a una tasa mayor. Con el propósito de pedir prestado en una base perpetua, las familias tendrían que encontrar prestamistas deseosos, es decir, otras familias que estuvieran dispuestas a mantener activos positivos que crecen a la tasa r_t o a una tasa mayor. Pero, en realidad sabemos de la condición de transversalidad que estas otras familias no tendrán incentivos para absorver activos asintóticamente a esta tasa alta. Por lo tanto, en equilibrio, cada familia será incapaz de pedir prestado en una "chain letter". En otras palabras, la restricción de desigualdad mostrada en la ecuación (2.3) no es arbitraria y podría, de hecho ser impuesta en equilibrio por los mercados de crédito. Enfrentadas por esta restricción, lo mejor que las familias optimizadoras pueden hacer es satisfacer la condición mostrada en la ecuación (2.11). Esto es, esta ecuación se mantiene si a_t es positiva o negativa.

2.2.1.3. La Función de Consumo.

El término $\exp\left\{-\int_0^t r(x)\mathrm{d}x\right\}$, el cual aparece en la ecuación (2.11), es un factor de valor presente que convierte una unidad de ingreso en el tiempo t a una unidad equivalente de ingreso en el tiempo $t=0$. Si $r(x)$ es igual a la constante r_t, entonces el factor de valor presente sería simplemente e^{-rt}. En forma más general, podemos pensar en una tasa de interés promedio en el período entre 0 y t, definida por

$$\bar{r}(t) = \frac{1}{t}\int_0^t r(x)\mathrm{d}x. \tag{2.12}$$

En cuyo caso, el factor de valor presente es igual a $e^{-\bar{r}_t t}$.

La ecuación (2.10) determina la tasa de crecimiento de c_t. Para determinar el nivel de c_t–esto es, la función de consumo–tenemos que usar la restricción presupuestal de flujo, la ecuación (2.2), derivada de la restricción presupuestal intertemporal de la familia. Podemos resolver la ecuación (2.2) como una ecuación diferencial lineal de primer orden en a_t tomando una restricción presupuestal intertemporal que se satisface para algún tiempo $T \geq 0$:

$$\dot{a}_t = w_t + \bar{r}(t)a_t - c_t - na_t,$$

$$\dot{a}_t - (\bar{r}(t) - n)a_t = w_t - c_t,$$

$$a_T = e^{\int_0^T (\bar{r}(t)-n)\mathrm{d}t}(a_0 + \int_0^T (w_t - c_t)e^{-\int_0^T (\bar{r}(t)-n)\mathrm{d}t}\mathrm{d}t,$$

$$a_T e^{-[\bar{r}(T)-n]T} + \int_T^0 c_t e^{-[\bar{r}(t)-n]t}\mathrm{d}t = a_0 + \int_0^T w_t e^{-[\bar{r}(t)-n]t}\mathrm{d}t,$$

donde usamos la definición de $\bar{r}(t)$ de la ecuación (2.12). Si tomamos el límite cuando $T \to \infty$, entonces el término en la parte izquierda desaparece (de la condición de transversalidad en la ecuación (2.11)), y la restricción presupuestal intertemporal toma la forma

$$\begin{aligned}\int_0^\infty c_t e^{-[\bar{r}(t)-n]t}\mathrm{d}t &= a_0 + \int_0^\infty w_t e^{-[\bar{r}(t)-n]t}\mathrm{d}t \\ &= a_0 + \bar{w}_0.\end{aligned} \tag{2.13}$$

Por lo tanto, la relación entre r_t y ρ determina si las familias eligen un patrón de consumo per cápita que aumenta en el tiempo, inicia constante, o cae en el tiempo. Un deseo bajo de sustitución intertemporal (un mayor valor de θ) implica una menor aportación de $\dot{c}_t/c_t$ a la brecha entre r_t y ρ.

2.2.1.2. Condición de Transversalidad.

La condición de transversalidad en la ecuación (2.7) dice que el valor de los activos de la familia–los cuales son iguales a a_t veces el precio sombra $v(t)$–debe aproximarse a cero cuando el tiempo tiende a infinito. Si pensamos en pérdidas infinitas al termino del horizonte de planeación, entonces la intuición es que los agentes optimizadores no quieren tener algún activo de valor al final de su vida[5]. La utilidad puede aumentar si los activos fueran utilizados en cambio para aumentar el consumo en algunos días en tiempo finito.

El precio sombra $v(t)$ cambia en el tiempo de acuerdo con la ecuación (2.6). Integrando esta ecuación con respecto al tiempo tenemos el siguiente resultado:

$$\int_0^t \frac{\dot{v}(x)}{v(x)}\mathrm{d}x = -\int_0^t (r(x) - n)\mathrm{d}x,$$

$$\log(v(t)) - \log(v(0)) = -\int_0^t (r(x) - n)\mathrm{d}x,$$

$$v(t) = v(0)\exp\left\{-\int_0^t [r(x) - n]\mathrm{d}x\right\}.$$

El término $v(0)$ es igual a $u'(c_0)$, el cual es positivo ya que c_0 es finito (si $u(c_t)$ es finita), y $u'(c_t)$ se supone positiva y tan grande como c_t cuando esta última es finita.

Si sustituimos el resultado para $v(t)$ en la ecuación (2.7), entonces la condición de transversalidad es:

$$\lim_{t\to\infty}\left[a_t \exp\left\{-\int_0^t [r(x) - n]\mathrm{d}x\right\}\right] = 0. \tag{2.11}$$

Esta ecuación implica que la cantidad de activos por persona, a_t, no crece asintóticamente a una tasa tan grande $r_t - n$, o equivalentemente, que el nivel de activos no crece a una tasa mayor a r_t. Esto sería subóptimo para familias que acumulan activos por siempre a la tasa r_t o mayor, ya que la utilidad crecería si estos activos fueran consumidos en un algún período finito.

En el caso de una familia que pide prestado, lo cual implica que a_t es negativo, la familia de vida infinita violaría la ecuación (2.11), debido a que podría pedir prestado y nunca pagar el principal o los intereses. Esta es la razón por la cual necesitamos la restricción que implica la ecuación (2.3), para excluir financiamientos por medio de "chain letter", que es el esquema en el cual la deuda de las familias crece por siempre a la tasa r_t

[5] La interpretación de la condición de transversalidad en el problema de horizonte infinito como el límite de la condición correspondiente para un problema de horizonte finito no es siempre correcta.

ecuación (2.8) muestra que para encontrar un estado estacionario en el cual r_t y $\dot{c}_t/c_t$ sean constantes, esta elasticidad debe ser constante asintóticamente. Seguimos la práctica común de suponer la forma funcional

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{(1-\theta)}, \tag{2.9}$$

donde $\theta > 0$, tal que la elasticidad de la utilidad marginal es igual[4] a la constante $-\theta$.

$$u'(c_t) = c_t^{-\theta},$$

y

$$u''(c_t) = -\theta \cdot c_t^{-\theta-1},$$

entonces,

$$-\frac{u''(c_t) \cdot c_t}{u'(c_t)} = -\frac{\theta \cdot c_t^{-\theta-1} \cdot c_t}{c_t^{-\theta}} = -\theta.$$

La elasticidad de sustitución para esta función de utilidad es la constante $\sigma = 1/\theta$. Por lo tanto, esta forma es llamada la función de utilidad de elasticidad de sustitución intertemporal constante (CES). Entre más grande sea θ, más rápida es la caída proporcional en $u'(c_t)$ en respuesta a incrementos en c_t y, por lo tanto, es menor el deseo de las familias a desviarse de un patrón de consumo uniforme, c_t, en el tiempo. Cuando θ se aproxima a cero, la función de utilidad se aproxima a una forma lineal en c_t; la linealidad significa que las familias son indiferentes entre el momento en el que realizan el consumo cuando se utiliza $r_t = \rho$.

La forma de $u(c_t)$ en la ecuación (2.9) implica que la condición de optimalidad de la ecuación (2.8) esta dada por

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{r_t - \rho}{\theta}. \tag{2.10}$$

---

que

$$\sigma = \left[\frac{c_{t_1}/c_{t_2}}{-u'(c_{t_1})/u'(c_{t_2})} \cdot \frac{d[u'(c_{t_1})/u'(c_{t_2})]}{d[c_{t_1}/c_{t_2}]} \right]^{-1},$$

donde $-u'(c_{t_1})/u'(c_{t_2})$ es la magnitud de la pendiente de la curva de indiferencia. Si tomamos t_2 cerca de t_1, encontramos la elasticidad instantánea,

$$\sigma = -\frac{u'(c_t)}{cu''(c)},$$

la cual es la inversa de la magnitud de la elasticidad de la utilidad marginal.

4 El restar 1 en el numerador en la fórmula (2.9) es conveniente, ya que esto implica que $u(c_t)$ se aproxima a $log(c_t)$ cuando $\theta \to 1$. (Este resultado puede ser demostrado usando la regla de L'Hopital.) El término $-1/(1-\theta)$ puede, sin embargo, ser omitido sin afectar los resultados subsecuentes, ya que las elecciones de las familias son invariantes con respecto a las transformaciones lineales de la función de utilidad.

despejando $\dot{v}(t)/v(t)$ en la ecuación (2.6) obtenemos:

$$\frac{\dot{v}(t)}{v(t)} = -(r_t - n),$$

y sustituimos este resultado en la ecuación anterior con lo cual tenemos el siguiente resultado:

$$n - r_t = \frac{\mathrm{d}u'/\mathrm{d}t}{u'(c_t)} - (\rho - n),$$

entonces encontramos la condición básica para elegir el nivel de consumo en el tiempo:

$$r_t = \rho - \left(\frac{\mathrm{d}u'(c_t)/\mathrm{d}t}{u'(c_t)}\right) = \rho - \left[\frac{u''(c_t)c_t}{u'(c_t)}\right]\left(\frac{\dot{c}_t}{c_t}\right). \tag{2.8}$$

Esta ecuación dice que las familias eligen el consumo en el nivel que iguala la tasa de rendimientos, r_t, a la tasa de preferencias en el tiempo, ρ, menos la tasa de decremento de la utilidad marginal del consumo, u', dado el crecimiento per cápita del consumo, c_t.

La tasa de interés, r_t, en el lado izquierdo de la ecuación (2.8) es la tasa de rendimiento del ahorro. El lado derecho de la ecuación puede ser visto como la tasa de rendimiento del consumo. Los agentes prefieren consumir hoy más que consumir mañana por dos razones. Primero, el término ρ aparece porque las familias descuentan utilidad futura a esta tasa. Segundo, si $\dot{c}_t/c_t > 0$, entonces c_t es baja hoy en relación a mañana. Dado que a los agentes les gustaría suavizar su consumo en el tiempo–ya que $u''(c) < 0$–ellos quisieran nivelar el flujo por traer algún consumo futuro al presente. El segundo término de la derecha recoge este efecto. Note que este término es negativo si $\dot{c}/c < 0$. Si los agentes están optimizando, entonces la ecuación (2.8) dice que ellos han igualado las dos tasas de rendimientos y son por lo tanto indiferentes en el margen entre consumo y ahorro.

Otra forma de ver la ecuación (2.8) es que las familias podrían seleccionar un perfil de consumo plano si $r = \rho$, en cuyo caso $\dot{c}_t/c_t = 0$. Las familias podrían ser complacientes a separarse de este patrón plano y sacrificar algún consumo hoy por más consumo mañana–es decir, es posible tener $\dot{c}_t/c_t > 0$–sólo si ellos son compensados por una tasa de interés, r_t, que este suficientemente por encima de ρ. El término $[(-u''(c_t)c_t)/(u'(c_t))]\dot{c}/c$ en el lado derecho de la ecuación (2.8) proporciona el monto requerido de compensación. Note que el término en paréntesis es la magnitud de la elasticidad de $u'(c_t)$ con respecto a c_t. Esta elasticidad, es una medida de la concavidad de $u(c_t)$, y determina el monto por el cual r_t debe exceder ρ. Si la elasticidad es grande en magnitud, entonces el premio requerido de r_t sobre ρ es superado por un valor dado de $\dot{c}_t/c_t$.

La magnitud de la elasticidad de la utilidad marginal, $-(u''(c_t)\cdot(c_t)c_t)/u'(c_t)$, es algunas veces llamado el recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal[3]. La

[3] La elasticidad de sustitución intertemporal entre consumo entre los tiempos t_1 y t_2 está dada por el recíproco del cambio proporcional en la magnitud de la pendiente de una curva de indiferencia en respuesta a un cambio proporcional en la razón c_{t_1}/c_{t_2}. Si denotamos esta elasticidad por σ, entonces encontramos

Esta restricción significa que en el largo plazo, una deuda familiar per cápita (valores negativos de a_t) no pueden crecer tan rápido como $r_t - n$, tal que el nivel de deuda no puede crecer tan rápido como r_t. Estas restricciones excluyen el tipo de financiamientos de juego de Ponzi que describimos antes.

El problema de optimización de la familia es maximizar $u(c_t)$ en la ecuación (2.1), sujeto a la restricción presupuestal en la ecuación (2.2), el stock de activos inicial, a_0, y la limitación en la posibilidad de pedir prestado en la ecuación (2.3). La restricción de desigualdad, $c_t \geq 0$, podría también aplicarse. Cuando c_t se aproxima a cero, sin embargo, las condiciones de Inada implican que la utilidad marginal del consumo llega a ser infinita. Por lo tanto, la restricción $c_t \geq 0$ nunca se satisfacería con igualdad, entonces podemos eliminar este caso y sólo considerar la restricción $c_t > 0$.

2.2.1. Condiciones de Primer-Orden.

Los métodos matemáticos para este tipo de problema de optimización dinámica son discutidos en el apéndice. Considere el Hamiltoniano,

$$J = u(c_t)e^{-(\rho-n)t} + v(t)[w + (r_t - n)a_t - c_t]. \tag{2.4}$$

La variable $v(t)$ es el valor presente del precio sombra del ingreso. Esto representa el valor de un incremento del ingreso recibido en el tiempo t en unidades de utilidad al tiempo $t = 0$. Las condiciones de primer-orden para un máximo de $u(c_t)$ son las siguientes:

$$\frac{\partial J}{\partial c_t} = 0 \qquad \text{lo cual implica que} \qquad v(t) = u'(c_t)e^{-(\rho-n)t}, \tag{2.5}$$

y

$$\frac{\partial J}{\partial a_t} = -\dot{v}(t) \qquad \text{lo cual implica que} \qquad \dot{v}(t) = -(r_t - n)v(t). \tag{2.6}$$

La ecuación (2.6) es conocida como la ecuación de Euler o la regla de ahorro óptimo de Ramsey. La condición de transversalidad está dada por

$$\lim_{t \to \infty}[v(t)a_t] = 0. \tag{2.7}$$

2.2.1.1. La Ecuación de Euler.

Aplicando logaritmo natural, log(·), a la ecuación (2.5) y derivando la ecuación con respecto al tiempo obtenemos lo siguiente:

$$\log v = \log u'(c_t) - (\rho - n)t,$$

$$\frac{\dot{v}(t)}{v(t)} = \frac{\mathrm{d}u'/\mathrm{d}t}{u'(c_t)} - (\rho - n),$$

descuentan su propio flujo de utilidad en diferentes puntos en el tiempo de la tasa que aplica sobre generaciones. La ecuación (2.1) supone, sólo por razones de simplicidad, que la tasa de descuento dentro del tiempo de vida de una persona es el mismo que a través de las generaciones.

Las familias mantienen activos para tener derechos sobre el capital. Los préstamos negativos representan deudas. Suponemos una economía cerrada, tal que los activos no pueden ser comerciados internacionalmente. La familia puede prestar y pedir préstamos a otras familias, pero la familia representativa terminará teniendo préstamos netos igual a cero en equilibrio. Dadas las dos formas de activos, capital y préstamos, los cuales suponemos son perfectos sustitutos como almacén de valor, ellos deben pagar la misma tasa de rendimiento real, r_t. Denotamos los activos netos de la familia per cápita por a_t, donde a_t es medida en términos reales, esto es, en unidades de consumo.

Las familias son competitivas en el sentido de que se consideran como dados la tasa de interés, r_t, y el salario, w_t, pagado por unidad de trabajo. Suponemos que cada adulto ofrece inelásticamente una unidad de trabajo por unidad de tiempo. En equilibrio, el mercado de trabajo se vacía y la familia obtiene la cantidad que desea de empleo. Esto es, el modelo se abstraé de "desempleo involuntario". Dado que cada persona realiza una unidad de trabajo por unidad de tiempo, el ingreso salarial por persona adulta es igual a w_t. El ingreso total per cápita recibido por una familia es la suma del ingreso laboral, w_t, y el ingreso financiero o ingreso por concepto de intereses, $r_t a_t$, el cual puede ser positivo o negativo.

La restricción presupuestal de flujo para la familia es

$$a_t = w_t + r_t a_t - c_t - n a_t. \tag{2.2}$$

La ecuación dice que los activos por persona aumentan con el ingreso per cápita, $w_t + r_t a_t$, disminuyendo con el consumo per cápita, c_t, y cae debido a la expansión de la población, de acuerdo con el término $n a_t$.

Si cada familia puede pedir una cantidad ilimitada de préstamos a la tasa de interés dada, r_t, entonces tiene incentivos a seguir una forma de cartas en cadena o de un juego de Ponzi. La familia puede pedir préstamos para financiar su consumo actual y utilizar préstamos futuros para refinanciar el principal pagando todos los intereses. En este caso, la deuda de la familia crece por siempre a la tasa de interés, r_t. Dado que el principal no se paga, entonces una familia que puede pedir prestado de esta manera sería capaz de financiar un nivel arbitrariamente alto de consumo a perpetuidad.

Para eliminar la posibilidad de un juego de Ponzi, suponemos que el mercado de crédito impone una restricción en el monto de lo que pueden pedir prestado las familias. La restricción apropiada es que el valor presente de los activos debe ser asintóticamente no negativo, es decir,

$$\lim_{t \to \infty} \left\{ a_t \exp\left[- \int_0^t [r(v) - n] \mathrm{d}v \right] \right\} \geq 0. \tag{2.3}$$

tiene sentido si los padres altruistas planean transferir recursos económicos a sus hijos, los hijos a su vez lo hacen con sus hijos y así sucesivamente.

7. Los adultos esperan que el tamaño de sus familias crezca a la tasa n, considerando la influencia neta de la mortalidad y la fertilidad. Aquí, consideramos a n como una variable exógena.

Si normalizamos el número de adultos en el tiempo $t = 0$ en la unidad, entonces el tamaño de la familia en el tiempo t–la cual corresponde a la población adulta–es

$$L_t = e^{nt}.$$

Cada familia busca maximizar la utilidad total, U, dada por:

$$U = \int_0^\infty u(c_t)e^{nt}e^{-\rho t}dt. \tag{2.1}$$

Esta formulación supone que la utilidad de las familias al tiempo $t = 0$ es una suma ponderada de todos los flujos futuros, $u(c_t)$. La función $u(c_t)$ refleja el flujo de utilidad per cápita derivado de la cantidad de consumo, c_t. Suponemos que la función $u(c_t)$ es creciente y cóncava[1], *i.e.*, $u'(c_t) > 0$, $u''(c_t) < 0$. El supuesto de concavidad genera un anhelo por un patrón suave de consumo en el tiempo *i.e.*, las familias prefieren un patrón relativamente uniforme a uno en el cual c_t es muy bajo en algunos períodos y muy alto en otros. También, suponemos que $u(c_t)$ satisface las siguientes condiciones (denominadas de Inada): $u'(c_t) \to \infty$ cuando $c_t \to 0$ y $u'(c_t) \to 0$ cuando $c_t \to \infty$.

La multiplicación de $u(c_t)$ en la ecuación (2.1) por el tamaño de las familias, $L = e^{nt}$, representa la suma de las utilidades de todos los miembros de la familia al tiempo t. El descuento $e^{-\rho t}$, esta relacionado con la tasa de preferencias en el tiempo, $\rho > 0$. Un valor grande de ρ significa que el individuo prefiere consumir los bienes ahora que después[2]. Suponemos que $\rho > n$, lo cual implica en la ecuación (2.1) que $u(c_t)$ esta acotada aún cuando c_t sea constante en el tiempo.

Una justificación para que ρ sea positiva es que las utilidades lejanas en el futuro corresponden al consumo de las generaciones posteriores. Supongamos que empezamos en un punto en el cual los niveles de consumo per cápita, c_t, son los mismos para cada generación, los padres prefieren una unidad de su propio consumo a una unidad de consumo de sus hijos. Este "egoísmo" de los padres corresponde a $\rho > 0$ en la ecuación (2.1). En una especificación detallada, podriamos también distinguir la tasa a la cual los individuos

[1] El resultado se satisface con transformaciones lineales positivas de la función de utilidad, pero no se satisface con transformaciones monótonas positivas arbitrarias. Entonces el análisis depende de una forma limitada de utilidades cardinales.

[2] Ramsey (1928) supone ρ=0. Así, él interpreta al agente optimizador como un planificador social, más que como una familia que opera en un mercado competitivo, quien elige el consumo y el ahorro para las generaciones actuales así como para las generaciones futuras. El descuento de la utilidad para las generaciones futuras (ρ>0) fue, de acuerdo con Ramsey, "éticamente indefendible".

Capítulo 3.

Programas Temporales de Estabilización: Tipo de Cambio Predeterminado.

3.1. Introducción.

Los programas que buscan estabilizar la inflación han sido la base en las políticas de crecimiento en América Latina desde la década de los 70's hasta la fecha. El balance de la implementación de dichos planes muestra que han sido más los fracasos que los éxitos. Por lo cual es importante analizar a fondo las características de dichos planes y determinar las posibles causas de los fracasos. Con este motivo el presente capítulo estudiará un modelo en el cual el tipo de cambio se devalúa a una tasa constante y determinada de antemano.

3.2. El modelo de cash-in-advance.

Para nuestro análisis hacemos uso de una gran cantidad de variables económicas importantes, para las cuales existe en la literatura especializada una notación:

$c_t =$ consumo al tiempo t;
$r =$ tasa de interés del resto del mundo, la cual suponemos constante en el tiempo;
$y =$ ingreso real, que se supone constante en el tiempo;
$g_t =$ transferencias de suma fija no distorcionarias (lump-sum) reales del gobierno al consumidor al tiempo t;
$a_t =$ riqueza real del individuo al tiempo t;
$m_t =$ balances monetarios o saldos reales al tiempo t;
$k_t =$ nivel de bonos internacionales que tiene la familia representativa al tiempo t;
$b_t =$ bonos internacionales retenidos por el gobierno al tiempo t;
$f_t =$ retención total de bonos de la economía al tiempo t;
$\rho =$ tasa subjetiva intertemporal;
$i_t =$ tasa nominal de interés al tiempo t.

Para comprender mejor los efectos del experimento que realizamos hacemos los siguientes supuestos, los cuales nos permiten aislar los efectos de dicho experimento económico.

1. Modelo del tipo Ramsey con un único bien de consumo y restricción de cash-in-advance.
2. La tasa de interés r es una constante positiva.
3. La función de utilidad $u(\cdot)$ es creciente, dos veces contínuamente diferenciable y estrictamente cóncava.
4. Las familias tienen previsión perfecta sobre el nivel general de precios.
5. No hay barreras para el libre comercio.
6. El capital tiene movilidad perfecta.

7. La tasa de interés real internacional es igual a r.
8. La tasa de interés real internacional es igual a la tasa subjetiva intertemporal, $r = \rho$.

Iniciamos nuestro análisis definiendo la utilidad total del individuo (o familia) representativo, la cual se toma como la suma en el tiempo $t = 0$ (lo que consideraremos el "presente"), de la función de utilidad evaluada para toda la vida del individuo representativo y lo escribimos como,

$$\int_0^\infty u(c_t)e^{-rt}\mathrm{d}t. \tag{3.1}$$

Dado el supuesto de previsión perfecta, la tasa de devaluación esperada es igual a la tasa real y la denotamos por ϵ_t, entonces el arbitraje en la tasa de interés implica que

$$i_t = r + \epsilon_t. \tag{3.2}$$

Podemos expresar la restricción presupuestal del individuo representativo al tiempo $t = 0$ (el "presente") como

$$a_0 + \int_0^\infty (y + g_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty (c_t + i_t m_t)e^{-rt}\mathrm{d}t. \tag{3.3}$$

Dado que el dinero doméstico y el bono internacional son los únicos tipos de activos que pueden tener las familias, se sigue que

$$a_t = m_t + k_t. \tag{3.4}$$

Tomando la restricción de dinero por adelantado para financiar consumo (cash-in-advance) escrita como

$$M(t) \geq F(\alpha) \equiv \int_t^{t+\alpha} C(s)\mathrm{d}s. \tag{3.5}$$

Consideramos la expansión en serie de Taylor alrededor de t para la función $F(\alpha)$ dada por

$$F(\alpha) = \alpha C_1(t) + \frac{1}{2}\alpha^2 C_1(t), \tag{3.6}$$

en donde se han despreciado los términos de orden mayor que dos.

Cuando c_t unidades de consumo planeado se realizan, la familia debe mantener al menos αc_t unidades de balances monetarios reales (donde $\alpha > 0$), por lo tanto,

$$m_t \geq \alpha c_t. \tag{3.7}$$

Por la ecuación (3.3), es claro que mientras más grande sea i (con $i > 0$), la restricción (3.7) se deberá satisfacer con igualdad. Lo cual nos indica que si el mantener un flujo de efectivo mayor al necesario para realizar el consumo en cada período representa un costo (de oportunidad), entonces el individuo representativo mantendrá sólo el flujo de efectivo mínimo necesario. Por lo tanto, en puntos en el tiempo donde i_t y c_t óptimos toman valores mayores que cero, el problema de decisión del consumidor representativo es

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(c_t)e^{-rt}\text{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ a_0 + \displaystyle\int_0^\infty (y+g_t)e^{-rt}\text{d}t = \int_0^\infty (c_t + i_t m_t)e^{-rt}\text{d}t, \\ m_t = \alpha c_t, \end{cases}$$

el cual se puede escribir como

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(c_t)e^{-rt}\text{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ \displaystyle\int_0^\infty a_0 r e^{-rt}\text{d}t + \int_0^\infty (y+g_t)e^{-rt}\text{d}t = \int_0^\infty (c_t + i_t \alpha c_t)e^{-rt}\text{d}t, \end{cases}$$

o equivalentemente,

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(c_t)e^{-rt}\text{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ \displaystyle\int_0^\infty (a_0 r + y + g_t - c_t - i_t \alpha c_t)e^{-rt}\text{d}t = 0, \end{cases}$$

de donde mediante las técnicas de cálculo de variaciones mencionadas en el apéndice obtenemos la ecuación de Lagrange:

$$L = u(c_t)e^{-rt} + \lambda[(a_0 r + y + g_t - c_t - \alpha i_t c_t)e^{-rt}], \tag{3.8}$$

la condición de primer orden (condición necesaria) para el máximo de (3.1) sujeto a (3.3), (3.5) y dado a_0 es,

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = u'(c_t)e^{-rt} - \lambda e^{-rt}[1 + \alpha i_t] = 0, \tag{3.9}$$

de donde

$$u'(c_t)e^{-rt} = \lambda e^{-rt}[1 + \alpha i_t],$$

por lo tanto,

$$u'(c_t) = \lambda(1 + \alpha i_t). \tag{3.10}$$

La condición (3.10) dice que deben ser iguales; la utilidad marginal de un bien de consumo y su precio multiplicado por la utilidad marginal del ingreso (o más apropiadamente, la riqueza), entonces el precio de c_t es igual a su costo de producción (=1) más el costo de oportunidad del dinero mantenido por unidad de c_t $(= \alpha i_t)$.

Sin pérdida de generalidad, suponemos que sólo hay una familia, además suponemos que

$$\int_0^\infty g_t e^{-rt}\mathrm{d}t = b_0 + \int_0^\infty (m_t + \epsilon_t m_t)e^{-rt}\mathrm{d}t. \tag{3.11}$$

En otras palabras, el valor presente de las transferencias del gobierno, $\int_0^\infty g_t e^{-rt}\mathrm{d}t$, es igual al valor de los bonos mantenidos por el gobierno en el tiempo cero, b_0, más el valor presente descontado de los procesos de creación del dinero, $\int_0^\infty(\dot{m}_t + \epsilon_t m_t)e^{-rt}\mathrm{d}t$. De esta manera, todos los efectos fiscales son eliminados de los experimentos monetarios.

Si denotando por f_t la cantidad total de bonos en la economía, tenemos

$$f_t = b_t + k_t. \tag{3.12}$$

Además, por (3.3) sabemos que

$$a_0 + \int_0^\infty y e^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty g_t e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty c_t e^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty i_t m_t e^{-rt}\mathrm{d}t,$$

y usando (3.11),

$$a_0 + \int_0^\infty y e^{-rt}\mathrm{d}t + b_0 + \int_0^\infty (\dot{m}_t + \epsilon_t m_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty c_t e^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty i_t m_t e^{-rt}\mathrm{d}t,$$

por lo tanto, (3.12) implica

$$a_0 + f_0 - k_0 + \int_0^\infty y e^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty (\dot{m}_t + \epsilon_t m_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty c_t e^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty i_t m_t e^{-rt}\mathrm{d}t,$$

utilizando (3.4),

$$f_0 + m_0 + \int_0^\infty y e^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty (\dot{m}_t + \epsilon_t m_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty c_t e^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty i_t m_t e^{-rt}\mathrm{d}t,$$

donde la cantidad de saldos monetarios iniciales más la cantidad de dinero creado durante todo el período de vida de la economía (que consideramos infinito) en valor presente deben ser igual al total de saldos monetarios retenidos por la familia durante su ciclo de vida (que para efectos de nuestro análisis consideramos infinito) tomados en valor presente, que escrito en forma matemática es,

$$m_0 + \int_0^\infty (\dot{m}_t + \epsilon_t m_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty i_t m_t e^{-rt}\mathrm{d}t,$$

por lo tanto,

$$f_0 + \int_0^\infty y e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty c_t e^{-rt}\mathrm{d}t. \tag{3.13}$$

Esta ecuación tiene una implicación perfectamente intuitiva si recordamos que el gobierno transfiere el total de su valor de mercado al público, dada la ecuación (3.11). La ecuación (3.13) dice que la economía está restringida a que el valor presente de su riqueza sea igual al valor presente del consumo planeado (igual al valor total de los bonos mantenidos inicialmente, f_0, más el valor presente descontado del ingreso futuro sin interés, y). El dinero no aparece en la ecuación (3.13) ya que éste no constituye riqueza en relación del resto del mundo.

Estudiaremos un programa antinflacionario que el público supone temporal, en el cual la tasa de devaluación se fija inicialmente en un nivel "bajo"; después la tasa de devaluación crece a un nivel permanentemente alto. Más formalmente, para algún $T \geq 0$,

$$\begin{cases} \epsilon_t = \epsilon^1, & T \geq t \geq 0, \qquad (3.14a) \\ \epsilon_t = \epsilon^2, & t > T, \qquad (3.14b) \end{cases}$$

donde $\epsilon^1 < \epsilon^2$ (para asegurar que (3.7) se satisface con igualdad suponemos que $\epsilon^1 + r > 0$, con lo cual aseguramos que la tasa de interés nominal es positiva).

Limitamos nuestra discusión a casos en los cuales $c_t > 0$ (solución interior). Por (3.10) (dado que en cada uno de los subperíodos c_t es la única variable de la igualdad, entonces cualquier cambio en el consumo dentro de cada subperíodo provocaría que no se cumpla la igualdad) c_t es constante en $[0,T]$ y (T,∞), de donde por (3.2), (3.10) y (3.14) tenemos

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda[1 + \alpha(r + \epsilon^1)] & \text{para } t \in [0, T], \\ u'(z) = \lambda[1 + \alpha(r + \epsilon^2)] & \text{para } t \in (T, \infty), \end{cases}$$

despejando λ en ambas ecuaciones obtenemos,

$$\begin{cases} \lambda = u'(x)[1 + \alpha(r + \epsilon^1)]^{-1} & \text{para } t \in [0, T], \\ \lambda = u'(z)[1 + \alpha(r + \epsilon^2)]^{-1} & \text{para } t \in (T, \infty), \end{cases}$$

de donde igualando las dos ecuaciones anteriores, dado que λ debe ser la misma para los dos subperíodos encontramos que

$$u'(x)[1 + \alpha(r + \epsilon^1)]^{-1} = u'(z)[1 + \alpha(r + \epsilon^2)]^{-1},$$

equivalentemente,

$$u'(x)[1 + \alpha(r + \epsilon^2)] = u'(z)[1 + \alpha(r + \epsilon^1)], \qquad (3.15)$$

donde x es el consumo en $[0, T]$ y z es el consumo en (T,∞).

Por otro lado, sustituimos los valores que encontramos para el consumo en los dos subperíodos en (3.13), dando la restricción presupuestal

$$f_0 + \int_0^\infty y e^{-rt} \mathrm{d}t = \int_0^T x e^{-rt} \mathrm{d}t + \int_T^\infty z e^{-rt} \mathrm{d}t,$$

que al integrarla da la ecuación,

$$f_0 + \frac{y}{r} = -\frac{x}{r}e^{-rT} + \frac{x}{r} + \frac{z}{r}e^{-rT},$$

despejando para z encontramos la restricción presupuestal total

$$z = (y + rf_0 - x)e^{rT} + x. \tag{3.16}$$

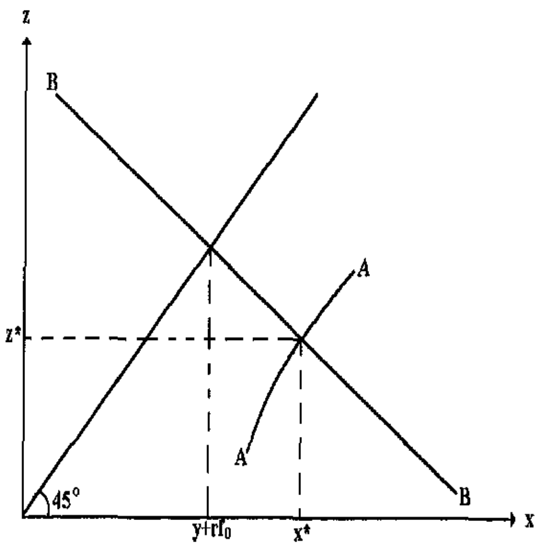

Figura 3.1. Consumo Optimo para los dos subperíodos.

Para ver el comportamiento del consumo en el experimento económico, hacemos uso de un análisis gráfico; la figura 3.1 muestra la determinación de x y z (indicada por x^* y z^*); la curva AA es el lugar geométrico de los puntos que satisfacen la ecuación (3.15) (a lo largo de AA tenemos $x > z$ ya que $\epsilon^1 < \epsilon^2$ y la función $u(\cdot)$ es estrictamente cóncava, por lo cual para que $u'(z) > u'(x)$ es necesario que $x > z$). Por otro lado, la curva BB muestra el lugar geométrico de los puntos para los cuales (3.16) se satisface, la cual tiene pendiente negativa, $1 - e^{rT}$, y corta a la línea de 45 grados cuando $x = y + rf_0 = PIB_0$ (Producto Interno Bruto al tiempo $t = 0$). [1]

Si la tasa de devaluación fuera constante por siempre (*i.e.*, T=0), entonces $x = z = y+rf_0$; esta solución es independiente de ϵ_t (la tasa de devaluación esperada). Por lo tanto,

[1] Para obtiener este resultado, hacemos $x = z$ en la ecuación (3.16).

un cambio permanente en la tasa de devaluación resulta en un cambio permanente en la tasa de inflación y no tiene efectos reales. Por otro lado, si la política monetaria se espera que sea temporal (*i.e.*, $0 < T < \infty$), entonces como discutimos antes se satisface que $x > z$, lo que implica que durante la "transición" (*i.e.*, para $0 \leq t \leq T$) la economía mantiene un déficit de cuenta corriente creciente. Después del tiempo T la cuenta corriente será más baja que si la política monetaria hubiera sido permanente (*i.e.*, si ϵ_t fuera constante sobre todo el intervalo $[0,\infty)$).

Ahora estudiaremos el efecto de disminuir T, que significa disminuir el período de duración del programa de estabilización, para hacerlo sólo necesitamos analizar los efectos de T sobre (3.16), dado que una disminución en el período de duración del programa no tiene efectos en (3.15) (la curva AA no depende de T). Derivando (3.16) con respecto a T, tenemos

$$\frac{\partial z}{\partial T} = r(y + rf_0 - x)e^{rT}. \tag{3.17}$$

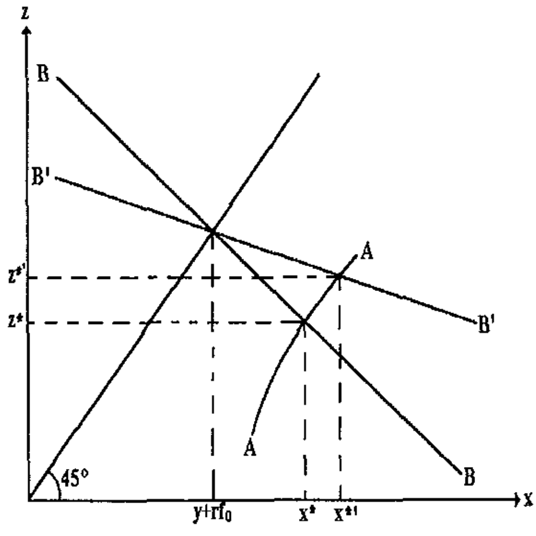

Figura 3.2. Efectos de un cambio en T.

Como consecuencia mientras menor sea T, más plana será la curva BB que representa la ecuación (3.16) (ver figura 3.2). Por lo tanto, un menor T implica valores de equilibrio mayores para x y z (denotados por $x^{*\prime}$ y $z^{*\prime}$ en la figura 3.2). En otras palabras, el análisis implica que una interrupción del programa de estabilización inducirá un déficit de transición mayor y un nivel de consumo alto después del período T.

Note que cuando T es más pequeño, la misma tasa de consumo durante la transición, x, resultará en un mayor consumo después del período T (que significa un mayor z), si el ahorro neto (la cuenta corriente en nuestra economía) durante la transición es negativa, como implica un programa comc (3.14). Este programa tiene estas características ya que el desahorro ocurrirá durante un período corto de tiempo (dado que T es más pequeño). Esto es equivalente a decir que para la región relevante en nuestra discusión, la restricción presupuestal en el plano (x,z) se translada a la derecha. Recalcando que, por (3.11), la tasa marginal de sustitución entre x y z permanece constante–y que la separabilidad en el tiempo implica que x y z se comportan como bienes normales–claramente vemos que en la nueva solución ambos x y z son más grandes.

El resultado sugiere que la no neutralidad de las políticas monetarias durante el estado inicial de un programa estabilizador, puede llegar a ser más pronunciada mientras las expectativas públicas sean más breves para dicho programa (*i.e.*, mientras más pequeño es T).

Un programa como (3.14) con $T > 0$ no es óptimo de Pareto. La demostración es simple; si un planificador central (donde suponemos que el planificador tiene información perfecta) fuera obligado a elegir entre distribuciones que tratan a todas las familias igual, el planificador intentaría maximizar (3.1) sujeto a (3.13) y un f_t inicial, el problema del planificador sería:

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(c_t)e^{-rt}\text{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ f_0 + \displaystyle\int_0^\infty ye^{-rt}\text{d}t = \int_0^\infty c_te^{-rt}\text{d}t, \end{cases}$$

que podemos escribirlo como

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(c_t)e^{-rt}\text{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ f_0 + \displaystyle\int_0^\infty (y-c_t)e^{-rt}\text{d}t = 0, \end{cases}$$

encontramos el óptimo recurriendo nuevamente a las técnicas de optimización del apéndice, con lo cual la ecuación de Lagrange es la siguiente:

$$L = u(c_t)e^{-rt} - \lambda(y - c_t)e^{-rt},$$

para la cual la condición de primer orden (condición necesaria) es

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = u'(c_t)e^{-rt} + \lambda e^{-rt} = 0,$$

entonces

$$u'(c_t) = -\lambda,$$

de donde se desprende que la solución de este problema es fijar un c_t constante e igual a $(y + rf_0)$. Por lo tanto, (3.14) no es óptima ya que introduce fluctuaciones en c_t. Entonces alguna ϵ_t constante es preferible a una que varia en el tiempo, ya que la ϵ_t constante conduce a la ruta óptima para c_t (que dado el análisis de bienestar es la ruta igualitaria). Esto dramatiza la posibilidad de que un programa temporal de estabilización puede ser peor que una no estabilización.

3.3. Extensiones.

El modelo puede ser fácilmente extendido para incorporar aspectos de importancia considerable en aplicaciones, como son:

a. la existencia de bienes no comerciables (home goods) y
b. velocidad de consumo variable.

3.3.1. Bienes no comerciables (Home Goods).

Para las modificaciones que hacemos al modelo utilizaremos las definiciones hechas antes y necesitamos agregar una nueva definición:

$h_t=$ bienes no comerciables.

Enlistaremos a continuación los supuestos que nos permitiran ver con mayor claridad los efectos del experimento económico en el nuevo modelo.

1. Las familias tienen previsión perfecta.
2. No hay barreras para el libre comercio.
3. La movilidad del capital es perfecta.
4. La tasa de interés real internacional es igual a r.
5. Los bienes no comerciables, h_t, se producen mediante una función de producción en la cual los insumos son los bienes comerciables, c_t, y una cantidad de trabajo fija.

Una forma de introducir bienes no comerciables a nuestro modelo, es suponer que el consumo de la familia está compuesto totalmente de este tipo de bienes, dados los cambios hechos al modelo ahora escribimos la función de utilidad en la ecuación (3.1) por $u(h_t)$.

Consideramos que la relación de transformación entre los dos tipos de bienes está dada por

$$h_t = \frac{c_t^\beta}{\beta} \quad 0 < \beta < 1. \tag{3.18}$$

Para encontrar el precio relativo entre los dos bienes de equilibrio procedemos maximizando los beneficios del productor dados por la función

$$\pi_t = p_{h_t} h_t - E p_{c_t} c_t, \tag{3.19}$$

que está formada por las ganancias de "vender" el bien no comerciable, $p_{h_t}h_t$, menos su costo de producción, $p_{c_t}c_t$, multiplicado por la tasa de cambio entre los precios, E. Para obtener el valor en equilibrio del precio de intercambio entre los bienes obtenemos la condición de primer orden (condición necesaria) para la optimización del problema (3.19), que está dada por

$$\frac{\mathrm{d}\pi_t}{\mathrm{d}c} = p_{h_t}c_t^{\beta-1} - Ep_{c_t} = 0,$$

de donde

$$p_{h_t}c_t^{\beta-1} = Ep_{c_t},$$

entonces

$$\frac{p_{h_t}}{Ep_{c_t}} = c_t^{1-\beta}.$$

Por lo tanto, si el precio relativo de h_t en términos de c_t (*i.e.*, la inversa de la "tasa de cambio real" [2]), lo denotamos por p, entonces en el equilibrio competitivo tenemos,

$$p = c_t^{1-\beta}. \tag{3.20}$$

Dado el cambio en el modelo, tenemos que la restricción presupuestal expresada por la ecuación (3.3) en el modelo de cash-in-advance se transforma en:

$$a_0 + \int_0^\infty (y + g_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty (h_t + i_t m_t)e^{-rt}\mathrm{d}t. \tag{3.21}$$

Como en la sección anterior, sean m_t los balances monetarios reales en términos de c_t, una modificación natural de (3.7) se hace tomando la restricción de dinero por adelantado para consumo (cash-in-advance):

$$M(t) \geq F(\alpha) \equiv \int_t^{t+\alpha} pH_t(s)\mathrm{d}s. \tag{3.22}$$

Considerando la expansión en serie de Taylor alrededor de t para la función $F(\alpha)$ dada por,

$$F(\alpha) = \alpha pH_1(t) + \frac{p}{2}\alpha^2\dot{H}_1(t),$$

en donde despreciamos los términos de orden mayor que dos.

Consideramos que si h_t unidades de consumo planeado se realizan, la familia debe mantener al menos $\alpha p_t h_t$ unidades de balances monetarios reales (donde $\alpha > 0$), entonces

$$m_t \geq \alpha p_t h_t. \tag{3.23}$$

[2] Llamada "inversa de la tasa de cambio real" dado que la tasa de cambio real es $TCR{=}E(p_{c_t}/p_{h_t})$.

Por lo tanto, el problema de optimización es,

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(c_t)e^{-rt}\mathrm{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ a_0 + \displaystyle\int_0^\infty (y+g_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty (c_t + i_t m_\cdot)e^{-rt}\mathrm{d}t, \\ m_t = \alpha c_t, \end{cases}$$

que podemos escribirlo como

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(h_t)e^{-rt}\mathrm{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ a_0 + \displaystyle\int_0^\infty (y+g_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty (h_t + i_t\alpha p_t h_t)e^{-rt}\mathrm{d}t, \end{cases}$$

o equivalentemente,

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(h_t)e^{-rt}\mathrm{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ a_0 + \displaystyle\int_0^\infty (y+g_t - h_t - i_t\alpha p_t h_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = 0, \end{cases}$$

de donde tenemos la ecuación de Lagrange dada por:

$$L = u(h_t)e^{-rt} + \lambda[(y+g_t-h_t-i_t\alpha p_t h_t)e^{-rt}],$$

la condición de primer orden (condición necesaria) es,

$$\frac{\partial L}{\partial h_t} = u'(h_t)e^{-rt} - \lambda e^{-rt}(1+i_t\alpha p_t) = 0,$$

entonces

$$u'(h_t)e^{-rt} = \lambda e^{-rt}(1+i_t\alpha p_t),$$

sustituyendo (3.18) tenemos

$$u'(\frac{c_t^\beta}{\beta}) = \lambda(1+i_t\alpha p_t),$$

recordando (3.20) obtenemos

$$u'(\frac{c_t^\beta}{\beta}) = \lambda(1+\alpha i_t c_t^{1-\beta}), \tag{3.24}$$

la cual se reduce a (3.10) cuando $\beta = 1$, que se supuso implicitamente en la sección anterior. Entonces, cuando mantenemos la política (3.14), tenemos que c_t es constante en los subperíodos $[0,T]$ y (T,∞), para verlo podemos tomar como ejemplo la función de utilidad de la forma $u(x) = \frac{x^{1-\theta}-1}{1-\theta}$, al derivarla con respecto a x, tenemos $u'(x) = x^{-\theta}$, la cual si la sustituimos en nuestro problema obtenemos,

$$\left(\frac{c_t^\beta}{\beta}\right)^{-\theta} = \lambda(1+\alpha i_t c_t^{1-\beta}),$$

entonces

$$\frac{1}{\left(\frac{c_t^\beta}{\beta}\right)^{\theta}(1+\alpha i_t c_t^{1-\beta})} = \lambda,$$

finalmente

$$\frac{1}{\left(\frac{c_t^\beta}{\beta}\right)^{\theta} + \frac{\alpha i_t c_t^{1-\beta(1-\theta)}}{\beta^\theta}} = \lambda, \tag{3.25}$$

donde vemos que cualqüier cambio de c_t dentro de alguno de los intervalos provoca que no se cumpla la igualdad (3.24), con lo cual la única posibilidad que tiene c_t es permanecer constante en los subperíodos $[0,T]$ y (T,∞).

Si denotamos nuevamente el consumo de bienes comerciables en los subperíodos $[0,T]$ y (T,∞) por x y z respectivamente, dadas (3.2) y (3.24) tenemos

$$\begin{cases} u'(\frac{x^\beta}{\beta}) = \lambda[1+\alpha(r+\epsilon^1)x^{1-\beta}] & \text{para } t \in [0,T], \\ u'(\frac{z^\beta}{\beta}) = \lambda[1+\alpha(r+\epsilon^2)z^{1-\beta}] & \text{para } t \in (T,\infty), \end{cases}$$

despejando λ en ambas ecuaciones obtenemos

$$\begin{cases} \lambda = [1+\alpha(r+\epsilon^1)x^{1-\beta}]^{-1}u'(\frac{x^\beta}{\beta}) & \text{para } \ t \in [0,T], \\ \lambda = [1+\alpha(r+\epsilon^2)z^{1-\beta}]^{-1}u'(\frac{z^\beta}{\beta}) & \text{para } \ t \in (T,\infty), \end{cases}$$

igualando las dos ecuaciones anteriores dado que λ debe ser la misma para los dos subperíodos encontramos

$$[1+\alpha(r+\epsilon^1)x^{1-\beta}]^{-1}u'(\frac{x^\beta}{\beta}) = [1+\alpha(r+\epsilon^2)z^{1-\beta}]^{-1}u'(\frac{z^\beta}{\beta}),$$

entonces

$$u'(\frac{x^\beta}{\beta})[1+\alpha(r+\epsilon^2)z^{1-\beta}] = u'(\frac{z^\beta}{\beta})[1+\alpha(r+\epsilon^1)x^{1-\beta}], \tag{3.26}$$

la cual es representada por la curva AA en la figura 3.1.

Para poder ver cual es la relación entre x y z utilizamos nuevamente la función de utilidad $u(h_t) = \frac{h_t^{1-\theta}-1}{1-\theta}$, que al derivarla con respecto a h_t tenemos $u' = h_t^{-\theta}$, por lo tanto

$$\left(\frac{x^\beta}{\beta}\right)^{-\theta} [1 + \alpha(r + \epsilon^2)z^{1-\beta}] = \left(\frac{z^\beta}{\beta}\right)^{-\theta} [1 + \alpha(r + \epsilon^1)x^{1-\beta}],$$

de donde

$$x^{-\theta\beta}[1 + \alpha(r + \epsilon^2)z^{1-\beta}] = z^{-\theta\beta}[1 + \alpha(r + \epsilon^1)x^{1-\beta}],$$

o equivalentemente,

$$z^{\theta\beta}[1 + \alpha(r + \epsilon^2)z^{1-\beta}] = x^{\theta\beta}[1 + \alpha(r + \epsilon^1)x^{1-\beta}],$$

por lo tanto, para que se cumpla la ecuación anterior dado que ($\epsilon^1 < \epsilon^2$), se debe satisfacer que $x > z$, con lo cual la curva AA debe estar debajo de la recta que tiene pendiente de 45 grados como muestra la figura 3.1.

Por otro lado, de la ecuación (3.21) tenemos

$$a_0 + \int_0^\infty ye^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty g_te^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty h_te^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty i_tm_te^{-rt}\mathrm{d}t,$$

sustituyendo (3.11)

$$a_0 + \int_0^\infty ye^{-rt}\mathrm{d}t + b_0 + \int_0^\infty (\dot{m}_t + \epsilon_tm_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty h_te^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty i_tm_te^{-rt}\mathrm{d}t,$$

además (3.12) implica

$$a_0 + f_0 - k_0 + \int_0^\infty ye^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty (\dot{m}_t + \epsilon_tm_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty h_te^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty i_tm_te^{-rt}\mathrm{d}t,$$

recordando (3.4)

$$m_0 + f_0 + \int_0^\infty ye^{-rt}\mathrm{d}t + b_0 + \int_0^\infty (\dot{m}_t + \epsilon_tm_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty h_te^{-rt}\mathrm{d}t + \int_0^\infty i_tm_te^{-rt}\mathrm{d}t,$$

dado que

$$m_0 + \int_0^\infty (\dot{m}_t + \epsilon_tm_t)e^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty i_tm_te^{-rt}\mathrm{d}t,$$

de donde se sigue que,

$$f_0 + \int_0^\infty ye^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty h_te^{-rt}\mathrm{d}t,$$

sustituyendo (3.18) encontramos

$$f_0 + \int_0^\infty ye^{-rt}\mathrm{d}t = \int_0^\infty \frac{c_t^\beta}{\beta}e^{-rt}\mathrm{d}t.$$

Sustituyendo los valores de c_t en los dos subperíodos obtenemos,

$$f_0 + \int_0^{\infty} y e^{-rt} \mathrm{d}t = \int_0^T \frac{x_t^\beta}{\beta} e^{-rt} \mathrm{d}t + \int_T^{\infty} \frac{z_t^\beta}{\beta} e^{-rt} \mathrm{d}t,$$

integrando la igualdad anterior tenemos,

$$f_0 + \frac{y}{r} = \frac{-x^\beta e^{-rT}}{\beta r} + \frac{x^\beta}{\beta r} + \frac{z^\beta e^{-rT}}{\beta r},$$

despejando z observamos que

$$z^\beta = (f_0 + \frac{y}{r} + \frac{x^\beta e^{-rT}}{\beta r} - \frac{x^\beta}{\beta r}) e^{rT} \beta r,$$

entonces

$$z^\beta = (y\beta + f_0 \beta r - x^\beta) e^{rT} + x^\beta, \tag{3.27}$$

la ecuación (3.27) es la restricción presupuestal que expresamos en las gráficas por el conjunto de puntos BB, que tiene pendiente negativa, podemos por lo tanto utilizar el análisis previo para obtener implicaciones similares basándonos en las figuras 3.1 y 3.2, como antes tenemos que cuando la política se espera que sea permanente ($T = 0$), la ecuación (3.26) es la recta con pendiente de 45 grados y los valores para el consumo en los dos subperíodos son:

$$x = z = (y\beta + f_0 \beta r)^{\frac{1}{\beta}}$$

Además, dado que (3.20) se sigue cumpliendo, podemos deducir que una política de estabilización temporal como (3.14), conducirá a una apreciación temporal del tipo de cambio real (*i.e.*, un aumento en p_t en el intervalo $[0, T]$), dado que el valor de c_t para el primer subperíodo es mayor al valor que toma en el segundo, como muestra la figura 3.1.

Considerando que en nuestro sistema de ecuaciones sólo (3.27) depende de T, para ver como afectan los cambios en el valor de T en la solución del sistema, derivamos (3.27) con respecto a T, para lo cual despejamos z en la ecuación (3.27) con lo cual tenemos

$$z = [(y\beta + f_0 \beta r - x^\beta) e^{rT} + x^\beta]^{\frac{1}{\beta}},$$

derivando esta última con respecto a T obtenemos

$$\frac{\partial z}{\partial T} = \frac{1}{\beta} [(y\beta + f_0 \beta r - x^\beta) e^{rT} + x^\beta]^{\frac{1}{\beta} - 1} r (y\beta + f_0 \beta r - x^\beta) e^{rT}, \tag{3.28}$$

donde podemos ver que la apreciación al comienzo es más grande (lo que significa en nuestro análisis que x es más grande), mientras más pequeño es T. Después del período T, sin embargo, el tipo de cambio real se depreciará no sólo en relación a su valor durante el período de transición, sino también con respecto al nivel que ésta tendría si ϵ_t hubiera sido constante sobre el intervalo $[0,\infty)$.

3.3.2. Velocidad de Consumo Variable.

Para poder modificar el modelo considerando que la velocidad a la que se realiza el consumo puede variar, necesitamos agregar supuestos específicos relacionados con las características de la nueva función de utilidad, estos nuevos supuestos son los siguientes:

1. $u(\cdot,\cdot)$ se supone estrictamente cóncava, dos veces contínuamente diferenciable y creciente en ambos argumentos ($u_{c_t} > 0$ y $u_{m_t} > 0$).
2. El consumo, c_t y los balances monetarios reales, m_t, son bienes normales.

El modelo de cash-in-advance adoptado es sin duda alguna extremo, por lo tanto, puede relajarse de manera sencilla. Una forma fácil de relajar el modelo en términos de la economía que estamos estudiando es suponer que la función de utilidad depende del consumo y los balances monetarios reales. Con este fin escribimos la función de utilidad como,

$$u(c_t, m_t). \tag{3.29}$$

Ahora tenemos el siguiente problema de maximización:

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(c_t, m_t) e^{-rt} \text{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ a_0 + \displaystyle\int_0^\infty (y + g_t) e^{-rt} \text{d}t = \int_0^\infty (c_t + i_t m_t) e^{-rt} \text{d}t, \end{cases}$$

que podemos escribirlo en la forma,

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(c_t, m_t) e^{-rt} \text{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ a_0 + \displaystyle\int_0^\infty (y + g_t - c_t - i_t m_t) e^{-rt} \text{d}t = 0, \end{cases}$$

del cual obtenemos la ecuación de Lagrange:

$$L = u(c_t, m_t) + \lambda(y + g_t - c_t - i_t m_t),$$

las condiciones de primer orden (condiciones necesarias) para un óptimo interior son,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial c_t} = u_c - \lambda = 0, \\ \dfrac{\partial L}{\partial m_t} = u_m - \lambda i_t = 0, \end{cases}$$

entonces

$$\begin{cases} u_c\,(c_t, m_t) = \lambda, & (3.30a) \\ u_m(c_t, m_t) = \lambda i_t. & (3.30b) \end{cases}$$

Los supuestos hechos para la modificación del modelo y (3.30), implican que existe alguna función $L(\cdot,\cdot)$ tal que las familias optimizan (sólo consideramos el caso de soluciones interiores *i.e.*, $c_t > 0$ *y* $m_t > 0$), definimos esta función como

$$m_t = L(c_t, i_t); \quad L_{c_t} > 0, \quad L_{i_t} < 0. \tag{3.31}$$

Por lo tanto, por (3.2), (3.30a) y (3.31) podemos definir

$$\phi(c_t, \epsilon_t) \equiv u_{c_t}(c_t, L(c_t, r + \epsilon_t)) = \lambda. \tag{3.32}$$

De donde se sigue inmediatamente que cuando el programa de tipo de cambio satisface (3.14), como antes, c_t será constante en los intervalos $[0, T]$ y (T,∞), ya que un cambio en c_t necesariamente implica un cambio en $\phi(c_t, \epsilon_t)$ la cual es igual a la constante λ, con lo cual la única forma de que se cumpla la ecuación (3.32) es que c_t permanezca constante en cada uno de los intervalos.

Ahora, con el fin de ver el comportamiento del consumo en relación al valor que toma ϵ_t y poderlo representar en función a las características de la función de utilidad, nos interesa encontrar la derivada parcial implícita de c_t con respecto de ϵ_t en (3.32), para lo cual definimos:

$$\psi = \phi(c_t, \epsilon_t) = 0,$$

por definición de la derivada implícita

$$\frac{\partial c_t}{\partial \epsilon_t} = -\frac{\dfrac{\partial \psi}{\partial \epsilon_t}}{\dfrac{\partial \psi}{\partial c_t}} = -\frac{\dfrac{\partial \phi}{\partial \epsilon_t}}{\dfrac{\partial \phi}{\partial c_t}},$$

donde dada la definición que hicimos de ψ tenemos

$$\frac{\partial \phi}{\partial \epsilon_t} = u_{c_t m_t} L_{i_t},$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial c_t} = u_{cc} + u_{c_t m_t} L_{c_t},$$

entonces

$$\frac{\partial c_t}{\partial \epsilon_t} = -\frac{u_{c_t m_t} L_{i_t}}{u_{c_t c_t} + u_{c_t m_t} L_{c_t}},$$

que por la concavidad estricta de $u(\cdot,\cdot)$ y la normalidad de c_t, implican que $\phi_{c_t} < 0$, por lo cual se satisface que

$$sgn\left(\frac{\partial c_t}{\partial \epsilon_t}\right) = -sgn(u_{c_t m_t}). \tag{3.33}$$

En particular, si c_t y m_t son independientes a la Edgeworth, lo que significa que $u_{c_t m_t} = 0$, entonces $x = z$ y el programa de tipo de cambio es siempre neutral. Usando (3.33) podemos fácilmente verificar, sin embargo, que si $u_{c_t m_t} > 0$ (*i.e.*, c_t y m_t son complementarios a la Edgeworth), la relación (3.32) provoca un aumento en la curva AA representada en la figura 3.1; dado que la ecuación (3.16) se sigue cumpliendo, todos los resultados previos son válidos en el presente caso. Pero si $u_{c_t m_t} < 0$ (*i.e.*, c_t y m_t son sustitutos a la Edgeworth), entonces la curva AA en ıa figura 3.1 estaría por encima de la línea de 45 grados, por lo tanto, en equilibrio $x < z$; contrariamente a la sección previa, durante la transición la economía experimentaría un superávit en la cuenta corriente. Sin embargo, aún es cierto que mientras más corto es el período de estabilización, más pronunciados serán los efectos iniciales (*i.e.*, serán más pequeños en el presente x y z, por lo cual, más grande será el superávit de la cuenta corriente en el intervalo $[0, T]$).

En suma, todos los resultados de pérdida de bienestar de la seccción anterior serán extendidos al caso en el cual $u_{c_t m_t} > 0$, sin embargo cuando $u_{c_t m_t} = 0$, no hay efectos reales asociados con los programas temporales, y cuando $u_{c_t m_t} < 0$, las implicaciones de cuenta corriente son invertidas. Pero, si $u_{c_t m_t} \neq 0$, entonces los efectos reales durante la transición serán exacerbados cuando $T \to 0$.

Los efectos en el bienestar son ambigüos, esto se debe a los efectos distorcionarios negativos del programa temporal que fueron detectados en la sección anterior, ahora les sumamos los efectos positivos de un stock de balances monetarios reales por unidad de consumo más grande (*i.e.*, una velocidad de consumo más baja) durante la transición. No obstante, podemos mostrar que alguna estabilización (aún temporal) es mejor que ninguna. Para probar esto, podemos diferenciar (3.29) totalmente con respecto a ϵ^1 (recordando (3.14) y tomando en cuenta (3.31)) con lo que tenemos es lo siguiente:

$$\int_0^\infty u(c_t, L(c_t, r + \epsilon_t))e^{-rt}dt,$$

$$\int_0^T u(x, L(x, r + \epsilon^1))e^{-rt}dt + \int_T^\infty u(z, L(z, r + \epsilon^2))e^{-rt}dt,$$

sólo integramos donde $\epsilon_t = \epsilon^1$ con lo cual tenemos el siguiente resultado para el programa de estabilización,

$$\int_0^T u(x, L(x, r + \epsilon^1))e^{-rt}dt = -\frac{u(x, L(x, r + \epsilon^1))e^{-rT} - u(x, L(x, r + \epsilon^1))}{r},$$

que al derivarla con respecto a ϵ^1 obtenemos,

$$\frac{u_m(x, L(x, r + \epsilon^1))L_i(x, r + \epsilon^1)(1 - e^{-rT})}{r} < 0. \tag{3.34}$$

Por medio de la cual vemos que la utilidad del individuo disminuye cuando el valor de ϵ^1 es mayor, por lo tanto, es mejor un programa de estabilización temporal.

Capítulo 4.

Programas Temporales de Estabilización: Precios y Tipo de Cambio Flexibles.

4.1. Introducción.

Para estudiar los efectos de un programa temporal de estabilización debemos analizar un modelo en el que se considere la posibilidad que tiene el gobierno de implementar una política económica en la cual los precios y el tipo de cambio sean flexibles.

Dentro de las causas principales que se han encontrado del porqué los programas fracasan, se encuentra la incapacidad de los programas temporales para desarraigar algunos de los factores básicos detrás de los procesos inflacionarios, donde podemos ver que estos factores no necesariamente están relacionados con la creación de dinero en forma desmedida. En algunos casos también están relacionados con altos o insostenibles déficits fiscales o con cortes sostenidos en la base del impuesto inflacionario después de una reforma fiscal, observándose que en el típico programa que fracasa, la oferta monetaria lleva totalmente la carga de un nivel de inflación bajo.

Estamos interesados en programas temporales donde la tasa de crecimiento de la oferta monetaria permanece constante en un nivel bajo hasta el tiempo T, después ésta aumenta en forma permanente.

4.2. El Modelo básico: Resultados preliminares.

Dentro del estudio del comportamiento de la economía existen variables económicas fundamentales que tienen gran relevancia, estas variables son identificadas en la literatura por la siguiente notación:

$c_t =$ consumo al tiempo t;
$\rho =$ tasa subjetiva de descuento;
$k_t =$ capital físico per cápita al tiempo t;
$m_t =$ balances monetarios reales al tiempo t;
$a_t =$ riqueza real al tiempo t;
$y_t =$ ingreso real disponible al tiempo t;
$w_t =$ salario real al tiempo t;
$r_t =$ tasa de interés al tiempo t;
$g_t =$ transferencias del gobierno al tiempo t;
$\pi_t =$ tasa de inflación instantanea al tiempo t;
$\mu_t =$ tasa de expansión monetaria.

En esta sección necesitaremos los siguientes supuestos con el fin de facilitar la exposición y el análisis de los resultados del capítulo:

esto asegura super-neutralidad del dinero a largo plazo, una característica que ayuda a subrayar la cuestión central del capítulo.

El problema de optimización de la familia puede ahora ser estudiado para el caso en el cual π_t existe para toda $t > 0$. Se supone que la familia maximiza la utilidad total descontada (4.1), para elegir una trayectoria de consumo, c_t, y el balance monetario real, m_t, tal que las ecuaciones (4.6) y (4.7) se satisfacen, dadas las trayectorias futuras de w_t, r_t, π_t, g_t y el valor inicial de la riqueza, a_0. El análisis de estos problemas inmediatamente revela que si el costo de mantener dinero (*i.e.*, la tasa de interés nominal) es positiva, entonces no es óptimo mantener dinero en una cantidad mayor al nivel requerido por la expresión (4.7). Por otro lado, si la tasa de interés nominal es negativa, podría ser óptimo no mantener capital físico, una situación que no puede ser consistente con el equilibrio general y un stock de capital positivo. Dado que sólo examinaremos casos en los cuales el stock de capital es positivo, podemos fácilmente no hacer caso de la posibilidad de tasa de interés nominal negativa. Finalmente, si la tasa es cero, la familia será indiferente entre dinero y capital como activos puros, sin embargo, para simplificar la exposición supondremos que en tal caso la familia mantiene el balance monetario mínimo dictado por (4.7). Se continuará el análisis bajo el supuesto de que si $r_t + \pi_t \geq 0$ (para todo $t \geq 0$), entonces la expresión (4.7) se mantiene con igualdad.

En la perspectiva de nuestra discusión previa, podemos escribir la ecuación (4.6) en la forma,

$$\int_0^{\infty} \{[1+\alpha(r_t+\pi_t)]c_t - (w_t - g_t)\} \exp\left(-\int_0^t r_s \mathrm{d}s\right) \mathrm{d}t = a_0. \tag{4.8}$$

Bajo estos supuestos, el problema de optimización de la familia se simplifica a maximizar la utilidad (4.1) eligiendo una trayectoria de c_t que satisfaga la ecuación (4.8), dando la trayectoria futura de w_t, r_t, π_t, g_t y riqueza inicial a_0. Por lo tanto, el problema de optimización podemos plantearlo como sigue:

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^{\infty} u(c_t)e^{-\rho t}\mathrm{d}t, \\ \text{sujeto a} \\ \displaystyle\int_0^{\infty} \{[1+\alpha(r_t+\pi_t)]c_t - (w_t - g_t)\} \exp\left(-\int_0^t r_s \mathrm{d}s\right) \mathrm{d}t = a_0. \end{cases}$$

Denotando por $\bar{\lambda}$ el multiplicador de Lagrange asociado con la restricción (4.8)–donde $\bar{\lambda}$ es obviamente independiente del tiempo–tenemos la ecuación de Lagrange

$$L = u(c_t)e^{-\rho t} - \bar{\lambda}\left[\{[1+\alpha(r_t+\pi_t)]c_t - (w_t - g_t)\} \exp\left(-\int_0^t r_s \mathrm{d}s\right)\right],$$

para encontrar el óptimo, derivamos la ecuación de Lagrange con respecto a c_t, con lo que tenemos

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = u'(c_t)e^{-\rho t} - \bar{\lambda}\left\{[1+\alpha(r_t+\pi_t)] \exp\left(-\int_0^t r_s \mathrm{d}s\right)\right\} = 0,$$

entonces

$$u'(c_t)e^{-\rho t} = \bar{\lambda}\left\{[1+\alpha(r_t+\pi_t)]\exp\left(-\int_0^t r_s \mathrm{d}s\right)\right\},$$

o equivalentemente,

$$u'(c_t) = \bar{\lambda}\left\{[1+\alpha(r_t+\pi_t)]\exp\left(-\int_0^t r_s \mathrm{d}s\right)\right\}e^{\rho t},$$

dado que

$$e^{\rho t} = \exp\left(\int_0^t \rho \mathrm{d}s\right),$$

obtenemos finalmente,

$$u'(c_t) = \bar{\lambda}\left\{[1+\alpha(r_t+\pi_t)]\exp\left(\int_0^t (\rho - r_s)\mathrm{d}s\right)\right\}.$$

Por lo tanto, la condición de primer orden asociada con la elección óptima de c_t (donde las soluciones de esquina son excluidas por los supuestos) es el siguiente:

$$u'(c_t) = \lambda_t[1+\alpha(r_t+\pi_t)], \tag{4.9}$$

donde

$$\lambda_t \equiv \bar{\lambda}\exp\left(\int_0^t (\rho - r_s)\mathrm{d}s\right). \tag{4.10}$$

La ecuación (4.9) es la conocida relación "*utilidad marginal del consumo en el tiempo t =utilidad marginal de la riqueza por costo marginal (presente) del consumo al tiempo t*". Por (4.9) y (4.10), la última es igual al factor de descuento en el tiempo t multiplicado por el precio "directo" del consumo en el tiempo t (*i.e.*, (4.1)), más el costo marginal de los balances de efectivo asociados en el tiempo t (*i.e.*, $\alpha(r_t+\pi_t)$).

Dadas las condiciones de regularidad que hemos supuesto (particularmente, concavidad de la función de utilidad), se sigue que si existen trayectorias de c_t y λ que satisfacen las condiciones (4.9) y (4.10), y tal que la ecuación (4.8) se sigue cumpliendo, entonces la trayectoria de c_t es una solución del problema de optimización de la unidad familiar. Esta observación generalmente simplificará nuestra búsqueda de trayectorias de equilibrio.

Con el fin de caracterizar un equilibrio de previsión perfecta, volveremos a definir la oferta y el componente del gobierno en la economía en una forma más explícita. Intuitivamente, un equilibrio de previsión perfecta es una situación donde los agentes tomadores de precios son capaces de llevar a cabo sus planes *ex-ante* (*tal que demanda = oferta en todos los mercados*). Con motivo de minimizar el uso de nueva notación, procederemos en la forma siguiente; cuando describamos la oferta y el lado del gobierno la misma notación correspondiente al lado de la demanda será utilizada. Esto es un procedimiento correcto sólo en equilibrio–lo cual es la esfera del análisis seguido–.

Para simplificar la exposición, suponemos que sólo existe una firma competitiva y tomadora de precios que produce bienes por medio de capital y trabajo. Entonces, suponemos que la familia ofrece inelasticamente una unidad de trabajo, utilizaremos el símbolo k_t para denotar la razón capital/trabajo en la firma, o equivalentemente el capital per cápita dado el supuesto de pleno empleo.

La función de producción de la firma es:

$$Y_t = F(K_t, L_t),$$

tomando

$$\frac{Y_t}{L_t} = \frac{F(K_t, L_t)}{L_t},$$

por la homogeneidad de grado uno de la función de producción podemos hacer

$$\frac{F(K_t, L_t)}{L_t} = F(\frac{K_t}{L_t}, \frac{L_t}{L_t}),$$

entonces

$$\frac{F(K_t, L_t)}{L_t} = F(k_t, 1),$$

definiendo

$$F(k_t, 1) = f(k_t),$$

tenemos

$$\frac{F(K_t, L_t)}{L_t} = f(k_t),$$

en forma equivalente, escribimos

$$Y_t = f(k_t)L_t,$$

denotando

$$\frac{K_t}{L_t} = k_t$$

y tomando y_t que denote la producción per cápita ($\frac{Y_t}{L_t}$), tenemos

$$y_t = f(k_t), \tag{4.11}$$

donde la función de producción en unidades intensivas, $f(k_t)$, se supone cóncava y no negativa para toda $k_t \geq 0$ y además se supone que tiene primera derivada positiva. Por lo tanto, en un equilibrio competitivo con capital positivo, tenemos las siguientes relaciones entre los productos marginales y los precios del capital y el trabajo

$$r_t = f'(k_t), \tag{4.12}$$

$$w_t = f(k_t) - f'(k_t)k_t. \tag{4.13}$$

Para continuar el experimento monetario separando los efectos de otras actividades del gobierno, supondremos que éste no consume y que subsidia al consumidor reintegrándole lo que sus saldos reales se han depreciado a causa de la inflación por medio de transferencias de suma fija no distorcionarias (lump-sum). Por lo tanto, denotando por μ_t la tasa de expansión monetaria, en equilibrio tenemos:

$$g_t = \mu_t m_t. \tag{4.14}$$

Además, en puntos en el tiempo en los cuales π_t está bien definida,

$$\frac{\dot{m}_t}{m_t} = \mu_t - \pi_t. \tag{4.15}$$

En consecuencia, por (4.4) y (4.12)-(4.15) tenemos

$$\dot{a}_t = f(k_t) - f'(k_t)k_t + f'(k_t)a_t - [c_t + (r_t + \pi_t)m_t] + \mu_t m_t,$$

equivalentemente,

$$\dot{a}_t = f(k_t) + (a_t - k_t)f'(k_t) - c_t - (r_t + \pi_t - \mu_t)m_t,$$

dado que

$$a_t = k_t + m_t,$$

derivando con respecto al tiempo tenemos

$$\dot{a}_t = \dot{k}_t + \dot{m}_t,$$

sustituyendo

$$\dot{k}_t + \dot{m}_t = f(k_t) + m_t f'(k_t) - c_t - f'(k_t)m_t + (\mu_t - \pi_t)m_t,$$

de donde

$$\dot{k}_t = -\dot{m}_t + f(k_t) + m_t f'(k_t) - c_t - f'(k_t)m_t + \frac{\dot{m}_t}{m_t}m_t,$$

por lo tanto,

$$\dot{k}_t = f(k_t) - c_t, \tag{4.16}$$

la ecuación (4.16) muestra que, en equilibrio el capital es acumulado a una tasa igual a la diferencia entre la producción y el consumo.

Nuestra siguiente tarea es combinar los supuestos anteriores para llegar a una expresión que pueda ser usada para caracterizar las trayectorias de equilibrio para las cuales π_t está bien definida y la tasa de interés nominal es no negativa para toda t $(t > 0)$. Por (4.15) y recordando que bajo estas circunstancias la desigualdad (4.7) es siempre satisfecha con igualdad estricta, tenemos

$$m_t = \alpha c_t,$$

tomando el logarítmo natural de (4.7), se sigue que

$$\ln m_t = \ln \alpha + \ln c_t,$$

derivando con respecto a t y dado que α es constante, tenemos

$$\frac{\dot{m}_t}{m_t} = \frac{\dot{c}_t}{c_t}. \tag{4.17}$$

Por (4.9) y (4.10)

$$\frac{u'(c_t)}{\lambda_t} = 1 + \alpha(r_t + \pi_t),$$

entonces

$$1 - \frac{u'(c_t)}{\lambda_t} = -\alpha(r_t + \pi_t),$$

por lo tanto,

$$\frac{1 - \frac{u'(c_t)}{\lambda_t}}{\alpha} = -\pi_t - r_t,$$

por (4.15) y (4.17)

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \mu_t - \pi_t = \mu_t + r_t - \pi_t - r_t,$$

entonces

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \mu_t + r_t + \frac{1 - \frac{u'(c_t)}{\lambda_t}}{\alpha},$$

y sustituyendo la relación que dice que el producto marginal de la producción es igual a su precio, obtenemos

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = f'(k_t) + \mu_t + \frac{1 - \frac{u'(c_t)}{\lambda_t}}{\alpha}, \tag{4.18}$$

aplicando logarítmo natural a (4.10) tenemos,

$$\ln \lambda_t = \ln \bar{\lambda} + \int_0^t (\rho - r_s) \mathrm{d}s,$$

derivando con respecto al tiempo encontramos

$$\frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = \rho - f'(k_t). \tag{4.19}$$

Para facilitar la exposición escribimos juntas las ecuaciones (4.16), (4.18) y (4.19),

$$\begin{cases} \dot{k}_t = f(k_t) - c_t, & (4.16) \\ \frac{\dot{c}_t}{c_t} = f'(k_t) + \mu_t + \frac{1 - \frac{u'(c_t)}{\lambda_t}}{\alpha}, & (4.18) \\ \frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} = \rho - f'(k_t). & (4.19) \end{cases}$$

las cuales constituyen un sistema de tres ecuaciones diferenciales en k_t, c_t y λ_t, en el cual k_t está predeterminado en el tiempo $t = 0$, pero c_t y λ_t son, en principio, libres de tomar algún valor estrictamente positivo. Esta es una situación familiar en modelos de equilibrio de previsión perfecta. Nuestro análisis se concentrará, sin embargo, en trayectorias que *convergen* a un estado estacionario (cuya existencia se supone de antemano). Note que a lo largo de estas trayectorias las ecuaciones (4.8), (4.9) y (4.10) se mantienen, y por lo tanto–remarcando nuestros comentarios previos–la demanda de consumo está dada por la trayectoria asociada de c_t, mostrando que estas trayectorias son equilibrios de previsión perfecta en el sentido usual.

Ahora proveemos dos resultados preliminares. El primero es que el sistema (4.16), (4.18) y (4.19) es tal que si la economía inicia en un estado estacionario, un cambio permanente en μ_t no tiene efectos reales (*i.e.*, super-neutralidad del estado estacionario). Este resultado se muestra como sigue: por (4.16) y (4.19), el sistema empieza con $f(k^*) = c_t$ y $f'(k^*) = \rho$; entonces el sistema permanecerá en el mismo estado estacionario si podemos mostrar que es posible elegir λ_t en la ecuación (4.18) tal que mantenga $\dot{c}_t = 0$ después del cambio en μ_t. Pero esto es obviamente cierto, debido a que, dado μ_t siempre existe un valor único de λ_t que hace $\dot{c}_t \equiv 0$ cuando $f'(k^*) = \rho$. Para ver esto hacemos $\dot{c}_t = 0$ y despejamos λ_t en la ecuación (4.18) con lo cual tenemos

$$f'(k_t) + \mu_t + \frac{1 - \frac{u'(c_t)}{\lambda_t}}{\alpha} = 0,$$

despejando $f'(k_t)$ se obtiene

$$\rho + \mu_t + \frac{1 - \frac{u'(c_t)}{\lambda_t}}{\alpha} = 0,$$

ó

$$\rho + \mu_t = -\frac{1 - \frac{u'(c_t)}{\lambda_t}}{\alpha},$$

así

$$\rho\alpha + \mu_t\alpha = -\left(1 - \frac{u'(c_t)}{\lambda_t}\right),$$

por lo tanto,

$$\rho\alpha + \mu_t\alpha + 1 = \frac{u'(c_t)}{\lambda_t},$$

de donde

$$\lambda_t = \frac{u'(c_t)}{\rho\alpha + \mu_t\alpha + 1},$$

mediante la última ecuación podemos determinar el valor de λ_t para cada valor de μ_t con lo cual queda demostrada la super-neutralidad del estado estacionario.

Como mostró Fisher (1979), la super-neutralidad del estado estacionario no es equivalente a la super-neutralidad, para la última también se requeriría que un salto permanente en μ_t no tenga efectos si el sistema empieza fuera del estado estacionario. En forma interesante, nuestro modelo tiene un caso especial (como el también hecho por el modelo de Fisher) en el cual el sistema exhibe super-neutralidad en todas partes, a saber, el caso en el cual (bajo una transformación lineal) la función de utilidad instantánea satisface,

$$u(c) = \ln(c). \tag{4.20}$$

La demostración es sencilla. Definimos

$$x = \lambda c. \tag{4.21}$$

Entonces, el sistema (4.16), (4.18) y (4.19) (tomando en cuenta (4.20) y usando la definición (4.21)) se transforma en,

$$\begin{cases} \frac{\dot{x}_t}{x_t} = \rho + \mu_t + \frac{1-\frac{1}{x_t}}{\alpha}, & (4.22a) \\ \frac{\dot{c}_t}{c_t} = f'(k_t) - \rho + \frac{\dot{x}_t}{x_t}, & (4.22b) \\ \dot{k}_t = f(k_t) - c_t. & (4.22c) \end{cases}$$

Una vez más, bajo el nuevo sistema sólo k_t es una variable predeterminada en el tiempo $t = 0$; c_t y x_t estan libres de "saltos". Note, circunstancialmente, que si μ_t es constante en el tiempo, x_t se resuelve independientemente de las otras dos ecuaciones; pero (4.22a) es inestable y, entonces, la única solución que converge al estado estacionario de x_t es la que empieza en el estado estacionario de x_t . Por consiguiente, a lo largo de las trayectorias de equilibrio con μ_t constante, x_t debe ser constante en el tiempo. Dada la última implicación de que $\dot{x} \equiv 0$, el sistema (4.22) sería independiente de μ_t, de cuya super-neutralidad en todas partes se sigue inmediatamente.

4.3. Estabilización temporal: La economía cerrada.

Estamos interesados en estudiar los efectos de una disminución temporal en la tasa de crecimiento de la oferta monetaria. En la sección previa demostramos que un cambio permanente en μ_t no tiene efectos reales, se sigue que si existen efectos reales asociados con la estabilización temporal, entonces estos tienen que ser necesariamente dados por las expectativas en el tiempo $t = 0$, de que sucederá un cambio futuro en μ_t.

Examinaremos el caso simple en el cual, para algún $T > 0$,

$$\begin{cases} \mu_t = \mu^0, & 0 \leq t < T, & (4.23a) \\ \mu_t = \mu^1, & t \geq T, & (4.23b) \end{cases}$$

donde las constantes μ^0 y μ^1 son tales que $\mu^0 > \mu^1$.

El análisis puede realizarse utilizando las figuras 4.1 y 4.2. En la figura 4.1, la ecuación (4.22a) es representada para $\mu^0 = \mu^1$. El valor en el estado estacionario de x_t esta denotado por $\bar{x}$. Claramente, por (4.22a)

$$\bar{x} = \frac{1}{1 + \alpha(\rho + \mu^0)}. \tag{4.24}$$

El estado estacionario de x_t para μ^1 es mostrado en la figura 1 por $\underline{x}$. Dado que $\underline{x}$ está determinado en (4.24) con μ^1 en lugar de μ^0, entonces $\underline{x} < \bar{x}$ (ver figura 4.1).

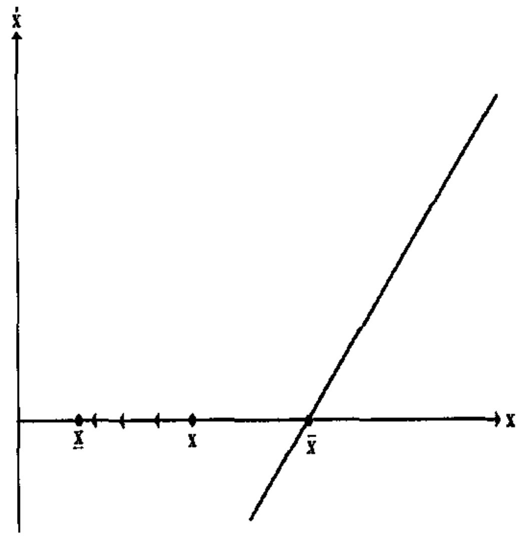

Figura 4.1. Análisis grafico del Estado Estacionario del Consumo.

Por (4.23), μ_t es una constante después del período T. Entonces, la convergencia de x_t necesita

$$x_T = \underline{x}, \tag{4.25}$$

la cual, como en la figura 4.1 implica $x_0 < \bar{x}$ y

$$\dot{x}_t < 0 \quad \text{para toda} \quad 0 < t < T. \tag{4.26}$$

Como una consecuencia de lo anterior, la estabilización temporal implica que x_t varia en el tiempo, lo cual nos impide estudiar el subsistema (4.22b) y (4.22c) independientemente de (4.22a), como fue hecho para el ejercicio sencillo al final de la sección anterior. Afortunadamente, aún podemos caracterizar la trayectoria de equilibrio por medio de técnicas gráficas, como mostraremos en el siguiente análisis.

Considerando esta economía en algún punto en el tiempo τ, $0 < \tau < T$ y analizando el siguiente sistema de ecuaciones que es semejante a (4.22b) y (4.22c)

$$\begin{cases} \frac{\dot{c}_t}{c_t} = f'(k_t) - \rho + \frac{\dot{x}_\tau}{x_\tau}, & (4.27) \\ \dot{k}_t = f(k_t) - c_t. & (4.28) \end{cases}$$

La única diferencia con (4.22b) y (4.22c) es que $\dot{x}/x$ ha sido "congelado" en el valor que toma en el tiempo τ. Los dos sistemas son idénticos para $t = \tau$. Suponemos ahora que (4.27) y (4.28) son una "buena" aproximación para (4.22b) y (4.22c).

Definimos $\hat{k}(s)$ por la condición:

$$f'(\hat{k}(s)) = s. \tag{4.29}$$

Entonces, recalcando (4.22), $\hat{k}(s)$ es la relación capital/trabajo de estado estacionario correspondiente a $\rho = s$. En el sistema (4.27) y (4.28), por otra parte, el estado estacionario k_t es igual a $\hat{k}(\rho - \frac{\dot{x}_\tau}{x_\tau})$. Dado, por supuesto, $f''(k_t) < 0$ y, como notamos antes, a lo largo de una trayectoria de equilibrio $\dot{x} < 0$ en el intervalo $(0, T)$, se sigue que

$$\hat{k}(\rho) > \hat{k}\left(\rho - \frac{\dot{x}_\tau}{x_\tau}\right). \tag{4.30}$$

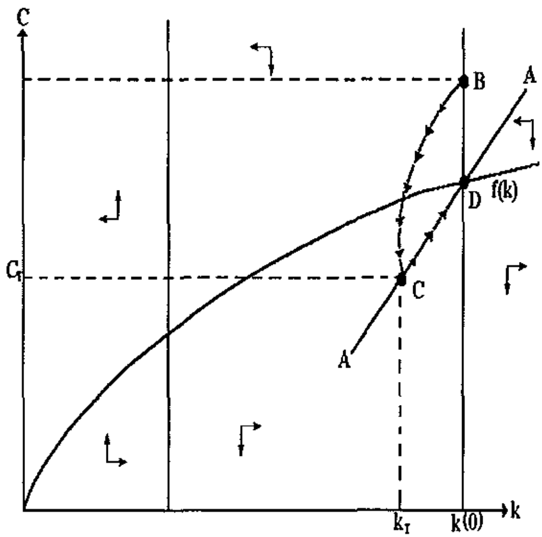

Figura 4.2. Diagrama de Fase para el sistema (4.27) y (4.28).

La figura 4.2 muestra el diagrama de fase para el sistema (4.27) y (4.28)[1]. Por lo tanto, iniciando en el tiempo T la trayectoria de equilibrio tenderá a caer en la trayectoria de

[1] Las flechas horizontales y verticales indican la dirección de las variables en las zonas donde las flechas están indicadas. En el diagrama también mostramos una parte de la trayectoria de silla de montar del sistema (4.22b) y (4.22c) cuando $\dot{x}$=0 (curva AA). La curva AA define un conjunto de puntos importante ya que, como argumentamos antes, x_t es una constante después de T.

silla de montar de la cual AA forma parte. La intersección entre AA y $f(k_t)$–indicada por D en la figura 4.1–es el estado estacionario del sistema (4.22) con μ_t constante. Entonces, *suponiendo que antes de que comience el experimento en el tiempo* $t = 0$, *el sistema estaba* en estado estacionario con μ_t constante, entonces $k_0 = \hat{k}(\rho)$.

Por consiguiente, si hacemos el análisis en términos del sistema (4.27) y (4.28) y exigimos que c_t sea una función continua en el tiempo, el único tipo de trayectoria que podrá alcanzar AA en el tiempo finito, y que satisface $k_0 = \hat{k}(\rho)$, exhibe las propiedades de la curva BCD flechada en la figura 4.2. Para probar esto, note que si, por el contrario, $c_0 \leq f(\hat{k}(\rho)) = f(k_0)$, entonces como el diagrama de fase muestra, (c_t, k_t) se moverá gradualmente lejos del lugar geométrico AA, una contradicción.

La extensión del resultado anterior al caso del sistema real (*i.e.*, el sistema (4.22)) es sencillo. Como señalamos antes, la única diferencia entre el sistema (4.22) en el intervalo $[0, T)$ y el sistema que hemos discutido es que en el sistema (4.22), $\dot{x}/x$ varía en el tiempo. Por (4.27), sin embargo, $\dot{x}/x$ es siempre negativo en el intervalo $[0, T)$. Entonces, en cada punto de $[0, T)$ tenemos un diagrama de fase que tiene las mismas propiedades cualitativas que el diagrama del sistema (4.27) y (4.28). Así, por ejemplo, es claro que si $c_0 \leq f(k_0)$, entonces (c_t, k_t) nunca tocará la curva AA. Por lo tanto, para converger al equilibrio se requiere que $c_0 > f(k_0)$, como antes. Un procedimiento semejante permite extender todos los otros resultados.

Por consiguiente, hemos mostrado que un experimento de estabilización temporal tiene efectos reales, aún cuando hemos restringido nuestro modelo para satisfacer condiciones muy rigurosas de super-neutralidad. El ejemplo también tiene alguna dinámica transitoria. En primer lugar, sobre el anuncio de una política temporal hay un repentino incremento en la tasa de consumo y una caída en la tasa de acumulación de capital. Más tarde la tasa de consumo cae constantemente hasta que el experimento de estabilización termina (*i.e.*, hasta que la economía llega al punto C en la figura 4.2). La disminución en el stock de capital, sin embargo, termina antes de que la política de estabilización finalice (*i.e.*, antes de T). Cuando el experimento de estabilización llega a su fin en el tiempo T, la *comparación del nuevo estado de la economía con el punto inicial es como sigue:* ambos, consumo y capital son más bajas en T que en el tiempo $t = 0$.

Mediante el análisis anterior podemos llegar al siguiente resultado de bienestar, que es más fuerte. Programas temporales de estabilización son Pareto-inferior comparadas con programas en los cuales se mantiene la tasa de inflación en el nivel original (o alguna otra constante). Para mostrar esto, consideramos el problema de maximización de utilidad del planificador (4.1) sujeto a (4.22c),

$$\begin{cases} \text{Max} \displaystyle\int_0^\infty u(c_t) e^{-\rho t} \mathrm{d}t, \\ \qquad\qquad \text{sujeto a} \\ \qquad \dot{k}_t = f(k_t) - c_t, \end{cases}$$

de donde se tiene el Hamiltoniano

$$H = u(c_t)e^{-\rho t} + \lambda[f(k_t) - c_t],$$

entonces las condiciones de primer orden para el óptimo son,

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} = u'(c_t)e^{-\rho t} - \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial H}{\partial k_t} + \dot{\lambda} = \lambda f'(k_t) + \dot{\lambda} = 0,$$

por (4.20),

$$\frac{1}{c}e^{-\rho t} = \lambda,$$

tomando el logarítmo natural,

$$-\ln c - \rho t = \ln \lambda,$$

derivando con respecto al tiempo tenemos

$$-\frac{\dot{c}}{c} - \rho = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda},$$

y de las condiciones de primer orden tenemos

$$-\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = f'(k_t),$$

entonces

$$\frac{\dot{c}}{c} = f'(k_t) - \rho,$$

entonces la ecuación de Euler asociada es justamente (4.22b) con $\dot{x} = 0$.

Por lo tanto, la trayectoria óptima del planificador coincide con la solución de mercado cuando μ_t se espera que permanezca constante para siempre. Claramente, algún cambio en la μ_t constante conduce las trayectorias de equilibrio a un resultado Pareto-ineficiente.

Una cuestión interesante de ver es como la pérdida en bienestar es afectada por el "grado de transitoriedad" (*i.e.*, por que tan grande sea T). Es bastante intuitivo que la pérdida de bienestar converge a cero cuando T tiende a cero. Además, es también claro que la pérdida tiende a cero cuando T tiende a infinito (dado, como argumentamos antes, el costo es en realidad cero si $T = \infty$). Debe existir, por lo tanto, un peor valor de T (T_*, tal que $0 < T_* < \infty$).

Finalmente, note que dado que (4.7) se mantiene con igualdad

$$m_t = \alpha c_t, \tag{4.31a}$$

más aún, por (4.15) y (4.17) tenemos

$$\pi_t = \mu_t - \frac{\dot{c}_t}{c_t}. \tag{4.31b}$$

Por lo tanto, recordando la trayectoria BCD en la figura 4.2 y (4.23), el nivel de precios cae sobre impacto, pero la inflación es más grande que la tasa de expansión de la oferta monetaria durante la estabilización, μ^0, y continúa aumentando hasta que el experimento de estabilización concluye. Dado que a lo largo de una trayectoria de equilibrio c_t, r_t y λ_t son funciones continuas del tiempo, esto sigue de (4.9) que π_t es también continua con respecto al tiempo. Además, $\pi_t < \mu^1$ en la sección CD de la figura 4.2. Por consiguiente, la inflación es más pequeña cuando el programa temporal de estabilización tiene un período de duración mayor. Esta es una pregunta abierta, sin embargo, si $\pi_t < \mu^1$ durante el período de estabilización entero.

La tasa de interés nominal, $r_t + \pi_t$, es fácil de caracterizar. Por (4.9), (4.20) y (4.21), tenemos

$$\frac{1}{x_t} = 1 + \alpha(r_t + \pi_t), \tag{4.32}$$

por lo tanto, recordando la figura 4.1, la tasa de interés nominal aumenta monotónicamente sobre el intervalo $[0, T)$ y permanece constante después. Este resultado ayuda a hacer más intuitivo el razonamiento del aumento transitorio en consumo. El costo de consumo efectivo es, como mostramos antes, igual a $1 + \alpha(r_t + \pi_t)$. Entonces, las expectativas de que este costo aumentará en el futuro conducen a una sustitución intertemporal en favor del consumo presente.

4.4. Estabilización Temporal: La economía abierta.

Los supuestos adicionales que nos permitiran realizar los experimentos monetarios de esta sección serán los siguientes:

1. Existen dos tipos de bienes, comerciables y no comerciables.
2. Los bienes no comerciables son producidos utilizando bienes comerciables y trabajo.
3. La función de producción de bienes no comerciables satisface $z = c_t^{\beta}$, $0 < \beta < 1$.

Para nuestro análisis es necesario introducir nueva notación que relacione los dos tipos de bienes existentes en la economía de nuestro modelo,

$k_t =$ activos netos internacionales;

$w_t =$ PIB (oferta doméstica);

$p =$ precio relativo de bienes no comerciables (home goods) en términos de bienes comerciables (la inversa de p es algunas veces definida como la "tasa de cambio real").

El marco anterior puede fácilmente ser adaptado introduciendo dos importantes variables de economía abierta, a saber, la cuenta corriente y la tasa de cambio real durante la estabilización temporal.

Para introducir la cuenta corriente, podemos pensar a k_t como "activos netos internacionales", y podemos identificar w_t con PIB (que se supone constante por simplicidad). Por lo tanto, (4.3) sería todavía la definición de ingreso disponible si suponemos que r_t es la tasa de interés real internacional, la cual es relevante para el país en cuestión. El modelo llega a ser formalmente idéntico al anterior si además suponemos que

$$r_t = R(k_t), \qquad R'(k_t) < 0. \tag{4.33}$$

Por lo tanto,

$$w_t + r_t k_t = w_t + R(k_t)k_t \equiv f(k_t), \tag{4.34}$$

donde estamos nuevamente usando la función $f(\cdot)$ para denotar el ingreso nacional. Además, por la restricción $R(k_t)$ podemos asegurar que $f(k_t)$ es estrictamente cóncava y creciente. Con esta reinterpretación $\dot{k}_t$ corresponde a la cuenta corriente de la balanza de pagos. Los modelos previos podrán ahora fácilmente ser aplicados para discutir algunos asuntos de economía abierta. Antes de que hagamos esto, sin embargo, enríqueceremos el modelo un poco al introducir "bienes no comerciables" (home goods).

Existen dos tipos de bienes: comerciables y no comerciables. Los bienes comerciables son bienes intermedios puros y son utilizados para producir bienes no comerciables. Estos últimos son bienes de consumo y la cantidad existente en el mercado es denotada por z_t. Definimos c_t como la cantidad de bienes comerciables utilizados como insumo en la producción de bienes no comerciables. Suponemos que la función de producción satisface

$$z_t = c_t^{\beta}, \qquad 0 < \beta < 1. \tag{4.35}$$

Interpretaremos w_t como la oferta doméstica fija de bienes comerciables. Entonces, nuestro marco de trabajo es consistente con el supuesto de que los bienes no comerciables son producidos con bienes intermedios y trabajo.

En equilibrio competitivo, p es justamente el costo marginal (en términos de bienes comerciables), de la producción de bienes no comerciables, por lo tanto,

$$p = \frac{c_t^{1-\beta}}{\beta}. \tag{4.36}$$

Si mantenemos el supuesto (4.7), estaríamos diciendo que la demanda por dinero es únicamente determinada por el gasto en bienes comerciables. En cambio, haremos la alternativa extrema más acostumbrada, que es suponer que la demanda por dinero es vinculada para gasto en bienes no comerciables. Más especificamente, remplazaremos (4.7) por

$$m_t \geq \bar{\alpha} p_t z_t, \qquad \bar{\alpha} > 0. \tag{4.37}$$

Combinando (4.35), (4.36) y (4.37), obtenemos

$$m_t \geq \alpha c_t, \tag{4.38}$$

donde

$$\alpha \equiv \frac{\bar{\alpha}}{\beta}, \tag{4.39}$$

el cual muestra que, pese a las complicaciones adicionales, la forma reducida para la restricción de cash-in-advance es idéntica a (4.7).

Dado que el consumo toma la forma de bienes no comerciables, escribiremos la utilidad indexada como $u(z_t) = \ln z_t$. Entonces, por (4.35),

$$u(z_t) = \beta \ln c_t, \tag{4.40}$$

la cual es justamente una transformación lineal positiva de la función de utilidad postulada en la sección anterior.

Los comentarios anteriores implican que podemos usar el sistema (4.22) como la forma reducida de un modelo de economía abierta, donde c_t y k_t se encuentran por la demanda por bienes comerciables y la posición de activos internacionales netos, respectivamente. La solución de equilibrio para c_t y la ecuación (4.36) determinan la trayectoria de equilibrio del tipo de cambio. Además, conociendo la trayectoria de equilibrio de k_t, esta provee información acerca de la tasa de interés en términos de bienes comerciables, mientras $\dot{k}_t$ es la cuenta corriente. Finalmente, suponiendo que el precio internacional de los bienes comerciables es constante en el tiempo, podemos identificar el nivel de precios con el tipo de cambio nominal.

Entonces super-neutralidad es equivalente a decir que cambios permanentes en la tasa de expansión de la oferta de dinero no tiene efectos en la cuenta corrriente o la tasa de cambio real. Considerando ahora el experimento de estabilización temporal. En principio produce un déficit en la cuenta corriente del balance de pagos (debido a que $\dot{k}_t < 0$), lo cual, de (4.36), esta acompañada por una apreciación del tipo de cabio real. La tasa de cambio real también apreciada por un momento (ya que m_t aumenta con c_t y, por lo tanto, el nivel de precios o tasa de cambio nominal cae). Estos supuestos son invertidos antes del experimento de estabilización temporal llegue a un fin; para entonces la tasa real de cambio se depreciará con respecto a (pero moviendo hacia) su nivel estado estacionario.

Las implicaciones de bienestar son obviamente las mismas que en la sección previa. Entonces, podría ser óptimo imponer barreras en la movilidad del capital internacional. Bajo este enfoque es fácil mostrar que una política "first-best" sería un subsidio en ingreso con interés o, en la jerga de finanzas internacionales, un impuesto en salidas de capital. Alternativamente, "first best" podrían ser alcanzados vía controles de cantidad.

Conclusiones.

Una vez presentadas las principales características de los programas de estabilización temporal, podemos concluir lo siguiente:

a) Los programas de estabiliizacón tanto con tipo de cambio fijo o predeterminado como con tipo de cambio ỹ precios flexibles ofrecen resultados subóptimos, sin alcanzar el deseable óptimo de Pareto.

b) La credibilidad en los programas de estabilización es de vital importancia para su implementación.

c) Aún cuando los resultados obtenidos por los programas de estabilización no son los deseables, siempre es recomendable establecer un progama de estabilización que conlleve a un creciemiento sostenido.

d) Es importante hacer una evaluación períodica del funcionamiento del programa de estabilización para hacer las modificaciones necesarias que permitan extender su duración al máximo con mejores resultados.

e) Al establecer un programa de èstabilización, es importante además de considerar las características económicas, contar con un marco político estable, el cual proporcione confianza en el programa.

Apéndice Matemático.

Técnicas de Optimización.

A.1. Introducción.

Dentro de este trabajo de tesis hemos hecho uso de la técnicas de optimización, para lo cual requerimos el conocimiento de los métodos de Cálculo de Variaciones y Control Optimo. Dada esta necesidad resumimos los principales resultados de estos métodos dentro del presente apéndice matemático. Es necesario hacer notar que sólo se intenta resumir los principales resultados y sus aplicaciones en la microeconomía y la macroeconomía, sin *intentar demostra estos resultados formalmente.*

A.2 Cálculo de Variaciones.

Existe una gran variedad de problemas que surgen en la teoría de optimización en espacios de funciones, éstos tienen un carácter sustancialmente no lineal, y se pueden resolver por métodos variacionales, los cuales constituyen una de las ramas principales del análisis funcional no lineal.

Entre los problemas de optimización en espacios de funciones se tratarán funcionales representadas por integrales.

Para ser más explicitos, iniciaremos con una definición.

Definición.- Sea $(V, ||\cdot||)$ un espacio lineal normado, B_ε una bola abierta de radio ε en V, $J : B_\varepsilon \subset V \to \mathbf{R}$ *una funcional y* $L(V, \mathbf{R})$ el espacio de funcionales que van de V a $\mathbf{R}$. Se dice que la funcional J es diferenciable en el punto $f \in B_\varepsilon$, si existe una funcional lineal acotada $dJ(f) \in L(V, \mathbf{R}) = V^*$, tal que para $(f+h) \in B_\varepsilon$, $J(f+h) - J(f) = dJ(f)(h) + o(||h||)$, donde $o(||h||)$ significa que $|o(||h||)|/||h|| = |J(f+h) - J(f) - dJ(f)(h)|/||h|| \to 0$ cuando $||h|| \to 0$, $o(||h||)$ es frecuentemente llamado un infenitésimo de orden superior al primero respecto a $||h||$. $dJ(f)(h)$ es llamada la diferencial de Fréchet de la funcional J en el punto $f \in B_\varepsilon$. Obviamente este concepto es local. Por lo que es conveniente definir a una funcional J como diferenciable en un conjunto $B_\varepsilon \subset V$, si es diferenciable para cada $f \in B_\varepsilon$, esto es, para cada $f \in B_\varepsilon$ existe $dJ(f) \in L(V, \mathbf{R}) = V^*$, tal que cumple con la propiedad antes mencionada.

A.2.1. TIPO 1.

Para presentar el primer tipo de problemas comenzaremos con el siguiente teorema.

Teorema: Considérese una funcional de la forma

$$J = J(f) = \int_a^b F(t, f(t), f'(t))dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$f(a) = A,$$

$$f(b)=B,$$

donde $F\in C^2$, es decir, una función con primera y segunda derivadas parciales continuas con respecto todos sus argumentos. Supóngase que $V=C^1[a,b]$ con norma

$$||f||=\max_{t\in[a,b]}|f(t)|+\max_{t\in[a,b]}|f'(t)|.$$

Entonces una condición necesaria para que la funcional $J(f)$ tenga un extremo en una función dada $f(t)$, es que satisfaga la ecuación de Euler, es decir[1]

$$\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}\right)=0.$$

Demostración: Demos a la función f un incremento h, de tal manera que $(f+h)\in B_\varepsilon$, y $f+h$ siga satisfaciendo las condiciones de frontera, para la cual $h(a)=h(b)=0$, esto es $h\in C_o[a,b]$, espacio de funciones continuas que se anulan en a y b, en la terminología de los métodos variacionales tal función h es llamada una función admisible, entonces calculando la diferencia $J(f+h)-J(f)$ se tiene que

$$J(f+h)-J(f)=\int_a^b\left(F(t,f+h,f'+h')-F(t,f,f')\right)dt,$$

se sigue del Teorema de Taylor que

$$\begin{aligned}J(f+h)-J(f)=&\int_a^b\left(\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f}h(t)+\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}h'(t)\right)dt\\&+\tfrac{1}{2}\int_a^b\left(\frac{\partial^2F(t,f+\theta h,f'+\theta h')}{\partial f^2}h^2(t)\right.\\&+2\frac{\partial^2F(t,f+\theta h,f'+\theta h')}{\partial f\partial f'}h(t)h'(t)\\&\left.+\frac{\partial^2F(t,f+\theta h,f'+\theta h')}{\partial f'^2}(h'(t))^2\right)dt,\end{aligned}$$

donde $\theta\in[0,1]$. Además se sabe que existen M_1,M_2 y M_3 tales que

$$\left|\frac{\partial^2F(t,f,f')}{\partial f^2}\right|\le M_1,$$

$$\left|\frac{\partial^2F(t,f,f')}{\partial f\partial f'}\right|\le M_2$$

[1] Para simplificar la notación se usará $f,\ f',\ h,\ h',\ g,\ g'$ recordando que estan en función del tiempo t.

y

$$\left|\frac{\partial^2 F(t,f,f')}{\partial f'^2}\right| \leq M_3$$

para todo (t,f,f'), pues F tiene segundas derivadas continuas con respecto a todos sus argumentos. Se define $M = \max\{M_i\}$, si $||h|| = \max|h(t)| + \max|h'(t)|$ se obtiene lo siguiente para la segunda integral de la ecuación anterior:

$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{2}\left|\int_a^b (\ldots)dt\right| &\leq \tfrac{1}{2}\int_a^b (Mh^2 + 2Mhh' + Mh'^2)dt \\
&\leq \tfrac{1}{2}M\int_a^b (h^2 + 2hh' + h'^2)dt \\
&\leq \tfrac{1}{2}M\int_a^b \Big[\max_{t\in[a,b]}|h(t)|^2 \\
&\qquad + 2\left(\max_{t\in[a,b]}|h(t)|\max_{t\in[a,b]}|h'(t)|\right) \\
&\qquad + \max_{t\in[a,b]}|h'(t)|^2\Big]dt \\
&\leq \tfrac{1}{2}M(b-a)\Big[\max_{t\in[a,b]}|h(t)| + \max_{t\in[a,b]}|h'(t)|\Big]^2 \\
&\leq \tfrac{1}{2}M(b-a)||h||^2.
\end{aligned}$$

Dividiendo el resultado entre $||h||$ y tomando el límite $(||h|| \to 0)$ se tiene:

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{2}\int_a^b(\ldots)dt}{||h||} \leq \lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{2}M(b-a)||h||^2}{||h||} = \lim_{h\to 0}\frac{o(||h||)}{||h||} = 0,$$

así, en valor absoluto la segunda integral es igual a cero en el límite. Entonces

$$dJ(f)(h) = \int_a^b \left(\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f}h(t) + \frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}h'(t)\right)dt,$$

una condición necesaria para que la funcional J tenga un extremo en el punto f es que $dJ(f)(h) = 0$ para toda h admisible en $C_o[a,b] \cap C^1[a,b]$, entonces

$$\int_a^b \left(\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f}h(t) + \frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}h'(t)\right)dt = 0,$$

para toda h admisible, pero integrando por partes el segundo sumando del integrando, se tiene que

$$\begin{aligned}
\int_a^b \frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}h'(t)dt &= \frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}h(t)\Big|_a^b - \int_a^b \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}\right)h(t)dt \\
&= -\int_a^b \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}\right)h(t)dt,
\end{aligned}$$

así,

$$\int_a^b \left[\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}\right)\right] h(t)dt = 0,$$

para toda h admisible. Por tanto

$$\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'}\right) = 0.$$

La ecuación de Euler proporciona una condición necesaria para un extremo y, en muchos casos, ésta es suficiente para dar una solución completa del problema variacional. La ecuación de Euler es en general una ecuación diferencial de segundo orden. Pero puede ser que para una curva dada, la función tenga un extremo y dicha curva no sea dos veces diferenciable, y sin embargo, satisface la ecuación de Euler.

A.2.2. TIPO 2.

Teorema: Considérese una funcional de la forma

$$J = J(f) = \int_a^b F(t,f,g,f',g')dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$f(a) = A,$$

$$f(b) = B,$$

donde $F \in C^2[a,b]$, es decir, una función con primera y segunda derivadas parciales continuas con respecto a todos sus argumentos;

$$||(f,g)|| = \max_{t\in[a,b]} |f(t)| + \max_{t\in[a,b]} |f'(t)| + \max_{t\in[a,b]} |g(t)| + \max_{t\in[a,b]} |g'(t)|;$$

$(f,g) \in B_\varepsilon \subset (C_1[a,b])$, $(f',g') \in B_\varepsilon \subset (C_1[a,b])$, (f,g) satisface las condiciones de frontera.

Entonces, una condición necesaria para que la funcional J tenga un extremo en un vector dado (f,g), es que este vector satisfaga las ecuaciónes de Euler, es decir

$$\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial f'}\right) = 0,$$

y

$$\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial g} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial g'}\right) = 0.$$

Demostración: Demos al vector (f,g) un incremento (h_1,h_2), $||(h_1,h_2)|| < \varepsilon$, de tal manera que se sigan satisfaciendo las condiciones de frontera, entonces $(h_1,h_2) \in (C_o[a,b])^2 \cap$

$(C_1[a,b])^2$, entonces calculando la diferencia $J(f+h_1, g+h_2) - J(f,g)$ y usando el teorema de Taylor se tiene que

$$J(f+h_1, g+h_2) - J(f,g) = \int_a^b \left(\frac{\partial F}{\partial f} h_1 - \frac{\partial F}{\partial f'} h_1' \right) dt + \int_a^b \left(\frac{\partial F}{\partial g} h_2 - \frac{\partial F}{\partial g'} h_2' \right) dt + o(\|(h_1, h_2)\|.$$

Por tanto

$$dF(f,g)(h_1,h_2) = \int_a^b \left(\frac{\partial F}{\partial f} h_1 - \frac{\partial F}{\partial f'} h_1' \right) dt + \int_a^b \left(\frac{\partial F}{\partial g} h_2 - \frac{\partial F}{\partial g'} h_2' \right) dt.$$

La condición necesaria $dJ(f,g)(h_1,h_2) = 0, \quad (h_1,h_2) \in (C_o[a,b])^2 \cap (C^1[a,b])^2$ implica que

$$\int_a^b \left(\frac{\partial F}{\partial f} h_1 - \frac{\partial F}{\partial f'} h_1' \right) dt + \int_a^b \left(\frac{\partial F}{\partial g} h_2 - \frac{\partial F}{\partial g'} h_2' \right) dt = 0,$$

puesto que todos los incrementos $h_{1,2}(t)$ son independientes, entonces de acuerdo con el problema tipo uno, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones de Euler

$$\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial f'} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial g} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial g'} \right) = 0.$$

Observese que las expresiones anteriores forman un sistema de dos ecuaciones diferenciales de segundo orden, y que su solución general contiene dos constantes arbitrarias, las cuales son determinadas de las condiciones de frontera.

A.2.3. TIPO 3.

El tipo tres es para un problema Isoperimétrico.

Teorema: Considérense dos funcionales, es decir

$$J = J(f) = \int_a^b F(t,f,f')dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$f(a) = A,$$

$$f(b) = B,$$

$$K = K(f) = \int_a^b G(t,f,f')dt = Q,$$

donde $K, F \epsilon C^2$, $t \in [a,b]$, es decir, una función con primera y segunda derivadas parciales continuas con respecto a todos sus argumentos; f una función para la cual la funcional J tiene un extremo (óptimo) y es tal que $||f|| = \max_{t\in[a,b]} |f(t)| + \max_{t\in[a,b]} |f'(t)|$; f satisface las condiciones de frontera. Se desea encontrar una función f para la cual la funcional J tenga un extremo (óptimo).

Si $f = f(t)$ es extremo de J pero no de K, entonces existe una constante p tal que f es extremo de la funcional $J + pK$, y por tanto f satisface la ecuación diferencial

$$\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'} + p\left(\frac{\partial G(t,f,f')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G(t,f,f')}{\partial f'}\right) = 0.$$

Demostración: Transformando el planteamiento del teorema anterior en uno de Control Optimo se tiene:

$$J = \int_a^b F(f,u)dt,$$

sujeto a

$$\begin{aligned} f' &= u, \\ g' &= G(f,u), \\ f(a) &= A, \\ f(b) &= B, \\ g(a) &= 0, \\ g(b) &= Q. \end{aligned}$$

Se desea encontrar una función f para la cual la funcional J tenga un extremo (óptimo). Primero se formula el Hamiltoniano

$$H(\lambda, f, u) = \lambda_0 F(f,u) + \lambda_1 G(f,u) + \lambda_2 u.$$

Las ecuaciones adjuntas son

$$\begin{aligned} -\dot{\lambda}_1 &= \lambda_0 F_f + \lambda_1 G_f, \\ -\dot{\lambda}_2 &= 0. \end{aligned}$$

La condición para el máximo es

$$0 = \lambda_0 F_u + \lambda_1 G_u + \lambda_2.$$

Derivando la ecuación anterior con respecto al tiempo t y dado que $\dot{\lambda}_2 = 0$ se tiene

$$0 = \lambda_0 \frac{d}{dt} F_u + \lambda_1 \frac{d}{dt} G_u + G_u \dot{\lambda}_1.$$

Para $\dot{\lambda}_1 = 0$ se obtiene junto con la ecuación adjunta

$$F_f - \frac{d}{dt} F_{f'} + \lambda\left(G_f - \frac{d}{dt} G_{f'}\right) = 0.$$

y sí $\dot{\lambda}_1 \neq 0$, entonces

$$\frac{1}{G'_f}\left(\frac{d}{dt}F'_f + \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\frac{d}{dt}G'_f\right) = F_f + \frac{\lambda_1}{\lambda_0}G_f.$$

Reordenando, sustityendo $\dot{\lambda}_1$ por la ecuación adjunta y dividiendo entre λ_0 obtenemos,

$$\frac{1}{G_u}\left(\frac{d}{dt}F_u + \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\frac{d}{dt}G_u\right) = F_f + \frac{\lambda_1}{\lambda_0}G_f.$$

Se define, $G_u\lambda_0 = 1$, $\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \lambda$, y se sustituye junto con la restricción $f' = u$ en la ecuación anterior, así se obtiene

$$F_f - \frac{d}{dt}F_{f'} + \lambda\left(G_f - \frac{d}{dt}G_{f'}\right) = 0,$$

lo que prueba el teorema. Supongamos que J tiene un extremo para $f = f(t)$ sujeta a las condiciones $f(a) = A, f(b) = B$ y $K = K(f) = \int_a^b G(t, f, f')dt = Q$, sean t_1 y $t_2 \in [a, b]$ puntos arbitrarios. Entonces demos a $f = f(t)$ un incremento $h_1(t) + h_2(t)$, en donde $h_1(t) \neq 0$ en una vecindad N_{t_1} de t_1 y $h_1(t) = 0$ en $[a, b] - N_{t_1}$, y $h_2(t) \neq 0$ en una vecindad N_{t_2} de t_2 y $h_2(t) = 0$ en $[a, b] - N_{t_2}$. Si $h(t) = h_1(t) + h_2(t), ||h|| < \varepsilon$, entonces tenemos que

$$J(f+h) - J(f) = \frac{dJ}{df}|_{t=t_1}\Delta\sigma_1 + \frac{dJ}{df}|_{t=t_2}\Delta\sigma_2 + o(||h||) \qquad (1),$$

en donde

$$\Delta\sigma_1 = \int_a^b h_1(t)dt \;\text{ y }\; \Delta\sigma_2 = \int_a^b h_2(t)dt.$$

Además, por una parte tenemos que $K(f+h) - K(f) = 0$, mientras que por otra parte $K(f+h) - K(f) = \frac{dK}{df}|_{t=t_1}\Delta\sigma_1 + \frac{dK}{df}|_{t=t_2}\Delta\sigma_2 + o(||h||)$, reconsideremos t_2 tal que $\frac{dK}{df}|_{t=t_2} \neq 0$, tal punto existe, puesto que por hipótesis $f = f(t)$ no es extremal de la funcional K, entonces

$$\Delta\sigma_2 = -\left(\frac{\frac{dK}{df}|_{t=t_1}}{\frac{dK}{df}|_{t=t_2}}\Delta\sigma_1 + o(||h||)\right) \text{ y pongamos } p = -\frac{\frac{dJ}{df}|_{t=t_2}}{\frac{dK}{df}|_{t=t_2}},$$

entonces sustituyendo p en la ecuación (1), tenemos que $J(f+h) - J(f) = (\frac{dJ}{df}|_{t=t_1} + p\frac{dK}{df}|_{t=t_1})\Delta\sigma_1 + o(||h||)$, puesto que las derivadas sólo están evaluadas en $t = t_1$, y el incremento de compensación $h_2(t)$ es tomado automáticamente al considerar la condición $K(f+h) - K(f) = 0$. Asi $(\frac{dJ}{df}|_{t=t_1} + p\frac{dK}{df}|_{t=t_1})\Delta\sigma_1 = \frac{d}{df}(J + pK)|_{t=t_1}\Delta\sigma_1$ representa la parte lineal de $J(f+h) - J(f)$, y puesto que una condición necesaria para un extremo es que esta parte lineal sea idénticamente cero (para toda h admisible), y ya que $\Delta\sigma_1$ no es cero, puesto que $h_1(t) \neq 0$ en una vecindad N_{t_1} de t_1, tenemos que $\frac{d}{df}(J + pK)|_{t=t_1} = 0$ con t_1 arbitrario en $[a, b]$, así,

$$\frac{d}{df}(J + pK) = F_f - \frac{d}{dt}F_{f'} + p\left(G_f - \frac{d}{dt}G_{f'}\right) = 0.$$

A.3. Programación Dinámica en Tiempo Continuo.

Para profundizar en las técnicas de solución se presentan las ecuaciones de Bellman-Euler-Lagrange, la condición de Legendre, la condición de Weierstrass y la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman.

A.3.1 TIPO 1.

A.3.1.1 Ecuación de Bellman-Euler-Lagrange.

Teorema: Considérese una funcional de la forma

$$J = J(f) = \int_a^b F(t, f(t), f'(t))dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$f(a) = A,$$

$$f(b) = B,$$

donde $F \in C^2$, es decir, una función con primera y segunda derivadas parciales continuas con respecto a todos sus argumentos. Supóngase que $f' = f'(t, f)$, y sea

$$S(t, f(t)) = \min_{f'|_{[t,b]}} \left\{ \int_t^b F(s, f(s), f'(s))ds \right\},$$

$S \in C^2$. Entonces una condición necesaria para que la funcional $J(f)$ tenga un extremo en una función dada $f(t)$, es que satisfaga la ecuación de Bellman-Euler-Lagrange, es decir[2]

$$0 = \min_{f'} \left\{ F + S_t + S_f f' \right\}.$$

$$\frac{\partial F(t, f, f')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t, f, f')}{\partial f'}\right) = 0.$$

Supongase que $V = C^1[a, b]$ con norma $||f|| = \max_{t \in [a,b]} |f(t)| + \max_{t \in [a,b]} |f'(t)|$.

Demostración: Supóngase que para $\varepsilon > 0$ suficientemente pequeño

$$\int_t^{t+\varepsilon} F(s, f(s), f'(s))ds = F(t, f, f')\varepsilon + o(\varepsilon)$$

[2] Para simplificar la notación se usará f, f', h, h', g, g' recordando que están en función del tiempo t

y que $S(t+\varepsilon, f(t+\varepsilon)) = S(t, f(t)) + S_t\varepsilon + S_f f'\varepsilon + o(\varepsilon)$. Entonces

$$\begin{aligned}
S(t, f(t)) &= \min_{f'|_{[t,t+\varepsilon]}} \left\{ \int_t^{t+\varepsilon} F(s, f(s), f'(s))ds + S(t+\varepsilon, f(t+\varepsilon)) \right\} \\
S &= \min_{f'|_{[t,t+\varepsilon]}} \left\{ F\varepsilon + S + S_t\varepsilon + S_f f'\varepsilon + o(\varepsilon) \right\} \\
0 &= \min_{f'|_{[t,t+\varepsilon]}} \left\{ F + S_t + S_f f' + \frac{o(\varepsilon)}{\varepsilon} \right\}.
\end{aligned}$$

Por tanto,

$$0 = \min_{f'} \left\{ F + S_t + S_f f' \right\}.$$

Teorema: Bajo la hipótesis del teorema anterior se tiene que la ecuación de Bellman-Euler-Lagrange implica la ecuación de Euler-Lagrange, es decir,

$$\frac{\partial F(t, f, f')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t, f, f')}{\partial f'} \right) = 0.$$

Demostración: Si f' es mínimo, entonces

$$\begin{cases} F + S_t + S_f f' = 0 \\ \quad \mathrm{y} F_{f'} + S_f = 0. \end{cases}$$

Sea $S = S(t, f)$, con diferencial $dS = S_t dt + S_f df$, la expresión anterior se puede escribir como $\frac{d}{dt}S = S_t + S_f f'$, entonces, sustituyendo esta ecuación en la primera ecuación del sistema anterior y después derivando la primera ecuación respecto de f y la segunda respecto de t, se tiene si derivamos con respecto de f y t cada una de las ecuaciones del sistema anterior respectivamente, se tiene

$$\begin{cases} \quad F_f + \dfrac{d}{dt} S_f = 0 \\ \mathrm{y} \\ \dfrac{d}{dt} F_{f'} + \dfrac{d}{dt} S_f = 0, \end{cases}$$

restando las dos expresiones anteriores, se tiene

$$F_f - \frac{d}{dt} F_{f'} = 0.$$

Esta última expresión es la ecuación de Euler-Lagrange.

A.3.1.2. Condición de Legendre.

Para el problema variacional anterior, se presenta la siguiente condición de Legendre.

Teorema: Considérese una funcional de la forma

$$J = J(f) = \int_a^b F(t, f(t), f'(t))dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$f(a) = A,$$

$$f(b) = B,$$

donde $F \in C^2$. Supóngase que $f' = f'(t, f)$, y sea

$$S(t, f(t)) = \min_{f'|_{[t,b]}} \left\{ \int_t^b F(s, f(s), f'(s))ds \right\},$$

$S \in C^2$. Si f' es solución, entonces[3]

$$\frac{\partial F(t, f, f')}{\partial f' \partial f'} \geq 0.$$

Demostración: De la ecuación de Bellman-Euler-Lagrange, se tiene

$$0 = \min_{f'} \left\{ F + S_t + S_f f' \right\}.$$

Si f' es mínimo, entonces

$$\frac{\partial F(t, f, f')}{\partial f'} + \frac{\partial S(t, f)}{\partial f} = 0$$

y

$$\frac{\partial F(t, f, f')}{\partial f' \partial f'} \geq 0.$$

A.3.1.3. Condición de Weiestrass.

Para el problema variacional anterior, se presenta la siguiente condición de Weierstrass.
Teorema: Considérese una funcional de la forma

$$J = J(f) = \int_a^b F(t, f(t), f'(t))dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$f(a) = A,$$

[3] La demostración de la condición de Legendre se puede ver en el Gelfand, pag. 101

$$f(b) = B,$$

donde $F \in C^2$. Supóngase que $f' = f'(t, f)$, y sea

$$S(t, f(t)) = \min_{f'|_{[t,b]}} \left\{ \int_t^b F(s, f(s), f'(s))ds \right\},$$

$S \in C^2$. Si f' es solución, entonces

$$F(t, f, f' + h') - F(t, f, f') + \frac{\partial S(t, f)}{\partial f} h' \geq 0.$$

Demostración: Si f' es solución, entonces

$$0 = \min_{f'} \left\{ F + S_t + S_f f' \right\},$$

implica,

$$F(t, f, f') + \frac{\partial S(t, f)}{\partial t} + \frac{\partial S(t, f)}{\partial f} f' \leq F(t, f, f' + h') + \frac{\partial S(t, f)}{\partial t} + \frac{\partial S(t, f)}{\partial f} (f' + h').$$

A.3.2. TIPO 2.

Teorema: Considérese una funcional de la forma

$$J = J(f) = \int_a^b F(t, f, g, f', g')dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$f(a) = A,$$

$$f(b) = B,$$

donde $F \in C^2[a, b]$, es decir, una función con primera y segunda derivadas parciales continuas con respecto a todos sus argumentos. Supóngase $f' = f'(t, f)$, $g' = g'(t, g)$, y sea

$$S(t, f(t), g(t)) = \min_{(f', g')|_{[t,b]}} \left\{ \int_t^b F(s, f, g, f', g')ds \right\}.$$

Supóngase que $S \in C^2$. Entonces si (f', g') es solución, entonces

$$0 = \min_{(f', g')} \left\{ F + S_x + S_f f' + S_g g' \right\},$$

esta última expresión es la ecuación de Bellman-Euler-Lagrange.

Teorema: Bajo las hipótesis del *teorema* anterior se tiene que las ecuaciones de Bellman-Euler-Lagrange implican las Ecuaciones de Euler-Lagrange, es decir,

$$\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial f'}\right) = 0,$$

y

$$\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial g} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F(t,f,g,f',g')}{\partial g'}\right) = 0.$$

Demostración: Si (f',g') es solución, entonces de

$$0 = \min_{(f',g')} \left\{F + S_t + S_f f' + S_g g'\right\},$$

se cumple lo siguiente

$$\begin{cases} F + S_t + S_f f' + S_g g' = 0 \\ F_{f'} + S_f = 0 \\ \text{y} \\ F_{g'} + S_g = 0, \end{cases}$$

diferenciando la primera ecuación respecto de f y g, se obtiene

$$\begin{cases} F_f + S_{ft} + S_{ff} f' + S_{fg} g' = 0 \\ F_g + S_{gt} + S_{gf} f' + S_{gg} g' = 0 \\ F_{f'} + S_f = 0 \\ \text{y} \\ F_{g'} + S_g = 0. \end{cases}$$

Sea $S = S(t,f,g)$ con diferencial $dS = S_t dt + S_f df + S_g dg$, la expresión anterior se puede escribir como $\frac{d}{dt}S = S_t + S_f f' + S_g g'$, entonces, sustituyendo esta ecuación en la primera ecuación y después derivandola respecto de f y de g, se tiene

$$\begin{cases} F_f + \dfrac{d}{dt} S_f = 0 \\ F_g + \dfrac{d}{dt} S_g = 0 \\ F_{f'} + S_f = 0 \\ \text{y} \\ F_{g'} + S_g = 0. \end{cases}$$

Sustituyendo las dos últimas ecuaciones en las restantes del sistema anterior conduce a

$$F_f - \frac{d}{dt}F_{f'} = 0, \quad F_g - \frac{d}{dt}F_{g'} = 0,$$

lo que prueba el teorma anterior.

A.3.3. TIPO 3.

Teorema:(PROBLEMA ISOPERIMETRICO) Considérese una funcional de la forma

$$J = J(f) = \int_a^b F(t, f(t), f'(t))dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$\int_a^b G(t, f, f')dt = Q,$$

$$f(a) = A,$$

$$f(b) = B,$$

donde $F \in C^2[a, b]$, es decir, una función con primera y segunda derivadas parciales continuas con respecto a todos sus argumentos. Suponga que $f' = f'(x, f)$ y sean

$$g(t) = \int_t^b G(s, f, f')ds,$$

y

$$S(t, f, g) = \min_{f'|_{[t,b]}} \left\{ \int_t^b F(s, f, f')ds \middle| \int_t^b G(s, f, f')ds = g(t) \right\}.$$

Entonces una condición necesaria para que la funcional $J(f)$ tenga un extremo en una función dada $f(t)$, es que satisfaga la ecuación de Bellman-Euler-Lagrange, es decir,

$$0 = \min_{f'}\{F + S_t + S_f f' - S_g G\}.$$

Demostración: Para $\varepsilon > 0$ y suficientemente pequeño

$$\begin{aligned} S(t, f, g) = \min_{f'|_{[t,t+\varepsilon]}} & \left\{ \int_t^{t+\varepsilon} F(s, f, f')ds + S(t+\varepsilon, f(t+\varepsilon), g(t+\varepsilon)) \right| \\ & \left. \int_t^{t+\varepsilon} G(s, f, f')ds = g(t) - g(t+\varepsilon) \right\} \\ = \min_{f'|_{[t,t+\varepsilon]}} & \left\{ \varepsilon F + S + S_t\varepsilon + S_f f'\varepsilon + S_g g'\varepsilon + o(\varepsilon) \middle| \varepsilon G + o(\varepsilon) = g(t+\varepsilon) - g(t) \right\}. \end{aligned}$$

Tomando el límite, $\varepsilon \to 0$, se tiene

$$0 = \min_{f'}\{F + S_t + S_f f' + S_g g' | - G = g'\}.$$

Teorema: Bajo las hipótesis del teorema anterior las ecuaciones de Bellman-Euler-Lagrange implican las ecuaciones de Euler-Lagrange

$$0 = \frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\frac{\partial F(t,f,f')}{\partial f'} + p\left(\frac{\partial G(t,f,f')}{\partial f} - \frac{d}{dt}\frac{\partial G(t,f,f')}{\partial f'}\right).$$

Demostración: Si f' es solución, entonces de la ecuación

$$0 = \min_{f'}\{F + S_t + S_f f' - S_g G\},$$

se tiene que

$$\begin{cases} F + S_t + S_f f' + S_g G = 0 \\ F_{f'} + S_f - S_g G_{f'} = 0, \end{cases}$$

derivando la primera ecuación respecto de f y la segunda respecto de t se obtiene

$$\begin{cases} F_f + S_{ft} + S_{ff} f' - (S_g G)_f = 0 \\ \frac{d}{dt}F_{f'} + \frac{d}{dt}S_f - \frac{d}{dt}(S_g G_{f'}) = 0. \end{cases} \tag{A.2.3.1}$$

Sea $S_f = S_f(t,f,g)$ con diferencial $dS_f = S_{ft}dt + S_{ff}df + S_{fg}dg$, la expresión anterior se puede escribir como

$$\frac{d}{dt}S = S_{tf} + S_{ff}f' + S_{gf}g'. \tag{A.2.3.2}$$

De la ecuación

$$F + S_t + S_f f' - S_g G = 0,$$

se sigue que

$$S_{gt} + S_{gf}f' - S_{gg}G = 0 = \frac{d}{dt}S_g,$$

entonces

$$S_g = \text{cte} = -p, \tag{A.2.3.3}$$

y como $S_g = \text{cte}$, entonces

$$S_{gf} = 0. \tag{A.2.3.4}$$

Sustituyendo las ecuaciónes (A.2.3.4) y (A.2.3.2) en la segunda ecuación del sistema (A.2.3.1) se tiene

$$\begin{cases} F_f + S_{ft} + S_{ff} f' - (S_g G)_f = 0 \\ \frac{d}{dt}F_{f'} + S_{tf} + S_{ff}f' - \frac{d}{dt}(S_g G_{f'}) = 0, \end{cases}$$

lo que implica

$$(F - S_g G)_f - \frac{d}{dt}(F - S_g G)_{f'} = 0,$$

y aplicando la ecuación (IV.4.3) se tiene

$$F_f - \frac{d}{dt}F_{f'} + p\left(G_f - \frac{d}{dt}G_{f'}\right) = 0,$$

lo que prueba el teorema.

A.3.4. TIPO 4.

Teorema: Considérese una funcional de la forma

$$J = J(f) = \int_a^b \int_c^d F(x, y, f, f_x, f_y)dxdy,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$f|_{\partial([a,b]x[c,d])} = w|_{\partial([a,b]x[c,d])},$$

donde $F \in C^2$ y w fija. Suponga que $\nabla f = \nabla f(x, y, f)$ y sea

$$S(x, y, f(x,y)) = \min_{\nabla f|_{[x,b]x[y,d]}} \left\{ \int_x^b \int_y^d F(s, t, f, f_s, f_t)dsdt \right\},$$

supóngase que $S \epsilon C^2$. Entonces

$$0 = \min_{\nabla f} \left\{ F + S_x + S_y + S_f f_x + S_f f_y \right\}.$$

Teorema: Bajo las hipótesis del teorema anterior se tiene que las ecuaciones de Bellman-Euler-Lagrange implican las Ecuaciones de Euler-Lagrange, es decir, si ∇f es solución

$$0 = \min_{\nabla f} \left\{ F + S_x + S_y + S_f f_x + S_f f_y \right\},$$

ésto implica que

$$\frac{\partial F(x,y,f,f_x,f_y)}{\partial f} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial F(x,y,f,f_x,f_y)}{\partial f_x}\right) - \frac{d}{dy}\left(\frac{\partial F(x,y,f,f_x,f_y)}{\partial f_y}\right) = 0.$$

Demostración: Si el ∇f es mínimo, entonces

$$\begin{cases} F + S_x + S_y + S_f f_x + S_f f_y = 0 \\ F_{f_x} + S_f = 0 \\ F_{f_y} + S_f = 0. \end{cases}$$

Sea $S_f = S_f(x, y, f)$, la diferencial es $dS_f = S_{fx}dx + S_{fy}dy + S_{ff}df$, entonces

$$\frac{dS_f}{dx} = S_{fy}\frac{dy}{dx} + S_{fx} + S_{ff}\frac{df}{dx},$$

$$\frac{S_f}{dy} = S_{fx}\frac{dx}{dy} + S_{fy} + S_{ff}\frac{df}{dy},$$

pero $dy/dx = 0$ y $dx/dy = 0$, entonces

$$\begin{cases} F_f + S_{f_x} + S_{f_y} + S_{ff}f_x + S_{ff}f_y = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial x}F_{f_x} + S_{xf} + S_{ff}f_x = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial y}F_{f_y} + S_{yf} + S_{ff}f_y = 0, \end{cases}$$

sustituyendo las últimas dos ecuaciones en la primera, se obtiene

$$\frac{\partial F}{\partial f} - \frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial f} - \frac{d}{dy}\frac{\partial F}{\partial f} = 0,$$

lo que prueba el teorema.

A.3.5. TIPO 5.

Teorema: Considérese una funcional de la forma

$$J = J(f) = \int_a^b F(t, f(t), f'(t), f''(t), \ldots, f^{(n)}(t))dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$f^{(k)}(a) = A_k,$$

$$f^{(k)}(b) = B_k,$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots, n-1 \quad ,$$

donde $F \in C^2[a, b]$, es decir, una función con primera y segunda derivadas parciales continuas con respecto a todos sus argumentos.

Suponga que $f^{(n)} = f^{(n)}(t, f, f', \ldots, f^{(n-1)})$ y sea

$$S(t, f, f', \ldots, f^{(n-1)}) = \min_{f^{(n)}|_{[t,b]}} \left\{ \int_t^b F(s, f', f'', \ldots, f^{(n)})ds \right\},$$

supóngase además que $S \in C^2$. Entonces una condición necesaria para que la funcional $J(f)$ tenga un extremo en una función dada $f(t)$, es que satisfaga la ecuación de Bellman-Euler-Lagrange, es decir

$$0 = \min_{f^{(n)}}\{F + S_t + S_f f' + S_{f'} f'' + \cdots + S_{f^{(n-1)}} f^{(n)}\}.$$

Teorema: Bajo las hipótesis del teorema anterior las ecuaciones de Bellman-Euler-Lagrange implican las ecuaciones de Euler-Lagrange

$$0 = F_f - \frac{d}{dt}F_{f'} + \frac{d^2}{dt^2}F_{f''} - \frac{d^3}{dt^3}F_{f'''} + \cdots + (-1)^n \frac{d^n}{dt^n}F_{f^{(n)}}.$$

A.3.6 TIPO 6.

Teorema: (CONTROL OPTIMO DETERMINISTA) Considérese una funcional de la forma

$$J = \int_a^b F(f, u)dt,$$

sujeto a las siguientes restricciones o condiciones de frontera

$$R_{[a,b]} \begin{cases} \dot{f} = G(f, u), & a \leq t \leq b \\ f(a) = A \\ u \in U_{[a,b]} \end{cases}$$

donde $F, G \in C^2[a, b]$, es decir, una función con primera y segunda derivadas parciales continuas con respecto a todos sus argumentos. Sea

$$S(t, f) = \max_{u \in U_{[t,b]}} \left\{ \int_t^b F(f, u)dt : \text{ s.a. } R_{[t,b]} \right\},$$

y suponga que $S \in C^2$. Entonces una condición necesaria para que la funcional $J(f)$ tenga un extremo en una función dada $f(t)$, es que satisfaga la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman, es decir

$$0 = \max_{u \in U}\{F + S_f G\} + S_t.$$

Teorema: Bajo las hipótesis del teorema anterior la ecuacion de Hamilton-Jacobi-Bellman implica el principio del máximo de Pontryagin

$$-\dot{\lambda}(t) = \lambda(t)G_f + F_f.$$

Demostración: Si (f, u) es solución, entonces de Hamilton-Jacobi-Bellman

$$S_{ft} + F_f + S_{ff}G + S_f G_f = 0,$$

ó

$$\frac{d}{dt}S_f + F_f + S_f G_f = 0,$$

y que

$$S_f = \lambda(t).$$

Referencias.

Libros.

Azariadis, C.,
INTERTEMPORAL MACROECONOMICS,
Biddles Ltd., Guildford, Surrey, Great Britain, 1993.

Barro, R. J. & Sala-i-Marrtin, X.,
ECONOMIC GROWTH,
McGraw-Hill, Inc., New York, 1995.

Blanchard, O. J. & Fischer, S. C.,
LECTURES ON MACROECONOMICS,
The MIT Press, Cambridge, 1993.

Branson, W. H.,
MACROECONOMIC THEORY AND POLICY
Harper & Row, Publishers, New York, third edition, 1989.

Chiang, Alpha C.,
ELEMENTS OF DYNAMIC OPTIMIZATION,
McGrawn-Hill, Inc., Singapore, 1992.

Dornbush, R. & Fischer, S.,
MACROECONOMICS,
McGraw-Hill Publishing Co., fifth edition, 1990.

Kamien, M. I. & Schwartz, N. L.,
DYNAMIC OPTIMIZATION: THE CALCULUS OF VARIATIONS AND OPTIMAL CONTROL IN ECONOMICS AND MANAGEMENT,
Elsevier Science Publishing Co., Inc., New York, 1991.

Mankiw, N. G.,
MACROECONOMICS,
Worth Publishers, New York, second edition, 1994.

Mas-Colell, A. & Whinston, M. D. & Green, J. R.,
MICROECONOMIC THEORY,
Oxford University Press, Inc., New York, 1995.

Sargent, T. J.,
DYNAMIC MACROECONOMIC THEORY,
Harvard University Press, 1987.

Turnovsky, S. J.,
MACROECONOMIC ANALYSIS AND STABILIZATION PILITICIES,
Cambridge University Press, 1985.

Varían, H. R.,
MICROECONOMIA INTERMEDIA, UN ENFOQUE MODERNO,
Antoni Bosch, editor, S.A., Barcelona, segunda edición 1991.

Varian, H. R.,
ANALISIS MICROECONOMICO,
Antoni Bosch, editor, S.A., Barcelona, tercera edición, 1992.

Artículos.

Calvo, G. A.,
"TEMPORARY STABILIZATION: PREDETERMINED EXCHANGES RATES",
Journal of Political Economy, 1986, vol.94, no.6, pp. 319-329.

Calvo, G. A.,
"TEMPORARY STABILIZATION POLICY: THE CASE OF FLEXIBLE PRICES AND EXCHANGE RATES",
Journal of Economic Dynamics and Control, no.15, 1991, pp. 197-213, North-Holland.

Calvo, G. A.,
"THE STABILIZATION OF MODELS OF MONEY AND PERFECT FORESIGHT: A COMMENT",
Econometrica, 1997, no. 45, pp. 1737-1739.

Escaith, H. & Schatan, C.,
"CENTROAMERICA: INFLACION Y ESTABILIZACION EN LA CRISIS Y POSCRISIS",
Revista de la Cepal, abril 1996, no. 58, pp. 33-49.

Feenstra, R. C.,
" ANTICIPATED DEVALUATIONS, CURRENCY FLIGHT AND TRADE POLICY IN A MONETARY ECONOMY ",
American Economic Review, 1984, no. 74, pp. 386-401.

Feenstra, R. C.,
"ANTICIPATED DEVALUATIONS, CURRENCY FLIGHT AND DIRECT TRADE CONTROLS IN A MONETARY ECONOMY",
The American Economic Review, June 1985, vol. 75, no. 3, pp. 387-401.

Feenstra, R. C.,
"FUNCTIONAL EQUIVALENCE BETWEEN LIQUIDITY COSTS AND THE UTILITY OF MONEY",
Journal of Monetary Economics, 1986, no. 17, pp. 271-291, North-Holland.

Griffith-Jones, S.,
"LA CRISIS DEL PESO MEXICANO ",
Revista de la Cepal, diciembre 1996, no. 60, pp. 151-170.

Lustig, N.,
"LOS ESTADOS UNIDOS AL RESCATE: LA ASISTENCIA FINANCIERA A MEXICO EN 1982 Y 1995",
Revista de la Cepal, abril 1997, no. 61, pp. 39-61.

Navarrete, J. E.,
"LA POLITICA DE ESTABILIZACION EN MEXICO",
Revista de la Cepal, agosto 1990, no. 41, pp. 31-45.

Pazos, F.,
"EL DESBORDE INFLACIONARIO: EXPERIENCIAS Y OPCIONES",
Revista de la Cepal, diciembre 1990, no. 42, pp. 121-139.

Stockman, A. C.,
"ANTICIPATED INFLATION AND THE CAPITAL STOCK IN A CASH-IN-ADVANCE ECONOMY",
Journal of Monetary Economics, 1981, no. 8, pp. 387-393, North-Holland Publishing Company.