01083

5

2 ej.

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

## UNA INTERPRETACIÓN DE LA PROBABILIDAD EN TÉRMINOS DE POSIBILIDADES OBJETIVAS: EL CASO DE LA TEORÍA CUÁNTICA

TESIS QUE SUSTENTA

JOSÉ LUIS GONZÁLEZ CARBAJAL

PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN FILOSOFÍA



MÉXICO, D.F.

1998

262089

A mi esposa Elsa

*The real difficulty lies in the fact that physics is a kind of metaphysics; physics describes <reality>. But we do not know what <reality> is; we know it only by means of the physical description.*

Carta de Einstein a Schrodinger, 19 de Junio, 1935. (Citado por Howard [1989]).

INDICE.

INTRODUCCION.

> En este siglo, [...] una nueva modalidad -una posibilidad con grados- ha tomado un lugar central en el escenario de la ciencia física: la *probabilidad*.[1]

*El problema.*

El problema del que trata esta Tesis es el de la *interpretación objetiva del concepto de probabilidad*, como un concepto cuantitativo, caracterizado formalmente por un conjunto de axiomas.[2] En este sentido, la propuesta de solución que pueda ofrecer consistirá, en primera instancia, en una interpretación, en el sentido lógico, que satisfaga los axiomas de la probabilidad y que cumpla ciertas condiciones de adecuación.[3]

Cualquier asignación de una entidad matemáticamente apropiada (una función unaria con valores reales) al concepto de probabilidad junto con una especificación de un conjunto (no vacío) como dominio, que satisfaga los axiomas del cálculo de probabilidades (por ejemplo, en la formulación de Kolmogorov[4]) cuenta como una interpretación de la probabilidad. Pero nuestro problema no se reduce a esto. Nuestro problema consiste más bien en ofrecer una interpretación de la probabilidad tal que sea *objetiva*, en un sentido relevante y apropiado, por precisar, en referencia a las teorías físicas actuales. De hecho, la mayor dificultad que enfrentan las interpretaciones (objetivas) de la

[1]Van Fraassen [1980], p. 195.

[2]Wesley Salmon considera que este problema es el problema filosófico fundamental acerca de la teoría de la probabilidad; *cfr*. [1966], p. 198.

[3]En I. 1.2 expongo los criterios que Salmon especifica para considerar adecuada una interpretación de la probabilidad, y en I. 1.3 arguyo que una interpretación tal también debe cumplir la condición de representación, como lo ha establecido Suppes.

[4]En la primera sección del Capítulo I presento ese cálculo.

probabilidad, como la frecuencial y la propensiva, radica precisamente en el carácter presuntamente objetivo que asignan a las probabilidades. De manera similar, una primera cuestión que afrontamos en esta Tesis consiste en precisar el sentido de objetividad en el que pretendemos que la interpretación propuesta de las probabilidades, en términos de posibilidades físicas relativas a una teoría, es objetiva.

Ante la concepción de las probabilidades en términos subjetivos -que fue la originaria de la teoría de la probabilidad en su desarrollo como una teoría matemática, vinculada con los juegos de azar, en el siglo XVIII-, según la cual los enunciados de probabilidad expresan estados de creencia de sujetos que disponen de una información incompleta, han sido propuestas diversas concepciones de las probabilidades -particularmente, probabilidades de sucesos *físicos*- que intentan interpretarlas, en algún sentido, de manera objetiva. Destacadamente, encontramos las interpretaciones frecuencial y propensiva.

A grandes rasgos, la interpretación frecuencial, en su versión finitista, consiste en definir la probabilidad de un suceso en términos de la frecuencia de ocurrencia del suceso relativamente a una clase de referencia -una secuencia de sucesos (ensayos, experimentos u observaciones)[5] Y tal interpretación del cálculo axiomático de probabilidades-en términos de frecuencias relativas- es, según Salmon, una interpretacion *física* si convierte <<en significativos a los términos primitivos, y de ahí al sistema entero, por medio de referir a alguna parte del mundo físico>>.[6] De esta manera, la <objetividad>, pretendidamente física, de esta interpretación descansa en que define a las probabilidades *en referencia a clases de sucesos físicos*.

La interpretación propensiva, en la versión de Popper, identifica, dicho a grandes rasgos, la probabilidad de un suceso

[5]Véase, Salmon [1966], pp. 224-25.
[6][1966], p. 192.

físico con la propensión de un dispositivo experimental o situación física a generar o producir ese suceso. Y las propensiones son posibilidades objetivas inherentes a los dispositivos experimentales o situaciones físicas.[7] En la vena realista de la perspectiva de Popper, el tipo de objetividad asociado a esta interpretación es *ontológica*, puesto que las propensiones, en términos de las cuales se definen las probabilidades, se conciben como propiedades reales de sistemas físicos.[8]

En el segundo capítulo analizo extensamente estas propuestas de interpretación <objetiva> de las probabilidades, pero por lo pronto quiero señalar que a ellas subyacen ciertas nociones problemáticas de azar. En primer término, observemos que en la interpretación frecuencial de Salmon, que define a las probabilidades -como frecuencias relativas- en referencia a clases de sucesos físicos, estas clases son *secuencias aleatorias* de sucesos observados u observables. El azar, en este caso, es un rasgo, no de los sucesos físicos singulares, sino de las secuencias de esos sucesos, cuya frecuencia de ocurrencia es observada. La objetividad del azar en la interpretación frecuencial no se basa en rasgos de los sucesos físicos mismos, sino en nuestro conocimiento extraído por experiencia de su frecuencia de ocurrencia -relativa a una clase de referencia- observada. Se trata, entonces, de una noción epistémica de objetividad, una noción de objetividad que es relativa a nuestro conocimiento empírico u observacional de las frecuencias relativas de los sucesos.

Creo que la pretensión de Salmon del tipo de objetividad que se puede atribuir a los sucesos físicos, bajo la interpretación frecuencial, es errónea, porque el azar observado, de nuevo, es atribuible a las secuencias de sucesos, y no a los sucesos

[7] *Cfr.*, Popper [1982b], pp. 126-27

[8] *Cfr.*, [1982b], p. 126.

singulares mismos. En la interpretación frecuencial sólo tiene sentido hablar de la probabilidad -como frecuencia relativa- de un tipo de suceso (p. ej., que se obtenga el número seis en el lanzamiento de un dado), en referencia a una secuencia *aleatoria*, esto es, una secuencia que tiene diferentes elementos -sucesos- que aparecen azarosamente. Por lo anterior podemos afirmar que la noción de azar, en virtud de la cual se pretende atribuir una objetividad física a la interpretación frecuencial, es una noción epistémica, no física; una noción que hace referencia a nuestra experiencia de frecuencias de sucesos observables.

De hecho, como veremos en detalle adelante,[9] una dificultad de la interpretación frecuencial que resulta insuperable consiste, precisamente, en caracterizar a las clases -en referencia a las cuales se determinan las frecuencias relativas de los sucesos físicos- como clases objetivamente homogéneas, en virtud de las cuales Salmon intenta evitar la dependencia de las probabilidades asignadas a los sucesos singulares respecto de las secuencias aleatorias observadas y atribuir una objetividad física, no-epistémica, a los sucesos singulares mismos. Pero el fracaso de los esfuerzos de Salmon de definir las clases de referencia objetivamente homogéneas significa la incapacidad de atribuir un tipo de objetividad no-epistémica, que no sea relativa a nuestro conocimiento empírico, a los sucesos singulares -miembros de las clases de referencia.

En segundo término, la noción de azar subyacente a la interpretación propensiva popperiana -subyacente a la noción de propensión- es una noción de azar físico que sí es aplicable a sucesos físicos singulares. Más específicamente, es una noción ontológica que Popper pretende atribuir a los resultados -sucesos singulares- de ensayos de experimentos de dispositivos (o situaciones físicas) azarosos, es decir, dispositivos experimentales que pueden adoptan uno de varios resultados

[9] *Infra* II. 3. 4.

posibles en cada ensayo. La objetividad que en este caso se pretende asignar a las probabilidades de sucesos físicos singulares es ontológica; es un tipo de objetividad que tiene sus raíces en propiedades inherentes a los sistemas físicos que Popper llama dispositivos experimentales. Esta noción ontológica de objetividad, aplicada al azar físico, difícilmente es defendible, como veremos más adelante, porque descansa en una concepción realista insostenible.[10] Pero, además, como hago ver en el segundo capítulo,[11] la interpretación propensiva es rechazable porque no cumple con la condición formal suficiente de representación para cualquier interpretación adecuada de la probabilidad.

Las breves consideraciones anteriores acerca de las interpretaciones frecuencial y propensiva, como interpretaciones objetivas de la probabilidad, no pretenden ser suficientes como para desecharlas, sino solamente pretenden mostrar que es problemático establecer el carácter objetivo de una interpretación propuesta de la probabilidad; que es problemático especificar el sentido de objetividad que se atribuye al concepto -frecuencias relativas o propensiones- en términos del cual se pretende interpretar las probabilidades de sucesos físicos singulares.

Como ya anotamos antes, nosotros nos enfrentamos aquí, en primer término, con esta dificultad, en el capítulo tercero. Adelantando nuestra vía de solución a esta dificultad, enseguida indicamos, a muy grandes rasgos, la noción de objetividad que utilizamos en nuestra propuesta de interpretación de las probabilidades en términos de posibilidades físicas, relativas a una teoría.

En los estudios acerca del carácter del azar físico

[10] Se trata de una concepción absolutista de la realidad física semejante a la expuesta explicitadamente por Chuaqui en [1991], la cual critico en la subsección III. 1.
[11] En II. 4. 3.

encontramos una distinción entre dos nociones de objetividad. La primera es una noción epistémica, que pretende dar cuenta del azar observado en algunos sistemas físicos apelando a nuestra ignorancia de información de condiciones objetivas dadas. Según la segunda noción, el azar es objetivo en un sentido ontológico, puesto que es un rasgo de la realidad física.[12] Ambas nociones de azar objetivo, epistémico y ontológico, han estado asociadas con interpretaciones de las probabilidades enunciadas por las teorías físicas, en particular, las probabilidades formuladas por la teoría cuántica.

Por ejemplo, Einstein sosteniendo una concepción determinista del mundo físico, consideró que el azar observado en ciertos sucesos en sistemas cuánticos es sólo aparente y que se debe a nuestra ignorancia parcial de las condiciones objetivas en que acontece el suceso; atribuyendo así al azar cuántico un carácter epistémico. Popper, en cambio, ha propuesto explícitamente una interpretación objetiva, en sentido ontológico, de las probabilidades cuánticas en términos de propensiones físicas.

Por nuestra parte, nos distanciamos de estas nociones tradicionales de objetividad, adoptando más bien la noción de objetividad sistémica, elaborada por Martínez ([1991a]), de acuerdo con la cual el azar físico es objetivo en el sentido de que es intrínseco a la descripción (probabilista) de estado de los sistemas físicos, según una teoría completa. La objetividad sistémica de las descripciones probabilistas (de estado) de ciertos sistemas físicos -en particular, de los cuánticos- encuentra un sólido apoyo en la irreductibilidad de esas descripciones a descripciones deterministas, esto es, a descripciones que incorporando magnitudes físicas hasta ahora desconocidas, eliminaran los enunciados probabilistas.[13]

[12] Sergio Martínez, en [1991a], refiere a estas dos nociones de objetividad aplicadas al azar físico; *cfr.*, p. 138.

[13] Véanse las páginas finales de III. 1.5, donde expongo esta noción de objetividad y la noción asociada de teoría completa.

Nosotros tomamos esta noción de objetividad sistémica, para interpretar las probabilidades en términos de las posibilidades físicas relativas a una teoría física completa. Más explícitamente, en esta Tesis propongo una interpretación nueva de la probabilidad como un intento de solución de ese *problema de interpretar objetivamente los enunciados probabilistas en las teorías físicas*, en particular, en la mecánica cuántica. Interpreto los enunciados de probabilidad en términos de *las posibilidades físicas* de los diferentes estados alternativos que un sistema físico puede adoptar, *relativamente a la teoría física* que describe el sistema.

En el sentido del epígrafe anotado al inicio, concibo a la probabilidad como grado de posibilidad, es decir, considero el concepto de probabilidad como el concepto cuantitativo que corresponde al concepto cualitativo de posibilidad. Y en particular, concibo a las probabilidades cuánticas como medidas de las posibilidades físicas -que expresan el azar cuántico- de ciertos sistemas cuánticos.

Desde una perspectiva conceptualista, atribuyo a las posibilidades físicas, relativas a una teoría, una objetividad *sistémica*. Esta objetividad no es epistémica ni ontológica sino conceptual; es una *objetividad relativa al marco conceptual de una teoría física fundamental*. Pretendo que la interpretación aquí propuesta de los enunciados probabilistas, que describen los (estados de) sistemas cuánticos, es *objetiva* con base en la objetividad sistémica de las posibilidades físicas de esos sistemas, de acuerdo con la mecánica cuántica, como una teoría completa de tales sistemas físicos.

Como puede verse, la cuestión del carácter completo de la mecánica cuántica es muy importante en esta Tesis, porque con base en él podemos afirmar la objetividad sistémica de las posibilidades físicas -como expresión del azar cuántico- de ciertos sistemas físicos, en términos de las cuales interpreto las probabilidades cuánticas. La noción de teoría física completa puede precisarse así: <<una teoría fundamental describe *completamente*, por medio de su descripción de estado, el tipo de sistemas a los que se refiere, en el sentido de que no admite variables ocultas que permitan explicar un aspecto de la descripción de estado (y en particular una *descripción probabilista*) en términos de una descripción más detallada de la realidad física pertinente>>.[14]

No obstante lo anterior, el problema considerado en esta Tesis es un problema filosófico sobre la teoría de la probabilidad -o un problema de la filosofía de la probabilidad- y no un problema de la filosofía de la física o de alguna teoría física en particular. Pero la cuestión del carácter objetivo de las interpretaciones de la probabilidad nos lleva a examinar ciertas cuestiones sobre algunas teorías físicas, como su estructura probabilista y su carácter completo. Más específicamente, para establecer el carácter objetivo, en sentido sistémico, de las posibilidades físicas hemos tenido que explorar la hipótesis de que ciertas probabilidades físicas -las cuánticas, en particular- son irreductibles. Y la consideración de esta hipótesis nos ha conducido a la polémica acerca del carácter completo de la teoría cuántica. Pero si bien el problema de la interpretación objetiva de las probabilidades enunciadas por algunas teorías físicas está vinculado con ciertos problemas acerca de esas teorías físicas, como el problema de su completud, no pretendo ocuparme aquí de estos últimos. Solamente considero ese problema en la medida en que es necesario para dotar de una base objetiva a la

[14] Martínez, [1991a], p. 139. (Las cursivas son mías.) Esta noción de teoría fundamental o completa -un tanto diferente a la noción original de Einstein de 1935 (ver, *infra* p. 12)- es un resultado de los desarrollos posteriores a la formulación de John Bell de 1964 de un teorema, referente a una teoría determinista con variables ocultas locales, que establece unas correlaciones estadísticas en ciertos sistemas cuánticos que son incompatibles con las correlaciones predichas por la mecánica cuántica. En el capítulo cuarto, subsección IV. 2. 3, nos ocupamos del teorema de Bell. Al respecto pueden consultarse Rae [1986] y Selleri [1986].

interpretación de las probabilidades en términos de posibilidades objetivas. Y esa base consiste en la irreductibilidad de los enunciados probabilistas de la mecánica cuántica, como una teoría completa de los sistemas cuánticos.

De esta manera, el papel que juega aquí la teoría cuántica es, en primera instancia, la de ofrecer un caso ejemplar en el que podemos afirmar la objetividad sistémica de las posibilidades físicas de ciertos sucesos físicos, relativas a la propia mecánica cuántica, asociada a la irreductibilidad de las descripciones probabilistas de estado de los sistemas cuánticos.

Nuestro propósito en esta Tesis no es, pues, ocuparme de algunos problemas filosóficos de teorías físicas, como la mecánica cuántica, sino más bien proporcionar un *marco metateórico para el estudio de teorías con estructura probabilista*, con el fin de analizar el tipo de objetividad, si es que alguno, que pudiera estar involucrado en los enunciados probabilistas que describen el estado de los sistemas físicos objeto de estudio de esas teorías. Las probabilidades cuánticas constituyen, por decirlo así, un caso de aplicación de nuestro *marco general de posibilidad a nivel metateórico*.

*Los antecedentes del problema.*

Desde el siglo XIX, pero principalmente en las primeras décadas del presente, surgió el problema de interpretar *objetivamente* los enunciados probabilistas que aparecen en teorías físicas -como la mecánica clásica estadística y la mecánica cuántica- en referencia a sistemas físicos. A grandes rasgos, la cuestión consistió en establecer si los enunciados de probabilidad de esas teorías de la física expresan un azar, en algun sentido, objetivo en los sistemas físicos o si más bien son una expresión de nuestro conocimiento incompleto del estado exacto de esos sistemas.

Anteriormente se había utilizado el cálculo de probabilidades -por ejemplo, por Laplace-[15] en el campo de la mecánica clásica o

[15] *Cfr.* [1814].

newtoniana, pero su uso se concibió sólo como un recurso requerido por nuestra falta de conocimiento del estado exacto de los sistemas físicos, por nuestra ignorancia de las <verdaderas causas>. Así, los enunciados de probabilidad en la mecánica clásica se interpretaron de una manera subjetiva -en referencia a estados de ignorancia parcial del sujeto. Esos enunciados probabilistas, según esta interpretación *subjetiva*, serían eliminables si se subsanara nuestra ignorancia sobre el estado de los sistemas físicos -si fuéramos capaces de describirlos con la precisión que se desee- porque siendo el mundo físico un mundo *determinista* (*i. e.*, un mundo en el que los sucesos futuros están determinados totalmente por los sucesos pasados), podríamos predecir, con exactitud y de manera unívoca, el estado futuro de esos sistemas físicos.

Esa es, a grandes rasgos, la primera interpretación que encontramos de enunciados probabilistas en teorías físicas, la cual concibe a las probabilidades como medidas de incertidumbre subjetiva sobre un mundo físico regido por leyes causales deterministas, en el que no hay lugar a un azar objetivo.

Una segunda interpretación, la frecuencial o estadística, se dió con la aplicación del cálculo de probabilidades al estudio de ciertos sistemas físicos por parte de la mecánica clásica estadística -sistemas como el conjunto de moléculas de gas contenidas en un tanque cuyo estado mecánico (las posiciones y momentos individuales de cada molécula) no se conoce completamente. Según esta interpretación, la probabilidad de un suceso es la frecuencia con la que ocurre el suceso relativa a una secuencia aleatoria de acontecimientos de posibles sucesos alternativos. Podría considerarse que esta interpretación es objetiva si las secuencias aleatorias -en referencia a las cuales se especifican las frecuencias relativas- resultan ser objetivas por estar establecidas empíricamente, con base en experimentos u observaciones.

Quizá, cabe interpretar los enunciados probabilistas de la mecánica estadística en unos casos de manera objetiva, como si las probabilidades fueran medidas de cantidades físicas (en el ejemplo referido, de los tiempos de estancia de los estados mecánicos), y no de estados de conocimiento incompleto, aunque relativas a un cuerpo de información imperfecto, como lo mantiene van Fraassen.[16] Sin embargo, la interpretación frecuencial de los enunciados probabilistas en la mecánica estadística resulta compatible con la concepción clásica de un mundo físico determinista, puesto que no descarta del todo la posibilidad de interpretar el tipo de azar involucrado en los sistemas clásicos estadísticos como un azar no objetivo, puesto que hay lugar a argüir que ese azar proviene de nuestro desconocimiento del estado preciso de esos sistemas físicos. Las descripciones estadísticas de tales sistemas clásicos responderían a una situación epistémica: la incompletud de nuestro conocimiento.

La mecánica cuántica planteó nuevas dificultades que sí cuestionaron el determinismo ontológico de la mecánica clásica. En particular, la introducción por Heisenberg de las relaciones de incertidumbre, que implican que no podemos medir simultáneamente, con la precisión que se quiera, los valores de magnitudes conjugadas -como la posición y el impulso o el tiempo y la energía- de partículas elementales y que, por tanto, siempre habrá cierta indeterminación sobre el estado de los sistemas cuánticos, ha dado lugar a diversas interpretaciones del indeterminismo involucrado. Von Plato presenta dos posiciones extremas representativas -una ontológica, otra epistemológica- en referencia a esas relaciones, en estos términos: <<En el primer caso, se entiende que las relaciones de incertidumbre dan una propiedad del mundo microfísico independientemente de cualquier experimento. En el último, se piensa que ellas sólo dan límites a

[16] [1980], pp. 203-05. Ahí el autor arguye que el tipo de probabilidad en cuestión es una probabilidad epistemológica caracterizándola como una relación entre una proposición y un cuerpo de información dado.

lo que puede ser *conocido* en un experimento mecánico-cuántico.>>[17]

Originalmente, los enunciados probabilistas que describen y predicen los estados de los sistemas cuánticos fueron interpretados en términos estadísticos y el indeterminismo que ellos expresan fue concebido epistémicamente -en la línea de la segunda alternativa anterior- como un resultado de nuestra limitación objetiva de conocer con precisión el estado de los sistemas microfísicos, en el contexto de ciertas situaciones experimentales. Esa fue, a grandes rasgos, la concepción predominante en los miembros de la escuela de Copenhague -entre otros, Bohr y Heisenberg- del llamado indeterminismo cuántico.

Los detractores de esa concepción -destacadamente Einstein y Bohm- sosteniendo en vena determinista que tal indeterminismo no es real, argumentaron que la mecánica cuántica no es una teoría completa de los sistemas físicos que estudia, en el sentido de que, usando los términos de Einstein, no hay un correlato teórico en la mecánica cuántica de cada elemento de realidad en los sistemas cuánticos.[18] Arguyeron, pues, que nuestro conocimiento del mundo cuántico es incompleto, avanzando la hipótesis de que si descubriéramos ciertas magnitudes físicas, hasta ahora desconocidas -las llamadas <variables ocultas>-, que intervienen en los sistemas cuánticos seríamos capaces de formular una teoría física que subsumiera a la mecánica cuántica, exhibiendo que tales sistemas realmente no son azarosos.

---

[17] [1982], pp. 53 y 54.

[18] Esta noción de completud de una teoría física, originaria de Einstein en 1935, es menos fuerte que la noción citada antes (*supra*, p. 8). La noción de Martínez excluye explícitamente magnitudes físicas ocultas en las descripciones de estado de los sistemas físicos, mientras que la de Einstein sólo exige que se incluyan en las descripciones los correlatos teóricos de las magnitudes físicas que intervienen en el sistema físico. Esta noción einsteiana la considero en referencia al argumento de Einstein, Podolsky y Rosen en contra de la completud de la teoría cuántica, en IV. 2. 2. Mientras que la noción de Martínez la retomo en conexión con el teorema de Bell, que intenta demostrar la imposibilidad de variables ocultas, en IV. 2.3.

Con esto, ellos pretendieron restaurar la concepción determinista del mundo físico a nivel subatómico -las aludidas <variables ocultas> son la versión moderna de las <verdaderas causas> de Laplace-, postulando la existencia de ciertas magnitudes desconocidas a las cuales fueran reducibles las probabilidades cuánticas o, en otras palabras, con las cuales podríamos eliminar las descripciones probabilistas de los estados de los sistemas cuánticos a favor de descripciones deterministas, que incorporarían las variables ocultas, a la manera clásica. E implícitamente interpretaron los enunciados probabilistas que expresan el azar cuántico de manera subjetiva.

Una interpretación distinta, en varios respectos, la encontramos en la propuesta de Popper. Para él, como he anotado, desde una posición realista, el azar cuántico es objetivo en un sentido ontológico. Ese azar es la expresión de las propensiones de los sistemas cuánticos, bajo ciertas situaciones experimentales, a adoptar distintos estados. Las probabilidades cuánticas son la medida de la fuerza (o peso o intensidad) de las propensiones físicas de esos sistemas; éstas son tendencias o disposiciones de sistemas físicos, en determinadas situaciones experimentales, a adoptar ciertos estados, independientes de los sujetos y nuestro conocimiento.

El hecho, para Popper, de que ciertos sistemas cuánticos posean esas propiedades disposicionales, llamadas propensiones, significa que el azar físico que expresan es objetivo en sentido ontológico. La objetividad de la interpretación popperiana de las probabilidades cuánticas, en términos de propensiones físicas, descansaría en cierta objetividad ontológica.

En las anteriores interpretaciones de la probabilidad encontramos asociadas distintas nociones de objetividad en relación al azar cuántico. Las interpretaciones de Einstein y Popper caen bajo una distinción tradicional entre azar epistémico y azar ontológico, que Martínez traza en estos términos: <<[..] el azar epistémico es el resultado de nuestra ignorancia de información o de condiciones objetivamente dadas, mientras que el azar ontológico u objetivo es parte de la realidad física.>> ([1991a], p. 138). Einstein sosteniendo cierto determinismo físico, concibe el azar cuántico en el primer sentido anotado; es decir, él no considera que el azar sea real sino más bien que es una expresión de la falta de conocimiento de ciertas magnitudes o variables relevantes de los sistemas cuánticos. Por su parte, Popper concibe el azar cuántico en el segundo sentido, ya que para él las propensiones, propiedades disposicionales de los sistemas cuánticos, son parte de la realidad física. A partir de esto, Popper sostiene cierto indeterminismo físico en el mundo cuántico.

A pesar de que Einstein y Popper comparten una posición realista sobre el mundo físico, sus interpretaciones de las probabilidades cuánticas difieren notablemente ya que mantienen tesis distintas acerca del indeterminismo físico.

A la anterior distinción anotada subyace la idea de que la objetividad del azar tiene que determinarse en referencia a la realidad física, dejando lugar sólo a dos posibilidades: o bien el azar es real o bien no es real. Esta suposición excluye a otras alternativas de concebir la objetividad del indeterminismo cuántico. De hecho, la noción de la objetividad del azar cuántico mantenida por la escuela de Copenhague, asociada a la interpretación frecuencial de la probabilidad, no puede caracterizarse en términos de esa distinción.

Bohr y otros miembros de la escuela de Copenhague, desde una perspectiva positivista, concibieron el azar cuántico como una expresión de nuestra imposibilidad física de conocer de manera completa y precisa el estado de ciertos sistemas cuánticos y arguyeron que la mecánica cuántica describe de manera completa -sin omitir alguna magnitud relevante- los estados de los sistemas. Esa imposibilidad física, implicada por las relaciones de incertidumbre de Heisenberg, proviene del hecho de que la interacción que se da en el proceso físico de medición, entre el aparato de medición y el sistema cuántico, de una magnitud que determina el estado (clásico) del sistema, altera significativamente su estado, imposibilitando precisar simultáneamente de manera empírica el valor de la magnitud conjugada.

Podemos considerar de acuerdo con unas nociones elaboradas por Martínez al anterior tipo de azar como objetivo epistémico. Primero él caracteriza un tipo de azar puramente epistémico como el resultante de nuestra ignorancia de condiciones objetivas no azarosas <<en principio>>, para después distinguir entre dos tipos de azar objetivo, epistémico y sistémico, como sigue:

> Un *azar epistémico objetivo* surge de las limitaciones que la estructura física del mundo impone en nuestras posibilidades de conocer esa estructura. [...] Un azar objetivo *no epistémico* tiene que expresarse como la descripción de un aspecto de la estructura física del mundo, incorporado en la descripción de estado, según una teoría fundamental de la física (independientemente de las limitaciones de nuestra manera de observarlo o conocerlo que puedan existir). A este tipo de azar objetivo le llamanos *azar sistémico*. Es un tipo de azar objetivo que es intrínseco a la descripción de estado que la teoría utiliza.[10]

Así, la objetividad del azar cuántico, en la llamada interpretación ortodoxa de Copenhague, es epistémica -debida a una limitación objetiva de conocer el mundo cuántico. Por su parte, en la concepción de Einstein, el azar en el mundo cuántico no sería objetivo sino puramente epistémico, pues respondería a la ignorancia de condiciones físicas deterministas, no azarosas <en principio>.

En la década de los años treinta, Einstein y Bohr mantuvieron una polémica acerca de si la mecánica cuántica es una teoría completa. Ésta es la discusión filosóficamente más importante de

[10] [1991a], pp. 139-40.

este siglo sobre el carácter indeterminista del mundo físico, un problema central de la filosofía de la ciencia contemporánea.[20]

Ahora bien, esa polémica acerca de la completud de la mecánica cuántica condujo, en años recientes, a ciertos experimentos cuyos resultados confirman las predicciones de la mecánica cuántica,[21] desechando la hipótesis de las variables ocultas locales a las cuales fueran reducibles las probabilidades cuánticas; lo cual equivale a la confirmación experimental de la hipótesis de la irreductibilidad de las probabilidades cuánticas, a la que aludimos antes. Y esto significa que el azar cuántico es objetivo en sentido sistémico.

Con esto se elimina la plausibilidad de interpretar subjetivamente las probabilidades cuánticas y se muestra la necesidad de ofrecer una interpretación de ellas que concuerde con su carácter irreductible, constatado por los resultados experimentales de Aspect.

Asumimos, pues, la objetividad sistémica del azar cuántico como base para interpretar *objetivamente* las probabilidades cuánticas en términos de las posibilidades físicas, las cuales son una expresión de ese azar, relativas a la propia teoría cuántica.

*La interpretación propuesta de las probabilidades.*

Entonces adoptando que las probabilidades cuánticas son irreductibles y que el azar cuántico es objetivo en sentido sistémico, no epistémico, propongo una interpretación de los enunciados probabilistas -cuánticos, en particular- en términos de las posibilidades físicas relativas a la teoría física pertinente -la cuántica, en este caso. Para interpretar esas probabilidades, parto de la posibilidad física de los resultados alternativos de los sucesos cuánticos (experimentos o mediciones)

[20] A este respecto véase Selleri [1986].

[21] Me refiero a los experimentos efectuados por Alan Aspect y colaboradores; véanse Aspect *et al* [1982] y Rae [1986].

según la propia teoría cuántica.

Si bien la concepción de la probabilidad como grado de posibilidad se remonta a Leibniz, la propuesta que aquí elaboro contiene ciertos elementos nuevos. Primero, el concepto de posibilidad física propuesto no es un concepto absoluto sino relativo a una teoría física T. Segundo, explicito que la objetividad sistémica de las posibilidades físicas relativas a una teoría T descansa en el carácter completo de la propia teoría T. Tercero, adopto, en el caso de las probabilidades cuánticas, su carácter irreductible constatado experimentalmente. Cuarto, en referencia a las probabilidades cuánticas, justifico la interpretación de las probabilidades en términos de posibilidades físicas explicitando una *representación* de esas probabilidades a partir del conjunto de los resultados físicamente posibles de un suceso (experimento o medición), de acuerdo con la teoría cuántica.

Con esos elementos propongo una respuesta nueva a la cuestión de la interpretación objetiva de los enunciados probabilistas cuánticos. La aportación que representa esta respuesta radica en que está elaborada en términos de un concepto de posibilidad física relativa a una teoría T cuya objetividad sistémica descansa en el carácter completo de la propia teoría T Ningun autor ha ofrecido, hasta donde sé, una respuesta en esta línea a ese problema. La respuesta que ofrecemos se aparta de las concepciones epistemológica y ontológica de los enunciados probabilistas cuánticos anotadas antes. Nuestra respuesta se ubica más bien en un lugar intermedio. La objetividad de las posibilidades físicas, relativas a una teoría, es conceptual, mas encuentra un *correlato material* en la *propiedad de no-separabilidad* de los estados cuánticos conectada con la irreductibilidad de las probabilidades de la mecánica cuántica.[22]

En el primer Capítulo expongo las nociones -que usaré en los

[22] Sobre esa propiedad de ciertos sistemas cuánticos véase, Martínez [1991a], pp. 149-151; en IV 2.4 me ocupo de ella.

dos siguientes- de interpretación y representación de la teoría de la probabilidad, y la relación que hay entre ellas. En el segundo reviso críticamente algunas interpretaciones presuntamente objetivas de esa teoría, para hacer ver que no son satisfactorias y que, por ello, el problema de interpretar objetivamente los enunciados de probabilidad permanece *abierto*.

En particular, me ocupo de las interpretaciones frecuencial -que define a las probabilidades como frecuencias relativas de secuencias (finitas o infinitas) de sucesos- y propensiva -que identifica las probabilidades con propensiones de ciertos sistemas físicos. A grandes rasgos, la primera falla en asignar valores de probabilidad a sucesos singulares -una condición necesaria para cualquier interpretación admisible-, pues solamente logra atribuir probabilidades -frecuencias- en referencia a secuencias o clases de sucesos. Por su parte, la interpretación propensiva no es realmente una interpretación, porque las probabilidades (clásicas) condicionales no poseen la propiedad de asimetría causal de las propensiones condicionales de ciertos sistemas físicos, como ha demostrado Humphreys.

Atendiendo a la condición de representación establecida por Suppes, doy una prueba de que la interpretación aquí propuesta es realmente una interpretación demostrando que hay una representación -que se encuentra implícita en la formulación estándar de la mecánica cuántica en el marco de los espacios de Hilbert- de las probabilidades cuánticas a partir del conjunto de los resultados físicamente posibles de un suceso cuántico, de acuerdo con la propia teoría cuántica. A la vez, la noción de posibilidad física, relativa a una teoría, puesto que la caracterizamos en referencia directa a sucesos físicos singulares, es aplicable a éstos, con lo que se salva la principal objección a la interpretación frecuencial.

En el tercer Capítulo, el central de la Tesis, discuto, primero, algunos conceptos de objetividad en relación con ciertas posiciones filosóficas realistas. Después, argumento en contra de la propuesta, debida a Chuaqui, de concebir las probabilidades como grados de posibilidades reales y presento el enfoque conceptualista que adopto para abordar el problema de interpretar objetivamente las probabilidades y proponer una solución de él. Por último, después de presentar el concepto de objetividad sistémica anotado, expongo el concepto de posibilidad física relativa a una teoría y explicito la representación mencionada de las probabilidades cuánticas.

En el cuarto y último capítulo, considero las presuntas implicaciones ontológicas relativistas de nuestra propuesta y presento los argumentos teóricos -la paradoja de Einstein, Podolsky y Rosen y el teorema de Bell- que condujeron a establecer experimentalmente el carácter irreductible de las probabilidades cuánticas. Esto es, precisamente, lo que nos permite afirmar que las posibilidades físicas, de ciertos sistemas cuánticos, son objetivas en sentido sistémico.[23]

Si consideramos que las probabilidades son medidas de las posibilidades o, en otras palabras, que las probabilidades (cuantitativas) representan las posibilidades (cualitativas), podemos concluir que, en el caso de la teoría cuántica, la irreductibilidad de las probabilidades cuánticas entraña la *objetividad* sistémica de las *posibilidades físicas* de los varios estados finales, dado cierto estado inicial, de algunos sistemas cuánticos, relativamente a la propia teoría cuántica.

La conclusión principal de la Tesis es que si la teoría T, a la cual se relativizan las posibilidades físicas de ciertos sistemas físicos, es una *teoría fundamental o completa* de esos sistemas, entonces podemos afirmar la *objetividad* de las

[23] Como veremos al final de ese capítulo cuarto, la interpretación de las consecuencias físicas y filosóficas de la refutación experimental de las conclusiones de esos argumentos es tema de discusión actual. Nosotros adoptamos la opción que consiste en rechazar el principio de separabilidad de la física clásica y exploramos las implicaciones ontológicas de ese rechazo, pero concientes de que se trata de un problema abierto en la física actual.

posibilidades involucradas en un sentido no epistémico sino *sistémico* y, con base en ello, podemos interpretar objetivamente los enunciados probabilistas de la teoría **T** en términos de las *posibilidades físicas relativas a* **T**.

# CAPITULO I. INTERPRETACION Y REPRESENTACION DE LA PROBABILIDAD.

En este primer Capitulo expongo, primero, el sistema axiomático *estándar* de la teoria *elemental* de la probabilidad al que se refieren las diferentes interpretaciones del cálculo de probabilidades, con el propósito de lograr cierta concreción en la discusión de ellas. Después, especifico, por un lado, el concepto de *interpretación* de la probabilidad -junto con las condiciones de adecuación para cualquier interpretación propuesta enunciadas por Wesley Salmon -y, por otro lado, la noción de *representación* -así como la condición de representatibilidad que deben cumplir las diferentes interpretaciones de la probabilidad establecida por Patrick Suppes- que usaré al examinar criticamente la adecuación de las interpretaciones frecuencial y propensiva de la probabilidad en el próximo Capitulo.

## I. 1. El cálculo de probabilidades de Kolmogorov.

La teoria matemática de la probabilidad cuenta con una axiomatización, debida a Kolmogorov en [1933], que fue aceptada universalmente por los matemáticos algunos años después de su aparición. En esta sección presentaré esa axiomatización de la teoria *elemental* de la probabilidad.

Empezaré exponiendo intuitivamente los conceptos básicos del cálculo de probabilidades. El concepto de probabilidad, en la teoria matemática de la probabilidad, es una función; su dominio es un conjunto de <sucesos>, conocido como el espacio de sucesos, y su rango es el intervalo de números reales del 0 al 1. La función de probabilidad asigna a cada suceso del espacio de sucesos un número del rango que representa su valor de probabilidad. A una función que asigne a los sucesos elementales un valor numérico, que representa su probabilidad, se le llama <distribución de probabilidad>. La teoria matemática de la probabilidad no nos dice cómo distribuir las probabilidades entre los sucesos elementales, y el procedimiento de distribución de probabilidades puede variar en diferentes aplicaciones. Una manera de establecer una distribución de probabilidades consiste en seguir la <definición> clásica de probabilidad, que se basa en la equiposibilidad de los sucesos, y asignar valores de probabilidad iguales a todos los sucesos considerados.

De lo anterior se puede colegir que el valor de probabilidad de cualquier suceso A, digamos r, está en el intervalo cerrado [0, 1], *i. e.*, $0 \leq r \leq 1$; esto se postula en general como un primer axioma, conocido como axioma de no-negatividad.

Otra condición que se establece como axioma consiste en que la probabilidad del espacio de sucesos S sea igual a 1. Puesto que S contiene a todos los sucesos posibles, necesariamente debe acontecer uno de ellos y, así, necesariamente S ocurre.

La propiedad principal de la probabilidad es ser una función aditiva. Esto significa, en el caso más simple, que si consideramos dos sucesos incompatibles (esto es, que no pueden suceder a la vez), la probabilidad de que acontezca alguno de los dos es igual a la adición de las probabilidades individuales de cada uno. Si A y B son los sucesos incompatibles en cuestión, y la probabilidad de A es $n$ y la de B es $m$, entonces la probabilidad de A o B es igual a $(n + m)$ Esta propiedad de la probabilidad se supone como un tercer, y ultimo, axioma.

El dominio de una función de probabilidad es un conjunto de sucesos con cierta estructura algebraica: la de una álgebra de conjuntos. El espacio de sucesos S es el conjunto-base, cuyos elementos son llamados <sucesos elementales>, y que llamaremos el <espacio muestral>, del cual se forman las álgebras con subconjuntos de S como elementos. Así, una álgebra de conjuntos es una familia $\mathcal{F}$ de subconjuntos de un espacio muestral S que cumple con ciertas condiciones. Informalmente, si A y B son sucesos en $\mathcal{F}$, la unión de los sucesos A y B está en $\mathcal{F}$ y si A es un suceso en $\mathcal{F}$, el complemento de A está en $\mathcal{F}$ (denotaré al conjunto complemento de A por $A^c$) Más formalmente:

**Definición 1.**

$\langle S, \mathcal{F}\rangle$ es una *álgebra de conjuntos* (o $\mathcal{F}$ es una álgebra de conjuntos sobre S) si y sólo si S es un conjunto no vacío (el espacio muestral) y $\mathcal{F}$ es una familia de subconjuntos de S tal que para toda A y B en $\mathcal{F}$

(1) $(A \cup B) \in \mathcal{F}$;

(2) $A^c \in \mathcal{F}$.

Esta definición tiene ciertas consecuencias inmediatas de interés; en particular, implica que S está en $\mathcal{F}$, puesto que es suficiente que algún conjunto A esté es $\mathcal{F}$ (que $\mathcal{F}$ no sea vacía) para que esté el complemento de A ($A^c$ , por (2)) y así la unión de ellos (A y su complemento por (1)), la cual es igual a S.

Antes de introducir la noción de espacio de probabilidad se requiere generalizar la propiedad de adición mencionada a conjuntos finitos. Hemos visto que para dos sucesos A y B, incompatibles entre si, que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Esta afirmación vale en general para un número finito de sucesos. Sea un conjunto de sucesos $A_i$, con $i$ = 1, 2, ..., $n$, ($n$ entero positivo), tales que son incompatibles por pares, i. e., para todo par $A_j$ y $A_k$ su intersección $A_j \cap A_k$ es vacía (no tienen elementos en común), con $j$, $k$ = 1, 2, ..., $n$, entonces

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) =$$
$$= \Sigma\, P(A_i),\ \text{con } i = 1, \ldots, n$$

(es decir, la probabilidad de la unión de los $i$-ésimos sucesos A es igual a la adición de las probabilidades de los $i$-ésimos sucesos A).

Con estos elementos podemos definir la noción de espacio de probabilidad finitamente aditivo postulando tres axiomas. El primer axioma establece que la probabilidad de cualquier suceso A es mayor o igual a 0 y menor o igual a 1. Que la probabilidad del espacio de sucesos S es igual a 1 es postulado por el segundo axioma. El tercer axioma, de aditividad, postula la propiedad de aditividad para un número finito de sucesos. Así,

**Definición 2.**

$\langle S, \mathcal{F}, P\rangle$ es un *espacio de probabilidad finitamente aditivo* si y sólo si $\mathcal{F}$ es una álgebra de conjuntos sobre S y P es una función unaria con dominio $\mathcal{F}$ tal que

(1) Axioma de no-negatividad.

para todo $A \in \mathcal{F}$, $0 \le P(A) \le 1$.

(2) Axioma de normalización.

$P(S) = 1$.

(3) Axioma de aditividad.

si para todo par $A_j$, $A_k$ $(j \neq k)$ $A_j \cap A_k = \Lambda$, entonces $P(\bigcup A_i) = \Sigma\, P(A_i)$, con $i, j, k = 1, \ldots, n$.

Estos son los axiomas originales que estableció Kolmogorov, en [1933], con la excepción de que aquí expongo el axioma de aditividad generalizado a conjuntos finitos, mientras que Kolmogorov presenta un axioma más simple, enunciado para pares de sucesos, para después establecer la generalización a un número $n$ de sucesos como un teorema. Los tres axiomas anteriores son suficientes para desarrollar la teoría *elemental* de la probabilidad, como Kolmogorov lo establece.[1]

Cierta reformulación del axioma de aditividad se precisa cuando no se satisface la condición de que los conjuntos $A_i$ sean incompatibles por pares, esto es, cuando su intersección no es vacía, al menos para un par. En este caso vale la siguiente definición:

**Definición 3.**

Sea un conjunto finito con $n$ elementos A de una álgebra de conjuntos $\mathcal{F}$ y sea P una función unaria con dominio $\mathcal{F}$. Entonces

$$P(\bigcup A_i) = \Sigma\, P(A_i) - \Sigma\, P(A_j \cap A_k), \text{ si } A_j \cap A_k \neq \Lambda,$$

con $i, j, k = 1, \ldots, n$,

es decir, la probabilidad de la unión de un conjunto finito de sucesos es igual a la adición de las probabilidades individuales

[1] *Cfr.* [1933], p. 273.

de los sucesos menos la suma de las probabilidades de todos los pares de sucesos compatibles, cuya intersección no es vacía.

Un concepto probabilístico fundamental que tiene consecuencias muy importantes es el de probabilidad condicional. La idea es establecer la probabilidad de un suceso B bajo la suposición de, o dado, que ha ocurrido otro suceso A. Es decir, la probabilidad de B dado A o bajo la condición de que A ocurra. Si suponemos que en un número $n$ de ensayos o experimentos, el suceso A ha ocurrido un número $m$ de veces, y B conjuntamente con A han ocurrido un número $k$ de veces, entonces el cociente $k/m$ representa la probabilidad del suceso B bajo la condición A, en símbolos:

$$P(B \mid A) = k/m,$$

esto motiva la siguiente definición para espacios finitos de probabilidad:

**Definición 4.** *Probabilidad condicional.*

Sean A y B sucesos en $\mathcal{F}$ y sea que $P(A) > 0$. Entonces

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Así, pues, la probabilidad condicional de B dado A es igual al cociente de la probabilidad que ocurran conjuntamente A y B y la probabilidad del suceso A.

Una de las consecuencias de este concepto de probabilidad condicional es el famoso teorema de Bayes, con el cual se invierten las probabilidades condicionales. Podemos planterlo como sigue: supongamos que obtenemos la probabilidad de cierto suceso E dada ciertas hipótesis $H_i$ -*i. e.*, el valor de $P(E \mid H_i)$- habiéndolo calculado de $P(E \cap H_i)$ y $P(H_i)$ y queremos saber el valor de la probabilidad inversa de $H_i$ una vez observado el suceso E, *i. e.*, $P(H_i \mid E)$. El teorema de Bayes, con base en las probabilidades de las hipótesis $P(H_i)$, llamadas las probabilidades *a priori*, y de las probabilidades condicionales $P(E \mid H_i)$ permite inferir los valores de las probabilidades inversas $P(H_i \mid E)$, una vez observado el suceso E. Con un par de teoremas a la mano, que se deducen de la definición de probabilidad condicional, se demuestra el teorema de Bayes.

Primero de manera inmediata tenemos el teorema de multiplicación:

**Teorema 1.** $P(E \cap H) = P(E \mid H) \cdot P(H)$.

Y, recurriendo al axioma de aditividad, se sigue el teorema de probabilidad completa:

**Teorema 2.** Sean $H_1,\ldots, H_n$, sucesos mutuamente excluyentes y exhaustivos. Entonces

$$P(E) = \Sigma\, P(E \mid H_i) \cdot P(H_i), \text{ con } i = 1,\ldots,n.$$

Ahora, partimos de que los sucesos $H_1,\ldots,H_n$ son mutuamente excluyentes y exhaustivos para calcular la probabilidad $P(H_i \mid E) = P(E \cap H_i)/P(E)$. La fórmula para realizar esos cálculos es el teorema de Bayes que se deduce de esa ecuación substituyendo en ella el numerador y el denominador por sus expresiones equivalentes de acuerdo con los anteriores teoremas de multiplicación y de probabilidad completa, respectivamente. De esa manera obtenemos:

**Teorema 3.** Teorema de Bayes.

Sean $H_1,\ldots, H_n$ sucesos mutuamente excluyentes y exhaustivos tales que $P(H_i) > 0$. Si $P(E) > 0$ entonces

$$P(H_i \mid E) = \frac{P(E \mid H_i) \cdot P(H_i)}{\Sigma\, P(E \mid H_i) \cdot P(H_i)}, \text{ con } i = 1, \ldots, n.$$

Este teorema provocó gran polémica puesto que parece permitir inferir <<las causas a partir de los efectos>>, como Laplace lo afirma: <<Este es el principio fundamental de la rama del análisis del azar que consiste en remontarse de los acontecimientos a las causas>>. ([1814], p. 35.) William Feller, por ejemplo, ha criticado algunas aplicaciones metafísicas hechas por filósofos queriendo demostrar, p. ej., que la mecánica newtoniana es absurda. (cfr. [1950], p. 137) Una manera menos fuerte de interpretarlo consiste en considerar que una vez dado un suceso E, podemos calcular cuál de las hipótesis $H_i$ ofrece la mejor explicación de E, cuál de ellas es la más probable. Pero en todo caso la dificultad está en conocer suficientemente la probabilidad *a priori* de las hipótesis, es decir, los valores $P(H_i)$, para justificar la inferencia probabilística de las probabilidades inversas.

La anterior exposición de la teoría elemental de la probabilidad es suficiente para nuestro propósito presente de considerar críticamente diversas interpretaciones filosóficas de la probabilidad. La teoría matemática de la probabilidad no determina qué es la probabilidad, sólo especifica que se trata de una función (unaria) con valores reales que cumple ciertos axiomas, y cualquier interpretación que satisfaga esos axiomas es legítima, incluso interpretaciones matemáticas -interpretaciones en un dominio matemático.

## I. 2. Interpretación de la probabilidad y las condiciones de adecuación de Salmon.

El anterior sistema axiomático es un cálculo abstracto, en el sentido de que no está interpretado. Una interpretación de él es similar a las interpretaciones de sistemas formales en el sentido lógico. A grandes rasgos, segun la noción lógica de interpretación, un sistema formal es interpretado por medio de (i) la especificación de un conjunto (no vacío) D como dominio o <universo de discurso> y (ii) la asignación de una entidad conjuntista apropiada, en referencia al dominio D, a cada símbolo no-lógico que ocurra en los axiomas del sistema. Por ejemplo, a cada constante individual se asigna un elemento de D; a cada predicado (unario) un subconjunto de D, a cada relación (binaria) un subconjunto de $D^2$; y a cada letra funcional de grado *n* una función de $D^n$ en D.[2]

En los axiomas del anterior sistema para la teoría de la probabilidad ocurren como símbolos propios (no lógicos ni

[2] Véase, p. ej., Mendelson [1979], p 50

matemáticos) sólo términos que refieren a elementos de $\mathcal{F}$ y la letra funcional unaria P que denota a la función de probabilidad. Así, su interpretación formal consistiría en (i) especificar un conjunto (no vacío) de sucesos elementales para interpretar a S(con lo cual se interpreta indirectamente a $\mathcal{F}$), el espacio de sucesos, y (ii) asignar a la letra funcional P una función unaria con dominio en $\mathcal{F}$ y rango en [0, 1]. De esta manera, podemos ver que, desde un punto de vista formal, una interpretación de la teoría axiomática de la probabilidad es similar a una interpretación de un sistema formal en el sentido lógico. La diferencia consiste sólo que en el caso del cálculo de probabilidades el rango de la función P no se especifica en referencia al universo de discurso de la interpretación, sino que invariablemente es un intervalo cerrado de números reales.

Wesley Salmon expresa de manera concisa la idea de interpretar un sistema formal diciendo que una interpretación consiste en una asignación de significados a los términos primitivos del sistema; agregando que en particular una interpretación *física* convierte en significativos a los términos primitivos, y de ahí al sistema entero, por medio de referir a alguna parte del mundo físico.[3]

Aplicando esa idea de interpretación física al cálculo de probabilidades, tenemos que una interpretación tal asignaría al espacio muestral S un conjunto de sucesos físicos y a la función P un concepto con referencia a alguna propiedad del mundo físico.

Salmon a la vez establece que cualquier interpretación de la probabilidad para que resulte adecuada debe satisfacer los siguientes criterios:

a) *Admisibilidad*. Se dice que una interpretación de un sistema formal es admisible si los significados que asigna a los términos primitivos transforman a los axiomas formales, y consecuentemente a todos los teoremas, en enunciados verdaderos. Un requisito fundamental para los conceptos de

[3] *Cfr*. [1966], pp. 191 y 192.

probabilidad consiste en que satisfagan las relaciones matemáticas especificadas por el cálculo de probabilidad.

b) *Asignabilidad*. Este criterio requiere que haya un método por el cual, en principio al menos, podamos asignar valores de probabilidad. Meramente expresa el hecho de que un concepto de probabilidad sería inutil si es imposible en principio encontrar lo que son las probabilidades.

c) *Aplicabilidad*. Es un hecho ineludible que estamos buscando un concepto de probabilidad que tenga significación predictiva práctica.[4]

Salmon considera que encontrar una interpretación física de la probabilidad que cumpla con esos criterios es de suma importancia filosófica porque el problema *filosófico fundamental* de la probabilidad -dice- consiste precisamente en interpretar adecuadamente el cálculo de probabilidades (*ibidem.*).

Usaré esos criterios, particularmente los dos primeros, en la discusión sobre la adecuación de las interpretaciones frecuencial y propensiva de la probabilidad en el próximo Capitulo; arguiré que la primera interpretación falla en cumplir el criterio de asignabilidad al ser incapaz de asignar valores de probabilidad a sucesos físicos singulares mientras que la segunda no satisface el criterio de admisibilidad puesto que no logra interpretar unos teoremas del cálculo de probabilidades -teoremas de probabilidades inversas como el teorema de Bayes- en términos de propensiones condicionales.

### I. 3. Representación y la demanda de Suppes.

En los fundamentos de la medición desarrollados por Patrick Suppes y colegas se establece que para justificar que cierto procedimiento empírico que se propone para medir alguna propiedad física, o alguna característica psicológica, está realmente midiendo la magnitud de la propiedad o característica -y que no

[4]*Op. cit.*, pp. 197-198.

se está meramente asignando valores numéricos de manera arbitaria- es necesario probar que la propiedad o característica es representable en una escala numérica adecuada. Demostrar que hay una representación de un procedimiento de medición de una magnitud en una estructura matemática adecuada justifica la asignación de números a objetos o fenómenos.[5]

Más precisamente, desde el enfoque de los fundamentos de la medición, una representación relaciona, a través de una función, una estructura empírica (o cualitativa) con una estructura numérica (o cuantitativa).[6] La primera estructura, la empírica, es representada por la función en la estructura numérica. Por ejemplo, en referencia a la representación de un procedimiento estándar de medición de longitud por medio de varas, Krantz y coautores dicen:

> Si denotamos por A al conjunto de todas las varas y las concatenaciones finitas de varas bajo consideración, entonces la estructura relacional empírica para los procedimientos de las secciones 1.1.2 y 1.1.3 es denotada por <A, ≻, o>. [...] Una estructura relacional numérica apropiada es <Re, >, +>, donde Re es el conjunto de los numeros reales, > es la relación usual mayor que, y + es la operación ordinaria de adición. La asignación numérica $\phi$ es un *homomorfismo* en el sentido de que envia A en Re, ≻ en >, y o en + de tal manera que > preserva las propiedades de ≻ y + las propiedades de o. (*op. cit.*, p. 8)

La función $\phi$ anterior es precisamente la función de representación por la cual se preserva el orden en A dado por la relación ≻ y la propiedad de extensividad de la concatenación física de varas denotada por o de la estructura empírica <A, ≻, o> en la estructura numérica <Re, >, +>.

El problema de los fundamentos de la medición, en referencia

[5] Véase Suppes y Zinnes [1963], p. 4

[6] *Cfr.* Krantz *et al* [1971], p. 7

al ejemplo anterior, consiste en encontrar las propiedades de la asignación numérica $\phi$ o, en otras palabras, en encontrar ¿qué suposiciones acerca de $\succ$ y o son necesarias y/o suficientes para construir la función real $\phi$ que preserve el orden y la aditividad? (cfr. *ibid.*) La respuesta matemática a esa cuestión consiste en (1) postular los axiomas que debe satisfacer una estructura empírica determinada, (2) demostrar que existe una función $\phi$ de representación en una estructura numérica apropiada y (3) mostrar bajo qué tipo de transformaciones la función de representación, si existe, es única, si lo es. Más precisamente, Krantz y colegas explican respecto de (2) que <<Un *teorema de representación* asevera que si una estructura relacional dada satisface ciertos axiomas, entonces puede construirse un homorfismo en cierta estructura relacional numérica.>> (*op. cit.*, p. 9)

Si adoptamos este enfoque de los fundamentos de la medición para la representación de la probabilidad, como lo proponen esos autores,[7] la cuestión se plantea aproximadamente en los mismos términos. En el caso de la teoría de la probabilidad, las estructuras que se relacionarían, por medio de una función homomórfica, son estructuras cualitativas -que contienen un conjunto de sucesos y un concepto premétrico- y la estructura cuantitativa $\langle S, \mathcal{F}, P\rangle$ de los espacios de probabilidad dada, por ejemplo, por la Definición 2 anterior.

Ahora bien, ¿qué aportan las representaciones de la probabilidad a las interpretaciones de la probabilidad? Una respuesta nos la ofrece Suppes. De acuerdo con él, las representaciones justifican las interpretaciones de la probabilidad; en este tenor escribe: <<Debemos de ser capaces de demostrar que las entidades conjuntistas definidas bajo la interpretación particular de la probabilidad son ellas mismas objetos que satisfacen la Definición 2 o conducen de una manera

[7] Ver, cap. 5.

completamente explícita a la construcción de objetos que satisfacen la Definición 2.>>[8] El punto de Suppes consiste en que es preciso mostrar que una interpretación propuesta del concepto de probabilidad satisface el cálculo de probabilidades, (por ejemplo, en la versión de Kolmogorov) demostrando que existe una función de representación de una estructura cualitativa -que contenga el concepto interpretativo- en un espacio de probabilidad apropiado.

En el artículo referido, Suppes arguye que la interpretación propensiva popperiana carece de una representación tal, porque en los trabajos pertinentes de Popper está ausente una caracterización formal explícita de esa interpretación que permitiera demostrar un teorema de representación[9]

El cumplimiento de esta demanda de Suppes, como la ha llamado Ronald Giere, por las interpretaciones de la probabilidad es necesario para *justificar* la aserción de que los enunciados de probabilidad -aplicados a cierto dominio especificado e *interpretados en términos de cierto concepto*- satisfacen los axiomas de un cálculo de probabilidades.

Con ello a la vez se muestra que una interpretación propuesta de la probabilidad es realmente una interpretación y no meramente una formulación verbal. Por esto utilizaré esa condición al examinar la interpretación propensiva y, a su vez, demostraré que hay una representación de las probabilidades cuánticas, interpretadas en términos de posibilidades objetivas, en el Capítulo III.

En el siguiente capítulo examinaré algunas teorías de la probabilidad presuntamente físicas en el sentido anterior de Salmon, es decir, que pretenden interpretar el cálculo matemático de probabilidades en un dominio de sucesos físicos y en

---

[8][1974a]. pp. 762-63. La Definición 2 referida en la cita es equivalente a nuestra Definición 2.

[9]En la subsección II. 4. 3 volvemos a esta cuestión más detalladamente.

referencia a propiedades del mundo físico.[10] Esto es pertinente al propósito de esta Tesis de elucidar el carácter objetivo de una interpretación propuesta de los enunciados probabilistas. Me ocuparé de la interpretación clásica laplaciana así como de la frecuencial de Reichenbach y Salmon; también examinaré las interpretaciones propensivas de Popper y de Giere, cuyos autores pretenden que son físicas.

Con el fin de establecer que la interpretación subjetiva de la probabilidad rechaza la creencia de que existan probabilidades en un sentido físico, analizaré la versión de ella debida a De Finetti. Cabe señalar desde ahora que a pesar de que algunos autores clasifican a la interpretación clásica (que define a la probabilidad en términos de la equiposibilidad de sucesos alternativos) como subjetiva,[11] podemos considerarla como física -como muestra Roberto Torretti en [1990]- si es aplicada a ciertos sistemas físicos en los que la equiposibilidad de los resultados o sucesos alternativos descansa en propiedades físicas del sistema, como la simetría.

Por último, en general, en esta Tesis entenderé por una *interpretación* de la probabilidad una asignación de significado a los axiomas de un cálculo de probabilidades apropiado en términos de un *concepto interpretativo* previamente especificado, en referencia a un *dominio de aplicación* establecido.

[10]No atenderé, en cambio, a ciertas teorías, como la lógica de Carnap ([1950]), porque no son ni pretenden ser físicas en el sentido usado por Salmon.

[11]Véase, p. ej., Fine [1973], p. 8

## CAPITULO II. INTERPRETACIONES DE LA PROBABILIDAD.

En el presente Capítulo hago una revisión crítica de algunas interpretaciones <objetivas> de la probabilidad, con el propósito de mostrar que no son satisfactorias. Primero me ocupo de la interpretación subjetiva, con el fin de aclarar que su carácter subjetivo responde al rechazo de la creencia de que existan probabilidades en sentido físico. Esto nos permitirá especificar una manera relevante en la que una interpretación propuesta puede considerarse objetiva: en que afirma la existencia de probabilidades en un sentido físico, no sólo epistémico. Considero también, la interpretación clásica para argüir, con base en un concepto óntico de posibilidad que proviene de Leibniz, que hay una versión objetiva de esta interpretación, distinta a la versión laplaciana que tiene un carácter epistémico.

En las dos últimas secciones reviso las interpretaciones que pretenden ser físicas, en el sentido anotado de Salmon: la frecuencial y la propensiva. Creo que ambas interpretaciones pueden descartarse. La primera, principalmente porque no es capaz de asignar probabilidades a sucesos singulares; la segunda, porque falla en ser una interpretación, ya que la asimetría de las propensiones la inhabilita para representar las probabilidades.

De esa manera, creo que el problema de intepretar la teoría de la probabilidad, en términos de un concepto objetivo que sea aplicable a sucesos singulares, permanece *abierto*. El concepto de posibilidad física, propuesto en esta Tesis, se sugiere como una solución a ese problema, puesto que ofrece una base para interpretar objetivamente el concepto de probabilidad y para aplicarlo a sucesos singulares en ciertos sistemas físicos. Al final del Capítulo III se demuestra un teorema (restringido) de representación para la interpretación, aquí defendida, de la probabilidad como grado de posibilidad.

I. 1 La interpretación subjetiva.

II. 1. 1 *Dominio de aplicación: creencias personales sobre sucesos inciertos.*

La interpretación subjetiva ha sido desarrollada por varios autores contemporáneos, entre otros, por F. P. Ramsey, J. L. Savage y Bruno De Finetti. Aquí me ocupo casi exclusivamente, de la obra de De Finetti; creo que es él quien más ha contribuido tanto matemática como filosóficamente, a respaldar esta interpretación de la probabilidad, siendo su defensor más representativo.

Para aproximarnos a esta interpretación podemos decir que, de acuerdo con ella, el campo de aplicación de la teoría de la probabilidad es lo *incierto*. La gran brecha que existe entre lo cierto y lo imposible es cubierta por un rango continuo de grados de creencia o de duda, los cuales corresponden a probabilidades *subjetivas*.[1] Un enunciado de probabilidad expresa el grado de creencia dudosa de un sujeto acerca de un suceso o, en otra formulación, expresa el juicio subjetivo de una persona sobre la medida en que es probable el suceso.

Las probabilidades representan, pues, rasgos de los estados de creencia de los sujetos sobre sucesos inciertos; aunque con base en un conocimiento o información incompleto, parcial, y no a partir de una ignorancia absoluta sobre el suceso, pues la noción inapropiada para cualquier situación real.>> (*ibid.*, p. 500) De hecho, para los subjetivistas, todo enunciado de probabilidad es condicional, es decir, las probabilidades subjetivas son condicionales o relativas a la evidencia o estado de información que los sujetos poseen.[2] El carácter *subjetivo* de esta interpretación de la probabilidad radica, principalmente, en que las distribuciones de probabilidad, que atribuyen los sujetos a un espacio de sucesos, reflejan sus estados mentales, a diferencia de estados de la naturaleza, como señala Savage (*cfr.*, [1973], p. 425).

[1] *Cfr.* De Finetti [1968], p. 499.

[2] *Cfr. op. cit.*, p. 502.

II. 1. 2 *Asignación de probabilidades subjetivas, la condición de coherencia y la corrección de los valores de probabilidad.*

Los subjetivistas han impuesto dos condiciones a las evaluaciones de probabilidad. Una es de índole formal: la llamada condición de *coherencia*. La otra es, más bien, empírica, referente a la *aplicación* del cálculo de probabilidades, esto es, a la relación entre distribuciones de probabilidad y frecuencias observadas.

El criterio de coherencia es muy estimado por los subjetivistas y comprende una condición de *admisibilidad* o *aceptabilidad*. En la terminología que ellos prefieren, la de los juegos de azar, se dice que una distribución o evaluación de probabilidad, sobre un espacio de sucesos, es *coherente* si se asigna una probabilidad a cada suceso bajo consideración de tal manera que no es seguro que el apostador sufrirá una pérdida bajo cualquier resultado posible o, en palabras de De Finetti: <<Se dice que un conjunto de tus previsiones es *coherente* si entre las combinaciones de apuestas que te has comprometido contigo mismo a aceptar, no hay ninguna para la cual las ganancias son *todas uniformemente negativas*.>>[3]

La satisfacción de este criterio, implica el cumplimiento de la teoría elemental de probabilidades, es decir, una distribución de probabilidad que lo satisfaga, también satisface los axiomas de Kolmogorov para espacios finitos. Como lo comenta De Finetti en su monografía clásica, *La prévision: Ses lois logiques, ses sources subjectives*, de 1937: <<Es, precisamente, esta condición de coherencia, la que constituye el único principio del que se puede deducir todo el cálculo de probabilidad; entonces, este cálculo se presenta como un conjunto de reglas a las cuales deben sujetarse las evaluaciones subjetivas de probabilidad de diversos sucesos, hechas por el mismo individuo, si no habrá una contradicción fundamental entre aquéllas.>> ([1937], p. 103).

Para los subjetivistas, cualquier evaluación de probabilidad que obedezca este criterio de coherencia es admisible y no hay otra restricción, desde el punto de vista lógico La coherencia

[3]De Finetti [1974], p. 87, citado por Torretti [1990], p. 209.

funge, pues, como una *norma* o regla que debe cumplir toda distribución de probabilidad. Aparte de observar esta mínima normatividad, que establece la condición de coherencia, las personas estan en libertad de evaluar subjetivamente las probabilidades de un conjunto de sucesos, puesto que, parafraseando a De Finetti, cualquier evaluación coherente es una opinión legítima en sí misma y así los individuos pueden adoptar la que prefieran o, más llanamente, la que *sientan* (*feels*).[4]

Ante esta casi irrestricta libertad de elección subjetiva se podría pensar, como algunos autores han sugerido, que es necesario imponer condiciones adicionales, con base en algunos principios de corrección o racionalidad, para poder decidir, entre el sinnúmero de evaluaciones de probabilidad coherentes, la más correcta o racional. Pensando en condiciones como la equiprobabilidad, basada en el principio de razón insuficiente, De Finetti rechaza esta propuesta, principalmente porque permite distribuciones arbitrarias y conduce a abusos como la paradoja de d'Alembert, que consiste en que, ante una situación de incertidumbre con dos sucesos posibles, asignemos a cada uno el valor de un medio, lo cual significa parar de dudar.[5] Para él, como subjetivista, la simetría es entendida en referencia a las circunstancias que son relevantes en el juicio de una persona, no como insuficiencia de razones.[6]

La razón por la que De Finetti no acepta criterios que posibiliten aproximarnos a los valores correctos de las probabilidades se basa, en último término, en su total rechazo de la existencia de tales valores correctos, porque éstos implicarían que hay probabilidades *objetivas*.

Así, pues, para los subjetivistas, De Finetti en particular, no hay valores correctos que podamos descubrir; los valores que las personas asignan a las probabilidades de los sucesos inciertos, expresan sus opiniones personales sobre qué tan

[4] Ver, *ibid.*, p. 104.
[5] *Cfr.*, [1968], pp. 500 y 501.
[6] *Cfr.* [1958], p. 143.

probables creen que son esos sucesos, pero sin que consideren que los valores de probabilidad que les asignan sean correctos o incorrectos, puesto que no existen los valores determinados, supuestos por los objetivistas. Sobre tales probabilidades objetivas De Finetti nos dice que: <<De hecho, una probabilidad objetiva se considera como algo que pertenece a la Naturaleza misma (como la masa, la distancia u otras cantidades físicas) y se supone que <<existe>> y tiene un valor determinado incluso aunque pueda ser desconocido para todos. [...] Más aún, puede decirse cabalmente que una probabilidad objetiva siempre es desconocida, aunque pueden hacerse estimaciones hipotéticas de sus valores en un sentido no especificado. ¿Cómo puede uno tener esperanzas de comunicarse con tal misterioso seudomundo de probabilidades objetivas y conseguir alguna penetración de él?>>[7]

Sobre la segunda cuestión anotada, podemos preguntar cuál es la relación que, según De Finetti, hay entre evaluaciones de probabilidad y frecuencias observadas. Brevemente, la respuesta es que, a la luz de nueva información sobre las frecuencias relativas, modificamos nuestras evaluaciones de probabilidad, aunque no es la función de probabilidad **P** la que cambiamos, sino el argumento de esta función, que juega el papel de condición, el cual es reemplazado por una nueva condición, que recoge la evidencia obtenida de las frecuencias observadas. De Finettti nos explica:

> Cualquiera que sea la influencia de la observación en las predicciones del futuro, nunca implica y nunca significa que nosotros *corregimos* las evaluaciones primitivas de la probabilidad $\mathbf{P}(E_{n+1})$ después de que ha sido *refutada* por la experiencia y la substituimos por otra $\mathbf{P}^*(E_{n+1})$ que *concuerda* con esa experiencia y es por lo tanto probablemente *más cercana a la probabilidad real*; por el contrario, se manifiesta por sí misma únicamente en el sentido de que cuando la experiencia nos ha enseñado el resultado A de los primeros *n* ensayos, nuestro juicio no será expresado más por la

[7] [1968], p. 501.

probabilidad $P(E_{n+1})$, sino por la probabilidad $P(E_{n+1} \mid A)$, *i. e.* aquella que nuestra opinión inicial atribuiría ya al suceso $E_{n+1}$ si es considerado condicionado al resultado $A$. Nada de esta opinión inicial es repudiado o corregido.[8]

Esta respuesta subjetivista se enmarca dentro de la noción de <sucesos intercambiables>. De Finetti descarta la clásica noción de <sucesos independientes con probabilidades fijas aunque desconocidas>, la cual le parece nebulosa e insatisfactoria, y elabora la noción de <sucesos intercambiables>.[9] La noción de sucesos independientes es muy cara para la teoría clásica de la probabilidad puesto que, a partir de ella, se definen los ensayos de Bernoulli para después formular la ley de los grandes números y, además, teoremas centrales de límite. Sin embargo, De Finetti rechaza la noción de sucesos independientes porque los objetivistas conciben que los sucesos independientes tienen valores determinados de probabilidad, aunque desconocidos. Desde el punto de vista de un objetivista, lo importante de la noción de independencia, entre los sucesos de una secuencia, consiste en que la probabilidad de que acontezca un suceso singular de la secuencia no depende condicionalmente de nuestra evidencia, en la medida en que nuestra evidencia consista en la observación de otros sucesos singulares de la secuencia.[10]

Para De Finetti, esa noción es inútil, puesto que no nos dice cómo vincular las distribuciones de probabilidad con la experiencia, es decir, con las frecuencias observadas. De Finetti no afirma que, en ciertas secuencias de sucesos, los resultados obtenidos afecten los resultados de los sucesos futuros de la secuencia, pero sí sostiene que los resultados observados alteran nuestro *juicio subjetivo* sobre las probabilidades de los sucesos futuros. Con base en esta idea, intenta dar cuenta de cómo aprendemos de la experiencia. Todo lo que podemos hacer, desde el punto de vista subjetivista, es regular nuestras evaluaciones de

[8] [1937], p. 146.
[9] *Ibid*, p. 142.
[10] Ver Hintikka [1971], p. 326.

probabilidad a la luz de las frecuencias observadas, y no descubrir los valores de probabilidad de los sucesos independientes, que inicialmente desconocemos, puesto que no existen. Es en este sentido en que los sucesos no son independientes, según los subjetivistas, puesto que las evaluaciones (subjetivas) de probabilidad varían dependiendo de los resultados obtenidos, o mejor, nuestra predicción de la probabilidad de que acontezca un suceso, dependerá de las frecuencias que hemos observado.

Con la noción de <sucesos intercambiables> De Finetti intenta dar cuenta de la relación entre evaluaciones de probabilidad y frecuencias observadas. La manera más directa de definir los sucesos intercambiables es la siguiente. Se dice que los sucesos $E_1, \ldots, E_n$ ($n \geq 1$) son *intercambiables* si y sólo si, para cualquier lista $\langle e_1, \ldots, e_n \rangle$ de ceros y unos y cualquier permutación $\sigma$ de $\langle 1, \ldots, n \rangle$, se cumple que

$$P(E_1 = e_1, \ldots, E_n = e_n) = P(E_1 = e_{\sigma 1}, \ldots, E_n = e_{\sigma n}).$$[11]

De esta manera, los sucesos intercambiables son sucesos en los que no es relevante el orden de los resultados, es decir, de los ceros y unos, (fracasos y éxitos) sino solamente el número de cada uno de ellos. Como lo explica De Finetti: <<[...] es particularmente interesante estudiar el caso cuando la probabilidad no depende del orden de los ensayos. En este caso, cualquier resultado que tenga la misma frecuencia [...] tiene la misma probabilidad, [...]; si es satisfecha esta condición, diremos que los sucesos de la clase a ser considerada, e.g., los diferentes lanzamientos en el ejemplo de monedas lanzadas, son *intercambiables* (en relación a nuestro juicio de probabilidad).>> ([1937], p. 121).

En símbolos matemáticos tenemos que si $(j_1, \ldots, j_n)$ y $(k_1, \ldots, k_n)$ son intercambiables, entonces

$$P(E_i \mid E_{j1}, \ldots, E_{jn}) = P(E_i \mid E_{k1}, \ldots, E_{kn}),$$

a diferencia de los sucesos independientes, con los cuales

[11] Véase Torretti [1990], pp. 212 y 213 y De Finetti [1937], cap. III.

tenemos que

$$P(E_i) = P(E_i \mid E_{j1},\ldots, E_{jn}),$$

para cualesquiera subescritos $(i, j_1, \ldots, j_n)$.[12]

Como lo muestra lo anterior, las nociones de sucesos intercambiables y sucesos independientes juegan un papel diferente en el establecimiento de la evidencia disponible en términos de frecuencias relativas. Mientras que en los sucesos independientes las frecuencias observadas no alteran las probabilidades absolutas de sucesos futuros, para los sucesos intercambiables las probabilidades son siempre condicionales, relativas a las frecuencias observadas lo cual, según De Finetti, aboga por sí mismo en favor de esta última noción, ya que conecta las distribuciones de probabilidad con nuestra experiencia. Además, como lo han señalado De Finetti y varios autores, desde el punto de vista de la matemática, la adopción de esta noción, en reemplazo de la clásica de sucesos independientes, no entraña ninguna pérdida, puesto que a partir de ella pueden reformularse las nociones y leyes estándar de la teoría de la probabilidad, incluyendo los teoremas de límite.

La discusión entre subjetivistas, a la De Finetti, y objetivistas respecto del controvertido teorema de Bayes es especialmente reveladora. El meollo de la discusión radica en las llamadas ‹probabilidades iniciales o *a priori*› que involucra la aplicación de este teorema.

Consecuentemente con su punto de vista, un subjetivista asigna valores a las probabilidades iniciales de las hipótesis en virtud de sus juicios personales, sobra decir subjetivos, con la única constricción de la condición de coherencia y atendiendo a la información relevante que posee. Después, usando dicho teorema, se calcula, parafraseando a De Finetti, cómo la probabilidad varía con la variación de la evidencia (i.e., con el incremento de la experiencia).[13] Pero tanto las probabilidades iniciales (o *a*

[12] Véase Kyburg y Smokler [1964] pp 14 y 15

[13] *Cfr.* [1958], p. 145.

*priori*) como las finales (o *a posteriori*) son de carácter puramente subjetivo. Un objetivista, en cambio, más bien conjetura los valores de las probabilidades iniciales de las hipótesis, considerando la evidencia disponible y respetando, desde luego, las leyes básicas de la probabilidad. Y si bien las probabilidades iniciales son desconocidas, el objetivista hace una conjetura provisional de sus valores, para aplicar el teorema de Bayes como un recurso para aproximarse a los valores correctos.

II. 1. 3 *La naturaleza subjetiva de las probabilidades.*

Puede verse que la discusión se empantana cuando se centra en las probabilidades iniciales. De Finetti se niega a admitir que las probabilidades iniciales, que el objetivista conjetura, tengan un correlato en la naturaleza, al cual uno pueda acceder por medio de la experiencia. Mientras que, según los objetivistas, asignar valores a las probabilidades iniciales no es un asunto subjetivo, de opinión personal, ajeno a la objetividad del mundo; para ellos es más bien una cuestión de descubrir los valores correctos a través de la experiencia.

Como se ve claramente, la diferencia entre estas posiciones está en las tesis ontológicas subyacentes. En tanto que para el objetivista existen los valores probabilísticos de los sucesos independientemente de nuestro conocimiento y, por supuesto, de la subjetividad humana, para un subjetivista a la De Finetti no hay tales valores objetivos y la creencia en ellos no es más que un mito, siendo las probabilidades de los sucesos una cuestión sólo de evaluación puramente subjetiva.

La tesis ontológica general de De Finetti respecto de las probabilidades es, en una frase:

La probabilidad no existe,[14]

con la cual él niega que las probabilidades existan como rasgos físicos del mundo. De esta manera, la tesis de De Finetti no es que las probabilidades sean imaginarias o ficticias sino, más bien, que no tienen una realidad física. Las probabilidades

[14] [1974], Prefacio.

existen, diría De Finetti, pero en el reino mental, subjetivo del hombre.

La diferencia entre las posiciones de los objetivistas y de los subjetivistas respecto de las probabilidades es, así, una diferencia acerca del *status* ontológico de las probabilidades. Para los primeros, el *status* de las probabilidades es *físico* y, en este sentido, objetivo. Para los segundos, las probabilidades no tienen un *status* físico, sino *mental*, subjetivo en ese sentido.

No es nuestro propósito aquí refutar la tesis ontológica de De Finetti recién anotada, sino solamente, como señale al inicio del Capítulo, especificar claramente en qué sentido es subjetiva la interpretación de la probabilidad de los subjetivistas, como De Finetti, con la intención de aclarar, a su vez, cómo se ha entendido generalmente la objetividad en las discusiones filosóficas sobre la interpretación de las probabilidades. Creo que este último propósito ha sido logrado: en general se ha entendido que una interpretación de la probabilidad es objetiva si sostiene que el *status* ontológico de las probabilidades es físico, es decir, que las probabilidades refieren a propiedades de sistemas físicos. Por nuestra parte, como anunciamos en la Introducción, sostendremos un tipo de objetividad, no epistémica ni ontológica, sino conceptual; una objetividad sistémica atribuible a sistemas físicos singulares.[15]

[15] El concepto de objetividad sistémica está elaborado en la subsección 1.5 del Capítulo III.

## II. 2 La interpretación clásica-laplaciana.

### II. 2. 1. *Dominio de aplicación: sucesos equiposibles.*

La clase de sucesos que típicamente están dentro del dominio de aplicación de esta interpretación de la probabilidad son los resultados de los dispositivos azarosos llamados juegos de azar, juegos como el lanzamiento de una moneda, un dado o la activación de una ruleta. Estos dispositivos constituyen sistemas físicos tales que los <experimentos> en ellos efectuados admiten varios resultados posibles, resultados, según la interpretación clásica, *igualmente* posibles.

Hay una importante ambigüedad en la interpretación clásica acerca de la naturaleza de las posibilidades involucradas. En su estudio histórico sobre el surgimiento del concepto de probabilidad, [1975], Ian Hacking detecta que, en el siglo XVII, la concepción de la probabilidad oscila entre un concepto epistémico y un concepto aleatorio (como él lo llama) de probabilidad, a los que subyacen un concepto de posibilidad *de dicto* y un concepto de posibilidad *de re*, respectivamente. En el primer caso se considera que la indeterminación acerca de los resultados posibles en los dispositivos azarosos se debe a cierta ignorancia de nuestra parte respecto de los procesos involucrados en los juegos de azar mientras que, en el segundo caso, podríamos concebir que la indeterminación se deriva más bien de un azar inherente en los sistemas físicos que constituyen ese tipo de dispositivos físicos.

Es común asociar a la interpretación clásica una versión epistémica del concepto de probabilidad, como lo hace por ejemplo Fine cuando afirma que, en la interpretación laplaciana, la probabilidad se aplica indiscriminadamente a lo incierto (*cfr.* [1973], p. 8). Esto puede ser correcto en el caso de la concepción de la probabilidad de Laplace. Mas en otros autores como Leibniz, se encuentra una versión objetiva de la probabilidad clásica, basada en un concepto de posibilidad física, como lo muestra Ian Hacking ([1975], cap. 14). Esta cuestión es crucial, desde luego, para especificar el dominio del cálculo de probabilidades según la interpretación clásica. En el primer caso, tendríamos que el dominio lo constituyen procesos *inciertos*, de los cuales tenemos un conocimiento, parcial, incompleto. En el segundo, los que conformarían el dominio de la probabilidad serían procesos *aleatorios* en sistemas físicos. Tendríamos, así, dos vertientes de la interpretación clásica: una *epistémica*, correspondiente a Laplace, la otra objetiva o *física*, asociada a Leibniz.

Más delante consideraré esta doble situación y argüiré que es plausible atribuir un carácter objetivo a la interpretación clásica, contrariamente a la opinión generalmente aceptada que le asigna el carácter epistémico originario en Laplace. En todo caso, la característica propia de la interpretación clásica consiste en considerar los varios sucesos posibles de un dispositivo azaroso como *equiposibles* y, de esto me ocupo en el siguiente parágrafo.

II. 2. 2 *La* <*definición*> *clásica de la probabilidad.*

La teoría del azar consiste en reducir todos los acontecimientos de un mismo tipo a cierto número de casos igualmente posibles, es decir, tales que estemos igualmente indecisos respecto a su existencia y en determinar el número de casos favorables al acontecimiento cuya probabilidad se busca. La proporción entre este número y el de todos los casos posibles es la medida de esta probabilidad, que no es, pues, más que una fracción, cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador el de todos los posibles. (Laplace [1814], p. 28.)

La anterior es la famosa <definición> clásica de la probabilidad, enunciada por Pierre Simon marqués de Laplace. ¿De dónde proviene esta definición de la probabilidad, en términos de sucesos alternativos equiposibles? Por un lado de la noción debida a Leibniz de que la *probabilidad es grado de posibilidad*[16] y, por otro, de la concepción determinista del sistema del mundo

[16] *Cfr.* [1975], p. 154.

del propio Laplace,[17] quien en su *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, alude al principio de razón suficiente de Leibniz para establecer que ningún acontecimiento puede existir sin una causa que lo produzca.[18] De ahí que el cálculo de probabilidades se conciba como un medio de conjeturar las posibles causas o efectos de los sucesos en situaciones de incertidumbre, de indecisión, ya que, como arguye Laplace, es inasequible al hombre un conocimiento total del estado del universo y, por ello, un conocimiento completo de las verdaderas causas de los sucesos.[19] Y en tales situaciones de incertidumbre Laplace, en ausencia de razones suficientes para considerar determinado un suceso, opta por suponer todos los sucesos alternativos como igualmente posibles. En este tenor él nos dice que <<La palabra <azar> (*chance*) sólo expresa, por tanto, nuestra ignorancia de las causas de los fenómenos que observamos que ocurren y se suceden sin ningún orden aparente. *La probabilidad es relativa en parte a nuestra ignorancia y en parte a nuestro conocimiento.*>>[20]

Claramente, la concepción laplaciana de la probabilidad es epistémica. Las probabilidades no se deben a propiedades o rasgos de la naturaleza, sino a nuestro parcial conocimiento de ella; la naturaleza está determinada, nuestro conocimiento de ella es probabilista.

II. 2. 3. *Una interpretación objetiva de la definición clásica.*

A pesar de esta concepción de la probabilidad de Laplace, cabe interpretar la definición clásica de la probabilidad en términos no epistémicos, haciendo a un lado el principio de indiferencia

[17] En [1814], él escribe: <<Así pues, hemos de considerar el estado actual del universo como el efecto de su estado anterior y como la causa del que ha de seguirle.>>, p. 25.

[18] *Cfr.* Laplace [1814], p. 25.

[19] *Cfr.*, *op. cit.*, pp. 25 y 26.

[20] Laplace, *Oeuvres Complètes*, X, p. 296. Citado por Pilar Castrillo en la Introducción a Laplace [1814], nota 1, p. 24. (La cursiva es mía.)

anotado antes, que introduce el carácter epistémico de esa concepción, al establecer la equiposibilidad de los sucesos alternativos, con base en la insuficiencia de razones para considerarlos con posibilidades desiguales.

Una interpretación más bien física de la definición clásica, que establece la equiposibilidad de los sucesos alternativos de manera positiva, se dio antes de Laplace, en el siglo XVII e incluso antes. Ian Hacking consigna que, para Leibniz, la posibilidad era dual. Leibniz, por un lado, consideraba ciertas posibilidades como dependientes de nuestros estados de conocimiento, por otro lado, concebía unas posibilidades físicas que dependen de estados de la naturaleza; a esta dualidad subyace la distinción escolástica entre las modalidades *de dicto* y *de re*: las posibilidades *de dicto* se aplican a lo que se dice o puede afirmarse, las *de re* tienen que ver con las cosas.[21]

Esa ambigüedad puede constatarse en la obra de Jacques Bernoulli *Ars Conjectandi*, publicada un siglo antes que la de Laplace, en la que, si bien predomina una interpretación epistémica de la probabilidad, utiliza una noción de facilidad (*facile*) para explicar la equiposibilidad: <<Todos los casos son igualmente posibles, esto es, cada uno puede ocurrir tan fácilmente como cualquier otro.>>[22]

Esa noción física de facilidad de ocurrencia de sucesos se encuentra ya en Galileo.[23] Él se ocupó del juego de azar que consiste en el lanzamiento conjunto de dos dados no cargados, encontrando que (como cualquier jugador sabe) la ocurrencia de 7 es mayor que, por ejemplo, la de 2, si se lanzan los dados un buen número de veces. Este hecho fue explicado por Galileo con la noción de facilidad física, que Roberto Torretti nos presenta

[21] *Cfr.*, [1975], p. 154.
[22] Citado por Hacking (*op. cit.*, p. 155). El original en latín dice: *Omnes casus aeque possibiles esse, seu pari facilitate evenire posse*.
[23] *Cfr.* Hacking [1975], p. 155.

así:

<<Galileo discute <el hecho de que en un juego de dados ciertos números (*punti*) tienen mayor ventaja que otros.> Hay, él dice, una razón obvia para esto, a saber, <que algunos ocurren con más facilidad y mayor frecuencia (*più facilmente e più frequentemente*) que otros.> [...] Galileo se refiere a la mayor frecuencia con que algunos números caen arriba [...] y a la mayor "facilidad" con la que se logran tales números. A menos que la frase de Galileo sea redundante y la facilidad en cuestión sea sólo una metáfora para la frecuencia, él debe estar hablando aquí de facilidades -o dificultades- inherentes a cada acto de lanzamiento del dado, cuyo efecto acumulativo da origen a las frequencias presentes. En otras palabras, él debe estar sugiriendo que el 7 ocurre más frecuentemente que el 2 en cien lanzamientos de un par de dados, porque en cada lanzamiento es más fácil hacer un 7.>> ([1990], p. 165.)

Puede argüirse que esa noción de facilidad es una noción objetiva, que responde a propiedades de sistemas físicos; propiedades como la simetría de dados cúbicos, bien balanceados, en los que no hay ninguna diferencia dinámicamente significativa que favorezca uno de sus lados. Una interpretación física, no ambigua, del concepto de probabilidad pudo haberse dado en Leibniz, quien incluso llegó a enunciar que <<*Quod facile est in re, id probabile est in mente*.>>[24]

Es en este sentido que, con tal noción de facilidad física, puede interpretarse la definición clásica de la probabilidad de manera objetiva, concibiendo que las posibilidades iguales de los sucesos alternativos se deben a una propiedad física, como la simetría del dispositivo azaroso.

No hay razón para restringir esta interpretación objetiva de la probabilidad a la definición clásica, puesto que la noción de facilidad física, así como la de posibilidad física, admiten

[24] *Cfr.* Torreti, *op. cit.*, p. 166.

graduación y, por ello, puede extenderse la interpretación a dispositivos azarosos cuyos resultados alternativos no sean igualmente posibles.

Esta última consideración apunta a la importante limitación de la definición clásica: que es inaplicable a sistemas o dispositivos azarosos (p. ej. asimétricos) cuyos resultados alternativos no son equiposibles; obviamente, en esos sistemas no hay lugar para especificar la probabilidad como el cociente del número de casos favorables entre el número total de casos igualmente posibles.

## II. 3. La interpretacion frecuencial

En la mitad del siglo XIX se originó la interpretación frecuencial del cálculo de probabilidades, como una alternativa objetiva, basada en frecuencias relativas observadas, a la interpretación subjetiva entonces prevaleciente, respaldada por la autoridad de Pierre Simon marques de Laplace.

George Boole, uno de los pioneros de la interpretación frecuencial, en 1854 arguye en ese espiritu que:

> Las reglas que empleamos en los seguros de vida, y en otras aplicaciones estadísticas de la teoria de las probabilidades, son totalmente independientess del fenómeno *mental* de la expectativa. Ellas se basan en la asunción de que el futuro mostrara una semejanza con el pasado; que bajo las mismas circunstancias el mismo suceso tendera a repetirse con una frecuencia numérica definida, no sobre cualquier intento de someter el cálculo a la fuerza de las esperanzas o miedos humanos.[25]

En esta sección examino la cuestión del carácter objetivo de la interpretación frecuencial, principalmente en la obra de Wesley Salmon, quien es uno de sus principales defensores actuales. Aunque hay muchos matematicos y filósofos que han contribuido a esta interpretación de la probabilidad, destacadamente Richard von Mises y Hans Reichenbach, es Salmon quien ha trabajado hasta fechas recientes en los problemas de dicha interpretación.

### II. 3. 1 *El dominio de aplicación: secuencias de sucesos*

De acuerdo con la interpretacion frecuencial, el dominio de aplicación de la teoria de la probabilidad lo constituyen secuencias aleatorias de sucesos o (resultados de) experimentos indefinidamente repetibles. Esas secuencias pueden ser generadas por muy diferentes procesos, como son nacimientos de niños o

[25] Citado por Roberto Torreti, (1990), p. 190, de *An Investigation of the Laws of Thought on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*

lanzamientos de monedas pero, en todo caso se precisa que esos procesos sean azarosos. Tal vez, el concepto de *dispositivo azaroso* debido a Ian Hacking exprese la idea general de tales procesos. Ese concepto establece que un dispositivo azaroso (*chance set-up*) es un aparato o parte del mundo en el que pueden realizarse uno o más ensayos (*trials*), experimentos u observaciones: cada ensayo debe tener un único resultado, el cual es un miembro de una clase de resultados posibles.[26]

Los frecuentistas precisan agregar que los ensayos de los dispositivos azarosos sean repetibles un gran numero de veces; es más, de manera ideal, un número infinito de veces. Las secuencias largas o infinitas, de ensayos, experimentos u observaciones constituyen las clases en referencia a las cuales ellos definen las probabilidades, de los sucesos resultantes, como las frecuencias relativas con las que ocurren o como el límite de ellas, en caso de secuencias infinitas. De esta manera, el dominio de aplicación de la probabilidad lo conforman secuencias, largas o infinitas, de los resultados generados por dispositivos azarosos.

II. 3. 2 *Las probabilidades como límites de frecuencias relativas.*

Una definición concisa del concepto frecuentista de probabilidad nos la ofrece Salmon en estas palabras: la probabilidad se define en términos del límite de la frecuencia relativa de la ocurrencia de un atributo en una secuencia infinita de sucesos. ([1966], p. 217)[27]

Salmon usa la notación $P(A, B) = p$, con $0 \leq p \leq 1$, para

[26] Citado por Torreti, *Ibid.*, p. 179, de *Logic of Statistical Inference.*

[27] La noción de límite involucrada es una noción matemática definida así: Sea $fn$ una secuencia con $n = 1, 2.$ Entonces el límite de $fn$ conforme $n$ tiende a infinito, es $L$ si y sólo si para todo número real positivo $\varepsilon$, sin importar que tan pequeño sea, existe un número N tal que si $n$ es mayor que N, el valor absoluto $|fn - L|$ es menor que $\varepsilon$.

expresar enunciados de probabilidad, explicando que la probabilidad es una relación entre las dos clases A y B; la primera clase es la clase de referencia, mientras que la otra es la clase-atributo ([1966], pp. 224-25). Así, los enunciados de probabilidad son enunciados *generales* que afirman que la probabilidad de la clase-atributo B es el numero real $p$, en referencia a la clase A, la cual es una secuencia infinita de ensayos, experimentos u observaciones.

En la notación de Salmon, formalmente la definición frecuentista de la probabilidad adopta la siguiente forma:

$$P(A, B) = \lim_{n \to \infty} F^n(A, B) = p,$$

donde $F^n(A, B)$ representa la frecuencia relativa de la clase-atributo B entre los $n$ miembros de la clase de referencia A.

### II. 3. 3 *Dificultades principales de la interpretación frecuencial.*

Una primera dificultad es la cuestión de cómo se especifican las clases-atributo. Como anota Salmon, en matemáticas las secuencias infinitas que convergen a un valor determinado como limite, son generadas por una regla matemática; por ejemplo, las reglas $1/n$ y $1/2^n$, ($n = 1, 2, \ldots$) generan secuencias con limite 0. En cambio, las clases-atributo en la interpretación frecuencial son generadas por dispositivos azarosos fisicos -como las que generan el repetido lanzamiento de una moneda- para los cuales, en general, no se conocen reglas matemáticas que pudieran generar precisamente esos conjuntos. Esto significa que uno no está justificado a hablar de los limites de tales secuencias de sucesos fisicos, puesto que, en general, no se puede probar que existan. (véase Salmon [1966], pp. 217-18)

Otra dificultad concierne a la postulación de una cardinalidad infinita de las clases de referencia y de las clases-atributo Es imprescindible en el enfoque frecuentista, apelar a secuencias infinitas (numerables), para definir la probabilidad en términos de los límites de frecuencias, pero en la práctica, desde luego, ningún frecuentista puede obtener jamás tales secuencias; es cierto que algunos de ellos, por ejemplo Salmon, hablan de secuencias potencialmente infinitas, pero esto no tiene ningun efecto en la aplicabilidad física de la definición frecuentista.

Quizá sea excesivo tomar literalmente la definición frecuentista de probabilidad. Algunas veces los frecuentistas hablan, más bien, de secuencias largas (*long runs*) actuales en lugar de infinitas, pero si se restringe así la definición de probabilidad tenemos que, por un lado, no puede introducirse la noción de límite sin apelar a una clausula contrafáctica[28] como <el límite de la frecuencia relativa de B sería *p* si se continuara la secuencia A indefinidamente *ad infinitum*> y, por otro lado, esas secuencias largas realmente no podrían ser actuales porque, parafraseando a Keynes, a la larga todos habremos muerto.[29]

Ahora, si se acota la definición frecuencial a secuencias finitas, como lo han hecho algunos autores,[30] está uno compelido a renunciar al concepto de límite en la definición de probabilidad, puesto que no se puede inferir ningun enunciado acerca de límites a partir de una secuencia finita inicial.

Posiblemente las dificultades anotadas de la interpretación frecuencial no sean insalvables, al menos Salmon así lo considera. Aunque habría que dejar asentado que la idealización matemática implicada por el concepto frecuentista de probabilidad menoscaba su aplicabilidad física. Sin embargo, el problema central de esa interpretación, en conexión con el criterio de aplicabilidad, el llamado problema de los sucesos singulares, es

[28]Respecto a los enfoques contrafácticos a la semántica de frecuencias relativas véase Giere [1976], pp. 323-327, donde se critica el análisis contrafáctico de frecuencias relativas hipotéticas de Henry Kyburg Jr

[29]Referido por Salmon, [1966], p 230

[30]Por ejemplo, Braithwaite [1952] y Russell [1948]

más difícil de sortear, como el propio Salmon anota. (*cfr.*, [1979], p. 202)

Al final de la sección anterior señale que los enunciados de probabilidad, bajo esta interpretación, son enunciados generales acerca de las probabilidades de las clases-atributos: los valores de probabilidad que afirman los asignan a las *clases-atributos* y, valga decirlo, las clases son entidades abstractas. A partir de esos enunciados de probabilidad no podemos extraer las probabilidades de los miembros de esas clases, de los casos singulares de los atributos. Von Mises, reconociendo este problema, negó que pudieran asignarse significativamente probabilidades a sucesos singulares.[31] Reichenbach, por su parte, intentó una salida. Para él habría que

> considerar el enunciado acerca de la probabilidad de un caso singular, no como teniendo un significado por sí mismo, sino como representando un modo elíptico de hablar. Para adquirir significado el enunciado debe ser traducido en un enunciado acerca de una frecuencia en una secuencia de repetidas ocurrencias. Así se otorga un *significado ficticio* al enunciado concerniente a la probabilidad del caso singular, construido por una *transferencia de significado del caso general al particular*.[32]

Esta propuesta de Reichenbach no soluciona el problema, sino que lo transfiere a las clases de referencia, porque un suceso singular puede pertenecer a muchas secuencias con diferentes probabilidades asociadas, de donde surge el problema de decidir de cuál de tales secuencias se toma la probabilidad para asignarla al suceso singular.

Expresamente, Salmon reconoce el problema de los sucesos singulares explicando que, según la definición oficial de la interpretación frecuencial, el concepto de probabilidad sólo es significativo en relación a secuencias infinitas de sucesos y no

[31] Referido por Salmon [1979], p. 194
[32] Citado por Torreti, [1990], p. 192.

en referencia a sucesos singulares (*cfr.*, [1966], p. 224); fallando, por ello, en satisfacer el criterio de aplicabilidad.

De la solución de este crucial problema depende que podamos atribuir un carácter objetivo, en sentido físico, a los enunciados singulares de probabilidad. Si bien Salmon arguye que: <<Un enunciado acerca de la probabilidad de un tipo particular de sucesos es un enunciado objetivo acerca de la frecuencia con que los sucesos de ese tipo ocurren.>> ([1966], p. 218), no se sigue que podamos atribuir el tipo de objetividad de que se trate a los enunciados probabilistas de los sucesos sigulares, porque no es significativo predicar frecuencias de los sucesos singulares, éstos acontecen solamente una vez. La dificultad, de nuevo, estriba en que los enunciados generales frecuentistas de probabilidad no asignan un valor de probabilidad a los sucesos miembros de las secuencias.

Sólo en la medida en que los frecuentistas sean capaces de encontrar una solución aceptable del problema de los casos singulares podran aplicar probabilidades, como frecuencias relativas, a sucesos físicos en particular y, con base en ello, mantener que los valores de probabilidad que asignan son objetivos en sentido físico.

Como lo he anotado, el problema anterior conduce al de las clases de referencia, esto es, al problema de elegir una única secuencia, entre las varias secuencias -de las que un suceso singular lógicamente puede ser miembro- con diferentes frecuencias relativas asociadas.[33] Salmon se ha ocupado en varios trabajos[34] de resolver este problema con base en un concepto de homogeneidad objetiva y, con ello, encontrar una solución al de los sucesos singulares. Él vincula estrechamente la solución de ambos problemas; p. ej., en el contexto de una crítica a Popper respecto del segundo problema dice que: <<La solución, como

[33] Ver Giere, [1976], p. 324.

[34] P. ej., [1977] y [1984].

prefiero ponerla, consiste en que el suceso singular debe referir a la clase de referencia homogénea más amplia, y su probabilidad o peso debe ser tomado como la frecuencia límite en *esa* clase de referencia particular.>> ([1979], pp. 194-95.)

Ambos problemas están conectados en el sentido de que la resolución del problema de los sucesos singulares precisa de una solución previa del otro. No obstante, la solucion del problema de las clases de referencia que propone Salmon, como veremos adelante, conduce a resolver otro problema, el de la asignación de valores únicos, pero deja abierto el problema central de los sucesos singulares.

### II. 3. 4 *Las clases de referencia objetivamente homogéneas de Salmon.*

Iniciemos esta subsección considerando la noción de homogeneidad de la que parte Salmon. Se dice que una clase de referencia A es *homogénea* con respecto a un atributo B si no hay un conjunto de atributos $C_i$ de los cuales se pueda obtener una partición relevante de A.[35] Y una partición de A por medio del conjunto $C_i$ es *relevante*, con respecto del atributo B, si para alguna i, $P(A \cap C_i, B) \neq P(A, B)$. (*Cfr.* Salmon [1977], p. 399) Hay dos particiones que resultan ser clases homogéneas pero triviales, a saber, cuando todo A es B y cuando ningún A es B. Para los casos no triviales, se precisa establecer algunas restricciones a los tipos de particiones apropiadas para evitar que el concepto de homogeneidad resulte vacío.

El concepto original de colectivo, de Richard von Mises, se enfrentó a este problema -eliminar las particiones inadecuadas- introduciendo la noción de selección de lugar. El fin de esta noción es establecer que una secuencia infinita es aleatoria si el límite de la frecuencia *p* de un atributo B, en cualquier subsecuencia selecionada a partir de ella, tiene el mismo valor *p*. Se ha encontrado vacío este concepto de colectivo de von Mises

[35] Una partición de A es una clase de subconjuntos de A mutuamente excluyentes y cuya unión es igual a A.

-exceptuando los casos triviales- en virtud de cierta regla de selección de lugar que muestra que, para cualquier secuencia infinita original, con cierto límite de frecuencia para un atributo B, hay subsecuencias que divergen de ese límite.[36]

En [1984], Salmon trabaja un concepto de homogeneidad objetiva con base en una noción de aleatoriedad física. La idea básica ahí consiste en agregar el requisito de invariancia de los límites de las frecuencias con respecto a selecciones por secuencias asociadas, al requisito de von Mises de tales invariancias con respecto a selecciones de lugar (*cfr*,. p. 61).

Salmon define, entonces, una noción de homogeneidad objetiva estipulando que una clase de referencia A es *objetivamente homogénea*, con respecto de un atributo B, si y sólo si la probabilidad de B dentro de A es invariante bajo toda selección de secuencias asociadas. (*ibidem*). Sin entrar a los detalles de esta definición, podríamos concordar con Salmon en que ha logrado delimitar las clases de referencia objetivamente homogéneas y que, con ello, ofrece una factible solución al problema de las clases de referencia, planteado en términos de decidir de qué secuencia tomar las probabilidades que se asignaran físicamente a los sucesos singulares.[37]

Pero, de esta manera el problema de los sucesos singulares queda sin resolver, porque precisamente, cuando se introduce la definición de la probabilidad como una propiedad de clases-atributos en referençia a clases objetivamente homogéneas, en términos de *frecuencias* relativas, se cierra la posibilidad de asignar valores de probabilidad a sucesos singulares: no tiene sentido decir que $p$ es la probabilidad (léase: frecuencia relativa) del suceso singular $a$, porque las frecuencias relativas no son propiedades de los sucesos singulares, ya que éstos acontecen sólo una vez.

[36] *Cfr*. Salmon [1977], p. 400.
[37] Parafraseando su crítica a Reichenbach antes citada.

No veo cómo, aun contando con la objetividad de la asignación de frecuencias relativas a clases-atributos, respecto de clases de referencia homogéneas, podríamos asignar valores de probabilidad, como frecuencias relativas, a sucesos físicos, concretos, en particular. Expresamente, las probabilidades invariantes respecto de clases de referencia objetivamente homogéneas, que Salmon define, son probabilidades de *clases*-atributos. Con base en esto, creo que podemos afirmar que subsiste el problema -como Giere lo formula- de dar cuenta de cómo se conectan las probabilidades como frecuencias relativas de las clases-atributos con sucesos físicos singulares.

Salmon traza una distinción entre dos problemas: uno es sobre la *aplicación* de la probabilidad a casos singulares, el otro consiste en la *definición* de la probabilidad de casos singulares (*cfr*. p. 203). Acerca de este último Salmon reconoce que (hasta esa fecha) no ha dado una solución a ese problema: <<[...] es verdad que no he ofrecido una definición de probabilidad que haga semánticamente aplicable ese término a casos singulares.>> (*ibid*, p. 202) Mas acerca del primero, Salmon arguye que los frecuentistas han elaborado una teoría de aplicación de la probabilidad a casos singulares. (*ibid*, p. 203)

Ahora bien, Salmon igualmente señala, refiriéndose a su [1977], que sus esfuerzos sistemáticos para caracterizar el concepto de 'clase de referencia homogénea', no han dado resultados totalmente satisfactorios al propósito de que las frecuencias, relativas a secuencias, produzcan valores únicos (*cfr*., p. 204). Podemos considerar el anterior concepto de clase de referencia objetivamente homogénea, definido en [1984], como un intento en esta dirección. Pero, en todo caso, si este último intento de Salmon es exitoso, el problema que resuelve es el de la unicidad de los valores. Este problema consiste en que las frecuencias de los atributos son *relativas* a las clases de referencia, porque los valores de probabilidad que se asignan varían cuando varían estas clases Lo que lograría resolver

Salmon es esta dificultad de la relativización de las frecuencias observadas a las clases de referencia.

Al homogeneizar objetivamente estas clases con respecto a un atributo, Salmon puede definir la probabilidad de las clases-atributo como una propiedad invariante. Pero, ¿cuál es la relación de este resultado con el problema de los sucesos singulares? Es claro que hay un vinculo entre este problema y el de la unicidad de los valores, como Salmon anota: <<[...], la unicidad permanece como un problema para los frecuentistas en su tratamiento de casos singulares>> (*ibidem*), porque dentro del enfoque frecuentista ¿cómo podríamos intentar asignar un valor de probabilidad a un suceso singular si aún no se logra asignar un valor único a la clase de las secuencias de las que puede ser miembro? Esto significa que para plantear, dentro del enfoque frecuentista, el problema de los casos singulares se precisa solucionar primero el de la unicidad de los valores de las secuencias. Pero de la resolución de este problema no se deriva una solución de aquél.

El problema semántico -que Salmon reconoce- de definir el concepto de probabilidad para sucesos singulares permanece de pie.[38] Este problema, recordemos, proviene de la *definición* frecuentista de las probabilidades como frecuencias relativas a secuencias largas o como los límites de las frecuencias relativas en secuencias infinitas. El resolver otros problemas de la interpretación frecuencial no conlleva una solución a ese problema.

Por lo anterior, creo que podemos concluir, como lo anticipé arriba, que si bien la interpretación frecuencial representa un acercamiento para interpretar objetivamente la teoría de la probabilidad, no dota de significado objetivo, en sentido físico, a los enunciados de probabilidad de sucesos singulares. Esta

[38]En uno de sus últimos trabajos, [1994], Salmon hace una referencia al concepto de homegeneidad objetiva que define en [1984], pero no hace ningun señalamiento respecto de su relación con el problema de los sucesos singulares (*cfr.* p. 302).

interpretación de la probabilidad no logra asignar valores de probabilidad a sucesos fisicos singulares.

Cualquier enfoque a la probabilidad que defina directamente las probabilidades de los sucesos singulares, sin apelar a clases de referencia, automáticamente elimina el problema de los sucesos singulares, como claramente explica Giere en [1976]. En la próxima sección consideraré la interpretación propensiva de la probabilidad, en las versiones de Popper y Giere, puesto que es una propuesta de interpretación objetiva, en sentido fisico, que expresamente pretende aplicarse a las probabilidades de sucesos fisicos singulares.

## II. 4 La interpretacion propensiva.

Dentro de las interpretaciones objetivas de la probabilidad se destaca la interpretación propensiva, de acuerdo con la cual, dicho a grandes rasgos, las probabilidades son medidas de las propensiones de dispositivos experimentales o sistemas físicos, factuales. Esta concepción de la probabilidad fue sugerida por Charles S. Peirce (en [1878]) y desarrollada a finales de los años cincuenta por Karl Popper. En las dos siguientes subsecciones me ocupo de la contribución de Popper; en la última considero la propuesta propensiva para sucesos singulares (*single-case*) de Ronald Giere.[39]

### II. 4. 1 *Dominio de aplicación: sistemas físicos azarosos.*

Para los propensistas, al menos Popper y Giere, las propensiones son propiedades relacionales. En Popper, ciertos dispositivos experimentales (situaciones físicas)[40] entrañan las condiciones generadoras de las propensiones, siendo éstas propiedades tanto de los dispositivos (p. ej. un lanzador de dados) como de algunos objetos (los dados) o, mejor, de la situación física objetiva compuesta por los dispositivos y los objetos. Sin embargo, como veremos adelante, hay una importante ambiguedad en Popper acerca de si la teoría de la probabilidad se aplica a secuencias <virtuales> de sucesos singulares o a los sucesos singulares mismos, (como correspondería a sus intenciones), por lo que resulta difícil determinar cuál sería, para él, el dominio de la probabilidad; en la primera versión, la de secuencias <virtuales>, ese dominio no diferiría sustancialmente del de la

[39] Entre los propensistas más destacados están Popper ([1957] y [1959]), Mellor ([1971]), Hacking ([1965]) y Giere ([1973]).

[40] Popper, en una nota a pie de página, agregada en 1980 a [1982c], en respuesta a algunas críticas de Bunge, Feyerabend y Jammer de que su insistencia en hablar de <dispositivos experimentales> (*experimental arrangement*) sugiere una posición subjetivista, aclara que su intención fue siempre referirse a situaciones físicas, objetivas, explicando que <<Naturalmente, la situación objetiva será normalmente una que haya surgido en el mundo físico sin interferencia humana, aunque *puede* ser debida al hombre y quizá incluso a un físico que ha construido un aparato. En este último caso, hablamos de <dispositivo experimental>.>> (p. 90).

interpretación frecuencial. Es preferible, por esa razón, tomar en cuenta la posición de Giere.

Según Giere, las propensiones son tendencias de algo (X) a producir algo más (Y). La X es un dispositivo azaroso *CSU* (*chance setup*) o experimento aleatorio (*random experiment*) con un conjunto finito *S* de posibles resultados. La Y representa un resultado específico *E* de un ensayo en un *CSU*. Esto está implícito en el significado físico propuesto por Giere a los enunciados de probabilidad. Si asociamos una distribución de probabilidad al conjunto finito *S* de resultados posibles de un dispositivo azaroso *CSU*, entonces P(*E*) = *r* significa <<La fuerza de la *propensión* de *CSU* a producir el resultado *E* en el ensayo *L* es *r*.>> ([1973], p. 471) Este tipo de enunciados, anota Giere, refieren claramente a ensayos particulares y son los enunciados primarios de su interpretación propensiva de casos singulares. Los enunciados P(*E*), arguye Giere, pueden generalizarse, obteniéndose: <<Para todo ensayo de *CSU*, la propensión de *CSU* a producir el resultado *E* es *r*.>> (*ibidem*), que expresa que las propensiones son propiedades relacionales del dispositivo azaroso *CSU* y el posible resultado específico *E*.

Una cuestión en lo anterior que debe destacarse es que los sistemas físicos que Giere llama <dispositivos azarosos> son indeterministas; esto se encuentra implícito en el conjunto finito *S* de resultados *posibles* asociado a *CSU*. En un artículo posterior, [1976], Giere es más explícito en referencia a esta cuestión anotando que las propensiones son tendencias causales de sistemas estocásticos. Ahí él caracteriza a esos sistemas, recurriendo a un concepto no aclarado de <estado final físicamente posible de un sistema físico>, como sigue:

> A grandes rasgos, un sistema es determinista si exactamente un estado final está unívocamente determinado por el estado inicial, esto es, dado el estado inicial, un estado final precisamente definido es físicamente posible. Si relativamente a algún estado inicial más de un estado final es físicamente posible, entonces el sistema es indeterminista. [...] Un

sistema indeterminista es probabilistico (o estocástico) si cada estado inicial determina una distribución de probabilidad sobre todos los estados finales físicamente posibles. (p. 327),

aclarando que la idea intuitiva, que subyace a su propuesta propensiva, es que las distribuciones de probabilidad, asociadas a los sistemas indeterministas, son distribuciones de tendencias causales no reducibles a frecuencias relativas.

Para Giere, entonces, el dominio de aplicación de la teoría de la probabilidad está constituido por los estados finales físicamente posibles de sistemas físicos indeterministas. Esto coincide con lo que proponemos en esta Tesis, concibiendo la probabilidad como medida de posibilidad (física). Sin embargo, Giere no especifica ni elabora un concepto objetivo de físicamente posible, sino lo presupone atribuyendo posibilidades a sistemas físicos.

### II. 4. 2 *Las probabilidades como propensiones físicas en Popper.*

La interpretación del cálculo de probabilidades propuesta por Popper, está estrechamente conectada con su concepción indeterminista del universo, la cual descansa en una interpretación realista de la mecánica cuántica. Brevemente, la conexión consiste en que, primero, Popper interpreta el indeterminismo de los sistemas físicos cuánticos, no como un indeterminismo epistémico, a la manera de los miembros de la Escuela de Copenhague sino, podríamos decir, óntico. Segundo, Popper sostiene que ese indeterminismo se debe a propensiones de los sistemas físicos, las cuales son propiedades reales de ellos. Tercero, al identificar las probabilidades con las propensiones, Popper pretende además de eliminar los problemas de los sucesos singulares y las clases de referencia, resolver las paradojas de la teoría cuántica, como la del dualismo onda/partícula. Enseguida expondré la propuesta popperiana.

Según Popper, el universo laplaciano es un universo (cerrado). En él, todo suceso está determinado suficientemente por sus causas y no hay lugar para que, dadas ciertas causas, acontezca uno de entre muchos efectos *posibles*; en este sentido, el futuro está *cerrado* por el pasado. Popper opone, a esta concepción clásica, una concepción de un universo <abierto>, de acuerdo con la cual el futuro no está contenido en el pasado o, en otras palabras, los sucesos pasados no entrañan causalmente los sucesos futuros. Es una concepción, dice Popper, indeterminista del universo, de un universo *abierto*, en el que los sucesos están *parcial*, pero no totalmente determinados (véase [1982c], pp. 114 y 148.).

Ahora bien, en la concepción determinista del universo, lo que da lugar a la teoría de la probabilidad dentro del campo de la física, como Laplace lo afirmó, es nuestra ignorancia de las <verdaderas> causas de los sucesos; se introducen cálculos probabilistas en las ciencias físicas (digamos, la astronomía) porque desconocemos las condiciones completas actuales de los sistemas (p. ej., el sistema solar); es la insuficiencia de nuestro conocimiento la que nos obliga a aplicar las leyes de la probabilidad para predecir sucesos futuros. Esto, según Popper, implica que la interpretación laplaciana del cálculo de probabilidades, asociada a la concepción determinista del universo, es *subjetivista*.

En cambio, en una concepción del universo como un universo abierto, la teoría de la probabilidad pasa a formar parte de la ciencia para dar cuenta de la indeterminación física de los sucesos. Conjuntamente, Popper pretende interpretar la teoría de la probabilidad objetivamente, precisamente porque concibe a las propensiones como posibilidades físicas:

> Llamando a las medidas de las posibilidades probabilidades objetivas o *propensiones*, no estoy haciendo nada más que usar otra palabra; pero lo hago para llamar la atención sobre el hecho de que esas <<posibilidades>> se consideran ahora *magnitudes físicas* que, como las fuerzas, pueden interactuar y combinarse, y pueden considerarse, a pesar del término <<posibilidad>>, como *físicamente reales*: no son simplemente

posibilidades lógicas, sino que son *posibilidades físicas*.[41]

A grandes rasgos, para Popper hay posibilidades objetivas inherentes a los dispositivos experimentales a las que corresponden los resultados de los experimentos. Popper las llama *propensiones* y las concibe como *físicamente reales*. Las *medidas* de las propensiones (i. e., de las posibilidades físicas, no lógicas) de los dispositivos experimentales, Popper las concibe como probabilidades objetivas (*cfr.*, [1982b], pp. 126 y 127).

Más detalladamente, según Popper, las propensiones son propiedades físicas, pero no de objetos físicos (como dados o monedas) sino, más bien, de dispositivos experimentales o situaciones físicas (como el lanzamiento de un dado o de una moneda por una máquina), es decir, son propiedades *relacionales* de tales sistemas (véase [1982a], pp. 398 y 399). De ahí que las probabilidades se atribuyen a una totalidad compuesta por un dispositivo experimental (el lanzador de monedas, p. ej.) y algunos objetos físicos (la moneda y la superficie sobre la que cae) y estos sistemas, llamados dispositivos experimentales, establecen ciertas *condiciones generadoras* de las propensiones.

Para Popper, las propensiones son, pues, *entidades físicas*, como las fuerzas newtonianas, las cuales son cognoscibles, por ser medibles, a través de frecuencias relativas. Para considerar el peso de esta concepción propensiva, comparémosla con la frecuencial. La diferencia entre ambas es notoria. Para los frecuentistas, las probabilidades son propiedades de sucesiones largas de ensayos o sucesos; dada cierta sucesión, tenemos determinada función de probabilidad, o sea, las sucesiones determinan las probabilidades. Y ya que para los frecuentistas las probabilidades son iguales a las frecuencias relativas en sucesiones largas, no hay nada más que indagar, no hay disposiciones o propensiones que subyazgan a las frecuencias observadas. En cambio, para Popper, aparte de las frecuencias relativas observables, existen propensiones inobservables, generadas por las condiciones objetivas de las dispositivos

[41] [1982b], p. 126.

experimentales; lo observable, las frecuencias relativas, nos revelan las propensiones inherentes a dichos sistemas físicos.

Así, pues, Popper postula ciertas entidades físicas que llama propensiones, las cuales subyacen a las frecuencias relativas. Y si bien, alega Popper, las propensiones hipostasiadas son, como las fuerzas de la mecánica clásica, entidades inobservables son contrastables a través, y sólo a través, de las frecuencias observables; él afirma que <<[...] lo que propongo es *una nueva hipótesis física* (o quizá una hipótesis metafísica), análoga a la hipótesis de las fuerzas newtonianas. Es la hipótesis según la cual todo dispositivo experimental (y, por tanto, *todo estado de un sistema*) genera propensiones que a veces pueden ser contrastadas por medio de frecuencias. Esta hipótesis es contrastable y está corraborada por ciertos experimentos cuánticos.>> ([1982a], p. 399)

La interpretación popperiana de la mecánica cuántica es *realista* en el sentido de que sostiene que las partículas (p. ej., un electrón) *tienen* propiedades físicas definidas, reales, independientemente de su medición o de la determimación empírica de sus valores numéricos; así él sostiene que las relaciones de incertidumbre de Heisenberg <<se refieren a una población de *partículas* (o de experimentos de *partículas*) que están, muy adecuadamente, dotadas de posiciones y momentos (y masa-energía y varias otras propiedades físicas tales como el spin.)>> ([1982c], p. 75.) Más aún, para Popper, la afirmación de que las propiedades de las partículas tienen *realidad física* es experimentalmente contrastable (*cfr.* [1982c], pp. 82 y 83).

Con base en una interpretación estadística de las relaciones de incertidumbre, que no me propongo examinar aquí, Popper desecha la tesis, supuestamente implicada por tales relaciones bajo la interpretación ortodoxa, de que es debido a la imposibilidad de conocer de manera exacta y completa ciertos sistemas cuánticos, que la mecánica cuántica adopta la forma de una teoría estadística o probabilista (*cfr.*, [1982c], p. 70.). Para Popper, la razón por la cual la mecánica cuántica es una teoría de carácter probabilista es que sus problemas son de carácter estadístico y sus soluciones explicativas precisan de distribuciones de probabilidad. Con un extenso argumento, Popper se propone mostrar que las distribuciones de probabilidad, que el físico usa para dar cuenta de los problemas cuánticos, son irreductibles, en el sentido de que no pueden derivarse de suposiciones estadísticas que contienen variables ocultas o desconocidas o de hipótesis deterministas. Con ello, Popper arguye que una interpretación estadística de la teoría de la probabilidad es insuficiente para explicar típicos sucesos cuánticos con comportamiento aleatorio e introduce la interpretación propensiva como una propuesta satisfactoria.

Para Popper, pues, es necesario hacer suposiciones probabilistas para explicar los sucesos aleatorios de la mecánica cuántica, ya que la concepción estadística o frecuencial del cálculo de probabilidades no da cuenta con suficiencia de los colectivos aleatorios. Popper, entonces, pretende dar cuenta de las distribuciones de probabilidad irreductibles con la interpretación propensiva de la probabilidad.

No analizaré la aserción de Popper de que la interpretación propensiva resuelve las paradojas de la mecánica cuántica, como el dualismo onda/partícula producido por el <embrollo cuántico>, porque se aleja de mis propósitos presentes.[42] Más bien, me concentraré en las críticas esgrimidas contra esta propuesta de interpretación de la probabilidad, las cuales, creo, son suficientes para desecharla.

II. 4. 3 *Dificultades de la interpretación popperiana.*

En primer lugar, como algunos autores -p. ej. Salmon [1979] y Giere [1973]- lo han señalado, hay una ambigüedad en la presentación original de Popper entre una interpretación propensiva de secuencias virtuales y una de casos singulares (*single case*). Salmon explicita esta versión doble con un par de citas extraídas de Popper [1957]:

[42] Salmon, entre otros autores, expresa su escepticismo acerca de esta aserción de Popper (*cfr.* [1979], p. 193).

Todo arreglo experimental es *propenso a producir*, si repetimos el experimento muy frecuentemente, una secuencia con frecuencias que dependen de este arreglo experimental particular. Esas frecuencias virtuales pueden ser llamadas probabilidades. (p. 67).

El punto principal de este cambio es que ahora tomamos como fundamental la probabilidad del resultado de un experimento singular, con respecto a sus *condiciones*, más bien que la frecuencia de resultados en la secuencias de experimentos. (p. 68.)[43]

En la versión de las secuencias virtuales, en el primer párrafo, subsiste el problema de las clases de referencia, cuya eliminación fue una de las motivaciones de Popper para abandonar la interpretación frecuencial. Mas -como Salmon observa-, no hay una diferencia substancial -sólo es terminológica- entre esa interpretación propensiva de secuencias virtuales y la interpretación frecuencial estándar. ([1979], p. 196)

La versión de los casos singulares, referida por el segundo párrafo, al considerar las propensiones, primariamente, como propensiones de sucesos singulares, resultantes de ciertas dispositivos experimentales, sí elimina ese problema, y elude a la vez el problema de los casos singulares, en la forma en que Giere señala: <<[...] una interpretación propensiva de casos singulares que no hace referencia esencial a ninguna secuencia (virtual o real), automáticamente evita el problema de los casos singulares así como el problema de las clases de referencia.>> ([1973], p. 472 y 473)

Esa ambigüedad de Popper puede, por supuesto, eliminarse en favor de una interpretación propensiva, en términos de sucesos singulares, como lo hace el propio Giere en [1973] y, por ello, es a lo sumo una objección a la exposición original debida a Popper. Sin embargo, las otras dos dificultades, que expongo enseguida, son más serias.

Suppes ha sostenido que, para que una interpretación de la

[43]Véase Salmon [1979], pp. 196 y 197.

probabilidad sea adecuada, debe probarse un teorema de representación correspondiente, un teorema que muestre que el concepto de probabilidad está siendo interpretado como una función métrica.[44] Es precisamente la carencia de un teorema de representación para la interpretación propensiva lo que Suppes le objeta a Popper en estas palabras:

> Lo que encuentro difícil de mirar y ausente en sus propias discusiones de la interpretación propensiva, es la caracterización formal más explícita de la interpretación propensiva que nos permita demostrar un teorema como los Teoremas 1, 2 y 3. Hasta que sea dada a una interpretación de la probabilidad suficiente definitud sistemática para permitir la demostración de un teorema tal, parece justo decir que está en un nivel presistemático, y que aún no ha sido explicado un concepto claro.[45]

Y para apoyar su argumentación, Suppes prueba en ese artículo tres teoremas de representación para las interpretaciones clásica-laplaciana, frecuencial y subjetiva de la probabilidad (Teoremas 1, 2 y 3, respectivamente, en la cita anterior).

Giere en [1976] considera que la anterior condición de representatividad, a la que llama <la demanda de Suppes>, es necesaria para mostrar formalmente que una interpretación propuesta de la probabilidad es, en verdad, una interpretación de la probabilidad.

Las representaciones son diferentes de las interpretaciones en el siguiente respecto. Si bien para probar un teorema de representación se demuestra que el concepto representante cumple con las propiedades del concepto representado, de acuerdo con una caracterización formal del último (en el caso de la interpretación propensiva sería que el concepto de propensión cumple con las propiedades del concepto de probabilidad que establecen los axiomas de Kolmogorov), no se

---

[44] Véase *supra* I. 3.

[45] [1974], p. 766. Los teoremas a los que se refiere Suppes son teoremas de representación para las interpretaciones laplaciana, frecuencial y subjetiva, respectivamente.

identifican ambos conceptos. (Los proponentes de las diferentes interpretaciones de la probabilidad han pretendido que el concepto interpretado es definido implícitamente en términos del concepto interpretativo y, así, los equiparan. En este sentido, Popper pretende identificar las propensiones con las probabilidades.) Mas la condición de representatividad sí coincide con el criterio de admisibilidad de Salmon, en exigir que el concepto representante satisfaga los axiomas del cálculo de probabilidades.

La carencia de un teorema de representación para la interpretación propensiva de Popper, es una falla que podría subsanarse. Giere pretende enmendar esa falta en su interpretación propensiva de sucesos singulares. Pero hay lugar a plantear una objección, debida a Paul Humphreys, cuando se equiparan las probabiliades con las propensiones. Como ahora veremos, esa grave objección se aplica tanto a la interpretación propensiva de Popper como a la de Giere, y creo que es suficiente para descartar a ambas.

Humphreys argumenta, en contra de los propensistas, que las propensiones condicionales no concuerdan con las probabilidades condicionales, puesto que las propiedades de aquéllas <<no están correctamente representadas por la teoría estándar de la probabilidad condicional; [...]>>([1985], p. 559), presentando un sólido argumento formal con el que muestra que los teoremas de las probabilidades inversas, en particular el teorema de Bayes, del cálculo clásico de la probabilidad, no se cumplen si los valores de las probabilidades (condicionales) son interpretados como valores de propensiones (condicionales). Este resultado se deriva de la propiedad asimétrica de las propensiones la cual, como Humphreys señala, está estrechamente relacionada con el hecho de que las propensiones condicionales establecen vínculos causales.

Para ilustrar el argumento consideremos el caso de la propensión de los fotones a transmitirse o reflejarse en un espejo semiplateado dado que han impactado en él, bajo un conjunto de condiciones B que incluyen los hechos, por la disposición del sistema experimental, que los fotones son emitidos por una fuente y que no todos ellos hacen contacto con el espejo. En caso de sucesos singulares de este tipo de fenómenos físicos, Humphreys arguye que si interpretamos la probabilidad condicional de un fotón a transmitirse una vez que choca con el espejo, como tal propensión condicional, los teoremas de probabilidades inversas fallan. Para mostrarlo Humphreys establece las tres siguientes proposiciones plausibles: (i) como la propensión de los fotones a transmitirse en el espejo bajo la condición de que choquen con él es positiva, puede asignarsele un valor $p$ mayor que 0; (ii) la propensión de los fotones, dadas las condiciones B, a chocar con el espejo es también positiva pero menor que 1, puesto que no todos los fotones transmitidos por la fuente hacen contacto con el espejo, por lo que se les puede asignar un valor $q$ entre 0 y 1; (iii) la propensión de los fotones a transmitirse, dado que no chocan con el espejo, es 0 y agrega la siguiente suposición de independencia causal:

(CI) $Pr_{t1}(I_{t2} / T_{t3}\ B_{t1}) = Pr_{t1}(I_{t2} / T'_{t3}\ B_{t1}) = Pr_{t1}(I_{t2} / B_{t1})$,

(donde $Pr_{ti}$ (./.) representa la propensión condicional de un suceso singular en el momento t y los subíndices $t_1$, $t_2$ y $t_3$ especifican un orden temporal de «anterior que»), la cual significa, de acuerdo con Humphreys, que la propensión de una partícula a chocar con el espejo no se ve afectada por el hecho de que la partícula sea transmitida o no.

Con la anterior suposición, Humphreys demuestra que bajo esas asignaciones de valores de propensiones condicionales fallan tanto el teorema de multiplicación como el de Bayes. Para este último teorema, si calculamos la propensión inversa de que un fotón impacte el espejo dado que se trasmite obtenemos el valor 1, es decir:

$$Pr_{t1}(I_{t2} / T_{t3}\ B_{t1}) = pq / (pq + 0) = 1,$$

pero, por (CI), tenemos que esa propensión es igual a la propensión de que el fotón choque con el espejo sólo bajo la condición de que sea emitido, la cual es menor que 1, o sea:

$$Pr_{t1}(I_{t2} / T_{t3}\ B_{t1}) = Pr_{t1}(I_{t2} / B_{t1}) = q < 1.$$

Dada esta falta de concordancia entre las propensiones y las probabilidades inversas, Humphreys concluye <<[...] esos teoremas inversos del cálculo clásico de probabilidad son inaplicables de una manera directa a las propensiones.>> (*ibid*, p. 563). Este argumento muestra que la intepretación propensiva de la probabilidad es incorrecta; exhibe que es erróneo identificar las probabilidades condicionales con las propensiones condicionales, porque, como anota Humphreys, hay una *asimetría causal* entre la condición y el efecto del fenómeno físico.

Humphreys se adelanta a contestar posibles objecciones, señalando que (1) los elementos de la teoría de la probabilidad que se suponen, son generalmente aceptados como válidos, como son los axiomas mismos, la definición de probabilidad condicional y la propiedad distributiva; (2) que la falla de los teoremas de propensiones inversas no se debe a una asimetría temporal entre la condición del impacto y el suceso de trasmisión; (3) que el argumento se puede reproducir para tipos de sucesos; (4) que el argumento vale igualmente para otros casos de propensiones condicionales y (5) que la suposición (CI), sobre la que descansa el argumento, es justificable.

Esta última cuestión es la que nos interesa. Lo que establece (CI) es cierta independencia causal en las propensiones inversas de, en el ejemplo, el hecho de que el fotón choque con el espejo y el hecho de que sea transmitido, puesto que, como anota Humphreys, los sucesos de que se trasmita o no el fotón son irrelevantes con respecto a la propensión de impacto (*cfr.*, *ibidem.*). Es aquí donde se encuentra la razón de la asimetría en el caso de las propensiones condicionales, ya que la propensión de transmisión de las partículas es causalmente *dependiente* de la condición de impacto, es decir, la asimetría en cuestión es una asimetría *causal*, y es precisamente esta naturaleza causal de las propensiones la que no puede ser representada adecuadamente por la teoría de la probabilidad. El meollo de la cuestión está, pues, en que en las propensiones condicionales hay cierto vínculo causal asimétrico entre la condición y el efecto, mientras que las probabilidades condicionales están exentas de connotaciones causales, por lo que tiene caso invertir los enunciados de probabilidad al aplicar, por ejemplo, el teorema de Bayes.

A su vez creo que este argumento ubica más bien las propensiones como elementos de los esquemas de explicación causal de los sucesos naturales. Para ciertos sistemas físicos, en los que no es aplicable una ley determinista causal, creo que las propensiones pueden jugar un importante papel en la explicación de la estructura causal de tales sistemas llamados <indeterministas>. El propio Humphreys señala esta relación entre las propensiones y la causalidad indeterminista, cuando anota que las propiedades de las propensiones condicionales están íntimamente conectadas con las de la causalidad probabilista (*cfr.*, *ibid*, p. 566.).

II. 4. 4 *La interpretación propensiva de Giere.*

Giere hace suya la tarea de subsanar la carencia de la interpretación propensiva de la probabilidad, que consiste en no cumplir con la condición de representatividad. Con ese propósito, Giere nos presenta ahí una serie de tres pares de estructuras conjuntistas. Cada par cuenta con una estructura de posibilidad y una de propensión definida con base en aquélla. Las estructuras de posibilidad son laplacianas y de ahí las de propensión, en el sentido de que están definidas en términos de la *equiposibilidad* de los sucesos elementales, radicando la diferencia entre cada uno de los pares en la cardinalidad del espacio de sucesos. Así, se encuentran estructuras de posibilidad y de propensión, para espacios de cardinalidad finita, numerable y no numerable. Giere ofrece teoremas para mostrar que tanto las estructuras laplacianas de posibilidad, como las estructuras laplacianas de propensión, son espacios de probabilidad en su cardinalidad correspondiente.

Es conveniente reproducir un par de esas estructuras. El caso más simple es el de cardinalidad finita, el cual va se expresa estos términos (donde K(X) representa la cardinalidad del conjunto X):

Definición F1. $\langle O, R, u\rangle$ es una *estructura finita laplaciana de posibilidad* (EFLP) si y sólo si (i) O es un conjunto finito de $M$ mundos posibles, (ii) $R$ es una partición de O con $N$ miembros, $N \leq M$, (iii) $u$ es una función con valores racionales sobre $R$ tal que para cualquier $r_i \in R$, $u(r_i) = K(o_j \in r_i)/M$.[46]

Como señala Giere, es relativamente trivial demostrar el siguiente teorema, el cual muestra que de tales estructuras pueden generarse espacios finitos de probabilidad, definidos de manera estándar:

Teorema F1. Sean $\langle O, R, u\rangle$ una EFLP, $F$ un campo sobre $R$ y $P$ una función sobre $F$ tal que para cualquier $A$ en $F$, $P(A) = \sum u(r_i)$, con $r_i \in A$; entonces $\langle R, F, P\rangle$ es un espacio finito de probabilidad. (p. 330)

Para definir la estructura finita de propensión correspondiente, propuesta para sucesos singulares, Giere introduce la noción de sistemas estocásticos como componentes de los modelos de las estructuras de mundos posibles. Así, nos dice:

Definición F2. $\langle$St, EI($t_0$), $S$, $h\rangle$ es un *modelo finito de propensión* (MFP) de las EFLP $\langle O, R, u\rangle$ si y sólo si (i) ST es un sistema estocástico, (ii) EI($t_0$) es el estado inicial de St al momento $t_0$, (iii) $S$ es el conjunto de estados finales físicamente posibles para St en EI en $t_0$, (iv) $h$ es una función 1 a 1 de $S$ sobre $R$. (*Ibid*)

A su vez, Giere enuncia un teorema que afirma que los modelos finitos de propensión tienen la estructura de espacios finitos de probabilidad:

Teorema F2. Sea $\langle$St, EI($t_0$), $S$, $h\rangle$ un MFP correspondiente al EFLP $\langle O, R, u\rangle$ y sea FS un campo sobre $S$; entonces $\langle S$, FS, Pr$\rangle$ es un espacio finito de probabilidad. (*Ibid*)

Para justificar la introducción de la función propensión Pr, Giere establece las condiciones de verdad de los enunciados de la

[46][1976], p. 329.

forma 'Pr(X) = *p*', cuyo significado intuitivo propuesto es 'la medida de la propensión del St en EI en $t_0$ a llegar a un estado final en X es *p*', con la siguiente definición:

Definición F3. Sea X cualquier subconjunto de los estados *S* del MFP <St, EI($t_0$), *S*, *h*> correspondiente de los EFLP <O, *R*, *u*>; entonces 'Pr(X) = *p*' es verdadera en el MFP si y sólo si P(A) = *p*, donde A = $\{r_i \in R: s_i \in X \text{ y } r_i = h(s_i)\}$. (*Ibid*)

Las definiciones y los teoremas correspondientes de las otras estructuras laplacianas de posibilidad, para espacios numerables y continuos, son análogas a la Definición F1, y los teoremas al Teorema F1. Las diferencias son, más bien, las matemáticamente requeridas por la diferencia de cardinalidad de los espacios de sucesos; principalmente, en la estructura que se postula para la partición *R* del conjunto base O y en la definición de la función *u*.

En lo que respecta a las estructuras de posibilidad para sistemas indeterministas *equiposibles*, este trabajo de Giere es muy importante. No obstante cabe hacer un par de consideraciones críticas a su trabajo.

La primera es acerca de las estructuras de posibilidad. La ontología básica de las estructuras finitas laplacianas de posibilidad es el conjunto *O* de mundos posibles. Creo que no se requiere un universo tan amplio como el conjunto de los mundos posibles para interpretar la teoría de la probabilidad; en este sentido, Suppes observa que, en la mayoria de los casos de aplicacion del calculo de probabilidades, el conjunto de resultados experimentales considerado es más restringido que el conjunto de los mundos posibles, como ordinariamente son tratados en la lógica modal (*cfr.* [1974b], p. 307).

Un universo más restringido, apropiado para la teoría de las probabilidades, lo encontramos en el artículo de Giere en el conjunto *S* de los estados finales posibles de un sistema indeterminista St, dado el estado inicial EI en el momento *to*. Es factible reformular las definiciones y los teoremas correspondientes de las estructuras laplacianas de posibilidad, que ofrece Giere, tomando como ontología básica el conjunto $S$ de estados finales posibles, eliminando la referencia a los mundos posibles.

Desde un punto de vista ontológico, hacer eso es más económico y evita en parte el cargo, que señala el mismo Giere en sus conclusiones, de que su propuesta es metafísicamente muy extravagante. El propio Giere, reconociendo que el uso de conjuntos de mundos posibles es la parte más controversial de su propuesta, anota que apelar a ellos es meramente un recurso formal -distinto al papel que desempeña en la semántica estándar de los mundos posibles- para generar distribuciones a las propensiones de sucesos singulares, sin que se quiera afirmar que los mundos posibles individuales y las medidas uniformes $u$ tengan un correlato físico directo (*cfr*. p. 332).

Como ejemplo, veamos la reformulación de la definición de estructuras finitas:

Definición F1* $\langle S, R, u\rangle$ es una *estructura finita laplaciana de posibilidad* si y sólo si (i) $S$ es el conjunto finito de estados finales posibles de un sistema indeterminista SI con el estado inicial EI en el momento $t_0$, (ii) $R$ es una partición de $S$ y (iii) $u$ es una función sobre $R$ tal que, para cualquier $r_i$ en $R$, $u(r_i) = K(s_j \in r_i)/K(S)$, (donde K(X) representa la cardinalidad del conjunto X).

La reformulación del teorema correspondiente se obtiene inmediatamente substituyendo O por $S$ en el Teorema F1.

Además, lo anterior concuerda con las intenciones de Giere de que las definiciones sean aplicables a sucesos singulares o, más precisamente, que los componentes de las estructuras de propensión sean sistemas *físicos* estocásticos. En este sentido él nos dice: <<Debe ser enfatizado que el sistema estocástico, en un modelo de propensión, es un sistema físico particular en un estado inicial dado, en un tiempo específico. De esta manera, las aserciones de propensión son fundamentalmente aserciones acerca de ensayos específicos de sistemas reales.>> (*ibid*, p. 331)

La segunda consideración que quiero hacer es sobre las estructuras de propensión de Giere en referencia al argumento de Humphreys. Primero, recordemos que Giere reconoce implícitamente la idea de las propensiones como tendencias causales. Entonces, ¿se aplica el argumento de Humphreys a los modelos de propensión de Giere? Para mostrar que sí, creo que es suficiente usar la Definición F3, que dota de significado a los enunciados de propensión en términos de condiciones de verdad, para establecer cierta equivalencia semántica entre enunciados de propensión condicional y enunciados de probabilidad condicional, puesto que, de acuerdo con esa definición, el enunciado '$Pr(X) = p$' es verdadero siempre y cuando $P(X) = p$ sea el caso. Si extendemos esta idea semántica a las propensiones condicionales, podemos reproducir el argumento de Humphreys de la manera que sigue:

Supongamos la condición de independencia causal de Humphreys (CI) que, en referencia al experimento de trasmisión de fotones, nos dice que

(1) $Pr_{t1}(I_{t2} / T_{t3}\ B_{t1}) = Pr_{t1}(I_{t2} / T'_{t3}\ B_{t1}) = Pr_{t1}(I_{t2} / B_{t1})$,

de donde, substituyendo las asignaciones de valores de las propensiones, obtenemos

(2) $Pr_{t1}(I_{t2} / T_{t3}\ B_{t1}) = Pr_{t1}(I_{t2} / B_{t1}) = q < 1$.

Ahora, aplicando el Teorema de Bayes a las propensiones y substituyendo valores, por la Definición F3, tenemos:

(3) '$Pr_{t1}(I_{t2} / T_{t3}\ B_{t1}) = pq/[pq + 0] = 1$' es verdadero

si y sólo si $P((I / T\ B) = 1$,

y dado que $P(I / T\ B) = 1$, de (3) podemos derivar

(4) '$Pr_{t1}(I_{t2} / T_{t3}\ B_{t1}) = pq/[pq + 0] = 1$' es verdadero, es decir,

(5) $Pr_{t1}(I_{t2} / T_{t3}\ B_{t1}) = pq/[pq + 0] = 1$,

lo que contradice el enunciado (2). De esta manera, la Definición F3 funciona como un puente semántico que permite mostrar la falta de adecuación de las propensiones condicionales con el Teorema de Bayes.

II. 4. 5 *Conclusiones.*

Podemos ahora enunciar algunas consideraciones a manera de conclusiones parciales. En primer lugar, la consideración más general: aún no encontramos una solución satisfactoria del problema de qué es la probabilidad objetiva. Una solución tal consistiría en obtener el concepto cuantitativo de probabilidad, a partir de un concepto cualitativo de carácter objetivo, en el sentido de que aquél sea representable por éste. El carácter objetivo del concepto cualitativo radicaría en que sea aplicable a sucesos singulares aleatorios, de manera tal que pueda afirmarse que esos sucesos son probables en un sentido no epistémico.

La interpretación propensiva de sucesos singulares, por un lado, si bien en un sentido es objetiva, puesto que es aplicable a sucesos físicos, no puede contar como una interpretación de la probabilidad, ya que falla como candidato a representar el concepto métrico de probabilidad. La interpretación frecuencial, por su parte, sí cumple con la condición de representatividad, mas al no ser aplicable físicamente a sucesos singulares carece de un carácter objetivo.

No obstante los méritos de estas dos propuestas de interpretación, respecto de otras cuestiones muy importantes (por ejemplo, el concepto de propensión es pertinente en el análisis de la causalidad probabilista, mientras que el concepto de frecuencia relativa es indispensable en el trabajo estadístico en distintas ramas del conocimiento), pueden descartarse como propuestas de interpretación objetiva de la probabilidad.

En el siguiente Capítulo propongo un concepto *objetivo* de posibilidad física, como un concepto premétrico correspondiente al concepto cuantitativo de probabilidad, bajo la concepción de la probabilidad como grado de posibilidad. Pretendo que ese concepto de posibilidad física es aplicable a sucesos físicos singulares y que es un candidato plausible para representar el concepto matemático de probabilidad. Respecto de esto último, al final del Capítulo, demuestro una representación de las probabilidades de ciertos sucesos cuánticos con base en ese concepto de posibilidad física.

# CAPITULO III. POSIBILIDAD FISICA.

## III. 1 Objetividad y azar.

### III. 1. 1 *Objetividad clásica y realismo metafísico.*

La tradición filosófica, que proviene del siglo XVII, nos ha heredado una concepción general del mundo natural y del conocimiento de él. Esa concepción filosófica clásica, contiene una noción de objetividad, que analizaré en esta sección, con el propósito de mostrar que es una noción absoluta que actualmente debemos desechar por implausible.

A grandes rasgos, de acuerdo con la concepción clásica, el mundo físico está regido por leyes naturales, en el sentido de que lo que acontece en el mundo obedece leyes que *están* en la naturaleza. A esta tesis Mario Bunge la llama <el principio de legalidad> formulándola así: <<Todo suceso acontece según leyes>>, y la considera <<una presuposición ontológica básica de la investigación científica.>>[1] El *status* ontológico de tales leyes naturales, en la concepción clásica, es *real*; y la raíz de la objetividad de esas leyes naturales -y de lo que acontece en el mundo de acuerdo con ellas- está precisamente en que *son parte de la realidad*.

Además, según esa concepción, la naturaleza es independiente de nuestro conocimiento; los sucesos que acontecen en el mundo natural no dependen en ningún sentido de que el hombre conozca las leyes que los rigen. De tal manera, la objetividad clásica no es conceptual ni epistémica, sino real -radica en el mundo de manera independiente de nuestras mentes. Ciertamente, un conocimiento completo de las leyes naturales nos haría capaces de ofrecer descripciones verdaderas de ese mundo, es decir, podríamos describirlo tal y como es.

La noción de realidad, supuesta por la anterior concepción de objetividad, puede expresarse por las tesis del llamado realismo

[1] *Cfr.* [1969], p. 323; véase también [1973], p. 102.

metafísico. Estas son: (1) tesis de la independencia: el mundo consiste en una totalidad fija de objetos independientes de nuestra mente; (2) tesis de la determinación: si una propiedad puede predicarse significativamente de un objeto, entonces ese objeto posee o no posee la propiedad de manera determinada y (3) tesis de la correspondencia: la verdad involucra algún tipo de correspondencia.i[2]

La noción de un mundo constituido por un conjunto fijo de objetos <ya hechos>, contenida en la primera de esas tesis, y la idea de propiedades que los objetos poseen de manera determinada, expresada de la segunda, entrañan parte de la noción clásica de objetividad. En la tradición filosófica aludida, las propiedades relevantes que determinan qué es un objeto -propiedades que *hacen* a un objeto- son las llamadas propiedades internas, intrínsecas o esenciales (distintas de propiedades externas, extrínsecas o accidentales). Podríamos decir que algo es un objeto, distinto de lo demás, por las propiedades internas que posee intrínsecamente; la individualidad de un objeto, así, está determinada por sus propiedades internas o intrínsecas, con independencia de otros objetos, en particular, de nuestras mentes.

La noción de propiedad intrínseca, que yace en la raíz del realismo metafísico, adopta diferentes formulaciones en distintos autores. Tal vez, la idea más clara de ella la encontramos en Newton, que la enuncia de manera explícita en relación a las cualidades físicas de los cuerpos en su filosofía natural. Para él, las propiedades primarias son aquellas cualidades físicas de los cuerpos a las que se refieren las leyes de la física, incluidas las leyes de la gravitación.[3] Newton incluyó la inercia, pero no la gravitación, dentro de las propiedades primarias. En la respuesta que dio Newton a la objeción de Leibniz, por excluir a la gravitación, encontramos la clave del carácter intrínseco de esas propiedades. Newton respondió que

[2]Esta es la versión formulada por Dummett y Putnam. En la próxima sección considero el realismo interno propuesto por Putnam.
[3]Tomo esta referencia a Newton de Martínez [1992], p. 145.

mientras la inercia a la que está sujeto un cuerpo solo puede ejemplificarse incluso en el espacio vacío, la gravitación requiere la concurrencia de pares de cuerpos, siendo una propiedad relacional, interaccional, que no se ejemplifica en un cuerpo aislado; es, por tanto, una propiedad extrínseca. De esta manera, una propiedad intrínseca es una propiedad que un objeto posee *en* y *por sí mismo*, con independencia de otros objetos y el entorno físico.

En la física clásica, las propiedades físicas son magnitudes con valores determinados. Por ejemplo, un cuerpo tiene una masa determinada y un movimiento determinado (asumiendo el espacio y el tiempo absolutos de Newton). Esto significa que esas propiedades físicas, en tanto propiedades intrínsecas, están realmente en el cuerpo en cierta cantidad. Es decir, esas magnitudes tienen valores *reales*. Esto último es parte de la concepción clásica de la objetividad: los valores de las magnitudes físicas son objetivos, puesto que son reales (no son conceptuales ni ficticios).

Lo anterior es un esbozo de la concepción clásica del mundo que adopta un objetivismo fuerte (también llamado materialismo o, incluso, fisicalismo) de corte ontológico. Antes de considerarlo críticamente, enunciaré a manera de recapitulación sus tesis:

(i) hay leyes objetivas, ontológicas, de la naturaleza;
(ii) la naturaleza es independiente de nuestro conocimiento;
(iii) el mundo natural está conformado por una totalidad fija de objetos (ya hechos);
(iv) los objetos tienen propiedades intrínsecas, que los determinan como tales, de manera independiente de otros objetos y el entorno físico;
(v) las propiedades de los objetos tienen valores reales;
(vi) las leyes naturales se refieren a esos objetos, determinados por propiedades con valores reales.

Estas tesis conforman el núcleo de índole ontológico del objetivismo fuerte clásico que adelante pongo en cuestión.

Presentaré algunas de las críticas al realismo metafísico debidas a Hilary Putnam. Una tesis adicional de ese realismo consiste en la creencia de que podemos pensar y hablar de los objetos tal y como son, independientemente de nuestras mentes, y de que somos capaces de hacerlo en virtud de una relación de <correspondencia> entre los términos del lenguaje y algunas clases de entidades independientes de la mente. ([1983], p. 205.) O, en otra formulación del propio Putnam: hay una noción del mundo que es independiente de cualquier representación de él o, es más, hay exactamente una descripción verdadera y completa del modo como el mundo es. ([1990], p. 30.)

Las entidades independientes de la mente, postuladas por el realismo metafísico, son objetos materiales (en conexión con la anterior tesis (1)), con propiedades físicas determinadas (en concordancia con (2)) y la relación de correspondencia en cuestión es la de referencia, supuesta en la noción de verdad de la tesis (3).

Una cuestión que, para Putnam, cualquier realista metafísico debe tomar en cuenta es acerca de esa relación de correspondencia. Dado que hay muchas maneras de poner en correspondencia los términos de un lenguaje con los objetos de un conjunto dado, ¿cómo podemos elegir una corresponencia en particular entre ellas (sin suponer un acceso directo a esos objetos independientes de la mente)? ([1983], p. 207.) Una línea de respuesta está cerrada después de Kant: aquella que postula una capacidad mental, una *intuición intelectual*, en virtud de la cual podemos percibir directamente las esencias, las propiedades intrínsecas, de los objetos.[4]

Entonces, pregunta Putnam, ¿cómo podemos elegir una correspondencia en particular y establecer que es la relación de referencia requerida? Un tipo de respuesta, en vena materialista, consiste en argüir que la relación de correspondencia en cuestión es una relación causal.

La principal dificultad, para Putnam, de este tipo de

[4]Putnam cita a Kant en este respecto: <<Nada está en la mente que no estuviera primero en los sentidos, *expecto la mente misma*>>; *ibid*, p. 209.

respuesta radica en el problema de definir la relación de referencia en términos físicos, es decir, como una relación entre signos y objetos, sin considerar la intencionalidad del sujeto, porque ésta introduciría cierta dependencia respecto de la mente. Para lograr lo anterior, los materialistas tendrían que ser capaces de definir la relación de referencia entre signos y objetos en términos físicos, es decir, en última instancia, en términos de las magnitudes fundamentales de las teorías físicas, porque como apunta Putnam: una propiedad o relación es físicamente definible si es definible en términos de esas magnitudes. (*ibid*, p. 212.)

Los materialistas metafísicos, anota Putnam, ciertamente toman con frecuencia las relaciones causales como parte de la estructura constitutiva del mundo, como relaciones que <están> en el mundo mismo. Pero, entonces, pregunta Putnam, ¿es la causalidad una relación física? (*ibid*, p. 211.)

Putnam arguye que ciertos intentos fisicalistas de definir la causalidad, por ejemplo, estipulando que <A causa B> significa <cuando y donde un suceso del tipo A acontece, le sigue temporalmente un suceso del tipo B>, usan la noción de cadena causal en un sentido explicativo, en el sentido de que un suceso C se explica recuriendo a una cadena causal. Y él objeta que esa noción de causalidad, en ese sentido explicativo, es la noción intuitiva de explicación que no es definible en términos físicos.
La noción de explicación que alude a una cadena causal, anota Putnam, es una noción abstracta que incluso es aplicable a mundos posibles en los que no hubiera objetos ni propiedades físicas (mundos poblados por espíritus desencarnados que se comunican telepáticamente) y arguye que estaría equivocada una definición de la referencia de la que se sigue que no pudieramos referirnos a entidades no físicas, si existieran (*ibid*, pp. 213 y 223).

Otros intentos para definir la noción de causa recurren a condicionales contrafácticos; como el de David Lewis, que propone analizar <A causa B> como <si A no aconteciera, B no podría acontecer>. (*cfr*. *ibid*, p. 217.) Pero estas propuestas, señala

Putnam, no pueden ser útiles para los realistas metafísicos, porque tienen que establecer las condiciones de verdad de los enunciados condicionales contrafácticos. Esa tarea precisa de una noción de correspondencia entre enunciados y estados de cosas, la cual supone una relación de referencia que los realistas metafísicos tendrían que definir en términos físicos, sin alusión a la intencionalidad de los sujetos. Y es ineludible, para el realista metafísico, proponer una noción de referencia, porque la referencia está supuesta en su concepción de la verdad como correspondencia.

Es precisamente la relación de referencia, que entraña intencionalidad del sujeto, la que Putnam encuentra, con razón, físicamente indefinible. Putnam concluye así que:

> Si el materialista no puede *definir* la referencia, puede, desde luego, no más que tomarla como *primitiva*. Pero la referencia, como la causalidad, es una noción interés-relación flexible: lo que consideramos como *referente* a algo depende de un conocimiento básico y de nuestra disposición a ser benévolos en la interpretación. Es absurdo atribuirle al mundo una relación tan profundamente humana y tan penetrantemente intencional, y llamar al resultado una imagen metafísica satisfactoria (sin importar si es o no (materialista)). (*ibid*, p. 225.)

Otra línea de crítica de Putnam es en torno a la cuestión de si el materialismo metafísico es compatible con el esencialismo, esto es, la doctrina que postula ciertas propiedades esenciales o intrínsecas, que determinan a los objetos. Si sostenemos que hay un mundo material independiente de nuestro conocimiento, que ese mundo está constituido por un conjunto fijo de objetos (ya hechos) por sus propiedades esenciales, pero negamos que los hombres poseamos un poder mental, una intuición intelectual, gracias al cual accedemos directamente a las propiedades esenciales de los objetos, entonces ¿cómo podemos afirmar que conocemos esas propiedades y hablar acerca de ellas? Según Putnam, la respuesta de los realistas metafísicos consiste en reemplazar la intuición intelectual por el método científico y en afirmar la creencia de que el desarrollo científico converge a una ciencia completa y verdadera; <metafísica dentro de los límites de la ciencia>, sería el eslogan de los realistas científicos. (*ibid*, p. 226.)

Esta respuesta supone una metainducción respecto de la historia de la ciencia: que la ciencia progresa de tal modo que converge o se aproxima cada vez más, a la teoría total y verdadera del universo entero. Ciertamente, como afirma Putnam, esta creencia no está justificada e, incluso, la historia de la ciencia más bien nos enseña que el desarrollo científico no es teleológico, que no converge a algo así como la verdad absoluta del universo.

Consideraré un argumento más fuerte y directo contra el esencialismo; en particular, analizaré la noción de propiedad intrínseca, asociada con la tesis (2) de la determinación. Ésta es una tesis ontológica que, si bien está vinculada con el principio de bivalencia de la lógica clásica, podemos aquí considerarla en sí misma. Un poco más explícitamente, esa tesis afirma que, en condiciones especificables, el hecho de que un objeto dado tiene o no tiene cierta propiedad (que pueda predicarse significativamente de él) está determinado con independencia de cualquier otro hecho que sea o no el caso. La noción de dependencia conectada con esta tesis la explicita Martínez en estos términos: La propiedad $x$ del objeto $A$ es dependiente de la propiedad $y$ del objeto $B$ si no está determinado que $x$ sea o no el caso (i. e., que $A$ posea $x$ o no), a menos que $y$ sea el caso para $B$.[5] Con esta noción de dependencia podemos decir que la tesis (2) supone que las propiedades intrínsecas de un objeto $A$ son independientes de las propiedades de cualquier otro objeto $B$. Estas nociones de determinación e independencia forman parte del marco conceptual de la física clásica que ha sido cuestionado por la mecánica cuántica.

La crítica que puede formularse contra la primera de ellas

[5] *Cfr.* [1995], p. 7.

consiste en señalar que, aunque en mecánica clásica se les pueden asignar valores determinados a las magnitudes de un sistema físico, esto no es posible en mecánica cuántica.[6] En el caso clásico se tiene que las cuestiones experimentales -cuestiones acerca de si la medición de una propiedad física de un sistema arrojará cierto valor (dentro de un rango especificado)- pueden responderse con enunciados que tienen un valor de verdad determinado: verdadero o falso (o, en otras palabras, un valor de probabilidad 1 o 0). En cambio, en mecánica cuántica, tales cuestiones experimentales sólo encuentran respuestas probabilistas, es decir, enunciados que asignan un valor de probabilidad dentro del intervalo [0, 1]. Es más, <<En el caso cuántico, incluso dada una medición ideal y una especificación precisa del estado, obtenemos valores no extremos de probabilidad.>>[7] Claramente esto significa que, contrariamente a lo que afirma la tesis de la determinación, en mecánica cuántica no podemos decir que una magnitud de un sistema tenga un valor de manera determinada, en todos los casos.

Lo anterior está conectado con una crítica de la noción anotada de independencia. Implícitamente la física clásica postuló un principio, que se conoce como <el principio de separación espacial>, que afirma que los sistemas físicos contenidos en dos regiones separadas espacialmente, por una distancia considerable, constituyen sistemas separados, en el sentido de que cada sistema está en su propio y distinto estado físico.[8] Este principio implica que las propiedades que determinan el estado físico de dos sistemas, espacialmente separados, no son dependientes unas de otras.[9] Pero ciertos experimentos han exhibido que en el mundo físico hay pares de sistemas tales que, aunque separados espacialmente por una

[6] Acerca de esta diferencia véase Hughes [1989], p. 78.

[7] Hughes [1989], p. 79.

[8] Tomo esta formulación de Howard [1989], p. 226.

[9] Sobre este punto véase Martínez [1995], p. 9.

distancia arbitraria, algunas de las magnitudes de uno son dependientes de las magnitudes del otro.[10] Esto refuta la idea de la independencia de las propiedades supuesta en la tesis de la determinación.

Si tenemos en cuenta que la mecánica cuántica describe, de manera completa, la estructura de los sistemas físicos que estudia, el peso de las críticas anteriores no puede soslayarse.

Por último, otro argumento de Putnam va directamente contra el carácter absoluto del realismo metafísico. Una manera de presentarlo es con base en una analogía a cierta situación <paradójica> que se da respecto de las paradojas semánticas que involucran la noción tarskiana de verdad. Al formular la jerarquía de lenguajes, a los que se relativiza el concepto de verdad, que se postula para evitar las paradojas, se usa un lenguaje <absoluto> que no tiene cabida en la jerarquía misma, de tal suerte que se habla de esos lenguajes desde una posición privilegiada por encima de la jerarquía, desde <<el punto de vista del ojo de Dios>>, en la expresión de Putnam.[11]

Putnam arguye que, analógamente a lo anterior, el realismo metafísico entraña que hay un esquema conceptual *absoluto* desde el cual se tiene un acceso privilegiado al mundo, que nos hace capaces de describirlo tal y como es, por encima de cualquier perspectiva particular. Putnam encuentra, con razón, insostenible esa pretensión. Él mantiene, que cualquier enunciado acerca del mundo se hace desde cierta perspectiva en particular y, así, es relativo al lenguaje o esquema de descripción adoptado. La relativización al lenguaje no sería problemática para los realistas metafísicos porque, como señala Davidson, eso es <correcto trivial y generalmente>.[12] El problema radica en

[10] Aludo a los experimentos de Aspect y colaboradores. Véase al respecto a Rae [1986]. En el siguiente Capítulo nos detenemos a considerar el papel que han jugado esos experimentos respecto al azar cuántico.

[11] Sobre esta situación <paradójica> véase Orayen [1992].

[12] En <<The Structure and Content of Truth>>, *The Journal of Philosophy*, No. 87, 1990; referido por Sosa en [1992], p. 63.

postular un esquema conceptual absoluto que supuestamente nos ofrece la versión verdadera y completa de cómo es el mundo. Esta fuerte tesis precisa de una prueba y, como diría Popper, la carga de la prueba está del lado de los realistas metafísicos. (véase [1982b]).

Putnam ha indicado que su realismo interno es un intento de hacer compatible el realismo con la relatividad conceptual.[13] Parte de las razones del rechazo de Putnam del realismo metafísico consiste en que él considera que éste <<nos deja sin una forma inteligible para refutar la relatividad ontológica>>.[14] Una cuestión que dejamos pendiente para una sección posterior es precisamente ver que alternativa realista al realismo interno (que no es, como veremos, del todo satisfactorio) es compatible con la mecánica cuántica. Esa alternativa es el realismo contextual propuesto por Sergio Martínez.

Asentadas las críticas anteriores al realismo metafísico podemos concluir que el objetivismo fuerte, la noción implícita de lo objetivo en la física clásica, es injustificable en la actualidad.

[13] Ver [1987], p. 17.

[14] [1992], p. 3.

### III. 1. 2 *El realismo interno.*

El problema al que Putnam se enfrenta puede formularse, brevemente, con el llamado predicamento quineano: hay un mundo real *pero* sólo podemos describirlo en los términos de nuestro propio sistema conceptual.[15]

Putnam ha analizado en varios trabajos[16] la cuestión de que aun si suponemos que las entidades del mundo son autónomas de los esquemas conceptuales, persiste la dificultad acerca de si esos objetos están ya <hechos> y nosotros formamos nuestro esquema conceptual adecuándolo a ellos de tal manera que podemos, a través de conceptos, individualizarlos y, de ahí, referirnos a ellos o si, más bien, <recortamos>, con nuestros conceptos, los objetos a partir de un variado material que no está del todo diferenciado, de tal suerte que la referencia a esos objetos no es independiente del marco conceptual que adoptamos.

Esta es una cuestión que está en el centro de la discusión sobre el relativismo conceptual, por lo que es necesario detenerse a analizarla. Putnam sostiene un relativismo en la línea de la segunda alternativa. Según él:

> Los <objetos> no existen independientemente de los esquemas conceptuales. *Nosotros* recortamos el mundo en objetos, cuando introducimos un esquema u otro de descripción. Ya que los objetos *y* los signos son igualmente *internos* al esquema de descripción, es posible decir qué se ajusta a qué.
>
> Debemos insistir en que algunos hechos están ahí, para ser descubiertos y no legislados por nosotros. Pero esto es algo que se dice cuando uno ha adoptado una manera de hablar, un lenguaje, un <esquema conceptual>. Hablar de <hechos> sin especificar el lenguaje a ser usado es hablar de nada; la palabra <hecho> no tiene su uso más fijo por el mundo de lo que lo tiene la palabra existe o la palabra <objeto>.[17]

[15] Putnam bautiza así esa tesis que atribuye a Quine. *Cfr.* [1976], p. 192.

[16] Ver por ejemplo [1990], caps. 1 y 2.

[17] Citado por Torreti, *op. cit.*, p. 70 de *Reason, Truth and History* y *Representation and Reality*, respectivamente.

Puede apreciarse que, en esta posición relativista, la referencia a objetos y hechos es *interna* a (y así dependiente de) los distintos marcos conceptuales. Esta tesis de Putnam está abierta a objecciones en este tenor: si bien podríamos admitir que los esquemas conceptuales (recortan) los objetos del mundo, tal relativismo debe, de alguna forma, estar constreñido objetivamente, porque de otra manera el universo que especificara un marco conceptual dado podría ser totalmente arbitrario o convencional. Putnam se enfrenta a este tipo de objecciones y, arguyendo que no se puede distinguir claramente entre hecho y convención, responde que <<Lo que es factual y lo que es convencional es una cuestión de grado; no podemos decir (esos y esos elementos del mundo son hechos brutos; el resto es convención, o una mezcla de hechos brutos y convención.>> ([1990], p. 28).

Considero que esta respuesta no es del todo satisfactoria, porque podemos contar con una base más sólida que esa falta de una distinción nítida entre hechos y convenciones, como son ciertos rasgos del mundo físico, *v. gr.* la configuración de la materia o la estructura del mundo físico. Tales rasgos del mundo pueden constreñir objetivamente nuestros marcos conceptuales, a través de los cuales individualizamos objetos y hechos del mundo.

Ahora, aunque como hemos visto Putnam rechaza explícitamente el relativismo quineano, presentándonos el realismo interno como una alternativa al realismo metafísico, su propuesta es débil como para lograr evadir del todo las implicaciones relativistas ontológicas. En uno de sus libros más recientes, en una vena fuertemente pragmática, Putnam afirma:

> En mi imagen, los objetos son teórico-dependientes en el sentido de que teorías con ontologías incompatibles pueden ambas ser correctas. Decir que ambas son correctas no es decir que hay campos (ahí fuera) [...] Es decir que varios lenguajes, varias teorías, son igualmente buenos en ciertos contextos. ([1990], pp. 40-41).

Pero, quizá, esta posición conduce al relativismo ontológico, puesto que, afirmar eso, ¿no equivale acaso a decir que si los contextos pragmáticos lo requieren, son igualmente admisibles o correctos tanto un modelo en el que los *quarks* son objetos (teórico-dependientes) como otro modelo en el que ellos no son objetos en absoluto?. Creo que esto es una consecuencia del realismo interno de Putnam, por su rechazo tanto del realismo metafísico como del realismo científico (o empírico). En particular, Putnam no acepta la tesis que atribuye al primero, la cual afirma que <la verdad involucra algún tipo de correspondencia> ni la aseveración del segundo según la cual <las teorías científicas ofrecen cada vez mejores representaciones del mundo objetivo>.[18] En todo caso, el realismo putnamiano es muy débil como una alternativa al realismo metafísico y no puede resolver, vía pragmática, los problemas ontológicos implicados por el relativismo conceptual.

III. 1. 3 *El realismo contextual.*

Recientemente, en [1994], Sergio Martínez ha analizado críticamente el realismo interno de Putnam, ofreciendo un realismo contextual como alternativa. El análisis de Martínez parte de mostrar que el rechazo del realismo metafísico de Putnam se basa, en parte, en cierta concepción de las propiedades de los objetos. Putnam anota, como la tesis principal de ese realismo, la afirmación de que <<El mundo consiste en una totalidad fija de objetos independientes de la mente.>> ([1990], p. 30) A esta tesis subyace, nos dice Martínez, una noción de objeto ya <hecho> según la cual los objetos poseen ciertas propiedades internas, intrínsecas, que son independientes de cualquier cosa que sea o no el caso (*ibid*, p. 30) En virtud de esas propiedades internas, se pretende, individualizamos los objetos, porque éstas los distinguen, separan y diferencian numéricamente. Así, el principio de individuación, postulado por el realismo metafísico, descansa de manera substancial en la noción de propiedad interna.

Putnam, al rechazar ese realismo, desecha esa noción de objeto y elabora un realismo para el cual los objetos y sus propiedades

[18] Véanse, respectivamente, [1990], p. 30 y [1980], p. 472.

son, en parte, proyecciones de los marcos conceptuales. Ante esto, Martínez arguye que no es necesario que, por no aceptar el realismo metafísico, en particular la tesis de que el mundo está conformado por <objetos ya hechos>, se tenga que adoptar el realismo interno. Para mostrarlo, él traza una distinción entre dos sentidos de propiedades intrínsecas. Un sentido fuerte es el recién señalado. El otro sentido es débil y consiste en la noción de que cierts propiedades de los objetos, aunque son independientes de algunos objetos, en particular de *la mente*, no lo son de todos y cada uno de los demás objetos. Las propiedades intrínsecas en este sentido débil -anota Martínez- son propiedades *irreductiblemente* contextuales o relacionales. (p. 55)

De acuerdo con Martínez, es plausible sostener un objetivismo débil, desde una perspectiva naturalista,[19] en el cual las propiedades que caracterizan a los objetos, independientemente de la mente, no son propiedades intrínsecas en sentido fuerte, sino sólo en sentido débil (*ibidem*). El argumento más fuerte, que él nos ofrece, en favor del realismo contextual lo extrae de la mecánica cuántica. En primer lugar, él hace ver que el objetivismo fuerte que critica Putnam, asociado con el realismo metafísico, es parte del trasfondo metafísico del marco de la física clásica, para argüir que el objetivismo que corresponde a la mecánica cuántica es un objetivismo débil. Después Martínez, apoyado en que la estructura lógica no-booleana de las propiedades de los sistemas cuánticos implica que las propiedades de ciertos objetos son dependientes de la <situación experimental>, concluye que algunas de las propiedades de los sistemas cuánticos (en determinados estados), a diferencia de los clásicos, son propiedades contextuales que no son reducibles a propiedades intrínsecas en sentido fuerte (*cfr. ibid*, pp. 55 y

[19]Un naturalista -nos dice Martínez- asume que la ciencia nos ofrece teorías verdaderas o suficientemente cercanas a la verdad como para que podamos tomarlas como punto de partida para inquirir acerca de la estructura física del mundo. (*op. cit.*, p. 54)

58) El mundo de la física cuántica -diría Martínez- no es un mundo ya <hecho> con objetos <recortados>, porque el <recorte> de los objetos -es decir, su individuación- depende, en ciertos casos, del contexto de nuestra experiencia o, mejor, de la situación experimental. Esto significa que hay algunas restricciones, debidas al *contexto experimental*, a nuestra conceptualización de ciertos objetos como individuos.

El hecho crucial de que, en determinadas situaciones experimentales, las propiedades de ciertos sistemas cuánticos sean propiedades relacionales irreductibles, es una consecuencia de la propiedad de no-separabilidad de esos sistemas. Nos ocuparemos, en el último Capítulo, de la no-separabilidad en la mecánica cuántica, por lo pronto sólo mencionaremos el principio de la física clásica que niega esa propiedad de sistemas cuánticos y su conexión con las cuestiones que ahora atendemos. El principio clásico de *separabilidad espacial* afirma que los contenidos de cualquier par de regiones del espacio, que estén separadas por una distancia no nula (*non vanishing*), constituyen *sistemas físicos* separados, cada uno con su propio estado físico distinto y tales que el estado compuesto de ambos está enteramente determinado por esos estados separados, el cual es un importante elemento, en el marco de la física clásica, para la individuación de los <objetos> -i. e., sistemas-, porque la separabilidad espacial de sistemas arroja diferencia numérica entre ellos y, de ahí, individualidad.

Un importante resultado experimental de la física cuántica[20] establece que ciertos sistemas cuánticos, en determinados estados, son no-separables, en el sentido anterior; lo cual significa que la separación espacial no es una condición suficiente para la individuación de los sistemas cuánticos, porque, en determinados estados, los contenidos de dos regiones separadas espacialmente no constituyen dos sistemas físicos sino sólo uno. (ver Howard [1989], p. 226.)

[20] Del experimento realizado en 1982 por Aspect y colaboradores. Véase al respecto, Rae [1986], pp. 64-71.

Desde luego, lo anterior apoya el realismo contextual elaborado por Martínez y, a la vez, apunta a las limitaciones de la crítica de Putnam a cualquier realismo no interno. Pero lo que es más importante, la no-separabilidad de ciertos sistemas cuánticos muestra que la estructura de la realidad física *constriñe objetivamente* nuestros esquemas conceptuales, limitando el relativismo conceptual y el realismo interno, al restringir la arbitrariedad o convencionalidad del <recorte> de los objetos de una realidad física no conceptualizada. Este último punto, el cual es crucial, puede verse claramente si se considera que el principo clásico de separabilidad funge ontológicamente como (parte de) un principio de individuación de sistemas físicos, porque como destaca Howard: <<Si dos sistemas no son separables, entonces no puede haber una interacción entre ellos, porque ellos no son realmente *dos* sistemas en absoluto.>> ([1985], p. 173). De esta manera, el <recortar> el mundo cuántico en sistemas está constreñido por la propia configuración de la realidad física.

Por último, una cuestión que aboga en favor del realismo contextual, consiste en que ofrece una noción de objetividad, en sentido débil, que concuerda con la teoría científica que actualmente describe la realidad física a nivel fundamental: la mecánica cuántica.

III 1. 4 *Posibilidades absolutas.*

Una propuesta reciente en vena realista, debida a Rolando Chuaqui en [1991], pretende derivar un concepto de probabilidad objetiva, a partir de una noción *no relativa* de posibilidad factual o real, compartiendo la idea de Leibniz expresada por el *dictum*: la probabilidad es el grado de la posibilidad. (p. 50) Así, esa propuesta tiene el mismo propósito que la que presento aquí: elaborar un concepto de probabilidad objetiva, a partir de un concepto de posibilidad física.

Creo que, a manera de corolario de las críticas expuestas al realismo metafísico, podemos afirmar que la posición realista compartida por Chuaqui es, al menos, tan problemática como lo es el realismo metafísico y que, por ello, no logra dar una base objetiva al concepto de probabilidad. Después de presentar brevemente la propuesta de Chuaqui mostraré lo anterior.

Para la enunciación formal de varias estructuras de probabilidad que define, Chuaqui toma la noción de posibilidad real como primitiva, para derivar de ella el concepto de probabilidad (*cfr.*, p. 51). Distinguiendo previamente entre posibilidad *real*, la cual es una propiedad de la naturaleza, y posibilidad *conceptual*, que siempre es relativa a un cuerpo de proposiciones, Chuaqui aclara que «La noción de posibilidad, sin embargo, que es básica para la teoría presentada aquí, no es la de posibilidad conceptual, sino la noción de posibilidad *real* o *factual* (*física*). Esta noción es la base objetiva de la probabilidad [...].» (p. 45)

Dentro de la posibilidad conceptual, a su vez, Chuaqui distingue entre posibilidades lógica, física y epistémica. Las proposiciones lógicamente posibles son aquellas que son compatibles con las leyes de la lógica, mientras que las proposiciones físicamente posibles, son las compatibles con las leyes de la física. Por su parte, una proposición es epistémicamente posible si es compatible con las leyes o proposiciones generales, contingentes, que aceptamos como verdaderas.

La noción central de posibilidad real Chuaqui la caracteriza en estos términos:

> [...] llamaré a la posibilidad física, en el sentido de posibilidad de acontecer u ocurrir, posibilidad *real* o *factual*. [...] Para cada situación dada, las leyes de la naturaleza más los hechos particulares relevantes determinan lo que es físicamente posible. De acuerdo con la noción de posibilidad real, algo es posible si es posible que acontezca. [...] Podemos ver que la posibilidad factual es una propiedad de la situación objetiva y es independiente de nuestro conocimiento, mientras que la posibilidad epistémica depende de nuestro conocimiento. (pp. 45 y 46)

Ahora, para explicitar la posición realista de Chuaqui, es suficiente hacer notar que (i) su concepto de posibilidad real entraña que hay una noción del mundo físico que es independiente de cualquier conceptualización de él -entraña una noción absoluta del mundo; (ii) su noción de ley natural, en el sentido ontológico usado por él, supone la idea de que el mundo está ya <hecho> -las leyes de la naturaleza determinan lo que es posible en un dominio de sucesos ya <hechos> y (iii) él suscribe expresamente el concepto de verdad como correspondencia entre los enunciados acerca del mundo y los sucesos independientes del mundo. ([1991], p. 50)

Quiero señalar dos cuestiones en contra de esta posición realista de Chuaqui. Primero, en relación a (ii). Él adopta la noción de objetividad de las leyes naturales asociada al marco de la física clásica. Por ello, las objecciones de Martínez a las nociones de determinación e independencia involucradas en el concepto de propiedad intrínseca se aplican a su objetivismo fuerte. Como hemos visto, en la mecánica cuántica las cuestiones experimentales -cuestiones acerca de si la medición de una propiedad física arrojará cierto valor- sólo pueden responderse en términos probabilistas; de ahí que no podemos afirmar que la propiedad tenga ese valor de manera determinada. Además, la idea de independencia de las propiedades de los sistemas físicos ha sido cuestionada, como hemos visto, por la mecánica cuántica respecto de ciertos subsistemas cuánticos.

Segundo, respecto de (i). Chuaqui tácitamente suscribe una perspectiva absoluta como la que Putnam ha llamado <el punto de vista del ojo de Dios>. Su noción de posibilidad real supone que podemos hablar de lo que es factualmente posible de manera absoluta, por encima de cualquier perspectiva en particular -sin referencia a algún sistema conceptual. Incluso un objetivista de línea dura como Popper, en respuesta a una objección de Kuhn, aclara que no <<ha pasado completamente inadvertido el hecho, subrayado por Kuhn, de que los científicos desarrollan necesariamente sus ideas dentro de un marco general teórico definido>> y admite que estamos atrapados en el marco general de nuestras teorías, nuestras experiencias, nuestro lenguaje. ([1965], pp. 149 y 155)

Por su parte, Chuaqui no hace ningún señalamiento a este respecto, cuando define su concepto de posibilidad real. Es cierto que él especifica una noción de posibilidad epistémica -en referencia a las leyes o proposiciones generales, contingentes, que aceptamos como verdaderas-, pero insiste en que la noción básica para derivar un concepto de probabilidad objetiva es la noción de posibilidad real. Pero, como se ha mostrado, la noción de objetividad sobre la que descansa esa noción de posibilidad real es actualmente inviable, por lo que Chuaqui no puede definir un concepto aceptable de probabilidad objetiva, a partir de tal noción de posibilidad.

Creo que la dificultad principal de la posición de Chuaqui consiste en que olvida la tesis de Quine, central en las discusiones actuales sobre el realismo; esa tesis, llamada por Putnam el predicamento quineano, afirma que <<Hay un mundo real *pero* sólo podemos describirlo en los términos de nuestro propio sistema conceptual>> y tiene como corolario la tesis que afirma que nuestras descripciones (conceptualizaciones o representaciones) de los objetos del mundo son *relativas* al sistema conceptual que suscribimos. Lo que asevera esta tesis de ninguna manera es trivial porque, por un lado, niega precisamente la posición que asume Chuaqui y, por otro, puede conducir al relativismo ontológico quineano y, con ello, situarnos frente al espectro de la pérdida de objetividad, como van Fraassen lo señala.[21]

La tesis contraria al predicamento de Quine puede expresarse como sigue: hay un mundo real y podemos describirlo tal y como es en términos de cierto sistema conceptual, i. e., somos capaces de describir los objetos del mundo de manera que nuestras descripciones no impliquen alguna dependencia o relatividad respecto al sistema conceptual que adoptamos. Ahora bien, ¿estamos justificados a afirmar que contamos con un sistema conceptual tal? Definitivamente no. Sea suficiente hacer notar que las mejores teorías científicas contemporáneas, como son las teorías relativistas y las teorías cuánticas, relativista y estándar son, en cierta medida, incompatibles y que, como acertadamente anota Torretti: <<Ninguna teoría física pretende una comprensión global de la realidad.>> ([1990], p. 79)

El predicamento quineano nos obliga a reconocer que hay cierta dependencia y relatividad de nuestras descripciones del mundo respecto de los sistemas conceptuales que usamos y esto es un hecho que no podemos hacer a un lado, como Chuaqui lo hace.

En esta Tesis la discusion del predicamento anterior cobra suma importancia, porque, en nuestra propuesta, expresamente relativizamos las aserciones sobre las posibilidades físicas a sistemas teóricos (i. e., conjuntos articulados de conceptos teóricos), pero tratando de evitar la relatividad ontológica.

[21] [1992], pp. 218-19.

III. 1. 5 *Conceptualismo.*

El concepto de posibilidad física relativa a una teoría, que propongo en este Capítulo, se inscribe en la concepción filosófica llamada conceptualismo, la cual mantiene, a grandes rasgos, que nuestras interpretaciones del mundo son relativas a, y así dependientes de, *los diversos esquemas conceptuales*, i. e., *conjuntos estructurados de conceptos*. El enfoque conceptualista, elaborado recientemente por Roberto Torretti [1990], permite abordar la cuestión que me interesa analizar en esta Tesis, la del carácter objetivo de las probabilidades, por lo me detendré a examinarlo.

De acuerdo con Torretti, los diversos esquemas conceptuales, o sistemas articulados de conceptos, son aparatos con los cuales individualizamos los *objetos* que conforman los distintos dominios de conocimiento, a partir de un trasfondo [*background*] general de la vida humana. Más específicamente, respecto a las ciencias físicas Torretti sostiene que si bien hay una pluralidad de sistemas de conceptos en física, sin que ninguno pretenda una comprensión global de la realidad, esos sistemas forman sus respectivos dominios de un mismo trasfondo llamado realidad, experiencia humana o el mundo. De tal manera, para Torretti, todos los campos especiales de conocimiento e investigación deben ser accesibles desde ese trasfondo general de la experiencia humana (pp. 79-81).

Los cambios teóricos en física, que llevan consigo las revoluciones científicas no entrañan, para Torretti, el relativismo de la tesis de Kuhn, según la cual <<los científicos después de una revolución responden a un nuevo mundo>>, porque ese trasfondo general y común es el terreno firme donde las diversas teorías físicas anclan sus conceptos (p. 79).

Entre la pluralidad de marcos conceptuales contemporáneos, Torretti se centra en el desarrollo de uno *indeterminista*, que comprende un conjunto articulado de conceptos de *azar* y de conceptos como prospecto y probabilidad. Con esos conceptos de azar, nos dice Torretti, *individualizamos* ciertos objetos de nuestro trasfondo general de experiencia como dispositivos azarosos (*chance setup*). A los objetos o sistemas que caen bajo el concepto de dispositivo azaroso, tales como el lanzamiento de dados, el proceso de selección de una muestra extraída aleatoriamente de una población o un sistema cuántico, los conceptuamos como sistemas indeterministas con varios prospectos, a los que les asignamos probabilidades objetivas.

Los prospectos, para Torretti, son una especie de posibilidades que poseen los objetos conceptuados como dispositivos azarosos; su objetividad radica, según él, en *caer bajo conceptos generales* (p. 175). Los objetos, a los que les atribuimos ciertos prospectos, son captados conceptualmente como objetos indeterminados. Así Torretti nos dice que:

> <<[...] la mayoría de los conceptos por los cuales son capturados los objetos físicos en ciencia y en la vida cotidiana, atribuyen prospectos a ellos de alguna clase. Tales prospectos son parte y parcela de lo que se sostiene que los objetos son, cuando son concebidos exactamente de esa manera. [...] Yo baso mis propias expectativas subjetivas en los prospectos que atribuyo a los objetos físicos. Pero los prospectos son en sí mismos objetivos, ni más ni menos que cualquier otro atributo del que se pretende objetividad; porque están implícitos en los mismos conceptos por los cuales particulares observados son capturados y entendidos como presentaciones de objetos.>> (pp. 175-76)

Con base en un concepto general de dispositivo azaroso, integrado a un esquema conceptual contemporáneo, dice Torretti, separamos e individualizamos ciertos objetos físicos, a partir del trasfondo general de experiencia, como objetos indeterminados con prospectos objetivos, ¿Cuál es ese concepto de dispositivo azaroso? Torretti adopta el concepto de Ian Hacking: un *dispositivo azaroso* es un aparato o parte del mundo en el cual se podrían realizar uno o varios *ensayos*, experimentos u observaciones; cada ensayo debe tener un único *resultado*, el cual es un miembro de *una clase de resultados posibles*.[22]

Para Torretti, tales dispositivos azarosos constituyen los objetos a los que la teoría de la probabilidad se aplica o son los objetos físicos propuestos (*intended*) a ser capturados por una teoría de facilidades cuantificadas o probabilidades objetivas. Ejemplos que Torretti considera prototipos de dispositivos azarosos son los juegos de azar. El caso del lanzamiento de dados ilustra la idea de facilidad objetiva, que Torretti toma de Galileo. La facilidad -o dificultad- de que se obtenga un resultado posible es inherente a cada lanzamiento de dados bajo determinadas propiedades físicas del sistema. Así, con dos dados, el resultado de obtener un número siete tiene mayor facilidad que el resultado de obtener cualquier otro número posible. Otro ejemplo de dispositivo azaroso lo constituyen los llamados <ensayos de Bernoulli>, que consisten en dispositivos con dos resultados posibles, con facilidades constantes, no necesariamente iguales. Un tercer tipo de ejemplo lo ofrece el procedimiento de muestreo aleatorio, es decir, la selección de una muestra de una población, cuando cualquier elemento de ésta tiene la misma oportunidad que los demás de ser escogido. Por último, los sistemas cuánticos son un tipo importante de ejemplo de sistemas indeterministas, como lo ilustra el siguiente caso: <<[...] si $\Omega$ es un modelo de la teoría cuántica, algunos de sus prospectos están inherentemente indeterminados en virtud de ser justo eso. [...] si $\Omega$ es un átomo individual de $^{234}U$ puede desintegrarse en cualquier momento y la física actual da una diferencia de 15 a 1 de que lo hará en menos de un millón de años; pero podría permanecer intacto por siempre.>> (Torretti, *op. cit.*, p. 176.)

Todos esos tipos de sistemas son captados intelectualmente como indeterministas, con varios prospectos objetivos, al caer

[22] <<A *chance set-up* is a device or part of the world on which might be conducted one or more *trials*, experiments, or observations, each trial must have a unique *result* which is a member of *a class of possible results*.>> Hacking [1965], p. 13, tomado de Torretti [1990], p. 179.

bajo el concepto general de dispositivo azaroso, el cual permea nuestra conceptuación de objetos en diferentes campos de la experiencia, tanto ordinaria como científica. La característica que posee ese concepto, así como otros conceptos de azar, como el de prospecto o el de probabilidad mismo, es su *ubicuidad* en nuestra conceptuación de la realidad, a la cual accedemos a través de conceptos articulados en un marco conceptual indeterminista. Esta última tesis, creo, aunada con la que afirma que caer bajo un concepto general es la marca propia de la objetividad, permiten a Torretti decir que la objetividad de la indeterminación de los prospectos no depende de una teoría particular o, como él lo expresa: <<Mi argumento en favor de la indeterminación de los prospectos objetivos está basado en las condiciones generales bajo las cuales tenemos acceso a los objetos físicos, no en la aceptación de una teoría o familia de teorías.>> (*op. cit.*, p. 177)

El dominio de los conceptos de azar, según Torretti, va más allá de sistemas que, de acuerdo con ciertas teorías, son aleatorios, abarcando incluso sistemas que consideramos modelos de teorías deterministas. La razón de que conceptuemos tales sistemas como dispositivos azarosos o como fenómenos fortuitos, como dice Poincaré,[23] consiste en que involucran procesos físicos en los cuales pequeñas variaciones en las condiciones iniciales llevan a considerables diferencias en los estados finales. En tales casos, como el lanzamiento de dados, observa Torretti que la infestación del azar en el determinismo <<resulta ser un rasgo constitutivo de la situación física como *es objetivizada por aquellos conceptos*. Así, los dispositivos azarosos -como son explicados por Poincaré- se encontrarán *objectivamente* en cualquier dominio de la realidad estructurado por una teoría determinista T [...]>> (p. 190) De esta consideración general, Torretti concluye que los dispositivos azarosos forman parte del reino de la objetividad desvelada por la física. (*ibidem*)

Esta perspectiva conceptual indeterminista de Torretti

[23]Citado por Torreti, *op. cit.*, p. 188.

incorpora, como se colige por algunos de los ejemplos por él usados, la mecánica cuántica como parte constitutiva de ella y es adecuada para trabajar el problema de la objetividad de las probabilidades. Por esta razón, asumiré la tesis conceptualista de Torretti, de acuerdo con la cual contamos con un aparato conceptual que nos permite interpretar ciertos sistemas físicos como dispositivos azarosos con prospectos o posibilidades, presuntamente inherentes, el cual contiene la física contemporánea, incluida, en particular, la mecánica cuántica.

El marco conceptual de la física clásica también contiene conceptos de azar, el de probabilidad en particular, pero, asumiendo un determinismo en la naturaleza, se han concebido en un sentido subjetivo, dando cuenta de su inclusión por nuestra <ignorancia de las verdaderas causas> como es el caso de Laplace. En la perspectiva de Torretti, y en la propia, esos conceptos de azar, así como el de dispositivo azaroso, se proponen en un sentido objetivo, en referencia a la física contemporánea, particularmente, en mi caso, a la mecánica cuántica.

Respecto a esto, pienso que cabe hacer una acotación a la propuesta de Torretti, con el propósito de refinarla. Como hemos visto, él apela a un conjunto articulado de conceptos generales, anclados en la experiencia humana. Ese conjunto estructurado incluye conceptos de azar, conceptos físicos de la mecánica cuántica, así como conceptos generales no científicos, extraídos de la experiencia común, como el concepto mismo de prospecto. De esta manera, la objetividad que podemos atribuir a ciertos aspectos (de la estructura física) del mundo, bajo el enfoque de Torretti, es relativa a ese conjunto estructurado de conceptos generales. Mas este conjunto es demasiado amplio de suerte tal que, por ejemplo, atribuye el mismo tipo de objetividad al azar en sistemas físicos newtonianos, estadísticos y cuánticos, en la medida en que ellos caen bajo el mismo concepto general de dispositivo azaroso. Sin embargo, es posible distinguir entre diferentes tipos de azar objetivo en referencia a esas distintas clases de sistemas físicos. Para distinguirlos retomo, de nuevo, los conceptos de azar de Martínez.

Si bien Torretti distingue entre una incertidumbre subjetiva, debida a la ignorancia, y una incertidumbre objetiva o indeterminación <<*de prospectos que pertenecen a cosas o situaciones*>> (*cfr.* p. 176), esta distinción es insuficiente para separar los dos sentidos de objetividad que están en juego. Martínez, traza otra distinción más fina entre dos tipos de azar objetivo: epistémico y sistémico, en los siguientes términos:

> <<Un azar *puramente epistémico* [no objetivo] es el azar que se considera un producto de nuestra ignorancia de condiciones objetivas no azarosas (en principio). [...] Un *azar epistémico objetivo* surge de las limitaciones que la estructura física del mundo impone a nuestras posibilidades de conocer. [...] Un azar objetivo no epistémico tiene que expresarse como la descripción de un aspecto de la estructura física del mundo, incorporado en la descripción de estado, según una teoría fundamental de la física (independientemente de las limitaciones de nuestra manera de observarlo o conocerlo que puedan existir). A este tipo de azar objetivo le llamaremos *azar sistémico*. Es un tipo de azar objetivo que es intrínseco a la descripción de estado que la teoría utiliza.>> ([1991a], p. 139-40)

La objetividad de ambos tipos de azar es conceptual. La diferencia entre ellos radica en el tipo de imposibilidad de reducir las descripciones probabilistas de estado de los sistemas físicos. En el caso del azar epistémico, la imposibilidad se debe a limitaciones cognoscitivas impuestas por la estructura física del mundo. Un ejemplo de este tipo de azar sería el intento de describir, con precisión arbitraria, la trayectoria de una partícula en un sistema de la mecánica clásica estadística, porque esto exigiría el uso de una cantidad infinita de energía, lo cual es imposible si suponemos que la existencia de una cantidad finita de energía es parte de la estructura finita del mundo.[24] La imposibilidad de eliminar la descripción probabilista

[24]Véase Martínez, *ibid*.

se debe, entonces, a la estructura finita del mundo físico.

En el caso del azar sistémico, la imposibilidad de reducción se debe a la inexistencia de parámetros físicos, como las llamadas <variables ocultas>, en virtud de los cuales se podrían eliminar las descripciones probabilistas de los sistemas físicos -como las descripciones cuánticas.

Ahora bien, aunque en ocasiones Torretti se refiere a sistemas físicos que exhiben un azar objetivo de tipo sistémico, en otras apunta, más bien, a un azar objetivo, próximo al epistémico. Entre los ejemplos que utiliza hay casos de ambos tipos de azar. Por un lado, los sistemas físicos a los que se refieren Poincaré y Torretti, son sistemas que, si bien exhiben un azar objetivo, éste se debe a <<las limitaciones que la estructura física del mundo impone>> a la situación física de observación o medición y, así, es epistémico. Éste es el caso en sistemas azarosos como el lanzamiento de dados. Según Torretti, apoyado en el acertado señalamiento de Poincaré acerca de los sistemas físicos a los cuales se aplica la teoría de la probabilidad, esos dispositivos caen bajo el concepto general de dispositivo azaroso, debido a la situación física misma en que ocurren los ensayos, con lo que obtenemos que los resultados posibles de tales ensayos, o prospectos, son epistémicos. Esta situación se presenta, igualmente, en los sistemas de la mecánica estadística, los cuales son los que Poincaré consideraba.

Por otro lado, los sistemas cuánticos que apunta Torretti, como casos de dispositivos azarosos, son sistemas azarosos en sentido sistémico. De esta manera, Torretti interpreta la noción de <dispositivo azaroso> epistémicamente, cuando se trata de sistemas clásicos, newtonianos o estadísticos y, sistémicamente, cuando considera sistemas cuánticos. Así, la noción general de dispositivo azaroso, bajo la tesis de Torretti de que la marca de la objetividad es caer bajo conceptos generales, no es capaz de distinguir entre esos tipos de objetividad del azar.

Con los conceptos citados de Martínez podemos enriquecer el conjunto articulado de conceptos de azar de Torretti, con provecho para nuestros propósitos, porque nos permitirá hacer distinciones más precisas respecto de las posibilidades físicas relativas a una teoría. A partir de esa distinción, hecha por Martínez, podemos decir que la *objetividad epistémica* del azar en las descripciones de (estado de) ciertos sistemas físicos, se debe a las limitaciones de conocer esos sistemas que son impuestas por la estructura física del mundo, mientras que la *objetividad sistémica* del azar, en las descripciones de (estado de) algunos sistemas físicos, descansa en el carácter completo de la teoría de esos sistemas, independientemente de las limitaciones de conocerlos que pudiera imponer la estructura física del mundo.

Los dos anteriores tipos de objetividad remiten a alguna teoría científica que describe los sistemas físicos relevantes y en esto radica una separación de nuestra propuesta conceptualista respecto de la de Torretti. Nuestra propuesta es más estrecha y precisa que la de él, consistiendo en restringir la atribución de objetividad, relativizándola a marcos teóricos de la ciencia, esto es, a conjuntos estructurados de conceptos científicos. Correspondientemente, el tipo de experiencia, en la que se anclan los conceptos generales, podemos acotarla a la experiencia científica.

Además, para ser capaces de capturar la objetividad sistémica de ciertos rasgos de las descripciones (de estado), de ciertos sistemas físicos, nos referiremos a teorías completas de la física. Recogemos, de nuevo, esa noción relevante de teoría completa:

> Una teoría fundamental de la física es una teoría que por medio de su descripción de estado describe *completamente* el tipo de sistema a los que se refiere. Esto es, una teoría fundamental no admite variables ocultas que permiten explicar un aspecto de la descripción de estado (y en particular una descripción probabilista) en términos de una descripción mas

detallada de la realidad física pertinente.[25]

El caso paradigmático de teoría física completa es la mecánica cuántica. Con la ecuación fundamental de esa teoría, el algoritmo cuántico, se asignan probabilidades a los resultados alternativos que arrojan los procesos de medición de una magnitud, para un sistema en un estado inicial especificado. Su carácter fundamental radica en que los enunciados básicos, que establecen esas probabilidades cuánticas, no son reducibles a leyes deterministas que incluyan variables ocultas.[26] Con base en esta tesis de la irreductibilidad de las probabilidades cuánticas podemos atribuir una objetividad sistémica al azar físico que exhiben ciertos sistemas cuánticos, relativamente al concepto de descripción probabilista de estado de la mecánica cuántica.

El concepto de T-posibilidad que propongo, se basa en la noción de objetividad sistémica recién expuesta. Diremos que *las posibilidades físicas, relativas a una teoría, son objetivas, en sentido sistémico, si esas posibilidades corresponden a las probabilidades asignadas en una descripción de estado, de acuerdo con una teoría completa*. En resumen, la idea general de objetividad en cuestión, corresponde a una objetividad de tipo sistémico relativa a una teoría completa y el caso de aplicación, por así decirlo, es la teoría cuántica.

[25] Martínez [1991a], p. 139; el autor, enseguida, indica que la mecánica clásica sería una teoría fundamental de las partículas clásicas (aunque no de las elementales) en cambio, la mecánica estadística clásica, en su interpretación usual, no lo sería.

[26] Véase Martínez [1991b]. La cuestión de la irreductibilidad de las probabilidades cuánticas es el tema de una sección del próximo Capítulo.

## III. 2. **Posibilidades físicas relativas a una teoría T.**

### III. 2. 1 **T-*posibilidad*.**

Antes de introducir el concepto de posibilidad física, consideraré la <<ontología>> adecuada para poder predicar la posibilidad de sucesos singulares. Partimos de la noción de dispositivo o sistema azaroso de Hacking que, de nuevo, dice que <Un *dispositivo azaroso* (*chance set-up*) es un aparato o parte del mundo en el cual podrían ser conducidos uno o más *ensayos* (*trials*), experimentos u observaciones; cada ensayo debe tener un único *resultado*, que es un miembro de *una clase de posibles resultados*>. Como un dispositivo o sistema físico, se conceptualiza como azaroso desde un marco teórico, añado que tanto los estados de los dispositivos como los ensayos realizados en ellos, son describibles por cierta teoría física **T** y que, igualmente, la clase de los resultados posibles es especificable por la propia teoría **T**. Al resultado que arroje un ensayo particular, realizado en un dispositivo azaroso, dado un estado específico, lo llamaré *suceso singular*.[27] Así, la noción de suceso singular es relativa a una teoría física en cuyo lenguaje se describen los sistemas, estados y ensayos.

Ahora enunciaré el concepto, propuesto en esta Tesis, de posibilidad física relativo a **T**, donde **T** es una variable para teorías.

Una primera condición establece que (la descripción de) el estado de un sistema sea permisible por **T**, es decir, que los valores que se asignan a las magnitudes estén dentro de sus rangos correspondientes de definición. Con ello se descartan, como físicamente posibles, (las descripciones de estado de) los sistemas en los que, por ejemplo, se le asigna a un cuerpo una masa no-positiva, en la mecánica clásica, o a una partícula elemental una velocidad superior a la de la luz, en la teoría de la relatividad.

[27] Usaré aquí el término <ensayo> en un sentido amplio que abarca mediciones, experimentos y observaciones.

Como una segunda condición establezco que los sucesos físicos concuerden con T, es decir, que el resultado de un ensayo realizado en un sistema, en un estado específico, concuerde con lo que prescriben las leyes de la teoría T. La conjunción de ambas condiciones arroja un concepto de posibilidad física como concordancia con las teorías.

Más precisamente, diremos que un suceso E (en un sistema S, dado un estado determinado) es *físicamente posible respecto de una teoría* T (o en breve: T-posible), si

(1) la descripción del estado del sistema S es permisible por T y

(2) el suceso E, como resultado de un ensayo realizado en S, concuerda con lo prescrito por las leyes de T.

La condición (1) sólamente delimita los estados posibles de los dispositivos o sistemas físicos relativamente a una teoría. Con ello se pueden obtener una infinidad de estados iniciales de un sistema dado, no obstante, una vez especificado un estado, la condición (2) acota dentro de los varios resultados posibles, aquel que, dadas las condiciones del estado inicial fijo, concuerda con lo prescrito por las leyes de T. De esta manera, cada teoría científica establece cuáles sucesos son posibles, pues éstos serían los resultados de los ensayos realizados en un sistema azaroso, dado un estado específico, que concuerdan con la propia teoría.

Podemos ilustrar este concepto de posibilidad física con un ejemplo de la mecánica cuántica, que resultará pertinente más adelante en conexión con la representación que se demuestra. En esa teoría el espín, o impulso angular intrínseco, se considera una propiedad <<interna>> de ciertas partículas, como la masa o la carga eléctrica, que es medible; su medición se representa por un vector, con valores para las tres coordenadas. Un sistema físico, con una partícula, se define por los valores que corresponden a la proyección del espín de la partícula en las tres componentes, Sx, Sy, y Sz. Ahora, de acuerdo con la mecánica cuántica, en un sistema compuesto por un electrón, esa magnitud física sólo puede adoptar dos estados iniciales, con valores discretos: 1/2 y - 1/2. Y, dado uno de esos dos estados iniciales posibles con el espín del electrón orientado en cualquier dirección, la mecánica cuántica prescribe cuáles resultados son físicamente posibles en un proceso de medición, es decir, qué valores posibles puede adoptar el espín si se somete a una medición. Por ejemplo, si el aparato de medición detecta la proyección del espín en dirección vertical y el valor inicial del espín en dirección horizontal es 1/2, la mecánica cuántica prescribe que son posibles dos valores finales, 1/2 y - 1/2 (descartando cualquier otro valor), con probabilidades iguales. Si en las mismas condiciones el espín está orientado a 45°, igualmente la mecánica cuántica prescribe que esos dos valores finales son posibles, permitiendo calcular sus probabilidades, a saber, .85 para el valor 1/2 y .15 para - 1/2. Así, ese sistema cuántico ejemplifica la aplicación de las condiciones (i) y (ii) del concepto de T-posibilidad.

III. 2. 2 *Representación de probabilidades cuánticas.*

En esta subsección presento un teorema de representación para el concepto de T-posibilidad. La representación que demostraré es un tanto restringida, pues se aplica sólo a las probabilidades de algunos tipos de sistemas cuánticos, como explicaré adelante, pero esos tipos son de mayor importancia científica y están asociados a ejemplos relevantes de posibilidades físicas, relativas a la mecánica cuántica que, como veremos, pueden interpretarse objetivamente en un sentido sistémico.

Esa representación satisface la demanda de Suppes o la condición de representatividad para las interpretaciones de la probabilidad, como lo mostraré adelante. Suppes enuncia la condición de representación de esta manera: <<Debemos ser capaces de demostrar que las entidades conjuntistas, definidas bajo la interpretación de la probabilidad en particular, son ellas mismas objetos que satisfacen la Defínción 2 o conducen de una manera completamente explícita a la construcción de objetos que satisfacen la Definición 2. Esta formulación más bien abstracta

del problema de representación se hace más concreta considerando la interpretación clásica de la probabilidad.>>[28]

En esta enunciación abstracta, Suppes deja a un lado la exigencia, usual en las representaciones de medición fundamental de magnitudes físicas como la masa o la longitud, de que las entidades conjuntistas se refieran a componentes de estructuras relacionales empíricas, que representan operaciones, físicamente realizables, con los objetos del universo de las estructuras. En el ejemplo que él ofrece ahí, la representación de la definición <clásica> de la probabilidad, es manifiesta la ausencia de ese requisito; sólo se precisa, como es usual, que un conjunto $X$ sea un conjunto de sucesos. Como hemos visto, esa definición se basa en suponer la equiposibilidad de los diferentes sucesos alternativos y define la probabilidad de un suceso $A$ como la razón del número de casos favorables, $K(A)$, con respecto al número de casos posibles $X$, $K(X)$. Suppes, entonces, da la definición para la interpretación clásica:

*Definición 3. Una estructura $\mathcal{G} = \langle X, \mathcal{F}, P\rangle$ es un espacio de probabilidad finito laplaciano si y sólo si:*

P1. *$X$ es un conjunto finito;*

P2. *$\mathcal{F}$ es una álgebra de sucesos sobre $X$;*

P3. *Para $A$ en $\mathcal{F}$,* $$P(A) = \frac{K(A)}{K(X)},$$

para después formular el siguiente teorema, como una consecuencia inmediata de ella:

*Teorema 1. Cualquier espacio de probabilidad finito laplaciano $\mathcal{X} = \langle X, \mathcal{F}, P\rangle$ es un espacio de probabilidad finitamente aditivo en el sentido de la Definición 2.* (*Ibid.*, p 763),

el cual, indica Suppes, expresa la manera en que esa definición clásica provee una interpretación en sentido estricto de la formulación conjuntista de la probabilidad (*ibidem*)

Es claro que este caso cumple la condición de

[28] [1974a], pp. 762-763. La Definición 2 a la que Suppes alude es la definición estándar de espacio de probabilidad finitamente aditivo y es equivalente a nuestra definición 2, Capítulo I.

representatividad vía la primera opción que Suppes indica en la formulación recién citada. En nuestro caso, esta condición se cumple por la segunda opción, ya que se generará una estructura algebraica a partir de cierta entidad conjuntista, que representa la clase de resultados posibles de una situación experimental o proceso de medición y que satisface una definición adecuada de espacio de probabilidad generalizada.

Hay un importante rasgo en común entre las anteriores estructuras laplacianas y las estructuras que defino adelante, que quiero enfatizar. Ambas descansan en la noción de un conjunto de sucesos o resultados alternativos posibles. En la definición clásica se supone que esos sucesos son igualmente posibles, nosotros no precisamos de esa restricción; pero, en los dos casos, lo que provee la base para definir las probabilidades es la especificación de esas posibilidades, esto es, la delimitación del conjunto de resultados posibles. Esto cae bajo la idea de Suppes de que la noción de resultados posibles es un rasgo fundamental de nuestra concepción de la probabilidad. (*ibid*, p. 764).

Para aplicar el concepto de probabilidad a la mecánica cuántica se precisa modificar la formulación estándar o de Kolmogorov de los espacios de probabilidad, ya que la estructura algebraica de un conjunto de sucesos cuánticos no es booleana y la formulación estándar requiere, como hemos visto, que el espacio de sucesos forme una álgebra de Boole. El hecho de que la estructura algebraica de la mecánica cuántica es no booleana se establece en virtud de que en el marco de la representación reticular de los subespacios de un espacio de Hilbert, $S(H)$, hay retículos cuánticos (como el conocido como $G_{12}$) que no son distributivos y, por ello, no se cumplen las leyes de distributividad del álgebra de Boole.[29] Esto significa que la estructura lógica de la mecánica cuántica no es clásica.

Por ello es necesario modificar el álgebra subyacente a la

[29] Véanse Hughes [1989] (pp. 190 y ss.) y Martínez [1991b] (pp. 165-66).

noción de espacio de probabilidad, para obtener una estructura algebraica más general, adecuada a un conjunto de sucesos cuánticos. Hay varias opciones que generalizan la noción de álgebra de Boole como es la de retículo ortomodular (no distributivo). Las estructuras más simples son las llamadas ortoálgebras, que defino enseguida.

Definición A. Una estructura $\langle A, \perp, \oplus, {}^{\perp}, \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle$ es una *ortoálgebra* si A es un conjunto que contiene elementos destacados $\mathbf{0}$ y $\mathbf{1}$, $\perp$ es una relación binaria en A, $\oplus$ es una operación binaria parcial en A tal que $a \oplus b$ existe si y solo si $a \perp b$, ${}^{\perp}$ es una operación unaria en A y, para todo a y b en A:

(i) si $a \perp b$ entonces $b \perp a$ y $a \oplus b = b \oplus a$;

(ii) $a \perp \mathbf{0}$ y $a \oplus \mathbf{0} = a$;

(iii) $a \perp a^{\perp}$ y $a \oplus a^{\perp} = \mathbf{1}$;

(iv) $a \perp a^{\perp} \oplus b$, sólo si $b = \mathbf{0}$;

(v) $a \perp a \oplus b$, sólo si $a = \mathbf{0}$;

(vi) si $a \perp b$ entonces $a \perp (a \oplus b)^{\perp}$ y $b^{\perp} \perp a \oplus (a \oplus b)^{\perp}$.[30]

($\perp$ es la relación simétrica de ortogonalidad, $\oplus$ representa la suma ortogonal y ${}^{\perp}$ denota la operación de complementación.)

Ahora podemos definir la noción de espacio de probabilidad generalizada a partir de la definición de función de probabilidad generalizada de Hughes (*cfr. op. cit.* p. 222)

Definición B. Una estructura $\mathfrak{F} = \langle X, S, p\rangle$ es un *espacio finitamente aditivo de probabilidad generalizada* (EPG) si y sólo si $X$ es un conjunto finito de sucesos, $S$ forma una ortoálgebra con conjunto base $X$ y $p$ es una función de S a [0, 1] tal que:

(1) $p(\mathbf{0}) = 0$; $p(\mathbf{1}) = 1$ y

(2) para todo x y x' en $S$, si $x \perp x'$ entonces $p(x \oplus x') = p(x) + p(x')$.

Con el propósito de enunciar adelante el teorema de representación para cierto tipo de sucesos cuánticos, comenzaré

[30] Estos axiomas se deben a Hardegree y Frazer. *cfr.* Hughes [1989], p. 220.

presentando qué se entiende por la descripción de un sistema cuántico. La idea general la explican Beltrametti y Cassinelli en estos términos: <<Por una descripción estática de un sistema físico queremos decir las reglas que asignan objetos matemáticos específicos a los estados y a las cantidades físicas del sistema, y las prescripciones para calcular la distribución de probabilidad de los valores posibles de toda cantidad física cuando el estado del sistema está dado.>> ([1981], p. 3).

Ahora bien, en las formulaciones estándar de la mecánica cuántica se usan los espacios de Hilbert para describir los sistemas físicos; se asocia a éstos un espacio $\mathcal{H}$ (de dimensión apropiada) sobre el campo de los numeros complejos.[31] Los estados de los sistemas cuánticos se representan entonces por vectores **v** y las cantidades observables $\mathcal{A}$ por cierto tipo de operadores **A** en el espacio. Asimismo, a los operadores **A**, que representan observables $\mathcal{A}$ de esos sistemas, se les asocia un subconjunto $\Delta$ de la línea real $\mathbb{R}$, llamado el *espectro* de $\mathcal{A}$, el cual contiene los valores posibles del observable $\mathcal{A}$ (propiamente, el subconjunto $\Delta$ de números reales es un elemento de un conjunto de Borel $\mathcal{B}(\mathbb{R})$).[32]

La mecánica cuántica prescribe la probabilidad de que el resultado de una medición de $\mathcal{A}$, estando el sistema en un estado (preparación o situación experimental) **v**, esté dentro del intervalo $\Delta$. Podemos considerar el hecho de que el resultado de la medición de un observable $\mathcal{A}$, dado un estado $\mathbf{v}_i$ del sistema, sea un $a_i$ determindo (con $a_i$ en $\Delta$) como un *suceso singular cuántico*, representado por $(\mathcal{A} \mid \mathbf{v}_i) = a_i$. De esta manera podemos decir que la mecánica cuántica predice la probabilidad de tales sucesos singulares, condicionales a un estado inicial, método de preparación o experimento; es decir, establece los valores de la

[31] Un espacio de Hilbert es un espacio vectorial con el producto interno de vectores definido y que es completo. En el Apéndice presento la definición de esta noción y las demás requeridas en esta subsección.

[32] Por un conjunto de Borel se entiende cualquier conjunto que pueda obtenerse a partir de una colección numerable de conjuntos abiertos o cerrados de la recta real mediante uniones e intersecciones.

probabilidad de $(A \mid v_i) = a_i$ o, como es usual escribir: $p_v(A, a_i)$. Esto encuentra una buena ilustración en el caso de observables con vectores propios (*eigen*) y valores propios, como el espín, $E$, donde tenemos, por ejemplo, que: $p_{y_+}(E_y, 1/2) = 1$, $p_{y_-}(E_y, 1/2) = 0$ y $p_{x_+}(E_y, 1/2) = 1/2$. Vemos aquí que se asignan probabilidades a los sucesos singulares (condicionales) $(E_y \mid y_+) = 1/2$, $(E_y \mid y_-) = 1/2$ y $(E_y \mid x_+) = 1/2$.

Aquí adopto esta formulación usual (refiriéndome sólo a espacios de dimension finita, bidimensional) para mostrar que en la mecánica cuántica, se encuentra implícita una representación de la probabilidad (cuantitativa) en términos de una noción cualitativa de posibilidad que se ajusta al concepto de T-posibilidad propuesto. La base de esa representación es el conjunto X de *resultados posibles*, sucesos singulares de la forma $(A \mid v_i) = a_i$, asociado a un tipo particular de medición (método de preparación o situación experimental) de $A$ y una función $\mu$ que pondera la posibilidad de esos resultados.

A cada resultado singular atómico[33] $(A \mid v_i) = a_i$ asociamos el subespacio unidimensional o (rayo) del espacio complejo $\mathbb{C}^2$, denotado por $L^A_i$, que contiene a $v_i$. (En el rayo L en que está un vector v, yacen todos los vectores v' tales que para un número complejo $c$, $v' = cv$.) Suponemos que los subespacios unidimensionales, asociados a los resultados singulares del conjunto X, son mutuamente ortogonales y que el espacio entero es igual a la expansión (*span*) del conjunto de esos subespacios. Lo primero nos da que los resultados singulares del conjunto X son mutuamente exclusivos mientras lo segundo que son conjuntamente exhaustivos.[34]

El conjunto base X puede ser ampliado a un conjunto S ($S \subseteq Pot(X)$) por las operaciones usuales de unión, intersección y complementación (al suceso atómico $x_i$ en X le corresponde el

[33]Es decir, que no puede dividirse en un par de resultados alternativos.

[34]Véase Hughes, *op. cit.*, p. 87.

conjunto singular $\{x_i\}$).[35] Para nuestros propósitos, S puede ser dotado de la estructura correspondiente a una ortoálgebra de la siguiente manera. Un *suceso* x es cualquier elemento de S. Los sucesos x y x' son *ortogonales* ($x \perp x'$) si su intersección es el conjunto vacío. Este conjunto representa el suceso *nulo*, identificado con el componente **0** de la ortoálgebra. La *suma ortogonal* de x y x' ($x \oplus x'$) es igual a su unión conjuntista. Como los sucesos en S están asociados a un experimento en particular, la operación $\oplus$ no está definida para sucesos de diferentes experimentos y, así, es una operación parcial referida a un S. El suceso *cierto* X es igual a $\bigcup_i \{x_i\}$ (relativamente a un experimento o medición) y se identifica con el componente **1** de la ortoálgebra. El complemento $x^{\perp}$ de x es el complemento conjuntista relativo a X.

Los conjuntos recién especificados tienen correlatos en los espacios de Hilbert. De nuevo, a los resultados experimentales o de medición $x_i$ les corresponden los subespacios $L_i$, los cuales representan también los sucesos singulares $\{x_i\}$. Además, al conjunto X, que representa el suceso cierto, le corresponde el espacio $V$ y, al suceso nulo, el subespacio cero $L_0$.

De esa manera, del conjunto X de resultados posibles de un experimento, medición o método de preparación se genera un conjunto S para formar una ortoálgebra, es decir, la estructura $\langle S, \perp, \oplus, {}^{\perp}, \mathbf{0}, \mathbf{1}\rangle$ es una ortoálgebra en la que, en particular, $\oplus$ es una operación parcial en S tal que $x \oplus x'$ existe si y sólo si $x \perp x'$.

La representación a demostrarse puede formularse por el siguiente teorema:

*Teorema de representación*. Sea X un conjunto (no vacío) finito de sucesos atómicos y que S forma una ortoálgebra con conjunto base X. Sea $\langle X, S, p\rangle$ un espacio finitamente aditivo de probabilidad generalizada, entonces existe una función $\boldsymbol{\mu}$, con dominio en X, tal que

[35] Para simplificar la notación, usare $x_i$ (para algún operador A implícito) en lugar de $L^A_i$.

$$\mu_{\mathbf{v}}(L^{A}_{i}) \text{ si y sólo si } p_{\mathbf{v}}(A, a_{i}),$$ [36]

y que satisface los axiomas de EPG, de la Definición B.[37]

*Prueba*. Suponemos que (i) los vectores $\mathbf{v}_i$ están normalizados, como es el caso del vector-espín; (ii) que esos vectores $\mathbf{v}_i$ son vectores propios con un conjunto finito $\Delta$ asociado de valores propios $a_i$ y (iii) que los operadores $\mathbf{P}_i$ son proyectores, por ello, son hermitianos e idempotentes.

Definimos una función $\mu$, de ponderación de la posibilidad de los sucesos, con dominio en X, así: $\mu_{\mathbf{v}}(L_i) = |\mathbf{P}_i\mathbf{v}|^2$, donde $\mathbf{P}_i$ es un operador de proyección del vector $\mathbf{v}$ en $\mathcal{H}$. Nótese que, como los vectores $\mathbf{v}$ son normalizados, tenemos que $0 \leq \mu_{\mathbf{v}}(L_i) \leq 1$, es decir el rango de $\mu$ es [0, 1], como el de la función de probabilidad.

Primero probamos que $\mu_{\mathbf{v}}(L^{A}_{i})$ implica $p_{\mathbf{v}}(A, a_i)$, haciendo uso de la ecuación de la mecánica cuántica $p_{\mathbf{v}}(A, a_i) = \langle \mathbf{v} \mid \mathbf{P}^{A}_{i}\mathbf{v}\rangle$ (la cual es la versión específica de la ecuación fundamental para vectores propios y un espectro discreto de valores propios).[38]

$$\begin{aligned}
\mu_{\mathbf{v}}(L^{A}_{i}) &= |\mathbf{P}^{A}_{i}\mathbf{v}|^2 & \\
&= \langle \mathbf{P}^{A}_{i}\mathbf{v} \mid \mathbf{P}^{A}_{i}\mathbf{v}\rangle & \text{(por definición de longitud)}\\
&= \langle \mathbf{v} \mid \mathbf{P}(\mathbf{P}^{A}_{i}\mathbf{v})\rangle & \text{(hermeticidad)}\\
&= \langle \mathbf{v} \mid \mathbf{P}^{A}_{i}\mathbf{v}\rangle & \text{(idempotencia)}\\
&= p_{\mathbf{v}}(A, a_i) & \text{(ecuación cuántica).}
\end{aligned}$$

La implicación inversa se demuestra análogamente.

Veamos, ahora, la satisfacción de los axiomas. La forma que

[36]Nótese que esta última fórmula es equivalente a $p(A, \mathbf{v}) = \alpha_i$, la cual se refiere a la probabilidad de un suceso singular, el suceso de que la medición de la magnitud $A$, representada por el operador A, estando el sistema en el estado (representado por) $\mathbf{v}$, arroje el resultado $\alpha_i$ (donde, por supuesto, $\alpha_i$ está en el conjunto discreto $\Delta$ de resultados posibles).

[37]Definiendo apropiadamente una estructura $\mathcal{X} = \langle X, S, \mu\rangle$ como un espacio (finito) de posibilidad (donde X es un conjunto finito, $S$ forma una ortoálgebra a partir de X y $\mu$ se define como indico adelante), este teorema puede formularse de manera equivalente así: Cualquier espacio finito de posibilidad $\mathcal{X}$ es un espacio finitamente aditivo de probabilidad generalizada en el sentido de la Definición B.

[38]La ecuación fundamental o algoritmo cuántico, es $p_{\mathbf{v}}(A, \Delta) = \langle \mathbf{v} \mid \mathbf{P}^{A}_{\Delta}\mathbf{v}\rangle$, en donde $\Delta$ representa un espectro continuo. Cfr. Hughes [1989], p. 67.

adoptan esos axiomas, en el marco semántico aquí esbozado, es la siguiente (damos por supuesto que se satisfacen las condiciones para X y S) :

(1') $\mu_{\mathbf{v}}(0) = 0$; $\mu_{\mathbf{v}}(1) = 1$ y

(2') para cualquiera par subespacios unidimensionales $L_i$ y $L_j$ en S, si $L_i \perp L_j$ entonces $\mu_{\mathbf{v}}(L_i \oplus L_j) = \mu_{\mathbf{v}}(L_i) + \mu_{\mathbf{v}}(L_j)$.

Nótese que los subespacios $L_i$ y los operadores de proyección $\mathbf{P}_i$ están en una correspondencia uno a uno; en particular, al subespacio cero $L_0$ le corresponde el proyector cero $\mathbf{P}_0$ y al espacio $V$ (= X) el proyector identidad I.

Referente a (1'), por un lado, por la definición de $\mu$, tenemos que $\mu_{\mathbf{v}}(0) = \mu_{\mathbf{v}}(L_0) = |\mathbf{P}_0\mathbf{v}|^2 = 0$.

Similarmente, por el otro lado, tenemos que $\mu_{\mathbf{v}}(1) = \mu_{\mathbf{v}}(V) = |\mathbf{I}\mathbf{v}|^2 = |\mathbf{v}|^2 = 1$.

Respecto de (2') tenemos que si $\mathbf{P}_i$ y $\mathbf{P}_j$ proyectan subespacios ortogonales $L_i$ y $L_j$, entonces ellos son ortogonales entre sí. Denotando $L_i \oplus L_j$ por $L_k$, por el teorema de Pitágoras obtenemos,

$$|\mathbf{P}_i\mathbf{v}|^2 + |\mathbf{P}_j\mathbf{v}|^2 = |\mathbf{P}_k\mathbf{v}|^2,$$

que concuerda con (2'), haciendo las substituciones correspondientes.

El alcance de este teorema comprende sucesos referidos a (la medición de) magnitudes u observables cuánticos con espectro discreto, con correspondientes vectores y valores propios. No es un teorema general porque, en particular, no abarca los observables con espectro continuo, como el vector-posición, el cual no es propio. Dentro del alcance del teorema anterior, la interpretación de la probabilidad como grado de posibilidad se justifica ya que *cumple con la condición de representatividad*, en el sentido anotado atrás. Es decir, las entidades conjuntistas definidas, sucesos singulares posibles, llevan, parafraseando a Suppes, de una manera completamente explícita a la construcción de objetos que satisfacen, en nuestro caso, la Definicion B. Esto ofrece, en alguna medida, un soporte al enfoque de la probabilidad como grado de posibilidad y aporta, a la vez, una muestra de que el concepto de T-posibilidad da un marco general y básico dentro del cual se pueden interpretar probabilidades.

Ahora, podemos preguntar si la objección de Humphreys a la interpretación propensiva, acerca de los teoremas de probabilidades (condicionales) inversas se aplica igualmente a la interpretación posibilista aquí propuesta.[39] Nuestra respuesta es negativa por dos razones. Primero, a diferencia de las propensiones, las posibilidades físicas no connotan algún tipo de vínculo causal entre las condiciones y el efecto de un fenómeno físico. En el caso de las propensiones, hay una asimetría causal entre las condiciones y el efecto a la que se debe que las propensiones condicionales fallen en cumplir los teoremas de probabilidades (condicionales) inversas, como el teorema de Bayes. Las posibilidades físicas, en cambio, no implican ninguna asimetría causal por lo que no se les puede aplicar ese argumento de Humphreys.

Segundo, la definición de probabilidad condicional, que corresponde a los espacios de probabilidad generalizada definidos atrás, no es la estándar, a la cual se refieren los teoremas de probabilidad inversa en el argumento de Humphreys. Como Hughes hace notar,[40] si bien por su estructura interna, $(A \mid v_i) = a_i$, los sucesos cuánticos pueden considerarse como sucesos condicionales, esto es irrelevante para las probabilidades condicionales correspondientes a las funciones de probabilidad generalizada, las cuales son probabilidades entre sucesos cuánticos (la probabilidad condicional del suceso cuántico Q dado otro suceso cuántico P) definidas por la regla de Lüders.[41] Esto significa que no se puede aplicar directamente ese argumento a las probabilidades condicionales cuánticas. Pero, además, hay una diferencia importante entre las probabilidades condicionales estándar y las cuánticas; mientras que las primeras son asiméticas, las segundas son simétricas, por lo que resulta

[39]Véase, *supra*, subsección II. 4. 3

[40][1989], p. 226.

[41]Sobre esta regla véanse Hughes [1989] (pp. 220 y ss.) y Martínez [1991c].

inviable una reformulación de la objección de Humphreys para aplicarla a las probabilidades condicionales entre sucesos cuánticos.

En el siguiente Capítulo expongo las razones por las que es correcto considerar la mecánica cuántica como una teoría completa y, con ello, establecer la irreductibilidad de las probabilidades de los sistemas cuánticos, la cual constituye el cimiento óntico de la naturaleza objetiva de las posibilidades físicas, según la propia mecánica cuántica.

# CAPITULO IV. RELATIVIDAD ONTOLOGICA Y TEORIAS COMPLETAS.

## IV. 1 La relatividad ontológica.

El predicamento quineano plantea una tensión: la tensión que se da entre nuestras intuiciones y creencias realistas acerca del mundo físico, por un lado, y las presuntas consecuencias relativistas, de índole ontológica, de los enfoques conceptualistas, por el otro. Una tesis conceptualista moderada como la de David Wiggins pretende equilibrar esta situación. Él nos dice que:

> El conceptualismo propiamente concebido no debe involucrar que antes de que nosotros obtuvieramos esos conceptos, sus extensiones no existan autónomamente, [...] Lo que el conceptualismo implica es sólo que si bien los caballos, las hojas, el sol y las estrellas no son invenciones o artefactos, aun, para singularizar esas cosas, tenemos que desplegar sobre la experiencia un esquema conceptual que ha sido ideado o formado de tal manera como para hacer *posible* singularizarlos.[1]

La dificultad está precisamente en encontrar el equilibrio entre realismo y conceptualismo esbozado por Wiggins. En este Capítulo intentaré balancear la relatividad conceptual, que entraña nuestra noción de T-posibilidad, con una objetividad no epistémica. La cuestión con la que trataremos consiste, a grandes rasgos, en mostrar que *aun* admitiendo que las descripiones de ciertos sistemas físicos son *relativas* a algún marco conceptual, éstas pueden poseer una *objetividad* no epistémica.

Un problema al que se enfrentan los enfoques conceptualistas, como el adoptado aquí, es el espectro de la pérdida de objetividad -usando la expresión de Van Fraassen-[2] que llevan consigo las posibles consecuencias ontológicas relativistas. La

[1]Citado por Torretti, [1990], p. 73 de *Sameness and Substance*
[2]En [1992].

estrategia para enfrentar ese problema, en lo que aquí nos concierne, consiste en establecer la objetividad de las aserciones de posibilidades físicas relativas a una teoría en virtud del carácter completo de ésta.

Nuestro caso de estudio o aplicación, por así decirlo, será la teoría cuántica. Arguiré, en este Capítulo, que con base en los resultados experimentales acerca del teorema de Bell debidos a Aspect, podemos establecer que las probabilidades de las descripciones de estado, de ciertos sistemas cuánticos, son irreductibles a variables ocultas locales, magnitudes desconocidas, de esos sistemas. A partir de ahí, podremos especificar que las posibilidades físicas, relativas a la mecánica cuántica, que corresponden a las probabilidades cuánticas poseen una objetividad en sentido sistémico. Con esto se cierran las puertas para interpretar los sucesos posibles en un sistema cuántico, dada una descripción de estado específica, en términos puramente epistémicos, con lo cual se elimina la pérdida de objetividad que supuestamente conlleva la relativización a un marco teórico como la mecánica cuántica.

El relativismo conceptual, entendido como la doctrina filosófica que mantiene que nuestras interpretaciones del mundo son *relativas* a los diversos esquemas conceptuales, parece tener una implicación ontológica muy fuerte; Donald Davidson la expresa así: <<La realidad misma es relativa al esquema [conceptual]: lo que cuenta como real en un sistema puede no serlo en otro>> ([1974], p. 5) Si esta implicación resultara inevitable, el relativismo conceptual sería una doctrina insensata o, al menos, como Davidson la califica: <<[...] es una doctrina temeraria y exótica- o podría serlo si pudiéramos darle un buen sentido>> (*ibid.*)

En la filosofía contemporánea Willard Quine es el autor clásico del relativismo ontológico, y ha sostenido expresamente esa tesis. En su famoso ensayo *On what there is*, por ejemplo, él nos dice:

[...] quien considere verdadera una afirmación de esa rama [la ontología) tiene que considerarla al mismo tiempo trivialmente verdadera. La ontología de cada cual es básica para el esquema conceptual mediante el cual interpreta todas las experiencias, incluso las más tópicas. Considerada en el marco de un determinado sistema conceptual - ¿y de qué otro modo sería posible el juicio?- una afirmación ontológica vale sin más, sin necesidad de justificación especial. [...] Juzgada, en cambio, dentro del marco de otro esquema conceptual, una afirmación ontológica que es axiomática para McX puede ser sentenciada como falsa con la misma inmediatez y trivialidad. ([1953a], p. 36.)

Algunos filósofos, como Hilary Putnam y Bas van Fraassen, consideran que si una doctrina filosófica mantiene o implica esa tesis, se refuta a sí misma por reducción al absurdo. En este tenor, Putnam nos dice que <<Todavía considero la relatividad ontológica como una refutación de toda posición filosófica que conduzca a ella. Pues ¿qué sentido podemos darle a la idea de que el mundo consiste en objetos, cualquiera de los cuales es un quark en un modelo admisible, es la torre Eiffel en un segundo modelo admisible, soy yo mismo en un tercer modelo admisible, pero ninguno de ellos lo es más intrínsecamente que cualquier otro? Ciertamente la noción misma de <objeto> se desmorona si aceptamos esto.>> ([1992], p. 3) y van Fraassen, comentando ese artículo de Putnam, afirma: <<Finalmente concuerdo con su aseveración de que cualquier posición que conduzca a la relatividad ontológica, en el sentido de Quine, se reduce al absurdo.>> ([1992], p. 218)

Coincido con estos autores en el respecto de que si ciertas tesis conceptualistas entrañan ineludiblemente una relatividad ontológica, debemos rechazarlas. Particularmente porque se opondría a cualquier tipo de objetivismo en ciencia.

Pienso que la crítica de Quine al dogma filosófico[3] del empirismo lógico -que podemos llamar el fundacionismo epistemológico-, de acuerdo con el cual la ciencia empírica debe

[3]Me refiero al dogma del reductivismo, en Quine [1953b].

reducirse a una base sólida, constituida por unos elementos últimos de la realidad que sean epistemológicamente privilegiados por su carácter fundamental, lo condujo al relativismo ontológico. Pero creo que bien podemos abandonar el fundacionismo epistemológico evadiendo, a la vez, el relativismo ontológico quineano o, al menos, que deberíamos intentarlo.

En el mismo ensayo referido, encontramos cómo Quine al rechazar el fundacionismo, al descartar la idea de que hay un esquema conceptual más fundamental que los demás, desecha a la vez la idea de privilegiar algún esquema conceptual, bloqueando una salida a la relatividad ontológica por esta vía. De esta manera él escribe:

> Aquí tenemos dos esquemas conceptuales en competencia, uno fenomenalista y otro fisicalista. ¿Cuál debe prevalecer? [...] Cada uno de ellos puede efectivamente considerarse como el más fundamental, aunque en diversos sentidos: el uno es epistemológicamente fundamental, el otro físicamente fundamental. [...] Contempladas desde el esquema conceptual fenomenalista, las ontologías de objetos físicos y objetos matemáticos son mitos. Pero la cualidad de mito es relativa; relativa, en este caso, al punto de vista epistemológico. (*Op. cit.*, pp. 45 y 47.)

Por su parte, Thomas Kuhn ha contribuido a que el abandono del programa reduccionista de fundamentación de la ciencia conduzca a un relativismo. Al cuestionar la existencia de enunciados observacionales -formulados en un lenguaje fisicalista <neutral>- que son independientes del lenguaje teórico de diferentes teorías, con tesis como que el cambio de paradigma lleva consigo un cambio en la concepción del mundo y que los paradigmas son inconmensurables, Kuhn, al menos, ha sugerido cierto relativismo en el que las ontologías correspondientes a los paradigmas son *dependientes* de la teoría. Aunque Kuhn ha rechazado el cargo de relativista, que le han formulado sus críticos,[4] particularmente

[4]Véase Lakatos y Musgrave [1970], que recoge las actas de un congreso realizado en 1965 organizado por la *London School of Economics*.

Popper y colegas, en su *Posdata* de 1969, en [1970], al argumentar en contra de alguna versión del realismo en ciencia, levanta el espectro de la pérdida de objetividad. Ahí él escribe:

> Quizás haya alguna manera de salvar la idea de <<verdad>> para su aplicación a teorias completas, pero ésta no funcionará. Creo yo que no hay un medio, independiente de teorías, para reconstruir frases como <<realmente está alli>>: la idea de una unión de la ontologia de una teoria y su correspondiente <<verdadero>> en la naturaleza me parece ahora, en principio, una ilusión. ([1970], p. 314.)

Así pues, Kuhn sostiene la tesis de que las afirmaciones ontológicas, afirmaciones acerca de lo que <<realmente está alli>>, son dependientes de las teorias, lo cual puede conducir a la relatividad ontológica.

Ahora, nuestra dificultad es similar a los problemas que hemos anotado en las posiciones de Quine y Kuhn, en el sentido de que las afirmaciones de las posibilidades físicas -de los estados finales de sistemas físicos concretos, dado cierto estado inicial- relativas a una teoria determinada, pueden entrañar cierta relatividad ontológica respecto de esa teoria.

Podemos recurrir al carácter completo de algunas teorias físicas, en particular de la cuántica, para evitar el espectro de la pérdida de objetividad que conlleva la relatividad ontológica. Con lo anterior, no estamos apelando a un esquema conceptual, fenomenalista o fisicalista, que ofrezca un fundamento filosófico de los marcos teóricos de la ciencia, sino a una caracteristica de un marco teórico, en este caso, a la completud de la teoria cuántica. Y si bien en ocasiones se usa en término <fundamental> para referir al carácter completo de una teoria, no es mi intención sostener que la mecánica cuántica es una teoria filosóficamente fundamental; en particular, ontológicamente fundamental. Las tesis que mantengo aquí sobre la irreductibilidad de las descripciones probabilistas cuánticas y, de ahí, de la objetividad sistémica de las posibilidades físicas, relativas a la teoria cuántica, son independientes de esa tesis ontológica.

No pretendo, ni siquiera, esbozar una vía de solución del problema general de las implicaciones ontológicas de los enfoques conceptualistas, sino sólo argumentar que en ciertas teorías, como la mecánica cuántica, la relativización de nuestras aserciones sobre los sistemas objeto de estudio a su marco teórico no conlleva una pérdida de objetividad. En particular, en el caso de la teoría cuántica, podemos atribuir un tipo de objetividad no-epistémica, sino sistémica, a las descripciones probabilistas de los sistemas cuánticos, con base en el carácter completo de ella.

## IV. 2 El carácter completo de la teoría cuántica.

### IV. 2. 1 *La cuestión de la existencia de probabilidades irreductibles*.

Ciertamente la mecánica cuántica constituye actualmente la teoría científica más relevante para discutir razonablemente el problema de la objetividad de la indeterminación de sistemas físicos. Ese problema puede verse más específicamente en relación a dos interpretaciones extremas de las relaciones de Heisenberg:

> Las diversas actitudes hacia este indeterminismo microfísico son reflejadas en las interpretaciones de las relaciones de incertidumbre de Heisenberg. Ellas han recibido una interpretación puramente ontológica, así como una epistemológica, para mencionar las posiciones más extremas. En el primer caso, se entiende que las relaciones de incertidumbre dan un propiedad el mundo microfísico independientemente de cualquier experimento. En el ultimo, se piensa que ellas sólo dan límites a lo que puede ser *conocido* en un experimento mecánico-cuántico.[5]

Claramente, con la primera interpretación se otorga al azar de los sistemas cuánticos, expresado por las relaciones de incertidumbre, un carácter ontológico mientras que bajo la segunda se le considera epistemico Podemos examinar el carácter objetivo de esas interpretaciones en referencia a la configuración física del mundo tal y como Martínez lo presenta: <<El problema es la distinción entre azar aparente y azar objetivo. En tanto que una distinción clara, basada en la estructura del mundo físico, no pueda formularse, puede pensarse que un proceso azaroso cualquiera que nos parece objetivo está realmente ordenado por algún observador ideal.>> ([1990], p. 13).

Como hemos tenido oportunidad de ver, en el capítulo anterior,

[5] Plato [1982], p. 54. Hay varias interpretaciones de la mecánica cuántica en diferentes venas filosóficas. No es nuestro proposito examinarlas aquí. Como observa Martínez en [1991b] el argumento EPR y, en particular, el teorema de Bell son en buena medida independientes de esas interpretaciones. Rae en [1986] analiza críticamente las distintas interpretaciones de la teoría cuántica.

el mismo autor ha elaborado ciertas distinciones entre tipos de azar, que ahora retomamos. Esas nociones de azar nos permitiran analizar el caracter objetivo de los diferentes tipos de azar atribuidos a los sistemas cuanticos. Así, bajo la anterior interpretación ontológica, se podría considerar que las relaciones de incertidumbre de Heisenberg, exhiben un azar objetivo, quizá sistémico, en los sistemas cuánticos, mientras que con la interpretación epistemológica esas relaciones expresarían más bien un azar objetivo epistémico.

En este último sentido de azar se establece el carácter objetivo de la indeterminación de los sistemas cuánticos como una limitación epistémica que proviene de la estructura misma del mundo físico tal y como la describe la propia mecánica cuántica. En cambio, en el primer sentido la objetividad de la indeterminación de los sistemas cuánticos, según lo expresa el principio de incertidumbre, descansaría en el carácter completo de la teoría cuántica.

El tipo de azar que Niel Bohr parece atribuirle a los sistemas cuánticos es objetivo, pero epistémico.[6] A grandes rasgos, Bohr pensaba que hay una limitación física para determinar el estado clásico, determinar simultáneamente las variables de estado, de un sistema cuántico a través de observaciones, puesto que al observarlo se interactúa con el sistema, alterando su estado. O, en otras palabras, cuando se efectua una medición en un sistema microfísico el sistema no está aislado, y para Bohr es literalmente imposible aislarlo. De esta imposibilidad física se origina una incertidumbre, una indeterminación epistémica, sobre el estado del sistema, con lo cual tenemos un azar objetivo a nivel epistémico que se basa en la constitución del sistema físico.

Por su parte, Einstein atribuyó a esos sistemas un tipo de azar puramente epistémico; su intención fue demostrar que los sistemas indeterministas cuánticos son *reducibles* a sistemas

[6]Véase Martínez [1991a], p. 142.

deterministas devariables ocultas, magnitudes físicas desconocidas, lo que implicaría que el azar cuántico sería epistémico, no objetivo.

Para plantear nuestro problema, la objetividad de las posibilidades físicas relativas a una teoría, directamente en términos de la cuestión sobre la completud de la teoría cuantica podemos decir:

(1) que la teoría cuántica sea completa significa que las probabilidades que se asignan a los sistemas cuánticos son irreductibles a variables ocultas, lo cual implica que las posibilidades físicas de esos sistemas son objetivas, o

(2) que la teoría cuántica sea incompleta significa que las probabilidades asignadas a los sistemas cuánticos son reducibles a variables ocultas, con lo cual se implica que las posibilidades físicas de tales sistemas no son objetivas.

''sando las nociones de azar, debidas a Martínez, podemos agregar que en caso de que la primera alternativa sea cierta, tendríamos que las posibilidades físicas de los sistemas cuánticos serían unas posibilidades sistémicas mientras que si la segunda alternativa fuera el caso, esas posibilidades físicas serían puramente epistémicas.

Para darle cierta concreción a ese problema, lo ilustraremos con un ejemplo. Hay cierto tipo de sistemas cuánticos que exhiben comportamientos aleatorios, los cuales no pueden ser interpretados objetivamente en un sentido epistémico. Ese tipo de sistemas indeterministas parecen exigir una interpretación sistémica. Un ejemplo típico lo constituyen fotones dirigidos *individualmente* hacia un material polarizado, como lo explican Davies y Brown:

> Porque un fotón no puede ser dividido, cualquier fotón dado debe pasar o ser bloqueado. Con un ángulo de $45^{o}$, en promedio la mitad de los fotones logra pasar, mientras que la otra mitad es bloqueda. ¿Pero cuáles fotones pasarán y cuáles no? Como se supone que todos los fotones de la misma energía, son idénticos y, de ahí, indistinguibles, estamos forzados a

> concluir que el paso de los fotones es un proceso puramente aleatorio. Aunque cualquier fotón dado tiene una posibilidad (*chance*) 50-50 (una probabilidad de 1/2) de conseguir pasar, es imposible predecir cuáles fotones en particular lo haran.[7]

En este tipo de casos, no hay intervención por parte del observador en el sistema físico, los fotones emitidos y la placa polarizada, y por ello no es alterado por la observación.

Ahora bien, de acuerdo con la concepción clásica determinista, si la única diferencia entre los fotones es la numérica, a las mismas condiciones iniciales del sistema debería corresponder el mismo efecto, pero como no sucede así, podemos considerar que tal sistema es indeterminista, con dos posibilidades físicas.

Se han dado dos interpretaciones ontológicas de esos sistemas cuánticos. La primera consiste en considerar que la aleatoriedad es inherente al sistema, siendo objetivas sus posibilidades físicas. La otra afirma que el sistema no es indeterminista puesto que las condiciones iniciales del sistema, en las repeticiones del experimento, no son sólo numéricamente distintas, sino que también existen diferencias físicas entre ellas -por la presencia de *variables ocultas*- a las cuales se deben, y explican, los (aleatorios) efectos observados. Así tenemos una interpretación que atribuye un estatus ontológico físico á la indeterminación de ciertos sistemas cuánticos y otra que lo niega, pretendiendo reducir la aleatoriedad de los efectos observados a un orden determinista subyacente. La interpretación ontológica determinista requiere mostrar la existencia de las variables físicas (ocultas) que dan cuenta del indeterminismo observado. Por su parte, la justificación de la interpretación ontológica indeterminista requiere establecer la irreductibilidad de las probabilidades cuánticas, eliminado la hipótesis de las variables ocultas.

De esta manera, la objetividad o no de las posibilidades físicas exhibidas por tales sistemas físicos (relativos a la

[7] [1986], p. 6.

teoría cuántica) depende del carácter completo o incompleto de la propia teoría cuántica.

IV. 2. 2 *La paradoja de Einstein, Podolsky y Rosen.*

A esta última cuestión -la completud de la teoría cuántica- se refieren el argumento de Einstein, Podolsky y Rosen así como el teorema de Bell. Del primero nos ocuparemos ahora, del segundo en la siguiente sección.

Destaquemos, antes que nada, que si bien Einstein en 1930 intentó fallidamente mostrar, a través de un experimento imaginario o mental (el caso de la caja que contiene un reloj y un emisor de fotones), que el principio de incertidumbre no se cumple, después aceptó tacitamente la validez de las leyes cuánticas para demostrar que la mecánica cuántica es incompleta, y la polémica que desató el argumento posterior debido a él, conjuntamente con Podolsky y Rosen, de 1935 es sobre la completud de esa teoría.

El contenido de ese argumento se encuentra resumido en el *abstract* del artículo original, que cito *en extenso*:[8]

> En una teoría completa hay un elemento que corresponde a cada elemento de la realidad. Una condición suficiente para la realidad de una cantidad física es la posibilidad de predecirla con certeza, sin perturbar el sistema. En la mecánica cuántica, en el caso de dos magnitudes físicas descritas por operdores no-conmutativos, el conocimiento de una impide el conocimiento de la otra. Entonces o (1) la descripción de la realidad dada por la función de onda en mecánica cuántica no es completa o (2) esas dos cantidades no pueden tener realidad simultaneamente. La consideración del problema de hacer predicciones acerca de un sistema sobre la base de mediciones hechas en otro sistema que previamente ha interactuado con él, conduce al resultado de que si (1) es falsa entonces (2) también es falsa Uno es así conducido a concluir que la descripción de la realidad dada por la funcion

[8] <<Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be considered Complete?>>, *Physical Review*, Vol 47, 1935, Citado por Selleri [1986], p. 124.

de onda no es completa.

Como lo anticipa el párrafo anterior, Einstein y colegas (EPR en adelante) establecieron como una condición necesaria para la completud de una teoría física, que cada elemento de la realidad física tenga una contraparte en la teoría física (*Cfr ibidem*)

El tipo de completud en cuestión se refiere así a la completud de las descripciones (de estado) de los sistemas físicos pertinentes. Podemos enunciar la noción de teoria completa (o fundamental) de EPR de la siguiente manera: una teoría física es *completa* si en toda descripción de estado, de los sistemas físicos que estudia, le corresponde a cada elemento del sistema físico un elemento en la descripción.[9] El propósito del argumento de EPR consiste en demostrar que la teoría cuántica no puede ser una teoría completa en este sentido.

Las relaciones de incertidumbre de Heisenberg implican que no es posible determinar empíricamente, con la precisión que se desee, los valores de un par de magnitudes físicas conjugadas (por ejemplo, la posición y la cantidad de movimiento), de manera simultánea, de ciertos sistemas cuanticos. Hay versiones sencillas del argumento EPR en referencia a las relaciones de incertidumbre que involucran un experimento imaginario o mental como el que sigue:

> Supóngase un sistema compuesto por dos partículas A y B separadas espacialmente por una distancia $D$ muy grande, pero conocida, que provienen de la degradación de una partícula inicial. Podemos, en principio, medir la posición de la partícula A, es decir, $X_A$. Ya que la distancia entre A y B es muy grande (miles de años luz si se quiere), se elimina la posibilidad de que esta medición afecte el estado de la partícula B, por lo que con ese valor medido de A podemos predecir con exactitud la posición de la partícula B, o sea $X_B = (d + X_A)$, donde $d$ representa el valor de $D = (X_B - X_A)$. Esta

[9]Como acertadamente señala Redhead, la completud en discusión nada tiene que ver con el tipo de completud de teorías formales al que se refieren los celebres teoremas probados por Kurt Godel (*cfr.* [1987], p. 71).

parte del argumento se reproduce de manera similar para los momentos de las partículas, es decir, $P_A$ y $P_B$. Por lo tanto, es posible asignar valores exactos al par de magnitudes conjugadas, posición y momento, de ambas partículas, contrariamente a lo que establece el principio de incertidumbre.[10]

En virtud de la condición suficiente para elementos de la realidad física de EPR -que establece que si podemos predecir con certeza (*i. e.*, con probabilidad igual a la unidad) el valor de una cantidad física, sin perturbar de ninguna manera el sistema, entonces existe un elemento de realidad física que corresponde a esa cantidad-, y con base en el <resultado> del anterior experimento mental -esto es, que existen los valores exactos de esas magnitudes físicas conjugadas- EPR concluyen, por un simple silogismo disyuntivo, que las descripciones de la mecánica cuántica de tales sistemas físicos no son completas, en el sentido anteriormente especificado. En otras palabras, como ese <resultado> del experimento mental de EPR es contrario a la imposibilidad que establece la mecánica cuántica -de definir simultáneamente los valores de dos magnitudes conjugadas, con la precisión que se desee-, la conclusión del argumento de EPR es que esa teoría es incompleta.

Es pertinente destacar dos principios clásicos que forman parte del marco conceptual físico del argumento de EPR, y que ellos asumieron implícitamente. Uno es el principio de separabilidad, referido anteriormente, según el cual *los sistemas físicos separados espacialmente poseen sus propios estados separados*. El otro es el principio de localidad o acción local, que establece que <<El estado (individual) de un sistema puede ser cambiado únicamente por efectos locales (*i. e.*, efectos propagados con velocidad finita).[11] Este último es un principio físico que refiere a las influencias causales que pueden darse entre sistemas físicos, acotando que los efectos de esas

[10] De la Torre [1992].

[11] Martínez [1991a], p. 148.

influencias sólo pueden ser locales, en el sentido de que pueden trasmitirse con una velocidad máxima igual a la velocidad de la luz, excluyendo así cualquier acción instántanea a distancia.

Con esos principios como supuestos tácitos, dando por sentado que el formalismo de la mecánica cuántica es correcto -esto es, que permite hacer predicciones correctas, comprobables experimentalmente- y con la premisa explícita de la condición suficiente para elementos de la realidad física, EPR argumentaron que, como sí es posible determinar simultáneamente, digamos, tanto la posición como la cantidad de movimiento de dos partículas, separadas espacialmente, que previamente han interactuado, la teoría cuántica es incompleta. Con ello, EPR abrieron la posibilidad de la existencia de variables ocultas locales que pudieran dar cuenta, en términos deterministas, de los sistemas cuánticos; o, más bien, abrieron la posibilidad de formular una teoría, que introduciendo variables ocultas con efectos locales, eliminara las descripciones probabilistas de los sistemas cuánticos en favor de descripciones deterministas en términos de esas variables ocultas.[12]

Como puede verse, cabe la posibilidad lógica de que el argumento de EPR no sea concluyente, porque puede rechazarse algún otro supuesto o premisa y no necesariamente la premisa de la completud de la mecánica cuántica, esto es, cabe la posibilidad lógica de desechar o bien el principio de separabilidad o bien el principio de localidad. Ahora bien, incluso los detractores del argumento de EPR no han cuestionado la condición suficiente para elementos de la realidad física de

[12] EPR no recurren en su argumento a la hipótesis de la existencia de *variables ocultas* locales. (Aunque sí asumieron implícitamente, como hemos anotado, la acción local, excluyendo acciones instántaneas a distancia.) Como explica Cushing: <<El artículo de EPR no ofrece ninguna alternativa a la mecánica cuántica, ni menciona variables ocultas. Sin embargo, los parámetros adicionales que podrían ser necesarios para dar una especificación completa del estado de un sistema han sido referidas subsecuentemente como <variables ocultas> y cualquier teoría que incluye tales parámetros como una teoría de <variables ocultas>. ([1989], p. 3).

ese argumento, a la vez que han mantenido, desde luego, la validez del formalismo cuántico. Con ese esenario teórico, se plantea el dilema, como lo formula Rae, de decidir si: <<o bien se extienden las ideas de la medida cuántica para que un aparato afecte a un fotón que está situado a gran distancia de él, o bien hay una teoría determinista de variables ocultas subyacentes a la física cuántica. Lo que necesitamos ahora es un experimento que distinga entre estos dos modelos posibles.>> ([1986], p. 63).

El experimento concebido por EPR es mental y, tal y como fue presentado, es impracticable.

IV. 2. 3 *El Teorema de Bell.*

El resultado conocido como el teorema de Bell, de 1964, se deriva a partir de unas suposiciones físicas básicas, incluido el principio de separabilidad y excluida la acción instántanea a distancia, en referencia a un experimento del tipo de EPR (adecuado por David Bohm para pares de fotones o de electrones y las propiedades de polarización o espín, respectivamente). Originalmente ese teorema se concibio para demostrar la imposibilidad de variables ocultas subyacentes a la mecánica cuántica y, de ahí, la completud de esta teoría.[13]

Mas la noción de completud de una teoría física que es relevante para ese teorema es un tanto distinta de la noción de EPR. Esta última es una noción general que se aplica tanto a teorías con estructura determinista como a teorías con estructura probabilista. Puede formularse una noción de teoría completa o fundamental más específica para teorías con estructura probabilista, con referencia explícita a variables ocultas, como sigue: <<Una teoría fundamental de la física es una teoría que por medio de su descripción de estado describe *completamente* el

[13]Cushing aclara que <<Antes del artículo de Bell en 1964, la cuestión de si podría existir una teoría determinista de variables ocultas, sin acción instántanea a distancia, parecía incapaz de resolución. Desde luego, nadie había escrito exitosamente un ejemplo empiricamente adecuado de una. Pero eso no demostraba que no podría existir una. [...] Bell nunca escribió una teoría determinista local. Más bien, él demostró, sin tener incluso que considerar detalles dinámicos, que *ninguna* teoría tal puede en principio existir.>> ([1989], pp. 5 y 9).

tipo de sistemas a los que se refiere. Esto es, una teoría fundamental no admite variables ocultas que permitan explicar un aspecto de la descripción de estado (y en particular, *una descripción probabilista*) en términos de una descripción más detallada de la realidad física pertinente.>>[14]

Podemos parafrasear esta noción formulandola en términos más directos en relación a la disyuntiva presentada páginas atrás de la siguiente manera: Una teoría *completa* (o *fundamental*) de sistemas estocásticos describe los estados de los sistemas físicos a los que se refiere, asignando probabilidades a ciertas variables de estado, de tal manera que esas probabilidades no son eliminables por la introducción de algunos parámetros físicos adicionales, <variables ocultas>, no consideradas en la descripción.[15] Es importante notar que si las descripciones probabilistas de estado de sistemas físicos de una teoría, cumplen con esta noción de completud, entonces esas descripciones son *irreductibles*.

Ahora presentaré sin prueba una versión sencilla del teorema de Bell, con el propósito de poder considerar sus consecuencias:

> Supongamos dos partículas, como en el sistema usado para el argumento de EPR, que provienen de la desintegración de otra con impulso angular conocido (cero, p. ej.). El proceso de desintegración no puede modificar el espín total del sistema,

[14] Martínez [1991a], p. 139. Las últimas cursivas son mías.
[15] Diversas ideas se han asociado por diferentes autores con la hipótesis de la completud de la teoría cuántica. Para poner dos posiciones muy distintas. Prigogine elabora una fuerte objección contra ella, arguyendo que <<[...] la teoría cuántica es *incompleta*. Por su simetría temporal, es incapaz de describir los procesos irreversibles, por ejemplo, la aproximación al equilibrio.>> ([1996], p. 145). Bunge objeta que <<Pero Bohr se equivocó al sostener que la teoría [cuántica] es completa y, por ello, final. Primero, porque (como lo sabemos desde Godel) ninguna teoría que contenga a la aritmética puede ser a la vez coherente y completa.>> ([1985], p. 159). Por nuestra parte, nos apegamos al último sentido, tomado de Martínez, de teoría completa, sin pretender que por considerar que la mecánica cuántica es, en ese sentido, una teoría completa, sostenemos que sea la teoría total del universo o la teoría final de los procesos microfísicos.

por lo cual las dos partículas tienen un espín orientado de forma tal que se sumen para producir exactamente el espín de la partícula inicial. Ambas partículas son sometidas a la observación de la proyección de un espín en ciertas direcciones que podemos elegir convenientemente. En este caso, el postulado de la separabilidad significa que la probabilidad de observar la proyección del espín en cierta dirección para una partícula es independiente de la dirección en que se observa el espín de la otra partícula. Supongamos ahora no un par de partículas, sino un gran número de pares. Para este conjunto de pares podemos considerar diferentes direcciones de observación y medir <<correlaciones>>, esto es: el número de veces que medimos el espín de una partícula en cierta dirección cuando se ha medido el espín de la otra en cierta dirección. Combinando tales correlaciones se obtiene una cantidad que, según demostró Bell, no puede ser mayor que 2.[16]

Con el formalismo de la mecánica cuántica se puede calcular independientemente el límite del grado de esa correlación, el cual resulta mayor en un 40% a 2, contrariamente a lo establecido en esa desigualdad de Bell. Ahora bien, Alan Aspect y colaboradores fueron capaces de llevar a cabo una serie de experimentos tipo EPR, en 1982,[17] para decidir entre las correlaciones predichas por la mecánica cuántica y las correlaciones calculadas por Bell a partir de una teoría de variables ocultas locales. Los resultados de esos experimentos *concordaron* con las predicciones de la teoría cuántica, *violando* la desigualdad de Bell.

Los resultados experimentales de Aspect aportan una evidencia empírica a la aserción de Bell de la imposibilidad de variables ocultas locales que pudieran dar cuenta de los experimentos tipo EPR en ciertos sistemas cuánticos. Es muy importante notar que

---

[16] De la Torre [1992], p. 84. Una prueba de este teorma se encuentra en Rae [1986].

[17] Aspect *et al* [1982]. A. Aspect, J. Dalibard y G. Roger, <<Experimental tests of Bell's inequalities using time-varying analyzers>>. *Physical Review Letters* **49**.

<<El teorema de Bell realmente no depende de alguna manera de la mecánica cuántica. Refuta una amplia categoría de teorías (esencialmente) clásicas sin mencionar nunca a la mecanica cuántica. Y resulta que los resultados experimentales no sólo refutan la clase de teorías deterministas locales, sino también concuerdan con las predicciones de la mecánica cuántica.>>.[18]

Así tenemos que (1) la violación experimental de la desigualdad de Bell entraña la *irreductibilidad* de las probabilidades cuánticas a hipotéticas variables ocultas y (2) que la refutación experimental de las teorías de variables ocultas locales significa la constatación del caracter *completo* de la teoría cuántica, en el sentido recién especificado. Concluimos, entonces, que las descripciones probabilistas de los estados de los sistemas cuánticos son *completas*, desechando la hipótesis de que existan variables ocultas *locales* a las cuales fueran *reductibles* las probabilidades cuánticas.

Este resultado constituye un cimiento sólido para sostener nuestra tesis acerca de la *objetividad sistémica* de las posibilidades físicas, porque establece que las descripciones probabilistas de los sistemas cuánticos son *irreductibles*, de acuerdo con la propia teoria cuántica, como una teoria completa de tales sistemas.

Considero que esto es suficiente para mantener nuestra tesis sobre la *objetividad de las posibilidades físicas*, y que *no depende* de las interpretaciones, y discusiones ulteriores, acerca de las consecuencias físicas y filosóficas que ha dado lugar la refutación experimental de las teorias de variables ocultas locales. En particular, creo que es *independiente* de la alternativa que se ha presentado entre dos direcciones teóricas: una teoria cuantica de sistemas no-separables o una teoría de variables ocultas no-locales, que menciono adelante

Tenemos, por un lado, que se ha mostrado experimentalmente por Aspect y colegas que la cantidad predicha por la mecánica

[18]Cushing [1989], p. 9.

cuántica es correcta, contrariamente a la desigualdad e Bell. Pero, por otro lado, las hipótesis físicas supuestas por Bell son sumamente básicas y cuentan con un sólido sustento experimental.[19] ¿Cómo podemos interpretar los resultados de los experimentos de Aspect que violan la desigualdad de Bell?

Consideremos, primero, cuales son sus suposiciones. Martínez las explicita como sigue:

(i) Localidad (no acción a distancia). Las variables ocultas que determinan el valor de una magnitud para una de las dos partículas es independiente de la dirección del aparato de medición usado para la otra partícula.

(ii) *La conservación de la energía.*

(iii) *Realismo (débil).* Las propiedades de los sistemas físicos no dependen (por lo menos no totalmente) del proceso de observación,

anotando que <<Estas condiciones son suficientes, como Bell demuestra, para generar distribuciones estadísticas incompatibles con las correlaciones que la mecánica cuántica predice.>> ([1991b], p. 167)

Ahora, como la conservación de la energía no está en discusión, lo que la violación experimental de la desigualdad de Bell muestra es que son imposibles las variables ocultas en un mundo realista y local o, en otras palabras, muestra la imposibilidad de teorías de *variables ocultas*, con *efectos locales*, en sistemas físicos en los que las propiedades de las partículas son independientes de su observación.

Se puede colegir de lo que hemos dicho, en la última parte de este capítulo, que los supuestos comunes del argumento de EPR y el teorema de Bell son los principios de separabilidad y de localidad. Ambos argumentos son lógicamente correctos, pero se han refutado experimentalmente sus respectivas conclusiones. Entonces, al menos uno de esos dos supuestos debe rechazarse Aunque es tema de discusion cual es la noción de localidad involucrada en cada uno de esos argumentos, creo que podemos

[19] Véanse Rae [1986], p. 63 y Martínez [1991b], p. 167.

especificar una noción mínima común, como sigue. La accion entre las variables de estado de dos sistemas físicos es local, excluyendose la acción instántanea a distancia entre esas variables. El principio de separabilidad afirma, de nuevo, que sistemas espacialmente separados siempre tienen existencia y propiedades definidas independientemente y que esas propiedades agotan la descripción de cualquier sistema construido de esos subsistemas.

La alternativa que se presenta es, entonces, desechar uno de estos dos supuestos. Y depende de cual de ellos se rechace, la dirección teórica que se adopte: una teoría cuántica de sistemas *no-separables* o una teoría de variables ocultas *no-locales*.

Por un lado, rechazar la localidad está en contra de la teoría de la relatividad, puesto que <<tal localidad [la ausencia de acción instántanea a distancia] podría parecer requerida por la relatividad especial. Se requiere de un principio señal (*signal*) de la localidad: dos sucesos separados por una distancia $L$ no pueden afectarse uno al otro antes de que haya transcurrido un tiempo $t$, $t = L/c$, donde $c$ es la velocidad de la luz.>>[20]

Los experimentos realizados respetan este principio, porque el dispositivo experimental que utilizó descarta la posibilidad de la trasmisión de efectos locales entre los subsistemas físicos, de acuerdo con el anterior principio señal ; <<Empleando analizadores que varían con el tiempo, el grupo de Aspect ha tenido éxito en eliminar la posibilidad de efectos físicos subluminales trasmitidos entre las dos alas del aparato.>>[21] La aceptación, en cambio, de variables, *ocultas o no*, no-locales implicaría suponer la trasmisión de mensajes o información a una velocidad mayor que la de la luz, en verdad, a una velocidad infinita.

Por otro lado, rechazar el principio de separabilidad está de acuerdo con la teoría cuántica. Howard aboga en favor de este

[20] Cushing [1989], p. 6. Jarrett equipara la localidad con la prohibición, establecida por la teoría de la relatividad, de señales superluminales. *Cfr.* [1989], p. 70.
[21] Howard [1985], p. 194.

rechazo, argumentando que como la desigualdad de Bell es violada <<[...] una (o ambas) de las condiciones de localidad o separabilidad es violada, lo cual, implica que uno o ambos de los principios de localidad y separabilidad debe ser denegado. La mecánica cuantica niega el último.>>[22] De hecho, la no-separabilidad de ciertos sistemas cuánticos, aquellos que previamente han interactuado, está implicada por el formalismo de la teoria cuántica.

No pretendo, ni estoy en posición de, discutir y decidir entre las opciones anteriores. Sólo exploraré brevemente en dirección de la opción que veo más plausible, el rechazo del principio de separabilidad, para señalar sus implicaciones ontológicas.

Como hemos anotado, ese principio implica que si dos sistemas estan separados por un intervalo espacio-temporal no nulo, entonces cada sistema posee su propio estado físico -distinto e independiente del otro- y sus estados separados determinan el estado conjunto de los dos. ¿Cuál es el estatus de este principio? ¿Se trata de un principio físico?

Se ha propuesto la tesis, por parte de Howard,[23] de que su estatus es ontológico, porque juega el papel de un principio de individuación de sistemas físicos. Él anota que, en física clásica, es por medio de este principio que se distinguen e individualizan los sistemas físicos. La separación espacio-temporal sería así, en sistemas clásicos, una condición suficiente de individuación; es decir, para que dos entidades cuenten como dos sistemas físicos -con sus propios estados, distintos e independientes uno del otro- es suficiente que esten separados por un intervalo espacio-temporal no nulo.

Howard equipara este principio de separabilidad con la noción de separabilidad que Einstein enunció en estos términos: <<la existencia mutuamente independiente de cosas espacialmente distantes>>,[24] quien arguyo que <<[...], si uno renuncia a la

[22][1985], p. 232.

[23]*Cfr.* [1989], pp. 225-26.

[24]Citado en [1985], p. 197.

suposición de que lo que está presente en diferentes partes del espacio tiene una existencia real, independiente, entonces no veo en absoluto qué se supone que la física describe. Porque lo que se piensa que es un <sistema> es, después de todo, justamente convencional, y no veo cómo se supone que uno divide el mundo objetivamente de tal manera que uno pueda hacer aseveraciones acerca de sus partes.>>[25]

Si consideramos, pues, este principio como un principio de individuación de entidades -en virtud del cual dividimos el mundo en sistemas mutuamente independientes-, su rechazo tiene importantes consecuencias ontológicas; porque nos conduce a una reconceptualización holista de la realidad física, como Howard indica, a: <<[...] un género de holismo ontólogico o no-separabilidad (ya indicado por el formalismo de interacción de la mecánica cuántica ortodoxa) en el que sistemas físicos espacio-temporalmente separados, pero que previamente han interactuado carecen de estados físicos separados y tal vez también de identidades físicas.> ([1989], p 225).

Tenemos, entonces, la siguiente situación. *Si* la suposición que refutan, indirectamente, los resultados experimentales de Aspect es el principio de separabilidad y *si* concebimos a este principio como un principio ontológico de individuación, entonces tenemos que aceptar que *la estructura del mundo físico constriñe objetivamente*, al menos en el mundo de los microprocesos, *la manera en que podemos dividirlo en <objetos> o <sistemas>*, como afirmamos en el capítulo anterior. La estructura de la realidad física constriñe, pues, las representaciones que podemos hacer de ella. Cualquier teoría que describiera los sistemas cuánticos de alguna manera alternativa a la mecánica cuántica, estaría constreñida por los rasgos estructurales del mundo cuántico -en particular, por las correlaciones cuánticas y, posiblemente, por la no-separabilidad asociada a esas correlaciones; tendría que representar al mundo cuántico holísticamente, como lo hace actualmente la teoría cuántica.

[25]Citado por Howard [1989], p. 241.

En tal caso, la mecánica cuántica nos proveria de un criterio de no-separabilidad: la existencia de correlaciones cuánticas entre (sub)sistemas es una condición suficiente de la no-separabilidad de ellos. O, dicho de otra manera, si existen correlaciones cuánticas entre entidades contenidas en dos regiones espacio-temporales distantes entonces esas entidades son no-separables, es decir, no constituyen dos sistemas sino uno. Pero, creo, que no nos ofrece un criterio de individuación de sistemas cuánticos, en términos de condiciones necesarias y suficientes. Tal vez, podríamos afirmar que los contenidos de dos regiones espacio-temporales constituyen dos sistemas individuales, con sus propios estados independientes, sólo si no hay interacciones ni correlaciones entre ellos. Sin embargo, para hacer esto requeriríamos establecer ciertas convenciones, dada la ubicuidad de las interacciones gravitacionales y electromagnéticas, que permean el mundo físico.[26]

Bajo el supuesto de que la opción que hemos adoptado, ante el dilema entre una teoría cuantica de sistemas no-separables o una teoría de variables ocultas no-locales, es la correcta -esto es, la no-separabilidad de ciertos sistemas físicos, en el contexto de situaciones físicas específicas, debida a la presencia de correlaciones cuánticas-, y concientes de que ese dilema aún es tema de discusión en la física actual, podemos considerar que la no-separabilidad de los estados de esos sistemas cuánticos, implicada por el formalismo de la mecánica cuántica, *aporta un substrato material a la objetividad del azar sistémico* exhibido por esos sistemas.[27]

[26]Además, como una cuestión de hecho, no contamos con una teoría de campo que unifique todos los tipos de interacciones -hasta ahora conocidas-, incluidas las interacciones débiles y fuertes, como lo enfatizan autores como Prigogine [1996], Hacking [1986] y Howard [1989]. Este último autor sugiere que <<[...] esa no-separabilidad surge tambien de interacciones gravitacionales, pero las correlaciones cuantico-gravitacionales resultantes son tan débiles como para no ser evidentes en la mayoría de las situaciones. (p. 251).

[27]A este último respecto, ver Martínez [1991a], p. 151.

**Conclusiones.**

Si concebimos que las probabilidades son medidas de las posibilidades o, en otras palabras, que las probabilidades (cuantitativas) representan a las posibilidades (cualitativas), podemos concluir que, *en el caso de la teoría cuántica*, la irreductibilidad de las probabilidades cuánticas establece la naturaleza *objetiva*, en sentido sistémico, de las posibilidades de los varios estados finales de ciertos sistemas cuánticos, relativamente a la propia teoría cuántica.

Esta conclusión no depende de las interpretaciones y discusiones físicas o filosóficas que pudieran darse en torno a los resultados de los experimentos de Aspect, como la no-separabilidad de los estados de ciertos sistemas cuánticos o la existencia de variables ocultas no-locales. Es decir, es independiente de la opción que se adopte ante la alternativa que presentan esos resultados experimentales: una teoría cuántica de sistemas no-separables o una teoría de variables ocultas no-locales.[1]

Es suficiente, para extraer esa conclusión, la confirmación de las predicciones cuánticas por los experimentos de Aspect, la cual entraña la irreductibilidad de las descripciones probabilistas de estado de la mecánica cuántica a descripciones deterministas de una teoría de variables ocultas locales. Y esta irreductibilidad de las probabilidades cuánticas, constatada experimentalmente, es, de nuevo, la base de nuestra tesis sobre la objetividad sistémica de las posibilidades físicas de los distintos estados alternativos que un sistema cuántico puede adoptar.[2]

[1] Esta alternativa es objeto de discusión en autores como Redhead [1987], Howard [1985] y [1989], Teller [1986] y [1989] y Jarrett [1989]. La tendencia actual, creo, es rechazar la segunda opción y elaborar un género de holismo cuántico, como lo hacen Howard y Teller en los *trabajos referidos* y *Martínez en* [1990].

[2] Howard señala que <<Existe consenso sólo en un punto, que las correlaciones determinadas experimentalmente entre sistemas que previamente han interactuado violan consistentemente la desigualdad de Bell.>> ([1985], p. 194).

A la vez, los resultados de los experimentos de Aspect, al establecer la irreductibilidad de las probabilidades cuánticas, hacen ver claramente la inviabilidad de interpretar epistémicamente esas probabilidades, mostrando la necesidad de ofrecer una interpretación de ellas que concuerde con la naturaleza sistémica del azar cuántico.

Ahora bien, ya que podemos atribuir este tipo de objetividad sistémica a las probabilidades cuánticas, por el teorema de representación que hemos demostrado anteriormente para ciertas magnitudes físicas cuánticas (con valores propios en un espectro discreto), podemos establecer como un *resultado* que, en ciertos casos de sistemas cuánticos, las *probabilidades cuánticas son interpretadas objetivamente, en sentido sistémico, en términos de posibilidades físicas*.

Lo anterior convierte a las probabilidades de la teoría cuántica en un *caso ejemplar* de la tesis que afirma que las probabilidades son interpretables en términos de posibilidades objetivas. Al menos en este caso -de las probabilidades cuánticas- vale la tesis de que las probabilidades se interpretan objetivamente en términos de posibilidades.

¿Podemos extrapolar ese resultado en la teoría cuántica a otras teorías científicas con estructura probabilista? La dificultad de tal extrapolación -que consistiría en interpretar las probabilidades de otras teorías científicas en términos de posibilidades objetivas sistémicas- radica en ser capaces de establecer, en un sentido pertinente, la completud de esas teorías. O, más concretamente, que pudieramos mostrar la irreductibilidad de las descripciones probabilistas de estado de los sistemas objeto de estudio de esas teorías a descripciones deterministas que incorporan variables ocultas.

La respuesta a la cuestión anterior depende de un estudio de cada teoría científica con estructura probabilista, en ciencias físicas o sociales, y no pretendo tener aquí ninguna contestación. Pero su planteamiento permite ver al menos dos cuestiones importantes. Primero, para alguien que pretenda que puede atribuir una objetividad no-epistémica a las probabilidades de una teoría dada, física o social, la carga de la prueba está de su lado (esto se aplica en particular a la propuesta de interpretación (objetiva) de Chuaqui, revisada en el tercer capítulo). Segundo, si para una teoría científica dada, no hay manera de mostrar que las descripciones probabilistas de estado de los sistemas objeto de estudio son irreductibles, en un sentido pertinente, entonces no podemos atribuirles a esas probabilidades un carácter no-epistémico; en tal situación, sería preciso interpretar esas probabilidades epistémicamente. Si hay razones para pensar que nuestra carencia de conocimiento de los sistemas objeto de estudio de la teoría, responde a limitaciones impuestas por la estructura de los sistemas mismos, entonces podríamos atribuirles a las descripciones probabilistas de esos sistemas una objetividad epistémica. Pero en caso contrario, en caso de que nuestra carencia de conocimiento no sea sino falta de información, no podríamos atribuirle a las probabilidades en cuestión ningún tipo de objetividad y tendríamos que interpretarlas en términos puramente epistémicos.

Creo que lo recién dicho no va en demerito de la interpretación aquí propuesta. El concepto de T-posibilidad da un marco general y básico de posibilidad en el contexto del cual se pueden interpretar probabilidades; en particular, como hemos intentado mostrar, pueden interpretarse probabilidades cuánticas. Ahora, es en función del carácter de la teoría T en cuestión, si es completa o no, que haya lugar a interpretar los enunciados probabilistas de T de manera objetiva, ya sea sistémica o epistémica. De manera similar al concepto de dispositivo azaroso de Ian Hacking, el concepto de T-posibilidad permite una interpretación bajo la cual las posibilidades resulten ser objetivas pero epistémicas -si el azar aseverado por las probabilidades de T no es sistémico-, aunque también admite interpretarse, *si las probabilidades de* T *no son reducibles a una teoría de variables ocultas*, de tal manera que las T-posibilidades sean *posibilidades objetivas sistémicas*.

Lo anterior sugiere que el ejemplo, aquí mostrado, de las probabilidades de la mecánica cuántica juega a la vez el papel de *contraejemplo* de cierta noción tradicional de probabilidad objetiva, según la cual, a grandes rasgos, la objetividad de los enunciados probabilistas acerca de sucesos físicos se basa en las leyes de la naturaleza y las condiciones reales del entorno físico del suceso.

Podemos decir que nuestro ejemplo de las probabilidades cuánticas es un caso contrario a esa noción porque hace ver que la objetividad no-epistémica de las probabilidades sólo puede atribuirse, desde el marco conceptual de una teoría, con base en la constatación de la inexistencia de variables ocultas. Sin un planteamiento adecuado, desde un marco teórico, de una hipótesis acerca de la existencia de variables ocultas y sin someter a prueba empírica, de alguna manera, esa hipótesis, las afirmaciones de probabilidades objetivas no-epistémicas carecen tanto, por decirlo así, de respaldo teórico como de evidencia empírica. Sin la eliminación de la posibilidad de variables ocultas que intervinieran en ciertos sistemas físicos objeto de estudio -cuya incorporación en las descripciones de estado de ellos evitara los enunciados probabilistas- no hay razón para atribuir una objetividad no-epistémica a los enunciados probabilistas sobre sucesos físicos, como lo hace esa noción tradicional.

Hemos propuesto una tesis sobre la interpretación de enunciados probabilistas de una teoría T, acerca de sucesos físicos, en términos de posibilidades objetivas sistémicas, relativas a la teoría T. Se trata de una propuesta general en tanto que su formulación, el concepto de T-posibilidad, contiene una variable para teorías científicas. La validez en lo general de esta tesis se vislumbra un tanto implausible, en la medida en que depende de la teoría T en cuestión el que podamos atribuir a los enunciados probabilistas de T algún tipo de objetividad, en particular, una objetividad sistémica. Pero hemos presentado un caso particular muy importante -los enunciados probabilistas de la teoría cuántica- al que la tesis se aplica. Para este caso, hemos demostrado un teorema de representación que justifica la interpretación de ciertos enunciados probabilistas cuánticos en términos de posibilidades objetivas sistémicas.

El concepto de T-posibilidad proporciona un marco metateórico para el estudio de los enunciados de probabilidad de teorías científicas -físicas, en particular- con estructura probabilista; un marco que permite analizar el tipo de objetividad, si es que alguna, involucrado en los enunciados probabilistas de distintas teorías físicas.

El hecho de que las probabilidades cuánticas sean propiamente el único caso de aplicación del concepto de T-posibilidad no responde a alguna deficiencia de nuestra propuesta para aplicarse a otras teorías, sino más bien a la insuficiencia de éstas respecto de montar el escenario teórico que permitiera plantear la cuestión de la irreductiblidad de sus enunciados probabilistas; de plantear una disyuntiva -semejante a la que formularon Einstein, Bohm y Bell en referencia a la teoría cuántica- entre alguna hipótesis sobre la irreductibilidad de sus enunciados probabilistas y alguna hipótesis acerca de la existencia de variables ocultas, que permitiera decidir, de alguna manera, la cuestión de la objetividad no-epistémica de sus enunciados de probabilidad.

Con estas consideraciones finales intento delimitar el alcance de nuestra tesis acerca de las probabilidades objetivas.

APENDICE.[1]

*El espacio de Hilbert en el campo de los números complejos.*

**El campo complejo.**

Un número *imaginario* se representa por el producto de un número real[2] $a$ e $i$, donde $i$ denota a la raíz cuadrada de -1. Así, cualquier número imaginario tiene la forma $ia$, donde $a$ es real e $i = \sqrt{-1}$.

Un número *complejo* puede definirse como la adición de un número real $b$ y un número imaginario $ia$; $b + ia$ es la forma de los números complejos.

La *adición* de dos números complejos es definida por

$$(a + ib) + (d + ie) = (a + d) + i(b + e);$$

la substracción de números complejos se define de manera similar.

El *producto* de dos complejos es un número complejo determinado por

$$(a + ib)(d + ie) = (ad - be) + i(ae + bd),$$

(nótese que tanto los números reales como los imaginarios son casos especiales de los números complejos. El número complejo $(a + ib)$ es real, si $b = 0$ y es imaginario, si $a = 0$).

Sean dos números complejos de las formas $a + ib$ y $a - ib$. El producto de ellos es un número real positivo definido por

$$(a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2;$$

se dice que cada uno de ellos es el *complejo conjugado* del otro.

Si $c$ es un número complejo, se denota a su complejo conjugado por $c^*$. El producto de cualquier número complejo $c$ y su conjugado $c^*$ es siempre un número real positivo. La *norma* de $c$ es igual a $\sqrt{cc^*}$ y es denotada por $|c|$.

Para cualquier número complejo, $(a + bi)$, su inverso aditivo

[1] Casi todo el material contenido en este Apéndice fue extraído del capítulo 1 de Hughes [1989].

[2] Usaré las letras $a$, $b$, $d$, $e$, etc., para designar números reales y $c$ (con o sin subíndices) para denotar números complejos.

es $(-a - bi)$ y su inverso multiplicativo, si $a$ y $b$ son distintos de 0, es

$$\frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}\, i.$$

El *campo complejo* es un sistema $\mathscr{C} = \langle \mathbf{C}, +, ., \mathbf{0}, \mathbf{1} \rangle$ tal que C es el conjunto de los números complejos y, para cualquiera $x$, $y$, $z$, $w$ en **C**, se cumplen las siguientes condiciones:

(C1) clausura: $x + y \in D$ y $x \,.\, y \in D$

(C2) unicidad: si $x = y$ y $w = z$ entonces $x + w = y + z$ y $x \,.\, w = y \,.\, z$

(C3) conmutatividad: $x + y = y + x$, $x \,.\, y = y \,.\, x$

(C4) asociatividad: $x + (y + z) = (x + y) + z$; $x \,.\, (y \,.\, z) = (x \,.\, y) \,.\, z$

(C5) neutros: $x + 0 = x$; $x \,.\, 1 = x$

(C6) inversos: $x + -x = \mathbf{0}$; $x \,.\, x^{-1} = \mathbf{1}$

(C7) distribuitividad: $x \,.\, (y + z) = (x \,.\, y) + (x \,.\, z)$.

El elemento neutro **0** para la adición es igual a $(0 + 0i)$ mientras que el neutro **1** para la multiplicación es $(1 + 0i)$. Los inversos (aditivo, $-x$, y multiplicativo, $x^{-1}$) son los numeros complejos indicados antes.

**Espacios vectoriales en $\mathbf{C}^2$.**

Un vector **v** es representado en $\mathbf{C}^2$ por un par de numeros complejos

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

La *adición vectorial* de un par de vectores **u** y **v** se define así:

$$\text{si } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} \quad \text{entonces } \mathbf{u} \oplus \mathbf{v} = \begin{pmatrix} c_1 + c_3 \\ c_2 + c_4 \end{pmatrix}.$$

y la *multiplicación escalar* de un vector **v** y un numero complejo $c$ es definida por si $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ entonces $c \circ \mathbf{v} = \begin{pmatrix} cc_1 \\ cc_2 \end{pmatrix}$

El vector *cero* $()$ es igual a $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$\mathcal{V} = \langle V, \oplus, \circ, ()\rangle$ es un *espacio vectorial sobre el campo complejo* $\mathcal{C}$ si $V$ es un conjunto no vacío; $\oplus$ es una operación binaria sobre $V$; $\circ$ es una operación que toma un elemento $c$ de **C**, y un vector **v** y produce un vector **u**; $()$ es un elemento de $V$ (el vector cero); y para todo **u**, **v** y **w** en $V$ (llamados vectores) y todo $c_1$ y $c_2$ en **C** (llamados escalares) valen las siguientes identidades:

(V1) $(\mathbf{u} \oplus \mathbf{v}) \oplus \mathbf{w} = \mathbf{u} \oplus (\mathbf{v} \oplus \mathbf{w})$

(V2) $\mathbf{u} \oplus \mathbf{v} = \mathbf{v} \oplus \mathbf{u}$

(V3) $\mathbf{v} \oplus () = \mathbf{v}$

(V4) $c_1 \circ (c_2 \circ \mathbf{v}) = (c_1 \cdot c_2) \circ \mathbf{v}$

(V5) $(c_1 + c_2) \circ \mathbf{v} = (c_1 \circ \mathbf{v}) \oplus (c_2 \circ \mathbf{v})$

(V6) $c \circ (\mathbf{v} \oplus \mathbf{u}) = (c \circ \mathbf{v}) \oplus (c \circ \mathbf{u})$

(V7) $0 \circ \mathbf{v} = ()$

(V8) $1 \circ \mathbf{v} = \mathbf{v}$.

Una función **A** del conjunto $V$ sobre sí mismo, se llama un *operador lineal* si para todo vector **u** y **v** y para cualquier escalar $c$, se cumplen

$$\mathbf{A}(\mathbf{v} \oplus \mathbf{u}) = \mathbf{A}\mathbf{v} \oplus \mathbf{A}\mathbf{u}$$

$$\mathbf{A}(c \circ \mathbf{v}) = c \circ (\mathbf{A}\mathbf{v})$$

Un caso especial de operador lineal es el operador identidad **I**, que deja a cualquier vector **v** sin cambio, esto es: $\mathbf{I}\mathbf{v} = \mathbf{v}$.

Un operador lineal **A** puede representarse por una matriz 2 x 2 de números complejos

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix}$$

Si

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} c_5 & c_6 \\ c_7 & c_8 \end{pmatrix} \quad \text{entonces}$$

la *adición* de **A** y **B** es igual a

$$\begin{pmatrix} c_1 + c_5 & c_2 + c_6 \\ c_3 + c_7 & c_4 + c_8 \end{pmatrix}$$

y el *producto de* **A** y **B** es

$$\begin{pmatrix} c_1c_5 + c_2c_7 & c_1c_6 + c_2c_8 \\ c_3c_5 + c_4c_7 & c_3c_6 + c_4c_8 \end{pmatrix}$$

Se dice que un vector **v** es un vector *propio (eigen)* de **A**, con correspondiente valor *propio (eigen)* $a$, si $\mathbf{v} \neq 0$ y $\mathbf{A}\mathbf{v} = a\mathbf{v}$.

A cada par de vectores **u** y **v** en $V$ se le asigna un escalar, su *producto interno*, denotado por $\langle \mathbf{u} \mid \mathbf{v} \rangle$, y definido así:

$$\text{Sean } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} \quad \text{entonces}$$

$$\langle \mathbf{u} \mid \mathbf{v} \rangle = c_1{*}c_3 + c_2{*}c_4.$$

Se dice que $\langle \mathbf{u} \mid \mathbf{v} \rangle$ es un *producto interno* sobre $\mathcal{V}$ si

$$\langle \mathbf{v} \mid \mathbf{v} \rangle \geq 0 \text{ y } \langle \mathbf{v} \mid \mathbf{v} \rangle = 0 \text{ si y solo si } \mathbf{v} = 0$$

$$\langle \mathbf{u} \mid \mathbf{v} \rangle = \langle \mathbf{v} \mid \mathbf{u} \rangle^*$$

$$\langle \mathbf{u} \mid a\mathbf{v} \rangle = a\langle \mathbf{u} \mid \mathbf{v} \rangle$$

$$\langle \mathbf{u} \mid \mathbf{v} \oplus \mathbf{w} \rangle = \langle \mathbf{u} \mid \mathbf{v} \rangle + \langle \mathbf{u} \mid \mathbf{w} \rangle.$$

Para todo **v** y **u** en $V$,

la *norma* o *longitud* de **v** es $|\mathbf{v}| = \sqrt{\langle \mathbf{v} | \mathbf{v} \rangle}$;

si $|\mathbf{v}| = 1$, se dice que **v** está *normalizado*;

si $\langle \mathbf{v} \mid \mathbf{u} \rangle = 0$, se dice que **v** es *ortogonal* a **u**.

Se dice que $L$ es un *subespacio* de $\mathcal{V}$ si (i) $L$ es un subconjunto de $V$, (ii) si **u** y **v** están en $L$ entonces también lo está **u** $\oplus$ **v** y (iii) si **v** está en $L$ entonces $a$**v** está en $L$ (donde $a$ es cualquier escalar).

También se dice que un vector **v** es *ortogonal a un subespacio* $L$ si es ortogonal a todo vector en $L$, y que dos subespacios $L_1$ y $L_2$ son ortogonales si todo vector en $L_1$ es ortogonal a todo vector en $L_2$

Dado un subespacio $L$, podemos descomponer cualquier vector **v** en dos partes, $\mathbf{v}_L$ y $\mathbf{v}_{L\perp}$, de manera tal que $\mathbf{v}_L$ yace en $L$, $\mathbf{v}_{L\perp}$ es ortogonal a $L$ (y de ahí a $\mathbf{v}_L$) y $\mathbf{v} = \mathbf{v}_L \oplus \mathbf{v}_{L\perp}$.

Se dice que un operador lineal **A** sobre $\mathcal{V}$ es *hermetiano* si, para todos los vectores **u** y **v**, $\langle \mathbf{u} \mid \mathbf{A}\mathbf{v}\rangle = \langle \mathbf{A}\mathbf{u} \mid \mathbf{v}\rangle$.

Se dice que un operador lineal **A** sobre $\mathcal{V}$ es *idempotente* si **AA** = **A**.

Se dice que un operador lineal **A** sobre $\mathcal{V}$ es un *operador de proyección* o *proyector* si **A** es hermetiano e idempotente.

El conjunto de proyectores sobre un espacio vectorial está en una correspondencia uno a uno con el conjunto de los subespacios del espacio. Ese conjunto incluye el operador cero, que proyecta en el subespacio cero, -el operador $\mathbf{P}_O$ tal que, para todo **v**, $\mathbf{P}_O$ = 0- y al operador identidad, que proyecta en el espacio entero.

Un conjunto de vectores $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ *expande* un espacio $\mathcal{V}$ si para cualquier **v** en $\mathcal{V}$, existen escalares $a_1$, $a_2$, ..., $a_n$ tales que $\mathbf{v} = a_1\mathbf{v}_1 \oplus a_2\mathbf{v}_2 \oplus a_n\mathbf{v}_n$.

Se dice que un operador hermetiano que admite vectores propios tiene un *espectro discreto*, y en ese caso el espectro consiste en el conjunto de valores propios del operador. Todos los operadores hermetianos sobre un espacio vectorial de dimensión finita tiene un espectro discreto. Además, tenemos que (i) si **A** es un operador hermetiano entonces sus valores propios son reales y (ii) si **A** es un operador hermetiano, tal que $\mathbf{A}\mathbf{v}_1 = a_1\mathbf{v}_1$, $\mathbf{A}\mathbf{v}_2 = a_2\mathbf{v}_2$ y $a_1 \neq a_2$, entonces $\mathbf{v}_1 \perp \mathbf{v}_2$. O, en palabras, vectores propios correspondiendo a valores propios distintos son mutuamente ortogonales.

Se dice que un espacio vectorial es *completo* si cualquier secuencia convergente de vectores en el espacio converge a un vector en el espacio.

Un *espacio de Hilbert* es un espacio vectorial completo, dotado de un producto interno.

**Referencias.**


Aspect *et al* [1982]. A. Aspect, J. Dalibard y G. Roger, <<Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers>>, *Physical Review Letters* 49.

Beltrametti y Cassinelli [1981]. E. G. Beltrametti y G Cassinelli, *The Logic of Quantum Mechanics*, Addison-Wesley

Braithwaite [1952]. Richard B. Braithwaite, *La explicación científica*, Tecnos, Madrid, 1975.

Bunge [1969]. Mario Bunge, *La Investigación Científica*, Ariel, Barcelona.

______ [1973]. *Philosophy of Physics*, D. Reidel, Dordrecht, Holland.

______ [1985]. *Racionalidad y realismo*, A. U., Madrid.

Carnap [1950]. Rudolf Carnap, *The Logical Foundations of Probability*, Chicago, University of Chicago Press.

Chuaqui [1991]. Rolando Chuaqui, *Truth, Possibility and Probability*, Elsevier, North-Holland.

Cushing [1989]. J. T. Cushing, <<A background essay>> en *Philosophical Consequences of Quantum Theory*, J. T. Cushing y E. McMullin (eds.), University of Notre Dame Press.

Davidson [1974]. Donald Davidson, <<On the very idea of a Conceptual Scheme>>, *Proceedings and Addresses of the American Philosophical Association* 47.

______ [1990]. <<The Structure and Content of Truth>>, *Journal of Philosophy* 87.

Davies y Brown [1988]. P. C. Davies y J. R. Brown, *The Ghost in the Atom*, Cambridge University Press, N. Y.

De Finetti [1937]. Bruno de Finetti, <<La prévision: Ses lois logiques, ses sources subjectives>>, *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 7. (Traducido como <<Foresight: Its Logical Laws,Its Subjective Sources>> en *Studies in Subjective Probability*,H. E. Kyburg Jr. y H. E. Smokler (eds.), Wiley, N. Y., 1964.

______ [1958]. <<The Foundations of Probability>> en *Philosophy of*

*Midcentury*, R. Klibansky (ed.), La Nouva Italia Editrice, Florence.

_____ [1974]. *Theory of Probability*, Vol. I, Wiley, N. Y.

_____ [1968]. <<Probability: Interpretations>> en *International Enclyclopedia of Social Sciences*, Vol. 12, MacMillan, N. Y. *filósofos*, FCE, Buenos Aires.

De la Torre [1992]. Alberto C. de la Torre, *Física cuántica para filósofos*, FCE, Buenos Aires.

Feller [1950]. William Feller, *Introducción a la teoría de la probabilidad y sus aplicaciones*, vol. I, Limusa, México, 1973.

Fine [1973]. Terrence L. Fine, *Theories of Probability*, Academic Prees, N. Y.

Giere [1973]. Ronald N. Giere, <<Objective single-case probabilities and the foundations of statistics>> en *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, IV, P. Suppes *et al* (eds.), Elsevier.

_____ [1976]. <<A Laplacean formal semantics for single-case propensities>>, *Journal of Philosophical Logic* 5.

Hacking [1975]. Ian Hacking, *El surgimiento de la probabilidad*, Ed. Gedisa, Barcelona, 1995.

_____ [1965]. *The Logic of statistical inference*, Cambridge University Press.

_____ [1986]. *Representar e intervenir*, Paidos/UNAM, México, 1996.

Hintikka [1971]. Jaakko Hintikka, <<Unknown probabilities, Bayesianism, and de Finetti representation theorem>>, en *Rudolf Carnap*. R. C. Buch y R. S. Cohen (eds.), D. Reidel, Dordrecht, Holland.

Howard [1989]. Don Howard, <<Holism, separability and the metaphysical implications of the Bell experiments>> en *Philosophical Consequences of Quantum Theory*, J. T. Cushing y E. McMullin (eds.), University of Notre Dame Press.

_____ [1985]. <<Einstein on locality and separability>>, *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 16, No. 3.

Hughes [1989]. R. I. G. Hughes, *The Structure and Interpretation* *of Quantum Mechanics*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.) y Londres.

Humphreys [1985]. Paul Humphreys, <<Why propensities cannot be probabilities>>, *The Philosophical Review*, Vol. XCIV, No. 4.

Jarrett [1989]. Jon P. Jarrett, <<Bell's Theorem: A guide to the implications>> en *Philosophical Consequences of Quantum Theory*, J. T. Cushing y E. McMulin (eds.), University of Notre Dame Press.

Krantz *et al* [1971]. D. H. Krantz, R. D. Luce, P. Suppes y A. Tversky, *Foundations of Measurement*, vol. I, Academic Press.

Kolmogorov [1933]. Andrés N. Kolmogorov <<La teoría de la probabilidad>> en *La matemática: su contenido, métodos y significado*, A. D. Aleksandrov *et al* (eds.), tomo II, Alianza Universidad, Madrid, 1982.

Kuhn [1962]. Thomas S. Kuhn, *La Estructura de las Revoluciones científicas* (2a. edición de 1970), FCE, México, 1971.

Kyburg y Smokler [1964]. H. E. Kyburg Jr. y H. E. Smokler, (eds.), <<Introduction>> a *Studies in Subjective Probability*, Wiley, N. Y.

Laplace [1814]. Pierre Simon de Laplace, *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, Alianza Editorial, Madrid, 1985.

Martínez [1991a]. Sergio Martínez, <<El azar en la mecánica cuántica: de Bohr a Bell>>, *Crítica*, Vol. XXIII, No. 69.

______ [1991b]. <<¿Qué es una ley irreductiblemente estadística? El caso de la mecánica cuántica>>, *Diánoia*, FCE/UNAM.

______ [1992]. <<Objetividad contextual y robustez>>, *Diánoia*, FCE/UNAM, 1992.

______ [1990]. <<La objetividad del azar en un mundo determinista>>, *Crítica*, Vol. XXII, No. 65.

______ [1994]. <<Realismo interno versus realismo contextual, el caso de la mecánica cuántica>>, *Revista Latinoamericana de Filosofía*, Vol. XX, No. 1.

Mendelson [1979]. Elliot Mendelson, *Introduction to Mathematical Logic*, D. Van Nostrand, Princeton, N. J. (1a. edición: 1964).

Mellor [1971]. D. H. Mellor, *The Matter of Chance*, Cambridge

University Press.

Orayen [1992]. Raúl Orayen, <<La teoría de los modelos vista por el ojo de Dios>>, *Diánoia*, FCE/UNAM, 1992.

Peirce [1893]. Charles Sanders Peirce, <<The doctrine of chances>>, *Collected Papers*, vol. II, Ch. Hartshorne y P. Weiss (eds.), The Belkuap Press of Harvard University, Cambridge, Mass.

Plato [1982]. Jan von Plato, <<Probability and Determinis>>, *Philosophy of Science* **49**.

Popper [1957]. Karl R. Popper, <<The propensity interpretation of the calculus of probability and the Quantum theory>> en *Observation and Interpretation in the Philosophy of Physics*, S. Korner (ed.), Butterworth, London.

——— [1959]. <<The propensity interpretation of probability>>, *British Journal of the Philosophy of Science* **10**.

——— [1965]. <<La ciencia normal y sus peligros>>, en *Crítica y Desarrollo del Conocimiento*, I. Lakatos y A. Musgrave (eds.), Grijalbo, Madrid, 1970.

——— [1982a]. *Realismo y el objetivo de la ciencia*, (*Post Scriptum* a *La Lógica de la Investigación científica*, vol. I), Tecnos, Madrid, 1984.

——— [1982b]. *El Universo abierto*, (*Post Scriptum* a *La Lógica de la Investigación científica*, vol. II), Tecnos, Madrid, 1984.

——— [1982c]. *Teoría cuántica y el cisma de la Física*, (*Post Scriptum* a *La Lógica de la Investigación científica*, vol. III), Tecnos, Madrid, 1984.

Prigogine [1996]. Ilya Prigogine, *El fin de las certidumbres*, Ed. Andres Bello, Chile, 1996.

Putnam [1990]. Hilary Putnam, *Realism with a Human Face*, Harvard University Press, Cambridge, Mass.

——— [1980]. <<Models and Reality>>, *The Journal of Symbolic Logic*, 45, No. 3.

——— [1983]. <<Why there isn't a ready-made world>> en *Realism and Reason*, Philosophycal Papers, Vol. III, Cambridge University Press.

_______ [1976]. <<What is <Realism>?>>, *Aristotelian Society*.

_______ [1992]. <<Atando cabos>>, *Diánoia*, XXXVIII, UNAM/FCE.

Quine [1953a]. Willard V. O. Quine, <<Acerca de lo que hay>> en *Desde un punto de vista lógico*, Ariel, Barcelona, 1962.

_______ [1953b]. <<Dos dogmas del empirismo>> en *Desde un punto de vista lógico*, Ariel, Barcelona, 1962.

Rae [1986]. Alastair Rae, *Física cuántica, ¿ilusión o realidad?*, A. U., Madrid, 1988.

Redhead [1987]. M. Redhead, *Incompleteness, Nonlocality and Realism*, Clarendon Press, Oxford.

Reichenbach [1949]. Hans Reichenbach, *The Theory of Probability*, Berkeley, University of California Press.

Russell [1948]. Bertrand Russell, *El conocimiento humano*, Taurus, Madrid, 1977.

Salmon [1979]. Wesley C. Salmon, <<Propensities: A discussion review>>, *Erkenntnis* **14**.

_______ [1966]. <<The Foundations of Scientific Inference>> en *Mind and Cosmos*, R. G. Colodny (ed.), Pittsburgh, University of Pittsburg.

_______ [1977]. <<Objectively homogeneous reference classes>>, *Synthese* **36**.

_______ [1984]. *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press.

_______ [1994]. <<Causality without counterfactuals>>, *Philosophy of Science*.**61**. .

Savage [1973]. Leonard J. Savage, <<Probabilistic in Science: A personalistic account>> en *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, P. Suppes *et al* (eds.), North-Holland, Amsterdam.

Selleri [1986]. Franco Selleri, *El debate de la teoría cuántica*, Alianza Universidad, Madrid.

Suppes [1974a]. Patrick Suppes, <<Popper's analysis of probability in Quantum Mechanics>> en *The Philosophy of Karl Popper*, A. Schilpp (ed.), Open Court, La Salle.

_______ [1974b]. <<The essential but implicit role of modal concepts in science>>, *PSA 1972*, K. F. Schanffer y R. S. Cohen (eds.), Reidel, Dordrecht.

——— [1987]. <<Propensity representations of probability>>, *Erkenntnis* 26.

——— [1969]. *Studies in the Methodology and Foundations of Science*, D. Reidel, Amsterdam.

——— y Zinnes [1963], P. Suppes y J. L. Zinnes, *Basic Measurement Theory*, Handbook of Mathematical Psychology, D. Luce *et al* (eds.), John Wiley and Sons, Inc., 1963.

Teller [1986]. Paul Teller, <<Relational Holism and Quantum Mechanics>>, *Brit. J. Phil. Sci.* 37.

——— [1989]. <<Relativity, relational holism and the Bell inequalities>> en *Philosophical Consequences of Quantum Theory*, J. T. Cushing y E. McMullin (eds.), University of Notre Dame Press.

Torretti [1990]. Roberto Torretti, *Creative Understanding*, University of Chicago Press, Chicago.

van Fraassen [1992]. Bas C. van Fraassen, <<Después del fundacionismo: entre el círculo vicioso y el regreso al infinito>>, *Diánoia*, XXXVIII, UNAM/FCE.

——— [1980]. *La imagen científica*, Paidós/UNAM, México, 1996.