

01178
1
20/

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE TEMPERATURAS
EN UN LECHO EMPACADO CON PIEDRAS**

ALFREDO FLORES IRIGOLLEN

TESIS DE MAESTRÍA

PRESENTADA A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER

EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA

(ENERGÉTICA)

261849

CIUDAD UNIVERSITARIA, UNAM, JUNIO 1998

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Varias son las personas a quienes debo la culminación feliz del presente trabajo y quienes contribuyeron de manera directa o indirecta en su realización. Vaya para todas ellas un sincero reconocimiento.

Al Dr. José Luis Fernández Zayas agradezco sus valiosas observaciones y comentarios, y sus críticas de inestimable valor a los manuscritos que antecedieron el documento final. Su preocupación constante por el uso correcto del idioma español, sus recomendaciones y sus tareas desempeñaron un papel fundamental y motivaron el desarrollo de un estilo que aún no acaba de madurar y consolidarse.

A los Maestros en Ciencias José Alberto Rodríguez Montes, José Chagoyán Serrano y Federico Poujol con quienes sostuve una pertinaz interacción académica que resultó enriquecedora y aclaró varios de los conceptos involucrados en el trabajo.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM y a la Universidad Autónoma de Baja California Sur sin cuyo apoyo no habría sido posible la realización del trabajo.

Finalmente no quiero dejar de agradecer a mi compañera por su infinita paciencia, por su comprensión y por sus constantes palabras de aliento. Gracias Mony, te quiero mucho.

ÍNDICE

NOMENCLATURA

RESUMEN

1. INTRODUCCIÓN	1
2. ANTECEDENTES	3
3. ANÁLISIS TEÓRICO	25
4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL	29
5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	34
6. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	39
7. CONCLUSIONES	45
BIBLIOGRAFÍA	47
APÉNDICES	52

NOMENCLATURA

a_s	Área superficial de partículas sólidas por unidad de volumen de lecho, m^{-1}
A_t	Área de la sección transversal del lecho, m^2
A_w'	Área superficial interna de la pared, m^2
A_w°	Área superficial externa de la pared, m^2
Bi	hD_s/k_s Número de Biot
c	Calor específico, J/kgK
D	Diámetro del lecho empacado, m
D_s	Diámetro de partículas sólidas, m
D_e	Diámetro equivalente medio, m
$f(t)$	Estimulo de temperatura arbitrario a la entrada.
G	Flujo másico por unidad de área de sección transversal, kg/sm^2
h	Coefficiente de transferencia de calor fluido-sólido, W/m^2K
h_{eq}	Coefficiente volumétrico de transferencia de calor modificado, W/m^3K , ecn. 15
h_v	ha_s Coeficiente volumétrico de transferencia de calor, W/m^3K
h_w	Coefficiente de transferencia de calor pared-fluido, W/m^2K
j_h	Factor de Colburn transferencia de calor
k_s	Conductividad térmica del sólido, W/mK
k_w	Conductividad térmica pared, W/mK
L	Longitud del lecho, m
NUT	Número de unidades de transferencia, adimensional, ecn. 27
NUT_c	NUT corregido, ecn. 19
Pe	Gc_fD_s/k_f Número de Peclet
Pr	$\mu_f c_f/k_f$ Número de Prandtl
r	Coordenada radial en modelo de dispersión-concéntrico
Re	GD_s/μ_f Número de Reynolds
T	Temperatura en modelos de una fase, ecn. 12
T_f	Temperatura del fluido, $^\circ C$
T_s	Temperatura del sólido, $^\circ C$
U	coeficiente global de pérdidas de calor, W/m^2K

v	v_0/ϵ Velocidad intersticial del fluido, m/s
v_0	Velocidad superficial del fluido, m/s
x	Coordenada longitudinal en el lecho, m
X	Coordenada longitudinal adimensional en mod. Schumann

Símbolos griegos

ϵ	Fracción de huecos o porosidad
λ_{ax}	Conductividad térmica efectiva axial del lecho, ecn. 13, W/mK
λ_0	Conductividad térmica efectiva de estancamiento, W/mK
λ_r'	Conductividad térmica efectiva radial, W/mK
μ	Viscosidad dinámica, $N\cdot s/m^2$
ψ	Esfericidad
ρ	densidad, kg/m^3
θ	Tiempo adimensional, mod. Schumann
Θ	Temperatura adimensional
ξ	Coordenada longitudinal adim.

Subíndices

f	Fluido
o	Valor inicial o de referencia
s	Sólido
∞	Referencia al ambiente

RESUMEN

El comportamiento dinámico de un lecho empacado con piedras, sujeto a condiciones iniciales y de frontera preestablecidas, se simula numéricamente haciendo uso del modelo simplificado de dos fases o modelo de Schumann, el cual considera esencialmente la interacción térmica convectiva entre las fases. Las ecuaciones diferenciales que constituyen este modelo se adimensionalizan y resuelven numéricamente aplicando el método de Hughes "Efectividad-NUT", para obtener la distribución espacio-temporal de temperaturas en el lecho.

A fin de validar el modelo, se construye un lecho empacado con cantos rodados en un túnel de calentamiento de aire, el cual consta de 9 resistencias eléctricas y de un ventilador centrífugo de 0.5 HP para impulsar al aire.

Se realizan pruebas experimentales usando distintos estímulos de entrada y se registran las temperaturas del aire y de la superficie del sólido a la entrada, al centro y a la salida del lecho. Se mide, además, la temperatura interna de una piedra situada al centro del lecho.

Los resultados obtenidos de la simulación numérica concuerdan aceptablemente con los datos experimentales registrados durante las pruebas.

En este trabajo se reporta la evolución que presenta el coeficiente local instantáneo de transferencia de calor al centro del lecho para un enfriamiento brusco del aire a la entrada.

El promedio temporal del coeficiente cae dentro del rango de valores típicos de convección forzada.

1. INTRODUCCIÓN

Un lecho empacado es básicamente un contenedor lleno de un material sólido de empaque a través del cual se hace fluir un fluido, usualmente aire, para que transfiera calor al sólido o lo reciba de él. El sistema aprovecha el calor específico del sólido para almacenar energía, por lo cual es deseable que posea un alto valor en esta propiedad, para que el volumen del lecho no sea demasiado grande, y una gran área de contacto fluido-sólido para que el tiempo de intercambio de calor sea corto. Son ejemplos de lechos empacados los apilamientos de piedras, los filtros de arena, las columnas de absorción, los hornos en la producción de hierro y de coque, entre otros (Rodríguez, 1988).

Este tipo de dispositivos constituye una clase de una categoría más general de sistemas de dos fases: los medios porosos. Otra clase la forman los sólidos porosos que se caracterizan por poseer una fracción de huecos relativamente pequeña y presentar una resistencia al flujo bastante grande. La roca porosa de los yacimientos petrolíferos o geotérmicos, la espuma de poliuretano y poliestireno, y los filtros cerámicos, son algunos ejemplos de sólidos porosos (Clark, 1979).

Las aplicaciones prácticas de lechos empacados son múltiples; las más recientes incluyen el almacenamiento de energía derivado de los sistemas de conversión de energía solar (Clark, 1979); otras más tradicionales incluyen regeneradores térmicos (Larsen, 1967), hornos industriales y reactores catalíticos (Tanaka et al, 1977).

Actualmente, en la Universidad Autónoma de Baja California Sur se estudia la posibilidad de incluir en un sistema de secado solar una unidad de almacenamiento de calor tipo lecho rocoso con objeto de prolongar la disponibilidad de aire caliente para el proceso de secado. Los criterios de dimensionamiento de tal unidad deben estar sustentados en un conocimiento profundo de la dinámica de la transferencia de calor en el seno del lecho y en el conocimiento de los requerimientos energéticos y condiciones iniciales y de operación del proceso.

Las ventajas principales que presentan los sistemas de almacenamiento de calor tipo lecho rocoso son la disponibilidad del material de empaque, su bajo costo y la baja conductividad térmica del lecho en la dirección radial, lo cual reduce las necesidades de aislamiento del sistema (Duffie y Beckman, 1992). Sin embargo, exhiben también una desventaja muy importante, a saber, la baja capacidad de calor específico que implica grandes volúmenes de los sistemas de almacenamiento y las grandes caídas de presión que exigen el uso de ventiladores de gran capacidad. En relación a este inconveniente, debe destacarse el trabajo de Pryor y Close (1978), en el cual se señala la factibilidad de reducir el volumen de un lecho empacado para almacenamiento térmico mediante el uso de un material adsorbente tal como la sílica-gel. Para una operación cíclica los modelos numéricos que emplean muestran una concordancia satisfactoria con las mediciones experimentales.

Los trabajos experimentales realizados con lechos empacados, en donde se utiliza un material de empaque de geometría irregular y tamaños heterogéneos, no son muy abundantes (Duffie y Beckman, 1992). Generalmente los estudios reportados de transferencia de calor en lechos empacados han mostrado preferencia por una geometría esférica y un tamaño uniforme en el sólido de relleno (Rodríguez, 1988).

Por tal motivo, el presente trabajo se abocó al estudio de la dinámica de la transferencia de calor en un lecho experimental empacado con cantos rodados, con objeto de validar un modelo sencillo y elaborar un programa de cómputo que fuera de utilidad práctica para auxiliar en el diseño de unidades de almacenamiento de calor tipo lecho rocoso.

El programa desarrollado, que aquí se presenta y se valida, ha mostrado ser confiable al reproducir las temperaturas experimentales con bastante aproximación.

2. ANTECEDENTES

El presente análisis muestra los trabajos más relevantes que sobre el estudio de la transferencia de calor en lechos empacados se han publicado hasta la fecha. Se discuten en él, los modelos matemáticos que describen el fenómeno de la transferencia de calor y que permiten simular el comportamiento dinámico de lechos empacados, así como también, algunos trabajos experimentales realizados sobre lechos empacados con esferas para la determinación del coeficiente de transferencia de calor.

La literatura en torno a los temas de transporte de calor, masa y cantidad de movimiento en lechos empacados es sumamente extensa. En el texto de Bird et al. (1992), se establecen los fundamentos de la transferencia de calor y masa en lechos empacados, y se define la correlación del coeficiente de transferencia de calor para convección forzada entre el fluido y el sólido de relleno como un valor local representativo de una sección transversal del lecho, en términos del número de Prandtl y del número de Reynolds. Se dan también las definiciones de los principales parámetros de diseño. Clark (1979) presenta en su revisión crítica de la literatura una descripción muy completa de la transferencia de calor en lechos empacados y pone especial énfasis en los aspectos de almacenamiento de energía de los sistemas de conversión de energía solar. Muestra las definiciones de los principales parámetros geométricos y de diseño que son característicos del lecho y afectan el comportamiento térmico y la dinámica de flujo en el interior del lecho. Balakrishnan (1979) presenta también un resumen de un gran número de estudios sobre la transferencia convectiva de calor y caída de presión en lechos empacados.

En relación a los modelos que permiten describir la respuesta dinámica de temperaturas de lechos empacados, existen en la literatura una diversidad de ellos. El aspecto esencial, común a la mayoría de estos modelos, es su carácter unidimensional en la dirección axial del flujo, aunque es posible incluir en un coeficiente de dispersión radial los efectos que produce el transporte transversal. Cabe señalar en este sentido, que son pocos los investigadores que han intentado dar una descripción más completa del fenómeno al

buscar tomar en cuenta los efectos bidimensionales. A este respecto, Beasley y Clark (1984) proponen un modelo matemático bidimensional para simular el comportamiento dinámico de un lecho empacado con esferas de vidrio. Su modelo da cuenta del efecto de la variación radial de la porosidad, la capacitancia térmica de la pared y las pérdidas de calor de la pared. En virtud de que la dinámica del flujo de aire en el seno del lecho es sumamente compleja, no se ha desarrollado hasta la fecha un modelo tridimensional, que quizás resultaría poco práctico para propósitos de diseño, ya que aún no se sabe si superaría a los modelos unidimensionales existentes en su capacidad predictiva (Clark, 1979).

La derivación de tales modelos se basa fundamentalmente en la aplicación de un principio físico general, la conservación de la energía, y en la consideración de que las fases sólida y fluida son continuas de tal forma que puedan escribirse las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento dinámico del lecho.

2.1 Modelos unidimensionales y bidimensionales

El proceso de obtención de los modelos matemáticos unidimensionales consiste básicamente en aplicar un balance de energía para ambas fases en un volumen de control diferencial $A \cdot dx$, en el cual se tienen en cuenta los promedios volumétricos de las propiedades del sólido y del fluido. De esta manera, si se consideran las pérdidas térmicas al ambiente, se tiene para el fluido:

$$\epsilon \rho_f c_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial t} + v \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) = \epsilon \lambda_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + ha_s (T_s - T_f) - \frac{pU}{A_t} (T_f - T_x) \quad 1$$

El primer término del lado izquierdo representa la rapidez de acumulación de calor por el fluido en el elemento de análisis por unidad de volumen y el segundo, la diferencia neta en el transporte de energía debido al movimiento del fluido; el primer término del lado derecho representa la diferencia neta en el transporte de energía debido a conducción

térmica en la dirección axial; el segundo, la transferencia convectiva de calor entre el sólido y el fluido y el tercero, las pérdidas térmicas al ambiente. Esta primera ecuación describe la distribución espacial de la temperatura del fluido en función del tiempo y toma en cuenta los efectos dinámicos, el fenómeno de dispersión axial térmica y las pérdidas de calor al ambiente.

Para describir la evolución de temperaturas en la fase sólida se proponen dos alternativas; la primera supone una temperatura promedio uniforme en la sección transversal, y considera únicamente la variación de la temperatura en la dirección axial con conducción en la misma; esto nos da el modelo llamado de *fase sólida continua* que desprecia los gradientes internos del sólido (Rodríguez, 1988).

$$(1 - \varepsilon)\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1 - \varepsilon)k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + ha_s(T_f - T_s). \quad 2$$

Aquí h está referido a la temperatura media del sólido.

Las versiones adimensionales de las ecuaciones precedentes pueden obtenerse fácilmente si se definen las siguientes variables adimensionales:

$$\xi = \frac{ha_s x}{\varepsilon \rho_f c_f v}, \quad \tau = \frac{ha_s t}{(1 - \varepsilon)\rho_s c_s} \quad \text{y} \quad \Theta = \frac{T - T_0}{T_m - T_0}.$$

De esta manera las ecuaciones 1 y 2 se transforman en:

$$Kc \frac{\partial \Theta_f}{\partial \tau} + \frac{\partial \Theta_f}{\partial \xi} = \Theta_s - \Theta_f + Kf \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + Ku(\Theta_f - \Theta_x) \quad 3$$

$$\frac{\partial \Theta_s}{\partial \tau} = \Theta_f - \Theta_s + Ks \frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial \xi^2}. \quad 4$$

Donde K_c , K_f , K_s y K_u son parámetros que surgen de la adimensionalización. K_c es la razón de las capacidades térmicas volumétricas definida como:

$$K_c = \frac{\epsilon \rho_f c_f}{(1 - \epsilon) \rho_s c_s} \quad 5$$

y K_f , K_s y K_u quedan definidos como:

$$K_f = \frac{\epsilon \lambda_f h a_s}{(\epsilon \rho_f c_f v)^2}, \quad K_s = \frac{(1 - \epsilon) k_s h a_s}{(\epsilon \rho_f c_f v)^2} \quad \text{y} \quad K_u = \frac{U_p}{h a_s A} \quad 6$$

La segunda alternativa para describir la distribución espacio-temporal de la temperatura en la fase sólida supone la existencia de gradientes internos de temperatura en el sólido, por lo cual se considera la conocida ecuación de difusión:

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \nabla^2 T_s, \quad 7$$

que para el caso de partículas esféricas puede expresarse

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \quad 8$$

con la condición de frontera

$$h [T_f - T_s(r = R)] = k_s \left[\frac{\partial T_s}{\partial r} \right]_{r=R} \quad 9$$

Cuando se considera esta segunda alternativa, la temperatura del sólido en la ecuación 1 se refiere a la temperatura superficial en inmediato contacto con el fluido.

El modelo formado por las ecuaciones 1 y 8, las cuales están acopladas por la condición de frontera 9, es el modelo unidimensional más complejo y el que mejor representa la situación física real. Wakao (1979) lo llama *modelo de dispersión-concéntrico*. Ambos modelos son demasiado complejos para resolverse analíticamente y solo existen aproximaciones numéricas como solución.

En las ecuaciones precedentes las propiedades de la fase sólida y fluida que se emplean, por lo general, se conocen o bien pueden ser evaluadas experimentalmente. Desafortunadamente, los parámetros h y λ_f no se conocen con precisión; sin embargo, existen numerosas correlaciones reportadas en la literatura que permiten estimarlos. El parámetro λ_f representa una conductividad térmica efectiva axial del fluido, esto es, la suma de la conductividad en condiciones estáticas y la dispersión axial debido al flujo por los intersticios del lecho. Este fenómeno de conducción axial que se presenta en ambas fases puede constituirse en un efecto de gran importancia, especialmente cuando se tienen bajos valores del número de Reynolds ($Re < 100$) (Gunn, 1978). Generalmente, para lechos empacados que emplean un gas como fluido de transferencia el efecto de conducción entre las partículas sólidas es más importante que la conducción en el fluido. Sin embargo, si el fluido empleado tiene una conductividad comparativamente mayor que la del sólido es posible afirmar lo contrario (Clark, 1979).

Cabe destacar que en los modelos anteriores se desprecia la interacción térmica radiativa entre las fases, por ser insignificante cuando las temperaturas son inferiores a 400 °C (Sagara et al, 1970).

La presencia de términos de tipo difusivo en las ecuaciones exige la especificación de dos condiciones de frontera, una a la entrada y otra a la salida del lecho, a fin de obtener una solución única.

Para el modelo formado por las ecuaciones 1 y 2 Vortmeyer y Schaefer (1974), Burch et al (1976), y posteriormente Kreft y Zuber (1978) han propuesto diversas condiciones de frontera basados principalmente en un mecanismo de transporte difusivo.

Vortmeyer y Schaefer (1974) tratan con una forma simplificada de este modelo en la cual se desprecia la capacidad térmica y la conducción axial en la fase gaseosa y proponen como condiciones de frontera a la entrada

$$Gc_f(T_{-\infty} - T) = (1 - \epsilon)h(T_{-\infty} - T_s) \quad \text{y} \quad -\lambda_0 \frac{\partial T_s}{\partial x} = (1 - \epsilon)h(T_{-\infty} - T_s), \quad 10$$

en tanto que a la salida un balance de energía les permite deducir

$$(1 - \epsilon)h \left[T_s - T_f + \left(\frac{\lambda_0}{Gc_f} \right) \frac{\partial T_s}{\partial x} \right] + \lambda_0 \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0. \quad 11$$

Por otro lado, para el modelo de dispersión concéntrico las condiciones de frontera que se invocan son las siguientes (Sagara et al, 1970; Saez y McCoy, 1982):

En la superficie de las partículas esféricas se considera la conocida condición de frontera de tercer tipo que establece la igualdad del flujo de calor por conducción con el flujo de calor por convección entre la superficie sólida y el fluido en su entorno. Al centro de las partículas se considera un flujo neto por conducción nulo. Para la fase gaseosa se toma a la entrada una temperatura arbitraria y a la salida una temperatura finita cuando el lecho es considerado un medio semi-infinito.

El modelo de fase sólida continua, constituido por las ecuaciones 1 y 2, puede simplificarse si se eliminan los términos de tipo difusivo que representan el fenómeno de dispersión axial térmica en ambas fases. De esta forma se obtiene el llamado *modelo simplificado de dos fases* o *modelo de Schumann* (1929). Este investigador presenta el primer estudio analítico de la transferencia de calor en lechos empacados. Desarrolla un modelo que toma en cuenta esencialmente la interacción térmica convectiva entre las fases, y resuelve analíticamente las ecuaciones para un cambio de tipo escalón en la temperatura del aire a la entrada. Presenta su solución en términos de series infinitas de derivadas de funciones de Bessel con argumentos complejos.

Se tiene, finalmente, el modelo de una sola fase que considera al lecho empacado como un medio homogéneo y toma en cuenta los efectos dinámicos principales, esto es, la influencia de la conducción axial y los efectos de la inercia térmica del sólido. Este sencillo modelo puede derivarse formalmente a partir de simplificaciones matemáticas de los modelos más generales de dos fases o bien a partir del establecimiento de un balance de energía. La ecuación del balance de energía para el modelo de una fase se escribe normalmente como:

$$(1 - \varepsilon)\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{ax} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - Gc_f \frac{\partial T}{\partial x} \quad 12$$

donde el parámetro λ_{ax} representa la conductividad térmica efectiva axial del lecho, para la cual Yagi et al (1960) encontraron experimentalmente que

$$\lambda_{ax} = \lambda_0 + \delta \text{RePr}k_f \quad 13$$

donde δ tiene un valor entre 0.7 y 0.8 y λ_0 , la conductividad térmica de estancamiento, es del mismo orden de magnitud que $(1-\varepsilon)k_s$ (Littman y Sliva, 1970).

Para el modelo de una fase las condiciones de frontera aplicables son las de Danckwerts (Vortmeyer y Schaefer, 1974), las cuales se obtienen a partir de un balance de energía aplicado a la entrada y salida del lecho. A la entrada se establece

$$Gc_f(T_{-\infty} - T) = -\lambda_{ax} \frac{dT}{dx} \text{ en } x = 0 \quad 14$$

y a la salida se consideran condiciones adiabáticas.

Riaz (1977) presenta las soluciones analíticas del modelo de dos fases de Schumann y del modelo de una fase para un cambio de tipo escalón en la temperatura del aire a la entrada.

Para ello considera al lecho empacado como un medio sólido semi-infinito que se encuentra inicialmente a temperatura uniforme. Señala que la concordancia entre las respuestas que arrojan ambos modelos para valores del tiempo adimensional mayor que diez justifica el establecimiento de un modelo combinado equivalente que tome en cuenta la transferencia convectiva de calor entre las fases y la conducción axial en el lecho. Muestra además, que el modelo de una fase puede obtenerse a partir del modelo de fase sólida continua si se hace que el coeficiente volumétrico de transferencia de calor tienda a infinito; de esta forma las temperaturas del sólido y del fluido son iguales a lo largo del lecho. Con base en la hipótesis que establece que los diversos mecanismos de transporte de calor que tienen lugar en el lecho pueden ser combinados por superposición, este investigador define un coeficiente volumétrico de transferencia de calor modificado que incluido en el modelo de Schumann permite tomar en cuenta los efectos de conducción en el lecho. La ecuación que define tal coeficiente es:

$$\frac{1}{h_{eq}} = \frac{1}{h_v} + \frac{k_s}{(\rho_f c_f v_0)^2} \quad 15$$

Similarmente, define una conductividad equivalente en función del coeficiente volumétrico de transferencia de calor, los parámetros de flujo y la conductividad del sólido.

Vortmeyer y Schaefer (1974) derivan un modelo de una sola fase a partir de una forma simplificada del modelo de fase sólida continua en la cual se ignoran las pérdidas de calor, la inercia térmica del fluido y la conducción axial en esta misma fase. El modelo obtenido no exige la igualdad de las temperaturas de la fase sólida y fluida sino únicamente de sus segundas derivadas con respecto a la coordenada espacial. La ecuación que obtienen es:

$$(1 - \epsilon)\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \left(\lambda_0 + \frac{G^2 c_f^2}{ha_s} \right) \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} - Gc_f \frac{\partial T_s}{\partial x}, \quad 16$$

la cual es idéntica a la ecuación del balance de energía para el modelo de una sola fase con

$$\lambda_{ax} = \lambda_0 + \frac{G^2 c_f^2}{ha_s} \quad 17$$

Al comparar con los resultados experimentales de Yagi et al (1960) encuentran que:

$$\delta \text{RePr} k_f = \frac{G^2 c_f^2}{ha_s}, \quad 18$$

y con base en esto, afirman que la parte de λ_{ax} dependiente del flujo puede interpretarse como un efecto de dispersión que depende de la transferencia convectiva de calor entre la fase sólida y la fase gaseosa. Demuestran además que las condiciones de frontera del modelo de una fase pueden obtenerse a partir de las condiciones de frontera aplicables al modelo de dos fases. Los parámetros que describen al modelo de una fase concentran un mayor número de efectos no cuantificables del fenómeno, de tal forma que al contrastarlo con resultados experimentales, es muy difícil establecer la interdependencia de los efectos (Rodríguez, 1988).

Hughes et al (1976) formulan un modelo de una fase para simular el comportamiento dinámico de almacenes de calor tipo lecho de rocas utilizados en sistemas de calentamiento de aire con energía solar. Establecen la ventaja de este modelo sobre el de Schumann para efectuar simulaciones de largo plazo y muestran su validez por comparación con este último. En las simulaciones de largo plazo con el modelo de Schumann consideran un término de pérdidas térmicas al ambiente en la ecuación para el fluido e introducen un NUT modificado que incluye los efectos de conducción dentro de las partículas sólidas y los efectos de dispersión axial térmica en el lecho. El valor que emplean para el NUT modificado, denotado NUT_c , es el propuesto por Jeffreson (1972) en la ecuación:

$$\frac{1}{\text{NUT}_c} = \frac{D_s}{L(\text{Pe})} + \frac{(1 + \text{Bi} / 5)}{\text{NUT}} \quad 19$$

Finalmente, Con base en un estudio de sensibilidad demuestran que el comportamiento dinámico del almacén es poco sensible a la variación del parámetro NUT_c cuando este toma valores mayores a 10. Afirman en consecuencia que no se requiere un valor preciso del coeficiente volumétrico de transferencia de calor debido a que en muchos sistemas prácticos el valor del NUT_c es generalmente mayor de diez.

Dixon y Cresswell (1986) establecen que los parámetros efectivos de transferencia de calor empleados en los modelos de una fase pueden ser muy diferentes según se trate de estado permanente o transitorio. Explican que el éxito de los estudios realizados sobre el comportamiento dinámico de lechos empacados que han usado los parámetros obtenidos de la experimentación en estado permanente se debe a que todos ellos fueron efectuados a bajos números de Reynolds. Definen los parámetros Pe_a , H_{eff} y Nu_0 para valores altos del número de Reynolds que, utilizados en las simulaciones con el modelo adimensionalizado de una fase, permiten obtener una respuesta dinámica que se compara favorablemente con la obtenida por la solución numérica de las ecuaciones del modelo de dos fases. Con base en ello afirman entonces que la capacidad del modelo de una fase para reproducir el comportamiento dinámico de un lecho empacado depende de una adecuada elección de parámetros efectivos.

En relación a los modelos de dos fases, Spiga y Spiga (1981) resuelven analíticamente una versión adimensional de las ecuaciones 1 y 2 en las cuales se desprecian los términos de conducción axial en ambas fases y el término de pérdidas térmicas. El interés de estos autores se centra en el estudio del efecto de una variación en la razón de las capacidades térmicas volumétricas, K_c , sobre la respuesta dinámica de un lecho empacado a un impulso, escalón, rampa y a una variación senoidal de la temperatura del fluido a la entrada. Señalan y muestran gráficamente que cuando esta razón se incrementa la distribución de temperaturas es menos uniforme y las diferencias de temperaturas entre el sólido y el fluido aumentan. Para el caso de un estímulo tipo senoidal aplican el procedimiento de la transformada de Fourier y presentan las soluciones en términos de series infinitas de exponenciales con funciones periódicas. Destacan la importancia de la

aplicación de este método en la estimación de la carga de calentamiento abastecida por energía solar en los sistemas que incluyen almacenamiento de calor en lechos empacados.

Coutier y Farber (1982), en su estudio de la transferencia de calor en lechos empacados, consideran también las ecuaciones 1 y 2 y desprecian únicamente el término difusivo en la ecuación para el fluido. Adimensionalizan dichas ecuaciones y resuelven numéricamente el sistema de ecuaciones resultantes por diferencias finitas. Indican que el enfoque numérico del problema de transferencia de calor presentan dos ventajas principales con respecto a los analíticos: es posible tomar en cuenta fenómenos como las pérdidas térmicas y los efecto de conducción axial y, además, no hay restricciones con respecto al establecimiento de condiciones iniciales y de frontera. Estos autores enfocan su atención al sistema aire-piedras y utilizan su modelo para determinar el coeficiente h_v a diferentes condiciones de flujo y tamaños de partículas con base en una comparación de las temperaturas experimentales y teóricas. No especifican, sin embargo, la manera en que estimaron el coeficiente global de pérdidas térmicas que considera su modelo, o bien, si también fue considerado como un parámetro de ajuste. Calculan el número de Biot y encuentran que es siempre menor que 0.1 por lo cual desprecian el efecto intrapartícula. Admiten, sin embargo, la presencia de un fenómeno de dispersión radial que no es tomado en cuenta en su modelo y que podría influir en el valor del coeficiente. De este estudio se deriva una expresión para estimar el coeficiente h_v que produce valores superiores a los de la ecuación de Löff y Hawley (1948), pero inferiores a los valores experimentales de Alanis et al (1977). Finalmente presentan una segunda aplicación de su modelo al diseño óptimo de almacenes de calor tipo lecho de rocas acoplados a colectores solares.

Shitzer y Levi (1983) desarrollan, mediante la técnica de superposición de Duhamel, una solución analítica más eficiente del modelo de Schumann que permite considerar una temperatura variable del fluido a la entrada. Presentan la solución en términos de series dobles infinitas y hacen notar sus ventajas con respecto a la solución presentada por Schumann (1929). Verifican experimentalmente el resultado de su análisis, aunque no muestran la correlación utilizada para estimar el coeficiente h_v . No obstante, obtienen una

aceptable concordancia entre los resultados teóricos y experimentales, lo cual hace suponer que en el sistema aire-piedras los fenómenos de conducción axial y la inercia térmica del aire son despreciables. Cabe destacar que sus pruebas experimentales abarcan un intervalo del número de Reynolds entre 170 y 400 y que en ellas utilizan únicamente un estímulo tipo escalón de la temperatura del aire a la entrada.

Saez y McCoy (1982) emplean el método de momentos y la transformada de Laplace para resolver analíticamente las ecuaciones 1 y 8 sin considerar el término de pérdidas térmicas que aparece en la ecuación del fluido. Para expresar la respuesta dinámica a una función delta de la temperatura del aire a la entrada hacen uso de expansiones polinomiales de Hermite y Laguerre. Cuando el estímulo es arbitrario, expresan la solución en el espacio de la transformada de Laplace como el producto de la temperatura del fluido a la entrada por la respuesta correspondiente a una función delta a la entrada. Comparan las predicciones de su modelo con los datos experimentales de otros autores y concluyen que las expansiones de Hermite proporcionan mejores resultados para el caso de baja dispersión axial térmica y bajo efecto intrapartícula. Utilizan las correlaciones de Wakao et al (1979) para estimar el coeficiente de transferencia de calor y el coeficiente efectivo de dispersión axial térmica, y atribuyen a una sobreestimación de este último las desviaciones observadas de su modelo con respecto a los datos experimentales.

En un trabajo muy similar al anterior, Saez y McCoy (1983) resuelven analíticamente las mismas ecuaciones pero en esta ocasión no ignoran las pérdidas de calor. Con la introducción de este término intentan mejorar la capacidad predictiva del modelo anterior, sin embargo, no mencionan si logran o no tal propósito. Indican los criterios bajo los cuales se pueden ignorar los gradientes radiales de temperatura en la columna empacada, el efecto intrapartícula y el efecto de la capacidad térmica de la pared.

Dhingra et al (1984) miden y analizan la respuesta dinámica de un lecho empacado con balines de vidrio ante un impulso de aire caliente como estímulo de entrada, mediante tres métodos distintos: método numérico, transformadas de Laplace y transformadas de

Fourier. En sus pruebas experimentales emplean dos lechos empacados, uno de 30 mm y otro de 60 mm de longitud. Registran la temperatura a la salida del primero como respuesta a un impulso de aire caliente a la entrada; luego lo reemplazan con el lecho de mayor longitud y registran nuevamente la respuesta a la salida ante un impulso de idénticas características. Consideran la temperatura a la salida del segundo como la respuesta de un lecho cuya longitud es la diferencia entre las longitudes de los lechos empleados. Con ello corrigen el efecto de entrada, sin embargo, requieren de dos experimentos por cada resultado. Exploran un rango del número de Reynolds de 1 a 300. Consideran en su análisis las ecuaciones 1 y 8, las cuales resuelven numéricamente, por transformadas de Laplace y por transformadas de Fourier, y comparan las soluciones obtenidas con los datos experimentales capturados. En el caso del análisis por transformadas la comparación la efectúan en el dominio de las transformadas de Laplace y de Fourier, mientras que por el método numérico la comparación es directa. Para determinar las mejores estimaciones de los parámetros λ_r , h y k_s , se varían sus valores en las ecuaciones diferenciales hasta obtener la variancia mínima entre los valores experimentales y teóricos de la temperatura de salida. Independientemente del método de análisis empleado, estos autores corroboran el hecho de que a bajos números de Reynolds la respuesta dinámica del lecho está dominada por la dispersión axial y es poco sensible a las variaciones del coeficiente de transferencia de calor y de la conductividad del sólido, mientras que a valores altos la respuesta es mucho menos sensible a la variación de la dispersión axial.

Este último trabajo presenta aspectos muy similares con respecto a la investigación experimental reportada por Gun y De Souza (1974) en cuanto a la forma de estimar los parámetros de transporte λ_r , h y k_s y en cuanto al método experimental utilizado, pero difiere de aquel en el estímulo de temperatura empleado a la entrada y en el hecho de que emplea dos métodos más para analizar la respuesta experimental.

Turner y Otten (1973) estiman también los mismos parámetros de transporte y calculan además la velocidad efectiva del fluido en el lecho con base en el análisis de la respuesta de frecuencias a un estímulo de tipo senoidal de la temperatura del aire a la entrada.

Investigan seis distintos materiales de empacamiento y señalan que las dificultades en la estimación de los parámetros se incrementa conforme aumenta el número de incógnitas. El empleo de dos lechos empacados para eliminar el efecto de entrada es ya considerado por estos autores.

Schmidt y Willmot (1981) presentan soluciones analíticas y técnicas computacionales disponibles para el diseño de lechos empacados con propósitos de almacenamiento térmico; en su trabajo especifican las hipótesis simplificadoras y aproximaciones necesarias que determinan la validez de los modelos en su aplicación al diseño de sistemas que emplean aire como fluido y muestran, además, un método para la optimización de dichos sistemas. Hausen (1983) hace en su libro una descripción del fenómeno transitorio dentro de los sólidos que sirven de material de empaque en regeneradores y de la manera en que estos influyen sobre el coeficiente global de transferencia de calor; describe el coeficiente de transferencia referido a la temperatura media del sólido como una función del coeficiente referido a la temperatura superficial, y establece que este último es hasta dos veces superior al primero.

Es evidente que en los modelos presentados anteriormente se ha supuesto que la fracción de huecos, la velocidad del fluido y los coeficientes de transporte son uniformes en una sección transversal dada. Sin embargo, las observaciones realizadas por diversos autores entre los cuales pueden mencionarse Benenati y Brosilow (1962), Beavers et al (1973) y Newell y Standish (1973) han demostrado que estos parámetros presentan una variación radial apreciable.

Beasley y Clark (1984) confirman estas observaciones y destacan por ello la necesidad de desarrollar un modelo bidimensional de la distribución de temperaturas que permita una descripción más completa del comportamiento dinámico de un lecho empacado. Estos investigadores proponen un modelo bidimensional de tres componentes: fluido, sólido de empaque y pared. Para el fluido consideran la ecuación 1 sin el término de pérdidas

térmicas, pero añaden al lado derecho un término que da cuenta del fenómeno de dispersión radial y que se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{\epsilon \lambda'_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right)$$

Para el sólido ignoran la dispersión axial térmica y consideran la ecuación 2 sin el término que toma en cuenta este fenómeno. Finalmente introducen una ecuación del balance de energía para la pared del lecho

$$\rho_w c_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = k_w \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} + h_w A'_w (T_f - T_w) - UA_w^\circ (T_w - T_\infty) \quad 20$$

que considera la conducción axial, la capacitancia térmica y las pérdidas de calor al ambiente. Esta última ecuación es particularmente importante en su trabajo ya que estudian el efecto de la mayor fracción de huecos cerca de la pared. Expresan las versiones en diferencias finitas de las ecuaciones anteriores y formulan condiciones de frontera que están más de acuerdo con las condiciones físicas del problema que aquellas propuestas por otros investigadores. Utilizan la correlación de Galloway y Sage (1970) para estimar el coeficiente de transferencia de calor pero para lograr un mayor ajuste a los datos experimentales aumentan en un 50% los valores de las constantes que aparecen en dicha correlación. Para la estimación de los coeficientes efectivos de dispersión térmica recurren a la correlación de Yagi y Kunii (1957). Con objeto de verificar experimentalmente su modelo utilizan un contenedor cilíndrico de acero de 3.17 mm de espesor el cual llenan con esferas de vidrio de tamaño uniforme en un arreglo aleatorio. En las mediciones de temperatura del sólido usan esferas de aluminio instrumentadas con la misma capacidad calorífica volumétrica que las esferas de vidrio y señalan que las mediciones simultáneas de temperatura del fluido y del sólido durante un transitorio permiten la determinación del coeficiente local instantáneo de transferencia de calor, sin embargo, no precisan las particularidades del método. De sus resultados experimentales y de las simulaciones

numéricas concluyen que los perfiles de temperatura son poco sensibles a las variaciones en el coeficiente de transferencia de calor y a variaciones en el coeficiente de dispersión térmica axial. Concluyen, además, que la dispersión térmica en la dirección axial está determinada por el coeficiente de transferencia de calor y que a valores más altos de este coeficiente se tiene una disminución en la dispersión axial. Las pruebas experimentales las efectuaron en un rango del número de Reynolds de 90 a 660 y en todos los casos las temperaturas teóricas se comparan favorablemente con las experimentales, lo cual prueba la bondad de su modelo.

Un trabajo experimental de gran relevancia sobre el estudio del coeficiente de transferencia de calor en lechos empacados lo realizó Rodríguez (1988). Este autor propone un método experimental para medir el coeficiente de transferencia de calor local e instantáneo en el seno de un lecho empacado con esferas de vidrio que prescinde de las suposiciones y simplificaciones que requiere un modelo matemático. Mide simultáneamente las temperaturas de la esfera y del fluido (agua) en su entorno durante un transitorio y detecta oscilaciones en el coeficiente de transferencia que revelan aspectos importantes de la hidrodinámica local que influyen de manera considerable en la transferencia de calor entre el sólido y el fluido. Su análisis se basa en la teoría de la conducción del calor para definir un perfil de temperatura en el sólido que determina el gradiente de temperatura en la interfaz fluido-sólido. Confirma la observación de otros autores de que durante el transitorio el coeficiente h varía a lo largo del lecho y es mayor cerca de la entrada debido a la incidencia del chorro. Con base en sus resultados logra explicar la dispersión que existe en la cuantificación del coeficiente de transferencia de calor por diversos autores.

Whitaker (1991) estudia las condiciones bajo las cuales una simple temperatura o una simple concentración es suficiente para describir los procesos de transporte en sistemas multifase.

Recientemente Choudhury et al (1995) presentan un estudio de optimización de los parámetros operacionales y de diseño de un lecho de rocas de sección transversal rectangular acoplado a un calentador solar de aire de cubierta simple y doble paso. Plantean las ecuaciones del balance de energía para cada componente del calentador solar y utilizan las ecuaciones del modelo de Schumann (1929) para describir el comportamiento dinámico del lecho. Este estudio de optimización muestra aspectos metodológicos que adolecen de graves deficiencias; en primer término los autores pretenden minimizar una razón de costo-beneficio expresada en función del tiempo de carga para valores fijos de la fracción de huecos, el flujo másico por unidad de área, la longitud del lecho y el área de la sección transversal, con el diámetro equivalente como parámetro variable. Sin embargo, no exploran el comportamiento de esta función objetivo para otros valores de los parámetros fijos mencionados. Seguramente estos autores, en su revisión bibliográfica, no se toparon con el trabajo de Maaliou y McCoy (1985) que trata de la optimización del almacenamiento de energía solar en columnas cilíndricas empacadas. En él se muestra un procedimiento de optimización completa, basado en un método iterativo de búsqueda directa, con el cual se optimizan simultáneamente los parámetros que afectan la función objetivo en consideración.

Por otro lado Choudhury et al realizan un análisis paramétrico y muestran gráficamente, entre otros aspectos, el efecto del área de la sección transversal del lecho sobre la respuesta dinámica de temperaturas en el sólido. Contra lo que podría esperarse, muestran un efecto apreciable de este parámetro, lo cual resulta incomprensible si se toma en cuenta que el modelo matemático que emplearon para describir el comportamiento térmico del lecho es unidimensional.

De este análisis de la literatura es destacable, entre otras cosas, el conocimiento de que en los sistemas aire-piedras los efectos de la inercia térmica del fluido de transferencia y los fenómenos de dispersión axial térmica son de poca o nula importancia en aplicaciones que, como el secado solar, presentan altos valores del número de Reynolds. Esto sugiere y justifica la utilización de un modelo matemático sencillo que ignore los fenómenos

mencionados y sirva para el desarrollo de un programa de simulación que pueda constituirse en una herramienta auxiliar para el diseño de unidades de almacenamiento de calor tipo lecho de rocas.

2.2 Parámetros Geométricos y de diseño

En la descripción y evaluación de los procesos de transporte que tienen lugar en un lecho empacado es necesario definir algunos parámetros que afectan de manera importante la dinámica de la transferencia de calor y la dinámica de flujo en el interior del lecho.

El parámetro geométrico de mayor relevancia en la descripción de un lecho empacado es el tamaño de las partículas. Cuando el material de empaque se compone de partículas de geometría irregular y tamaños heterogéneos es usual referirse al diámetro equivalente medio (Duffie y Beckman, 1992). El diámetro equivalente medio de n partículas se define como el diámetro de una esfera cuyo volumen es igual al volumen promedio de dichas partículas, es decir,

$$D_e = \left(\frac{6V_s}{\pi n} \right)^{1/3}$$

donde V_s es el volumen total de n partículas y n denota el número de partículas seleccionadas para la determinación de dicho parámetro.

Otro parámetro de interés es la fracción de huecos, algunas veces llamada porosidad del lecho, que se define como la razón del volumen de espacios huecos al volumen total del lecho. Su valor se ve afectado por el arreglo o acomodo relativo de las partículas y por la geometría de las mismas. Si el recipiente contenedor es cilíndrico se aprecia que la fracción de huecos es una función de la razón del diámetro del contenedor al diámetro de la partícula; de hecho conforme esta razón aumenta, la fracción de huecos disminuye

hasta un valor mínimo de 0.37 cuando la razón de diámetros es de 30 (Beasley y Clark, 1983).

En aplicaciones prácticas que involucran el almacenamiento de calor en sistemas solares con unidades tipo lecho de rocas, los tamaños de las partículas suelen variar de 1 a 5 centímetros mientras que la fracción de huecos toma un valor típico de aproximadamente 0.40 (Duffie y Beckman, 1992).

El área superficial de las partículas sólidas por unidad de volumen de lecho, a_s , es otro parámetro geométrico de importancia que aparece en las ecuaciones 1 y 2. Si las partículas que constituyen el material de empaque son esféricas y de tamaño uniforme, este parámetro puede calcularse con la ecuación:

$$a_s = \frac{6(1 - \epsilon)}{D_p}$$

Finalmente, la longitud y el área de la sección transversal del lecho son otros parámetros geométricos que se requieren para describir su comportamiento dinámico.

Todos estos parámetros tienen una influencia determinante en la transferencia de calor y la dinámica de flujo en el interior del lecho. En particular la razón del diámetro del contenedor al diámetro de las partículas afecta de manera importante la distribución de velocidades en una sección transversal dada. En relación con esto, se concluye que se tendrá una variación radial significativa de la velocidad en una sección transversal si la razón de diámetros es inferior a 30 (Clark, 1979). Esta variación es atribuible a un empacamiento no uniforme cerca de la pared que provoca un incremento en la fracción de huecos local y consecuentemente una menor resistencia al flujo cerca de esa misma zona. Evidentemente, el coeficiente de transferencia de calor se ve también afectado por esta variación radial de la fracción de huecos.

Por otro lado, el coeficiente de transferencia de calor y el coeficiente efectivo de dispersión axial térmica del fluido son parámetros de diseño cuya determinación implica una mayor incertidumbre. Estos dos parámetros han sido objeto de estudio en muchas investigaciones experimentales y en numerosas ocasiones han sido utilizados como parámetros de ajuste en los modelos matemáticos usados para describir el comportamiento térmico de lechos empacados.

En lo que concierne al coeficiente de transferencia de calor, el análisis de una gran cantidad de datos experimentales ha llevado al establecimiento de la siguiente correlación empírica (Bird et al, 1992):

$$j_h = 0.91 \text{Re}^{-0.51} \psi \quad \text{si} \quad \text{Re} < 50,$$

$$j_h = 0.61 \text{Re}^{-0.41} \psi \quad \text{si} \quad \text{Re} > 50$$

En estas ecuaciones el factor de Colburn para la transferencia de calor, j_h , y el número de Reynolds se definen de la siguiente manera:

$$j_h = \frac{h}{c_s G} \left(\frac{c_f \mu_f}{k_f} \right)^{2/3} \quad \text{y} \quad \text{Re} = \frac{G}{a_s \mu_f \psi}.$$

El término ψ es un coeficiente empírico que depende de la forma de la partícula y se define como la razón del área superficial de una esfera al área superficial de una partícula cuyo volumen es igual al de dicha esfera.

Una correlación muy importante para estimar el coeficiente volumétrico de transferencia de calor la aportan Löff y Hawley (1948) en su trabajo experimental sobre la transferencia de calor en un lecho empacado con material granular e irregular. Este coeficiente es simplemente el producto del coeficiente ordinario de transferencia de calor por el área

superficial de las partículas sólidas por unidad de volumen de lecho. Para llegar a la conocida expresión:

$$h_v = 650 \left(\frac{G}{D_c} \right)^{0.7}$$

Löf y Hawley realizaron pruebas experimentales a cinco diferentes flujos máxicos de aire y emplearon cuatro distintos tamaños de piedras. El método que emplearon fue el de comparación de las temperaturas experimentales adimensionales con las curvas teóricas de Schumann, método que ya había descrito y usado Furnas en 1932.

En su investigación, Löf y Hawley no se comprometen y restringen la aplicabilidad de su correlación a las condiciones en que se realizaron los experimentos. Señalan que si las condiciones experimentales satisfacen los requerimientos del modelo de Schumann, los coeficientes volumétricos de transferencia de calor para los procesos de calentamiento y enfriamiento deben ser idénticos.

Otra correlación que permite estimar el coeficiente volumétrico de transferencia de calor y cuya forma matemática es idéntica a la anterior, la obtienen Coutier y Farber (1982). El método empleado para estimar h_v en una prueba particular consistió en comparar los resultados experimentales con los que se obtienen al resolver numéricamente las ecuaciones 1 y 2 sin el término de dispersión axial térmica en la ecuación del fluido. Para obtener la expresión:

$$h_v = 700 \left(\frac{G}{D} \right)^{0.76},$$

realizaron distintas pruebas experimentales en un lecho empacado con piedras de 0.57 m de diámetro interno y 0.84 m de longitud. Con esta correlación obtienen una muy buena

concordancia entre las temperaturas teóricas y experimentales, sin embargo, no indican la manera en que estiman el coeficiente de pérdidas térmicas que también incluye su modelo.

Incropera y De Witt (1990) presentan una correlación para el coeficiente de transferencia de calor que es recomendable para el flujo de un gas a través de un lecho de esferas. En esta correlación el factor de Colburn, j_h , aparece como una función de la fracción de huecos y del número de Reynolds, y sus condiciones de aplicabilidad se restringen a fluidos cuyo número de Prandtl es aproximadamente 0.7 y a un rango del número de Reynolds de 90 a 4000.

3. ANÁLISIS TEÓRICO

El modelo matemático que aquí se presenta, ha sido descrito inicialmente por Schumann (1929), quien resuelve analíticamente el problema de la interacción térmica entre un fluido y un medio poroso para un cambio de tipo escalón en la temperatura del aire a la entrada.

En este documento, las ecuaciones que constituyen el modelo, se resuelven numéricamente para un estímulo de temperaturas arbitrario a la entrada.

Las hipótesis simplificadoras en que se basa este planteamiento son las siguientes: se considera un flujo pistón unidimensional e incompresible, se desprecia la dispersión axial térmica, las propiedades termofísicas del fluido y del sólido se suponen constantes y uniformes, las pérdidas de calor al ambiente son insignificantes, se desprecian los gradientes internos de temperatura del sólido y la interacción térmica radiativa entre las partículas.

Bajo estos supuestos, un balance de energía aplicado a un volumen de control diferencial, conduce para el fluido a la siguiente ecuación:

$$\varepsilon \rho_f c_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = -G c_f \frac{\partial T_f}{\partial x} + h v (T_s - T_f) \quad 21$$

y para el sólido a:

$$(1 - \varepsilon) \rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = h v (T_f - T_s) \quad 22$$

A la entrada del lecho se tiene una temperatura arbitraria del fluido caracterizada por:

$$T_f(0, t) = f(t) \quad 23$$

Se considera que el lecho está inicialmente a la temperatura de referencia T_0 ,

$$T_f(x,0) = T_o \quad \forall x \in [0, L] \quad 24$$

$$T_s(x,0) = T_o \quad \forall x \in [0, L] \quad 25$$

En las ecuaciones precedentes las propiedades del sólido y del fluido, por lo general, se conocen o bien pueden ser evaluadas experimentalmente.

Para el coeficiente volumétrico de transferencia de calor, h_v , Löff y Hawley (1948) definen la correlación más ampliamente usada en el diseño de equipo de transferencia de calor con lechos empacados. Esta correlación es la que se recomienda cuando el material de empaque es de tipo granular e irregular (Duffie y Beckman, 1992),

$$h_v = 650 \left(\frac{G}{D_c} \right)^{0.7} \quad 26$$

Debido a la baja inercia térmica del fluido, $\rho_f c_f$, el término de acumulación en la ecuación 21 se desprecia frecuentemente en los modelos para describir la fase gaseosa (Clark, 1979). Por lo tanto si se definen las siguientes variables adimensionales (Duffie y Beckman, 1992):

$$NUT = \frac{h_v L}{G c_f} \quad 27$$

$$X = \frac{x}{L} \quad 28$$

$$\theta = \frac{G c_f t}{\rho_s c_s (1 - \epsilon) L} \quad 29$$

el sistema de ecuaciones diferenciales formado por 21 y 22 se reduce a:

$$\frac{\partial T_f}{\partial X} = NUT(T_s - T_f) \quad 30$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial \theta} = NUT(T_f - T_s) \quad 31$$

Para resolver estas ecuaciones, Kuhn et al (1978) investigan un gran número de esquemas de diferencias finitas y concluyen que el método de Hughes (1976) es el más adecuado para la simulación de sistemas solares.

El método consiste en dividir el lecho empacado en n segmentos de la misma longitud Δx (fig. 3.1).

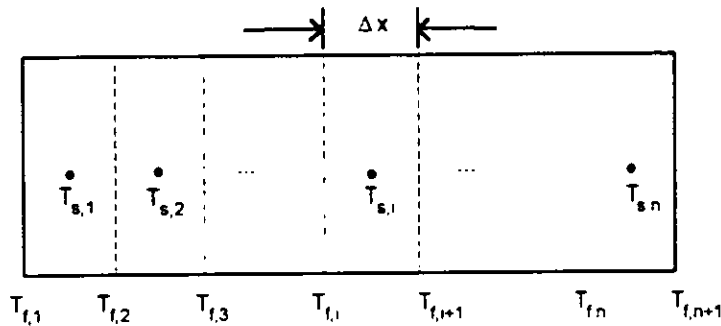


Fig. 3.1 División del lecho empacado

Si se resuelve la ecuación 30 para el segmento i -ésimo, considerando constante la temperatura de la piedra, la temperatura del fluido a la salida de dicho segmento puede calcularse con:

$$\frac{T_{f,i+1} - T_{s,i}}{T_{f,i} - T_{s,i}} = e^{-NUT(\Delta x/L)} \quad 32$$

Si se integra la ecuación 31 en el intervalo de tiempo adimensional $\Delta\theta$, se obtiene la temperatura de las piedras en el i -ésimo segmento al final de dicho intervalo,

$$\frac{T_{s,i}^* - T_{s,i}}{\bar{T}_{f,i} - T_{s,i}} = 1 - e^{(-NUT)\Delta\theta}$$

33

El esquema numérico de solución se implementó en un programa de cómputo elaborado en Turbo Pascal 6.0. En el apéndice A se muestra el diagrama de flujo del algoritmo numérico y en el apéndice B el código de programa correspondiente.

4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

4.1 Construcción del lecho

Para realizar las pruebas experimentales se construyó un almacén de calor tipo lecho de rocas con 45 kg de cantos rodados con un diámetro equivalente medio de 4.1 ± 0.17 cm. Las longitudes máximas de los cantos variaron de 3 a 7 cm. Esta masa de piedras se confinó dentro de un túnel de calentamiento de aire mediante dos rejillas metálicas construidas con marcos de fierro y malla de acero inoxidable. El túnel cuenta con nueve resistencias eléctricas y con un ventilador centrífugo de 0.5 HP que, con el lecho instalado, proporciona un flujo máximo de 0.118 kg/s. Consta también, con una sección de homogeneización que permite uniformar el flujo a la entrada del lecho. Una descripción detallada de las características y bondades de este equipo la muestran Chagoyán y Rodríguez (1992). La figura 4.1 es una representación esquemática que muestra los componentes que constituyen el túnel de calentamiento.

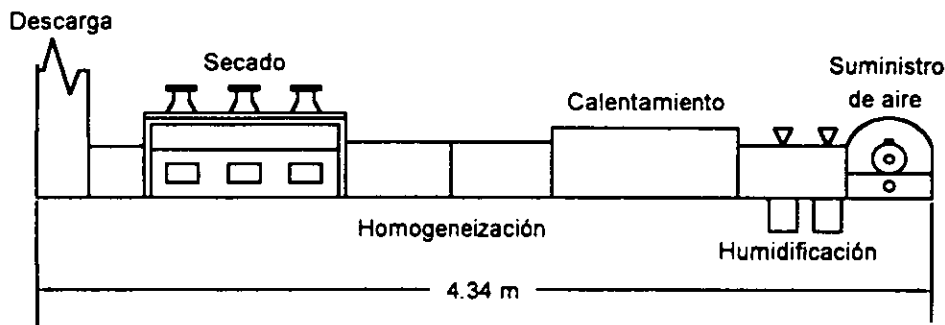


Fig. 4.1 Túnel de calentamiento de aire diseñado para realizar pruebas de secado

La figura 4.2 muestra la ubicación relativa del lecho, cuya entrada está a 25 cm de la salida de la zona de homogeneización. Las fronteras laterales se componen de un hule espuma, con el cual se pretende reducir en lo posible el efecto de pared. Las dimensiones de este hule espuma son 1.26 m de largo, 0.35 m de ancho y 2.5 cm de espesor en su postura

relajada. La colocación de los cantos rodados se intentó realizarla en capas procurando que las longitudes máximas se orientaran en la dirección del flujo de aire, sin embargo, las irregularidades y la heterogeneidad en el tamaño de las piedras impidió que se lograra un arreglo ordenado. Las dimensiones del lecho terminado son 35 cm en la dirección del flujo de aire, 43 cm de ancho y 20 cm de altura.

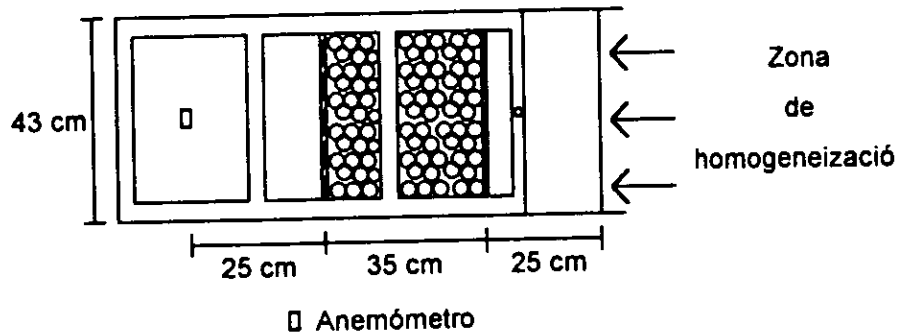


Fig. 4.2 Posición relativa del lecho empacado en la cámara de secado del túnel de calentamiento (vista de planta)

4.2 Determinación de parámetros de diseño y propiedades del sólido.

Para determinar experimentalmente la fracción de huecos se utilizó un recipiente de volumen conocido y sección transversal rectangular. Dicho recipiente se llenó con las piedras que serían utilizadas para la construcción del lecho y se procedió a pesar. Posteriormente se le agregó agua hasta llenar todos los espacios huecos o intersticios y nuevamente se pesó. La diferencia de los pesos registrados proporcionó la cantidad de agua presente cuya densidad se conoce, y con ello fue posible estimar el volumen de espacios huecos y consecuentemente la fracción de huecos. De cinco mediciones efectuadas se obtuvo un valor promedio de 0.432 ± 0.016 .

Para tener una idea de la magnitud del flujo másico se midió la velocidad del aire en 16 puntos regularmente espaciados y distribuidos simétricamente en una sección transversal situada a 25 cm de la salida del lecho empacado (fig. 4.2). Las mediciones se efectuaron con un termoanemómetro marca CompuFlow modelo 8565, y con los resultados

obtenidos se estimó una velocidad representativa del flujo, la cual fue de $1.20 \pm 0.11 \text{ m/s}$. Esta velocidad corresponde al flujo máximo que puede tenerse en el túnel con el lecho instalado.

Para evaluar la densidad y el diámetro equivalente medio de las piedras se seleccionó, mediante un criterio estadístico y una técnica de muestreo de amontonamientos y cuarteos sucesivos, una muestra de 100 piedras. Posteriormente se midió el volumen de dichas piedras por desplazamiento de agua en probetas de un litro y se procedió a pesarlas. Los resultados de las mediciones arrojan un valor de 2540 kg/m^3 para la densidad y de $4.1 \pm 0.17 \text{ cm}$ para el diámetro equivalente medio. La determinación del calor específico promedio de los cantos rodados se realizó mediante el método de las mezclas en un calorímetro de vaso. Para ello se tomaron 10 muestras de aproximadamente 400 gramos y se procedió a efectuar las mediciones. Los resultados arrojan un valor promedio de $1.25 \pm 0.07 \text{ kJ/kgK}$.

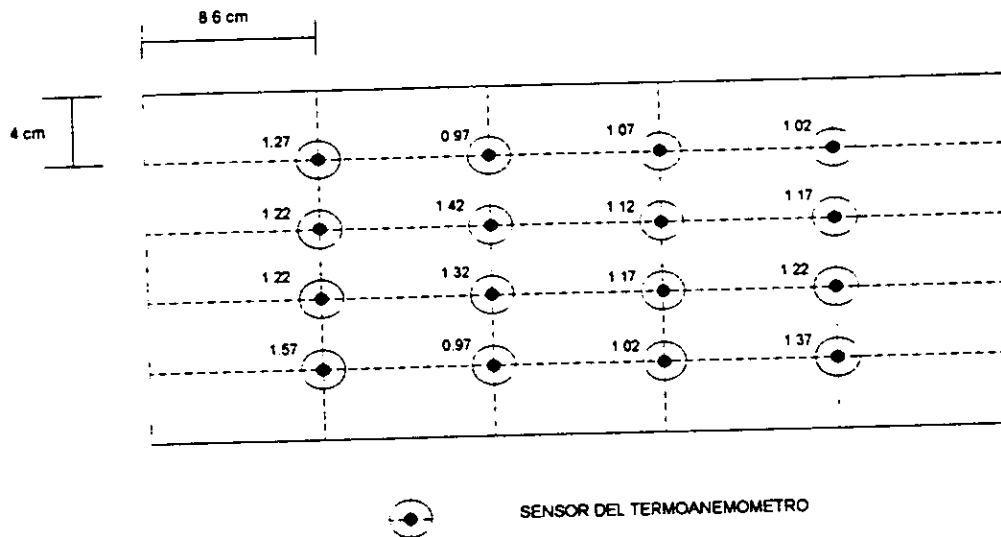


Fig. 4.3 Distribución de velocidades en una sección transversal a 25 cm de la salida del lecho empacado. Los números adyacentes representan las velocidades locales expresadas en m/s

4.3 Instrumentación del lecho

Para medir la respuesta dinámica de temperaturas en el lecho durante las pruebas experimentales, se utilizaron termopares fierro-constantán calibre 30. Mediante un sistema de adquisición de datos marca Omega se registraron, cada dos segundos, las temperaturas del fluido y del sólido a la entrada, al centro y a la salida del lecho. El sistema de adquisición consta de una tarjeta WorkMate totalmente controlada por software y de un panel terminal T21 SN-1363-WM con 8 entradas análogas para conectar las terminales de los termopares. El software WorkBench PC facilitó el diseño del ambiente de trabajo para la adquisición de los datos.

La figura 4.4 muestra la ubicación de los sensores en el lecho. A la entrada, en un punto situado en la intersección de las diagonales de la sección transversal, se mide la temperatura del aire y la temperatura superficial de una piedra (sensores 1 y 2, respectivamente). A la salida del lecho se efectúan mediciones similares (sensores 3 y 4).

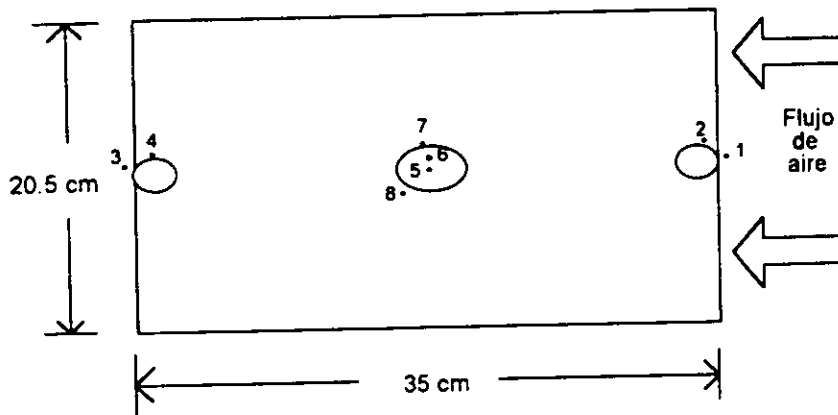


Fig. 4.4 Ubicación de los sensores de termopar

Al centro del lecho, a unos 16 cm de la entrada, se instrumentó una piedra de geometría similar a un ovoide para medir la temperatura interna del sólido. Las dimensiones principales de esta piedra son 55.8 mm en su longitud máxima, 36.5 mm de espesor en la

dirección de la perforación y 41.2 mm de ancho al nivel de la perforación; su volumen es de 66 cm³, por lo cual tiene un diámetro equivalente de aproximadamente 5 centímetros. Para colocar los sensores se efectuó una perforación de 18 mm de profundidad en la dirección de la longitud menor con un diámetro de 3 mm a la entrada y 2 mm al centro. El espacio libre del orificio se rellenó con el material pulverizado que resultó de la perforación y su entrada se tapó con sellador de silicón. El sensor 8 registra la temperatura del fluido en el entorno de esta piedra instrumentada.

4.4 Pruebas experimentales

Una vez instalado e instrumentado el lecho, se realizaron tres pruebas experimentales. En cada una de ellas se encendió primero el ventilador, se esperó la estabilización de temperaturas en el lecho y se arrancó el sistema de adquisición de datos para el registro de temperaturas.

En la primera prueba, se emplearon siete resistencias eléctricas, cuatro de 110 V y tres de 220 V, y mediante una estrategia particular de encendido y apagado de resistencias, se generó a la entrada del lecho un estímulo de temperaturas tipo campana Gaussiana.

En la segunda prueba, con una temperatura uniforme de 32°C en todo el lecho, se encendieron, al tiempo inicial y simultáneamente, tres resistencias de 220 V. Esto produjo a la entrada un cambio brusco en la temperatura del aire, tipo rampa. La prueba terminó cuando se alcanzó de nuevo el régimen permanente a una temperatura de aproximadamente 84°C.

En la tercera prueba, con la temperatura del lecho estabilizada en 84°C, se desactivaron simultáneamente las tres resistencias de 220 V. Esto generó un enfriamiento brusco del aire a entrada. La prueba terminó cuando se estabilizó de nuevo la temperatura en 32°C.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para validar el modelo, se corrió el programa usando como condiciones de frontera a la entrada, las que se tuvieron en las distintas pruebas experimentales. Las propiedades del fluido se evaluaron a la temperatura media de cada prueba y fueron las que se emplearon en las simulaciones numéricas.

La fidelidad con que el modelo reproduce las temperaturas experimentales a la salida del lecho, se representó por una desviación absoluta media, definida por:

$$\delta = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} |T_{\text{calc}} - T_{\text{exp}}| dt, \quad 34$$

donde Δt denota la duración de cada prueba (Saez y McCoy, 1982).

Las figuras 5.1 a 5.9 muestran las respuestas dinámicas de temperaturas que se tienen en el lecho experimental para los distintos estímulos de la temperatura del aire a la entrada, aplicados. Las curvas continuas representan las temperaturas teóricas calculadas por el programa. En todos los casos el ventilador centrífugo trabajó a flujo máximo ($Re \approx 2800$).

La figura 5.1, por ejemplo, muestra la evolución de temperaturas del fluido al centro (T_{FMexp}) y a la salida del lecho (T_{FSexp}) cuando la temperatura del aire a la entrada (T_{FE}) varía según una curva acampanada. La inercia térmica que presenta el lecho es evidente al retrasarse la elevación de la temperatura del aire al centro y a la salida; además, mientras que a los 45 minutos la temperatura a la entrada está prácticamente estabilizada, a la salida se encuentra aún 14°C por arriba. Para este estímulo de temperaturas del aire a la entrada, la curva teórica calculada para la temperatura a la salida presenta una desviación, δ , de apenas 1.4°C con respecto a la experimental.

En la figura 5.2 se muestra la evolución de temperaturas de la piedra situada al centro del lecho para un estímulo de entrada tipo campana gaussiana. Se registra la temperatura superficial, a medio radio y al centro de dicha piedra. Aunque los gradientes internos del sólido parecen ser importantes, la capacidad predictiva del modelo no se ve seriamente afectada, al menos para el número de Reynolds en consideración. La curva teórica calculada en este caso (TPMcalc) reproduce la temperatura registrada a medio radio con una desviación de 0.6°C.

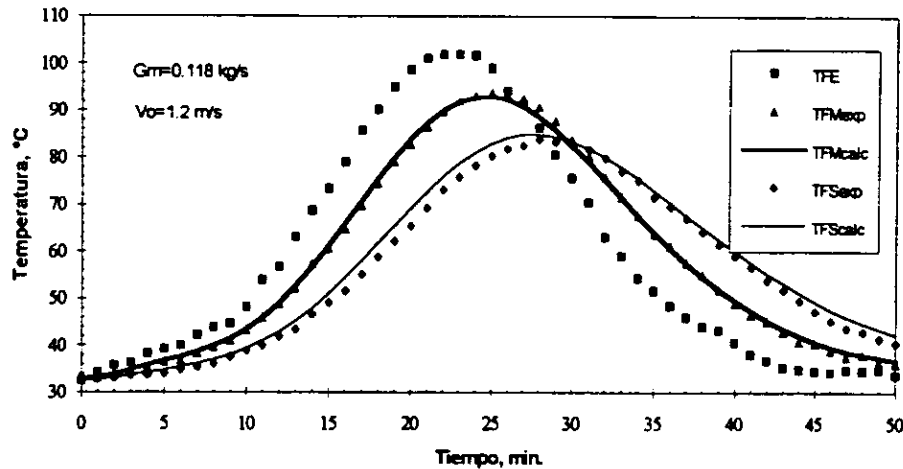


Fig. 5.1 Temperaturas medidas y calculadas del fluido al centro y a la salida del lecho para un estímulo tipo campana Gaussiana.

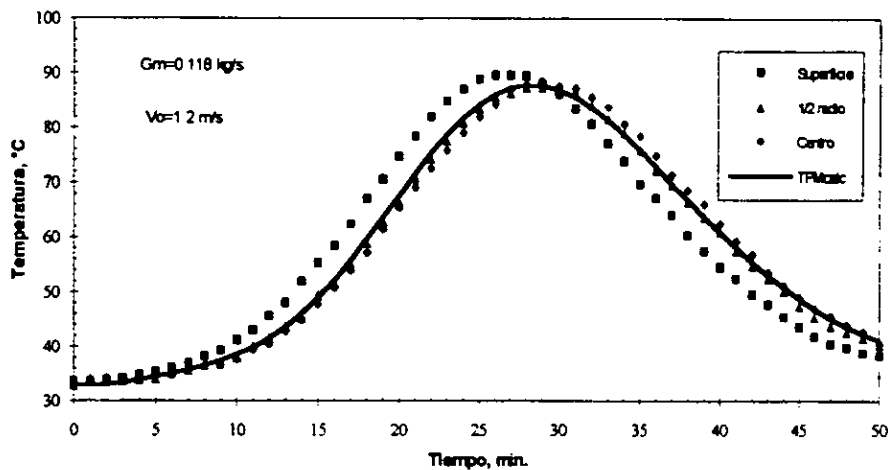


Fig. 5.2 Temperaturas experimentales de la piedra situada al centro del lecho y temperatura calculada correspondiente.

6. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

El presente análisis de sensibilidad pretende mostrar el efecto de la variación de algunos parámetros geométricos y de diseño, específicamente del tamaño de partícula, de la porosidad y de la velocidad del aire, sobre el comportamiento dinámico del lecho empacado. El análisis se sustenta en el uso de las ecuaciones del modelo de Schumann y en el programa de cómputo mediante el cual se simula numéricamente el comportamiento térmico del lecho.

Para expresar cuantitativamente el efecto de las variaciones de los parámetros se considera a la temperatura del fluido a la salida del lecho como variable de respuesta. La cuantificación de tal efecto exige la definición de una expresión que permita calcular la sensibilidad del sistema ante cambios propuestos en los parámetros involucrados en el modelo. Una posible alternativa, que es la que aquí se propone y adopta, considera las diferencias relativas instantáneas de las temperaturas del fluido a la salida del lecho mediante la ecuación de definición:

$$\varepsilon_f = \sqrt{\frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \left[\frac{T_{fs}(t, \theta_2) - T_{fs}(t, \theta_1)}{T_{fs}(t, \theta_1)} \right]^2 dt}$$

Donde θ denota el parámetro cuyo efecto se investiga al variar su valor de θ_1 a θ_2 manteniendo fijos a los demás parámetros, y $T_{fs}(t, \theta_i)$ es la temperatura instantánea del fluido a la salida del lecho cuando al parámetro de interés se le asigna el valor θ_i .

Los rangos de variación que se consideran en el estudio son de 0.37 a 0.50 en la fracción de huecos, de 0.8 m/s a 2.1 m/s en la velocidad del aire y de 3.0 cm a 6.0 cm en el diámetro equivalente.

Los resultados de este análisis se muestran en las figuras 6.1 a 6.3, las cuales sugieren de un primer vistazo el parámetro al cual el sistema es menos sensible y el parámetro cuya variación tiene el efecto más significativo en la variable de respuesta.

La figura 6.1 muestra el efecto de la variación de la velocidad del aire sobre la evolución de la temperatura del fluido a la salida del lecho empacado cuando a la entrada se tiene un cambio brusco de la temperatura del aire. Un incremento en la velocidad del aire produce un aumento del coeficiente volumétrico de transferencia de calor, sin embargo, el número de unidades de transferencia de calor (NUT) se ve disminuido según se aprecia en la tabla 6.1. Esto explica de alguna manera el comportamiento observado en la figura.

Un análisis de la ecuación 30, que describe la distribución de la temperatura del fluido, permite obtener una idea, cualitativa al menos, del efecto de la velocidad sobre el comportamiento dinámico del lecho que concuerda con la interpretación física del fenómeno y con el comportamiento observado. En efecto, un incremento en la velocidad produce una reducción en el gradiente longitudinal de la temperatura del aire de tal manera que las diferencias entre las temperaturas del aire a la entrada y a la salida son menores a velocidades más altas.

Otro aspecto de interés que se muestra en la figura es que conforme aumenta la velocidad el efecto sobre la variable de respuesta es cada vez menor para incrementos uniformes en la velocidad.

La tabla 6.2 resume algunas cantidades interesantes del análisis de sensibilidad. Muestra, por ejemplo, el efecto cuantitativo de incrementar la velocidad de 1.2 a 1.6 m/s (33.33 %) sobre la temperatura del fluido a la salida. Este incremento produce una desviación relativa promedio, calculada según la ecuación para ϵ_f , de 4.2 % entre las curvas de evolución de la temperatura del fluido con una diferencia relativa máxima de 8.1 % en las temperaturas. La última columna muestra que por cada unidad porcentual de incremento en la velocidad la temperatura se desvia en promedio 0.13 %, al menos dentro del rango en que se están

calculando las desviaciones; o equivalentemente, para producir un cambio porcentual promedio (desviación) de 1.0 % en la variable de respuesta se requiere incrementar la velocidad en 7.7 %.

La figura 6.2 muestra la evolución de la temperatura del fluido a la salida del lecho para un cambio brusco de la temperatura del aire a la entrada con la fracción de huecos como parámetro. De nuevo el comportamiento observado es fácilmente predecible a partir del análisis de las soluciones de las ecuaciones 30 y 31. Un incremento en la fracción de huecos produce un aumento en la rapidez de cambio de la temperatura del sólido que se ve reflejado en la magnitud del gradiente longitudinal de la temperatura del fluido. Por otro lado, el área superficial de las partículas sólidas por unidad de volumen de lecho acusa una reducción con el incremento de la fracción de huecos, por lo cual se dispone de una menor área para que ocurra la transferencia de calor. Esto explica, de alguna manera, el comportamiento que la figura 6.2 presenta.

La tabla 6.2 muestra, en términos cuantitativos, el efecto de este parámetro en la temperatura del fluido. En ella se aprecia que para producir una desviación relativa promedio del 1.0 % en la temperatura del fluido a la salida es necesario aumentar la fracción de huecos en 9.1 %. Esto permite afirmar que el comportamiento del lecho es ligeramente menos sensible a variaciones en la fracción de huecos que a variaciones en la velocidad del aire.

Tabla 6.1. Efecto de la velocidad en el coeficiente h_v y en el NUT.

v (m/s)	G (kg/m ² s)	Re	h_v (W/m ³ K)	NUT
0.8	0.897	1880	5637	2.15
1.2	1.346	2820	7487	1.90
1.6	1.795	3760	9158	1.74
2.1	2.356	4940	11078	1.61

Tabla 6.2. Sensibilidad del modelo a los parámetros velocidad, porosidad y diámetro.

Parámetro	Variación	Cambio relativo (A)	Sensibilidad (ϵ_f)	Desviación máxima	Razón (ϵ_f/A)
Velocidad	de 1.2 a 1.6 m/s	33.3 %	4.2 %	8.1 %	0.13
Porosidad	de 0.43 a 0.50	16.3 %	1.8 %	3.4 %	0.11
Diámetro	de 4.1 a 6.0 cm	46.3 %	2.0 %	5.7 %	0.04

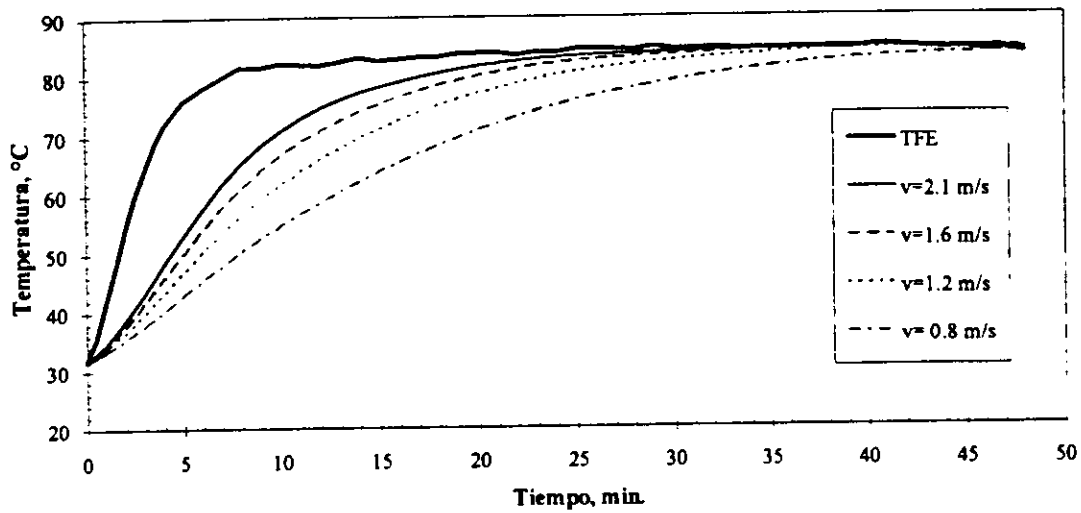


Fig. 6.1. Efecto de la velocidad del aire en la temperatura del fluido a la salida del lecho ($L= 0.35$ m, $De= 0.041$ m, $\epsilon= 0.432$).

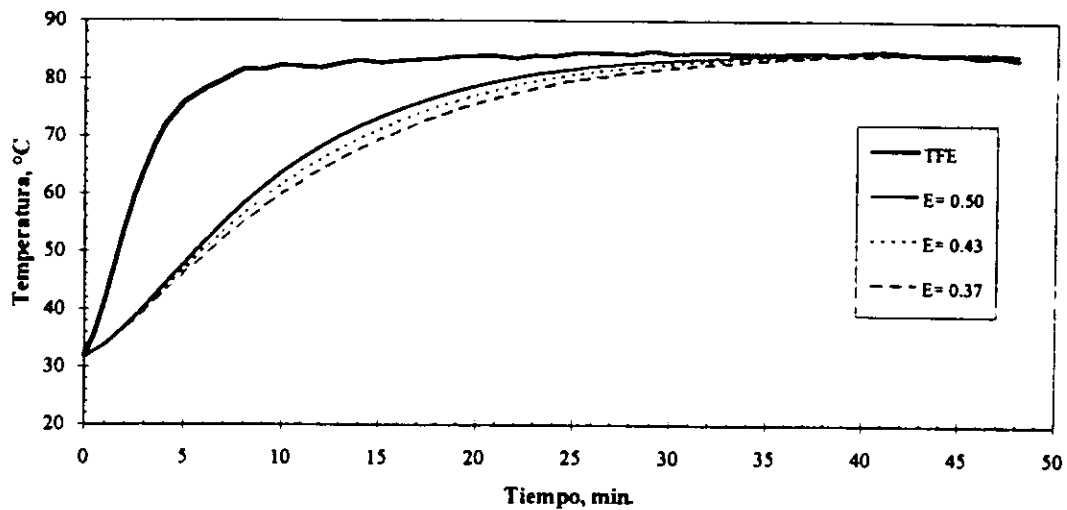


Fig. 6.2. Efecto de la fracción de huecos en la temperatura del fluido a la salida del lecho ($L=0.35$ m, $D_c=0.041$ m, $v=1.2$ m/s).

La figura 6.3 presenta el efecto de la variación del diámetro equivalente medio de las piedras en la respuesta de temperaturas a la salida del lecho. Evidentemente, un incremento en este parámetro produce una disminución del coeficiente volumétrico de transferencia de calor y consecuentemente una disminución del gradiente longitudinal de la temperatura del fluido. Esto es compatible con el comportamiento observado, al menos en los primeros doce minutos, en que la temperatura del fluido a la salida del lecho es más alta para las piedras de mayor tamaño. Después de los doce minutos la situación se invierte y tiene lugar un cruce de curvas de tal forma que ahora la temperatura del fluido a la salida es más alta para las piedras de menor tamaño. Probablemente este comportamiento se debe a que con piedras más pequeñas se tiene una mayor transferencia de calor que acelera la disminución de las diferencias de temperaturas entre las fases.

El gráfico muestra, además, que el comportamiento térmico del lecho es poco sensible a la variación en el tamaño de las piedras. De hecho, para producir una desviación relativa promedio de 1.0 % en la temperatura del fluido a la salida es menester incrementar en 25% el diámetro equivalente de las piedras, según se aprecia en la tabla 6.2.

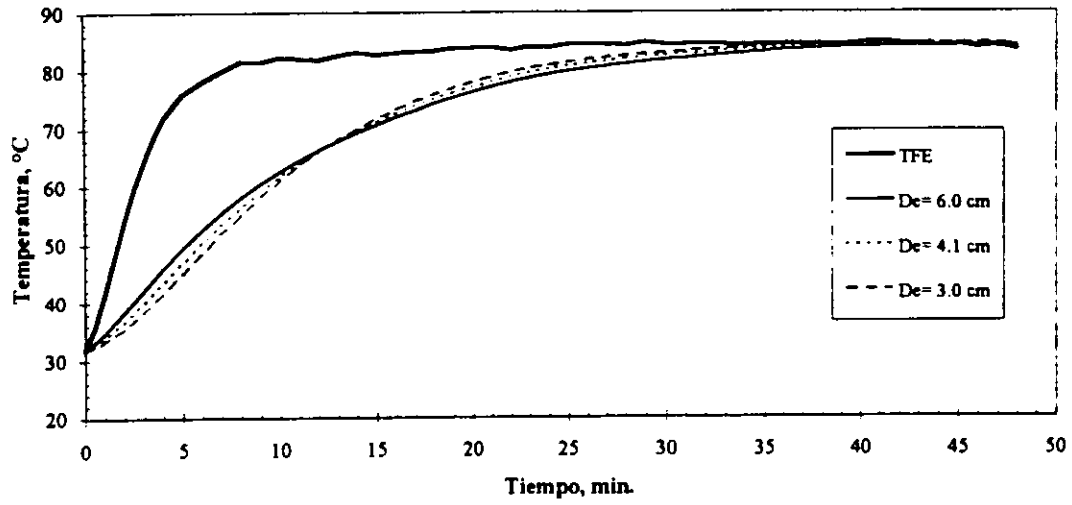


Fig. 6.3. Efecto del diámetro equivalente en la temperatura del fluido a la salida del lecho ($L= 0.35$ m, $v= 1.2$ m/s, $\epsilon= 0.432$).

7. CONCLUSIONES

Se realiza una revisión exhaustiva de los modelos matemáticos que permiten describir el comportamiento dinámico de lechos empacados, y que son aplicables a la operación de un lecho de rocas como almacén de calor. Se enfatiza en la calidad de los modelos para reproducir adecuadamente la respuesta dinámica de temperaturas, el efecto de amortiguamiento y el almacenamiento de calor. Se encuentra que el modelo de Schumann, no obstante su sencillez, resulta apropiado para esta aplicación.

Luego, se desarrolla un programa de cómputo que permite resolver las ecuaciones del modelo de Schumann con base en el esquema numérico de Hughes. El programa se utilizó para simular el comportamiento dinámico de un lecho experimental empacado con piedras, bajo las condiciones iniciales y de frontera que se tuvieron en la experimentación. La comparación de los resultados de la simulación con las mediciones efectuadas permite concluir; no obstante la heterogeneidad en el tamaño de las piedras y la geometría irregular, que es posible reproducir las temperaturas experimentales con una desviación inferior a 2°C en todas las pruebas.

El programa de simulación desarrollado no ha sido contrastado aún para números de Reynolds bajos ($Re < 100$), por lo cual deben asumirse ciertas precauciones ya que probablemente a esos niveles de flujo los efectos de dispersión axial térmica pudieran hacerse presentes de manera importante.

Las fluctuaciones observadas en el coeficiente local de transferencia de calor no son más que reflejo de la naturaleza compleja de la dinámica de flujo en el seno del lecho; aunque no debe descartarse la posibilidad de que los errores experimentales en las mediciones de las temperaturas locales tengan influencia en ese comportamiento.

El análisis de sensibilidad efectuado permite obtener una idea perspicua del efecto de la variación de algunos parámetros sobre el comportamiento térmico del lecho de rocas. Así

pues, los resultados de este análisis demuestran que la velocidad es el parámetro que tiene mayor impacto en la respuesta dinámica del lecho, mientras que el tamaño de partícula es el parámetro al cual el sistema es menos sensible. Se demuestra además, que a menor fracción de huecos se tiene una mayor transferencia de calor, lo cual ha sido confirmado experimentalmente por otros autores.

BIBLIOGRAFÍA

Alanis E., L. Saravia y L. Rovetta (1977), "Measurement of rock pile heat transfer coefficients", *Solar Energy*, **19**, 571-572.

Balakrishnan A. R. (1979), "Heat transfer in gas-solids packed bed systems 1. A critical review", *Ind Eng Chem Process Des Dev*, **18**, 30-40

Benenati R. F. and C. B. Brosilow (1962), "Void fraction distribution in beds of spheres", *A.I.Ch.E Jl*, **8** (3), 359.

Beasley D. E. y J. A. Clark (1984), "Transient response of a packed bed for thermal energy storage", *Int J Heat Mass Transf*, **27** (9), 1659-1669.

Beavers G. J., E. M. Sparrow y D. E. Rodenz (1973), "Influence of bed size on the flow characteristics and porosity of randomly packed bed of spheres", *J. Appl. Mech.*, **40**, 655.

Bird R. B., W. E. Stewart, E.N. Lightfoot (1992). Transport Phenomena. Jonh Wiley, New York.

Burch D. M., R. W. Allen y B. A. Peavey (1976), "Transient temperature distributions within porous slab subjected to sudden transpiration heating", *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs*, Series C, *J. Heat Transfer*, **98**, 221.

Clark J. A. (1979), "Fluid dynamics of porous media in energy applications: Survey and description of transport phenomena in packed bed", *Von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series* 1979-4 february 12-16.

Coutier J. P. y E. A. Farber (1982), "Two applications of a numerical approach of heat transfer process within rock beds", *Solar Energy*, **26** (6), 451-462.

Chagoyán S. J. y Rodríguez M. J. A. (1992). "Construcción y Prueba de un Secador de Laboratorio Tipo Túnel", Memorias del XVIII Congreso de la Academia Nacional de Ingeniería, A.C.

Choudhury C., P. M. Chauhan y H. P. Garg (1995), "Economic design of rock bed storage device for storing solar thermal energy", *Solar Energy*, **55** (1), 29-37.

Dhingra S. C., D. J. Gunn y P. V. Narayanan (1984), "The analysis of heat transfer in fixed beds of particles at low and intermediate Reynolds numbers", *Int J Heat Mass Transfer*, **27** (12), 2327-2385.

Dixon A. G. y D. L. Cresswell (1986), "Effective heat transfer parameters for transient packed bed models", *AIChE J*, **32** (5), 809-819.

Duffie J. A. y W. A. Beckman (1992). Solar Engineering of Thermal Processes. John Wiley & Sons, New York.

Galloway T. R. y B. H. Sage (1970), "A model of the mechanism of transport in packed, distended and fluidized beds", *Chem Eng Sci*, **25**, 495.

Gunn D. J. y J. F. C. De Souza (1974), "Heat transfer and axial dispersion in packed beds", *Chem Eng Sci*, **29**, 1363-1371.

Gunn D. J. (1978), "Transfer of heat or mass to particles in fixed and fluidized beds", *Int J Heat Mass Transf*, **21** (4), 467-476.

Hausen H. (1983), "Heat Transfer in Counterflow, parallel flow and cross flow", McGraw-Hill, New York.

Hughes P. J., S. A. Klein, D. J. Close (1976), "Packed bed thermal storage models for solar air heating and cooling systems", *ASME, Series C, J Heat Transf*, **98** (2), 336-338.

Incropera F. P. y D. P. De Witt (1990). Introduction to heat transfer. John Wiley & Sons, New York.

Kreft A. y A. Zuber (1978), "On the Physical meaning of the dispersion equation and its solutions for different initial and boundary conditions", *Chem Eng Sci*, **33**, 1471.

Larsen F. W. (1967), "Rapid calculation of temperature in a regenerative heat exchanger, having arbitrary initial solid and entering fluid temperatures", *Int J Heat and Mass Transfer*, **10**, 149-168.

Littman H. y D. E. Sliva (1970), "Gas-particle heat transfer coefficients in packed beds at low Reynolds number", *4th Int. Heat Transfer Conference*. Paris-Versailles, **7**, 1-13.

Löf G. O. G. y R. W. Hawly (1948), "Unsteady-state heat transfer between air and loose solids", *Ind. & Eng Chem*, **40** (6), 1061-1070.

Maaliou O. y B. J. McCoy (1985), "Optimization of thermal energy storage in packed columns", *Solar Energy*, **34** (1), 35-41.

Newell R. y N. Standish (1973), "Velocity distribution in rectangular packed beds and non-ferrous blast furnaces", *Metall. Trans.*, **4**, 1851.

Pryor T. C. y D. J. Close (1978), "Measurements of the behavior of adsorbent energy storage beds", *Solar Eng*, **20** (2), 151-155.

Riaz M. (1978), "Analytical solutions for single and two phase models of packed bed thermal storage systems", *J Heat Transf*, **99** (3), 489-492.

Rodriguez V. A. (1988), "Estudio experimental del coeficiente de transferencia de calor en lechos empacados" Tesis Doctoral, UNAM. México, D.F.

Saez A. E. y B. J. McCoy (1982), "Dynamic response of a packed bed thermal storage system. A model for solar air heating", *Solar Energy*, **29** (9), 201-206.

Saez A. E. y B. J. Mcoy (1983), "Transient analysis of packed bed thermal storage systems", *Int J Heat Mass Transf*, **26** (1), 49-54.

Sagara M., P. Schneider y J. M. Smith (1970). *Chem Engng* no. 1 p 47.

Schmidt F. W. y A. J. Willmott (1983), "Thermal energy storage and regeneration", Hemisphere Publishing Co. New York.

Schumann T. E. W. (1929), "Heat Transfer: A liquid flowing through a porous prism", *J. Franklin Inst*, **208**, 405-416.

Shitzer A. y M. Levy (1983), "Transient behavior of a rock-bed thermal storage system subjected to variable inlet air temperatures: Analysis and experimentation", *ASMA J Solar Energy Engng*, **105**, 200-206.

Spiga G. y M. Spiga (1981), "A rigorous solution to a heat transfer two phase model in porous media and packed beds", *Int J Heat Mass Transf*, **24**, 355-364.

Tanaka T., T. Tani, S. Wawata, K. Svkuta y T. Horigome (1977), "Fundamental studies on heat storage of solar energy", *Solar Energy*, **19**, 415-419.

Turner G. A. y L. Otten (1973), "Values of thermal (and other) parameters in packed bed", *IEC Proc. Des. Dev.*, **12** (4), 417-424.

Vortmeyer D. y R. J. Schaefer (1974), "Equivalence of one and two phase models for heat transfer processes in packed beds: one dimensional theory", *Chem Eng Sci*, **29**, 485-491.

Wakao N., S. Kaguei, B. Shiozawa (1979), "Effect of fluid dispersion coefficients on particle to fluid heat transfer coefficients in packed beds", *Chem Eng Sci*, **34**, 325-336.

Whitaker S. (1991), "Improved Constraints for the principle of local thermal equilibrium", *Am Chem Soc*.

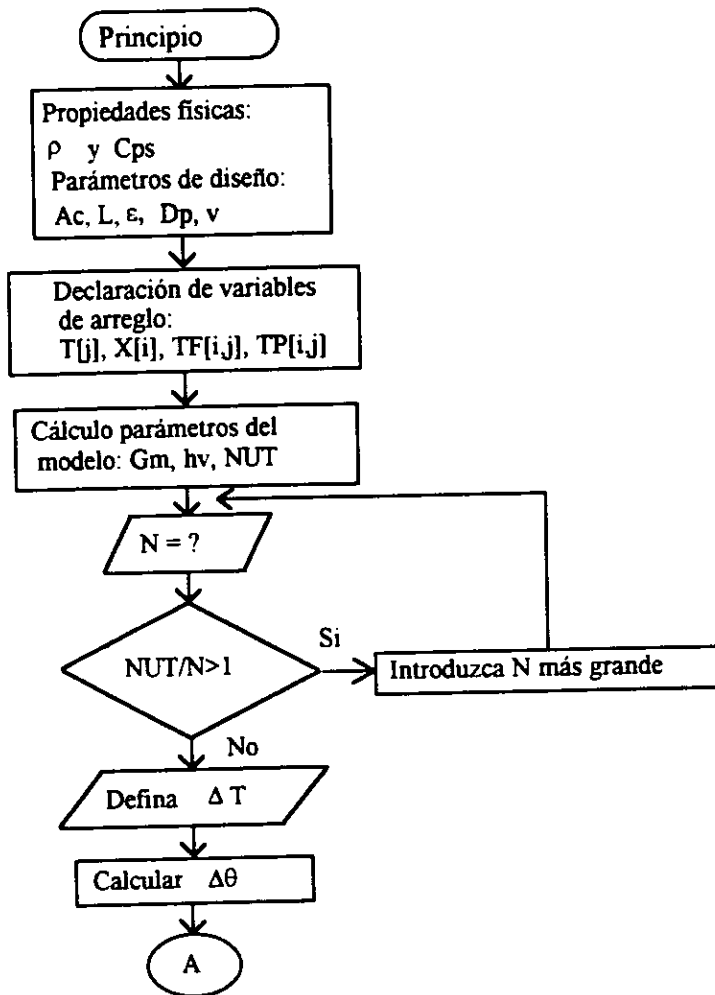
Yagi S. y D. Kunii (1957), "Studies on effective thermal conductivities in packed beds", *AIChE J.*, **3**, 373.

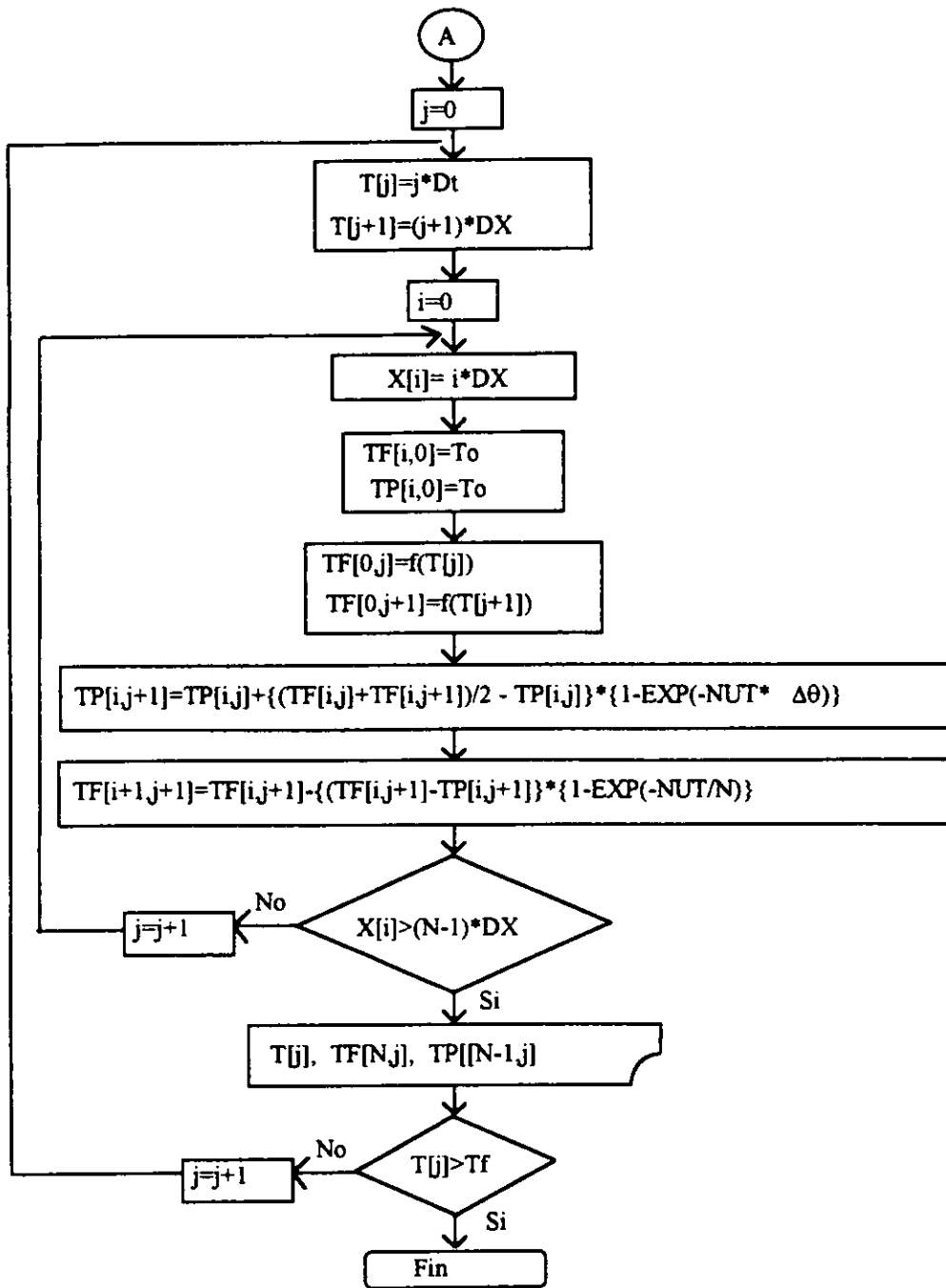
Yagi S., D. Kunii y N. Wakao (1960), "Studies on axial thermal conductivities in packed beds", *AIChE J.*, **6**, 543.

APÉNDICES

APÉNDICE A

Diagrama de flujo del algoritmo de solución de las ecuaciones del modelo de Schumann





APÉNDICE B

Código en Turbopascal 6.0 del algoritmo numérico

Program LechoEmpacado;

Uses CRT;

Const

ROF:Real=1.1218;

CF:Real=1024;

ROP:Real=2540; (* Propiedades físicas *)

CP:Real=1250;

Ac:Real=0.08815;

L:Real=0.35;

E:Real=0.432; (* Parámetros de diseño *)

Dp:Real=0.041;

V:Real=1.2;

Dt:Real=1; (* Intervalo de tiempo en minutos *)

Var

Q,TFSPROM: Double;

ij,N : Integer;

M,hv,NUT,Dteta,Aux1 : Real;

Tiempo,T0,A0,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9 : Real;

X : Array[1..100] of Real;

T : Array[0..100] of Real;

TF,TP : Array[1..77,0..67] of Real;

archivo : Text;

(*archivo1:Text;*)

archivo2:Text;

Function x_a_y(x,y:Double):Double;

Var

r : Double;

Begin

r:=y*Ln(ABS(x+1E-20));

x_a_y:=Exp(r);

End;

(*PROCEDIMIENTO PARA EL CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO *)
(* E INTRODUCCIÓN DEL # DE SEGMENTOS EN QUE SE DIVIDIRÁ EL LECHO *)

Procedure Calculo_Parámetros;

Label

NMAYOR;

Begin

M:=ROF*V*Ac;

hv:=650*x_a_y((ROF*V/Dp),0.7);

NUT:=(hv*Ac*L)/(M*CF);

Dteta:=(M*CF)/(ROP*CP*(1-E)*Ac*L))*Dt*60;

NMAYOR:

ClrScr;

Write('Introduzca Número de Segmentos en que Dividirá el Lecho: ');

ReadLn(N);

If (NUT/N)>=1 Then

Begin

Write('Introduzca N mayor para estabilidad numérica: ');

WriteLn;

Write('Pulse ENTER para continuar');

ReadLn;

Goto NMAYOR;

End;

End;

(* DEFINICIÓN DE LA FUNCIÓN DE TEMPERATURAS A LA ENTRADA DEL LECHO *)

Function Tinput(z:Real):Real;

Begin

Aux1:=A0+A1*z+A2*(x_a_y(z,2))+A3*(x_a_y(z,3))+A4*(x_a_y(z,4))+A5*(x_a_y(z,5));

Tinput:=Aux1+A6*(x_a_y(z,6))+A7*(x_a_y(z,7))+A8*(x_a_y(z,8))+A9*(x_a_y(z,9));

End;

(* PROCEDIMIENTO QUE CALCULA LA EVOLUCIÓN DE TEMPERATURAS A LA SALIDA DEL LECHO *)

(* LOS RESULTADOS SON ENVIADOS A UN ARCHIVO C:\AFINTEMPERA.DAT *)

Procedure Temperaturas;

Begin

ClrScr;

WriteLn('TIEMPO',' ',TFE,' ',TFScalc');

j:=0;

Repeat

 T[j]:=j*Dt;

 T[j+1]:=(j+1)*Dt;

 i:=1;

 Repeat

 X[i]:=(i-1)*(L/N);

 TF[i,0]:=T0; (* Condiciones iniciales *)

 TP[i,0]:=T0;

 TF[1,j]:=Tinput(T[j]); (* Condicion de frontera *)

 TF[1,j+1]:=Tinput(T[j+1]);

 TP[i,j+1]:=TP[i,j]+((TF[i,j]+TF[i,j+1])/2-TP[i,j])*(1-Exp((-NUT)*Dteta));

 TF[i+1,j+1]:=TF[i,j+1]-(TF[i,j+1]-TP[i,j+1])*(1-Exp((-NUT)/N));

```
i:=i+1;  
Until i>N+1;
```

```
WriteLn(T[j]:3:2,' ',TF[1,j]:6:2,' ',TF[N+1,j]:6:2);
```

```
j:=j+1;
```

```
Until T[j]>Tiempo;
```

```
End;
```

(* CÁLCULO DEL CALOR ALMACENADO INSTANTANEO Y TEMP. PROMEDIO A LA SALIDA *)

```
Procedure Qalmacen;
```

```
Begin
```

```
ClrScr;
```

```
Assign(archivo2,'C:\AFI\QALMACEN.DAT');
```

```
Rewrite(archivo2);
```

```
WriteLn('TIEMPO',' ',Qalmacen,' ',TFSprom');
```

```
j:=0;
```

```
Q:=0;
```

```
TFSPROM:=0;
```

```
Repeat
```

```
  i:=1;
```

```
    Q:=0;
```

```
    Repeat
```

```
      (* Q:=Q+(L/N)*(hv*((TF[i,j]+TF[i+1,j])/2-TP[i,j]))*Ac*Dt*60;*)
```

```
      (* Q:=Q+(1-E)*ROP*CP*(TP[i,j+1]-TP[i,j])*Ac*(L/N);*)
```

```
      Q:=Q+(1-E)*ROP*CP*(TP[i,j]-T0)*Ac*(L/N);
```

```
      i:=i+1;
```

```
    Until i>N;
```

```
  TFSPROM:=TFSPROM+0.5*Dt*(TF[N+1,j]+TF[N+1,j+1]);
```

```
  WriteLn(T[j]:3:2,' ',Q/1000:6:2,' ',TFSPROM:6:2);
```

```

WriteLn(archivo2,T[j]:3:2,' ',Q/1000:6:2,' ',TFSPROM:6:2);
j:=j+1;
Until T[j]>Tiempo;
Close(archivo2);
End;

```

(* PROCEDIMIENTO SALIDA DE RESULTADOS *)

Procedure Resultados;

```

Begin
Assign(archivo,'C:\AFI\TEMPERA.DAT');
Rewrite(archivo);
j:=0;
Repeat
WriteLn(archivo,T[j]:3:2,' ',TF[1,j]:6:2,' ',TF[N+1,j]:6:2);
j:=j+1;
Until T[j]>Tiempo;
Close(archivo);
End;

```

(* PROCEDIMIENTO DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE TEMPERATURAS *)

(*Procedure Espacial;

```

Begin
Assign(archivo1,'C:\AFI\ESPACIAL.DAT');
Rewrite(archivo1);
i:=1;
Repeat
WriteLn(archivo1,X[i]:3:2,' ',TF[i,2]:6:2,' ',TF[i,5]:6:2,' ',TF[i,10]:6:2,' ',TF[i,20]:6:2,' ',TF[i,30]:6:2);
i:=i+1;
Until i>N;
Close(archivo1);
End;

```

```
i:=i+1;  
Until i>N+1;  
Close(archivo1);  
End;*)
```

(* BLOQUE DE PROGRAMA PRINCIPAL *)
(* LLAMADAS A FUNCIONES Y PROCEDIMIENTOS *)

```
Begin  
ClrScr;  
T0:=32.97; (* Temperatura inicial de referencia del lecho *)  
Tiempo :=50; (* Duración del experimento simulado en minutos *)  
(* Coeficientes de la función de entrada Tinput *)  
A0:=33.2;  
A1:=-0.973327;  
A2:=1.57921492;  
A3:=-0.41025764862;  
A4:=0.05002484268;  
A5:=-3.1044079424E-3;  
A6:=1.05987040087E-4;  
A7:=-2.0316891924388E-6;  
A8:=2.05847226105E-8;  
A9:=-8.602881722156E-11;  
Cálculo_Parámetros;  
Temperaturas;  
Qalmacen;  
Resultados;  
(*Espacial;*)  
WriteLn;  
WriteLn('Pulse ENTER para regresar al programa...');  
ReadLn;  
End.
```