

11  
2ef.

01168



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

OPTIMIZACION DE COSTOS DE TERRENO  
Y OBRA CIVIL PARA PROYECTOS DE INVERSION  
EN HOTELES

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
**MAESTRO EN INGENIERIA**  
(INVESTIGACION DE OPERACIONES)  
P R E S E N T A :  
**JUAN PABLO JAUREGUI MARENTES**

TUTOR: DR. RICARDO ACEVES GARCIA



MEXICO, D. F.

AGOSTO DE 1998

259323

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Agradezco el apoyo brindado por mis  
padres, hermanos, compañeros, y  
especialmente al Dr. Ricardo Aceves  
García por su valiosa orientación.*

*Para mi amada esposa Rosario*

---

## Indice

<b>1) Introducción</b>	<b>5</b>
1.1 Descripción del problema	6
1.2 Importancia del tema	7
1.3 Objetivo general	7
1.4 Objetivos específicos	8
1.5 Justificación metodológica	8
1.6 Alcances y limitaciones del estudio	8
<b>2) Antecedentes teóricos</b>	<b>10</b>
2.1 Antecedentes históricos del tema	11
2.2 Condiciones de optimalidad	13
2.3 Métodos de optimización en programación no lineal	18
2.4 Programa de solución de programación no lineal	35
2.5 Ajuste de datos con regresión de mínimos cuadrados	36
<b>3) Obtención del modelo conceptual</b>	<b>43</b>
3.1 Descripción del suprasistema	44
3.2 Descripción del sistema	45
3.3 Elementos importantes de acuerdo con el funcionamiento del sistema	46
3.4 Elementos importantes de acuerdo con el peso económico	47
3.5 Interrelaciones causa-efecto en el sistema	49
<b>4) Obtención del modelo matemático</b>	<b>52</b>
4.1 Modelo matemático completo	54
4.2 Función objetivo	55
4.3 Restricciones	60
4.4 Funciones de costos	64
<b>5) Aplicación a un ejemplo práctico</b>	<b>75</b>
5.1 Generalidades del problema	76
5.2 Constantes determinadas por el problema	77
5.3 Constantes determinadas por la localización del terreno	79
5.4 Solución del modelo	79
5.5 Análisis de sensibilidad	93
<b>6) Conclusiones</b>	<b>101</b>
<b>A) Anexos</b>	<b>106</b>
A.1 Conceptos básicos de convexidad	107
A.2 Requerimientos del proyecto arquitectónico, Reglamento del D.F.	113
<b>Bibliografía</b>	<b>115</b>

# Capítulo 1

## Introducción

### Subíndice

#### 1) Introducción

- 1.1 Descripción del problema
- 1.2 Importancia del tema
- 1.3 Objetivo general
- 1.4 Objetivos específicos
- 1.5 Justificación metodológica
- 1.6 Alcances y limitaciones del estudio

---

## 1) Introducción

### 1.1 Descripción del problema

El reto de todo profesional especialista en el diseño de objetos y obras; sean estos automóviles, aviones, edificios, entre otros, implica mejorar cada vez más las soluciones encontradas.

El diseño de un hotel, se inicia desde el momento que surge el interés de realizar un proyecto de este tipo. Inicialmente, se realiza un estudio de mercadotecnia que define el mercado, su localización y la proyección de ventas esperadas; después se realiza una evaluación financiera preliminar que, basada en experiencias anteriores, fija la naturaleza de las inversiones necesarias y los flujos proyectados durante la vida del proyecto. De acuerdo con el resultado de esta etapa, si los resultados se consideran aceptables, se inicia el proceso de inversión.

La siguiente actividad crítica es la búsqueda y la adquisición del terreno donde se construirá el hotel, esta etapa está sujeta al buen juicio y experiencia del responsable, el cual tratará de localizarlo en un buen punto geográfico respecto del mercado, considerando unas dimensiones mínimas aproximadas, uso de suelo apropiado y costo dentro de los términos establecidos en la evaluación financiera.

Posteriormente, se contrata a un arquitecto que basado en las necesidades requeridas de número de cuartos, categoría, características del terreno, reglamentación de la zona, funcionalidad y estilo propio define las características físicas del proyecto, geometría del desplante del edificio, número de pisos y distribución de las distintas áreas. Su propuesta posteriormente la transferirá a los despachos de ingeniería estructural e instalaciones, que basados en las condiciones preestablecidas buscarán la mejor solución, restringida a los reglamentos y normas de ingeniería vigentes.

Finalmente, llegará el constructor para completar la tarea y entregarla al personal encargado de la operación hotelera.

Dentro de cada una de estas etapas, cada responsable busca encontrar la mejor solución dentro del ámbito de sus responsabilidades. Sin embargo, existe un problema con esta secuencia. Regularmente dentro de cada etapa se tiende a no pensar en las etapas que continuarán, debido primordialmente a la preparación muy especializada que se tiene en el ámbito de su responsabilidad y el desconocimiento en cada una de ellas. Por ejemplo, la persona responsable de la adquisición del terreno, regularmente no piensa como van a afectar las características del terreno, por él seleccionadas, respecto de las opciones de diseño que el arquitecto tendrá que proponer de acuerdo con la reglamentación urbana vigente. Así mismo, el arquitecto realiza un diseño factible de acuerdo con la reglamentación urbana, y regularmente no piensa como su geometría afectará al diseño estructural y el de instalaciones.

Comúnmente, el ingeniero estructurista se enfrenta con mayores limitaciones y poco campo de acción para obtener un diseño que resulte óptimo, ya que muchas características ya fueron fijadas en etapas anteriores, y solo puede, en algunos casos, elegir el tipo de material de diseño y el sistema de carga. Para el constructor, sólo le resta evaluar el método constructivo basado en todos los parámetros anteriormente fijados. De esta forma, es clara la importancia de ubicar un terreno que pueda ser óptimo para todas las etapas o muy cercano a ello, que permita un costo global mínimo y condiciones necesarias de operación, desde antes que se pongan en marcha las etapas subsecuentes.

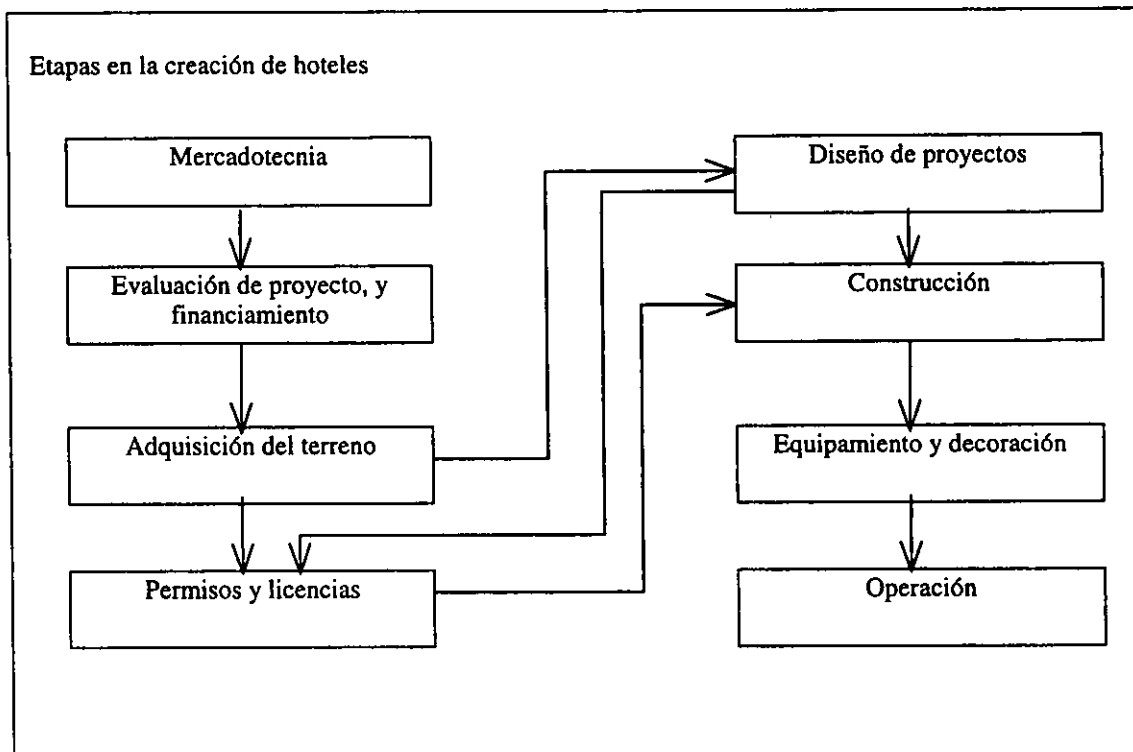


figura 1.1.a

## 1.2 Importancia del tema

Si las personas encargadas de la evaluación de proyectos, contaran con valores paramétricos más exactos podrían evaluar con mayor exactitud el resultado de una inversión de este tipo.

Si se puede concientizar a los encargados de la etapa de adquisición del terreno, de la forma que su decisión afectará las etapas siguientes, y si adicionalmente se les proporciona las herramientas necesarias para que identifiquen los parámetros necesarios para elegir el terreno óptimo, los ahorros en costo se verán reflejadas también en otras etapas.

Adicionalmente, si se le pudieran fijar parámetros básicos a los arquitectos, como área de desplante y número de pisos óptimos, su propuesta restringida de esta manera estaría mas próxima a un diseño óptimo, que mejore los costos.

## 1.3 Objetivo general

Definir un procedimiento para obtener la modelación matemática, que ayude a las personas involucradas en la evaluación y compra de terrenos, a encontrar los parámetros relevantes que optimicen el costo global de inversión del proyecto. Adicionalmente que este modelo le permita al arquitecto definir parámetros básicos de diseño, que permitan un costo mínimo para el proyecto.



#### 1.4 Objetivos específicos

- a) Encontrar los elementos más relevantes que afectan el costo de inversión en los hoteles.
- b) Ajustar la información de costos de obra civil, de forma que permita su modelación matemática.
- c) Obtener las características óptimas del terreno.
- d) Obtener las características geométricas óptimas de la construcción.
- e) El costo del terreno.
- f) El costo de la construcción.

#### 1.5 Justificación metodológica

Se realizará un análisis de sistemas, y causa-efecto para obtener el modelo conceptual del costo de proyectos de inversión de hoteles y relacionarlo con su modelación matemática (3.1 al 3.5).

Utilizar el resultado del análisis de sistemas y la estructura general que se utiliza en los presupuestos paramétricos, para desarrollar las expresiones de la modelación matemática que permita la optimización global del proyecto (4.1. al 4.2). Convertir en expresiones susceptibles de modelar las restricciones definidas por la reglamentación y los requerimientos de operación (4.3). Utilizar estudios de ingeniería de costos de fuentes especializadas, para definir los costos unitarios de las expresiones de los presupuesto paramétricos. Para ciertos costos unitarios que no sean constantes, aplicar técnicas de regresión que ajusten los valores experimentales, en función de variables de decisión (4.4).

Obtener la información de un problema real (5.1 al 5.3). Utilizando la modelación desarrollada, aplicar un programa para resolverlo (5.4) y realizar un análisis de sensibilidad (5.5).

#### 1.6 Alcances y limitaciones del estudio

- a) El análisis considerará como criterio la minimización de costos de inversión y no considerará costos a lo largo de la operación.
- b) La modelación obtenida será para hoteles de características muy bien definidas, en cuanto a número de cuartos, clase y distribución de áreas.
- c) La modelación estará sujeta a una reglamentación geográficamente bien establecida, en este caso se utilizará la correspondiente al D.F.
- d) La modelación servirá para costos de terrenos preestablecidos, terrenos con material cohesivo, geometría muy regular y sin desniveles topográficos importantes.
- e) Todos los costos establecidos en este estudio, están referidos a **Abril de 1997**.
- f) Los costos de la obra civil que considera la modelación serán para las siguientes características:
  - f.1) Tipo de cimentación = zapatas aisladas.
  - f.2) Tipo de estructura = concreto reforzado. Con una resistencia de diseño de los materiales como sigue:
    - 1) Concreto  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$
    - 2) Acero  $f_y = 4,200 \text{ hk/cm}^2$
    - 3) Cimbra = Madera de pino de 3a y triplay 16mm.
  - f.3) Sistema de transmisión de cargas en losas = Losa-trabe
  - f.4) Ancho de crujías = 9 m

g) La información de costos unitarios utilizados para la modelación, se recabará de fuentes especializadas y no se validará, ver referencia 4.

h) Los costos globales del terreno y la obra civil del hotel obtenidas del modelo, serán a nivel paramétrico, es decir con un grado de aproximación de +/- 20%. De acuerdo a la precisión establecida por la fuente de información de los costos unitarios, ver referencia 4.

i) Se espera que la modelación nos indique el tamaño del terreno en m<sup>2</sup>, las dimensiones de sus lados, el tamaño en m<sup>2</sup> del área de desplante del hotel, y el número de pisos óptimo.

j) Los resultados de la modelación serán teóricos, por lo cual se requerirán otros estudios para obtener resultados funcionales.

## Capítulo 2

### Antecedentes teóricos

#### Subíndice

##### 2) Antecedentes teóricos

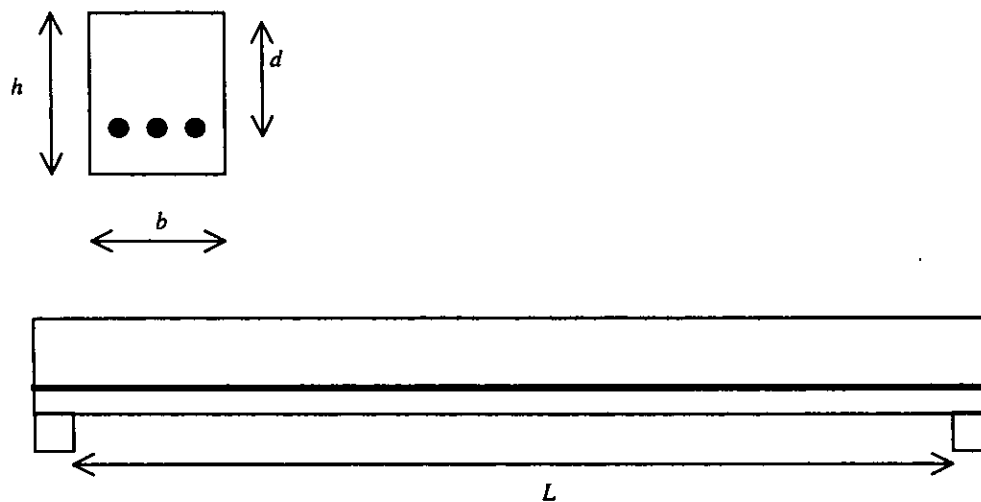
- 2.1 Antecedentes históricos del tema
- 2.2 Condiciones de optimalidad
- 2.3 Métodos de optimización en programación no lineal
- 2.4 Programa de solución de programación no lineal
- 2.5 Ajuste de datos con regresión de mínimos cuadrados

## 2) Antecedentes teóricos

### 2.1 Antecedentes históricos del tema

Dentro de las aplicaciones de la programación no lineal en la ingeniería civil, existe literatura relacionada sobre todo con el diseño de estructuras. En este caso, lo que se busca es diseñar sistemas resistentes destinados a soportar niveles de servicio preestablecidos. Para llegar a este punto, se requiere una serie de etapas y una serie de decisiones que van eliminando distintas alternativas y que pueden referirse al tipo de material a utilizar, geometría de la estructura, forma de unión entre sus elementos. En este caso, el objetivo de la optimización es reducir las dimensiones de los elementos para que los costos sean mínimos y que satisfagan las condiciones de seguridad establecidas. La modelación que se desarrollará es muy parecida al de optimización de elementos estructurales de concreto reforzado.

Por ejemplo la siguiente viga:



Como en este tipo de estructuras el peso es muy alto. Se elige como función objetivo el minimizar el costo de fabricación que puede suponerse compuesto por el acero, el concreto y la cimbra. Por tanto puede expresarse como:

$$F = bhC_o + (b + 2h)C_c + A_s C_s$$

siendo  $C_s$  y  $C_o$  los costos de fabricación del acero y el concreto por unidad,  $C_c$  el precio de la cimbra necesaria para colar el concreto, y  $A_s$  el área del acero de refuerzo existente en la sección.

Las vigas de concreto reforzado, se dimensionan para resistir fundamentalmente esfuerzos de flexión. Considerando la teoría de estados límites de diseño del reglamento de construcciones del Distrito Federal 1987, tenemos:

$$M_R \leq 0.9bd^2 f''_c q(1 - 0.5q) = 0.9A_s f_y d(1 - 0.5q)$$

$$f''_c = \left( 1.05 - \frac{f'_c}{1250} \right) f'_c \leq 0.85 f'_c$$

$$q = \frac{pf_Y}{f''_c}$$

$$p = \frac{A_s}{bd}$$

$$A_s \text{mín} = \frac{0.7\sqrt{f''_c}}{f_Y} bd$$

Donde:

- $M_R$  momento resistente de diseño.
- $f'_c$  resistencia nominal del concreto a compresión en kg/cm<sup>2</sup>
- $f''_c$  resistencia especificada del concreto a compresión, kg/cm<sup>2</sup>
- $f_Y$  esfuerzo especificado de fluencia del acero, kg/cm<sup>2</sup>
- $d$  peralte efectivo de la viga en cm, normalmente  $h=d+2$
- $A_s$  área de refuerzo longitudinal en tensión en vigas

Así mismo existen limitaciones físicas que restringen los valores posibles de  $b$  y  $h$ , como:

$$b, h \geq 10\text{cm}$$

$M_R$ , a su vez esta condicionada por las dimensiones de  $b$ ,  $h$ ,  $L$  y las condiciones de carga, de acuerdo a la mecánica de materiales.

Con esto podemos ver que este tipo de trabajos están enfocados a optimizar elementos estructurales específicos, mas no conceptos generales de diseño.

## 2.2) Condiciones de optimalidad

La teoría de optimización parte de los conceptos básicos de convexidad, en el Anexo A-1, se presentan algunas conceptos y propiedades básicas sobre este tema. A continuación se presenta la teoría básica de optimalidad:

### 2.2.a) Obtención del mínimo y máximo en funciones sin restricciones.

Considérese una función de una sola variable, como la que se indica en la figura 2.2.a, una condición necesaria para que una solución particular  $x = x^*$ , sea un mínimo o un máximo es que:

$$\frac{df(x)}{dx} = 0, \text{ en } x = x^*.$$

De esta forma, en nuestra gráfica existen cuatro soluciones que satisfacen esta condición. Para obtener más información de estos cuatro puntos, llamados puntos críticos, es necesario examinar la segunda derivada. Por tanto, si:

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} > 0, \text{ en } x = x^*.$$

Entonces  $x^*$ , por lo menos debe ser un mínimo local, si  $f(x^*) \leq f(x)$  para toda  $x$  dentro de una vecindad de  $x^*$ . Una condición suficiente es que  $f(x)$  sea estrictamente convexa dentro de esta vecindad.

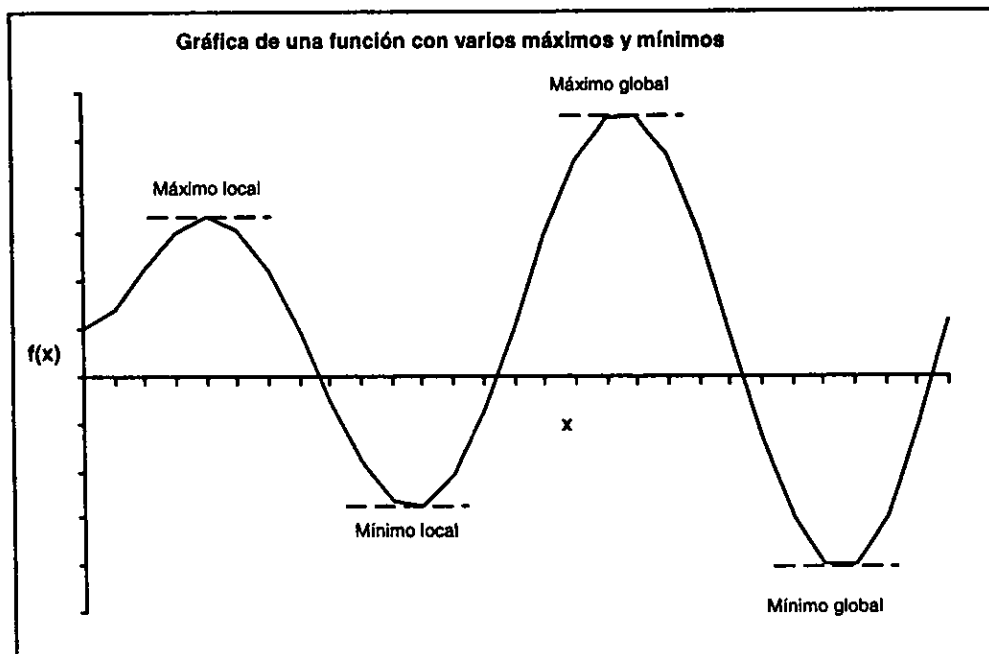


figura 2.2.a

Para encontrar un mínimo global,  $x^*$  tal que  $f(x^*) \leq f(x)$  para toda  $x$ . Es necesario comparar todos los mínimos locales e identificar el que proporcione el menor valor de  $f(x)$ .

Si se sabe que  $f(x)$ , es una función convexa o cóncava, el análisis se vuelve mucho más simple. en particular si que  $f(x)$  es una función convexa, entonces cualquier solución  $x^*$ , tal que:

$$\frac{df(x)}{dx} = 0, \text{ en } x = x^*.$$

se sabe que es un mínimo global.

De forma similar, para una función no restringida  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , una condición necesaria para que una solución  $(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  sea un mínimo o máximo es que:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_j} = 0 \text{ en } (x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \text{ para } j= 1, 2, \dots, n. \text{ por tanto también si}$$

$\bar{x} = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  se cumple que :  $\nabla f(\bar{x})'(x - \bar{x}) \geq 0$  en la vecindad de  $\bar{x}$ . También si hay un vector  $d$  tal que:

$$\nabla f(\bar{x})' d < 0$$

entonces existe un  $\delta > 0$  tal que  $f(\bar{x} + \lambda d) < f(\bar{x})$  con  $\lambda \in (0, \delta)$ , de esta forma el vector  $d$  es conocido como dirección de descenso de  $f$  en  $\bar{x}$ . Esta condición necesaria anterior, también es suficiente si la función es convexa o cóncava, según el caso.

Una condición suficiente, al igual que en las funciones de una variable, involucra el criterio de la segunda derivada, lo cual en funciones de muchas variables equivale a lo siguiente:

*Teorema:* Sea  $S$  un conjunto no vacío en  $E^n$ , y sea  $f : S \rightarrow E_1$ . Sea  $f$  doblemente diferenciable en  $\bar{x} \in S$ . Si:

$\nabla f(\bar{x}) = 0$ ,  $H(\bar{x})$  es positiva definida, entonces  $\bar{x}$  es un mínimo local estricto. Si además la función es convexa,  $\bar{x}$  es un mínimo global.

## 2.2.b) Obtención del mínimo y máximo en problemas con restricciones

Si se tiene una función no restringida, a la que se le agregan restricciones de no negatividad, por ejemplo,  $x_j \geq 0$  para  $j= 1, 2, \dots, n$ . La única corrección que debe hacerse a las condiciones necesarias (y a veces suficientes) de las funciones sin restricciones es que bajo una cierta circunstancia especial, cuando  $x_j^* = 0$ , la condición:

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = 0, \text{ se sustituye por la condición } \frac{\partial f}{\partial x_j} \leq 0.$$

Para este tipo de problemas, tenemos un modelo general de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} \text{Minimizar o maximizar} \quad f(x) \\ \text{sujeta a: } \quad x \in S \end{array}$$

en donde  $S$  es un conjunto general, que podemos denotar como conjunto factible. Este modelo, también puede ser descrito en forma generalizada de la siguiente forma:

Minimizar o maximizar  $f(x)$

sujeta a:  $g_i(x) \leq 0$  para  $i= 1, 2, \dots, m$ .

$h_i(x) = 0$  para  $i= 1, 2, \dots, l$ .

en donde  $x \in X$  y  $X$  un conjunto no vacío y abierto en  $E^n$

Desafortunadamente, se vuelve mucho más difícil caracterizar una solución óptima si se introducen otras restricciones, como las indicadas por las funciones  $g_i(x)$  y  $h_i(x)$ . La dificultad sucede en que un cambio en  $x_j$  puede requerir cambios en las otras variables para evitar que se violen las restricciones, de manera que ya no es suficiente

considerar  $\frac{df}{dx_j}$ , para  $j= 1, 2, \dots, n$ . Por tanto, es necesario considerar algunas otras cuestiones, para aprender a

reconocer una solución óptima. Este tipo de condiciones fueron desarrolladas independientemente por Karush (1939) y por Kuhn y Tucker (1951), las cuales son a su vez una ampliación de las condiciones de Fritz John (1948), en las que se añade que  $\mu_0 > 0$ .

#### Condición necesaria de Karush-Kuhn-Tucker (KKT):

**Teorema:** Sea  $X$  un conjunto no vacío y abierto en  $E^n$ , y sea  $f: E_n \rightarrow E_1$ ,  $g_i: E_n \rightarrow E_1$  para  $i= 1, 2, \dots, m$ . y

$h_i: E_n \rightarrow E_1$  para  $i= 1, 2, \dots, l$ . Considere el siguiente problema:

#### Problema P:

Minimizar o maximizar  $f(x)$

sujeta a:  $g_i(x) \leq 0$  para  $i= 1, 2, \dots, m$ .

$h_i(x) = 0$  para  $i= 1, 2, \dots, l$ .

en donde  $x \in X$

Sea  $\bar{x}$  una solución factible, y denotemos el conjunto  $I = \{i: g_i(\bar{x}) = 0\}$ , consideremos que tanto la función  $f$  como  $g_i$  para  $i \in I$  son diferenciables en  $\bar{x}$ , y que  $g_i$  para  $i \notin I$  es continua en  $\bar{x}$ . Además que las funciones  $h_i$  para  $i= 1, 2, \dots, l$  son continuas y diferenciables en  $\bar{x}$ . Para propósitos posteriores también supongamos que  $\nabla g_i(\bar{x})$  para  $i \in I$  y  $\nabla h_i(\bar{x})$  para  $i= 1, 2, \dots, l$ , son linealmente independientes.

Si  $\bar{x}$  resuelve localmente el problema P, entonces existen escalares únicos  $\mu_i$  para  $i \in I$  y  $\nu_i$  para  $i= 1, 2, \dots, l$ , tal que:

$$\nabla f(\bar{x}) + \sum_{i \in I} \mu_i \nabla g_i(\bar{x}) + \sum_{i=1}^l \nu_i \nabla h_i(\bar{x}) = 0$$

$$\mu_i \geq 0 \text{ para } i \in I$$

donde  $u_i$  es un vector cuyos componentes son  $\mu_i$ , para  $i \in I$ . Adicionalmente, si  $g_i$  para  $i \notin I$  es también diferenciable en  $\bar{x}$ , entonces las condiciones anteriores pueden escribirse de la siguiente forma:



$$\begin{aligned}\nabla f(\bar{x}) + \sum_{i \in I} \mu_i \nabla g_i(\bar{x}) + \sum_{i=1}^l \nu_i \nabla h_i(\bar{x}) &= 0 \\ \mu_i g_i(\bar{x}) &= 0 \text{ para } i= 1, 2, \dots, m. \\ \mu_i &\geq 0 \text{ para } i= 1, 2, \dots, m.\end{aligned}$$

La condición inicial de que  $\bar{x}$  sea una solución factible en el problema **P**, es conocida como condición de *factibilidad primal* (FP). Los requerimientos de que  $\nabla f(\bar{x}) + \sum_{i \in I} \mu_i \nabla g_i(\bar{x}) + \sum_{i=1}^l \nu_i \nabla h_i(\bar{x}) = 0$ ,  $\mu_i \geq 0$  para  $i \in I$ , son conocidas como condiciones de *factibilidad dual* (FD). Mientras que la condición de que  $\mu_i g_i(\bar{x}) = 0$  para  $i= 1, 2, \dots, m$ , es llamada como condición de *holgura complementaria* (HC). Esta última condición establece que si  $\mu_i = 0$ , su restricción correspondiente debe ser del tipo  $g_i(\bar{x}) < 0$ . De otra forma si  $\mu_i > 0$ , las restricciones deben ser  $g_i(\bar{x}) = 0$ . Estas tres condiciones juntas (FP, FD y HC) son conocidas como condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Los nuevos escalares  $\mu_i$  y  $\nu_i$ , son conocidos como Lagrangianos ó Multiplicadores de Lagrange.

#### Condición suficiente de Karush-Kuhn-Tucker (KKT):

*Teorema:* Sea  $X$  un conjunto no vacío y abierto en  $E^n$ , y sea  $f : E_n \rightarrow E_1$ ,  $g_i : E_n \rightarrow E_1$  para  $i= 1, 2, \dots, m$  y  $h_i : E_n \rightarrow E_1$  para  $i= 1, 2, \dots, l$ . Considere el problema **P**:

*Minimizar*  $f(x)$  sujeta a  $g_i(x) \leq 0$  para  $i= 1, 2, \dots, m$ . y  $h_i(x) = 0$  para  $i= 1, 2, \dots, l$ .

en donde  $x \in X$ . Sea  $\bar{x}$  una solución factible, y denotado por el conjunto  $I = \{i : g_i(\bar{x}) = 0\}$ . Supongamos que  $\bar{x}$  es un punto que cumple las condiciones de KKT, en la que existen escalares  $\bar{\mu}_i \geq 0$  para  $i \in I$ , y  $\bar{\nu}_i$  para  $i= 1, 2, \dots, l$ , tal que:

$$\nabla f(\bar{x}) + \sum_{i \in I} \bar{\mu}_i \nabla g_i(\bar{x}) + \sum_{i=1}^l \bar{\nu}_i \nabla h_i(\bar{x}) = 0$$

Sea  $J = \{i : \bar{\nu}_i > 0\}$  y  $K = \{i : \bar{\nu}_i < 0\}$ . Si  $f$  es pseudoconvexa en  $\bar{x}$ ,  $g_i$  es cuasiconvexas en  $\bar{x}$  para  $i \in I$ ,  $h_i$  es cuasiconvexas en  $\bar{x}$  para  $i \in J$ , y  $h_i$  es cuasiconcava en  $\bar{x}$  para  $i \in K$ . Entoces  $\bar{x}$  es una solución global óptima para el problema **P**. En particular, si estas suposiciones de convexidad generalizada son restringidas el dominio de  $f$  en  $N_\varepsilon(\bar{x})$  para algún  $\varepsilon > 0$ , entonces  $\bar{x}$  es un mínimo local para el problema **P**.

**Condición suficiente de segundo orden de Karush-Kuhn-Tucker (KKT):**

*Teorema:* Considere el problema P, definido anteriormente; dónde la función objetivo y las restricciones son todas doblemente diferenciables, y dónde  $X$  es un conjunto no vacío y abierto en  $E^n$ . Sea  $\bar{x}$  un punto que cumple las condiciones de KKT para el problema P, en la que existen multiplicadores de Lagrange  $\bar{\mu}_i$  y  $\bar{\nu}_i$ , asociados con restricciones de desigualdad e igualdad respectivamente. Sea  $I = \{i : g_i(\bar{x}) = 0\}$ , y denotemos  $I^+ = \{i \in I : \bar{\mu}_i > 0\}$  y  $I^0 = \{i \in I : \bar{\mu}_i = 0\}$ . ( $I^+$  y  $I^0$  son algunas veces conocidos como los conjuntos de restricciones fuertemente activas y debilmente activas, respectivamente).

Definiendo la función Lagrangiana restringida  $L(x)$ , de acuerdo a la siguiente:

$$L(x) = f(x) + \sum_{i=1}^m \bar{\mu}_i g_i(\bar{x}) + \sum_{i=1}^l \bar{\nu}_i h_i(\bar{x})$$

de esta forma denotemos su Hessiana en  $\bar{x}$  por:

$$\nabla^2 L(\bar{x}) = \nabla^2 f(\bar{x}) + \sum_{i \in I} \bar{\mu}_i \nabla^2 g_i(\bar{x}) + \sum_{i=1}^l \bar{\nu}_i \nabla^2 h_i(\bar{x})$$

Donde  $\nabla^2 f(\bar{x})$ ,  $\nabla^2 g_i(\bar{x})$  para  $i \in I$  y  $\nabla^2 h_i(\bar{x})$  de  $i = 1, 2, \dots, l$  son las Hessianas de  $f$ ,  $g_i$  para  $i \in I$ , y  $h_i$  para  $i = 1, 2, \dots, l$ , respectivamente, evaluado todo ello en  $\bar{x}$ . Definamos la región factible o cono:

$$C = \{d \neq 0 : \nabla g_i(\bar{x})' d = 0 \text{ para } i \in I^+, \nabla g_i(\bar{x})' d \leq 0 \text{ para } i \in I^0, \nabla h_i(\bar{x})' d = 0 \text{ para } i = 1, \dots, l\}.$$

Entonces, si  $d' \nabla^2 L(\bar{x}) d > 0$  para todo  $d \in C$ , tenemos que  $\bar{x}$  es un mínimo local estricto para el problema P.

Si bién las condiciones de KKT, son imprácticas para resolver problemas de optimización, estas condiciones sientan las bases para métodos más eficientes de optimización. A continuación se presentan algunos de los métodos más conocidos.

### 2.3) Métodos de optimización en programación no lineal

En forma general, el problema de programación no lineal es encontrar un  $\bar{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  para:

*Minimizar o maximizar*  $f(x)$

sujeta a:  $g(x) \leq 0$  en donde  $x \in X$  para  $i = 1, 2, \dots, m$ .

en donde  $X$  es un conjunto no vacío y abierto en  $E^n$

asi mismo,  $f(x)$  y las  $g_i(x)$  son funciones dadas de las  $n$  variables de decisión.

No se dispone de algoritmo alguno que resuelva todos los problemas específicos que se ajustan a este formato ya que: pueden ser de diferentes tipos:

- a) Sin restricciones: cuando el problema de optimización considera solo a la función objetivo.
- b) Con restricciones: cuando la función objetivo está sujeta a restricciones determinada por otras funciones.
- c) Continuos, discretos: cuando alguna de las variables y/o funciones son continuas o discretas respectivamente.
- e) Diferenciables: cuando todas las funciones del problema son doblemente diferenciables (que exista el límite).
- f) Univariables, multivariables: dependiendo si la función objetivo esta en definida por una sola variable o varias.
- g) Convexo, cuadrática, separable: esto es dependiendo de las características de las funciones  $f(x)$  y  $g_i(x)$ .

A pesar de los distintos tipos, se han hecho progresos sustanciales para algunos casos especiales e importantes de este problema, de acuerdo con estas características podemos identificar algunos de los métodos existentes, según el diagrama 2.3.

Para el tipo de problemas de diseño, generalmente se requiere combinar un número grande de variables y como las funciones en las que se trabajará para el desarrollo del modelo son continuas y diferenciables, se va hacer énfasis en los métodos de optimización de varias variables con estas características.

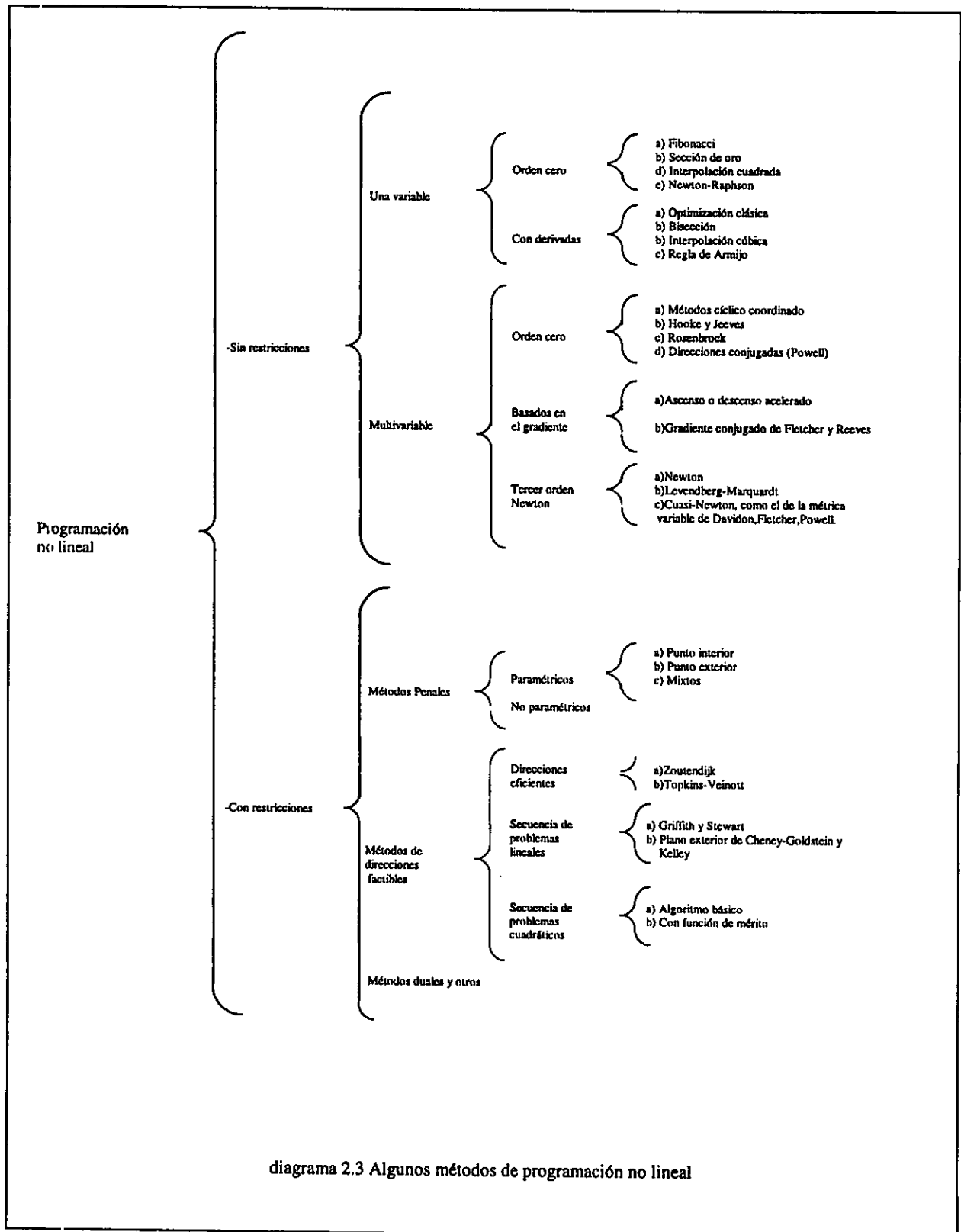


diagrama 2.3 Algunos métodos de programación no lineal

### 2.3.a) Optimización sin restricciones

En los problemas de diseño, generalmente la función objetivo se ve acompañada de restricciones que deben satisfacerse para la correcta solución del problema, por lo que no es posible encontrar problemas en los que se considere solo la función objetivo. Sin embargo, existen razones importantes para estudiar los métodos de optimización sin restricciones, como:

- En ocasiones, en las primeras fases de diseño puede prescindirse de las restricciones que existan en un problema de optimización a fin de facilitar el cálculo, incluyéndolas finalmente en las últimas etapas del proceso.
- Puede darse el caso que un problema sin restricciones contenga su solución óptima en el interior de la región factible y no en el contorno, de modo que todas las restricciones sean pasivas.
- Ciertas técnicas de optimización con restricciones abordan el problema transformándolo en otro tipo sin restricciones y ello, hace que resulte útil conocer los métodos de resolución de este tipo de problemas.

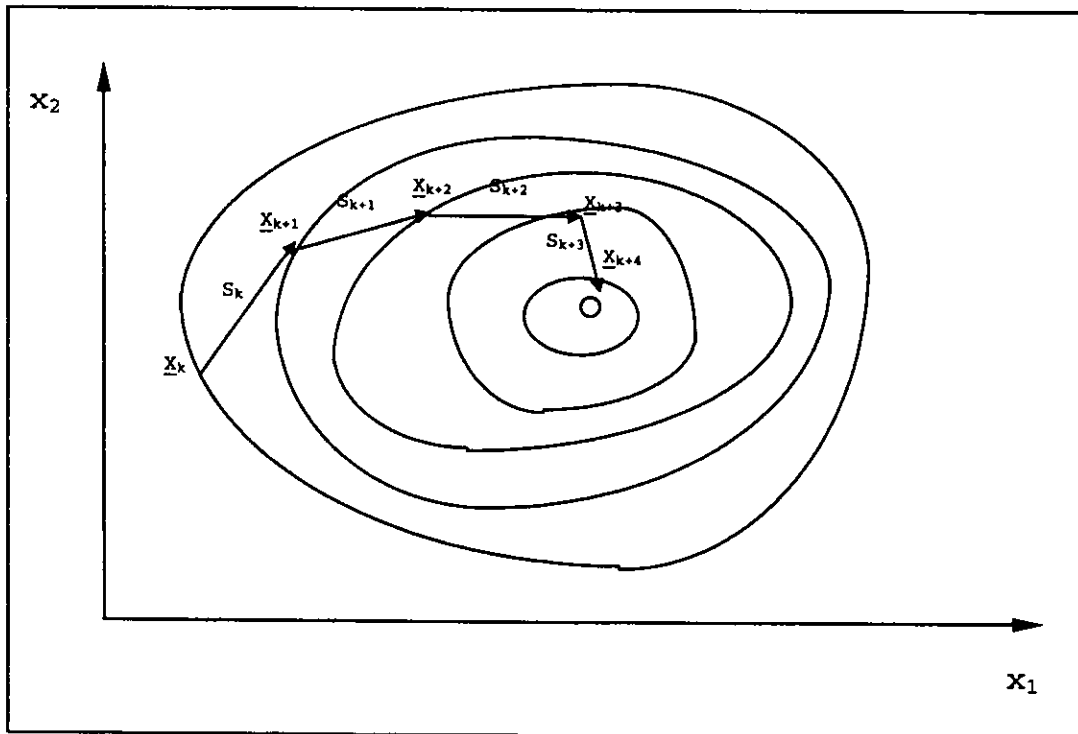


figura 2.3.a.1

## 2.3.a.1) Métodos de orden cero ( búsqueda directa).

Se denominan métodos de orden cero a aquellos que utilizan evaluaciones de la función  $f(x)$  durante el proceso, sin requerir información alguna de las derivadas de primer o segundo orden. Entre los más importantes se encuentra el enunciado por *Powell*, que es conocido comúnmente como el *método de las direcciones conjugadas*.

Como puede ser encontrado en una de las definiciones del Anexo A-1, la función  $f(x)$  puede escribirse como:

$$f(x) = f(\bar{x}) + \nabla f(\bar{x})'(x - \bar{x}) + \frac{1}{2}(x - \bar{x})' H(\bar{x})(x - \bar{x}) + \|x - \bar{x}\|^2 \alpha(\bar{x}; x - \bar{x})$$

o más simplificado:

$$f(x) = f(x^*) + (\nabla f^*)' \delta x + \frac{1}{2} \delta x' H^* \delta x + \dots$$

En las proximidades del mínimo  $x^*$  los términos de mayor orden del desarrollo pueden despreciarse y como el término lineal se anula, la función  $f(x)$  queda aproximada a una expresión cuadrática, que tiene la propiedad que siendo minimizada sucesivamente según un conjunto de  $n$  direcciones conjugadas, el mínimo global se encuentra en un número de etapas no superior a  $n$ , sin que tenga influencia el punto inicial. Son direcciones conjugadas aquellas direcciones  $S_1, S_2, \dots, S_n$  que respecto a una matriz  $A$  simétrica definida positiva ( $n \times n$ ) cumplen la propiedad:

$$S_i^T A S_j = 0 \text{ siendo } i \neq j$$

El método comienza minimizando la función  $f(x)$  según las  $n$  direcciones coordenadas. De esta forma, se obtiene un conjunto de  $a_i^* S_i$  en la que  $i = 1, \dots, n$ . Ya que dado un punto  $x_k$ , el valor de la función  $f(x_k)$  se intenta conocerlo encontrando otro punto  $x_{k+1}$  utilizando una dirección  $S_k$  con:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \alpha S_k \\ f(x_{k+1}) &= f(x_k + \alpha S_k) = f(\alpha) \end{aligned}$$

Con esto, se obtiene un conjunto de  $a_i^* S_i$  en la que  $i = 1, \dots, n$ . que formará las columnas de una matriz  $D$  que:

$$D = \{a_i^* S_i, \dots, a_n^* S_n\}$$

con lo que se define la primera dirección conjugada:

$$S_{n+1} = \sum_{i=1}^n a_i^* S_i$$

y se calcula en esa dirección el valor del escalar  $\alpha_{n+1}^*$  que corresponda al mínimo.

Posteriormente, se realiza de nuevo la minimización secuencial en las direcciones  $\alpha_i^* S_i$ , con  $i = 2, \dots, n+1$  que forman la nueva matriz  $D_1$ .

$$D_1 = \{a_i^* S_i\} \text{ con } i = 2, \dots, n+1$$

y que permitirá establecer una nueva dirección:

$$S_{n+2} = \sum_{i=2}^{n+1} a_i^* S_i$$

En general, tras  $k$  etapas de iteraciones secuenciales completas se obtendrá una nueva dirección  $S_{n+k}$  que al incluirse en el conjunto desplaza a  $a_k^* S_k$

$$S_{n+k} = \sum_{i=k}^{n+k-1} a_i^* S_i$$

Cuando se hayan calculado las direcciones contenidas en la siguiente matriz:

$$D_n = \{a_i^* S_i\} \text{ con } i = n+1, \dots, 2n$$

se inicia la última secuencia de minimización que conduce al valor deseado. Al finalizar los  $n$  ciclos, todas las direcciones del conjunto de la matriz  $D_n$  son conjugadas y en la siguiente etapa de minimizaciones secuenciales se obtendrá el mínimo de la función cuadrática a que se ha aproximado  $f(x)$ .

El método de Powell obliga a realizar al menos  $n^2$  minimizaciones de una sola variable hasta obtener el conjunto de direcciones conjugadas y a partir de ese momento el mínimo de la aproximación cuadrática aparece en no más de otras  $n$  minimizaciones. El número total requerido resulta  $n(n+1)$ , lo que equivale al menos a  $3n(n+1)$  evaluaciones de la función  $f(x)$  si se utiliza el ajuste parabólico más sencillo. Este número resulta muy elevado y es uno de los inconvenientes del método. A ello, debe añadirse que las funciones en general no serán cuadráticas, con lo que el número de iteraciones requeridas puede ser superior. En ciertas ocasiones se producen problemas numéricos debido a que las direcciones  $S_{n+k}$  no resultan independientes entre sí, debido a imprecisiones originadas en el cálculo.

A pesar de las limitaciones, el método de las direcciones conjugadas presenta la ventaja de no requerir información alguna de las derivadas de  $f(x)$ , para las que resulta muy difícil o computacionalmente costoso calcularlas.

## 2.3.a.2) Métodos basados en el gradiente

Estos son los métodos que utilizan el gradiente como información, que como en el método anterior, obtienen sucesivamente direcciones de búsqueda; pero en este caso se elige precisamente la dirección definida por  $-\nabla f(x)$  para minimizar la función en cada etapa.

Dado un punto  $x_k$  y calculando el gradiente  $\nabla f_k$ , se intenta en cada etapa buscar el valor  $\alpha^*$  que minimiza la función:

$$f(x) = f(x_k - \alpha \nabla f_k)$$

obteniéndose un nuevo punto  $x_{k+1}$  de acuerdo con:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha^* \nabla f_k$$

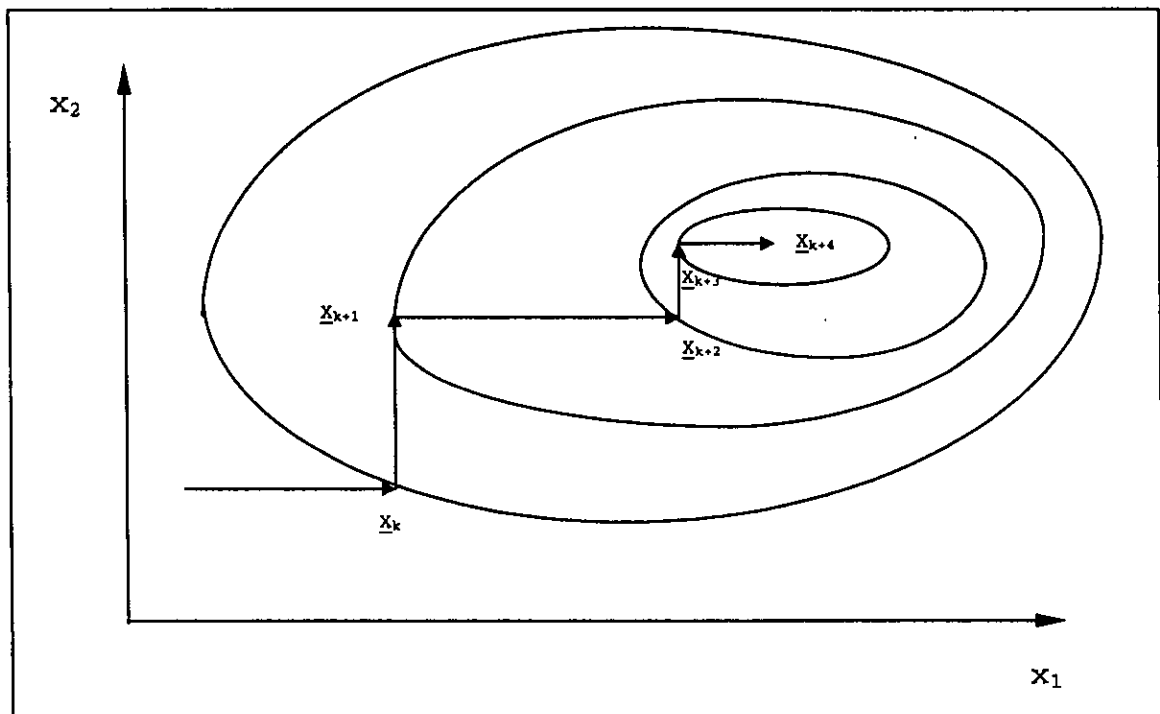


figura 2.3.a.2

La dirección  $-\nabla f_k$ , proporciona la mayor disminución del valor de  $f$  en ese punto, de modo que este método debería producir una convergencia rápida. Sin embargo, debido a que la forma geométrica de la función objetivo puede ser cambiante en la práctica, la convergencia es menor de lo esperado y en ocasiones la búsqueda puede ser zigzagante.



Estos inconvenientes son reducidos en gran medida por la técnica propuesta por Fletcher y Reeves, conocida como la técnica del *gradiente conjugado*. En ella, a partir de cada punto  $x_k$  la dirección de búsqueda  $S_k$  es calculada como una combinación lineal del gradiente en un punto y la dirección anterior  $S_{k-1}$  de esta forma:

$$S_k = -\nabla f_k + \beta_k S_{k-1}$$

la componente  $\beta_k$  en la dirección  $S_{k-1}$  tiene el valor definido por:

$$\beta_k = \frac{\nabla f_k^t \nabla f_k}{\nabla f_{k-1}^t \nabla f_{k-1}}$$

y las sucesivas direcciones que se generan de esta manera son conjugadas. Por ello, la optimización se consigue más rápidamente y en el caso de que  $f(x)$  fuera cuadrática podría lograrse en no más de  $n$  iteraciones. Si en alguna etapa el método no produce disminución de la función objetivo, debe recomenzarse el proceso utilizando en esta etapa el gradiente  $-\nabla f(x)$  como dirección de búsqueda.

Los métodos de gradiente son más eficaces que los de orden cero, sin embargo, requieren información del gradiente de la función  $f(x)$ . Se ha comprobado que estos métodos al principio avanzan rápidamente hacia la solución, pero luego tienen una convergencia muy lenta y si el gradiente debe obtenerse numéricamente estos métodos pueden requerir mucho tiempo de computadora.

## 2.3.a.3) Métodos basados en la matriz Hessiana (Newton).

Este tipo de métodos parten de la aproximación de la función  $f(x)$  a la forma cuadrática siguiente:

$$f(x) = f_k(x) + \nabla f_k^t \delta x + \frac{1}{2} \delta x^t H_k \delta x \quad (1)$$

siendo:

$$\delta x = x - x_k \quad (2)$$

Como en el mínimo  $\nabla f = 0$ , derivando la expresión inicial e igualando a cero, tenemos:

$$0 = \nabla f_k + H_k \delta x \quad (3)$$

o igualmente:

$$\delta x = -H_k^{-1} \nabla f_k \quad (4)$$

sustituyendo en (2), tenemos:

$$x_{k+1} = x_k - H_k^{-1} \nabla f_k \quad (5)$$

Dado un punto  $x_k$ , el valor de la función  $f(x_k)$  se obtiene encontrando otro punto  $x_{k+1}$  utilizando una dirección  $S_k$  con:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha S_k$$

la expresión (4) indica que la dirección  $S_k$  para conseguir el mínimo, esta dada por:

$$S_k = -H_k^{-1} \nabla f_k$$

por lo tanto, la forma de obtener un punto  $x_{k+1}$  viene dado por:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha H_k^{-1} \nabla f_k$$

en donde  $\alpha$  tomaría el valor que optimice esta etapa. Para obtener la dirección  $S_k$  no resulta necesario invertir  $H_k$ , ya que puede calcularse del sistema de ecuaciones:

$$H_k S_k = -\nabla f_k$$

La matriz hessiana  $H_k$  puede ser difícil de obtener analíticamente y cuando debe obtenerse numéricamente puede ser computacionalmente muy complejo, o incluso imposible. Por ello estos métodos no pueden aplicarse a todos los problemas. Una alternativa es el método de la métrica variable propuesto por Davidon y modificado por Fletcher y Powell, y que ha dado lugar a una familia de técnicas que al utilizar una aproximación de la matriz hessiana  $H_k$  se denominan *quasi-Newton*. El método consiste en crear una secuencia de direcciones  $S_k$  de la forma:

$$S_k = -V_k \nabla f_k$$

**Eta**pa 1: Se utiliza para  $V_k$  la matriz unidad:

$$V_1 = I$$

por lo que la direcciones  $S_k$  está formada únicamente por el vector gradiente.

**Etapla 2:** Tras obtener el valor  $\alpha^*$  que corresponde al mínimo en la dirección; utilizando métodos como el de la razón aurea , Fibonacci ó algún otro de optimización de una variable, se tiene:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha^* S_k$$

la matriz  $V_{k+1}$  que resulta necesaria para obtener la siguiente dirección  $S_{k+1}$  se calcula como:

$$V_{k+1} = V_k + \frac{\alpha^* S_k S_k^t}{S_k^t \Delta(\nabla f_k)} - \frac{\left[ H_k \Delta(\nabla f_k) \right] \left[ H_k \Delta(\nabla f_k) \right]^t}{\Delta(\nabla f_k)^t H_k \Delta(\nabla f_k)}$$

en donde:

$$\Delta(\nabla f_k) = \nabla f_{k+1} - \nabla f_k$$

**Etapla 3:** Tras calcular:

$$S_{k+1} = -V_{k+1} \nabla f_{k+1}$$

se vuelve al paso 2) hasta que el proceso produce soluciones con una convergencia como la deseada. La secuencia de matrices  $V_k$  se aproxima paulativamente a la inversa de la matriz hessiana  $H^{-1}$ .

#### 2.3.a.4) Conceptos generales.

Cabe indicar, que cuanto menos sofisticado sea un método menos debe esperarse de él, salvo en problemas sencillos, mientras que los métodos más elaborados deben aportar mejores resultados. Al abordar un problema, se requiere establecer primeramente si se puede calcular analíticamente los valores del gradiente; para de esta forma establecer el método más adecuado.

La convergencia de cualquier método suele referirse a la variación del valor de la función entre dos etapas, exigiendo que sea menor que un número suficientemente pequeño  $\epsilon_a$ , esto puede establecerse con una cota relativa que sea independiente del orden de magnitud de los valores de la función:

$$\frac{|f_k - f_{k-1}|}{\max(f)} \leq \epsilon_a$$

## 2.3.b) Optimización con restricciones

Los métodos de optimización con restricciones son muy diversos y componen un abanico variado, el modelo general de este tipo de problemas es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar o maximizar} && f(x) \\ & \text{sujeta a:} && g_i(x) \leq 0 \text{ para } i= 1, 2, \dots, m. \\ & && h_i(x) = 0 \text{ para } i= 1, 2, \dots, l. \end{aligned}$$

en donde  $x \in X$   
y  $X$  es un conjunto no vacío y abierto en  $E^n$

Los métodos para resolver este tipo de problemas se encuentran mucho menos desarrollados que los métodos de optimización incondicionados debido a la enorme dificultad inherente a este tipo de problemas como:

- a) La existencia de óptimos locales.
- b) Óptimos locales que se encuentren en el interior o en los bordes de una región de factibilidad, que en general no es convexa.

Todos estos métodos consiguen únicamente identificar mínimos locales, sin embargo muchas veces trabajan razonablemente bien.

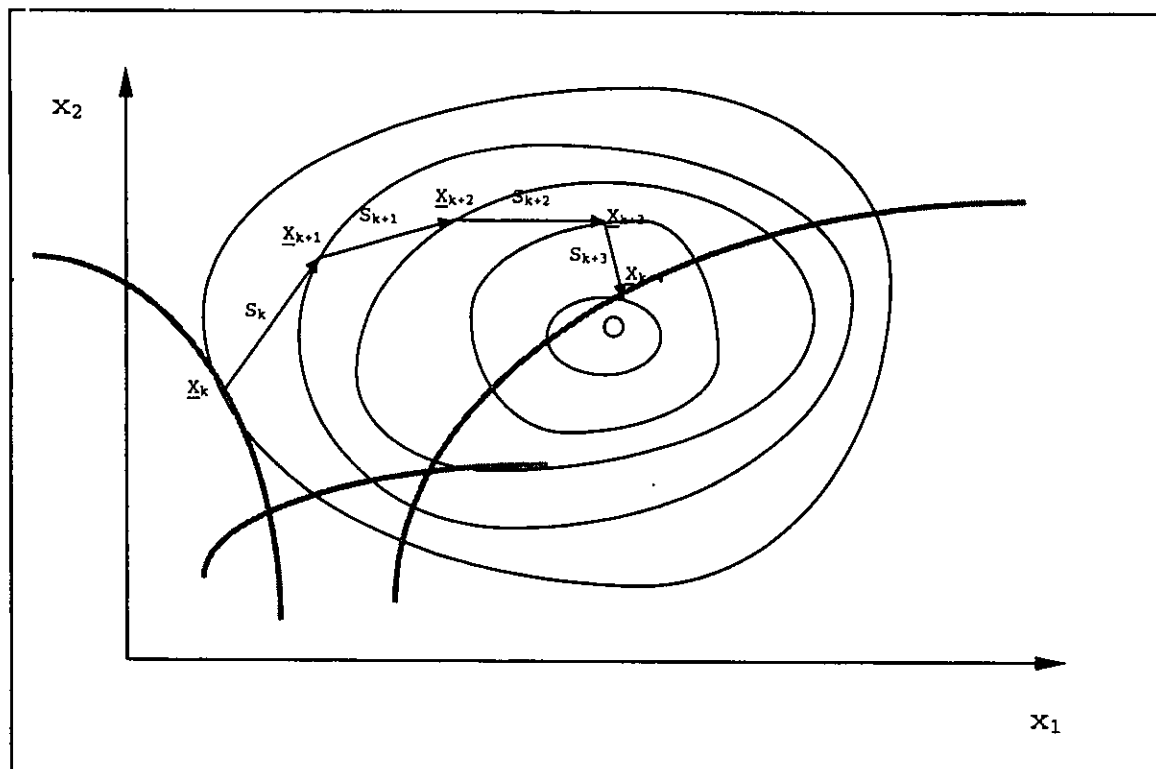


figura 2.3.b

### 2.3.b.1) Métodos de funciones penales

Esta familia de métodos tiene como principio transformar a un problema de optimización con restricciones en uno sin restricciones, y de esta forma utilizar técnicas de optimización sin restricciones para su solución.

Partiendo del problemas de optimización de la forma:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && f(x) \\ & \text{sujeta a:} && g_i(x) \leq 0 \text{ para } i=1, 2, \dots, m. \end{aligned}$$

se transforma la función  $f(x)$  añadiéndole una función de penalización que considere las restricciones  $g_i(x)$  de la siguiente forma:

$$\text{Minimizar} \quad \phi(x, r) = f(x) + r \sum_{i=1}^m P(g_i)$$

en donde la función de penalización  $P(g_i)$  se constituye de acuerdo a las restricciones del problema y  $r$  es un parámetro de control que suele tomar distintos valores durante el proceso. Los métodos penales se dividen en dos clases:

- a) Métodos penales paramétricos, y
- b) Métodos penales no paramétricos.

Los métodos penales paramétricos a su vez se dividen en tres:

- a) Métodos de punto interior
- b) Métodos de punto exterior
- c) Métodos mixtos

Los métodos de punto interior, realizan la optimización dentro de la región factible, tienen el inconveniente de que la convergencia es lenta al principio y sólo se acelera en sus últimas etapas.

En el método de punto exterior, se parte de un punto no factible y en el que la función de penalización evita que este punto se aleje demasiado de la región factible; tiene el inconveniente de no poderse interrumpir hasta estar en la región factible. El método mixto se utiliza generalmente cuando se tienen restricciones de igualdad y es una combinación de las dos técnicas mencionadas anteriormente. En forma general, todos estos métodos varían en la forma como constituyen sus funciones y evalúan los parámetros de ponderación.

Por ejemplo, en la optimización desde el interior de la región de factible, se utiliza la expresión:

$$\text{Minimizar} \quad \phi(x, r) = f(x) - r \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(x)}$$

En esencia, el método consiste en calcular el mínimo de  $\phi(x, r)$  para valores de  $r$  paulativamente decrecientes. Al realizar esto, las soluciones que se van obteniendo se aproximarán en general a alguna condición  $g_i(x)$  que por tanto se acercará a cero, con lo que el segundo término de la función será muy elevado. Reduciendo el valor de  $r$  la función es minimizada finalmente para el mismo valor que para el de  $f(x)$  con restricciones.

El proceso debe iniciar en un punto factible y sólo converge en las últimas etapas, por lo que no debe terminarse precipitadamente.

Como la función  $\phi(x, r)$  se distorsiona bastante en las proximidades del mínimo para valores pequeños de  $r$ , el método denominado: *Técnica secuencial de minimización no restringida*, SUMT de Fiacco y McCormick (SUMT-

Secuencial unconstrained minimization technique) propone una regla de convergencia que extrapola el valor final del mínimo condicionado de  $f(x)$  en función de los valores anteriores. Si se denomina  $f(r)$  al valor que adopta  $f(x)$  en el mínimo correspondiente de la función  $\phi(x, r)$ , para ese valor del parámetro  $r$ , el valor final de  $f(x)$  puede obtenerse como:

$$f(r) \approx H(r) = a + br^{0.5}$$

Los coeficientes  $a$ ,  $b$ , de  $H(r)$  se obtienen por ajuste con los últimos valores de  $f(r)$ :

$$f(r_k) = a + br_k^{0.5} = a + b(cr_{k-1})^{0.5}$$

$$f(r_{k-1}) = a + br_{k-1}^{0.5}$$

y resulta:

$$a = \frac{c^{0.5} f(r_{k-1}) - f(r_k)}{c^{0.5} - 1}$$

$$b = \frac{f(r_{k-1}) - a}{r_{k-1}^{0.5}}$$

La interpolación produce como valor mínimo:

$$f(0) = H(0) = a$$

La función de penalización no está acotada en el contorno de la región factible, lo que distorsiona la forma geométrica de la función y produce problemas numéricos, y por ello varios autores han propuesto variantes de  $\phi(x, r)$  cuyo campo de existencia se amplía a las proximidades del contorno en la región de diseño y el exterior de ésta.

Cuando en el problema inicial existen condiciones del tipo  $h_i(x) = 0$ , la función de penalización interior debe eslabecerse, de acuerdo a Fiacco y McCormick:

$$\text{Minimizar} \quad \phi(x, r) = f(x) - r \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(x)} + \frac{1}{r^{0.5}} \sum_{i=1}^k h_i^2$$

## 2.3.b.2) Método de las direcciones eficientes

Este método fue desarrollado por Zoutendijk, sirve para resolver problemas de optimización de la forma:

$$\text{Minimizar } f(x)$$

$$\text{sujeta a: } g_i(x) \leq 0 \text{ para } i=1, 2, \dots, m.$$

$$\text{en donde } x \in X$$

$$\text{y } X \text{ es un conjunto no vacío y abierto en } E^n$$

donde  $f(x)$  y  $g_i(x)$  para  $i=1, 2, \dots, m$  deben ser diferenciables. Este método no puede resolver problemas donde existan restricciones de igualdad. El método establece un proceso en el que se genera un conjunto de puntos, de forma que dos consecutivos están relacionados con:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha S_k$$

en donde  $\alpha$  es un escalar y  $S_k$  un vector en el que se encuentra los dos puntos.

La elección del escalar y cada vector  $S_k$  satisfacen dos propiedades:

- a) Una llamada de factibilidad, consiste en que un avance en esa dirección no viola ninguna restricción.
- b) Un avance en la dirección  $S_k$  mejora el valor de la función objetivo.

La resolución del problema, debe comenzar en un punto  $x_1$  que esté situado en el interior de la región factible. Si estuviera en el contorno del mismo, es decir en la intersección de una o varias condiciones  $g_i(x)$ , debe omitirse la primera de las siguientes etapas:

**Etapas 1:** Trayectoria situada en el interior de la región factible: Se intenta disminuir el valor de la función objetivo encontrando un nuevo punto en la dirección  $S_k = -\nabla f_k$ , con:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f_k$$

La ecuación representa una minimización con una variable a lo largo de una línea. Si se produce un punto  $x_{k+1}$  que esté situado también en el interior de la región factible se repite el proceso nuevamente. En el caso de que se llegue a una condición  $g_i(x)$  se pasa a la fase siguiente.

**Etapas 2:** Trayectoria situada en el contorno de la región factible: En esta situación dado que se llega a una condición  $g_i(x)$ :

$$S^t \nabla g \leq 0$$

Se intenta encontrar  $S_k$  en la dirección  $-\nabla f_k$  como solución del siguiente problema lineal:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && \beta \\ & \text{sujeta a: } S' \nabla g_j + \theta_j \beta \leq 0 && \text{para } j=1, 2, \dots, J. \end{aligned} \quad (2a)$$

$$S' \nabla f + \beta \leq 0 \quad (2b)$$

$$\text{en donde} \quad -1 \leq S \leq 1 \quad (2c)$$

Las condiciones  $g_j(x)$  para  $j=1, 2, \dots, J$ , son todas aquéllas que contienen al último punto. Para los escalares  $\theta_j$  se asume generalmente  $\theta_j = 1$ . La condición (2a) sirve para asegurar que la dirección está contenida en la región factible y la (2b) para que disminuya la función objetivo. Por su parte la condición (2c) limita la longitud del vector  $S$ . El problema lineal anterior puede escribirse como la formulación general de la programación lineal, sin más que definir unas variables  $S'$  tales que:

$$S' = S + 1$$

Una vez resuelto este problema, y obtenido el vector  $S$  puede pasarse a la fase siguiente.

**Etapla 3:** Obtención de la longitud de paso  $\alpha$ : En esta fase debe obtenerse a partir del punto  $x_k$  otro punto  $x_{k+1}$  de la forma:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha S_k \quad (3a)$$

siendo  $S_k$  el vector calculado en la fase anterior.

En general, el punto  $x_{k+1}$  se busca en el interior de la región factible, sustituyendo (3a) en la ecuación de la función objetivo y minimizando en esta dirección:

$$f(x) = f(x_k - \alpha \nabla f_k) \quad (3b)$$

Obteniendo el valor  $\alpha^*$  que minimiza la función (3b) se comprueba que está situado en la región factible, lo que equivale a decir que no vulnera ninguna condición  $g_j(x)$ , y en este caso el proceso se comienza nuevamente en la etapa 1, en caso contrario, es decir si:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha^* S_k \quad (3c)$$

esté fuera de la región factible, se averigua cuál de las condiciones es la que se viola en primer lugar, es decir, cuál es el valor de  $\alpha$  tal que:

$$g_j(x) = g_j(x_k - \alpha S_k) = 0 \quad (3d)$$

Una vez que se averigua cuál o cuáles condiciones  $g_j(x)$  se vuelven activas se repite nuevamente el proceso a partir de la etapa 2.

En la figura siguiente se representan gráficamente las dos situaciones:



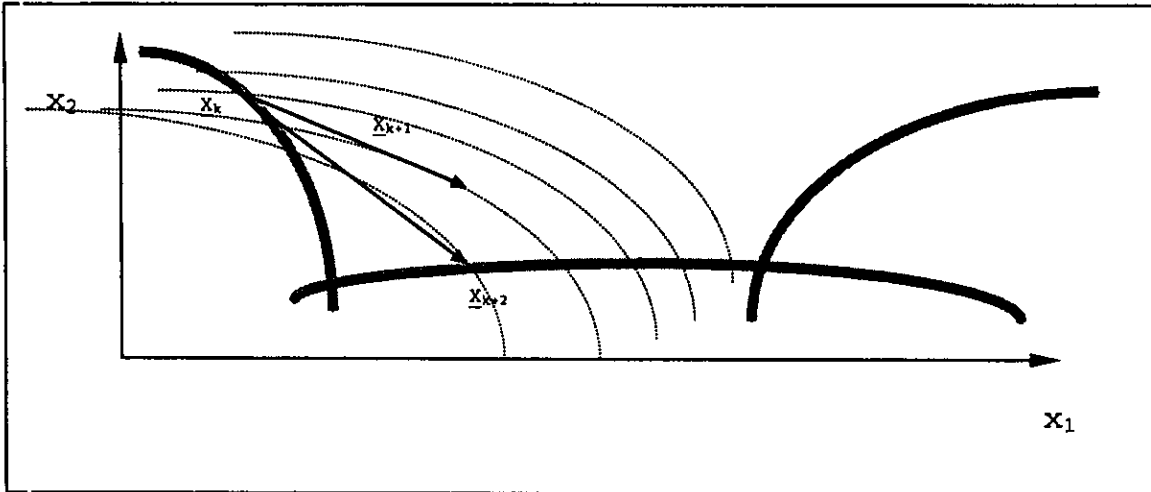


figura 2.3.a.2

Realizando sucesivamente las distintas fases que se han descrito, esta técnica converge finalmente al mínimo.

## 2.3.b.3) Método de aproximación con secuencia de problemas lineales

Este tipo de métodos, aproximan el problema no lineal:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && f(x) \\ & \text{sujeto a:} && g_i(x) \leq 0 \text{ para } i=1, 2, \dots, m. \\ & && h_i(x) = 0 \text{ para } i=1, 2, \dots, l. \\ & && \text{en donde } x \in X \end{aligned}$$

y  $X$  es un conjunto no vacío y abierto en  $E^n$

donde  $f(x)$ ,  $g_i(x)$  para  $i=1, 2, \dots, m$  y  $h_i(x) = 0$  para  $i=1, 2, \dots, l$ , deben ser diferenciables. Eligiendo un punto  $x_1$  y aproximando la formulación mediante un desarrollo en serie de Taylor hasta el término lineal, tenemos:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && f(x) \approx f(x_1) + \nabla f_1^t(x - x_1) \\ & \text{sujeta a:} && g_i(x) \approx g_i(x_1) + \nabla g_i^t(x_1)(x - x_1) \leq 0 \text{ para } i=1, 2, \dots, m. \\ & && h_i(x) \approx h_i(x_1) + \nabla h_i^t(x_1)(x - x_1) = 0 \text{ para } i=1, 2, \dots, l. \end{aligned}$$

En donde:  $f(x_1)$ ,  $\nabla f_1^t$ ,  $g_i(x_1)$ ,  $\nabla g_i^t(x_1)$ ,  $h_i(x_1)$ ,  $\nabla h_i^t(x_1)$  son escalares evaluados en el punto  $x_1$ . De esta forma este tipo de métodos resuelven una serie de programas lineales. La solución de este problema, no coincidirá en general con la del problema inicial. Por ello, la solución de esta aproximación, se utiliza nuevamente para continuar el proceso y se repite sucesivamente la resolución de problemas lineales hasta obtener la convergencia adecuada en las soluciones. Este tipo de métodos tiene los siguientes inconvenientes:

- a) En problemas no convexos la linealización puede dejar excluida parte de la región factible.
- b) Si el punto inicial  $x_1$  está muy lejos de la solución real, puede que se obtenga una solución poco aproximada.
- c) Si la solución del problema corresponde a un punto interior o en una sola condición activa, la secuencia de programas lineales puede oscilar indefinidamente entre dos de los vértices más próximos a la solución.

Como consecuencia de ello, se han propuesto algunas alternativas para eliminar uno o varios de estos defectos. Los métodos de límite móvil han dado buen resultado para encontrar la solución real, como el propuesto por Griffith y Stewart; el cuál consiste en la resolución reiterada de problemas lineales en los que se añade la siguiente condición:

$$x_i \leq x - x_k \leq x_s$$

Los valores  $x_i$  y  $x_s$  representan la variación inferior y superior que se permite entre dos soluciones de problemas lineales consecutivas. Estos valores pueden modificarse a voluntad para mejorar la convergencia, de modo que cuando una variable varíe dos veces en el mismo sentido puede aumentarse el intervalo y debe reducirse si el comportamiento es el contrario.

## 2.3.b.4) Método de aproximación con secuencia de problemas cuadráticos

Al igual que en los problemas de aproximación lineal, este tipo de métodos realiza la sustitución de un problema complejo por otro más sencillo pero con un mayor orden de aproximación. La función objetivo se representa por una función cuadrática y las condiciones por una aproximación lineal utilizando el desarrollo de Taylor, de la siguiente forma:

$$\text{Minimizar} \quad f(x) \approx f(x_1) + \nabla f_1^t(x - x_1) + \frac{1}{2}(x - x_1)^t H(x_1)(x - x_1)$$

$$\text{sujeta a: } g_i(x) \approx g_i(x_1) + \nabla g_i^t(x_1)(x - x_1) \leq 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, m.$$

$$h_i(x) \approx h_i(x_1) + \nabla h_i^t(x_1)(x - x_1) = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, l.$$

en donde  $x \in X$

y  $X$  es un conjunto no vacío y abierto en  $E^n$

En donde :  $f(x_1), \nabla f_1^t, H(x_1), g_i(x_1), \nabla g_i^t(x_1), h_i(x_1), \nabla h_i^t(x_1)$  son escalares evaluados en el punto  $x_1$ . Esta formulación implica poder calcular tanto las primeras derivadas de la función objetivo y las restricciones, como las segundas derivadas de la función  $f(x_1)$  a fin de calcular la matriz hessiana  $H(x_1)$  lo que representa un requerimiento superior que en los problemas lineales.

El procedimiento inicia en un punto  $x_1$  y repite sucesivamente el problema cuadrático hasta obtener la convergencia necesaria. Para resolver este problema cuadrático, pueden aplicarse con cierta sencillez las técnicas de optimización incondicionada para resolver directamente las condiciones de KKT.

Una de las principales desventajas de estos métodos es que la convergencia es garantizada solo cuando el algoritmo es inicializado suficientemente cerca de la solución deseada. Para solucionar este inconveniente y para asegurar una convergencia global es necesario establecer una *función de mérito*  $f_E(x)$ , que no es otra cosa que una variante de las técnicas de penalización:

$$f_E(x) = f(x) + \mu \left[ \sum_{i=1}^m \max\{0, g_i(x)\} + \sum_{i=1}^l |h_i(x)| \right]$$

## 2.4 Programa de solución de programación no lineal

El programa que será utilizado para la solución de la modelación, que posteriormente será desarrollada, es el conocido programa comercial Microsoft Excel Solver.

Este programa está basado en un método numérico muy eficiente que combina varios algoritmos para la solución de ecuaciones y optimización. Además que permite diseñar en forma personalizada la entrada de datos y los resultados, así como modificar en forma flexible las características de la modelación. Por todo ello, fue seleccionado de otras opciones que pudieran utilizarse.

Este programa tiene establecidas opciones de algoritmos que son eficaces para la mayoría de los problemas, sin embargo, el programa permite variar estos algoritmos de acuerdo al conocimiento de la persona que lo formule, por ello es recomendable contar con conocimientos de programación matemática. Esto permite evitar problemas o disminuir la dificultad para encontrar la solución del problema. Las opciones son las siguientes:

- \* La opción de *Estimación*, selecciona el método de aproximación utilizado para obtener los valores de las variables básicas en una búsqueda unidimensional. La alternativa *Tangente*, utiliza una extrapolación lineal del vector tangente, o sea un método de aproximación con secuencia de problemas lineales. La alternativa *Quadrática*, utiliza una extrapolación cuadrática o sea un método de aproximación con secuencia de problemas cuadráticos; esta opción es preferible para problemas altamente no lineales.
- \* La opción de *Derivación*, permite seleccionar entre dos técnicas de diferenciación numérica que se utiliza para calcular las derivadas parciales: La diferenciación *Hacia adelante*, y la diferenciación *Central*. La diferenciación Central, requiere mayor cantidad de cálculos, pero puede permitir una mejor precisión en la búsqueda de la solución.
- \* La opción de *Búsqueda*, permite elegir entre el método de *quasi-Newton* ó el método de *gradientes conjugados* para calcular la dirección de búsqueda. El método de quasi-Newton requiere menos trabajo, pero el método de gradientes conjugados puede permitir acelerar la solución cuando existen progresos lentos entre los puntos, con el método quasi-Newton.

## 2.5 Ajuste de datos con regresión de mínimos cuadrados

Dentro de la información con la que se cuenta en el análisis de distintos procesos, generalmente es obtenida como un conjunto de puntos discretos. Para el caso en que esta información tenga algún tipo de error en la medición, lo mejor es encontrar una función que represente el comportamiento general de los datos ya que para distintas aplicaciones, es necesario obtener información entre esos valores discretos, o alguna función simple para utilizarla en algún modelo matemático.

Para realizar el ajuste de los datos, se pueden seguir distintas estrategias como:

- a) Minimizar la suma de los errores residuales.
- b) Minimizar la suma de los valores absolutos de las diferencias.
- c) Minimizar la distancia máxima a la que se encuentren los puntos a la función de ajuste.
- d) Minimizar la suma de los cuadrados de las desviaciones verticales a la función de ajuste (Mínimos cuadrados).

Sin embargo, como se encuentra en la comparación de la referencia 7. El procedimiento que tiene mayores ventajas, incluyendo el ajuste en una única función, es el conocido con el nombre de regresión de mínimos cuadrados.

### 2.5.a) Regresión lineal

Un ejemplo en el que se utiliza una aproximación por mínimos cuadrados es el ajuste de una línea recta a un conjunto de parejas de puntos  $(x,y)$ , con el siguiente modelo:

$$y = c_0 + c_1x + \varepsilon$$

en donde  $c_0$  y  $c_1$  son parámetros de ajuste y  $\varepsilon$  representa el error entre el modelo y las observaciones.

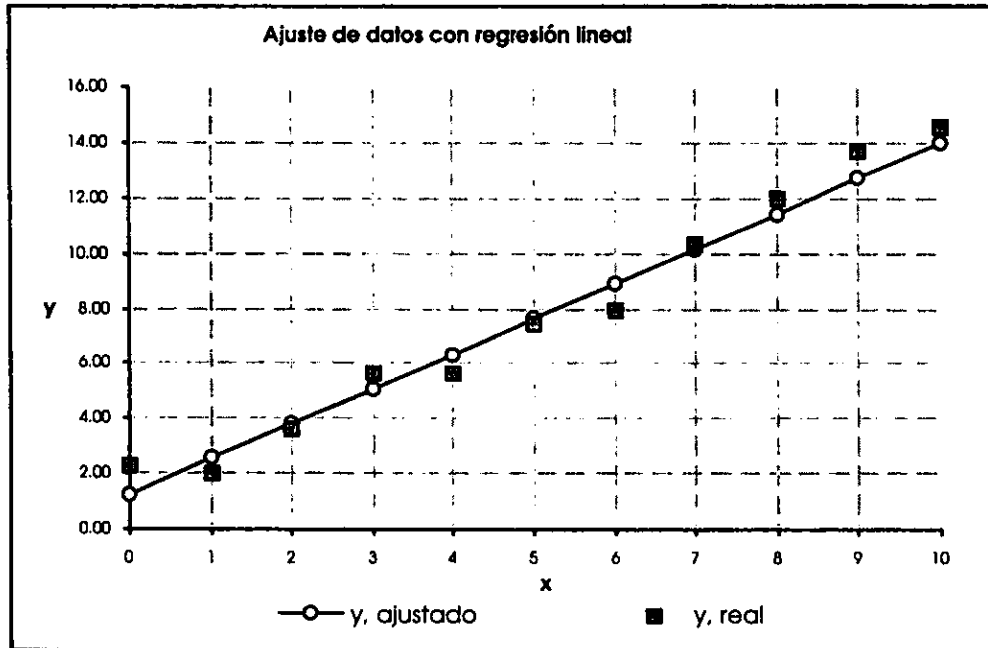


figura 2.5.a

De esta forma la suma de los cuadrados de los residuos que deben minimizarse es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1 x_i)^2$$

Para determinar los valores de las constantes  $c_0$  y  $c_1$  es necesario derivar la ecuación anterior respecto a cada uno de los coeficientes:

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1 x_i)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1 x_i) x_i$$

Si  $S_r$  tiene un mínimo éste ocurrirá para los valores de  $c_0$  y  $c_1$  que satisfagan que estas derivadas sean igual a cero. De esta forma las expresiones anteriores se expresan como:

$$0 = \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n c_0 - \sum_{i=1}^n c_1 x_i$$

$$0 = \sum_{i=1}^n y_i x_i - \sum_{i=1}^n c_0 x_i - \sum_{i=1}^n c_1 x_i^2$$

Simplificando términos, resulta en un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas ( $c_0$  y  $c_1$ ):

$$n c_0 + \sum_{i=1}^n c_1 x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\sum_{i=1}^n c_0 x_i + \sum_{i=1}^n c_1 x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i$$

De acuerdo con la definición de  $S_r$ , puede observarse que nos proporciona una medida de la dispersión de los puntos respecto del punto ajustado. La dispersión de estos puntos tiene magnitudes similares a todo lo largo del rango de ajuste y la distribución de estos puntos es normal. Por ello una desviación estándar de la regresión sobre la línea de ajuste se puede determinar como:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}}$$

que es conocido como el *error estándar de la aproximación*. El subíndice "y/x" indica que el error es para un valor de  $y$  correspondiente a un valor particular de  $x$ . La división es por "n-2" ya que se usan dos aproximaciones de los datos con  $c_0$  y  $c_1$ ; por tanto, se han perdido dos grados de libertad.

Para cuantificar la eficiencia del ajuste, se puede determinar la suma de los cuadrados alrededor de la media respecto de los valores originales de la variable dependiente  $y$ , la cual podemos denotar como  $S_t$ . La diferencia respecto de  $S_r$ , cuantifica la mejora en la reducción del error debido al modelo; y normalizada respecto del error total se obtiene:

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t}$$

En donde  $r$  es el coeficiente de correlación y  $r^2$  es el coeficiente de determinación. Un valor de  $r^2 = 1$ , indicaría que el ajuste explicaría el 100% de la variabilidad.

Para los casos en los que los datos no sigan un comportamiento lineal pero tienen un comportamiento claramente exponencial o logarítmico, es posible linealizar las relaciones manipulando el modelo con logaritmos para transformarlo de la siguiente forma:

$$\log y = \log c_0 + c_1 x + \varepsilon$$

Lo cual es equivalente a un modelo de la siguiente forma:

$$y = c_0 10^{c_1 x}$$

### 2.5.b) Regresión polinomial

Para los casos en que la información experimental no pueda ser ajustada convenientemente con una función lineal, aún con una transformación logarítmica; es preferible ajustar un polinomio de  $m$ -ésimo grado a los datos, utilizando una regresión polinomial.

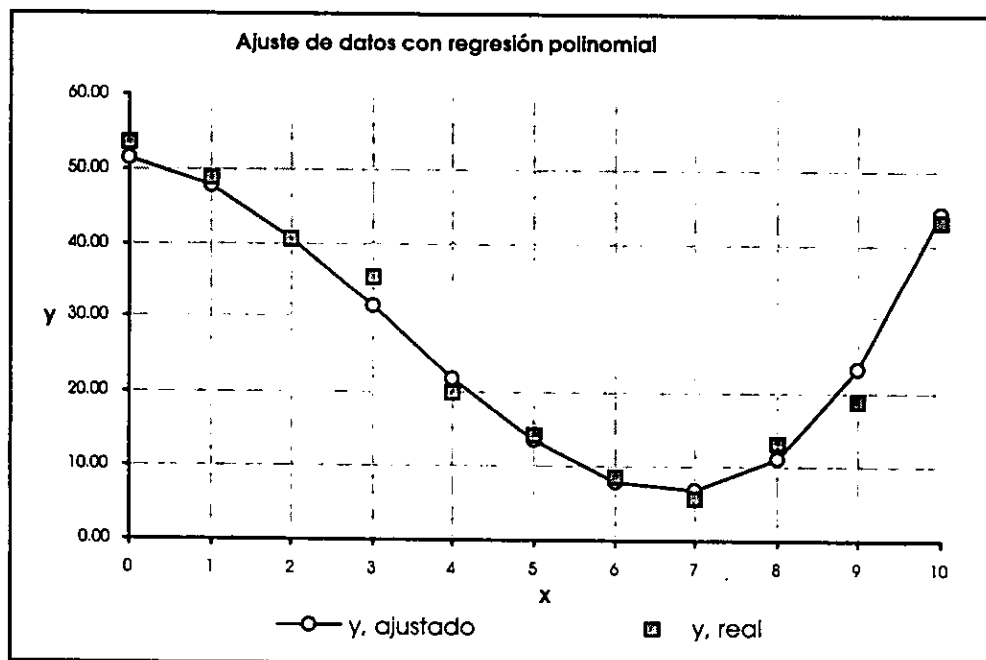


figura 2.5.b

En este caso el modelo utilizado se puede expresar de la siguiente forma:

$$y = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots + c_m x^m + \varepsilon$$

y de esta forma la suma de los cuadrados de los residuos que deben minimizarse es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1 x_i - c_2 x_i^2 - \dots - c_m x_i^m)^2$$

Siguiendo el mismo procedimiento, para determinar los valores de las constantes  $c_0, c_1, c_2, \dots, c_m$  es necesario derivar la ecuación anterior respecto de cada uno de los coeficientes:

$$\begin{aligned}\frac{\partial S_r}{\partial c_0} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1 x_i - c_2 x_i^2 - \dots - c_m x_i^m) \\ \frac{\partial S_r}{\partial c_1} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1 x_i - c_2 x_i^2 - \dots - c_m x_i^m) x_i \\ \frac{\partial S_r}{\partial c_2} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1 x_i - c_2 x_i^2 - \dots - c_m x_i^m) x_i^2 \\ &\vdots \\ \frac{\partial S_r}{\partial c_m} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1 x_i - c_2 x_i^2 - \dots - c_m x_i^m) x_i^m\end{aligned}$$

Igualando a cero y reordenando términos, se llega al siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned}nc_0 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + \dots + c_m \sum_{i=1}^n x_i^m &= \sum_{i=1}^n y_i \\ c_0 \sum_{i=1}^n x_i + c_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 + \dots + c_m \sum_{i=1}^n x_i^{m+1} &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ c_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 + \dots + c_m \sum_{i=1}^n x_i^{m+2} &= \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \\ &\vdots \\ c_0 \sum_{i=1}^n x_i^m + c_1 \sum_{i=1}^n x_i^{m+1} + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^{m+2} + \dots + c_m \sum_{i=1}^n x_i^{2m} &= \sum_{i=1}^n x_i^m y_i\end{aligned}$$

Por tanto, el problema de determinar polinomios de grado  $m$  con mínimos cuadrados equivale a resolver un sistema de  $m+1$  ecuaciones lineales simultáneas.

Al igual que en la regresión lineal, podemos obtener el error de la regresión polinomial, mediante el error estándar de aproximación, que en este caso es:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n - (m + 1)}}$$

La división es por " $n - (m + 1)$ " ya que se usan  $m + 1$  coeficientes derivados de los datos para calcular  $S$ ; por tanto, se han perdido  $m + 1$  grados de libertad.

Además, de la misma forma se puede calcular el *coeficiente de correlación*  $r$  y el *coeficiente de determinación*  $r^2$ :

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t}$$



## 2.5.c) Regresión polinomial múltiple

Cuando se requiere encontrar una función que represente el comportamiento general de los datos, para utilizarla en algún modelo matemático, es difícil encontrar una relación que solo dependa de una sola variable y que esta a su vez tenga un comportamiento lineal. Por ello, es necesario realizar una generalización de los conceptos de regresión polinomial, es el caso en el que  $y$  sea una función polinomial de  $m$ -ésimo grado de dos o más variables. En este caso, el modelo utilizado se puede expresar de la siguiente forma:

$$y = c_0 + c_{11}x_1 + c_{12}x_1^2 + \dots + c_{1p}x_1^p + c_{21}x_2 + c_{22}x_2^2 + \dots + c_{2q}x_2^q + \dots + c_{31}x_1x_2 + c_{32}x_1^2x_2 + \dots + c_{3p}x_1^p x_2 + c_{41}x_1x_2^2 + c_{42}x_1^2x_2^2 + \dots + c_{4p}x_1^p x_2^2 + \dots + c_{(q+2)1}x_1x_2^q + c_{(q+2)2}x_1^2x_2^q + \dots + c_{(q+2)p}x_1^p x_2^q + \dots + \varepsilon$$

De acuerdo con la información que va ser presentada, se encontró que una regresión polinomial múltiple de exponente dos y dependiente de dos variables, es suficiente para encontrar un plano que se ajuste muy bien con los datos presentados. La función utilizada particularmente es:

$$y = c_0 + c_1x_1 + c_2x_1^2 + c_3x_2 + c_4x_2^2 + c_5x_1x_2 + c_6x_1^2x_2 + c_7x_1x_2^2 + c_8x_1^2x_2^2 + \varepsilon$$

y para este caso la suma de los cuadrados de los residuos que deben minimizarse es:

$$S_r = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)^2$$

Si siguiendo el procedimiento de otros casos, para determinar los valores de las constantes  $c_0, c_1, c_2, \dots, c_8$  es necesario derivar la ecuación anterior respecto de cada uno de los coeficientes:

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)x_{1i}$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_2} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)x_{1i}^2$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_3} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)x_{2i}$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_4} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)x_{2i}^2$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_5} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)x_{1i}x_{2i}$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_6} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)x_{1i}^2x_{2i}$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_7} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)x_{1i}x_{2i}^2$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_8} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - c_1x_{1i} - c_2x_{1i}^2 - c_3x_{2i} - c_4x_{2i}^2 - c_5x_{1i}x_{2i} - c_6x_{1i}^2x_{2i} - c_7x_{1i}x_{2i}^2 - c_8x_{1i}^2x_{2i}^2)x_{1i}^2x_{2i}^2$$

Igualando a cero y reordenando términos, se llega al siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 nc_0 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + c_3 \sum_{i=1}^n x_i^2 + c_4 \sum_{i=1}^n x_i^2 + c_5 \sum_{i=1}^n x_i x_2 + c_6 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2 + c_7 \sum_{i=1}^n x_i x_2^2 + c_8 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 &= \sum_{i=1}^n y_i \\
 c_0 \sum_{i=1}^n x_i + c_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 + c_3 \sum_{i=1}^n x_i x_2 + c_4 \sum_{i=1}^n x_i x_2^2 + c_5 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2 + c_6 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2 + c_7 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 + c_8 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^2 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \\
 c_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 + c_3 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2 + c_4 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 + c_5 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2 + c_6 \sum_{i=1}^n x_i^4 x_2 + c_7 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^2 + c_8 \sum_{i=1}^n x_i^4 x_2^2 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \\
 c_0 \sum_{i=1}^n x_2 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i x_2 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2 + c_3 \sum_{i=1}^n x_2^2 + c_4 \sum_{i=1}^n x_2^3 + c_5 \sum_{i=1}^n x_i x_2^2 + c_6 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 + c_7 \sum_{i=1}^n x_i x_2^3 + c_8 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^3 &= \sum_{i=1}^n x_2 y_i \\
 c_0 \sum_{i=1}^n x_2^2 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i x_2^2 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 + c_3 \sum_{i=1}^n x_2^3 + c_4 \sum_{i=1}^n x_2^4 + c_5 \sum_{i=1}^n x_i x_2^3 + c_6 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^3 + c_7 \sum_{i=1}^n x_i x_2^4 + c_8 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^4 &= \sum_{i=1}^n x_2^2 y_i \\
 c_0 \sum_{i=1}^n x_i x_2 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2 + c_3 \sum_{i=1}^n x_i x_2^2 + c_4 \sum_{i=1}^n x_i x_2^3 + c_5 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 + c_6 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^2 + c_7 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^3 + c_8 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^3 &= \sum_{i=1}^n x_i x_2 y_i \\
 c_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 x_2 + c_3 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 + c_4 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^3 + c_5 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^2 + c_6 \sum_{i=1}^n x_i^4 x_2^2 + c_7 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^3 + c_8 \sum_{i=1}^n x_i^4 x_2^3 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2 y_i \\
 c_0 \sum_{i=1}^n x_i x_2^2 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^2 + c_3 \sum_{i=1}^n x_i x_2^3 + c_4 \sum_{i=1}^n x_i x_2^4 + c_5 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^3 + c_6 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^3 + c_7 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^4 + c_8 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^4 &= \sum_{i=1}^n x_i x_2^2 y_i \\
 c_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 + c_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^2 + c_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 x_2^2 + c_3 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^3 + c_4 \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^4 + c_5 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^3 + c_6 \sum_{i=1}^n x_i^4 x_2^3 + c_7 \sum_{i=1}^n x_i^3 x_2^4 + c_8 \sum_{i=1}^n x_i^4 x_2^4 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 x_2^2 y_i
 \end{aligned}$$

Al igual que en la regresión polinomial, podemos obtener el error de la regresión polinomial múltiple, mediante el error estándar de aproximación:

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n - (m + 1)}}$$

Y de la misma forma se puede calcular el coeficiente de correlación  $r$  y el coeficiente de determinación  $r^2$ :

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t}$$

Para poder establecer si esta función es convexa estrictamente, es necesario obtener la matriz Hessiana y evaluar si  $H(f)$  es positiva semidefinida en el rango factible, ver en el anexo A-1.

$$y = c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_1^2 + c_3 x_2 + c_4 x_2^2 + c_5 x_1 x_2 + c_6 x_1^2 x_2 + c_7 x_1 x_2^2 + c_8 x_1^2 x_2^2 + \varepsilon$$

El primer paso, es obtener las primeras derivadas parciales:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = c_1 + 2c_2 x_1 + c_5 x_2 + 2c_6 x_1 x_2 + c_7 x_2^2 + 2c_8 x_1 x_2^2$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = c_3 + 2c_4 x_2 + c_5 x_1 + c_6 x_1^2 + 2c_7 x_1 x_2 + c_8 x_1^2 x_2$$

En seguida, se obtienen las segundas derivadas parciales:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial^2 x_1} = 2c_2 + 2c_6 x_2 + 2c_8 x_2^2$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_2 \partial x_1} = c_5 + 2c_6 x_1 + 2c_7 x_2 + 4c_8 x_1 x_2$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2} = c_5 + 2c_6 x_1 + 2c_7 x_2 + 4c_8 x_1 x_2$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial^2 x_2} = 2c_4 + 2c_7 x_1 + 2c_8 x_1^2$$

Sustituyendo los términos, la matrix Hessiana de  $y$  es:

$$H(y) = \begin{bmatrix} [2c_2 + 2c_6 x_2 + 2c_8 x_2^2] & [c_5 + 2c_6 x_1 + 2c_7 x_2 + 4c_8 x_1 x_2] \\ [c_5 + 2c_6 x_1 + 2c_7 x_2 + 4c_8 x_1 x_2] & [2c_4 + 2c_7 x_1 + 2c_8 x_1^2] \end{bmatrix}$$

Como el determinante que resulta queda en función de las variables  $x_1$  y  $x_2$ ; no es posible predeterminar si el determinante tomará valores positivos o no, ya que no conocemos los valores que pueden tomar las constantes. Por tanto, será necesario realizar evaluaciones del determinante de  $H(y)$  en el rango factible de  $x_1$  y  $x_2$ , para poder establecer su característica.

## Capítulo 3

# Obtención del modelo conceptual

### Subíndice

- 3) Obtención del modelo conceptual
  - 3.1 Descripción del suprasistema
  - 3.2 Descripción del sistema
  - 3.3 Elementos importantes de acuerdo con el funcionamiento del sistema
  - 3.4 Elementos importantes de acuerdo con el peso económico
  - 3.5 Interrelaciones causa-efecto en el sistema

### 3) Obtención del modelo conceptual

Este trabajo se enfocará a los proyectos relacionados con la construcción hotelera, debido al auge que ha surgido en el sector turístico como generador de divisas. De este tipo de proyectos, nuestro objeto de estudio son los hoteles de cinco estrellas, ya que este tipo de hoteles son los más apreciados por turistas de altos ingresos y los que generan mayores ganancias.

El análisis que será desarrollado a continuación, utilizará un criterio económico-financiero, ya que es el actualmente utilizado por los inversionistas que desarrollan este tipo de proyectos. Sin embargo, existe una tendencia para que en el futuro se pudieran utilizar otros criterios y herramientas adicionales de la Teoría de Decisiones.

#### 3.1 Descripción del suprasistema

Según el enfoque de sistemas, nuestro proyecto de estudio cuenta con un sistema gestor que ejecuta el proyecto de acuerdo con sistemas de información y medios de acción. Todo esto puede ser visualizado en la siguiente figura:

Objeto de estudio: Proyecto de Hotel prototipo de cinco estrellas y 250 habitaciones.

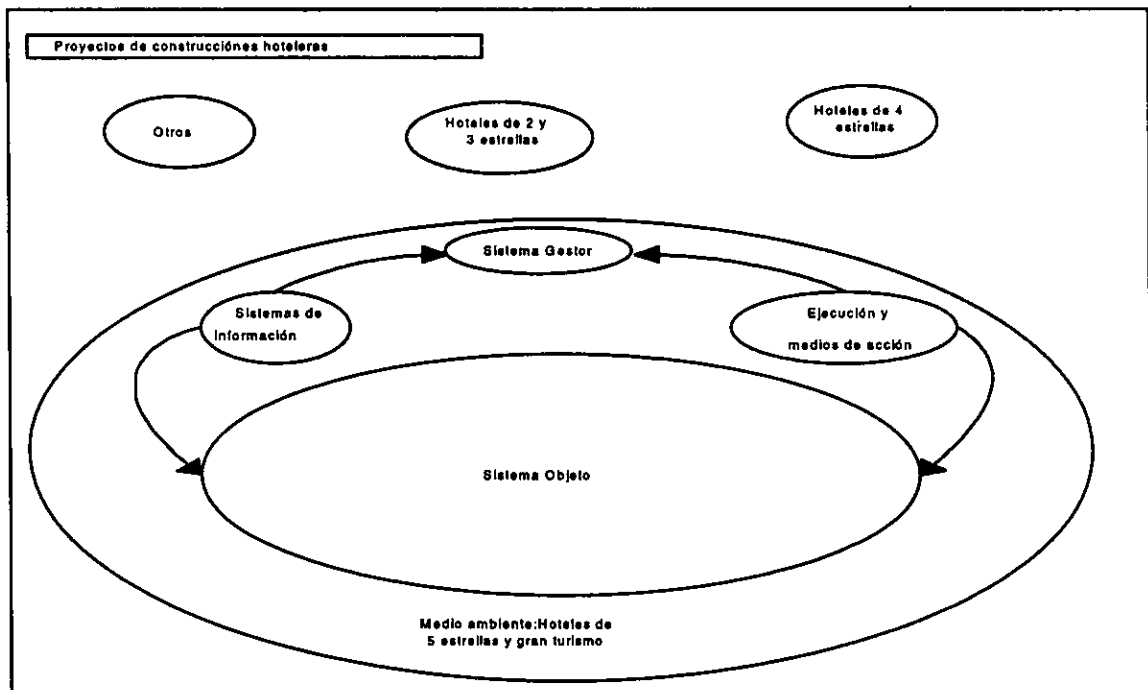


figura 3.1.a

Dentro del medio ambiente, existen reglamentaciones y regulaciones que definen las distinción entre los distintos segmentos del mercado. Algunas de las cuales, dependen de las normas existentes en la localización del proyecto.

De esta forma, en el sistema objeto, existen elementos que están relacionados en menor o mayor medida a alguna de estas reglamentaciones que se encuentra en el medio ambiente.

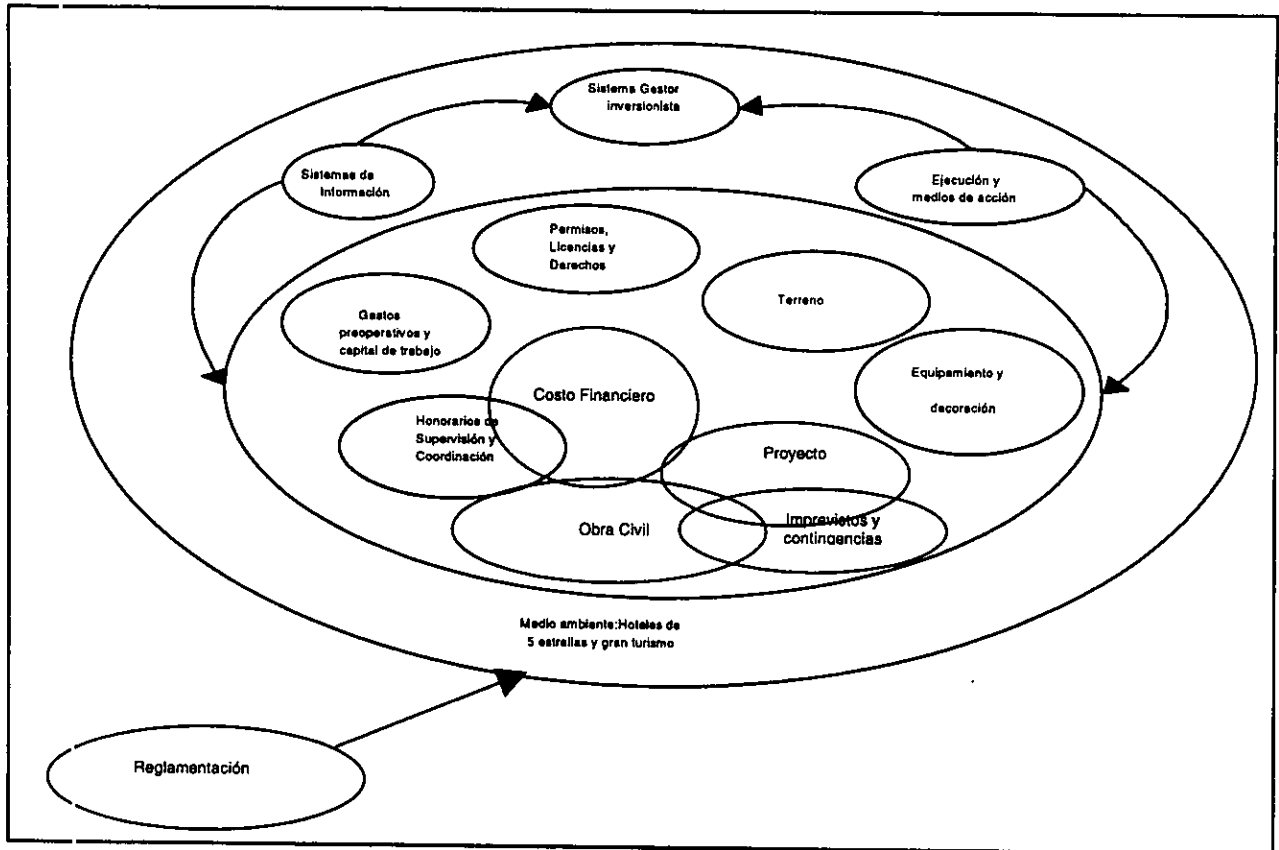


figura 3.2.a

### 3.2 Descripción del sistema

Los elementos que se identifican en este sistema son los siguientes:

- a) Permisos, licencias y derechos: Representa los gastos y estudios a que está sujeto este tipo de proyectos y que varían de acuerdo con la localización.
- b) Terreno: El costo del predio y sus características, donde se construye el hotel.
- c) Proyecto: Esta parte representa el diseño del proyecto en su forma abstracta a nivel de planos y programas.
- d) Supervisión y coordinación: Representa el enlace entre el proyecto abstracto y la parte física del proyecto como la obra civil y el equipamiento y decoración.
- e) Obra civil: Representa el esqueleto básico que sustenta el desarrollo del proyecto, el edificio en sí.
- f) Equipamiento y decoración: Elementos como: mobiliario, cuadros, equipo de operación, etc; que representa lo que permite funcionar operativamente al hotel.
- g) Gastos preoperativos y capital de trabajo: Esta parte está relacionada con los gastos de arranque como capacitación de personal y el capital necesario para pagar los gastos comunes para el funcionamiento del hotel.
- h) Costo financiero: Representa los pagos de intereses resultantes del financiamiento del proyecto.
- i) Imprevistos y contingencias.

Cada uno de estos elementos involucran una serie de costos y actividades básicas para el desarrollo del proyecto, y aportan elementos para el objetivo global que es, para este análisis, el margen financiero.

### 3.3 Elementos importantes de acuerdo con el funcionamiento del sistema

En la siguiente figura pueden observarse las distintas interrelaciones funcionales que están involucradas en todos estos subsistemas; responden a los requerimientos de información necesarios para el desarrollo y el logro del objetivo general.

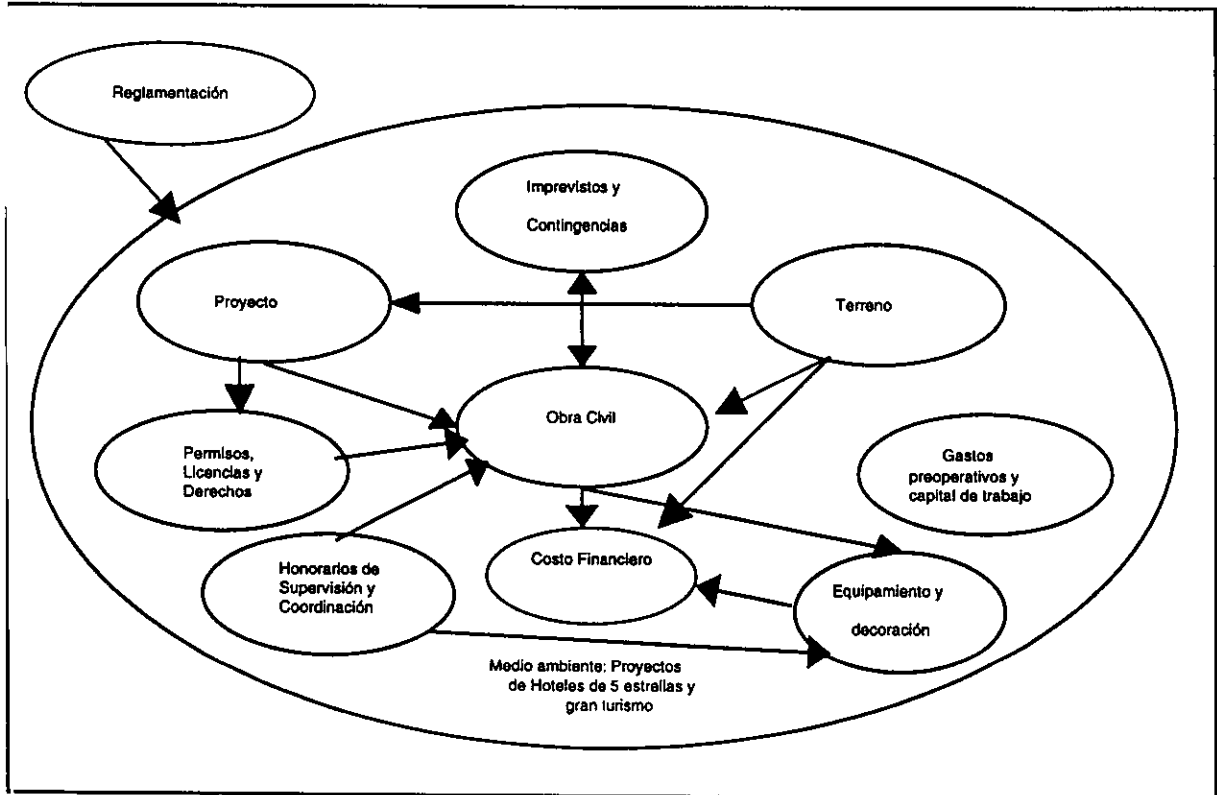


figura 3.3.a

Podemos observar que los subsistemas que más afectan al desarrollo del proyecto son el *Terreno* y el *Proyecto*; ya que son los que tienen mayores interrelaciones entre los distintos subsistemas.

Esto se explica debido a la secuencia en que se desarrollan estos elementos, y la información que van aportando en las siguientes etapas.

El *Terreno*, aporta información básica a los demás subsistemas, por ello es necesario considerar sus características para poder cambiar el sistema en su conjunto.

Para el *Proyecto*, es necesario realizar un análisis más detallado, dado los elementos variados que lo componen. Con su análisis, podemos identificar los elementos causales más importantes; que puedan tener una trascendencia en todo el sistema que queremos modificar.

En la figura 3.3.b, se encuentra el análisis de los elementos del *Proyecto*. Se puede observar que el elemento más importante es el *Proyecto Arquitectónico*, dado que aporta la mayor cantidad de interrelaciones, y está directamente involucrado con el *Terreno*.

Por tanto, una manera eficaz de afectar nuestro sistema es utilizar estos dos elementos (*Terreno* y *Proyecto Arquitectónico*) como los subsistemas que definan las variables de nuestra modelación.

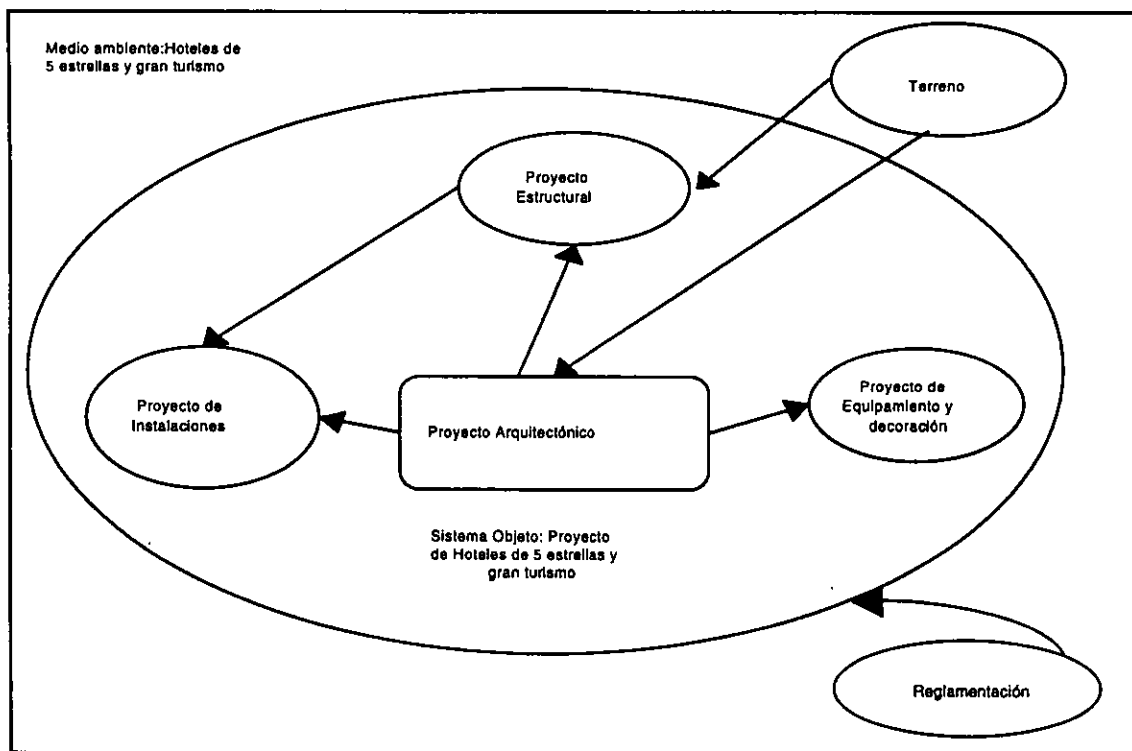


figura 3.3.b

3.4 Elementos importantes de acuerdo con el peso económico.

Ya que nuestro criterio de análisis es el económico-financiero; a continuación, de datos estadísticos de un hotel de cinco estrellas\*, tabla 3.4.1, podemos analizar la importancia económica de los elementos. Si bien cada uno de estos porcentajes puede variar, esto nos ayudará a conocer el peso general que tienen en el proyecto.

PARTICIPACION DEL PRESUPUESTO DE UN HOTEL POR RUBROS	
OBRA CIVIL	57.49%
EQUIPAMIENTO Y DECORACION	24.86%
TERRENO	6.19%
GASTOS PREOPERATIVOS Y CAPITAL DE TRABAJO	4.31%
PROYECTOS	2.37%
COSTO FINANCIERO	1.50%
GASTOS IMPREVISTOS / CONTINGENCIAS	1.25%
SUPERVISION	1.13%
PERMISOS, LICENCIAS Y DERECHOS	0.90%
<b>TOTAL</b>	<b>100.00%</b>

tabla 3.4.1

\* Fuente: Sistema Director de Proyectos S.A. de C.V. (ver referencia 6)



En la siguiente figura, se realiza un análisis de como se interrelacionan los subsistemas para la definición de su monto económico.

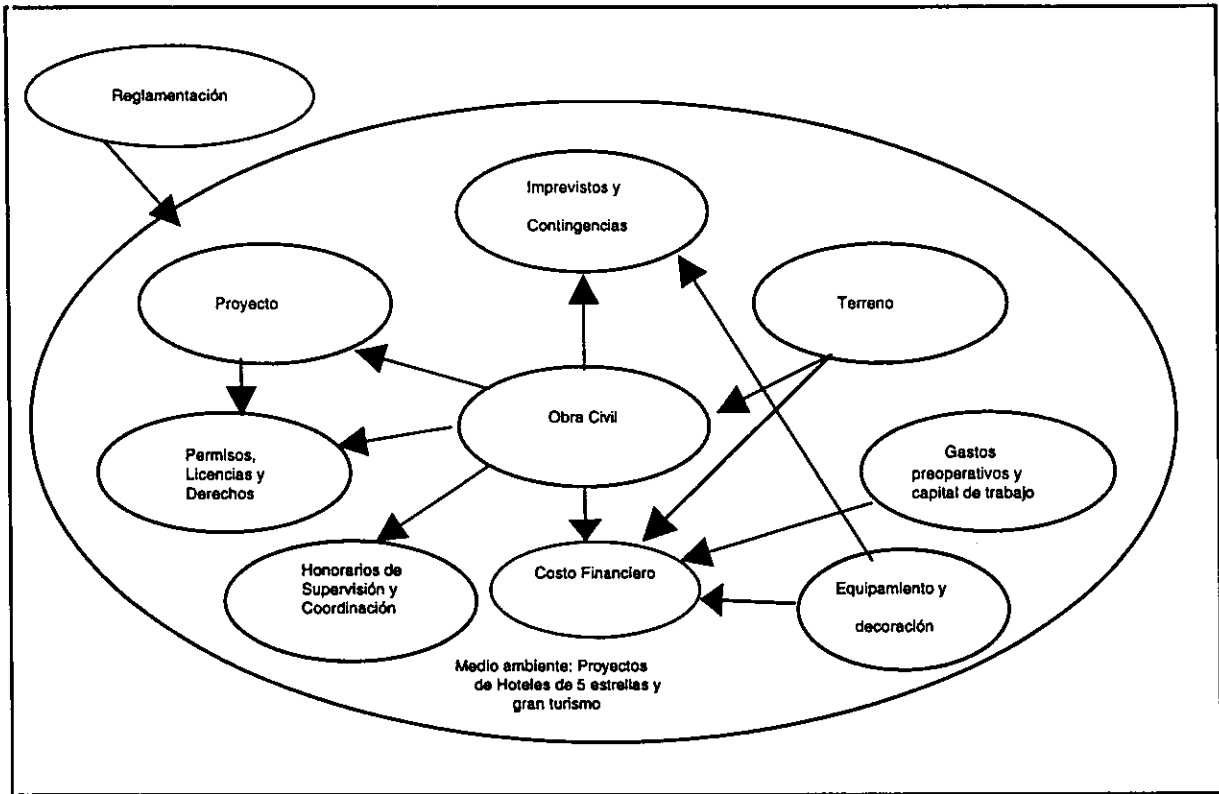


figura 3.4.a

Podemos observar que los subsistemas que tienen un mayor efecto sobre todo el sistema, desde el punto de vista económico, son el Terreno y la Obra Civil. Existen algunos subsistemas que dependen directamente de ellos. A continuación, reagruparemos la tabla anterior de la siguiente forma:

<b>PARTICIPACION DEL PRESUPUESTO DE UN HOTEL POR RUBROS</b>	
OBRA CIVIL Y PARTIDAS RELACIONADAS	61.88%
TERRENO	6.19%
<b>SUBTOTAL</b>	<b>68.07%</b>
EQUIPAMIENTO Y DECORACION	24.86%
GASTOS PREOPERATIVOS Y CAPITAL DE TRABAJO	4.31%
COSTO FINANCIERO	1.50%
GASTOS IMPREVISTOS / CONTINGENCIAS	1.25%
<b>TOTAL</b>	<b>100.00%</b>

tabla 3.4.2

Los rubros que están relacionados a la obra civil son los siguientes y tienen una proporción indicada de acuerdo con la siguiente tabla:

PROPORCION RELATIVA DE OTROS RUBROS RESPECTO A OBRA CIVIL	
PROYECTOS	4.12%
SUPERVISION	1.96%
PERMISOS, LICENCIAS Y DERECHOS	1.57%

tabla 3.4.3

De su análisis, es notoria la importancia de la *Obra Civil*. Es el rubro económicamente más importante que es necesario o afectar para transformar nuestro sistema hacia un costo menor. Y en conjunto con el *Terreno*, representa la mayor parte de la inversión. Por tanto, *Obra Civil* y *Terreno*, representan los elementos que deben utilizarse en la función objetivo de nuestra modelación; para que tenga un efecto global en el sistema.

### 3.5 Irterrelaciones causa-efecto en el sistema

Para determinar específicamente los elementos del *Terreno* y el *Proyecto Arquitectónico*, que pudieran utilizarse como variables en las expresiones del costo de la *Obra Civil*, se utilizó un digrama de causa-efecto, ver figura 3.5.a.

En este diagrama se ven reflejados elementos que se relacionan con el costo de la *Obra Civil*; pero que no forman parte del *Terreno* y el *Proyecto Arquitectónico*, y que en mayor medida están relacionados con la *Reglamentación y Requerimientos de Operación*, por ello se seleccionaron para que formen parte de las restricciones de la modelación.

Debido a su subjetividad y a que nuestro criterio es puramente económico, se ignoró el elemento denominado *Aspectos estéticos*; por tanto es necesario tener en cuenta esta limitación en la evaluación final de la modelación.

En el *Terreno*, los elementos seleccionados como variables son: *Area* y *Tipo de suelo*. La *Geometría* y el *Acceso disponible*, se considerarán fijos, para tratar de simplificar la formulación de la modelación. Sin embargo, el simple hecho de considerar el *Area*, marca la necesidad de utilizar un modelo no lineal, para encontrar la solución.

En el Proyecto Arquitectónico, serán utilizados los conceptos *Geométricos* como variables dentro del costo de la *Obra Civil*.

En forma general tenemos:

Minimizar:

$$\text{Costo Terreno}(\text{area}) + \text{Costo Obra Civil}(\text{area, resistencia del terreno, geometría})$$

Sujeta a:

Reglamentación y Requerimientos de Operación.

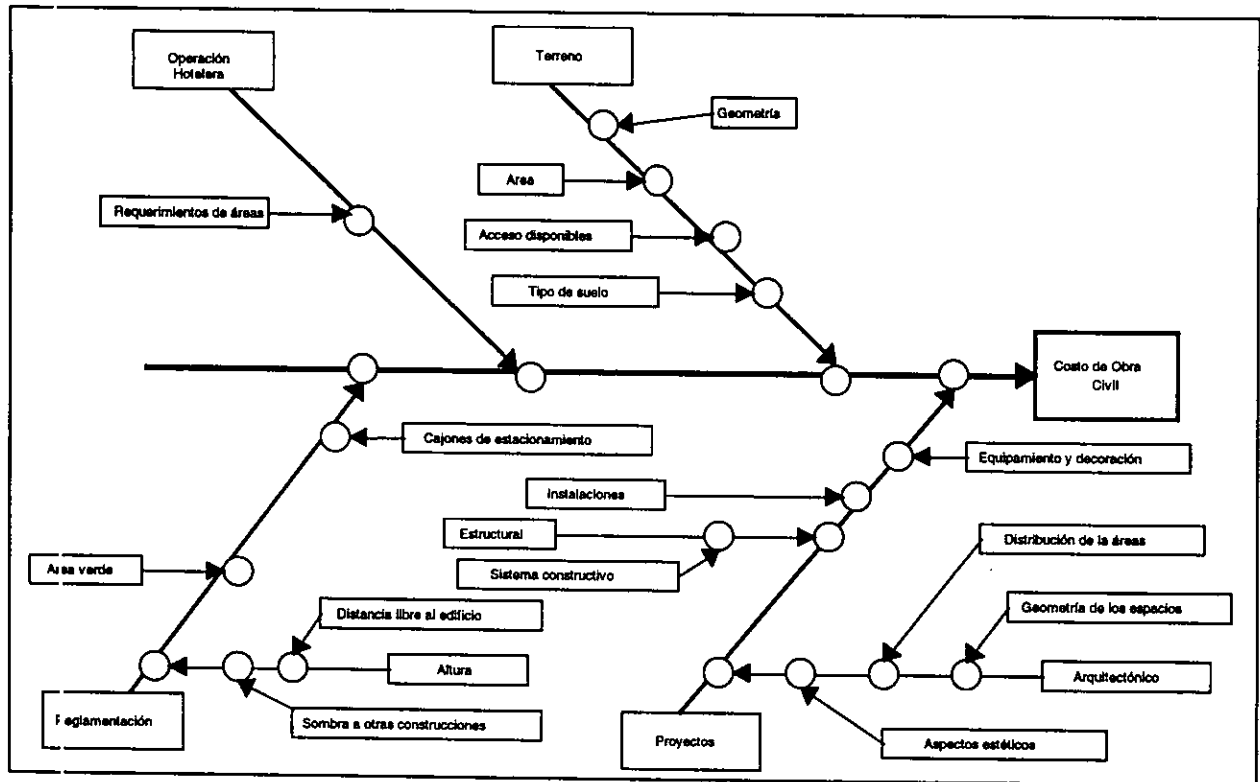


figura 3.5.a

En seguida es necesario analizar como esta integrado el costo de la *Obra Civil*. De datos estadísticos de un hotel de cinco estrellas\*, tenemos:

PARTIDAS QUE INCIDEN MAS EN EL COSTO DE UNA CONSTRUCCION HOTEL DE 5 ESTRELLAS	
OBRA CIVIL	%
ESTRUCTURA	30.20%
ACABADOS INTERIORES	15.07%
INSTALACION ELECTRICA	11.31%
ELEVADORES	10.83%
INSTALACION HIDROSANITARIA	9.37%
CIMENTACION	6.10%
ACABADOS EXTERIORES	4.97%
AIRE ACONDICIONADO	4.35%
ALBANILERIA	3.54%
OBRAS EXTERIORES	3.40%
IMPERMEABILIZACION	0.87%
<b>TOTAL</b>	<b>100.00%</b>

tabla 3.5.1

\* Fuente:Costo por metro cuadrado de construcción (ver referencia 4).

Reagrupando la tabla del subsistema de *Obra Civil* se pueden observar aquellos elementos que estén más relacionados al *Proyecto arquitectónico* y/o las condiciones del *Terreno*:

<b>PARTIDAS RELACIONADAS A LAS GEOMETRIA DEL EDIFICIO</b>		
CIMENTACION	6.10%	
ESTRUCTURA	30.20%	
ALBAÑILERIA	3.54%	
ELEVADORES	10.83%	
ACABADOS EXTERIORES	4.97%	
OBRAS EXTERIORES	3.40%	
IMPERMEABILIZACION	0.87%	
	<b>SUBTOTAL</b>	<b>59.91%</b>
<b>OTRAS PARTIDAS</b>		
ACABADOS INTERIORES	15.07%	
INSTALACION ELECTRICA	11.31%	
INSTALACION HIDROSANITARIA	9.37%	
AIRE ACONDICIONADO	4.35%	
	<b>SUBTOTAL</b>	<b>40.09%</b>
<b>TOTAL</b>	<b>100%</b>	

tabla 3.5.2

Con base en todos estos elementos estamos en posibilidad de generar a continuación la modelación matemática completa.

## Capítulo 4

# Obtención del modelo matemático

### Subíndice

- 4) Obtención del modelo matemático
  - 4.1 Generalidades
  - 4.2 Función Objetivo
  - 4.3 Restricciones
  - 4.4 Funciones de costos

#### 4) Obtención del modelo matemático

Antes de iniciar a describir el modelo producto del análisis de sistemas; para la modelación, es importante considerar la figura 4.a que muestra un esquema simplificado del terreno y la figura 4.b que muestra la estructura del hotel:

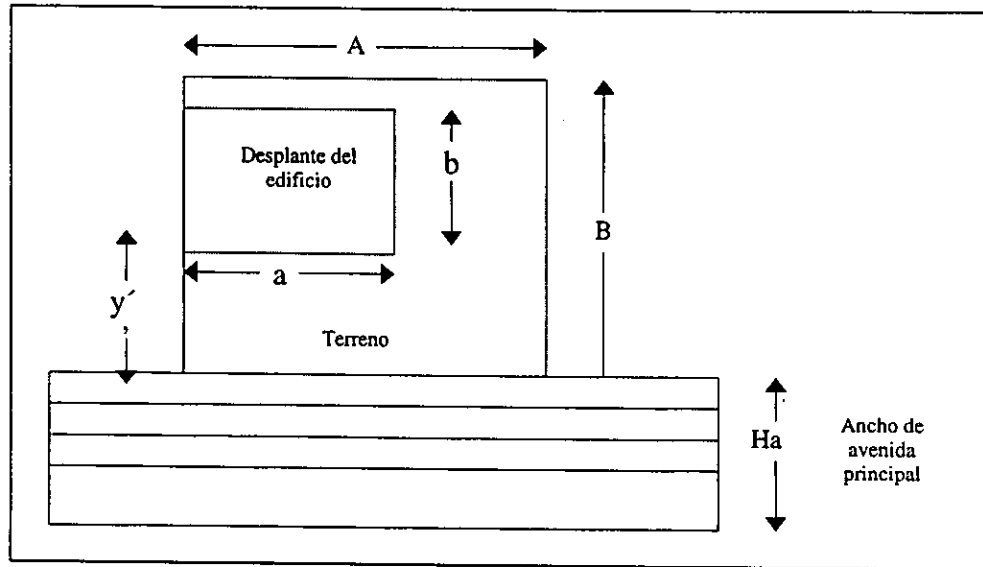


figura 4.a Geometría del terreno y el desplante del edificio

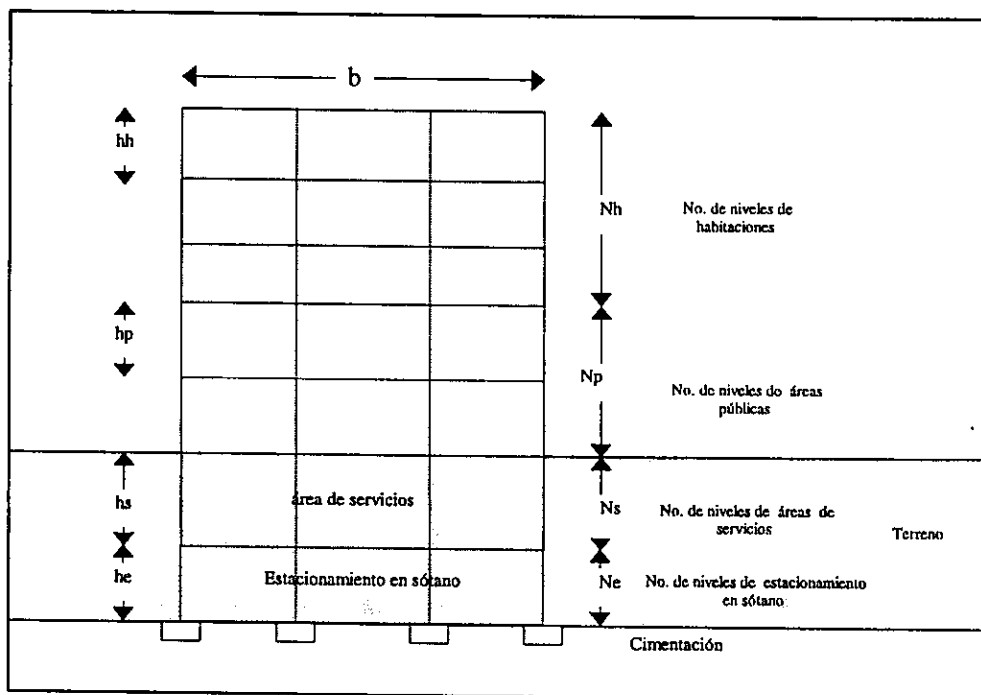
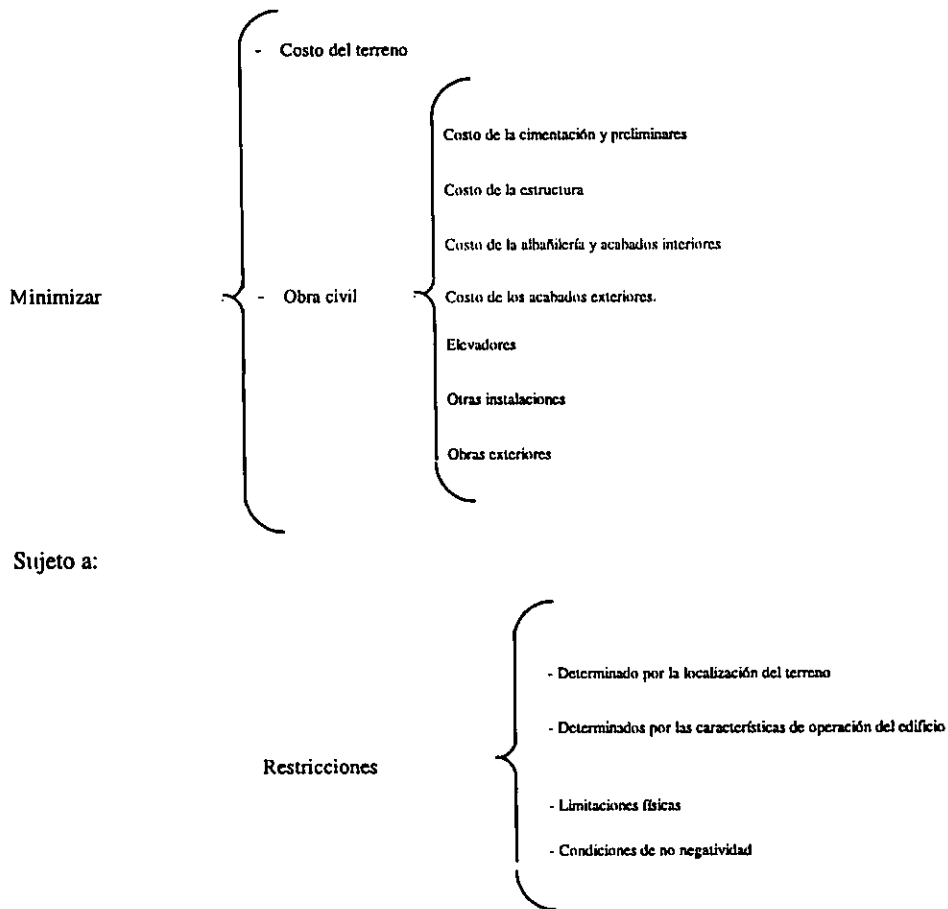


figura 4.b Esquema de la estructura del hotel

### 4.1 Modelo matemático completo

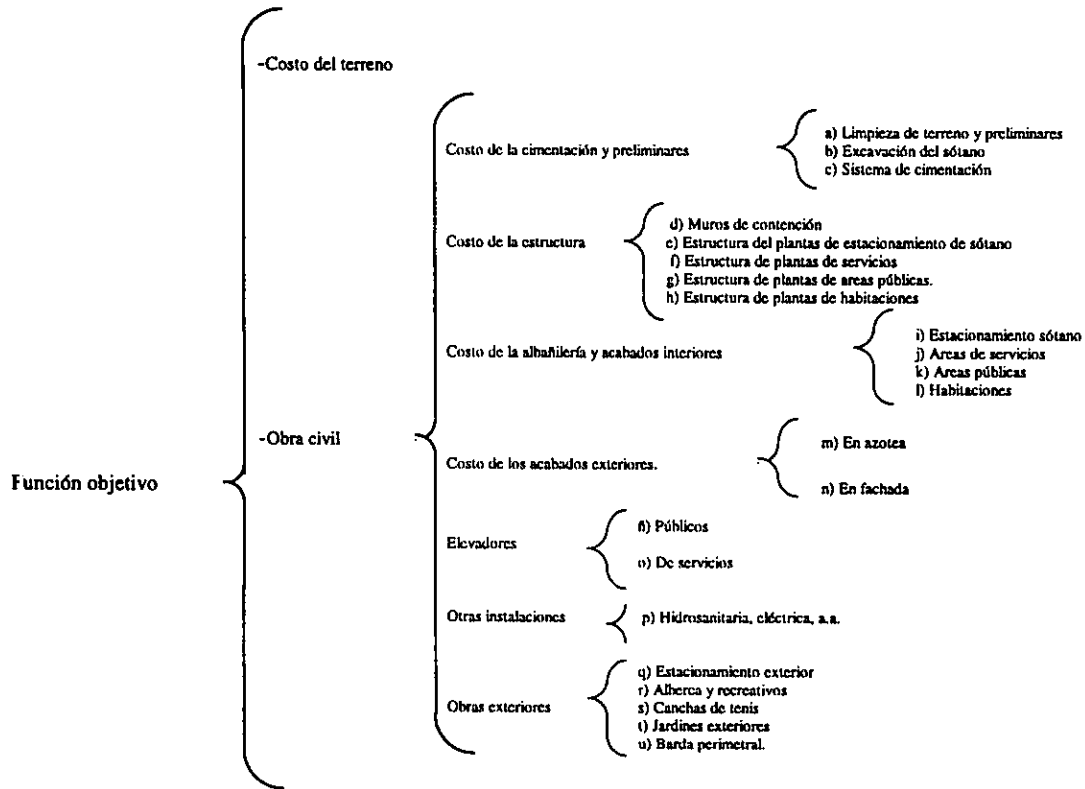
Con lo anterior se puede esquematizar el modelo matemático completo de la siguiente manera:



A continuación se establecen las expresiones correspondientes:

#### 4.2 Función Objetivo

En forma más específica, podemos esquematizar nuestra función objetivo según lo siguiente:



Se establecen a continuación las expresiones correspondientes:

#### 4.2. Función Objetivo:

$$\text{Min : } CT + OC$$

Dónde:

$$\begin{aligned} CT &= \text{Costo del terreno} \\ OC &= \text{Costo de la obra civil} \end{aligned}$$

#### 4.2.a Costo del terreno

$$CT = A \times B \times ct$$

Dónde:

$$\begin{aligned} A &= \text{Lado en eje X del terreno.} \\ B &= \text{Lado en eje Y del terreno.} \\ ct &= \text{Costo por m}^2 \text{ del terreno.} \end{aligned}$$

#### 4.2.b Costo de la obra civil

$$OC = Cf + Cs + Ca + Cx + Ce + Ci + Co$$

Dónde:

$$\begin{aligned} Cf &= \text{Costo de la cimentación} \\ Cs &= \text{Costo de la estructura} \\ Ca &= \text{Costo de la albañilería y acabados interiores} \\ Cx &= \text{Costo de los acabados exteriores} \\ Ce &= \text{Costo de los elevadores} \\ Ci &= \text{Costo de otras instalaciones} \\ Co &= \text{Costo de obras exteriores} \end{aligned}$$



## 4.2.b.1 Costo de construcción de la cimentación

$$C_f = C_{ft} + C_{fs} + C_{fz}$$

Donde:

$C_f$	=	Costo de la cimentación
$C_{ft}$	=	Costo de limpieza de terreno y preliminares
$C_{fs}$	=	Costo de la excavación del sótano
$C_{fz}$	=	Costo del sistema de cimentación de zapatas

## 4.2.b.2 Costo de construcción de la estructura

$$C_s = C_{sm} + C_{se} + C_{ss} + C_{sp} + C_{sh}$$

Donde:

$C_s$	=	Costo de la estructura
$C_{sm}$	=	Costo de muros de contención
$C_{se}$	=	Costo de la estructura en plantas de estacionamiento de sótanos
$C_{ss}$	=	Costo de la estructura en plantas de áreas de servicios
$C_{sp}$	=	Costo de la estructura en plantas de áreas públicas
$C_{sh}$	=	Costo de la estructura en plantas de habitaciones

## 4.2.b.3 Costo de construcción de la albañilería y los acabados interiores

$$C_a = C_{ae} + C_{as} + C_{ap} + C_{ah}$$

Donde:

$C_a$	=	Costo de construcción de la albañilería y acabados interiores
$C_{ae}$	=	Costo de la albañilería y acabados interiores en estacionamiento sótano
$C_{as}$	=	Costo de la albañilería y acabados interiores en áreas de servicio
$C_{ap}$	=	Costo de la albañilería y acabados interiores en áreas públicas
$C_{ah}$	=	Costo de la albañilería y acabados interiores en habitaciones

## 4.2.b.4 Costo de construcción de los acabados exteriores

$$C_x = C_{xz} + C_{xf}$$

Donde:

$C_x$	=	Costo de construcción de los acabados exteriores
$C_{xz}$	=	Costo de los acabados en azotea
$C_{xf}$	=	Costo de los acabados en fachada

## 4.2.b.5 Costo de elevadores

$$C_e = C_{ep} + C_{es}$$

Donde:

$C_e$	=	Costo de los elevadores
$C_{ep}$	=	Costo de elevadores públicos
$C_{es}$	=	Costo de elevadores de servicios

## 4.2.b.6 Costo de otras instalaciones

$$C_i = C_{ie} + C_{ih} + C_{ia}$$

Donde:

$C_i$	=	Costo de otras instalaciones
$C_{ie}$	=	Costo de instalación eléctrica
$C_{ih}$	=	Costo de instalación hidráulica
$C_{ia}$	=	Costo de instalación de aire acondicionado

## 4.2.b.7 Costo de obras exteriores

$$C_o = C_{oe} + C_{oa} + C_{ot} + C_{oj} + C_{op}$$

Donde:

$C_o$	=	Costo de obras exteriores
$C_{oe}$	=	Costo de estacionamiento exterior
$C_{oa}$	=	Costo de alberca
$C_{ot}$	=	Costo de canchas de tenis
$C_{oj}$	=	Costo de jardines

$Cop$  = Costo de barda perimetral

A continuación se desglosan a detalle cada uno de los elementos de las expresiones anteriores. Para su definición, utilizaremos la siguiente notación:

$A$  = Lado en eje X del terreno.  
 $B$  = Lado en eje Y del terreno.  
 $a$  = Lado en eje X del área de desplante  
 $b$  = Lado en eje Y del área de desplante  
 $he$  = Altura de entepiso de niveles de estacionamiento de sótano  
 $hs$  = Altura de entepiso de niveles de plantas de servicios  
 $hp$  = Altura de entepiso de niveles de plantas de áreas públicas  
 $hh$  = Altura de entepiso de niveles de plantas de habitaciones  
 $Ne$  = Número de niveles de estacionamiento de sótano  
 $Ns$  = Número de niveles de plantas de áreas de servicios  
 $Np$  = Número de niveles de plantas de áreas públicas  
 $Nh$  = Número de niveles de plantas de habitaciones  
 $Nt$  = Número de niveles totales, donde:  
 $Nt = Ne + Ns + Np + Nh$   
 $fnp$  = Factor de número de pisos  
 $Rt$  = Resistencia del terreno

a) Limpieza de terreno y preliminares

$$Cft = A \times B \times cft$$

Donde:

$Cft$  = Costo de limpieza de terreno y preliminares  
 $cft$  = Costo de limpieza de terreno y preliminares por m2.

b) Excavación del sótano

$$Cfs = (a \times b) \times [(he \times Ne) + (hs \times Ns)] \times cfs(Rt, h)$$

Donde:

$Cfs$  = Costo de excavación de sótano  
 $cfs(Rt, h)$  = Función de costo de excavación por m3, de acuerdo con la resistencia del terreno y profundidad de la excavación.

c) Sistema de cimentación de zapatas

$$Cfz = (At) \times cfz(Rt, Nt)$$

Donde:

$Cfz$  = Costo de sistema de cimentación de zapatas  
 $At$  = Área total de construcción por m2  
 $cfz(Rt, Nt)$  = Función de costo de cimentación por m2 de desplante, de acuerdo con la resistencia del terreno y el número total de niveles.

d) Muros de contención

$$Csm = 2 \times (a + b) \times [(he \times Ne) + (hs \times Ns)] \times csm$$

Donde:

$Csm$  = Costo de muros de contención  
 $csm$  = Costo de muros de contención por m2.

e) Estructura de plantas de estacionamiento

$$Cse = (a \times b \times Ne) \times cse(Nt)$$

Donde:

$Cse$  = Costo de la estructura en estacionamiento de sótano  
 $a$  = Lado en eje X del área de desplante  
 $cse(Nt)$  = Costo de estructura de estacionamiento en sótano por m2, de acuerdo con el número total de niveles.

f) Estructura del planta de servicios

$$Css = (a \times b \times Ns) \times css(Nt)$$

Donde:

$Css$  = Costo de la estructura en áreas de servicios  
 $css(Nt)$  = Costo de estructura de área de servicios por m2, de acuerdo con el número total de niveles.

g) Estructura de plantas de áreas públicas

$$Csp = (a \times b \times Np) \times csp(Nt)$$

Donde:

$Csp$  = Costo de la estructura en plantas de áreas públicas  
 $csp(Nt)$  = Costo de estructura de áreas públicas por m2, de acuerdo con el número total de niveles.

h) Estructura de plantas de habitaciones

$$Csh = (a \times b \times Nh) \times csh(Nt)$$

Donde:

$Csh$  = Costo de la estructura en planta de habitaciones  
 $csh(Nt)$  = Costo de estructura de planta habitaciones por m2, de acuerdo con el número total de niveles.

i) Albañilería y acabados interiores de plantas de estacionamiento en sótano

$$Cae = (a \times b \times Ne) \times cae \times fnp$$

Donde:

$Cae$  = Costo de albañilería y acabados interiores en estacionamientos de sótano  
 $cae$  = Costo de albañilería y acabados en estacionamiento por m2.

j) Albañilería y acabados interiores de plantas de áreas de servicios

$$Cas = (a \times b \times Ns) \times cas \times fnp$$

Donde:

$Cas$  = Costo de albañilería y acabados de plantas de áreas de servicios  
 $cas$  = Costo de albañilería y acabados de área de servicios por m2.

k) Albañilería y acabados interiores de plantas de áreas públicas

$$Cap = (a \times b \times Np) \times cap \times fnp$$

Donde:

$Cap$  = Costo de albañilería y acabados de plantas de áreas públicas  
 $cap$  = Costo de albañilería y acabados de área de públicas por m2.

l) Albañilería y acabados interiores de plantas de habitaciones

$$Cah = (a \times b \times Nh) \times cah \times fnp$$

Donde:

$Cah$  = Costo de albañilería y acabados de plantas de habitaciones  
 $cah$  = Costo de albañilería y acabados de habitaciones por m2.

m) Acabados exteriores en azotea

$$Cxz = (a \times b) \times cxz \times fnp$$

Donde:

$Cxz$  = Costo de albañilería y acabados de azotea  
 $cxz$  = Costo de albañilería y acabados de azotea por m2.

n) Acabados exteriores en fachada

$$Cxf = 2 \times (a + b) \times [(hp \times Np) + (hh \times Nh)] \times cxf \times fnp$$

Donde:

$Cxf$  = Costo de construcción de los acabados exteriores en fachada  
 $cf$  = Costo de los acabados exteriores en fachada por m2.

ñ) Elevadores públicos

$$Cep = \begin{cases} si, Nt \leq 3 \rightarrow Cep = 0 \\ si, Nt > 3 \rightarrow Cep = [(hp \times Np) + (hh \times Nh)] \times cep \end{cases}$$

Donde:

$Cep$  = Costo de los elevadores públicos  
 $cep$  = Costo de elevadores públicos por ml.  
 $Nt$  = Número de niveles totales.

## o) Elevadores de servicios

$$Ces = \begin{cases} si, Nt \leq 3 \rightarrow Ces = 0 \\ si, Nt > 3 \rightarrow Ces = [(he \times Ne) + (hs \times Ns) + (hp \times Np) + (hh \times Nh)] \times ces \end{cases}$$

Donde:

<i>Ces</i>	=	Costo de los elevadores de servicios
<i>ces</i>	=	Costo de elevadores de servicios por ml.
<i>Nt</i>	=	Número de niveles totales.

## p) Costo de otras instalaciones

$$Ci = At \times [cie + cih + cia] \times fnp$$

Donde:

<i>Ci</i>	=	Costo de otras instalaciones
<i>cie</i>	=	Costo de instalación eléctrica por m2 de construcción
<i>cih</i>	=	Costo de instalación hidrosanitaria por m2 de construcción
<i>cia</i>	=	Costo de instalación de aire acondicionado por m2 de construcción
<i>At</i>	=	Area total de construcción por m2.

## q) Estacionamiento exterior

$$Coe = [Aet - (a \times b \times Ne)] \times coe$$

Donde:

<i>Coe</i>	=	Costo de albañilería y acabados en estacionamientos exterior
<i>Aet</i>	=	Area total de estacionamiento por m2
<i>coe</i>	=	Costo de albañilería y acabados en estacionamiento exterior por m2.

## r) Alberca y recreativos

$$Coa = Aar \times coa$$

Donde:

<i>Coa</i>	=	Costo de albañilería y acabados en alberca y recreativos
<i>Aar</i>	=	Area de alberca y recreativos por m2
<i>coa</i>	=	Costo de albañilería y acabados en alberca y recreativos por m2.

## s) Canchas de tenis

$$Cot = Act \times cot$$

Donde:

<i>Cot</i>	=	Costo de albañilería y acabados en canchas de tenis
<i>Act</i>	=	Area de canchas de tenis por m2
<i>cot</i>	=	Costo de albañilería y acabados en canchas de tenis por m2.

## t) Jardines exteriores

$$Coj = [(A \times B) - \{Aet - (a \times b \times Ne)\} - Aar] \times coj$$

Donde:

<i>Coj</i>	=	Costo de construcción de jardines exteriores
<i>coj</i>	=	Costo de construcción de jardines exteriores por m2.

## u) Barda perimetral

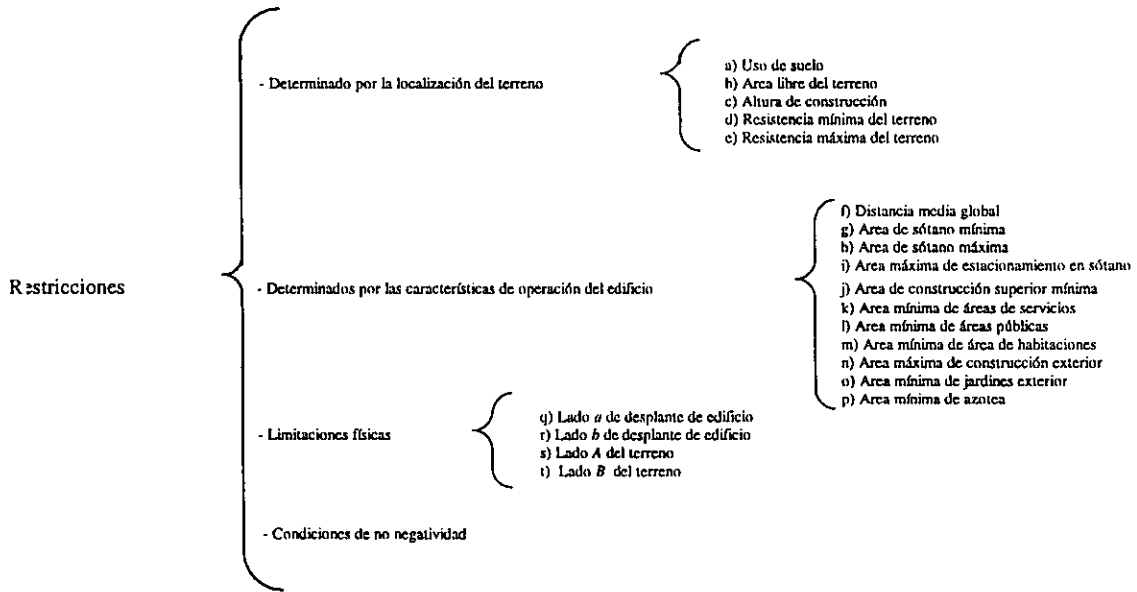
$$Cop = 2 \times (A + B) \times cop$$

Donde:

<i>Cop</i>	=	Costo de construcción de barda perimetral
<i>cop</i>	=	Costo de construcción de barda perimetral por metro lineal.

### 4.3 Restricciones

De la misma manera, podemos esquematizar nuestras restricciones según lo siguiente:



A continuación, se establecen las expresiones correspondientes:

#### 4.3.1) Restricciones determinadas por la localización del terreno

Estas restricciones están condicionadas tanto por la localización del predio y la reglamentación de construcción correspondiente (ver anexo A.2) :

a) Uso de suelo

$$(a \times b) \times (Ns + Np + Nh) \leq Fus \times (A \times B)$$

Donde:

<i>Fus</i>	=	Factor uso de suelo del terreno
<i>a</i>	=	Lado en eje X del área de desplante
<i>b</i>	=	Lado en eje Y del área de desplante
<i>A</i>	=	Lado en eje X del terreno..
<i>B</i>	=	Lado en eje Y del terreno.
<i>Ns</i>	=	Número de niveles de plantas de áreas de servicios.
<i>Np</i>	=	Número de niveles de plantas de áreas públicas
<i>Nh</i>	=	Número de niveles de plantas de habitaciones.

b) Área libre del terreno

$$[(A \times B) - (a \times b)] / (A \times B) \geq Flt$$

Donde:

<i>Flt</i>	=	Factor de área libre de terreno no construída
<i>A</i>	=	Lado en eje X del terreno..
<i>B</i>	=	Lado en eje Y del terreno.
<i>a</i>	=	Lado en eje X del área de desplante
<i>b</i>	=	Lado en eje Y del área de desplante.

c) Altura de construcción

$$[(Np \times hp) + (Nh \times hh)] \leq [(B - y') + Ha] \times 2$$

Donde:

$y'$	=	Distancia en eje Y del límite del terreno al área de desplante
$hp$	=	Altura de entepiso de niveles de plantas de áreas públicas
$hh$	=	Altura de entepiso de niveles de plantas de habitaciones
$Ha$	=	Ancho de avenida perpendicular al eje X del terreno
$Np$	=	Número de niveles de plantas de áreas públicas
$Nh$	=	Número de niveles de plantas de habitaciones
$B$	=	Lado en eje Y del terreno.

d) Resistencia del terreno mínima

$$Rt \geq Rtm$$

Donde:

$Rt$	=	Resistencia del terreno
$Rtm$	=	Resistencia del terreno mínima en la zona.

e) Resistencia del terreno máxima

$$Rt \leq Rtx$$

Donde:

$Rt$	=	Resistencia del terreno
$Rtx$	=	Resistencia del terreno máxima en la zona.

## 4.3.2) Restricciones determinadas por la características de operación del edificio

Estas restricciones están condicionadas por cuestiones de operabilidad del edificio y son las siguientes:

f) Distancia media global, se refiere al recorrido máximo que aceptamos que el huésped camine en una misma planta.

$$\sqrt{(a^2 + b^2)} / 2 \leq dmx$$

Donde:

$dmx$	=	distancia media global máxima
$a$	=	Lado en eje X del área de desplante
$b$	=	Lado en eje Y del área de desplante.

g) Area de sótano mínima

$$(a \times b) \times (Ne + Ns) \geq Asm$$

Donde:

$Asm$	=	Area mínima de sótanos por construir
$a$	=	Lado en eje X del área de desplante
$b$	=	Lado en eje Y del área de desplante
$he$	=	Altura de entepiso de niveles de estacionamiento de sótano
$hs$	=	Altura de entepiso de niveles de plantas de servicios
$Ne$	=	Número de niveles de estacionamiento de sótano
$Ns$	=	Número de niveles de plantas de áreas de servicios.

h) Area de sótano máxima

$$(a \times b) \times (Ne + Ns) \leq Asx$$

Donde:

$Asx$	=	Area máxima de sótanos por construir
$a$	=	Lado en eje X del área de desplante
$b$	=	Lado en eje Y del área de desplante
$he$	=	Altura de entepiso de niveles de estacionamiento de sótano
$hs$	=	Altura de entepiso de niveles de plantas de servicios
$Ne$	=	Número de niveles de estacionamiento de sótano
$Ns$	=	Número de niveles de plantas de áreas de servicios.

i) Area máxima de estacionamiento en sótano

$$[(a \times b \times Ne)] \leq Aet$$

Donde:

<i>Aet</i>	=	Area total de estacionamiento requerido
<i>a</i>	=	Lado en eje X del área de desplante
<i>b</i>	=	Lado en eje Y del área de desplante
<i>Ne</i>	=	Número de niveles de estacionamiento en sótano.

j) Area de construcción superior mínima

$$(a \times b) \times (Np + Nh) \geq Ahm$$

Donde:

<i>Ahm</i>	=	Area de construcción superior mínima
<i>a</i>	=	Lado en eje X del área de desplante
<i>b</i>	=	Lado en eje Y del área de desplante
<i>Np</i>	=	Número de niveles de áreas públicas
<i>Nh</i>	=	Número de niveles de plantas de habitaciones.

k) Area de construcción mínima de áreas de servicios

$$(a \times b) \times (Ns) \geq Ans$$

Donde:

<i>Ans</i>	=	Area de construcción mínima de áreas de servicios
<i>a</i>	=	Lado en eje X del área de desplante
<i>b</i>	=	Lado en eje Y del área de desplante
<i>Ns</i>	=	Número de niveles de áreas de servicios.

l) Area de construcción mínima de áreas públicas

$$(a \times b) \times (Np) \geq Anp$$

Donde:

<i>Anp</i>	=	Area de construcción mínima de áreas públicas
<i>a</i>	=	Lado en eje X del área de desplante
<i>b</i>	=	Lado en eje Y del área de desplante
<i>Np</i>	=	Número de niveles de áreas públicas.

m) Area de construcción mínima de áreas de habitaciones

$$(a \times b) \times (Nh) \geq Anh$$

Donde:

<i>Anh</i>	=	Area de construcción mínima de área de habitaciones
<i>a</i>	=	Lado en eje X del área de desplante
<i>b</i>	=	Lado en eje Y del área de desplante
<i>Nh</i>	=	Número de niveles de plantas de habitaciones.

n) Area máxima de construcción exterior

$$[\{Aet - (a \times b \times Ne)\} + Aar] \leq [(A \times B) - (a \times b)]$$

Donde:

<i>Aet</i>	=	Area total de estacionamiento requerido
<i>a</i>	=	Lado en eje X del área de desplante
<i>b</i>	=	Lado en eje Y del área de desplante
<i>Ne</i>	=	Número de niveles de estacionamiento en sótano
<i>Aar</i>	=	Area de alberca y recreativos por m2

o) Area mínima de jardín exterior

$$(A \times B) - [\{Aet - (a \times b \times Ne)\} + Aar] \geq Ajm$$

Donde:

<i>Ajm</i>	=	Area mínima de jardín exterior
<i>Aet</i>	=	Area total de estacionamiento requerido
<i>a</i>	=	Lado en eje X del área de desplante
<i>b</i>	=	Lado en eje Y del área de desplante
<i>Ne</i>	=	Número de niveles de estacionamiento en sótano
<i>Aar</i>	=	Area de alberca y recreativos por m2

p) Área mínima de azotea

$$a \times b \geq Act$$

Donde:

$Act$	=	Área de canchas de tenis
$a$	=	Lado en eje X del área de desplante
$b$	=	Lado en eje Y del área de desplante

#### 4.3.3) Restricciones que determinan limitaciones físicas

Estas restricciones determinan limitaciones físicas por cuestiones geométricas, y comprenden las siguientes restricciones:

q) Restricción de lado  $a$  de desplante del edificio

$$a \leq A$$

Donde:

$a$	=	Lado en eje X del área de desplante
$A$	=	Lado en eje X del terreno.

r) Restricción de lado  $b$  de desplante del edificio

$$b + y' \leq B$$

Donde:

$y'$	=	Distancia en eje Y del límite del terreno al área de desplante
$b$	=	Lado en eje Y del área de desplante
$B$	=	Lado en eje Y del terreno.

s) Restricción de lado  $A$  del terreno

$$A \leq Xm$$

Donde:

$A$	=	Lado en eje X del terreno
$Xm$	=	Longitud máxima del eje X del terreno.

t) Restricción de lado  $B$  del terreno

$$B \leq Ym$$

Donde:

$B$	=	Lado en eje Y del terreno
$Ym$	=	Longitud máxima del eje Y del terreno.



#### 4.4 Funciones de costos

Se definieron dentro de las ecuaciones anteriores y la mayoría esta en función de las siguientes variables:

$R_t$  = Resistencia del terreno  
 $N_t$  = Número de niveles totales, donde:  
 $N_t = N_e + N_s + N_p + N_h$

A continuación se presenta un esquema de ellas:

$cfs(R_t, h)$  = Costo de excavación por m3.  
 $cfz(R_t, N_t)$  = Costo de cimentación por m2 de construcción  
 $cs(N_t)$  = Costo de estructura por m2 de construcción.,  
 a)  $cse(N_t)$  = En sótano de estacionamiento.  
 b)  $css(N_t)$  = En el área de servicios.  
 c)  $csp(N_t)$  = En áreas públicas.  
 d)  $ch(N_t)$  = En planta de habitaciones.  
 $fae$  = Factor de altura de entresijos.  
 $fnp$  = Factor de número de pisos.

A continuación obtendremos sus expresiones matemáticas para incluirlas dentro de la modelación.

4.4.a) Costo de excavación por m3, de acuerdo con la resistencia del terreno

En la referencia 4, se tienen datos estimados de costos para distintas condiciones de resistencia del terreno, según la siguiente tabla:

Costo estimado de excavación para distintas profundidades y resistencias del terreno (febrero de 1997).							
capacidad de suelo ton/m2	descripción	tipo	Altura de la excavación				
			0-2	2-4	4-6	6-8	8
0-5	Muy baja	A-I	\$1.66	\$2.49	\$3.75	\$5.63	\$13.56
5-20	Baja	A-II	\$2.03	\$3.04	\$4.58	\$6.86	\$14.79
20-30	Media-baja	B-I	\$2.40	\$3.60	\$5.41	\$8.12	\$16.79
30-60	Medio-buena	B-II	\$2.77	\$4.15	\$6.24	\$9.35	\$24.89
60-100	Alta-baja	C-I	\$368.45	\$369.83	\$371.92	\$375.03	\$390.57

Considerando el rango existente, se evaluaron distintos puntos para realizar el mejor ajuste de los valores; la tabla que mejor se ajustó al comportamiento de los valores, resultó la siguiente:

capacidad de suelo ton/m2	Altura de la excavación				
	2	4	6	8	10
5	\$1.66	\$2.49	\$3.75	\$5.63	\$13.56
20	\$2.40	\$3.60	\$5.41	\$8.12	\$16.05
25	\$2.03	\$3.04	\$4.58	\$6.86	\$14.79
30	\$2.77	\$4.15	\$6.24	\$9.35	\$24.89
65	\$368.45	\$369.83	\$371.92	\$375.03	\$390.57

Estos datos se pueden observar graficados en la figura 4.4a. Utilizando la tabla de valores, se realizó una regresión polinomial múltiple de acuerdo con el procedimiento establecido en la sección 2.5. Y después de varios intentos de ajuste, se estableció que se tenía un mejor comportamiento utilizando el siguiente modelo:

$$\log z = \log c_0 + \log c_1 x + \log c_2 x^2 + \log c_3 y + \log c_4 y^2 + \log c_5 xy + \log c_6 x^2 y^2 + \log c_7 x^2 y + \log c_8 xy^2$$

que al despejar los logaritmos resulta la siguiente ecuación empírica:

$$z = c_0 c_1^x c_2^{x^2} c_3^y c_4^{y^2} c_5^{xy} c_6^{x^2 y^2} c_7^{x^2 y} c_8^{xy^2}$$

Considerando que:

- z =  $cfs(x,y)$  = Costo de excavación por m3.
- x = Rt = Resistencia del terreno en Ton/m2.
- y = h = Altura de la excavación.

Resolviendo el sistema de ecuaciones, los valores de las constantes son:

$$c_0 = 1.780531619 \quad c_1 = 0.955408665 \quad c_2 = 1.001969051 \quad c_3 = 1.05233168$$

$$c_4 = 1.015128208 \quad c_5 = 1.001777954 \quad c_6 = 0.99999511 \quad c_7 = 0.99995752$$

$$c_8 = 1.000114153$$

Cálculo del análisis del error por el ajuste de regresión polinomial múltiple con mínimos cuadrados						
no	x	y	z Costo real	cfs(x,y) Costo ajustado	$(z - \bar{z})^2$ Sv	$(z - cfs(x,y))^2$ Sr
1	5	2	1.66	1.7816137	6,245.23512	0.01478991
2	5	4	2.49	2.4126773	6,114.73953	0.00597880
3	5	6	3.75	3.6975180	5,919.27119	0.00275436
4	5	8	5.63	6.4127857	5,633.52323	0.61275352
5	5	10	13.56	12.5866032	4,506.00728	0.94750141
6	20	2	2.03	1.9191722	6,186.89219	0.01228280
7	20	4	3.04	2.6513996	6,029.02555	0.15101026
8	20	6	4.58	4.1413301	5,792.24501	0.19243123
9	20	8	6.86	7.3132083	5,450.39640	0.20539780
10	20	10	14.79	14.6008944	4,342.38825	0.03576093
11	25	2	2.40	2.3701320	6,128.82305	0.00089209
12	25	4	3.60	3.2492853	5,942.37473	0.12300074
13	25	6	5.41	5.0149555	5,666.59662	0.15606014
14	25	8	8.12	8.7138530	5,265.94046	0.35266139
15	25	10	16.05	17.0457960	4,177.91591	0.99160976
16	30	2	2.77	3.2127508	6,071.02772	0.19602828
17	30	4	4.15	4.3393785	5,857.88175	0.03586423
18	30	6	6.24	6.5577220	5,542.32603	0.10094730
19	30	8	9.35	11.0880060	5,088.93903	3.02066486
20	30	10	24.89	20.9762995	3,113.28289	15.3170513
21	65	2	368.45	366.5167140	8,2807.65930	3.73759450
22	65	4	369.83	364.8056500	8,3603.79010	25.24409620
23	65	6	371.92	368.2966170	8,4816.77680	13.12890130
24	65	8	375.03	377.1397490	8,6637.91940	4.45104241
25	65	10	390.57	391.7195880	96,027.59760	1.32155344
Sumas			2,017.17		542,968.5751	70.35863

El error estándar de la aproximación, basado en la regresión polinomial múltiple es para este caso:

$$S_{z f(x,y)} = \sqrt{\frac{70.35863}{25 - 9}} = 2.097001$$

El coeficiente de determinación es:

$$r^2 = \frac{542,969 - 70.35863}{542,969} = 0.99987$$

y el coeficiente de correlación es:

$$r = 0.999935$$

Estos resultados indican que el 99.9935% de la incertidumbre original se ha explicado mediante este modelo.

Para este caso, los costos ajustados son similares que para la fecha base que será: **abril de 1997**. Por tanto, no será necesario afectar la función por algún factor de escalación. Sin embargo, para otras fechas, a falta de información específica se puede utilizar el siguiente procedimiento para:

$$Rt = 5 \text{ Ton/m}^2.$$

$$h = 2 \text{ m de altura}$$

Costo en febrero de 1997 : \$1.66

Costo en fecha base : *cfb*

$$fes = \frac{cfb}{\$1.66}$$

donde *fes*: factor de escalación de la función de costo de excavación.

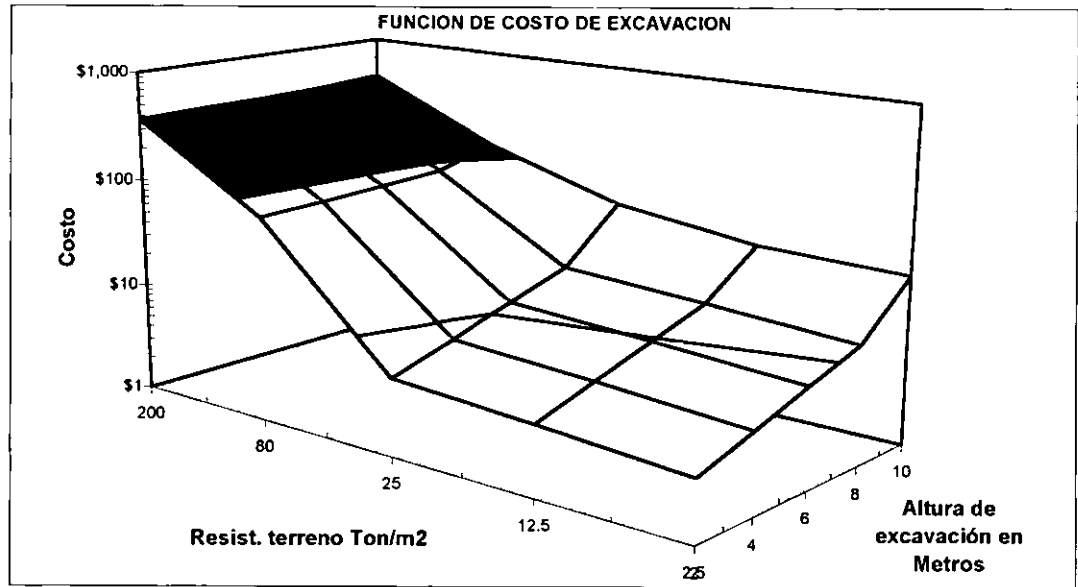


figura 4.4a Gráfica de la función de costo de excavación

Por otra parte como este modelo puede generar valores negativos o muy grandes para ciertos valores de los parámetros, se fijaron los siguientes valores como cota mínima y máxima respectivamente:

$$cfs(x, y) \geq \$1.66 \text{ y } cfs(x, y) \leq \$390.57$$

Para conocer la característica de esta función ajustada, se realiza la sustitución y evaluación de las constantes resultantes del determinante de la matriz Hessiana (ver 2.5.c).

Valores del determinante de la matriz Hessiana función de excavación		
x1	x2	H(x1,x2)
5	2	3.26853E-05
65	2	0.001535965
5	10	0.000266889
65	10	0.021518164
100	2	0.003632572
5	40	0.004080986

Como todos los valores obtenidos en sus puntos factibles son positivos, la matriz Hessiana es positiva definida y la función es convexa (ver Anexo A-1).

Es necesario agregar al resultado de este modelo un costo que considere los trabajos de carga y acarreo del material producto de la excavación, para nuestro modelo:

$$\$31.08$$

Adicionalmente, se requiere afectar la suma de este y los siguientes costos por un factor que representan los gastos fijos, utilidad, indirectos de campo, etc. de la empresa que realice los trabajos; para nuestro caso:  $FI = 1.24$ .

4.4.b) Costo de cimentación por m<sup>2</sup> de construcción.

De un estudio obtenido de la referencia 4 (se incluyen costos indirectos del 24%), se tienen datos estimados de costos de cimentación con zapatas aisladas para edificios con tamaño de crujía de 9 metros, según la siguiente tabla:

Costo estimado de cimentación con zapatas aisladas para edificios de distintos niveles (abril de 1995).			
capacidad de suelo ton/m <sup>2</sup>	No de pisos		
	2	6	9
30	\$38.47	\$69.16	\$122.71
15	\$51.40	\$115.44	\$202.73

Estos datos al graficarse, resultan en la siguiente superficie:

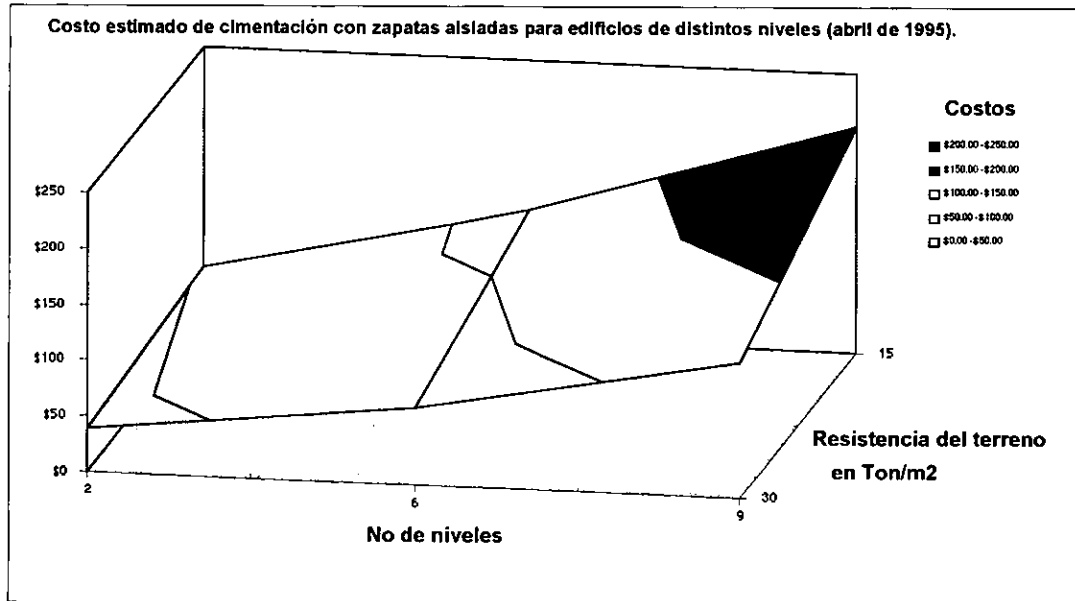


figura 4.4b Gráfica de la función de costo de cimentación

Según la teoría del diseño de cimentaciones, un aumento en la resistencia de suelo, requerirá menor área de desplante, y por ello menores dimensiones y costos. Por tanto podemos pensar que entre el rango de 15 a 30 Ton/m<sup>2</sup>, se tienen valores intermedios respecto del costo investigado y siempre irá creciendo conforme aumente el número de niveles.

Por ello, se consideran los siguientes puntos para encontrar una función general empírica:

**Tabla de valores considerados para el ajuste de la función de costo de cimentación con zapatas aisladas para edificios de distintos niveles (abril de 1995).**

No	Resistencia del terreno	No de pisos	Costos (\$)
	x		z
1	30.00	2	38.47
2	30.00	6	69.16
3	30.00	9	122.71
4	15.00	2	51.40
5	15.00	6	115.44
6	15.00	9	202.73
7	22.50	2	44.94
8	65.00	2	27.11
9	65.00	6	48.74
10	65.00	9	86.47

Utilizando esta información, se realizó una regresión polinomial múltiple de acuerdo con el procedimiento establecido en la sección 2.5 y empleando el siguiente modelo:

$$z = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3y + c_4y^2 + c_5xy + c_6x^2y^2 + c_7x^2y + c_8xy^2$$

Considerando que:

- z =  $cfz(x,y)$  = Costo de cimentación por m<sup>2</sup> de construcción.
- x =  $Rt$  = Resistencia del terreno en Ton/m<sup>2</sup>.
- y =  $Nt$  = Número total de niveles.

Resolviendo el sistema de ecuaciones, los valores de las constantes resultantes son:

$$c_0 = 40.69593625 \quad c_1 = 0.180865682 \quad c_2 = -0.00565481 \quad c_3 = 9.382335168$$

$$c_4 = 2.42353321 \quad c_5 = -0.67343518 \quad c_6 = 0.0003 \quad c_7 = 0.007482104$$

$$c_8 = -0.04103617$$

Cálculo del análisis del error por el ajuste de regresión polinomial múltiple con mínimos cuadrados						
no	x	y	z (\$) Costo real	cfz(x,y) (\$) Costo ajustado	$(z - \bar{z})^2$ Sv	$(z - cfz(x,y))^2$ Sr
1	30.00	2	38.47	38.708	1,784.809009	0.056998213
2	30.00	6	69.16	69.160	133.564249	8.07794E-24
3	30.00	9	122.71	122.710	1,763.412049	3.95819E-24
4	15.00	2	51.40	51.567	859.486489	0.027929125
5	15.00	6	115.44	115.440	1,205.686729	5.63214E-24
6	15.00	9	202.73	202.730	14,887.172170	3.10516E-24
7	22.50	2	44.94	44.546	1,279.993729	0.154624911
8	65.00	2	27.11	27.097	2,873.710449	0.000159753
9	65.00	6	48.74	48.740	1,022.528529	4.75033E-25
10	65.00	9	86.47	86.470	33.097009	1.16322E-25
Sumas			807.17		25,843.4604	0.239712002

El error estándar de la aproximación basado en la regresión polinomial multiple es para este caso:

$$S_{z(x,y)} = \sqrt{\frac{0.239712002}{10 - 9}} = 0.4896039$$

El coeficiente de determinación es:

$$r^2 = \frac{25,843.4604 - 0.4896039}{25,843.4604} = 0.99999072$$

y el coeficiente de correlación es:

$$r = 0.999995362$$

Lo cual indica que el 99.999% de la incertidumbre original se ha explicado mediante este modelo.

Adicionalmente, debido a los alcances físicos del modelo, se obtuvieron los siguientes valores como cotas mínima y máxima para el costo de la cimentación, datos de abril de 1997:

$$cfz \geq \$35.08$$

$$cfz \leq \$350.80$$

estos se aplica para terrenos con alta resistencia de terreno que requieren al menos un firme de 10 cm; para los de resistencias muy bajas ya no es recomendable este tipo de cimentación y requieren una cimentación tipo pilotes.

Para conocer la característica de esta función ajustada, se realiza la sustitución y evaluación de las constantes resultantes dentro del determinante de la matriz Hessiana (ver 2.5.c).

Valores del determinante de la matriz Hessiana de la función de cimentación		
x1	x2	H(x1;x2)
15	2	22.00826545
30	9	2372.858787
15	9	555.8625878
30	2	107.2361762
100	2	1312.641675
5	40	694.4741155

Como todos los valores obtenidos en sus puntos factibles son positivos, la matriz Hessiana es positiva definida y la función es convexa (ver Anexo A-1).

Como en este caso la información disponible es de abril de 1995, es necesario definir un factor de afectación lineal que ajuste la función a la fecha base que será: **abril de 1997**. Por tanto, este factor de escalación se calculará de acuerdo con las siguientes condiciones:

$$R_1 = 30 \text{ Ton/m}^2.$$

$$N_1 = 6 \text{ niveles}$$

$$\text{Costo de cimentación en abril de 1995} \quad : \$69.16$$

$$\text{Costo de cimentación en abril de 1997} \quad : \$89.48$$

$$f_{ez} = \frac{89.48}{69.16} = 1.293787$$

donde  $f_{ez}$ : factor de escalación de la función de costo de cimentación.

4.4.c) Costo de estructura por m<sup>2</sup> de construcción.

De la referencia 4 , se tienen datos estimados de costos de estructura para edificios con tamaño de crujía de 9 metros, altura de entrepiso de 3m y distintos niveles, de acuerdo con la siguiente tabla (se incluyen costos indirectos del 24%):

Costo estimado de estructura para edificios de distintos niveles (abril de 1997).	
No de niveles	Costos (\$)
1	357.22
6	588.64
7	596.89
9	692.81

Debido a la poca información disponible, la mejor forma de ajustar los datos resultó en una regresión polinomial de acuerdo con el procedimiento establecido en la sección 2.5 y empleando el siguiente modelo:

$$z = c_0 + c_1x + c_2x^2$$

Considerando que:

- z = ce(x) = Costo de estructura por m<sup>2</sup> de construcción.
- x = Nt = Número total de niveles.

Resolviendo el sistema de ecuaciones, los valores de las constantes son:

$$c_0 = 324.2881 \quad c_1 = 31.93 \quad c_2 = 1.001875$$

Cálculo del análisis del error por el ajuste de regresión polinomial con mínimos cuadrados					
		z (\$)	ce(x) (\$)	(z - $\bar{z}$ ) <sup>2</sup>	(z - ce(x)) <sup>2</sup>
no	x	Costo real	Costo ajustado	Sv	Sr
1	1	357.22	357.22	40,670.78	5.16988E-26
2	6	588.64	551.94	885.06	1347.211144
3	7	596.89	596.89	1,444.00	1.56389E-24
4	9	692.81	692.81	17,934.56	3.23117E-25
Sumas		2,235.56		60,934.4178	1,347.2111

El error estándar de la aproximación, basado en la regresión polinomial es para este caso:

$$S_{e,r} = \sqrt{\frac{1347.2111}{4-3}} = 36.7044$$

El coeficiente de determinación es:

$$r^2 = \frac{60,934.4178 - 1,347.2111}{60,934.4178} = 0.97789$$

y el coeficiente de correlación es:

$$r = 0.98888$$

Lo cual indica que el 98.888% de la incertidumbre original se ha explicado mediante este modelo.

La comparación de los datos y el ajuste logrado puede observarse en la siguiente figura:



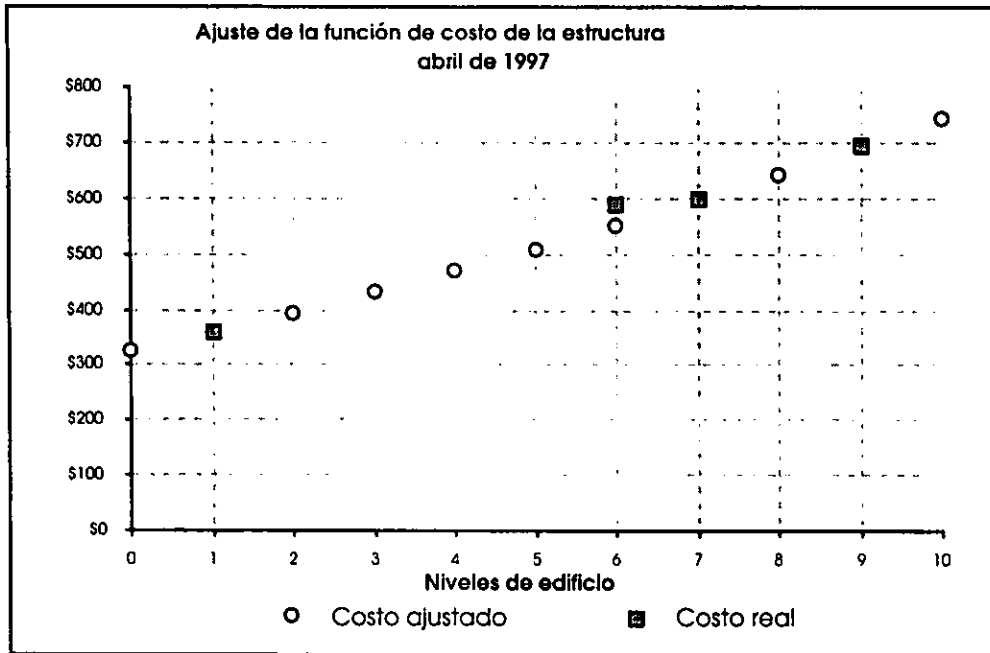


figura 4.4c Ajuste de la gráfica de la función de costo de estructura

Para este caso, los costos ajustados son similares que para la fecha base que será: **abril de 1997**. No será necesario afectar la función por algún factor de escalación. Sin embargo, para otras fechas a falta de información específica se puede utilizar el siguiente procedimiento para las siguientes condiciones:

Ancho de crujía: 9m

$N_t = 9$  niveles

Costo en abril de 1997 : \$692.81

Costo en fecha base :  $cfb$

$$f_s = \frac{cfb}{\$692.81}$$

donde  $f_s$ : factor de escalación de la función de costo de estructura.

Como en este caso, la función es de una sola variable, para saber su característica es suficiente calcular su segunda derivada, la cual queda en términos de la constante  $c_2$ . Que por ser positiva en este ajuste, indica que la función es convexa (ver Anexo A-1).

Utilizando esta información, es posible definir las funciones de costo de estructura específica para estacionamiento, área de servicios, áreas públicas y de las planta habitaciones; afectado adicionalmente con su factor de altura de entrepiso, definido a continuación.

## 4.4.d) Factor de altura de entrepiso

Dentro del costo de la estructura, albañilería y acabados es necesario considerar la altura de entrepiso, a razón de lo que implica una mayor altura de columnas y muros. En la referencia 4; se propone un factor de afectación al costo base, específico para construcción de hoteles y apartamentos, con los siguientes datos:

Factor de altura de entrepiso, para hoteles y apartamentos	
Entrepiso	Factor
2.4	0.96
2.7	0.98
3.0	1.00
3.3	1.02
3.6	1.04
3.9	1.06

Esta información al graficarse resulta de la siguiente forma:

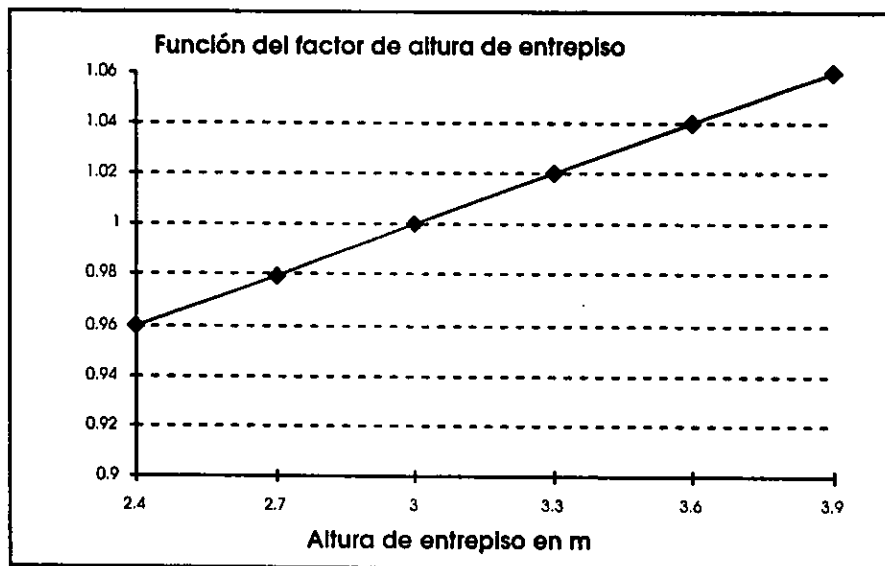


figura 4.4d Gráfica del factor de afectación por altura de entrepiso

Por lo cual, es fácil realizar un ajuste perfecto de esta información con una regresión lineal simple de acuerdo con el siguiente modelo:

$$z = c_0 + c_1 x$$

Considerando que:

- $z$  =  $fae$  = factor de afectación al costo de acuerdo a la altura de entrepiso.  
 $x$  = Altura del entrepiso en metros.

A lo cual las constantes resultantes son:

$$c_0 = 0.80 \quad c_1 = 0.0666667$$

---

#### 4.4.e) Factor de número de pisos

Adicional al factor anterior, para los costos bases de albañilería, acabados e instalaciones es necesario considerar un factor de sobrecosto, por lo que significa acarrear verticalmente los materiales de construcción. En la referencia 4; también se propone de acuerdo con estudios realizados utilizar un factor del 2% por piso adicional a los dos primeros.

De tal forma que:

$$f_{np} = 1 + ((Nt - 2) \times 0.02)$$

donde:

$f_{np}$  = factor de afectación al costo de albañilería, acabados e instalaciones  
 $Nt$  = Número total de niveles del edificio.

## Capítulo 5

### Aplicación a un ejemplo práctico

#### Subíndice

- 5) Aplicación a un ejemplo práctico
  - 5.1 Generalidades del problema
  - 5.2 Características determinadas por el proyecto
  - 5.3 Características determinadas por la localización del terreno
  - 5.4 Solución del modelo
  - 5.5 Análisis de sensibilidad

## 5) Aplicación a un ejemplo práctico

### 5.1 Generalidades del problema

De acuerdo con estudios de mercado realizados por un grupo de inversionistas, han establecido que existen excelentes condiciones de mercado para invertir en la construcción de un hotel que pueda estar localizado en la zona de Polanco de la ciudad de México. Así mismo, de este estudio se ha definido que el hotel debe tener una capacidad de 250 habitaciones y de calidad de cinco estrellas.

Actualmente, el grupo de inversionistas se encuentra en proceso de negociación de un predio localizado en la zona de Polanco como posible opción para este hotel. A continuación, se presenta un croquis del terreno:

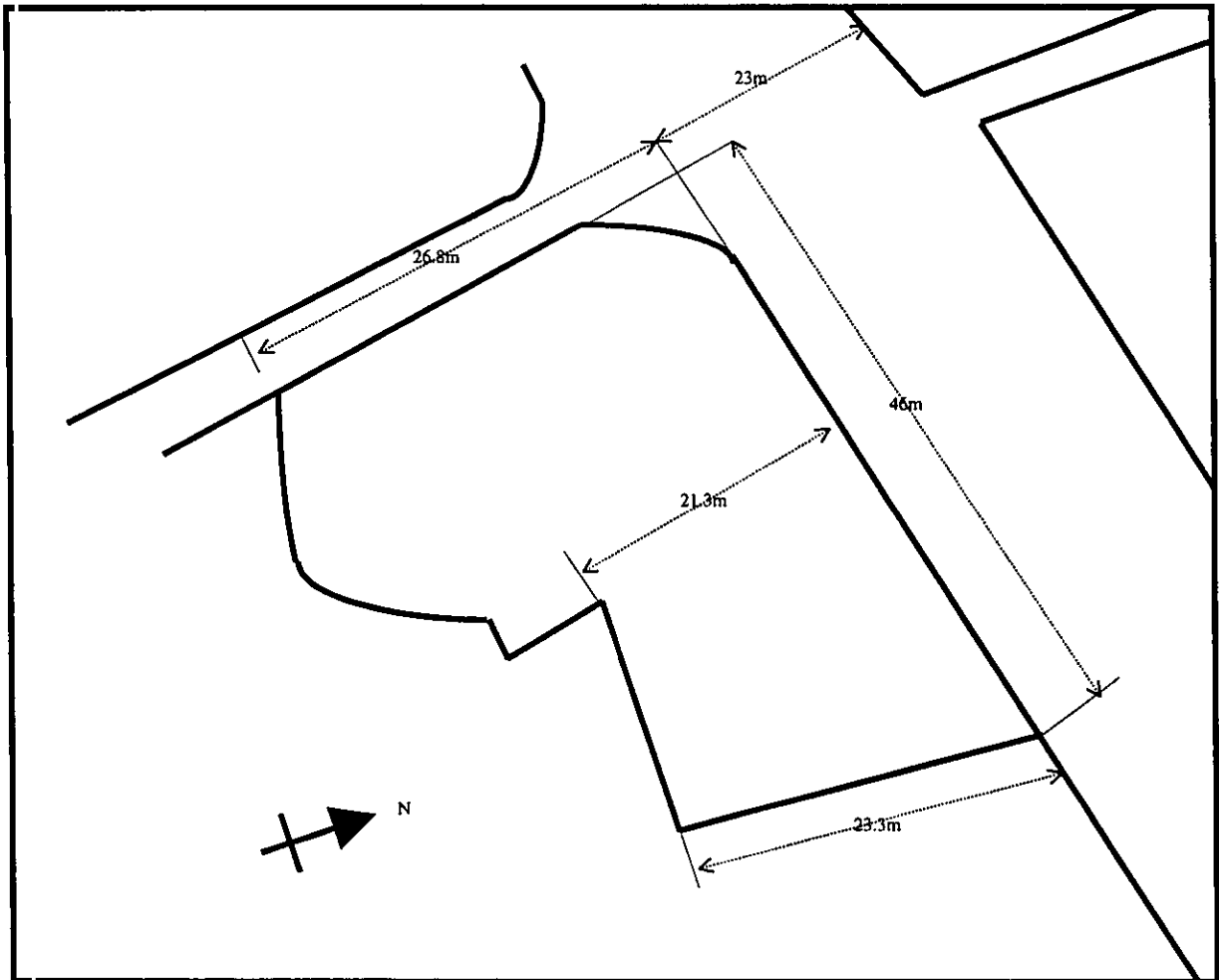


figura 5.1.a

A los inversionistas se les informó respecto del trabajo de esta tesis; y valorando la información que pudieran obtener para contar con mayores herramientas de negociación, aceptaron que para este problema se utilizara el procedimiento y modelación desarrollada. De esta forma, se establecieron para el análisis las siguientes etapas:

- Búsqueda de parámetros para un costo óptimo de terreno y construcción, de acuerdo con las características de la localización y los requerimientos de operación.
- Evaluación del terreno en proceso de negociación.

## 5.2 Características determinadas por el proyecto

## 5.2.a) Operación

De acuerdo con el número de habitaciones y las necesidades más específicas requeridas por este tipo de huéspedes, los inversionistas contaron con el apoyo de consultores en operación de hoteles, los cuales han establecido la siguiente relación de áreas:

## Áreas requeridas para un hotel de cinco estrellas y 250 habitaciones

No.	concepto	unidad	cantidad
<b>Áreas de servicios</b>			
1	Oficinas ejecutivas y administrativas	m2	636.56
2	Archivo muerto	m2	125.00
3	Almacén gral., lavandería, baños y comedor de emp.	m2	1,482.50
4	Patio de maniobras, servicios y almacenes adyac.	m2	621.25
5	Cuarto de máquinas con subestación	m2	493.75
6	Taller de mantenimiento	m2	218.75
7	Estacionamiento	m2	5,787.50
<b>Áreas públicas</b>			
8	Motor lobby	m2	150.00
9	Lobby	m2	250.00
10	Lobby de Grupos	m2	125.00
11	Concesiones	m2	315.00
12	Salón ejecutivo	m2	180.00
13	Area de recepción y relacionadas	m2	348.75
14	Restaurante - café	m2	420.00
15	Restaurante de Especialidades	m2	206.25
16	Cocina master	m2	756.04
17	Lobby bar	m2	331.25
18	Area de salones de banquetes y relacionadas	m2	2,000.00
19	Area centro ejecutivo	m2	513.75
20	Spa	m2	180.00
21	Almacén de banquetes	m2	212.50
<b>Area de habitaciones</b>			
22	Habitaciones	m2	11,700.00
23	Roperías en pisos	m2	80.00
<b>Áreas exteriores</b>			
24	Alberca y recreativos	m2	320.00
25	Jardines exteriores	m2	170.00
26	Canchas de tenis	m2	750.00
<b>Total de áreas consideradas</b>			<b>28,373.85</b>

Reagrupando esta tabla, es posible determinar los valores que requiere la modelación:

**Áreas requeridas para un hotel de cinco estrellas y 250 habitaciones**

No.	concepto	unidad	cantidad	sumas
<b>Áreas de servicios</b>				
1	Oficinas ejecutivas y administrativas	m2	636.56	
2	Archivo muerto	m2	125.00	
3	Almacén gral., lavandería, baños y comedor de emp.	m2	1,482.50	
4	Patio de maniobras, servicios y almacenes adyac.	m2	621.25	
5	Cuarto de máquinas con subestación	m2	493.75	
6	Taller de mantenimiento	m2	218.75	
	<b>Subtotal áreas de servicio</b>			<b>3,577.81</b>
<b>Estacionamiento</b>				
7	Estacionamiento	m2	5,787.50	
	<b>Subtotal estacionamiento</b>			<b>5,787.50</b>
	<b>Subtotal área máxima en sótano</b>			<b>9,365.31</b>
<b>Áreas públicas</b>				
8	Motor lobby	m2	150.00	
9	Lobby	m2	250.00	
10	Lobby de Grupos	m2	125.00	
11	Concesiones	m2	315.00	
12	Salón ejecutivo	m2	180.00	
13	Área de recepción y relacionadas	m2	348.75	
14	Restaurante - café	m2	420.00	
15	Restaurante de Especialidades	m2	206.25	
16	Cocina master	m2	756.04	
17	Lobby bar	m2	331.25	
18	Área de salones de banquetes y relacionadas	m2	2,000.00	
19	Área centro ejecutivo	m2	513.75	
20	Spa	m2	180.00	
21	Almacén de banquetes	m2	212.50	
	<b>Subtotal áreas públicas</b>			<b>5,988.54</b>
<b>Área de habitaciones</b>				
22	Habitaciones; ver nota 1	m2	11,700.00	
23	Roperías; ver nota 2	m2	80.00	
	<b>Subtotal habitaciones</b>			<b>11,780.00</b>
	<b>Subtotal área mínima en construcción superior</b>			<b>17,768.54</b>
<b>Áreas exteriores</b>				
24	Alberca y recreativos	m2	320.00	
25	Jardines exteriores	m2	170.00	
	<b>Subtotal área en exteriores</b>			<b>490.00</b>
	<b>Subtotal área mínima en exteriores</b>			<b>490.00</b>
<b>Recreativos en azotea</b>				
26	Canchas de tenis	m2	750.00	
	<b>Subtotal recreativos en azotea</b>			<b>750.00</b>
	<b>Total de áreas consideradas</b>		<b>28,373.85</b>	
	<b>m2/habit.</b>		<b>113.50</b>	

**Alturas de entrepiso**

De acuerdo con necesidades de operación se establecen las siguientes condiciones:

<i>he</i>	=	Altura de entrepiso de niveles de estacionamiento de sótano	= 2.85 m
<i>hs</i>	=	Altura de entrepiso de niveles de plantas de servicios	= 3.00 m
<i>hp</i>	=	Altura de entrepiso de niveles de plantas de áreas públicas	= 4.50 m
<i>hh</i>	=	Altura de entrepiso de niveles de plantas de habitaciones	= 2.85 m

Distancia media global máxima = 416.67 m

Se refiere a la distancia máxima que se puede tolerar que un huésped recorra en una planta del hotel.

**5.3 Características determinadas por la localización del terreno**

Con los datos específicos de la localización es posible establecer algunas constantes que servirán para restringir nuestro modelo, como:

5.3.a) Precio del terreno = \$40,000 m<sup>2</sup> (5,000 dls).

Este precio se estableció de acuerdo con un promedio de distintos predios en la zona de localización del hotel.

5.3.b) Ancho de avenida  $H_a = 23$  mts.

Esta información también está sujeta al estudio de los predios disponibles dentro de la zona de localización. Se refiere a la avenida que dé al frente del predio y es necesario establecerla, ya que posteriormente se involucra con restricciones de reglamentaciones.

5.3.c) Ancho máximo de  $X = 100$  m y  $Y = 100$  m

Se refiere a las dimensiones máximas de los lados del terreno que pueden encontrarse en los predios. De esta forma se le fijarán fronteras físicas al modelo.

5.3.d) Resistencia mínima del terreno,  $R_{tm} = 10$  ton /m<sup>2</sup>

Resistencia máxima del terreno,  $R_{tx} = 30$  ton /m<sup>2</sup>

Se refiere a la capacidad de carga mínima y máxima que puede ser encontrada en los predios, relativos también a la zona definida por el estudio de mercado.

5.3.e) Constantes determinadas por las reglamentación de la zona

a) Intensidad de uso de suelo = 7.5 (alta)

Se refiere a la cantidad de m<sup>2</sup> de construcción permitidos en la superestructura respecto de la cantidad total de m<sup>2</sup> del terreno. Este punto está relacionado a un plan director del municipio de construcción respectivo.

b) Area libre de construcción = 25%

Se refiere al porcentaje que debe estar libre de desplante de construcciones. Este punto está reglamentado para predios entre 2,000 hasta 3,500m<sup>2</sup>.

**5.4 Solución del modelo**

De acuerdo con toda la información preliminar y utilizando los parámetros de costos establecidos por la referencia 4. A continuación se presentan las tablas de captura de información del modelo y las hojas de resultados para esta etapa.

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**



**Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles**

Fecha: Abril de 1997  
 DIs \$8.00  
 No de cuartos 250  
 Factor de indirectos 1.24  
 Localización México D.F.

proyecto: **Hotel cinco estrellas zona Polanco**  
 autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

**i. Características generales del proyecto**

Descripción	unidad	cantidad	observaciones
a) Area mínima de construcción del hotel	m2	21,346.35	
b) Area mínima de construcción superior	m2	17,768.54	
c) Area mínima de áreas de servicios	m2	3,577.81	
d) Area mínima de áreas públicas	m2	5,988.54	
e) Area mínima de áreas de habitaciones	m2	11,780.00	
f) Area máxima de construcción en sótanos	m2	9,365.31	
d) Area mínima de construcción en sótanos	m2	3,577.81	
e) Area total de estacionamiento	m2	5,787.50	
f) Area de alberca y recreativos	m2	320.00	
g) Area de canchas de tenis	m2	750.00	
h) Areas exteriores mínimas	m2	490.00	
i) Areas mínima de Jardín exterior	m2	170.00	
j) Distancia media global máxima	mts	416.67	
k) Alturas de niveles de entrepiso			
k.1) Estacionamiento de sótano	mts	2.85	
k.2) Plantas de áreas de servicios	mts	3.00	
k.3) Plantas de áreas públicas	mts	4.50	
k.4) Plantas de habitaciones	mts	2.85	

**ii. Características generales de la localización**

Descripción	unidad	cantidad	observaciones
a) Precio del terreno	\$/m2	\$40,000	zona Polanco
b) Ancho de avenida principal	mts	23.00	
c) Datos del terreno			
c.1) Ancho máximo de X	mts	100.00	
c.2) Ancho máximo de Y	mts	100.00	
d) Resistencia del terreno			
d.1) Resistencia mínima	ton/m2	10.00	
d.2) Resistencia máxima	ton/m2	30.00	
e) Constantes de la reglamentación de la zona			
a) Intensidad de uso de suelo	Fus	7.5	(alta)
b) Area libre de construcción	Flt	25%	

**Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles**

Fecha: Abril de 1997  
DÍs 8.00  
No de cuartos: 250  
Factor de indirectos 1.24  
Localización México D.F.

proyecto: **Hotel cinco estrellas zona Polanco**  
autor Juan Pablo Jáuregui Marentes

III. Costos constantes establecidos para el modelo				
Variables referentes del modelo				
	variables	valor	observaciones	
	Nt	12.53	Número total de niveles	
	fnp	1.21	Factor de número de pisos	
descripción	variable	unidad	costo	costo sin ajuste
1) Limpieza de terreno y preliminares	cft	\$/m2	20.34	13.55
2) Muros de contención	csm	\$/m2	746.30	497.17
3) Albañilería y acabados				
Estacionamiento cubierto	cae	\$/m2	121.92	81.22
Area de servicios	cas	\$/m2	698.99	465.65
Areas públicas	cap	\$/m2	1,169.32	778.98
Habitaciones	cah	\$/m2	2,059.53	1,372.02
4) Acabados exteriores	cx	\$/m2		
Azotea	cxz	\$/m2	188.50	125.57
Fachada	cx	\$/m2	971.18	646.98
5) Elevadores				
Elevadores públicos	cep	\$/m	96,228.82	64,105.98
Elevadores de servicios	ces	\$/m	104,564.26	69,658.90
6) Otras Instalaciones				
Instalación eléctrica	cie	\$/m2	452.69	301.57
Hidrosanitaria	cih	\$/m2	383.77	255.66
Aire acondicionado	cia	\$/m2	426.10	283.86
7) Albañilería y acabados en exteriores				
Estacionamiento exterior	coe	\$/m2	321.21	213.98
Alberca y recreativos	coa	\$/m2	3,685.61	2,455.29
Canchas de tenis	cot	\$/m2	981.76	654.03
Jardines exteriores	coj	\$/m2	75.45	50.27
Barca perimetral	cop	\$/m	1,727.94	1,151.12

**Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles**

Fecha: Abril de 1997

Dls 8.00

No de cuartos: 250

Factor de indirectos 1.24

Localización México D.F.

proyecto: **Hotel cinco estrellas zona Polanco**

autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

IV. Costos variables establecidos para el modelo				
<b>Variables referentes del modelo</b>				
<b>variables</b>	<b>valor</b>	<b>observaciones</b>		
Rt	10.00	Resistencia del terreno		
h	12.23	Altura de excavación		
Nt	12.53	Número total de niveles		
<b>Función de costo de excavación</b>				
<b>variables</b>	<b>valor</b>	<b>costo</b>	<b>costo sin cotas</b>	<b>observaciones</b>
fes	1.00000			factor de escalación
C0	1.78053			
C1	0.95541			
C2	1.00197			
C3	1.05233			
C4	1.01513			
C5	1.00178			
C6	1.00000			
C7	0.99996			
C8	1.00011			
min		1.66		
max		390.57		
acarreo		31.08		
<b>cfs(Rt)</b>		<b>77.64</b>	<b>31.54</b>	
<b>Función de costo de cimentación</b>				
<b>variables</b>	<b>valor</b>	<b>costo</b>	<b>costo sin cotas</b>	<b>observaciones</b>
fez	1.29381			factor de escalación
C0	40.69594			
C1	0.18087			
C2	(0.00565)			
C3	9.38234			
C4	2.42353			
C5	(0.67344)			
C6	0.00030			
C7	0.00748			
C8	(0.04104)			
min		35.08		
max		350.80		
<b>cfz(Nt,Rt)</b>		<b>434.99</b>	<b>524.19</b>	

**Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de Inversión en Hoteles**

Fecha: Abril de 1997  
 DIs 8.00  
 No de cuartos: 250  
 Factor de Indirectos 1.24  
 Localización México D.F.

proyecto: Hotel cinco estrellas zona Palanco  
 autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

IV. Costos variables establecidos para el modelo

Costo de estructura de estacionamiento en sótano				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fs	1.00000			
fae	0.99000			
C0	324.28812			
C1	31.93000			
C2	1.00187			
min				
max		3,500.00		
<b>cse(Nt)</b>		<b>913.06</b>	<b>736.34</b>	

Costo de estructura de área de servicios				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fs	1.00000			
fae	1.00000			
C0	324.28812			
C1	31.93000			
C2	1.00187			
min				
max		3,500.00		
<b>css(Nt)</b>		<b>922.28</b>	<b>743.78</b>	

Costo de estructura de áreas públicas				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fs	1.00000			
fae	1.10000			
C0	324.28812			
C1	31.93000			
C2	1.00187			
min				
max		3,500.00		
<b>csp(Nt)</b>		<b>1,014.51</b>	<b>818.15</b>	

Costo de estructura de planta habitaciones				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fs	1.00000			
fae	0.99000			
C0	324.28812			
C1	31.93000			
C2	1.00187			
min				
max		3,500.00		
<b>csh(Nt)</b>		<b>913.06</b>	<b>736.34</b>	

Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles

Fecha: Abril de 1997  
Dils 8.00  
No de cuartos: 250  
Factor de indirectos 1.24  
Localización México D.F.

proyecto: Hotel cinco estrellas zona Polanco  
autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

IV. Variables establecidas por el modelo

Referentes al terreno				
descripción	variables	valor	observaciones	
Resistencia del terreno	Rt	10.00		
Lado X del terreno	A	46.55		
Lado Y del terreno	B	61.15		
Area total del terreno	m2	2,846.18		

Referentes al Hotel				
descripción	variables	valor	observaciones	
Lado X del edificio	a	46.55		
Lado Y del edificio	b	46.86		
Distancia al inicio del desplante	y'	15.29		
Niveles de estacionamiento en sótano	Ne	2.53		
Niveles de áreas de servicios	Ns	1.68		
Niveles de áreas públicas	Np	2.81		
Niveles de habitaciones	Nh	5.52		
Número total de niveles	Nl	12.53		
Area de construcción total del hotel	m2	26,742.30		

VI. Función objetivo

Referentes al terreno				
descripción	variables	costo	observaciones	
Costo del terreno	CT	113,847,200.00	Costo del terreno	

Referentes a la obra civil				
descripción	variables	costo	observaciones	
a) Limpieza de terreno y preliminares	Cft	57,883.74		
b) Excavación del sótano	Cfs	2,027,429.52		
c) Sistema de cimentación	Cfz	11,632,688.74		
d) Muros de contención	Csm	1,687,173.11		
e) Estructura de plantas de estacionamiento de sótano	Cse	4,926,825.05		
f) Estructura de plantas de servicios	Css	3,299,748.96		
g) Estructura de plantas de áreas públicas	Csp	6,075,433.43		
h) Estructura de plantas de habitaciones	Csh	10,755,834.52		
i) Albañilería y acabados en estacionamiento sótano	Cae	657,848.49		
j) Albañilería y acabados en áreas de servicios	Cas	2,500,843.66		
k) Albañilería y acabados en áreas públicas	Cap	7,002,547.65		
l) Albañilería y acabados en habitaciones	Cah	24,261,280.14		
m) Acabados exteriores en azotea	Cxz	402,369.54		
n) Acabados exteriores en fachada	Cxf	5,088,847.37		
ñ) Elevadores públicos	Cep	2,728,291.20		
o) Elevadores de servicios	Ces	4,243,699.81		
p) Instalación eléctrica	cle	12,105,907.26		
q) Instalación hidrosanitaria	ch	10,262,908.73		
s) Instalación de aire acondicionado	cia	11,394,994.78		
t) Estacionamiento exterior	Coe	125,767.77		
u) Alberca y recreativos	Coa	1,179,395.55		
v) Canchas de tenis	Cot	736,320.83		
w) Jardines exteriores	Coj	161,066.68		
x) Barda perimetral	Cap	372,175.26		
Total Obra civil		123,687,281.80		
Costo \$/m2		4,625.15		

Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles

Fecha: Abril de 1997  
Dils 8.00  
No de cuartos: 250  
Factor de indirectos 1.24  
Localización México D.F.

proyecto: Hotel cinco estrellas zona Polanco  
autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

**RESULTADOS**

Función objetivo: MINIMIZAR

descripción	variables	costo \$	\$ dils/cio
Costo del terreno	CT	113,847,200.00	56,923.60
Costo Obra civil	OC	123,687,281.80	61,843.64
<b>Suma Terreno + Obra civil</b>		<b>237,534,481.79</b>	<b>118,767.24</b>

VII. Restricciones

Determinados por la localización

descripción	valor variable	tipo restr.	valor límite	observaciones
a) Uso de suelo	21,346.35	menor=	21,346.35	
b) Area libre del terreno	0.25	mayor=	0.25	
c) Altura de construcción	28.35	menor=	76.57	
d) Resistencia mínima del terreno	10.00	mayor=	10.00	
e) Resistencia máxima del terreno	10.00	menor=	30.00	

Determinado por la localización del terreno

descripción	valor variable	tipo restr.	valor límite	observaciones
f) Distancia media global	65.34	menor=	416.67	
g) Area de sótano mínima	8,973.76	mayor=	3,577.81	
h) Area de sótano máxima	8,973.76	menor=	9,365.31	
i) Area máxima de estacionamiento en sótano	5,395.95	menor=	5,787.50	
j) Area de construcción superior mínima	17,768.54	mayor=	17,768.54	
k) Area mínima de áreas de servicios	3,577.81	mayor=	3,577.81	
l) Area mínima de áreas públicas	5,988.54	mayor=	5,988.54	
m) Area mínima de áreas de habitaciones	11,780.00	mayor=	11,780.00	
n) Area máxima de construcción exterior	711.55	menor=	711.54	
o) Area mínima de jardines exterior	2,134.63	mayor=	170.00	
p) Area mínima de azotea	2,134.63	mayor=	750.00	

Limitaciones físicas

descripción	valor variable	tipo restr.	valor límite	observaciones
q) Lado a de desplante de edificio	46.55	menor=	46.55	
r) Lado b de desplante de edificio	61.15	menor=	61.15	
s) Lado A del terreno	46.55	menor=	100.00	
t) Lado B del terreno	61.15	menor=	100.00	

No negatividad

descripción	valor variable	tipo restr.	valor límite	variable
Resistencia del terreno	10.00	mayor	-	Rt
Lado X del terreno	46.55	mayor	-	A
Lado Y del terreno	61.15	mayor	-	B
Lado X del edificio	46.55	mayor	-	a
Lado Y del edificio	45.86	mayor	-	b
Distancia al inicio del desplante	15.29	mayor	-	Y
Niveles de estacionamiento en sótano	2.53	mayor=	-	Ne
Niveles de áreas de servicios	1.68	mayor	-	Ns
Niveles de áreas públicas	2.81	mayor	-	Np
Niveles de habitaciones	5.52	mayor	-	Nh

La siguiente etapa consiste en la evaluación del terreno actual en proceso de negociación. Como este terreno es bastante irregular y sus condiciones son especiales, se realizaron algunos cambios al modelo que es necesario mencionar:

a) Como el área del terreno es de 1,176 m<sup>2</sup>, se ajustó el área a la de un rectángulo equivalente con los siguientes datos:

Lado X: 50.4 m

Lado Y: 23.3 m

de esta forma las restricciones del terreno se fijaron a las dimensiones preestablecidas. Para su definición se buscó que el área de desplante resultante se pudiera colocar en el terreno real irregular.

b) Como para este caso fué evidente que el terreno no satisfacía las restricciones de reglamentación, y dado que los inversionistas definieron que era posible solicitar excensiones a estas reglamentaciones con el pago de un permiso adicional, las restricciones de uso de suelo y altura fueron modificadas para encontrar un punto que pudiera ser factible.

A continuación se presentan las tablas de captura de información del modelo y las hojas de resultados para la evaluación del terreno que se está negociando.

**Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles**

Fecha: Abril de 1997  
 Dlls \$8.00  
 No de cuartos: 250  
 Factor de indirectos 1.24  
 Localización México D.F.

**Evaluación de terreno factible**  
 proyecto: Hotel cinco estrellas zona Polanco  
 autor: Juan Pablo Jáuregul Marentes

I. Características generales del proyecto			
Descripción	unidad	cantidad	observaciones
a) Area mínima de construcción del hotel	m2	21,346.35	
b) Area mínima de construcción superior	m2	17,768.54	
c) Area mínima de áreas de servicios	m2	3,577.81	
d) Area mínima de áreas públicas	m2	5,988.54	
e) Area mínima de áreas de habitaciones	m2	11,780.00	
f) Area máxima de construcción en sótanos	m2	9,365.31	
d) Area mínima de construcción en sótanos	m2	3,577.81	
e) Area total de estacionamiento	m2	5,787.50	
f) Area de alberca y recreativos	m2	320.00	
g) Area de canchas de tenis	m2	750.00	
h) Areas exteriores mínimas	m2	490.00	
i) Areas mínima de Jardín exterior	m2	170.00	
j) Distancia medla global máxima	mts	416.67	
k) Alturas de niveles de entreplso			
k.1) Estacionamiento de sótano	mts	2.85	
k.2) Plantas de áreas de servicios	mts	3.00	
k.3) Plantas de áreas públicas	mts	4.50	
k.4) Plantas de habitaciones	mts	2.85	

II. Características generales de la localización			
Descripción	unidad	cantidad	observaciones
a) Precio del terreno	\$/m2	\$40,000	zona Polanco
b) Ancho de avenida principal	mts	23.00	
c) Datos del terreno			
c.1) Ancho máximo de X	mts	100.00	
c.2) Ancho máximo de Y	mts	100.00	
d) Resistencia del terreno			
d.1) Resistencia mínima	ton/m2	10.00	
d.2) Resistencia máxima	ton/m2	30.00	
e) Constantes de la reglamentación de la zona			
a) Intensidad de uso de suelo	Fus	19	(alta)
b) Area libre de construcción	Flt	23%	



**Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles**

Fecha: Abril de 1997

Dlts 8.00

No de cuartos: 250

Factor de indirectos 1.24

Localización México D.F.

**Evaluación de terreno factible**

proyecto: **Hotel cinco estrellas zona Polanco**

autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

iii. Costos constantes establecidos para el modelo				
Variables referentes del modelo				
	variables	valor	observaciones	
	Nt	31.70	Número total de niveles	
	fnp	1.59	Factor de número de pisos	
descripción	variable	unidad	costo	costo sin ajuste
1) Limpieza de terreno y preliminares	cft	\$/m2	26.78	13.55
2) Muros de contención	csm	\$/m2	982.74	497.17
3) Albañilería y acabados				
Estacionamiento cubierto	cae	\$/m2	160.54	81.22
Area de servicios	cas	\$/m2	920.45	465.65
Areas públicas	cap	\$/m2	1,539.80	778.98
Habitaciones	cah	\$/m2	2,712.05	1,372.02
4) Acabados exteriores	cx	\$/m2		
Azotea	cxz	\$/m2	248.22	125.57
Fachada	cx	\$/m2	1,278.88	646.98
5) Elevadores				
Elevadores públicos	cep	\$/m	126,716.69	64,105.98
Elevadores de servicios	ces	\$/m	137,693.02	69,658.90
6) Otras instalaciones				
Instalación eléctrica	cie	\$/m2	596.11	301.57
Hidrosanitaria	cih	\$/m2	505.36	255.66
Aire acondicionado	cia	\$/m2	561.10	283.86
7) Albañilería y acabados en exteriores				
Estacionamiento exterior	coe	\$/m2	422.98	213.98
Alberca y recreativos	coa	\$/m2	4,853.31	2,455.29
Canchas de tenis	cot	\$/m2	1,292.81	654.03
Jardines exteriores	coj	\$/m2	99.36	50.27
Barda perimetral	cop	\$/m	2,275.39	1,151.12

**Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles**

Fecha: Abril de 1997

Dlts 8.00

No de cuartos: 250

Factor de indirectos 1.24

Localización México D.F.

**Evaluación de terreno factible**

proyecto: **Hotel cinco estrellas zona Polanco**

autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

IV. Costos variables establecidos para el modelo

Variables referentes del modelo		
variables	valor	observaciones
Rt	10.00	Resistencia del terreno
h	31.81	Altura de excavación
Nt	31.70	Número total de niveles

Función de costo de excavación				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fes	1.00000			factor de escalación
C0	1.78053			
C1	0.95541			
C2	1.00197			
C3	1.05233			
C4	1.01513			
C5	1.00178			
C6	1.00000			
C7	0.99996			
C8	1.00011			
min		1.66		
max		390.57		
acarreo		31.08		
<b>cfz(Rt)</b>		<b>522.85</b>	<b>82,487,703.84</b>	

Función de costo de cimentación				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fez	1.29381			factor de escalación
C0	40.69594			
C1	0.18087			
C2	(0.00565)			
C3	9.38234			
C4	2.42353			
C5	(0.67344)			
C6	0.00030			
C7	0.00748			
C8	(0.04104)			
min		35.08		
max		350.80		
<b>cfz(Nt,Rt)</b>		<b>434.99</b>	<b>2,850.76</b>	

**Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles**

Fecha: Abril de 1997

Dlts 8.00

No de cuartos: 250

Factor de indirectos 1.24

Localización México D.F.

**Evaluación de terreno factible**  
proyecto: **Hotel cinco estrellas zona Polanco**  
autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

IV. Costos variables establecidos para el modelo				
<b>Costo de estructura de estacionamiento en sótano</b>				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fs	1.00000			
fae	0.99000			
C0	324.28812			
C1	31.93000			
C2	1.00187			
min				
max		3,500.00		
<b>cse(NI)</b>		<b>913.06</b>	<b>736.34</b>	
<b>Costo de estructura de área de servicios</b>				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fs	1.00000			
fae	1.00000			
C0	324.28812			
C1	31.93000			
C2	1.00187			
min				
max		3,500.00		
<b>css(NI)</b>		<b>922.28</b>	<b>743.78</b>	
<b>Costo de estructura de áreas públicas</b>				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fs	1.00000			
fae	1.10000			
C0	324.28812			
C1	31.93000			
C2	1.00187			
min				
max		3,500.00		
<b>csp(NI)</b>		<b>1,014.51</b>	<b>818.15</b>	
<b>Costo de estructura de planta habitaciones</b>				
variables	valor	costo	costo sin cotas	observaciones
fs	1.00000			
fae	0.99000			
C0	324.28812			
C1	31.93000			
C2	1.00187			
min				
max		3,500.00		
<b>csh(NI)</b>		<b>913.06</b>	<b>736.34</b>	

Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles

Fecha: Abril de 1997  
Dils 8.00  
No de cuartos: 250  
Factor de indirectos 1.24  
Localización México D.F.

Evaluación de terreno factible  
proyecto: Hotel cinco estrellas zona Palanco  
autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

V. Variables establecidas por el modelo

Referentes al terreno				
	descripción	variables	valor	observaciones
	Resistencia del terreno	Rt	10.00	
	Lado X del terreno	A	50.40	
	Lado Y del terreno	B	23.33	
	Area total del terreno	m2	1,175.83	

Referentes al Hotel				
	descripción	variables	valor	observaciones
	Lado X del edificio	a	39.04	
	Lado Y del edificio	b	21.92	
	Distancia al inicio del despunte	y'	1.41	
	Niveles de estacionamiento en sótano	Ne	6.76	
	Niveles de áreas de servicios	Ns	4.18	
	Niveles de áreas públicas	Np	7.00	
	Niveles de habitaciones	Nh	13.76	
	Número total de niveles	Nt	31.70	
	Area de construcción total del hotel	m2	27,133.85	

VI. Función objetivo

Referentes al terreno				
	descripción	variables	costo	observaciones
	Costo del terreno	CT	47,033,280.00	Costo del terreno

Referentes a la obra civil				
	descripción	variables	costo	observaciones
a)	Limpeza de terreno y preliminares	Cft	31,489.68	
b)	Excavación del sótano	Cfs	14,235,948.93	
c)	Sistema de cimentación	Cfz	11,803,007.68	
d)	Muros de contención	Csm	3,812,102.26	
e)	Estructura del plantas de estacionamiento de sótano	Cse	5,284,328.71	
f)	Estructura de plantas de servicios	Css	3,299,748.96	
g)	Estructura de plantas de áreas públicas.	Csp	6,075,433.43	
h)	Estructura de plantas de habitaciones	Csh	10,755,834.52	
i)	Albañilería y acabados en estacionamiento sótano	Caé	929,131.60	
j)	Albañilería y acabados en áreas de servicios	Cas	3,293,177.99	
k)	Albañilería y acabados en áreas públicas	Cap	9,221,142.52	
l)	Albañilería y acabados en habitaciones	Cah	31,947,904.26	
m)	Acabados exteriores en azotea	Cxz	212,431.37	
n)	Acabados exteriores en fachada	Cxf	11,026,817.69	
ñ)	Elevadores públicos	Cep	8,960,958.99	
o)	Elevadores de servicios	Ces	14,117,790.87	
p)	Instalación eléctrica	cle	16,174,787.60	
q)	Instalación hidrosanitaria	clh	13,712,344.34	
s)	Instalación de aire acondicionado	cía	15,224,932.45	
t)	Estacionamiento exterior	Coe	(0.00)	
u)	Alberca y recreativos	Coa	1,563,059.68	
v)	Canchas de tenis	Cot	969,607.01	
w)	Jardines exteriores	Coj	85,035.31	
x)	Barda perimetral	Cop	335,529.34	
	Total Obra civil		183,062,545.19	
	Costo \$/m2		6,746.65	

Optimización de costos de terreno y obra civil  
para proyectos de inversión en Hoteles

Fecha: Abril de 1997

Dlls 8.00

No de cuartos: 250

Factor de Indirectos 1.24

Localización México D.F.

Evaluación de terreno factible

proyecto: Hotel cinco estrellas zona Polanco

autor: Juan Pablo Jáuregui Marentes

RESULTADOS

Función objetivo: MINIMIZAR

descripción	variables	costo \$	\$ dlls/cio
Costo del terreno	CT	47,033,280.00	23,516.64
Costo Obra civil	OC	183,062,545.19	91,531.27
Suma Terreno + Obra civil		230,095,825.19	115,047.91

VII. Restricciones

Determinados por la localización

descripción	valor variable	tipo restr.	valor límite	observaciones
a) Uso de suelo	21,346.35	menor=	22,340.81	
b) Area libre del terreno	0.27	mayor=	0.23	
c) Altura de construcción	70.72	menor=	70.72	
d) Resistencia mínima del terreno	10.00	mayor=	10.00	
e) Resistencia máxima del terreno	10.00	menor=	30.00	

Determinado por la localización del terreno

descripción	valor variable	tipo restr.	valor límite	observaciones
f) Distancia media global	44.78	menor=	416.67	
g) Area de sótano mínima	9,365.31	mayor=	3,577.81	
h) Area de sótano máxima	9,365.31	menor=	9,365.31	
i) Area máxima de estacionamiento en sótano	5,787.50	menor=	5,787.50	
j) Area de construcción superior mínima	17,768.54	mayor=	17,768.54	
k) Area mínima de áreas de servicios	3,577.81	mayor=	3,577.81	
l) Area mínima de áreas públicas	5,988.54	mayor=	5,988.54	
m) Area mínima de áreas de habitaciones	11,780.00	mayor=	11,780.00	
n) Area máxima de construcción exterior	320.00	menor=	320.00	
o) Area mínima de jardines exterior	855.83	mayor=	170.00	
p) Area mínima de azotea	855.83	mayor=	750.00	

Limitaciones físicas

descripción	valor variable	tipo restr.	valor límite	observaciones
a) Lado a de desplante de edificio	39.04	menor=	50.40	
b) Lado b de desplante de edificio	23.33	menor=	23.33	
c) Lado A del terreno	50.40	menor=	100.00	
d) Lado B del terreno	23.33	menor=	100.00	

No negatividad

descripción	valor variable	tipo restr.	valor límite	variable
Resistencia del terreno	10.00	mayor	-	Rf
Lado X del terreno	50.40	mayor	50.40	A
Lado Y del terreno	23.33	mayor	23.33	B
Lado X del edificio	39.04	mayor	-	a
Lado Y del edificio	21.92	mayor	-	b
Distancia al inicio del desplante	1.41	mayor	-	y'
Niveles de estacionamiento en sótano	6.76	mayor=	-	Ne
Niveles de áreas de servicios	4.18	mayor	-	Ns
Niveles de áreas públicas	7.00	mayor	-	Np
Niveles de habitaciones	13.76	mayor	-	Nh

### 5.1 Análisis de sensibilidad

Para el caso del terreno óptimo lo más significativo es lo siguiente:

#### a) Terreno:

La resistencia de terreno óptima es la más baja permitida (10 ton/m<sup>2</sup>). Esto está directamente relacionado con el costo del terreno, el cual hace preferible utilizar muchos sótanos para optimizar en el costo del terreno. Un aumento de resistencia del terreno a 30ton/m<sup>2</sup> significaría un incremento en la función objetivo del 19.73%. Esto puede demostrar la gran ventaja que tendría conocer previamente, mediante algún estudio de mecánica de suelos, la resistencia del terreno; ya que un cambio de este tipo puede afectar la viabilidad del proyecto.

Respecto de las dimensiones de los lados del terreno óptimo, puede observarse que el que tiene menor aprovechamiento es el lado A (frente), por lo cual es preferible tener la menor dimensión en este punto. Un incremento en esta dimensión afecta hasta en un 55% a la función objetivo, mientras que el lado B (fondo) hasta un 30.6%.

#### b) Diseño del hotel

Para el terreno óptimo, no afecta una disminución en la distancia al área de desplante ( $y'$ ), lo cuál puede permitir jugar con este punto al arquitecto encargado del diseño.

En la interpretación del número de pisos, una cantidad no entera solo significaría la utilización parcial del nivel inmediato superior al redondeo; ya que no existe problema respecto a la restricción de altura máxima permitida. Para el número de niveles de estacionamiento, existe un cambio factible del 7% que significaría un incremento del 0.7 % en el valor de la función objetivo.

Para realizar el análisis de sensibilidad se utilizaron los reportes de Excel Solver, a continuación son presentados:

Microsoft Excel 5.0a Answer Report  
 Worksheet: (modelo2)Resultado  
 Report Created: 7/9/97 1:47

Target Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$F\$91	Suma Terreno + Obra civil costo \$	239,335,810.89	237,534,481.79

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$F\$16	Rt valor	10.00	10.00
\$F\$17	A valor	45.04	46.55
\$F\$18	B valor	63.20	61.15
\$F\$23	a valor	45.04	46.55
\$F\$24	b valor	44.24	45.86
\$F\$25	y' valor	18.96	15.29
\$F\$26	Ne valor	2.64	2.53
\$F\$27	Ns valor	1.80	1.68
\$F\$28	Np valor	3.01	2.81
\$F\$29	Nh valor	5.91	5.52

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$D\$97	a) Uso de suelo valor variable	21,346.35	\$D\$97<=\$F\$97	Not Bindin	21,346.35
\$D\$98	b) Area libre del terreno valor variable	0.25	\$D\$98>=\$F\$98	Binding	-
\$D\$99	c) Altura de construcción valor variable	28.35	\$D\$99<=\$F\$99	Not Bindin	124.80
\$D\$105	f) Distancia media global valor variable	65.34	\$D\$105<=\$F\$105	Not Bindin	351.33
\$D\$106	g) Area de sótano mínima valor variable	8,973.76	\$D\$106>=\$F\$106	Not Bindin	5,395.95
\$D\$107	h) Area de sótano máxima valor variable	8,973.76	\$D\$107<=\$F\$107	Not Bindin	391.55
\$D\$108	i) Area máxima de estacionamiento en sótano v	5,395.95	\$D\$108<=\$F\$108	Not Bindin	391.55
\$D\$109	j) Area de construcción superior mínima valor va	17,768.54	\$D\$109>=\$F\$109	Binding	-
\$D\$113	n) Area máxima de construcción exterior valor v	711.55	\$D\$113<=\$F\$113	Not Bindin	711.54
\$D\$114	o) Area mínima de Jardines exterior valor variabl	2,134.63	\$D\$114>=\$F\$114	Not Bindin	1,964.63
\$D\$115	p) Area mínima de azotea valor variable	2,134.63	\$D\$115>=\$F\$115	Not Bindin	1,384.63
\$D\$119	q) Lado a de desplante de edificio valor variabl	46.55	\$D\$119<=\$F\$119	Not Bindin	46.55
\$D\$120	r) Lado b de desplante de edificio valor variable	61.15	\$D\$120<=\$F\$120	Not Bindin	61.15
\$D\$121	s) Lado A del terreno valor variable	46.55	\$D\$121<=\$F\$121	Not Bindin	53.45
\$D\$122	t) Lado B del terreno valor variable	61.15	\$D\$122<=\$F\$122	Not Bindin	38.85
\$D\$126	Resistencia del terreno valor variable	10.00	\$D\$126>=\$F\$126	Not Bindin	10.00
\$D\$127	Lado X del terreno valor variable	46.55	\$D\$127>=\$F\$127	Not Bindin	46.55
\$D\$128	Lado Y del terreno valor variable	61.15	\$D\$128>=\$F\$128	Not Bindin	61.15
\$D\$129	Lado X del edificio valor variable	46.55	\$D\$129>=\$F\$129	Not Bindin	46.55
\$D\$130	Lado Y del edificio valor variable	45.86	\$D\$130>=\$F\$130	Not Bindin	45.86
\$D\$131	Distancia al inicio del desplante valor variable	15.29	\$D\$131>=\$F\$131	Not Bindin	15.29
\$D\$132	Niveles de estacionamiento en sótano valor vari	2.53	\$D\$132>=\$F\$132	Not Bindin	2.53
\$D\$133	Niveles de áreas de servicios valor variable	1.68	\$D\$133>=\$F\$133	Not Bindin	1.68
\$D\$134	Niveles de áreas públicas valor variable	2.81	\$D\$134>=\$F\$134	Not Bindin	2.81
\$D\$135	Niveles de habitaciones valor variable	5.52	\$D\$135>=\$F\$135	Not Bindin	5.52
\$D\$111	l) Area mínima de áreas públicas valor variable	5,988.54	\$D\$111>=\$F\$111	Binding	-
\$D\$110	k) Area mínima de áreas de servicios valor varia	3,577.81	\$D\$110>=\$F\$110	Binding	-
\$D\$112	m) Area mínima de áreas de habitaciones valor	11,780.00	\$D\$112>=\$F\$112	Binding	-
\$D\$100	d) Resistencia mínima del terreno valor variable	10.00	\$D\$100>=\$F\$100	Binding	-
\$D\$101	e) Resistencia máxima del terreno valor variable	10.00	\$D\$101<=\$F\$101	Not Bindin	20.00

**Microsoft Excel 5.0a Sensitivity Report**  
**Worksheet: (modelo2)Resultado**  
**Report Created: 7/9/97 1:47**

Changing Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Gradient
\$F\$16	Rt valor	10.00	0.00
\$F\$17	A valor	46.55	0.00
\$F\$18	B valor	61.15	0.00
\$F\$23	a valor	46.55	0.00
\$F\$24	b valor	45.86	0.00
\$F\$25	y' valor	15.29	0.00
\$F\$26	Ne valor	2.53	0.00
\$F\$27	Ns valor	1.68	0.00
\$F\$28	Np valor	2.81	0.00
\$F\$29	Nh valor	5.52	0.00

Constraints

Cell	Name	Final Value	Lagrange Multiplier
\$D\$97	a) Uso de suelo valor variable	21,346.35	(3,659.10)
\$D\$98	b) Area libre del terreno valor variable	0.25	31,979,113.90
\$D\$99	c) Altura de construcción valor variable	28.35	-
\$D\$105	f) Distancia media global valor variable	65.34	-
\$D\$106	g) Area de sótano mínima valor variable	8,973.76	-
\$D\$107	h) Area de sótano máxima valor variable	8,973.76	-
\$D\$108	i) Area máxima de estacionamiento en sótano v	5,395.95	-
\$D\$109	j) Area de construcción superior mínima valor vc	17,768.54	-
\$D\$113	n) Area máxima de construcción exterior valor v	711.55	(4,299.96)
\$D\$114	o) Area mínima de jardines exterior valor variabl	2,134.63	-
\$D\$115	p) Area mínima de azotea valor variable	2,134.63	-
\$D\$119	q) Lado a de desplante de edificio valor variabl	46.55	1,083.98
\$D\$120	r) Lado b de desplante de edificio valor variable	61.15	-
\$D\$121	s) Lado A del terreno valor variable	46.55	-
\$D\$122	t) Lado B del terreno valor variable	61.15	-
\$D\$126	Resistencia del terreno valor variable	10.00	-
\$D\$127	Lado X del terreno valor variable	46.55	-
\$D\$128	Lado Y del terreno valor variable	61.15	-
\$D\$129	Lado X del edificio valor variable	46.55	-
\$D\$130	Lado Y del edificio valor variable	45.86	-
\$D\$131	Distancia al inicio del desplante valor variable	15.29	-
\$D\$132	Niveles de estacionamiento en sótano valor vari	2.53	-
\$D\$133	Niveles de áreas de servicios valor variable	1.68	-
\$D\$134	Niveles de áreas públicas valor variable	2.81	-
\$D\$135	Niveles de habitaciones valor variable	5.52	-
\$D\$111	l) Area mínima de áreas públicas valor variable	5,988.54	8,999.78
\$D\$110	k) Area mínima de áreas de servicios valor vari	3,577.81	8,851.93
\$D\$112	m) Area mínima de áreas de habitaciones valo	11,780.00	9,494.60
\$D\$100	d) Resistencia mínima del terreno valor variable	10.00	1,758,457.00
\$D\$101	e) Resistencia máxima del terreno valor variable	10.00	-



Microsoft Excel 5.0a Limits Report  
 Worksheet: (modelo2)Resultado  
 Report Created: 7/9/97 1:47

Cell	Target Name	Value
\$F\$91	Suma Terreno + Obra civil cc	237,534,481.79

Cell	Adjustable Name	Value
\$F\$16	Rt valor	10.00
\$F\$17	A valor	46.55
\$F\$18	B valor	61.15
\$F\$23	a valor	46.55
\$F\$24	b valor	45.86
\$F\$25	y valor	15.29
\$F\$26	Ne valor	2.53
\$F\$27	Ns valor	1.68
\$F\$28	Np valor	2.81
\$F\$29	Nh valor	5.52

Lower Limit	Target Result
10.00	237,534,481.79
46.55	237,534,481.79
61.15	237,534,481.79
46.55	237,534,481.79
45.86	237,534,481.79
0.00	237,534,481.79
2.53	237,534,481.79
1.68	237,534,481.79
2.81	237,534,481.79
5.52	237,534,481.79

Upper Limit	Target Result
30.00	284,389,043.80
100.00	368,774,426.94
100.00	310,179,858.85
46.55	237,534,481.79
45.86	237,534,481.79
15.29	237,534,481.79
2.71	239,267,428.96
1.68	237,534,481.79
2.81	237,534,481.79
5.52	237,534,481.79

Para el caso del terreno que se encuentra en negociación, lo más significativo es lo siguiente:

a) Terreno:

Al igual que en el del terreno óptimo, la resistencia de terreno adecuada es la más baja permitida (10 ton/m<sup>2</sup>). Esto hace más económica la excavación, lo cual hace preferible utilizar muchos sótanos para optimizar en el costo del terreno.

Un aumento de resistencia del terreno a 30ton/m<sup>2</sup>, incrementaría un 21.3% el costo del proyecto; lo cual puede significar una variación muy fuerte para los análisis financieros complementarios y en su caso, que el proyecto se convierta en inviable. Por ello, vale la pena realizar un estudio de mecánica de suelos, antes de tomar cualquier decisión.

Comparando el costo total de esta opción respecto del terreno óptimo, hay un ahorro de \$7,438,660. Este monto sería factible pagarlo para el permiso de autorización de mayor uso de suelo, un costo mayor estaría por encima del costo óptimo. Por ello es recomendable para el inversionista, evaluar con este procedimiento más opciones.

b) Diseño del hotel

Como las dimensiones de terreno están restringidas a las del terreno en negociación, no existe posibilidad de variación en los parámetros de pisos.

Es importante observar que en este caso no se está respetando la reglamentación de uso de suelo, por lo que la factibilidad de este diseño está sujeta a la posibilidad de una autorización aún por definir.

Adicionalmente, es necesario un estudio arquitectónico detallado para observar la viabilidad del prediseño resultante de la modelación, ya que por cuestiones de restricción de terreno, la planta de desplante es muy pequeña.

Por todo ello, este resultado puede alertar al inversionista respecto de los riesgos que implican el negociar este terreno y buscar información adicional precisa para poder tomar una decisión.

Además con estos resultados, puede ahora tener una visión más clara de lo que necesita comprar; ya que con este procedimiento es factible evaluar otras alternativas, y bajo el criterio de costo óptimo del proyecto global, distinguir la mejor. Lo cual representa una ventaja significativa, respecto de los criterios actuales; ya que pudiera presentarse el caso de tener una *Terreno* con un costo menor parcial, pero que por sus condiciones físicas implique un mayor costo en la *Obra Civil*. Si se evalúa solo por el costo del *Terreno*, se podría tomar al final una mala decisión.

A continuación se presentan las tablas utilizadas para este análisis.

Microsoft Excel 5.0a Answer Report  
 Worksheet: (modelo1)Resultado  
 Report Created: 7/9/97 2:27  
 Evaluación de terreno factible

Target Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$F\$91	Suma Terreno + Obra civil costo \$	230,095,826.30	230,095,825.19

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$F\$16	Rt valor	10.00	10.00
\$F\$17	A valor	50.40	50.40
\$F\$18	B valor	23.33	23.33
\$F\$23	a valor	39.04	39.04
\$F\$24	b valor	21.92	21.92
\$F\$25	y' valor	1.41	1.41
\$F\$26	Ne valor	6.76	6.76
\$F\$27	Ns valor	4.18	4.18
\$F\$28	Np valor	7.00	7.00
\$F\$29	Nh valor	13.76	13.76

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$D\$97	a) Uso de suelo valor variable	21,346.35	\$D\$97<=\$F\$97	Not Bindin	23,335.27
\$D\$98	b) Area libre del terreno valor variable	0.27	\$D\$98>=\$F\$98	Not Bindin	0.05
\$D\$99	c) Altura de construcción valor variable	70.72	\$D\$99<=\$F\$99	Not Bindin	70.72
\$D\$105	f) Distancia media global valor variable	44.78	\$D\$105<=\$F\$105	Not Bindin	371.89
\$D\$106	g) Area de sótano mínima valor variable	9,365.31	\$D\$106>=\$F\$106	Not Bindin	5,787.50
\$D\$107	h) Area de sótano máxima valor variable	9,365.31	\$D\$107<=\$F\$107	Binding	-
\$D\$108	i) Area máxima de estacionamiento en sótano v	5,787.50	\$D\$108<=\$F\$108	Binding	-
\$D\$109	j) Area de construcción superior mínima valor va	17,768.54	\$D\$109>=\$F\$109	Binding	-
\$D\$113	n) Area máxima de construcción exterior valor v	320.00	\$D\$113<=\$F\$113	Not Bindin	320.00
\$D\$114	o) Area mínima de Jardines exterior valor variabl	855.83	\$D\$114>=\$F\$114	Not Bindin	685.83
\$D\$115	p) Area mínima de azotea valor variable	855.83	\$D\$115>=\$F\$115	Not Bindin	105.83
\$D\$119	q) Lado a de desplante de edificio valor variabl	39.04	\$D\$119<=\$F\$119	Not Bindin	61.76
\$D\$120	r) Lado b de desplante de edificio valor variable	23.33	\$D\$120<=\$F\$120	Not Bindin	23.33
\$D\$121	s) Lado A del terreno valor variable	50.40	\$D\$121<=\$F\$121	Not Bindin	49.60
\$D\$122	t) Lado B del terreno valor variable	23.33	\$D\$122<=\$F\$122	Not Bindin	76.67
\$D\$126	Resistencia del terreno valor variable	10.00	\$D\$126>=\$F\$126	Not Bindin	10.00
\$D\$127	Lado X del terreno valor variable	50.40	\$D\$127=\$F\$127	Binding	-
\$D\$128	Lado Y del terreno valor variable	23.33	\$D\$128=\$F\$128	Binding	-
\$D\$129	Lado X del edificio valor variable	39.04	\$D\$129>=\$F\$129	Not Bindin	39.04
\$D\$130	Lado Y del edificio valor variable	21.92	\$D\$130>=\$F\$130	Not Bindin	21.92
\$D\$131	Distancia al inicio del desplante valor variable	1.41	\$D\$131>=\$F\$131	Not Bindin	1.41
\$D\$132	Niveles de estacionamiento en sótano valor vari	6.76	\$D\$132>=\$F\$132	Not Bindin	6.76
\$D\$133	Niveles de áreas de servicios valor variable	4.18	\$D\$133>=\$F\$133	Not Bindin	4.18
\$D\$134	Niveles de áreas públicas valor variable	7.00	\$D\$134>=\$F\$134	Not Bindin	7.00
\$D\$135	Niveles de habitaciones valor variable	13.76	\$D\$135>=\$F\$135	Not Bindin	13.76
\$D\$111	l) Area mínima de áreas públicas valor variable	5,988.54	\$D\$111>=\$F\$111	Binding	-
\$D\$110	k) Area mínima de áreas de servicios valor varia	3,577.81	\$D\$110>=\$F\$110	Binding	-
\$D\$112	m) Area mínima de áreas de habitaciones valor	11,780.00	\$D\$112>=\$F\$112	Binding	-
\$D\$100	d) Resistencia mínima del terreno valor variable	10.00	\$D\$100>=\$F\$100	Binding	-
\$D\$101	e) Resistencia máxima del terreno valor variable	10.00	\$D\$101<=\$F\$101	Not Bindin	20.00

Microsoft Excel 5.0a Sensitivity Report

Worksheet: (modelo1)Resultado

Report Created: 7/9/97 2:28

Evaluación de terreno factible

Changing Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Gradient
\$F\$16	Rt valor	10.00	0.00
\$F\$17	A valor	50.40	0.00
\$F\$18	B valor	23.33	0.00
\$F\$23	a valor	39.04	0.00
\$F\$24	b valor	21.92	0.00
\$F\$25	y' valor	1.41	0.00
\$F\$26	Ne valor	6.76	0.00
\$F\$27	Ns valor	4.18	0.00
\$F\$28	Np valor	7.00	0.00
\$F\$29	Nh valor	13.76	0.00

Constraints

Cell	Name	Final Value	Lagrange Multiplier
\$D\$97	a) Uso de suelo valor variable	21,346.35	-
\$D\$98	b) Area libre del terreno valor variable	0.27	-
\$D\$99	c) Altura de construcción valor variable	70.72	(65,637.43)
\$D\$105	f) Distancia media global valor variable	44.78	-
\$D\$106	g) Area de sótano mínima valor variable	9,365.31	-
\$D\$107	h) Area de sótano máxima valor variable	9,365.31	-
\$D\$108	i) Area máxima de estacionamiento en sótano v	5,787.50	(92,420.77)
\$D\$109	j) Area de construcción superior mínima valor vc	17,768.54	-
\$D\$113	n) Area máxima de construcción exterior valor v	320.00	(99,545.34)
\$D\$114	o) Area mínima de Jardines exterior valor variabl	855.83	-
\$D\$115	p) Area mínima de azotea valor variable	855.83	-
\$D\$119	q) Lado a de desplante de edificio valor variabl	39.04	-
\$D\$120	r) Lado b de desplante de edificio valor variable	23.33	(190,151.63)
\$D\$121	s) Lado A del terreno valor variable	50.40	-
\$D\$122	t) Lado B del terreno valor variable	23.33	-
\$D\$126	Resistencia del terreno valor variable	10.00	-
\$D\$127	Lado X del terreno valor variable	50.40	(1,381,699.08)
\$D\$128	Lado Y del terreno valor variable	23.33	(3,180,328.36)
\$D\$129	Lado X del edificio valor variable	39.04	-
\$D\$130	Lado Y del edificio valor variable	21.92	-
\$D\$131	Distancia al inicio del desplante valor variable	1.41	-
\$D\$132	Niveles de estacionamiento en sótano valor vari	6.76	-
\$D\$133	Niveles de áreas de servicios valor variable	4.18	-
\$D\$134	Niveles de áreas públicas valor variable	7.00	-
\$D\$135	Niveles de habitaciones valor variable	13.76	-
\$D\$111	l) Area mínima de áreas públicas valor variable	5,988.54	9,136.51
\$D\$110	k) Area mínima de áreas de servicios valor varic	3,577.81	8,340.87
\$D\$112	m) Area mínima de áreas de habitaciones valo	11,780.00	9,270.37
\$D\$100	d) Resistencia mínima del terreno valor variable	10.00	1,775,766.74
\$D\$101	e) Resistencia máxima del terreno valor variable	10.00	-

Microsoft Excel 5.0a Limits Report  
 Worksheet: (modelo 1) Resultado  
 Report Created: 7/9/97 2:28  
 Evaluación de terreno factible

Cell	Target Name	Value
\$F\$91	Suma Terreno + Obra civil cc	230,095,825.19

Cell	Adjustable Name	Value
\$F\$16	Rt valor	10.00
\$F\$17	A valor	50.40
\$F\$18	B valor	23.33
\$F\$23	a valor	39.04
\$F\$24	b valor	21.92
\$F\$25	y' valor	1.41
\$F\$26	Ne valor	6.76
\$F\$27	Ns valor	4.18
\$F\$28	Np valor	7.00
\$F\$29	Nh valor	13.76

Lower Limit	Target Result
10.00	230,095,825.19
50.40	230,095,825.19
23.33	230,095,825.19
39.04	230,095,825.19
21.92	230,095,825.19
1.41	230,095,825.19
6.76	230,095,825.19
4.18	230,095,825.19
7.00	230,095,825.19
13.76	230,095,825.19

Upper Limit	Target Result
30.00	279,305,073.24
50.40	230,095,825.19
23.33	230,095,825.19
39.04	230,095,825.19
21.92	230,095,825.19
1.41	230,095,825.19
6.76	230,095,825.19
4.18	230,095,825.19
7.00	230,095,825.19
13.76	230,095,825.19

## Capítulo 6

### Conclusiones

#### Subíndice

- 6.1) Respecto del modelo conceptual
- 6.2) Respecto de la modelación matemática
- 6.3) Respecto del ajuste de datos de costos de obra civil
- 6.4) Respecto del programa utilizado para resolver la modelación
- 6.5) Respecto de los resultados de la modelación.

## 6) Conclusiones

### 5.1 Respecto del modelo conceptual

Con la información de la estructura general que emplean analistas de hotelería e información estadística de costos de hoteles de empresas especializadas fué posible realizar un análisis de sistemas y de causa-efecto; para encontrar los elementos más relevantes que afectan en forma global a la inversión: las características del *Terreno* y el *Proyecto arquitectónico*. Y así mismo, los elementos que tienen mayor peso económico en los proyectos de inversión de hoteles: el costo del *Terreno* y la *Obra Civil*. Por ello, el costo de la *Obra Civil*, se relacionó con las características del *Terreno* y el *Proyecto arquitectónico* para minimizar el costo global de inversión del proyecto.

Adicionalmente, se ejemplificó como se relaciona la obtención del modelo conceptual con la modelación de programación matemática, y que dadas las interrelaciones de los elementos resulta en no lineal.

Actualmente se realiza un proceso secuencial de diseño para el desarrollo de proyectos hoteleros, en el que se trata de optimizar en cada etapa. En el análisis propuesto, se parte de una idea de diseño integral lo cual puede lograr mayores ahorros en el costo de la inversión.

Debe considerarse que los análisis realizados, son para elementos particulares en el desarrollo de proyectos hoteleros, que utilizaron como criterio la minimización de costos de inversión y que no consideraron costos a lo largo de la operación del hotel.

Queda fuera del alcance de este trabajo, relacionar este análisis con otro tipo de criterios y/o relacionar el desarrollo del modelo conceptual con otro tipo de técnicas de modelación matemática. Asimismo utilizar la metodología de este trabajo; para enfocarla a alguna otra área de diseño distinta de la construcción, y en las que se presenten condiciones susceptibles de modelar de forma similar.

### 6.2 Respecto de la modelación matemática

Para el desarrollo de la modelación matemática fue utilizada la estructura general de los presupuestos paramétricos, incorporando los elementos más importantes de las características del *Terreno* y el *Proyecto arquitectónico* para obtener los costos del *Terreno* y la *Obra Civil*. Para el *Terreno*, estos elementos son: resistencia del terreno, dimensiones de los lados del terreno; y para el *Proyecto arquitectónico*: dimensiones de los lados del edificio, distancia al inicio del desplante, niveles de plantas de estacionamiento en sótano, niveles de plantas de áreas de servicios, niveles de plantas de áreas públicas y niveles de habitaciones.

Con esta modelación es posible relacionar distintos elementos del modelo conceptual del proceso de inversión hotelera, con criterios económico-financieros.

Un conjunto de restricciones del modelo considera la reglamentación de construcción en la que se va a aplicar, en este caso se utilizó la correspondiente al D.F. Cualquier cambio en ello, requeriría un estudio para adaptar a la reglamentación vigente o a la de la localidad en la que se requiera utilizar.

Es necesario considerar que la modelación se plantea para terrenos con geometría muy regular y sin desniveles topográficos importantes; igualmente para hoteles de características muy bien definidas, en cuanto a número de cuartos, clase y distribución de áreas; cualquier cambio a estas consideraciones requeriría una revisión de los parámetros de la modelación.

Este trabajo deja fuera de su alcance, realizar los análisis necesarios para ajustar la modelación a otro tipo de proyectos de construcción como pudieran ser hospitales, oficinas, escuelas, fábricas, etc., y para distintas reglamentaciones y localidades.

### 5.3 Respecto del ajuste datos de costos de obra civil

Empleando la teoría de regresión lineal múltiple y polinomial, de obtuvieron las ecuaciones de regresión polinomial múltiple de una función de grado dos y dos variables, que ajusta bien los costos de obra civil de excavación, cimentación y estructura. Los costos unitarios fueron obtenidos de empresas especializadas en ingeniería de costos, referidos a condiciones de diseño preestablecidas y con vigencia al mes de **Abril de 1997**.

Se encontró que la coincidencia con cada uno de los puntos reales fue muy aproximada y que todas las funciones ajustadas son convexas dentro del rango de datos factibles.

Aunque este procedimiento requiere un mayor esfuerzo de programación, ajusta los datos en una función continua lo que permite la modelación en programación no lineal. Sin embargo, debido a que se contó con pocos puntos estadísticos, para valores extremos muy pequeño o muy grandes pueden distorsionarse mucho los resultados. En este caso es necesario establecer cotas que definan las limitaciones físicas del problema, y validar estos datos cuando este tipo de costos tengan mucha importancia en el resultado global de la modelación.

La información utilizada para ajustar la función del costo de la excavación, considera que el suelo es un material cohesivo, lo que supone que a una mayor capacidad de carga corresponde una mayor dificultad en su excavación. Si las condiciones corresponden a material arenoso, es necesario realizar otro tipo de función que considere el costo de excavación independiente a su capacidad de carga.

Para el costo de la cimentación, se consideraron datos estadísticos de sistemas del tipo de zapatas aisladas. Si las condiciones reales de terreno no permiten este sistema, será necesario realizar otro tipo de estudio para su ajuste en la modelación.

Para el costo de la estructura, se utilizaron datos para estructuras de marcos de concreto reforzado con sistema de transmisión de carga losa-trabe y ancho de crujeas de 9m y con una resistencia de diseño de los materiales como sigue:

- 1) Concreto:  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$
- 2) Acero:  $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$
- 3) Cimbra: Madera de pino de 3a y triplay 16mm.

Esta fuera del alcance de este trabajo, validar la información de las fuentes utilizadas para realizar el ajuste de los datos, encontrar funciones multivariantes que se ajusten mejor a datos estadísticos reales y que las funciones ajustadas pudieran considerar costos con una mayor gama de opciones en tipos de sistemas, materiales y métodos constructivos.

### 6.4 Respecto del programa utilizado para resolver la modelación

Se utilizó el programa *Microsoft Excel Solver*, ya que permite diseñar en forma personalizada la entrada de datos y los resultados, así como modificar en forma flexible las características de la modelación y variar los algoritmos para la solución de ecuaciones y optimización.

Dentro de este proceso, fué más rápido encontrar la solución si se partía de un punto factible, y utilizando en la opción de *Estimación* la alternativa *Quadrática*, para la opción de *Búsqueda*, funcionó mejor la alternativa del método de *quasi-Newton*.

Es necesario considerar que este programa está limitado a cierto número de variables, restricciones y métodos de solución. Queda fuera del alcance de este trabajo, utilizar y obtener ventajas y desventajas de otros programas en la solución de problemas de este tipo.



## 6.5 Respecto de los resultados de la modelación.

Empleando un modelo de programación no lineal, con información de costos de terrenos proporcionadas por inversionistas y datos de costos de obra civil obtenidos por consultores especializados. Se obtuvieron datos de costos óptimos de terreno y obra civil para proyectos de inversión en hoteles.

Estos resultados, fueron bastante consistentes con los resultados esperados, sobre todo comparando el costo por m<sup>2</sup> de construcción.

Esta información, le permite al inversionista la evaluación de terrenos para proyectos hoteleros con un criterio integral. Para el inversionista que realiza un estudio de factibilidad financiera, y que utiliza solamente datos estadísticos de costos de proyectos anteriores, no tiene ninguna garantía de que pueda trasladar los resultados a un nuevo proyecto con distintas características. Con la modelación propuesta le permitiría tener otra fuente de información y tener una idea paramétrica más concreta de la naturaleza de las inversiones necesarias para su proyecto.

Actualmente en la etapa de búsqueda del terreno para el proyecto, sólo se aprovechan las oportunidades existentes en el mercado de bienes raíces. De esta manera, se tiene una actitud pasiva, ya que se espera a que llegen las oportunidades para actuar. Los resultados de la modelación planteada en este trabajo, permitiría tomar una actitud diferente, ya que si bien permite evaluar opciones existentes, también permite saber que es lo que se quiere encontrar en un terreno dadas las necesidades: el tamaño del terreno en m<sup>2</sup> y las dimensiones de sus lados y la resistencia del terreno recomendada. Lo cual en dado caso significaría que por ejemplo, si se encuentra este terreno ideal para el proyecto; ofrecer a su propietarios una propuesta económica viable para el proyecto, que le haga ver la posibilidad de venderlo.

En forma general esto significa no comprar solo lo que se ofrece, sino lo que se necesita de acuerdo con lo que se quiere; lo cual representar una ventaja competitiva.

Para la etapa de *Diseño arquitectónico*, los parámetros obtenidos de la modelación como: área y dimensiones de desplante, localización del desplante y número de pisos óptimos; permitirán darles a los arquitectos una mayor sensibilidad respecto de la influencia de la geometría del edificio con el costo.

La modelación no pretende fijar normas restrictivas para la compra de terrenos o el diseño arquitectónico, solo permite valorar de forma cuantitativa, la mejor alternativa posible y el impacto que pueden producir variaciones en variables significativas. Será responsabilidad de cada especialista encontrar las mejores opciones funcionales.

Debe considerarse que los resultados obtenidos son teóricos, pues considera terrenos rectangulares sin desniveles importantes y para hoteles con características muy específicas.

Adicionalmente los costos obtenidos deben considerarse sólo a nivel paramétrico, es decir, con un grado de aproximación de +/- 20%, debido a todas las variables que pueden afectar al costo real.

Queda fuera del alcance de este trabajo, realizar un análisis más detallado de elementos y costos que pudiera proporcionar datos más exactos del presupuesto, y complementar esta modelación con alguna otra que optimice en las etapas de diseño estructural y de instalaciones.

En forma general, este trabajo trata de contribuir en la búsqueda de enfoques más globales que permitan obtener construcciones cada vez más económicas y eficientes.

Cuadro resumen de conclusiones del trabajo					
Etapa	Utilizado	Encontrado	Ventajas	Desventajas	Fuera del alcance del trabajo
<ul style="list-style-type: none"> <li>Modelo conceptual del costo de proyectos de inversión de hoteles.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Teoría de sistemas y análisis causa-efecto.</li> <li>Estructura general emplean analistas de hotelería.</li> <li>Información estadística de costos de hoteles de empresas especializadas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Que las características del Terreno y los Proyectos, afectan los costos globales de Hotel.</li> <li>Que el costo de la Obra Civil, debe relacionarse con las características del Terreno y el Proyecto para minimizarse eficazmente.</li> <li>Puede aplicarse una modelación matemática de programación no lineal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Permite una estrategia integral para la disminución de costos de Terreno y Obra Civil en hoteles.</li> <li>Ejemplifica como se relaciona la obtención del modelo conceptual con la modelación matemática de programación no lineal.</li> <li>Puede servir como guía para el análisis de otro tipo de proyectos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Considera únicamente criterios de minimización de costos de inversión.</li> <li>No se incorporan costos a lo largo de la operación del hotel.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Relacionar el desarrollo del modelo conceptual con otro tipo de técnicas de modelación matemática.</li> <li>Relacionar este análisis con otros criterios financieros.</li> <li>Considerar otros criterios en el desarrollo del análisis conceptual.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Modelación matemática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estructura general de presupuestos paramétricos de Obra Civil.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>La formalización del presupuesto en función de elementos del Terreno y el Proyecto Arquitectónico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Permite relacionar distintos elementos dentro del proceso de inversión hotelería.</li> <li>Logra una buena aproximación de las interrelaciones del modelo conceptual del desarrollo de hoteles.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Solo considera criterios económico-financieros.</li> <li>Las restricciones de la modelación, relacionadas a las reglamentaciones están consideradas solo para el D.F.</li> <li>La modelación esta limitada a geometrías de Terreno y Proyecto muy regulares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar una modelación similar para otro tipo de construcciones.</li> <li>Considerar distintas reglamentaciones.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ajuste de datos discretos de costos de obra civil en una función continua.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Teoría de regresión lineal múltiple y polinomial</li> <li>Datos estadísticos de consultores de obra civil.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuaciones de regresión polinomial múltiple de una función de grado dos y dos variables, que ajusta bien los costos de obra civil de excavación, cimentación y estructura.</li> <li>Para los rangos de información de obra civil, la función es convexa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Permite la modelación en programación no lineal, de problemas de costos de obra civil.</li> <li>La coincidencia con cada uno de los puntos reales es muy aproximada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Encontrar funciones multivariantes que se ajusten mejor a datos estadísticos reales.</li> <li>Validar la información de las fuentes utilizadas para realizar el ajuste de los datos.</li> <li>Obtener funciones de costos de obra civil en excavación, cimentación y estructura que puedan considerar los materiales, sistemas y métodos constructivos existentes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Encuentrar funciones multivariantes que se ajusten mejor a datos estadísticos reales.</li> <li>Validar la información de las fuentes utilizadas para realizar el ajuste de los datos.</li> <li>Obtener funciones de costos de obra civil en excavación, cimentación y estructura que puedan considerar los materiales, sistemas y métodos constructivos existentes.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Programa utilizado para resolver la modelación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Microsoft Excel Solver</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se puede llegar más rápido a la solución partiendo desde un punto factible.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mayor facilidad para encontrar la solución.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Está limitado a cierto número de variables y restricciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar y obtener ventajas y desventajas de otros programas en la solución de problemas de este tipo.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Resultados de la modelación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Modelo de programación no lineal</li> <li>Información de costos de terrenos proporcionadas por inversionistas.</li> <li>Datos de costos de obra civil obtenidos por consultores especializados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Optimización de costo de terreno y obra civil para proyectos de inversión en hoteles.</li> <li>Los resultados del modelo fueron consistentes con los resultados esperados, comparando el costo por m<sup>2</sup> de construcción.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Solo se obtienen parámetros para terrenos rectangulares, y sin desniveles importantes.</li> <li>Los resultados solo se aplican para hoteles con características muy específicas.</li> <li>Los costos obtenidos son a nivel paramétrico.</li> <li>Los resultados de la geometría del hotel, son técnicos, se requieren otros estudios para lograr resultados funcionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar un análisis de elementos y costos que proporcione datos exactos del presupuesto.</li> <li>Optimizar la Obra Civil de los hoteles considerando parámetros en las etapas de diseño estructural y de instalaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar un análisis de elementos y costos que proporcione datos exactos del presupuesto.</li> <li>Optimizar la Obra Civil de los hoteles considerando parámetros en las etapas de diseño estructural y de instalaciones.</li> </ul>

Tabla 6.5.1

# Anexos

## Subíndice

A-1) Conceptos básicos de convexidad.

A-2) Requerimientos del proyecto arquitectónico, Reglamento del D.F.

## A-1. Conceptos básicos de convexidad

## a) Definiciones y propiedades básicas

El concepto de convexidad es importante para el estudio de problemas de optimización. A continuación, se presentan algunos conceptos y propiedades básicas sobre el tema.

**Definición:** Una función de una sola variable,  $f(x)$ , es una función *convexa* si, para cada par de valores de  $x$ , por ejemplo  $x'$  y  $x''$ ,

$$f[\lambda x'' + (1 - \lambda)x'] \leq \lambda f(x'') + (1 - \lambda)f(x')$$

para todos los valores de  $\lambda$  tales que  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Es una función estrictamente convexa si  $\leq$  se puede sustituir por  $<$ .

Es una función cóncava (o una función estrictamente cóncava) si esta afirmación se cumple cuando se reemplaza  $\leq$  por  $\geq$  (o por  $>$ ).

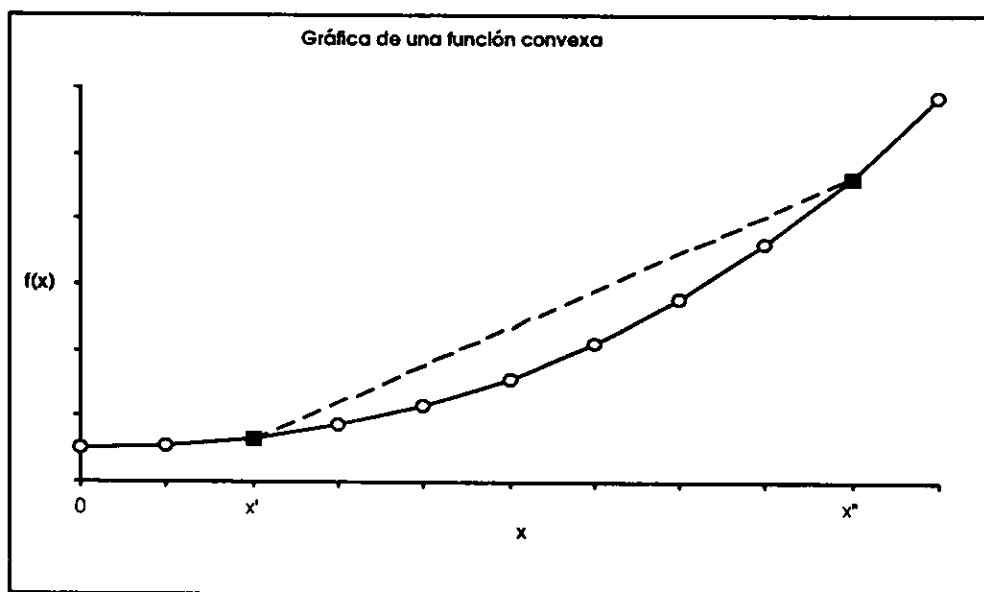


figura A.1.a

Considérese, la figura A.1.a, entonces los puntos  $[x', f(x')]$  y  $[x'', f(x'')]$  son dos puntos de la gráfica de la función  $f(x)$ ; y  $[\lambda x'' + (1 - \lambda)x', \lambda f(x'') + (1 - \lambda)f(x')]$  representa los diferentes puntos sobre el segmento rectilíneo entre estos dos puntos, cuando  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Por tanto, la desigualdad de la definición indica que este segmento rectilíneo se encuentra en su totalidad por encima o sobre la gráfica de la función  $f(x)$ .

En otras palabras,  $f(x)$  es convexa si su curvatura es hacia arriba. Lo cual podemos definir estableciendo que si  $f(x)$  posee una segunda derivada en todo punto,  $f(x)$  es convexa si y solo si  $d^2 f(x)/dx^2 \geq 0$  para todos los valores de  $x$  donde  $f(x)$  está definida. De manera análoga,  $f(x)$  es estrictamente convexa si y solo si  $d^2 f(x)/dx^2 > 0$ , cóncava cuando  $d^2 f(x)/dx^2 \leq 0$  y estrictamente cóncava cuando  $d^2 f(x)/dx^2 < 0$ .

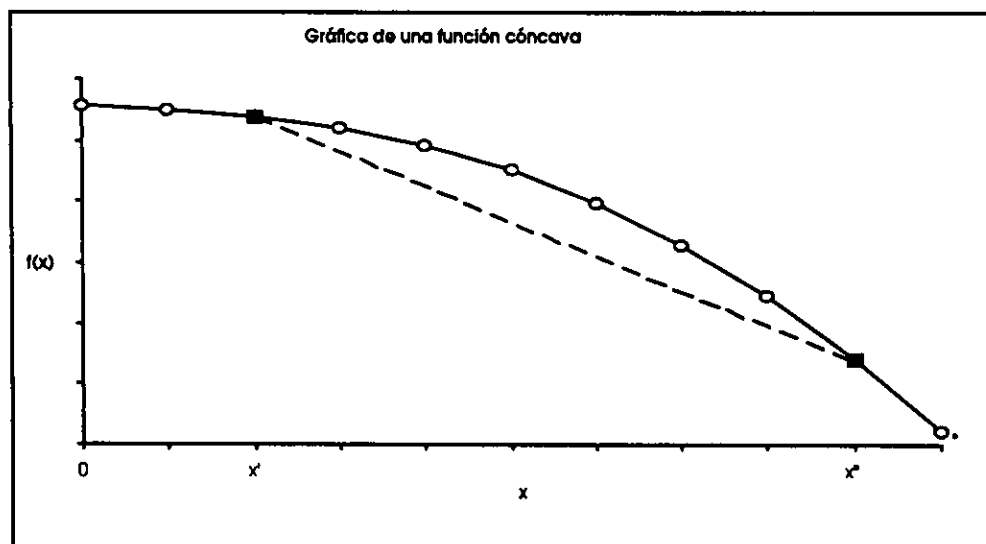


figura A.1.b

El concepto de función convexa puede ser generalizada también para funciones de más de una variable. Así, en la definición inicial, se sustituye  $f(x)$  por  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , y un valor particular  $(x, y)$  en el espacio bidimensional, con un punto  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , en el espacio (euclideo)  $m$ -dimensional, denotado por  $E^m$ , haciendo  $m=n+1$ .

Con lo siguiente podemos generalizar los conceptos de primera y segunda derivada:

**Definición:** Sea  $S$  un conjunto no vacío en  $E^n$ , y sea  $f: S \rightarrow E_1$ . Sea  $\bar{x} \in S$  y  $d$  un vector diferente de cero,  $d \in E^n$  tal que  $\bar{x} + \lambda d \in S$  para  $\lambda > 0$  y suficiente pequeño. La derivada direccional de  $f$  en  $\bar{x}$  en dirección del vector  $d$ , denotado por  $f'(\bar{x}; d)$ , es definido por el siguiente límite si este existe:

$$f'(\bar{x}; d) = \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \frac{f(\bar{x} + \lambda d) - f(\bar{x})}{\lambda}$$

**Definición:** Sea  $S$  un conjunto no vacío en  $E^n$ , y sea  $f: S \rightarrow E_1$ . Entonces, se dice que  $f$  es diferenciable en  $\bar{x} \in S$  si existe un vector  $\nabla f(\bar{x})$ , llamado el vector gradiente y una función  $\alpha: E_n \rightarrow E_1$  tal que:

$$f(x) = f(\bar{x}) + \nabla f(\bar{x})'(x - \bar{x}) + \|x - \bar{x}\| \alpha(\bar{x}; x - \bar{x}) \text{ para cada } x \in S$$

donde  $\lim_{x \rightarrow \bar{x}} \alpha(\bar{x}; x - \bar{x}) = 0$

**Definición:** Sea  $S$  un conjunto no vacío en  $E^n$ , y sea  $f: S \rightarrow E_1$ . Entonces, se dice que  $f$  es doblemente diferenciable en  $\bar{x} \in S$  si existe un vector  $\nabla f(\bar{x})$ , una matriz simétrica  $n \times n$ ,  $H(\bar{x})$ , llamada matriz Hessiana y una función  $\alpha: E_n \rightarrow E_1$  tal que:

$$f(x) = f(\bar{x}) + \nabla f(\bar{x})'(x - \bar{x}) + \frac{1}{2}(x - \bar{x})' H(\bar{x})(x - \bar{x}) + \|x - \bar{x}\|^2 \alpha(\bar{x}; x - \bar{x}) \text{ para cada } x \in S$$

donde  $\lim_{x \rightarrow \bar{x}} \alpha(\bar{x}; x - \bar{x}) = 0$ . Se dice que la función  $f$  es doblemente diferenciable en el conjunto abierto

$S' \subseteq S$  si es doblemente diferenciable en cada punto de  $S'$ .

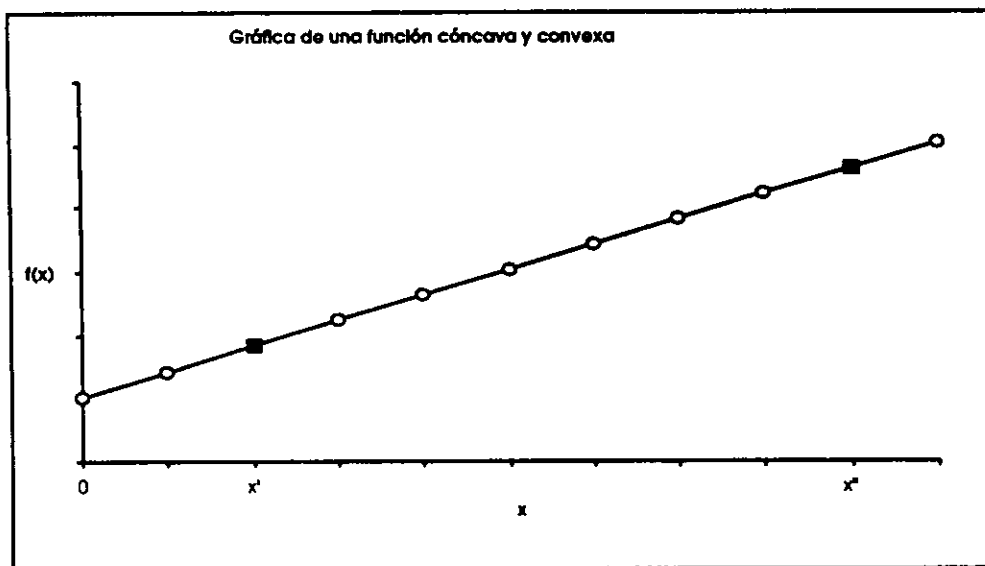


figura A.1.c

La matriz Hessiana esta compuesta de todas las derivadas parciales de segundo orden de la función  $f$ , y está dada de la siguiente forma:

$$H(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\bar{x})}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(\bar{x})}{\partial x_1 x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\bar{x})}{\partial x_1 x_n} \\ \frac{\partial^2 f(\bar{x})}{\partial x_2 x_1} & \frac{\partial^2 f(\bar{x})}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\bar{x})}{\partial x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\bar{x})}{\partial x_n x_1} & \frac{\partial^2 f(\bar{x})}{\partial x_n x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\bar{x})}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

**Definición:** Sea  $S$  un conjunto no vacío en  $E^n$ , y sea  $f : S \rightarrow E_1$ . Sea  $f$  doblemente diferenciable en  $\bar{x} \in S$ . Se dice que la función tiene una matriz Hessiana *positiva semidefinida*, si cumple que:

- 1) La matriz es simétrica
- 2) Se cumple que  $x^t H(\bar{x}) x \geq 0$  para todo  $x \in S$
- 3) De manera equivalente, sus sub-determinantes son positivos.

De manera análoga,  $f$  tiene una matriz Hessiana *positiva definida* si  $\geq$  se sustituye por  $>$ ; y  $f$  tiene una matriz Hessiana *negativa semi-definida* cuando la desigualdad es  $\leq$  ó *negativa semi-definida* si es  $<$ .

El concepto de una función convexa nos dirige al concepto relacionado de conjunto convexo. Así entonces, si  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , es una función convexa, la colección de puntos que se encuentra arriba o sobre  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , forman un conjunto convexo. En forma más específica:

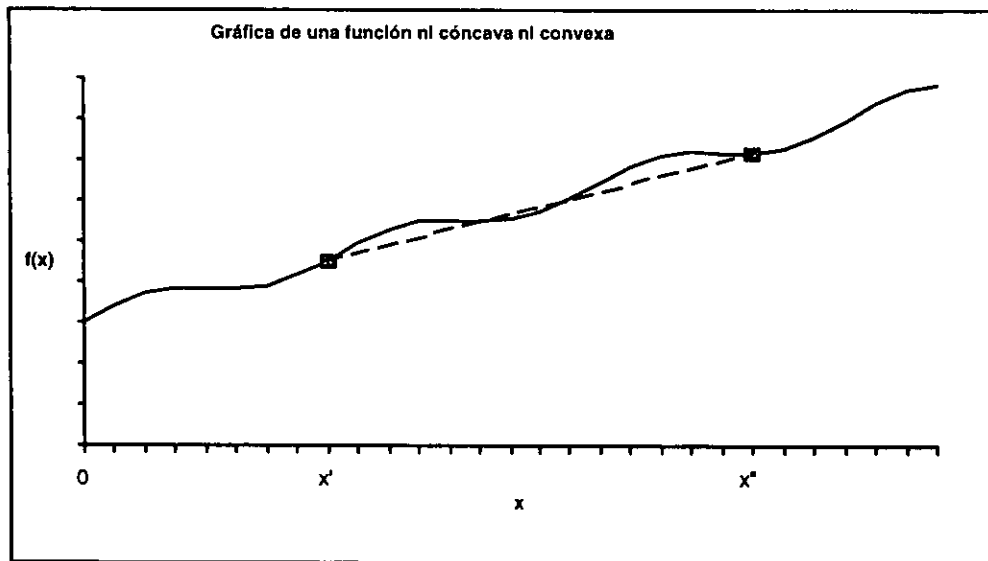


figura A.1.d

**Definición:** Un conjunto convexo es una colección de puntos tales que, para cada par de puntos en la colección, el segmento rectilíneo completo que une estos dos puntos también está en la colección.

Esto significa también, que para los conjuntos convexos la colección de puntos que se encuentra en todos ellos también es un conjunto convexo.

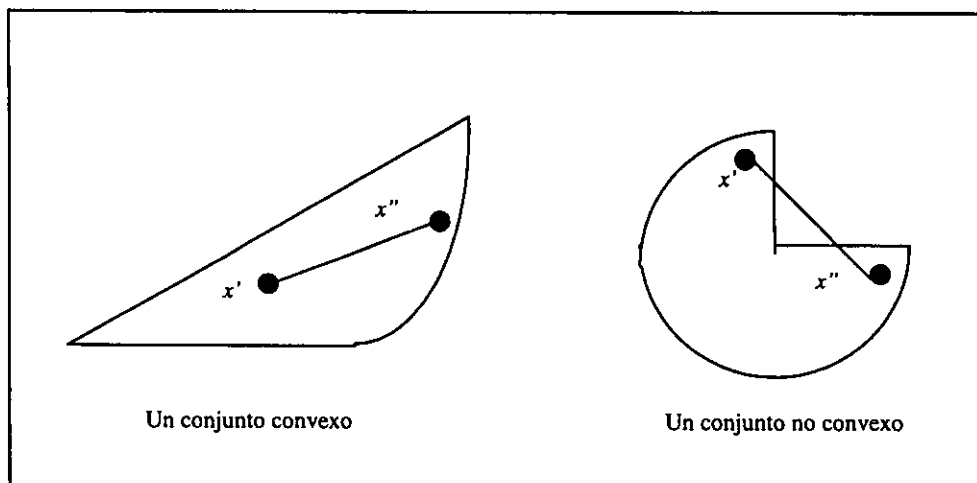


figura A.1.e

**Definición:** Un punto extremo de un conjunto convexo es un punto en el conjunto que no está en segmento rectilíneo alguno que una a otros dos puntos en el conjunto.

De acuerdo a la figura A.1.f, se muestra un ejemplo de puntos extremos y no extremos de un conjunto convexo. El punto  $x_1$ , es un punto extremo mientras que  $x_2$  y  $x_3$  no lo son.

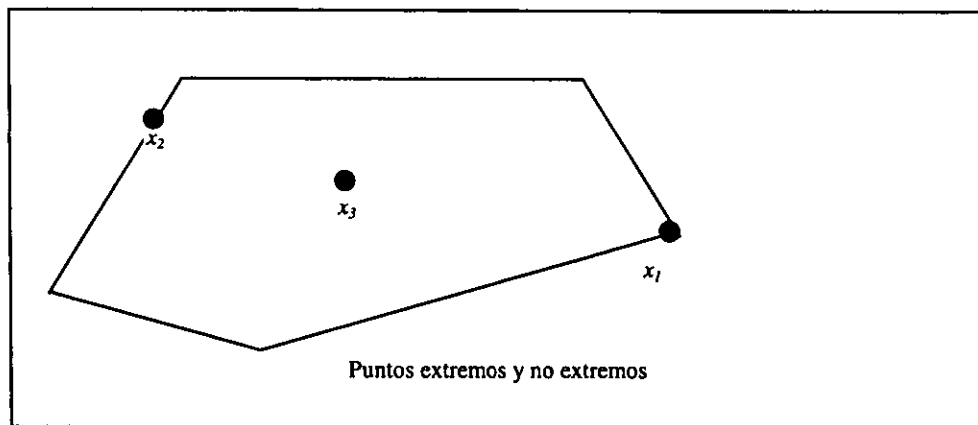


Figura A.1.f

**Definición:** Sea  $S$  un conjunto convexo no vacío en  $E^n$ , y sea  $f : S \rightarrow E_1$  convexo. Entonces,  $\xi$  es conocido como el subgradiente de  $f$  en  $\bar{x} \in S$  si

$$f(x) \geq f(\bar{x}) + \xi'(x - \bar{x}) \text{ para toda } x \in S$$

Si existe un subgradiente en una función para cada punto, entonces la función es convexa.

Similarmenete  $f : S \rightarrow E_1$  es cóncavo.

Entonces,  $\xi$  es conocido como el subgradiente de  $f$  en  $\bar{x} \in S$  si

$$f(x) \leq f(\bar{x}) + \xi'(x - \bar{x}) \text{ para toda } x \in S$$

estas definiciones nos conducen al siguiente teorema:

**Teorema:** Sea  $S$  un conjunto convexo y no vacío en  $E^n$ , y sea  $f : S \rightarrow E_1$  una función doblemente diferenciable en  $S$ . Entonces,  $f$  es convexa si y sólo si la matriz Hessiana es positiva semi-definida en cada punto de  $S$ . Simétricamente,  $f$  es cóncavo si y sólo si la matriz Hessiana es negativa semi-definida en cada punto de  $S$ . Lo cual, es equivalente al criterio de la segunda derivada en funciones de dos variables.

#### b) Generalización de funciones convexas

Existen otros tipos de funciones, que solo comparten algunas características de las funciones cóncavas y convexas, pero que por otra parte no requieren de muchas de las características de ellas. De esta forma tenemos:

**Definición:** Sea una función  $f : S \rightarrow E_1$ , donde  $S$  es un conjunto convexo no vacío en  $E^n$ . Se dice que  $f$  es una función *cuasiconvexa* si, para cada par de valores de  $x$ , por ejemplo  $x', x'' \in S$ :

$$f[\lambda x'' + (1 - \lambda)x'] \leq \text{máximo} \{f(x''), f(x')\}$$

para todos los valores de  $\lambda$  tales que  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Es una función *cuasicóncava* si esta afirmación se cumple cuando se reemplaza  $\leq$  por  $\geq$ . Si la función es tanto *cuasicóncava* como *cuasiconvexa*, se dice que es *cuasimonótona*.



**Definición:** Sea una función  $f : S \rightarrow E_1$ , donde  $S$  es un conjunto convexo no vacío en  $E^n$ . Se dice que  $f$  es una función *estrictamente cuasiconvexa* si, para cada par de valores de  $x$ , por ejemplo  $x', x'' \in S$  con  $f(x'') \neq f(x')$ , donde:

$$f[\lambda x'' + (1 - \lambda)x'] < \text{máximo} \{f(x''), f(x')\}$$

para todos los valores de  $\lambda$  tales que  $0 \leq \lambda \leq 1$ . De la misma forma, esta función es una función *estrictamente cuasicóncava* si esta afirmación se cumple cuando se reemplaza  $<$  por  $>$ .

**Definición:** Sea una función  $f : S \rightarrow E_1$ , donde  $S$  es un conjunto convexo no vacío en  $E^n$ . Se dice que  $f$  es una función *fuertemente cuasiconvexa* si, para cada par de valores de  $x$ , por ejemplo  $x', x'' \in S$  con  $x'' \neq x'$ , donde:

$$f[\lambda x'' + (1 - \lambda)x'] < \text{máximo} \{f(x''), f(x')\}$$

para todos los valores de  $\lambda$  tales que  $0 \leq \lambda \leq 1$ . De la misma forma, esta función es una función *fuertemente cuasicóncava* si esta afirmación se cumple cuando se reemplaza  $<$  por  $>$ .

**Definición:** Sea  $S$  un conjunto no vacío en  $E^n$ , y sea  $f : S \rightarrow E_1$ . Entonces, se dice que  $f$  es *seudoconvexa* si, para cada par de valores de  $x$ , por ejemplo  $x', x'' \in S$  tenemos que:

$$\nabla f(x')^t (x'' - x') \geq 0 \text{ con } f(x'') \geq f(x')$$

La función  $f$  se dice que es *seudocóncava* si  $-f$  es una función *seudoconvexa*.

**Definición:** Sea  $S$  un conjunto no vacío en  $E^n$ , y sea  $f : S \rightarrow E_1$ . Entonces, se dice que  $f$  es *estrictamente pseudoconvexa* si, para cada par de valores de  $x$ , por ejemplo  $x', x'' \in S$  tenemos que:

$$\nabla f(x')^t (x'' - x') \geq 0 \text{ con } f(x'') > f(x')$$

La función  $f$  se dice que es *estrictamente pseudocóncava* si  $-f$  es una función *estrictamente pseudoconvexa*.

**Definición:** Sea  $S$  un conjunto no vacío en  $E^n$ , y sea  $f : S \rightarrow E_1$ . Se dice que,  $f$  es *convexa* en  $\bar{x} \in S$ , si:

$$f[\lambda \bar{x} + (1 - \lambda)x] \leq \lambda f(\bar{x}) + (1 - \lambda)f(x)$$

para todos los valores de  $\lambda$  tales que  $0 \leq \lambda \leq 1$  y cada  $x \in S$ . La función  $f$  es *cóncava* en  $\bar{x}$  si esta afirmación se cumple cuando se reemplaza  $\leq$  por  $\geq$ .

**Definición:** Sea  $S$  un conjunto no vacío en  $E^n$ , y sea  $f : S \rightarrow E_1$ . Se dice que, que  $f$  es *estrictamente convexa* en  $\bar{x} \in S$ , si:

$$f[\lambda \bar{x} + (1 - \lambda)x] < \lambda f(\bar{x}) + (1 - \lambda)f(x)$$

para todos los valores de  $\lambda$  tales que  $0 \leq \lambda \leq 1$  y cada  $x \in S$ ,  $x \neq \bar{x}$ . La función  $f$  es *estrictamente cóncava* en  $\bar{x}$  si esta afirmación se cumple cuando se reemplaza  $<$  por  $>$ .

## A-2. Requerimientos del proyecto arquitectónico, Reglamento del D.F.

### Título quinto, proyecto arquitectónico

#### Art. 72

Para garantizar las condiciones de habitabilidad, funcionamiento, higiene, acondicionamiento ambiental, comunicación, seguridad de emergencias, seguridad estructural, integración al contexto e imagen urbana de las edificaciones en el Distrito Federal, los proyectos arquitectónicos correspondientes deberán cumplir con los requerimientos establecidos en este Título, para cada tipo de edificación y las demás disposiciones legales aplicables.

#### Art. 74

Ningún punto del edificio podrá estar a mayor altura que dos veces su distancia mínima a un plano virtual vertical que se localice sobre el alineamiento opuesto a la calle. Para los predios que tengan frentes a plazas o jardines, el alineamiento opuesto para los fines de este artículo, se localizará a cinco metros hacia adentro del alineamiento de la acera opuesta.

La altura de la edificación deberá medirse a partir de la cota media de la guarnición de la acera en el tramo de calle correspondiente al frente del predio.

El Departamento podrá fijar otras limitaciones a la altura de los edificios en determinadas zonas, de acuerdo con los artículos 34, 35 y 36 de este Reglamento.

#### Art. 75

Cuando una edificación, se encuentre ubicada en la esquina de dos calles de anchos diferentes, la altura máxima de la edificación con frente a la calle angosta podrá ser igual a la correspondiente a la calle más ancha, hasta una distancia equivalente a dos veces el ancho de la calle angosta, medida a partir de la esquina; el resto de la edificación sobre la calle angosta tendrá como límite de altura el señalado en el artículo anterior.

#### Art. 76

La superficie construida máxima permitida en los predios será la que se determine, de acuerdo con las intensidades de uso de suelo y densidades máximas establecidas en los Programas Parciales en función de los siguientes rangos:

	Intensidad de uso del suelo	Densidad máxima permitida (hab./ha.)	Superficie construida máxima (respecto al área del terreno)
0.05	(muy baja)	10	0.05
1.00	(baja)	50	1.0
1.50	(baja)	100 a 200	1.5
3.50	(media)	400	3.5
7.50	(alta)	800	7.5

Para efectos de este artículo, las áreas de estacionamiento no contarán como superficies construidas.

**Art. 77**

Sin perjuicio de las superficies construidas máximas permitidas en los predios, establecidos en el artículo anterior, para lograr la recarga de los mantos acuíferos, se deberá permitir la filtración de agua de lluvia al subsuelo, por lo que las futuras construcciones proporcionarán un porcentaje de la superficie del predio, preferentemente como área verde; en caso de utilizarse pavimento éste será permeable.

Los predios con área menor de 500 m<sup>2</sup> deberán dejar sin construir, como mínimo, el 20% de su área; y los predios con área mayor de 500 m<sup>2</sup>, los siguientes porcentajes:

Superficie del predio	Area libre (%)
De más de 500 hasta 2,000 m <sup>2</sup>	22.50
De más de 2,000 hasta 3,500 m <sup>2</sup>	25.00
De más de 3,500 m <sup>2</sup> hasta 5,500 m <sup>2</sup>	27.50
Más de 5,500 m <sup>2</sup>	30.00

Cuando las características del subsuelo en que se encuentra ubicado el predio, se dificulte la filtración o ésta resulte inconveniente, el Departamento podrá autorizar medios alternativos para la filtración o el aprovechamiento de las aguas pluviales.

Queda exceptuado de la aplicación de este artículo los predios e inmuebles ubicados dentro del perímetro "A" del Centro Histórico.

---

## Bibliografía

- 1) **Métodos de diseño óptimo de estructuras**  
Santiago Hernández Ibañez  
Colegio de ingenieros de caminos, canales y puertos  
Colección Senior No. 8, Demarcación de Aragón,  
Primera edición 1990  
Madrid, España.
- 2) **Nonlinear Programing**  
Mokhtar S. Bazaraa, Hanif D. Sherali, C.M. Shetty  
John Wiley & Sons, Inc.  
Second edition, 1993  
New York, U.S.A.
- 3) **Nuevo Reglamento de construcciones para el Distrito Federal**  
Ilustrado y comentado por Luis Arnal Simón y Max Betancourt Suárez  
Editorial Trillas, México  
Segunda edición, 1994. segunda reimpresión agosto 1996
- 4) **Costo por metro cuadrado de construcción**  
Leopoldo Varela Alonso  
Bimsa Southam, México  
Octubre 1996 y Abril de 1997.
- 5) **Hotels and Motels**  
A guide to market analysis, investment analysis and valuations  
Stephen Roshmore, MAI  
Appraisal Institute  
1992, Chicago Illinois
- 6) **Información recabada de la empresa:**  
Sistema Director de Proyectos S.A. de C.V.  
Reforma lomas No. 155 4o. piso  
Lomas de chapultepec, México D.F.  
Atn: Ing. Federico Poucel, director adjunto  
tel: (5) 326-67-92
- 7) **Métodos Numéricos para Ingenieros,  
con aplicaciones en computadoras personales.**  
Steven C. Chapra  
Raymond P. Canale  
Mc Graw-Hill, México  
1a. edición en español 1988, impresión 1995.