



5
2ej. 01170

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

**DISEÑO DE CIRCUITOS ELECTRÓNICOS PARA
GENERAR FUNCIONES DE ACTIVACIÓN EMPLEADAS
EN REDES NEURONALES ARTIFICIALES**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA *ELECTRICA*
PRESENTA

ALEJANDRO PADRÓN GODÍNEZ

DIRECTOR DE TESIS: M. en C. JOSÉ LUIS PÉREZ SILVA

LABORATORIO DE ELECTRÓNICA
CENTRO DE INSTRUMENTOS

“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”

CIUDAD UNIVERSITARIA

MÉXICO, D. F. - 1998

258716



**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**A MIS PADRES
CON MUCHO CARIÑO
Guillermo Padrón Moreno
María de Jesús Godínez de Padrón**

**A MIS HERMANOS
CON GRAN ADMIRACION
*Billy, Juan, Pilu, Chucho, Beto, Mario[†]***

Agradecimientos

Deseo presentar los siguientes agradecimientos de una manera sincera y cordial a aquellas personas e instituciones que han participado y han hecho posible la elaboración de este trabajo de tesis de maestría en ingeniería.

Personas

- *M. en C. José Luis Pérez Silva.
Por la dirección de esta tesis, porque ha contribuido en mi formación profesional y ahora en mi superación académica; él es un ejemplo a seguir.*
- *Dr. Claudio Firmani Clementi.
Por brindarme la oportunidad y el apoyo para la finalización de este trabajo de tesis, porque me ha permitido contribuir en sus proyectos.*
- *A todos mis profesores.
Por su valiosa orientación, ayuda y guía en mis estudios, y por su incomparable ejemplo, pues fortalece mi vida docente dentro de la Universidad.*
- *A mis compañeros de trabajo.
Gerardo, Rosendo, José, Alberto, Sergio, Miguel, Wilfredo, Antonio, Andrea, por su amistad y su gran calidad humana.*
- *A Jeny Ivette por su apoyo moral y espiritual.*

Instituciones

- *Laboratorio de Electrónica del Centro de Instrumentos de la UNAM.
Por el cálido ambiente que me ha brindado en la elaboración de este trabajo de tesis.*
- *Centro de Instrumentos de la UNAM.
Por dejarme pertenecer a su personal académico, porque constantemente me ha permitido desenvolverme de una manera sencilla y eficaz.*
- *División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.
Por su hospitalidad, por haberme albergado en sus instalaciones durante el tiempo de mis estudios de maestría.*

Indice

Carátula	I
Agradecimientos	II
Indice	V
Introducción	VII
Capítulo I	
1. Funciones de Activación.	
Introducción.	1
1.1. Función de Activación Escalón.	2
1.1.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Escalón.	3
1.1.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Escalón.	3
1.2. Función de Activación Escalón Zona Muerta.	6
1.2.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Escalón Zona Muerta.	6
1.2.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Escalón Zona Muerta.	7
1.3. Función de Activación Rampa con Saturación.	12
1.3.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Rampa con Saturación.	13
1.3.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Rampa con Saturación.	13
1.4. Función de Activación Rampa Zona Muerta.	18
1.4.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Rampa Zona Muerta.	19
1.4.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Rampa Zona Muerta..	20
1.5. Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica.	27
1.5.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica.	28
1.5.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica.	29
1.6. Función de Activación Escalón Rampa.	44
1.6.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Escalón Rampa.	44
1.6.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Escalón Rampa.	45
Resumen.	47
Capítulo II	
2. Modelos de Neuronas Artificiales.	
Introducción.	48
2.1. Modelo de Neurona tipo McCulloch y Pitts.	48
2.2. Modelo de Neurona tipo Integrador con Fugas.	55
2.3. Modelo de Neurona tipo Integrador y Disparo.	59
Resumen.	62
Capítulo III	
3. Respuesta de una Neurona con diferentes Funciones de Activación.	
Introducción.	64
3.1. Respuesta en el Modelo tipo McCulloch y Pitts	64
3.1.1. Función de Activación Escalón.	66
3.1.2. Función de Activación Escalón Zona Muerta.	68
3.1.3. Función de Activación Rampa con Saturación.	70

3.1.4. Función de Activación Rampa Zona Muerta.	71
3.1.5. Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica.	73
3.1.6. Función de Activación Escalón Rampa.	76
3.2. Respuesta en el Modelo tipo Integrador con Fugas.	78
3.2.1. Función de Activación Escalón.	79
3.2.2. Función de Activación Escalón Zona Muerta.	80
3.2.3. Función de Activación Rampa con Saturación.	82
3.2.4. Función de Activación Rampa Zona Muerta.	83
3.2.5. Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica.	84
3.2.6. Función de Activación Escalón Rampa.	86
3.3. Respuesta en el Modelo tipo Integrador y Disparo.	87
3.3.1. Función de Activación Escalón.	88
3.3.2. Función de Activación Escalón Zona Muerta.	90
3.3.3. Función de Activación Rampa con Saturación.	91
3.3.4. Función de Activación Rampa Zona Muerta.	93
3.3.5. Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica.	95
3.3.6. Función de Activación Escalón Rampa.	99
Resumen.	100
Conclusiones y Propósitos	101
Referencias Bibliográficas	103

Introducción

En las redes neuronales artificiales (RNA) la estabilidad en su dinámica es la que adquiere mayor importancia, es decir para obtener la solución a un problema; ya que ésta representa el funcionamiento de la red durante su operación. Esta dinámica se puede ver alterada por cambio en los parámetros que se manejan en la red, tipo de entrada, pesos, conexiones, función de activación, arquitectura de la red, así como de los algoritmos de aprendizaje que se emplean en el entrenamiento de la red en el caso de redes neuronales artificiales estáticas. Si se realiza el estudio tomando en cuenta la estructura de la red y observando su dinámica, ésta última permite especificar la habilidad funcional de la misma, lo cual está profundamente relacionado con el potencial que tiene la red para resolver una tarea determinada. Con esto cada red neuronal tendrá un papel específico de acuerdo a su dinámica, en otras palabras la manera de procesar datos y su forma de respuesta.

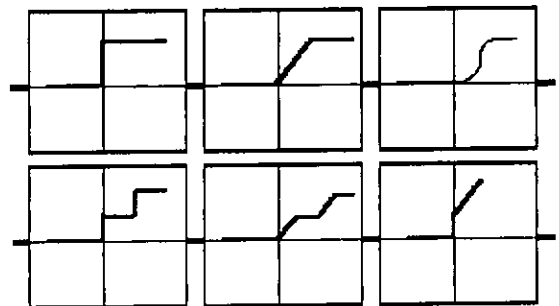
Las Redes Neuronales Artificiales pueden ser utilizadas como aproximadores de funciones, son usadas también en reconocimiento de patrones, clasificadoras de los mismos, tolerancia a fallas, normalización, etc. Cuando se emplean las RNA como funciones de aproximación, una problemática se presenta cuando se utiliza funciones de activación suaves, monótonas crecientes, o decrecientes, diferenciables, no lineales, puesto que al aproximar una función no diferenciable (con picos o cambios abruptos), los resultados de las aproximaciones no son tan buenos como se quisieran obtener. Una opción para resolver esta problemática es la de utilizar diferentes formas de función de activación con cambios abruptos o lineales a trazos. La forma para resolver el problema de la aproximación de funciones que se menciona comúnmente en la literatura es la siguiente, se debe tomar en cuenta la estructura de la red, por ejemplo se recomienda entonces utilizar más elementos en las capas internas de la RNA lo que aumenta el tiempo de operación y el cálculo de los pesos en la red, dado que si aumenta el número de capas en la red implica que aumenta el número de conexiones y a su vez el número de pesos se incrementa, esta sería entonces una desventaja. Otra opción en las RNA es el empleo de diferentes algoritmos de aprendizaje, para disminuir el tiempo de convergencia de la red, es decir hay algoritmos que por el tipo de parámetros que manejan, el cálculo para obtener un resultado requiere de mucha memoria y además, el tiempo de proceso aumenta. De aquí la inspiración de estudiar nuevas opciones para resolver determinados problemas empleando las redes neuronales artificiales.

En el campo de las redes neuronales artificiales las funciones de activación de mayor uso son las funciones de activación: tipo escalón (para discriminar patrones de entrada) y tipo sigmoide (como aproximadoras universales de funciones). Sin embargo se mencionan otro tipo de funciones de activación que también pueden ser empleadas para resolver los mismos problemas u otros, y seguramente algunas sean adecuadas para solucionar problemas en específico.

Este trabajo de tesis se enfoca a diseñar circuitos electrónicos para generar funciones de activación empleadas en Redes Neuronales Artificiales y hacer un estudio de sus respuestas en los modelos de neurona artificial convencionales. En particular los diseños electrónicos de funciones de activación serán empleados en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, en el modelo de neurona tipo integrador con fugas y en el modelo de neurona tipo integrador y disparo. Se presentan los modelos matemáticos inspirados en estos tres modelos de neurona artificial convencionales, y se realiza la implantación electrónica de cada uno de los modelos mencionados de neurona. Presentando resultados de acuerdo a entradas periódicas, como entradas excitadoras e inhibitoras de la neurona artificial. Se estudiará entonces la dinámica de estos modelos simplificados cuando en su estructura se cambia la función de activación y se tomará especial interés en la forma de su respuesta.

CAPITULO I

Funciones de Activación



1.

Funciones de Activación**Introducción**

La función ψ de activación de una neurona artificial esta relacionada con el potencial de acción dado por la suma ponderada a la entrada de la neurona:

$$\psi(m(t); \theta)$$

donde $m(t)$ es el potencial de acción de la neurona y θ es el nivel de umbral de activación constante de la neurona. La suma ponderada se expresa como la suma de todas las entradas x_j multiplicadas por los pesos w_{ij} de conexión a cada entrada, dados por,

$$S(t) = \sum w_{ij} x_j.$$

Las características que deben presentar las funciones de activación para redes neuronales artificiales son: una función monótona creciente o decreciente, acotada, no acotada, lineal, no lineal, lineal a trazos, diferenciable, que depende del nivel de umbral; ya que la respuesta de una neurona se encuentra modulada por pesos de interconexión y de la función de activación, con el objeto de desarrollar una tarea específica. El estudio de los modelos matemáticos que describen a las funciones de activación es un soporte para el diseño y desarrollo de los modelos electrónicos que se presentarán en este capítulo, permitiendo observar la forma de cada una de ellas y más adelante visualizar la dinámica que producen en un modelo de neurona artificial.

La implantación de los modelos electrónicos para las funciones de activación, permitirá realizar el estudio en forma analógica del comportamiento dinámico de neuronas artificiales. Además los modelos electrónicos de las funciones de activación ayudarán a plantear la solución de problemas como el de reconocimiento de patrones o la aproximación de funciones. Estos arreglos pueden ser utilizados como filtros electrónicos para resolver una determinada tarea.

En este capítulo se presentan seis diseños de modelos electrónicos para funciones de activación, empleadas en redes neuronales artificiales, así como sus funciones matemáticas que describen el comportamiento de cada una de ellas. También se muestran los resultados obtenidos cuando se presenta una señal periódica que simulará la suma ponderada de la entrada de una neurona artificial. Estas funciones de activación son:

- Escalón o Comparador.
- Escalón con Zona Muerta o Doble Comparador.
- Rampa con Saturación.
- Rampa Zona Muerta con Saturación.
- Sigmoide y Tangente Hiperbólica.
- Escalón Rampa sin Saturación.

El diseño de los modelos electrónicos para funciones de activación en RNA, pueden ser considerados en los modelos simplificados de neuronas artificiales que se desarrollarán en el capítulo siguiente para obtener diferentes dinámicas en la respuesta de cada modelo. Las cuales pueden ser empleadas para resolver una determinada tarea, como por ejemplo, seleccionar un grupo de respuestas o separar unas de otras o tal vez discriminar algunas de ellas dependiendo de lo que se desee.^[23]

1.1 Función de Activación Escalón

La función de activación escalón fue la primera función de activación empleada para un modelo de neurona artificial para obtener su respuesta, éste fue el modelo desarrollado por McCulloch y Pitts (1943) ^[1]. Para este modelo la activación de la neurona se da cuando el potencial de una suma ponderada de entradas a la neurona artificial es igual o mayor que un cierto nivel de umbral θ . Este primer modelo de neurona artificial también se le conoce con el nombre de "todo o nada", como su nombre lo indica la respuesta de la neurona deberá estar activa "todo" (encendida) o inactiva "nada" (apagada).

En esta sección se mostrará primero el modelo matemático que representa el comportamiento de la función de activación escalón describiendo cada uno de sus parámetros involucrados y después se desarrollará el modelo electrónico de la función activación. El modelo se probará con una señal periódica a la entrada del comparador que simulará, en este caso, la suma ponderada de las entradas; mostrando la respuesta obtenida por el comparador.

La figura (1.1) muestra tres posibles formas de esta función de activación escalón: la primera muestra que la activación se da instantáneamente cuando empieza haber una suma ponderada, lo cual significa que el nivel de umbral θ es igual a cero con una activación unitaria. En la segunda forma el nivel de umbral θ toma un valor mayor de cero y hasta que la suma ponderada de las entradas sea mayor o igual a θ la neurona se activará, es decir tendrá respuesta. Para la tercer forma se tiene que para valores negativos o menores a θ de la suma ponderada de entradas el valor de la función de respuesta será igual a -1 y para valores positivos será de +1. Esta última forma de función de activación para una neurona artificial se le conoce con el nombre de "signum".^[4]

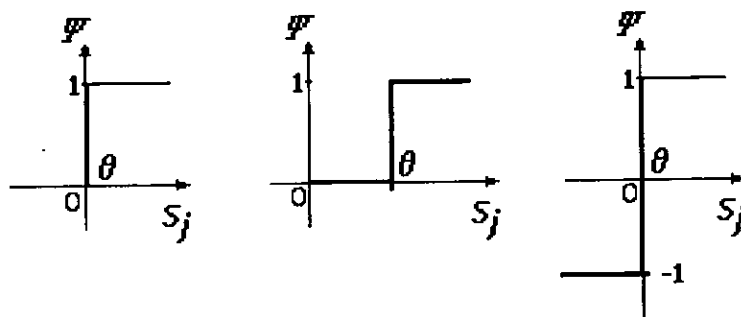


Figura 1.1. Tres formas de la función de activación Escalón, donde ψ es la respuesta de la neurona artificial y S_j es la suma ponderada de las entradas.

Para la implantación del modelo electrónico de la función de activación escalón en una neurona artificial, se empleará un amplificador operacional en configuración de comparador después de la suma de las entradas ponderadas a la neurona artificial. Puesto que en ésta configuración el amplificador operacional realizará el papel de la función de activación escalón que simulará la respuesta del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, es decir, el amplificador operacional juega el papel de un detector de nivel umbral o un voltaje de referencia. Con esto el comparador responderá hasta que la suma ponderada de señales de entrada exceda o sea igual a el nivel del umbral θ . Se explicará el funcionamiento de un amplificador operacional en configuración comparador en la sección (1.1.2), que fungirá como la función de activación en el modelo electrónico de una neurona todo o nada, inmediatamente después de presentar la función matemática que describe la función de activación escalón.

1.1.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Escalón

Cada neurona artificial se representada por dos parámetros: su potencial de activación y su intervalo de activación. El potencial de activación $m(t)$ varía de acuerdo a la suma ponderada de sus entradas ($S(t) = \sum w_{ij} x_j$); el intervalo de activación para cada neurona está relacionado con la función de activación, si la suma ponderada excede o es igual a un nivel de umbral θ (constante) de la neurona artificial.

$$\psi(m(t); \theta), \quad (1.1)$$

donde ψ es la función de respuesta, la función de activación. Con esto se enunciará así el modelo matemático de la función de activación escalón. La salida de cada neurona artificial puede ser cero si el potencial de activación esta por debajo del umbral θ constante, o tomar dicho valor θ si es igual o se encuentra por encima del umbral. A esta forma de respuesta se conoce como la función de activación escalón o comparador. Esta representación de la respuesta es llamada el modelo básico de neurona artificial "McCulloch y Pitts", cuya representación matemática será:

$$\psi(m(t); \theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } m(t) \geq \theta \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}, \quad (1.2)$$

o bien, para el caso de la función signum se tiene,

$$\psi(m(t); \theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } m(t) \geq \theta \\ -1 & \text{si } m(t) < \theta \end{cases}, \quad (1.3)$$

con el nivel de umbral, $\theta = 0$.^[6]

1.1.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Escalón

Un comparador, como su nombre lo indica, compara una señal de voltaje sobre una entrada (pin) del amplificador con una señal de voltaje conocida, llamada señal de referencia sobre la otra entrada del amplificador operacional. De esta simple forma, no es más que un amplificador "open-loop", con dos entradas analógicas y una salida binaria; la salida puede ser un voltaje (+) o un voltaje (-) de saturación, dependiendo de que entrada es más grande y de la configuración para el nivel de voltaje de referencia.^[21]

En la figura (1.2) se muestra un amplificador operacional empleado como comparador. Un voltaje fijo de referencia V_{ref} de (+)1 V se aplica a la entrada (-) del amplificador, y a la otra entrada del amplificador (+) se le aplica un voltaje variante en el tiempo V_{in} . Esto es por lo cual la configuración se llama comparador no inversor. Cuando V_{in} es menor que V_{ref} , el voltaje de salida V_o está en 0 [V] debido a que el voltaje a la entrada (-) es más alto que el de la entrada (+).

Por otro lado, cuando V_{in} es mayor que V_{ref} , la entrada (+) se vuelve positiva con respecto a la entrada (-), y V_o toma el valor de $+V_{sat}$ ($\cong +V_{cc}$). Así V_o cambia de un nivel de saturación a otro cuando $V_{in} \cong V_{ref}$, como en la figura (1.3a). Para cualquier tiempo la forma del voltaje V_o es más grande o más pequeño que el voltaje de referencia V_{ref} . Algunas veces el comparador es llamado detector de nivel de voltaje, debido a que, para un valor deseado de V_{ref} , se puede detectar el nivel de voltaje de la entrada V_{in} . Para reducir problemas de "offset", una resistencia R_2 se conecta entre la entrada (-) del amplificador y V_{ref} dado por el potenciómetro.

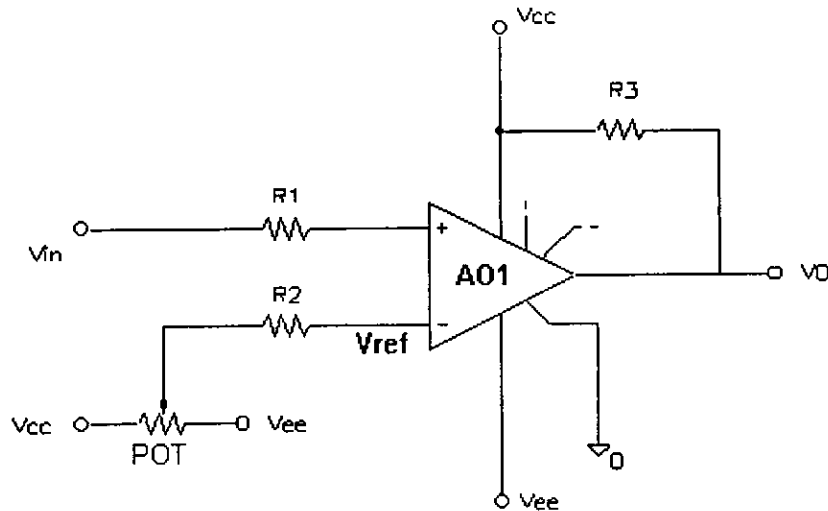


Figura 1.2. Diagrama esquemático de la función de activación escalón (COMPARADOR).

La figura (1.2) muestra un comparador no inversor en el cual el voltaje de referencia V_{ref} es aplicado a la entrada (-) del amplificador y V_{in} es aplicado a la entrada (+) del amplificador. En este circuito, V_{ref} es obtenido empleando un potenciómetro de $10 [K\Omega]$ el cual produce un voltaje divisor entre la fuente de voltaje $+V_{cc}$ y tierra, luego el cursor se conecta a la entrada (-) del amplificador. Como el cursor se mueve hacia $-V_{ee}$, V_{ref} será más negativo, mientras que si se mueve hacia $+V_{cc}$, V_{ref} será más positivo. Con esto una amplitud deseada del V_{ref} puede ser obtenida simplemente ajustando el valor del potenciómetro de $10 [K\Omega]$. Con una entrada senoidal de prueba, la salida V_o tiene la forma de la figura (1.3b), dependiendo del valor del V_{ref} .

Si el voltaje de referencia V_{ref} , dado por el potenciómetro, es negativo con respecto a la tierra, con una señal senoidal aplicada a la entrada (+) del amplificador, la forma de la salida será alta si no baja más del voltaje de referencia, cuando baja del V_{ref} entonces la respuesta será $0 [V]$. Cuando $V_{in} > V_{ref}$, V_o está en $+V_{sat}$; por otro lado, cuando $V_{in} < V_{ref}$, V_o está en $0 [V]$. Obviamente, la amplitud del voltaje de V_{in} debe ser más grande para pasar a través del V_{ref} si el cambio se produce. ^[14]

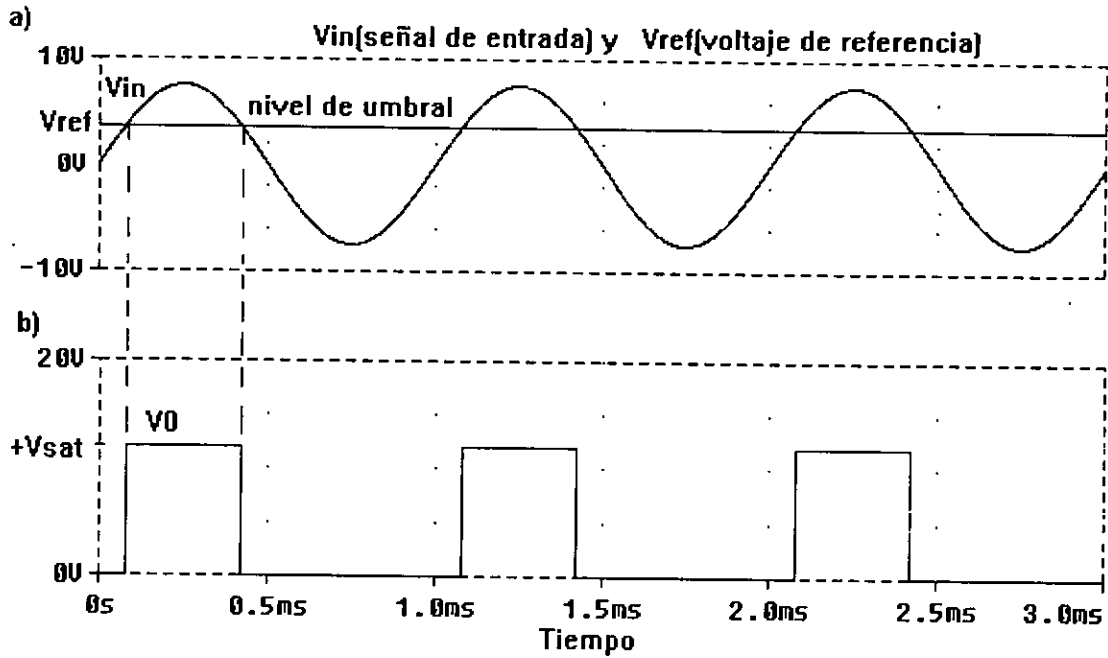


Figura 1.3. a) Señal de prueba senoidal y nivel de umbral, b) respuesta del comparador.

Esta configuración de función de activación se empleará para experimentar en los modelos de neurona artificial simplificado del siguiente capítulo para estudiar las formas de respuesta, y su dinámica.

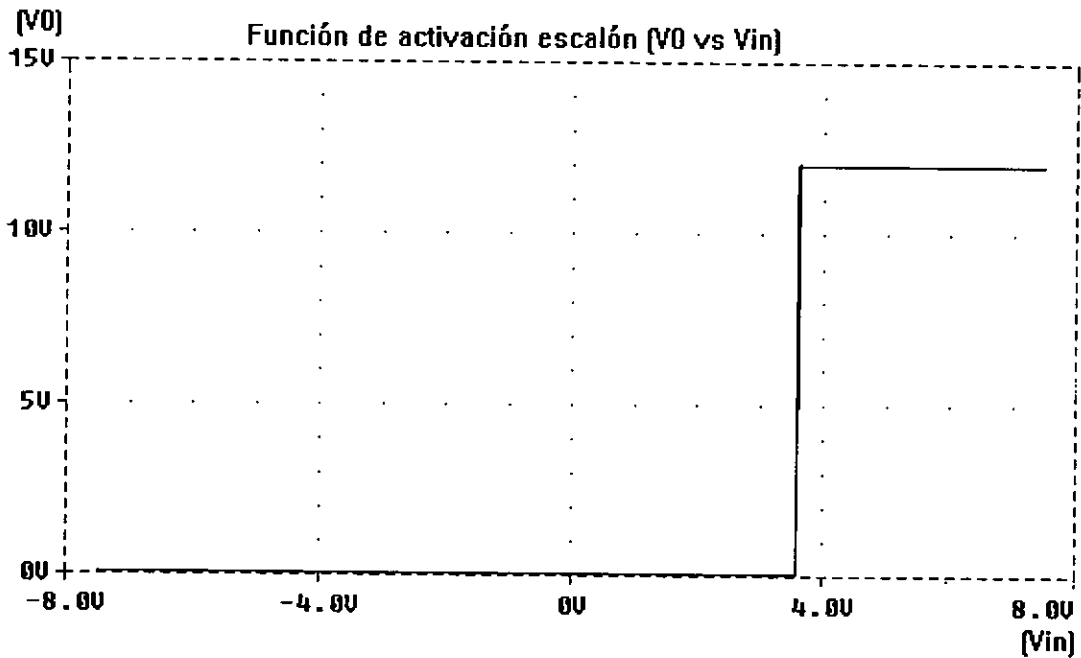


Figura 1.4. Gráfica del voltaje de salida (V_0) contra el voltaje de entrada (V_{in}).

1.2 Función de Activación Escalón con Zona Muerta

La función de activación escalón con zona muerta es una función lineal a trazos también llamada doble comparador. Esta función puede ser implantada en un modelo de neurona artificial, la cual determinará la forma de la respuesta seguida de la suma ponderada de las entradas conforme a los valores de umbral de la función de activación, como se verá más adelante en esta sección. Esta es una función de activación mencionada en la literatura con la cual se puede obtener una forma diferente de respuesta en la neurona artificial. Para ésta función de activación se describirá su modelo matemático y su implantación electrónica por medio de amplificadores operacionales, describiendo paso a paso cada una de las etapas para el escalón con zona muerta.

En la zona muerta de la función de activación escalón zona muerta, como su nombre lo indica, no existe respuesta alguna de la neurona o permanece constante en un cierto potencial el cual puede ser un potencial de reposo o un primer umbral de activación de la neurona. Esto es, la respuesta de la neurona tendrá dos activaciones a partir de los niveles de umbral fijos de manera instantánea y el tamaño de la zona muerta estará determinado por la separación que hay entre estos dos umbrales. La activación de la respuesta de la neurona es muy parecida a la del modelo de neurona McCulloch y Pitts pero ahora con dos umbrales, figura (1.5). Un aspecto importante que se debe mencionar es que cuando esa separación entre umbrales sea nula entonces la zona muerta desaparecerá, por consecuencia esta función se convertirá en el simple escalón o la función de activación para el modelo de McCulloch y Pitts. Se describirá en primer instancia el modelo matemático y después su implantación electrónica.^[4]

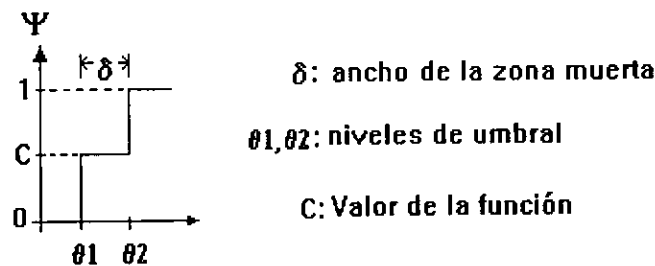


Figura 1.5. Función de activación escalón zona muerta.

1.2.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Escalón Zona Muerta

El modelo matemático que describe a la función de activación mostrada en la figura (1.5) está dado de la siguiente manera. El potencial de la salida de la neurona es cero si el potencial de activación está por debajo de un primer nivel de umbral θ_1 (o potencial de reposo, o también llamado subumbral) y luego toma el valor de C para cuando es igual al umbral θ_1 (donde: $0 < C < 1$); después de tomar el nivel θ_1 se mantiene en el valor de C hasta que la suma ponderada de entradas sea menor a un umbral θ_2 . Una vez que la suma ponderada de las entradas exceda o sea igual a θ_2 , la salida de la neurona toma el valor de 1. En este caso entonces la expresión para este modelo se puede escribir como:

$$\Psi(m(t), \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} 0 & \text{si } m(t) < \theta_1 \\ C & \text{si } \theta_1 \leq m(t) < \theta_2 \\ 1 & \text{si } m(t) \geq \theta_2 \end{cases} \quad (1.4)$$

donde $m(t)$ es el potencial de la neurona y C es el valor que toma la función ψ cuando excede el primer nivel de umbral. Está función puede verse también como un doble detector de umbral el cual se puede analizar por medio de un doble comparador de umbral, de esta manera es como se realiza la implantación electrónica del escalón zona muerta junto con otras etapas que se describirán a detalle en el modelo electrónico para tomar el máximo de dos señales comparadas.

1.2.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Escalón Zona Muerta

La implantación del modelo electrónico de esta función de activación se lleva a cabo con base en la descripción matemática anteriormente mencionada y de su forma vista en la figura (1.5). Para esto se hará empleo del otro nombre con que es conocida esta función de activación, que es el de, "doble comparador". En esta sección se presentará el circuito esquemático que realiza el papel de la función de activación escalón con zona muerta, la descripción de cada etapa de ésta y sus expresiones; además se presenta la prueba del modelo y sus resultados para una señal periódica del tipo senoidal.

Como se mencionó para el modelo electrónico se emplearan dos comparadores que responderán cuando el nivel de potencial de entrada (en este caso una señal senoidal) exceda los niveles de referencia fijos que fungirán como los niveles de umbral θ_1 y θ_2 . Luego como se tienen dos señales cada una de un comparador, o sea V_{s1} y V_{s2} , éstas se sobre ponen y se toma siempre la mayor de las dos señales; con esto se obtendrá una sola señal de salida a través de algunas etapas en el circuito las cuales se muestran en el diagrama esquemático del modelo electrónico, figura (1.6). Para encontrar la señal de salida se realizaran algunas operaciones elementales, tales como suma, resta, valor absoluto y división.

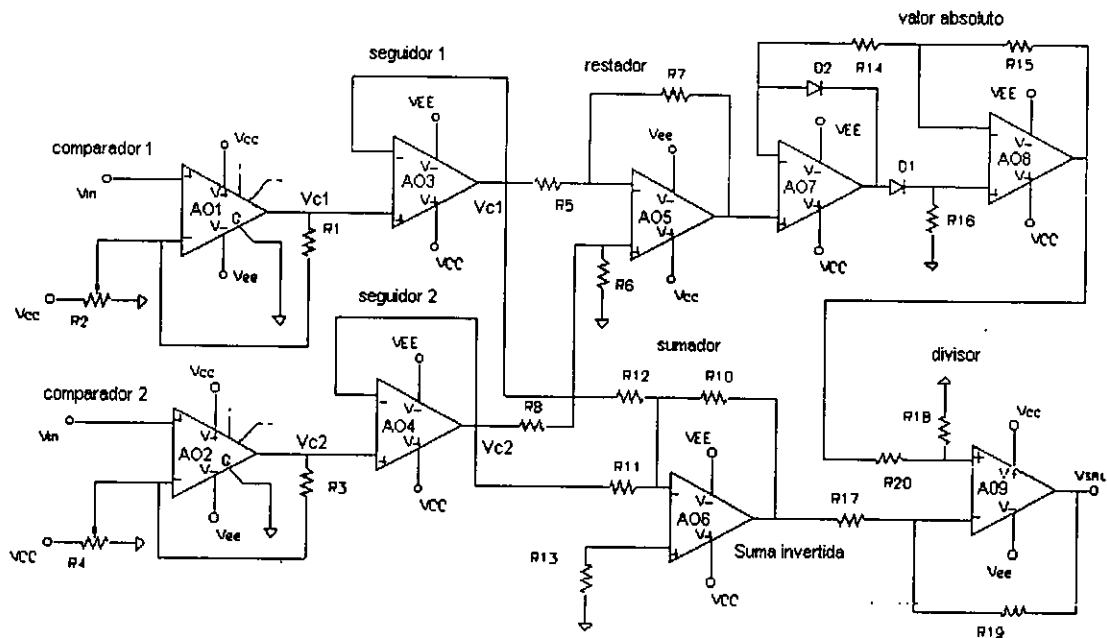


Figura 1.6. Diagrama esquemático de la función de activación escalón con zona muerta.

Considerando que la señal de entrada es del tipo senoidal entonces la primera etapa son los dos comparadores. Denotando a el potencial de la señal de entrada por V_{in} entonces la primer etapa está descrita por:

$$V_{C1} = \begin{cases} V_{C1} & \text{si } V_{in} > \theta_1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}, \quad (1.5)$$

para el primer comparador con el primer nivel de umbral θ_1 , donde V_{C1} es el voltaje de respuesta del comparador 1.

$$V_{C2} = \begin{cases} V_{C2} & \text{si } V_{in} > \theta_2 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}, \quad (1.6)$$

para el segundo comparador con el segundo nivel de umbral θ_2 , donde V_{C2} es el voltaje de respuesta del comparador 2, ver figura (1.7).

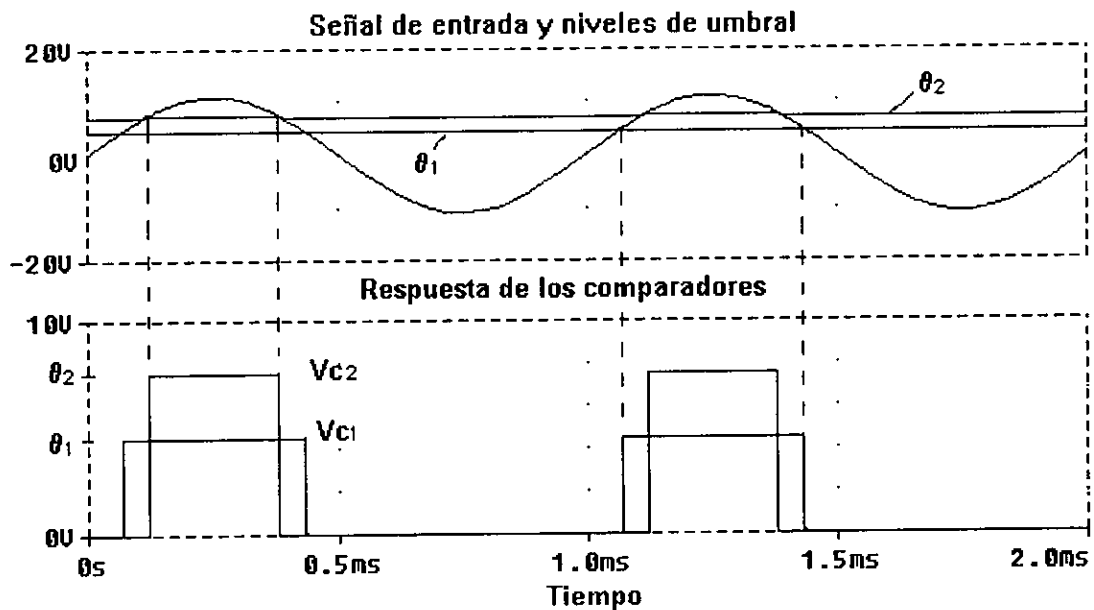


Figura 1.7. Primer etapa, respuesta de los comparadores.

Como lo que se busca es sobre poner estas dos señales y tomar la máxima de las dos señales entonces se realizan las operaciones elementales sobre estas dos señales, es decir, la segunda etapa consta de la suma de V_{C1} y V_{C2} , la cual se muestra en la figura (1.8).

Al sumar las dos señales de los comparadores V_{C1} y V_{C2} se obtiene el voltaje de suma V_{sum} , analizando el circuito de la figura (1.6), y si $R = R_{11} = R_{12}$ y $R_F = R_{10}$, se tiene que:

$$V_{sum} = -\frac{R_F}{R}(V_{C1} + V_{C2})$$

El voltaje de salida V_{sum} es igual a la suma negativa de los voltajes V_{C1} y V_{C2} , si la ganancia del AO6 es unitaria. Por lo que,

$$V_{sum} = -(V_{C1} + V_{C2}) \quad (1.7)$$

La tercera etapa del circuito realiza la resta de V_{C1} y V_{C2} , la cual se muestra en la figura (1.8). Al restar las dos señales de los comparadores V_{C1} y V_{C2} se obtiene un voltaje de resta V_{res} , así pues,

analizando el circuito se tiene lo siguiente. Cuando $V_{C2} = 0[V]$, la configuración se convierte en un Inversor y el voltaje de salida es:

$$V_{OR1} = -\frac{R_7}{R_5} V_{C1}, \quad (1.8)$$

Análogamente cuando $V_{C1} = 0[V]$; la configuración es ahora un No Inversor teniendo un divisor de voltaje dado por R_6 y R_8 a la entrada por lo que,

$$V_1 = \left(\frac{R_6}{R_8 + R_6} \right) V_{C2},$$

y la salida debida a V_{O1} entonces es

$$V_{OR2} = \left(1 + \frac{R_7}{R_5} \right) V_1, \quad \text{esto es}$$

$$V_{OR2} = \left(\frac{R_6}{R_8 + R_6} \right) \left(\frac{R_5 + R_7}{R_5} \right) V_{C2}, \quad \text{de donde} \quad \text{si } R_5 = R_8 \text{ y } R_6 = R_7,$$

$$V_{OR2} = \left(\frac{R_7}{R_5} \right) V_{C2}, \quad (1.9)$$

Así mismo el voltaje de salida del restador será:

$$V_{res} = V_{OR1} + V_{OR2}$$

o sea,

$$V_{res} = -\frac{R_7}{R_5} (V_{OR1} - V_{OR2}) = -\frac{R_7}{R_5} V_{C12} \quad (1.10)$$

cabe señalar que V_{C12} es negativo por lo que V_{res} es positivo, y la ganancia del voltaje está dada por,

$$A_{res} = \frac{V_{res}}{V_{C12}} = -\frac{R_7}{R_5} \quad (1.11)$$

el voltaje obtenido V_{res} es igual a la resta de las dos entradas a los comparadores mencionados anteriormente, esta diferencia de señales de entrada se pueden observar en la Figura (1.8).

La cuarta etapa de la figura (1.6) la conforma un circuito que calcula el valor absoluto de la resta $|V_{res}|$, obtenida en la etapa inmediata anterior.^[7] El análisis del circuito se hará en dos pasos.

1o.- Cuando $V_{res} > 0$, es decir, aplicando un voltaje positivo en la parte (+) del amplificador operacional AO7 se fuerza a que su salida sea positiva, así D_1 se polariza negativamente y D_2 se polariza positivamente. Luego el voltaje de salida V_{abs} está dado por:

$$V_{abs} = A_p V_{res} ,$$

donde $A_p = 1$.

2o.- Cuando $V_{res} < 0$, es decir, aplicando un voltaje negativo en la parte (+) del primer amplificador operacional de esta etapa se fuerza a que su salida sea negativa, así D_1 se polariza positivamente y D_2 se polariza negativamente. Luego el voltaje de salida V_{abs} está dado por:

$$V_{abs} = -A_n V_{res}$$

donde

$$A_n = \frac{R_{15}}{R_{14}};$$

las condiciones son: $R_{14} = R$, $R_{15} = A R$, lo cual produce

$$V_{abs} = A |V_{res}|, \quad (1.12)$$

un valor absoluto con ganancia unitaria $A=1$, en particular este circuito es de alta impedancia de entrada, los resultados experimentales de este circuito se muestran en la figura (1.8)

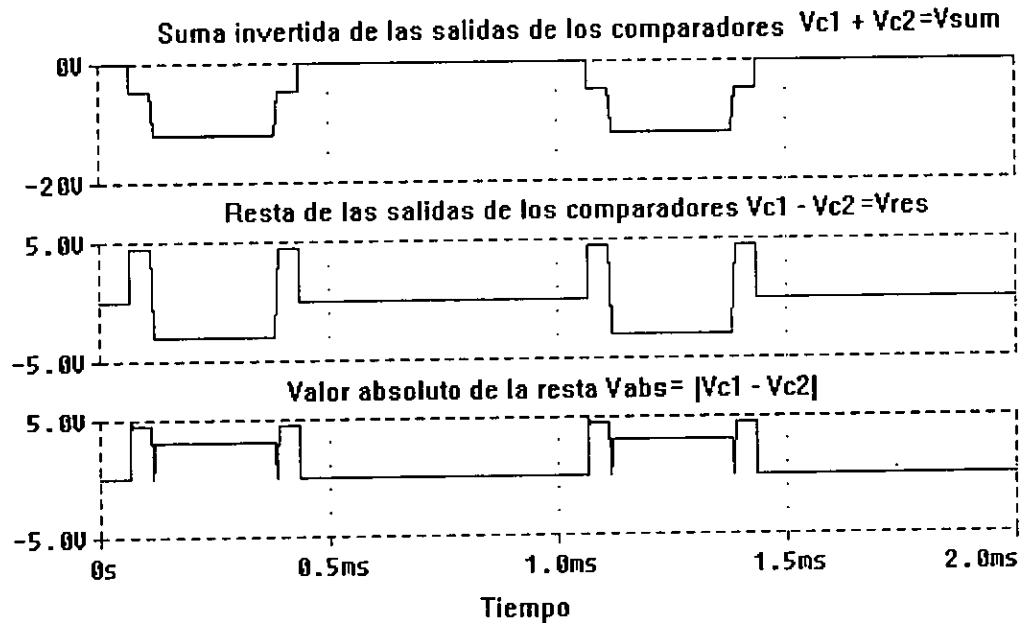


Figura 1.8. Suma de señales de los comparadores (V_{c1} y V_{c2}), resta de ambas, y valor absoluto de la resta.

La última parte del diagrama esquemático de la figura (1.6) se realiza una suma entre V_{sum} y V_{abs} , y luego una división entre dos de la suma anterior para que se obtenga entonces la señal que se buscaba, es decir, la señal de voltaje máxima de las dos señales V_{c1} y V_{c2} de los comparadores. Como la señal de V_{sum} está invertida, por lo tanto entra a la entrada (-) del último amplificador operacional.

Analizando el circuito en su última etapa se tiene, que la configuración del último amplificador operacional resulta ser un restador, por lo cual se obtiene el voltaje de salida (V_{sal}) como:

$$V_{sal} = -\frac{R_{19}}{R_{17}}((-V_{sum}) - V_{abs}) \quad (1.13)$$

Si se toma a $R_{19} = 5 \text{ [k}\Omega\text{]}$, y a $R_{17} = 10 \text{ [K}\Omega\text{]}$, entonces la ganancia dada por:

$$A = -\frac{R_{19}}{R_{17}};$$

será de $A = 0.5$. Los resultados experimentales se muestran en la figura (1.9)

De está manera se calcula:

$$V_{sal} = \frac{V_{sum} + V_{abs}}{2}, \quad (1.14)$$

relación que proporciona V_{sal} que es la respuesta de la función de activación escalón con zona muerta, mostrada en la figura (1.9).

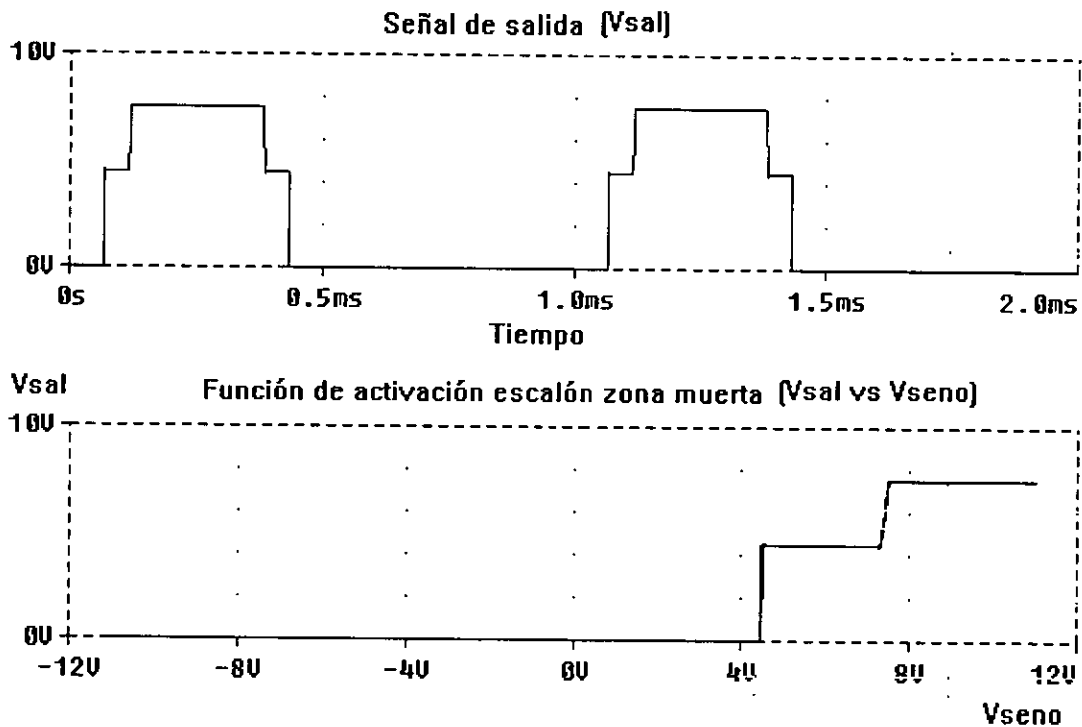


Figura 1.9. Respuesta de modelo electrónico y la gráfica del voltaje de salida (V_{sal}) contra el voltaje de entrada (V_{seno}).

Más adelante se realizarán pruebas con un modelo de neurona artificial empleando este modelo electrónico como función de activación.

1.3 Función de Activación Rampa con Saturación

La función de activación rampa con saturación es otra forma de activación que puede tener la respuesta de una neurona artificial, o sea, la forma de la respuesta será en forma de una línea recta con una pendiente determinada por un valor K constante o variable si se desea que ésta cambie; esta pendiente está determinada por los valores de umbral de la rampa. En algunos casos se requiere que la respuesta de una neurona artificial sea en forma continua y lineal desde un nivel mínimo hasta un valor máximo de saturación, dependiendo de un nivel de umbral θ que casi siempre en este caso se fija en cero. Esta función es diferenciable menos en su valor mínimo y en su valor máximo ya que en estos puntos la derivada es cero.

Con esto se puede mencionar que la función de activación rampa con saturación es diferenciable en un intervalo, el cual depende de la pendiente de la rampa; además en esta función de activación las derivadas en cada uno de sus puntos son siempre positivas. La habilidad de su respuesta consiste en cuantos valores se pueden obtener en este intervalo diferenciable de la función de activación rampa con saturación y en la forma en que se quieran las respuestas, es decir, determinar los valores de umbral para cambiar la pendiente de la rampa.

Usualmente este tipo de función de activación se emplea para resolver problemas linealmente separables, en donde se puedan agrupar sus respuestas en forma lineal. Generalmente el valor más alto que puede tomar linealmente es 1, y el más bajo puede ser 0 o -1. La forma de la función de activación rampa con saturación se muestra en la figura (1.10) para los dos casos de valores límite de la suma ponderada de sus entradas.^[4]

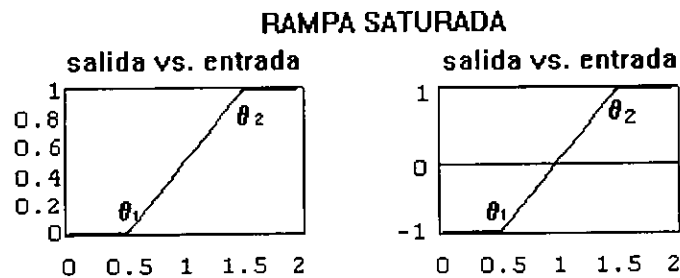


Figura 1.10. Función de activación rampa con saturación.

La manera de ampliar las respuestas de la neurona artificial de acuerdo al valor de la variable independiente (la suma ponderada de las entradas), es cambiando el valor de la pendiente de la rampa y otra forma sería cambiando el valor de sus límites máximo y mínimo (0,1) o (-1,1). Esto con el objeto de tener una mayor posibilidad de agrupar las respuestas de la neurona artificial, para ciertas tareas en que se requiere un intervalo mayor de respuesta, o dependiendo de que tipo de respuesta se desea.

Para esta sección se muestra la función matemática que describe a la función de activación rampa con saturación y después se implantará el modelo electrónico para aplicaciones en hardware con su respectivo diagrama esquemático, en modelos de neuronas artificiales.

Para la implantación del modelo electrónico se emplea un par de amplificadores operacionales con configuraciones de rectificador de media onda y de un amplificador no inversor con la característica de que la ganancia $A > 1$. Se analizarán cada una de las configuraciones de los amplificadores operacionales para obtener la función de respuesta rampa con saturación.

Esta función de activación fue propuesta por Fukushima para un modelo simplificado de una neurona artificial, donde el intervalo de respuesta se encuentra entre los valores de 0 y 1 como niveles mínimo y máximo respectivamente.

1.3.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Rampa con Saturación

Aquí se presenta la función matemática que describe la función de activación rampa con saturación. Esta función es acotada y diferenciable en el intervalo de trabajo, el cual depende de la pendiente de la rampa que se esté empleando; con derivadas iguales a cero en sus límites de acotación mínimo y máximo. La descripción de esta función se menciona a continuación.

Cuando se emplea la función de activación rampa saturada en alguno de los modelos simplificados de una neurona artificial, la respuesta está dada por cero si el potencial de activación $m(t)$ o la suma ponderada de entradas de la neurona está de bajo de un nivel de umbral θ_1 (a veces llamado subumbral o potencial de reposo) después, si este potencial de activación toma el nivel de θ_1 o es mayor, entonces la salida será igual a la pendiente $(m(t) - \theta_1)/(\theta_2 - \theta_1)$; y llega a un nivel de saturación cuando alcanza el umbral θ_2 . Esta función de activación es llamada rampa con saturación (ver figura 1.10). Para esta función de activación se tiene la siguiente representación matemática:

$$\psi(m(t); \theta_1; \theta_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } m(t) \geq \theta_2 \\ \frac{m(t) - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} & \text{si } \theta_1 \leq m(t) < \theta_2 \\ 0 & \text{si } m(t) < \theta_1 \end{cases} \quad (1.15)$$

Esta representación de la función de activación rampa saturada, se encuentra precisamente acotada en sus niveles de saturación, en este caso 0 y 1. Sin embargo se puede extender los niveles de saturación de la rampa a -1 y 1, dependiendo de la tarea a resolver o de la naturaleza de la suma ponderada de las entradas a la neurona artificial. Así la representación matemática para una rampa saturada en -1 y 1 se puede expresar como:

$$\psi(m(t); \theta_1; \theta_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } m(t) \geq \theta_2 \\ \frac{m(t) - 1}{\theta_2 - \theta_1} & \text{si } \theta_1 \leq m(t) < \theta_2 \\ -1 & \text{si } m(t) < \theta_1 \end{cases} \quad (1.16)$$

1.3.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Rampa con Saturación

Se empleara un par de amplificadores operacionales, para la implantación de esta función de activación. El diagrama esquemático que representa al modelo electrónico se muestra en la figura (1.11). En la figura (1.13) se presenta el funcionamiento con respecto a una señal periódica del tipo senoidal a la entrada negativa del primer amplificador operación, y a su vez se muestra la respuesta del circuito después del amplificador no inversor de ganancia $A > 1$, con la gráfica de la señal de salida versus la señal de entrada. Se realizarán los análisis respectivos de cada elemento del circuito esquemático que representa la función de activación, con el fin de obtener una representación de la señal de salida dada por el estudio del circuito.

Se puede utilizar un amplificador operacional en configuración de rectificador de media onda para eliminar cierta porción de la señal de entrada y así obtener una forma de señal deseada a la salida, es decir un rectificador de media onda modifica la señal de entrada empleando un diodo a la salida del amplificador operacional. Este elemento a la salida, actúa como un diodo ideal que en este caso trabaja como un interruptor porque cuando se enciende la diferencia de voltaje a través de él, se coloca en "open-loop" (lazo abierto). Por otro lado cuando se polariza en inversa, el diodo se apaga, y entonces el diodo es un circuito abierto.^[14]

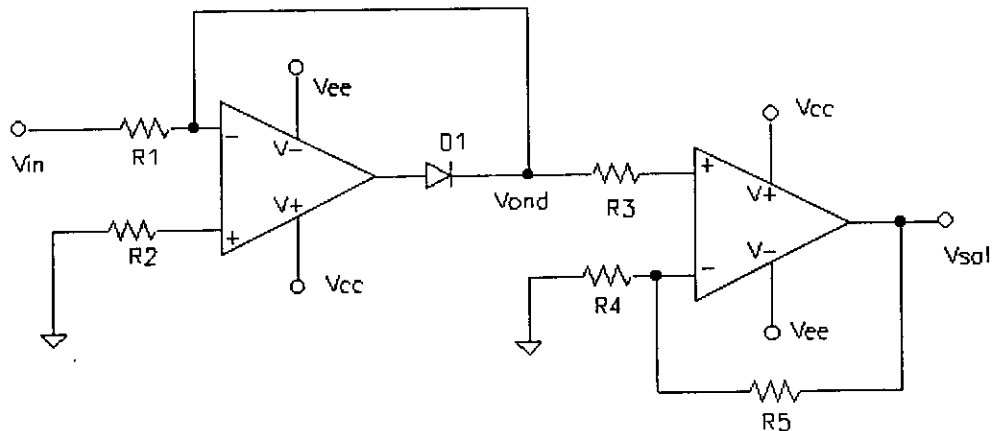


Figura 1.11. Diagrama esquemático de la función de activación rampa con saturación.

Al amplificador operacional rectificador de media onda que se muestra en la figura (1.12), se le proporciona un voltaje de referencia $V_{ref} = 0$ [V]. Este circuito puede rectificar señales con picos de unos cuantos milivolts a diferencia de los diodos convencionales. Esto es posible porque el "open-loop" de la ganancia del amplificador operacional automáticamente ajusta el manejador de voltaje para el diodo D_1 , así que el pico rectificado a la salida es el mismo de la entrada, ver la segunda gráfica de la figura (1.13).

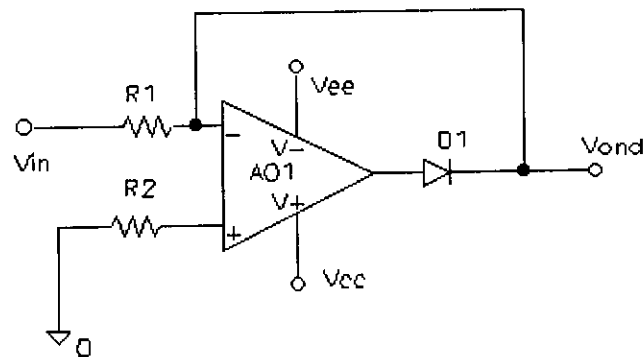


Figura 1.12. Rectificador de media onda.

Como el voltaje de entrada V_{in} empieza a incrementarse en la dirección positiva, el voltaje V_0' también empieza a incrementarse positivamente hasta que el diodo D_1 se polariza en directa. Cuando D_1 se polariza en directa, se cierra un lazo de retroalimentación y el amplificador operacional trabaja como un seguidor de voltaje. Por lo tanto, el voltaje de salida V_{ond} sigue al voltaje de la señal de entrada V_{in} durante el medio ciclo positivo de la señal de entrada, como se muestra en la segunda gráfica de la figura (1.13).

Sin embargo, cuando V_{in} empieza incrementarse en dirección negativa, V_{ond} también se incrementa negativamente hasta que sea igual al voltaje negativo de saturación ($\cong -V_{EE}$). Esta polariza en inversa al diodo D_1 y abre un el lazo de retroalimentación. Por lo tanto, durante el medio ciclo negativo de la señal de entrada, el voltaje V_{ond} de salida es igual a cero. Este circuito lo que hace es que mientras el voltaje de la señal de entrada sea positivo habrá una respuesta siempre positiva en la misma forma que la señal de entrada.

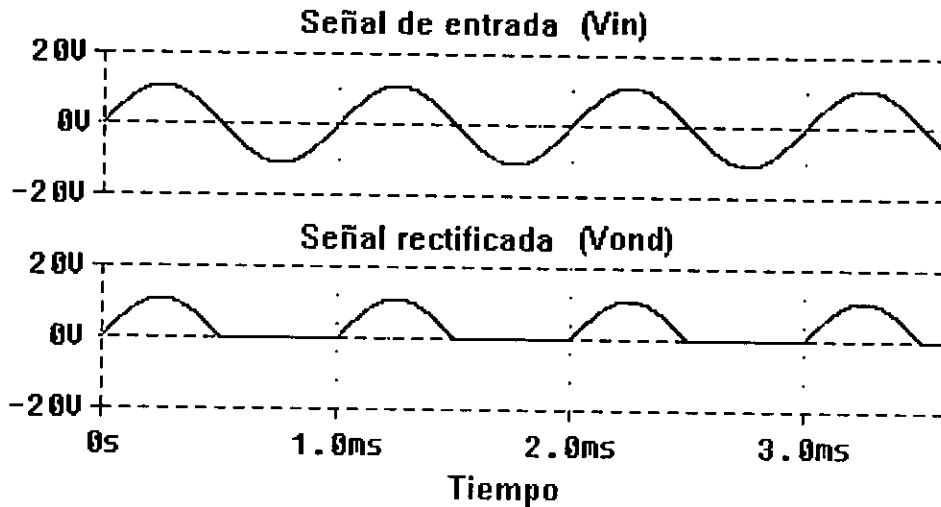


Figura 1.13. Señal de entrada al rectificador y señal rectificada.

Después la señal de voltaje de salida V_{ond} rectificada será la señal de entrada para la entrada positiva de otro amplificador operacional que tiene una configuración de amplificador no inversor con la particularidad de que la ganancia $A > 1$, figura (1.14).

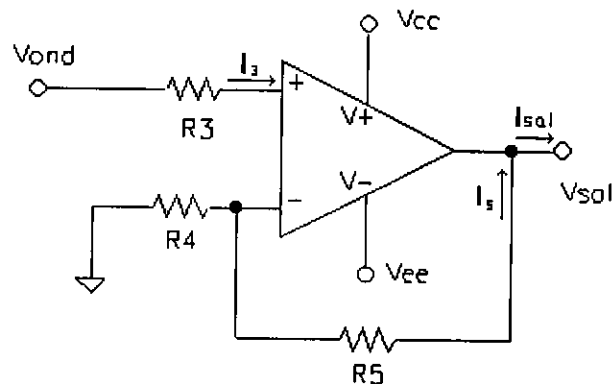


Figura 1.14. Amplificador no inversor.

Para esta configuración se tendrá que en el nodo de salida, empleando las leyes de Kirchhoff para corrientes,

$$I_3 + I_5 = I_{sal} \quad (1.17)$$

de aquí que se pueda expresar como:

$$\frac{V_{ond}}{R_3} + \frac{V_{ref}}{R_4} = \frac{V_{sal}}{R_5}, \quad (1.18)$$

o bien, dado que $V_{ref} = 0 [V]$,

$$V_{sal} = \frac{R_5}{R_3} V_{ond},$$

la cual también se puede expresar como,

$$V_{sal} = A V_{ond}, \quad (1.19)$$

con $A = R_5/R_3$.

Así si R_5 es mayor que R_3 , $A > 1$, y por lo tanto hay una ganancia. Esta ganancia será tal que la amplificación de la señal de entrada se sature en $+V_{CC} > V_{CC} - 2 [V] = V_{sat}$, aproximadamente. Esto se muestra en la figura (1.15).

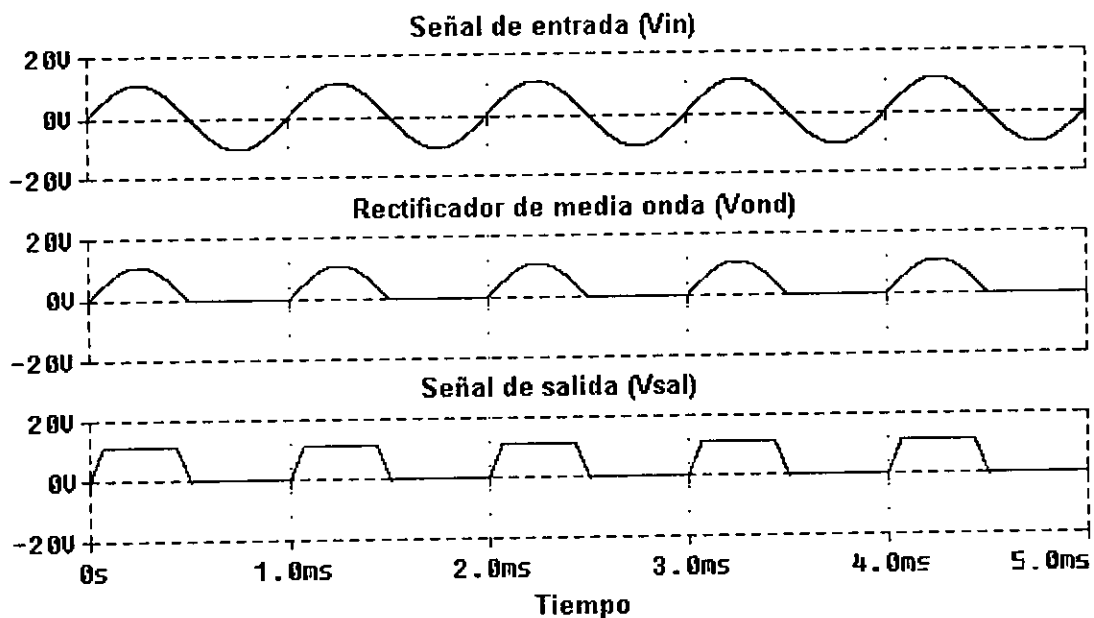


Figura 1.15. Señal periódica de entrada al rectificador de media onda, señal rectificadora y la señal amplificada saturada.

La señal saturada se muestra en la figura (1.16) en donde también se presenta la gráfica de la señal de salida V_{sal} versus la señal de entrada V_{in} . La pendiente de ésta figura, está determinada por el valor de la ganancia del amplificador operacional no inversor $A = R_5/R_3$. Si la ganancia es igual a 1 y por consiguiente $R_3=R_5$, la pendiente de la rampa será de 45° y de acuerdo a la ganancia del amplificador aumentará o disminuirá la pendiente.

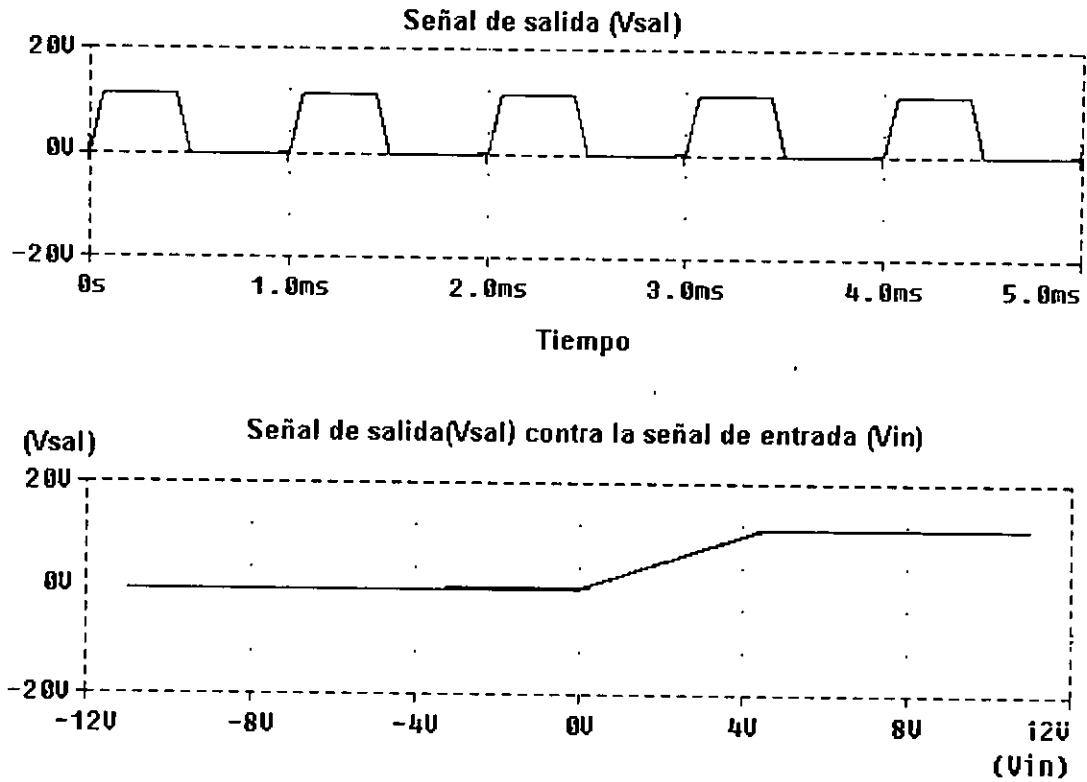


Figura 1.16. Señal de salida versus la señal de entrada.

1.4 Función de Activación Rampa Zona Muerta con Saturación

La función de activación rampa zona muerta con saturación es otra forma de la función de respuesta lineal a trazos que puede tener una neurona artificial. En este caso la forma de la respuesta será una rampa con una pendiente determinada por un valor K constante o variable en un intervalo y después se mantendrá en un nivel de respuesta constante hasta que la respuesta sea mayor que este nivel, y si es mayor entonces la respuesta volverá ser una rampa con la misma pendiente K anterior de los valores menores de la respuesta. Para casos prácticos a veces se desea que la respuesta de una neurona artificial sea en forma continua y lineal a trazos desde un nivel mínimo hasta un valor constante y después nuevamente lineal hasta un valor máximo de saturación, dependiendo de niveles de umbral θ_1 y θ_2 que casi siempre se fijan como el nivel de umbral para el potencial de reposo y el nivel de umbral para la activación de la neurona artificial respectivamente.

La función rampa zona muerta con saturación es diferenciable pero no en todo su intervalo, el valor de su derivada en su valor mínimo, en la zona muerta (nivel constante del potencial de activación de la respuesta de la neurona) y en su valor máximo es cero. Con esto se puede mencionar que la función de activación rampa zona muerta con saturación es diferenciable pero no en todo su intervalo. El intervalo donde la función es diferenciable depende de la pendiente de la rampa, es decir que tan inclinada se encuentre la rampa; las derivadas en cada uno de sus puntos diferenciables son siempre positivas. La posibilidad que proporciona esta función para obtener una amplia gama de respuestas depende de cuantos valores se pueden elegir en el intervalo de trabajo diferenciable de la función y de la forma en que se seleccionen sus respuestas, es decir determinar los niveles de umbral. Usualmente este tipo de función de activación se emplea para resolver problemas lineales a trazos o en intervalos donde la respuesta obtenida sea lineal, de esta manera se podrán seleccionar sus respuestas, en forma lineal a trazos. El intervalo para los valores de respuesta generalmente son: en el límite superior de saturación 1 (valor máximo de la respuesta), y en el límite inferior 0 o -1 (valor mínimo de la respuesta); lo cual proporciona la forma de selección de las respuestas. La gráfica de la función de activación rampa zona muerta con saturación se muestra en la figura (1.17) para ambas situaciones de valores límite de saturación de la suma ponderada de las entradas a la neurona.^[4]

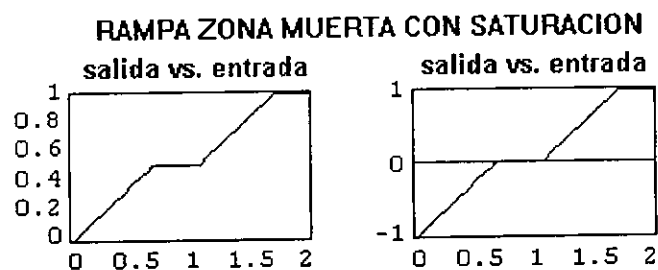


Figura 1.17. Función de Activación rampa zona muerta con saturación.

En la figura (1.17) se puede observar que las pendientes de las rampas antes y después de la zona muerta son las mismas, en ambos caso; es decir, en la zona muerta el valor de la respuesta es constante durante un intervalo. Como anteriormente se mencionó las pendientes de la rampa depende de un parámetro K que puede variar, entonces para ampliar las posibilidades de respuesta de la neurona se cambia el valor de K para que el intervalo de la función de activación aumente o disminuya, no así los valores de saturación de la función.

En esta sección se presenta la función matemática que describe a la función de activación rampa zona muerta con saturación, se describe cada uno de los parámetros involucrados. En la

implantación del modelo electrónico de la función de activación se emplea amplificadores operacionales que soporten el comportamiento de la función. Se describirán las configuraciones de cada amplificador operacional empleado y se realizará el análisis del circuito paso a paso, mostrando las gráficas de respuestas para cada etapa construida dada una señal de entrada periódica tipo senoidal.

1.4.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Rampa Zona Muerta con Saturación

A continuación se describirá el comportamiento de la función de activación rampa zona muerta y su expresión matemática. La función de activación rampa zona muerta con saturación tiene las siguientes características. Su respuesta esta dada cuando la función ψ de activación sea igual al potencial de activación $m(t)$ (suma ponderada de entradas), hasta que llega a un nivel θ_1 de subumbral (o potencial de reposo), y la respuesta se mantiene allí en un valor constante C entre 0 y 1 ($0 < C < 1$) durante un intervalo, hasta que el potencial de activación alcance otro nivel de umbral θ_2 para que ahora la función de activación sea igual al potencial de activación menos la diferencia entre θ_2 y θ_1 , ésta es una rampa con la misma pendiente, luego se mantendrá allí hasta que sea mayor o igual a otro nivel umbral θ_3 , este nivel de umbral θ_3 será un nivel de umbral de saturación.

La rampa tiene una pendiente constante para la función ψ y el potencial de activación $m(t)$ junto con los niveles de umbral son el valor de la pendiente que toma la rampa antes y después de la zona muerta, a su vez la zona muerta de la función de activación se define como el intervalo en que la respuesta se mantiene constante y este intervalo es igual a la diferencia entre θ_1 y θ_2 . La figura (1.18) muestra en detalle estos aspectos de la función de activación. La representación matemática se expresa de la siguiente manera:

$$\psi(m(t); \theta_1; \theta_2; \theta_3) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{m(t) - \theta_1}{\theta_1} & \text{si } m(t) < \theta_1 \\ C & \text{si } \theta_1 \leq m(t) < \theta_2 \\ \frac{(m(t) - (\theta_2 - \theta_1))}{\theta_3 - \theta_2} & \text{si } \theta_2 \leq m(t) < \theta_3 \\ 1 & \text{si } \theta_3 \leq m(t) \end{array} \right. \quad (1.20)$$

Esto da como resultado el comportamiento de una función de activación lineal a trazos, como se muestra en la figura (1.18), cabe mencionar que cuando la diferencia entre los niveles de umbral θ_1 y θ_2 sea igual a cero la zona muerta no existe; por lo tanto en el límite mínimo de la diferencia de niveles de umbral sólo se tendrá la función de activación rampa saturada.

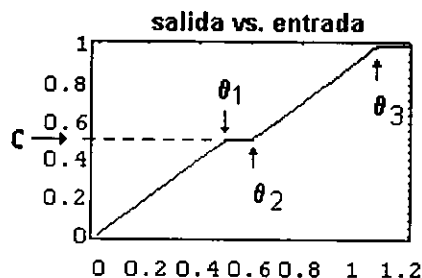


Figura 1.18. Función de activación rampa zona muerta con saturación detallada.

1.4.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Rampa Zona Muerta con Saturación

Para implantar electrónicamente el comportamiento de esta función de activación se emplearan amplificadores operacionales con configuraciones de recorte de señal, rectificador de media onda, amplificador no inversor y un sumador de señales que conforman la función de activación de la figura (1.19), con el objetivo de obtener una representación de la señal de salida.

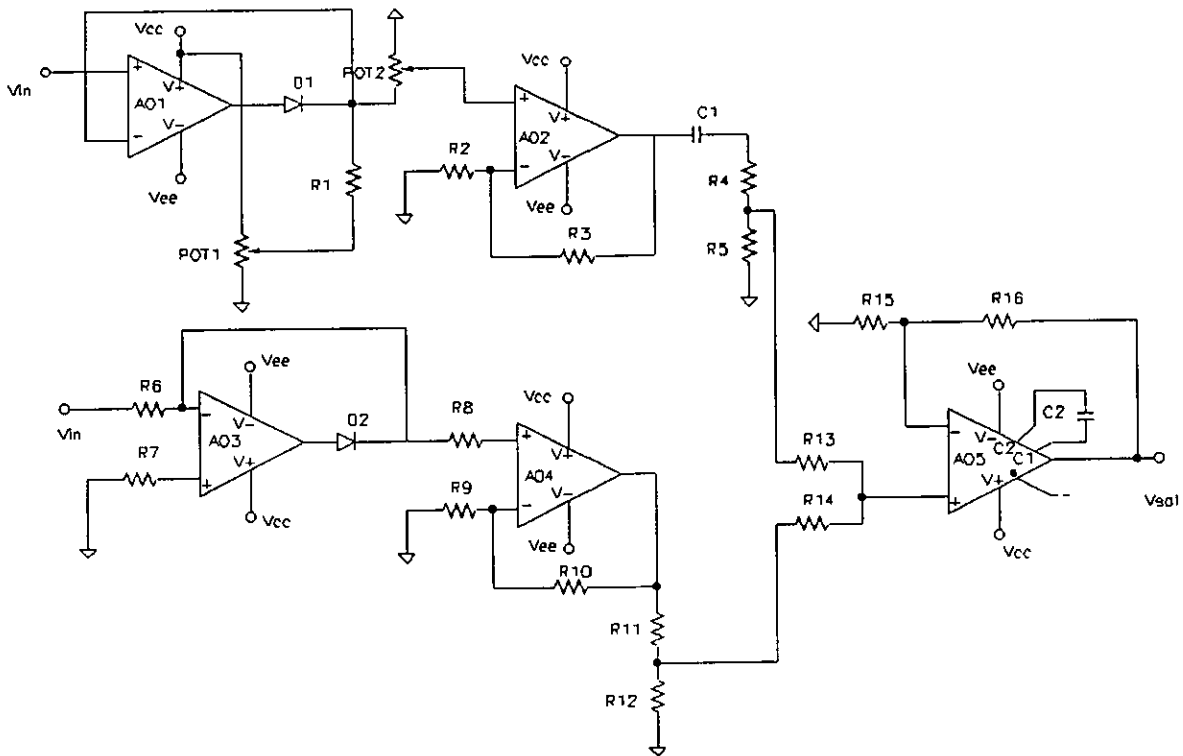


Figura 1.19. Diagrama esquemático de la función de activación rampa zona muerta con saturación.

Este circuito será probado para una señal periódica de entrada mostrando las respuestas para cada etapa del circuito. Y será analizado en dos etapas.

Primer etapa

Analizando el primer amplificador operacional (AO1) del circuito de la figura (1.19), se puede observar que se representa con una configuración de recorte de señal "clipper". Un circuito clipper puede ser utilizado para recortar cierta porción de la señal de entrada para obtener una forma de señal de salida deseada. Un circuito clipper positivo es un circuito que remueve la parte positiva de la señal de entrada, este circuito esta formado de un amplificador operacional y un diodo rectificador como se muestra en la figura (1.20). En este circuito el amplificador operacional se emplea básicamente como un seguidor de voltaje con un diodo en la trayectoria de retroalimentación. El nivel de recorte se determina por un voltaje de referencia V_{ref} , el cual debe ser menor que el voltaje de amplitud de la señal de entrada en el intervalo de operación del amplificador operacional. De esta manera el voltaje de referencia V_{ref} se deriva de el voltaje de alimentación $+V_{CC}$, el voltaje de alimentación debe estar bien regulado. Como se mostrará en la figura (1.23), el voltaje de salida contiene la porción positiva del medio ciclo de la señal de entrada por encima del voltaje de recorte (voltaje de referencia V_{ref}).

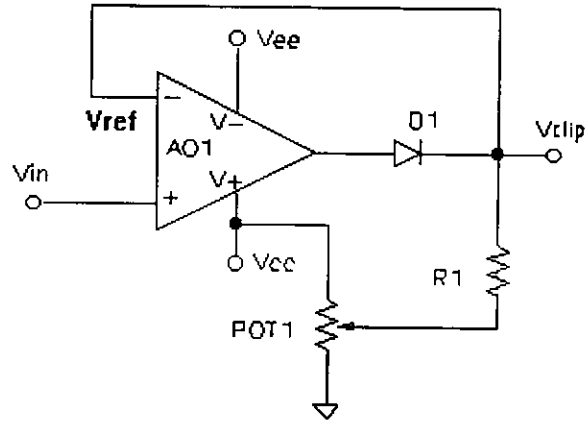


Figura 1.20. Circuito "clipper" recorte de señal.

El circuito de la figura (1.20) trabaja como sigue, durante el medio ciclo positivo de la señal de entrada, el diodo D_1 conduce solamente hasta que el voltaje de entrada V_{in} sea igual al voltaje de salida V_{ref} . Esto sucede porque, cuando $V_{in} < V_{ref}$, el voltaje (V_{ref}) en la entrada (-) del AO1 es más alta que el voltaje V_{in} en la entrada (+) del AO1; de aquí que el voltaje de salida V_{clip}' del AO1 viene siendo suficientemente negativo para colocar al diodo D_1 en corto. Cuando D_1 conduce esto cierra el lazo de retroalimentación y el AO1 opera como un seguidor de voltaje; esto es, la salida V_{clip} sigue a la entrada V_{in} hasta que $V_{in} = V_{ref}$.

Sin embargo, cuando V_{in} es ligeramente mayor que V_{ref} , la salida V_{clip}' del AO1 viene siendo suficientemente positivo para colocar a D_1 en conducción. Esto abre el lazo de retroalimentación y el AO1 opera a lazo abierto; por lo tanto, esto hace que su voltaje de salida V_{clip}' se dirija hacia una saturación positiva ($\cong +V_{CC}$). Con la polarización del diodo D_1 en directa, el voltaje de salida $V_{clip} = V_{ref}$, así cuando $V_{in} < V_{ref}$, $V_{clip}' \cong +V_{CC}$ y $V_{clip} = V_{ref}$. El diodo D_1 está encendido cuando $V_{in} > V_{ref}$ y estará apagado cuando $V_{in} < V_{ref}$, con esto la salida sigue a la entrada solamente cuando el diodo está encendido; así el AO1 alterna de un lazo abierto a un lazo cerrado de acuerdo a la operación del diodo D_1 encendido o apagado respectivamente. Por esta razón el AO1 empleado debe ser de alta velocidad y preferentemente compensado para una ganancia unitaria $A=1$. El resultado de este circuito clipper se mostrará en la figura (1.23).

El amplificador operacional AO2 del circuito de la figura (1.19), tiene una configuración de un amplificador no inversor de ganancia mayor a 1, $A > 1$. Para esta configuración se tendrá que en el nodo de salida entre AO2 y C1, empleando las leyes de Kirchoff para corrientes,

$$I_{RP2} + I_3 = I_{sal1} \quad (1.21)$$

de aquí que se pueda expresar como:

$$\frac{V_{clip}}{R_{RP2}} + \frac{V_{ref}}{R_2} = \frac{V_{sal1}}{R_3} \quad (1.22)$$

o bien, dado que $V_{ref} = 5 [V]$,

$$V_{sal1} = \frac{R_3}{R_{RP2}} V_{clip} \quad (1.23)$$

la cual también se puede expresar como,

$$V_{sal1} = AV_{clip} , \quad (1.24)$$

con $A = R_3 / R_{RP2}$.

Así si R_3 es mayor que R_{RP2} , $A > 1$, y por lo tanto hay una ganancia. Esta ganancia será tal que la amplificación de la señal de entrada se sature en $+V_{CC} > V_{CC} - 2 [V] = V_{s1}$, aproximadamente. Esto se muestra en la figura (1.24).

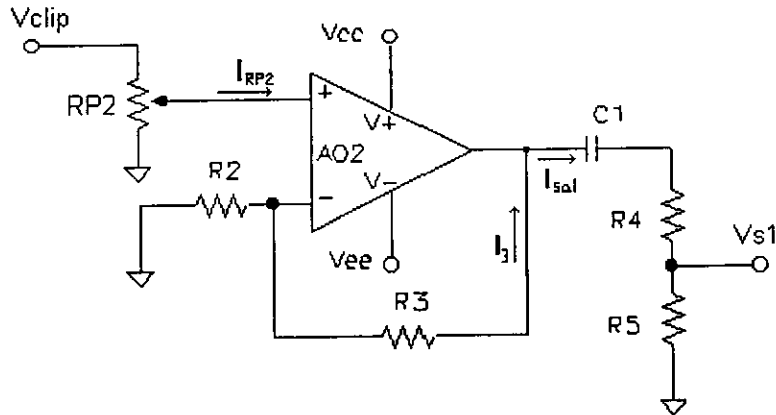


Figura 1.21. Amplificador no inversor, con un capacitor y un divisor a la salida.

A la salida del AO2 se encuentra un capacitor C_1 y un divisor de voltaje dado por las resistencias R_4 y R_5 , figura (1.21). El capacitor en este caso actúa como un recorte de la componente de voltaje directo (VD) y sólo deja pasar la componente de voltaje alterno (VA), así la señal V_{sal1} se encuentra al nivel de 0 [V]. Luego el divisor de voltaje dado por R_4 y R_5 , proporciona un voltaje de salida dado por:

$$V_{s1} = \frac{R_5}{R_4 + R_5} V_{sal1} , \quad (1.25)$$

donde para que esto sea un divisor de voltaje $\frac{R_5}{R_4 + R_5} < 1$, por lo que se tiene que $R_5 < R_4 + R_5$. Con esto se tiene un voltaje V_{s1} de la primera etapa del circuito de la figura (1.19), empleando a los amplificadores operacionales AO1 y AO2, ver figura (1.23).

Segunda etapa

Considerando ahora el amplificador operacional AO3 de la figura (1.19) para estudiar la segunda etapa del circuito, ver figura (1.22), el AO3 tiene una configuración de rectificador de media onda. El funcionamiento de un circuito rectificador de media onda se discutió en la sección inmediata anterior, así que sólo cabe mencionar lo siguiente.

Cuando el voltaje de entrada V_{in} empieza a incrementarse en la dirección positiva, el voltaje V_{hw} también empieza a incrementarse positivamente hasta que el diodo D_1 se polariza en directa.

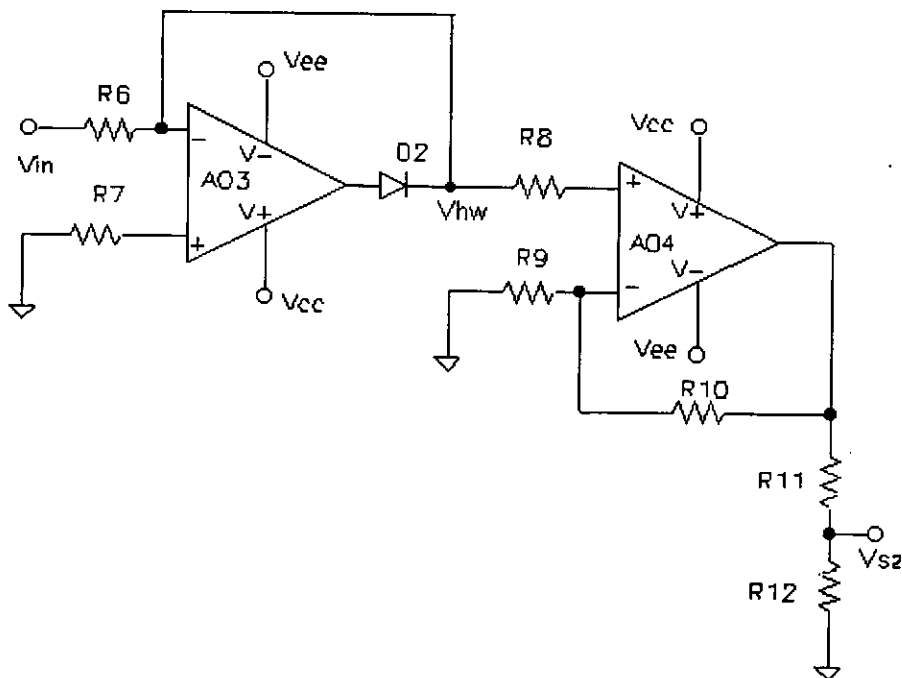


Figura 1.22. Diagrama esquemático de la segunda etapa.

Cuando D_1 se polariza en directa, se cierra un lazo de retroalimentación y el amplificador operacional trabaja como un seguidor de voltaje. Por lo tanto, el voltaje de salida V_{hw} sigue al voltaje de la señal de entrada V_{in} durante el medio ciclo positivo de la señal de entrada, como se muestra en la figura (1.23).

Sin embargo, cuando V_{in} empieza incrementarse en dirección negativa, V_{hw} también se incrementa negativamente hasta que sea igual al voltaje negativo de saturación ($\cong -V_{EE}$). Esta polariza en inversa al diodo D_2 y abre un el lazo de retroalimentación. Por lo tanto, durante el medio ciclo negativo de la señal de entrada, el voltaje V_{hw} de salida es igual a cero. Este circuito responde de tal manera que mientras el voltaje de la señal de entrada sea positivo habrá una respuesta siempre positiva en la misma forma que la señal de entrada.

La señal de voltaje rectificada V_{hw} será ahora la señal a la entrada (+) del amplificador operacional AO4 que esta esquematizado con una configuración de un amplificador no inversor con ganancia $A > 1$. Para esta configuración se tendrá que en el nodo de salida, empleando las leyes de Kirchoff para las corrientes,

$$I_8 + I_9 = I_{sal/2} \quad (1.26)$$

de aquí que se pueda expresar como:

$$\frac{V_{hw}}{R_8} + \frac{V_{ref}}{R_9} = \frac{V_{sal/2}}{R_{10}} \quad (1.27)$$

o bien, dado que $V_{ref} = 0 [V]$,

$$V_{sal2} = \frac{R_{10}}{R_8} V_{hw},$$

la cual también se puede expresar como,

$$V_{sal2} = A V_{hw}, \quad (1.28)$$

con $A = R_{10}/R_8$.

Así si R_{10} es mayor que R_8 , $A > 1$, y por lo tanto hay una ganancia. Esta ganancia será tal que la amplificación de la señal de entrada se sature en $+V_{CC} > V_{CC} - 2 [V] = V_{sat}$, aproximadamente.

A la salida del amplificador operacional AO4, se encuentra un divisor de voltaje dado por las resistencias R_{11} y R_{12} . Luego el divisor de voltaje dado por R_{11} y R_{12} , proporciona un voltaje de salida dado por:

$$V_{s2} = \frac{R_F}{R_{11}} V_{sal2}, \quad (1.29)$$

donde para que esto sea un divisor de voltaje $\frac{R_F}{R_{11}} < 1$, por lo que se tiene que $R_F < R_{11}$. Con esto se tiene un voltaje V_{s2} de la segunda etapa del circuito de la figura (1.19), contemplando a los amplificadores operacionales AO3 y AO4, ver figura (1.23).

Las salidas de las dos etapas se suman para obtener una sola señal V_{sal} de salida dada por el voltaje de salida del amplificador operacional AO5 de la figura (1.19), que tiene una configuración de sumador, con ganancia unitaria $A=1$. Esto se puede expresar como:

$$V_{sal} = \left(\frac{R_{15}}{R_{13}} V_{s1} + \frac{R_{15}}{R_{14}} V_{s2} \right) = R_{15} \left(\frac{V_{s1}}{R_{13}} + \frac{V_{s2}}{R_{14}} \right), \quad (1.30)$$

Si se toma a $R_{13} = R_{14} = R$, y si $R_F = R_{15}$ entonces,

$$V_{sal} = \frac{R_F}{R} (V_{s1} + V_{s2})$$

luego de,

$$\frac{R_F}{R} = 1, \quad \text{que es la ganancia del circuito.}$$

El voltaje de salida V_{sal} es igual a la suma de los voltajes de cada etapa. Por lo que,

$$V_{sal} = (V_{s1} + V_{s2}) \quad (1.31)$$

En las siguientes figuras se puede apreciar los resultados para ambas etapas en combinación, hasta obtener la gráfica de la señal de salida versus la señal entrada, esta última proporciona el comportamiento de la función de activación rampa zona muerta con saturación, figura (1.25).

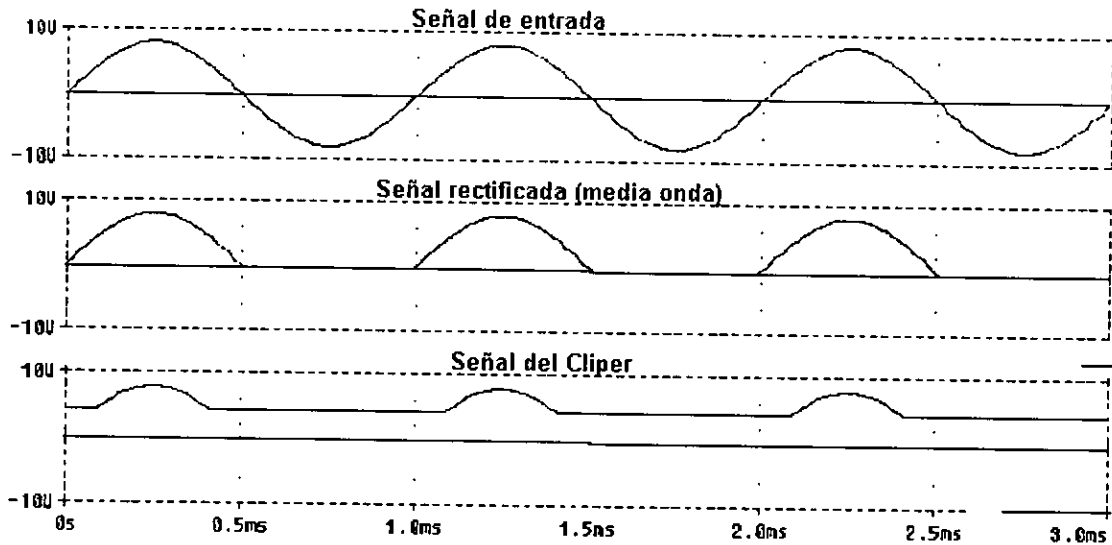


Figura 1.23. Señal de entrada, respuesta del rectificador de media onda (V_{hw}), y respuesta del circuito clipper (V_{clip}).

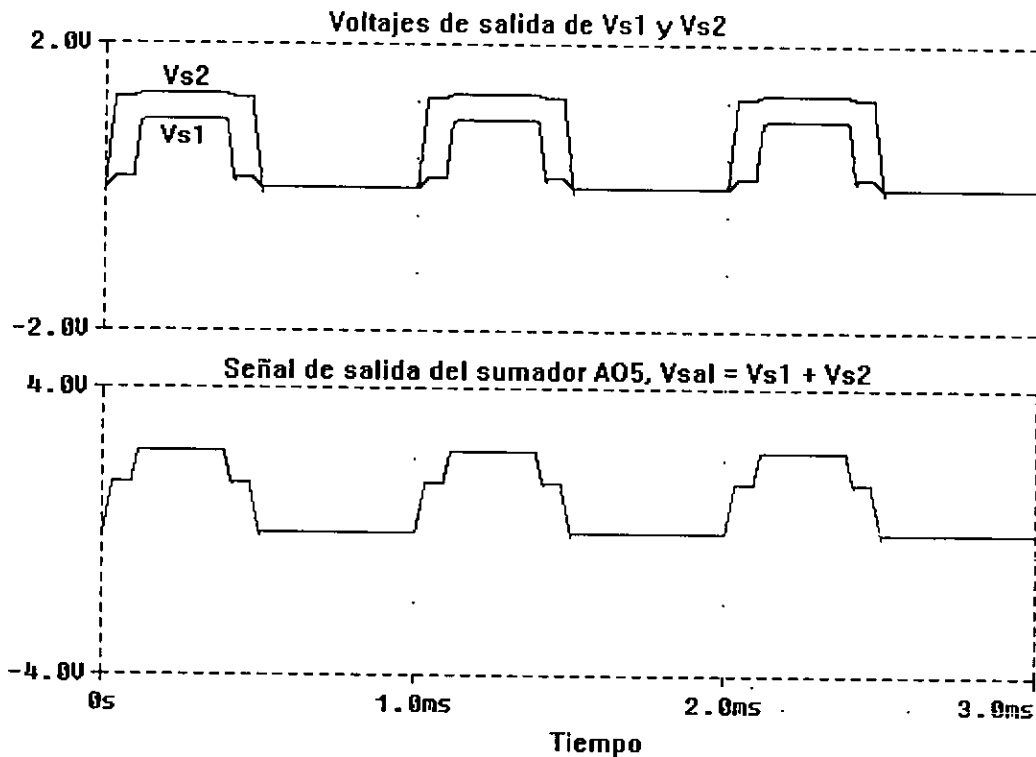


Figura 1.24. Señales de salida de los dos divisores de voltaje V_{s1} y V_{s2} de la primera y segunda etapa del circuito de la función de activación, y la suma de ambas señales.

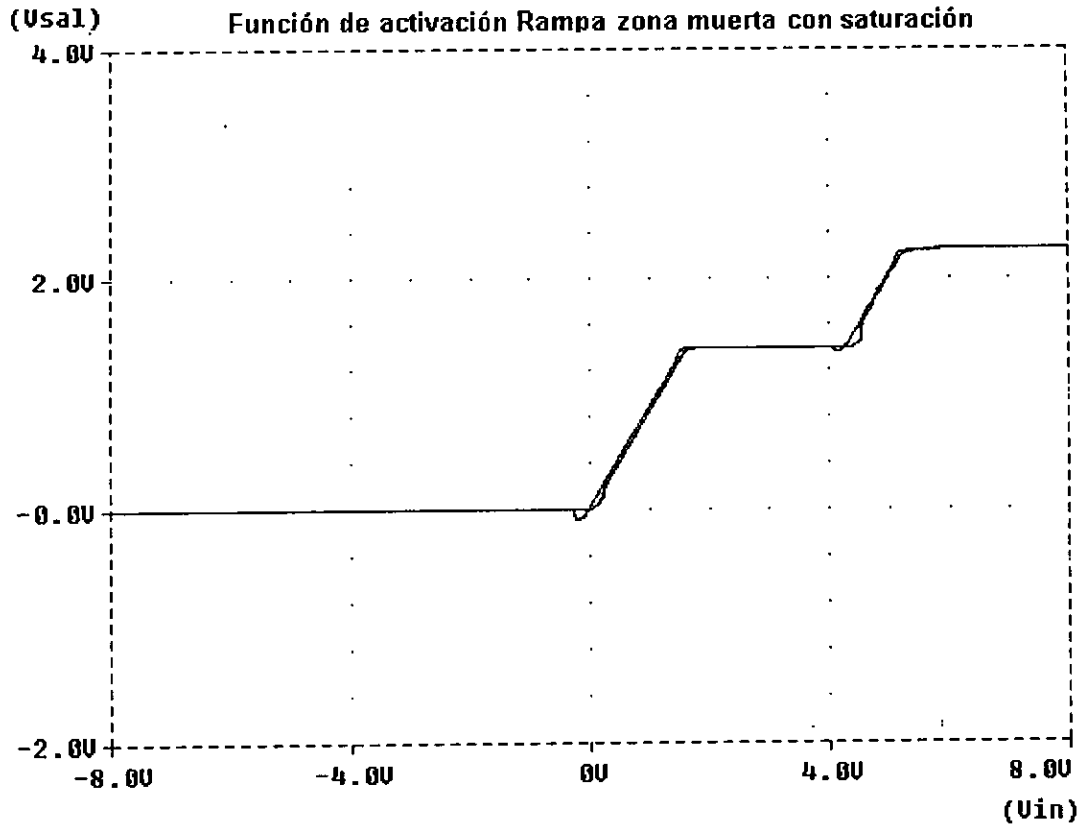


Figura 1.25. Gráfica de la señal de salida (V_{sal}) versus la señal de entrada (V_{in}).

NOTA: La distorsión que se muestra en esta gráfica es debida al tiempo de carga y descarga del arreglo del circuito electrónico que conforma la implantación de la función de activación rampa zona muerta con saturación, además de un defasamiento de la señal de entrada representado en un fenómeno de histéresis.

1.5 Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica

La función de activación sigmoide es otra forma que puede tomar la respuesta de una neurona artificial. Para este caso la respuesta se dará después que la suma ponderada de entradas a la neurona artificial exceda o sea igual a un nivel de umbral; así la respuesta de la neurona será la suma ponderada seguida de la función de activación sigmoide. En muchos casos se requiere que la función de respuesta de la neurona artificial sea continua, monótona creciente o decreciente, diferenciable. Esta función debe tender asintóticamente a un valor conforme la variable independiente aumenta o disminuye al infinito positivo o al infinito negativo respectivamente. El valor de la variable independiente es comúnmente la suma ponderada de las entradas a la neurona artificial. La función de activación sigmoide cumple con los requisitos antes mencionados para una función de activación.^[4]

Por otro lado, cabe mencionar que la función de activación sigmoide es una función no lineal para lo cual puede ser empleada en casos en los cuales se quisiera una respuesta a un problema no lineal. La respuesta de una neurona artificial dada por una función de activación escalón, se encuentra limitada por solamente dos valores 1 o 0, según sea el caso; es decir sólo tiene una respuesta binaria (activa o inactiva), lo cual reduce la habilidad de la respuesta de una neurona artificial. Así precisamente en un problema no lineal, la respuesta de la neurona tendrá que aproximarse por una respuesta no lineal como la función de activación sigmoide aquí propuesta.

La forma de la sigmoide modula la mayoría de los valores de la entrada y el valor dado por la función sigmoide es muy cercano a los valores a los cuales tiende asintóticamente. Generalmente el valor más alto que puede tomar asintóticamente es 1, y el más bajo es 0 o -1, esto proporciona los valores de la respuesta.

Un factor importante para esta función de activación sigmoide es que sus derivadas son siempre positivas, y que es casi cero para valores positivamente grandes o para valores negativamente grandes de la suma ponderada de las entradas de la neurona artificial. La figura (1.26) ilustra la función de activación sigmoide.

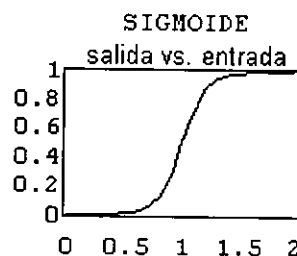


Figura 1.26. Función de activación sigmoide.

Otro aspecto importante que se debe señalar es que la función de activación sigmoide se encuentra acotada entre 0 y 1, es unipolar y asimétrica, si se representa en términos de su peniente y su variable independiente solamente como más adelante se describirá.

Para fines de aumentar las posibilidades de respuesta para esta función de activación, se puede implementar la función de activación tangente hiperbólica que es prácticamente la misma, cuya diferencia con respecto a la sigmoide es un factor de escala y los límites a los que tiende la respuesta de la neurona artificial son -1 y 1. Así la función de activación tangente hiperbólica aumenta el intervalo de respuesta para la neurona artificial agrupando valores ahora entre 1 y -1, además es una función trigonométrica simétrica y bipolar. Estas dos funciones proporcionan una conducta suave, es decir que la derivada en cada uno de sus puntos cambia levemente.

En esta sección se muestra el modelo matemático que representa a la función de activación sigmoide y a la función de activación tangente hiperbólica y después se desarrolla el modelo electrónico de la función activación.

Para la implantación del modelo electrónico de la función de activación sigmoide se empleará un amplificador operacional de transconductancia (OTA) en configuración de lazo abierto para aprovechar su comportamiento no lineal. Puesto que en esta configuración el amplificador operacional de transconductancia responde como la función de activación tangente hiperbólica, responderá hasta que la suma ponderada de señales de entrada exceda o sea igual a el valor del umbral constante. Se explicará el funcionamiento de un amplificador operacional de transconductancia que se empleará para obtener la función de activación tangente hiperbólica, realizando un análisis de corrientes y voltajes en los elementos que lo constituyen.

1.5.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica

Aquí se representa la función matemática de la función de activación, para la cual se tiene que la salida o respuesta de una neurona artificial es generalmente determinada por una función, en este caso, monótona creciente, acotada, suave, diferenciable, no lineal en forma de la letra "S", llamada sigmoide (sig). La cual puede ser descrita matemáticamente por:

$$\psi(m_i(t)) = \frac{1}{1 + e^{-ks_i}} = \text{sig}(m_i(t)), \quad (1.32)$$

donde k es una constante positiva o también puede ser una variable la cual controla la pendiente de la función de activación sigmoide y donde s_i es la suma ponderada de entradas

$$s_i = \sum w_{ji} x_j. \quad (1.33)$$

Recordando que la salida de la neurona artificial esta dada por:

$$y_i = \psi(m_i(t)), \quad (1.34)$$

donde $m(t)$ es el potencial de la neurona. Esta función se aplica a la suma ponderada de entradas a la neurona artificial, dada por la ecuación (1.33).

Cabe señalar que esta función matemática es para una representación asimétrica y unipolar, siendo sus límites asintóticos de 0 y 1.

Función de Activación Tangente Hiperbólica

Las mismas características que satisface la función de activación sigmoide también las satisface la función trigonométrica tangente hiperbólica, en un intervalo más amplio. Por esta razón la función tangente hiperbólica se describe en esta sección, su expresión matemática se puede escribir como:

$$y_i = \tanh ks_i = \frac{1 - e^{-2ks_i}}{1 + e^{-2ks_i}}, \quad (1.35)$$

donde k y s_i son las mismas que se mencionaron anteriormente y dicha función de activación es una representación simétrica y bipolar de la respuesta de la neurona artificial, la cual está acotada y sus límites al $-\infty$ y al $+\infty$ de la suma ponderada de sus entradas son -1 y 1 respectivamente.

1.5.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica

Para la implantación electrónica de esta función de activación se emplea un Amplificador Operacional de Transconductancia (OTA). Se presenta su diagrama esquemático y se describe su funcionamiento cuando se le presenta una señal periódica a la entrada positiva del OTA. Mostrando su respuesta y su representación de salida versus la entrada para obtener la función de activación, en este caso la tangente hiperbólica. Se estudia el funcionamiento de un OTA para obtener el análisis del circuito a nivel de transistores, esto con el fin de obtener la representación matemática de su salida (tangente hiperbólica). Una vez realizado este análisis se modifica el circuito a nivel transistores para obtener la representación sigmoide en su salida, ya que aunque tiene la misma forma de la tangente hiperbólica sus límites de acotación al infinito positivo y al infinito negativo son diferentes (entre (0, 1), para la sigmoide y de (-1, 1) para la tangente hiperbólica). Para el análisis del circuito con el cual se obtiene la tangente hiperbólica, es decir su representación matemática de salida, se emplean dos métodos que son: el análisis en voltajes y el análisis en corrientes.

Amplificador Operacional de Transconductancia (OTA)

Un amplificador operacional de transconductancia (OTA), es un circuito integrado con entrada de voltaje y salida de corriente, tal que:

$$I_o = g_m V_i \quad (1.36)$$

donde g_m es el término definido como la transconductancia, o ganancia del circuito OTA. Lo que hace a los OTAs únicos con la habilidad de variar a g_m en amplio intervalo dinámico por medio de un control externo de corriente I_c ,

$$g_m = k I_c \quad (1.37)$$

donde k es un factor de escala estable de dimensiones $[V]^{-1}$. Con esto un OTA es un circuito múltiple de dos cuadrantes de amplio intervalo dinámico, en el cual la corriente de salida es proporcional al producto de la entrada bipolar de voltaje V_i y un control unipolar de corriente I_c . Los OTAs son empleados para implantar amplificadores programables, integradores en procesos de audio y música electrónica, además ellos son utilizados como interruptores de corriente. Los principales circuitos que contiene un OTA son espejos de corriente, fuentes de corriente constante y un par acoplado de transistores; que se explicarán más adelante.^[14]

La figura (1.27) muestra el diagrama esquemático de un amplificador operacional de transconductancia. V_{in} es el voltaje de entrada, en este caso una señal seno periódica, también se presenta una fuente de corriente que emplea el OTA para su funcionamiento. Esta fuente de corriente juega el papel del control unipolar de corriente del OTA, además una resistencia R para observar la señal de salida en voltaje (V_{sal}).

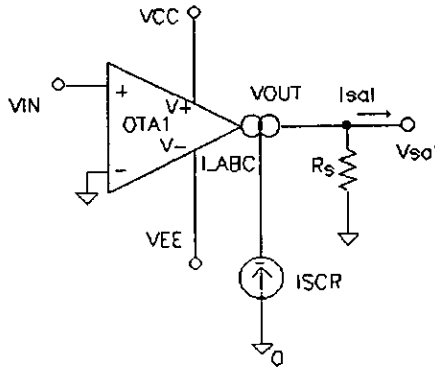


Figura 1.27. Amplificador Operacional de Transconductancia.

En la figura (1.28) se muestra ahora la señal de entrada al OTA y la respuesta del mismo.

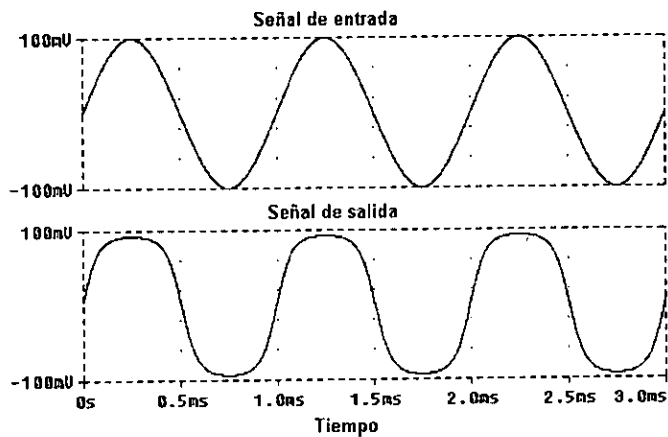


Figura 1.28. Señal de entrada y señal de salida del OTA.

La gráfica siguiente muestra el comportamiento de la señal de salida versus la señal de entrada del OTA.

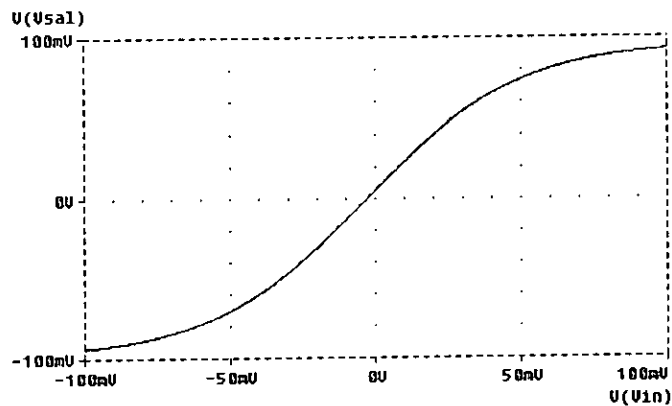


Figura 1.29. Señal de salida versus señal de entrada.

Se puede observar la simetría de esta gráfica, lo cual proporciona una función bipolar, en este caso será la función de activación tangente hiperbólica que se implantará en una neurona artificial como función de respuesta seguida de la suma ponderada de entradas. Para esta gráfica los límites al infinito negativo y al infinito positivo están dados por -100 [mV] y 100 [mV] respectivamente.

NOTA: La razón de esto se explicará cuando se realice el análisis del circuito esquemático de la figura (1.30), que representa a un OTA internamente.

Estructura del Circuito OTA

Este circuito consta de ocho transistores, cinco de ellos son transistores tipo NPN y los tres restantes son transistores tipo PNP. El circuito esta constituido de tres partes fundamentales que son, como ya se mencionaron: un espejo de corriente formado por los transistores Q3, Q4 y Q5 tipo PNP, un par acoplado de emisores dado por los transistores Q1 y Q2 tipo NPN, y una fuente de corriente constante formado por los transistores Q6, Q7 y Q8 tipo NPN.^[6]

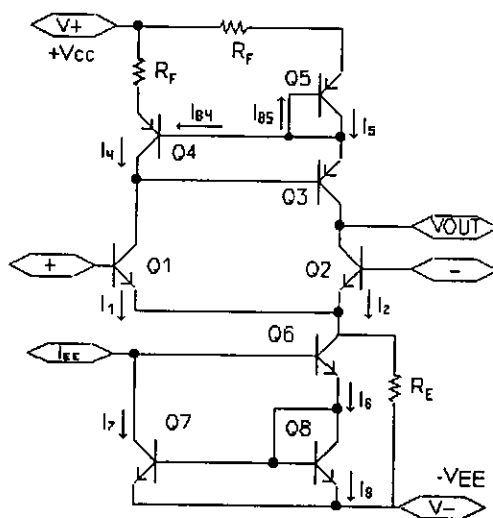


Figura 1.30. Circuito esquemático interno para un OTA.

Voltaje a través de un Diodo

Para llevar a cabo el análisis se necesita conocer cual es el voltaje y la corriente que fluye a través de un diodo ya que una vez polarizados los transistores del circuito se considerará que su comportamiento es similar al de un diodo polarizado.^[16]

La expresión que describe la corriente que fluye a través de un diodo cuando se polariza, está dada por:

$$I_D = I_S e^{\frac{V_B}{V_T}}, \tag{1.38}$$

donde I_S es la corriente de saturación del diodo, V_B es el voltaje de la base y donde V_T es el voltaje del emisor, que está dado por:

$$V_T = \frac{KT}{q}, \tag{1.39}$$

donde:

K es la constante de Boltzman, $K = 1.38 \times 10^{-23}$;

T es la temperatura en Kelvin, y
 q es la carga del electrón, $q = 1.6 \times 10^{-19}$. [31]

La ecuación (1.7) también se puede expresar como:

$$V_B = V_T \ln \left(\frac{I_D}{I_S} \right). \quad (1.40)$$

Espejo de Corriente

Conociendo los parámetros que serán utilizados en el análisis del circuito de la figura (1.30), se tiene que tomando el arreglo de transistores Q3, Q4 y Q5 que forman un espejo de corriente, su análisis es el siguiente. [16],[8]

Un circuito espejo de corriente en principio responde, por medio de un arreglo de transistores, con la misma corriente en los transistores, en este caso Q4 actúa como un diodo con un voltaje V_{BE4} a través de él. El voltaje base emisor del transistor Q5 es también igual a V_{BE5} . Los transistores Q4 y Q5 son idénticos y tienen similares variaciones de V_{BE} y de β con la temperatura. Si sus bases tienen el mismo potencial entonces las corrientes de los colectores serán también iguales. Luego si la ganancia de corriente β de los transistores es muy grande podemos despreciar las corrientes de las bases, colocando resistencias de referencia R_F entre los transistores y $+V_{CC}$, entonces se puede escribir la siguiente relación:

$$I_{C4} = I_{C5} \approx I = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_F}. \quad (1.41)$$

Si la ganancia de corriente β es pequeña, no se desprecian las corrientes de las bases y en este caso las corrientes de los colectores serán:

$$I_{C4} = I_{C5} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_F} - 2I_B.$$

con: $I_B = I_{B4} = I_{B5}$. Y si, $I_B = I_{C4} / \beta$, entonces,

$$I_{C4} = I_{C5} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_F} - 2 \frac{I_{C4}}{\beta}, \quad (1.42)$$

la cual se puede reescribir como:

$$\beta I_{C4} + 2I_{C4} = \left(\frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_F} \right) \beta,$$

o de la siguiente manera:

$$I_{C4} = V_{CC} - V_{BE} \left(\frac{\beta}{(\beta + 2)R_F} \right), \quad (1.43)$$

De acuerdo a lo anterior, se puede notar que el valor de la corriente en el colector I_{C4} es ahora menos que la corriente I , dada por $(V_{CC} - V_{BE})/R_F$, por una cantidad igual a:

$$\left(\frac{\beta}{(\beta + 2)} \right) I. \quad (1.44)$$

Considerando solamente el caso cuando la ganancia en corriente es muy grande, se puede obtener a su vez la corriente del transistor Q3, la cual será igual a:

$$I_{C3} = I_{C4} = I_{C5} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_F}.$$

Fuente de Corriente Constante

Si ahora se toma el arreglo de transistores Q6, Q7 y Q8 que forman una fuente de corriente constante para analizarla se tendrá que:

$$V_{CC} - I_{EE}R_E - V_{BE6} - V_{BE8} - V_{EE} = 0,$$

de aquí que:

$$I_{EE} = \frac{V_{CC} - V_{BE6} - V_{BE8} - V_{EE}}{R_E}; \quad (1.45)$$

Si en esta ecuación se conocen todos los términos, es decir tienen un valor predeterminado, entonces el valor de la corriente I_{EE} será constante.

Par Acoplado de Emisores

Considerando que la función de la tangente hiperbólica dada por la ecuación (1.35), también puede ser representada por:

$$y_i = \tanh kS_i = \frac{e^K - e^{-K}}{e^K + e^{-K}}, \quad (1.46)$$

se realiza el análisis del par acoplado de emisores dado por los transistores Q1 y Q2 de la figura (1.30), para obtener su expresión matemática.

Analizando, si la ganancia de corriente β de los transistores Q1 y Q2 es muy grande ($\beta \gg 1$), entonces la corriente del colector I_C es directamente proporcional a la corriente I_{EE} , de forma tal que:

$$I_C = \alpha I_{EE}, \quad (1.47)$$

dado que las corrientes de las bases son muy pequeñas, luego con:

$$\alpha = \frac{\beta}{\beta + 1} \approx 1,$$

luego se conoce que la corriente del colector del transistor está dada por:

$$I_C = I_{C0} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}. \quad (1.48)$$

con I_{C0} la corriente de saturación del transistor.

Empleando las leyes de Kirchoff para corrientes, se tiene que:

$$I_{EE} = I_{C1} + I_{C2}, \quad (1.49)$$

haciendo la suma de voltajes se obtiene:

$$V_1 - V_{BE1} + V_{BE2} - V_2 = 0, \quad (1.50)$$

o bien,

$$V_1 - V_2 = V_{BE1} - V_{BE2};$$

luego dado que son transistores idénticos,

$$I_{C0} = I_{C01} = I_{C02}.$$

Entonces de la ecuación (1.49), se tiene que:

$$I_{EE} = I_{C01} e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + I_{C02} e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}},$$

factorizando el término común I_{C01} pues es igual a I_{C02} :

$$I_{EE} = I_{C01} \left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \right),$$

de aquí que,

$$I_{C01} = \frac{I_{EE}}{\left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \right)}, \quad (1.51)$$

a hora sustituyendo la ecuación (1.51) en la ecuación (1.48), se tiene:

$$I_{C1} = \frac{I_{EE}}{\left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \right)} \cdot e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}},$$

análogamente se tiene para I_{C2} ,

$$I_{C2} = \frac{I_{EE}}{\left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \right)} \cdot e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}}$$

Buscando expresar esta ecuación en forma de la tangente hiperbólica, se multiplica cada una de las expresiones anterior por un factor que ayude a expresar estas ecuaciones en la forma requerida, esto es:

$$I_{C1} = \frac{I_{EE} e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} e^{\frac{-V_{BE1}-V_{BE2}}{2V_T}}}{\left(e^{\frac{V_{BE1}}{V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}}{V_T}} \right) e^{\frac{-V_{BE1}-V_{BE2}}{2V_T}}}$$

con lo cual se obtiene:

$$I_{C1} = \frac{I_{EE} e^{\frac{V_{BE1}-V_{BE2}}{2V_T}}}{e^{\frac{V_{BE1}-V_{BE2}}{2V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}-V_{BE1}}{2V_T}}}$$

de la misma manera, para I_{C2} se tiene:

$$I_{C2} = \frac{I_{EE} e^{\frac{V_{BE2}-V_{BE1}}{2V_T}}}{e^{\frac{V_{BE1}-V_{BE2}}{2V_T}} + e^{\frac{V_{BE2}-V_{BE1}}{2V_T}}}$$

si se utiliza la siguiente expresión para simplificar,

$$V_1 - V_2 = V_{BE1} - V_{BE2} = V_d,$$

con V_d : la diferencia de voltajes, así se puede reescribir las ecuaciones como:

$$I_{C1} = \frac{I_{EE} e^{\frac{V_d}{2V_T}}}{e^{\frac{V_d}{2V_T}} + e^{\frac{-V_d}{2V_T}}}, \quad (1.52)$$

y

$$I_{C2} = \frac{I_{EE} e^{\frac{-V_d}{2V_T}}}{e^{\frac{V_d}{2V_T}} + e^{\frac{-V_d}{2V_T}}}, \quad (1.53)$$

Empleando nuevamente las leyes de Kirchoff, se tiene:

$$I_0 = I_{C1} - I_{C2}, \quad (1.54)$$

sustituyendo las expresiones (1.52) y (1.53) en la expresión (1.54), se tiene que:

$$I_0 = I_{EE} \left(\frac{e^{\frac{V_d}{2V_T}} - e^{\frac{-V_d}{2V_T}}}{e^{\frac{V_d}{2V_T}} + e^{\frac{-V_d}{2V_T}}} \right)$$

Por lo tanto podemos obtener así que:

$$I_o = I_{EE} \tanh\left(\frac{V_d}{2V_T}\right), \quad (1.55)$$

Si se coloca una resistencia R_S de salida (como en la figura (1.27)), se podrá obtener el voltaje V_o de salida como:

$$V_o = I_o R_S;$$

con esto,

$$V_o = R_S I_{EE} \tanh\left(\frac{V_d}{2V_T}\right). \quad (1.56)$$

Expresión que proporciona el voltaje de salida del circuito de la figura (1.30) que representa un amplificador operacional de transconductancia. El cual se representa en la figura (1.28) y también en la figura (1.29) que es la gráfica de la señal de salida versus la señal de entrada del OTA, en la cual se observa el comportamiento de la tangente hiperbólica para límites al infinito negativo y al infinito positivo de -100 [mV] y de 100 [mV] respectivamente.

Cálculo del Nivel de Voltaje de Salida

Estos límites se pueden calcular por medio de la expresión (1.56). Si la fuente de corriente constante es de 1 [mA], y el voltaje V_T es del orden de 25 [mV] para una temperatura ambiente de 27 [°C] ($\cong 300$ [K]), con V_d igual a 30 [V]. La corriente de salida I_o es igual a 1 [mA] y si se considera a la resistencia R_S de 100 [Ω], el voltaje de salida V_o será de 100 [mV]. Por lo tanto si la resistencia R_S es de 1 [K Ω] el voltaje V_o de salida será de 1 [V].

Obtención de la Sigmoide

Realizando una modificación del circuito que representa al OTA de la figura (1.30), con el propósito de obtener la representación matemática de una sigmoide en su respuesta,

$$y = \frac{1}{1 + e^{-k}}$$

se empleará ahora el diseño de la figura (1.31).

Al analizar este circuito se tiene que los transistores Q3, Q4 y Q5 forman un espejo de corriente, por lo que se deduce que:

$$I_{C2} = I_{C3},$$

que tienen la misma expresión de la ecuación (1.41). Por otro lado el arreglo de transistores Q6, Q7 y Q8, proporcionan una fuente de corriente constante la cual es la misma que se explicó para el circuito de la figura (1.30).

Así entonces el análisis interesante es el de obtener la corriente de salida proporcionada por la corriente $I_{C2} = I_{C3}$, dada por el par acoplado de emisores de los transistores Q1 y Q2. En este caso la corriente de salida estará dada por una sola rama del par acoplado de emisores, en particular la corriente I_{C2} se obtiene de la misma manera en que se obtuvo para la ecuación (1.53).

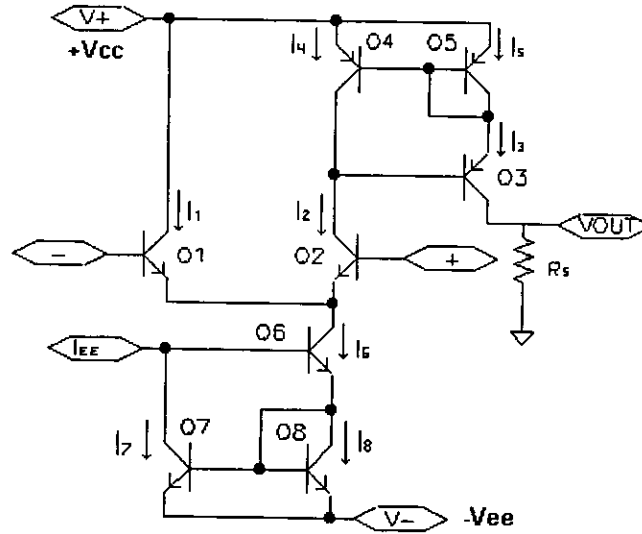


Figura 1.31. Circuito esquemático para la función matemática sigmoide.

Es decir,

$$I_{C2} = \frac{I_{EE} e^{-\frac{V_d}{2V_T}}}{e^{\frac{V_d}{2V_T}} + e^{-\frac{V_d}{2V_T}}}$$

la cual, realizando algunas operaciones se puede expresar como:

$$I_{C2} = \left(\frac{I_{EE}}{e^{\frac{V_d}{2V_T}} + e^{-\frac{V_d}{2V_T}}} \right)$$

o bien de la siguiente manera:

$$I_{C2} = \left(\frac{I_{EE}}{1 + e^{-\frac{V_d}{V_T}}} \right), \tag{1.57}$$

haciendo a $K = \frac{V_d}{V_T}$, se obtiene la función matemática sigmoide,

$$I_o = I_{EE} \text{sig}(K). \tag{1.58}$$

Si se emplea una resistencia \$R_s\$ a la salida conectada a tierra, se tendrá que:

$$V_o = I_o R_s,$$

de tal manera que el voltaje de salida estará dado por:

$$V_o = R_S I_{EE} \text{sig}(K) \quad (1.59)$$

Considerando el circuito esquemático de la figura (1.31), se puede entonces implantar como un OTA con respuesta entre 0 y 1, para el caso de la función sigmoide. Estos resultados se muestran en las figura (1.32) y (1.33). Donde en la primera se muestra la señal de entrada senoidal al circuito y a su vez se muestra la señal de salida, figura (1.32). Para la siguiente figura (1.33) se muestra la gráfica de la señal de salida versus señal de entrada.

La gráfica de la figura (1.33), muestra una sigmoide entre 0 [V] y 100 [mV], debido a la resistencia R_S de 100 [Ω] a la salida del circuito para obtener la respuesta en voltaje, como se muestra en la figura (1.27). Si está resistencia se modifica por una cantidad de 1 [K Ω] la gráfica estará entre los límites de 0 y 1 [V], para el voltaje de salida, o sea el eje de las ordenadas de la figura (1.33).

También se puede observar que sobre el eje de las abscisas el intervalo va de -100 [mV] a 100 [mV], esto debido a que la señal de entrada senoidal está entre -100 [mV] y 100 [mV]. Para que la sigmoide empezará desde cero al infinito positivo sobre el eje de las abscisas, la señal de entrada debería tener un nivel de "offset".

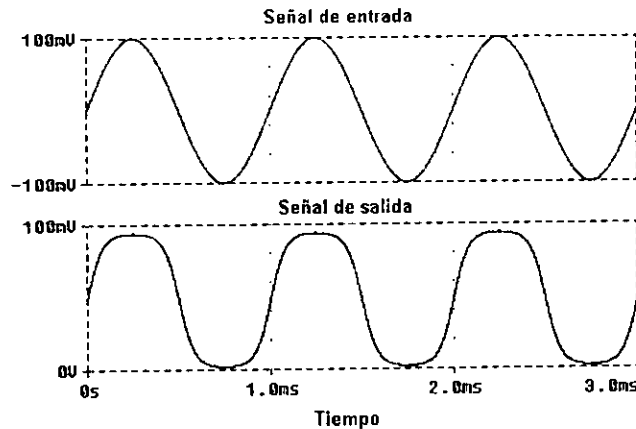


Figura 1.32. Señal periódica de entrada y la respuesta del circuito de la figura (1.6).

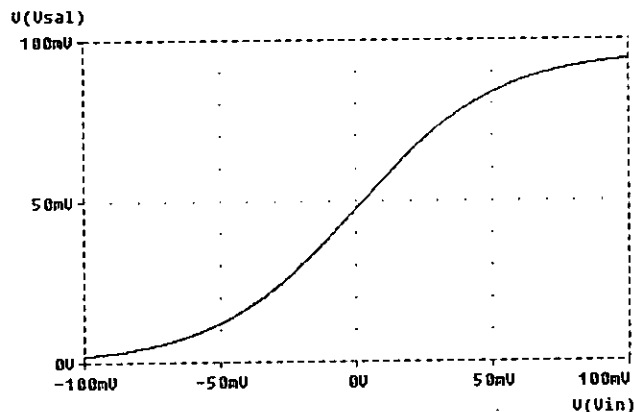


Figura 1.33. Gráfica de la señal de salida versus la señal de entrada.

Análisis en Voltaje

Por otro lado, una manera distinta de obtener la representación matemática de la respuesta a partir del circuito de la figura (1.30), es decir la función matemática tangente hiperbólica de la ecuación (1.35),

$$y_i = \tanh kS_i = \frac{1 - e^{-2kS_i}}{1 + e^{-2kS_i}},$$

es empleando un método diferente de análisis. Para esto se utilizará el circuito de la figura (1.34), para el par acoplado de emisores de los transistores Q1 y Q2 de la figura (1.30), que viene siendo la misma configuración más unas resistencias con el objeto de desarrollar el análisis del circuito en voltajes.^[8]

Llevando a cabo este análisis, primero se tiene que la suma de la diferencia de los voltajes con las fuentes de alimentación de los transistores esta dada por:

$$V_{i1} - V_{BE1} + V_{BE2} - V_{i2} = 0, \quad (1.60)$$

suponiendo que $V_{BE1}, V_{BE2} \gg V_T$, recordando que V_T es el voltaje de umbral del transistor y que:

$$V_{BE1} = V_T \ln \left(\frac{I_{C1}}{I_{C01}} \right), \quad (1.61)$$

y

$$V_{BE2} = V_T \ln \left(\frac{I_{C2}}{I_{C02}} \right). \quad (1.62)$$

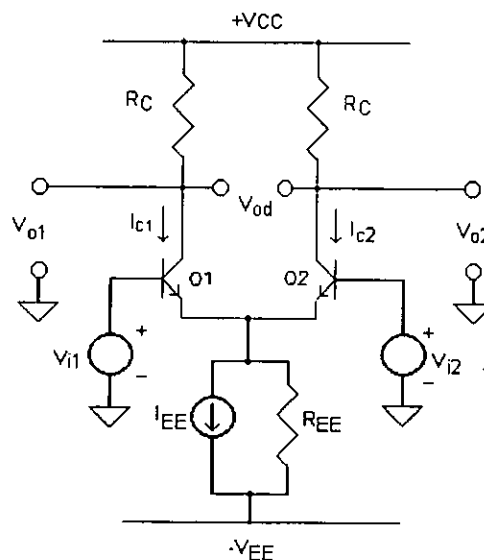


Figura 1.34. Par acoplado de emisores.

Si ahora se supone que $I_{C01} = I_{C02}$, entonces combinando las ecuaciones (1.60), (1.61) y (1.62), se encuentra que:

$$V_{i1} - V_T \ln\left(\frac{I_{C1}}{I_{C01}}\right) + V_T \ln\left(\frac{I_{C2}}{I_{C02}}\right) - V_{i2} = 0,$$

o bien,

$$V_{i1} - V_{i2} = V_T \ln\left(\frac{I_{C1}}{I_{C01}}\right) - V_T \ln\left(\frac{I_{C2}}{I_{C02}}\right),$$

factorizando,

$$V_{i1} - V_{i2} = V_T \left(\ln\left(\frac{I_{C1}}{I_{C01}}\right) - \ln\left(\frac{I_{C2}}{I_{C02}}\right) \right),$$

si, $\left(\frac{I_{C02}}{I_{C01}}\right) = 1$, entonces

$$\frac{V_{i1} - V_{i2}}{V_T} = \ln\left(\frac{I_{C1}}{I_{C2}}\right),$$

sacando exponenciales en ambos lados y con $V_{id} = V_{i1} - V_{i2}$. se tiene,

$$e^{\left(\frac{V_{i1} - V_{i2}}{V_T}\right)} = \frac{I_{C1}}{I_{C2}} = e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)}, \quad (1.63)$$

Sumando las corrientes para los emisores de los transistores, se obtiene:

$$-(I_{E1} + I_{E2}) = I_{EE} = \frac{1}{\alpha} (I_{C1} + I_{C2}),$$

o bien,

$$I_{EE} = -I_{E1} - I_{E2} = \frac{1}{\alpha} (I_{C1} + I_{C2}), \quad (1.64)$$

con α igual a la ganancia en corriente para los transistores.

Si se combinan las expresiones (1.63) y (1.64), se puede obtener,

$$I_{C1} = I_{EE}\alpha - I_{C2}$$

se obtiene,

$$\frac{I_{EE}\alpha - I_{C2}}{I_{C2}} = e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)},$$

reacomodando términos,

$$\frac{I_{EE}\alpha}{I_{C2}} - 1 = e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)},$$

factorizando,

$$I_{EE}\alpha = I_{C2} \left(e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)} + 1 \right),$$

escribiendo para I_{C2} ,

$$I_{C2} = \frac{I_{EE}\alpha}{\left(1 + e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)} \right)}. \quad (1.65)$$

Si ahora:

$$I_{C2} = I_{EE}\alpha - I_{C1},$$

se tiene que,

$$\frac{I_{C1}}{I_{EE}\alpha - I_{C1}} = e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)},$$

desarrollando esta expresión para obtener a I_{C1} ,

$$I_{C1} = \frac{I_{EE}\alpha}{\left(1 + e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)} \right)}. \quad (1.66)$$

La figura (1.10) muestra los resultados gráficos para las expresiones (1.65) y la (1.66).

Para calcular los voltajes de salida a partir de:

$$V_{O1} = V_{CC} - I_{C1}R_C, \quad (1.67)$$

$$V_{O2} = V_{CC} - I_{C2}R_C, \quad (1.68)$$

La señal de salida de interés la proporciona la diferencia entre V_{O1} y V_{O2} , la cual se denota por V_{od} , o sea:

$$V_{od} = V_{O1} - V_{O2},$$

luego empleando las ecuaciones (1.65), (1.66), (1.67) y (1.68), se tiene que,

$$V_{od} = V_{CC} - I_{C1}R_C - (V_{CC} - I_{C2}R_C) = -I_{C1}R_C + I_{C2}R_C.$$

sustituyendo valores,

$$V_{od} = -\frac{I_{EE}\alpha}{\left(1 + e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)} \right)} R_C + \frac{I_{EE}\alpha}{\left(1 + e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)} \right)} R_C$$

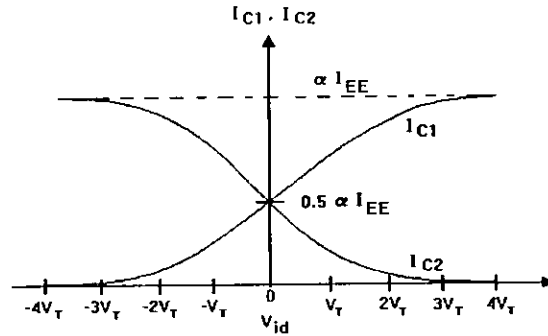


Figura 1.35. Gráficas para las expresiones de las corrientes I_{C1} y I_{C2} .

factorizando,

$$V_{od} = R_C I_{EE} \alpha \left(\frac{1}{\left(1 + e^{\left(-\frac{V_{id}}{V_T}\right)}\right)} + \frac{1}{\left(1 + e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)}\right)} \right) \quad (1.69)$$

Para reducir esta expresión, se tiene el siguiente cambio de variable:

$$K = \left(\frac{V_{id}}{V_T}\right),$$

con esto se puede calcular el término dentro del paréntesis,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{(1+e^{-K})} + \frac{1}{(1+e^K)} &= -(1+e^K) + \frac{1}{(1+e^K)} = \\ &= -1 - e^K + \frac{1}{(1+e^K)} = \left(-1 - \frac{1}{e^{-K}}\right) + \frac{1}{(1+e^K)} = \\ &= -\frac{(e^{-K}+1)}{(1+e^{-K})} + \frac{1}{(1+e^K)} = -\frac{e^K}{(e^K+1)} + \frac{1}{(1+e^K)} = \frac{(1-e^K)}{(1+e^K)} \end{aligned}$$

con esta última expresión, se puede escribir la expresión (1.69) de la manera,

$$V_{od} = R_C I_{EE} \alpha \frac{\left(1 - e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)}\right)}{\left(1 + e^{\left(\frac{V_{id}}{V_T}\right)}\right)} \quad (1.70)$$

Por otro lado se tiene que:

$$\tanh K = \frac{1 - e^{-2K}}{1 + e^{-2K}},$$

de la misma forma se tiene que:

$$\tanh\left(-\frac{1}{2}K\right) = \frac{1 - e^{-2\left(-\frac{1}{2}K\right)}}{1 + e^{-2\left(-\frac{1}{2}K\right)}} = \frac{1 - e^K}{1 + e^K},$$

por esta razón la expresión (1.70), puede escribirse como:

$$V_{od} = R_C I_{EE} \alpha \tanh\left(-\frac{1}{2}K\right),$$

si se sustituye el valor de,

$$K = \left(\frac{V_{id}}{V_T}\right),$$

se tendrá que:

$$V_{od} = R_C I_{EE} \alpha \tanh\left(-\frac{V_{id}}{2V_T}\right), \quad (1.71)$$

si V_{id} es negativo entonces se tendrá la siguiente gráfica como el voltaje V_{od} de salida, figura (1.36) que es una tangente hiperbólica.

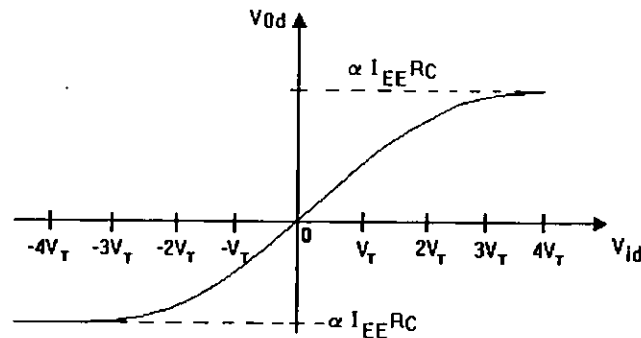


Figura 1.36. Voltaje diferencial de salida como función del voltaje diferencial de entrada.

Estas implantaciones electrónicas de la sigmoide y la tangente hiperbólica como funciones de activación serán empleadas en los modelos simplificados de neuronas artificiales del siguiente capítulo para estudiar su dinámica.

1.6 Función de Activación Escalón Rampa

La función de activación escalón rampa es otra de las funciones de activación que se pueden emplear en el modelo simplificado de una neurona artificial. En este caso la respuesta de la neurona estará dada en forma proporcional a un escalón rampa sin saturación; es decir cuando se le aplica la función de activación a la suma ponderada de entradas de la neurona, la respuesta de la neurona será proporcional al escalón rampa. La neurona empieza a tener respuesta en forma lineal hasta que la suma ponderada exceda un cierto nivel de umbral θ constante predeterminado, antes la respuesta es nula. Esta función de activación no está acotada así que responde de acuerdo al potencial de acción de la entrada en forma lineal. Con esto el máximo valor de respuesta que puede alcanzar utilizando esta función de activación es el máximo valor que toma la suma ponderada de las entradas al modelo de neurona. La función se torna diferenciable en el intervalo de acción, esto es, hasta que la entrada exceda o sea igual a el nivel de umbral θ , y dependiendo de la forma de la entrada serán sus derivadas. Su respuesta consistirá en seleccionar la suma ponderada de sus entradas en forma lineal, la cual depende entonces de un parámetro K que puede variar la pendiente de la rampa haciendo más amplio o más corto el intervalo de las respuestas.^[10]

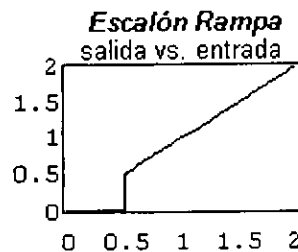


Figura 1.37. Función de activación escalón rampa.

La descripción anterior es una breve explicación del comportamiento de la función de activación que se muestra en la figura (1.37), en esta sección se presenta la función matemática que describe a la función de activación; además se presenta el modelo electrónico que simula el comportamiento de la función mostrando el diagrama esquemático que representa a la función y la respuesta del modelo electrónico presentando una señal periódica a la entrada del circuito eléctrico.

Para la implantación del modelo electrónico se empleara un par de amplificadores operacionales, que tendrán las configuraciones de rectificador de media onda y comparador. Así se analizará el circuito para obtener una expresión de la señal de salida.

1.6.1. Modelo Matemático de la Función de Activación Escalón Rampa

Una de las principales características de esta función de activación es que no está acotada por un valor máximo de saturación, como anteriormente se mencionó el máximo valor de respuesta será el máximo valor que pueda obtener la suma ponderada de las entradas. Otro aspecto es que empieza haber respuesta hasta que la suma ponderada exceda un nivel de umbral θ predeterminado, mientras no lo sobrepase la respuesta será nula. En cuanto exista una respuesta de la función se pueden encontrar sus derivadas, las cuales serán positivas de acuerdo a la entrada, es decir si la suma ponderada se presenta en forma continua monótona creciente, y serán negativas si la entrada se presenta en forma continua monótona decreciente.

La función matemática que describe el comportamiento de la función de activación se expresa de acuerdo a la siguiente descripción. La salida de la neurona es cero si el potencial de activación está por debajo de un primer nivel de umbral θ_1 (o subumbral); si el potencial de activación toma el

nivel de θ_1 o es mayor, entonces la salida será el mismo potencial, en otras palabras se tendrá $m(t)$; y con esto la respuesta de la neurona también será la misma entrada después de alcanzar el umbral. En este caso la función de activación es llamada escalón rampa sin saturación, ya que no tiene ningún valor de respuesta en saturación. Para esta función de activación se tiene la siguiente representación matemática:

$$\psi(m(t); \theta_1) = \begin{cases} m(t) & \text{si } m(t) \geq \theta_1 \\ 0 & \text{si } m(t) < \theta_1 \end{cases} \quad (1.72)$$

1.6.2. Modelo Electrónico de la Función de Activación Escalón Rampa

Para la implantación del modelo electrónico que simula el comportamiento de la función de activación escalón rampa, se emplearán dos amplificadores operacionales conectados de acuerdo a la figura (1.38), que es el circuito esquemático de la implantación electrónica de la función de activación escalón rampa.^[7]

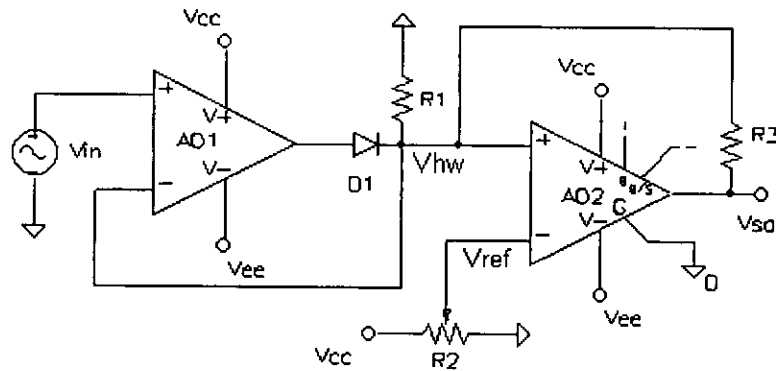


Figura 1.38. Diagrama esquemático para la función de activación escalón rampa.

Este circuito electrónico se probará con una señal periódica del tipo senoidal a la entrada (+) del primer amplificador operacional AO1 en configuración de rectificador de media onda. Si la señal de entrada V_{in} se expresa en función del tiempo, ya que esta señal es periódica, entonces el voltaje de entrada V_{in} se puede expresar como:

$$V_{in}(t) = C \text{sen}(\omega t) \quad (1.73)$$

donde C es la amplitud de la señal y ω es la frecuencia dado por $(2\pi / \tau)$, con τ el periodo.

El funcionamiento de un circuito rectificador de media onda ya se ha discutido en secciones anteriores, a pesar de ello se mencionará brevemente.

Cuando el voltaje de entrada V_{in} empieza a incrementarse en la dirección positiva, el voltaje de salida del rectificador V_{hw} también empieza a incrementarse positivamente hasta que el diodo D_1 se polariza en directa.

Cuando D_1 se polariza en directa, se cierra un lazo de retroalimentación y el amplificador operacional trabaja como un seguidor de voltaje. Por lo tanto, el voltaje de salida del rectificador de media onda V_{hw} , sigue al voltaje de la señal de entrada V_{in} durante el medio ciclo positivo de la señal de entrada, como se muestra en la figura (1.39).

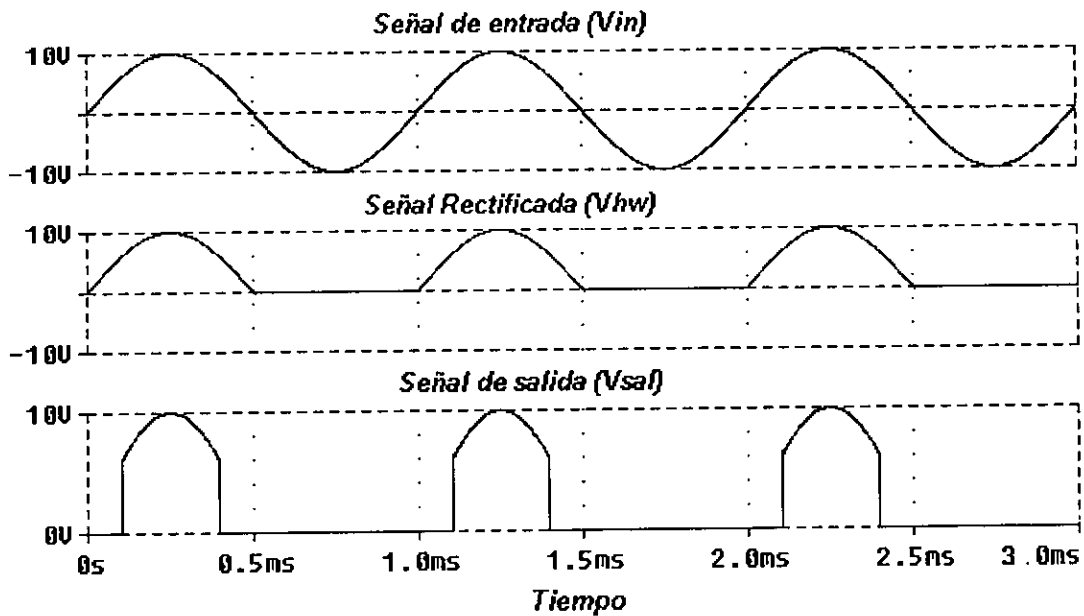


Figura 1.39. Señal de entrada (V_{in}), señal rectificada (V_{hw}) y señal de salida (V_{sal}).

Sin embargo, cuando V_{in} empieza a incrementarse en dirección negativa, V_{hw} también se incrementa negativamente hasta que sea igual al voltaje negativo de saturación ($\cong -V_{EE}$). Esta polariza en inversa al diodo D_2 y abre un el lazo de retroalimentación. Por lo tanto, durante el medio ciclo negativo de la señal de entrada, el voltaje V_{hw} de salida es igual a cero. Este circuito responde de tal manera que mientras el voltaje de la señal de entrada sea positivo habrá una respuesta siempre positiva en la misma forma de la señal de entrada.

El voltaje de salida del rectificador de media onda V_{hw} se puede expresar como:

$$V_{hw}(t) = +|C \text{sen}(\omega t)|, \quad (1.74)$$

La señal de voltaje rectificada V_{hw} entrará ahora la señal a la entrada (+) del amplificador operacional AO2 de la figura (1.38), este AO2 tiene una configuración de un comparador. A un cierto nivel de voltaje (V_{ref}) el AO2 opere como un seguidor de voltaje, en particular será un seguidor del voltaje del rectificador de media onda V_{hw} , obteniendo un voltaje V_{sal} a la salida del AO2, el cual puede ser expresado de la siguiente manera,

$$V_{sal} = \begin{cases} V_{hw} & \text{si } V_{hw} \geq V_{ref} \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}, \quad (1.75)$$

donde el voltaje V_{ref} de referencia es igual a $V_{ref} = 6 [V]$.

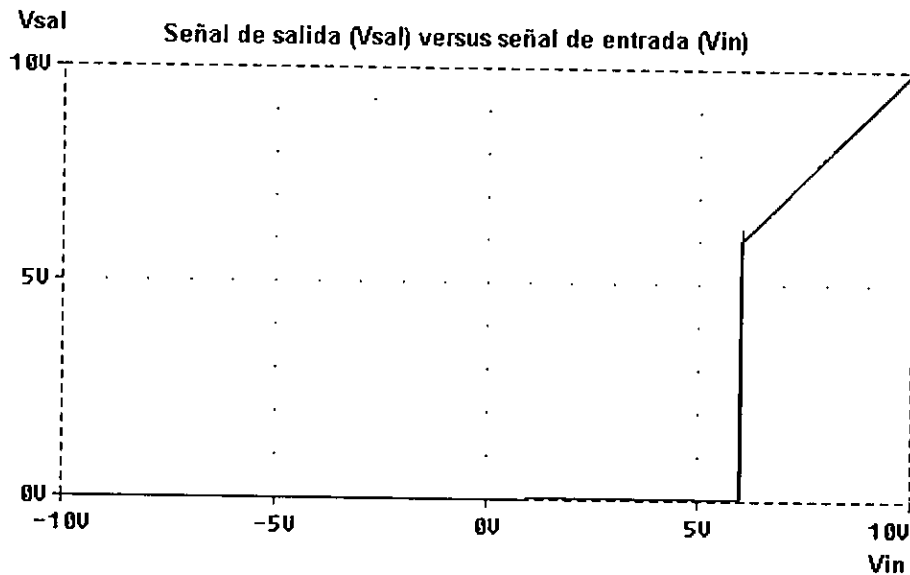


Figura 1.40. Señal de salida (V_{sal}) versus la señal de entrada (V_{in}).

Resumen

En este capítulo se desarrollaron las implantaciones electrónicas de las funciones de activación que se presentan en redes neuronales artificiales describiendo cada uno de los circuitos empleados en el diseño de cada función de activación.

Las implantaciones electrónicas de las funciones de activación presentadas en este capítulo fueron:

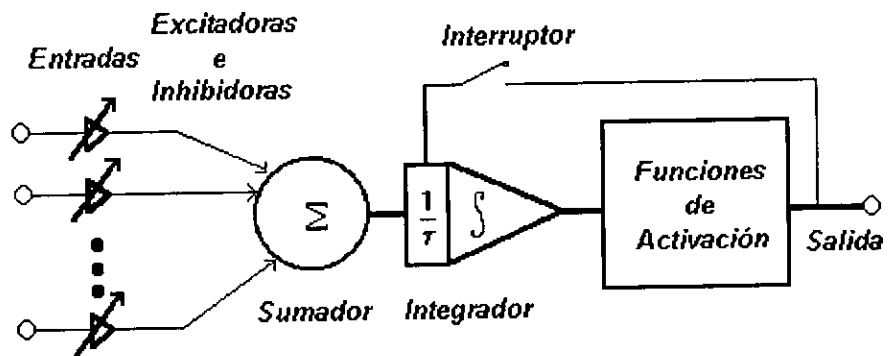
- Escalón o Comparador
- Escalón Zona Muerta o Doble Comparador
- Rampa Saturada
- Rampa Zona Muerta con Saturación
- Sigmoide y Tangente Hiperbólica
- Escalón Rampa sin Saturación

Estas implantaciones electrónicas de las funciones de activación empleadas en redes neuronales artificiales, es el principal objetivo de esta tesis, es decir, el diseño y desarrollo de los circuitos analógicos para generar funciones de activación. Se presentó la respuesta de cada función de activación diseñada para una señal periódica a la entrada de cada implantación, y también se mostró una representación salida entrada de la dinámica de cada función de activación obteniendo como resultado la función de activación planteada en cada caso.

En este trabajo de tesis se realiza un estudio del comportamiento dinámico de cada función de activación aquí desarrolladas, en modelos simplificados de neuronas artificiales. Por ello en el siguiente capítulo se desarrollaran los modelos simplificados de neurona artificial, en particular los modelos a desarrollar serán el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, el modelo de neurona tipo integrador con fugas y el modelo de neurona tipo integrador y disparo.

CAPITULO II

Modelos de Neuronas Artificiales



2.

Modelos de Neuronas Artificiales

Introducción

Existen elementos de procesamiento que pueden ser capaces de transformar la información que se les proporciona (señales de entrada), para manejarla como mejor convenga, esta información puede cambiar de forma y tamaño si algún elemento dentro de estas unidades de proceso varía. Una neurona artificial es un sistema que consta de varios elementos que procesan información. Es decir, consta de un receptor de señales, un sumador, una función de activación y una salida. Así todo modelo general de neurona debe contener estos elementos básicos. El elemento receptor es el lugar donde llegan una o varias señales de entrada a la neurona artificial, generalmente provienen de otras neuronas y que son atenuadas o amplificadas por un factor llamado peso, que constituye la conectividad entre la neurona fuente de donde provienen las señales y la neurona destino en cuestión. El elemento sumador es el que efectúa la suma algebraica ponderada de las señales de entrada. El elemento función de activación aplica una función no lineal de umbral a la salida del sumador. El elemento de salida es el que produce la señal de salida o la respuesta de la neurona. Este modelo neuronal artificial ha sido utilizado como herramienta para la derivación de un gran número de modelos en redes neuronales artificiales, tales como: el modelo de "Todo o Nada" de McCulloch y Pitts, la Adeline de Widrow, el Perceptrón de Rosenblatt, el de Hopfield, el de Grossberg. La diferencia entre los modelos es la existencia de algoritmos de aprendizaje y de su aplicación para resolver determinada tarea.^[4]

En esta sección se mostrarán tres modelos de una simple neurona artificial, vista como unidad de proceso de información (señales). Se presentarán las expresiones matemáticas de cada uno de los modelos y su implantación electrónica (analógica). Los tres modelos de neurona que se desarrollarán son: "el tipo McCulloch y Pitts, tipo Integrador con fugas, y tipo integrador y disparo".

2.1 Modelo de Neurona tipo McCulloch & Pitts

Una neurona básica artificial puede ser modelada como un instrumento no lineal de múltiples entradas con interconexiones ponderadas w_{ij} , también llamadas pesos sinápticos o graduaciones (figura 2.1a). El cuerpo de la celda es representado por un límite no lineal o función de umbral $\psi(S_j)$. El modelo más simple de una neurona artificial suma las n entradas ponderadas y el resultado pasa a través de una función no lineal de acuerdo a la expresión

$$y_j = \psi \left[\sum_{i=1}^n w_{ij} x_i + \theta_j \right] \quad , \quad (2.1)$$

donde ψ es una función límite o de umbral, llamada función de activación.

La función de activación también se llama la "función característica no lineal", la "función de umbral" o la "función respuesta" en la literatura. Generalmente, la función de activación ψ es no lineal es monótona creciente o decreciente.

Luego $\theta_j \in \mathbb{R}$ es el umbral externo, también llamado offset o bias, los w_j son los pesos sinápticos o graduaciones, x_i son las entradas ($i=1,2,\dots,n$), n es el número de entradas y y_j representa las salidas. Note que el valor del umbral θ_j puede ser presentado empleando una entrada adicional x_0 igual a +1 y el peso correspondiente w_{j0} igual al valor del umbral. Así la ecuación (2.1) puede escribirse de la forma:

$$y_j = \psi \left[\sum_{i=0}^n w_{ji} x_i \right], \tag{2.2}$$

donde

$$w_{j0} = \theta_j, \quad x_0 = 1.$$

La neurona básica artificial es caracterizada por su no linealidad y el umbral θ_j . Por ejemplo, el modelo de McCulloch & Pitts de una neurona emplea solamente la función binaria escalón; la figura 2.1c muestra tres tipos de funciones. En este modelo la suma ponderada de todas las entradas es comparada con el umbral θ_j . Si esta suma excede el umbral, la salida de la neurona se coloca en el valor máximo (encendida) o el valor lógico 1, en cualquier otro caso en el valor mínimo o el valor lógico 0 (apagada).

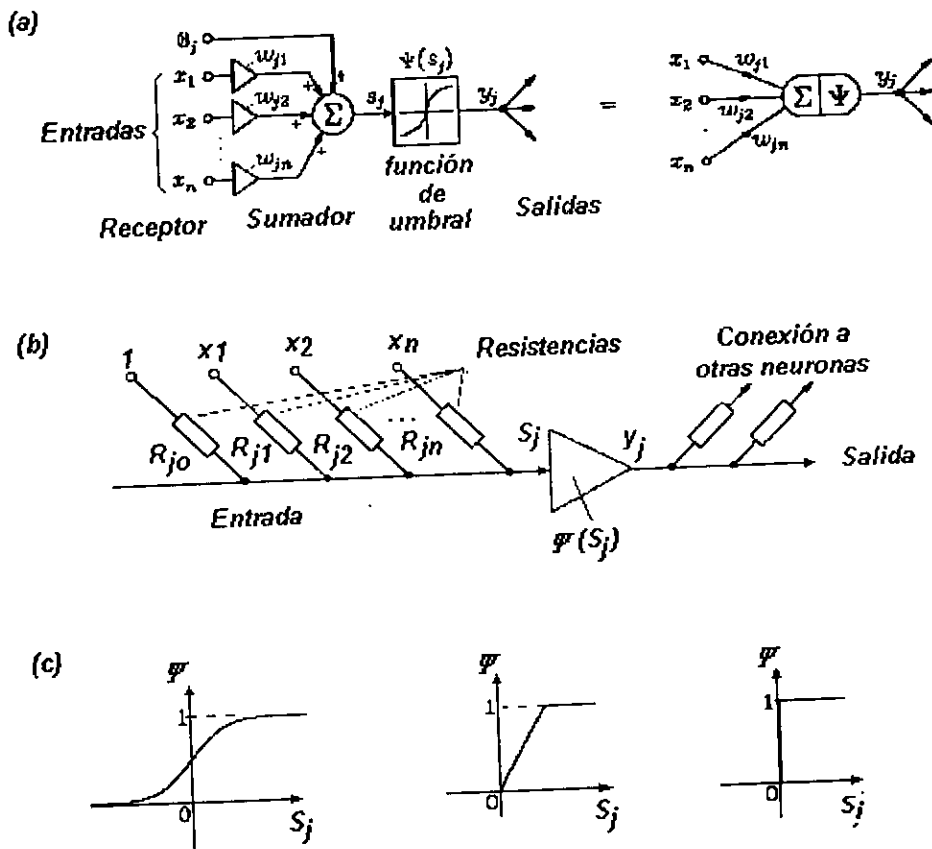


Figura 2.1 (a) Modelo funcional de una neurona básica artificial
 (b) Modelo electrónico de una neurona básica artificial (las señales de entrada y salida son voltajes).
 (c) Tres posibles funciones de activación, sigmoide, rampa, escalón.

En el modelo básico de neurona la señal de salida es generalmente determinada por una función monótona creciente o decreciente, proporcional a una suma ponderada de señales de entrada. Esta descripción de la función coincide con funciones semejantes a una función sigmoide la cual matemáticamente puede ser descrita como:

$$y_i = \tanh kS_i = \frac{1 - e^{-2kS_i}}{1 + e^{-2kS_i}} \quad (2.3)$$

para una representación simétrica (bipolar) o de la siguiente manera

$$y_i = \frac{1}{1 + e^{-kS_i}} \quad (2.4)$$

para una representación asimétrica unipolar con

$$S_i = \sum_{i=0}^n w_{ij} x_i$$

donde k es una constante positiva o variable que controla la pendiente de la función sigmoide.

En particular el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts como ya se mencionó emplea una función binaria del tipo escalón, con lo que su respuesta es activa si excede el umbral θ_j (todo o nada). Pero esto no restringe a que se puedan emplear otro tipo de funciones de activación como las que se mostraron en la figura (2.2), dada la descripción de la función de activación no lineal que será la forma representativa de la respuesta de la neurona.

Luego empleando la configuración que a continuación se mostrará para el modelo, éste se puede construir empleando circuitos electrónicos los cuales contendrán cada uno de los elementos mencionados en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, estos son: receptor, sumador, función de activación y su salida.

Se presenta ahora el modelo electrónico "todo o nada" de McCulloch y Pitts empleando amplificadores operacionales, tomando en cuenta los elementos del modelo de neurona (Figura 2.3). Es decir, el elemento receptor (entradas), el elemento sumador, el elemento función de activación y el elemento de salida.^{[1],[19]}

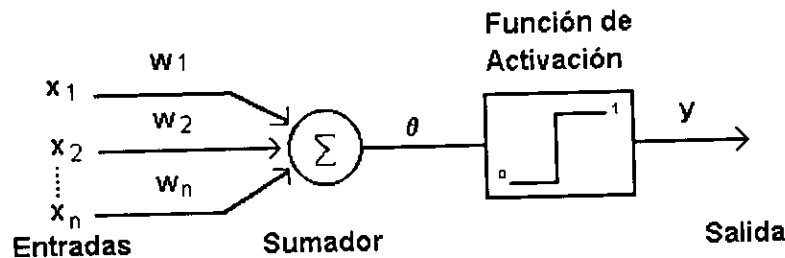


Figura 2.3. Estructura de una neurona artificial con cuatro elementos tipo McCulloch y Pitts..

De acuerdo a la estructura de la neurona y la descripción del funcionamiento del modelo anteriormente mencionado, se tiene el siguiente circuito esquemático de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, empleando amplificadores operacionales para sus distintas etapas, (Figura 2.4).

Generalmente, la función de umbral (escalón) puede ser remplazada por funciones no lineales más generales (Figura 2.2) y consecuentemente la salida de la neurona y_i puede asumir cualquier valor del conjunto discreto (e.g. $\{-1, 1\}$) o variar continuamente (e.g. entre -1 y 1 o generalmente entre y_{min} y $y_{max} > y_{min}$). El nivel de activación o el estado de la neurona es medido por la señal de salida y_i (e.g. $y_i = 1$ si la neurona está encendida (activa) y $y_i = 0$ si la neurona se encuentra apagada).

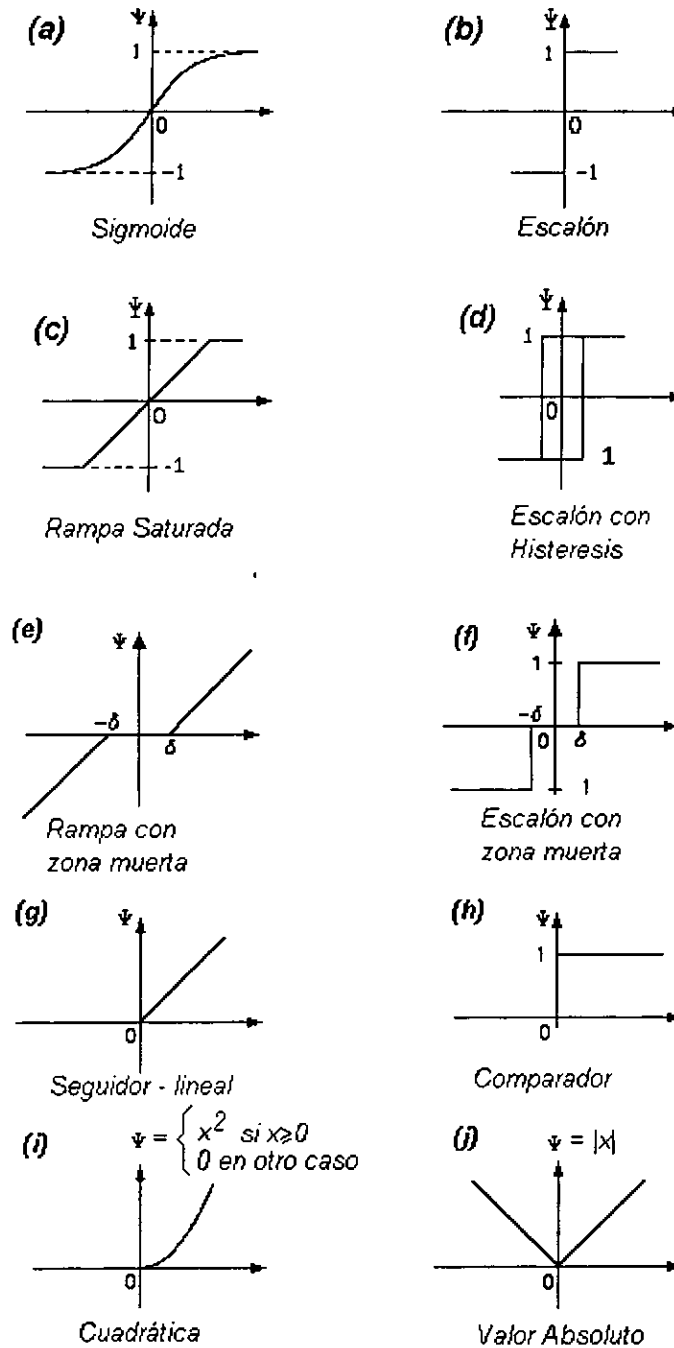


Figura 2.2. Funciones no lineales empleadas en modelos de neuronas artificiales.

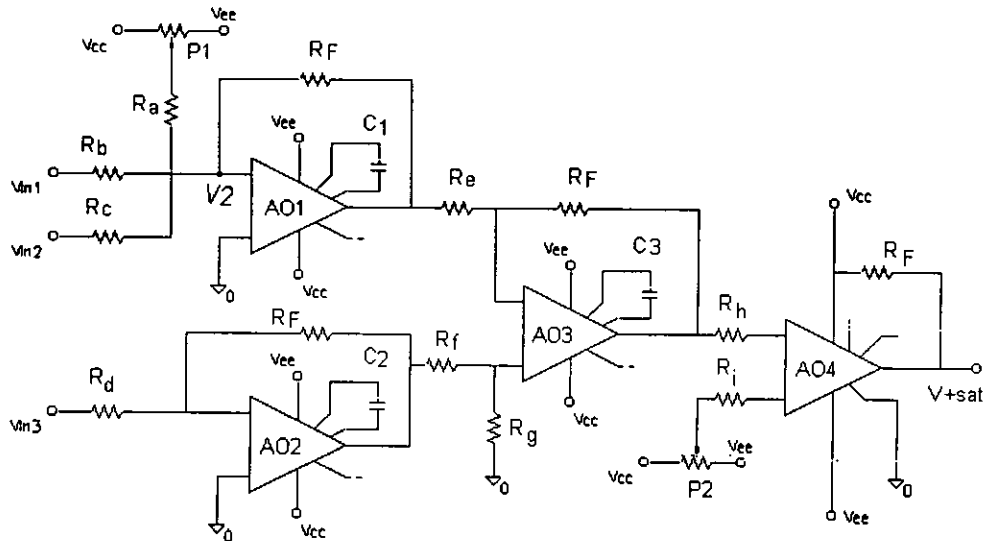


Figura 2.4. Diagrama esquemático del modelo electrónico de una neurona tipo McCulloch y Pitts.

Se emplea un arreglo de resistencias variables en paralelo a la entrada de un amplificador operacional (receptor), con la configuración de seguidor el cual realiza la tarea de sumador de las entradas excitadoras a la neurona. Esto es,

$$V_{OE} = -\left(\frac{R_F}{R_a} V_a + \frac{R_F}{R_b} V_b + \frac{R_F}{R_c} V_c\right) = -R_F \left(\frac{V_a}{R_a} + \frac{V_b}{R_b} + \frac{V_c}{R_c}\right) \quad (2.5)$$

NOTA: Para la prueba del modelo se emplean señales cuadradas a la entrada, (Figura 2.5).

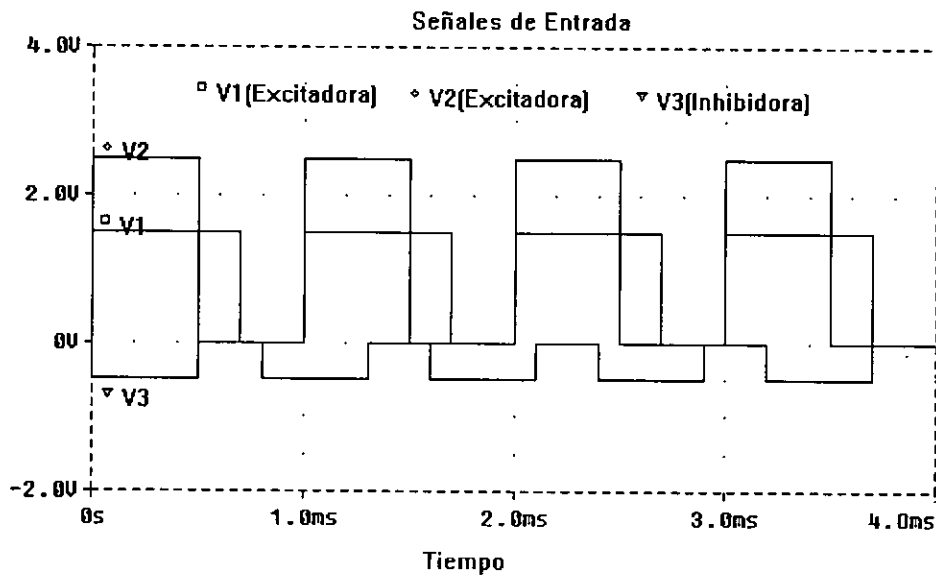


Figura (2.5). Señales de entrada para el modelo electrónico de una neurona tipo McCulloch y Pitts.

Si se toma a $R_a = R_b = R_c = R$, entonces

$$V_{0E} = -\frac{R_F}{R}(V_a + V_b + V_c)$$

luego de

$$\frac{R_F}{R} = 1, \text{ que es la ganancia del circuito.}$$

El voltaje de salida V_{0E} es igual a la suma negativa de todos los voltajes de entrada excitadores. Por lo que,

$$V_{0E} = -(V_a + V_b + V_c) \quad (2.6)$$

De la misma manera se emplea una configuración (de resistencias variables y amplificador operacional) para las entradas inhibitoras. Esto es,

$$V_{0I} = -(V_d) \quad (2.7)$$

Ambas señales excitadoras e inhibitoras van a un amplificador operacional con la configuración restador no inversor para obtener la diferencia entre los voltajes excitadores y los inhibitoras, $V_{0E} - V_{0I} = S$, donde S es el resultado de la diferencia de voltajes. Esto es, cuando $V_{0I} = 0[V]$, por el principio de superposición, la configuración se convierte en un Inversor y el voltaje de salida es:

$$V_E = -\frac{R_F}{R_e} V_{0E}, \quad (2.8)$$

Análogamente cuando $V_{0E} = 0[V]$; la configuración es ahora un No Inversor teniendo un divisor de voltaje dado por R_f y R_g a la entrada por lo que,

$$V_I = \left(\frac{R_g}{R_f + R_g} \right) V_{0I},$$

y la salida debida a V_{0I} entonces es

$$V_I = \left(1 + \frac{R_F}{R_e} \right) V_I, \text{ esto es}$$

$$V_I = \left(\frac{R_g}{R_f + R_g} \right) \left(\frac{R_e + R_F}{R_e} \right) V_{0I},$$

de donde si $R_e = R_f$ y $R_F = R_g$,

$$V_I = \left(\frac{R_F}{R_e} \right) V_{0I}, \quad (2.9)$$

Así mismo el voltaje de salida del restador será:

$$V_D = V_E + V_I$$

o sea,

$$V_D = -\frac{R_F}{R_e}(V_{0E} - V_{0I}) = -\frac{R_F}{R_e}V_{EI} \quad (2.10)$$

cabe señalar que V_{EI} es negativo por lo que V_D es positivo, y la ganancia del voltaje está dada por,

$$A_D = \frac{V_D}{V_{EI}} = -\frac{R_F}{R_e} \quad (2.11)$$

el voltaje obtenido V_D es igual a la resta S , mencionada anteriormente, está diferencia de señales de entrada excitadoras e inhibitoras se pueden observar en la Figura (2.6).

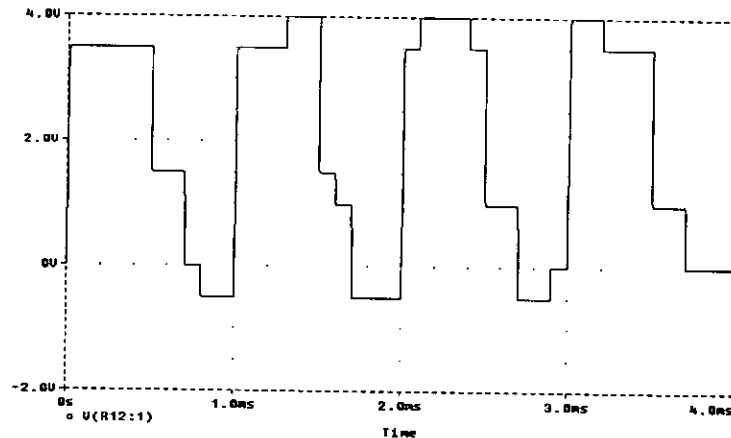


Figura 2.6. Suma de entradas excitadoras e inhibitoras.

Esta señal de voltaje obtenida, $V_D = S$, después se dirige al elemento función de activación; para este caso la función de activación está dada por la función escalón, la cual se implanta por medio de un amplificador operacional en su configuración de comparador. Donde el voltaje de salida V_S está dado por la siguiente función

$$V_S = \begin{cases} V_{+SAT} & \text{si } V_D > \theta \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}, \quad (2.12)$$

donde θ es el voltaje de referencia que actúa como el nivel de umbral o nivel de activación de la neurona, y $V_{+SAT} = V_S$ es el voltaje de salida o la respuesta de la neurona, ver Figura (2.7). La cual se puede expresar como

$$y_j = \psi \left[\sum_{i=0}^n w_{ji} x_i \right],$$

con y_j igual a V_S y donde ψ es la función de activación.

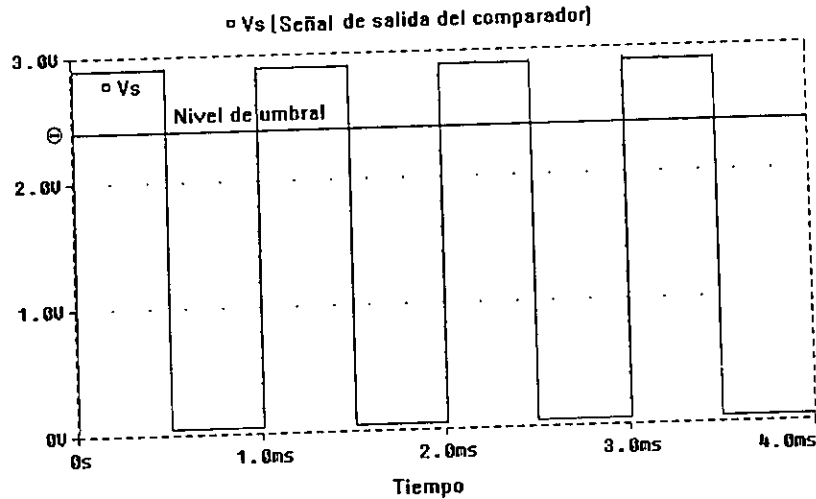


Figura 2.7. Nivel de umbral y repuesta del comparador.

2.2 Modelo de Neurona tipo Integrador con fugas

El modelo de neurona tipo integrador con fugas contiene los elementos básicos de una neurona, es decir el elemento receptor, el sumador, el de activación y el de salida, más un elemento integrador entre el elemento sumador y el activador, como lo muestra la Figura (2.8). En otras palabras, la diferencia de este modelo integrador con fugas y el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts es un elemento integrador que proporciona la integración en el tiempo de la suma de entradas totales (excitadoras e inhibitoras), además de que en el modelo de neurona tipo integrador con fugas la función de activación o la función de umbral puede ser cualquier función no lineal, monótona creciente o decreciente, acotada, diferenciable, lo cual proporciona diferentes formas en la respuesta de la neurona.^{(2),(11),(13)}

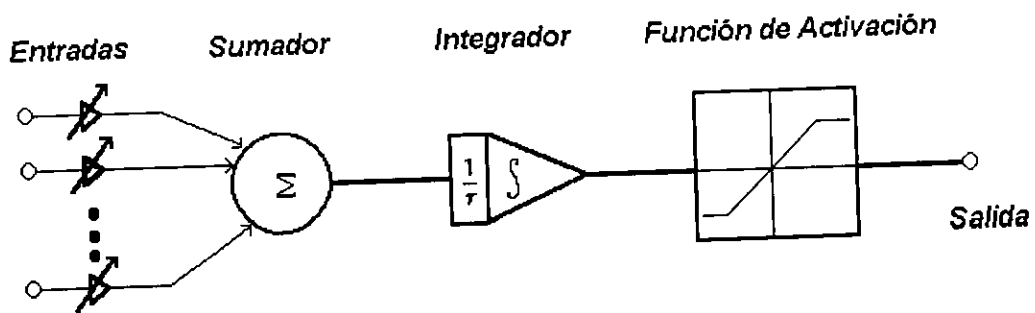


Figura 2.8. Modelo tipo Integrador con Fugas para una neurona artificial.

La función ψ de activación de una neurona esta relacionada con el potencial de acción dada por:

$$\psi(m(t); \theta)$$

donde $m(t)$ es el potencial de acción de la neurona y θ es el umbral de activación constante de la neurona.

Modelo Matemático inspirado en el modelo de neurona tipo Integrador con Fugas

A partir de la estructura de este modelo con todos sus elementos se presenta ahora el modelo matemático. El modelo matemático tipo integrador con fugas de acuerdo a la Figura (2.8),^[12] se define como la ecuación diferencial que a continuación se presenta:

$$\tau_i \frac{dm_i}{dt} = -m_i + m_0 + S_i + I_i, \quad (2.13)$$

la cual representa todos los elementos del modelo. La solución de esta ecuación nos representa el potencial de integración en la neurona dado por $m_i(t)$, por eso el nombre de integrador.

Donde cada parámetro es:

suma ponderada de entradas: $S_i = \sum_j w_{ji} x_j$,

pesos: w_{ji} es el peso de cada entrada,

entradas internas: I_i ,

salida del modelo: $y_i(t)$

potencial de la neurona: $m_i(t)$,

constante de tiempo propia del sistema: τ_i ,

potencial de reposo: m_0 .

además se toma a y_i como: $y_i = \psi(m_i(t))$ donde ψ es alguna función diferenciable, monótona creciente (de activación, no lineal, o característica del modelo), para probar el modelo se empleará la función de activación binaria escalón.

Reescribiendo esta función en términos de $\frac{dm_i}{dt}$ para facilitar el manejo de la función posteriormente, se obtiene:

$$\frac{dm_i}{dt} = \frac{1}{\tau_i} (-m_i + m_0 + s_i + I_i) \quad (2.14)$$

Con esto se obtiene una forma simple del modelo integrador con fugas, en el cual se estudiarán las diferentes dinámicas que se presentan ante varias funciones de activación. Cuya solución es de la forma:

$$m(t) = m_0 + S - S e^{-t/\tau}. \quad (2.15)$$

Considerando las I_i nulas, y a $m(0) = m_0$ como condición inicial.^[30]

Se presenta ahora el modelo de neurona tipo integrador con fugas por medio de amplificadores operacionales. El voltaje de salida V_o de la ecuación (2.10) es la suma de las señales de entrada (excitadoras e inhibitoras) a la neurona, que en este caso son señales de entrada tipo senoidal, (Figura 2.9).^[14]

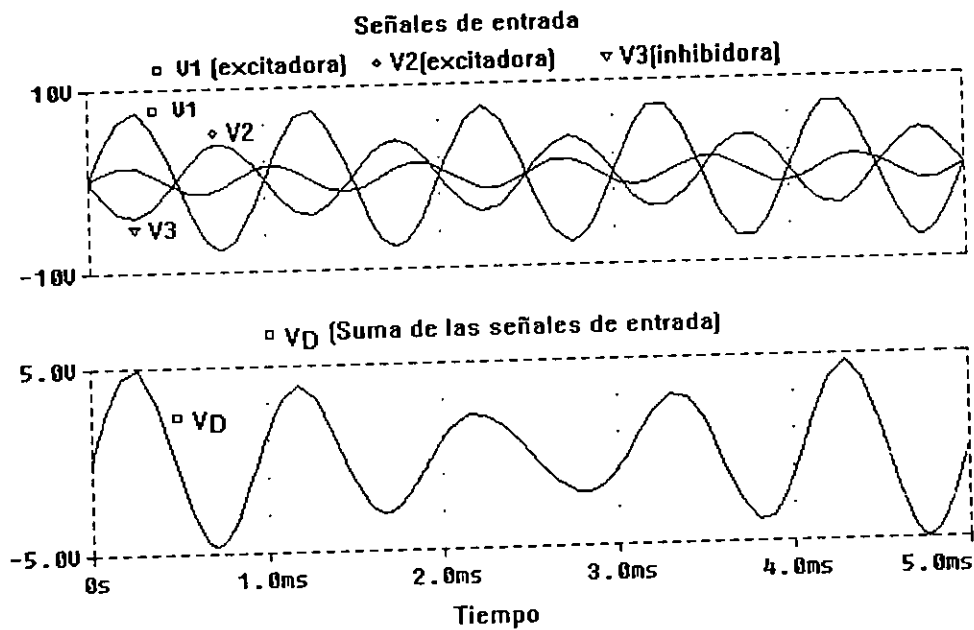


Figura 2.9. Señales de entrada y su suma.

La segunda gráfica de la figura anterior es una señal periódica que será la entrada al amplificador operacional que tiene la configuración de integrador, ver Figura (2.10).

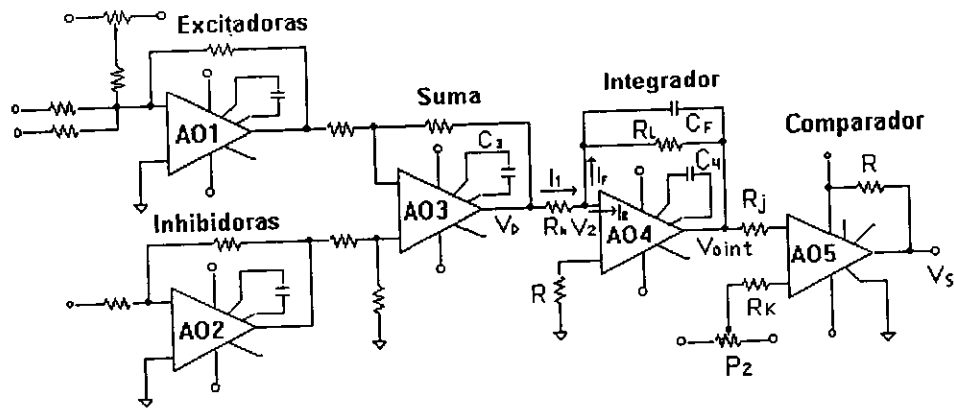


Figura 2.10. Diagrama esquemático del modelo de neurona tipo integrador con fugas.

Esto es, utilizando las leyes de Kirchhoff para las corrientes en el nodo V_2 :

$$I_l = I_B + I_F, \tag{2.16}$$

donde I_B es relativamente pequeña, y así $I_l \approx I_F$ recordando que la relación entre la corriente y el voltaje a través de un capacitor es,

$$i_c = C \frac{dV_C}{dt}, \tag{2.17}$$

por lo que:

$$\frac{V_D - V_2}{R_h} = C_F \frac{d}{dt}(V_2 - V_{0int}); \quad (2.18)$$

sin embargo $V_1 \approx V_2 \approx 0$, por lo que la ganancia del amplificador es muy grande, de aquí que

$$\frac{V_D}{R_h} = C_F \frac{d}{dt}(-V_{0int}),$$

luego separando variables e integrando, se tiene

$$\int \frac{V_D}{R_h} dt = \int C_F \frac{d}{dt}(-V_{0int}) dt = C_F(-V_{0int}) + V_{0int}|_{t=0},$$

con lo cual:

$$V_{0int} = -\frac{1}{R_h C_F} \int V_D dt + C \quad (2.19)$$

con C igual a una constante de integración. El cual también se puede expresar con la siguiente expresión para el voltaje V_{0int} ,

$$V_{0int} = -\frac{1}{R_h C_F} \int_0^t V_D dt, \quad (2.20)$$

si $f_a = \frac{1}{2\pi R_L C_F}$, es la frecuencia en términos de $R_L C_F$ y,

$f_b = \frac{1}{2\pi R_h C_F}$, es la frecuencia en términos de $R_h C_F$;

los cuales deberían ser seleccionados de tal forma que $f_a < f_b$. Por ejemplo si $f_a = f_b / 10$ entonces $R_L = 10R_h$. La señal será integrada apropiadamente si $R_L C_F \leq \tau$, donde, τ es el periodo (constante de integración) y expresándola de otra manera,

$$R_L C_F = \frac{1}{2\pi f_a}. \quad (2.21)$$

El voltaje V_{0int} es ahora la señal de entrada al elemento de función de activación que en este caso es un amplificador operacional en configuración de comparador. Teniendo la neurona una respuesta dada por la función de activación escalón, con lo que se obtiene ahora la respuesta de la neurona integrador con fugas. Esto es,

$$V_S = \begin{cases} V_{+SAT} & \text{si } V_{0int} > \theta \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}, \quad (2.22)$$

donde θ es el voltaje de referencia que actúa como el nivel de umbral o nivel de activación de la neurona, y $V_{+SAT} = V_S$ es el voltaje de salida o la respuesta de la neurona, ver Figura (2.11).

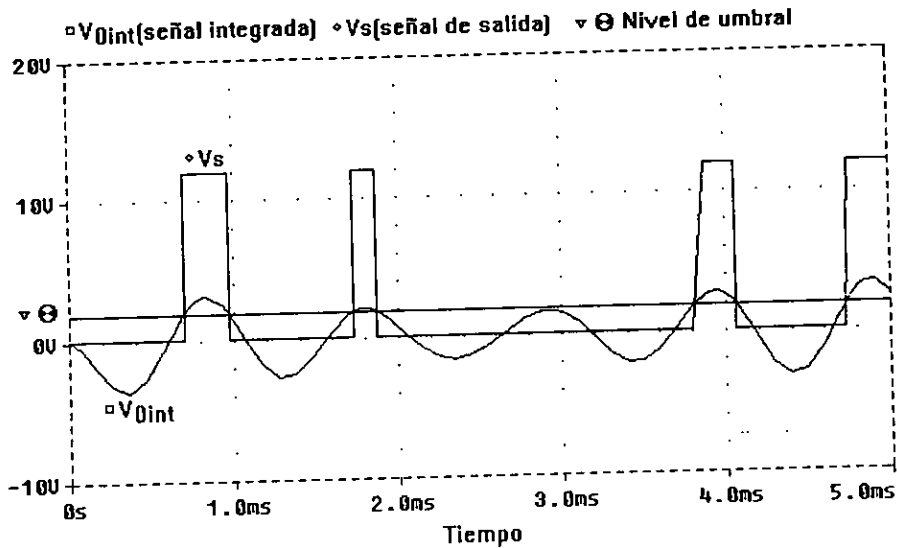


Figura 2.11. Potencial del integrador, nivel de umbral y respuesta.

Aproximadamente por 3 [Ms], puede observarse que la señal de la suma ponderada no llega al nivel de umbral, razón por la cual no hay respuesta en esa parte de la gráfica.

2.3 Modelo de Neurona tipo Integrador y Disparo

El modelo tipo integrador y disparo de una simple neurona consiste de los mismos elementos que tiene el modelo de una neurona tipo integrador con fugas más un disparo, el cual es un disparo de respuesta de la neurona que produce la caída de la señal de integración a cero o a un potencial de reposo de la neurona. Es decir, mientras en el modelo de neurona tipo integrador con fugas la activación tarda más en activarse y se mantiene activa más tiempo, debido al tiempo de descarga del integrador (τ); en el modelo de neurona tipo integrador y disparo se busca que el tiempo de descarga del integrador sea mínimo, o sea que tarde lo menos posible a llegar a un potencial cero o a un potencial de reposo de la neurona. (ver Figura 2.12).^[28]

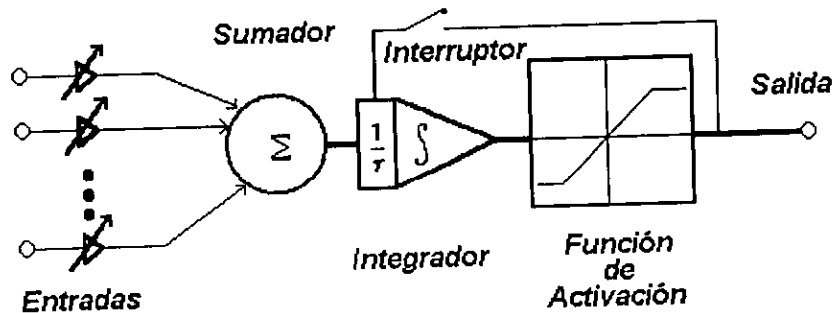


Figura 2.12. Esquema funcional del modelo de neurona tipo integrador y disparo.

Modelo Matemático inspirado en una neurona tipo Integrador y Disparo

Debido a que se emplea un integrador las expresiones del modelo son las mismas que las del integrador con fugas, pero con una condición de umbral, es decir, la condición del potencial cuando el integrador se vuelve a condiciones iniciales.^{[26],[27]} Así las ecuaciones de modelo están dadas por:

$$\tau_i \frac{dm_i}{dt} = -m_i + S_i + I_i + m_0 \quad (2.23)$$

o bien, en su forma de solución,

$$m(t) = m_0 + S - S e^{-t/\tau} \quad (2.24)$$

Considerando las I_i nulas, y a $m(0) = m_0$ como condición inicial. Pero la ecuación (2.24) se encuentra condicionada por el valor del umbral dada por la función de activación de la siguiente forma:

$$\psi(m(t)) = \begin{cases} \psi(m(t)) & \text{si } m(t) < \theta \\ \psi(m(t_r)) & \text{cuando } m(t) \geq \theta \end{cases} \quad (2.25)$$

donde ψ es la función de activación. De alguna manera se pierde la entrada S y $Se^{-t/\tau}$ cuando el potencial de activación sobre pasa o es igual al nivel de umbral θ de la función de activación, y sólo queda el potencial m_0 de reposo, es decir, cuando se da la condición de umbral el potencial de la neurona se vuelve a condiciones iniciales en un instante de tiempo t_r . Bajo estas condiciones el potencial de la neurona en t_r es:

$$m(t_r) = m_0 \quad (2.26)$$

Luego, y_i será entonces la respuesta instantánea del modelo condicionada al umbral, expresada como:

$$y_i(t_r) = \psi(m_i(t_r)) \quad (2.27)$$

Donde cada parámetro es:

$S_i = \sum w_{ji} x_j$:	entradas totales externas
w_{ji} :	pesos, es el peso del nodo i al nodo j
x_j :	entradas a la neurona
I_i :	entradas internas
$m_i(t)$:	potencial del integrador
m_0 :	potencial de reposo
τ_i :	constante de integración
θ :	nivel de umbral
t_r :	tiempo de respuesta o de disparo.

Las expresiones descritas anteriores expresan el modelo de neurona tipo integrador y disparo donde la ecuación (2.23) y (2.24) representan la dinámica de integración de la neurona. La ecuación (2.25) es una condición para las anteriores ya que consiste en volver a condiciones iniciales al integrador, tomando el valor del potencial de reposo (ecuación (2.26)). La salida de la neurona está representada por la ecuación (2.27), que básicamente corresponde a la parte de la función de activación empleada. El parámetro t_r representa una variable auxiliar que especifica el instante de tiempo en el que el resultado de la integración excede o es igual al nivel de umbral θ .

Modelo Electrónico de una neurona tipo Integrador y Disparo

El integrador y disparo consiste de un elemento receptor, un elemento sumador, un elemento integrador, un elemento activador de la respuesta y un elemento interruptor de la señal de integración, como se mostró en la Figura (2.12).

Una vez que se realiza la suma de las señales de entrada (excitadoras e inhibitoras), ésta pasa a un integrador donde se efectúa una evaluación temporal. Dependiendo de la suma, la señal de salida del integrador aumentará o disminuirá. La señal de salida del integrador se conecta a un amplificador operacional en configuración de comparador con un cierto voltaje de referencia que representa el nivel de umbral. La señal de salida del comparador será un voltaje alto (+Vcc) siempre que el potencial del integrador sea mayor al potencial de referencia, que se fija con un potenciómetro conectado a la entrada no inversora del comparador. La salida del comparador consistirá de un voltaje bajo (0 [V]) si el potencial del integrador no supera el voltaje de referencia.

Para cuando la respuesta del comparador esté activa, es decir voltaje alto, activará a su vez a un transistor npn que se encuentra en paralelo con el capacitor del integrador; que producirá una interrupción de la señal de integración del orden de 0.3 [Ms]. Así, se interrumpe el potencial del integrador descargando el capacitor de manera inmediata, tomando entonces cause el periodo refractario en el que las entradas no tienen efecto alguno en la neurona. Hasta que el integrador se vuelva a cargar y si sobrepasa nuevamente el nivel de umbral volverá activarse la salida de la neurona. El diagrama esquemático del modelo integrador y disparo se muestra en la siguiente Figura (2.13).

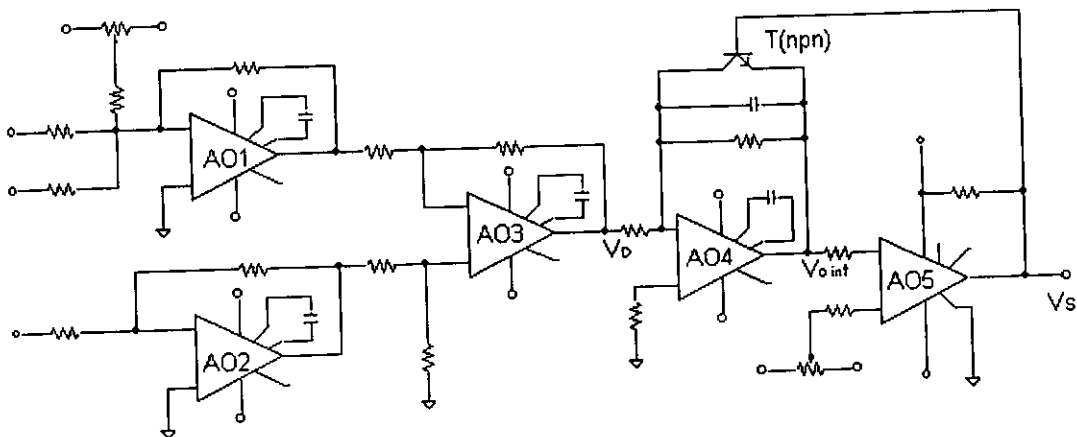


Figura 2.13. Diagrama esquemático del modelo de neurona tipo integrador y disparo.

Para probar el modelo electrónico se emplean señales de entrada del tipo senoidal, que se muestran en la figura (2.14).

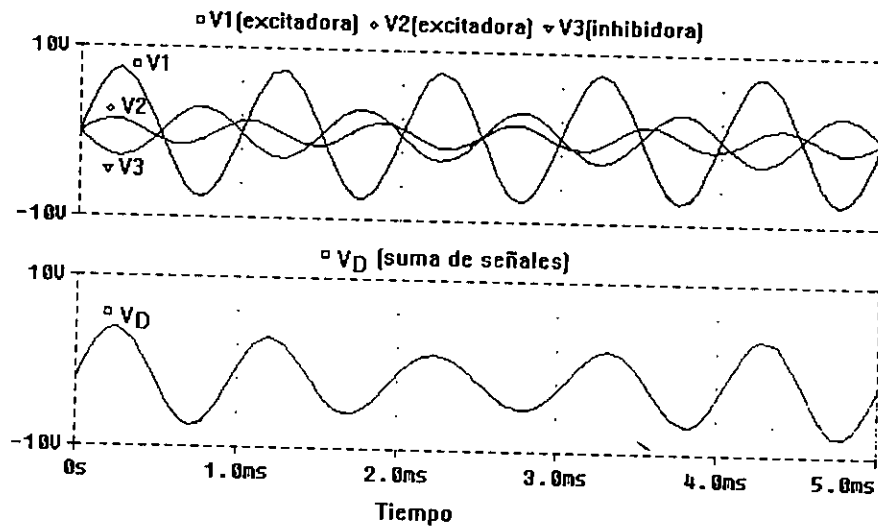


Figura 2.14. Señales de entrada (arriba) y su suma (abajo).

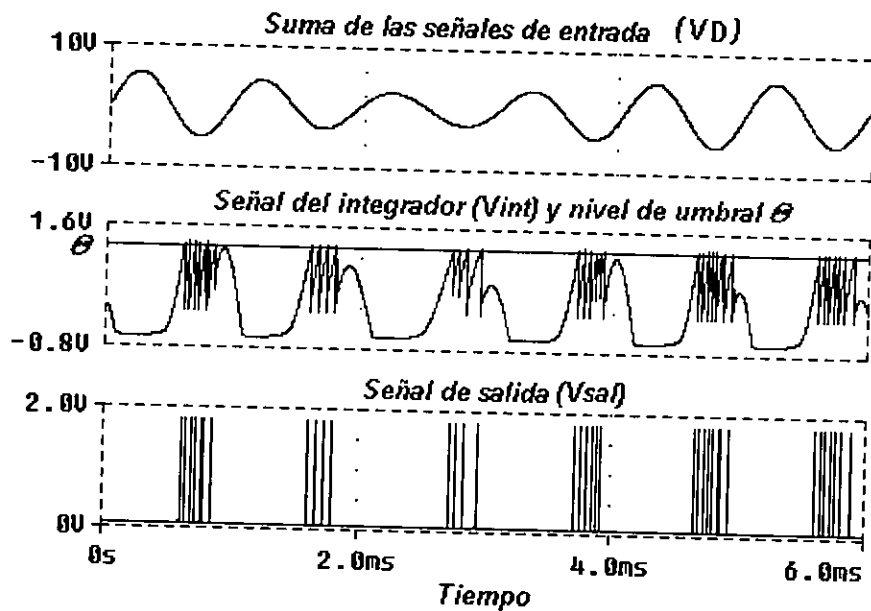


Figura 2.15. Suma de las señales de entrada, su integración y nivel del comparador, y la respuesta.

La segunda gráfica de la figura anterior muestra la señal del integrador, al principio se puede observar que la parte negativa de esta señal se satura en -700 [mV] aproximadamente. Esto se debe a que el transistor (nnp) que se emplea para interrumpir la integración se polariza en inversa y la integración permanece en este valor hasta que la señal de entrada empiece a incrementarse positivamente. En esa misma gráfica se muestra que en el nivel de umbral (θ) la señal se vuelve a condiciones iniciales, produciendo una ráfaga de pulsos instantáneos, los cuales se pueden observar más detalladamente en la tercer gráfica de la figura (2.15), que es la salida de la neurona artificial integrador y disparo.

Resumen

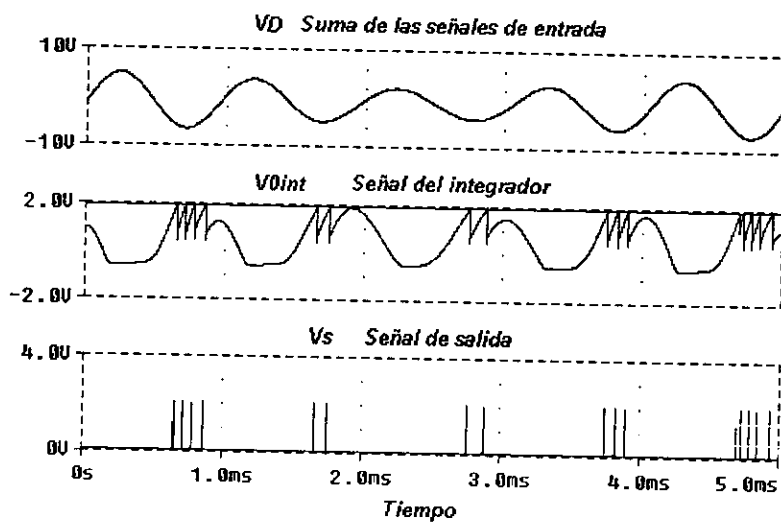
Se presentaron tres modelos simplificados de neuronas artificiales en este capítulo dadas sus estructuras mostradas en las figuras (2.3), (2.8) y (2.12), que son los modelos de neurona tipo McCulloch y Pitts, el modelo de neurona tipo integrador con fugas y el modelo de neurona tipo integrador y disparo respectivamente. También se presentaron sus implantaciones electrónicas para cada uno de los modelos. En cada uno de los modelos de neurona artificial se utilizó la función de activación escalón o comparador, con el objetivo de mostrar como funciona cada modelo. Se obtuvieron las respuestas de cada uno de los modelos, empleando señales periódicas a la entrada, esto se puede observar en las figuras (2.7), (2.11) y (2.15).

Estos modelos junto con las funciones de activación desarrolladas en el primer capítulo se utilizaran para estudiar la dinámica de sus respuestas en cada uno de los modelos empleando cada función de activación.

El estudio del modelado matemático del modelo de neurona tipo integrador y disparo, se realizó empleando las expresiones del integrador con fugas bajo ciertas condiciones. Sin embargo pueden ser desarrolladas en detalle para otro tipo de análisis.

CAPITULO III

Respuesta de una Neurona con diferentes Funciones de Activación



3.

Respuesta de una Neurona con diferentes Funciones de Activación

Introducción

En este capítulo se realizará la implantación de varias funciones de activación en los modelos de una neurona artificial mostrados en el segundo capítulo, estos son: el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, el modelo de neurona tipo integrador con fugas y el modelo de neurona tipo integrador y disparo. Se presentarán las dinámicas obtenidas empleando señales periódicas a la entrada, es decir se mostrarán las respuestas de activación de la neurona en cada modelo de neurona artificial. En particular se emplearán las implantaciones electrónicas para las funciones de activación descritas en el primer capítulo en los diferentes modelos de neurona artificial.

En la mayor parte de este capítulo su contenido serán resultados gráficos debidos a las dinámicas de cada modelo de neurona obtenida por el cambio de la función de activación. A su vez este capítulo está dividido en tres subsecciones que corresponden a cada uno de los modelos de neurona empleados en este trabajo de tesis, empezando por mostrar un diagrama funcional de cada modelo de neurona empleado, luego se mostrarán las señales periódicas de entrada a los modelos, y las respuestas de cada uno de ellos.

Para cada modelo de neurona se irá cambiando la función de activación mostrando sus resultados para la implantación electrónica de la función de activación empleada. Se mostrarán gráficas de las señales de entrada contra las de salida para cada función de activación, una gráfica de la suma de las señales de la entrada, la señal de entrada y la señal de respuesta dada por el integrador en los casos de los modelos de neurona tipo integrador y sus correspondientes respuestas debidas al cambio de la implantación electrónica de la función de activación. En algunos casos se mostrarán los circuitos esquemáticos de las implantaciones electrónicas que se están desarrollando para no repetir circuitos esquemáticos que en los capítulos anteriores ya se mostraron.

Es importante observar las respuestas de cada neurona artificial y los planos de las salidas contra las entradas, en ellas se puede analizar como es el comportamiento de la cada neurona con diferente función de activación. Lo anterior se lleva a cabo para cada modelo de neurona.^[15]

3.1. Respuesta en el modelo de una neurona tipo McCulloch y Pitts

El diagrama funcional del modelo de una neurona desarrollado por McCulloch y Pitts, denominado también el modelo del "todo o nada" se muestra en la figura (3.1). El diagrama consta de una etapa de entradas excitadoras y otra para las entradas inhibitoras, después una etapa sumadora de las dos anteriores, la suma de señales de entradas excitadoras e inhibitoras se conducen a la siguiente etapa que consta de la función de activación que proporciona la respuesta del modelo.

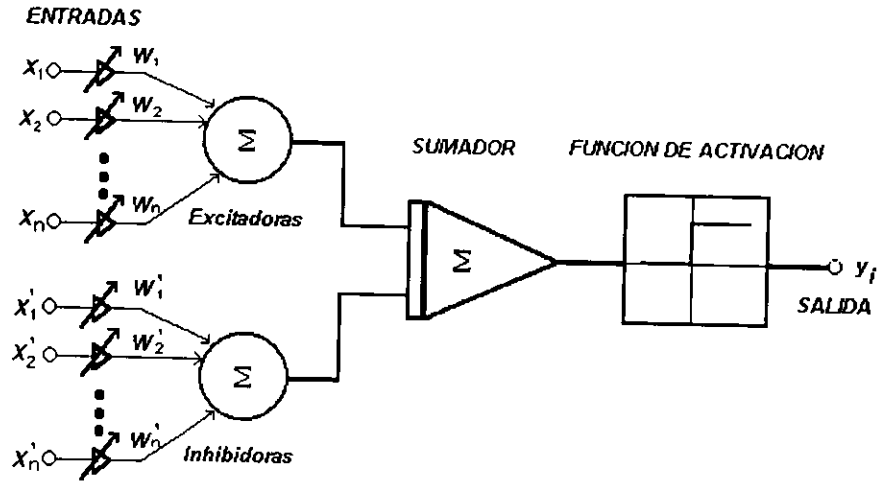


Figura 3.1. Diagrama funcional del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts.

En principio la función de activación escalón fue la desarrollada por McCulloch y Pitts en su modelo de neurona (1943), sin embargo nada evita que la función pueda ser alguna de las funciones de activación que se desarrollaron en el primer capítulo debido al tipo de respuestas que presentan las neuronas biológicas. Para realizar esto la figura (3.2) muestra esquemáticamente como se desarrollarán las respuestas empleando las diferentes funciones de activación.

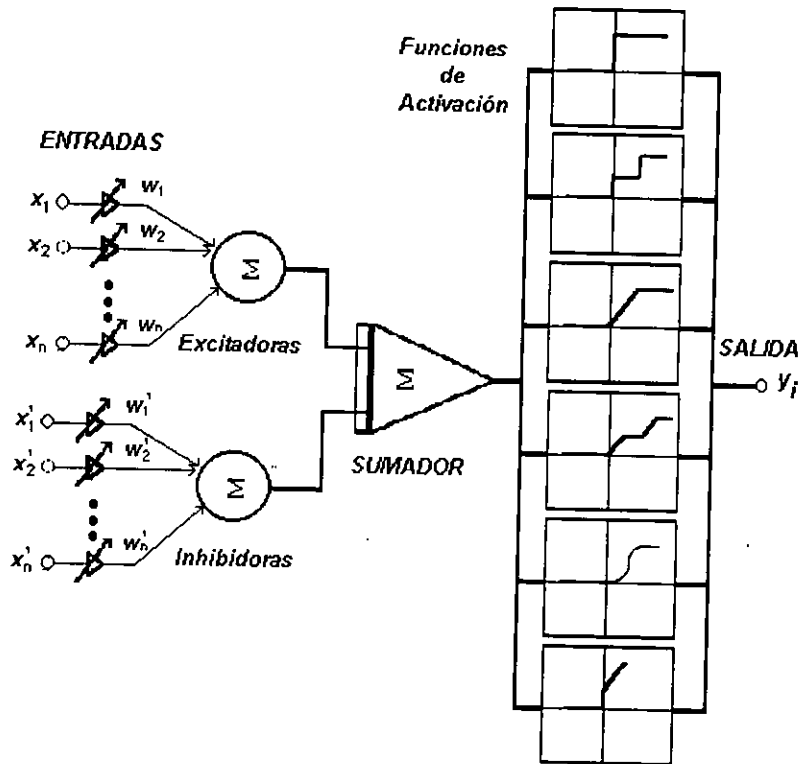


Figura 3.2. Modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con varias funciones de activación.

3.1.1. Función de Activación Escalón

La función de activación escalón se describe como sigue, si la suma ponderada de las entradas excitadoras e inhibitoras es menor que un nivel de umbral (θ) constante predeterminado, la respuesta del modelo, en este caso la neurona artificial será nula, es decir la salida $y_i = 0$ y la neurona se torna inactiva o apagada; por otro lado si la suma ponderada de entradas excitadoras e inhibitoras es mayor que el nivel de umbral, la respuesta de la neurona artificial será un valor constante y en este caso la neurona artificial se torna activa o encendida. La descripción de esta función de activación empleada en el modelo de neurona del todo o nada, en el lenguaje coloquial se le conoce con el nombre del escalón, por su forma inmediata de cambiar de valor.

Para este caso se empleará una señal periódica a la entrada del tipo senoidal, a la cual se le aplicará la función de activación escalón para obtener la respuesta del modelo de neurona artificial. El modelo de neurona consiste en que si la señal periódica de la entrada es igual o mayor a un nivel de umbral $\theta = 0.5$ (constante), la respuesta será 1 (activa); y si la señal de entrada es menor a este valor de umbral la respuesta tendrá el valor de 0 (inactiva).

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación escalón

En esta subsección sólo se mostrarán los resultados gráficos del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts de la implantación electrónica, la implantación electrónica del modelo de neurona se desarrolló en el segundo capítulo con función de activación escalón (figura 2.4), mostrada aquí nuevamente en la figura (3.3); ésta se desarrolló cuando se mostraron los diferentes modelos de neuronas artificiales, que a su vez emplea la implantación de la función de activación escalón de la figura (1.2) desarrollada en el primer capítulo.

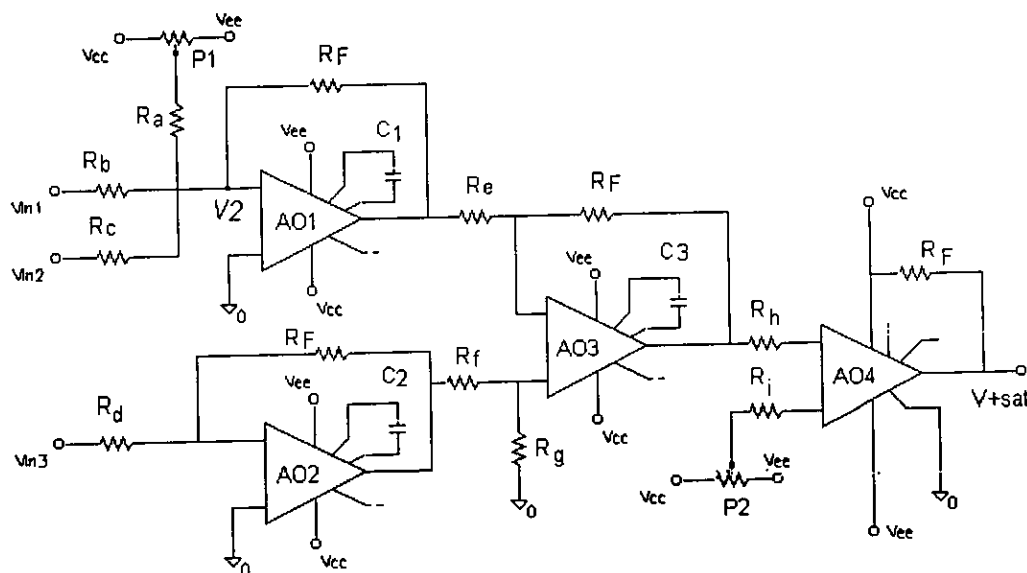


Figura. 3.3. Diagrama esquemático de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts para la función de activación escalón.

NOTA: Ya se presentaron los diagramas esquemáticos de los circuitos que conforman a los modelos de neuronas artificiales en el segundo capítulo, intercambiando los diagramas

esquemáticos para las funciones de activación desarrolladas en el primer capítulo se omitirán de aquí en adelante los circuitos esquemáticos para cada modelo y para cada función de activación especificando solamente el número de la figura empleada para el modelo y para la función de activación. Se presentarán en algunos casos particulares estos circuitos esquemáticos para que la idea no se pierda.

Para los resultados que a continuación se presentarán se emplearon señales de entrada periódicas en el tiempo tipo senoidal, dos de ellas fungirán como señales excitadoras a la entrada y una más tomará el papel de señal inhibidora a la entrada. La suma de estas señales de entrada es a la que se le aplicará la función de activación escalón tal como lo muestra el diagrama funcional del modelo de neurona, figura (3.1), con el objeto de mostrar el funcionamiento de este modelo.

Por lo tanto para este modelo de neurona artificial habrá respuesta cuando la suma de las entradas ponderadas al circuito sea mayor o igual que el nivel de referencia en el amplificador operacional AO4 (configuración comparador) que juega el papel de la función de activación para la implantación electrónica. Las resistencias de entrada variables al circuito de la implantación del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts jugarán el papel de la ponderación ya que como se verá las señales de entrada son voltajes en forma senoidal variables en el tiempo. Las señales de entrada, la suma con su nivel de umbral θ y la respuesta se muestran en la figura (3.4).

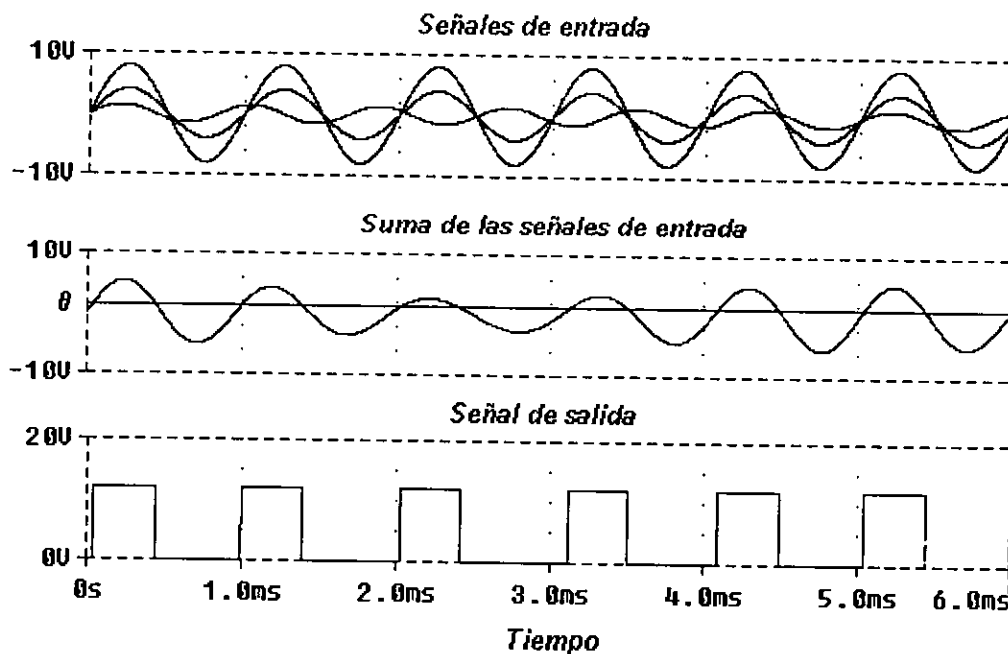


Figura 3.4. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación escalón.

El nivel de voltaje de la salida para este caso se encuentra en $+V_{cc} = 12 [V]$, pero en principio se puede fijar en cualquier nivel deseado, es decir se puede tener un nivel de voltaje de $1 [V]$ si se coloca una fuente de $1 [V]$ a la salida del amplificador operacional. Otra opción es utilizar un divisor de voltaje por medio de resistencias y fijar su valor para que a la salida exista un nivel de voltaje de $1 [V]$.

Cabe señalar que para esta implantación, la gráfica de la salida contra la entrada, resulta la gráfica de la función de activación, figura (3.5).

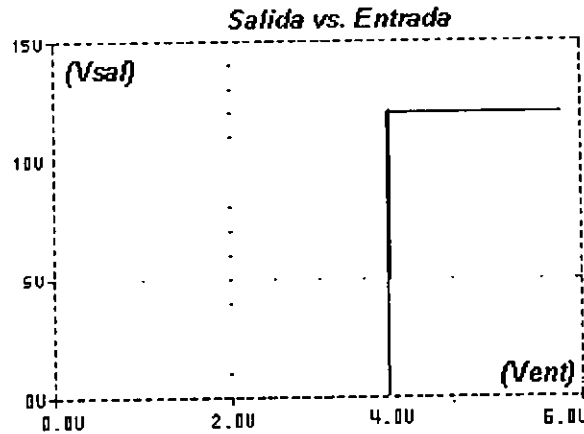


Figura 3.5. Gráfica de la salida contra la entrada de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación escalón.

3.1.2. Función de Activación Escalón Zona Muerta

Para este caso se empleará una señal periódica a la entrada del tipo senoidal, a la cual se le aplicará la función de activación escalón zona muerta para obtener la respuesta del modelo de neurona artificial. El modelo consiste en que si la señal periódica de la entrada es igual o mayor a un primer nivel de umbral $\theta_1 = 0.5$, la respuesta será un valor $C = 0.5$ (constante) y si la señal periódica de la entrada es mayor a un segundo nivel de umbral $\theta_2 = 1$, la respuesta de la neurona se activará; y si la señal de entrada es menor a el umbral θ_1 la respuesta será nula (inactiva).

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación escalón zona muerta

Para los resultados que a continuación se presentarán se emplearon las mismas señales de entrada periódicas en el tiempo del tipo senoidal, donde dos de ellas son excitadoras y otra inhibidora a la entrada. Aplicando la función de activación escalón zona muerta a la suma de las señales de entrada excitadoras e inhibidoras de acuerdo a la figura (3.1), se obtendrán los resultados gráficos. Se emplearon las figuras (1.6) y la (2.4) intercambiando la función de activación para el diagrama esquemático de la implantación electrónica aquí estudiada.

En este modelo de neurona artificial habrá respuesta cuando la suma de las entradas ponderadas al circuito sea mayor que los niveles de referencia en los amplificadores operacionales (con configuración comparador) que juegan el papel de la función de activación escalón zona muerta para la implantación electrónica que se describió en el segundo capítulo, en la cual para la implantación electrónica se toma la máxima señal dada por las dos señales de los comparadores.

En la figura (3.6), se muestran las señales de entrada excitadoras e inhibidoras, la suma de las mismas y el voltaje de salida del circuito implantado para la función de activación escalón zona muerta.

El nivel de voltaje de salida está determinado por el valor del segundo nivel de umbral θ_2 y el tamaño de la zona muerta estará determinado por que tan cerca éste θ_2 de θ_1 . Estos valores de umbral se pueden fijar de acuerdo como se quiera, tomando en cuenta que cuando θ_2 tiende a θ_1

el valor de la zona muerta cerca nulo para cuando $\theta_1 = \theta_2$, obteniéndose así la misma respuesta que se tenía cuando se utilizó la función de activación escalón.

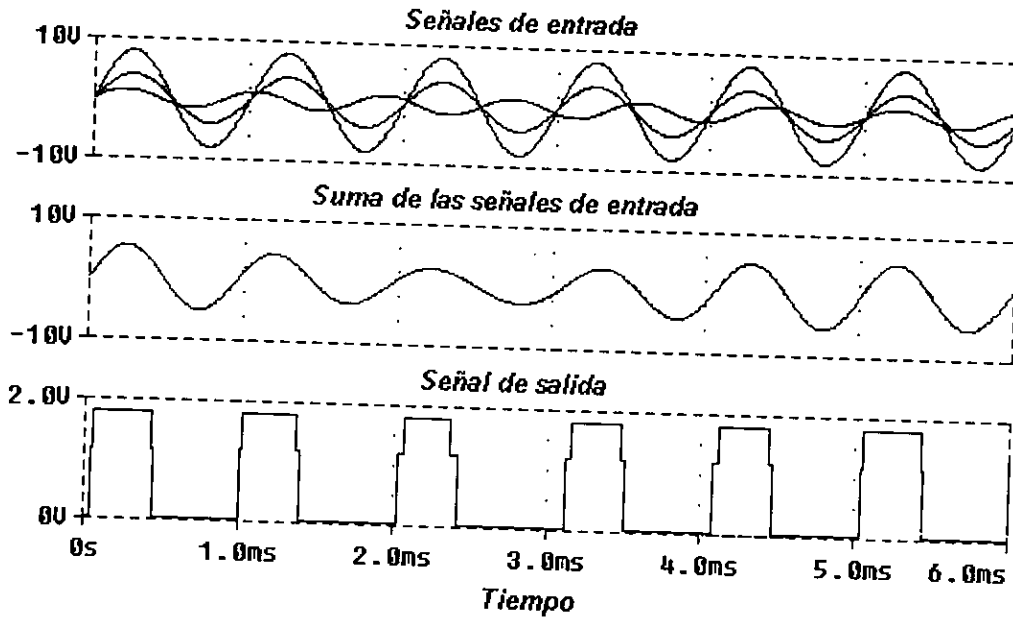


Figura 3.6. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación escalón zona muerta.

Como se puede observar en la figura (3.6) empleando las mismas entradas en la implantación electrónica se obtiene una respuesta distinta a la anteriormente obtenida por la función de activación escalón, ésta proporcionada por el cambio en la función de activación. A continuación se podrán observar las gráficas de la salida contra la entrada de la implantación electrónica, figura (3.7).

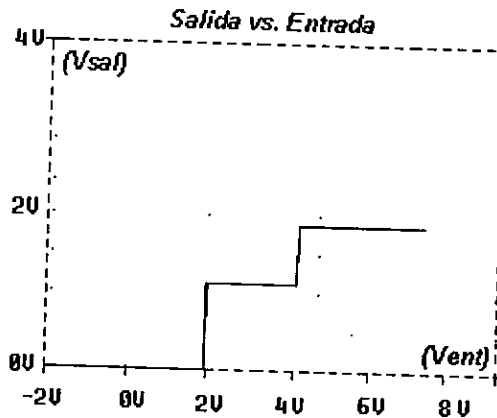


Figura 3.7. Gráficas de las salidas contra las entradas de la simulación y de la implantación del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts empleando la función de activación escalón zona muerta.

3.1.3. Función de Activación Rampa con Saturación

La señal de entrada será una señal periódica del tipo senoidal, que simula la suma de las entradas excitadoras e inhibitoras se le aplicará la función de activación rampa con saturación descrita en el primer capítulo, para obtener la respuesta del modelo matemático McCulloch y Pitts de una neurona artificial. El modelo matemático consiste en que si la señal periódica de la entrada es igual o mayor a un nivel de umbral $\theta_1 = 0.5$, la respuesta será lineal con una pendiente K constante y si la señal periódica de la entrada es mayor a un segundo nivel de umbral $\theta_2 = 1$, la respuesta de la neurona se activará o permanecerá en un valor constante de activación y si la señal de entrada es menor a el umbral θ_1 , la respuesta permanecerá nula, es decir inactiva.

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación rampa con saturación

En este caso como en todos, se emplearon las mismas señales de entrada periódicas en el tiempo del tipo senoidal, dos excitadoras y una inhibitora a la entrada. Si ahora se emplea el circuito electrónico para la implantación de la función de activación rampa saturada (figura 1.11) descrito en el primer capítulo para el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts de la figura (2.4), aplicándola a la suma de las señales de entrada excitadoras e inhibitoras, se obtendrán los resultados gráficos para el cambio de esta función.

En este modelo de neurona artificial habrá respuesta cuando la entrada al circuito sea mayor que cero debido al amplificador operacional con configuración rectificador de media onda seguido de un amplificador no inversor que en combinación forman el comportamiento deseado para la función de activación rampa con saturación.

En la figura (3.8), se muestran las señales de entrada excitadoras e inhibitoras, la suma de las mismas y el voltaje de salida que se obtuvo para este caso.

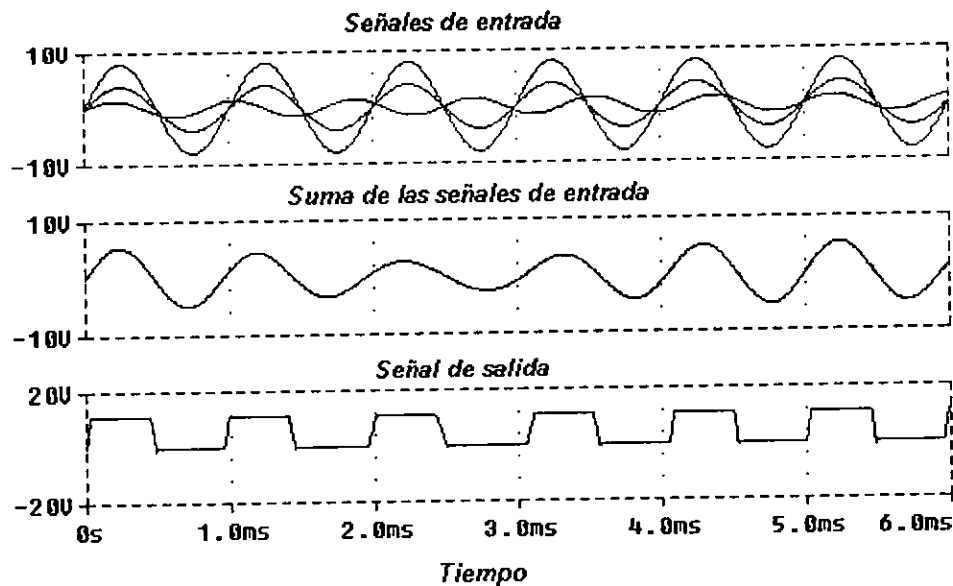


Figura 3.8. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación rampa con saturación.

El nivel de voltaje de saturación de la salida esta determinado por $+V_{cc} = 15 [V]$, que en principio se puede fijar en un valor deseado para el valor de saturación de la respuesta, es decir el valor máximo de la respuesta. Ahora se podrán observar las gráficas obtenidas de la gráfica de la salida contra la entrada para la implantación electrónica empleando la función de activación rampa saturada, figura (3.9).

Cabe mencionar que cuando en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts la función de activación deja de ser el escalón, el modelo deja de ser denominado como el todo o nada ya que en este caso en particular la respuesta puede tener muchos valores dados por la forma de la respuesta; en otras palabras para este caso los valores de la respuesta depende de la pendiente K de la recta.

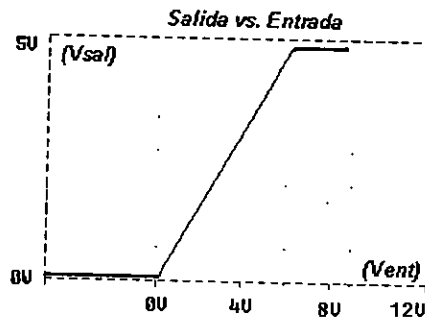


Figura 3.9. Gráfica de la salida contra la entrada de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts empleando la función de activación rampa con saturación.

3.1.4. Función de Activación Rampa Zona Muerta

Otra de las funciones de activación que se emplearán bajo la estructura del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, es la función de activación rampa zona muerta. Se empleará una señal periódica a la entrada del modelo tipo senoidal, a la cual se le seguirá la función de activación rampa zona muerta para obtener la respuesta de la neurona artificial. El modelo consiste en que si la señal periódica de la entrada es igual o mayor a un primer nivel de umbral θ_1 , la respuesta será en forma lineal con una pendiente K constante y si la señal periódica de la entrada es mayor a un segundo nivel de umbral θ_2 , la respuesta de la neurona se mantendrá en un nivel C constante; y si la señal de entrada es mayor a un tercer nivel de umbral θ_3 la neurona responderá nuevamente en forma lineal con la misma pendiente K con la cual había respondido anteriormente; luego si la señal periódica es menor a el umbral θ_1 la respuesta será nula (inactiva). La respuesta de la neurona tiene un valor máximo dada la saturación de la rampa cuando la señal periódica excede un cuarto nivel de umbral θ_4 . Los niveles de umbral se pueden manejar en la forma en que se desee, es decir el tamaño de la zona muerta depende de la diferencia de niveles de umbral. Un caso especial se da cuando la diferencia de estos niveles de umbral es nula, por tal efecto la neurona responderá como si la función de activación fuera la rampa con saturación, la cual ya se presentó en este capítulo, en la sección anterior.

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación rampa zona muerta

Se emplearon las mismas señales de entrada periódicas en el tiempo del tipo senoidal, donde dos de ellas son excitadoras y una de ellas es inhibidora a la entrada. Si la función de activación rampa zona muerta se sigue de la suma de las señales de entrada excitadoras e inhibidoras de acuerdo a

la figura (3.1), se obtendrán los resultados gráficos de la respuesta de activación de una neurona artificial tipo McCulloch y Pitts, figura (3.10). Para el circuito electrónico se emplearon las figuras (1.19) y (2.4) intercambiando la función de activación.

Para este modelo la neurona artificial tendrá respuesta cuando la suma de las entradas ponderadas al circuito pongan en funcionamiento el comportamiento de la función de activación rampa zona muerta con saturación. Para esta función de activación se emplearon varios amplificadores operacionales con diferentes configuraciones que ya se describieron en el primer capítulo; esas configuraciones fueron un rectificador de media onda, un limitador de señal, dos amplificadores no inversores y un sumador. El circuito está constituido por dos etapas para los cuales se obtienen de cada una de ellas una señal que se conformarán en una tercer etapa sumadora para obtener el comportamiento de la función de activación rampa zona muerta con saturación. La primer etapa responde siempre que se tenga valores positivos de la señal de entrada a la implantación electrónica de la función, la segunda etapa responde hasta que la suma ponderada de la señal de entrada exceda un cierto valor de voltaje que marcará el recorte de la señal de entrada, cada una de estas señales se modifican para obtener una respuesta lineal por medio de los amplificadores no inversores; se suman estas dos señales para obtener el comportamiento de la función de activación. Los resultados gráficos de la experimentación en el circuito se muestran en la figura (3.14), también se muestran las señales de entrada excitadoras e inhibitoras, la suma de las mismas.

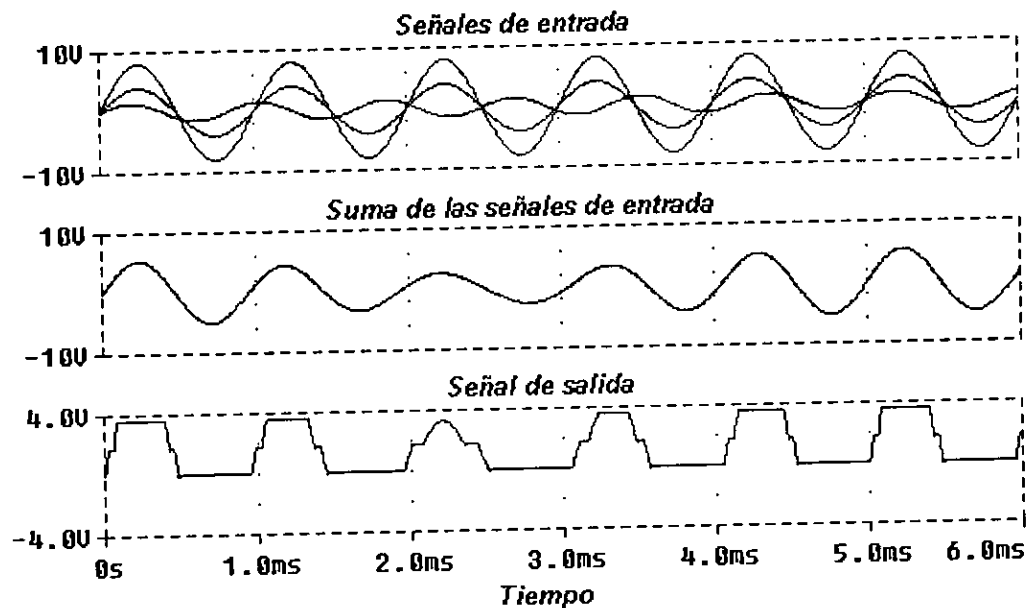


Figura 3.10. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación rampa zona muerta.

El nivel máximo de voltaje de la salida de la implantación electrónica está determinado por el valor del nivel de umbral θ_4 que fija la saturación de la rampa, el tamaño de la zona muerta estará determinado por que tan cerca esté θ_2 de θ_3 . Estos valores de umbral se pueden fijar de acuerdo como se requiera en la práctica. Recordando que cuando la diferencia entre los umbrales θ_2 y θ_3 es nula, la situación se torna en que la función de activación solamente será la rampa saturada.

Bajo las mismas circunstancias para la entrada del circuito se puede observar en la figura (3.10), que por el cambio en la función de activación se obtiene una forma de respuesta diferente. Ahora

se podrán observar las gráficas de la salida contra la entrada en ambos casos, la simulación y la implantación electrónica, de la función de activación rampa zona muerta con saturación, figura (3.11).

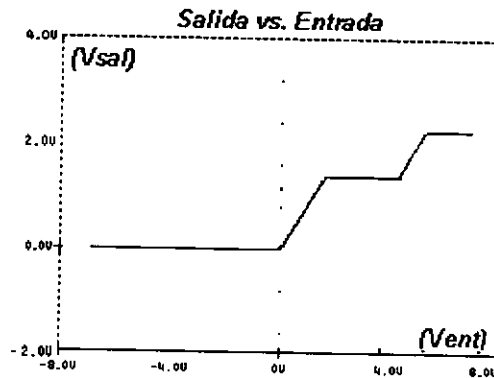


Figura (3.11). Gráfica de la salida contra la entrada de la implantación del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts empleando la función de activación rampa zona muerta.

3.1.5. Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica

El parámetro de entrada a la función matemática que describe el comportamiento de la función de activación sigmoide es una señal periódica en el tiempo en forma senoidal, este parámetro que simula la suma de las entradas excitadoras e inhibitoras se le seguirá la función de activación sigmoide descrita en el primer capítulo para obtener la respuesta del modelo matemático McCulloch y Pitts de una neurona artificial. La función de activación consiste en que si la señal periódica de la entrada es igual o mayor a un nivel de umbral θ , la respuesta será en forma de la letra S suave que tiene un parámetro K el cual proporcionará la suavidad de la respuesta, es decir este parámetro K maneja la pendiente de la sigmoide. Esta función se encuentra acotada entre 0 y 1, y los valores de la respuesta dependerán de la forma de la sigmoide que producirá la activación de la respuesta del modelo.

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación Sigmoide

Para la implantación electrónica que describe el comportamiento de una función sigmoide tal y como se mostró en el primer capítulo, se emplearon las mismas señales de entrada periódicas, que más adelante se mostrarán. Así empleando ahora el circuito electrónico para la implantación de la función de activación sigmoide de la figura (1.31) en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts de la figura (2.4), se tendrá que la suma ponderada de las señales de entrada excitadoras e inhibitoras es la señal de entrada, con esto se obtendrá el comportamiento de la respuesta de la neurona artificial dado por el voltaje de salida del circuito de la implantación electrónica.

Para esta implantación existirá respuesta cuando la entrada al circuito sea mayor que cero el cual será el valor del voltaje de referencia visto como el valor del nivel de umbral para que la neurona artificial tenga respuesta, así el amplificador operacional de transconductancia desarrollado para esta función de activación tendrá respuesta. El circuito tanto para la función de activación (figura 1.31) y para el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts (figura 2.4) fueron presentados en el primer y segundo capítulo respectivamente, por tal motivo sólo se presentarán los resultados obtenidos al emplear estos circuitos en combinación. En la figura (3.12), se muestran las señales

de entrada excitadoras e inhibitoras, la suma de las mismas y el voltaje de salida que se obtuvo para este caso.

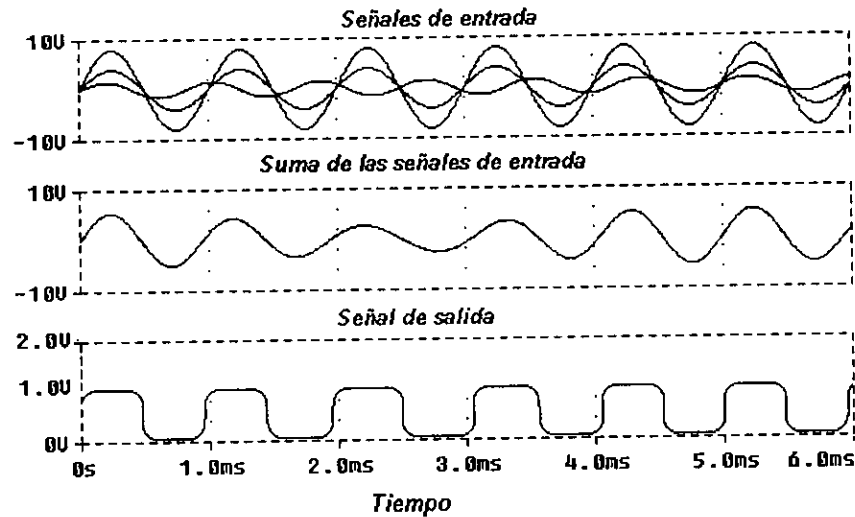


Figura 3.12. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación sigmoide

El nivel máximo de voltaje de la salida está determinado por la cota superior de la función sigmoide que en este caso se fija por la resistencia de salida al amplificador operacional de transconductancia y por el valor de la fuente de corriente empleada, en este caso el valor de la fuente fue de 1 [mA] y el valor de la resistencia fue de $1 \text{ [K}\Omega\text{]}$ para que el voltaje de salida esté en 1 [V] , que en principio se puede fijar en un valor deseado de la respuesta mayor a 0 [V] . Al cambiar estos parámetros también se está cambiando el parámetro K de la sigmoide que proporciona el cambio en la pendiente de la sigmoide, por lo tanto el emplear una fuente de corriente fija y una resistencia variable se puede hacer que el intervalo de las respuestas dado por esta función de activación se incremente, tanto como se requiera.

A continuación se muestran las gráficas obtenidas de graficar la salida contra la entrada para la implantación electrónica empleando la función de activación sigmoide y la estructura del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, figura (3.13).

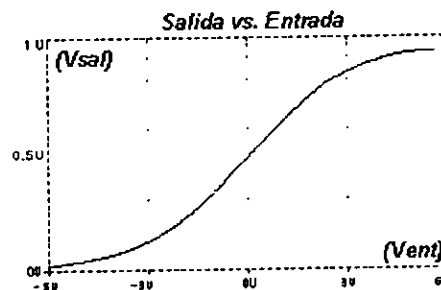


Figura (3.13). Gráfica de la salida contra la entrada de la implantación del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts empleando la función de activación sigmoide.

En el caso de la función de activación tangente hiperbólica se tienen los siguientes resultados, tanto para la simulación del modelo matemático como para la implantación electrónica, empleando las mismas entradas.

Esta función se encuentra acotada entre -1 y 1, y los valores de la respuesta dependerán de la forma de la tangente hiperbólica que producirá la activación de la respuesta de la función aplicada a la señal periódica que simula la suma ponderada de las entradas.

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación Tangente Hiperbólica

El siguiente diagrama esquemático muestra la estructura del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts empleando la función de activación tangente hiperbólica.

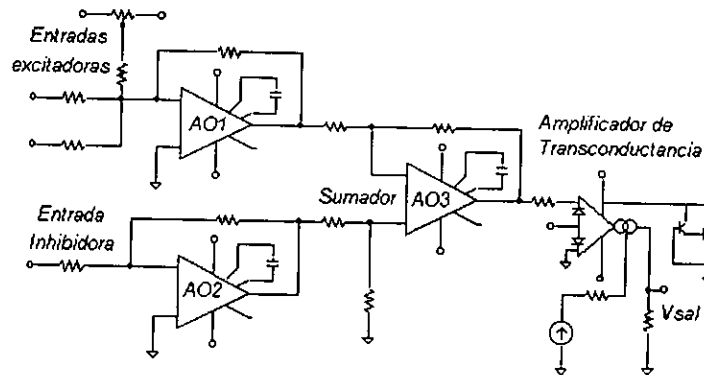


Figura 3.14. Diagrama esquemático de la Implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación tangente hiperbólica, dada por un amplificador de transconductancia.

Los resultados gráficos obtenidos al emplear el circuito de la figura (3.14) se muestran en la siguiente figura (3.15).

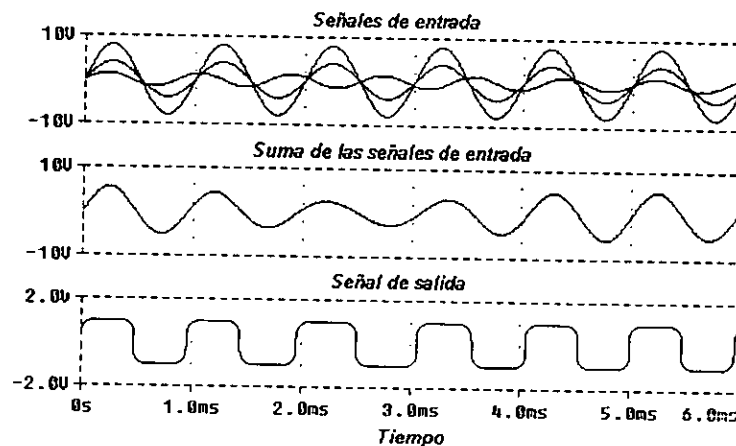


Figura 3.15. Resultados gráficos de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación tangente hiperbólica, empleando un amplificador de transconductancia como función de activación.

A continuación se muestran las gráficas obtenidas de graficar la salida contra la entrada para la implantación electrónica empleando la función de activación tangente hiperbólica y la estructura del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, figura (3.16).

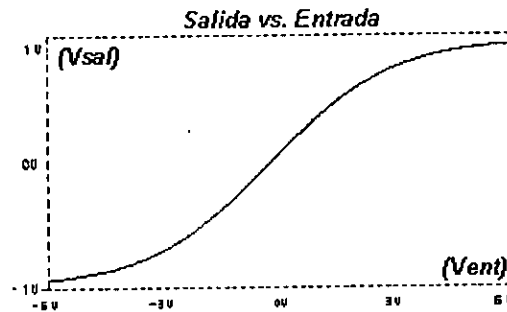


Figura (3.16). Gráfica de la salida contra la entrada de la implantación del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts empleando la función de activación tangente hiperbólica.

3.1.6. Función de Activación Escalón Rampa

La señal de entrada será una señal periódica del tipo senoidal la misma empleada para los casos anteriores, ésta simula la suma de las entradas excitadoras e inhibidoras y se le seguirá la función de activación escalón rampa con saturación descrita en el primer capítulo, para obtener la respuesta del modelo matemático inspirado en el modelo de neurona artificial tipo McCulloch y Pitts. El modelo matemático consiste en que si la señal periódica de la entrada es igual o mayor a un nivel de umbral $\theta = 0.5$, la respuesta será lineal con una pendiente K constante y si la señal periódica de la entrada es menor al nivel de umbral θ , la respuesta de la neurona será nula.

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts con función de activación escalón rampa

En este caso como en todos, se emplearon las mismas señales de entrada periódicas. Se emplea la implantación de la función de activación escalón rampa descrito en el primer capítulo (figura 1.38), y la estructura del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts del segundo capítulo (figura 2.4), se ilustró la estructura funcional del modelo en la figura (3.1). Así a partir de la suma de las señales de entrada excitadoras e inhibidoras, se obtendrán los resultados gráficos para el cambio de esta función.

En este modelo de neurona artificial habrá respuesta cuando la entrada al circuito sea mayor que cero debido al amplificador operacional con configuración rectificador de media onda seguido de un amplificador operacional con configuración de comparador que tiene un voltaje de referencia que se empleará como el valor del nivel de umbral, el cual responderá cuando la suma ponderada de las entradas sea mayor o igual a este voltaje de referencia como un seguidor de voltaje, la respuesta será nula cuando la suma de las entradas ponderadas este por debajo de este voltaje de referencia en el comparador. Este arreglo de amplificadores operacionales forman el comportamiento deseado para la función de activación rampa escalón.

En la figura (3.17), se muestran las señales de entrada excitadoras e inhibidoras, la suma de las mismas y el voltaje de salida que se obtuvo para este caso.

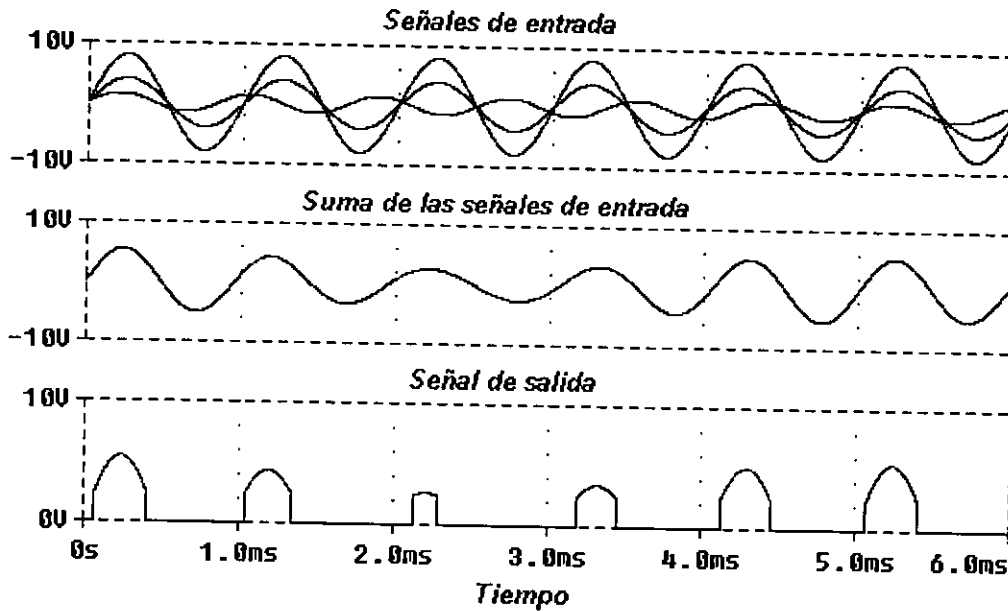


Figura 3.17. Resultados gráficos de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts empleando la implantación de la función de activación escalón rampa.

El nivel de voltaje máximo de la salida esta determinado por el voltaje máximo de la suma ponderada de las entradas excitadoras e inhibitoras, que en principio se puede fijar en un valor deseado para el valor de la respuesta, es decir el valor máximo de la respuesta.

A continuación se ilustrarán las gráficas de la salida contra la entrada para la implantación electrónica de la función de activación escalón rampa, figura (3.18).

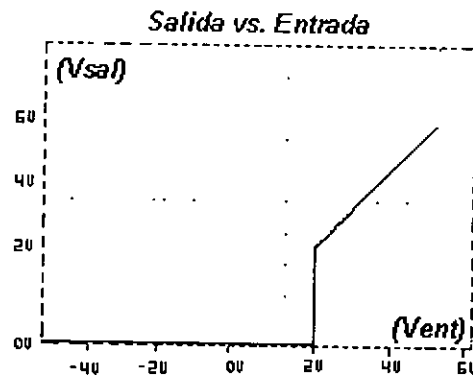


Figura 3.18. Gráfica de la salida contra la entrada de la implantación del modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts empleando la función de activación escalón rampa.

Estas fueron las respuestas obtenidas por el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, en la implantación electrónica, cuando la función de activación empleada en el modelo cambia de forma. Más adelante se podrán analizar estas respuestas y compararlas con las obtenidas en los otros modelos de neuronas artificiales. En los resultados anteriores se puede observar claramente que las gráficas salida vs. entrada son precisamente las funciones de activación.

3.2. Respuesta en el modelo de neurona tipo Integrador con Fugas

El modelo de neurona artificial tipo integrador con fugas, consiste en que la suma ponderada de las entradas excitadoras e inhibitoras se integra obteniendo un potencial para que después se le siga una función de activación con un umbral θ determinado, que proporcionará la respuesta de la neurona.

El diagrama funcional del modelo de neurona Integrador con fugas, se muestra en la figura (3.26). El diagrama consta de una etapa de entradas excitadoras y otra para las entradas inhibitoras, después una etapa sumadora, la suma ponderada de señales de entradas excitadoras e inhibitoras se conducen a la siguiente etapa que consta de un integrador, la última etapa del modelo es la función de activación.

En esta sección se seguirá la misma metodología que se empleó en el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, es decir se cambiarán las funciones de activación de la última etapa del modelo de neurona tipo integrador con fugas, por las funciones de activación desarrolladas en el primer capítulo.

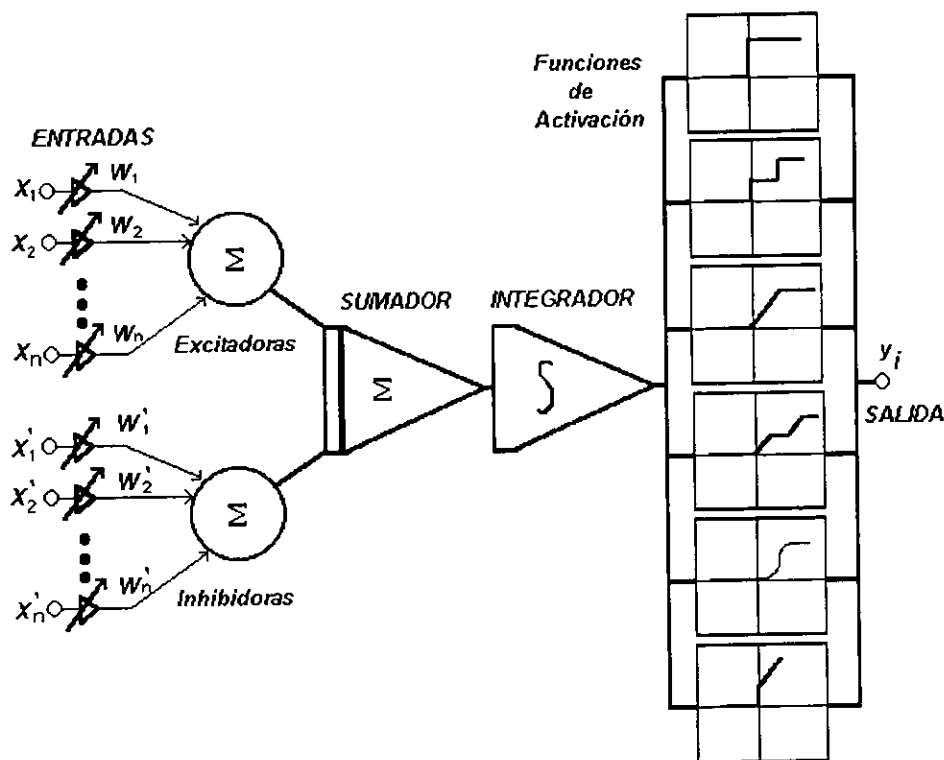


Figura 3.19. Diagrama funcional del modelo integrador con fugas.

Como se pudo observar en la subsección anterior las señales de entrada a la implantación electrónica fueron siempre las mismas, en el caso del modelo de neurona tipo integrador con fugas se seguirán empleando las mismas, por tal razón se presentarán las señales periódicas de entrada excitadoras e inhibitoras para la implantación electrónica, figura (3.20).

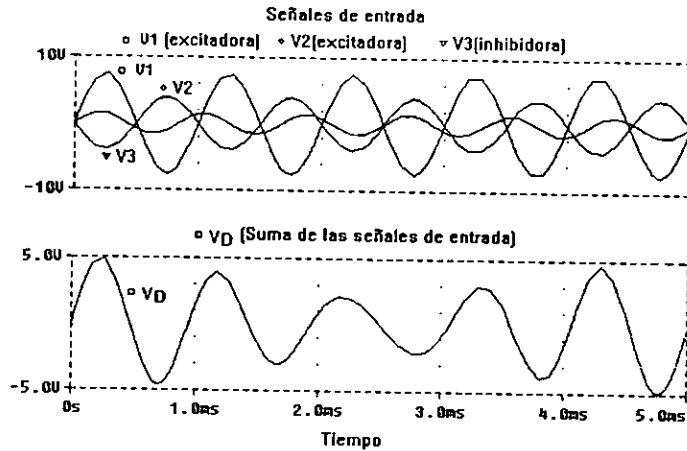


Figura 3.20. Señales de entrada y su suma ponderada para la implantación electrónica.

Todos los próximos resultados gráficos se derivan de estas señales de entrada, en la simulación y en la implantación electrónica. Las expresiones matemáticas para las funciones de activación para el modelo integrador con fugas son las mismas expresadas para el modelo de neurona tipo McCulloch y Pitts, así como su descripción, además los diagramas esquemáticos de las implantaciones electrónicas siguen siendo los mismos, por lo tanto la siguientes subsecciones tienen más contenido gráfico que escrito.

3.2.1. Función de Activación Escalón

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación escalón

En la figura (3.21), se muestran la suma ponderada de las entradas excitadoras e inhibidoras, la integración de la suma ponderada y el voltaje de salida que se obtuvo para el circuito formado por las figuras (1.2) y (2.10), que son las correspondientes a la función de activación escalón y la figura del circuito del modelo de neurona tipo integrador con fugas.

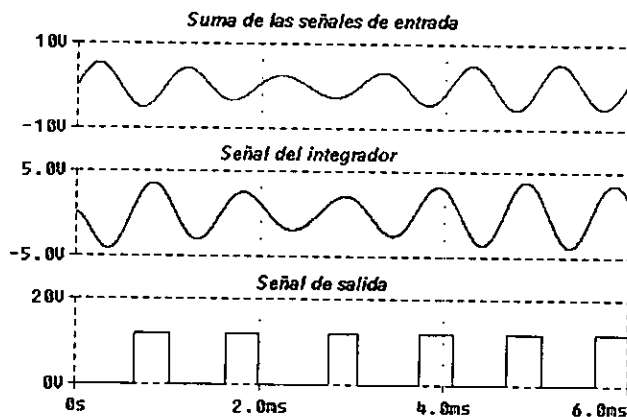


Figura 3.21. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador con fugas con función de activación escalón.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Luego cambiará la gráfica de la salida (V_{sal}) contra la señal de entrada (V_{sum}) dependiendo de la función de activación empleada, para este caso particular de la función de activación escalón se muestra en la siguiente figura su representación salida-entrada.

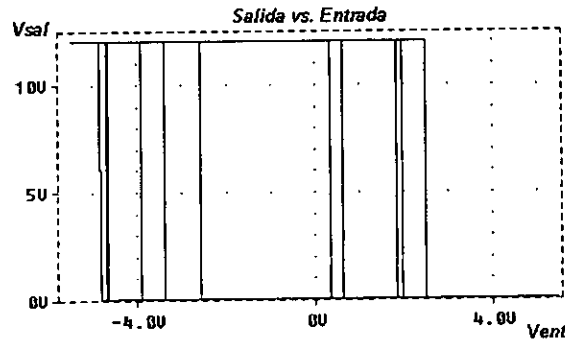


Figura 3.23. Gráfica de la salida contra la entrada para el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación escalón.

En la figura (3.23) se puede observar que existen varias líneas verticales para diferentes voltajes de la entrada, esto es debido a la forma de la señal armónica de entrada, ya que es una suma de varias señales periódicas de diferente frecuencia y de diferente amplitud. El valor máximo de la salida se puede ajustar, si se requiere un nivel de voltaje predeterminado empleando una fuente.

3.2.2. Función de Activación Escalón Zona Muerta

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación escalón zona muerta

El diagrama esquemático para el modelo integrador con fugas y función de activación escalón zona muerta se muestra en la siguiente figura (3.24).

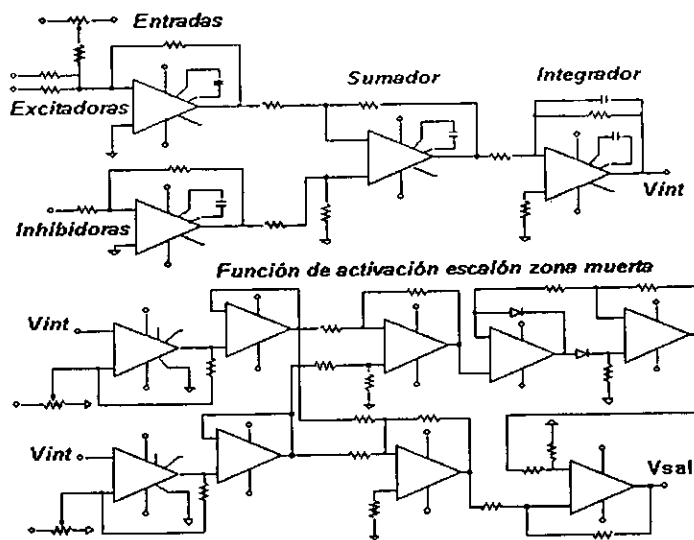


Figura 3.24. Diagrama esquemático de la implantación electrónica.

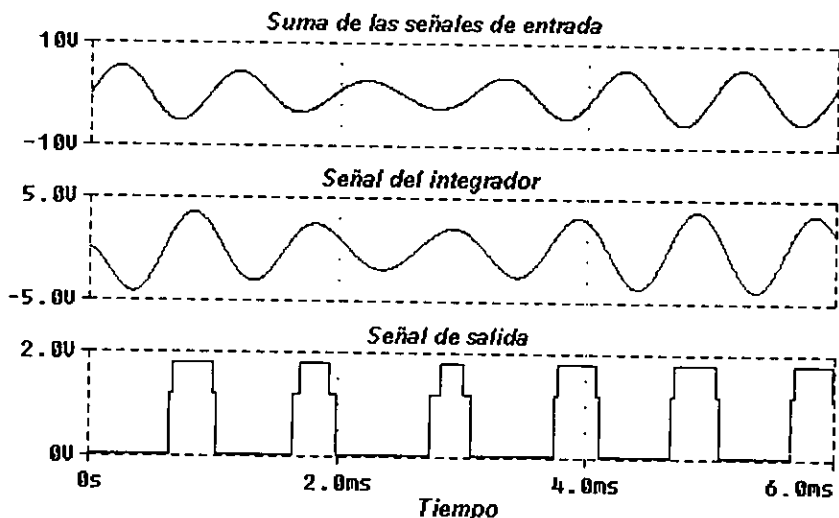


Figura 3.25. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación escalón zona muerta.

La gráfica de la salida contra la señal de integración da como resultado el comportamiento de la función de activación escalón zona muerta, y la gráfica de la señal de salida contra la señal de entrada se muestra en la siguiente figura.

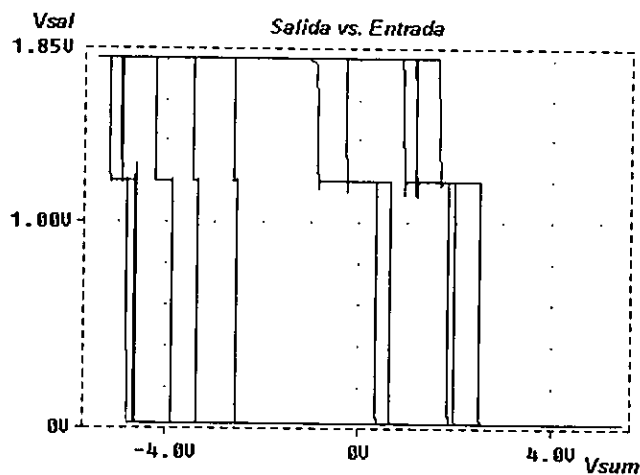


Figura 3.26. Gráfica de la salida contra la entrada para el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación escalón zona muerta.

En la figura anterior se puede observar que nuevamente hay varias líneas verticales para diferentes voltajes de la entrada, debido también por la forma de la señal de entrada armónica, la cual se puede observar en la primer gráfica de la figura (3.25), dicha gráfica muestra claros cambios en su amplitud. La representación salida-entrada de la figura (3.26), también muestra que las dimensiones de la zona muerta varían de acuerdo a la pendiente de la señal de entrada. Los valores de salida pueden ser ajustados de acuerdo a los umbrales deseados en la función de activación escalón zona muerta.

3.2.3. Función de Activación Rampa con Saturación

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación rampa con saturación

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.11) y (2.10) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. Los resultados se muestran en la siguiente figura.

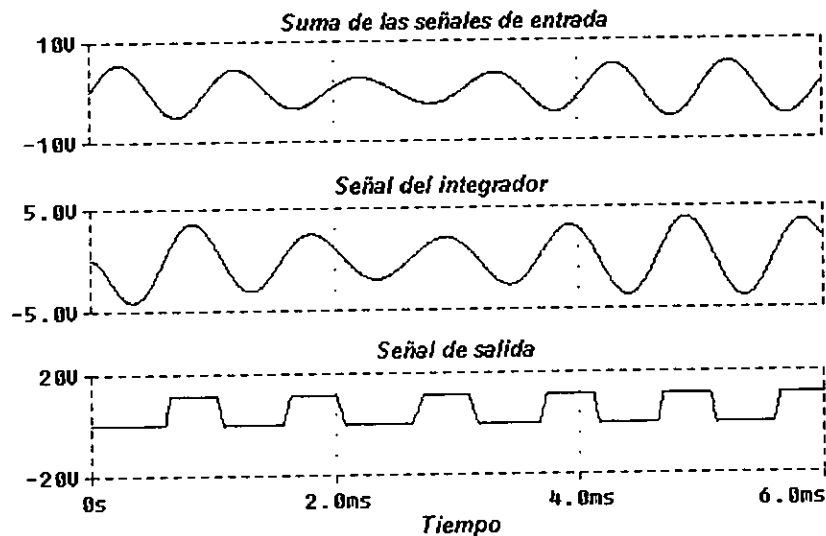


Figura 3.27. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación rampa saturada.

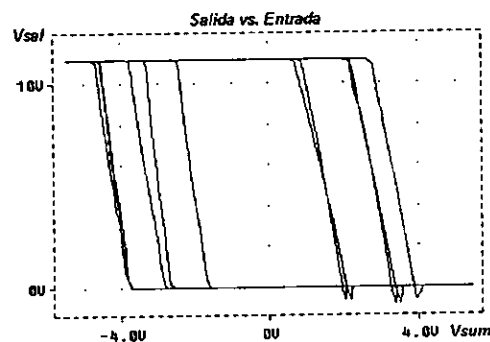


Figura 3.28. Gráfica de la salida contra la entrada para el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación rampa saturada..

Como ya se mencionó en primer capítulo la pendiente de la rampa depende de la ganancia del amplificador operacional de salida. Es importante mencionar que en este caso particular del modelo de neurona tipo integrador con fugas la pendiente de la rampa es negativa debido a la integración de la señal de entrada esto se puede observar claramente en la representación salida-entrada en la figura (3.28). Es posible ajustar el nivel de la salida, haciendo que la rampa sature en el valor deseado.

3.2.4. Función de Activación Rampa Zona Muerta

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación rampa zona muerta

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.19) y (2.10) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. Los resultados se muestran en la siguiente figura.

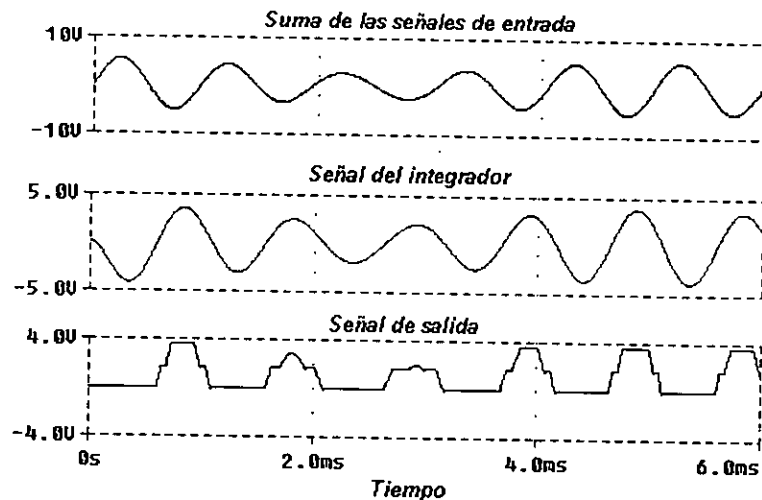


Figura 3.29. Resultados de la implantación electrónica del modelo integrador con fugas y función de activación rampa zona muerta.

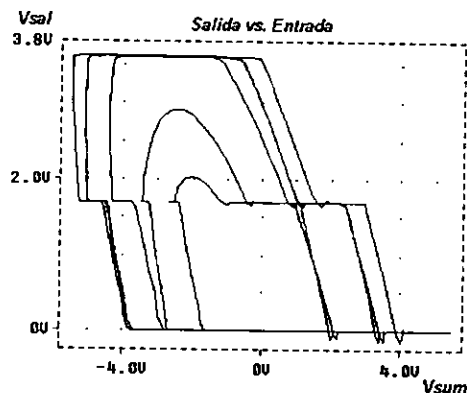


Figura 3.30. Gráfica de la salida contra la entrada para el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación escalón.

En la tercer gráfica de la figura (3.29), hay dos ciclos que no alcanzan el cuarto nivel de umbral de la función de activación rampa zona muerta, aproximadamente en 2 y 3 [Ms]. En la representación salida-entrada, figura (3.30), también se observan como algunos ciclos de la respuesta de la neurona artificial no alcanzan la segunda saturación de la rampa zona muerta, es decir su respuesta se queda entre la zona muerta y el siguiente valor de saturación de la rampa. Estas últimas respuestas se pueden ajustar, colocando en el nivel deseado a los umbrales de la función de activación rampa zona muerta.

3.2.5. Función de Activación Sigmoide y Tangente Hiperbólica

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación sigmoide

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.31) y (2.10) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. Los resultados se muestran en la siguiente figura.

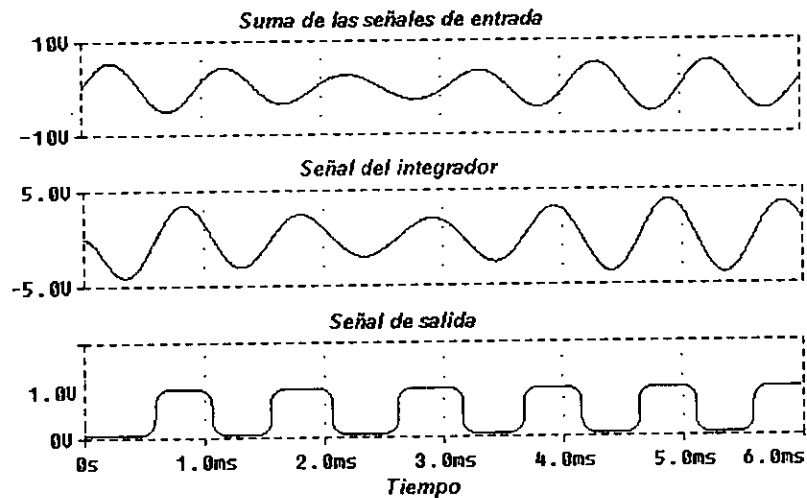


Figura 3.31. Resultados de la implantación electrónica del modelo integrador con fugas y función de activación sigmoide.

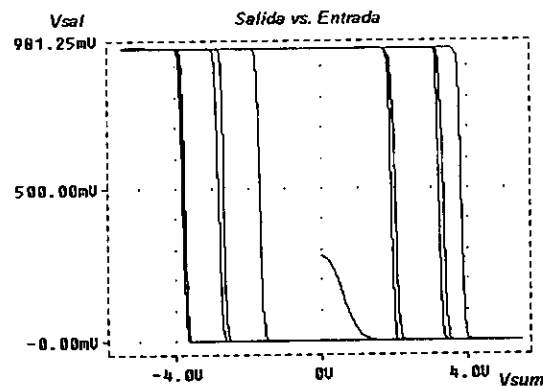


Figura 3.32. Gráfica de la salida contra la entrada para el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación sigmoide.

En el primer capítulo se mostró como cambiar el nivel de la salida empleando el amplificador operacional de transconductancia y también como variar la pendiente de la sigmoide, (con la fuente de corriente y la resistencia de salida), así entonces es como se pueden ajustar estos valores. Es importante mencionar que en este caso particular del modelo de neurona tipo integrador con fugas la pendiente de la sigmoide es negativa debido a la integración de la señal de entrada, esto se puede observar claramente en la representación salida-entrada en la figura (3.32), además que los valores de salida se encuentran entre 0 y 1.

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación tangente hiperbólica

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.27) y (2.10) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. Los resultados se muestran en la siguiente figura.

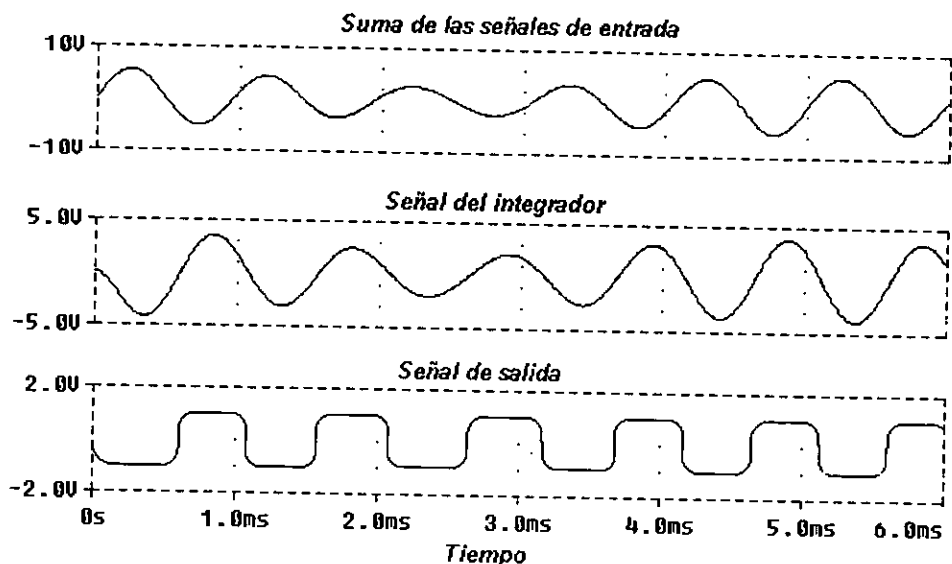


Figura 3.33. Resultados de la implantación electrónica del modelo integrador con fugas con función de activación tangente hiperbólica.

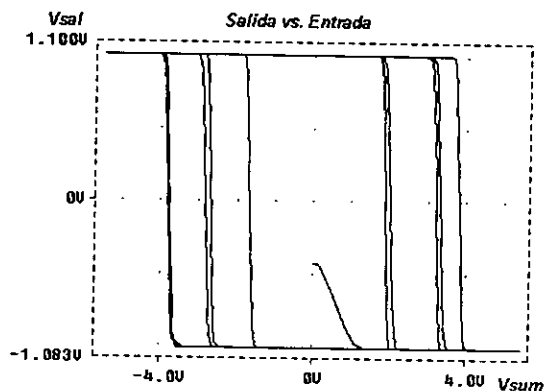


Figura 3.34. Gráfica de la salida contra la entrada para el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación escalón.

Es importante mencionar que en este caso particular, la pendiente de la tangente hiperbólica es negativa debido a la integración de la señal de entrada, esto se puede observar claramente en la representación salida-entrada en la figura (3.34), además que los valores de salida se encuentran entre -1 y 1, aproximadamente. Los niveles de la salida se pueden ajustar por medio de la fuente de corriente y la resistencia de salida del OTA, del cuál se obtiene el comportamiento de la respuesta en este caso, así mismo la pendiente de la curva.

3.2.6. Función de Activación Escalón Rampa

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación escalón rampa

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.38) y (2.10) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. Los resultados se muestran en la siguiente figura.

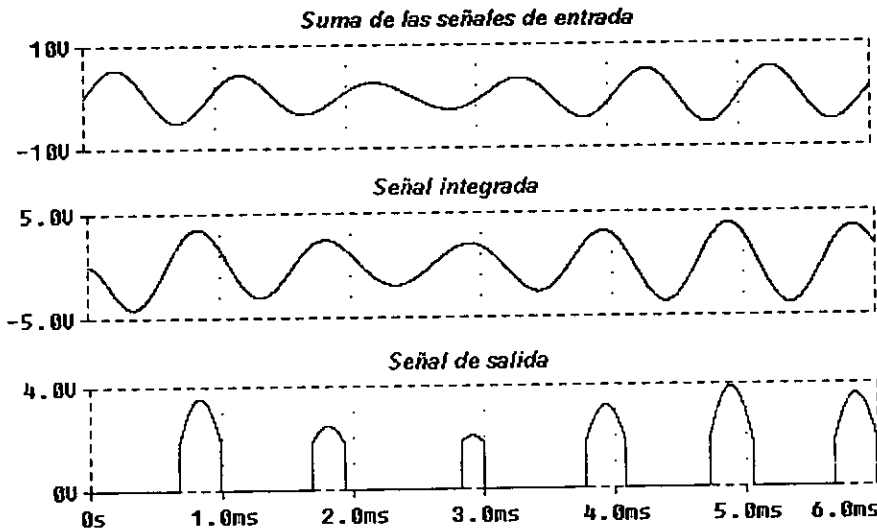


Figura 3.35. Resultados de la implantación electrónica del modelo integrador con fugas y función de activación escalón rampa.

La tercer gráfica de la figura anterior muestra el comportamiento de la respuesta de la neurona artificial con el integrador con fugas y se puede observar que a partir de un nivel de umbral constante la salida sigue a la entrada. Esta respuesta es debida por la función de activación escalón rampa.

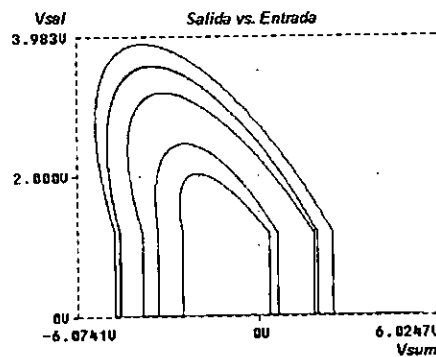


Figura 3.36. Gráfica de la salida contra la entrada para el modelo de neurona tipo integrador con fugas y función de activación escalón rampa.

Se pueden observar varias líneas verticales en diferentes valores de la entrada debido a la forma de la señal armónica de entrada, en la cuál su amplitud cambia, observándose claramente en los niveles de salida de la figura (3.36), los cuales corresponden a los niveles de la entrada.

3.3. Respuesta en el modelo de neurona tipo Integrador y Disparo

El modelo de neurona artificial tipo integrador y disparo consiste en que la suma ponderada de las entradas excitadoras e inhibitoras se integra obteniendo un potencial para que después se le siga una función de activación con un umbral θ determinado, cuando el potencial sea mayor o igual al nivel de umbral la integración dejará de llevarse a cabo, llevándolo a cero o a un potencial de reposo la respuesta, así se obtendrá la respuesta de la neurona artificial.

En el diagrama funcional del modelo de neurona tipo Integrador y disparo, se muestra un interruptor que produce que la integración deje de efectuarse cuando el potencial de integración alcance el nivel de umbral o sea mayor, figura (3.37). El diagrama consta de una etapa de entradas excitadoras y otra para las entradas inhibitoras, después una etapa sumadora, la suma ponderada de entradas excitadoras e inhibitoras se conducen a la siguiente etapa que consta de un integrador, la siguiente etapa del modelo es la función de activación, y su respuesta se retorna al integrador por medio de un interruptor que producirá que el integrador se vaya a condiciones iniciales.

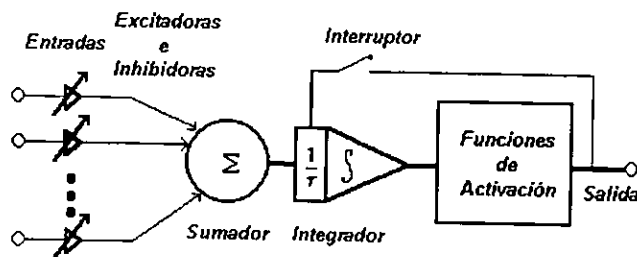


Figura 3.37. Diagrama funcional del modelo de neurona tipo integrador y disparo.

En esta sección se seguirá la misma metodología que se empleó en los dos modelos anteriores, es decir se cambiarán las funciones de activación de la última etapa del modelo integrador y disparo, por las funciones de activación desarrolladas en el primer capítulo. Se empleará el mismo conjunto de señales de entrada empleadas anteriormente en la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo, después se presentan los resultados obtenidos por las diferentes funciones de activación en este modelo de neurona artificial.

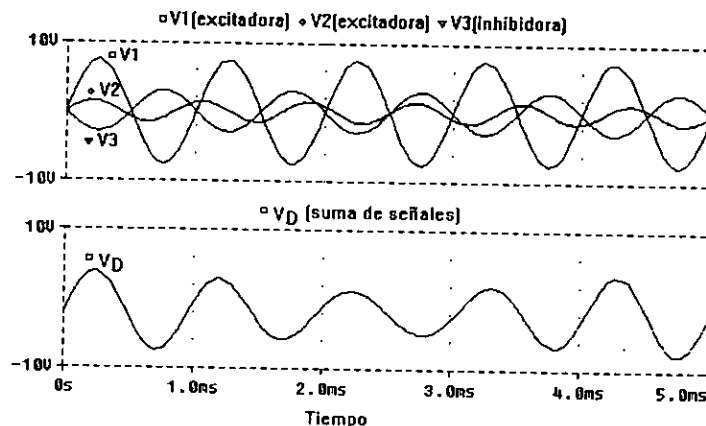


Figura 3.38. Señales de entrada y su suma al modelo de neurona tipo integrador y disparo.

3.3.1. Función de Activación Escalón

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación escalón

Recordando el circuito esquemático de la implantación electrónica de modelo de neurona tipo integrador y disparo, figura (3.39), se utiliza un transistor npn que fungirá como interruptor y cerrar el circuito para que la integración deje de efectuarse. Esto se llevará a cabo cuando el transistor se polarice en directa (aproximadamente en 700 [mV]), y así se obtendrán la respuesta para éste modelo para la función de activación escalón, omitiendo la etapa de las entradas excitadoras e inhibitoras y la suma de éstas.

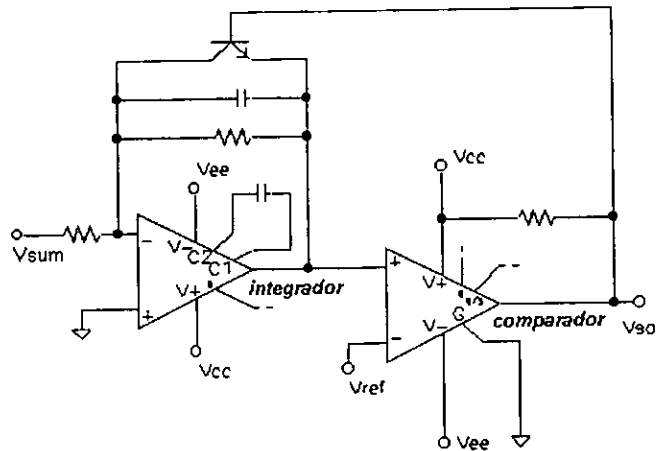


Figura 3.39. Circuito esquemático del integrador y disparo con función de activación escalón.

Los resultados para esta implantación electrónica, se muestran en la siguiente figura.

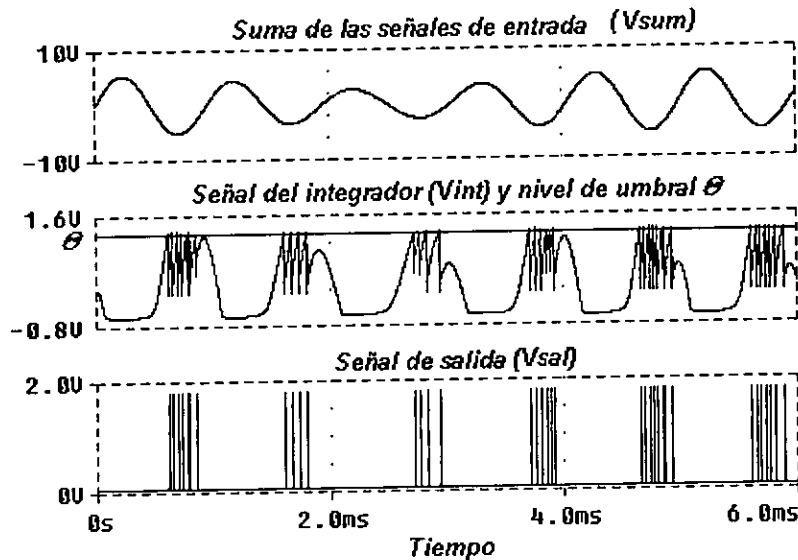


Figura 3.40. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación escalón.

El número de picos en la respuesta de la segunda gráfica de la figura anterior depende de cuanto tiempo permanece la señal de entrada igual o por encima del umbral de la función de activación escalón. En ese instante el circuito que funciona como integrador se vuelve a condiciones iniciales debido a que el transistor se polariza en directa (funciona como un interruptor) y entonces empieza nuevamente a integrar cargándose nuevamente el capacitor de este circuito hasta que llegue nuevamente al nivel de umbral y así se repite cada vez que la señal de entrada se encuentre en la parte positiva e igual al valor de umbral constante.

De la señal del integrador se puede observar que para la parte negativa, ésta se satura aproximadamente en -700 [mV], debido a la polarización inversa del transistor (npn) que se emplea como interruptor en el integrador.

Cuando la señal integrada sea igual al umbral, el circuito integrador se vuelve a condiciones iniciales y entonces se obtiene la señal de salida, tercer gráfica de la figura (3.40). Esta gráfica son picos instantáneos con una amplitud igual a del valor de umbral. También se puede observar que hay un mayor número de picos cuando la señal de entrada tiene mayor amplitud.

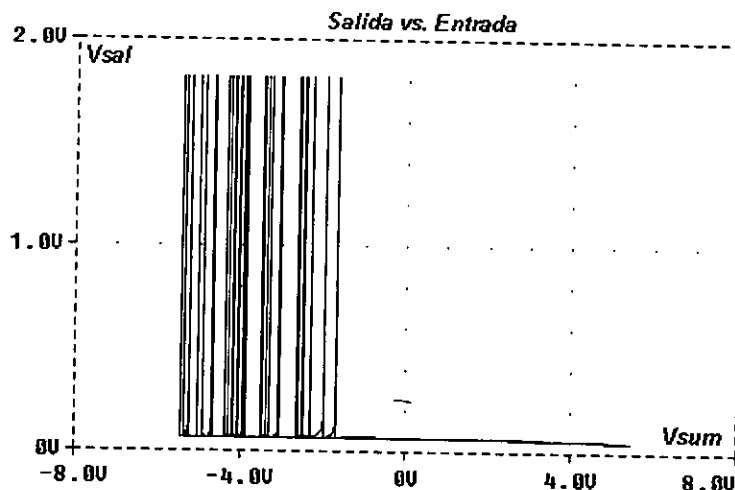


Figura 3.41. Gráfica de la salida contra la señal de entrada.

Analizando estas gráficas se puede observar claramente que las trayectorias no siguen un patrón repetitivo, por lo tanto, muestran una conducta no lineal; también se puede observar que la respuesta muestra una serie de ráfagas a la salida que depende de la amplitud de la entrada. En otras palabras la frecuencia de la respuesta cambia de acuerdo al valor de la entrada.

3.3.2. Función de Activación Escalón Zona Muerta

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación escalón zona muerta

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.6) y (2.13) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación escalón zona muerta. Los resultados de la implantación electrónica se muestran en la siguiente figura.

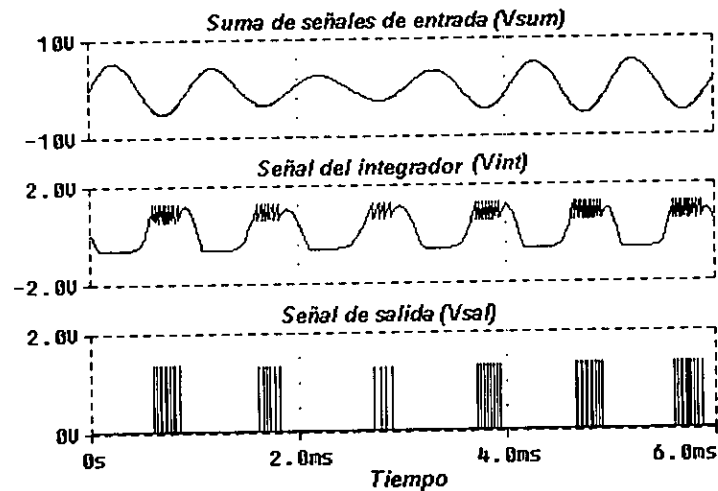


Figura 3.42. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación escalón zona muerta.

La frecuencia de los picos de salida, de la tercer gráfica de la figura (3.43), aumenta empleando ahora el escalón zona muerta. La cual sería una diferencia con respecto al escalón.

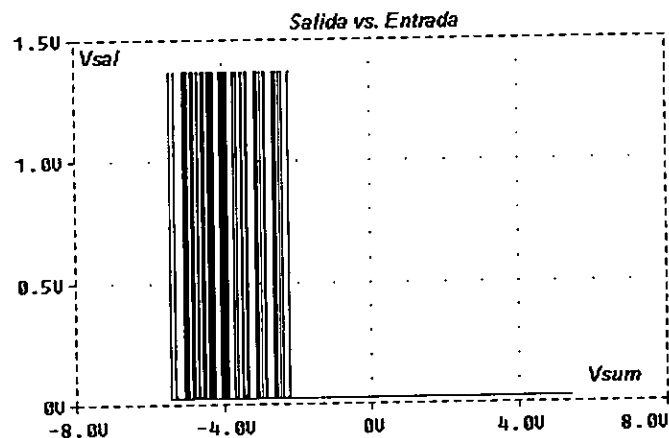


Figura 3.43. Gráfica de la salida contra la señal de entrada para la implantación.

Una razón por la cual se observan más picos a la salida es porque la zona muerta está situada en un nivel de umbral constante y entonces mientras la respuesta de la neurona artificial se encuentre en la zona muerta, la neurona estará respondiendo.

3.3.3. Función de Activación Rampa con Saturación

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación rampa con saturación

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.11) y (2.13) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. En la siguiente figura se muestra el diagrama esquemático de la implantación electrónica omitiendo la etapa de las entradas excitadoras e inhibitoras, así como la etapa sumadora de ambas, sólo se señala el punto donde entraría la señal de la suma de señales de entrada V_{sum} .

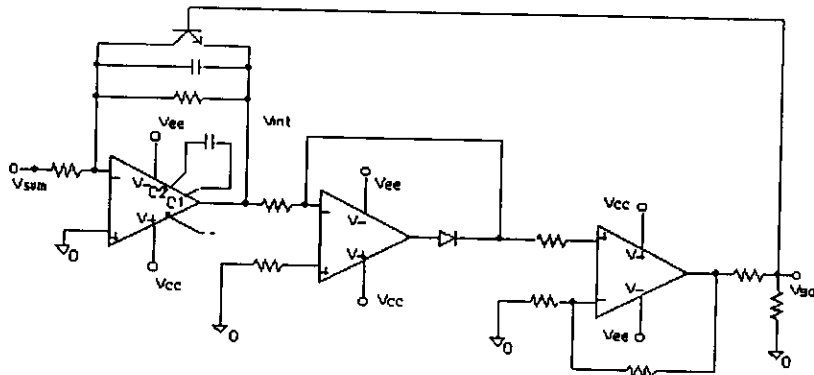


Figura 3.44. Diagrama esquemático del integrador y disparo con rampa saturada.

Los resultados de esta implantación electrónica de una neurona artificial con función de activación rampa saturada, se muestran en la siguiente figura.

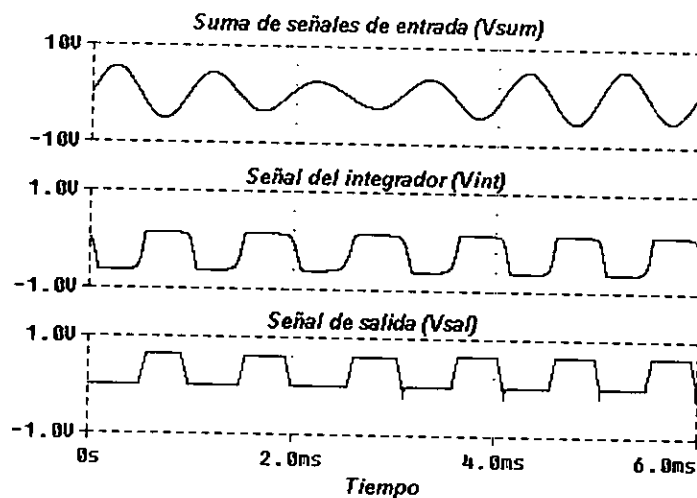


Figura 3.45. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación rampa saturada.

La parte negativa de la segunda gráfica de la figura (3.45), se encuentra saturada aproximadamente en -700 [mV] debido a la polarización inversa del transistor; y de la última gráfica se puede observar que el comportamiento de la salida, es en forma de rampa saturada.

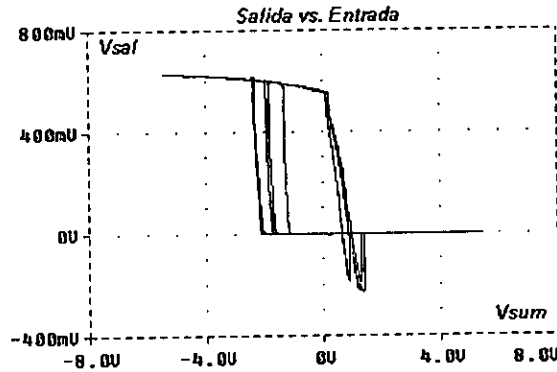


Figura 3.46. Gráfica de la salida contra la entrada para la implantación electrónica.

De la figura anterior se puede observar que el nivel de la salida anda por los 700 [mV] en la parte positiva y en cero, con algunos valores negativos debidos al tiempo de respuesta del circuito integrador y disparo. Es importante mencionar que el nivel de umbral para la función de activación rampa saturada se encuentra en cero, es decir cuando la señal del integrador sea igual a éste nivel habrá respuesta. Pero el transistor necesita polarizarse en +700 [mV], por esta razón la señal de salida se encuentra en éste nivel y el transistor no alcanza a polarizarse completamente para funcionar como interruptor de la señal de entrada, además la función de activación rampa es lenta para responder. Sin embargo cabe señalar o preguntarse, ¿qué pasaría si la pendiente de la rampa es muy alta, cercana a la función de activación escalón, en el modelo de neurona integrador y disparo?

Bueno, para cuando la rampa tiene una pendiente muy alta, es decir aproximada al escalón, se podrá observar lo siguiente.

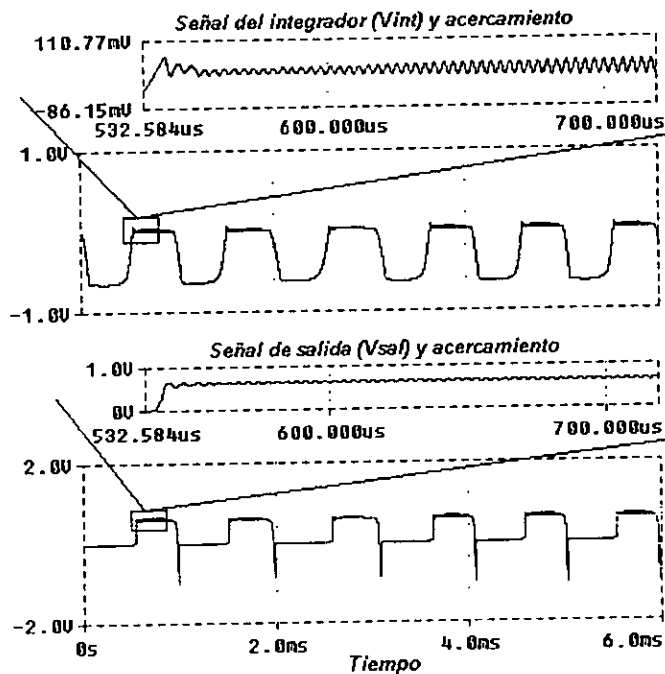


Figura 3.47. Gráfica de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación rampa saturada con pendiente aproximada al escalón.

La figura anterior ahora muestra una oscilación en la señal del integrador alrededor del nivel de umbral, por esta razón la señal de salida de la neurona artificial también oscila. Esto puede observarse en los acercamientos para un ciclo de ambas señales y también en la representación salida-entrada de la siguiente figura.

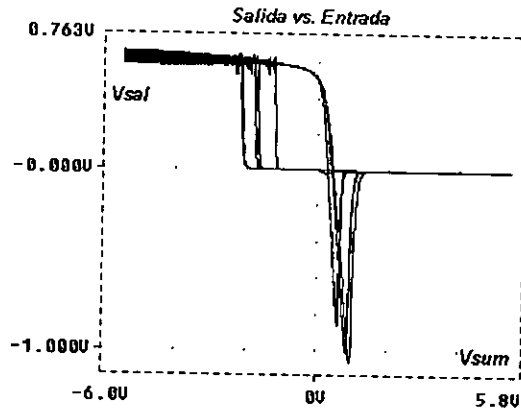


Figura 3.48. Gráfica de la salida contra la de señal de entrada.

En estas gráficas se puede observar la conducta no lineal y la oscilación de la respuesta saturándose en el valor de polarización del transistor y en el nivel de umbral cero, las partes negativas de la figura (3.48) son debidas al tiempo de respuesta del circuito integrador y disparo.

3.3.4. Función de Activación Rampa Zona Muerta

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación rampa zona muerta

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.19) y (2.13) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. Los resultados se muestran en la siguiente figura.

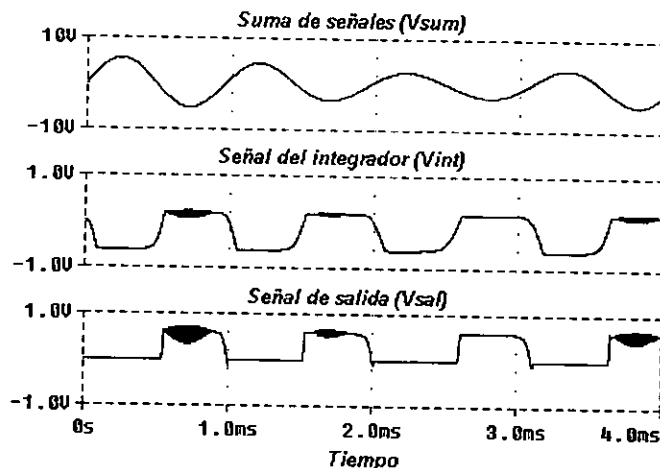


Figura 3.49. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación rampa zona muerta.

La señal de salida (V_{sal}) tiende a oscilar porque al alcanzar la zona muerta de la rampa el transistor comienza a polarizarse en ese nivel y la señal del integrador comienza a oscilar alrededor del valor de umbral. Se muestra ahora un acercamiento de la respuesta de la implantación electrónica de la neurona artificial, observando que la señal de salida oscila en el valor de polarización del transistor. Estas oscilaciones tienen una forma de ráfagas paraboloideas, con mayor amplitud en el centro del ciclo de respuesta, justo cuando la señal de entrada tiene su máxima amplitud.

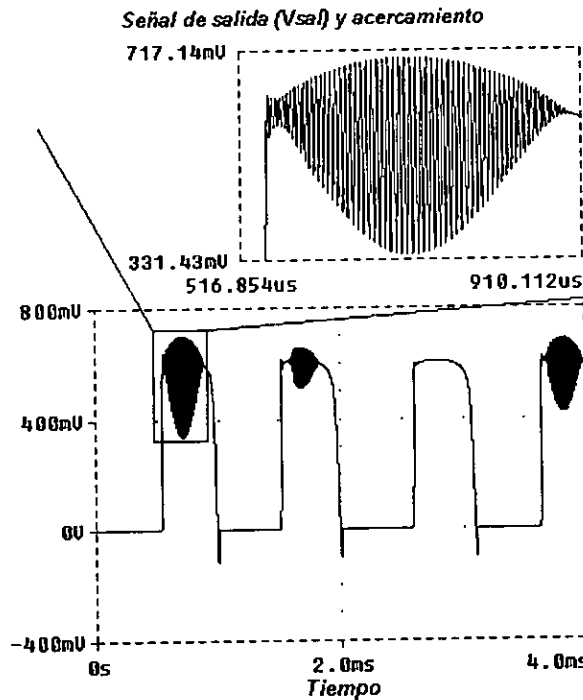


Figura 3.50. Ampliación y acercamiento de la respuesta de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación rampa zona muerta.

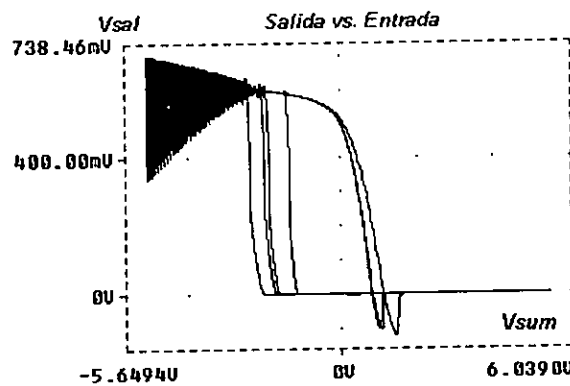


Figura 3.51. Gráfica de la salida contra la de señal de entrada para la implantación.

En estas gráficas se puede observar el comportamiento no lineal y oscilatorio de la respuesta, también se presentan intervalos donde su respuesta es lineal esto por los niveles de saturación de la función de activación rampa zona muerta con saturación.

3.3.5. Función de Activación Sigmoidal y Tangente Hiperbólica

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación sigmoide

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.31) y (2.13) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. Los resultados se muestran en la siguiente figura.

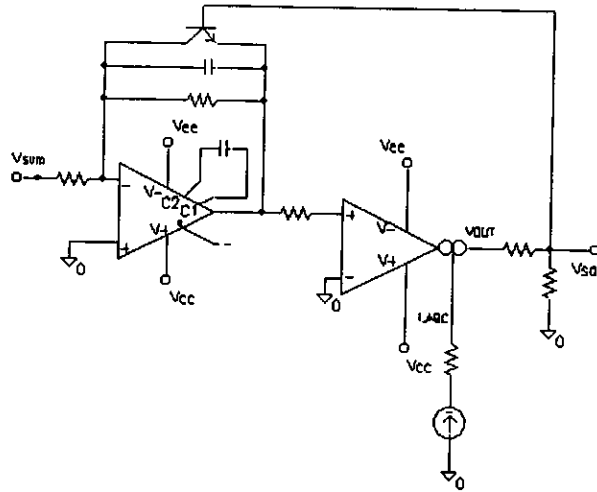


Figura 3.52. Circuito esquemático del integrador y disparo con función de activación sigmoide.

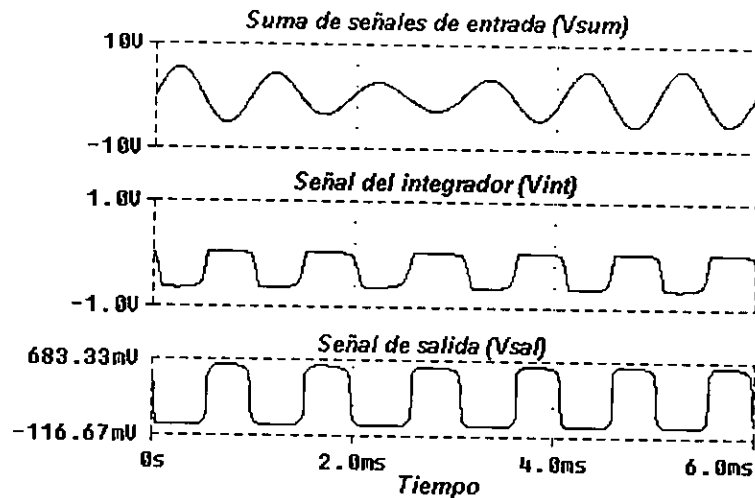


Figura 3.53. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación sigmoide.

Para la segunda gráfica de la figura anterior se puede observar que la señal del integrador se satura en la parte negativa alrededor de -700 [mV] debido a la polarización inversa del transistor. En la tercer gráfica se observa la respuesta debida a la función de activación sigmoide en el integrador y disparo entre 0 volts y los $+700$ [mV] que es el valor de polarización del transistor, cabe mencionar que el nivel de umbral se encuentra en cero.

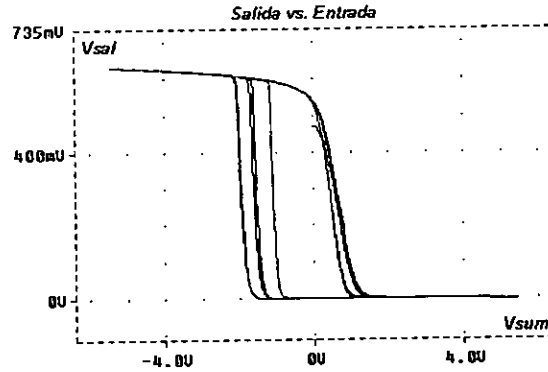


Figura 3.54. Gráfica de la salida contra la de señal de entrada para la implantación electrónica de la sigmoide en el modelo de neurona integrador y disparo.

La gráfica de la figura (3.54) muestra un comportamiento no lineal en el plano de la representación salida-entrada, debida a la función de activación sigmoide.

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación tangente hiperbólica

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.27) y (2.13) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. Los resultados se muestran en la siguiente figura.

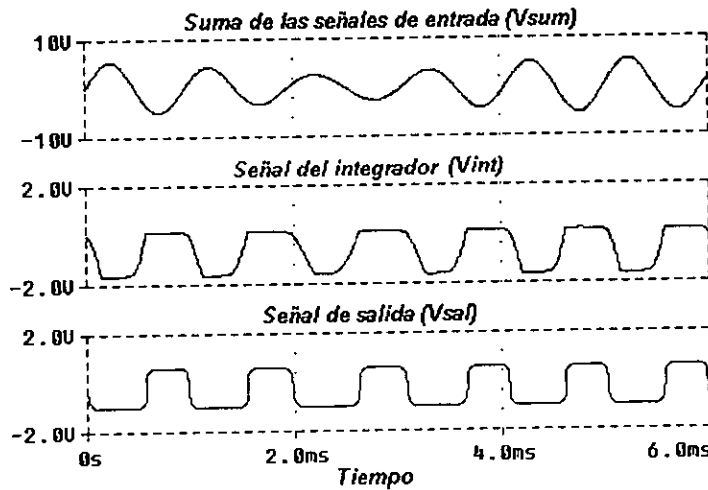


Figura 3.55. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación tangente hiperbólica.

Para la segunda gráfica de la figura anterior se puede observar que la señal del integrador se satura en la parte negativa. En la tercer gráfica se observa la respuesta debida a la función de activación tangente hiperbólica muy semejante a la del integrador con fugas, esta señal de salida se encuentra entre -1 [V] y +0.7 [V] dados por el amplificador operacional de transconductancia. El OTA tiene una fuente de corriente de 1 [mA] y una resistencia de salida de 1 [KΩ].

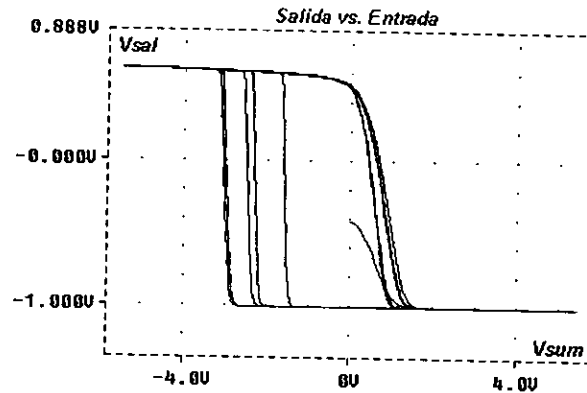


Figura 3.56. Gráfica de la salida contra la de señal de entrada para la implantación.

La figura anterior muestra en el plano de la salida contra la entrada, una conducta no lineal en todo su intervalo dado por la salida de la implantación electrónica de la función de activación tangente hiperbólica en el modelo de neurona tipo integrador y disparo. Se puede observar el comportamiento lineal en las zonas límite o de acotación de la función de activación tangente hiperbólica en (-1 y +0.7 [V]) aproximadamente, en el eje vertical de ambas gráficas de la figura (3.56). Las trayectorias de las gráficas de la misma figura tienden a ser periódicas por la forma de la señal en la entrada encerrando un ciclo empezando en cero volts por la condición inicial.

Si ahora se aumenta la fuente corriente y la resistencia de salida para aumentar el voltaje de salida en el amplificador operacional de transconductancia (OTA), que proporciona la implantación electrónica de la función de activación tangente hiperbólica para cambiar también la pendiente, la pregunta sería, ¿qué sucede si la pendiente de la tangente hiperbólica se aproxima a el escalón en el modelo de neurona tipo integrador con fugas?

Entonces, para cuando la tangente hiperbólica tiene una pendiente muy alta, es decir aproximándose al escalón, (el OTA tiene una fuente de corriente de 3 [mA] y una resistencia de salida de 2.7 [KΩ]), se pueden observar los siguientes resultados.

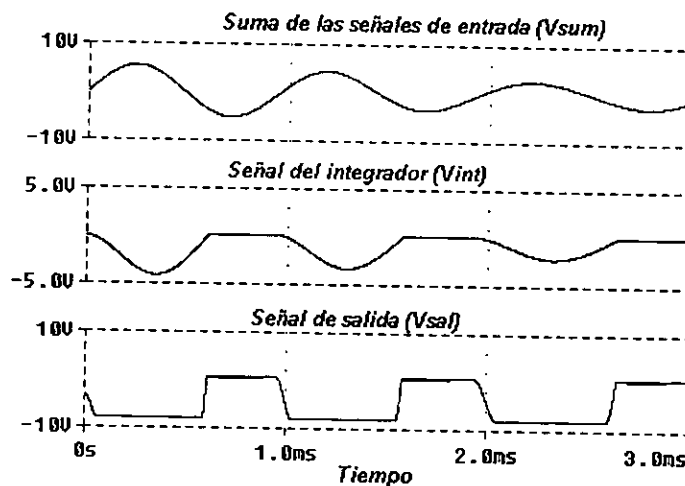


Figura 3.57. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación tangente hiperbólica con pendiente aproximada al escalón.

Se puede observar que la integración empieza a oscilar cerca del nivel de umbral. Debido a esto la respuesta ahora de la neurona artificial también empieza a oscilar como se muestra en la siguiente figura en el acercamiento de un ciclo.

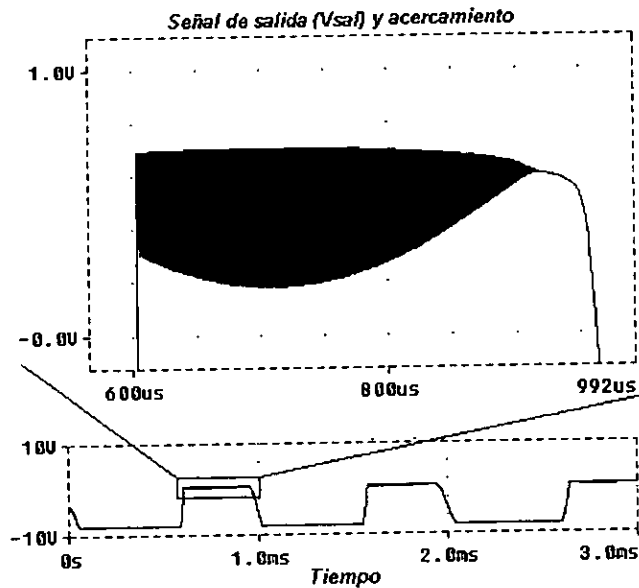


Figura 3.58. Gráfica de la salida de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación tangente hiperbólica con pendiente aproximada al escalón y su acercamiento.

La oscilación de la respuesta se da aproximadamente en +700 [mV], que es el nivel de voltaje donde el transistor se polariza en directa.

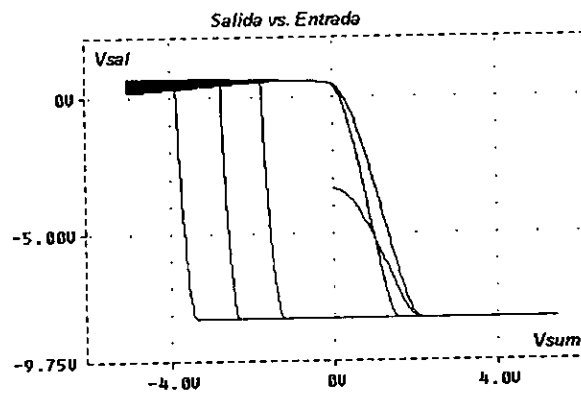


Figura 3.59. Gráfica de la salida contra la de señal de entrada para cuando la pendiente de la tangente hiperbólica es muy cercana al escalón.

En gráfica de la representación salida-entrada se puede observar el comportamiento no lineal y oscilatorio de la respuesta, también se observan los intervalos donde su respuesta es lineal esto por los niveles de acotación de la función de activación tangente hiperbólica.

3.3.6. Función de Activación Escalón Rampa

Implantación Electrónica inspirada en el modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación escalón rampa

La implantación electrónica se hace empleando los circuitos esquemáticos de las figuras (1.38) y (2.13) del primer y segundo capítulo respectivamente intercambiando la función de activación. La siguiente figura muestra el diagrama esquemático de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación escalón rampa.

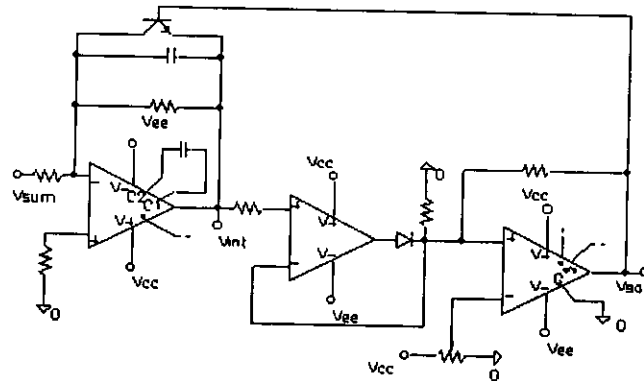


Figura 3.60. Diagrama esquemático del integrador y disparo con función de activación escalón rampa.

Los resultados de la implantación electrónica en una neurona artificial tipo integrador y disparo con función de activación escalón rampa se muestran en la siguiente figura.

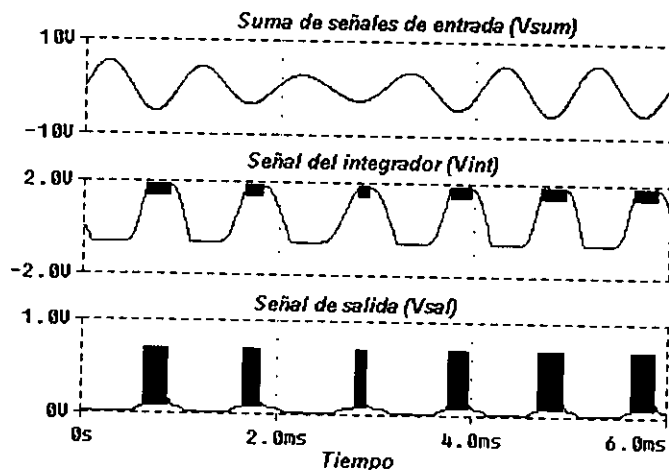


Figura 3.61. Resultados de la implantación electrónica del modelo de neurona tipo integrador y disparo con función de activación escalón rampa.

La segunda y tercer gráfica de la figura anterior muestran un comportamiento dinámico oscilatorio, correspondientes a la señal del integrador y la señal de salida respectivamente. La parte negativa de la segunda gráfica se encuentra saturada por la polarización inversa del transistor empleado como interruptor del integrador, pero también se puede observar que cada vez que la señal

integrada llega al nivel de umbral constante este se vuelve a condiciones iniciales, pero que esto no sucede debido al tiempo de respuesta del circuito integrador y disparo. La tercer gráfica muestra un comportamiento de oscilatorio montado sobre una señal periódica, estas oscilaciones son de una amplitud constante, llegando aproximadamente a un valor de +700 [mV] que es el nivel de polarización del transistor.

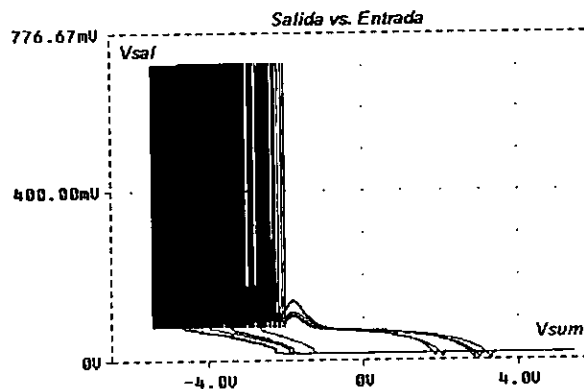


Figura 3.62. Gráfica de la salida contra la de señal de entrada para la implantación.

Se puede observar una conducta no lineal y oscilatoria en la gráfica de la figura anterior debido a la respuesta proporcionada por la función de activación escalón rampa. En el plano de la salida contra la entrada puede observarse como en la parte baja de la gráfica es lineal y después del valor de umbral del escalón rampa la dinámica responde de manera oscilatoria en forma de ráfagas o pulsos instantáneos de amplitud constante.

Resumen

Se han presentado las dinámicas de activación de una neurona artificial bajo los tres modelos de neurona presentados en el segundo capítulo y para las diferentes funciones de activación presentadas en el primer capítulo. También se presentaron las representaciones de las salidas contra las entradas y las señales de integración contra las entradas para cada caso.

Se puede concluir que las formas de las respuestas de cada neurona artificial implantada electrónicamente son diferentes para los tres modelos de neurona desarrollados y para las diferentes funciones de activación diseñadas, teniendo siempre la misma señal de entrada.

Se encontraron algunas respuestas oscilantes en las implantaciones electrónicas, particularmente en el modelo de neurona artificial tipo integrador y disparo. En algunas funciones de activación empleando el modelo de neurona integrador y disparo, se ajustaron algunos valores, para los cuales se encontraron las respuestas oscilantes. Estas funciones de activación fueron la rampa saturada y la tangente hiperbólica.

Conclusiones y Propósitos

El diseño y desarrollo de las funciones de activación empleadas en Redes Neuronales Artificiales (RNA), en implantación electrónica, mostradas en este trabajo de tesis, así como su empleo en los modelos convencionales de neuronas a nivel analógico, son de gran utilidad para el estudio del desenvolvimiento dinámico de una neurona analógica y los resultados pueden ser llevados a la aplicación práctica para resolver un problema de acuerdo al tipo de respuesta que se requiera. El comportamiento dinámico de la respuesta de una neurona puede visualizarse por medio de la salida del circuito diseñado para uno de sus modelos empleando las funciones de activación, esto proporciona un estudio de la dinámica para ese modelo en particular.

Conociendo el comportamiento de un modelo neuronal artificial con varias funciones de activación a nivel implantación electrónica, permite de una manera significativa el estudio de las características principales de un elemento neuronal artificial y por lo mismo se puede realizar un análisis formal de una neurona si se tienen los elementos necesarios para describir a la neurona. En otras palabras si para una neurona se desarrollan las expresiones que describen los elementos de la misma, se podrá estudiar la dinámica de un conjunto de ellas vista como una red o un sistema dinámico. Esto se puede llevar a cabo para una red pequeña donde el número de neuronas es factible de operar, ya que cada neurona en la red sería una variable a estudiar, y por consiguiente para el análisis de más de tres neuronas se emplearía una metodología diferente a la mostrada en el tercer capítulo de esta tesis. Hay que aclarar que las RNA no necesariamente deben ser estudiadas desde el punto de vista de sistemas dinámicos, sin embargo es una herramienta de gran utilidad.

La construcción de funciones de activación proporciona una gama amplia de formas de respuesta para una neurona artificial, más aún si se emplean varios modelos de neurona simplificados. Cabe señalar que al emplear una función de activación en el esquema de los modelos convencionales de neurona artificial, se diseñan nuevos modelos de neurona artificial por el tipo de respuesta que describen, de esta manera en el trabajo de tesis se desarrollaron 21 modelos analógicos de una neurona artificial, mostrando su comportamiento en el tiempo para señales periódicas y sus representaciones salida vs. entrada.

Para los circuitos mostrados en esta tesis, de las diferentes funciones de activación, la pendiente de cada función de respuesta juega un papel muy importante para la forma de salida del circuito, debido a que es un parámetro que influye de manera importante en el comportamiento de su respuesta, así que para la rampa saturada, rampa zona muerta con saturación, la sigmoide, la tangente hiperbólica y el escalón rampa sin saturación se pueden modificar los circuitos cambiando resistencias por resistencias variables que puedan manejar el cambio de las pendientes en su respuesta. Se pudo observar que en algunos casos las respuestas de las neuronas, oscilaban cerca del valor de umbral debido al cambio en la pendiente característica.

La finalidad de este trabajo de tesis es mostrar que la respuesta de una neurona se ve afectada al cambiar una función de activación en un modelo de neurona determinado, más aún si se modifica un parámetro; es decir el comportamiento de una neurona se torna diferente cuando se emplean otras formas de respuesta. Así de esta manera se presentó el cambio en la dinámica a través de distintas funciones de activación, lo que se debe tener muy presente al emplear RNA para solucionar un problema de optimización o control de una planta. Es importante aclarar que para ciertas aplicaciones es mejor adecuar una forma de respuesta que emplear las existentes.

Los modelos simplificados de neuronas tipo McCulloch y Pitts (todo o nada), tipo integrador con fugas y el tipo integrador y disparo, fueron desarrollados para estudiar el comportamiento dinámico de cada uno de ellos cuando se cambia la función de activación en su arquitectura. Se observó que bajo ciertas condiciones las respuestas de las neuronas empiezan a oscilar, particularmente en el modelo de neurona tipo integrador y disparo.

Propósitos

La computación analógica es una herramienta para explorar modelos neuronales artificiales en su comportamiento dinámico. Después se puede realizar un estudio formal y cuidadoso para generar los modelos matemáticos que los describen. Por tal motivo el diseño y desarrollo de los circuitos electrónicos para generar funciones de activación empleadas en redes neuronales artificiales de esta tesis, abre un gran panorama para el análisis y estudio de neuronas artificiales desde el punto de vista dinámico.

Los modelos desarrollados en este trabajo serán tomados a consideración para la generación de nuevos diseños, como pueden ser otras funciones de activación empleadas en redes neuronales analógicas, también para la implantación de estas funciones de activación en una neurocomputadora híbrida; estos diseños están pensados para que el manejo de los parámetros de una neurona puedan realizarse de una manera sencilla, ya sea de interconexiones entre neuronas si se quiere formar una red, o entre ellas mismas, el manejo de pesos a las entradas de cada neurona por medio de resistencias variables, el manejo del nivel de umbral a través un voltaje de referencia fijado de igual manera por una resistencia variable y parámetros propios de las funciones de activación, como pueden ser los niveles de los voltajes de salida o los anchos de las zonas muertas.

Se desarrollará a futuro el perfeccionamiento de estos modelos para hacerlos de manejo común, además se realizará un estudio para llevar a cabo la implantación electrónica a nivel VLSI y que tan factible puede ser su construcción a nivel de transistores para el diseño de un integrado, buscando las vinculaciones para el desarrollo de los circuitos integrados y aprendiendo la tecnología.

El estudio de modelos de neuronas artificiales en modelos de neuronas analógicas empleando diferentes funciones de activación, toma gran importancia en la teoría de filtros, debido a que se puede adaptar una función de activación para obtener una salida deseada. Se seguirá haciendo el estudio de estas implantaciones electrónicas para desarrollar un formalismo teórico de filtros empleando elementos neuronales artificiales para que puedan ser empleados en aplicaciones de ingeniería.

Referencias Bibliográficas

1. McCulloch, W.S., Pitts, W.A., *A logical calculus of the ideas imminent in nervous activity*. Bulletin of Mathematical. Biophysics, 5:115-133, (1943).
2. Hertz, J., Palmer, R. G., *Introduction to theory of neural Computation*. Ed. Addison Wesley, EUA, (1991).
3. Mareen, A. J., C. Harston, R. Pap. *Handbook of Neural Computing Applications*. Ed. Academic Press, London, (1990).
4. Cichocki, A., Unbehauen, R., *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. Ed. Wiley, EUA, (1993).
5. Kosko, B., *Neural Networks and Fuzzy System. (A Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence)*. Ed. Prentice Hall, New Jersey, (1992).
6. Padrón, A., Pérez, J.L., Herrera, A., *Neurodynamics of Small Artificial Neural Networks (SANN's), Sian ka'an, International Conference, The First Joint Mexico-US, International Workshop on Neural Networks and Neurocontrol, Playa del Carmen, Q.R., México (1995): 227-244.*
7. Franco, S., *Design of Operational Amplifiers & Analog Integrated Circuits*, Ed. Mc Graw Hill, EUA, (1988).
8. Gray, P. R., Meyer R. G., *Analysis and Design of Analog Integrated Circuits*, Ed. J. Wiley & sons, EUA (1993).
9. Rumelhart, D.E., *Parallel Distributed Processing, the PDP research group*. Ed. The MIT Press, Massachusetts, (1986).
10. Cervantes, F., Arbib, M. A., *Stability and parameter dependency analysis of facilitation tectal column (FTC) model*, *J. Math. Biol.* 29: 1 - 32, (1990),
11. Padrón, A., Bautista, M., "Modelación de un Sistema Neuronal (integrador con fugas)", VIII Congreso Nacional de Instrumentación, Zac., Zac. 15 -18, (1993).
12. Martínez, W., Padrón, A., Castillo, J., Bañuelos, M., "Neuromodulación de una red pequeña que forma parte del modelo simplificado de facilitación en una columna tectal", Memorias SOMI (Member of IMEKO) IX Congreso de Instrumentación, Cancún Q. R., 413-417, (1994).
13. Padrón, A., Pérez, J.L., *Desarrollo Dinámico para una Pequeña Red Neuronal Artificial (PRNA)*, Memorias SOMI (Member of IMEKO) X Congreso de Instrumentación, Xal., Ver., México, 54-58, (1995).
14. Ramakanta. G., *Operational Amplifiers linear Integrated circuits*, Ed. Prentice Hall, New Jersey, EUA, (1988).
15. Slotine, J. J. E., Li, W., *Applied Nonlinear Control*, Ed. Prentice Hall, New Jersey, EUA, (1991).
16. Basak, A., *Analogue electronic circuits and systems*, Ed. Cambridge University Press, Cambridge, Gran Bretaña, (1991).
17. Murray, S., *Neural Networks for Statistical Modeling*, Ed. Van Nostrand Reinhold, New York, N.Y., (1993).
18. Padrón, A., Pérez, J.L., "Neuromodulación en un Circuito Neuronal Artificial". Memorias SOMI (Member of IMEKO) XI Congreso de Instrumentación, Morelia, Mich., México, 412-416, (1996).
19. Padrón, A., Pérez, J.L., "Respuesta temporal de una Neurona Artificial". Memorias SOMI (Member of IMEKO) XI Congreso de Instrumentación, Morelia, Mich., México, 417-421, (1996).
20. Padrón, A., Pérez, J.L., Herrera, A., "Dinámica de una Red Neuronal con Forzamiento Periódico". Memorias SOMI (Member of IMEKO) XI Congreso de Instrumentación, Morelia, Mich., México, 422-427, (1996).
21. Padrón, A., Pérez, J.L., "Modelos electrónicos para funciones de activación en Redes Neuronales Artificiales", Reporte Técnico RTSTE9612, Centro de Instrumentos-UNAM, México, 12-páginas, (1996).
22. Padrón, A., Pérez, J.L., Fuentes, R., Garduño, V. G., "Diagnosis of Anomalies in Electrocardiographs (ECG) using Artificial Neural Networks", *Sian ka'an 97, International*

- Conference, *The Second Joint Mexico-US, International Workshop on Neural Networks and Neurocontrol*, Playa del Carmen, Q.R., México, pp. 162-171, (1997).
23. Padrón, A., Pérez, J.L., Fuentes, R., "Electronic Circuits Design to generate Activations Functions used in Artificial Neural Networks", *Sian ka'an 97, International Conference, The Second Joint Mexico-US, International Workshop on Neural Networks and Neurocontrol*, Playa del Carmen, Q.R., Mexico, pp.181-188, (1997).
 24. Padrón, A., Pérez, J.L., Calva, G., "Neurodinámica con función zona muerta y entrada periódica en Redes Neuronales Analógicas", *Memorias SOMI (Member of IMEKO) XII Congreso de Instrumentación*, San Luis Potosi, S.L.P., México, pp. 674-678, (1997).
 25. Padrón, A., Pérez, J.L., Fuentes, R., "Identificador Universal de señales continuas por medio de Redes Neuronales Artificiales", *Memorias SOMI (Member of IMEKO) XII Congreso de Instrumentación*, San Luis Potosi, S.L.P., México, pp. 679-683, (1997).
 26. Wolfram, S., "Mathematica", Ed. Addison Wesley, U.S.A., (1991).
 27. Abell, M., Braselton, J., "Differential Equations with Mathematica", Ed. AP Professional, Statesboro, Georgia, U.S.A., (1993).
 28. Tal, D., and Schwartz, E. L., "Computing with the Leaky Integrate-and Fire Neuron: Logarithmic Computation and Multiplication", *Neural Computation*, Vol. 9, Num. 2, 305-318, U.S.A., (1997).
 29. Bañuelos, M.,A., "Diseño y Construcción de una Neurocomputadora Analógica". Tesis de Maestría en Ingeniería. Centro de Instrumentos-UNAM. (1997).
 30. Quintana, S., "Análisis Comparativo de dos modelos de procesador neuronal". Tesis de Maestría en Ingeniería. Centro de Instrumentos-UNAM. (1997).
 31. Acosta, V., Cowan, C. L., "Curso de Física moderna". Ed. HARLA, México, (1975).