



01161  
3  
2ej.

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**TESIS**

**"COMPORTAMIENTO DE MARCOS DE CONCRETO REFORZADO  
CON MUROS DE MAMPOSTERÍA SUJETOS A CARGAS LATERALES"**

**PRESENTADA POR:  
RENÉ MANUEL CASTILLO SALAZAR**

**PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA  
(ESTRUCTURAS)**

**DIRIGIDA POR:  
DR. A. GUSTAVO AYALA MILIÁN**

157687

Ciudad Universitaria

1998

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mis padres*



4.2.1. Modelo de plasticidad distribuida.	62
4.2.2. Componentes de la matriz de rigidez del elemento.	64
4.2.3. Consideración de zonas rígidas.	65
4.3. Modelos de histéresis.	66
4.4. Opciones de análisis.	69
<b>5. Ejemplos de aplicación.</b>	
5.1. Hipótesis empleadas en el análisis.	74
5.2. Estructuras en estudio.	75
5.2.1. Edificio STC.	75
5.2.2. Edificios diseñados.	79
5.2.2.1. Edificio tipo 1.	80
5.2.2.2. Edificio tipo 2.	81
5.2.2.3. Edificio tipo 3.	81
5.3. Presentación de resultados.	83
5.3.1. Edificio STC.	83
5.3.2. Edificio tipo 1.	85
5.3.3. Edificio tipo 2.	90
5.3.4. Edificio tipo 3.	93
<b>6. Conclusiones.</b>	101
<b>7. Referencias.</b>	103

## 1. Introducción.

Es práctica común que se incorporen muros de mampostería a edificios construidos a base de marcos de concreto reforzado para ser usados como colindancias, divisiones o fachadas. Sin embargo, debido a que la interacción muro-marco es un problema complejo y a la falta de un modelo analítico simple, pero efectivo, los muros se consideran como no estructurales y no se incluyen en el análisis. A pesar de lo anterior, experiencias de sismos anteriores han mostrado que estos muros modifican significativamente el comportamiento de tales edificios ante cargas laterales y que por tanto se deben considerar en el análisis.

El comportamiento de tales sistemas estructurales se ha estudiado desde hace varias décadas con el fin de desarrollar una formulación racional para su diseño. Estos estudios han logrado determinar los parámetros que influyen en el comportamiento ante cargas laterales. Con base en estos parámetros se han podido determinar modelos que representen la contribución de la mampostería en el comportamiento en el rango elástico de los marcos de concreto. Modelar el comportamiento de los marcos con muros de mampostería en el rango inelástico es un problema complejo y solo fue posible hacerlo con un grado de precisión aceptable con el desarrollo de las computadoras. En la actualidad los programas de computadora son de gran ayuda para estudiar el comportamiento de los marcos con muros de mampostería. Se han hecho varios intentos por hacer programas de computadora capaces de analizar este tipo de estructuras, sin embargo, los pocos que se han desarrollado han sido muy limitados o poco prácticos. Recientemente se ha desarrollado un programa de computadora llamado IDARC (ref. 41) que analiza marcos planos en el rango inelástico. Su última versión ofrece la capacidad de analizar marcos con muros de mampostería, sin embargo, este programa no proporcionaba resultados razonables.

Es por eso que el objetivo de esta tesis es el de seleccionar, desarrollar e implantar un modelo de comportamiento de muros de mampostería al programa de computadora IDARC y verificar si este modelo es válido para poder analizar los marcos de concreto con muros de mampostería en el rango no lineal de comportamiento.

Así, en el desarrollo de este trabajo se presenta en el capítulo 2 una revisión de la literatura técnica disponible sobre los modelos de los muros de mampostería. Posteriormente en el capítulo 3 se explican las modificaciones que se hicieron al programa IDARC 4.0 para considerar en el comportamiento de los marcos la contribución de los muros, lo cual se logra al incluir una formulación basada en estudios realizados en el Instituto de Ingeniería<sup>7,17,50</sup> sobre el comportamiento de muros de mampostería. En el capítulo 4 se describen algunas características del programa IDARC para el análisis no lineal de las estructuras.

Con el programa modificado se analiza el comportamiento de cuatro edificios de diferente número de niveles. Los resultados de estos análisis se presentan en el capítulo 5. Por último se presentan en el capítulo 6 las conclusiones y recomendaciones que se obtienen de este trabajo.

---

## 2. Antecedentes

Los muros de mampostería generalmente se usan como divisiones o como protección del exterior en edificios hechos a base de marcos de concreto reforzado o de acero. Estos muros modifican el comportamiento de tales edificios cuando son sometidos a cargas laterales. En efecto, cuando se incorporan muros a los marcos se incrementa su rigidez y resistencia, aumenta el cortante basal ante cargas dinámicas, y se modifican los elementos mecánicos en las vigas y columnas del edificio.

Es común que en el diseño de los edificios la contribución de los muros no se tome en cuenta. Esto ocurre para simplificar los cálculos o porque la falta de información sobre su comportamiento ha hecho difícil determinar la magnitud de la interacción marco-muro y así poder considerar la acción compuesta entre éstos<sup>1</sup>.

La baja resistencia a la tensión de la mampostería limita la capacidad de los muros para resistir cargas laterales y el comportamiento de los muros para resistir cargas laterales es, en sí, frágil. Sin embargo, los muros de relleno de mampostería incrementan la resistencia y la rigidez lateral del marco, pero provocan una reducción en su ductilidad<sup>2</sup>. La colocación estratégica de estos elementos estructurales en crujías es un método lógico y económico para rigidizar los marcos. No obstante, la experiencia de sismos anteriores ha mostrado que marcos rigidizados a base de muros hechos con materiales frágiles pueden sufrir serios problemas como la formación de pisos débiles cuando los muros no están en todos los niveles y caídas de piezas que forman la mampostería<sup>2</sup>.

El comportamiento de los muros de mampostería ante cargas laterales y sus modos de falla es un problema complejo debido a que depende de muchos factores, tales como:

- a) Tipo de material usado como muro,
- b) Condiciones de la interfase entre el muro de relleno y el marco que lo rodea,

c) Rigidez y resistencia relativas entre el marco y el muro de mampostería.

Por lo anterior, investigadores han realizado estudios para comprender el comportamiento de los marcos con muros de relleno y proponer modelos analíticos que simulen su comportamiento.

## **2.1.- Investigaciones anteriores.**

El estudio del comportamiento de marcos con muros de relleno ante cargas laterales empezó en la década de los cincuentas. Se ha estudiado el comportamiento de marcos simples, de varios niveles y de varias crujeas sujetos a cargas laterales. En la revisión de bibliografía para el desarrollo de esta tesis se encontró que algunos investigadores han realizado solamente pruebas de laboratorio y otros han desarrollado expresiones analíticas y las han corroborado con estudios de modelos a escala.

### **2.1.1.- Investigaciones experimentales.**

#### **2.1.1.1. Comportamiento ante cargas monotónicas.**

Uno de los primeros en investigar los efectos de los muros en los marcos fue Polyakov<sup>3</sup> quien comenzó investigaciones de este tipo en 1948 y concluyó que los marcos con muros pueden ser analizados asumiendo que los muros se comportan como barras diagonales. Wood<sup>4</sup> estudió los efectos que ejercen los muros de mampostería hechos con ladrillos huecos de arcilla y con bloques de concreto sobre la resistencia y rigidez lateral de marcos de acero de varios niveles. Observó en los especímenes probados un agrietamiento súbito en el muro debido a la tensión diagonal. Las bandas de compresión diagonal en el muro produjeron articulaciones plásticas en varios puntos de la viga superior. Aunque se dieron detalles de las pruebas realizadas, Wood no propuso ningún análisis concluyente de estas pruebas para la predicción de la rigidez.

Benjamin y Williams<sup>5</sup> realizaron un estudio sobre el comportamiento de muros de cortante. Hicieron pruebas de laboratorio de muros de concreto reforzado a escala para estudiar el efecto de las dimensiones y de la cantidad de refuerzo en el muro y en las columnas adyacentes en el comportamiento ante cargas laterales. De las pruebas realizadas en los muros concluyeron que la variación del refuerzo en las columnas influye en la resistencia del muro y en su capacidad para absorber energía además, mostraron que la gráfica de comportamiento fuerza - desplazamiento lateral se puede idealizar con tres líneas rectas: una del inicio de la prueba al agrietamiento del muro, otra del agrietamiento a la carga última y la tercera, que representa el comportamiento posterior a la carga última.

Posteriormente, Benjamin y Williams<sup>6</sup> realizaron estudios sobre la efectividad de los muros de mampostería para resistir el cortante debido a fuerzas aplicadas en un plano. Probaron varios modelos, de tamaño natural y a escala de marcos de concreto reforzado con y sin conectores en los muros. El modelo típico se muestra en la fig. 2.1. De las curvas carga - desplazamiento horizontal los autores pudieron concluir que la relación longitud a altura de muro influye en el modo de falla, en su resistencia última y en su rigidez. Además, el tamaño de las piezas de mampostería no influyó en el comportamiento del muro. Se observaron dos tipos de fallas:

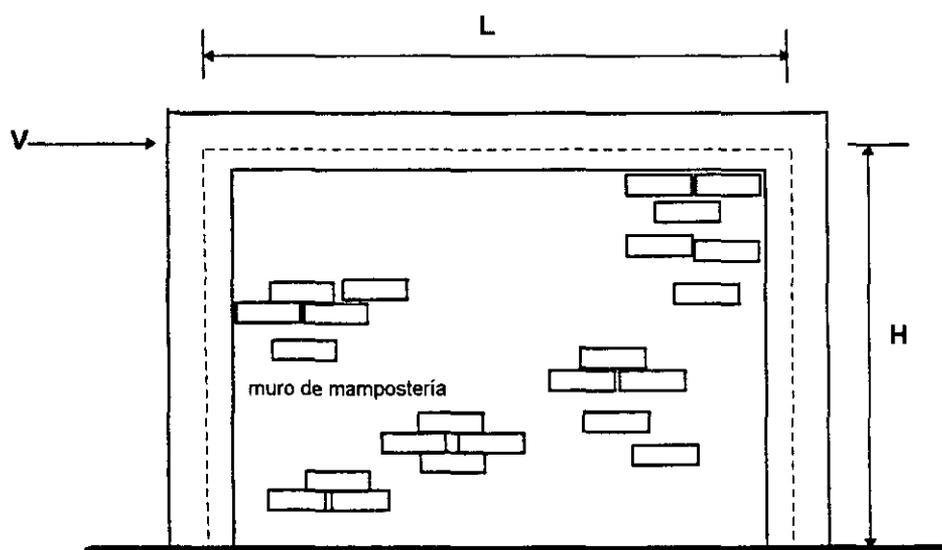


Figura 2.1.- Modelo usado en las pruebas de Benjamin y Williams.

- a) Falla a tensión en la columna. Este tipo de falla ocurrió de manera súbita y fue originado por la tensión y cortante en la conexión de la base de la columna y la cimentación. La grietas se propagaron a lo largo de la base del muro hasta llegar a la columna a compresión.
- b) Agrietamiento a lo largo de la diagonal de compresión en el muro. El patrón de agrietamiento en el muro dependió de la cantidad de refuerzo que tuvo éste.

Concluyeron que el primer tipo de falla se asocia a muros con marcos débiles, mientras que el segundo se asocia a muros con marcos suficientemente resistentes para soportar la tensión en la columna delantera y cortante en la columna posterior. Finalmente de esta prueba, Benjamin y Williams concluyeron que la resistencia última del marco con muro de relleno depende del grado de confinamiento que ejerce el marco al muro y de la capacidad de la columna a resistir esfuerzos cortantes combinados con esfuerzos de flexión y compresión. Además, concluyeron que para predecir la rigidez y la resistencia de los marcos con muros de relleno es mejor usar expresiones basadas en la *Resistencia de Materiales*, ya que cualquier análisis con expresiones más complejas es superfluo debido a la variabilidad existente en las propiedades de los materiales. Es por eso que propusieron usar la teoría simple de vigas para predecir la rigidez asumiendo una distribución lineal de los esfuerzos de flexión y una distribución parabólica de los esfuerzos de cortante.

#### **2.1.1.2. Comportamiento ante cargas cíclicas.**

Las pruebas descritas anteriormente se realizaron aplicando una carga en forma monótonica, sin embargo, para estudiar el efecto de los sismos en las estructuras se hicieron estudios aplicando cargas cíclicas a los especímenes de prueba.

Uno de los primeros en investigar el comportamiento ante cargas cíclicas fue Esteva<sup>7</sup>. En este estudio se probaron especímenes a escala real formados por un muro cuadrado de mampostería de tabique macizo confinado por un marco de concreto sometidos a carga lateral alternada. En

los especímenes se variaron las propiedades de la mampostería, la cantidad del refuerzo en los elementos del marco y los ciclos de carga. Además, se estudió el efecto de la aplicación de cargas verticales sobre el espécimen. De este estudio, Esteva concluyó que si los tableros cuentan con confinamiento perimetral, proporcionado por marcos diseñados para impedir la falla en tensión diagonal de las zonas próximas en las esquinas, el comportamiento del conjunto, juzgado por su curva esfuerzo - deformación bajo una sola aplicación de carga, se caracteriza por factores de ductilidad de 4.

Observó además que el efecto de los ciclos alternados de carga, con amplitudes de deformación mayores que las que producen el agrietamiento, produjeron deterioro que ocurrió casi en su totalidad entre el primer y segundo ciclo de carga, y consistió esencialmente en una reducción pronunciada de la rigidez. Después del agrietamiento del muro, su comportamiento presentó ciclos histeréticos estables después del cuarto o quinto ciclo (figura 2.2). Después de sesenta ciclos de carga lo especímenes fueron capaces de soportar, aunque sufriendo deformaciones excesivas, cargas laterales del 80 a 90 por ciento de la que produce el agrietamiento en la primera aplicación. Estas conclusiones no se aplicaron a muros construidos con materiales frágiles tales como los bloques de concreto ya que el comportamiento con este material fue distinto al observado.

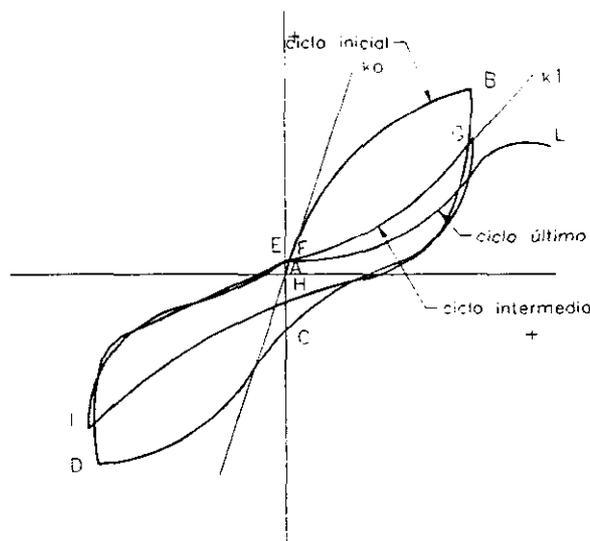


figura 2.2- Curva carga - deformación idealizada obtenida por Esteva.

---

Klingner y Bertero<sup>9</sup> realizaron estudios en modelos a escala de 1/3 representativos de un edificio de 11 niveles con muros de mampostería bajo cargas cuasi - estáticas y cargas monotónicas, simulando los efectos principales de excitaciones sísmicas. Los especímenes constaron de 3 ½ pisos por 1 ½ claros y se diseñaron para: 1) obtener un agrietamiento distribuido en el muro y 2) para prevenir o retardar la falla por cortante en los miembros del marco, i. e., con alta ductilidad de curvatura y con resistencia a la degradación bajo cargas de cortante cíclicas. Los muros usados como relleno en los especímenes fueron de mampostería reforzada y no reforzada de ladrillos de arcilla. De estas pruebas concluyeron que:

- a) los muros lograron disipar grandes cantidades de energía a través de la fricción entre el muro y el marco y a través de los agrietamientos progresivos, produciendo una degradación en la rigidez y en la resistencia de éstos.
- b) la resistencia y la capacidad de absorción y disipación de energía lograda por la inclusión de muros de mampostería superó los efectos negativos de las posibles aumentos en las fuerzas de inercia debidas al aumento de la rigidez y su consiguiente disminución del período.
- c) para demandas grandes de cortante basal producidos por movimientos severos del terreno el aumento de la rigidez provocada por los muros reduce la influencia de los efectos P-Δ en la respuesta del modelo.
- d) el grado de deterioro del muro depende de la cantidad y del tipo de refuerzo que tenga y de la manera que éste está conectado al muro.
- e) las cargas cíclicas produjeron un deterioro considerable en la rigidez y la resistencia de los especímenes en comparación con el que se produjo con la carga monotónica.

Como continuación de esta investigación Brokken y Bertero<sup>10</sup> estudiaron el efecto de los muros añadidos a edificios dañados anteriormente por sismos. Encontraron que los muros reforzaron en forma efectiva los edificios dañados únicamente si están bien conectados al marco. Los muros que mejor reforzaron fueron los construidos con ladrillos de arcilla reforzados externamente con una malla electrosoldada cubierta por una capa de mortero y anclados al marco.

---

El efecto de las cargas cíclicas sobre el comportamiento de muros de mampostería reforzada fue estudiada por Tomazevic *et al*<sup>6</sup>. De distintos tipos de pruebas realizadas en muros de mampostería reforzada encontraron que la resistencia de los muros es más alta cuando se aplican cargas monotónicas que cuando se aplican cargas cíclicas, independientemente de la magnitud de las cargas verticales aplicadas a los especímenes y de la velocidad de aplicación de las cargas laterales. En base a estos resultados, Tomazevic *et al*<sup>73</sup> propusieron modificar las curvas de comportamiento histerético de muros de mampostería reforzada de acuerdo al tipo de cargas, i. e., monotónicas o cíclicas, que se aplican a éstos.

#### **2.1.1.3. Efecto de las cargas verticales.**

A través de una serie de pruebas de muros sometidos a cargas verticales, Stafford Smith<sup>11</sup> encontró dos tipos adicionales de falla: una falla general de compresión en todo el muro a través de un plano no muy definido paralelo a la viga, y grietas de tensión verticales desde la base del muro hasta la viga superior. Con la aplicación de una carga vertical menor a la mitad de la resistencia vertical del muro-marco, Stafford Smith observó un aumento en la resistencia lateral del sistema, la cual supuso, fue debida a una disminución de los esfuerzos de tensión en el centro del muro y a la creación de un estado de esfuerzos de compresión biaxial cerca en las esquinas del muro. El aumento de la rigidez fue atribuida a un aumento en la longitud de contacto entre la viga cargada verticalmente y el muro. Sin embargo, cuando se aplica al sistema muro-marco una carga vertical mayor a la mitad de su resistencia vertical, se observa una disminución en su resistencia lateral.

Estas observaciones coinciden con las de Holmes<sup>12</sup> realizadas en un estudio anterior. Holmes observó que la carga horizontal que produjo la falla en los marcos probados se redujo en un 13% debido a la aplicación simultánea de la carga vertical. Sin embargo, aún con esta disminución, los marcos resistieron aproximadamente 300% mayor carga horizontal que sus similares sin muros.

---

Esteva<sup>7</sup> también estudió el efecto de las cargas verticales sobre los marcos con muros de relleno y concluyó que la presencia de carga vertical modifica el patrón de agrietamiento en los muros. Aunque la pendiente inicial de la curva carga lateral - deformación angular de los muros *cargados verticalmente* fue similar a la observada en los casos donde no se aplicó la carga vertical, la carga que produce el agrietamiento en los primeros fue mayor que en éstos últimos.

#### **2.1.1.4. Efecto de las aberturas.**

El efecto que ejercen las aberturas de los muros en la rigidez lateral de los marcos fue estudiado por Mallick y Garg<sup>13</sup>. Con este estudio concluyeron que con las aberturas localizadas en la diagonal de un muro sin conectores, la resistencia ante cargas laterales se reduce aproximadamente en un 75% y la rigidez de un 85 a 90%, en comparación con los muros sin aberturas. Además, las dimensiones y la localización de las aberturas influyen también en la resistencia y la rigidez del marco.

Sin embargo, a pesar de estas observaciones, sólo se dan recomendaciones para la localización *conveniente de las aberturas* y no proponen alguna expresión que pueda estimar fácilmente la rigidez y la resistencia de este tipo de marcos con muros con aberturas.

#### **2.1.1.5. Efecto de los conectores.**

Algunas veces se conectan los muros a los marcos para mejorar el comportamiento del conjunto muro-marco ya que se ha comprobado<sup>14</sup> que los conectores en los muros *incrementan la rigidez* y la resistencia del conjunto. Liauw y Lee<sup>15</sup> estudiaron el comportamiento de marcos de varios niveles con muros de concreto con y sin conectores y considerando aberturas en los muros. En los modelos sin conectores, los autores observaron que la separación entre el muro y el marco ocurrió a niveles bajos de carga. Esta separación se notó más en los muros con aberturas. En

---

cuanto a los modelos con conectores, Liauw observó que no hubo separación del muro y aparecieron en éste grietas extensas y numerosas como resultado de la disipación de energía.

#### **2.1.1.6. Efecto de las separaciones iniciales entre el muro y el marco.**

La influencia de las separaciones iniciales entre muro y el marco en el comportamiento del marco ante cargas laterales fue estudiado por Riddington<sup>16</sup>. Observó que para los marcos con separaciones iniciales, el comportamiento ante carga lateral se puede describir en cinco estados:

1. el marco actúa independientemente del marco,
2. el marco entra en contacto con el muro,
3. el marco empuja al muro hasta confinarlo,
4. el marco ya deformado confina al muro en las esquinas formando la diagonal de compresión,
5. ocurre la falla en el muro.

Las separaciones iniciales en marcos muy flexibles aumentaron el grado de aplastamiento local del mortero en las esquinas del muro. En el caso de marcos muy rígidos los momentos flexionantes en la viga superior aumentaron.

Riddington concluyó que a pesar de que las separaciones fueron muy pequeñas, éstas influyeron de manera indeseable en el comportamiento de las estructuras. Por tanto recomendó evitarlas. Por último recomendó usar morteros de alta resistencia en la mampostería para prevenir el aplastamiento local en las esquinas.

#### **2.1.1.7. Efecto de las propiedades de los materiales.**

Meli<sup>17</sup> realizó un estudio sobre la variabilidad de las propiedades de los materiales que forman la mampostería para conocer la influencia de esta variación en las propiedades de conjunto marco - muro. Los muestreos realizados de la producción de piezas y morteros permitieron obtener distribuciones estadísticas de las principales propiedades de los materiales comúnmente

---

empleados. Observó que los coeficientes de variación de la resistencia de los materiales son muy altos.

Con base en estos estudios, Meli describió los mecanismos de falla y propuso métodos para predecir la resistencia de muros ante distintos tipos de cargas. Además observó que el muro sigue un comportamiento lineal hasta que se presenta el agrietamiento que puede ocurrir por flexión o por tensión diagonal y que cuando rige la flexión en el comportamiento del muro éste es dúctil.

En un trabajo más reciente, Dhanasekar y Page<sup>18</sup>, también estudiaron la influencia de las propiedades de la mampostería en el comportamiento de los marcos y concluyeron que:

- a) el módulo de elasticidad de la mampostería influye en el comportamiento del marco. Sin embargo la influencia en la relación de Poisson fue insignificante.
- b) las variaciones en la resistencia a la compresión de la mampostería no influye en la resistencia del marco ante cargas laterales cuando la falla del muro ocurre por cortante. Sin embargo sí influye cuando la falla en el muro ocurre por aplastamiento en sus esquinas.
- c) la resistencia a la tensión y a la adherencia de la mampostería influye en forma crítica en el comportamiento del marco - muro, en la magnitud de la carga última y en casos extremos en la forma de falla del muro.

La mayoría de los trabajos anteriores usaron modelos sencillos, i. e., marcos de una o dos crujeas con muros, de tamaño real o a escala, etc. Sin embargo, se han realizado muy pocos estudios con edificios a escala real. Uno de los pocos estudios de este tipo es el realizado<sup>74</sup> en el Laboratorio de la Asociación Europea de Mecánica Estructural, ELSA. Se estudió un edificio de 4 pisos a escala real diseñado de acuerdo a códigos europeos con una serie de pruebas pseudo dinámicas. Primero se estudió el comportamiento del edificio sin muros. Posteriormente se añadieron muros de mampostería en todos los niveles y finalmente colocaron muros en los niveles superiores para formar un piso débil en el primer nivel. Cuando se incorporaron los muros de mampostería en todos los niveles del edificio se observó :

- a. Una disminución aproximada del 60% del desplazamiento de la azotea.

- b. Un aumento en la frecuencia natural del edificio del 85%.
- c. Un aumento del 55% en el cortante basal.

Sin embargo, cuando se incorporaron los muros en los niveles superiores y se formó el piso débil en el primer nivel, no hubo un cambio significativo en los valores del desplazamiento, la frecuencia natural y el cortante basal en comparación los medidos en el edificio sin muros.

De lo anterior, los autores de este estudio concluyeron que no se deben ignorar los efectos que producen los muros a los edificios cuando se diseñen éstos. Las irregularidades en la distribución de los muros dentro del edificio deben evitarse ya que producen condiciones de piso débil y pueden producir efectos de torsión al edificio. El efecto que producen las distintas distribuciones de los muros en el comportamiento global del edificio se pueden considerar usando el concepto de energía de un sistema de un grado de libertad.

### **2.1.2.- Investigaciones analíticas.**

Las investigaciones analíticas de los marcos con muros de relleno se pueden clasificar en dos categorías: aquellas que intentan modelar la rigidez y la carga última usando conceptos simplificados como la diagonal equivalente; y aquellas que usan funciones analíticas de esfuerzos o el método de elementos finitos para representar al marco y al muro de relleno y así obtener la rigidez y la resistencia de este tipo de estructuras. En ambos casos la mayoría de los investigadores realizaron pruebas en modelos a escala para validar sus estudios analíticos.

#### **2.1.2.1. Modelos simplificados.**

Holmes<sup>19</sup> usó el concepto de diagonal equivalente para representar los muros de relleno y propuso que la carga que produce la falla en el muro está dada por:

$$H = \frac{24EIe'_c d}{h^3 \left( 1 + \frac{I}{I_o} \cot \alpha \right) \cos \alpha} + Af'_c \cos \alpha \quad (2.1)$$

donde  $e'_c$  es la deformación unitaria del material de relleno que varía de 0.002 a 0.005 y el resto de las variables están definidas en la figura 2.3.

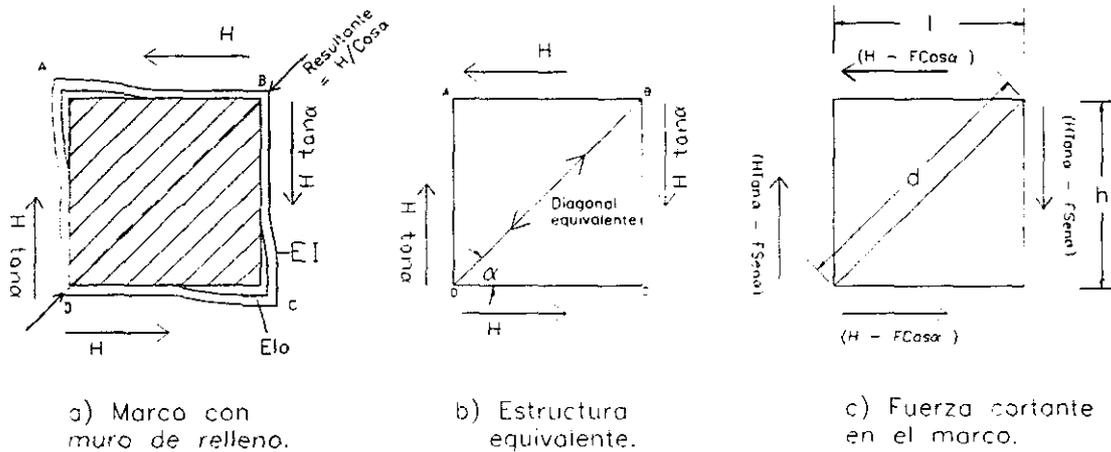


Figura 2.3.- Modelo propuesto por Holmes.

En la expresión anterior,  $A$  se tomó igual a  $td/3$ , donde  $t$  es el espesor del muro. Holmes probó varios modelos a escala y encontró que la carga última se incrementaba hasta en un 300% con rellenos de concreto y hasta un 105% con rellenos de mampostería. Sin embargo cuando se le aplicaba carga vertical simultáneamente con la carga horizontal, la carga última se reducía en un 13%.

El modelo propuesto por Holmes se restringió únicamente a muros no conectados al marco y cuya relación altura a longitud varíe de 0.7 a 1.4. A pesar de fue un buen intento el aproximar el comportamiento del marco con la diagonal equivalente, el ancho propuesto no fue adecuado ya que Holmes encontró variaciones en los resultados de hasta cien por ciento.

Stafford Smith<sup>20</sup> propuso un método más refinado que el de Holmes y propuso fórmulas para determinar la rigidez lateral de marcos con muros de relleno. Basándose en resultados de pruebas realizadas en modelos a escala logró determinar una relación entre un ancho efectivo

de la diagonal equivalente y la relación longitud - altura. El ancho  $w$  variaba de  $d/4$  para muros cuadrados a  $d/11$  para muros con relación  $l/h$  igual a 5 (figura 2.4).

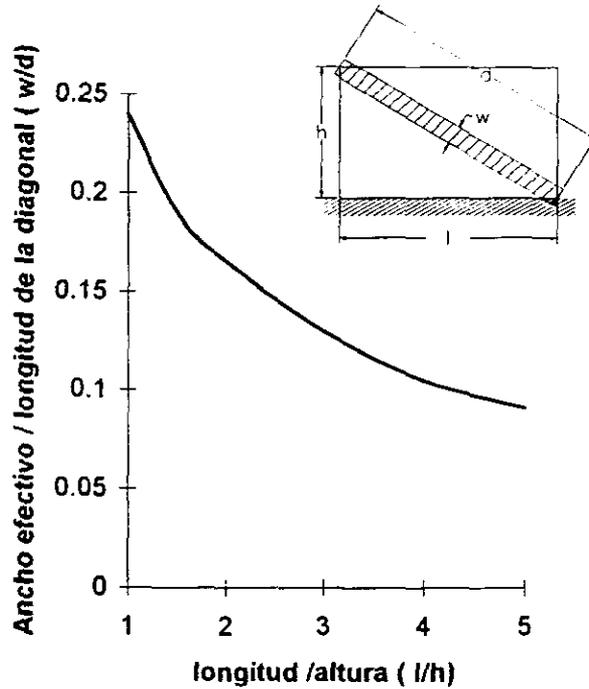


Figura 2.4.- Ancho efectivo de la diagonal equivalente para varias relaciones  $l/h$ .

En base a pruebas realizadas en muros cuadrados a escala<sup>21</sup>, Stafford Smith logró determinar el parámetro  $\alpha$  para estimar la longitud de contacto entre el muro y el marco cuando son sometidos a cargas laterales:

$$\frac{\alpha}{l} = \frac{\pi}{2\lambda l} \quad (2.2)$$

donde  $\lambda$  es un parámetro que indica la rigidez relativa entre el marco y el muro y está definido por:

$$\lambda = \ell^3 \sqrt{\frac{E_c t}{4EI\ell'}} \quad (2.3)$$

$E_c$ ,  $t$ , y  $\ell'$  son el módulo de elasticidad, espesor y longitud del muro respectivamente; y  $E$ ,  $I$ , y  $\ell$ , son el módulo de elasticidad, momento de inercia de la sección y longitud del lado del marco. Con estas expresiones Stafford Smith derivó una fórmula para encontrar la carga que produce la falla en compresión diagonal en el muro,  $R_c$ :

$$\frac{R_c}{f'_c \ell t} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \lambda \ell \quad (2.4)$$

Stafford Smith concluyó que la rigidez lateral del muro con el marco y el tipo de falla, sea por agrietamiento diagonal o por compresión, dependen de la rigidez relativa entre el marco y el muro.

Para muros rectangulares, Stafford Smith y Carter<sup>22</sup> propusieron la expresión:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{E_c t \text{sen} 2\theta}{4EIh'}} \quad (2.5)$$

donde  $h'$  es la altura del muro,  $\theta$  es el ángulo que forma la diagonal equivalente del muro con la horizontal y las demás variables son las mismas que en las fórmulas dadas anteriormente para muros cuadrados. A través de pruebas en especímenes a escala los autores lograron obtener unas gráficas que sirvieron para determinar la rigidez lateral de marcos. Las expresiones desarrolladas por estos investigadores sirvieron para proponer un método para determinar la rigidez lateral de marcos de uno o varios niveles. Este procedimiento se describe a continuación :

1.- Considerar que las uniones en el marco no son rígidas como se idealiza en una armadura.

2.- Se calcula el parámetro  $\lambda$  y se estiman la resistencia del muro por compresión diagonal, por cortante en el mortero, o por tensión diagonal, por medio de gráficas (figura 2.5) y la condición más crítica determinará la rigidez lateral.

3.- Calcular el desplazamiento lateral.

Liauw<sup>23</sup> estudió, desde el punto de vista de la elasticidad, la acción compuesta del marco con el muro de relleno considerando los esfuerzos en la interface marco - muro. Para esto realizó una aproximación teórica con una función de Airy para esfuerzos expresada en series de Fourier. De las condiciones de compatibilidad en la interface marco - muro obtuvo una serie de ecuaciones simultáneas para determinar la función de esfuerzos que satisfagan las condiciones de frontera.

Como complemento de las pruebas en el estudio mencionado en ref. 15, Liauw y Lee realizaron un análisis teórico para estimar la rigidez de los marcos con muros. Liauw desarrolló un método de diagonal equivalente considerando la abertura del muro. En este método consideró que los materiales eran homogéneos, isotrópicos y perfectamente elásticos, además de que los muros no estaban conectados al marco. Usando el método de energía de deformación él encontró el área de la diagonal equivalente:

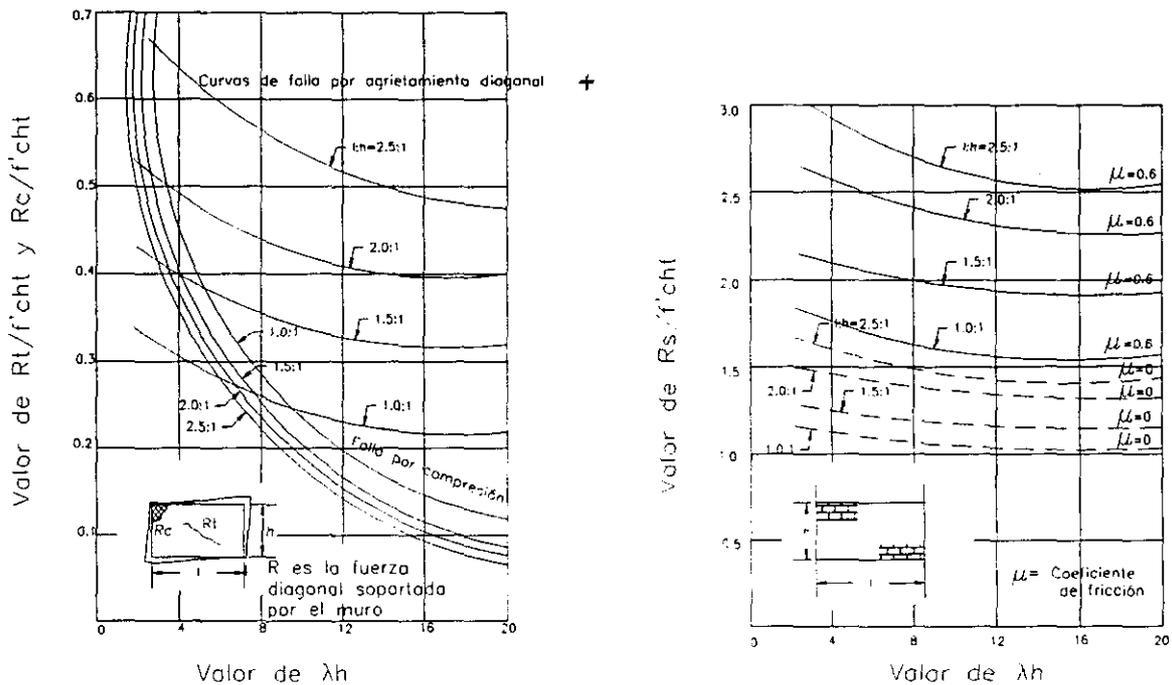


figura 2.5.- Gráficas utilizadas para calcular la rigidez lateral de marcos con muros con el método de Stafford Smith (ref. 22).

$$Ae = \frac{L_d}{E\Delta} \quad (2.6)$$

donde  $L_d$  es la longitud de la diagonal equivalente,  $E$  es el módulo de elasticidad del muro, y  $\Delta$  es el desplazamiento dado por la expresión:

$$\Delta = \frac{1}{3E} \left\{ \frac{\sin^2 \theta}{I_1} \left[ (L_1 - m_1)^3 - m_1^3 \right] + \frac{\cos^2 \theta}{I_2} \left[ (L_2 - m_2)^3 + m_2^3 \right] + \frac{1.2E}{G} \left[ \frac{L_1 \sin^2 \theta}{A_1} + \frac{L_2 \cos^2 \theta}{A_2} \right] + \frac{L_1 \cos^2 \theta}{A_1} + \frac{L_2 \sin^2 \theta}{A_2} \right\} \quad (2.7)$$

donde:

$$\begin{aligned} L_1 &= B + C_1 \\ L_2 &= H + C_2 \leq L'_2 \end{aligned} \quad (2.8a \text{ y } b)$$

$$m_1 = \frac{h_1}{2} \cot \theta \quad (2.9a \text{ y } b)$$

$$m_2 = \frac{b_2}{2} \tan \theta$$

$L'_2$  es la distancia desde la parte inferior del muro hasta el eje centroidal del dintel;  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $C_1$ , y  $C_2$  se definen en la figura 2.6.

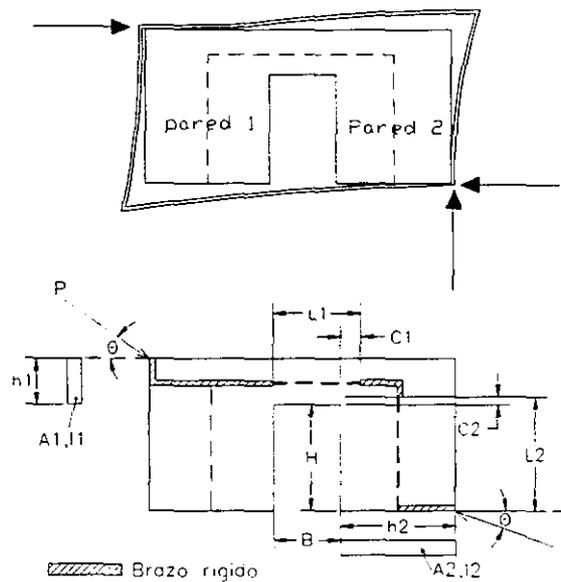


Figura 2.6.- Variables usadas en el método de diagonal equivalente de Liauw (ref. 15).

---

Por otro lado, para los marcos con conectores Liauw desarrolló un método de *marco equivalente*. En este método consideró al muro con abertura como un marco formado con vigas peraltadas y columnas anchas, por lo que en la matriz de rigidez de cada elemento se consideraron las deformaciones por cortante y las zonas rígidas de las uniones viga - columna.

Al comparar los resultados de las pruebas con los valores teóricos por el método de la diagonal equivalente observó que las cargas últimas predichas para muros sólidos fueron entre 16% y 27% más bajas que las obtenidas experimentalmente, y que para muros con aberturas fueron entre 30% y 40% más bajas que los experimentales. Esto se debió, según Liauw, a que se supuso que los esfuerzos de contacto se concentraron en las esquinas de compresión mientras que en realidad éstos se distribuyeron sobre una distancia a partir de las esquinas. En cuanto a los valores predichos por el método del marco equivalente, éstos tuvieron un error del 10% en comparación con los valores experimentales de marcos con conectores.

El aumento de la rigidez y la resistencia en los marcos simples cuando se le agregaron los muros sólidos sin conectores fue de 31 y 7 veces respectivamente, mientras que cuando se le añadieron muros con aberturas éstas fueron de 9 y 4 veces respectivamente. Esto se atribuyó a que las aberturas, al estar abajo de la diagonal de compresión, causaron flexión y cortante en el dintel y por tanto se perdió la acción de la diagonal.

Mainstone<sup>24</sup> desarrollo un método de la diagonal equivalente que considera:

- a. el muro no debe estar conectado al marco.
- b. no deben haber separaciones entre el muro y el marco.
- c. no deben haber aberturas en el muro (puertas, ventanas, etc.),
- d. todos los miembros del marco y sus juntas que rodean al muro deberán tener resistencia suficiente para que el muro desarrolle su resistencia sin que se produzcan aberturas importantes en las juntas de mortero.

La longitud de contacto entre el marco y el muro se derivó usando la aproximación de la viga sobre una cimentación elástica y el parámetro  $\lambda_h$  se definió igual que la expresión (2.3) dada anteriormente.

Las variables usadas por Mainstone se muestran en la figura 2.7 Como se puede ver de la expresión (2.3) la longitud de contacto entre el muro y el marco depende de la rigidez a la flexión de las columnas, de las dimensiones del muro, de las propiedades del material y el espesor del muro.

De su trabajo experimental Mainstone desarrolló ecuaciones empíricas para calcular el área de la diagonal equivalente. Estas ecuaciones consideran dos tipos de material y dependen del producto  $\lambda_h h$ :

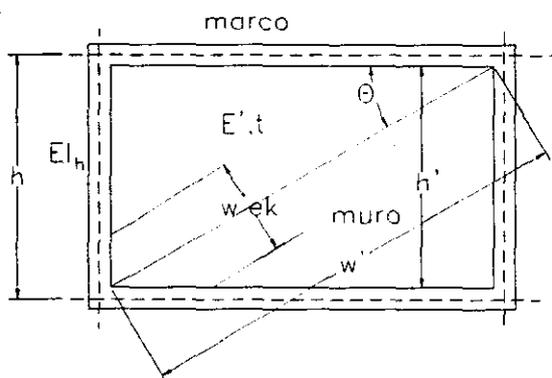


Figura 2.7.-Variables usadas en el modelo de Mainstone (ref. 24).

Si  $4 \leq \lambda_h h \leq 5$  entonces

a) para ladrillos de arcilla:

$$\frac{w'_e}{w'} = 0.175(\lambda_h h)^{-0.4} \quad (2.10)$$

b) para bloques de concreto:

$$\frac{w'_e}{w'} = 0.115(\lambda_h h)^{-0.4} \quad (2.11)$$

Si  $\lambda_h h > 5$  entonces

a) para ladrillos de arcilla:

$$\frac{w'_e}{w'} = 0.16(\lambda_h h)^{-0.3} \quad (2.12)$$

b) para bloques de concreto

$$\frac{w'_e}{w'} = 0.11(\lambda_h h)^{-0.3} \tag{2.13}$$

después de calcular  $w'_e$  el área de la diagonal equivalente se obtiene multiplicando este valor por el espesor del muro. Las unidades deberán ser en pulgadas para las longitudes.

Liauw y Kwan<sup>25</sup> desarrollaron una teoría plástica para determinar la carga última de los marcos con muros de relleno. Considerando tres modos de falla (figura 2.8):

- a) Modo 1. Aplastamiento en las esquinas con falla en las columnas,
- b) Modo 2. Aplastamiento en las esquinas con falla en las vigas,
- c) Modo 3. Aplastamiento en las esquinas con falla en las juntas.

propusieron expresiones para determinar la carga horizontal de colapso,  $H_u$ , en los marcos (Tabla 1).

Tabla 1.- Cargas de colapso,  $\frac{H_u}{\sigma_c th}$ , para marcos con muros de relleno según Liauw y Kwan.

	Para claros mayores que la altura	Para alturas mayores que el claro
Cuando la viga es más rígida que la columna	$\min \left\{ \begin{array}{l} m_c \\ m_c^2 + \frac{1}{6} \end{array} \right\}$	$\min \left\{ \begin{array}{l} m_c \\ \frac{m_{bc}}{\tan \theta} \\ m_c + \frac{1}{6 \tan^2 \theta} \end{array} \right\}$
Cuando la columna es más rígida que la viga	$\min \left\{ \begin{array}{l} \frac{m_{bc}}{\tan \theta} \\ m_b^2 + \frac{1}{6} \end{array} \right\}$	$\min \left\{ \begin{array}{l} \frac{m_b}{\tan \theta} \\ m_c^2 + \frac{1}{6 \tan^2 \theta} \end{array} \right\}$
Para marcos de varios niveles (excepto en el nivel superior)	$\min \left\{ \begin{array}{l} \frac{m_c}{\tan \theta} \\ m_c^2 + \frac{1}{6} \\ \frac{1}{2} m_b^2 + \frac{1}{6} \end{array} \right\}$	$\min \left\{ \begin{array}{l} \frac{m_c}{\tan \theta} \\ \frac{m_b}{\tan \theta} \\ m_c^2 + \frac{1}{6 \tan^2 \theta} \\ \frac{1}{2} m_b^2 + \frac{1}{6 \tan^2 \theta} \end{array} \right\}$

donde:

$$m_c = \sqrt{\frac{4M_{pc}}{\sigma_c th^2}} \quad (2.14)$$

$$m_b = \sqrt{\frac{4M_{pb}}{\sigma_c th^2}} \quad (2.15)$$

$$m_{bc} = \sqrt{\frac{2(M_{pb} + M_{pc})}{\sigma_c th^2}} \quad (2.16)$$

$M_{pb}$  = momento plástico de la viga

$M_{pc}$  = momento plástico de la columna

$\sigma_c$  = esfuerzos de aplastamiento del material del muro

$\theta$  = ángulo entre la diagonal del muro y la horizontal

$t$  = espesor del muro

$h$  = altura del muro

$l$  = longitud del muro.

Además de esta teoría desarrollada para muros sin conectores, los autores desarrollaron otra teoría considerando conectores<sup>26</sup>. El razonamiento para obtener las expresiones para determinar la carga de colapso, tanto en marcos simples como en marcos de varios niveles, fue el mismo, con la diferencia de que esta vez se consideró la resistencia al cortante de la interface muro - marco.

Recientemente Gergely *et al*<sup>27</sup> propusieron un modelo de tres diagonales en cada dirección del muro (figura 2.9). Las diagonales interactúan con el marco en secciones críticas en los miembros de éste. Cuando se aplican las cargas cíclicas sólo funciona un grupo de diagonales en cada dirección. Se considera que las diagonales interactúan con el marco en secciones críticas a lo largo de sus elementos. Este modelo usa una versión mejorada y extendida del modelo de histéresis desarrollado para muros de mampostería por Soroushian<sup>28</sup>. Este modelo de histéresis contiene parámetros para considerar la degradación de la rigidez, el deterioro de la resistencia y el estrechamiento de los ciclos de histéresis. De esta investigación, los autores

obtuvieron las siguientes conclusiones : a) el uso de métodos numéricos precisos para simular el comportamiento no lineal no pueden ignorar la interacción entre el muro y el marco que lo rodea ; b) la aproximación de elementos finitos con subestructuras es una herramienta viable para estudiar el comportamiento no lineal del sistema muro - marco ; y c) complejidades e incertidumbres inherentes en los materiales justifica el uso de modelos aproximados y criterios simples de falla.

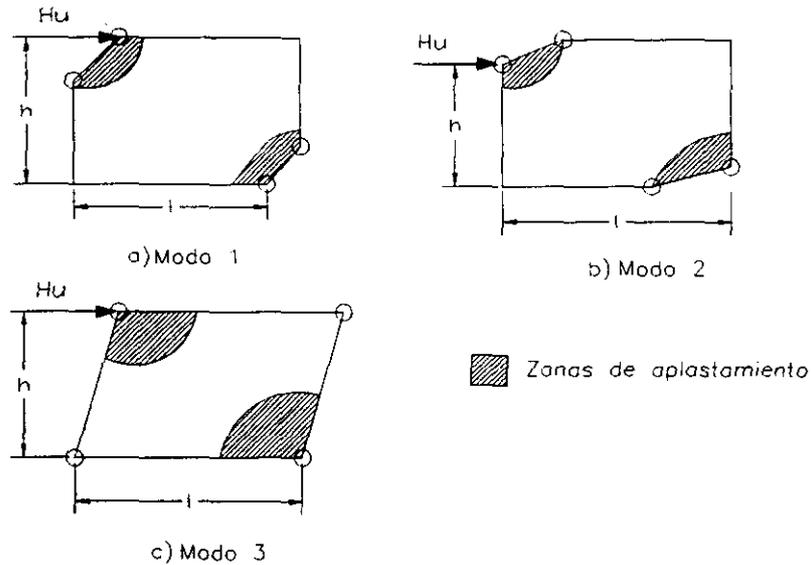


Figura 2.8.- Modos de falla considerados en la teoría plástica desarrollada por Liuaw y Kwan.

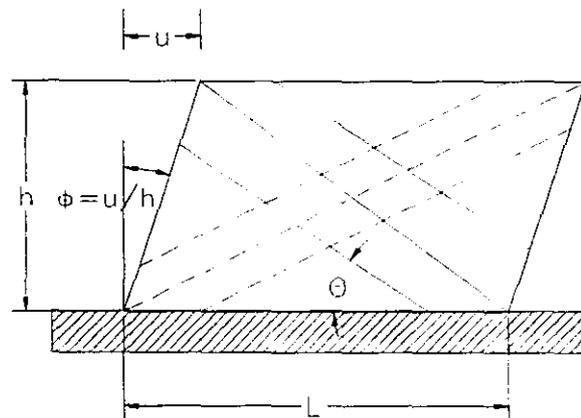
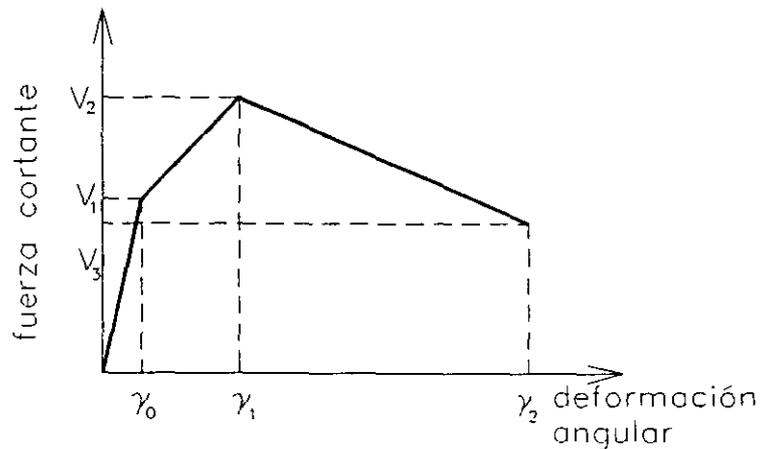


Figura 2.9.- Modelo de tres diagonales usado por Gergely et al (ref. 27)

Modelo similar al de Gergely *et al* , es el presentado por Thiruvengadam<sup>75</sup>. Este modelo consiste en varias diagonales que reemplazan al muro. El número necesario de diagonales para representar la rigidez del muro depende de la longitud de contacto que ejerce el muro sobre el marco. Aunque los resultados con este modelo son razonables, éste no es práctico ya que la mayoría de los programas de análisis de marcos planos no permiten conectar elementos fuera de los nodos de la estructura.

Recientemente, Flores y Alcocer<sup>79</sup> propusieron un modelo matemático para representar el comportamiento no lineal de la mampostería confinada. Este modelo consta de una curva envolvente calculada con las propiedades de los materiales y de la geometría del muro (figura 2.10).



**Figura 2.10. Modelo de comportamiento de mampostería confinada propuesto por Flores y Alcocer (ref. 79).**

La calibración de este modelo se realizó a través de pruebas realizadas en muros de ladrillos de arcilla con refuerzo horizontal confinados con castillos y dala de concreto. En este modelo la rigidez inicial se calcula como :

$$R_{inicial} = \left( \frac{h^2}{\beta EI} + \frac{h}{GA} \right)^{-1} \tag{2.17}$$

donde  $\beta$  depende de las restricciones a las deformaciones en los extremos de los muros y varía entre 3 y 12. Las deformaciones angulares correspondientes a la carga máxima,  $V_2$  y a la carga última,  $V_3$ , son 0.003 y 0.005 respectivamente para muros sin refuerzo horizontal. Los resultados

---

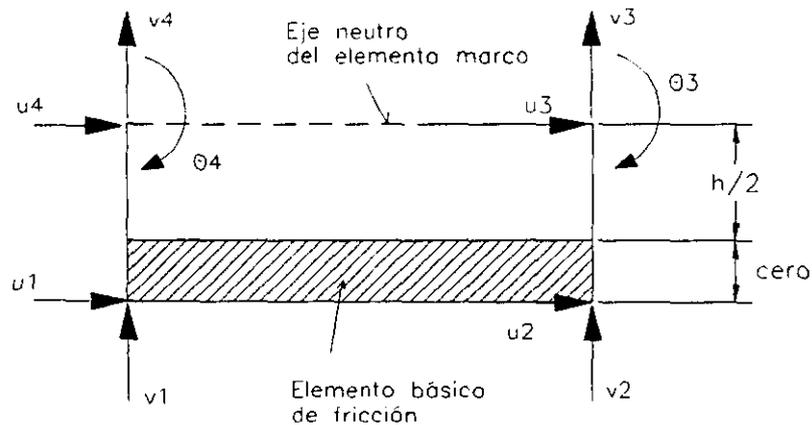
obtenidos con el modelo propuesto tuvieron buena aproximación con los obtenidos de las pruebas realizadas en los especímenes.

### 2.1.2.2. Modelos de elementos finitos.

El método de los elementos finitos ha sido una herramienta eficiente para analizar la interacción marco-muro. Mallick y Severn<sup>29</sup> usaron el método de elementos finitos para considerar la separación y deslizamiento entre el marco y el muro, así como la distribución de esfuerzos en la longitud de contacto. En el estudio realizado por ellos usaron elementos de cuatro nodos con dos grados de libertad en cada uno y sujetos a un estado de esfuerzo plano para modelar al muro. Para el marco usaron los elementos viga con tres grados de libertad en cada nodo. En pruebas realizadas en modelos a escala confirmaron las conclusiones hechas por Stafford Smith<sup>7</sup> en cuanto a los modos de falla de los muros de relleno. Concluyeron que la causa menos frecuente de falla fue la debida al agrietamiento diagonal y la más común fue la correspondiente a la de aplastamiento en las esquinas.

King y Pandey<sup>30</sup> estudiaron la interacción entre los marcos y los muros. Para esto consideraron elementos modificados de fricción desarrollados por Goodman<sup>31</sup> y modificados por King y Chandrasekaran<sup>32</sup>. Los miembros que conforman el marco se idealizaron con elementos prismáticos con 3 grados de libertad en cada nodo. El muro fue modelado con elementos rectangulares de cuatro nodos, con dos grados de libertad en cada uno, en estado de esfuerzo plano. La interface se modeló con elementos que tenían tres grados de libertad en los nodos que se conectaban a los elementos del marco y dos grados de libertad en los nodos que se conectaban a los muros (figura 2.11).

La rigidez de los elementos de fricción desarrollados por King dependen de las propiedades de la interface  $k_n$  y  $k_s$  definidas por  $\sigma_n = k_n \Delta_n$  y  $\tau = k_s \Delta_s$ , en donde  $\sigma_n$  y  $\tau$  son los esfuerzos normal y tangencial en el elemento y  $\Delta_n$  y  $\Delta_s$  son los desplazamientos normales y por cortante relativos.



**Figura 2.11.- Elemento usado para modelar la interfase muro-marco en el estudio de King y Pandey.**

Los valores de los parámetros anteriores varían dependiendo de las condiciones de la interface que se quiera modelar.

King y Pandey compararon su modelo con pruebas de marcos a escala similares a los usados por Mallick y Severn en la ref. 29. Observaron que el cambio del valor de  $k_s$  afectó la rigidez inicial del marco, sin embargo cuando se alcanzó la configuración estable, esto es cuando se formó la diagonal de compresión, el cambio no tuvo efecto en la rigidez. Por último, recomendaron que se debe tener cuidado en el uso de la diagonal equivalente ya que no se puede aplicar para todos los casos de carga en los marcos.

Siguiendo con el mismo tipo de elemento en la interface muro - marco, Liauw y Kwan<sup>33</sup> realizaron un estudio de elemento finito considerando la no linealidad de los materiales y la interface entre el muro y el marco. Como en el modelo de King y Pandey mostrado anteriormente, los elementos que formaron la interface tuvieron tres grados de libertad en los nodos conectados al marco y dos grados de libertad en los nodos conectados al muro. Debido a que los elementos que idealizaban el marco se localizaban en el eje de éste, se colocó una barra rígida para tomar en cuenta la excentricidad (figura 2.12).

Los autores también consideraron la separación y el deslizamiento en la interface del muro - marco, así como el efecto de los conectores asumiendo una relación no lineal entre la fuerza de fricción y el deslizamiento. Antes del agrietamiento en el muro, se consideró que el material era

isotrópico y elástico lineal; sin embargo, cuando el muro se agrietaba, el método modificaba la matriz de elasticidad para considerar la anisotropía del material.

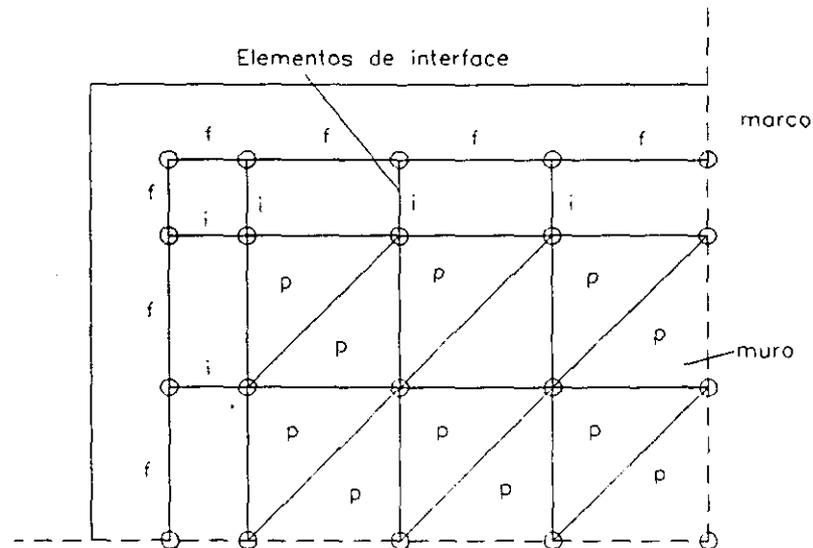


Figura 2.12.- Discretización del marco y el muro en los estudios de Liauw y Kwan<sup>17</sup>.

Paralelamente al desarrollo analítico previamente expuesto, Liauw y Kwan probaron dos modelos con muros de concreto con conectores y sin conectores en el marco. Observaron que los momentos en el marco sin conectores fueron más grandes que los momentos en marcos con conectores. Esto se ilustra en la figura 2.13. En muros sin conectores ocurrieron concentraciones altas de esfuerzos cortantes cerca de las juntas. Es por eso que los autores recomendaron reforzar las juntas o colocar conectores, ya que estos transmiten la acción rigidizante al marco. Usando la misma formulación anterior, Liauw y Lo<sup>34</sup> estudiaron el comportamiento de marcos con muros de varias crujías. A través de pruebas en modelos a escala compararon sus resultados con los obtenidos del estudio con elementos finitos. Observaron que la falla en los marcos ocurrió después de que se formaron suficientes articulaciones plásticas precedidas por un aplastamiento en las esquinas a compresión en el muro. Este tipo de falla fue similar al predicho con los elementos finitos. Las distribuciones de esfuerzos en el muro y en la interfaz en los marcos de varias crujías fueron similares a las distribuciones de esfuerzos en los marcos simples.

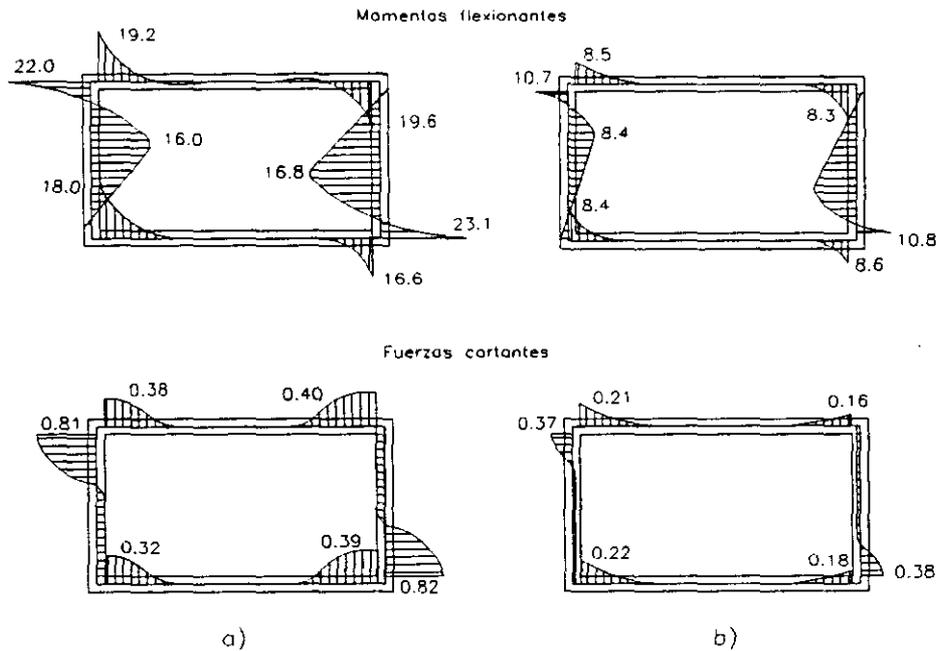


Figura 2.13.- Momentos flexionantes y fuerzas cortantes en el marco después del aplastamiento del muro a) sin conectores, b) con conectores.

Actualmente la tendencia de los estudios con elemento finito de los marcos con muros de relleno es usar los *macroelementos*<sup>27,35</sup>. Este tipo de elementos son de orden superior, es decir, los grados de libertad de los nodos incluyen los desplazamientos y sus derivadas.

Además de las expresiones analíticas propuestas anteriormente para modelar al muro de mampostería dentro del marco y de los estudios de sistemas marco-muro usando elemento finito, se han propuesto modelos de comportamiento para este tipo de estructuras. Recientemente se han propuesto modelos de comportamiento histerético para muros de mampostería simple<sup>7, 17,76</sup>, mampostería confinada<sup>73, 77</sup>, y mampostería reforzada<sup>73,78</sup>.

El conocimiento sobre el comportamiento de los marcos con muros obtenidos de las investigaciones anteriormente mencionadas se han tratado de incorporar, por medio de modelos analíticos, a programas de computadora para realizar análisis no lineal de marcos con muros de relleno. Esto se explicará en el siguiente capítulo donde se analizará la problemática que se tiene sobre el análisis de marcos con programas de computadora, especialmente cuando se quiere considerar el comportamiento no lineal de los muros de mampostería.

donde  $\eta_i$  está dado por :

$$\eta_i = 1.0 + s_k \mu_{max} \quad (3.25a)$$

En donde el parámetro  $s_k$  controla la rapidez de deterioro en la rigidez del muro de mampostería. Lobo<sup>49</sup> sugiere que cuando la estructura esté sometida a cargas cíclicas y ya se encuentre en el rango inelástico su rigidez se degrade el promedio de la ductilidad máxima alcanzada y de la ductilidad existente :

$$\eta_i = 1.0 + s_k \left( \frac{\mu_{max}^p + \mu_i}{2} \right) \quad (3.25b)$$

Reinhorn et al<sup>43</sup> sugieren usar el valor de 0.1 para el parámetro  $s_k$ . Este valor parece ser bajo ya que en pruebas realizadas por Esteva et al<sup>7,50</sup> el deterioro de la rigidez es muy rápido en los primeros ciclos de carga.

El deterioro de la resistencia es considerada por medio de un factor de reducción,  $s_p$ , que se aplica a la fuerza de fluencia del ciclo anterior de carga :

$$V_y^i = s_p V_y^0 \quad (3.26)$$

El factor de reducción anterior depende del daño acumulado en el muro de mampostería durante la historia de cargas :

$$s_p = 1 - DI \quad (3.27)$$

$DI$  es el índice de daño, y es función de la ductilidad obtenida y de la energía cíclica disipada<sup>48</sup> :

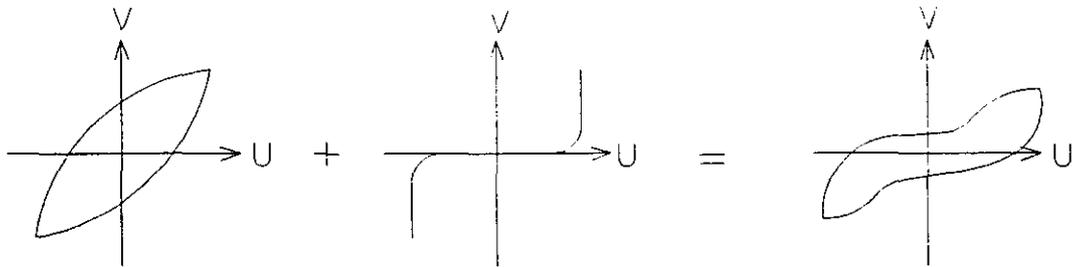
$$DI = \frac{\mu_{max} - 1}{\mu_c - 1} \cdot \frac{1}{\left( 1 - \frac{S_{p1} \int dE_h}{E_{hy}} \right)^{S_{p2}}} \quad (3.28)$$

En la expresión anterior  $\int dE_h$  representa la energía cíclica disipada antes del comienzo del siguiente ciclo de carga. Los parámetros  $S_{p1}$  y  $S_{p2}$  controlan la tasa de deterioro de la resistencia. Al aumentar el valor de estos parámetros aumenta el deterioro de la resistencia y por tanto el índice de daño. Reinhorn y Valles<sup>48</sup> recomiendan valores de 0.8 y 1.0 para  $S_{p1}$  y  $S_{p2}$ .  $E_{hy}$  es la capacidad de energía monotónica<sup>49</sup> y se calcula como :

$$E_{ny} = 4V_y u_y (\mu_c - 1) \quad (3.29)$$

Debido al proceso de apertura y cerrado de grietas durante los ciclos de carga en los muros de mampostería, el comportamiento histerético del muro presenta un estrechamiento. Se han desarrollado modelos para considerar este efecto, como el desarrollado por Barber y Noon<sup>51</sup> quienes proponen el concepto de "slip-lock". Esta formulación propone calcular el desplazamiento normalizado del muro de mampostería como la suma de dos componentes, una considerando el comportamiento histerético expuesto anteriormente y la otra correspondiente al comportamiento del elemento "slip-lock" (ver figura 3.7) :

$$d\mu = d\mu_1 + d\mu_2 \quad (3.30)$$



ELEMENTO HISTERETICO + ELEMENTO "SLIP-LOCK" = ELEMENTO COMPUESTO

Figura 3.7.- Formación del elemento compuesto para considerar el estrechamiento (ref. 8).

Para calcular  $d\mu_2$ , se usa la relación :

$$d\mu_2 = \alpha f(Z) dZ \quad (3.31)$$

donde  $\alpha$  está dada por :

$$\alpha = R_s (\mu' - 1)$$

donde  $R_s$  es la longitud de deslizamiento y está ligado a la longitud de las grietas y del deslizamiento del refuerzo<sup>49</sup> y  $\mu'$  es el desplazamiento normalizado obtenido al retomar la carga antes de empezar el siguiente ciclo de carga.  $f(Z)$  es una función definida por :

$$f(Z) = e^{\left( -\frac{|Z-\bar{Z}|^2}{Z_s^2} \right)} \quad (3.32)$$

donde  $\bar{Z}$  es el valor de  $Z$  para el cual  $f(Z)$  alcanza un valor máximo y  $Z_s$  es el rango en donde  $Z = \bar{Z}$ .

Para considerar el efecto del estrechamiento en la expresión 3.24b se sustituye las expresiones (3.30) y (3.31) quedando :

$$\frac{dZ}{d\mu} = \frac{A - |Z|^n (\beta \operatorname{sgn}(d\mu Z) + \gamma)}{\eta \left[ 1 + ae^{\left( \frac{(Z-\bar{Z})^2}{Z_s^2} \right)} \left( A - |Z|^n (\beta \operatorname{sgn}(d\mu Z) - \gamma) \right) \right]} \quad (3.33)$$

En el programa se asigna unos identificadores a los grados de libertad del muro y se calcula el desplazamiento relativo de entresuelo. Este desplazamiento es el que sirve para calcular la ductilidad del muro cada ciclo de carga. Además se asignan los valores dados en el archivo de entrada a los parámetros que controlan la tasa de deterioro de rigidez y de resistencia, así como a los parámetros necesarios para considerar el estrechamiento :  $A, \beta, \gamma, \eta, \alpha, a, Z_s, Z, s_k, S_{p1},$  y  $S_{p2}$ .

Para resolver la ecuación diferencial que simula el comportamiento del muro, Reinhorn *et al*<sup>52</sup> sugieren usar el método semi-implícito de Runge-Kutta<sup>53</sup>.

$$\Delta Z_k = Z_{k+1} - Z_k = R_1 k_k + R_2 l_k \quad (3.34)$$

donde  $k$  indica el  $k$ -ésimo paso de integración. Los parámetros  $k_k$  y  $l_k$  están dados por<sup>52</sup> :

$$k_k = \left[ 1 - a_1 \Delta x \frac{\partial f(F_k)}{\partial F} \right]^{-1} f(F_k) \Delta x \quad (3.35)$$

$$l_k = \left[ 1 - a_2 \Delta x \frac{\partial f(F_k + c_1 k_k)}{\partial F} \right]^{-1} f(F_k + b_1 k_k) \Delta x \quad (3.36)$$

Reinhorn *et al*<sup>54</sup> propusieron valores para los parámetros de las expresiones anteriores para obtener un error de truncamiento de cuarto orden  $O(\Delta t^4)$  :  $R_1 = 0.75, R_2 = 0.25, a_1 = a_2 = 0.7886751, b_1 = -1.1547005$  y  $c_1 = 0$ . Sin embargo estos valores son arbitrarios ya que los autores no presentan cómo se hallaron éstos ni demostraron los criterios de convergencia del método.

A pesar de todo este refinamiento en el modelo de comportamiento de los muros de mampostería, IDARC no era capaz de dar resultados satisfactorios pues dentro de sus rutinas de análisis no estaban considerando la contribución de los muros. En efecto, se analizó una estructura tomada de la ref. 80 (figura 3.8) aplicando una distribución triangular invertida de cargas considerando el marco solo y después considerando los muros en la cruja central de éste. Se comparan las curvas cortante basal - desplazamiento de ambos casos en la figura 3.8b. Se observa que ambas curvas coinciden mostrando así que, en el caso de la estructura con muros, no se están considerando la contribución de los muros en el análisis. Es por eso que como parte del desarrollo de esta tesis se tuvieron que incorporar algunos cambios para que se tomen en cuenta la contribución de los muros de relleno.

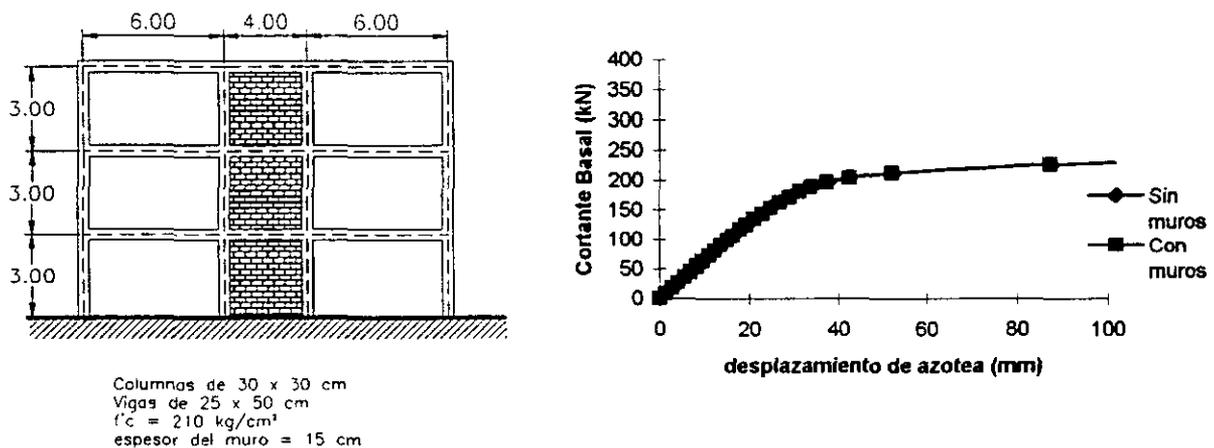


Figura 3.8. a) Estructura analizada , b) Gráfica de cortante basal - desplazamiento obtenido con el programa IDARC antes de modificarlo.

### 3.3. Análisis de marcos con muros de mampostería.

Una deficiencia importante que tiene el programa de IDARC es que usa el concepto de la pseudofuerza para considerar la contribución de los muros en la respuesta de los marcos. Este concepto consiste en restar a la carga aplicada en un nivel determinado la componente horizontal de la fuerza resistente de la diagonal equivalente de cada muro situado en ese nivel (figura 3.9). Así el análisis se hará sobre un marco sin muros pero con la carga aplicada disminuida en una

cantidad igual a la fuerza resistente del muro en ese instante. La fuerza resistente se va degradando de acuerdo al daño que vaya teniendo el muro por efecto de los desplazamientos de entrepiso.

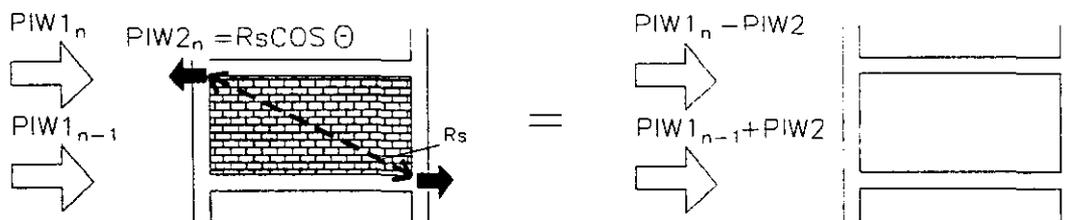


Figura 3.9.- Concepto de pseudofuerza usado en el IDARC.

Para incluir la contribución de los muros en el IDARC, se incorporó en la subrutina de análisis estático un procedimiento predictor-corrector sucesivo. En este procedimiento se estima una rigidez secante entre dos puntos correspondientes al inicio y al final de un incremento de carga. Posteriormente a través de un proceso iterativo se corrige esta rigidez debido a la contribución de los muros. Debe reconocerse que este procedimiento no es el óptimo ya que consume más tiempo en el análisis pues el método itera por cada paso unas 20 veces aproximadamente. La manera correcta es el introducir directamente la matriz de rigideces de la diagonal en la matriz de rigideces global y resolver el sistema de ecuaciones como se hace con las vigas, columnas, etc.. Además se añadió al IDARC la acción de incorporar la componente vertical de la fuerza de la diagonal equivalente a la carga axial de las columnas. Esta fuerza se calcula multiplicando la tangente del ángulo de la diagonal con la horizontal por la componente horizontal de la diagonal,  $PIW2$  en la figura 3.9. Al volver a analizar la estructura mostrada en la figura 3.8, se observa de la gráfica fuerza-desplazamiento mostrada en la figura 3.10 que en el caso del marco con muros aumenta la rigidez y la resistencia del marco.

Para validar las modificaciones hechas al IDARC se procedió a analizar con el programa el modelo de un espécimen probado Meli y Salgado en una de sus investigaciones<sup>55</sup>. El espécimen consta de un muro de mampostería de tabique macizo de 2.00 x 2.00 metros. Este muro está rodeado de un marco de concreto reforzado de 0.15 x 0.15 metros y cuyo refuerzo consta de 4

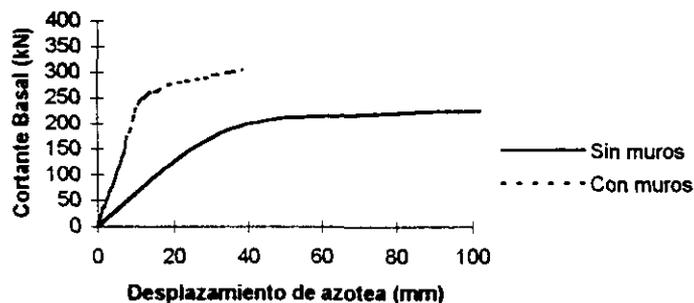
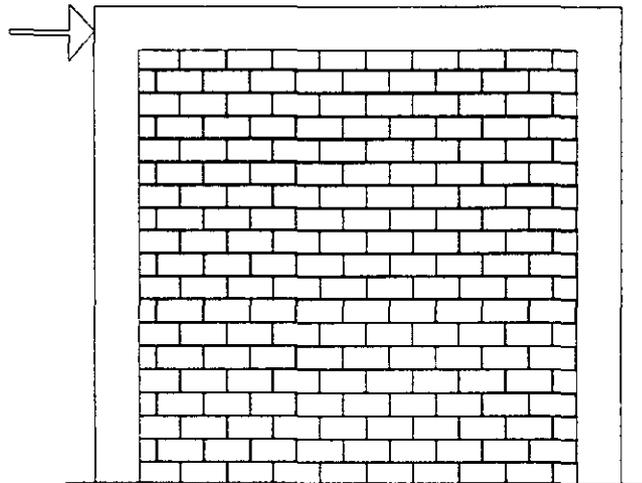


Figura 3.10. Gráfica de cortante basal - desplazamiento de la estructura de la fig. 3.8 obtenido con el programa corregido.

varillas # 5 con estribos # 2 a cada 15 centímetros. Las características de los materiales se proporcionan en la tabla 1 y en la figura 3.11. La resistencia a la compresión del concreto fue de  $0.02325 \text{ kN/mm}^2$  ( $237 \text{ kg/cm}^2$ ) (ref. 55) y la del mortero de las juntas fue de  $0.02011 \text{ kN/mm}^2$  ( $205 \text{ kg/cm}^2$ ) (ref. 17). La resistencia al corte en la juntas se consideró de  $4.8069 \times 10^{-4} \text{ kN/mm}^2$  ( $4.9 \text{ kg/cm}^2$ ) (ref. 17). En el análisis con el IDARC, se le aplicó una carga al espécimen de  $68.67 \text{ kN}$  ( $7000 \text{ kg}$ ) en forma incremental (100 pasos). Se le indicó al programa que muestre resultados a cada 10 pasos de carga. Además se hizo un análisis sin el muro. Los resultados se muestran en la tabla 2 y se comparan con los resultados experimentales obtenidos en la referencia 55. Se trazó una gráfica fuerza - desplazamiento lateral, la cual se muestra en la figura 3.12. Los parámetros del modelo de histéresis usado en este espécimen son :  $A = 1.0$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $\gamma = 0.9$ ,  $\eta = 2.0$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $a = 0.5$ ,  $Z_S = 0.05$ ,  $\bar{Z} = 0.0$ ,  $s_k = 0.1$ ,  $S_{p1} = 0.8$ ,  $S_{p2} = 1.0$  y  $\mu = 5.0$  valores que son aplicables a la mampostería<sup>41</sup>.

Tabla 1.- Propiedades del espécimen probado por Meli y Salgado.

Identificación	Tipo de espécimen	Tipo de pieza	proporción de mortero	f'm, en $\text{kN/mm}^2$	Esfuerzo resistente de agrietamiento en la mampostería, en $\text{kN/mm}^2$
803	Muro de 2 x 2 m con castillos exteriores	tabique prensado	1 : 0 : 3	0.010 ( $102 \text{ kg/cm}^2$ )	$2.6487 \times 10^{-4}$ ( $2.7 \text{ kg/cm}^2$ )



Muro de tabique macizo de barro. Dimensiones exteriores 2 x 2 m aprox, columna de 15 x 15 cm. 4 #5 con E #2 @ 15

Figura 3.11 .- Modelo del espécimen usado por Meli y Salgado (ref. 20).

De la gráfica mostrada en la figura 3.12 se observa que con la modificación que se le hizo al programa IDARC ya toma en cuenta la contribución del muro en la respuesta del marco. La diferencia de rigideces es evidente entre el marco con muro y el que se analizó sin muro. Sin embargo, observando la figura 3.12, la rigidez predicha por el modelo de Saneinejad es menor que la obtenida experimentalmente. Esto indica que la formulación mencionada anteriormente subestima la rigidez inicial y por tanto no sirve para predecir la rigidez inicial elástica. Por el contrario esta formulación podría servir para predecir la rigidez en el rango inelástico.

Tabla 2.- Resultados obtenidos con el IDARC para el espécimen #803 (unidades en kN y mm).

Resultados experimentales <sup>23</sup>		Resultados IDARC		Resultados IDARC espécimen sin muro	
desp.	fuerza lateral	desp.	fuerza lateral	desp.	fuerza lateral
0.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.000
1.00	24.525	1.50	18.279	1.50	1.6256
2.00	42.183	3.00	35.038	3.00	3.2512
3.00	50.031	4.50	47.834	4.50	4.8768
4.00	50.031	6.00	53.324	6.00	6.5023
5.00	52.974	7.50	54.778	7.50	7.8518
6.00	55.917	9.00	54.968	9.00	9.4047
7.00	56.898	10.50	53.873	10.50	10.245
8.00	57.879	12.00	52.908	12.00	11.425
9.00	59.841	13.50	51.557	13.50	12.295
10.00	60.822	15.00	50.095	15.00	13.082

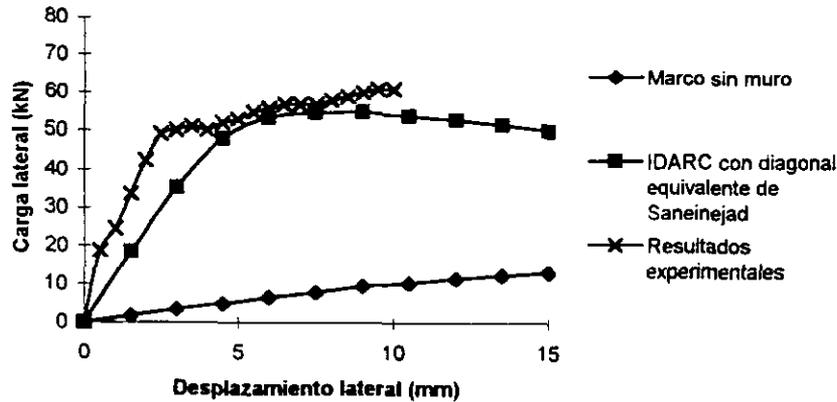


Figura 3.12.- Gráfica fuerza-desplazamiento obtenido de los análisis realizados con el IDARC.

Para tratar que el IDARC prediga con más exactitud el comportamiento de los marcos con muros, se sustituyó la formulación de diagonal equivalente de Saneinejad con la de la diagonal equivalente de Bazán<sup>56</sup>.

### 3.4.- Modelo de diagonal equivalente propuesto por Bazán.

Bazán desarrolló un método sencillo para encontrar el área de la diagonal equivalente. Este método se basó en estudios analíticos<sup>56</sup> con elementos finitos y propone que la diagonal equivalente tenga el mismo espesor,  $t$ , y módulo de elasticidad,  $E$ , del muro. El ancho de la diagonal está dado por :

$$w_0 = (0.35 + 0.022\lambda)h \quad (3.37)$$

donde  $h$  es la altura del muro (medido a ejes) y  $\lambda$  es un parámetro adimensional dado por :

$$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m} \quad (3.38)$$

$E_c$  y  $A_c$  son el módulo de elasticidad del concreto y el área de las columnas que rodean al muro respectivamente (figura 3.13).  $G_m$  y  $A_m$  son el módulo de elasticidad de la mampostería, que se puede considerar igual  $0.4E_m$  y el área del muro respectivamente (figura 3.13). La expresión (3.37)

es aplicable a valores de  $\lambda$  que varían de 0.9 a 0.11 y a muros con relaciones de aspecto que estén entre 0.75 y 2.5.

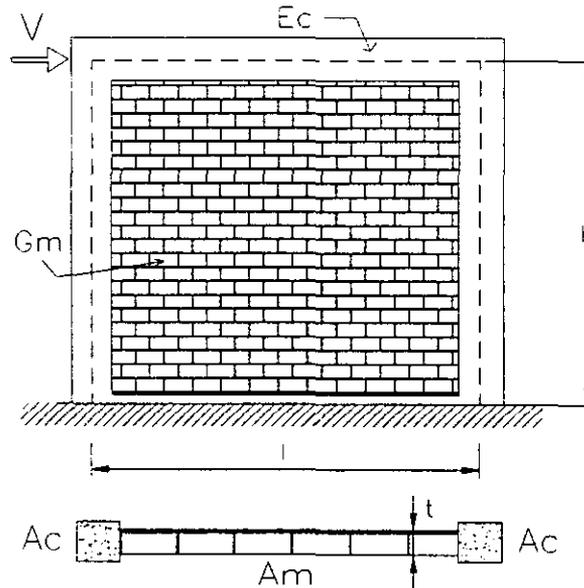


Figura 3.13.- Definiciones de la variables empleadas en el modelo de Bazán.

Las expresiones anteriores se sustituyeron en la subrutina donde se calcula la rigidez de la diagonal equivalente en el programa IDARC. Para comparar las modificaciones hechas se usó el mismo espécimen usado anteriormente. Los resultados se muestran en la tabla 3 y la gráfica fuerza-desplazamiento lateral en la figura 3.14.

Se observa en la figura 3.14 que el método de Bazán estima con buena aproximación la rigidez inicial. Sin embargo, el modelo histerético que controla la degradación de la resistencia y de la rigidez no funciona con la formulación de Bazán debido a que se producen inestabilidades numéricas en el modelo. Se observa que conforme va aumentando el nivel de carga, la rigidez se mantiene constante y predice una resistencia mucho mayor que la que debe tener realmente. Esto comprueba que el método de Bazán para predecir la rigidez inicial elástica es buena, pero para predecir la rigidez en las parte inelástica del comportamiento no es efectiva.

Tabla 3.- Resultados obtenidos con el IDARC modificado con el modelo de Bazán (unidades en kN y mm).

despl.	fuerza lateral
0.000	0.000
1.500	61.906
3.000	118.780
4.500	162.390
6.000	182.110
7.500	185.940
9.000	183.920
10.500	178.640
12.000	172.700
13.500	166.060
15.000	159.180

Revisando la literatura técnica, se encontró que Esteva en una de sus investigaciones<sup>7</sup> propuso un modelo para estimar la rigidez inicial de los muros de mampostería ante cargas laterales. Esta se incluyó en el programa IDARC para intentar predecir mejor el comportamiento de los marcos con muros de mampostería.

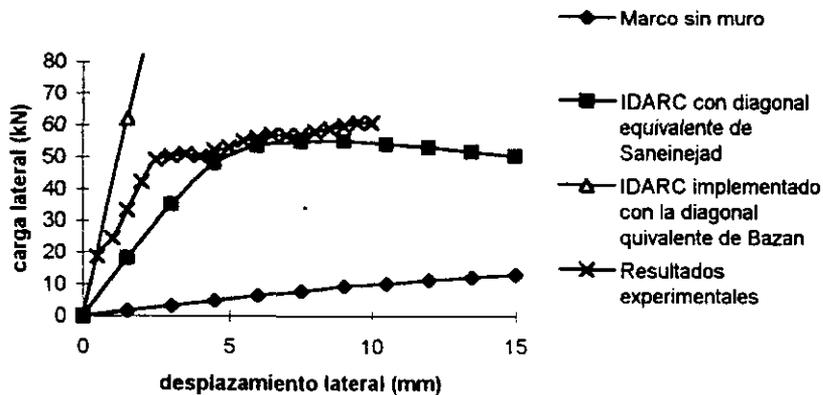


Figura 3.14.- Gráfica fuerza-desplazamiento obtenidas con el IDARC comparando las formulaciones de Saneinejad y Bazán.

### 3.5.- Modelo de comportamiento de muros de mampostería propuesto por Esteva y Meli.

Esteva propone que la relación carga-deformación se puede idealizar como una curva gobernada por tres parámetros :  $\beta$ ,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ . Esta curva se puede simplificar por tres líneas (figura 3.15), en la cual el primer tramo describe el comportamiento hasta aproximarse al agrietamiento del muro ; el segundo tramo, cuya rigidez es menor a la inicial, corresponde a la zona comprendida entre el agrietamiento y la carga máxima, después de la cual sigue en forma horizontal hasta llegar a la falla.

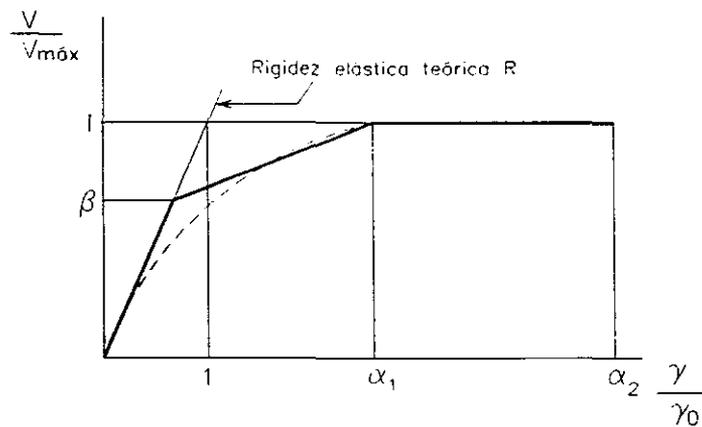


Figura 3.15.- Relación carga-deformación para muros de mampostería propuesto por Esteva.

El parámetro  $\beta$  determina la relación entre la carga a la cual la curva cambia de pendiente y la carga máxima y varía entre 0.45 y 0.65 . El segundo parámetro  $\alpha_1$ , define la pendiente del segundo tramo y la deformación correspondiente a la carga máxima, este parámetro puede variar entre 2 y 3 (ref. 17). El tercer parámetro  $\alpha_2$  , define el factor de ductilidad. Este último parámetro es el más variable y puede estar del orden de 6 a 7 para fallas a flexión, o de 4, para fallas por cortante (ref. 17).

Basado en ensayos realizados en el Instituto de Ingeniería el esfuerzo cortante máximo resistente para muros confinados por el marco sujetos a compresión diagonal se puede calcular según Esteva<sup>7</sup> con :

$$v_d = 0.9\sqrt{f'm} \quad (3.39)$$

donde  $f'm$  es la resistencia a la compresión de la mampostería, en  $\text{kg/cm}^2$ . Meli *et al*<sup>50</sup> calcularon otro coeficiente para la resistencia al corte correspondiente a muros sin marcos :

$$v_d = 0.82\sqrt{f'm} \quad (3.40)$$

La diferencia de estos valores es debido a que el marco proporciona al muro cierto confinamiento y una distribución más favorable de la carga horizontal<sup>50</sup>. Para tomar en cuenta la forma del muro, Meli<sup>17</sup> propone multiplicar la resistencia del muro de mampostería por :

$$\frac{0.5}{1 - 0.5(h/D)} \quad (3.41)$$

la deformación angular del muro puede calcularse de acuerdo a la resistencia de materiales como :

$$\gamma_h = \frac{Vh^2}{3EI} \quad (3.42)$$

Las expresiones (3.39) a (3.42) se incorporaron al programa IDARC y se compararon los resultados con los obtenidos anteriormente. Los resultados obtenidos con las fórmulas de Esteva y Meli se muestran en la tabla 4 y en la gráfica de la figura 3.16 :

**Tabla 4.- Resultados obtenidos con el IDARC modificado con las expresiones propuestas por Meli y Esteva (unidades en kN y mm).**

despl.	fza lateral
0.000	0.000
1.500	42.603
3.000	44.914
4.500	47.218
6.000	48.663
7.500	49.685
9.000	50.707
10.500	51.495
12.000	52.472
13.500	53.271
15.000	53.756

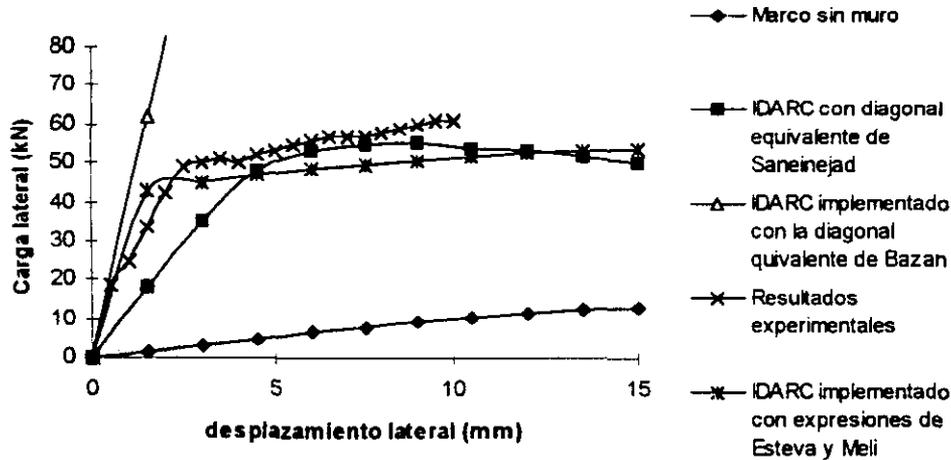


Figura 3.16.- Gráfica comparativa carga-desplazamiento lateral obtenida con el IDARC modificado con las expresiones de Meli y Esteva para calcular la rigidez inicial del muro de mampostería.

Se observa de la gráfica comparativa que los resultados obtenidos con esta última modificación se aproximan más a los resultados obtenidos experimentalmente. La rigidez inicial obtenida con el IDARC con las modificaciones descritas en esta tesis es una mejor aproximación que la dada por Saneinejad. La ventaja que tienen las expresiones propuestas por Meli y Esteva es que son sencillas y fáciles de analizar y no son tan detalladas como las de Saneinejad, cuya formulación tan detallada no se justifica debido a la gran variabilidad que existen en las propiedades de los materiales. El comportamiento de los marcos con muros de mampostería predicho por el IDARC no toma en cuenta las separaciones entre marco y muro, ni otros efectos que pudieran influir en el comportamiento no lineal de la mampostería, sin embargo, es probable que prediga con buena aproximación el comportamiento global de la estructura. Esto se tratará de comprobar en el capítulo 5 donde se analizarán varios ejemplos de aplicación con el IDARC y posteriormente se analizarán los resultados obtenidos. Antes de analizar los ejemplos, se mostrará en el siguiente capítulo una breve descripción del programa IDARC en donde se mencionarán sus características más importantes.

donde :

$$[K_e] = [R_e] [K_s] [R_e]^t \quad (4.32)$$

La relación entre las cargas axiales y los momentos flexionantes se considera desacoplada en la formulación, por lo que la relación entre carga axial en los extremos,  $Y_a$  y  $Y_b$  y los desplazamientos que ésta produce,  $v_a$  y  $v_b$ , es :

$$\begin{Bmatrix} Y_a \\ Y_b \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_a \\ v_b \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

#### 4.2.1 Modelo de plasticidad distribuida.

Al construir la matriz de rigidez, IDARC considera la variación en las flexibilidades de los elementos con un modelo de plasticidad distribuida<sup>62,63</sup>, la cual asume que la distribución de flexibilidades sigue la forma mostrada en la figura 4.7a. En esta figura,  $EI_A$  y  $EI_B$  son las rigideces de los extremos,  $EI_0$  es la rigidez al centro del elemento,  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$  indican la proporción del elemento donde el momento actuante,  $M_A$  o  $M_B$ , es mayor que el momento de agrietamiento,  $M_{Acr}$  o  $M_{Bcr}$ . Se asume que rigidez al cortante,  $GA_z$ , tiene una variación constante a lo largo del elemento

Los parámetros  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$  se calculan con un modelo de penetración de fluencia (figura 4.7b). En este modelo primero se calcula el valor de los parámetros  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$  para la distribución de momentos actuante y luego los compara con los valores previos máximos  $\alpha_{Amax}$  y  $\alpha_{Bmax}$ . En ningún momento los valores de estos parámetros pueden ser menores que los obtenidos en la distribución anterior. Los valores de  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$  se calculan dependiendo del tipo de curvatura, simple o doble, del elemento :

i) Cuando los momentos en los extremos del elemento son menores a los momentos de agrietamiento de la sección.  $(|M_A| \leq |M_{Acr}| \text{ y } |M_B| \leq |M_{Bcr}|)$

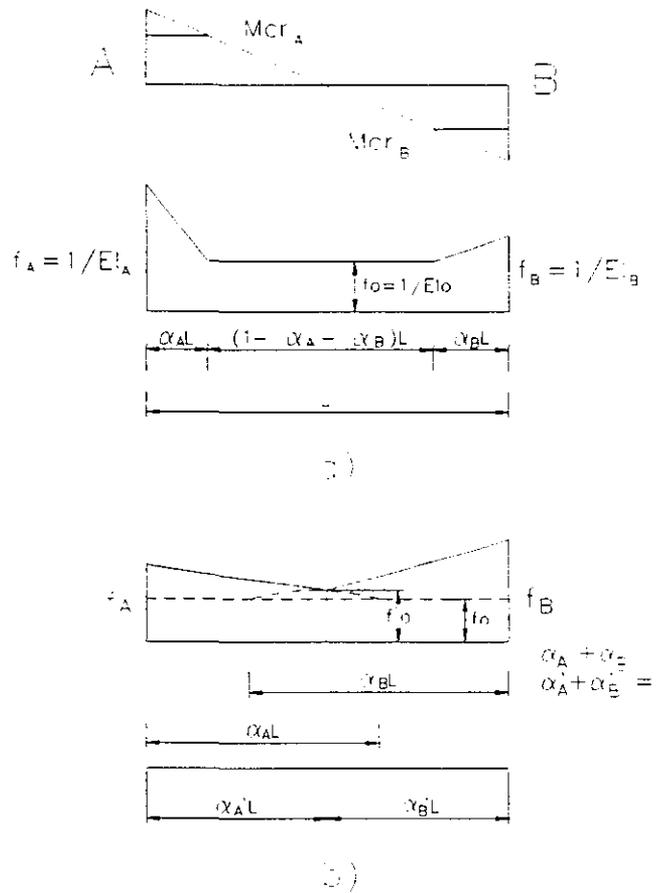


Figura 4.7.- a) Modelo de plasticidad distribuida ; b) Modelo de penetración de fluencia.

$$\alpha_A = 0 \text{ pero } \alpha_A \geq \alpha_{Amax} \quad (4.34a)$$

$$\alpha_B = 0 \text{ pero } \alpha_B \geq \alpha_{Bmax} \quad (4.34b)$$

$$EI_0 = \frac{2EI_{A0}EI_{B0}}{EI_{A0} + EI_{B0}} \quad (4.34c)$$

ii) Cuando el momento en A es mayor que su momento de agrietamiento

$$\left( |M_A| > |M_{Acr}| \text{ y } |M_B| \leq |M_{Bcr}| \right).$$

$$\alpha_A = \frac{M_A - M_{Acr}}{M_A - M_B} \leq 1 \text{ pero } \alpha_A \geq \alpha_{Amax} \quad (4.35a)$$

$$\alpha_B = 0 \text{ pero } \alpha_B \geq \alpha_{Bmax} \quad (4.35b)$$

para calcular  $EI_o$  se usa la expresión (4.34c).

iii) Cuando el momento B es mayor al su momento de agrietamiento

$$\left( |M_A| \leq |M_{Acr}| \text{ y } |M_B| > |M_{Bcr}| \right).$$

$$\alpha_A = 0 \text{ pero } \alpha_A \geq \alpha_{Amax} \quad (4.36a)$$

$$\alpha_B = \frac{M_B - M_{Bcr}}{M_B - M_A} \leq 1 \text{ pero } \alpha_B > \alpha_{Bmax} \quad (4.36b)$$

para calcular  $EI_o$  se usa la expresión (4.34c).

$EI_{A0}$  y  $EI_{B0}$  son las rigideces elásticas en los extremos de los elementos.

En el caso de que los momentos actuantes sean mayores a los momentos de agrietamiento

$$\left( |M_A| > |M_{Acr}| \text{ y } |M_B| > |M_{Bcr}| \right), \text{ el cálculo de los parámetros } \alpha_A \text{ y } \alpha_B \text{ se realiza considerando}$$

dos casos :

a) Cuando el elemento tiene curvatura simple :

$$\alpha_A = 0.5 \quad (4.37a)$$

$$\alpha_B = 0.5 \quad (4.37b)$$

$$EI_o = \frac{2EI_A EI_B}{EI_A + EI_B} \quad (4.37c)$$

b) Cuando el elemento tiene curvatura doble :

$$\alpha_A = \frac{M_A - M_{Acr}}{M_A - M_B} \leq 1 \text{ pero } \alpha_A \geq \alpha_{Amax} \quad (4.38a)$$

$$\alpha_B = \frac{M_B - M_{Bcr}}{M_B - M_A} \leq 1 \text{ pero } \alpha_B > \alpha_{Bmax} \quad (4.38b)$$

Para calcular  $EI_o$  se usa la expresión (4.37c).

#### **4.2.2. Componentes de la matriz de rigidez del elemento.**

Con los parámetros  $\alpha_A$  y  $\alpha_B$  ya calculados , los componentes de la matriz de flexibilidades se obtienen de la aplicación del principio de la energía potencial complementaria :

$$f_{AA} = \frac{L}{12EI_0EI_AEI_B} f'_{AA} + \frac{1}{GA_zL} \quad (4.39a)$$

$$f_{AB} = f_{BA} = \frac{1}{12EI_0EI_AEI_B} f'_{AB} + \frac{1}{GA_zL} \quad (4.39b)$$

$$f_{BB} = \frac{L}{12EI_0EI_AEI_B} f'_{BB} + \frac{1}{GA_zL} \quad (4.39c)$$

donde :

$$f'_{AA} = 4EI_AEI_B + (EI_0 - EI_A)EI_B(6\alpha_A - 4\alpha_A^2 + \alpha_A^3) + (EI_0 - EI_B)EI_A\alpha_B^3 \quad (4.40a)$$

$$f'_{AB} = -2EI_AEI_B - (EI_0 - EI_A)EI_B(2\alpha_A^2 - \alpha_A^3) - (EI_0 - EI_B)EI_A(2\alpha_B^2 - \alpha_B^3) \quad (4.40b)$$

$$f'_{BB} = 4EI_AEI_B + (EI_0 - EI_A)EI_B\alpha_A^3 + (EI_0 - EI_B)EI_A(6\alpha_B - 4\alpha_B^2 + \alpha_B^3) \quad (4.40c)$$

La matriz de rigideces se obtienen de la inversión de la matriz de flexibilidades dando como resultado :

$$k_{AA} = \frac{12EI_0EI_AEI_B}{DetL} (f'_{BB} GA_zL^2 + 12EI_0EI_AEI_B) \quad (4.41a)$$

$$k_{AB} = k_{BA} = \frac{-12EI_0EI_AEI_B}{DetL} (f'_{AB} GA_zL^2 + 12EI_0EI_AEI_B) \quad (4.41b)$$

$$k_{BB} = \frac{12EI_0EI_AEI_B}{DetL} (f'_{AA} GA_zL^2 + 12EI_0EI_AEI_B) \quad (4.41c)$$

$$Det = GA_zL^2 (f'_{AA} f'_{BB} - f'_{AB}^2) + 12EI_0EI_AEI_B (f'_{AA} + f'_{BB} - 2f'_{AB}) \quad (4.41d)$$

### 4.2.3 Consideración de zonas rígidas.

El programa IDARC tiene la opción de incluir zonas rígidas en los extremos de los elementos para simular el aumento de la rigidez en la juntas. Para esto la matriz [K'] se transforma como :

$$[Ks] = [\tilde{L}] [K'] [\tilde{L}]' \quad (4.42)$$

donde :

$$[\tilde{L}] = \frac{1}{1 - \lambda_a - \lambda_b} \begin{bmatrix} 1 - \lambda_b & \lambda_a \\ \lambda_b & 1 - \lambda_a \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

donde  $\lambda_a$  y  $\lambda_b$  son las longitudes de las zonas rígidas en el elemento.

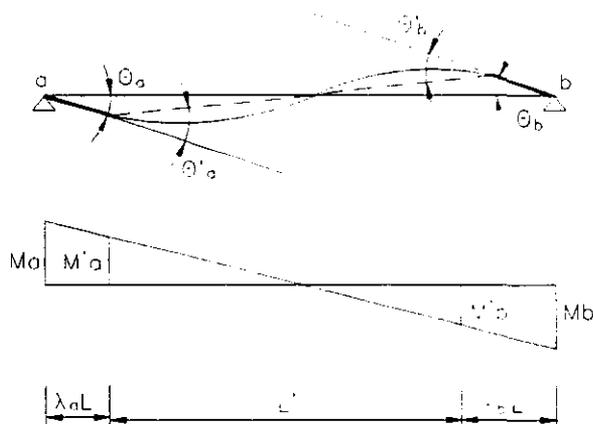


Figura 4.8.- Elemento con zonas rígidas.

### 4.3 Modelos de histéresis.

Para modelar el comportamiento histérico de los diferentes elementos de acuerdo el programa IDARC usa los siguientes modelos :

#### a) Modelo de tres parámetros de Park.

Este modelo es de utilidad para los elementos de concreto reforzado. En este se incorpora la degradación de la rigidez y de la resistencia, el estrechamiento (pinching). El modelo de Park traza el comportamiento histérico del elemento por medio de tres parámetros. El parámetro  $HC$  especifica el grado de degradación de la rigidez y el área encerrada por la curva de histéresis. A través de  $HC$ , se determina un punto fijo, como se observa en la figura 4.9 , que es común a las curvas de descarga. Esto produce el efecto de degradación de rigidez.

La degradación de la resistencia se obtiene de la siguiente expresión<sup>64</sup> :

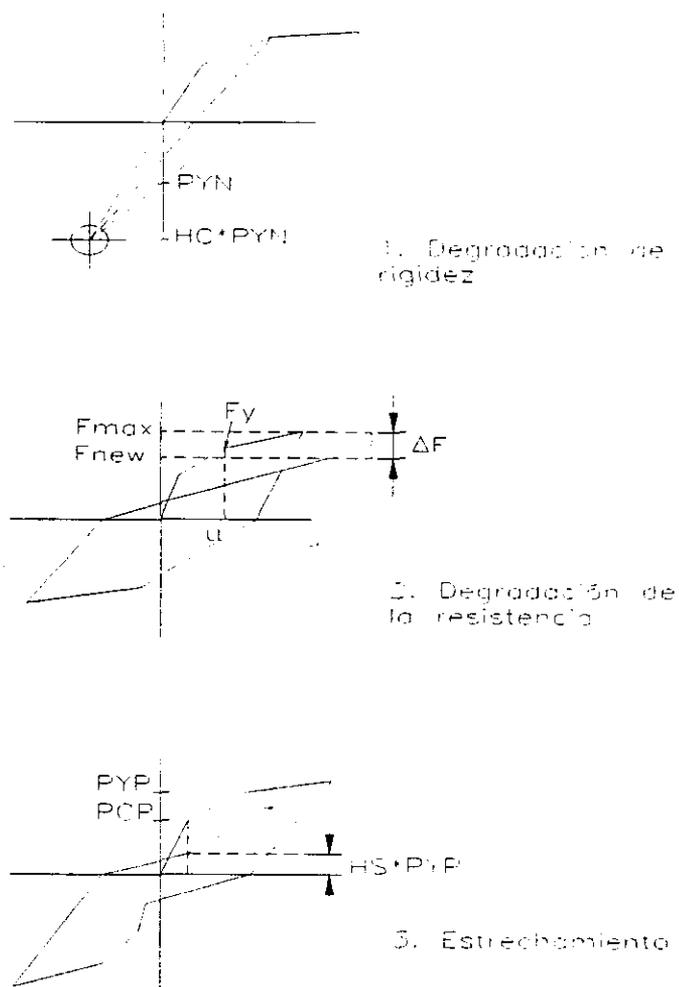


Figura 4.9.- Modelo de tres parámetros de Park.

$$F_{new} = F_{max} (1.0 - HBE * \bar{E} - HBD * \mu_c) \quad (4.44)$$

donde  $HBE$  y  $HBD$  son parámetros del modelo que determinan la cantidad de degradación de la resistencia.  $\bar{E}$  y  $\mu_c$  están dados por :

$$\bar{E} = \frac{A_T}{M_y \phi_u} \quad (4.45)$$

$$\mu_c = \frac{\phi_{max}}{\phi_y} \quad (4.46)$$

donde  $A_T$  es la área total bajo la curva  $M-\phi$ ,  $M_y$  es el momento de fluencia,  $\phi_y$  es la curvatura de fluencia y  $\phi_{max}$  es la máxima curvatura. Una ventaja de esta formulación es la de poder controlar

la degradación de la resistencia al ser función de la ductilidad, de la energía o de ambas<sup>64</sup>. En la ref. 64 se sugiere usar valores de 0.1 y 0.0 para  $HBE$  y  $HBD$  respectivamente cuando no se tengan datos de pruebas disponibles.

Para considerar el estrechamiento en el comportamiento histerético, se hace que la curva de descarga, una vez que haya cruzado el eje horizontal, se dirija hacia un punto dado por  $HS*PYP$  ó  $HS*PYN$  (ver figura 4.9) y se mantiene esta rigidez hasta que la curva cruce el punto correspondiente a la deformación de agrietamiento.

**b) Modelo trilineal.**

Para elementos de acero se usa un modelo trilineal sin degradación de rigidez, deterioro de la resistencia ni el estrechamiento (fig. 4.10a). Este modelo podría ser un caso particular del propuesto por Ramberg-Osgood<sup>81</sup> en el que se tendrían que escoger los parámetros adecuados para representar correctamente al comportamiento de elementos de acero.

**c) Modelo histerético bilineal.** (figura 4.10b)

**d) Modelo de Kelvin.**

Este modelo se usa para simular el comportamiento de los amortiguadores viscosos<sup>52</sup>. El modelo de Kelvin incluye la contribución de la rigidez de un resorte y un amortiguador lineal viscoso (ver figura 4.10c). La relación fuerza desplazamiento del elemento Kelvin es :

$$F_d(t) = K_d u(t) + C_d \dot{u}(t) \quad (4.47)$$

donde  $u(t)$  y  $\dot{u}(t)$  es el desplazamiento relativo y la velocidad del amortiguador respectivamente,  $K_D$  es la rigidez del resorte y  $C_D$  es el coeficiente del amortiguador.

**e) Modelo de Maxwell.**

IDARC usa este modelo para el comportamiento de amortiguadores viscosos<sup>52</sup>. Este modelo consiste en un amortiguador y un resorte en serie (ver figura 4.10d). La fuerza en el amortiguador se define por :

$$F_d(t) + \lambda \dot{F}_d(t) = C_D \dot{u}(t) \quad (4.48)$$

en donde  $\lambda$  es el tiempo de relajación<sup>65</sup> :

$$\lambda = \frac{C_D}{K_D} \quad (4.49)$$

$K_D$  es la rigidez del resorte,  $C_D$  es la constante del amortiguador. La solución de la ecuación diferencial (4.48) se obtiene usando el método semi-implícito de Runge-Kutta<sup>53</sup>.

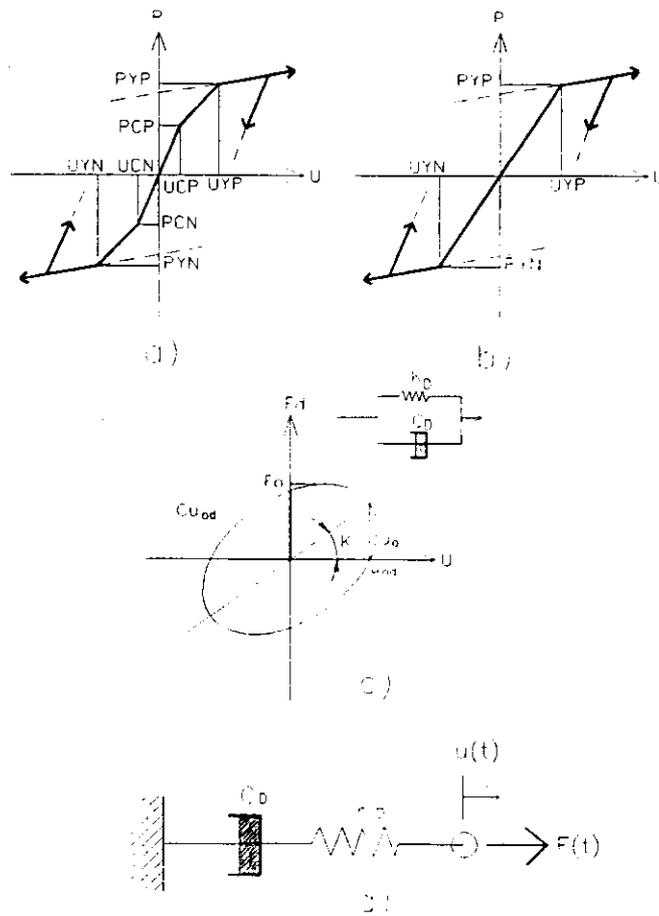


Figura 4.10.- Modelos de histéresis usados por el IDARC : a) Modelo trilineal, b) Modelo bilineal, c) Modelo de Kelvin, d) Modelo de Maxwell.

#### 4.4. Opciones de análisis.

Este programa ofrece una serie de opciones de análisis de marcos planos :

- a) análisis estático no lineal,

En este módulo se resuelve la ecuación :

$$[K_t]\{\Delta u\} = \{\Delta F\} \quad (4.50)$$

Las cargas estáticas se pueden aplicar en forma incremental para obtener la redistribución de esfuerzos debido a la respuesta inelástica. Debido al proceso iterativo es conveniente que los pasos de carga sean numerosos, i. e. incrementos de carga muy pequeños, para que el análisis no lineal converja.

Para formar la matriz de rigideces de la estructura se obtienen primero las matrices de rigideces de los elementos y posteriormente se ensamblan para obtenerla. Esta matriz se modifica para tomar en cuenta los efectos P-delta, si se quiere por el usuario, y el cambio de rigidez de los elementos de producido por el modelo de histéresis seleccionado.

**b) análisis incremental de carga (pushover),**

Esta técnica puede usarse para estimar la respuesta dinámica impuesta a una estructura por un sismo<sup>82</sup>. Para este efecto el IDARC realiza un análisis estático incrementando la carga aplicada en un numero determinado de pasos prefijados por el usuario. El sistema de ecuaciones que se resuelve es :

$$[K_t]\{\Delta u\} = \{\Delta F\} - \{\Delta P_v\} - \{\Delta P_{FR}\} - \{\Delta P_{HY}\} - \{\Delta P_{IW}\} + C_{corr} \{\Delta F_{err}\} \quad (4.51)$$

donde  $\{\Delta P_v\}$ ,  $\{\Delta P_{FR}\}$ ,  $\{\Delta P_{HY}\}$ , y  $\{\Delta P_{IW}\}$  son los vectores de incrementos de las pseudofuerzas producidas por los amortiguadores viscosos, los amortiguadores de fricción, los amortiguadores histeréticos y los muros de relleno.  $C_{corr}$  es un factor de corrección, generalmente igual a uno y  $\{\Delta F_{err}\}$  es el vector de fuerzas no balanceadas de la estructura. La solución de este sistema de ecuaciones usando pseudofuerzas no es óptima ya que la cantidad de tiempo necesario en resolver el sistema es alto.

Con este tipo de análisis se pueden usar varios tipos de distribución de carga :

- Distribución uniforme.

La fuerza aplicada al marco está dada por :

$$\Delta F_i = \frac{\Delta V_b}{N} \quad (4.52)$$

donde  $\Delta V_b$  es el incremento de cortante basal y  $N$  es el número de pisos.

- Distribución triangular invertida.

Las fuerzas se distribuyen a través de una distribución lineal :

$$\Delta F_i = \frac{W_i h_i}{\sum_{l=1}^N W_l h_l} \Delta V_b \quad (4.53)$$

donde  $W_i$  y  $h_i$  es el peso y la elevación del entrepiso respectivamente y  $\Delta V_b$  es el incremento de cortante basal

- Distribución exponencial generalizada.

Este tipo de distribución se usa, de acuerdo a sus autores<sup>41</sup>, para calcular los diferentes modos de deformación y la influencia de los modos superiores en la respuesta de la estructura. La distribución de las fuerzas está dada por :

$$\Delta F_i = \frac{W_i h_i^k}{\sum_{l=1}^N W_l h_l^k} \Delta V_b \quad (4.54)$$

donde  $k$  es un parámetro que controla la forma de la distribución de las fuerzas y está en función del período fundamental de la estructura  $T$  :

$k = 1.0$  para períodos  $T \leq 0.5$  segundos,

$k = 2.0$  para  $T \geq 2.5$  segundos,

$k = 1 + \frac{T - 0.5}{2}$  en cualquier otro caso.

- Distribución modal.

Cuando una estructura entra al rango inelástico de comportamiento, la distribución elástica de fuerzas ya no son aplicables. Si las fuerzas aplicadas no se modifican para considerar los cambios de rigidez, la estructura será forzada a responder de una manera diferente de la que puede imponerle un sismo. Este tipo de prueba se desarrolló para considerar los cambios en la rigidez de la estructura en el rango inelástico. La distribución de fuerzas se calcula con :

$$\Delta F_i = \frac{W_i \Phi_{i1}}{\sum_{l=1}^N W_l \Phi_{l1}} V_b - F_i^{old} \quad (4.55)$$

donde  $\Phi_{i1}$  es el valor del primer modo en el entrepiso  $i$ ,  $V_b$  es el nuevo cortante basal de la estructura y  $F_i^{old}$  es la fuerza en el piso  $i$  del paso anterior de carga. Esta distribución se puede extender para considerar la contribución de modos. En este caso las formas modales se combinan usando el método SRSS y se escalan de acuerdo a su factor de participación modal.

**c) análisis dinámico no lineal,**

El análisis dinámico se efectúa con el procedimiento de integración paso a paso usando el método Beta de Newmark<sup>66</sup>: Las ecuaciones de equilibrio dinámico se formula en forma incremental incluyéndose la contribución de los los amortiguadores viscosos, los amortiguadores de fricción, los amortiguadores hysteréticos y los muros de relleno. Por medio de pseudofuerzas esta ecuación de equilibrio se escribe como :

$$[\mathbf{M}]\{\Delta\ddot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{C}]\{\Delta\dot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{K}_i]\{\Delta\mathbf{u}\} = -[\mathbf{M}]\left(\{\mathbf{L}_h\}\Delta\ddot{x}_{sh} + \{\mathbf{L}_v\}\Delta\ddot{x}_{sv}\right) - \{\Delta\mathbf{P}_v\} - \{\Delta\mathbf{P}_{FR}\} - \{\Delta\mathbf{P}_{HY}\} - \{\Delta\mathbf{P}_{IW}\} + c_{corr}\{\Delta\mathbf{F}_{err}\} \quad (4.56)$$

donde  $[\mathbf{M}]$  es la matriz de masas concentradas,  $[\mathbf{C}]$  es la matriz de amortiguamiento,  $[\mathbf{K}_i]$  la matriz de rigideces,  $\{\Delta\mathbf{u}\}$ ,  $\{\Delta\dot{\mathbf{u}}\}$  y  $\{\Delta\ddot{\mathbf{u}}\}$  son los vectores de incrementos de desplazamiento, velocidad y aceleración respectivamente.  $\{\mathbf{L}_h\}$  y  $\{\mathbf{L}_v\}$  son los vectores de asignación para las aceleraciones verticales y horizontales,  $\Delta\ddot{x}_{sh}$  y  $\Delta\ddot{x}_{sv}$  son los incrementos de la aceleración vertical y horizontal del suelo.  $\{\Delta\mathbf{P}_v\}$ ,  $\{\Delta\mathbf{P}_{FR}\}$ ,  $\{\Delta\mathbf{P}_{HY}\}$ , y  $\{\Delta\mathbf{P}_{IW}\}$  son los vectores de incrementos de las pseudofuerzas producidas por los amortiguadores viscosos, los amortiguadores de fricción, los amortiguadores hysteréticos y los muros de relleno.  $c_{corr}$  es un factor de corrección, generalmente igual a uno y  $\{\Delta\mathbf{F}_{err}\}$  es el vector de fuerzas no balanceadas de la estructura.

IDARC calcula de tres formas distintas la matriz de amortiguamiento :

- i) amortiguamiento proporcional a la masa.
- ii) amortiguamiento proporcional a la rigidez.

iii) amortiguamiento de Rayleigh.

**d) análisis cuasi estático no lineal.**

IDARC puede realizar análisis con cargas cíclicas especificando la historia de desplazamientos o de cargas. El sistema de ecuaciones que se resuelve en este análisis es el mismo que el utilizado en el análisis de carga incremental.

## **5.- Ejemplos de Aplicación.**

En este capítulo se muestran algunos ejemplos de aplicación utilizando el programa en cuestión ya modificado. Se analizan cuatro edificios de 4, 8, 10, y 12 niveles con muros de mampostería en sus crujeas. Se obtienen para cada uno de estos edificios sus curvas de comportamiento, así como sus mecanismos de falla. Posteriormente, se analizan y comentan los resultados.

### **5.1 Hipótesis empleadas en el análisis.**

Para realizar los análisis a los edificios de ejemplo se consideraron algunas hipótesis, las cuales se mencionan a continuación :

- a) Debido a que los edificios en estudio son estructuras nominalmente simétricas a base de marcos planos regulares en planta y en elevación, el acoplamiento entre los marcos en la misma dirección y el efecto de torsión en la estructura no existe. Por tanto, se pueden tomar un marco interior para evaluar la respuesta de las estructuras bajo una carga lateral. Aquí hay que aceptar que esto no está de acuerdo con las NTC del reglamento de construcciones del D.F.<sup>67</sup>, el cual introduce una excentricidad accidental.
- b) Se consideran las zonas rígidas en las uniones entre vigas y columnas.
- c) Se considera que las estructuras están fijas en su base, es decir, se ignora la interacción suelo - estructura.
- d) Se considera que la losa es infinitamente rígida, por lo que los nudos de un mismo nivel tienen un grado de libertad común.
- e) Se ignoran los efectos P - delta.
- f) Se tomaron los valores nominales para las propiedades de los materiales despreciándose la sobrerresistencia inherentes en los elementos.

## 5.2 Estructuras en estudio.

Se estudiaron cuatro edificios de planta regular de 4, 8, 10 y 12 pisos, uno real y tres ideales diseñados en la ref. 70 de acuerdo al reglamento de D.F.<sup>67,68</sup>. A cada uno de ellos se les aplicó desplazamientos horizontales controladas en cada uno de sus entresijos siguiendo una distribución triangular invertida. Los desplazamientos fueron aplicados en forma gradual (en cien pasos). Originalmente estos edificios no tenían muros de mampostería. En un segundo análisis se añadieron muros de mampostería a las crujiás externas de cada edificio. Se usó mampostería de iguales propiedades para los muros en todos los ejemplos. Estas propiedades se muestran en la tabla 1. El ancho de los muros se consideró de 15 cm.

**Tabla 1. Propiedades de la mampostería usada en los ejemplos.**

Propiedad	valor
Resistencia a la compresión de la pila de mampostería	$2.943 \times 10^{-3} \text{ kN/mm}^2$ (30 kg/cm <sup>2</sup> )
Módulo de agrietamiento	$5.886 \times 10^{-4} \text{ kN/mm}^2$ (6 kg/cm <sup>2</sup> )
Deformación unitaria a la compresión de la pila de mampostería	0.3%
Resistencia al cortante de las juntas	$2.5506 \times 10^{-4} \text{ kN/mm}^2$ (2.60 kg/cm <sup>2</sup> )
Coefficiente de fricción en la interface marco - muro	0.45

Los parámetros del modelo de Bouc-Wen usados para los muros de mampostería en los edificios de ejemplo son :  $A = 1.0$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $\gamma = 0.9$ ,  $\eta = 2.0$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $a = 0.5$ ,  $Z_s = 0.05$ ,  $\bar{Z} = 0.0$ ,  $s_k = 0.1$ ,  $s_{p1} = 0.8$ ,  $s_{p2} = 1.0$  y  $\mu = 5.0$  valores que son aplicables a la mampostería<sup>41</sup>.

### 5.2.1. Edificio STC.

Se estudió el edificio del Sistema Transporte Colectivo (STC) que consta de 10 niveles y que fue dañado por el sismo de Michoacán de 1985. La estructura es de concreto reforzado y consta de losas rectangulares, marcos de cuatro crujiás en la dirección longitudinal (E-W), y marcos de 6 crujiás con muros de cortante en la dirección transversal (N-S) (figura 5.1). El marco estudiado fue el correspondiente al eje 2 (figura 5.2). Se consideró que la resistencia del concreto a la compresión era  $0.0235 \text{ kN/mm}^2$  (240 kg/cm<sup>2</sup>) y la resistencia a la fluencia del acero de refuerzo era de  $0.3924 \text{ kN/mm}^2$

( $4000 \text{ kg/cm}^2$ ), mientras que el módulo de elasticidad del concreto se consideró de  $14.715 \text{ kN/mm}^2$  ( $150\,000 \text{ kg/cm}^2$ ) (ref. 69).

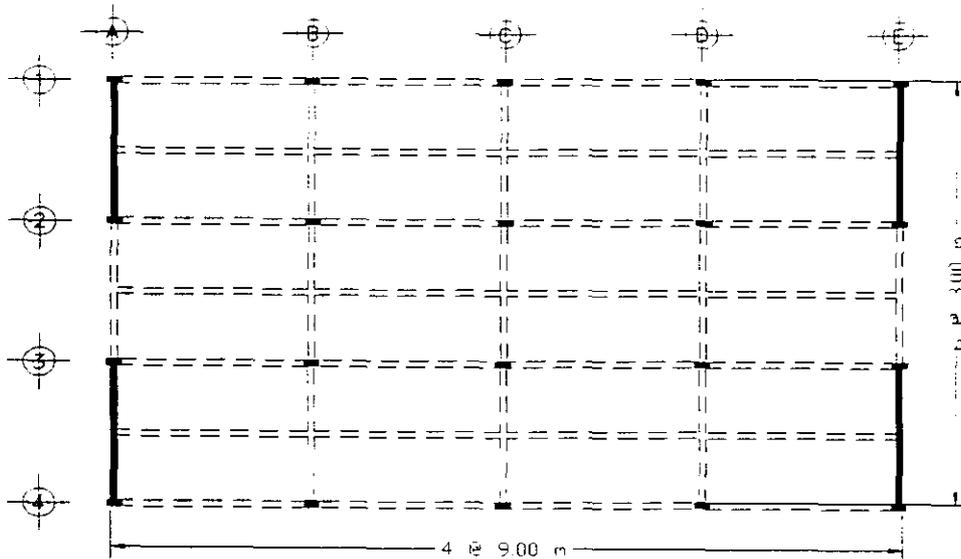


Figura 5.1. Planta del edificio STC.

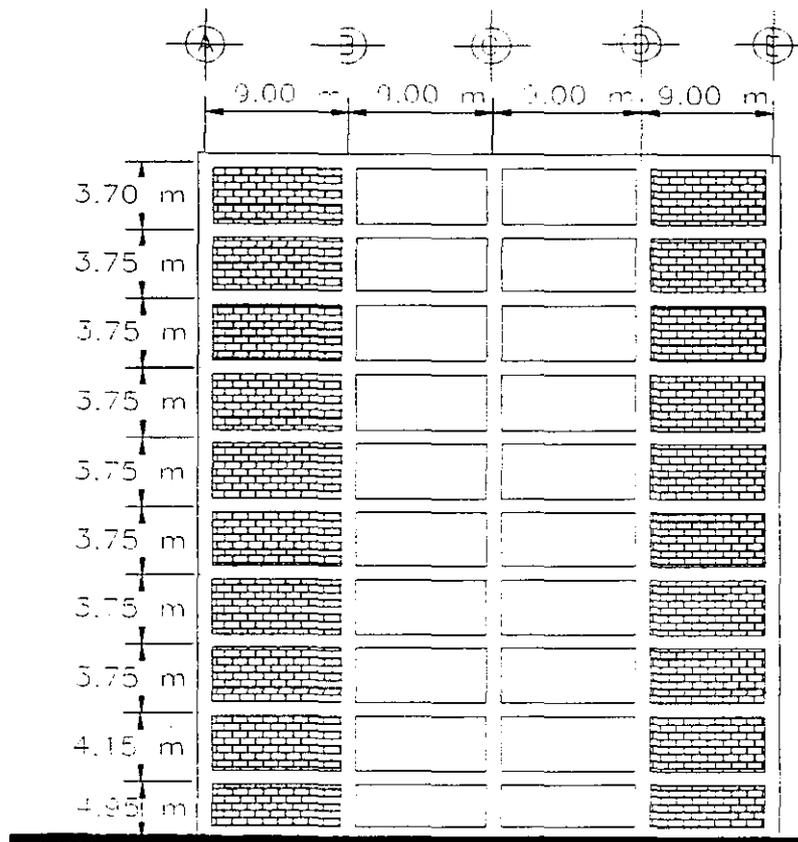
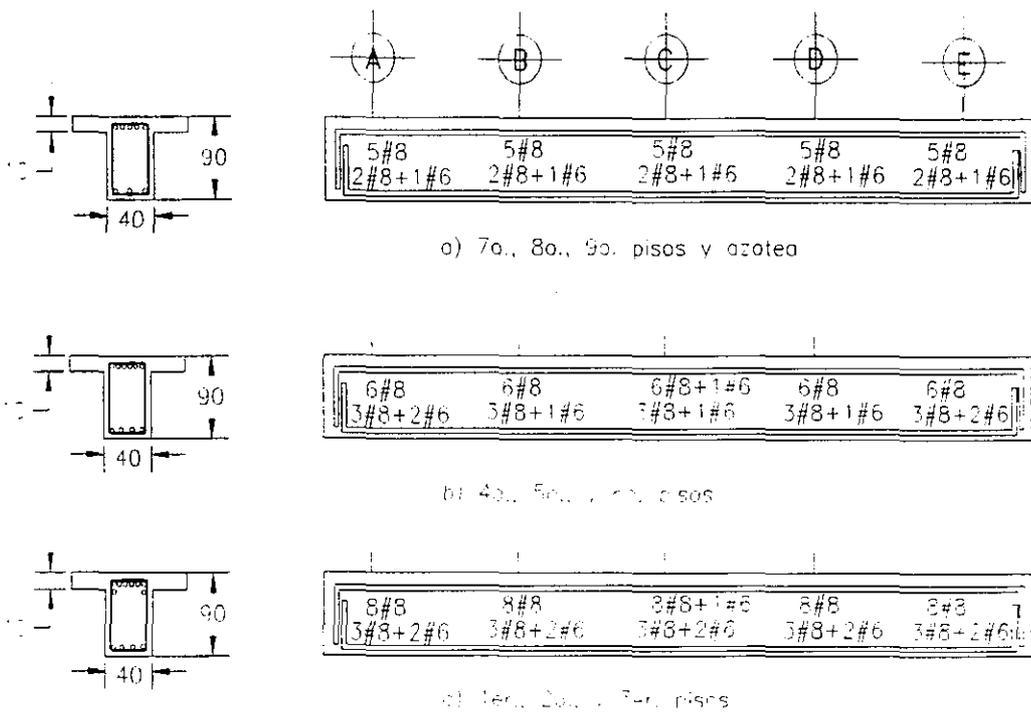


Figura 5.2. Elevación del edificio STC usado en este estudio (Avila y Meli, 1989).

Las cargas consideradas para el análisis de cargas verticales fueron las mostradas en la tabla 2.

**Tabla 2. Cargas gravitacionales consideradas para el edificio STC (ref. 69).**

<b>Carga muerta. Entrepiso</b>	
losa de concreto 10 cm de espesor	240 kg/m <sup>2</sup>
peso adicional losa	20
mortero	60
peso adicional mortero	20
acabado	52
mortero de yeso	23
muros y divisiones	100
otros	25
<b>Total</b>	<b>540 kg/m<sup>2</sup></b> <b>(5.2974 x 10<sup>-6</sup> kN/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>Carga muerta. Azotea</b>	
losa de concreto cm de espesor	240 kg/m <sup>2</sup>
peso adicional losa	20
relleno de tezontle	62
impermeabilizante	30
mortero de yeso	23
otros	25
<b>Total</b>	<b>400 kg/m<sup>2</sup></b> <b>(3.924 x 10<sup>-6</sup> kN/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>Carga viva para análisis de cargas verticales :</b>	
Entrepiso	120 + 420 / $\sqrt{A_r}$
Azotea	100 kg/m <sup>2</sup> <b>(9.81 x 10<sup>-7</sup> kN/mm<sup>2</sup>)</b>



**Figura 5.3. Secciones transversales de las vigas del marco interior del edificio STC.**



### 5.2.2. Edificios diseñados.

Los edificios de 4, 8 y 12 niveles fueron diseñados en la ref. 70 de acuerdo al Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y las Normas Técnicas Complementarias. Los edificios antes mencionados son de oficinas, catalogados como Tipo B, con una distribución regular en planta e igual para los tres tipos. A estos edificios se le denominaron como Edificio tipo 1, al edificio de cuatro niveles, Edificio tipo 2, al de ocho niveles y Edificio tipo 3 al edificio de 12 niveles. La planta cuenta con tres crujiás de 7.00 m. en el sentido transversal y de cuatro crujiás de 8.00 m. en el sentido longitudinal (ver figura 5.5). Al centro de cada crujiá de 7.00 m. se colocaron trabes secundarias. La altura del entrepiso se tomó de 3.3 m para todos los niveles en los tres tipos de edificios. Las cargas que se emplearon para el análisis de cargas verticales se muestran en la siguiente tabla :

**Tabla 3. Cargas de diseño para los edificios diseñados (ref. 70).**

<b>Cargas permanentes</b>	
Losas de 10 cm de espesor	240 kg/m <sup>2</sup> (2.354 x 10 <sup>-6</sup> kN/mm <sup>2</sup> )
Acabado de piso	180 kg/m <sup>2</sup> (1.766 x 10 <sup>-6</sup> kN/mm <sup>2</sup> )
Muros divisorios	150 kg/m <sup>2</sup> (1.47 x 10 <sup>-6</sup> kN/mm <sup>2</sup> )
Sobrecarga	40 kg/m <sup>2</sup> (3.924 x 10 <sup>-7</sup> kN/mm <sup>2</sup> )
Trabes secundarias, 0.6 x 0.25 m.	300 kg/m (2.943 x 10 <sup>-3</sup> kN/mm)
Trabes principales	
Edificio Tipo 1 : 0.7 x 0.3 m.	403 kg/m (3.953 x 10 <sup>-3</sup> kN/mm)
Edificio Tipo 2 : 0.8 x 0.4 m.	672 (6.592 x 10 <sup>-3</sup> kN/mm)
Edificio Tipo 3 : 1.0 x 0.4 m.	864 (8.475 x 10 <sup>-3</sup> kN/mm)
Columnas	
Edificio Tipo 1 : 0.7 x 0.7 m.	1176 kg/m (0.01153 kN/mm)
Edificio Tipo 2 : 0.8 x 0.8 m.	1536 (0.0150 kN/mm)
Edificio Tipo 3 : 1.0 x 1.0 m.	2400 (0.0235 kN/mm)
<b>Cargas vivas :</b>	
Azotea :	100 kg/m <sup>2</sup> (9.81 x 10 <sup>-7</sup> kN/mm <sup>2</sup> )
Entrepiso :	250 kg/m <sup>2</sup> (2.453 x 10 <sup>-6</sup> kN/mm <sup>2</sup> )

SALIR  
 ESTE TESIS NO DEBE  
 DE LA BIBLIOTECA

Las propiedades nominales que se usaron para diseñar estos edificios fueron (ref. 70):

Concreto Tipo 1.

Resistencia a compresión :  $f'c = 0.0254 \text{ kN/mm}^2$  ( $250 \text{ kg/cm}^2$ )

Módulo de elasticidad :  $E_c = 21.715 \text{ kN/mm}^2$  ( $221\,360 \text{ kg/cm}^2$ )

Resistencia a la tensión :  $f_t = 2.3544 \text{ kN/mm}^2$  ( $24 \text{ kg/cm}^2$ )

Esfuerzo nominal de fluencia del acero :  $f_y = 0.41202 \text{ kN/mm}^2$  ( $4200 \text{ kg/cm}^2$ )

Módulo de elasticidad del acero :  $E_s = 196.2 \text{ kN/mm}^2$  ( $2\,000\,000 \text{ kg/cm}^2$ )

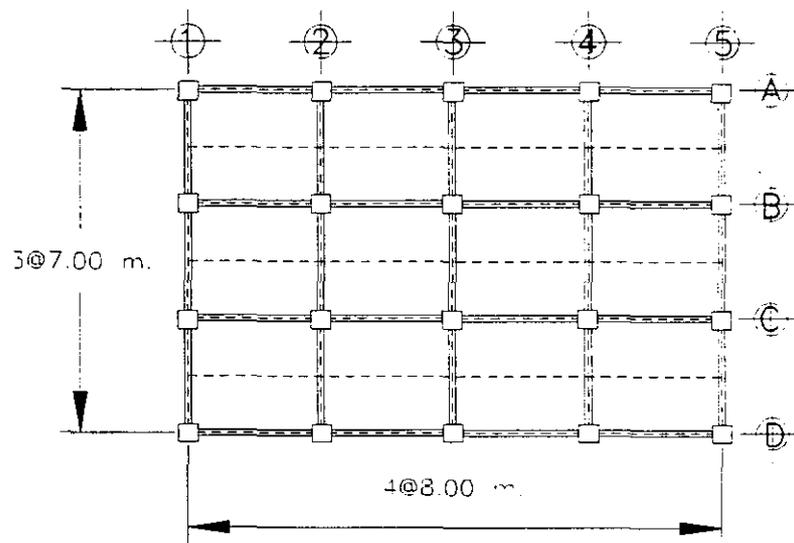


Figura 5.5. Planta típica para los tres edificios diseñados.

### 5.2.2.1. Edificio Tipo 1.

El armado de las columnas y de las vigas se muestran en la tabla 4. El ancho de losa considerado en este ejemplo fue 1.9 m. calculado de acuerdo al Reglamento de Construcciones del D. F. En las figura 5.6 se muestra la ubicación de los muros de mampostería.

Tabla 4.- Armado de las secciones transversales de las vigas y columnas del Edificio Tipo 1.

Piso	Vigas 70 x 30 cm		Columnas 70 x 70 cm	
	Ref. positivo	Ref. negativo	Ejes 1 y 5	Ejes 2, 3 y 4
1	2 #8	3 #8 + 1#6	4 #8 + 8#6	12 #8
2				
3	2 #6 + 1 #5	3 #8		
4	2 #6	2 #8		

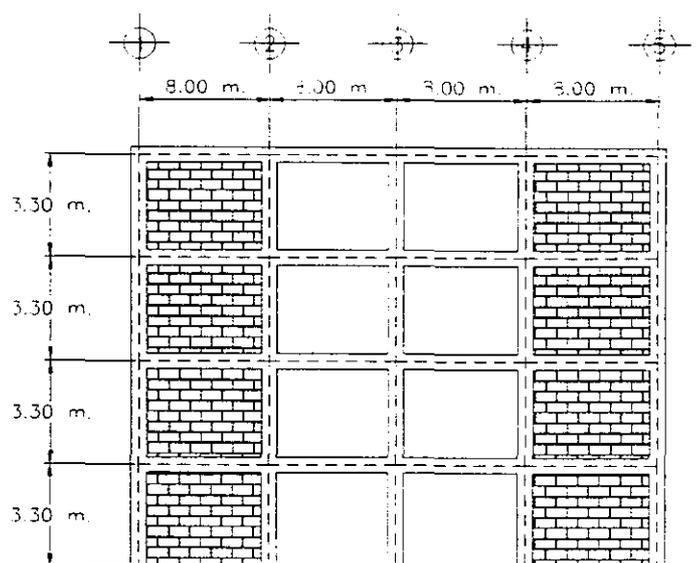


Figura 5.6. distribución de los muros en el Edificio Tipo 1.

### 5.2.2.2. Edificio Tipo 2.

El Edificio tipo 2 consta de ocho niveles. Las vigas del marco fueron de 0.8 x 0.4 m y las columnas de 0.8 x 0.8 m.. El ancho de la losa considerado fue de 2.0 m. Los armados de las secciones se muestran en la tabla 5.

Tabla 5. Refuerzo de las secciones transversales de vigas y columnas del edificio Tipo 2.

Piso	Vigas 80 x 40 cm.		Columnas 80 x 80 cm.
	Ref. positivo	Ref. Negativo	
1	3 #8	6 #8	12 #10
2			
3			
4			
5	2 #8 + 1 #6	5 #8	8 #8 + 4 #10
6			
7	3 #6	3 #8	
8	3 #6	2 #8	

La ubicación de los muros de mampostería se muestran en la figura 5.7.

### 5.2.2.3. Edificio Tipo 3.

El edificio tipo 3 consta de doce niveles. El ancho de losa considerado para el patín de la viga fue de 2.0 m. de acuerdo a las Normas Técnicas Complementarias de Reglamento de Construcciones

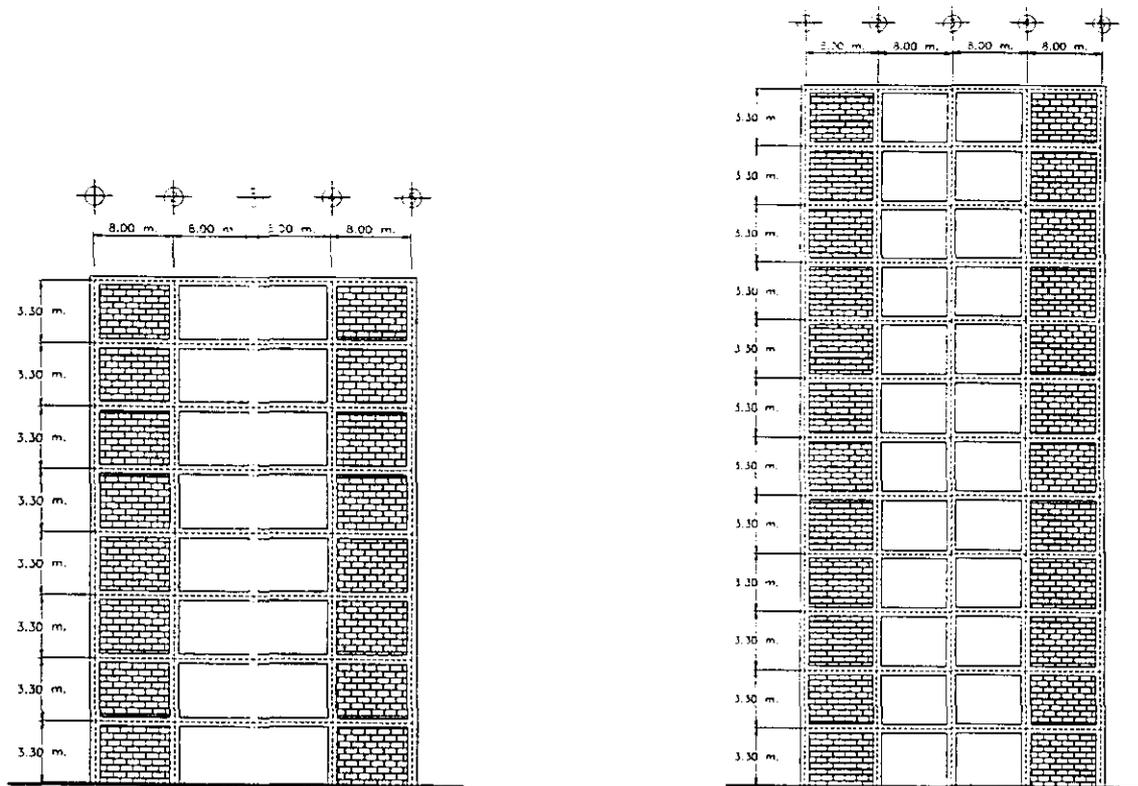


Figura 5.7 Distribución de los muros en los edificios Tipo 2 y Tipo 3.

del D. F. Las columnas fueron de 1.00 m. x 1.00 m. Las características de los armados de las secciones transversales se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Refuerzo de las secciones transversales de las vigas y columnas del edificio Tipo 3.

Piso	Vigas 100 x 40 cm.		Columnas 100 x 100 cm.	
	Ref. Positivo	Ref. negativo	Ejes 1 y 5	Ejes 2, 3 y 4
1	4 #8	8 #8	20 #10	12 #8 + 8 #10
2				
3				
4				
5	3 #8	6 #8	20 #8	20 #8
6				
7	2 #8 + 1 #4	4 #8 + 1 #5	20 #8	20 #8
8				
9	2 #8	3 #8	20 #8	20 #8
10				
11				
12				

### 5.3. Presentación de resultados.

En esta sección se presentarán algunos resultados obtenidos con el programa IDARC modificado. Se compararon los resultados obtenidos de los análisis de los edificios con muros de mampostería con los mismos marcos pero sin muros. Los parámetros de respuesta obtenidos fueron: la relación de cortante basal y desplazamiento de azotea, los cortantes de entrepiso, los momentos en las columnas y los mecanismos de falla.

#### 5.3.1. Edificio STC.

En la figura 5.8 se observa que el cortante basal del edificio STC con muros, para igual desplazamiento, se incrementa con respecto al edificio sin muros. Es evidente también un aumento en la rigidez inicial y en la resistencia por efecto de los muros. Sin embargo, este aumento no fue tan pronunciado como el que se aprecia en el espécimen analizado en el capítulo 4. Esto se debe a que el comportamiento del edificio está regido por el comportamiento de las vigas y columnas y el muro solo contribuye a incrementar la resistencia a cargas laterales. El aumento de la resistencia y de la rigidez fue de un 30 % y un 50 % respectivamente (ver tabla 7).

Tabla 7.- Incremento de la rigidez y de la resistencia debido a los muros (cantidades en kN y mm).

	STC con muros	STC sin muros	Relación
Rigidez inicial, K	229.5	152.9	1.50
Resistencia, R	20907.2	16183.2	1.29

Asimismo se observa en la figura 5.9 un aumento de los cortantes de entrepiso cuando se incorporan muros de mampostería al marco. Estos aumentos varían del 17 al 31 %.

Tabla 8. Cortantes de entrepiso máximos para el edificio STC (en kN).

Nivel	STC con muros	STC sin muros	Aumento
1	26158.1	22263.74	1.17
2	20538.9	17068.14	1.20
3	19067.3	16040.94	1.19
4	18188.2	15048.92	1.21
5	12673.2	9970.62	1.27
6	11466.1	9226.52	1.24
7	7684.6	5882.42	1.31
8	6326.6	4996.28	1.27
9	3779.9	2890.68	1.31
10	2339.1	1915.9	1.22

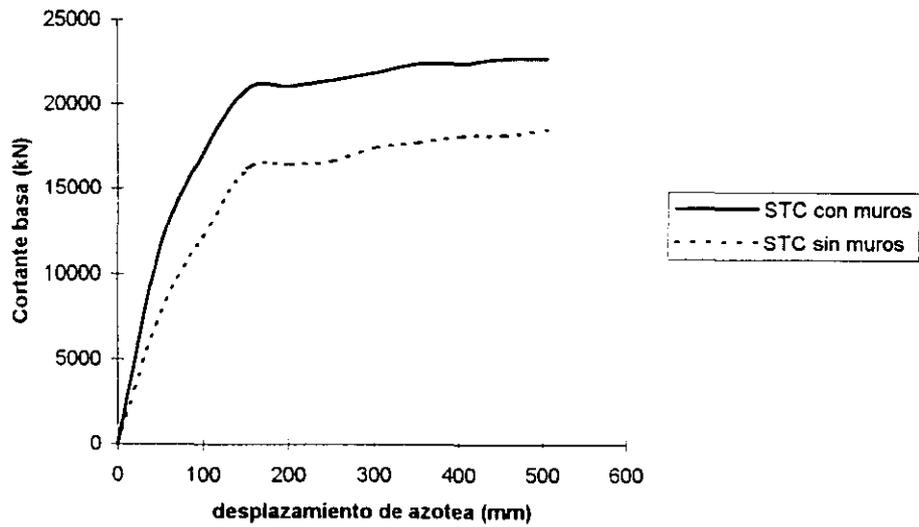


Figura 5.8.- Relación cortante basal - desplazamiento de azotea para el edificio STC.

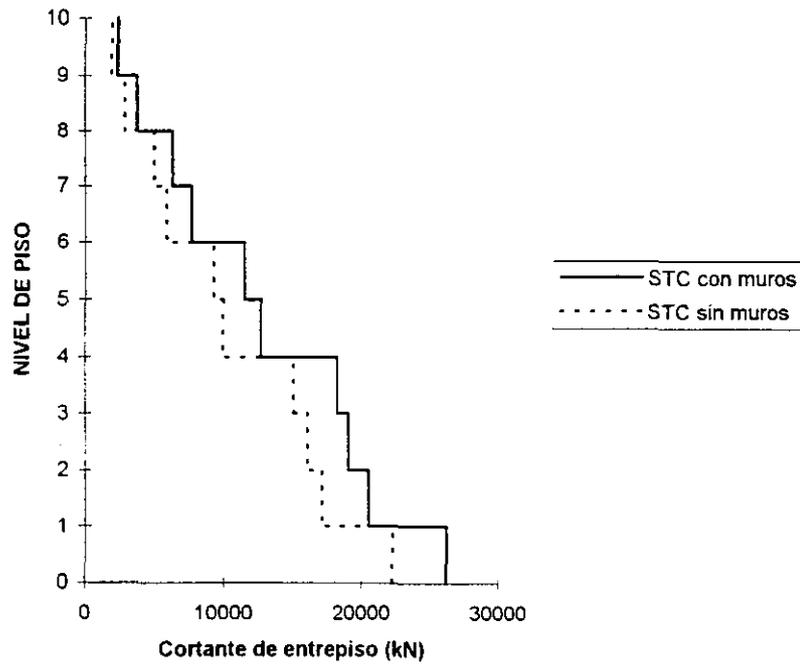


Figura 5.9 Cortantes de entrepiso para el edificio STC.

Observando la distribución de momentos en los ejes A, B y C del marco se nota que existe una reducción de éstos cuando se incorporan los muros, sin embargo, la distribución de momentos no cambia en forma radical como se puede observar en la figura 5.11.

Se obtuvieron también los mecanismos de falla para el edificio tanto con muros, como sin muros, sin embargo, en ambos casos no hubieron diferencias importantes. Esto es debido a que el modelo considerado no toma en cuenta la interacción de los muros con el marco. Por tanto los mecanismos de falla que da el programa para los edificios con muros no son los que realmente deberían ocurrir. En la figura 5.10 se muestra el mecanismo obtenido para el edificio sin muros.

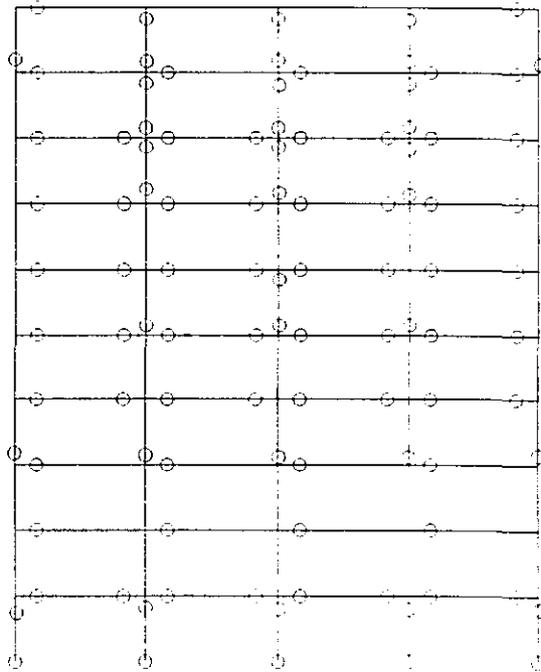


Figura 5.10 Mecanismo de falla obtenido del análisis del edificio STC.

### 5.3.2. Edificio Tipo 1.

Como en el caso anterior, se observa un aumento del cortante basal debido a la contribución de los muros en el comportamiento del marco (figura 5.12). La rigidez inicial se incrementa en la misma proporción, 50 % aproximadamente, que en caso del edificio STC como lo indica la siguiente tabla :

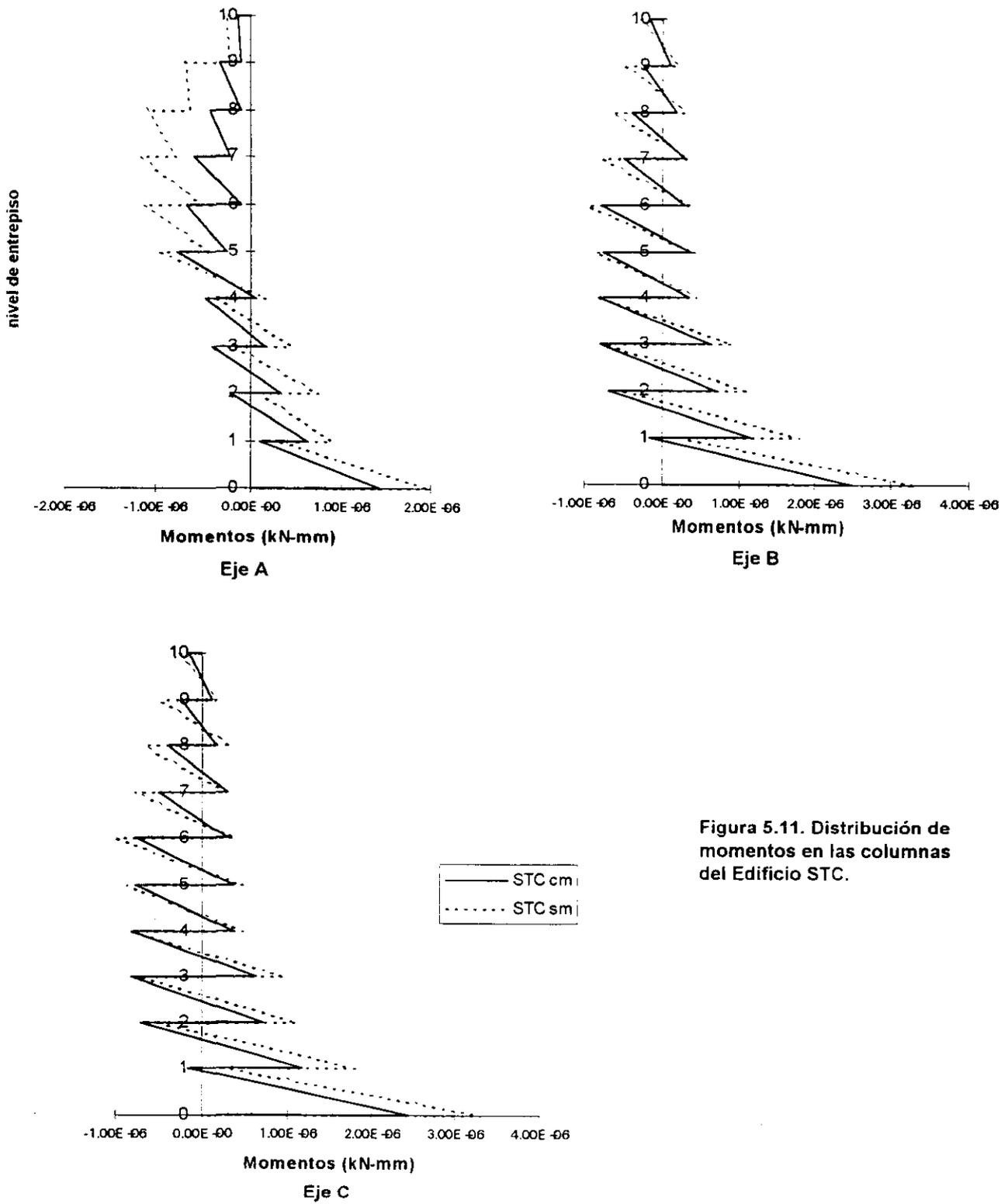


Figura 5.11. Distribución de momentos en las columnas del Edificio STC.

Tabla 9.- Incremento de la rigidez y de la resistencia debido a los muros (cantidades en kN y mm).

	Ed1 con muros	Ed1 sin muros	Relación
Rigidez inicial, K	247	164	1.51
Resistencia, R	6296.6	4583.0	1.37

En la tabla anterior se observa un aumento del 37 % en la resistencia del edificio Tipo 1 cuando se añaden los muros.

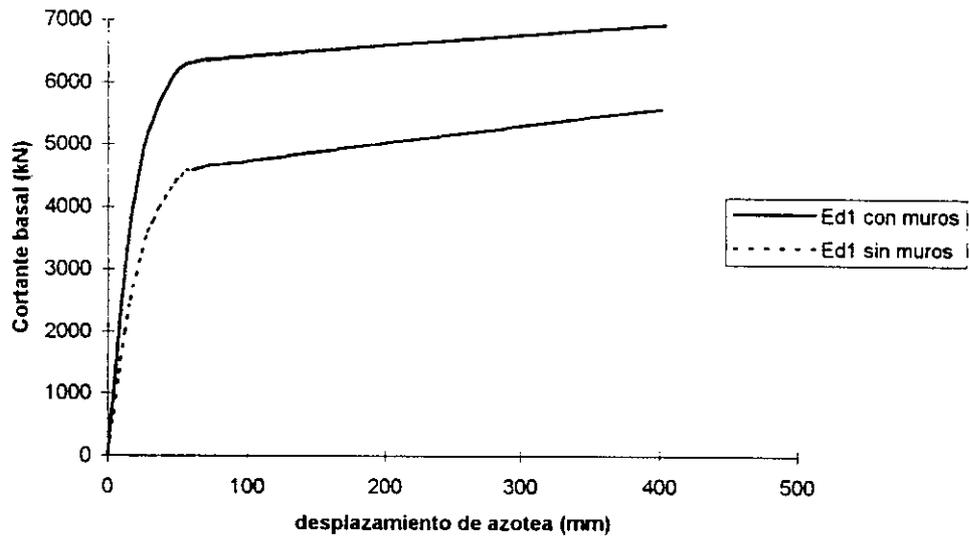


Figura 5.12. Relación cortante basal - desplazamiento de azotea para el edificio Tipo 1.

Tabla 10. Cortantes de entrepiso máximos para el edificio Tipo 1 (en kN).

Nivel	Ed1 con muros	Ed1 sin muros	Aumento
1	7633.13	6041.21	1.26
2	3972.23	2852.81	1.39
3	3130.2	2309.4	1.36
4	1384.7	1045.9	1.32

Los cortantes de entrepiso también aumentaron de un 26 a un 40 % en el caso del edificio con muros. El aumento fue mayor que el obtenido cuando se le incorporaron los muros al edificio STC. Esto puede deberse a que este edificio es más rígido que el edificio STC como se puede ver en las tablas 7 y 9, y por tanto al incorporar los muros al edificio Tipo 1 se incrementa el cortante basal debido a la contribución de los muros.

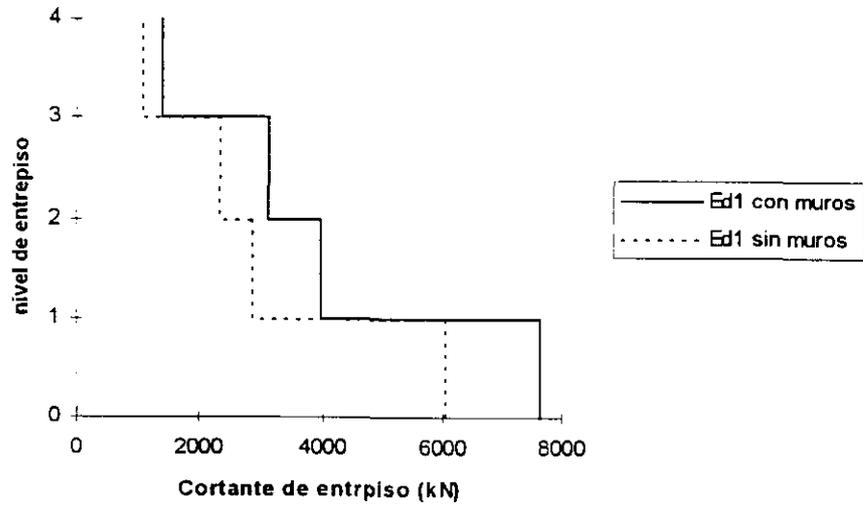


Figura 5.13. Cortantes de entrapiso del Edificio Tipo 1.

En cuanto a los momentos en las columnas la disminución es evidente en la figura 5.14 cuando se incorporan los muros al edificio.

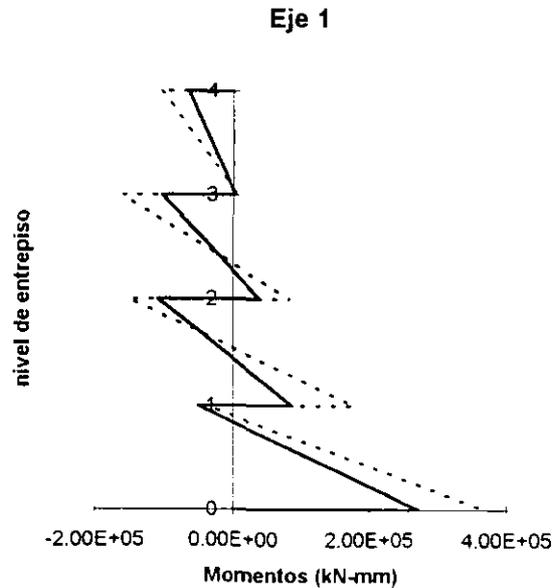
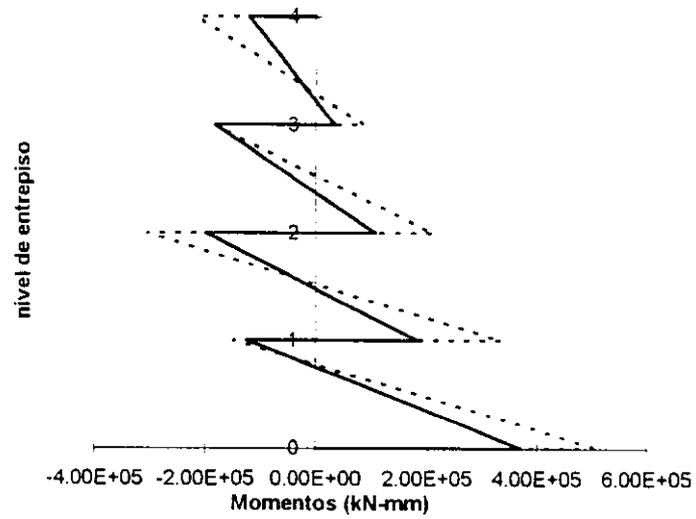
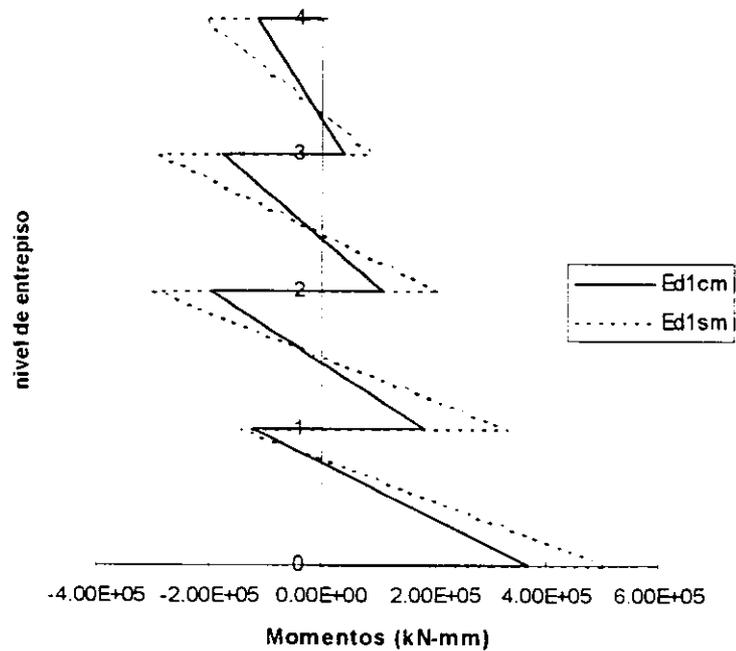


Figura 5.14 Momentos en las columnas del eje 1 del edificio Tipo 1.



a) Eje 2.



b) Eje 3.

Figura 5.14. Momentos en las columnas del edificio Tipo 1 a) Eje 2, b) Eje 3.

### 5.3.3. Edificio Tipo 2.

Se observó la misma tendencia al aumento en la rigidez y en la resistencia que en los casos anteriores cuando en este edificio se le incorporaron los muros. Sin embargo, a diferencia del caso anterior, el aumento en la rigidez y en la resistencia fue menor, de 27% y 20% respectivamente. Esto se debe a que la respuesta del edificio está regida por el comportamiento de las columnas y vigas, las cuales son de sección considerable, y los muros no tienen la rigidez suficiente para incrementar de manera importante la rigidez global de la estructura. En la figura 5.15 se observa el incremento de el cortante basal.

Tabla 11.- Incremento de la rigidez y la resistencia debido a los muros (cantidades en kN y mm).

	Ed2 con muros	Ed2 sin muros	Relación
Rigidez inicial, K	360.2	283.6	1.27
Resistencia, R	18068.9	15025.1	1.20

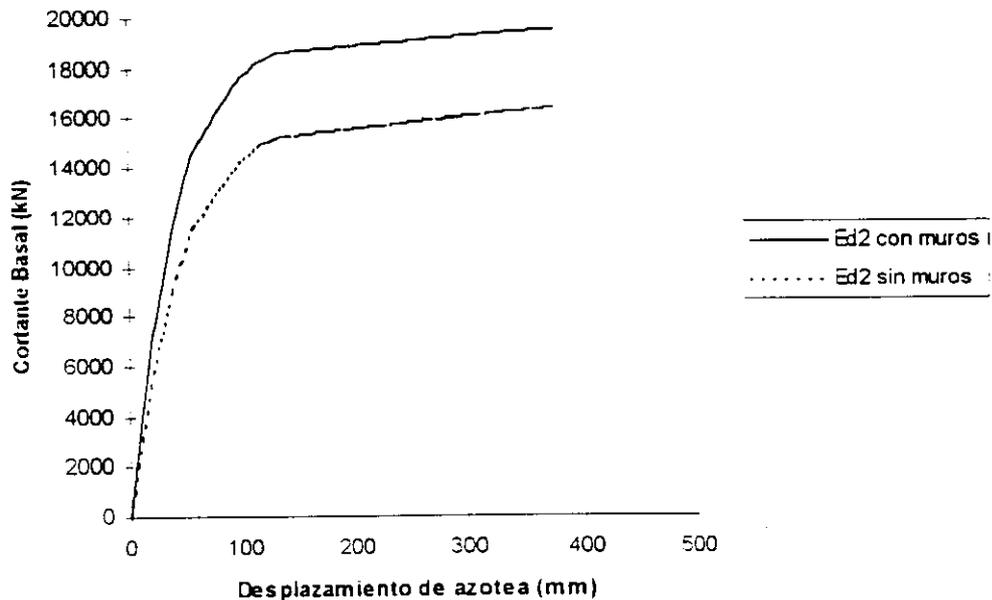


Figura 5.15. Relación del cortante basal - desplazamiento de azotea para el edificio Tipo 2.

Se presentan los cortantes de entrepiso en la tabla 12. En ella se pueden observar el incremento de los cortantes cuando se incorporan muros en las crujeías externas. Estos incrementos van del 18 al 30% aproximadamente, los cuales son menores a los incrementos obtenidos en el edificio Tipo 1.

Tabla 12. Cortantes de entrepiso máximos para el edificio Tipo 2 (en kN).

Nivel	Ed2 con muros	Ed2 sin muros	Aumento
1	20251.22	17130.85	1.18
2	13953.22	11273.65	1.24
3	13093	10776.4	1.21
4	9886.5	7969.8	1.24
5	7753.3	6235.9	1.24
6	5508.3	4355.2	1.26
7	3379.1	2618	1.29
8	1769.7	1386.4	1.28

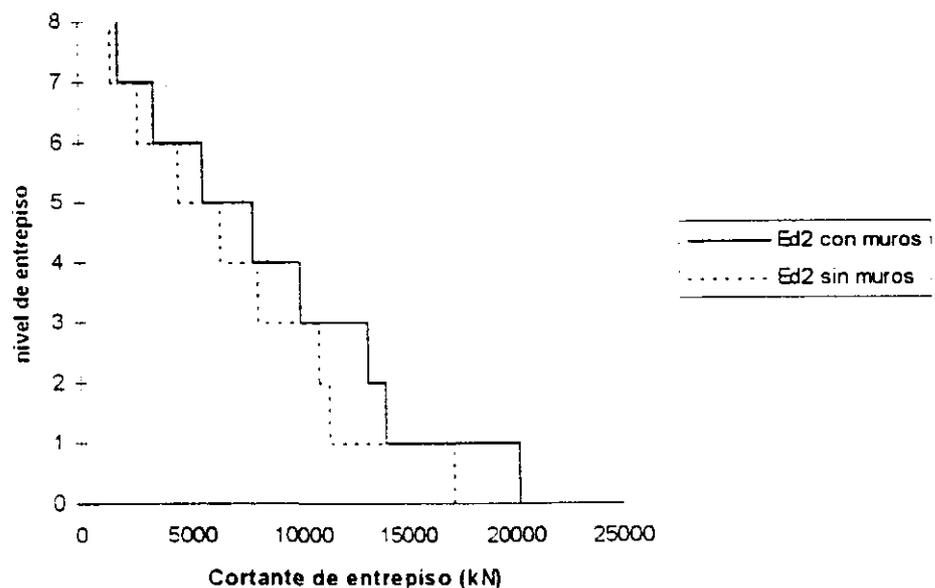


Figura 5.16. Cortantes de entrepiso para el edificio Tipo 2.

Los momentos en las columnas también disminuyeron al incorporar los muros al edificio. Sin embargo, estos cambios no fueron muy significativos ya que se aplicaron desplazamientos controlados (ver figura 5.17 y 5.18).

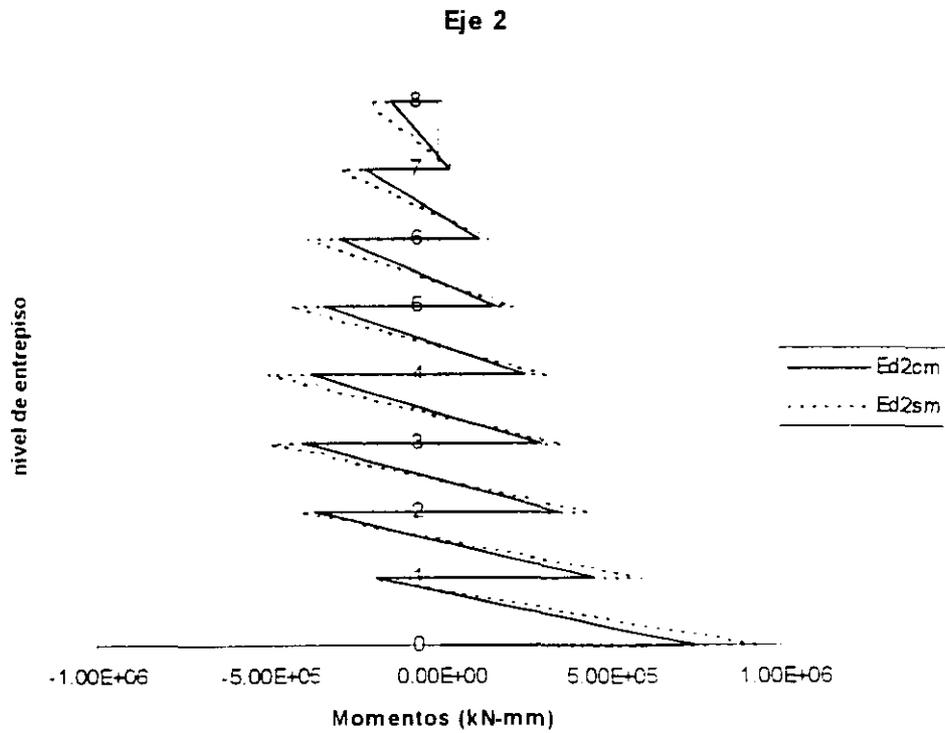
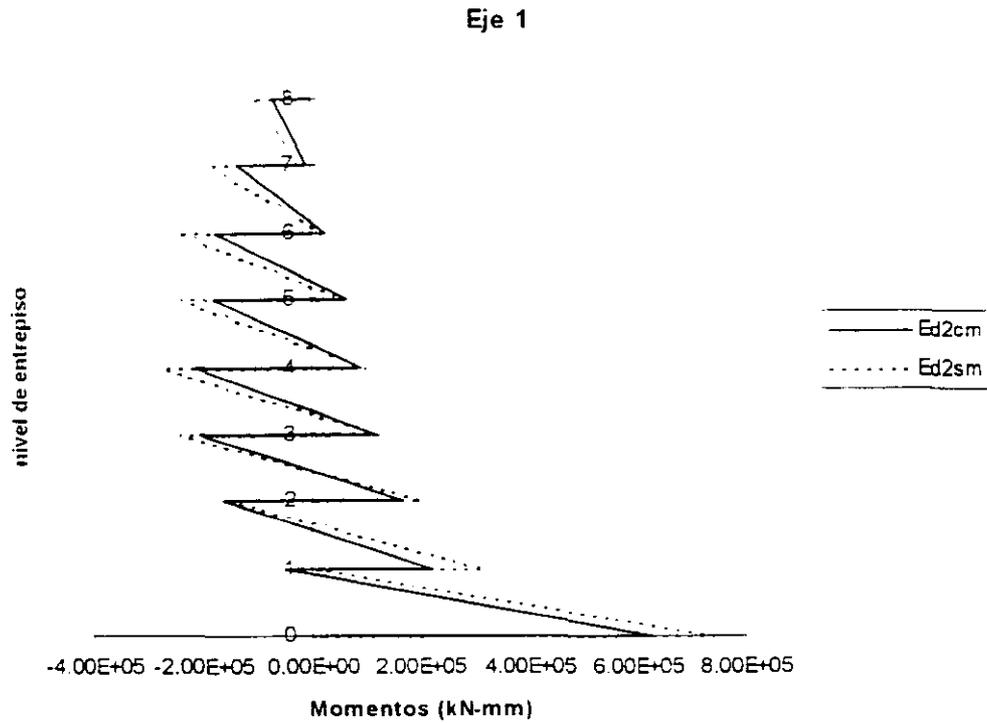


Figura 5.17. Momentos en las columnas de los ejes 1 y 2 del edificio Tipo 2.

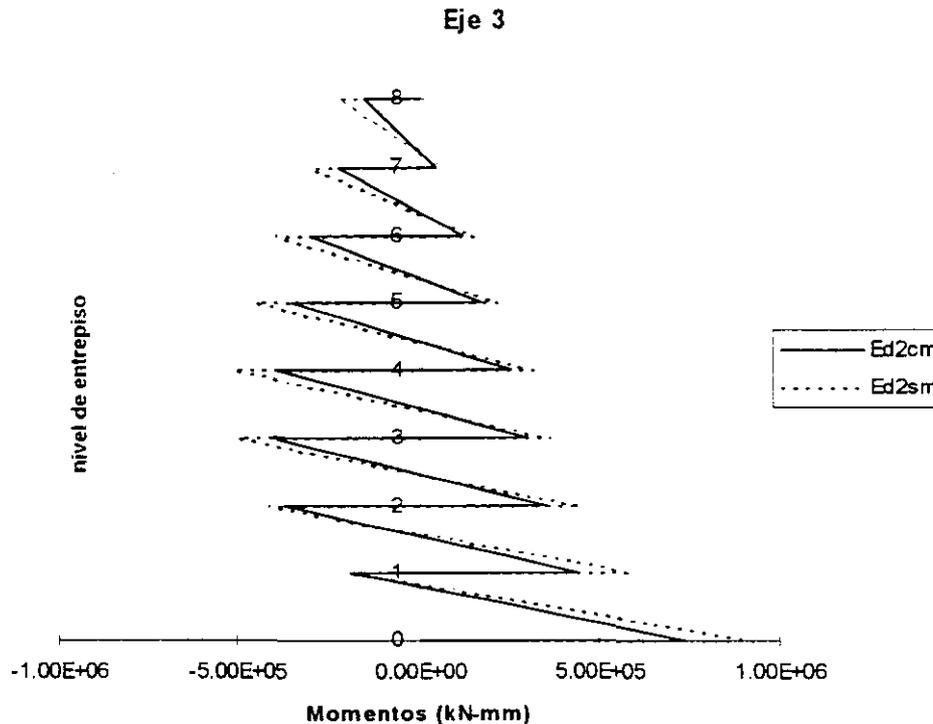


Figura 5.18. Momentos en las columnas del eje 3 del edificio Tipo 2.

### 5.3.4. Edificio Tipo 3.

En este edificio se nota la poca influencia que ejercen los muros en el comportamiento del edificio. El efecto rigidizante que podrían ejercer los muros se pierde debido a que las secciones de las vigas y columnas son de dimensiones considerables y el muro apenas tiene 15 cm de espesor, por lo que, la rigidez de las secciones es considerablemente más grande que la rigidez del muro. La tabla 13 muestra que el incremento en la rigidez inicial y en la resistencia fue 16 y 24% respectivamente. Una situación similar se observa en los cortantes de entrepiso. En efecto, como se observa en la tabla 14, los cortantes de entrepiso no se incrementaron en forma importante como ocurrió en casos anteriores. Éstos varían desde un 8 hasta un máximo de 28% cuando se le incorporan los muros.

Tabla 13.- Incremento de la rigidez y la resistencia debido a los muros (cantidades en kN y mm).

	Ed3 con muros	ED3 sin muros	Relación
Rigidez inicial, K	586.5	506.9	1.16
Resistencia, R	44044.0	35480.7	1.24

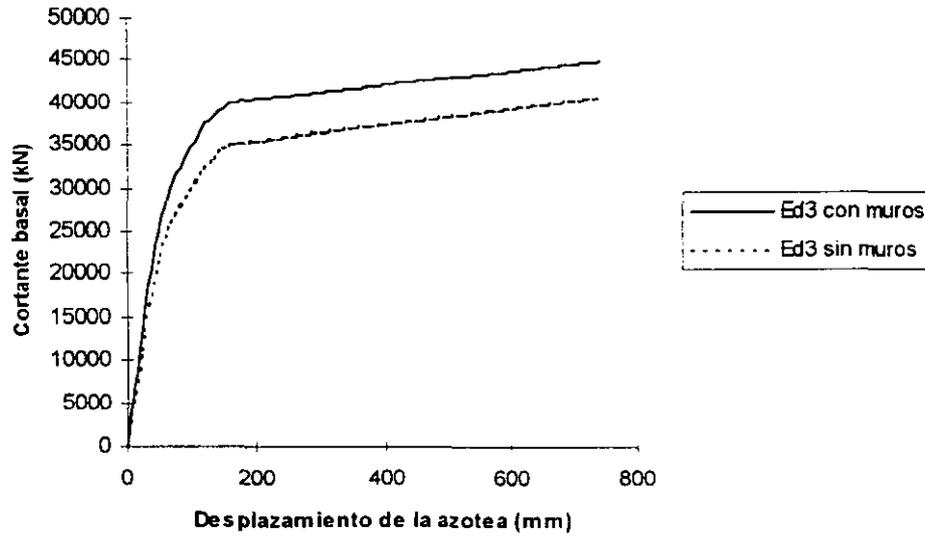


Figura 5.19. Relación de cortante basal - desplazamiento de azotea para el edificio Tipo 3.

Tabla 14. Cortantes de entrepiso máximos para el edificio Tipo 3 (en kN).

Nivel	Ed3 con muros	Ed3 sin muros	Aumento
1	49517.01	46016.91	1.08
2	35840.01	32689.91	1.10
3	33465.31	29965.11	1.12
4	26611.11	23460.91	1.13
5	23686.71	20886.51	1.13
6	19063.91	16613.71	1.15
7	15407.91	13307.71	1.16
8	10608.71	8858.51	1.20
9	9445.51	8046.18	1.17
10	4848.71	3798.58	1.28
11	4162.60	3462.50	1.20
12	2204.90	1854.90	1.19

Los momentos en las columnas del edificio tipo 3 disminuyeron poco en comparación de los momentos obtenidos cuando se añadieron muros al edificio 1. Esto se observa en las figuras 5.20 y 5.21.

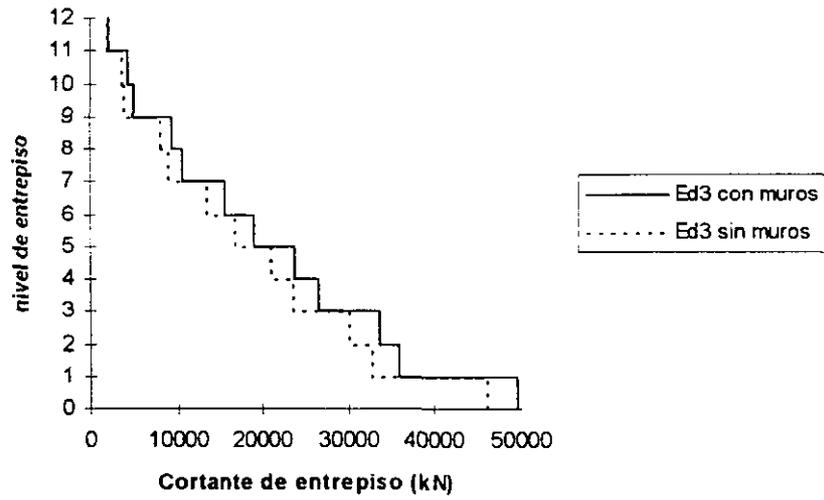


Figura 5.19. Cortantes de entresiso del edificio Tipo 3.

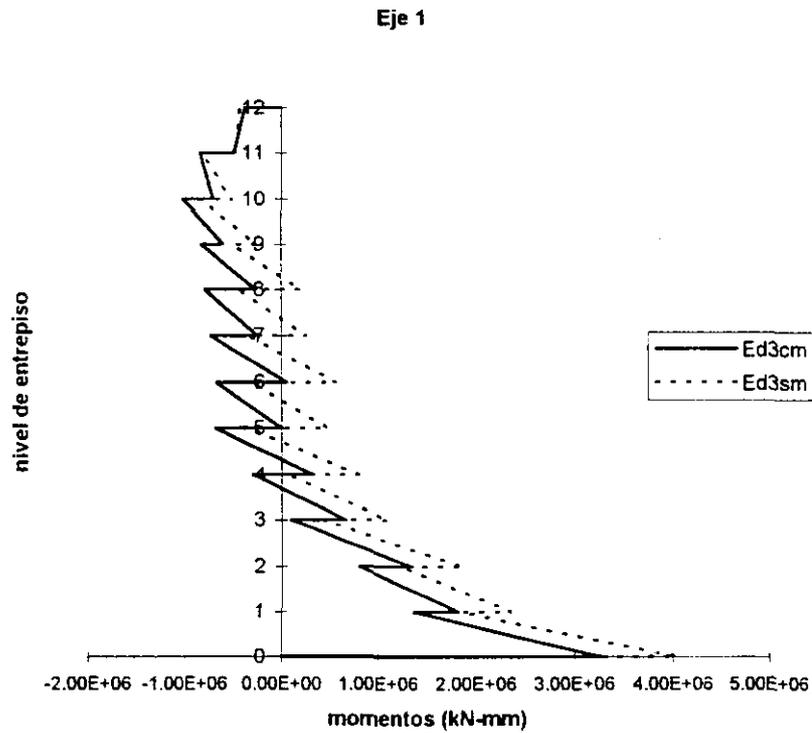


Figura 5.20. Momentos en las columnas del eje 1 del edificio Tipo 3.

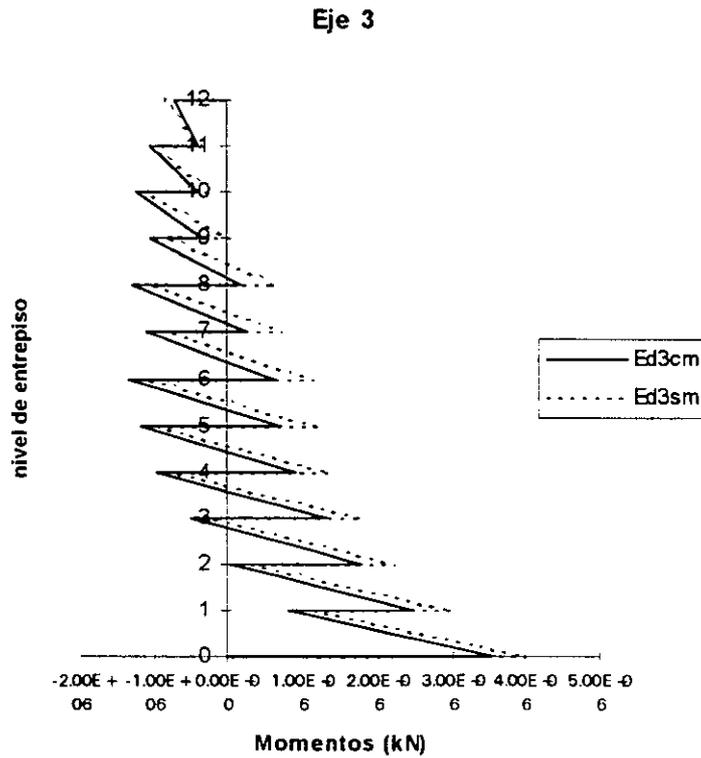
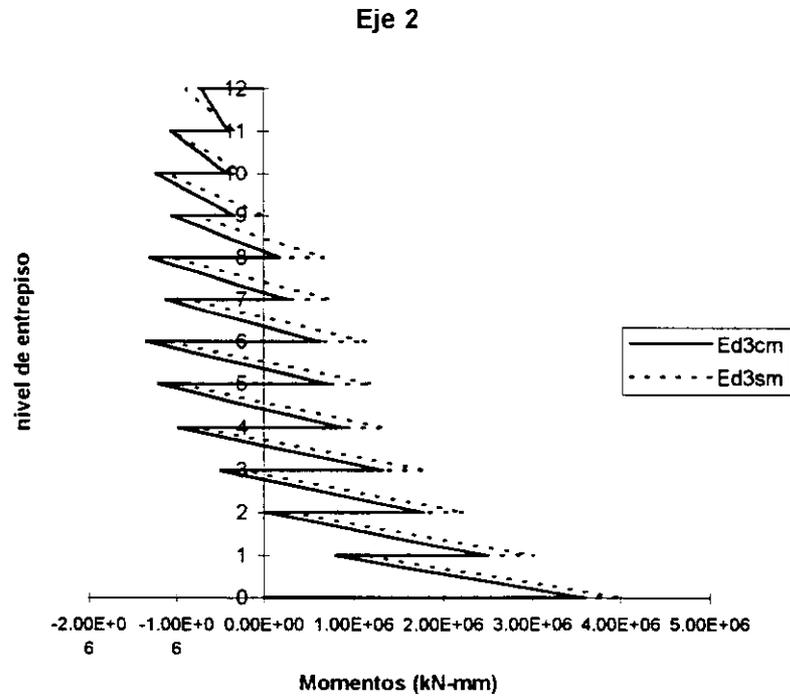


Figura 5.21. Momentos en las columnas del eje 3 del edificio Tipo 3.

En las figuras anteriores se observa que la disminución de los momentos en las columnas no fue tan importante al agregar los muros al marco. Sin embargo, en el eje 1 del edificio tipo 3 se observa que para algunos niveles la distribución de momentos se alteró cuando se incorporaron los muros

También con este mismo programa se calculó la relación fuerza-desplazamiento del tipo de muro de mampostería usado en todos los edificios. En la figura 5.22 se muestra la gráfica de esta relación. La resistencia del muro fue de 207 kN (21100 kg) y su rigidez inicial de 38 kN/mm (38.74 ton/cm). La curva de comportamiento del muro es similar a la propuesta por Esteva para muros de mampostería confinada excepto en la rama descendente. Esto se debe a que en el modelo incorporado al programa considera la degradación de resistencia.

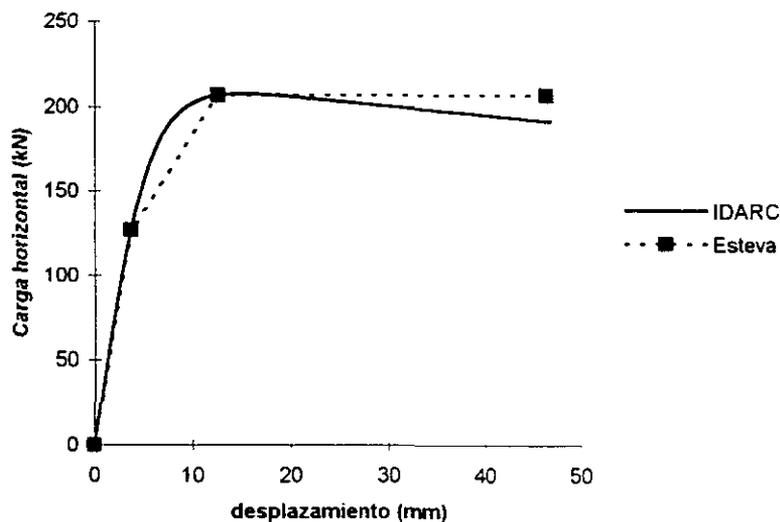


Figura 5.22. Relación fuerza-desplazamiento obtenida para el muro usado en los ejemplos anteriores.

Con el mismo programa de análisis se obtuvieron las distorsiones para los entrepisos de los edificios (tablas 15 a 18). Meli<sup>71</sup> propone que la distorsión angular que causa el daño estructural en los muros de mampostería es del orden de 0.003. Sin embargo a este valor se le deberá añadir 0.001 para considerar el efecto de las separaciones iniciales entre el muro y el marco que lo rodea. Al comparar las distorsiones angulares mostradas en las tablas 15 a 18 con el valor que propone Meli se puede afirmar que en todos los casos los muros ya fallaron probablemente por tensión diagonal ya que este investigador relacionó en su estudio<sup>71</sup> este tipo de falla con el valor de la distorsión angular propuesto.

Sin embargo, si el marco es débil, el muro puede aumentar el cortante en las esquinas produciendo una concentración de éste en las uniones viga-columna. Además, pudiera ocurrir una falla por cortante en las columnas o una articulación plástica al centro de éstas (efecto de la columna corta) debido a una falla por deslizamiento del muro producido por una falla en el mortero a lo largo del muro<sup>72</sup>. El tipo de falla que se pudiera presentar los muros no se conocerá con exactitud al utilizar este programa, sin embargo, sabiendo el nivel de la distorsión angular se puede determinar si el muro sufrió algún daño estructural de acuerdo al valor propuesto anteriormente.

Para evitar estos tipos de falla existen recomendaciones<sup>72</sup> para el diseño de los muros de mampostería que servirán como relleno en los marcos. Por ejemplo, se recomienda<sup>72</sup> que el primer nivel de los marcos con muros de mampostería se diseñen con niveles altos de ductilidad de desplazamiento ya que estos tipos de falla junto con el comportamiento no lineal del muro los demandan.

**Tabla 15. distorsiones de entrepiso obtenidos para el edificio STC.**

nivel	despl. rel.(mm)	distorsión
1	82.225	0.0166
2	51.019	0.0103
3	31.911	0.0064
4	48.197	0.0097
5	45.061	0.0091
6	47.619	0.0096
7	43.356	0.0088
8	47.045	0.0095
9	47.045	0.0095
10	61.361	0.0124

**Tabla 16. distorsiones de entrepiso obtenidos para el edificio tipo 1.**

nivel	despl. rel.(mm)	distorsión
1	91.497	0.0277
2	97.246	0.0295
3	100.334	0.0304
4	104.149	0.0316

Tabla 17. distorsiones de entrepiso obtenidos para el edificio tipo 2.

nivel	despl. rel.(mm)	distorsión
1	46.816	0.01419
2	48.816	0.01479
3	51.816	0.01570
4	56.816	0.01722
5	57.126	0.01731
6	66.867	0.02026
7	73.975	0.02242
8	76.581	0.02321

Tabla 18. distorsiones de entrepiso obtenidos para el edificio tipo 3.

nivel	despl. rel. (mm)	distorsión
1	41.715	0.01264
2	43.947	0.01332
3	54.56	0.01653
4	53.715	0.01628
5	48.916	0.01482
6	55.455	0.01680
7	51.716	0.01567
8	51.45	0.01559
9	62.431	0.01892
10	66.571	0.02017
11	71.717	0.02173
12	75.714	0.02294

En los ejemplos anteriores, se usó una mampostería con una baja resistencia a la compresión. El motivo de usar este valor es que, contrariamente a la mampostería usada en el laboratorio cuya resistencia es mucho mayor debido al control de calidad, la mampostería en la construcción a veces no es tan buena. Sin embargo, a pesar de la mampostería con baja resistencia que se usó en los ejemplos, se pudieron observar las diferencias debido a los muros, en el cortante basal, la rigidez inicial, la resistencia y los cortantes de entrepiso. Se puede afirmar que el programa en esta tesis es un primer paso para poder considerar los efectos de los muros de mampostería en el análisis de edificios y así poder tomar en cuenta la contribución de los muros cuando se vayan a diseñar los marcos. Sin embargo, el IDARC modificado aún tiene algunas deficiencias. En efecto, el programa no considera la interacción entre el muro y los elementos del marco. Esto se debe a que, en general los programas de análisis de edificios consideran los elementos, vigas y columnas, como barras unidas en

sus juntas y la contribución de los muros como una fuerza que disminuye las acciones aplicadas al marco. Por tanto no se considera el cambio en la distribución de momentos que pudiera haber por el efecto de las longitudes de apoyo de la diagonal equivalente en las vigas y columnas. Por otro lado los mecanismos de falla deberían ser diferentes entre un marco con muros y otro sin ellos debido al efecto de restricción a la rotación que producen los muros en las juntas y en cierta longitud del elemento.

## 6. Conclusiones.

En este trabajo se seleccionó un modelo de comportamiento para los muros de mampostería entre varios modelos propuestos por diferentes autores y se implantó a un programa de análisis no lineal de marcos planos. Posteriormente se verificó si este modelo es válido para el análisis de marcos con muros de mampostería. De este trabajo se pueden llegar a las siguientes conclusiones y recomendaciones :

1.- En esta tesis se mostró a través de varios ejemplos que el IDARC modificado toma en cuenta correctamente la contribución de los muros en el comportamiento lateral de los edificios. Se pudo observar de los resultados un aumento en el cortante basal de los edificios y en los cortantes de entrepiso cuando se les incorporaron los muros de mampostería en sus crujiás externas. Este aumento demuestra la necesidad de que se tomen en cuenta los muros cuando se diseñan los marcos. Sin embargo, se observó que el efecto de los muros disminuye cuando las secciones transversales de las vigas y columnas del marco aumentan ya que la rigidez relativa entre el marco y el muro de mampostería disminuye.

2.- La distribución de los momentos y cortantes en las columnas de los edificios que resultan del análisis con el modelo empleado en esta tesis no se alteran en forma considerable cuando se le agregan los muros un edificio. Esto sucede porque las fuerzas cortantes que toman éstas se transmiten al muro o a las uniones viga-columna. Por otra parte el programa considera a las vigas y columnas como barras unidas en sus juntas y la contribución de los muros como una fuerza que disminuye las acciones aplicadas al marco. Por tanto no se considera el cambio en la distribución de momentos y cortantes que pudiera haber por el efecto de las longitudes de apoyo del muro en las vigas y columnas.

3.- El artificio de las pseudofuerzas para representar los efectos de los muros en los marcos y la consideración de columnas y vigas como barra unidas en sus juntas hace que los mecanismos de falla de los edificios con muros obtenidos en esta tesis no correspondan a los que realmente deberían tener. Los mecanismos de falla deberían ser diferentes entre un marco con muros y otro sin ellos debido al efecto de restricción a la rotación que producen los muros en las juntas y en cierta longitud del elemento. Además, pudiera haber la formación de articulaciones plásticas en algún punto de las columnas producido por el deslizamiento de una parte del muro ocurrido por la falla del mortero del mampostería a lo largo de éste. Estas articulaciones no se pueden obtener en un programa convencional de análisis de marcos planos como es el IDARC.

4.- Por otro lado, el tipo de falla que se produce en el muro no se puede conocer con exactitud con la formulación usada en esta tesis. Sin embargo, con la distorsión angular de entrepiso obtenida con el programa de análisis modificado se puede conocer la situación del daño del muro al comparar esta distorsión con un valor indicativo del daño en el muro.

5.- Este programa modificado en esta tesis podría ser un primer paso para poder considerar los efectos de los muros de mampostería en el análisis de edificios y así poder tomar en cuenta la contribución de los muros cuando se vayan a diseñar los marcos. Sin embargo se debe mejorar la formulación, por ejemplo, el artificio de las pseudofuerzas podría reemplazarse con una formulación directa de la matriz de rigideces de los muros e incorporarse a la matriz de rigideces global de la estructura.

## 7. Referencias.

1. R. G. Draysdale, R. V. Vanderkeyl y A. A. Hamid, Masonry Structures: Behavior and Design, Prentice Hall, pag. 477, Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.
2. Booth E., Concrete Structures in Earthquake Regions: Design and Analysis, Longman , UK, 1994.
3. Polyakov, S. V. ; "Masonry in Framed Buildings: An Investigation into the Strength and Stiffness of Masonry Infilling", Moscú, 1957.
4. Wood, R. H., "The stability of tall buildings", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, septiembre 1958, pp. 69-102.
5. Benjamin, J. R. y Williams, H. A. "The Behavior of One-story Reinforced Concrete Walls", *Journal of the Structural Division*, ASCE, ST 3, pp. 1254 -1 a 1254-49, 1958.
6. Benjamin, J. R. y Williams, H. A. "The Behavior of One-story Brick Shear Walls", *Journal of the Structural Division*, ASCE, ST 4, pp. 1723-1 a 1723-29, 1958.
7. Esteva, L.; "Behavior under Alternating Loads of Masonry Diaphragms Framed by Reinforced Concrete Members". International Symposium on the Effects of Repeated Loading of Materials and Structural Elements, R. I. L. E. M., México, septiembre, 1966
8. Tomazevic, M., Lutman, M., y Petkovic, L., "Seismic Behavior of Masonry Walls : Experimental Simulation", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 122, No. 9, septiembre, 1996.

9. Klingner, R. E. y Bertero V. V.; "Earthquake Resistance of Infilled Frames", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 104, No. ST6. Junio, pp. 973-989, 1978.
10. Brokken S. T. y Bertero V. V.; "Studies on Effects of Infills in Seismic Resistant r/c Construction", Reporte No. UCB/EERC-81/12, octubre, 1981.
11. Stafford Smith, B. ; "Model Tests Results of Vertical and Horizontal Loading of Infilled Frames", *ACI Journal*, agosto, pp. 618-624, 1968.
12. Holmes, M.; "Combined Loading on Infilled Frames", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*; Vol. 25, pp. 31-38, 1963.
13. Mallick, D. V. y Garg, R. P. ; "Effect of Openings on the Lateral Stiffness of Infilled Frames", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, junio, Vol 49, pp. 193-209, 1971.
14. Liauw, T. C.; "Test on Multistory Infilled Frames Subject to Dynamic Lateral Loading", *ACI Journal*, abril, pp. 551-563, 1979.
15. Liauw, T. C. y Lee, S. W. ; "On the Behavior and the Analysis of Multi-storey Infilled Frames Subject to Lateral Loading", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, septiembre, pp. 641-656, 1977.
16. Riddington, J. R. ; "The Influence of Initial Gaps on Infilled Frame Behavior" , *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol . 77, septiembre, pp. 295-310, 1984.
17. Meli, R., "Comportamiento sísmico de muros de mampostería" , Reporte No. 352 , Instituto de Ingeniería, UNAM, abril, México, D.F, 1975.

18. Dhanasekar, M. y Page, W.; "The Influence of Brick Masonry Infill Properties on the Behavior of Infilled Frames", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol. 81, diciembre., pp. 593-605, 1986.
19. Holmes M; "Steel Frames with Brickwork and Concrete Infilling"; *Proceedings of the Institution of Civil Engineerings*, Vol. 19, pp. 473-475, 1961.
20. Stafford Smith B, "Lateral Stiffness of Infilled Frames", *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, ST 6 , diciembre, pp. 183 - 199, 1962.
21. Stafford Smith B., "Behavior of Square Infilled Frames", *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, ST 1, febrero, pp. 381-403, 1966.
22. Stafford Smith, B. y Carter C.; "A Method of Analysis for Infilled Frames", *Proceeding of the Institution of Civil Engineerings*, Vol. 44, septiembre, pp. 31-48, 1969.
23. Liauw, T. C.; "Elastic Behavior of Infilled Frames", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 46, pp. 343-349, 1970.
24. Máinstone R. J., "On the Stiffnesses and Strengths of Infilled Frames", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Supplement (iv), artículo 7360 S, pp. 57-90, 1971.
25. Liauw, T. C. y Kwan, K. H. ; "Plastic Theory of Non-integral Infilled Frames", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol. 75, septiembre, pp. 379-396, 1983.
26. Liauw, T. C. y Kwan, K. H. ; "Plastic Theory of Infilled Frames with Finite Interface Shear Strength", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol.75, diciembre , pp. 707-723, 1983.

- 
27. Gergely, P.; White, R.; Zawilinski D. y Mosalan, K.; "The Interaction of Masonry Infill and Steel or Concrete Frames", Proceedings of 1993 National Earthquake Conference, Memphis, Tennessee, II, pp. 183-192, 1994.
28. Soroushian, P.; "Inelastic Modeling and Seismic Analysis of Reinforced Masonry Walls: Design Recommendations and Energy Methods", Ph. D. Diss., Cornell University, Ithaca, NY, agosto, 1993.
29. Malick, D. V. y Severn, R. T.; "The Behavior of Infilled Frames under Static Loading", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, septiembre/diciembre, vol. 38, pp. 639 - 656, 1967.
30. King G. J. W. y Pandey P. C.; "The Analysis of Infilled Frames using Finite Elements"; *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol. 65, diciembre, pp. 749-760, 1978.
31. Goodman, R. E. ; "A Model for Mechanics of Jointed Rock", *J. Soil Mech. Fdns Div. Am. Soc. Civ. Engrs*, Vol. 94, SM3, marzo, pp. 637-659, 1968.
32. King, G. J. y Chandrasekaran, V. S.; "An Assessment of the Effects of Interaction between a Structure and its Foundation". *On Settlement of Structures*, Pentech, Londres, pp. 368-383, 1975.
33. Liauw, T.C. y Kwan, K. H. ; "Non - linear Analysis of Multistorey Infilled Frames"; *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, junio , pp. 441-454, 1982.
34. Liuaw, T. C. y Lo, C. Q. ; "On Multibay Infilled Frames" , *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part 2, Vol. 85, septiembre, pp. 469-483, 1988.

35. Doudomis, I. ; Mitsopoulou, E. N. y Nikolaidis, G. N.; "A Macroelement for the Simulation of the Infill Panels in Multistorey Frames under Horizontal Seismic Actions", Proceedings of 10<sup>th</sup> European Conference on Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam, pp. 1371-1376, 1995.
36. Klingner, R. E., "Mathematical Model of Infilled Frames", Reinforced Concrete Structures Subjected to Wind and Earthquake Forces, ACI SP-63, pp. 1-25, 1980.
37. Mondkar, D. P. y Powell, G. H., "ANSR-I: General Purpose Program for Analysis of Nonlinear Structural Response", Report No. EERC 75-37, University of California, Berkeley, 1975.
38. Chrysostomou, C. Z.; Gergely, P. y Abel, J. F.; "Preliminary Studies of the Effects of Degrading Infill Walls on the Nonlinear Seismic Response of Steel Frames", Reporte Técnico No. NCEER-88-0046, State University of New York at Buffalo, 1988.
39. Mander, J. B., Aycardi, L. E., y Kim, D.-K., "Physical and Analytical Modeling of Brick Infilled Steel Frames". Proceedings from the NCEER Workshop on Seismic Response of Masonry Infill. Editado por D. P. Abrams. Reporte Técnico NCEER-94-0004, marzo, pp. 1.21-1.26, 1994.
40. Prakash, V., Powell, G. H., Campbell, S. D. y Filippou F. C., "DRAIN-2DX Preliminary Element User Guide", University of California at Berkeley, California 1992.
41. Valles, R.E., Reinhorn, A. M., Kunnath, S.K., Li , C., y Madan, A. , "IDARC2D Version 4.0 : A Computer Program for the Inelastic Damage Analysis of Buildings", Reporte Técnico NCEER-96-0010, State University of New York at Buffalo, 1996.
42. Saneinejad, A. y Hobbs, B., "Inelastic Design of Infilled Frames", Journal of Structural Engineering, Vol. 121, No. 4, pp. 634-650, abril 1995.

43. Reinhorn, A. M. ; Madan, A. ; Valles, R. E. ; Reichmann, Y. y Mander J. B., "Modeling of Masonry Infill panels for Structural Analysis". Reporte Técnico NCEER-95-0018, State University of New York at Buffalo, 1995.
44. Chen, W. F., Plasticity in Reinforced Concrete, McGrawHill Book Co., Nueva York, N. Y., 1982.
45. Building Code Requirements for Masonry Structures (ACI 530-92/ASCE 5-92/TMS 402-92).
46. Bouc, R., "Forced Vibration of Mechanical Systems with Hysteresis", Proceedings of 4<sup>th</sup> Conference on Non-linear Oscillation, Praga, 1967.
47. Barber, T. T. y Wen, Y. K., "Random Vibration of Hysteretic Degrading Systems", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 107, pp. 1069-1087, 1981.
48. Reinhorn, A. M. y Valles, R. E., "Damage Evaluation in Inelastic Response of Structures : A deterministic Approach", State University of New York at Buffalo, 1996.
49. Lobo, R. F., "Inelastic Dynamic Analysis of Reinforced Concrete Structures in Three Dimensions", Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, State University of New York at Buffalo, 1994.
50. Esteva, L., Meli, R., Zeevaert, W., "Comportamiento de muros de mampostería hueca ante carga lateral alternada", Informe No. 156, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, julio, 1968.
51. Barber, T. T. y Noori, M. N., "Random Vibration of Degrading Pinching Systems", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 111, No. 8 , pp. 1010-1026, agosto, 1985.

52. Reinhorn, A. M., Li C., y Constantinou, M. C., "Experimental and Analytical Investigation of Seismic Retrofit of Structures with Supplemental Damping : Part I - Fluid Viscous Damping Devices", Reporte Técnico NCEER-95-0001, State University of New York at Buffalo, 1995.
53. Rosenbrock, H. H., "Some General Implicit Processes for the Numerical Solution of Differential Equations", Computer Journal, Vol 18, pp. 329-330, 1964.
54. Reinhorn, A. M. , Li C. y Lobo R., "Experimental and Analytical Investigation of Seismic Retrofit of Structures with Supplemental Dampers", Reporte Técnico NCEER-93-000, State University of New York at Buffalo, 1993.
55. Meli, R. y Salgado, G., "Comportamiento de muros de mampostería sujetos a carga lateral", Informe No. 237, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, septiembre, 1969.
56. Bazán, E., "Muros de mampostería ante cargas laterales. Estudios analíticos", Tesis doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1980.
57. Park, J. J., Reinhorn, A. M., y Kunnath, S. K., "IDARC : "Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Frame - Shear - Wall Structures", Reporte Técnico NCEER-87-0008, State University of New York at Buffalo, 1987.
58. Park, Y. J., Ang A. H-S., y Wen, Y. K., "Seismic Damage Analysis and Damage- Limiting design of R/C Buildings", Civil Engineering Studies, Reporte Técnico No. SRS 516, University of Illinois, Urbana, 1984.
59. Aoyama, H., "Analysis on a School Building Damaged During the Tockacki-Oki Earthquake", Proc. Of Kanto District Symposium of AIJ, Tokio, Japón, enero 1971.

60. Park, R. & Paulay, T. ; Reinforced Concrete Structures , John Wiley, 1975.
61. Hirosawa, M., "Past Experimental Results on Reinforced Concrete Shear Walls and Analysis on Them", BRI, Ministerio de Construcción, Japón, marzo, 1975.
62. Roufaiel, M. S. L. y Meyer C., "Analytical Modeling of Hysteretic Behavior of R/C Frames", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, No. 3, pp. 429-444, marzo, 1987.
63. Meyer, C. y Roufaiel, M. S. L., "Behavior of Multistory Reinforced Concrete Frames for Cyclic Loads", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 11, No. 2, pp. 207-228, 1983.
64. Kunnath, S. K., Reinhorn, A. M., y Lobo, R. F., "IDARC Version 3.0 : A Program for the Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Structures", Reporte Técnico NCEER-92-0022, State University of New York at Buffalo, 1992.
65. Fung, Y. C., "A First Course In Continuum Mechanics", Prentice Hall, 1969.
66. Newmark, N. M., "A method of Computation for Structural Dynamics", Proceedings of American Society of Civil Engineers, Vol 85 (EM3), pp. 67-94, (1959).
67. "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Departamento del Distrito Federal, México, 1987.
68. "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Departamento del Distrito Federal , México, 1987.
69. Avila, J. y Meli, R., "Análisis de la Respuesta de Edificios Típicos Ante el Sismo del 19 de Septiembre de 1985", Informe interno, Instituto de Ingeniería, UNAM. México, 1987.

- 
70. Lorenzo-Luaces F., "Sobrerresistencia en estructuras a base de marcos de concreto reforzado". Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1995.
71. Meli, R., "Control of Earthquake Damage in Buildings with Masonry Walls", Proceedings of the Sixth I.B.M.A.C., Roma, mayo, 1982.
72. Paulay, T. y Priestley, M. J. N., "Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings", John Wiley & Sons, 1992.
73. Tomazevic, M. y Lutman, M., "Seismic Behavior of Masonry Walls : Modeling of Hysteretic Rules", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 122, No. 9, septiembre, 1996.
74. Negro, P. y Verzeletti, G., "Effect on Infills on the Global Behavior of R/C Frames : Energy considerations from pseudodynamic tests", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, pp. 753-773, 1996.
75. Thiruvengadam, V., "On the Natural Frequencies of Infilled Frames", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 13, pp. 401-419, 1985.
76. McNiven H. G. y Mengi, Y., "A Mathematical Model for the In-plane Non-linear Earthquake Behavior of Unreinforced Masonry Walls : Parts I & II, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 18, pp. 233-261, 1989.
77. Tomazevic, M. y Klemenc, I., "Seismic behavior of Confined Masonry Walls", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, pp. 1059-1071, 1997.

78. Fardis, M. N., y Panagiotatos, T. B., "Seismic Reponse of Infilled R.C. Frames Structures", Artículo No. 225, XI World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, México, 1996.
79. Flores, L. E. y Alcocer, S.M., "Calculated Response of Confined Masonry Structures", Artículo No. 1830, XI World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, México, 1996.
80. Bazán, E. y Meli, R., "Diseño Sísmico de Edificios", Editorial Limusa.
81. Newmark, N. M. y Rosenblueth, E., "Fundamental of Earthquake Engineering". Editorial Prentice Hall, 1971.
82. Lawson, R. S., Vance, V, y Krawinkler, H., "Nonlinear Static Push-over Analysis- Why, When and How ?".

## **Agradecimientos**

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y tecnología, CONACyT, por la beca otorgada para la realización de mis estudios de Maestría. Asimismo deseo expresar mi agradecimiento al Instituto de Ingeniería de la UNAM por las facilidades otorgadas para la realización de esta tesis, así como a la Dirección General de Intercambio Académico de la UNAM y a la Universidad Autónoma de Yucatán por la beca otorgada para la conclusión de la misma.

Mi más profundo agradecimiento al Dr. Gustavo Ayala Milián por todo el apoyo, enseñanzas y consejos que me dio para llevar a cabo con éxito mis estudios de Maestría así como mis metas propuestas en la vida.

Por último, agradezco a los profesores de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería por las enseñanzas que recibí de ellos durante los cursos de la Maestría y a mis compañeros y amigos con los que conviví a los largo de estos dos años.