

23
2ej.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

**ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE ECUACIONES
UTILIZADAS EN INGENIERIA PETROLERA**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO PETROLERO**

**P R E S E N T A :
LUIS ARTURO JIMÉNEZ GOMEZ**

DIRECTOR DE TESIS: ING. MANUEL VILLAMAR VIGUERAS



CD. UNIVERSITARIA MEXICO, D. F.

1997

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-I-074

SR. LUIS ARTURO JIMENEZ GOMEZ

Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Ing. Manuel Villamar Vigueras y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero :

**ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE ECUACIONES UTILIZADAS EN INGENIERIA
PETROLERA**

- RESUMEN**
INTRODUCCION
I CONCEPTOS FUNDAMENTALES
II DETERMINACION DE LA SENSIBILIDAD DE ALGUNAS
ECUACIONES
III PROCEDIMIENTO PRACTICO PARA DETERMINAR LA
SENSIBILIDAD
IV CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
REFERENCIAS
BIBLIOGRAFIA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Ciudad Universitaria, a 23 de octubre de 1997
EL DIRECTOR


ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS*RLR*gtg

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA

Nombre de Tesis : Análisis de Sensibilidad de Ecuaciones Utilizadas en Ingeniería Petrolera

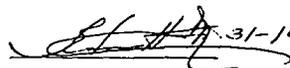
Realizada por : Jiménez Gómez Luis Arturo

No. Cta. 8207396-3

Jurado

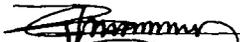
Ing. Eduardo G. Loreto Méndez

Presidente

 31-10-97

Ing. Manuel Villamar Viguera

Vocal



M.I. Nestor Martínez Romero

Secretario



Ing. Maximino Meza Meza

1º Supiente



Dra. Jetzabeth Ramírez Sabag

2º Supiente



A mis Padres, que siempre me estimularon para la culminación de mi carrera, por su apoyo moral, espiritual y económico les estoy profundamente agradecido.

A mi hermano Javier, por los momentos alegres y otras veces un tanto difíciles, por tú apoyo incondicional te doy las gracias.

A mi hermana Verónica, por tú ayuda aunque discreta siempre oportuna. Y precisamente esa discreción me marcó el camino al ver todo lo que has logrado, gracias.

ADRIANA.

Por tú paciencia, y por que siempre creíste en mí,
este trabajo que marca el fin de una etapa de
nuestras vidas y da principio a otra, te lo dedico a ti.

**Le agradezco al Ing. Manuel Villamar Viguera
por su ayuda y dirección para la culminación de
este trabajo. Por su tiempo y consejos gracias.**

**A todos mis profesores, por sus conocimientos
que han vertido sobre mí persona, y por que
siempre hay algo que enseñar y que aprender.**

**A la U.N.A.M. mi alma mater, y en especial a la
Facultad de Ingeniería, por que gracias a ella he
obtenido la educación que me forja como
profesionista y como hombre de bien.**

Gracias a Dios, por que me ha señalado el buen camino.

CONTENIDO

	pag.
RESUMEN	i
INTRODUCCIÓN	ii
I. CONCEPTOS FUNDAMENTALES	1
I.1.- DEFINICIONES	2
I.2.- MEDICIONES FÍSICAS	5
I.3.- CLASIFICACIÓN DE ERRORES EN LAS MEDICIONES FÍSICAS	7
II. DETERMINACIÓN DE LA SENSIBILIDAD DE ALGUNAS ECUACIONES	9
II.1.- DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO SIMPLE	9
II.2.- EJEMPLO DE APLICACIÓN	11
II.3.- ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE VARIAS ECUACIONES DE INGENIERÍA PETROLERA	15
III. PROCEDIMIENTO PRÁCTICO PARA DETERMINAR LA SENSIBILIDAD DE UNA ECUACIÓN	53
III.1.- ECUACIONES REDUCIDAS	53
III.2.- OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES TIPO	59
III.3.- MÉTODO DE LA ECUACIÓN TIPO	66
IV. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	74
REFERENCIAS	80
BIBLIOGRAFÍA	81

RESUMEN

En este trabajo se presentan los resultados del análisis de sensibilidad realizado a ecuaciones utilizadas en Ingeniería Petrolera, con el fin de determinar las variables que más afectan a cada una de ellas y tomar las medidas necesarias para obtener resultados confiables.

Para desarrollar el trabajo, se requirió, en principio, revisar conceptos sobre la medición de magnitudes físicas y los errores que se pueden cometer en tal operación.

De acuerdo a un método, conocido como Método Simple, se determinó el grado de sensibilidad de 13 ecuaciones por efecto de cambios en los valores de sus variables.

La aplicación de tal método dio origen a otro método también simple, pero más rápido, o sea más práctico, al cual se le denominó Método de la ecuación Tipo.

Todo lo expuesto en este trabajo ayuda al profesional de ingeniería, por supuesto al Ingeniero Petrolero, para conocer a fondo las ecuaciones que constantemente utiliza, es decir, conocer cómo se obtienen los valores de las variables de las ecuaciones y cómo afectan las variables en las ecuaciones.

INTRODUCCION

Un análisis de sensibilidad es un método matemático con el cual se puede determinar qué variable, dentro de una ecuación, altera de manera considerable un resultado, cuando las variables que integran esa ecuación tienen un error .

De antemano, se sabe que el error en una variable que interviene en una ecuación modificará el resultado verdadero de la propiedad que se esté calculando en ese momento. En una primera instancia, se pensaría que el porcentaje de error en la variable es proporcional al porcentaje de error en el resultado; aunque esto sí llega a suceder, en otras ocasiones no es así, y esto se debe a que cada variable dentro de una ecuación influye de manera diferente. En la mayoría de las ecuaciones es difícil determinar la influencia de las variables sobre el resultado si no se hace un análisis de sensibilidad. Un análisis de sensibilidad ayuda a conocer bien una ecuación .

Este trabajo tiene como objetivo mostrar, tanto al estudiante como al profesional de la Carrera de Ingeniería Petrolera, que cuando se utiliza una ecuación para la solución de algún problema, ésta siempre tendrá cierto grado de sensibilidad hacia sus variables y que, para obtener buenos resultados, es indispensable conocer bien la ecuación para hacer un buen manejo de ella. Para lograr tal objetivo, se hacen análisis de sensibilidad a varias ecuaciones comunes en Ingeniería Petrolera.

I.- CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Dentro del desarrollo profesional de cualquier carrera de ingeniería, existirá siempre la necesidad de resolver problemas con la ayuda de alguna ecuación . Las ecuaciones pueden ser : desde muy simples hasta muy complejas, dependiendo del problema que se requiera resolver. En la mayoría de los casos, la complejidad o simplicidad de una ecuación depende del número de variables que comprende .

En la Ingeniería Petrolera se tienen tres grandes especialidades de estudio :

- Perforación
- Yacimientos
- Producción

Cada una de estas áreas técnicas tiene sus propias ecuaciones para la solución de problemas específicos y los ingenieros que trabajan en estas áreas se especializan en el manejo de las ecuaciones correspondientes.

Cuando se trabaja con una ecuación, siempre se querrá tener un buen resultado, y para lograr ese objetivo se debe conocer a fondo la ecuación. Al decir : conocer a fondo una ecuación, se refiere a conocer cómo se obtienen los valores de las variables que intervienen en ella y cómo afectan dichas variables a la ecuación, es decir, cómo un error en las variables o un mal dato afecta al resultado . Un mal dato es aquel que se obtuvo con poca precisión o cuando se ha cometido un error en su determinación, lo cual se debe, principalmente, a las siguientes razones:

- A la persona que hace la medición o la estimación del dato
- Al mal funcionamiento del instrumento de medición
- Al procedimiento para realizar la determinación del dato

Con el propósito de tener mayor información al respecto , que ayude tanto a conocer a fondo las ecuaciones como a reducir la magnitud de los errores que se cometen en la medición u obtención de las variables , se presentan a continuación algunas definiciones y conceptos básicos .

I.1 DEFINICIONES

NÚMERO EXACTO. Es aquel número que representa el valor íntegro o completo de una cantidad⁽¹⁾.

NÚMERO APROXIMADO. Es aquel número que no es exacto y se emplea para reemplazar al número exacto⁽¹⁾.

DISCREPANCIA . Es la diferencia entre dos valores medidos de una cantidad, tal como la diferencia entre los obtenidos por dos estudiantes o la diferencia entre el valor encontrado por un estudiante y el dado en un libro de texto. La palabra error es a menudo utilizada incorrectamente para referirse a tales diferencias⁽¹⁾ .

ERROR. Esta palabra es utilizada correctamente con diferentes significados (y frecuentemente en forma incorrecta para denotar lo que propiamente debería llamarse una discrepancia) : 1. Para denotar la diferencia entre un valor medido y el verdadero. 2. Cuando un número tal como $\pm \Delta Z$ es dado o implicado; en este caso, el error se refiere a la incertidumbre estimada y es expresado en términos de cantidades como desviación estándar, desviación promedio, error probable o índice de precisión⁽²⁾ .

ERROR ABSOLUTO. Es la diferencia entre el número exacto (N) y el aproximado (A)⁽¹⁾ .

$$e = N - A$$

ERROR RELATIVO. Se llama error relativo de un número exacto al cociente que resulta de dividir el error absoluto "e" por el número exacto (N) o sea⁽¹⁾ .

$$\epsilon = \frac{N - A}{N} = \frac{e}{N}$$

[1] Referencias al final

ERRORES DETERMINADOS E INDETERMINADOS. Los errores que pueden ser evaluados por algún procedimiento lógico, sea teórico o experimental, son llamados determinados, mientras que los otros son llamados indeterminados.

Los errores fortuitos son errores determinados ya que pueden ser evaluados mediante la aplicación de alguna teoría. Los errores sistemáticos pueden algunas veces ser evaluados mediante la calibración de los instrumentos contra estándares, y en estos casos el que los errores sean determinados o indeterminados depende de la validez de los estándares⁽²⁾.

ERRORES DE DEFINICIÓN: Aún si el procedimiento de medida fuera perfecto, mediciones repetidas de la misma cantidad podrían no concordar a causa de que la cantidad podría no estar bien definida ⁽²⁾.

ERRORES DE JUICIO: La mayor parte de los instrumentos requieren una estimación de la más pequeña división y la estimación del observador puede variar de un instante a otro por una diversidad de razones⁽²⁾ .

ERRORES POR FLUCTUACIONES : Son aquellos que se tienen por fluctuaciones de las características que definen el ambiente de un experimento, tales como temperatura, presión, humedad⁽²⁾ .

ERRORES DE CALCULO : El instrumental matemático seleccionado para calcular los resultados (tales como calculadoras, computadoras) podrían tener errores lo bastante pequeños como para ser completamente despreciables en comparación con los errores naturales del experimento.

Así, si los datos son exactos en cinco cifras significativas utilizando una herramienta (computadora) y si después se usa otra herramienta (calculadora) que lee solamente tres cifras significativas, es impropio agregar en el informe "error en la herramienta " como una fuente de error. Por otra parte, si se observa que se tienen mejores ajustes en los resultados con una determinada herramienta es preferible seguirla utilizando⁽⁴⁾ .

ERRORES POR PERTURBACIONES PEQUEÑAS. Ejemplos de ellas son las vibraciones mecánicas en instrumentos eléctricos, la entrada de señales espúreas, provenientes de máquinas eléctricas rotatorias próximas o de otros aparatos⁽⁴⁾.

ERRORES CAÓTICOS . Si el efecto de las perturbaciones llega a ser irrazonablemente grande, es decir, grande comparado con los errores fortuitos naturales, ellos son llamados errores caóticos. En tales situaciones el experimento debería ser interrumpido hasta que la fuente de perturbación sea eliminada⁽⁴⁾ .

DISPARATES: Estos son errores causados por equivocaciones repentinas en la lectura de instrumentos, ajuste de las condiciones del experimento o cálculos realizados. Ellos pueden ser ampliamente eliminados por el cuidado y la repetición de los experimentos y los cálculos⁽³⁾ .

PRECISION. Si un experimento tiene errores fortuitos pequeños, se dice que tiene gran precisión⁽¹⁾ .

EXACTITUD. Si un experimento tiene pequeños errores sistemáticos se dice que tiene gran exactitud⁽¹⁾ .

AJUSTE DE DATOS. Es el procedimiento para la determinación del "mejor" o de lo que generalmente se llama "el valor más probable" de los datos. Si la longitud de una mesa es medida un número de veces por el mismo método, tomando el promedio de las medidas se puede obtener un valor más preciso que cualquiera de los individuales⁽¹⁾.

CORRECCIONES. Errores sistemáticos determinados y algunos errores fortuitos determinados pueden ser eliminados mediante la aplicación de correcciones adecuadas. Por ejemplo, las medidas que tienen un error debido a un dobléz en una cinta de acero pueden ser eliminados por comparación de la cinta con un estándar y substrayendo la diferencia de todos los valores medidos. Algunos de los errores fortuitos de esta cinta pueden ser debidos a la dilatación y contracción de la cinta con las fluctuaciones de la temperatura ⁽¹⁾ .

ECUACION. En términos de cantidades físicas, una ecuación es el agrupamiento de varias cantidades físicas relacionadas entre sí para obtener otra cantidad física más específica. Si a la cantidad física que integra una ecuación se le denomina variable, entonces se tiene que: una ecuación es un agrupamiento de variables relacionadas entre sí para cuantificar una propiedad específica .

SENSIBILIDAD. Para el caso de ecuaciones, es el cambio que experimentan los resultados debido a las variaciones de los valores de las variables que integran a cada una de las ecuaciones .

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD. Es un procedimiento matemático que muestra de manera clara dentro de una ecuación los efectos de las variables sobre el resultado, debido a errores en la medición de ellas. Como cada variable que integra una ecuación por sí sola contiene errores accidentales y sistemáticos, con base en la definición de ecuación, se puede decir que el error en el resultado de una propiedad específica, es la suma de todos los errores implícitos en cada una de las variables que integran dicha ecuación.

1.2 MEDICIONES FÍSICAS

Las mediciones físicas con la máxima precisión posible, son de fundamental importancia para las diferentes ramas de las ciencias.

El resultado de una medición de una magnitud física es un número que depende de lo que se mide (la magnitud misma), del procedimiento de medida, del instrumental usado en la misma, como así también del observador y de otros factores menores. Para que el número, atribuido a una cantidad física, tenga sentido, debe ir acompañado, explícita o implícitamente, del procedimiento seguido en la medición y de las características de los instrumentos utilizados en la obtención del correspondiente número.

La medida de una determinada magnitud física debe implicar el procedimiento a seguirse para hallar la mejor estimación de la magnitud medida. Es decir, debe darse la definición operacional de la magnitud considerada.

Por ejemplo, la medida de una longitud o de una presión tienen significado físico cuando se ha descrito el conjunto de operaciones físicas que se deben realizar para asignar, en cada caso particular, un número a la cantidad considerada. Entendiéndose por *definición operacional* a las condiciones ambientales que imperan al momento de la medición y al método utilizado. Para medir una determinada magnitud física es necesario compararla con otra del mismo tipo que se toma como referencia. Por lo tanto, una definición operacional de una determinada magnitud debe comprender, implícita o explícitamente, la definición precisa del patrón de medida utilizado.

El proceso de medida de una cantidad física depende de las definiciones operacionales de otras magnitudes físicas y éstas, a su vez, de la estructura alcanzada por las teorías físicas. Así, por ejemplo, la longitud de una barra de hierro depende de los valores de varias cantidades físicas como: la temperatura, tensión, velocidad con respecto al observador, aceleración de la gravedad, etcétera. Por lo tanto, la definición del proceso de medida de una longitud debe contener necesariamente los procedimientos para mantener constantes todos los parámetros físicos que influyen en el valor de la magnitud considerada; tales procedimientos resultan del conocimiento de varias leyes físicas. Consecuentemente, los procedimientos de medida se perfeccionan a medida que la ciencia progresa y, en cada momento, *solamente pueden aplicarse definiciones operacionales aproximadas, aplicables a casos simplificados.*

De una misma magnitud física se pueden dar, por lo general, varias definiciones operacionales. Por ejemplo, una presión estática puede determinarse por medio de una correlación, por análisis nodal, por medio de una prueba de presiones etcétera. Así, mediante las diferentes definiciones operacionales, basadas en leyes distintas, de una misma magnitud física se obtienen, en cada caso, resultados que son aproximadamente iguales. Por lo expresado, surge que los procedimientos de medida *de las magnitudes físicas son evolutivos y que dependen del grado de desarrollo de la ciencia y de la precisión de los instrumentos de medida existentes.* De lo expuesto, se deduce claramente que no es posible medir una determinada magnitud física con verdadera exactitud. Los distintos parámetros físicos que influyen en su determinación están sujetos, por rigurosas que sean las condiciones de control de su constancia, a inevitables fluctuaciones.

No es posible, pues, la existencia de procedimientos de medida absolutamente perfectos, que puedan repetirse un número indefinido de veces de manera y condiciones rigurosamente iguales. Por otra parte, todo instrumento de medida permite efectuar lecturas dentro de sus límites de apreciación y no es posible construir ningún aparato de medida que pueda efectuar mediciones con errores menores que un determinado valor.

Además, debido a la naturaleza atómica de la materia, a sus vibraciones y a la cuantificación de la energía, no es posible, en general, atribuirle a la entidad física que se desea medir un valor verdadero absolutamente exacto.

De lo anterior, se infiere que en el proceso de medición de las distintas cantidades observables, a lo más que se puede aspirar es a determinar, de la mejor manera posible, el valor más probable o la mejor estimación que de dicha magnitud se pueda hacer, teniendo en cuenta el conjunto de resultados obtenidos, y a cuantificar las imprecisiones, o sea los límites probables de error de dicho valor, que se puede también determinar de las medidas correspondientes.

En resumen : cada vez que se efectúe el conjunto de operaciones requeridas para medir una determinada magnitud, se obtendrá un número que solamente en forma aproximada representa la medida buscada; por lo tanto, cada resultado de una medición está afectado por un cierto error.

I.3 CLASIFICACIÓN DE ERRORES EN LAS MEDICIONES FÍSICAS

Los errores de medición se clasifican en : **sistemáticos y accidentales** .

Los errores sistemáticos son aquellos de valor constante o que responden a una ley conocida y son, por lo tanto, corregibles. A este tipo pertenecen, por ejemplo, los errores por calibración de escalas, el atraso o adelanto de un reloj de acuerdo a un ritmo conocido y los motivados, en general, por otras causas medibles con precisión. La detección y corrección de estos errores se efectúa por comparación o contraste con instrumentos patrones. Por ello adquieren enorme importancia los estándares de los Institutos de Pesas y Medidas para comprobación .

Los errores accidentales son aquellos que dependen exclusivamente de las fluctuaciones inevitables e imprevisibles, dentro de ciertos límites, de los parámetros físicos que determinan la magnitud que se mide. Los errores accidentales son provenientes de múltiples factores inapreciables, cuya magnitud y signo es imposible de predecir. Son estas interacciones las que provocan que múltiples medidas, en idénticas condiciones, no arrojen el mismo valor .

Esas múltiples perturbaciones provienen de fuentes de error independientes, que individualmente originan desviaciones pequeñas, erráticas, positivas y negativas, imposibles de detectar. Cada uno de los errores accidentales es la suma algebraica de un gran número de pequeños errores, cuyas causas son numerosas y pueden actuar en un sentido o en el opuesto con igual frecuencia y medida .

Por supuesto que la división entre errores sistemáticos y accidentales no es tajante y debe ser sometida a revisión crítica constantemente. Un perfeccionamiento en el proceso de medida puede poner de manifiesto la existencia de nuevos errores sistemáticos que anteriormente se incluían dentro de los accidentales.

Por otra parte, deben también eliminarse, de los errores accidentales, aquellos errores motivados por distracción del observador, como por ejemplo, el confundir un número por otro en una escala o el valor de una determinada pesa, etcétera. Estos errores son ocasionados por equivocaciones detectables y se pueden evitar aumentando el cuidado y la atención del observador al efectuar las mediciones . Los errores accidentales pueden ser debidos al observador, al instrumento de medida, a la magnitud a medir, a la variación del medio ambiente, etcétera. Su característica es la cantidad heterogénea de factores que intervienen, cada una de los cuales presenta fluctuaciones en sus valores .

Por consiguiente, las fluctuaciones de los parámetros determinantes de la medida buscada pueden ser positivos o negativos y, en general, en cada medida influirán de manera distinta en los resultados. Si se efectúa, en cada caso, un conjunto grande de medidas se tendrá que, en promedio, los efectos de las distintas fluctuaciones se compensen.

II.- DETERMINACION DE LA SENSIBILIDAD DE ALGUNAS ECUACIONES

II.1 DESCRIPCION DEL METODO SIMPLE

En el Capítulo anterior, se han descrito algunas de las causas más comunes por las que se pueden cometer errores al momento de medir la magnitud de una cantidad física y se ha indicado lo difícil que resulta dar una buena aproximación de esa cantidad. También se han dado definiciones de algunos conceptos básicos relacionados con el tema. Todo esto encauza a reflexionar y tomar conciencia de la importancia que tiene realizar una buena medición de una cantidad física .

Como se ha señalado, con frecuencia se cometen errores de distinto tipo y magnitud al evaluar una variable. Se podría pensar que el error relativo de una variable influye de manera proporcional en el resultado. Aunque a veces esto sí sucede en muchas otras ocasiones no es así. Esto quiere decir que las variables que integran una ecuación tienen diferente influencia en el resultado, por lo que es de gran importancia detectar el efecto de las variables para tratar de minimizar el error en la propiedad que se esté calculando. Lo anterior puede lograrse por medio de un análisis de sensibilidad.

Existen diferentes métodos para determinar el grado de sensibilidad de una ecuación por efecto de cambios en los valores de las variables .

Los más comunes son :

- Método simple
- Método de mínimos cuadrados
- Método del segundo momento estocástico

El método simple es fácil de aplicar, ya que sólo se requiere de conocimientos básicos de aritmética, álgebra y estadística.

El método de mínimos cuadrados es más complicado en su aplicación, ya que se requieren conocimientos de cálculo diferencial y de estadística avanzada .

El método del segundo momento estocástico es el más complicado en su aplicación, ya que se requieren conocimientos avanzados de cálculo diferencial, de probabilidad y de estadística.

En este trabajo, para conocer cómo un error en el valor de una variable afecta el resultado de una ecuación, se realizó un análisis de sensibilidad aplicando el Método simple, que consiste en cambiar de valor una variable, manteniendo las demás constantes. Se tomó un error de $\pm 5\%$ en todas las variables, con incrementos de $\pm 1\%$ y se determinaron los errores en el resultado, debido a las variaciones en el valor de la variable.

El error en el resultado se determinó de la siguiente manera:

$$E_r = \left[\frac{\text{Resultado con el error en la variable}}{\text{Resultado verdadero}} - 1 \right] \times 100$$

Se considera "error negativo" de una variable cuando ésta disminuye su valor real, y "error positivo" cuando aumenta .

Cuando el error en el resultado es de signo negativo, significa una disminución en el resultado verdadero y, viceversa, un signo positivo señala un aumento en éste.

Para el análisis se tomó un caso de referencia, en el que los datos y los resultados son correctos.

A partir de este caso se realizó la variación del valor de sus variables. Posteriormente, se obtuvo una tabla de resultados y se ordenaron las variables de acuerdo con el grado de efecto de cada una de ellas . Por último, los resultados se graficaron para una mejor visualización del análisis y poder hacer algunas recomendaciones .

II.2 EJEMPLO DE APLICACION

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación del método descrito, en una ecuación de Ingeniería Petrolera .

Ejemplo: Se desea saber cuál es el índice de productividad de un pozo, utilizando la ecuación siguiente :

$$J = \frac{q_o}{P_{ws} - P_{wf}}$$

donde :

q_o	es el gasto de aceite [bl _o / día]
P_{ws}	es la presión estática [lb/pg ² abs]
P_{wf}	es la presión de fondo fluyendo [lb/pg ² abs]
J	es el índice de productividad [bl _o / día] / [lb/pg ² abs]

Se cuenta con los siguientes datos:

$$q_o = 5000 \text{ [bl}_o \text{ / día]}$$

$$P_{ws} = 2000 \text{ [lb/pg}^2 \text{ abs]}$$

$$P_{wf} = 1500 \text{ [lb/pg}^2 \text{ abs]}$$

Sustituyendo los datos en la ecuación se tiene:

$$J = \frac{5000}{(2000 - 1500)} = 10 \frac{\text{(bl/día)}}{\text{(lb/pg}^2 \text{)}}$$

Este resultado es el correcto. Ahora, se supone que por diversas razones alguno de los datos está mal medido o mal determinado y se desea saber a cuál de las variables es más sensible el resultado; y para saberlo se utilizó la metodología anteriormente descrita.

Se comenzó con la variación del gasto en un $\pm 5\%$ de su valor real, a intervalos de $\pm 1\%$, obteniendo los resultados de la siguiente tabla .

e_v [%]	q_n [lb/día]	J [lb/día]/lb/pg ²	E_r [%]
-5	4750	9.5	-5
-4	4800	9.6	-4
-3	4850	9.7	-3
-2	4900	9.8	-2
-1	4950	9.9	-1
0	5000	10	0
1	5050	10.1	1
2	5100	10.2	2
3	5150	10.3	3
4	5200	10.4	4
5	5250	10.5	5

La primera columna, con el título de " e_v ", señala el error en la medición u obtención de la variable, que en este caso es q_o , la segunda columna indica el valor de la variable ya con el error, en la tercera columna se tiene el valor del resultado y la cuarta columna, con el título de " E_r ", indica el error en el resultado. Todos los errores están en % del valor real correspondiente. Observando la primera y la última columna de la tabla anterior, se puede decir que el error en la variable es directamente proporcional al error en el resultado. Además, se puede ver que los errores son simétricos, esto es, que tanto un error positivo como un error negativo en la variable afectan de la misma forma al resultado verdadero.

Prosiguiendo con el análisis, se tomó la variable P_{wa} , con los mismos rangos de variación, obteniendo la siguiente tabla.

e_v [%]	P_{wa} [lb/pg ²]	J [lb/día]/lb/pg ²	E_r [%]
-5	1900	12.5	25
-4	1920	11.9	19
-3	1940	11.36	13.6
-2	1960	10.86	8.6
-1	1980	10.41	4.1
0	2000	10	0
1	2020	9.61	-3.9
2	2040	9.25	-7.5
3	2060	8.92	-10.8
4	2080	8.62	-13.8
5	2100	8.33	-16.7

En esta tabla se nota que un -5% de error en P_{ws} provoca un error del 25% con respecto al valor real de J, y cuando se tiene un error positivo del 5% en P_{ws} se provoca un error de -16.7% con respecto al valor real de J.

De acuerdo con lo anterior, se puede decir que cuando se tiene un error negativo en P_{ws} aproximadamente el error se quintuplica en forma positiva en el resultado y, al contrario, un error en sentido positivo de la variable aproximadamente triplica el error en el resultado, con efecto negativo. En este caso los errores son asimétricos.

Por último se varió P_{wf} . La siguiente tabla proporciona los resultados obtenidos.

e_y [%]	P_{wf} [lb/pg ²]	J [bl/día]/lb/pg ²	E_r [%]
-5	1425	8.69	-13.1
-4	1440	8.92	-10.8
-3	1455	9.17	-8.3
-2	1470	9.43	-5.7
-1	1485	9.7	-3
0	1500	10	0
1	1515	10.3	3
2	1530	10.63	6.3
3	1545	10.98	9.8
4	1560	11.36	13.6
5	1575	11.76	17.6

Esta última tabla muestra cómo un error de P_{wf} en 5% más de su valor real se traduce en un 17.6% más en el valor de J y, viceversa, un error de -5% del valor de P_{wf} provoca un error del -13.1% en J. Los errores en este caso tampoco son simétricos.

Para finalizar con este análisis de sensibilidad, lo único que resta es ordenar las variables en orden descendente, de acuerdo a su efecto, para obtener una última conclusión y poder dar las recomendaciones pertinentes.

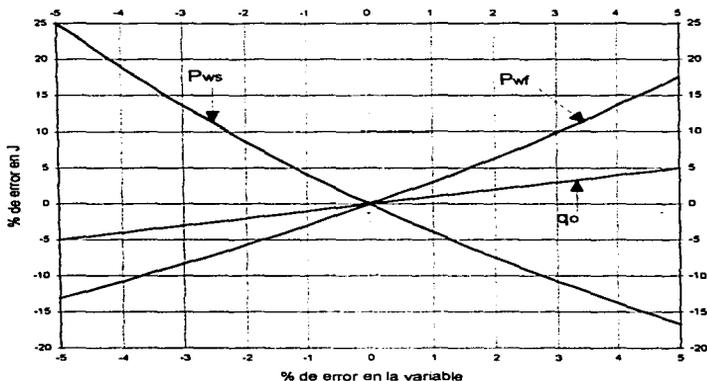
Cuando el error es negativo el orden de las variables es el siguiente:

$$\begin{array}{c}
 P_{ws} \\
 P_{wf} \\
 q_o
 \end{array}$$

Cuando se tiene un error positivo, se mantiene el mismo orden .

Las variables que afectan más al resultado son las presiones, por lo que la recomendación que se puede hacer en este caso es que al determinar el Índice de Productividad de un pozo debe tenerse mucho cuidado en la medición de las presiones, sobre todo en P_{ws} , para obtener resultados correctos.

A continuación se presenta una gráfica, resultado de este análisis, para poder apreciar con mayor facilidad lo antes expuesto.



Con este ejemplo se ha mostrado cómo realizar un análisis de sensibilidad de una ecuación de manera sencilla. Este análisis indica cuál o cuáles variables causan más problema cuando son mal determinadas o mal medidas y, por consiguiente, ayuda a definir el cuidado que debe tenerse para que los resultados sean correctos o, por lo menos, para tratar de minimizar el error en los resultados .

II.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE VARIAS ECUACIONES DE INGENIERÍA PETROLERA

A continuación se presenta una serie de ecuaciones que se utilizan en Ingeniería Petrolera, a las cuales se les hizo un análisis de sensibilidad, similar al descrito. Si no son las más representativas, sí son, por lo menos, de las más comunes o mejor conocidas por los estudiantes, profesores y profesionales de tal disciplina .

ECUACION DE DARCY PARA EL CALCULO DE LA PERMEABILIDAD

Henri Darcy , en 1856 , estableció experimentalmente la ley fundamental del movimiento de fluidos a través de medios porosos . Darcy realizó sus experimentos en un tubo vertical lleno de arena y, de sus investigaciones, concluyó que el ritmo de flujo es proporcional a un coeficiente K que depende de la naturaleza de las arenas .

A ese factor K se le conoce como permeabilidad⁽⁵⁾ . En términos generales, se puede decir que la permeabilidad es la medida de la facilidad con que una formación permite el paso de un fluido de determinada viscosidad a través de ella .

Una de las ecuaciones utilizadas en el laboratorio para medir la K , es la siguiente :

$$K=1.2732 \frac{q \mu L}{d^2 \Delta P}$$

donde :

K es la permeabilidad de la muestra que está saturada saturada al 100 % con el fluido de medición [mD]

q es el gasto del fluido saturante [cm³/seg]

μ es la viscosidad del fluido saturante [cp]

L es la longitud de la muestra [cm]

d es el diámetro de la muestra [cm]

ΔP es la diferencial de presión en la longitud de la muestra [atm]

Para realizar el análisis de sensibilidad, se tomaron los siguientes valores base :

Datos: $q = 0.2026$ [cm³/seg]
 $\mu = 3$ [cp]
 $L = 5$ [cm]
 $d = 2.54$ [cm]
 $\Delta P = 2$ [atm]

Resultado : $K = 300$ [mD]

Se variaron los valores de las distintas variables en $\pm 5\%$ del valor real o verdadero correspondiente, con incrementos de $\pm 1\%$.

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos en los cálculos .

e_v [%]	d [cm]	E_r [%]	ΔP [atm]	E_r [%]	μ [cp]	E_r [%]
-5	2.413	10.80	1.9	5.26	2.85	-5.00
-4	2.4384	8.51	1.92	4.17	2.88	-4.00
-3	2.4638	6.28	1.94	3.09	2.91	-3.00
-2	2.4892	4.12	1.96	2.04	2.94	-2.00
-1	2.5146	2.03	1.98	1.01	2.97	-1.00
0	2.54	0.00	2	0.00	3	0.00
1	2.5654	-1.97	2.02	-0.99	3.03	1.00
2	2.5908	-3.88	2.04	-1.96	3.06	2.00
3	2.6162	-5.74	2.06	-2.91	3.09	3.00
4	2.6416	-7.54	2.08	-3.85	3.12	4.00
5	2.667	-9.30	2.1	-4.76	3.15	5.00
e_v [%]	L [cm]	E_r [%]	q [cm ³ /seg]	E_r [%]		
-5	4.75	-5.00	0.19247	-5.00		
-4	4.8	-4.00	0.194496	-4.00		
-3	4.85	-3.00	0.196522	-3.00		
-2	4.9	-2.00	0.198548	-2.00		
-1	4.95	-1.00	0.200574	-1.00		
0	5	0.00	0.2026	0.00		
1	5.05	1.00	0.204626	1.00		
2	5.1	2.00	0.206652	2.00		
3	5.15	3.00	0.208678	3.00		
4	5.2	4.00	0.210704	4.00		
5	5.25	5.00	0.21273	5.00		

De la tabla anterior se observa que la variable que más afecta el resultado en el cálculo de la permeabilidad es el diámetro, ya que un error en la medición de dicha variable provocará un cambio en el resultado de aproximadamente el doble del error cometido en d ; esto es, si d aumenta o disminuye su valor verdadero en $\pm 5\%$, K cambiará en $\pm 10\%$ aproximadamente de su valor verdadero ; por lo tanto, se debe tener cuidado en la medición de tal variable para no tener dichos problemas.

El error en el resultado provocado por las demás variables tiene la misma proporción que el de ellas; esto es, si se tiene un 5% de error en la medición de la longitud, el resultado se verá afectado por ese mismo 5% , y así sucede con el resto de las variables .

Cabe hacer mención que respecto al diámetro (d) como a la diferencia de presión (ΔP), los errores en los resultados no fueron simétricos .

Recapitulando lo anteriormente expuesto y acomodando las variables por orden de efecto sobre el resultado, se tiene que :

Quando el error es negativo

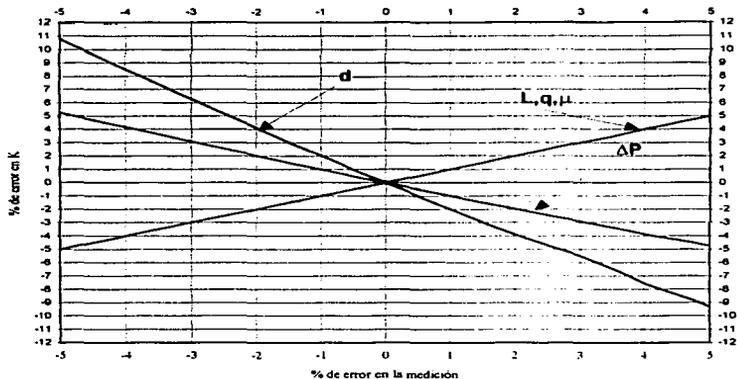
d
 ΔP
 q , L , μ

Quando el error es positivo

d
 q , L , μ
 ΔP

No importa el orden de las variables q , L y μ , ya que se comportan de la misma forma; esto no quiere decir que no sean de importancia, pues el porcentaje de error en ellas origina el mismo porcentaje de error en el resultado .

La siguiente gráfica presenta de una forma más clara lo anteriormente expuesto.



ECUACIÓN DE ARCHIE PARA CALCULAR DE LA SATURACION DE AGUA

Una de las ecuaciones que más se utilizan para calcular la saturación de agua en una formación es la de Archie:

$$S_w^n = \frac{F R_w}{R_t}$$

donde :

- S_w es la saturación de agua [fracc.]
- F es el factor de formación [adim]
- R_w es la resistividad del agua [Ohms - m]
- R_t es la resistividad de la formación [Ohms - m]
- n exponente de saturación, que generalmente toma el valor de 2 [adim]

Se ha establecido experimentalmente que la resistividad de una formación limpia (esto es, una formación que no contiene arcilla en cantidad apreciable) es proporcional a la resistividad de la solución salina con la cual está saturada totalmente. La constante de proporcionalidad es el llamado Factor de Formación, $F^{(6)}$. Por lo tanto, si R_o es la resistividad de una formación saturada totalmente con una solución salina de resistividad R_w , se puede escribir:

$$F = \frac{R_o}{R_w}$$

Para una porosidad dada la relación R_o/R_w permanece casi constante para cualquier valor de R_w que no exceda de aproximadamente un ohm-m.

Otra forma de expresar el Factor de Formación es:

$$F = \frac{a}{\phi^m}$$

donde:

m	es el exponente de cementación [adim]
a	es un factor geométrico que se determina en forma empírica [adim]
ϕ	es la porosidad de la formación [fracc.]

Si se sustituye en la primera ecuación F por a / ϕ^m y se despeja a S_w , queda:

$$S_w = \left| \frac{a R_w}{\phi^m R_t} \right|^{1/n}$$

que es la ecuación considerada para el análisis de sensibilidad.

Se tomaron como base los siguientes datos para el análisis

Datos : $\phi = 0.13$
 $R_w = 0.4$ [Ohms-m]
 $R_t = 75$ [Ohms-m]
 $n = 2$
 $m = 2$
 $a = 0.81$

Resultado : $S_w = 0.51$

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos en los cálculos, al variar el valor de las variables.

e_v [%]	ϕ	E_r [%]	R_w [ohm-m]	E_r [%]	R_t [ohm-m]	E_r [%]
-5	0.1235	5.26	0.38	-2.53	71.25	2.60
-4	0.1248	4.17	0.384	-2.02	72	2.06
-3	0.1261	3.09	0.388	-1.51	72.75	1.53
-2	0.1274	2.04	0.392	-1.01	73.5	1.02
-1	0.1287	1.01	0.404	-0.50	74.25	0.50
0	0.13	0.00	0.4	0.00	75	0.00
1	0.1313	-0.99	0.396	0.50	75.75	-0.50
2	0.1326	-1.96	0.408	1.00	76.5	-0.99
3	0.1339	-2.91	0.412	1.49	77.25	-1.47
4	0.1352	-3.85	0.416	1.98	78	-1.94
5	0.1365	-4.76	0.42	2.47	78.75	-2.41
e_v [%]	a [adim]	E_r [%]	m [adim]	E_r [%]	n [adim]	E_r [%]
-5	0.7695	-2.53	1.9	-9.70	1.9	-3.53
-4	0.7776	-2.02	1.92	-7.84	1.92	-2.80
-3	0.7857	-1.51	1.94	-5.94	1.94	-2.09
-2	0.7938	-1.01	1.96	-4.00	1.96	-1.38
-1	0.8019	-0.50	1.98	-2.02	1.98	-0.69
0	0.81	0.00	2	0.00	2	0.00
1	0.8181	0.50	2.02	2.06	2.02	0.68
2	0.8262	1.00	2.04	4.16	2.04	1.35
3	0.8343	1.49	2.06	6.31	2.06	2.01
4	0.8424	1.98	2.08	8.50	2.08	2.66
5	0.8505	2.47	2.1	10.74	2.1	3.30

De la tabla anterior se observa que la variable que más afecta el resultado es el exponente de cementación (m), ya que origina un error de aproximadamente el doble del error cometido en su determinación, esto es: un $\pm 5\%$ de error en m provoca un $\pm 10\%$ de error en el valor de S_w . En este caso, los errores en los resultados no son simétricos.

La porosidad (ϕ) afecta el resultado aproximadamente en forma proporcional y, como en el caso anterior, los errores en los resultados también son asimétricos.

El exponente de saturación es la variable que sigue en grado de efecto, el error en la medición es mayor que el que registra el resultado, nuevamente los errores de los resultados son asimétricos.

R_w , R_t y a tienen poca influencia en el resultado. El error en el resultado es casi la mitad del error en la medición u obtención de R_w , R_t y a .

Considerando todos los resultados anteriores, se puede decir que todos los errores en las variables que intervienen en la ecuación de Archie causan error en el valor de S_w en diferente grado. Por lo cual, ordenando las variables de acuerdo al efecto en el resultado se tiene lo siguiente:

Error positivo

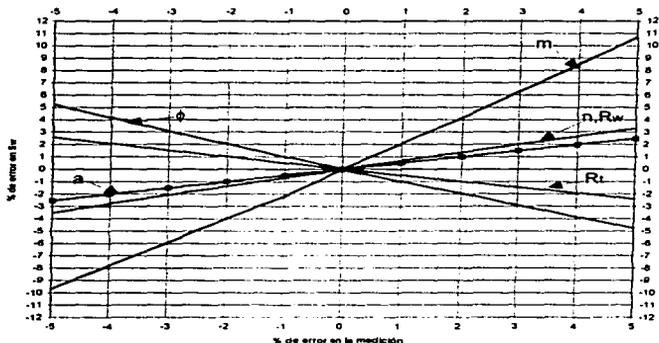
m
 ϕ
 n
 R_w
 a
 R_t

Error negativo

m
 ϕ
 n
 R_t
 a
 R_w

Como se aprecia, en ambos casos m tiene la máxima influencia, por lo que se puede concluir que es la variable en la que más cuidado se debe tener.

La gráfica siguiente trata de mostrar, en una forma más sencilla y objetiva lo antes mencionado.



CORRELACIÓN DE STANDING PARA CALCULAR LA PRESIÓN DE BURBUJEJO

Esta correlación establece las relaciones empíricas observadas entre la presión de saturación y el factor de volumen del aceite, en función de la razón gas disuelto-aceite, las densidades del gas y del aceite producidos, la presión y la temperatura. La correlación se estableció para aceites y gases producidos en California (USA) y para otros sistemas de crudo de bajo encogimiento, simulando una separación instantánea en dos etapas a 100° F. La primera etapa se realizó en un rango de presión de 250 a 450 lb/pg² abs y la segunda etapa a la presión atmosférica⁽⁷⁾.

Existen varias correlaciones para calcular la presión de burbujeo, pero una de las más conocidas es la de Standing. Esta ecuación indica si un aceite se encuentra saturado o bajosaturado, ya que existen correlaciones para calcular propiedades de fluidos para ambos casos.

La ecuación que se utilizó para el análisis es la siguiente :

$$P_b = \left[18 \left(\frac{R}{\gamma_g} \right)^{0.83} 10^{(0.00091 T - 0.0125 \rho_o)} \right]$$

- donde: P_b es la presión de burbujeo [lb/pg²]
 R es la Relación gas-aceite producido [pie³/bl_o]
 γ_g es la densidad relativa del gas [adim]
 T es la Temperatura del yacimiento [°F]
 ρ_o es la densidad del aceite [°API]

A partir de un ejemplo cuyos valores son los correctos se pueden observar los cambios en los resultados, al cambiar los valores de las variables . Para realizar el análisis se tomaron los siguientes valores base :

- Datos: $R = 526.69$ [pie³/bl_o]
 $T = 220$ [°F]
 $\gamma_g = 0.85$ [adim]
 $\rho_o = 30$ [°API]

Resultado : $P_b = 2500$ [lb/pg²]

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos en los cálculos :

e_v [%]	R [pie ³ /bl _n]	E_r [%]	T [°F]	E_r [%]	ρ_o [°API]	E_r [%]
-5	500.35	-4.17	209	-2.28	28.5	4.41
-4	505.62	-3.33	211.2	-1.83	28.8	3.51
-3	510.88	-2.50	213.4	-1.37	29.1	2.62
-2	516.15	-1.66	215.6	-0.92	29.4	1.74
-1	521.42	-0.83	217.8	-0.46	29.7	0.87
0	526.69	0.00	220	0.00	30	0.00
1	531.95	0.83	222.2	0.46	30.3	0.87
2	537.22	1.66	224.4	0.93	30.6	-1.71
3	542.49	2.48	226.6	1.39	30.9	-2.56
4	547.75	3.31	228.8	1.86	31.2	-3.39
5	553.02	4.13	231	2.33	31.5	-4.23

e_v [%]	γ_G [adim]	E_r [%]
-5	0.8075	4.35
-4	0.8116	3.91
-3	0.8245	2.56
-2	0.833	1.69
-1	0.8415	0.84
0	0.85	0.00
1	0.8585	-0.82
2	0.867	-1.63
3	0.8755	-2.42
4	0.884	-3.20
5	0.8925	-3.97

En la tabla anterior se observa que la variable que más efecto tiene sobre el resultado es la densidad del aceite (ρ_o), seguida por la densidad relativa del gas (γ_G) y la relación gas-aceite producido (R) . Por último, la temperatura es la variable que menos afecta el valor de P_b . Las tres primeras variables afectan el resultado en menor grado que la magnitud del error que se cometió en sus respectivas mediciones y respecto a la temperatura el efecto se reduce a casi la mitad ; por ejemplo , un error de $\pm 5\%$ en el valor real de T representa una desviación en el valor de P_b de $\pm 2.5\%$.

Aunque el valor del error cometido en las primeras tres variables es mayor que el reflejado en el resultado, debe tenerse cuidado en la medición de estas variables para tratar de tener el resultado con el menor error posible .

Resumiendo y haciendo una lista, en orden de mayor a menor efecto de las variables en el resultado, se tiene lo siguiente :

Error negativo :

ρ_0

γ_g

R

T

Error positivo :

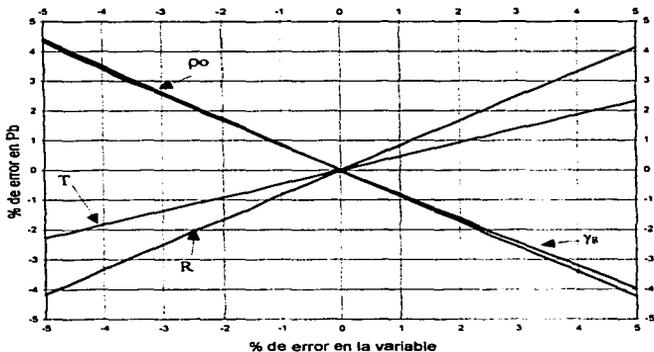
ρ_0

R

γ_g

T

La siguiente gráfica trata de mostrar de una manera más simple lo antes mencionado :



ECUACIÓN SIMPLIFICADA DE FLUJO FRACCIONAL

La ecuación simplificada de Flujo Fraccional es:

$$f_d = \frac{1}{1 + \frac{k_o \mu_d}{\mu_o k_d}}$$

- donde :
- f_d es el flujo del fluido desplazante [adim]
 - k_o es la permeabilidad efectiva al fluido desplazado, en este caso aceite [mD]
 - k_d es la permeabilidad efectiva al fluido desplazante [mD]
 - μ_o es la viscosidad del fluido desplazado, en este caso aceite [cp]
 - μ_d es la viscosidad del fluido desplazante [cp]

Si se toma como fluido desplazante al agua y como fluido desplazado al aceite, entonces la ecuación anterior toma la siguiente forma⁽⁹⁾ :

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_o \mu_w}{\mu_o k_w}}$$

A esta ecuación se le efectuó el análisis de sensibilidad.

Se utilizaron los siguientes datos base para el análisis

Datos : $k_o = 500$ [mD]
 $k_w = 10$ [mD]
 $\mu_o = 10$ [cp]
 $\mu_w = 0.8$ [cp]

Resultado: $f_w = 0.20$

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos al variar los valores de las diferentes variables .

e_v [%]	k_o [mD]	E_r [%]	μ_o [cp]	E_r [%]	k_w [mD]	E_r [%]
-5	475	4.17	9.5	-4.04	9.5	-4.04
-4	480	3.31	9.6	-3.23	9.6	-3.23
-3	485	2.46	9.7	-2.41	9.7	-2.41
-2	490	1.63	9.8	-1.61	9.8	-1.61
-1	495	0.81	9.9	-0.80	9.9	-0.80
0	500	0.00	10	0.00	10	0.00
1	505	-0.79	10.1	0.80	10.1	0.80
2	510	-1.57	10.2	1.59	10.2	1.59
3	515	-2.34	10.3	2.39	10.3	2.39
4	520	-3.10	10.4	3.17	10.4	3.17
5	525	-3.85	10.5	3.96	10.5	3.96

e_v [%]	μ_w [cp]	E_r [%]
-5	0.76	4.17
-4	0.768	3.31
-3	0.776	2.46
-2	0.784	1.63
-1	0.792	0.81
0	0.8	0.00
1	0.808	-0.79
2	0.816	-1.57
3	0.824	-2.34
4	0.832	-3.10
5	0.84	-3.85

En la tabla anterior se aprecia que tanto la permeabilidad efectiva al aceite (k_o) como la viscosidad del agua (μ_w) tienen el mismo efecto sobre el resultado ; de igual forma se comportan la permeabilidad efectiva al agua (k_w) y la viscosidad del aceite (μ_o) pero en menor grado .

La recomendación que se puede hacer para esta ecuación es : tener cuidado en la obtención o medición de las cuatro variables, ya que afectan casi de igual manera en el resultado .

Por lo tanto, ordenando las variables de acuerdo al grado de efecto sobre la ecuación se tiene lo siguiente :

Error positivo :

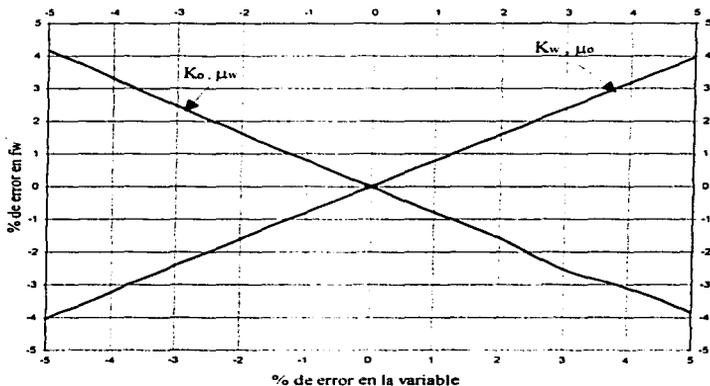
k_o
 μ_w
 k_w
 μ_o

Error negativo :

k_w
 μ_o
 k_o
 μ_w

En ambos sentidos de variación se tiene casi la misma influencia, lo único que cambia es el orden .

La siguiente gráfica muestra, en una forma más clara, lo antes expuesto :



ECUACIÓN PARA DETERMINAR EL FACTOR DE VOLUMEN DEL GAS

El factor de volumen del gas se define como el volumen de una masa de gas, medido a presión y temperatura del yacimiento, dividido entre el volumen de la misma masa de gas medido a condiciones estándar^(?).

Aplicando la ecuación de los gases reales a la definición anterior, la ecuación para determinar el factor de volumen del gas es la siguiente :

$$B_g = \frac{0.02825 z (T + 460)}{P}$$

donde :

- B_g es el factor de volumen del gas [adim]
- z es el factor de compresibilidad del gas [adim]
- T es la temperatura [°F]
- P es la Presión [lb /pg²]

Para realizar el análisis se tomaron los siguientes valores base :

Datos : $P = 2000$ [lb/pg²]
 $T = 200$ [°F]
 $z = 0.86067$ [adim]

Resultado : $B_g = 0.0080236$ [adim]

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos de los cálculos realizados.

e_v [%]	P [lb/pg ²]	E_r [%]	T [°F]	E_r [%]	z [adim]	E_r [%]
-5	1900	5.26	190	-1.52	0.8176365	-5.00
-4	1920	4.17	192	-1.21	0.8262432	-4.00
-3	1940	3.09	194	-0.91	0.8348499	-3.00
-2	1960	2.04	196	-0.61	0.8434566	-2.00
-1	1980	1.01	198	-0.30	0.8520633	-1.00
0	2000	0.00	200	0.00	0.86067	0.00
1	2020	-0.99	202	0.30	0.8692767	1.00
2	2040	-1.96	204	0.61	0.8778834	2.00
3	2060	-2.91	206	0.91	0.8864901	3.00
4	2080	-3.85	208	1.21	0.8950968	4.00
5	2100	-4.76	210	1.52	0.9037035	5.00

En la tabla anterior se observa que la variable que más influencia tiene en el resultado, cuando las variaciones se hacen en sentido negativo, es la presión (P) , seguido del factor de desviación del gas (z) y por último de la temperatura (T) . En sentido positivo : (z) tiene mayor influencia que (P) y la temperatura sigue siendo la que menor influencia tiene .

El error en el factor de desviación del gas se refleja directamente en el error que registra el factor de volumen del gas ; los errores en el resultado son simétricos . Por otro lado, un error en la temperatura se reduce en casi un tercio en el valor verdadero de B_g ; en este caso los errores en el resultado son simétricos .

Considerando los resultados de este análisis y ordenando las variables de mayor a menor influencia sobre el resultado , se tiene lo siguiente:

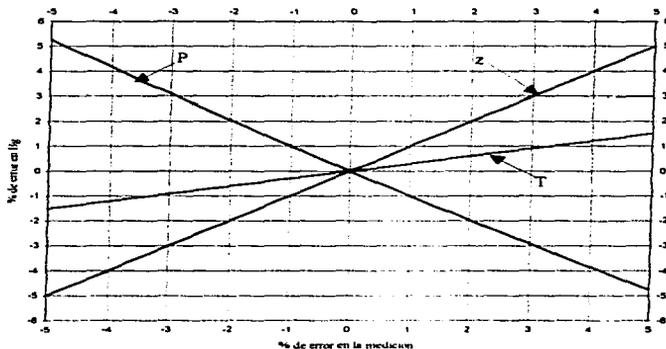
Para un error negativo :

P
z
T

Para un error positivo

z
P
T

La siguiente gráfica muestra con más claridad lo antes expuesto.



ECUACIÓN PARA DETERMINAR LA DENSIDAD DEL ACEITE SATURADO

Una ecuación que se utiliza para calcular la densidad del aceite saturado, es la siguiente⁽⁷⁾ :

$$\rho_o = \frac{62.4 \gamma_o + 0.01362 R_s \gamma_{gd}}{B_o}$$

- donde :
- ρ_o es la densidad del aceite saturado [lb/ pie³]
 - γ_o es la densidad relativa del aceite [adim]
 - R_s es la relación gas-aceite [pie³g @ c.y. /pie³o @ c.s.]
 - γ_{gd} es la densidad relativa del gas disuelto [adim]
 - B_o es el Factor de volumen del aceite [pie³o /bl_o]

Para realizar el análisis se tomaron los siguientes valores base :

- Datos :
- $\gamma_o = 0.8387$ [adim]
 - $R_s = 750$ [pie³g @ c.y. /pie³o @ c.s.]
 - $\gamma_{gd} = 0.75$ [adim]
 - $B_o = 1.25$ [pie³o /bl_o]

Resultado : $\rho_o = 48$ [lb/pie³]

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos :

e_v [%]	γ_o [adim]	E_r [%]	R_s	E_r [%]	B_o [ppm ³ /lit.]	E_r [%]
-5	0.796765	-4.36	712.5	-0.64	1.1875	5.26
-4	0.805152	-3.48	720	-0.51	1.2	4.17
-3	0.813539	-2.61	727.5	-0.38	1.2125	3.09
-2	0.821926	-1.74	735	-0.26	1.225	2.04
-1	0.830313	-0.87	742.5	-0.13	1.2375	1.01
0	0.8387	0	750	0.00	1.25	0.00
1	0.847087	0.87	757.5	0.13	1.2625	-0.99
2	0.855474	1.74	765	0.26	1.275	-1.96
3	0.863861	2.61	772.5	0.38	1.2875	-2.91
4	0.872248	3.48	780	0.51	1.3	-3.85
5	0.880635	4.36	787.5	0.64	1.3125	-4.76

e_v [%]	γ_{gd} [adim]	E_r [%]
-5	0.7125	-0.64
-4	0.72	-0.51
-3	0.7275	-0.38
-2	0.735	-0.26
-1	0.7425	-0.13
0	0.75	0.00
1	0.7575	0.13
2	0.765	0.26
3	0.7725	0.38
4	0.78	0.51
5	0.7875	0.64

En la tabla anterior se observa que la variable que más influye en el resultado es el factor de volumen del aceite (B_o). El error en el resultado es ligeramente mayor cuando se tiene una variación negativa y, al contrario, menor cuando la variación es en sentido positivo; por consecuencia los errores en el resultado no son simétricos.

La densidad relativa del aceite (γ_o) afecta en menor grado que B_o en el resultado y, en este caso, los errores sí se comportan en forma simétrica.

Finalmente, la relación de gas-aceite (R_s) y la densidad relativa del gas disuelto (γ_{gd}), afectan muy poco sobre el resultado; por ejemplo, errores de $\pm 5\%$ en tales variables generan errores de $\pm 0.64\%$ en los resultados, o sea aproximadamente un octavo de la magnitud del error en la variable.

De acuerdo a lo anterior, debe tenerse cuidado al medirse o determinarse el factor de volumen del aceite .

Ordenando las variables de acuerdo a su efecto sobre el resultado, se tiene lo siguiente:

Error positivo

B_0

γ_0

R_s, γ_{gd}

Error negativo

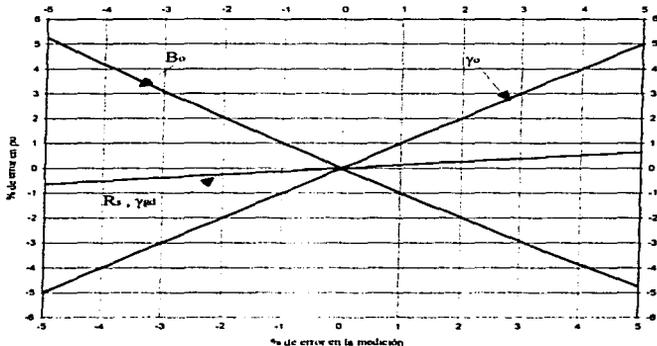
B_0

γ_0

R_s, γ_{gd}

Las dos últimas variables tienen el mismo efecto, por lo que no importa su orden.

La siguiente gráfica muestra de forma más clara el comportamiento de las variables dentro de la ecuación .



ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIA PARA UN YACIMIENTO VOLUMÉTRICO DE ACEITE

En ocasiones, la producción de fluidos en los yacimientos ocurre por la expansión de los elementos que constituyen el yacimiento almacenante. Aunque este concepto es ampliamente conocido, su aplicación en la predicción del comportamiento de yacimientos bajosaturados se restringió inicialmente al considerar la producción como un producto exclusivo de la expansión del aceite, empleándose la ecuación de balance de materia en la forma siguiente⁽¹⁰⁾:

$$N_p B_o = N (B_o - B_{oi})$$

donde :

N_p es el volumen producido de aceite @ c.s. hasta una presión P [m^3_o]

B_o es el factor de volumen del aceite a una presión P [adim]

N es el volumen original de aceite @ c.s. [m^3_o]

B_{oi} es el factor de volumen inicial del aceite [adim]

Si con la ecuación anterior se desea conocer el volumen original de aceite, se despeja N:

$$N = \frac{N_p B_o}{B_o - B_{oi}}$$

A esta ecuación se le realizó un análisis de sensibilidad para conocer cuál de las variables afecta más el resultado. Se tomó un juego de datos base y se resolvió la ecuación.

Datos:

$N_p = 489510 m^3_o$

$B_{oi} = 1.3$ [adim]

$B_o = 1.43$ [adim]

El resultado es : $N = 5384610 m^3_o$ @ c.s.

Se varió el valor base de las variables y se realizaron los cálculos correspondientes. La siguiente tabla muestra los resultados del análisis :

e_v [%]	N_p [m ³]	E_r [%]	B_{oi}	E_r [%]	B_o	E_r [%]
-5	465034	-5.00	1.235	-33.33	1.3585	111.11
-4	469929	-4.00	1.248	-28.57	1.3728	71.43
-3	474824	-3.00	1.261	-23.08	1.3871	44.78
-2	479719	-2.00	1.274	-16.67	1.4014	25.64
-1	484614	-1.00	1.287	-9.09	1.4157	11.24
0	489510	0.00	1.3	0.00	1.43	0.00
1	494405	1.00	1.313	11.11	1.4443	-9.01
2	499300	2.00	1.326	25.00	1.4586	-16.39
3	504195	3.00	1.339	42.86	1.4729	-22.56
4	509090	4.00	1.352	66.67	1.4872	-27.78
5	513985	5.00	1.365	100.00	1.5015	-32.26

La tabla anterior muestra que tanto el factor de volumen del aceite medido a condiciones iniciales (B_{oi}) como el medido a otras condiciones diferentes a las iniciales (B_o) tienen mucha influencia en el resultado, ya que errores pequeños en la medición de estas variables provocan errores muy grandes en el resultado. Por ejemplo, un error del 5% menos en el valor real de B_{oi} provocará un 33.33% menos del valor real de N y esto es un error mucho muy grande. Si ahora se tiene un error del 5% más del valor real de B_{oi} éste provocará un error del 100% en el valor real de N que es todavía mucho mayor que el anterior. Con la variable B_o se tiene un comportamiento similar pero en sentido opuesto, esto es, un 5% menos del valor real de B_o provocará un error 111.11% más en el valor real de N y con un 5% más en el valor de B_o se obtiene un 32.26% menos del valor real de N . Por ultimo, la variable que menos influencia tiene en el resultado es N_p , ya que el error cometido en ella es igual al error que registra el valor de N ; esto es, un $\pm 5\%$ de error en N_p se traduce en un error de $\pm 5\%$ en el valor de N .

Ordenando las variables de acuerdo al grado de efecto en el resultado, se tiene lo siguiente :

Error positivo :

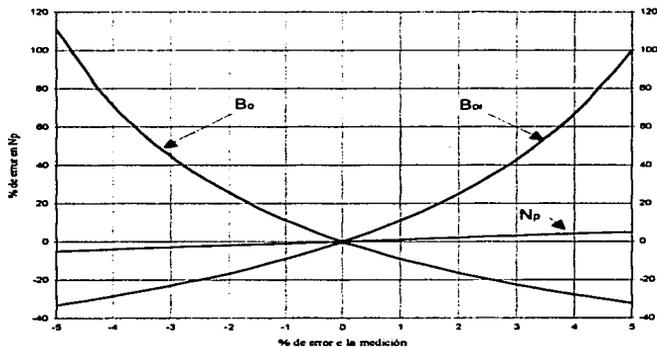
B_{oi}
 B_o
 N_p

Error negativo :

B_o
 B_{oi}
 N_p

La recomendación que se puede hacer para el uso de esta ecuación es : medir u obtener cuidadosamente los factores de volumen del aceite B_o y B_{oi} , ya que estos dos datos, en ambos sentidos de variación, provocan grandes errores en los resultados.

La siguiente gráfica trata de ilustrar, en forma más sencilla, lo anteriormente descrito .



ECUACIONES PARA DETERMINAR LA PRESIÓN Y LA TEMPERATURA PSEUDOREDUcidas DE UNA MEZCLA DE GASES

Las propiedades pseudoreducidas son definidas como la razón de las propiedades de la mezcla a las propiedades pseudocríticas de la mezcla. Así, la presión y la temperatura pseudoreducidas son definidas matemáticamente como⁽⁹⁾ :

$$p_r = \frac{P}{702.5 - (50 \gamma_g)}$$

donde : pPr es la presión pseudoreducida [adim]
 P es la presión del gas [lb/pg²]
 γ_g es la densidad relativa del gas [adim]

$$pT_r = \frac{T + 460}{167 + (316.67 \gamma_g)}$$

donde : pT_r es la temperatura pseudoreducida [adim]
 T es la temperatura del gas [°F]
 γ_g es la densidad relativa del gas [adim]

Estas dos últimas ecuaciones se utilizaron para realizar el análisis de sensibilidad. Se comenzó con la ecuación de presión pseudoreducida variando los valores de sus variables para conocer cuál de ellas afecta más el resultado.

Los siguientes datos base son los que se utilizaron de referencia.

Datos :

$$P = 772 \text{ [lb/pg}^2 \text{ abs]}$$

$$\gamma_g = 0.7962 \text{ [adim]}$$

El resultado es : $pPr = 1.1649 \text{ [adim]}$

La siguiente tabla muestra los resultados del análisis de sensibilidad, producto de la variación en los valores de las variables. El intervalo de variación fue de $\pm 5\%$ con incrementos de $\pm 1\%$.

e_v [%]	P [lb/pg ²]	E_r [%]	γ_g [adim]	E_r [%]
-5	733.4	-5	0.75639	-0.30
-4	741.12	-4	0.764352	-0.24
-3	748.84	-3	0.772314	-0.18
-2	756.56	-2	0.780276	-0.12
-1	764.28	-1	0.788238	-0.06
0	772	0	0.7962	0.00
1	779.72	1	0.804162	0.06
2	787.44	2	0.812124	0.12
3	795.16	3	0.820086	0.18
4	802.88	4	0.828048	0.24
5	810.6	5	0.83601	0.30

Como se puede apreciar en la tabla anterior, la variable que más altera el resultado verdadero de la presión pseudoreducida es la presión, ya que el error en su obtención o medición es igual al error que registra el resultado; esto es, un error en $\pm 5\%$ en la presión representa el mismo porcentaje de error en el resultado; por otro lado, el valor de los errores son simétricos en todo el intervalo de análisis. La variable que menos influencia tiene en la pseudopresión reducida es la densidad relativa del gas, ya que el error cometido en su medición u obtención se reduce a un dieciseisavo en el valor real del resultado. En este caso también los errores son simétricos en todo el intervalo de análisis.

Ordenando las variables que intervienen en la ecuación por grado de influencia sobre el resultado se tiene lo siguiente.

Cuando el error es positivo :

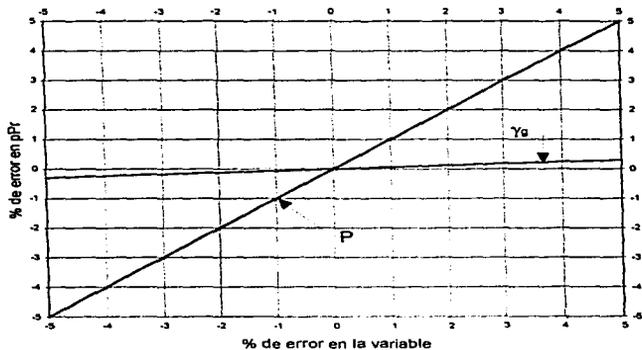
P
 γ_g

Cuando el error es negativo :

P
 γ_g

Como se puede ver, en ambos casos el orden permanece igual debido a que los resultados en los errores son simétricos en ambos sentidos del análisis.

La gráfica siguiente trata de ser un poco más explicativa con respecto a lo mencionado anteriormente, mostrando la influencia de las variables en la ecuación.



Prosiguiendo con el análisis se verá ahora qué variable tiene más influencia sobre el resultado en la ecuación de la temperatura pseudoreducida.

Los siguientes datos se tomaron como base para el análisis.

Datos :

$$T = 190 \text{ [}^\circ\text{F]}$$

$$\gamma_g = 0.7962 \text{ [adim]}$$

El resultado es : $p_{Tr} = 1.5508 \text{ [adim]}$

Como en el caso anterior, las variaciones de las variables se hicieron en un $\pm 5\%$ con intervalos de $\pm 1\%$. La tabla siguiente muestra los resultados obtenidos del análisis.

e_v [%]	T [°F]	E_r [%]	γ_g [adim]	E_r [%]
-5	180.5	-1.46	0.75639	3.10
-4	182.4	-1.17	0.764352	2.47
-3	184.3	-0.88	0.772314	1.84
-2	186.2	-0.58	0.780276	1.22
-1	188.1	-0.29	0.788238	0.61
0	190	0.00	0.7962	0.00
1	191.9	0.29	0.804162	-0.60
2	193.8	0.58	0.812124	-1.19
3	195.7	0.88	0.820086	-1.77
4	197.6	1.17	0.828048	-2.35
5	199.5	1.46	0.83601	-2.92

Como se puede apreciar en la tabla de resultados, la variable que más influencia tiene sobre el resultado es la densidad relativa del gas, aunque en menor proporción que el error cometido en ella misma; esto es, un 5% de error en la densidad provoca un -2.92% de desviación en el resultado real de la temperatura pseudoreducida y un menos 5% de error en la misma variable provoca un 3.10% de error en el resultado . En este caso los errores de los resultados son asimétricos.

Por otro lado, la temperatura es la variable que menos influencia tiene sobre el resultado, reduciéndose a casi un tercio su error al momento de operar la ecuación, en este caso los errores son simétricos .

Ordenando las variables, según el grado de influencia sobre el resultado, se tiene lo siguiente.

Cuando el error es positivo :

γ_g

T

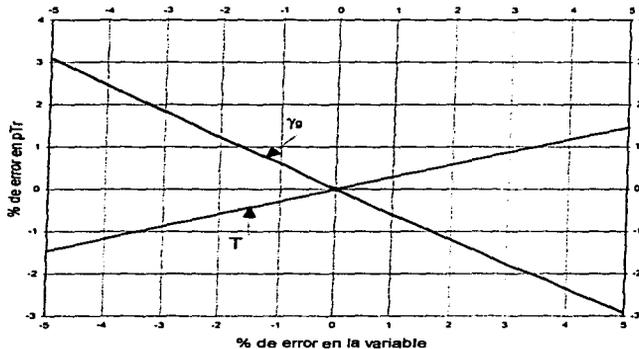
Cuando el error es negativo :

γ_g

T

En ambos casos la densidad relativa del gas es la variable predominante y la causante del máximo error que puede obtenerse debido a una mala medición u obtención de la misma .

La siguiente gráfica trata de ilustrar de una forma más clara lo antes descrito :



ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIA PARA UN YACIMIENTO VOLUMÉTRICO DE GAS

Los yacimientos de gas, como los de aceite, se explotan hasta una presión a la cual ya no resulta costeable la recuperación ; a esta presión se le conoce como presión de abandono (P_{ab})⁽⁵⁾. Si se conoce la presión de abandono se puede determinar la cantidad recuperable de hidrocarburos a esa presión, es decir, la reserva . La presiones de abandono se fijan de acuerdo con la política adoptada por la empresa bajo cuya responsabilidad se explotan los yacimientos.

La ecuación de balance de materia para un yacimiento volumétrico de gas es la siguiente:

$$G (B_g - B_{gi}) = G_p B_g$$

donde: G es el volumen original de gas @ c.s. [pies³]
 B_g es el Factor de volumen del gas a una presión P [adim]
 B_{gi} es el Factor de volumen inicial del gas [adim]
 G_p es el volumen producido de gas hasta una presión P [pies³]

Si con la ecuación anterior se desea conocer el volumen de gas producido hasta una cierta presión, se despeja G_p , aunque en la práctica normalmente G_p se mide y G es el dato que se calcula .

$$G_p = \frac{G (B_g - B_{gi})}{B_g}$$

A esta ecuación de balance de materia se le hizo un análisis de sensibilidad, para lo cual se consideraron los siguientes datos base .

$$B_g = 7.75 \times 10^{-3} \text{ [adim]}$$

$$B_{gi} = 5.24 \times 10^{-3} \text{ [adim]}$$

$$G = 1235 \times 10^6 \text{ [pies}^3\text{]}$$

$$\text{Resultado : } G_p = 400 \times 10^6 \text{ pies}^3$$

La siguiente tabla muestra los resultados de los cálculos del análisis de sensibilidad.

e_v (%)	B_{gi} [adim]	E_r (%)	G [pie ³]	E_r (%)	B_g [adim]	E_r (%)
-5	4.98E-03	10.44	1.17E+09	-5.00	7.36E-03	-10.99
-4	5.03E-03	8.35	1.19E+09	-4.00	7.44E-03	-8.70
-3	5.08E-03	6.26	1.20E+09	-3.00	7.52E-03	-6.46
-2	5.14E-03	4.18	1.21E+09	-2.00	7.60E-03	-4.26
-1	5.19E-03	2.09	1.22E+09	-1.00	7.67E-03	-2.11
0	5.24E-03	0.00	1.24E+09	0.00	7.75E-03	0.00
1	5.29E-03	-2.09	1.25E+09	1.00	7.83E-03	2.07
2	5.34E-03	-4.18	1.26E+09	2.00	7.91E-03	4.09
3	5.40E-03	-6.26	1.27E+09	3.00	7.98E-03	6.08
4	5.45E-03	-8.35	1.28E+09	4.00	8.06E-03	8.03
5	5.50E-03	-10.44	1.30E+09	5.00	8.14E-03	9.94

La tabla anterior muestra que las variables que más influencia tienen en el resultado son los factores de volumen del gas (B_{gi}) y (B_g) medidos a las presiones P_i y P , respectivamente . Los errores que genera B_{gi} tienen un comportamiento simétrico y son mayores que los errores cometidos en su medición u obtención . Por otro lado, B_g también origina errores en G_p mayores a los suyos pero con un comportamiento asimétrico.

Se observa en la tabla que el error en el volumen original del gas G es igual al error en el resultado .

Resumiendo, se puede decir que cuando el error es positivo la variable que más afecta al valor del resultado es el factor de volumen inicial del gas (B_{gi}) , seguido del factor de volumen del gas (B_g) y por último del volumen original de gas (G) .

Cuando el error es negativo la variable que más afecta es (B_g), después (B_{gi}) y por último (G) .

Ordenando las variables por grado de efecto se tiene lo siguiente :

Error positivo :

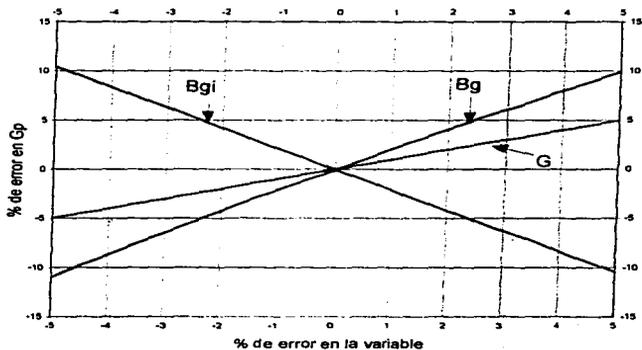
B_{gi}
 B_g
 G

Error negativo:

B_g
 B_{gi}
 G

En este análisis las variables que más afectan el resultado son los factores de volumen del gas, por lo tanto la recomendación que se puede dar es : tener mucho cuidado en la medición o determinación de estas dos variables .

Por ultimo, la siguiente gráfica muestra, de una forma más clara , lo antes mencionado:



CORRELACIÓN DE STANDING PARA CALCULAR EL FACTOR DE VOLUMEN DEL ACEITE

El factor de volumen del aceite fue correlacionado con la relación gas disuelto-aceite, la temperatura, la densidad relativa del gas y la densidad relativa del aceite y se obtuvo la siguiente expresión⁽⁷⁾ :

$$B_o = 0.972 + 0.000147 \left(R_s \left(\frac{\gamma_{gd}}{\gamma_o} \right)^{0.5} + 1.25T \right)^{1.175}$$

- donde :
- R_s es la relación gas disuelto-aceite [pie³/bl_o]
 - γ_{gd} es la densidad relativa del gas disuelto [adim]
 - γ_o es la densidad relativa del aceite [adim]
 - T es la temperatura [°F]
 - B_o es el Factor de volumen del aceite [adim]

Para conocer qué variable afecta más al resultado se hizo un análisis de sensibilidad, para lo cual se consideraron los siguientes datos base :

Datos :

$$R_s = 750 \text{ [pie}^3\text{/ bl}_o\text{]}$$

$$T = 220 \text{ [°F]}$$

$$\gamma_{gd} = 0.85 \text{ [adim]}$$

$$\gamma_o = 0.8762 \text{ [adim]}$$

$$\text{Resultado : } B_o = 1.4723 \text{ [adim]}$$

La siguiente tabla presenta los resultados obtenidos del análisis :

e_v [%]	γ_0 [adim]	E_r [%]	R_s [pie ³ /bl _r]	E_r [%]	T [°F]	E_r [%]
-5	0.83239	0.76	712.5	-1.45	209	-0.54
-4	0.84115	0.60	720	-1.16	211.2	-0.43
-3	0.84991	0.45	727.5	-0.87	213.4	-0.32
-2	0.85867	0.30	735	-0.58	215.6	-0.22
-1	0.86743	0.15	742.5	-0.29	217.8	-0.11
0	0.8762	0.00	750	0.00	220	0.00
1	0.88496	-0.14	757.5	0.29	222.2	0.11
2	0.89372	-0.29	765	0.58	224.4	0.22
3	0.90248	-0.43	772.5	0.87	226.6	0.33
4	0.91124	-0.56	780	1.17	228.8	0.43
5	0.92	-0.70	787.5	1.46	231	0.54

e_v [%]	γ_{gd} [adim]	E_r [%]
-5	0.8075	-0.74
-4	0.816	-0.59
-3	0.8245	-0.44
-2	0.833	-0.29
-1	0.8415	-0.15
0	0.85	0.00
1	0.8585	0.15
2	0.867	0.29
3	0.8755	0.43
4	0.884	0.58
5	0.8925	0.72

En la tabla anterior se observa que la variable que más afecta al resultado del factor de volumen del aceite (B_0) es la relación gas disuelto-aceite (R_s), aunque la magnitud del error es menor que el de la variable; esto es, un menos 5% en el valor real de R_s afecta el valor de B_0 en -1.45% de su valor real y, viceversa, un 5% más en R_s provoca un 1.46% más en el valor real de B_0 .

El valor de los errores varía muy poco, por lo que se pueden considerar simétricos. El resto de las variables afectan el valor de B_0 en una proporción mucho menor al error que se comete en ellas, siendo menor al $\pm 1\%$ en dos de ellas (γ_0 , γ_{gd}) y ligeramente mayor a $\pm 0.5\%$ en la temperatura (T).

Ordenando las variables por su grado de efecto en el resultado, se tiene lo siguiente :

Error positivo :

R_s
 γ_{gd}
 γ_o
 T

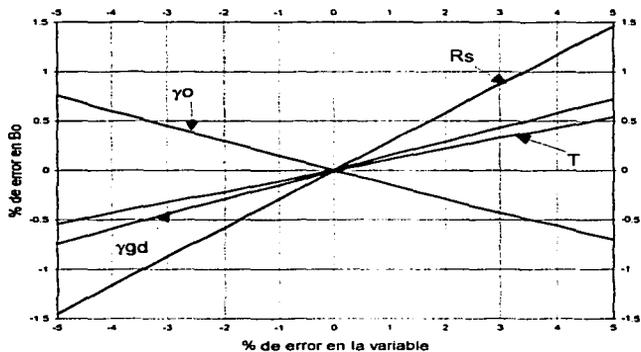
Error negativo

R_s
 γ_o
 γ_{gd}
 T

Como se ve, el único cambio en el orden de las variables se tiene con las densidades del gas disuelto y del aceite, aunque no importaría mucho ese orden por la poca diferencia en los valores de los resultados .

La recomendación que se puede hacer para esta ecuación es que ; aunque el valor del factor de volumen del aceite se ve alterado muy poco por las variables que intervienen en su cálculo, sí tendría que ponerse cuidado en la medición de R_s para obtener un resultado más preciso.

La siguiente gráfica muestra de una forma más clara lo antes expuesto .



ECUACIÓN DE DARCY PARA FLUJO RADIAL

Una de las ecuaciones que se emplean con frecuencia para determinar la cantidad de fluidos que aporta un pozo, es la siguiente :

$$q = \frac{0.007082 K h (P_{ws} - P_{wf})}{\mu B \ln (r_e / r_w)}$$

donde :	q	es el gasto del fluido [bl/día]
	k	es la permeabilidad de la formación [mD]
	μ	es la viscosidad del fluido [cp]
	B	es le factor de volumen del fluido [adim]
	r_e	es el radio de drene del pozo [pg]
	r_w	es el radio del pozo [pg]
	P_{wf}	es la presión de fondo fluyendo [lb/pg ²]
	P_{ws}	es la presión estática [lb/pg ²]
	h	es el espesor de la formación [pies]

A esta ecuación se la efectuó el análisis de sensibilidad, utilizándose los siguientes datos base para el análisis .

Datos:

$$k = 300 \text{ [mD]}$$

$$\mu = 3 \text{ [cp]}$$

$$B = 1.3$$

$$r_e = 3 \text{ [pg]}$$

$$r_w = 10 \text{ [pg]}$$

$$P_{ws} = 1500 \text{ [lb/pg}^2\text{]}$$

$$P_{wf} = 1200 \text{ [lb/pg}^2\text{]}$$

$$h = 20 \text{ [pies]} \quad \text{Resultado : } q = 2714.85 \text{ [bl/día]}$$

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos al variar los valores de las diferentes variables .

e_v [%]	k [mD]	H [pies]	P_{ws} [lb/pg ²]	P_{wf} [lb/pg ²]	μ [cp]	B[adim]
-5	-5	-5	-25	20	5.26	5.26
-4	-4	-4	-20	16	4.17	4.17
-3	-3	-3	-15	12	3.09	3.09
-2	-2	-2	-10	8	2.04	2.04
-1	-1	-1	-5	4	1.01	1.01
0	0	0	0	0	0.00	0.00
1	1	1	5	-4	-0.99	-0.99
2	2	2	10	-8	-1.96	-1.96
3	3	3	15	-12	-2.91	-2.91
4	4	4	20	-16	-3.85	-3.85
5	5	5	25	-20	-4.76	-4.76

e_v [%]	r_w [pg]	R_w [pg]
-5	4.45	-4.09
-4	3.51	-3.28
-3	2.60	-2.47
-2	1.71	-1.65
-1	0.84	-0.83
0	0.00	0.00
1	-0.82	0.83
2	-1.62	1.67
3	-2.40	2.52
4	-3.15	3.37
5	-3.89	4.22

En la tabla anterior se aprecia que la permeabilidad (k), así como el espesor de la formación (h) , tienen el mismo efecto sobre el resultado, además el porcentaje de error cometido en la medición u obtención de estas dos variables es igual al porcentaje de error que registra el resultado, en este caso los errores son simétricos.

El error en la presión estática (P_{ws}) para esta ecuación se quintuplica , esto es ; un $\pm 5\%$ de error en la medición u obtención de esta variable provoca un $\pm 25\%$ de error en el resultado , los errores son simétricos . Para la presión de fondo fluyendo (P_{wf}) ocurre algo similar , nada más que el error en el resultado para esta variable se cuadruplica .Para la viscosidad (μ) y el factor de volumen del fluido (B), la influencia sobre el resultado es la misma, siendo ligeramente mayor cuando se tiene un error en sentido negativo y menor cuando el error es en sentido positivo, por lo que en este caso los errores se comportan en forma asimétrica .

Por último el radio de drene (r_e) y el radio del pozo (r_w), son las variables que menor influencia tienen sobre el resultado. La recomendación que se puede hacer para esta ecuación es: tener cuidado en la obtención o medición de las presiones, ya que afectan en forma considerable al resultado. Por lo tanto, ordenando las variables de acuerdo al grado de efecto sobre la ecuación, se tiene lo siguiente :

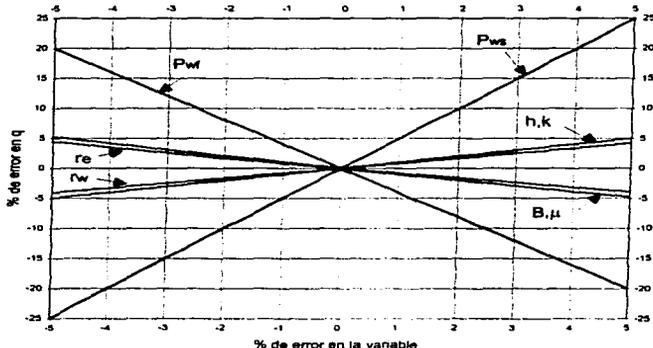
Error positivo :

P_{ws}
 P_{wf}
 k, h
 μ, B
 r_w
 r_e

Error negativo :

P_{ws}
 P_{wf}
 μ, B
 k, h
 r_e
 r_w

La siguiente gráfica muestra , en una forma más clara , lo antes expuesto :



En total, se les hizo análisis de sensibilidad a 13 ecuaciones, incluyendo la del ejemplo. Estas ecuaciones comprenden 51 variables. Puesto que el valor de estas variables se varió en más y en menos, fueron en realidad 102 variables las consideradas. Los porcentajes de error en los resultados, correspondientes a $\pm 5\%$ de error en el valor de las variables, para las ecuaciones analizadas, se presentan resumidos en la siguiente tabla.

ECUACION	VARIABLE	ev [%]	Er [%]
J	Qo	-5	-5
		5	5
	Pwe	-5	25
		5	-16.7
	Pwf	-5	-13.1
5		17.6	
K	D	-5	10.8
		5	-9.3
	ΔP	-5	5.26
		5	-4.76
	μ	-5	-5
		5	5
	L	-5	-5
5		5	
Q	-5	-5	
	5	5	
Sw	ϕ	-5	5.26
		5	-4.76
	Rw	-5	-2.53
		5	2.47
	Rt	-5	2.6
		5	-2.41
	A	-5	-2.53
		5	2.47
M	-5	-9.7	
	5	10.74	
N	-5	-3.53	
	5	3.3	
N	Np	-5	-5
		5	5
	Boi	-5	-33.33
5		100	
Bo	-5	111.11	
	5	-32.26	
pPr	P	-5	-5
		5	5
	$\gamma\theta$	-5	-0.3
5		0.3	
pTr	T	-5	-1.46
		5	1.46
	$\gamma\theta$	-5	3.1
5		-2.92	

ECUACION	VARIABLE	ev [%]	Er [%]
Pb	R	-5	-4.17
		5	4.13
	T	-5	-2.28
		5	2.33
	$\rho\theta$	-5	4.41
5		-4.23	
Fw	$\gamma\theta$	-5	4.35
		5	-3.97
	ko	-5	4.17
		5	-3.85
	$\mu\theta$	-5	-4.04
		5	3.96
	kw	-5	-4.04
5		3.96	
μw	-5	4.17	
	5	-3.85	
Bg	P	-5	5.26
		5	-4.76
	T	-5	-1.52
		5	1.52
	z	-5	-5
5		5	
$\rho\theta$	$\gamma\theta$	-5	-4.36
		5	4.36
	Rs	-5	-0.64
		5	0.64
	Bo	-5	5.26
5		-4.76	
Gp	$\gamma\theta d$	-5	-0.64
		5	0.64
	Bg	-5	10.44
		5	-10.44
	G	-5	-5
5		5	
Bo	Bg	-5	-10.99
		5	9.94
	$\rho\theta$	-5	0.76
		5	-0.7
	Rs	-5	-1.45
		5	1.46
	T	-5	-0.54
5		0.54	
$\gamma\theta d$	-5	-0.74	
	5	0.72	

ECUACION	VARIABLE	Ev[%]	Er [%]
Q	k	-5	-5
		5	5
	h	-5	-5
		5	5
	Paw	-5	-25
		5	25
	Pwf	-5	20
		5	-20
	μ	-5	5.26
		5	-4.76
	B	-5	5.26
		5	-4.76
	re	-5	4.45
		5	-3.89
	rw	-5	-4.09
		5	4.22

Considerando valores absolutos, se observa que los errores en los resultados tienen un rango muy amplio de variación, desde 0.3 hasta 111.11 % , para una variación del 5% en el valor de las variables. Agrupando por rangos de variación a los porcentajes de error en los resultados y considerando el número de variables que los originó, se preparó la siguiente tabla.

% Er	Número de variables	%
100-104	2	1.96
30-34	2	1.96
25-29	3	2.94
20-24	2	1.96
15-19	2	1.96
10-14	6	5.88
5-9.9	29	28.43
0-4.9	56	54.9
totales	102	100

Estos datos indican que 46 variables de las 102 consideradas, o sea aproximadamente el 45% , generaron errores de 5% o más en los resultados, de los cuales 20 (19.6%) son de 5% . Se observa que 56 variables, es decir alrededor de 55% originaron errores menores a 5% en los resultados. Los resultados obtenidos muestran el amplio rango de variación de sensibilidad que tienen las ecuaciones debido a cambios (errores) en los valores de las variables.

III.- PROCEDIMIENTO PRÁCTICO PARA DETERMINAR LA SENSIBILIDAD DE UNA ECUACIÓN

III.1.- ECUACIONES REDUCIDAS

En el Capítulo anterior se realizó un análisis de sensibilidad a varias ecuaciones. Como se señaló, el método consistió en cambiar el valor real de una variable un cierto porcentaje en más y en menos, manteniendo constantes los valores de las otras variables. Esto se hizo para cada una de las variables que intervienen en la ecuación para, posteriormente, conocer cuál de ellas es la que más afecta el resultado.

Al llevar a cabo el proceso descrito, se observó que al tomar una variable y mantener a las demás constantes, la ecuación podía adoptar una forma más sencilla por medio de manipulaciones algebraicas simples. A esta nueva forma de ecuación se le nombró "ecuación reducida". Cada una de las ecuaciones analizadas en el Capítulo anterior generó varias ecuaciones reducidas, las cuales se presentan a continuación. En estas ecuaciones: X representa la variable de interés; Y, el resultado y C, C₁, C₂, etc. las constantes que se generan.

Ecuación analizada



Ecuaciones reducidas

$$k = 1.2732 \frac{q \mu L}{d^2 \Delta P}$$

$$y = X C$$

$$y = \frac{C}{X}$$

$$y = \frac{C_1}{X^{C_2}}$$

Ecuación analizada

$$S_w = \left| \frac{a R_w}{\phi^m R_t} \right|^{1/n}$$

→

Ecuaciones reducidas

$$y = C^{\frac{1}{n}}$$

$$y = (X C_1)^{\frac{1}{C_2}}$$

$$y = \left[\frac{C_1}{X} \right]^{\frac{1}{C_2}}$$

$$y = \left[\frac{C_1}{X^{C_3}} \right]^{\frac{1}{C_2}}$$

$$y = \left[\frac{C_1}{C_2 X} \right]^{\frac{1}{C_3}}$$

$$P_b = \left[18 \left(\frac{R}{\gamma_g} \right)^{0.83} 10^{(0.00091 T - 0.0125 \rho_o)} \right]$$

$$y = C_1 \left[\frac{X}{C_2} \right]^{C_3}$$

$$y = C_1 \left[\frac{C_2}{X} \right]^{C_3}$$

$$y = C_1 C_2^{C_3} X$$

$$y = \frac{C_1}{C_2^{C_3} X}$$

Ecuación analizada



Ecuaciones reducidas

$$f_d = \frac{1}{1 + \frac{k_o \mu_d}{\mu_o k_d}}$$

$$y = \frac{C_1}{C_2 + XC_3}$$

$$y = \frac{C_1}{C_2 + \frac{C_3}{X}}$$

$$B_g = \frac{0.02825 z (T + 460)}{P}$$

$$y = \frac{C}{X}$$

$$y = CX$$

$$y = C_1 (X + C_2)$$

Ecuación analizada



Ecuaciones reducidas

$$\rho_0 = \frac{62.4 \gamma_o + 0.01362 R_s \gamma_{gd}}{B_o}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow y = C_1 X + C_2 \\ \rightarrow y = C_1 + C_2 X \\ \rightarrow y = \frac{C}{X} \end{array} \right\}$$

$$N = \frac{N_p B_o}{B_o - B_{oi}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow y = X C \\ \rightarrow y = \frac{C_1 X}{X - C_2} \\ \rightarrow y = \frac{C_1}{C_2 - X} \end{array} \right\}$$

Ecuación analizada



Ecuaciones reducidas

$$P_r = \frac{P}{702.5 - (50 \gamma_g)} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{X}{C_1} \\ y = \frac{C_1}{C_2 - C_3 X} \end{cases}$$

$$T_r = \frac{T + 460}{167 + (316.67 \gamma_g)} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{C_1}{C_2 + C_3 X} \\ y = \frac{C_1 + X}{C_2} \end{cases}$$

$$G_p = \frac{G (B_g - B_{gi})}{B_g} \rightarrow \begin{cases} y = C_1 - \frac{C_2}{X} \\ y = X - C_1 X \\ y = C_1 - C_2 X \end{cases}$$

Ecuación analizada



Ecuaciones reducidas

$$B_o = 0.972 + 0.000147 \left(R_s \left[\frac{\gamma_{gd}}{\gamma_o} \right]^{0.5} + 1.25 T \right)^{1.175}$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow y = C_1 + C_2 \left(C_3 \left[\frac{X}{C_4} \right]^{C_5} + C_6 \right)^{C_7} \\ & \rightarrow y = C_1 + C_2 (X C_3 + C_4)^{C_5} \\ & \rightarrow y = C_1 + C_2 \left(C_3 \left[\frac{C_4}{X} \right]^{C_5} + C_6 \right)^{C_7} \\ & \rightarrow y = C_1 + C_2 (C_3 + C_4 X)^{C_5} \end{aligned}$$

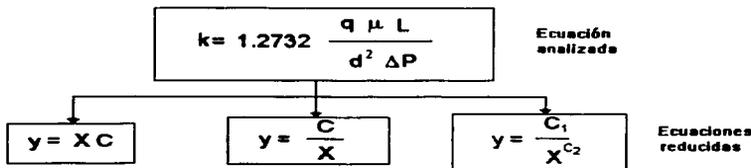
$$q = \frac{0.007082 K h (P_{ws} - P_{wf})}{\mu B \ln(r_o / r_w)}$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow y = CX \\ & \rightarrow y = C_1 X - C_2 \\ & \rightarrow y = C_1 - C_2 X \\ & \rightarrow y = \frac{C}{\ln X} \\ & \rightarrow y = \frac{C}{-\ln X} \\ & \rightarrow y = \frac{C}{X} \end{aligned}$$

III.2 OBTENCION DE LAS ECUACIONES TIPO

De cada una de las ecuaciones analizadas se obtuvieron sus respectivas ecuaciones reducidas. Se observó que algunas de estas ecuaciones son similares entre sí, independientemente de la ecuación que las genera ; con base en esto se pensó agruparlas y tratar de llegar a una sola ecuación a la cual se le denominó Ecuación tipo y es la que proporciona la tendencia del error en cada variable .

Por ejemplo, si se toma la ecuación de Darcy :



Se observa que la ecuación de Darcy genera tres ecuaciones reducidas diferentes, pero con la ayuda de procedimientos algebraicos simples, estas tres ecuaciones se pueden combinar y obtener una sola ecuación ; para este ejemplo la ecuación es :

$$y = C_1 X^{C_2}$$

en la que la variable y las constantes pueden tomar los siguientes valores .

$$\begin{aligned} x &\neq 0 \\ C_1 &\neq 0 \\ -\infty &< C_2 < \infty \end{aligned}$$

y el resultado del análisis de sensibilidad es : $E_y \approx e_x C_2$

Las ecuaciones reducidas, de las restantes ecuaciones analizadas se trataron de la misma forma para encontrar sus correspondientes Ecuaciones tipo y poder obtener la tendencia de los errores de una forma más rápida.

A continuación se muestran las Tablas de las Ecuaciones tipo, agrupadas de acuerdo a como se presenta la variable : a) variable simple, b) variable con exponente y c) variable como exponente . En estas tablas, además de la ecuación tipo, se indican los valores que pueden tomar las variables y las constantes y la sensibilidad de la ecuación a la variable.

TABLAS DE LAS ECUACIONES TIPO

a) ECUACIONES TIPO CON VARIABLE SIMPLE

ECUACIÓN TIPO	VALORES DE LAS VARIABLES Y CONSTANTES	SENSIBILIDAD DE LA ECUACIÓN A LA VARIABLE
$y = \frac{x}{c}$	$x \neq 0$ $c \neq 0$	$E_y = e_x$
$y = \frac{c}{x}$	$x \neq 0$ $c \neq 0$	$E_y = e_x$
$y = c_1 (x + c_2)$	$x \neq 0$ $c_1 \neq 0$ $-\infty < c_2 < \infty$	si $c_1 x < c_2$ entonces : $E_y < e_x$ si $c_1 x > c_2$ entonces : $E_y > e_x$

$y = c_1 + \frac{c_2}{x}$	$x \neq 0$ $c_2 \neq 0$ $-\infty < c_1 < \infty$	$E_y \leq e_x$
$y = c_1 + c_2 x$	$x \neq 0$ $c_2 \neq 0$ $-\infty < c_1 < \infty$	si $c_1 x < c_2$ entonces : $E_y < e_x$ si $c_1 x > c_2$ entonces : $E_y > e_x$
$y = \frac{x + c_1}{c_2}$	$x \neq 0$ $c_2 \neq 0$ $-\infty < c_1 < \infty$	$E_y \leq e_x$
$y = \frac{c_1}{c_2 + \frac{c_3}{x}}$	$x \neq 0$ $c_1 \neq 0$ $c_3 \neq 0$ $-\infty < c_2 < \infty$	$E_y \leq e_x$
$y = \frac{c_1}{c_2 x}$	$x \neq 0$ $c_1 \neq 0$ $c_2 \neq 0$	$E_y = e_x$
$y = \frac{c_1}{c_2 + c_3 x}$	$x \neq 0$ $c_1, c_3 \neq 0$ $-\infty < c_2 < \infty$	$E_y \geq e_x$ si : $x < 1$. entonces : $E_y \ll e_x$

$y = \frac{c_1 x}{x + c_2}$	$x \neq 0$ $c_1 \neq 0$ $-\infty < c_2 < \infty$ $(x + c_2) \neq 0$	$E_y \geq e_x$
$y = x c_1 + \frac{x}{c_2} + c_3$	$x \neq 0$ $c_1 \neq 0$ $c_2 \neq 0$ $-\infty < c_3 < \infty$	$E_y = e_x$
$y = x + c_1 x$	$x \neq 0$ $c_1 \neq 0$	$E_y = e_x$
$y = \frac{c}{\ln x}$	$x > 0$ $c_1 \neq 0$	$E_y = e_x$

b) ECUACIONES TIPO CON VARIABLE A UNA POTENCIA

ECUACIÓN TIPO	VALORES DE LAS VARIABLES Y CONSTANTES	SENSIBILIDAD DE LA ECUACIÓN A LA VARIABLE
$y = c_1 x^{c_2}$	$x > 0$ $c_1 \neq 0$ $c_2 \neq 0$	$E_y \approx e_x c_2$
$y = \frac{c_1}{x^{c_2} c_3}$	$x > 0$ $c_1, c_3 \neq 0$ $-\infty < c_2 < \infty$	$E_y = e_x c_2$

$y = \frac{x^{c_1}}{c_2}$	$x > 0$ $c_1, c_2 \neq 0$	$E_y \approx e_x c_1$
$y = c_1 x^{c_2} + c_3$	$x > 0$ $c_1 \neq 0$ $c_2 \neq 0$ $-\infty < c_3 < \infty$	$E_y \approx e_x c_2$
$y = \left[\frac{c_1}{x} \right]^{c_2}$	$x \neq 0$ $c_1 \neq 0$ $c_2 \neq 0$ $\left[\frac{c_1}{x} \right] > 0$	$E_y \approx e_x c_2$
$y = c_1 \left[\frac{x}{c_2} \right]^{c_3}$	$x \neq 0$ $c_1, c_2, c_3 \neq 0$ $\left[\frac{x}{c_2} \right] > 0$	$E_y \approx e_x c_3$
$y = \left[\frac{c_1}{x^{c_2}} \right]^{c_3}$	$x > 0$ $c_1 > 0$ $c_2, c_3 \neq 0$	$E_y \approx e_x c_2 c_3$
$y = c_1 + c_2 (x c_3 + c_4)^{c_5}$	$x, c_2, c_3, c_5 \neq 0$ $(x c_3 + c_4) > 0$ $-\infty < c_1 < \infty$ $-\infty < c_4 < \infty$	$E_y \approx (e_x c_5) - c_5$ si: $c_5 < 1$. entonces: $E_y \ll e_x$

$y = c_1 + c_2 \left(\frac{x}{c_4} \right)^{c_3} + c_6 \cdot c_7$	$x, c_4 \neq 0$ $\left[\frac{c_3}{c_4} \right] > 0$ $c_2, c_3, c_5, c_7 \neq 0$ $\left(c_2 \left[\frac{x}{c_4} \right]^{c_3} + c_6 \right) > 0$ $-\infty < c_1 < \infty$ $-\infty < c_5 < \infty$	$E_y \approx e_x c_5 c_7$ <p>si : $c_5 y c_7 < 1$.</p> <p>entonces : $E_y \ll e_x$</p>
$y = c_1 + c_2 \left(\frac{c_5}{x} \right)^{c_3} + c_6 \cdot c_7$	$x, c_4 \neq 0$ $\left[\frac{c_3}{x} \right] > 0$ $c_2, c_3, c_5, c_6, c_7 \neq 0$ $\left(c_2 \left[\frac{c_5}{x} \right]^{c_3} + c_6 \right) > 0$ $-\infty < c_1 < \infty$ $-\infty < c_6 < \infty$	$E_y \approx e_x c_5 c_7$ <p>si : $c_5 y c_7 < 1$.</p> <p>entonces : $E_y \ll e_x$</p>

c) ECUACIONES TIPO CON LAS VARIABLES COMO EXPONENTE

ECUACIÓN TIPO	VALORES DE LAS VARIABLES Y CONSTANTES	SENSIBILIDAD DE LA ECUACIÓN A LA VARIABLE
$y = c_1 c_2^x + c_3$	$x \neq 0$ $c_1 \neq 0$ $c_2 \neq 0$ $-\infty < c_3 < \infty$	$E_y \gg \gg e_x$ <p>si : $x < 1$</p> <p>entonces : $E_y \ll \ll e_x$</p>

$y = \left[\frac{c_1}{c_2^x} \right]^{c_3}$	$\begin{aligned} x &\neq 0 \\ c_1 &> 0 \\ c_2 &> 0 \\ c_3 &\neq 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} E_y &\gg \gg e_x \\ \text{si : } x &< 1, \\ \text{entonces : } E_y &\ll e_x \end{aligned}$
$y = \frac{c_1}{c_2^{c_3 x}}$	$\begin{aligned} x &\neq 0 \\ c_2 &> 0 \\ c_1, c_3 &\neq 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} E_y &\gg \gg e_x \\ \text{si : } [c_3 x] &< 1, \\ \text{entonces : } E_y &\ll e_x \end{aligned}$
$y = c_1 c_2^{c_3 x}$	$\begin{aligned} x &\neq 0 \\ c_1, c_3 &\neq 0 \\ c_2 &> 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} E_y &\gg \gg e_x \\ \text{si : } [c_3 x] &< 1, \\ \text{entonces : } E_y &\ll e_x \end{aligned}$

III.3 MÉTODO DE LA ECUACIÓN TIPO

Para poder realizar el análisis de sensibilidad de una ecuación de acuerdo al método de la ecuación tipo, deberán seguirse algunos pasos sencillos, los cuales se dan a continuación.

- 1.- Seleccionar la variable que se quiere analizar y cambiar su símbolo por X .
- 2.- Por medio de operaciones algebraicas simples, a las demás variables agruparlas en el menor número posible de constantes.
- 3.- El símbolo de la propiedad o del parámetro que se calcula con la ecuación, sustituirlo por Y .
- 4.- Buscar en la tabla de "Ecuaciones tipo" el resultado de sensibilidad que corresponda a la forma de la ecuación reducida .
- 5.- Repetir los pasos 1 a 4 para las demás variables, hasta agotarlas .
- 6.- Ordenar los resultados obtenidos para conocer la variable que más afecta el resultado

Con el fin de visualizar con mayor facilidad lo anteriormente expuesto, se analizó nuevamente el ejemplo presentado en el Capítulo II , pero utilizando ahora el método de la Ecuación tipo .

Ejemplo : Se desea conocer cuál es el índice de productividad de un pozo por medio de la ecuación siguiente :

$$J = \frac{q_o}{P_{ws} - P_{wf}}$$

Se cuenta con la siguiente información :

$$q_o = 5000 \text{ [bl}_o \text{ / día]}$$

$$P_{ws} = 2000 \text{ [lb/pg}^2 \text{ abs]}$$

$$P_{wf} = 1500 \text{ [lb/pg}^2 \text{ abs]}$$

Sustituyendo los datos en la ecuación .

$$J = \frac{5000}{(2000 - 1500)} = 10 \frac{\text{(bl/día)}}{\text{(lb/pg}^2 \text{)}}$$

Se quiere conocer qué tan susceptible es el índice de productividad cuando el gasto de aceite tiene una variación en su valor real de $\pm 5\%$, utilizando el método de la ecuación tipo .

1.- Seleccionar la variable y cambiar su símbolo por X

$$J = \frac{q_o}{P_{ws} - P_{wf}}$$

$$J = \frac{x}{P_{ws} - P_{wf}}$$

2.- Agrupar al resto de las variables en el menor número posible de constantes

$$J = \frac{x}{P_{ws} - P_{wt}}$$

$$(P_{ws} - P_{wt}) = C_1$$

por lo que la ecuación adopta la siguiente forma:

$$J = \frac{x}{C_1}$$

3.- El símbolo del índice de productividad (J) cambiarlo por Y.

$$J = y$$

por lo que la ecuación queda de la forma

$$y = \frac{x}{C_1}$$

que es la ecuación reducida de la variable q_0

- 4.- Buscar en la tabla de "Ecuaciones tipo" la ecuación que corresponda a la ecuación reducida para conocer el efecto de la variable en el resultado .

Ecuación reducida

$$y = \frac{x}{C_1}$$

Ecuación Tipo

$$y = \frac{x}{C_1}$$

Efecto de la variable sobre el resultado es : $E_y = e_x$

Esto significa que el error en Y , E_y , o sea en el resultado, es igual al error en X, e_x , es decir en la variable. Por lo tanto, si este resultado se aplica a la ecuación original se puede decir que el error que se cometa en la medición del gasto de aceite origina un error de la misma magnitud en el índice de productividad. Esta misma conclusión fue la que se obtuvo con la metodología anterior, explicada en el Capítulo II .

- 5.- Siguiendo los pasos anteriores, continuar con las restantes variables

Para P_{ws}

Ecuación reducida

$$y = \frac{C_1}{(x - C_2)}$$

Ecuación Tipo

$$y = \frac{C_1}{(C_2 - x)}$$

El efecto de la variable sobre el resultado es : $E_y \geq e_x$

Para P_{wf}

Ecuación reducida

$$y = \frac{C_1}{(C_2 - x)}$$

Ecuación Tipo

$$y = \frac{C_1}{(C_2 - x)}$$

El efecto de la variable sobre el resultado es : $E_y \geq e_x$

Estos dos últimos resultados indican que el error que registra el parámetro Y es mayor o igual al error en la variable X . Como se puede apreciar este resultado no proporciona un valor particular del error en Y sino que muestra una tendencia, con relación al error cometido en X .

Si esto se aplica a la ecuación original, se tiene lo siguiente :

$$E_J \geq e_{P_{ws}}$$

Dicho en palabras, el error que registra el valor verdadero de J es mayor o igual al error cometido en la medición u obtención de P_{ws} . Para que se presente el caso de igualdad, prácticamente la obtención del valor de la variable P_{ws} tendría que ser rigurosamente exacta ; esto es, tener errores casi nulos .

Sucede lo mismo con la presión de fondo fluyendo , P_{wf} .

$$E_J \geq e_{P_{wf}}$$

6.- Ordenar los resultados por grado de sensibilidad

Del análisis anterior se obtuvieron los siguientes resultados

$$\text{Para } P_{ws} : E_y \geq e_x$$

$$\text{Para } P_{wt} : E_y \geq e_x$$

$$\text{Para } q_o : E_y = e_x$$

Se observa que las presiones son las variables que mayor error pueden causar en la obtención del Índice de Productividad, siendo exactamente lo que se obtuvo en el método original descrito en el Capítulo II.

El objetivo de este tipo de análisis es, el de conocer con facilidad y rapidez, qué variable puede causar más error al momento de operar una ecuación; ya que estos errores se reflejan en el resultado. Por lo tanto, no debe interesar el valor de cada variable, sino el error que pueda cometerse en su medición u obtención.

El siguiente ejemplo muestra una ecuación más compleja a la anterior, y la cuál sirvió para corroborar lo antes mencionado. Como se podrá apreciar, no se tiene ningún dato, lo único que se emplea es, la ecuación y el supuesto error cometido en cada una de las variables.

Ejemplo : La ecuación que proporciona las caídas de presión por fricción en tuberías horizontales por donde circula líquido es⁽⁷⁾.

$$\Delta P_f = 1.1476 \times 10^{-5} \frac{f \gamma_L q^2 L}{d^5}$$

donde : ΔP_f es la caída de presión por fricción [lb/pg² abs]
 f es el factor de fricción [adim]
 γ_L es la densidad relativa del líquido [adim]
 q es el gasto de líquido [bl/día]
 L es la longitud de la tubería [pies]
 d es el diámetro interior de la tubería [pg]

El supuesto error en cada una de las variables fue de $\pm 5\%$. Las ecuaciones reducidas que generaron cada una de las variables son :

ECUACION REDUCIDA :

VARIABLE

$Y = CX$	para	f	
$Y = CX$	para	γ_L	
$Y = C_1 \times C_2$	para	q	$\leftarrow C_2 = 2$
$Y = CX$	para	L	
$Y = C_1 / X C_2$	para	d	$\leftarrow C_2 = 5$

Buscando en las tablas de Ecuaciones Tipo los resultados son los siguientes :

Para f : $E_y = e_x$
 Para γ_L : $E_y = e_x$
 Para q : $E_y \approx e_x C_2$
 Para L : $E_y = e_x$
 Para d : $E_y \approx e_x C_2$

Ordenando las variables por grado de sensibilidad se obtuvo lo siguiente :

d
 q
 f, L, γ_L

Luego entonces se puede decir que : las variables que afectan más el resultado son el diámetro y el gasto y que son las variables en que debe ponerse mayor énfasis en su medición u obtención .

Para verificar los resultados obtenidos con el método de la Ecuación tipo del ejemplo anterior , se presenta la siguiente tabla con los resultados del análisis simple .

e_v [%]	L [pies]	E_r [%]	q [bl/día]	E_r [%]	y_L [adim]	E_r [%]
-5	2850	-5	2432	-9.75	0.855	-5
0	3000	0	2560	0	0.9	0
5	3150	5	2688	10.25	0.945	5
e_v [%]	f [adim]	E_r [%]	d [pg]	E_r [%]		
-5	0.05183	-5	3.740	29.23		
0	0.05456	0	3.937	0		
5	0.05728	5	4.133	-21.64		

Los resultados por el método de análisis simple, confirman que el método de análisis de la Ecuación tipo, proporciona buenos resultados, ya que en la tabla anterior, se puede ver que las variables que más afectan el resultado son el diámetro (d) y el gasto (q) y el resto de las variables tienen el mismo efecto sobre el resultado. Los resultados obtenidos por ambos métodos son relativamente iguales. El término "relativo" se emplea porque el método de la Ecuación tipo no proporciona un valor exacto del error que registra el resultado, pero sí una aproximación o tendencia del mismo. Este método no supera en exactitud al método simple, pero ayuda al estudiante o al profesional que maneja una ecuación, a identificar rápidamente, con alto porcentaje de confiabilidad, qué variable(s) tiene(n) que medirse con más precaución; por lo tanto, este es un buen método alternativo, si no se cuenta con las herramientas necesarias para realizar un análisis simple .

IV.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A lo largo de este trabajo, se ha puesto mucho énfasis en cuán importante es que *todo profesional que trabaje con una ecuación, conozca perfectamente cada una de las variables que intervienen en ella. Esto ayuda a que todos los resultados se obtengan con buena precisión y, por ende, puedan transformarse, en algún momento dado, en bases sólidas para tener ahorros o ganancias económicas, dependiendo de lo que se esté calculando o estimando.*

En el Capítulo I, se trataron las causas principales por las cuales se cometen errores al medir u obtener el valor de una cantidad física, dato que puede convertirse en variable de una ecuación. Normalmente estas causas son por :

El método de medición

El mal funcionamiento de los instrumentos de medición

El elemento humano

Afortunadamente, todos los problemas que se generan por tales causas tienen soluciones sencillas. Para tal efecto se hacen las recomendaciones siguientes:

Elegir correctamente el método que se empleará para tomar un dato; esto se debe a que *en las diferentes áreas de ingeniería, por ejemplo en la de ingeniería petrolera, existen varias de metodologías para obtener un mismo dato, por lo que su exactitud dependerá de la forma en que se estime.*

Por ejemplo : Supóngase que se quiere conocer la permeabilidad de un yacimiento. El valor de la permeabilidad se puede obtener por :

- **Análisis de núcleos en laboratorio**
- **Análisis de registros geofísicos**
- **Análisis de pruebas de presión**
- **Correlaciones**

De acuerdo a la forma en que se mida o se calcule el dato, dependerá la exactitud del mismo. Cada uno de los procedimientos mencionados comprenden factores que hacen que ésta sea la causa más importante para tener errores en la obtención de una variable.

Revisar que los instrumentos de medición trabajen perfectamente; esto es, que se encuentren en buenas condiciones operacionales y si no es así reemplazarlos por otros y verificar que estén bien calibrados conforme a estándares actuales.

Cerciorarse que la persona comisionada para tomar un dato esté capacitada para ese trabajo tanto física como técnicamente y, además, esté consciente de la importancia que tiene su actividad dentro del contexto general del trabajo.

Por otro lado, es muy importante conocer bien las unidades en que se mide u obtiene cada variable y saber en qué unidades entran en la ecuación para, en caso de requerirse, hacer las conversiones necesarias. También es importante realizar en forma correcta los cálculos que involucra la solución de la ecuación.

Si se atienden las recomendaciones antes mencionadas se considera que los resultados que se obtengan al recurrir a una ecuación para la solución de un problema serán aceptables.

Del método simple que se manejó en el Capítulo II, y con el cual se analizaron varias ecuaciones de ingeniería petrolera, se obtuvieron los siguientes resultados :

1° - Se observó un amplio rango de variación de sensibilidad de las ecuaciones debido a cambios (errores) en los valores de las variables.

2° - Se encontró que las variables pueden tener alguna de las siguientes características.

- Variables simples, sin exponente
- Variables con exponente
- Variables como exponente

3º - Los resultados de sensibilidad correspondientes a las características antes mencionadas de las variables son los siguientes :

% de error en la variable	% de error en el resultado
Variable simple, sin exponente	Menor ó igual al de las variables
Variable con exponente	Aproximadamente igual al producto del error en la variable por el exponente
Variable como exponente	Varía (mayor ó menor), dependiendo de magnitud de la variable

4º - Con base en las gráficas preparadas con datos de % de error en la variable y % de error en el resultado, se aprecian los siguientes comportamientos.

Al graficar los resultados del análisis de sensibilidad de una variable que se presenta en forma simple (sin exponente) , se definen tendencias rectas. Por lo regular, en este caso cuando se tiene un error de medición positivo o negativo, las desviaciones en el resultado son simétricas .

Al graficar los resultados del análisis de sensibilidad de una variable que se presenta con una potencia (con exponente) , la tendencia se comporta, hasta ciertos límites de error, como una recta; después de esos límites, se comporta como una curva en forma exponencial. En este caso, cuando se tiene un error de medición positivo o negativo, las desviaciones en el resultado son simétricas en el límite, una vez rebasándolo son asimétricas .

Al graficar los resultados del análisis de sensibilidad de una variable que se presenta como una potencia, se define una tendencia curva de forma exponencial. En este caso, cuando se tiene un error de medición positivo o negativo, las desviaciones en el resultado son asimétricas en todos los intervalos .

De las apreciaciones anteriores, se podría pensar que el procedimiento más simple y rápido para detectar la variable que más afecta un resultado, es observando la forma como se presenta en la ecuación y, así, ahorrarse todos esos cálculos del análisis; pero ¿qué sucedería cuando en una ecuación aparece más de una variable con exponente y algunas más como exponentes?. Ya no sería tan sencillo definir claramente la(s) variable(s) que ocasiona(n) errores en los resultados.

Conforme se fue desarrollando este trabajo, se apreció que el análisis de sensibilidad en forma simple generaba ecuaciones más sencillas al tomar la variable de análisis y las demás agruparlas como constantes. A esta nueva forma de la ecuación se le nombró *ecuación reducida*. En el Capítulo III, se observa que todas las ecuaciones analizadas por el método simple generan sus propias ecuaciones reducidas y algunas tienen similitud con otras, independientemente de la ecuación que las genera. Por tal motivo, se diseñó otro método de análisis, el cual se bautizó con el nombre de *método de la Ecuación tipo*. Con esta nueva forma de análisis se pueden obtener resultados similares a los obtenidos con el método original.

El método de la Ecuación tipo funciona solamente como un indicador de la tendencia del error que sufre el resultado de la propiedad física que se esté determinando. La información que arroja este método no tiene carácter cuantitativo, sino que se presenta como un rango de valores; sólo indica si el error en el resultado es menor, igual o mayor que el cometido en la variable, con lo cual se puede hacer un ordenamiento según el grado de efecto de cada variable en la ecuación.

Es común que al aplicar alguna ecuación se utilicen valores de las variables sin comprobar su veracidad, es decir, se trabaja con cierto grado de incertidumbre en lo que respecta a la información que se procesa.

Problema aparte, en un análisis de sensibilidad, es conocer si el valor de una variable es correcto o, en caso contrario, determinar la magnitud de su error.

Dependiendo de la magnitud del error en la variable, los resultados de un análisis de sensibilidad por el método de la ecuación tipo indican lo siguiente:

- Si el error en la variable es pequeño, no representan problema los casos en que el error en el resultado (E_r) sea igual o menor al error en la variable (e_v), sólo queda incertidumbre en el caso en que $E_r > e_v$.
- Si el error en la variable es grande, sólo se tendrá seguridad en los datos para el caso $E_r = e_v$; en los otros dos casos $E_r < e_v$ y $E_r > e_v$ habrá incertidumbre en la magnitud del error en el resultado.

El método de la Ecuación tipo tiene ventajas y desventajas .

Las ventajas son :

- **El tiempo que se emplea para identificar la variable que más afecta un resultado es mucho menor que el empleado en el método simple original .**
- **No se requiere de computadora ni de calculadora para el análisis .**
- **Sólo se requiere un poco de habilidad algebraica para reducir las ecuaciones originales.**
- **Se obtienen buenas aproximaciones .**

Las desventajas son :

- **No proporciona el resultado exacto del error, sino una tendencia, lo cual genera cierto grado de incertidumbre en algunos casos.**
- **En ocasiones puede existir alguna discrepancia en el resultado; esto es, que no se coloque a la variable que más afecta el resultado en primer lugar en grado de sensibilidad sino en otro lugar.**
- **Con este método no se aprecian los errores en sentido negativo o positivo; esto es, no se define si existe o no simetría .**

En la ingeniería petrolera se desarrolla una gran variedad de actividades relacionadas a las distintas especialidades que abarcan las tres áreas técnicas generales: Perforación, Producción y Yacimientos. En su práctica profesional, el Ingeniero Petrolero debe tener siempre en mente realizar su trabajo de la mejor manera posible para que aporte buenos resultados; para lograrlo, es necesario que haga un correcto planteamiento en la solución de sus problemas, que elija las técnicas apropiadas de solución y conozca bien sus herramientas de trabajo.

Una herramienta para resolver algún problema puede ser una ecuación, una correlación, un dato leído de una gráfica, etc. Una buena solución siempre se obtendrá si se conoce bien la herramienta por utilizar.

Desafortunadamente, no todos los estudiantes o profesionales que trabajan con una ecuación la conocen a fondo. Con este trabajo se trata de hacer ver que si se realiza un análisis de sensibilidad a las ecuaciones, los resultados serán mejores y, por ende, más confiables; los beneficios que se obtienen justifican bien el tiempo invertido en ese tipo de análisis.

**ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

REFERENCIAS

1. **Yardley Beer .** Introducción a la Teoría de los errores . E.T.H.A. S.A. Buenos Aires 1975
2. **Mataix Plana José Luis .** Teoría de los Errores y Operaciones con Números Aproximados Dossat S.A. Buenos Aires 1972
3. **Cernuschi Felix , Greco Francisco I.** Teoría de Errores de Mediciones. Universidad de Buenos Aires 1978
4. **Giambernardino Vincenzo .** Teoría de los Errores . Reverté Venezuela S.A. 1978
5. **Rodríguez Nieto Rafael .** Apuntes de Principios de Mecánica de Yacimientos Facultad de Ingeniería UNAM , 1987
6. **Schlumberger .** Interpretación de Perfiles. Vol. 1. Fundamentos 1975
7. **Garaicochea Petirena Francisco, Bernal Huicochea César , López Ortíz Oscar.** Transporte de Hidrocarburos por Ductos. Colegio de Ingenieros Petroleros de México A.C. 1991
8. **Abreu Tomas J. , Muñoz A. Francisco , Silva José R. , Loreto M. Eduardo** Apuntes de Recuperación Secundaria . Facultad de Ingeniería UNAM 1985
9. **González Hernández Servando , de la Garza Carrasco Nahum .** Apuntes de Físico- Química y Termodinámica de los Hidrocarburos Facultad de Ingeniería UNAM 1988
10. **Garaicochea Petirena Francisco , Bashbush B. José Luis** Apuntes de Comportamiento de Yacimientos Facultad de Ingeniería UNAM 1987

BIBLIOGRAFIA

Roger J. M. De Wiest

"Geohydrology"

John Wiley & Sons, Inc. New York, London, Sydney

Segunda Edición, Abril 1967

Prof. Ernesto Vázquez Fernández

"Análisis de Sensibilidad de las variables que intervienen
en el proceso de Riego por surcos "

Revista Ingeniería, Vol. LXV número 3/4, 1995

Holman Jack Phillip

"Métodos Experimentales para Ingenieros "

McGraw-Hill (Segunda Edición en Español) México 1978

Kreyszig Erwin

"Introducción a la Estadística Matemática

Principios y Métodos"

Limusa, México 1991 (Décimo primera Edición)