

00165  
8  
2 ejem.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**UNA ALTERNATIVA EN LA ENSEÑANZA DE LAS ESTRUCTURAS**

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN QUE PRESENTA

FERNANDO HUMBERTO VAZQUEZ DIAZ

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN

ARQUITECTURA - (INVESTIGACION Y DOCENCIA)

1997



**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
E INVESTIGACIÓN  
FACULTAD DE ARQUITECTURA**



**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TESIS SIN PAGINACION**

**COMPLETA LA INFORMACION**

## **JURADO**

**M. EN ARQ. CARLOS GONZALEZ LOBO**  
**ARQ. JESUS BARBA ERDMANN**  
**DR. MARIO DE JESUS CARMONA Y PARDO**  
**M. EN ARQ. EDUARDO SAAD ELJURE**  
**M. EN ARQ. ENRIQUE SANABRIA ATILANO**

# **CONTENIDO**

**INTRODUCCION**

**HIPOTESIS**

**ANALISIS DIDACTICO**

**DESARROLLO DEL PROGRAMA**

**MANUAL DE OPERACION**

**CONCLUSIONES**

**BIBLIOGRAFIA**

Es necesario romper el modelo tradicional del maestro expositor y no compañero amigo. Ser firme en sus determinaciones y exigencias, pero no tanto como para impedir la comunicación con los estudiantes. Preparar la clase para manejarla con fluidez y así motivar a los estudiantes a la investigación. Ser totalmente imparcial al calificar, procurando ser justo y objetivo: evaluar el resultado del trabajo de todo el curso, no solo de un examen. Fomentar las actividades extraescolares de acuerdo con el material del curso e irlo enriqueciendo mutuamente. Impulsar la libre participación de todos los estudiantes, impulsándolos al debate y a la polémica con una discusión productiva, y sobre todo ser democrático, flexible y abierto para enfatizar los intereses de la mayoría sin llegar a seguirle la corriente al grupo; con una constante retroalimentación y retomar las ideas de las sesiones anteriores para ir hilando el conocimiento significativo

ideas de un docente

## **INTRODUCCION**

## INTRODUCCION

Dentro de la currícula del plan de estudios de la carrera de Arquitectura se encuentra el área de construcción o área técnica que involucra a las actividades académicas de estructuras. De aquí lo que le interesa al estudiante de Arquitectura no es tan solo la posibilidad de saber y poder calcular cualquier estructura sino el poder llegar a la comprensión global del proyecto que involucra la solución estructural, además de poder existir un convencimiento de la importancia de este conocimiento, pero su adquisición es de lo más difícil que cabría esperar.

El Plan de estudios de la carrera de Arquitectura, entre otros los objetivos nos indica que el estudiante debe de estar capacitado para dominar simultáneamente las áreas teórica, proyectiva y tecnológica de la Arquitectura para poder concebir, diseñar y construir un espacio habitable que resuelva las necesidades existentes en el campo de la edificación, y les de un sentido de participación y significación social a las formas arquitectónicas, dentro de un contexto físico, rural, urbano o regional, con una ubicación histórica y con un sentido de la planificación. Además demostrar cabalmente la posesión de conocimientos totalizados que se apliquen al diseño arquitectónico, a la construcción y concepción de una alternativa formal-espacial arquitectónica y a la comprensión global e integral de la Arquitectura y de su contexto, como ejercicio de la praxis arquitectónica

Darle al estudiante conocimientos profundos sobre análisis y diseño estructural, resulta fuera de contexto, tanto como pretender que un ingeniero civil tenga conocimientos amplios sobre diseño arquitectónico. Empero, existen entre estas dos profesiones, una conjunción de conceptos ligados íntimamente: un espacio vacío en el que confluyen ambas ramas donde " La Arquitectura es Ingeniería " y la " La Ingeniería es Arquitectura " .

Podría resultar imposible, quizá quimérico tratar de definir los límites precisos entre la Arquitectura y la Ingeniería Civil. A pesar de ello, es factible y conveniente, dar criterios arquitectónicos a los Ingenieros y así mismo criterios estructurales a los Arquitectos para diseñar óptimamente.

Al desarrollar un Proyecto Arquitectónico, desde su concepción inicial, hasta la elaboración de los planos ejecutivos, deben tenerse en cuenta al mismo tiempo todos los factores que en el puedan intervenir, uno de los factores, quizá de los más importantes es la solución estructural del proyecto, para esto es necesario conocer las diferentes formas y tipos de estructuras, los elementos que los pueden componer y la forma en que trabajan, aunque ciertamente, no es necesario ser un perito en materia de cálculo, basta con tener buen criterio. En otras palabras el cálculo es la rutina, lo que importa fundamentalmente es la comunión del proyecto arquitectónico con el proyecto estructural; la elección adecuada del tipo de estructura que deba ser lo más sencilla y simétrica que se pueda, para entender el comportamiento estructural global.

El cálculo estructural es, en la inmensa mayoría una rutina de operaciones numéricas, lo que verdaderamente importa es el criterio para dimensional . Este criterio si puede y debe ser enseñado en nuestra Facultad con su debida importancia con los principios y conceptos en que



se fundamentan que son relativamente sencillos, basados siempre en el sentido común. El proyecto Arquitectónico debe seguir esos conceptos para garantizar que los edificios cumplan con ser seguros, funcionales y económicos en su construcción

La comprensión del problema estructural requiere una atención a las leyes de la naturaleza que afectan a la estructura y a la respuesta que da esta; estas leyes se pueden reducir únicamente al "equilibrio estático" en consecuencia se elimina la antigua división entre estática y resistencia de materiales creando la base del análisis estructural en donde se pretende que se adquiera una mejor comprensión del significado y razón de la forma estructural

Las actividades académicas de estructuras son imperfectamente conocidas, tienen gran importancia y son también en donde la mayoría de los estudiantes tienen una gran dificultad en apropiarse de estos conocimientos ya que la preparación que se da en la escuela es fundamentalmente artística. Esta dificultad no proviene básicamente de una incompreensión matemática, más bien consiste en adquirir una cierta capacidad de imaginación para poder comprender y relacionar las cargas aplicadas y los esfuerzos resultantes, los estudiantes en su inmensa mayoría desconocen porque las estructuras se mantienen en pie y el otro problema es no saber relacionar la función estructural con la estética.

Agregado a esto se encuentra la falta de motivación y la fobia que generan hacia esta actividad académica la mayoría de los docentes encargados de impartirla, debido en parte a la falta de preparación didáctica. El papel del docente es facilitar la adquisición del conocimiento y tender un puente entre la intuición más o menos consciente de las estructuras y el conocimiento científico acerca de ellas que brinda una adecuada representación de la realidad sobre postulados matemáticos, ya que para diseñar una estructura y darle una buena proporción hay que seguir tanto el camino intuitivo como el matemático; la arquitectura en si es un oficio que se aprende con la práctica, los docentes se enredan con los postulados matemáticos sin encontrarles uso ni beneficio y los estudiantes no le encuentran razón de ser. Pier Luigi Nervi nos dice "si la invención estructural nos permite la solución eficiente de los nuevos problemas planteados a diario por la construcción, se debe llegar a una combinación armónica de nuestra intuición personal con una ciencia estructural impersonal objetiva, realista y rigurosa. La teoría debe encontrar en la intuición una fuerza capaz de dar vida a las fórmulas, de tomarlas más humanas y comprensivas y de aminorar su impersonal fragilidad técnica. Por otra parte las fórmulas deben darnos los resultados exactos necesarios para obtener lo más con lo menos, pues tal es la meta última de todas las actividades humanas"

Entonces surgen las preguntas ¿es posible facilitar al estudiante de arquitectura y al profesional la comprensión de las estructuras? ¿es posible esto sin una penetración a fondo en matemáticas superiores y física? ¿es posible que los que tienen formación artística comprendan los fundamentos del comportamiento estructural?. La respuesta es afirmativa si se establece una clara distinción entre la comprensión de los conceptos estructurales básicos y el conocimiento cabal del análisis estructural.

El estudio serio de las matemáticas y de las ciencias físicas permiten a un proyectista hacer un análisis serio y riguroso de una estructura. Es evidente que una vez establecidos los principios básicos del análisis estructural no hace falta un especialista para comprenderlos, todos estamos familiarizados intuitivamente en la forma en que trabajan las estructuras, entonces hay que capitalizar la experiencia intuitiva para comprender el porque del comportamiento estructural y así llegar a dominar los puntos más sutiles de la teoría estructural y este conocimiento del comportamiento estructural conducirá al estudiante a su cabal comprensión; sin embargo, el enfoque puramente intuitivo no puede llevar a un conocimiento cuantitativo en el campo estructural, para ello se requiere una presentación matemática para comprender y verificar los resultados.

Mario Salvadori nos dice "que la mejor manera de presentar las estructuras es usar el lenguaje apto para el estudio cuantitativo es decir la matemática; no la matemática compleja sino la sencilla, la de los números, el álgebra y el cálculo elemental. No es posible adquirir un conocimiento cabal de las estructuras sin el uso de las herramientas matemáticas; la matemática no explica el comportamiento físico solo lo describe, estas descripciones son tan eficientes que pueden aclarar y expresar de manera simple ideas en forma verbal requieren páginas enteras".

Bajo las anteriores premisas y para lograr que el estudiante de arquitectura adquiera y maneje adecuadamente los conocimientos de resistencia de materiales que le permitan entender y prever el comportamiento mecánico de los materiales y de los sistemas estructurales constructivos pertenecientes a la obra arquitectónica y aplicarlos adecuadamente a los proyectos que realice, utilizando uno de los aspectos que mayor contendencia se tienen para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje que es el empleo generalizado de la computadora, así este trabajo tiene como objetivo apoyar a los estudiantes y a los docentes involucrados en los temas tratados, no se pretende que el usuario aprenda la teoría sino que para operarlo se debe contar con los conocimientos básicos de estos temas, así el objetivo particular es el de ayudarlos a reafirmar los conocimientos adquiridos pudiendo plantear diferentes problemas y verificar el resultado obtenidos al resolverlos en la forma tradicional. Por otro lado el sistema desarrollado pretende también apoyar, aunque de una manera elemental la comprensión de la utilización de estas propiedades al análisis estructural por lo que cuenta con un menú de posibles aplicaciones. Abriendo así una posibilidad para la optimación del trabajo del proceso de enseñanza aprendizaje, para suministrar información al estudiante y convertirse en un medio para realizar la retroalimentación sistemática y el estudiante pueda verificar los resultados de sus ejercicios de clase y ver donde tuvo el error sin esperar a que el docente resuelva el ejercicio.

Bajo estos fundamentos se aplicó la enseñanza de las estructuras en la División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería con éxito, aminorando el nivel de reprobación de un 85% a un 40 %, ahora se esta aplicando en la coordinación de arquitectura de la Universidad del Valle de México con bastante éxito, en nuestra escuela la Facultad de Arquitectura no se ha podido aplicar por algunas trabas administrativas por lo que no tenemos resultados, las asignaturas de estructuras se siguen enseñando de la manera tradicional en la cual el estudiante les tiene pavor

## **HIPOTESIS**

## HIPÓTESIS DE TRABAJO

El alto índice de reprobación en las actividades académicas del Área de Estructuras es un problema de la enseñanza en general, ya que tiene mucho que ver con la soberbia de algunos docentes, la falta de comunicación con sus grupos, el que preparen una clase para ellos y no para sus estudiantes o no la preparen y se presenten ante el grupo haber que se sacan de la manga, el que no retroalimenten, porque hay que evaluar que porcentaje de lo que se enseña al estudiante que esta aprendiendo y para eso se tiene que seguir un método, la mayoría de los docentes no aplican la retroalimentación, de vez en cuando alguno pasa al estudiante al pizarrón esto no es una practica cotidiana o cada vez que se trata un tema difícil, lo dejab por entero en manos de los estudiantes, se reparten el temas y que el estudiante los exponga sin darles una explicación previa y no toma medidas para que el grupo aproveche lo que se esta exponiendo, así cada uno de ellos se queda con el pedacito que expuso, y cuando se presenta ni ponen atención y se aburren, porque muchas veces no manejan bien el tema al exponerlo. Hay que utilizar la retroalimentación constantemente, es necesario trabajar con mucho amor y con mucha comprensión par con los estudiantes, que han estado sometidos a un sistema educativo muy deficiente y muy heterogéneo.

Otro aspecto es que muchos estudiantes llegan bloqueados para aprender estructuras, alguien dijo por ahí que es una de las "Gracias" de la carrera, por su deficiencia en los elementos de matemáticas, algunos docentes universitarios creen que esa base elemental ya la sabe el estudiante y sobre ese error avanzan, sin embargo no todos piensan así, hace falta el acercamiento a los estudiantes y la creencia de que son tontos, y no es así, la mayoría son bien inteligentes por algo han llegado al grado de estudiar una Licenciatura, que no cualquiera lo logra, a los que hay que ayudar, porque han estado sometidos a grandes deficiencias en la enseñanza en los niveles anteriores, pero a cada quien en su proporción y la única manera de hacerlo es estar en permanente contacto con ellos, para detectar que tanto sabe cada quien

Un elemento importante es la parte escolástica, anticuada y represiva, el que un docente repruebe a gran parte del grupo y diga que son unos imbéciles y el se considere un gran maestro, en realidad esta hablando de su falta de capacidad y se esta reprobando así mismo, ya que esta reflejando que no es claro en sus conceptos, hay una especie de soberbia intelectual que pone una barrera entre el estudiante y el docente

El docente debe de adaptarse a sus grupos, no es lo mismo una clase matutina que una vespertina, es necesario estudiar en clase olvidarse un poco de la teorización, encaminarse más hacia la practica y a la solución de problemas prácticos, y sobre todo buscar la honestidad del estudiante para que acepte sus deficiencias y reconozca sus avances, repercutiendo en los índices de aprovechamiento y en la asimilación del curso, a base de comprensión, es necesario hacerles entender las cosas para que se apropien del conocimiento, se debe seguir una lógica, las estructuras tienen su lógica, quien la descubre y la maneja tiene mucho ganado, quien no la ha descubierto es porque le falta saber algunos aspectos elementales, cuando las cosas no tienen significado se pierde el interés, es indispensable descubrir el problema que cada uno tiene y

motivarlos constantemente para evitar que sigan perdiendo el tiempo asistiendo a una clase que no entienden.

Una pregunta que nos hacemos constantemente en esta o en cualquier otra Universidad: es ¿ que espera un estudiante universitario de su profesor ?, lo que da lugar a varias respuestas entre las que destacan las siguientes:

- Me gustaria que un profesor fuera el que me guiara en el conocimiento , que me permitiera desarrollar mi creatividad, que no me presionara con las calificaciones, pero que me ayudara a fomentar mi tenacidad. Que no impusiera su propia doctrina. Pero si fuera el portavoz de una colectividad.
- Yo quisiera que los maestros nos orientaran, que con ejemplos nos ayuden a analizar y a comprender lo que explican, que nos guien en la práctica y aprendamos a resolver los problemas que se nos pueden presentar en la carrera. Seria interesante que, por ejemplo se organizaran debates entre alumnos y maestros porque no solo se aprende del maestro sino también de los alumnos.
- Que se olvidara de la solemnidad de ser maestro y se convirtiera en amigo. Que hiciera a un lado ese monólogo en el que se transforman muchas clases y se iniciara un dialogo entre dos inteligencias: educador y educando.

Así entendemos que la Enseñanza es un proceso de toma de conciencia en el conocimiento que se imparte para que uno pueda transformarlo y encauzarlo a nuestra personalidad, a nuestra vida, a nuestra libertad.

Y, los docentes, ¿ que deseamos de nuestros estudiantes, cómo nos gustaria que fueran ?. ¿ Podriamos solicitarles algo que no ofrecemos ?, ¿ podriamos pedirles apertura, cuando hemos convertido nuestra palabra en ley, cuando a lo largo de nuestros años como docentes hemos tratado de violentar las personalidades de los estudiantes sin considerar sus características personales: cuando hemos tratado de homogenizar su formación, propiciando experiencias lejanas a sus intereses y vocación ?, ¿ podriamos exigir interés, cuando no tomamos en cuenta sus participaciones, cuando sus ejemplos nos parecen inadecuados y sólo nos preocupamos por "cumplir" los objetivos del programa ?, ¿ podriamos esperar respeto, cuando no asistimos a clase, somos imputuales, improvisados o consumimos el tiempo en actividades que no tienen que ver con el curso?.

Un Docente verdadero con toda seguridad contestaria que si a las últimas tres preguntas y nos acusaria de falsear la realidad; además , nos diria que la tarea del docente no es "enseñar" sino propiciar que los estudiantes aprendan ( ¿ realmente es lo que propiciamos ?). ¿ Que necesitaria un Docente para propiciar el trabajo de los educandos ?.

- Que los estudiantes sean criticos: es decir, que cuestionen y se cuestionen, indaguen, fundamenten y retroalimenten al docente y a sus compañeros.
- Que sean honestos: es decir, que actúen respetando la dignidad tanto propia como la de los demás, reconozca sus errores y asuma las consecuencias de sus actos.

- Que se comprometa con las causas justas tanto para ellos mismos como para la colectividad.
- Que sean activos y responsables en su tarea de aprendizaje y tengan la disposición para ampliar y profundizar sus conocimientos.
- Que sean firmes en sus acciones y encaminen éstas al cumplimiento de sus deberes como miembros de una comunidad educativa.
- Que tengan un sentimiento de pertenencia a un grupo.
- Que busquen primero la adquisición del conocimiento y como consecuencia una calificación.

Si se combinan las características de un docente enamorado de la docencia con verdadera vocación, y un estudiante con deseos reales de aprender, se enriquecería el aprendizaje y se daría una dimensión más amplia al hecho educativo, en donde hubiera una constante comunicación y una constante retroalimentación.

## **ANALISIS DIDACTICO**

## ANÁLISIS DIDÁCTICO

Aproximadamente a la mitad de los años treinta se inicia lo que se puede llamar la corriente constructivista, dándole un poco más de énfasis a las asignaturas técnicas como son las matemáticas, cálculo estructural y procedimientos de construcción, dándosele la importancia necesaria como factor en el proyecto arquitectónico y como finalidad para la realización de la obra; este hecho fue de trascendencia por haber situado a la profesión en la realización directa, incluida la concepción estructural de sus proyectos arquitectónicos y al mismo tiempo contribuyó a disminuir la tensión entre las profesiones de arquitecto y de ingeniero civil. En un principio cuando la carrera se cambió a Ciudad Universitaria se integraron el Taller de Proyectos y el Taller de Construcción, este intento duro muy poco tiempo porque no hubo integración entre los docentes de tan diferentes asignaturas, había talleres en que se estaba perdiendo la enseñanza de la construcción por la preferencia que, inclusive los profesores de esta materia, daban a proyectos. El problema importante fue la distribución en el tiempo de desarrollo del trabajo, buscando la simultaneidad o el desfaseamiento. La falta de planeación no permitió esta solución, aun cuando en algunos talleres permaneció la coordinación en los temas a resolver en las dos materias, hasta que desapareció por completo dándole énfasis siempre a proyectos, este idea la retomo el Autogobierno con bastante éxito al tener la experiencia con temas reales y las actividades de extensión Universitaria enfocadas a la asesoría integral de proyecto y construcción a las comunidades que así lo solicitaban

Para que exista la Arquitectura como tal, es necesario que se lleve a cabo su construcción, por lo que la estructura es y ha sido siempre un componente esencial de la arquitectura, tiene un lugar predominante en las relaciones entre el comportamiento humano y los espacios arquitectónicos. Salvadori nos dice que la teoría debe encontrar en la intuición, una fuerza capaz de dar vida a las fórmulas, de volverlas más humanas y comprensivas y aminorar su impersonal fragilidad técnica esto nos hace pensar que las fórmulas deben darnos los resultados exactos necesarios para obtener lo más con lo menos, y que para diseñar una estructura y darle las proporciones exactas se debe seguir tanto el camino intuitivo como el matemático, es indispensable darle una proporción correcta a una estructura, tener una idea del dimensionamiento antes de enviarla al experto en cálculo, por lo que se debe conocer los puntos más generales de la teoría de las estructuras para aplicarla en el momento del proyecto arquitectónico.

Para que sea comprensible la teoría de las estructuras, es necesario tener una base matemática para que nos describa el comportamiento físico, por lo que hay que capacitarlos en el uso de las herramientas de análisis cuantitativo para que la intuición cultivada auxiliara a tener soluciones estructurales correctas sin llegar a demasiados manejos matemáticos.

La arquitectura no puede fragmentarse en pedazos, donde cada uno sea autónomo y exista aislado, Pier Luigi Nervi nos dice que con las proporciones siempre crecientes de los edificios contemporáneos el problema de la estructura ha pasado a primer plano. La estructura ha



asumido tal importancia formal que se ha convertido en el rasgo determinante de los proyectos arquitectónicos. En la estructura los esfuerzos de comprensión, tracción, momento y resistencia se convierten en un modelo claramente legible de fuerzas y al mismo tiempo, en un esquema, tan legible como este, de equilibrio de fuerzas demostrativo de las propiedades de los materiales con los que se plasman las formas.

El arquitecto debe tener en mente al momento de proyectar un objeto arquitectónico lo siguiente:

- una idea arquitectónica
- los términos de un problema
- los medios técnicos
- los medios constructivos
- los medios económicos

Es importante que el estudiante debe saber enlazar la intuición más o menos consciente acerca de las estructuras y el conocimiento científico acerca de ellas, lo cual brinda una adecuada representación de la realidad física sobre la base de postulados matemáticos, es decir, para diseñar una estructura y proporcionarla correctamente se debe seguir tanto el camino intuitivo como el matemático.

El diseño estructural debe permitir la solución eficiente de los nuevos problemas planteados a diario por el conocimiento de la actividad en el campo de la construcción, debe llegar a ser una combinación armónica de nuestra intuición personal con una ciencia estructural, objetiva, realista y rigurosa.

Los estudiantes deben comprender que aún cuando puedan confiar el cálculo de la estructura a un especialista, en el momento de la concepción arquitectónica deben ser capaces de diseñarla y darle las proporciones correctas, para lograr esta comprensión del problema se debe tener una base matemática, entendiéndola como un hábito mental no como suma de conocimientos, como apoyo fundamental del diseño estructural, ya que la estructura es y ha sido siempre un componente esencial de la arquitectura, al grupo hay que verlo como una comunidad de aprendizaje, que esta integrado por sujetos no por objetos, el docente debe diseñar la clase (estructurar y sistematizar el aprendizaje) y debe conducir adecuadamente cada sesión tomando en cuenta los siguientes puntos:

### **PUNTOS QUE SE DEBEN CONTEMPLAR AL CONDUCIR UNA CLASE**

- Establecer Rapport (elevar el ánimo del grupo, establecer una relación armónica)
- Definir y presentar los objetivos
- Hacer y presentar el programa del curso y específicamente el de la sesión
- Abrir la sesión con una técnica grupal
- Mantener el interés del grupo

- **Mostrar conductas de ayuda hacia el grupo**
- **Mostrar y calificar los puntos de exposición**
- **Controlar al grupo**
- **Realizar un adecuado manejo del lenguaje en relación al nivel del grupo**
- **Modular la voz**
- **Aprovechar el territorio (salón de clase)**
- **Manejar resúmenes principales**
- **Controlar el tiempo**
- **Verificar el logro de los objetivos**

El docente es el responsable de la clase que imparte y la calidad de ella depende de su actitud; una actitud positiva es el arma más poderosa para lograr los cambios que se requieren en el estudiante que es el aprendizaje de nuevas experiencias, hacer de los estudiantes críticos y propositivos que apliquen el conocimiento a la realidad vivencial

El estudiante debe asimilar el conocimiento, para esto el profesor Galperin menciona cinco etapas fundamentales

- **motivacional.** hay que crear los motivos para que se asimile el conocimiento
- **explicativa.** aquí el docente cumple su función informadora, donde trabajan juntos docente y estudiante haciendo que el aprendizaje no es impuesto sino obtenido por el trabajo conjunto, este es un grado de generalización
- **acciones materializadas.** el estudiante trabaja apoyado en información no solo verbal sino en forma gráfica, en esquemas, aquí es importante trabajar en equipos para discutir la información, conceptualarla y sistematizarla, se les pregunta si esta claro el conocimiento, si no es así hay que volverlo a explicar, este es el grado de despliegue
- **verbal externa.** se utiliza el lenguaje oral para externar con sus propias palabras lo que se aprendió, se pueden resolver los ejercicios una vez más se pueden cambiar, se discute, se analiza, se utilizan todas las fuentes existentes, este es el grado de independencia
- **verbal interna.** constituye la etapa mental del proceso de asimilación, donde se presupone el logro de los objetivos planteados, este es el grado de dominio

Hay que transitar por todas estas etapas y si el estudiante paso por todas ellas exitosamente es capaz de aplicar el conocimiento adquirido en una situación real.

Una de las grandes responsabilidades que tienen las instituciones educativas para con sus estudiantes es ayudarles a desarrollar las habilidades que les permitan conocer y comprender las necesidades e ideales de la sociedad en que viven, con el fin de identificar los problemas y diseñar las respuestas adecuadas para resolverlos. Sin embargo la educación que se imparte es incapaz de cumplir con este compromiso, porque el sistema educativo ha tratado a los estudiantes como maquinas reproductoras de lo que ven y oyen, fomentando la memorización y suprimiendo la curiosidad y la creatividad, dando como resultado estudiantes con poca capacidad para identificar los verdaderos problemas y, por lo tanto con grandes posibilidades de fracaso. La información se da en un solo sentido, donde el docente es el único que tiene los

conocimientos y el estudiante quien tiene la obligación de recibirlos, de tal forma que la participación de este último se ve reducida a la aceptación de la información fraccionada

La educación enfoca al proceso de aprendizaje y no al de enseñanza, tiene como principal objetivo ayudar a los estudiantes a aprender aprender es decir a:

- Facilitar el aprendizaje del estudiante de lo que se quiere y necesita
- permitirle aprender cómo aprender más fácilmente
- Motivarle a desear aprender, especialmente en las cuestiones que necesita para satisfacer sus propios deseos y ser socialmente útil

El sistema educativo debe romper con el sistema de enseñanza tradicional, tomando uno que ayude a los estudiantes a desarrollar las habilidades que les permitan conocer y comprender las necesidades e ideales de nuestra cultura para identificar sus problemas y resolverlos de acorde con nuestra realidad.

Por eso es necesario formar seres que se cuestionen, que investiguen , que sean creativos y justos. Es necesario tener conciencia de la influencia que se llega a ejercer en los estudiantes, por lo que hay que cambiar el enfoque que se le da a la enseñanza. Al revisar las técnicas pedagógicas lo último que se hace es lograr que el estudiante tenga contacto con el conocimiento y . sobre todo que lo procese.

Estamos acostumbrados a comer datos sin siquiera preguntar de que están hechos. Recibimos información que archivamos sin sentido, y en la mayoría de las ocasiones nos atrevemos a poner en tela de juicio su validez.

El docente es el que posee el saber y hace a un lado el conocimiento que pueda aportar el estudiante. Se hace realmente muy poco trabajo de investigación. Se enseña a tomar una especie de fobia a los libros y a los museos, casi no se utilizan las bibliotecas fuera de lo que se pida forzosamente visitarlas. Se acostumbra a buscar material de trabajo simple y fácil de analizar, cuando en un texto se profundiza un poco más de lo acostumbrado, el estudiante se topa con un problema de interpretación. Este modelo Educativo aunque mucho más sencillo limita nuestra cultura y nuestra visión. si se quiere desarrollar una buena influencia y cumplir con sus objetivos, se deben comprometer a no tomar el camino fácil de "el profesor"

Los planes y programas de estudio son el marco de referencia institucional para determinar las acciones que la Institución, los docentes y los estudiantes en su conjunto deben llevar a cabo para alcanzar los propósitos educativos de cualquier Institución Educativa. Su revisión y actualización periódica se impone como condición indispensable para otorgar validez y vigencia a los objetivos y contenidos de cada asignatura.

La calidad de la enseñanza guarda una estrecha relación con la preparación y experiencia docente de su personal académico, sobre todo si se considera que la renovación de planes y

programas de estudio plantea intrínsecamente un proceso permanente de formación y actualización, la calidad de la enseñanza también se fortalece a través de procesos adecuados de evaluación y de mecanismos que favorezcan la vida colegiada y el intercambio de experiencias; por ello es indispensable involucrar a los docentes a través de programas permanentes en materia pedagógica y disciplinaria, bajo los criterios de continuidad y seriación de las acciones de formación

En el marco de las consideraciones anteriores, la revisión y el mejoramiento al diseño y operación académica de cada asignatura es una tarea constante que parte de recuperar las experiencias educativas de cada uno de los docentes, para resolver los problemas en la operación de cada programa de estudio.

### **LOS ELEMENTOS BÁSICOS DE UN CURSO SON:**

- Los protagonistas que son la Institución, el docente, los estudiantes y sus padres
- Las interacciones que son las relaciones que se realizan en cada curso
- Los procesos que se llevan a cabo para producir el conocimiento
- Los contenidos de cada asignatura
- La institución que es la que alberga y marca la normatividad, el Docente es la imagen de la Institución, donde su cabeza, sus manos y su corazón los pone para que la Institución trabaje.

Con este marco se debe postular una práctica educativa generadora de interés por el conocimiento, para su instrumentación se debe proponer una metodología. Dichos componentes se estructuran pedagógicamente para lograr la transformación de los saberes y estructuras del pensamiento del estudiante, e integrarlos en otros más complejos:

Es necesario buscar los elementos interactuantes en un mismo proceso, que constituyan una metodología dinámica y flexible, sintetizan el proceso de construcción del conocimiento y establece los fundamentos para una intervención pedagógica que privilegia la interacción del estudiante con los diversos objetos de conocimiento, de tal manera que este logre:

- Sentirse motivado hacia los contenidos cruciales
- Desarrollar una actitud de interés y respeto por el conocimiento
- Establecer una disciplina de estudio que le permita continuar con éxito su proceso formativo
- Asumir una actitud propia a partir del análisis entre diferentes interpretaciones y significados

Esto implica la aplicación de los aprendizajes en por lo menos tres dimensiones:

- Como elemento fundamental para el análisis y la explicación de fenómenos, que tienen relación directa con la realidad en que está inmerso
- Como ejercicio de habilidades lógicas y metodológicas necesarias en las ciencias, las humanidades y las tecnologías

- Como propedéutico, base del aprendizaje más complejo dentro de un mismo programa de asignatura, de otros programas consecuentes y para la formación superior.

Esto cobra pleno sentido en la medida en que sea posible verificar y valorar su impacto en la formación del estudiante, evidenciado por los productos que se logren en el proceso de construcción del aprendizaje. Por esto la evaluación del aprendizaje ocupa un lugar especial en la práctica educativa.

Al esfuerzo que realiza la Facultad de Arquitectura al actualizar los programas de estudio, la participación de los docentes es de una importancia fundamental para lograr la excelencia académica, se suman una serie de acciones que tienen como finalidad apoyar a la actualización y operación de cada programa.

Una de las acciones es que los docentes que imparten cada una de las asignaturas del Área de Construcción, valoren el interés que despierta en los estudiantes cada uno de los contenidos y como se está cumpliendo de manera cabal con el objetivo de cada asignatura y además si se propicia la obtención del aprendizaje planteado.

Así el personal Docente tiene un espacio donde puede plantear sus experiencias docentes y los problemas que tiene para impartir cada una de las asignaturas.

En la preparación académica el estudiante adquiere junto con el lenguaje oral, el escrito, el matemático, el iconográfico, el lenguaje gráfico que le permite "desaplanar la mente", con un constante razonamiento en todas sus actividades, un orden y profesionalismo en todos sus trabajos coadyuvando en su personalidad y concientizando en las necesidades del desarrollo socioeconómico del país en el campo de la demanda de vivienda y en la construcción.

El enfoque es el punto de vista desde el cual se estructura un campo de conocimientos con el objeto de ser enseñado, es el elemento que permite organizar los contenidos. Conjugando una perspectiva del campo de conocimientos que se va a enseñar con una posición acerca de cómo enseñarse.

Es la perspectiva didáctica y disciplinaria teórico metodológico desde la que se abordan los objetivos del programa.

El campo general de conocimiento que se va a enseñar son las estructuras. Para definirlo hay que ubicarlo dentro de su amplio espectro que ha generado múltiples aplicaciones, entre las que se encuentran las asignaturas del área de construcción; este último es el campo general de conocimientos hacia donde se orientan las estructuras, en el cual se requiere de conocimientos y habilidades enfocadas a la sustentación del espacio arquitectónico, que se pretende construir y tratar de explicar su realidad habitable de ahí que hay que tener una clara y precisa comprensión de dicho espacio para poder apreciar la forma arquitectónica que se genera. Cuando un espacio comienza a ser aprendido, encerrado, conformado y estructurado por los elementos de la forma, la Arquitectura empieza a existir.

# MAPA CONCEPTUAL DE UNA ASIGNATURA

## PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

CONFORMADO POR

SECTORES

QUE SON

MARCO DE  
REFERENCIA

INTEGRADO POR

UBICACION

INTENCION

ENFOQUE

BASE DEL  
PROGRAMA

ES EL MARCO PARA LOS

INTEGRADO POR

OBJETIVOS  
DE UNIDAD

OBJETIVOS DE  
OPERACION

FUNDAMENTA LOS

ELEMENTOS DE  
INSTRUMENTACION

INTEGRADO POR

ESTRATEGIAS DIDACTICAS

SUGERENCIAS DE  
EVALUACION

CARGA  
HORARIA

BIBLIOGRAFIA

RETICULA

ACTIVIDADES  
DEL  
DOCENTE

ACTIVIDADES  
DEL  
ESTUDIANTE

DIAGNOSTICA

FORMATIVA

SUMATIVA

El enfoque con el cual se estructuran las asignaturas es a partir de bases teórico-prácticas sustentadas en las matemáticas; en general, se parte de los mismos fundamentos, lo que varía son sus ámbitos de aplicación, su organización es de lo general a lo particular y de lo sencillo a lo complejo con conceptos claros y precisos para permitir que los estudiantes puedan aplicar sus conocimientos y habilidades en la comprensión y realización del proyecto arquitectónico.

Para favorecer el modelo de enseñanza-aprendizaje, a partir de un Modelo Educativo se plantean cinco líneas fundamentales a seguir en la práctica educativa, que se limitan uno de otro a fin de distinguirlos y facilitar su comprensión y aplicación; es preciso que sean considerados como elementos interactuantes en un mismo proceso, constituyendo una metodología dinámica y flexible.

## **1. Problematicación**

La estructura del conocimiento es consecuencia de la interacción con situaciones problemáticas, por lo que iniciar el proceso educativo con el planteamiento de un problema o la representación de un fenómeno es un elemento clave para que el estudiante cuestione, interroge y finalmente busque respuestas y explicaciones, ejercitando su razonamiento y confrontándolo con sus referentes previos; esto asigna al docente el papel de diseñador de situaciones propicias y promotor del aprendizaje.

Las situaciones alrededor de las cuales se plantearán los problemas deben ser o hacerse relevantes para el estudiante y abarcar dos dimensiones:

a) la realidad misma del estudiante, lo que implica tomar su esquema referencial, es decir, conseguir sus saberes y hacer, su situación personal, familiar y social, sus expectativas, inquietudes, intereses y necesidades; b) la problemática de que se ocupan las ciencias, lo que significa ponerle en contacto con el estado que presenta el avance científico en la actualidad, sus dificultades y perspectivas.

El iniciar planteando al estudiante situaciones problemáticas en relación con las estructuras tiene dos propósitos: uno de tipo actitudinal que es desarrollar en el estudiante un interés y una preocupación por el objeto de estudio y otro de tipo cognoscitivo que es cuestionar sus estructuras de conocimiento, que permiten superar prejuicios y le den la posibilidad de acceder a conocimientos cada vez más complejos.

Es necesario romper con la visión de que el aprendizaje del dibujo se da por mera repetición, ya que el cuestionar al estudiante desde un inicio abre la posibilidad de interesar y reflexionar para que acceda a niveles de mayor comprensión.

## **2. Organización lógica e instrumental**

Para resolver el problema o explicar el fenómeno presentado se requiere de un camino. En este sentido, el método es la vía sistemática por la cual el estudiante puede acercarse a la solución o explicación de manera organizada.

## **3. Incorporación de información**

Esta línea se concreta con la integración de las dos anteriores, ya que en la medida en que el estudiante pueda plantearse problemas, ensayar tentativas de solución, formular conceptos a partir de sus conclusiones y ejercitar los métodos, logrará "construir" su aprendizaje.

## **4. Relaciones, utilidades y aplicaciones**

Esta línea se vincula directamente con la necesidad de que el estudiante integre el conocimiento construido y conozca en qué forma se ha aplicado, cuál es su utilidad, sus relaciones y sus efectos. Una de las causas que más frecuentemente argumentan los estudiantes para explicar su falta de aprendizaje o su olvido de temas escolares es que desconocen para que habrán de servirle dichos aprendizajes.

La idea en este sentido es que los estudiantes relacionen la estructura con el proyecto arquitectónico, que identifiquen su aplicación a objetos y situaciones de su entorno; todo esto posibilitará que le encuentren sentido a lo que estudian y que no lo vean como un conocimiento ajeno a sus necesidades y expectativas.

Por último, el hecho de que los estudiantes puedan relacionar los diversos temas revisados con otros que aprenden antecedente, paralela y posteriormente favorecerá la integración del conocimiento.

## **5. Consolidación, integración y retroalimentación**

La consolidación es la función de ejercitar y aplicar conocimientos construidos para que el estudiante logre afirmar los aprendizajes logrados. De acuerdo con esto, en el proceso enseñanza- aprendizaje es fundamental la realización de ejercicios que permitan afianzar lo aprendido.

Para favorecer la operatividad de dichas líneas, en fundamental que en cada unidad se presenten una serie de estrategias didácticas que se refieren a las actividades que el docente y los estudiantes pueden desarrollar en el curso para lograr los aprendizajes prescritos. Su carácter de sugerencia le da al profesor flexibilidad y un amplio margen en la planeación y



desenvolvimiento de sus clases; por lo tanto, esas propuestas deberán revalorarse y adaptarse a las condiciones del grupo y a los recursos materiales con que se cuenta.

Es importante que previo al inicio del curso el docente explique a los estudiantes, de manera general: en que consiste la asignatura, cuál es la finalidad, cuál es su importancia la en relación con toda la carrera. Esto permitirá que el estudiante ubique y comprenda lo que estudiará durante el curso y le encuentre sentido a su proceso de formación.

Para cualquier modelo educativo es importante el nivel de desarrollo cognoscitivo del estudiante, y partir de él para planear actividades que apoyen su transición hacia un nivel superior, por lo que es conveniente propiciar situaciones cuya solución no sean suficientes las operaciones y estructuras cognoscitivas que posee, sino que se va a someter a un proceso de asimilación-acomodación que le genera el nuevo conocimiento, el cual no debe ser arbitrario ni confuso, sino potencialmente significativo y relacionarlo con los conocimientos previos con los que cuenta; a partir de ellos podrá relacionar de manera sustancial y no arbitraria el aprendizaje nuevo con lo que ya sabe, aumentando sus posibilidades de lograr un aprendizaje significativo.

Debe darse el binomio docente-estudiante en el cual su integración, confianza y motivación mutua debe darse desde el primer día, en la que ambos tengan presencia y comunicación sin importar defectos ni cualidades, acostumbrar al estudiante a tener éxito y comprometerlo con el mismo. En esto influye las condiciones socioculturales en las que se da el proceso enseñanza-aprendizaje, lo cual hay que articular en beneficio de la calidad educativa de la Institución.

La buena técnica docente procura plantear a los componentes básicos de la situación didáctica en razón de las realidades humanas y culturales inmediatas, en busca de una solución funcional, armoniosa e integradora que lleve a feliz término la labor educativa y en donde:

el estudiante	aprende
el docente	aprende junto con el estudiante
el objetivo	para que aprende el estudiante
la asignatura	es lo que aprende el estudiante
el método	es como aprende el estudiante

Para lograr que el aprendizaje sea significativo necesitan los protagonistas (docente, estudiante, Institución) tener relaciones de producción acordes a cada momento para lograr los propósitos que buscan, así como del compromiso que tienen en su logro.

Aunado a esto hay que determinar cuáles son los factores que influyen en el bajo rendimiento escolar de alguno de ellos, algunas causas pueden ser:

- **Individuales:** deficiencias auditivas y visuales, problemas nerviosos, falta de alimentación, falta de tiempo.
- **Familiares:** estructura familiar disfuncional.
- **Sociales:** el ambiente sociocultural en el que se mueven.

- Circunstanciales: problemas económicos, enfermedad, problemas familiares.
- Escolares: el docente no se adapta el grupo, falta de vocación.

La primera situación de la que debe estar consciente el docente es que el estudiante cursa varias asignaturas simultáneamente y que cada docente utiliza un lenguaje técnico, teorías y metodologías diferentes, de acuerdo con la disciplina de que se trate y que a veces son contradictorias entre sí.

Los docentes pueden organizarse e intentar estructurar un proyecto común al que sirvan las estrategias didácticas de las diferentes asignaturas. Generalmente existen correlaciones entre ellas, y aún más, se pueden seleccionar problemas que aglutinen varias áreas del conocimiento. Estas áreas que representan correlaciones y problemas, pueden irse atendiendo paulatinamente.

En este esquema se consideran los dos niveles en los que se realiza el trabajo:

#### **- Institución**

Formación del equipo docente que van a trabajar en el proyecto institucional.

Objetivo:

Que el equipo docente construya un proyecto didáctico global.

Estrategias:

- Formar un equipo integrado por docentes de diferentes asignaturas
- Realizar eventos de autocapacitación en la investigación participativa
- Determinar objetivos y metodología
- Analizar posibilidades y limitaciones institucionales
- Analizar el proceso de enseñanza-aprendizaje que se está llevando a cabo.

#### **- Cuerpo docente**

Integrarse con los demás docentes y con la institución.

Objetivo:

- Se introduzca en el trabajo de grupo
- Delimitar el campo de estudio a partir de una aproximación inicial a la realidad.

Estrategias:

- Determinar una estrategia inicial de trabajo en grupo
- Elaborar un proyecto grupal para la investigación permanente
- Diseñar las estrategias para abordar la problemática de estudio de cada asignatura.

El docente es responsable de "enseñar" una materia, la Facultad le otorga la tarea de escoger el proceso que seguirá para que los estudiantes logren los aprendizajes que indica el programa, el docente, dada su permanencia relativa en la Institución tendrá que asumir el rol de coordinador y orientador del proceso enseñanza-aprendizaje. Así como abrir al estudiante la posibilidad de cuestionarse, de apropiarse en forma crítica de los conocimientos y de los valores del deber ser.

En este esquema el docente es el elemento que estimula, orienta y controla el aprendizaje, adaptando la enseñanza a su capacidad real y a sus limitaciones, aclarando sus dudas y ayudándoles en sus vacilaciones y dificultades, programando sus trabajos, acompañándolos en su realización y ayudándolos a que desarrollen los hábitos de estudio y reflexión; considerar en forma personal a cada uno, las estrategias son variadas, entre las que se encuentran:

- Establecer el docente un compromiso con el mismo, nadie puede dar lo que no tiene
- Tomar a cada estudiante como una tarea, llevarlo de donde estaba, a donde se quiere llevar
- Amar a cada estudiante sin importar sus defectos ni cualidades, tomar en cuenta a cada uno de ellos para que tengan confianza, no temor
- Desarrollar en el estudiante el sentido de la responsabilidad, buscando ligar vida real con vida escolar, tener en el curso una imagen corporativa, realizar simulaciones en clase
- La comparación no debe ser con los demás sino con uno mismo
- El estudiante al tener una visualización clara de su trabajo, va a obtener un mejor resultado
- Los trabajos no deben ser impuestos, buscar que el estudiante realice un "contrato" que conduzca a trabajos autodefinidos y autoevaluados, en donde apliquen lo que aprenden
- No buscar premios y castigos, el beneficio es aprender, saber que se está participando, el castigo es no aprender a trabajar
- Evaluar resultados, no a los estudiantes
- Tener aceptación y empatía
- Al final hay que realizar un plan de acción concreta para conmigo (docente), para los estudiantes, para la Institución.

El docente es un facilitador para la transformación del estudiante, no es policía ni juez para que el se justifique, debe aprender a ver las cosas como son; entender la situación del momento.

Esto en las asignaturas del área es organizar la enseñanza-aprendizaje con una lógica deductiva-inductiva en una secuencia concreto-abstracto-concreto, partir de objetos conocidos para que pueda comprender el nuevo conocimiento.

Propiciar el desarrollo de habilidades cognitivas y con base en ellas, el estudiante mejore su aprovechamiento académico, y lograr que integren estrategias que les permitan comprender y resolver el problema partiendo de ejemplos conocidos.

Así los estudiantes se apropian de los elementos teórico-metodológicos de cada asignatura y se acercan a un proceso de formulación de razonamiento objetivo que les va a permitir organizar, relacionar y utilizar lo que han aprendido.

**Los pasos que se van a seguir son:**

- ◆ Identificar el problema a resolver
- ◆ subdividir el problema
- ◆ detección de errores
- ◆ desarrollo de habilidades de pensamiento que contribuyan a mejorar su desempeño académico (identificación, comparación, clasificación, observación y atención).

Se les induce para que identifiquen los procesos de razonamiento mental que desarrolla y pone en juego cuando soluciona un problema.

Se les dan conceptos, manejándolos con sinónimos; se les dan definiciones, ejemplos generales y no ejemplos para discriminar y partir de esto para discriminar.

Así el proceso cognitivo nos lleva al aprendizaje global, en el cual juegan los siguientes elementos:

MEMORIA	RAZONADA MECÁNICA
ATENCIÓN	VOLUNTARIA INVOLUNTARIA
PENSAMIENTO	GENERAL CONCRETO ABSTRACTO ANÁLISIS SÍNTESIS RAZONAMIENTO JUICIO DISCRIMINACIÓN
LENGUAJE	ESCRITO ORAL GRÁFICO ICONOGRÁFICO

Las condiciones en que se imparten las asignaturas es otro factor importante que incide en el proceso enseñanza-aprendizaje. Para esto la institución debe dotar de las instalaciones adecuadas con el equipo pertinente.

## **la informática y la didáctica**

A pesar del gran impacto que han causado las computadoras en la vida actual, no existen datos acerca de su utilidad y como puedan influir en la calidad de la enseñanza, en el mejor de los casos es una individualización en la enseñanza logrando una disminución en el tiempo de enseñanza, empiezan los estudios para asimilarlas en el proceso enseñanza aprendizaje, sin embargo estos se tropiezan con la resistencia de los propios docentes, su falta de preparación y la carencia de programas efectivos de enseñanza computarizada hay intentos pero todavía no se ven buenos resultados, nos hemos tropezado con los problemas clásicos: ¿para que tenemos que enseñar?, ¿que tenemos que enseñar?, y ¿como tenemos que enseñar?; Skinner planteó la idea de la enseñanza programada y que las maquinas pudieran enseñar, estos programas llevaron rápidamente al aburrimiento porque estaban considerados para un nivel intelectual muy bajo, para utilizar solamente la memoria. Hay intentos que tienen buen éxito, pero no utilizan las bases científicas porque se construyen sin el apoyo sociológico, sin una comprensión lo suficientemente clara de las leyes del proceso de asimilación. el sistema "logo" tiene buenos intentos, con algunos ejercicios muy útiles.

La tecnología influye en la educación. El bolígrafo, las copias el retroproyector han cambiado la forma de enseñanza. Esto ha sido con algo que no fue intencionalmente Tecnología educativa. A la instrucción programada, las maquinas de enseñanza, los laboratorios, los cuales fueron intencionalmente Tecnología educativa, basadas en una gran teoría, que no les fue tan bien. Las calculadoras se están utilizando en las escuelas y se usaran más en el futuro. La informática se enseña y se enseñara aun más. ¿como hacerlo?, estas son cuestiones menores. La educación asistida por computadora tiene un largo camino por recorrer, pero no va hacer Tecnología educativa ni educación tecnológica, sino como una potente herramienta, un auxiliar que nos va a procesar los cálculos y la información rutinaria para despertar e incrementar el entendimiento.

Ahora las computadoras son imprescindibles, sin embargo ellas por si solas no van a resolver el problema, es un medio y el éxito del trabajo con ellas se determina por el programa que se logra colocar en ellas. en esencia las computadoras abren grandes posibilidades para la optimación del trabajo del proceso de enseñanza aprendizaje, porque pueden suministrar información al estudiante y convertirse en un potente medio para la retroalimentación sistemática al ayudarnos a optimar el tiempo del trabajo rutinario y el estudiante pueda verificar los resultados de sus ejercicios de clase y ver donde tuvo el error sin esperar a que el docente de los probables resultados, así mismo el estudiante motivado puede realizar más practicas con las que reafirme el conocimiento adquirido, haciendo que el que aprende reflexione sobre sus procesos de aprendizaje

Concluimos con las palabras del maestro José Luis Benlliure Galán, que nos resume la respuesta al problema planteado.

El profesor de Mecánica había adquirido fama de ser el más estricto ya que de un grupo de 70 alumnos solo aprobó uno que era el que dominaba la materia. Luego se iría volviendo cada vez más flexible en su relación con los estudiantes y esto redundó en excelentes resultados; sin embargo es más sencillo cuando los problemas se resuelven a través de sistemas gráficos, porque el lenguaje de las imágenes es el más claro y propio para explicar las cosas de la Arquitectura, aunque después a partir de ahí, hayan de explicarse los números y las teorías, aunque no se sabe debido a que clase de deformación, muchos estudiantes de Arquitectura y arquitectos no hemos podido desarrollar la suficiente capacidad de abstracción en el campo de los números.

Las asignaturas de carácter técnico deben de tener una relación directa con los talleres de Composición, porque ahí nos damos cuenta de ciertas "barrabasadas que proyectábamos, el maestro repartía una serie de tareas particulares teniendo en cuenta las aficiones de cada estudiante y fijar su interés en que cada cual superara sus personales deficiencias. No se trata en ningún momento de hacer unos grandes calculistas sino en adquirir una visión totalizada de los grandes y pequeños problemas técnicos inherentes a nuestro oficio, sin aislar estos problemas de las cuestiones de orden competitivo. Si el estudiante opta por dar a un elemento alguna forma, hay que ver sus implicaciones técnicas y compararlas con otras soluciones para el mismo caso, no ver solo los problemas de las estructuras sustentantes sino todos aquellos pequeños y grandes problemas relacionados con la utilidad, práctica y economía de los elementos de la Arquitectura.

## **DESARROLLO DEL PROGRAMA**

## BASE TEÓRICA

Fundamentalmente, el programa se basa en un método que divide una sección transversal en una serie de trapezoides, para después sumar o restar las propiedades de las áreas elementales que la constituyen y así obtener las propiedades del área total. Esta técnica reemplaza la integración por una suma de elementos finitos, aplicada principalmente a áreas limitadas por líneas rectas y las curvas pueden ser aproximadas por segmentos de líneas rectas. El método puede ser usado en algunas formas de secciones transversales planas, aunque en el programa aquí desarrollado se sustituyen por modelos matemáticos para sectores circulares.

Dos reglas deben ser observadas al aplicar esta técnica:

- 1) El área de la sección transversal debe estar completamente dentro del primer cuadrante, para que las coordenadas de los vértices sean mayores o iguales a cero.
- 2) Los lados de la sección transversal deben estar orientados de tal forma que el vértice más alto (coordenada mayor en  $y$ ) sea considerada en la dirección del incremento  $x$ .

### Ecuaciones básicas

Las secciones transversales planas son creadas por la unión de líneas rectas. El área  $\Delta A$  debajo de un segmento en particular puede ser calculada por las reglas básicas de la geometría plana como:

$$\Delta A = (x_{n+1} - x_n) (y_{n+1} + y_n) / 2 \quad 2.1$$

Donde  $x_n$  e  $y_n$  son las coordenadas del punto inicial de la línea, y  $x_{n+1}$  e  $y_{n+1}$  son las coordenadas del punto final de la línea.

El momento estático de  $\Delta A$  (definida por el trapecio ABEG en la fig. II.1) respecto al eje  $x$   $\Delta M_x$  puede considerarse como la contribución del rectángulo ABCD y el triángulo FCE menos la contribución del triángulo GFD. En las áreas y centroides de los elementos se da como:

$$\Delta M_x = [(x_{n+1} - x_n) / 8] [(y_{n+1} + y_n)^2 + (y_{n+1} - y_n)^2] / 3 \quad 2.2$$

Similarmente, el momento de inercia  $\Delta I_x$  de  $\Delta A$  respecto al eje  $x$ , aplicando las fórmulas para el cálculo del momento de inercia y el teorema de ejes paralelos resulta:



$$\Delta I_x = [(x_{n+1} - x_n)(y_{n+1} + y_n)/24] + [(y_{n+1} + y_n)^2 + (y_{n+1} - y_n)^2] \quad 2.3$$

Al resolver las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3 para cada segmento de línea se encuentra el área total  $A$ , el momento estático  $Max$  y el momento de inercia  $I_x$  de la sección plana correspondiente. Entonces para encontrar las propiedades del área compuesta, los resultados individuales son sumados mediante las siguientes expresiones:

$$A = \sum \Delta A$$

$$M_{Ax} = \sum \Delta M_{Ax}$$

$$I_x = \sum \Delta I_x$$

Una vez que  $A$  y  $Max$  son conocidos, la posición del centroide  $y_c$  puede ser calculado por:

$$\bar{y}_c = M_{Ax} / A$$

Así el momento de inercia respecto al eje  $y_c$  es:

$$I_{\bar{y}} = I_x - \bar{y}_c^2 A$$

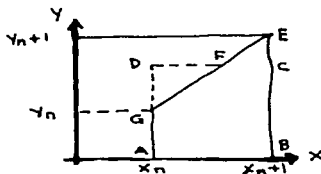


Fig. II. 1

Los modelos matemáticos que resultan al aplicar dicho método son los siguientes:

$$A = \sum_{i=0}^n (y_{i+1} - y_i) (x_{i+1} + x_i) / 2$$

$$\bar{x}_c = \frac{-1}{A} \sum_{i=0}^n \left[ (y_{i+1} - y_i) / B \right] \left[ (x_{i+1} + x_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2 / 3 \right]$$

$$\bar{y}_c = \frac{-1}{A} \sum_{i=0}^n \left[ (x_{i+1} - x_i) / B \right] \left[ (y_{i+1} + y_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 / 3 \right]$$

$$I_x = \sum_{i=0}^n \left[ (x_{i+1} - x_i) (y_{i+1} + y_i) / 24 \right] \left[ (y_{i+1} + y_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 \right]$$

$$I_y = \sum_{i=0}^n \left[ (y_{i+1} - y_i) (x_{i+1} + x_i) / 24 \right] \left[ (x_{i+1} + x_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2 \right]$$

$$I_{xy} = \sum_{i=0}^n \frac{1}{(x_{i+1} - x_i)} \left[ \frac{1}{B} (y_{i+1} - y_i)^2 (x_{i+1} + x_i) (x_{i+1}^2 + x_i^2) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3} (y_{i+1} - y_i) (x_{i+1} y_i + x_i y_{i+1}) (x_{i+1}^2 + x_{i+1} x_i + x_i^2) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} (x_{i+1} y_i - x_i y_{i+1})^2 (x_{i+1} + x_i) \right]$$

$$I_{\bar{x}} = I_x - A \bar{y}^2$$

$$I_{\bar{y}} = I_y - A \bar{x}^2$$

$$I_{\bar{x}\bar{y}} = I_{xy} - A \bar{x} \bar{y}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{-2 I_{\bar{x}\bar{y}}}{I_{\bar{x}} - I_{\bar{y}}} \right]$$

$$I_{x'} = I_{\bar{x}} \cos^2 \theta + I_{\bar{y}} \sin^2 \theta - I_{\bar{x}\bar{y}} \sin 2\theta$$

$$I_{y'} = I_{\bar{y}} \cos^2 \theta + I_{\bar{x}} \sin^2 \theta - I_{\bar{x}\bar{y}} \sin 2\theta$$

$$I_{x'y'} = \frac{(I_{\bar{x}} - I_{\bar{y}})}{2} \sin 2\theta + I_{\bar{x}\bar{y}} \cos 2\theta$$

donde:

$x_{i+1}$  es la coordenada en x del vértice siguiente.

$y_{i+1}$  es la coordenada en y del vértice siguiente.

$x_i$  es la coordenada en x del vértice.

$y_i$  es la coordenada en y del vértice.

$A$  es el área.

$\bar{x}$  es la coordenada en x del centroide.

$\bar{y}$  es la coordenada en y del centroide.

$I_x$  es el momento de inercia respecto al eje x.

$I_y$  es el momento de inercia respecto al eje y.

$I_{xy}$  es el producto de inercia respecto a los ejes x-y.

$I_{\bar{x}}$  es el momento de inercia respecto al eje  $x$  trasladado al centroide.

$I_{\bar{y}}$  es el momento de inercia respecto al eje  $y$  trasladado al centroide.

$I_{\bar{x}\bar{y}}$  es el producto de inercia respecto a los ejes  $x$ - $y$  trasladados al centroide.

$\theta$  es el ángulo entre los ejes centroidales y los ejes principales.

$I_{x'}$  es el momento de inercia respecto al eje principal  $x$ .

$I_{y'}$  es el momento de inercia respecto al eje principal  $y$ .

$I_{x'y'}$  es el producto de inercia respecto a los ejes principales  $x$ - $y$ .

## CENTROIDE

El concepto de centroide es utilizado frecuentemente en la solución de problemas que se presentan en las diversas ramas de la Ingeniería (principalmente Mecánica y Civil) por ejemplo: en hidráulica, para determinar el punto sobre una compuerta por el cual se puede considerar que pasa el empuje hidrostático; en mecánica de suelos, para localizar el lugar de un muro de contención sobre el cual actúa el empuje del suelo; en resistencia de materiales, para encontrar la posición del eje neutro de una sección transversal de un material cualesquiera, que no es más que el lugar geométrico donde los esfuerzos sobre el material son nulos; etc.

### Centroide áreas de superficies planas

La figura 11.2 indica una placa delgada de material homogéneo y de espesor constante. El peso de la placa es  $w$ . Los ejes coordenados  $x$  y  $z$  se localizan en la superficie plana superior de la placa.

Para obtener la definición de un término que se denomina centroide, imaginemos que un apoyo en forma de filo de navaja se localiza debajo del eje  $y$ , como se indica en la figura.

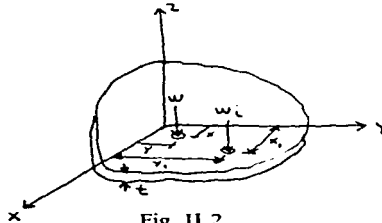


Fig. 11.2

En seguida la placa es subdividida en  $n$  elementos pequeños. El peso de cada uno de estos elementos se designará por  $w_i$ , donde  $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$ . Las coordenadas de los elementos de peso son  $x_i$  y  $y_i$ . El sistema que consiste de los pesos de todos los elementos individuales de un sistema tridimensional de fuerzas paralelas. La fuerza resultante de este sistema de fuerzas es el peso de la placa que se da por:

$$\bar{W} = \sum_{i=1}^n \bar{W}_i$$

2.4

Si se desea localizar sobre la placa la línea de acción del peso de la misma, las coordenadas de dicho punto se definen por las coordenadas  $\bar{x}_c$  y  $\bar{y}_c$ . Cada uno de los pesos

elementales  $w_i$  tienen un momento con respecto al eje  $y$  de magnitud  $w_i x_i$ , por lo tanto el momento total con respecto al eje  $y$  de estas fuerzas de pesos elementales es:

$$M_y = \sum_{i=1}^n w_i x_i \quad 2.5$$

que se define como momento estático con respecto al eje  $y$  ( $Q_y$ ).

A partir de la figura II.2 puede observarse que ciertos términos de los  $x_i$  tendrán valores negativos. Así la ecuación 2.5 da implícitamente el momento neto de los pesos de los elementos con respecto al eje  $y$ .

El momento  $M_y$  dado por la ecuación 2.5 debe ser igual al momento del peso total  $W$  de la placa, con respecto al eje  $y$ , de modo que:

$$\left( \sum_{i=1}^n w_i \right) x_c = \sum_{i=1}^n w_i x_i \quad 2.6$$

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{W} \quad 2.7$$

Ahora nos imaginamos un filo de navaja colocado debajo del eje  $x$ . Un cálculo semejante al anterior, para el momento resultante con respecto al eje  $x$ , da por resultado:

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i}{W} \quad 2.8$$

La localización de la línea de acción del peso resultante  $W$  de la placa está dada por las coordenadas  $x_c$  y  $y_c$ . El área de la superficie plana de la placa se designa ahora por  $A$ , con sus elementos  $A_i$ . El espesor de la placa es  $t$ , y  $\gamma$  es el peso específico del material de la placa, con unidades de  $\text{lb}/\text{pie}^3$  o de  $\text{N}/\text{m}^3$ . Con estas definiciones, las ecuaciones 2.7 y 2.8 pueden escribirse como:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i t \gamma) x_i}{A t \gamma} = \frac{t \gamma \sum_{i=1}^n x_i A_i}{A t \gamma} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i A_i}{A} \quad 2.9$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i t \gamma) y_i}{A t \gamma} = \frac{t \gamma \sum_{i=1}^n y_i A_i}{A t \gamma} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i A_i}{A} \quad 2.10$$

El punto situado sobre el área plana  $A$ , localizado por las coordenadas  $\bar{x}_c$  y  $\bar{y}_c$  se define como el centroide de esta área.

La localización del centroide es una función solamente del forma de área, y esta localización es independiente de la colocación de los ejes coordenados con respecto a dicha área.

Si se continúa la subdivisión del área de la placa en las áreas elementales  $A_i$ , se llega a una condición límite, en la cual las operaciones sumatorias de las ecuaciones 2.9 y 2.10 se vuelven operaciones de integración, de modo que:

$$\bar{x}_c = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{\sum_i x_i A_i}{A} = \frac{\int_A x \, dA}{A} \quad 2.11$$

$$\bar{y}_c = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{\sum_i y_i A_i}{A} = \frac{\int_A y \, dA}{A} \quad 2.12$$

y los momentos estáticos como:

$$Q_y = \sum_i x_i A_i \quad \int_A x \, dA$$

$$Q_x = \sum_i y_i A_i \quad \int_A y \, dA$$

## CENTROIDE DE UN TRIÁNGULO

C.1) Localización del centroide de un triángulo.

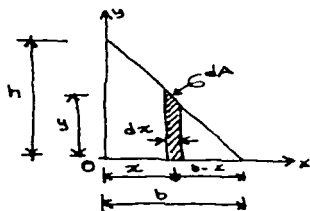


Fig. II.3

Por triángulos semejantes:

$$\frac{h}{b} = \frac{y}{b-x}$$

$$y = \frac{h(b-x)}{b}$$

$$y = h - \frac{hx}{b}$$

De la figura:

$$dA = y dx$$

$$dA = \left[ h - \frac{hx}{b} \right] dx$$

Al integrar obtenemos el área del triángulo, así:

$$A = \int_0^b h dx - \int_0^b \frac{hx}{b} dx = h \int_0^b dx - \frac{h}{b} \int_0^b x dx = hx \Big|_0^b - \frac{h}{b} \frac{x^2}{2} \Big|_0^b$$

$$A = hb - \frac{hb^2}{2b} = hb - \frac{hb}{2} \quad ; \quad A = \frac{bh}{2}$$

Expresiones generales:

$$\bar{x}_c = \frac{\int_A \bar{x} e \, da}{\int_A da}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\int_A \bar{y} e \, da}{\int_A da}$$

$$Q_x = \int_A \bar{y} e \, da$$

$$Q_y = \int_A \bar{x} e \, da$$

Cálculo del momento estático respecto a y:

$$Q_y = \int_0^b x \left[ h - \frac{hx}{b} \right] dx = h \int_0^b x dx - \frac{h}{b} \int_0^b x^2 dx$$

$$Q_y = \frac{hx^2}{2} \Big|_0^b - \frac{h}{b} \frac{x^3}{3} \Big|_0^b = \frac{hb^2}{2} - \frac{hb^2}{3} = \frac{hb^2}{6}$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{bh^2/6}{bh/2} = \frac{2b^2h}{6bh} = \frac{1}{3}b \quad ; \quad \bar{x}_c = \frac{1}{3}b$$



Momento estático respecto a x:

$$Q_x = \int_A \bar{y} e f da = \int_0^b \frac{y}{2} \left[ h - \frac{h}{b} x \right] dx = \int_0^b \left[ h - \frac{hx}{2b} \right] \left[ h - \frac{hx}{b} \right] dx$$

$$Q_x = \int_0^b \left[ \frac{h^2}{2} - \frac{h^2 x}{2b} - \frac{h^2 x}{2b} + \frac{h^2 x^2}{2b^2} \right] dx$$

$$Q_x = \frac{h^2}{2} \int_0^b dx - \frac{h^2}{2b} \int_0^b x dx - \frac{h^2}{2b} \int_0^b x dx + \frac{h^2}{2b^2} \int_0^b x^2 dx$$

$$Q_x = \frac{h^2}{2} x \Big|_0^b - \frac{h^2}{2b} \frac{x^2}{2} \Big|_0^b - \frac{h^2}{2b} \frac{x^2}{2} \Big|_0^b + \frac{h^2}{2b^2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^b$$

$$Q_x = \frac{h^2 b}{2} - \frac{h^2 b}{4} - \frac{h^2 b}{4} + \frac{h^2 b}{6} \quad Q_x = \frac{h^2 b}{6}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{Q_x}{A} = \frac{\frac{b^2 h}{2}}{\frac{bh}{2}} = \frac{2bh}{2bh} = \frac{1}{3} h$$

$$\bar{y}_c = \frac{1}{3} h$$

C.2)

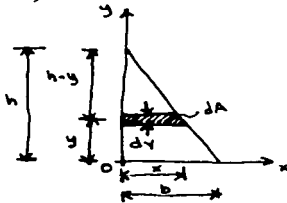


Fig. II.4

Por triángulos semejantes:

$$\frac{h}{b} = \frac{h-y}{x}$$

$$x = \frac{b(h-y)}{h}$$

$$y = b - \frac{by}{h}$$

De la figura:

$$dA = x dy$$

Obtención del área:

$$A = \int_0^h \left[ b - \frac{by}{h} \right] dy = b \int_0^h dy - \frac{b}{h} \int_0^h y dy = by \Big|_0^h - \frac{b}{h} \frac{y^2}{2} \Big|_0^h = bh - \frac{bh}{2}$$

$$A = \frac{bh}{2}$$

Expresiones generales:

$$\bar{x}_c = \frac{\int_A \bar{x} e f da}{\int_A da}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\int_A \bar{y} e f da}{\int_A da}$$

$$Q_y = \int_A \bar{x} e | da$$

$$Q_x = \int_A \bar{y} e | da$$

$$x_{e|} = \frac{1}{2} \left[ b - \frac{by}{h} \right]$$

Momento estático respecto a y:

$$Q_y = \int_0^h \left[ \frac{b}{2} - \frac{by}{2h} \right] \left[ b - \frac{by}{h} \right] dy = \int_0^h \left[ \frac{b^2}{2} - \frac{b^2 y}{2h} - \frac{b^2 y}{2h} + \frac{b^2 y^2}{2h^2} \right] dy$$

$$Q_y = \frac{b^2}{2} \int_0^h dy - \frac{b^2}{2h} \int_0^h y dy - \frac{b^2}{2h} \int_0^h y dy + \frac{b^2}{2h^2} \int_0^h y^2 dy$$

$$Q_y = \frac{b^2 h}{2} - \frac{b^2 h}{4} - \frac{b^2 h}{4} + \frac{b^2 h}{6}$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{b^2 h / 6}{b h / 2} ; \quad \bar{x}_c = \frac{1}{3} b$$

Momento estático respecto a x:

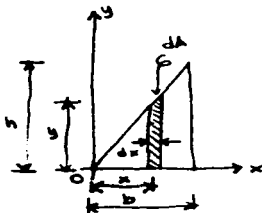
$$Q_x = \int_0^h y \left[ b - \frac{by}{h} \right] dy = \int_0^h \left[ by - \frac{by^2}{h} \right] dy$$

$$Q_x = b \int_0^h y dy - \frac{b}{h} \int_0^h y^2 dy = \frac{b y^2}{2} \Big|_0^h - \frac{b y^3}{3h} = \frac{b h^2}{2} - \frac{b h^3}{3h} = \frac{b h^2}{6}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{Q_x}{A} = \frac{b h^2 / 6}{b h / 2} = \frac{2 b h^2}{6 b h} ; \quad \bar{y}_c = \frac{1}{3} h$$

C.3 Si el triángulo esta orientado.



Por triángulos semejantes:

$$\frac{h}{b} = \frac{y}{x}$$

$$y = \frac{h x}{b}$$

De la figura:

$$dA = y dx$$

$$dA = \left[ \frac{h x}{b} \right] dx$$

Fig. II.5

Obtención del área:

$$A = \int_0^b \left[ \frac{h x}{b} \right] dx = \frac{h}{b} \int_0^b x dx = \frac{h x^2}{2b} \Big|_0^b ; \quad A = \frac{b h}{2}$$

Expresiones generales:

$$\bar{x}_c = \frac{\int_A \bar{x} e l da}{\int_A da} \quad \bar{y}_c = \frac{\int_A \bar{y} e l da}{\int_A da}$$

Momento estático respecto a y:

$$Q_y = \int_0^b x \left[ \frac{h x}{b} \right] dx = \frac{h x}{b} \int_0^b x^2 dx = \frac{h x^3}{3b} \Big|_0^b = \frac{h b^2}{3}$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{h b^2/3}{h b/2} = \frac{2 h b^2}{3 h b} ; \quad \bar{x}_c = \frac{2}{3} b$$

Momento estático respecto a x:

$$Q_x = \int_0^b \left[ \frac{h x}{b} \right] \left[ \frac{h x}{b} \right] dx = \int_0^b \left[ \frac{h^2 x^2}{b^2} \right] dx$$

$$Q_x = \frac{h^2}{2 b^2} \int_0^b x^2 dx = \frac{h^2 x^3}{6 b^2} \Big|_0^b = \frac{h^2 b^3}{6 b^2} = \frac{b h^2}{6}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{b h^2/6}{b h/2} = \frac{2 b h^2}{6 b h} ; \quad \bar{y}_c = \frac{1}{3} h$$

C.4)

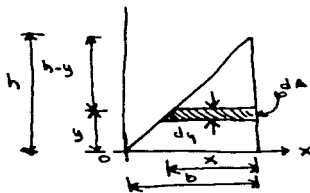


Fig. II.6

Por triángulos semejantes:

$$\frac{h}{b} = \frac{h-y}{x}$$

$$x = \frac{(h-y) b}{h}$$

$$x = b - \frac{b y}{h}$$

De la figura:

$$dA = x dy$$

$$dA = \left[ b - \frac{b y}{h} \right] dy$$

Obtención del área:

$$A = \int_0^h \left[ b - \frac{by}{h} \right] dy = b \int_0^h dy - \frac{b}{h} \int_0^h y dy$$

$$A = by \Big|_0^h - \frac{by^2}{h^2} \Big|_0^h = bh - \frac{bh^2}{2h}$$

$$A = \frac{bh}{2}$$

Expresiones generales:

$$\bar{x}_c = \frac{\int_A x e / da}{\int_A da}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\int_A y e / da}{\int_A da}$$

$$Q_y = \int_A x e / da$$

$$Q_x = \int_A y e / da$$

Momento estático respecto a y:

$$Q_y = \int_0^h \left[ b - \frac{by}{h} \right] \left[ b - \frac{by}{h} \right] dy$$

$$Q_y = \int_0^h \left[ b^2 - 2 \frac{b^2 y}{h} + \frac{b^2 y^2}{h^2} \right] dy$$

$$Q_y = b^2 \int_0^h dy - \frac{2b^2}{h} \int_0^h y dy + \frac{b^2}{h^2} \int_0^h y^2 dy$$

$$Q_y = b^2 y \Big|_0^h - \frac{2b^2 y^2}{h^2} \Big|_0^h + \frac{b^2 y^3}{3h^3} \Big|_0^h = b^2 h - \frac{2b^2 h^2}{2h} + \frac{b^2 h^3}{3h^2}$$

$$Q_y = b^2 h - b^2 h + \frac{b^2 h}{3} ; \quad Q_y = \frac{b^2 h}{3}$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{b^2 h / 3}{b h / 2} = \frac{2 b^2 h}{3 b h} ; \quad \bar{x}_c = \frac{2}{3} b$$

Momento estático respecto a x:

$$Q_x = \int_0^h y \left[ b - \frac{by}{h} \right] dy = \int_0^h \left[ by - \frac{by^2}{h} \right] dy$$

$$Q_x = b \int_0^h y - \frac{b}{h} \int_0^h y^2 dy = \frac{by^2}{2} \Big|_0^h - \frac{b y^3}{3h} \Big|_0^h$$

$$Q_x = \frac{bh^2}{2} - \frac{bh^3}{3h} = \frac{bh^2}{2} - \frac{bh^2}{3} ;$$

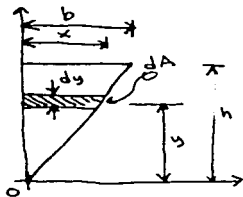
$$Q_x = \frac{bh^2}{6}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{Q_x}{A} = \frac{bh^2 / 6}{b h / 2} = \frac{2 b h^2}{6 b h} ;$$

$$\bar{y}_c = \frac{1}{3} h$$

C.5) Si el triángulo esta orientado:



Por triángulos semejantes:

$$\frac{b}{h} = \frac{x}{y}$$

$$x = \frac{b y}{h}$$

De la figura

$$dA = x dy$$

$$dA = \left[ \frac{b y}{h} \right] dy$$

Fig. II.7

Obtención del área:

$$A = \int_0^h \left[ \frac{b y}{h} \right] dy = \frac{b}{h} \int_0^h y dy = \frac{b y^2}{h^2} \Big|_0^h ; \quad A = \frac{b h}{2}$$

Expresiones generales:

$$\bar{x}_c = \frac{\int_A x e) dA}{\int_A dA}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\int_A y e) dA}{\int_A dA}$$

$$Q_y = \int x e) dA$$

$$Q_x = \int y e) dA$$

$$x e) = \frac{1}{2} \left[ \frac{b y}{h} \right]$$

Momento estático respecto a y:

$$Q_y = \int_0^h \frac{b y}{2 h} \left[ \frac{b y}{h} \right] dy = \int_0^h \left[ \frac{b^2 y^2}{2 h^2} \right] dy = \frac{b^2}{2 h} \int_0^h y^2 dy$$

$$Q_y = \frac{b^2 y^3}{6 h} \Big|_0^h ; \quad Q_y = \frac{b^2 h}{6}$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{b^2 h / 6}{b h / 2} = \frac{2 b^2 h}{6 b h} ; \quad \bar{x}_c = \frac{1}{3} b$$

Momento estático respecto a x:

$$Q_x = \int_0^h y \left[ \frac{b y}{h} \right] dy = \int_0^h \left[ \frac{b y^2}{h} \right] dy = \frac{b}{h} \int_0^h y^2 dy$$

$$Q_x = \frac{b y^3}{h^3} \Big|_0^h = \frac{b h^3}{3 h} ; \quad Q_x = \frac{b h^2}{3}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{Q_x}{A} = \frac{b h^2 / 3}{b h / 2} = \frac{2 b h^2}{3 b h} ; \quad \bar{y}_c = \frac{2}{3} h$$

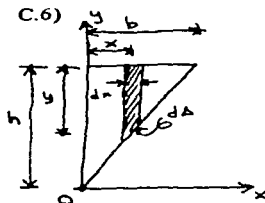


Fig. II.8

Por triángulos semejantes:

$$\frac{b}{h} = \frac{b-x}{y}$$

$$y = \frac{h(b-x)}{b} = h - \frac{hx}{b}$$

de la figura:

$$dA = y dx$$

$$dA = \left[ h - \frac{hx}{b} \right] dx$$

Obtención del área:

$$A = \int_0^b \left[ h - \frac{hx}{b} \right] dx = h \int_0^b dx - \frac{h}{b} \int_0^b x dx$$

$$A = hx \Big|_0^b - \frac{hx^2}{2b} \Big|_0^b = hb - \frac{hb^2}{2b} = hb - \frac{hb}{2}; A = \frac{hb}{2}$$

Expresiones generales:

$$\bar{x}_c = \frac{\int_A x e1 dA}{\int_A dA}; \quad \bar{y}_c = \frac{\int_A y e1 dA}{\int_A dA}$$

$$Q_y = \int_A x e1 dA; \quad Q_x = \int_A y e1 dA$$

Momento estático respecto a y:

$$Q_y = \int_0^b x \left[ h - \frac{hx}{b} \right] dx = \int_0^b \left[ hx - \frac{hx^2}{b} \right] dx$$

$$Q_y = h \int_0^b x dx - \frac{h}{b} \int_0^b x^2 dx = \frac{hx^2}{2} \Big|_0^b - \frac{hx^3}{3b} \Big|_0^b$$

$$Q_y = \frac{hb^2}{2} - \frac{hb^3}{3b}; \quad Q_y = \frac{hb^2}{6}$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{hb^2/6}{hb/2} = \frac{2b^2h}{6bh}; \quad \bar{x}_c = \frac{1}{3}b$$

Momento estático respecto a x:

$$Q_x = \int_0^b \left[ h - \frac{hx}{b} \right] \left[ h - \frac{hx}{b} \right] dx$$

$$Q_x = \int_0^b \left[ h^2 - \frac{2h^2x}{b} + \frac{h^2x^2}{b^2} \right] dx = h^2x \Big|_0^b - 2 \frac{h^2x^2}{2b} \Big|_0^b + \frac{h^2x^3}{3b^2} \Big|_0^b$$

$$Q_x = h^2b - h^2b + \frac{h^2b}{3}; \quad Q_x = \frac{h^2b}{3}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{Q_x}{A} = \frac{b h^3 / 3}{b h / 2} = \frac{2 b h^2}{3 b h}$$

$$\bar{y}_c = \frac{2}{3} h$$

C.7) Si el triángulo esta orientado.

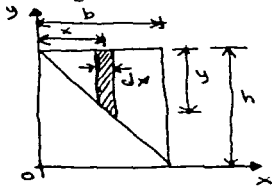


Fig. II.9

Por triángulos semejantes:

$$\frac{b}{h} = \frac{x}{y}$$

$$y = \frac{x h}{b}$$

De la figura

$$dA = y dx$$

$$dA = \left[ \frac{x h}{b} \right] dx$$

Obtención del área:

$$A = \int_0^b \left[ \frac{x h}{b} \right] dx = \frac{h}{b} \int_0^b x dx = \frac{h x^2}{b 2} \Big|_0^b = \frac{h b^2}{2 b}; \quad A = \frac{b h}{2}$$

Expresiones generales:

$$\bar{x}_c = \frac{\int_A x e^{\rho} dA}{\int_A dA}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\int_A y e^{\rho} dA}{\int_A dA}$$

$$Q_y = \int_A x e^{\rho} dA$$

$$Q_x = \int_A y e^{\rho} dA$$

Momento estático respecto a y:

$$Q_y = \int_0^b x \left[ \frac{x h}{b} \right] dx = \int_0^b \left[ \frac{x^2 h}{b} \right] dx = \frac{h}{b} \int_0^b x^2 dx$$

$$Q_y = \frac{h x^3}{3 b} \Big|_0^b = \frac{h b^3}{3 b}; \quad Q_y = \frac{b^2 h}{3}$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{b^2 h / 3}{b h / 2} = \frac{2 b^2 h}{3 b h}; \quad \bar{x}_c = \frac{2}{3} b$$

Momento estático respecto a x:

$$Q_x = \int_0^b \left[ \frac{x h}{b} \right] \left[ \frac{x h}{b} \right] dx = \int_0^b \left[ \frac{x^2 h^2}{b^2} \right] dx = \frac{h^2}{b^2} \int_0^b x^2 dx$$

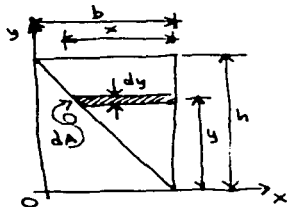
$$Q_x = \frac{h^2 x^3}{3 b^2} \Big|_0^b = \frac{h^2 b^3}{3 b^2}; \quad Q_x = \frac{b h^2}{3}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{Q_x}{A} = \frac{b h^2 / 3}{b h / 2} = \frac{2 b h^2}{3 b h} ;$$

$$\bar{y}_c = \frac{2}{3} h$$

C.8)



Por triángulos semejantes:

$$\frac{b}{h} = \frac{x}{y}$$

$$x = \frac{b y}{h}$$

de la figura

$$dA = x dy$$

$$dA = \left[ \frac{b y}{h} \right] dy$$

Fig. II.10

Obtención del área:

$$A = \int_0^h \left[ \frac{b y}{h} \right] dy = \frac{b}{h} \int_0^h y dy = \frac{b y^2}{2 h} \Big|_0^h = \frac{b h^2}{2 h}$$

$$A = \frac{b h}{2}$$

Expresiones generales:

$$\bar{x}_c = \frac{\int_A x e_l dA}{\int_A dA}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\int_A y e_l dA}{\int_A dA}$$

$$Q_y = \int_A x e_l dA$$

$$Q_x = \int_A y e_l dA$$

Momento estático respecto a y:

$$Q_y = \int_0^h \left[ \frac{b y}{h} \right] \left[ \frac{b y}{h} \right] dy = \int_0^h \left[ \frac{b^2 y^2}{h^2} \right] dy$$

$$Q_y = \frac{b^2}{h^2} \int_0^h y^2 dy = \frac{b^2 h^3}{3 h^2} ; \quad Q_y = \frac{b^2 h}{3}$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{Q_y}{A} = \frac{b^2 h / 3}{b h / 2} = \frac{2 b^2 h}{3 b h} ; \quad \bar{x}_c = \frac{2}{3} b$$

Momento estático respecto a x:

$$Q_x = \int_0^h y \left[ \frac{b y}{h} \right] dy = \int_0^h \left[ \frac{b y^2}{h} \right] dy = \frac{b}{h} \int_0^h y^2 dy$$

$$Q_x = \frac{b y^3}{h^3} \Big|_0^h = \frac{b h^3}{3 h} ; \quad Q_x = \frac{b h^2}{3}$$



Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{Qx}{A} = \frac{bh^2/3}{bh/2} = \frac{2bh^2}{3bh} ;$$

$$\bar{y}_c = \frac{2}{3} h$$

## CENTROIDE DE UN SECTOR CIRCULAR

Localización del centroide de un sector circular, considerando que  $\alpha$  es el ángulo correspondiente y  $r$  es el radio.

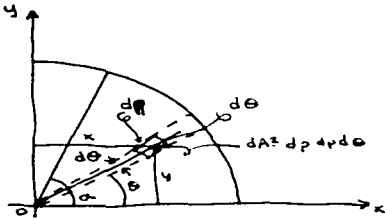


Fig. II.11

De la figura:

$$dA = dp \, dr$$

Obtención del área:

$$A = \int_0^\alpha \int_0^r p \, dp \, d\theta$$

$$A = \frac{p}{2} \Big|_0^r \theta \Big|_0^\alpha$$

$$A = \frac{r^2 \alpha}{2} \quad \left[ \begin{array}{l} \text{En donde } \alpha \text{ está} \\ \text{en radianes} \end{array} \right]$$

Si tenemos que:

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{\int_A x \, dA}{\int_A dA} = \frac{\int_0^\alpha \int_0^r [p \cos \theta] [p \, dp \, d\theta]}{\int_0^\alpha \int_0^r p \, dp \, d\theta}$$

$$\bar{x}_c = \frac{\int_0^\alpha \int_0^r [p^2 \, dp] [\cos \theta \, d\theta]}{\int_0^\alpha \int_0^r p \, dp \, d\theta} = \frac{\frac{p^3}{3} \Big|_0^r \cos \theta \Big|_0^\alpha}{\frac{r^2}{2} \alpha}$$

$$\bar{x}_c = \frac{\int_0^\alpha \int_0^r [p^2 \, dp] [\cos \theta \, d\theta]}{\int_0^\alpha \int_0^r p \, dp \, d\theta} = \frac{\frac{r^3}{3} \cos \theta \Big|_0^\alpha}{\frac{r^2}{2} \alpha}$$

$$\bar{x}_c = \frac{\frac{r^3}{3} \sin \alpha}{\frac{r^2}{2} \alpha} = \frac{2}{3} \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{\int_A y \, dA}{\int_A dA} = \frac{\int_0^\alpha \int_0^r [p \sin \theta] [p \, dp \, d\theta]}{\int_0^\alpha \int_0^r p \, dp \, d\theta}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\int_0^{\alpha} \int_0^r [p^2 dp] [\text{sen } \theta d\theta]}{\int_0^{\alpha} \int_0^r p dp d\theta}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\frac{r^3}{3} \left| \int_0^{\alpha} (-\cos \theta) d\theta \right|_0^{\alpha}}{\frac{r^2 \alpha}{2}} = \frac{\frac{r^3}{3} (-\cos \alpha - (-1))}{\frac{r^2 \alpha}{2}}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\frac{r^3}{3} (1 - \cos \alpha)}{\frac{r^2 \alpha}{2}} = \frac{2}{3} \frac{r(1 - \cos \alpha)}{\alpha}$$

### Centroide de un cuadrante de círculo.

Localización del centroide de un cuadrante de círculo

C.9)

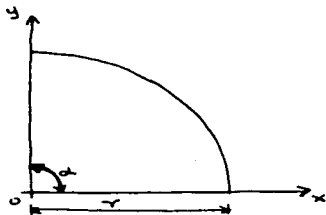


Fig. II.12

De la figura:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ [rad]}$$

Expresiones generales:

$$\bar{x}_c = \frac{2r \text{ sen } \alpha}{3\alpha}$$

$$\bar{y}_c = \frac{2r(1 - \cos \alpha)}{3\alpha}$$

Sustituyendo en las expresiones generales el valor de  $\alpha$  tenemos:

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r \text{ sen } (\pi/2)}{3(\pi/2)} = \frac{2r(1)}{3(\pi/2)} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$\bar{x}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r(1 - \cos - \pi/2)}{3(\pi/2)} = \frac{2r(1 - 0)}{3(\pi/2)} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$\bar{y}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

### Centroide de un semicírculo

Localización del centroide de un semicírculo.

C.10)

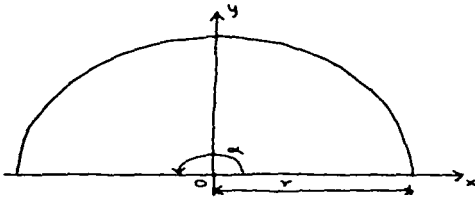


Fig. II.13

De la figura:

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

Expresiones generales

$$\bar{x}_c = \frac{2r \sin \alpha}{3\alpha}$$

$$\bar{y}_c = \frac{2r(1 - \cos \alpha)}{3\alpha}$$

Sustituyendo en las expresiones generales tenemos:

coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r \sin \pi}{3\pi} = \frac{2r(0)}{3\pi} = 0$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r(1 - \cos \pi)}{3\pi} = \frac{2r(1 - (-1))}{3\pi} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$\bar{y}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

C.11)

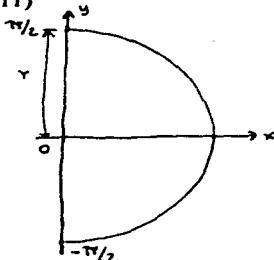


Fig. II.14

Suponiendo como:

$$\theta_0 = -\pi/2$$

$$\theta_1 = \pi/2$$

Tomando la expresión:

$$\bar{x}_c = \frac{r^2}{3} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$\bar{x}_c = \frac{r^2}{3} [\sin \pi/2 - \sin(-\pi/2)]$$
$$\bar{x}_c = \frac{r^2}{3} (\pi/2 - (-\pi/2))$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{\frac{y^3}{3} \Big|_0^{-1} - (-1)}{\frac{y^2}{2} \Big|_0^{-1}} = \frac{\frac{2 \cdot y^3}{3}}{\frac{y^2}{2}}$$

$$\bar{x}_c = \frac{4}{3\pi}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{\frac{y^3}{3} \Big|_0^{\pi/2} - \cos \theta \Big|_{-\pi/4}^{\pi/2}}{\frac{y^2}{2} \Big|_0^{\pi/2} - \theta \Big|_{-\pi/4}^{\pi/2}} = \frac{\frac{y^3}{3} [-(\cos \pi/2 - \cos(-\pi/2))]}{\frac{y^2}{2} [\pi/2 - (-\pi/4)]}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\frac{y^3}{3} [-(0-0)]}{\frac{y^2}{2} \pi}$$

$$\bar{y}_c = 0$$

### MODELOS GENERALES

$$\bar{x}_c = \frac{\frac{\rho^3}{3} \int_0^{\theta_1} r \sin \theta \, d\theta - \frac{\rho^3}{3} \int_0^{\theta_0} r \sin \theta \, d\theta}{\frac{\rho^2}{2} \int_0^{\theta_1} r \, d\theta - \frac{\rho^2}{2} \int_0^{\theta_0} r \, d\theta} = \frac{\frac{r^3}{3} [\sin \theta_1 - \sin \theta_0]}{\frac{r^2}{2} (\theta_1 - \theta_0)}$$

$$\bar{y}_c = \frac{\frac{\rho^3}{3} \int_0^{\theta_1} r (-\cos \theta) \, d\theta - \frac{\rho^3}{3} \int_0^{\theta_0} r (-\cos \theta) \, d\theta}{\frac{\rho^2}{2} \int_0^{\theta_1} r \, d\theta - \frac{\rho^2}{2} \int_0^{\theta_0} r \, d\theta} = \frac{\frac{r^3}{3} [-(\cos \theta_1 - \cos \theta_0)]}{\frac{r^2}{2} (\theta_1 - \theta_0)}$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r (\sin \theta_1 - \sin \theta_0)}{3(\theta_1 - \theta_0)}$$

Coordenada del centroide en y:

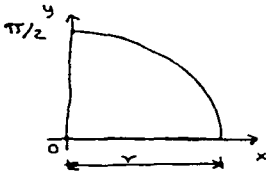
$$\bar{y}_c = \frac{2r [-(\cos \theta_1 - \cos \theta_0)]}{3(\theta_1 - \theta_0)}$$

Ecuaciones validas para  $\theta$   
en radianes y en el  
sentido antihorario

Comprobación de los modelos matemáticos.

$$\bar{x}_c = \frac{2r [\sin \theta_1 - \sin \theta_0]}{3(\theta_1 - \theta_0)} ; \quad \bar{y}_c = \frac{2r [-(\cos \theta_1 - \cos \theta_0)]}{3(\theta_1 - \theta_0)}$$

C.12) Para un cuadrante de círculo en el primer cuadrante.



De la figura:

$$\theta_0 = 0 \text{ rad}$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$r = r$$

Fig. 11.15

Sustituyendo los valores obtenemos:

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r [\text{sen } \pi/2 - \text{sen } 0]}{3(\pi/2 - 0)} = \frac{2r(1)}{3\pi/2}$$

$$\bar{x}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r [-(\cos \pi/2 - \cos 0)]}{3(\pi/2 - 0)} = \frac{2r [-(0 - 1)]}{3\pi/2}$$

$$\bar{y}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

C.13) Para un cuadrante de círculo en el segundo cuadrante.

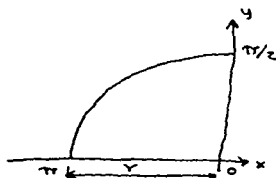


Fig. II.16

De la figura:

$$\theta_0 = \pi \text{ rad}$$

$$\theta_1 = \pi/2 \text{ rad}$$

$$r = r$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r [\text{sen } \pi - \text{sen } \pi/2]}{3(\pi - \pi/2)} = \frac{2r [0 - 1]}{3(\pi/2)} = \frac{-2r}{3(\pi/2)}$$

$$\bar{x}_c = -\frac{4r}{3\pi}$$

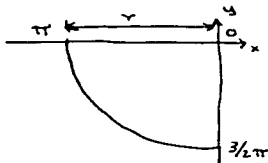
Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r [-(\cos \pi - \cos \pi/2)]}{3(\pi - \pi/2)} = \frac{2r [ -(-1 - 0) ]}{3(\pi/2)}$$

$$\bar{y}_c = \frac{2r}{3(\pi/2)}$$

$$\bar{y}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

C.14) Para un cuadrante de círculo en el tercer cuadrante.



De la figura:

$$\theta_0 = \pi \text{ rad}$$

$$\theta_1 = 3\pi/2 \text{ rad}$$

$$r = r$$

Fig. II.17

Coordenada del centroide en x:

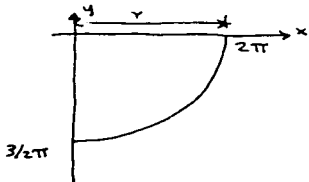
$$\bar{x}_c = \frac{2r [\sin 3\pi/2 - \sin \pi]}{3(3\pi/2 - \pi)} = \frac{2r [-1 - 0]}{3(\pi/2)} \quad \bar{x}_c = -\frac{4r}{3\pi}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r [-(\cos 3\pi/2 - \cos \pi)]}{3(3\pi/2 - \pi)} = \frac{2r [-(0 - (-1))]}{3(\pi/2)}$$

$$\bar{y}_c = -\frac{4r}{3\pi}$$

C.15) Para un cuadrante de círculo en el cuarto cuadrante.



De la figura:

$$\theta_0 = 3\pi/2 \text{ rad}$$

$$\theta_1 = 2\pi \text{ rad}$$

$$r = r$$

Fig. II.18

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r [\sin 2\pi - \sin 3\pi/2]}{3(2\pi - 3\pi/2)} = \frac{2r [0 - (-1)]}{3\pi/2}$$

$$\bar{x}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r [-(\cos 2\pi - \cos 3\pi/2)]}{3(2\pi - 3\pi/2)} = \frac{2r [-(1 - 0)]}{3\pi/2}$$



$$y_c = -\frac{4r}{3\pi}$$

C. 16) Para un medio círculo en el I y II cuadrante.

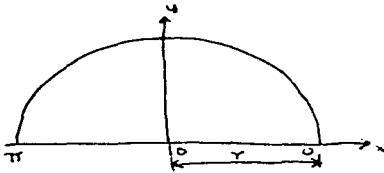


Fig. II.19

De la figura:

$$\theta_0 = 0 \text{ rad}$$

$$\theta_1 = \pi \text{ rad}$$

$$r = r$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r [\sin \pi - \sin 0]}{3(\pi - 0)} = \frac{2r(0)}{3\pi} ; \bar{x}_c = 0$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r [-(\cos \pi - \cos 0)]}{3(\pi - 0)} = \frac{2r [ -(-1 - 1) ]}{3\pi}$$

$$\bar{y}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

C. 17) para un medio círculo en el II y III Cuadrante.

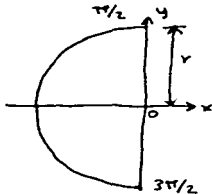


Fig. II.20

De la figura:

$$\theta_0 = \pi/2$$

$$\theta_1 = 3\pi/2$$

$$r = r$$

Coordenada del centroide en x:

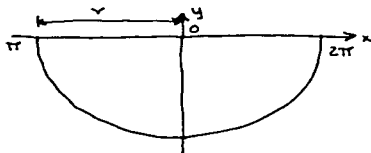
$$\bar{x}_c = \frac{2r [\sin \frac{3\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2}]}{3(3\pi/2 - \pi/2)} = \frac{2r [-1 - 1]}{3\pi} \quad \bar{x}_c = -\frac{4r}{3\pi}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r [-\cos \frac{3\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2}]}{3(3\pi/2 - \pi/2)} = \frac{2r [-0 - 0]}{3\pi}$$

$$\bar{y}_c = 0$$

C.18) para un medio círculo en el III y IV cuadrante.



De la figura:

$$\theta_o = \pi \text{ rad}$$

$$\theta_i = 2\pi \text{ rad}$$

$$r = r$$

Fig. II.21

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r [\sin 2\pi - \sin \pi]}{3(2\pi - \pi)} = \frac{2r [0 - 0]}{2\pi} ; \quad \bar{x}_c = 0$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r [-\cos 2\pi - \cos \pi]}{3(2\pi - \pi)} = \frac{2r [-(1 - (-1))]}{3\pi} \quad \bar{y}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

C.19) Para un medio círculo en el IV y I cuadrante.

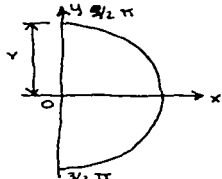


Fig. II.22

De la figura:

$$\theta_0 = 3\pi/2 \text{ rad.}$$

$$\theta_1 = \pi/2 \text{ rad}$$

$$r = r$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r [\text{sen } \pi/2 - \text{sen } 3\pi/2]}{3(\pi/2 - 3\pi/2)} = \frac{2r [1 - (-1)]}{3(-\pi)}$$

$$\bar{x}_c = -\frac{4r}{3\pi} \quad \text{no es valido}$$

Tomando los siguientes valores:

$$\theta_0 = 3\pi/2 \text{ rad}$$

$$\theta_1 = 5\pi/2 \text{ rad}$$

$$r = r$$

Coordenada del centroide en x:

$$\bar{x}_c = \frac{2r [\text{sen } 5\pi/2 - \text{sen } 3\pi]}{3(5\pi/2 - 3\pi/2)} = \frac{2r [1 - (-1)]}{3\pi}$$

$$\bar{x}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

Coordenada del centroide en y:

$$\bar{y}_c = \frac{2r [-(\cos 5\pi/2 - \cos 3\pi/2)]}{3(5\pi/2 - 3\pi/2)} = \frac{2r [-(0-0)]}{3\pi}$$

$$\bar{y}_c = 0$$

Observaciones generales:

a)  $\theta_1$  siempre tendrá que ser mayor que  $\theta_0$ , para que el modelo sea válido y siempre en radianes.

b) La forma de dar el intervalo será en el sentido antihorario.

C.20) Para un sector circular comprendido entre: .

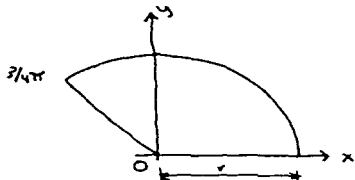


Fig. II.23

De la figura:

$$\theta_0 = 0 \text{ rad}$$

$$\theta_1 = 3\pi/4 \text{ rad}$$

$$r = r$$

C.21) Desarrollándolo por partes.

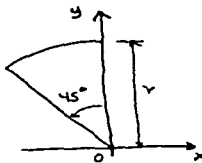
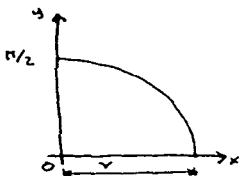


Fig. II.24

$$A_1 = \frac{r^2 (\pi/2)}{2} = 0.3927 r^2 \text{ U}^2$$

$$A_2 = \frac{r^2 (\pi/2)}{2} = 0.7854 r^2 \text{ U}^2$$

De la Fig. II.23:

$$\bar{x}_c = -\frac{2}{3} \frac{r(1 - \cos \alpha)}{\alpha}$$

$$\bar{y}_c = \frac{2}{3} \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$$

$$\bar{x}_c = -\frac{2}{3} \frac{r(1 - \cos \pi/4)}{\pi/4} = -\frac{2}{3} \frac{r(1 - 0.7071)}{\pi/4}$$

$$\bar{x}_c = -0.24862 r$$

$$\bar{y}_c = \frac{2}{3} \frac{r \sin \pi/2}{\pi/2} = \frac{r(0.7071)}{\pi/2}$$

$$\bar{y}_c = 0.600 r$$

De la Fig. 1.24:

$$\bar{x}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

$$\bar{y}_c = \frac{4r}{3\pi}$$

Obteniendo el centroide total:

$$\bar{x}_c = \frac{(0.3927r)(-0.024862r^2) + (0.4244r)(0.7854r^2)}{(0.3927r^2) + (0.7854r^2)}$$

$$\bar{x}_c = \frac{-0.009763r^3 + 0.3333r^3}{1.1781r^2} = \frac{0.23567r^3}{1.1781r^2} = 0.20r$$

$$\bar{x}_c = 0.20r$$

$$\bar{y}_c = \frac{(0.400r)(0.3927r^2) + (0.4244r)(0.7854r^2)}{(0.3927r^2) + (0.7854r^2)}$$

$$\bar{y}_c = \frac{0.2352r^3 + 0.3333r^3}{1.1781r^2} = 0.489r$$

$$\bar{y}_c = 0.483r$$

C.22) Aplicando las expresiones:

$$\bar{x}_c = \frac{2r[\sin \theta_1 - \sin \theta_0]}{3(\theta_1 - \theta_0)}$$

$$\bar{y}_c = \frac{2r[-(\cos \theta_1 - \cos \theta_0)]}{3(\theta_1 - \theta_0)}$$

$$\theta_1 = 0 \text{ rad}$$

$$\theta_0 = 3\pi/4 \text{ rad}$$

$$r = r$$

$$\bar{x}_c = \frac{2r[\sin 3\pi/4 - \sin 0]}{3[3\pi/4 - 0]} = \frac{2r[0.7071 - 0]}{7.06858} = 0.20r$$

$$\bar{x}_c = 0.20r$$

$$\bar{y}_c = \frac{2r[-(\cos 3\pi/4 - \cos 0)]}{3(3\pi/4 - 0)} = \frac{2r[-(0.7071 - 1)]}{7.06858}$$

$$\bar{y}_c = 0.483r$$

Centroide con respecto a cualquier sistema de referencia.

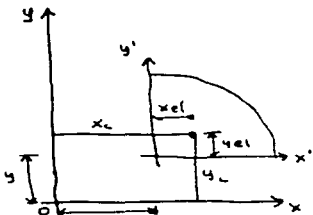


Fig. II.25

$$C(\bar{x}_c, \bar{y}_c)$$

$$O(\bar{x}_0, \bar{y}_0)$$

$$\bar{x}_c = \bar{x}_0 + \bar{x}_{c'}$$

$$\bar{y}_c = \bar{y}_0 + \bar{y}_{c'}$$

Observaciones:

- La  $x_0$ , corresponde al centroide de la figura con respecto a  $y'$ .
- El  $y_0$ , corresponde al centroide de la figura con respecto a  $x'$ .

## MOMENTOS DE INERCIA DE ÁREA DE SUPERFICIES PLANAS

En la resolución de algunos problemas de ingeniería se requiere valuar integrales de la forma  $\int_A y^2 dA$ , donde,  $y$  representa la distancia entre un elemento de área ( $da$ ) y un eje situado en el mismo plano del área, o bien, un punto o polo situado en el plano del área.

Debido a la aparición frecuente de este tipo de integrales, es conveniente desarrollarlas para las superficies más comunes y tabular los resultados para hacer uso de ellos en las aplicaciones prácticas.

A continuación ilustraremos el origen físico de dichas integrales:

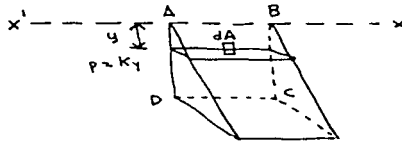


Fig. II.26

En la figura II.26, la superficie plana abcd esta sujeta a la acción de una presión hidrostática  $p$  cuya magnitud es proporcional a la profundidad y medida a partir del eje  $x'x$  que corresponde a la superficie libre del líquido. El momento estático de la presión correspondiente al elemento de área es:

$$p y dA = k y^2 dA$$

Por consiguiente, cuando se pretende calcular el momento total producido por la presión hidrostática actuando en la superficie abcd aparece la integral:

$$M = k \int_A y^2 dA$$

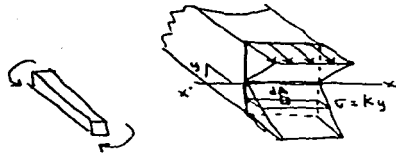


Fig. II.27

En la figura II.27 se muestra la distribución de esfuerzos actuando sobre cualquier sección transversal de una viga elástica prismática simplemente apoyada, flexionada por la acción de dos pares de igual magnitud y de sentidos contrarios, aplicados en sus extremos, como se ve en la parte inferior de la figura.

En cualquier sección de la viga se presenta una variación lineal en la magnitud de los esfuerzos normales; es decir:

$$\sigma = ky$$

En estas condiciones, el momento estático de las fuerzas actuando en el elemento de área  $da$ , con respecto al eje  $x-x'$  que recibe el nombre de eje neutro, resulta:

$$dM = \sigma y da = k y^2 da$$

El momento total correspondiente a todas las fuerzas interiores actuando sobre el área resulta:

$$M = k \int_A y^2 da$$

2.14

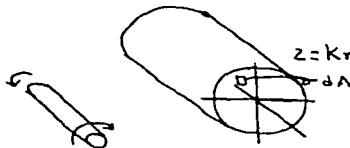


Fig. II.28



Por último, en la figura II.28 se muestra la sección transversal de una flecha prismática sujeta a un momento torsionante puro.

Dentro del rango elástico del material este momento es resistido en cada sección transversal por medio de esfuerzos cortantes normales al radio vector de posición de cada punto, cuya magnitud es proporcional a la longitud de dicho radio vector de posición; es decir:

$$\tau = k r$$

De esta manera, el momento estático total de los esfuerzos correspondientes a toda la sección resulta:

$$M = \int_A \tau r dA = k \int_A r^2 dA \quad 2.15$$

La integral contenida en la ecuación 2.15 difiere de las correspondientes a las ecuaciones 2.13 y 2.14 en lo siguiente:

1. El eje de momentos es normal a la superficie, en vez de estar en el plano de dicha superficie.
2.  $r$  es una coordenada polar, mientras que  $y$  es una coordenada cartesiana rectangular.

Las tres integrales reciben el nombre genérico de **momento de inercia del área de una superficie plana** con respecto al eje en cuestión.

### Definiciones

1. Se llama **momento rectangular de inercia del área plana A** con respecto a un eje en su plano al límite de la suma de los productos que se obtienen al multiplicar cada elemento diferencial de área de dimensiones  $dx dy$ , por el cuadrado de la distancia entre el centro del elemento y el eje. (Ver figura II.29).

Se acostumbra designarlo por el símbolo  $I$ , seguido del índice correspondiente al eje de momentos.

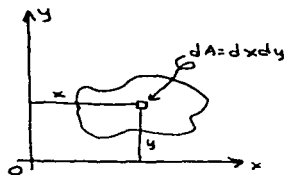


Fig. II.29

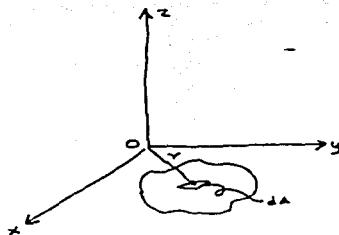


Fig. II.30

matemáticamente podemos escribir:

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad 2.16$$

$$I_y = \int_A x^2 dA \quad 2.17$$

2. Se llama **momento polar de inercia** del área plana A con respecto a un eje normal al plano de dicha área que se intersecta con él en el polo O, al limite de la suma de los productos que se obtienen al multiplicar cada elemento diferencial de área, por el cuadrado de la distancia entre el centro del elemento y el polo O. (Ver figura II.30).

Se acostumbra designarlo con el símbolo J seguido del índice correspondiente al eje de momentos, o bien, al polo.

En forma matemática:

$$J_z = J_o = \int_A r^2 dA \quad 2.18$$

Para ambos casos, un nombre más adecuado sería **segundo momento del área**, ya que el primer momento y da ó r da se multiplica nuevamente por el brazo de palanca y ó r.

La palabra **inercia** se acostumbra usar debido a la semejanza entre la forma matemática de las integrales anteriores y las correspondientes a los momentos de las llamadas **fuerzas de inercia** de los cuerpos en rotación.

Es decir, el momento de inercia de un área plana es una propiedad puramente geométrica, definida matemáticamente como se indica en las ecuaciones 2.16, 2.17 ó 2.18. Algunos autores consideran que físicamente representa una medida de la capacidad del área a resistir flexión, torsión ó pandeo en una dirección asociada de cierto modo al eje de inercia en cuestión.

## Dimensiones, unidades y signo de momento de inercia de un área

Como se puede ver en las ecuaciones 2.16, 2.17 y 2.18: las dimensiones son ( $L^4$ ), siendo sus unidades ( $m^4$ ,  $\text{pies}^4$ ,  $\text{cm}^4$ ).

En cuanto al signo, siempre resultará positivo, ya que en cada producto esta incluido el cuadrado de una coordenada; de modo que aunque ésta fuera negativa, el resultado es positivo.

## Radio de giro

Un modo frecuente de describir los momentos de inercia de una forma con respecto a un eje consiste en proporcionar el radio de giro  $k$  en torno a dicho eje. Esta cantidad es, simplemente, la raíz de la razón del momento de inercia correspondiente, con respecto al área  $A$ ; es decir:

$$K_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$K_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

$$K_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$

Un radio de giro tiene unidades de longitud debido a que los momentos de área de inercia presentan unidades de longitud a la cuarta potencia. Los radios de giro tienen una interpretación simple. Supóngase que tenemos una franja rectangular delgada cuya área  $A$  es igual a la de la forma general que nos interesa analizar. Orientamos esta franja paralela al eje  $x$  a una distancia igual al valor  $k_x$ , como se representa en la figura II.31.

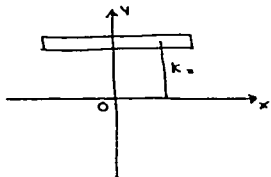


Fig. II.31

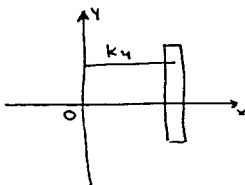


Fig. II.32

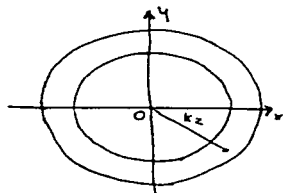


Fig. II.33

Como todos los elementos del área se encuentran, básicamente a la distancia  $k_x$  del eje  $x$ , el momento de inercia de esta franja con respecto al eje  $x$  es  $k_x^2 A = I_x$ . De modo similar el momento de inercia con respecto al eje  $y$  de la franja (Fig. II.32) es igual a  $I_y$  para la forma general, y el momento polar de inercia con respecto al eje  $z$  para el anillo delgado, que se presenta en la figura II.32, es igual a  $I_z$  para la forma general. Los radios de giro se relacionan mediante:

# **MANUAL DE OPERACION**

# MANUAL DE OPERACIÓN

## **Introducción**

El sistema automatizado para el cálculo de centroides y momentos de inercia de áreas planas tiene la finalidad de dar apoyo a los estudiantes y al personal académico de la Facultad de Arquitectura; específicamente en las actividades académicas de Estructuras I.

## **Conformación del paquete**

El programa esta constituido por un menú principal y varios submenús que permiten desarrollar una serie de opciones que incluyen, desde leer una pequeña introducción hasta efectuar el cálculo de momentos de inercia de áreas compuestas.

## **Guía de operación recomendada para efectuar el cálculo**

Durante la ejecución del paquete aparece una serie de letreros que indican al usuario como proceder durante el cálculo.

1. El programa es autoejecutable; esto significa que sólo es necesario introducir en la unidad A el disco flexible que contiene el programa, cerrar el seguro y encender la computadora.
2. Al terminar de leer el programa aparece primeramente la presentación con el desplegado de las pantallas que indican la procedencia del presente trabajo. Estos desplegados permanecen durante 10 segundos.

A continuación se muestran las pantallas aludidas.

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**  
**FACULTAD DE ARQUITECTURA**

**SISTEMA AUTOMATIZADO PARA EL CALCULO  
DE CENTROIDES Y MOMENTOS DE INERCIA  
DE AREAS PLANAS**

**UNAM, 1996**

**MAESTRIA EN ARQUITECTURA**  
**INVESTIGACION Y DOCENCIA**

**ASESOR DR. CARLOS GONZALEZ LOBO**

**FERNANDO HUMBERTO VAZQUEZ DIAZ**

**Ciudad Universitaria, México D.F.**

3. Inmediatamente después aparece la pantalla que contiene el menú principal, con 5 opciones. La primera muestra una breve introducción, la segunda y la tercera permiten comenzar el cálculo de centroides y momentos de inercia, respectivamente, la cuarta permite inicializar las aplicaciones del programa y, la quinta da la opción de salir del programa (regresar al sistema operativo DOS).

<b>MENU</b>	
<b>1)</b>	<b>Introducción</b>
<b>(2)</b>	<b>Cálculo de Centroides</b>
<b>(3)</b>	<b>Cálculo de Momentos</b>
<b>(4)</b>	<b>Aplicaciones</b>
<b>(5)</b>	<b>Salir al DOS</b>

**¿Opción deseada?**

4. Al elegir la primera opción, el programa presenta la introducción correspondiente.

## **INTRODUCCION**

Este programa esta diseñado con el fin de que quien lo use pueda reafirmar y/o incrementar sus conocimientos sobre el calculo de centroides y de momentos de inercia, particularmente de areas planas y se familiarice con el concepto general, mediante la resolución de ejemplos.

Podra realizar los calculos para areas comunes y/o compuestas, asi mismo ver dicha figura y sus correspondientes resultados que pueden ser utiles para futuros diseños. Ademas podra obtener la representacion de los momentos de inercia en el circulo de Mohr. Asi mismo podra ver figuras de las aplicaciones de las propiedades de las superficies planas del calculo de vigas

**Presione <ENTER> para continuar**



5. Cuando se elige la segunda opción o tercera opción, aparece un submenú en el que se puede optar por trabajar con figuras compuestas, trabajar con figuras comunes o regresar al menú anterior.

## **CALCULO DE MOMENTOS**

### **MENU**

- (1) Figuras compuesta**
- (2) Figuras comunes**
- (3) Salir al menú anterior**

**¿Opción deseada?**

6. Al seleccionar la opción "Figuras compuestas" aparece la pantalla "Definición de unidades" en la cual el usuario decide la unidad de longitud con la que va a trabajar.

### **DEFINICION DE UNIDADES**

- |              |                               |               |
|--------------|-------------------------------|---------------|
| <b>( 1 )</b> | <b>Metros</b>                 | <b>( m )</b>  |
| <b>( 2 )</b> | <b>Centímetros</b>            | <b>( cm )</b> |
| <b>( 3 )</b> | <b>Milímetros</b>             | <b>( mm )</b> |
| <b>( 4 )</b> | <b>Pulgadas</b>               | <b>( in )</b> |
| <b>( 5 )</b> | <b>Pies</b>                   | <b>( ft )</b> |
| <b>( 6 )</b> | <b>Yardas</b>                 | <b>( yd )</b> |
| <b>( 7 )</b> | <b>Salir al menú anterior</b> |               |

**¿Opción deseada?**

7. Una vez seleccionada la unidad de longitud, el sistema pide el número de áreas parciales positivas. Después de proporcionarle dicho dato aparece la siguiente pantalla.

<b>FIGURAS COMPUESTAS</b>	
	<b>Escoja la opción</b>
<b>(1)</b>	<b>Coordenadas</b>
<b>(2)</b>	<b>Sectores circulares</b>
<b>(3)</b>	<b>Salir al menú anterior</b>

<b>¿Opción deseada?</b>
-------------------------

8. Sólo cuando la figura compuesta este conformada exclusivamente por sectores circulares se elegirá la opción "Sectores circulares"
9. Al elegir "Coordenadas" el sistema pide:  
El número de áreas positivas por coordenadas.  
El número de vértices de la primer área.  
Las coordenadas de cada vértice.

10. Después de haber proporcionado estos datos el sistema despliega un resumen de todas las coordenadas y pregunta si son correctos. Si estos, no fueran correctos el usuario tecleará "N ó n" y habrá que indicarle al programa de nuevo el número de vértices y las coordenadas correspondientes.

### **FIGURAS POR COORDENADAS**

**X 0 = 0 m**

**y 0 = 0 m**

**X 1 = 0 m**

**y 1 = 4 m**

**X 2 = 4 m**

**y 2 = 4 m**

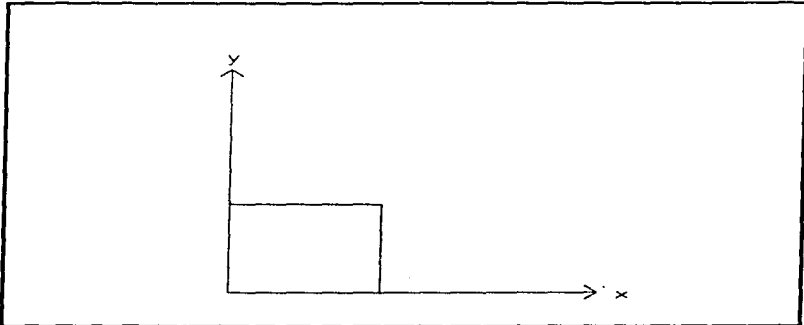
**X3 = 4 m**

**y 3 = 0 m**

**¿ Son correctos s/n ?**

11. Cuando se han proporcionado correctamente estos datos, el programa despliega una pantalla formando la figura correspondiente y nuevamente pregunta si esta es su figura. De no ser así se deberá seguir el paso 10.

## FIGURAS POR COORDENADAS



¿ Es su figura s/n ?

12. Una vez que se le proporcionan al sistema las figuras por coordenadas, éste pregunta si se tienen sectores circulares positivos.
13. Si la respuesta es afirmativa, el sistema solicita:  
El número de sectores circulares.  
Las coordenadas  $x$  y  $y$  del centro del sector circular.  
Los ángulos que forman el sector.  
El radio del sector.

14. Después de haber proporcionado estos datos, el sistema procede en forma semejante a la seguida en los pasos 10 y 11 y además pregunta si se tienen áreas negativas.

### SECTORES CIRCULARES

$$X = 4 \text{ m}$$

$$Y = 4 \text{ m}$$

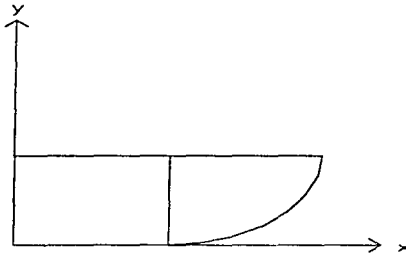
$$\text{Ang. in.} = 270^\circ$$

$$\text{Ang. fi.} = 360^\circ$$

$$\text{Radio} = 4 \text{ m}$$

¿Son correctos s/n ?

## SECTORES CIRCULARES

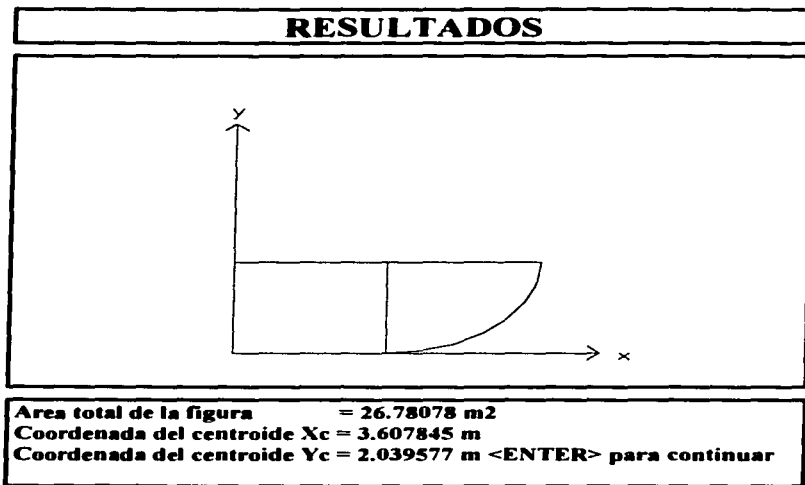


¿ Es su figura s/n ?

15. En caso de que existan áreas negativas, el sistema demanda el número total de áreas parciales negativas.
16. El sistema efectúa un procedimiento similar al realizado para el ingreso de áreas positivas siguiendo los mismos criterios, por lo que el proceso comprendido desde el paso 8 hasta el paso 13 se repite.

17. Al terminar de proporcionar todas las áreas positivas y negativas el sistema despliega un resumen de resultados que, dependiendo de la opción que se haya seleccionado en la pantalla, descrito en el paso 5, despliega las siguientes pantallas.

Si la opción elegida fue la segunda, aparece:

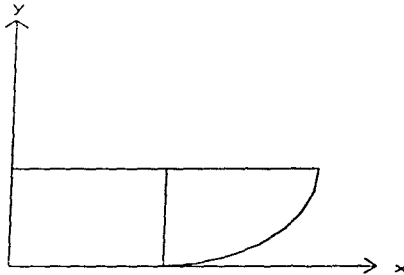


Con esto se da por terminado el cálculo.



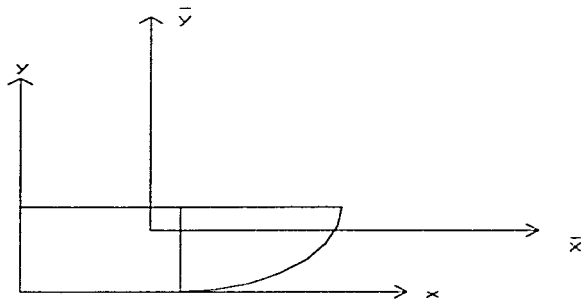
Por otra parte, si la opción seleccionada fue la tercera, aparecen consecutivamente (al presionar la tecla <ENTER>):

### EJE ORIGINAL



**Momento de Inercia  $I_x = 143.5534 \text{ m}^4$**   
**Momento de Inercia  $I_y = 479.5483 \text{ m}^4$**   
**Producto de Inercia  $I_{xy} = 288.3519 \text{ m}^4$  <ENTER> para continuar**

## EJE CENTROIDAL

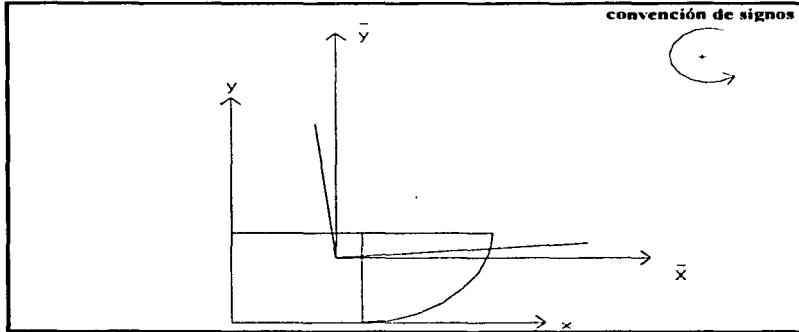


**Momento de Inercia**  $I_{xc} = 32.14874 \text{ m}^4$

**Momento de Inercia**  $I_{yc} = 130.9551 \text{ m}^4$

**Producto de Inercia**  $I_{xyc} = 11.28622 \text{ m}^4$  <ENTER> para continuar

## EJE PRINCIPAL



**Momento de Inercia**  $I_{x'} = 30.87596 \text{ m}^4$   
**Momento de Inercia**  $I_{y'} = 132.2279 \text{ m}^4$   
**Producto de Inercia**  $I_{x'y'} = 0.0 \text{ m}^4$  <ENTER> para continuar

18. Al terminar de desplegar las pantallas anteriores, el sistema pregunta si se desea impresión de los datos, si la respuesta es afirmativa el sistema pide que se verifique que la impresora este en línea y posteriormente que se teclee <ENTER> para que la impresión se lleve a cabo.

## RESUMEN DE RESULTADOS

**Area = 26.78 m<sup>2</sup>**

**Centroide**

**Xc = 3.61 m**

**Yc = 2.04 m**

**Eje original**

**Ix = 143.55 m<sup>4</sup>**

**Iy = 479.55 m<sup>4</sup>**

**Ixy = 288.35 m<sup>4</sup>**

**Eje centroidal**

**Ixc = 32.15 m<sup>4</sup>**

**Iyc = 130.96 m<sup>4</sup>**

**Ixcy = 11.29 m<sup>4</sup>**

**Eje principal**

**Ix' = 30.88 m<sup>4</sup>**

**Iy' = 132.23 m<sup>4</sup>**

**Ixy' = 0.0 m<sup>4</sup>**

**ang = 6.43 °**

**¿Desea impresión de sus resultados S/N ?**

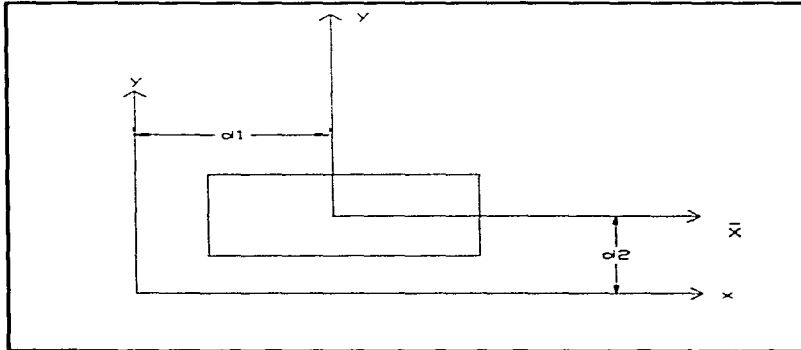
## **RESUMEN DE RESULTADOS**

**Verifique que la impresora esté en línea...**

**Presione <ENTER> cuando este listo**

19. El sistema pregunta si se desea calcular los momentos de inercia respecto a otro sistema de ejes paralelos, si la respuesta es afirmativa el sistema despliega la pantalla:

**CALCULO DE MOMENTOS RESPECTO A OTRO SISTEMA DE EJES PARALELOS**



**Nota:** En el ejemplo se muestra la forma en que se deberán dar las distancias  $d_1$  y  $d_2$  de los ejes centroidales a los nuevos ejes paralelos <ENTER>

y pregunta las distancias correspondientes al nuevo sistema de referencia, con lo cual despliega una pantalla de resultados:

**CALCULO DE MOMENTOS RESPECTO A OTRO SISTEMA DE EJES PARALELOS**

**Momento de Inercia Ix = 701.67 m<sup>4</sup>**

**Momento de Inercia Iy = 800.47 m<sup>4</sup>**

**Producto de Inercia Ixy = 680.81 m<sup>4</sup>**

**< ENTER > para continuar**

20. Si en el paso 6 se selecciona "Figuras comunes", aparece:

## **FIGURAS COMUNES**

### **M e n ú**

**( 1 ) Cuadrado**

**( 4 ) Sector Circular**

**( 2 ) Rectángulo**

**( 5 ) Elipse**

**( 3 ) Circulo**

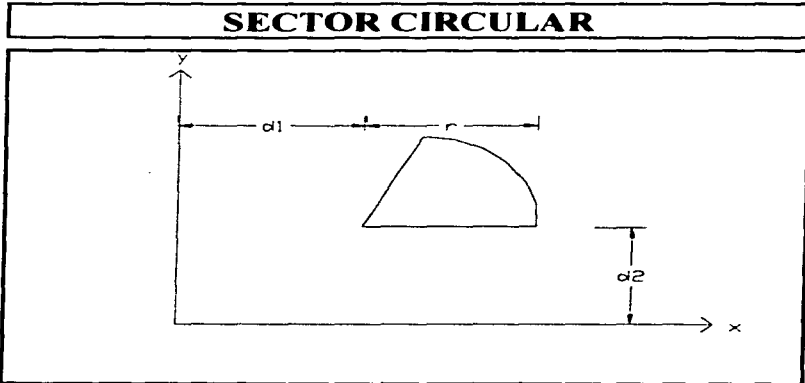
**( 6 ) Triangulo**

**( 7 ) Salir al menú anterior**

**¿ Opción deseada ?**



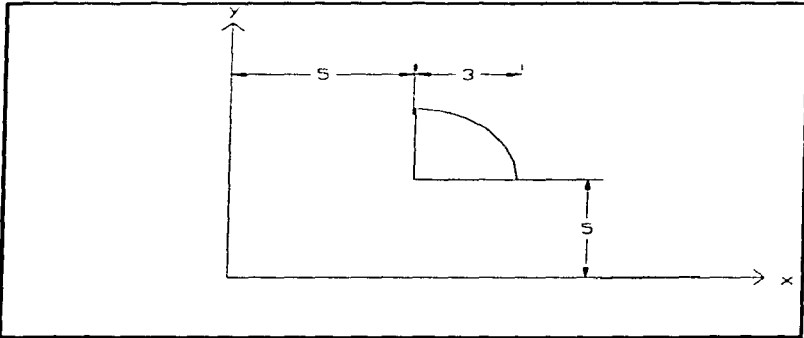
21. Del menú anterior y dependiendo de la figura seleccionada, el sistema solicitará las unidades de longitud, dimensiones de la figura y distancias de la misma a los ejes x e y. A continuación se presentan, a manera de ejemplo, la pantalla correspondiente a "Sector circular"



**Defina las unidades para  $d1$ ,  $d2$  y  $r$**   
**( 1 ) cm      ( 2 ) m      ( 3 ) in**  
**Teclee el número correspondiente**

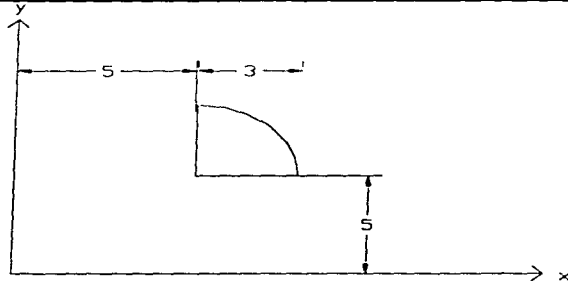
22. Según se haya seleccionado "Cálculo de centroides" o "Cálculo de momentos" en el paso5, aparecerán:

### SECTOR CIRCULAR



**Area total de la figura = 7.868465 m<sup>2</sup>**  
**Coordenada del centroide Xc = 6.273261 m**  
**Coordenada del centroide Yc = 6.273228 m <ENTER> para continuar**

## EJE ORIGINAL

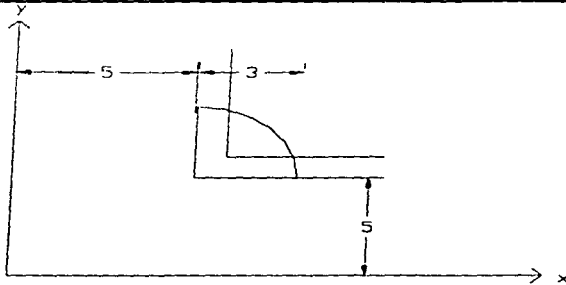


**Momento de Inercia**  $I_x = 282.6131 \text{ m}^4$

**Momento de Inercia**  $I_y = 282.616 \text{ m}^4$

**Producto de Inercia**  $I_{xy} = 276.8355 \text{ m}^4$  <ENTER> para continuar

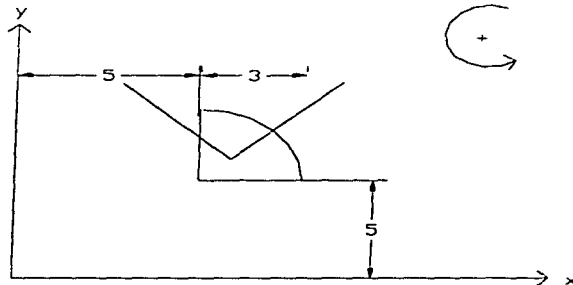
## EJE CENTROIDAL



**Momento de Inercia**  $I_{xc} = 4.44503 \text{ m}^4$   
**Momento de Inercia**  $I_{yc} = 4.444963 \text{ m}^4$   
**Producto de Inercia**  $I_{xyc} = 276.8355 \text{ m}^4$  <ENTER> para continuar

## EJE PRINCIPAL

convención de signos



Momento de Inercia  $I_{x'} = 5.779047$  m4 Ang. de rotación = 45°  
Momento de Inercia  $I_{y'} = 3.110945$  m4  
Producto de Inercia  $I_{xy'} = -3.494679E-05$  m4 <ENTER> para continuar

23. Al elegir la cuarta opción en el paso 5, el sistema despliega la pantalla siguiente:

## **APLICACIONES**

**Escoja la opción**

- ( 1 ) Círculo de Mohr**
- ( 2 ) Vigas**
- ( 3 ) Salir al menú anterior**

**¿ Opción deseada ?**

24. Si se escoge "Círculo de Mohr" se tendrá la opción de trabajar con "Valores máximos y mínimos", "Valores a cualquier eje" o "Salir al menú anterior" como se muestra a continuación:

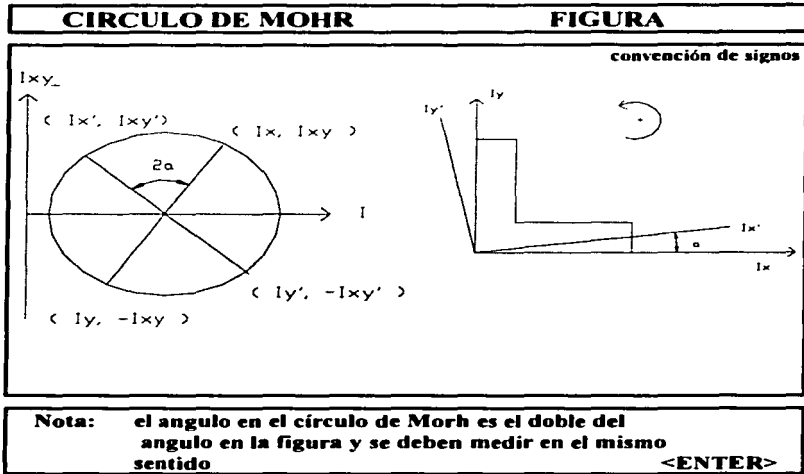
## **APLICACIONES**

**Escoja la opción**

- ( 1 ) Valores máximos y mínimos**
- ( 2 ) Valores a cualquier eje**
- ( 3 ) Salir al menú anterior**

**¿ Opción deseada ?**

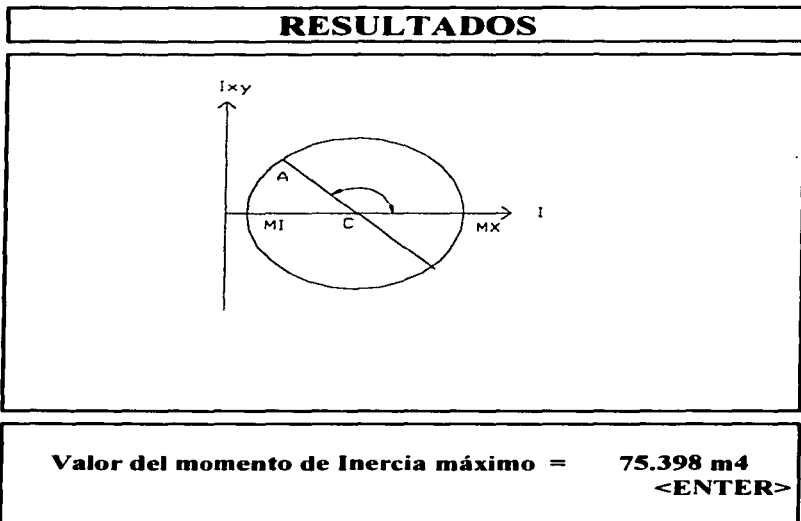
25. Una vez seleccionadas la primera o segunda opción, aparece:



posteriormente el sistema pide los valores de los momentos de inercia y del producto de inercia (además de los datos anteriores, el sistema solicita el valor del ángulo cuando se elige la segunda opción) para llevar a cabo el cálculo y la elaboración del círculo de Mohr correspondientes.

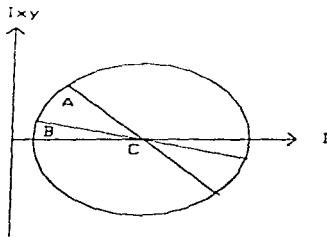


26. Si en el paso 24 se seleccionó "Valores máximos y mínimos", las pantallas de resultados correspondientes son:



mientras que si la selección fue "Valores a cualquier eje", estas serán:

## RESULTADOS



Valor del momento de Inercia en X = 10.817 m<sup>4</sup>  
<ENTER>

27. Si en el paso 23 se elige "Vigas", aparece un submenú con el cual se tendrá la posibilidad de seleccionar uno de los siete diferentes tipos de vigas o salir del menú anterior:

## **MENU**

- ( 1 ) Viga simple con carga uniforme distribuida**
- ( 2 ) Viga simple con carga aumentando uniformemente hacia un extremo**
- ( 3 ) Viga simple con carga aumentando uniformemente hacia el centro**
- ( 4 ) Viga doblemente empotrada con carga uniformemente distribuida**
- ( 5 ) Viga empotrada y apoyada con carga uniformemente distribuida**
- ( 6 ) Viga empotrada y libre con carga aumentando hacia el empotramiento**
- ( 7 ) Viga empotrada y libre con carga uniformemente distribuida**
- ( 8 ) Salir al menú anterior**

**¿Opción deseada?**

28. Una vez elegida la viga, el sistema da al usuario la oportunidad de escoger las unidades con las que se trabajará:

### **DEFINICION DE UNIDADES**

( 1 ) ————— ( kg-cm )

( 2 ) ————— ( ton-m )

( 3 ) ————— ( lb-ft )

( 4 ) ————— ( lb-in )

( 5 ) Salir al menú anterior

**Escoja las unidades**

**Unidades =**

**< ENTER >**

29. El sistema pide los siguientes valores:

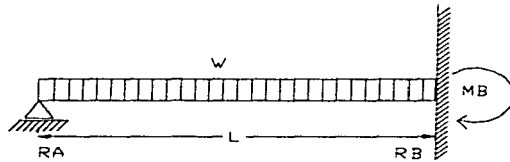
De la carga  $W$ .

De la longitud de la viga.

Del modulo de elasticidad. Del momento de inercia del área transversal.

A manera de ejemplo se muestra la pantalla en la cual se pide el valor de la carga  $W$  para la viga 5.

**VIGA EMPOTRADA Y APOYADA CON CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA**



**¿ Valor de la carga ?**

**w =**

**kg/cm**

**<ENTER>**

30. El sistema despliega una pantalla de resultados:

### **VALORES OBTENIDOS**

**VALOR DE LA REACCION EN A = 1125 kg**  
**VALOR DE LA REACCION EN B = 1875 kg**  
**VALOR DEL CORTANTE EN A = 1125 kg**  
**VALOR DEL CORTANTE EN B = 1875 kg**  
**MOMENTO MAXIMO = 112500 kg cm**  
**DEFLEXION MAXIMA = .5472973 cm**  
**EL VALOR DEL MOMENTO EN B= 112500 kg cm**

**<ENTER> para continuar**

31. Al presionar la tecla <ENTER> el sistema muestra la siguiente pantalla:

<b>MENU</b>	
<b>( 1 )</b>	<b>Gráficas</b>
<b>( 2 )</b>	<b>Tabulación</b>
<b>( 3 )</b>	<b>Salir al menú anterior</b>

**Presione la opción deseada ( 1-3 )**

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

32. Al escoger la opción "Gráficas", aparece:

<b>GRAFICAS</b>	
<b>( 1 )</b>	<b>Cortante</b>
<b>( 2 )</b>	<b>Momento</b>
<b>( 3 )</b>	<b>Deflexión</b>
<b>( 4 )</b>	<b>Salir al menú anterior</b>

**Presione la opción deseada ( 1-4 )**



33. Al elegir cualquiera de las tres primeras opciones aparecerá:

**MENU**

**Opciones durante el desarrollo  
de la gráfica:**

**( D ) etener la gráfica**

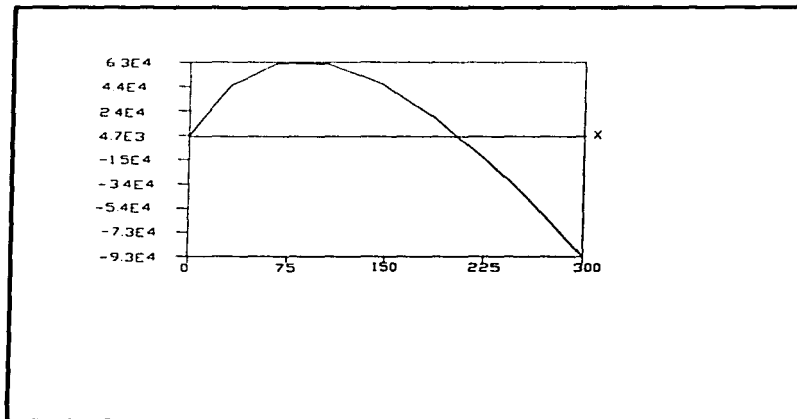
**( C ) ontinuar la gráfica**

**( R ) egresar al menú**

**Para continuar presione una tecla**

y posteriormente se despliega la gráfica como sigue:

## GRAFICA DEL MOMENTO FLEXIONANTE



34. Si en el menú contenido en la pantalla mostrada en el paso 31, elegimos "Tabulación", aparecerán las tabulaciones correspondientes tal y como se muestran a continuación:

**TABULACION CORRESPONDIENTE A ELEMENTOS MECANICOS**

x (cm)	Cortante (kg)	Momento (kg-cm)	Deflexión (cm)
0.00	18000.0000	0.0000	0.00000
4.00	17680.0000	71360.0000	-1.07129
8.00	17360.0000	141440.0000	-2.14172
12.00	17040.0000	210240.0000	-3.21048
16.00	16720.0000	277760.0000	-4.27673
20.00	16400.0000	344000.0000	-5.33968
24.00	16080.0000	408960.0000	-6.39854
28.00	15760.0000	472640.0000	-7.45252
32.00	15440.0000	535040.0000	-8.50089
36.00	15120.0000	596160.0000	-9.54288
40.00	14800.0000	656000.0000	-10.57778
44.00	14480.0000	714560.0000	-11.60487
48.00	14160.0000	771840.0000	-12.62345
52.00	13840.0000	827840.0000	-13.63285
56.00	13520.0000	882560.0000	-14.63239

## CONCLUSIONES

## CONCLUSIONES

El conocimiento de las propiedades conocidas como centroide, momento de inercia, producto de inercia y algunas otras es de capital importancia para la solución de problemas que se presentan en diversas ramas de la Arquitectura.

La mayoría de las veces el cálculo de dichas propiedades resulta demasiado elaborado, tedioso y antieconómico. Debido a lo anterior y dado que en la actualidad se han logrado avances significativos en los campos de la computación y la informática, resulta imprescindible contar con sistemas automatizados que abrevien el tiempo de los procesos de cálculo. El uso de estos sistemas tiene como beneficios, entre otros, hacer más competitivo al profesionista y más eficiente su metodología.

Desgraciadamente en la actualidad, el desarrollo de la computación y la informática no ha sido uniforme para las diversas ramas del conocimiento, encontrando su mayor auge en las ciencias económico-administrativas. Como consecuencia, en el mercado la paquetería existente orientada hacia estas ciencias es abundante, mientras que la orientada hacia las ciencias exactas es pobre y casi inexistente.

De lo anterior, se puede concluir que los únicos recintos viables para la elaboración de programas son los distintos centros educativos, destacando de entre ellos las Universidades e Institutos del país.

El presente trabajo se circunscribe en el tipo de los anteriormente descritos y no pretende sustituir los fundamentos teóricos desarrollados en la bibliografía referente al tema tratado o en los desarrollados en las cátedras universitarias, únicamente se pretende que sirva como retroalimentación y para verificar los resultados obtenidos.

## **BIBLIOGRAFIA**

## BIBLIOGRAFÍA

- AGUIRRE CARDENAS, JESÚS La docencia de la Arquitectura en México  
UNAM, 1984
- ALVA MARTÍNEZ, ERNESTO La enseñanza de la Arquitectura en México  
Cuadernos de Arquitectura y Conservación del  
Patrimonio Artístico N° 26-27. SEP INBA México  
1983
- BENLLIURE GALÁN, JOSÉ LUIS Sobre la arquitectura y su enseñanza en México en la  
década de los cuarenta  
Cuadernos de Arquitectura y Conservación del  
Patrimonio Artístico N° 26-27. SEP INBA México  
1983
- GOLDSTEIN IBM-PC Introducción al sistema operativo,  
programación y aplicaciones en Basic  
Prentice Hall, México 1986
- IRIGOYEN R. PEDRO Resistencia de Materiales  
Diana, México 1975
- LOPEZ RANGEL, RAFAEL Orígenes de la Arquitectura Técnica en México  
UAM-X 1984
- ORDOÑEZ REYNA, LUIS Mecánica Vectorial Para Ingenieros-Estatica  
CECSA, México 1987
- PESCHARD, EUGENIO Resistencia de Materiales  
UNAM 1992
- ROSENTHAL, WERNER La Estructura  
Blume, Barcelona 1971
- SALVADORI-HELLER Estructuras para Arquitectos  
Ediciones La Isla, Buenos Aires 1969
- TALZINA, NINA La Teoría de la actividad de estudio como base de la  
didáctica en la educación superior  
UAM-X 1994
- TIMOSHENKO Resistencia de Materiales  
UTEHA, México 1973
- APUNTES DE DIVERSOS CURSOS DE DIDÁCTICA TOMADOS